

Comportement transitoire des cavités salines profondes.

Mehdi Karimi-Jafari

▶ **To cite this version:**

Mehdi Karimi-Jafari. Comportement transitoire des cavités salines profondes.. Sciences de l'ingénieur [physics]. Ecole Polytechnique X, 2007. Français. NNT : . pastel-00003162

HAL Id: pastel-00003162
https://pastel.hal.science/pastel-00003162

Submitted on 27 Jul 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉCOLE POLYTECHNIQUE

THÈSE

présentée pour l'obtention du titre de

DOCTEUR

DE

L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

Spécialité : MÉCANIQUE

par

Mehdi KARIMI-JAFARI

Sujet de thèse

SUR LE COMPORTEMENT TRANSITOIRE DES CAVITÉS SALINES PROFONDES

Etude numérique et interprétation des essais in situ

soutenue le 12 novembre 2007
devant le jury composé de :

Jack-Pierre PIGUET	:	*Président*
Bernard FEUGA	:	*Rapporteur*
Frédéric PELLET	:	*Rapporteur*
Behrooz BAZARGAN-SABET	:	*Examinateur*
Philippe COSENZA	:	*Examinateur*
Kurt STAUDTMEISTER	:	*Examinateur*
Gérard VOUILLE	:	*Examinateur*
Pierre BÉREST	:	*Directeur de thèse*

Ce n'est pas parce que la nature suit un cours constant que nous en venons à découvrir des enchaînement nécessaires de causes et d'effets. Au contraire, c'est parce que l'esprit est déterminé par l'habitude à attendre la reproduction du passé dans l'avenir qu'il en vient à forger la notion de nature. Ce que le sens commun et la philosophie rationaliste à sa suite croient être une donnée, savoir le cours uniforme de la nature, n'est finalement que l'objectivation des principes de la nature humaine.

David Hume

Remerciements

J'adresse mes remerciements infinis à Pierre Bérest qui m'a encadré comme directeur de thèse au LMS. Il m'a laissé beaucoup de liberté dans l'organisation et l'orientation de mon travail tout en faisant des suggestions très utiles et donnant des idées géniales.

Je remercie très chaleureusement Benoît Brouard qui m'a beaucoup aidé pendant toute la période de ma thèse. Il m'a toujours fourni les moyens et les outils les plus efficaces pour avancer le travail. Sa contribution à résoudre des problèmes informatiques était remarquable. Ainsi, je tiens à remercier Attilio Frangi pour sa contribution dans la partie numérique du travail.

Je remercie le département des risques naturels du BRGM pour son soutien financier dans la réalisation des missions. En particulier, je tiens à remercier Behrooz Bazargan-Sabet avec qui nous avons travaillé en collaboration et Dariush Seyedi pour son accueil chaleureux au sein du BRGM. J'adresse mes remerciements à Christine King et Patrick Ledru qui ont suivi de tout près l'avancement de ma thèse.

Je remercie également les nombreux membres de mon jury pour leur participation. Mes remerciements s'adresse en particulier Bernard Feuga et Frédéric Pellet qui ont été mes rapporteurs. Un grand merci au professeur Kurt Staudtmeister, président du SMRI, d'être venu d'Allemagne pour participer à mon jury. Je remercie également Jack-Pierre Piguet qui m'a fait l'honneur de présider le jury, ainsi que Philippe Cosenza et Gérard Vouille pour leur participation et leurs commentaires éclairés.

Je voudrais également remercier tout le personnels du LMS, notamment Serge Chanchole, Hakim Gharbi, Laurent Malinsky, Liliane Quéru et Frédéric Valès avec qui j'ai passé trois années merveilleuses.

Enfin je tiens à remercier mes proches et amis qui m'ont encouragé durant ces trois dernières années.

Table des matières

SYMBOLES ET NOTATIONS **7**

INTRODUCTION GÉNÉRALE **13**

1 MÉCANIQUE DU SEL ET DES CAVITÉS SALINES **17**
1.1 Introduction 17
1.2 Comportement mécanique du sel gemme 17
1.2.1 Etude bibliographique des lois viscoplastiques pour le sel 21
1.2.2 Fluage à long terme 27
1.2.3 Fluage transitoire 30
1.2.4 Une version modifiée du modèle de Munson-Dawson 31
1.2.5 Etude bibliographique des critères de rupture et d'endommagement du sel gemme 38
1.3 Comportement mécanique des cavités salines 45
1.3.1 Introduction 45
1.3.2 Comparaison éprouvette/caverne 46
1.3.3 Intérêt de l'étude analytique 47
1.3.4 Cas d'une cavité sphérique 48
1.3.5 Endommagement du sel autour d'une caverne 56
1.3.6 Stabilité d'une cavité de stockage 57

2 COMPORTEMENT MÉCANIQUE TRANSITOIRE DES CAVITÉS **65**
2.1 Introduction 65
2.1.1 Transitoire géometrique et rhéologique 65
2.1.2 Fluage transitoire inverse 66
2.1.3 Comportement transitoire et rupture 66
2.2 Existence d'un régime permanent 66
2.3 Transitoire géométrique et rhéologique 68
2.4 Expansion différée d'une caverne (fluage inverse) 72
2.4.1 Les preuves au laboratoire 72
2.4.2 Les preuves in situ 72
2.5 Etude numérique du transitoire 83
2.5.1 Transitoire géométrique 83
2.5.2 Transitoire rhéologique 89
2.6 Fracturation hydraulique et transitoire géométrique 97
2.6.1 Introduction 97
2.6.2 Etat de contrainte autour d'un puits 98

2.6.3 Effet du fluage sur la fracturation 100

3 PHÉNOMÈNES TRANSITOIRES DANS LES CAVITÉS SALINES 109
3.1 Description des phénomènes 109
3.1.1 Comportement Mécanique 109
3.1.2 Comportement thermique 110
3.1.3 Comportement hydraulique 119
3.1.4 Comportement physico-chimique 120
3.2 Couplage des phénomènes 124
3.2.1 Introduction 124
3.2.2 Essai d'étanchéité 124
3.2.3 Modélisation de l'essai d'étanchéité 126

4 ABANDON DES CAVITÉS SALINES 137
4.1 Evolution d'une cavité pleine de saumure 137
4.1.1 Introduction 137
4.1.2 Phénomènes contribuant au changement de pression 137
4.1.3 Evolution de la pression dans une caverne fermée 140
4.2 Evolution d'une cavité contenant du gaz 144
4.2.1 Introduction 144
4.2.2 Evolution de la pression dans une cavité fermée 144
4.3 L'essai d'abandon sur la caverne SPR2 153
4.3.1 Introduction 153
4.3.2 Les cavités de Carresse 153
4.3.3 Caractéristiques de la cavité SPR2 155
4.3.4 Evolution de la pression pendant l'essai 155
4.3.5 Evolution de la temperature 157
4.3.6 Convergence viscoplastique 157
4.3.7 Fuite 158
4.3.8 Perméation dans le sel 161
4.3.9 Evolution de la pression 161
4.3.10 Les effets atmosphériques 162
4.3.11 Simulation numérique 163
4.4 Essai d'abandon sur la caverne EZ53 173
4.4.1 Introduction 173
4.4.2 Expansion thermique de la saumure 173
4.4.3 Fluage du sel 173
4.4.4 Perméation de la saumure 173
4.4.5 Fuite 173
4.4.6 Résultats de l'essai 174

- ANNEXES - 177

A TRAITEMENT NUMÉRIQUE DU COMPORTEMENT DES CAVITÉS SALINES 179
A.1 Formulation numérique des équations du comportement 179
A.1.1 Introduction 179
A.1.2 Comportement élastique couplé du massif 179

A.1.3 Convergence viscoplastique de la caverne . . . 182
A.1.4 Expansion thermique de la saumure dans la caverne . . . 186
A.1.5 Compression adiabatique . . . 188
A.1.6 Perméation de la saumure vers le massif . . . 188
A.1.7 Dissolution complémentaire du sel dans la saumure . . . 189
A.1.8 Fuite réelle . . . 190
A.2 Topologie du domaine . . . 191
A.3 Validation du code de calcul . . . 192
A.3.1 Validation du modèle mécanique . . . 192
A.3.2 Validation du modèle thermique . . . 193
A.3.3 Validation du modèle hydraulique . . . 195
A.3.4 Validation du modèle physico-chimique . . . 196

B La méthode d'optimisation GBNM 201
B.1 Introduction . . . 201
B.2 Ré-initialisation probabilisée d'une recherche locale . . . 201
B.3 Algorithme de Nelder-Mead amélioré . . . 203
B.3.1 Détection et traitement des dégénérescences . . . 205
B.3.2 Prise en compte des bornes . . . 205
B.4 Assemblage des améliorations : GBNM . . . 206

C Calculs de la convection 211
C.1 Introduction . . . 211
C.2 Cavité pleine de saumure . . . 211
C.2.1 Cas n°1 . . . 212
C.2.2 Cas n°2 . . . 213
C.2.3 Cas n°3 . . . 214
C.2.4 Cas n°4 . . . 214
C.2.5 Conclusion . . . 214

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES 219

SYMBOLES ET NOTATIONS

Grandeur	**Unité SI**	**Notation**
Paramètre de la loi de Norton-Hoff	/s/Pa^n	A
Coefficient de la loi de Norton-Hoff	/s/Pa^n	A^*
Rayon d'une caverne circulaire	m	a
Coefficient de compressibilité isotherme de la saumure saturée	Pa^{-1}	a_s
Paramètre de la loi de L-M-S	–	α
Coefficient de dilatation du sel	/^{o}C	α_s
Coefficient de dilatation de la saumure	/^{o}C	α_b
Coefficient de compressibilité de la caverne	Pa^{-1}	β
Paramètre de la loi de L-M-S	–	β
Coefficient de compressibilité adiabatique de la saumure	Pa^{-1}	β_b, β_b^{ad}
Coefficient de compressibilité du gaz	Pa^{-1}	β_g
Coefficient de compressibilité de la caverne dû au massif	Pa^{-1}	β_c
Compressibilité de la caverne	m^3/Pa	βV
Chaleur massique de la saumure	J/kg/^{o}C	C_b
Chaleur massique du sel	J/kg/^{o}C	C_s
Célérité des ondes	m/s	c
Cohésion du matériau	Pa	c
Concentration massique de la saumure	–	c
Concentration massique de la saumure à saturation	–	c_{sat}

Grandeur	**Unité SI**	**Notation**
Chaleur massique à pression constante	J/kg/^{o}C	C, C_p
Diamètre	m	D
Paramètre d'endommagement	–	D
Paramètre de la loi de Munson-Dawson	–	Δ, δ
Module d'Young du sel	Pa	E
Erreur relative sur la contrainte	–	e
Déformation	–	ε
Déformation viscoplastique	–	ε^{vp}
Déformation inélastique	–	ε^{i}
Vitesse de la déformation	/s	$\dot{\varepsilon}$
Vitesse de la déformation stationnaire	/s	$\dot{\varepsilon}^{ss}$
Déformation transitoire limite	–	ε_t^*
Viscosité dynamique	Pa.s	η
Fonction de charge dans la loi rhéologique	Pa	f
Coefficient de forme de la caverne	–	f
Module de cisaillement	Pa	G
Gradient de la pression	–	G
Profondeur de l'interface azote/saumure	m	h
Première invariant du tenseur des contraintes	Pa	I_1
Second invariant du tenseur déviateur des contraintes	Pa^2	J_2
Troisième invariant du tenseur déviateur des contraintes	Pa^3	J_3
Paramètre de la loi de L-M-S	Pa	K
Paramètre de la loi de Munson-Dawson	–	K_0

Grandeur	**Unité SI**	**Notation**
Module de compressibilité du massif salifère	Pa	K_s
Module de compressibilité de la saumure	Pa	K_b
Conductivité thermique de la saumure	W/m/^{o}C	K_b^{th}
Diffusivité thermique de la saumure	m^2/s	k_b^{th}
Conductivité thermique du sel	W/m/^{o}C	K_s^{th}
Diffusivité thermique du sel	m^2/s	k_s^{th}
Perméabilité intrinsèque du sel	m^2	K_s^{hyd}
Diffusivité hydraulique du sel	m^2/s	k_s^{hyd}
Module de Biot	Pa	M
Paramètre de la loi de Munson-Dawson	–	m
Viscosité dynamique de la saumure	Pa.s	μ_b
Exposant de la loi de Norton-Hoff	–	n
Coefficient de Poisson du sel	–	ν
Viscosité cinématique de la saumure	m^2/s	ν_b
Pression en tête de l'espace annulaire	Pa	P_{ann}^{wh}
Pression atmosphérique	Pa	P_{atm}
Pression moyenne dans la caverne	Pa	P_i
Incrément de la Pression dans la caverne	Pa	p_i^1
Pression du gaz	Pa	P_g
Pression halmostatique	Pa	P_h
Pression d'équilibre dans la caverne	Pa	P_{eq}
Pression de référence pour le calcul de la masse volumique de la saumure saturée	Pa	P_i^0
Pression en tête du tube central	Pa	P_{tub}^{wh}
Pression lithostatique ou géostatique	Pa	P_∞
Nombre de Prandlt pour un fluide	–	Pr
Pression de l'essai	Pa	P_i^1
Porosité du sel	–	ϕ

Grandeur	**Unité SI**	**Notation**
Paramètre pour le calcul de la concentration à saturation de la saumure	Pa^{-1}	ψ
Vitesse de la variation de volume	m^3/s	Q
Energie d'activation	J/mole	$\mathcal{Q}$
Constante des gaz parfaits	J/mole/K	R
Nombre de Rayleigh pour la convection naturelle	–	Ra
Coordonnée radiale d'un point dans le massif	m	r
Masse volumique	kg/m^3	ρ
Masse volumique de l'eau	kg/m^3	ρ_w
Masse volumique du gaz	kg/m^3	ρ_g
Masse volumique de la saumure	kg/m^3	ρ_b
Masse volumique de référence pour la saumure saturée	Pa	ρ^0_{sat}
Masse volumique de la saumure à saturation	kg/m^3	ρ_{sat}
Masse volumique du sel	kg/m^3	ρ_s
Section d'une interface dans l'espace annulaire	m^2	S
Surface de la paroi de la caverne	m^2	S
Tenseur déviateur des contraintes	Pa	$\boldsymbol{s}$
Tenseur des contraintes	Pa	$\boldsymbol{\sigma}$
Contrainte déviatorique	Pa	σ
Résistance à la traction	Pa	T
Vecteur contrainte sur un bord	Pa	$\boldsymbol{T}$
Température dans le massif	^{o}C	T_s, θ_s, θ
Température moyenne dans la caverne	^{o}C	T_i
Température de la saumure	^{o}C	T_b
Température de référence de la saumure	^{o}C	T^0_b
Température géothermique à l'infini	^{o}C	T_∞
Temps	s	t
Temps caractéristique	s	t_c, τ

Grandeur	**Unité SI**	**Notation**
Temps réduit	–	t^*
Déplacement dans le massif	m	u
Volume de la caverne	m^3	V_c
Volume de gaz	m^3	V_g
Volume de saumure	m^3	V_b
Vitesse de déplacement dans le massif	m/s	v
Vecteur vitesse	m/s	$\boldsymbol{v}$
Volume du sel dissous lors de la dissolution complémentaire	m^3	v_s
Vitesse de convergence en régime permanent	m/s	v^{ss}
Vitesse de convergence adimensionnelle	–	v^*
Constante de la fuite de gaz	–	χ
Profondeur	m	z
Paramètre interne (écrouissage) de la loi rhéologique	–	ζ

Introduction générale

Histoire du stockage en cavité saline

L'exploitation des gisement salifères pour la production du sel a débuté depuis un millénaire alors que l'utilisation des cavités de dissolution dans le sel remonte seulement à cinq ou six décennies. Le stockage de produits liquides ou gazeux a commencé pendant la deuxième guerre mondiale au début des années 40 au Canada. Le stockage des hydrocarbures légers comme les GPL se développe rapidement dans les années 50 en Amérique du Nord et en Europe. L'élimination des déchets dans les cavités salines a été initialisé en coopération avec les industries qui utilisaient la saumure produite par la création des cavités comme matière première. Bien qu'aujourd'hui un grand nombre de déchets sont éliminés dans des cavités salines, le stockage des déchets de risque comme les déchets radioactifs provoque des oppositions locales.

Principe de création d'une cavité saline

Le principe de création d'une cavité saline est l'injection d'eau douce dans une couche de sel qui se dissout progressivement. Cette opération s'effectue dans un forage de type pétrolier par l'intermédiaire de deux tubes concentriques. Les formations salifères se présentent en couches plus ou moins épaisses, pouvant atteindre ou dépasser le millier de mètres, et en dômes d'extension verticale souvent très importante. Les cavités de stockage sont, en général, creusées dans le sel gemme en raison de :

- son abondance en épaisseur suffisante pour y creuser des cavités de grandes dimensions,
- sa bonne solubilité dans l'eau qui facilite le creusement des cavités par dissolution, nécessitant beaucoup moins de main d'oeuvre et d'équipement lourd par rapport aux techniques classiques de creusement minier,
- sa porosité très petite et sa perméabilité très faible qui garantissent l'étanchéité des cavités de stockage de fluides non mouillants tel que le gaz et les hydrocarbures,
- sa bonne tenue mécanique, résistance à la compression en particulier.

Les cavités réalisées dans le seul but d'extraire du sel par dissolution comportaient souvent deux ou plusieurs puits hydrauliquement reliés au niveau de la couche de sel par fracturation initiale, tandis que celles réalisées dans l'optique de stocker des hydrocarbures sont souvent monopuits, comme les cavités d'extraction du sel les plus récentes. Le forage du puits est réalisé selon la technique pétrolière. A partir de la base ou sabot du dernier cuvelage cimenté situé dans la formation salifère, un trou de quelque centaine de mètres de hauteur est foré dans un processus appelé lessivage. De l'eau est injectée soit par un tube central dont la base est située vers le fond du découvert (lessivage direct), soit par l'espace annulaire compris entre le tube central et une colonne externe (lessivage inverse). Forcé de circuler de bas en haut ou inverse, le long du découvert, l'eau lèche la paroi du trou et se

charge en sel pour devenir saumure. Le trou s'élargit petit à petit et il se forme une cavité.

Afin d'éviter une dissolution anarchique du sel vers le haut, un fluide (pétrole brut, fioul ou GPL) physico-chimiquement inerte vis-à-vis du sel et plus léger que la saumure est injecté dans l'espace annulaire compris entre le cuvelage de production et la colonne externe. Le développement du toit de la cavité dépend étroitement de la façon dont on fait évoluer la profondeur de l'interface entre ce fluide inerte et la saumure. Ainsi, la géométrie de la cavité creusée dépend éventuellement des positions des points d'injection d'eau et d'extraction de saumure. La durée de lessivage d'une cavité est sensiblement proportionnelle à son volume final et inversement proportionnelle au débit d'injection d'eau. Il faut compter entre six et dix-huit mois par centaine de milliers de mètres cubes creusés.

Mise en produit et exploitation

Les cavités salines sont principalement utilisées pour le stockage d'hydrocarbures liquides ou gazeux. Dans ce cas, une fois le creusement terminé, le puits est équipé pour la mise en place des produits. Pour le stockage des produits liquides, cet équipement consiste en une tête de puits et une colonne dont la base est situé vers le fond de la cavité. Le puits et la cavité sont l'objet d'essais d'étanchéité avant la mise en place du produit.

Le principe de l'exploitation consiste à compenser toute quantité d'hydrocarbure injectée ou soutirée par l'espace annulaire compris entre la colonne centrale et le cuvelage de production par une quantité équivalente en volume de saumure soutirée ou injectée par la colonne centrale. Le soutirage de produit peut aussi être assuré par déplacement avec de l'eau.

Un déstockage complet s'accompagnant alors d'un accroissement important du volume de la cavité (de l'ordre de 15%), le nombre de cycles d'exploitation est limité pour des raisons de stabilité. Ce déplacement par de l'eau n'est donc pratiqué que pour les cavités de stockage de réserves stratégiques pour lesquelles les mouvements de produit sont exceptionnels.

Dans le cas de stockage des hydrocarbure gazeux et gaz naturel, l'équipement du puits comporte essentiellement :

- une colonne de production doublant intérieurement le cuvelage de production cimenté. L'espace annulaire compris entre les deux est rempli d'un liquide de complétion ; cette disposition a l'avantage, en isolant le cuvelage de production du gaz, de le mettre à l'abri de l'érosion et des variations de pression qui pourraient dans le cas contraire être endommageables pour la cimentation. Elle constitue aussi une double enceinte de confinement pour une meilleure sécurité.
- Une colonne centrale par laquelle la saumure sera évacuée de la cavité pendant la mise en gaz.
- Une tête de production.

La complétion et la cavité sont l'objet d'essais d'étanchéité en liquide avant le début de la mise en gaz. La mise en gaz s'effectue par injection de gaz par l'espace annulaire entre

la colonne de production et la colonne centrale par laquelle la saumure est extraite.[1]

Problématiques pendant l'exploitation et après l'abandon des cavités

Plusieurs problèmes se posent pendant l'exploitation des cavités salines et après leur abandon. Les problèmes suivants sont parmi les plus importants :

- Le risque de rupture ou de perte excessive du volume de la caverne est considérable quand la caverne est profonde et que sa pression est très basse. Pour diminuer ce risque, on limite la pression à une pression minimale admissible. La pression minimale admissible est déterminée par les résultats d'essais mécaniques au laboratoire.
- Le risque de micro-fracturation dans une cavité en gaz est vraisemblable quand la pression dans la caverne est élevée. On limite le risque de micro-fracturation en respectant une borne supérieure pour la pression dans la caverne. La pression maximale admissible est souvent déterminée à partir des résultats de l'essai de fracturation hydraulique.
- Le risque de fuite à travers la cimentation autour du puits est possible en particulier suite à une mise en pression dans la caverne. La fuite est estimée par un essai d'étanchéité sur place. En général, il est suggéré que la fuite soit inférieure à 160 m^3/an (débit compté dans les condition de fond).
- Le risque de fracturation dans une cavité abandonnée est très élevé quand la pression dans la caverne monte jusqu'à la pression géostatique. En réalisant un essai d'abandon, on peut estimer la pression ultime qui serait atteinte dans la caverne fermée.

Ainsi l'interprétation des essais in situ présente-t-elle un importance considérable. On peut prévoir que le rôle du comportement transitoire des cavernes dans cette interprétation soit significatif.

De nombreux auteurs de la littérature ont étudié le comportement transitoire des éprouvettes de laboratoire ou le comportement des cavités avec pression interne constante ou cyclique. Un moins grand nombre d'auteurs se sont intéressés au comportement transitoire des cavernes, en particulier pendant les essais in situ.

Il faut remarquer deux points importants dans l'analogie entre caverne et éprouvette :

- Le comportement mécanique différé d'une caverne, dans le cas non linéaire, fait apparaître des effets que le comportement d'une éprouvette du sel ne laisse pas prévoir.
- Hormis les phénomènes mécaniques, des phénomènes thermiques, hydrauliques et chimiques contribuent au comportement transitoire d'une caverne fermée pleine de saumure.

Ainsi, dans le premier chapitre, une étude bibliographique du comportement mécanique du sel et des cavités salines est présentée.

[1]Extrait de Hugout B. (1990). Le stockage souterrain des hydrocarbures liquides et gazeux en cavités salines, *Stockage en souterrain*, Presses de l'ENPC, pp. 37-52.

Dans le deuxième chapitre, on discute le comportement mécanique transitoire des cavernes en distinguant le transitoire géométrique et rhéologique.

Les phénomènes thermiques, hydrauliques et chimiques dans le contexte d'un essai d'étanchéité sont étudiés dans le troisième chapitre.

Le quatrième chapitre est consacré au comportement à long terme et au rôle des phénomènes thermiques transitoires dans l'interprétation d'un essai d'abandon.

La formulation numérique des équations qui régissent le comportement des cavernes est discutée dans l'annexe A. La méthode d'optimisation GBNM est présentée dans l'annexe B. Quelques résultats des calculs de la convection dans les cavités pleine de saumure sont présentés dans l'annexe C.

Chapitre 1

MÉCANIQUE DU SEL ET DES CAVITÉS SALINES

1.1 Introduction

Cette étude est motivée par l'intérêt pour le comportement des cavernes souterraines de stockage d'hydrocarbures (ou de production de saumure). Cela permet de préciser dans la rhéologie complexe du sel gemme les aspects les plus importants pour l'étude : la question du comportement à long terme (un à quelques siècles) en raison du problème de l'abandon, et la question des réponses transitoires à un changement rapide de la contrainte appliquée, notamment à une réduction rapide de la contrainte, en raison du problème de l'interprétation des essais d'étanchéité. Par ailleurs la température de la roche à la profondeur des cavités de stockage varie entre 20 et 100°C, et pour cela on s'intéresse au comportement du sel dans ce domaine.

Dans ce chapitre, on évoque tout d'abord le fluage du sel gemme en présentant les divers modèles de comportement et on s'intéresse ensuite au comportement d'une cavité saline.

1.2 Comportement mécanique du sel gemme

La recherche moderne sur le comportement thermomécanique du sel a commencé au milieu des années 30 et au fur et mesure a été approfondie comme une discipline restreinte " la mécanique du sel " en prenant une dimension technique et un niveau de complexité considérable.

La rhéologie du sel gemme est particulièrement complexe car elle est le lieu de rencontre de différents phénomènes, certains liés à la structure polycristalline du sel (mouvements des dislocations, interaction entre cristaux,...), d'autres communs à toutes les roches quelle que soit leur structure (fissuration,...). Enfin, certains phénomènes sont liés à la grande solubilité du NaCl dans l'eau et confèrent à cette rhéologie des aspects inédits (migration de saumure, transport de matière assisté par fluide,...).

Le sel gemme présente de ce fait des comportements différents et parfois contradictoires sous diverses conditions de température, contrainte et vitesse de sollicitation. Il se pré-

sente, par exemple, comme un solide fragile sous compression simple dans des conditions habituelles, mais se comporte comme un liquide visqueux à l'échelle des temps géologiques dans les formations salifères.

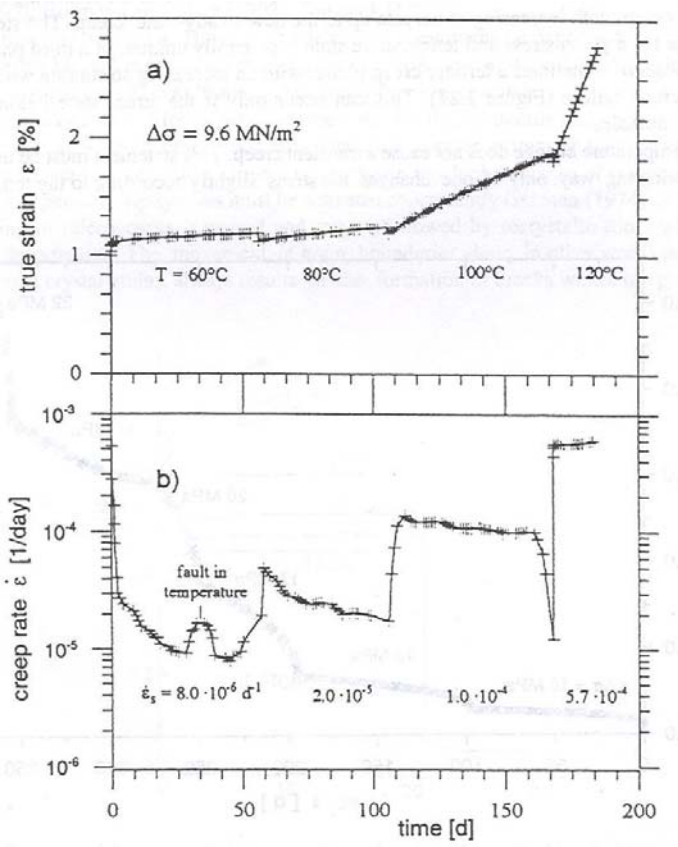


FIG. 1.1 – *Essai de fluage uniaxial sur sel pour différentes températures (d'après BGR). a)déformation et b)vitesse de déformation*

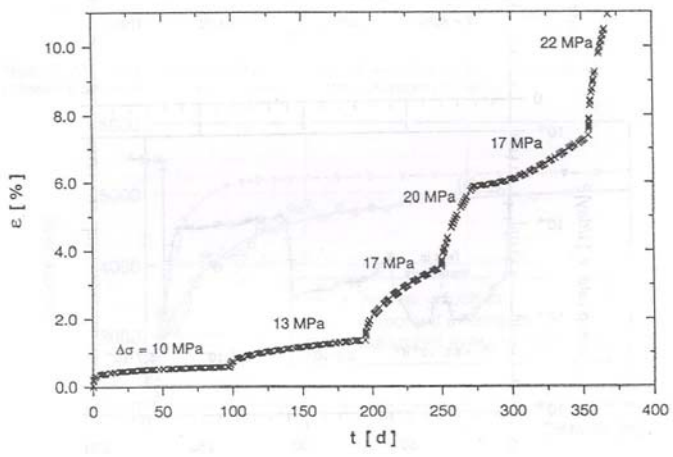


FIG. 1.2 – *Essai de fluage triaxial à* 45°*C et sous une pression de confinement de* 15 *MPa (d'après BGR).*

Les besoins de l'ingénieur amènent, dans un premier temps, à étudier phénoménologiquement le comportement du sel gemme par des essais mécaniques réalisés au laboratoire : résistance à la compression, écrouissage, fluage, etc. Les déformations différées du

sel gemme sont relativement importantes par rapport à ses déformations élastoplastiques instantanées et jouent de ce fait un rôle essentiel dans les calculs de conception et d'analyse des ouvrages géotechniques. Pour cette raison, le travail exposé consiste à étudier le comportement différé du sel gemme en particulier dans le contexte des cavités souterraines.

Le changement de forme irréversible différé d'un corps solide sans fissuration est nommé " fluage ". Le fluage du sel gemme qui est à l'origine du comportement fragile et ductile, comme pour les autres matériaux cristallins, se produit principalement par le mouvement des dislocations (*glide*, *climb* et *cross-slip*).

Les figures 1.1 et 1.2 montrent respectivement des mesures de la déformation axiale d'une éprouvette de sel gemme soumise à différentes températures et contraintes au cours du temps. Les courbes de la figure 1.1 correspondent à un essai de fluage uniaxial pour différentes palier de température. Pour le sel gemme, un accroissement de 10°C augmente la vitesse de déformation par un facteur deux. On considère généralement que la montée en température augmente la vitesse de déformation suivant des mécanismes micromécaniques thermiquement activés. D'après des essais de laboratoire, la contrainte de confinement n'a pas d'influence apparente sur le fluage, sauf un effet indirect en cas de dilatance. La figure 1.2 montre un essai triaxial pendant lequel la contrainte déviatorique a été augmentée par paliers avec les phases du fluage transitoire successives. A chaque phase la vitesse de fluage commence par une grande valeur qui diminue progressivement jusqu'à la vitesse stationnaire (*steady-state*). Après avoir diminué la contrainte déviatorique de 20 à 17 MPa, on observe une déformation transitoire avec une vitesse croissante au départ qui se stabilise ensuite à un nouvel état stationnaire. La vitesse stationnaire pour une température et une contrainte données est généralement unique. En augmentant la contrainte déviatorique, on observe finalement une phase tertiaire pendant laquelle la vitesse de déformation s'accroît jusqu'à la fracturation. Cela peut survenir si l'état de contrainte est dans le domaine de dilatance (voir Cristescu et Hunsche, 1998[1]).

Au contraire, le changement de la température ne provoque pas de fluage transitoire. Vogler (1992) [2] explique que le mécanisme de la dislocation est sensible au rapport $\frac{\sigma}{G}$ et pas seulement à la contrainte. D'ailleurs le module de cisaillement G n'est pas très sensible à la température.

On voit bien que l'expérimentation est une démarche essentielle pour mieux comprendre le comportement complexe du sel, mais pourtant les résultats expérimentaux ne sont pas suffisants pour mieux décrire les caractéristiques mécaniques du sel, parce que l'extrapolation des résultats pour le long terme, ou bien pour les conditions de contrainte qui ne sont pas réalisables au laboratoire est possible seulement si les principes physiques des mécanismes de déformation microscopique sont connus et implantés dans les lois de comportement.

La plupart des études expérimentales s'entendent sur certains aspects du comportement de sel : la vitesse de déformation d'une éprouvette, $\dot{\varepsilon}$, soumise à une contrainte constante, σ, à partir du temps $t = 0$ est égale à la somme des composantes élastique, stationnaire et transitoire (Figure 1.3).

La composante élastique est très petite ; ceci est traduit par une relation linéaire entre $\dot{\varepsilon}$ et $\dot{\sigma}$. La composante stationnaire se caractérise par une vitesse constante atteinte quelques semaines après avoir appliqué un chargement constant sur l'éprouvette. La composante transitoire traduit le comportement avant l'état stationnaire. Tout changement de contrainte appliquée engendre un fluage transitoire.

La forme générale d'une loi de comportement qui tient compte d'un processus d'activation thermique peut se représenter ainsi :

$$\dot{\varepsilon} = F(A, \boldsymbol{\sigma}, T, \varepsilon, z_i) \exp\left(-\frac{\mathcal{Q}}{RT}\right) \tag{1.1}$$

où A est une constante du matériau, T est la température absolue, $\boldsymbol{\sigma}$ est le tenseur des contraintes, ε est la déformation, $\mathcal{Q}$ est l'énergie d'activation et R est la constante des gaz. D'autres paramètres comme l'humidité et l'impureté sont représentés par z_i.

On admet souvent que la rupture de la roche survient quand :

– l'éprouvette est soumise à une traction (modérée)
– l'éprouvette est soumise à une contrainte déviatorique élevée. Plus précisément la rupture à court terme selon le critère de Druger-Prager se représente comme suit

$$\sqrt{J_2} - \alpha I_1 = 0 \tag{1.2}$$

où J_2 représente la deuxième invariant de la contrainte déviatorique et I_1 est le premier invariant du tenseur de la contrainte.

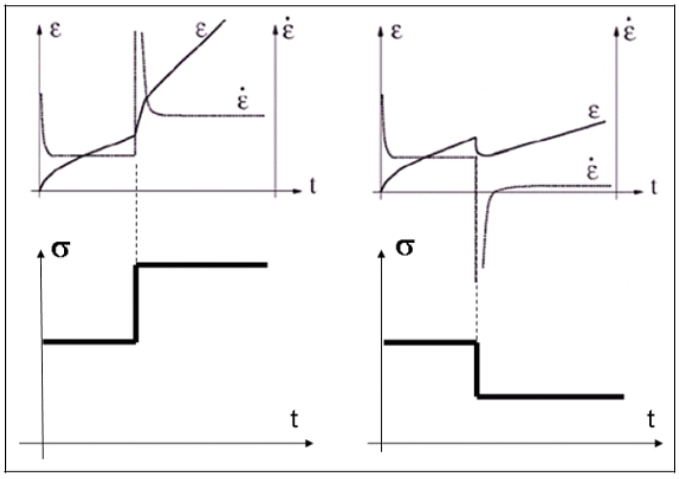


FIG. 1.3 – *Déformation et vitesse d'une éprouvette dans un essai de fluage : soumise à (à gauche) chargement et (à droite) déchargement.*

La rupture la plus favorisée survient soit en extension quand les deux contraintes les plus compressives sont plus grandes que la contrainte moyenne, ce qui est le cas dans une caverne à très basse pression, soit en traction quand la contrainte la moindre compressive est plus petite que la pression de pore, une situation produit dans une caverne à très haute pression.

Avant que la rupture à court terme ne survienne, l'éprouvette de sel subit un état de dilatance dans lequel l'endommagement accroît la perméabilité du sel. Plusieurs auteurs ont énoncé que l'apparition de la dilatance peut être considérer comme un critère de résistance à la rupture à long terme.

1.2.1 Etude bibliographique des lois viscoplastiques pour le sel

Dans cette partie, on passe en revue les principales lois rhéologiques viscoplastiques proposées dans la littérature. Beaucoup d'entre elles sont basées sur des lois qui ont été construites pour rendre compte du comportement des métaux. Dans tous les cas on s'est limité aux matériaux isotropes et aux petites déformations.

Tout d'abord il faut remarquer que le temps ne doit pas intervenir explicitement dans la formulation d'une loi rhéologique (sauf cas très particulier où l'on veut rendre compte d'un vieillissement ; voir Bérest, 1987 [3]).

Une loi dans laquelle figure explicitement le temps ne peut avoir pour ambition que de décrire une expérience particulière, elle n'a pas de validité générale. Par exemple il est courant de décrire les résultats d'une série d'essais de fluage sous divers chargement par une loi de la forme $\varepsilon = A\sigma^{\beta}t^{\alpha}$. Toutefois, en dérivant cette relation par rapport au temps on peut éliminer la variable t et obtenir une équation différentielle liant ε, $\dot{\varepsilon}$ et σ qui seule peut prétendre à constituer une loi rhéologique.

Ainsi en introduisant un paramètre interne (d'écrouissage) qui caractérise l'évolution de la déformation, on utilise souvent la forme suivante :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} = \frac{\partial F(\boldsymbol{\sigma}, \zeta)}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \qquad , \qquad g(\zeta, \dot{\zeta}, \boldsymbol{\sigma}) = 0 \tag{1.3}$$

où F est un potentiel viscoplastique, fonction de la contrainte et du paramètre d'écrouissage. Le paramètre d'écrouissage ζ évolue selon une équation différentielle.

La notion de plasticité, ou de viscoplasticité, contient deux éléments distincts : d'une part l'existence d'une frontière à l'intérieur de laquelle le comportement est élastique ; d'autre part une loi d'écoulement qui décrit l'évolution du matériau lorsque la frontière est atteinte ou dépassée. On peut alors évoquer deux types de loi (Extrait de Bérest, 1987 [3]) :

- loi différentielle sans critère viscoplastique (la frontière du domaine élastique tend vers zéro)
- loi différentielle avec critère viscoplastique

Les lois du deuxième type sont celles dans lesquelles les déformations différées permanentes n'apparaissent que si, au cours d'un chargement mécanique (ou éventuellement thermique), un certain point est dépassé. On définit ainsi dans l'espace des contraintes une frontière viscoplastique par l'ensemble de ces points. Cette frontière définit un intérieur (qui contient l'origine en général) et un extérieur.

On sait qu'en plasticité une frontière est définie d'une manière analogue . Toutefois, en plasticité, l'état de contrainte ne peut pas être à l'extérieur de la frontière. Cette dernière peut évoluer au cours du temps, suivant des lois spécifiques, mais l'état de contrainte est nécessairement à l'intérieur de, ou sur, la frontière actuelle. Au contraire, en viscoplasticité, l'état de contraintes peut dépasser la limite définie par la frontière actuelle.

On considère souvent que pour des états de contraintes situés à l'intérieur de la frontière, le comportement est élastique (corps élasto-viscoplastique). Parfois, les déformations élastiques étant petites, on admet que le comportement est rigide à l'intérieur de la frontière (corps rigide-viscoplastique).

Par la suite, on évoque plusieurs lois du premier type (sans seuil) qui sont fréquemment utilisées pour le sel gemme. Ces lois sont analoguent au modèle d'un liquide visqueux. On considère en général que l'écoulement est incompressible, de sorte qu'il est utile de distinguer la partie déviatorique des tenseurs de contrainte et de déformation :

$$\sigma_m = \frac{1}{3} tr(\boldsymbol{\sigma}) \tag{1.4}$$

$$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{\sigma} - \sigma_m \mathbf{1} \tag{1.5}$$

$$\varepsilon_m = \frac{1}{3} tr(\boldsymbol{\varepsilon}) \tag{1.6}$$

$$\boldsymbol{e} = \boldsymbol{\varepsilon} - \varepsilon_m \mathbf{1} \tag{1.7}$$

les relations de comportement prennent alors la forme :

$$e_{ij} = \frac{1}{2G} s_{ij} + e_{ij}^{vp} \tag{1.8}$$

$$\varepsilon_m = \frac{1}{3K} \sigma_m \tag{1.9}$$

Puisqu'à partir de là on ne parle que de la déformation déviatorique, le terme ε représente la composante déviatorique de la déformation.

Modèle de Maxwell et de Kelvin

Ce sont les modèles viscoélastiques les plus simples. Le modèle de Maxwell est celui d'un corps constitué d'un ressort et d'un amortisseur en série. Il représente une déformation élastique instantanée plus une déformation différée de vitesse constante quand la contrainte appliquée est invariable. Supposant $\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{ve}$, la forme tensorielle de la loi, représentant un milieu viscoélastique, est la suivante :

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{e} = \frac{1}{2G_M} \dot{s}_{ij} \tag{1.10}$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{ve} = \frac{1}{2\eta_M} s_{ij} \tag{1.11}$$

où s_{ij} est le déviateur de contrainte, G_M la rigidité du milieu et η_M la viscosité du milieu. Le modèle de Kelvin est un corps constitué d'un ressort et d'un amortisseur en parallèle :

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{ve} = \frac{1}{2\eta_K} s_{ij} - \frac{G_K}{\eta_K} \varepsilon_{ij}^{ve} \tag{1.12}$$

La combinaison d'un corps de Maxwell et Kelvin en série représente un modèle dit de Bürgers. Ce modèle comprend l'élasticité instantanée et la déformation différée sans limite du modèle de Maxwell ainsi que l'élasticité retardée du modèle de Kelvin comme illustré sur la figure 1.4. Dans ce cas, la loi de comportement se traduit par :

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{ve} = \frac{1}{2\eta_M} s_{ij} + \frac{1}{2\eta_K} s_{ij} - \frac{G_K}{\eta_K} \left(\varepsilon_{ij}^{ve} - \frac{1}{2\eta_M} \int s_{ij} \, dt \right) \tag{1.13}$$

Modèle de Bingham

Le modèle de Bingham (1922) [4], étant le modèle viscoplastique le plus simple, peut être représenté comme un corps constitué en parallèle d'un patin à seuil, simulant la plasticité, et d'un amortisseur simulant la viscosité. Ainsi la vitesse de déformation viscoplastique selon la loi de Bingham s'écrit sous la forme :

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = \frac{1}{\eta} \langle f \rangle \tag{1.14}$$

où η est la viscosité et $f = \sigma - c$ est la fonction de charge de Tresca. Ce modèle définit le corps rigide-viscoplastique le plus simple. En prenant $c = 0$ on obtient le modèle de Bingham sans seuil.

Hohenemser et Prager (1932)[5] ont proposé une généralisation tridimensionnelle en tenant compte de la composante élastique de la déformation sous la forme :

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2G} \dot{s}_{ij} + \frac{1}{2\eta} \left\langle 1 - \frac{k}{\sqrt{J_2}} \right\rangle \tag{1.15}$$

où $J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij}$ est le deuxième invariant du tenseur déviateur des contraintes $\boldsymbol{s}$ et k est le seuil de viscoplasticité.

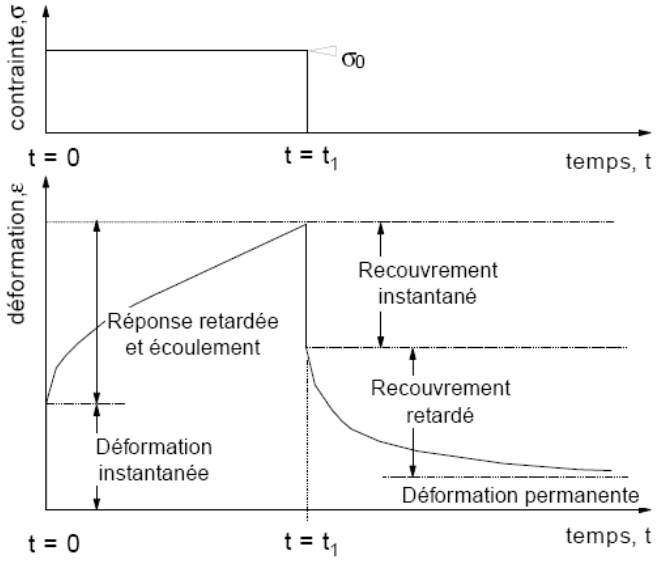


FIG. 1.4 – *Comportement d'un corps de type Bürgers.*

Modèle de Lubby2

Lux et Heusermann (1983)[6] ont proposé un modèle de type Burger mais non linéaire. Autrement dit, les paramètres de Maxwell et Kelvin deviennent des fonctions exponentielles de la contrainte. Ce modèle est une superposition du fluage transitoire et du fluage stationnaire. Ce modèle existe sous les deux formes différentes : temporelle et avec l'écrouissage :

$$\dot{\varepsilon}(t) = \left[\frac{1}{\bar{\eta}_M}\exp\left(-\frac{\bar{G}_K}{\bar{\eta}_K}t\right)+\frac{1}{\bar{\eta}_M}\right]\sigma \tag{1.16}$$

$$\dot{\varepsilon}(\varepsilon_{tr}) = \left[\frac{1}{\bar{\eta}_K}\left(1-\frac{\varepsilon_{tr}}{\sigma}\bar{G}_K\right)+\frac{1}{\bar{\eta}_M}\right]\sigma \tag{1.17}$$

$$\dot{\varepsilon}_{tr} = \frac{\sigma}{\bar{\eta}_K}\left(1-\frac{\varepsilon_{tr}}{\sigma}\bar{G}_K\right) \tag{1.18}$$

$$\bar{\eta}_M = 3\eta_M e^{m\sigma+l_0T} \tag{1.19}$$

$$\bar{\eta}_K = 3\eta_K e^{k_2\sigma} \tag{1.20}$$

$$\bar{G}_K = 3G_K e^{k_1\sigma} \tag{1.21}$$

où ε_{tr} est la déformation transitoire actuelle représentant l'historique du matériau, k_1,k_2, m et l_0 sont des constantes. Ce modèle produit une vitesse de déformation négative (fluage inverse) suite à un déchargement, quelque soit l'amplitude de déchargement. Des résultats expérimentaux ont montré que la vitesse négative de la déformation ne survient qu'à partir de certain niveau de déchargement.

Loi de Norton-Hoff (BGR)

Odqvist (1966) [7] a proposé la loi suivante pour le fluage des métaux :

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = h(J_2)s_{ij} \tag{1.22}$$

Pour le sel gemme, ce type de loi connaît actuellement un grand succès. L'équipe du BGR de Hannover a proposé une loi dont la version simplifiée est identique à celle d'Odqvist ; plus précisément :

$$h(J_2) = A\exp(-\frac{\mathcal{Q}}{RT})(J_2)^2 \tag{1.23}$$

Cette formulation permet de tenir compte de l'influence (très sensible) de la température. Cette forme a évolué jusqu'à ce qu'on appelle loi de Norton-Hoff :

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = \frac{3}{2}A\exp(-\frac{\mathcal{Q}}{RT})(\sqrt{3J_2})^{n-1}s_{ij} \tag{1.24}$$

Loi de Lemaitre-Menzel-Schreiner

Une variante de la loi d'Odqvist a été donnée par Lemaitre (1972) [8] et Menzel et Schreiner (1977)[9], à partir de mesures sur les métaux, en introduisant un paramètre

d'écrouissage :

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = \frac{\partial}{\partial t}(\zeta^{\alpha})\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}/\|\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}\| \tag{1.25}$$

$$\dot{\zeta} = (\frac{f}{K})^{\frac{\beta}{\alpha}} \tag{1.26}$$

$$f = \sqrt{3J_2} \tag{1.27}$$

puisque $\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{3}{2f}s_{ij}$ et $\|\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}\| = 1$, cette loi peut se présenter sous la forme :

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = \frac{3}{2\sqrt{3J_2}}\frac{\partial}{\partial t}(\zeta^{\alpha})s_{ij} \tag{1.28}$$

la forme scalaire de la loi formulée explicitement en fonction du temps pour un chargement mécanique constant est la suivante :

$$\varepsilon^{vp} = \left(\frac{f}{K}\right)^{\beta} t^{\alpha} \tag{1.29}$$

et en notant $\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = \frac{3\dot{\varepsilon}^{vp}}{2\sqrt{3J_2}}s_{ij}$ on obtient

$$\varepsilon_{ij}^{vp} = \frac{3f^{\beta-1}}{2K^{\beta}}t^{\alpha}s_{ij} \tag{1.30}$$

La loi de Norton-Hoff est un cas particulier de la loi de Lemaître-Menzel-Schreiner quand $\alpha = 1$, $\beta = n$ et elle s'écrit alors sous la forme suivante :

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = A\exp\left(-\frac{\mathcal{Q}}{RT}\right)f^{n} \tag{1.31}$$

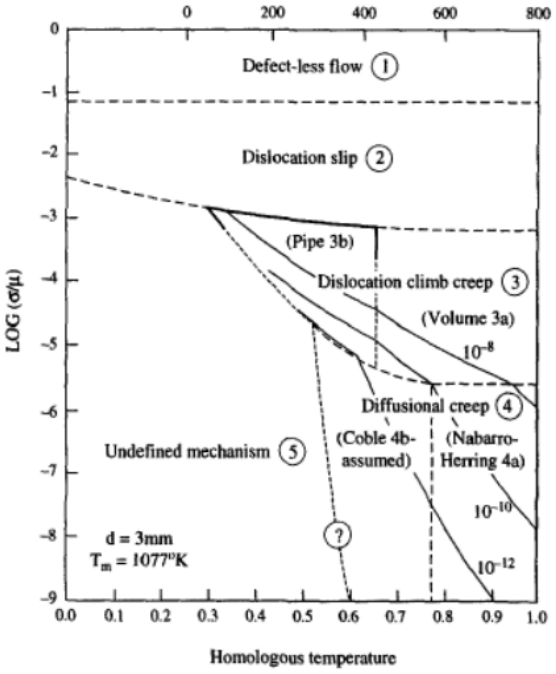


FIG. 1.5 – *Carte des mécanismes de déformation du sel (Munson,1997).*

Loi de Munson-Dawson

Ce modèle est basé sur les informations provenant des mécanismes micromécaniques (voir Munson et Dawson, 1984 [10] et Munson, 1997 [11]). Dans ce modèle, la déformation totale se décompose en fluage transitoire et en fluage stationnaire.

La composante stationnaire du fluage est déterminée selon la carte des mécanismes de déformation illustrée sur la figure 1.5. Il y a trois régimes différents suivant les conditions différentes de contrainte et de température. Chaque régime est contrôlé par un mécanisme dominant de mouvement des dislocations. La vitesse du fluage stationnaire total, qui est le résultat des mécanismes agissant en parallèle, est égale à la somme de toutes les vitesses de fluage individuelles :

$$\dot{\varepsilon}^{ss} = \dot{\varepsilon}_I^{ss} + \dot{\varepsilon}_{II}^{ss} + \dot{\varepsilon}_{III}^{ss} \tag{1.32}$$

où les vitesses stationnaires des mécanismes différents dans un modèle uniaxial sont données par :

$$\dot{\varepsilon}_I^{ss} = A_1 e^{-\frac{\mathcal{Q}_1}{RT}} \left(\frac{\sigma}{G}\right)^{n_1} \tag{1.33}$$

$$\dot{\varepsilon}_{II}^{ss} = A_2 e^{-\frac{\mathcal{Q}_2}{RT}} \left(\frac{\sigma}{G}\right)^{n_2} \tag{1.34}$$

$$\dot{\varepsilon}_{III}^{ss} = H(\sigma - \sigma_0)[B_1 e^{-\frac{\mathcal{Q}_1}{RT}} + B_2 e^{-\frac{\mathcal{Q}_2}{RT}}] \sinh\left[\frac{q(\sigma - \sigma_0)}{G}\right] \tag{1.35}$$

où A_i et B_i sont des constantes, $\mathcal{Q}_i$ sont des énergies d'activation, T est la température absolue, R est la constante des gaz, G est le module de cisaillement, σ est la contrainte, n_i sont des exposants de la contrainte, q est une constante, σ_0 contrainte limite du mécanisme dit de *dislocation slip* et H est la fonction de Heaviside.

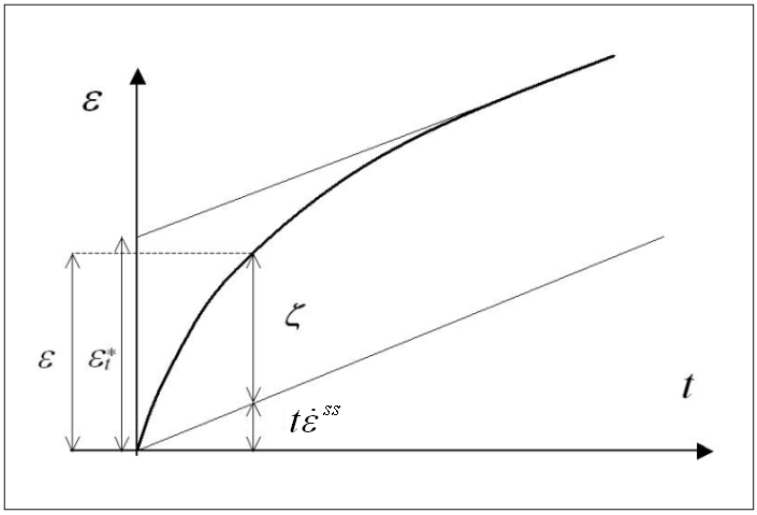


FIG. 1.6 – *Déformation sous le chargement constant selon le modèle de Munson-Dawson*

Ces trois mécanismes représentent respectivement : (1) le régime de haute température et faible contrainte contrôlé par le mécanisme dit de *dislocation climb*, (2) le régime de basse température et de faible contrainte contrôlé par un mécanisme indéfini de la dislocation, et (3) le régime de forte contrainte contrôlé par le mécanisme dit de *dislocation slip*. Tous ces mécanismes présentés sont thermiquement actifs et les deux premiers sont

fonction de la contrainte en puissance tandis que le troisième depend de l'exponentielle de la contrainte. La vitesse de fluage transitoire est proportionelle à la vitesse du fluage stationnaire :

$$\dot{\varepsilon} = F\dot{\varepsilon}^{ss} \tag{1.36}$$

où F est une fonction transitoire comportant trois phases : écrouissage, fluage stationnaire et recouvrance :

$$F = \begin{cases} e^{\Delta(1-\frac{\zeta}{\varepsilon_t^*})^2} & \zeta \leq \varepsilon_t^* \\ 1 \qquad \text{régime permanent} & \\ e^{-\delta(1-\frac{\zeta}{\varepsilon_t^*})^2} & \zeta \geq \varepsilon_t^* \end{cases} \tag{1.37}$$

où Δ et δ sont respectivement les paramètres d'écrouissage et de recouvrance, et ε_t^* est la limite de la déformation transitoire (voir Figure 1.6). Le paramètre d'état ζ est régi par l'équation suivante :

$$\dot{\zeta} = (F-1)\dot{\varepsilon^{ss}} \tag{1.38}$$

La deformation transitoire limite est donnée par :

$$\varepsilon_t^* = K_0 e^{cT} (\frac{\sigma}{G})^m \tag{1.39}$$

où K_0, c et m sont constantes. Les paramètres d'écrouissage et de recouvrance sont quant à eux définis par les fonctions suivantes :

$$\Delta = \alpha_w + \beta_w \log(\frac{\sigma}{G}) \tag{1.40}$$

$$\delta = \alpha_r + \beta_r \log(\frac{\sigma}{G}) \tag{1.41}$$

où α_w, α_r, β_w et β_r sont constantes.

En utilisant l'approche proposée par Fossum et al. (1988) [12], le tenseur de la déformation viscoplastique est traduit par :

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\varepsilon} \tag{1.42}$$

où f est la fonction de charge (Tresca, Von mises, ...) et $\dot{\varepsilon}$ est donné par l'équation 1.36.

Lois empiriques

Il existe de nombreux modèles empiriques dans la littérature pour le fluage du sel gemme. Quelque exemples de lois empiriques, réunis par Linder et Brady (1981) [13], sont présentés dans le tableau 1.1.

1.2.2 Fluage à long terme

Les modèles précédents peuvent être classés en deux grandes familles selon qu'ils admettent ou non l'hypothèse d'existence d'un état de fluage stationnaire. En faisant cette

hypothèse, si on impose une contrainte constante sur un échantillon, alors après une phase transitoire où la vitesse de fluage décroît, on tend vers un régime à vitesse de déformation constante. Les modèles qui n'admettent pas cette hypothèse supposent que la vitesse décroît continuellement en raison de l'écrouissage.

Les essais de laboratoire ne permettent pas d'opter définitivement pour l'une ou l'autre des hypothèses. Néanmoins, tous les modèles proposés pour le sel s'accordent sur quelques points. Ils admettent tous que la déformation sous charge constante n'est pas bornée, et qu'elle tend vers l'infini même si sa vitesse décroît. Ils admettent également que le seuil d'écoulement est très faible, voire nul. D'autre part, ils constatent que la vitesse de déformation est fortement non linéaire en fonction de la contrainte et de la température.

Formulation	Commentaire	Référence
$\varepsilon = A + B\log(t) + Ct$	Essai de compression uniaxial	Griggs, 1939
$\varepsilon = A + Bt^n$	Essai de compression triaxial	Le Comte, 1965
$\dot{\varepsilon} = A\exp(1 + Bt)$	Essai in situ	Muir et Cochran, 1966

TAB. 1.1 – *Quelque lois empiriques (Linder et Brady, 1981)*

Ces points communs sont d'une importance capitale pour la prévision du comportement à long terme des excavations souterraines, et réduisent la divergence entre les divers points de vue. Ils assurent, en effet, que si ces excavations sont soumises à une convergence libre, sous l'effet d'une pression interne inférieure à la pression lithostatique, leur convergence ira jusqu'à leur fermeture complète, ce qui est un résultat important pour les projets de stockage.

La loi empirique la plus utilisée admettant un écrouissage continu pour le sel gemme est la loi en t^α qui a été proposée par Lemaitre (1970) et Menzel-Schreiner (1977). Cette loi a l'avantage de traduire toute la courbe de fluage par une seul expression, sans avoir à distinguer une phase transitoire et une phase stationnaire.

Les modèles admettant le fluage stationnaire trouvent, par contre, leur justification dans des réflexions théoriques sur les mécanismes de déformation à l'échelle microscopique (Munson et Dawson 1984 [10], Carter et Hansen 1983 [14], Langer et al. 1984 [15]). Ils sont fondés sur l'idée suivant laquelle en imposant une charge constante sur le matériau, sa structure interne change et atteint, au bout d'une phase de fluage transitoire un nouvel état stable. Dans cet état stable, les mécanismes qui ont tendance à faire décroître la vitesse de fluage (écrouissage) et ceux qui tend à l'accroître (recouvrement) sont en équilibre, ce qui caractérise un régime stationnaire. Les paramètres caractérisant la structure interne sont principalement la densité des dislocations dans les grains et la taille des sous-grains formés par la polygonisation.

En supposant que la vitesse de fluage devient constante à partir d'un certain moment, les modèles avec fluage stationnaire augmentent la convergence des ouvrages souterrains

par rapport aux modèles avec écrouissage. Cette convergence est gênante pendant la période de construction et d'exploitation de ces ouvrages. L'hypothèse du fluage stationnaire est donc pessimiste de ce point de vue et son utilisation rend les calculs de dimensionnement de ces ouvrages plus exigeants.

L'hypothèse de l'existence d'un fluage stationnaire à long terme va donc dans le sens de la sécurité, et c'est une des raisons pour lesquelles elle sera adoptée dans la suite.

Les lois de fluage stationnaire varient suivant les mécanismes élémentaires de déformation (*dislocation glide*, *dislocation climb*, *cross-slip*, etc.) qui correspondent aux différents niveaux de température et de contrainte. En général, dans le cas des cavités salines, le fluage stationnaire est plutôt régi par le mécanisme de *dislocation climb*. Ainsi la loi de fluage stationnaire concernée peut se traduire dans un premier temps sous la forme d'un produit d'une fonction de la contrainte déviatorique σ et d'une fonction de la température T :

$$\dot{\varepsilon} = f(\sigma) \cdot h(T) \tag{1.43}$$

En tenant compte d'une gamme de contrainte et de température plus large, certains modèles s'expriment sous la forme d'une somme de plusieurs produits $f(\sigma) \cdot h(T)$, ce qui indique qu'ils supposent que plusieurs mécanismes élémentaires de déformation sont en jeu (Gangi et al., 1981 [16], Langer 1981 [17] et Munson et Dawson, 1984 [10]).

L'influence de la temperature est exprimée couramment par la loi d'Arrhénius $\exp(-\frac{\mathcal{Q}}{RT})$. Certains l'expriment par une loi en puissance T^m.

Tijani (1988)[18] multiplie l'expression d'Arrhénius par des termes correctifs sous forme d'un polynôme en T. D'autres expressions purement empiriques ont également été proposées pour mieux ajuster les données expérimentales.

En s'inspirant du fluage des métaux, la plupart des modèles expriment l'influence de la contrainte déviatorique par une loi en puissance σ^n. Certains auteurs (voir Kauzmann, 1941 [19] et Aubertin et al., 1987 [20]) utilisent, en raison de certaines considérations phénoménologiques, d'autres lois comme $\sinh(\sigma)$.

Ainsi en combinant la loi d'Arrhénius avec une loi puissance, on obtient le modèle de fluage stationnaire de Norton-Hoff sous la forme unidimensionnelle :

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = A \exp\left(-\frac{\mathcal{Q}}{RT}\right) \sigma^n \tag{1.44}$$

où $\dot{\varepsilon}^{vp}$ est la vitesse de déformation d'une éprouvette cylindrique soumise à une contrainte déviatorique σ. La température absolue est notée T et les trois constantes A,$\mathcal{Q}$ et n dépendent du matériau. Le cas particulier où $n = 1$ est dit "newtonien".

De nombreux travaux (Weertman et Weertman, 1975 [21], Pouya 1991 [22]) ont étudié la validité d'une telle loi pour décrire le comportement à long terme du sel gemme sous des contraintes moyennes (5 - 15 MPa) et une température élevée (>0,4 fois la température de fusion). Mais l'extrapolation de cette loi aux petites contraintes (0,1 MPa), avec les

constantes A et n déduites d'essai dans la gamme de contraintes 5 - 15 MPa, conduit à des vitesses 10^5 fois moindres que les vitesses mesurées (voir Bérest et al. (2004)[25]).

Wawersik (1988)[50] a proposé une formulation en puissance de la contrainte pour les températures inférieures à 160°C :

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = D\left(\frac{\sigma}{A}\right)^{\frac{\mathcal{Q}}{RT}} \tag{1.45}$$

où D et A sont des constantes.

Burke (1968)[23] et Carter et Heard (1970)[24] ont proposé la loi suivante en prenant le mécanisme dit de *dislocation glide* comme le mécanisme dominant sous les fortes contraintes déviatoriques (> 15 MPa) :

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = C\exp\left(-\frac{\mathcal{Q}}{RT}\right)\sinh(B\sigma) \tag{1.46}$$

Où B et C sont constantes.

Dans tous les cas un modèle de fluage stationnaire doit être complété par un modèle de fluage transitoire pour pouvoir tenir compte du comportement à court terme.

1.2.3 Fluage transitoire

Les lois empiriques utilisées pour le fluage transitoire sont également nombreuses. A part la loi de puissance t^α, on peut citer, parmi d'autres, la loi logarithmique $\log(\alpha+\beta t)$ et la loi exponentielle $1-e^{-\beta t}$ (voir le tableau 1.1).

Ce ne sont pas les essais de laboratoire qui permettront de choisir une de ces lois parmi les autres, car, avec un jeu approprié de paramètres, elles peuvent toutes conduire à un ajustement précis des courbes expérimentales. Les écarts qui existent entre ces différents ajustement sont, de toute façon, très inférieurs à ceux qui existent entre les différentes courbes expérimentales en raison de la dispersion intrinsèque des caractéristiques du sel gemme.

Carter et Kirby (1978)[27] avancent cependant plusieurs arguments pour préférer la loi exponentielle aux autres. Il s'agit en particulier du fait qu'elle est fondée sur la cinétique des réactions de premier ordre que l'on retrouve dans beaucoup de domaines de la physique. Il s'agit ensuite du fait que les résultats d'un grand nombre d'essais sur les métaux s'ajustent bien avec cette loi, ce qui, compte tenu des analogies du fluage du sel gemme avec celui des métaux, est en faveur de cette loi.

Cristescu et Hunsche (1996) [28] ont développé un modèle élasto-viscoplastique non-associé qui comprend un fluage transitoire et un fluage stationnaire :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{\dot{\boldsymbol{\sigma}}}{2G} + (\frac{1}{3K} - \frac{1}{2G})\dot{\sigma}_m\mathbf{1} + k_T\left\langle 1 - \frac{W_T(t)}{H(\sigma)}\right\rangle\frac{\partial f_1}{\partial\boldsymbol{\sigma}} + k_S\frac{\partial f_2}{\partial\boldsymbol{\sigma}} \tag{1.47}$$

où les deux premiers termes du membre de droite de l'équation correspondent à la vitesse de déformation élastique. Le troisième terme correspond au fluage transitoire et le quatrième décrit le fluage stationnaire. Les fonctions f_1 et f_2 sont les potentiels viscoplastiques. $H(\sigma) = W_T(t)$ est la borne de stabilisation du fluage transitoire. $W_T(t)$ est le paramètre d'état défini comme l'intégrale de la puissance volumique irréversible.

Aubertin (1996)[29] en s'inspirant des mécanismes de déformation des microstructures du sel a proposé un modèle qui utilise les paramètres observable dans l'état actuel du matériau et les paramètres internes représentant l'histoire mécanique. De plus, tous les aspects du comportement non élastique comme la plasticité, le fluage transitoire et le fluage stationnaire sont inclus dans la loi de comportement :

$$\dot{\varepsilon}^i = A \sinh^n \left\langle \frac{X_{ae} - R}{K} \right\rangle \tag{1.48}$$

où X_{ae} est la contrainte active équivalente, $\dot{\varepsilon}^i$ la vitesse de la déformation non-élastique, R et K des variables internes.

Une autre loi dans cette catégorie est le modèle de Munson-Dawson (1984) qui est largement citée dans la littérature. Elle sera étudiée d'une manière plus complète dans les paragraphes suivants.

1.2.4 Une version modifiée du modèle de Munson-Dawson

Introduction

Le modèle de Munson-Dawson est basé sur les mécanismes micromécaniques. Dans ces mécanismes, il y a deux processus principaux à modéliser dans le fluage du sel gemme : l'écrouissage ($F = e^{\Delta(1-\frac{\zeta}{\varepsilon_t^*})^2}$) et la recouvrance ($F = e^{-\delta(1-\frac{\zeta}{\varepsilon_t^*})^2}$). Si l'écrouissage et la recouvrance ne sont pas en équilibre, la vitesse de déformation varie au cours du temps et le sel est dans un état de fluage transitoire. C'est le cas dès qu'il y a un changement de chargement. Dès qu'on augmente la contrainte appliquée sur un échantillon ($\zeta < \varepsilon_t^*$), l'écrouissage a lieu et la vitesse initiale diminue au cours du temps. Si les conditions de chargement restent invariables, la vitesse de fluage se rapproche asymptotiquement de la vitesse stationnaire qui dépend de la contrainte et de la température. A l'état stationnaire l'écrouissage est en équilibre avec la recouvrance ($F = 1$).

Le comportement d'une éprouvette après un déchargement dépend du degré de réduction de la contrainte appliquée ainsi que du niveau d'écrouissage déjà atteint ζ (le paramètre d'état qui caractérise l'historique du matériau). La vitesse de déformation décroît (écrouissage) d'autant plus, si la valeur actuelle du paramètre d'état est inférieure au niveau d'équilibre correspondant au nouvel état de contrainte après réduction ($\zeta < \varepsilon_t^*$). En revanche, si le niveau d'écrouissage est déjà supérieur à celui de la nouvelle contrainte ($\zeta > \varepsilon_t^*$), la recouvrance a lieu. Dans ce dernier cas comme illustré sur la figure 1.7 la loi de Munson-Dawson classique envisage une déformation toujours croissante à partir d'une vitesse initiale très petite qui graduellement augmente jusqu'au nouvel état stationnaire ($F = e^{-\delta(1-\frac{\zeta}{\varepsilon_t^*})^2}$). Donc, dans le modèle classique de Munson la vitesse de déformation est

toujours positive ($\dot{\varepsilon} = \frac{-\dot{h}}{h} > 0$) et la variation de hauteur d'une éprouvette même soumise à un déchargement violent ne change pas de signe. Hunsche (1988), Munson (1996), Bérest et al.(2004)[25] en réalisant une série d'essais de fluage sur des éprouvettes de sel gemme ont constaté que la vitesse de déformation d'une éprouvette dans un essai de compression simple peut être négative . Suite au déchargement, ils ont observé que la hauteur de l'éprouvette augmente avec une vitesse qui décroît progressivement jusqu'à atteindre une vitesse positive stationnaire (voir figure 1.11). L'augmentation de la hauteur d'une éprouvette est dite "fluage inverse". Munson et al. (1996)[30] a proposé un modèle étendu qui tient compte du fluage inverse. Par raison de simplicité, on va proposer une version modifiée du modèle de Munson-Dawson classique qui tient compte du fluage inverse.

Modèle classique de Munson en déchargement

On étudie maintenant le modèle classique de Munson-Dawson déjà cité qui ne tient pas compte du fluage inverse. Considérons une éprouvette de sel gemme au cours d'un essai de compression simple. On applique la compression $-\sigma_1$, $\sigma_1 > 0$, à l'instant $t = 0$. On suppose que pour $t < 0$, $\sigma_1 = 0$, $\zeta = 0$. On définit la déformation axiale $\frac{\dot{h}}{h} = -\dot{\varepsilon}$ pour que cette grandeur soit positive.

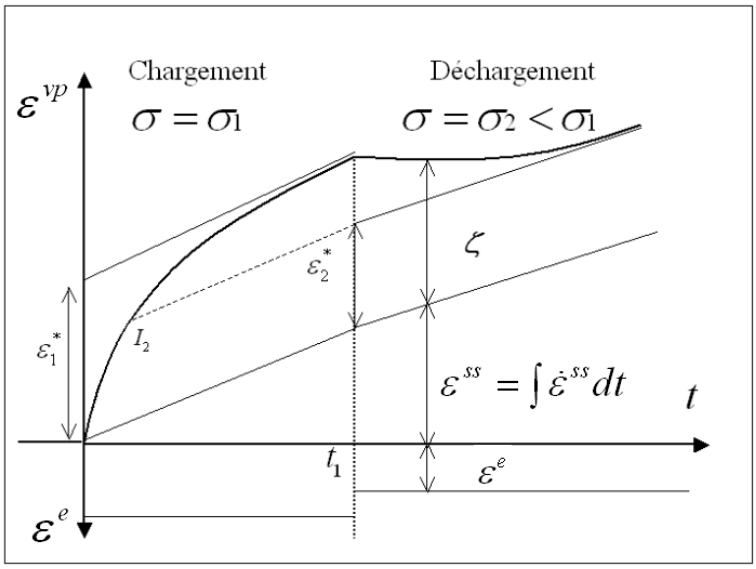


FIG. 1.7 – *Modèle classique de Munson-Dawson*

On a représenté cette évolution sur la figure 1.7. On peut décomposer la déformation $\varepsilon = \varepsilon(t)$ en trois parties : $\varepsilon^e = \frac{\sigma}{G}$, $\varepsilon_1^{ss} = t\dot{\varepsilon}_1^{ss}$ et ζ, c'est-à-dire respectivement déformation élastique, déformation viscoplastique stationnaire, déformation viscoplastique transitoire :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^{vp} = \frac{\dot{\sigma}}{G} + F\dot{\varepsilon}_1^{ss} = \frac{\dot{\sigma}}{G} + \dot{\varepsilon}_1^{ss} + \dot{\zeta} \tag{1.49}$$

et si on intègre par rapport au temps, on obtient l'expression de la déformation

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{G} + t\dot{\varepsilon}_1^{ss} + \zeta$$

A l'instant initial, $\zeta < \varepsilon_1^* = \varepsilon^*(\sigma_1)$ donc $F = e^{\Delta(1-\frac{\zeta}{\varepsilon_1^*})^2} > 1$ et $\dot{\zeta} = (F-1)\dot{\varepsilon}^{ss} > 0$ donc ζ augmente et après un temps infini atteindra la valeur ε_1^* pour laquelle $F = 1$ et donc $\dot{\zeta} = 0$.

On décharge ensuite de σ_1 à σ_2, on suppose qu'à l'instant t_1 on avait pratiquement $\zeta \sim \varepsilon_1^*$ pour simplifier. On peut toujours intégrer l'équation 1.49 entre l'instant t_1 et l'instant actuel t :

$$\varepsilon = \frac{\sigma_2}{G} + t_1\dot{\varepsilon}_1^{ss} + (t - t_1)\dot{\varepsilon}_2^{ss} + \zeta \tag{1.50}$$

A l'instant t_1^+ , $\zeta \sim \varepsilon_1^* > \varepsilon_2^*$ car ε^* est fonction croissante de σ. Donc $F = \exp(-\delta(1-\frac{\zeta}{\varepsilon_t^*})^2)$ et $\dot{\zeta} = (F-1)\dot{\varepsilon}^{ss} < 0$.
Le paramètre interne ζ décroît à partir de sa valeur ε_1^* pour tendre vers $\varepsilon_2^* < \varepsilon_1^*$. Toutefois $\dot{\varepsilon}^{vp} = F\dot{\varepsilon}^{ss} > 0$ (avec la convention de signe retenu). Il n'y a donc pas de fluage inverse car $\dot{\varepsilon}^{vp}$ ne change pas de signe. Si σ_2 est nettement plus petit que σ_1, le rapport $\frac{\zeta}{\varepsilon_t^*} \sim \frac{\varepsilon_1^*}{\varepsilon_2^*} = (\frac{\sigma_1}{\sigma_2})^m$ est grand, donc F est proche de zéro et la vitesse est très faible. Si on change la contrainte avant d'avoir atteint le point I_2, on a $\zeta < \varepsilon_2^*$ et le comportement n'est pas le même.

Version modifiée du modèle de Munson-Dawson

Dans le modèle classique de Munson-Dawson dans l'état de recouvrance (décroissance du paramètre d'état où $\zeta > \varepsilon_t^*$), on a $F = \exp[-\delta(1 - \frac{\zeta}{\varepsilon_t^*})^2]$. L'inconvénient de la formulation de la loi est que F ne peut jamais être négative.

Pour faire apparaitre un "fluage inverse", il faut définir une fonction ayant les caractéristiques suivantes :

1. $F = 1$ quand $\zeta = \varepsilon_t^*$
2. $F = 0$ quand $\zeta = k\varepsilon_t^*$
3. F diminue rapidement quand $\frac{\zeta}{\varepsilon_t^*}$ devient grand (ainsi la vitesse de fluage inverse est grande initialement si le rapport $\frac{\zeta}{\varepsilon_t^*}$ est grand après l'instant du changement de contrainte).

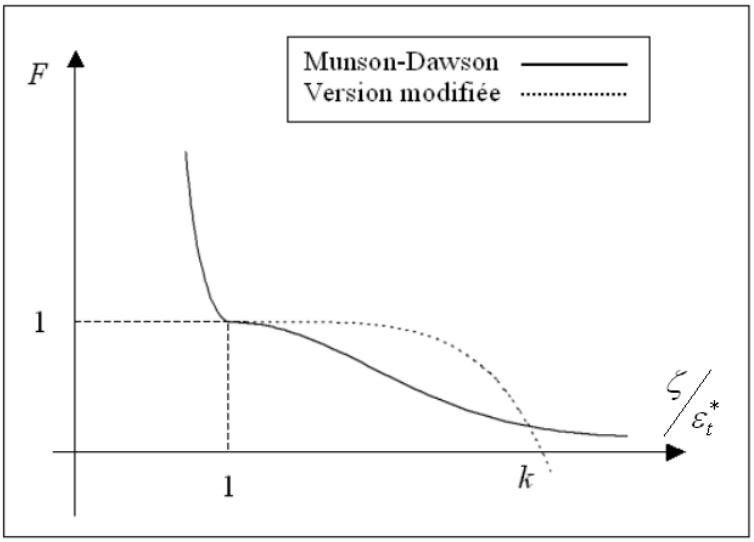


FIG. 1.8 – *Les fonctions transitoires du modèle de Munson et du modèle proposé.*

Une possibilité assez simple est de prendre F sous la forme :

$$F = 1 - \frac{(\frac{\zeta}{\varepsilon_t^*} - 1)^p}{(k-1)^p} \qquad p > 1, \qquad k > 1 \tag{1.51}$$

Cette fonction décrivant le fluage transitoire est tracée avec celle du modèle de Munson classique sur la figure 1.8. Il y a seulement 2 paramètres p et k. Si, à partir des conditions initiales, ζ_0 et ε_0^* à l'instant t_0, on maintient la contrainte appliquée constante, on a

$$\dot{\zeta} = (F-1)\dot{\varepsilon}^{ss} = -\dot{\varepsilon}^{ss}\frac{(\frac{\zeta}{\varepsilon_0^*} - 1)^p}{(k-1)^p} \tag{1.52}$$

Donc aussi

$$\frac{\frac{\dot{\zeta}}{\varepsilon_0^*}}{(\frac{\zeta}{\varepsilon_0^*} - 1)^p} = -\frac{\frac{\dot{\varepsilon^{ss}}}{\varepsilon_0^*}}{(k-1)^p} \tag{1.53}$$

$$\frac{1}{(\frac{\zeta}{\varepsilon_0^*} - 1)^{p-1}} - \frac{1}{(\frac{\zeta_0}{\varepsilon_0^*} - 1)^{p-1}} = \frac{p-1}{(k-1)^p}\frac{\dot{\varepsilon^{ss}}t}{\varepsilon_0^*} \tag{1.54}$$

et donc

$$\frac{\zeta}{\varepsilon_0^*} - 1 = \left[\frac{p-1}{(k-1)^p}\frac{\dot{\varepsilon}^{ss}t}{\varepsilon_0^*} + \frac{1}{(\frac{\zeta_0}{\varepsilon_0^*} - 1)^{p-1}}\right]^{-\frac{1}{p-1}} \tag{1.55}$$

$$F = 1 - \frac{\left[\frac{p-1}{(k-1)^p}\frac{\dot{\varepsilon}^{ss}t}{\varepsilon_0^*} + \frac{1}{(\frac{\zeta_0}{\varepsilon_0^*} - 1)^{p-1}}\right]^{-\frac{p}{p-1}}}{(k-1)^p} \tag{1.56}$$

cette fonction peut s'annuler si $\frac{\zeta_0}{\varepsilon_0^*} > k$; c'est-à-dire au temps t_c tel que :

$$k - 1 = \left[\frac{p-1}{(k-1)^p}\frac{\dot{\varepsilon}^{ss}t_c}{\varepsilon_0^*} + \frac{1}{(\frac{\zeta_0}{\varepsilon_0^*})^{p-1}}\right]^{-\frac{1}{p-1}} \tag{1.57}$$

Ou encore :

$$\frac{\dot{\varepsilon}^{ss}t_c}{\varepsilon_0^*} = \frac{k-1}{p-1}\left[1 - \frac{(k-1)^{p-1}}{(\frac{\zeta_0}{\varepsilon_0^*} - 1)^{p-1}}\right] \tag{1.58}$$

où t_c est appelé "temps critique pour le fluage inverse", il s'agit du temps au bout duquel la vitesse de déformation s'annule $\dot{\varepsilon} = 0$ avant de changer de signe. A noter que t_c est toujours plus petit que $\hat{t}_c$ donné par $\frac{\dot{\varepsilon_s}\hat{t}_c}{\varepsilon_0^*} = \frac{k-1}{p-1}$. Autrement dit le temps critique tend vers $\hat{t}_c$ quand $\frac{\zeta_0}{\varepsilon_0^*}$ est très grand (déchargement important).

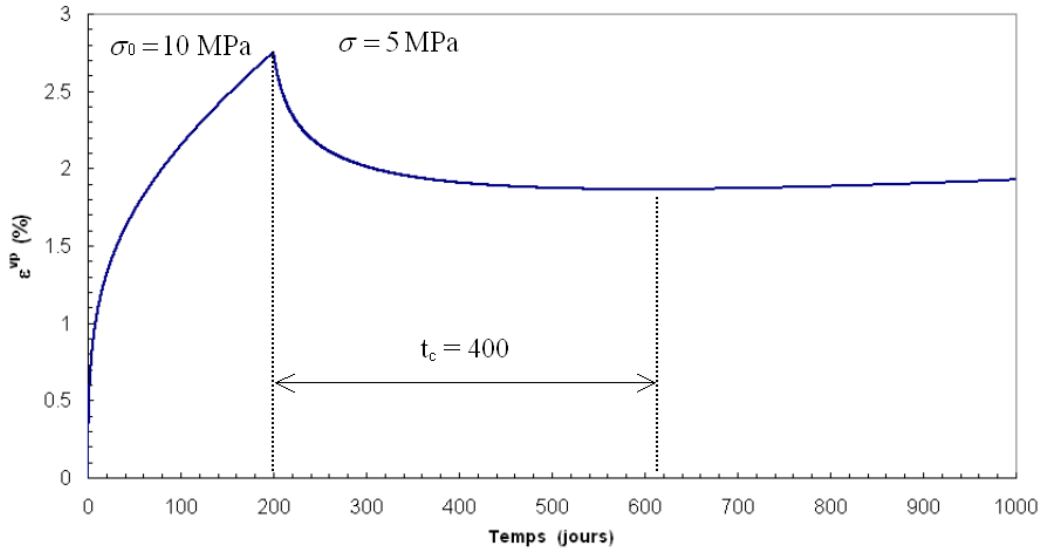


FIG. 1.9 – *Le temps critique dans le cas du déchargement constant.*

Le temps critique est donc à la fois une fonction du matériau et de la valeur atteinte par le paramètre d'état ζ lors de l'étape précédente. Quand la contrainte croît après le déchargement initial, le temps critique peut être complètement différent. Les figures 1.9 et 1.10 montrent l'effet de la variation de la contrainte sur le temps critique. Dans cet exemple $\hat{t}_c = 1,5$ ans (550 jours) ce qui n'est pas très loin de la valeur indiquée sur la figure 1.9 dans le cas de la contrainte constante (400 jours).

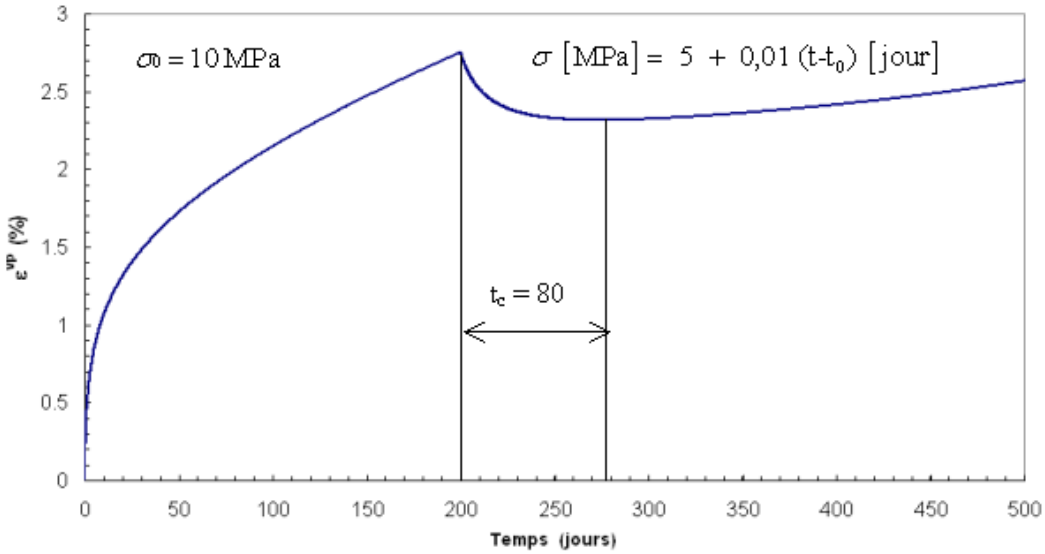


FIG. 1.10 – *Le temps critique dans le cas du déchargement évolutif.*

Lorsque $F = 0$ est atteint pour $t = t_c$, on a

$$\varepsilon_{min} = \varepsilon_0^{ss} + \dot{\varepsilon^{ss}} t_c + \zeta(t_c) = \varepsilon_0^{ss} + \varepsilon^* \left(\frac{k-1}{p-1} (1 - \frac{(k-1)^{p-1}}{(\frac{\zeta_0}{\varepsilon_0^*} - 1)^{p-1}}) + k \right)$$

Dans le cas extrême d'un déchargement complet, toute la partie transitoire de la déformation est réversible au bout d'un temps $\hat{t}_c$ donné par $\hat{t}_c = \frac{k-1}{p-1} \frac{\varepsilon_0^*}{\dot{\varepsilon}^{ss}}$.

