



Ecole doctorale n° 432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

THÈSE

pour obtenir le grade de

Docteur

de

l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers

Spécialité "Mécanique"

*présentée et soutenue publiquement
par*

Jean-Vincent LE LAN

le 19 décembre 2007

ETUDE DE METHODES SIMPLIFIEES POUR LA SIMULATION DE L'USINAGE A L'ECHELLE MACROSCOPIQUE

Directeur de thèse : Gérard COFFIGNAL

Co-encadrement de la thèse : Philippe LORONG et Arnaud LARUE

Jury :

M. Pierre BOURDET , Professeur, LURPA, ENS de Cachan	Président
M. Henri PARIS , Professeur, G-SOP, U.J.F. Grenoble	Rapporteur
M. Benoît FURET , Professeur, IRCCYN, Centrales Nantes	Rapporteur
M. Jean-François DEBONGNIE , Professeur, LMF, Université de Liège	Examineur
M. Philippe LORONG , Maître de Conférences, LMSP, ENSAM, Paris.....	Examineur
M. Arnaud LARUE , Maître de Conférences, LMSP, ENSAM, Paris	Examineur
M. Gérard COFFIGNAL , Professeur, LMSP, ENSAM, Paris	Examineur
M. Stéphane DEBLAISE , Ingénieur, Chef de Projet Ingénierie, Renault	Invité

Laboratoire de Mécanique des Systèmes et des Procédés
ENSAM, CER de Paris

Table des matières

Remerciements	5
Introduction	7
Nomenclature	9
I Préliminaires	11
Introduction	13
1 Modélisation du processus de coupe par l'étude des efforts exercés entre l'outil et la pièce.	15
1.1 Energie spécifique de coupe.	15
1.1.1 Remarque sur les grandeurs généralement disponibles.	16
1.2 Principaux modèles d'effort de coupe.	17
1.2.1 Modèle de Kienzle.	17
1.2.2 Modèle linéaire.	17
1.3 Identification d'une loi de coupe.	18
2 Principales hypothèses utilisées.	21
2.1 Influence du déplacement relatif outil-pièce sur l'effort de coupe.	21
2.2 L'impact de l'enlèvement de matière.	22
2.2.1 Impact sur le comportement des pièces dans le domaine automobile.	22
2.2.2 Relaxation des contraintes résiduelles.	22
3 Notions sur la méthode des éléments finis et condensation statique.	23
3.1 Notions sur la méthode des éléments finis.	23
3.1.1 Principe des travaux virtuels.	23
3.1.2 La méthode des éléments finis (version très rapide)	24
3.2 Condensation statique.	25
II Evaluation de l'erreur de forme	27
Introduction aux modèles macroscopiques de prédiction de l'erreur de forme	29
1 Etat de l'art à l'échelle macroscopique	31
1.1 Le défaut dû au bridage.	31
1.1.1 Utilisation d'un blocage isostatique.	31
1.1.2 Introduction de contacts unilatéraux dans la direction du serrage.	32
1.2 Influence de l'effort de coupe.	33

1.2.1	Méthodes simplifiées basées sur la statique.	34
1.2.2	Méthodes "complètes" en statique et en dynamique.	34
1.2.3	Simulation de l'effort de coupe.	35
2	La méthode industrielle actuelle : la méthode statique.	37
2.1	Méthode statique.	37
2.1.1	Le cas du tournage.	37
2.1.2	Généralisation au fraisage.	38
2.1.3	Aspects numériques et condensation de Guyan.	39
2.2	Mise en oeuvre et validation expérimentale.	40
2.2.1	Application de la méthode sur une face de carter cylindre.	40
2.2.2	Limitations.	42
2.3	Amélioration de la méthode statique par prise en compte de l'outil.	42
2.3.1	Formalisation de la prise en compte de l'outil dans la méthode statique.	43
2.3.2	Application de la méthode avec la prise en compte de l'outil.	43
2.4	Limites du champ d'application de la méthode statique améliorée.	44
2.4.1	Application de la méthode au fraisage d'un carter de boîte de vitesse.	44
2.4.2	Conclusions.	44
3	Méthode dynamique	47
3.1	Présentation de la méthode dynamique.	47
3.1.1	Hypothèses et simplifications.	48
3.1.2	Mise en équation.	48
3.1.3	Résolution par la méthode de Newmark.	50
3.1.4	Le second membre.	50
3.1.5	Influence de la modélisation de la coupe par un chargement ponctuel.	50
3.1.6	Retour sur les objectifs de la méthode.	53
3.2	Application au tournage.	53
3.2.1	Application de la méthode sur un disque de frein.	54
3.2.2	Modélisation du système et analyse modale.	55
3.2.3	Régularisation du chargement par traitement de la matrice de souplesse résiduelle.	56
3.2.4	Validation expérimentale.	58
3.2.5	Conclusion	61
3.3	Application au fraisage.	61
3.3.1	Application de la méthode sur un carter de boîte de vitesse	61
3.3.2	Identification expérimentale des efforts de coupe.	61
3.3.3	Identification expérimentale des paramètres modaux.	62
3.3.4	Mise en oeuvre de la méthode dynamique.	64
3.3.5	Confrontation des résultats et validation de la méthode.	66
3.3.6	Analyse de l'influence des modes propres sur le défaut de forme.	67
3.3.7	Recoupe et durée de vie des outils.	68
3.3.8	Extension des résultats à la rugosité.	70
3.4	Extension de la méthode : Prise en compte de l'outil.	71
4	Conclusions sur les méthodes macroscopiques de prédiction de l'erreur de forme.	73
III	Evaluation du risque de broutement	75
	Introduction aux modèles macroscopiques de prédiction du broutement	77
	SDOF, MDOF, DDL?	77

1 Généralités sur le phénomène de broutement	79
1.1 Le broutement.	79
1.2 Modélisation du comportement d'un outil à partir d'un modèle à un degré de liberté. . . .	81
1.2.1 Recherche des domaines de stabilité par une approche fréquentielle.	82
1.2.2 Recherche des domaines de stabilité par une approche temporelle.	84
1.2.3 Influence de la raideur du système et de son amortissement.	87
1.3 Discussion sur l'effet des non-linéarités.	87
1.4 L'amortissement.	88
2 Modélisation du fraisage par un système à un Degré De Liberté pour la prédiction de la profondeur de passe critique.	91
2.1 Objectif de la méthode et cartes de broutement.	91
2.2 Mise en équation de la méthode statique.	92
2.2.1 Le calcul de la profondeur de passe critique d'un modèle SDOF.	92
2.2.2 Utilisation des éléments finis et application au fraisage.	92
2.2.3 Remarque : limitations de la méthode.	93
2.3 Mise en oeuvre de la méthode dans une problématique industrielle.	94
2.3.1 Présentation de l'opération.	94
2.3.2 Application de la méthode statique et comparaison avec des pièces d'essais. . . .	95
2.4 Conclusion.	96
3 La méthode MDOF.	99
3.1 Obtention de la matrice de transfert.	99
3.1.1 Définition du domaine d'étude.	99
3.1.2 Expression de la matrice de transfert d'une structure.	100
3.1.3 Influence de la correction statique sur les fonctions de transfert.	101
3.1.4 Prise en compte de l'interaction outil-pièce dans le modèle dynamique.	102
3.2 Mise en équation de la méthode MDOF dans le cas du fraisage.	102
3.2.1 L'épaisseur de copeau dans la formulation d'Altintas et Budak.	103
3.2.2 Les efforts de coupe dans la formulation d'Altintas et de Budak.	103
3.2.3 Adaptation de la méthode de Budak et Altintas à l'industrie automobile.	106
3.2.4 Application illustrative, influence de la correction statique et conclusions.	108
3.3 Comparaison des formulations des méthodes SDOF et MDOF.	109
4 Application de la méthode MDOF sur un cas industriel et comparaison des deux méthodes.	111
4.1 Application de la méthode MDOF au fraisage d'une face de carter cylindre.	111
4.2 Comparaison des deux méthodes.	113
5 Conclusion sur les méthodes de prédiction des risques de broutement.	115
Conclusion générale	117
Annexes	121
A Méthodologie pour l'analyse modale expérimentale	121
A.1 Description du matériel nécessaire.	121
A.1.1 Capteurs piezoélectriques.	121
A.1.2 Analyseur de Fourier.	121
A.2 Concept	122

B Résultats de mesure des disques.	123
C Courbes d'effort obtenues dans le cadre de l'identification de la loi d'effort de coupe du couple aluminium - outil de fraisage du CM PK4	125
D Formes modales identifiées sur le carter de boîte PK4.	127
E Extrait de la thèse de Huck sur la correction statique.	129
F Résultats de prédiction du broutement calculé par la méthode MDOF sur l'exemple de la face du carter cylindres.	131
Bibliographie.	140

Remerciements

Je tiens à remercier en quelques lignes les différents acteurs qui m'ont permis de réaliser ce travail de thèse. Mon encadrement académique : Jean-François Debongnie, Luc Masset, Gérard Coffignal, Philippe Lorong et Arnaud Larue ainsi que mes encadrants industriels chez Renault, Audrey Marty et Lucia Garcia Aranda. Je remercie de façon générale le service 66845 de la direction de l'ingénierie process de Renault, et plus particulièrement Stéphane Deblaise, Tommaso Dal Negro, Frank Koppka, Gérard Chéronneau, Xavier Verdié, Walter Belluco et Mickael Masson, sans qui ce travail de thèse ne serait probablement pas ce qu'il est.

Je remercie également mes deux stagiaires, Leonardo Kubota et Jérôme Brulin, pour le travail qu'ils ont accompli.

Je termine ces remerciements par mes parents et Lauriane qui ont bien sûr contribué, à leur manière, à ce travail.

Introduction

Il peut paraître étonnant de travailler encore aujourd'hui à des méthodes simplifiées, à l'heure de l'explosion de la puissance de calcul. Le développement de telles méthodes vise à répondre à deux questions.

La première question porte sur la quantité d'informations produites et nécessaires. Est-il vraiment nécessaire de calculer beaucoup de choses et le traitement de ces informations ne va-t-il pas être pénalisant? En général, une grande production d'informations demande la fourniture d'une grande quantité de données. La qualité de ces données peut alors être très influente sur les résultats ce qui pose le problème systématique de la validité des résultats.

La deuxième question reste, malgré les progrès techniques, celle du temps de calcul. En effet, un algorithme de faible complexité restera toujours plus rapide qu'un algorithme de complexité forte. Et, par suite, plus le temps de calcul est réduit plus on peut tester des configurations différentes.

Dans le contexte de la simulation de l'usinage pour l'industrie automobile, ces deux questions génériques deviennent deux exigences :

- Les données d'entrées doivent être des paramètres d'usinage courants et fiables et le résultat doit être directement applicable ;
- Le temps de calcul doit être suffisamment court pour que différentes configurations puissent être testées dans un temps raisonnable, inférieur à un ou deux jours.

C'est dans cette problématique que sont développées les méthodes présentées dans ce travail de thèse. Deux problèmes courants en production de grande série sont abordés, le respect de la tolérance de forme ainsi que l'instabilité de la coupe. Les coûts engendrés par ces deux problèmes, généralement résolus à force d'essais, justifient le recours à la simulation de l'usinage de manière à les éviter dès la phase de conception de la ligne de fabrication.

Dans une première partie, les fondations des méthodes présentées dans la suite sont posées. Ainsi, les lois d'effort de coupe utilisées ainsi que l'utilisation faite de la méthode des éléments finis sont exposées.

La deuxième partie est consacrée à la prédiction de l'erreur de forme. Pour cela, trois pièces issues de la production de Renault sont exploitées, un carter-cylindres, un disque de frein et un carter de boîtes de vitesses. Cette diversité de pièces permet de mettre en évidence les avantages et les limites d'une première méthode simplifiée, basée sur la statique. A partir des limites constatées, une nouvelle méthode, basée sur la dynamique de la pièce et de l'outil est proposée et validée sur l'exemple du disque de frein et du carter de boîtes de vitesses. Cette dernière méthode permet de prendre en compte les vibrations de la pièce ou de l'outil excités par la coupe. Elle ne permet pas de prendre en compte les phénomènes d'auto-excitation du système qui peut entraîner des instabilités, le broutement.

Les méthodes de prédiction du broutement sont exposées dans la troisième partie. De la même manière que dans la partie précédente, une première méthode est présentée. Cette méthode, très rapide permet

de donner une première indication des zones de broutement. Une méthode plus complète est présentée ensuite. Cette nouvelle méthode permet de prendre en compte l'influence de multiples dents engagées ainsi que de restituer plus précisément l'influence de l'orientation des efforts de coupe ainsi que des modes propres de la structure de la pièce.

La thèse a été financée par l'Association Nationale de la Recherche Technologique et Renault dans le cadre d'un contrat CIFRe, encadrée pour moitié à l'université de Liège au Laboratoire des Méthodes de Fabrication puis par le centre de Paris de l'ENSAM au Laboratoire de Mécanique des Structures et des Procédés.

Nomenclature

Les notations mathématiques sont les suivantes :

- Vecteur : $\vec{u}$;
- Matrice : $\underline{\underline{M}}$;
- Colonne : $\underline{q}$;
- Tenseur d'ordre 2 ou plus : $\mathbf{C}$.

Notations relatives aux lois de coupe.

k_c	Pression spécifique de coupe dans la direction de la coupe
k_a	Pression spécifique de coupe dans la direction normale à la surface usinée
k_h	Pression spécifique de coupe dans la direction orthogonale à celle des deux précédentes.
F_c, F_a, F_h	Forces relatives aux pressions précédentes
m_c, m_a, m_h	Exposants de la loi de Kienzle relatifs aux pressions
K_c, K_a, K_h	Paramètres (pente) de la loi affine
K'_c, K'_a, K'_h	Paramètres (origine) de la loi affine

Notations relatives à la géométrie du copeau et aux paramètres d'usinage

b	Largeur du copeau
h	Epaisseur du copeau
a_p	Profondeur de passe
f_z	Avance par dent
κ_R	Angle d'attaque
v_c	Vitesse de coupe
N	Vitesse de rotation de la broche
Z	Nombre de dents
D	Diamètre de fraise

Notations relatives à la géométrie

ϕ_j	Position angulaire d'une dent j par rapport à l'avance
Z_{in}	Nombre de dents immergées (fraisage)

Notations relatives aux éléments finis

W_x	Travail x ($x = ext, int$)
δW_x	Variation du travail x
ϵ	Tenseur des déformations
σ	Tenseur des contraintes de Cauchy
$\mathbf{C}$	Tenseur du comportement (Loi de Hooke)
$\underline{\underline{N}}(M)$	Matrice des fonctions de forme au point M
Groupe G	Modèle global (tous les degrés de liberté).
Groupe A	Degrés de liberté de la surface usinée et des zones bridées.
Groupe B	Sous-groupe de A . Degrés de liberté bridés sur lesquels un effort est appliqué.
$\underline{\underline{K}}_{GG}$	Matrice de raideur du modèle complet
$\underline{\underline{M}}_{GG}$	Matrice de masse du modèle complet
$\underline{\underline{K}}_{AA}^*, \underline{\underline{K}}^*$	Matrice de raideur du modèle condensé sur le groupe A
$\underline{\underline{S}}^*$	Matrice de souplesse, inverse de $\underline{\underline{K}}^*$
$\underline{\underline{S}}_R$	Matrice de souplesse résiduelle lissée
$\underline{\underline{S}}_R$	Matrice de souplesse résiduelle non lissée
$\underline{q}_x$	Colonne des déplacements généralisés
$\underline{Q}_x$	Colonne des chargements généralisés
$\underline{\underline{\Phi}}$	Matrice contenant les vecteurs propres du système
$\underline{\underline{\Phi}}_n$	Troncature de $\underline{\underline{\Phi}}$
$\hat{\underline{\underline{\Phi}}}$	Reste de $\underline{\underline{\Phi}}$ après troncature
$\underline{y}, \hat{\underline{y}}, \underline{y}_n$	Projection de $\underline{q}$ sur $\underline{\underline{\Phi}}, \hat{\underline{\underline{\Phi}}}, \underline{\underline{\Phi}}_n$
$\underline{\underline{I}}$	Matrice identité
$\underline{\underline{D}}$	Matrice diagonale d'amortissement modal
$\underline{\underline{\Lambda}}$	Matrice diagonale des valeurs propres
$\underline{\underline{H}}$	Matrice de transfert
$\underline{\underline{H}}_0$	Matrice de transfert pour $\omega = 0$
DDL	Degré De Liberté
DOF	Degree Of Freedom = DDL
τ_x	Fonction de forme relative au DDL x

Autres notations

m, c, k	Utilisées ensemble, masse, amortissement et raideur d'un système à 1DDL
ω	Pulsation
ω_c	Pulsation de broutement
ω_0, ω_j	Pulsation propre du système 1DDL ou j ème pulsation propre
k	Numéro de lobe de stabilité

Première partie

Préliminaires

Introduction.

Les principales opérations utilisées dans la fabrication de moteurs pour l'automobile et qui sont étudiées dans ce document sont:

- **Le tournage** pour la réalisation de surfaces cylindriques ou de plans sur des pièces de révolution ;
- **Le fraisage** pour la réalisation de surfaces planes sur des pièces prismatiques .

Toutes ces opérations nécessitent des essais pour leur mise au point. Le coût de ces essais motive l'investissement dans des méthodes de simulation de l'usinage réalistes au sens du temps de calcul nécessaire et de la qualité des modèles. L'objectif est de réduire le nombre d'essais en éliminant par avance certaines configurations.

Cette partie a pour principal objectif de présenter quelques préliminaires qui seront utiles à la fois dans la deuxième et la troisième partie.

Ainsi les points communs à l'approche proposée pour la prédiction de l'erreur de forme et à l'approche pour la prédiction de l'instabilité sont :

- Une loi de coupe, qui permet de modéliser l'interaction outil/Matière au travers d'un effort de coupe dépendant principalement de la section instantanée coupée ;
- Une série d'hypothèses nécessaires aux deux approches ;
- L'utilisation de la méthode des éléments finis qui permet de calculer le comportement statique ou dynamique des structures.

Les trois points sont successivement abordés dans les trois chapitres qui suivent.

1

Modélisation du processus de coupe par l'étude des efforts exercés entre l'outil et la pièce.

La simulation de l'usinage introduit généralement un effort entre l'outil et la pièce dû à la coupe à l'échelle macroscopique. La modélisation habituelle de cet effort de coupe admet une dépendance simple à l'aire du copeau. La géométrie du copeau variant tout au long d'une opération d'usinage, il est alors nécessaire de connaître la relation entre l'aire du copeau et l'effort appliqué, c'est l'objet de la loi de coupe.

Les lois de coupe dépendent de l'outil (le cas échéant de la plaquette) et de la matière usinée. Lorsqu'il n'est pas possible de réaliser des essais d'indentification d'efforts de coupe, des modèles théoriques sont utilisés. Le paramètre principal de ces modèles est la pression spécifique de coupe qui est généralement donnée par les fournisseurs d'outils.

Ce chapitre ne propose que les notions utilisées dans la suite du travail. Le lecteur peut se référer aux travaux de Armarego et Brown [AB69], Shaw [Sha84] ou Oxley [Oxl89] pour une étude plus approfondie du sujet.

1.1 Energie spécifique de coupe.

Pour définir l'énergie spécifique de coupe, on admet que l'énergie nécessaire à l'enlèvement d'un volume donné de copeau est proportionnelle à ce volume. Dès lors, nous avons :

$$k_c = \frac{\text{Energie de coupe}}{\text{Volume de copeau}} = \text{Cte.} \quad (1.1)$$

Dans cette équation, k_c , bien qu'homogène à une énergie volumique est appelée *énergie spécifique de coupe*. La puissance de coupe P_c et le débit de copeau Q_c apparaissent en divisant numérateur et dénominateur par le temps de coupe :

$$k_c = \frac{P_c}{Q_c} = \frac{F_c v_c}{b h v_c} = \frac{F_c}{b h} \quad (1.2)$$

Où b est la largeur du copeau, h est l'épaisseur du copeau, v_c la vitesse de coupe et F_c l'effort de coupe (voir figure 1.1).

Sous la dernière forme, k_c est homogène à une pression. Ainsi, k_c est encore nommée *pression spécifique de coupe*. Elle est exprimée le plus souvent en MPa. Pour l'acier, k_c est proche de 2000 MPa.

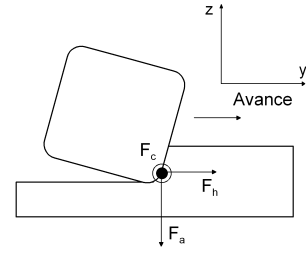
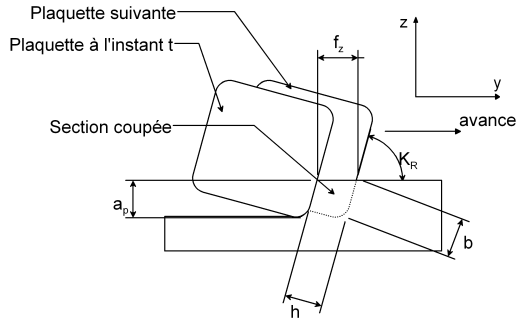


FIG. 1.1 – Géométrie d'une section de copeau.

FIG. 1.2 – Efforts exercés par l'outil sur la pièce.

1.1.1 Remarque sur les grandeurs généralement disponibles.

En général, les grandeurs b et h ne sont pas disponibles mais c'est plutôt a_p et f_z , la profondeur de passe et l'avance par dent qui sont données. En utilisant l'angle d'attaque, κ_R il est aisé de déduire b de a_p et h de f_z pour le tournage :

$$b = \frac{a_p}{\sin \kappa_R} \quad \text{et} \quad h = f_z \sin \kappa_R \quad \text{Pour le tournage.} \quad (1.3)$$

Le cas du fraisage est plus complexe car h dépend également de la position angulaire de la dent comme présenté en figure 1.3.

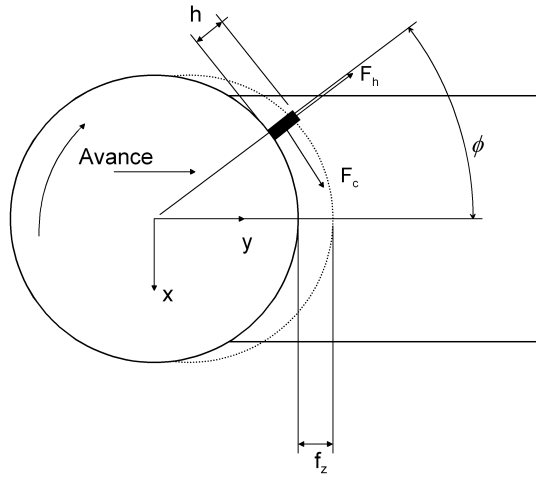


FIG. 1.3 – Evolution de h en fonction de la position angulaire de la dent, ϕ .

Après quelques simplifications usuelles (hypothèse de Martelotti [Mar41]), on a dans ce cas :

$$h = \frac{f_z \cos \phi}{\sin \kappa_R} \quad \text{Pour le fraisage.} \quad (1.4)$$

Remarque sur les forces F_h et F_a

Les forces F_h et F_a peuvent être considérées comme les deux composantes d'une force de frottement appelée aussi force passive. La projection de cette force sur les directions radiale et d'avance dépend de la géométrie de l'outil utilisé.

1.2 Principaux modèles d'effort de coupe.

Lorsqu'une loi expérimentale n'est pas disponible, on utilise la pression spécifique décrite précédemment avec un modèle théorique. En général, la variation de l'effort de coupe en fonction de l'épaisseur de copeau a une allure exponentielle. On utilise donc des lois de coupe exponentielle comme celle de Kienzle [Kie51], détaillée ensuite. Ces lois exponentielles peuvent être approchées par des lois linéaires au voisinage d'un point de fonctionnement.

1.2.1 Modèle de Kienzle.

Trois forces sont exercées par l'outil sur la pièce pour chacune des dents immergées comme décrit sur la figure 1.1. On en déduit trois pressions spécifiques :

- La pression spécifique de coupe dans la direction de la coupe, $k_c = \frac{F_c}{bh}$;
- La pression spécifique de coupe dans la direction axiale, $k_a = \frac{F_a}{bh}$;
- La pression spécifique de coupe dans la direction normale aux deux autres, $k_h = \frac{F_h}{bh}$.

Le modèle empirique de Kienzle donne :

$$k_i = k_{i,11} h^{-m_i} \quad i \in \{c, h, a\} \quad (1.5)$$

Où les constantes $k_{i,11}$ et m_i sont identifiées expérimentalement et sont données dans la littérature en fonction des couples {outil matière} en présence. Elles correspondent à la composante de l'effort de coupe dans la direction correspondante pour une largeur de copeau et une avance unitaire d'où l'indice 11. k_c est couramment utilisée car elle permet de dimensionner la puissance de la machine-outil. Les coefficients m_i prennent généralement des valeurs inférieures à l'unité. Le livre de König *et al.* [KE73] propose de nombreuses valeurs de ces paramètres pour des couples standards.

1.2.2 Modèle linéaire.

Dans le cadre de l'étude du broutement, on travaille généralement sur la tendance qu'a le système à brouter et seules de petites variations de h sont à prendre en compte. Il est ainsi possible de linéariser le problème en introduisant un modèle affine pour la loi de coupe.

Ainsi, soit F un effort de coupe suivant une loi de Kienzle. Il est donné par la relation :

$$F = k_{11} b h^{1-m} \quad (1.6)$$

La dérivée de F par rapport à h en h_0 est :

$$\left(\frac{\partial F}{\partial h} \right)_{h_0} = (1 - m) k_{11} b h_0^{-m} \quad (1.7)$$

F peut alors être approché par une forme affine F_{lin} au voisinage de h_0 qui a pour équation :

$$F_{lin} = \underbrace{(1 - m) k_{11} h_0^{-m} b}_{K} h + \underbrace{m k_{11} b h_0^{1-m}}_{K'} \quad (1.8)$$

Nous avons tracé en figure 1.4 le modèle de Kienzle pour $m = 0.25$ et $k_{11} = 1000 MPa$ avec le modèle affine correspondant pour $h_0 = 0.6 mm$.

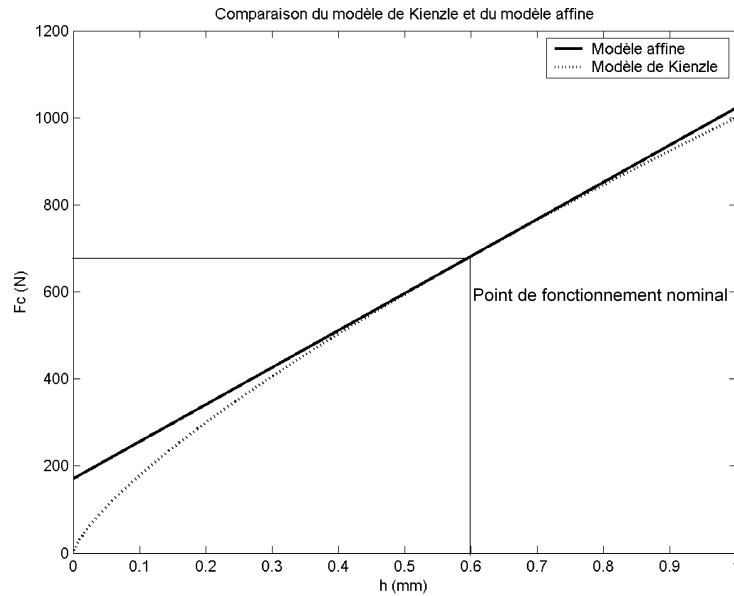


FIG. 1.4 – Comparaison d'une loi de coupe exponentielle de type Kienzle et d'une loi affine dérivée.

A propos de la température.

Les modèles présentés ne prennent pas en compte l'effet de la température de coupe. L'influence de ce paramètre est détaillée dans le livre de Nathan H. Cook, [Coo66]. Pour cela, l'auteur ajoute une dépendance sous la forme $\frac{\partial F_t}{\partial T} = cte$. En utilisant les données de l'auteur, l'application numérique qui s'ensuit permet de négliger ces termes. Dans le cadre des études présentées, la pièce et l'outil sont supposés dans un état thermique stabilisé.

1.3 Identification d'une loi de coupe.

Lorsque cela est possible, l'identification d'une loi de coupe pour un couple arête matière permet d'obtenir une loi de coupe plus pertinente que celle donnée par les modèles empiriques comme ceux évoqués précédemment. Le protocole expérimental dans le cadre du fraisage est très brièvement exposé ici.

Outre l'outil, les essais nécessitent des éprouvettes et une platine dynamométrique comme présenté en figure 1.5.

La platine retourne l'effort de coupe exprimé dans son repère fixe comme indiqué sur la figure 1.5. En utilisant un top tour par exemple, il est possible de connaître la position de chacune des dents à chaque instant. De cette manière les efforts mesurés dans le référentiel de la platine de mesure peuvent être exprimés dans les repères locaux des dents immergées. En utilisant ensuite la relation (1.4), il est possible de tracer l'évolution des efforts en fonction de h et d'en déduire les lois de coupe. Ce type de méthode est approfondi dans la thèse de S. Bissey, [Bis99]. L'intérêt de la démarche proposée dans cette thèse est que l'on caractérise un couple arête-matière qui ne dépend pas de l'outil utilisé. Ainsi la loi reste valable aussi bien pour une opération de tournage que pour une opération de fraisage. L'application de l'identification est proposée dans la suite sur une application de fraisage (paragraphe 3.3.2, page 61).

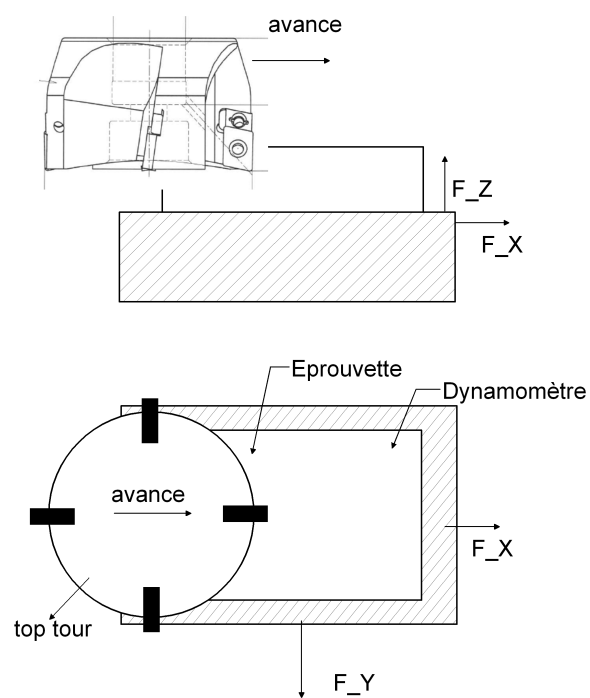


FIG. 1.5 – Montage expérimental classique pour l'identification d'une loi de coupe.

2

Principales hypothèses utilisées.

L'utilisation de méthodes simplifiées nécessite des hypothèses sur le couplage entre l'outil et la pièce ainsi que sur l'évolution du comportement de la pièce tout au long de l'enlèvement de matière.

2.1 Influence du déplacement relatif outil-pièce sur l'effort de coupe.

Les méthodes que nous proposons consistent à calculer l'écart entre l'outil et la pièce. Comme présenté précédemment, l'effort de coupe peut être supposé proportionnel à la profondeur de passe. Ainsi l'élasticité du système { Pièce Outil Machine } implique que :

- Lorsque l'outil et la pièce s'éloignent, la profondeur de passe diminue et par conséquent, l'effort de coupe diminue. Lorsque l'effort de coupe diminue, l'outil et la pièce se rapprochent ;
- Lorsque l'outil et la pièce se rapprochent, la profondeur de passe augmente et l'effort de coupe augmente. Lorsque l'effort de coupe augmente, l'outil et la pièce s'éloignent l'un de l'autre.

Il y a donc un couplage qui peut être pris en compte. Dans les cas étudiés dans ce document, les profondeurs de passe sont de l'ordre du millimètre, les avances par dent sont de l'ordre du dixième de millimètre et les déplacements relatifs entre l'outil et la pièce sont de l'ordre de la dizaine de microns.

La principale hypothèse qui est faite dans ce travail est que l'effort reste constant lorsque l'écart outil-pièce varie. Autrement dit, bien que les déformations du système { Pièce Outil Machine } soient prises en compte dans l'étude, on suppose que les déplacements relatifs entre la pièce et l'outil n'introduisent pas de variation sur les efforts de coupe. L'erreur qui est faite est de l'ordre de 1%. Dans la plupart des cas, l'effort est sur-estimé ce qui rend notre prédiction conservative. D'autre part, l'erreur qui est faite lors de l'estimation de la loi de coupe est très probablement supérieure à 1%. Ce point de vue serait à reconsidérer dans le cas de pièces ou d'outils très flexibles.

Remarque :

Cette hypothèse interdit de prendre en compte tout effet de vibration auto-entretenue dans la méthode de prédiction de défaut de forme présentée dans la suite.

2.2 L'impact de l'enlèvement de matière.

Lorsque la matière est enlevée la masse totale de la pièce varie et sa raideur également. Par conséquent, son comportement vibratoire comme son comportement statique peuvent évoluer.

De plus, la relaxation des contraintes présentes dans les pièces avant l'usinage peut également conduire à des déformations de la pièce lors de l'enlèvement de matière.

2.2.1 Impact sur le comportement des pièces dans le domaine automobile.

Lors de l'usinage la rigidité et la masse de la pièce usinée évolue. Par conséquent, il est naturel de se poser la question de la validité d'un calcul pour lequel le comportement de la pièce finie est utilisé de manière invariable.

Cette question a fait l'objet d'un stage de fin d'études encadré par l'université de Liège [Koh05]. Ce stage a montré une variation des fréquences propres de l'ordre de 30% dans des cas extrêmes de pièces minces. Dans le cadre de la mécanique automobile, les pièces sont très massives et la masse enlevée est souvent négligeable. Par conséquent, dans ce cadre, on fait l'hypothèse que le comportement de la pièce est invariable et correspond à celui de la pièce finie.

2.2.2 Relaxation des contraintes résiduelles.

Les pièces brutes sont généralement issues de fonderie ou de forge. Ces procédés entraînent la présence de contraintes résiduelles dans la pièce livrée. Ainsi lorsque de la matière est enlevée lors des opérations de coupe, les contraintes se ré-équilibrent en créant éventuellement des déformations de la pièce tout au long de l'opération. Par exemple, on sait d'expérience que certaines gammes d'usinage sont à éviter. Ainsi la relaxation des contraintes résiduelles de fonderie lors de l'alésage des fûts d'un carter cylindres déforme la face culasse qui est, de ce fait, toujours usinée ensuite.

Les méthodes présentées ici ne tiennent pas compte de ces contraintes. La principale difficulté avec le traitement de la relaxation des champs de contrainte est la fourniture des champs initiaux. Actuellement les tests que nous avons réalisés avec un logiciel commercial de simulation de la forge ne nous ont pas permis de corréler les modèles numériques avec des mesures expérimentales.

3

Notions sur la méthode des éléments finis et condensation statique.

On se propose ici de faire un court rappel sur la mise en place de la méthode des éléments finis, employée tout au long des développements présentés dans la suite. De nombreuses références sont disponibles sur le sujet comme par exemple le livre de T.J.R. Hughes [Hug87] ou J.F. Imbert [Imb95]. Pour des pièces de formes complexes (typiquement dans le cas d'un carter), la méthode des éléments finis conduit à la construction de matrices de très grande dimension pour représenter le comportement global de ces pièces. Cependant, seules quelques zones de la pièce, et du maillage qui leur est associé, sont réellement concernées par l'usinage. Par conséquent, afin de réduire les tailles des matrices utilisées et ainsi les temps de calculs, la matrice de raideur peut être condensée¹ selon la méthode présentée ici. Cette démarche est très classique et est également utilisée par L. Masset *et al.* [MD04].

3.1 Notions sur la méthode des éléments finis.

Pour ne pas compliquer inutilement le paragraphe, on suppose ici que la méthode des éléments finis repose sur la formulation faible de l'équation fondamentale de la dynamique, utilisant le principe des travaux virtuels.

3.1.1 Principe des travaux virtuels.

Le principe des travaux virtuels s'appuie sur l'équation liant les travaux virtuels :

$$\delta W_{\text{acc}} = \delta W_{\text{ext}} + \delta W_{\text{int}} \quad (3.1)$$

Où δW_{acc} , δW_{ext} et δW_{int} sont respectivement les variations des travaux des efforts d'inertie, des efforts extérieurs et des efforts intérieurs pour une variation infinitésimale quelconque du déplacement $\delta \vec{u}$ dans un domaine Ω . Dans un référentiel galiléen, cela s'écrit :

$$\underbrace{\int_{\Omega} \delta \vec{u} \cdot \rho \ddot{\vec{u}} dV}_{\delta W_{\text{acc}}} = \underbrace{\int_{\partial\Omega} \delta \vec{u} \cdot \vec{F} d\Gamma + \int_{\Omega} \delta \vec{u} \cdot \vec{f} dV}_{\delta W_{\text{ext}}} - \underbrace{\int_{\Omega} \delta \epsilon : \sigma dV}_{\delta W_{\text{int}}} \quad (3.2)$$

Où $\vec{F}$ et $\vec{f}$ sont respectivement les efforts extérieurs appliqués sur la frontière de Ω , $\partial\Omega$ et dans Ω . ϵ et σ sont les tenseurs de déformation et de contrainte. Ces deux tenseurs sont liés l'un à l'autre en élasticité

1. La méthode de condensation présentée ici est la méthode de condensation statique usuelle.

par le tenseur de comportement et le tenseur de déformation est défini par la relation :

$$\delta \epsilon = \frac{1}{2} (\nabla^T \delta \vec{u} + \nabla \delta \vec{u}) \quad (3.3)$$

$$\sigma = \mathbf{C} : \epsilon \quad (3.4)$$

3.1.2 La méthode des éléments finis (version très rapide)

Dans le paragraphe précédent, $\delta \vec{u}$ est quelconque. En discrétisant le domaine Ω , il est possible de construire une base de fonctions de forme qui valent 1 sur un degré de liberté et 0 sur les autres degrés de liberté. De cette manière on construit pour chaque degré de liberté une colonne $\underline{N}_i$ telle que le déplacement d'un point M quelconque de Ω est :

$$\delta \underline{u}(M) = \sum_i \underline{N}_i(M) \delta q_i = \underline{\underline{N}}(M) \delta \underline{q} \quad (3.5)$$

Où les $q_i(t)$ sont les composantes d'une colonne $\underline{q}(t)$ et les déplacements des degrés de liberté i . Avec la matrice $\underline{\underline{B}}$ telle que $\underline{\underline{\epsilon}} = \underline{\underline{B}} \underline{q}$, les différents travaux virtuels de l'équation (3.2) s'écrivent alors :

$$\delta W_{\text{acc}} = \delta \underline{q}^T \left(\int_{\Omega} \underline{\underline{N}}^T(M) \rho \underline{\underline{N}}(M) dV \right) \ddot{\underline{q}}(t) \quad (3.6)$$

$$\delta W_{\text{ext}} = \delta \underline{q}^T \left[\int_{\partial\Omega} \underline{\underline{N}}^T(M) \underline{F}(t) d\Gamma + \int_{\Omega} \underline{\underline{N}}^T(M) \underline{f}(t) dV \right] \underline{q}(t) \quad (3.7)$$

$$\delta W_{\text{int}} = -\delta \underline{q}^T \left[\int_{\Omega} \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{C}} \underline{\underline{B}} dV \right] \underline{q}(t) \quad (3.8)$$

On note généralement :

$$\underline{\underline{M}}_{GG} = \int_{\Omega} \underline{\underline{N}}^T(M) \rho \underline{\underline{N}}(M) dV \quad (3.9)$$

$$\underline{\underline{K}}_{GG} = \int_{\Omega} \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{C}} \underline{\underline{B}} dV \quad (3.10)$$

$$\underline{Q} = \int_{\partial\Omega} \underline{\underline{N}}^T(M) \underline{F}(t) d\Gamma + \int_{\Omega} \underline{\underline{N}}^T(M) \underline{f}(t) dV \quad (3.11)$$

$$(3.12)$$

Où les matrices $\underline{\underline{M}}_{GG}$ et $\underline{\underline{K}}_{GG}$ sont communément nommées matrices de masse et de raideur. La colonne $\underline{Q}$ est le chargement. En utilisant ces notations, l'équation (3.2), valable pour tout déplacement virtuel $\delta \underline{q}(t)$, se simplifie en :

$$\underline{\underline{M}}_{GG} \ddot{\underline{q}}(t) + \underline{\underline{K}}_{GG} \underline{q}(t) = \underline{Q} \quad (3.13)$$

On ajoute en général une matrice d'amortissement $\underline{\underline{C}}_{GG}$. Dans ce travail, un amortissement modal, proportionnel à la vitesse est utilisé. L'expression d'une telle matrice d'amortissement présente l'avantage d'être diagonale dans la base modale du système décrit par l'équation (3.13). Cette équation devient alors :

$$\underline{\underline{M}}_{GG} \ddot{\underline{q}}(t) + \underline{\underline{C}}_{GG} \dot{\underline{q}}(t) + \underline{\underline{K}}_{GG} \underline{q}(t) = \underline{Q}(t) \quad (3.14)$$

3.2 Condensation statique.

Pour des modèles éléments finis lourds (de plus de 10^6 DDL), les matrices $\underline{M}_{GG}$, $\underline{C}_{GG}$ et $\underline{K}_{GG}$ du modèle global sont de dimension très élevée et posent des problèmes de manipulation.

