

Modélisation micromécanique de l'échauffement et de la microplasticité des aciers sous sollicitations cycliques

Charles Mareau

▶ **To cite this version:**

Charles Mareau. Modélisation micromécanique de l'échauffement et de la microplasticité des aciers sous sollicitations cycliques. Sciences de l'ingénieur [physics]. Arts et Métiers ParisTech, 2007. Français. NNT : 2007ENAM0037 . pastel-00003346

HAL Id: pastel-00003346
https://pastel.hal.science/pastel-00003346

Submitted on 7 Mar 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N°: 2007 ENAM 0037

Ecole doctorale n° 432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

T H È S E

pour obtenir le grade de

Docteur

de

l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers

Spécialité "Mécanique et Matériaux"

présentée et soutenue publiquement
par

Charles MAREAU

le 19 décembre 2007

MODELISATION MICROMECANIQUE DE L'ECHAUFFEMENT ET DE LA MICROPLASTICITE DES ACIERS SOUS SOLLICITATIONS CYCLIQUES

Directeur de thèse : ***Marcel BERVEILLER***

Co-encadrement de la thèse : ***Véronique FAVIER***

Jury :

M. Gérard MAUGIN, Directeur de Recherche, LMM, Université Paris VI ..... Rapporteur
M. Laurent TABOUROT, Maitre de Conférences, LMéca, Université de Savoie..... Rapporteur
M. Marcel BERVEILLER, Professeur, LPMM, ENSAM Metz..... Examinateur
Mme. Véronique FAVIER, Maître de Conférences, LIM, ENSAM Paris ..... Examinateur
M. André CHRYSOCHOOS, Professeur, LMGC, Université Montpellier II ..... Examinateur
M. George J. WENG, Professeur, Rutgers University New Brunswick, USA..... Examinateur
M. Bastien WEBER, Docteur/Ingénieur, ARCELOR RESEARCH, Maizières-Lès-Metz ..... Examinateur
M. André GALTIER, Docteur/Ingénieur, CETIM, Senlis..... Examinateur

Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux
ENSAM, CER de Metz

L'ENSAM est un Grand Etablissement dépendant du Ministère de l'Education Nationale, composé de huit centres :
AIX-EN-PROVENCE ANGERS BORDEAUX CHÂLONS-EN-CHAMPAGNE CLUNY LILLE METZ PARIS

"La théorie, c'est quand on sait tout et que rien ne fonctionne. - La pratique, c'est quand tout fonctionne et que personne ne sait pourquoi. - Si la pratique et la théorie sont réunies, rien ne fonctionne et on ne sait pas pourquoi."

Albert Einstein

Remerciements

Le travail présenté dans ce mémoire a été réalisé à l'Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers de Metz. Il résulte d'une collaboration entre le Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux et ArcelorMittal Research.

Pendant ces trois années, la présence de mes encadrants a rendu le chemin plus facile à suivre. J'exprime d'abord toute ma reconnaissance à Véronique Favier qui m'a fait confiance et qui m'accordé un soutien scientifique constant. Je remercie également le professeur Marcel Berveiller de m'avoir accueilli dans son équipe et de m'avoir fait bénéficier de son expérience.

Pour ses conseils avisés et son enthousiasme, j'aimerais remercier André Galtier. Mes remerciements vont aussi à Bastien Weber qui, par sa curiosité et sa motivation, a contribué à faire avancer ce travail.

Que ce soit à l'ENSAM ou au sein d'ArcelorMittal Research, l'aide des personnels techniques et administratifs s'est souvent avérée indispensable et toujours efficace. Un grand merci pour le rôle qu'ils ont joué dans l'aboutissement de ce travail.

Pour leur bonne humeur, leur humour et leur soutien, merci à mes collègues thésards qui ont officié comme d'excellents compagnons de route tout au long de ces trois années.

Je remercie pour finir mes parents, mes grand-parents ainsi que mon frère et ma soeur pour le soutien indéfectible qu'ils m'ont accordé tout au long de mes études. Pour sa présence à mes côtés, un grand merci à Nathalie...

Table des matières

Table des figures **vii**

Notations

Introduction

Bibliographie **5**

1
Généralités sur le comportement cyclique des aciers

1.1 Courbes S-N 7
1.2 Détermination de la limite d'endurance 11
1.3 Les mécanismes de fatigue 12
1.3.1 L'amorçage des microfissures 12
1.3.2 La propagation des fissures 13
1.4 L'influence de la microstructure 14

Bibliographie **17**

2
Les courbes d'échauffement

2.1 Cadre thermomécanique 20
2.1.1 La thermodynamique des processus irréversibles 20
2.1.2 Axiome de l'état local 20
2.1.3 Potentiel thermodynamique et dissipation 20
2.1.4 L'équation de la chaleur 21
2.1.5 Calcul des sources thermoélastiques 22
2.2 Dispositif expérimental 24
2.2.1 Matériel 24

2.2.2 Traitement des données 27
2.2.3 Observations générales 30
2.3 Conclusions 38

Bibliographie **41**

3
Modélisation du comportement du monocristal

3.1 Identification des mécanismes dissipatifs 44
3.1.1 Le régime inélastique 45
3.1.2 Le régime anélastique 49
3.1.3 Mise en évidence de l'existence de deux régimes à partir de mesure de température 52
3.2 Lois de glissement et lois d'écrouissage 58
3.2.1 Cadre de la plasticité cristalline 58
3.2.2 Loi de glissement anélastique 61
3.2.3 Loi de glissement inélastique 65
3.2.4 Cission critique 67
3.2.5 Ecrouissage intragranulaire 67
3.2.6 Formulation sécante 75
3.3 Définition des variables internes 76
3.4 Conclusions 77

Bibliographie **79**

4
Prise en compte de la nature polycristalline des aciers

4.1 Distribution spatiale des sources de dissipation 86
4.1.1 Protocole expérimental 86
4.1.2 Hypothèses en vue de l'interprétation des résultats 88
4.1.3 Résultats et conclusions 89
4.2 Techniques d'homogénéisation 91
4.2.1 Notions fondamentales 92
4.2.2 Matériaux élastiques-inélastiques hétérogènes 94
4.2.3 Prise en compte du caractère anélastique 105
4.3 Energie dissipée et énergie stockée 123
4.4 Conclusions 126

Bibliographie **129**

5
Validation du modèle micromécanique et applications

5.1 Validation du modèle 134
5.1.1 Démarche et nuances étudiées 134
5.1.2 Ajustement des paramètres 136
5.1.3 Résultats et observations 137
5.2 Influence du chargement sur la dissipation 140
5.2.1 Fréquence de sollicitation 140
5.2.2 Contrainte moyenne 143
5.3 Influence de la microstructure sur la dissipation 144
5.3.1 Taille moyenne des grains 145
5.3.2 Dispersion de la taille de grains 147
5.3.3 Rôle de la texture 152
5.3.4 Influence d'une prédéformation 155
5.3.5 Fraction volumique de précipités non-cisaillables 163
5.3.6 Taille des précipités 165
5.4 Conclusions 167

Bibliographie **169**

Conclusions et perspectives

Bibliographie **175**

Annexes

A
Détermination de la limite d'endurance à partir d'essais d'échauffement

Bibliographie **179**

B
Solution autocohérente du problème purement élastique hétérogène

Bibliographie **183**

C
Méthode d'inversion des transformées de Laplace-Carson

Bibliographie **187**

D
Schéma numérique de résolution du problème hétérogène

E
Influence du coefficient de frottement anélastique

Bibliographie **193**

Table des figures

1.1 Courbes de comportement oligocylique d'un acier ferritique représentant la contrainte Σ en fonction de la déformation E. 8
1.2 Courbes de comportement en fatigue à grand nombre de cycles d'un acier ferritique représentant la contrainte Σ en fonction de la déformation E. 9
1.3 Courbes S-N d'un acier Dual Phase ferrite-martensite (haut) et d'un acier ferrite-bainite (bas). 10
1.4 Exemples de valeurs de contraintes maximales et de limites d'endurances pour quelques alliages [FPZ91] 11
1.5 Observation des bandes de glissement à la surface d'échantillons de cuivre [CS01] (a) et de fer-α [Pol07] (b) soumis à une sollicitation cyclique. 12
1.6 Valeurs de la fraction de glissement plastique irreversible pour plusieurs alliages métalliques 13
1.7 Evolution de la vitesse de propagation des fissures en fonction du facteur d'intensité des contraintes pour un acier martensitique [SAE97]. 14
1.8 Evolution de la durée des phases d'amorçage et de propagation par rapport à la durée de vie totale en fonction de l'amplitude de contrainte [Boy85]. 15

2.1 Schema du dispositif d'essai. 24
2.2 Géométrie des épouvettes. 25
2.3 Exemple d'évolution de l'amplitude de contrainte en fonction du temps. 28
2.4 Elévation de température mesurée en fonction du temps pour un acier ferritique microallié lors de l'application du chargement décrit par la figure 2.3. 28
2.5 Elévation de température mesurée et théorique en fonction du temps pour un acier ferritique microallié en fin d'essai. 29
2.6 Exemple de courbe d'échauffement obtenue pour un acier ferritique microallié. 30
2.7 Exemple de suivis de la température au cours de la durée de vie d'un acier de cuve sollicité en fatigue pour deux chargements différents [LWJ$^+$00]. 31
2.8 Structures de dislocations en cellules (haut) et en labyrinthe (bas) dans un acier ferritique X10CrAl24 après un essai de fatigue oligocyclique observées par microscopie électronique à transmission [PPOM06]. . . 32

2.9 Courbes de comportement obtenues en fatigue oligocyclique à différents cycles pour un acier ferritique microallié montrant un adoucissement cylique. 33
2.10 Evolution de la température au cours du temps mesurée pour un acier ferritique et comparée à celle donnée par l'équation (2.37). 34
2.11 Chargement appliqué en vue de caractériser la phase d'adaptation des aciers ferritique microallié et ferrite-martensite. 35
2.12 Microstructure de l'acier ferrite-martensite (Attaque de Lepera). . . 35
2.13 Composition chimique de l'acier ferrite-martensite. 35
2.14 Caractéristiques mécaniques de l'acier ferrite-martensite. 35
2.15 Microstructure de l'acier ferritique microallié. 36
2.16 Composition chimique de l'acier ferritique microallié. 36
2.17 Caractéristiques mécaniques de l'acier ferritique microallié. 36
2.18 Evolution du rapport τ_2/τ en fonction de l'amplitude du chargement pour un acier ferritique microallié. 37
2.19 Evolution du rapport τ_2/τ en fonction de l'amplitude du chargement pour un acier ferrite-martensite. 38
2.20 Cartographie de la dissipation moyenne par cycle d'un acier dual-phase (ferrite-martensite) pour différentes amplitudes de contrainte : (a) $\Sigma_a = 135$ MPa (b) $\Sigma_a = 173$ MPa (c) $\Sigma_a = 230$ MPa (d) $\Sigma_a = 230$ MPa juste avant fissuration [BWCG07]. 39

3.1 Comparaison des courbes d'échauffement obtenues pour différentes nuances : acier ferritique, acier ferritique microallié et acier ferrite-martensite. 44
3.2 Courbes de comportement obtenues à différentes températures lors d'essais adiabatiques sur des polycristaux de molybdène [NNGL99]. . 45
3.3 Contraintes maximales en traction et volumes d'activation d'un acier sans interstitiels en fonction de la température [DRSM00]. 46
3.4 Limites d'écoulement en cisaillement d'un acier en fonction de la vitesse de déformation pour différentes températures [CF70]. 46
3.5 Illustration du franchissement des obstacles de Peierls par une dislocation vis par formation de doubles décrochements. 47
3.6 Evolution de la proportion de surface des bandes de glissement permanentes et de la dérivée de la température en fonction de l'amplitude de contrainte pour un acier ferritique contenant quelques ilôts de perlite [GBL02]. 48
3.7 Observation de la surface d'un acier ferritique contenant quelques ilôts de perlite après 400 000 cycles de sollicitations à une amplitude de 240 MPa [GBL02]. 48
3.8 Evolution d'une ligne de dislocation ancrée entre deux points lorsque la cission effective augmente. 50
3.9 Observation de la courbure des segments de dislocations ancrées entre obstacles dans un monocristal de cuivre par microscopie électronique à transmission [Mug01]. 50
3.10 Position du pic de frottement interne en fonction de la température et de la fréquence dans le cas de monocristaux de molybdène [Müh82][Suz89][SS92][CS62]. Résultats compilés par Seeger [See04]. . 51

3.11 Amortissement (Q^{-1}) en fonction de la température à 225 Hz dans le cas d'un alliage fer-aluminium pour différentes prédéformations en flexion [SGGN04]. 52
3.12 Energie dissipée en fonction de la vitesse de déformation maximale dans le cas d'un acier laminé pour deux rapports de charge différents [Maq06]. 53
3.13 Représentation schématique du modèle rhéologique utilisé afin de décrire le comportement des aciers. 54
3.14 Microstructure de l'acier ferritique microallié utilisé pour étudier l'influence du rapport de charge sur la dissipation intrinsèque. 56
3.15 Composition chimique de l'acier ferritique microallié utilisé pour étudier l'influence du rapport de charge sur la dissipation intrinsèque. . 56
3.16 Caractéristiques mécaniques de l'acier ferritique microallié utilisé pour étudier l'influence du rapport de charge sur la dissipation intrinsèque. 56
3.17 Courbes d'échauffement obtenues à différents rapports de charge pour un acier ferritique microallié. 57
3.18 Courbes d'échauffement obtenues à différents rapports de charge pour un acier ferrite-martensite. 57
3.19 Description du monocristal en transformations finies : partition de la transformation en une partie élastique et une partie visqueuse. 59
3.20 Systèmes de glissements dans les réseaux cubiques centrés. Système appartenant à la famille {110}<111> (a). Système appartenant à la famille {112}<111> (b). 59
3.21 (a) Déplacement anélastique u d'une ligne de dislocation sous l'action d'un champ de contrainte. (b) Ensemble des forces s'excerçant sur un segment de dislocation de longueur infiniment petite dx. 62
3.22 Simplification de la géométrie d'une ligne de dislocation ancrée entre deux points. 63
3.23 Illustration de l'importance du rôle de la distance moyenne entre obstacles sur la déformation anélastique des segments de dislocations. . 65
3.24 Evolution de la limite élastique d'un acier doux en fonction de la taille moyenne des grains [LSW$^+$03]. 69
3.25 Courbes de comportement obtenues pour des monocristaux de fer α pour différentes orientations [KN67]. 70
3.26 Courbes de comportement obtenues pour des monocristaux de tantale à différentes vitesses de déformation [MS65]. 70
3.27 Matrice d'interaction a^{gh} décrivant les interactions entre les différents systèmes de glissement dans le cas des réseaux cubiques centrés. . . . 71
3.28 Valeurs courantes du coefficient d'accomodation plastique, du module de cisaillement, de la fraction volumique de précipités et du coefficient de compressibilité selon le modèle de Berveiller-Zaoui [BZ80]. 75
3.29 Représentation rhéologique des différentes composantes de la déformation locale. 75

4.1 Microstructure de l'acier ferritique utilisé pour étudier l'effet de la surface libre (Attaque Dino). 87
4.2 Caractéristiques mécaniques de l'acier ferritique utilisé pour étudier l'effet de la surface libre. 87

4.3 Eprouvettes utilisées en vue de déterminer si il existe une localisation particulière des sources de dissipation. 88
4.4 Cas schématiques considérés en vue de l'interprétation des courbes d'échauffement obtenues pour les éprouvettes d'épaisseurs différentes : les sources sont réparties uniformément dans la zone utile (a), les sources de dissipation sont exclusivement localisées à proximité de la surface libre de normale z (b). 89
4.5 Courbes d'échauffement obtenues pour des éprouvettes d'acier S355 de différentes épaisseurs et dont la surface est brute de rectification. . 90
4.6 Courbes d'échauffement obtenues pour des éprouvettes d'acier S355 de différentes épaisseurs et dont la surface a été polie. 90
4.7 Représentation des différentes longueurs caractéristiques dans le cas d'une approche d'homogénéisation. 92
4.8 Schéma d'un élément rhéologique de Maxwell. 95
4.9 Comparaison de la valeur de A_1 en fonction de p calculée avec différents modèles une fraction volumique $f_1 = 0,25$ [SBFB02]. 104
4.10 Comparaison de la valeur de A_1 en fonction de p calculée avec différents modèles pour une fraction volumique $f_1 = 0,5$ [SBFB02]. . . . 104
4.11 Comparaison de la valeur de A_1 en fonction de p calculée avec différents modèles pour une fraction volumique $f_1 = 0,75$ [SBFB02]. . . . 105
4.12 Schema d'un élément rhéologique de Kelvin-Voigt. 106
4.13 Schema d'un élément rhéologique de Kelvin-Voigt associé à un amortisseur visqueux. 110
4.14 Schema d'un élément rhéologique de Kelvin-Voigt associé à un élément de Maxwell. 113
4.15 Partie déviatorique de la courbe de traction unixiale simulée avec différents modèles pour un matériau biphasé. 119
4.16 Evolution de la partie déviatorique du tenseur des contraintes au cours du temps dans le cas d'un essai de fluage-recouvrance. 120
4.17 Evolution de la partie déviatorique du tenseur des déformations, déterminée avec différents modèles, au cours du temps dans le cas d'un essai de fluage-recouvrance. 120
4.18 Evolution des parties déviatoriques élastique, anélastique et inélastique du tenseur des déformations déterminées avec le modèle CTNU au cours du temps dans le cas d'un essai de fluage-recouvrance. . . . 121
4.19 Evolution des parties déviatoriques du tenseur des déformations au cours du temps dans le cas d'un essai de fluage-recouvrance déterminées avec le modèle à champ translaté avec prise en compte des interactions anélastiques (E-AN-IN) ou sans prise en compte des interactions anélastique (E-IN). 122
4.20 Evolution des parties déviatoriques du tenseur des déformations au cours du temps dans le cas d'un essai de fluage-recouvrance déterminées avec le modèle à champ translaté avec prise en compte des interactions anélastiques (E-AN-IN) ou sans prise en compte des interactions anélastique (E-IN). 123
4.21 Paramètres utilisés pour calculer les différentes parts d'énergie stockée lors d'un essai de traction. 125

4.22 Evolution des différentes parts d'énergie lors d'un essai de traction simulé à partir du modèle. 125

5.1 Microstructure de la nuance A. 134
5.2 Composition chimique de la nuance A. 135
5.3 Caractéristiques mécaniques de la nuance A. 135
5.4 Microstructure de la nuance B. 135
5.5 Composition chimique de la nuance B. 135
5.6 Caractéristiques mécaniques de la nuance B. 135
5.7 Caractéristiques des essais de fatigue oligocyclique utilisés pour l'ajustement des paramètres relatifs à la nuance A. 136
5.8 Paramètres identifiés pour la nuance A. 137
5.9 Comparaison des courbes de comportement oligocycliques mesurées et calculées de la nuance A en vue de l'ajustement des paramètres du modèle. 137
5.10 Courbes d'échauffement mesurées (Exp) et calculées (Mod) de la nuance A. 138
5.11 Paramètres utilisés pour la nuance B. 139
5.12 Courbes d'échauffement mesurées (Exp) et calculées (Mod) de la nuance B et de la nuance A. 139
5.13 Paramètres identifiés pour l'acier ferritique qui ont été utilisés lors des simulations numériques. 140
5.14 Courbes d'échauffement ramenées à 10 Hz obtenues pour un acier ferritique à différentes fréquences de sollicitation [DGV04]. 141
5.15 Courbes d'échauffement ramenées à 10 Hz obtenues pour un acier ferrite-martensite à différentes fréquences de sollicitation [DGV04]. . 141
5.16 Courbes d'échauffement ramenées à 10 Hz calculées avec le modèle pour différentes fréquences. 142
5.17 Courbes d'échauffement obtenues pour un acier ferrite-martensite pour différents rapports de charge ($\Sigma_m = 0 \Rightarrow R_s = -1$, $\Sigma_m = \Sigma_0/2 \Rightarrow R_s = -1/3$ et $\Sigma_m = \Sigma_0 \Rightarrow R_s = 0$) [Dou04]. 143
5.18 Courbes d'échauffement calculées avec le modèle pour différents rapports de charge. 144
5.19 Evolution du nombre moyen de systèmes de glissement actifs par grain déterminée avec le modèle pour différents rapports de charge. 145
5.20 Courbes d'échauffement obtenues pour différents aciers ferritiques se différant de par la taille moyenne des grains [Dou04]. 146
5.21 Courbes de comportement calculées par le modèle pour différentes tailles moyennes des grains. 146
5.22 Courbes d'échauffement calculées par le modèle pour différentes tailles moyennes des grains. 147
5.23 Evolution du nombre moyen de systèmes actifs par grain en fonction de l'amplitude du chargement pour différentes tailles moyennes des grains. 148
5.24 Caractéristiques des distributions utilisées pour construire les VER en vue d'étudier l'effet de la dispersion de la taille des grains. 148
5.25 Distributions des tailles de grains suivant une loi log-normale pour différentes variances. 149

5.26 Distributions continue et discrétisée de la taille de grain utilisées pour la construction d'un VER de 2000 grains. 149
5.27 Courbes de comportement en traction uniaxiale obtenues par le modèle pour différentes distributions de la taille de grain ayant la même valeur moyenne. 150
5.28 Courbes d'échauffement obtenues par le modèle pour différentes distributions de la taille de grain ayant la même valeur moyenne. 151
5.29 Dissipation moyenne par famille de grains en fonction de la taille de grain pour une distributions de taille telle que $\Delta d/\overline{d} = 6$ et pour une amplitude de contrainte $\Sigma_a = 210$ MPa. 151
5.30 Evolution de l'étendue de la dissipation en fonction de l'amplitude du chargement pour différentes distributions de la taille de grain ayant la même valeur moyenne. 152
5.31 Figure de pôle représentant la texture laminée dans la direction DL utilisée pour la définition du VER. 153
5.32 Figure de pôle représentant la texture isotrope utilisée pour la définition du VER. 154
5.33 Courbes de comportement en traction uniaxiale dans la direction transverse calculées par le modèle pour une texture laminée et pour une texture isotrope. 154
5.34 Courbes d'échauffement calculées par le modèle lors d'un essai cyclique en traction-compression dans la direction transverse pour une texture laminée et pour une texture isotrope. 155
5.35 Dissipation moyenne par cycle propre à chaque grain calculée par le modèle pour une texture initiale isotrope et une amplitude $\Sigma_a = 230$ MPa en fonction de la projection cristallographique de chaque grain. 156
5.36 Evolution de la fraction volumique de grain plastifiés en fonction de l'amplitude du chargement calculée avec le modèle pour une texture laminée et une texture isotrope. 156
5.37 Courbes d'échauffement obtenues pour un acier dual-phase pour différents taux de prédéformation en cisaillement [Dou04]. 157
5.38 Microstructure de l'acier ferrite-bainite utilisé pour étudier l'effet d'une prédéformation. 158
5.39 Composition chimique de l'acier ferrite-bainite utilisé pour étudier l'effet d'une prédéformation. 158
5.40 Caractéristiques mécaniques de l'acier ferrite-bainite utilisé pour étudier l'effet d'une prédéformation. 158
5.41 Illustration des différents modes de prédéformation étudiés : sans prédéformation (a), prédéformation perpendiculaire à la direction du chargement cyclique (b) et prédéformation parallèle à la direction du chargement cyclique (c). 159
5.42 Courbes d'échauffement mesurées après prédéformations de 10% en traction transverse (PT) ou parallèle (PP) à la direction du chargement cyclique ou sans prédeformation (SP) pour un acier ferrite-bainite. 160
5.43 Courbes d'échauffement calculées à l'aide du modèle après prédéformations de 10% en traction transverse (PT) ou parallèle (PP) à la direction du chargement cyclique ou sans prédeformation (SP). . . . 161

5.44 Courbes de comportement en traction calculées à l'aide du modèle après prédéformations de 10% transverse (PT) ou parallèle (PP) à la direction du chargement cyclique ou sans prédeformation (SP). . . . 161
5.45 Fonctions de densités associées à la composante 11 de la variable d'écrouissage cinématique locale x calculées à l'aide du modèle après prédéformations de 10% transverse (PT) ou parallèle (PP) à la direction du chargement cyclique ou sans prédeformation (SP). 162
5.46 Fonctions de densités associées à la composante 11 du tenseur des contraintes résiduelles calculées à l'aide du modèle après prédéformations de 10% transverse (PT) ou parallèle (PP) à la direction du chargement cyclique ou sans prédeformation (SP). 163
5.47 Courbes de comportement en traction obtenues par le modèle pour différentes fractions volumiques de précipités non-cisaillables de rayon constant. 164
5.48 Courbes d'échauffement obtenues par le modèle pour différentes fractions volumiques de précipités non-cisaillables de rayon constant. . . 164
5.49 Evolution du nombre moyen de systèmes de glissement actifs par grain calculées pour différentes fractions volumiques de précipités non-cisaillables de rayon constant. 165
5.50 Courbes de comportement en traction obtenues par le modèle pour différentes tailles de précipités à fraction volumique constante. 166
5.51 Courbes d'échauffement obtenues par le modèle pour différentes tailles de précipités à fraction volumique constante. 166

A.1 Détermination de la limite d'endurance et de la contrainte de réversibilité à partir de la courbe de température obtenue pour un acier ferrite-martensite [Bou04]. 177

D.1 Représentation du schéma incrémental explicite utilisé lors de la modélisation du comportement de polycristaux. 190

E.1 Courbes de comportement en traction calculées avec le modèle pour différentes valeurs du coefficient de frottement anélastique. 191
E.2 Courbes de comportement en traction calculées avec le modèle pour différentes valeurs du coefficient de frottement anélastique. 192

Notations

Grandeurs thermodynamiques

Ψ	Energie libre spécifique
e	Energie interne spécifique
T	Température
θ	Elévation de température
$\tilde{\theta}$	Moyenne de l'élévation de température sur un cycle
s	Entropie
m_v	Masse volumique
V	Volume du VER
$\overrightarrow{q}$	Flux de chaleur
V_k	Vecteur des k variables internes
d_1	Dissipation intrinsèque
$\tilde{d_1}$	Moyenne de la dissipation intrinsèque sur un cycle
d_2	Dissipation thermique
s_{the}	Puissance thermoélastique
r	Echange de chaleur volumique
k	Coefficient de conduction
C_p	Chaleur spécifique
α_d	Coefficient de dilatation
τ	Constante de temps représentative des fuites thermiques
τ_2	Constante de temps représentative des fuites thermiques et de l'adaptation cyclique

Grandeurs mécaniques

N	Nombre de cycles
N_R	Nombre de cycles à rupture
N_m	Nombre de cycles maximal
Σ_y	Limite d'élasticité macroscopique
Σ_D	Limite d'endurance
Σ_a	Amplitude d'un chargement cyclique
Σ_m	Valeur moyenne d'un chargement cyclique
Σ_{rev}	Contrainte de réversibilité

R_s	Rapport de charge
f_s	Fréquence du chargement
T_s	Période du chargement
a	Longueur de fissure
ΔK	Facteur d'intensité des contraintes
Σ	Contrainte macroscopique
E	Déformation macroscopique
E^e	Partie élastique de la déformation macroscopique
E^{an}	Partie anélastique de la déformation macroscopique
E^{in}	Partie inélastique de la déformation macroscopique
E^v	Partie visqueuse de la déformation macroscopique
σ	Contrainte locale
x	Contrainte cinématique locale
ε	Déformation locale
ε^e	Partie élastique de la déformation locale
ε^{an}	Partie anélastique de la déformation locale
ε^{in}	Partie inélastique de la déformation locale
ε^v	Partie visqueuse de la déformation locale
ω	Rotation locale
ω^e	Partie élastique de la rotation locale
ω^v	Partie visqueuse de la rotation locale
R	Rayon de courbure d'une dislocation
b	Vecteur de Bürgers d'une dislocation
l	Distance entre obstacles
$\overrightarrow{\Gamma}$	Tension de ligne
$\overrightarrow{u}$	Champ de déplacement d'une ligne de dislocation
f	Coefficient de frottement
ρ	Densité de dislocations totale
ρ_m	Densité de dislocations mobiles
ρ_{obst}	Densité d'obstacles
ν_D	Fréquence de Debye
ΔG	Energie d'activation
k_b	Constante de Boltzmann
τ_{c0}	Contrainte de frottement de Peïerls
d	Taille de grain
a^{gh}	Matrice d'écrouissage
H_1	Terme faible de la matrice d'écrouissage
H_2	Terme fort de la matrice d'écrouissage
L	Libre parcours moyen des dislocations
y_c	Coefficient d'anihilation
r_p	Rayon des précipités
f_v	Fraction volumique de précipités
ρ_p	Densité de précipités
F	Gradient de transformation
F^e	Partie élastique du gradient de transformation
F^v	Partie visqueuse du gradient de transformation
P	Tenseur de Schmid
R	Partie symmétrique du tenseur de Schmid
S	Partie antisymmétrique du tenseur de Schmid
τ_{eff}	Cission effective sur un système de glissement

τ_c	Cission critique sur un système de glissement
γ	Glissement
γ^{an}	Partie anélastique du glissement
γ^{in}	Partie inélastique du glissement
$\overrightarrow{m}$	Direction de glissement
$\overrightarrow{n}$	Normale au plan de glissement
Q^{-1}	Amortissement
c	Module élastique local
s	Souplesses élastiques locales
b	Module sécant viscoplastique local
m	Souplesses sécantes viscoplastiques locales
b'	Module sécant anélastique local
m'	Souplesses sécantes anélastiques locales
C	Module élastique effectif
S	Souplesses élastiques effectives
B	Module sécant viscoplastique effectif
M	Souplesses sécantes viscoplastiques effectives
B'	Module sécant anélastique effectif
M'	Souplesses sécantes anélastiques effectives
μ	Module de cisaillement

Opérateurs

:	Produit contracté
$\int$	Intégrale
div	Divergent
∇	Laplacien

Introduction

C'est consécutivement à de graves incidents ferroviaires ayant eu lieu pendant la révolution industrielle du XIX^{ème} siècle que l'étude de l'endommagement par fatigue a débuté. En effet, dans un soucis de fiabilité et de sécurité, la rupture induite par l'application répétée de cycles d'effort a conduit la mécanique de l'endommagement à s'intéresser à la fatigue des matériaux. Actuellement, la fatigue est un domaine de la mécanique qui reste encore largement étudié et qui a vu de nombreux modèles se développer afin d'établir les critères de dimensionnement nécessaires aux processus de conception de structures mécaniques.

ARCELOR-MITTAL, en tant que sidérurgiste, est confronté à la concurrence de nouveaux matériaux tels que les alliages d'aluminium et les polymères notamment dans le cas des aciers plats au carbone qui ont un large domaine d'application (industrie automobile, électro-ménager, packaging...). Pour faire face à l'émergence de ces nouveaux matériaux, les sidérurgistes se doivent de développer des nouvelles nuances d'acier dont les caractéristiques mécaniques sont constamment améliorées pour être concurrentiels. Par exemple, l'industrie automobile, dans un souci de réduction de la pollution, a fait de l'allègement de ses véhicules une priorité. Néanmmoins, la réduction de poids ne pouvant se faire au détriment de la sécurité, les sidérurgistes doivent améliorer les propriétés de leurs aciers pour permettre aux constructeurs automobiles de réduire les volumes de matière. La résistance à la fatigue n'échappe pas à cette volonté d'amélioration des propriétés mécaniques ce qui fait de l'optimisation de la microstructure des aciers l'objet de nombreuses études [LMLL07][THE07].

Néanmmoins, la caractérisation des matériaux, en particulier des aciers, vis à vis de la fatigue se fait principalement à partir de résultats expérimentaux dont l'obtention est souvent longue et coûteuse (durée des essais, dispersion des résultats...). Le développement des techniques d'imageries infrarouges associé à la volonté de trouver des moyens de caractérisation expérimentaux plus rapides a permis la mise en place d'approches plutôt énergétiques que mécaniques [Luo95][CC00][DPC$^+$07]. En effet, considérant que les mécanismes à la source du processus de rupture par fatigue (en particulier la microplasticité) sont des sources de dissipation qui engendrent une élévation de température, les propriétés des aciers en fatigue peuvent être optimisées en cherchant à diminuer la dissipation associée aux mécanismes à l'origine de la rupture.

Ainsi, cette étude, qui s'incrit dans le cadre d'une collaboration entre ARCELOR-MITTAL RESEARCH et le LPMM (Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux), a pour objectif de mettre en place un modèle rendant possible le calcul de la dissipation intrinsèque induite par l'application de sollicitations cycliques aux aciers dans le cadre de la fatigue à grand nombre de cycles. Le modèle développé repose sur une description physique des mécanismes dissipatifs à l'échelle microscopique et fournit une estimation de la dissipation intrinsèque induite par l'application de sol-

lictations cycliques au Volume Elementaire Representatif (VER) d'un matériau. Ce modèle constitue alors :

- un outil d'aide à la compréhension. Les interactions entre la microstructure et la dissipation sont multiples donc complexes et le modèle permet de mieux les comprendre car, contrairement aux outils expérimentaux qui fournissent une estimation du champ de dissipation [Bou04][BWCG07], le modèle est capable de distinguer les différentes contributions, d'en expliquer les origines microstructurales, de traiter le cas de matériaux fictifs dont l'élaboration est en réalité impossible et de remonter au calcul de la dissipation à l'échelle microscopique.
- un outil d'aide à la conception puisque, plutôt qu'une approche phénoménologique c'est une description physique des mécanismes dissipatifs qui est proposée : l'influence de la microstructure sur la dissipation apparaît clairement offrant ainsi la possibilité d'optimiser la microstructure en limitant les phénomènes irréversibles qui sont à l'origine de l'endommagement par fatigue. Ce type de démarche suppose qu'une limitation de la dissipation intrinsèque engendre une diminution de la probabilité d'apparition d'une microfissure et donc une amélioration de la résistance à la fatigue. Le modèle doit permettre le développement de nouvelles nuances d'aciers en identifiant les paramètres microstructuraux dont le rôle sur la dissipation (et a priori l'endommagement par fatigue) est prépondérant.
- un outil de prévision de la dissipation. Le calcul de la dissipation par le modèle requiert l'ajustement d'un certain nombre de paramètres qui interviennent dans la description des mécanismes dissipatifs. Le choix d'une procédure d'ajustement des paramètres à partir d'essais mécaniques permet alors d'estimer la dissipation sans avoir à passer par l'expérience. En effet, si dans le cas de chargements simples (traction-compresion, flexion alternée...), l'estimation expérimentale de la dissipation intrinsèque est relativement aisée et rapide, des cas où le chargement appliqué est plus complexe (multiaxial, aléatoire... donc expérimentalement plus difficile à mettre en oeuvre) peuvent être consisidérés et le modèle constitue une alternative intéressante à l'expérience afin d'estimer la dissipation. De même, le modèle peut éventuellement être implanté dans un code de calcul de structures où le dimensionnement est basé sur des critères énergétiques permettant ainsi de prévoir les lieux de rupture.

La difficulté de développer un tel modèle est principalement due au fait que l'écriture de la loi de comportement doit être suffisamment fine afin d'aboutir à une description cohérente des interactions entre la microstructure et les mécanismes dissipatifs. Ainsi, afin d'être en accord avec la réalité physique, le développement du modèle est fait en accord avec les mesures expérimentales qui sont alors un moyen d'alimenter le modèle et de valider les hypothèses qui sont formulées. Néanmmoins, la mesure des variables mécaniques classiques (déformation, contrainte) est assez peu utile puisque, cette étude étant réalisée dans le cadre de la fatigue à grand nombre de cycles c'est à dire pour des contraintes inférieures à la limite d'élasticité macroscopique, la seule déformation visible à l'échelle de l'éprouvette est la déformation élastique macroscopique. C'est pourquoi, la majorité des résultats expérimentaux servant à alimenter le modèle développé lors de cette étude sont des mesures de température desquelles sont déduites des estimations de la dissipation intrinsèque plus aptes à mettre en évidence l'existence de modes de déformation différents de l'élasticité.

Le mémoire présenté ici est donc consacré au développement d'un modèle capable de décrire les interactions entre la microstructure et les sources de dissipation. Cependant, outre la présentation du modèle et de ses applications, le mémoire contient un certain nombre de résultats expérimentaux utilisés pour valider le modèle et dont l'obtention nécessite quelques hypothèses thermomécaniques qu'il est nécessaire de préciser. Le mémoire est donc structuré comme suit :

- le premier chapitre a pour but de rappeler quelques généralités sur le comportement des aciers en fatigue. Ainsi, après avoir exposé les méthodes classiques de détermination de la limite d'endurance basées sur l'interprétation des courbes S-N, les origines microstructurales de l'endommagement des métaux en fatigue sont exposées ce qui permet de faire le lien avec les mécanismes dissipatifs et d'expliquer la motivation du présent travail qui vise à comprendre et à décrire l'influence de la microstructure des aciers sur la rupture en fatigue au travers de la dissipation.
- le chapitre suivant s'intéresse au cadre thermomécanique utilisé expérimentalement afin d'estimer la dissipation lors d'essais cycliques. En effet, expérimentalement, la dissipation intrinsèque même dans sa valeur moyenne ne peut être mesurée directement et il faut faire appel à des outils thermodynamiques afin de convertir la température, grandeur mesurable, en dissipation. L'utilisation de la thermodynamique des processus irréversibles associée à des hypothèses relatives aux moyens de mesures aboutit à une forme de l'équation de la chaleur reliant la dissipation intrinsèque à la température. Cet outil expérimental est ensuite utilisé afin de proposer une interprétation du régime thermique transitoire pour caractériser l'adaptation cyclique de différentes nuances d'aciers.
- dans le troisième chapitre, les mécanismes dissipatifs qui sont considérés dans le modèle sont décrits. Deux contributions à la dissipation, dues à des mouvements de dislocations de natures différentes sont distinguées : les mouvements anélastiques, engendrés par les oscillations des segments de dislocations, et les mouvements inélastiques dues au glissement viscoplastique des dislocations. L'hypothèse d'existence de deux sources de dissipation distinctes est alors corroborée par des mesures de dissipation. Le fait que le glissement des dislocations soit à l'origine de la dissipation suggère d'utiliser le cadre de la plasticité cristalline pour développer la loi de comportement monocristalline. Les lois de glissement (anélastique et inélastique) utilisées pour décrire les différents mécanismes sont exposées ainsi que les lois d'écrouissage isotrope et cinématique intragranulaire. L'écriture de la loi de comportement autorise la définition des variables internes ce qui donne les moyens de préciser comment la dissipation intrinsèque est calculée localement par le modèle.
- le quatrième chapitre se focalise sur la prise en compte de l'aspect hétérogène des aciers. Ainsi, dans un premier temps, un protocole expérimental est proposé afin de déterminer sous quelles conditions l'estimation de la dissipation intrinsèque, réalisée à partir de mesures de température, concerne des mécanismes dissipatifs dont la distribution spatiale ne suit aucune localisation particulière. Les résultats ainsi obtenus autorisent l'introduction du concept de VER où l'hétérogénéité considérée est le grain. Les techniques d'homogénéisation permettant le passage du monocristal au polycristal sont ensuite précisées. Une attention particulière est portée à la description de la technique à champ translaté [PBF$^+$01][SBFB02] dont une extension est développée. En effet, le modèle

à champ translaté original a été développé dans le cas où la loi de comportement fait intervenir une partition des déformations où les contributions sont élastique et inélastique (viscoplastique). L'extension apportée au modèle initial permet de tenir compte de la contribution anélastique (viscoélastique de type Kelvin-Voigt) qui existe dans la loi de comportement développée au chapitre III.

– le dernier chapitre est consacré à la validation du modèle et à son application à des cas concrets. D'abord, une comparaison entre la dissipation calculée par le modèle et celle mesurée expérimentalement est réalisée pour des aciers ferritiques microalliés afin de vérifier la pertinence du modèle développé puis le modèle est utilisé pour prévoir l'influence sur la dissipation de paramètres liés au chargement (contrainte moyenne et fréquence) mais surtout de paramètres microstructuraux (taille des grains, présence de précipités...) en s'appuyant sur un dépouillement des données aussi bien à l'échelle macroscopique (celle du VER) qu'à l'échelle microscopique (celle du grain).

Les résultats donnés par le modèle aboutiront ainsi à une meilleure compréhension des phénomènes à l'origine de l'amorçage des fissures et constitueront donc des pistes d'amélioration de la microstructure des aciers pour la résistance à l'endommagement en fatigue à grand nombre de cycles.

Bibliographie

[Bou04] T. Boulanger. *Analyse par thermographie infrarouge des sources de chaleur induites par la fatigue des aciers*. PhD thesis, Université Montpellier II, 2004.

[BWCG07] B. Berthel, B. Watrisse, A. Chrysochoos, and A. Galtier. Thermographic analysis of fatigue dissipation properties of steel sheets. *Strain (In Press)*, 2007.

[CC00] E. Charkaluk and A. Constantinescu. An energetic approach in thermomechanical fatigue for silicon molybdenium cast iron. *Materials at High Temperatures*, 17 :373–380, 2000.

[DPC+07] C. Doudard, M. Poncelet, S. Calloch, C. Boue, F. Hild, and A. Galtier. Determination of an hcf criterion by thermal measurements under biaxial cyclic loading. *Interational Journal of Fatigue*, 29 :748–757, 2007.

[LMLL07] P. Li, D.M. Maijer, T.C. Lindley, and P.D. Lee. A through process model of the impact of in-service loading, residual stress, and microstructure on the final fatigue life of an a356 automotive wheel. *Materials Science and Engineering A*, 460-461 :20–30, 2007.

[Luo95] M.P. Luong. Short-time measurement of fatigue limit of metals using infrared thermographic technique. *La revue de métallurgie*, pages 203–212, 1995.

[PBF+01] A. Paquin, S. Berbenni, V. Favier, X. Lemoine, and M. Berveiller. Micromechanical modeling of the elastoviscoplastic behavior of heterogeneous materials. *International Journal of Plasticity*, 17 :1267–1302, 2001.

[SBFB02] H. Sabar, M. Berveiller, V. Favier, and S. Berbenni. A new class of micro-macro models for elastic-viscoplastic heterogeneous materials. *Int. J. Sol. Structures*, 39 :3257–3276, 2002.

[THE07] K. Tokaji, T. Horie, and Y. Enomoto. Roles of microstructure and carbides in fatigue crack propagation in high v-cr-ni cast irons. *Journal of Materials Processing Technology*, 190 :81–88, 2007.

Chapitre 1

Généralités sur le comportement cyclique des aciers

Sommaire

1.1 Courbes S-N 7
1.2 Détermination de la limite d'endurance 11
1.3 Les mécanismes de fatigue 12
1.3.1 L'amorçage des microfissures 12
1.3.2 La propagation des fissures 13
1.4 L'influence de la microstructure 14

Ce premier chapitre, qui constitue plutôt un avant-propos, vise à rappeler quelques généralités sur la rupture des matériaux tels que les aciers en fatigue. Ainsi, une des méthodes classiques de détermination des limites d'endurance est décrite puis les origines microstructurales de la rupture et quelques modèles de fatigue sont brièvement présentés. Ce rapide état de l'art permet d'introduire la motivation de ce travail à savoir l'apport des mesures d'échauffement en vue d'optimiser la microstructure des aciers vis à vis de la fatigue à grand nombre de cycles.

1.1 Courbes S-N

Depuis le XIX^{ème} siècle, le phénomène de rupture par fatigue a été et est encore largement étudié puisqu'il constitue l'un des principaux modes de rupture des pièces en service. Dans un soucis de fiabilité et de sécurité il est donc impératif de dimensionner les structures mécaniques pour qu'elles puissent résister à l'application de chargements réels. Si le terme de "fatigue" a été introduit le premier par Poncelet en 1839, les premières études sur le sujet ont été initiées par Wöhler en 1850. Ainsi, l'endommagement par fatigue est défini comme "*la modification des propriétés des matériaux consécutive à l'application de cycles d'efforts, cycles dont la répétition peut conduire à la rupture des pièces constituées avec ces matériaux*" [BB97].