Calage du modèle proposé

Les paramètres élastiques et ceux de la partie stationnaire du modèle de Munson (Norton-Hoff) ont été calés par Pouya (1991)[31] pour le sel gemme du site d'Etrez en France. La forme supposée de la loi est $\dot{\varepsilon}^{ss} = A\exp(-\frac{\mathcal{Q}}{RT})\sigma^n$. Les paramètres sont les suivants (Brouard, 1998) :

$$\begin{array}{ccc} & E = 25000 \text{ MPa} & \nu = 0,25 \\ n = 3,1 & \frac{\mathcal{Q}}{R} = 4100 \text{ K} & A = 0,64 \text{ MPa}^{-3,1}.\text{an}^{-1} \end{array}$$

Les autres paramètres sont ceux du fluage transitoire tels que K_0, c et m dans $\varepsilon_t^* = K_0 e^{cT}\sigma^m$. Il y a aussi les coefficients utilisés dans les fonctions transitoires tel que Δ, k et p. Pour détérminer le premier groupe des paramètres transitoires, on utilise les résultats des essais de fluage sur les échantillons du sel d'Etrez (Charpentier et Bérest, 1985[26]). Les valeurs de la déformation transitoire limite (ε_t^*) pour différentes contraintes et températures sont montrées dans le tableau 1.2.

σ [MPa]	T [°C]	ε_t^*
7,5	200	$0,158$
5	200	$0,103$
3,4	200	$1,4.10^{-2}$
11,5	100	$4,2.10^{-2}$
8	100	$5,2.10^{-3}$
7,5	100	4.10^{-3}
5	100	$1,5.10^{-3}$
17,8	20	$3,3.10^{-2}$
17,5	20	$1,4.10^{-2}$
15,3	20	$1,7.10^{-2}$
12,8	20	3.10^{-3}
9	20	$1,6.10^{-3}$
6,5	20	8.10^{-4}

TAB. 1.2 – *Résultat des essais de fluage (Charpentier et Bérest, 1985).*

En utilisant la méthode des moindres carrés, on obtient des valeurs diverses (entre 3 et 4) pour l'exposant m pour des valeurs différentes de la température :

T [°C]	m	$K_0 e^{cT}$
200	3,04	$4,4.10^{-4}$
100	3,96	$1,9.10^{-6}$
20	3,47	$8,9.10^{-7}$

Pour les problèmes de cavités salines, la température à prendre en compte est généralement comprise entre 10 et 100°C, la valeur moyenne $m = 3,5$ semble une bonne estimation. De même

$$K_0 = 1.10^{-11}\ \text{MPa}^{-3,5} \qquad c = 0,035\ /\text{K}$$

Pour ajuster les paramètres des fonctions transitoires du modèle, on utilise le résultat d'un essai de compression uniaxiale sous faible contrainte (Bérest et al., 2004 [25]) illustré sur la figure 1.11. La déformation mesurée et la déformation calculée par le modèle sont montrées sur la figure 1.12. Les paramètres de calage qui ont été pris en compte sont

$$k = 2,62 \qquad p = 10$$

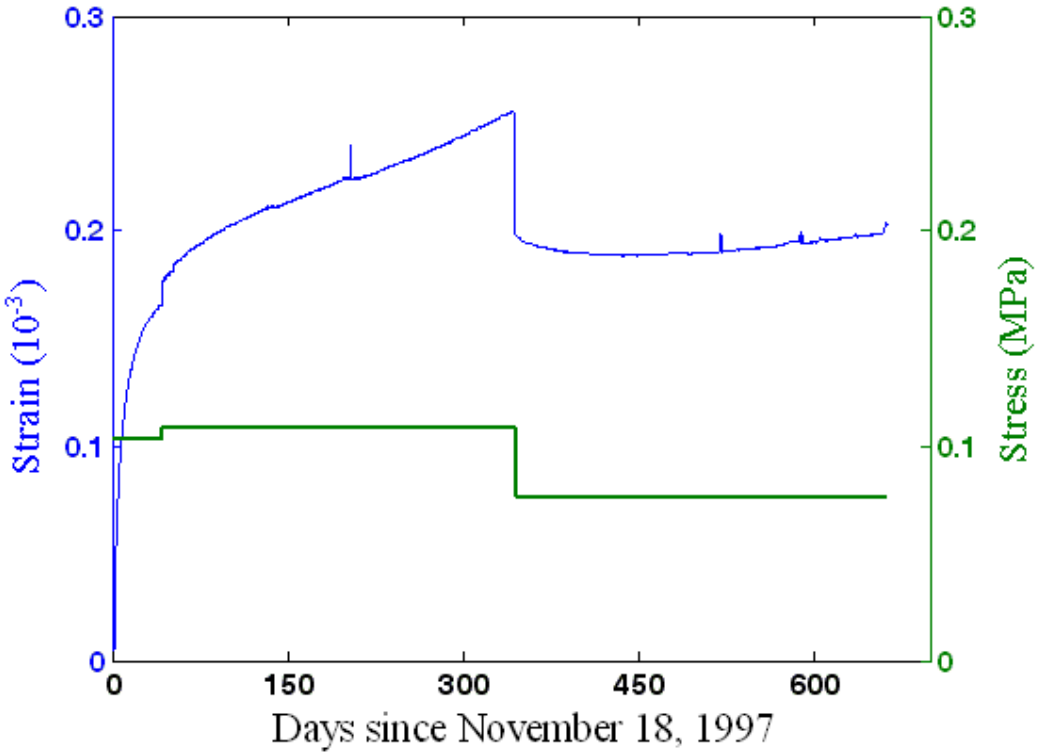


FIG. 1.11 – *Evolution de la déformation sous faibles contraintes au cours d'un essai de compression uniaxiale (Bérest et al., 2004).*

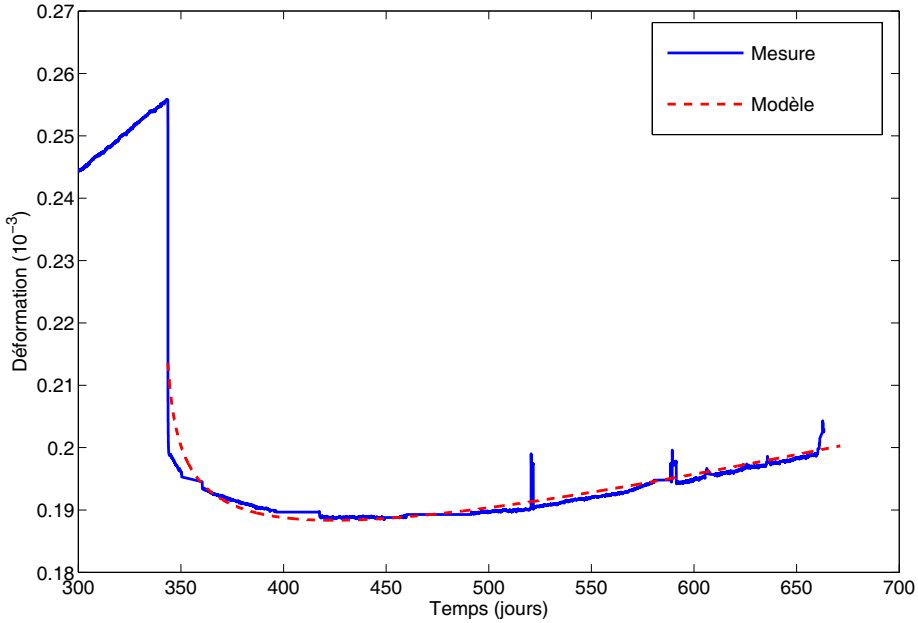


FIG. 1.12 – *Du fluage inverse apparaît à la suite d'un déchargement.*

1.2.5 Etude bibliographique des critères de rupture et d'endommagement du sel gemme

Introduction

Le Groupe Français de Rhéologie (1988) [32] propose comme définition de l'endommagement la diminution progressive de la résistance, La résistance étant l'aptitude à supporter des sollicitations sans déformations excessives.

La mécanique de l'endommagement étudie l'évolution des microfissures jusqu'à la rupture d'un élément de volume représentatif (pour les géomatériaux cristalins, un volume de l'ordre du décimètre cube). La rupture est l'apparition d'une fissure macroscopique de la taille de l'élément de volume.

L'écriture de critère d'un rupture n'est pas aisée et repose essentiellement sur des considérations empiriques. On peut néanmoins le définir pour un élément de volume comme le critère d'amorçage d'une macrofissure (Lemaître et Chaboche, 1985 [33]). On peut utiliser la variable taux de restitution d'énergie élastique Y représentant l'énergie élastique du matériau vierge équivalent :

$$Y = \frac{1}{2}\boldsymbol{\varepsilon}^e : \boldsymbol{L} : \boldsymbol{\varepsilon}^e \tag{1.59}$$

Le critère consiste à postuler que l'amorçage d'une fissure macroscopique correspond à une valeur critique, intrinsèque à chaque matériau, de cette énergie. Celle-ci doit être identifiée à l'énergie de décohésion de la matière (qui peut être évaluée par un essai unidimensionnel de traction). On remarque qu'un critère "énergétique" fait intervenir les déformations et la loi de comportement du matériau, ou les contraintes et les déformations (Extrait de Thorel, 1994 [38]).

S'agissant du sel gemme, dont le comportement viscoplastique est marqué, il est d'usage de distinguer la rupture à court terme (instantanée) de la rupture différée.

Rupture à court terme

La rupture d'un matériau soumis à un chargement déviatorique coïncide avec la contrainte déviatorique maximale supportée avant l'apparition de la phase radoucissante. Pour un matériau en traction, la rupture survient quand la contrainte principale la moins compressive dépasse la résistance à la traction.

L'hypothèse d'un critère de rupture en contrainte (fonction notamment de la contrainte moyenne et du deuxième invariant du déviateur) est généralement adoptée, en particulier pour des ruptures à court terme (Thorel, 1994 [38]). Certains auteurs font cependant intervenir la déformation dans le critère, soit sous forme intrinsèque (Preece et Foley, 1983 [34]), soit par l'intermédiaire du deuxième invariant de la vitesse de déformation (Wallner, 1981 [35] et 1984 [36]). D'après le critère que propose ce dernier, la rupture du sel ne dépend pas que des contraintes en jeu mais aussi de la vitesse de déformation ; ainsi plusieurs chemins de chargement de natures différentes mèneraient au même point de rupture. Sur la base d'essais d'écrouissage et de fluage, Wallner (1981) [35] donne des résultats dans le plan $[\log(\dot{\varepsilon}), \log(\sigma)]$ illustrés sur la figure 1.13. Selon ce critère pour des vitesses de chargement inférieures à 10^{-9} s^{-1}, il n'y aurait plus de rupture. Une telle vitesse de chargement est du même ordre grandeur que la vitesse de fluage stationnaire classiquement observée au laboratoire.

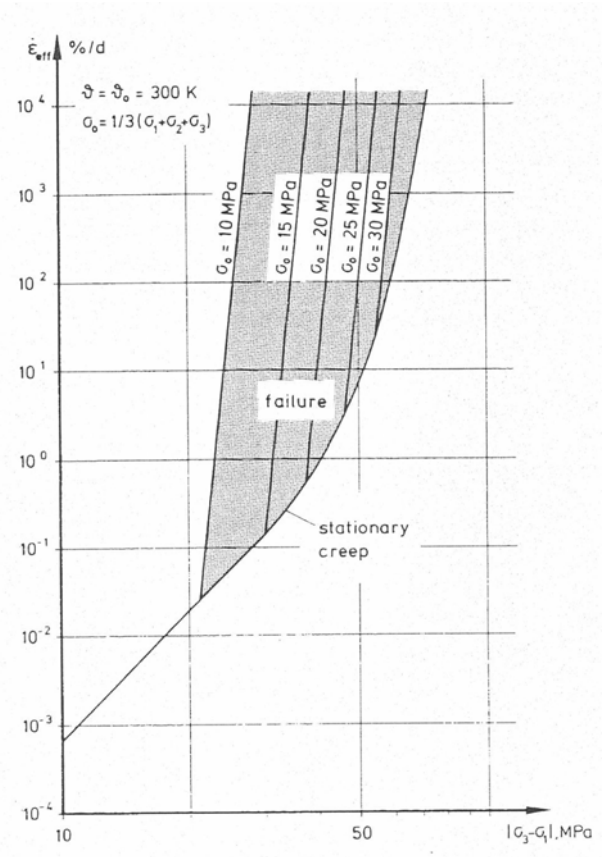


FIG. 1.13 – *Critère de rupture (Wallner, 1981).*

Hunsche (1993) [37] propose une équation conservative de rupture qui inclut, par un produit de trois fonctions, l'effet de la contrainte moyenne σ, de la géométrie des contraintes m, et de la température T (voir figure 1.14). Dans la notation de Hunsche, τ représente la contrainte octaédrique ($\tau = \sqrt{\frac{2J_2}{3}}$).

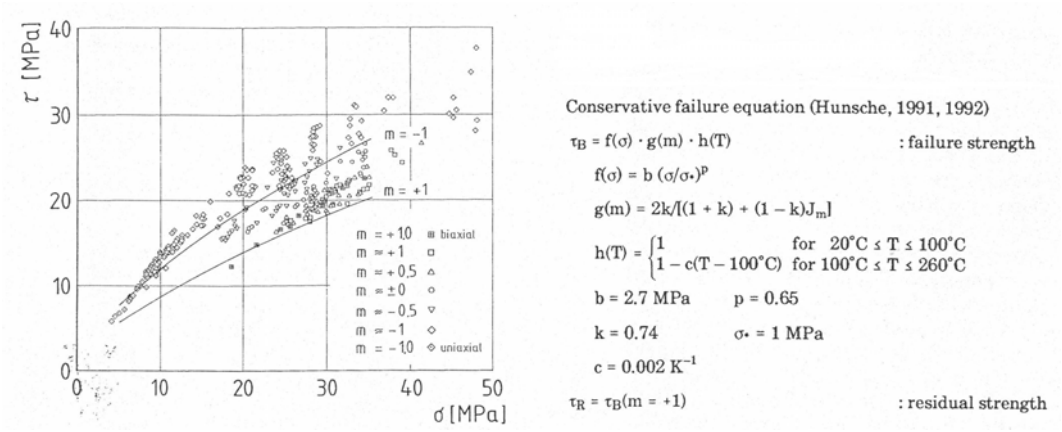


FIG. 1.14 – *Critère de rupture déduit d'essais triaxiaux vrais (Hunsche, 1993). τ_B est la contrainte octaédrique de rupture au pic et m est le paramètre de Lode.*

Dans un plan déviatorique, Hunsche (1993) [37] représente les surfaces de rupture pour différentes pression de confinement sur la base de résultats d'essai triaxiaux vrais qui permettent différents trajets de chargement impliquant des géométries de contrainte variées (voir la figure 1.15).

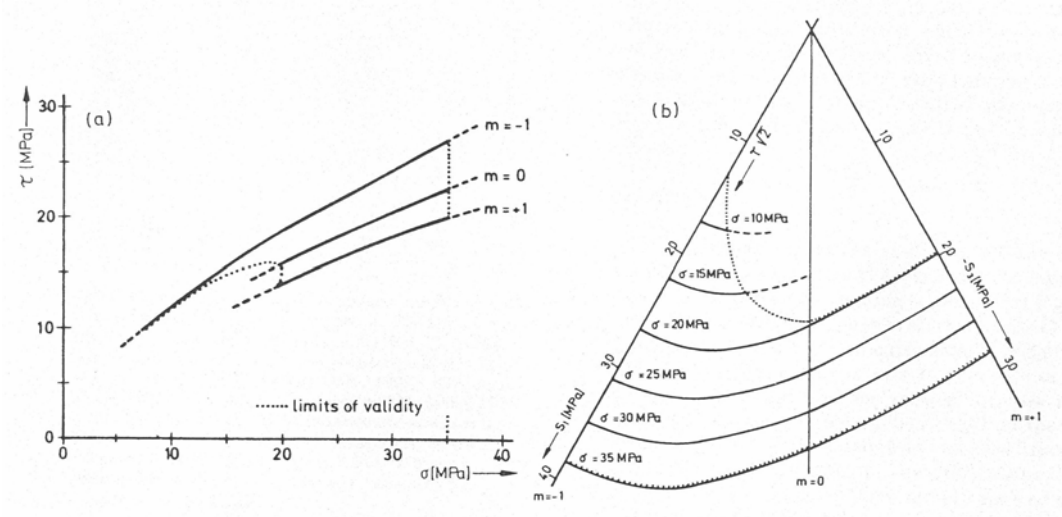


FIG. 1.15 – *Surface de rupture (a) dans le plan (σ,τ), (b) dans le plan déviatorique (Hunsche, 1993).*

D'après Hunsche, la résistance au pic est affectée par la température. Plus la température est élevée, plus faible est la résistance maximale du sel gemme.

Thorel (1994) [38] a proposé une loi de comportement élastoplastique non associée pour le sel sec sain ou endommagé. Les surfaces de rupture et d'initiation de la dilatance irréversible obtenues par des essais triaxiaux dans les conditions sèches sont montrées sur

la figure 1.16. Thorel a conclu que le sel pourrait être endommagé même sous une grande contrainte moyenne. Le sel sec présente un comportement semi-fragile ou ductile alors que la rupture du sel humide est plus fragile même sous une contrainte de confinement élevée. Le critère d'endommagement pour le sel sec s'exprime :

$$\sqrt{3J_2} - \sqrt{\frac{I_1}{3Z(J_m)}} = 0 \tag{1.60}$$

où $Z(J_m) = h(Z_e, Z_c, J_m)$, $Z_e = 0,05$ MPa, $Z_c = 0,03$ MPa et $J_m = \frac{3\sqrt{3}J_3}{2\sqrt{J_2^3}}$ où $J_3 = \frac{1}{3}s_{ij}s_{jk}s_{ki}$. La fonction h est définie comme suit :

$$h(x, y, J_m) = \frac{x-y}{2}\sin(\frac{\pi}{2}J_m) + \frac{x+y}{2}$$

le critère de rupture est le suivant :

$$\sqrt{3J_2} + A(J_m)\frac{I_1}{3} - B(J_m) = 0 \tag{1.61}$$

où $A(J_m) = h(A_e, A_c, J_m)$ et $B(J_m) = h(B_e, B_c, J_m)$. D'ailleurs $A_e = 1,5$, $A_c = 1,35$, $B_e = 3$ MPa et $B_c = 17,7$ MPa.

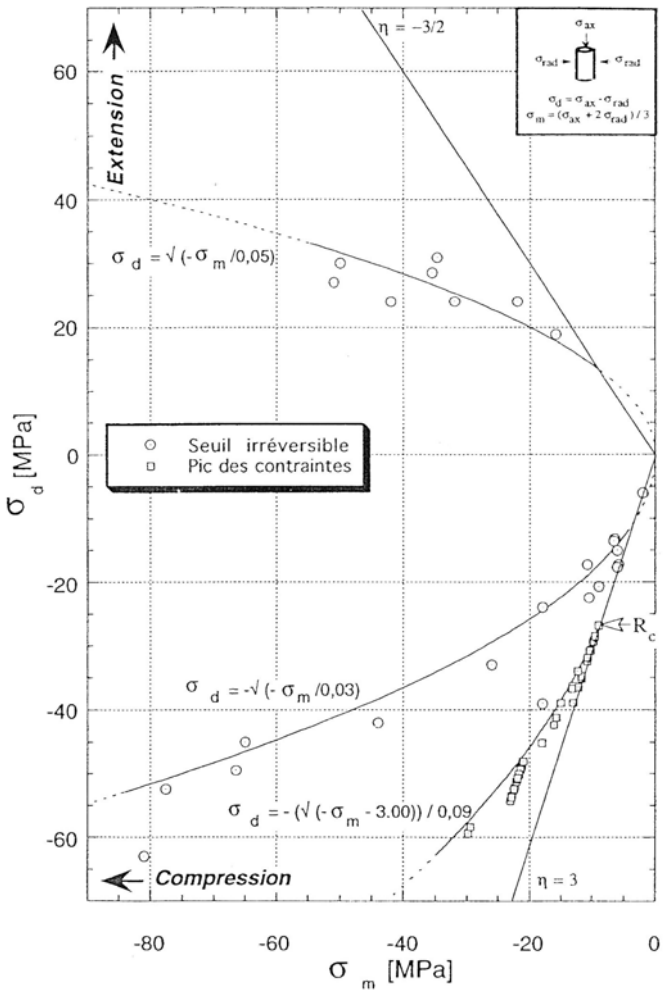


FIG. 1.16 – *La surface de rupture et la surface d'initiation de la dilatance irréversible (Thorel, 1994).*

Ratigan (1991) [39] propose un critère de dilatance basé sur l'évaluation de la vitesse de déformation volumique pour le sel du WIPP. Une vitesse de déformation volumique positive est le signe d'un comportement dilatant. Ce critère s'exprime dans le plan (J_2,I_1) :

$$\sqrt{J_2} - 0,27I_1 = 0 \tag{1.62}$$

Ce critère destiné au calcul de cavernes souterraines de stockage où toutes les contraintes sont des compressions élevées. Le critère est souvent renforcé en appliquant un coefficient $\frac{2}{3}$ (en remplaçant le facteur multiplicatif $0,27$ par $0,18$). Ce critère ne tient pas compte de l'orientation des contrainte principales dans le plan déviatorique (l'angle de Lode). DeVries et al. (2005)[53] ont proposé une nouvelle version qui élimine ce défaut :

$$\sqrt{J_2} = \frac{D_1 \left(\frac{I_1}{\sigma_0}\right)^n + T_0}{\sqrt{3}\cos\psi - D_2 \sin\psi} \qquad \text{et} \qquad 3\psi = \arcsin\left(\frac{-3\sqrt{3}J_2}{2J_3^{\frac{3}{2}}}\right) \tag{1.63}$$

$$n = 0,693 \qquad D_1 = 0,773 \text{ MPa} \qquad D_2 = 0,524 \qquad T_0 = 1,95 \text{ MPa}$$

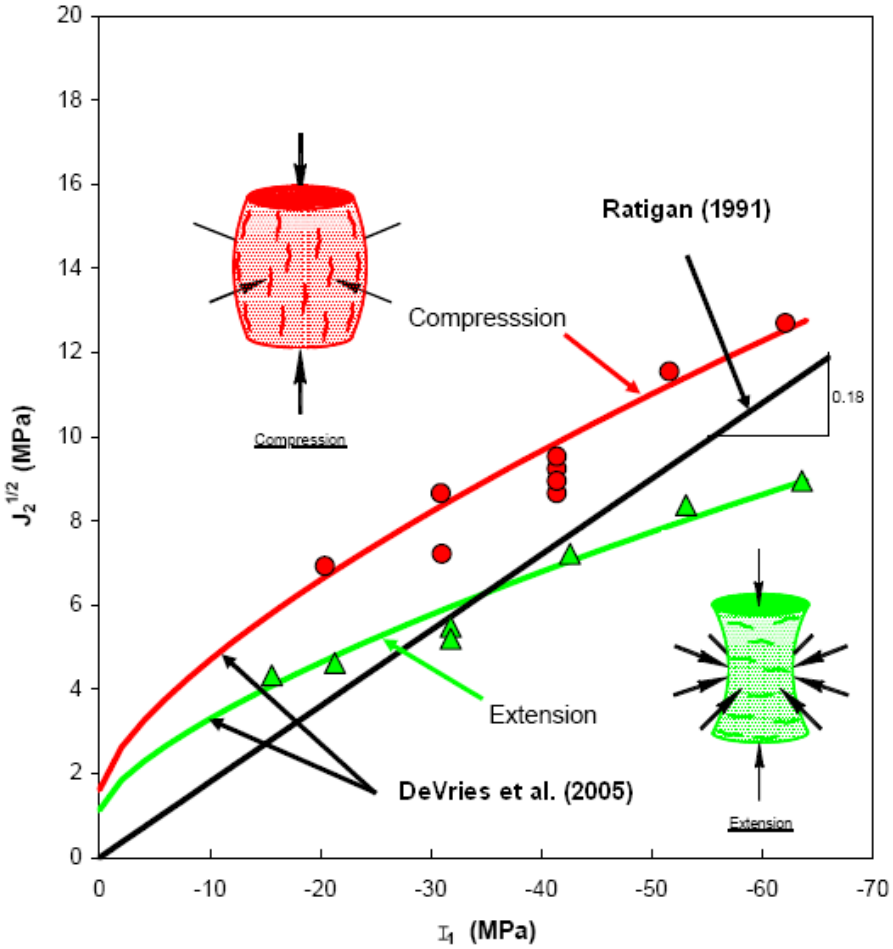


FIG. 1.17 – *Critères de dilatance d'après Ratigan (1991) et DeVries et al (2005).*

Où T_0 est la résistance à la traction simple ; $\sigma_0 = 1$ MPa est la contrainte de référence ; ψ est l'angle de Lode ; J_3 est la troisième invariant du tenseur déviateur des contraintes. Ce critère a la même allure générale que le critère de Mohr-Coulomb, mais il est parabolique

(l'exposant n est plus petit que 1) et il distingue les situations compressives des situations extensives (Voir figure 1.17). DeVries et al. (2005)[53] donnent pour le sel de Cayuta les valeurs présentées à la page précédente.

Rupture par fluage (à long terme)

La rupture par fluage du sel gemme a été étudiée dans quelques rares études spécifiques comme Rokahr et Staudtmeister (1983)[40]. Elle se manifeste après un début de fluage tertiaire (voir la figure 1.18), correspondant à une accélération de la déformation macroscopique.

Pendant un essai de fluage, l'intensité de la contrainte déviatorique qui conduit à la ruine de l'éprouvette peut être notablement plus faible que celle qui produit la rupture à court terme. Ce phénomène est appelé *fatigue statique* (Aubertin et al., 1987 [20]). Le temps devient ici le facteur prépondérant qui contrôlera la rupture du matériau.

Le comportement au fluage en compression présente l'allure de la courbe de la figure 1.18. Pour des éprouvettes de sel gemme soumises à un fluage en extension (ce qui se rapproche davantage des essais réalisés en traction sur des métaux), on observe la phase tertiaire du fluage de façon plus ou moins marquée (Figure 1.19).

La difficulté des essais en extension sur les géomatériaux réside dans l'inhomogénéité de ces deniers. En effet, la présence éventuelle d'impuretés (ou de joints entre les grains) peut induire des ruptures rapides liées aux caractéristiques mécaniques plus faibles de celle-ci.

Rokahr et Staudtmeister (1983) [40], proposent une relation linéaire fonction du déviateur dans le plan $[\log(\frac{\sigma_3}{\sigma_1}), \log(t)]$, qui dépend de la nature du sel gemme (Figure 1.20). Il faut noter que la prédiction de l'instant auquel se produit la rupture d'un échantillon soumis au fluage est d'un intérêt limité pour l'application à une caverne, car autour de celle-ci se produit également une relaxation des contraintes qui n'existe pas dans un essai de fluage au laboratoire.

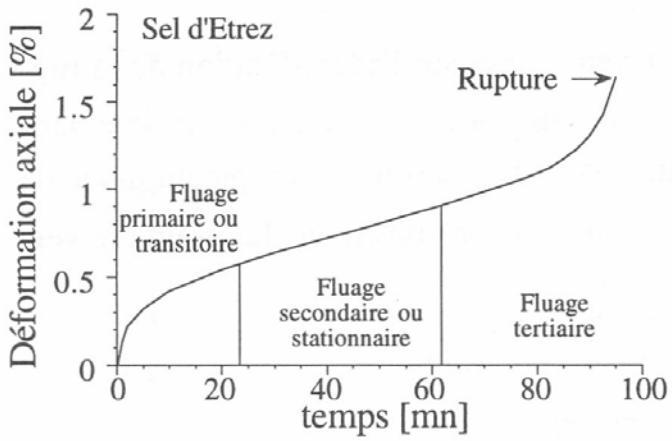


FIG. 1.18 – *Essai de fluage en compression simple (Charpentier, 1983).*

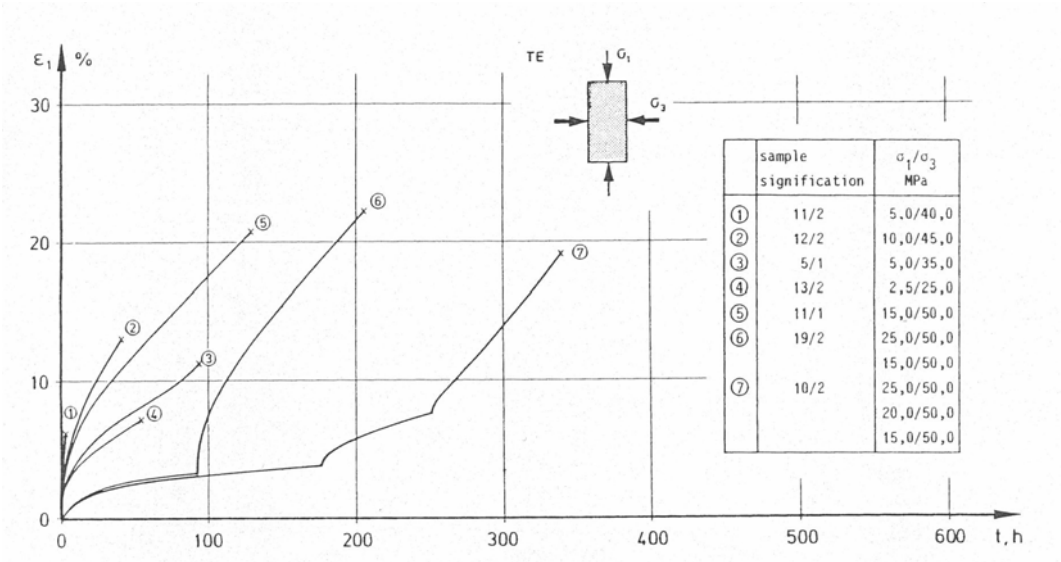


FIG. 1.19 – *Résultats d'essais de fluage en extension sur des éprouvettes du sel provenant de Erslev (Rokahr et Staudtmeister, 1983).*

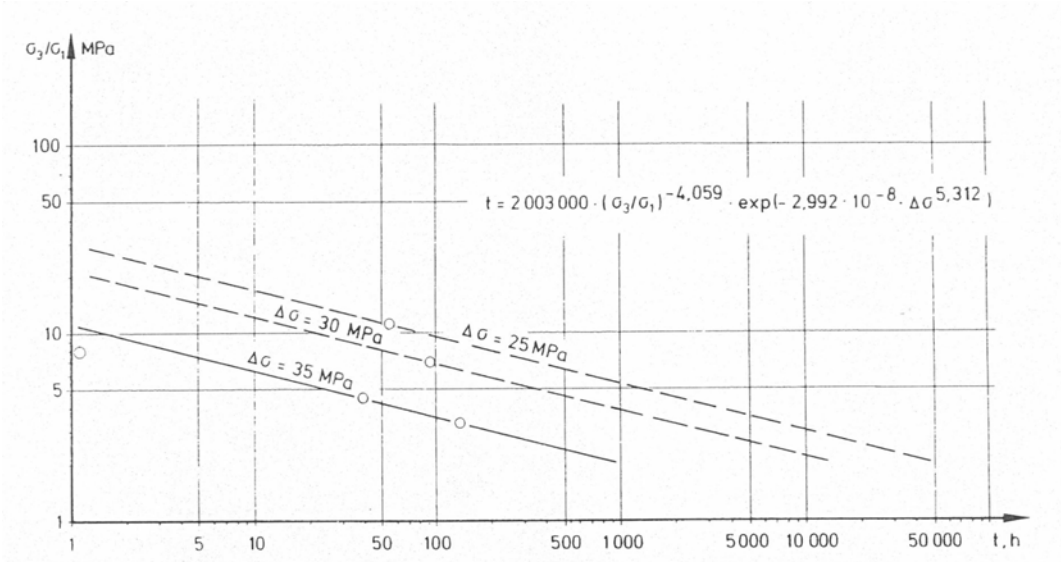


FIG. 1.20 – *Résultats d'essais de rupture par fluage sur des éprouvettes du sel provenant de Erslev (Rokahr et Staudtmeister, 1983).*

Endommagement du sel gemme

Le modèle nommé SUVIC proposé par Aubertin et al. (1991) [41] est présenté dans le paragraphe (1.2.3). Ce modèle est formulé pour de petites déformations pour des régimes d'écoulement soit semi-fragile à faible fissuration, soit ductile, c'est-à-dire sans tenir compte des déformations volumiques qui sont supposées nulles. Une autre version de ce modèle (SUVIC-D) a été développée pour rendre compte du fluage tertiaire (Aubertin et al., 1994 [42]), en s'appuyant sur le concept de la contrainte effective et le paramètre d'endommagement D. Cette variable est scalaire et suit une évolution qui se traduit par l'équation différentielle :

$$\frac{\partial D}{\partial t} = A(1 - \frac{D}{D_c})^{-k}\sigma^r \tag{1.64}$$

où A, k, r et D_c sont des constantes propres au matériau. La constante k se détermine à partir d'essais de fluage avec fluage tertiaire, en faisant l'hypothèse que le paramètre D évolue avec le temps.

Fossum et al. (1993)[43] proposent un modèle d'endommagement de fluage en compression avec une partition sur les déformations, où la déformation irréversible est égale à la somme d'une déformation plastique et d'une déformation d'endommagement, correspondant respectivement aux mécanismes de mouvements de dislocation et aux mécanismes d'endommagement.

Cristescu et Hunsche (1993)[44] ont développé un modèle qui sépare le comportement transitoire du comportement stationnaire dans le cas du fluage (voir paragraphe 1.2.3). Ce modèle utilise comme variable d'écrouissage la dissipation volumique (ou travail volumique irréversible), calculée comme l'intégrale de la puissance volumique irréversible, par rapport au chargement initial. Bien que Hunsche (1993) ait montré une influence de l'orientation des contraintes principales sur la surface de rupture en compression et en extension, Cristescu (1993a [45], 1993b [46]), ne différencie pas dans le modèle la compression de l'extension.
Fossum et al. (1998)[47] ont adopté une nouvelle répartition de la déformation inélastique pour construire un modèle complexe qui tient compte du fluage ainsi que de l'endommagement. D'après Fossum et al. la déformation inélastique est égale à la somme d'une déformation viscoplastique (fluage), d'une déformation d'endommagement au cisaillement, d'une déformation d'endommagement à la traction et d'une déformation de cicatrisation d'endommagement (*healing damage*). Ce modèle (MDCF) est basé sur le modèle de Munson-Dawson en couplant le fluage et la fracturation. Il a résolu les inconvénients du modèle de Munson-Dawson dans lequel l'effet de l'évolution de l'endommagement sur la vitesse de déformation ou l'influence de la contrainte moyenne sur le développement de l'endommagement n'était pas pris en compte.

1.3 Comportement mécanique des cavités salines

1.3.1 Introduction

Le fluage caractéristique du sel gemme évoqué dans les paragraphes précédents illustre l'exigence d'une étude de comportement différé des cavités salines. Une fois une caverne créée par dissolution, la distribution des contraintes dans le massif se modifie, ce qui engendre un déviateur de contrainte assez important au voisinage de la caverne et la caverne perd son volume progressivement.

Dans une caverne profonde fermée, utilisée pour stockage souterrain, la réduction du volume contribue à faire monter la pression du fluide stocké jusqu'à la pression géostatique et favoriser la fracturation. D'ailleurs dans une caverne moins profonde, créée pour la production de la saumure, la perte de volume est accompagnée d'une subsidence importante à la surface.

L'instabilité et l'effondrement d'une caverne lessivée dans le sel pur et homogène ne se produit pas souvent car, le fluage contribue à reproduire un état de contrainte plus isotrope que dans le cas d'un comportement élastique aux alentours de la caverne. L'étude de l'instabilité d'une caverne saline est primordiale quand elle est peu profonde, l'épaisseur de couche du sel est petite (ce qui augmente le risque du développement de l'instabilité à l'extérieur du sel) et/ou la pression dans la cavité descend à des valeurs plus basses que la pression halmostatique. Donc, en dehors de ce contexte, le problème mécanique lié aux cavités est plutôt l'évolution des déformations et des contraintes dans le massif. Pourtant, dans certaines conditions extrêmes de chargement (pression élevée ou très basse dans la caverne) la perméabilité du sel pourrait augmenter significativement en raison de la dilatance, le sel pourrait se rompre en compression et il pourrait se fracturer à la traction.

1.3.2 Comparaison éprouvette/caverne

On peut établir une analogie entre le comportement d'un échantillon sous chargement uniaxial et une cavité dans un milieu infini. Dans ce dernier cas, au lieu de la vitesse de déformation axiale $\dot{\varepsilon}$, on considère plutôt la vitesse de déformation volumique $\frac{\dot{V}}{V}$, et au lieu de la contrainte uniaxiale appliquée sur l'échantillon, on considère la différence $P_\infty - P_i$ entre la pression géostatique naturelle P_∞ à la profondeur moyenne de la cavité et la pression du fluide P_i à l'intérieur de la caverne. Comme représenté sur la Figure 1.21, le comportement mécanique est constitué de trois parties : élastique instantanée, viscoplastique primaire ou transitoire, et viscoplastique secondaire ou stationnaire.

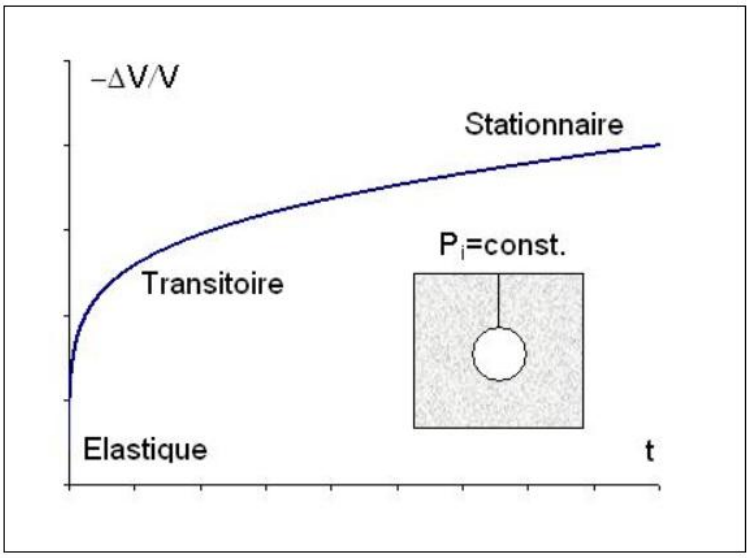


FIG. 1.21 – *Evolution de volume d'une caverne.*

Il faut remarquer certains différences entre le comportement d'une éprouvette et celui d'une caverne : (i) dans une caverne le chargement mécanique est plus sévère quand la pression dans la caverne est basse, (ii) tout changement de pression dans une caverne fermée déclenche plusieurs phénomènes transitoires en plus du fluage, et (iii) dans une caverne le transitoire mécanique peut durer plus longtemps que dans un échantillon de sel, car la distribution des contraintes autour de la caverne se modifie graduellement dans le massif rocheux avant d'atteindre un état stationnaire. Cet effet s'appelle transitoire géométrique, et il ne faut pas le confondre avec l'effet transitoire rhéologique qui vient de la nature de

la loi rhéologique et que l'on observe au cours d'un essai de laboratoire sur une éprouvette.

Dans le chapitre suivant, l'aspect transitoire du comportement sera étudié plus précisément.

1.3.3 Intérêt de l'étude analytique

L'existence de programmes informatiques très puissants facilite largement le calcul des structures souterraines. On en déduirait à tort que les problèmes de mécanique des roches sont virtuellement résolus lorsqu'on dispose :

- d'une description mécanique convenable de l'état naturel du massif,
- d'expériences de laboratoire sur échantillons, convenablement prélevés, permettant de préciser la rhéologie du matériau,
- d'un code de calcul adapté.

L'état naturel du massif est presque toujours mal connu ; les expériences de laboratoire rendent mal compte du comportement à une grande échelle et sur une longue durée. Enfin, les essais sont en général longs et coûteux ; on doit alors se limiter à un petit nombre d'essais.

Par ailleurs, des calculs sur ordinateur risquent de faire travailler en aveugle. C'est la raison pour laquelle un géomécanicien doit savoir mettre en évidence la relation entre les résultats bruts et les concepts physiques au moyen de modélisation simples et peu coûteuses.

Ainsi il est très utile de disposer d'un jeu de solutions simples des problèmes mécaniques élémentaires ; ces solutions permettent au moins de comprendre clairement une partie des phénomènes. Ce n'est qu'après avoir utilisé ces solutions pour dégrossir le problème posé que le recours à l'ordinateur est précieux ; il permet de préciser quantitativement certains phénomènes, ou d'apprécier certains effets pour lesquels les solutions simples n'offrent pas de secours.

Ainsi un tunnel peut-il être, au moins pour certains aspects, modélisé comme une galerie cylindrique de section circulaire ; pour ce dernier problème, on dispose d'un grand nombre de solutions explicites pour des hypothèses variées sur le comportement du massif. De même une cavité de stockage, peut-elle assez souvent être approchée par une forme sphérique qui permet des calculs analytiques. Une forme parfaitement sphérique est en général plus favorable ; elle répartit plus uniformément les contraintes, au voisinage des parois ; dans la réalité les zones qui s'écartent de la forme sphérique, par exemple celle où le rayon de courbure est petit, présenteront des "concentration de contraintes" qui rendront ces zones plus proche de rupture locale. Globalement, la forme sphérique rendra compte de l'ordre de grandeur des phénomènes. Si la géométrie laisse un doute sur le caractère admissible de la simplification, un calcul numérique permettra d'en tester le bien-fondé.[1]

[1]Extrait d'une note de Bérest P. (1985) intitulée *Remarques sur les modèles pour stockage souterrain.*

1.3.4 Cas d'une cavité sphérique

On utilise les coordonnées sphérique (r, θ, φ). La base $(e_r, e_\theta, e_\varphi)$ est orthonormée. Le problème possède la symétrie sphérique :

- la cavité est sphérique, de rayon $r = a$
- à l'infini on admet que l'état de contrainte est sphérique, $\boldsymbol{\sigma}(\infty) = -P_\infty \mathbf{1}$
- dans la caverne : la contrainte normale à la paroi est $\sigma_r(a) = -P_i$.

En fait on s'intéresse à la variation du volume et des contraintes depuis une situation initiale (sans cavité) dans laquelle on a $\boldsymbol{\sigma} = -P_\infty \mathbf{1}$ partout. Donc on résout le problème avec les conditions à la limite suivantes :

$$\begin{aligned} \sigma_r(\infty) &= 0 \\ \sigma_r(a) &= P_\infty - P_i \end{aligned}$$

Toutefois, pour obtenir les vraies contraintes, il faudra ajouter $-P_\infty \mathbf{1}$ à la solution trouvée. Une telle méthode de superposition est correcte en élasticité linéaire et pour les comportements indépendants de la contrainte moyenne (loi plastique de Tresca, loi viscoplastique de Norton-Hoff).

Déformation et contrainte

Le déplacement par symétrie a la forme $\boldsymbol{u} = u(r,t)\boldsymbol{e}_r$ (le temps intervient dans le cas viscoplastique). On s'attend *a priori* à avoir $u < 0$ (la cavité converge). Pour calculer le gradient de u, on utilise $d\boldsymbol{u} = \nabla \boldsymbol{u} \cdot \overrightarrow{dM}$ où $\overrightarrow{OM} = r\boldsymbol{e}_r(\varphi, \theta)$ et $\overrightarrow{dM} = dr\boldsymbol{e}_r + rd\boldsymbol{e}_r$, D'ailleurs $\boldsymbol{u} = u(r)\boldsymbol{e}_r$

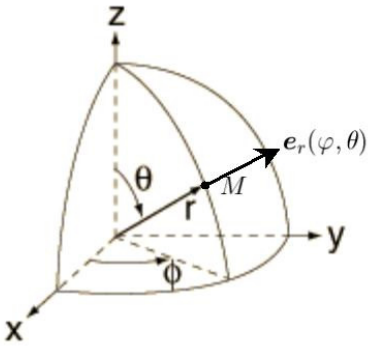


FIG. 1.22 – *Les coordonnées sphériques*

d'où $\nabla \boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} u' & 0 & 0 \\ 0 & \frac{u}{r} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{u}{r} \end{bmatrix}$ et on a $\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\nabla \boldsymbol{u} + (\nabla \boldsymbol{u})^T)$ mais $\nabla \boldsymbol{u}$ est symétrique donc

$\nabla \boldsymbol{u} = \boldsymbol{\varepsilon}$. Dans le cas où $\boldsymbol{u} = u(r,t)\boldsymbol{e}_r$, on a $\boldsymbol{v} = \frac{\partial u}{\partial t}\boldsymbol{e}_r = v\boldsymbol{e}_r$ et donc

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} v' & 0 & 0 \\ 0 & \frac{v}{r} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{v}{r} \end{bmatrix}$$

Si on décompose les déformations on aura

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \varepsilon_r^e + \varepsilon_r^{vp} \tag{1.65}$$

$$\frac{u}{r} = \varepsilon_\theta^e + \varepsilon_\theta^{vp} \tag{1.66}$$

Les contraintes respectent la symétrie sphérique, soit

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_r(r,t) & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\varphi(r,t) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\theta(r,t) \end{bmatrix}, \qquad \sigma_\varphi = \sigma_\theta$$

de plus, l'équation d'équilibre $div\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0}$ se réduit à une seule composante scalaire :

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{2}{r}(\sigma_r - \sigma_\theta) = 0 \tag{1.67}$$

Réponse élastique

On a la relation de comportement suivante

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1+\nu}{E}\boldsymbol{\sigma} - \frac{\nu}{E} tr(\boldsymbol{\sigma})\mathbf{1}$$

et donc le système

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \varepsilon_r^e = \frac{1}{E}(\sigma_r - 2\nu\sigma_\theta) \tag{1.68}$$

$$\frac{u}{r} = \varepsilon_\theta^e = \frac{1}{E}\left[(1-\nu)\sigma_\theta - \nu\sigma_r\right] \tag{1.69}$$

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{2}{r}(\sigma_r - \sigma_\theta) = 0 \tag{1.70}$$

avec $\sigma_r(a) = -P_i + P_\infty$ et $\sigma_r(\infty) = 0$ comme conditions aux limites. On a trois équations pour trois inconnus $(u, \sigma_r, \sigma_\theta)$ ce qui conduit à la solution suivante :

$$\sigma_r = (P_\infty - P_i)\frac{a^3}{r^3} \tag{1.71}$$

$$\sigma_\theta = -\frac{1}{2}(P_\infty - P_i)\frac{a^3}{r^3} \tag{1.72}$$

$$\tag{1.73}$$

On revient aux contraintes réelles en ajoutant la contrainte initiale du massif P_∞ :

$$\hat{\sigma}_r = (P_\infty - P_i)\frac{a^3}{r^3} - P_\infty \quad (1.74)$$

$$\hat{\sigma}_\theta = -\frac{1}{2}(P_\infty - P_i)\frac{a^3}{r^3} - P_\infty \quad (1.75)$$

$$\frac{u}{r} = -\frac{1+\nu}{2E}(P_\infty - P_i) \quad (1.76)$$

et la variation relative de volume de la cavité est $\frac{3u(a)}{a}$ ou bien

$$\frac{\delta V}{V} = -\frac{3(1+\nu)}{2E}(P_\infty - P_i).$$

Réponse Plastique

On utilise le critère de Tresca avec loi d'écoulement associée ($\sigma_1 - \sigma_3 = 2c$). Compte tenu de $\sigma_\varphi = \sigma_\theta$, le critère est vérifié par deux couples de contraintes $\sigma_r - \sigma_\theta = \sigma_r - \sigma_\varphi = 2c$ simultanément.

Quand $P_\infty - P_i$ est assez grand, il apparaît une zone plastique $a \leq r \leq x$, la zone extérieure restant élastique et vérifiant les équations 1.68, 1.70 et 1.69 avec la condition $\sigma_r(\infty) = 0$. Dans la zone plastique, on a $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^p$ et comme le critère est vérifié deux fois, $\sigma_r - \sigma_\theta = \sigma_r - \sigma_\varphi = 2c$ il y a deux multiplicateurs plastiques :

$$\dot{\varepsilon}_r = \frac{\partial v}{\partial r} = \frac{1}{E}(\dot{\sigma}_r - 2\nu\dot{\sigma}_\theta) + \dot{\lambda} + \dot{\mu} \quad (1.77)$$

$$\dot{\varepsilon}_\theta = \frac{v}{r} = \frac{1}{E}\left[(1-\nu)\dot{\sigma}_\theta - \nu\dot{\sigma}_r\right] - \dot{\lambda} \quad (1.78)$$

$$\dot{\varepsilon}_\varphi = \frac{v}{r} = \frac{1}{E}\left[(1-\nu)\dot{\sigma}_\theta - \nu\dot{\sigma}_r\right] - \dot{\mu} \quad (1.79)$$

mais, en comparant les deux dernières lignes, il vient $\dot{\lambda} = \dot{\mu}$. On peut intégrer ces deux équations depuis l'état initial où tout est nul.

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{E}(\sigma_r - 2\nu\sigma_\theta) + 2\lambda \quad (1.80)$$

$$\frac{u}{r} = \frac{1}{E}\left[(1-\nu)\sigma_\theta - \nu\sigma_r\right] - \lambda \quad (1.81)$$

on obtient un système complet avec l'équation d'équilibre et le critère :

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{2}{r}(\sigma_r - \sigma_\theta) = 0 \quad (1.82)$$

$$\sigma_r - \sigma_\theta = 2c \quad (1.83)$$

La condition $\dot{\lambda}(t) \geq 0$ est nécessaire pour que la dissipation plastique soit positive. De plus à la paroi $\sigma_r(a) = -P_i + P_\infty$ et à l'interface $r = x$ d'une part σ_r est continu ; d'autre

part d'après l'équation 1.80 u, σ_r et λ étant continus ($\lambda(x) = 0$), on a aussi σ_θ continu. On en déduit la solution dans la zone plastique :

$$\sigma_r = -P_i - 4c \log \frac{r}{a} \tag{1.84}$$

$$\sigma_\theta = \sigma_r - 2c \tag{1.85}$$

$$\frac{\delta V}{V} = \frac{3u(a)}{a} = \frac{4c}{E}\left[(1-2\nu)Q - \frac{3(1-\nu)}{2}\exp(Q-1)\right] \tag{1.86}$$

où $Q = \frac{3}{4c}(P_\infty - P_i)$ si $Q > 1$ et $\dot{P}_i(t) < 0$, $\forall t$

Réponse viscoplastique dans le cas de la loi de Bingham

Si on utilise le critère de Tresca, on a

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = \dot{\lambda}\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$$

où $\dot{\lambda} = \frac{1}{\eta}\langle \sigma_r - \sigma_\theta - 2c \rangle$, ensuite il vient

$$\frac{\delta V}{V} = \frac{4c}{E}\left[(1-2\nu)Q - \frac{3}{2}(1-\nu)x^3\right]$$

où $\frac{dQ}{d\tau} + Q - 1 = \frac{dx^3}{d\tau} + \ln x^3$ et $\tau = \frac{Et}{2\eta(1-\nu)}$.

Réponse viscoplastique dans le cas de la loi de Norton-Hoff

Dans ce cas $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} = A^* f^n \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$ où $f = \sqrt{3J_2}$ et J_2 est le deuxième invariant du tenseur des contraintes :

$$J_2 = \frac{1}{2}s_{ij}s_{ji} \qquad s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3}tr(\boldsymbol{\sigma})\delta_{ij}$$

on peut écrire

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_r & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\varphi \end{bmatrix} \qquad tr(\boldsymbol{\sigma}) = \sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_\varphi$$

avec la symétrie sphérique on a

$$\boldsymbol{s} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}(2\sigma_r - \sigma_\theta - \sigma_\varphi) & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{6}(2\sigma_r - \sigma_\theta - \sigma_\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{6}(2\sigma_r - \sigma_\theta - \sigma_\varphi) \end{bmatrix}$$

quand on tient compte de $\sigma_\theta = \sigma_\varphi$ il vient $\sqrt{3J_2} = \sigma_r - \sigma_\theta$ (car on peut supposer $\sigma_r > \sigma_\theta$ compte tenue de $P_i < P_\infty$) mais en général $\sqrt{3J_2} = \sigma_r - \frac{\sigma_\theta + \sigma_\varphi}{2}$ et

$$\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\sigma}}\sqrt{3J_2} = \frac{\sigma_r-\sigma_\theta}{\sigma_r-\sigma_\theta}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

donc

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} = A^* \left|\sigma_r - \sigma_\theta\right|^{n-1} (\sigma_r - \sigma_\theta) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

où $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} = A^* \left(\sqrt{3J_2}\right)^{n-1} \frac{3}{2}\boldsymbol{s}$; avec l'hypothèse de décomposition de la déformation $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^{vp}$ et en faisant l'hypothèse $\nu = 0,5$ pour conserver la propriété d'incompressibilité, on aura :

$$\dot{\varepsilon}_r = \frac{\partial v}{\partial r} = \frac{1}{E}(\dot{\sigma}_r - \dot{\sigma}_\theta) + A^*(\sigma_r - \sigma_\theta)^n \tag{1.87}$$

$$\dot{\varepsilon}_\theta = \frac{v}{r} = \frac{1}{2E}(\dot{\sigma}_\theta - \dot{\sigma}_r) - \frac{1}{2}A^*(\sigma_r - \sigma_\theta)^n \tag{1.88}$$

D'ailleurs $\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2u}{r} = 0$ qui nous donne $u = U_i\frac{a^2}{r^2}$ où U_i est la convergence à la paroi. Si on dérive la relation précédente, on obtient :

$$v = \dot{U}_i\frac{a^2}{r^2} \tag{1.89}$$

sachant que $\sigma_r - \sigma_\theta = \pm f$, les relations 1.87 et 1.89 mènent à

$$\dot{U}_i\frac{a^2}{r^3} = \mp\frac{\dot{f}}{2E} \mp \frac{A}{2}f^n \tag{1.90}$$

puisque $\frac{\partial\dot{\sigma}_r}{\partial r} + \frac{2}{r}(\dot{\sigma}_r - \dot{\sigma}_\theta) = 0$, il vient $\dot{U}_i\frac{a^2}{r^4} = \frac{1}{4E}\frac{\partial\dot{\sigma}_r}{\partial r} \mp \frac{A^*}{2r}f^n$
Si on intègre on obtient

$$\frac{\dot{U}_i}{3a} = \frac{1}{4E}\dot{\sigma}_r\Big]_{r=a}^{r=\infty} \mp \frac{A^*}{2}\int_a^\infty \frac{f^n}{r}dr \tag{1.91}$$

en éliminant $\dot{U}_i$ dans 1.90 et 1.91 on obtient l'équation intégro-différentielle de l'évolution transitoire du déviateur autour d'une cavité sphérique :

$$\dot{f} + A^*E\cdot f^n - \frac{3a^3A^*E}{r^3}\int_a^\infty \frac{f^n}{r}dr = 0 \tag{1.92}$$

Nguyen-Minh et Pouya (1992) [48] ont proposé une solution approchée de cette équation qui approche la solution numérique avec précision pour les valeurs de n inférieures à 5. Notant $\zeta = \frac{a^3}{r^3}$ on défini les fonctions $\Psi(\zeta,t)$ et $\Phi(\zeta,t)$ comme suit

$$\Psi(\zeta,t) = \left[1 + (n-1)\zeta^{n-1}t\right]^{\frac{1}{1-n}}$$

$$\Phi(\zeta,t) = \Psi\left(\zeta^{\frac{1}{n}},t\right)$$

Ainsi la solution approchée de la contrainte se traduit par :

$$\begin{aligned} S_n(\zeta,t) &= \Psi(\zeta,t)\zeta + \frac{\zeta^{\frac{1}{n}}}{n}\left(1-\Phi(\zeta,t)\right) \qquad ;\zeta \neq 1 \\ S_n(t) &= \frac{1}{n} + \frac{n-1}{n}(1+(n-1)t)^{\frac{1}{1-n}} \qquad ;\zeta = 1 \end{aligned}$$

Réponse rigide-viscoplastique dans le cas de la loi de Lemaitre

La non-prise en compte de la déformation élastique conduit à une solution analytique simple (Durup, 1989 [49]). La vitesse de déformation radiale inspirée par la loi de Lemaitre-Menzel-Schreiner peut être traduite comme suivante :

$$\dot{\varepsilon}_r = \alpha \left(\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{K}\right)^{\frac{\beta}{\alpha}} (\varepsilon_r)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} \tag{1.93}$$

où α, β et K sont les constantes du modèle. Du fait que la déformation volumique n'intervient pas dans la loi de comportement, on a $\varepsilon_r + 2\varepsilon_\theta = 0$; il vient $\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2u}{r} = 0$ qui nous donne $u = U_i \frac{a^2}{r^2}$ où U_i est la convergence à la paroi. En utilisant $\varepsilon_r = -2U_i \frac{a^2}{r^3}$, l'équation 1.93 se transforme en la suivante :

$$(-\dot{U}_i)(-U_i)^{-\frac{\alpha-1}{a}} = \left(\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{C}\right)^{\frac{\beta}{\alpha}} \left(\frac{a^2}{r^3}\right)^{-\frac{1}{\alpha}} \tag{1.94}$$

où $C = \left(\frac{2}{\alpha^\alpha}\right)^{\frac{1}{\beta}} K$. En combinant l'équation 1.94 et l'équation d'équilibre on obtient

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = -2C(-\dot{U}_i)^{\frac{\alpha}{\beta}}(-U_i)^{-\frac{\alpha-1}{\beta}} \frac{a^{\frac{2}{\beta}}}{r^{\frac{3}{\beta}+1}} \tag{1.95}$$

En intégrant entre le rayon r et l'infini

$$\hat{\sigma}_r = -P_\infty + \frac{2}{3}\beta C(-\dot{U}_i)^{\frac{\alpha}{\beta}}(-U_i)^{-\frac{\alpha-1}{\beta}} \left(\frac{a^2}{r^3}\right)^{\frac{1}{\beta}} \tag{1.96}$$

Donc, à la paroi

$$(-\dot{U}_i)(-U_i)^{-\frac{\alpha-1}{\alpha}} = \left(\frac{3}{2\beta} \cdot \frac{P_\infty - P_i}{C}\right)^{\frac{\beta}{\alpha}} a^{\frac{1}{\alpha}} \tag{1.97}$$

et puis il vient

$$\hat{\sigma}_r = -P_\infty + (P_\infty - P_i)\left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{3}{\beta}} \tag{1.98}$$

$$\hat{\sigma}_\theta = -P_\infty + (\frac{2\beta-3}{2\beta})(P_\infty - P_i)\left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{3}{\beta}} \tag{1.99}$$

Dans le cas où la pression dans la cavité est constante, la solution de l'équation 1.97 est classique

$$U_i = -\frac{a}{\alpha^\alpha}\left(\frac{3}{2\beta} \cdot \frac{P_\infty - P_i}{C}\right)^{\beta} t^\alpha \tag{1.100}$$

Régime permanent du cas Norton-Hoff

A long terme les contraintes du massif atteignent un état stationnaire dans lequel $\dot{\sigma}_r = \dot{\sigma}_\theta = 0$. A l'état stationnaire, quel que soit le coefficient de poisson, on a $\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{2v}{r} = 0$ donc $v = -B(t)\frac{a^3}{r^2}$. Si on a à l'infini $\hat{\sigma}_r = -P_\infty$ et à la paroi $\hat{\sigma}_r = -P_i$ avec $P_\infty > P_i$ on a $\sigma_r - \sigma_\theta > 0$ donc $\frac{v}{r} = -B\frac{a^3}{r^3} = -\frac{1}{2}A^*(\sigma_r - \sigma_\theta)^n$ et ensuite $-\frac{r}{2}\sigma'_r = \left(\frac{2Ba^3}{A^* r^3}\right)^{\frac{1}{n}}$, en intégrant entre $r = a$ et $r = \infty$ il vient

$$\hat{\sigma}_r + P_\infty = \frac{2n}{3}\left(\frac{2Ba^3}{A}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{1}{r^{\frac{3}{n}}} \qquad et \qquad \frac{2B}{A} = \left[\frac{3}{2n}\left(P_\infty - P_i\right)\right]^n$$

d'où

$$\hat{\sigma}_r = (P_\infty - P_i) \cdot \left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{3}{n}} - P_\infty \tag{1.101}$$

$$\hat{\sigma}_\theta = \left(1 - \frac{3}{2n}\right) \cdot (P_\infty - P_i) \cdot \left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{3}{n}} - P_\infty \tag{1.102}$$

$$\frac{\dot{V}}{V} = \frac{3}{2}A^*\left[\frac{3}{2n}(P_\infty - P_i)\right]^n \tag{1.103}$$

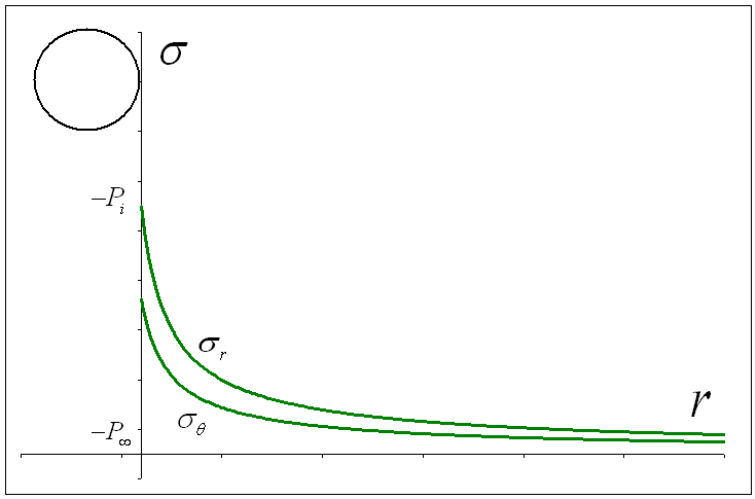


FIG. 1.23 – *La distribution des contraintes radiale et tangentielle à l'état stationnaire.*

Les distributions de la contrainte radiale et tangentielle sont montrées sur la figure 1.23.

Il faut noter que la différence des distributions de la contrainte entre les deux cas élastique ($n = 1$) et le régime permanent de Norton-Hoff est bien remarquable. Dans ce dernier cas le déviateur $\sigma_r - \sigma_\theta = \frac{3}{2n}(P_\infty - P_i)(\frac{a}{r})^{\frac{3}{n}}$ est petit, et à la paroi il est divisé par n par rapport le cas élastique. Par ailleurs, les contraintes sont significativement modifiées sur un rayon beaucoup plus grand que dans le cas élastique. Une autre caractéristique de la réponse viscoplastique est que la redistribution de contrainte depuis l'état élastique instantané vers l'état stationnaire dure très longtemps.

Il est aussi intéressant de calculer l'état de contrainte et la variation de volume suite à un changement rapide de pression dans la mesure où le régime permanent des contrainte

a été établi. La réponse élastique à un accroissement de pression $\Delta P = P_2 - P_1 > 0$ est la suivante :

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_r &= -(P_2 - P_1)\frac{a^3}{r^3} \\ \Delta\sigma_\theta &= \frac{1}{2}(P_2 - P_1)\frac{a^3}{r^3} \end{aligned}$$

de sorte que la distribution de contraintes immédiatement après le changement de pression est

$$\hat{\sigma}_r = -P_\infty + (P_\infty - P_1)\left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{3}{n}} - (P_2 - P_1)\frac{a^3}{r^3} \tag{1.104}$$

$$\hat{\sigma}_\theta = -P_\infty + (1 - \frac{3}{2n})(P_\infty - P_1)\left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{3}{n}} + \frac{1}{2}(P_2 - P_1)\frac{a^3}{r^3} \tag{1.105}$$

Le déviateur $\hat{\sigma}_r - \hat{\sigma}_\theta$ s'écrit donc

$$\hat{\sigma}_r - \hat{\sigma}_\theta = \frac{3}{2}\left[\frac{P_\infty - P_1}{n}\left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{3}{n}} - (P_2 - P_1)\frac{a^3}{r^3}\right] \tag{1.106}$$

Il peut donc être négatif, si $P_2 - P_1$ est assez grand ; en fait $\hat{\sigma}_r - \hat{\sigma}_\theta$ s'annule alors en x tel que $\frac{x}{a} = \left[\frac{P_\infty - P_1}{n(P_2 - P_1)}\right]^{-\frac{n}{3(n-1)}}$ la condition est $n(P_2 - P_1) > (P_\infty - P_1)$; cette condition est très souvent vérifiée pendant un essai d'étanchéité. On note que $\sigma'_r = 0$ quand $\sigma_r - \sigma_\theta = 0$. Quand $\sigma_r - \sigma_\theta$ change de signe, le fluage agit dans le sens inverse et la caverne augmente de volume. C'est une sorte de fluage inverse mais cette fois-ci ce n'est pas rhéologique, c'est plutôt géométrique.

On s'intéresse aussi à étudier la variation de volume quand la pression change rapidement après une longue période de repos. On tire des équations 1.89 et 1.91 :

$$\frac{v(a)}{a} = -\frac{3}{2}A^* \int_a^\infty |\sigma_r - \sigma_\theta|^{n-1}(\sigma_r - \sigma_\theta)\frac{dr}{r} \tag{1.107}$$

dans le cas où $n = 3$:

$$|\sigma_r - \sigma_\theta|^{n-1}(\sigma_r - \sigma_\theta) = (\sigma_r - \sigma_\theta)^3 = \left\{\frac{3}{2}\left[\frac{P_\infty - P_1}{n}\left(\frac{a}{r}\right) - (P_2 - P_1)\frac{a^3}{r^3}\right]\right\}^3$$

$$\frac{v(a)}{a} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 A^* \left\{\frac{-1}{3}\left(\frac{P_\infty - P_1}{3}\right)^3 + \frac{1}{15}(P_2 - P_1)(P_\infty - P_1)^2 - \frac{1}{7}(P_2 - P_1)^2(P_\infty - P_1) + \frac{1}{9}(P_2 - P_1)^3\right\}$$

ou

$$\frac{\dot{V}_c}{V_c} = \frac{9}{2}\left(\frac{3}{2}\right)^3 A^* \left\{\frac{-1}{3}\left(\frac{P_\infty - P_1}{3}\right)^3 + \frac{1}{15}(P_2 - P_1)(P_\infty - P_1)^2 - \frac{1}{7}(P_2 - P_1)^2(P_\infty - P_1) + \frac{1}{9}(P_2 - P_1)^3\right\}$$

si $P_2 = P_1$, $\frac{\dot{V}_c}{V_c} = -\frac{3}{2^4}A^*(P_\infty - P_1)^3$.

1.3.5 Endommagement du sel autour d'une caverne

Introduction

Le fait que la pression dans une caverne est différente de la contrainte géostatique initiale (avant creusement de la caverne) induit une sollicitation dans le massif. Plus la pression de la caverne est basse, plus la sollicitation (les contraintes déviatoriques du massif) est élevée. Sous une sollicitation modérée, avant que le critère d'endommagement ne soit atteint, le comportement du massif sain encaissant la caverne n'entraîne aucune dilatance. Mais sous un chargement plus sévère (une pression basse dans la caverne) le critère de dilatance étant vérifié, des micro-fissures se diffusent préférentiellement dans la direction orthoradiale à la proximité de la caverne. Dans ce cas, avec des contraintes déviatoriques importantes à la paroi, le critère de rupture en extension sera vérifié. Car les deux contraintes principales intermédiaire et maximale (σ_θ) seront largement plus grandes que la contrainte minimale (σ_r).

La rupture à la traction en mode d'extension est un phénomène qui n'arrive pas souvent au voisinage d'une caverne de stockage, sauf quand la pression du fluide dans la caverne est très petite. De plus, une forme irrégulière de la caverne engendre des concentration de contraintes (par exemple quand le toit est plat). Dans ce cas, une rupture locale comme une chute de bloc est vraisemblable.

Une autre mode de rupture est la fracturation hydraulique. Celle-ci a lieu à la paroi d'un ouvrage souterrain (puits ou caverne) quand la pression de fluide est plus grande que la contrainte minimale à la paroi. La fracturation est alors accompagnée d'un accroissement rapide de la perméabilité.

Thorel et al. (1998)[51] ont étudié l'instabilité des cavités cylindrique et sphérique, supposant un état de contrainte élastique dans le massif, comme suit :

Analyse élastique de l'instabilité d'une cavité cylindrique

Admettons que le creusement de la cavité se traduit par une décharge brutale de la contrainte radiale en paroi de la structure $\sigma_r = 0$. Pour une cavité en symétrie cylindrique dans un massif élastique linéaire, les contraintes orthoradiales et verticale à la paroi sont respectivement $\sigma_\theta = -2P_\infty$ et $\sigma_z = -P_\infty$. On peut donc calculer les trois paramètres intervenant dans les différents critères : le premier invariant du tenseur de la contrainte I_1, la contrainte équivalente de Von Mises $\sqrt{3J_2}$ et J_m. I_1 et J_m restent inchangés dans le massif, quelle que soit la distance par rapport à l'axe de la caverne. $J_m = 0$ traduit que les risques d'endommagement ou de rupture sont identiques en extension et en compression. Les domaines d'apparition de l'endommagement et de la rupture en paroi peuvent être déterminés à partir de l'intersection de la droite $\sqrt{3J_2} = \frac{\sqrt{3}}{3} I_1$ avec les critères d'endommagement et de rupture, respectivement obtenus avec la valeur de $J_m = 0$

$$\text{critère d'endommagement :} \qquad \sqrt{3J_2} = \sqrt{\frac{I_1}{0{,}12}}$$
$$\text{critère de rupture :} \qquad \sqrt{3J_2} = 0{,}475 I_1 + 10{,}3$$

On voit que l'endommagement et la rupture apparaissent à la paroi pour des valeurs absolues de la contrainte moyenne supérieures respectivement à 8,33 MPa et 33,65 MPa,

ce qui correspond à des profondeurs respectivement supérieure à 380 et 1530 mètres. Autrement dit, la pression minimum admissible dans une cavité cylindrique pour éviter l'endommagement est $P_{min} = P_\infty - 8,3$ MPa.

Analyse élastique de l'instabilité d'une cavité sphérique

Pour une cavité sphérique, nous avons à la paroi :

$$\sigma_r = 0 \qquad \sigma_\theta = \sigma_\varphi = -\tfrac{3}{2}P_\infty$$

Par ailleurs, nous avons :

$$I_1 = 3P_\infty \qquad \sqrt{3J_2} = \tfrac{3}{2}P_\infty \qquad J_m = +1$$

On se trouve en condition d'extension. Les risques d'endommagement et de rupture peuvent être analysés en prenant les critères correspondant à $J_m = 1$:

$$\begin{aligned} \text{critère d'endommagement :} \qquad & \sqrt{3J_2} = \sqrt{\tfrac{I_1}{0,15}} \\ \text{critère de rupture :} \qquad & \sqrt{3J_2} = 0,5I_1 + 3 \end{aligned}$$

Les domaines d'apparition de l'endommagement et de la rupture s'obtiennent par l'intersection de ces critères avec la droite $\sqrt{3J_2} = \frac{1}{2}I_1$.

Le point d'intersection avec le critère d'endommagement correspond à $P_\infty = 8,9$ MPa, ce qui équivaut à 400 m de profondeur en moyenne. Mais, il n'y a théoriquement aucune intersection avec le critère de rupture en extension, les deux droites étant parallèles et décalées d'une quantité égale à la résistance en traction du sel gemme. ainsi on peut dire que la pression minimum admissible dans une acvité sphérique pour éviter l'endommagement du sel est $P_{min} = P_\infty - 8,9$ MPa.

Thorel (1994)[38] résume que : "*Il faut se garder de conclure à l'absence de tout risque de rupture pour les cavernes de forme sphérique dans le sel. Cette situation tient essentiellement au critère de rupture de type Druger-Prager. Celui-ci dépend d'une part de la contrainte principale extrême (comme celui de Coulomb par exemple). D'autre part, le critère de rupture en extension a été défini en confondant la rupture en extension avec la rupture en traction. De toute façon, il est certain que le risque de rupture pour une cavité sphérique est plus faible que celui d'une cavité cylindrique, le facteur de concentration de la contrainte orthoradiale étant plus élevé pour le cylindre que pour la sphère, la forme de cette dernière lui assurant une meilleure stabilité mécanique.*"

1.3.6 Stabilité d'une cavité de stockage

En général, la stabilité d'une caverne se garantie tant que la contrainte au voisinage de la caverne ne touche pas les seuils suivants :

- Résistance à la traction
- Résistance au cisaillement (très souvent en extension) à court terme
- Résistance au cisaillement à long terme (fluage tertiaire)

Donc, la variation de la pression interne pendant l'exploitation d'une cavité de stockage a un effet déterminant sur la stabilité locale ou globale de la structure. La pression minimale de service dépend de l'état de contrainte géostatique (c'est-à-dire la profondeur moyenne de la caverne). Une pression très basse à court terme peut engendrer des instabilités locales qui change la forme initiale. A long terme cela peut entraîner l'effondrement global de la caverne en violant le troisième critère. Ainsi la durée des opérations en basse pression dans les cavités de gaz doit être limitée.

L'enjeu associé à la pression maximale de service est bien l'accroissement progressif de la perméabilité du sel en touchant le premier critère. La pression maximale dépend non seulement à l'état de contrainte géostatique mais aussi de l'historique de la pression interne. Car l'état de contrainte du massif se modifie dans le temps (Paragraphe 2.6). Tous les paramètres géométriques et opérationnels intervenant dans un calcul d'analyse ou dimensionnement d'une cavité de stockage sont présentés sur la figure 1.24. Heusermann et al. (2003)[52] ont rassemblé les différents critères de stabilité et d'intégrité d'une cavité de gaz dans un schéma illustré sur la figure 1.25.

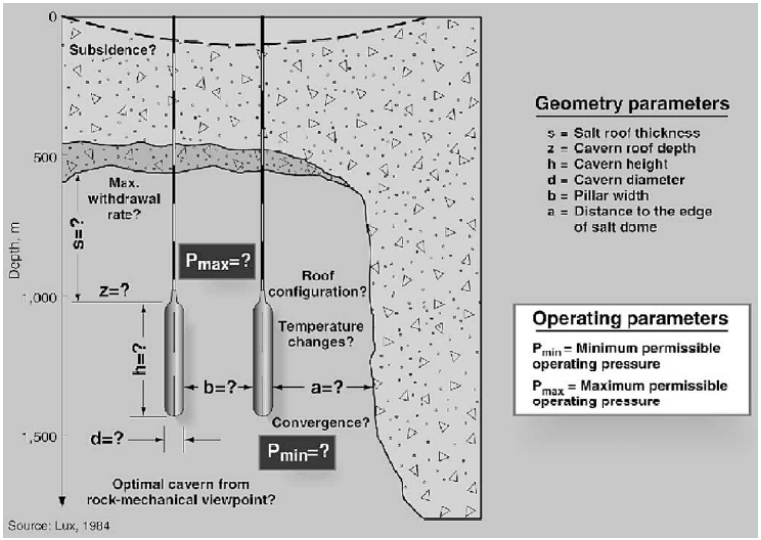


FIG. 1.24 – *Les paramètres géométriques et opérationnels dans l'analyse des cavités de stockage.*

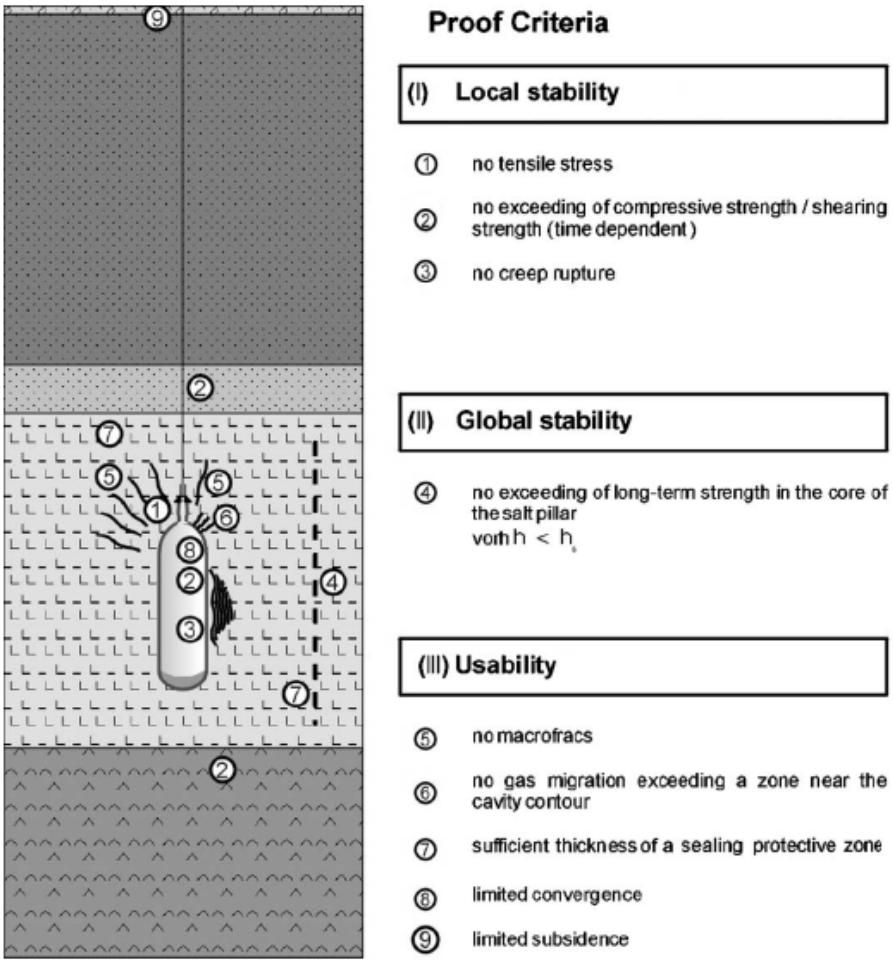


FIG. 1.25 – *Les critères de stabilité d'une cavité du stockage de gaz.*

Bibliographie

[1] Cristescu N.D. et Hunsche U., (1998), *Time Effects in Rock Mechanics*, John Wiley & Sons Ltd, West Sussex, England.

[2] Vogler S., (1992), Kinetik der plastischen verformung von natürlichem steinsalz und ihre quantitative beschreibung mit dem verbundmodell, Dissertation, Universität Erlangen Nürnberg, Ch.1-3.

[3] Bérest P., (1987), Viscoplasticité en mécanique des roches, *Manuel de rhéologie des géomatériaux*, pp.235-257. Presses des Ponts et Chaussées.

[4] Bingham E.C., (1922), *Fluidity and plasticity*, McGrawHill.

[5] Hohenemser K. et Prager W., (1932), Über die ansatze der mechanik isotroper, *Kontinua Zamm* 12.

[6] Lux K.H. et Heusermann S., (1983), Creep Tests on Rock Salt with Changing Load as a Basis for the Verification of Theoritical Material Laws, *Proc. 6th Symp. on Salt*, B.C. Shreiber and H.L. Harner ed., Salt Institute, Vol I, pp.417-435.

[7] Odqvist F.K.G., (1966), *Mathematical theory of creep and creep structure*, Pergamon Press.

[8] Lemaitre J., (1970), Sur la détermination des lois de comportement des matériaux élastoviscoplastiques, Thèse, Edition ONERA N°135, Paris.

[9] Menzel W. et Schreiner W., (1977), Zum geomechanischen verhalten von stein saltzverschiedenen lagerstatten der DDR, *Neue Bergbautechnik*, Vol.7, Teil II, pp.565-571.

[10] Munson D.E. et Dawson P.R., (1984), Salt constitutive modeling using mechanism maps, *Proc. 1st conf. Mech. Beh. of Salt*, Trans Tech Pub., Clausthal-Zellerfeld, pp.717-737.

[11] Munson D.E., (1997), Constitutive model of creep in rock salt applied to underground room closure, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol.34, No.2, pp.233-247.

[12] Fossum A.F., Callahan G.D., VanSambeek L. et Senseny P.E., (1988), How should one-dimensional laboratory equations be cast into three-dimensional form ?, *Proc. 29th US Symp. on Rock Mech.*, pp.35-41.

[13] Linder E.N. et Brady B.H.G., (1981), Memory aspects of salt creep, *Proc. 1st conf. Mech. Beh. of Salt*, Pennsylvania State University, pp.241-273.

[14] Carter N.L., Hansen F.D., (1983), Creep of rock salt, *Tectonophysics*, N.92, pp.275-333, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam.

[15] Langer M., Wallner M. et Wassmann Th.H., (1984), Gebitgsmechanische bearbeitung von stabilitatsfragen bei deponiekavernen im salzgbirge, kaliU, steinsaltz 9,2, s.66-76, Essen

[16] Gangi A.F., Parrish D.K. et Handin J., (1981), Transient and steady-state deformation of synthetic rock salt, *Proc. 1st conf. Mech. Beh. Salt*, Pennsylvania state University.

[17] Langer M., (1981), The rheological behaviour of rock salt, *Proc. 1st mech. Beh. Salt*, Pennsylvania state University.

[18] Tijani S.M., (1988), COSA II, Further benchmark exercises to compare geomechanical computer codes for salt, *WS Atkins Engineering sciences*, The commission of the european communities.

[19] Kauzmann W., (1941), Flow of solids metals from the stand point of the chemical rate theory, *American institut of Mining Engineers*, Transactions 143, pp.57-83.

[20] Aubertin M., Gill D.E. et Ladanyi B., (1987), Le comportement rhéologique du sel : revue bibliographique, *Rapport EPM/RT-87/32* (deux volumes), Ecole Polytechnique de Montréal.

[21] Weertman J. et Weertman J.R., (1975), High temperature creep of rock and mantle viscosity, *Annu. Rec. Earth Planet Sci.*, Vol.3, pp.293-315.

[22] Pouya A., (1991), Comportement rhéologique du sel gemme - Application à l'étude des excavations souterraines, Thèse, ENPC, Paris.

[23] Burke P.M., (1968), High temperature creep of polycrystalline sodium chloride, Ph.D. dissertation, Stanford Univ., Stanford, Calif., 112.

[24] Carter N.L. et Heard H.C., (1970), Temperature and rate dependent deformation of halite, *Am. J. Science*, Vol.269, pp.193-249.

[25] Bérest P., Blum P.A., Charpentier J.P., Gharbi H. et Valès F., (2004), Fluage du sel gemme sous très faibles charges, *Comptes rendus Géosciences*, Vol.336, Issue 15, pp.1337-1344.

[26] Charpentier J.P., Bérest P., (1985), Fluage du sel gemme en température - Moyens d'essai et résultats, *Revue Général de Thermique*, n°284-285.

[27] Cartner N.L. et Kirby S.H. (1978), Transient creep and semi-brittle behaviour of crystalline rocks, *Pure Appl. Geophys.*, 116,pp.807-839.

[28] Cristescu N. et Hunsche U., (1996), A comprehensive constitutive equation for rock salt : determination and application, *Proc. 3rd Conf. Mech. Beh. Salt*, Trans Tech Pub., Clausthal-Zellerfeld, pp.177-191.

[29] Aubertin M., (1996), On the physical origin and modeling of kinematic and isotropic hardening of salt, *Proc. 3rd Conf. Mech. Beh. Salt*, Trans Tech Pub., Clausthal-Zellerfeld, pp.191-205.

[30] Munson D.E., DeVries K.L., Fossum A.F. et Callahan G.D. (1996), Extension of the M-D model for treating stress drop in salt, *Proc. 3rd Conf. Mech. Beh. Salt*, Trans Tech Pub., Clausthal-Zellerfeld, pp.31-44.

[31] Pouya A., (1991), Correlation between mechanical behavior and petrological properties of rock salt. *Proc. 32th US Symp. Rock Mech.*, Norman, pp.385-392.

[32] Groupe français de rhéologie, (1988), *Dictionnaire de rhéologie*, Annales de l'ITBTP, n°468, octobre, série questions générales 178.

[33] Lemaitre J. et Chaboche J.L., (1985), *Mécanique des matériaux solides*, Dunod ed., 532p.

[34] Preece D.S. et Foley J.T., (1983), Finite element analysis of salt caverns employed in the Strategic Petroleum Reserve, *Proc. 6th Int. Symp. on Salt*, Vol.2, pp.49-63.

[35] Wallner M., (1981), Critical examination of conditions for ductile fracture in rock salt, *Proc. of OECD/NEA*, Seatle, USA, Septembre.

[36] Wallner M., (1984), Analysis of thermomechanical problems related to the storage of heat producing radioactive waste in rock salt, *Proc. 1st Conf. on Mech. Beh. of Salt*, Pennsylvania State Univ., Trans Tech Pub., pp.739-763.

[37] Hunsche U., (1993), Failure behaviour of rock salt around underground cavities, *Proc. 7th Symp. on Salt*, Vol.I, pp.59-65, Elsevier.

[38] Thorel L., (1994), Plasticité et endommagement des roches ductiles - Application au sel gemme, *Thèse de doctorat*, ENPC, Paris.

[39] Ratigan J.L., Van Sambeek L., DeVries K.L. et Nieland J.D., (1991), The influence of seal Design on the development of the disturbed rock zone in the WIPP Alcore test, *Report prepared for SNLA*, RSI-0400, Rapid city.

[40] Rokahr R.B. et Staudtmeister K., (1983), Creep rupture criteria for rock salt, *Proc. 6th Int. Symp. on salt*, Vol.1, pp.455-462.

[41] Aubertin M., Gill D.E., Ladanyi B., (1991), Laboratory validation of a unified viscoplastic model for rock salt, *ISRM Congress Aachen*, pp.183-186.

[42] Aubertin M., Gill D.E., Ladanyi B., (1994), Constitutive equations with internal state variable for the inelastic behaviour of soft rocks, Mechanics USA 1994, Kobayashi ed., *Appl. Mech. Rev.*, n°6, part 2, ASME.