Dans le cadre de la simulation de l'usinage, seules les surfaces usinées et les surfaces bridées et donc les degrés de liberté correspondant sont utilisés. La méthode de condensation statique présentée ici permet de réduire la taille de la matrice de raideur au nombre de degrés de liberté d'une zone particulière notée A, les degrés de libertés restants étant regroupés dans le groupe O. Par cette méthode, le comportement statique de la structure n'est pas altéré.

En dissociant les groupes O et A, la matrice de raideur $\underline{K}_{GG}$ s'écrit :

$$\underline{K}_{GG} = \begin{bmatrix} \underline{K}_{OO} & \underline{K}_{OA} \\ \underline{K}_{OA}^T & \underline{K}_{AA} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Et si l'on considère la réduction de l'équation (3.14) à la statique,

$$\underline{K}_{GG} \underline{q} = \underline{Q} \quad (3.16)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{K}_{OO} & \underline{K}_{OA} \\ \underline{K}_{OA}^T & \underline{K}_{AA} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{q}_O \\ \underline{q}_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Q}_O \\ \underline{Q}_A \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

Dans (3.17), on peut multiplier la première équation par la droite par $\underline{K}_{OO}^{-1}$:

$$\underline{K}_{OO}^{-1} \underline{K}_{OO} \underline{q}_O + \underline{K}_{OO}^{-1} \underline{K}_{OA} \underline{q}_A = \underline{K}_{OO}^{-1} \underline{Q}_O \quad (3.18)$$

On obtient ainsi :

$$\underline{q}_O = -\underline{K}_{OO}^{-1} \underline{K}_{OA} \underline{q}_A + \underline{K}_{OO}^{-1} \underline{Q}_O \quad (3.19)$$

Et la deuxième équation de (3.17) devient :

$$-\underline{K}_{OA}^T \underline{K}_{OO}^{-1} \underline{K}_{OA} \underline{q}_A + \underline{K}_{OA}^T \underline{K}_{OO}^{-1} \underline{Q}_O + \underline{K}_{AA} \underline{q}_A = \underline{Q}_A \quad (3.20)$$

On pose ensuite : $\underline{K}_{AA}^* = -\underline{K}_{OA}^T \underline{K}_{OO}^{-1} \underline{K}_{OA} + \underline{K}_{AA}$, et on a :

$$\underline{K}_{AA}^* \underline{q}_A = \underline{Q}_A - \underline{K}_{OA}^T \underline{K}_{OO}^{-1} \underline{Q}_O \quad (3.21)$$

Dans notre cas, $\underline{Q}_O = \underline{0}$ et on a :

$$\underline{K}_{AA}^* \underline{q}_A = \underline{Q}_A \quad (3.22)$$

La matrice $\underline{K}_{AA}^*$ est appelée la matrice de raideur condensée et que l'on notera plutôt $\underline{K}^*$. En pratique, c'est cette matrice bien plus facile à manipuler qui est utilisée ainsi que son inverse $\underline{S}^*$, la matrice de souplesse.

Les modèles EF n'évoluant pas pour les deux approches proposées, $\underline{K}^*$ et $\underline{S}^*$ ne seront calculées qu'une seule fois en début d'algorithme.

Deuxième partie

Evaluation de l'erreur de forme

Introduction aux modèles macroscopiques de prédiction de l'erreur de forme

Il existe de nombreuses méthodes pour la prédiction de l'erreur de forme. Le détail de ces méthodes et une tentative de classification est proposée dans la suite. **Dans le cadre des méthodes simplifiées, une fois l'avance et la profondeur de passe fixées, l'effort de coupe ne dépend que de la largeur de copeau, c'est à dire de la position angulaire de l'outil.** Si cette simplification ne permet pas de prendre en compte les effets régénératifs conduisant à l'instabilité de la coupe, elle autorise l'économie de stratégies complexes de résolution et demeure valide dans de nombreux cas rencontrés industriellement. Deux méthodes sont présentées ici. La première est la méthode statique, développée initialement par Renault puis reprise et améliorée par l'université de Liège. Cette méthode est actuellement utilisée de manière courante sur tout les nouveaux projets d'industrialisation chez Renault. Si cette méthode est très efficace sur les pièces massives, elle ne permet pas d'obtenir de bons résultats sur des pièces plus légères ayant tendance à vibrer. C'est la raison pour laquelle une méthode prenant en compte la dynamique de la pièce et de l'outil a dû être développée. La problématique de ce travail est de conserver des temps de calculs très courts tout en intégrant les équations du mouvement dans une résolution nécessairement réalisée dans le domaine temporel.

1

Etat de l'art à l'échelle macroscopique

Comme cela a déjà été évoqué, ce travail se focalise sur une approche macroscopique. Ce type d'approche permet de prédire l'état géométrique de la pièce finale à partir de la donnée de la géométrie initiale d'une pièce, d'une géométrie d'outil, d'une loi de coupe et d'une trajectoire relative outil pièce. Cet état peut être caractérisé par une erreur de forme ou même par un état de surface (ondulation).

D'une manière générale les méthodes présentées dans ce travail sont toutes contenues dans la classe des méthodes basées sur la déformation de la pièce, de la machine et de l'outil comme proposé par Van Lutterverlt *et al.* [vLCJ⁺98].

1.1 Le défaut dû au bridage.

Bien souvent, la première cause de non-qualité en erreur de forme est due au bridage. C'est également la cause la plus simple à traiter. En effet, un simple calcul de statique linéaire permet généralement d'évaluer cette déformation (fig 1.1). La validité de ce calcul est assurée tant que la variation de la raideur de la pièce due aux usinages ultérieurs est négligeable.

Dans le cadre des méthodes présentées dans ce document, les défauts dus au bridage d'une part et à la coupe elle-même d'autre part sont traités séparément¹.

La modélisation du serrage d'une pièce peut être problématique car les conditions limites ne présentent aucun encastrement et le système n'admet pas de solution unique. Pour cela deux stratégies peuvent être mises en oeuvre.

1.1.1 Utilisation d'un blocage isostatique.

Les développements sont illustrés par l'exemple schématique du cas du serrage en 2D d'une pièce en U proposé en figure 1.2. On suppose ici que le bridage est défini pour un chargement donné en équilibre (résultante et moment). La pièce est positionnée de façon isostatique dans un référentiel (3 DDL fixés en 2D ou 6 DDL en 3D) de manière à supprimer les mouvements de corps rigide.

Cette méthode permet de résoudre le système, de trouver la déformation de la pièce mais son orientation varie dans le repère fixe. Dans la réalité, le problème étant symétrique, la pièce se déforme sans rotation dans le repère fixe. Il faut donc choisir le blocage de manière à assurer la symétrie des déplacements.

Le problème de cette approche est que la mise en position de la pièce déformée vis à vis de la trajectoire de l'outil dépend du choix fait quand aux DDL immobilisés.

1. Lorsque l'influence de la déformation de la pièce bridée est relativement importante vis à vis de la profondeur de passe, on pourra la prendre en compte comme une variation de la profondeur de passe dans les deux méthodes décrites dans les chapitres suivants.

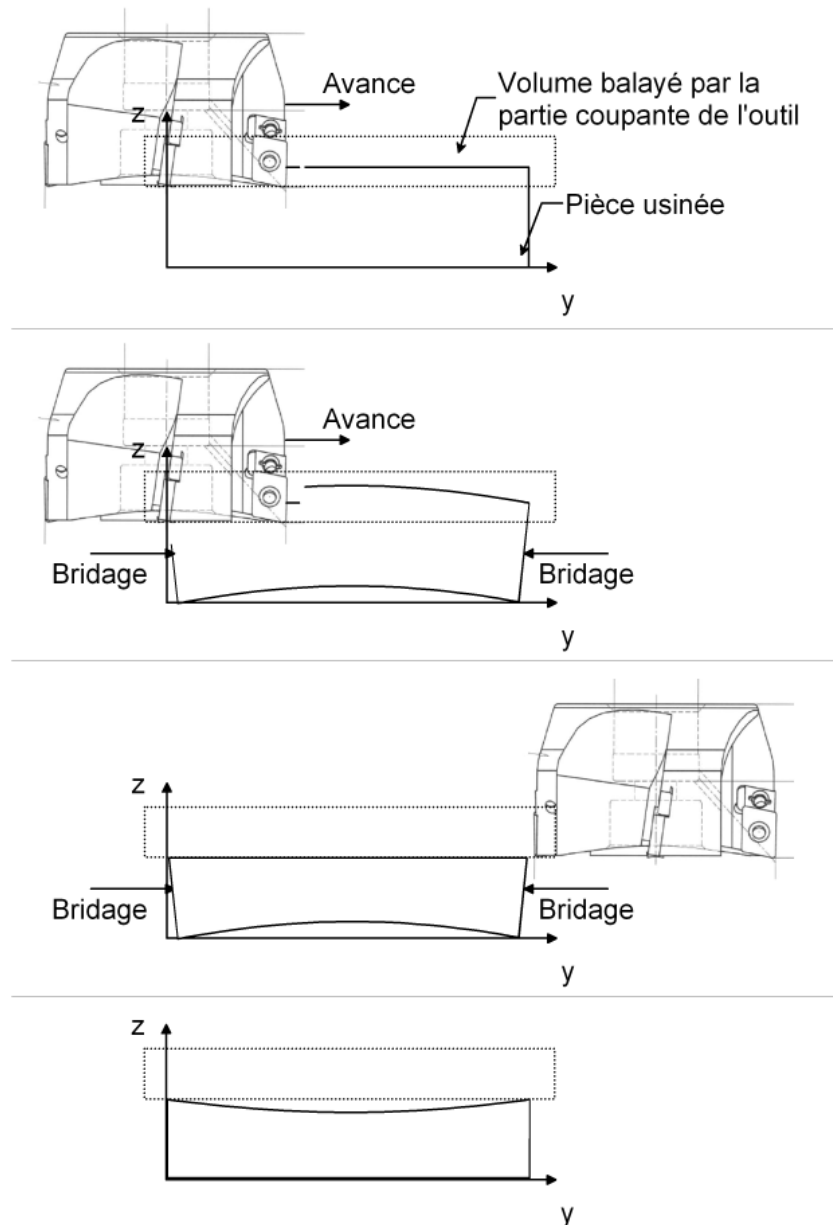


FIG. 1.1 – Défaut de forme dû au bridage.

1.1.2 Introduction de contacts unilatéraux dans la direction du serrage.

Dans le but d'éviter le choix d'un blocage isostatique, il est possible d'introduire un modèle de contact unilatéral dans la modélisation du bridage et de traiter le bridage en respectant le dispositif utilisé en pratique. Ce type de modélisation introduit alors la résolution d'un problème non-linéaire, incompatible avec les méthodes de simulation de l'usinage décrites dans la suite. Par conséquent, le calcul de la déformée due au bridage est toujours traité indépendamment de l'usinage. Les conditions aux limites utilisées pendant l'usinage sont des encastrements.

Les degrés de liberté dans le sens du serrage des zones de bridages sont regroupés dans B , sous groupe de A (cf paragraphe 3.2, page 25). Le déplacement des brides doit satisfaire la minimisation de

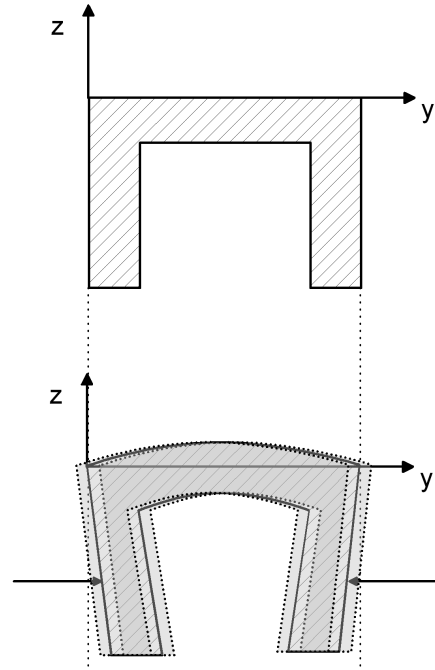
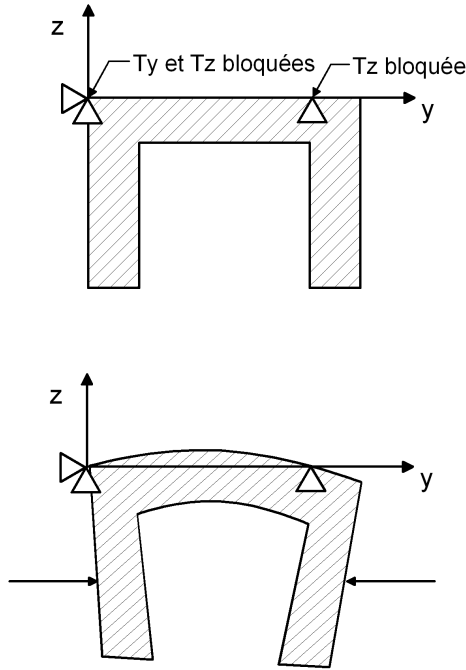


FIG. 1.2 – Serrage d'une pièce en U avec un blocage isostatique nécessaire à l'inversion de la matrice de raideur.

FIG. 1.3 – Serrage d'une pièce en U avec une stratégie basée sur le contact.

l'énergie du système sous condition de maintenir le contact, c'est à dire que les déplacements doivent être orientés vers l'intérieur de la pièce. Cette condition est traduite par la colonne $\underline{U}$ dans l'écriture :

$$\begin{cases} \min_{\underline{q}_B} \left(\frac{1}{2} \underline{q}_B^T \underline{K}_{BB}^* \underline{q}_B - \underline{q}_B^T \underline{Q}_B \right) \\ \text{avec } (\underline{q}_B)_i \leq U_i \quad 1 \leq i \leq n_B \end{cases} \quad (1.1)$$

Où la matrice $\underline{K}_{BB}^*$ est la matrice de raideur condensée sur B . La minimisation de l'énergie permet de trouver la déformée de la pièce à un déplacement de corps rigide dans le sens du serrage près. Compte-tenu de la condition, une infinité de solutions existent comme présenté dans la figure 1.3. Dès lors, si la trajectoire de l'outil est définie par rapport à la pièce, alors le problème de la position absolue de la pièce disparaît.

L'idée initiale de cette méthode se trouve dans la thèse de L. Masset [Mas04]. L'objectif est de prendre en compte le décollement éventuel entre la pièce et ses appuis pendant l'usinage lors de l'utilisation de la méthode statique que nous verrons dans la suite.

On retrouve également ce type d'approche dans le travail de Y.G Liao [LH00] [Lia00] pour General Motors qui traite de stabilité du bridage pendant les opérations de fraisage. Le travail de S.P. Siebenaler [SM06] est dans le même esprit.

1.2 Influence de l'effort de coupe.

La deuxième cause de non-qualité après le bridage est la déformation de la pièce soumise aux sollicitation de la coupe. On trouve dans ce domaine des méthodes simples basées sur la statique ainsi que

des méthodes dites complètes qui utilisent également la dynamique.

1.2.1 Méthodes simplifiées basées sur la statique.

Ces méthodes existent depuis les années 80 chez Renault mais la première publication date de 1994 [SGD94] dans le cadre d'une collaboration avec le PTW. Dans [SGD94], la pièce est modélisée par un maillage de la face usinée sur une épaisseur donnée et le reste de la pièce est représentée par un système de masse ressort. Les efforts de coupe sont appliqués en statique sur les noeuds de la pièce de façon à quantifier les déplacements relatifs entre la pièce et l'outil et donc la quantité de matière qui n'est pas coupée, liée au défaut de forme.

Les auteurs ont également publié l'article [SB93]. Ce type de méthode a ensuite été repris par l'université de Liège et la version la plus aboutie est présentée dans la thèse de L. Masset [Mas04] ainsi que dans l'article [MD04] et détaillée dans le chapitre 2, page 37.

1.2.2 Méthodes "complètes" en statique et en dynamique.

Ce type de méthode utilise deux modèles de la pièce, un modèle géométrique et un modèle élément-finis. Le modèle géométrique est utilisé pour calculer l'aire du copeau enlevé à chaque instant par intersection entre la pièce et l'outil. Cela permet de prendre en compte l'effet du passage des dents précédentes et d'avoir une très bonne description de la surface après usinage. Le second modèle est utilisé pour calculer les déplacements de la pièce soumise aux efforts de coupe. Une mise à jour entre les deux modèles est effectuée systématiquement.

Si l'automobile progresse, c'est surtout l'industrie aéronautique qui est demandeuse de prédictions fiables en matière d'usinage pour des raisons de coûts des pièces brutes. Alors que les surépaisseurs des pièces automobiles n'excèdent pas quelques millimètres, soit 20% de la masse de la pièce c'est parfois plus de 80% de la masse initiale qui est enlevée dans le domaine aéronautique et les matériaux employés sont très onéreux. La problématique diffère donc de celle du domaine automobile d'où des approches différentes.

C'est dans ce contexte aéronautique que prennent place les travaux de E. Budak et Y. Altintas. Si ces auteurs ont beaucoup travaillé sur des aspects de stabilité, ils ont également publié des travaux sur la prédiction des défauts de forme. On trouve dans l'article [BA93] et le livre [Alt00] l'étude du fraisage d'une paroi mince. Dans cette étude, les vibrations ne sont pas prises en compte et les défauts sont dus aux déflexions statiques des deux objets. L'article de 1991 de Montgomery et Altintas [MA91] traite du fraisage avec un outil vibrant et en particulier de la surface générée.

L'article de Surmann en 2006 [SE06] traite des traces laissées sur la pièce par un outil vibrant mais la pièce reste infiniment rigide ce qui reste fondamentalement proche de l'article de Montgomery.

Le modèle proposé par G. Peigné [Pei04] modélise la pièce comme un solide rigide positionné sur un système masse-ressort. L'effort de coupe est calculé en prenant en compte l'intersection du volume balayé par l'outil et celui de la pièce et mis à jour régulièrement. Cela permet d'étudier à la fois l'erreur de forme générée et l'instabilité de la coupe. Cependant, le modèle de pièce est trop simpliste pour représenter correctement le comportement d'une pièce industrielle complexe.

La méthode la plus sophistiquée rencontrée dans la littérature est celle proposée par G. Coffignal et P. Lorong, résumée dans les articles [LYCC06] et [CALC06].

Pour les usinages traités dans le cadre de ce travail de thèse, on suppose que la quantité de matière enlevée n'affecte pas significativement le comportement mécanique de la pièce. Lorsque dans l'aéronautique, 80% de la masse initiale de la pièce est ôtée cette hypothèse n'est plus réaliste. La méthode proposée par A. Larue et F. Lapujoulade [LL06][LMR02] prend en compte la vibration de la pièce et réactualise l'enlèvement de matière en recalculant les modes propres de la pièce. Cette méthode est

utilisée en postulant une initialisation originale des calculs à l'aide de l'introduction de la notion de *régime stationnaire effectif*. Cette méthode est alors rapide mais suppose l'existence d'un régime permanent, ce qui est vrai dans de nombreux cas d'usinage mais pas lorsque le régime est constamment transitoire, comme en fraisage de surface de pièces complexes.

1.2.3 Simulation de l'effort de coupe.

Beaucoup de travaux portent sur le calcul de l'évolution des efforts de coupe. Ces travaux sont proches de la méthode dynamique présentée dans la suite. En effet l'équation (3.14) de la partie 1 est cette fois utilisée pour calculer la variation de l'effort exercé sur l'outil. Cependant, comme présenté dans l'article de H.S. Kim *et al.* [KE92] ou de J. Tlustý *et al.* [ST91] dans la partie concernant l'évaluation des efforts de coupe², les matrices utilisées sont de très petite dimension contrairement à nos cas d'étude.

2. Le travail de Kim utilise une méthode θ de Wilson pour intégrer l'équation de la dynamique dans le temps. Cette méthode d'intégration suppose que l'accélération varie linéairement dans le temps sur plusieurs pas de calculs. Celui de Tlustý utilise une méthode basée sur les différences centrées. Le schéma de Newmark est utilisé dans la méthode dynamique présentée ensuite.

2

La méthode industrielle actuelle : la méthode statique.

La méthode statique, actuellement utilisée systématiquement chez Renault, est présentée dans ce qui suit. Cette méthode est déjà très largement présentée dans la thèse de L. Masset [Mas04] dans sa restriction à la prise en compte de la seule souplesse de la pièce à usiner. Elle sera ici étendue à la prise en compte du comportement de l'outil et validée sur une pièce réelle. Cette méthode est également la base des développements présentés dans la suite de ce travail.

L'erreur de forme due au bridage est supposée avoir été calculée de manière indépendante, aussi les conditions aux limites appliquées sont des encastremements. L'erreur de forme finale sera la somme de ces deux résultats par application du principe de superposition.

2.1 Méthode statique.

Le cas d'application le plus simple de la méthode statique est le cas du tournage. La méthode est ensuite généralisée au cas du fraisage et ses performances en terme de temps de calcul sont analysées.

2.1.1 Le cas du tournage.

La pièce usinée est préalablement maillée et la matrice de raideur associée à cette discrétisation est notée $\underline{\underline{K}}_{GG}$. Le but de la méthode est de calculer la quantité de matière non-ôtée.

Dans le cas qui nous intéresse, l'équation fondamentale se limite à la statique et prend la forme :

$$\underline{\underline{K}}_{GG}\underline{q}(t) = \underline{Q}(t) \quad (2.1)$$

Où la colonne $\underline{q}(t)$ est la colonne des déplacements généralisés et la colonne $\underline{Q}(t)$ est la colonne des efforts généralisés.

L'effort de coupe est considéré comme constant et est contenu dans $\underline{Q}(t)$. Si sa valeur est constante, son orientation dépend du temps.

Le calcul de $\underline{Q}(t)$ ne tient pas compte de l'histoire du système et par conséquent l'ordre d'application de l'effort de coupe n'influe pas sur le résultat. De plus, aucune résolution temporelle n'est nécessaire (le problème est simplement paramétré par le temps). Il est ainsi possible de se limiter à l'application de l'effort de coupe sur les DDL du maillage de la surface usinée pour avoir l'estimation attendue de l'erreur de forme.

On réécrit alors l'équation (2.1) sous la forme :

$$\underline{\underline{K}}_{GG} \underline{q}_i = \underline{Q}_i \quad (2.2)$$

Où l'indice i marque l'application de l'effort au noeud i . Le vecteur $\underline{Q}_i$ s'écrit alors :

$$\underline{Q}_i = [0 \quad \dots \quad 0 \quad F_1 \quad F_2 \quad F_3 \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T \quad (2.3)$$

Où les composantes non-nulles correspondent aux Degrés De Liberté (DDL) en translation du noeud i .

L'inversion de la matrice $\underline{\underline{K}}_{GG}$ puis l'application successive des $\underline{Q}_i$ permet de calculer les $\underline{q}_i$.

Seuls les degrés de liberté du noeud i sont utilisés pour la prédiction du défaut de forme. L'allure de la pièce finie est déduite de ces déplacements comme illustré en figure 2.1.

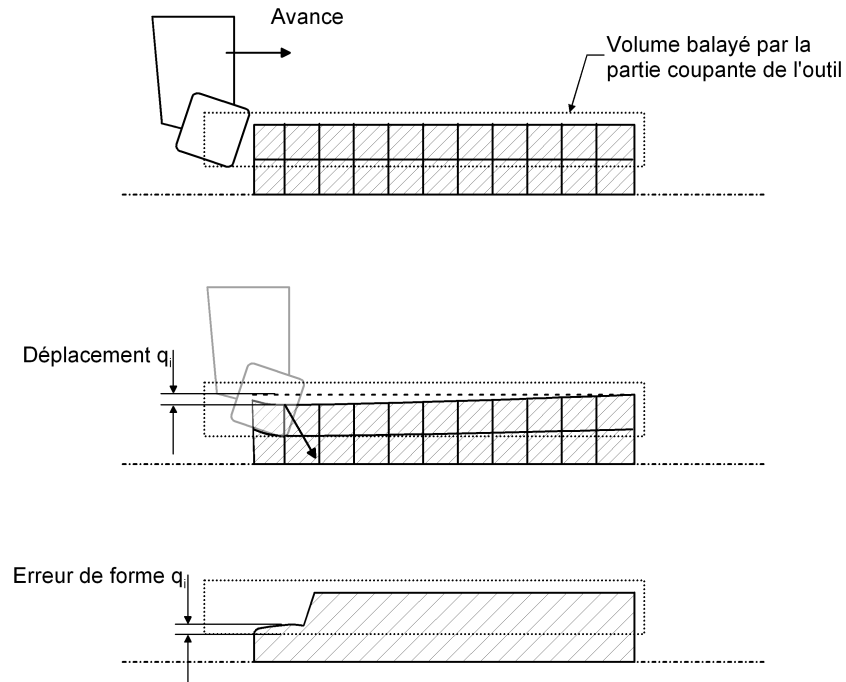


FIG. 2.1 – *Déduction du défaut de forme en tournage.*

2.1.2 Généralisation au fraisage.

Dans le cas du fraisage, plusieurs dents peuvent être immergées simultanément. Dans ce cas, on utilise la géométrie de l'outil pour déterminer la position des autres dents au moment où la position de l'une d'entre elles coïncide avec un noeud du maillage (figure 2.2).

Ecriture du second membre.

Dans ce cas, l'écriture du vecteur $\underline{Q}_i$ est moins immédiate que pour le cas du tournage car l'immersion simultanée des dents implique des efforts ponctuels appliqués en des positions ne coïncidant pas avec les noeuds du maillage. On a montré dans le paragraphe 3.1.2 que le chargement généralisé s'écrit :

$$\underline{Q} = \int_{\partial\Omega} \underline{\underline{N}}^T(M) \underline{F}(t) d\Gamma + \int_{\Omega} \underline{\underline{N}}^T(M) \underline{f}(t) dV \quad (2.4)$$

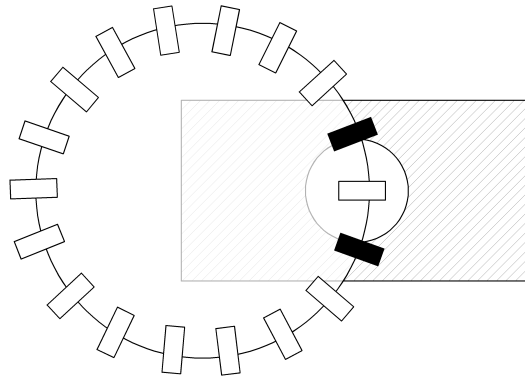


FIG. 2.2 – Positions des dents dans un cas de fraisage.

En notant $\vec{F}_i$ les efforts de coupe des Z_{in} dents i immergées aux points M_i , il vient :

$$\underline{Q} = \sum_{i=1}^{Z_{in}} \underline{N}^T(M_i) \underline{F}_i \quad (2.5)$$

Remarque : Prise en compte de la déformation due au bridage, du dépinçage ou des opérations précédentes.

Le dépinçage est l'angle formé par le plan de l'outil et la direction d'avance de l'outil comme indiqué sur la figure 2.3.

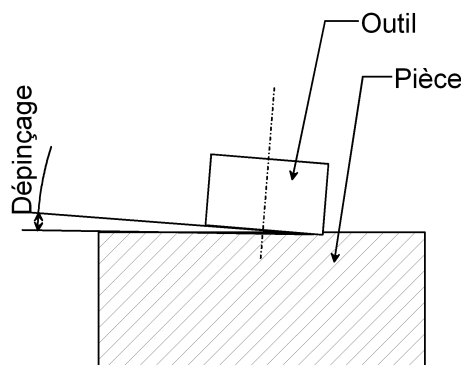


FIG. 2.3 – Angle de dépinçage d'une fraise.

Le dépinçage introduit une variation de la profondeur de passe en fonction de la position angulaire des dents. De la même manière, la déformation due au bridage, calculée indépendamment et les étapes d'usinage précédentes peuvent être prise en compte sous la forme d'une variation de la profondeur de passe.

2.1.3 Aspects numériques et condensation de Guyan.

La méthode statique consiste à appliquer de très nombreux cas de charge sur la pièce pour au final ne conserver que les déplacements d'un unique point par cas. Une méthode peu élégante pourrait être de générer un fichier de commande pour un solveur commercial contenant la liste et la description des

cas de charge ainsi que les noeuds intéressants. Le solveur devrait inverser une unique fois la matrice $\underline{K}_{GG}$, ce qui est l'opération la plus coûteuse, puis générer un fichier résultats avec le déplacement du noeud correspondant. L'inconvénient de la méthode est la nécessité de tout recommencer à chaque modification des paramètres de coupe¹.

L'étude de la colonne $\underline{Q}_i$, montre qu'elle contient beaucoup de termes nuls. Cela provient du fait que la matrice $\underline{N}(M_i)$ est particulièrement creuse. Ce qui est une des propriétés utiles de la méthode des éléments finis.

En pratique, on utilise plutôt les matrices $\underline{N}_j^e$ des éléments qui contiennent les points j de manière à éviter de conserver des DDL qui ne sont pas chargés. En effet, comme on ne s'intéresse qu'aux déplacements des noeuds chargés, il n'est pas nécessaire de conserver d'informations relatives aux autres noeuds. Ainsi, pour chaque cas de chargement i , on obtient une matrice $\underline{S}_{iGG}$ par suppressions de lignes et de colonnes de la matrice de souplesse globale $\underline{S}_{GG}$. On utilise alors la concaténation $\tilde{\underline{Q}}_i$ des vecteurs $\underline{N}_j^{Te} F_j$ que l'on applique à $\underline{S}_{iGG}$ pour trouver $\tilde{\underline{q}}_i$ et en déduire le déplacement du noeud i .

La réduction des vecteurs creux permet de réduire les temps de calculs et la mémoire nécessaire au produit $\underline{S}_{iGG} \tilde{\underline{Q}}_i$. Cependant pour des maillages de pièces industrielles la matrice $\underline{S}_{GG}$ peut être très volumineuse, son inversion très coûteuse comme l'assemblage de $\underline{S}_{iGG}$ mais c'est surtout le stockage d'une telle matrice qui peut être ennuyeux.

On constate que l'on peut regrouper les noeuds susceptibles d'être usinés dans le groupe de noeuds A évoqué dans le paragraphe 3.2 de la partie 1. Ces noeuds correspondent à la surface usinée et aux surfaces bridées. On note O le groupe des noeuds qui ne seront jamais utilisés. La matrice $\underline{K}_{GG}$ est alors condensée par la méthode de Guyan comme présenté précédemment, pour former la matrice $\underline{K}^*$ de taille modeste. Cette matrice de raideur condensée est ensuite utilisée en remplacement de la matrice complète.

2.2 Mise en oeuvre et validation expérimentale.

La méthode statique est ici mise en oeuvre sur un exemple industriel dans le but de valider les résultats calculés par comparaison avec des résultats de mesure. La pièce utilisée est le carter cylindres du moteur M9R (2.0l dCi). L'opération simulée est l'ébauche de la surface en contact avec la culasse sur laquelle est déposé le joint de culasse. C'est une opération de fraisage qui est faite actuellement dans l'usine de Cléon, en Normandie sur des machines transfert.

2.2.1 Application de la méthode sur une face de carter cylindre.

Pour ce calcul, un maillage de la pièce a été généré spécifiquement. La taille des éléments influençant la souplesse locale du modèle, nous nous sommes efforcés de conserver cette taille constante dans l'intégralité du maillage. Outre cette contrainte, il était également nécessaire de disposer de suffisamment de noeuds dans des zones étroites ce qui nous a conduit au choix d'une taille d'élément relativement réduite (de 5mm) et par conséquent à un modèle lourd de 492 370 tétraèdres d'ordre 2 soit 854 285 noeuds ou encore 2 562 855 DDL.

Comme remarqué précédemment, la première étape est la condensation de Guyan. Elle est faite ici sur les noeuds de la surface usinée et sur les noeuds des zones bridées. Ces zones sont colorées sur la figure 2.4. La condensation permet de passer du système complet à 2 562 855 DDL au modèle réduit mais de comportement identique de 8 391 DDL.

1. Remarquons toutefois que cela peut être très efficace pour une utilisation très ponctuelle.

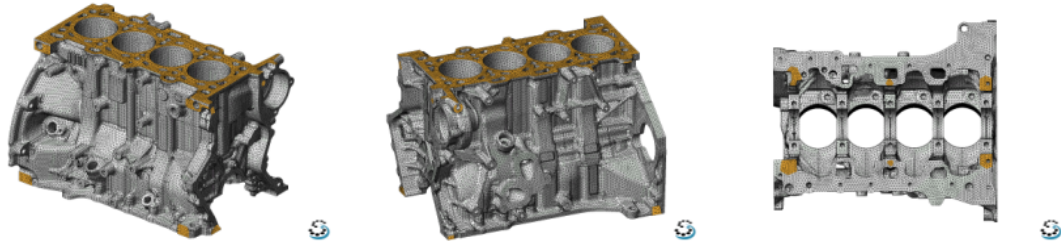


FIG. 2.4 – Groupes de noeuds conservés dans la condensation (A-set). On remarquera la présence de zones sélectionnées pour la modélisation du bridage en plus de la surface usinée.

La méthode présentée est ensuite appliquée en utilisant les paramètres d'usinage résumés dans le tableau 2.5 qui nous permettent de calculer l'amplitude de l'effort de coupe et son orientation. La trajectoire de l'outil est présentée sur les résultats.

Plaquette		
Forme	Triangle et arête de 12 mm	
Angle d'attaque (κ_R)	45°	
Angle de dépouille (α)	0°	
Angle axial (γ_p)	-7°	
Angle radial (γ_f)	-4°	
Epaisseur	4.18 mm	
Rayon de bec	0.8 mm	
Fraise		
Diamètre	400 mm	
Nombre de plaquettes	64	
Paramètres du modèle d'efforts de coupe		
K_c, m_c	1100 N/mm ² , 0.28	
F_a	0.4 F_c	
F_f	0.4 F_f	
Conditions de coupe		
Vitesse de rotation	88 trs/min	
Vitesse d'avance	1295 mm/min	
Profondeur de passe	3 ± 1.5 mm	
Dépincage	0.05 %	

FIG. 2.5 – Paramètres d'usinage en ébauche de la face culasse du carter cylindres M9R.

Le résultat du calcul est présenté en figure 2.6. La comparaison avec les mesures porte ici sur la planéité de la surface. Que les résultats soient issus de mesures ou de calculs, ils forment un nuage de points. La quantification d'une erreur de forme se fait par rapport à une forme de référence. Cette forme de référence est obtenue comme étant la forme moyenne passant par le nuage de points. Dans le cas de la planéité, la forme de référence est un plan. C'est le plan moyen du nuage de points. Ce plan est obtenu par minimisation. On peut utiliser diverses méthodes, mais la plus courante est la méthode des moindres carrés, c'est celle qui est utilisée en général dans les machines à mesurer.

On constate que le résultat calculé, figure 2.6 est pratiquement uniformément plat. La surface remonte sur les bords à la manière d'une gouttière. Ce défaut est dû au dépincage.

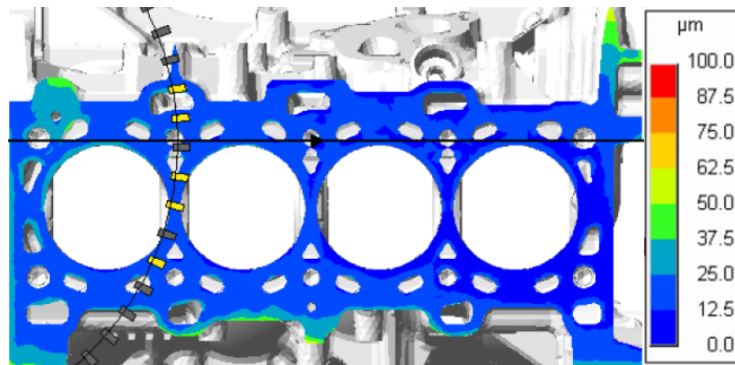


FIG. 2.6 – *Résultat de planéité calculé par la méthode statique sur la face culasse du carter-cylindres M9R.*

2.2.2 Limitations.

Les résultats de calcul sont comparés avec des mesures faites sur un prélèvement de 4 pièces sur la ligne. Ces pièces sont mesurées en une centaine de points par une machine à mesurer tridimensionnelle. La figure 2.7 présente la moyenne des mesures. Les points de mesure sont entourés sur cette figure. La moyenne est réalisée pour chacun des points de mesure. Un écart-type peut être obtenu de la même manière pour chacun des points. Le plus grand de ces écarts-type est de $14\mu m$. Il correspond à la somme de la dispersion et de l'incertitude du moyen de mesure.

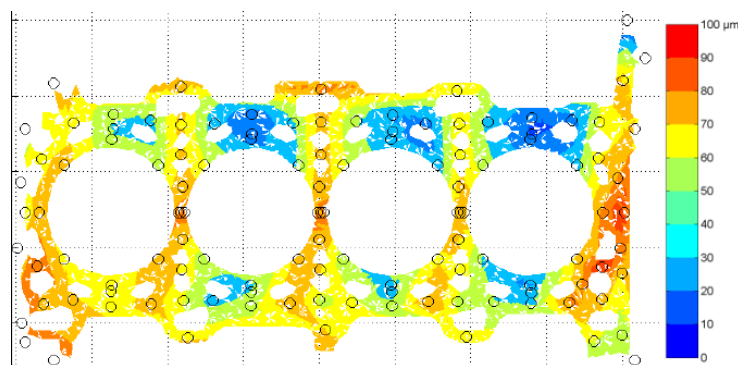


FIG. 2.7 – *Moyenne des résultats de mesure de planéité sur un prélèvement de 4 pièces.*

Il est clair que le résultat calculé ne correspond pas à ce qui est mesuré ici. De plus le résultat présenté en figure 2.6, ne semble pas montrer une grande sensibilité au nombre de dents immergées (cf figure 2.8) alors que le résultat de mesure montre lui une grande sensibilité à ce paramètre.

2.3 Amélioration de la méthode statique par prise en compte de l'outil.

Lorsque de nombreuses dents sont immergées, le chargement global augmente. Ainsi, la résultante dans la direction normale à la surface usinée est multipliée par le nombre de dents immergées et les deux autres résultantes dépendent de la position angulaire de chacune des dents mais le chargement augmente globalement.

Par conséquent il semble ici que le carter est suffisamment raide pour que ses déformations soient négligeables devant celles d'un autre organe du système {Pièce Outil Machine }, l'outil.

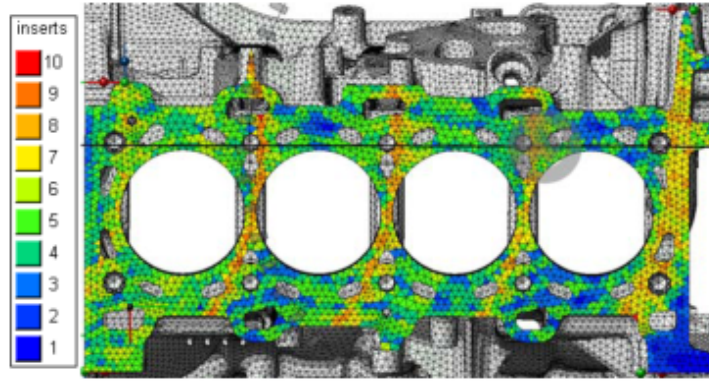


FIG. 2.8 – Nombre de dents immergées pour chacun des cas de charge.

2.3.1 Formalisation de la prise en compte de l'outil dans la méthode statique.

La prise en compte de l'outil est très simple à réaliser. Si l'on néglige l'influence en terme de souplesse d'une dent sur ses voisines dans la matrice de souplesse de l'outil, il suffit de calculer la matrice de souplesse 3x3 pour chaque dent. Sous l'hypothèse que l'ordre de grandeur de la variation de l'écart outil/pièce est négligeable devant la profondeur de passe, il est alors possible de cumuler pour chaque dent le déplacement de l'outil et de négliger l'influence de ce déplacement sur l'orientation des efforts et leurs amplitudes. Le déplacement final et donc le défaut final sera la somme des déplacements/défauts calculés.

Chaque vecteur $\tilde{Q}_i$ contient l'ensemble du chargement i à appliquer sur la pièce afin de calculer le déplacement du noeud i .

Pour prendre en compte l'outil, on applique ce vecteur à la matrice concaténée $\underline{\underline{S}}_{ti}$ définie comme :

$$\underline{\underline{S}}_{ti} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{S}}_t & \cdots & \underline{\underline{S}}_t \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

Où la matrice $\underline{\underline{S}}_t$ est la matrice 3x3 correspondant à une dent de l'outil.

2.3.2 Application de la méthode avec la prise en compte de l'outil.

La figure 2.9 présente le résultat calculé avec la prise en compte de l'outil et de la broche, modélisés l'un par un modèle éléments finis et l'autre par des poutres. On constate cette fois que le résultat calculé par la méthode statique améliorée est bien cohérent avec les résultats mesurés compte-tenu de l'écart-type de $14\mu m$ constaté sur les mesures.

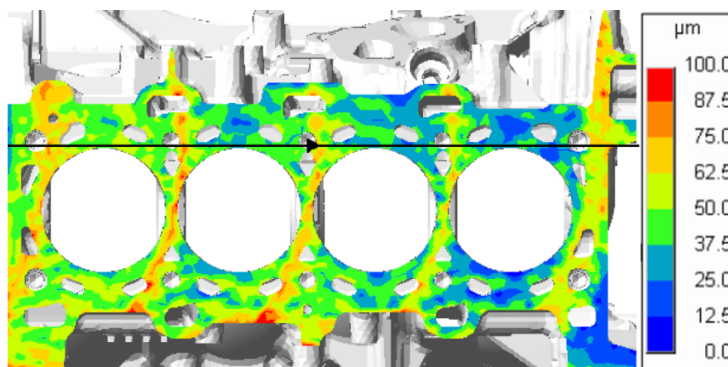


FIG. 2.9 – Résultat de planéité calculé avec la prise en compte de la souplesse de l'outil.