La rupture de pièces en service est la résultante de différents facteurs qui peuvent être regroupés en trois catégories : les paramètres liés au chargement (contrainte, environnement...), ceux liés à la géométrie de la pièce (forme, rugosité...) et ceux liés au matériau (microstructure, traitements de surface...) [Lu97]. En service, le chargement est souvent aléatoire et donc difficilement caractérisable. C'est pourquoi, dans des cas d'études, une simplification est généralement faite en choisissant l'application d'une sollicitation cyclique. En fonction de l'amplitude du chargement, deux domaines de fatigue sont distingués :

- la fatigue oligocylique. Elle est caractérisée par une faible durée de vie des éprouvettes (le nombre de cycles à rupture N_R est généralement inférieur à 10^4) qui sont soumises à des amplitudes de sollicitations supérieures à la limite d'élasticité Σ_y. Dans ce cas, les courbes de comportement contrainte-déformation enregistrées au cours des essais généralement pilotés en déformation montrent qu'il existe une activité plastique au sein du matériau qui est aisément observable à l'échelle macroscopique via les courbes de comportement et qui est responsable de l'apparition des microfissures (voir figure 1.1).
- la fatigue à grand nombre de cycles (ou endurance) concerne les éprouvettes soumises à des amplitudes de contraintes inférieures à la limite d'élasticité macroscopique du matériau (voir figure 1.2). Cependant, une activité plastique localisée, appelée microplasticité peut avoir lieu dans les grains les plus favorablement orientés et ainsi autoriserl'initiation de microfissures succeptibles de se propager et de conduire le matériau à la ruine. Dans le cas de structures soumises à un grand nombre de cycles de sollicitations, l'utilisation des seuls critères élastiques pour le dimensionnement ne permet donc pas de s'affranchir du risque de rupture.

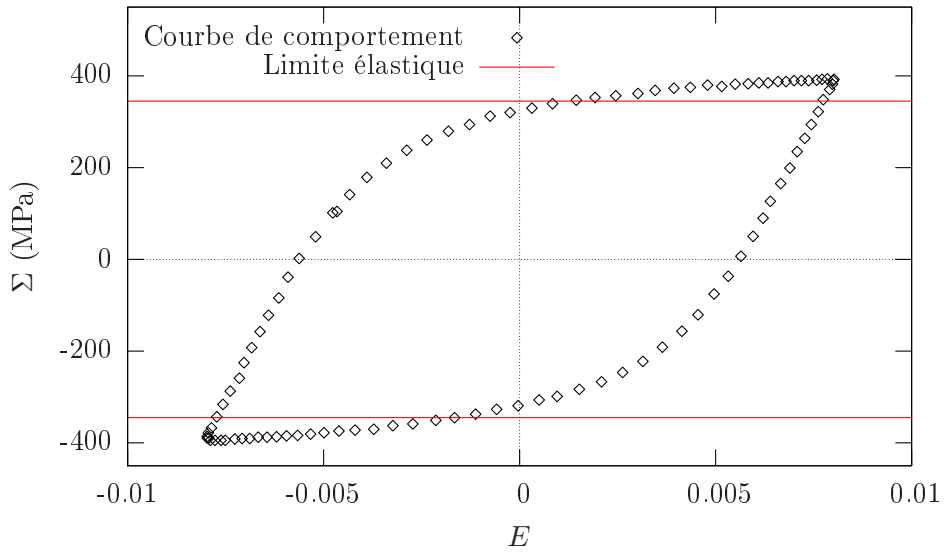


FIG. 1.1 – Courbes de comportement oligocylique d'un acier ferritique représentant la contrainte Σ en fonction de la déformation E.

L'observation des courbes S-N (ou courbes de Wöhler), qui représentent le nombre

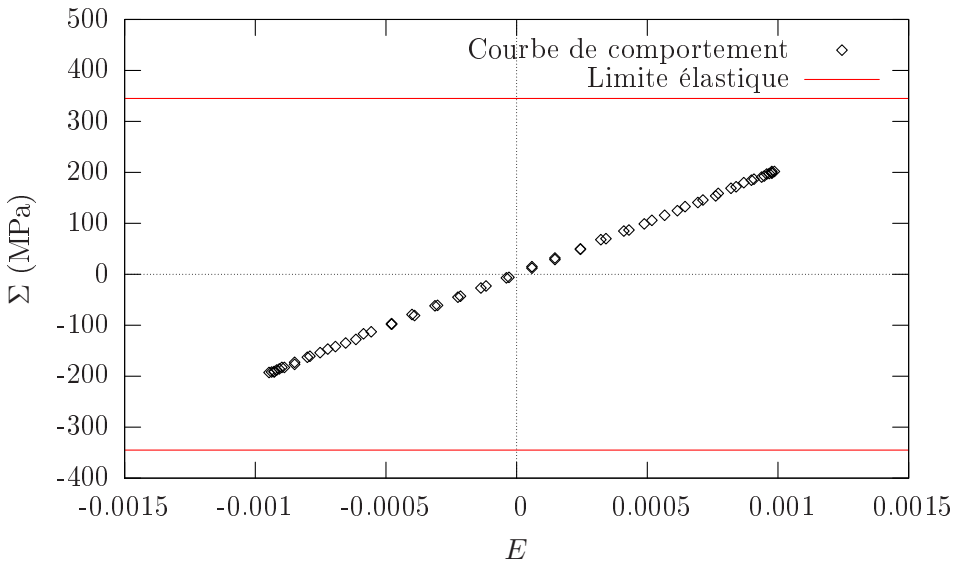


FIG. 1.2 – Courbes de comportement en fatigue à grand nombre de cycles d'un acier ferritique représentant la contrainte Σ en fonction de la déformation E.

de cycles à rupture N_R en fonction de l'amplitude du chargement cyclique Σ_a, montre qu'il existe une zone d'endurance dite illimitée dans laquelle la rupture ne se produit pas avant un nombre donné de cycles (voir figure 1.3). Une asymptote d'équation $\Sigma_a = \Sigma_D$, ou Σ_D est la limite d'endurance (ou limite conventionelle de fatigue), peut alors être tracée quand le nombre de cycles tend vers l'infini. Cette limite peut alors constituer un critère en contrainte pour le dimensionnement de structures sous sollicitations cycliques. Elle n'est cependant pas intrinsèque au matériau mais dépend du type de chargement et de la géométrie des éprouvettes. Wöhler propose ainsi la relation phénoménologique suivante pour décrire l'évolution du nombre de cycles à rupture en fonction de l'amplitude de contrainte à partir de deux constantes d'ajustement A et B :

$$\mathrm{Log}(N_R) = A.\Sigma_a + B \tag{1.1}$$

Il existe tout de même pour certains matériaux un domaine de fatigue gigacyclique dans lequel l'asymptote n'existe pas. Ces matériaux voient donc leur rupture apparaître au terme d'un très grand nombre de cycles ($N_R \simeq 10^9$) de faibles amplitudes.

Il est important de noter que quelque soit le domaine de fatigue considéré (oligocyclique ou à grand nombre de cycles), les essais de fatigue restent assez peu reproductibles et il existe une forte dispersion des résultats. Ainsi, même en prenant de grandes précautions lors de la réalisation des essais, leur nombre reste élevé si une courbe S-N correcte d'un point de vue statistique est recherchée. Les origines de cette dispersion sont multiples : l'hétérogénéité du matériau, la géométrie de l'éprouvette qui varie selon certaines tolérances et l'environnement (positionnement dans les mors, atmosphère dans laquelle est réalisé l'essai...).

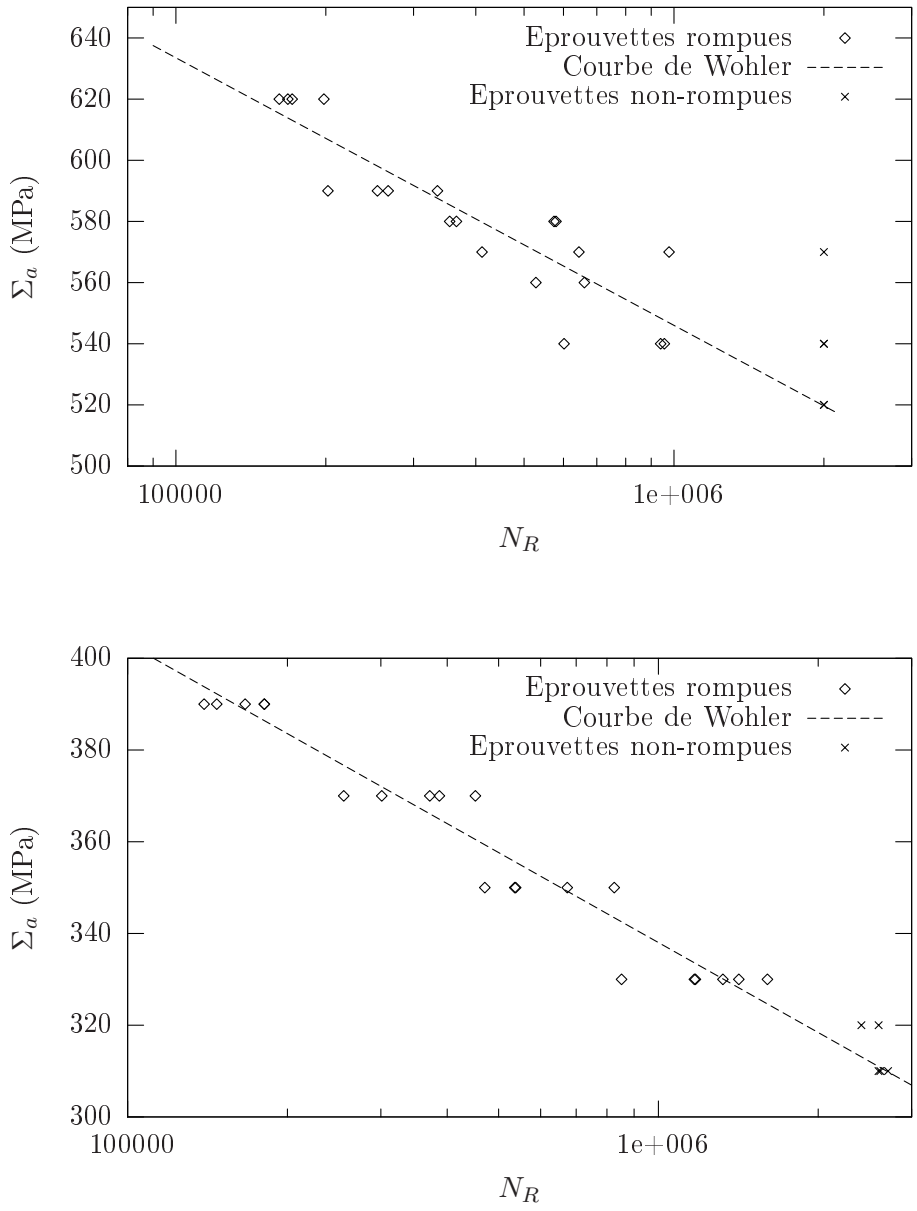


FIG. 1.3 – Courbes S-N d'un acier Dual Phase ferrite-martensite (haut) et d'un acier ferrite-bainite (bas).

1.2 Détermination de la limite d'endurance

Une méthode couramment utilisée pour déterminer la limite d'endurance est la méthode de l'escalier (*staircase* en anglais). Pour des conditions d'essais données, elle permet d'en obtenir une estimation pour un nombre de cycles maximal donné (souvent $N_m = 2.10^6$) à l'aide d'une dizaine d'essais. Néanmmoins, si une valeur plus fiable statistiquement est recherchée, le nombre d'essais peut atteindre 50 [BB97][RLG00]. Cette méthode nécessite de connaître un ordre de grandeur de la limite d'endurance recherchée. Plusieurs moyens d'estimations existent mais il a été constaté expérimentalement pour plusieurs matériaux, en particulier les aciers, que la limite d'endurance est environ égale à la moitié de la contrainte maximale en traction comme le montre le tableau 1.4 [FPZ91].

Alliage	R_m (MPa)	Σ_D (MPa)	R_m/Σ_D
Acier doux	395	232	0,59
Acier dur	735	410	0,56
Fonte GS	600	230	0,38
Acier 35CD4	1640	660	0,40
Laiton	460	130	0,28

FIG. 1.4 – Exemples de valeurs de contraintes maximales et de limites d'endurances pour quelques alliages [FPZ91]

Cette estimation connue, une première éprouvette est sollicitée à une amplitude Σ_{a0} voisine de la limite d'endurance estimée puis, en fonction du résultat de l'essai (rupture ou non-rupture), chaque nouvelle éprouvette est testée sous un chargement dont l'amplitude Σ_{ai} dépend du résultat de l'essai précédent au travers de la relation itérative suivante :

$$\Sigma_{ai} = \Sigma_{ai-1} \pm \Delta\Sigma_a \tag{1.2}$$

avec $\Delta\Sigma_a$ qui est l'espacement entre les niveaux de contrainte défini de sorte qu'il soit de l'ordre de l'écart type de la limite d'endurance supposée. Σ_{ai} est augmentée de $\Delta\Sigma_a$ si il y a eu non-rupture et diminuée si la rupture a eu lieu. Afin de déterminer la limite d'endurance, le nombre de fois n_j où l'évènement (rupture ou non-rupture) le moins fréquent sur l'ensemble des essais a eu lieu est calculé pour chaque niveau de contrainte j (avec $j = 0$ pour le niveau le plus faible, $j = 1$ pour le niveau immédiatement supérieur...). L'estimation de la limite d'endurance est alors donnée par la relation suivante :

$$\Sigma_D = \Sigma_{a0} + \Delta\Sigma_a\left(\frac{\sum n_j}{\sum j.n_j} \pm \frac{1}{2}\right) \tag{1.3}$$

($+$ si l'évènement le moins fréquent est la non-rupture et $-$ si il s'agit de la rupture).

La limite d'endurance ainsi déterminée constitue donc un critère macroscopique pour le dimensionnement en fatigue. Aussi, afin de comprendre l'influence des paramètres métallurgiques sur la capacité d'un matériau à résister à des sollicitations réelles, il faut examiner comment interviennent les mécanismes d'endommagement à une échelle plus fine.

1.3 Les mécanismes de fatigue

De manière générale, lors de sollicitations cycliques, deux domaines différents sont distingués dans la durée de vie d'une éprouvette ou d'une structure : une première phase d'amorçage, pendant laquelle, même si la contrainte appliquée est inférieure à la limite élastique, des microfissures peuvent être initiées, qui est suivie par une phase de propagation où les fissures précédemment créées croissent menant ainsi le matériau vers sa rupture finale. Cette vision, bien que schématique puisqu'en réalité ces deux phénomènes se chevauchent, permet de mieux comprendre comment intervient l'endommagement en fatigue.

1.3.1 L'amorçage des microfissures

L'amorçage des microfissures est un phénomène superficiel. En effet, l'activité (micro)plastique ayant lieu dans certains grains favorablement orientés à l'intérieur de l'éprouvette conduit à un durcissement rapide qui n'autorise pas de déformation plastique supplémentaire. En revanche, pour les grains situés en surface, l'écrouissage est plus limité car le glissement plastique peut déboucher à la surface et ainsi éliminer une partie des dislocations. Au cours du chargement, l'autre partie des dislocations a tendance à s'arranger sous forme de canaux à l'intérieur desquels la densité de dislocations est faible contrairement aux parois très dures formant ainsi des bandes de glissement permanentes. Au fur et à mesure des cycles, la déformation tend alors à se localiser à l'interieur de ces bandes qui s'observent facilement sur différents matériaux (voir figure 1.5).

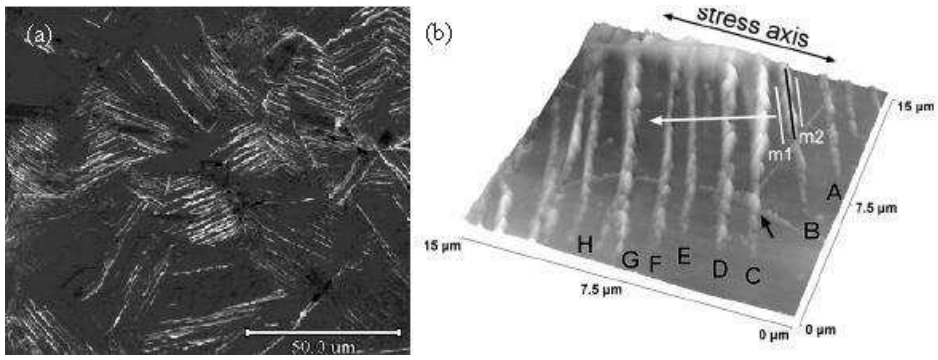


FIG. 1.5 – Observation des bandes de glissement à la surface d'échantillons de cuivre [CS01] (a) et de fer-α [Pol07] (b) soumis à une sollicitation cyclique.

L'apparition de ces bandes est attribuée au fait que le glissement plastique n'est pas totalement réversible. Sans rentrer plus dans le détail du comportement des dislocations, on sait que le glissement plastique induit par un trajet de chargement ne peut pas être recouvré par un trajet opposé. Ainsi, à la fin de chaque cycle, une fraction du glissement plastique tend à s'accumuler dans les bandes de glissement permanentes formant alors des marches à la surface de chaque grain [May60]. Le glissement irréversible permet donc la création de zones d'intrusion-extrusion en surface qui sont autant de sites de concentrations de contraintes à partir desquels les fissures ont la possibilité de s'amorcer et de pénétrer dans les grains. La fraction du glissement qui est irréversible, f_{irr}, peut être estimée à l'aide d'observations des

Alliage	f_{irr}	Reference
Acier HSLA	0,009	[HMG94]
Acier ferritique	0,1	[dlRMM85]
Acier inoxydable 13-8 PH	0,0025 (oligocyclique)	[Sax]
Acier inoxydable 13-8 PH	<0,001 (endurance)	[Sax]
Monocristal de cuivre	0,2-0,5 (oligocyclique)	[Ess82] [DEM86]
Alliage Al-Li	0,05	[Wil01]

FIG. 1.6 – Valeurs de la fraction de glissement plastique irreversible pour plusieurs alliages métalliques

bandes de glissement. Plusieurs formules ont été proposées afin d'estimer f_{irr} comme celle issue des travaux de Gerberich et al. [GHKH98][MHKG95][HMG94] :

$$f_{irr} = \frac{\delta}{2 l_{bg} N \Delta E^p} \tag{1.4}$$

où δ est la hauteur de la marche observée à la surface libre d'une éprouvette, l_{bg} est l'espacement entre les bandes de glissement et ΔE^p est l'étendue de la déformation plastique sur un cycle. Ainsi, à partir d'observations des surfaces d'éprouvettes sollicitées en fatigue (en particulier en mesurant l'espacement entre les bandes et la hauteur des marches en surface), il existe différentes relations pour déterminer la fraction de glissement irréversible pour plusieurs matériaux sous différentes conditions de sollicitation (Voir tableau 1.6).

Il apparaît alors clairement que les propriétés de la surface du matériau soumis à un chargement cyclique jouent un rôle prépondérant sur l'amorçage. Ainsi, un polissage de la surface (diminution de la rugosité) ou un grenaillage (contraintes résiduelles en compression à la surface) peuvent contribuer à une amélioration sensible de la tenue en fatigue.

1.3.2 La propagation des fissures

Les microfissures amorcées dans les zones d'intrusion-extrusion progressent dans un premier temps le long du plan de glissement dans lequel elles sont apparues (Stade I). Cependant, à partir d'une certaine profondeur qui dépend de la microstructure, la direction de propagation change. En effet, elles quittent le plan de glissement qui est le plan de cission maximale pour progresser dans le plan de tension maximale (Stade II). Peu de fissures atteignent ce second stade car dès qu'une fissure devient prépondérante, elle induit un effet de décharge sur les fissures voisines et la création d'une zone plastique en tête de fissure. Il existe plusieurs manières de décrire la vitesse de fissuration. Paris propose la relation phénoménologique suivante [PE63] :

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \tag{1.5}$$

où a est la longueur de la fissure, ΔK l'amplitude du facteur d'intensité des contraintes et C et m des paramètres matériaux. Il existe d'autres modèles qui ne sont plus phénoménologiques mais plutôt basés sur la théorie des dislocations. Bilby propose ainsi une relation fondée sur le calcul du mouvement des dislocations en tête de fissure

dont l'accumulation se traduit par une libération d'énergie sous forme d'avancée [BCS63] :

$$\frac{da}{dN} = \frac{\Delta K^4}{\Psi \mu \Sigma_y^2} \tag{1.6}$$

avec Ψ, le travail associé à la déformation plastique et μ, le module de cisaillement. L'allure de la courbe expérimentale $\frac{da}{dN}$ en fonction de ΔK obtenue pour un acier martensitique est montrée sur la figure 1.7. On distingue un ΔK seuil, ΔK_{th}, en dessous duquel il n'y a pas de propagation des fissures ainsi qu'une accélération de la propagation à proximité de la rupture finale due à la rupture du ligament.

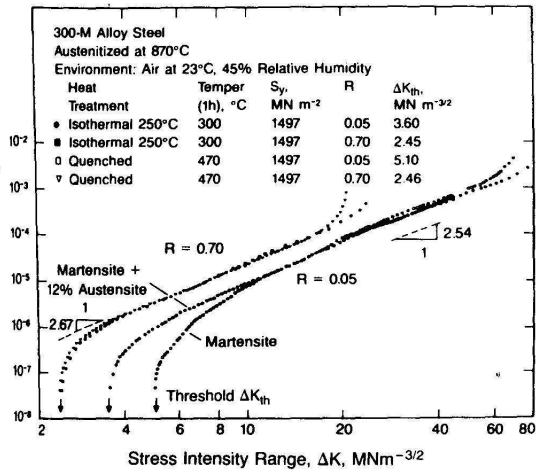


FIG. 1.7 – Evolution de la vitesse de propagation des fissures en fonction du facteur d'intensité des contraintes pour un acier martensitique [SAE97].

1.4 L'influence de la microstructure

Le rôle de la microstructure sur la résistance à la fatigue est souvent complexe à prendre en compte car ses effets sont parfois contradictoires. En effet, certaines modifications de la microstructure permettent de retarder l'amorçage des fissures tout en ayant des conséquences néfastes sur la propagation. Néanmmoins, il a été montré que le nombre de cycles nécessaires à l'amorçage des fissures a tendance à se rapprocher du nombre de cycles à rupture quand celui augmente [BB97][Man72][Boy85] (voir figure 1.8). Ainsi, en vue d'augmenter la limite de fatigue dans le cas de l'endurance (cas qui concerne le présent travail), il est préférable de modifier la microstructure afin de retarder en priorité l'amorçage des microfissures.

Il est cependant difficile d'étudier le rôle de la microstructure sur le nombre de cycles à rupture dans le cas de l'endurance car d'un point de vue expérimental, les essais de fatigue restent longs et sont assez peu reproductibles et d'un point de vue théorique, les modèles de fatigue qui rendent possible l'introduction du rôle de la microstructure sont peu nombreux. Dans un souci d'optimisation des propriétés en fatigue des aciers, plutôt que de s'intéresser au rôle direct de la microstructure sur la rupture en fatigue, il est donc plus simple d'essayer de comprendre l'influence

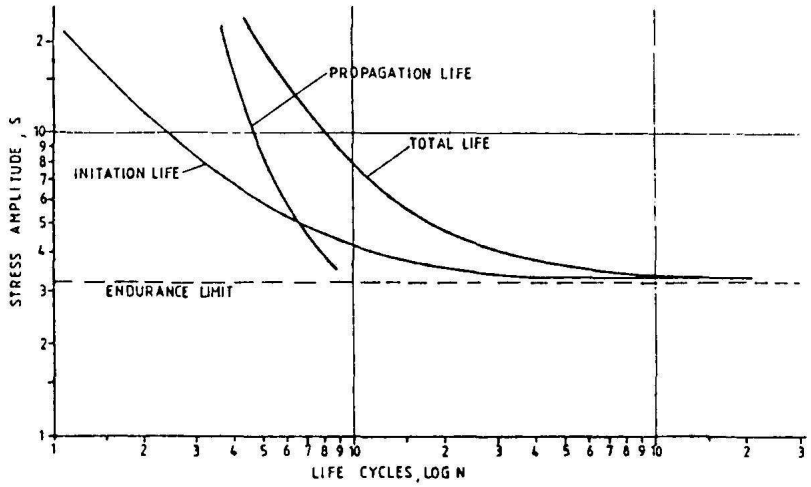


FIG. 1.8 – Evolution de la durée des phases d'amorçage et de propagation par rapport à la durée de vie totale en fonction de l'amplitude de contrainte [Boy85].

des paramètres microstructuraux sur le mécanisme qui est principalement à l'origine de l'amorçage à savoir la microplasticité. Ainsi, si la microstructure est modifiée de manière à diminuer l'activité plastique localisée qui a lieu en fatigue à grand nombre de cycles, on favorise l'augmentation du nombre de cycles nécessaires à l'amorçage des microfissures et donc a priori l'augmentation de la durée de vie.

Une des conséquences de la microplasticité est la dissipation de chaleur qui se traduit à l'échelle de l'éprouvette ou de la structure par une augmentation de température. En effet, à cause du caractère irréversible du glissement plastique, une partie de l'énergie fournie au matériau est restituée sous forme de chaleur or, dans le cas de l'endurance, puisque l'amplitude du chargement est inférieure à la limite élastique macroscopique du matériau, les déformations permanentes induites par la microplasticité sont très faibles donc difficilement mesurables. L'élévation de température due à la plasticité localisée, qui est aisément mesurable au moins dans sa valeur moyenne, semble alors être un bon moyen de quantifier l'activité plastique et constitue donc un outil permettant d'étudier l'influence de la microstructure sur la microplasticité.

Les premières mesures de température sur des éprouvettes sollicitées en fatigue ont été réalisées par Welter [Wel37]. L'objectif était alors non pas d'étudier le rôle de la microstructure mais de se servir de la mesure de température afin de déterminer rapidement une valeur de la limite d'endurance des matériaux (voir annexe A). La mesure de température a été ensuite reprise par plusieurs auteurs soit pour déterminer des propriétés en fatigue à partir d'essais d'échauffement [Gom80] [Luo95] [RR00] [DCH+04], soit pour suivre l'évolution de l'endommagement [Gal93], soit pour déterminer le champ de dissipation et identifier les sites d'amorçage potentiels de la fissure macroscopique [Bou04].

Dans un contexte industriel, un modèle disposant d'une description cohérente des interactions entre la microstructure et la dissipation se pose comme un outil intéressant en vue d'aider à l'optimisation de la microstructure des aciers vis à vis de la résistance en fatigue. De plus, la connaissance de l'évolution de la dissipation

au cours des cycles reste une information intéressante afin de mettre en place des critères de fatigue énérgétiques. Ainsi, plusieurs études ont fait appel à des approches énergétiques pour mettre en place des critères de fatigue multiaxiaux basés soit sur le travail plastique [Gar79], soit sur l'énergie totale de déformation [EG88] ou soit sur l'énergie dissipée par cycle [CC00].

Le prochain chapitre a donc pour but de présenter un cadre thermomécanique qui va permettre d'estimer la dissipation à partir de la mesure de température réalisée lors d'essais cycliques. Cet outil expérimental constituera alors un moyen d'alimenter et de valider le modèle qui sera présenté par la suite.

Bibliographie

[BB97] C. Bathias and J.P. Baïlon. *La fatigue des matériaux et des structures.* Paris Hermès, 1997.

[BCS63] B.A. Bilby, A.H. Cottrell, and K.H. Swinden. The spread of plastic yield from a notch. *Proc. Roy. Soc.*, A285 :304, 1963.

[Bou04] T. Boulanger. *Analyse par thermographie infrarouge des sources de chaleur induites par la fatigue des aciers.* PhD thesis, Université Montpellier II, 2004.

[Boy85] H.E. Boyer. *Atlas of fatigue curves.* American Society for Metals, 1985.

[CC00] E. Charkaluk and A. Constantinescu. An energetic approach in thermomechanical fatigue for silicon molybdenium cast iron. *Materials at High Temperatures*, 17 :373–380, 2000.

[CS01] L. Cretegny and A. Saxena. Afm characterization of the evolution of surface deformation during fatigue in polycrystalline copper. *Acta mater.*, 49 :3755–3765, 2001.

[DCH+04] C. Doudard, S. Calloch, F. Hild, P. Cugy, and A. Galtier. Identification of the scatter in high cycle fatigue from temperature measurements. *Comptes Rendus Mecanique*, 332 :795–801, 2004.

[DEM86] K. Differt, U. Essmann, and H. Mughrabi. A model of extrusions and intrusions in fatigued metals. ii : Surface roughening by random irreversible slip. *Philos Mag A*, 54 :237–258, 1986.

[dlRMM85] E.R de los Rios, H.J Muhamed, and K.J. Miller. A micro-mechanics analysis for short fatigue crack growth. *Fatigue Fract Eng Mat Struct*, 8 :49–63, 1985.

[EG88] F. Ellyin and K. Golos. Multiaxial fatigue damage criterion. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 110 :380–388, 1988.

[Ess82] U. Essmann. *Philos Mag A*, 45 :171, 1982.

[FPZ91] D. François, A. Pineau, and A. Zaoui. *Comportement mécanique des matériaux - viscoplasticité, endommagement, mécanique de la rupture, mécanique du contact.* Paris Hermès, 1991.

[Gal93] A. Galtier. *Contribution à l'étude de l'endommagement des aciers sous sollicitations uni ou multi-axiales.* PhD thesis, ENSAM Bordeaux, 1993.

[Gar79] Y.S. Garud. A new approach to the evaluation of fatigue under multiaxial loadings. *Methods for Predicting Material Life in Fatigue*, pages 247–263, 1979.

[GHKH98] W.W. Gerberich, S.E. Harvey, D.E. Kramer, and J.W. Hoehn. Low and high cycle fatigue - a continuum supported by afm observations. *Acta Mater.*, 46 :5007, 1998.

[Gom80] A. Gomaa. *Correlation entre la dissipation thermique d'une éprouvette en torsion alternée et sa limite d'endurance en fatigue.* PhD thesis, Université Bordeaux I, 1980.

[HMG94] S.E. Harvey, P.G. Marsh, and W.W. Gerberich. Atomic force microscopy and modeling of fatigue crack initiation in metals. *Acta Metallurgica et Materialia*, 42 :3493–3502, 1994.

[Lu97] J. Lu. Fatigue des alliages ferreux - facteurs d'influences. *Techniques de l'ingenieur*, BM 5 043 :1–24, 1997.

[Luo95] M.P. Luong. Short-time measurement of fatigue limit of metals using infrared thermographic technique. *La revue de métallurgie*, pages 203–212, 1995.

[Man72] S.S Manson. *Pressure Vessels and piping. Design and analysis, vol. 1.* ASME, 1972.

[May60] A.N. May. Essais de fatigue - partie i. *Nature*, pages 185–303, 1960.

[MHKG95] P.G. Marsh, S.E. Harvey, M.D. Kriese, and W.W. Gerberich. Environmental effects on fatigue crack development in hsla steel and fine grain α-titanium. *Scripta Metall. Mater.*, 33 :825–829, 1995.

[PE63] P.C. Paris and F. Erdogan. A critical analysis of crack propagation laws. *Journal of Basic Engineering*, 85 :528–534, 1963.

[Pol07] J. Polàk. Mechanisms and kinetics of the early fatigue damage in crystalline materials. *Materials Science and Engineering (In Press)*, 2007.

[RLG00] P. Rabbe, H.P. Lieurade, and A. Galtier. Essais de fatigue - partie i. *Techniques de l'ingenieur*, M 4 171 :1–22, 2000.

[RR00] G. La Rosa and A. Risitano. Thermographic methodology for rapid determination of the fatigue limit of materials and mechanical components. *International Journal of Fatigue*, 22 :65–73, 2000.

[SAE97] SAE. *SAE Fatigue Design Handbook AE-22.* Society for Automotive Engineers, 1997.

[Sax] A. Saxena. *www.me.gatech.edu/diagnostics/blc.pdf.*

[Wel37] G. Welter. Essais d'endurance par traction et compression. *Wlad. Inst. Met.*, page 32, 1937.

[Wil01] A.J. Wilkinson. Modelling the effects of texture on the statistics of stage i fatigue crack growth. *Philos Mag A*, 81 :841, 2001.

Chapitre 2

Les courbes d'échauffement

Sommaire

2.1 Cadre thermomécanique 20
2.1.1 La thermodynamique des processus irréversibles 20
2.1.2 Axiome de l'état local 20
2.1.3 Potentiel thermodynamique et dissipation 20
2.1.4 L'équation de la chaleur 21
2.1.5 Calcul des sources thermoélastiques 22
2.2 Dispositif expérimental 24
2.2.1 Matériel 24
2.2.2 Traitement des données 27
2.2.3 Observations générales 30
2.3 Conclusions 38

La mesure de température présente donc un intérêt potentiel pour étudier les interactions entre la microstruture et les mécanismes irréversibles qui sont responsables de l'amorçage des microfissures. Il est cependant important de présiser qu'en réalité c'est la dissipation intrinsèque, dont l'élévation de température n'est qu'une conséquence, qui est la manifestation directe de ces mécanismes irréversibles. Ainsi, la mesure de température n'est qu'un moyen d'estimer la dissipation intrinsèque en se fondant sur des hypothèses thermomécaniques qu'il est nécessaire de justifier. Ce second chapitre présente donc le cadre thermomécanique, basé sur la thermodynamique des processus irréversibles, et les moyens de mesure qui permettent d'introduire des hypothèses conduisant alors à une relation entre l'élévation de température mesurée et la dissipation intrinsèque que l'on cherche à estimer. La méthodologie expérimentale utilisée pour obtenir les courbes d'échauffement est ensuite exposée et une démarche originale basée sur la mesure de température pendant le régime thermique transitoire qui vise à caractériser l'adaptation cyclique d'un matériau est proposée.

2.1 Cadre thermomécanique

2.1.1 La thermodynamique des processus irréversibles

Utiliser la mesure de température afin d'estimer des sources de dissipation nécessite un cadre thermomécanique qui doit être précisé. La thermodynamique des processus irréversibles constitue un cadre théorique solide qui conduit à une formulation de l'équation de la chaleur telle que celle établie par Louche [Lou99] et Boulanger [Bou04] et qui est réutilisée ici pour permettre l'interprétation des mesures de température lors d'essais cycliques. Ainsi, la thermodynamique des processsus irreversibles autorise l'étude des systèmes qui s'écartent de leur équilibre à partir d'outils issus de la thermodynamique de l'équilibre.

2.1.2 Axiome de l'état local

La zone utile des éprouvettes soumises à des chargements cycliques constitue un système thermodynamique hors équilibre auquel peut s'appliquer l'axiome de l'état local car le temps de retour à l'équilibre de chaque particule est largement inférieur à celui du système. Dans ce cas, si le système dans son ensemble est hors équilibre, chacune des particules qui le constitue est considérée comme un sous système à l'équilibre dont l'état est décrit par un certains nombres de variables d'état indépedantes qui sont généralement classées dans deux catégories :

- les variables observables. Dans le cadre de notre étude, les variables observables sont la température T et le tenseur des déformations locales ε.
- les variables internes permettant au système de tenir compte de l'effet d'histoire et des modifications de l'état interne du matériau. Elles sont désignées sous la forme d'un vecteur de variables internes V_k qui restera à préciser par la suite.

2.1.3 Potentiel thermodynamique et dissipation

Pour chacune des variables d'état précédemment définies, il existe un potentiel thermodynamique à partir duquel se déterminent les lois d'état. On choisit ici l'énergie libre spécifique Ψ comme potentiel qui est alors une fonction des variables d'état et qui est définie telle que :

$$\Psi = e - Ts \tag{2.1}$$

avec e, l'énergie interne spécifique, T, la température et s l'entropie de chaque particule. L'inégalité de Clausius-Duhem combinée à l'hypothèse des petites pertubations permet d'écrire :

$$\sigma : \dot{\varepsilon} - m_v(\dot{\Psi} + s.\dot{T}) - \overrightarrow{q}.\frac{\overrightarrow{gradT}}{T} \geq 0 \tag{2.2}$$

où σ est le tenseur des contraintes locales, m_v la masse volumique et $\overrightarrow{q}$ le flux de chaleur s'échangeant à la frontière du sous système considéré. La dérivée temporelle de l'énergie spécifique s'écrivant :

$$\dot{\Psi} = \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} : \dot{\varepsilon} + \frac{\partial \Psi}{\partial T} : \dot{T} + \frac{\partial \Psi}{\partial V_k} : \dot{V}_k, \tag{2.3}$$

l'inégalité de Clausius-Duhem devient :

$$(\sigma - m_v \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon}) : \dot{\varepsilon} - m_v(s + \frac{\partial \Psi}{\partial T})\dot{T} - m_v \frac{\partial \Psi}{\partial V_k} : \dot{V}_k - \overrightarrow{q}.\frac{\overrightarrow{gradT}}{T} \geq 0. \tag{2.4}$$

La dissipation d, définie à partir de l'inégalité de Clausius-Duhem, s'écrit comme la somme de deux termes [GNS83] :

$$d = d_1 + d_2 \geq 0 \tag{2.5}$$

où d_1 est la dissipation intrinsèque définie par :

$$d_1 = (\sigma - m_v \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon}) : \dot{\varepsilon} - m_v \frac{\partial \Psi}{\partial V_k} : \dot{V}_k \tag{2.6}$$

et d_2 la dissipation thermique telle que :

$$d_2 = -\overrightarrow{q}.\frac{\overrightarrow{grad T}}{T}. \tag{2.7}$$

2.1.4 L'équation de la chaleur

Le principe de conservation de l'énergie (premier principe) s'écrivant sous la forme suivante :

$$m_v \dot{e} = \sigma : \dot{\varepsilon} - \mathrm{div}\,\overrightarrow{q} + r, \tag{2.8}$$

r étant l'apport de chaleur associé à des phénomènes volumiques (effet Joule, rayonnement...), l'équation de la chaleur s'obtient en combinant les relations (2.1), (2.3) et la relation précédente [Mau92] :

$$m_v T \dot{s} + \mathrm{div}\,\overrightarrow{q} = (\sigma - m_v \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon}) : \dot{\varepsilon} - m_v \frac{\partial \Psi}{\partial V_k} : \dot{V}_k + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon \partial T} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial V_k \partial T} + r. \tag{2.9}$$

Il semble légitime de penser, compte tenu des matériaux qui vont être étudiés, qu'il n'y pas de couplage interne entre la microstructure, décrite par le lot de variables internes V_k, et la température car la microstructure des aciers étudiés n'évolue pas avec la température en cours d'essai, le terme $m_v T \frac{\partial^2 \Psi}{\partial V_k \partial T} : \dot{V}_k$ peut donc être négligé. Dans le cas où les matériaux étudiés possèdent une microstructure sensible aux variations de température (alliages à mémoire de forme par exemple), ce terme ne peut être négligé.

$m_v T \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon \partial T} : \dot{\varepsilon}$ est un terme de couplage entre la température et la déformation qui rend compte de l'évolution de la température causée par les effets thermoélastiques. Il sera par la suite noté s_{the}.

A partir de la loi de Fourier et en supposant une conduction isotrope qui permet de réduire le tenseur de conduction à un seul coefficient scalaire k, $\mathrm{div}\,\overrightarrow{q}$ s'écrit :

$$\mathrm{div}\,\overrightarrow{q} = k\Delta T, \tag{2.10}$$

Δ étant l'opérateur Laplacien. De plus, il est légitime de supposer que dans le cadre de nos essais, la chaleur spécifique C_p est constante car elle ne dépend pas de la température. Sachant que :

$$C_p = T \frac{\partial s}{\partial T}, \tag{2.11}$$

le terme $m_v T \dot{s}$ devient :

$$m_v T \dot{s} = m_v T \frac{\partial s}{\partial T} \dot{T} = m_v C_p \dot{T}. \tag{2.12}$$

Par la suite, les seuls échanges de chaleur liés à des phénomènes volumiques seront dus au rayonnement qui peut être considéré comme indépendant du temps. En admettant que r suit une loi linéaire de Fourier, il s'écrit :

$$r = k\Delta T_0, \tag{2.13}$$

où T_0 est la température d'équilibre de la particule considérée à l'instant $t = 0$. Si on introduit la variable θ, définie comme l'élévation de température par rapport à la température initiale telle que $\theta = T - T_0$ et la dissipation intrinsèque définie par (2.6), l'équation de la chaleur devient :

$$m_v C_p \dot{\theta} - k\Delta\theta = d_1 + s_{the}. \tag{2.14}$$

Elle offre donc la possibilité de déterminer l'évolution de la température de chaque particule de la zone utile de l'éprouvette due à différentes contributions :

- $m_v C_p \dot{\theta}$ est le taux d'absorption (ou de désorption) de chaleur qui traduit l'évolution de la température due au taux de chaleur.
- $k\Delta\theta$ est la contribution de la conduction interne à faire varier la température.
- $d_1 = (\sigma - m_v \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon}) : \dot{\varepsilon} - m_v \frac{\partial \Psi}{\partial V_k} : \dot{V}_k$ est le terme de dissipation intrinsèque. Il représente la partie de la puissance fournie à la particule qui est restituée de manière irréversible sous forme de chaleur. C'est ce terme, dû aux modifications irréversibles de la microstructure, que l'on cherche à estimer.
- s_{the} est le terme de couplage entre la température et la déformation qui permet de déterminer l'évolution de température associée au mécanisme de déformation réversible qu'est l'élasticité.

C'est donc à partir de cette forme de l'équation de la chaleur que l'on va s'attacher à essayer d'estimer à partir de mesures de température la dissipation intrinsèque. Néanmmoins, d'un point de vue expérimental, certaines hypothèses relatives aux couplages thermoélastiques, aux moyens de mesure de la température et au protocole expérimental vont permettre d'introduire quelques simplifications supplémentaires. D'autre part, dans le cadre de la modélisation, le choix des variables internes, qui dépend fortement des hypothèses faites sur les mécanismes dissipatifs, va constituer une étape essentielle pour le calcul de la dissipation intrinsèque.

2.1.5 Calcul des sources thermoélastiques

Dans le cas d'essais cycliques, les sources thermoélastiques possèdent certaines particularités qu'il est important de souligner puisque, combinées à des hypothèses relatives aux moyens de mesure, elles rendent possible la simplification l'écriture de l'équation de la chaleur.