[43] Fossum A.F., Brodsky N.S., Chan K.S. et Munson D.E., (1993), Experimental evaluation of a constitutive model for inelastic flow and damage evolution in solids subjected to triaxial compression, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.*, Vol.30, n°7, pp.1341-1344.

[44] Cristescu N. et Hunsche U., (1993), A comprehensive constitutive equation for rock salt : determination and application, *Proc. 3rd Conf. on the Mech. Beh. of Salt*, Palaiseau (France), pp.191-205.

[45] Cristescu N., (1993a), A general constitutive equation for transient and stationary creep of rock salt, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.*, Vol.30, n°2, pp.125-140.

[46] Cristescu N., (1993b), Constitutive equation for rock salt and mining applications, *Proc. 7th Int. Symp. on salt*, Vol.I, pp.105-115.

[47] Fossum A.F., Munson D.E., Chan K.S. et Bodner S.R., (1998), Constitutive basis of the MDCF model for rock salt, *Proc. 4th Conf. on the Mech. Beh. of Salt*, Trans Tech Pub., pp.221-234.

[48] Nguyen-Minh D. et Pouya A. (1992), Une méthode d'études des excavations souterraines en milieu viscoplastique : prise en compte d'un état stationnaire des contraintes, *Revue Français de Géotechnique*, N°59, pp.5-14.

[49] Durup J.G., (1989), Comparaison du comportement mécanique d'une cavité sphérique entre un modèle élastoviscoplastique et un modèle rigide-viscoplastique : Application au stockage de gaz dans des formations de sel, Rock at Great Depth, Balkema, Rotterdam, pp.595-602.

[50] Wawersik W., (1988), Alternatives to a power-law creep model for rock salt at temperatures below 160°C, *Proc. 2nd Conf. Mech. Beh. Salt*, Trans Tech Pub., Clausthal-Zellerfeld, pp.103-128.

[51] Thorel L., Ghoreychi M., Cosenza Ph. et Chanchole S., (1998), Rock salt damage and failure under dry or wet conditions, *Proc. 4th Conf. on the Mech. Beh. of Salt*, Trans Tech Pub., pp.189-202.

[52] Heusermann S., Rolfs O. et Schmidt U., (2003), Nonlinear finite-element analysis of solution mined storage caverns in rock salt using the LUBBY2 constitutive model, *Computers & Structures*, Vol.81, Issues 8-11, May 2003, pp.629-638.

[53] DeVries K.L., Mellegard K.D., Callahan G.D. et Goodman W.M., (2005), Cavern roof stability for natural gas storage in bedded salt, Respec - Rapport d'étude, RSI-1829, Contract DE-FG26-02NT41651.

Chapitre 2

COMPORTEMENT MÉCANIQUE TRANSITOIRE DES CAVITÉS

2.1 Introduction

2.1.1 Transitoire géometrique et rhéologique

Dans le contexte du stockage souterrain, ce sont les déplacements et l'état de contrainte qui caractérisent le comportement des cavités souterraines, avec un intérêt particulier pour la variation de volume $\frac{\dot{V}}{V}$ et l'état de contrainte à la proximité de la paroi de la caverne. Ainsi, le terme de comportement mécanique transitoire des cavités s'adresse à l'évolution de ces paramètres dans le temps. Dans le paragraphe suivant on démontre qu'une caverne qui n'a pas subi de changements de pression interne pendant longtemps, qu'elle soit ouverte ou fermée, atteint un régime permanent dans lequel la vitesse de convergence due au fluage et l'état de contrainte dans le massif sont constants. Contrairement au comportement transitoire qui dépend des paramètres élastiques, le comportement stationnaire ne dépend que des caractéristiques viscoplastique de la roche et la géométrie de la caverne. De même, tout changement de pression dans la cavité (montée ou descente) engendre une phase transitoire dans laquelle la vitesse de convergence et l'état de contrainte du massif évoluent.
Dans ce chapitre on ne parle que du transitoire mécanique en le distinguant d'autres phénomènes transitoires (réchauffement de la saumure, perméation, dissolution additionnelle). En tenant compte de l'origine du transitoire mécanique, on en définit deux types même si dans une caverne réelle ils ne sont pas distinguables. Le transitoire qui vient de l'évolution au cours du temps de l'état de contrainte du massif est dit "transitoire géométrique" parce que naturellement ce transitoire n'existe pas dans un essai laboratoire sur une éprouvette de sel dans laquelle l'état de contrainte est uniforme et l'adjectif "géométrique" tente de nous rappeler que ce transitoire est un phénomène à l'échelle d'une caverne et associé à la géométrie du domaine.
Le transitoire qui est inhérent à la loi rhéologique et se manifeste naturellement dans un essai de laboratoire sur une éprouvette s'appelle "transitoire rhéologique".

2.1.2 Fluage transitoire inverse

Une autre particularité du comportement transitoire du sel est le fluage inverse. Le fluage inverse à l'échelle d'une caverne (l'accroissement de volume) est observé après une montée rapide en pression (par exemple au début d'un essai d'étanchéité). Car toute pressurisation dans la caverne implique une diminution des contraintes déviatoriques dans le massif. L'influence de ce phénomène sur le résultat d'un essai d'étanchéité est discuté dans le chapitre 3.

2.1.3 Comportement transitoire et rupture

Le transitoire mécanique peut avoir des conséquences sur la fracturation et la rupture dans une caverne. En général, la rupture d'une caverne est un phénomène complexe qui dépend de la taille de la cavité, de sa forme, de la distribution des insolubles dans la roche, etc. Souvent dans des grandes cavernes peu profondes créées pour la production de la saumure, le toit ne peut pas supporter la surcharge ; par exemple Buffet (1998)[1] décrit le cas d'une cavité dont la stabilité à long terme ne pouvait pas être assurée et qui a donc été soumise à un effondrement volontaire en mettant une pompe immergé au fond de la caverne pour en faire chuter la pression intérieure. Un autre cas a été cité par Jeanneau (2005) [2]. La rupture d'une caverne est favorisée quand la pression dans la caverne est très petite devant la pression géostatique (une situation vraisemblable dans une cavité de stockage de gaz). Une chute rapide de pression peut aggraver la situation. Dans ce cas, des contraintes de traction peuvent apparaître à la paroi de cavité si la pression est très basse et que le toit est plat ou que la forme de cavité est irrégulière. De plus le critère de dilatance peut être dépassé à la paroi de la caverne (Spiers et al., 1988 [3] ; Ratigan et al., 1991 [4] ; Hunsche, 1993 [5] ; Hatzer et Heyman, 1997 [6]). En revanche, quand une cavité est soumise à une pression plus élevée que la pression géostatique, la pression est plus grande que la contrainte la moins compressive à la paroi et la fracturation peut survenir accompagnée ou précédée par l'accroissement significatif de la perméabilité au voisinage de la caverne (Fokker et al., 1993 [7] ; Rummel et al., 1996 [22] ; Rokahr et al., 2000 [23] ; Bérest et al., 2001 [8]).

2.2 Existence d'un régime permanent

Pouya (1991) [9] a démontré qu'un corps élasto-viscoplastique converge vers un état limite dans lequel la contrainte et la vitesse de déformation viscoplastique restent constantes, si l'écrouissage du matériau dans la loi rhéologique n'est pas négatif.
Considérons un corps élasto-viscoplastique occupant un volume Ω dans l'espace et subissant des petites transformations. La vitesse de déformation se décompose en une partie élastique $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e$ et une partie viscoplastique $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp}$. La partie élastique est supposé être une fonction linéaire de la vitesse de variation de la contrainte $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ par l'intermédiaire d'un tenseur d'ordre 4 noté $\boldsymbol{L}$. La vitesse $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp}$ est supposée dériver d'un potentiel F fonction convexe

de la contrainte et d'un paramètre d'écrouissage ζ.

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} &= \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e &= \boldsymbol{L} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} &= \frac{\partial F(\boldsymbol{\sigma},\zeta)}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \qquad \text{si } F \geq 0 \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} &= 0 \qquad \text{si } F < 0 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Si les efforts extérieurs restent constants, on a $div\dot{\boldsymbol{\sigma}} = 0$ dans le massif et $\dot{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \boldsymbol{n} = \boldsymbol{0}$ à la paroi, ainsi

$$\int_\Omega \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} \; d\Omega = -\int_\Omega div\dot{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \dot{\boldsymbol{u}} \; d\Omega + \int_S \dot{\boldsymbol{u}} \cdot \dot{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \boldsymbol{n} \; ds = 0 \tag{2.2}$$

maintenant on définit l'integrale suivante dans la zone viscoplastique :

$$I = \int_{\Omega'} F(\boldsymbol{\sigma}, \zeta) \; d\Omega' \tag{2.3}$$

Le potentiel viscoplastique F est positif partout et il en sera donc de même pour I. On calcule :

$$\dot{I} = \int_{\Omega'} \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} \; d\Omega' + \int_{\Omega'} \frac{\partial F}{\partial \zeta} \dot{\zeta} \; d\Omega' \tag{2.4}$$

En combinant les équations 2.1, 2.2 et 2.4, on trouve :

$$\dot{I} = -\int_\Omega \dot{\boldsymbol{\sigma}} : \boldsymbol{L} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} \; d\Omega + \int_{\Omega'} \frac{\partial F}{\partial \zeta} \dot{\zeta} \; d\Omega' \tag{2.5}$$

Ainsi si $\frac{\partial F}{\partial \zeta}\dot{\zeta} < 0$ ensuite $\dot{I} < 0$. La convexité de F implique que $\frac{\partial^2 F}{\partial \boldsymbol{\sigma}^2}$ soit positive, ce qui d'après Pouya (1991) [9] montre que $\ddot{I}$ est positive :

$$\ddot{I} = 2\int_{\Omega'} \dot{\boldsymbol{\sigma}} : \frac{\partial^2 F}{\partial \boldsymbol{\sigma}^2} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} \; d\Omega' \; > 0 \tag{2.6}$$

$\dot{I}$ est donc croissant et, puisqu'il est majoré (car négatif), il doit tendre vers une limite. Cette limite ne peut être que zéro puisque I tend vers une valeur finie. Ceci implique $\dot{\boldsymbol{\sigma}} \to \boldsymbol{0}$ et on tend vers un état de contrainte constante et une vitesse $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ constante.

Si la caverne est fermée et qu'elle est pleine de saumure, du point de vue mécanique on a

$$\int_\Omega \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} \; d\Omega = -\dot{P}_i \dot{V} = -\beta_b V \dot{P}_i^2 \tag{2.7}$$

Où P_i représente la pression dans la caverne, β_b est le coefficient de compressibilité de la saumure et V est volume de la caverne. Ainsi l'idée est la même que celle d'une caverne ouverte et on tend vers un régime permanent.

La condition nécessaire d'existence du régime permanent ($\frac{\partial F}{\partial \zeta}\dot{\zeta} \leq 0$) est vérifié pour des lois rhéologique régulières avec un écrouissage nul ou positif. Par exemple, la loi de

Lemaitre-Menzel-Schreiner (L.M.S.) remplit cette condition comme suit :
la fonction d'écoulement est généralement de type Von Mises ($f = \sqrt{3J_2}$). Le paramètre d'écrouissage évolue selon $\dot{\zeta} = \left(\frac{f}{K}\right)^{\frac{\beta}{\alpha}}$. Le potentiel viscoplastique est le suivant :

$$F(\sigma, \zeta) = \frac{\alpha K \zeta^{\alpha-1}}{\frac{\beta}{\alpha}+1} \left(\frac{f}{K}\right)^{\frac{\beta}{\alpha}+1} \tag{2.8}$$

Ainsi

$$\frac{\partial F}{\partial \zeta}\dot{\zeta} = \frac{\alpha(\alpha-1) K \zeta^{\alpha-2}}{\frac{\beta}{\alpha}+1} \left(\frac{f}{K}\right)^{\frac{2\beta}{\alpha}+1}$$

D'où $\alpha \leq 1$ implique $\frac{\partial F}{\partial \zeta}\dot{\zeta} \leq 0$.

2.3 Transitoire géométrique et rhéologique

L'évolution des contraintes dans le massif nécessite une vitesse non nulle de la déformation élastique parce que en général $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e = \boldsymbol{L} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}$. Autrement dit, dans un milieu rigide-viscoplastique, il n'y a pas de transitoire géométrique. Dans un milieu élasto-viscoplastique de type Norton-Hoff (N.H.), l'équation 1.92 montre que la distribution de la contrainte dans le massif reste invariable si la viscosité est linéaire (liquide newtonien) $n = 1$. Dans ce cas, l'état de contrainte demeure identique à l'état purement élastique malgré la convergence de la caverne. Les calculs montrent que le transitoire géométrique est très long par rapport au transitoire rhéologique observé au laboratoire. Sur la figure 2.1, on montre l'évolution de la contrainte orthoradiale dans un massif de type N.H. (donc, sans transitoire rhéologique) suite à la création d'une cavité sphérique maintenue sous la pression halmostatique (pression produite par le poids d'une colonne de saumure saturée, P_h).

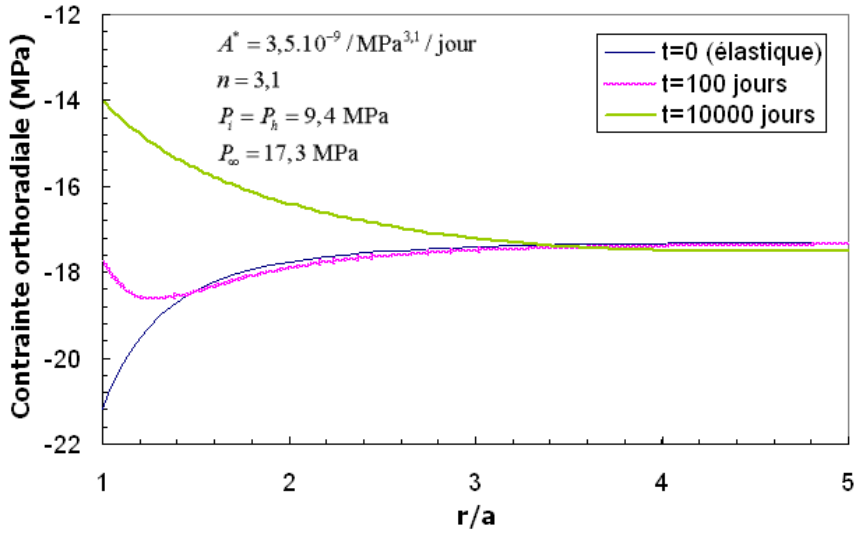


FIG. 2.1 – *Evolution de la contrainte orthoradiale autour d'une cavité sphérique.*

Pouya (1991) [9] a démontré que l'évolution de l'état de contrainte pour un milieu de type Lemaitre-Menzel-Schreiner (L.M.S.) est identique à celui de Norton-Hoff (N.H.). De plus l'évolution de l'état de contrainte s'achève pour un état stationnaire dont l'existence

et l'unicité sont démontrables.

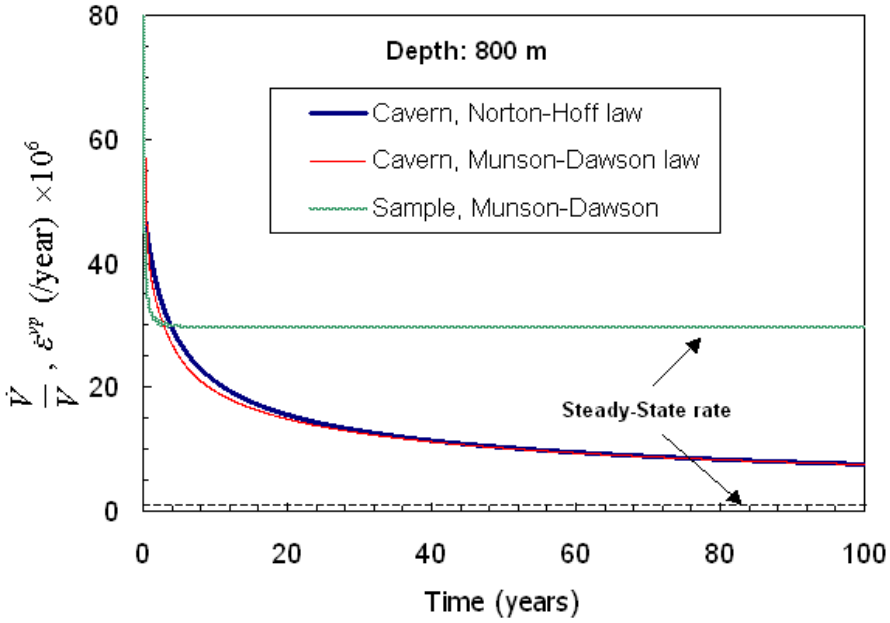


FIG. 2.2 – *Evolution de la vitesse de perte de volume d'une caverne comparée avec celle de déformation axiale d'une éprouvette cylindrique.*

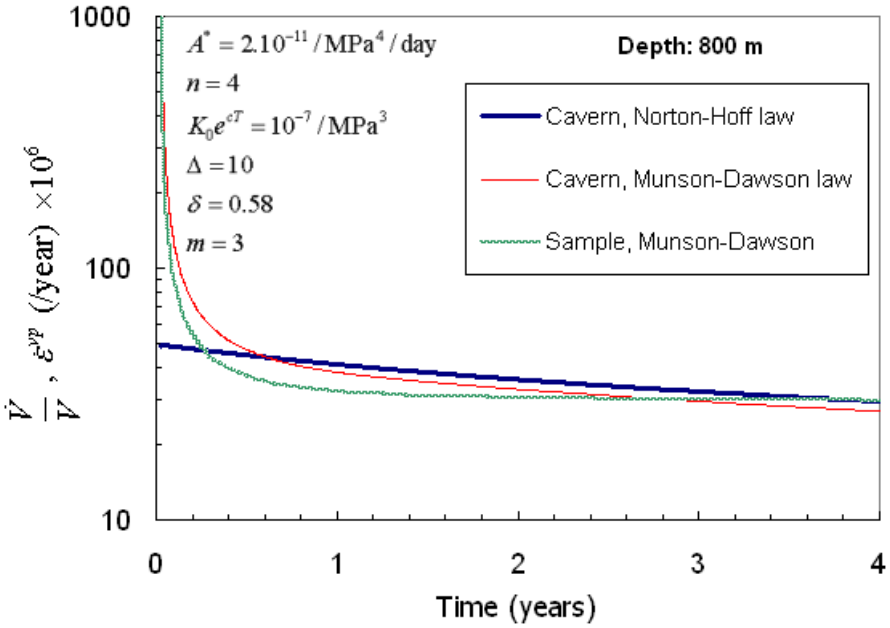


FIG. 2.3 – *Evolution de la vitesse de perte de volume d'une caverne comparée avec celle de déformation axiale d'une éprouvette cylindrique pendant les premières années.*

Dans une caverne, les deux transitoire se combinent. Ceci est illustré sur la figure 2.2. Le calcul commence par le lessivage d'une caverne sphérique placée à la profondeur de 800 m. Pendant la phase de lessivage la pression est descendue linéairement de la pression géostatique à la pression halmostatique. Ensuite, la pression dans la caverne est maintenue constante à l'état halmostatique (une situation qui est souvent rencontré lors de

l'exploitation d'une cavité de stockage d'hydrocarbures liquides ou bien d'une cavité de production de saumure).

L'écart de pression dans la caverne $P_\infty - P_i = 8$ MPa est égale à la contrainte appliquée sur l'éprouvette $\sigma = 8$ MPa. Deux modèles de comportement sont considérés : (a) loi de N.H. (où on ne prend en compte que le transitoire géométrique) (b) version modifiée de la loi de Munson-Dawson (M.D.), B.B.K., (où les deux transitoires sont pris en compte). La vitesse de fermeture de la caverne est tracée en fonction du temps (Figure 2.2). La figure 2.3 est un zoom sur les quatres premières années. Les paramètres des modèles sont précisés sur ce dessin. Même quand il n'y a pas de transitoire rhéologique, on observe une phase transitoire de quelque siècles avant atteindre le régime permanent. En effet, plus l'exposant n du modèle N.H. est grand, plus la durée du transitoire est longue.

Les figures 2.4 et 2.5 présentent la convergence dans le cas du modèle de L.M.S. avec et sans le transitoire géométrique par rapport au cas du modèle de N.H. Le modèle rigide-viscoplastique de L.M.S. ne tient pas compte du transitoire géométrique et donc sur-estime la convergence de la caverne. Le modèle élasto-viscoplastique de L.M.S., malgré la prise en compte du transitoire géométrique à long terme, sous-estime significativement la convergence. Ceci est dû au fait qu'il n'y a pas d'état stationnaire dans ce modèle.
La prise en compte du transitoire rhéologique (loi de M.D. ou L.M.S.) accélère légèrement la convergence de la caverne surtout dans les premiers années après la création ; dans tous les cas, le transitoire géométrique est l'effet le plus significatif. Donc souvent la vitesse stationnaire de convergence d'une caverne sous-estime la vitesse réelle.

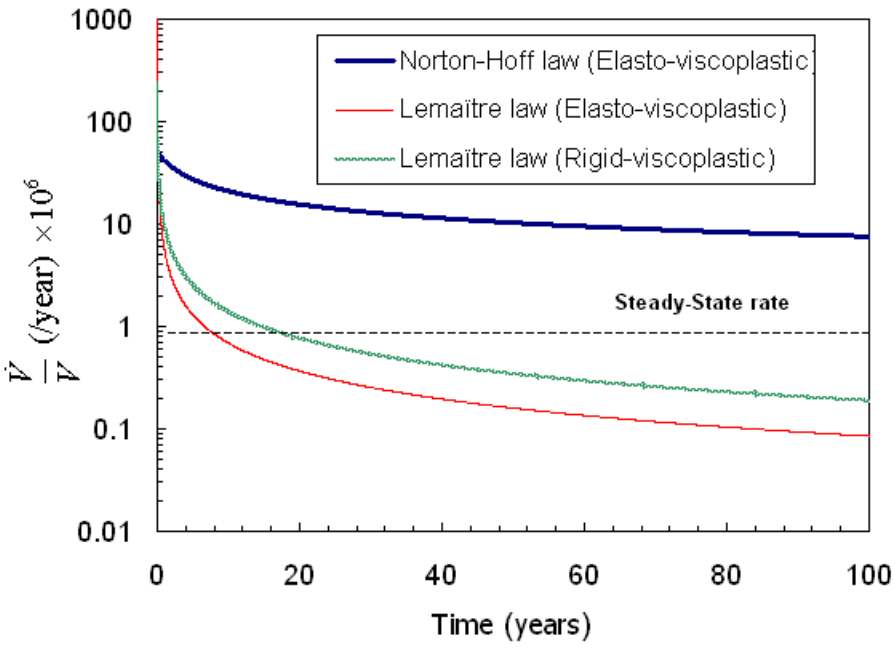


FIG. 2.4 – *Variation de la vitesse de convergence dans le temps.*

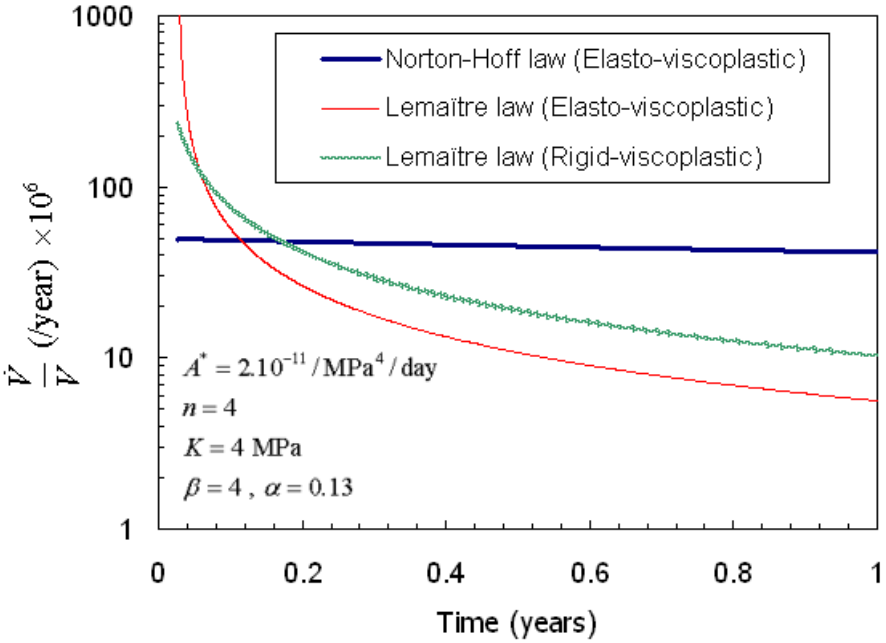


FIG. 2.5 – *Variation de la vitesse de convergence pendant la première année.*

2.4 Expansion différée d'une caverne (fluage inverse)

2.4.1 Les preuves au laboratoire

Plusieurs auteurs ont remarqué le fluage inverse dans les essais de laboratoire (Hunsche ; 1988 [11], Munson et Dawson 1982 [12], Munson et al. 1996 [13], Bérest et al. 2004 [14]). Hunsche (1988) a conduit quelques essais de fluage de haute précision avec déchargement partiel. Hunsche a observé qu'un déchargement significatif (jusqu'à 90% de la charge initiale) engendre une vitesse de déformation axiale négative (extension) tandis qu'un déchargement léger (jusqu'à 10%) est suivi immédiatement par une vitesse de déformation axiale positive (contraction). Il a mis en évidence ce phénomène sur un dessin schématique (Figure 2.6) en précisant que c'est le même phénomène que celui observé dans les alliages d'aluminium. Il a ajouté que ce phénomène peut provenir du réarrangement complexe des dislocations.

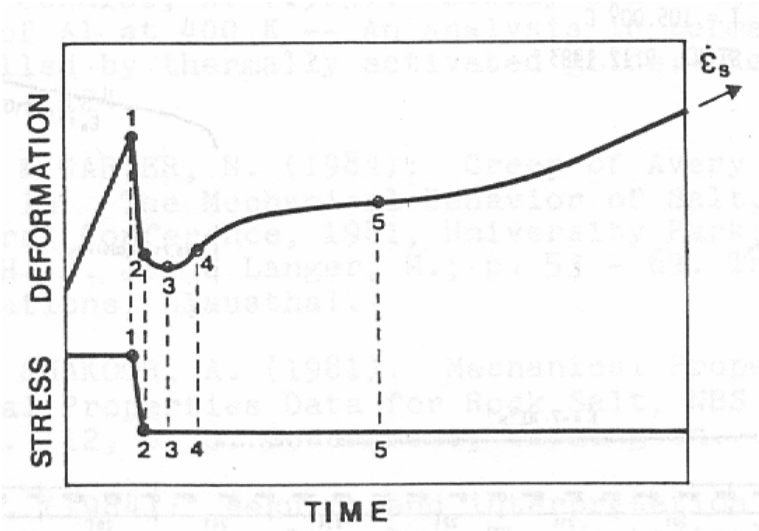


FIG. 2.6 – *Courbe schématique de déformation en fonction du temps dans un essai de fluage sous déchargement important (Hunsche, 1988).*

2.4.2 Les preuves in situ

Y a-t-il un fluage inverse à l'échelle d'une caverne ? On cite dans la suite quelques essais in situ qui peuvent répondre à cette question. Deux essais d'expulsion d'hydrocarbures et un essai cyclique d'injection de gaz mettent en évidence qu'à la suite d'une mise en pression, le volume de la cavité s'accroît pendant une petite période et ensuite diminue. La difficulté qui existe dans l'interprétation des essais in situ est le fait qu'il peut y avoir d'autres phénomènes transitoires, suite à tout changement de pression qui contribue à la variation de la pression dans une cavité fermée ou bien au débit expulsé d'une cavité ouverte. Ces phénomènes, qui jouent un rôle important notamment dans l'interprétation des essais d'étanchéité, sont discutés plus en détail dans le Chapitre 3. D'après le principe de Le Chatelier, les phénomènes induits par l'essai tentent de restaurer la pression préexistante. Autrement dit, suite à la mise en pression dans une cavité fermée, ces phénomènes contribuent à faire chuter la nouvelle pression. Les phénomènes autres que mécanique sont les suivants :

Dissolution complémentaire : tout changement de la pression de la caverne implique le changement de la concentration de saturation de la saumure ; ce qui va déclencher une dissolution ou une cristallisation complémentaire. Ce phénomène est accompagné de la variation du volume de la caverne et de la saumure. Suite à une pressurisation de p, le volume de la caverne augmente lentement, en suivant la cinétique de la dissolution, et par conséquent la pression diminue jusqu'à l'équilibre chimique entre le sel en paroi et la saumure dans la caverne (d'environ $0,043p$). La durée de la phase de dissolution est de l'ordre de quelques jours.

Perméation transitoire : la perméation de la saumure à travers les parois de la cavité saline est prise en compte en faisant des hypothèses difficiles à valider sur la perméabilité, la porosité, l'enmagasinement et le coefficient de Biot du sel. Pourtant, l'importance du phénomène notamment dans les petites cavités et dans les formations plus perméables ($K = 10^{-19}$ m^2) nous amènent à faire des modèles même grossiers du phénomène.

Compression adiabatique : une montée rapide en pression augmente la température du fluide dans la cavité. Quand la cavité est pleine de saumure, l'accroissement de la température est $\Delta T(°C) = 0,029p$ (MPa). A la suite de ce réchauffement rapide, la saumure se refroidit dans une phase transitoire. Le refroidissement de la saumure dans une cavité fermée implique la diminution de la pression.

Essai d'Hugout

Hugout (1988) [15] a décrit un essai dit "fioul" réalisé sur une cavité (EZ53) de 7500 m^3 à 950 m de profondeur. La cavité était ouverte en tête de puits et il s'agissait de mesurer le débit de liquide naturellement expulsé. A cette profondeur la température géothermique est $T_R = 45°$C. A la fin du lessivage la température moyenne de la saumure, estimée par les mesures ultérieures, était $T_i^0 = 26,5°$C. Après le lessivage, la saumure dans la caverne se réchauffe progressivement. Typiquement la température mesurée 94 jours après la fin du lessivage était $35,22°$C. Le réchauffement résulte en une dilatation et une expulsion de la saumure en tête de puits.

Il a d'abord été réalisé un essai à pression halmostatique (le tube central plein de saumure est ouvert, donc soumis à la pression atmosphérique en tête) en l'occurrence 11,4 MPa. L'annulaire quant à lui était rempli de fioul, d'où une pression en tête de ce coté de 3,4 MPa. Le débit expulsé du tube central a ainsi été mesuré pendant 93 jours puis le niveau de saumure dans le tube a été descendu de 283 mètres de façon à ramener à zéro la pression du fioul du coté de l'annulaire. Ainsi, comme illustré sur la figure 2.7, la pression d'essai dans la caverne était désormais déterminée par le poids de la colonne de fioul, soit 8 MPa (Extrait de Brouard, 1998 [16]).

Brouard (1998) a remarqué que "*une telle opération est intéressante car pour descendre l'interface à une telle profondeur, ce n'est pas seulement la hauteur (283 m) multipliée par la section (2,5.10^{-2} m^2) c'est-à-dire 7 m^3 qu'il faut soutirer, mais en raison de la compressibilité de la caverne, il faut soutirer en plus la compressibilité apparente* $\beta V(\approx 4.10^{-10} Pa^{-1} \times 8000\ m^3)$ *fois la variation de pression dans la caverne (11,4-8=3,4 MPa), c'est-à-dire 10 m^3 de plus*".

L'essai à pression réduite a duré 160 jours (du jour 94 au jour 254) pendant lesquels on a mesuré le débit de fioul expulsé de l'annulaire. Pendant les 12 premiers jours le débit de fioul expulsé est très élevé. Ceci démontre l'importance des effets transitoires dans la caverne. Après cette période initiale, le débit se stabilise à une valeur moins élevée mais plus grande que le débit d'expulsion avant l'essai, ce qui est un signe d'un fluage plus rapide à basse pression dans la caverne.

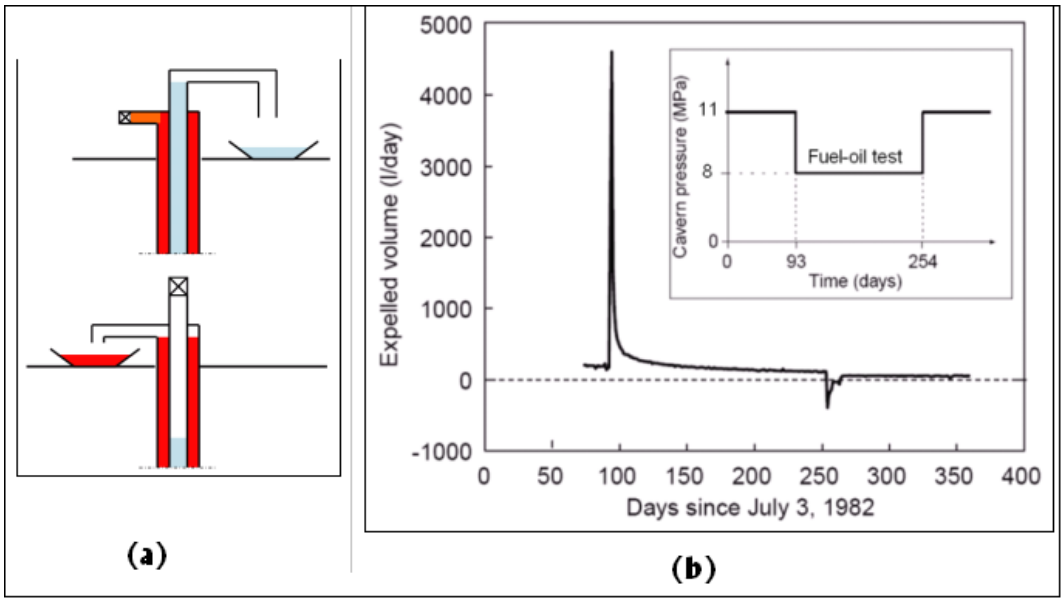


FIG. 2.7 – *(a) Principe de l'essai fioul sur la caverne Ez53 (b) Résultat des essais (volume journalier de saumure expulsé).*

Au début de la deuxième phase de l'essai, au jour 253, le tube central a été à nouveau rempli de saumure jusqu'en tête de puits de manière à ramener la pression dans la cavité à la pression halmostatique alors que la tête de l'espace annulaire était fermée ; puis on a suivi à nouveau le débit de saumure naturellement expulsé ou injecté pour maintenir la pression constante pendant encore 109 jours. Au début, à cause du fluage transitoire et de la dissolution complémentaire, le débit journalier d'injection est grand. Il diminue graduellement pendant que les effets transitoires disparaissent. Au bout de 10 jours après la mise en pression (jour 263) la saumure commence à être expulsée en tête. Après le jour 265, un débit constant aux alentours de 52 *litres/jour* a été observé. La différence entre 100 *litres/jour* observé avant l'essai (jour 94) et 52 *litres/jour* observé quelque semaines après l'essai (jour 270) provient du fait que l'expansion thermique de la saumure devient de moins en moins importante. Le volume total de saumure injecté pendant la période du jour 253 au jour 264 est le suivant (Hugout (1988)[15]) :

$$\Delta V^{inj} = 393 + 222 + 171 + 138 + 32 + 32 + 33 + 33 + 33 + 68 - 31 + 48 = 1077\ l$$

Pendant cette période, sans intervention des effets engendrés par l'essai, le volume de saumure expulsé aurait été $52 \times 12 = 624\ l$, alors qu'on a injecté $1077\ l$. Donc l'accroissement de volume de la caverne dû aux effets transitoires engendrés par l'essai est $V_c^f - V_c^0 = 1077 + 624 = 1700\ l$. Une partie de l'accroissement de volume est dû à la dissolution complémentaire. Le volume de la saumure injectée qui équilibre l'effet de la dissolution pendant toute la période de 12 jours après la pressurisation est

$\Delta V^{diss} = (a_s - \varpi - \beta_b)V_c^0 p_i^1 = 444\ l$ (voir le paragraphe 4.3). Autrement dit, le fluage transitoire est responsable d'un accroissement de volume de $\Delta V^{vp} = 1700 - 444 = 1350\ l$ car les autres effets transitoires sont négligeables. A partir du jour 264, le volume décroît progressivement.

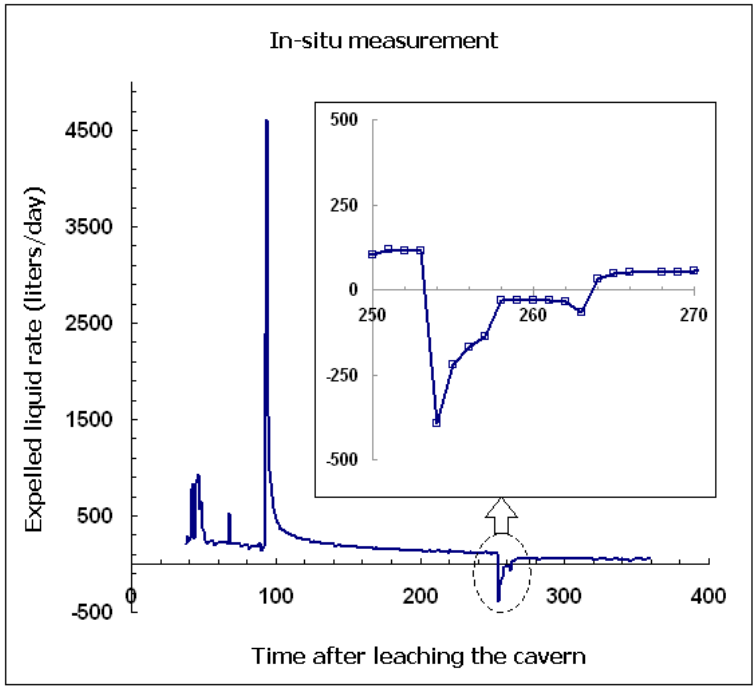


FIG. 2.8 – *Débit de saumure expulsé mesuré*

On a effectué des calculs numériques pour analyser les effets transitoires pendant l'essai d'Hugout. La phase de lessivage a été simulée par une descente linéaire de la pression dans la caverne de l'état géostatique à l'état halmostatique en trois mois (du jour -90 au jour 0). La pression est maintenue constante (11,4 MPa) du jour 0 au jour 94 et puis elle est descendue à $P_i^0 = 8$ MPa jusqu'au jour 253. Au jour 253 la pression est montée au niveau halmostatique ($P_i^0 + p_i^1 = 11,4$ MPa). La température de la saumure à la fin du lessivage est prise égale à $T_i^0 = 26,5°$C. Le réchauffement de saumure et la dissolution complémentaire sont pris en compte ainsi que le comportement mécanique en utilisant trois lois de comportement différentes.
Le premier modèle de comportement est la loi de Norton-Hoff (sans transitoire rhéologique). On a utilisé les paramètres suivants :

$$\begin{array}{ccc} & E = 25000 \text{ MPa} & \nu = 0,25 \\ n = 3,1 & \frac{Q}{R} = 4100 \text{ K} & A = 0,64 \text{ MPa}^{-3,1}.\text{an}^{-1} \end{array}$$

Ces paramètres sont en bon accord avec les résultats de l'essai in situ réalisé par Brouard (1998)[16]. Le résultat du calcul en terme de débit d'expulsé est montré sur la figure 2.9. Ce modèle ne reproduit pas bien l'évolution transitoire du débit sortant.
Le deuxième calcul (figure 2.10) avec la loi de Munson-Dawson (sans fluage inverse) a été fait en prenant les paramètres suivants :

$$\begin{array}{ccc} m = 3,5 & K_0 e^{cT} = 1,5.10^{-6}/\text{MPa}^{3,5} & \\ \alpha_w = 10 & \beta_w = 0 & \delta = 0,58 \end{array}$$

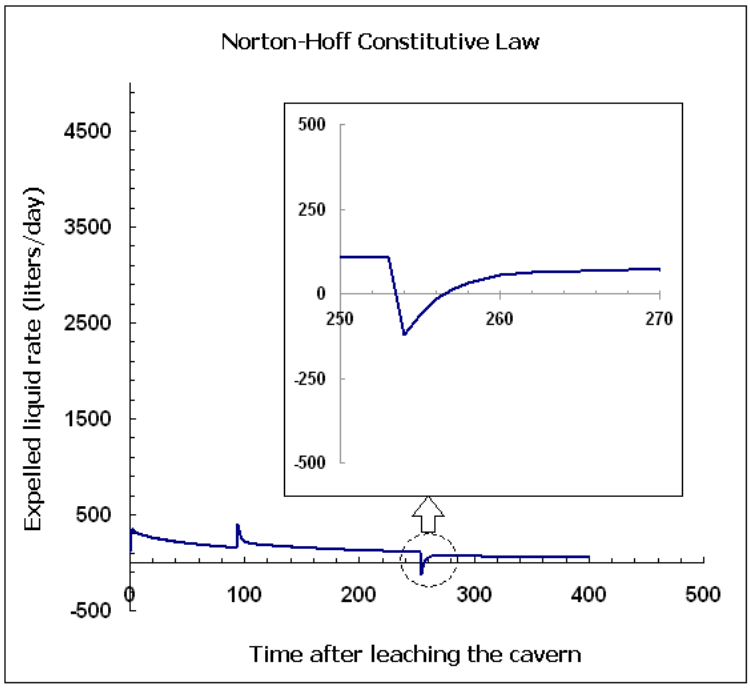


FIG. 2.9 – *Débit de saumure expulsé calculé avec le modèle de Norton-Hoff.*

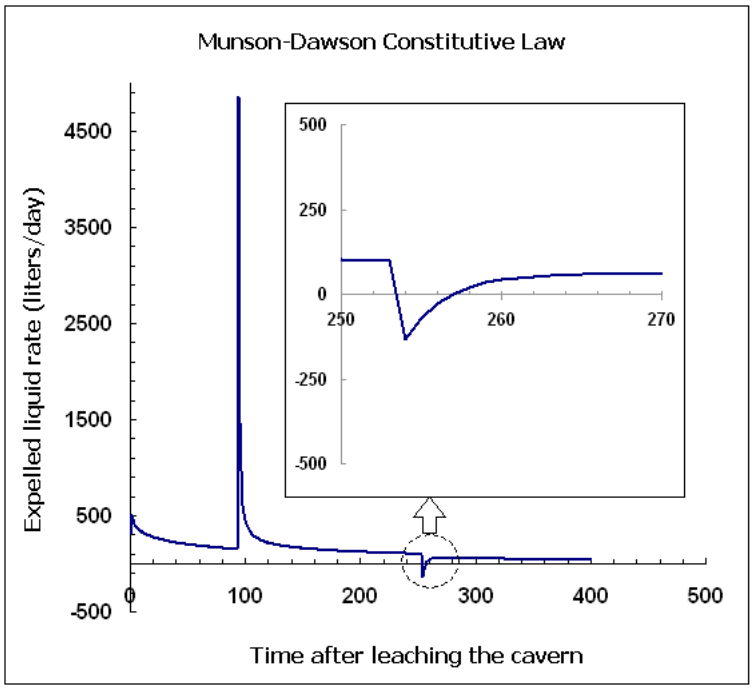


FIG. 2.10 – *Débit de saumure expulsé calculé avec le modèle de Munson-Dawson.*

Ce modèle simule bien l'effet de la diminution de pression mais pas celui de l'augmentation de pression (comparer les figures 2.8 et 2.10) ; car l'expansion du volume de la caverne retenue dans ce modèle ne provient que de la dissolution complémentaire et elle est plus petite que l'injection mesurée pendant l'essai.

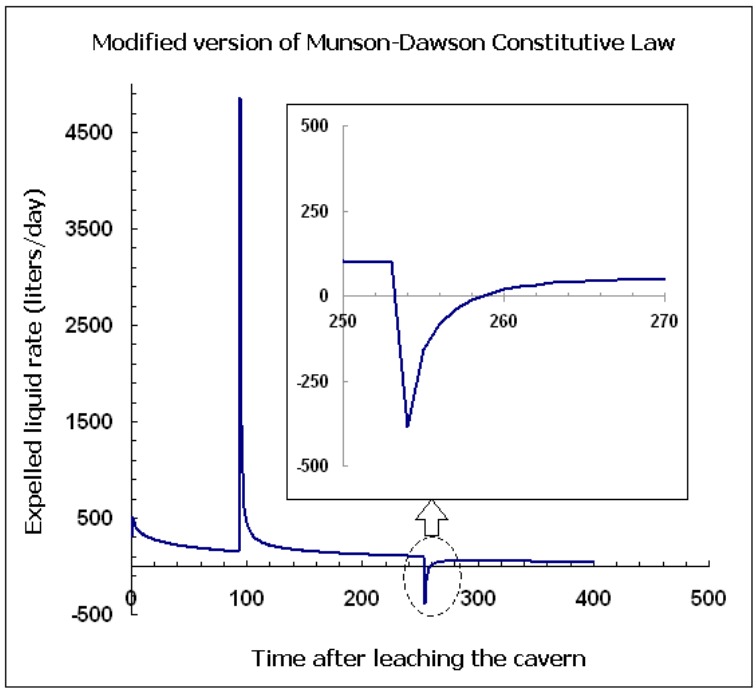


FIG. 2.11 – *Débit de saumure expulsé calculé avec la version modifié du modèle de Munson-Dawson*

Pour mieux prendre en compte l'expansion transitoire de la caverne, on a utilisé la version modifiée de la loi de Munson-Dawson (Paragraphe 1.2.4) qui intègre le fluage inverse ou loi B.B.K. (Figure 2.11). Les paramètres supplémentaires sont $p = 5$ et $k = 4$. Ces valeurs sont ajustés en utilisant les résultats de la mesure in situ (Figure 2.8). La prévision du modèle modifié s'accorde mieux avec la réalité.

Essai de Manosque

Clerc-Renaud et Dubois (1980)[17] ont réalisé un essai similaire dans une caverne de 235.000 m^3 sur le site de Manosque (sud-est de la France). La caverne est situé entre 569 et 864 m de profondeur. Cet essai consistait à :

- déterminer la loi d'expansion thermique après le remplissage de la caverne en gazole,
- décomprimer la cavité en observant soigneusement le comportement volumétrique de la cavité pendant la décompression,
- laisser la cavité décomprimée pendant trois mois environ, en mesurant le fluage, à partir de l'expansion apparente corrigée de l'expansion thermique,
- recomprimer la cavité jusqu'à son état antérieur et mesurer son comportement pendant 5 mois après la recompression.

Les observations sur le comportement de la caverne sont faites à partir des mesures de variation de volume. Ainsi l'expansion thermique qui est parmi les phénomènes intervenant doit être prise en compte.
Supposant que l'expansion thermique est le seul responsable de l'expulsion de saumure entre la fin du remplissage et le début des essais, les mesures qui ont été faites ont conduit Dubois à proposer la loi suivante :

$$Q^{th}(\mathrm{m}^3/\mathrm{jour}) = -0,9585 \ln t(\mathrm{jour}) + 7,509$$

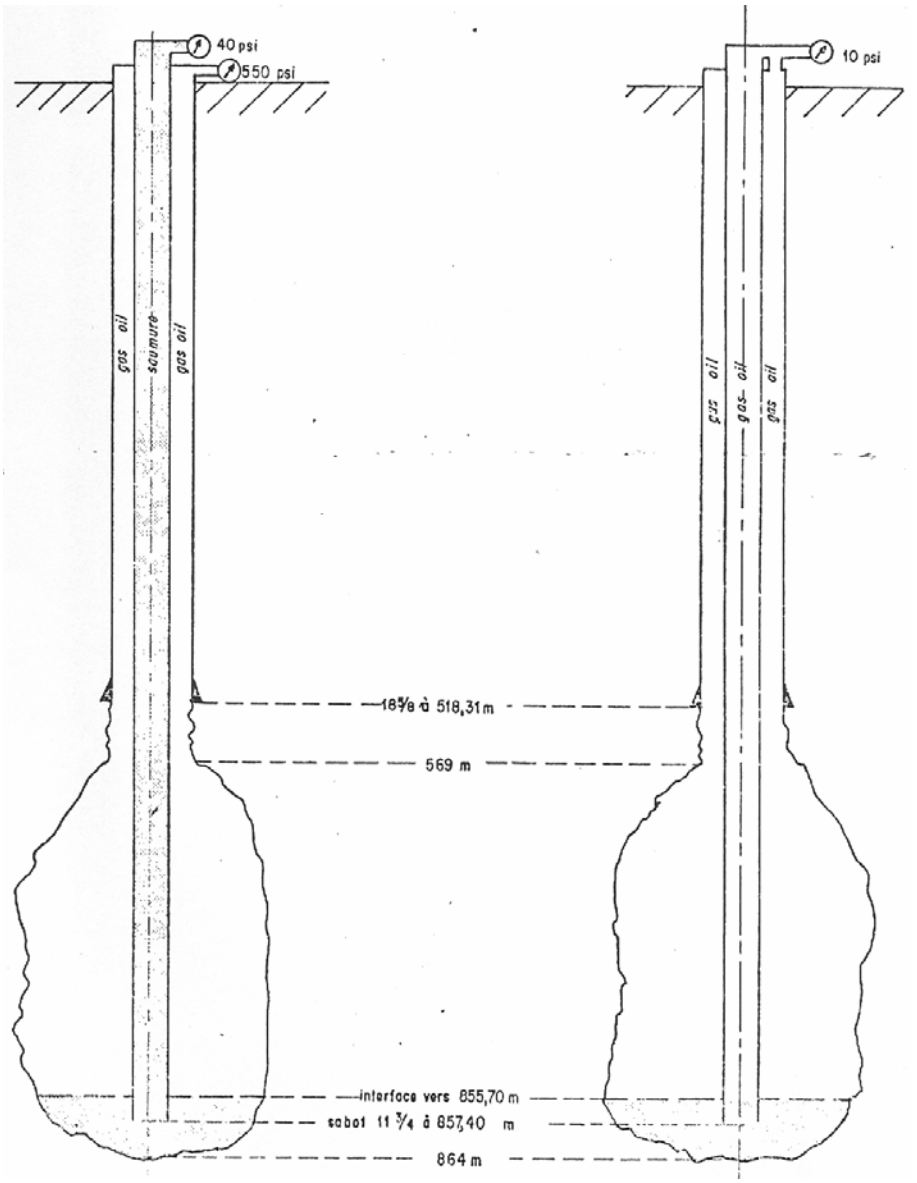


FIG. 2.12 – *Condition des puits avant (à gauche) et pendant (à droite) l'essai (d'après Dubois ; 1972)*

La situation de la caverne avant l'essai et pendant l'exploitation est montrée sur la figure 2.12. Le tube central est rempli de saumure avec la pression nulle en tête tandis que l'annulaire et une grande partie de la caverne sont pleins de gazole. La pression en tête de l'annulaire est 550 psi (3,4 MPa).

La caverne a été décomprimée au premier février 1971. Pour cela, le tube central a été rendu solidaire de l'espace annulaire par le haut et ensuite le gazole a été soutiré.
Pendant l'essai l'espace annulaire et le tube central sont remplis de gazole (Figure 2.12). Lors de la décompression, la pression en tête de l'annulaire a chuté de 550 psi à 10 psi (0,07 MPa) (PQ sur la figure 2.13). Ensuite pendant trois mois la pression a été maintenue quasiment constante en mesurant le débit expulsé (QR). Pour cela, on ramenait la pression en tête à 10 psi, par soutirage de gazole, à chaque fois qu'elle atteignait 20 psi.

L'essai en décompression a été arrêté le 10 mai 1971, ainsi le puits a été rétabli dans son état normal par recompression et remise en saumure du tube central (RS). Après la recompression, l'expansion journalière a été mesurée jusqu'au 12 octobre (ST).

Dubois (1972)[18] a tiré de cet essai les conclusions suivantes sur le fluage de la caverne :

- La cavité étant maintenue décomprimée, elle a montré un fluage à vitesse décroissante. Le cumul des déformations non élastiques après 2175 heures a été trouvé égal à 136 m^3.
- Rien n'indique que ce fluage doive être asymptotique au cours de la phase d'essai en décompression. Mais, il est faible et décroissant. La loi est complexe et autre que logarithmique.
- La recompression montre que l'augmentation de volume par remise en pression est supérieure à une augmentation élastique. On a donc des déformation non élastiques "en sens inverse".
- Les mesures d'expansion après recompression confirment ce fluage inverse.
- Il semble que l'augmentation de volume cumulée non élastique pendant cette période soit du même ordre de grandeur que la contraction non élastique antérieure.

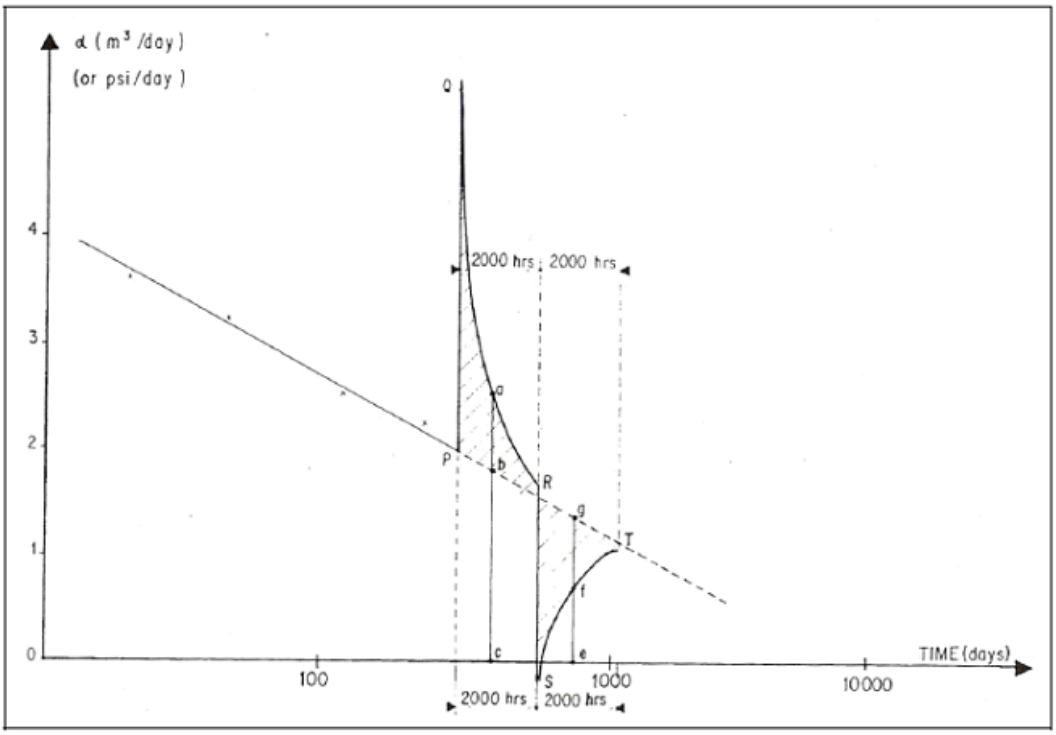


FIG. 2.13 – *Débit expulsé ou injecté dans la cavité de Manosque (Clerc-Renaud et Dubois ; 1980).*

On a modélisé l'essai de Manosque (y compris les deux phases de décompression et recompression) en utilisant trois lois de comportement différentes : (1) loi de Munson-Dawson (M.D.) (2) loi de Lemaitre-Menzel-Schreiner (L.M.S.) (3) la version modifiée de la loi de Munson-Dawson (B.B.K.) qui tient compte du fluage inverse. Pour déterminer les paramètres des lois de comportement, on a ajusté le débit expulsé en faisant des calculs inverses sur la phase QR. Ces paramètres sont utilisés en simulant la phase ST pendant laquelle le débit mesuré de l'injection a été pris en compte pour calculer la pression

dans la caverne. Les paramètres supplémentaires du modèle B.B.K. qui concernent le fluage inverse sont calés à partir des débits mesurés dans la phase de recompression. Les paramètres des différents lois sont récapitulés sur le tableau 2.1.

Modèle de comportement	Paramètres stationnaires	Paramètres transitoires	Paramètres du fluage inverse
L.M.S.	$\beta = 3,3$, $\alpha = 0,13$ $K = 1,5$ MPa	- -	- -
M.D.	$A^* = 9.10^{-12}$ /MPa^4/jour $n = 4$	$K_0 e^{cT} = 2,2.10^{-10}$ /MPa^3 $\Delta = 15$, $\delta = 0,58$, $m = 3$	- -
B.B.K.	$A^* = 9.10^{-12}$ /MPa^4/jour $n = 4$	$K_0 e^{cT} = 2,2.10^{-10}$ /MPa^3 $\Delta = 15$, $m = 3$	$k = 2,4$ $p = 1,1$

TAB. 2.1 – *Paramètres des lois de comportement pour le site de Manosque.*

Dans les calculs, l'expansion thermique de la saumure et du gazole a été prise en compte selon l'équation empirique proposé par Dubois (1979). On a comparé les résultats des calculs pour différentes lois de comportement. Sur la figure 2.14 on montre la vitesse de variation du volume différée en imposant la pression mesurée pendant toute la période PT (Calcul type I). Les courbes correspondantes pour les lois de L.M.S. et M.D. sont identiques. Ce qui veut dire qu'à l'échelle de quelque mois la différence entre les deux modèles transitoires n'est pas visible. Par ailleurs, les deux modèles ne tiennent pas compte du fluage inverse, ce qui explique pourquoi ils interprètent mal l'effet de la mise en pression au jour 585.

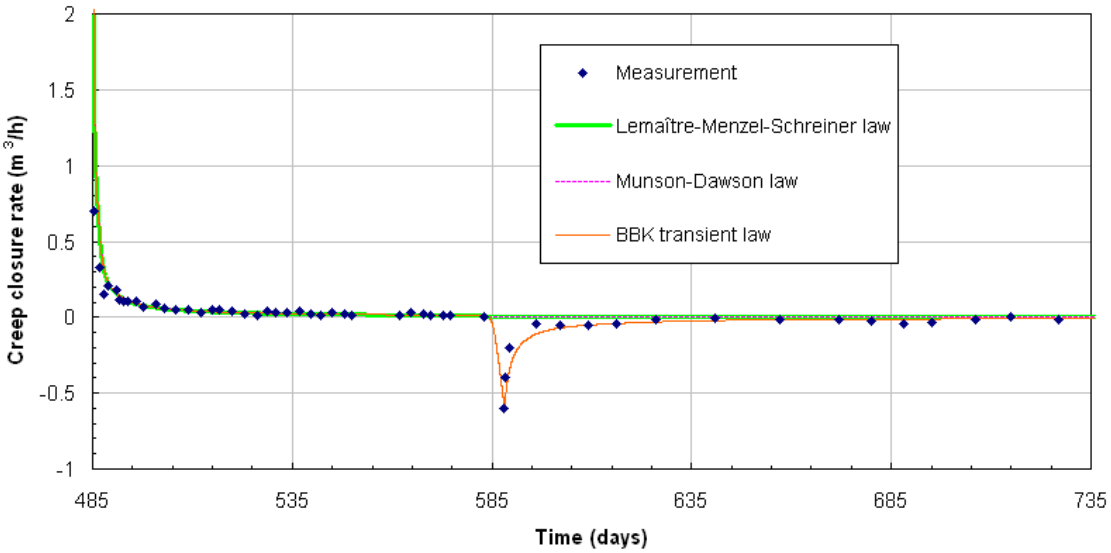


FIG. 2.14 – *Les paramètres des trois lois de comportement sont ajustés sur le débit d'expulsion mesuré entre le jour 485 et 535 pour prévoir le débit d'expulsion du jour 585 au 735.*

La pression calculée pendant la phase de recompression est comparée avec la mesure sur la figure 2.15. La pression mesurée pendant la phase ST est quasiment constante tan-

dis que les modèles L.M.S. et M.D. prévoient une pression croissante quand on impose le débit mesuré de l'injection dans la cavité (calcul type II). Les courbes correspondantes pour les lois de L.M.S. et M.D. sont identiques. La raison est qu'ils ne considèrent pas l'expansion différée de la caverne. Dans les deux types de calcul réalisés, la loi B.B.K. rend mieux compte des mesures.

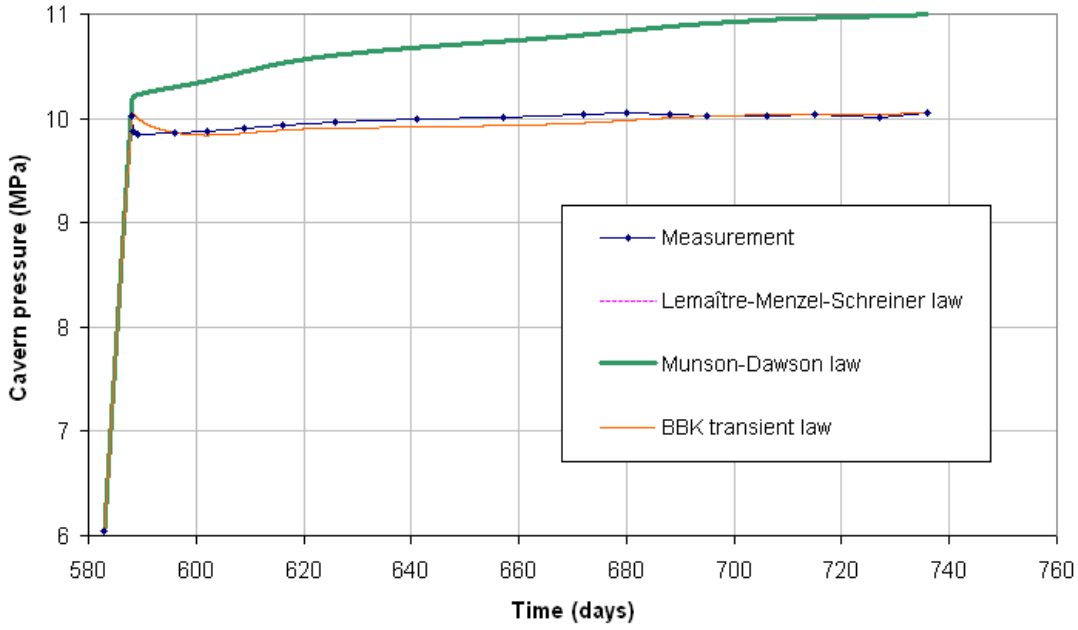


FIG. 2.15 – *Le débit d'injection mesuré pendant la phase RT est imposé dans la caverne pour prévoir l'evolution de la pression.*

Essai de Denzau et Rudolph

Denzau et Rudolph (1997) [19] décrivent une méthode pour évaluer l'effet des cycles de pression sur la convergence d'une cavité de stockage de gaz. L'essai a été réalisé sur une caverne de 380,000 m^3 après avoir remplacé 6% du volume de saumure par du gaz. La fonction volume-profondeur dans le toit de la caverne (où l'interface de gaz/saumure devait être localisée) a été déterminée avec précision par l'intermédiaire des mesures de sonar réalisées avant l'essai. Pendant l'essai, l'évolution du niveau de l'interface a été mesurée au moyen de logs $\gamma - \gamma$ et également au moyen d'un capteur de pression-température descendu en bas du puits.
Quatre cycles de pression ont été appliqués pendant la période de l'essai (180 jours). Les changements de pression (entre les pressions minimum et maximum) étaient plus grands que 10 MPa. La mesure des déplacements d'interface nous permet de calculer la convergence de la caverne en fonction du temps. Quand la pression de gaz était basse, la vitesse de perte de volume était plus rapide, impliquant une montée rapide de l'interface gaz/saumure. Les auteurs ont observé que la vitesse de convergence est la plus importante pendant le premier cycle (Figure 2.16) et qu'inversement la mise en pression pendant chaque phase d'injection a mené à une légère augmentation différée du volume de la caverne (fluage inverse).

Conclusions

D'après les paragraphes précédent on peut conclure par les remarques suivante :

- Le fluage inverse a été mis en évidence par plusieurs auteurs au laboratoire
- On dispose de plusieurs essais in situ qui démontrent qu'il y a une augmentation différée du volume de la cavité, de caractère transitoire, après une augmentation de pression.
- Il est donc nécessaire de prendre en compte le fluage inverse au moins quand il faut apprécier correctement l'évolution différée de la pression dans une cavité fermée pendant les quelque jours qui suivent un accroissement rapide de pression (l'essai d'étanchéité par exemple).
- La loi B.B.K. permet de rendre compte, une fois éliminée l'influence des autres phénomène transitoires, du fluage inverse dans une caverne.

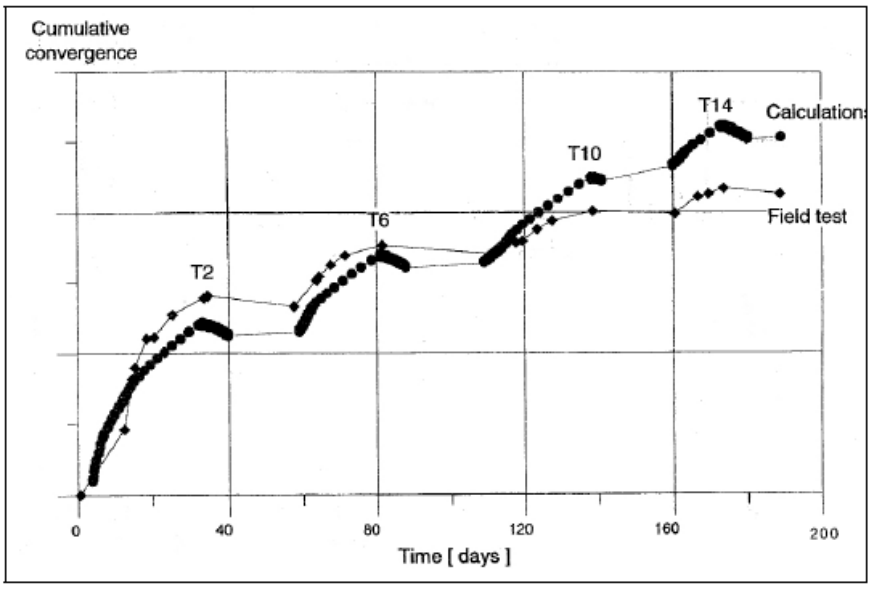


FIG. 2.16 – *Convergence de la caverne pendant quatre cycles de décompression-recompression (Denzau et Rudolf, 1997).*

2.5 Etude numérique du transitoire

2.5.1 Transitoire géométrique

Dans ce paragraphe, on étudie les caractéristiques du transitoire géométrique pour un milieu de type Norton-Hoff. La loi de Norton-Hoff décrit uniquement le fluage stationnaire observé pendant un essai de laboratoire sur une éprouvette. Donc dans une cavité le fluage transitoire observé avec la loi de Norton-Hoff est purement "géométrique", c'est-à-dire dû à la redistribution des contraintes. Pour cela on a simulé un essai à pression de caverne constante avant lequel, pendant longtemps (10000 jours), la cavité était soumise à la pression halmostatique. Cet essai consiste à monter ou descendre rapidement la pression dans la caverne. Pendant l'essai la pression modifiée est maintenue constante.

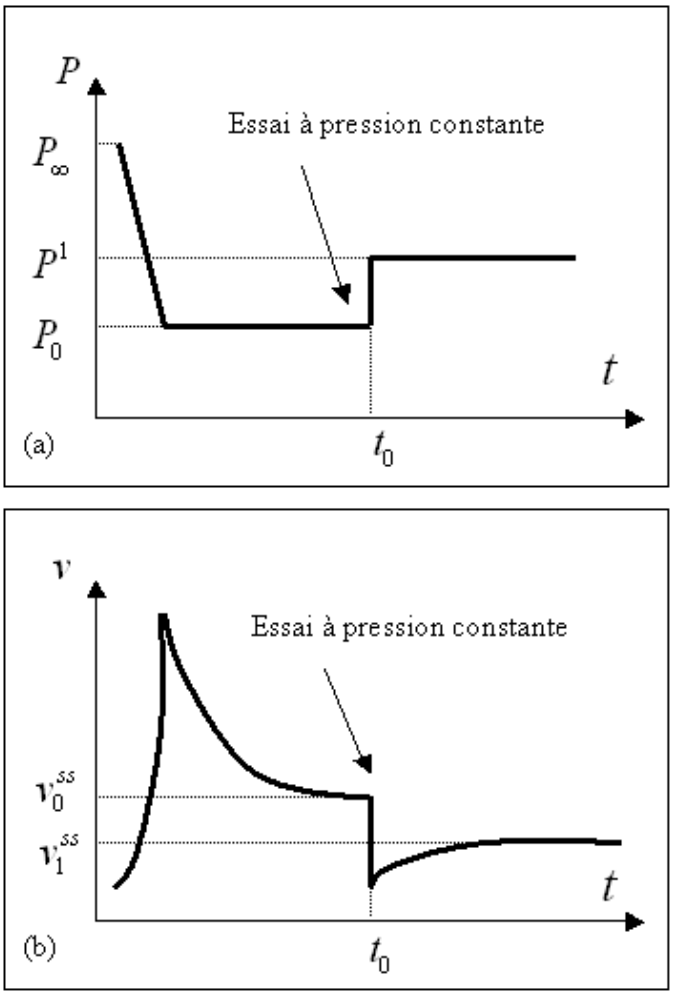


FIG. 2.17 – *Schéma d'évolution de la pression et de la vitesse de convergence dans un essai à pression constante.*

La cavité choisie est une cavité sphérique de rayon 10 m à la profondeur moyenne de 1000 m (Toutefois les phénomènes sont indépendants de la taille de la caverne). La pression passe de la pression géostatique à la pression halmostatique pendant le lessivage. L'essai est réalisé longtemps après la fin du lessivage et dure pendant un temps infiniment long. L'objectif est de calculer l'évolution transitoire de la vitesse de convergence jusqu'à

l'état stationnaire. On définit l'amplitude du transitoire A_t et la vitesse de convergence adimensionnelle v^* comme suivante :

$$A_t = |\frac{v - v_1^{ss}}{v_1^{ss}}| \qquad v^* = \frac{v}{v_1^{ss}}$$

où v est la vitesse de convergence lors de l'essai et v_1^{ss} est la vitesse de convergence en régime permanent à la fin de l'essai.

Sur la figure 2.17 les historiques de la pression P et de la vitesse de convergence v sont schématiquement tracés. La pression de l'essai P^1 est liée au gradient de l'essai G comme suit : $P^1 = G\rho_w gH$ où H est la profondeur moyenne de la caverne et $\rho_w = 1000$ kg/m^3 est la masse volumique de l'eau. Différents essais à pression constante sont pris en compte dans les calculs numériques par éléments finis :

- essai de compression forte ($G = 1,8$)
- essai de compression faible ($G = 1,6$)
- essai de décompression ($G = 0,8$)

Les abaques montrent l'effet de l'exposant n de la loi de Norton-Hoff sur le transitoire géométrique (figures 2.18, 2.19 et 2.20). Le temps réduit est défini par $t^* = \frac{t}{\tau}$ où τ est le temps caractéristique :

$$\tau = \frac{1+\nu}{A^* E (P_\infty - P_h)^{n-1}}$$

Où E et ν sont les coefficients d'élasticité, A^* et n sont les paramètres de Norton-Hoff. $P_\infty - P_h$ est l'écart entre la pression géostatique et la pression halmostatique.
L'évolution de la vitesse de convergence adimensionnelle pour différent gradients est présentée sur les figures 2.21, 2.22 et 2.23. Les valeurs des paramètres retenues sont les suivantes :

$$E = 25000 \text{ MPa} \qquad \nu = 0,25$$
$$A^* = 6,6.10^{-9} \text{ MPa}^{-n}.\text{jour}^{-1} \qquad P_\infty - P_h = 10 \text{ MPa}$$

pour ce jeu de paramètres, on a

	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$
τ (jours)	76	7,6	0,76

Sur les figures 2.18 et 2.21, on s'aperçoit d'une particularité du modèle de Norton-Hoff pendant l'évolution transitoire des contraintes dans le massif : il s'agit du changement de la vitesse à la paroi de la caverne après la mise en pression au cours de l'essai à pression constante. Autrement dit, la contrainte orthoradiale évolue de sorte qu'à un moment donné la cavité subisse une expansion différée et ensuite revienne à la fermeture ordinaire dont la vitesse converge vers la vitesse de fermeture stationnaire. L'évolution de la contrainte orthoradiale à la paroi de la caverne depuis le début de l'essai dans le cas $n = 3$ et $G = 1,8$ est tracée sur la figure 2.24.

La vitesse de convergence à la paroi se traduit par la superposition d'une composante élastique et d'une composante viscoplastique :

$$\frac{v}{a} = \dot{\varepsilon}_\theta = \frac{1}{E}\left((1-\nu)\dot{\sigma}_\theta - \nu\dot{\sigma}_r\right) - \frac{A^*}{2}|\sigma_r - \sigma_\theta|^{n-1}(\sigma_r - \sigma_\theta) \tag{2.9}$$

Où σ_r et σ_θ sont les contrainte radiale et orthoradiale à la paroi de la caverne. Ainsi, la vitesse de convergence adimensionnelle s'écrit :

$$v^* = v^{*e} + v^{*vp} \tag{2.10}$$

$$v^{*e} = \frac{2(1-\nu)\dot{\sigma}_\theta}{EA^*\left|\sigma_\theta^\infty + P^1\right|^{n-1}(\sigma_\theta^\infty + P^1)} \tag{2.11}$$

$$v^{*vp} = \frac{\left|\sigma_\theta + P^1\right|^{n-1}(\sigma_\theta + P^1)}{\left|\sigma_\theta^\infty + P^1\right|^{n-1}(\sigma_\theta^\infty + P^1)} \tag{2.12}$$

Où $\sigma_\theta^\infty = \left(1 - \frac{3}{2n}\right)(P_\infty - P^1) - P_\infty$ est la contrainte orthoradiale stationnaire à la paroi. Les composants élastique et viscoplastique de la vitesse de convergence dans le cas $n = 3$ et $G = 1,8$ sont calculés (Figure 2.25).

On peut conclure par les remarques suivantes :

- Le transitoire est d'autant plus intense et long que n est grand.
- De même, d'autant plus que l'écart de pression avant et après l'essai est grand.
- Dans une caverne à 1000 m de profondeur avec un fluage moyen, le transitoire en décompression peut durer un siècle, tandis qu'en recompression le même écart de pression peut engendrer un transitoire de plusieurs dizaines d'années.
- Sur un autre terrain, les calculs supposant que la loi de Norton-Hoff reste valable pour de petits déviateurs, tels que 0,1 ou 1 MPa, pourront changer pas mal de résultats.

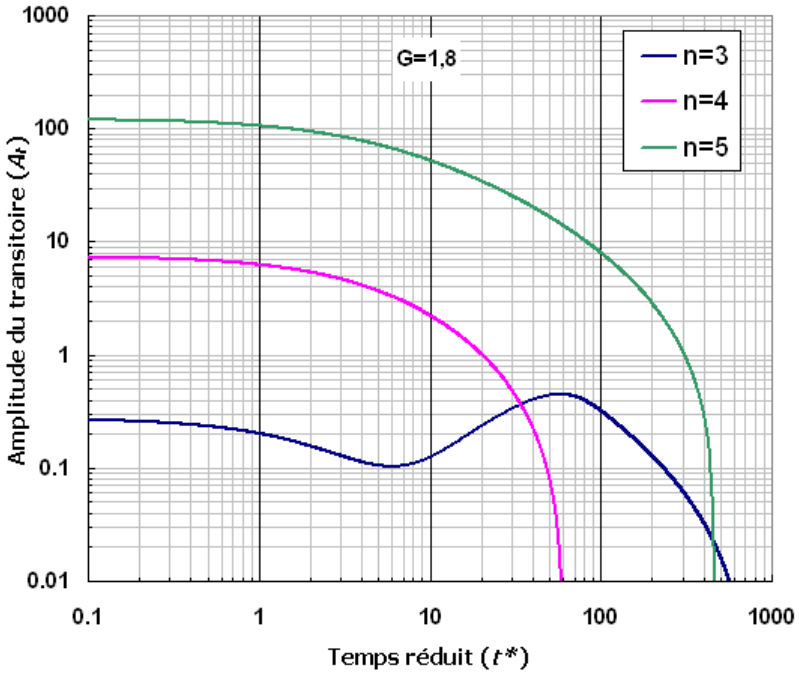


FIG. 2.18 – *Abaques donnant l'amplitude du transitoire (écart relatif à la vitesse stationnaire) en fonction du temps pour le gradient* $G = 1,8$

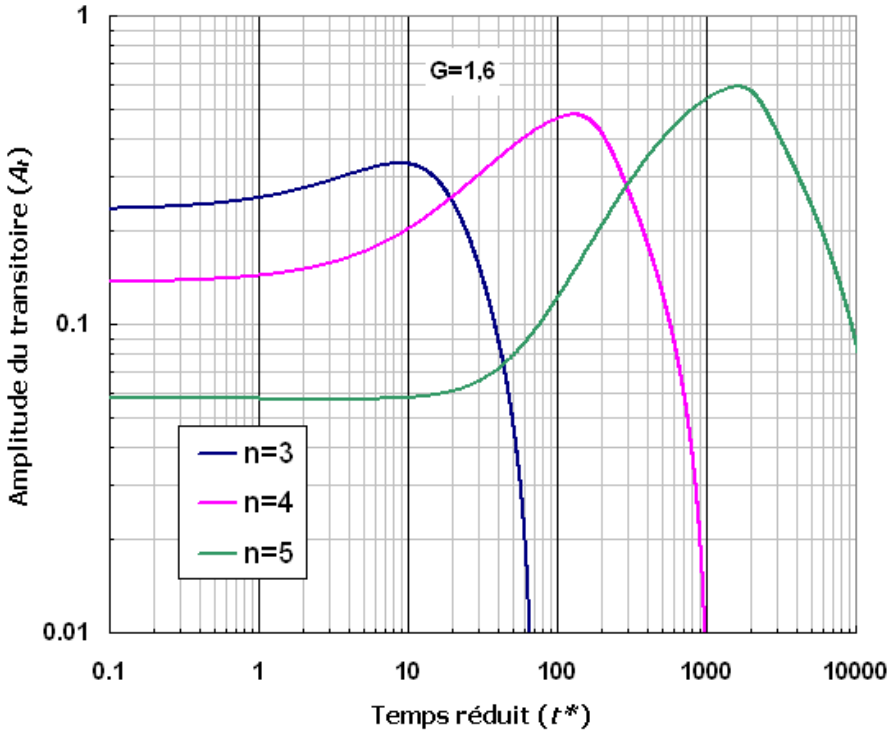


FIG. 2.19 – *Abaques donnant l'amplitude du transitoire en fonction du temps pour le gradient* $G = 1,6$

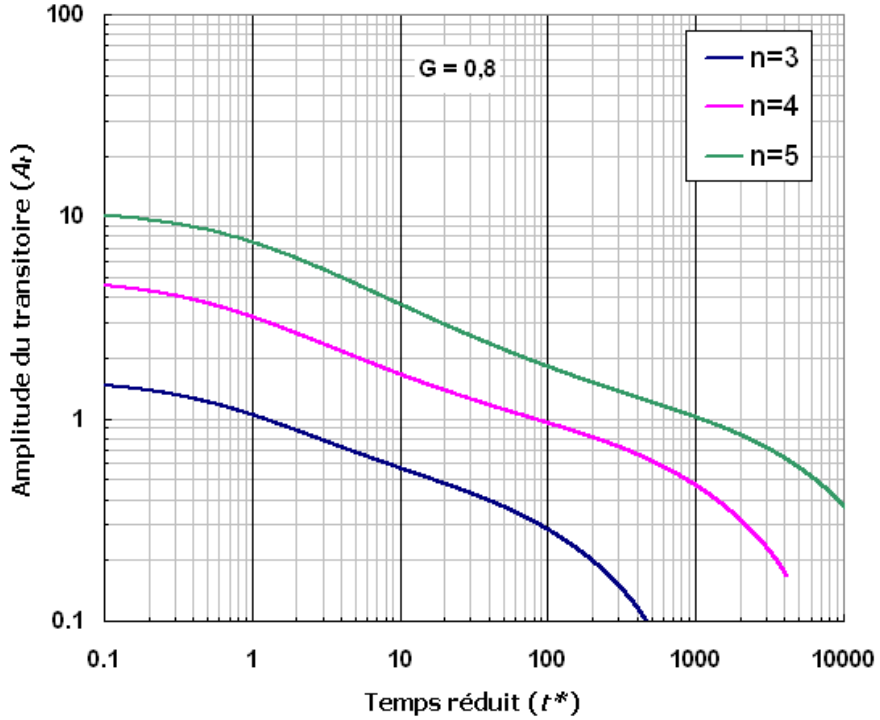


FIG. 2.20 – *Abaques donnant l'amplitude du transitoire en fonction du temps pour le gradient* $G = 0,8$

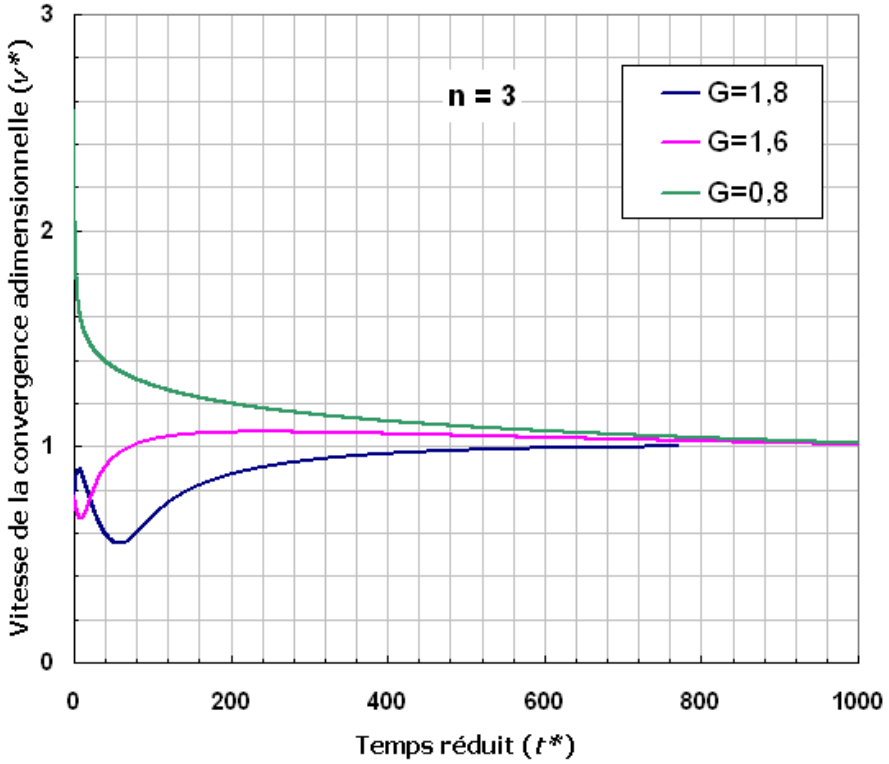


FIG. 2.21 – *Evolution de la vitesse de convergence au cours de l'essai avec la loi de Norton-Hoff* ($t_0^* = 128$).

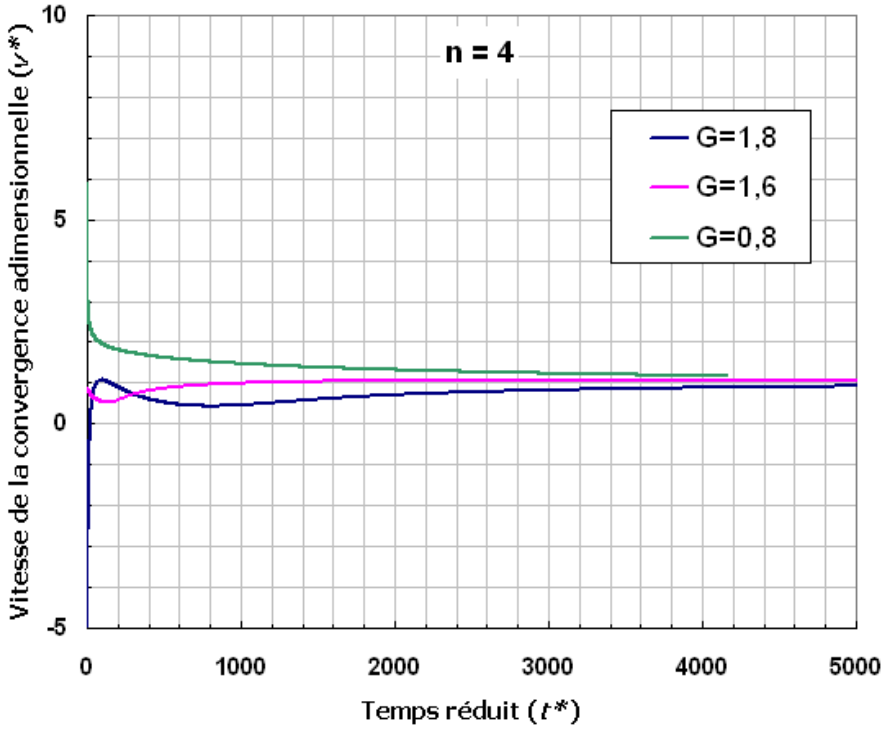


FIG. 2.22 – *Evolution de la vitesse de convergence au cours de l'essai avec la loi de Norton-Hoff* ($t_0^* = 1258$).