Le résultat présenté en figure 2.9 présente une bonne similitude avec le résultat de mesure. Cependant, il reste encore des écarts en particulier sur la partie droite. Cela peut être dû à la modélisation du bridage, mais aussi de l'outil. Ainsi, le modèle utilisé ici pour l'outil et la broche n'a pas été travaillé précisément et il s'agit plutôt d'un résultat démonstratif. Il permet néanmoins de mettre en évidence l'influence de l'ensemble outil-machine sur ce défaut de forme.

2.4 Limites du champ d'application de la méthode statique améliorée.

La méthode statique permet de modéliser convenablement des opérations courantes dans l'industrie. Cependant, elle ne permet ni de prendre en compte l'impact des vibrations forcées engendrées par la coupe interrompue, comme dans le cas du fraisage, ni l'étude de l'apparition du broutement. Lorsque les vitesses de rotation sont très faibles, ce qui est le cas de l'opération étudiée précédemment, la vibration engendrée par l'entrée de la dent dans la matière est amortie trop rapidement par rapport à la vitesse de coupe pour laisser une marque significative à l'échelle de l'erreur de forme.

A l'inverse, lorsque l'on usine une surface de petite taille avec une vitesse de coupe très grande, la vibration de la pièce peut entraîner une ou plusieurs ondulations sur le parcours de la plaquette, ou une vibration en léger déphasage par rapport à l'excitation due au passage des dents engendrant ainsi un défaut macroscopique.

Afin d'illustrer cette problématique et de montrer les limites de l'approche statique, l'application de la méthode à un cas typiquement dynamique est proposée ensuite.

2.4.1 Application de la méthode au fraisage d'un carter de boîte de vitesse.

L'opération étudiée ici est le fraisage de la surface d'un carter du mécanisme de la boîte de vitesse en contact avec le carter de l'embrayage. Il s'agit d'un plan de 2 cm d'épaisseur moyenne. L'usinage est fait en série sur des centres d'usinage avec des fraises de petit diamètre comme présenté dans le tableau 2.10.

Le maillage utilisé dans cet exemple contient 205 155 tétraèdres d'ordre 2 soit 392 934 noeuds. La taille d'élément est de 5mm. La prise de pièce est faite en trois points par des pinces (figure 2.11), les efforts de bridage n'introduisent pas de déformations dans la pièce.

Le résultat calculé par la méthode statique est proposé en figure 2.12. La trajectoire de l'outil est également repérée sur cette figure. Afin de comparer ces résultats avec des mesures, un échantillon de 10 pièces a été spécialement usiné dans des conditions maîtrisées². La figure 2.13 présente la moyenne des mesures. Un écart type de l'ordre de $3\mu m$ est constaté ce qui correspond à la dispersion de la mesure.

Alors que le calcul produit une planéité parfaite, les mesures montrent une erreur de planéité de $20\mu m$

2.4.2 Conclusions.

La méthode statique est une méthode efficace car elle permet de simuler une opération industrielle d'usinage en seulement quelques heures³ pour le premier calcul puis en quelques minutes lorsque seuls

2. Les pièces sont toutes issues de la même coulée, sont usinées sur la même machine les unes après les autres et les hauteurs des quatre dents de l'outil sont contrôlées par moyen optique au μm près.

3. sur un ordinateur de bureau, Pentium IV 2.4 GHz, 1.7 Go RAM

Plaquette	
Forme	Carrée et arête de 10 mm
Angle d'attaque (κ_R)	90°
Angle de dépouille (α)	5°
Angle axial (γ_p)	8°
Angle radial (γ_f)	0°
Epaisseur	3.18 mm
Rayon de bec	0.8 mm
Fraise	
Diamètre	63 mm
Nombre de plaquettes	4
Paramètres du modèle d'efforts de coupe	
K_c, m_c	444 MPa, 0.40
K_a, m_a	174 MPa, 0.56
K_h, m_h	277 MPa, 0.49
Conditions de coupe	
Vitesse de rotation	20000 trs/min
Vitesse d'avance	256 mm/min
Profondeur de passe	1 ± 0.5 mm
Dépinçage	0

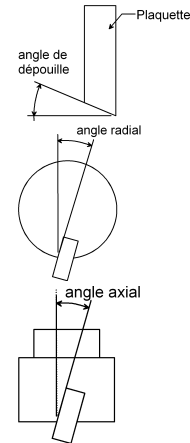


FIG. 2.10 – Paramètres d'usinage en ébauche de la face 2000 du carter du mécanisme de la boîte de vitesse PK4. Les données de la loi d'effort de coupe sont extraites de l'identification détaillée plus loin

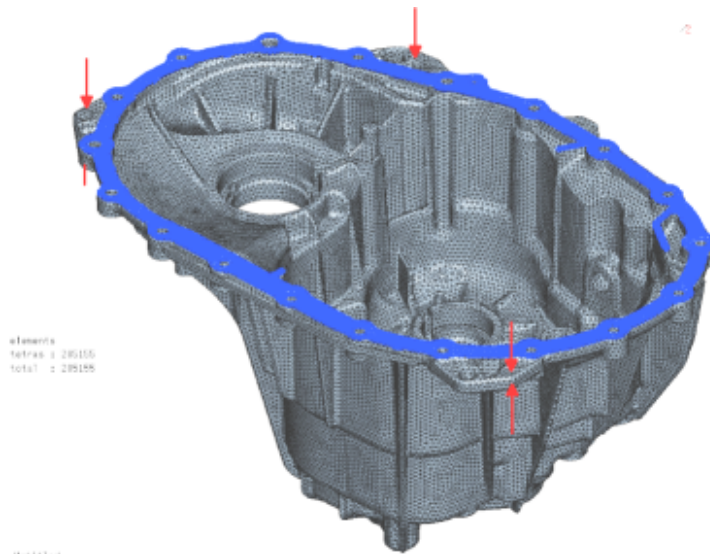


FIG. 2.11 – Prise de pièce. La surface usinée est repérée en bleu.

les paramètres d'usinage sont modifiés.

Les résultats fournis par cette méthode sont fiables tant que les effets dynamiques peuvent être négligés, par exemple tant que le rapport entre la vitesse de coupe et la longueur de coupe reste faible devant les premières fréquences propres de la pièce et de l'outil.

Aujourd'hui, chez Renault, la méthode statique est utilisée principalement sur les opérations de fraisage de carter cylindres ainsi que sur les opérations de dressage des disques de frein.

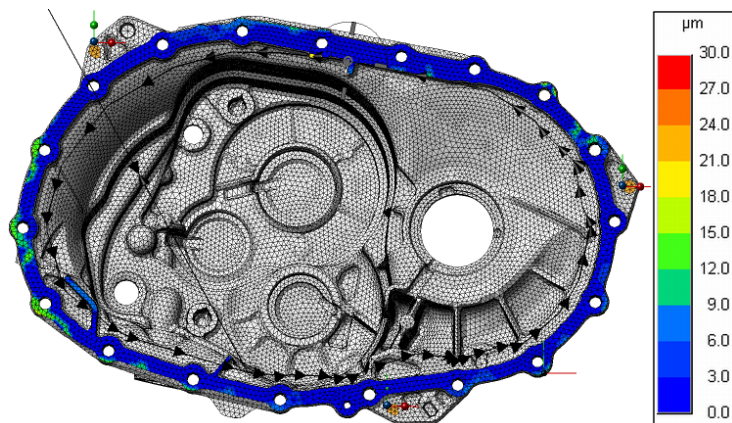


FIG. 2.12 – *Résultat de planéité calculé par la méthode statique. La surface est pratiquement uniformément plate.*

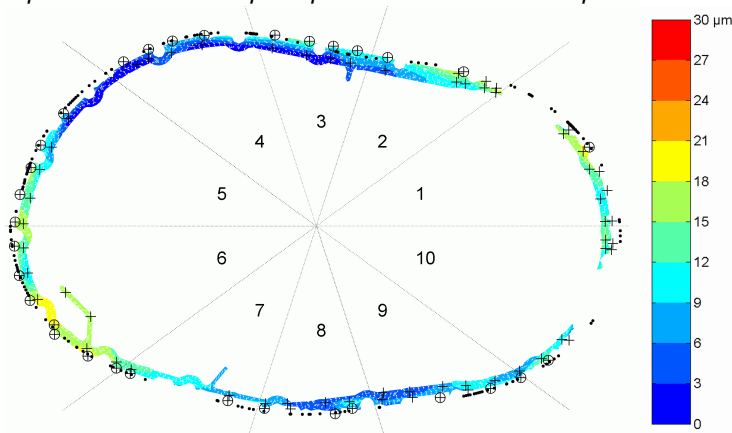


FIG. 2.13 – *Moyenne des mesures de planéité effectuées sur un échantillon de 10 pièces. Les points de mesure sont repérés par les croix.*

3

Mise en place d'une méthode simple basée sur le comportement dynamique de la pièce.

Comme remarqué précédemment, la méthode statique ne peut plus être appliquée dès que le comportement dynamique de la pièce ou de l'outil est influent. Pour cela il est nécessaire de l'étendre. Cette généralisation de la méthode statique peut être faite simplement en utilisant l'équation (3.14) de la partie 1 entièrement plutôt que sa restriction à la statique. Cependant, cela pose le problème du temps de calcul. La grande force de la méthode statique est sa vitesse d'exécution. Si l'équation de la dynamique est utilisée, alors une résolution temporelle devient nécessaire ce qui augmente considérablement le nombre de pas de calcul car l'on ne peut plus se contenter d'effectuer un calcul par noeud coupé. D'autre part, la condensation de Guyan n'est plus exacte en dynamique et devient d'une manipulation plus délicate.

Les objectifs de la méthode développée sont multiples :

- Pour les opérations n'entraînant pas de vibrations, il faut retrouver le même résultat qu'avec la méthode statique ;
- Pour les opérations susceptibles de présenter des vibrations forcées, la méthode doit être prédictive ;
- Les temps de calculs doivent être les plus courts possible.

3.1 Présentation de la méthode dynamique.

Afin de répondre au mieux aux objectifs de la méthode, le comportement dynamique de la pièce sera décrit par une sélection de ses modes propres. Si le comportement dynamique d'une pièce est généralement bien restitué sur une plage de fréquence par sa base modale tronquée correspondante, une restitution fidèle de son comportement statique nécessite la connaissance de la totalité de sa base modale. Dans le cas de notre méthode, compte-tenu de l'objectif de rapidité d'exécution, il n'est pas envisageable d'utiliser la totalité de la base modale. Par conséquent, seule une troncature sera utilisée. Cette sélection de modes permet de restituer un comportement statique incomplet, qui sera complété en utilisant la matrice de raideur condensée de la pièce.

3.1.1 Hypothèses et simplifications.

L'application de la méthode dynamique se fait dans le cadre des petites perturbations. Le référentiel de calcul est Galiléen, aucun effet gyroscopique dû à la rotation de la pièce dans le cas du tournage ou de l'outil dans le cas du fraisage n'est pris en compte.

De plus, de manière à simplifier la modélisation et à réduire les temps de calculs, le chargement ne dépend pas du déplacement instantané ou historique de la pièce ou de l'outil. Cela signifie en particulier que les traces laissées par les passages précédents de l'outil est supposé ne pas modifier l'effort de coupe. Ainsi, le système ne peut pas être auto-excité. L'auto-excitation est la cause d'instabilité de la coupe, communément appelée *broutement*. On rappelle que l'étude de ce phénomène et des méthodes permettant de le prévoir n'est pas abordé ici mais dans la partie 3.

3.1.2 Mise en équation.

La méthode proposée est basée sur l'équation (3.14) rappelée ici :

$$\underline{\underline{M}}\ddot{\underline{q}}(t) + \underline{\underline{C}}\dot{\underline{q}}(t) + \underline{\underline{K}}\underline{q}(t) = \underline{Q}(t) \quad (3.1)$$

On suppose que la matrice d'amortissement $\underline{\underline{C}}$ est diagonalisable dans la base modale du système conservatif associé (c'est à dire le système répondant à la même équation avec $\underline{\underline{C}} = 0$).

On utilise alors la base modale, contenue dans la matrice $\underline{\underline{\Phi}}$ pour écrire :

$$\underline{q}(t) = \underline{\underline{\Phi}} \underline{y}(t) \quad (3.2)$$

On définit ainsi le vecteur $\underline{y}(t)$ contenant les coordonnées de $\underline{q}(t)$ dans la base modale, par opposition à la base initiale du modèle élément finis.

La matrice $\underline{\underline{\Phi}}$ comporte autant de lignes que de colonnes, c'est à dire qu'il y a autant de modes que de degrés de liberté. Afin de réduire les tailles des matrices manipulées une troncature modale est pratiquée en écrivant :

$$\underline{q}(t) = \underline{\underline{\Phi}}_n \underline{y}_n(t) + \underline{\underline{\hat{\Phi}}} \underline{\hat{y}}(t) \quad (3.3)$$

Où la matrice $\underline{\underline{\Phi}}_n$ ne contient que les vecteurs propres relatifs aux n modes conservés dans la troncature et où la matrice $\underline{\underline{\hat{\Phi}}}$ contient tous les modes restants.

On projette alors l'équation (3.1) dans chacune des deux bases :

$$\begin{cases} \underline{\underline{\Phi}}_n^T \underline{\underline{M}} \ddot{\underline{q}}(t) + \underline{\underline{\Phi}}_n^T \underline{\underline{C}} \dot{\underline{q}}(t) + \underline{\underline{\Phi}}_n^T \underline{\underline{K}} \underline{q}(t) = \underline{\underline{\Phi}}_n^T \underline{Q}(t) \\ \underline{\underline{\hat{\Phi}}}^T \underline{\underline{M}} \ddot{\underline{q}}(t) + \underline{\underline{\hat{\Phi}}}^T \underline{\underline{C}} \dot{\underline{q}}(t) + \underline{\underline{\hat{\Phi}}}^T \underline{\underline{K}} \underline{q}(t) = \underline{\underline{\hat{\Phi}}}^T \underline{Q}(t) \end{cases} \quad (3.4)$$

Les vecteurs propres ont les propriétés d'orthogonalité suivantes :

$$\underline{\underline{\Phi}}_n^T \underline{\underline{M}} \underline{\underline{\Phi}}_n = \underline{I} \quad (3.5)$$

$$\underline{\underline{\Phi}}_n^T \underline{\underline{K}} \underline{\underline{\Phi}}_n = \underline{\underline{\Lambda}} \quad (3.6)$$

$$(3.7)$$

Et l'on fait l'hypothèse suivante sur la matrice d'amortissement :

$$\underline{\underline{\Phi}}_n^T \underline{\underline{C}} \underline{\underline{\Phi}}_n = \underline{D} \quad (3.8)$$

$$(3.9)$$

Les matrices $\underline{I}$, $\underline{\Lambda}$ et $\underline{D}$ sont toutes diagonales. Elles sont respectivement l'identité, la matrice diagonale contenant les valeurs propres et la matrice produit de $\underline{\Lambda}$ et d'un coefficient d'amortissement. Ces propriétés d'orthogonalité sont très souvent utilisées dans la littérature (comme par exemple dans le livre de Ewins [Ewi00]) pour écrire :

$$\begin{cases} \underline{\Phi}_n^T \underline{M} \underline{\Phi}_n \ddot{\underline{y}}_n(t) + \underline{\Phi}_n^T \underline{C} \underline{\Phi}_n \dot{\underline{y}}_n(t) + \underline{\Phi}_n^T \underline{K} \underline{\Phi}_n \underline{y}_n(t) = \underline{\Phi}_n^T \underline{Q}(t) \\ \underline{\hat{\Phi}}^T \underline{M} \underline{\hat{\Phi}} \ddot{\underline{\hat{y}}}(t) + \underline{\hat{\Phi}}^T \underline{C} \underline{\hat{\Phi}} \dot{\underline{\hat{y}}}(t) + \underline{\hat{\Phi}}^T \underline{K} \underline{\hat{\Phi}} \underline{\hat{y}}(t) = \underline{\hat{\Phi}}^T \underline{Q}(t) \end{cases} \quad (3.10)$$

On fait alors l'hypothèse que les modes ignorés n'ont pas d'influence en dynamique. Cela se traduit par :

$$\underline{M} \underline{\hat{\Phi}} \ddot{\underline{\hat{y}}}(t) + \underline{C} \underline{\hat{\Phi}} \dot{\underline{\hat{y}}}(t) = 0. \quad (3.11)$$

Ce qui donne :

$$\begin{cases} \underline{I}_n \ddot{\underline{y}}_n(t) + \underline{D}_n \dot{\underline{y}}_n(t) + \underline{\Lambda}_n \underline{y}_n(t) = \underline{\Phi}_n^T \underline{Q}(t) \\ \underline{\hat{\Phi}}^T \underline{K} \underline{\hat{\Phi}} \underline{\hat{y}}(t) = \underline{\hat{\Phi}}^T \underline{Q}(t) \end{cases} \quad (3.12)$$

Si la seconde équation est étudiée plus en détail, on obtient :

$$\underline{\hat{\Lambda}} \underline{\hat{y}}(t) = \underline{\hat{\Phi}}^T \underline{Q}(t) \quad (3.13)$$

$$\underline{\hat{y}}(t) = \underline{\hat{\Lambda}}^{-1} \underline{\hat{\Phi}}^T \underline{Q}(t) \quad (3.14)$$

$$\underline{\hat{q}}(t) = \underline{\hat{\Phi}} \underline{\hat{\Lambda}}^{-1} \underline{\hat{\Phi}}^T \underline{Q}(t) \quad (3.15)$$

On reconnaît dans cette dernière expression la matrice de souplesse décrite par les modes ignorés. C'est aussi la valeur de la matrice de transfert décrite par ces modes pour une fréquence nulle, $\underline{\hat{H}}_0$. Si l'on connaît tous les modes, il est possible de reconstruire la matrice de souplesse de la pièce $\underline{S}$ par la formule :

$$\underline{S} = \underline{\Phi} \underline{\Lambda}^{-1} \underline{\Phi}^T \quad (3.16)$$

qui s'écrit aussi :

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} \underline{\Phi}_n & \underline{\hat{\Phi}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\Lambda}_n^{-1} & 0 \\ 0 & \underline{\hat{\Lambda}}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\Phi}_n^T \\ \underline{\hat{\Phi}}^T \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

D'où :

$$\underline{S} = \underline{\Phi}_n \underline{\Lambda}_n^{-1} \underline{\Phi}_n^T + \underline{\hat{\Phi}} \underline{\hat{\Lambda}}^{-1} \underline{\hat{\Phi}}^T \quad (3.18)$$

et l'équation devient :

$$\underline{\hat{q}}(t) = \left(\underline{S} - \underline{\Phi}_n \underline{\Lambda}_n^{-1} \underline{\Phi}_n^T \right) \underline{Q}(t) \quad (3.19)$$

où encore :

$$\underline{\hat{q}}(t) = \left(\underline{S} - \underline{H}_0 \right) \underline{Q}(t) \quad (3.20)$$

Cette dernière écriture fait apparaître la matrice de souplesse résiduelle que l'on retrouve dans d'autres domaines où il est nécessaire de bien maîtriser à la fois le comportement dynamique et statique de la pièce tout en ne manipulant que de petites matrices. Ainsi, l'article de Jaishi [JR06] sur la détection de fissures par mise à jour de modèles éléments finis fait appel à la même technique.

3.1.3 Résolution par la méthode de Newmark.

Nous nous intéressons ici à la résolution de l'équation (3.12-1). Pour cela nous utilisons un schéma de Newmark.

On pose :

$$\underline{y}_n(t+dt) = \underline{y}_i \quad (3.21)$$

et on a alors :

$$\underline{y}_n(t) = \underline{y}_a \quad (3.22)$$

$$\dot{\underline{y}}_i = \dot{\underline{y}}_a + (1-\gamma)\ddot{\underline{y}}_a dt + \gamma\ddot{\underline{y}}_i dt \quad (3.23)$$

$$\underline{y}_i = \underline{y}_a + \dot{\underline{y}}_a dt + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)\ddot{\underline{y}}_a dt^2 + \beta\ddot{\underline{y}}_i dt^2 \quad (3.24)$$

L'équation (3.12-1) est ensuite réécrite en utilisant ces notations :

$$\begin{aligned} \left[\underline{I} + \gamma dt \underline{D} + \beta dt^2 \underline{\Lambda} \right] \ddot{\underline{y}}_i &= \underline{Y}_n - \underline{\Lambda} \underline{y}_a \\ &\quad - \left[\underline{D} + dt \underline{\Lambda} \right] \dot{\underline{y}}_a \\ &\quad - \left[(1-\gamma) dt \underline{D} + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) dt^2 \underline{\Lambda} \right] \ddot{\underline{y}}_a \end{aligned} \quad (3.25)$$

En pratique, on choisit le schéma inconditionnellement stable, $\gamma = 1/2$ et $\beta = 1/6$.

3.1.4 Le second membre.

Si le schéma de Newmark est très simple à mettre en oeuvre, c'est grâce au second membre qui ne dépend pas de $\underline{q}$, sous l'hypothèse que la variation de l'écart outil pièce n'affecte pas significativement la valeur de l'effort de coupe.

Ainsi, $\underline{Q}$ ne dépend que de la position géométrique de l'outil (indépendant de toutes vibrations) et est calculé en utilisant une loi de coupe comme présenté dans les préliminaires. Le chargement est un effort ponctuel appliqué à la position de l'outil dans le cas du tournage ou un ensemble de chargements ponctuels correspondant à chacune des dents immergées dans le cas du fraisage.

3.1.5 Influence de la modélisation de la coupe par un chargement ponctuel.

Si d'un point de vue programmation et même éléments finis, l'application d'efforts ponctuels ne pose pas en soit de problème, il s'agit d'une sollicitation très localisée de la structure qui n'a pas de sens sur un modèle continu. Le champ de contrainte dû à ce chargement présente un pic infini au point d'application de l'effort.

Dans le cadre de la méthode dynamique, des efforts ponctuels sont appliqués et les déplacements aux points d'application de ces efforts sont observés. Les perturbations dues à cette modélisation "extrême" sont étudiées ici en sachant qu'on se place dans le cas d'un champ de déplacement interpolé.

Mise en évidence du problème.

On se propose d'étudier ici le déplacement en un point M soumis à un chargement ponctuel. La pièce est supposée infinie, de comportement uniforme. Le point M se déplace dans un triangle, face d'un élément volumique tétraédrique défini sur la surface de cette pièce comme présenté en figure 3.1. Il existe un système d'axe (ζ, η) dans lequel ce triangle est rectangle isocèle.

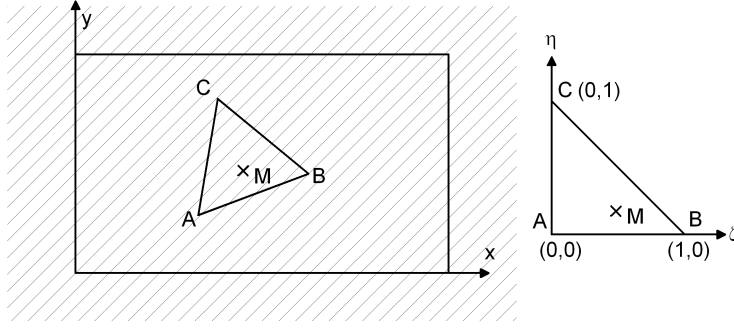


FIG. 3.1 – Discretisation utilisée pour l'étude.

On ne considère que les degrés de libertés dans la direction normale au triangle. Le chargement $\underline{Q}$ est la combinaison linéaire de chargements unitaires sur chacun des noeuds Q_A^1, Q_B^1, Q_C^1 . On fait une hypothèse de symétrie. Les chargements unitaires appliqués sur un sommet du triangle entraînent un déplacement q_M sur le noeud chargé et q_m sur les deux autres. Les fonctions de forme de l'élément P1 défini par le triangle A, B, C dans le repère (A, ζ, η) s'écrivent :

$$\tau_A = 1 - \zeta - \eta \quad (3.26)$$

$$\tau_B = \zeta \quad (3.27)$$

$$\tau_C = \eta \quad (3.28)$$

On a l'expression du travail virtuel :

$$W^* = u^*(M)Q \quad (3.29)$$

$$W^* = [q_A^* \quad q_B^* \quad q_C^*] \begin{bmatrix} \tau_A \\ \tau_B \\ \tau_C \end{bmatrix} Q \quad (3.30)$$

D'où l'expression du chargement :

$$\underline{Q}(M) = Q \begin{bmatrix} \tau_A \\ \tau_B \\ \tau_C \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Compte-tenu des hypothèses de départ sur le champ de déplacement, on a :

$$u(M) = Q [\tau_A \quad \tau_B \quad \tau_C] \begin{bmatrix} \tau_A q_M + (\tau_B + \tau_C) q_m \\ \tau_B q_M + (\tau_A + \tau_C) q_m \\ \tau_C q_M + (\tau_A + \tau_B) q_m \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Puis en utilisant les expressions des fonctions de forme, le déplacement du point M fait apparaître une forme quadratique :

$$u(M) = Q [(1 + 2\zeta^2 + 2\eta^2 - 2\zeta\eta + 2\zeta + 2\eta) q_M + (-\zeta^2 - \eta^2 - \zeta\eta + \zeta + \eta) q_m] \quad (3.33)$$

Il est alors possible de tracer l'évolution de $u(M)$ en fonction de la position de M , cela est fait sur la figure 3.2. Sur les trois noeuds, le déplacement vaut q_M . Au centre de l'élément, le déplacement est minimal et vaut $q_M - \frac{1}{3}(q_M - q_m)$. On remarque que la solution *réelle* est uniforme ce qui est sensiblement différent du résultat obtenu.

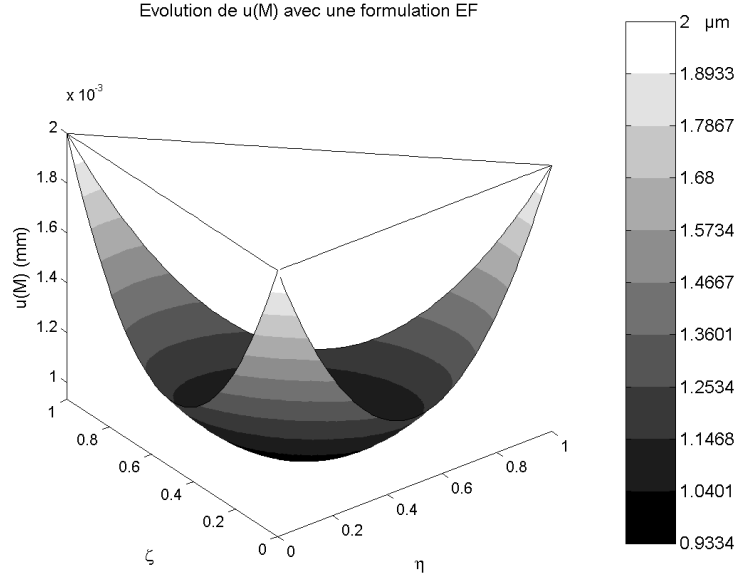


FIG. 3.2 – Evolution de $u(M)$ sur le triangle. $Q = 200N$, $q_M = 10^{-5}mm$ et $q_m = 2 \cdot 10^{-6}mm$.

Remède au problème.

L'erreur statique commise lors de l'utilisation du chargement ponctuel est ennuyeuse car elle conduit à des oscillations artificielles. La présence de petites paraboles correspondantes à chaque élément traversé peut générer des instabilités dans les simulations si l'on prend en compte la régénération de l'effort de coupe c'est à dire du *broutement numérique*.

Cependant, la solution de l'équation dynamique n'est pas affectée par ces problèmes de singularité car la projection du second membre sur la base modale permet de répartir le chargement sur les degrés de liberté de la surface usinée. Les modifications proposées ici n'affectent donc que la résolution de l'équation statique.

L'idée est de s'inspirer de la répartition de l'effort de coupe effectuée par les modes propres lors de la résolution de l'équation dynamique. Pour cela, nous allons décomposer la matrice de souplesse résiduelle $\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{H}}_0$ sous forme de vecteurs propres et de valeurs propres :

$$\tilde{\underline{\underline{S}}}_R = \underline{\underline{S}} - \underline{\underline{H}}_0 = \underline{\underline{V}} \underline{\underline{L}} \underline{\underline{V}}^T \quad (3.34)$$

On peut alors approcher la matrice de souplesse résiduelle en conservant une selection de vecteurs propres¹. On a alors :

$$\tilde{\underline{\underline{S}}}_R = \underline{\underline{V}}_n \underline{\underline{L}}_n \underline{\underline{V}}_n^T + \underline{\underline{S}}_\epsilon \quad (3.35)$$

Le but étant de bien choisir les vecteurs de $\underline{\underline{V}}$ composant $\underline{\underline{V}}_n$ de façon à avoir la matrice $\underline{\underline{S}}_\epsilon$ la plus petite possible.

Cette solution permet de lisser les résultats mais cela se fait au prix d'une perte de souplesse. On utilise alors la matrice :

$$\underline{\underline{S}}_R = \underline{\underline{V}}_n \underline{\underline{L}}_n \underline{\underline{V}}_n^T \quad (3.36)$$

1. Cette selection peut se faire en fonction du poids relatif de leur valeur propre.

Application du lissage de la matrice de souplesse sur l'exemple simple.

Dans le cas du triangle étudié précédemment, la matrice de souplesse vaut :

$$\underline{\underline{S}} = \begin{bmatrix} q_M & q_m & q_m \\ q_m & q_M & q_m \\ q_m & q_m & q_M \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

La diagonalisation de $\underline{\underline{S}}$ fait apparaître deux valeurs propres, une simple $\lambda_1 = (q_M + 2q_m)$ et une double $\lambda_2 = (q_M - q_m)$. On conserve la valeur propre la plus grande, le vecteur propre normé correspondant est $\sqrt{3}/3 [1 \ 1 \ 1]^T$ ce qui donne la matrice de souplesse résiduelle :

$$\underline{\underline{S_R}} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} q_M + 2q_m & q_M + 2q_m & q_M + 2q_m \\ q_M + 2q_m & q_M + 2q_m & q_M + 2q_m \\ q_M + 2q_m & q_M + 2q_m & q_M + 2q_m \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Compte-tenu de l'expression (3.31) du second membre $\underline{Q}$, le déplacement correspondant devient :

$$\underline{q_R} = \frac{Q}{3} \begin{bmatrix} q_M + 2q_m \\ q_M + 2q_m \\ q_M + 2q_m \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Ainsi ce résultat est uniforme, comme la solution réelle mais il traduit un comportement plus raide. En effet, le résultat de l'application numérique $Q = 200N$, $q_M = 10^{-5}mm$ et $q_m = 2 \cdot 10^{-6}$ donne un déplacement uniforme de $0.9\mu m$ à comparer avec le résultat de la figure 3.2.

Remarque.

Selon les cas, l'utilisation de cette correction n'est pas toujours nécessaire. En effet, lorsque l'opération est très dynamique, l'influence de la statique est moins importante et les efforts ponctuels sont naturellement lissés par les modes propres.

3.1.6 Retour sur les objectifs de la méthode.

- Lorsque la dynamique n'est pas sollicitée, alors la partie dynamique de l'équation (3.12-1) s'annule et deux équations statiques sont résolues dont la somme devient exactement égale à ce qui serait calculé par la méthode statique.
- En utilisant une base modale tronquée et la matrice de raideur condensée, on réduit au maximum la quantité d'informations utilisées en ne conservant que les plus importantes. Ainsi les tailles des matrices manipulées sont réduites ce qui permet d'optimiser les temps de calculs ;
- L'objectif de prédictibilité de la solution est vérifié dans la suite.

3.2 Application au tournage.

La méthode est appliquée sur le cas du dressage de disques de frein. Ces freins sont des disques ventilés qui sont montés sur l'essieu avant de certaines versions de la laguna III. L'opération étudiée ici est le dressage des pistes de disques.

Ces disques sont contrôlés en battement simple. Lors du contrôle, un palpeur décrit une série de cercles sur le disque et pour chaque cercle, l'écart hauteur max - hauteur min est retourné. Il est assez difficile de comparer ces mesures avec les résultats obtenus par des calculs car l'on ne maîtrise pas bien le

dégauchissage qui consiste à balancer la pièce dans le plan moyen. En effet sur cette pièce, ce traitement est fait à partir de la géométrie globale de la pièce. Afin de comparer les résultats calculés avec des mesures, une gamme spécifique est utilisée sur un moyen tridimensionnel. On constate alors que la méthode statique ne permet pas d'expliquer les valeurs mesurées.

Simulations et essais concernent le dressage d'une unique piste, repérée sur la figure 3.3.

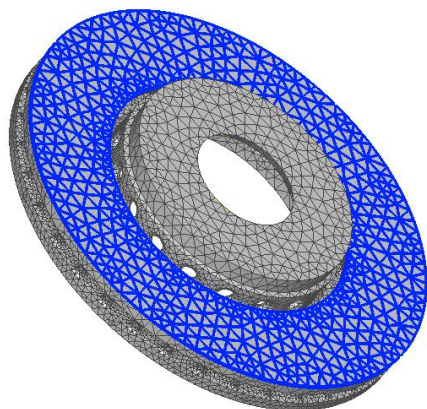


FIG. 3.3 – Vue du maillage du disque, la partie usinée est repérée en bleu.

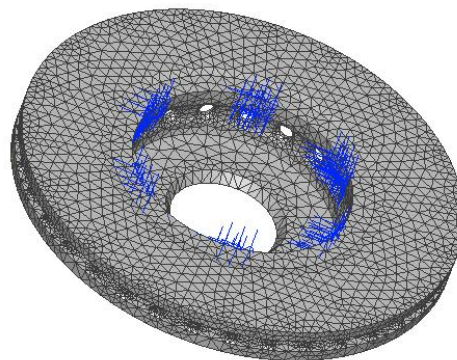


FIG. 3.4 – Vue du maillage du disque, les zones de bridage sont repérées en bleu.

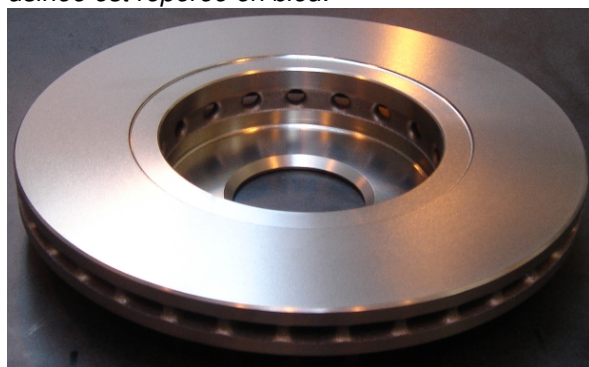


FIG. 3.5 – Vue du disque.

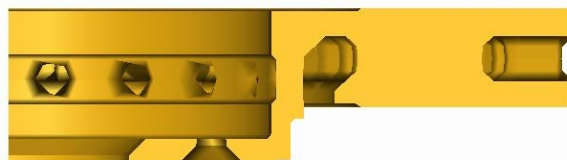


FIG. 3.6 – Vue en coupe du disque.

Cette étude appartient à la classe des problèmes de dynamique des machines tournantes. Contrairement au cas du fraisage où la pièce est fixe et où seul l'outil est en rotation, les opérations de tournage impliquent une mise en rotation des pièces. L'application de la méthode présentée fait l'usage du comportement dynamique de la pièce. Par conséquent, dans le cas du tournage de cette pièce, l'axi-symétrie des modes propres ainsi que le chargement tournant par rapport à la pièce peuvent faire apparaître des effets harmoniques comme cela est décrit dans [Tay94]. Ainsi plusieurs réponses harmoniques peuvent se superposer.

3.2.1 Application de la méthode sur un disque de frein.

Les paramètres de l'opération étudiée sont résumés dans le tableau 3.1. Les plaquettes utilisées font partie de la famille des céramiques blanches, rarement rencontrées mais bien adaptées à ce cas d'usage à sec continu.

Plaquette	
Forme	Carrée
Angle d'attaque (κ_R)	45°
Rayon de bec R_e	1.6 mm
Matière	Céramique blanche
Paramètres d'usinage	
Profondeur de passe a_p	1 mm
Avance f_z	0.1 mm par tours
Vitesse de coupe	
Paramètres du modèle d'efforts de coupe	
K_c pour $h = 0.4mm$ $b = 1mm$	1100 MPa m = 0.2
K_f	.610 K_c
K_a	.381 K_c

TAB. 3.1 – Paramètres de l'opération de dressage des disques de frein.

3.2.2 Modélisation du système et analyse modale.

Pour cette étude, le système étudié ne se limite pas à la pièce, la broche est également prise en compte. Notre modèle élément-finis est ensuite recalé par rapport à des mesures d'analyse modale réalisées sur la machine.

Extension du modèle : Prise en compte de la broche.

Le disque est maintenu par un mandrin à la broche d'un tour vertical. Cette broche est liée au reste du tour par l'intermédiaire de roulements, généralement modélisés par des liaisons rotules. Il est rare de rencontrer des cas de simulation d'usinage prenant en compte le comportement de la pièce mais il est encore plus rare de prendre en compte le comportement d'un élément de la machine. Cependant, la pratique existe lorsque l'on se concentre sur le comportement des outils. Nous nous basons sur une telle approche, proposée par E. Budak [EzB07]. Ainsi, la broche est modélisée par des poutres et est maintenue par des liaisons rotules. Les roulements et leur environnement sont modélisés par des ressorts (figure 3.7). Considérant que le maillage élément finis donne des résultats satisfaisants pour le comportement dynamique du disque de frein et de la broche pris individuellement, le modèle est recalé en jouant sur ces raideurs. La figure 3.8 présente le maillage complet avec la broche.

Des modèles de broches plus sophistiqués se rencontrent dans la littérature, ainsi on peut citer à titre illustratif le travail de P. Albertelli *et al.* [ABM07] qui propose un modèle très complet de broche en prenant en compte les non-linéarités dues aux roulements, de même que le modèle de C. Brecher *et al.* [BWE07] ou encore celui de Y. Cao *et al.* qui prend en compte les effets gyroscopiques et les préchargements en compte [CA06a][CA06b].

Recalage du modèle par rapport à des relevés expérimentaux.

Afin de recalé le modèle du système disque - broche, une campagne d'analyse modale a été mise en place. La figure 3.9 présente le dispositif de mesure. Notre démarche d'analyse modale est basée sur l'ouvrage de D.J. Ewins [Ewi00] et est présentée en annexe A.

Le tableau 3.2 présente les résultats d'analyse modale ainsi que les résultats calculés avec le modèle

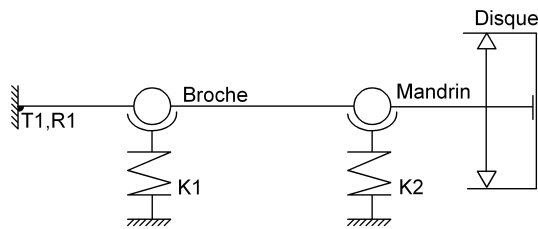


FIG. 3.7 – Schéma de principe du système mécanique.

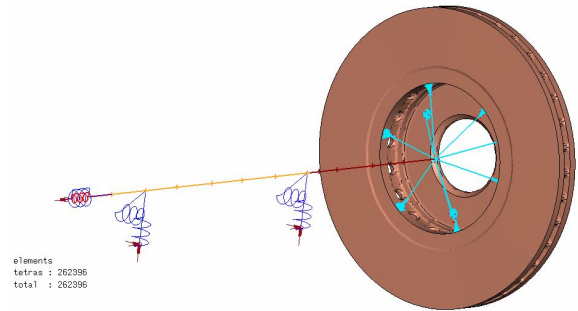


FIG. 3.8 – Vue du modèle numérique.

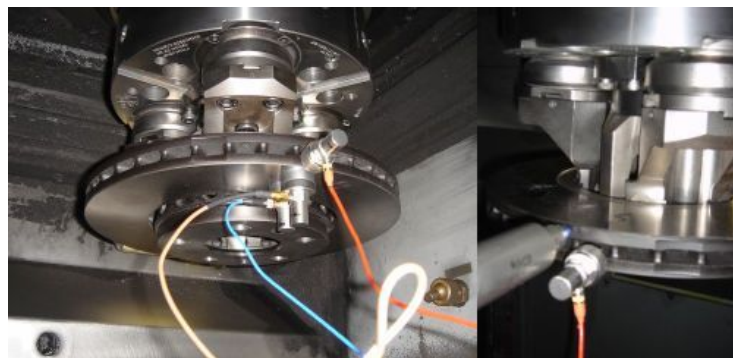


FIG. 3.9 – Dispositif de mesure mis en place pour l'analyse modale.

présenté, après recalage des raideurs de roulement.

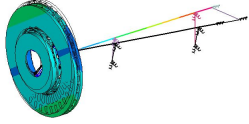
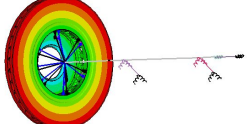
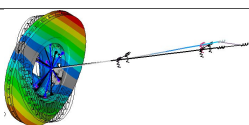
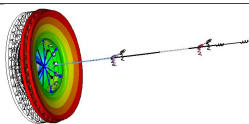
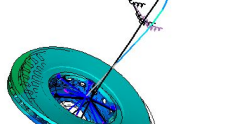
On fait les observations suivantes :

- Les modes basse fréquence ont leurs fréquences calculées encore trop basses par rapport aux fréquences mesurées malgré le recalage. La vitesse de rotation utilisée sera donc adaptée ;
- Le mode 5 est un mode de torsion du disque autour de son axe ne peut pas être identifié avec les accéléromètres mono-axes qui ont été utilisés ;
- A partir du cinquième mode, les modes impliquent d'avantage le disque ce qui améliore les résultats car le modèle éléments-fini a une bonne représentativité de la structure réelle du disque.