La déformation locale ε, choisie comme variable observable, peut s'écrire comme la somme de deux déformations, l'une réversible d'un point de vue thermodynamique ε^e, associée à la déformation élastique du réseau cristallin et l'autre irréversible ε^v, associée à des mécanismes dissipatifs que l'on précisera plus tard :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^v. \tag{2.15}$$

Cette partition des déformations conduit à l'égalité suivante [LC90] :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} = \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon^e} \tag{2.16}$$

et les lois de la thermoélasticité donnent :

$$\sigma = m_v \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon^e}. \tag{2.17}$$

La source thermoélastique s'écrit alors :

$$s_{the} = T \frac{\partial \Psi}{\partial T} : \dot{\varepsilon}^e. \tag{2.18}$$

La contrainte et la déformation élastique sont reliées par la loi de Hooke qui s'écrit de manière générale et en tenant compte de la dilatation thermique isotrope :

$$\sigma = c : (\varepsilon^e - \alpha_d \theta I) \tag{2.19}$$

où α_d est le coefficient de dilatation thermique (13.10^{-6} K^{-1} dans le cas des aciers), I est le tenseur identité d'ordre 2 et c est le tenseur des complaisances élastiques locales. Dans le cas isotrope, le module élastique c ne requiert que deux coefficients, les coefficiencts de Lamé μ et λ, pour être défini :

$$c_{ijkl} = 2\mu I_{ijkl} + \lambda \delta_{ij} \delta_{kl}. \tag{2.20}$$

Dans le cas d'un essai de traction-compression uniaxiale dans la direction 1, le tenseur des contraintes σ s'écrit :

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{2.21}$$

σ_{11} étant une fonction périodique du temps définie de la manière suivante :

$$\sigma_{11} = \sigma_m + \sigma_a \sin(2\pi f_s t) \tag{2.22}$$

où σ_m et σ_a sont respectivement la partie moyenne et la partie alternée du chargement. La source thermoélastique s'exprime alors comme suit :

$$s_{the} = -T\alpha_d(\dot{\sigma}_{11} + 3\alpha_d(3\lambda + 2\mu)\dot{\theta}). \tag{2.23}$$

Boulanger [Bou04] montre que dans le cas où T est proche de la température d'équilibre T_0, le terme $3\alpha_d(3\lambda + 2\mu)\dot{\theta}$ peut être négligé. Au voisinage de l'équilibre thermique, l'expression de la source thermoélastique se réduit à :

$$s_{the} = -T_0 \alpha_d \dot{\sigma}_{11}. \tag{2.24}$$

Dans le cas d'un essai de traction-compression uniaxiale cyclique, à partir de l'égalité précédente on obtient l'expression de la source thermoélastique en fonction du temps :

$$s_{the} = -2\pi T_0 \alpha_d \sigma_a f_s \cos(2\pi f_s t). \tag{2.25}$$

L'observation de l'expression de la source thermoélastique conduit à faire deux remarques :

- la puissance des sources thermoélastiques ne dépend pas de la contrainte moyenne.
- l'intégration de la relation 2.25 dans le temps sur un nombre de cycles de sollicitation entier conduit à un résultat nul. Autrement dit, le bilan des puissances thermoélastiques sur un cycle de sollicitation est nul.

2.2 Dispositif expérimental

2.2.1 Matériel

L'ensemble du dispositif expérimental est constitué d'une machine d'essai qui permet d'appliquer le chargement cyclique, de deux thermocouples dont le rôle est de suivre l'évolution de la température de la machine et de l'éprouvette, d'un boîtier d'acquisition chargé d'enregistrer l'évolution de la température mesurée au cours du temps et d'un ordinateur permettant à la fois de définir le chargement et de lire les données contenues dans la mémoire du boîtier d'acquisition. L'ensemble du dispositif est schématisé sur la figure 2.1.

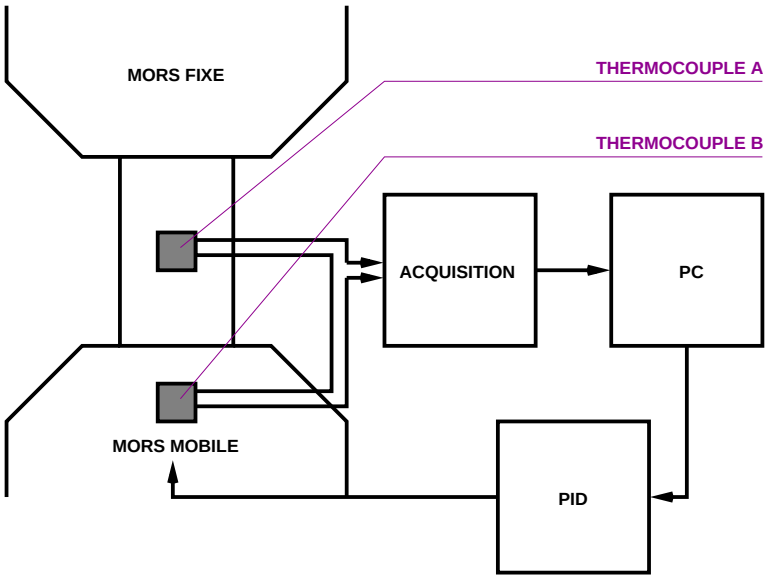


FIG. 2.1 – Schema du dispositif d'essai.

2.2.1.1 La machine d'essai

La machine d'essai sur laquelle ont été réalisés les essais cycliques utilise un asservissement servo-hydraulique et dispose d'une capacité de ± 100 kN. Les essais mécaniques sont pilotés en force, déplacement ou déformation à une fréquence maximale de 60 Hz. A cause de l'asservissement Proportionnel Intégral Dérivé, quelques dizaines de cycles sont requis à chaque changement de consigne afin d'obtenir un pilotage correct.

2.2.1.2 Les éprouvettes

Les éprouvettes testées sont de section rectangulaire uniforme. La longueur totale de l'éprouvette est de 150 mm et celle de la zone utile est de 50 mm. La largeur est de 25 mm et l'épaisseur dépend du laminage et donc de la nuance étudiée mais elle est généralement de l'ordre de quelques millimètres (Voir figure 2.2).

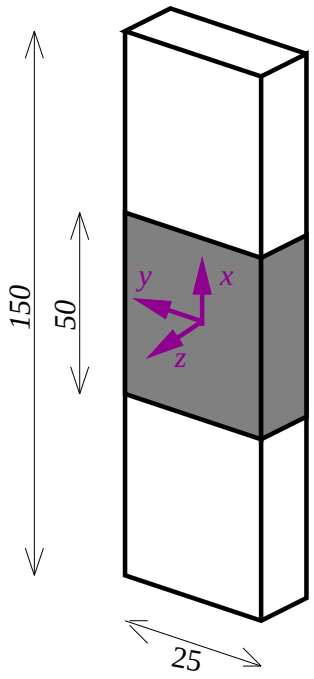


FIG. 2.2 – Géométrie des épouvettes.

2.2.1.3 Les thermocouples

La mesure de température est effectuée par deux thermocouples autocollants de type T (Cu/CuNi) rendant possible la mesure de températures allant de -100°C à 200°C. Le thermocouple A est placé au centre de la zone utile de l'éprouvette alors que le thermocouple B est collé sur le mors mobile de la machine d'essai. Les deux thermocouples sont reliés via un montage différentiel permettant au boîtier d'acquisition d'enregistrer non pas la température mesurée par chacun des thermocouples mais la température mesurée au centre de l'éprouvette à laquelle est soustraite la température du mors mobile. Ce montage offre ainsi la possibilité de mesurer l'élévation de température au centre de l'éprouvette θ au cours de l'essai tout en s'affranchissant de la légère augmentation de température due à l'échauffement des mors (frottement, circulation d'huile...). Le thermocouple ne fournit qu'une information locale de la température alors que l'équation de la chaleur (2.14) fait intervenir la température comme une fonction des trois coordonnées de l'espace x, y et z. Cependant, le choix du thermocouple comme moyen de mesure de la température autorise l'introduction de quelques simplifications.

En effet, à cause de la forte conduction et de la faible épaisseur des éprouvettes, le champ de température varie peu dans la direction de l'épaisseur. Cette observation permet de considérer que la température mesurée par le thermocouple en surface de l'éprouvette est égale à la température moyenne selon z du centre de l'éprouvette. Après intégration selon l'épaisseur, l'équation de la chaleur se restreint alors à deux dimensions :

$$m_v C_p \dot{\overline{\theta}} - k\left(\frac{\partial^2 \overline{\theta}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{\theta}}{\partial y^2}\right) + m_v C_p \frac{\overline{\theta}}{\tau''} = \overline{d}_1 + \overline{s}_{the} \tag{2.26}$$

où $\overline{\theta}$, $\overline{d}_1$ et $\overline{s}_{the}$ sont les moyennes respectives de θ, d_1 et s_{the} selon z. Le terme $m_v C_p \overline{\theta}/\tau''$ a été proposé par Louche [Lou99] afin de fournir une estimation de la moyenne sur l'épaisseur de $-k\partial^2\overline{\theta}/\partial z^2$ qui représente les fuites thermiques entre l'éprouvette et le milieu extérieur à travers les faces normales à la direction z. τ'' est homogène à une constante de temps qui dépend du matériau, de l'environnement et de la géométrie de l'éprouvette.

La majeure partie des fuites thermiques se fait par conduction vers les mors, en considérant que l'élévation de température donnée par le thermocouple correspond à l'élévation de température moyenne dans la direction transverse y et que les fuites sont linéaires selon y, l'équation de la chaleur (2.26) devient :

$$m_v C_p \dot{\overline{\overline{\theta}}} - k\frac{\partial^2 \overline{\overline{\theta}}}{\partial x^2} + m_v C_p \frac{\overline{\overline{\theta}}}{\tau'} = \overline{\overline{d}}_1 + \overline{\overline{s}}_{the} \tag{2.27}$$

où $\overline{\overline{\theta}}$, $\overline{\overline{d}}_1$ et $\overline{\overline{s}}_{the}$ sont les moyennes respectives de $\overline{\theta}$, $\overline{d}_1$ et $\overline{s}_{the}$ selon y. τ' est une constante de temps permettant de tenir compte des fuites thermiques à travers les faces avant, arrière et latérales de la zone utile de l'éprouvette.

Afin de se ramener à un problème local (sans dimension spatiale), les sources de chaleur sont considérées comme spatialement uniformes ce qui peut se justifier par le fait que l'on reste à proximité de l'équilibre thermique. Dans ce cas, l'équation de la chaleur (2.27) s'écrit :

$$m_v C_p(\dot{\theta}^{moy} + \frac{\theta^{moy}}{\tau}) = d_1^{moy} + s_{the}^{moy} \tag{2.28}$$

où θ^{moy}, d_1^{moy} et s_{the}^{moy} sont respectivement la température moyenne, la dissipation moyenne et la source de chaleur thermoélastique moyenne de la zone utile. Comme le montrent Chrysochoos et al. [CL00], le terme $m_v C_p \theta^{moy}/\tau$ fournit une approximation des fuites thermiques entre la zone utile de l'éprouvette et son environnement (mors et air ambiant). L'équation de la chaleur sous sa forme (2.28) nous permet alors, moyennant ces quelques simplifications, de relier l'élévation de température ponctuelle à la somme de la dissipation intrinsèque et des sources thermoélastiques à chaque instant.

Si la mesure par thermocouple autorise l'introduction de quelques simplifications d'ordre spatial vis à vis de l'équation de la chaleur, une autre hypothèse relative à la variable temps est faite ici. En effet, les thermocouples ont un temps de réponse de 100 ms et n'offrent donc pas la possibilité de faire une acquisition détaillée de chaque cycle (une mesure par cycle si la fréquence de sollicitation f_s est égale à 10 Hz). Ainsi, le choix d'une fréquence de sollicitation suffisamment élevée (quelques dizaines de hertz) implique que l'élévation de température mesurée par le thermocouple n'est qu'une moyenne temporelle par cycle des effets conjugués des fuites thermiques et des sources de chaleur calculée sur plusieurs cycles de chargement. Dans ce cas, l'équation de la chaleur est réécrite sous la forme suivante :

$$m_v C_p(\dot{\tilde{\theta}} + \frac{\tilde{\theta}}{\tau}) = \tilde{d}_1 + \tilde{s}_{the}. \tag{2.29}$$

$\tilde{\theta}$, $\tilde{d}_1$ et $\tilde{s}_{the}$ sont respectivement l'élévation de température, la dissipation intrinsèque et la puissance des efforts thermoélastiques moyennes par cycle.

De plus, si on suppose que l'état de contrainte local qui découle de l'application d'une contrainte macroscopique se décompose en une partie constante et une partie alternée alors, comme cela a été montré au paragraphe 2.1.5, le bilan des puissances thermoélastiques en chaque point et donc sur l'ensemble de la zone utile de l'éprouvette est nul sur un cyle entier de sollicitation. L'équation de la chaleur devient :

$$m_v C_p(\dot{\tilde{\theta}} + \frac{\tilde{\theta}}{\tau}) = \tilde{d}_1. \tag{2.30}$$

L'équation de la chaleur, mise sous cette forme, constitue le moyen de déterminer, à partir de la connaissance de l'élévation de température au cours des cycles, la dissipation moyenne par cycle.

2.2.1.4 Le boîtier d'acquisition

Le boîtier d'acquisition permet de convertir le signal électrique obtenu par le montage différentiel en température et de l'enregistrer à un intervalle de temps régulier paramétrable. Pour tous les essais présentés, un intervalle de temps de une seconde a été choisi offrant ainsi un bon compromis entre résolution temporelle et durée totale de l'acquisition.

2.2.1.5 Chargement

Le chargement appliqué à l'éprouvette est sinusoïdal piloté en force/contrainte à une fréquence de 30 Hz. Les essais cycliques sont généralement réalisés pour une contrainte moyenne nulle c'est à dire pour un rapport de charge $R_s = -1$. Différents blocs de chargements sont appliqués, chacun des blocs étant d'amplitude constante et supérieure à celle du bloc précédent (voir figure 2.3). Puisque cette étude concerne la fatigue à grand nombre de cycles, les amplitudes de contrainte sont toujours inférieures à la limite élastique macroscopique du matériau Σ_y. Chaque bloc comprend environ 10 000 cycles, le nombre de cycles à appliquer étant déterminé de manière à ce qu'il soit suffisant pour que l'élévation de température soit stabilisée. Le choix d'un chargement par blocs permet d'obtenir l'élévation de température associée à différentes amplitudes de sollicitations tout en limitant la dispersion de la mesure puisqu'il n'y a pas de changements d'éprouvettes.

2.2.2 Traitement des données

La mesure de l'élévation de température, qui est enregistrée par le boîtier d'acquisition, est transmise en fin d'essai via un fichier représentant l'élévation de température $\tilde{\theta}$ en fonction du temps t (voir figure 2.4). Le signal obtenu étant très bruité à cause des pertubations extérieures (courants d'air, variations de température de l'environnement...), un traitement des données est nécessaire afin d'obtenir un résultat suffisamment précis. Afin de tracer la courbe d'échauffement, il faut déterminer l'élévation de température en régime stabilisé associée à chaque amplitude de sollicitation. En effet, lorsque l'élévation de température est stable, c'est à dire que la puissance dissipée par les mécanismes irréversibles est compensée par les fuites thermiques, $\dot{\tilde{\theta}} = 0$ et l'équation (2.30) devient :

$$m_v C_p \frac{\tilde{\theta}}{\tau} = \tilde{d}_1. \tag{2.31}$$

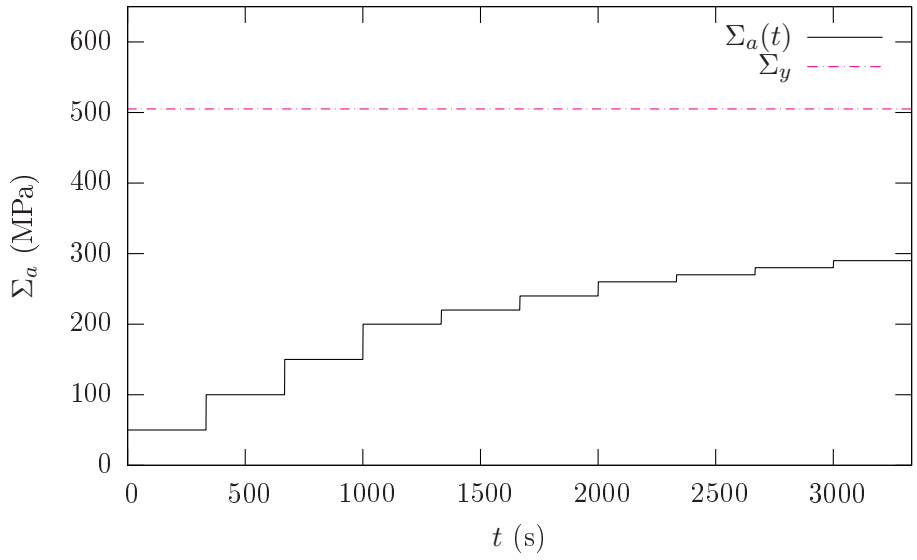


FIG. 2.3 – Exemple d'évolution de l'amplitude de contrainte en fonction du temps.

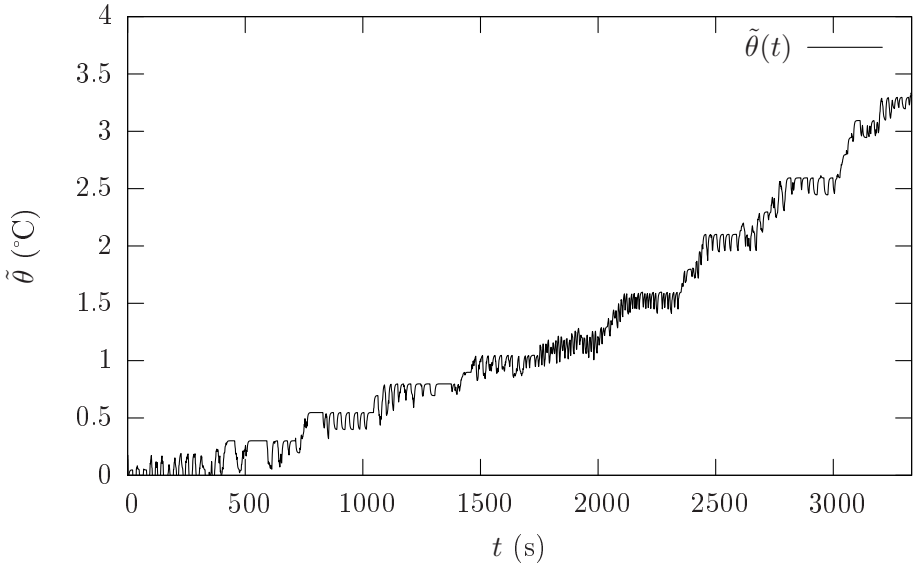


FIG. 2.4 – Elévation de température mesurée en fonction du temps pour un acier ferritique microallié lors de l'application du chargement décrit par la figure 2.3.

La relation précédente montre qu'en régime stabilisé, la dissipation moyenne par cycle peut être calculée à partir d'une relation linéaire avec la température. Pour s'affranchir au maximum du bruit perturbant le signal, la température stabilisée est définie comme étant la moyenne de $\tilde{\theta}$ sur les 100 dernières secondes de chaque bloc de chargement. En plus de l'élévation de température stabilisée, l'estimation de la dissipation moyenne par cycle requiert la connaissance de la constante de temps τ représentative des fuites thermiques entre la zone utile de l'éprouvette et son environnement. Elle dépend de paramètres relatifs au matériau, à l'environnement et à la machine et sa détermination par un calcul est relativement peu aisée c'est pourquoi il est préférable de l'évaluer à partir du suivi de l'élévation de température en fonction du temps en fin d'essai lorsque tous les blocs de chargement ont été appliqués. En effet, en fin d'essai, puisqu'il n'y a plus aucun chargement appliqué à l'éprouvette, la dissipation intrinsèque est nulle, l'équation de la chaleur s'écrit alors de la manière suivante :

$$m_v C_p(\dot{\tilde{\theta}} + \frac{\tilde{\theta}}{\tau}) = 0. \tag{2.32}$$

La résolution de cette équation différentielle où l'inconnue est la fonction $\tilde{\theta}(t)$ et qui décrit le retour à l'équilibre thermique conduit à la solution suivante :

$$\tilde{\theta} = \tilde{\theta}_0 e^{\frac{-t}{\tau}} \tag{2.33}$$

$\tilde{\theta}_0$ étant l'élévation de température mesurée à la fin de l'essai. Connaissant l'évolution à la fois théorique et réelle de l'élévation de température en fonction du temps à la fin de l'essai, on estime la constante de temps de la fonction théorique $\tilde{\theta}(t)$ qui minimise l'écart avec la courbe expérimentale à l'aide d'une méthode des moindres carrés (voir figure 2.5) La dissipation moyenne par cycle est ainsi calculée pour chaque

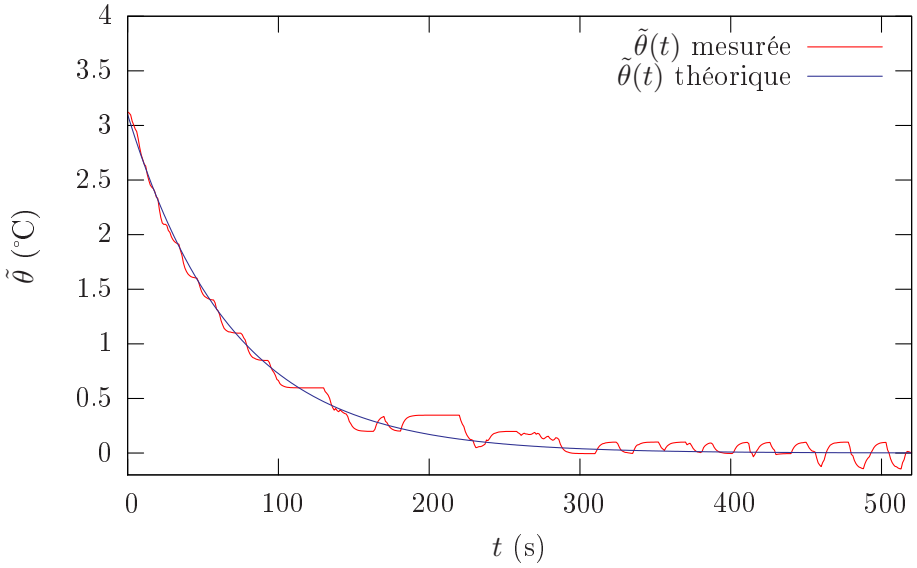


FIG. 2.5 – Elévation de température mesurée et théorique en fonction du temps pour un acier ferritique microallié en fin d'essai.

amplitude de chargement. La courbe d'échauffement s'obtient alors en représentant

la dissipation moyenne par cycle en fonction de l'amplitude du chargement (voir figure 2.6).

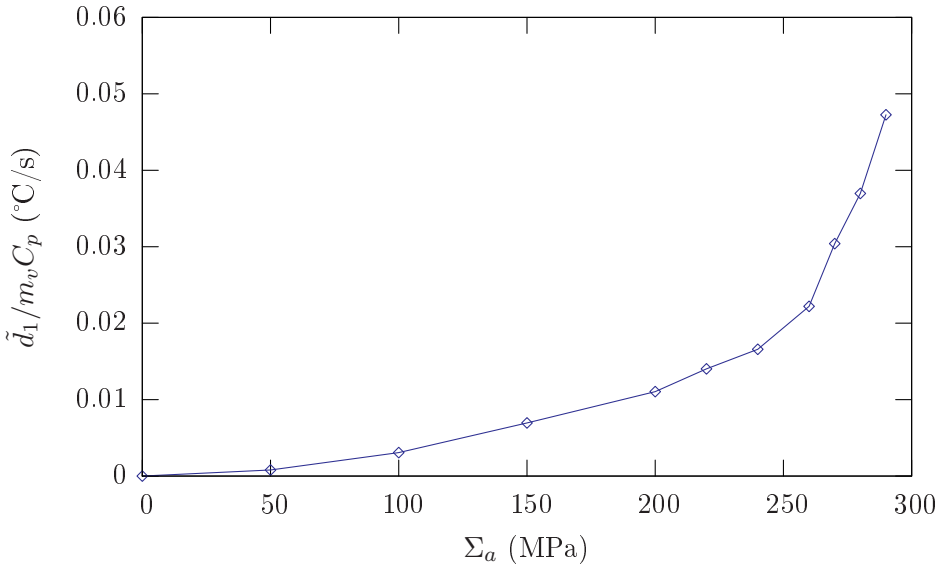


FIG. 2.6 – Exemple de courbe d'échauffement obtenue pour un acier ferritique microallié.

2.2.3 Observations générales

2.2.3.1 Stabilité de l'élévation de température

L'existence d'un régime thermique stable, qui est observé quelle que soit la nuance et l'amplitude de contrainte considérées, suggère qu'il existe un état microstructural stable engendrant une dissipation moyenne par cycle constante. L'élévation de température mesurée est donc représentative de la microstructure obtenue après adaptation au chargement appliqué. Cependant, la rupture, qui a lieu au terme d'un grand nombre de cycles (bien supérieur au nombre de cycles nécessaire à l'obtention d'une courbe d'échauffement), est une conséquence de l'endommagement qui est une évolution de la microstructure (création et croissance de microcavités). Les courbes d'échauffement tracées sont donc une visualisation de la dissipation engendrée par l'application de différentes amplitudes de chargement à un matériau qui dispose du nombre de cycles nécessaire à son adaptation mais pas suffisant pour que l'endommagement apparaisse. On peut ainsi imaginer que, pour un chargement d'amplitude constante, la mesure de l'élévation de température au cours des cycles rende possible la détection de l'apparition d'une fissure d'une taille suffisamment grande pour qu'elle constitue un changement microstructural tel qu'il provoque une sortie du régime thermique stable. A partir de la mesure de température, il est alors possible de prévoir la proximité de la rupture d'un matériau [LWJ+00] et d'obtenir une meilleure estimation de la durée de vie [Gal93]. Un exemple est montré sur la figure 2.7 sur laquelle on observe l'évolution de la température d'un acier de cuve au cours des cycles de chargement. La rupture est à chaque fois précédée d'une élévation soudaine

de la température qui marque la sortie du régime thermique stable.

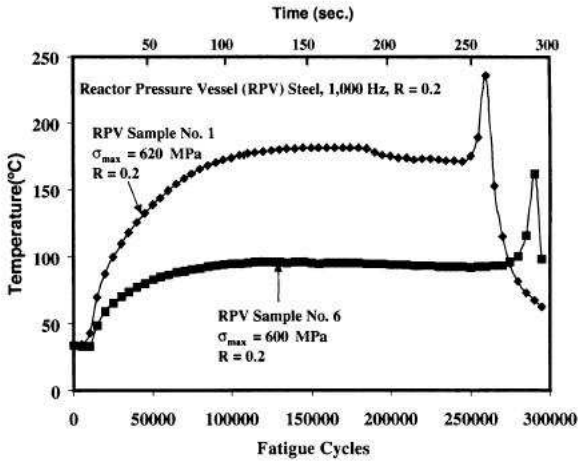


FIG. 2.7 – Exemple de suivis de la température au cours de la durée de vie d'un acier de cuve sollicité en fatigue pour deux chargements différents [LWJ+00].

2.2.3.2 Le régime thermique transitoire

Si on s'est principalement intéressé au régime thermique stable, le régime transitoire peut aussi fournir des informations intéressantes sur le comportement cyclique d'un matériau. En effet, à chaque changement de chargement (variation de l'amplitude, de la contrainte moyenne, de la fréquence de sollicitation...), les aciers peuvent éventuellement adapter leur microstructure au chargement soit par un mécanisme d'écrouissage, soit par un mécanisme d'adoucissement. Sous chargement cyclique, l'écrouissage est principalement dû à l'apparition de nouveaux obstacles directs au mouvement des dislocations ou à un arrangement particulier des dislocations (échelle, cellules, labyrinthe...) qui est parfois observé sur un acier sollicité en fatigue (voir figure 2.8). La présence d'une structure de dislocations est aussi à l'origine de contraintes internes pouvant engendrer un adoucissment. De même, les éventuels précipités intragranulaires peuvent être cisaillés au cours des cycles perdant ainsi leur effet durcissant et conduisant alors à une diminution de la limite d'écoulement. Un moyen classique de mettre en évidence l'existence d'un phénomène d'adoucissement ou d'écrouissage consiste à simplement enregistrer les courbes de comportement contrainte-déformation au fur et à mesure des cycles. Le type d'adaptation cyclique que suit le matériau s'observe alors aisément comme illustré sur la figure 2.9 sur laquelle le phénomène d'adoucissement cyclique est mis en évidence pour un acier ferritique microallié sollicité en fatigue oligocyclique. Un fort adoucissement se produit dès les premiers cycles puis les courbes de comportement ont alors tendance à se stabiliser soulignant le fait que l'adaptation de la microstructure est terminée. On propose ici un moyen alternatif, basé l'étude du régime thermique transitoire, permettant de caractériser l'adaptation du matériau. Si il existe un régime thermique stable, la dissipation intrinsèque peut se décomposer en deux parties :

$$\tilde{d}_1 = \tilde{d}_{1ad} + \tilde{d}_{1st} \tag{2.34}$$

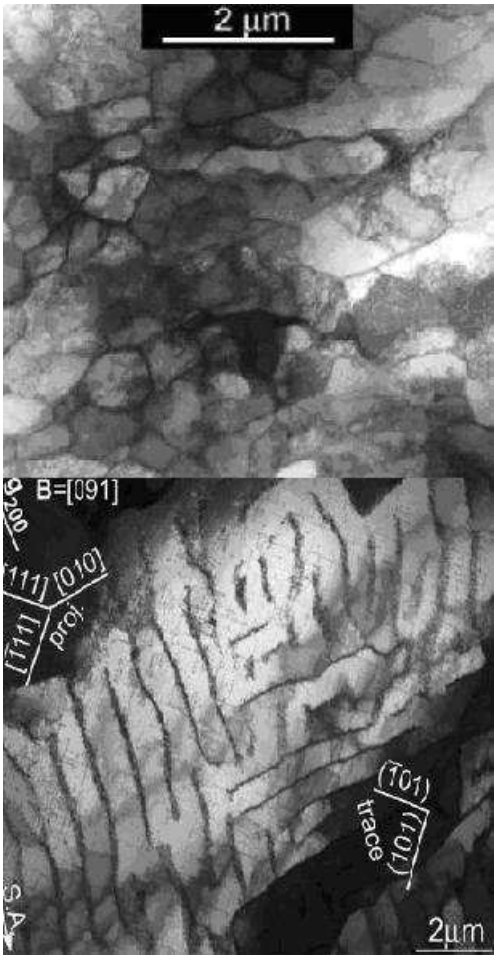


FIG. 2.8 – Structures de dislocations en cellules (haut) et en labyrinthe (bas) dans un acier ferritique X10CrAl24 après un essai de fatigue oligocyclique observées par microscopie électronique à transmission [PPOM06].

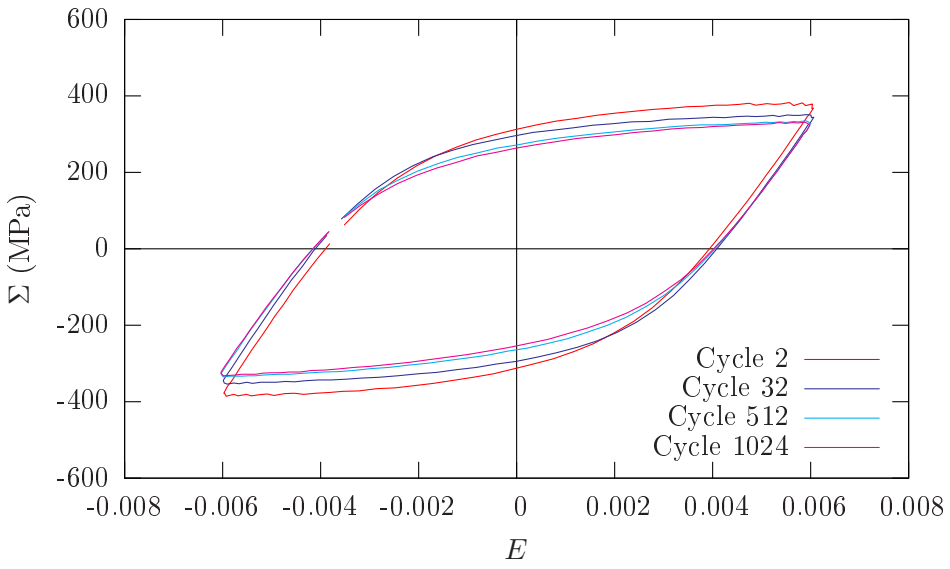


FIG. 2.9 – Courbes de comportement obtenues en fatigue oligocyclique à différents cycles pour un acier ferritique microallié montrant un adoucissement cylique.

où $\tilde{d}_{1st}$ est la partie de la dissipation intrinsèque constante sur l'ensemble de la zone utile due à des mécanismes irréversibles qui ont lieu au sein de la microstructure lorsque celle ci a terminé son adaptation. Ainsi, $\tilde{d}_{1st}$ ne dépend pas du temps et est forcément positive ou nulle comme la dissipation intrinsèque. $\tilde{d}_{1ad}$ correspond à la partie de la dissipation due à l'adaptation de la microstructure et varie au cours du temps mais doit vérifier :

$$\lim_{t\to\infty} \tilde{d}_{1ad} = 0. \tag{2.35}$$

De plus, $\tilde{d}_{1ad}$ peut être aussi bien positif que négatif. En effet, si il est positif, cela signifie que la dissipation est plus grande lors de la phase d'adaptation que pendant le régime stabilisé. Dans ce cas, la dissipation, donc la quantité et/ou l'intensité des mécanismes irréversibles, a diminué au cours du temps ce qui est à associer à un phénomène d'écrouissage de la microstructure. A l'inverse, si $\tilde{d}_{1ad}$ est de signe négatif, l'adaptation de la microstructure a conduit a un adoucissement du matériau. Par conséquent, caractériser la phase d'adaptation de la microstructure revient à déterminer le signe de $\tilde{d}_{1ad}$. La partie variable de la dissipation s'écrit :

$$\tilde{d}_{1ad} = \tilde{d}_1 - \tilde{d}_{1st} \tag{2.36}$$

or $\tilde{d}_{1st}$ s'identifie facilement à partir de la mesure de température en régime stabilisé puiqu'il existe une relation directe entre cette mesure et la dissipation intrinsèque (voir relation (2.31)). La détermination de $\tilde{d}_1$ est impossible puisqu'elle requiert la connaissance de la fonction théorique $\tilde{\theta}(t)$ en régime stabilisé et en régime transitoire. Cependant, les observations expérimentales faites lors des essais cycliques montrent que l'évolution de la température d'une valeur stable $\tilde{\theta}_i$ à une valeur stable $\tilde{\theta}_f$ est relativement bien décrite par une fonction exponentielle telle que :

$$\tilde{\theta}(t) = (\tilde{\theta}_f - \tilde{\theta}_i)(1 - e^{-t/\tau_2}) + \tilde{\theta}_i. \tag{2.37}$$

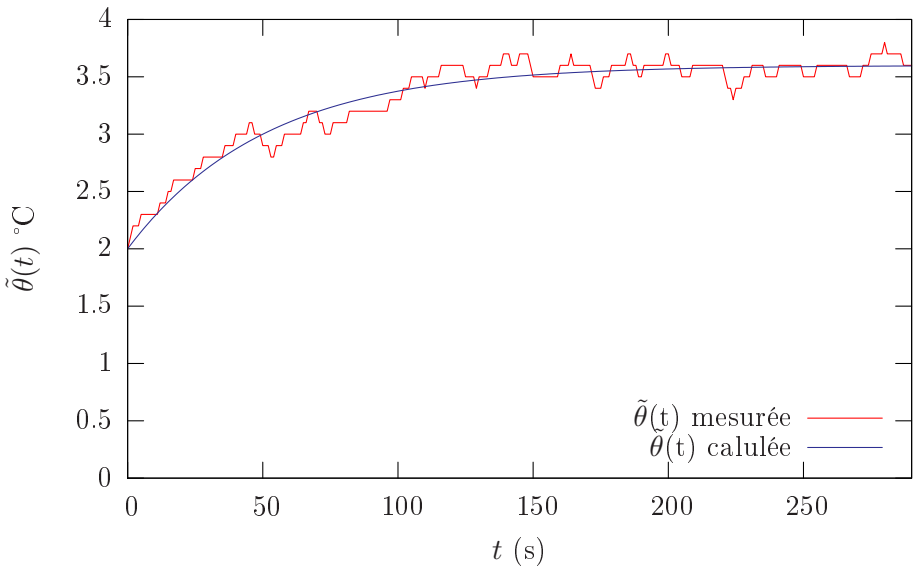


FIG. 2.10 – Evolution de la température au cours du temps mesurée pour un acier ferritique et comparée à celle donnée par l'équation (2.37).

Il est important de comprendre que cette forme de la fonction $\tilde{\theta}(t)$ n'est issue d'aucun calcul mais résulte d'une approche totalement phénoménologique puisque l'observation des courbes température-temps suggère un tel choix de fonction pour $\tilde{\theta}(t)$ (voir figure 2.10). De plus, si la constante de temps τ qui intervient dans l'équation de la chaleur (2.30) ne dépend que de paramètres liés aux fuites thermiques entre l'éprouvette et son environnement (matériau, géométrie de l'éprouvette...), cette remarque ne peut pas s'appliquer à la constante de temps τ_2. En effet, τ_2 est une constante qui prend en compte non seulement les fuites thermiques mais qui contient aussi l'évolution de la microstructure. L'estimation de l'élévation de température en fonction du temps étant fixée, $\tilde{d}_1$ est déterminée à partir de (2.30) et le calcul de $\tilde{d}_{1ad}$ donne alors la relation suivante :

$$\tilde{d}_{1ad} = m_v C_p (\tilde{\theta}_f - \tilde{\theta}_i)(\frac{\tau - \tau_2}{\tau\tau_2}) e^{-t/\tau_2}. \tag{2.38}$$

Le signe de $\tilde{d}_{1ad}$ est donc identique à celui de $(\tau - \tau_2)$. La constante τ_2 est déterminée à l'aide d'une méthode similaire à celle utilisée pour la détermination de τ basée sur la correspondance des courbes température-temps expérimentale et théorique (voir paragraphe 2.2.2). A titre d'exemple, la constante τ_2 a été calculée à chaque changement de régime thermique (stabilisé vers transitoire) lorsque le chargement décrit par le tableau 2.11 est appliqué à une éprouvette.

L'évolution du rapport τ_2/τ en fonction de l'amplitude de contrainte est alors tracée pour deux nuances distinctes (voir figures 2.18 et 2.19). Les nuances choisies afin de caractériser les phases d'adaptation sont un acier ferrititique microallié durci à l'aide de précipités intragranulaires et un acier biphasé ferrite-martensite. Les figures 2.12 et 2.15 montrent la microstructure des aciers étudiés et les caractéristiques chimiques et mécaniques sont données par les figures 2.13, 2.14, 2.16 et 2.17.

Σ_a (MPa)	Nombre de cycles
50	10000
100	10000
150	10000
200	10000
250	10000

FIG. 2.11 – Chargement appliqué en vue de caractériser la phase d'adaptation des aciers ferritique microallié et ferrite-martensite.

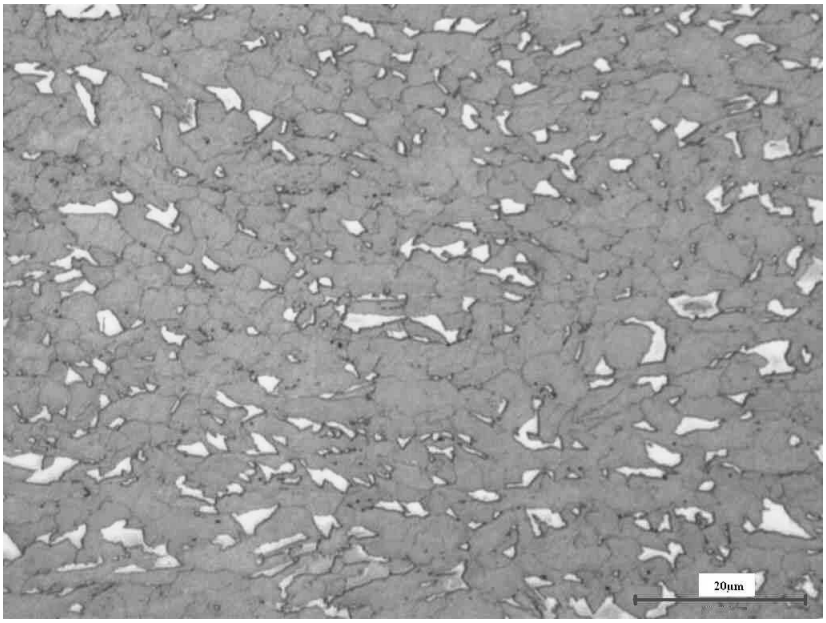


FIG. 2.12 – Microstructure de l'acier ferrite-martensite (Attaque de Lepera).

C (ppm)	Mn (ppm)	N (ppm)	Si (ppm)
115	1443	51	371

FIG. 2.13 – Composition chimique de l'acier ferrite-martensite.

Σ_y (MPa)	R_m (MPa)	A (%)
425	676	22,6

FIG. 2.14 – Caractéristiques mécaniques de l'acier ferrite-martensite.

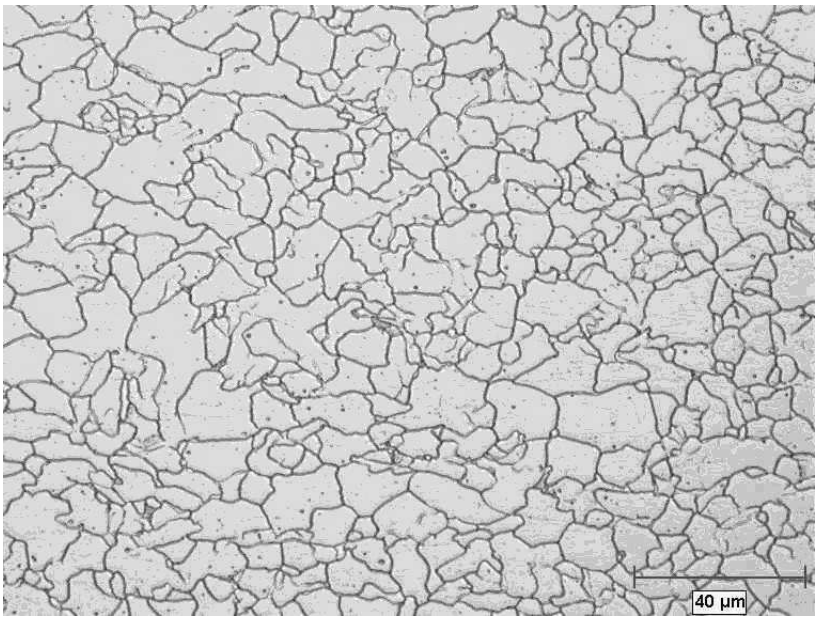


FIG. 2.15 – Microstructure de l'acier ferritique microallié.

C (ppm)	Mn (ppm)	N (ppm)	Si (ppm)
440	1700	42	110

FIG. 2.16 – Composition chimique de l'acier ferritique microallié.

Σ_y (MPa)	R_m (MPa)	A (%)
345	403	27,8

FIG. 2.17 – Caractéristiques mécaniques de l'acier ferritique microallié.

Dans le cas de l'acier ferritique microallié, l'étude du rapport τ_2/τ permet de mettre en évidence que, selon la contrainte appliquée, l'adaptation de la microstructure est différente. En effet, pour les faibles amplitudes de sollicitations, un phénomène d'écrouissage se manifeste ($\tau_2/\tau < 1$). Il est sans doute dû à un blocage rapide des dislocations car les dislocations qui n'ont que peu d'obstacles initiaux à leur mouvement sont rapidement ralenties par d'autres dislocations dont la mobilité est plus réduite. Inversement, pour de plus fortes amplitudes de contraintes, un adoucissement du matériau est observé ($\tau_2/\tau > 1$). Il est légitime de penser qu'il est associé à la mise en place d'un arrangement particulier des dislocations qui induit des contraintes internes à l'origine d'une diminution de la contrainte nécessaire à l'avancée des dislocations.

Pour l'acier ferrite-martensite, les conséquences du chargement cyclique sont similaires quelle que soit l'amplitude de contrainte considérée. L'étude du rapport des deux constantes de temps montre que, pour toutes les amplitudes de chargement, l'application d'une sollicitation cyclique engendre des modifications microstructurales provoquant un écrouissage de l'acier.