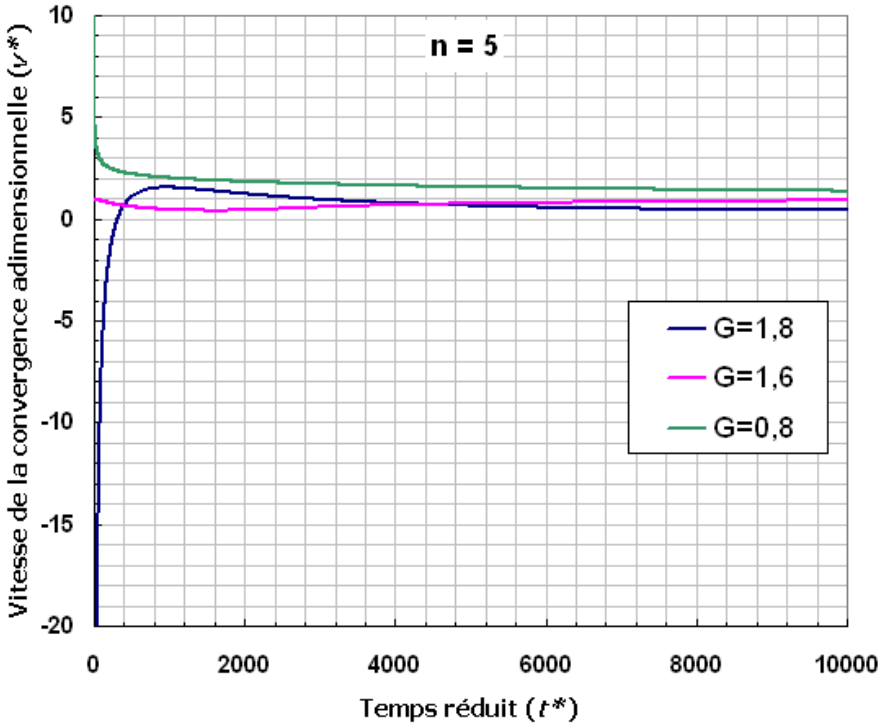


FIG. 2.23 – *Evolution de la vitesse de convergence au cours de l'essai avec la loi de Norton-Hoff* ($t_0^* = 12337$).

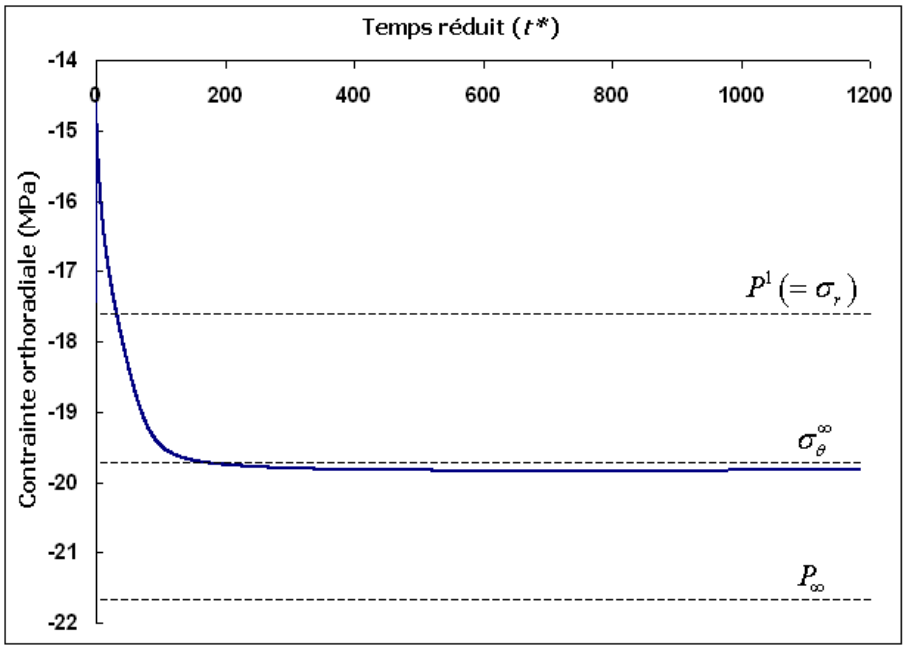


FIG. 2.24 – *Evolution de la contrainte orthoradiale à la paroi dans le cas* $n = 3$ *et* $G = 1,8$.

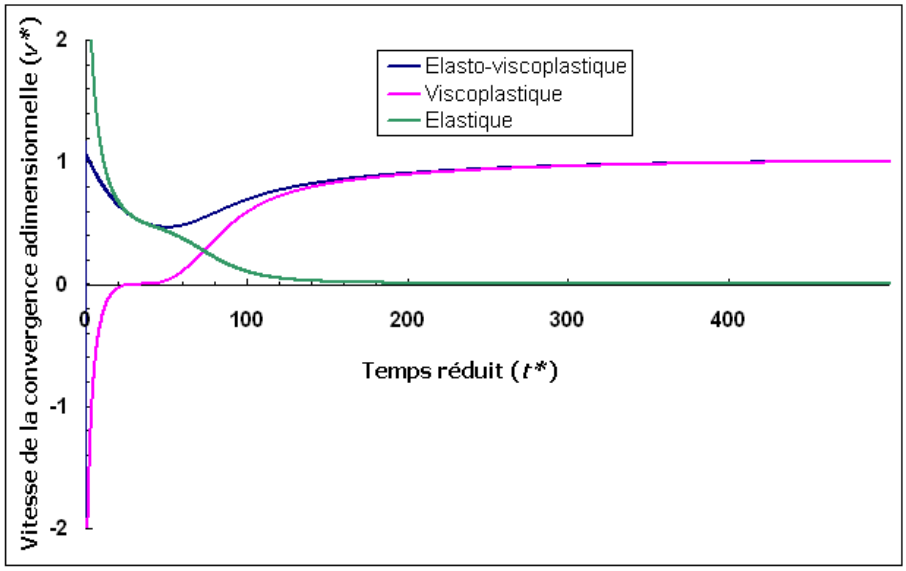


FIG. 2.25 – *Composants élastique et viscoplastique de la vitesse de convergence à la paroi.*

2.5.2 Transitoire rhéologique

La convergence de la même caverne avec le comportement transitoire rhéologique de type Munson est montrée sur les figures 2.26 et 2.27, pour les versions classique et modifiée (B.B.K.), respectivement. Les paramètres du modèle sont présentés dans le tableau 2.2. Maintenant, on suppose que le massif se comporte selon la version modifiée de la loi de Munson-Dawson (B.B.K.). Considérons la même caverne que dans le paragraphe précédent, si après la création on maintient la pression constante et halmostatique pendant une phase longue de 10000 jours, on observe que (Figure 2.28) :

- une zone avec du transitoire rhéologique en mode d'écrouissage ($F > 1$) se propage dans le massif au cours du temps.
- au fil du temps l'amplitude du transitoire dans cette zone diminue tandis que la zone s'éloigne de la caverne.
- Il y a une petite zone au voisinage de la caverne en mode de recouvrement ($0 < F < 1$) qui s'étend dans le massif très doucement et perd de l'amplitude après une courte période dans laquelle l'amplitude augmente.
- l'espace entre la zone d'écrouissage et celle de recouvrement qui représente le stationnaire rhéologique ($F \approx 1$) s'élargit au fil du temps.

Modèle de comportement	Paramètres stationnaires	Paramètres transitoires	Paramètres du fluage inverse
M.D.	$A^* = 6,6.10^{-9}$ /MPa^3/jour $n = 3$	$K_0 e^{cT} = 6,6.10^{-7}$ /MPa^{3,5} $\Delta = 10$, $\delta = 0,58$, $m = 3,5$	- -
B.B.K.	$A^* = 6,6.10^{-9}$ /MPa^3/jour $n = 3$	$K_0 e^{cT} = 6,6.10^{-7}$ /MPa^{3,5} $\Delta = 10$, $m = 3,5$	$k = 4$ $p = 5$

TAB. 2.2 – *Paramètres des lois de comportement*

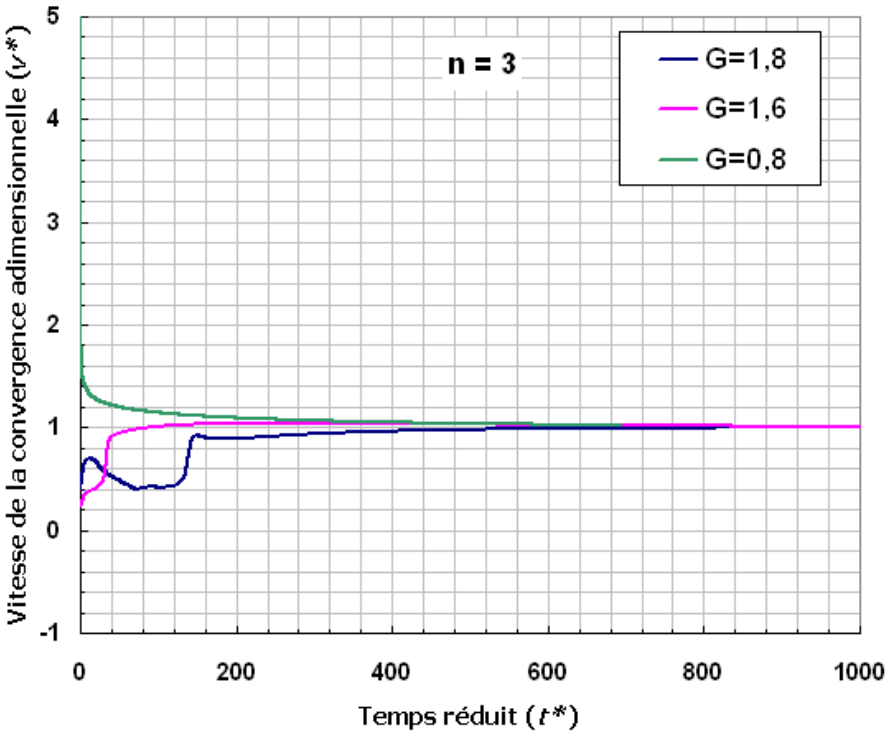


FIG. 2.26 – *L'évolution de la vitesse de convergence avec la loi de Munson-Dawson.*

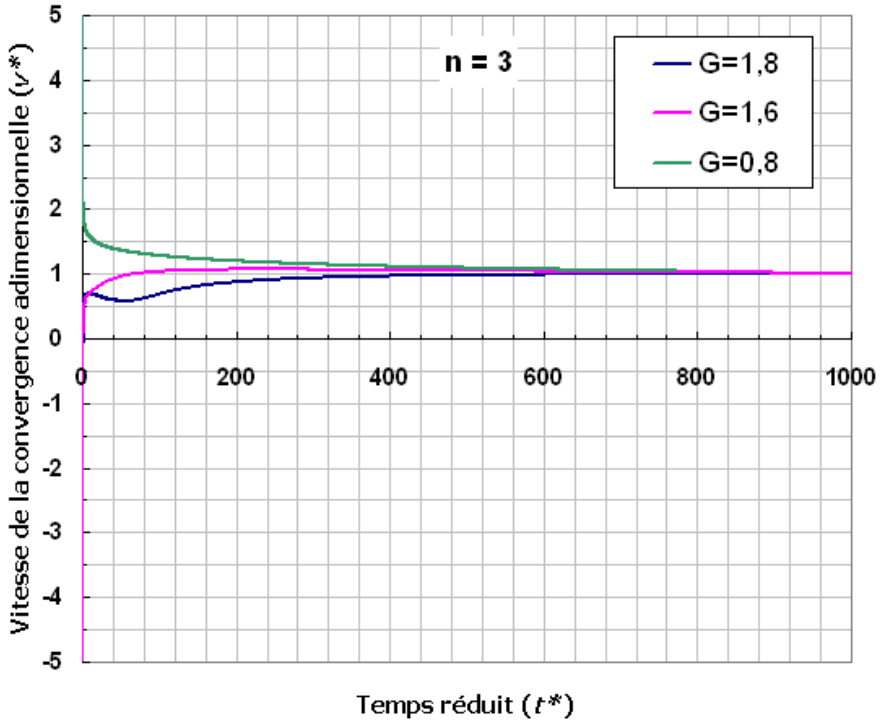


FIG. 2.27 – *L'évolution de la vitesse de convergence avec la loi de BBK.*

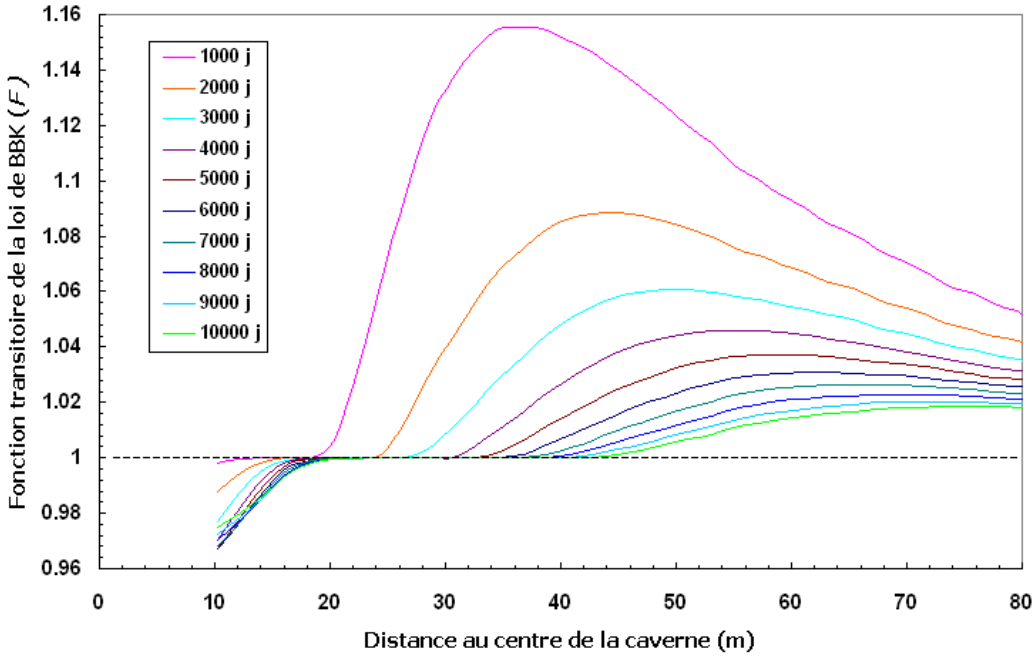


FIG. 2.28 – *L'évolution de la fonction transitoire pendant que la pression est halmostatique (G=1,2)*

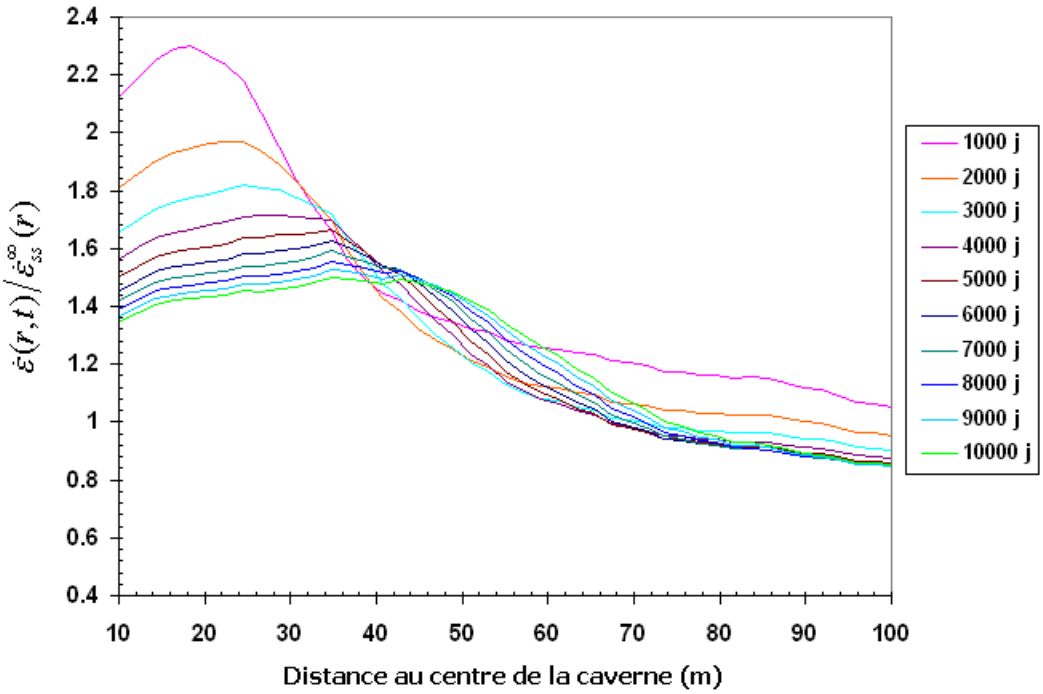


FIG. 2.29 – *L'évolution du transitoire pendant que la pression est halmostatique (G=1,2)*

Dans ce calcul on n'observe aucun fluage inverse car on ne fait que du chargement partout dans le massif. En revanche la mise en pression de la caverne décharge une zone à proximité de la caverne. Pour avoir une idée de la distribution du transitoire combiné (rhéologique et géométrique) du modèle B.B.K. dans le massif, le rapport $\frac{\dot{\varepsilon}(r,t)}{\dot{\varepsilon}^{\infty}_{ss}(r)}$ est tracé aux instants différents sur la figure 2.29 ; $\dot{\varepsilon}^{\infty}_{ss}(r)$ représente la distribution stationnaire de

la vitesse de déformation et $\dot{\varepsilon}(r,t)$ est la distribution à l'instant t :

$$\dot{\varepsilon}_{ss}^{\infty}(r) = A^* \left[\frac{3}{2n}(P_\infty - P_i)\right]^n \left(\frac{a}{r}\right)^3 \tag{2.13}$$

$$\dot{\varepsilon} = FA^*|\sigma_r - \sigma_\theta|^n + \frac{2}{3}\frac{(1+\nu)}{E}\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{|\sigma_r - \sigma_\theta|}(\dot{\sigma}_r - \dot{\sigma}_\theta) \tag{2.14}$$

Considérons deux cas différents : dans le premier cas on simule un essai à pression constante avec le gradient $G = 1,6$ réalisé 1000 jours après avoir créé la caverne. La pression reste constante pendant longtemps après la mise en pression. Les tracés de la fonction transitoire F de la loi de B.B.K. (rappelons que F est le quotient de la vitesse de déformation viscoplastique par la vitesse de déformation stationnaire pour le même état de contrainte) sont illustrés sur les figures 2.30 et 2.31. Les figures 2.32 et 2.33 présentent l'évolution du rapport $\frac{\dot{\varepsilon}(r,t)}{\dot{\varepsilon}_{ss}^{\infty}(r)}$ dans ce cas. On observe que :

- la largeur de la zone en fluage inverse ($F < 0$) qui est quasiment invariable dans le temps est égale à 1,5 fois le rayon de la caverne.
- dans ce cas particulier le fluage inverse met à peu près 120 jours pour disparaître.
- après la période de fluage inverse, la zone en comportement transitoire se met en mode de recouvrement et la fonction F se rapproche de la valeur 1.
- d'après la figure 2.33 jusqu'à 2000 jours après l'essai, la distribution de la vitesse de déformation s'éloigne de l'état stationnaire et ensuite commence à s'en rapprocher. C'est peut-être dû au fait que la cavité est "jeune" au moment de l'essai et les transitoires produits par la création sont toujours importants.

Dans le deuxième cas, on simule un essai à pression constante avec le gradient $G = 1,6$ réalisé 10000 jours après avoir créé la caverne. L'évolution de la fonction F est montrée sur les figures 2.34 et 2.35. La figure 2.36 montre l'évolution du rapport $\frac{\dot{\varepsilon}(r,t)}{\dot{\varepsilon}_{ss}^{\infty}(r)}$ dans ce cas. Les tracés montrent que :

- la zone de fluage inverse est plus étendue (2 fois le rayon) que dans le cas précédent.
- l'amplitude et la durée du fluage inverse sont les mêmes que celles du cas précédant.
- la fonction F varie significativement dans les quelques mètres les plus proches de la paroi et reste presque constante au milieu de la zone en recouvrement.

Les tracés mettent en évidence les remarques suivantes :

- Lors du passage d'un premier niveau de pression (halmostatique, ici) à un deuxième niveau de pression dans la cavité, l'épisode transitoire est d'autant plus violent et long (1) qu'on était proche de l'état stationnaire correspondant au premier niveau de pression (2) que le nouvel état de pression est distinct de l'état de pression initial. Ainsi lors d'un essai d'étanchéité la fuite apparente (due à l'augmentation transitoire du volume de la caverne) est d'autant plus grande que la pression d'essai est élevée et que la cavité a été longtemps laissée au repos avant l'essai.
- Pour effectuer un essai qui serait débarrassé de cet effet transitoire et qui donnerait donc une meilleure image de la fuite réelle, il faudrait ménager une "pré-pressurisation" longue (plusieurs semaines ou même plusieurs mois, suivant le niveau de pression d'essai, l'histoire de la caverne avant l'essai etc.).

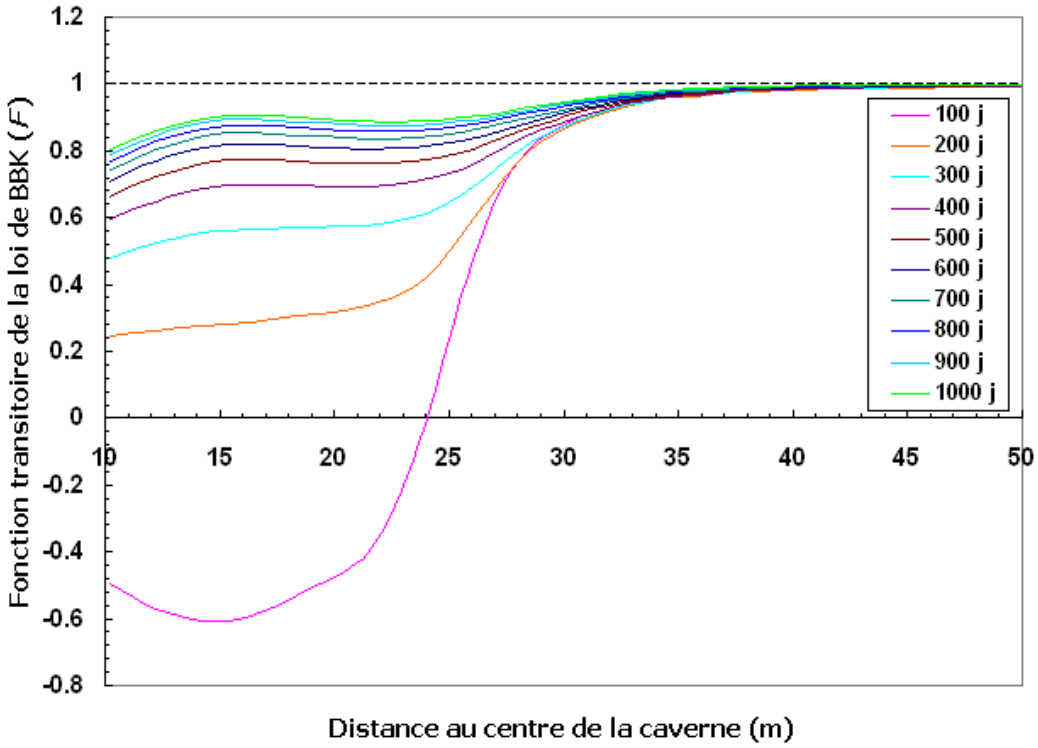


FIG. 2.30 – *L'évolution de la fonction transitoire à la suite de la montée en pression (G=1,6) 1000 jours après la création*

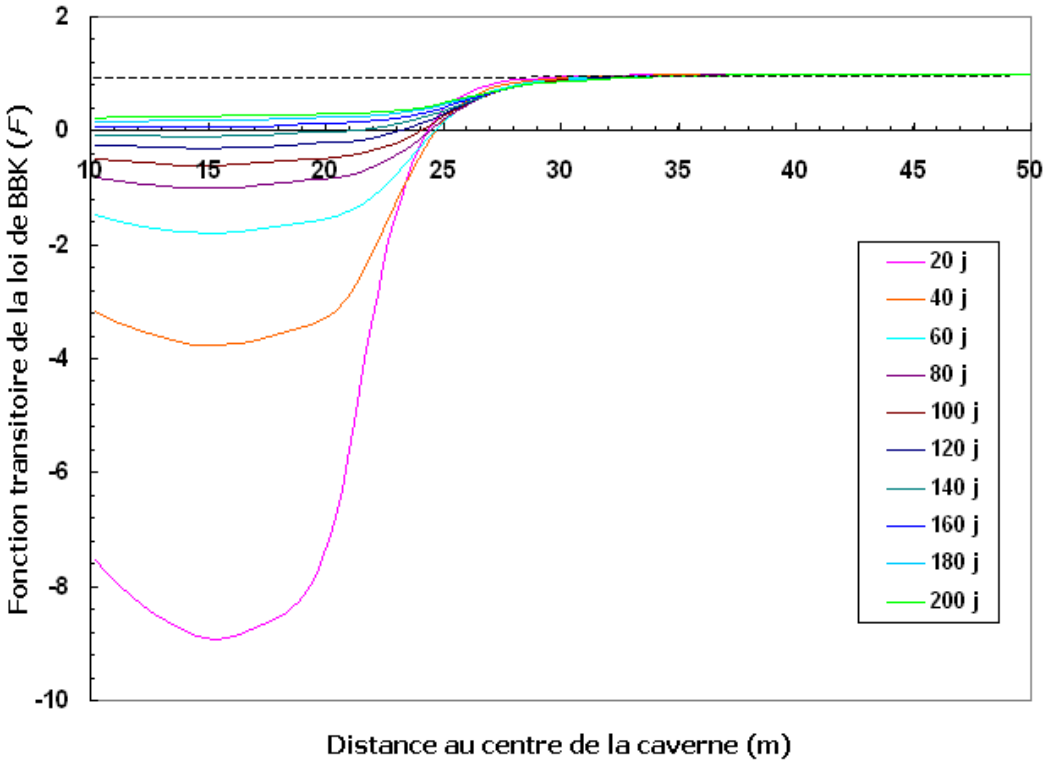


FIG. 2.31 – *L'évolution de la fonction transitoire à la suite de la montée en pression (G=1,6) 1000 jours après la création*

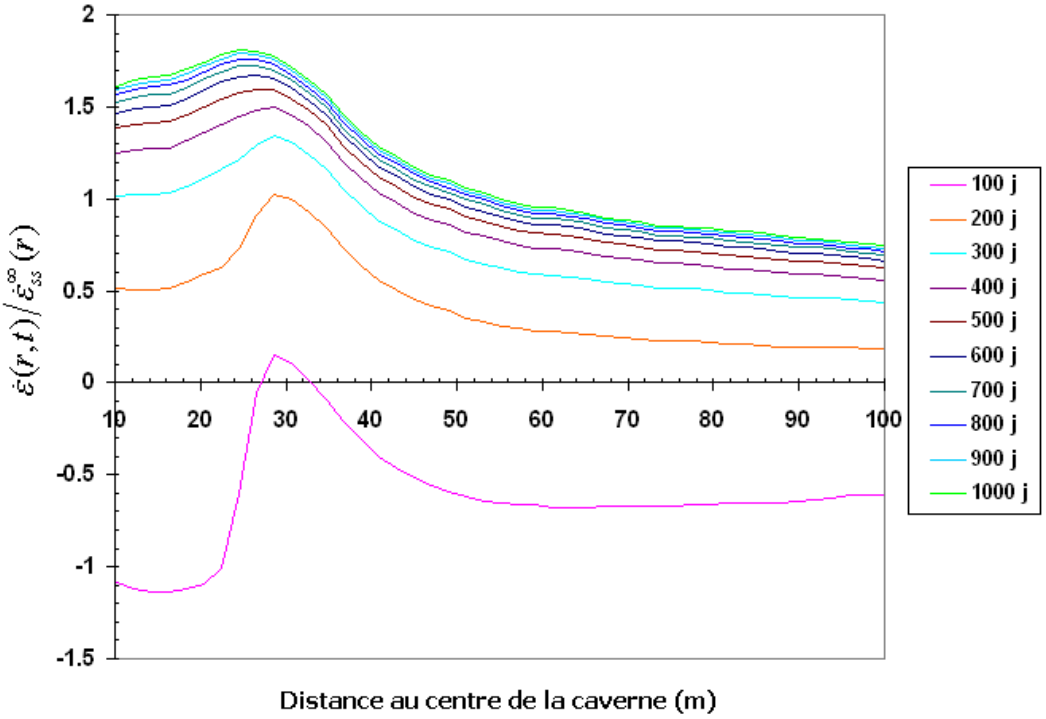


FIG. 2.32 – *L'évolution du transitoire à la suite de la montée en pression (G=1,6) 1000 jours après la création*

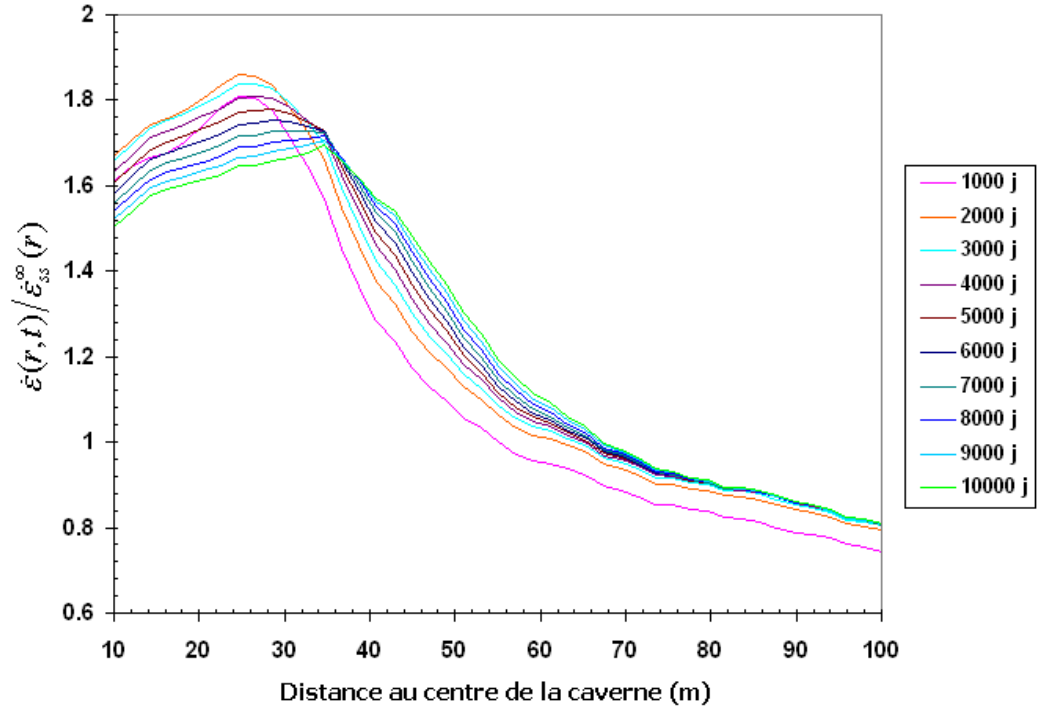


FIG. 2.33 – *L'évolution du transitoire à la suite de la montée en pression (G=1,6) 1000 jours après la création*

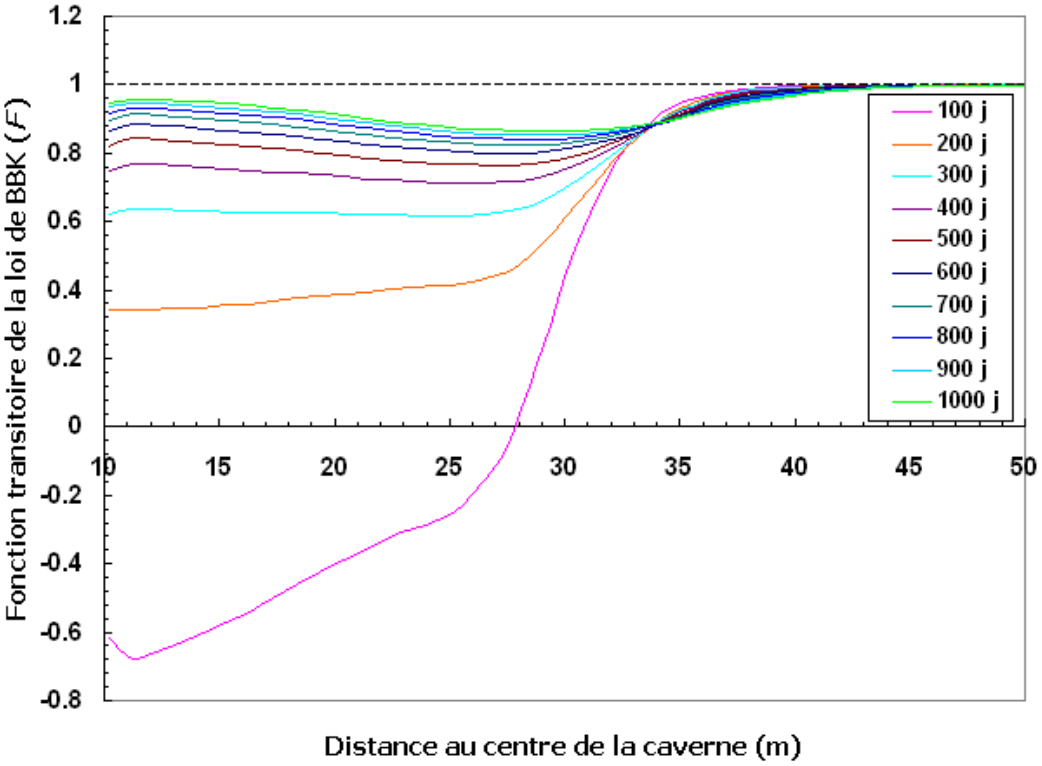


FIG. 2.34 – *L'évolution de la fonction transitoire à la suite de la montée en pression (G=1,6) 10000 jours après la création*

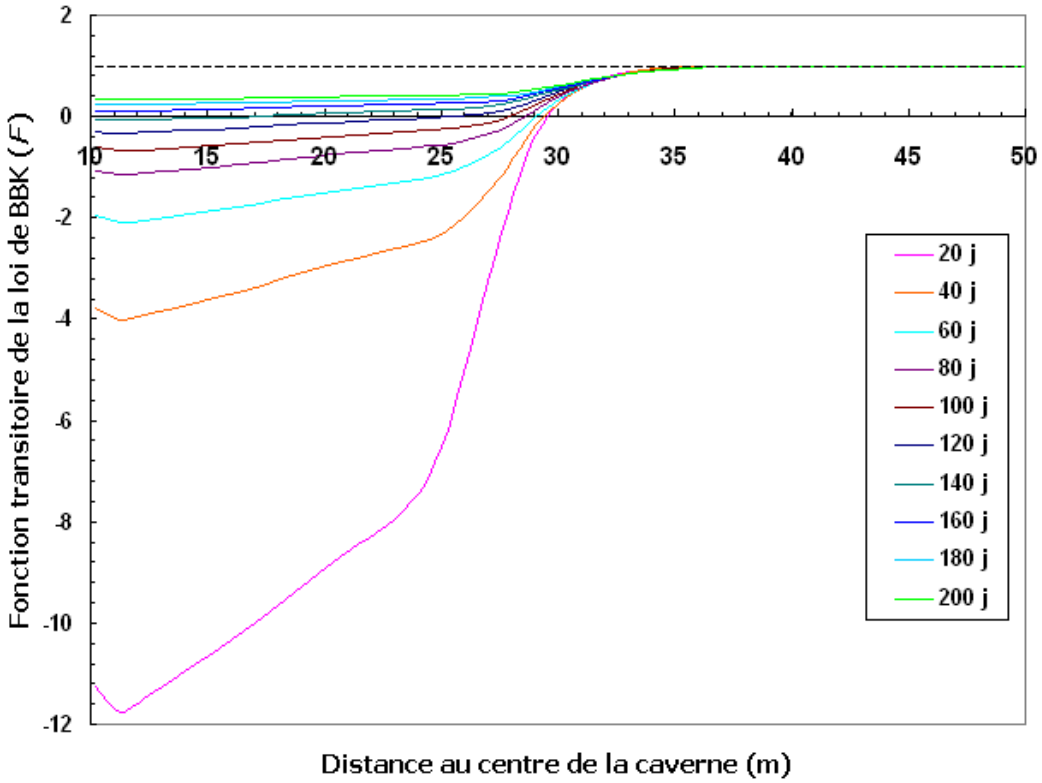


FIG. 2.35 – *L'évolution de la fonction transitoire à la suite de la montée en pression (G=1,6) 10000 jours après la création*

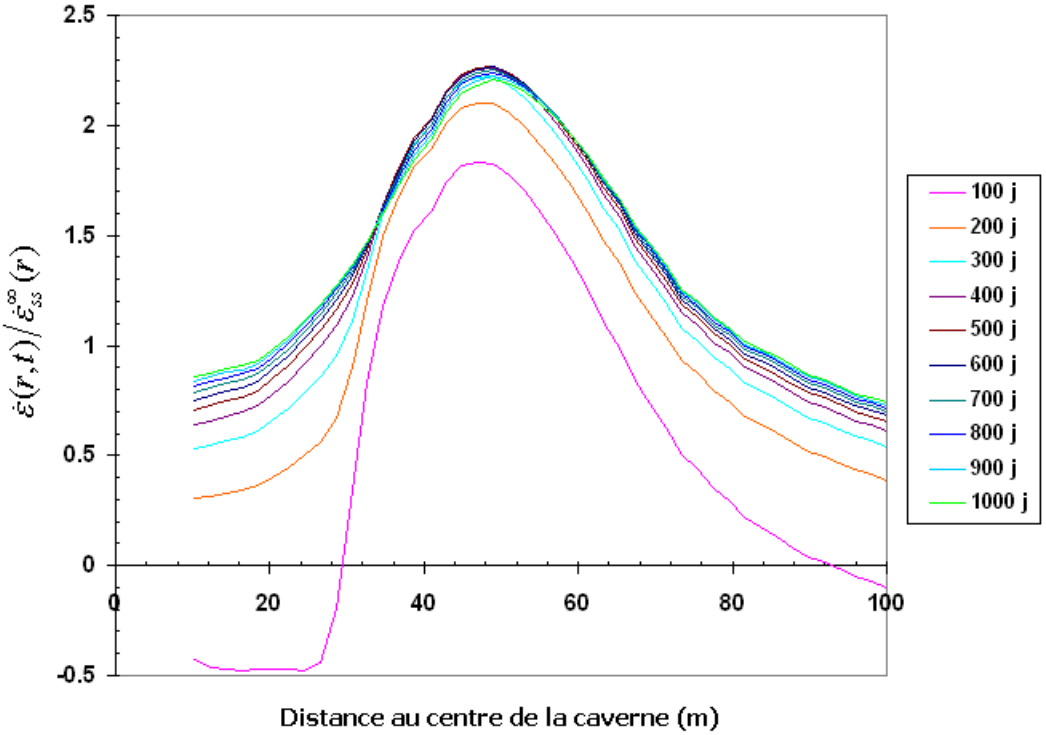


FIG. 2.36 – *L'évolution du transitoire à la suite de la montée en pression (G=1,6) 10000 jours après la création*

2.6 Fracturation hydraulique et transitoire géométrique

2.6.1 Introduction

Avant lessivage d'une caverne, certains essais sont réalisés dans les puits pour s'assurer de l'étanchéité de la cimentation du cuvelage et réduire ainsi les risques d'une fuite ultérieure vers une couche supérieure lorsque la caverne sera utilisée pour le stockage d'hydrocarbures. A la suite d'un essai d'étanchéité d'un puits, on peut aussi réaliser un essai de fracturation hydraulique. Ainsi on obtient l'état de contrainte in situ à la profondeur de l'essai, ce qui permet de déterminer la pression maximale de service de la cavité en cours d'exploitation. La contrainte géostatique peut servir comme une borne supérieure de la pression maximale de service (PMS) dans la cavité puisque au delà de cette pression la paroi de la caverne risque de se fracturer. Cet essai est fréquent en Allemagne (Rummel et al., 1996 [22]). L'enjeu économique lié à la pression maximale est considérable car elle définit le volume maximal de gaz qui pourra être stocké ultérieurement dans la cavité.

Lors de l'augmentation de pression effectuée pour un essai d'étanchéité, c'est surtout l'accroissement transitoire de volume déclenché par l'augmentation de pression qui nous intéressait, car il engendre une fuite apparente. Si l'augmentation de pression est si importante que la fracturation hydraulique est atteinte, c'est plutôt la distribution de contrainte transitoire qui nous intéresse, car elle détermine le seuil d'apparition de la fracturation.

La méthode courante de détermination de la contrainte principale minimale (Durup, 1990) [21] pour évaluer la pression maximale de service (PMS) dans les cavités de stockage est illustrée sur la figure 2.37.

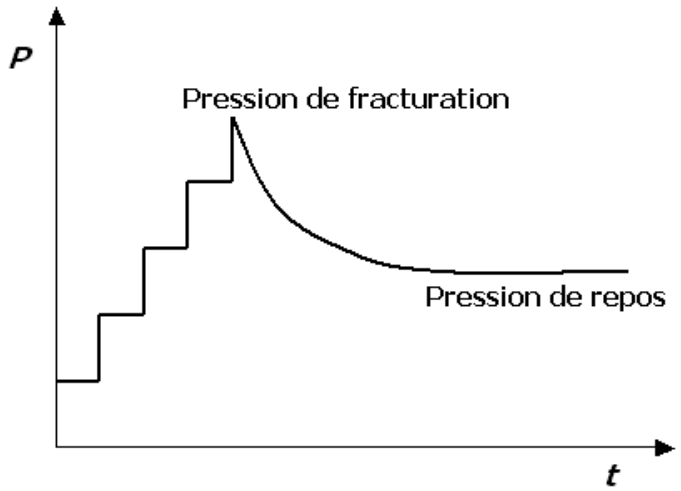


FIG. 2.37 – *Schéma du déroulement d'un essai de fracturation hydraulique*

Dans cette méthode la pression est augmentée par paliers. A la fin de chaque palier, on cesse d'injecter du fluide et on observe les variations éventuelles de pression. Une chute significative de la pression indique le début de la fracturation. Au bout d'un certain temps, la fracture ne se propage plus et la courbe tend vers une valeur constante appelée pression de repos, inférieure à la pression de fracturation. Il est admis généralement que

cette pression de repos est en équilibre avec la contrainte principale mineure.
Ainsi le principe de l'essai de fracturation hydraulique implique que la contrainte principale minimale en place détermine la pénétration du fluide sous pression dans une masse rocheuse, en première approximation étanche, après fracturation. L'imperméabilité d'une roche soumise à une pression hydraulique dépend de l'état de contrainte initial de la roche et de la vitesse de pressurisation du fluide d'injection.

De plus, la pression de fracturation ne constitue nullement un seuil d'étanchéité pour la roche soumise au test. Cette valeur dépend de la distribution des contraintes autour du puits et du fluide de fracturation et ne peut donc pas servir de base pour le calcul de la pression maximale de service.

2.6.2 Etat de contrainte autour d'un puits

Solution élastique

La solution élastique en déformation plane ($\varepsilon_{zz} = 0$) d'un trou cylindrique sous la contrainte isotrope P_∞ sur le bord extérieure (c'est-à-dire à l'infini) et sous la pression du fluide P_i à l'intérieur est le fameux problème de Lamé. Il faut noter que l'hypothèse de déformation plane, assez courante pour un tunnel horizontal, est une approximation pour un puits vertical.
En coordonnées cylindriques, les contraintes à la distance r du centre du puits sont :

$$\sigma_r = (\frac{a}{r})^2(P_\infty - P_i) - P_\infty \tag{2.15}$$

$$\sigma_\theta = -(\frac{a}{r})^2(P_\infty - P_i) - P_\infty \tag{2.16}$$

$$\sigma_z = -P_\infty \tag{2.17}$$

où a est le rayon intérieur du puits.

Solution viscoplastique en régime permanent

Pour un milieu viscoplastique de type Norton-Hoff, la distribution des contraintes autour d'un trou cylindrique en régime permanent est :

$$\sigma_r = (\frac{a}{r})^{\frac{2}{n}}(P_\infty - P_i) - P_\infty \tag{2.18}$$

$$\sigma_\theta = (\frac{a}{r})^{\frac{2}{n}}(P_\infty - P_i)(1 - \frac{2}{n}) - P_\infty \tag{2.19}$$

$$\sigma_z = (\frac{a}{r})^{\frac{2}{n}}(P_\infty - P_i)(1 - \frac{1}{n}) - P_\infty \tag{2.20}$$

Où P_i représente la pression avant la fracturation. On retrouve la solution de Lamé dans le cas particulier où l'exposant de la loi puissance est $n = 1$ mais pour le sel, n vaut de 3 à 5. Pendant l'essai de fracturation dans un puits, la pression monte jusqu'à ce que la contrainte principale minimale effective ($\sigma_\theta + P$) devienne une traction égale à une certaine valeur T qui caractérise en principe la résistance à la traction, avec $P = P_i + \Delta P_i$ où ΔP_i est l'accroissement de pression par rapport à P_i, qui est la pression halmostatique dans

le cas d'un puits dans le sel. Si l'essai se réalise au bout d'un temps assez court après le forage, l'état de contrainte avant la fracturation est encore pratiquement élastique. Dans ce cas, la contrainte tangentielle effective à la paroi est

$$\sigma_\theta + P = \sigma_\theta - \sigma_r = -2(P_\infty - P_i - \Delta P_i) > T \tag{2.21}$$

Ainsi elle est en traction quand $P > P_\infty + \frac{T}{2}$ et cela déclenche une fracture de direction radiale. Au contraire, si la montée en pression se réalise longtemps après avoir laissé le forage sous la pression halmostatique, en tenant compte de la viscosité du milieu on obtient la distribution suivante qui est la superposition du régime viscoplastique stationnaire de contrainte et l'accroissement élastique de contrainte :

$$\sigma_r = (\frac{a}{r})^{\frac{2}{n}}(P_\infty - P_i) - P_\infty - \Delta P_i(\frac{a}{r})^2 \tag{2.22}$$

$$\sigma_\theta = (\frac{a}{r})^{\frac{2}{n}}(P_\infty - P_i)(1 - \frac{2}{n}) - P_\infty + \Delta P_i(\frac{a}{r})^2 \tag{2.23}$$

$$\sigma_z = (\frac{a}{r})^{\frac{2}{n}}(P_\infty - P_i)(1 - \frac{1}{n}) - P_\infty \tag{2.24}$$

où ΔP_i est la montée en pression lors de l'essai de fracturation. Si on monte la pression très rapidement, la contrainte tangentielle effective à la paroi au moment de la fracturation est

$$\sigma_\theta + P = -(P_\infty - P_i)(\frac{2}{n}) + 2\Delta P_i > T \tag{2.25}$$

donc la fracturation arrive quand

$$P > P_\infty + \frac{T}{2} - (P_\infty - P_i)(1 - \frac{1}{n}) \tag{2.26}$$

cela veut dire que la fracturation pourra avoir lieu sous une pression inférieure à celle trouvée dans le cas élastique, et même plus petite que la pression géostatique, dès que $n > 1$.

Au contraire dans un essai infiniment long, pendant lequel l'état stationnaire est atteint à chaque instant, on a à la paroi

$$\sigma_\theta + P = -(P_\infty - P_i)(\frac{2}{n}) > T \tag{2.27}$$

cette fois-ci la fracturation arrive quand

$$P > P_\infty + \frac{nT}{2} \tag{2.28}$$

Considérons un exemple simple dans lequel la résistance à la traction est nulle, $T = 0$ et l'exposant de la loi de Norton-Hoff est $n = 4$. Dans un puits de 1000 m profondeur, la pression géostatique est $P_\infty = 22$ MPa et la pression halmostatique est $P_h = 12$ MPa. alors, si on monte rapidement la pression dans le puits longtemps après le forage, le puits commence à fracturer à $P = 14,5$ MPa. Néanmoins, le développement de la fracture est moins rapide que dans le cas élastique, car la distribution de la contrainte en profondeur est moins favorable à la fracturation.

Dans la suite, on développe ces idées en discutant quelques exemples.

2.6.3 Effet du fluage sur la fracturation

Wawersik et Stone (1989) [20] ont remarqué que l'état de contrainte au voisinage d'un puits peut être complexe, rendant difficile l'interprétation d'un essai de fracturation. En effet, la transition de la réponse élastique à la réponse viscoplastique stationnaire est le problème qui se pose lors d'interprétation de l'essai de facturation hydraulique dans les puits réalisé dans le sel (avant création d'une cavité). Dans les matériaux ordinaires (élastiques) on admet en général que la fracturation survient quand la pression du liquide dans le puits dépasse la pression géostatique d'une petite quantité ($T = 2$ à 3 MPa par exemple). Ce type d'interprétation est également souvent accepté dans le sel d'après Rummel et al. (1996) [22] et Durup (1990) [21]. En effet, si le puits est laissé au repos à la pression halmostatique pendant un temps suffisant, on doit avoir une distribution de contrainte proche du régime permanent (steady-state) en symétrie cylindrique. En particulier la contrainte tangentielle de régime permanent devient plus proche de la contrainte radiale que ne l'est son équivalent dans la solution élastique. Lorsqu'ensuite on tente une fracturation hydraulique, la montée en pression est assez rapide (quelques heures) et la réponse en terme de variation des contraintes est pratiquement élastique. Donc, si on admet que la fracturation intervient quand la pression du liquide dans le puits dépasse la plus petite contrainte compressive plus $T = 2$ MPa, par exemple, la fracturation devrait intervenir beaucoup plus tôt que ne le prévoit la solution purement élastique. Autrement dit, la pression de fracturation est significativement plus petite quand on fait l'essai long-temps après avoir laissé sous la pression halmostatique. Cela peut expliquer ce qui s'est passé dans la cavité d'Etzel lors de la fracturation (voir plus loin).

Etat de contrainte en régime transitoire

D'après les paragraphes précédents on conclut que l'état de contrainte au voisinage d'un puits ou d'une cavité évolue et la conséquence de cette évolution sur la pression de fracturation est importante même quand le régime permanent n'est pas atteint. La figure 2.38 présente un exemple de l'évolution. Un puits est foré jusqu'à 800 m dans une formation salifère. La pression est maintenue halmostatique après le forage. L'évolution de la contrainte orthoradiale en fonction du temps et du rayon est illustrée. Supposons qu'un essai de fracturation hydraulique soit réalisé après un certain temps. Pour simplifier on suppose que le sel n'a pas de résistance à la traction ($T = 0$). Autrement dit la fracturation a lieu quand la pression de saumure est égale à la contrainte la moins compressive à la paroi. On retient la loi de Norton-Hoff pour le comportement du sel.
A très court terme ($t = 0$; en fait, la durée de forage dans les calculs a été retenue égale à 12 jours), la réponse du massif est quasiment élastique et le fluage du sel n'a pas eu assez de temps pour avoir un effet significatif. La contrainte tangentielle est $\sigma_\theta = 2P_\infty - P_h$ à la paroi. En occurrence la fracturation aura lieu quand la pression de saumure atteint la pression géostatique, $P_f = P_\infty \approx 17,6$ MPa.
A très long terme ($t = 27$ ans), la distribution des contraintes change considérablement. L'état de contrainte est quasiment stationnaire. En occurrence, la fracturation survient quand la pression dans le puits atteint $P_f = 13,1$ MPa ce qui veut dire que la pression de fracturation serait sous-estimée si on ne tenait pas compte de l'évolution des contraintes. A moyen terme (par exemple $t = 3$ ans) cet effet est moins significatif et la fracturation survient à $P_f = 14,6$ MPa.

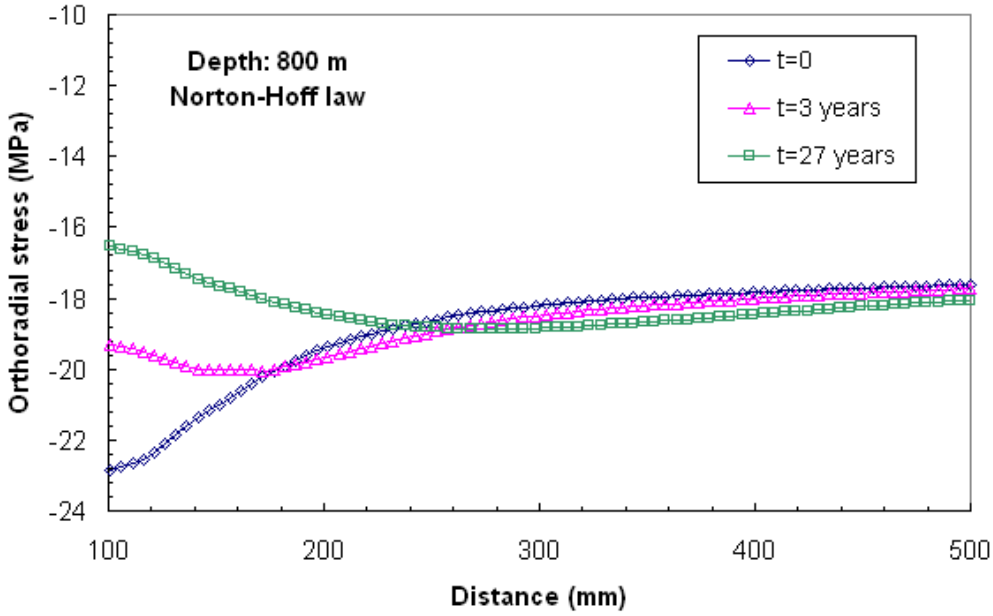


FIG. 2.38 – *Distribution de la contrainte orthoradiale en fonction de la distance au centre du puits à différentes instants*

Essai d'Etrez

Cet essai a été réalisé dans le puits EZ58 à peu près 6 ans après le forage. Ce puits a été foré en mai 1982 pendant une vingtaine de jours. L'essai de fracturation hydraulique a été effectué à la profondeur 870 m avec deux vitesses différentes : un essai de longue durée (un an) et un essai de courte durée (quelques heures). L'historique de la pression dans le puits est présenté sur la figure 2.39.

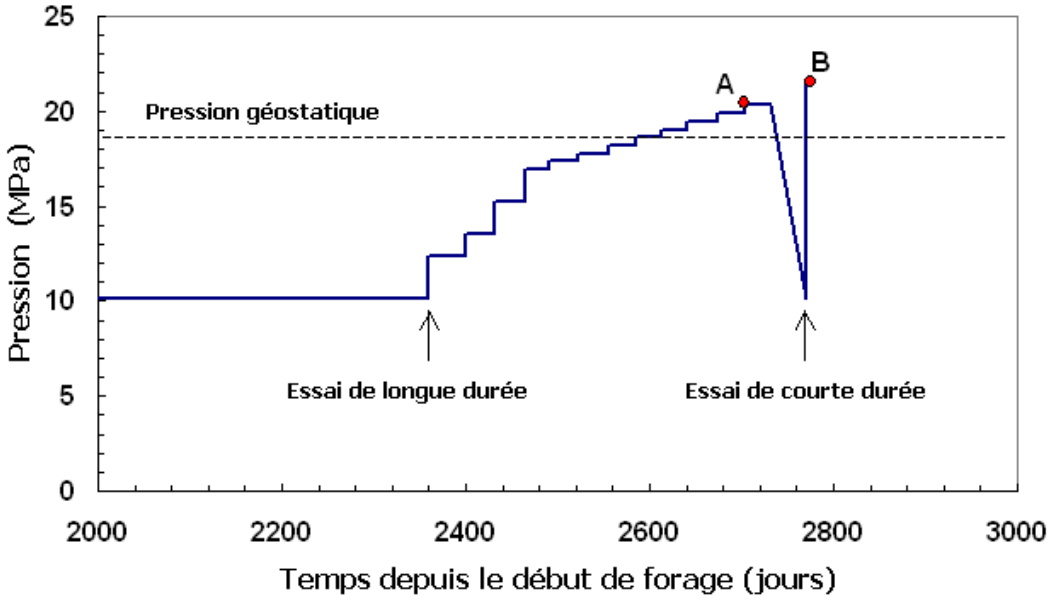


FIG. 2.39 – *Historique de la pression du puits dans les essais d'Etrez*

D'après Durup (1990)[21], la fracturation survient aux gradients 2,4 ($P = 20,5$ MPa) et 2,56 ($P = 21,8$ MPa) respectivement dans l'essai de longue durée et de courte durée

(Points A et B sur la figure 2.39). On peut dire que pendant le mois qui suit l'essai de longue durée, les contraintes n'ont pas le temps d'être redistribuées après qu'on ait baissé la pression, ainsi la remontée rapide de la pression engendre la fracturation à un gradient élevé contrairement à ce qu'on attend d'un essai de courte durée qui doit entraîner une fracturation à basse pression. Par ailleurs, selon Durup (1990) la pression géostatique est $P_\infty = 18,8$ MPa alors que dans l'essai de longue durée la pression de fracturation est $P_f = 2,4 \times 9,8 \times 870 = 20,5$ MPa. Dans ce cas, les effets de la redistribution des contraintes semblent être moins significatifs, car la pression de fracturation est sensiblement plus haute que la pression géostatique. Cette différence peut être expliquée par : (a) une période "d'attente" plus courte, (b) une plus grande résistance à la traction de roche et (c) une plus grande densité de terrains de recouvrement.

L'essai d'Etrez a été simulé par un calcul numérique. L'évolution de la contrainte tangentielle effective, $\sigma_\theta + P$, au cours du temps est montrée sur la figure 2.40. On peut dire que l'interprétation d'un essai de fracturation n'est pas souvent facile et l'incertitude sur la résistance à la traction et la densité de terrain peut être à l'origine d'une dispersion entre les résultats numérique et in situ. Ainsi il faudrait admettre soit une résistance à la traction très élevée pour le sel ou une densité de terrain plus grande que la valeur retenue par Durup. Dans ces conditions, on peut conclure que si on faisait l'essai juste après le forage (distribution purement élastique) on obtiendrait $P_f = P_\infty + \frac{T}{2} = 23,5$ MPa et si on faisait l'essai longtemps après, la pression de fracturation serait $P_f = P_\infty + \frac{T}{2} - (P_\infty - P_i)(1 - \frac{1}{n}) = 17,8$ MPa.

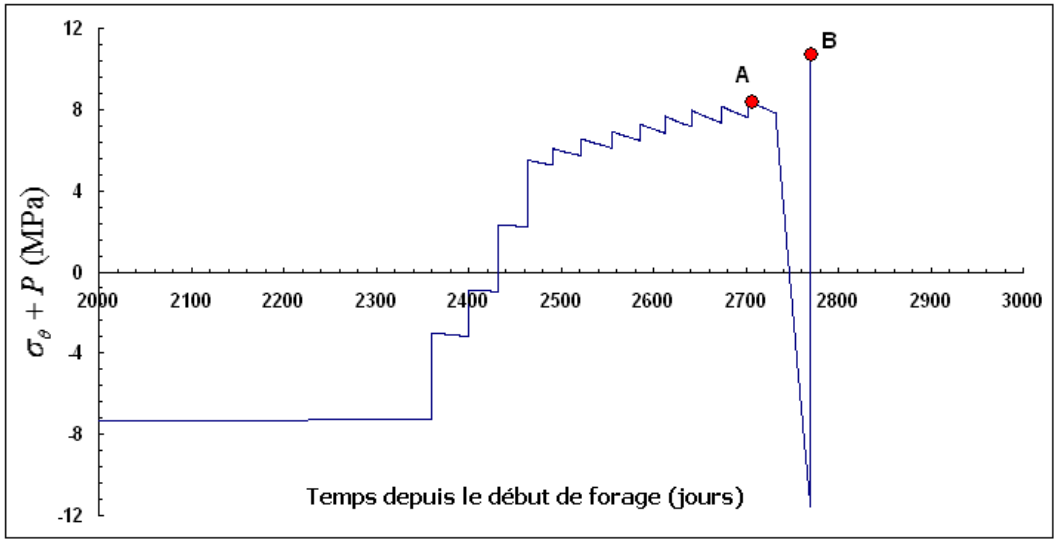


FIG. 2.40 – *Distribution de la contrainte déviatorique en fonction du temps.*

Essai de Krummhörn

Rummel et al. (1996)[22] ont décrit un essai de fracturation hydraulique destiné à déterminer la contrainte in situ au fond du puits K6 du site de Krummhörn en Allemagne. Onze essais ont été réalisés dans le puits de 8,5 pouces (22,8 cm) de diamètre entre les profondeurs 1300 et 1800 m dans la formation salifère. L'analyse des essais a fourni un résultat pertinent sur le profil de la pression au repos (défini au paragraphe 2.6.1), $P_{si}($

MPa) $= 29,38 + 0,0194(z - 1300)$ (m), ou un gradient moyen de $\frac{dP_{si}}{dz} = 0,0221$ MPa/m, pour les profondeurs entre 1300 m et 1720 m. Rummel et al. expriment que quand on regarde les résultats de onze essais réalisés entre 1305,7 m et 1721,6 m (TVD), on observe un accroissement de la pression de fracturation avec la profondeur avec le gradient $\frac{P_c}{TVD} = 0,0255$ MPa/m et la même tendance pour la pression au repos avec le gradient $\frac{P_{si}}{TVD} = 0,0221$ MPa/m. La dépendance de la résistance à la traction avec la profondeur comme caractéristique du matériau est moins importante, avec une valeur moyenne de 6,3 MPa.

Les auteurs concluent que le profil de la pression au repos (comme indicateur de la contrainte principale minimale) est en accord avec le profil de la contrainte verticale obtenue par des mesures géophysiques de la masse volumique du terrain. Ils expriment que ce profil a été obtenu à partir du cycle de refracturation pour garantir que des fractures se développent au-delà du puits et soient ajustées à la contrainte à l'infini. Ce commentaire peut expliquer pourquoi les résultats d'essais étaient en accord avec le gradient géostatique.

Essai d'Etzel

La fracturation dans une caverne est un phénomène plus compliqué que dans un puits. Quand on ferme et abandonne une caverne, la pression de saumure dans la caverne augmente progressivement en raison de plusieurs phénomènes dont la convergence viscoplastique et l'expansion thermique de la saumure.
Rokahr et al. (2000)[23] ont décrit un essai de fracturation réalisé sur la caverne Etzel K102 en 1990. La caverne Etzel K102 est une cavité de 230.000 m^3 de volume située entre 850 et 1500 m de profondeur dans le site d'Etzel en Allemagne. L'objectif de l'essai était de fracturer la cavité avec une petite vitesse de mise en pression. On s'attendait à ce que la mise en pression assez lente engendre un gradient de fracturation relativement élevé par rapport à des essais standards. La figure 2.41 montre l'historique de la pression dans la caverne pendant l'essai : chaque phase de la mise en pression est suivie par une longue période d'observation (quelques semaines).

Dans les deux premières étapes le gradient étaient 0,019 MPa/m et 0,0205 MPa/m. Une légère chute de pression a été observée après la première étape, et aucune perte de pression n'a été observée après la deuxième étape. Il est vraisemblable que le fluage inverse soit prépondérant à cause de la montée rapide de pression lors du passage de 0,012 MPa/m à 0,019 MPa/m et soit responsable de la chute de pression intérieure. Dans les autres paliers, l'accroissement de pression est assez petit et la phase de repos est assez longue ce qui fait que la dilatation thermique détermine l'évolution de la pression. Pendant la troisième étape, le rapport entre le débit injecté et la vitesse de la montée en pression a commencé à augmenter, preuve claire du début d'une rupture (augmentation de la perméabilité équivalente du puits). Un gradient de 0,0219 MPa/m a été atteint après 7 semaines ; quand l'injection s'est arrêtée, la pression a commencé à chuter ; et après une période de deux mois d'observation, l'extrapolation à un niveau final de pression de 0,0217 MPa/m a semblé plausible.
Il faut noter que le gradient géostatique de pression obtenu à partir des données stratigraphiques était 0,0241 MPa/m ce qui est bien plus grand que le gradient atteint pendant

la troisième étape. (Rétrospectivement, cette première estimation a été considéré comme trop haute par les promoteurs de l'essai ; des recherches complémentaires ont amené à un gradient géostatique entre 0,0204 MPa/m et 0,0211 MPa/m.)

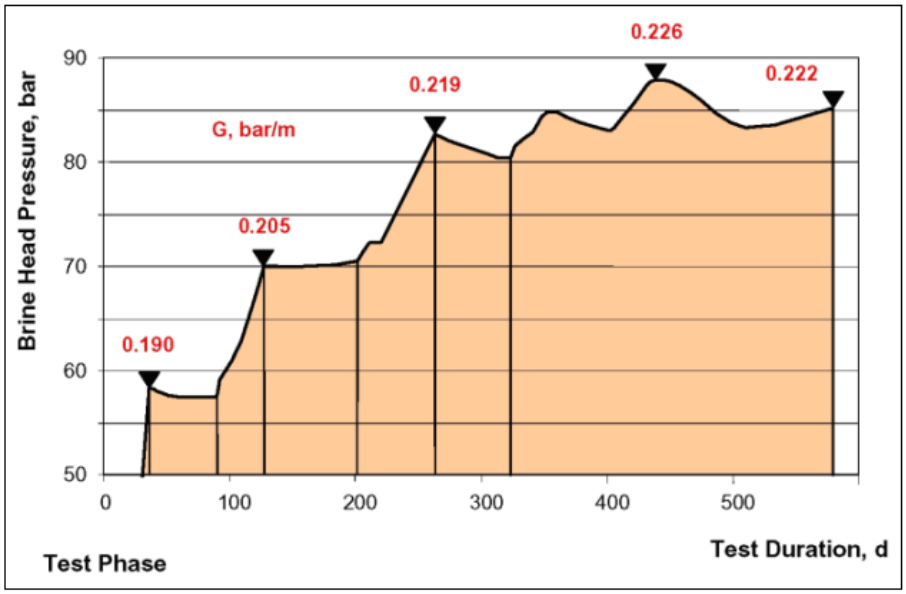


FIG. 2.41 – *Historique de la pression dans l'essai d'Etzel*

Nous avons calculé l'état de contrainte au voisinage d'une caverne cylindrique de 200 m de hauteur à la profondeur moyenne de 1000 m. Deux cas sont considérés : dans le premier cas, la caverne reste 20 ans sous une pression constante halmostatique. Ensuite, la pression monte avec différentes vitesses (la montée dure de 1 jour à 27 ans). Dès que la fracturation survient ($\sigma_{min} + P > 0$ où σ_{min} est la contrainte la moins compressive ; par simplicité on a retenu une résistance à la traction nulle.) on arrête le calcul. Les gradients correspondant à la fracturation sont tracés sur la figure 2.42. Dans le deuxième cas on ne laisse la caverne que 5 ans à l'état halmostatique avant de la mettre en pression (Figure 2.43). Les pressions de fracturation apparaissent légèrement plus petites dans le deuxième cas que dans le premier.

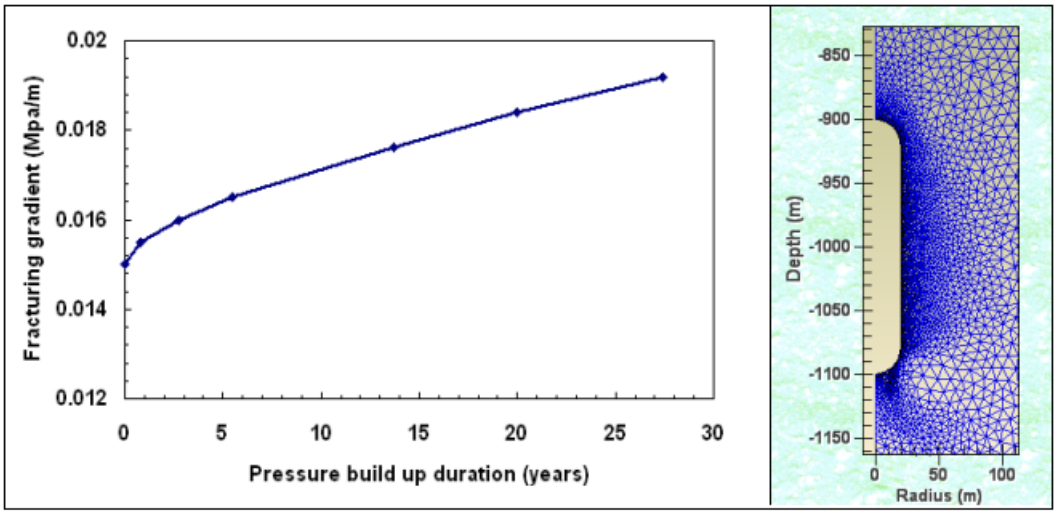


FIG. 2.42 – *Gradient de fracturation 20 ans après la création de la caverne (à gauche) et le maillage d'éléments finis (à droite)*

On observe que la fracturation a toujours lieu à une pression plus petite que la pression géostatique, ce qui peut expliquer le résultat de l'essai d'Etzel (rappelons que dans les calculs la résistance à la traction de roche n'a pas été prise en compte). Autrement dit, la redistribution de la contrainte dans le cas d'Etzel, comme expliqué ci-dessus, a pu être responsable de la rupture précoce (ou de la perméabilité accrue du sel), car la caverne avait été maintenue sous une pression basse pendant une longue période avant l'essai. Les effets du temps d'attente avant la mise en pression et de la vitesse de la montée sur la pression de fracturation sont schématisés sur le dessin 2.44.

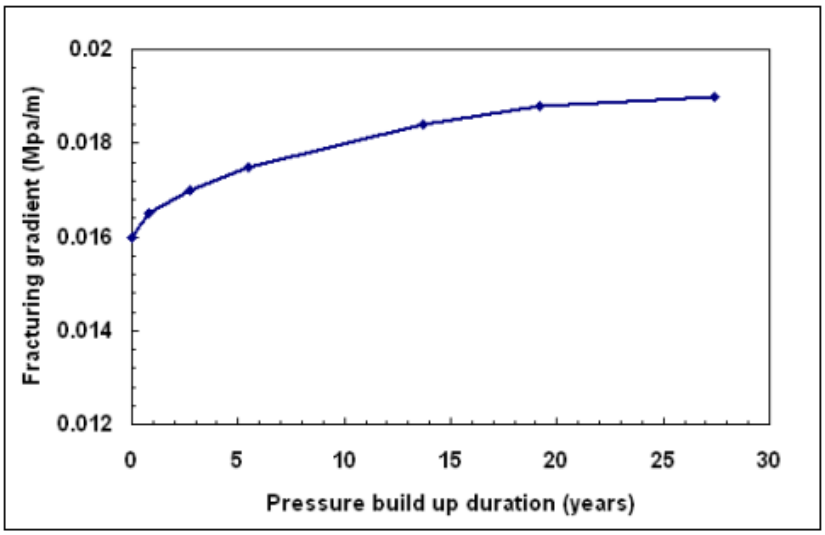


FIG. 2.43 – *Gradient de fracturation 5 ans après la création de la caverne*

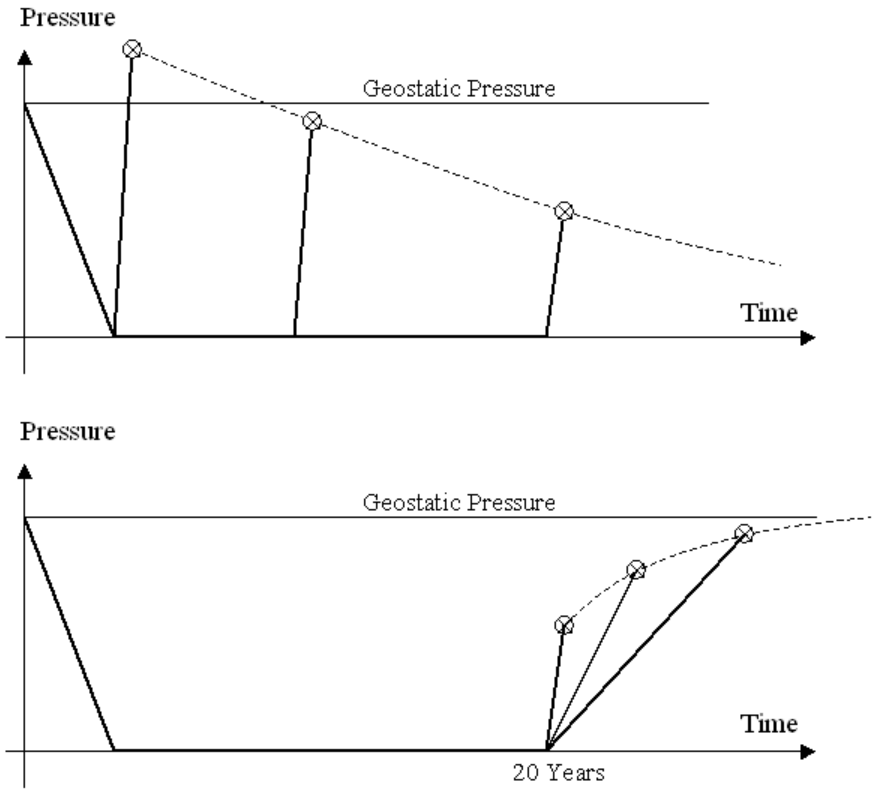


FIG. 2.44 – *Effets du temps d'attente (en haut) et de la vitesse de la mise en pression (en bas) sur la pression de fracturation*

Bibliographie

[1] Buffet A., (1998), The collapse of compagnie des salins SG4 and SG5 drillings. *Proc. SMRI Fall Meeting*, Roma, pp.79-105.

[2] Jeanneau V., (2005), The sinkhole of the cavity LR 50/51 in La Rape area, a case history, RHODIA Company. *Proc. SMRI Fall Meeting*, Nancy, pp.9-24.

[3] Spiers C. J., Peach C. J., Brzesowsky R. H., Schutjens P. M. T. M., Liezenberg J. L. , Zwart H. J., (1988), Long Term Rheological and Transport Properties of Dry and Wet Salt Rocks, EUR 11848, prepared for Commission of the European Communities, by University of Utrecht, Utrecht, The Netherlands.

[4] Ratigan J. L., Van Sambeek L. L., DeVries K. L., Nieland J. D., (1991), The Influence of Seal Design on the Development of the Disturbed Rock Zone in the WIPP Alcove Seal Tests, RSI-0400, prepared by RE/SPEC Inc., Rapid City, SD, for Sandia National Laboratories, Albuquerque, NM.

[5] Hunsche U. E., (1993), Failure Behaviour of Rock Around Underground Cavities, *Proc. 7th Sympo. on Salt*, Kyoto International Conference Hall, April 6-9, Kyoto, Japan, H. K Kakihana ; H. R. Hardy, Jr. ; T. Hoshi ; and K. Toyokura (eds.), Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, The Netherlands, Vol. 1, pp. 59-65.

[6] Hatzor Y. H., Heyman E. P., (1997), Dilation of Anisotropic Rock Salt : Evidence From Mount Sedom Diapir, *J. Geophys. Res.*, Vol. 102, No. B7, July 10, pp. 14,853-868.

[7] Fokker P. A., Kenter C. J., Rogaar H. P., (1993), The Effect of Fluid Pressures on the Mechanical Stability of Rock Salt, *Proc. 7th Symp. on Salt*, Kyoto International Conference Hall, April 6-9, Kyoto, Japan, H. K Kakihana ; H. R. Hardy, Jr. ; T. Hoshi ; and K. Toyokura (eds.), Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, The Netherlands, Vol. 1, pp. 75-82.

[8] Berest P., Brouard B., DeGreef V., (2001), Salt Permeability Testing - The Influence of Permeability and Stress on Spherical Hollow Salt Samples, SMRI Project No. 01-0008, prepared by Laboratoire de Mécanique des Solides, Ecole Polytechnique and Brouard Consulting for SMRI.

[9] Pouya A., (1991), Comportement rhéologique du sel gemme - Application à l'étude des excavations souterraines, Thèse, ENPC, Paris.

[10] Pouya A., (1991), Correlation between mechanical behavior and petrological properties of rock salt. *Proc. 32th US Symp. Rock Mech.*, Norman, pp.385-392.

[11] Hunsche U., (1988), Measurement of creep in rock salt at small strain rates., *Proc. 2nd conf. Mech. Beh. of Salt*, Clausthal-Zellerfeld, Germany : Transactions of Technical Publishers, pp.187-196.

[12] Munson D., Dawson P., (1982), A transient model for salt during stress loading and unloading, SAND 82-0962, Sandia National Laboratories, Albuquerque, NM, USA.

[13] Munson D.E., DeVriess K.L., Fossum A.F. et Callahan G.D. (1996), Extension of the M-D model for treating stress drop in salt, *Proc. 3rd Conf. Mech. Beh. Salt*, Trans Tech Pub., Clausthal-Zellerfeld, pp.31-44.

[14] Bérest P., Blum P.A., Charpentier J.P., Gharbi H. et Valès F., (2004), Fluage du sel gemme sous très faibles charges, *Comptes rendus Géosciences*, Vol.336, No.15, pp.1337-1344.

[15] Hugout B., (1988), Mechanical behavior of salt cavities - in situ tests - Model for calculating the cavity volume evolution., *Proc. 2nd conf. Mech. Beh. of Salt*, Clausthal-Zellerfeld, Germany : Transactions of Technical Publishers, pp.291-310.

[16] Brouard B., (1998), Sur le comportement des cavités salines, Thèse de doctorat, Ecole polytechnique, France, 254p.

[17] Clerc-Renaud A., Dubois D., (1980), Long-term operation of underground storage in salt, Proc. 5th Symp. on Salt, Coogan A.H. and Hauber L. ed., The salt institute, Vol.II, pp.3-10.

[18] Dubois D., (1972), Comportement des cavités dans le sel - Observations sur la cavité N12 à Manosque, Rapport Geostock.

[19] Denzau H., Rudolph F., (1997), Field test for the convergence of a gas storage cavern under load conditions frequently changing between maximum and minimum pressure and its finite element modelling, Proc. SMRI Spring Meeting, Cracow, pp.71-84.

[20] Wawersik W., Stone C.M., (1989), Acharacterization of pressure records in inelastic rock demonstrated by hydraulic fracturing measurement in salt, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., pp.613-627.

[21] Durup G., (1990), Field test in well EZ58. SMRI project Report n°90-00002-S.

[22] Rummel F., Benke K., Denzau H., (1996), Hydraulic fracturing stress measurements in the Krummhörn gas storage field, Northwestern Germany, Proc. SMRI Sring Meeting, Houston.

[23] Rokahr R.B., Hauck R., Staudtmeister K., Zander-Schiebenhöfer D. (2000), The results of the pressure build-up test in the brine filled cavern Etzel K102, Proc. SMRI Fall Meeting, San Antonio, pp.89-103.

Chapitre 3

PHÉNOMÈNES TRANSITOIRES DANS LES CAVITÉS SALINES

Les cavités salines sont des ouvrages destinés à être utilisés pendant plusieurs dizaines d'années ; leur comportement après leur abandon est étudié pendant une période de quelques siècles - les échelles de temps sont donc assez longues et on s'intéresse à des évolutions lentes. Toutefois dans certaines circonstances, des évolutions rapides ont lieu et leur étude présente un grand intérêt pratique. C'est le cas notamment des essais d'étanchéité, ou *Mechanical Integrity Tests*.
Le principe de ces essais consiste à augmenter rapidement la pression dans la cavité fermée (de plusieurs Mégapascals) puis à suivre l'évolution de la caverne pendant quelques jours. L'augmentation de pression initiale engendre des déséquilibres mécanique, thermique, hydraulique et chimique qui se résorbent au cours d'une épisode transitoire de quelques jours. Ces phénomènes sont discutés dans le paragraphe 3.1. Dans le paragraphe 3.2 on examine comment ces phénomènes se combinent au cours d'un essai d'étanchéité et on montre qu'il peuvent conduire à une interprétation incorrecte des résultats de l'essai.

3.1 Description des phénomènes

3.1.1 Comportement Mécanique

Le comportement mécanique différé d'une cavité saline a été étudié dans les chapitres précédents. Dans le paragraphe suivant on évoque brièvement le comportement mécanique instantané.

Compressibilité d'une caverne

La compressibilité d'une caverne est liée aux caractéristiques élastiques du massif et du fluide stocké dans la caverne. Quand un certain volume de liquide, v^{inj}, est injecté rapidement dans une caverne fermée, la pression en tête de puits augmente de p_i. Un exemple de mesure de la compressibilité de caverne est présenté sur la figure 3.1. La pente du tracé (volume injecté de saumure vs. pression en tête de puits) est dite "Compressibilité de la caverne", $v^{inj} = \beta V_c p_i$, (en m^3/MPa). La compressibilité de la caverne, βV_c, peut s'exprimer comme le produit du volume de la caverne ($V_c = V_b$, quand il n'y a pas d'hydrocarbure dans la caverne) par le coefficient de compressibilité, β. Ce coefficient ne dépend

pas de la dimension de la caverne. Une valeur typique est $\beta = 4 - 5 \times 10^{-4}$/MPa. Dans une cavité pleine de saumure, le coefficient de compressibilité, $\beta = \beta_c + \beta_b$, est la somme du coefficient de compressibilité de la saumure ($\beta_b = 2,7 \times 10^{-4}$/MPa), et du coefficient de compressibilité de la caverne dû à l'élasticité du massif, β_c. Ce dernier dépend de la forme et des caractéristiques élastiques du massif. Pour une cavité parfaitement sphérique le coefficient est $\beta_c = \frac{3(1+\nu)}{2E}$; il est plus grand pour une cavité aplatie. Une valeur typique est $\beta_c = 1,7 \times 10^{-4}$/MPa (Boucly, 1982 [1]).

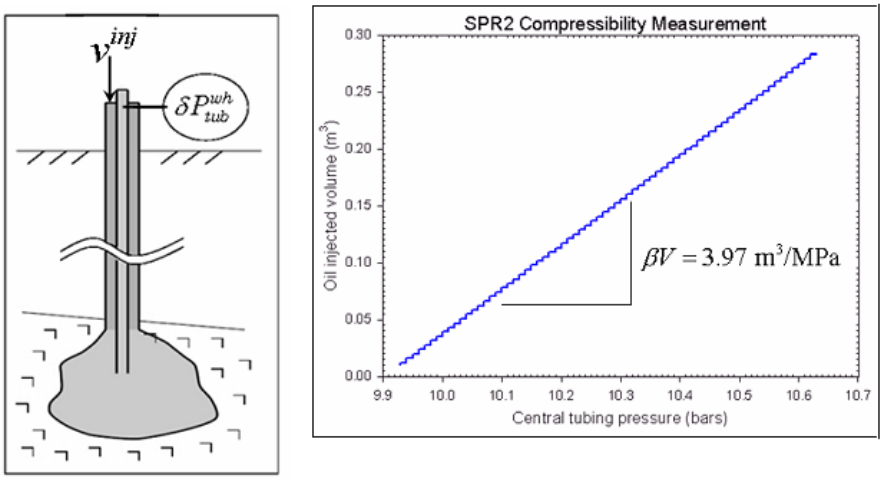


FIG. 3.1 – *Mesure de compressibilité d'une caverne (Brouard consulting et al., 2006).*

3.1.2 Comportement thermique

Les cavités salines sont créées par injection d'eau douce et soutirage de la saumure produite. L'eau utilisée provient généralement d'un aquifère peu profond et elle est relativement froide. La saumure est donc plus froide que le massif de sel à la profondeur de la cavité ; en effet, la température géothermique $T_\infty(z)$ augmente avec la profondeur z suivant un gradient moyen de l'ordre de 3 degrés par 100 mètres (par exemple $T_\infty(z) = 10{+}0,03z$). Brouard (1998) [2] a donné la distribution verticale de la température dans le puits de la cavité Ez53. Le gradient est plus faible dans la couche de sel que dans les autres types de terrains, comme le montre la figure 3.2 : on observe bien la discontinuité du gradient de température au passage dans la couche de sel (vers 690 mètres), due à la plus grande conductivité thermique du sel ($K_s^{th} \approx 6$ W/m/°C) et à la conservation du flux de chaleur, $q = K_s^{th} \frac{dT}{dz}$, à la traversée de l'interface sel-marnes.

Au cours du lessivage, l'eau douce froide injectée dissout le sel ; sa température augmente, par mélange avec le sel chaud dissous et par conduction thermique de la chaleur du massif vers la caverne. Le bilan thermique global est assez complexe, parce que la dissolution est un processus endothermique et parce que le bilan dépend largement des débits d'injection et de la durée du lessivage. La température moyenne de la saumure à la fin du lessivage est intermédiaire entre celle de l'eau douce injectée et celle du massif à la profondeur moyenne de la cavité, mais sans doute assez proche de la température de l'eau douce injectée (Extrait de Brouard, 1998[2]). Si la saumure contenue dans la caverne est laissée au repos après le lessivage, sa température va lentement augmenter et tendre vers

un équilibre avec le massif. Une convection naturelle dans la bulle de saumure se produit, due au gradient de température géothermique dans le massif. Cette convection se traduit par un brassage de la saumure qui tend à réduire les écarts de température au sein de la saumure. Grâce à la convection on peut justifier l'hypothèse de la température uniforme dans la caverne.