3.2.3 Régularisation du chargement par traitement de la matrice de souplesse résiduelle.

Dans ce cas, l'opération présente un cas de coupe continue. La dynamique de la pièce est surtout sollicitée dans les premiers tours de l'usinage puis les vibrations sont amorties. Il est alors nécessaire de lisser le chargement par la méthode présentée précédemment.

Pour cela, la matrice de souplesse résiduelle est décomposée en vecteurs propres et valeurs propres puis une nouvelle matrice est reconstruite à partir d'une sélection de ces couples de vecteurs propres et valeurs propres. La problématique de ce choix est de choisir suffisamment de vecteurs propres et valeurs propres pour obtenir une matrice représentative de la matrice originelle.

Numéro du mode	Fréquence expérimentale	Fréquence calculée	Amortissement %	Forme modale
1 et 2	16 Hz	13 Hz	3%	
3 et 4	90 Hz	62 Hz	11%	
5	-	195 Hz	15 %	
6 et 7	550 Hz	460 Hz	1%	
8	853 Hz	730 Hz	3%	
9 et 10	-	940 Hz	15%	
11 et 12	1080 Hz	1080 Hz	1%	
13	1120 Hz	1120 Hz	0.2%	

TAB. 3.2 – Résultats expérimentaux d'analyse modale et résultats calculés par le modèle recalé.

Afin d'aider cette sélection, on peut trier les valeurs propres dans l'ordre croissant, et considérer la représentativité de la reconstruction de la nouvelle matrice de souplesse par rapport à la matrice originelle est égale au ratio de la somme des valeurs propres sélectionnées sur la somme des valeurs propres. La figure 3.10 illustre cette aide au choix des valeurs propres. Ce type de méthode est souvent utilisé dans la suppression de bruit dans les mesures.

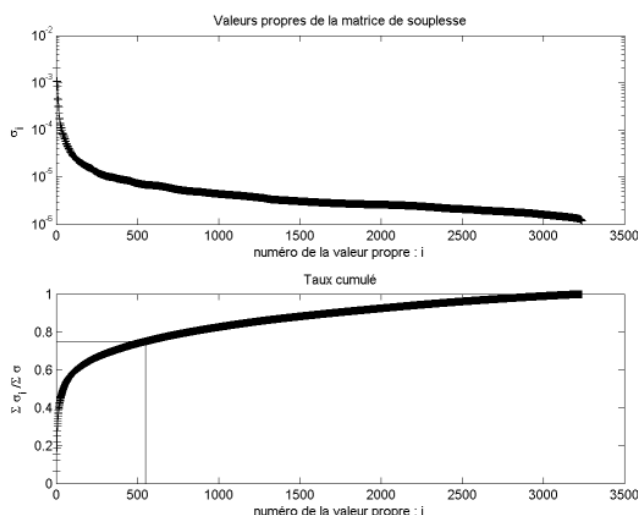


FIG. 3.10 – Aide au choix des valeurs propres conservées. Dans notre cas, 550 valeurs sont conservées sur 3240 pour conserver 75% de la souplesse originale.

3.2.4 Validation expérimentale.

Cinq disques ont été spécialement usinés pour la validation de notre méthode. Ces disques ont ensuite été mesurés avec une machine à mesurer tridimensionnelle. Les résultats sont présentés dans les figures B.1 à B.5 en annexe B. Les comparaisons sont faites sur la base du disque 3.

Les raideurs représentatives des roulements sont dégradées pour le calcul de la base modale dans le but d'obtenir des modes proches de ceux observés lors de l'identification modale. Ce n'est pas le cas de la matrice de souplesse. En effet si l'on utilise ces valeurs dégradées, le système devient extrêmement souple. L'utilisation des raideurs de roulement pour faire apparaître les modes observés est parfaitement illusoire, ces modes pouvant provenir d'autres constituants qui ne sont pas présents dans le modèle. Les modes basse fréquence étant susceptibles d'intervenir sur le comportement et, comme ils sont plus bas qu'en réalité, la vitesse de rotation du disque initiale est diminuée d'autant de façon à pouvoir les exciter éventuellement. Notons que ces modes ont une raideur beaucoup plus importante que les modes de disque.

Le résultat calculé est illustré figure 3.11. On constate que sur un cercle donné le battement est d'environ $3\mu\text{m}$ contre 2 pour la méthode statique (figure 3.12). On constate également que la prise en compte de la dynamique du système et plus particulièrement des modes de la machine permettent d'obtenir une prédiction de défaut de planéité de l'ordre de $10\mu\text{m}$ contre $5\mu\text{m}$ ce qui est proche des valeurs mesurées.

Il apparaît que dans ce cas, seuls les modes de machine ont une influence. En effet, si ceux-ci ne sont pas pris en compte, alors les résultats calculés par la méthode statique et la méthode dynamique sont identiques.

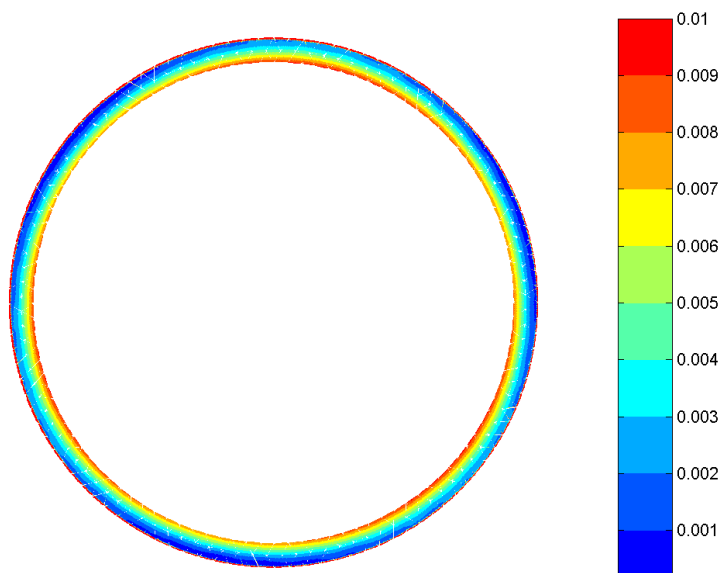


FIG. 3.11 – *Résultat obtenu par la méthode dynamique - Echelle en mm.*

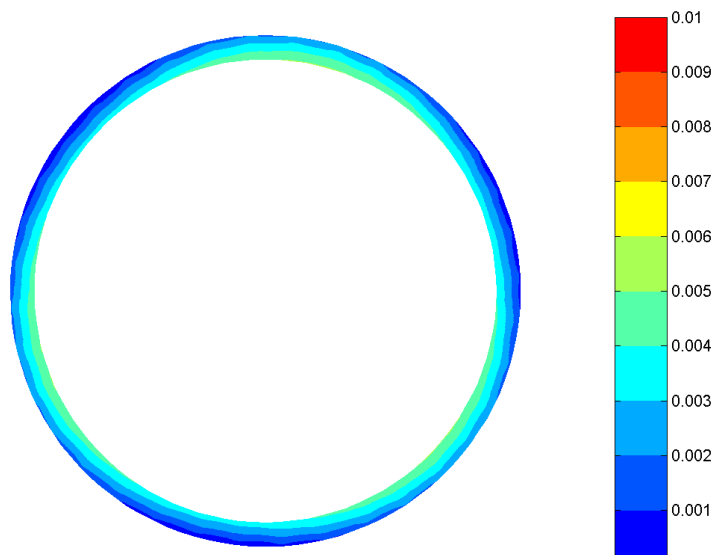


FIG. 3.12 – *Résultat obtenu par la méthode statique - Echelle en mm.*

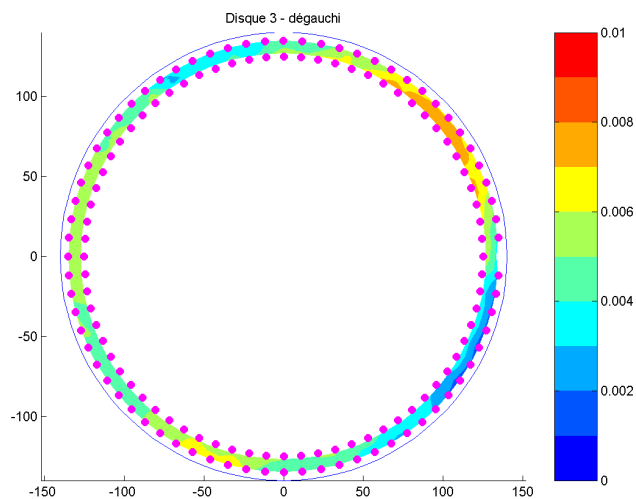


FIG. 3.13 – *Résultat mesuré sur le disque 3 - Echelle en mm.*

Leur prise en compte par la méthode dynamique permet d'expliquer leur influence sur la qualité des pièces en fin d'opération.

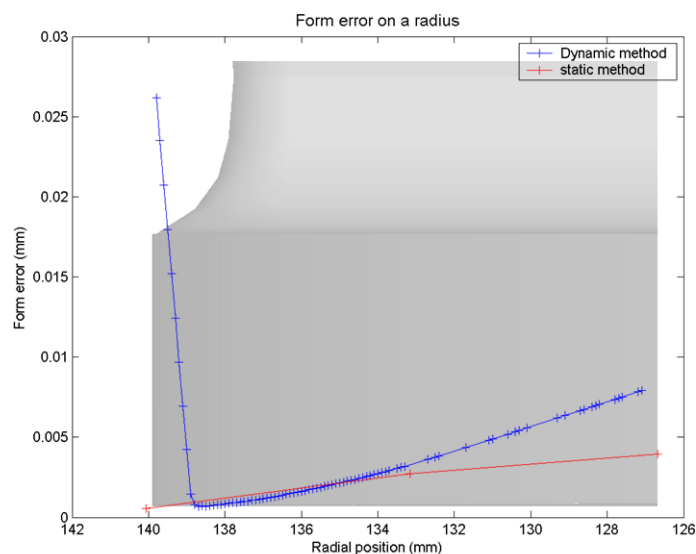


FIG. 3.14 – Défauts de forme calculés le long d'un rayon pour chacune des deux méthodes.

La figure 3.14 présente le résultat que l'on obtiendrait si l'on palpat des points le long d'un rayon sur la pièce finie. On remarque une pente dans le résultat dynamique à l'extérieur du disque. Cette pente est due à l'entrée de l'outil dans la matière, l'angle d'attaque étant de 45° . Elle n'existe pas en réalité. La position du minimum et l'allure de la courbe est fortement dépendante de la vitesse de rotation initiale. Cela s'explique par l'accroissement de la souplesse avec le rapprochement de la fréquence de sollicitation vers une fréquence propre de la structure.

On peut également vérifier que le comportement statique du résultat calculé par la méthode dynamique est cohérent. En effet, sur la figure 3.15, correspondant à l'évolution de l'écart outil-pièce sur un tour de disque ou encore à l'opposé du défaut de forme, on retrouve l'influence des pieds positionnés entre les deux pistes du disque.

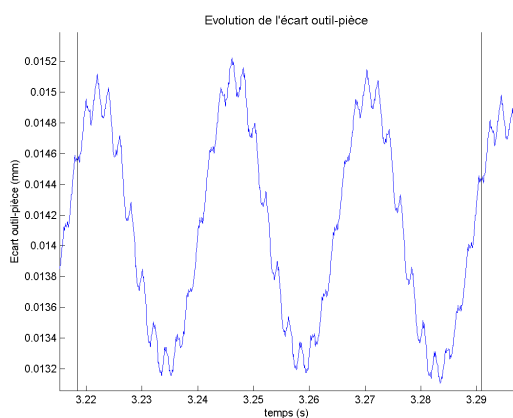


FIG. 3.15 – Résultat obtenu par la méthode dynamique.

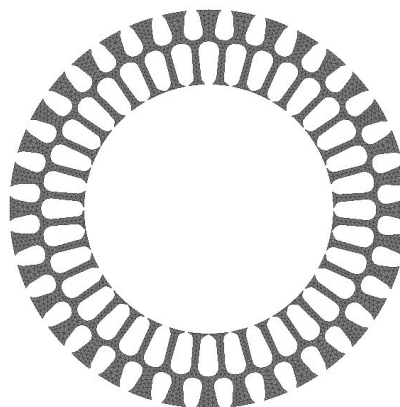


FIG. 3.16 – Section du disque. Les trous correspondent aux pieds de ventilation.

3.2.5 Conclusion

La méthode dynamique permet d'expliquer les écarts entre résultats de simulation par la méthode statique et résultats de mesure. La source de ces écarts, la machine, ne pouvait être identifiée que de manière expérimentale, par sonnage ou écoute de l'opération. La méthode dynamique n'a ici servi qu'à montrer l'influence de ces paramètres identifiés expérimentalement sur la qualité de la pièce finie.

La démarche proposée s'insère parfaitement dans une démarche PMI², prenant en compte à la fois le comportement de la machine et de la pièce pour prédire le résultat d'un process.

3.3 Application au fraisage.

Suite au constat fait dans le chapitre 2.4.1, page 44 sur les résultats calculés par la méthode statique lors du fraisage du carter de boîte PK4, l'exemple est repris pour illustrer la méthode dynamique en fraisage.

Dans ce cas, le problème du chargement ponctuel existe toujours mais il est nettement moins visible car il est occulté par la composante dynamique du résultat. Par conséquent, sur cet exemple, le lissage de la matrice de souplesse résiduelle n'est pas appliqué.

3.3.1 Application de la méthode sur un carter de boîte de vitesse

L'opération étudiée pour la méthode statique est reprise ici, il s'agit du fraisage de la face 2000 du carter de mécanismes de la boîte PK4. Les boîtes de vitesses comportent généralement deux carters, le carter mécanisme contient les arbres et les pignons responsables des rapports de transformation, et le carter d'embrayage qui contient l'embrayage. Ce dernier carter est en liaison avec le moteur et sa géométrie varie selon le moteur sur lequel la boîte sera montée. Les deux carters sont également liés l'un à l'autre par leurs faces 2000 respectives. La qualité de ces surfaces est donc très importante car garante de l'étanchéité de l'ensemble.

La pièce utilisée est en aluminium et coulée sous pression.

3.3.2 Identification expérimentale des efforts de coupe.

Les coefficients de la loi de coupe utilisés dans la section dédiée à la méthode statique sont identifiés à partir des lois de coupe identifiées expérimentalement comme décrit ici. La méthode expérimentale est décrite dans les préliminaires 1.3

Pour les essais d'identification, une trentaine d'éprouvettes ont été spécialement coulées. Les essais ont été réalisés sur une machine équipée d'un capteur d'effort triaxial sur lequel sont fixées successivement les éprouvettes. La broche est équipée d'un top-tour ce qui permet de connaître précisément la position angulaire des dents de la fraise en fonction du temps. L'ensemble du dispositif expérimental est décrit en figure 3.17.

Les essais sont réalisés à une profondeur de passe de 1mm, conformément à l'opération. L'utilisation coordonnée du capteur dynamométrique et du top tour permettent d'obtenir les courbes d'efforts en fonction de la position angulaire de l'outil présentées en figure 3.18. En utilisant les formules présentées en section 1.1.1 de la partie 1, il est possible d'obtenir l'évolution des efforts en fonction de la l'épaisseur de copeau h comme cela est présenté en figure 3.19. Lors de la simulation du fraisage, la valeur de h

2. Process Machine Interaction.

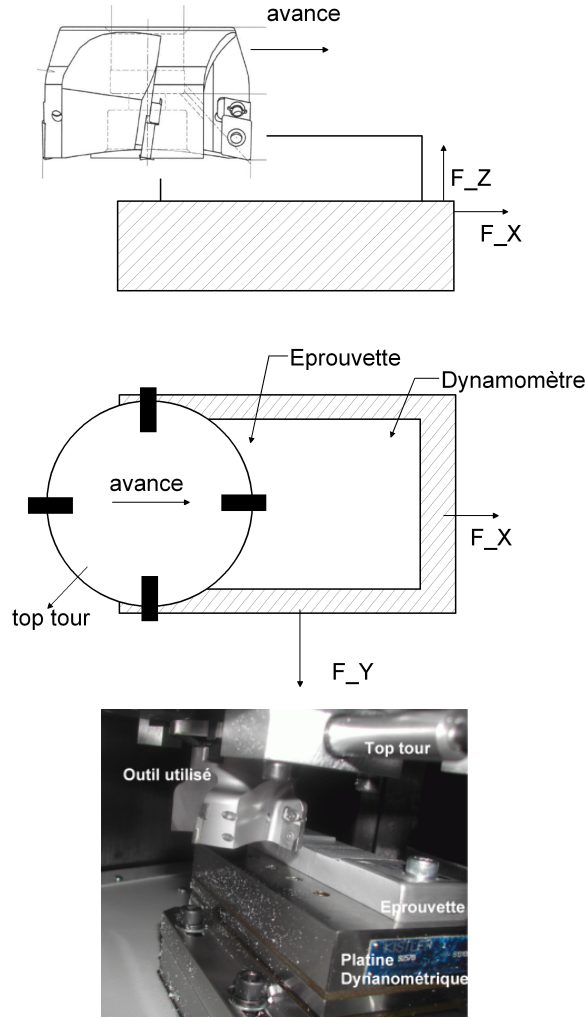


FIG. 3.17 – Dispositif expérimental mis en oeuvre pour l'identification de la loi d'efforts de coupe.

varie continuellement, il est donc nécessaire de se munir d'une loi. De manière à être le plus proche possible des mesures, des polynômes d'ordre 3 sont utilisés plutôt que des lois de Kienzle³ :

$$F_c = 2201.2h^3 - 2746.7h^2 + 1213.2h + 16.9 \quad (3.40)$$

$$F_h = 15946.5h^3 - 7159.3h^2 + 1318.7h + 13.4 \quad (3.41)$$

$$F_a = 4183.8h^3 - 2301.4h^2 + 649.7h + 18.0. \quad (3.42)$$

Où la donnée de h est en mm.

Ces polynômes sont tracés sur la figure 3.19 pour chaque composante de l'effort de coupe. Un agrandissement de ces courbe est proposé en annexe C, page 125.

3.3.3 Identification expérimentale des paramètres modaux.

L'analyse modale de carters dans le cadre d'opérations de fraisage a déjà été réalisée dans le passé comme peut l'illustrer l'article de M. Daimon *et al.* de 1985, [DYK⁺85]. Si dans cet article, les auteurs s'intéressent à l'optimisation de la prise de pièce, l'effet de la coupe sur le carter dans sa prise de pièce

3. Les coefficients correspondant aux lois de Kienzle sont donnés précédemment, dans la section consacrée à la méthode statique.

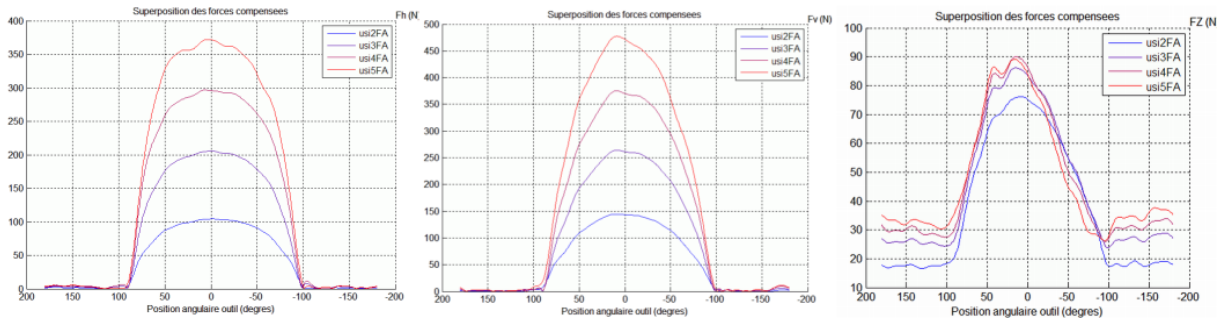


FIG. 3.18 – Evolution des composantes de l'effort de coupe en fonction de la position angulaire de l'outil. De gauche à droite : F_h , F_c , F_a . Dans le cas de l'étude, seules les courbes bleues (*usi2*) sont utilisées. Elles correspondent à une profondeur de passe de 1 mm.

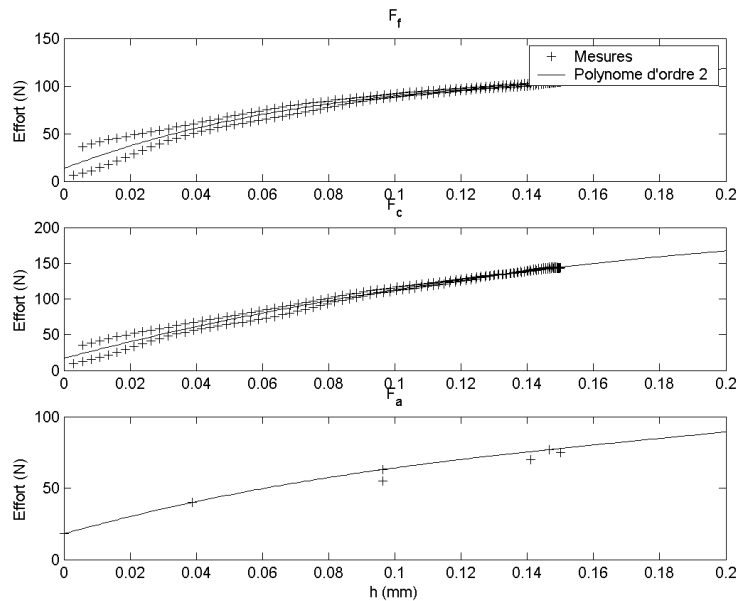


FIG. 3.19 – Evolution des composantes de l'effort de coupe en fonction de h et lois de coupe polynomiales adoptées dans la suite.

est ici privilégié. Pour cela, à l'inverse de l'équipe de Daimon qui s'intéresse aux formes modales de la pièce dans des conditions libre-libre, les modes propres du carter bridé sur la machine sont identifiés. Le protocole est détaillé en annexe, l'identification modale est faite par sonnage à multi-référence. Un accéléromètre tridimensionnel est utilisé, il est collé successivement en 7 points présentés en figure 3.20. Chacun de ces points est impacté par un marteau équipé d'un capteur de force. Cela permet d'obtenir les 21 fonctions de transfert qui constituent une colonne de la matrice de transfert. Il est alors possible d'identifier les formes modales des modes propres de la pièce compris dans l'intervalle de fréquence étudié, [0-2kHz].

Lors du fraisage du carter, l'outil tourne à 20000 trs/min et comporte 4 dents. Compte-tenu de l'angle d'attaque de 90° , la pièce "voit" un choc brutal toutes les $1.25\mu s$ soit une fréquence de 1333 Hz. Par conséquent il est important que le modèle soit au plus proche des mesures pour les modes dont les fréquences avoisinent les 1333 Hz. Le recalage du modèle porte sur la modélisation de la prise de pièce⁴ et très légèrement sur le module de Young. Il a pour but de bien restituer le comportement ob-

4. Les efforts de serrage appliqués de part et d'autre de la pièce et la raideur de la prise de pièce sont ignorés. Ainsi, le modèle

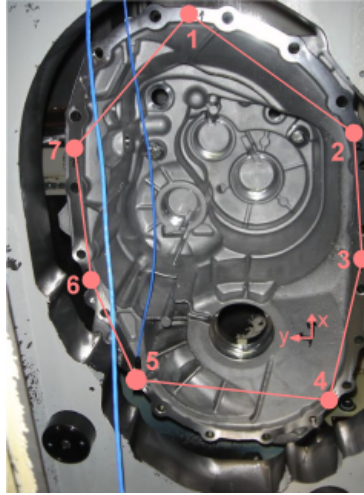


FIG. 3.20 – *Discrétisation du carter utilisé pour la campagne d'identification modale.*

servé à ces fréquences.

Les modes identifiés et les modes calculés correspondant sont regroupés dans le tableau 3.3. Les figures de la colonne de droite présentent les amplitudes de la forme modale en fonction de la position angulaire sur la surface usinée pour les résultats de calcul et d'identification (figure 3.21).

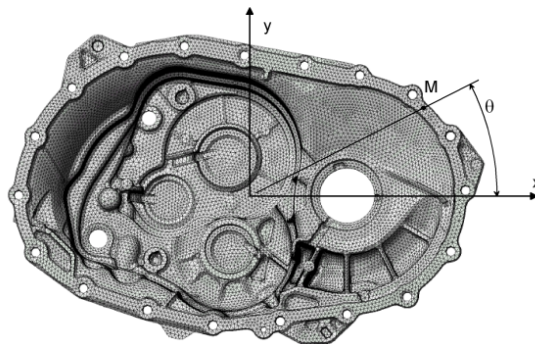
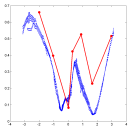
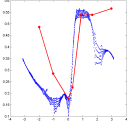
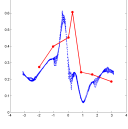
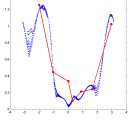
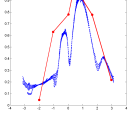
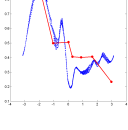
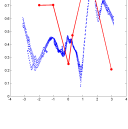
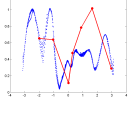
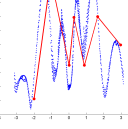
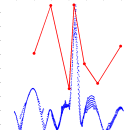


FIG. 3.21 – *Définition de la position angulaire utilisée dans le tableau 3.3.*

Compte-tenu que seuls 7 points de mesure sont disponibles pour identifier 10 modes, les premiers modes identifiés ont une forme modale proche de celle calculée ce qui montre la bonne cohérence entre les deux résultats. D'autre part, plus on monte en fréquence, plus les modes identifiés sont dûs à la pièce sans couplage avec le dispositif de bridage. Pour ces modes plus hauts en fréquence, le nombre de points de mesure ne permet pas d'identifier correctement les formes modales.

3.3.4 Mise en oeuvre de la méthode dynamique.

Une fois le modèle recalé avec la réalité, il est possible de mettre en oeuvre la méthode dynamique. Pour cette opération, la trajectoire étant complexe, aucun dépinçage n'est appliqué. Par conséquent, il est possible que les dents en arrière de la fraise recoupent la matière. Afin de prendre en compte le phénomène, à chaque pas de calcul, un test est réalisé sur les résultats déjà calculés afin de déterminer de prise de pièce consiste en l'encastrement de quelques degrés de libertés bien choisis.

Numéro du mode	fréquence identifiée	fréquence calculée	amortissement utilisé	Amplitude des vecteurs propres en fonction de θ
1	302 Hz	246 Hz	2.2 %	
2	461 Hz	374 Hz	5.1 %	
3	500 Hz	468 Hz	4.5 %	
4	705 Hz	702 Hz	2.5 %	
5	744 Hz	873 Hz	1.3 %	
6	882 Hz	892 Hz	7.8 %	
7	1223 Hz	1223 Hz	8.5 %	
8	1370 Hz	1373 Hz	5.5 %	
9	1580 Hz	1612 Hz	2 %	
10	1847 Hz	1800 Hz	2.5 %	

TAB. 3.3 – Modes identifiés, modes calculés avec le modèle recalé, un agrandissement des formes modales est proposé en annexe D

si les dents arrière recoupent la matière. Aucun effort de coupe n'est associé à la recoupe mais la matière est enlevée.

D'un point de vue temps de calcul, la prise en compte de la recoupe a un coût très lourd dû à la recherche dans les résultats précédents.

3.3.5 Confrontation des résultats et validation de la méthode.

Comme décrit précédemment, 10 pièces ont été usinées pour la validation de la méthode dynamique. Ces pièces sont extraites de la même coulée et sont usinées dans les mêmes conditions sur la ligne. L'outil est contrôlé, la hauteur des quatre plaquettes est identique au micron près.

Après usinage, les pièces sont lavées et mesurées selon une gamme spécifique⁵. La figure 3.22 présente le résultat calculé et la figure 3.23 le résultat mesuré.

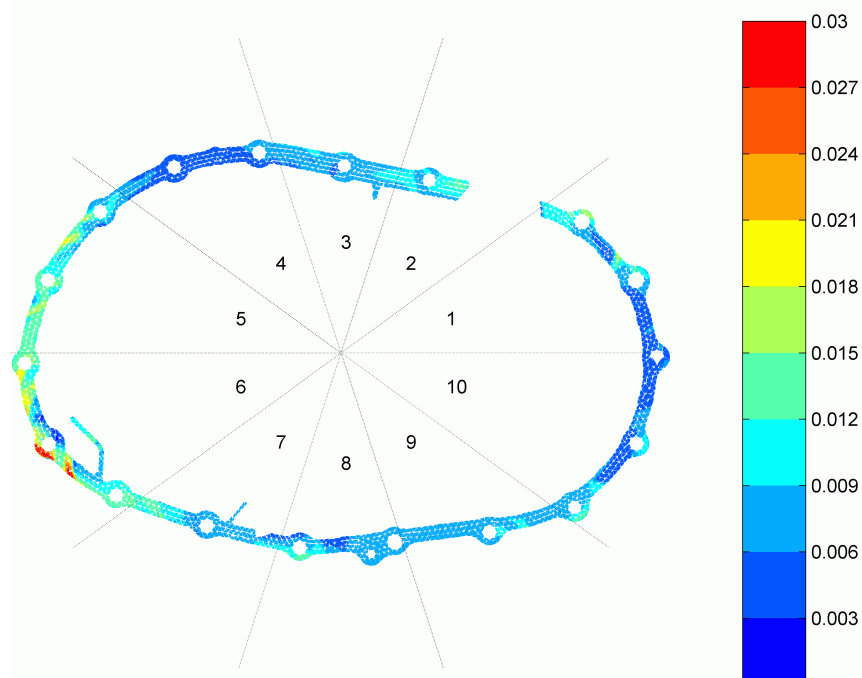


FIG. 3.22 – Résultat calculé, balancé dans le plan moyen calculé par la méthode des moindres carrés et prenant en compte la recoupe de l'outil.

On remarque sur ces illustrations que le résultat calculé est très proche de la réalité ce qui constitue un grand progrès par rapport au résultat de la méthode statique présenté en figure 2.12. Compte-tenu de l'écart type observé sur les mesures, le résultat calculé peut correspondre à une pièce réelle. Il est possible de comparer plus précisément les résultats. Pour cela, on déforme artificiellement la surface pour lui donner l'allure d'un cercle et on définit un diamètre selon lequel on compare les résultats. Les points utilisés pour le calcul et la mesure sont présentés en figure 3.23. Ensuite, il est possible de tracer l'erreur de planéité en fonction de la position angulaire des points, figure 3.24. On constate sur ce résultat qu'il y a 80% de corrélation entre les mesures et les calculs à $5\mu\text{m}$ près.

Que ce soit sur la base des comparaison 2D ou 1D, les zones 1 et 10 ne corréllent pas mais il y a également peu de points de mesure en ces zones. Cela est dû au dispositif de prise de pièce de la machine à mesurer.

5. Un maximum de points de mesure sont choisis. Il reste cependant des "trous" dus au montage de la pièce.

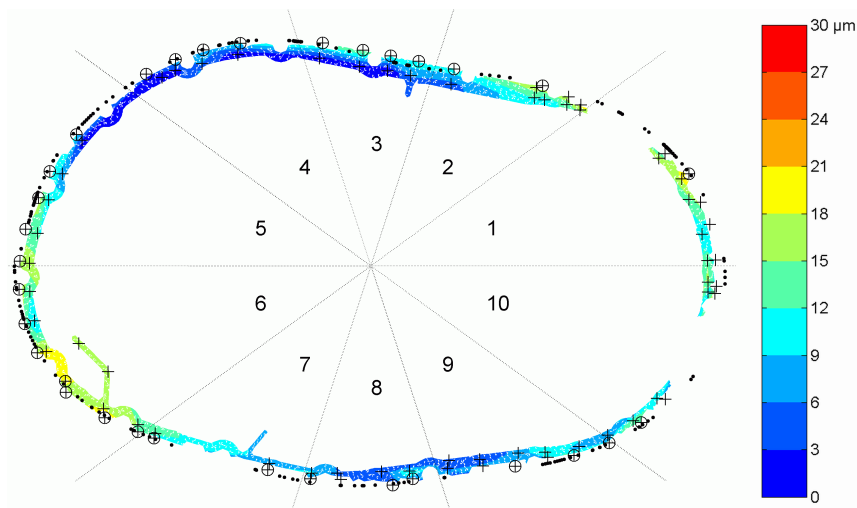


FIG. 3.23 – Résultat mesuré et balancé dans le plan moyen calculé par la méthode des moindres carrés. Les croix marquent les points de mesure, les croix entourées marquent les points de mesure utilisés dans la représentation 1D de la figure 3.24 et les points noirs représentent la position des points de calcul utilisés pour cette même comparaison.

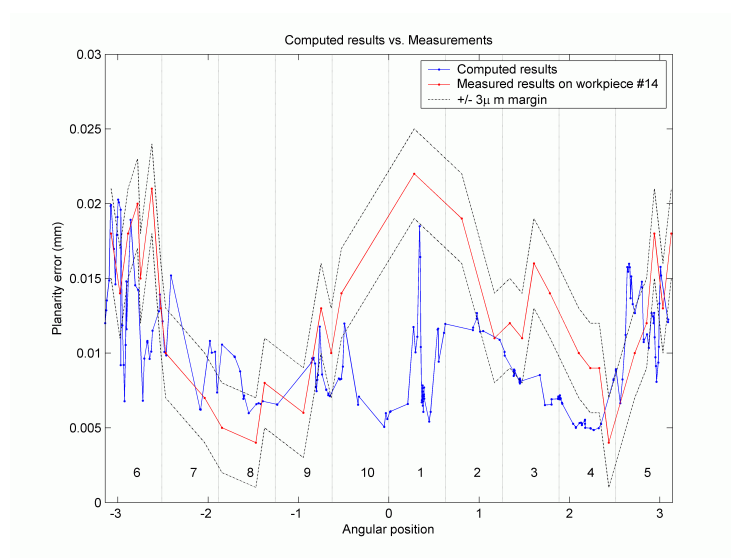


FIG. 3.24 – Comparaisons 1D entre calculs et mesure sur un diamètre donné.

3.3.6 Analyse de l'influence des modes propres sur le défaut de forme.

Lors du calcul de l'usinage, il est possible de relever les déplacements d'un noeud de la surface usinée. De cette manière, il est possible de détecter la fréquence excitée de manière prépondérante et identifier ainsi le mode le plus néfaste.

Dans le cas du carter de boîte, les déplacements du noeud repéré en figure 3.26 sont présentés en figure 3.25 pour les premiers instants de l'usinage.

Il est possible de relever la période de la principale oscillation du graphique de la figure 3.25 et de la comparer au temps de passage de la dent dans la matière. De cette manière, on peut déterminer si l'oscillation peut avoir une influence à l'échelle de l'erreur de forme.

Dans le cas du carter de boîte, la vitesse de coupe est :

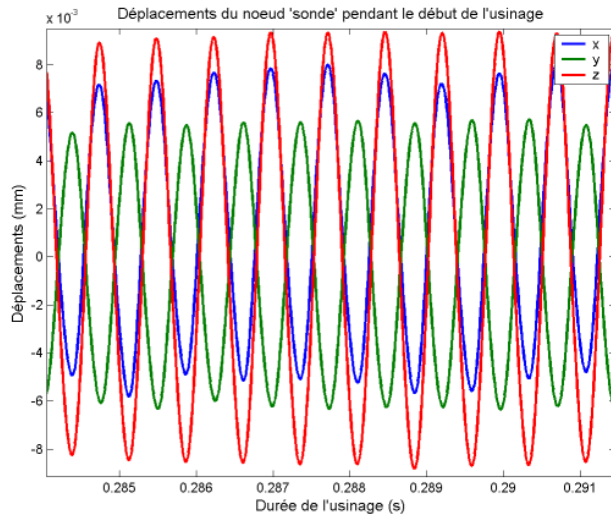


FIG. 3.25 – Déplacement du noeud "capteur" dans le temps en début d'usinage.

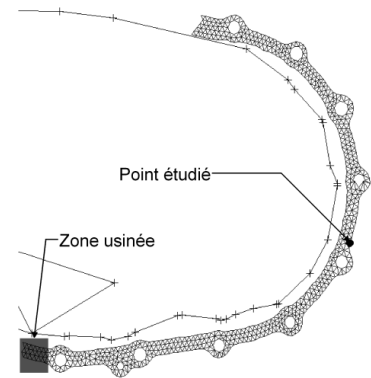


FIG. 3.26 – Position du noeud étudié.

$$V_c = N \times D \times \pi = \frac{20000}{60} \times 63 \times \pi = 6.60 \times 10^4 \text{ mm/s} \quad (3.43)$$

Ce qui donne une durée d'immersion T_{im} pour une épaisseur l de 25mm :

$$T_{im} = \frac{l}{V_c} = 3.7894 \times 10^{-4} \text{ s} \quad (3.44)$$

La fréquence relevée sur la figure 3.25 est de 1343Hz, ce qui est proche de la fréquence du mode 8. On a ainsi le rapport entre la période correspondante à cette fréquence T_{osc} et la durée du passage de l'outil dans la matière qui est :

$$\frac{T_{im}}{T_{osc}} \approx 0.5 \quad (3.45)$$

On constate donc que lorsque l'outil coupe la matière, la pièce a le temps de faire une demi-oscillation. Par conséquent, ces vibrations ont bien une influence sur l'erreur de forme.

3.3.7 Recoupe et durée de vie des outils.

L'une des motivations de ce travail est également économique. Ainsi avec les cadences de production actuelles, il est important de garantir une durée de vie maximale des outils, c'est à dire des plaquettes. Dans le cas du carter de boîte de vitesse, les plaquettes sont en carbure et la zone effectivement coupante est une petite plaque de diamant brasée⁶ sur l'insert.

Copeaux mini et constat issu de l'expérience de Renault.

Lorsque la plus grande épaisseur du copeau est inférieure à une limite dépendant du type de plaquette utilisée, alors il y a un phénomène de refus de coupe. Cela peut se traduire par un écrouissage de la matière de la pièce qui passe sous l'outil. Lorsque le copeau fuit sous l'outil, il y a des frottements importants et un phénomène d'écaillage du substrat de la plaquette peut apparaître. En général, on

6. Procédé de soudage à l'argent

considère qu'une telle configuration divise par trois la durée de vie normale de la plaquette.

Détection des zones copeaux mini.

Dans notre cas, si il n'y a aucun doute quant à l'épaisseur de copeau lors de la coupe par les dents en avant de l'outil, l'épaisseur de copeau en recoupe est très faible. Il est possible de calculer pour chaque point coupé la largeur maximale du copeau et de la comparer avec la taille minimale que doit avoir ce copeau. De cette manière, connaissant la proportion de surface coupée avec un copeau trop petit, il est possible d'estimer la durée de vie de l'outil en fonction de la durée de vie nominale.

La figure 3.27 présente le repérage des zones où l'on prévoit de la recoupe par la méthode dynamique et la figure 3.28 présente les zones de recoupe observées sur les pièces. Cette dernière figure est obtenue en repérant sur chacune des pièces les zones de recoupe constantes.

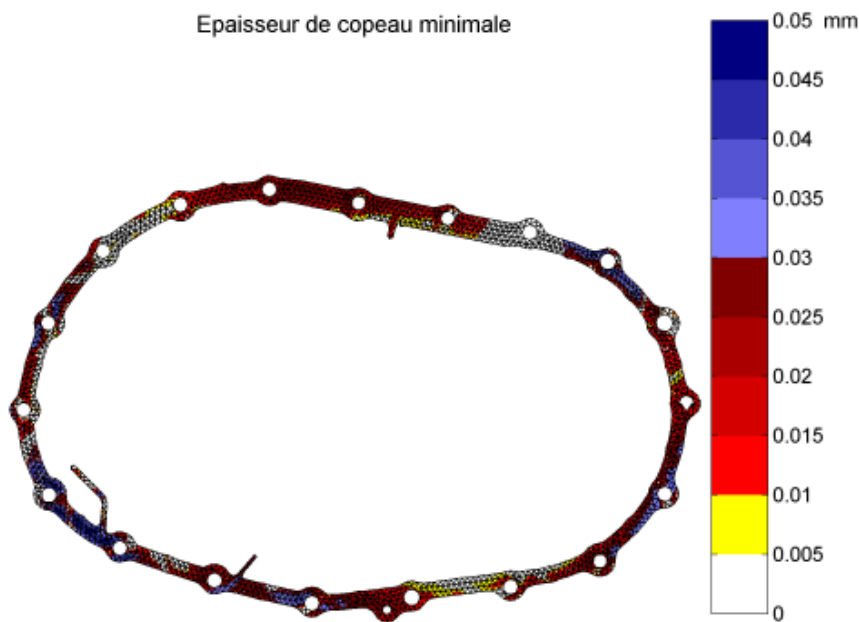


FIG. 3.27 – Zones de recoupe prévues par la méthode dynamique. L'échelle de couleur présente la plus petite épaisseur du copeau à chaque instant et la zone rouge correspond à la zone d'usure maximale de la plaquette.

Si l'on considère qu'il faut tout de même un minimum de matière enlevée pour observer visuellement la recoupe sur la pièce réelle, on peut considérer que le résultat prévu est assez proche des zones observées.

Estimation d'un surcoût en outils-coupants.