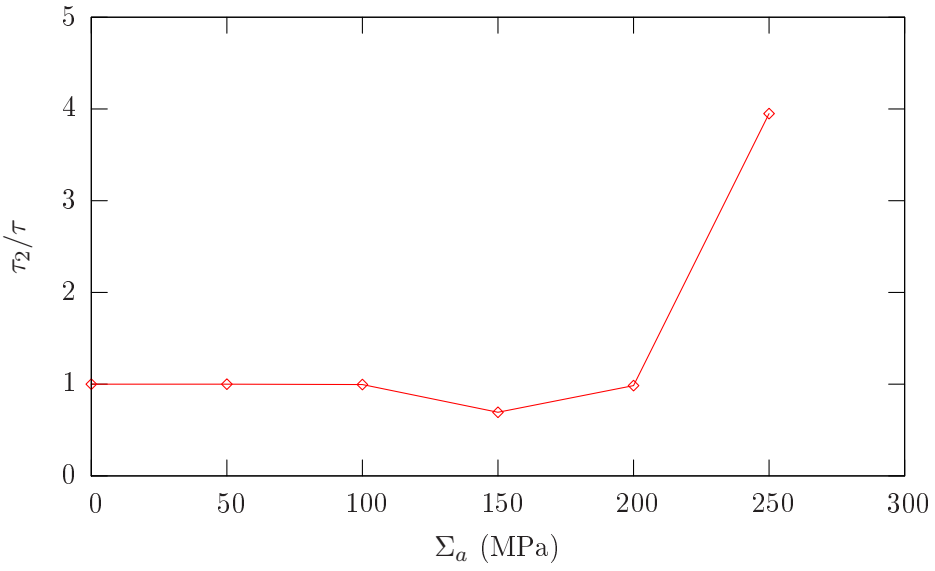


FIG. 2.18 – Evolution du rapport τ_2/τ en fonction de l'amplitude du chargement pour un acier ferritique microallié.

La méthode proposée offre donc la possibilité de caractériser l'adaptation cyclique d'un matériau bien que les déformations plastiques soient très faibles. A l'opposé, les courbes de comportement cycliques rendent possible l'observation des phénomènes d'écrouissage ou d'adoucissment seulement si la déformation plastique est clairement visible c'est à dire principalement dans le domaine de la fatigue oligocyclique. La méthode proposée ici, basée sur le suivi de température pendant le régime transitoire, peut donc être appliquée aussi bien dans le cadre de la fatigue oligocyclique que dans celui de l'endurance où les moyens de mesure classiques (extensométrie, jauges de déformation...) ne permettent plus de mettre en évidence l'adaptation cyclique.

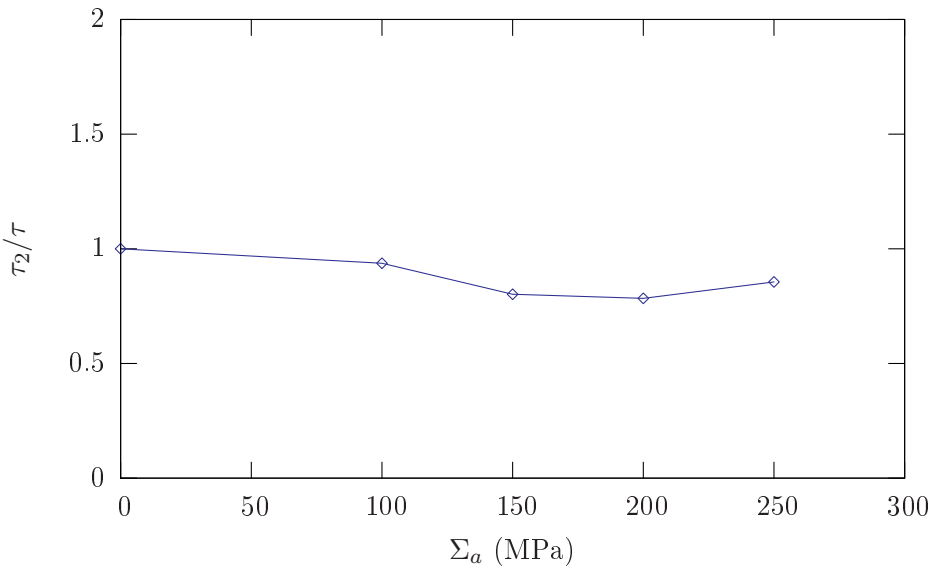


FIG. 2.19 – Evolution du rapport τ_2/τ en fonction de l'amplitude du chargement pour un acier ferrite-martensite.

2.2.3.3 Distribution spatiale des sources de dissipation

Depuis le milieu des années 1990, le développement des caméras infrarouges a engendré un net progrès en matière de suivi de température lors d'essais cycliques [Luo95] [RR00] [MCDG04] ou monotones [CL98] [LC01] [YLW+04]. En effet, ces dernières fournissent non pas une mesure locale mais une cartographie en 2D du champ de température à la surface de l'éprouvette et disposent d'une résolution temporelle largement supérieure à celle des thermocouples. La connaissance du champ de température 2D $\overline{\theta}(x, y, t)$ permet ainsi, lors d'essais cycliques, par intégration de l'équation de la chaleur sous sa forme (2.26) de fournir une cartographie de la dissipation en surface de l'éprouvette. Cette intégration reste néanmmoins difficile car le rapport signal/bruit est élevé et il nécessaire d'avoir une bonne résolution spatiale afin d'estimer correctement les termes issus du calcul du laplacien du champ de température qui interviennent dans l'équation de la chaleur. Ce procédé permet tout de même de souligner la forte hétérogénéité des essais de fatigue à l'échelle mésoscopique [Bou04] et de prévoir le lieu d'apparition de la fissure macroscopique qui va provoquer la ruine de l'éprouvette car celui-ci se situe toujours dans une zone de forte dissipation (voir figure 2.20) [BWCG07].

2.3 Conclusions

Ce chapitre a permis de préciser les hypothèses thermomécaniques qui justifient l'estimation de la dissipation moyenne par cycle à partir de la mesure de l'élévation de température. Ces hypothèses sont soit liées à la représentation thermodynamique choisie (TPI, axiome de l'état local...) soit des conséquences des moyens de mesure mis en place (thermocouples). L'estimation de la dissipation moyenne par cycle en

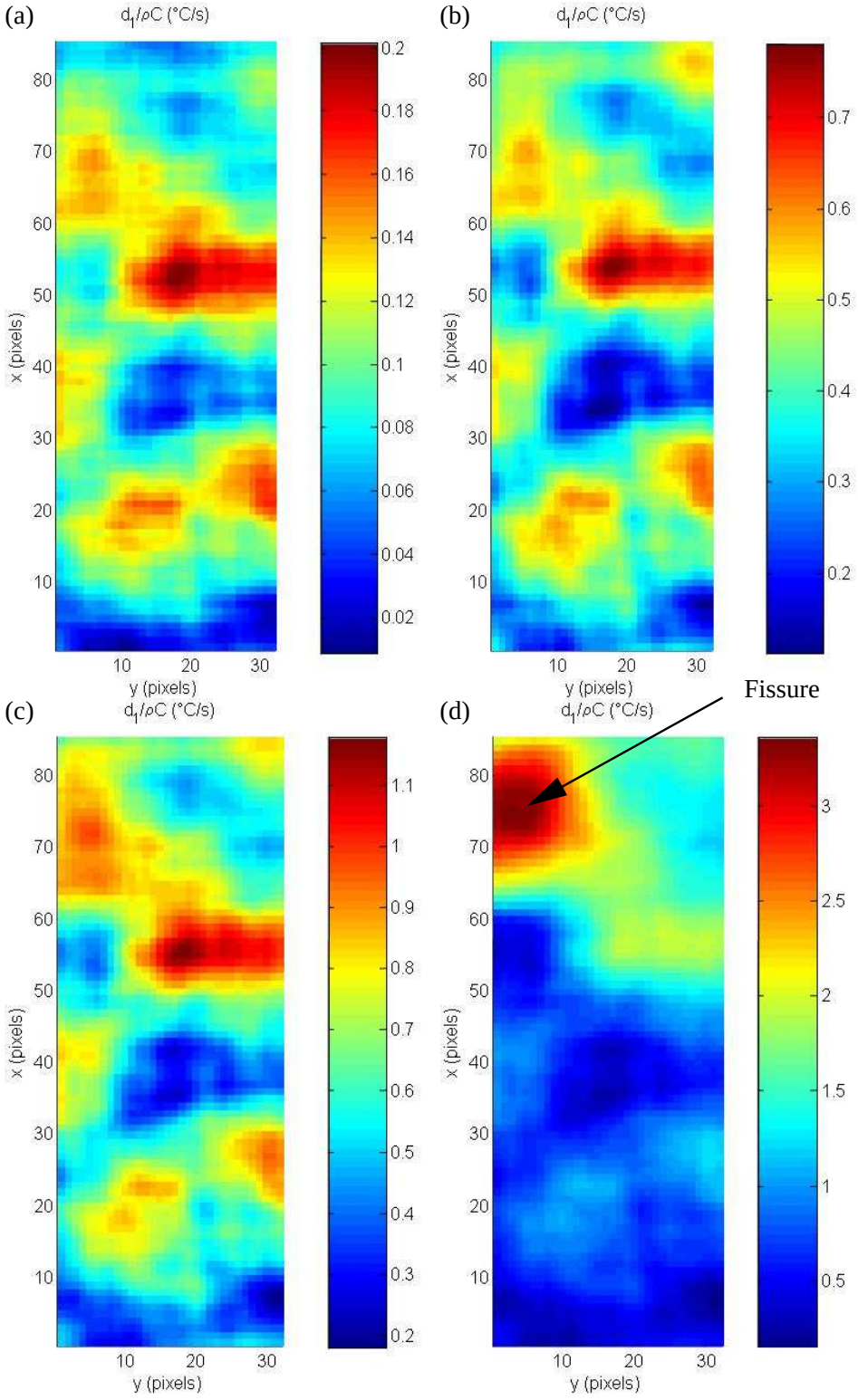


FIG. 2.20 – Cartographie de la dissipation moyenne par cycle d'un acier dual-phase (ferrite-martensite) pour différentes amplitudes de contrainte : (a) $\Sigma_a = 135$ MPa (b) $\Sigma_a = 173$ MPa (c) $\Sigma_a = 230$ MPa (d) $\Sigma_a = 230$ MPa juste avant fissuration [BWCG07].

régime stabilisé permet d'obtenir les courbes d'échauffement qui constituent une représentation simple de la quantité de phénomènes irréversibles (d'un point de vue thermodynamique) en fonction de l'amplitude du chargement appliqué. Enfin, une méthode originale, basée sur le suivi de température dans le régime thermique transitoire, a été proposée afin de caractériser l'adaptation microstructurale d'un matériau à chaque changement de chargement qui lui est imposé bien et qui constitue ainsi une alternative aux moyens de mesure classiques incapables de mesurer les très faibles déformations plastiques. L'outil expérimental développé doit maintenant permettre d'alimenter le modèle dont l'objectif est de fournir une description physique des mécanismes dissipatifs (qui restent à identifier avec précision) et de leurs interactions avec la microstructure. Cette description physique qui doit se faire à l'échelle microscopique est l'objet du prochain chapitre.

Bibliographie

[Bou04] T. Boulanger. *Analyse par thermographie infrarouge des sources de chaleur induites par la fatigue des aciers.* PhD thesis, Université Montpellier II, 2004.

[BWCG07] B. Berthel, B. Watrisse, A. Chrysochoos, and A. Galtier. Thermographic analysis of fatigue dissipation properties of steel sheets. *Strain (In Press)*, 2007.

[CL98] A. Chrysochoos and H. Louche. Analyse thermographique des mécanismes de localisation dans des aciers doux. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 326 :345–352, 1998.

[CL00] A. Chrysochoos and H. Louche. An infrared image processing to analyse the calorific effects accompanying strain localisation. *International Journal of Engineering Science*, 38 :1759–1788, 2000.

[Gal93] A. Galtier. *Contribution à l'étude de l'endommagement des aciers sous sollicitations uni ou multi-axiales.* PhD thesis, ENSAM Bordeaux, 1993.

[GNS83] P. Germain, Q.S. NGuyen, and P. Suquet. Continuum thermodynamics. *Journal of Applied Mechanics*, 50 :1010–1020, 1983.

[LC90] J. Lemaitre and J.L. Chaboche. *Mécanique des matériaux solides.* Dunod, 1990.

[LC01] H. Louche and A. Chrysochoos. Thermal and dissipative effects accompanying lüders band propagation. *Materials Science and Engineering*, A307 :15–22, 2001.

[Lou99] H. Louche. *Analyse par thermographie infrarouge des effets dissipatifs de la localisation dans les aciers.* PhD thesis, Université Montpellier II, 1999.

[Luo95] M.P. Luong. Short-time measurement of fatigue limit of metals using infrared thermographic technique. *La revue de métallurgie*, pages 203–212, 1995.

[LWJ+00] P.K. Liaw, H. Wang, L. Jiang, B. Yang, J.Y. Huang, R.C. Kuo, and J.G. Huang. Thermographic detection of fatigue damage of pressure vessel steels at 1.000 hz and 20 hz. *Scripta mater.*, 42 :389–395, 2000.

[Mau92] G. Maugin. *The Thermomechanics of Plasticity and Fracture.* Cambridge University Press, 1992.

[MCDG04] A.E Morabito, A. Chrysochoos, V. Dattoma, and U. Galietti. Analysis of thermoelastic and dissipative effects related to the fatigue of 2024 t3 aluminium alloy. *Journal of Quantitative infrared Thermography*, 1 :99–116, 2004.

[PPOM06] M. Petrenec, J. Polak, K. Obrtlik, and J. Man. Dislocation structures in cyclically strained x10cral24 ferritic steel. *Acta Materialia*, 54 :3429–3443, 2006.

[RR00] G. La Rosa and A. Risitano. Thermographic methodology for rapid determination of the fatigue limit of materials and mechanical components. *International Journal of Fatigue*, 22 :65–73, 2000.

[YLW+04] B. Yang, P.K. Liaw, G. Wang, M. Morrison, C.T. Liu, R.A. Buchanan, and Y. Yokoyama. In-situ thermographic observation of mechanical damage in bulk-metallic glasses during fatigue and tensile experiments. *Intermetallics*, 41 :1265–1274, 2004.

Chapitre 3

Modélisation du comportement du monocristal

Sommaire

3.1 Identification des mécanismes dissipatifs 44
3.1.1 Le régime inélastique 45
3.1.2 Le régime anélastique 49
3.1.3 Mise en évidence de l'existence de deux régimes à partir de mesure de température 52
3.2 Lois de glissement et lois d'écrouissage 58
3.2.1 Cadre de la plasticité cristalline 58
3.2.2 Loi de glissement anélastique 61
3.2.3 Loi de glissement inélastique 65
3.2.4 Cission critique 67
3.2.5 Ecrouissage intragranulaire 67
3.2.6 Formulation sécante 75
3.3 Définition des variables internes 76
3.4 Conclusions 77

La mise en place d'un modèle micro-macro pertinent nécessite d'identifier distinctement les mécanismes dissipatifs et d'en faire une description cohérente à l'échelle microscopique à travers laquelle l'influence de la microstructure doit clairement apparaître. Ainsi, l'objet de ce chapitre est l'identification et la modélisation à l'échelle monocristalline des mécanismes dissipatifs qui sont associés à des mouvements de dislocations anélastiques ou inélastiques (viscoplastiques). La principale difficulté réside dans le fait que les déformations mises en jeu sont très faibles et les moyens de mesure classiques (jauges de déformation, extensométrie...) ne sont pas adaptés. Une méthode expérimentale, basée sur la mesure de température, est donc proposée pour mettre en évidence l'existence de deux mécanismes différents puis, à partir du cadre de la plasticité cristalline, les lois de glissement et les lois d'écrouissage qui sont utilisées pour décrire le comportement monocristallin sont précisées. Enfin, l'identification des mécanismes autorise une définition claire des variables internes et permet

donc de préciser comment est réalisé le calcul de la dissipation intrinsèque locale par le modèle.

3.1 Identification des mécanismes dissipatifs

Les aciers plats au carbone qui font l'objet de cette étude sont constitués en grande partie voire en totalité de cristaux de ferrite qui possèdent une structure cristalline cubique centrée (CC). Suivant le mode d'obtention (laminage à chaud ou à froid) ou le type de traitement thermique subi, ces aciers contiennent une certaine quantité initale de défauts linéaires, les dislocations, dont les mouvements sont à l'origine de la dissipation intrinsèque et de l'amorçage des microfissures (voir 1.3.1). Les interactions entre ces défauts (anihilation, formation de dipôles, empilements...) sont nombreuses et complexes et il est important de bien les comprendre si l'on veut aboutir à une modélisation cohérente de leur comportement. L'observation des courbes d'échauffement obtenues pour différentes nuances d'aciers (voir figure 3.1) montre que deux domaines peuvent être distingués plus ou moins clairement :

- pour les faibles amplitudes de sollicitations, une faible dissipation moyenne par cycle peut être mesurée.
- lorque les amplitudes de sollicitations sont plus élevées, une forte augmentation de la dissipation est généralement observée.

L'existence de deux domaines distincts sur les courbes d'échauffement conduit à penser que les mécanismes dissipatifs dus au mouvement des dislocations sont différents selon l'amplitude de contrainte considérée.

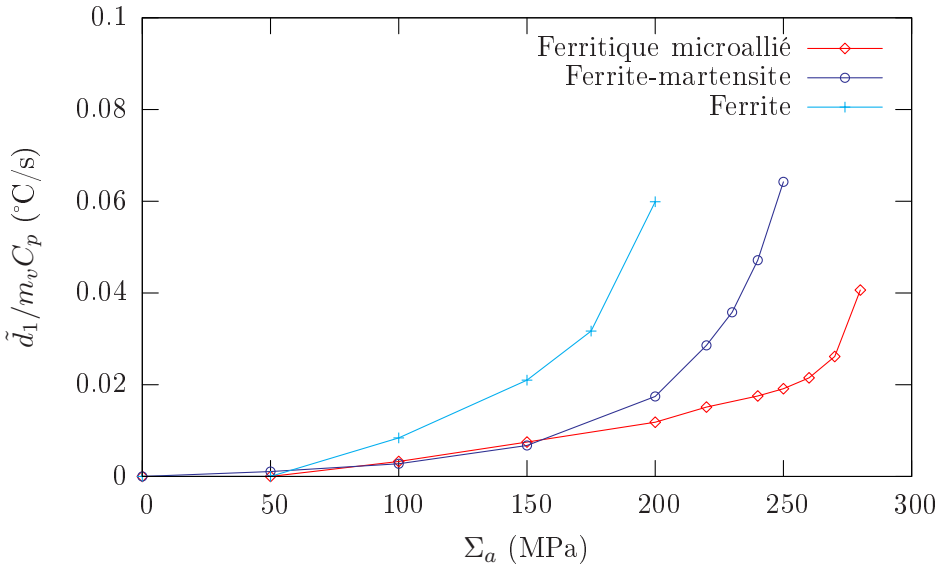


FIG. 3.1 – Comparaison des courbes d'échauffement obtenues pour différentes nuances : acier ferritique, acier ferritique microallié et acier ferrite-martensite.

3.1.1 Le régime inélastique

Dans les métaux cubiques centrés (fer α, crome, molybdène...), le glissement plastique est régi par le mouvement des dislocations vis. En effet, à faible température, la mobilité des dislocations vis est beaucoup plus réduite que celle des dislocations coins dont la mobilité dépend peu de la température [LKV79] [TKC98]. Cette dépendance de la mobilité des dislocations vis à vis de la température s'observe par exemple sur les courbes de comportement de polycristaux de molybdène obtenues à différentes températures : plus la température est élevée et plus le mouvement des dislocations est facile (voir figure 3.2). Le glissement des dislocations vis est donc

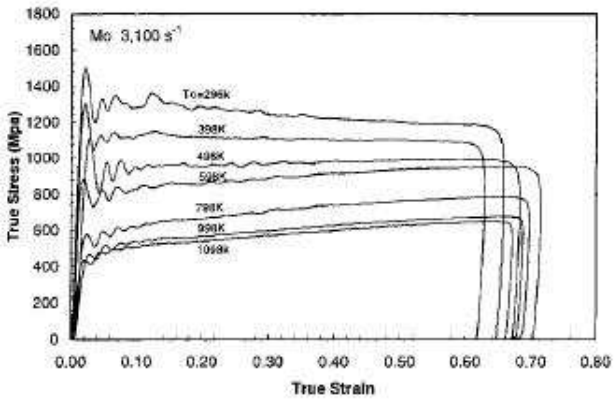


FIG. 3.2 – Courbes de comportement obtenues à différentes températures lors d'essais adiabatiques sur des polycristaux de molybdène [NNGL99].

thermiquement activé. Le régime thermiquement activé s'arrête au delà d'une température dite de transition pour laquelle la mobilité des dislocations vis est proche de celle des dislocations coins. Cette température de transition est de l'ordre de l'ambiante dans le cas des aciers doux [LKD92] et est estimée en suivant l'évolution de la contrainte maximale en traction et du volume d'activation d'un acier ferritique en fonction de la température [DRSM00] (voir figure 3.3). Cette évolution souligne bien l'existence d'une température seuil au delà de laquelle la limite élastique ne varie que très peu. De plus, la température de transition n'est pas indépendante de la vitesse de déformation et de la composition chimique [YJHF92]. En effet, les conséquences d'une augmentation de la vitesse de déformation peuvent être compensées par une élévation de la température comme le montrent Campbell et Ferguson dans le cas d'un acier doux [CF70] (voir figure 3.4).

Cette augmentation de la mobilité des dislocations vis à partir de la température de transition est due aux obstacles de Peierls. En effet, depuis les travaux de Peierls [Pei40] et Nabarro [Nab47], on sait que les dislocations vis sont soumises à un très fort frottement de réseau. Ce frottement de réseau, qui est une conséquence de la structure de coeur des dislocations vis, est à l'origine d'une force, la force de Peierls, qui constitue un obstacle fort au mouvement des segments vis des dislocations et dont l'intensité est généralement décrite par une fonction sinusoïdale [FJW51]. Les dislocations vis ont ainsi tendance à s'immobiliser dans les zones de minimum d'énergie qui correspondent aux vallées de la fonction sinusoïdale : les vallées de Peierls. Bien que l'énergie requise par les dislocations vis pour vaincre la force de peierls soit

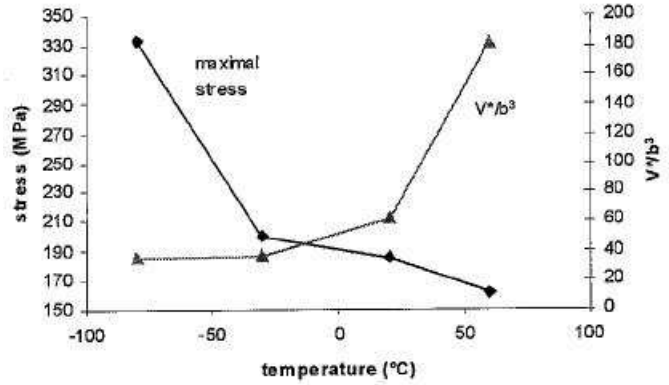


FIG. 3.3 – Contraintes maximales en traction et volumes d'activation d'un acier sans interstitiels en fonction de la température [DRSM00].

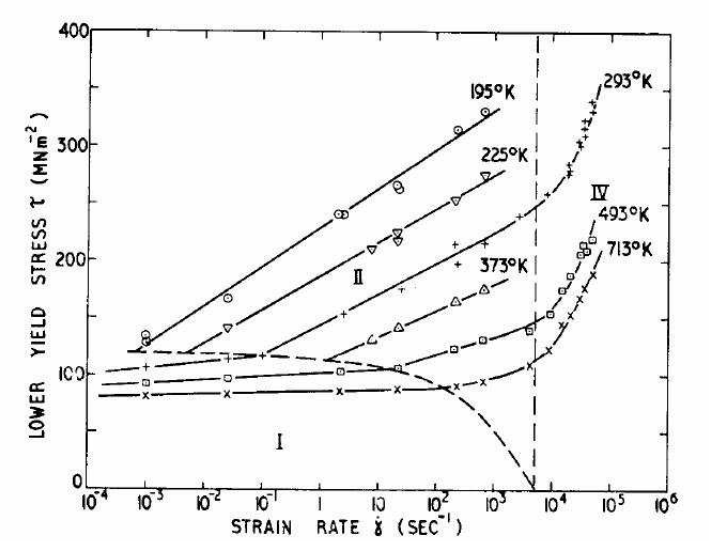


FIG. 3.4 – Limites d'écoulement en cisaillement d'un acier en fonction de la vitesse de déformation pour différentes températures [CF70].

très élevée, la formation de doubles décrochements donne la possibilité aux segments vis de franchir les obstacles de Peierls par morceaux comme l'illustre la figure 3.5 et nécessite donc moins d'énergie que si la dislocation progressait sur toute sa longueur. Les doubles décrochements formés contiennent une partie vis et une partie coin de dislocation.

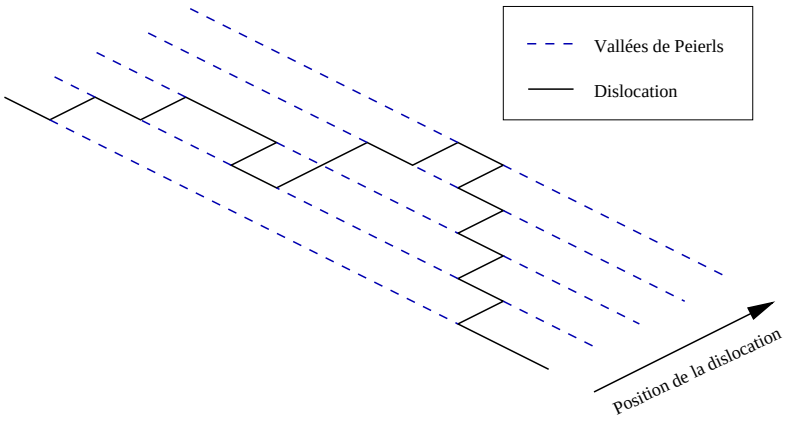


FIG. 3.5 – Illustration du franchissement des obstacles de Peierls par une dislocation vis par formation de doubles décrochements.

L'énergie nécessaire à la création des doubles décrochements est fournie à la fois par la température et par le champ de contrainte. Ainsi, lorsque l'énergie des dislocations vis est faible, seuls quelques doubles décrochements isolés apparaissent alors que, lorsqu'elle devient plus importante, le glissement des dislocations vis se fait par avalanches de doubles décrochements [CFR06]. Dans le cadre de nos essais cycliques, la température varie peu (de 25°C à 35°C). Par conséquent, l'énergie fournie par la température est à peu près constante et le complément d'énergie à apporter pour que les dislocations vis puissent franchir les obstacles de Peierls provient du champ de contrainte. La contrainte alternative doit donc être d'amplitude suffisamment élevée pour fournir ce complément d'énergie.

La dissipation élevée induite par l'application de fortes amplitudes de contraintes est donc due à l'apparition du glissement viscoplastique rendu possible par la mobilité des dislocations vis. Le glissement des dislocations engendre ainsi une déformation permanente à l'opposition de la déformation élastique qui est réversible et un accroissement sensible de la dissipation moyenne par cycle. Cette hypothèse est corroborée par les observations de surface d'éprouvettes sollicitées en fatigue faites par Galtier et al. [GBL02]. Il montre que, dans le cas d'un acier principalement ferritique, l'apparition de bandes de glissement permanentes en surface, dont l'origine est le glissement plastique irréversible, a lieu dès lors que l'amplitude de contrainte est supérieure à une amplitude critique dite contrainte de réversibilité (Σ_{rev}) qui est estimée via la méthode expliquée en annexe A (voir figures 3.6 et 3.7). Cette contrainte de réversibilité coincide avec l'amplitude de contrainte à partir de laquelle la dissipation augmente fortement et semble donc confirmer que c'est le glissement viscoplastique qui est la cause de la forte dissipation lorsque l'amplitude de contrainte est élevée.

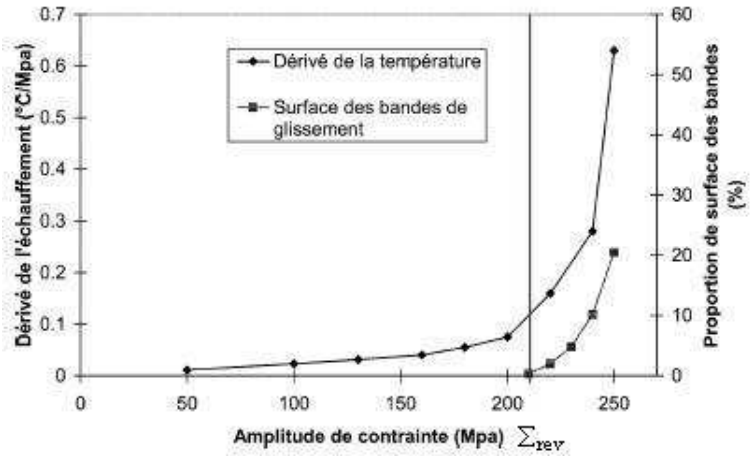


FIG. 3.6 – Evolution de la proportion de surface des bandes de glissement permanentes et de la dérivée de la température en fonction de l'amplitude de contrainte pour un acier ferritique contenant quelques ilôts de perlite [GBL02].

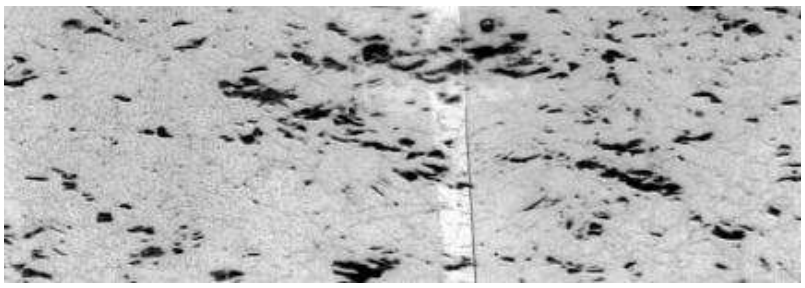


FIG. 3.7 – Observation de la surface d'un acier ferritique contenant quelques ilôts de perlite après 400 000 cycles de sollicitations à une amplitude de 240 MPa [GBL02].

3.1.2 Le régime anélastique

Le glissement viscoplastique requiert de fortes amplitudes de contraintes ($\Sigma_a \geq \Sigma_{rev}$) pour avoir lieu dans le cas des réseaux cristallins cubiques centrés et cela se traduit sur les courbes d'échauffement par une forte augmentation de la dissipation moyenne par cycle dès lors que l'amplitude de contrainte est suffisante. Cependant, en dessous de la contrainte de réversibilité (on parle ici de réversibilité au sens d'un phénomène qui n'engendre pas de déformation permanente), la dissipation n'est pas nulle et il existe donc des phénomènes irréversibles (d'un point de vue thermodynamique) même pour les faibles amplitudes de contraintes.

Le glissement plastique requiert un mécanisme de création de dislocations. Les sources de Frank-Read constituent ainsi le moyen d'accomoder la déformation en fournissant les dislocations nécessaires. Les lignes de dislocations, lorsqu'elles sont ancrées entre deux obstacles (autres dislocations, particules...), restent dans une position stable si elles sont libres de contraintes (figure 3.8 (a)). En revanche, sous l'action de la force de Peach-Köhler, elles se courbent afin de maintenir un équilibre entre la cission effective τ_{eff} qui s'excerce sur le système de glissement et la tension de ligne (figures 3.8 (b) et (c)). Le rayon de courbure R de la dislocation est alors donnée par la relation suivante qui découle de l'équilibre entre les forces :

$$R = \frac{\mu b}{2\tau_{eff}} \tag{3.1}$$

b étant la norme du vecteur de Bürgers de la dislocation. Aussi, sous l'action de la cission effective, le rayon diminue jusqu'à une valeur minimale pour laquelle la configuration de la ligne devient instable et forme une boucle (figure 3.8 (d)). Du fait que le rayon de courbure ne peut pas être inférieur à la moitié de la distance entre les obstacles l, la cission critique, qui marque de le début de l'instablilité de la ligne de dislocation, s'écrit :

$$\tau_c = \frac{\mu b}{l}. \tag{3.2}$$

Par le mécanisme de Frank-Read, il y a formation d'une boucle qui s'expand alors sur son plan de glissement engendrant une déformation plastique irréversible (figure 3.8 (e)). Le glissement de la ligne se produit donc lorsque sa configuration devient instable. Ainsi, si la contrainte n'est pas suffisante, la ligne de dislocation ne devient pas instable et aucune boucle de dislocation ne peut alors se former. Dans ce cas, la ligne de dislocation est soumise à la fois à la contrainte effective, qui est la résultante du champ de contraintes appliqué auquel est soustrait l'effet des contraintes internes, et à la tension de ligne qui constitue une contrainte de rappel. La déformation engendrée par la courbure des segments de dislocations est donc réversible (au sens mécanique mais pas thermodynamique) puisque, même lorsque la ligne de dislocation est libre de contrainte effective, la contrainte de rappel permet de ramener la dislocation dans sa position d'équilibre [GL56][Fea99]. Ce mode de déformation est néammoins difficilement observable tant les déformations mises en jeu sont faibles et donc incompatibles avec la sensibilité des appareils de mesure classiques. Cependant, Mughrabi [Mug01] a obtenu des images par microscopie électronique à transmission de dislocations ancrées entre obstacles et courbées sous l'action du champ de contraintes pour des monocristaux de cuivre (voir figure 3.9). De plus, une chute du module d'Young apparent associée à ce type de mécanismes a été être observée

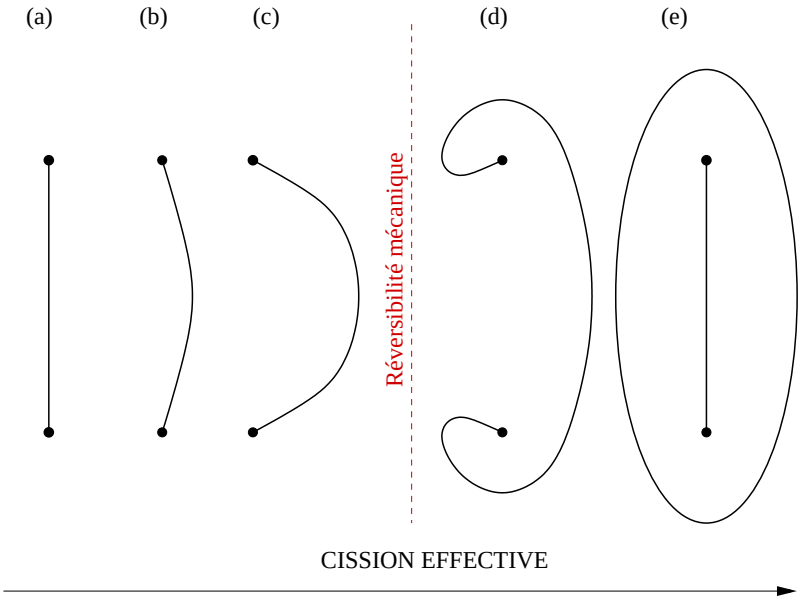


FIG. 3.8 – Evolution d'une ligne de dislocation ancrée entre deux points lorsque la cission effective augmente.

sur des polycristaux de cuivres et sur un acier austénitique [LA87]. Si cette représentation est bien adaptée aux structures CFC pour lesquelles les forces de Peierls sont faibles, dans le cas des structures cristallines CC, la courbure des lignes de dislocations nécessite le franchissement des obstacles de Peierls par les dislocations vis. Les mesures de frottement interne réalisées sur des monocristaux de molybdène (voir figure 3.10) montrent l'existence d'un pic de relaxation autour de 300K et 100Hz [See04]. Seeger associe ce pic à un phénomène de relaxation des dislocations vis par formation de doubles décrochements.

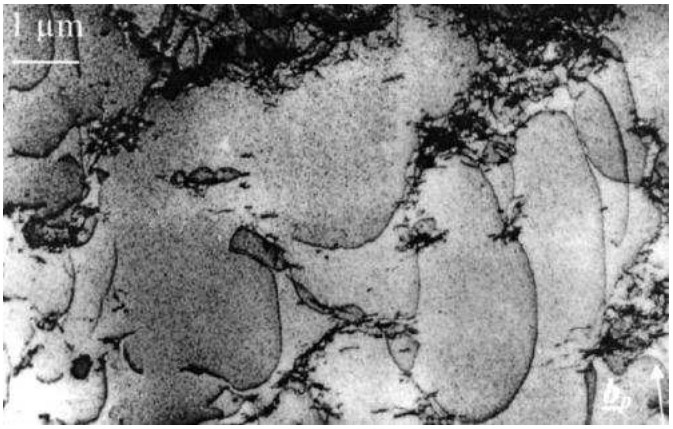


FIG. 3.9 – Observation de la courbure des segments de dislocations ancrées entre obstacles dans un monocristal de cuivre par microscopie électronique à transmission [Mug01].

Les résultats obtenus par Astié montrent que sous l'action d'une faible contrainte,

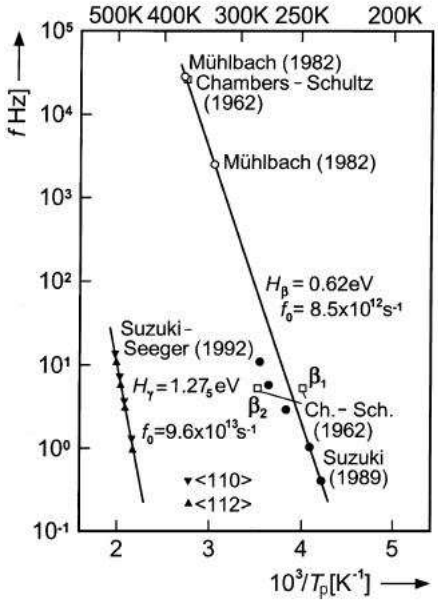


FIG. 3.10 – Position du pic de frottement interne en fonction de la température et de la fréquence dans le cas de monocristaux de molybdène [Müh82][Suz89][SS92][CS62]. Résultats compilés par Seeger [See04].

les dislocations vis contenues dans du fer α ont tendance à s'écarter de leur position d'équilibre [APG81]. La mobilité des dislocations vis, même à faibles contraintes, est suffisante pour permettre la courbure des dislocations vis par une succession de décrochements. La microdéformation induite par les courbures des lignes de dislocation est alors fortement liée au niveau de prédéformation auquel est soumis l'échantillon ce qui souligne le fait que ce type de déformation dépend de la densité de dislocations initialement présentes dans le matériau. Cette dépendance à la densité de dislocations se retrouve dans le cas d'un alliage fer-aluminium à proximité de la température ambiante où le pic de frottement interne est très lié à la prédéformation en flexion réalisée comme l'illustre la figure 3.11 [SGGN04].

Dans un soucis de clarté, il est important de préciser que certains auteurs [Fea99] utilisent le terme de microplasticité pour parler de la déformation induite par la courbure des dislocations. Néanmmoins, pour ce mode de déformation qui, à cause de la tension de ligne, n'engendre pas de déformation permanente on préferera parler d'anélasticité. Le terme de microplasticité est ainsi plutôt réservé au glissement plastique (inélastique) des dislocations qui a lieu bien que la contrainte macroscopique soit inférieure à la limite d'élasticité et qui est à l'origine d'une déformation permanente. L'opposition entre mécanismes de déformation anélastique et inélastique ne porte donc pas sur la réversibilité thermodynamique (puisque ces deux modes de déformation sont sources de dissipation) mais sur la réversibilité mécanique.

En fatigue, l'existence d'un tel mode de déformation anélastique induit une dissipation intrinsèque non-nulle car une partie de l'énergie fournie par l'application d'un chargement mécanique est transformée sous forme de chaleur. En effet, à cause du champ de contrainte alternatif, les segments de dislocations oscillent autour d'une position moyenne. De plus, comme pour le glissement plastique, le déplacement des

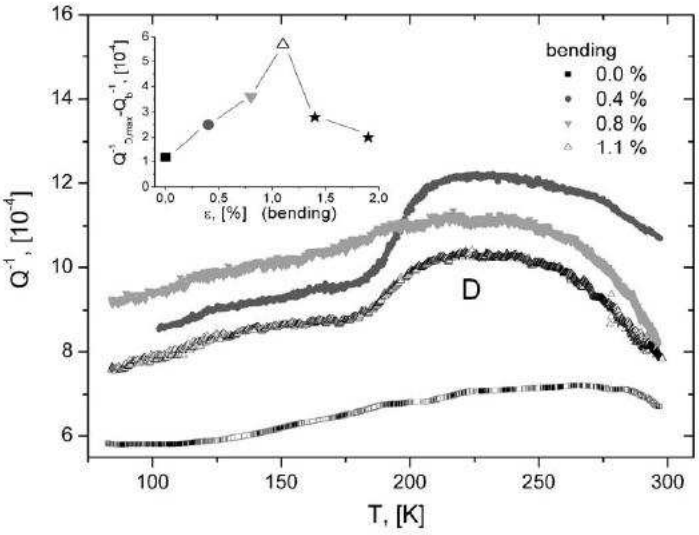


FIG. 3.11 – Amortissement (Q^{-1}) en fonction de la température à 225 Hz dans le cas d'un alliage fer-aluminium pour différentes prédéformations en flexion [SGGN04].

dislocations sous forme d'un arc de cercle est gêné par le frottement entre les dislocations et le réseau cristallin ce qui engendre une dissipation de chaleur. La valeur du coefficient de frottement est très liée à la composition chimique et en particulier à la présence éventuelle d'atomes en solution. On est donc en présence d'un mécanisme dissipatif anélastique qui est à l'origine d'une faible dissipation de chaleur, même pour de faibles amplitudes de contrainte, sans pourtant engendrer de déformation permanente comme c'est le cas pour le glissement plastique.

3.1.3 Mise en évidence de l'existence de deux régimes à partir de mesure de température

La dissipation intrinsèque dans les aciers soumis à des sollicitations cycliques semble donc être la conséquence des déplacements de dislocations. A priori, ces mouvements sont de deux types :

- anélastique : sous l'influence d'un champ de contraintes de faible amplitude, les dislocations se déplacent légèrement sans pour autant se détacher des points d'ancrage. Le frottement des dislocations avec leur environnement est la source d'une faible dissipation mais la déformation est réversible puisque la tension de ligne constitue une force de rappel ramenant les dislocations dans une position d'équilibre.
- inélastique : le glissement viscoplastique des dislocations induit une déformation permanente et une forte dissipation de chaleur mais nécessite de fortes amplitudes de contraintes afin d'obtenir l'énergie nécessaire au glissement.

La déformation totale d'une éprouvette sous chargement alterné est donc la résultante de trois contributions : élastique, anélastique et inélastique dont deux seulement sont dissipatives, l'élasticité étant parfaitement réversible d'un point de vue aussi bien thermodynamique que mécanique. Si l'existence du glissement plastique

est claire puisqu'il peut s'observer facilement au travers de la formation de bandes de glissement permanentes, le mode de déformation anélastique est beaucoup plus difficile à mettre en évidence car il n'induit aucun changement microstructural. Ainsi, afin de valider l'hypothèse d'existence de deux régimes dissipatifs différents, anélastique et inélastique, on propose d'utiliser la mesure de température comme outil permettant de différencier ces deux régimes. Maquin suggère, pour mettre en évidence l'existence de phénomènes anélastiques, de vérifier que l'énergie dissipée est une fonction quadratique de la vitesse de déformation maximale [Maq06]. De cette manière, il montre que pour un acier laminé ces phénomènes anélastiques existent bien en retrouvant la dépendance quadratique à la vitesse de déformation maximale pour deux rapports de charge différents (voir figure 3.12). Cette interprétation est cependant contestable du fait qu'elle découle d'une hypothèse forte sur la partition des déformations car Maquin considère que le taux de déformation macroscopique total est identique au taux de déformation macroscopique anélastique.

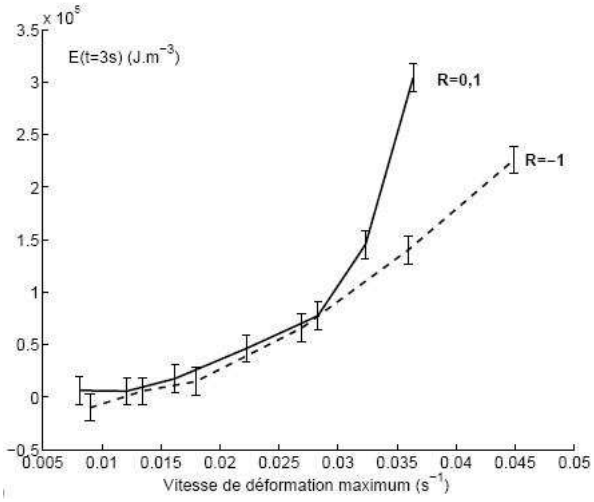


FIG. 3.12 – Energie dissipée en fonction de la vitesse de déformation maximale dans le cas d'un acier laminé pour deux rapports de charge différents [Maq06].