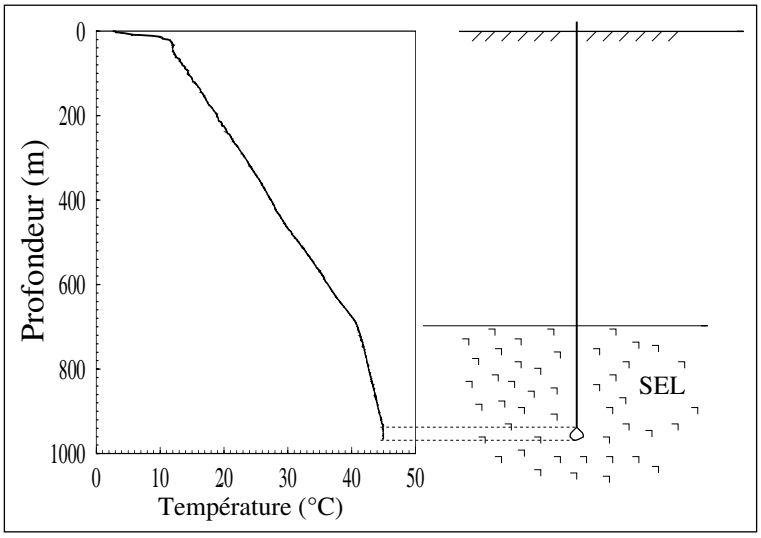


FIG. 3.2 – *Distribution réelle de la température géothermique - cavité Ez53 (Brouard, 1998).*

Réchauffement de la saumure par la conduction

Si après le lessivage la saumure reste pendant longtemps enfermée dans la cavité, l'écart initial de la température entre la saumure et la roche diminue progressivement en raison de la conduction de chaleur provenant du massif rocheux. En supposant une température uniforme dans la caverne (hypothèse justifiée par le fait que la convection dans la cavité contribue à une diffusion relativement rapide de la chaleur dans la saumure qui engendre une distribution presque uniforme dans la saumure) les équations régissantes sont :

$$\begin{gathered} \frac{\partial T}{\partial t} = k_s^{th} \Delta T_s \\ \int_{\Omega_c} \rho_b c_b \dot{T}_i d\Omega_c = \int_{S_c} K_s^{th} \frac{\partial T_s}{\partial n} ds \\ T_i(t) = T_{wall} \qquad \text{et} \qquad T_s(r=\infty, t) = T_\infty \\ T_s(r, t=0) = T_\infty \qquad \text{et} \qquad T_i(t=0) = T_i^0 \end{gathered} \tag{3.1}$$

où T_s représente la température de la roche et T_i est la température de la saumure. La première équation du système (3.1) décrit le transfert de chaleur dans le massif rocheux où $k_s^{th} \approx 3 \times 10^{-6}$ m^2/s représente la diffusivité thermique du sel. La deuxième équation décrit la condition à la limite à la paroi de la caverne où $K_s^{th} = k_s^{th} \rho_s C_s$ est la conductivité thermique du sel. On adopte généralement que $K_s^{th} = 6$ W/m/°C et $\rho_b C_b = 4,8.10^6$ J/m^3/°C. La troisième équation traduit l'hypothèse d'adhérence thermique à la paroi. La

quatrième équation précise les conditions initiales dans le massif et dans la cavité.

Souvent dans une cavité de stockage, on injecte ou soutire un fluide pendant l'exploitation, ce qui engendre un transfert de chaleur complémentaire. Dans ce cas le système d'équations (3.1) doit être modifié. Dans tous les cas on peut calculer l'évolution de la température par la méthode numérique (Paragraphe A.1.4).

L'analyse dimensionnelle du système d'équations 3.1 montre que le transfert de chaleur dans le massif est régi par les temps caractéristiques suivants :

$$t_{c1}^{th} = \frac{a^2}{\pi k_s^{th}} \tag{3.2}$$

$$t_{c2}^{th} = \frac{a^2}{\pi k_s^{th}} \cdot \frac{\rho_b C_b}{\rho_s C_s} \tag{3.3}$$

Où a est défini par $V_c = \frac{4}{3}\pi a^3$. Ces temps caractéristiques sont du même ordre de grandeur (ce ne serait pas le cas si la caverne, au lieu de contenir de la saumure, contenait un fluide de capacité calorifique volumique fable, par exemple du gaz) et chacun peut être représentatif de la durée du réchauffement de la saumure. Donc on adopte finalement un temps caractéristique unique :

$$t_c^{th}(\text{ans}) = \frac{V_c^{\frac{2}{3}}(\text{m}^2)}{800} \tag{3.4}$$

Pour une cavité sphérique, $2t_c^{th}$ est le temps au bout duquel 75% de l'écart initial de température disparaît. La figure 3.3 montre l'évolution de la température dans deux cavités sphérique de volumes différents. Par exemple pour une cavité de $V_c = 8000\ \text{m}^3$, $2t_c^{th} \approx 1$ an.

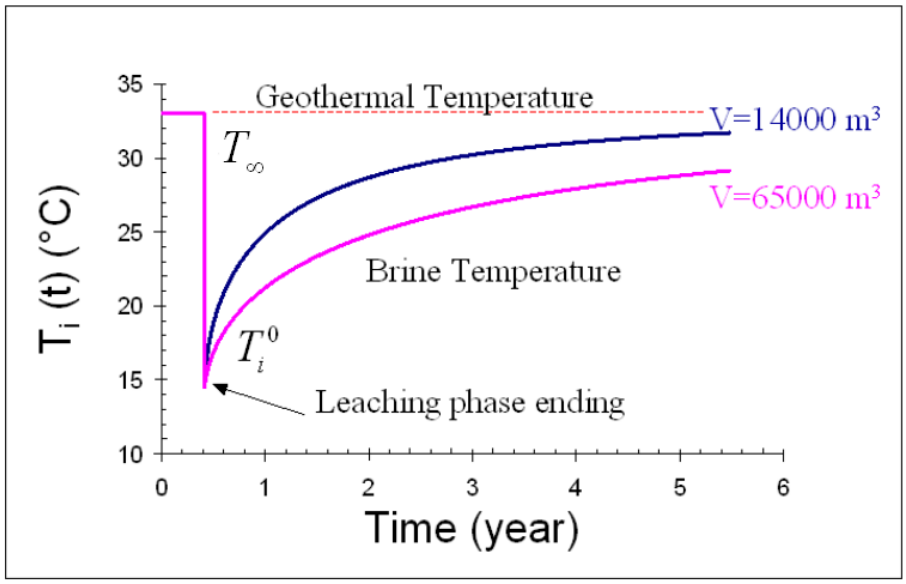


FIG. 3.3 – *Effet du volume de la caverne sur l'évolution de la température dans la caverne.*

Pour une cavité cylindrique, le temps caractéristique thermique est plus petit que dans une cavité sphérique. Car le transfert de chaleur vers la cavité est plus rapide. Des calculs numériques sont réalisés afin de déterminer une loi empirique qui donne le temps

caractéristique en fonction du rapport hauteur/diamètre. Sur la figure 3.4 on donne le temps caractéristique thermique (le temps au bout duquel 75% de l'écart initial de la température disparaît) d'une caverne de 100.000 m^3 de volume avec différent formes. Une loi lognormale est calée :

$$t_c^{th} \approx a \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(A/A_0)}{b}\right)^2\right] \tag{3.5}$$

Où $a = 4,67$ ans, $b = 1,97$, $A_0 = 0,91$ et A représente le rapport hauteur par diamètre. La loi généralisée pour une cavité cylindrique de volume V_c est :

$$t_c^{th} \approx a\left(\frac{V_c(\mathrm{m}^3)}{100000}\right)^{2/3} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(A/A_0)}{b}\right)^2\right] \tag{3.6}$$

Où les coefficients sont les mêmes que dans la loi précédente.
Dans une cavité ouverte en tête, la montée en température fait sortir de la saumure en raison de l'expansion thermique, $Q_{th} = \alpha_b V_c \dot{T}_i$, où $\alpha_b \approx 4,4.10^{-4}/°\mathrm{C}$ représente le coefficient d'expansion thermique de la saumure. Ainsi, quand l'écart initial de la température est $T_\infty - T_i^0$, le débit moyen de la saumure expulsée pendant une période de $2t_c^{th}$ se traduit par :

$$Q_{th}^{av} = 0,75\alpha_b V_c (T_\infty - T_i^0)/2t_c^{th} \tag{3.7}$$

La saumure dans le puits aussi se réchauffe ou se refroidit après tout injection ou soutirage. Puisque le rayon du puits, r_0 est petit, le temps caractéristique correspondant, $t_c^{well} = \frac{r_0^2}{\pi k_{rock}^{th}}$, est petit (par exemple pour un puits rempli d'un liquide, $t_c^{well} = 1$ heure quand $r_0 = 15$ cm) et l'équilibre thermique s'établit rapidement.

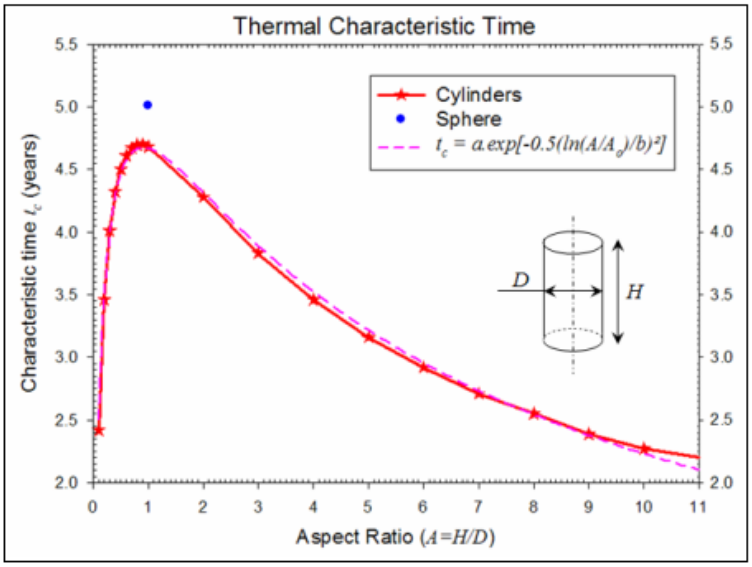


FIG. 3.4 – *Temps caractéristique thermique dans une cavité cylindrique de 100.000 m^3 de volume.*

Réchauffement de la saumure par la compression adiabatique

Quand la pression monte rapidement dans une cavité fermée pleine de liquide, le liquide subit une augmentation de température dans un processus adiabatique. La figure

3.5 présente un exemple du phénomène. Selon cette expérience la température diminue suite à une décompression rapide dans la cavité. C'est une cavité pleine de gazole du site de stockage de Manosque. La pression dans la cavité est descendue de $p_i^1 = -3,2$ MPa du 14 au 31 janvier ce qui diminue la température de $\theta_i^1 = -0,48$°C (peut-être plus parce que la mesure a été faite quelques semaines après la chute de pression. Il faut noter toutefois que la période de 17 jours peut être considérée comme instantané par rapport au temps caractéristique du réchauffement global de la caverne). Le changement de température est significatif car il a lieu pendant une petite période et il sera suivi par une phase de refroidissement/réchauffement pour restaurer l'état précédent. Cette phase dans une cavité fermée est accompagnée par une chute/montée de la pression dans la caverne.

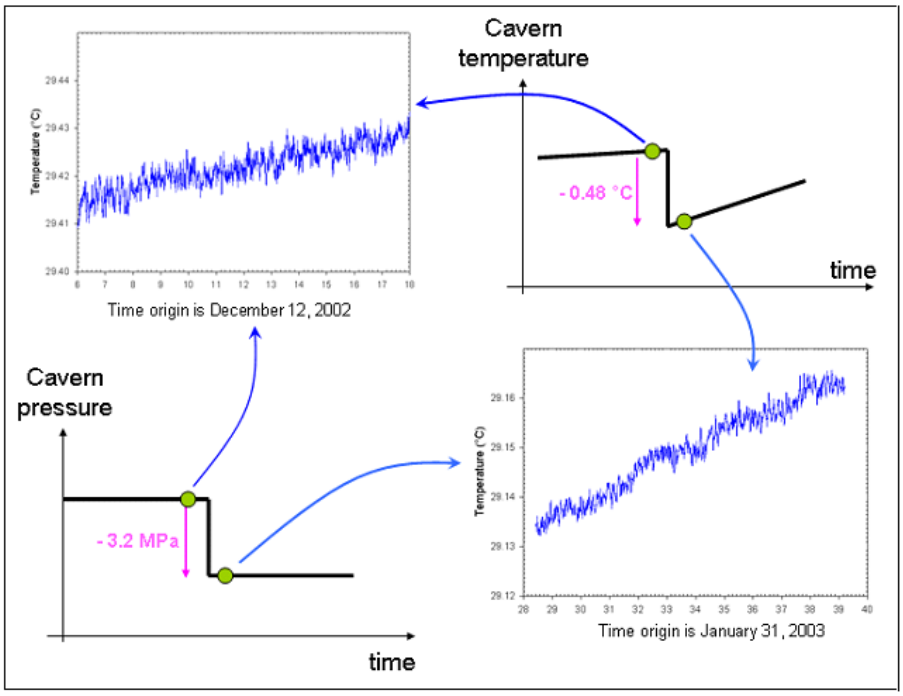


FIG. 3.5 – *Evolution de la température dans une cavité de gazole. Après une décompression, la température diminue tandis que sa vitesse augmente.*

La première loi de la thermodynamique exprime que tout changement d'énergie interne d'un corps est égal à la somme de la chaleur reçue et du travail exercé sur le corps :

$$\int_{\Omega_c} (\rho_b C_b \dot{T}_i - \alpha_b T_i \dot{p}_i) dV = \int_{S_c} K_s^{th} \frac{\partial T}{\partial n} ds \tag{3.8}$$

Où α_b est le coefficient de dilatation thermique linéaire de la saumure et T_i la température absolue. Si la pression change lentement, le terme $\alpha_b T_i \dot{p}_i$ est négligeable (deuxième équation du système 3.1). En revanche quand il y a un changement rapide de la pression, le processus est quasi adiabatique et donc le terme de droite de l'équation 3.8 est négligeable ; par conséquent la variation instantanée de la température de la saumure, θ_i^1, due au changement de pression, p_i^1, est :

$$\theta_i^1 = \left(\frac{\alpha_b T_i}{\rho_b c_b} \right) p_i^1 \tag{3.9}$$

Pour une cavité pleine de saumure on a $\alpha_b = 4,4.10^{-4}/°\text{C}$, $T_i \approx 300$ K. Ainsi le changement instantané de la température est traduit par $\theta_i^1(°\text{C}) = 2,9.10^{-2} p_i^1(\text{MPa})$. Le changement de la température dans une cavité pleine de gazole est plus grand car le coefficient de dilatation thermique du gazole est plus fort et que sa capacité calorifique est plus faible que ceux de la saumure.

En général l'accroissement instantané de la température est suivi par un refroidissement qui est toujours régi par le système 3.1 car l'équation du transfert de chaleur est linéaire de sorte que cette évolution complémentaire de la température peut être ajoutée à l'évolution préexistante. Souvent la période pendant laquelle la pression change violemment est petite par rapport au temps caractéristique, t_c^{th}, et en supposant que le changement de la température relative est petit on peut obtenir la solution analytique suivante pour une cavité sphérique de rayon a :

$$\theta_i(t) - \theta_i(0) = -\frac{3\alpha_b \rho_s C_s T_i}{\pi \rho_b^2 C_b^2} p_i^1 \left(\frac{t}{t_c^{th}} + 2\sqrt{\frac{t}{t_c^{th}}} \right) \tag{3.10}$$

D'où en prenant les caractéristique du sel et de la saumure il vient pour les temps petits vis-à-vis de t_c^{th}

$$\dot{\theta}_i(t) \approx -\frac{1,2 \times 10^{-2}}{a(\text{m})} \frac{p_i^1(\text{MPa})}{\sqrt{t(\text{jours})}} \tag{3.11}$$

Réchauffement de la saumure par la convection

Introduction

En général, dans un fluide dilatable, toute différence de température tend à créer une différence de densité ; par ailleurs le champs de la pesanteur engendre à son tour des forces pouvant entraîner un mouvement du fluide appelé convection thermique. La transmission de chaleur par convection est désignée, selon le mode d'écoulement du fluide, par convection libre ou convection forcée. Lorsqu'il se produit au sein du fluide des courants dus simplement aux différences de température, on dit que la convection est naturelle ou libre. Par contre si le mouvement du fluide est provoqué par une action externe, telle une pompe ou un ventilateur, le processus est appelé convection forcée.
Dans une cavité saline pleine de fluide il y a une convection naturelle permanente du fait que le gradient géothermique dans le massif est positif ($\frac{dT_s}{dz} > 0$ où z désigne l'axe vertical orienté vers le bas). Ainsi si le gradient géothermique est inverse ($\frac{dT_s}{dz} < 0$), le fluide dans la cavité sera stable. Le gradient thermique dans le fluide après l'établissement de la convection stationnaire est plus faible que le gradient géothermique dans le massif. Dans cet état, il y a une zone au voisinage de la caverne où le champ de la température est modifié. Dans cette zone le gradient géothermique est plus faible que le gradient géothermique initial.

La convection de Rayleigh-Bénard

Ce phénomène intéresse une couche de fluide, d'épaisseur d, confinée entre deux plaques rigides horizontales, bonne conductrices de la chaleur. Ces deux plaques sont maintenues à température fixe, la plaque inférieure étant à une température $T_b^0 + \delta T_b$ ($\delta T_b > 0$) plus

élevée que celle T_b^0 de la plaque supérieure. L'extension de la couche est limitée latéralement par des parois verticales. Du point de vue expérimental il est essentiel que les échanges thermiques entre fluide et plaque soient d'excellente qualité, de manière à ce qu'un gradient de température linéaire s'établisse verticalement dans la couche, sans discontinuité au niveau des parois. Par rapport à d'autre type de convection, la convection de Rayleigh-Bénard est caractérisée par l'absence de gradient de température horizontal avant le début de la convection.
Ainsi, le fluide (ici la saumure) est soumis à deux tendances antagonistes : puisque le fluide froid, plus dense, situé à la partie supérieure, tend à descendre, alors qu'à la base, le fluide plus chaud et moins dense, tend au contraire à s'élever. Néanmoins, tant que l'écart de température δT reste suffisamment faible, aucun mouvement de convection ne peut apparaître à cause des effets stabilisants : compressibilité adiabatique et viscosité du fluide.

L'effet de la compressibilité adiabatique est le suivant : quand une particule de fluide remonte, sa pression se met instantanément en équilibre avec l'environnement, $dp = -\frac{1}{V_b} g dz$ où $V_b = \frac{1}{\rho_b}$. En revanche une remontée rapide se fait de manière adiabatique, donc la température ne s'équilibre pas instantanément avec l'environnement mais

$$C_p dT_b - T_b^0 \left(\frac{\partial V_b}{\partial T_b}\right)_p dp = 0 \tag{3.12}$$

Donc dans la détente la température diminue de

$$\frac{dT_b}{dz} = \frac{g T_b^0 \left(\frac{\partial V_b}{\partial T_b}\right)_p}{V_b C_p} = \frac{g T_b^0 \alpha_b}{C_p} \tag{3.13}$$

Si cette diminution de température est plus grande que le gradient imposé, la particule reste sans mouvement. Cet analyse est basé sur l'hypothèse d'un fluide compressible sans viscosité ni diffusivité thermique.
Maintenant, on considère un fluide visqueux. Lors du déplacement d'une particule d'un point à l'autre, la différence de température entre les deux points diminue par suite de la diffusivité thermique, k^{th}, et le temps caractéristique associé est de l'ordre de $\tau_{diff} \sim \frac{d^2}{k^{th}}$. De l'autre coté, le temps caractéristique du déplacement mentionné dépendant des forces agissant sur la particule (force d'Archimède liée à la différence de masse volumique et force de friction visqueuse) se comporte comme $\tau_{conv} \sim \frac{\mu_b}{\rho_b^0 g \alpha d \delta T}$ où μ_b est la viscosité dynamique du fluide. La condition d'apparition d'un mouvement durable est que le temps τ_{diff} soit plus élevé que τ_{conv} :

$$Ra = \frac{\rho_b^0 g \alpha_b d^3}{\mu_b k_b^{th}} \delta T_b \geq \text{cte.} \tag{3.14}$$

Le membre de gauche, appelé nombre de rayleigh, Ra, constitue une mesure adimensionnelle de l'écart de température δT_b. L'inégalité précédente montre qu'il existe un nombre de rayleigh critique, Ra_c, au-delà duquel l'état de repos cessant d'être stable, naît la convection. En superposant les deux effets mentionnés, Bormann (2001)[5] a défini un nombre de Rayleigh au-delà duquel la convection est déclenchée pour une couche du fluide infiniment large :

$$Ra_c = 1708 + \frac{\alpha_b^2 \rho_b^2}{\mu_b K_b^{th}} T_b^0 g^2 d^4 \tag{3.15}$$

A l'échelle d'une cavité saline, c'est souvent le deuxième terme de droit qui est prépondérant. Ainsi le critère du déclenchement de la convection thermique se réduit à :

$$\frac{dT_b}{dz} > \frac{gT_b^0\alpha_b}{C_p} \tag{3.16}$$

Où $\frac{dT_b}{dz}$ est le gradient thermique initial dans le fluide. D'après Bérest (1990) [3] si la convection n'apparaît pas dans une cavité sphérique pleine de saumure, le gradient thermique dans la cavité dû à la conduction de chaleur dans la saumure est plus grand que le gradient dans le massif salifère :

$$\frac{dT_b}{dz} = \frac{3K_s^{th}}{K_b^{th}+2K_s^{th}} \cdot \frac{dT_\infty}{dz} \qquad \text{Dans la cavité}$$

$$\frac{dT_s(r)}{dz} = \frac{dT_\infty}{dz} + \frac{K_s^{th}-K_b^{th}}{2K_s^{th}+K_b^{th}} \cdot \frac{a^3}{r^3} \qquad \text{Dans le massif}$$

Où r est distance au centre de la caverne et a représente le rayon de la caverne.

Equations d'évolution

Les équations qui rendent compte des phénomènes convectifs ci-dessus sont relatives à la vitesse, $\boldsymbol{v}$, d'un élément de fluide et à sa perturbation de température, θ_b (la différence entre la température en présence de convection et celle qu'aurait le fluide en absence de convection). Il s'agit des relations classiques, établies au XIX^e siècle, que l'on obtient en écrivant les bilans locaux de la quantité de mouvement (équation de Navier-Stokes), de la masse (équation de continuité) et de la chaleur. En utilisant l'approximation de Boussinesq (la densité de fluide est indépendante de la pression ; elle est fonction linéaire de la température : $\rho_b - \rho_b^0 = -\rho_b^0\alpha_b(T_b - T_b^0)$) on obtient le système d'équations suivantes :

$$div\boldsymbol{v} = 0 \tag{3.17}$$

$$\rho_b \tfrac{d\boldsymbol{v}}{dt} = -\nabla(P - \rho_b g z) + \mu_b \Delta \boldsymbol{v} - \alpha_b \rho_b \theta_b g \boldsymbol{e_z} \tag{3.18}$$

$$\tfrac{\partial \theta_b}{\partial t} + \left(\tfrac{dT_s}{dz}\boldsymbol{e_z} + \nabla\theta_b\right)\boldsymbol{v} = k_b^{th}\Delta\theta_b \tag{3.19}$$

P étant la pression halmostatique, $\boldsymbol{e_z}$ le vecteur unitaire sur l'axe de pesanteur. L'approximation de Boussinesq est un peu paradoxale car d'une part dans l'équation 3.17 on suppose que le fluide est non dilatable et d'autre part dans l'équation 3.18 la dilatation thermique du fluide est prise en compte.
Il y a un autre nombre sans dimension qui s'implique dans le problème de la convection naturelle : le nombre de Prandtl, Pr, qui est caractéristique du fluide considéré. Il désigne le rapport de la viscosité cinématique du fluide, ν_b, à sa diffusivité thermique :

$$Pr = \frac{\nu_b}{k_b^{th}} \tag{3.20}$$

Le nombre de Prandtl pour l'air et l'eau est de l'ordre de 0,71 et 7,9 respectivement.
D'après Spiegel et Veronis (1960) [6] l'approximation de Boussinesq peut être généralisée pour le cas d'un fluide compressible si la condition suivante est vérifiée

$$d \ll \min\{D_\rho, D_p, D_T\} \tag{3.21}$$

où d représente l'épaisseur de la couche du fluide et

$$D_f = \left| \frac{1}{f^0} \frac{df_s}{dz} \right|^{-1} \tag{3.22}$$

est la hauteur d'échelle basée sur le paramètre physique f (densité, pression et température) ; f^0 représente la valeur de référence du paramètre et $f_s(z)$ est son valeur non perturbée avant convection.

Régime de la convection

La convection se manifeste sous différentes formes : les cellules de convection peuvent avoir des configurations plus ou moins régulières ou le flux peut atteindre un régime permanent ou subir des oscillations ou même être totalement turbulent. En fait, le régime est très sensible aux conditions aux limites et à la forme du récipient de fluide. Dans le cas d'une cavité souterraine, on admet souvent que la convection est turbulente quand $Ra > 10^8$. Pour une cavité de saumure d'une hauteur de 50 m dans un massif de gradient $0,01$ °C/m, le nombre de Rayleigh est de l'ordre de 10^{15}. Le modèle turbulent d'un fluide incompressible largement utilisé dans la littérature est le modèle $k - \varepsilon$ standard. Ainsi la viscosité et la conductivité se décomposent en deux parties laminaire et turbulente :

$$\begin{aligned} \mu &= \mu_0 + \mu_t \qquad \mu_t = \rho c_\mu \frac{K^2}{\varepsilon} \\ k &= k_0 + k_t \qquad k_t = \frac{\mu_t C_p}{\varsigma} \end{aligned} \tag{3.23}$$

où K et ε sont l'énergie cinétique et la vitesse de dissipation de la turbulence respectivement ; c_μ, ς sont constantes. Les équations régissant des variables complémentaires K et ε sont présentées dans la référence [7].

Les résultats des calculs numériques de la convection pour différentes cavernes sont présentés dans l'annexe C.

Refroidissement du massif au voisinage de la caverne

Quand une éprouvette de sel est exposée à un changement de température uniforme, il peut y avoir les deux cas suivants :

- L'éprouvette est laissée libre de se déformer. Elle change de volume $\frac{\Delta V}{V} = 3\alpha_s\theta_s$ où $\alpha_s \approx 4.10^{-5}/°\text{C}$ est le coefficient d'expansion thermique du sel.
- L'éprouvette est bloquée contre tout déformation. Cela engendre une contrainte moyenne $\Delta\sigma = \frac{E\alpha_s\theta_s}{1-2\nu}$ dans l'éprouvette.

Ainsi dans le cas d'une caverne, la présence de la saumure froide dans la caverne conduit à un transfert de chaleur vers la caverne. Le massif salifère au voisinage de la caverne subit un refroidissement qui peut faire se contracter la caverne et monter la pression dans la caverne. On peut démontrer toutefois que pour une cavité parfaitement sphérique ou cylindrique la variation de volume de la caverne due au changement de température dans le massif est nulle.
On suppose qu'une cavité est créée dans un milieu infini, homogène, isotrope et élastique linéaire. Deux cas de chargement peuvent être considérés :

1. La température du massif ne change pas et une pression P s'applique sur la paroi de la caverne. On a

$$\begin{aligned} \varepsilon^1_{ij} &= L_{ijkl}\sigma^1_{kl} \qquad \text{dans le massif } \Omega \\ \sigma^1_{kl}n_l &= -Pn_k \qquad \text{sur la paroi } \partial\Omega \end{aligned}$$

2. Le champ de température dans le massif change selon $\theta_s = \theta_s(x, y, z)$ et aucune pression ne s'applique sur la paroi de la caverne. On a

$$\begin{aligned} \varepsilon^2_{ij} &= L_{ijkl}\sigma^2_{kl} + \alpha_s\theta_s\delta_{ij} \qquad \text{dans le massif } \Omega \\ \sigma^2_{kl}n_l &= 0 \qquad \text{sur la paroi } \partial\Omega \end{aligned}$$

En utilisant le théorème de Maxwell-Betti, on peut écrire

$$\int_\Omega \left(\sigma^2_{ij}\varepsilon^1_{ij} - \sigma^1_{ij}\varepsilon^2_{ij}\right) d\Omega = -\int_\Omega \alpha_s\theta_s\sigma^1_{ii}d\Omega \tag{3.24}$$

Une intégration par partie donne

$$\int_{\partial\Omega} \left(u^1_i\sigma^2_{ij}n_j - u^2_i\sigma^1_{ij}n_j\right) da = -\int_\Omega \alpha_s\theta_s\sigma^1_{ii}d\Omega \tag{3.25}$$

Où $\sigma^2_{ij}n_j = 0$ et $\sigma^1_{ij}n_j = -Pn_i$. Il vient

$$\int_{\partial\Omega} Pu^2_i n_i da = -\int_\Omega \alpha_s\theta\sigma^1_{ii}d\Omega \tag{3.26}$$

Dans le cas d'une caverne sphérique ou cylindrique on a $\sigma^1_{ii} = 0$ et cela donne

$$\Delta V_c = -\int_{\partial\Omega} u^2_i n_i da = 0 \tag{3.27}$$

Des calculs numériques ont montré que pour une cavité quelconque axisymétrique cette variation de volume est extrêmement faible.

3.1.3 Comportement hydraulique

On suppose généralement que le sel est un milieu étanche et les problèmes de fuite dans les cavité de stockage sont associés à la cimentation du puits. Des essais de laboratoire ont donné une perméabilité intrinsèque de l'ordre de $K_s^{hyd} = 10^{-21} - 10^{-19}$ m^2 pour le sel. Avec cette petite perméabilité la perméation de la saumure à travers le massif salifère en régime permanent peut être considérée comme négligeable. En revanche le flux transitoire de la saumure dans le sel après une mise en pression rapide peut être significatif. Pour simplifier le problème, on suppose que la loi de Darcy est valable pour l'écoulement dans le sel, les phénomènes hydraulique et mécanique sont découplés et l'état naturel de la pression de pore dans le massif est halmostatique.
L'évolution de la pression de pore incrémentale, $p = P - P_h$, se traduit par les équations

suivantes :

$$\begin{gathered} \frac{\partial p}{\partial t} = k_s^{hyd} \Delta p \\ Q_{per} = \int_{S_c} \frac{K_s^{hyd}}{\mu_b} \frac{\partial p}{\partial n} ds \\ p_i(t) = p_{wall} \qquad \text{et} \qquad p(r=\infty, t) = 0 \\ p(r, t=0) = 0 \qquad \text{et} \qquad p_i(t=0) = p_i^1 \end{gathered} \tag{3.28}$$

où K_s^{hyd} est la perméabilité intrinsèque du massif rocheux, $k_s^{hyd} = \frac{M K_s^{hyd}}{\mu_b}$ représente la diffusivité hydraulique où μ_b est la viscosité dynamique de la saumure et M représente le module de Biot. Q_{per} est le débit sortant de la saumure vers le massif. Le système d'équations 3.28 a la même forme que le système 3.1. Contrairement au problème thermique, les constants k_s^{hyd}, K_s^{hyd} ou M ne sont pas très bien connues, ce qui rend difficile des estimations précises des effets hydrauliques.
La perméation stationnaire, pour une cavité sphérique dans laquelle la pression ($P_i^1 = p_i^1 + P_h$) est constante, s'écrit :

$$Q_{per}^{ss} = \frac{4\pi K_s^{hyd} a}{\mu_b} p_i^1 \tag{3.29}$$

Le temps caractéristique du phénomène se traduit par :

$$t_c^{hyd} = \frac{\mu_b a^2}{\pi M K_s^{hyd}} \tag{3.30}$$

La perméation transitoire pour une cavité sphérique se traduit par

$$Q_{per} = Q_{per}^{ss} \left(1 + \sqrt{\frac{t_c^{hyd}}{t}} \right) \tag{3.31}$$

Ainsi le flux transitoire est particulièrement significatif quand le volume de la caverne est grand. Considérant le cas où $V_c = 8000$ m^3, $p_i^1 = 5$ MPa, $K_s^{hyd} = 10^{-19}$ m^2 et $\mu_b = 1,2.10^{-3}$ Pa.s, on obtient $Q_{per}^{ss} = 2$ m^3/an tandis que le régime transitoire est plus violent. D'après Cosenza et al. (1999) [4] le module de Biot se calcule par la relation $\frac{1}{M} = \frac{b-\phi}{K_s} + \frac{\phi}{K_b}$ où $\frac{1}{K_s} = 0,4.10^{-4}$ /MPa est la compressibilité du sel, $\frac{1}{K_b} = \beta_b = 2,7.10^{-4}$ /MPa est la compressibilité de la saumure, $b = 0,1$ est le coefficient de Biot et $\phi = 1\%$ représente la porosité du sel. Dans le cas considéré le temps caractéristique est $t_c^{hyd} \approx 42$ jours d'où le flux transitoire un jour après la mise en pression se calcule comme $Q_{per} \approx 15$ m^3/an.

3.1.4 Comportement physico-chimique

Pendant la création d'une caverne saline, l'eau douce est injectée dans le tube central et la saumure est soutirée de l'espace annulaire. Ainsi, la dissolution du sel du massif dans l'eau agrandit la caverne. Ce phénomène principalement régi par la cinétique de la dissolution (variation spatiale et temporelle de la concentration de la saumure) n'est pas

indépendant des effets thermique car la dissolution est un processus endothermique. Généralement on suppose que pendant lessivage, l'avancement des parois de la caverne est aussi rapide que la progression du froid vers le massif et la distribution de la température dans le massif n'est pas perturbée par la présence de l'eau froide dans la caverne. Ainsi, le réchauffement de la saumure commence principalement à la fin du lessivage.

A la fin du lessivage, la caverne est remplie de saumure qui n'est pas complètement saturée et du sel continue à se dissoudre jusqu'à ce qu'on atteigne la concentration de saturation correspondant aux conditions de pression et température à l'équilibre chimique. Il est intéressant de noter que pendant cette phase, si on arrête l'injection d'eau douce, le niveau de la saumure descend dans le puits, preuve que la dissolution s'accompagne d'une variation de volume de la saumure. Ultérieurement toute modification de la pression dans la caverne provoque un déplacement de l'équilibre, une augmentation de la pression engendrant une dissolution complémentaire alors qu'au contraire une diminution de la pression dans la caverne fait cristalliser une partie du sel qui était dissous. Ce phénomène suit le principe de Le Chatelier : la variation d'un paramètre intensif (pression) déplace l'équilibre de saturation dans un sens qui tend à rétablir la valeur initiale de ce paramètre. Le retour à l'équilibre (quand la pression est stabilisée) n'est pas très long car il s'effectue à la fois par diffusion et par convection dans la bulle de saumure. Le schéma de la dissolution dans une cavité fermée est présenté sur la figure 3.6.

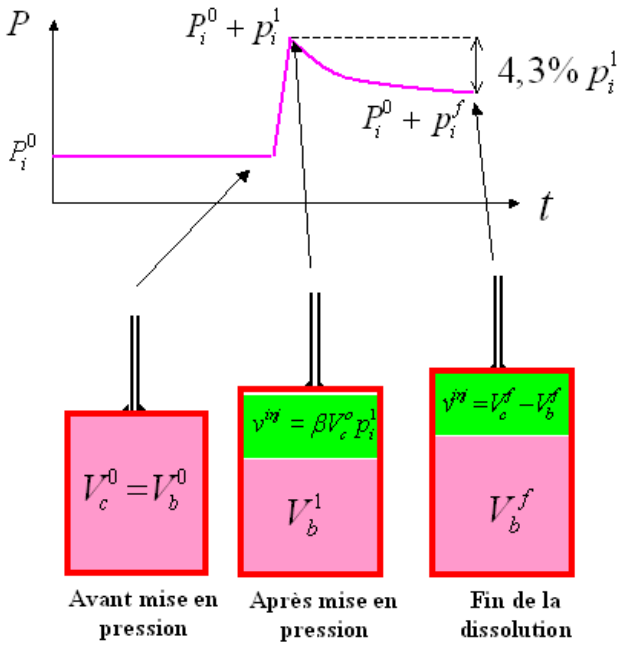


FIG. 3.6 – *Schéma de la dissolution complémentaire.*

Dissolution complémentaire

Une augmentation de la pression dans une cavité fermée pleine de saumure saturée engendre une dissolution complémentaire à la suite de laquelle la pression diminue progressivement car le volume du sel dissous est plus grand que l'accroissement du volume de la saumure. Autrement dit ce phénomène libère de l'espace pour la saumure et fait chuter la pression dans la cavité. D'après des observations faites en cavité, au bout de quelques

jours un nouvel état d'équilibre dont la pression est facile à quantifier s'établit.

Considérons une caverne à l'état initial où V_c^0, V_b^0, P_i^0, c_{sat}^0 et ρ_{sat}^0 sont respectivement le volume de la caverne, le volume de la saumure, la pression de la saumure, la concentration de saturation de la saumure et la masse volumique de la saumure saturée. Par définition la concentration de la saumure, c, est le rapport entre la masse du sel dissous et la masse totale de la saumure pour un volume donné de la saumure. Au départ, $V_c^0 = V_b^0$; ensuite un volume de la saumure, V^{inj} est injecté dans la caverne. Ainsi la pression dans la caverne s'accroît, $P_i^0 + p_i^1$ où p_i^1 est lié à la compressibilité de la caverne : $V^{inj} = \beta V_c^0 p_i^1$.

Dans le nouvel état, la saumure n'est plus saturée car la concentration de saturation et la masse volumique saturée sont des fonctions de la pression : $c_{sat} - c_{sat}^0 = c_{sat}^0 \psi p_i$ et $\rho_{sat} - \rho_{sat}^0 = \rho_{sat}^0 a_s p_i$ où $p_i = P_i - P_i^0$. De plus, la masse volumique de la saumure non-saturée peut se traduire par la fonction linéaire suivante :

$$\rho_b - \rho_{sat}^0 = \rho_{sat}^0 \left[\beta_b p_i + \frac{a_s - \beta_b}{c_{sat}^0 \psi} (c - c_{sat}^0) \right] \tag{3.32}$$

où $c_{sat}^0 = 0,2655$, $\rho_{sat}^0 = 1200$ kg/m^3, $a_s = 3,16.10^{-4}$ /MPa, $\psi = 2,6.10^{-4}$ /MPa et $\beta_b = 2,57.10^{-4}$ /MPa (Van Sambeek et al., 2005 [8]). Pendant la dissolution complémentaire les nouveaux paramètres d'état sont V_c, V_b, $P_i^0 + p_i$, c et ρ_b où V_b est le nouveau volume de la saumure qui occupait le volume V_b^0 (sans le volume injecté V_{inj}). A ce stade, on définit $Q_{diss} = -\dot{V}_b - \beta_b V_b \dot{p}_i + \dot{v}_s$ où v_s représente le volume du sel dissous et $\dot{V}_b$ représente vitesse du changement de volume de la saumure sans tenir compte des effets thermique ou hydraulique. On peut écrire les deux équations du bilan massique :

$$V_b \rho_b c = V_v^0 \rho_{sat}^0 c_{sat}^0 + \rho_s v_s \tag{3.33}$$

$$V_b \rho_b = V_v^0 \rho_{sat}^0 + \rho_s v_s \tag{3.34}$$

où $\rho_s = 2160$ kg/m^3 est la masse volumique du sel. Le changement de volume de la caverne résulte de la création du volume v_s et des effets mécaniques instantané et différé :

$$V_c - V_c^0 = v_s + \beta_c V_c^0 p_i + \int_0^t (Q_{cr}^{tr} - Q_{cr}^{pre}) d\tau \tag{3.35}$$

où Q_{cr}^{tr} et Q_{cr}^{pre} sont la vitesse de fermeture transitoire et préexistante de la caverne après et avant la mise en pression due au fluage du massif. Ainsi le volume de la caverne est égal à la somme du volume de la saumure, du volume injecté et du changement de volume de la saumure, $\sum \Delta V^{tapf}$, dû à la fuite, à la perméation, à l'expansion thermique préexistante et à la compression adiabatique :

$$V_c = V_b + V^{inj} - \sum \Delta V^{tapf} \tag{3.36}$$

$$\sum \dot{V}^{tapf} = -\beta V_c \dot{p}_i - Q_{diss} - Q_{cr}^{tr} + Q_{cr}^{pre} \tag{3.37}$$

En combinant les équations A.23 à 3.37, on obtient :

$$\beta p_i = \frac{c - c_{sat}^0}{\psi c_{sat}^0} (\varpi - a_s + \beta_b) - \frac{V^{inj} - \sum \Delta V^{tapf}}{V_b^0} \tag{3.38}$$

D'où

$$Q_{diss} = \frac{\dot{c}}{\psi c^0_{sat}}(\varpi - a_s + \beta_b)V^0_b \tag{3.39}$$

$$v_s = \frac{V^0_b \rho^0_{sat}}{\rho_s} \cdot \frac{c - c^0_{sat}}{1 - c^0_{sat}} \tag{3.40}$$

où $\varpi = (1 - \frac{\rho^0_{sat}}{\rho_s})\frac{c^0_{sat}}{1-c^0_{sat}}\psi = 0,416.10^{-4}$ /MPa.

Maintenant, la difficulté est de déterminer la cinétique de la dissolution. Il est certain qu'un modèle mathématique du phénomène n'est pas simple car la convection naturelle de la saumure contribue à la diffusion du sel dissous. La loi de Fick pour décrire la diffusion des petits concentrations n'est vraisemblablement pas valide car la saumure est toujours proche de la saturation. Dans un tel cas, les mesures in situ peuvent permettre d'établir un modèle empirique. Toutefois dans un cas réel les effets de la dissolution complémentaire et du fluage transitoire sur la pression ou le débit sortant mesuré se mêlent et une évaluation séparée de l'effet de la dissolution n'est pas facile.

Dans la suite, on propose un modèle simplifié qui est basé sur la relation linéaire suivante :

$$\dot{v}_s = \gamma V^0_b (c_{sat} - c) \tag{3.41}$$

où γ est une constante empirique qui dépend de la forme, du volume de la caverne et du gradient géothermique. Ainsi, les équations 3.40 et 3.41 donnent :

$$t^{diss}_c \dot{c} = c^0_{sat} - c + \frac{\psi c^0_{sat} V^0_{inj}}{(\beta_c + a_s - \varpi)V^0_b} \tag{3.42}$$

où t^{diss}_c est le temps caractéristique de la dissolution complémentaire :

$$\frac{1}{t^{diss}_c} = (1 - c^0_{sat})\xi \frac{\rho_s}{\rho^0_b} \cdot \frac{\beta_c - \varpi + a_s}{\beta}$$

Un temps caractéristique de l'ordre de $t^{diss}_c = 2,5$ jours est généralement retenu mais il n'y a pas une base expérimentale très solide.
Sachant que pendant l'injection initiale de la saumure, la pression monte de p^1_i, ensuite on ferme la caverne et d'autres effets se mettent en jeu ($v(0) = 0$, $v(t) > 0$), la solution est

$$c - c^0_{sat} = \frac{\psi c^0_{sat}}{\beta_c + a_s - \varpi}\left[\frac{V^0_{inj}}{V^0_b}\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{t^{diss}_c}\right)\right) - \int_0^t v(\tau)\exp\left(-\frac{t-\tau}{t^{diss}_c}\right)d\tau\right] \tag{3.43}$$

En négligeant les autres effets ($v = 0$), on aura

$$p_i(t) - p^1_i = -\frac{a_s - \varpi - \beta_b}{\beta_c + a_s - \varpi} p^1_i \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{t^{diss}_c}\right)\right) \tag{3.44}$$

$$= -0,04 p^1_i \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{t^{diss}_c}\right)\right) \tag{3.45}$$

On obtient dans notre exemple $Q_{diss} = -\beta V_c \dot{p}_i = 0,2$ m^3/jour juste un jour après la mise en pression.

Si on considère une caverne ouverte en tête dans laquelle on maintient la pression constante ($p_i(t) = p_i^1$) pendant la dissolution, en négligeant les autres effets et en combinant les équations 3.37 et A.28 le volume net injecté dans la cavité pendant toute la période de la dissolution après la mise en pression (injection initiale exclue) est :

$$V^{diss} = (a_s - \varpi - \beta_b)V_b^0 p_i^1 \tag{3.46}$$

3.2 Couplage des phénomènes

3.2.1 Introduction

Les phénomènes mentionnés ci-dessus contribuent en même temps au changement du volume et de la pression dans une caverne. Quand on parle du changement de volume, il faut distinguer les deux effets suivants : (a) variation de volume de la caverne due au comportement mécanique du massif et à la dissolution complémentaire (b) variation de volume de la saumure due à l'expansion thermique, à la perméation, à la fuite, à la dissolution complémentaire et etc. De plus, l'égalité $V_c = V_b$ est toujours tenue. Par ailleurs, chaque phénomène peut influencer directement sur un autre. Par exemple la Mécanique (changement de volume de la caverne) influe sur la pression donc sur la Thermique (compression adiabatique), l'Hydraulique (condition à la limite pour l'écoulement) et la Chimie (déplacement de l'équilibre de dissolution). De la même façon la Thermique (changement de température du massif et de la saumure) influe sur les autres.

L'aspect transitoire de tous les phénomènes prend de l'importance surtout à la suite d'un changement de pression dans la caverne. L'importance et le couplage des effets transitoires se manifestent dans l'interprétation de l'essai d'étanchéité.

3.2.2 Essai d'étanchéité

Introduction

L'étanchéité est une condition la plus nécessaire pour un ouvrage souterrain de stockage. Pourtant cette nécessité n'a rien d'absolu et selon le produit stocké la perte (au moins apparente) peut varier de 1% par jour (stockage d'air comprimé) à 1% par an (stockage de pétrole). Généralement, pour une caverne de stockage d'hydrocarbure une fuite inférieure à 160 m^3/an (fuite mesurée pendant un essai) est acceptable. En raison de la perméabilité faible du sel, les fuites dans les cavités salines sont souvent associées à la cimentation autour du cuvelage. Dans certains pays, on réalise régulièrement un essai d'étanchéité (*Mechanical Integrity Test*) pendant la période d'exploitation d'une caverne.

Différents types d'essais

Le principe de tout essai d'étanchéité consiste à accroître la pression du fluide dans la cavité fermée et à mesurer les effets de cet accroissement. Dans certains cas, le fait que le puits d'accès par rapport à la caverne géante est un tube mince capillaire permet détecter le moindre changement de volume dans la caverne en suivant le mouvement d'une interface fluide-fluide dans le puits. Il y a deux types d'essais largement utilisés (voir Figure 3.7) :

NLT (*Nitrogen Leak Test*) l'essai à l'azote consiste à injecter de l'azote dans l'espace annulaire pour créer une interface azote/liquide en-dessous du sabot du cuvelage. Dans ce cas le tube central et la caverne sont remplis de saumure et on mesure le niveau de l'interface au cours du temps. La montée de l'interface est un signe de fuite de l'azote. La pression et la température en tête de puits sont mesurés permettant le calcul inverse de la fuite.

LLT (*Liquid Leak Test*) l'essai en liquide consiste à injecter un hydrocarbure liquide dans l'espace annulaire. Pendant l'essai on enregistre l'évolution de la pression en tête de puits. Une chute sévère de la pression peut être un signe de fuite. De plus, l'hydrocarbure injecté peut être soutiré à la fin de l'essai. Toute perte de volume d'hydrocarbure est un indice de fuite.

La pression de l'essai, P_t, doit être supérieure à la pression maximale de service, P_M. Elle est donc à peu près proportionnelle à la profondeur du sabot de cuvelage, H. Le rapport $\frac{P_t}{H}$ est dite gradient de l'essai. Dans un stockage de produits liquides ou liquéfiés, le gradient de service est aux alentours de 0,012 MPa/m (gradient halmostatique) et le gradient de l'essai est souvent 0,015 MPa/m. Dans une caverne du stockage de gaz le gradient maximal de service est 0,018 MPa/m et le gradient d'essai est 0,02 MPa/m (inférieur au gradient géostatique 0,022 MPa/m).
Dans la plupart des cas la pression de la saumure avant l'essai est halmostatique ($P_i^0 = \rho_b g H$). Au début de l'essai, on ferme le tube central en injectant de la saumure ou de l'azote dans l'espace annulaire ce qui augmente la pression dans la caverne de p_i^1.

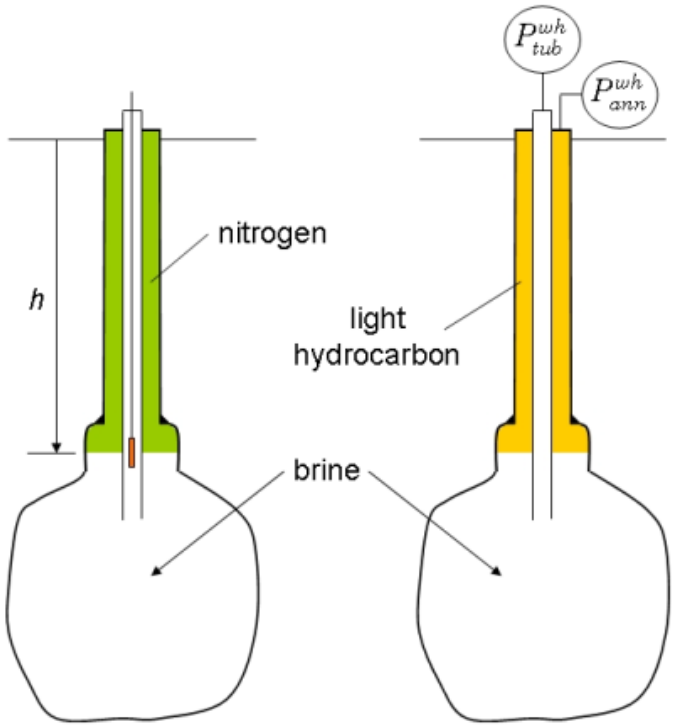


FIG. 3.7 – *Essai NLT (gauche) et LLT (droite)*

3.2.3 Modélisation de l'essai d'étanchéité

L'essai d'étanchéité dans une caverne implique la mesure de la pression en tête (LLT) ou la mesure du niveau de l'interface azote/saumure (NLT). Ensuite, on doit évaluer le débit de perte de fluide à partir de la vitesse de descente de la pression ($\dot{P}_i$) ou bien de la vitesse de montée de l'interface ($\dot{h}$). Ainsi on peut obtenir la fuite apparente par les relations suivantes :

$$Q_{app} = -\beta V_c \dot{P}_i \quad \text{dans le LLT} \tag{3.47}$$

$$Q_{app} = -S\dot{h} \quad \text{dans le NLT} \tag{3.48}$$

où βV_c est la compressibilté de la caverne (Paragraphe 3.1.1), P_i la pression mesurée en tête de puits, h représente la profondeur de l'interface azote/saumure et S est la section de l'annulaire.
Toutefois la fuite réelle n'est qu'un des mécanismes qui engendrent une diminution de la pression ou une montée de l'interface. L'effet combiné de ces mécanismes rend difficile l'estimation de la fuite réelle. Ainsi les mesures doivent être corrigées de l'effet de ces mécanismes. Il faut distinguer différents concepts de fuite :

- La fuite apparente (Q_{app}) qui est directement déduite de la vitesse de descente de la pression mesurée (ou de la vitesse de l'interface)
- La fuite corrigée (Q_{corr}) qui est obtenue en tenant compte des effets des mécanismes contribuant à la fuite apparente
- La fuite réelle (Q_{act})

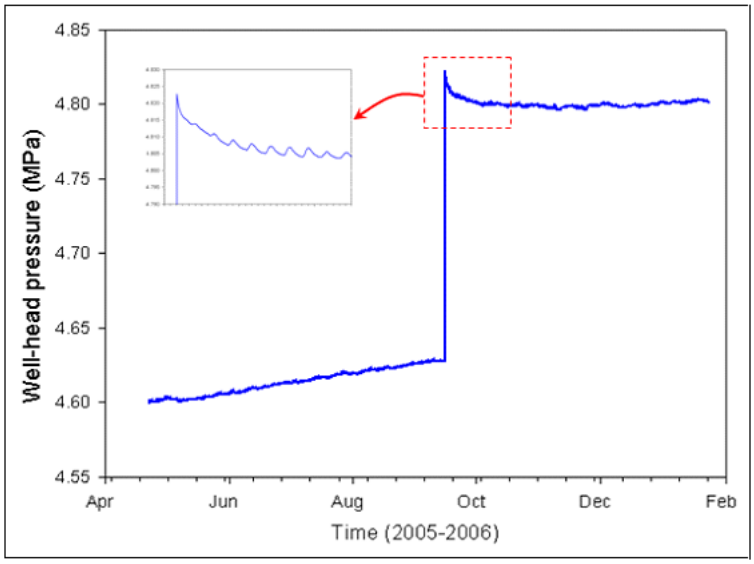


FIG. 3.8 – *Essai de montée en pression dans la caverne SPR2.*

Un exemple est présenté sur la figure 3.8. C'est un essai sur la cavité SPR2 située sur le site de stockage de Carresse appartenant à Total. Le 15 septembre 2005, on monte la pression rapidement de manière similaire à ce qui se passe au début d'un essai d'étanchéité (la montée en pression 0, 2 MPa était toutefois plus petite que dans un essai NLT standard). Pendant les neuf heures qui suivent l'injection, la vitesse moyenne de descente de la pression est -19 kPa/jour. En prenant la compressibilité de la caverne égale à 3, 97 m^3/MPa, la fuite apparente se calcule $Q_{app} = 75$ l/jour. En fait deux mois plus

tard, la pression mesurée commence à monter de nouveau (vraisemblablement due à l'effet thermique) ce qui justifie que premièrement la descente initiale de pression est transitoire et que deuxièmement il peut n'y avoir pas de fuite réelle dans la caverne.

Fuite apparente et fuite réelle

Considérons que Q est la somme des vitesses de changement du volume de la caverne ou du fluide contenu, à part la fuite réelle. Notons $Q > 0$ quand les effets contribuent à diminuer la pression. Si on arrive à calculer Q précisément, la fuite corrigée sera égale à la fuite réelle.
La relation entre la fuite apparente et la fuite réelle dans un essai LLT se traduit par :

$$Q_{app} = Q_{act} + Q \tag{3.49}$$

Dans un essai NLT la relation est la suivante (Van Sambeek et al., 2005 [8]) :

$$\left(\frac{1}{\beta V_c} + \frac{1}{\beta_g V_g}\right) Q_{app} = \frac{Q_{act}}{\beta_g V_g} + \frac{Q}{\beta V_c} \tag{3.50}$$

$\beta_g V_g$ représente la compressibilité de la colonne d'azote.

On a dit que la pression de l'essai d'étanchéité est proportionnelle à la profondeur de la caverne. Ainsi dans un essai NLT, la pression de gaz est $P_g = \rho_t g H$ où $\rho_t g$ représente le gradient d'essai. Par ailleurs au niveau de l'interface ($h \approx H$) le coefficient de compressibilité isotherme du gaz est $\beta_g = \frac{1}{\rho_t g h}$. Le volume de gaz est $V_g = Sh$ où S est la section de l'espace annulaire. Combinant ces relations on obtient $\frac{1}{\beta_g V_g} = \frac{\rho_t g}{S}$. Pour une cavité de stockage de liquide $\rho_t g = 0,015$ MPa/m et typiquement $S = 3.10^{-2}$ m^2 et $\beta = 4.10^{-4}$/MPa donc $\frac{\rho_t g}{S} = 0,5$ MPa/m^3. Pour une cavité qui n'est pas petite ($V_c > 50000$ m^3) et $H = 1000$ m, le terme $\frac{1}{\beta_g V_g} = 0,5$ MPa/m^3 est beaucoup plus grand que le terme $\frac{1}{\beta V_c} < 0,05$ MPa/m^3 et par conséquent $Q_{app} \approx Q_{act}$. Autrement dit un puits rempli de gaz est plus raide qu'une caverne remplie de saumure et la pression est bien plus sensible à une fuite de gaz qu'à tous les autres effets envisageables. Ainsi dans une caverne pas très petite, l'essai NLT est beaucoup plus précis que l'essai LLT.

Les effets contribuant à la fuite apparente

En général pendant un essai d'étanchéité plusieurs phénomènes contribuent à l'évolution de la pression dans la caverne. Ces phénomènes sont classés en deux groupes. Premier groupe, ce sont les phénomènes préexistants comme la variation de la température à la surface, la variation de la pression atmosphérique, les marées terrestres, l'expansion thermique de la saumure et la convergence viscoplastique de la caverne. Les trois premiers phénomènes sont plus ou moins périodiques et moins importants que les deux derniers. L'expansion thermique de saumure, Q_{th}, en augmentant le volume de la saumure et la convergence préexistante de caverne, Q_{cr}, en diminuant le volume de la caverne contribuent, tous les deux, à augmenter la pression dans la caverne. Ainsi ces phénomènes dissimulent une partie de la fuite réelle.
Le deuxième groupe est constitué des effets transitoires engendrés par l'essai comme la perméation transitoire de la saumure (Q_{per}), la dissolution complémentaire (Q_{diss}), la

contraction de la saumure dans la phase de refroidissement suite à la mise en pression (Q_{ad}) et la convergence transitoire de la caverne (Q_{cr}^{tr}). Ces phénomènes tendent à rétablir la pression préexistante. Ainsi ils rendent la fuite apparente plus grande que la fuite réelle. Donc, la fuite corrigée en prenant en compte des effets significatifs mentionnés est traduite par :

$$Q_{corr} = Q_{app} + Q_{th} + Q_{cr}^{pr} - Q_{cr}^{tr} - Q_{ad} - Q_{per} - Q_{diss} \tag{3.51}$$

Où en général les termes Q_i sont positifs. Dans la suite on récapitule des estimations correspondant aux différents termes pour avoir une idée de leur contribution à la fuite apparente.

Considérons une cavité de volume $V_c = 8000$ m^3 avec un écart de température de $T_\infty - T_i^0 = 20$°C. La vitesse moyenne de l'expansion thermique de la saumure pendant une période de $2t_c^{th}$ est $Q_{th}^{av} = 0,144$ m^3/jour (Equation 3.7). Ainsi la vitesse de la montée en pression due au réchauffement de la saumure est $\dot{P}_i = \frac{Q_{th}^{av}}{\beta V_c} = 0,045$ MPa/jour. Cette vitesse moyenne est d'autant plus grande que la cavité est plus petite.

L'expansion thermique de la saumure est parmi les phénomènes "qui masquent la fuite réelle" et diminuent la fuite apparente. Ce phénomène est significatif quand la cavité est jeune ($\frac{t}{t_c^{th}} \ll 2$) et profonde ($T_\infty - T_i^0$ est grand) ou quand la cavité vient de subir des injections et des soutirages importants. Il faut noter un autre phénomène thermique, consécutif à l'injection de saumure froide au début de l'essai destiné à accroître la pression : Le réchauffement de saumure dans le puits engendre un léger changement de la pression en tête ($\alpha_b \rho_b \delta T g H$ où δT est l'écart moyen de température entre la saumure dans le puits et la roche voisine) pendant quelque heures (t_c^{well}) après une injection.

La dissolution complémentaire est parmi les effets transitoires très significatifs. Ce phénomène amplifie la fuite apparente. Selon les calculs du paragraphe 3.1.4 la contribution de la dissolution à la fuite apparente pour une petite cavité ($V = 8000$ m^3) pendant la première journée suite à une pressurisation de $p_i = 5$ MPa est $Q_{diss} = 0,2$ m^3/jour.

La compression adiabatique peut engendrer une chute transitoire de la pression pendant quelques jours et ainsi perturber l'interprétation de l'essai d'étanchéité. Dans notre exemple, d'après l'équation 3.11, $\dot{\theta}_i = -0,005$°C/jour un jour après et $\dot{\theta}_i = -0,0025$°C/jour 4 jours après la mise en pression. Ainsi la contraction de la saumure pendant la première journée est $Q_{ad} = -\alpha_b V_c \dot{\theta}_i = 0,02$ m^3/jour.
Les calculs du paragraphe 3.1.3 montrent que la perméation transitoire de la saumure dans le cas de notre exemple pendant la première journée suite à la montée en pression est $Q_{per} = 0,04$ m^3/jour.
Pour une estimation plus précise en tenant compte des couplages entre différents phénomènes, nous avons fait des calculs numériques dans quelque exemples. Concernant le comportement mécanique du massif, les paramètres du site d'Etrez présentés au paragraphe 1.2.4 sont retenus. On suppose qu'en tenant compte de tous les effets mentionnés la fuite corrigée est égale à la fuite réelle. Dans tous les calculs on a pris une fuite réelle constante, $Q_{act} = 164$ m^3/an, indépendamment de dimension de la caverne (c'est une hypothèse raisonnable, car les fuites affectent le puits, indépendamment de la taille de la caverne ; par ailleurs la fuite considérée est la fuite généralement considérée comme maxi-

male admissible, soit 1000 bbls/jour). Les résultats sont présentés sur les figures 3.9 à 3.13.

Sur chaque graphe, le rectangle droit représente les effets contribuant à faire chuter la pression pendant l'essai d'étanchéité. Dans la plupart des cas, ce sont le fluage inverse, la dissolution complémentaire, la perméation transitoire, le refroidissement de la saumure et la fuite réelle. Le rectangle gauche représente, en plus de la fuite apparente les effets contribuant à faire monter la pression. Là, on a souvent le fluage préexistant et l'expansion thermique de la saumure qui sont placés au-dessus de la fuite apparente. Les deux rectangles sont équivalents ce qui est traduit par l'équation de bilan :

$$Q_{app} + Q_{th} + Q_{cr}^{pre} = Q_{ad} + Q_{diss} + Q_{per} + Q_{cr}^{tr} + Q_{act} \tag{3.52}$$

Autrement dit, la différence entre les effets augmentant et les effets diminuant la pression est la fuite apparente. L'intérêt principal de cette étude est de comparer la fuite apparente et la fuite réelle dans les différents cas ; ce qui a une importance cruciale pour l'interprétation d'un essai d'étanchéité. Il faut noter qu'on a distingué les fluages préexistant et transitoire dans tous les résultats : $Q_{cr} = Q_{cr}^{pre} - Q_{cr}^{tr}$, où $Q_{cr}^{pre} > 0$ représente la convergence de la caverne avant la mise en pression initiale (supposé se poursuivre de manière inchangée pendant l'essai) et $Q_{cr}^{tr} > 0$ représente l'expansion différée de la caverne due au fluage inverse engendré par l'essai.

Exemple 1 - un essai réalisé un mois après lessivage

Une caverne de 14137 m^3 de volume à 600 m de profondeur a été considérée. La compressibilité de la caverne est 4,69 m^3/MPa. La caverne a été lessivée en 150 jours, période à la fin de laquelle la température de la saumure est 18, 5°C plus froide que la roche du massif. Un essai d'étanchéité a été réalisé un mois après la fin du lessivage. Pour cela la pression dans la caverne a été augmentée de 7,2 MPa (pression halmostatique) à 10,2 MPa (pression d'essai) en 2 heures au moyen d'une injection de fluide dans la caverne fermée.

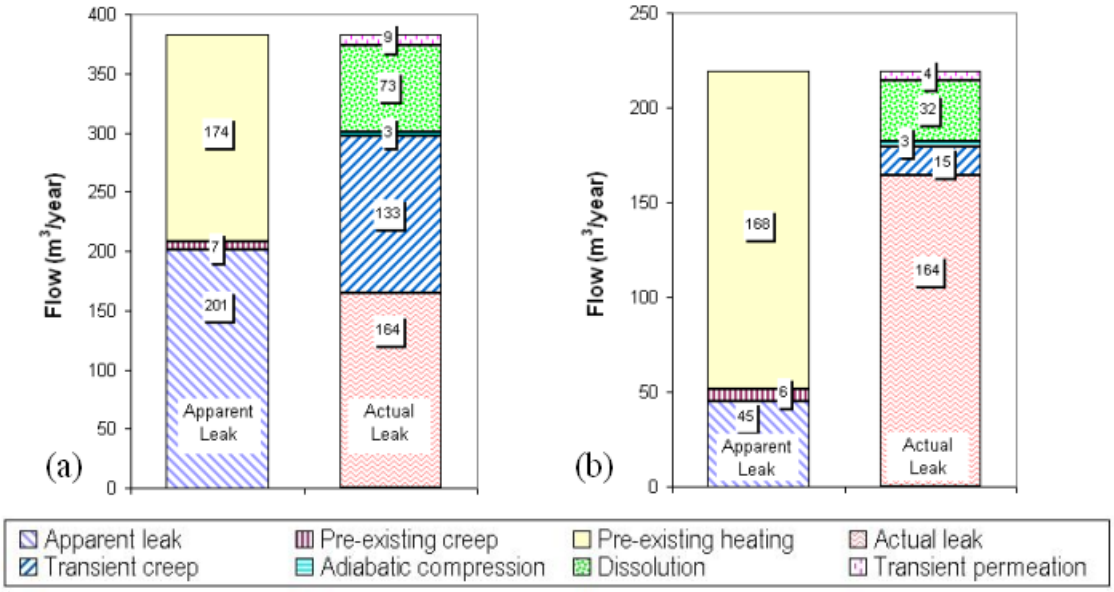


FIG. 3.9 – *Exemple 1- (a) un jour et (b) trois jours après la mise en pression.*

Les effets transitoires engendrés par l'essai un jour après la mise en pression et illustrés sur la figure 3.9-(a) sont toujours significatifs. Ils sont responsables d'une fuite de l'ordre de (9+79+3+133=) 224 m^3/an. Le réchauffement de la saumure, dans la mesure où l'essai a eu lieu un mois après la création de la caverne, est encore très violent et dissimule une grande partie de la fuite réelle. Ainsi, la fuite réelle (164 m^3/an) est plus petite que la fuite apparente calculée (201 m^3/an) dans l'essai LLT. Dans l'essai NLT en supposant le volume de gaz $V_g = 30$ m^3, la fuite apparente (Equation 3.50) peut être $Q_{app} = 117$ m^3/an. Trois jours après la mise en pression, les effets transitoires sont considérablement atténués. Ils sont responsable de (4+32+3+15=) 54 m^3/an de fuite apparente. Le réchauffement de la saumure est légèrement plus petit qu'au premier jour. Pourtant la fuite apparente (54 m^3/an) sous-estime la fuite réelle (164 m^3/an) car dans cette jeune caverne, l'effet thermique prédomine sur tous les autres effets transitoires (figure 3.9-(b)). En revanche dans un essai NLT, on obtient $Q_{app} = -55$ m^3/an.

Example 2 - un essai réalisé cinq ans après lessivage

Dans cet exemple on étudie la même caverne avec un essai réalisé 5 ans après la création. Dans ce cas, on peut remarquer que :

- 5 ans après lessivage, dans cette petite caverne, le réchauffement de la saumure est presque terminé.
- un jour après la mise en pression, le fluage transitoire inverse engendré par l'essai est plus grand (242 m^3/an au lieu de 133 m^3/an) que dans l'exemple 1. C'est vraisemblablement dû au fait que la caverne est restée longtemps sous la pression halmostatique de sorte que l'état de contrainte dans le massif avant l'essai est très proche de la distribution de régime permanent. La fuite apparente au premier jour est 481 m^3/an tandis qu'au troisième jour le fluage transitoire a pratiquement disparu (2 m^3/an au lieu de 242 m^3/an) et la fuite apparente diminue à 192 m^3/an (Figure 3.10).

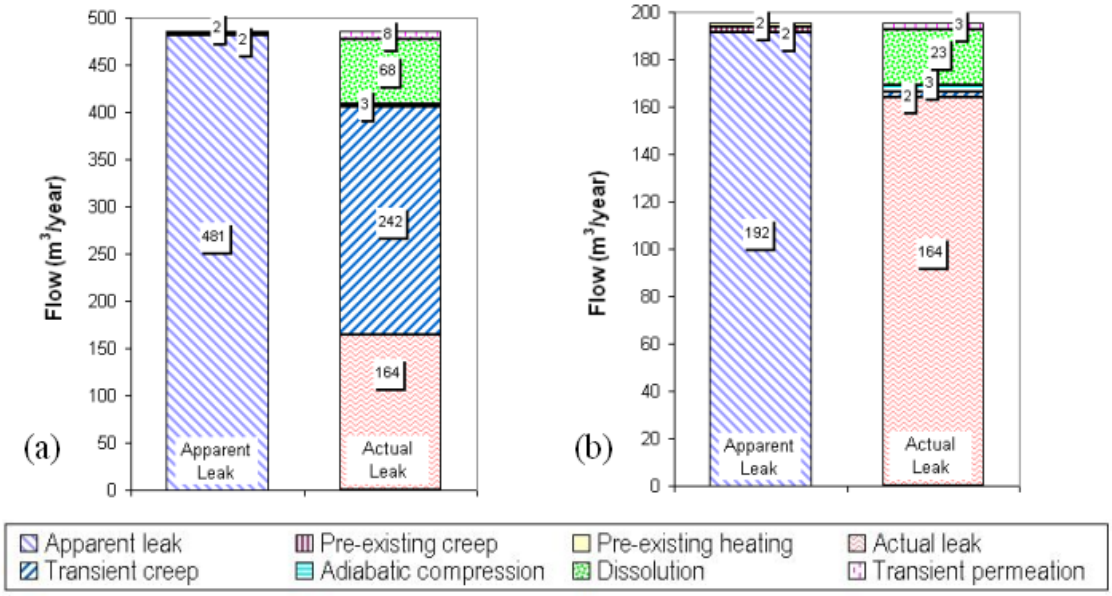


FIG. 3.10 – *Exemple 2- (a) un jour et (b) trois jours après la mise en pression.*

Exemple 3 - effet de pressurisation avant essai

Dans la même caverne que dans l'exemple 2, on applique en 8 heures, 15 jours avant l'essai proprement dit, 95% de la pression d'essai calculée en tête de puits (9,7 MPa) puis après avoir maintenu constante cette pression pendant 15 jours, on l'augmente jusqu'à la valeur finale (10,2 MPa) en 2 heures. Dans ce cas les effets engendrés par l'essai sont bien moindres que dans l'exemple précédent (Figure 3.11).

Exemple 4 - un essai réalisé sur une caverne profonde

Dans cet exemple on considère une caverne de volume $V_c = 14137$ m^3 située à 1200 m profondeur. Ainsi les pressions dans la caverne avant et pendant l'essai sont 14,4 MPa (halmostatique) et 20,4 MPa respectivement. Le réchauffement de la saumure est plus important que dans l'exemple 1 (311 m^3/an au lieu de 174 m^3/an) car la température géothermique à 1200 m de profondeur est plus grande, produisant un écart plus grand entre la roche et la saumure à la fin du lessivage (33°C au lieu de 18,5°C). Pourtant, dans ce cas, un jour après la mise en pression, le réchauffement préexistant de la saumure n'est pas capable de neutraliser l'effet du fluage inverse transitoire, qui est plus grand dans les cavernes plus profondes. Au troisième jour ce fluage transitoire qui était 787 m^3/an diminue sévèrement. La fuite apparente (11 m^3/an) sous-estime la fuite réelle (164 m^3/an). L'importance du fluage transitoire est en général plus grande dans une caverne profonde (Figure 3.12).

Exemple 5 - un essai réalisé sur une grande caverne profonde

On considère une caverne de volume $V_c = 525.583$ m^3 à 1200 m profondeur. La compressibilité de la caverne est 174,5 m^3/MPa. Le lessivage de la caverne a duré 700 jours et l'essai a été réalisé 5 ans après. Comme dans l'exemple 3, on a effectué une pressurisation avant l'essai (la pression finale de l'essai est 20,4 MPa). Dans cette grande caverne le réchauffement de la saumure est toujours actif même 5 ans après la fin du lessivage. Les effets engendrés par l'essai sont plus ou moins proportionnels au volume de la caverne. Selon la figure 3.13 bien qu'il y ait eu une période de pressurisation de 15 jours avant l'essai, les effets transitoires sont plus grands que la fuite réelle (164 m^3/an) supposée indépendante du volume de caverne. La fuite apparente trois jours après la mise en pression finale est $Q_{app} = 1450$ m^3/an et la vitesse de descente de la pression est 0,012 MPa/jour. Ainsi pour une grande caverne l'essai classique LLT basé sur l'observation de la chute de la pression n'est pas recommandé car la fuite apparente peut être très différente de la fuite réelle. De plus, un essai de longue durée ne peut pas améliorer la crédibilité des résultats. En revanche dans un essai NLT avec $V_g = 60$ m^3 on obtient $Q_{app} \approx 165$ m^3/an, ce qui est plus proche de la fuite réelle.

Ainsi on conclut que l'interprétation d'un essai d'étanchéité LLT où plusieurs phénomènes transitoire se mettent en jeu n'est pas facile et, surtout pour des grande cavernes, l'essai NLT est recommandé.

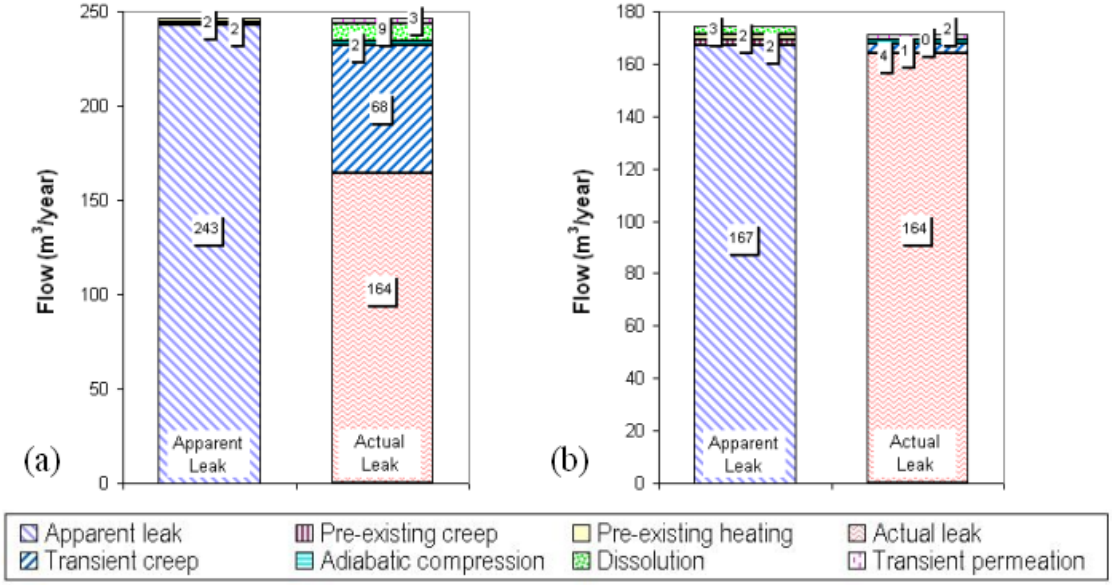


FIG. 3.11 – *Exemple 3- (a) un jour et (b) trois jours après la mise en pression.*

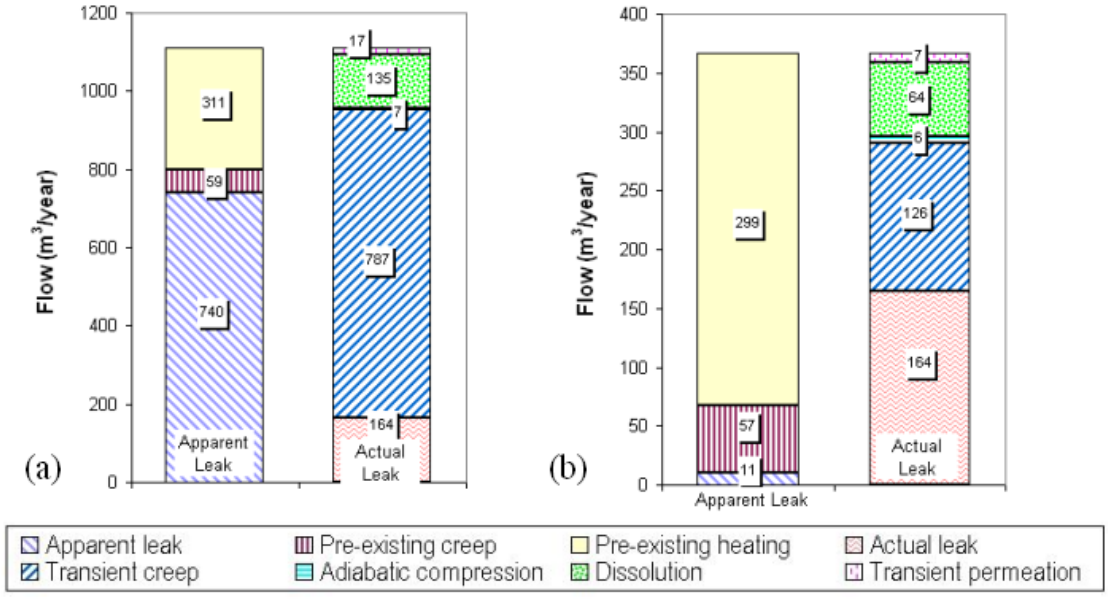


FIG. 3.12 – *Exemple 4- (a) un jour et (b) trois jours après la mise en pression.*

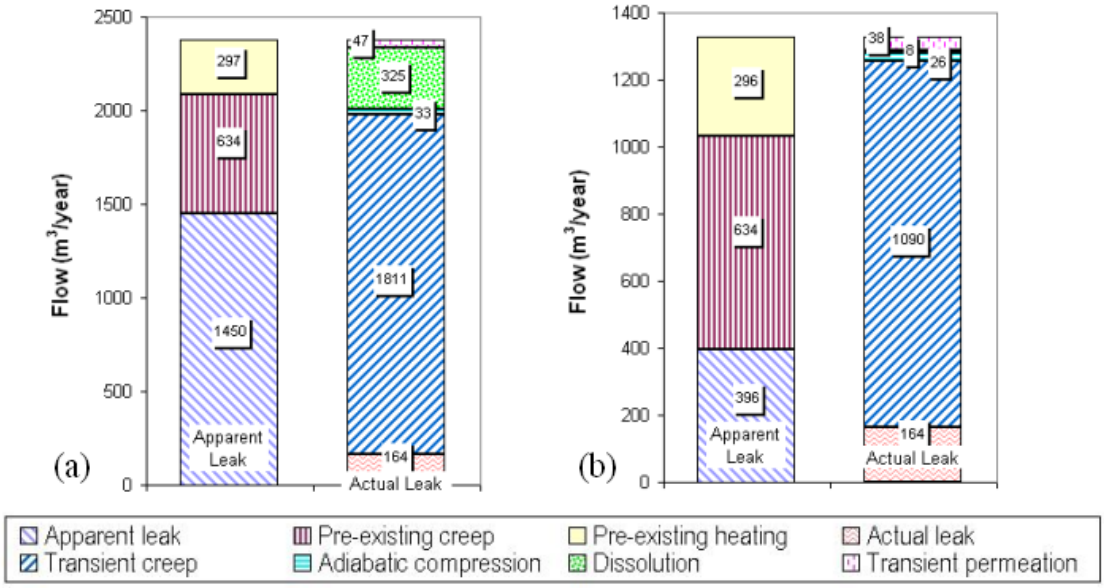


FIG. 3.13 – *Exemple 5- (a) trois jours et (b) huit jours après la mise en pression.*

Bibliographie

[1] Boucly P., (1982), Expériences in situ et modélisation du comportement des cavités utilisées pour le stockage du gaz. *Rev. Franç Géotech.*, Vol.18, pp.49-58.

[2] Brouard B., (1998), Sur le comportement des cavités salines, Thèse de doctorat, Ecole polytechnique, France, 254p.

[3] Bérest P., (1990), Les problèmes soulevés par l'abandon des cavités de dissolution profondes, *Stockage en souterrain*, Presses de l'école nationale des ponts et chaussées, pp.115-130.

[4] Cosenza Ph., Ghoreychi M., Bazargan-sabet B., de Marsily G., (1999), In situ rock salt permeability measurement for long term safty assessment of storage, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol.36, pp.509-526.

[5] Bormann A.S., (2001), The oneset of convection in the Rayleigh-Bénard problem for compressible fluids, *Continuum Mech. Thermodyn.*, Vol.13, pp.9-23.

[6] Spiegel E.A., Veronis G., (1960), On the Boussinesq approximation for a compressible fluide, *Astrophys. J.*, Vol.131, p.442.

[7] ADINA R&D,Inc., (2004), ADINA theory and modelling guide, Vol.3 :ADINA-F.

[8] Van Sambeek L., Bérest P. et Brouard B., (2005), Improvment in mechanical integrity test for solution-mined caverns, Report for the Solution Mining Research Institute.

Chapitre 4

ABANDON DES CAVITÉS SALINES

4.1 Evolution d'une cavité pleine de saumure

4.1.1 Introduction

Depuis quelques années on s'intéresse de plus en plus au comportement à long terme des cavités profondes de stockage. En général les cavités profondes se situent entre 400 et 2000 m de profondeur et leur dimension horizontale est beaucoup plus petite que leur profondeur. Dans une telle caverne théoriquement il y a pas de risque d'effondrement. Plusieurs auteurs ont étudiée le comportement à long terme (Ghoreychi et Cosenza, 1993 [1] ; Brassow et Thoms, 2000 [2] ; Dusseault et al., 2001 [3]).
Il est envisagé de remplire la caverne de saumure avant de boucher le puits d'accès. Ensuite un bouchon métallique spécial est installé au sabot du cuvelage et du ciment est injecté dans le puits en isolant une grande bulle de saumure. Ainsi l'évolution de la pression de la saumure est le phénomène principal après l'abandon. D'après des essais de montée en pression la pression dans une caverne fermée monte progressivement (Fokker, 1995 [4] ; Bérest et al., 2000 [5]). La vitesse de montée en pression est à l'ordre de 3 à 10 MPa/an mais des vitesses plus grandes ont aussi été observées dans les cavernes plus profondes que 2000 m. La pression maximale atteinte dans une caverne est une notion très importante. En général on suppose que l'état de contrainte dans un massif salifère est isotrope et la pression géostatique à la profondeur moyenne de la caverne est P_∞ (MPa)$= 0,022H$ (m). Plusieurs auteurs (Bérest et Brouard, 1995 [6] ; Wallner et Paar, 1997 [7]) ont évoqué l'inquiétude concernant le passage de la pression dans la caverne à la pression géostatique ; ceci peut engendrer une fracturation hydraulique qui peut polluer des eaux potables. Ce phénomène de montée en pression peut être atténué en tenant compte de la perméation de la saumure vers le massif.

4.1.2 Phénomènes contribuant au changement de pression

Les phénomènes principaux qui font évoluer la pression dans une caverne abandonnée ont déjà été cités dans le chapitre 3. Il s'agit de l'expansion thermique de la saumure, du fluage du sel gemme, de la perméation de la saumure et de la fuite dans le cuvelage à travers la cimentation. Ces phénomènes contribuent à l'évolution de la pression par l'intermédiaire de la compressibilité de la caverne.

Expansion thermique de saumure

Le plus souvent, l'expansion thermique de la saumure est le phénomène prédominant dans la montée de la pression dans la caverne. La vitesse de la montée en température diminue graduellement dans le temps ; mais celle-ci peut rester significative pendant des décennies dans une grande caverne. L'écart de la température entre la saumure et le massif est divisé par quatre après avoir passé deux fois le temps caractéristique thermique, $2t_c^{th}$ (paragraphe 3.1.2). Le temps caractéristique dans une caverne sphérique de 512000 m^3 est $t_c^{th} = 8$ ans.

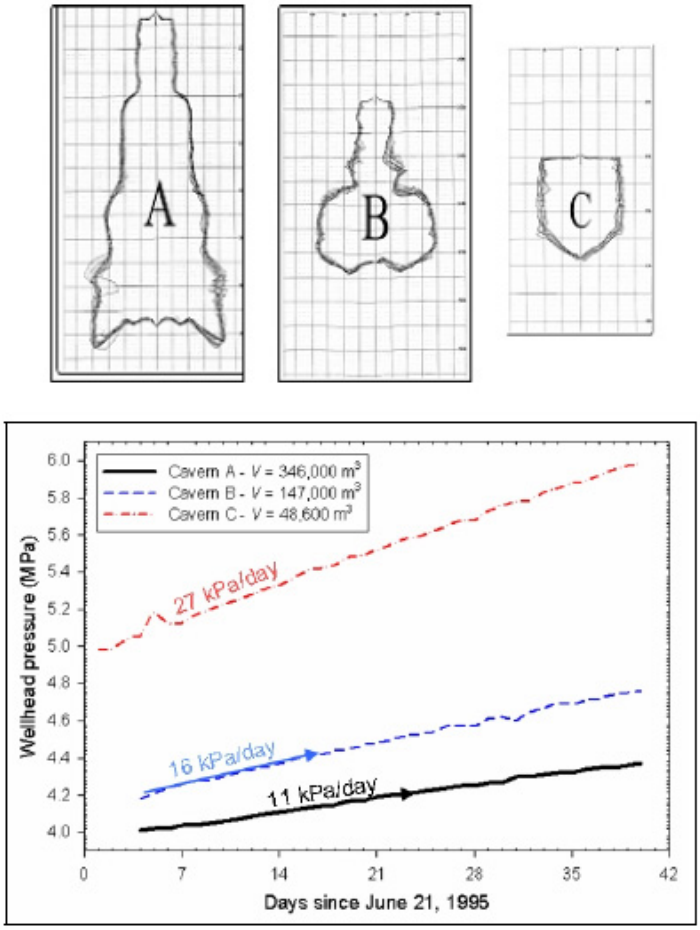


FIG. 4.1 – *Montée en pression due à l'expansion thermique dans une cavité petite, moyenne et grande.*

Dans une caverne ouverte, un accroissement de la température résulte en un débit sortant de la caverne, $Q^{th} = \alpha_b V_c \dot{T}_i$. En revanche, ceci engendre une montée en pression dans une caverne fermée, $\dot{P}_i = (\alpha_b/\beta)\dot{T}_i$. Le rapport α_b/β est proche de 1 MPa/°C. Par exemple, pour une cavité à 1000 m de profondeur dans laquelle l'écart initial de température est $T_s - T_i^0 = 25$°C, à long terme la pression va monter de 25 MPa. Dans ce cas le réchauffement peut produire une fracturation dans le sel (25 MPa $> P_\infty - P_h = 10$ MPa). En général on peut dire que l'abandon d'une caverne avec un écart initial de température, ΔT, n'est pas sûr si

$$\Delta T > \frac{\beta(P_\infty - P_h)}{\alpha_b} \tag{4.1}$$

La durée du réchauffement de la saumure dépend de la taille de la caverne. Sur la figure 4.1 trois cavernes (A, B, C) sont illustrées. Elles ont été lessivées en même temps dans la même formation et à peu près à la même profondeur. Pour des raisons techniques le lessivage a été interrompu pendant plusieurs semaines. Ceci a donné l'occasion de faire des essais de montée en pression. D'après les mesures, la vitesse de montée en pression étaient respectivement de 4 MPa/an, 5,9 MPa/an et 10 MPa/an dans les cavernes de 346000 m^3, 147000 m^3 et 48600 m^3 ; ce qui met en évidence l'effet inverse de la taille sur la vitesse de montée en pression.