Une intéressante estimation du surcoût en outil coupants peut être déduite de ce graphique. En effet si la plaquette est donnée pour une durée de vie de N_{p0} pièces dans des conditions normales d'utilisation, et que notre résultat montre une fraction A_R de la surface totale sensible, alors, en admettant l'application du principe du dommage cumulatif à ce cas, la nouvelle durée de vie de l'outil peut être approchée par :

$$\frac{1}{N_p} = (1 - A_R) \frac{1}{N_{p0}} + A_R \frac{3}{N_{p0}} \quad (3.46)$$

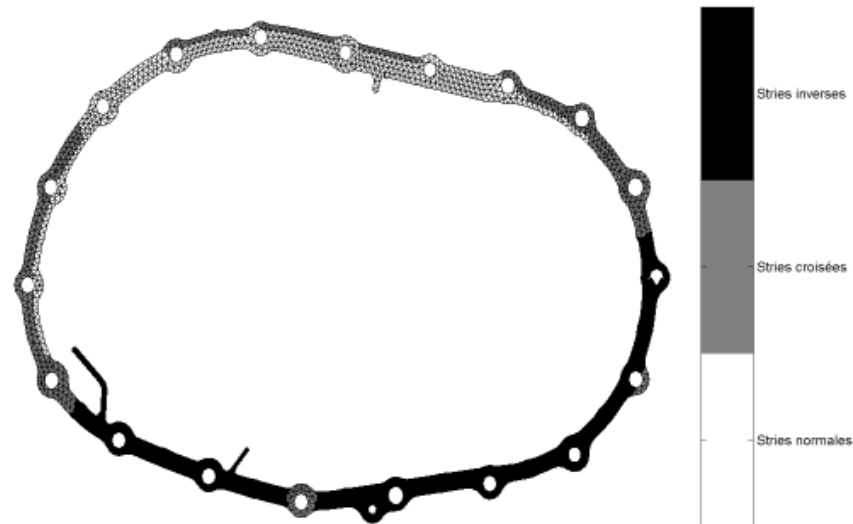


FIG. 3.28 – Zones de recoupe observées sur toutes les pièces.

Il est alors possible d'utiliser la méthode présentée pour trouver des paramètres process permettant de diminuer ce surcoût S par rapport au coût outil par pièce nominal C_0 .

$$S = C_0 N_{p0} \frac{2A_R}{1 + 2A_R} \quad (3.47)$$

3.3.8 Extension des résultats à la rugosité.

L'usinage étudié ici est un usinage pour lequel l'état de surface doit être maîtrisé car une colle est appliquée entre les carters de mécanismes et d'embrayage afin d'assurer l'étanchéité de l'ensemble. La mise en oeuvre de la méthode statique implique une discrétisation de la surface particulièrement fine pour des raisons liées au critère de Shannon. Une très grande densité de valeurs d'altitude est donc disponible sur la surface usinée.

Il faut alors remarquer que la rugosité est due à quatre sources :

- La forme des plaquettes utilisées ;
- Le réglage de chacune des plaquettes ;
- L'avance ;
- La déformation de la pièce.

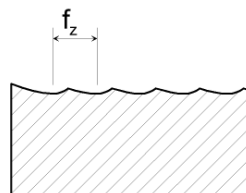


FIG. 3.29 – Influence de la géométrie et de l'avance sur la rugosité. (cas où toutes les plaquettes sont identiques et parfaitement réglées.)

La déformation de la pièce étant disponible et très raffinée par la méthode dynamique, il est donc possible d'obtenir une prédiction fiable de la rugosité connaissant la forme des plaquettes, leur réglage et l'avance.

Pour cela l'on choisit des points de calculs alignés parallèlement à la trajectoire de l'outil et l'on positionne à chaque point un profil de plaquette paramétré en fonction de la position angulaire de la dent. L'intersection des profils est ensuite supprimée et il reste le profil de la pièce permettant d'estimer une valeur de rugosité.

3.4 Extension de la méthode : Prise en compte de l'outil.

Jusqu'à cette section, l'outil est supposé rigide. Sous les hypothèses que la variation de l'écart outil-pièce reste négligeable devant la profondeur de passe et que l'effet de la régénération est négligeable⁷, il est possible de prendre en compte le comportement de l'outil de manière très simple.

En effet, il suffit de procéder exactement comme précédemment et d'appliquer à chaque instant l'effort de coupe à l'outil, modélisé de même manière que la pièce mais condensé en un ou plusieurs points selon son diamètre lorsqu'il s'agit d'une fraise⁸.

7. Ce qui est une hypothèse forte mais que se vérifie tant que le process est stable.

Toutefois, la prise en compte de la régénération est possible mais complique le schéma de Newmark.

8. Un seul noeud de condensation est suffisant pour une fraise de petit diamètre. On y appliquera la somme des efforts de coupe.

4

Conclusions sur les méthodes macroscopiques de prédiction de l'erreur de forme.

Du point de vue académique, la corrélation des méthodes simplifiées est intéressante car cela montre que les hypothèses sous-jacentes sont valides dans les cas présentés. Cela peut être utile de savoir ces hypothèses valides dans des situations de crise lorsque un diagnostic rapide doit être fait sur le terrain.

D'autre part, il a été montré que dans certains cas, le comportement de la machine ne doit pas être ignoré et qu'un soin particulier doit être apporté à la modélisation de la prise de pièce.

La méthode dynamique peut remplacer la méthode statique car elle a naturellement la même précision en statique et ajoute la prise en compte des vibrations de la pièce et de l'outil, voire de la machine. Cette méthode a un surcoût en temps de calcul mais ceux-ci restent raisonnables pour des utilisations en boucle courte¹.

Actuellement la méthode statique est la seule utilisée industriellement chez Renault. La rentabilité de l'activité a été montrée en interne. L'utilisation de la méthode dynamique pourra élargir le panel de pièces étudiée aux carters de boîtes de vitesses, culasses, carters d'huile et les autres pièces usinées avec de grandes vitesses de rotation d'outil et susceptibles de vibrer.

1. Un temps de calcul d'une heure supplémentaire est constaté sur le carter de boîte PK4 par rapport à la méthode statique sur un ordinateur portable pentium M 1.7 GHz 1 Go RAM. Compte-tenu de la grande quantité d'informations à traiter, le temps de post-traitement n'est pas négligeable.

Troisième partie

Evaluation du risque de broutement

Introduction aux modèles macroscopiques de prédiction du broutement

Le broutement est une instabilité de la coupe que l'on cherche à éviter de manière à prolonger la durée de vie des équipements de production ainsi que des outils.

Ce phénomène est purement vibratoire mais le jeu des équations est tel que l'on constate que les critères de stabilité impliqués peuvent être basés uniquement sur la raideur du système et sur son amortissement. De ce constat, une première méthode dite *statique* ou *SDOF* (utilisant une modélisation à un seul degré de liberté) est présentée. Par la suite les limitations de cette méthode et en particulier de sa prise en compte de l'effort de coupe sont mises en évidence ce qui motive l'introduction d'une méthode plus complexe, dite *dynamique* ou *MDOF* (utilisant une modélisation à plusieurs degrés de liberté) adaptée au fraisage.

Dans le cadre de ces études et des applications présentées, aucune non-linéarité n'est introduite et les efforts de coupe sont supposés suivre une loi de coupe affine.

SDOF, MDOF, DDL ?

Il y a plusieurs notions cachées derrière les dénominations SDOF et MDOF. Le sens littéral est respectivement *un seul degré de liberté* et *plusieurs degrés de liberté*. Un système SDOF est un système masse - ressort - amortissement.

Comme dans la partie précédente, la prise en compte du comportement dynamique de la structure va être faite en utilisant les modes propres de celle-ci. Le nombre de modes propres de la structure est égal au nombre de degrés de liberté (DDL) de celle-ci. L'utilisation de la base modale fait intervenir une nouvelle notion de DDL. En effet, le champ de déplacement $\vec{q}$ se projette dans la base modale :

$$\vec{q} = \sum_{i=1}^n y_i \vec{\phi}_i \quad (1)$$

Où les y_i sont des DDL et les $\vec{\phi}_i$ sont les n vecteurs propres de la structure. A partir de la donnée des y_i , il est possible de trouver la configuration du modèle complet $\vec{q}$. Les DDL spatiaux sont liés aux DDL modaux par les vecteurs propres.

1

Généralités sur le phénomène de broutement

Ce chapitre présente les notions et méthodes classiques utilisées pour l'étude de la stabilité de la coupe ainsi que leurs limitations.

1.1 Le broutement.

Le broutement est un phénomène de vibrations auto-entretenues qui survient d'après J. Tlustý [Tlu99] lorsque la largeur de copeau est trop grande en regard de la raideur dynamique du système. Cela entraîne de mauvais états de surface (ondulations), est source de forts niveaux de bruit et peut engendrer une diminution significative de la durée de vie des outils.

Dans l'historique proposé par J. Péters et P. Vanherck [PV62], on apprend que le broutement a été évoqué par Taylor en 1907 puis par Schlesinger en 1936 mais sans qu'aucune solution ne soit apportée. La première étude approfondie sur le sujet est menée par Doi et paraît au Japon en 1937. Ce travail traite de la variation des efforts de coupe lors d'une coupe instable. Il faut ensuite attendre la fin de la seconde guerre mondiale pour que se forme un groupe de travail de la British Institution of Mechanical Engineers. Au travers de nombreux essais, il met en lumière les phénomènes suivants qui interviennent au cours du broutement :

- La relation entre la vitesse et l'effort de coupe ;
- La relation entre l'usure frontale et le broutement ;
- La variation de la direction de l'effort de coupe pendant le broutement.

Le groupe propose également un début d'explication théorique au phénomène.

Doi rejoint par Kato poursuit parallèlement ses recherches au Japon. Ils présentent leurs travaux à l'ASME en 1956 [DK56]. J. Tlustý et son adjoint Polacek ainsi que S.A. Tobias proposent chacun un essai de synthèse et leurs théories respectivement en 1957 [TP57] et 1958 [TF58]. Chaque équipe ayant son approche propre, deux critères de stabilité des machines-outil vont coexister. Pour Tobias, cela prend la forme de *cartes de stabilité* et pour Tlustý c'est un coefficient de raideur de coupe limite r_{lim}^1 .

1. Considérons un modèle d'effort de coupe linéaire. Nous avons alors une variation de l'effort de coupe par rapport à l'épaisseur de copeau $\frac{\partial F}{\partial h}$ qui s'écrit en h_0 :

$$\left(\frac{\partial F}{\partial h}\right)_{h_0} = r = K \cdot b$$

Où K est la pression de coupe et b la largeur de copeau. La quantité exprimée est la raideur de coupe employée par Tlustý.

La figure 1.1 présente le cas d'un boîtier différentiel dont l'usinage d'une surface sphérique en tournage pose des problèmes de broutement. On remarquera particulièrement les oscillations de la surface présentant du broutement.

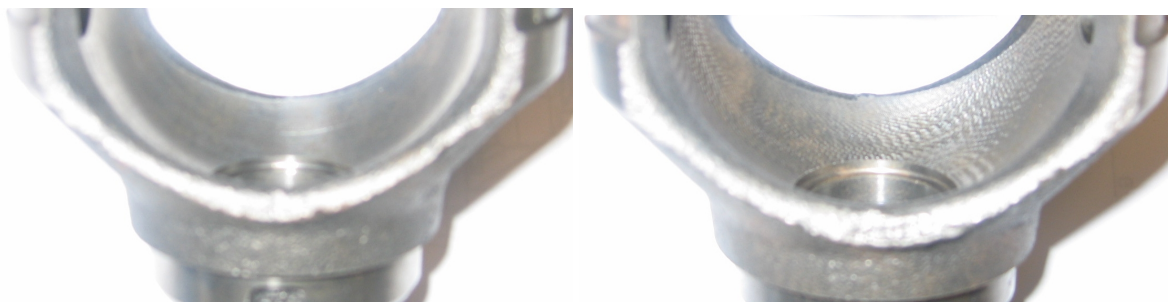


FIG. 1.1 – Surface interne de boîtiers différentiels. Etat correct à gauche et broutement à droite.

En général, pour étudier ce phénomène, il est d'usage de fixer tous les paramètres de coupe exceptés la profondeur de passe et la vitesse de rotation. Ainsi, pour une vitesse de rotation donnée, il y a une profondeur de passe au-delà de laquelle le phénomène intervient. La représentation graphique de ces résultats, la carte de stabilité de Tobias [TF58], prend la forme de *lobes de stabilité* (figure 1.2). Dans la suite des travaux, le terme *carte de broutement* ne sera plus utilisé pour désigner cette représentation au profit de *diagramme de stabilité*. La dénomination *carte de broutement* est utilisée plus loin pour une autre représentation.

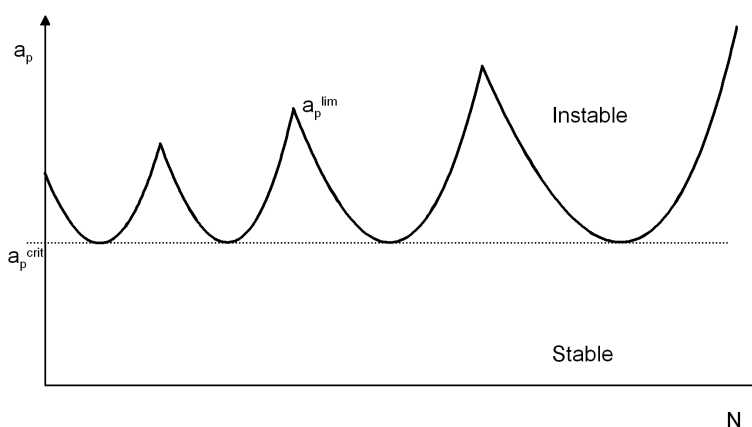


FIG. 1.2 – Diagramme de stabilité type.

La figure 1.2 présente l'espace des points de fonctionnement du système. Sur ce graphique, une zone de fonctionnement stable est séparée d'une zone de fonctionnement instable. Pour chaque vitesse de rotation, il existe ainsi une *profondeur de passe limite* telle que le système est instable si cette limite est dépassée. Le graphe de la profondeur de passe limite en fonction de la vitesse de rotation prend la forme de lobes.

Outre la profondeur de passe limite, la figure 1.2, présente également la *limite inconditionnelle de stabilité* que l'on nomme dans la suite *profondeur de passe critique*.

- La profondeur de passe critique est la profondeur de passe en deçà de laquelle il ne peut pas y avoir de broutement quelle que soit la vitesse de broche ;

Le phénomène de régénération vient de la variation de l'épaisseur de copeau h qui s'écrit :

$$h(t) = \underbrace{h_0}_{\text{Epaisseur de copeau nominale}} - \underbrace{[y(t) - y(t - T)]}_{\text{variation de l'épaisseur du copeau}} \quad (1.1)$$

Où T est la période de révolution de la pièce en tournage ou la période de passage de dents en fraise. On écrit ensuite l'effort de coupe en prenant en compte cette variation de h . L'équation différentielle en résultant est de classe DDE (Delayed Differential Equation), équations différentielles retardées. L'analyse de la stabilité du système peut être réalisée de deux manières :

- Par une approche fréquentielle comme cela est préconisé par Budak et Altintas [Alt00] [AW04] [EzB07] [AB95] [OB07], Bravo *et al.* [BA^{DL}05] ou Mahdavinjad [Mah04];
- Par une approche temporelle plus complexe à mettre en oeuvre mais permettant de prendre les phénomènes non-linéaires en compte comme cela est proposé par Stepan *et al.* [Ste06], ou T. Insperger *et al.* [ISBM03] [HIST05].

1.2.1 Recherche des domaines de stabilité par une approche fréquentielle.

Mise en équation.

Cette section est basée sur l'approche de Y. Altintas exposée dans son livre [Alt00]. L'étude porte sur un système à un degré de liberté, l'équation de la dynamique s'écrit dans ce cas :

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t) \quad (1.2)$$

Où m , c , k et F sont respectivement la masse, l'amortissement, la raideur du système ainsi que le chargement appliqué. x représente le déplacement comme proposé sur la figure 1.3. Exprimée dans le domaine de Laplace, cette équation donne :

$$(ms^2 + cs + k) \tilde{x}(s) = \tilde{F}(s) \quad (1.3)$$

En posant $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et $\xi = \frac{c}{2\sqrt{km}}$, on a :

$$k \left(\frac{s^2}{\omega_0^2} + 2\xi \frac{s}{\omega_0} + 1 \right) \tilde{x}(s) = \tilde{F}(s) \quad (1.4)$$

On identifie ici la fonction de transfert du système :

$$\Psi(s) = \frac{1/k}{\left(\frac{s^2}{\omega_0^2} + 2\xi \frac{s}{\omega_0} + 1 \right)} \quad (1.5)$$

L'expression $\tilde{h}$ de h dans le domaine de Laplace donne :

$$\tilde{h}(s) = \tilde{h}_0(s) + (e^{-sT} - 1) \tilde{y}(s) \quad (1.6)$$

Afin de permettre l'étude de la stabilité du système, un modèle affine est adopté pour l'effort de coupe. Ce modèle doit être représentatif de l'effort de coupe au voisinage du point de fonctionnement et en particulier pour l'épaisseur de coupe nominale h_0 . Dans le paragraphe 1.3 nous revenons sur les conséquences de cette linéarisation de la loi de coupe.

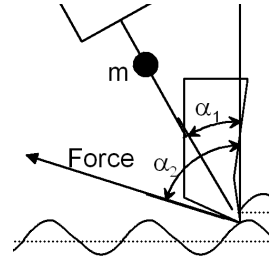
$$F(t) = Kbh(t) + K'b \xrightarrow{\text{Laplace}} \tilde{F}(s) = Kb\tilde{h}(s) + \frac{K'b}{s} \quad (1.7)$$

Où K est une constante homogène à une pression et K' une constante homogène à une raideur.
En utilisant la fonction de transfert Ψ et les projections :

$$\begin{cases} x = \frac{y}{\cos \alpha_1} \\ F_x = F \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \end{cases} \quad (1.8)$$

On introduit la fonction de transfert orientée Ψ_d :

$$\Psi_d(s) = \frac{\tilde{y}(s)}{\tilde{F}(s)} = \cos \alpha_1 \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \Psi(s) \quad (1.9)$$



Extrait de la figure 1.3

Cette fonction de transfert orientée est égale à la fonction de transfert du système pour $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$.
En utilisant cette fonction de transfert, il vient :

$$\tilde{y}(s) = \Psi_d(s) K b \tilde{h}(s) + \Psi_d(s) \frac{K' b}{s}. \quad (1.10)$$

Cela donne en remplaçant $\tilde{y}(s)$ dans l'expression de $\tilde{h}(s)$:

$$\tilde{h}(s) = \tilde{h}_0(s) + (e^{-sT} - 1) \Psi_d(s) K b \tilde{h}(s) + (e^{-sT} - 1) \Psi_d(s) \frac{K' b}{s} \quad (1.11)$$

Sachant que h_0 est une constante, on a $\tilde{h}_0(s) = h_0/s$, donc :

$$\frac{K' b}{s} = \frac{h_0}{s} \frac{K' b}{h_0} = \tilde{h}_0(s) \frac{K' b}{h_0} \quad (1.12)$$

Et nous pouvons écrire la fonction de transfert du système retardé également représenté sous forme d'un schéma bloc en figure 1.4 :

$$\frac{\tilde{h}(s)}{\tilde{h}_0} = \frac{1 - (1 - e^{-sT}) \Psi_d(s) \frac{K' b}{h_0}}{1 + (1 - e^{-sT}) \Psi_d(s) K b} \quad (1.13)$$

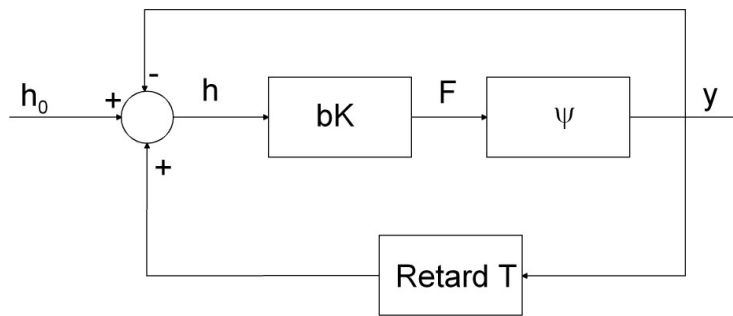


FIG. 1.4 – Schéma-bloc correspondant à la modélisation employée

La stabilité de cette fonction de transfert dépend de ses pôles $s = \sigma + i\omega_c$.
En régime critique, $s = i\omega_c$ et $b = b_{lim}$. Où ω_c est la pulsation de broutement pour laquelle la profondeur de passe limite permettant d'éviter l'instabilité est recherchée.
Dès lors, il vient :

$$1 + (1 - e^{-i\omega_c T}) \Psi_d(i\omega_c) K b_{lim} = 0 \quad (1.14)$$

Pour que cela soit valide, il faut que le numérateur de la fonction de transfert $\tilde{h}(s)/\tilde{h}_0(s)$ ne s'annule pas aux pôles.

Lorsque l'équation (1.14) est vérifiée, il apparaît :

$$(1 - e^{-i\omega_c T}) \Psi_d(i\omega_c) b_{lim} = \frac{-1}{K} \quad (1.15)$$

Le numérateur de $\tilde{h}(s)/\tilde{h}_0(s)$ devient alors :

$$1 - (1 - e^{-sT}) \Psi_d(s) \frac{K'b}{h_0} = 1 + \frac{K'}{Kh_0} \quad (1.16)$$

Cette quantité est non-nulle.

En considérant la partie imaginaire de l'équation 1.14, il vient :

$$\frac{\text{Im}(\Psi_d(\omega_c))}{\text{Re}(\Psi_d(\omega_c))} = \frac{\sin \omega_c T}{\cos \omega_c T - 1} = \tan [(\omega_c T)/2 - (3\pi)/2] = \tan \psi \quad (1.17)$$

Où l'on introduit ψ , le déphasage dû au système.

D'où :

$$\frac{\omega_c T}{2} - \frac{3\pi}{2} = \psi + k\pi \quad k \in \mathbb{Z} \quad (1.18)$$

$$N = \frac{60}{T} = \frac{60\omega_c}{2\psi + 3\pi + 2k\pi} \quad k \in \mathbb{Z} \quad (1.19)$$

Le coefficient 60 ne servant qu'à un changement d'unité de temps et n'ayant pas de sens physique.

En utilisant cette expression, N est exprimé en trs/min.

L'expression de b_{lim} se déduit de la partie réelle de l'équation caractéristique :

$$b_{lim} = \frac{-1}{2K\text{Re}(\Psi_d(i\omega_c))} \quad (1.20)$$

Mise en oeuvre

La mise en oeuvre de ces résultats pour obtenir un diagramme de stabilité n'est pas immédiate. On propose ici d'illustrer la mise en oeuvre du calcul du diagramme de stabilité pour $k = 5\text{E}4\text{N/mm}$, $m = 0.01\text{kg}$, $\xi = 3\%$ et $K = 1000\text{MPa}$.

Pour une plage de valeurs de ω_c , l'expression (1.20) permet d'obtenir les profondeurs de passe limite correspondantes, le résultat de l'application numérique proposée est en figure 1.5. Cependant, certaines valeurs sont négatives, elles ne doivent donc pas être conservées.

L'équation 1.19 est ensuite utilisée afin d'associer chaque pulsation de broutement aux différentes vitesses de rotation correspondantes. On a ainsi un motif en forme de lobe qui est répété et resserré pour chaque valeur de l'entier k comme présenté en figure 1.6.

1.2.2 Recherche des domaines de stabilité par une approche temporelle.

L'équation 1.2 est cette fois utilisée dans le domaine temporel. Pour chaque cas de fonctionnement, un critère est appliqué au déplacement calculé afin de vérifier automatiquement la stabilité du système. Aucune non-linéarité n'est introduite aussi les données d'entrées étant les mêmes que celles fournies pour la méthode fréquentielle, les résultats doivent être exactement identiques². L'objectif de ce paragraphe est donc de vérifier la pertinence de la méthode fréquentielle lorsque les modèles sont linéaires (loi de coupe, comportement du système {Pièce - outil - machine}).

2. Aux erreurs introduites par le schéma d'intégration près.

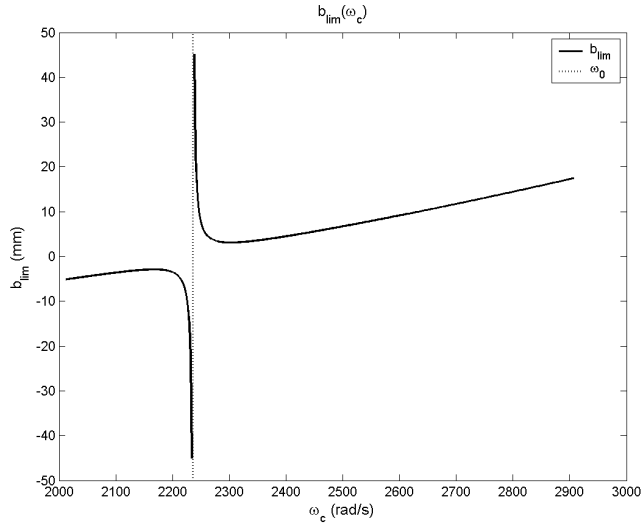


FIG. 1.5 – Evolution de b_{lim} en fonction de ω_c

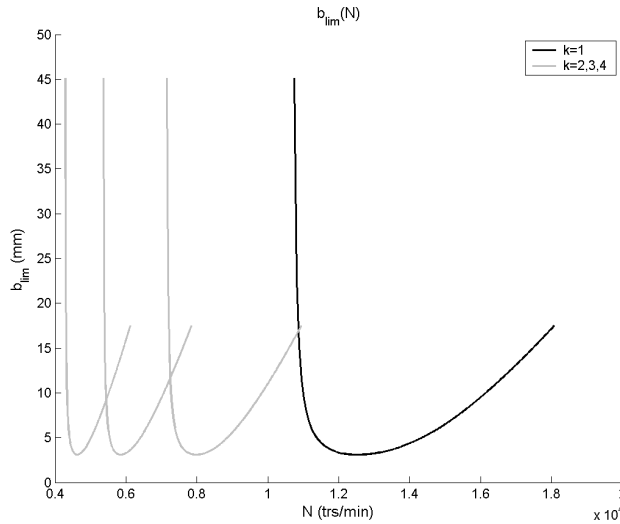


FIG. 1.6 – Lobes de stabilité

Intégration de l'équation différentielle retardée par l'algorithme de Newmark.

L'équation différentielle retardée s'écrit :

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = \cos(\alpha_1 - \alpha_2) (bKh_0 + bK' - bK \cos(\alpha_1) [x(t) - x(t - T)]) . \quad (1.21)$$

$$\begin{aligned} m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + (k + \cos(\alpha_1 - \alpha_2)bK \cos(\alpha_1)) x(t) &= F_T(t) \\ &= \cos(\alpha_1 - \alpha_2) (bKh_0 + bK' + bK \cos(\alpha_1)x(t - T)) . \end{aligned} \quad (1.22)$$

Le système étant initialement au repos.

Cette équation est ensuite intégrée en appliquant l'algorithme de Newmark. On pose ainsi comme dans le chapitre précédent :

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= \dot{x}_a + (1 - \gamma) \ddot{x}_a dt + \gamma \ddot{x}_i dt \\ x_i &= x_a + \dot{x}_a dt + (1/2 - \beta) \ddot{x}_a dt^2 + \beta \ddot{x}_i dt^2 \end{aligned} \quad (1.23)$$

Où l'indice i marque une valeur instantanée et l'indice a la valeur précédente. On a ainsi :

$$\begin{aligned}
& m\ddot{x}_i \\
& + c(\dot{x}_a + (1 - \gamma) \ddot{x}_a dt + \gamma \ddot{x}_i dt) \\
& + (k + \cos(\alpha_1 - \alpha_2) b K \cos(\alpha)) (x_a + \dot{x}_a dt + (1/2 - \beta) \ddot{x}_a dt^2 + \beta \ddot{x}_i dt^2) \\
& = F_T(t)
\end{aligned} \tag{1.24}$$

D'où :

$$\begin{aligned}
& [m + c\gamma dt + (k + \cos(\alpha_1 - \alpha_2) b K \cos(\alpha)) \beta dt^2] \ddot{x}_i = \\
& F_t(t) - (k + \cos(\alpha_1 - \alpha_2) b K \cos(\alpha)) x_a \\
& - [c + (k + \cos(\alpha_1 - \alpha_2) b K \cos(\alpha)) dt] \dot{x}_a \\
& - [c(1 - \gamma) dt + (k + \cos(\alpha_1 - \alpha_2) b K \cos(\alpha)) (1/2 - \beta) dt^2] \ddot{x}_a
\end{aligned} \tag{1.25}$$

Critère de stabilité.

Un critère simple est utilisé de manière à évaluer automatiquement la stabilité du système. En général, les solutions d'équations différentielles d'ordre 2 présentent des solutions oscillantes dont l'amplitude des oscillations varie exponentiellement. Le cas des équations différentielles retardées varie car l'enveloppe des oscillations peut elle-même être sinusoïdale. Néanmoins, dans un souci de simplicité, le critère utilisé ici est basé sur la forme exponentielle de l'enveloppe. En n'utilisant que les derniers tours de fraise, la fonction exponentielle passant par les maxima locaux de chacune des oscillations est calculée comme présenté en figures 1.7 et 1.8.

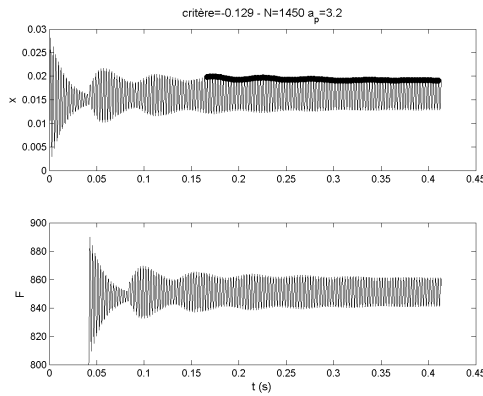


FIG. 1.7 – Variation du déplacement de l'outil et de l'effort pour le cas de fonctionnement $\{N = 1450 \text{ trs/min}, a_p = 3.2 \text{ mm}\}$.

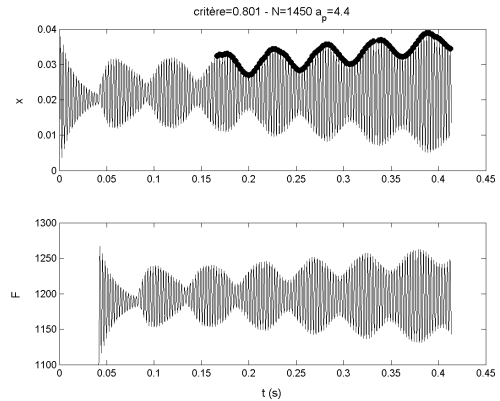


FIG. 1.8 – Variation du déplacement de l'outil et de l'effort pour le cas de fonctionnement $\{N = 1450 \text{ trs/min}, a_p = 4.4 \text{ mm}\}$.

Ainsi,

- Lorsque l'exponentielle est croissante, le système est instable et le point de fonctionnement $\{N, a_p\}$ est marqué d'un diamant sur la figure 1.9;
- Lorsque l'exponentielle est décroissante, le système est stable et le point de fonctionnement $\{N, a_p\}$ est marqué d'un point sur la figure 1.9.

Ce type de critère est également utilisé dans le travail de C. Brecher *et al.* [BWE07].

La figure 1.9 montre que les résultats obtenus par la méthode fréquentielle sont identiques à ceux obtenus par la méthode temporelle. Du point de vue du temps de calcul, chaque point de fonctionnement

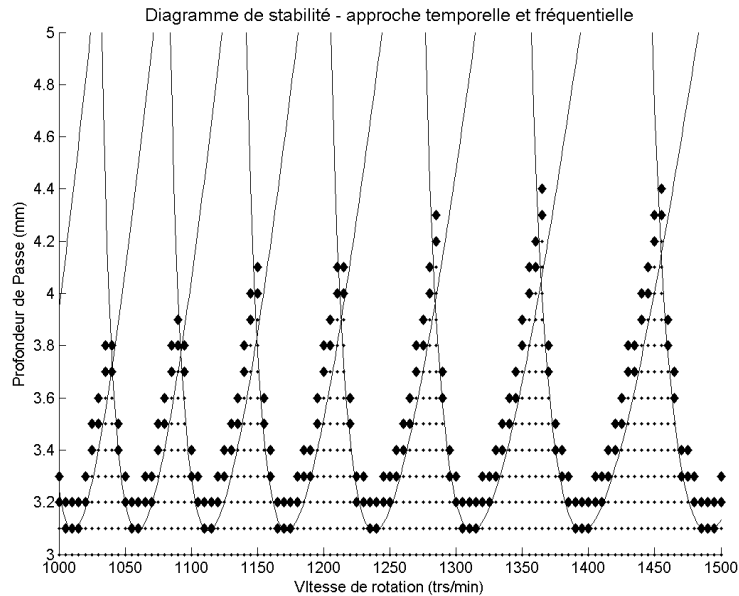


FIG. 1.9 – Diagrammes de stabilité obtenu par l'approche temporelle et par la méthode fréquentielle.
 $K = 1000 \text{ MPa}$ $\xi = 3\%$ $m = 0.01 \text{ kg}$ $k = 5E4 \text{ N/mm}$.

devant être testé avec la méthode temporelle sur une durée significative, sa mise en oeuvre est très longue. A titre illustratif, la figure 1.9 nécessite 830 s de temps CPU pour le calcul temporel et 0.1 s pour le calcul fréquentiel sur un même ordinateur portable Pentium M 1.7 GHz et 1 Go RAM.

Par conséquent, comme l'étude se limite aux modèles linéaires, la suite des travaux est développée en utilisant la méthode fréquentielle.

1.2.3 Influence de la raideur du système et de son amortissement.

Afin d'étudier l'influence de la raideur du système ainsi que celle de son amortissement sur la limite de stabilité, l'expression de b_{crit} obtenue pour le SDOF par la méthode fréquentielle est utilisée ici. La figure 1.10 présente les différents diagrammes obtenus en faisant varier ces paramètres tout en gardant une pulsation propre constante.

On constate sur cette figure que tout en gardant les mêmes proportions, l'augmentation de l'amortissement permet de remonter d'avantage la profondeur de passe critique qu'une lors d'une augmentation de raideur d'un même facteur 10. Cependant, lorsque l'amortissement est augmenté, les zones interlobes sont plus réduites.

Remaquons que les valeurs d'amortissement sont choisies ici pour étudier une même variation des paramètres. Un taux d'amortissement de 10% reste peu crédible.

1.3 Discussion sur l'effet des non-linéarités.

On apprend dans le document de Vanherck et Peters [PV62] que Tobias [Tob61] note l'effort d'excitation appliqué au système dP^3 . Les auteurs font alors apparaître les quantités :

3. Tel qu'est introduite cette quantité, elle correspond à la composante dynamique de l'effort de coupe, probablement P .

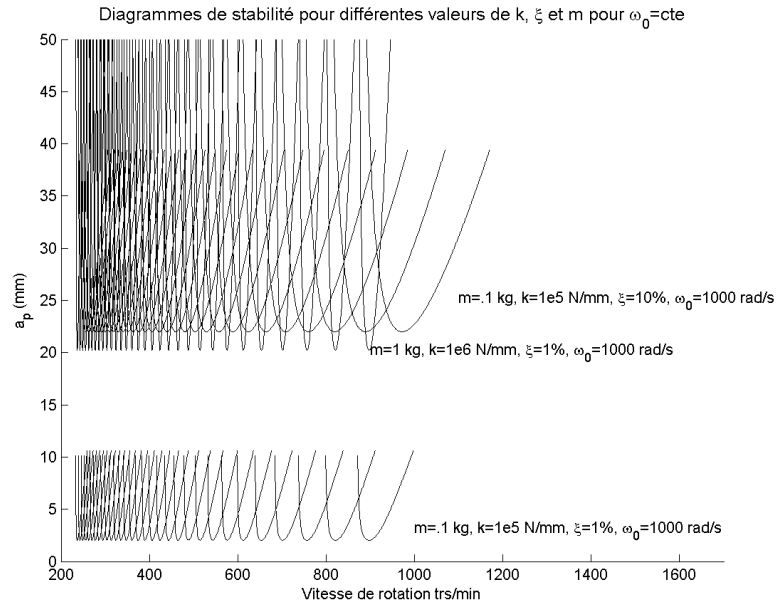


FIG. 1.10 – Diagrammes de stabilités tracés pour $K = 1000 \text{ MPa}$ et différentes valeurs de k , m et ξ .

$$\frac{\partial dP}{\partial b} = K_b \quad ; \quad \frac{\partial dP}{\partial h} = K_h \quad ; \quad \frac{\partial dP}{\partial v_c} = K_v \quad (1.26)$$

où v_c est la vitesse de coupe. Les trois coefficients peuvent varier en fonction des différents paramètres ce qui entraîne des non-linéarités. On apprend de Vanherck et Peters que le coefficient K_v peut prendre des valeurs fortement négatives pour de faibles vitesses comme présenté dans la figure 1.11, extraite de [PV62]. Le coefficient K_h dépend également de h comme présenté en figure 1.12.

La figure 1.12 présente l'influence de h sur K_h qui semble ne pas entraîner de non-linéarité. Cependant, l'étude est réalisée pour des avances telles que l'épaisseur de copeau est supérieure à la limite du copeau minimum. En effet en deçà d'une certaine valeur d'épaisseur de copeau, on observe un refus de coupe qui se traduit par l'écrouissage du copeau sous l'outil.

La figure 1.11 montre une forte non-linéarité de l'effort de coupe en fonction de la vitesse de coupe pour certaines plages de vitesse. Cette non-linéarité semble causer la perturbation du diagramme de stabilité pour les petites vitesses de rotation que l'on observe sur la figure 1.13.

Dans la suite, l'hypothèse de linéarité permettant d'utiliser la méthode fréquentielle est supposée respectée pour les couples outils-matière qui nous intéressent.

1.4 L'amortissement.

Comme montré précédemment, l'amortissement joue un rôle très important dans l'apparition ou non de l'instabilité. Deux sources d'amortissement peuvent être dissociées dans le cas de l'usinage, l'amortissement structurel, naturellement élevé dans la structure des machines outils et l'amortissement *process*. Cette dernière notion assez floue a pour but de représenter la dissipation d'énergie lors de la coupe, principalement sous effet de l'échauffement et l'évacuation des calories dans le liquide de coupe le cas échéant. Par exemple, le talonnage peut être une composante de l'amortissement *process*.

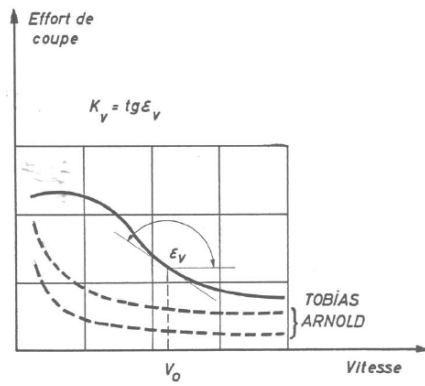


FIG. 1.11 – Evolution du coefficient K_v en fonction de la vitesse de coupe selon plusieurs auteurs. Illustration extraite de [PV62].

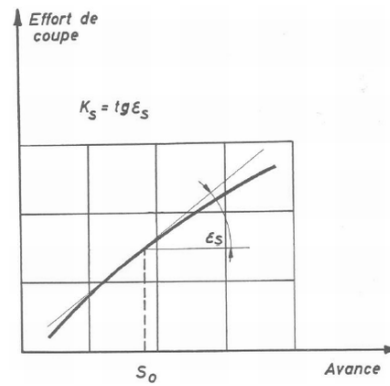


FIG. 1.12 – Evolution du coefficient K_h en fonction de l'avance. Illustration extraite de [PV62].

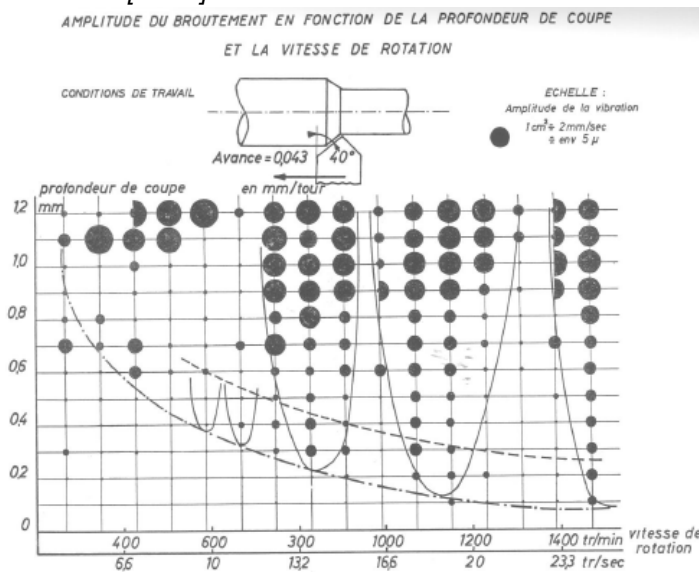


FIG. 1.13 – Amplitude des vibrations mesurées en tournage en fonction de la vitesse de rotation sur une application présentant volontairement un mode à basse fréquence. Illustration extraite de [PV62].

Quelques auteurs se sont intéressés à l'identification des paramètres dynamiques en usinage et en particulier à l'amortissement process. Ce type de méthode expérimentale a été très travaillé au KUL de Louvain dans les années 70 sous la direction de Van Brussel, Peters et Vanherck. Appliquées au tournage, ces méthodes consistent à exciter le porte outil de manière contrôlée et à mesurer sa réponse dynamique à l'aide d'un accéléromètre. Ces méthodes sont détaillées dans [Rad77] et [Lut74]. Dans le cadre des applications présentées, le taux d'amortissement global est arbitrairement fixé à 3%.

2

Modélisation du fraisage par un système à un Degré De Liberté pour la prédiction de la profondeur de passe critique.