Afin de valider l'hypothèse d'existence de deux mécanismes différents, une approche plus discriminante est proposée ici. Elle est basée sur le fait que la dissipation a une dépendance différente vis à vis de la contrainte moyenne selon qu'elle provient de mécanismes anélastiques ou inélastiques. En effet, en considérant les trois contributions à la déformation macroscopique précédemment évoquées, la partition des déformations suivante est appliquée :

$$E = E^e + E^{an} + E^{in} \tag{3.3}$$

où E est la déformation totale macroscopique, E^e, E^{an} et E^{in} en sont respectivement les parties élastique, anélastique et inélastique. Si on suppose un comportement homogène de l'acier, une représentation rhéologique uniaxiale à l'aide d'éléments de Maxwell et de Kelvin-Voigt permet alors de décrire le comportement d'un acier soumis à des sollicitations cycliques (Voir figure 3.13).

La partie élastique de la déformation est symbolisée par un ressort de raideur μ qui n'engendre aucune dissipation intrinsèque. Le choix du ressort donne lieu à une

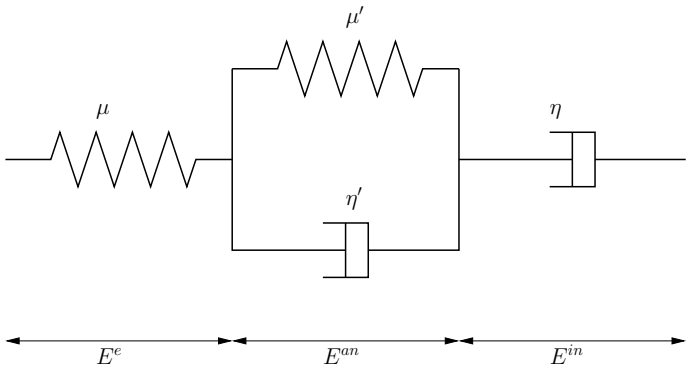


FIG. 3.13 – Représentation schématique du modèle rhéologique utilisé afin de décrire le comportement des aciers.

relation linéaire entre la contrainte et la déformation macroscopique élastique :

$$\Sigma = \mu E^e. \tag{3.4}$$

Un élément de type Kelvin-Voigt permet de décrire la relation qui existe entre la contrainte et la partie anélastique de la déformation puisqu'il tient compte à la fois du caractère visqueux de la déformation via l'amortisseur de viscosité $\eta^{'}$ tout en considérant son caractère réversible par le ressort de rappel de raideur $\mu^{'}$. La contrainte macroscopique s'écrit alors :

$$\Sigma = \mu^{'} E^{an} + \eta^{'} \dot{E}^{an} \tag{3.5}$$

et la dissipation moyenne par cycle de période T_s due à la contribution des mécanismes anélastiques s'exprime comme suit :

$$\tilde{d}_{1an} = \frac{\eta^{'}}{T_s} \int_t^{t+T_s} (\dot{E}^{an})^2 dt. \tag{3.6}$$

La partie inélastique de la déformation est représentée à l'aide d'un amortisseur. Ce modèle rhéologique tient compte à la fois du caractère visqueux et du caractère permanent de la déformation. La contrainte est alors reliée à la déformation inélastique par l'intermédiaire d'une loi visqueuse linéaire :

$$\Sigma = \eta \dot{E}^{in} \tag{3.7}$$

où η est la viscosité. La partie inélastique de la dissipation moyenne par cycle se calcule à partir de la relation suivante :

$$\tilde{d}_{1in} = \frac{\eta}{T_s} \int_t^{t+T_s} (\dot{E}^{in})^2 dt. \tag{3.8}$$

Ce modèle simple conduit à distinguer deux cas :

- l'amplitude de contrainte est faible (inférieure à la contrainte de réversibilité), la déformation inélastique est alors faible car le glissement plastique ne peut avoir lieu. La dissipation n'est alors que la conséquence des seuls mécanismes anélastiques :

$$\tilde{d}_1 = \tilde{d}_{1an}. \tag{3.9}$$

– l'amplitude de contrainte est suffisante (supérieure à la contrainte de réversibilité) pour que le glissement soit possible, la dissipation est la somme des contributions anélastique et inélastique :

$$\tilde{d_1} = \tilde{d}_{1an} + \tilde{d}_{1in}. \tag{3.10}$$

Si un chargement cyclique piloté en contrainte de valeur moyenne non nécessairement nulle, l'évolution de la contrainte en fonction du temps est donnée par la relation :

$$\Sigma = \Sigma_m + \Sigma_a \sin(2\pi f_s t). \tag{3.11}$$

La résolution de l'équation différentielle (3.5) nous donne $\dot{E}^{an}$ et la dissipation moyenne par cycle dans le cas où l'amplitude de contrainte est faible peut alors être calculée :

$$\tilde{d_1} = \tilde{d}_{1an} = \frac{2\eta^{'}(\pi f_s \Sigma_a)^2}{\mu^{'2} + 4\pi^2 f_s^2 \eta^{'2}}. \tag{3.12}$$

De la même manière, si les amplitudes de contrainte sont suffisamment élevées, $\dot{E}^{in}$ est déterminée à partir de (3.7) conduisant ainsi à l'expression suivante de la dissipation moyenne par cycle :

$$\tilde{d_1} = \tilde{d}_{1an} + \tilde{d}_{1in} = \frac{2\eta^{'}(\pi f_s \Sigma_a)^2}{\mu^{'2} + 4\pi^2 f_s^2 \eta^{'2}} + \frac{\Sigma_a^2 + 2\Sigma_m^2}{2\eta}. \tag{3.13}$$

Les deux expressions de la dissipation moyenne par cycle, selon qu'on se place aux faibles (équation (3.12)) ou aux fortes (équation (3.13)) amplitudes de contrainte, diffèrent fortement lorsqu'il s'agit d'observer l'influence de la contrainte moyenne. En effet, dans le premier cas, la contrainte moyenne ne joue aucun rôle sur la dissipation. Inversement, le rôle de la contrainte moyenne Σ_m sur la dissipation calculée dans le cas où les deux contributions (anélastique mais surtout inélastique) sont considérées est important.

Cette observation conduit donc à réaliser les courbes d'échauffement pour un acier ferritique microallié, dont les caractéristiques microstructurales, chimiques et mécaniques sont rappelées sur les figures 3.14, 3.15 et 3.16, et pour un acier ferrite-martensite (voir propriétés au chapitre 2) pour différents rapports de charges R_s avec R_s défini tel que :

$$R_s = \frac{\Sigma_m - \Sigma_a}{\Sigma_m + \Sigma_a}. \tag{3.14}$$

Les résultats, tracés sur les figures 3.17 et 3.18, sont interprétés de la manière suivante :

– si la dissipation moyenne par cyle déterminée à partir de la mesure de l'élévation de température ne dépend pas du rapport de charge, on est en présence de mécanismes anélastiques.
– à l'opposé, si le rapport de charge a une forte influence sur la dissipation moyenne par cycle, ce sont les phénomène inélastiques qui sont les sources dissipatives principales.

Les courbes d'échauffement ainsi obtenues montrent que, quelle que soit la nuance observée, pour les faibles amplitudes de contraintes la dissipation moyenne par cycle mesurée ne dépend que très peu du rapport de charge confortant ainsi l'hypothèse d'existence de mécanismes anélastiques. Inversement, pour les amplitudes de



FIG. 3.14 – Microstructure de l'acier ferritique microallié utilisé pour étudier l'influence du rapport de charge sur la dissipation intrinsèque.

C (ppm)	Mn (ppm)	N (ppm)	Si (ppm)
70	4000	127	100

FIG. 3.15 – Composition chimique de l'acier ferritique microallié utilisé pour étudier l'influence du rapport de charge sur la dissipation intrinsèque.

Σ_y (MPa)	R_m (MPa)	A (%)
456	519	19,8

FIG. 3.16 – Caractéristiques mécaniques de l'acier ferritique microallié utilisé pour étudier l'influence du rapport de charge sur la dissipation intrinsèque.

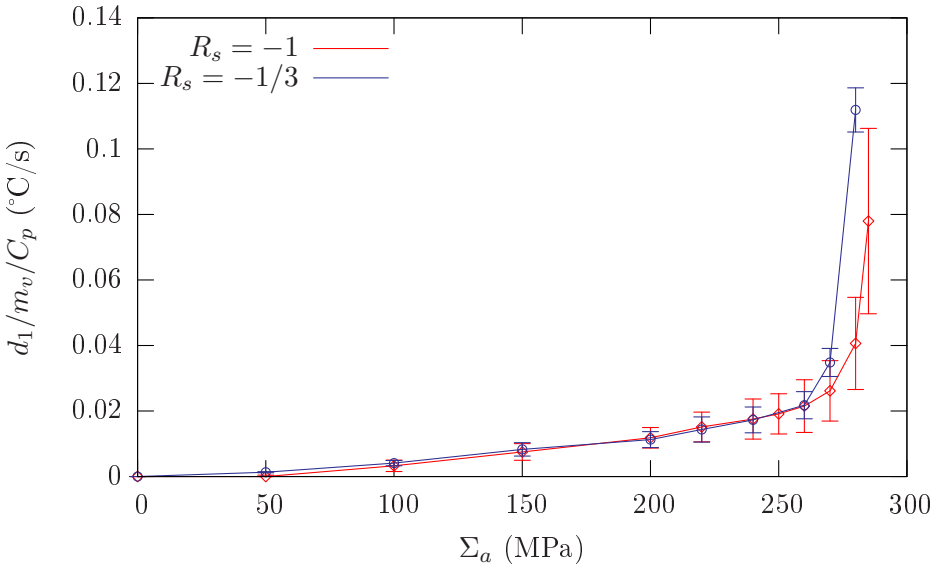


FIG. 3.17 – Courbes d'échauffement obtenues à différents rapports de charge pour un acier ferritique microallié.

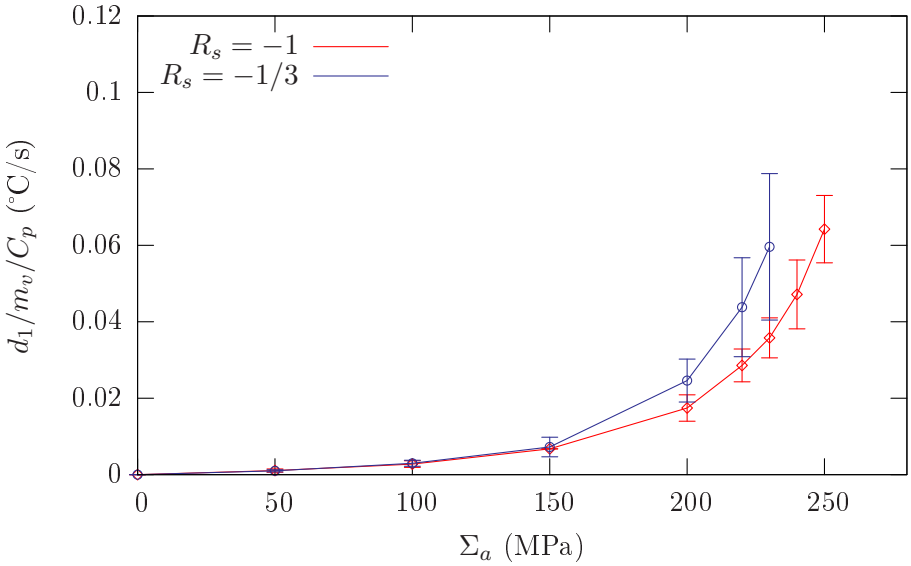


FIG. 3.18 – Courbes d'échauffement obtenues à différents rapports de charge pour un acier ferrite-martensite.

contrainte plus élevées, la dissipation moyenne par cycle estimée à partir de la mesure de température montre une très forte dépendance vis à vis du rapport de charge car la position du coude, qui marque la transition vers le régime inélastique, se déplace largement vers les plus faibles amplitudes lorsque le rapport de charge augmente. Cette forte dépendance au rapport de charge pour les amplitudes de sollicitations élevées semble valider les hypothèses sur les mécanismes dissipatifs faites précédemment. A partir de l'estimation de la dissipation moyenne par cycle, l'existence de mécanismes anélastique et inélastique a donc pu être corroborée en interprétant avec des hypothèses simples les courbes d'échauffement obtenues à différents rapports de charge.

Remarque Concernant aussi bien la description de la partie anélastique que la partie inélastique de la déformation, une loi de type visqueuse linéaire a été utilisée alors qu'a priori rien ne justifie plus particulièrement ce choix si ce n'est la simplicité des calculs qui en découle. Cependant, la conclusion qui est tirée à l'issue du calcul précédent ne dépend pas de la forme de la loi visqueuse qui est choisie. En effet, on aurait pu opter pour une loi de type puissance pour décrire la partie visqueuse de la déformation anélastique et/ou de la déformation inélastique sans que la dépendance à la contrainte moyenne ne change.

3.2 Lois de glissement et lois d'écrouissage

Le paragraphe précédent a rendu possible l'identification des mécanismes dissipatifs qui sont dus à différents modes de déplacement des dislocations. En vue de construire un modèle polycristallin capable de traduire correctement les interactions qui existent entre les mécanismes dissipatifs et la microstructure, il est nécessaire d'avoir une description physique suffisamment précise des mécanismes précédemment évoqués à l'échelle microscopique c'est à dire celle du grain. Ainsi, afin de bien décrire le comportement des dislocations selon le mode de déformation considéré (anélastique ou inélastique), le cadre de la plasticité cristalline est utilisé puisqu'il constitue un outil performant permettant d'intégrer naturellement le caractère anisotrope du glissement des dislocations qui est rattaché au réseau cristallin et ainsi de calculer la déformation due au déplacement de l'ensemble des dislocations contenues sur chaque système de glissement tout en tenant compte des interactions avec les autres systèmes.

3.2.1 Cadre de la plasticité cristalline

Le gradient de déformation du monocristal s'écrit comme le produit d'une partie élastique, due à la distorsion réversible du réseau cristallin, et d'une partie visqueuse provenant des déplacements de dislocations anélastiques ou inélastiques (voir figure 3.19). L'écriture du comportement élasto-visqueux en transformations finies conduit à l'expression suivante du gradient de transformation F [HR72] :

$$F = F^e.F^v \tag{3.15}$$

où F^e et F^v sont respectivement la partie élastique et la partie visqueuse du gradient de transformation.

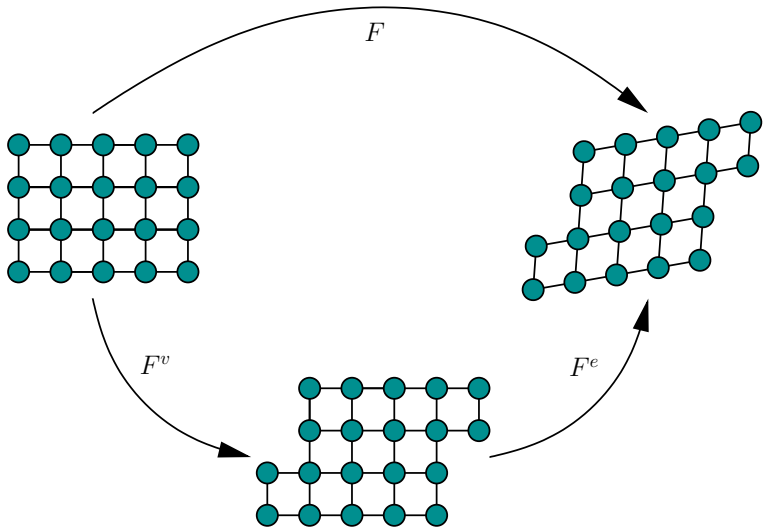


FIG. 3.19 – Description du monocristal en transformations finies : partition de la transformation en une partie élastique et une partie visqueuse.

Dans le cas des réseaux cristallins de type cubique centré, le glissement des dislocations se fait préférentiellement sur 24 systèmes de glissement. Un système de glissement g est caractérisé à la fois par un plan de glissement de vecteur normal $\overrightarrow{n}^g$ et une direction de glissement notée $\overrightarrow{m}^g$. Pour les CC, les plans de glissement, qui sont les plans denses du cristal, sont les familles de plans {110} et {112}. Les directions principales de glissement sont les directions denses du type <111> (voir figure 3.20). Chaque système de glissement g est donc indentifié de manière unique par le couple de vecteurs $(\overrightarrow{m}^g, \overrightarrow{n}^g)$. La contribution du glissement des dislocations sur les différents systèmes à l'incrément de déformation visqueux s'écrit alors :

$$F^e.\dot{F}^v.F^{v-1}.F^{e-1} = \sum_g \dot{\gamma}^g \overrightarrow{m}^g \otimes \overrightarrow{n}^g \tag{3.16}$$

où $\dot{\gamma}^g$ est la vitesse de glissement due au déplacement collectif des dislocations sur le système g.

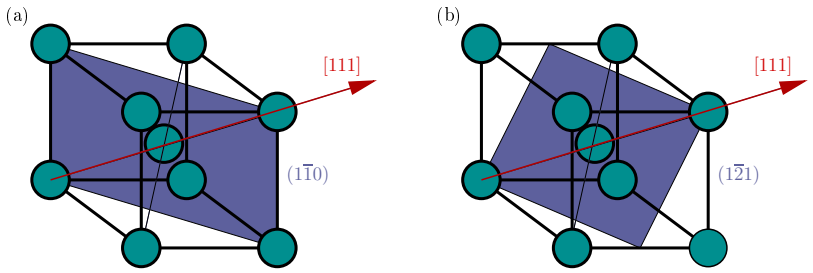


FIG. 3.20 – Systèmes de glissements dans les réseaux cubiques centrés. Système appartenant à la famille {110}<111> (a). Système appartenant à la famille {112}<111> (b).

Dans le cas de matériaux métalliques, la distorsion élastique est souvent négligeable devant la déformation plastique. L'hypothèse des petites déformations conduit alors à restreindre l'expression du gradient de vitesse à sa forme suivante [FF04] :

$$\dot{F}.F^{-1} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^v + \dot{\omega}^e + \dot{\omega}^v \tag{3.17}$$

avec $\dot{\varepsilon}^e$ et $\dot{\omega}^e$ qui sont respectivement les parties symmétrique et antisymmétrique de la partie élastique du gradient de vitesse $\dot{F}^e.F^{e-1}$ et qui représentent respectivement le tenseur des taux de déformation élastique et le tenseur des taux de rotation élastique. De même, $\dot{\varepsilon}^v$ et $\dot{\omega}^v$ sont les parties symmétrique et antisymmétrique de la partie visqueuse du gradient de vitesse telle qu'elle est définie par l'équation (3.16). Le tenseur de Schmid P, donné par la relation suivante :

$$P^g = \sum_g \overrightarrow{m}^g \otimes \overrightarrow{n}^g, \tag{3.18}$$

peut se décomposer en une partie symmétrique R et une partie antisymmétrique S :

$$R^g_{ij} = \frac{1}{2}\sum_g (m^g_i n^g_j + m^g_j n^g_i) \tag{3.19}$$

$$S^g_{ij} = \frac{1}{2}\sum_g (m^g_i n^g_j - m^g_j n^g_i) \tag{3.20}$$

de sorte que :

$$\dot{\varepsilon}^v_{ij} = \sum_g R^g_{ij}\dot{\gamma}^g \tag{3.21}$$

soit le tenseur des taux de déformation visqueuse et

$$\dot{\omega}^v_{ij} = \sum_g S^g_{ij}\dot{\gamma}^g \tag{3.22}$$

soit le tenseur des taux de rotation visqueuse. Le taux de déformation en chaque point est donc la somme des taux de déformation visqueuse et élastique :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^v. \tag{3.23}$$

Le taux de déformation élastique est déterminé à partir de la loi de Hooke qui fait alors intervenir le tenseur des souplesses élastiques s défini tel que $s = c^{-1}$:

$$\dot{\varepsilon}^e = s : \dot{\sigma}. \tag{3.24}$$

La connaissance du taux de déformation visqueuse requiert la détermination de la vitesse de glissement des dislocations sur chaque système. Celle-ci est une fonction de plusieurs paramètres dont la cission résolue τ^g. La cission résolue de chaque système de glissement se déduit du champ de contrainte à partir de la relation suivante :

$$\tau^g = R^g_{ij}\sigma_{ij}. \tag{3.25}$$

Ainsi, qu'ils soient anélastiques ou inélastiques, les mécanismes dissipatifs sont décrits par l'intermédiaire des lois de glissement qui sont des fonctions autorisant le calcul des vitesses de glissement à partir de la cission résolue de sorte que :

$$\dot{\gamma}^g = f(\tau^g, ...). \tag{3.26}$$

Les essais sous chargement cyclique pendant lesquels l'élévation de température est mesurée sont pilotés en contrainte. Le taux de déformation total en chaque point s'exprime alors en fonction du tenseur de vitesse des contraintes :

$$\dot{\varepsilon} = s : \dot{\sigma} + R^g \dot{\gamma}^g. \tag{3.27}$$

On peut distinguer la contribution anélastique de la contribution inélastique dans le taux de déformation visqueuse $\dot{\varepsilon}^v$. La partition suivante des taux de déformation est alors réalisée :

$$\dot{\varepsilon}^v = \dot{\varepsilon}^{an} + \dot{\varepsilon}^{in}. \tag{3.28}$$

$\dot{\varepsilon}^{an}$ et $\dot{\varepsilon}^{in}$ sont les taux de déformation anélastique et inélastique qui sont déterminés de manière indépendante en séparant la partie anélastique $\dot{\gamma}^{ang}$ de la partie inélastique $\dot{\gamma}^{ing}$ dans la vitesse de glissement :

$$\dot{\varepsilon}^{an}_{ij} = \sum_g R^g_{ij} \dot{\gamma}^{ang} \text{ et } \dot{\varepsilon}^{in} = \sum_g R^g_{ij} \dot{\gamma}^{ing}. \tag{3.29}$$

3.2.2 Loi de glissement anélastique

L'application d'un champ de contrainte d'amplitude suffisamment faible sur des lignes de dislocations ancrées entre deux points engendre une microdéformation due à la courbure des dislocations. Sur une ligne de dislocation ancrée entre deux points distants de longueur l^g, la microdéformation résulte du maintien de l'équilibre entre les différents efforts (voir figure 3.21(a)) :

- la force de Peach-Koehler $\overrightarrow{F_\tau}$, conséquence de l'application d'un champ de contrainte que l'on va supposer uniforme sur la ligne de dislocation,
- un effort visqueux $\overrightarrow{F_v}$ qui s'oppose au mouvement de la dislocation,
- la tension de ligne $\overrightarrow{\Gamma}$ responsable du caractère réversible de la déformation anélastique
- et les effets d'inertie responsables d'un effort colinéaire au vecteur accélération $\overrightarrow{\kappa}$.

L'équilibre des forces sur un segment de dislocation infiniment petit de longueur dx se traduit par l'égalité suivante :

$$\overrightarrow{F_\tau} + \overrightarrow{F_v} + \overrightarrow{d\Gamma} = m_v.b^2.dx.\overrightarrow{\kappa}(x,t). \tag{3.30}$$

La cission effective τ^g_{eff} qui s'excerce sur les dislocations d'un système de glissement g est la résultante de la cission appliquée τ^g à laquelle s'oppose l'effet des contraintes internes dues à la présence d'obstacles à longue distance (empilements de dislocations aux joints de grains, structures de dislocations...) qui induisent une cission τ^g_μ. La cission effective est donc telle que :

$$\tau^g_{eff} = \tau^g - \tau^g_\mu \tag{3.31}$$

engendrant la force :

$$\overrightarrow{F_\tau} = \tau^g_{eff}.b.dx.\overrightarrow{j}. \tag{3.32}$$

L'effort visqueux est supposé être une fonction linéaire de la vitesse où f est le coefficient de frottement :

$$\overrightarrow{F_v} = -f.v.dx.\overrightarrow{j} \tag{3.33}$$

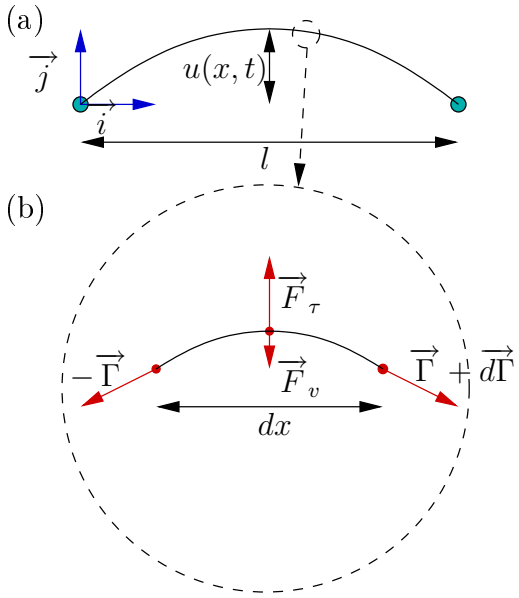


FIG. 3.21 – (a) Déplacement anélastique u d'une ligne de dislocation sous l'action d'un champ de contrainte. (b) Ensemble des forces s'excerçant sur un segment de dislocation de longueur infiniment petite dx.

$v(x,t)$ étant la vitesse définie en chaque point de la ligne de dislocation par :

$$v(x,t) = \frac{du(x,t)}{dt}. \tag{3.34}$$

L'expression du vecteur force $\overrightarrow{d\Gamma}$ se déduit à partir de la tension de ligne :

$$\overrightarrow{d\Gamma} = \mu.b^2.\frac{du}{dx}.\overrightarrow{j}. \tag{3.35}$$

A partir des équations précédentes, l'équation (3.30) est réécrite :

$$\tau^g_{eff}.b.dx.\overrightarrow{j} - f.v.dx.\overrightarrow{j} + \mu.b^2.\frac{du}{dx}.\overrightarrow{j} = m_v.b^2.dx.\frac{d^2u}{dt^2}.\overrightarrow{j} \tag{3.36}$$

Le champ de déplacement $u(x,t)$ en tout point d'une ligne de dislocation se détermine alors à partir de l'équation différentielle suivante :

$$\tau^g_{eff}b - f\frac{du}{dt} + \mu b^2\frac{d^2u}{dx^2} = m_v b^2\frac{d^2u}{dt^2}. \tag{3.37}$$

Dans le cas de fréquences de sollicitations faibles ($f_s \leq 1000$ Hz), les effets d'inertie peuvent être négligés [GL56]. L'équation précédente se réduit alors à :

$$\tau^g_{eff}b - f\frac{du}{dt} + \mu b^2\frac{d^2u}{dx^2} = 0. \tag{3.38}$$

Cependant, la résolution de cette équation différentielle, qui permettrait de déterminer intégralement le champ de déplacement, requiert de connaître l'évolution de la

cission effective τ_{eff} au cours du temps. Or, si l'évolution du chargement à l'échelle de l'éprouvette est fixée par l'expérimentateur et donc connue, la cission effective sur chaque système de glissement est une fonction de la variable temps beaucoup plus complexe qui dépend des nombreux mécanismes mis en jeu à l'échelle du système de glissement.

Néanmmoins, en vue de l'utilisation du cadre de la plasticité cristalline, la connaissance du champ de déplacement en tout point de la ligne de dislocation est inutile. En effet, le calcul du glissement se fait à l'échelle du système de glissement et seul le glissement induit par un déplacement collectif de dislocations est requis. L'intégration de l'équation (3.38) par rapport à la variable x sur toute la longueur du segment de dislocation rend alors possible le passage d'une équation différentielle à deux variables (x et t) à une équation à une seule variable t :

$$\tau^g_{eff} b l^g - f \int_0^{l^g} v dx + \mu b^2 (\frac{du}{dx}|_{l^g} - \frac{du}{dx}|_0) = 0. \tag{3.39}$$

De plus, la symmétrie du problème justifie l'écriture de l'égalité suivante :

$$\frac{du}{dx}|_{l^g} = -\frac{du}{dx}|_0. \tag{3.40}$$

Les déformations engendrées par les déplacements anélastiques sont faibles. La géométrie circulaire de la dislocation est alors simplifiée en considérant la ligne de dislocation comme la combinaison de deux segments telle que l'illustre la figure 3.22. Il existe alors une relation simple entre $\frac{du}{dx}|_{l^g}$ et le déplacement moyen de la ligne de dislocation $\overline{u}$:

$$\frac{du}{dx}|_{l^g} = -\frac{4\overline{u}}{l^g} \tag{3.41}$$

le déplacement moyen $\overline{u}$ étant défini par la relation suivante :

$$\overline{u} = \frac{1}{l^g} \int_0^{l^g} u.dx. \tag{3.42}$$

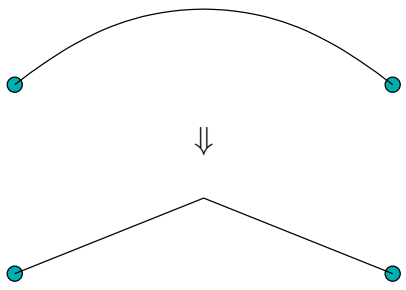


FIG. 3.22 – Simplification de la géométrie d'une ligne de dislocation ancrée entre deux points.

De la même manière, la vitesse de déplacement moyenne $\overline{v}$ peut être calculée :

$$\overline{v} = \frac{1}{l^g} \int_0^{l^g} v.dx. \tag{3.43}$$

Le déplacement moyen et la vitesse de déplacement moyenne sont introduits dans l'équation (3.39) qui devient alors :

$$\overline{v} = \frac{1}{f}\left(\tau^g_{eff}.b - 8\mu.b^2.\frac{\overline{u}}{l^{g2}}\right). \tag{3.44}$$

En supposant que la ligne de dislocation étudiée est représentative de l'ensemble de la population de dislocations mobiles contenues sur un système de glissement, le déplacement moyen et la vitesse moyenne de la ligne de dislocation sont alors égaux à la moyenne du déplacement moyen et des vitesses moyennes de l'ensemble des dislocations et la loi d'Orowan est alors utilisée en négligeant la variation de la densité de dislocations mobiles au cours du temps pour déduire la vitesse de glissement et le glissement anélastiques :

$$\gamma^{ang} = \rho^g_m b\overline{u} \tag{3.45}$$

$$\dot{\gamma}^{ang} = \rho^g_m b\overline{v} \tag{3.46}$$

avec ρ^g_m la densité de dislocations mobiles du système de glissement g. L'équation (3.44) est exprimée en glissement et vitesse de glissement :

$$\dot{\gamma}^{ang} = \frac{1}{f}\left(\rho^g_m b^2 \tau^g_{eff} - 8\mu.b^2.\frac{\gamma^{ang}}{l^{g2}}\right). \tag{3.47}$$

La loi de glissement anélastique mise sous cette forme permet de distinguer deux termes homogènes à des contraintes :

- $\rho^g_m b^2 \tau^g_{eff}$ décrit l'effet de la cission effective sur le glissement anélastique. La cission effective constitue alors la force motrice associée à la variable $\dot{\gamma}^{ang}$,
- $8\mu.b^2.\frac{\gamma^{ang}}{l^{g2}}$ apparaît comme une contrainte de rappel qui s'oppose à la déformation anélastique des dislocations et qui est proportionelle au glissement anélastique.

L'intensité de la force de rappel dépend fortement de la distance moyenne entre obstacles l qui évolue avec la déformation. En effet, la loi de glissement développée ici tient compte du fait que, pour une même densité de dislocations mobiles, l'amplitude de la déformation ne va pas être la même selon que l'on ait une faible ou une forte distance entre obstacles comme l'illustre la figure 3.23. Ainsi, afin de calculer la vitesse de glissement anélastique avec précision, il faut estimer correctement la distance moyenne entre obstacles.

Kocks propose la relation suivante, établie à partir de simulations numériques, qui autorise le calcul de la distance moyenne entre obstacles sur chaque système de glissement [KAA75][Koc67][Koc66] :

$$l^g = \frac{1.15}{\sqrt{\rho^g_{obst}}} \tag{3.48}$$

où ρ^g_{obst} est la densité d'obstacles contenues sur un système de glissement g. La densité d'obstacles est définie comme la somme de la densité de dislocations de la forêt ($\sum_{g\neq h} a^{gh}\rho^h$) et de la densité de précipités (ρ^g_p) c'est à dire que :

$$\rho^g_{obst} = \sum_{g\neq h} a^{gh}\rho^h + \rho^g_p \tag{3.49}$$

où a^{gh} est la matrice d'interaction entre les systèmes qui sera précisée plus tard. Néanmmoins, la relation introduite par Friedel semble plus appropriée du fait qu'elle s'applique en particulier aux faibles amplitudes de contraintes [Fri56][Fri64] :

$$l^g = \left(\frac{\mu b}{\tau^g_{eff} \rho^g_{obst}} \right)^{\frac{1}{3}}. \tag{3.50}$$

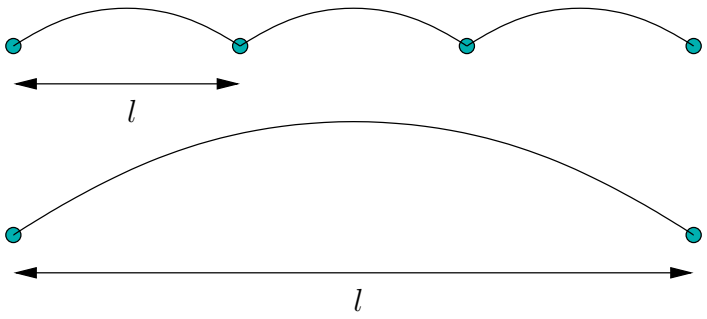


FIG. 3.23 – Illustration de l'importance du rôle de la distance moyenne entre obstacles sur la déformation anélastique des segments de dislocations.

La densité de dislocations mobiles est généralement estimée comme étant inférieure à la densité de dislocations immobiles par au moins un ordre de grandeur [MR04]. Ainsi, comme première approximation, la densité de dislocations mobiles sera considérée comme étant proportionnelle à la densité totale de dislocations de sorte que :

$$\rho^g_m = \frac{\rho^g}{10}. \tag{3.51}$$

3.2.3 Loi de glissement inélastique

De nombreuses études ont fait appel au cadre de la plasticité cristalline afin de décrire le glissement viscoplastique dans les matériaux métalliques et il existe donc dans la littérature différentes lois de glissement offrant la possibilité de tenir compte du caractère visqueux de la déformation plastique dans les matériaux métalliques de type cubique centré.

Hutchinson [Hut76] propose une loi de glissement fortement non-linéaire qui induit des vitesses de glissement significatives que lorsque τ^g_{eff} est proche de $\hat{\tau}^g$:

$$\dot{\gamma}^{ing} = \dot{\gamma}_0 \left(\frac{|\tau^g_{eff}|}{\hat{\tau}^g} \right)^n \text{signe}(\tau^g_{eff}) \tag{3.52}$$

où $\dot{\gamma}_0$ est un paramètre matériau et $\hat{\tau}^g$, la valeur de la cission effective au delà de laquelle la vitesse de glissement devient significative.

Cette loi, d'abord utilisée pour décrire le comportement de cristaux cubiques à faces centrées [AN85], a été appliquée au cas d'aciers ferritiques par Paquin [PBF+01]. Puisque la loi de glissement précédente considère que tous les systèmes de glissement

sont actifs quelle que soit la cission effective, elle a été modifiée afin d'introduire un seuil sur la cission effective [Cai88][MPC91] :

$$\dot{\gamma}^{ing} = \dot{\gamma}_0 \left(\frac{|\tau^g_{eff}| - \tau^g_c}{\hat{\tau}^g} \right)^n \text{signe}(\tau^g_{eff}). \tag{3.53}$$

Cependant, comme le mouvement des dislocations vis dans le fer-α est thermiquement activé, une loi de glissement plus physique est préférée. Ainsi, la vitesse moyenne des dislocations est calculée à l'aide de la relation suivante déterminée par Johnston et Gilman [JG59] à partir de mesures réalisées sur des monocristaux de LiF :

$$\overline{v} = b^2 \frac{l_v}{l_c} v_D \exp\left(\frac{-\Delta G}{k_b T} \right) \tag{3.54}$$

où l_v est la longueur moyenne des dislocations vis, l_c est la longueur critique pour la formation d'un double décrochement, v_D est la fréquence de Debye, ΔG est l'énergie d'activation et k_b est la constante de Boltzmann.

Kocks [KAA75] propose d'exprimer l'énergie d'activation en fonction de la cission effective à partir de la relation :

$$\Delta G = \Delta G_0 \left(1 - \left(\frac{\tau^g_{eff}}{\hat{\tau}^g} \right)^p \right)^q \tag{3.55}$$

avec ΔG_0 l'énergie d'activation sans contrainte effective, $\hat{\tau}$ la cission à partir de laquelle les dislocations vis peuvent franchir les obstacles de Peïerls sans apport d'énergie thermique ($T = 0$ K) et p et q des constantes bornées telles que :

$$0 < p \leq 1, \tag{3.56}$$

$$1 \leq q \leq 2. \tag{3.57}$$

Cependant, en vue d'introduire une cission critique τ_c à partir de laquelle le glissement plastique est possible et qui constituera ainsi un critère d'apparition du glissement plastique à l'échelle du système de glissement, on préférera la formulation avec seuil proposée par Nemat-Nasser et al. [NNON98] :

$$\Delta G = \Delta G_0 \left(1 - \left(\frac{\tau^g_{eff} - \tau^g_c}{\hat{\tau}^g} \right)^p \right)^q \tag{3.58}$$

La loi d'Orowan (équation (3.46)) permet alors de déterminer la vitesse de glissement inélastique :

$$\dot{\gamma}^{ing} = \rho^g_m b^3 \frac{l_v}{l_c} v_D \exp\left(\frac{-\Delta G_0}{k_b T} \left(1 - \left(\frac{|\tau^g_{eff}| - \tau^g_c}{\hat{\tau}^g} \right)^p \right)^q \right) \text{signe}(\tau^g_{eff}). \tag{3.59}$$

La densité de dislocations mobiles ρ^g_m est un terme difficile à évaluer avec précision c'est pourquoi, comme cela a été suggéré par Kocks [KAA75] puis appliqué au cas de la ferrite par Berbenni [Ber02][BFLB04], on supposera qu'elle est proportionelle au carré de la cission effective :

$$\rho^g_m \propto \left(\frac{\tau^g_{eff}}{\mu} \right)^2. \tag{3.60}$$

La loi de glissement inélastique devient alors :

$$\dot{\gamma}^{ing} = \dot{\gamma}_0 \left(\frac{\tau^g_{eff}}{\mu} \right)^2 \exp\left(\frac{-\Delta G_0}{k_b T} \left(1 - \left(\frac{|\tau^g_{eff}| - \tau^g_c}{\hat{\tau}^g} \right)^p \right)^q \right) \text{signe}(\tau^g_{eff}) \tag{3.61}$$

avec $\dot{\gamma}_0$, un paramètre matériau tel que :

$$\dot{\gamma}_0 \left(\frac{\tau^g_{eff}}{\mu} \right)^2 = \rho^g_m b^3 \frac{l_v}{l_c} v_D. \tag{3.62}$$

Cette loi de glissement, qui sera utilisée par la suite pour calculer les vitesses de glissement inélastiques, possède l'avantage fort de tenir compte des contributions conjointes de la température et du champ de contraintes à la mobilité des dislocations vis. Si elle tient compte du fait que le comportement des aciers ferritiques est dépendant à la vitesse de déformation et à la température, elle nécessite néanmmoins un nombre de paramètres à identifier plus important que les autres de lois de glissement inélastique.

3.2.4 Cission critique

Les dislocations contenues sur un système de glissement diffèrent les unes des autres par leur nature (coin, vis, mixte), leur géométrie (longueur, orientation,...) et leur position (près d'un joint de grain, dans un canal, une paroi...) mais l'utilisation de la loi d'Orowan qui a été faite dans les paragraphes précédents ne permet de considérer que l'effet moyen d'une population de dislocations sur un système de glissement sans prendre l'aspect dispersif en compte. Ainsi, une population de dislocations sur un système de glissement g n'est représentée que par une grandeur moyenne qui est la densité de dislocations ρ^g. On ne peut donc pas prendre en compte le fait que certaines dislocations ont un comportement de nature anélastique alors pour d'autres il est plutôt inélastique et il est alors nécessaire d'avoir un critère pour passer d'un mécanisme à un autre.

Comme l'a fait Berbenni pour décrire le comportement monocristallin des aciers [Ber02], le critère porte sur la cission effective. Un système de glissement est alors actif (on entend par système actif un système sur lequel le glissement inélastique a lieu) si la cission effective atteint la valeur critique τ_c :

$$|\tau^g_{eff}| \geq \tau^g_c. \tag{3.63}$$

La vitesse de glissement est donc calculée sur chaque système de la manière suivante :

$$\dot{\gamma}^g = \dot{\gamma}^{ing} \text{ si } |\tau^g_{eff}| \geq \tau^g_c, \tag{3.64}$$

$$\dot{\gamma}^g = \dot{\gamma}^{ang} \text{ si } |\tau^g_{eff}| < \tau^g_c. \tag{3.65}$$

3.2.5 Ecrouissage intragranulaire

Dans les matériaux, en particulier les aciers, l'état microstructural évolue au cours de la déformation. Cette évolution de la microstructure à l'intérieur des grains a des conséquences de natures différentes qui constituent deux formes d'écrouissage :

- l'écrouissage isotrope lié à la multiplication (ou la diminution) des d'obstacles (dislocations, particules...) à courte distance qui gênent le mouvement des dislocations et dont le franchsissement requiert une contrainte effective plus élevée,
- l'écrouissage cinématique dû à la présence d'hétérogénéités à l'intérieur des grains (structures de dislocations) qui induisent des contraintes internes à longue distance dont l'orientation est donnée par la déformation plastique.

3.2.5.1 Ecrouissage isotrope

L'écrouissage isotrope étant la conséquence d'une évolution de la quantité d'obstacles, il peut se traduire par une évolution de la cission critique qui représente la cission seuil au delà de laquelle le glissement viscoplastique est possible. La cission critique s'écrit alors comme la somme de quatre termes qui ont des origines physiques distinctes :

$$\tau_c^g = \tau_{c0}^g + \frac{k}{d^m} + \alpha\mu b\sqrt{a^{gh}\rho^h} + \frac{\mu b}{r_p}\sqrt{\frac{3f_v}{2\pi}}. \tag{3.66}$$

La cission critique initiale Dans un matériau, même vierge de tout défaut, la contrainte effective requise pour qu'un système de glissement soit actif n'est pas nulle puisque comme cela a été décrit au paragraphe 3.1.1, les obstacles de Peierls constituent des barrières s'opposant au glissement des dislocations. Le terme τ_{c0}^g représente donc la cission effective, incluant les effets d'atomes en solution, nécessaire au franchissement des obstacles de Peierls par les dislocations.

L'effet de la taille des grains A l'échelle macroscopique, il est relativement bien admis que la limite élastique des polycristaux dépend de la taille des grains (voir figure 3.24). En effet, les joints de grains, qui constituent des obstacles aux mouvements des dislocations, voient des empilements de dislocations se former avec l'apparition de la déformation plastique. La présence de dislocations bloquées aux joints de grains induit ainsi un champ de contraintes internes qui modifie la limite élastique. La relation qui existe alors entre la taille moyenne des grains et la contribution des joints de grains à la limite élastique Σ_{yj} est généralement décrite par une loi phénoménologique dite loi de Hall-Petch [Hal51][Pet53] :

$$\Sigma_{yj} = M\frac{k}{d^m} \tag{3.67}$$

où M est le facteur de Taylor, d est la taille de grain et k et m $(0,4 \leq m \leq 1)$ sont les paramètres de la loi qui prennent en compte l'influence des contraintes internes provenant des empilements de dislocations aux joints de grains. Dans le cas du fer α, Armstrong a identifié la valeur de m à 0,5 [Arm62].