Fluage du massif salifère

En général, on adopte que la convergence viscoplastique des cavernes salines atteint à long terme une vitesse constante qui peut être traduite par la loi de Norton-Hoff pour une géométrie sphérique :

$$Q_{cr} = \dot{V}_c = -\frac{3}{2}\left[\frac{3}{2n}(P_\infty - P_i)\right]^n A \exp\left(-\frac{\mathcal{Q}}{RT_\infty}\right) V_c = -n\left(\frac{3}{2n}\right)^{n+1} A^*(P_\infty - P_i)^n V_c \tag{4.2}$$

Cette relation montre que dans une caverne abandonnée plus la pression est basse plus la convergence est rapide et par conséquent plus la montée en pression est rapide :

$$\dot{P}_i = -\frac{1}{\beta}\frac{\dot{V}_c}{V_c} \tag{4.3}$$

Une vitesse de convergence typique pour une caverne à l'état de pression halmostatique à 1000 m de profondeur est $\frac{\dot{V}_c}{V_c} = -3.10^{-4}$ /an, cette vitesse conduit à une montée en pression de $\dot{P}_i = 0,75$ MPa/an quand $\beta = 4.10^{-4}$ MPa^{-1}. Il faut noter que :

- la montée en pression diminue progressivement la vitesse de convergence parce que l'écart de la pression $P_\infty - P_i$, entre la pression géostatique et la pression de saumure, diminue au cours du temps.
- le plus souvent dans une caverne jeune la contribution de la convergence due au fluage est moins importante que celle de l'expansion thermique de la saumure. C'est dans les cavernes très profondes ($H > 2000$ m) que le fluage détermine l'évolution de la pression. Ceci est dû à deux facteurs : d'une part la vitesse de la convergence est proportionnelle à H^n (parce que $P_\infty - P_h = 0,01H$) et d'autre part elle est proportionnelle à $\exp(-\mathcal{Q}/RT_\infty)$ où la température du massif, T_∞, augmente avec la profondeur.

Fuite de saumure

La fuite de saumure à travers la cimentation autour du puits est un phénomène important (Dans l'interprétation des essais d'étanchéité, on prend souvent comme critère que la fuite doit être telle que $Q_{leak} < 160$ m^3/an) pendant l'exploitation ; mais on peut penser qu'elle devient presque négligeable après qu'on ait bouché le puits par du ciment.

Perméation de la saumure dans le sel

De point de vue de l'ingénierie, le sel gemme peut être considéré comme un roche imperméable. La conductivité hydraulique de sa matrice est petite et il n'existe aucune fracture dans une formation salifère. Les petites perméabilité acquises dans les essais en laboratoire sont dispersées ($K_s^{hyd} = 10^{-21}\text{m}^2$ à 10^{-19}m^2). Un essai in situ de perméabilité dans un puits (Durup, 1994 [20]) a donné $K_s^{hyd} = 6.10^{-20}\text{m}^2$. Une telle perméabilité est extrêmement faible car selon des manuels d'hydrogéologie une roche dont la perméabilité intrinsèque est inférieure à 10^{-17} m^2 est considérée comme imperméable. Ainsi, à court terme, les cavités salines sont extrêmement fiables au niveau du confinement des produits. Pourtant à très long terme la configuration change. Quand le réchauffement de saumure devient négligeable, même une très petite fuite à travers la paroi de la caverne, compte tenu de la raideur élevée de la caverne, engendre une chute de pression neutralisant l'effet de la convergence viscoplastique.
Considérons une caverne sphérique de rayon a dans un massif de perméabilité K_s^{hyd} avec la pression P_i dans la caverne et la pression de pore P_0 dans le massif. L'existence d'une pression de pore uniforme dans le massif est discutable car la porosité du sel est petite (souvent plus petite que 1%) et surtout la connectivité des pores est faible. Tout de même les rares essais in situ réalisés dans les cavités salines prouvent que la notion de la pression interstitielle de Terzaghi est valable. On suppose souvent que la pression initiale de pore est égale à la pression halmostatique, même si les essais réalisés au site de WIPP ont tendance à dire que la pression initiale de pore était plus grande qu'on s'attendait (Dale et Hurtado, 1997 [8]) et certaines observations récentes dans un site de stockage (de Laguérie et al., 2004 [9]) suggèrent fortement que la pression de pore dans ce site était plus petite que la pression halmostatique. Ainsi pour la simplicité on adopte que $P_0 = P_h$. La loi de Darcy pour le régime permanent de la perméation dans une cavité sphérique donne :

$$\frac{Q_{per}}{V_c} = 3K_s^{hyd}\frac{(P_i - P_0)}{\mu_b a^2} \tag{4.4}$$

Ce débit de perméation est très petit (par exemple, $P_i - P_0 = 7$ MPa, $a = 12,5$ m, $K_s^{hyd} = 10^{-20}$ m^2 et $\mu_b = 1.4 \cdot 10^{-3}$Pa.s donnent $Q_{per} = 0,25$ m^3/an) mais il peut s'équilibrer avec la vitesse de la convergence due au fluage surtout quand la pression dans la cavern est élevée.

4.1.3 Evolution de la pression dans une caverne fermée

L'évolution de la pression dans une caverne sphérique fermée pleine de saumure est régie par les quatres effets principaux mentionnés dans les paragraphes précédents. Ces influences sont traduites par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \beta\dot{P}_i \quad &= \quad \alpha_b\dot{T}_i\left[t/t_c\right] + n\left(\tfrac{3}{2n}\right)^{n+1}A^*\left(P_\infty - P_i\right)^n \\ &\qquad -3K_s^{hyd}\left(P_i - P_0\right)/(\mu_b a^2) - Q_{leak}/V_c \\ P_i\left(t=0\right) \ &= P_0 = P_h \end{aligned} \tag{4.5}$$

On suppose que la pression de pore est halmostatique ($P_0 = P_h$). Pour simplifier le problème on fait l'hypothèse que la fuite de saumure à travers le cuvelage est nulle ($Q_{leak} = 0$). L'équation 4.5 est correcte quand il n'y a qu'une lente évolution car on a choisi les formulations stationnaires pour le fluage et la perméation. Après une période qui dure plusieurs fois le temps caractéristique t_c^{th}, la variation de la température dans la caverne, $\dot{T}_i$, devient négligeable et le fluage et la perméation seront les seuls responsables de la variation de pression. Dans ce cas, il arrive un moment où la vitesse de convergence viscoplastique de la caverne est égale au débit de perméation, et par conséquent la pression reste constante. Cette pression est dite pression d'équilibre, P_{eq} :

$$n\left(\frac{3}{2n}\right)^{n+1} A^*(P_\infty - P_{eq})^n = \frac{3K_s^{hyd}}{\mu_b a^2}(P_{eq} - P_0) \tag{4.6}$$

La pression d'équilibre est inférieure à la pression géostatique et supérieure à la pression halmostatique ($P_0 < P_{eq} < P_\infty$).

L'importance relative des quatre effets dépend de plusieurs paramètres : profondeur et taille de la caverne, perméabilité et pression de pore du massif, caractéristiques mécaniques du sel et historique de la caverne avant abandon. Cependant on peut classer trois cas principaux.

Petites cavernes ($V_c < 15000$ m^3) relativement peu profondes ($H < 1000$ m) avec perméabilité relativement grande ($K_s^{hyd} > 10^{-20}$ m^2)

Comme la caverne est petite, l'écart initial de température entre la saumure et le massif se résorbe avant la fin de la période d'exploitation, sinon une petite période d'attente (quelques années) suffira pour que l'importance de l'effet thermique disparaisse. Ensuite la pression dans la caverne fermée converge vers la pression d'équilibre très lentement. Dans ce cas, la pression reste figée à l'état d'équilibre qui est loin de la pression géostatique. Ainsi il n'y a pas de risque de fracturation. Quelques essais in situ soutenus par le SMRI ont confirmé cet énoncé (Bérest et al., 2001 [10] ; Brouard et al., 2004 [11] ; Brouard consulting et al., 2006 [12]).

Dès que l'effet thermique est négligeable, la pression suit l'équation suivante

$$\beta\dot{P}_i = n\left(\frac{3}{2n}\right)^{n+1} A^*(P_\infty - P_i)^n - \frac{3K_s^{hyd}}{\mu_b a^2}(P_i - P_0) \tag{4.7}$$

Si on suppose qu'à long terme la différence entre la pression de saumure et la pression d'équilibre est petite, les équations 4.6 et 4.7 donnent

$$P_i - P_{eq} \approx (P_1 - P_{eq}) \exp\left\{-\left[\frac{3K_s^{hyd}}{\mu_b a^2} - n^2\left(\frac{3}{2n}\right)^{n+1} A^*\left(P_\infty - P_{eq}\right)^{n-1}\right]\frac{t}{\beta}\right\} \tag{4.8}$$

où P_1 représente la pression à $t = 0$. Ainsi, le temps caractéristique de l'évolution de la pression après la disparition de l'effet thermique est

$$t_c'' = \frac{\beta}{\frac{3K_s^{hyd}}{\mu_b a^2} - n^2\left(\frac{3}{2n}\right)^{n+1} A^*\left(P_\infty - P_{eq}\right)^{n-1}} \tag{4.9}$$

Dans le cas de la caverne EZ53 (Paragraphe 4.4) avec $\beta = 4.10^{-4}$ MPa^{-1}, ce temps caractéristique est $t_c'' = 10$ ans (à peu près $20t_c^{th}$).

Grandes cavernes ($V_c > 150000$ m^3) relativement profondes ($H > 1000$ m) avec petite perméabilité ($K_s^{hyd} = 10^{-21}$ m^2) et très petit écart initial de température

Dans ce cas aussi la pression atteindra la pression d'équilibre qui est très proche de la pression géostatique à cause de la petite perméabilité et du fluage fort aux grandes profondeurs. Dans cette mesure, quand la dimension verticale de la caverne est grande (>200 m) la pression de saumure au sommet de la caverne peut dépasser légèrement la pression géostatique (ces deux pressions sont égales à la profondeur moyenne de la caverne) ce qui produit un risque de fracturation (Wallner, 1986 [13] ; Wallner et Paar, 1997 [7]). Les études de Fokker (1995) [4] qui ont été complétées par Ratigan (2000) [15] prouvent que la perméabilité du sel augmente quand la pression de saumure est proche de la pression géostatique. Ceci favorise la perméation de la saumure et la détente de la caverne. Cette caractéristique intéressante a été étudiée au laboratoire et serait confirmée par des essais in situ. Par exemple, l'essai d'Etzel (Rokahr et al., 2000 [14]) peut être interprété par la notion de l'accroissement de perméabilité.

En négligeant l'effet du réchauffement et de la perméation de la saumure dans une caverne abandonnée, l'évolution de la pression est régie par l'équation suivante :

$$\beta \dot{P}_i = n \left(\frac{3}{2n}\right)^{n+1} A^* (P_\infty - P_i)^n \tag{4.10}$$

Ainsi on a

$$\left[\frac{1}{P_\infty - P_i\,(t)}\right]^{n+1} - \left[\frac{1}{P_\infty - P_1}\right]^{n+1} = n(n+1)\left(\frac{3}{2n}\right)^{n+1} A^* \frac{t}{\beta} \tag{4.11}$$

Grandes cavernes avec un grand écart initial de température

Un grand écart initial de température est observé plutôt dans les cavernes profondes (car la température géothermique est plus élevée). Dans ce cas, les deux phénomènes : thermique et perméation jouent un rôle important et l'évolution de la pression est régie par l'équation 4.5. L'effet thermique peut être tellement fort qu'il faut parfois un temps d'attente très long avant fermeture de puits pour éviter la fracturation de la caverne. Sur la figure 4.2 le rôle du temps d'attente dans l'évolution de pression pour une caverne de 300000 m^3 à 1300 m profondeur a été présenté. Un écart initial $\Delta T_i = 30°$C entre la saumure et le massif a été considéré. Les calculs montrent qu'il faut au moins une période de 2,5 ans avant l'abandon pour que la pression ne dépasse pas la pression géostatique. Ainsi la fermeture de la caverne sans période d'attente implique une longue phase transitoire pendant laquelle la pression est plus grande que la pression géostatique et le risque de fracturation est vraisemblable. Les temps d'attente minimum pour différents volumes et profondeurs sont tracés sur la figure 4.3.

Quand l'écart de température entre la saumure à l'intérieur de la caverne et la roche au voisinage de la caverne est élevé (Relation 4.1), trois solutions peuvent être envisagées :

1. attendre pour que la température de la saumure atteigne une valeur acceptable (Relation 4.1). Ce choix est raisonable quand l'écart de température (et la caverne) n'est pas très grand.

2. réchauffer la saumure avant l'abandon de la caverne, ce qui implique l'injection de la saumure chaude dans la caverne. Cette option coûte cher (Crotogino et Kepplinger, 2006 [16]).

3. modifier la compressibilité de la caverne. Cet option est discutée dans la suite.

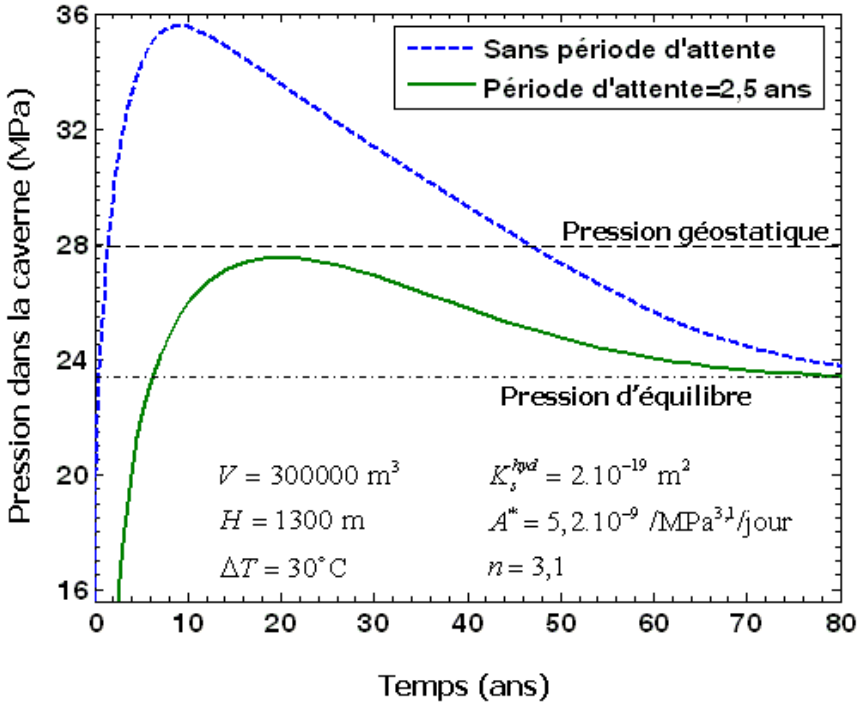


FIG. 4.2 – *Effet de la période d'attente sur l'évolution de la pression.*

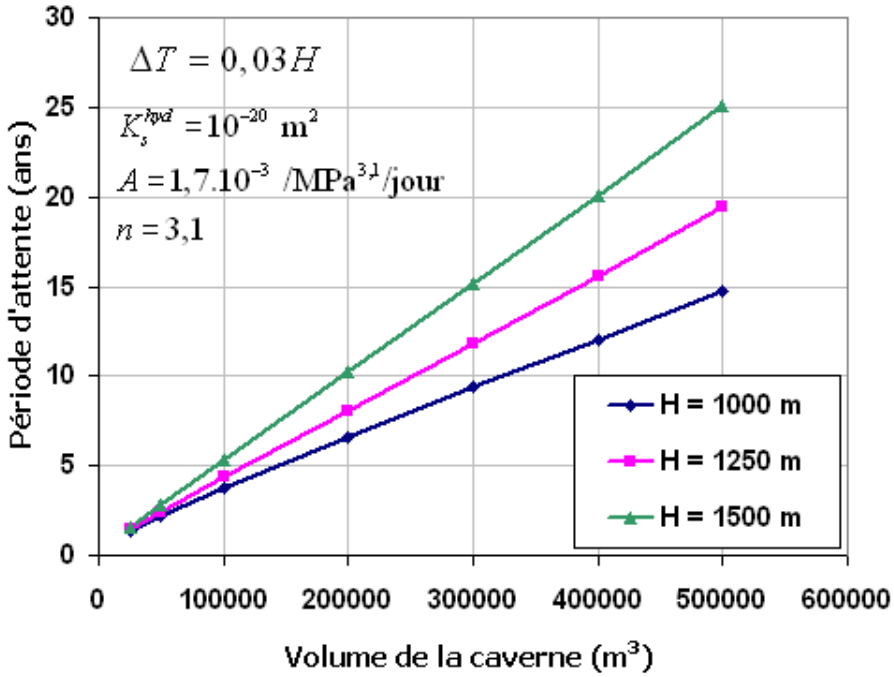


FIG. 4.3 – *Période d'attente minimum pour éviter la fracturation.*

Augmentation de la compressibilité de la caverne

La montée en pression due à l'expansion thermique est liée à l'écart initial de la température à travers la relation :

$$\Delta P_i = \frac{\alpha_b}{\beta} \Delta T_i \tag{4.12}$$

Pour que ΔP_i reste petit, il y aurait trois possibilités :

- α_b, le coefficient de l'expansion thermique, est une constante et ne peut pas changer facilement.
- ΔT_i, l'écart initial de la température peut être modifié en réchauffant la saumure avant l'injection, ou en attendant une période assez longue avant fermeture de la caverne.
- β, le coefficient de la compressibilité de la caverne, peut être augmenté en injectant une bulle de gaz (fluide très compressible) dans la caverne avant fermeture de la caverne.

Quand une petite quantité de gaz est injectée dans une caverne, le coefficient de compressibilité change notablement. Considérons x, la fraction du volume de la caverne qui est remplie par le gaz, ainsi le volume de la saumure est $V_b = (1-x)V_c$ et le volume de gaz est $V_g = xV_c$. Dans ce cas, le coefficient de compressibilité global est $\beta(x) = \beta_c + \beta_b + x(\beta_g - \beta_b)$. Le coefficient de compressibilité du gaz dans les conditions isothermes est $\beta_g = \frac{1}{P}$ où $P = P_i$ est la pression absolue du gaz dans la caverne ; celle-ci est la somme de la pression halmostatique et de l'accroissement de la pression par rapport l'état halmostatique ($P_i = P_h + \Delta P_i$). Des valeurs typiques sont $P = 20$ MPa et $\beta_g = 0,05$ /MPa : la compressibilité du gaz est plus grande que celle de la saumure de deux ordres de grandeur et même une petite quantité de gaz est capable d'augmenter beaucoup la compressibilité de la caverne. Par exemple, quand $x = 0,01$ on a $\beta(x = 0,01) = 9.10^{-4}$ /MPa ce qui est à peu près deux fois plus grand que $\beta(0) = 4.10^{-4}$ /MPa. L'augmentation de la compressibilité par un facteur 2 a le même effet que la diminution de l'écart de la température initiale par un facteur 2, diminution qui nécessiterait une longue période d'attente dans une grande caverne. Ainsi la relation entre l'écart initial de température, ΔT_i et l'accroissement de pression, ΔP_i, que cet écart engendre dépend de la quantité de gaz injectée x :

$$\Delta P_i = \frac{\alpha_b}{\beta(0) + \frac{x}{P_h + \Delta P_i}} \Delta T_i \tag{4.13}$$

4.2 Evolution d'une cavité contenant du gaz

4.2.1 Introduction

L'azote et le dioxide de carbone sont parmi les gaz qui peuvent être utilisé car il n'y a pas de risque d'inflamation ou d'explosion. Le désavantage du dioxide de carbone c'est qu'il forme avec la saumure un acide faible qui risque de corroder le métal à long terme.

4.2.2 Evolution de la pression dans une cavité fermée

On considère une cavité sphérique de rayon a et de volume $V_c = \frac{4}{3}\pi a^3$. La cavité est remplie en partie de gaz. La pression de gaz à la profondeur de la caverne,P_g , et la pres-

sion de saumure à cette profondeur, P_b, sont retenues égales ($P_g = P_b = P_i$) en supposant que la hauteur de la caverne est négligeable par rapport la profondeur.

Quand une quantité de gaz est injectée avant d'abandonner une caverne, l'évolution à long terme de la pression dans la caverne est régie par les effets suivants :

1. expansion thermique de la saumure (Q_{th})
2. convergence de la caverne due au fluage (Q_{cr})
3. perméation de la saumure à travers les parois de la caverne (Q_{per})
4. fuite de gaz à travers la cimentation au sommet de la caverne, ou dissolution du gaz (Q_{loss})

Les trois premiers effets sont les mêmes que dans une cavité pleine de saumure (Paragraphe 4.1). Le quatrième effet est discuté dans la suite. On peut récapituler les différents effets sur la variation du volume dans les équations suivantes :

$$\dot{V}_c = \dot{V}_b + \dot{V}_g \tag{4.14}$$

$$\dot{V}_c = V_c \beta_c \dot{P}_i - Q_{cr} - \alpha_c V_c \psi(T_i(\tau), \tau < t) \tag{4.15}$$

$$\dot{V}_b = V_b \left(\alpha_b \dot{T}_i - \beta_b \dot{P}_i \right) - Q_{per} \tag{4.16}$$

$$\dot{V}_g = V_g \left(\frac{\dot{T}_i}{T_i} - \frac{\dot{P}_i}{P_i} \right) - Q_{loss} \tag{4.17}$$

Où P et T sont la pression et la température dans la caverne. Q représente toujours une quantité positive. α_c est le coefficient de dilatation thermique de la caverne qui est nul dans le cas d'une cavité parfaitement sphérique ou cylindrique. ψ représente une fonction transitoire qui donne la variation de la température équivalente du massif. L'évolution de la température est connue en supposant qu'elle est indépendante de celle de la pression. Les inconnues dans ce système d'équations sont P_i, V_c, V_b et V_g.

Fuite de gaz

Il faut noter que les parois d'une caverne (ou les cimentation autour des puits) ne sont pas toujours parfaitement étanches et ceci peut produire des fuites de gaz. Il est possible aussi que le gaz se dissolve progressivement dans la saumure. Ainsi la perte du gaz est un phénomène qui doit être pris en compte. Pour simplifier le problème on suppose que la fuite de gaz à travers la cimentation est une fonction linéaire de l'écart entre la pression du gaz et la pression de pore dans le massif :

$$Q_{loss} = \chi(P_i - P_0) \tag{4.18}$$

le coefficient χ peut typiquement varier de 0 à 15 m^3/an/MPa (Pour $P_i - P_0 = 10$ MPa, on retrouve à peu près la fuite maximale acceptée dans un essai d'étanchéité). La différence entre ce phénomène et la perméation de saumure tient à ce que la fuite de gaz est choisie indépendante de la dimension de la caverne.

Solution semi-analytique

Pour une cavité parfaitement sphérique, on peut remplacer les termes Q_{cr} et Q_{per} par leurs valeurs en régime permanent dans les équations 4.15 et 4.16 :

$$\frac{\dot{V}_c}{V_c^0} = \beta_c \dot{P}_i - n\left(\frac{3}{2n}\right)^{n+1} A^*(P_\infty - P_i)^n \tag{4.19}$$

$$\frac{\dot{V}_b}{V_c^0} = (1-x)(\alpha_b \dot{T}_i - \beta_b \dot{P}_i) - \frac{3K_s^{hyd}}{\mu_b a^2}(P_i - P_0) \tag{4.20}$$

où $x = \frac{V_g}{V_c}$. On a supposé que le volume de saumure est très grand devant le volume de gaz ($V_b \approx V_c^0$). Pourtant l'effet de la fuite de gaz est significatif. Ceci est traduit par l'équation 4.17 sous la forme suivante :

$$\dot{x} = x\left(\frac{\dot{T}_i}{T_i} - \frac{\dot{P}_i}{P_i}\right) - \chi\frac{(P_i - P_0)}{V_c^0} \tag{4.21}$$

Ainsi, on simplifie et récapitule les équations 4.19, 4.20 et 4.21 pour obtenir le système suivant :

$$\begin{aligned} \left[\beta + x\left(\tfrac{1}{P_i} - \beta_b\right)\right]\dot{P}_i &= \left[(1-x)\alpha_b + \tfrac{x}{T_i}\right]\dot{T}_i + n\left(\tfrac{3}{2n}\right)^{n+1} A^*(P_\infty - P_i)^n \\ &\quad - \left(\tfrac{3K_s^{hyd}}{\mu_b a^2} + \tfrac{\chi}{V_c^0}\right)(P_i - P_0) \\ \dot{x} &= x\left(\tfrac{\dot{T}_i}{T_i} - \tfrac{\dot{P}_i}{P_i}\right) - \chi\tfrac{(P_i - P_0)}{V_c^0} \end{aligned} \tag{4.22}$$

Dans le cas particulier où il n'y a pas de fuite de gaz, le système 4.22 se réduit au système suivant :

$$\begin{aligned} \left[\beta + x\left(\tfrac{1}{P_i} - \beta_b\right)\right]\dot{P}_i &= \left[(1-x)\alpha_b + \tfrac{x}{T_i}\right]\dot{T}_i + n\left(\tfrac{3}{2n}\right)^{n+1} A^*(P_\infty - P_i)^n \\ &\quad - \left(\tfrac{3K_s^{hyd}}{\mu_b a^2}\right)(P_i - P_0) \\ \dot{x} &= x\left(\tfrac{\dot{T}_i}{T_i} - \tfrac{\dot{P}_i}{P_i}\right) \end{aligned} \tag{4.23}$$

Quand il y a une fuite de gaz, on peut distinguer les deux cas suivants :

- Quand $x(t) > 0$ (il existe du gaz dans la caverne), le système 4.22 s'applique.
- Quand $x = 0$ (tout le gaz s'est échappé de la caverne), la pression évolue selon l'équation suivante :

$$\beta \dot{P}_i = \alpha_b \dot{T}_i + n\left(\frac{3}{2n}\right)^{n+1} A^*(P_\infty - P_i)^n - \left(\frac{3K_s^{hyd}}{\mu_b a^2} + \frac{\chi'}{V_c^0}\right)(P_i - P_0) \tag{4.24}$$

Où χ' est associé à la fuite de saumure à travers la cimentation au sabot du cuvelage. L'effet de l'injection du gaz dans une caverne est présenté sur la figure 4.4. Dans cet exemple, l'écart initial de température est $\Delta T = 30°\text{C}$. On observe que la pression d'équilibre est

atteinte au bout d'une cinquantaine d'année. Si on n'injecte pas de gaz, la caverne risque de se fracturer deux ans après la fermeture. Si on injecte 4500 m^3 de gaz, la pression ne dépasse jamais la pression de fracturation.

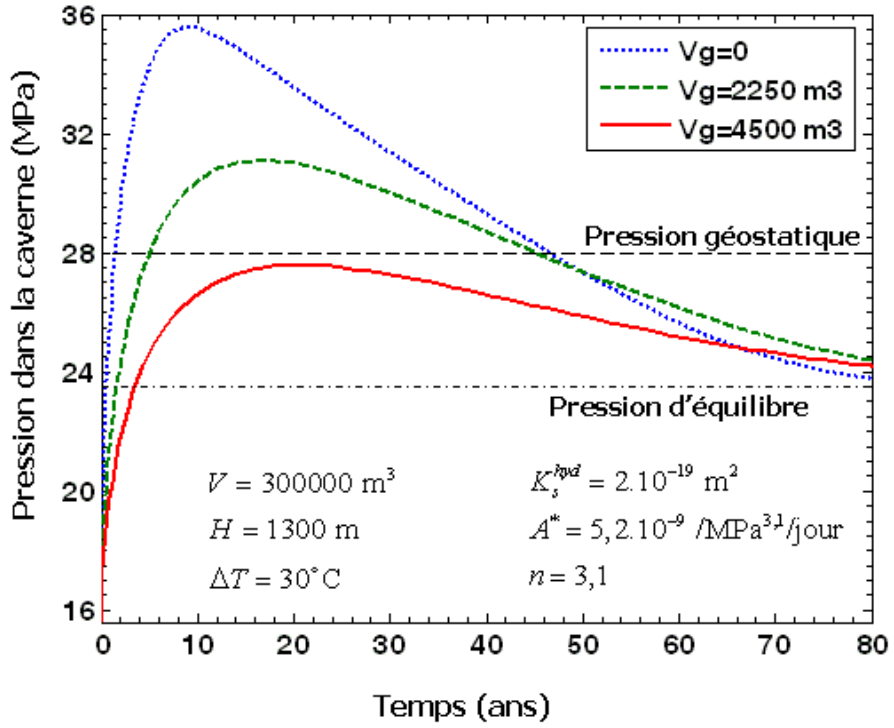


FIG. 4.4 – *Effet d'une poche de gaz sur l'évolution de la pression sans fuite de gaz.*

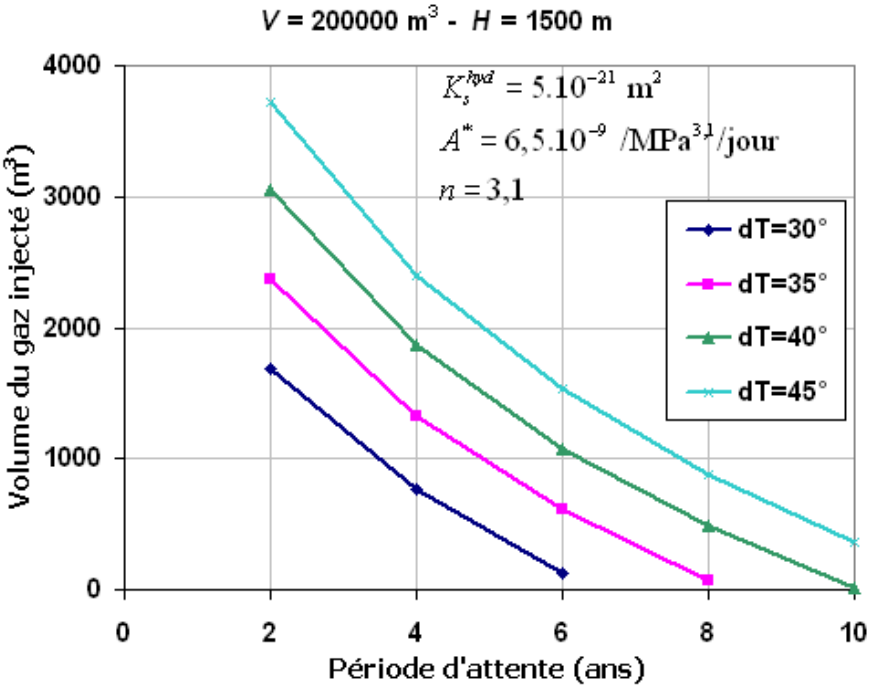


FIG. 4.5 – *Volume initial de gaz à injecter en fonction de la période d'attente avant l'injection.*

Le plus souvent, il est raisonnable d'attendre quelques années avant l'injection du gaz.

Plus la période d'attente est longue, moins grande est la quantité de gaz nécessaire. Dans chaque cas particulier, il y a une solution optimale qui peut dépendre de considérations économiques et techniques. Sur la figure 4.5 le volume de gaz en fonction de la période d'attente avant l'injection est tracé pour différentes écarts de température. Dans ce calcul, le critère est de ne pas dépasser la pression géostatique au sommet de la caverne. Par exemple, quand l'écart de température est 40°C, si on attend 6 ans, on a besoin d'injecter près de 1000 m^3 de gaz, tandis qu'on en aura besoin de 3000 m^3 si on n'attend que deux ans avant l'injection.

Effet de la fuite du gaz

La perte du gaz dans une caverne abandonnée fait diminuer la compressibilité de la caverne ce qui est un inconvénient. En revanche la perte du gaz peut être bénéfique car il fournit de l'espace pour l'expansion thermique de la saumure. Pour cela il faut que la vitesse de perte soit assez rapide pour qu'une grande partie du gaz s'échappe avant que l'expansion thermique de saumure ne s'achève ($\frac{Q_{loss}}{V_g} > \frac{1}{2t_c^{th}}$). En remplaçant le temps caractéristique thermique par $t_c^{th} = \frac{V_c^{\frac{2}{3}}}{8k_s^{th}}$ et le volume de gaz par $V_g = xV_c$ on obtient $Q_{loss} > 4k_s^{th}x_0\sqrt[3]{V_c}$. Pour une cavité de $V_c = 216000$ m^3 et $x = 0,005$ de gaz, le débit de la fuite doit être plus grand que 120 m^3/an ce qui est souvent le cas.

La perte totale du gaz autorise une augmentation de la température de $\frac{x}{\alpha_b}$ sans accroissement de la pression. Par exemple, quand $x_0 = 4,4.10^{-3}$ un accroissement de $\Delta T = 10$°C n'engendre aucune montée en pression après l'échappement de tout le gaz injecté dans la caverne. En général, après la disparition du gaz, la variation en pression due à l'expansion thermique suit la relation suivante :

$$\Delta P_i = \frac{\alpha_b \Delta T_i - x}{\beta}$$

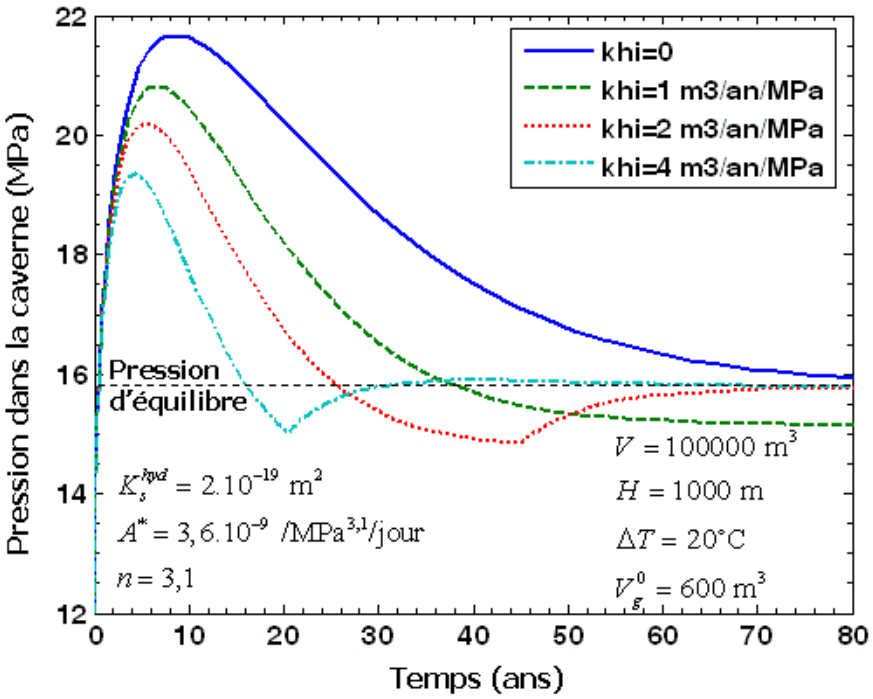


FIG. 4.6 – *Effet de la fuite de gaz sur l'évolution de la pression.*

Ainsi, dans tous les cas la perte du gaz est avantageuse. Cet effet est illustré sur la figure 4.6 pour différentes vitesses de fuite. Une injection de 600 m^3 même sans fuite peut maintenir la pression en-dessous de la pression géostatique. Les vitesses de la fuite sont relativement petites par rapport à la fuite maximale admissible pendant un essai d'étanchéité avec l'azote (160 m^3/an). La pente des courbes de la pression change brusquement au moment où il n'y a plus de gaz dans la caverne. Même une très petite fuite a un effet favorable sur le niveau de la pression maximale atteinte après l'abandon.

Procédure d'injection

L'injection de quelques dizaines de mètres cubes d'azote dans une caverne lors d'un essai d'étanchéité avec du gaz (NLT) est une expérience courante. Il est arrivé qu'on injecte de l'azote dans une cavité de stockage d'hydrocarbure pour récupérer des hydrocarbures piégés avant l'abandon (de Laguerie et al., 2004 [9]). Ainsi l'injection de quelques centaines de mètres cubes d'azote ne devrait pas soulever de difficultés spéciales. Une grande différence entre le NLT et l'injection de gaz avant l'abandon est le fait que la pression de gaz après l'injection doit être ramenée à la pression halmostatique. Quand il y a un seul tube à injecter, on installe un packer dans l'espace annulaire et le gaz est injecté à travers le tube central (Figure 4.7a). Il est pratique d'injecter le gaz en plusieurs étapes. A la suite de chaque étape d'injection on laisse la caverne se décomprimer en permettant à la saumure de sortir en tête du tube central (Figure 4.7b). Finalement, quand l'injection est accomplie le tube central est fermé et du ciment remplit le puits (Figure 4.7c).

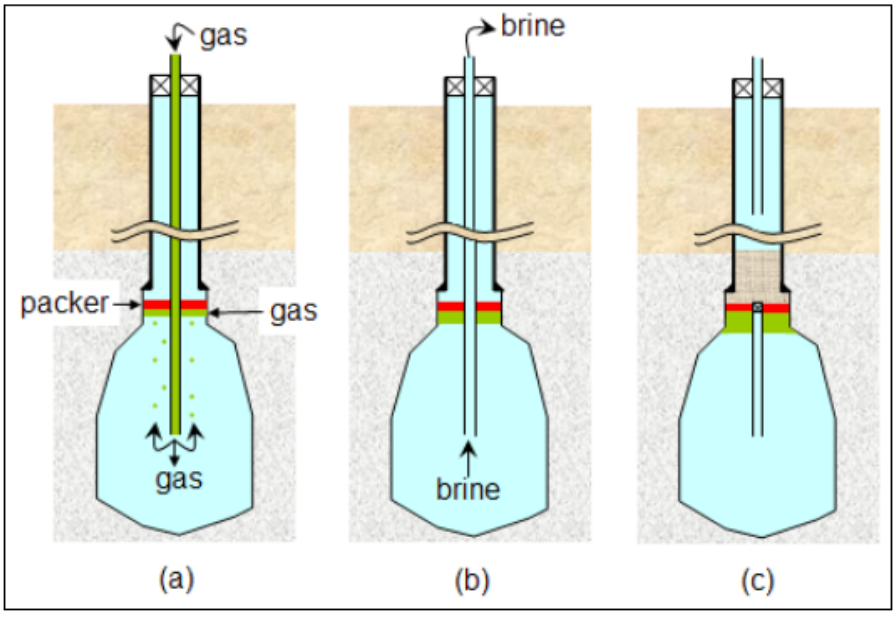


FIG. 4.7 – *Le gaz est injecté en-dessous de packer (a) ; la saumure sort en décomprimant la caverne (b) ; le tube central est fermé et du ciment remplit le puits (c) (Bérest et al., 2006 [23]).*

Exemples numériques

Une cavité de stockage de gaz avec une forme axisymétrique (Figure 4.8) est considérée. La profondeur du sabot du cuvelage est 1360 m et la profondeur moyenne est 1425 m.

Le volume de la caverne est 300.000 m^3. On considère que, avant d'abandonner la caverne, l'eau a remplacé le gaz naturel stocké et une petite bulle de gaz est injectée dans la caverne.

On suppose que la caverne a subi des cycles de soutirage et injection pendant 30 ans d'exploitation. Plus précisément, chaque année la pression dans la caverne fluctue entre 7 MPa et 27 MPa. La pression moyenne (17 MPa) est égale à la pression halmostatique à la profondeur moyenne. La pression géostatique au sabot du cuvelage est à peu près 30 MPa. A la fin de la période d'exploitation, la pression dans la caverne est halmostatique. La saumure froide (28°C) est injectée dans la caverne qui était à 58°C avant injection. Autrement dit le remplissage fait chuter la température dans la caverne de 30°C. Comme illustré dans la figure 4.9 la température de la saumure augmente graduellement pour atteindre la température géothermique du massif à la profondeur de la caverne.

Différents cas sont considérés. Dans chaque cas une période d'attente comprise entre 6 mois et 4 ans est supposée. Après avoir fermé la caverne, la pression monte sous les effets du fluage, de l'expansion thermique de la saumure, de la perméation de la saumure et de la dissolution complémentaire. Les calculs sont effectués pour déterminer combien de gaz et quelle période d'attente sont nécessaires pour éviter la fracturation de la caverne abandonnée.

Les paramètres thermique du sel et de la saumure sont les mêmes que dans le paragraphe A.1.4. Le coefficient de la compressibilité de la caverne pleine de saumure sans gaz est estimé égal à $\beta \approx 3,5.10^{-4}$ /MPa. Les paramètres mécanique du sel sont choisis selon les caractéristiques du site d'Etrez citées au paragraphe 1.2.4. La perméabilité intrinsèque du sel retenue est $K_s^{hyd} = 5.10^{-20}$ m^2. La diffusivité hydraulique est $k_s^{hyd} = 10^{-5}$ m^2/s. Les paramètres de la dissolution complémentaire sont les mêmes que dans le paragraphe 3.1.4. Le critère du paragraphe 2.6.3 ($P + \sigma_{min} > 0$) est retenu comme indicateur de la fracturation.

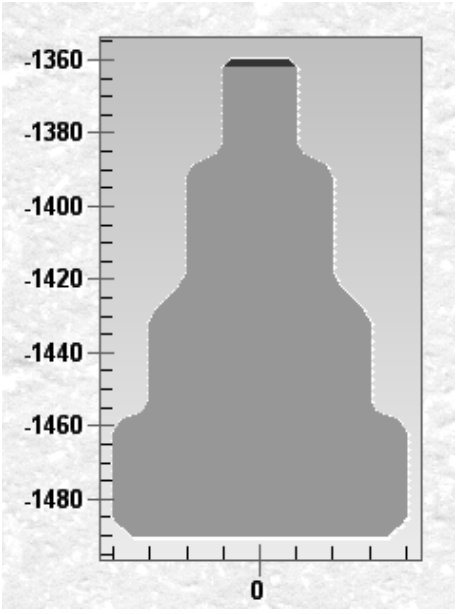


FIG. 4.8 – *Schéma de la caverne avec une bulle de gaz située au sommet de la caverne.*

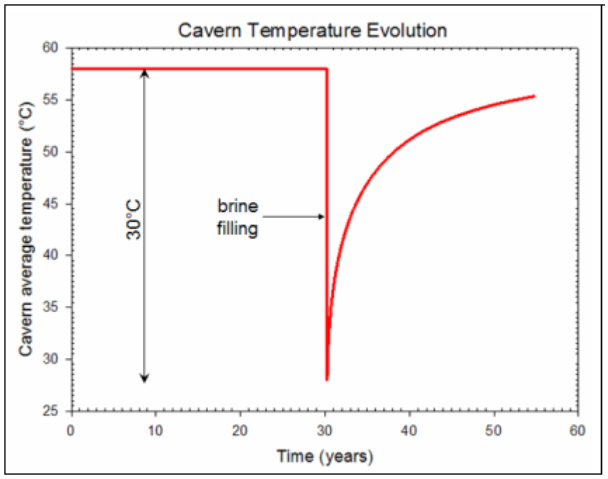


FIG. 4.9 – *Evolution de la température dans la caverne (Brouard et al., 2007 [24]).*

Exemple 1- Période d'attente de 6 mois et sans gaz

Dans ce cas (Figure 4.10), la caverne a été abandonnée 6 mois après la fin de l'exploitation, sans injecter du gaz. La fracturation a lieu 5 ans après l'abandon.

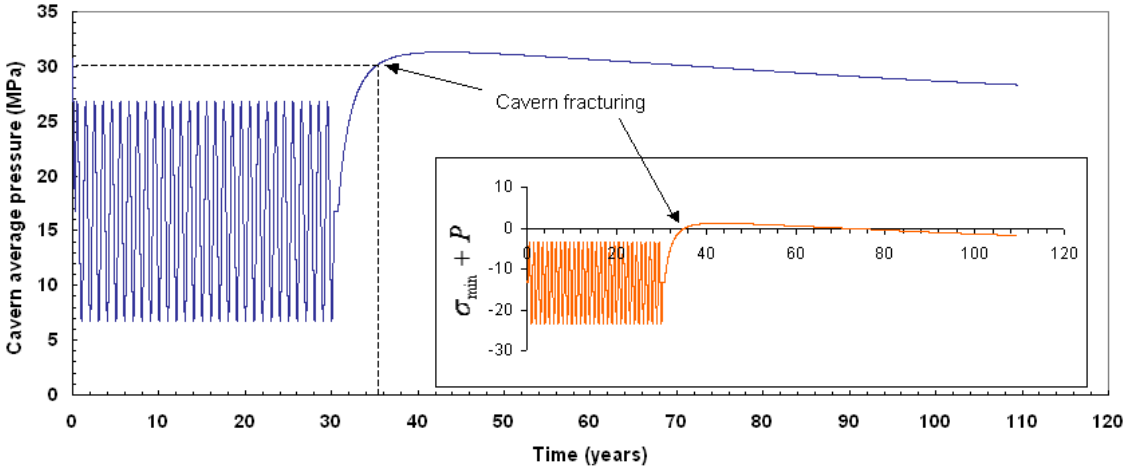


FIG. 4.10 – *Evolution de la pression dans la caverne dans l'exemple 1.*

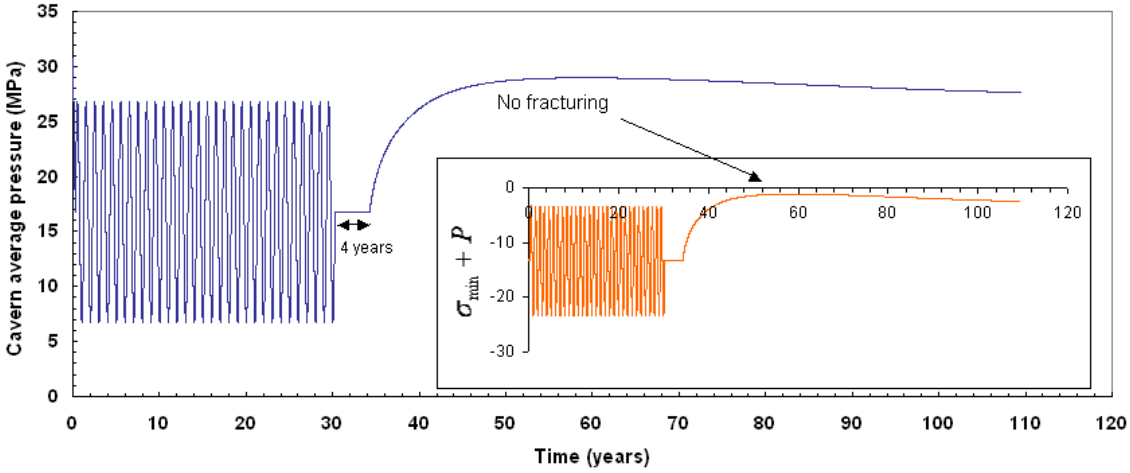


FIG. 4.11 – *Evolution de la pression dans la caverne dans l'exemple 2.*

Exemple 2- Période d'attente de 4 ans et sans gaz

Dans ce cas non plus aucun gaz n'est injecté avant fermeture de la caverne. La caverne a été abandonnée 4 ans après la fin de l'exploitation. Dans ce cas la fracturation n'a pas lieu (Figure 4.11).

Exemple 3- Période d'attente de un an et $V_g \approx 500$ m^3 de gaz

Dans ce cas, on injecte à peu près 500 m^3 de gaz sous la pression halmostatique (17 MPa) et avec une température de 20°C dans la caverne après avoir laissé une période d'attente de un an. Comme illustré sur la figure 4.12, la pression touche le critère de la fracturation sans le dépasser ; ce qui veut dire qu'il faut au moins 500 m^3 de gaz pour éviter la fracturation.

Exemple 4- Période d'attente de 6 mois, $V_g \approx 500$ m^3 de gaz et une petite fuite

Ce cas est similaire au cas précédent. On admet l'existence d'une petite fuite de gaz de l'ordre de $\chi = 5$ m^3/MPa/an. La figure 4.13 montre l'effet avantageux de la fuite. On comprend que, avec ce volume de gaz et cette fuite, il faut attendre au moins 6 mois pour éviter la fracturation.

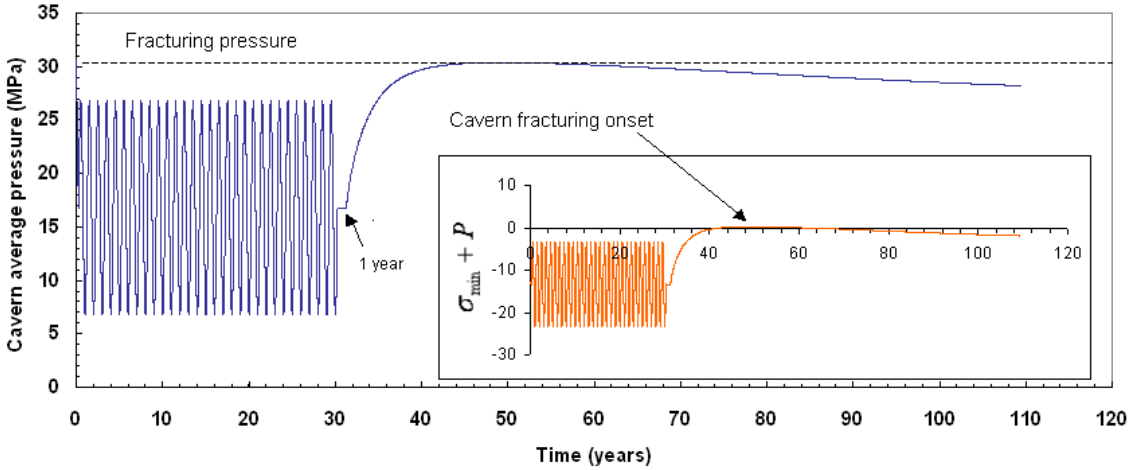


FIG. 4.12 – *Evolution de la pression dans la caverne dans l'exemple 3.*

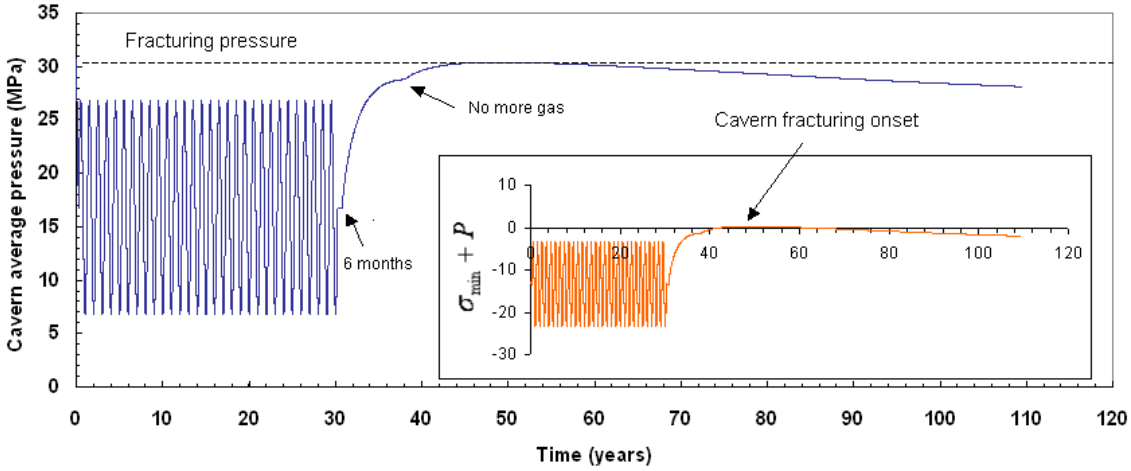


FIG. 4.13 – *Evolution de la pression dans la caverne dans l'exemple 4.*

4.3 L'essai d'abandon sur la caverne SPR2

4.3.1 Introduction

L'essai de montée en pression (*Shut-in pressure test*) est largement utilisé partout dans le monde sur des cavités de stockage. Cet essai peut servir à contrôler l'étanchéité des cavernes ou bien à estimer la pression d'équilibre à long terme des cavernes fermées et abandonnées.

La vitesse de montée en pression dépend de plusieurs facteurs comme la forme, l'âge, la profondeur et le volume de la cavité. La vitesse est souvent petite (de l'ordre du MPa par an) mais la pression risque d'augmenter au delà de la pression géostatique ce qui peut provoquer la fracturation de la roche et la fuite de la saumure vers des aquifères d'eau potable.

4.3.2 Les cavités de Carresse

Le site de Carresse comporte quatre cavités SPR1 à SPR4. Trois de ces cavités ont été exploitées pour le stockage de propane liquéfié (GPL) et la quatrième (SPR3), plus profonde que les trois autres, était initialement prévue pour le stockage d'éthylène. La cavité SPR3 a été utilisée ponctuellement pour resaturer la saumure provenant des autres cavités, elle n'a pas servi au stockage de GPL. Cette cavité a fait l'objet d'un essai de longue durée en 2003, cet essai a permis de démontrer la très bonne étanchéité du cuvelage et de la cimentation au sabot du cuvelage. Cet essai a également permis de déterminer des jeux mini-maxi pour le fluage stationnaire, et de déterminer une perméabilité intrinsèque du sel de l'ordre de $K_s^{hyd} = 5 \cdot 10^{-19}$ m^2 à $9 \cdot 10^{-19}$ m^2.

En 2005, l'institut de recherche SMRI a financé un essai d'abandon sur la cavité SPR2.

Du point de vue de l'abandon, le site de Carresse présente plusieurs particularités :

- Les cavités sont de très petite taille par rapport à la plupart des cavités dans le monde ; cette caractéristique est favorable dans le contexte de l'abandon, notamment du fait que les temps caractéristiques associés au réchauffement de la saumure sont très courts (1 an pour SPR2). D'autre part, le rôle joué par la perméabilité est accentué dans une caverne de petite dimension.
- Le fluage du sel de Carresse est relativement bien connu, car il y a eu un essai in situ de longue durée réalisé sur la cavité SPR3 (Brouard consulting et al., 2005 [12]), et quelques essais de laboratoire ont été également réalisés sur des carottes du sel. L'essai in situ sur SPR3 a montré que le fluage de cette cavité est très rapide, indiquant que le sel de Carresse est un des sels les plus fluants connus.
- La perméabilité du sel est mal connue, car nous ne disposons pas en particulier de données précises concernant les essais d'étanchéité réalisés avant lessivage sur les cavités. Le fait que le fluage est très rapide pourrait être associé à la perméabilité faible du sel (les microfissures se referment rapidement). Mais, d'après l'essai réalisé sur la caverne SPR3 la perméabilité apparente pourrait être de l'ordre de $K_s^{hyd} = (5 \text{ à } 9) \times 10^{-19}$ m^2, ce qui est une valeur relativement élevée ; il faut noter que cet essai n'a pas permis de distinguer la fuite de saumure par perméation dans

le massif et la fuite au niveau du sabot du cuvelage. Par ailleurs, il existe à Carresse des bancs d'insolubles (dolomies) potentiellement perméables.

– La compressibilité des cavités est bien connue. On dispose notamment de nombreuses mesures de la compressibilité de SPR3 réalisées en 2003. D'autre part, un essai de mesure de la compressibilité dynamique réalisé en 2003 sur SPR2 après son dépiégeage a permis de déterminer une valeur raisonnable de sa compressibilité (de Laguérie et al., 2004 [9]).

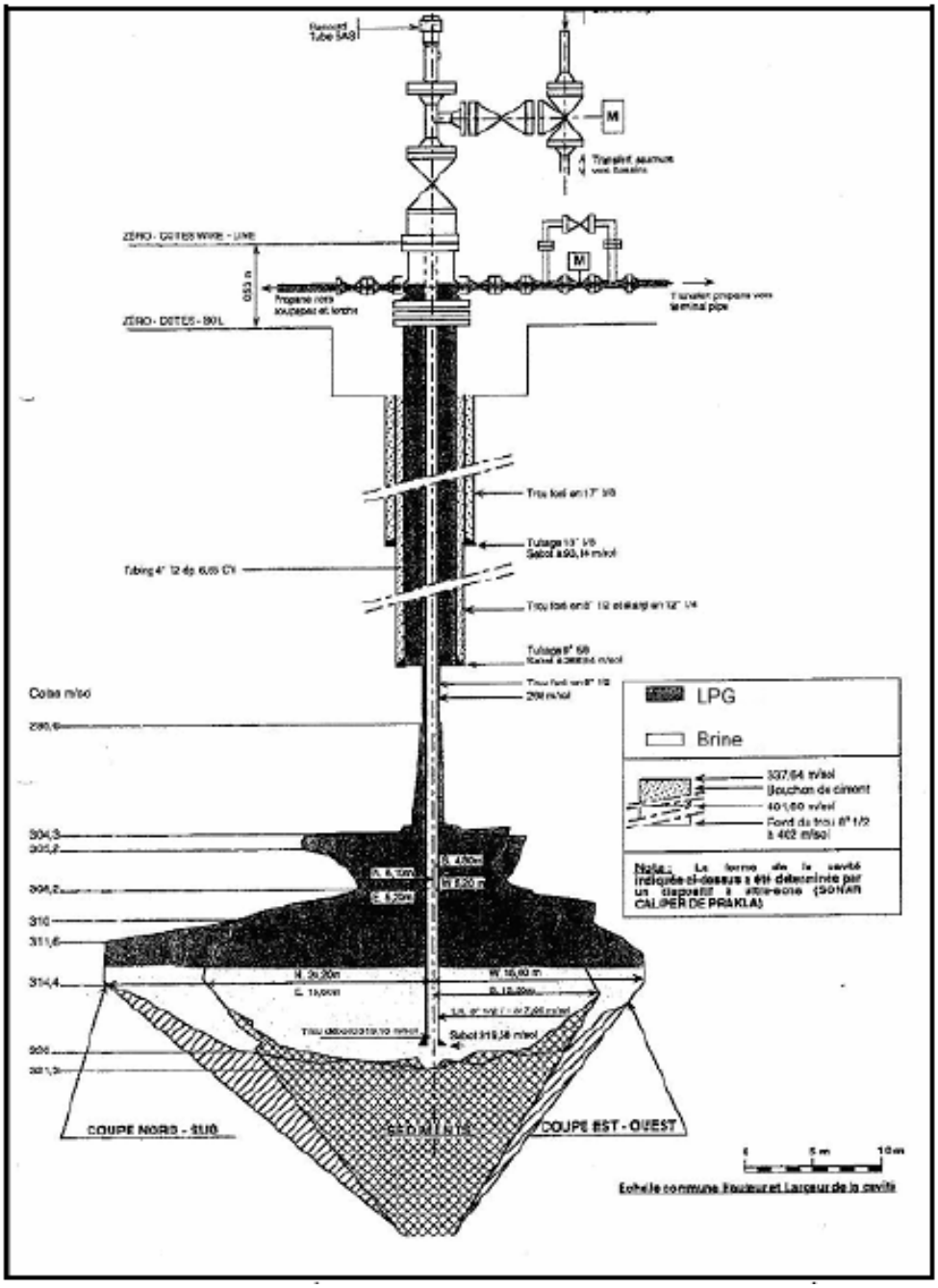


FIG. 4.14 – *Coupe verticale de la cavité SPR2.*

4.3.3 Caractéristiques de la cavité SPR2

Cette cavité qui a un volume de 9000 m^3, d'après le dernier sonar en 1999, est située à la profondeur moyenne de 309 mètres. Le lessivage de la caverne a été commencé au début de l'année 1964 et terminé au mois de juin 1964. Pour toute la période de l'exploitation (de 1964 à 2002) la pression dans la cavité a été maintenue constante et égale à la pression halmostatique. En 2002, la cavité a été vidée complètement du propane et remplie de saumure saturée. Depuis juin 2004 cette cavité a fait l'objet d'une série d'essais de montée en pression.

On estime que la température géothermique à la profondeur moyenne de la cavité est $19,5°C$. La profondeur du sabot du cuvelage est 287 mètres. Un schéma de la cavité SPR2 est donné sur la Figure 4.14. La cavité au moment de l'essai n'était pas en équilibre thermique avec le massif ; cela donne l'occasion de vérifier les conclusions tirées de l'essai EZ53 au cours duquel l'équilibre thermique était atteint (Bérest et al., 2001 [10]). L'écart de température entre la saumure et la roche pour la cavité SPR2 est petit (c'était $29,5-28,16 = 1,44°C$ en février 2002 et encore moins au moment de l'essai en juin 2004). Cela fait que la cavité SPR2 est représentative pour la problématique d'abandon et l'objectif de l'essai était de s'assurer que la pression ne dépasse pas la pression géostatique.

Si on suppose que le réchauffement de la saumure est le seul phénomène responsable de la montée en pression, en notant ΔT_i l'écart de la température entre la saumure et le massif avant la fermeture de caverne, on aura $\Delta P = \frac{\alpha_b}{\beta}\Delta T$ pour l'accroissement de pression dans une cavité fermée où α_b est le coefficient de dilatation thermique et β compressibilité de la caverne. Ainsi pour éviter la fracturation de la caverne, il faut :

$$\Delta T_i < \frac{\beta}{\alpha_b}(P_\infty - P_i) \tag{4.25}$$

Il faut remarquer que la fuite à travers le cuvelage n'existera sans doute plus dans une caverne abandonnée puisque le puits d'accès sera rempli de ciment après la fermeture définitive de la cavité de sorte que les différents effets - dont la fuite à travers le cuvelage - doivent être quantifiés séparément pour mieux interpréter un essai d'abandon. L'avantage de la réalisation d'un essai (avant l'abandon définitif d'une caverne) est d'évaluer l'incertitude sur les prédictions relatives à l'évolution de la pression pendant certaines périodes.

4.3.4 Evolution de la pression pendant l'essai

Premier période (juin 2004 - 6 septembre 2004) : descente de la pression

Au début de juin 2004, la pression dans la cavité qui était 3,4 MPa au sabot du cuvelage à la profondeur de 287 mètres est augmentée jusqu'à 4,75 MPa, soit une augmentation de 1,35 MPa. Ensuite on a laissé évoluer la pression dans la cavité. Pendant la période de juin 2004 au 6 septembre 2004 la pression diminue progressivement (figure 4.15). Car ce sont les effets transitoires comme la perméation de la saumure et la fuite qui prédominent sur les effets préexistants comme l'expansion thermique de la saumure et la convergence de la caverne.

Deuxième période (6 septembre 2004 - 20 avril 2005) : montée de la pression

Le 6 septembre, on a soutiré de la saumure depuis le tube central et la pression a chuté immédiatement. Ensuite la pression remonte parce que les effets transitoires engendrés par la chute de pression sont plus forts que la perméation et la fuite.

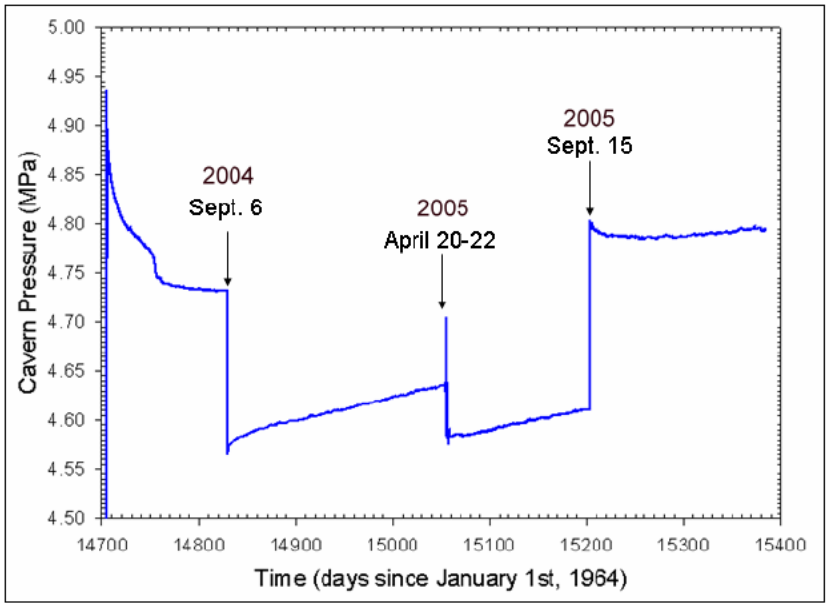


FIG. 4.15 – *Pression dans la caverne de juin 2004 à avril 2006 (Brouard consulting et al., 2005).*

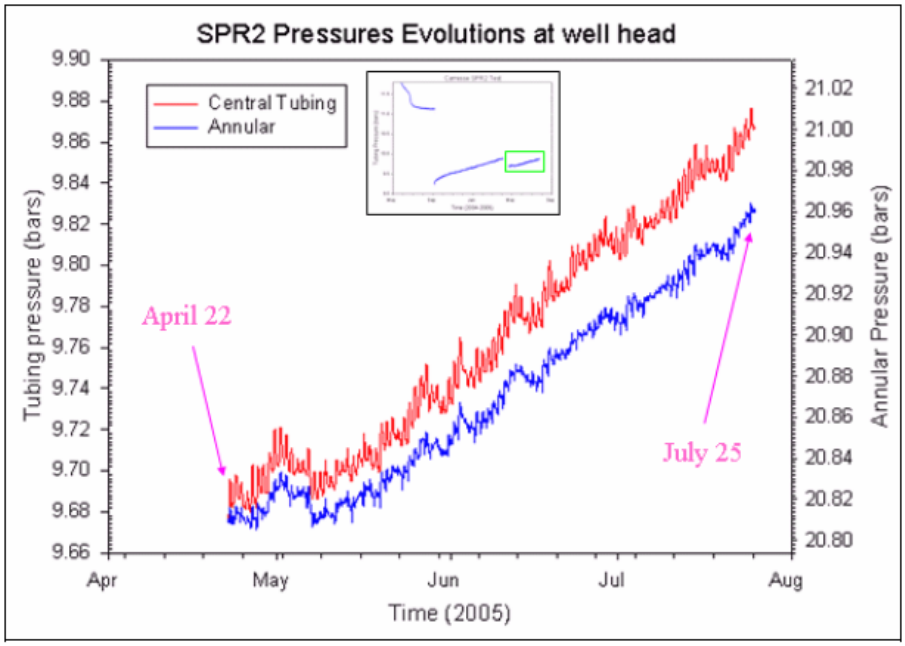


FIG. 4.16 – *Evolution de la pression en tête d'avril à juillet 2005 (Brouard consulting et al., 2005).*

Troisième période (avril 2005 - septembre 2005) : montée de la pression

Du 20 au 22 avril 2005, 9125 litres d'huile ont été injectés dans l'espace annulaire pour créer une interface huile/saumure au-dessous du sabot du cuvelage. Ainsi le dispositif de détection de fuite a été mis en oeuvre. En même temps, 8628 litres de saumure ont été soutirés afin de garder une pression constante dans la caverne. Ceci avait pour objet de ne pas déclencher les effets transitoires. Tout de même, après ces opérations, la pression est descendue de près de 500 hPa. Ensuite, la pression a continué à remonter pendant toute la période (figure 4.16). Il faut noter que la courbe de pression n'est pas régulière en raison des effets des variations de la pression atmosphérique et de la température à la surface. Sur la figure on observe que la différence entre la pression en tête dans le tube central et dans l'espace annulaire diminue légèrement. C'est un signe de fuite de l'huile à travers l'annulaire. Cette fuite est estimée à 0,45 l/jour pendant la période d'avril à juillet par la méthode décrite au paragraphe 4.3.7. En juillet une petite fuite détectée en tête de puits a été réparée et la fuite totale a chuté jusqu'à 0,1 l/jour de juillet à septembre 2005.

4.3.5 Evolution de la temperature

L'évolution de la température dans la cavité SPR2 a été mesurée pendant une période de quatre mois (de juillet à octobre 2002) avant l'essai, et elle peut être extrapolée pour les périodes ultérieures (paragraphe 4.3.11).

4.3.6 Convergence viscoplastique

Pour estimer la convergence de la caverne, même avec des modèles de comportement stationnaire, il faut des calculs numériques. En tout cas, c'est utile d'avoir un repère analytique en faisant des hypothèses simplificatrices comme la forme sphérique et le comportement à long terme (loi de Norton-Hoff) :

$$\frac{\dot{V}_c}{V_c} = \frac{3}{2} A^* \left[\frac{3}{2n} (P_\infty - P_i) \right]^n \tag{4.26}$$

On connaît quelques jeux de paramètres vraisemblables de la loi de Norton-Hoff pour la cavité SPR3. Ils ont été obtenus d'après des essais de laboratoires réalisés sur les échantillons du sel carottés à SPR3 en prenant la forme suivante de la loi rhéologique (Brouard consulting et al., 2005) :

$$\dot{\varepsilon} = A \exp(-\frac{\mathcal{Q}}{RT}) \sigma^n = A^* \sigma^n \tag{4.27}$$

$n = 2, A^* = 2,5$ à $5,5.10^{-12}$ /MPa^2/s et $n = 3$, $A^* = 6.10^{-13}$ /MPa^3/s. Ces paramètres donnent un fluage relativement fort par rapport aux données rassemblés dans les autres sites. Ces données sont moins crédibles à cause de la diversité des couches stratigraphiques.

Il y a aussi un essai in situ qui a été réalisé sur la cavité SPR3. Le volume mesuré du débit sortant de la cavité sous la pression halmostatique était 20 l/jour. En supposant $V = 10000$ m^3, on a $\frac{\dot{V}}{V} = -2.10^{-6}$/jour. Ainsi dans une cavité à 315 m de profondeur, au lieu de 700 m pour SPR3, quand la pression de la caverne monte de 1 MPa, la vitesse du fluage stationnaire devient plus petite. En fait la vitesse stationnaire de convergence

est proportionnelle à $(P_\infty - P_i)^n$ où P_∞ est la contrainte géostatique et P_i est la pression dans la cavité. A 700 m de profondeur (SPR3) dans une cavité ouverte en tête (la pression interne est égale à la pression halmostatique) on a $(P_\infty - P_i) = 7$ MPa tandis qu' à 315 m de profondeur sous une pression de 1 MPa au-dessus de la pression halmostatique on a $(P_\infty - P_i) = 2$ MPa. L'exposant n n'est pas bien connu mais varie entre 3 et 5 pour le sel. En admettant $n = 3$ la convergence de la caverne SPR2 est 40 fois moins rapide que celle de SPR3 (0,5 l/jour). Toutefois, la convergence transitoire suite à un changement rapide de pression peut être très violente.

4.3.7 Fuite

La détection des fuites à travers le cuvelage cimenté est très importante car les fuites jouent un rôle primordial dans l'interprétation de l'essai. Un dispositif de détection de la fuite a été installé le 20 avril 2005. L'idée principale de ce dispositif a été proposée par Diamond et al.(1993) [22]. Cela consiste à créer une interface saumure/huile dans l'espace annulaire qui va montrer l'existence d'une fuite de l'huile à travers le cuvelage si le niveau de l'interface monte. En effet, quand l'interface monte dans l'annulaire, la pression en tête de l'annulaire diminue par rapport à la pression en tête dans le tube central à cause du contraste de masse volumique entre les deux liquides. Ainsi le système de détection de la fuite consiste à injecter de l'huile dans l'espace annulaire et à mesurer les pressions en tête de puits (Figure 4.17). En appelant Q la somme des changements du volume de la caverne et de la saumure (y compris l'expansion thermique et perméation sans aucune fuite à travers le cuvelage) l'évolution des pressions en tête de puits et dans la cavité est régie par la relation suivante :

$$\dot{P}^{wh}_{tub} = \dot{P}^{wh}_{ann} = \dot{P}_i = \frac{Q}{\beta V}$$

Où P^{wh}_{tub} et P^{wh}_{ann} sont les pressions en tête du tube central et de l'espace annulaire respectivement, βV est la compressibilité de la caverne (Dans le cas de SPR2, $\beta V = 3,97$ m^3/MPa). Dans le cas où il n'y a pas de fuite, les évolutions des deux pressions en tête sont parallèles comme illustré sur la figure 4.18.

Quand il y a une fuite d'huile en tête de tube central Q^{tub}_{leak}, les pressions en tête du tube central et de l'annulaire évoluent différemment :

$$\begin{aligned} \dot{P}^{wh}_{ann} &= \dot{P}_i - \frac{Q^{tub}_{leak}}{\beta V} \\ \dot{P}^{wh}_{tub} &= \dot{P}^{wh}_{ann} - (\rho_b - \rho_o) g \frac{Q^{tub}_{leak}}{S_{tub}} \end{aligned}$$

où S_{tub} est la section du tube central et ρ_o est la masse volumique de l'huile. Inversement, une fuite d'huile depuis l'espace annulaire, soit à travers le cuvelage, soit en tête de l'annulaire, engendre une chute de pression en tête de puits :

$$\begin{aligned} \dot{P}^{wh}_{tub} &= \dot{P}_i - \frac{Q^{ann}_{leak}}{\beta V} \\ \dot{P}^{wh}_{ann} &= \dot{P}^{wh}_{tub} - (\rho_b - \rho_o) g \frac{Q^{ann}_{leak}}{S_{ann}} \end{aligned}$$

Du 20 au 22 avril 2005 de l'huile a été injectée dans l'espace annulaire de la caverne SPR2 et le niveau de l'interface huile/saumure est descendu en-dessous du sabot. En même temps, une petite quantité d'huile a été injectée dans le tube central pour créer une interface huile/saumure à 7 mètres de profondeur. Pendant la période du 20 avril au 25 juin 2005, la différence de pression diminue (Figure 4.19) ce qui est un signe d'une fuite dans l'espace annulaire (deuxième cas sur la figure 4.18). Le débit de la fuite a été estimé entre 0,45 et 0,1 l/jour (0,009 à 0,04 MPa/an). La fuite en tête de puits a été réparée le 25 juin 2005. A partir de cette date une petite fuite de 0,1 l/jour a été observée ce qui est susceptible d'être un artefact dû à la variation annuelle de la température (Figure 4.20).

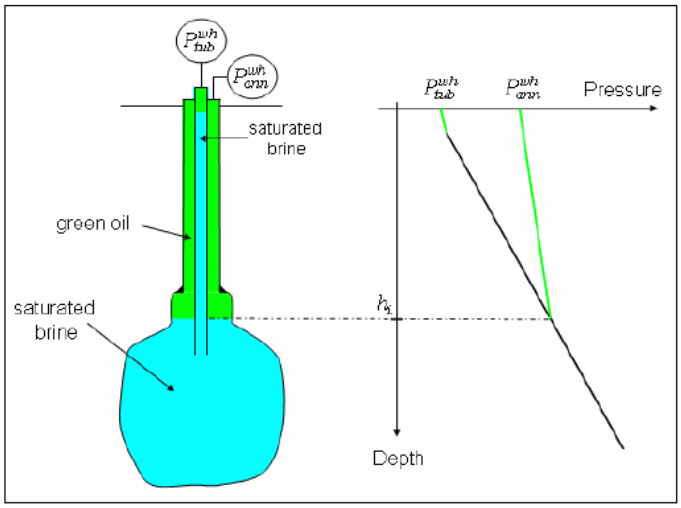


FIG. 4.17 – *Dispositif de la détection de fuite (Brouard consulting et al., 2005).*

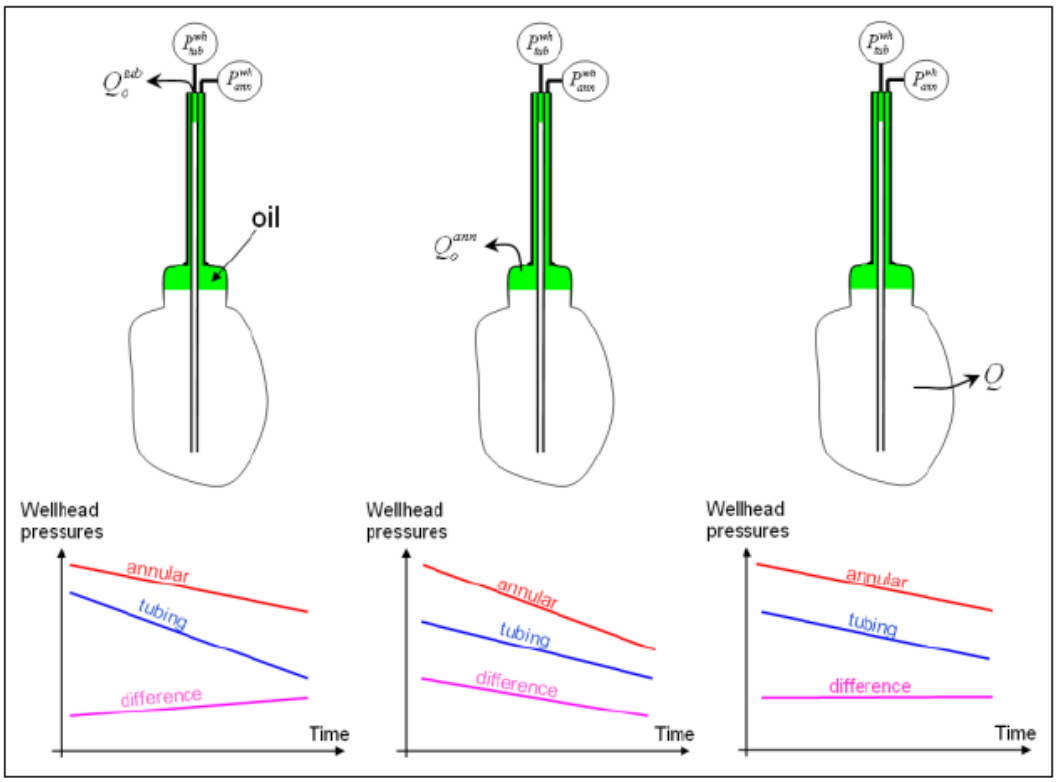


FIG. 4.18 – *Principe de la détection de fuite.*

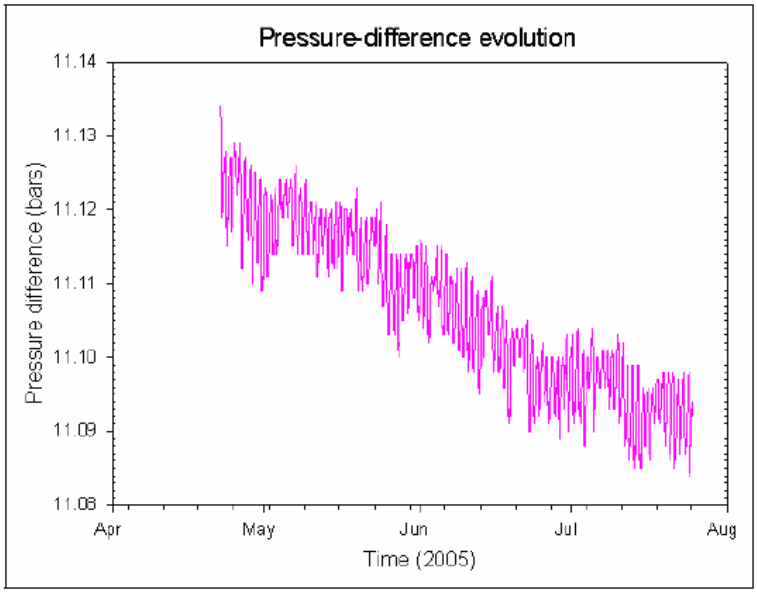


FIG. 4.19 – *Différence de pression mesurée en tête de puits.*

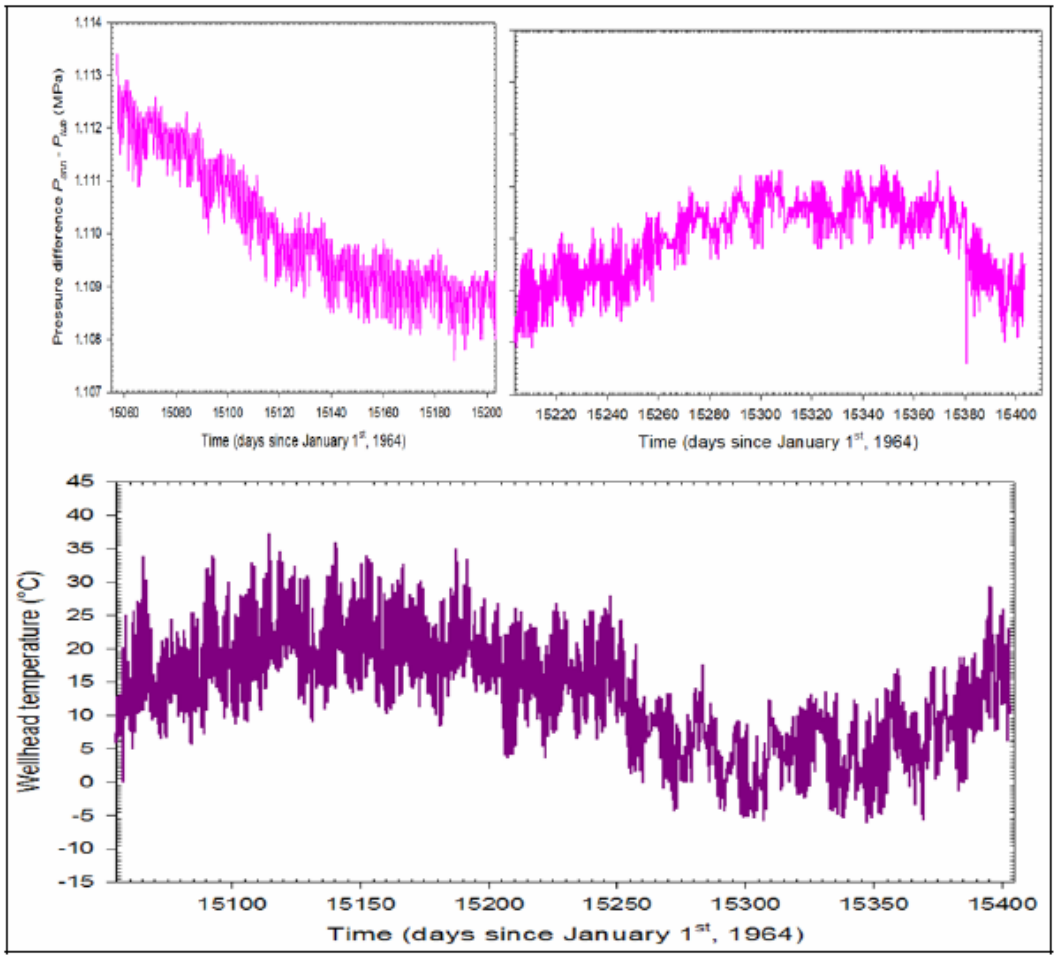


FIG. 4.20 – *Différence de pression en tête comparée avec la température atmosphérique.*

4.3.8 Perméation dans le sel

La perméabilité du sel de la cavité SPR2 n'est pas connue. Les observations pendant la période de dépiégage du propane en 2002 montrent que la perméation de la saumure à travers la paroi vers le massif peut être relativement significative (de Laguérie et al., 2004 [9]).

4.3.9 Evolution de la pression

Parmi les effets contribuant à l'évolution de la pression dans la cavité l'effet thermique et la fuite par le cuvelage sont relativement bien connus. En revanche les effets mécanique (convergence due au fluage du sel) et hydraulique (perméation de la saumure dans le massif) ne sont pas très bien connus. L'effet combiné des deux derniers phénomènes peut être évalué comme suit :

	vitesse de la montée en pression due à l'expansion thermique
+	vitesse de la chute de pression due à la fuite
+	vitesse de la pression mesurée
=	vitesse de la chute de pression due à la perméation
−	vitesse de la montée en pression due à la convergence de la caverne

Ainsi, la difficulté est d'évaluer les deux derniers effets séparément. On fait des hypothèses simplificatrices :

- La perméation dans le sel est régie par la loi de Darcy en régime stationnaire avec une perméabilité constante partout dans le massif
- La convergence de la caverne est régie par une loi de fluage stationnaire du type de Norton-Hoff

Ainsi l'objectif est de caler la perméabilité du sel et les paramètres du modèle de Norton-Hoff. Néanmoins, les effets transitoires jouent un rôle important car ils peuvent compliquer l'interprétation de l'essai. L'essai consiste à appliquer différents niveaux de pression dans la caverne dans un processus essai-erreur pour observer les différents effets qui apparaissent. La pression monte par l'injection (ou descend par le soutirage) d'un liquide (saumure, huile). Cette stratégie permet d'examiner le comportement de la caverne sous différentes conditions de pression et d'observer les divers effets transitoires produits suite à un changement rapide de la pression. Un des effets mal connus est le fluage inverse (expansion différée de la caverne) suite à une montée rapide en pression. Ces effets transitoires sont pris en compte dans le code de calcul numérique.