La méthode utilisée actuellement de manière industrielle est une variante de la méthode statique utilisée pour la prédiction de l'erreur de forme. On l'appellera donc également *méthode statique* mais cette fois pour la prédiction du broutement. Le broutement étant un phénomène purement dynamique, il peut paraître étrange d'utiliser une méthode dite statique. En effet, si cette méthode n'utilise que le comportement statique du système ainsi que son amortissement sous la forme d'un taux d'amortissement global, la théorie est basée sur le comportement dynamique de l'ensemble auquel on applique des simplifications qui permettent finalement de n'utiliser que le comportement statique.

Cette méthode, comme la méthode MDOF qui est étudiée ensuite, fait l'hypothèse que l'on peut raisonner en quasistatique et considérer l'usinage en chaque noeud du maillage élément finis utilisé comme un cas indépendant de l'histoire du système. C'est la principale hypothèse de ces deux approches qui permet de travailler dans le domaine fréquentiel pour chaque noeud en "oubliant" le domaine temporel et l'influence du voisinage.

2.1 Objectif de la méthode et cartes de broutement.

Le principal objectif de cette méthode est de proposer une première cartographie du risque de broutement. Pour cela, la profondeur de passe critique est estimée en chaque noeud de la surface usinée en se basant sur la souplesse du modèle éléments-finis au niveau de ces noeuds¹. Cette cartographie représente la profondeur de passe critique en chacun des noeuds, par conséquent, chaque zone iso-valeur est une zone qui est "broutée" pour une profondeur de passe supérieure à la valeur de la zone iso-valeur. Des exemples commentés de cartes de broutement seront données dans la suite du document.

1. La souplesse en un noeud est la donnée de la sous-matrice 3×3 extraite de l'inverse de la matrice de raideur condensée sur les noeuds de la surface usinée correspondant aux 3 degrés de liberté de chaque noeud dans le cas d'un maillage volumique.

2.2 Mise en équation de la méthode statique.

La méthode statique est basée sur l'hypothèse que le système peut être modélisé par un système à un degré de liberté de type masse-ressort-amortisseur.

Si le modèle de Tlusty s'applique bien au cas du tournage, le cas du fraisage est différent car le chargement de la pièce et de l'outil varie beaucoup en amplitude et en direction. Par conséquent, le fraisage est généralement modélisé par des modèles à plusieurs degrés de libertés (MDOF).

Afin de prédire la profondeur de passe critique, le SDOF ou encore le cas de tournage, le plus représentatif est recherché.

2.2.1 Le calcul de la profondeur de passe critique d'un modèle SDOF.

La limite inconditionnelle de stabilité b_{crit} de b telle que le broutement soit évité quelle que soit la vitesse de rotation est recherchée. Pour cela, il faut rechercher le minimum de $b_{lim}(\omega_c)$.

On rappelle que dans le cas du tournage, c'est à dire dans le cadre d'un modèle de Tlusty,

$$b_{lim}(\omega_c) = \frac{-1}{2K \operatorname{Re}(\Psi_d(i\omega_c))} \quad (2.1)$$

Comme b_{lim} doit être positif, on cherche le maximum de $-\operatorname{Re}(\Psi(\omega_c))$.

L'étude des fonctions de transfert donne :

$$-\operatorname{Re}(\Psi_d(i\omega_c))_{max} = \frac{-u}{4k\xi(\xi + 1)} \quad (2.2)$$

Où $u = \cos \alpha_1 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)$.

Ceci mène, pour b_{crit} , à :

$$b_{crit} = \frac{2k\xi(\xi + 1)}{Ku} \quad (2.3)$$

Dans le cas d'une application de tournage, ce critère est directement applicable dans le cadre de la méthode des éléments finis. Il suffit de calculer la raideur dans la direction de l'avance ($\alpha_1 = 0$) au noeud étudié et d'appliquer le critère.

2.2.2 Utilisation des éléments finis et application au fraisage.

L'équation (2.3) montre que la profondeur de passe critique dépend de trois éléments :

- La trajectoire et la géométrie de la pièce et de l'outil (coefficient u) ;
- Le comportement statique local de la pièce (k) ;
- Le taux d'amortissement (ξ).

On peut dès lors utiliser la méthode des éléments finis pour calculer en chaque noeud "coupé", outre les paramètres géométriques, la raideur de la pièce. La méthode se place dans le cadre général de l'étude de l'usinage défini par L. Masset et J.F. Debongnie dans l'article [MD04] et qui a été rappelé dans la partie précédente.

La matrice de raideur $\underline{K}^*$ de la pièce à usiner est condensée par la méthode explicitée au chapitre 3.2 de la partie 1 aux seuls noeuds de la surface usinée et des points de bridage est utilisée (le groupe A). Après application des conditions limites et inversion de cette matrice, on obtient la matrice de souplesse condensée $\underline{S}^*$.

La méthode consiste à approcher l'usinage de chacun des noeuds par un système à un degré de liberté. Pour cela seules les sous-matrices de la diagonale de la matrice de souplesse condensée sont

conservées.

Pour chaque noeud, neuf termes de souplesse sont disponibles². Afin de trouver une valeur minimale de la profondeur de passe, il faut trouver la valeur maximale de la souplesse. Comme la direction la plus souple n'est pas forcément une des directions du repère de la pièce, chaque sous-matrice 3×3 est diagonalisée afin de trouver les trois directions propres de la souplesse en chaque noeud et en particulier la souplesse maximale et sa direction. Les valeurs propres sont classées par ordre croissant, c'est donc le troisième terme qui est utilisé pour chaque noeud, S_3 .

Pour appliquer l'expression de b_{lim} au cas du fraisage, k est remplacé par l'inverse de S_3 . On a alors :

$$b_{crit} = \frac{2\xi(\xi + 1)}{S_3 K_d}. \quad (2.4)$$

Avec :

$$K_d = \left(\frac{\partial F_d}{\partial h} \right)_{h_0} \quad (2.5)$$

Où F_d est la projection de l'effort de coupe dans la direction la plus souple, le vecteur propre correspondant à S_3 .

Il est plus courant de travailler en profondeur de passe a_p plutôt qu'avec la largeur de copeau. Dans ce cas, nous avons la profondeur de passe critique :

$$a_p^{crit} = \frac{2\xi(\xi + 1)}{K_d} \sin(\kappa_r). \quad (2.6)$$

Cette approche permet de n'utiliser que l'information de souplesse qui ne dépend que de la statique du système.

Remarque

L'approximation du système MDOF original par une approche SDOF nécessite la condition suivante de manière à s'assurer que le comportement statique de la pièce est bien pris en compte :

$$S_3 \gg S_1, S_2. \quad (2.7)$$

2.2.3 Remarque : limitations de la méthode.

Projection de l'effort de coupe

Dans cette méthode, l'effort de coupe est projeté sur la direction principale de la souplesse. Ainsi, une partie de l'effort en amplitude est perdue. Il est légitime de se poser ici la question de l'intérêt de cette projection par rapport à l'utilisation de la valeur de la souplesse dans la direction de l'effort de coupe.

Dans le chapitre 3, une méthode plus précise est présentée, qui permet de s'affranchir de ces problèmes de projection.

Immersion simultanée de dents

Seules les sous-matrices 3×3 de la diagonale de la matrice de souplesse sont conservées. Par conséquent, aucun terme croisé n'est conservé ce qui interdit la prise en compte de l'effet des autres dents immergées.

². Six termes sont effectivement disponibles à cause de la symétrie.

Cependant, il est possible d'opposer à cette remarque le fait que les cas de broutement interviennent le plus souvent sur des usinages de surfaces étroites, pour ces opérations l'immersion multiple est rare. Par conséquent, à la condition d'application précédente, il faut ajouter une condition sur une immersion limitée à une dent.

2.3 Mise en oeuvre de la méthode dans une problématique industrielle.

L'usinage de la première version du carter cylindres du moteur 2.0l dCi présente un cas de broutement lors de l'ébauche d'une surface étroite lorsque celle-ci est usinée dans des conditions de bridage particulières.

Les carters produits aujourd'hui en série présentent une géométrie optimisée en masse et en raideur qui permet de plus un bridage plus efficace permettant de supprimer le problème de broutement.

2.3.1 Présentation de l'opération.

L'opération consiste en un fraisage d'une demi face du carter. Fonctionnellement, cette face est en contact avec un petit carter en tôle protégeant la chaîne de distribution. Le broutement ne pose pas un problème d'état de surface ou plus généralement de qualité de la pièce car il intervient lors d'une opération d'ébauche. Le problème est économique car le surcoût engendré par du broutement en terme de durée de vie des outils n'est pas acceptable.

Le tableau 2.1 présente les paramètres d'usinage de cette opération. Les coefficients de coupe sont issus de données fournisseurs. L'objectif étant principalement de repérer les zones à risque, la précision de la loi d'effort de coupe n'est pas très importante.

Plaquette	
Forme	Carrée
Angle d'attaque (κ_R)	45°
Fraise	
Diamètre	200 mm
Nombre de plaquettes	32
Paramètres du modèle d'efforts de coupe	
K_c, m_c	1200 N/mm ² , 0.25
$F_a,$	$0.4F_c$
$F_f,$	$0.4F_c$
Conditions de coupe	
Vitesse de rotation	250 trs/min
Vitesse d'avance	1900 mm/min
Profondeur de passe	3 mm
Dépinçage	le dépinçage n'est pas pris en compte

TAB. 2.1 – Paramètres d'usinage en ébauche de la face pompe à eau du carter cylindres M9R.

La ligne d'usinage comporte des machines transfert. Les pièces sont placées sur un convoyeur et circulent de machine en machine, dédiées pour chaque opération d'usinage.

2.3.2 Application de la méthode statique et comparaison avec des pièces d'essais.

La pièce est encastrée comme présenté sur la figure 2.1. Le résultat est en figure 2.2. La trajectoire de la fraise est repérée sur cette illustration.

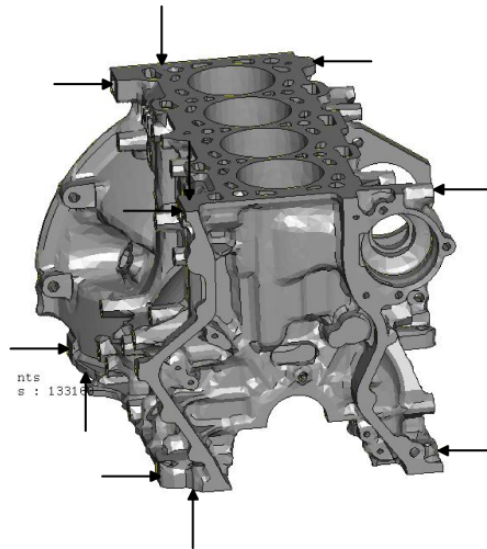


FIG. 2.1 – Bridage du carter lors du fraisage d'ébauche de la face.

De manière à vérifier les données présentées par la carte de broutement, des essais ont été réalisés en utilisant différentes profondeurs de passe et en repérant les zones de broutement. La figure 2.3 présente les zones de broutement identifiées sur une pièce usinée avec une profondeur de passe de $3mm$.

L'identification du broutement sur ce type de pièce est assez problématique car l'état de surface en fin d'ébauche est toujours très irrégulier. Cependant, sur une pièce qui n'est pas broutée, les stries du passage des dents doivent apparaître très clairement. Le broutement est provoqué par des variations de h auto-entretenues. On a donc un écrouissage dans le plan de la surface usinée qui est la cause de l'usure d'outil. Par conséquent, au toucher, les zones broutées sont paradoxalement beaucoup plus lisses que les zones non-broutées.

Sur la pièce présentée, de la recoupe apparaît en plus du broutement. Ainsi, les zones broutées impactées par la recoupe ne peuvent être détectées que par un arrachement de matière sur les bords de pièce.

On remarque cependant que le calcul indique du broutement dans la partie basse de la pièce qui est assez massive et de plus proche d'une bride. Il est possible que les conditions aux limites utilisées dans la modélisation ne soient pas assez représentatives. En effet, un seul noeud est encastré en chaque zone de bridage ce qui autorise des rotations locales qui ne sont pas possibles en réalité. On constate néanmoins des traces d'arrachement sur la pièce en cette zone.

La lecture de la carte de broutement montre que l'instabilité apparaît pour des profondeurs de passe supérieures à $1mm$. Ce constat est cohérent avec les marques observées sur les pièces réelles.

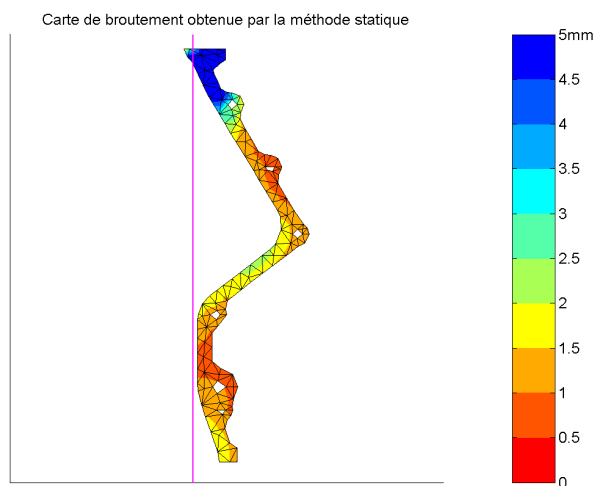


FIG. 2.2 – Carte de broutement de la face du carter cylindre M9R lors du fraisage d'ébauche.



FIG. 2.3 – Pièce usinée avec une profondeur de passe nominale de 3mm. Les zones broutées sont délimitées par les traits rouges.

2.4 Conclusion.

La méthode présentée ici est basée sur un modèle à un degré de liberté orienté. La comparaison de cette classe de méthode avec les méthodes à plusieurs degrés de liberté est faite par Ozlu et Budak dans un récent article [OB07] appliqué au tournage. Il y est mis en évidence que dans le cas du tournage, les méthodes multidimensionnelles permettent de mieux prendre en compte les différents angles d'outil et par conséquent, donnent des résultats plus précis que les méthodes 1D. En effet, la méthode 1D implique une fonction de transfert orientée et la projection des efforts de coupe sur la direction de la fonction de transfert et par conséquent, les composantes normales à cette direction sont automatiquement filtrées.

De plus, la méthode est clairement limitée ici aux cas de fraisage où une dent unique est immergée à la fois. La prise en compte de l'effet d'autres dents immergées n'est pas proposée.

Fort de ces remarques, une méthode proche de celle-ci mais prenant en compte plusieurs degrés de liberté à la fois dans les domaines spatial et spectral, est proposée. Elle sera nommée méthode MDOF. La prise en compte de plusieurs degrés de liberté dans le domaine spatial permet d'ajouter la prise en compte de plusieurs dents simultanément immergées mais aussi de prendre en compte la totalité de la souplesse et non plus celle exprimée dans une direction privilégiée. La prise en compte de plusieurs degrés de liberté dans le domaine spectral permet de ne pas se limiter à un mode global de la pièce mais de prendre le comportement complet en compte et plus particulièrement les modes locaux³.

Finalement, il ne faut pas perdre de vue que dans un contexte industriel tel que celui de Renault, l'objectif de ces cartes de broutement est d'identifier des faiblesses lors des phases de conception et de comprendre les difficultés d'usinage qu'il est possible de rencontrer pendant les phases de mise au point.

3. Les modes globaux sont les modes qui affectent la totalité de la pièce tel un mode de flexion. Les modes locaux apparaissent à des fréquences très élevées sur les pièces simples et n'affecte qu'une région limitée de la pièce. Pour des pièces plus complexes, de nombreux modes locaux apparaissent souvent dans les basses fréquences.

La précision des lois d'effort de coupe, en particulier dans le cas des fontes, ne permet pas de donner une prévision exacte. En effet, les essais d'identification de loi de coupe reposent sur l'utilisation d'éprouvettes dont la réalisation ne reproduit pas les phénomènes métallurgiques en jeu lors de la coulée d'une pièce complexe. Ainsi, il est possible de trouver dans les pièces du même type que le carter cylindres utilisé ici des grains de carbure sur certaines surfaces. Ces grains très durs perturbent la coupe. D'autre part, le choix de la valeur utilisée pour l'amortissement est basé d'une part sur les amortissements modaux constatés expérimentalement (en prenant la moyenne des amortissements modaux par exemple) et sur un coefficient arbitraire, l'amortissement process d'autre part. Ce choix impacte fortement le résultat puisque celui-ci en dépend linéairement (pour $\xi \ll 1$).

3

La méthode MDOF.

Dans le premier chapitre de cette partie, le calcul du diagramme de stabilité a été présenté dans le cas de la modélisation de Tlusty, c'est à dire dans le cas du tournage. Le deuxième chapitre propose une méthode permettant la généralisation de cette approche au fraisage en recherchant le modèle à un degré de liberté s'en approchant au mieux.

Cette dernière approche est intéressante d'autant plus que les résultats qu'elle présente sont proches des observations faites sur les pièces réelles. Cependant, chaque dent immergée étant considérée comme un système indépendant, l'effet d'une dent sur l'autre n'est pas pris en compte. De plus, il existe des opérations dans le domaine automobile qui mettent en oeuvre de grandes vitesses de rotation telles que les opérations de fraisage de culasse ou de carter de boîtes de vitesses en fonte d'aluminium. Pour ces opérations, le diagramme de stabilité est complètement exploitable car il présente de grandes zones interlobes à ces vitesses. Cependant lorsque plusieurs modes sont pris en compte, comme cela sera montré dans la suite, le diagramme se complique et peut limiter l'usage de certaines zones de stabilité. Ces deux points motivent le développement d'une méthode MDOF basée sur la dynamique du système telle que présentée ici.

3.1 Obtention de la matrice de transfert.

3.1.1 Définition du domaine d'étude.

Le chapitre 1 a montré que la caractérisation dynamique du système est très importante dans la prédiction du broutement. Deux sous-systèmes peuvent être distingués :

- la pièce à usiner éventuellement avec la broche dans certains cas de tournage ;
- l'ensemble {Outil ; Porte-outil ; Broche (le cas échéant) ; Structure de la machine }.

E.I. Rivin dans son article sur l'état de l'art sur l'interface entre l'arête de coupe et la machine [Riv00], constate que le point faible dans le système est la structure de l'outil qui sert de lien entre la plaquette et la machine.

A ce constat s'ajoute l'observation dans la production de pièces automobiles de cas de broutement dus à des souplesses excessives des pièces. Suite à ces constats, dans la suite, seuls les comportements de la pièce et de l'outil sont pris en compte¹. La méthode autorise la prise en compte de la pièce en s'appuyant sur les travaux de U. Bravo, O. Altuzarra, L.N. Lopez de Lacalle, J.A. Sanchez et F.J. Campa

1. Il reste possible de prendre en compte les autres constituants du système par extension des modèles. Cependant, la modélisation linéaire de certains constituant tels que les broches est à vérifier.

[BAdL⁺05] appliqués au tournage.

Dans le cadre du présent travail le comportement de la pièce comme celui de l'outil sont calculés par la méthode des éléments finis. Alors que la première partie, portant sur l'estimation des erreurs de forme utilisait une approche temporelle, une approche fréquentielle est privilégiée ici. Par conséquent, afin de caractériser le comportement des structures, il est nécessaire de se donner une matrice de transfert qui correspond en fait à une matrice de souplesse dynamique dépendant de la fréquence d'excitation.

3.1.2 Expression de la matrice de transfert d'une structure.

De la même manière que pour le calcul de l'erreur de forme en dynamique, on travaille à partir de l'équation de la dynamique du modèle élément finis :

$$\underline{\underline{M}}\ddot{\underline{q}}(t) + \underline{\underline{C}}\dot{\underline{q}}(t) + \underline{\underline{K}}\underline{q}(t) = \underline{Q}(t) \quad (3.1)$$

Une troncature modale est réalisée et l'hypothèse est faite que les modes ignorés par cette troncature n'ont qu'une influence statique dans la plage de fréquences étudiée.

$$\begin{cases} \underline{\underline{I}}\ddot{\underline{y}}_n(t) + \underline{\underline{D}}\dot{\underline{y}}_n(t) + \underline{\underline{\Lambda}}\underline{y}_n(t) = \underline{\Phi}_n^T \underline{Q}(t) & \text{a} \\ \hat{\underline{q}}(t) = \underline{\underline{S}}_R \underline{Q}(t) & \text{b} \end{cases} \quad (3.2)$$

avec :

$$\underline{q}(t) = \underline{\Phi}\underline{y}(t). \quad (3.3)$$

C'est à dire que $\underline{y}(t)$ est la projection de $\underline{q}(t)$ dans la base modale complète $\underline{\Phi}$. La base tronquée est marquée de l'indice n et les modes restants sont marqués par le chapeau.

L'équation (3.2a) exprimée dans le domaine de Laplace s'écrit :

$$[\underline{\underline{I}}s^2 + \underline{\underline{D}}s + \underline{\underline{\Lambda}}] \tilde{\underline{y}}_n(s) = \underline{\Phi}_n^T \tilde{\underline{Q}}(s) \quad (3.4)$$

On a alors l'expression de la fonction de transfert partielle en prémultipliant par $\underline{\Phi}_n [\underline{\underline{I}}s^2 + \underline{\underline{D}}s + \underline{\underline{\Lambda}}]^{-1}$:

$$\tilde{\underline{q}}_n(s) = \underline{\Phi}_n [\underline{\underline{I}}s^2 + \underline{\underline{D}}s + \underline{\underline{\Lambda}}]^{-1} \underline{\Phi}_n^T \tilde{\underline{Q}}(s) \quad (3.5)$$

Or il est également possible d'exprimer l'équation (3.2b) dans le domaine de Laplace :

$$\hat{\underline{q}}(s) = \underline{\underline{S}}_R \tilde{\underline{Q}}(s) \quad (3.6)$$

D'où la fonction de transfert complétée en reconstruisant $\tilde{\underline{q}}(s)$:

$$\tilde{\underline{q}}(s) = \left(\underline{\Phi}_n [\underline{\underline{I}}s^2 + \underline{\underline{D}}s + \underline{\underline{\Lambda}}]^{-1} \underline{\Phi}_n^T + \underline{\underline{S}}_R \right) \tilde{\underline{Q}}(s) \quad (3.7)$$

et, par suite, une expression de la matrice de transfert complète $\underline{\Psi}(s)$ qui est valide dans une plage de fréquence d'excitation donnée. La validité de $\underline{\Psi}(s)$ est limitée par la troncature modale :

$$\underline{\Psi}(s) = \underline{\Phi}_n [\underline{\underline{I}}s^2 + \underline{\underline{D}}s + \underline{\underline{\Lambda}}]^{-1} \underline{\Phi}_n^T + \underline{\underline{S}}_R \quad (3.8)$$

En régime harmonique, on pose $s = i\omega$.

3.1.3 Influence de la correction statique sur les fonctions de transfert.

On se propose ici de calculer des fonctions de transfert (FRF) de différentes manières afin de montrer l'importance de la correction statique exposée précédemment. Pour cela, on se donne un modèle élément fini qui est celui du carter de boîte de vitesses déjà utilisé dans ce travail. Les différents résultats présentés sont :

- **A et B** : Des FRF sans correction statique avec un nombre variable de modes pris en compte ($\underline{\Psi}_n$, $n = 48$ ou $n = 9$);
- **C** : Une FRF corrigée avec la méthode décrite au paragraphe ;
- **D** : La FRF calculée par analyse modale d'un solveur commercial (MSC.Nastran Sol111).

Pour le calcul des résultats A,B et C, les modes propres sont calculés par Nastran avec la même méthode que celle utilisée pour le calcul D. Pour le calcul de C, la correction statique est faite en utilisant la déflexion statique également calculée par Nastran. Les résultats sont présentés dans la figure 3.1.

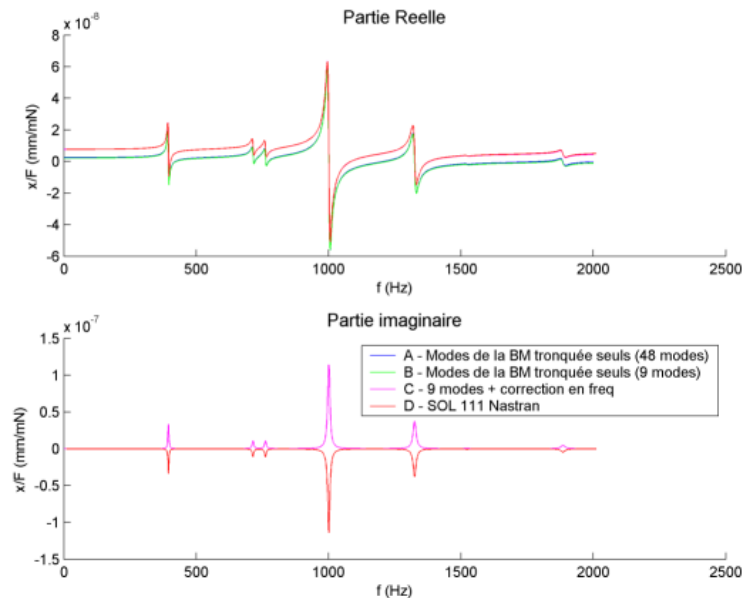


FIG. 3.1 – Comparaison de plusieurs méthodes de calcul de FRF.

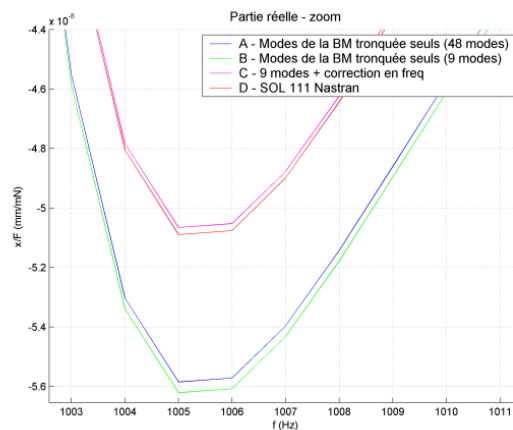


FIG. 3.2 – Zoom : minimum de la partie réelle.

On considère que la solution réputée bonne est celle fournie par le solveur commercial. Les courbes présentées en figure 3.1 et 3.2 montrent que même avec une quantité importante de modes pris en compte, le résultat non-corrigé présente une erreur de près de 10% par rapport à la référence (courbes A et B). Les courbes C et D sont pratiquement confondues ce qui montre que Nastran corrige ses résultats. Il faut ici remarquer que la correction présentée ici est connue depuis les années 50. On en trouve la trace dans la thèse de Huck [Huc77] de 1977. La référence étant introuvable un fax-similé des pages concernées est en annexe E, page 129. L'auteur attribue l'idée de cette méthode à Williams [Wil49] en 1949 ou à Rayleigh dont on cite la réédition de 1945 de son livre [Ray45]. Le premier tome de la version originale est paru en 1877. Le second est paru en 1878. Compte-tenu de la simplicité de mise en oeuvre de la méthode décrite précédemment ainsi que de sa vitesse d'exécution, elle est privilégiée dans la suite. L'influence de la correction statique sur la limite de stabilité sera également étudiée.

3.1.4 Prise en compte de l'interaction outil-pièce dans le modèle dynamique.

Un exemple de prise en compte de l'outil et de la pièce est proposée par Bravo *et al.* [BAdL⁺05]. Cependant, ces auteurs ne considèrent que les termes diagonaux de la matrice de transfert. La généralisation à l'intégralité de la matrice est proposée ici.

Soit $\underline{\Psi}_{piece}(\omega)$ la matrice de transfert de la pièce et $\underline{\Psi}_{outil}(\omega)$ celle de l'outil. Les déplacements de l'outil et de la pièce s'écrivent :

$$\begin{cases} \underline{q}_{piece}(\omega) = \underline{\Psi}_{piece}(\omega) \underline{Q}_{outil \rightarrow piece}(\omega) \\ \text{et} \\ \underline{q}_{outil}(\omega) = \underline{\Psi}_{outil}(\omega) \underline{Q}_{piece \rightarrow outil}(\omega) \end{cases} \quad (3.9)$$

Il faut maintenant écrire le déplacement relatif outil/pièce au point d'application de l'effort de coupe afin de calculer le défaut de forme. En notant $\bar{u}_{piece}^i$ le déplacement du noeud i de la surface usinée et $\bar{u}_{outil}^d$ le déplacement de la dent d de l'outil, on a le déplacement relatif entre l'outil et la pièce qui est la somme de ces deux déplacements.

Le calcul de la matrice $\underline{\Psi}_{piece}$ est proposé dans le cas du tournage (une dimension) par Ramezanali Mahdavinjad dans [Mah04] en utilisant une modélisation EF de la machine et en fraisage (trois dimensions) par J. Munoa *et al.* [MZBL05].

Dans [MYBH99], Sandra A. Metzler, Keith A. Young, Philip V. Bayly et Jeremiah E. Halley proposent une modélisation de l'outil par un système de deux ressorts et une masse (figure 3.3). L'auteur justifie ce modèle en remarquant que les premiers modes d'outils que l'on rencontre dans la plage de fréquence correspondant au perçage ou au surfacage correspondent à des modes de flexion. Cette démarche se retrouve aussi dans l'article de David N. Dilley, Philip V. Bayly, Brian T. Whitehead et Sean G. Calvert : [DBWC04], cet article présentant en plus les déformations de la pièce dues à la dynamique de l'outil.

3.2 Mise en équation de la méthode MDOF dans le cas du fraisage.

Les travaux d'Altintas *et al.* ont largement contribué à l'étude des instabilités en fraisage. En particulier l'approche développée avec E. Budak sur le calcul des lobes de stabilité est reprise par la plupart des travaux actuels sur le sujet. Nous utilisons leur approche en nous basant sur les références [Alt00] et [AB95] pour la mise en équation du problème. Cette démarche est ensuite adaptée aux cas d'études rencontrés dans l'industrie automobile.

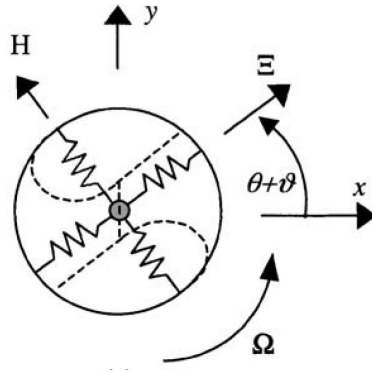


FIG. 3.3 – *Modèle simplifié de fraise ou de foret.*

Comme dans le chapitre précédent, nous allons étudier le comportement de l'épaisseur de copeau pour identifier un critère de broutement.

3.2.1 L'épaisseur de copeau dans la formulation d'Altintas et Budak.

Dans la formulation de Budak et Altintas, l'épaisseur de copeau $h(\phi_j, t)$ coupée par la dent j à la position angulaire ϕ_j à l'instant t s'exprime par (voir figure 3.4) :

$$h(\phi_j, t) = [h_0 + dh(\phi_j, t)] g(\phi_j) \quad (3.10)$$

Où $g(\phi_j)$ est une fonction de contact qui vaut 1 lorsque la dent j est en prise et 0 sinon. Ainsi,

$$\begin{cases} g(\phi_j) = 1 & \text{pour } \phi_{st} < \phi_j < \phi_{ex} \\ g(\phi_j) = 0 & \text{pour } \phi_{st} > \phi_j \text{ ou } \phi_j > \phi_{ex} \end{cases} \quad (3.11)$$

Où les indices st et ex marquent respectivement l'angle d'entrée et l'angle de sortie de l'outil. On peut exprimer dh dans le repère fixe,

$$dh(\phi_j, t) = [\Delta x(t) \sin \phi_j + \Delta y(t) \cos \phi_j] g(\phi_j) \quad (3.12)$$

Où x et y sont les déplacements relatifs outils pièces hors prise en compte de l'avance, constante.

$$\begin{cases} \Delta x(t) = x(t) - x(t - T) \\ \Delta y(t) = y(t) - y(t - T) \end{cases} \quad (3.13)$$

Nous exposons maintenant la méthode proposée par Altintas et Budak. Cette méthode est adaptée dans les cas où l'outil est plus souple que la pièce ce qui entraîne la vibration de l'outil seul.

3.2.2 Les efforts de coupe dans la formulation d'Altintas et de Budak.

Dans la formulation originale de Altintas et Budak, seuls les composantes dans le plan de la variation de l'effort de coupe sont prises en compte :

- La variation de l'effort tangentiel dF_c ;
- La variation de l'effort dans la direction de h dF_h .

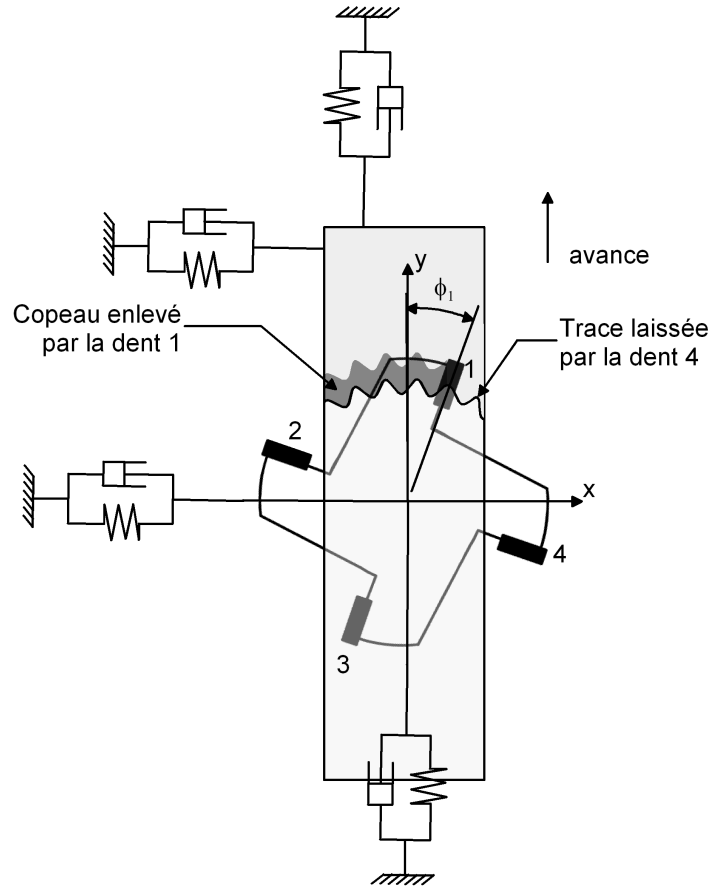


FIG. 3.4 – Schéma de principe pour la formulation d'Altintas et Budak. Dans le cadre des travaux présentés ensuite, le comportement de la pièce comme celui de l'outil ne se limite pas à deux DDL.

Ainsi le problème s'exprime en deux dimensions. Dans [MZBL05], J. Munoa, M. Zatarain, I. Beadiaga et R. Lizarralde nous proposent de considérer le problème à trois dimensions et exposent leurs équations.

En utilisant un modèle d'effort de coupe affine,

$$dF_{c,j} = K_c b d h(\phi_j) \quad dF_{h,j} = K_h^a dF_{c,j} \quad (3.14)$$

Où apparaissent les constantes K_c et K_h^a la première étant homogène à une pression et l'autre étant sans dimension.

L'expression de l'effort de coupe dans le plan xy donne pour chaque dent :

$$\begin{cases} dF_{x,j} = -dF_{c,j} \cos(\phi_j) - dF_{h,j} \sin(\phi_j) \\ dF_{y,j} = +dF_{c,j} \sin(\phi_j) - dF_{h,j} \cos(\phi_j) \end{cases} \quad (3.15)$$

Nous pouvons sommer ces efforts sur les Z dents :

$$dF_x = \sum_{j=0}^{Z-1} dF_{x,j}(\phi_j) \quad dF_y = \sum_{j=0}^{Z-1} dF_{y,j}(\phi_j) \quad (3.16)$$

Avec :

$$\phi_j = \phi + j\phi_p \quad \phi_p = \frac{2\pi}{Z} \quad (3.17)$$

En utilisant l'équation (3.12) et en factorisant les equations, on a la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} dF_x \\ dF_y \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot K_c \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} \\ a_{yx} & a_{yy} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}(t)} \cdot \begin{bmatrix} \Delta_x \\ \Delta_y \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Avec :

$$\begin{cases} a_{xx} = \sum_{j=0}^{Z-1} -g_j [\sin 2\phi_j + K_h^a (1 - \cos 2\phi_j)] \\ a_{xy} = \sum_{j=0}^{Z-1} -g_j [(1 + \cos 2\phi_j) + K_h^a \sin 2\phi_j] \\ a_{yx} = \sum_{j=0}^{Z-1} g_j [(1 - \cos 2\phi_j) - K_h^a \sin 2\phi_j] \\ a_{yy} = \sum_{j=0}^{Z-1} g_j [\sin 2\phi_j - K_h^a (1 + \cos 2\phi_j)] \end{cases} \quad (3.19)$$

Doù l'écriture matricielle suivante :

$$dF(t) = \frac{1}{2} b K_c \mathbf{A}(t) \Delta(t) \quad (3.20)$$

Dans cette expression, $\mathbf{A}(t)$ est une fonction périodique de période $T = \frac{2\pi}{Z\Omega}$, période de passage des dents. Ainsi, nous pouvons la décomposer sous forme d'une série de Fourier :

$$\mathbf{A}(t) = \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \mathbf{A}_r e^{ir\omega t} \text{ Avec : } \mathbf{A}_r = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{A}(t) e^{-ir\omega t} dt \quad (3.21)$$

Cette expression de $\mathbf{A}(t)$ permet de faire des approximations et donne lieu à discussion.

En général, les auteurs approchent $\mathbf{A}(t)$ par sa fondamentale, $\mathbf{A}_0$, la moyenne. La discussion se trouve dans [Alt00], lorsque la profondeur de passe est faible, les oscillations des efforts de coupe sont resserrées et périodiquement nulles. Cela entraîne de fortes composantes harmoniques. Cependant, les auteurs n'ont pas remarqué d'influence et expliquent le phénomène par le fait que la coupe agit comme un filtre passe bas, atténuant l'influence des harmoniques hautes.

La limitation de ce modèle retenue par Y. Altintas, est le cas où les modes de la structure sont très proches et correspondent à des fréquences de passage de dents.

Remarquons que le premier harmonique est pris en compte par I. Minis et R. Yanushevsky dans un article de 1993 : [MR93]. Ce travail propose une modelisation proche de celle présentée ici mais la méthode de résolution diffère. La résolution d'un problème aux valeurs propres pour rechercher les singularités de notre système est utilisé dans la suite alors que ces auteurs étudient la stabilité de la fonction de transfert reliant l'effort de coupe à l'épaisseur de copeau par le critère de Nyquist. Cela nécessite des calculs plus complexes mais permet de prendre en compte le premier harmonique.

En se plaçant en dehors du cas où les modes de la structure sont très proches et correspondent à des fréquences de passage de dents, on écrit :

$$\underline{F}(t) = \frac{1}{2} b K_c \underline{A} \underline{\Delta}(t). \quad (3.22)$$

Avec :

$$\underline{A} = \frac{1}{\phi_p} \int_{\phi_{st}}^{\phi_{ex}} \mathbf{A}(\phi) d\phi = \frac{Z}{2\pi} \begin{bmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} \end{bmatrix}. \quad (3.23)$$

Où les coefficients α sont :

$$\begin{aligned}
\alpha_{xx} &= \frac{1}{2} [\cos 2\phi - 2K_h^a \phi + K_h^a \sin 2\phi]_{\phi_{st}}^{\phi_{ex}} \\
\alpha_{xy} &= \frac{1}{2} [-\sin 2\phi - 2\phi + K_h^a \cos 2\phi]_{\phi_{st}}^{\phi_{ex}} \\
\alpha_{yx} &= \frac{1}{2} [-\sin 2\phi + 2\phi + K_h^a \cos 2\phi]_{\phi_{st}}^{\phi_{ex}} \\
\alpha_{yy} &= \frac{1}{2} [-\cos 2\phi - 2K_h^a \phi - K_h^a \sin 2\phi]_{\phi_{st}}^{\phi_{ex}}
\end{aligned} \tag{3.24}$$

Pour être utilisée relativement à l'objectif de ce travail, la formulation de Budak et Altintas doit être adaptée. En effet, elle est bien adaptée au cas où le comportement de la structure est homogène ce qui n'est pas forcément le cas sur les pièces étudiées dans le cadre de ce travail dont l'objectif est de calculer des cartes de broutement.

3.2.3 Adaptation de la méthode de Budak et Altintas à l'industrie automobile.

L'approche de Budak et Altintas introduit la matrice $\underline{A}_0$ qui traduit une position moyenne des dents dans la matière coupée. Cette approximation est défendable lorsque seul le broutement de l'outil est étudié. Le cas où la pièce vibre est plus complexe car sa réponse peut varier sur la surface usinée en fonction des modes impliqués. En effet, la réponse d'un mode sur un noeud de vibration sera nulle. Par conséquent, le moyennage proposé n'est plus exploitable.

Afin de poursuivre les travaux dans le domaine fréquentiel, on suppose la fréquence de broutement suffisamment élevée par rapport à la fréquence de passage de dent. Ainsi, la durée du passage de la dent au voisinage d'un noeud du maillage est suffisante pour engendrer une excitation significative, pouvant par la suite générer de l'instabilité.