La relation (3.67) établie à l'échelle macroscopique peut être transposée à l'échelle du système de glissement. L'expression de la cission critique fait alors apparaître la contribution des joints de grain au travers du terme $\frac{k}{d^m}$.

Les dislocations de la forêt Pendant la déformation plastique, le nombre de dislocations qui croît engendre une augmentation de la limite d'écoulement car le mouvement des dislocations mobiles est gêné par les autres dislocations qui constituent

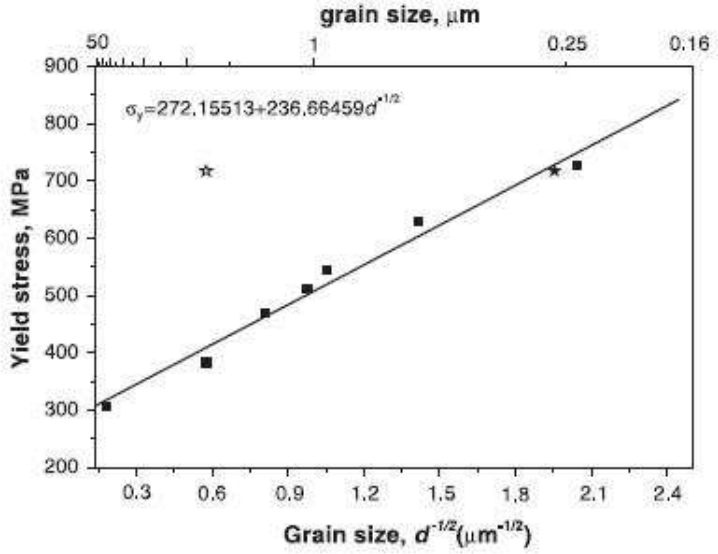


FIG. 3.24 – Evolution de la limite élastique d'un acier doux en fonction de la taille moyenne des grains [LSW+03].

alors des points d'ancrage dont le franchissement nécessite une contrainte supplémentaire. Dans le cas des métaux cubiques centrés, les courbes contraintes-déformations obtenues par Keh et Nakada pour des monocristaux de fer α (voir figure 3.25) et par Mitchell et Spitzig pour des monocristaux de tantale (voir figure 3.26) montrent que selon l'orientation et la vitesse de déformation considérées, trois stades d'écrouissage sont généralement observés [KN67][SK70][MS65] :

- le stade I, pendant lequel un seul système de glissement est actif, n'apparaît que pour certaines orientations particulières du monocristal. Il est caractérisé par un module d'écrouissage assez faible.
- le stade II, marqué par un écrouissage linéaire dont la pente est environ égale à $\mu/200$ [FPZ91], est associé à la multiplication des dislocations qui forment alors des obstacles puis s'arrangent en structures particulières.
- le stade III, d'allure parabolique, est dû à l'apparition du glissement dévié.

La valeur de l'accroissement de la cission critique dû à la multiplication des dislocations est donnée par le calcul du terme $\alpha\mu b\sqrt{\rho}$. Cependant, l'approche multi-systèmes découlant du cadre de la plasticité cristalline conduit à distinguer l'auto-écrouissage de l'écrouissage latent. En effet, les interactions entre les différentes dislocations sont considérées comme faibles si elles concernent les dislocations appartenant à des systèmes colinéaires ou coplanaires (auto-écrouissage) ou comme fortes si, au contraire, les dislocations qui interagissent entre elles sont contenues par des systèmes de glissement sécants (écrouissage latent) [Fra84][Fra85]. La description des différentes interactions peut se faire au travers d'une matrice d'interaction a^{gh} de dimension 24×24 qui permet de tenir compte des différentes interactions dans le calcul de la cission critique du système g au travers du terme $\alpha\mu b\sqrt{a^{gh}\rho^h}$.

Dans le cas des aciers cubiques centrés, Lipinski a montré que deux termes suffisent pour définir la matrice d'interaction a^{gh} [LB89][LKB90][Lip92] (voir figure 3.27) :

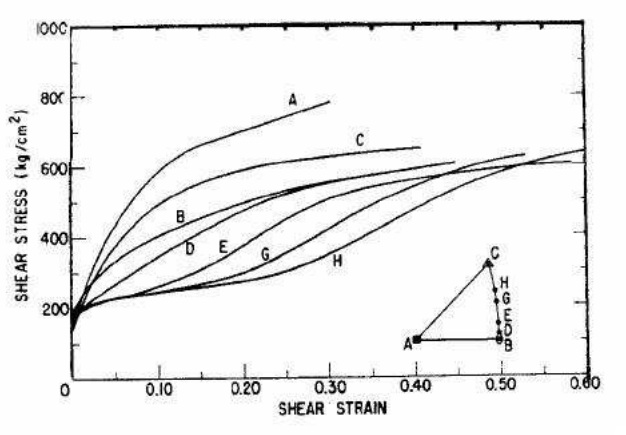


FIG. 3.25 – Courbes de comportement obtenues pour des monocristaux de fer α pour différentes orientations [KN67].

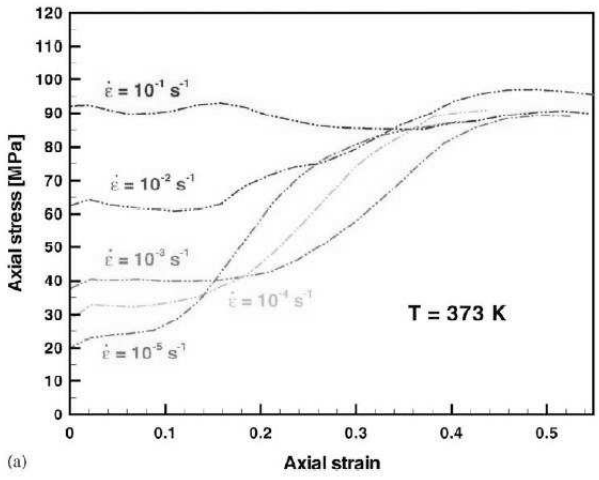


FIG. 3.26 – Courbes de comportement obtenues pour des monocristaux de tantale à différentes vitesses de déformation [MS65].

– le terme faible $a_1 = 1$,
– le terme fort $a_2 = 1,1 \cdot a_1$.

	(1-10)[111]	(10-1)[111]	(01-1)[111]	(11-2)[111]	(1-21)[111]	(-211)[111]	(110)[-111]	(101)[-111]	(01-1)[-111]	(1-12)[-111]	(12-1)[-111]	(211)[-111]	(110)[1-11]	(10-1)[1-11]	(011)[1-11]	(1-1-2)[1-11]	(121)[1-11]	(-2-11)[1-11]	(1-10)[11-1]	(101)[11-1]	(011)[11-1]	(-1-1-2)[11-1]	(-121)[11-1]	(2-11)[11-1]
(1-10)[111]	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_1	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2
(10-1)[111]	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_1	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2
(01-1)[111]	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_2	a_2	a_1	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2
(11-2)[111]	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2
(1-21)[111]	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2
(-211)[111]	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2
(110)[-111]	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2
(101)[-111]	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_1	a_2	a_2	a_2	a_2
(01-1)[-111]	a_2	a_2	a_1	a_2	a_2	a_2	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2
(1-12)[-111]	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2
(12-1)[-111]	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2
(211)[-111]	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2
(110)[1-11]	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2
(10-1)[1-11]	a_2	a_1	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2
(011)[1-11]	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_2	a_2	a_2	a_1	a_2	a_2
(1-1-2)[1-11]	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2
(121)[1-11]	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2
(-2-11)[1-11]	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2
(1-10)[11-1]	a_1	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1
(101)[11-1]	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1
(011)[11-1]	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_1	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_1	a_2	a_2	a_2	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1
(-1-1-2)[11-1]	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1
(-121)[11-1]	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1
(2-11)[11-1]	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_2	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1

FIG. 3.27 – Matrice d'interaction a^{gh} décrivant les interactions entre les différents systèmes de glissement dans le cas des réseaux cubiques centrés.

On notera cependant que, pour un acier IF-Ti, Hoc a proposé de faire la distinction entre les interactions faisant intervenir des plans de glissement de la même famille ($\{110\} \cap \{110\}$ et $\{112\} \cap \{112\}$) et celles faisant intervenir des plans de familles différentes ($\{110\} \cap \{112\}$) [HF01][Hoc99]. La matrice d'interaction est alors définie à partir de six coefficients différents. Dans notre cas, on se limitera en première approximation à une matrice d'interaction définie à partir de deux coefficients.

La prise en compte de l'écrouissage isotrope dû à la multiplication des dislocations nécessite de définir une loi d'évolution de la densité de dislocations sur chaque système. Mecking et Kocks proposent la relation suivante [MK81] :

$$\dot{\rho}^g = \frac{1}{b}\left(\frac{1}{L^g} - 2y_c\rho^g\right)|\dot{\gamma}^{ing}| \tag{3.68}$$

avec L^g le libre parcours moyen des dislocations sur le système de glissement g et y_c la distance critique d'annihilation des dislocations.

La relation (3.68) contient deux termes : un terme de création qui permet de tenir compte de la multiplication des dislocations via les sources de Frank-Read et un terme d'annihilation. L'annihilation est rendue possible par la rencontre de dislocations de vecteur de Bürgers opposés. Cette formulation de la loi d'évolution des densités de dislocation permet donc de modéliser à la fois les phénomènes d'augmentation mais aussi de saturation de la limite d'écoulement liés à la stagnation du nombre d'obstacles. Dans le terme de création intervient le libre parcours moyen L^g qui se calcule comme suit [EM84] :

$$\frac{1}{L^g} = \frac{1}{d} + \frac{\sqrt{a^{gh}\rho^h_{obst}}}{K} \tag{3.69}$$

où K est un paramètre matériau. Cette écriture suppose que le libre parcours moyen est égal à la taille de grain si celui ci ne contient aucune dislocation et qu'il diminue dès que la densité de dislocations augmente sur un des sytèmes de glissement.

Les précipités non-cisaillables Dans les matériaux métalliques, les précipités intragranulaires constituent un moyen d'augmenter la limite élastique puisqu'ils sont des obstacles directs au mouvement des dislocations. Suivant la géométrie et la nature des précipités, ils peuvent être franchis soit par cisaillement, soit par un mécanisme de contournement. En supposant une forme sphérique des précipités de rayon r_p, on peut montrer qu'il existe un rayon critique r_{pc} de transition d'un mécanisme de cisaillement vers un mécanisme de contournement :

$$r_{pc} = \frac{2\beta b}{k} \tag{3.70}$$

où β et k sont des paramètres matériaux. En prenant les valeurs courantes dans la littérature pour k ($k \simeq 0,07$, [DB99]) et β ($\beta \simeq 0,5$, [Mar80]), on montre que le rayon critique est de l'ordre de 3 nm. Les aciers durcis par précipités qui sont étudiés par la suite contiennent des précipités dont la taille est de l'ordre de 5-6 nm qui sont donc franchis par un mécanisme de contournement.

Dans le cas d'un mécanisme de contournement, la force F excercée par les précipités sur les dislocations s'écrit :

$$F = 2\beta\mu b^2. \tag{3.71}$$

En considérant un ensemble de précipités de taille moyenne r_p et de fraction volumique f_v, la densité de précipités ρ_p s'écrit :

$$\rho_p = \frac{3f_v}{2\pi r_p^2}. \tag{3.72}$$

Deschamps et Bréchet [DB99] proposent de calculer la distance moyenne entre obstacles à partir d'une statistique de Kocks [Koc67] conduisant ainsi à exprimer la contrainte supplémentaire requise pour le franchissement des précipités à l'échelle du système de glissement :

$$\tau^g_{cp} = \frac{\mu b}{r_p}\sqrt{\frac{3f_v}{2\pi}} \tag{3.73}$$

avec τ^g_{cp} la contribution des précipités non-cisaillables à la cission critique du système de glissement g.

3.2.5.2 Ecrouissage cinématique

La déformation plastique n'étant pas homogène à l'intérieur des grains, les dislocations subissent l'effet d'un champ de contraintes internes qui trouve sa source dans les obstacles à longue distance : précipités, joints de grains, structures de dislocations, etc... Il est important de bien estimer le champ de contraintes cinématiques intragranulaires car celui ci intervient dans le calcul des cissions effectives sur les différents systèmes de glissement (voir relation (3.31)). En effet, même si compte tenu des faibles déformations plastiques mises en jeu lors des essais en fatigue à grand nombre de cycles, les contraintes cinématiques intragranulaires restent faibles, elles deviennent non négligeables et doivent être estimées avec précision si on cherche à prendre en compte l'effet d'un préchargement par exemple. On distingue ici deux contributions à l'écrouissage cinématique : une partie due à la mise en place d'un arrangement particulier de dislocations (labyrinthes, cellules...) qui induit des hétérogénéités de déformation intragranulaire et une partie due au à l'empilement de boucles de dislocations autour des précipités.

Hétérogénéités de déformation plastique intragranulaire Prager propose de calculer les contraintes cinématiques intragranulaires en supposant une relation linéaire avec la déformation plastique [Pra49][Pra56] :

$$\dot{x} = H \cdot \dot{\varepsilon}^{in} \tag{3.74}$$

où x est le champ de contraintes cinématiques intragranulaires et H le coefficient de Prager. L'inconvénient de cette loi d'écrouissage est que l'estimation des contraintes cinématiques reste très grossière lors de trajets complexes à cause de la proportionnalité qui existe entre $\dot{x}$ et $\dot{\varepsilon}^{in}$. De nombreuses lois d'écrouissage cinématique ont été proposées dans la littérature ([HN75][Cha86][Cai92]) mais on préférera une loi de type Armstrong-Frederick qui, si elle reste phénoménologique, ne requiert que deux paramètres et permet d'obtenir une meilleure description des courbes de comportement réalisées lors d'essais cycliques car elle introduit un terme de rappel [AF66] :

$$\dot{x} = \frac{2}{3} a_c \dot{\varepsilon}^{in} - c_c x \dot{\varepsilon}^{in}_{eq} \tag{3.75}$$

a_c et c_c étant des grandeurs scalaires caractéristiques du matériau et $\dot{\varepsilon}^{in}_{eq}$ le taux de déformation inélastique équivalent défini tel que :

$$\dot{\varepsilon}^{in}_{eq} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}^{in}_{ij} \dot{\varepsilon}^{in}_{ij}}. \tag{3.76}$$

On notera qu'il existe d'autres modèles permettant de calculer les contraintes cinématiques dues à la mise en place d'un arrangement particulier des dislocations en cellules en considérant chaque grain comme un matériau biphasé où les canaux et les parois des cellules sont les deux phases [Mug83]. Ce type de modèle, bien qu'offrant une description plus physique de l'écrouissage cinématique, nécessite une procédure d'identification des paramètres plus compliquée.

Mécanisme d'Orowan Si le paragraphe précédent nous a permis d'évaluer la partie isotrope de l'écrouissage dû aux précipités non-cisaillables, les précipités sont

aussi une source d'écrouissage cinématique qu'il faut prendre en compte. En effet, les dislocations nécessaires à la déformation plastique ont tendance à se regrouper sous forme de boucles autour des précipités qui sont alors à l'origine d'un champ de contraintes internes à longue distance. Pour évaluer ce champ de contraintes, on suit une démarche similaire à celle de Schmitt [SLB97] et Bonfoh [BCL03].

Les précipités sont considérés comme étant sous la forme d'inclusions sphériques dont le comportement est purement élastique. Le modèle de Berveiller-Zaoui [BZ80] qui tient compte de l'accommodation plastique est utilisé en supposant l'accommodation plastique constante au cours de la déformation [SLB97]. En considérant la déformation élastique isotrope et uniforme, le taux de déformation du monocristal s'écrit alors :

$$\dot{\varepsilon} = f_v \dot{\varepsilon}^I + (1 - f_v)\dot{\varepsilon}^M \tag{3.77}$$

où l'indice I (respectivement l'indice M) désigne les grandeurs relatives à l'inclusion (respectivement à la matrice ferritique). En séparant la partie visqueuse de la partie élastique, le taux de déformation peut s'écrire :

$$\dot{\varepsilon} = S : \dot{\sigma} + (1 - f_v)\dot{\varepsilon}^{vM} \tag{3.78}$$

S étant le tenseur des complaisances élastiques. La solution du problème de l'inclusion d'Eshelby [Esh57] est appliquée aux précipités conduisant alors à l'expression suivante du tenseur des contraintes dans l'inclusion :

$$\sigma^I = \sigma + (1 - f_v)C : (I - S^E) : \varepsilon^{vM}. \tag{3.79}$$

avec C le module élastique, S^E le tenseur d'Eshelby et I le tenseur identité d'ordre 4. Le tenseur des contraintes dans la matrice s'écrit alors :

$$\sigma^M = \frac{\sigma - f_v \sigma^I}{1 - f_v} = \sigma - f_v C : (I - S^E) : \varepsilon^{vM}. \tag{3.80}$$

Puisque les inclusions sont sphériques et isotropes, la relation précédente devient :

$$\sigma^M = \sigma - 2\kappa\mu f_v(1 - \beta)\varepsilon^{vM} \tag{3.81}$$

où β est le coefficient de compressibilité élastique et κ le facteur d'accomodation de la déformation plastique qui vaut 0,125 dans le cas des aciers [Ber02]. La relation (3.81) montre donc que la contrainte qui s'applique à la matrice ferritique est la résultante de la contrainte appliquée au monocristal auquel se soustrait une contrainte de rappel cinématique. Néanmmoins, ce modèle n'induit que peu d'écrouissage car la fraction volumique de précipités reste peu élevée ($f_v \leq 0,1\%$) et la valeur du terme $2\kappa\mu f_v(1 - \beta)\varepsilon^{vM}$ est alors très faible. En effet, si on prend pour κ, β, μ et f_v des valeurs classiques (voir tableau 3.28), il faut atteindre 83% de déformation visqueuse pour avoir une contrainte de rappel de 10 MPa. L'écrouissage dû aux précipités non-cisaillables est donc principalement de nature isotrope dans le modèle de comportement monocristallin présenté ici puisque la partie cinématique est négligeable.

L'effet des précipités sur l'écrouissage cinématique étant négligeable, le champ de contrainte cinématique intragranulaire se résume à la contribution des hétérogénéités microstructurales intragranulaires dont les conséquences à l'échelle du système de glissement se traduisent par une cission τ_μ qui est déterminée sur chaque système de glissement g à partir de la relation suivante :

$$\tau_\mu^g = R_{ij}^g x_{ij}. \tag{3.82}$$

κ	μ (MPa)	f_v (ppm)	β
0,125	80000	1000	0,4

FIG. 3.28 – Valeurs courantes du coefficient d'accomodation plastique, du module de cisaillement, de la fraction volumique de précipités et du coefficient de compressibilité selon le modèle de Berveiller-Zaoui [BZ80].

3.2.6 Formulation sécante

La partition des déformations qui a été précisée au paragraphe 3.2.1 permet de définir le taux de déformation local comme la somme de différentes contributions pouvant être représentées à partir d'éléments rhéologiques comme l'illustre la figure 3.29.

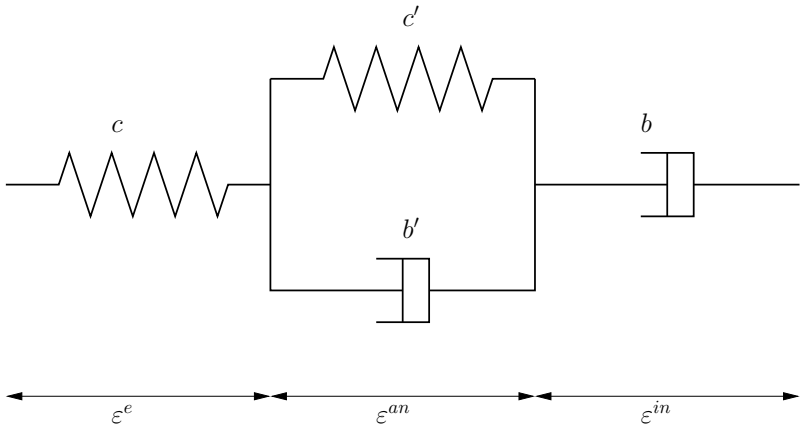


FIG. 3.29 – Représentation rhéologique des différentes composantes de la déformation locale.

Le taux de déformation s'écrit ainsi :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^{an} + \dot{\varepsilon}^{in}. \tag{3.83}$$

Compte tenu des lois de glissement développées précédemment, la relation précédente s'écrit en fonction du tenseur des contraintes comme suit :

$$\dot{\varepsilon} = s : \dot{\sigma} + m'(\sigma^{an}) : \sigma^{an} + m(\sigma) : \sigma \tag{3.84}$$

avec σ^{an}, la partie visqueuse anélastique de la contrainte de sorte que :

$$R^g : \sigma^{an} = \tau^{ang} = \frac{f\dot{\gamma}^{ang}}{\rho_m b^2} \tag{3.85}$$

et m' et m, les modules sécants visqueux de la partie anélastique et de la partie inélastique définis tels que :

$$m'_{ijkl} = \sum_g \frac{\rho_m b^2}{f} R^g_{ij} R^g_{kl} \tag{3.86}$$

et

$$m_{ijkl} = \sum_g \dot{\gamma}_0 \frac{\tau^g_{eff}}{\mu^2} \exp\left(\frac{-\Delta G_0}{k_b T}\left(1 - \left(\frac{|\tau^g_{eff}| - \tau^g_c}{\hat{\tau}^g}\right)^p\right)^q\right) R^g_{ij} R^g_{kl}. \tag{3.87}$$

3.3 Définition des variables internes

L'écriture de l'équation de la chaleur au chapitre 2 fait intervenir la dissipation intrinsèque d_1 que l'on cherche à estimer à partir d'une description des mécanismes dissipatifs au travers du cadre de la plasticité cristalline. Le choix des variables internes est donc crucial afin d'expliciter le calcul de la dissipation locale permettant de distinguer avec précision les parts d'énergie qui sont soit restituée, soit stockée ou soit transformée sous forme de chaleur. Du cadre thermomécanique développé précédemment, on a déduit l'expression suivante de la dissipation :

$$d_1 = (\sigma - \rho\frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon}) : \dot{\varepsilon} - \rho\frac{\partial \Psi}{\partial V_k} : \dot{V}_k. \tag{3.88}$$

Les variables internes V_k représentent l'état actuel de la matière et sont donc associées à la déformation inélastique ou anélastique mais aussi à l'écrouissage. On peut introduire deux variables sans dimension q^g et y qui représentent les états d'écrouissage respectivement isotrope et cinématique de la matière de sorte que les forces thermodynamiques qui y sont associées soient respectivement τ^g_c et x :

$$\tau^g_c = \rho\frac{\partial \Psi}{\partial q^g}, \tag{3.89}$$

$$x = \rho\frac{\partial \Psi}{\partial y}. \tag{3.90}$$

De manière similaire, on peut définir les forces thermodynamiques associées aux parties inélastique et anélastique de la déformation :

$$\sigma = -\rho\frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon^{in}}, \tag{3.91}$$

$$\sigma^{an} = -\rho\frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon^{an}}. \tag{3.92}$$

La relation (3.88) devient alors :

$$d_1 = \sigma : \dot{\varepsilon}^{in} + \sigma^{an} : \dot{\varepsilon}^{an} - \sum_g \tau^g_c \dot{q}^g - x : \dot{y}. \tag{3.93}$$

Néanmmoins, les variables internes q^g et y qui sont utilisées dans la relation précédente doivent être précisées. q^g, la variable duale de τ^g_c, au sens de l'équation (3.66) est telle que :

$$q^g = b\sqrt{\rho^g} \tag{3.94}$$

et sa loi d'évolution s'écrit alors :

$$\dot{q}^g = b\frac{\dot{\rho}^g}{2\sqrt{\rho^g}}. \tag{3.95}$$

En introduisant la loi d'évolution de la densité de dislocations sur chaque système de glissement définie par la relation (3.68) dans la relation précédente, on obtient :

$$\dot{q}^g = \left(\frac{1}{L^g} - 2y_c\rho^g\right)\frac{|\dot{\gamma}^{ing}|}{2\sqrt{\rho^g}}. \tag{3.96}$$

La variable cinématique est déterminée à partir de la loi de normalité généralisée [LC90] :

$$\dot{y} = \dot{\varepsilon}^{in} - \frac{3}{2}\frac{c_c}{a_c}x\dot{\varepsilon}^{in}_{eq}. \tag{3.97}$$

La dissipation intrinsèque se calcule alors à partir de la relation suivante :

$$d_1 = \sigma : \dot{\varepsilon}^{in} + \sigma^{an} : \dot{\varepsilon}^{an} - \sum_g \tau_c^g \left(\frac{1}{L^g} - 2y_c\rho^g\right)\frac{|\dot{\gamma}^{ing}|}{2\sqrt{\rho^g}} - x : (\dot{\varepsilon}^{in} - \frac{3}{2}\frac{c_c}{a_c}x\dot{\varepsilon}^{in}_{eq}). \tag{3.98}$$

L'équation (3.98) est écrite comme suit :

$$d_1 = P^v - P_{EcIso} - P_{EcCin} \tag{3.99}$$

où P^v est la puissance de déformation visqueuse :

$$P^v = \sigma : \dot{\varepsilon}^{in} + \sigma^{an} : \dot{\varepsilon}^{an}, \tag{3.100}$$

P_{EcIso} est la puissance nécessaire à l'écrouissage isotrope

$$P_{EcIso} = \sum_g \tau_c^g \left(\frac{1}{L^g} - 2y_c\rho^g\right)\frac{|\dot{\gamma}^{ing}|}{2\sqrt{\rho^g}} \tag{3.101}$$

et P_{EcCin} est la puissance associée à l'écrouissage cinématique intragranulaire :

$$P_{EcCin} = x : (\dot{\varepsilon}^{in} - \frac{3}{2}\frac{c_c}{a_c}x\dot{\varepsilon}^{in}_{eq}). \tag{3.102}$$

Il est important de noter que l'équation (3.99) traduit le fait que toute la puissance de déformation visqueuse n'est pas transformée en chaleur. En effet, une partie du travail est stockée à cause des mécanismes d'écrouissage soit sous forme de dislocations immobiles isolées (écrouissage isotrope) soit sous forme d'arrangements de dislocations (écrouissage cinématique). Dans ce cas, comme l'ont en premier suggéré Taylor et Quinney [TQ34], l'observation de l'évolution de l'énergie stockée au cours de la déformation doit fournir des informations intéressantes quant à la mise en place de critères énergétiques.

3.4 Conclusions

Ce chapitre a en premier lieu permis d'identifier clairement les mécanismes dissipatifs qui ont lieu à l'échelle microscopique et qui sont responsables de l'élévation de température que l'on mesure à l'échelle de l'éprouvette. En effet, une étude bibliographique des mécanismes de glissement plastique dans les réseaux cubiques centrés et en particulier le fer α a permis de mettre en évidence le caractère viscoplastique du mouvement thermiquement activé des dislocations vis qui requiert une forte énergie pour avoir lieu. Cette énergie, apportée par le champ de contraintes lorsqu'il est

d'amplitude suffisante et le champ de température, autorise donc le glissement plastique qui est alors à l'origine d'une déformation inélastique et d'une forte dissipation de chaleur. Le glissement plastique n'est néanmmoins pas le seul mécanisme dissipatif puisque, dès les faibles amplitudes de contraintes, les dislocations ancrées entre des obstacles sont capables de se courber sous l'action du champ de contraintes sans pour autant parvenir à former des boucles actives de Frank-Read. Ce mode de déformation anélastique n'engendre ainsi pas de déformation permanente car la tension de ligne est à l'origine d'une force de rappel sur les dislocations mais constitue tout de même une source de dissipation résultant du frottement entre les dislocations et leur environnement. Cette hypothèse d'existence de deux mécanismes a été vérifiée expérimentalement à partir d'une méthode originale basée sur la mesure de la dissipation moyenne par cycle et l'étude de sa dépendance vis à vis de la contrainte moyenne qui diffère selon le mécanisme dissipatif considéré.

La suite du chapitre a été consacrée à la modélisation des mécanismes dissipatifs. Ainsi, après avoir rappellé le formalisme de la plasticité cristalline qui permet de décrire les mécanismes à l'échelle du système de glissement, les lois de glissement permettant de décrire les mécanismes dissipatifs ont été présentées. Une loi de glissement pour les mécanismes anélastiques a été développée en tenant compte à la fois du caractère visqueux de la déformation mais aussi de son aspect réversible (d'un point de vue mécanique mais pas thermodynamique). Une loi de glissement inélastique thermiquement activée, qui possède l'avantage de considérer à la fois la contribution de la température et celle du champ de contraintes, est utilisée pour la description du glissement viscoplastique. L'écrouissage isotrope est décrit à l'échelle du système de glissement à travers la cission critique qui dépend en particulier des densités de dislocations des différents systèmes dont l'évolution est traduite de manière physique. De plus, l'approche multi-systèmes offre la possibilité de tenir compte des interactions possibles entre les différents systèmes de glissement. L'écrouissage cinématique intragranulaire est lui décrit de manière plus phénoménologique à l'échelle d'un grain par une loi de type Armstrong-Frederick.

Enfin, la formulation thermodynamique de la loi de comportement a permis de préciser le calcul de la dissipation intrinsèque qui est fait à l'échelle du monocristal. En effet, les variables internes ont été explicitées conduisant ainsi à une expression de la dissipation intrinsèque qui fait la distinction entre la partie du travail visqueux qui est dissipée sous forme de chaleur et celle qui est stockée au sein du matériau grâce à l'écrouissage.

Si ce chapitre a abouti au développement d'une loi de comportement monocristalline fondée sur une description physique des mécanismes dissipatifs et de leurs interactions avec la microstructure, il faut maintenant prendre en compte la nature hétérogène des aciers. Le chapitre suivant doit donc permettre d'estimer le plus précisémment possible les interactions intergranulaires à l'aide d'un modèle micro-macro qui, couplé aux lois intracristallines évoquées dans ce chapitre, constituera un modèle multi-échelle permettant le calcul de la dissipation à l'échelle aussi bien macroscopique que microscopique tout en mettant en avant le rôle de la microstructure.

Bibliographie

[AF66] P.J. Armstrong and C.O. Frederick. A mathematical representation of the multiaxial bauschinger effect. *GEGB Report Berkeley Nuclear Laboratories*, RD/B/N731, 1966.

[AN85] A. Asaro and A. Needleman. Overview no. 42 texture development and strain hardening in rate dependent polycrystals. *Acta Metallurgica*, 33 :923–953, 1985.

[APG81] P. Astié, J.P. Peyrade, and P. Groh. Microdéformation liée à la relaxation des dislocations vis dans le fer. *Scripta Metallurgica*, 15 :477–482, 1981.

[Arm62] R.W. Armstrong. The plastic deformation of polycrystalline aggregates. *Philos. Mag.*, 7 :45–58, 1962.

[BCL03] N. Bonfoh, A. Carmasol, and P. Lipinski. Modeling of intra-crystalline hardening of materials with particles. *International Journal of Plasticity*, 19 :1167–1193, 2003.

[Ber02] S. Berbenni. *Elastoviscoplasticité des aciers polycristallins : Modélisation micromécanique et physique - Applications au comportement dynamique et à l'effet Bake-Hardening.* PhD thesis, ENSAM Metz, 2002.

[BFLB04] S. Berbenni, V. Favier, X. Lemoine, and M. Berveiller. Micromechanical modeling of the elastic-viscoplastic behavior of polycrystalline steels having different microstructures. *Materials Science and Engineering A*, 372 :128–136, 2004.

[BZ80] M. Berveiller and A. Zaoui. Généralisation du problème de l'inclusion et application à quelques problèmes d'élastoplasticité des matériaux hétérogènes. *J. Mécanique*, 19 :343–361, 1980.

[Cai88] G. Cailletaud. Une approche micromécanique du comportement des polycristaux. *Rev. Phys. Appl.*, 23 :353–365, 1988.

[Cai92] G. Cailletaud. A micromechanical approach to inelastic behavior of metals. *International Journal of Plasticity*, 8 :55–73, 1992.

[CF70] J.D. Campbell and W.G. Ferguson. The temperature and strain-rate dependence of the shear strength of mild steel. *Phil. Mag.*, 81 :63–82, 1970.

[CFR06] J. Chaussidon, M. Fivel, and D. Rodney. The glide of screw dislocations in bcc fe : Atomistic static and dynamic simulations. *Acta Materialia*, 54 :3407–3416, 2006.

[Cha86] J.L. Chaboche. Time-independent constitutive theories for cyclic plasticity. *International Journal of Plasticity*, 2 :149–188, 1986.

[CS62] R.H. Chambers and J. Schultz. Dislocation relaxation spectra in plastically deformed refractory b.c.c metals. *Acta Metallurgica*, 10 :466–483, 1962.

[DB99] A. Deschamps and Y. Brechet. Influence of predeformation and ageing of an al-zn-mg alloy - ii. modelling of precipitation kinetics and yield stress. *Acta Mater.*, 47 :293–305, 1999.

[DRSM00] A. Danielou, M. Robillard, J. Stolarz, and T. Magnin. Effect of the temperature and strain rate on the cyclic plasticity mechanisms of an interstitial free steel - comparison with ultra high purity iron. *Note interne ARCELOR MITTAL RESEARCH SA*, 2000.

[EM84] Y. Estrin and H. Mecking. A unified phenomenological description of work hardening and creep based on one-parameter models. *Acta Metallurgica*, 32 :57–70, 1984.

[Esh57] J.D. Eshelby. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems. *Proc. R. Soc. London*, A241 :376–396, 1957.

[Fea99] X. Feaugas. *Contribution à la compréhension des mécanismes de déformation plastique et d'endommagement des matériaux.* PhD thesis, Université de Technologie de Compiègne, 1999.

[FF04] M. Fivel and S. Forest. Plasticité cristalline et transition d'échelle : cas du monocristal. *Techniques de l'ingénieur*, M 4 016 :1–20, 2004.

[FJW51] A.J. Foreman, M.A. Jaswon, and J.K. Wood. Factors controlling dislocation widths. *Proc. Phys. Soc*, A64 :156–163, 1951.

[FPZ91] D. François, A. Pineau, and A. Zaoui. *Comportement mécanique des matériaux - viscoplasticité, endommagement, mécanique de la rupture, mécanique du contact.* Paris Hermès, 1991.

[Fra84] P. Franciosi. *Etude théorique et expérimentale du comportement élastoplastique des monocristaux métalliques se déformant par glissement : modélisation pour un chargement complexe quasi-statique.* PhD thesis, Université Paris Nord, 1984.

[Fra85] P. Franciosi. The concepts of latent hardening and strain hardening in metallic single crystals. *Acta Metall.*, 33 :1601–1612, 1985.

[Fri56] J. Friedel. *Les dislocations.* Gauthier-Villars, Paris, 1956.

[Fri64] J. Friedel. *Dislocations.* Pergamon Press, Oxford, 1964.

[GBL02] A. Galtier, O. Bouaziz, and A. Lambert. Influence de la microstructure des aciers sur leurs propriétés mécaniques. *Mécanique et Industries*, 3 :457–462, 2002.

[GL56] A. Granato and K. Lücke. Theory of mechanical damping due to dislocations. *Journal of Applied Physics*, 27 :583–593, 1956.

[Hal51] E.O. Hall. The deformation and ageing of mild steel. *Proc. Phys. Soc. London*, B64 :747–753, 1951.

[HF01] T. Hoc and S. Forest. Polycrystal modelling of if-ti steel under complex loading path. *International Journal of Plasticity*, 17 :65–85, 2001.

[HN75] B. Halphen and Q.S. Nguyen. Sur les matériaux standards généralisés. *J. Mech.*, 14 :39–63, 1975.

[Hoc99] T. Hoc. *Etude expérimentale et numérique de la localisation lors de changements de trajets dans un acier doux.* PhD thesis, Ecole Centrale Paris, 1999.

[HR72] R. Hill and J.R. Rice. Constitutive analysis of elastic-plastic crystals at arbitrary strain. *J. Mech. Phys. Solids*, 20 :401–413, 1972.

[Hut76] J.W. Hutchinson. Bounds and self-consistent estimates for creep of polycrystalline materials. *Proc. Roy. Soc. London A*, 348 :101–127, 1976.

[JG59] W.G. Johnston and J.J. Gilman. Dislocation velocities, dislocation densities, and plastic flow in lithium fluoride crytals. *Journal of Applied Physics*, 30 :129–144, 1959.

[KAA75] U.F. Kocks, A.S. Argon, and M.F. Ashby. Thermodynamics and kinetics of slip. *Prog. Mat. Science*, 19, 1975.

[KN67] A.S. Keh and Y. Nakada. Plasticity of iron single crystals. *Can. J. Phys.*, 45 :1101–1120, 1967.

[Koc66] U.F. Kocks. A statistical theory of flow stress and work hardening. *Phil. mag.*, 13 :541–566, 1966.

[Koc67] U.F. Kocks. Statistical treatment of penetrable obstacles. *Can. J. Phys.*, 45 :737–735, 1967.

[LA87] H.M. Ledbetter and M.W. Austin. Deformed-polycrystalline-copper elastic constant. *Phys. Sta. Sol.*, (a) 104, 1987.

[LB89] P. Lipinski and M. Berveiller. Elastoplasticity of microinhomogeneous metals at large strains. *Int. J. Plasticity*, 5 :149–172, 1989.

[LC90] J. Lemaitre and J.L. Chaboche. *Mécanique des matériaux solides.* Dunod, 1990.

[Lip92] P. Lipinski. *Modélisation du comportement des métaux en transformations élasto-plastiques finies à partir des méthodes de transitions d'échelles.* PhD thesis, Université Metz, 1992.

[LKB90] P. Lipinski, J. Krier, and M. Berveiller. Elastoplasticité des métaux en grandes déformations : comportement global et évolution de la structure interne. *Rev. Phys. Appliquée*, 25 :361–388, 1990.

[LKD92] Y. Lan, H.J. Klaar, and W. Dahl. Evolution of dislocation substructure and deformation behavior of iron at different temperature : Part i. strain-hardening curves and cellular structure. *Metall. Trans.*, 23A :537–544, 1992.

[LKV79] F. Louchet, L.P. Kubin, and D. Vesely. In situ deformation of b.c.c. crystals at low temperatures in a high-voltage electron microscope - dislocation mechanisms and strain-rate equation. *Phil. Mag.*, A 39 :433–454, 1979.

[LSW+03] M.Y. Liu, B. Shi, C. Wang, S.K. Ji, X. Cai, and H.W. Song. Normal hall-petch behavior of mild steel with submicron grains. *Materials Letters*, 57 :2798–2802, 2003.

[Maq06] F. Maquin. *Méthodologie expérimentale d'étude du comportement thermo-mécanique des matériaux sous sollicitations cycliques.* PhD thesis, ENSAM Châlons en Ch., 2006.

[Mar80] J.W. Martin. Micromechanisms in particle-hardened alloys. *Cambridge University Press*, 1980.

[Müh82] H. Mühlbach. Dislocation relaxation peaks in high-purity molybdenum single crystals. *phys. stat. sol.*, 69 :615, 1982.

[MK81] H. Mecking and U.F. Kocks. Kinetics of flow and strainhardening. *Acta Metall.*, 29 :1865–1875, 1981.

[MPC91] L. Meric, P. Poubanne, and G. Cailletaud. Single crystal modeling for structural calculations. part 1 : Model presentation. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 113 :162–170, 1991.

[MR04] A. Ma and F. Roters. A constitutive model for fcc single crystals based on dislocation densities and its application to uniaxial compression of aluminium single crystals. *Acta Materialia*, 52 :3603–3612, 2004.

[MS65] T. Mitchell and W. Spitzig. Three-stage hardening in tantalum single crystals. *Acta Metallurgica*, 13 :1169–1179, 1965.

[Mug83] H. Mughrabi. Dislocation wall and cell structures and long-range internal stresses in deformed metal crystals. *Acta Metallurgica*, 31 :1367–1379, 1983.

[Mug01] H. Mughrabi. Self-consistent experimental determination of the dislocation line tension and long-range internal stresses in deformed copper crystals by analysis of dislocation curvatures. *Materials Science and Engineering*, A309-310 :237–245, 2001.

[Nab47] F.R.N. Nabarro. Dislocations in a simple cubic lattice. *Proc. Phys. Soc*, 59 :256–272, 1947.

[NNGL99] S. Nemat-Nasser, W. Guo, and M. Liu. Experimentally based micromechanical modelling of dynamic response of molybdenum. *Scripta Materialia*, 40 :859–872, 1999.

[NNON98] S. Nemat-Nasser, T. Okinaka, and L. Ni. A physically-based constitutive model for b.c.c. crystals with application to polycrystalline tantalum. *J. Mech. Phys. Solids*, 46 :1009–1038, 1998.

[PBF+01] A. Paquin, S. Berbenni, V. Favier, X. Lemoine, and M. Berveiller. Micromechanical modeling of the elastoviscoplastic behavior of heterogeneous materials. *International Journal of Plasticity*, 17 :1267–1302, 2001.

[Pei40] R.E. Peierls. The size of a dislocation. *Proc. Phys. Soc*, 52 :34–37, 1940.

[Pet53] N.J. Petch. The cleavage strength of polycrystals. *J. Iron Steel Inst.*, 174 :25–28, 1953.

[Pra49] W. Prager. Recent development in the mathematical theory of plasticity. *Journal of Applied Physics*, 20 :235, 1949.

[Pra56] W. Prager. *J. Appl. Mech.*, 23 :493–496, 1956.

[See04] A. Seeger. Progress and problems in the understanding of the dislocation relaxation processes in metals. *Materials Science and Engineering*, A 370 :50–66, 2004.

[SGGN04] A. Strahl, S.B. Golovina, I.S. Golovin, and H. Neuhäuser. On dislocation-related internal friction in fe-22-31 at.% al. *Journal of Alloys and Compounds*, 378 :268–273, 2004.

[SK70] W.A. Spitzig and A.S. Keh. Orientation dependence of the strain rate sensitivity and thermally activated flow in iron single crystals. *Acta Metall.*, 18 :1021–1033, 1970.

[SLB97] C. Schmitt, P. Lipinski, and M. Berveiller. Micromechanical modelling of the elastoplastic behavior of polycrystals containing precipitates–application to hypo- and hyper-eutectoid steels. *International Journal of Plasticity*, 13 :183–199, 1997.

[SS92] S. Suzuki and A. Seeger. *phys. stat. sol.*, 131 :327, 1992.

[Suz89] S. Suzuki. Hydrogen cold-work peak in high-purity molybdenum. *phys. stat. sol.*, 118 :51, 1989.

[TKC98] M. Tang, L.P. Kubin, and G.R. Canova. Dislocation mobility and the mechanical response of b.c.c. single crystals : a mesoscopic approach. *Acta Materialia*, 46 :3221–3235, 1998.

[TQ34] G.I. Taylor and M.A. Quinney. The latent heat remaining in a metal after cold work. *Proc. Roy. Soc. A*, 143 :307–326, 1934.

[YJHF92] L. Yongning, Z. Jinhua, Z. Huijiu, and P.S. Follansbee. Variation of yield stress with strain-rate for three carbon steels. *ASME J. Engng. Mat. Tech.*, 114 :348–353, 1992.