Dans le contexte d'un essai d'abandon, ce qui compte c'est le comportement de la caverne à long terme. Pour cette raison, l'évaluation exacte des effets transitoires n'est pas nécessaire pour prévoir la pression d'équilibre finale dans la caverne. Quand l'effet thermique est négligeable, si la vitesse de la perméation est plus forte que la convergence pour toute la période de l'essai, la pression descend et on peut conclure que la pression d'équilibre est inférieure à tous les niveaux de pression appliqués pendant l'essai.

4.3.10 Les effets atmosphériques

La pression mesurée en tête de puits est influencée par l'effet des variations de la pression atmosphérique et de la variation journalière de la température à la surface. Ainsi la pression dans la cavité est sous l'influence de ces effets. Il faut noter que ces effets sont extrêmement faibles. Néanmoins, l'étude de ces effets fournit des informations intéressantes sur l'incertitude des mesures.

Température à la surface

L'évolution de la température présente des variations journalières. L'amplitude des fluctuations en fonction de la saison et de la position géographique du site varie entre 10°C et 30°C. Normalement, la température atteint sa valeur minimale la nuit et sa valeur maximale l'après-midi. Ainsi, la tête de puits et les fluides dans le puits se réchauffent et se refroidissent.

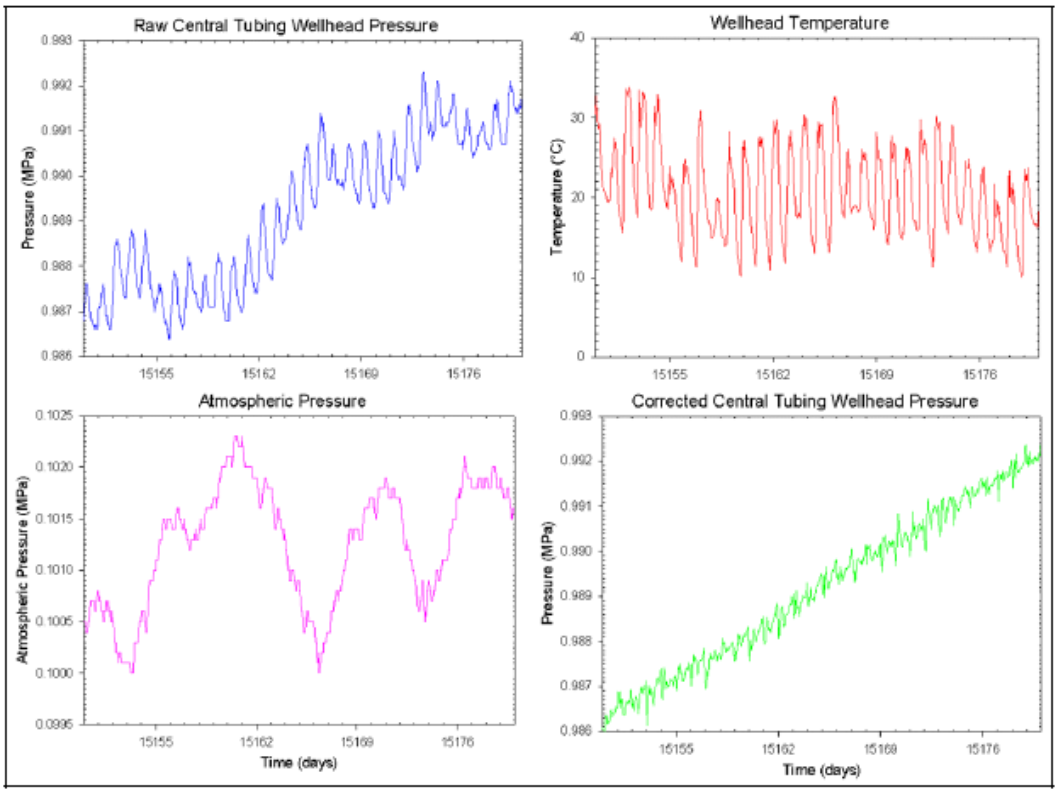


FIG. 4.21 – *La pression mesurée en tête du tube central (haut, gauche) est influencé par les variations de la pression atmosphérique (bas, gauche) et de la température à la surface (haut, droit). La pression en tête corrigée (bas, droit) pour ces effets est plus régulière (Brouard consulting et al., 2005).*

Pression atmosphérique

La grandeur des fluctuation de la pression atmosphérique $p_a(t)$ est de quelques hPa. On admet en général qu'une variation p_a se transmet en profondeur sous la forme d'une

variation de la contrainte verticale ($\delta\sigma_{zz} = -p_a$) et une variation de la contrainte horizontale ($\delta\sigma_{xx} = \delta\sigma_{yy} = -Kp_a$). K est une constante qui dépend des propriétés du massif rocheux. Imaginons un cylindre vertical rocheux sous la pression p_a appliquée sur la surface supérieure. Quand les déplacements horizontaux ne sont pas autorisés (condition oedométrique) $K = \frac{\nu}{1-\nu}$ et lorsque les déplacements horizontaux sont libres $K = 0$. Dans la littérature consacrée aux effets de marée terrestre, l'hypothèse oedométrique est admise souvent (Hsieh et al. 1987 [17]). On peut dire que cette hypothèse signifie que la pression atmosphérique est approximativement constante sur des distances horizontales grandes vis-à-vis de la profondeur de la caverne.

Les variations des contraintes, engendrées par les variations de la pression atmosphérique, changent le volume d'une cavité sphérique par $\frac{\Delta V_\infty}{V} = \frac{-3(1-\nu)(1+2K)p_a}{2E}$. La variation de la pression interne dans la cavité aussi engendre un changement du volume $\frac{\Delta V_i}{V} = \frac{3(1+\nu)p_i}{2E} = \beta_c p_i$. En superposant ces deux effets pour une cavité fermée pleine de fluide, on a :

$$\Delta V_\infty + \Delta V_i = -\beta_f V p_i \tag{4.28}$$

D'où

$$\frac{p_i}{p_a} = \frac{3(1-\nu)(1+2K)}{2(\beta_c+\beta_f)E} \tag{4.29}$$

et quand $K = \frac{\nu}{1-\nu}$, on obtient une relation plus simple :

$$\frac{p_i}{p_a} = \frac{\beta_c}{\beta_c+\beta_f} \tag{4.30}$$

La figure 4.21 montre la fluctuation de la pression pendant une période d'un mois ainsi que la température et la pression atmosphérique pendant la même période. Pour la caverne SPR2, on a $\beta_c = 1,81.10^{-4}$/MPa, $\beta_c + \beta_f = 4,38.10^{-4}$ /MPa, donc $\frac{\beta_c}{\beta_c+\beta_f} = 0,41$. Dans ces relations, β_f représente la compressibilité adiabatique de la saumure car l'influence de la pression atmosphérique est considéré comme élastique instantanée. Le coefficient de corrélation empirique (mesuré) est $\frac{p_i}{p_a} = 0,39$ ce qui justifie l'hypothèse de la condition oedométrique.

4.3.11 Simulation numérique

L'objectif de la simulation de l'essai est d'obtenir une estimation de la pression d'équilibre de la caverne ainsi que le niveau maximal que la pression peut atteindre dans la caverne après l'abandon. On a des mesures de pression en tête pour une longue période de juillet 2003 à avril 2006 ; ce qui nous permet de caler les caractéristiques hydromécaniques du massif. On dispose aussi des mesures de la température dans la caverne et cela peut servir à déterminer la future évolution de la température dans la caverne. Il faut noter que dans cette démarche, le réchauffement de la saumure est un phénomène qui ne dépend que des caractéristiques thermiques du massif et de la saumure. En revanche, la convergence de la caverne et la perméation de la saumure vers le massif, étant fonctions de la pression dans la caverne, sont couplées non seulement entre elles-même mais aussi avec la thermique, car la pression évolue dans une cavité fermée sous l'effet de l'expansion thermique de la saumure. Les phénomènes pris en compte dans les calculs numériques sont :

- le réchauffement de la saumure dû au transfert de la chaleur depuis le massif,
- le comportement élastique de la caverne et de la saumure,
- le comportement viscoplastique du massif rocheux (loi stationnaire de Norton-Hoff),
- la fuite à travers le cuvelage ou en tête de puits,
- la perméation de la saumure à travers les parois de la caverne,
- la dissolution/cristallisation complémentaire,
- le réchauffement/refroidissement de la saumure suite à la compression/expansion adiabatique de la saumure.

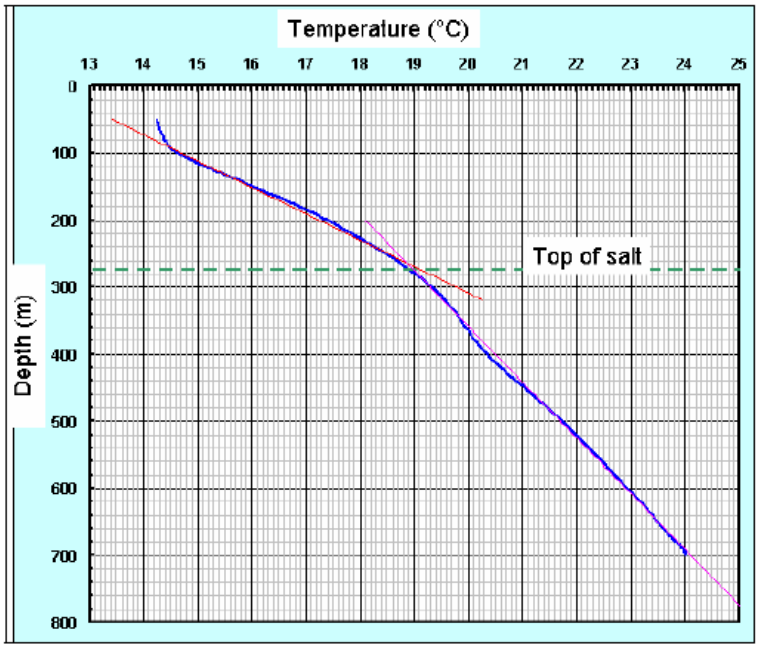


FIG. 4.22 – *Profil géothermique du puits SPR3.*

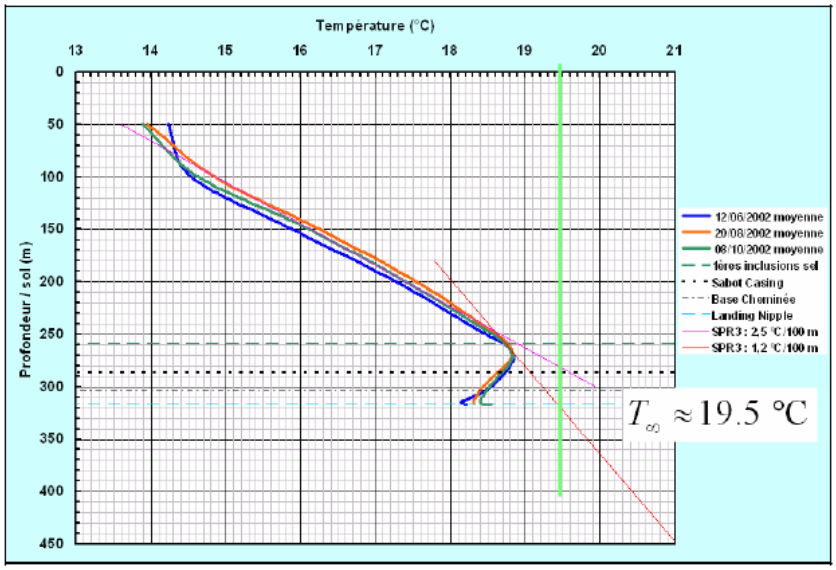


FIG. 4.23 – *Profil géothermique du puits SPR2.*

La géométrie du modèle est basée sur la forme réelle de la cavité en utilisant les données du dernier sonar (Figure 4.14). L'histoire de la pression dans la cavité a été calculée d'après les mesures des pressions en tête du tube central et de l'annulaire en tenant compte du poids de colonne de saumure ou d'huile dans les puits et divers effets contribuant comme le

gradient de température, la compressibilité des fluides constituant la colonne et les fuites éventuelles. La figure 4.15 montre la pression calculée à la profondeur moyenne (309,3 m) de la cavité SPR2 pour toute la période de l'essai.

Calage du modèle thermique

Les profils géothermiques mesurés en 2002 dans les puits des cavités SPR3 et SPR2 sont montrés sur les figures 4.22 et 4.23 respectivement. Le gradient géothermique ($\frac{dT}{dz}$) dans le sel est plus petit que dans les couches supérieures. Dans la caverne le gradient thermique mesuré reste inverse pour longtemps c'est peut-être du fait que l'eau froide injectée au début de 2002 a eu tendance à se placer au fond, y compris dans la porosité de la couche d'insolubles sédimentés et les insolubles ont ralenti le réchauffement de la saumure comme le ferait une résistance thermique (la conductivité thermique des insolubles est très petite devant la conductivité du sel).

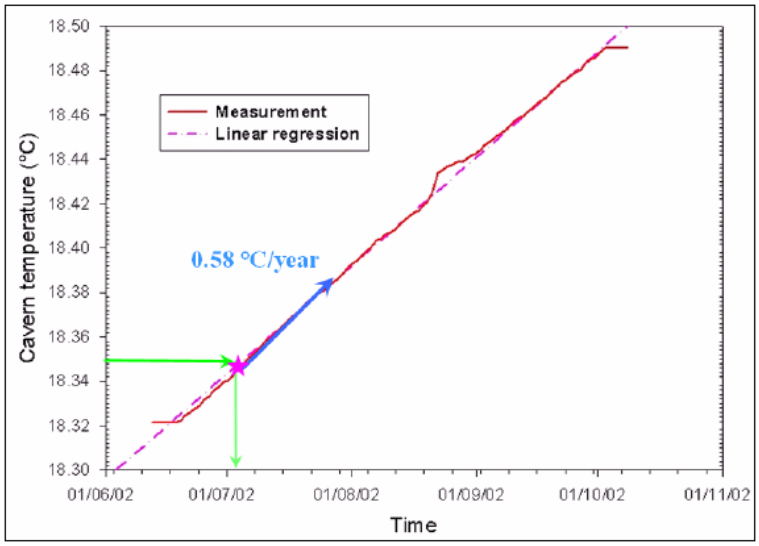


FIG. 4.24 – *La température mesurée dans la caverne SPR2 en 2002.*

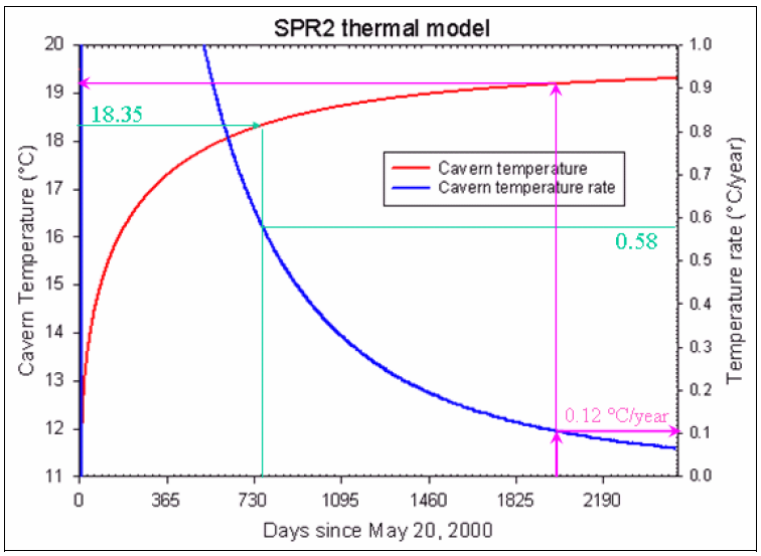


FIG. 4.25 – *L'évolution de la température et la vitesse de la température.*

D'après les mesures sur la caverne SPR3, la température géothermique à la profondeur

moyenne de la caverne SPR2 est 19,5°C (Figure 4.23). La température dans la caverne SPR2 a été mesurée pendant la période de juin à octobre 2002. Comme illustré sur la figure 4.24, la vitesse moyenne de la montée en température est 0,58°C/an au 1^{er} juillet 2002. La température correspondant à cette date de référence était 18,35°C.

L'histoire de la température de la caverne avant juillet 2002 n'est pas très bien connue. Ainsi l'écart initial de la température $(T_\infty - T_0)$ doit être ajusté pour que l'évolution de la température s'accorde bien avec la mesure pendant la période d'observation. Ainsi, on considère une date fictive pour le début du réchauffement, celle-ci doit être ajustée. Pour cela, le calcul thermique a été relancé d'une manière itérative afin d'obtenir la vitesse de 0,58 °C/an au moment où la température est égale à 18,35°C. L'ajustement thermique a donné un écart initial de 7,6°C à 763 jours avant la date de référence. Autrement dit, on peut dire que le réchauffement a commencé le premier juillet 2000 avec 11,86°C comme température initiale de la saumure (cette approximation est raisonnable : plus on s'éloigne de la période pendant laquelle la température a été modifiée par injection ou soutirage, et plus l'évolution de la température dépend surtout de l'énergie thermique totale injectée dans la caverne).

Cette estimation de l'évolution de la température à partir de juillet 2002 va être utilisée dans un calcul thermo-hydromécanique pour simuler l'évolution de la pression dans la caverne SPR2. Par exemple au 28 juillet 2005, la température prévue est $T_i = 19,2$°C et la vitesse de montée est $\dot{T}_c = 0,12°/\text{an}$. La figure 4.25 montre l'évolution de la température ajustée.

L'expansion thermique de la saumure contribue à l'évolution de la pression de la caverne. Cette dernière est calculée à partir de la vitesse de réchauffement de la saumure :

$$Q_{th} = \alpha_b V \dot{T}_i \tag{4.31}$$

où $\alpha_b \approx 4,4.10^{-4}/°\text{C}$ est le coefficient d'expansion thermique de la saumure et $V = 9000$ m^3 est le volume de la caverne. Au 28 juillet 2005, on a $Q_{th} \approx 1,3$ l/jour. Du fait que la cavité est fermée, l'expansion thermique augmente la pression dans la cavité :

$$\dot{P}_{th} = \frac{Q_{th}}{\beta V} = 3,25 \text{ hPa/jour} = 0,12 \text{ MPa/an} \tag{4.32}$$

Calage des paramètres élastiques

Un essai de compressibilité a été réalisé le 20 avril 2005 sur la caverne SPR2. Près de 280 l d'huile ont été injectés lors de l'essai dans l'espace annulaire. L'huile injectée a été soutirée quelques minutes plus tard. L'évolution de la pression en tête de puits est illustrée sur la figure 4.26. Le tracé du volume injecté en fonction de la pression en tête du tube central est présenté sur la figure 4.27. Ainsi la compressibilité de la caverne est :

$$\beta V \simeq 3,97 \text{ m}^3/\text{MPa}$$

En prenant le volume de la caverne $V \approx 9000$ m^3, le coefficient de compressibilité sera $\beta \approx 4,4.10^{-4}$ /MPa. Cette valeur est cohérente avec les valeurs citées dans la littérature. En fait, le coefficient de compressibilité peut être un peu plus petit, parce que le volume

réel de la saumure est légèrement plus grand que le volume mesuré par sonar. Des insolubles déposés au fond de la caverne contiennent de la saumure.

Le coefficient de compressibilité β est composé de celui de la caverne sans fluide β_c (relatif au massif) et celui de la saumure β_b :

$$\beta = \beta_c + \beta_b$$

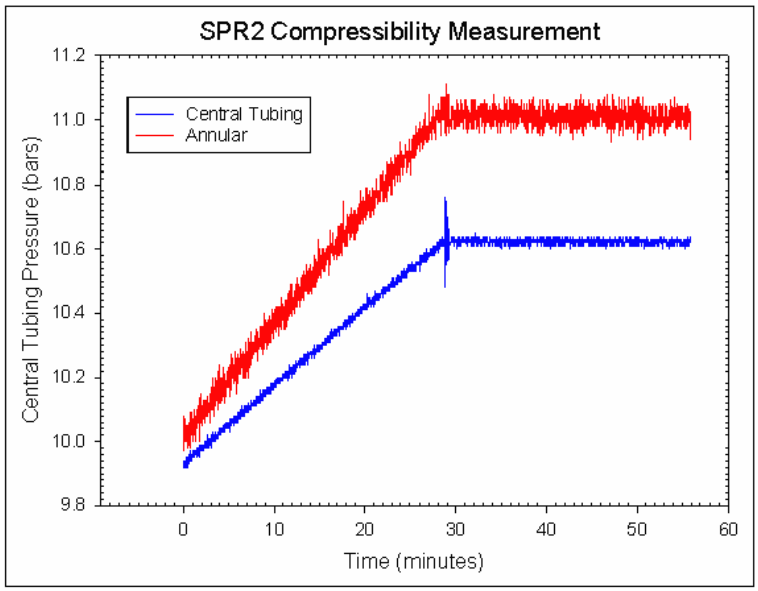


FIG. 4.26 – *Pression en tête pendant l'injection.*

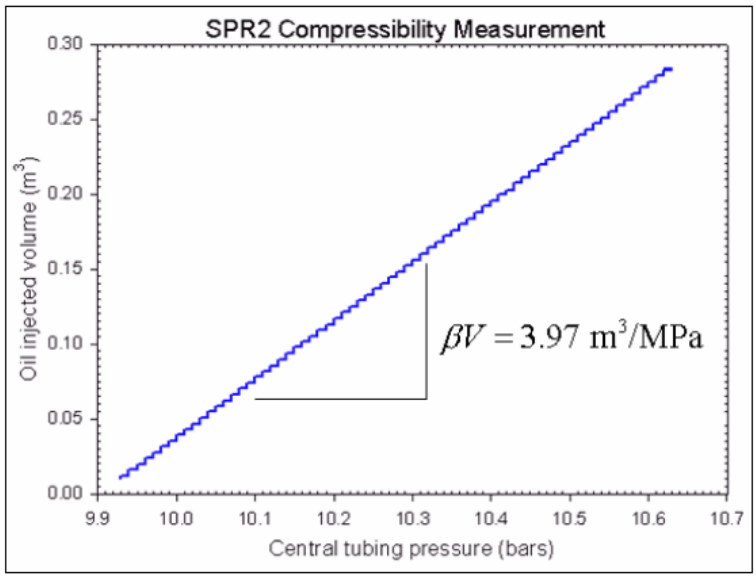


FIG. 4.27 – *Compressibilité de la caverne SPR2*

Le coefficient de compressibilité de la saumure β_b à court terme (dans l'état adiabatique) est obtenu par la relation suivante :

$$\beta_b^{ad} = \frac{1}{\rho_b c^2} = 2,57.10^{-4}/\text{MPa} \tag{4.33}$$

où $c \approx 1800$ m/s est la vitesse du son dans la saumure et $\rho_b \approx 1200$ kg/m^3 est la masse volumique de la saumure d'où $\beta_c = 1,83.10^{-4}$/MPa.

On sait que le coefficient de compressibilité du massif varie suivant la forme de la caverne et les caractéristiques élastiques du sel à la profondeur de la cavité. Dans un massif de sel, homogène et isotrope, il y a une relation linéaire entre le coefficient de compressibilité β_c et l'inverse du module d'Young E :

$$\beta_c = f(\nu) \cdot \frac{1+\nu}{E} \tag{4.34}$$

Pour une cavité sphérique, le coefficient de forme est $f = 1,5$ et dans le cas d'une cavité cylindrique infiniment longue $f = 2$. En général, il dépend de la forme et du coefficient de Poisson. Le coefficient de la cavité SPR2 a été ajusté à $f = 2,4$ avec des calculs numériques de la variation de volume de la caverne SPR2 soumise à une pressurisation donnée. Si on suppose que $\nu = 0,25$ dans le massif, on obtient pour le module d'Young du massif :

$$E = \frac{f(1+\nu)}{\beta_c} \approx 16500 \text{ MPa}$$

Calage des paramètres hydromécaniques

L'effet des paramètres viscoplastiques et de la perméabilité du sel est un effet combiné et cela ne peut pas se décomposer dans un premier temps. On connaît bien les effets suivants :

- l'expansion thermique de la saumure (Q_{th})
- la fuite réelle (Q_{leak})
- la fuite apparente ($\beta V \dot{P}_i(t)$)

A partir de ces effets, on peut estimer la différence entre la convergence viscoplastique et le débit de la perméation :

$$Q = \beta V \dot{P}_c = Q_{th} - Q_{leak} + Q_{cr} - Q_{per} \tag{4.35}$$

$$Q_{cr} - Q_{per} = Q - Q_{th} + Q_{leak} \tag{4.36}$$



FIG. 4.28 – *La pression calculée a été calé par la pression mesurée.*

Il n'y a que deux niveaux de pression différents pour lesquelles on dispose d'une mesure in situ. Cela conduit à faire un ajustement sur deux inconnues : la perméabilité K_s^{hyd} et un des paramètres viscoplastique. On a choisi le modèle viscoplastique le plus simple de Norton-Hoff avec deux paramètres A^* et n. Il faut noter que $A^* = A \exp(-\mathcal{Q}/RT)$ et $\mathcal{Q}/R = 4100$ K sont retenus dans tous les calculs. La méthode d'optimisation GBNM a été utilisée (Annexe B). La démarche consiste à chercher les paramètres du modèle pour lesquels la différence entre la pression mesurée et la pression calculée est minimum. Après avoir lancé une centaine de calculs, une valeur pertinente de la perméabilité a été obtenue. Quant aux paramètres viscoplastiques, il y en a plusieurs jeux qui donnent un bon accord avec la mesure. Les deux périodes de calage sont les suivantes : du jour 15155 au jour 15200 et du jour 15300 au jour 15380 (Figure 4.28). Sur les figures 4.29 et 4.30 la différence moyenne des pressions a été tracée comme une fonction de la perméabilité et le paramètre A^* de Norton-Hoff dans le cas $n = 5$. Sur les figures 4.31 et 4.32 la même fonction a été illustrée dans le cas $n = 3$. Selon ces figures, la gamme suivante de perméabilité du sel donne le meilleur résultat (écart moyen de 8 hPa entre la mesure et le calcul) :

$$K_{salt}^{hyd} \approx 3 - 5.10^{-20} \text{ m}^2$$

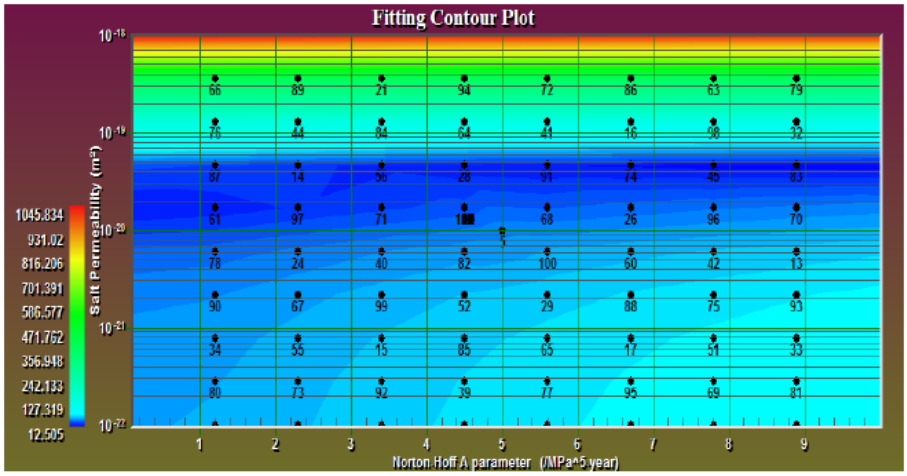


FIG. 4.29 – *Carte de la fonction d'optimisation dans le cas $n = 5$.*

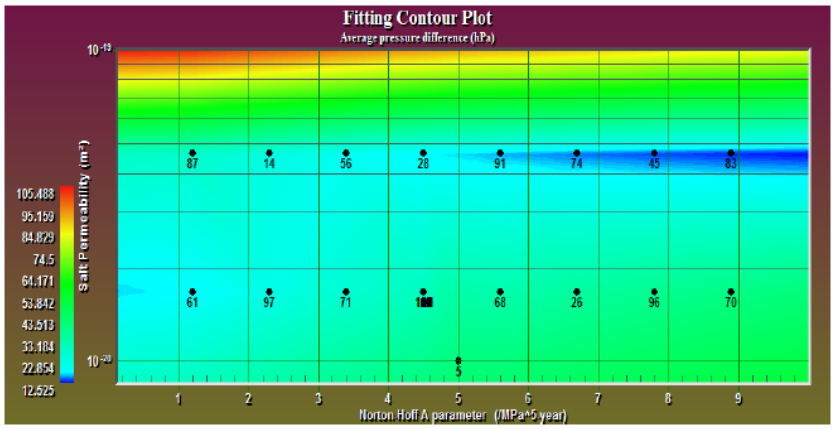


FIG. 4.30 – *Un zoom sur la carte de la fonction d'optimisation dans le cas $n = 5$.*

Il est difficile de déterminer les paramètres de la loi stationnaire de Norton-Hoff car la gamme des sollicitations déviatoriques subies par le massif pendant l'essai est très petite

ce qui vient du fait que la caverne est peu profonde et qu'elle n'a vécu qu'une gamme étroite de variation de la pression : de 4,55 MPa à 4,80 MPa (Figure 4.28) ; sachant qu'à la profondeur moyenne de la caverne, la pression halmostatique est 3,64 MPa et la pression géostatique est 6,68 MPa. Autrement dit, les valeurs estimées des paramètres de Norton-Hoff ne sont pas forcément représentatives pour calculer la convergence de la caverne aux autres niveaux de pression.

Les figures 4.33 et 4.34 montrent la carte de la différence de pression en fonction des paramètres A et n pour le cas $K_{salt}^{hyd} = 4.10^{-20}$ m^2. Pour les raisons mentionnées ci-dessus, il apparaît qu'il existe plusieurs solutions pour (A, n).

La Figure 4.35 montre l'évolution de la pression calculée à long terme dans le cas $K_{salt}^{hyd} \approx 4.10^{-20}$m^2, $A = 2,5$ /MPa^{2,5}/an, $n = 2,5$. La pression d'équilibre finale ne s'établit qu'après des dizaines d'années. La Figure 4.36 montre l'évolution de la pression calculée à long terme dans le cas $K_{salt}^{hyd} \approx 4.10^{-20}$m^2, $A = 7,8$ /MPa^5/an, $n = 5$. Cette évolution est très similaire à celle du jeu de paramètres précédents.

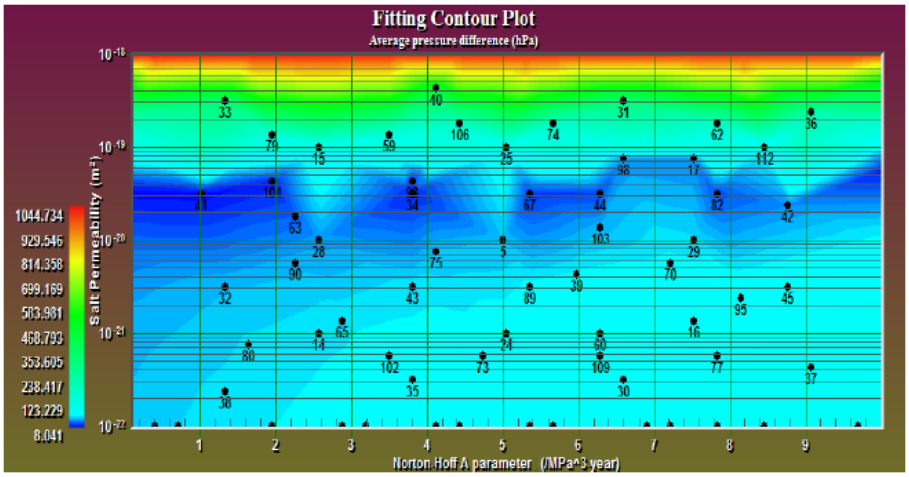


FIG. 4.31 – *Carte de la fonction d'optimisation dans le cas $n = 3$.*

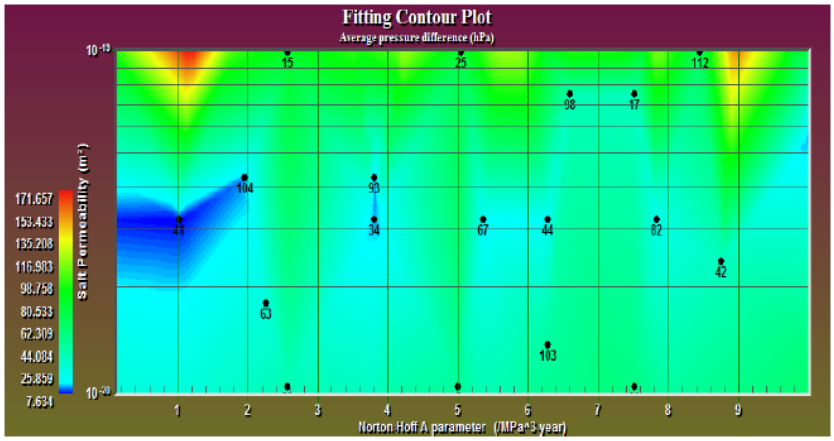


FIG. 4.32 – *Un zoom sur la carte de la fonction d'optimisation dans le cas $n = 3$.*

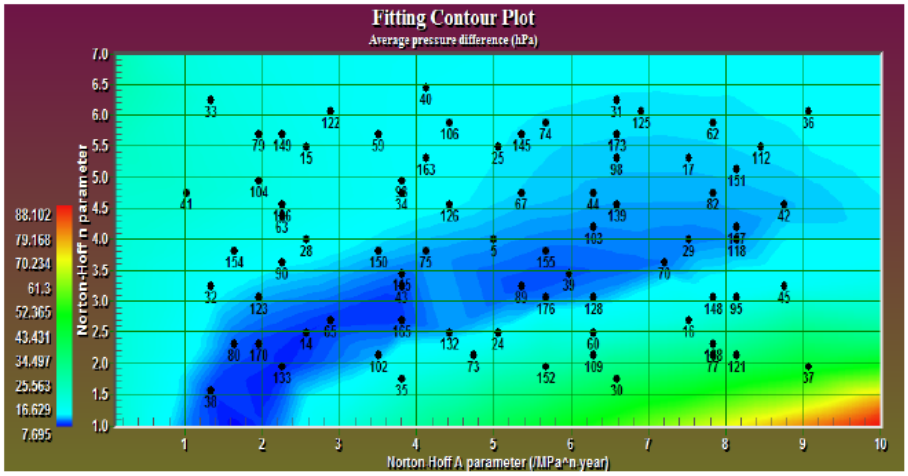


FIG. 4.33 – *Carte de la fonction d'optimisation dans le cas* $K_s^{hyd} = 4.10^{-20}$ m^2.

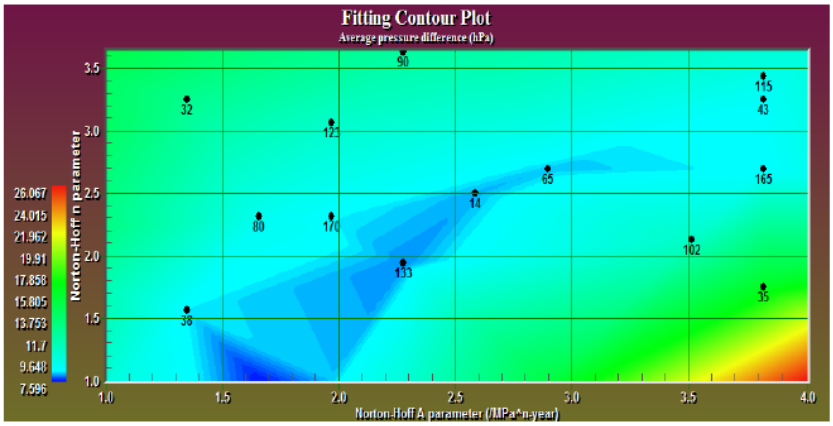


FIG. 4.34 – *Un zoom sur la carte de la fonction d'optimisation dans le cas* $K_s^{hyd} = 4.10^{-20}$ m^2.

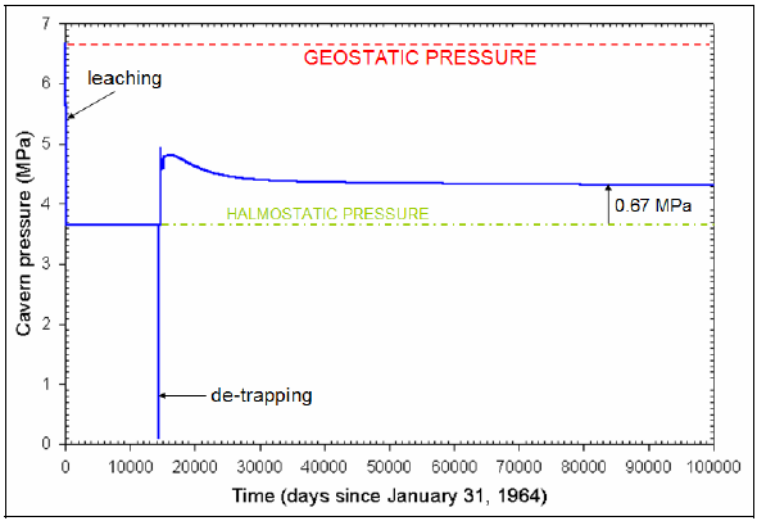


FIG. 4.35 – *L'évolution de la pression dans la caverne à long terme dans le cas* $n = 2,5$, $A = 2,5$ $/MPa^{2,5}/an$ *et* $K_s^{hyd} = 4.10^{-20}$ m^2.

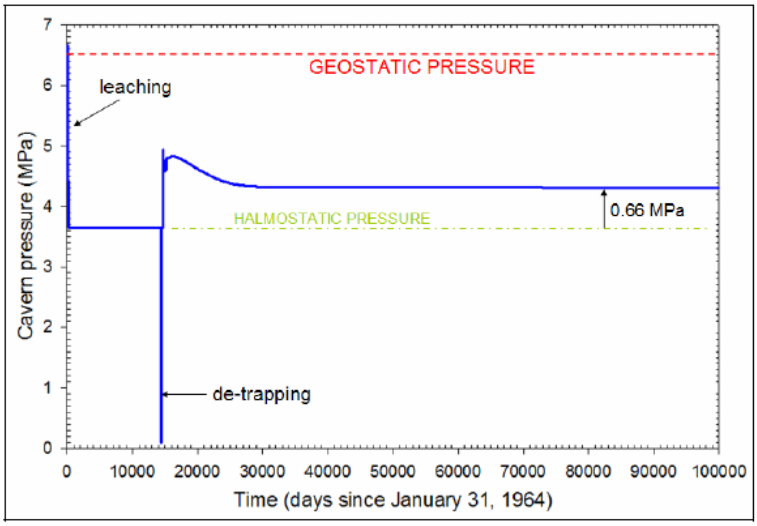


FIG. 4.36 – *L'évolution de la pression dans la caverne à long terme dans le cas* $n = 5$, $A = 7,8$ $/MPa^5/an$ *et* $K_s^{hyd} = 4.10^{-20}$ m^2.

Conclusion

Un essai d'abandon qui a duré 2 ans a été réalisé sur la cavité SPR2 qui était thermiquement active pendant l'essai. Les fuites et l'expansion thermique étaient relativement bien connues. Des calculs inverses ont donné pour la perméabilité du massif rocheux $K_s^{hyd} = 3 - 5.10^{-20}$ m^2.

Il faut noter que l'effet thermique existant dans la cavité SPR2 complique plus ou moins l'interprétation directe de l'essai d'abandon. Selon la figure 4.37, on peut dire que la pression dans la caverne a finalement atteint une pression d'équilibre qui est largement inférieure à la pression géostatique. Cette figure montre l'évolution de la pression dans la caverne en supprimant l'effet thermique. Ainsi, on observe que la pression corrigée diminue pendant toute la période de l'essai. Ceci signifie que la pression d'équilibre est plus petite que les pressions mesurées pendant l'essai.

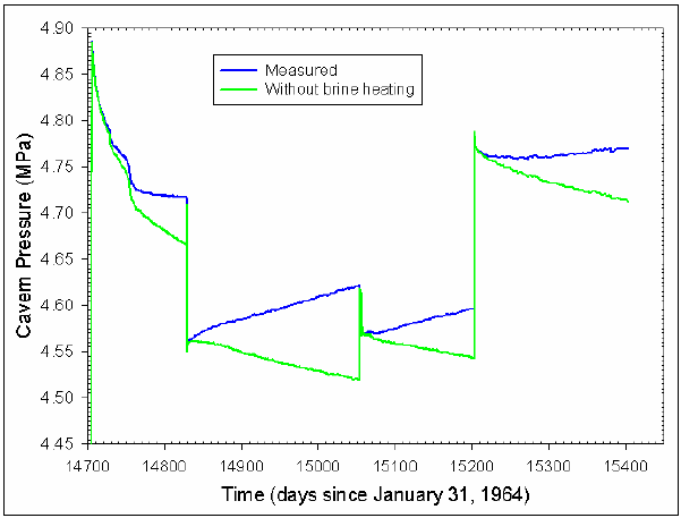


FIG. 4.37 – *Evolution de la pression dans la caverne avec et sans l'effet thermique*

4.4 Essai d'abandon sur la caverne EZ53

4.4.1 Introduction

L'objectif de l'essai réalisé en 1997 était de vérifier que la montée en pression dans la cavité EZ53 due aux effets combinés du fluage et de la perméation peut s'arrêter au bout d'un certain temps quand la pression d'équilibre est établie. Cette pression est plus grande que la pression halmostatique et plus petite que la pression géostatique. La cavité EZ53 est une petite cavité de 7500 m^3 à 950 m. Elle a été lessivée au printemps 1982, soit 15 ans avant l'essai d'abandon.

4.4.2 Expansion thermique de la saumure

Le comportement thermique de la caverne pendant la période du printemps 1982 à l'hiver 1983 a été surveillée en mesurant la température de la saumure. Il a été constaté que 65% de l'écart initial de température entre la saumure et la roche avait disparu 250 jours après la création ce qui correspond bien au temps caractéristique thermique $t_c^{th}(\text{ans}) \approx V_c^{\frac{2}{3}}(\text{m}^2)/800 = 6$ mois. Le profil de la température dans la caverne a été mesuré 14 ans après, en février et mars 1996, quelques semaines avant l'essai. Les mesures montrent que l'équilibre thermique était établi et par conséquent l'expansion thermique de la saumure pouvait être négligée.

4.4.3 Fluage du sel

Le sel gemme qui constitue la formation du site d'Etrez a été étudié par Pouya (1991) [21]. Pouya a calé les paramètres de la loi de Norton-Hoff à partir des essais de laboratoire sur des échantillons du sel d'Etrez (Paragraphe 1.2.4). L'équation 4.26 donne $\frac{\dot{V}_c}{V_c} = -3.10^{-4}$/an. Quelques semaines avant l'essai, le débit de la saumure expulsée en tête de puits a été mesuré (Brouard, 1998 [18]). Ce débit doit être dû au fluage du sel car l'effet thermique n'est plus actif et la perméation à la pression halmostatique est nul. Le débit sortant était de 7,2 litres/jour environ ce qui correspond bien avec la prévision de la loi de Norton-Hoff.

4.4.4 Perméation de la saumure

La perméabilité du sel d'Etrez a été étudiée par Le Guen (1991) [19] qui a trouvé la valeur $K_s^{hyd} = 10^{-21}$ m^2 sur quelques échantillons. Durup (1994) [20] a conduit un essai de perméabilité dans un puits au site d'Etrez à la même profondeur que la caverne. Durup conclut que la pression de pore dans le massif est très proche de la pression halmostatique et propose la valeur moyenne $K_s^{hyd} = 6.10^{-20}$ m^2 pour une partie découverte de 150 m dans le puits. Cette perméabilité plus grande est acceptable en tenant compte des effets d'échelle.

4.4.5 Fuite

Il faut noter qu'une grande différence entre un essai de montée en pression et l'abandon réel de la caverne vient du fait que dans l'essai on ferme la tête de puits tandis que pour

l'abandon on ferme au niveau du sabot du puits. Ceci implique que des fuites éventuelles à travers la cimentation autour de puits ne jouent aucun rôle dans l'abandon. Ces fuites peuvent perturber l'interprétation d'un essai d'abandon. En utilisant la méthode décrite au paragraphe 4.3.7, on peut estimer ces fuites. Cette méthode a donc été utilisée pour s'assurer qu'il n'y a pas de fuite pendant l'essai.

4.4.6 Résultats de l'essai

L'essai par principe consiste à un processus essai-erreur pour chercher la pression d'équilibre (voir figure 4.38). Différents niveaux de pression sont essayés successivement. Chaque niveau de pression doit engendrer un changement de signe dans la vitesse de pression, ceci permettant de trouver des limites supérieure et inférieure de la pression d'équilibre. L'essai a duré 540 jours en 4 étapes. La pression d'équilibre obtenu est $P_{eq} = 13,0 \pm 0,1$ MPa. La pression géostatique et halmostatique à la profondeur 950 m sont respectivement $P_{\infty} = 20,5$ MPa et $P_h = 11,2$ MPa. D'après la perméabilité mesurée par Durup, on pourrait prévoir que $P_{eq} = 14,3$ MPa. Ainsi on peut conclure que la perméabilité du sel au voisinage de la caverne EZ53 est même plus grande que la mesure dans le puits. Le calcul inverse de la perméabilité à partir du résultat de l'essai d'abandon donne $K_s^{hyd} = 2.10^{-19}$ m^2. Donc le débit de la perméation est $Q_{per} \approx 1,4$ m^3/an. Selon Bérest et al., 2001 [10] cet essai a démontré qu'il existe bien une pression d'équilibre qui peut être prévue avant l'abandon.

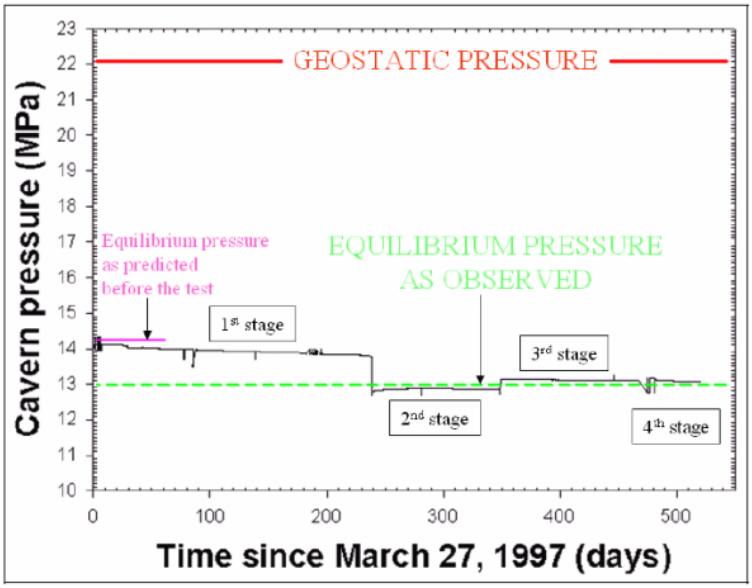


FIG. 4.38 – *Evolution de la pression pendant l'essai d'abandon sur la cavité EZ53 (Bérest et al., 2001).*

Bibliographie

[1] Ghoreychi M., Cosenza P., (1993), Quelques aspects de la sûreté à long terme des stockages dans le sel, *Proc. 4ème Colloque Franco-Polonais*, Nancy, pp.209-217.

[2] Brassow C.L., Thoms R.L., (2000), Use of solution-mined caverns for the disposal of hazardous and industrial waste products. *Proc. 8th World Salt Symp.*, R.M. Geertman ed., Elsevier, pp.229-235.

[3] Dusseault M.B., Bachu S., Davidson B.C., (2001), Carbon dioxide sequestration potential in salt solution caverns in Alberta, Canada. *Proc. SMRI Fall Meeting*, Albuquerque, pp.77-96.

[4] Fokker P.A., (1995), The Behavior of Salt and Salt caverns, Thesis Dissertation, Delft University of Technology, The Netherlands.

[5] Bérest P., Brouard B., Durup G., (2000), Shut-In Pressure Tests - Case Studies, *Proc. SMRI Fall Meeting*, San Antonio, pp.105-126.

[6] Bérest P., Brouard B., (1995), Behavior of Sealed Solution-Mined Caverns, *Proc. SMRI Spring Meeting*, New Orleans, Louisiana.

[7] Wallner M., Paar W.A., (1997), Risks of progressive pressure build up in a sealed cavern. *Proc. SMRI Fall Meeting*, El Paso, pp.177-188.

[8] Dale T., Hurtado L.D., (1997), WIPP air-intake shaft disturbed-rock zone study. *Proc. 4th Conf. Mech. Beh. of Salt*, Trans Tech Pub., Germany, pp.525-535.

[9] de Laguerie P., Héas J.Y., Fourmaintraux D., You Th., Brouard B., Bérest P., (2004), Decommissioning and abandonment procedure of LPG caverns at Carresse (France). *Proc. SMRI Fall Meeting*, Berlin, pp.27-44.

[10] Bérest P., Bergues J., Brouard B., Durup J.G., Guerber B., (2001), A salt cavern abandonment test. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol.38, pp.357-368.

[11] Brouard B., Bérest P., Héas J.Y., Fourmaintraux D., de Laguérie P., You T., (2004), An in situ test in advance of abandoning a salt cavern, *Proc. SMRI Fall Meeting*, Berlin, pp.45-64.

[12] Brouard Consulting, Institute für Unterirdishches Bauen (IUB), Ecole Polytechnique, Total E&P France, Geostock, (2006), Salt-Cavern Abandonment Field Test in Carresse. SMRI RFP 2003-2-B, Final Report, April 2006.

[13] Wallner M., (1986), Frac-pressure risk in rock salt, *Proc. SMRI Fall Meeting*, Amsterdam.

[14] Rokahr R.B., Hauck R., Staudtmeister K., Zander-Schiebenhöfer D., (2000), The Results of the Pressure Build-Up Test in the Brine Filled Cavern Etzel K102. *Proc. SMRI Spring Meeting*, San Antonio TX, pp.89-103.

[15] Ratigan J., (2000), A Status Report on the SMRI Cavern Sealing and Abandonment Program. *Proc. SMRI Fall Meeting*, San Antonio, pp.164-178.

[16] Crotogino F., Kepplinger J., (2006), Cavern Well Abandonment Techniques Guidelines Manual. Research Report no. 2003-3-SMRI.

[17] Hsieh P.A., Bredehoeft J.D., Farr J.M., (1987), Determination of Aquifer Transmissivity From Earth Tide Analysis. *Water Res.*, Vol.23, n°10, pp.1824-32.

[18] Brouard B., (1998), On the behavior of solution-mined caverns (en français), PhD Thesis, Ecole polytechnique, France.

[19] Le Guen C., (1991), Mesure de la perméabilité de roches très peu perméables et étude de son évolution sous solicitations thermomécaniques. PhD Thesis, ENPC, France.

[20] Durup J.G., (1994), Long term tests for tightness evaluations with brine and gas in salt. *Proc. SMRI Fall Meeting*, Hannover.

[21] Pouya A., (1991), Correlation between mechanical behavior and petrological properties of rock salt. *Proc. 32th US Symp. Rock Mech.*, Norman, pp.385-392.

[22] Diamond H.W., Bertram B.M., French P.S., Patrick G.D., Schumacher M.J., Smith J.B., (1993), Detecting very small casing leaks using the water-brine interface method, Proc. 7th Symp. on Salt, Kyoto, Elsevier Science, Amsterdam, Vol.1, pp.363-368.

[23] Bérest P., Karimi-Jafari M., Brouard B., Durup G., (2006), Brine Warming in a Sealed Cavern : What can be done ?, *Proc. SMRI Fall Meeting*, Rapid City, pp.61-80.

[24] Brouard B., Karimi-Jafari M., Bérest P., Durup G., (2007), Pressure build-up in a sealed cavern : the effect of a gas blanket, *Proc. SMRI Spring Meeting*, Basel, pp.179-190.

ANNEXES

Annexe A

TRAITEMENT NUMÉRIQUE DU COMPORTEMENT DES CAVITÉS SALINES

A.1 Formulation numérique des équations du comportement

A.1.1 Introduction

Hormis la mécanique, il y a certains phénomènes qui jouent un rôle significatif dans le comportement d'une cavité pleine de saumure (Chapitre 3). Le besoin de modélisation d'une caverne créée dans un massif salifère par dissolution nous a conduit à développer un outil numérique qui permet de tenir compte du couplage des différents phénomènes mis en jeu et notamment de leur évolution transitoire. Il est utile, pour plusieurs raisons, de bien connaître l'évolution du massif en régime transitoire : tout d'abord, parce que dans la réalité, il n'est pas toujours certain qu'on atteigne un régime permanent dans un délai rapide ; en outre, c'est en régime transitoire que les couplages prennent toute leur importance.

Si l'on songe au fait que la pression est affectée par la variation de volume de la caverne et réciproquement que la température modifie le volume de la saumure et que la concentration de la saumure à son tour modifie la pression, on aura une idée de la complexité de ce problème.

A.1.2 Comportement élastique couplé du massif

Dans la réalité le massif salifère est un milieu de très grande extension. Le modèle numérique du massif salifère est constitué d'un cylindre dont la face supérieure est la surface du sol, et on suppose que le massif est homogène. Le champs de contrainte autour d'une cavité dans le massif salifère est traduit par les équations suivantes (Voir figure

A.1) :

$$\begin{aligned} div(\boldsymbol{\sigma}) - \rho_s g \boldsymbol{e}_z = \mathbf{0} \qquad & \texttt{dans } \Omega \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{n} = \boldsymbol{T} \qquad & \texttt{sur } S \end{aligned} \tag{A.1}$$

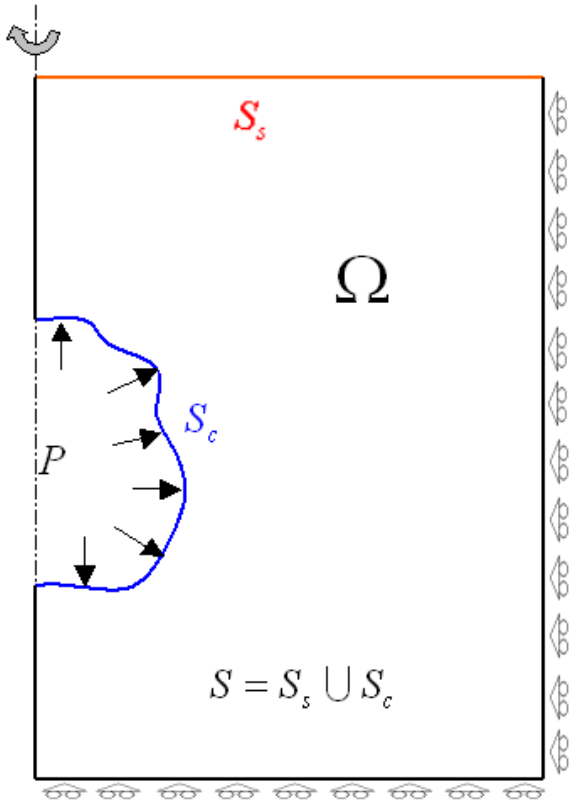


FIG. A.1 – *Modèle axisymétrique d' une cavité dans un massif salifère homogène.*

où $\rho_s g$ représente la force volumique de pesanteur et $\boldsymbol{e_z}$ est un vecteur unitaire vers le haut. Le bord supérieur du massif S_s est libre ($\boldsymbol{T} = \mathbf{0}$). Sur les parois de la cavité, S_c, on a $\boldsymbol{T} = -P\boldsymbol{n}$ où P représente la pression appliquée sur S_c. Les autres bords du massif sont libres de contrainte dans la direction tangente à la surface du cylindre (cisaillement nul) et les déplacements sont bloqués perpendiculairement à cette surface. La loi de comportement élastique pour le massif s'écrit

$$\Delta\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}_\infty = \boldsymbol{L} : \boldsymbol{\varepsilon}^e \tag{A.2}$$

où $\boldsymbol{L}$ est la matrice d'élasticité et $\boldsymbol{\sigma}_\infty$ représente le champ de contrainte en équilibre avec la pesanteur avant creusement de la cavité ($\boldsymbol{\sigma}_\infty = -P_\infty \boldsymbol{n}$). C'est un champ admissible, car avant le creusement il est en équilibre dans Ω avec les efforts volumiques et la pression exercée sur l'interface de la cavité ($\boldsymbol{T} = -\rho_s g z \boldsymbol{n}$).

En raison de la linéarité du problème l'équation A.1 est équivalent à :

$$\begin{aligned} div(\Delta\boldsymbol{\sigma}) = 0 \qquad & \texttt{dans } \Omega \\ \boldsymbol{T} - (P_\infty - P_i)\boldsymbol{n} = 0 \qquad & \texttt{sur } S_c \end{aligned} \tag{A.3}$$

où P_∞ et P_i désignent respectivement la pression appliquée sur S_c avant et après le creusement de la cavité. Dans la suite, on utilisera cette équation avec la méthode d'éléments finis. La forme faible de l'équation d'équilibre A.3 utilisant le théorème du travail virtuel s'écrit :

$$\int_\Omega \Delta\boldsymbol{\sigma}[\boldsymbol{u}] : \boldsymbol{\varepsilon}[\boldsymbol{v}] d\Omega = \int_{S_c} (P_\infty - P_i)\boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{v} ds \qquad \forall \boldsymbol{v} \in \mathcal{C}(0) \tag{A.4}$$

où $\boldsymbol{u}$ et $\boldsymbol{v}$ sont respectivement les déplacements réel et virtuel, $\boldsymbol{n}$ est la normale au bord S_c orientée vers la cavité et P_i est la pression dans la cavité.

Le terme de droite dans l'équation A.4 s'interprète comme la contribution de la cavité à l'équilibre du massif. Autrement dit, dans la formulation, la cavité est prise en compte comme un corps dont le seul effet est d'exercer une pression sur l'interface. La variation élastique de volume de la caverne d'après le théorème de la divergence se traduit par :

$$\Delta V^e = \int_{S_c} \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{u} ds \tag{A.5}$$

D'où le coefficient de la compressibilité de la caverne est $\beta_c = \frac{\Delta V^e}{V(P_\infty - P_i)}$.

La mise en jeu de la déformation viscoplastique du sel et d'effets tels que le réchauffement du fluide à l'intérieur de la cavité, la perméation du fluide vers le massif et la dissolution du sel fait évoluer la pression selon l'équation suivante :

$$\dot{P}_i(z) = -\frac{\sum \dot{V}}{\beta V} \tag{A.6}$$

Où $\beta = \beta_c + \beta_b$ est le coefficient de la compressibilité total de la cavité et $P_i(z) = P_{wh} + \rho_b g z$ où P_{wh} est la pression en tête de puits. $\Sigma\dot{V}$ représente la somme de la vitesse des variations de volume du fluide (la saumure) et de la caverne dues aux effets mentionnés précédemment :

$$\sum \Delta V = -\Delta V_c^{vp} - \Delta V_b^{th} + \Delta V_b^{ad} + \Delta V_b^{per} + \Delta V^{diss} + \Delta V_b^{fuit} - \Delta V_b^{inj} \tag{A.7}$$

où ΔV_c^{vp} est la convergence viscoplastique de la cavité saline, ΔV_b^{th} est l'expansion thermique du fluide, ΔV_b^{ad} est la contraction thermique de la saumure après une compression adiabatique, ΔV_b^{per} est le volume de la perméation vers le massif, ΔV^{diss} est le volume libéré dans la cavité grâce à la dissolution du sel de la paroi dans la saumure, ΔV_b^{fuit} est la fuite réelle à travers de cimentation autour du puits et ΔV_b^{inj} représente le volume injecté. Autrement dit dans l'équation A.6 certains phénomènes comme la convergence viscoplastique et la dissolution sont associés à une variation du volume de la caverne et d'autres sont liés à celle du fluide dans la caverne. La dissolution est le seul phénomène

qui implique une variation de volume de la caverne ainsi que du fluide.

On peut dire que le système d'équations A.4 et A.6 est un système partiellement couplé, car les effets thermique et hydraulique et la dissolution du sel sont indépendants des contraintes dans le massif mais dépendants de la pression dans la caverne. Pour la solution numérique du système d'équations on utilise un schéma explicite. A chaque pas de temps on résout l'équation A.4 en supposant constante la pression du pas précédent dans la caverne. Après avoir calculé les déformations élastiques et viscoplastiques dans un processus itératif, on calcule les différentes contributions à la variation du volume (ΔV^{vp}, ΔV^{th}, ΔV^{per} et ΔV^{diss}). Ensuite on calcule la nouvelle pression dans la caverne (équation A.6). La figure A.2 précise l'algorithme global utilisé dans le programme.

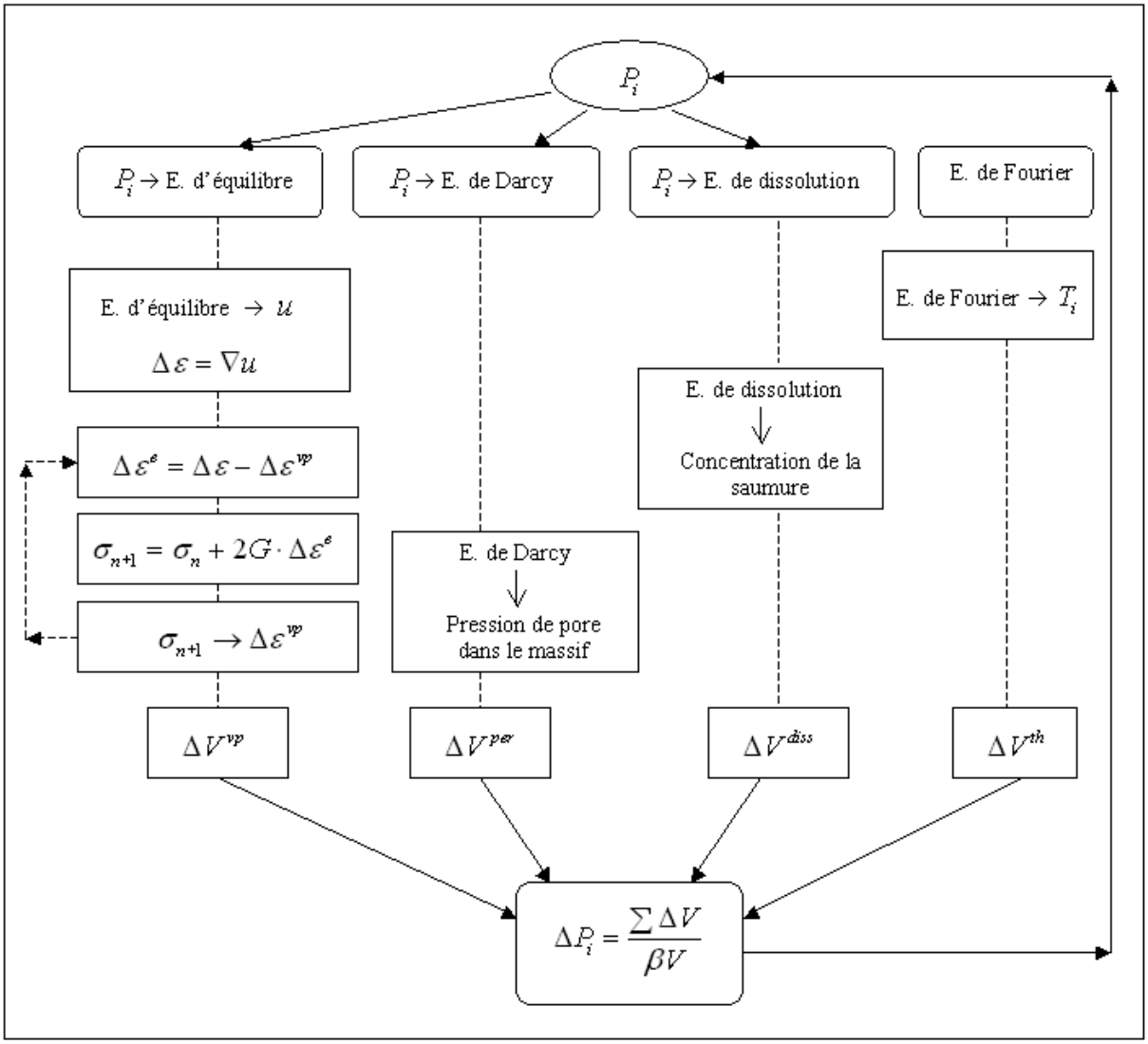


FIG. A.2 – *Schéma global de l'algorithme utilisé dans le programme.*

A.1.3 Convergence viscoplastique de la caverne

Le schéma d'intégration utilisé pour les lois viscoplastiques est basé sur des relations que nous allons expliquer. Considérons un intervalle de temps $[t_n, t_{n+1}]$, correspondant un incrément de la déformation (obtenu par la solution du problème aux limites) soit

$\Delta\varepsilon = \varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n$. Dans la première itération, on suppose que la composante viscoplastique de la déformation est nulle dans chaque élément ($\Delta\varepsilon^e_{i=1} = \Delta\varepsilon$). La contrainte se calcule alors ainsi :

$$\sigma^{eq}_{n+1,i} = \sigma^{eq}_n + 3G\Delta\varepsilon^e_i$$

où σ^{eq} représente la contrainte équivalente qui est égale à $\sqrt{3J_2}$ dans le cas du critère de von Misès.
Ainsi à partir de la contrainte, on peut écrire la loi de comportement viscoplastique

$$\Delta\varepsilon^{vp}_{n+1,i+1} = f(\sigma^{eq}_{n+1,i}, \varepsilon^{vp}_n)$$

La déformation élastique corrigée est

$$\Delta\varepsilon^e_{i+1} = \Delta\varepsilon - \Delta\varepsilon^{vp}_{n+1,i+1}$$

on réitère tant que l'erreur sur la contrainte est supérieure à un certain seuil :

$$|\sigma^{eq}_{n+1,i+1} - \sigma^{eq}_{n+1,i}| < e$$

A la fin, les déformations viscoplastiques vérifiant la loi de comportement prise en compte seront utilisées dans la relation suivante basée sur le théorème de la divergence pour calculer la convergence viscoplastique de la caverne :

$$\Delta V^{vp} = \int_{S_c} \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{u}^{vp} ds \tag{A.8}$$

où $\boldsymbol{n}$ est la normale à la surface S_c orientée vers la cavité et $\boldsymbol{u}^{vp}$ représente le vecteur du déplacement viscoplastique à la paroi.

Loi de Norton-Hoff

Supposons que la loi de Norton-Hoff se traduise par la relation suivante

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = A^*(\sigma^{eq})^\beta$$

La forme discrète utilisée dans le schéma explicite décrit précédemment est

$$\Delta\varepsilon^{vp}_{n+1,i+1} = A^*(\sigma^{eq}_{n+1,i})^\beta \Delta t$$

En revanche si on s'intéresse à un schéma implicite, on doit résoudre l'équation suivante :

$$\sigma^{eq}_{n+1} = \sigma^{eq}_n + 3G[\Delta\varepsilon - A^*(\sigma^{eq}_{n+1})^\beta \Delta t]$$

En utilisant la méthode de Newton-Raphson, la contrainte se calcule par un processus itératif :

$$\sigma^{eq}_{n+1,i+1} = \sigma^{eq}_{n+1,i} + \frac{\sigma^{eq}_n + 3G[\Delta\varepsilon - A^*(\sigma^{eq}_{n+1,i})^\beta \Delta t] - \sigma^{eq}_{n+1,i}}{3\beta G A^*(\sigma^{eq}_{n+1,i})^{\beta-1}\Delta t + 1}$$

où $\sigma^{eq}_{n+1,1} = 3G\Delta\varepsilon$. La déformation viscoplastique sera

$$\Delta\varepsilon^{vp}_{n+1} = A^*(\sigma^{eq}_{n+1})^\beta \Delta t$$

On utilise le schéma explicite en contrôlant le pas de temps maximum car ce schéma est plus rapide dans la mesure où il n'y a pas de problème d'instabilité numérique notamment avec les lois viscoplastiques sans seuil.

Loi de Munson-Dawson

la loi de Munson-Dawson (1984 [1]) s'écrit :

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = F\dot{\varepsilon}^{ss}$$

où $\dot{\varepsilon}^{ss}$ est la vitesse de déformation stationnaire de Norton-Hoff et F est la fonction décrivant le comportement transitoire :

$$\begin{aligned} F &= e^{\Delta[1-\frac{\zeta}{K(\sigma^{eq})^m}]^2} \qquad ;\zeta < K(\sigma^{eq})^m \\ F &= e^{-\delta[1-\frac{\zeta}{K(\sigma^{eq})^m}]^2} \qquad ;\zeta > K(\sigma^{eq})^m \end{aligned}$$

où ζ évolue selon l'équation suivante

$$\dot{\zeta} = (F-1)\dot{\varepsilon}^{ss}$$

donc dans un schéma explicite, on défini $d\zeta$

$$\begin{aligned} d\zeta^i_{n+1} &= A^*(\sigma^{eq}_{n+1})^\beta[e^{\Delta(1-\frac{\zeta^i_{n+1}}{K(\sigma^{eq}_{n+1})^m})^2} - 1] \qquad ;\zeta_n < K(\sigma^{eq}_{n+1})^m \\ d\zeta^i_{n+1} &= A^*(\sigma^{eq}_{n+1})^\beta[e^{-\delta(1-\frac{\zeta^i_{n+1}}{K(\sigma^{eq}_{n+1})^m})^2} - 1] \qquad ;\zeta_n > K(\sigma^{eq}_{n+1})^m \end{aligned}$$

grâce auquel on obtient

$$\zeta^{i+1}_{n+1} = \Delta t^i_{n+1} d\zeta^i_{n+1} + \zeta^i_{n+1}$$

où Δt^i_{n+1} =Min($\frac{\Delta t}{100}$, $\frac{1-\zeta_n}{100 d\zeta^i_{n+1}}$). Ce processus iteratif s'arrête quand $\Delta t_{n+1} = \sum \Delta t^i_{n+1}$ et le dernier ζ_{n+1} est utilisé pour calculer l'incrément de déformation viscoplastique :

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon^{vp}_{n+1,i+1} &= \Delta t A^*(\sigma^{eq}_{n+1,i})^\beta e^{\Delta(1-\frac{\zeta_{n+1}}{K(\sigma^{eq}_{n+1,i})^m})^2} \qquad ;\zeta_{n+1} < K(\sigma^{eq}_{n+1,i})^m \\ \Delta\varepsilon^{vp}_{n+1,i+1} &= \Delta t A^*(\sigma^{eq}_{n+1,i})^\beta e^{-\delta(1-\frac{\zeta_{n+1}}{K(\sigma^{eq}_{n+1,i})^m})^2} \qquad ;\zeta_{n+1} > K(\sigma^{eq}_{n+1,i})^m \end{aligned}$$

et dans un schéma implicite, on doit résoudre l'équation suivante

$$\sigma^{eq}_{n+1} = \sigma^{eq}_n + 3G[\Delta\varepsilon - (\zeta_{n+1} - \zeta_n) - A^*(\sigma^{eq}_{n+1})^\beta \Delta t]$$

où

$$\begin{aligned} \zeta_{n+1} - \zeta_n &= \Delta t A^*(\sigma^{eq}_{n+1})^\beta[e^{\Delta(1-\frac{\zeta_{n+1}}{K(\sigma^{eq}_{n+1})^m})^2} - 1] \qquad ;\zeta_n < K(\sigma^{eq}_{n,i})^m \\ \zeta_{n+1} - \zeta_n &= \Delta t A^*(\sigma^{eq}_{n+1})^\beta[e^{-\delta(1-\frac{\zeta_{n+1}}{K(\sigma^{eq}_{n+1})^m})^2} - 1] \qquad ;\zeta_n > K(\sigma^{eq}_{n,i})^m \end{aligned}$$

la solution itérative des équations précédentes s'obtient par la méthode de Newton-Raphson.

Si $\zeta^i_{n+1} < K(\sigma^{eq}_{n+1,i})^m$:

$$\zeta^{i+1}_{n+1} = \zeta^i_{n+1} - \frac{\zeta_n + \Delta t A^*(\sigma^{eq}_{n+1,i})^\beta[e^{\Delta(1-\frac{\zeta^i_{n+1}}{K(\sigma^{eq}_{n+1,i})^m})^2} - 1] - \zeta^i_{n+1}}{\Delta t A^*(\sigma^{eq}_{n+1,i})^\beta e^{\Delta(1-\frac{\zeta^i_{n+1}}{K(\sigma^{eq}_{n+1,i})^m})^2}(1 - \frac{\zeta^i_{n+1}}{K(\sigma^{eq}_{n+1,i})^m})(\frac{-2\Delta}{K(\sigma^{eq}_{n+1,i})^m}) - 1}$$

et si $\zeta_{n+1}^i > K(\sigma_{n+1,i}^{eq})^m$:

$$\zeta_{n+1}^{i+1} = \zeta_{n+1}^i - \frac{\zeta_n + \Delta t A^*(\sigma_{n+1,i}^{eq})^\beta [e^{-\delta(1-\frac{\zeta_{n+1}^i}{K(\sigma_{n+1,i}^{eq})^m})^2} - 1] - \zeta_{n+1}^i}{\Delta t A^*(\sigma_{n+1,i}^{eq})^\beta e^{-\delta(1-\frac{\zeta_{n+1}^i}{K(\sigma_{n+1,i}^{eq})^m})^2} (1 - \frac{\zeta_{n+1}^i}{K(\sigma_{n+1,i}^{eq})^m})(\frac{2\delta}{K(\sigma_{n+1,i}^{eq})^m}) - 1}$$

où $\zeta_{n+1}^1 = \zeta_n$. Ensuite, on a

$$\sigma_{n+1,i+1}^{eq} = \sigma_{n+1,i}^{eq} + \frac{\sigma_n^{eq} + 3G[\Delta\varepsilon - (\zeta_{n+1}^{i+1} - \zeta_n) - A^*(\sigma_{n+1,i}^{eq})^\beta \Delta t] - \sigma_{n+1}^{eq}}{3\beta G A^*(\sigma_{n+1,i}^{eq})^{\beta-1}\Delta t + 1}$$

et dans la première iteration on suppose $\sigma_{n+1,1}^{eq} = 3G\Delta\varepsilon$.

Pour la version modifiée du modèle de Munson-Dawson, la méthode de résolution est identique et dans le cas où $\zeta_{n+1}^i > K(\sigma_{n+1,i}^{eq})^m$ on a

$$\zeta_{n+1}^{i+1} = \zeta_{n+1}^i - \frac{\zeta_n - \Delta t A^*(\sigma_{n+1,i}^{eq})^\beta \left[\frac{\left(1-\frac{\zeta_{n+1}^i}{K(\sigma_{n+1,i}^{eq})^m}\right)^p}{(1-k)^p}\right] - \zeta_{n+1}^i}{\Delta t A^*(\sigma_{n+1,i}^{eq})^\beta \left[\frac{p\left(1-\frac{\zeta_{n+1}^i}{K(\sigma_{n+1,i}^{eq})^m}\right)^{p-1}}{K(\sigma_{n+1,i}^{eq})^m(1-k)^p}\right]}$$

Loi de Lemaitre-Menzel-Schreiner

La forme scalaire de la loi de Lemaitre-Menzel-Schreiner (1972 [2] et 1977 [3]) peut s'exprimer par la relation suivante :

$$\varepsilon^{vp} = \left(\frac{\sigma^{eq}}{K}\right)^\beta t^\alpha$$

la formulation discrète de la déformation viscoplastique utilisable dans le schéma explicite est :

$$\Delta\varepsilon_{n+1,i+1}^{vp} = \alpha\zeta_{n+1,i}^{\alpha-1}\left(\frac{\sigma_{n+1,i}^{eq}}{K}\right)^{\frac{\beta}{\alpha}}\Delta t$$

où ζ est un paramètre d'état qui se calcule par la relation itérative suivante :

$$\zeta_{n+1,i} = \zeta_n + \left(\frac{\sigma_{n+1,i}^{eq}}{K}\right)^{\frac{\beta}{\alpha}}\Delta t$$

Loi de Lubby2

La loi de Lubby2 (1983 [4]) avec l'écrouissage en déformation s'exprime ainsi

$$\dot{\varepsilon}^{vp}(\zeta) = \frac{\sigma^{eq}}{\bar{\eta}_K}\left(1 - \frac{\zeta\bar{G}_K}{\sigma^{eq}}\right) + \frac{\sigma^{eq}}{\bar{\eta}_M}$$

avec

$$\dot{\zeta} = \frac{\sigma^{eq}}{\bar{\eta}_K}\left(1 - \frac{\zeta \bar{G}_K}{\sigma^{eq}}\right)$$

où $\bar{\eta}_K$, $\bar{G}_K$ et $\bar{\eta}_M$ sont des paramètres dépendant de la contrainte équivalente :

$$\begin{aligned} \bar{\eta}_M &= 3\eta_M e^{m\sigma^{eq}+l_0 T} \\ \bar{\eta}_K &= 3\eta_K e^{k_2\sigma^{eq}} \\ \bar{G}_K &= 3G_K e^{k_1\sigma^{eq}} \end{aligned}$$

La forme discrète de cette loi implantée dans le programme d'éléments finis est la suivante :

$$\Delta\varepsilon^{vp}_{n+1,i+1} = \frac{\sigma^{eq}_{n+1,i}}{\bar{\eta}_K}\left(1 - \frac{\zeta_{n+1,i+1}\bar{G}_K}{\sigma^{eq}_{n+1,i}}\right) + \frac{\sigma^{eq}_{n+1,i}}{\bar{\eta}_M}$$

où

$$\zeta_{n+1,i+1} = \zeta_n + \frac{\sigma^{eq}_{n+1,i}}{\bar{\eta}_K}\left(1 - \frac{\zeta_{n+1,i}\bar{G}_K}{\sigma^{eq}_{n+1,i}}\right)$$

Il faut noter que les itérations commencent en prenant $\zeta_{n+1,1} = \zeta_n$.

A.1.4 Expansion thermique de la saumure dans la caverne

On suppose que la caverne est remplie de saumure dont la température est uniforme dans la caverne. En réalité il y a une convection permanente dans la caverne qui contribue à homogénéiser la température de la saumure. La température initiale T_i^0 de la saumure est généralement moins élevée que la température du massif au voisinage de la caverne. Ainsi, la saumure se réchauffe, le massif fournissant par conduction de la chaleur à la caverne. On suppose que la température de la saumure augmente progressivement jusqu'à l'équilibre thermique entre la température moyenne de la saumure et le massif. On néglige l'effet du refroidissement de la paroi sur les contraintes sachant que la zone concernée a une petite épaisseur de l'ordre de dizaine de centimètres. En effet pendant le lessivage la paroi se dissout et le "front froid" ne progresse pas très vite (voir Brouard et al., 1997 [5]).

L'évolution de la température dans le massif est régie par l'équation de diffusion :

$$\dot{T}_s = k_s^{th}\Delta T_s \qquad \texttt{dans } \Omega \tag{A.9}$$

où k_s^{th} désigne la diffusivité thermique du sel. La saumure dans la cavité a une température uniforme T_i (grâce au brassage convectif permanent dans la caverne) et une capacité thermique $V\rho_b C_b$ où V est le volume de la caverne.

On suppose une adhérence thermique parfaite entre la saumure et la paroi de la caverne, ce qui veut dire que la température à la paroi est la même que celle de la saumure.

La température géothermique initiale (Typiquement $T_s^0(^\circ C) = 10 - 0,03z(m)$ où z est la profondeur sous la surface) est imposée dans le massif. Par symétrie on a un flux nul sur l'axe de symétrie. La température est égale à la température géothermique sur les

autres bords. Sur l'interface saumure/sel l'hypothèse de l'adhérence thermique parfaite implique que le flux thermique à travers l'interface soit lié à la température variable de l'interface (température de la saumure) :

$$\int_{\Omega_c} \rho_b C_b \dot{T}_i d\Omega_c = \int_{S_c} K_s^{th} \frac{\partial T_s}{\partial n} ds \qquad \texttt{Sur } S_c \tag{A.10}$$

où $K_s^{th} = k_s^{th} \rho_s C_s$ est la conductivité thermique du sel et $\rho_s C_s$ est la capacité thermique volumique du sel. Donc pour résoudre ce problème on considère la caverne comme un élément avec un champ de température uniforme $T = T_i$ dont la seule contribution à la forme faible de l'équilibre thermique du massif est associée à la capacité thermique de la saumure, car l'hypothèse de température uniforme dans la caverne implique que le gradient est nul ($\nabla T_i = \mathbf{0}$) dans la caverne :

$$\int_{\Omega_c} (\rho_b C_b \dot{T}_i v + K_b^{th} \nabla T_i \cdot \nabla v) dV = \rho_b C_b \dot{T}_i V v_b$$

où Ω_c désigne la caverne et v_b est la valeur uniforme de v (champ virtuel de température) dans Ω_c. Le volume de la caverne se calcule selon le théorème de Green-Ostrogradsky :

$$V = -\frac{1}{3} \int_{S_c} \boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{n} ds \tag{A.11}$$

où $\boldsymbol{n}$ désigne la normale à ds dirigé vers l'intérieur de la caverne. Admettant qu'il n'y a pas de source de chaleur dans Ω_c, la forme faible de l'équation d'équilibre thermique pour le système couplé est :

$$\rho_b C_b V \dot{T}_i v_b + \int_{\Omega} (\rho_s C_s \dot{T}_s v + K_s^{th} \nabla T_s \cdot \nabla v) dV = 0 \qquad \forall v \in \mathcal{T}(0, S_c) \tag{A.12}$$

où $\mathcal{T}$ représente l'espace des fonctions nulles sur le bord infini de Ω et telles que $v = v_b$ sur S_c.

La forme matricielle de l'équation A.12 pour un instant donné t_n s'écrit comme suit :

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{T}}(t) + \mathbf{C}\mathbf{T}(t) = \mathbf{F}(t) \tag{A.13}$$

Comme pour les problèmes évolutifs en plasticité, on choisit une série de pas de chargement. On envisage le pas $t_n - t_{n+1}$. Pour l'intégration directe des équations on utilise la règle des trapèzes généralisée :

$$T_{n+1} = T_n + [\lambda \dot{T}_{n+1} + (1 - \lambda)\dot{T}_n]\Delta t$$

on choisit le schéma d'intégration implicite ($\lambda = 1$). Le schéma implicite est inconditionnellement stable. Le schéma consiste en une combinaison linéaire des équations A.13 au temps t_n et t_{n+1} :

$$(\frac{1}{\Delta t}\mathbf{M} + \mathbf{C})\mathbf{T}_{n+1} = \frac{1}{\Delta t}\mathbf{M}\mathbf{T}_n + \mathbf{F}_{n+1} \tag{A.14}$$

après avoir calculé la température de la saumure T_i à chaque pas de temps, on peut calculer l'expansion thermique correspondant cette évolution :

$$\Delta V^{th} = \alpha_b V \Delta T_i \tag{A.15}$$

A.1.5 Compression adiabatique

Jusqu'ici on a supposé que la température et la pression sont des variables indépendantes mais en réalité, d'après le premier principe de la thermodynamique, elle sont liées par le biais de l'équation d'état. Le principe exprime que tout changement de l'énergie interne d'un corps est égal à la somme de la chaleur qu'il a reçu et du travail exercé sur lui :

$$\int_{\Omega_c} (\rho_b C_b \dot{T}_i - \alpha_b T_i \dot{P}_i) dV = \int_{S_c} K_s^{th} \frac{\partial T_s}{\partial n} ds \tag{A.16}$$

où α_b est le coefficient d'expansion thermique de la saumure. Si on considère une longue période, le terme $\alpha_b T_i \dot{P}_i$ peut être négligé. En revanche, quand la pression change rapidement, le processus est quasi adiabatique et donc le terme de droite de l'équation A.16 est négligeable ; par conséquent la variation instantanée de la température relative de la saumure, $\Delta\theta_i^1$, due au changement de pression, ΔP_i, est :

$$\Delta\theta_i^1 = \left(\frac{\alpha_b T_i}{\rho_b C_b}\right) \Delta P_i \tag{A.17}$$

Ce phénomène qu'on appelera "compression adiabatique" a été implanté dans le programme sous la forme de l'équation A.17. Autrement dit, la prise en compte de la compression adiabatique à l'instant où il y a une mise en pression rapide engendre une augmentation de la température calculée par la relation A.17 qui aura pour conséquence une contraction de volume dans la phase de refroidissement :

$$\Delta V^{ad} = -\alpha_b V \Delta\theta_i \tag{A.18}$$

A.1.6 Perméation de la saumure vers le massif

Pour simplifier le problème on suppose que la perméation de la saumure est régie par la loi de Darcy et de plus que les phénomènes hydraulique et mécanique sont découplés :

$$\frac{\partial p}{\partial t} = k_s^{hyd} \Delta p \qquad \texttt{dans } \Omega \tag{A.19}$$

où $p = P - P_0$ est la variation de la pression de pore par rapport à l'état initial qui est halmostatique $P_0 = P_h$ dans tout le massif. k_s^{hyd} désigne la diffusivité hydraulique de sel :

$$k_s^{hyd} = \frac{K_s^{hyd}}{\mu_b S_{hyd}}$$

où K_s^{hyd} représente la perméabilité intrinsèque de sel, μ_b la viscosité du sel et $S_{hyd} = \frac{1}{M}$ est l'inverse du module de Biot.