On décide de travailler en 3D et on note alors $\underline{A}'_j$ la matrice instantanée telle que pour chaque dent immergée j ,

$$\begin{bmatrix} dF_x \\ dF_y \\ dF_z \end{bmatrix}_j = bK_c \underline{A}'_j \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix}_j \tag{3.25}$$

C'est à dire, en notant $\underline{R}_j^p$ la matrice de rotation liée aux angles de plaquette,

$$\underline{A}'_j(t) = \underline{R}_j^p(t) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & K_h^a & 0 \\ 0 & 0 & K_a^a \end{bmatrix} \underline{R}_j^{pT}(t) \tag{3.26}$$

Les dernières équations étant écrites dans le domaine temporel, il est possible ensuite de définir la matrice $\underline{\bar{A}}'_i$ cette fois en moyennant la matrice $\underline{A}'_i$ au voisinage du noeud coupé i ,

$$\underline{\bar{A}}'_j = \frac{Z}{2\pi} \underline{A}'_j \tag{3.27}$$

ce qui autorise l'écriture dans le domaine de Laplace :

$$d\tilde{F}_j(s) = bK_c \underline{\bar{A}}'_j \tilde{\Delta}_j(s) \tag{3.28}$$

Ceci s'écrit pour chaque dent immergée et si pour le noeud étudié la dent correspondante est supposée dans son voisinage, ce n'est pas forcément le cas des autres dents. En utilisant l'expression de la

puissance virtuelle et la matrice des fonctions de formes $\underline{\underline{N}}$, on a :

$$\begin{cases} d\tilde{q} = \sum_j^{Z_{in}} \underline{\underline{N}}_j \underline{\underline{\Delta}}_j \\ d\tilde{Q} = \sum_j^{Z_{in}} \underline{\underline{N}}_j^T \underline{\underline{F}}_j \end{cases} \quad (3.29)$$

Où Z_{in} est le nombre de dents immergées ce qui est équivalent à écrire la somme sur toutes les dents et à utiliser la fonction g précédente.

On a alors les équations :

$$d\tilde{Q} = bK_c \sum_j^{Z_{in}} \underline{\underline{N}}_j^T \underline{\underline{A}}_j' \underline{\underline{N}}_j d\tilde{q} \quad (3.30)$$

et

$$d\tilde{Q}(s) = bK_c \underline{\underline{A}}_0 d\tilde{q}(s) \quad (3.31)$$

Où la matrice $\underline{\underline{A}}_0$ est l'assemblage des matrices $\underline{\underline{A}}_j'$. On remarque que l'expression $K_c \underline{\underline{A}}_0$ correspond dimensionnellement à une matrice de pression de coupe.

Par ailleurs, la matrice de transfert permet également de calculer le vecteur $\underline{\underline{d}}q(i\omega_c)$ à la limite du roulement de la manière suivante :

$$\underline{\underline{d}}q(i\omega_c) = (1 - e^{-i\omega_c T}) \underline{\underline{\Psi}}(i\omega_c) d\tilde{Q}(i\omega_c) \quad (3.32)$$

Des expressions (3.31) et (3.32), on déduit l'équation aux valeurs propres :

$$d\tilde{q}(i\omega_c) = \lambda \underline{\underline{\Psi}}(i\omega_c) \underline{\underline{A}}_0 d\tilde{q}(i\omega_c) \quad (3.33)$$

La profondeur de passe limite ne pouvant être négative mais devant être la plus petite possible, seule la composante dont la partie réelle est négative et de plus petite valeur absolue de $\underline{\underline{\lambda}}$, $\check{\lambda}$ est conservée. On note par les indices R et I respectivement sa partie réelle et sa partie imaginaire.

On a alors :

$$\check{\lambda} = b_{lim}(\omega_c) K_c (1 - e^{-i\omega_c T}) \quad (3.34)$$

La partie réelle de cette équation permet d'obtenir :

$$b_{lim}(\omega_c) = \frac{-\check{\lambda}_R(\omega_c)}{K_c (1 - \cos \omega_c T)} \quad (3.35)$$

Ou encore, en posant $\kappa(\omega_c) = \frac{\check{\lambda}_I(\omega_c)}{\check{\lambda}_R(\omega_c)}$,

$$b_{lim}(\omega_c) = \frac{-\check{\lambda}_R(\omega_c)}{K_c} (1 + \kappa^2(\omega_c)) \quad (3.36)$$

Cette expression permet de calculer l'évolution de la profondeur de passe critique en fonction de ω_c mais les différentes harmoniques de la vitesse de rotation de l'outil ainsi que le déphasage du système perturbent l'allure originelle du graphe $\{\omega_c, b_{lim}(\omega_c)\}$ pour donner le graphe plus utile : $\{\Omega, b_{lim}(\omega_c)\}$. Ainsi les vitesses de rotation correspondantes à chaque pulsation ω_c sont :

$$\Omega = \frac{60\omega_c}{N(\epsilon + 2k\pi)} \quad k \in \mathbb{N} \quad \text{trs/min} \quad (3.37)$$

Avec $\kappa = \tan \frac{\pi}{2} - \frac{\omega_c T}{2} = \tan \psi$, $\epsilon = \pi - 2\psi$ et $\omega_c T = \epsilon + 2k\pi$ avec $k \in \mathbb{N}$

2. Le passage de la première équation à la seconde se fait simplement si l'on calcule $1 + \kappa^2$.

3.2.4 Application illustrative, influence de la correction statique et conclusions.

Les objectifs de ce paragraphe sont de tester la méthode sur un cas de pièce réelle, présentant plusieurs modes propres, et de vérifier en simulation l'importance de la correction statique sur les résultats. La pièce utilisée est le carter de boîte de vitesses PK4.

Diagramme de stabilité.

Comme évoqué précédemment, le diagramme de stabilité consiste à répéter un même motif plusieurs fois en utilisant les harmoniques de la fréquence de passage de dent. Il est d'usage de numéroté ces motifs, dans le cas étudié, le motif d'origine présente de nombreux lobes, autant que de modes propres. Tous les modes n'ont pas la même raideur modale et par conséquent, tous n'ont pas la même influence. Dans un premier temps, il est possible de limiter l'étude aux modes les plus souples. Cependant, les autres modes peuvent perturber le diagramme, comme présenté sur la figure 3.5. Ainsi, certaines zones inter-lobes sont réduites par des lobes d'ordres supérieurs.

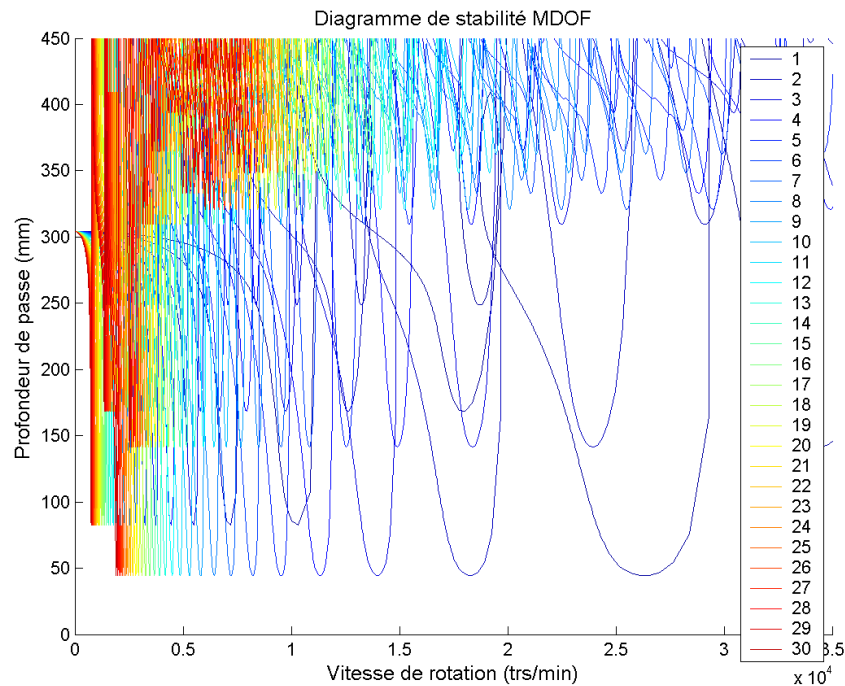


FIG. 3.5 – *Diagramme de stabilité pour un exemple de système à plusieurs degrés de liberté. Chaque motif porte une couleur différente.*

Influence de la correction statique.

L'application précédente est utilisée ici afin de vérifier l'importance de la correction statique. Pour cela la base modale est tronquée à 4kHz. Les résultats produits par la base modale tronquée seule sont comparés aux résultats corrigés. La figure 3.6 présente un agrandissement du principal lobe.

On constate outre un déphasage des lobes, une erreur de plus de 10% sur l'estimation de la profondeur de passe critique.

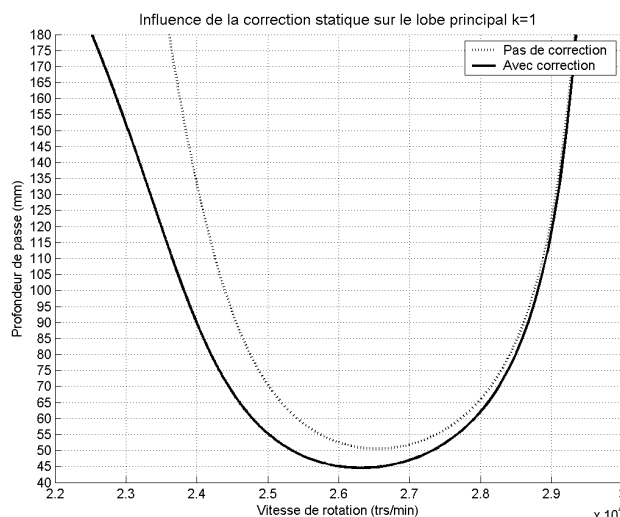


FIG. 3.6 – Comparaison entre les résultats fournis par une base tronquée simple et une base tronquée avec correction

Conclusions

L'opération utilisée à titre illustratif est stable, ce qui est conforme aux observations³. D'autre part, lorsque les zones interlobes sont exploitables, il est important de considérer une large plage de modes propres car ces zones peuvent être modulées par les autres modes. Finalement, la prise en compte de la correction statique permet de corriger la position des lobes par rapport aux vitesses de rotation d'une part ainsi que la profondeur de passe critique.

3.3 Comparaison des formulations des méthodes SDOF et MDOF.

Les deux méthodes ont le même objectif, calculer la valeur de la profondeur de passe critique en chacun des noeuds du maillage de la face usinée. Pour cela elles utilisent toutes les deux le comportement dynamique du système. Cependant, dans le cadre de la méthode SDOF, en un noeud donné, le comportement complet du système est approché par son comportement dans la direction la plus souple. L'effort de coupe est ensuite projeté sur cette direction.

La méthode MDOF, lorsque le cas d'étude n'implique pas d'immersion simultanée de plusieurs dents, est légèrement différente. Son utilisation implique la matrice $\underline{A}_0$ telle que son produit avec la pression de coupe K_c , $K_c \underline{A}_0$ s'interprète comme une matrice de pression de coupe. C'est le produit de cette matrice par la matrice de transfert, que l'on peut également interpréter comme une matrice de souplesse dynamique, qui est diagonalisée.

Par conséquent on retient que :

- La méthode SDOF travaille avec la direction principale de la structure seule ;
- La méthode MDOF travaille avec la direction principale de la coupe en prenant en compte à la fois la structure et l'orientation des efforts de coupe.

Par conséquent, la méthode SDOF peut sur-estimer la valeur de la profondeur de passe critique, par exemple lorsque la direction principale de la souplesse est très peu sollicitée et que les autres le sont

³. On remarque que considérant les résultats de la première partie, cela ne signifie pas qu'il n'y a pas de vibrations de manière générale.

beaucoup plus, à l'extrême lorsque l'effort de coupe est perpendiculaire à la direction principale de la souplesse.

D'autre part, telle que formulée, la méthode MDOF permet de prendre en compte l'intégralité du chargement appliqué sur la pièce.

4

Application de la méthode MDOF sur un cas industriel et comparaison des deux méthodes.

Ce chapitre a pour but d'appliquer la méthode existante, basée sur l'approximation du fraisage par un modèle à un degré de liberté, et la nouvelle méthode sur un cas concret afin de les comparer.

4.1 Application de la méthode MDOF au fraisage d'une face de carter cylindre.

L'opération a déjà été présentée dans le chapitre 2 , consacré à la méthode existante. Afin de mettre en oeuvre la méthode MDOF, il faut tout d'abord définir une fréquence maximale d'analyse. Par la suite, la validité de ce choix est vérifiée. La plage de fréquence ainsi choisie doit contenir le mode prépondérant en terme de souplesse de chacun des noeuds de la surface usinée du point de vue du lieu associé.

Dans le cas présent, la fréquence maximale est de 4kHz. Le calcul de $b_{lim}(\omega_c)$ est réalisé en chaque noeud en tenant compte de l'immersion simultanée éventuelle des autres dents. On en déduit ensuite la profondeur de passe critique ainsi que la fréquence de broutement à cette profondeur de passe.

La profondeur de passe critique est tracée sous la forme d'une carte de broutement comme cela a déjà été précisé plus tôt. La fréquence de broutement fait également l'objet d'une carte. Elle a un rôle de validation des résultats. Ainsi, il est préférable que la fréquence de broutement soit peu variable lorsque l'outil parcourt une zone uniforme et que cette fréquence de broutement ne soit pas sur ou hors des bornes de l'intervalle d'analyse.

La figure 4.1 présente la carte de broutement calculée par la méthode MDOF, la figure 4.2 présente la carte de fréquence de broutement.

De chacun des résultats, on peut extraire une information 1D, le diagramme de lobes en un point (figures 4.3, 4.4) ou des fonctions de réponse fréquentielles (figures 4.5 et 4.6). Le diagramme de lobe permet de rechercher une solution à un problème de broutement par la modification de la vitesse de rotation de la fraise. Le graphique des FRF permet d'identifier le mode de vibration prépondérant. Toutes les courbes sont rappelées en annexe F, page 131

Ainsi, on constate que le broutement apparaît dès une profondeur de passe de $1.5mm$ sur la zone la plus à droite de la face. L'étude de la carte de fréquence de broutement montre que le quinzième mode

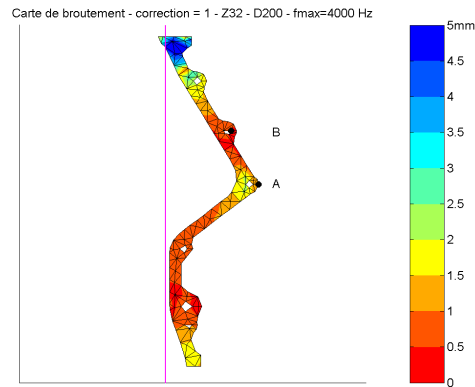


FIG. 4.1 – Carte de broutement calculée par la méthode MDOF.

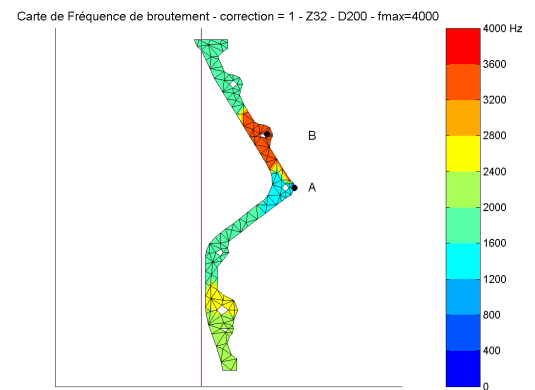


FIG. 4.2 – Carte de fréquence de broutement.

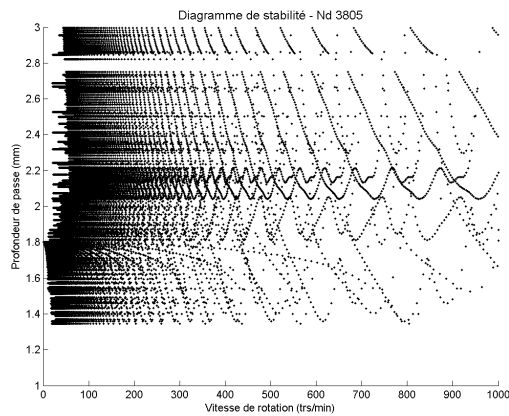


FIG. 4.3 – Diagramme de stabilité calculé au point A.

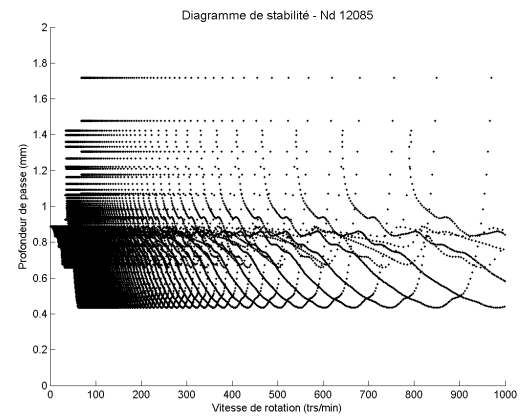


FIG. 4.4 – Diagramme de stabilité calculé au point B.

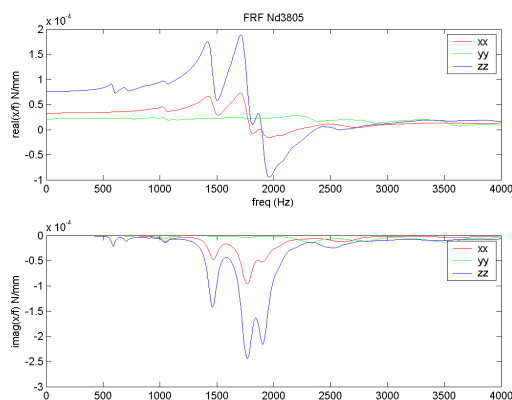


FIG. 4.5 – Fonctions de transfert exprimées au noeud A.

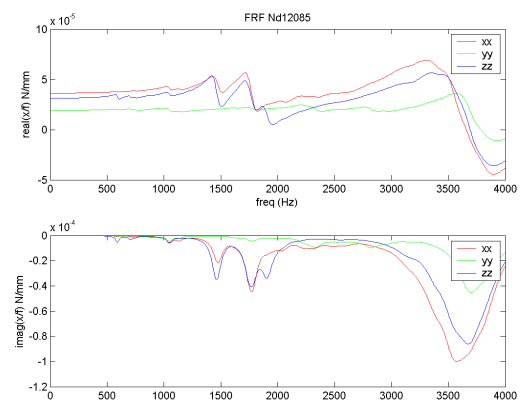


FIG. 4.6 – Fonctions de transfert exprimées au noeud B.

de la pièce est sollicité. Ce mode est représenté en figure 4.7.

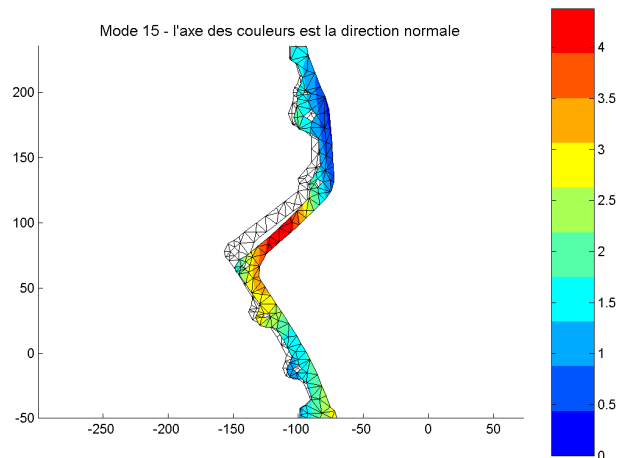


FIG. 4.7 – Mode 15 de la structure, l'axe de couleur représente la valeur du vecteur dans la direction normale au plan.

La carte de fréquence de broutement permet également d'observer que le mode 15 n'est pas toujours le plus sollicité. Ainsi, en fin d'usinage les fréquences de broutement sont plus élevées et les réponses fréquentielles montrent que les directions les plus souples évoluent également.

Finalement, la carte de broutement est en accord avec les observations détaillées précédemment.

4.2 Comparaison des deux méthodes.

La figure 4.8 rappelle le résultat de la méthode SDOF et la figure 4.10 présente pour chaque point de calcul le nombre de dents simultanément immergées.

Comme on pouvait le prévoir compte-tenu des remarques faites en section 3.3, la méthode MDOF produit des profondeurs de passes critiques plus faibles que la méthode SDOF. La seule différence entre les deux méthodes dans le cas d'une immersion simple étant basé sur la recherche de la direction la plus sensible (avec ou sans prise en compte du chargement), on constate que la simplification de la méthode SDOF provoque une sur-estimation de l'ordre de 20% par rapport à la méthode MDOF.

La prise en compte des autres dents immergées a pour effet de modifier l'allure des cartes.

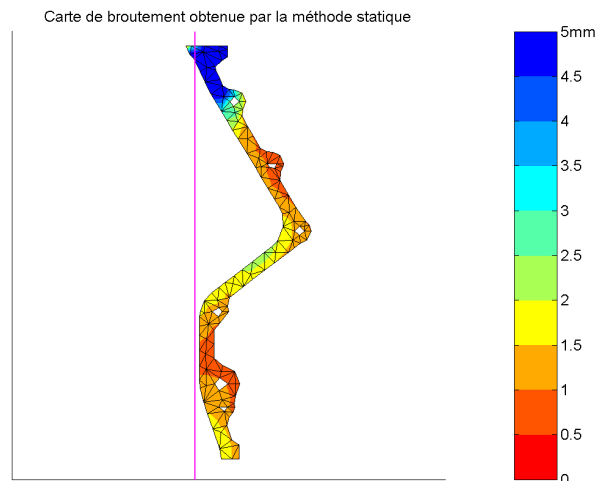


FIG. 4.8 – Carte de broutement calculée par la méthode SDOF.

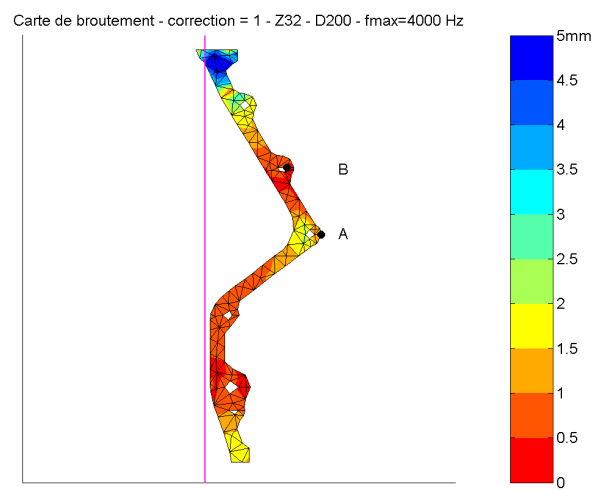


FIG. 4.9 – Carte de broutement calculée par la méthode MDOF.

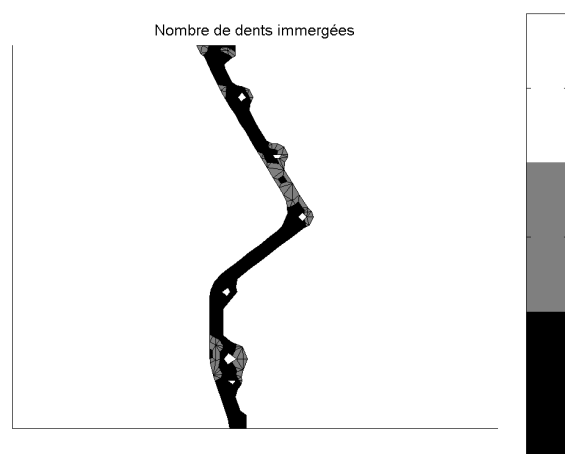


FIG. 4.10 – Nombre de dents immergées simultanément.

5

Conclusion sur les méthodes de prédiction des risques de broutement.

Deux méthodes pour la prédiction du risque de broutement ont été proposées dans cette partie. La première et la plus simple des deux est la méthode statique ou encore SDOF. En tournage, on constate que l'expression de la profondeur de passe critique est très simple et directement applicable en utilisant la méthode des éléments finis. Ainsi, il suffit de connaître la souplesse de la pièce dans la direction de l'effort de coupe pour obtenir la profondeur de passe critique. La transposition en fraisage de cette méthode consiste à approximer l'opération par une opération de tournage. On calcule alors la direction principale de la souplesse et l'effort de coupe est projeté sur cette direction de manière à appliquer ensuite les expressions valables en tournage.

Si l'on étudie de près la méthode, on constate que rien n'oblige l'effort de coupe à prendre une valeur importante dans la direction principale de la souplesse. A l'extrême, il est possible d'obtenir un effort de coupe orthogonal à cette direction.

La deuxième méthode est la méthode MDOF. Elle est plus complexe à mettre en oeuvre et implique également une diagonalisation mais qui ne se fait pas à la même étape. En effet, l'application de la méthode MDOF fait apparaître le produit de la matrice de transfert de la structure avec une matrice qu'on peut identifier comme une matrice de pression de coupe. La matrice identifiable comme une matrice de raideur est diagonalisée pour trouver la limite de broutement.

Dans ce cas, l'orientation de l'effort de coupe est pleinement prise en compte.

D'autre part, la méthode MDOF telle que présentée permet également de prendre en compte l'immersion simultanée de plusieurs dents ainsi que de tracer des diagrammes de lobes en chaque point de la surface usinée.

Si la méthode statique donne un résultat instantanément à partir de la fourniture d'une matrice de souplesse, la méthode dynamique nécessite un temps de calcul dépendant de la plage de fréquence étudiée, du nombre de dents immergées ainsi que du nombre de noeuds composant la surface à usiner. Ainsi, un temps de calcul de l'ordre de 90s est observé pour l'exemple de la face de carter-cylindres avec un ordinateur portable¹. Le pré-processing consistant à calculer la matrice $\underline{S}^*$ peut prendre de quelques secondes à quelques heures en fonction du logiciel utilisé, de la taille du modèle complet et du groupe A.

Compte-tenu de ces remarques, la méthode statique peut être utilisée afin de se donner une première estimation mais la méthode MDOF est à privilégier. Toutefois, les deux méthodes sont très fortement im-

1. Pentium M 1.7 GHz et 1 Go RAM

pactées par le choix du coefficient d'amortissement qui, comme on l'a vu comporte une part d'arbitraire. Par conséquent, les résultats doivent être appréhendés avec précaution.

Conclusion générale

Deux problèmes courants en production de grande série ont ici été abordés, le respect des tolérances de forme et le broutement. A chaque fois, deux méthodes ont été étudiées l'une basée sur la statique, très simple et l'autre prenant en compte la dynamique du système, plus complexe mais infiniment plus simple que la plupart des méthodes concurrentes.

Si les méthodes statiques fonctionnent bien sur certains types de pièce, on constate que l'usage de méthodes dynamiques permet d'élargir le panel d'application que l'on peut simuler de manière relativement fiable. Cependant, le temps de calcul s'en fait ressentir, les méthodes statiques ne nécessitent aucune intégration et consistent plus en un post-traitement du calcul de condensation de la matrice de raideur alors que les méthodes dynamiques demandent beaucoup plus d'opérations. Le rapport des temps de calcul entre les deux types de méthodes est de 100 que ce soit pour la prédiction de l'erreur de forme ou du broutement. Toutefois, les méthodes dynamiques présentent un temps de calcul très raisonnable. 1h est nécessaire pour le calcul de l'erreur de forme sur le carter de boîte de vitesses et 3 à 4 minutes suffisent au calcul de la carte de broutement par la méthode MDOF sur la face de carter cylindres. Ces temps sont observés sur un PC portable Pentium M 1.7 GHz et 1 Go RAM. Tous les programmes sont programmés sous Matlab et il est très probable que l'implémentation de la méthode dynamique de prédiction de l'erreur de forme dans un langage compilé type Fortran permette de réduire de beaucoup les temps de calcul.

Ces deux méthodes ont vocation à être intégrées dans un logiciel commercial, Samcef For Machining de manière à être maintenues et à être utilisées systématiquement à l'ingénierie process centrale de l'ingénierie mécanique de Renault. Elles ont également été l'objet de publications et de participation à des conférences [LMD06a], [LMD06b], [LMMD06], [LLLC07b], [LLLC07a], [LMM⁺07] . La méthode dynamique de prédiction de l'erreur de forme a été récompensée par le prix de la meilleure présentation étudiante dans le domaine *Interaction between Computational Mechanics and Manufacture* de l'*U.S. Association for Computational Mechanics*.

Annexes

Annexe A

Méthodologie pour l'analyse modale expérimentale

Les résultats d'analyse modale expérimentale présentés dans ce document sont réalisés suivant la méthode présentée ici. Dans le cadre d'une expertise lors d'une crise vibratoire, une première étape de mesure de l'accélération en certains points de la machine ou de la pièce permet d'identifier des fréquences prédominantes préalablement à l'identification modale.

L'objectif de cette annexe est de présenter brièvement les concepts sous-jacents à l'analyse modale.

A.1 Description du matériel nécessaire.

A.1.1 Capteurs piézoélectriques.

En raison de leur faible encombrement et de leur bonne fidélité, on utilise généralement des accéléromètres piézoélectriques ICP. Le principe est basé sur la propriété de certains cristaux à se charger électriquement sous chargement.

Il existe des capteurs mono axes qui donnent une image de l'accélération dans une seule direction ainsi que des capteurs triaxiaux permettant d'obtenir une image de l'accélération dans les trois directions.

Des capteurs en torsion sont également disponibles.

Cette famille de capteur est bien adaptée aux cas rencontrés dans l'usinage car :

- Leur masse est négligeable devant celle des structures testées ;
- Leur bande passante permet de bien capter les fréquences qui sont intéressantes dans nos analyses.

A.1.2 Analyseur de Fourier.

Basiquement, un analyseur de Fourier permet de faire de l'analyse FFT de signaux temporels en temps réel. Le signal est échantillonné puis analysé au fur et à mesure. En général, il est possible de choisir un taux de recouvrement entre deux signaux analysés successivement.

Les analyseurs sont généralement capable de traiter plusieurs entrées simultanément et d'en déduire des fonctions de réponse fréquentielle de différentes manières. Filtres et fenêtres sont également disponibles en général.

A.2 Concept

La première étape de l'analyse modale est la discrétisation de la réponse de la structure à travers celle d'un certain nombre de points ou "noeuds". Cela consiste en général à repérer des points sur la pièce.

Une fois ces noeuds repérés, l'objectif de l'analyse consiste à identifier les vecteurs propres vus de ces noeuds et les fréquences propres de la structure dans une plage de fréquence déterminée. Le sonnage ne donne que des fonctions de réponse en fréquence (FRF) entre un degré de liberté excité et un ou plusieurs degrés de libertés (DDL) dont l'accélération est mesurée par les capteurs accélérométriques. Chaque FRF est un terme de la matrice de transfert vue au travers de DDL de mesure associés aux "noeuds". L'ensemble des FRF obtenues lors de l'excitation d'un DDL correspond à une ligne ou une colonne de la matrice de transfert.

Notons alors $\underline{\underline{H}}(\omega)$ la matrice de transfert de la structure, on a :

$$\underline{\underline{H}} = \underline{\underline{\phi}} [-\omega^2 \underline{\underline{I}} + i\omega \underline{\underline{D}} + \underline{\underline{\Lambda}}]^{-1} \underline{\underline{\phi}}^T \quad (\text{A.1})$$

Par conséquent, la composante jk de $\underline{\underline{H}}$ est la FRF obtenue en excitant le DDL j et en mesurant l'accélération ou le déplacement du DDL k . On a :

$$(\underline{\underline{H}})_{jk}(\omega) = (\underline{\underline{\phi}})_{j-} [-\omega^2 \underline{\underline{I}} + i\omega \underline{\underline{D}} + \underline{\underline{\Lambda}}]^{-1} (\underline{\underline{\phi}})_{k-}^T \quad (\text{A.2})$$

Où l'indice $j-$ signifie que l'on sélectionne la ligne j . En explicitant d'avantage cette dernière équation, il vient :

$$(\underline{\underline{H}})_{jk}(\omega) = \begin{bmatrix} \phi_{j1} \\ \vdots \\ \phi_{jn} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & -\omega^2 + 2i\xi_l\omega_l + \omega_l^2 & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \phi_{j1} \\ \vdots \\ \phi_{jn} \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Ce qui s'écrit en développant complètement :

$$(\underline{\underline{H}})_{jk}(\omega) = \sum_{m=1}^n \frac{\phi_{jm}\phi_{km}}{-\omega^2 + 2i\xi_m\omega_m + \omega_m^2} \quad (\text{A.4})$$

Cette dernière quantité correspond à ce que l'on mesure effectivement avec un analyseur de Fourier. Sur ces résultats, il est possible d'isoler les valeurs des ω_m de chacun des modes qui correspondent à des extremums de $(\underline{\underline{H}})_{jk}(\omega)$. En particulier lorsque l'on dispose de $(\underline{\underline{H}})_{jj}(\omega)$ on est capable d'identifier toutes les composantes $\phi_{j,m=1 \rightarrow n}$.

Une fois cette première identification réalisée, il est possible d'identifier toutes les autres composantes.

Cette méthode simple illustre la philosophie de l'identification modale et montre la faisabilité de l'identification par la manipulation des FRF mesurées. Cependant les méthodes mises en oeuvre couramment ne sont pas nécessairement basées sur ce principe. La plupart des méthodes sont détaillées dans le livre de Ewins [Ewi00].

Annexe B

Résultats de mesure des disques.

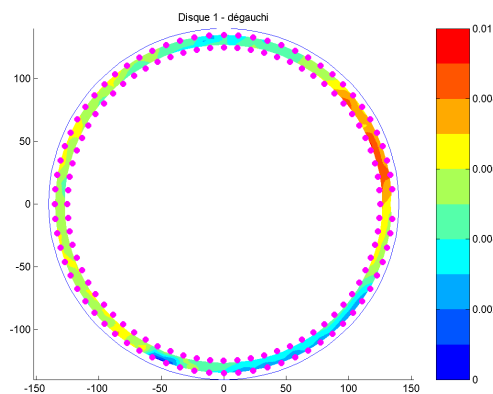


FIG. B.1 – Mesure du disque 1 - Echelle de couleur en mm.

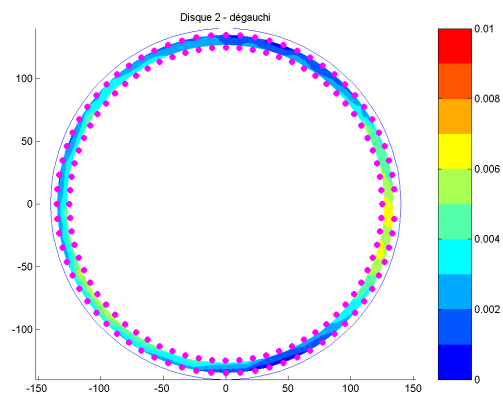


FIG. B.2 – Mesure du disque 2 - Echelle de couleur en mm.

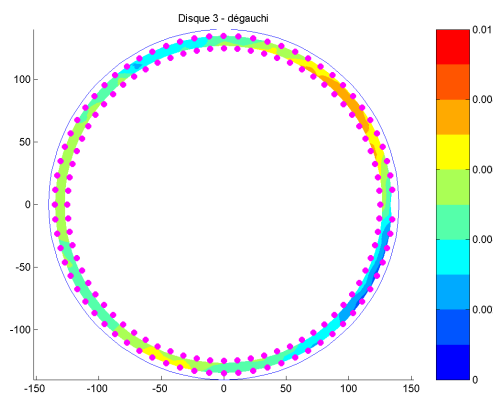


FIG. B.3 – Mesure du disque 3 - Echelle de couleur en mm.

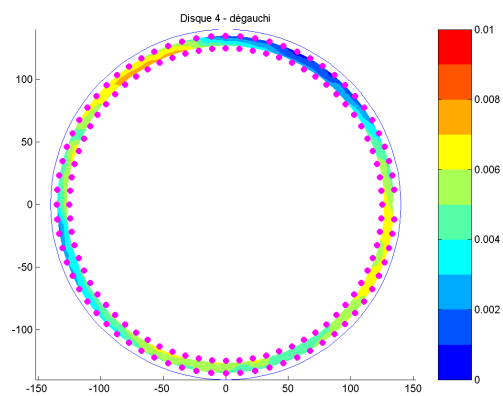


FIG. B.4 – Mesure du disque 4 - Echelle de couleur en mm.

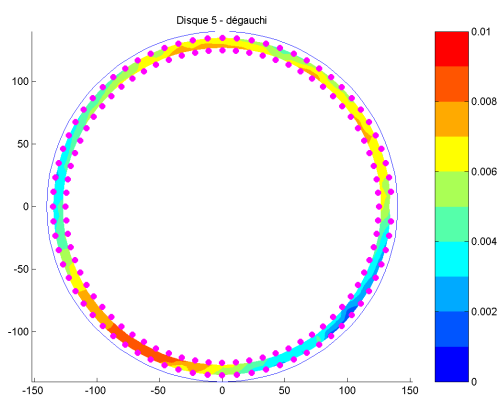


FIG. B.5 – Mesure du disque 5 - Echelle de couleur en mm.

Annexe C

Courbes d'effort obtenues dans le cadre de l'identification de la loi d'effort de coupe du couple aluminium - outil de fraisage du CM PK4

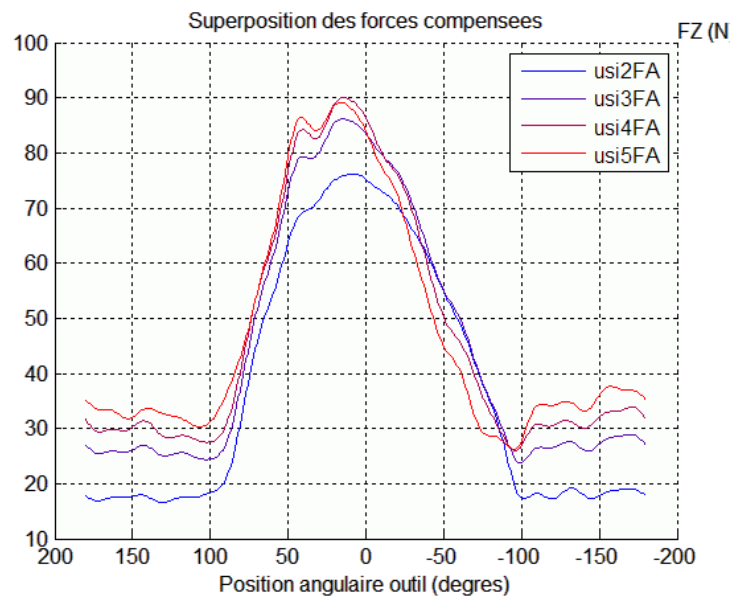


FIG. C.1 – Evolution de F_a en fonction de la position angulaire de l'outil. Dans le cas de l'étude, seule la courbe bleue ($usi2$) est utilisée. Elle correspond à une profondeur de passe de 1 mm.

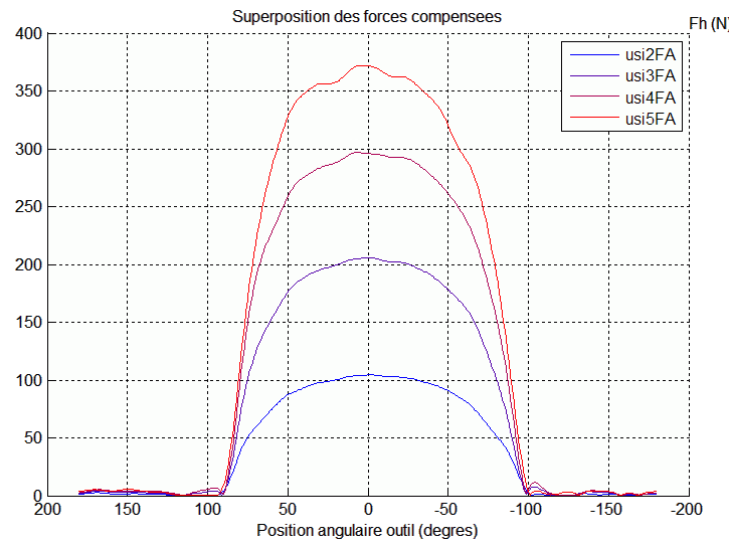


FIG. C.2 – Evolution de F_h en fonction de la position angulaire de l'outil. Dans le cas de l'étude, seule la courbe bleue (usi2) est utilisée. Elle correspond à une profondeur de passe de 1mm.

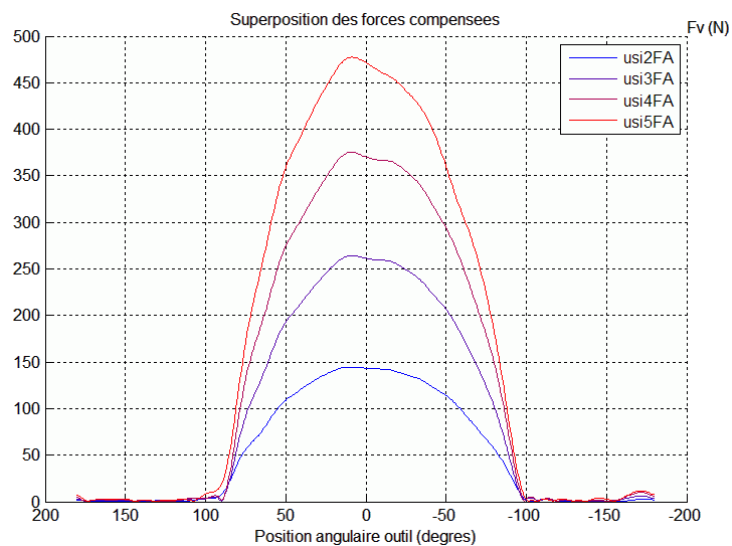


FIG. C.3 – Evolution de F_c en fonction de la position angulaire de l'outil. Dans le cas de l'étude, seule la courbe bleue (usi2) est utilisée. Elle correspond à une profondeur de passe de 1mm.

Annexe D

Formes modales identifiées sur le carter de boîte PK4.