Chapitre 4

Prise en compte de la nature polycristalline des aciers

Sommaire

4.1 Distribution spatiale des sources de dissipation 86
4.1.1 Protocole expérimental 86
4.1.2 Hypothèses en vue de l'interprétation des résultats 88
4.1.3 Résultats et conclusions 89
4.2 Techniques d'homogénéisation 91
4.2.1 Notions fondamentales 92
4.2.2 Matériaux élastiques-inélastiques hétérogènes 94
4.2.3 Prise en compte du caractère anélastique 105
4.3 Energie dissipée et énergie stockée 123
4.4 Conclusions 126

Le chapitre précédent nous a abouti à la mise en place une loi de comportement monocristalline où l'échelle de description des mécanismes dissipatifs est celle du système de glissement. Néanmmoins, dans un polycristal, les champs mécaniques et thermodynamiques sont hétérogènes et la description du comportement monocristallin doit donc être intégrée dans une démarche multiéchelle qui tient compte de ces hétérogénéités. Différentes échelles d'hétérogénéités peuvent être distinguées : celle de l'éprouvette soulignée par les mesures de dissipation par thermographie, celle de la microstructure, conséquence de l'hétérogénéité des propriétés mécaniques (multiphasage, orientation cristallographique...) et celle issue de la dispersion des états de contraintes et de déformations au sein d'un même grain.

Ainsi, dans un premier temps, un protocole expérimental est proposé afin d'établir si les courbes d'échauffement sont une représentation de phénomènes dissipatifs qui suivent une distribution spatiale particulière ou non. Il s'agit donc d'établir les conditions expérimentales pour lesquelles l'estimation de la dissipation moyenne par cycle est représentative d'une microstructure particulière tout en s'affranchissant de l'influence des hétérogénéités des champs associées à la géométrie des éprouvettes et notamment à leur surface libre.

Les outils micro-macro qui rendent possible la description des interactions entre les grains consécutives aux hétérogénéités de déformation sont ensuite présentés. Dans un premier temps, les principaux modèles de transition d'échelle basés sur un comportement local élastique-inélastique (élasto-viscoplastique) sont rappellés. Une attention particulière est portée au modèle à champ translaté auquel est apporté une extension par la suite. En effet, le choix d'un comportement local élastique-inélastique implique de ne considérer que les parties élastique et inélastique lors de la transition d'échelle. C'est pourquoi la méthode à champs translatés est utilisée afin de développer un nouveau modèle micro-macro aussi capable de prendre en compte la nature anélastique de la déformation. La résolution du problème complet permet ainsi d'obtenir le modèle à champ translaté établi pour un comportement local élastique-anélastique-inélastique et de le comparer à d'autres modèles afin de le valider dans un cas simple.

4.1 Distribution spatiale des sources de dissipation

Le chapitre précédent nous a permis d'identifier les mécanismes dissipatifs comme étant des conséquences des mouvements (anélastiques ou inélastiques) des dislocations. Si l'hétérogénéité des propriétés microstructurales et les interactions aussi bien inter- qu'intragranulaires conduisent à un champ de dissipation non homogène, les mesures de champ de dissipation faites par thermographie infrarouge [Bou04] (voir chapitre 2) soulignent l'hétérogénéité du champ de dissipation à une échelle plus grande : celle de la structure. Cependant, bien qu'il soit hétérogène, le champ de dissipation 2D mesuré à la surface des éprouvettes ne semble suivre aucune distribution spatiale particulière. Si cette remarque s'applique à un champ de dissipation 2D et bien qu'à cause de la forte conduction, le champ de température soit relativement homogène dans l'épaisseur, il est très difficile de la généraliser au champ de dissipation 3D. En effet, Mughrabi [MW88] puis Sauzay [SG00][SG02][Sau07] ont montré que la surface libre jouait un rôle de première importance sur la formation des bandes de glissement permanentes et donc sur la microplasticité. Ces résultats incitent donc à penser que les sources dissipation ont tendance à se situer à proximité de la surface libre.

La question de savoir si la dissipation moyenne estimée à l'aide d'une mesure de température moyenne est représentative d'une distribution spatiale des sources de dissipation qui subit l'effet de la surface libre ou non se pose alors. Du point de vue de la modélisation, il est important de savoir si en plus de l'hétérogénéité microstructurale (aspect polycristallin des aciers), l'effet de l'hétérogénéité structurale (rôle de la surface libre) sur les mécanismes dissipatifs doit être introduit ou pas. Une démarche expérimentale réalisée avec l'aide de Brosse [Bro06] est donc proposée. Elle vise à déterminer sous quelles conditions la dissipation estimée à partir d'une mesure de température n'est pas représentative de phénomènes qui tendent à se localiser à proximité de la surface libre.

4.1.1 Protocole expérimental

Afin de déterminer si la localisation de la déformation plastique près de la surface libre doit être prise en compte, les courbes d'échauffement sont réalisées pour différentes éprouvettes d'un acier (principalement ferritique avec quelques ilôts de perlite)

dont les caractéristiques microstructurales et mécaniques sont récapitulées sur les figures 4.1 et 4.2. Des éprouvettes d'épaisseurs différentes sont utilisées de sorte que, si on considère qu'il existe une zone d'épaisseur e' (indépendante de l'épaisseur totale e) fortement dissipative à proximité de la surface, faire varier l'épaisseur totale de l'éprouvette donne la possibilité de modifier le rapport entre la dissipation associée à l'effet de surface et la dissipation totale. Ainsi, si la dissipation totale mesurée sur des éprouvettes d'épaisseur différente dépend de l'épaisseur e, cela tend à montrer que la surface libre joue un rôle non-négligeable sur la localisation des sources de dissipation qui sont alors préférentiellement situées à proximité de la surface libre.

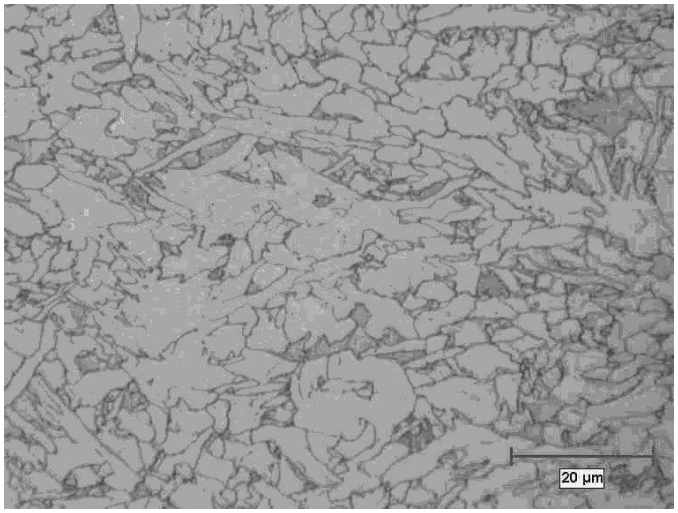


FIG. 4.1 – Microstructure de l'acier ferritique utilisé pour étudier l'effet de la surface libre (Attaque Dino).

Σ_y (MPa)	R_m (MPa)	A (%)
425	470	27,6

FIG. 4.2 – Caractéristiques mécaniques de l'acier ferritique utilisé pour étudier l'effet de la surface libre.

De plus, il est probable que des facteurs géométriques tels que la rugosité aient une influence sur la concentration d'activité plastique près de la surface libre. Par conséquent, deux lots d'éprouvettes ont été fabriqués de manière à ce que chacun des lots contiennent des éprouvettes d'épaisseurs différentes (2, 3, 4 et 5 mm) et que les deux lots diffèrent de par l'état de surface des éprouvettes qu'ils contiennent comme l'illustre la figure 4.3. Ainsi, les éprouvettes issues du premier lot possèdent une surface laissée brute de rectification ce qui engendre une rugosité élevée ($R_a = 0,91$ μm). A l'inverse, les éprouvettes provenant du second lot ont subi un polissage après l'étape de rectification conduisant à un état de surface plus favorable à la fatigue ($R_a = 0,049$ μm).

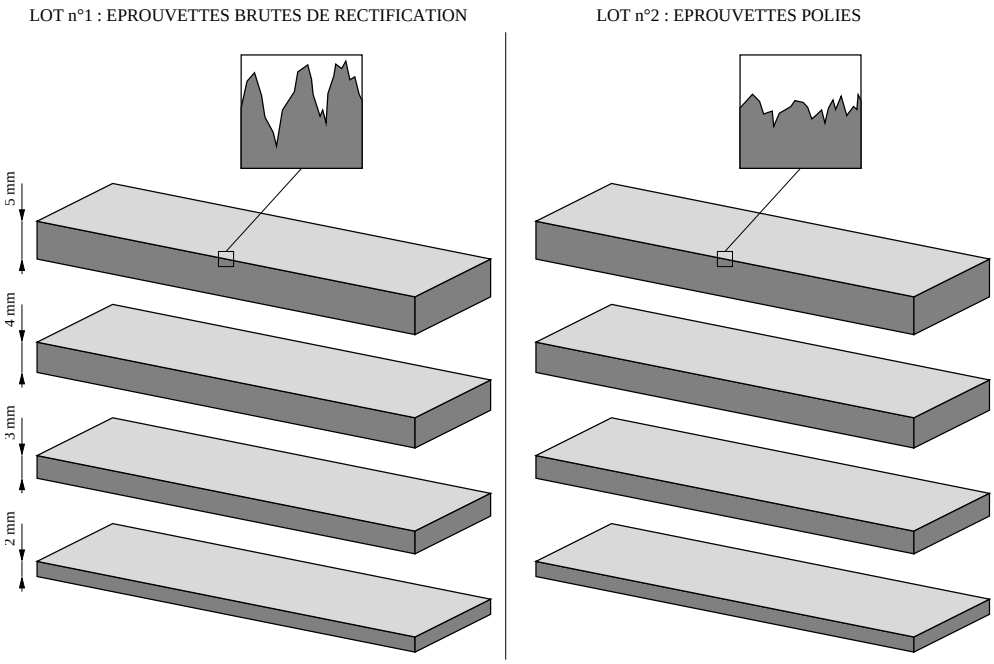


FIG. 4.3 – Eprouvettes utilisées en vue de déterminer si il existe une localisation particulière des sources de dissipation.

4.1.2 Hypothèses en vue de l'interprétation des résultats

Les courbes d'échauffements associées à chacune des éprouvettes sont réalisées afin de déterminer si la surface libre est susceptible d'avoir une influence notable sur la localisation des sources de dissipation. Pour interpréter les résultats, on propose de distinguer deux représentations schématiques : celle où les sources de dissipation sont distribuées de manière uniforme dans toute la zone utile (voir figure 4.4(a)) et celle où elles sont localisées exclusivement à proximité de la surface libre sur une épaisseur e' (voir figure 4.4(b)).

La dissipation estimée à partir de la mesure de l'élévation de température moyenne correspond à la dissipation moyenne (à la fois **spatiale** et **temporelle**) sur la zone utile par cycle de sollicitation de sorte que :

$$\tilde{d_1} = \frac{1}{V}\frac{1}{T_s}\int_V \int_t^{t+T_s} d_1(x,y,z,t)dtdV \tag{4.1}$$

Si l'on considère le cas où la distribution spatiale des sources de dissipation est supposée uniforme, la dissipation moyenne $\tilde{d_1}$ s'écrit simplement :

$$\tilde{d_1} = \frac{1}{T_s}\int_t^{t+T_s} d_{1uni}(t)dt \tag{4.2}$$

où d_{1uni} est la valeur locale du champ de dissipation supposé uniforme. Inversement, en supposant que les sources de dissipation se situent uniquement près de la surface libre, la dissipation moyenne $\tilde{d_1}$ s'exprime à partir de la relation suivante :

$$\tilde{d_1} = \frac{1}{T_s}\frac{1}{e}\int_0^e \int_t^{t+T_s} d_1(z,t)dzdt = \frac{2e'}{e}\int_t^{t+T_s} d_{1surf}(t)dt \tag{4.3}$$

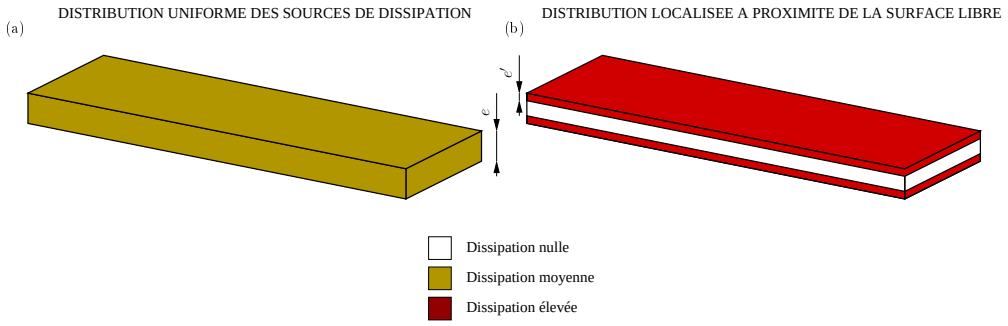


FIG. 4.4 – Cas schématiques considérés en vue de l'interprétation des courbes d'échauffement obtenues pour les éprouvettes d'épaisseurs différentes : les sources sont réparties uniformément dans la zone utile (a), les sources de dissipation sont exclusivement localisées à proximité de la surface libre de normale z (b).

avec d_{1surf} la valeur du champ de dissipation dans la zone à proximité de la surface libre.

Le calcul de la dissipation moyenne montre que, selon l'hypothèse de distribution spatiale qui est faite, l'influence de l'épaisseur sur l'estimation de la dissipation est très variable. En effet, la relation (4.2) souligne que, si la distribution des sources de dissipation est parfaitement uniforme, l'estimation de la dissipation moyenne est totalement indépendante de l'épaisseur de l'éprouvette choisie. A l'opposé, l'équation (4.3) traduit le fait que la dissipation moyenne dépend fortement de l'épaisseur si les sources de dissipation se situent à proximité de la surface libre. En effet, l'équation (4.3) montre que plus l'épaisseur est importante, plus la dissipation moyenne est faible si on suppose que e' et d_{1surf} sont des paramètres totalement indépendant de l'épaisseur de l'éprouvette e.

Ces remarques concernant l'influence de l'épaisseur suggèrent d'interpréter les courbes d'échauffement obtenues expérimentalement de la manière suivante :

- si les courbes d'échauffement obtenues pour toutes les éprouvettes d'un même lot ne dépendent pas de l'épaisseur, les résultats se rapprochent du cas où la distribution est uniforme. Ainsi, considérer que les sources de dissipation n'obéissent pas à une distribution spatiale particulière mais sont plutôt uniformément réparties dans la zone utile semble être une hypothèse valable.
- si l'épaisseur des éprouvettes influe sur les courbes d'échauffement, les résultats sont semblables à ceux obtenus dans le cas où les sources de dissipation sont uniquement localisées près de la surface libre. L'influence de la surface sur la localisation des sources de dissipation ne peut alors pas être négligée.

4.1.3 Résultats et conclusions

Les courbes d'échauffement sont donc réalisées pour l'ensemble des éprouvettes puis tracées sur la figure 4.5 pour les éprouvettes dont la surface est brute de rectification et sur la figure 4.6 pour les éprouvettes qui ont subi un polissage. Afin de limiter la dispersion des résultats, chaque lot contient plusieurs éprouvettes de même épaisseur.

Les courbes d'échauffement réalisées pour les éprouvettes brutes de rectification

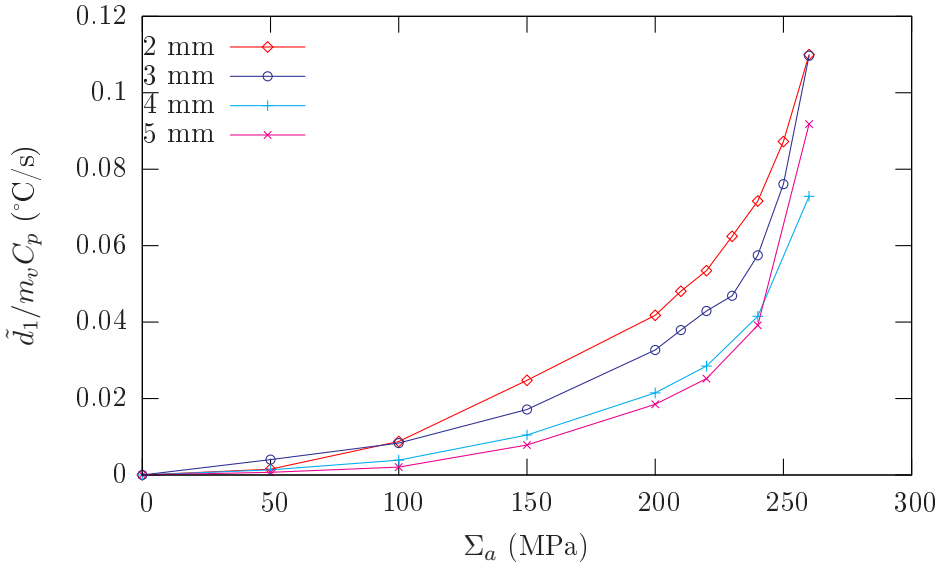


FIG. 4.5 – Courbes d'échauffement obtenues pour des éprouvettes d'acier S355 de différentes épaisseurs et dont la surface est brute de rectification.

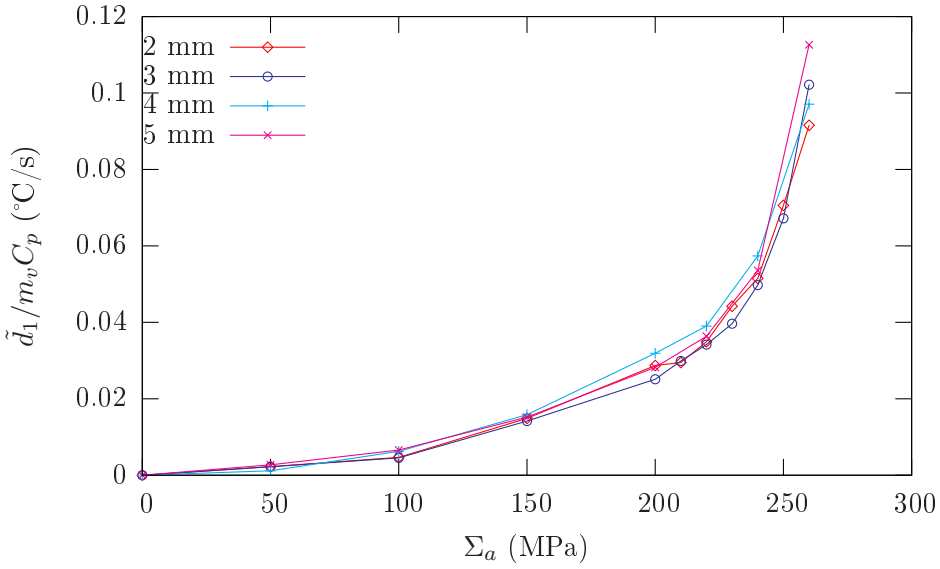


FIG. 4.6 – Courbes d'échauffement obtenues pour des éprouvettes d'acier S355 de différentes épaisseurs et dont la surface a été polie.

montrent que l'épaisseur a une forte influence ce qui signifie que les mécanismes dissipatifs se situent préférentiellement à proximité de la surface libre. En effet, plus l'épaisseur est faible, plus la dissipation moyenne est élevée soulignant ainsi l'existence d'une zone de forte dissipation près de la surface. Néanmmoins, il semble qu'il existe une épaisseur critique au dessus de laquelle l'effet de la surface libre peut être négligé car si les courbes d'échauffement pour les éprouvettes de 2 et 3 mm diffèrent fortement, celles obtenues pour les éprouvettes de 4 et 5 mm sont beaucoup plus proches. Ainsi, au delà de l'épaisseur critique (qui vaut entre 3 et 4 mm dans notre cas), l'effet de la zone fortement dissipative située près de la surface libre devient négligeable devant la dissipation associée au reste de la zone utile.

Dans le cas des éprouvettes polies, aucune influence de l'épaisseur ne peut être distinguée. Il apparaît donc que le polissage permet de limiter la dissipation due à la concentration d'activité plastique à la surface de l'éprouvette. Ainsi, une amélioration de l'état de surface est un moyen d'estimer une dissipation moyenne associée à des mécanismes qui n'ont a priori pas de localisation particulière mais qui répondent plutôt à une distribution spatiale uniforme quelle que soit l'épaisseur.

Compte tenu des conclusions précédentes, il semble que si l'on veut s'affranchir de l'effet de structure due à la surface libre pour analyser plutôt l'effet de microstructure, il est dans l'intérêt de l'expérimentateur de pencher pour des éprouvettes d'épaisseur élevée et dont la rugosité de surface est faible limitant ainsi la probabilité de voir les phénomènes dissipatifs se concentrer à proximité de la surface libre. Lors des mesures de dissipation, il est important de vérifier le rôle de la surface libre. En effet, généralement, la dissipation que l'on cherche à estimer est celle qui est propre à un matériau sous des conditions de chargement données. Si l'on ne parvient pas à réunir des conditions expérimentales telles que le rôle de la surface libre soit négligeable, la dissipation est non seulement représentative de l'effet matériau mais aussi de l'effet de structure associée à la surface libre qui vient alors perturber la mesure de dissipation. Néanmmoins, les résultats obtenus montrent qu'avec certaines précautions, l'influence de la surface libre peut être négligée.

4.2 Techniques d'homogénéisation

Les résultats précédents nous invitent à considérer que les sources de dissipation ne répondent pas à une localisation particulière à l'échelle de l'éprouvette si certaines conditions liées à la géométrie de l'éprouvette sont respectées. Néanmmoins, à une échelle plus fine, il convient de tenir compte de la non-homogénéité des champs mécaniques inhérente au caractère hétérogène des propriétés microstructurales des aciers (orientation cristallographique, phases métallurgiques...). Les techniques d'homogénéisation, basées sur la résolution du problème de l'inclusion, constituent alors un outil permettant de faire lien entre les échelles microscopique et macroscopique afin de prendre en compte l'aspect hétérogène sans pour autant induire des besoins en temps de calcul aussi importants que les démarches issues du calcul de microstructure par éléments finis. Ces techniques font appel à certaines notions qu'il est nécessaire de préciser.

4.2.1 Notions fondamentales

4.2.1.1 Définition du VER - Séparation des échelles

Un volume élémentaire d'un milieu hétérogène réel pour lequel on souhaite utiliser les techniques d'homogénéisation se doit d'être discrétisé en un certain nombre de phases. Les approches micro-macro ont alors pour objectif de déterminer l'état mécanique de chaque phase connaissant les conditions homogènes qui s'appliquent au contour de l'ensemble des phases. Le terme "*phase*" désigne ici un volume discret dont les propriétés aussi bien géométriques que métallurgiques, chimiques ou cristallographiques sont considérées comme identiques et dont la taille définit l'échelle de l'hétérogénéité considérée.

L'ensemble des phases constitue le Volume Elémentaire Représentatif (VER) qui se doit d'être suffisamment petit par rapport à l'échelle d'une structure mais assez grand vis à vis de la taille caractéristique des hétérogénéités [BBG01a]. Cette double condition traduit le fait que le nombre de phases doit être suffisant pour que le comportement global du VER soit représentatif du matériau considéré et que le VER doit avoir une taille inférieure à la dimension caractéristique d'une structure de sorte que dans un calcul de structure le milieu hétérogène puisse être remplacé par un milieu homogène équivalent. Le milieu homogène équivalent, lorqu'il est soumis aux mêmes sollicitations que le milieu hétérogène réel, doit donc avoir une réponse macroscopique identique.

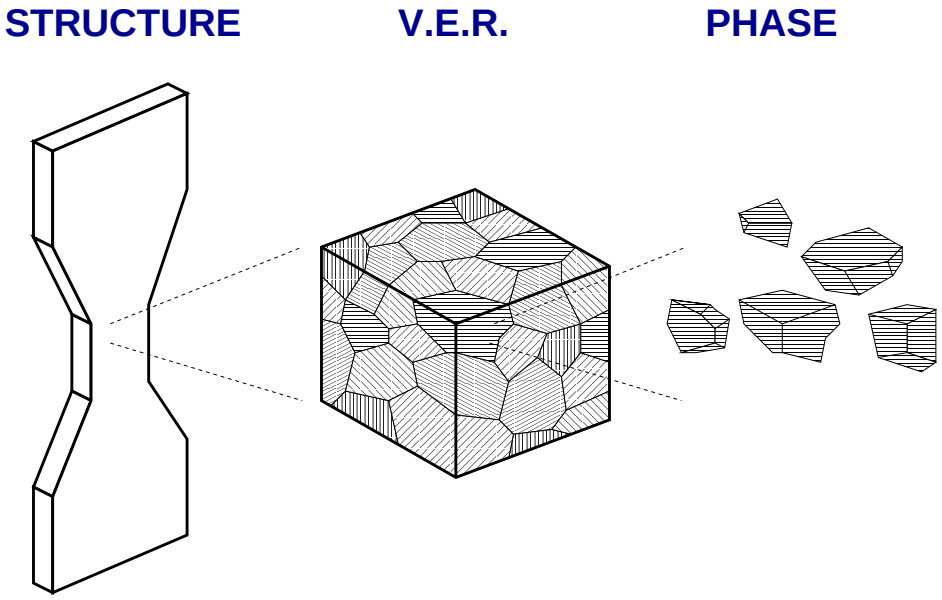


FIG. 4.7 – Représentation des différentes longueurs caractéristiques dans le cas d'une approche d'homogénéisation.

4.2.1.2 Méthodologie

En vue de calculer les champs mécaniques locaux et les propriétés du milieu homogène équivalent, la démarche suivie se décompose en trois étapes [BBG01a] :

- la représentation, qui consiste à préciser la constitution du milieu hétérogène considéré,
- la localisation, dont l'objectif est de relier l'état mécanique individuel de chaque phase aux conditions aux limites imposées sur le VER,
- l'homogénéisation, qui est l'étape durant laquelle les opérations de moyenne sur les champs mécaniques sont réalisées en vue de déterminer la réponse macroscopique du VER. C'est donc durant cette étape que la déformation macroscopique E et la contrainte macroscopique Σ sont déterminées :

$$\Sigma = \frac{1}{V}\int_V \sigma dV = \overline{\sigma}, \tag{4.4}$$

$$E = \frac{1}{V}\int_V \varepsilon dV = \overline{\varepsilon}, \tag{4.5}$$

où V est le volume du VER.

4.2.1.3 Hypothèse des champs moyens et problème de l'inclusion inélastique

Dans le présent travail, on entend par "*phase*" un grain où un ensemble de grains dont les propriétés sont considérées comme identiques du point de vue de la modélisation. Les calculs de microstructure en éléments finis réalisés par Fivel et Forest [FF04] soulignent qu'à l'intérieur d'un grain les états mécaniques varient selon la position observée. Néanmmoins, les modèles de transition d'échelle qui seront présentés dans ce chapitre font l'hypothèse que les champs de contrainte σ et de déformation ε moyens dans chaque phase suffisent à décrire son comportement.

Chaque phase est alors représentée par une inclusion de géométrie ellipsoïdale noyée dans un milieu infini. Dans le cas d'un comportement élastique linéaire où la continuité du champ de déplacement et du champ de force est assurée à la surface de l'inclusion, la solution fournie par Eshelby [Esh57] permet d'exprimer la déformation dans l'inclusion ε^I (qui est homogène) en fonction de la déformation libre ε^t via un tenseur d'interaction S^E :

$$\varepsilon^I = S^E : \varepsilon^t. \tag{4.6}$$

Le tenseur des contraintes dans l'inclusion σ^I s'exprime alors de la manière suivante :

$$\sigma^I = C : (\varepsilon^I - \varepsilon^t) \tag{4.7}$$

où C est le module élastique du milieu infini.

4.2.1.4 Modèles basés sur l'uniformité des champs mécaniques

Les premiers modèles de transition d'échelle se sont attachés à décrire le comportement de polycristaux en élastoplasticité avec comme première approche l'homogénéité des champs mécaniques. Ainsi, Sachs [Sac28] puis Batdorf et Budiansky [BB49] supposent que le champ de contraintes est uniforme ce qui conduit alors à écrire que l'état de contraintes local est le même que celui imposé aux limites du VER :

$$\sigma = \Sigma. \tag{4.8}$$

L'approche duale, qui consiste à considérer uniforme le tenseur des déformations, a été introduite par Taylor [Tay38] puis reprise par Lin [Lin57] conduisant à la relation de localisation suivante :

$$\varepsilon = E. \tag{4.9}$$

De manière similaire aux bornes établies par Voigt [Voi89] et Reuss [Reu29] pour le cas purement élastique, les hypothèses d'uniformité des champs mécaniques induisent des comportements trop souples (uniformité du champ de contrainte) ou trop raides (uniformité du champ de déformation) qui n'aboutissent pas à une description satisfaisante des interactions entre les différents grains. De plus, la loi de comportement locale développée au chapitre précédent fait intervenir différents ordres de dérivation par rapport au temps ce qui engendre une difficulté supplémentaire quant au choix d'un modèle de transition d'échelle satisfaisant.

4.2.2 Matériaux élastiques-inélastiques hétérogènes

Dans le cas d'un comportement local linéaire, la méthode autocohérente [Her54] [Krö58] permet de trouver les propriétés exactes d'un milieu hétérogène parfaitement désordonné. Néanmmoins, la présence de différents ordres de dérivation par rapport au temps dans les lois de comportement est la source d'un comportement non-linéaire dont résulte des couplages spatio-temporels complexes à prendre en compte. La loi de comportement développée au chapitre 3 fait intervenir une partition des déformations dans laquelle différents types de comportements apparaissent : élastique, anélastique et inélastique (où la partie inélastique est ici assimilée à une déformation de nature viscoplastique et non pas plastique indépendante du temps). Une première approximation consiste à négliger la partie anélastique de la déformation vis à vis de la transition d'échelle ce qui se justifie par le fait que les déformations anélastiques sont faibles et que les interactions dues à l'hétérogénéité du champ de déformation anélastique sont négligeables. Dans ce cas, la loi de comportement locale se réduit à sa forme élastique-inélastique :

$$\dot{\varepsilon}(r,t) = s(r) : \dot{\sigma}(r,t) + m(r,\sigma,\varepsilon^{in}) : \sigma(r,t). \tag{4.10}$$

Suquet [Suq87] a montré que si on considère un comportement local viscoélastique linéaire obéissant à une loi rhéologique de type Maxwell (c'est à dire que m n'est plus qu'une fonction de la variable spatiale r, voir figure 4.8), la loi de comportement macroscopique ne peut être mise sous cette forme et fait intervenir un terme supplémentaire qui correspond à un effet mémoire longue du matériau :

$$\dot{E} = S : \dot{\Sigma}(t) + M : \Sigma(t) + \int_0^t J(t-s) : \dot{\Sigma}(s) ds. \tag{4.11}$$

avec S (respectivement M) le module purement élastique (respectivement purement inélastique). La relation précédente souligne donc que le comportement macroscopique d'un ensemble de phases dont le comportement obéit à une loi viscoélastique n'est pas de type Maxwell.

Le premier modèle visant à décrire le comportement inélastique (viscoplastique pur) des matériaux hétérogènes est celui développé par Hutchinson [Hut76] qui a adapté l'approche incrémentale proposée initialement pour la résolution du problème

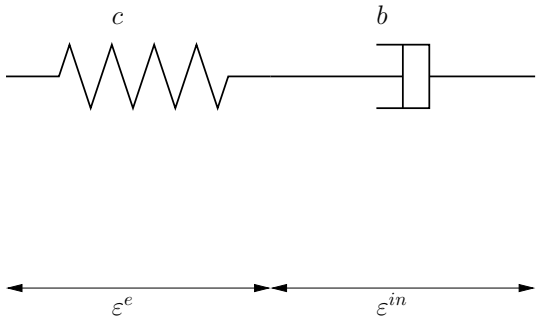


FIG. 4.8 – Schéma d'un élément rhéologique de Maxwell.

élasto-plastique hétérogène par Hill [Hil65]. Dans le cas inélastique, l'approche incrémentale requiert la résolution d'un problème non-linéaire implicite qui induit une certaine lourdeur numérique [BBG01b]. Pour un comportement élastique-inélastique, Weng [Wen81] a proposé de réutiliser le modèle de Kröner [Krö61] développé à l'origine dans le cas élasto-plastique considérant alors que la déformation inélastique locale peut être traitée comme une déformation libre. L'idée de considérer la déformation inélastique comme une déformation libre, bien que reprise par la suite par Nemat-Nasser et Obata [NNO86] puis par Harren [Har91], conduit à une surestimation des contraintes internes à cause de la description grossière des interactions entre les phases se rapprochant du modèle de Taylor [Tay38]. Afin d'améliorer la description des interactions, Weng [Wen93] puis Li et Weng [LW94][LW97] ont suggéré de reformuler le modèle initial pour y introduire un terme d'interaction, fonction du temps, qui permet de diminuer la "*rigidité*" du modèle original.

Le recours à la transformée de Laplace-Carson, d'abord suggéré par Laws et McLaughlin [LM78] en viscoélasticité linéaire puis repris par Rougier [RSZ94] dans le cas élastique-inélastique sans seuil, est un moyen de linéariser la loi de comportement dans l'espace de Laplace-Carson et donc de définir un module tangent dans le cas où la loi de comportement fait intervenir différents ordres de dérivation temporelle. Néanmmoins, la difficulté de ces approches héréditaires réside dans le fait que l'écriture de la solution dans l'espace réel n'est pas toujours triviale nécessitant parfois des procédures numériques pouvant être lourdes. Les approches à variables internes introduites par Paquin [Paq98] et reprises par Sabar [SBFB02] constituent une alternative aux approches héréditaires puisque le problème, bien que traité intégralement dans l'espace réel, se voit donner une solution dans laquelle l'estimation des interactions entre les phases reste d'une qualité comparable à celles calculées par les approches héréditaires.

4.2.2.1 Formulation du problème

On considère un milieu hétérogène V dont le comportement en chaque point de coordonnées r est décrit par une loi de comportement élastique-inélastique. En se plaçant dans le cas quasi-statique et en supposant qu'aucune force de volume ne s'excerce sur le volume V, le problème est complètement décrit par l'ensemble des équations suivantes :

– la loi de comportement :

$$\dot{\varepsilon}(r,t) = s(r) : \dot{\sigma}(r,t) + \dot{\varepsilon}^{in}(r,t), \tag{4.12}$$

– la loi d'évolution de la déformation inélastique :

$$\dot{\varepsilon}^{in}(r,t) = m(r,\sigma,\varepsilon^{in}) : \sigma(r,t), \tag{4.13}$$

– la condition d'équilibre imposée au champ des taux de contraintes :

$$\mathrm{div}(\dot{\sigma}) = 0, \tag{4.14}$$

– la condition de compatibilité cinématique du champ des taux de déformation :

$$\dot{\varepsilon} = \nabla^s \dot{u}, \tag{4.15}$$

– et les conditions aux limites imposées à la frontière de V :

$$\dot{u} = \dot{E}.x \text{ sur } \partial V. \tag{4.16}$$

Les modèles précédemment évoqués ont donc pour objectif de déterminer les champs $\dot{\sigma}$ et $\dot{\varepsilon}$ qui vérifient l'ensemble de ces équations.

4.2.2.2 Modèle de Rougier

Dans le cas de la viscoélasticité linéaire, Laws et McLaughlin [LM78] ont observé que la loi de comportement décrite par l'équation (4.12) pouvait être linéarisée dans l'espace de Laplace-Carson. Cette linéarisation permet ainsi de déterminer un module local unique $\hat{l}$ et donc d'utiliser l'approximation autocohérente dans l'espace de Laplace-Carson. La résolution du problème hétérogène élastique-inélastique dans l'espace de Laplace-Carson s'apparente alors à la résolution du problème purement élastique décrit en annexe B.

Si $f(t)$ est une fonction de la variable t dans l'espace réel, sa transformée dans l'espace de Laplace-Carson $\hat{f}(p)$ est définie par la relation suivante :

$$\hat{f}(p) = p \int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt \tag{4.17}$$

ce qui permet, dans le cas viscoélastique linéaire, d'écrire la loi de comportement dans l'espace de Laplace-Carson comme suit :

$$p\hat{\varepsilon}(r,p) = ps(r) : \hat{\sigma}(r,p) + m(r) : \hat{\sigma}(r,p). \tag{4.18}$$

Par analogie avec l'élasticité, une relation linéaire entre les transformées du tenseur des contraintes et du tenseur des déformations est alors écrite :

$$\hat{\sigma}(r,p) = 2\hat{l}(r,p) : \hat{\varepsilon}(r,p) \tag{4.19}$$

avec

$$\hat{l}(r,p) = \frac{p}{2}.(ps(r) + m(r))^{-1}. \tag{4.20}$$

La linéarité de la relation précédente autorise alors le calcul d'un module effectif $\hat{L}^e$ à partir de l'approximation autocohérente. $\hat{L}^e$ est défini de sorte que :

$$\hat{\Sigma}(p) = 2\hat{L}^e(p) : \hat{E}(p) \tag{4.21}$$

et se détermine à partir de la relation de moyenne suivante :

$$\hat{L}^e(p) = \overline{\hat{l}(r,p) : \hat{A}(r,p)}. \tag{4.22}$$

où $\hat{A}(r,p)$ est le tenseur de localisation de la déformation tel que :

$$\hat{A}(r,p) = (I + \hat{\Gamma}^e_l(p) : \delta\hat{l}^e(r,p))^{-1} \tag{4.23}$$

$\hat{\Gamma}^e_l(p)$ étant la partie locale de la transformée de l'opérateur de Green modifié $\hat{\Gamma}^e(p)$ proposé par Kröner [Krö89] dans l'espace de Laplace-Carson. La relation de localisation s'écrit alors dans l'espace de Laplace-Carson comme suit :

$$\hat{\varepsilon}(r,p) = \hat{A}(r,p) : \hat{E}(p). \tag{4.24}$$

La démarche adoptée par Laws et McLaughlin [LM78] est donc simple puisqu'elle suit une approche similaire à l'approximation autocohérente développée pour l'élasticité linéaire. Dans le cas de la viscoélasticité non-linéaire, des extensions reposant sur la notion de milieu linéaire de comparaison [Cas91] ont été proposées par Rougier et al. [RSZ94] puis Masson et Zaoui [MZ99]. Néanmmoins, la difficulté induite par la présence de différents ordres de dérivation dans la loi de comportement est toujours présente car les relations (4.22) et (4.24), établies dans l'espace de Laplace-Carson, doivent être inversées afin de ramener la solution dans l'espace réel. En effet, la transformée de Laplace-Carson inverse n'est pas toujours triviale et il faut le plus souvent avoir recours à des outils numériques pour y parvenir. Rougier et al. ont cependant montré que dans le cas où le comportement est isotrope et incompressible, une expression analytique du module effectif $L^e(t)$ en fonction du temps peut être déterminée [RSZ93].

4.2.2.3 Modèle de Kröner-Weng

Le modèle de Weng [Wen81] propose, comme l'a déjà fait Kröner [Krö61] pour le cas élastoplastique, de traiter la déformation inélastique comme une déformation libre telle qu'elle est définie par Eshelby [Esh57]. Ainsi, dans le cas où les propriétés élastiques sont homogènes, la loi d'interaction des contraintes s'obtient facilement à partir de la solution au problème de l'inclusion :

$$\dot{\sigma} = \dot{\Sigma} + c : (I - S^E) : (\dot{E}^{in} - \dot{\varepsilon}^{in}) \tag{4.25}$$

où la déformation inélastique du milieu homogène équivalent se calcule à partir de la relation suivante (voir paragraphe 4.2.1) :

$$\dot{E}^{in} = \overline{\dot{\varepsilon}^{in}}. \tag{4.26}$$

Toutefois, bien qu'utilisant l'approximation autocohérente pour traiter le problème hétérogène, le choix de traiter la déformation plastique comme une déformation libre aboutit à des résultats proches de ceux obtenus avec le modèle de Taylor [Tay38] ou de Lin [Lin57] car, lorsqu'on se rapproche d'un comportement asymptotique inélastique pur ($\dot{\sigma} = \dot{\Sigma} = 0$), la loi d'interaction montre que l'on tend vers la relation suivante :

$$\dot{E}^{in} = \dot{\varepsilon}^{in}. \tag{4.27}$$

4.2.2.4 Modèle à champ translaté

Le couplage spatio-temporel inhérent à la loi de comportement élastique-inélastique est la source d'interactions complexes à décrire. L'utilisation des propriétés des opérateurs de projections [Kun81a][Kun81b][Kun83] a permis la mise en place de modèles qui, en introduisant des champs translatés bien choisis, fournissent des résulats satisfaisants. Paquin [Paq98][PBF+01] propose un modèle basé sur l'introduction de fluctuations sur les tenseurs des souplesses élastiques et inélastiques respectant ainsi une certaine symmétrie entre l'élasticité et l'inélasticité. Sabar et al. [SBFB02] ont introduit une démarche alternative qui est présentée ici et qui est basée sur la translation du champ des taux de déformations inélastiques par rapport à un champ non nécessairement uniforme mais qui est cinématiquement admissible et qui permet donc l'utilisation des propriétés particulières des opérateurs de projection.