Les conditions aux limites se traduisent par un flux nul sur l'axe de symétrie et une pression halmostatique sur les autres bords. A l'interface sel/saumure, la pression de pore est égale à la pression du fluide dans la caverne :

$$p = p_i \qquad \texttt{sur } S_c$$

En fait, le traitement numérique du problème est similaire à celui du problème de la diffusion de la chaleur car la nature des équations A.12 et A.19 est identique. A chaque pas

de temps, c'est la pression dans la caverne obtenue par la relation A.6 lors du pas précédent qui est utilisée comme condition à la limite sur la paroi pour calculer les nouvelles pressions de pore dans le massif. Ensuite on calcule le volume sortant de la caverne :

$$\dot{V}^{per} = \int_{S_c} \frac{K_s^{hyd}}{\mu_b} \frac{\partial p}{\partial n} ds \tag{A.20}$$

Cela va être utilisé pour calculer la nouvelle pression dans la caverne (Equation A.6).

A.1.7 Dissolution complémentaire du sel dans la saumure

La quantité de sel qui peut se dissoudre dans une masse donnée d'eau douce est une fonction croissante de la pression. Ainsi tout changement de pression dans la caverne est suivi par une dissolution/cristallisation de sel. La dissolution est accompagnée par une augmentation du volume de la caverne et inversement pour la cristallisation.

On suppose que la concentration de saturation et la masse volumique de saturation sont des fonctions linéaires de la pression en négligeant l'effet de la variation de température :

$$c_{sat} - c_{sat}^0 = c_{sat}^0 \psi p_i \tag{A.21}$$

$$\rho_{sat} - \rho_{sat}^0 = \rho_{sat}^0 a_s p_i \tag{A.22}$$

où $p_i = P_i - P_i^0$. On suppose que la masse volumique de la saumure est une fonction linéaire de la pression et la concentration sous la forme suivante :

$$\rho_b - \rho_{sat}^0 = \rho_{sat}^0 \left[\beta_b p_i + \frac{a_s - \beta_b}{c_{sat}^0 \psi} (c - c_{sat}^0) \right] \tag{A.23}$$

où β_b est le coefficient de la compressibilité de la saumure. C'est la forme la plus simple qui établit une relation linéaire entre la concentration et la masse volumique de la saumure en tenant compte de l'état de saturation décrit dans les équations précédentes.
Maintenant, pour définir la cinétique de saturation, on prend $\dot{v}_s = S_b \dot{a}$ où v_s représente le volume du sel dissous, S_b est une surface équivalente de dissolution et $\dot{a}$ est la vitesse normale de creusement. Pour simplifier, on suppose $\dot{a} = \gamma(c_{sat} - c)$ où γ est une constante et finalement :

$$\dot{v}_s = \xi (c_{sat} - c) V_b \tag{A.24}$$

où $\xi = \gamma \frac{S_b}{V_b}$ est une constante et V_b est le volume de la saumure. De plus, on a les deux équations du bilan massique :

$$\frac{d}{dt}(\rho_b V_b) = \rho_s \dot{v}_s \tag{A.25}$$

$$\frac{d}{dt}(c \rho_b V_b) = \rho_s \dot{v}_s \tag{A.26}$$

En les combinant, et en utilisant les relations A.23 et A.24, on obtient deux nouvelles équations :

$$\dot{c} = (1 - c) \frac{\rho_s}{\rho_b} \xi (c_{sat} - c)$$

$$\frac{\dot{V}_b}{V_b} = \frac{\dot{c}}{1 - c_{sat}} - \frac{a_s - \beta_b}{c_{sat} \psi} \dot{c} - \beta_b \dot{P}_i$$

On a par ailleurs deux bilans volumiques :

$$\begin{aligned}\frac{\dot{V}_c}{V_b} &= \xi(c_{sat}-c)+\beta_c\frac{V_c}{V_b}\dot{P}_i\\ \frac{\dot{V}_c}{V_b} &= \frac{\dot{V}_b}{V_b}-\frac{\sum\dot{V}^{tavpf}}{V_b}\end{aligned}$$

où V_c et β_c représentent le volume et le coefficient de la compressibilité de la caverne ; $\sum\dot{V}^{tavpf}$ est la somme des vitesse de variation de volume correspondant aux divers effets (sauf dissolution) :

$$\sum\dot{V}^{tavpf}=-\dot{V}_b^{th}+\dot{V}_b^{ad}-\dot{V}_c^{vp}+\dot{V}_b^{per}+\dot{V}_b^{fuit}$$

où $\dot{V}^{fuit}$ correspond à la fuite réelle de la saumure à travers la cimentation autour du puits. En éliminant $\dot{V}_c$, il vient :

$$(\beta_b+\frac{V_c}{V_b\beta_c})\dot{p}_i=\frac{\dot{c}}{c\psi}(\varpi-a_s+\beta_b)-\frac{\sum\dot{V}^{tavpf}}{V_b} \tag{A.27}$$

où $\varpi=(1-\frac{\rho^0_{sat}}{\rho_s})\frac{c^0_{sat}}{1-c^0_{sat}}\psi$. A ce stade on linéarise, $\frac{V_c}{V_b}\sim 1$ et on remplace c par c^0_{sat}. Ensuite on intègre en prenant $p^0_i=0$:

$$\beta p_i=\frac{c-c^0_{sat}}{\psi c^0_{sat}}(\varpi-a_s+\beta_b)-\frac{\sum\Delta V^{tavpf}}{V^0_b} \tag{A.28}$$

Ainsi la contribution de la dissolution à la variation de la pression dans la caverne peut être représentée par une variation de volume ($\beta V_b p_i=\Delta V^{diss}-\sum\Delta V^{tavpf}$) :

$$\Delta V^{diss}=\frac{c-c^0_{sat}}{\psi c^0_{sat}}(\varpi-a_s+\beta_b)V^0_b$$

où la concentration, c, évolue selon l'équation différentielle suivante :

$$\dot{c}=(1-c^0_{sat})\frac{\rho_s}{\rho^0_{sat}}\xi\left[c^0_{sat}(1+\psi p_i)-c\right] \tag{A.29}$$

Le traitement numérique de cette équation se fait en utilisant un schéma d'intégration implicite suivant la règle des trapèzes généralisée. Ceci s'exprime ainsi pour le pas t_n-t_{n+1} :

$$c_{n+1}=\frac{c_n+(1-c^0_{sat})\frac{\rho_s}{\rho^0_{sat}}\xi c^0_{sat}\left[1+\psi(P^n_i-P^0_i)\right]\Delta t}{1+(1-c^0_{sat})\frac{\rho_s}{\rho^0_{sat}}\xi\Delta t} \tag{A.30}$$

où P^n_i représente la pression dans la caverne calculée lors du $n^{\text{ième}}$ pas.

A.1.8 Fuite réelle

L'effet de la fuite réelle dans le programme peut être pris en compte de deux façons différentes. Soit la fuite réelle est une information donnée (une mesure lors d'un essai in situ), c'est le cas où on impose la valeur connue du débit sortant dû à la fuite lors du calcul à chaque pas de temps ; soit elle n'est pas connue et on la prend proportionnelle à la pression dans la caverne quand la pression dépasse un certain seuil :

$$\Delta V^{fuit}=\chi\langle P_i-P_{seuil}\rangle \tag{A.31}$$

où χ est une constante et P_{seuil} est la pression de seuil à partir de laquelle la fuite apparaît.

A.2 Topologie du domaine

L'espace semi-infini est représenté par un cylindre fini suffisamment grand par rapport à la cavité de manière à pouvoir négliger les effets de perturbation induits par la cavité sur ses bords. Le modèle 2D est un rectangle avec la symétrie de révolution, le bord gauche représente l'axe de symétrie. Le bord supérieur représente la surface libre. Sur les autres bords de ce triangle on impose les conditions à l'infini que l'on a avant creusement de la cavité. Autrement dit, on bloque les déplacements horizontaux sur le bord droit et les déplacements verticaux sur le bord inférieur. La figure A.3 montre une partie d'un maillage du domaine.

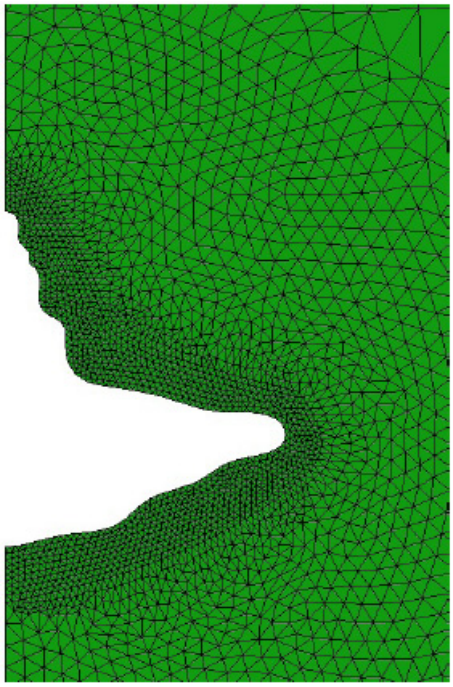


FIG. A.3 – *Exemple de maillage du domaine au voisinage de la caverne.*

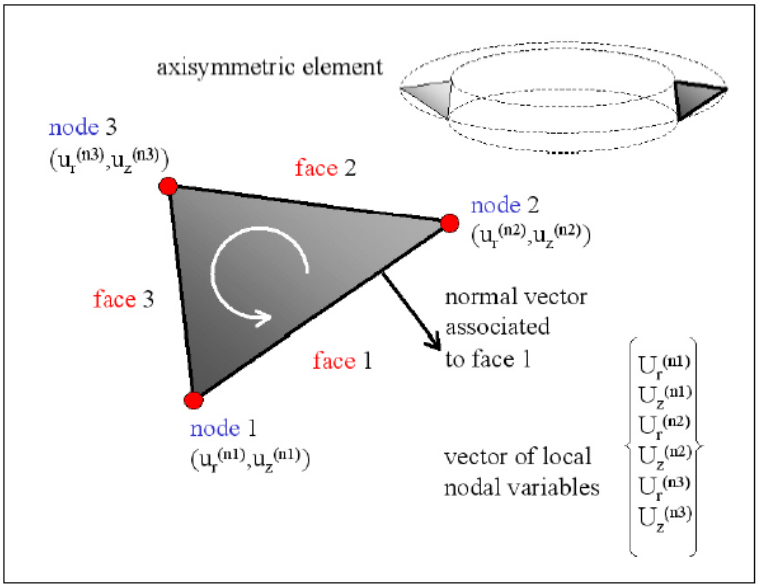


FIG. A.4 – *Elément triangulaire axisymétrique.*

Le domaine Ω (massif salifère) est maillé en milliers d'éléments triangulaires axisymé-

triques à trois noeuds (T3). La cavité (Ω_c) est considérée comme un seul élément irrégulier. La finesse du maillage à la proximité de la cavité est nettement plus élevée qu'ailleurs dans le domaine afin de réduire l'erreur numérique associée à la géométrie, car la cavité est une zone où les diverses quantitées calculées varient rapidement. Le schéma d'un élément triangulaire axisymétrique est donné sur la figure A.4.

A.3 Validation du code de calcul

Ce paragraphe consiste à vérifier chaque module (mécanique, thermique, hydraulique et chimique) séparément en comparant à des solutions analytiques existantes.

A.3.1 Validation du modèle mécanique

Considérons une cavité sphérique dans un massif salifère homogène. On suppose que la cavité est pleine de saumure et ouverte, c'est-à-dire que la pression de la saumure dans la cavité reste halmostatique. En supposant que le sel se comporte comme un matériau de type Norton-Hoff, l'évolution de la contrainte dans le massif est régie par l'équation 1.92 du premier chapitre. La vitesse de variation de volume de la cavité est :

$$\dot{V}^{vp} = 6\pi a^3 A^* \int_a^{\infty} \frac{\sigma_{eq}^n}{r} dr \tag{A.32}$$

où $\sigma_{eq} = \sqrt{3J_2}$ représente la contrainte déviatorique équivalente.

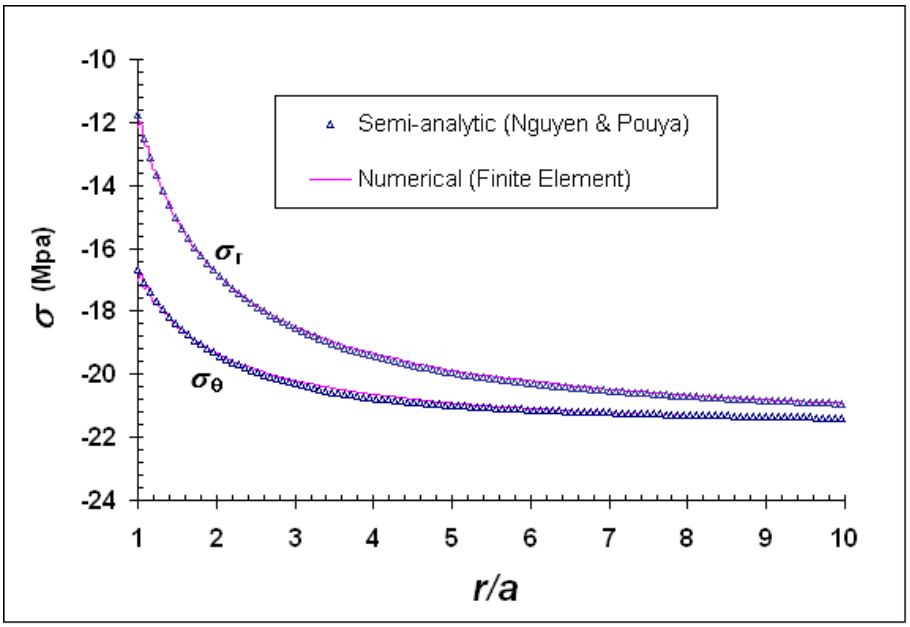


FIG. A.5 – *Distribution des contraintes radiale et orthoradiale 200 ans après la création de la cavité.*

En utilisant la solution semi-analytique proposée par Pouya (1991)[6] (voir paragraphe 1.3.4) les contraintes et la vitesse de convergence viscoplastique sont vérifiées sur les figures A.5 et A.6. La cavité considérée est une sphère de rayon $a = 12,5$ m située à 1000 m

profondeur. La pression dans la cavité est maintenue constante après une courte phase de lessivage pendant laquelle la pression est diminuée de la pression géostatique à la pression halmostatique. Les paramètres retenus pour le modèle de Norton-Hoff sont les suivants :

$$A^* = 4,4 \cdot 10^{-9}/\mathrm{MPa}^{3,1}/\mathrm{an} \qquad n = 3,1$$

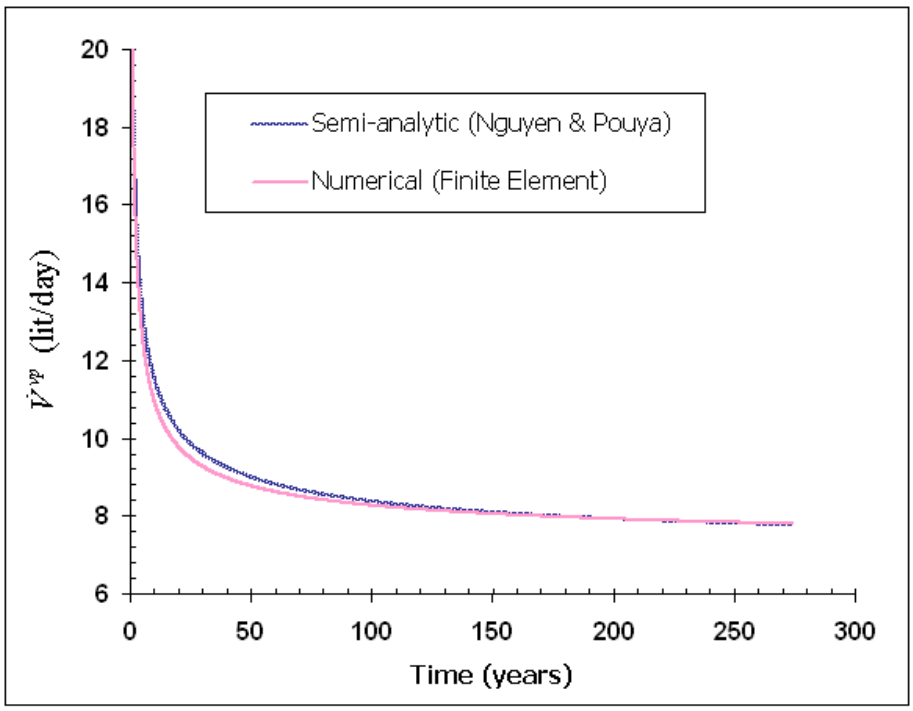


FIG. A.6 – *L'évolution de la vitesse de convergence viscoplastique.*

A.3.2 Validation du modèle thermique

On s'intéresse à l'évolution de la température dans la cavité après le lessivage supposant que la température pendant le lessivage est quasiment constante à la fois dans le massif et dans la cavité, mais plus froide dans la cavité, et qu'après le lessivage la température dans la cavité commence à monter jusqu'à atteindre la température géothermique.

Bérest et al. (1979) [7] ont étudié le problème suivant : une cavité sphérique de rayon a, de conductivité infinie, est initialement en équilibre avec le massif dans lequel elle est creusée. A l'instant initial, on porte sa température à une valeur différente de celle du massif. En comptant les températures à partir de la température d'équilibre, le système est régi par le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned} \tfrac{\partial T(r,t)}{\partial t} &= k_s^{th} \Delta T \qquad r > a \\ \tfrac{4}{3}\pi a^3 \rho_b C_b \tfrac{dT(a,t)}{dt} &= 4\pi a^2 K_s^{th} \tfrac{\partial T(r,t)}{\partial r} \\ T(a,0) &= T_0 \\ T(r,0) &= 0 \qquad r > a \end{aligned} \tag{A.33}$$

En notant que $T(r,t)$ est la température, $\rho_b C_b$ est la capacité thermique de la saumure, k_s^{th} est la diffusivité thermique du massif et $K_s^{th} = k_s^{th}\rho_s C_s$ est la conductivité thermique du massif. De plus pour simplifier les notations, on pose :

$$\begin{aligned} \lambda &= 3\frac{\rho_s C_s}{\rho_b C_b} \\ b^2 &= \frac{\lambda - 4}{\lambda} \\ \tau &= \frac{\lambda^2 k_s^{th} t}{4a^2} \end{aligned}$$

La solution du système A.33 est alors suivante (Bérest et al., 1979 [7]) :

$$\frac{T}{T_0} = \frac{1+b}{2b} e^{(1+b)^2\tau} \mathrm{erfc}\left[(1+b)\sqrt{\tau}\right] - \frac{1-b}{2b} e^{(1-b)^2\tau} \mathrm{erfc}\left[(1-b)\sqrt{\tau}\right] \tag{A.34}$$

Considérons la même cavité que dans le paragraphe précédent. La diffusivité thermique du sel est $k_s^{th} = 3 \cdot 10^{-6}$ m^2/s et sa conductivité thermique $K_s^{th} = 6$ W/m/°C. On a pris $\rho_b C_b = 4,8 \cdot 10^6$ J/m^3/°C . Pour un écart initial de température $T_\infty - T_i^0 = 18,5$°C entre le massif et la saumure dans la cavité, on compare l'évolution de l'expansion thermique de la saumure en utilisant la solution semi-analytique A.34 et la solution numérique par élements finis (Figure A.7), sachant que la vitesse d'expansion thermique se traduit par $\dot{V}^{th} = \alpha_b \dot{T}_i V$.

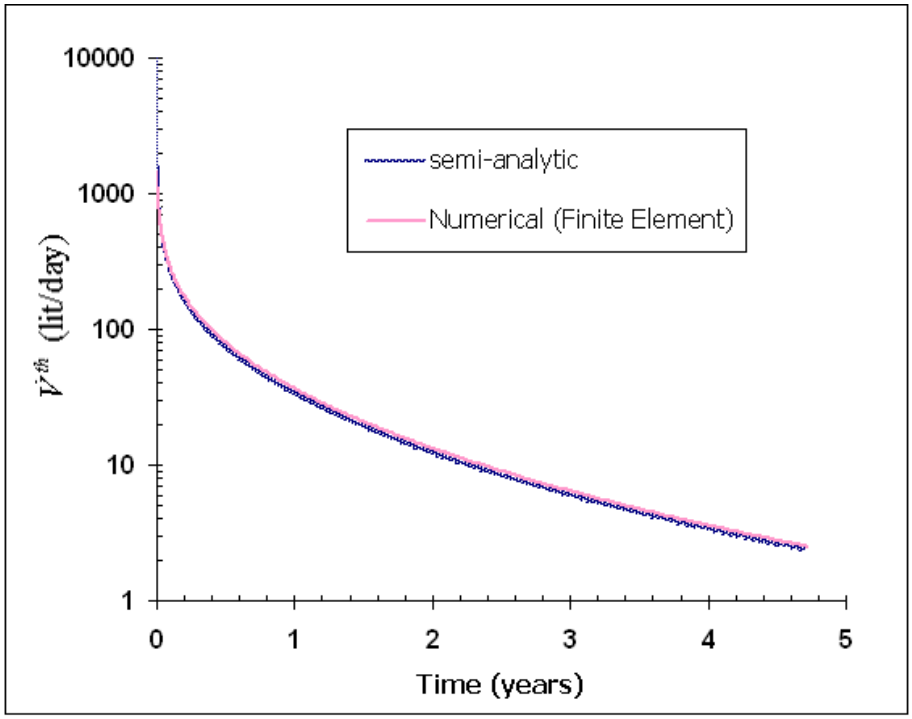


FIG. A.7 – *La vitesse d'expansion thermique de la saumure dans le temps.*

Tout de même, il faut discuter dans quelle mesure le calcul thermique (soit analytique soit par la méthode d'éléments finis) rend compte de l'évolution réelle de la température dans une cavité creusée dans le sel :

– Dans la réalité, la cavité n'est pas refroidie instantanément à l'instant initial ; des échanges thermiques ont déjà lieu pendant la période de création des cavités, qui peut durer par exemple de 6 mois à 2 ans. Ceci nécessite un traitement plus compliqué du problème d'autant plus que la progression des parois peut avoir des formes diverses suivant l'histoire du débit de lessivage. Néanmoins il est raisonable de considérer que la progression des parois est plus rapide que la progression du front thermique, ce qui légitimerait l'approximation faite.

– De même l'hypothèse de parfaite conductivité de la saumure rend correctement compte de la différence de vitesse entre le flux de chaleur traversant la cavité et l'homogénéisation thermique de la cavité par convection, relativement très rapide (en toute rigueur, il faut tenir compte de la convection naturelle due au gradient géothermique, mais ce phénomène existe aussi à l'équilibre final).

– la notion de résistance thermique à la paroi n'a pas été introduite, car il était difficile de lui trouver ici un fondement physique simple et de la quantifier.

– Dans les équations A.33, on n'a pas distingué C_p et C_v, chaleurs massique à pression et volume constants ; de même on a négligé dans l'expression de la chaleur reçue les termes correspondant à la variation de pression ou de volume.

– La solution analytique donnée n'est valable que pour la géométrie sphérique de la cavité, hypothèse qui n'est pas nécessaire dans les calculs par éléments finis.

A.3.3 Validation du modèle hydraulique

En utilisant la loi de Darcy, on suppose que la perméation de la saumure vers le massif à long terme atteint un régime permanent sauf si les conditions à la limite du modèle changent au cours du temps. Imaginons une cavité sphérique dans laquelle la pression est maintenue constante (P_i) et différente de la pression de pore dans le massif (pression halmostatique ou P_h). Le flux sortant de la cavité évolue au cours du temps de manière asymptotique et atteint une valeur stationnaire :

$$\dot{V}_{ss}^{per} = \frac{4\pi K_s^{hyd} a}{\mu_b}(P_i - P_h) \tag{A.35}$$

où a représente le rayon de la cavité et μ_b désigne la viscosité dynamique de la saumure. Suite à tout changement de la pression dans la caverne, le flux dans le massif présente une évolution transitoire vers un nouveau régime permanent. Il existe une formule analytique qui permet d'estimer le flux transitoire à la suite d'un changement rapide de la pression (Van Sambeek et al., 2005 [8]) :

$$\dot{V}^{per} \approx \dot{V}_{ss}^{per}(1 + \sqrt{\frac{t_c^{hyd}}{t}}) \tag{A.36}$$

où t_c^{hyd} représente le temps caractéristique hydraulique :

$$t_c^{hyd} = \frac{\mu_b a^2}{\pi K_s^{hyd} M}$$

Où M désigne le module de Biot. On considère la même cavité soumise à une augmentation rapide de pression de $P_i - P_h = 5$ MPa. Ensuite, la pression est supposée maintenue constante pendant toute la période de calcul. La perméabilité intrinsèque de sel est $K_s^{hyd} = 10^{-19}$ m^2 et la viscosité dynamique de la saumure est $\mu_b = 1,2 \cdot 10^{-3}$ Pa.s. On a supposé que le module de Biot est $M = 2,5 \cdot 10^5$ MPa. La figure A.8 montre la comparaison des deux calculs analytique et numérique.

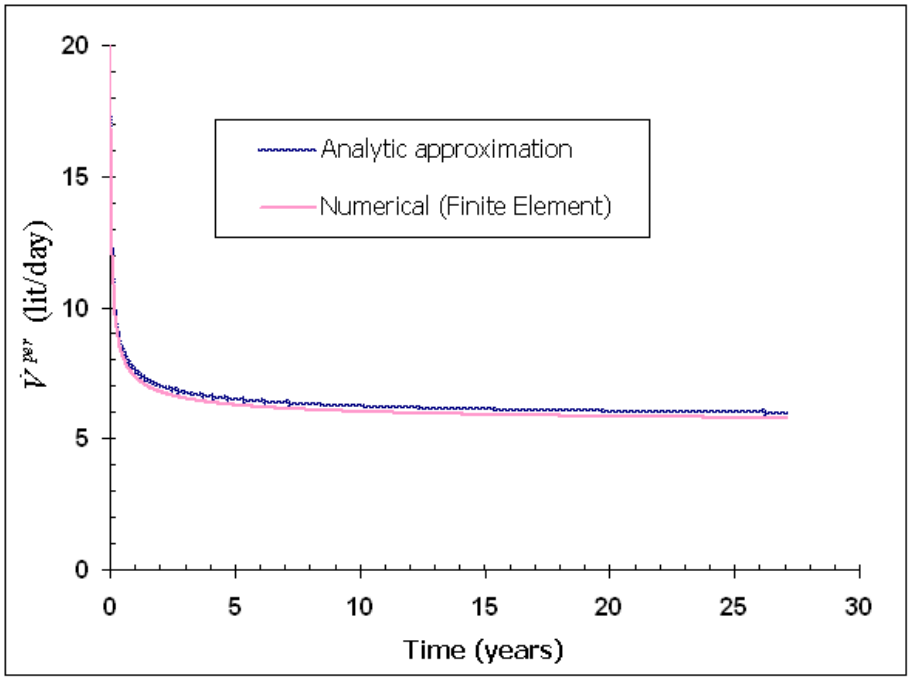


FIG. A.8 – *L'évolution du flux transitoire sortant de la cavité.*

A.3.4 Validation du modèle physico-chimique

A la suite d'une augmentation de pression dans la cavité la concentration de saturation de la saumure augmente puis le volume de cavité évolue pendant une phase transitoire que l'on appelle la dissolution complémentaire. A la fin de la phase transitoire, la concentration reste constante après qu'elle a atteint l'état de saturation.

En éliminant c dans les équations A.28 et A.29, on obtient une relation liant la vitesse de concentration à la pression :

$$\frac{(\varpi - a_s + \beta_b) t_c^{diss}}{\beta \psi c_{sat}^0} \dot{c} = \frac{\sum V}{(\beta_c + a_s - \varpi) V_b^0} - p_i$$

Donc, à l'état final quand $\dot{c} = 0$, il vient

$$\sum V = (\beta_c + a_s - \varpi) V_b^0 p_i$$

Si on suppose que la dissolution complémentaire est le seul phénomène mis en jeu (à part l'élasticité du milieu), il est intéressant de distinguer deux cas différents :

Cavité fermée : pendant la mise en pression on injecte un volume $V_{inj}^0 = \beta V_b^0 p_i^1$ de saumure et on laisse la pression évoluer pendant la phase transitoire de dissolution

complémentaire. Ainsi $\sum V = V_{inj}^0$ reste constante. D'ailleurs $p_i^f = \frac{\beta}{\beta_c + a_s - \varpi} p_i^1$. En éliminant p_i dans les équations A.28 et A.29 on obtient l'équation différentielle suivante :

$$t_c^{diss} \dot{c} = c_{sat}^0 - c + \frac{\psi c_{sat}^0 V_{inj}^0}{(\beta_c + a_s - \varpi) V_b^0} \tag{A.37}$$

où t_c^{diss} est le temps caractéristique de la dissolution complémentaire :

$$\frac{1}{t_c^{diss}} = (1 - c_{sat}^0)\chi \frac{\rho_s}{\rho_{sat}^0} \cdot \frac{\beta_c - \varpi + a_s}{\beta}$$

La solution analytique est ainsi :

$$c - c_{sat}^0 = \frac{\psi c_{sat}^0}{\beta_c + a_s - \varpi} \frac{V_{inj}^0}{V_b^0} [1 - \exp(-\frac{t}{t_c^{diss}})] \tag{A.38}$$

Cavité ouverte : on injecte du liquide dans la cavité pendant toute la durée de la dissolution pour maintenir la pression constante $p_i^f = p_i^1$. Le volume cumulé injecté augmente avec le temps et à la fin de la dissolution il est égal à $V_{inj} = (\beta_c + a_s - \varpi) V_b^0 p_i^1$. Dans ce cas, l'équation A.29 donne

$$\acute{t}_c^{diss} \dot{c} = c_{sat}^0 (1 + \psi p_i^1) - c$$

où

$$\frac{1}{\acute{t}_c^{diss}} = (1 - c_{sat}^0)\chi \frac{\rho_s}{\rho_{sat}^0}$$

Elle a pour solution

$$c - c_{sat}^0 = \psi c_{sat}^0 p_i^1 \left[1 - \exp(-\frac{t}{\acute{t}_c^{diss}}) \right] \tag{A.39}$$

Ainsi, la variation de volume injecté qui maintient la pression constante se traduit par :

$$\dot{V}^{diss} = \frac{\varpi - a_s + \beta_b}{\acute{t}_c^{diss}} p_i^1 V_b^0 \exp\left(-\frac{t}{\acute{t}_c^{diss}} \right) \tag{A.40}$$

Maintenant, on calcule le débit d'injection lors d'un essai de fioul dans une cavité ouverte soumise à une pressurisation de $p_i^1 = p_i^f = 3$ MPa. La géométrie du modèle est la même que dans les paragraphes précédents. Les paramètres concernant la dissolution sont les suivants :

$$a_s = 3,16 \cdot 10^{-4} \text{ /MPa}, \qquad \beta_b = 2,57 \cdot 10^{-4} \text{/MPa}, \qquad \varpi = 0,416 \cdot 10^{-4} \text{ /MPa}$$
$$\acute{t}_c^{diss} = 1 \text{ jour}$$

Les résultats du calcul sont donnés sur la figure A.9.

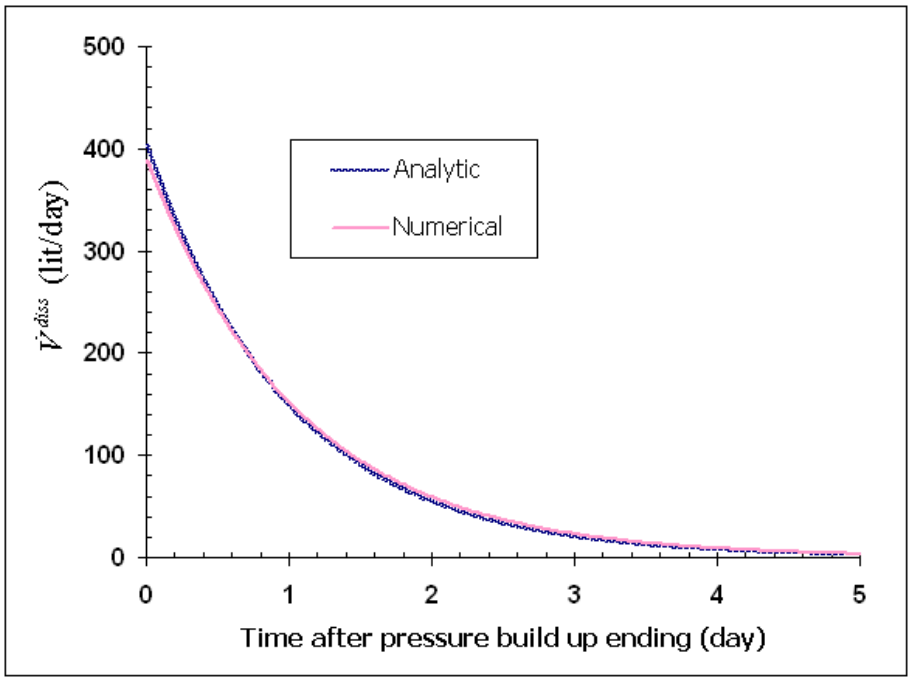


FIG. A.9 – *L'évolution de la vitesse de création du volume dissous.*

Bibliographie

[1] Munson D.E. et Dawson P.R., (1984), Salt constitutive modeling using mechanism maps, *Proc. 1st conf. Mech. Beh. of Salt*, Trans Tech Pub., Clausthal-Zellerfeld, pp.717-737.

[2] Lemaitre J., (1970), Sur la détermination des lois de comportement des matériaux élastoviscoplastiques, Thèse, Edition ONERA N°135, Paris.

[3] Menzel W. et Schreiner W., (1977), Zum geomechanischen verhalten von stein saltz-verschiedenen lagerstatten der DDR, *Neue Bergbautechnik*, Vol.7, Teil II, pp.565-571.

[4] Lux K.H. et Heusermann S., (1983), Creep Tests on Rock Salt with Changing Load as a Basis for the Verification of Theoritical Material Laws, *Proc. 6th Symp. on Salt*, B.C. Shreiber and H.L. Harner ed., Salt Institute, Vol I, pp.417-435.

[5] Brouard B., Bérest P., Couteau J., (1997), Influence of the leaching phase on the mechanical behavior of salt caverns. Proc. SMRI Spring Meeting, Cracow, pp.37-49.

[6] Pouya A., (1991), Comportement rhéologique du sel gemme - Application à l'étude des excavations souterraines, Thèse, ENPC, Paris.

[7] Bérest P., Ledoux E., Legait B. et de Marsily G., (1979), Effets thermiques dans les cavités en couches salifères, Proc. 4ème Congrès I.S.M.R., Montreux, Vol.I, pp.31-35, Balkema Ed., Rotterdam.

[8] Van Sambeek L., Bérest P. et Brouard B., (2005), Improvment in mechanical integrity test for solution-mined caverns, Report for the Solution Mining Research Institute.

[9] Bonnet, M., Frangi A., (2006), Analyse des solides déformables par la méthode des éléments finis, Ed. de l'Ecole Polytechnique, P.298.

Annexe B

La méthode d'optimisation GBNM

B.1 Introduction

Dans ce mémoire, les calages des paramètres du modèle numérique ont été effectués par la méthode GBNM. Cette méthode a été étudiée et développée par Luersen et Rodolphe (2004) [1]. La sous-méthode locale utilisée dans GBNM est basée sur l'algorithme classique de Nelder-Mead (Paragraphe B.3). Un attribut de l'algorithme de Nelder-Mead est ne pas requérir le calcul de gradient. On a choisi cette méthode car le calcul de gradient et de sensibilité dans notre code de calcul était une étape laborieuse et délicate. Le second avantage de Nelder-Mead est d'être une méthode rapide et précise par rapport aux recherches stochastiques. Par exemple, les algorithmes génétique sont numériquement coûteux quand on a besoin de résultats précis. Ces avantages de Nelder-Mead sont ceux, plus généralement, des algorithmes de recherche directe.

Cependant la méthode classique de Nelder-Mead présente des inconvénients : elle s'applique à des variables sans bornes et à des problèmes sans contraintes, elle s'arrête quand un minimum local est trouvé, et la recherche peut échouer par stagnation sur un point non stationnaire. C'est pourquoi des améliorations de la méthode de Nelder-Mead sont proposées. GBNM est donc un algorithme pragmatique car :

- il résout des problèmes avec contraintes en variables réelles et bornées
- il ne nécessite pas de calcul de gradient car il s'appuie sur la méthode de Nelder-Mead
- il constitue une méthode locale pouvant devenir globale. La globalisation de GBNM vient d'une procédure de ré-initialisation, qui utilise une densité de probabilité adaptative en conservant une mémoire des recherches locales passées.

Dans les paragraphes suivants les composantes de l'algorithme GBNM, extrait de Luersen M.A. (2004) [3], sont successivement présentées.

B.2 Ré-initialisation probabilisée d'une recherche locale

Les optimiseurs locaux peuvent exécuter une recherche globale lorsqu'ils sont ré-initialisés en différents points du domaine. Les méthodes de ré-initialisation les plus

simples sont l'utilisation d'une grille régulière de points ou la ré-initialisation aléatoire. Contrairement au premier cas, dans le deuxième cas aucune connaissance acquise lors des recherches précédentes n'est utilisée pour les ré-initialisations ultérieures. Ainsi, des recherches locales similaires, convergeant vers le même optimum local sont susceptibles d'être répétées, ce qui entraîne un surcoût numérique important. Une motivation essentielle dans le développement de GBNM était le pragmatisme. Ainsi, le nombre total d'analyses pour l'optimisation est connu *a priori*, ce qui sert de critère d'arrêt à GBNM. La démarche de GBNM pour piloter les initialisations de recherches locales cumule les avantages des grilles (points initiaux couvrant l'espace de recherche) et de l'aléatoire (pas de nombre de ré-initialisations nécessaire). Il s'agit de construire une densité de probabilité spatiale de redémarrage de recherche locale. Plus précisément, une densité de probabilité de ne pas avoir exploré une région autour d'un point x, $\phi(x)$ est construite. GBNM privilégiera les régions où ϕ est la plus importante pour relancer une recherche locale.
Connaissant un certain nombre de points déjà explorés, une densité de probabilité $p(x)$ d'avoir exploré une région autour d'un point x déjà échantillonné est estimée par une méthode de fenêtres de Parzen Gaussiennes. $p(x)$ est écrite comme

$$p(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} p_i(x) \tag{B.1}$$

où N est le nombre de points déjà échantillonnés, et p_i est la fonction densité de probabilité multidimensionnelle,

$$p_i(x) = \prod_{j=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_j^2}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x_j - \overline{X}_j^i}{\sigma_j} \right)^2 \right] \tag{B.2}$$

n est la dimension (nombre de variables), et σ_j^2 représente les variances estimées par $\sigma_j^2 = \alpha(x_j^{max} - x_j^{min})^2$ où α est un paramètre positif qui contrôle l'étalement des Gaussiennes et x_j^{max} et x_j^{min} sont les bornes supérieure et inférieure dans la direction j. La densité de probabilité p est telle que $\int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx = 1$, mais comme un domaine borné Ω est considéré, une probabilité bornée $\tilde{p}(x)$ est établie

$$\tilde{p}(x) = \frac{p(x)}{M} \ , \qquad M = \int_{\Omega} p(x)dx \tag{B.3}$$

telle que $\int_{\Omega} \tilde{p}(x)dx = 1$. Une densité de probabilité d'explorer une nouvelle région autour de x, $\phi(x)$, est une densité de probabilité de ne pas avoir exploré une région autour de x auparavant. $\phi(x)$ est construite de la manière suivante. Seul le point le plus haut x^H de $\tilde{p}(x)$ a une probabilité nulle de ne pas être échantillonné à l'itération suivante. La densité de probabilité ϕ est alors calculée comme

$$\phi(x) = \frac{H - \tilde{p}(x)}{\int_{\Omega}(H - \tilde{p}(x))dx} \ , \qquad H = \max \tilde{p}(x). \tag{B.4}$$

La maximation de $\phi(x)$ est effectuée de façon approchée par la stratégie suivante : N_r points sont tirés au hasard et celui qui maximise $\phi(x)$ sera le point de départ de la prochaine recherche. Notons que pour maximiser $\phi(x)$, il n'est pas nécessaire de calculer ni M ni H : le maximum de ϕ est le minimum de p.

B.3 Algorithme de Nelder-Mead amélioré

La méthode de Nelder-Mead (1965) [2] utilise un arrangement de $(n+1)$ points x_i où la fonction coût est évaluée, n étant la dimension du domaine de recherche. Cet arrangement peut être vu comme les sommets d'un simplexe. Un simplexe régulier de taille initiale a est initialisé en x_0, par exemple au moyen de la règle suivante :

$$x_i = x_0 + pe_i + \sum_{k=1,\ k\neq i}^{n} qe_k \ , \qquad i = 1, n \tag{B.5}$$

Où

$$\begin{aligned} p &= \tfrac{a}{n\sqrt{2}}\left(\sqrt{n+1} + n - 1\right) \\ q &= \tfrac{a}{n\sqrt{2}}\left(\sqrt{n+1} - 1\right) \end{aligned} \tag{B.6}$$

et où e_i sont les vecteurs unitaires de la base. Chaque itération de la méthode commence avec les points d'un simplexe et les valeurs correspondantes de la fonction coût. Le simplexe est modifié à travers les opérations de *réflexion*, d'*expansion*, de *contraction*, ou par un *rétrécissement*. Un point est accepté ou rejeté en fonction de sa valeur de fonction coût. La figure B.1 montre les effets de ces opérations pour un simplexe dans un domaine bidimensionnel (un triangle). Une itération génétique présente deux possibilités : i) un nouveau sommet au moins meilleur que le plus mauvais sommet lui est substitué, sinon, ii) un rétrécissement est effectué où un ensemble de n nouveaux points plus le meilleur des anciens points constituent le simplexe de la prochaine itération. L'organigramme de la méthode de Nelder-Mead est présenté dans la figure B.2. Les valeurs recommandées pour les coefficients de réflexion (r), contraction (β) et expansion (γ) sont 1, $\frac{1}{2}$ et 2 respectivement.

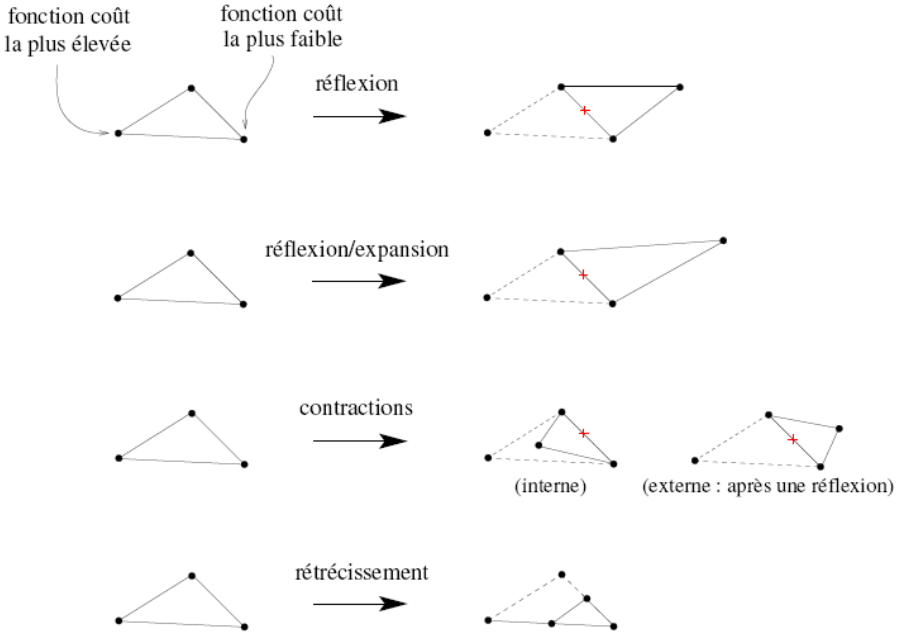


FIG. B.1 – *Opérations que le simplexe subit dans la méthode de Nelder-Mead.*

Une interprétation intuitive de cet algorithme est qu'une direction de recherche est définie par le plus mauvais point (celui dont la fonction coût est la plus élevée) et le

barycentre des sommets hormis le plus mauvais. Le simplexe peut accélérer (expansion) ou décélérer (contraction) dans cette direction pour localiser une région optimale et zoomer (rétrécissement) vers l'optimum. La recherche s'achève quand les valeurs des fonctions aux sommets sont proches :

$$\text{stop si} \quad \sqrt{\sum_{i=1}^{n+1} \frac{(f_i - \bar{f})^2}{n}} < \epsilon \ , \qquad \bar{f} = \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} f_i \tag{B.7}$$

où f_i est la valeur de la fonction coût en x_i et ϵ est un petit scalaire positif.
La convergence vers un point de minimum n'est pas garantie pour la méthode de Nelder-Mead. L'explication de l'échec éventuelle est la capacité du simplexe à se déformer pendant la recherche, où des déformations répétées peuvent amener à une dégénérescence du simplexe sur un sous-espace du domaine, ou à traverser des bassins d'attractions si la taille du simplexe est suffisamment grande. Malgré ces inconvénients, l'algorithme de Nelder-Mead est probablement la méthode de recherche directe la plus utilisée et référencée. En général, elle est très efficace et rapide par rapport aux autres méthodes de recherche directe.

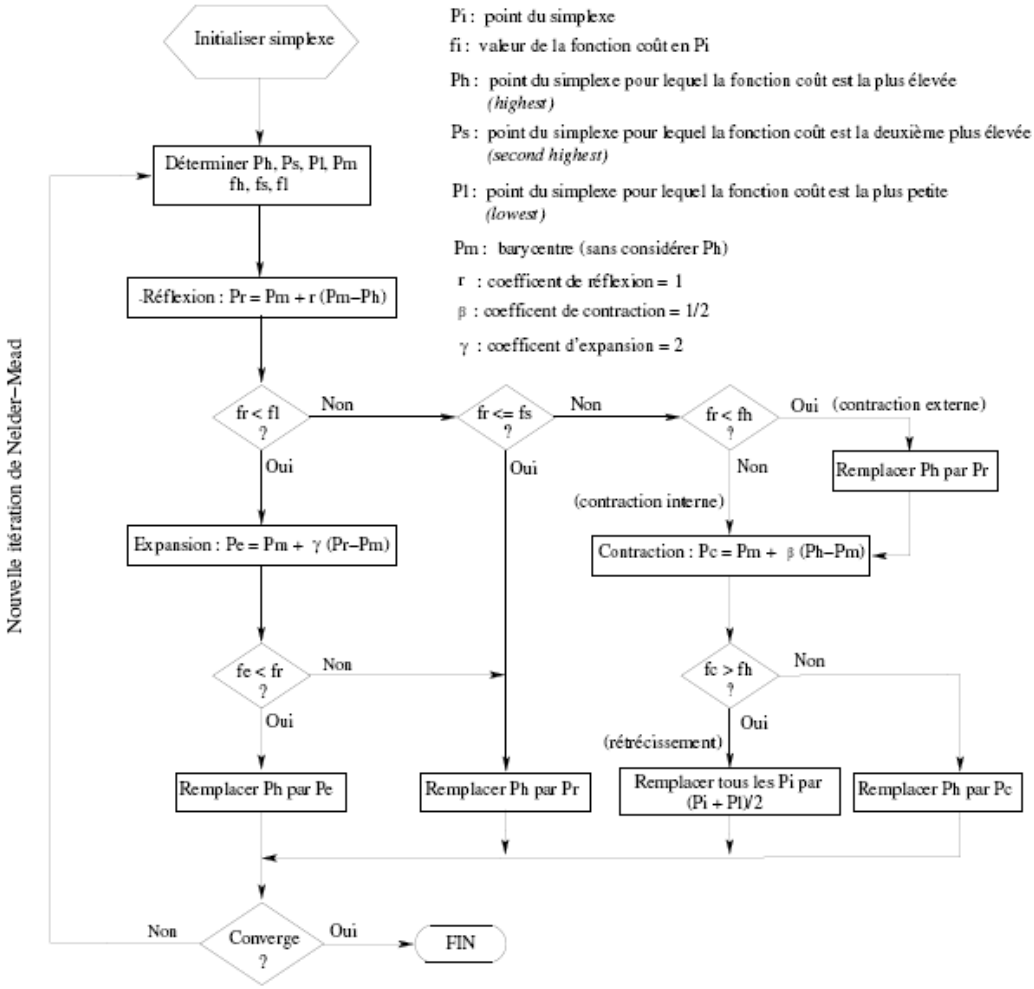


FIG. B.2 – *Organigramme de la méthode de Nelder-Mead.*

B.3.1 Détection et traitement des dégénérescences

La dégénérescence du simplexe est le symptôme le plus courant d'un échec de la recherche avec Nelder-Mead. Il est possible que lors des opérations sur le simplexe certaines arêtes attachées à un même sommet deviennent linéairement dépendantes. Dans ce cas, la méthode de Nelder-Mead n'est capable de rechercher un minimum que dans le sous-espace décrit par les arêtes. Afin d'éviter ce problème, une vérification de la dégénérescence a été mise en oeuvre à chaque itération par Luersen M.A. (2004)[3]. Pour cette vérification, deux tests sont faits sur les arêtes du simplexe qui partent du sommet de plus faible fonction coût. Le simplexe est considéré dégénéré s'il n'est pas petit (la définition de simplexe petit, utilisé comme critère de convergence, est donnée au paragraphe B.4), s'il ne touche pas les bornes et si l'une des condition suivantes est satisfaite :

$$\frac{\min_{k=1,n} \|\boldsymbol{e}^k\|}{\max_{k=1,n} \|\boldsymbol{e}^k\|} < \epsilon_{deg1} \qquad ou \qquad \frac{det[\boldsymbol{e}]}{\prod_k \|\boldsymbol{e}^k\|} < \epsilon_{deg2} \tag{B.8}$$

où $\boldsymbol{e}^k$ est la k-ième arête, $\boldsymbol{e}$ est la matrice formée par les composantes des arêtes, et ϵ_{deg1} et ϵ_{deg2} sont des petites constantes positives. Le premier test vérifie s'il y a une arête très petite par rapport aux autres et le deuxième test analyse la dépendance linéaire des arêtes.

Si la dégénérescence est détectée pour un simplexe intérieur au domaine de définition des variables, il est ré-initialisé en utilisant comme point initial son meilleur sommet. Les autres sommets du simplexe sont définis suivant l'équation B.6. Le test de dégénérescence n'est pas exécuté lorsque des sommets touchent les bornes des variables car la dégénérescence peut être légitime et la recherche peut continuer sur ces bornes. Pour un simplexe complètement sur les bornes, si le nombre d'arêtes linéairement indépendantes du simplexe (Range($\boldsymbol{e}$)) est égal à la dimension du sous-espace (n - nombre de bornes active), cette dégénérescence est légitime.

B.3.2 Prise en compte des bornes

L'algorithme original de Nelder-Mead a été proposé pour des problèmes sans bornes. Or une grande partie des problèmes d'optimisation ont des variables bornées. Pour leur appliquer la méthode de Nelder-Mead, une stratégie de prise en compte des bornes par projection est mise en oeuvre :

$$\begin{aligned} &\text{si } (x_i < x_i^{min}), \qquad x_i = x_i^{min} \\ &\text{si } (x_i > x_i^{max}), \qquad x_i = x_i^{max} \end{aligned} \tag{B.9}$$

où x_i est la i-ème coordonnée du point x à analyser et x_i^{min} et x_i^{max} sont les bornes dans la direction i. La projection peut intervenir après les étapes de réflexion ou d'expansion. Une conséquence de la projection sur les bornes est que le simplexe peut dégénérer dans l'hyperplan des bornes actives. Si le simplexe a convergé avec des bornes actives, il peut soit avoir convergé vers un minimum local, soit avoir convergé vers un minimum dégénéré. En guise de test d'optimalité le long des bornes, un redémarrage est réalisé à partir d'un petit simplexe au point de convergence. Si la recherche retourne au même point, il s'agit d'un minimum local sur les bornes. Remarquons que la taille du petit simplexe de redémarrage

doit être supérieure à celle du critère de convergence et suffisamment petite pour rester dans le même bassin d'attraction. Si le point de convergence avec bornes actives est un minimum dégénéré, la recherche continue vers un autre minimum.

B.4 Assemblage des améliorations : GBNM

La mise en oeuvre des améliorations de l'algorithme de Nelder-Mead, qui composent GBNM, est basée sur un jeu d'options de ré-initialisation dont l'organigramme est en figure B.3. Les ré-initialisations ont deux objectifs.

Premièrement, la ré-initialisation probabilisée qui est basée sur la densité p, vise à coordonner plusieurs recherches locales jusqu'à ce qu'un nombre total fixe d'analyses, C_{max}, soit atteint. La probabilité de trouver l'optimum global croît avec le nombre d'analyses. C'est l'aspect globalisé de la méthode. Dans l'implémentation des ré-initialisations probabilisées utilisé ici, la taille initiale a du simplexe est 10% de la plus petite dimension du domaine.

Deuxièmement, les ré-initialisations sont utilisées pour améliorer et vérifier les convergences locales de l'algorithme. Les deux schémas associés à la convergence initialisent un nouveau simplexe en utilisant comme point initial le meilleur point du simplexe courant. Les ré-initialisations nommées *small test* et *large test* utilisent un simplexe petit et grand, de tailles a_s et a_l respectivement. Ces ré-initialisations sont associées au test d'optimalité sur les bornes et à la dégénérescence dans le domaine respectivement.
La convergence des recherches locales de Nelder-Mead avec variables bornées est estimée à travers trois critères : *small, flat ou degenerated simplex*, pour vérifier si le simplexe est petit, plat ou dégénéré respectivement.
Le simplexe est petit si

$$\max_{k=1,n+1} \left(\sum_{i=1}^{n} \left| \frac{e_i^k}{x_i^{max} - x_i^{min}} \right| \right) < \epsilon_{small} \tag{B.10}$$

où e_i^k est la i-ème coordonnée de la k-ième arête et ϵ_{small} est une valeur de tolérence. Ici, contrairement au calcul de la dégénérescence, toutes les arête du simplexe sont prises en compte. On considère ainsi qu'un minimum local est trouvé si le simplexe courant est petit (et pas sur les bornes). Le simplexe est plat si

$$|f_H - f_L| < \epsilon_{flat} \tag{B.11}$$

où f_H et f_L sont la valeur la plus haute et la plus faible de la fonction coût parmi les sommets du simplexe courant, respectivement. ϵ_{flat} est une valeur de tolérance. Ce test permet d'échapper, par un redémarrage probabilisé (T4), aux éventuelles régions plates de la fonction coût.

L'enchaînement des trois ré-initialisations (*probabilistic, small test et large test*) et des trois critère de convergence (*small, flat et degenerated simplex*) est montré en figure B.3. Une mémoire des points de convergence des recherches locales passées est conservée, ainsi on prévient des calculs inutiles pour les points déjà analysés (T3). Un simplexe qui est

dégénéré entraîne une ré-initialisation du type *large test* (T8). Quand l'optimalité des points de convergence est incertaine, comme une convergence sur les bornes, lorsque le simplexe est dégénéré (T6), un *small test* est exécuté. Une fois que le nombre d'évaluation atteint C_{max}, l'exécution se termine et le résultat de la recherche est une liste d'optima locaux (éventuellement globaux) possibles.

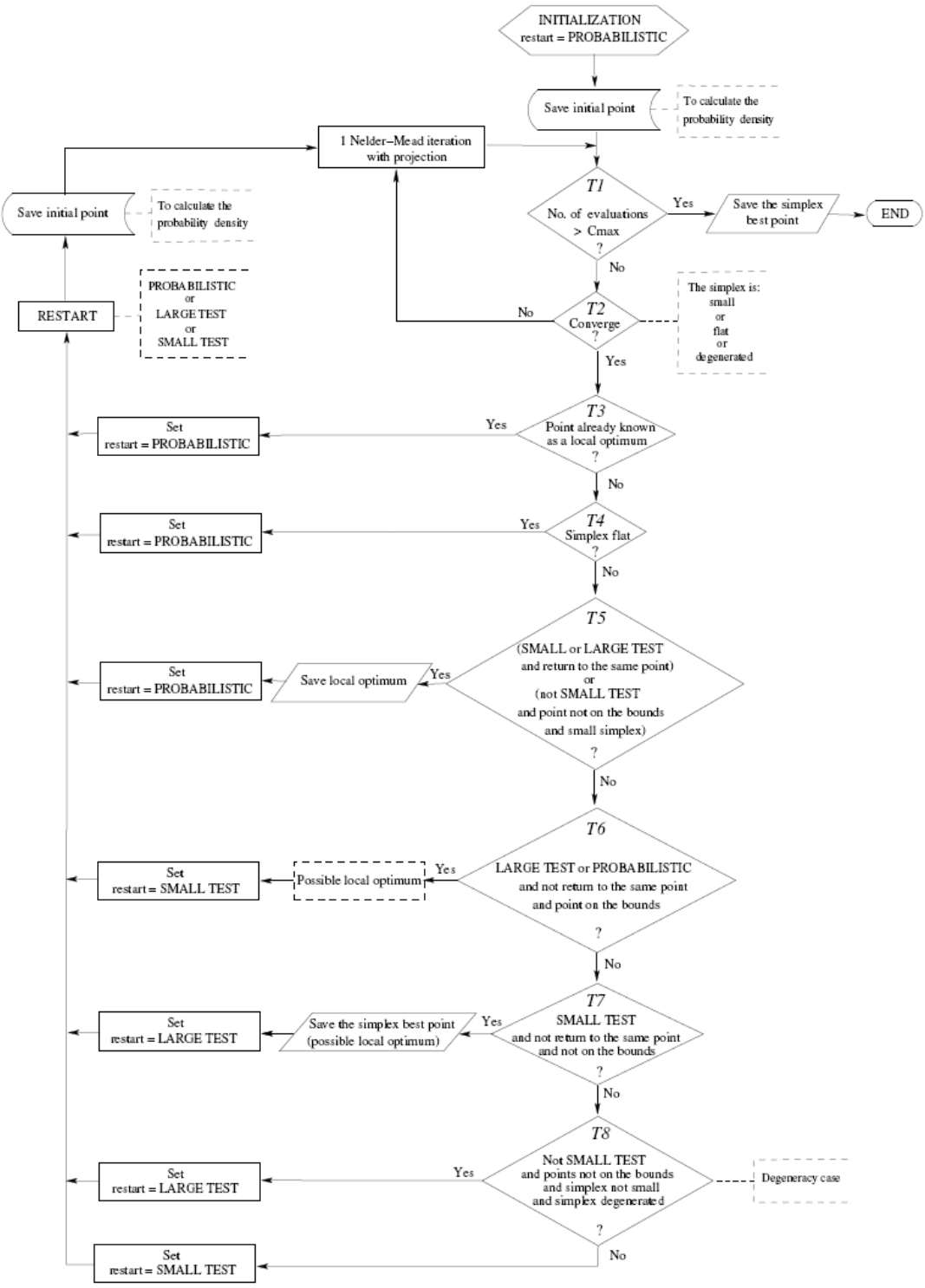


FIG. B.3 – *Organigramme de la méthode de GBNM.*

Bibliographie

[1] Luersen M.A. et Rodolphe L.R. (2004), Globalized Nelder-Mead method for engineering optimization, *Computers & Structures*, Vol.82, pp.2251-2260.

[2] Nelder J.A. et Mead R., (1965), A simplex for function minimization, *Computer Journal*, Vol.7, pp.308-313.

[3] Luersen M.A., (2004), GBNM : un algorithme d'optimisation par recherche directe - Application à la conception de monopalmes de nage, *Thèse de doctorat*, INSA de Rouen.

Annexe C

Calculs de la convection

C.1 Introduction

Les équations régissant la convection présentées au paragraphe A.1.4 sont résolues numériquement pour des différents cavernes utilisant le module CFD du code d'ADINA. Le régime d'écoulement dans les cavités de gaz et de liquide suivant le nombre de Rayleigh est souvent turbulent. Dans tous les calculs le modèle $k - \epsilon$ standard a été utilisé. Les résultats à long terme sont présentés dans la suite. Sur les parois de la cavernes on suppose une vitesse nulle du fluide (*No-slip condition*). La fonction de paroi (*Turbulent wall function*) qui donne le profil de la vitesse du fluide à proximité de la paroi est considérée selon la loi de Reichardt.

C.2 Cavité pleine de saumure

Quatre différentes cavernes comme illustrés sur la Figure C.1 sont considérés. Les cavités sont remplies de la saumure. Chaque modèle est constitué d'éléments solides qui représentent une partie du massif salifère et d'éléments fluides qui représentent la caverne. Les températures géothermiques sont imposées sur le contour du modèle (Figure C.2). La température géothermique relative au bord supérieur du maillage est égale zéro et augmente linéairement avec le gradient géothermique, $\frac{dT}{dz}$ sur le bord lateral. Ainsi il faut ajouter à ce dernier partout dans le modèle la température réelle au sommet du maillage. T_R représente la température géothermique à la profondeur moyenne de la caverne. dans le tableau C.1, les dimensions, le gradient géothermique et la température géothermique à la profondeur moyenne sont donnés.

Cas n°	Forme	Rayon (m)	Hauteur (m)	dT/dz (°C/m)	T_R (°C)
1	Cylindrique plat	15	6	0,01	0,25
2	Cylindrique allongé	5	50	0,01	0,75
3	Sphérique	10	20	0,01	0,4
4	Réelle (EZ53)	≈ 8	≈ 40	0,016	0,4

TAB. C.1 – *Paramètres des différentes cavernes considérés.*

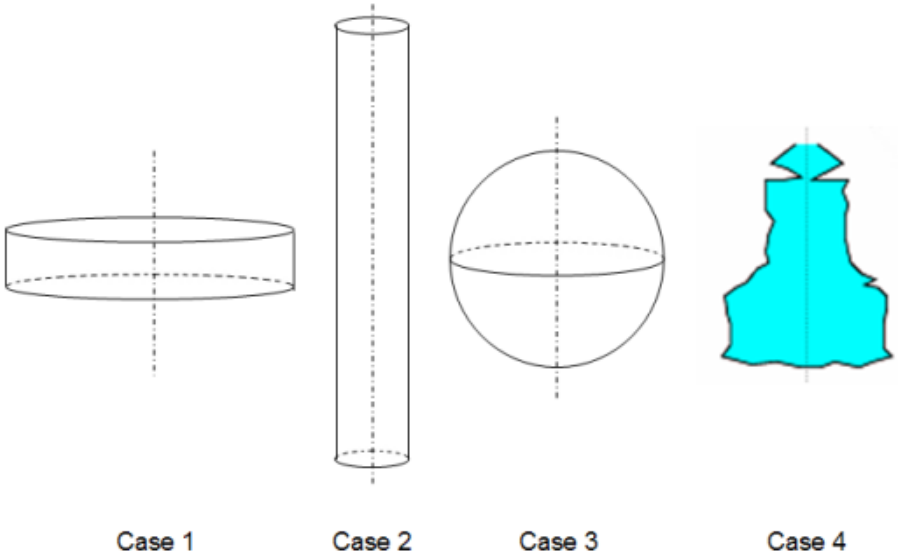


FIG. C.1 – *Différentes formes considérées dans les calculs de la convection.*

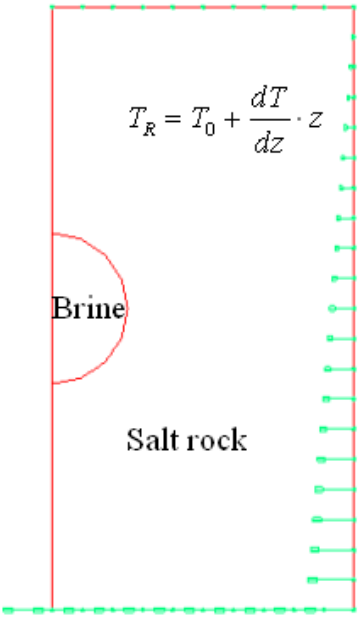


FIG. C.2 – *Schéma du modèle utilisé pour le calcul de la convection.*

C.2.1 Cas n°1

Dans ce cas on considère une cavité cylindrique plate. La cavité est pleine de saumure. Les caractéristiques du sel et de la saumure sont présentés dans le tableau C.2. Les iso-valeurs de la fonction de courant, Ψ, ($\frac{\partial \Psi}{\partial x} = v_y$, $\frac{\partial \Psi}{\partial y} = -v_x$) montrent les cellules de convection à l'état stationnaire (figure C.3). La température et l'amplitude de la vitesse dans la saumure sont illustrées sur les figures C.4 et C.5 respectivement.

Matériau	ρ (kg/m^3)	μ (Pa.s)	C_p (J/kg/°C)	K^{th} (W/m/°C)	α (/°C)
Saumure	1200	$1,2.10^{-3}$	3800	0,57	4.10^{-4}
Sel	2200	-	909	6	4.10^{-5}

TAB. C.2 – *Caractéristiques retenues du sel et de la saumure.*

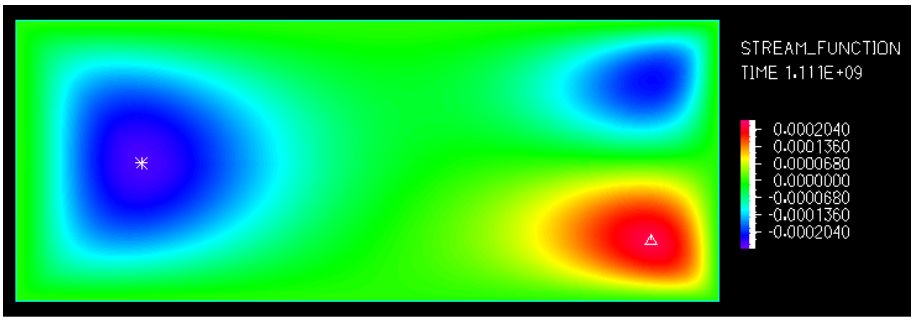


FIG. C.3 – *Fonction de courant dans le cas n°1.*

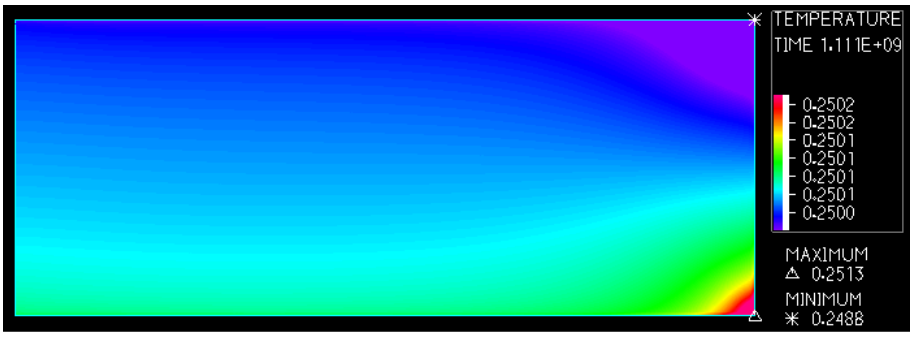


FIG. C.4 – *Distribution de la température dans le cas n°1.*

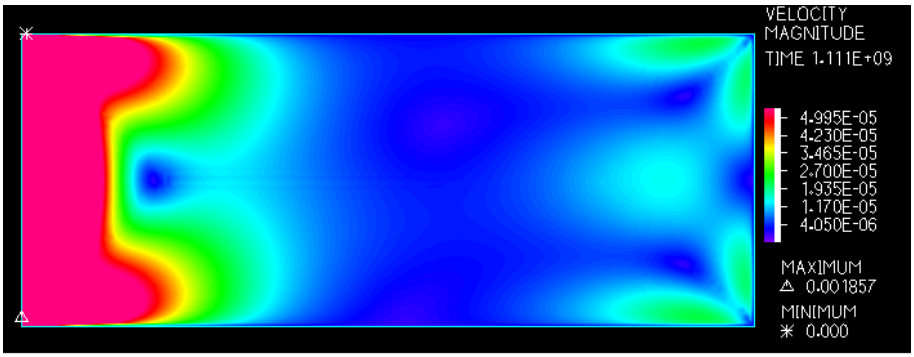


FIG. C.5 – *Amplitude de la vitesse en m/s dans le cas n°1.*

C.2.2 Cas n°2

Dans ce cas on considère une cavité cylindrique allongée. La cavité est pleine de saumure. Les iso-valeurs de la fonction de courant, la distribution de la température et la magnitude de la vitesse dans la saumure sont illustrées sur la figure C.6.

C.2.3 Cas n°3

Dans ce cas on considère une cavité sphérique. La cavité est pleine de saumure. Les iso-valeurs de la fonction de courant montrent les cellules de la convection à l'état stationnaire (figure C.7). L'écoulement est dans le sens des aiguilles d'une montre. La distribution de la température et l'amplitude de la vitesse dans la saumure sont illustrées sur les figures C.8 et C.9 respectivement.

C.2.4 Cas n°4

Dans ce cas on considère la cavité EZ53. Le volume de la cavité est à peu près 8000 m^3. Les iso-valeurs de la fonction de courant montrent les cellules de convection à l'état stationnaire (figure C.10). La distribution de la température et l'amplitude de la vitesse dans la saumure sont illustrées sur les figures C.11 et C.12 respectivement.

C.2.5 Conclusion

Dans tous les cas, l'écoulement de la saumure sur l'axe de la caverne est vers le haut. Les vitesses sur l'axe sont plus fort que d'ailleurs. Le gradient de la température dans la saumure à l'état stationnaire est extrêmement faible.

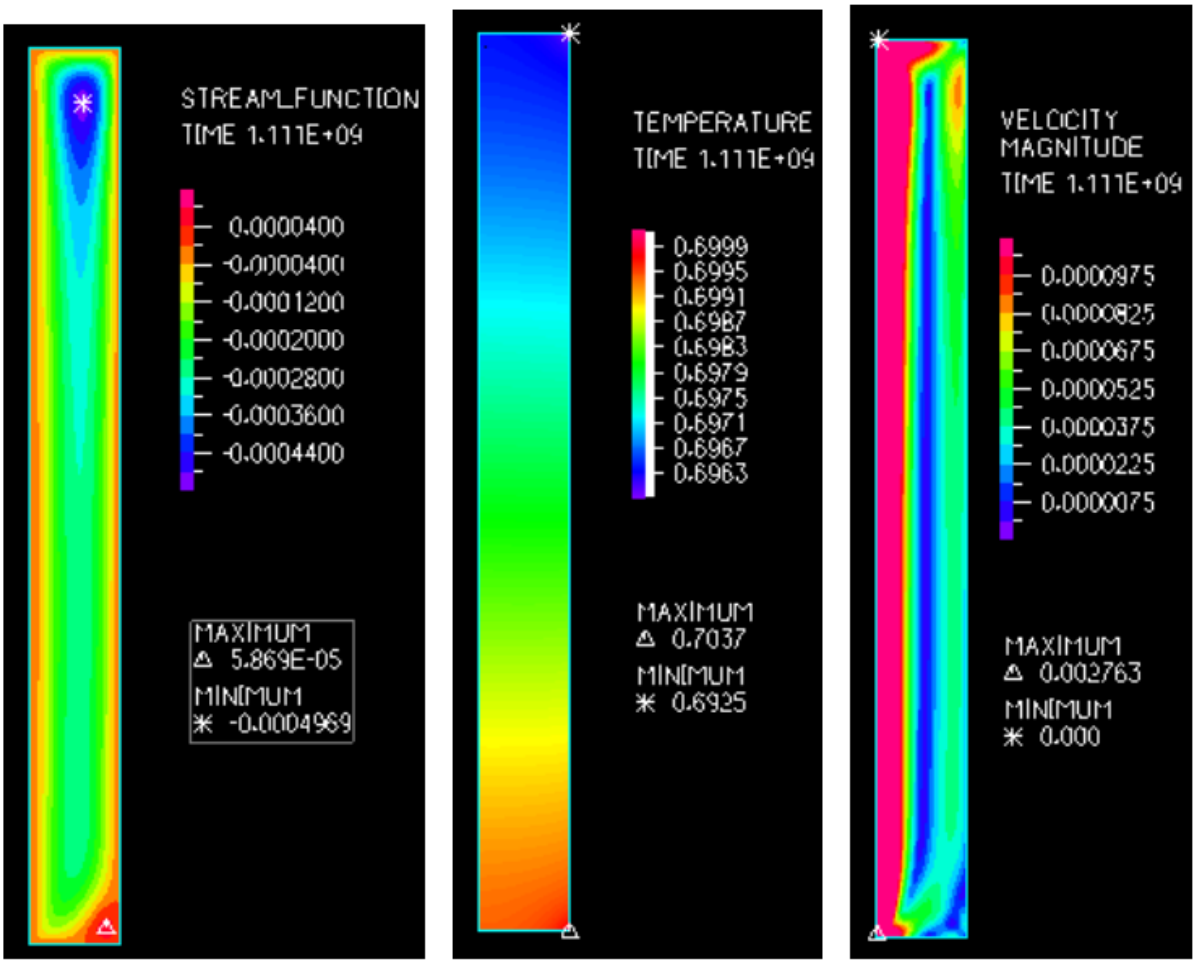


FIG. C.6 – *Fonction de courant (gauche), température (centre) et la vitesse (droit) dans le cas n°2.*

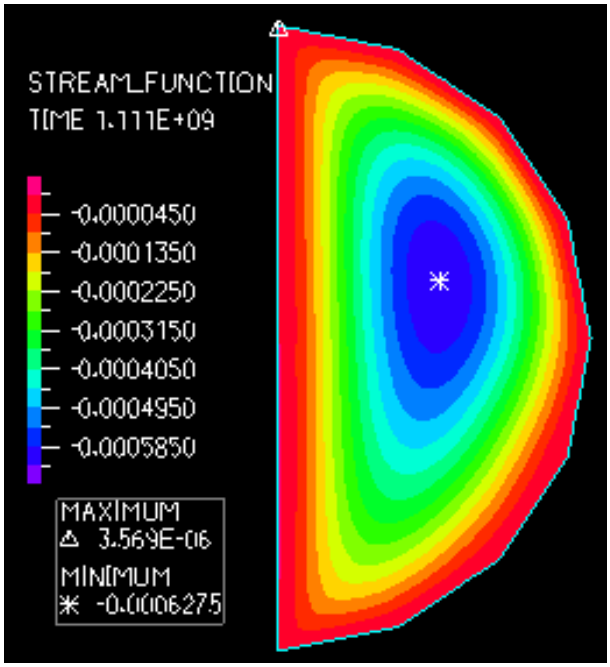


FIG. C.7 – *Fonction de courant dans le cas n°3.*

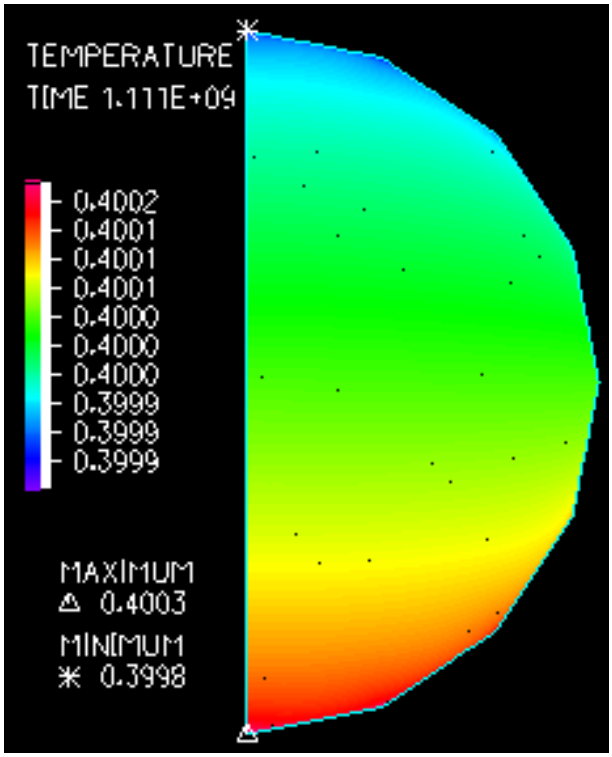


FIG. C.8 – *Distribution de la température dans le cas n°3.*

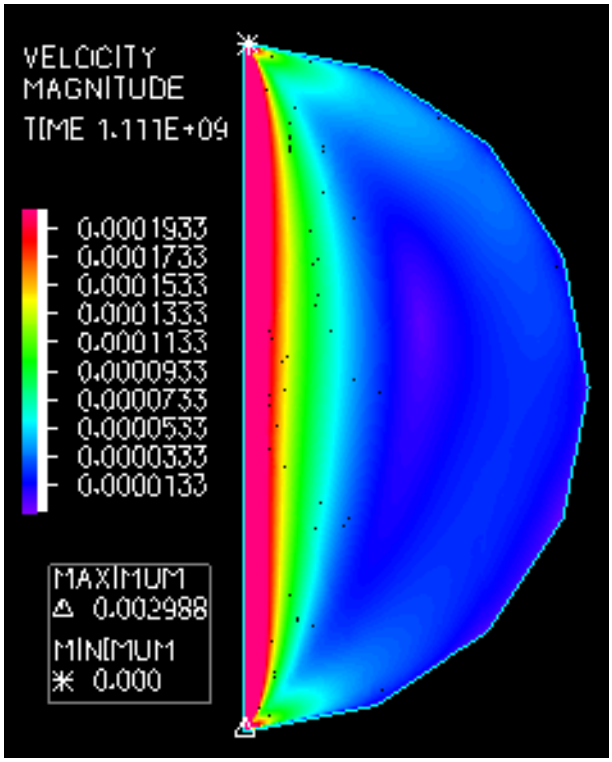


FIG. C.9 – *Amplitude de la vitesse en m/s dans le cas n°3.*

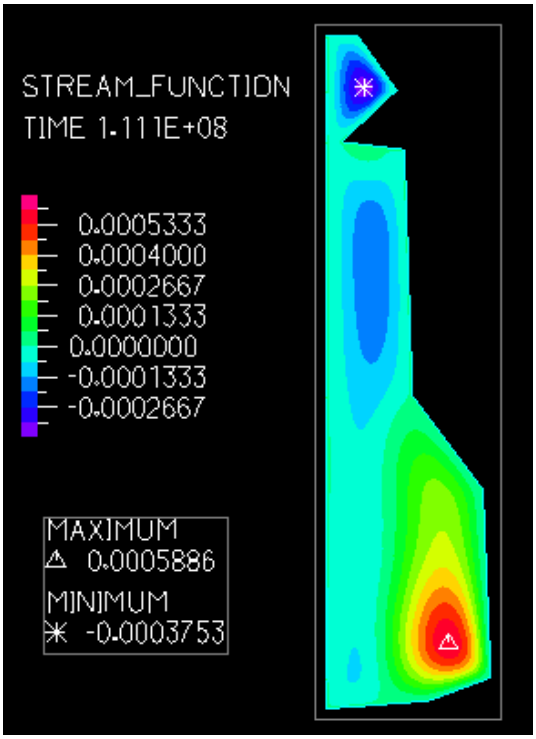


FIG. C.10 – *Fonction de courant dans le cas n°4.*

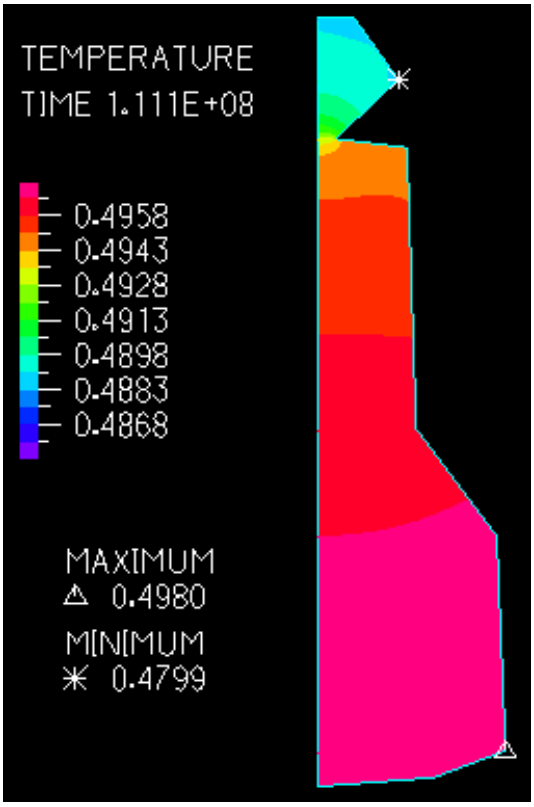


FIG. C.11 – *Distribution de la température dans le cas n°4.*

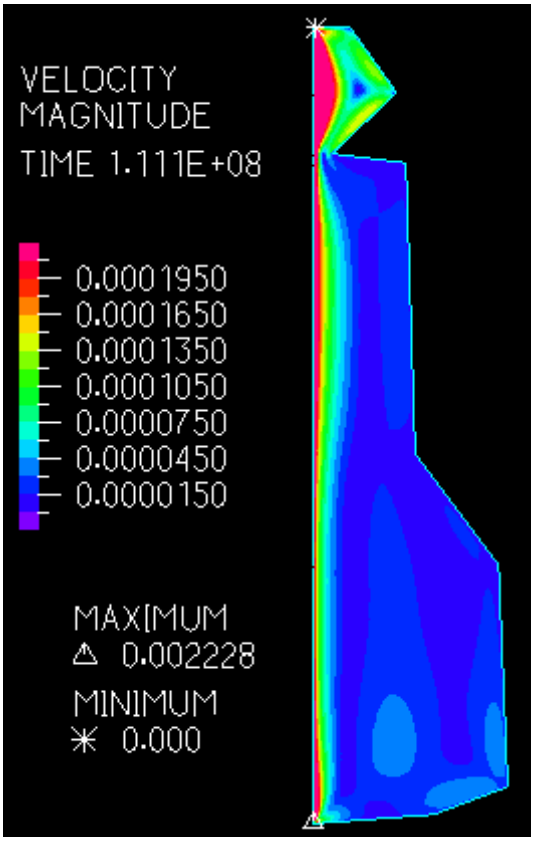


FIG. C.12 – *Amplitude de la vitesse en m/s dans le cas n°4.*

Conclusions et Perspectives

Cette étude montre l'importance du comportement transitoire des cavités salines car contrairement à l'hypothèse simplificatrice du régime stationnaire, on en est souvent très loin et la phase transitoire peut durer des décennies. D'autre part, l'existence de divers phénomènes physiques peut introduire un comportement complexe dont l'interprétation nécessite la prise en compte de couplages pour l'ensemble des phénomènes.

Un outil numérique simulant le comportement à court terme ainsi qu'à long terme a été adapté avec la méthode des Eléments Finis. Ainsi un modèle rhéologique adapté au comportement transitoire du sel a été développé, calé notamment par des essais à faible contrainte sur des échantillons du sel. Cet outil a été utilisé pour l'interprétation d'essais in situ comme les essais d'étanchéité, les essais de fracturation hydraulique et les essais d'abandon. Un algorithme d'optimisation a été mis en oeuvre pour caler les paramètres du modèle aux mesures in situ.

Cette étude principalement analytique et numérique a été enrichie par des interprétations d'essais in situ. Les calculs montrent que la non prise en compte du transitoire mécanique peut amener à une surestimation de la fuite réelle au cours d'un essai d'étanchéité, ou résulter en une sous-stimation de la contrainte in situ dans un essai de fracturation hydraulique. La prise en compte de couplage des phénomènes thermique, perméation et mécanique pour l'interprétation d'un essai d'abandon, conduit en vue de prévoir le comportement à long terme, est indispensable.

Ainsi, les conclusions principales de l'étude sont récapitulées comme suit :

- La durée du transitoire mécanique dans une caverne est extrêmement longue par rapport à la même durée pour une éprouvette dans un essai triaxial.
- Sans la prise en compte du transitoire géométrique, on sous-estime les contraintes in situ dans un essai de fracturation hydraulique.
- Sans la prise en compte des phénomènes transitoires (THMC), en particulier le fluage inverse, on surestime la fuite réelle pendant un essai d'étanchéité.
- L'injection d'une petite quantité de gaz dans une caverne abandonnée diminue l'expansion thermique transitoire et limite le risque de fracturation.

Les remarques suivantes présentent les principales perspectives de l'étude :

- Le comportement hydraulique des massifs de sel est un sujet de recherche ouvert. La perméabilité du massif et les propriétés hydro-mécaniques ne sont pas très bien connues.

- La notion d'évolution au cours du temps de la pression de fracturation, mise en évidence par les calculs, n'a jamais été validée par les essais de fracturation.
- La réalisation d'un essai d'abandon dans une caverne présentant un grand écart initial de température avec le massif rocheux permettra d'étendre la validation du modèle développé au cas d'un effet thermique important.