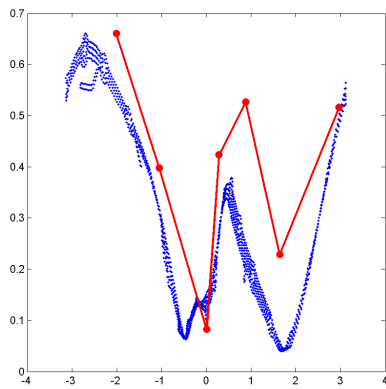


FIG. D.1 – Mode 1 - Fréquence identifiée = 302 Hz
Fréquence calculée = 246 Hz.

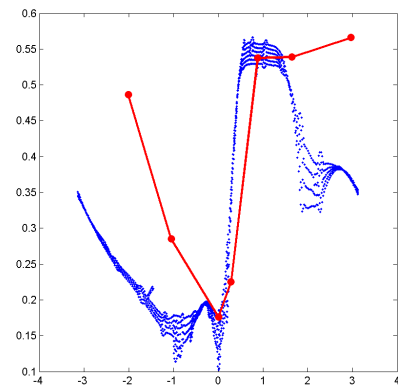


FIG. D.2 – Mode 2 - Fréquence identifiée = 461 Hz
Fréquence calculée = 374 Hz.

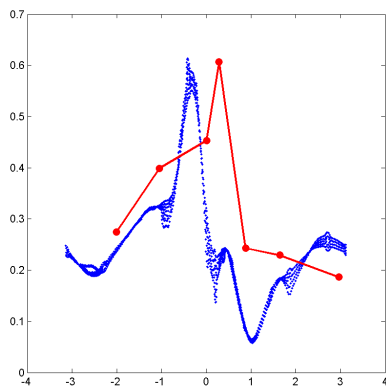


FIG. D.3 – Mode 3 - Fréquence identifiée = 500 Hz
Fréquence calculée = 468 Hz.

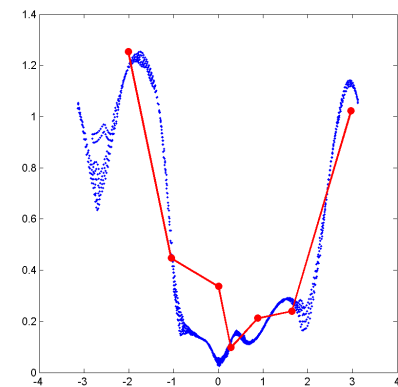


FIG. D.4 – Mode 4 - Fréquence identifiée = 705 Hz
Fréquence calculée = 702 Hz.

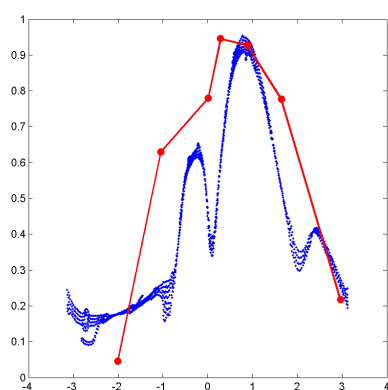


FIG. D.5 – Mode 5 - Fréquence identifiée = 744 Hz
Fréquence calculée = 873 Hz.

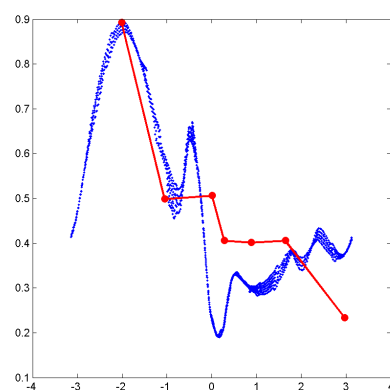


FIG. D.6 – Mode 6 - Fréquence identifiée = 882 Hz
Fréquence calculée = 892 Hz.

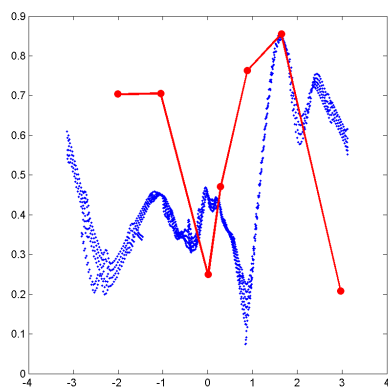


FIG. D.7 – Mode 7 - Fréquence identifiée = 1223 Hz
Fréquence calculée = 1223 Hz.

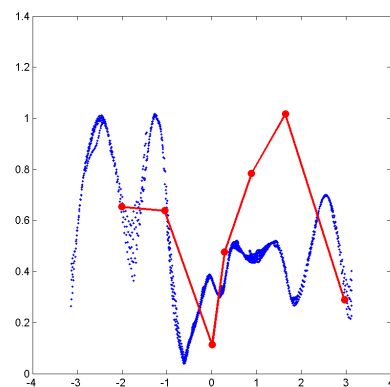


FIG. D.8 – Mode 8 - Fréquence identifiée = 1370 Hz
Fréquence calculée = 1373 Hz.

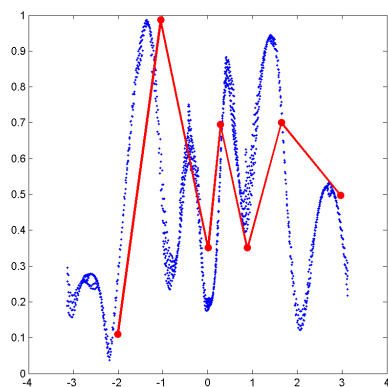


FIG. D.9 – Mode 9 - Fréquence identifiée = 1580 Hz
Fréquence calculée = 1612 Hz.

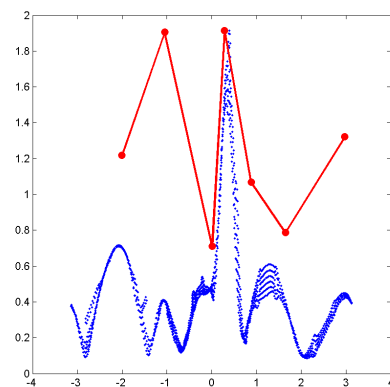


FIG. D.10 – Mode 10 - Fréquence identifiée = 1847 Hz
Fréquence calculée = 1800 Hz.

Annexe E

Extrait de la thèse de Huck sur la correction statique.

2.3.2. Seconde formulation de la réponse d'un système linéaire élastique en série de modes propres ou méthode des accélérations modales

L'idée de cette méthode, généralement attribuée à WILLIAMS [W-2] (cf. également [B-9], [M-9]), remonte en fait à Lord RAYLEIGH [R-2], les deux auteurs aboutissant au même résultat par des voies différentes.

L'équation (2.3.6) est une équation d'équilibre dynamique (au sens de d'Alembert) qui met en jeu trois types de forces :

la force extérieure appliquée	$f(t)$
la force statique équivalente	$g(t) = K q(t)$
la force d'inertie	$a(t) = - M \ddot{q}(t)$

Si nous faisons momentanément abstraction de la force d'inertie, la réponse dynamique s'identifie à la réponse quasi-statique et s'écrit, dans le cas d'un système non hypostatique :

$$q(t) = K^{-1} f(t) \quad (2.3.19)$$

Cette réponse quasi-statique peut donc être obtenue indépendamment de toute analyse modale.

Pour réintroduire les forces d'inertie, il convient alors de superposer à la réponse quasi-statique (2.3.19) les déplacements supplémentaires correspondants, soit

$$q(t) = K^{-1} f(t) + K^{-1} a(t) . \quad (2.3.20)$$

Ainsi, comme l'a remarqué WILLIAMS, seules les forces d'inertie doivent faire l'objet d'une approximation en série de modes propres connus, mais pas nécessairement la force appliquée ni les forces de raideur, contrairement à ce qui était le cas dans la méthode des déplacements modaux.

Introduisant alors la nouvelle et unique approximation

$$\ddot{q} = \sum_{i=1}^p \ddot{\eta}_i x_{(i)} , \quad (2.3.21)$$

avec, en vertu de (2.3.11)

$$\ddot{\eta}_i = \frac{x_{(i)}^T}{p_i} \left[f(t) - \omega_i \int_0^t \sin \omega_i (t-\tau) f(\tau) d\tau \right] ,$$

nous obtenons pour les déplacements (2.3.20) l'expression approchée proposée par WILLIAMS

$$q(t) = K^{-1} f(t) - \sum_{i=1}^p \frac{x_{(i)} x_{(i)}^T}{\omega_i^2 \mu_i} \left[f(t) - \omega_i \int_0^t \sin \omega_i (t-\tau) f(\tau) d\tau \right] , \quad (2.3.22)$$

que nous préférons réécrire sous la forme regroupée

$$q(t) = \sum_{i=1}^p \frac{x_{(i)} x_{(i)}^T}{\omega_i^2 \mu_i} \int_0^t \sin \omega_i (t-\tau) f(\tau) d\tau + \left[K^{-1} - \sum_{i=1}^p \frac{x_{(i)} x_{(i)}^T}{\omega_i^2 \mu_i} \right] f(t) . \quad (2.3.23)$$

De son côté, Lord RAYLEIGH est parti des équations normales (2.3.9) en remarquant que le terme d'inertie y devient négligeable devant le terme de raideur dès lors que la pulsation propre du mode considérée devient grande vis-à-vis de celles contenues dans le spectre de la force excitatrice (cf. figure {3-19}). Si tel est le cas, excepté pour les p premiers modes propres, nous pouvons réécrire ces équations normales sous la forme

Annexe F

Résultats de prédiction du broutement calculé par la méthode MDOF sur l'exemple de la face du carter cylindres.

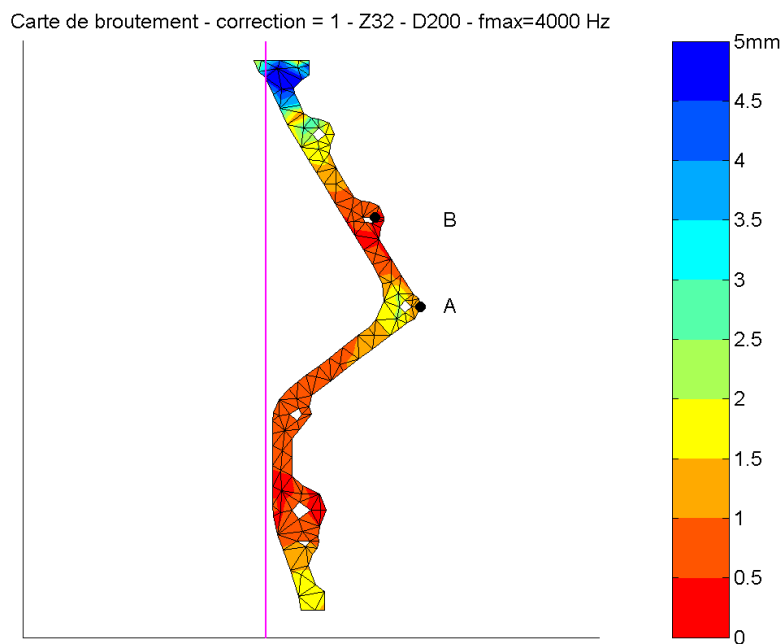


FIG. F.1 – Carte de broutement calculée par la méthode MDOF.

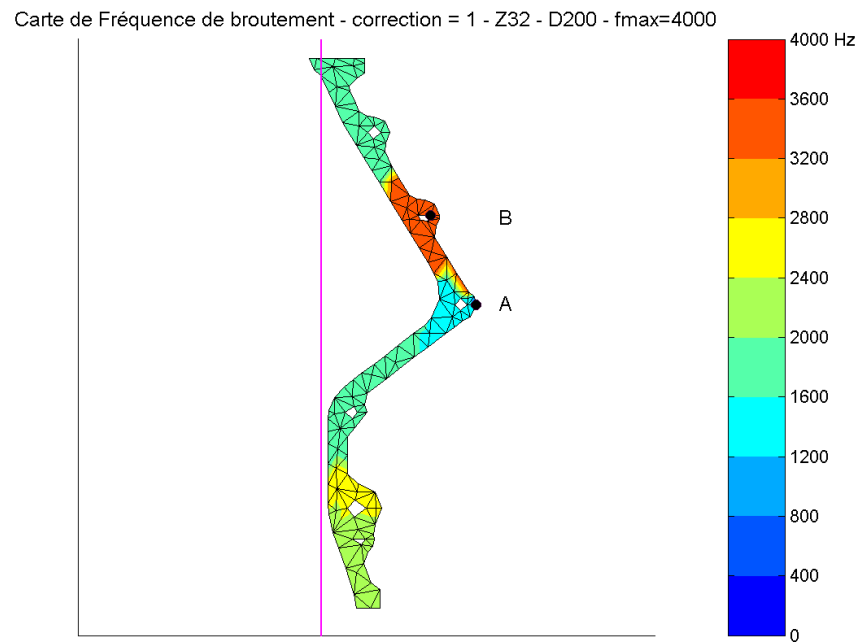


FIG. F.2 – Carte de fréquence de broutement.

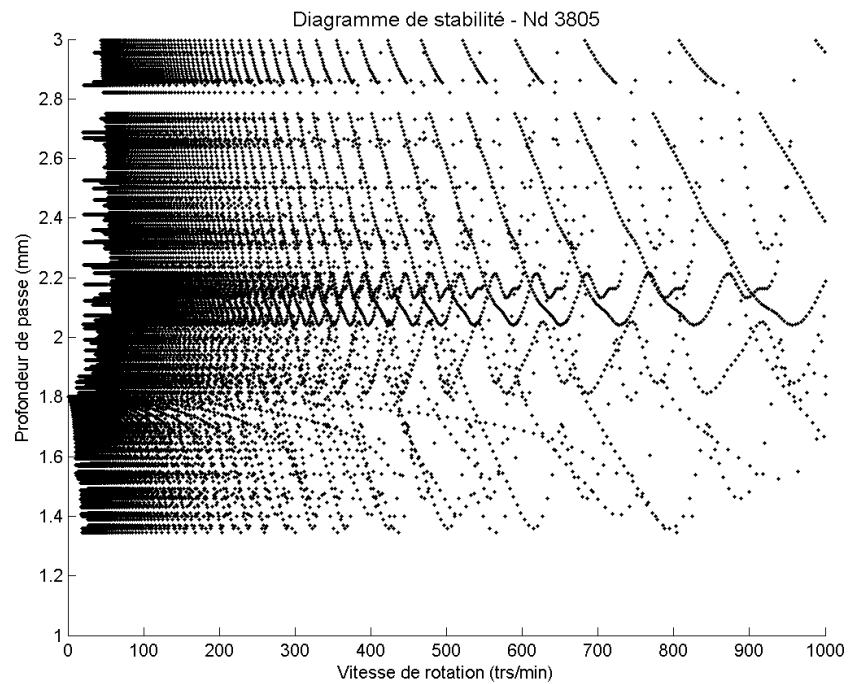


FIG. F.3 – Diagramme de stabilité calculé au point A.

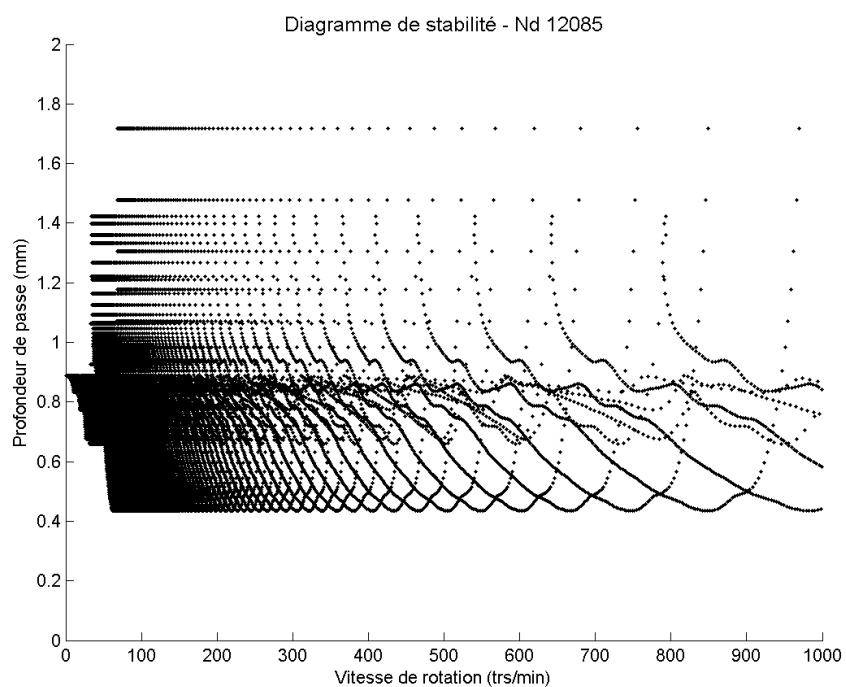


FIG. F.4 – *Diagramme de stabilité calculé au point B.*

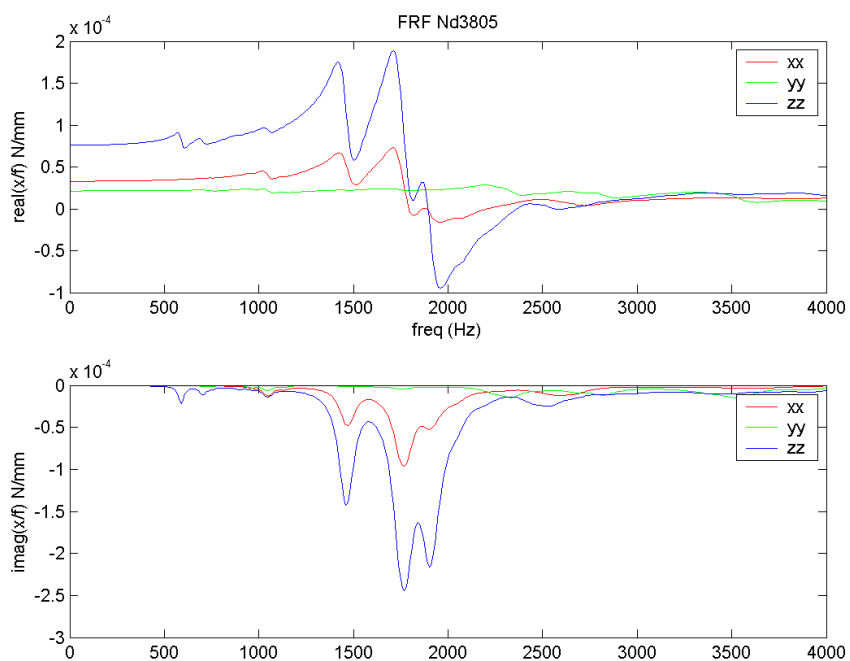


FIG. F.5 – *Fonctions de transfert exprimées au noeud A.*

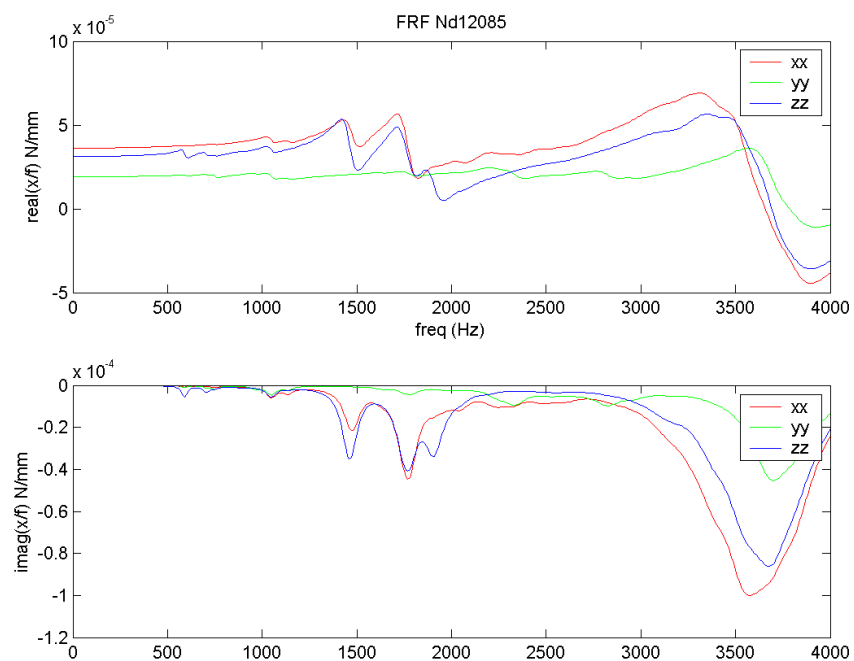


FIG. F.6 – Fonctions de transfert exprimées au noeud B.

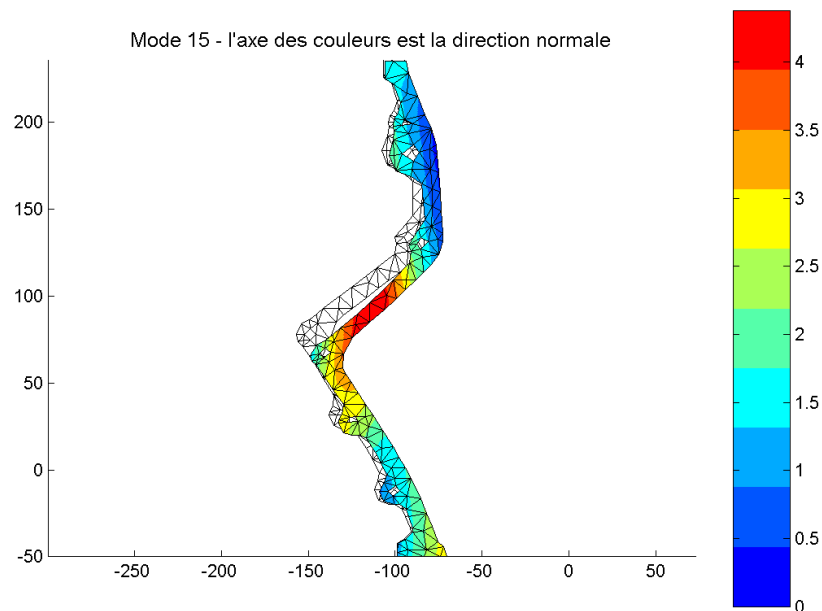


FIG. F.7 – Mode 15 de la structure, l'axe de couleur représente la valeur du vecteur dans la direction normale au plan.

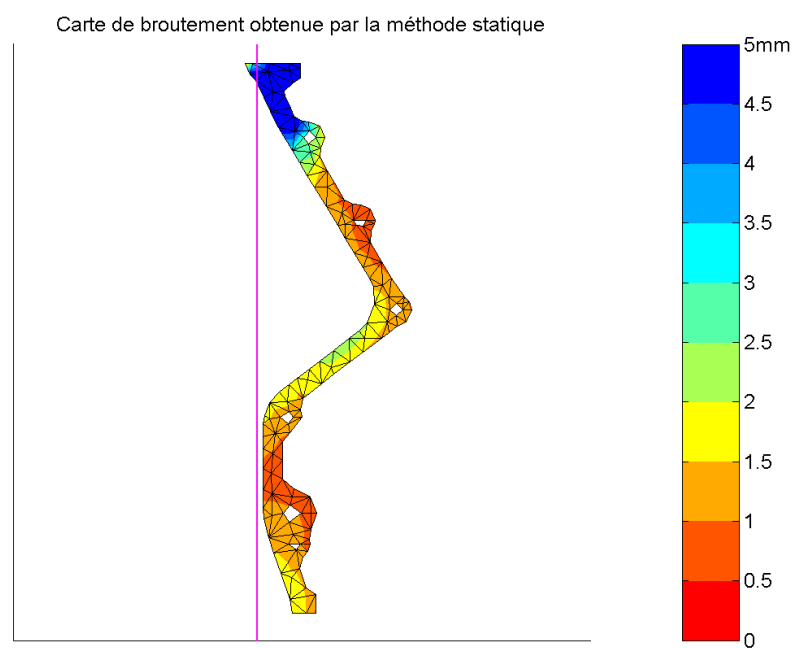


FIG. F.8 – Carte de broutement calculée par la méthode SDOF.

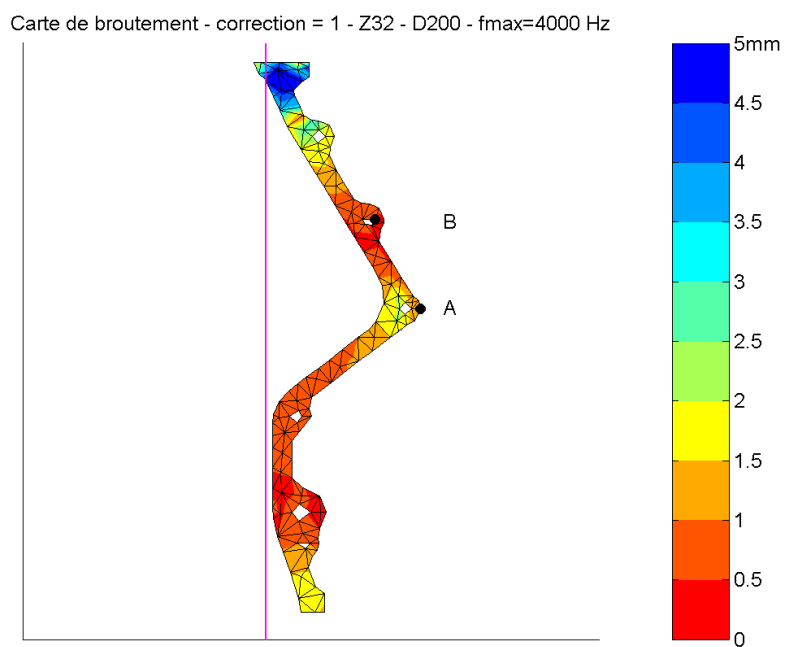


FIG. F.9 – Carte de broutement calculée par la méthode MDOF.

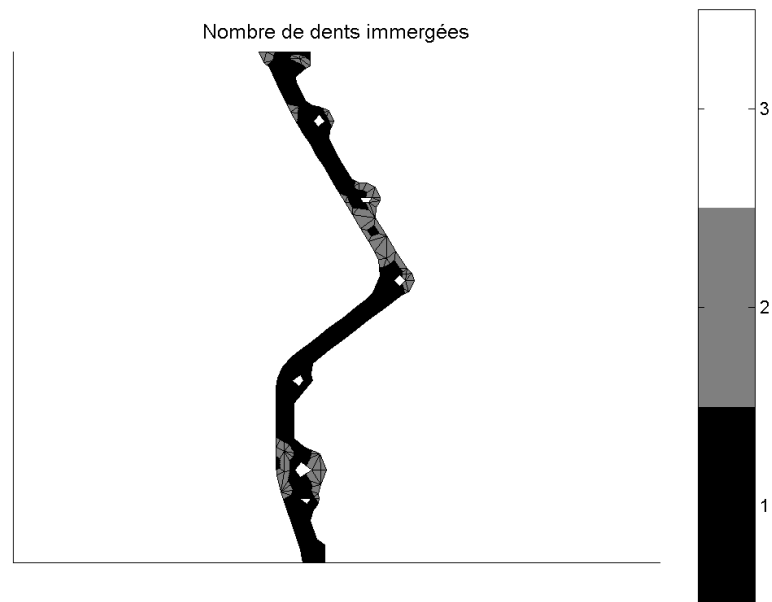


FIG. F.10 – *Nombre de dents immergées simultanément.*

Bibliographie

- [AB69] E.J.A. Armarega and R.H. Brown. *The machining of metals*. Prentice Hall, 1969. ISBN-13: 978-0135422090.
- [AB95] Y. Altintas and E. Budak. Analytical prediction of stability lobes in milling. *Annals of the CIRP*, 44/1/1995, 1995.
- [ABM07] P. Albertelli, G. Bianchi, and M. Monno. Motor spindle modelling and experimental characterization. In *10th CIRP International Workshop on Modelling of Machining Operations*, 2007.
- [Alt00] Y. Altintas. *Manufacturing Automation - Metal Cutting Mechanics, Machine Tool Vibration and CNC Design*. Cambridge University, 2000. ISBN-13: 978-0521659734.
- [AW04] Y. Altintas and M. Weck. Chatter stability of metal cutting and grinding. *Annals of the CIRP*, 53/2/04:619–642, 2004.
- [BA93] Erhan Budak and Yusuf Altintas. Modelling and avoidance of static form errors in peripheral milling of plates. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 35, 1993.
- [BAdL⁺05] U. Bravo, O. Altuzarra, L.N. López de Lacalle, J.A. Sánchez, and F.J. Campa. Stability limits of milling considering the flexibility of the workpiece and the machine. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, pages 1669–1680, 2005.
- [Bis99] S. Bissey. *Aspects Phénoménologiques, mécaniques et métallurgiques en tournage c-BN des aciers durcis. Application : usinabilité de l'acier 100Cr6*. PhD thesis, ENSAM Cluny, 1999.
- [BWE07] C. Brecher, S. Witt, and M. Esser. Simulation of the process stability of hpc milling operations under consideration of the non-linear behaviour of the machine tool and the cutting process. In *10th CIRP International Workshop on Modelling of Machining Operations*, 2007.
- [CA06a] Y. Cao and Y. Altintas. Modeling of spindle-bearing and machine-tool systems for virtual simulation of milling operations. In *Second international conference on High Performance Cutting*, 2006.
- [CA06b] Y. Cao and Y. Altintas. Modeling of spindle-bearing and machine tool systems for virtual simulation of milling operations. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, pages 1342–1350, 2006.
- [CALC06] Stéphanie Cohen-Assouline, Philippe Lorong, and Gérard Coffignal. Accounting workpiece flexibility in macroscopic machining simulations. In *Esaform 2006*, 2006.
- [Coo66] N.H. Cook. *Manufacturing Analysis*. Addison-Wesley, 1966. ISBN 0-201-01211-1.
- [DBWC04] David N. Dilley, Phil V. Bayly, Brian T. Whitehead, and Sean G. Calvert. An analytical study of the effect of process damping on reamer vibrations. *Journal of Sound and Vibration*, pages 997–1015, 2004.
- [DK56] Doi and Kato. Chatter vibration of lathe tools. *Transaction of the ASME*, 78, 1956.
- [DYK⁺85] M. Daimon, T. Yoshida, N. Kojima, N. Yamamoto, and T. Hoshi. Study for designing fixtures considering dynamics of thin-walled plate and box-like workpieces. *Annals of the CIRP*, 34/1/1985, 1985.

- [Ewi00] D.J. Ewins. *Modal Testing*. Research Studies Press LTD., second edition, 2000. ISBN-13: 978-0863802188.
- [EzB07] A. Ertük, H.N. Özgüven, and E. Budak. Effect analysis of bearing and interface dynamics on tool point frf for chatter stability in machine-tools by using a new analytical model for spindle-tool assemblies. *International Journal of Machine Tool and Manufacture*, 47:23–32, 2007.
- [HIST05] Ferenc Hartung, Tamas Insperger, Gabor Stepan, and Janos Turi. Approximate stability charts for milling processes using semi-discretization. *Applied mathematics and computation*, 174:51–73, 2005.
- [Huc77] A. Huck. *Méthodes numériques en réponse dynamique avec amortissement structural*. PhD thesis, Université de Liège, Faculté des sciences appliquées, 1977.
- [Hug87] T.J.R. Hughes. *The finite element method*. Prentice Hall, 1987.
- [Imb95] J.F. Imbert. *Analyse des Structures par Eléments finis*. Cepadues éditions, 3rd edition, 1995. ISBN-13: 978-2854282733.
- [ISBM03] T. Insperger, G. Stépan, P.V. Bayly, and B.P. Mann. Multiple chatter frequencies in milling processes. *Journal of Sound and Vibration*, pages 333–345, 2003.
- [JR06] B. Jaishi and W.-X. Ren. Damage detection by finite element model updating using modal flexibility residual. *Journal of Sound and Vibration*, pages 369–387, 2006.
- [KE73] Prof. Dr.-Ing W. König and Dipl.-Ing. K. Essel. *Spezifische Schnittkraftwerte für die Zerpsanung metallischer Werkstoffe*. Verlag Stahleisen M.B.H., Düsseldorf, 1973.
- [KE92] H.S. Kim and K.F. Ehmann. A cutting force model for face milling operations. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, pages 651–673, 1992.
- [Kie51] O. Kienzle. Die bestimmung von kräften und leistungen an spänenden werkzeugen und werkzeugmaschinen. *Z-VDI*, 94:299–305, 1951.
- [Koh05] D. Kohnen. Prise en compte de l'enlèvement de matière dans la simulation des procédés d'usinage. Technical report, Faculté des Sciences Appliquées Université de Liège, 2005. Travail de Fin d'étude, Promoteur : J.F. Debongnie.
- [LH00] Y.J. Gene Liao and S. Jack Hu. Flexible multibody dynamics based fixture-workpiece analysis model for fixturing stability. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 40, 2000.
- [Lia00] Y.Gene Liao. Simulation of engine deck face distortion during fixturing and milling operations. In *SAE 2000 World Congress*, 2000.
- [LL06] Arnaud Larue and François Lapujoulade. Prediction of surface quality in thin wall machining. In *Second international conference on High Performance Cutting*, 2006.
- [LLLC07a] J.V. Le Lan, A. Larue, P. Lorong, and G. Coffignal. A simple method for form defect prediction of vibrating workpieces. In *10th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations*, 2007.
- [LLLC07b] J.V. Le Lan, A. Larue, P. Lorong, and G. Coffignal. Simulating machining of vibrating work-piece at a macroscopic scale using finite element method. In *USNCCM9*, 2007.
- [LMD06a] J.V. Le Lan, A. Marty, and J.F. Debongnie. Providing stability maps for milling operations. *International Journal of Machine Tool and Manufacture*, pages 1493–1496, 2006.
- [LMD06b] J.V. Le Lan, A. Marty, and J.F. Debongnie. A stability diagram computation method for milling adapted to automotive industry. In *2nd CIRP High Performance Cutting International Conference*, 2006.
- [LMM⁺07] J.V. Le Lan, A. Marty, L. Masset, J.F. Debongnie, and G. Robert. Applications of samcef for machining at renault powertrain department. In *Journées des Utilisateurs Samcef*, 2007.
- [LMMD06] J.V. Le Lan, L. Masset, A. Marty, and J.F. Debongnie. An efficient simulation tool for predicting chatter during cutting operations. In *Esaform 2006*, 2006.

- [LMR02] F. Lapujoulade, T. Mabrouki, and K. Raïssi. Prédiction du comportement vibratoire du fraisage latéral de finition des pièces à parois minces. *Mécanique et industrie*, pages 403–418, 2002.
- [Lut74] H.S. Luthra. *Influence of the dynamic and Machining Parameters in Dynamic Characteristics of a Turning Process and Prediction of Chatter*. PhD thesis, Katholieke Universiteit te Leuven, 1974.
- [LYCC06] Ph. Lorong, J. Yvonnet, G. Coffignal, and S. Cohen. Contribution of computational mechanics in numerical simulation of machining and blanking : State of the art. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 13, 2006.
- [MA91] D. Montgomery and Y. Altintas. Mechanism of cutting force and surface generation in dynamic milling. *Journal of Engineering for Industry - transactions of the ASME*, 1991.
- [Mah04] Ramezanali Mahdavinjad. Finite element analysis of machine and workpiece instability in turning. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, pages 753–760, 2004.
- [Mar41] M.E. Martelotti. An analysis of the milling process. *Transactions of the ASME*, 63:667, 1941.
- [Mas04] L. Masset. *Analyse de gammes d'usinage par la méthode des éléments finis*. PhD thesis, Université de Liège, Faculté des sciences appliquées, 2004.
- [MD04] L. Masset and J.F. Debongnie. Machining process simulation: Specific finite element aspects. *Journal of computational and applied mathematics*, pages 309–320, 2004.
- [MR93] I. Minis and R. Yanushevsky. A new theoretical approach for the prediction of machine tool chatter in milling. *Journal of Engineering for Industry - Transactions of the ASME*, 1993.
- [MYBH99] Sandra. A. Metzler, Keith A. Young, Philip V. Bayly, and Jeremiah E. Halley. Analysis and simulation of radial chatter in drilling and reaming. In *Proceedings of DECT99 : 1999 ASME Design Engineering Technical Conferences*, 1999.
- [MZBL05] J. Muñoa, M. Zatarain, I. Bediaga, and R. Lizarralde. Optimization of hard metal roughing by means of a stability model. In *8th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations*, 2005.
- [OB07] E. Ozlu and E. Budak. Comparison of one dimensional and multidimensionnal models in stability analysis of turning operations. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 47:1875–1883, 2007.
- [Oxl89] P.L.B. Oxley. *The Mechanics of Machining*. Ellis Horwood Limited, 1989. ISBN-13: 978-0745800073.
- [Pei04] G. Peigne. *Etude et simulation des effets dynamiques de la coupe sur la stabilité de la coupe et la qualité géométrique de la surface usinée : application au fraisage de profil*. PhD thesis, INPG, 2004.
- [PV62] J. Péters and P. Vanherck. Un critère de stabilité dynamique pour machine-outils. Technical report, CRIF, 1962.
- [Rad77] R. Radharamanan. *The Measurement of the Dynamic Cutting Coefficients and the Analysis of Chatter Behaviour in Turning*. PhD thesis, Katholieke Universiteit te Leuven, 1977.
- [Ray45] J.W.S. Rayleigh. *The theory of sound*. Dover, New York, 1945.
- [Riv00] E.I. Rivin. Tooling structure : Interface between cutting edge and machine tool. *Annals of the CIRP*, 49/2/2000:591–634, 2000.
- [SB93] Herbert Schultz and Klaus Bimschas. Optimization of precision machining by simulation of the cutting process. *Annals of the CIRP*, 42/1/93, 1993.
- [SE06] Tobias Surmann and Dirk Enk. Simulation of milling tool vibration trajectories along changing engagement conditions. In *Second international conference on High Performance Cutting*, 2006.

- [SGD94] Prof. Dr.-Ing. H. Schulz, Dipl.-Ing. C. Glokner, and Jean-Jacques Droux. Simulation of the deflection of workpieces due to cutting forces. Technical report, PTW, 1994. En collaboration avec Renault.
- [Sha84] M.C. Shaw. *Metal cutting principles*. Oxford University Press, 1984. ISBN 10: 0198590202.
- [SM06] Shane P. Siebenaler and Shreyes N. Melkote. Prediction of workpiece deformation in a fixture system using finite element method. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 46, 2006.
- [ST91] S.Smith and J. Tlusty. Modelling and simulation of the milling process. 1991.
- [Ste06] G. Stepan. Can non-linear dynamics contribute to chatter suppression? In *9th CIRP International Workshop on Modelling of Machining Operations*, 2006.
- [Tay94] J.I. Taylor. *The Vibration Analysis Handbook*. Vibration Consultants, Inc., first edition, 1994. ISBN-13: 978-0964051706.
- [TF58] S.A. Tobias and W. Fiswick. Theory of regenerative machine tool chatter. *Engineering, London*, 258, 1958.
- [Tlu99] J. Tlusty. *Manufacturing Process and Equipment*. Prentice Hall, 1999. ISBN-13: 978-0201498653.
- [Tob61] S.A. Tobias. *Schwingungen an Werkzeugmaschinen*. Hanser Verlag, 1961.
- [TP57] J. Tlusty and M. Polacek. Beispiele des behandlung des selbsterregten schwingung der werkzeugmaschinen. *FoKoMa, HanserVerlag, München*, 1957.
- [vLCJ⁺98] C.A. van Luttervelt, T.H.C. Childs, I.S. Jawahir, F. Klocke, PK Venuvinod, Y. Altintas, E. Armarego, D. Dornfeld, I. Grabec, U. Ljubljana, J. Leopold, B. Lindstrom, D. Lucca, T. Obikawa, Shirakashi, and H. Sato. Present situation and future trends in modelling of machining operations. progress report of the cirp working group 'modelling of machining simulations'. *Annals of the CIRP*, 47/2/1998:587, 1998.
- [Wil49] D. Williams. Displacement of a linear dynamic system under a given transient load. *The aeronautical quaterly*, 1, 1949.

Résumé

Ce travail présente des méthodes simplifiées pour la simulation de l'usinage. Deux axes sont choisis, la simulation de l'erreur de forme ainsi que la prédiction du broutement.

La pièce et l'outil sont supposés déformables. Ils sont modélisés par la méthode des éléments finis. La coupe est modélisée par l'application de l'effort de coupe comme un chargement ponctuel. Cet effort de coupe est obtenu en utilisant des lois expérimentales.

Pour prédire l'erreur de forme, l'écart outil-pièce est calculé pour chaque configuration de l'application de l'effort de coupe et le défaut de forme final est reconstruit à partir de ces résultats. Les effets régénératifs ne sont pas pris en compte. Par conséquent, l'instabilité de la coupe ne peut pas être prévue. L'étude de l'instabilité fait l'objet des méthodes de prédiction du broutement. Elles utilisent une approche fréquentielle pour calculer la limite inconditionnelle de stabilité du système.

Pour chacun des deux aspects, une première méthode basée sur la statique du système est présentée puis discutée. Une méthode basée sur le comportement dynamique du système est ensuite présentée. Les résultats calculés sont confrontés à des résultats expérimentaux.

Abstract

This work presents some simplified methods for machining simulation. Two main phenomena are studied, the form error and chatter prediction.

For both studies the workpiece and the tool are modeled using a finite element model. The material cutting is modeled using an experimental cutting force law. The resulting cutting force is applied on models as a punctual loading.

In order to predict the form error, the relative displacement between the tool and the workpiece is computed for each loading configuration. Then the final form error is built using these results. Regenerative effects are not taken into account. The study of the cutting instability is done apart. Chatter-related methods are using a frequency domain approach to compute the unconditionally stable depth of cut.

For both aspects, a method based on the static behaviour of the system is presented first. Then, dynamic-based methods are presented. Computed results are confronted to experiments.