La résolution du problème hétérogène nécessite de préciser l'équation intégrale qui le résume. Celle-ci s'obtient en introduisant dans la loi de comportement le tenseur des souplesses S associé au milieu élastique homogène de référence de sorte que $s(r)$ fluctue d'une valeur $\delta s(r)$ autour de S :

$$s(r) = S + \delta s(r). \tag{4.28}$$

De la même manière, Le module C du milieu homogène élastique de référence tel que $C = S^{-1}$ est défini tel que :

$$c(r) = C + \delta c(r). \tag{4.29}$$

La loi de comportement (4.12) s'écrit alors :

$$\dot{\varepsilon} = S : \dot{\sigma} + \delta s : \dot{\sigma} + \dot{\varepsilon}^{in}. \tag{4.30}$$

L'équation intégrale s'obtient en utilisant les propriétés particulières de l'opérateur de projection Π^C associé au milieu élastique de référence. En effet, outre le fait qu'il soit adimmensionnel, l'opérateur de projection Π^C proposé par Kunin [Kun81a][Kun81b][Kun83] possède certaines propriétés utiles vis à vis de champs statiquement ou cinématiquement admissibles. Π^C est défini par la relation suivante :

$$\Pi^C = \Gamma^C : C \tag{4.31}$$

où Γ^C est le tenseur de Green modifié proposé par Kröner [Krö86][Krö89]. Pour tout champ de contraintes σ statiquement admissible, la propriété suivante est vérifiée :

$$\Pi^C * S : \sigma = 0. \tag{4.32}$$

De même, si ε est un champ de déformation cinématiquement admissible alors :

$$\Pi^C * \varepsilon = \varepsilon - E. \tag{4.33}$$

Ainsi, l'application de l'opérateur Π^C à la relation (4.30) conduit à l'équation intégrale suivante :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} + \Pi^C * (\delta s : \dot{\sigma} + \dot{\varepsilon}^{in}). \tag{4.34}$$

La résolution complète de cette équation, qui contient l'intégralité du problème hétérogène, n'est pas triviale. Les propriétés élastiques et inélastiques étant supposées

indépendantes, le tenseur des souplesses élastiques S peut être choisi comme étant la solution autocohérente du problème purement élastique de sorte que $S = S^e$:

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} + \Pi^{Ce} * (\delta s^e : \dot{\sigma} + \dot{\varepsilon}^{in}). \tag{4.35}$$

Cette hypothèse relative aux propriétés élastiques ne permet toutefois pas de résoudre complètement l'équation intégrale à cause de la convolution spatiale qui est toujours présente. L'idée de Sabar et al. consiste à exprimer le champ des taux de déformation inélastique comme une fluctuation de $\delta\dot{\varepsilon}^{in}$ autour d'un champ de référence $\dot{e}^{in}$ qui n'est pas nécessairement uniforme mais qui est cinématiquement admissible et qui peut donc bénéficier des propriétés particulières de l'opérateur de projection Π^{Ce} associé au milieu de référence purement élastique :

$$\dot{\varepsilon}^{in}(r) = \dot{e}^{in}(r) + \delta\dot{\varepsilon}^{in}(r). \tag{4.36}$$

Afin de s'assurer de sa compatibilité cinématique , le champ $\dot{e}^{in}$ qui est choisi est issu de la résolution du problème hétérogène purement inélastique. On peut donc définir le champ de référence $\dot{e}^{in}$ par la relation suivante :

$$\dot{e}^{in} = A^{Be} : \dot{X}. \tag{4.37}$$

A^{Be} est le tenseur de concentration des déformations du milieu purement inélastique de référence défini par :

$$A^{Be} = (I + \Gamma_l^{Be} : \delta b^e)^{-1}. \tag{4.38}$$

où δb^e est une fluctuation du module inélastique local b autour du module effectif autocohérent B^e déterminé dans le cas inélastique pur :

$$b(r) = B^e + \delta b^e(r) \tag{4.39}$$

et Γ_l^{Be}, la partie locale de l'opérateur de Green modifié associé au milieu purement inélastique de référence [Krö89]. $\dot{X}$ est un tenseur de déformation macroscopique permettant la définition du champ cinématiquement compatible $\dot{e}^{in}$. $\dot{e}^{in}$ vérifie donc la relation suivante :

$$\Pi^{Ce} * \dot{e}^{in} = \dot{e}^{in} - \dot{X}. \tag{4.40}$$

L'équation intégrale peut alors être réécrite sous la forme suivante :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} + A^{Be} : \dot{X} - \dot{X} + \Pi^{Ce} * (\delta s^e : \dot{\sigma} + \delta\dot{\varepsilon}^{in}). \tag{4.41}$$

Le tenseur $\dot{X}$ est choisi de manière à respecter la condition d'autocohérence ce qui équivaut à imposer :

$$\overline{\delta s^e : \dot{\sigma} + \delta\dot{\varepsilon}^{in}} = 0. \tag{4.42}$$

$\dot{X}$ peut donc être identifié comme le taux de déformation inélastique macroscopique effectif :

$$\dot{X} = \dot{E} - S^e : \dot{\Sigma} = \dot{E}^{ine}. \tag{4.43}$$

En négligeant la partie non-locale des interactions, la relation de localisation est obtenue en introduisant le tenseur de localisation A^{Ce} associé à la solution autocohérente du problème purement élastique hétérogène :

$$\dot{\varepsilon} = A^{Ce} : (\dot{E} - \dot{E}^{ine}) + A^{Ce} : A^{Be} : \dot{E}^{ine} + A^{Ce} : \Gamma_l^{Ce} : (c : \dot{\varepsilon}^{in} - C^e : A^{Be} : \dot{E}^{ine}) \tag{4.44}$$

où A^{Ce} est défini par la relation suivante :

$$A^{Ce} = (I + \Gamma_l^{Ce} : \delta c^e)^{-1}. \tag{4.45}$$

En combinant la relation de localisation à la loi de comportement on obtient la loi d'interaction des contraintes suivante :

$$\dot{\sigma} = B^{Ce} : \dot{\Sigma} + c : A^{Ce} : (S^E - I) : (\dot{\varepsilon}^{in} - A^{Be} : \dot{E}^{ine}) \tag{4.46}$$

où S^E est le tenseur d'Eshelby tel que $S^E = \Gamma_l^{Ce} : C^e$ et B^{Ce}, le tenseur de concentration des contraintes associé à la solution autocohérente du problème élastique pur, qui s'écrit :

$$B^{Ce} = c : A^{Ce} : S^e. \tag{4.47}$$

Il faut souligner que, dans le cas général, $\dot{E}^{ine}$ n'est pas la moyenne de $\dot{\varepsilon}^{in}$ mais se calcule à partir de la relation suivante :

$$\dot{E}^{ine} = \left(\overline{c : A^{Ce} : A^{Be}}\right)^{-1} : \left(\overline{c : A^{Ce} : \dot{\varepsilon}^{in}}\right). \tag{4.48}$$

Etats asymptotiques La loi d'interaction (4.46) contient deux états asymptotiques :

- l'élasticité pure, associée au comportement du matériau aux temps courts, qui suppose que $\dot{\varepsilon}^{in} = \dot{E}^{ine} = 0$:

$$\dot{\sigma} = B^{Ce} : \dot{\Sigma}, \tag{4.49}$$

- l'inélasticité pure, associée au comportement du matériau aux temps longs, qui suppose que $\dot{\sigma} = \dot{\Sigma} = 0$:

$$\dot{\varepsilon} = A^{Be} : \dot{E}. \tag{4.50}$$

Parallèle avec le modèle de Kröner-Weng Sabar et al. [SBFB02] ont montré que si, pour la translation du champ des taux de déformation inélastique, un champ uniforme était choisi plutôt qu'un champ non-uniforme, la solution proposée était équivalente au modèle de Kröner-Weng décrit précédemment. En effet, le taux de déformation inélastique local peut être exprimé comme une fluctuation autour d'un champ uniforme égal au taux de déformation macroscopique effectif :

$$\dot{\varepsilon}^{in} = \dot{E}^{ine} + \delta\dot{\varepsilon}^{in}. \tag{4.51}$$

La relation de localisation qui découle de ce choix de translation est la suivante :

$$\dot{\varepsilon} = A^{Ce} : \dot{E} + A^{Ce} : \Gamma_l^{Ce} : (c : \dot{\varepsilon}^{in} - C^e : \dot{E}^{ine}) \tag{4.52}$$

et la loi d'interaction des contraintes s'écrit alors :

$$\dot{\sigma} = B^{Ce} : \dot{\Sigma} + c : A^{Ce} : (S^E - I) : (\dot{\varepsilon}^{in} - \dot{E}^{ine}). \tag{4.53}$$

Afin de respecter la condition $\dot{E} = \overline{\dot{\varepsilon}}$, le taux de déformation inélastique macroscopique effectif est défini tel que :

$$\dot{E}^{ine} = \overline{{}^t B^{Ce} : \dot{\varepsilon}^{in}}. \tag{4.54}$$

Il est intéressant de remarquer que dans le cas de l'élasticité homogène ($A^{Ce} = I$, $B^{Ce} = I$ et $C^e = c$), la loi d'interaction (4.53) est rigoureusement équivalente à celle décrite par l'équation (4.25) et on retrouve alors le modèle original de Kröner-Weng.

A l'opposé du modèle à champ translaté non-uniforme, le modèle de Kröner-Weng, qui considère la déformation inélastique comme une déformation libre au sens d'Eshelby, ne permet pas d'introduire la loi d'évolution de la déformation inélastique et, par conséquent, la loi d'interaction est purement élastique ce qui engendre une surestimation des contraintes internes. Dans le cas du modèle à champ translaté, puisque la loi d'interaction (4.46) obtenue fait intervenir le tenseur de localisation de la déformation du milieu purement inélastique A^{Be} dans le calcul du terme d'interaction, l'estimation des contraintes internes est de meilleure qualité car elle est de nature non pas élastique mais plutôt élastique-inélastique, l'incompatibilité due à la déformation inélastique n'est donc pas libre de contraintes.

4.2.2.5 Comparaison des modèles dans l'espace de Laplace-Carson - Cas d'un matériau biphasé isotrope incompressible

En vue de qualifier les trois modèles proposés (Kröner-Weng, Rougier et champ translaté) pour décrire le comportement de matériaux élastiques-inélastiques hétérogènes, Sabar et al. [SBFB02] ont réalisé une comparaison dans le cas d'un comportement viscoélastique linéaire qui est présentée ici. Un matériau composé d'inclusions I isotropes distribuées aléatoirement dans une matrice est considéré. Le comportement des inclusions est décrit à partir des modules de lamé (λ^I et μ^I pour l'élasticité, α^I et η^I pour l'inélasticité) :

$$c^I_{ijkl} = 2\mu^I I_{ijkl} + \lambda^I \delta_{ij}\delta_{kl} \tag{4.55}$$

et

$$b^I_{ijkl} = 2\eta^I I_{ijkl} + \alpha^I \delta_{ij}\delta_{kl}. \tag{4.56}$$

Le comportement de la matrice est caractérisé de la même manière :

$$C_{ijkl} = 2\mu_{ijkl} + \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} \tag{4.57}$$

et

$$B_{ijkl} = 2\eta I_{ijkl} + \alpha\delta_{ij}\delta_{kl}. \tag{4.58}$$

Dans le cas isotrope, les expressions des parties locales des opérateurs de Green modifiés des milieux de référence purement élastique et purement inélastique ont été établies par Kröner [Krö89] :

$$\Gamma^C_{ijkl} = \frac{4-5\nu}{15\mu(1-\nu)} I_{ijkl} - \frac{1}{30\mu(1-\nu)}\delta_{ij}\delta_{kl}, \tag{4.59}$$

$$\Gamma^B_{ijkl} = \frac{4-5\nu^v}{15\eta(1-\nu^v)} I_{ijkl} - \frac{1}{30\eta(1-\nu^v)}\delta_{ij}\delta_{kl} \tag{4.60}$$

où ν et ν^v sont les coefficients de Poisson associés aux différents milieux de référence et reliés aux coefficients de Lamé par l'intermédiaire des relations suivantes :

$$\lambda = \frac{2\mu\nu}{1-2\nu},\ \alpha = \frac{2\eta\nu^v}{1-2\nu^v}. \tag{4.61}$$

En considérant un matériau incompressible ($\nu = \nu^v = 0,5$), la loi de comportement (4.12) se réduit à la contribution déviatorique (notée par le suffixe D) :

$$\dot{\sigma}_D^I = 2\mu^I \left(\dot{\varepsilon}_D^I - \frac{1}{2\eta^I} \sigma_D^I \right). \tag{4.62}$$

Les tenseurs de concentration des déformations associés au milieu de référence purement élastique et au milieu de référence purement inélastique s'écrivent alors :

$$A^{C^I} = \frac{5\mu}{3\mu + 2\mu^I} \text{ et } A^{B^I} = \frac{5\eta}{3\eta + 2\eta^I} \tag{4.63}$$

et les tenseurs de concentration des contraintes :

$$B^{C^I} = \frac{5\mu^I}{3\mu + 2\mu^I} \text{ et } B^{B^I} = \frac{5\eta^I}{3\eta + 2\eta^I}. \tag{4.64}$$

Dans le cas d'un matériau biphasé, où les fractions volumiques des phases sont f_1 et f_2, la transformée de Laplace-Carson permet de linéariser les relations de localisation obtenues avec les différents modèles. Les composantes déviatoriques du tenseur de localisation des déformations de la phase 1 peuvent alors être calculées en fonction de la variable p qui est la variable duale du temps t avec chacun des modèles puis comparées dans l'espace de Laplace-Carson.

Modèle de Rougier Le modèle de Rougier étant écrit directement dans l'espace de Laplace-Carson, l'écriture du tenseur de localisation de chaque phase est assez simple puisqu'elle fait appel aux relations établies via l'approximation autocohérente dans le cas de l'élasticité linéaire de sorte que :

$$\hat{A}_R^I = \frac{5\hat{L}^e}{3\hat{L}^e + 2\hat{l}^I} \tag{4.65}$$

avec le module global, L^e, tel que dans le cas biphasé :

$$\hat{L}^e = -\frac{2-5f_1}{6}\hat{l}^1 - \frac{2-5f_2}{6}\hat{l}^2 + \sqrt{\left(\frac{2-5f_1}{6}\hat{l}^1 + \frac{2-5f^2}{6}\hat{l}^2\right)^2 + \frac{2}{3}\hat{l}^1\hat{l}^2}. \tag{4.66}$$

Modèle de Kröner-Weng Si pour calculer les modules associés aux milieux élastique et inélastique de référence, l'approximation autocohérente est choisie de sorte que $\mu = \mu^e$ et $\eta = \eta^e$, l'application de la transformée de Laplace-Carson à la relation de localisation (4.52) déterminée grâce au modèle de Kröner-Weng conduit à la relation suivante :

$$\hat{\varepsilon}_D^I = A^{C^I}\hat{E}_D + A^{C^I}\frac{1}{5\mu^e}(2\mu^I\hat{\varepsilon}_D^{inI} - 2\mu^e\hat{E}_D^{ine}). \tag{4.67}$$

D'après la loi de comportement et la loi d'évolution de la déformation inélastique, $\hat{\varepsilon}_D^{in}$ est tel que :

$$\hat{\varepsilon}_D^{inI} = \frac{\mu^I}{\eta^I p + \mu^I}\hat{\varepsilon^I}_D \tag{4.68}$$

et $\hat{E}_D^{ine}$ se calcule à partir de la relation suivante :

$$\hat{E}_D^{ine} = \overline{B^{CI}\hat{\varepsilon}_D^{inI}}. \tag{4.69}$$

L'expression de la déformation dans l'espace de Laplace-Carson est alors déterminée en fonction de la déformation macroscopique en résolvant un système de deux équations (les relations de localisation écrites pour chacune des deux phases) à deux inconnues (les déformations de chaque phase dans l'espace de Laplace-Carson). Le tenseur de localisation de la déformation peut ainsi être identifié à partir de la relation :

$$\hat{\varepsilon}_D^I = \hat{A}_{KW}^I : \hat{E}_D. \tag{4.70}$$

Le tenseur de localisation de la phase 1 s'exprime alors comme suit :

$$\hat{A}_{KW}^1 = \frac{A^{B^1}(5p\eta^e + 2A^{B^2}\mu^2)}{5p\eta^2 + 2f_2 A^{B^2} A^{B^1}\mu^1}. \tag{4.71}$$

Modèle à champ translaté De manière similaire à ce qui a été fait pour le modèle de Kröner-Weng, la relation de localisation (4.44) est ré-écrite dans l'espace de Laplace-Carson :

$$\hat{\varepsilon}_D^I = A^{CI}(\hat{E}_D - \hat{E}_D^{ine}) + A^{CI}A^{BI} + A^{CI}\frac{1}{5\mu^e}(2\mu^I\hat{\varepsilon}_D^{inI} - 2\mu^e A^{BI}\hat{E}_D^{ine}). \tag{4.72}$$

Le taux de déformation inélastique local $\hat{\varepsilon}_D^{inI}$ peut être déterminé à partir de la relation (4.68) qui reste valable quelque soit le modèle. Le taux de déformation inélastique macroscopique se calcule à partir de la relation (4.48). Les tenseurs de localisation des déformation peuvent alors être calculés en fonction de la variable duale au temps p à partir de la relation :

$$\hat{\varepsilon}_D^I = \hat{A}_{CT}^I : \hat{E}_D. \tag{4.73}$$

Pour la phase 1, le tenseur de localisation de la déformation s'exprime alors dans l'espace de Laplace-Carson :

$$\hat{A}_{CT}^1 = \frac{A^{B^1}(A^{B^1}B^{C^1}f_1(5p\eta^e + 2A^{B^2}\mu^2) + A^{B^2}f_2(5p\eta^e B^{C^2} + 2A^{B^2}B^{C^1}\mu^2))}{5pf_2\eta^e A^{B^2}B^{C^2} + A^{B^1}(2f_2 A^{B^2}B^{C^2}\mu^1 + f_1 B^{C^1}(5p\eta + 2A^{B^2}\mu^2))}. \tag{4.74}$$

Application numérique La comparaison des trois modèles porte sur le tenseur de localisation de la phase 1 A^1 calculé dans l'espace de Laplace-Carson en fonction de la variable p. La valeur de A^1 a donc été déterminée par Sabar et al. pour trois fractions volumiques différentes ($f_1 = 0,25$, $f_1 = 0,5$ et $f_1 = 0,75$) avec le choix de paramètres suivant [SBFB02] :

$$\mu^1 = 50 \text{ Pa et } \eta^1 = 10 \text{ Pa.s pour la phase 1,} \tag{4.75}$$

$$\mu^1 = 250 \text{ Pa et } \eta^1 = 1000 \text{ Pa.s pour la phase 2.} \tag{4.76}$$

Les résultats tracés sur les figures 4.9, 4.10 et 4.11 montrent que le modèle à champ translaté donne des résultats proches de ceux obtenus par le modèle de Rougier qui est considéré comme un modèle de référence dans le cas de la viscoélasticité

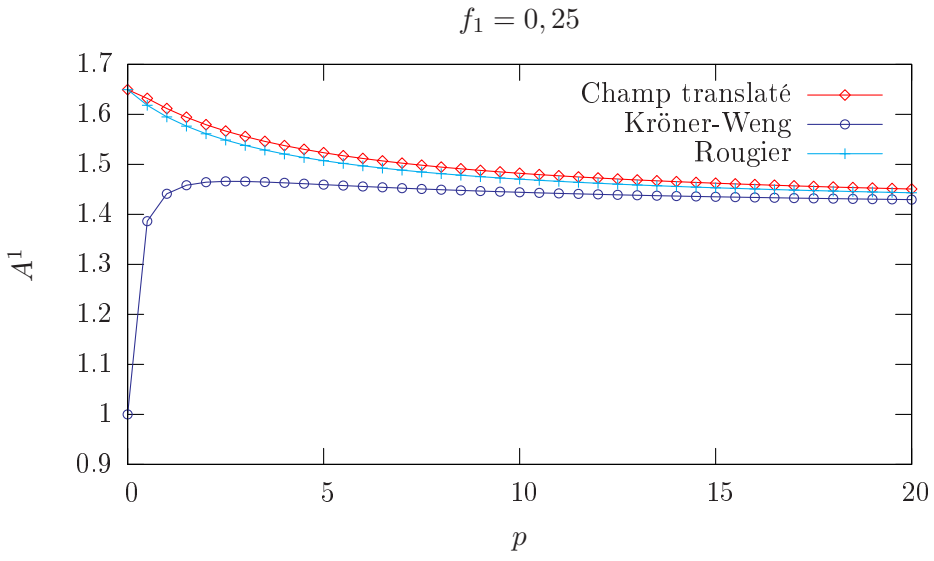


FIG. 4.9 – Comparaison de la valeur de A_1 en fonction de p calculée avec différents modèles une fraction volumique $f_1 = 0,25$ [SBFB02].

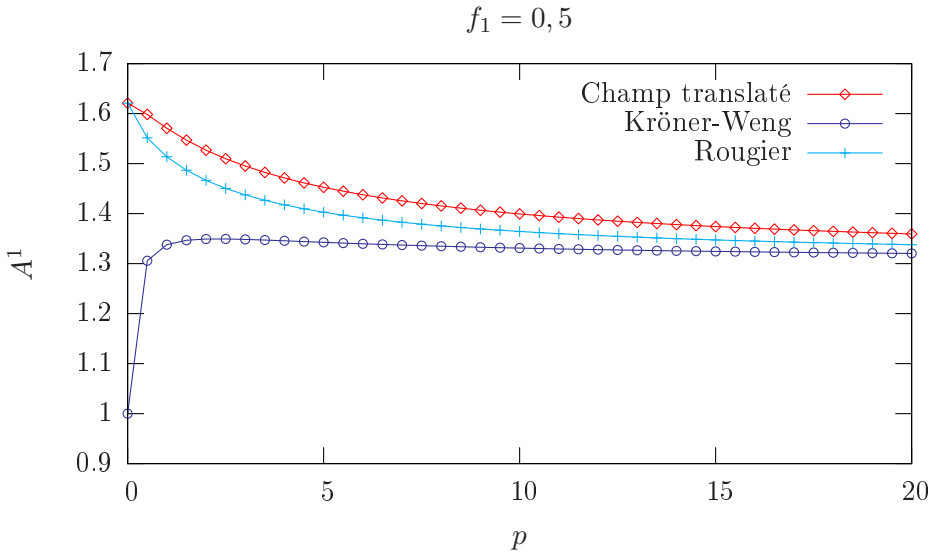


FIG. 4.10 – Comparaison de la valeur de A_1 en fonction de p calculée avec différents modèles pour une fraction volumique $f_1 = 0,5$ [SBFB02].

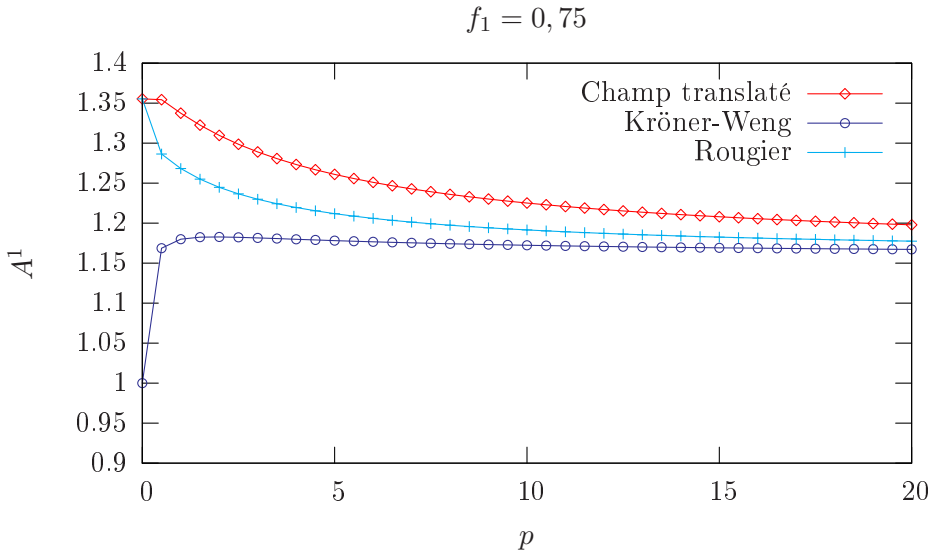


FIG. 4.11 – Comparaison de la valeur de A_1 en fonction de p calculée avec différents modèles pour une fraction volumique $f_1 = 0,75$ [SBFB02].

linéaire car il permet de définir un module effectif via l'approximation autocohérente. En effet, les valeurs asymptotiques données par les deux modèles sont identiques : quand $p \to 0$ (respectivement $t \to +\infty$), les modèles tendent vers un comportement purement inélastique où $A^1 = A^{B^1}$ alors que quand $p \to +\infty$ (respectivement $t \to 0$), le comportement tend à être purement élastique ($A^1 = A^{C^1}$). Les principales différences entre ces deux modèles se situent donc dans le régime transitoire. Le modèle de Kröner-Weng donne une estimation beaucoup plus grossière du tenseur de localisation en particulier aux temps longs ce qui traduit que l'accomodation de la déformation, qui est de nature élastique plutôt qu'élastique-inélastique, s'avère trop "*rigide*".

En définitive, le modèle à champ translaté semble offrir une estimation du comportement des matériaux élastiques-inélastiques hétérogènes dont la qualité est comparable à celle du modèle de Rougier sans pour autant induire la même lourdeur numérique puisque la résolution du problème ne requiert pas l'utilisation de transformées dont l'inversion peut s'avérer délicate. Cette proximité entre le modèle à champ translaté et le modèle de Rougier a été vérifiée pour différents cas par Sabar et al. [SBFB02] ce qui tend à montrer l'intérêt des méthodes à champs translatés pour la résolution de problèmes où les difficultés sont dues aux différents ordres de dérivation présents dans la loi de comportement.

4.2.3 Prise en compte du caractère anélastique

Les modèles de transition d'échelle présentés au paragraphe précédent permettent de décrire le comportement de matériaux élastiques-inélastiques hétérogènes. Néanmoins, la loi de comportement monocristalline développée au chapitre 3 fait intervenir une partition des déformations où apparaissent les contributions élastique, inélastique

mais aussi anélastique. La contribution anélastique, négligée dans les modèles présentés précédemment, engendre des interactions supplémentaires dont l'estimation doit être faite afin de déterminer dans quelle mesure elles affectent le comportement global du matériau hétérogène.

Le modèle proposé par Sabar et al. [SBFB02] assimile le comportement élastique-inélastique local à un élément rhéologique de Maxwell. On se propose ici de développer, en utilisant les champs translatés, un modèle de transition d'échelle qui rende possible la prise en compte des interactions dues à la fois aux déformations anélastique et inélastique. La partie anélastique de la déformation locale est traitée comme un élément rhéologique de Kelvin-Voigt (voir figure 4.12) qui a l'avantage de tenir compte à la fois du caractère visqueux et de la réversibilité mécanique de la déformation anélastique. Dans un premier temps, une solution pour traiter le cas de solides hétérogènes dont le comportement est purement anélastique est proposée. Cette solution est ensuite utilisée pour construire un modèle qui tient compte du comportement complet : élasticité, anélasticité et inélasticité (Maxwell + Kelvin-Voigt).

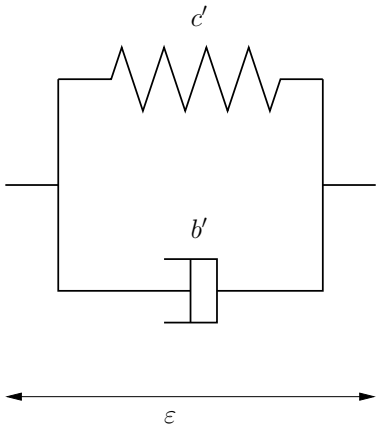


FIG. 4.12 – Schema d'un élément rhéologique de Kelvin-Voigt.

4.2.3.1 Matériaux anélastiques hétérogènes

Mise en équations du problème hétérogène Cette première partie vise donc à établir un modèle permettant de déterminer les propriétés globales d'un milieu hétérogène V dont le comportement local obéit à une loi de type Kelvin-Voigt et dont les conditions aux limites sont connues. La démarche adoptée pour aboutir à ce modèle est similaire à celle proposée par Sabar et al. [SBFB02]. Il s'agit donc dans un premier temps de formuler l'équation intégrale qui contient l'intégralité du problème hétérogène. Les équations intégrales, proposées d'abord par Kröner [Krö67] puis par Dederich et Zeller [DZ73], traduisent le fait que le taux de déformation local dépend du taux de déformation macroscopique mais aussi des interactions dues aux hétérogénéités de déformations. L'idée des champs translatés est d'utiliser les propriétés particulières de l'opérateur de projection qui intervient dans l'équation intégrale en introduisant un champ translaté bien choisi auquel peut s'appliquer la condition d'autocohérence. Cette méthode permet, en introduisant une fluctuation dans un champ mécanique, de simplifier l'équation intégrale en réduisant le produit

de convolution spatiale à sa partie locale.

Dans le cas d'un élément de type Kelvin-Voigt, le comportement local dépend d'un module élastique $c'(r)$ (associé aux souplesses $s'(r) = c'^{-1}(r)$) et d'un module visqueux $b'(r)$ (associé aux souplesses $m'(r) = b'^{-1}(r)$). La contrainte locale σ se décompose donc en une partie élastique σ^e et une partie visqueuse σ^{an}. Un équilibre quasi-statique est considéré et l'effet de la pesanteur est négligé donc aucune force de volume ne s'applique sur le VER et, dans ce cas, les équations du problème sont :

– la loi de comportement :

$$\sigma(r,t) = b(r) : \dot{\varepsilon}(r,t) + \sigma^e(r,t), \tag{4.77}$$

– la loi d'évolution de la partie élastique de la contrainte :

$$\sigma^e = c'(r) : \varepsilon(r,t), \tag{4.78}$$

– la condition d'équilibre statique :

$$\mathrm{div}(\sigma) = 0, \tag{4.79}$$

– la condition de compatibilité cinématique :

$$\varepsilon = \nabla^s u, \tag{4.80}$$
$$\dot{\varepsilon} = \nabla^s \dot{u}, \tag{4.81}$$

– les conditions aux limites qui s'appliquent à ∂V, la frontière de V, :

$$u = E.x \text{ sur } \partial V, \tag{4.82}$$
$$\dot{u} = \dot{E}.x \text{ sur } \partial V. \tag{4.83}$$

Le problème consiste à déterminer les champs de contrainte σ et de taux de déformation $\dot{\varepsilon}$ en chaque point r. Le champ de contrainte élastique σ^e est traité comme une variable interne qui permet de tenir compte de l'effet mémoire du matériau.

Equation intégrale du problème Les inconnues du problème étant définies, le module visqueux sécant local est exprimé comme une fluctuation $\delta b'$ autour d'un module uniforme de référence B' (avec $M' = B'^{-1}$) :

$$b'(r) = B' + \delta b'(r). \tag{4.84}$$

La loi de comportement est alors ré-écrite :

$$\sigma = B' : \dot{\varepsilon} + \delta b' : \dot{\varepsilon} + \sigma^e. \tag{4.85}$$

L'opérateur de Green modifié du milieu visqueux homogène de référence $\Gamma^{B'}$, et l'opérateur de projection $\Pi^{B'}$ qui lui est associé peuvent alors être introduits [Kun81a] [Kun81b][Kun83][Krö86][Krö89]. $\Pi^{B'}$ est défini par :

$$\Pi^{B'} = \Gamma^{B'} : B' \tag{4.86}$$

et possède les propriétés suivantes pour n'importe quel champ de déformation cinématiquement admissible et n'importe quel champ de contrainte statiquement admissible :

$$\Pi^{B'} * \dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon} - \dot{E}, \tag{4.87}$$

$$\Pi^{B'} * M' : \sigma = 0. \tag{4.88}$$

L'utilisation de ces propriétés particulières sur la loi de comportement (4.85) permet l'obtention de l'équation intégrale suivante :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} - \Gamma^{B'} * (\delta b' : \dot{\varepsilon} + \sigma^e). \tag{4.89}$$

La recherche d'une solution analytique à l'équation intégrale n'est pas aisée mais une première approximation peut être faite en utilisant la solution autocohérente [Krö58] du problème purement visqueux hétérogène pour détérminer B' ce qui peut se justifier par le fait que les propriétés visqueuses et élastiques sont indépendantes :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} - \Gamma^{B'^e} * (\delta b'^e : \dot{\varepsilon} + \sigma^e) \tag{4.90}$$

avec B'^e, le module visqueux sécant effectif déterminé pour le problème purement visqueux. Néanmmoins, cette approximation ne permet pas de résoudre le problème complet notamment à cause du produit de convolution spatial, toujours présent, qui est responsable d'une équation intégrale complexe. De plus, puisqu'aucune fluctuation de la contrainte élastique n'a encore été introduite, réduire le terme d'interaction à sa partie locale (ce qui signifie vérifier $\overline{\delta b'^e : \dot{\varepsilon} + \sigma^e} = 0$) mènerait à la solution du problème purement visqueux. Une solution consiste, de manière similaire à ce qu'ont fait Sabar et al. dans le cas d'un comportement local de type Maxwell [SBFB02], à utiliser les propriétés particulières de l'opérateur $\Pi^{B'}$ pour choisir un champ translaté afin de faire apparaître une fluctuation dans la contrainte élastique.

Introduction du champ translaté L'opérateur $\Pi^{B'^e}$ possèdent des propriétés particulières pour un champ de contrainte qui respecte les conditions d'équilibre qui ont été définies par l'équation (4.88). Ainsi, la condition d'autocohérence peut être appliquée à un champ de contrainte élastique particulier τ^e qui est choisi équilibré mais pas nécessairement uniforme. σ^e peut donc être exprimé comme suit :

$$\sigma^e = \tau^e + \delta\sigma^e. \tag{4.91}$$

Le champ de contrainte τ^e, nécessaire à la translation et qui doit être équilibré, est fournit par la solution autocohérente du problème hétérogène purement élastique (voir annexe B).

Equation de localisation Puisque la solution autocohérente du problème hétérogène purement élastique est choisie pour fournir le champ de contrainte équilibré nécessaire à la translation de σ^e, τ^e peut s'écrire comme la concentration élastique d'un tenseur de contrainte inconnu Y :

$$\tau^e = B^{C'^e} : Y. \tag{4.92}$$

L'expression de la contrainte élastique devient alors :

$$\sigma^e = B^{C'e} : Y + \delta\sigma^e. \tag{4.93}$$

Puisque τ^e vérifie l'équilibre statique, la relation suivante peut être écrite :

$$\Pi^{B'e} * M' : B^{C'e} : Y = 0. \tag{4.94}$$

L'équation intégrale (4.90) contient deux fluctuations associées au produit de convolution. Cette équation intégrale décrivant le problème anélastique hétérogène complet peut être reformulée :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} - \Gamma^{B'e} * (\delta b'^e : \dot{\varepsilon} + \delta\sigma^e). \tag{4.95}$$

La condition d'autocohérence permet alors de simplifier la résolution de cette équation en affaiblissant le terme non-local. Y est ainsi choisi de sorte que la moyenne de $\delta b'^e : \dot{\varepsilon} + \delta\sigma^e$ s'annule :

$$\overline{\delta b'^e : \dot{\varepsilon} + \delta\sigma^e} = 0. \tag{4.96}$$

L'équation précédente ainsi que la propriété $\overline{B^{C'e}} = I$ conduisent à la détermination de Y. On obtient après calcul que Y est égal à la contrainte élastique macroscopique effective :

$$Y = \Sigma - B'^e : \dot{E} = \Sigma^{ee}. \tag{4.97}$$

En négligeant la partie non-locale des interactions, l'équation (4.95) devient :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} - \Gamma_l^{B'e} : (\delta b'^e : \dot{\varepsilon} + \delta\sigma^e). \tag{4.98}$$

En introduisant $A^{B'e} = (I + \Gamma_l^{B'e} : \delta b'^e)^{-1}$, le tenseur de localisation de la déformation du milieu purement visqueux, l'équation de localisation de la déformation finale est obtenue :

$$\dot{\varepsilon} = A^{B'e} : \dot{E} - A^{B'e} : \Gamma_l^{B'e} : (\sigma^e - B^{C'e} : \Sigma^{ee}) \tag{4.99}$$

avec Σ^{ee} qui se détermine par la relation de moyenne suivante :

$$\Sigma^{ee} = \left(\overline{A^{B'e} : B^{C'e}}\right)^{-1} : \left(\overline{A^{B'e} : \sigma^e}\right). \tag{4.100}$$

L'équation de localisation (4.99) contient deux états asymptotiques :

- la viscosité pure, qui caractérise le comportement d'un élément rhéologique de Kelvin-Voigt aux temps courts, où $\sigma^e = \Sigma^e = 0$:

$$\dot{\varepsilon} = A^{B'e} : \dot{E}, \tag{4.101}$$

- l'élasticité pure, qui caractérise le comportement d'un élément rhéologique de Kelvin-Voigt aux temps longs, où $\dot{\varepsilon} = \dot{E} = 0$:

$$\sigma^e = B^{C'e} : \Sigma^e. \tag{4.102}$$

4.2.3.2 Matériaux anélastiques-inélastiques hétérogènes

Avant de traiter le problème hétérogène complet (composantes élastique, anélastique et inélastique de la déformation locale), il est nécessaire de passer par une étape intermédaire. En effet, le champ translaté qui va être requis pour la résolution du problème complet va provenir de la solution du problème hétérogène où le comportement local est décrit par l'association d'éléments rhéologiques de type Kelvin-Voigt et de type amortisseur (voir figure 4.13). La démarche mise en oeuvre pour la résolution de ce nouveau problème hétérogène est similaire à ce qui a été réalisé précédemment : la solution du problème purement anélastique hétérogène fournit un champ cinématiquement compatible qui est utilisé ici pour translater le taux de déformation anélastique $\dot{\varepsilon}^{an}$ et ainsi permettre d'affaiblir le terme non-local qui intervient dans l'équation intégrale du problème.

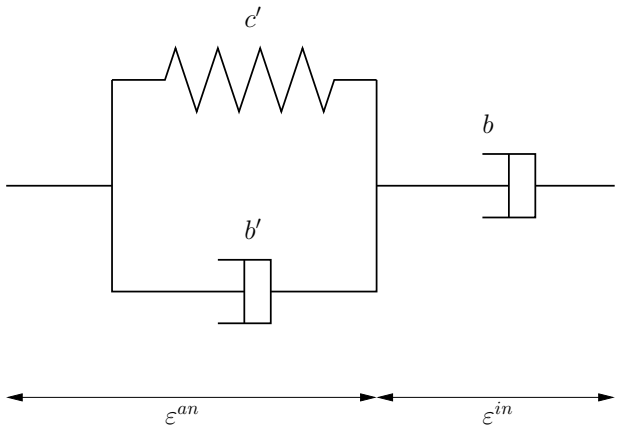


FIG. 4.13 – Schema d'un élément rhéologique de Kelvin-Voigt associé à un amortisseur visqueux.

Mise en équations du problème Un milieu hétérogène V dont le comportement local obéit à une loi de comportement anélastique (Kelvin-Voigt)-inélastique (amortisseur) et dont les conditions aux limites sont connues est considéré. Comme dans les cas précédents, un équilibre quasi-statique est considéré donc aucune force de volume ne s'applique sur le VER et, dans ce cas, les équations du problème sont :

- la loi de comportement :

$$\dot{\varepsilon}(r,t) = m(r,t,\varepsilon^{in}) : \sigma(r,t) + \dot{\varepsilon}^{an}(r,t), \tag{4.103}$$

- la loi d'évolution de la partie anélastique de la déformation :

$$\sigma(r,t) = c'(r) : \varepsilon^{an}(r,t) + b'(r) : \dot{\varepsilon}^{an}(r,t), \tag{4.104}$$

- la condition d'équilibre statique :

$$\mathrm{div}(\sigma) = 0, \tag{4.105}$$

- la condition de compatibilité cinématique :

$$\varepsilon = \nabla^s u, \tag{4.106}$$

$$\dot{\varepsilon} = \nabla^s \dot{u}, \tag{4.107}$$

– les conditions aux limites qui s'appliquent à ∂V, la frontière de V, :

$$u = E.x \text{ sur } \partial V, \tag{4.108}$$

$$\dot{u} = \dot{E}.x \text{ sur } \partial V. \tag{4.109}$$

Le problème consiste à déterminer les champs de contrainte σ et de taux de déformation $\dot{\varepsilon}$ en chaque point r. Le champ des taux de déformation anélastique $\dot{\varepsilon}^{an}$ est considéré comme une variable interne.

Equation intégrale La démarche utilisée afin d'obtenir l'équation intégrale du problème est la même que celle utilisée auparavant. Le tenseur des souplesses du milieu inélastique homogène de référence M (avec $B = M^{-1}$) est introduit de sorte que le module sécant inélastique s'exprime comme suit :

$$m(r) = M + \delta m(r). \tag{4.110}$$

La loi de comportement (4.103) devient alors :

$$\dot{\varepsilon} = M : \sigma + \delta m : \sigma + \dot{\varepsilon}^{an}. \tag{4.111}$$

L'application de l'opérateur de projection associé au milieu inélastique homogène de référence $\Pi^B = \Gamma^B : B$ [Kun83] à la loi de comportement précédente conduit à l'équation intégrale suivante :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} + \Pi^B * (\delta m : \sigma + \dot{\varepsilon}^{an}). \tag{4.112}$$

Il existe un couplage entre les propriétés anélastiques et inélastiques puisque ces deux comportements sont associés à des mouvements de dislocations. Néanmmoins, les essais cycliques pendant lesquels la température est mesurée ne donnent pas lieu à d'importantes évolutions des densités de dislocations car les déformations plastiques mises en jeu sont faibles et on suppose donc que le couplage entre les propriétés anélastiques et inélastiques est faible. Ainsi, les souplesses inélastiques de référence qui interviennent dans cette équation intégrale, qui contient l'ensemble du problème hétérogène, peuvent être déterminées par l'approximation autocohérente :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} + \Pi^{Be} * (\delta m^e : \sigma + \dot{\varepsilon}^{an}). \tag{4.113}$$

Cette équation intégrale, complexe à cause du produit de convolution spatiale présent dans le terme d'interaction, reste difficile à résoudre. L'utilisation des propriétés particulières des opérateurs de projection sur un champ translaté bien choisi va permettre de réduire le terme d'interaction à sa partie locale et ainsi fournir une solution au problème hétérogène.

Introduction du champ translaté Pour résoudre le problème hétérogène anélastique-inélastique, le choix est fait de translater le taux de déformation anélastique $\dot{\varepsilon}^{an}$ par rapport à un champ de déformation $\dot{e}^{an}$, cinématiquement admissible mais qui n'est pas nécéssairement uniforme, permettant ainsi d'introduire une fluctuation qui autorise l'affaiblissement du terme non-local de l'équation intégrale :

$$\dot{\varepsilon}^{an} = \dot{e}^{an} + \delta\dot{\varepsilon}^{an}. \tag{4.114}$$

L'utilisation des propriétés particulières des opérateurs de projection sur le champ cinématiquement admissible qui vient d'être introduit vont permettre d'utiliser l'approximation autocohérente.

Equation de localisation La solution du problème anélastique hétérogène (voir paragraphe précédent) fournit un champ de déformation qui vérifie la compatibilité cinématique et qui peut ainsi être utilisé pour définir $\dot{e}^{an}$. Ainsi :

$$\dot{e}^{an} = A^{B'e} : \dot{Z} - A^{B'e} : \Gamma_l^{B'e} : (c' : e^{an} - B^{C'e} : C'^e : Z) \tag{4.115}$$

de sorte que :

$$\Pi^{Be} * \dot{e}^{an} = \dot{e}^{an} - \dot{Z} \tag{4.116}$$

où $\dot{Z}$ est un tenseur homogène à un taux de déformation qui permet la définition du champ compatible $\dot{e}^{an}$. En introduisant $\dot{e}^{an}$ dans l'équation intégrale (4.113), celle-ci devient :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} + \dot{e}^{an} - \dot{Z} + \Pi^{Be} * (\delta m^e : \sigma + \delta\dot{\varepsilon}^{an}). \tag{4.117}$$

Si la condition d'autocohérence est appliquée, la moyenne de $(\delta m^e : \sigma + \delta\dot{\varepsilon}^{an})$ est telle que :

$$\overline{\delta m^e : \sigma + \delta\dot{\varepsilon}^{an}} = 0. \tag{4.118}$$

$\dot{Z}$ peut alors être identifié comme le taux de déformation anélastique macroscopique effectif :

$$\dot{Z} = \dot{E} - M^e : \Sigma = \dot{E}^{ane}. \tag{4.119}$$

En négligeant le terme non-local, l'équation (4.117) devient alors :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} + \dot{e}^{an} - \dot{E}^{an} + \Pi_l^{Be} : (\delta m^e : \sigma + \delta\dot{\varepsilon}^{an}). \tag{4.120}$$

L'équation intégrale précédente peut être mise sous une forme similaire à celle proposée par Kröner [Krö77] :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} + \dot{e}^{an} - \dot{E}^{an} - \Gamma_l^{Be} : (\delta b^e : \dot{\varepsilon} - b : \dot{\varepsilon}^{an} + B^e : \dot{e}^{an}). \tag{4.121}$$

$A^{Be} = (I + \Gamma_l^{Be} : \delta b^e)^{-1}$, le tenseur de localisation de la déformation du milieu purement inélastique, peut être introduit afin d'obtenir l'équation de localisation finale :

$$\dot{\varepsilon} = A^{Be} : (\dot{E} - \dot{E}^{an}) + A^{Be} : \dot{e}^{an} + A^{Be} : \Gamma_l^{Be} : (b : \dot{\varepsilon}^{an} - B^e : \dot{e}^{an}) \tag{4.122}$$

avec :

$$\dot{E}^{an} = \left(\overline{b : A^{Be} : A^{B'e}}\right)^{-1} : \left(\overline{b : A^{Be} : \varepsilon^{an}}\right). \tag{4.123}$$

Des relations (4.103) et (4.122), la loi d'interaction pour les contraintes peut être déduite :

$$\sigma = B^{Be} : \Sigma + b : A^{Be} : (S^E - I) : (\dot{\varepsilon}^{an} - \dot{e}^{an}). \tag{4.124}$$

Deux états asymptotiques peuvent être distingués dans l'équation de localisation (4.122) et dans la loi d'interaction (4.124) :

- l'inélasticité pure, qui caractérise le comportement aux temps longs, où $\dot{\varepsilon}^{an} = \dot{E}^{an} = 0$:

$$\dot{\varepsilon} = A^{Be} : \dot{E}, \tag{4.125}$$

- l'anélasticité pure, caractéristique du comportement aux temps courts, où $\sigma = \Sigma = 0$:

$$\dot{\varepsilon}^{an} = A^{B'e} : \dot{E}^{an} - A^{B'e} : \Gamma_l^{B'e} : (c' : \varepsilon^{an} - B^{C'e} : C'^e : E^{an}). \tag{4.126}$$

4.2.3.3 Matériaux élastiques-anélastiques-inélastiques hétérogènes

Ce paragraphe a pour but de résoudre le problème complet c'est à dire déterminer les champs mécaniques locaux d'un milieu hétérogène où le comportement local, illustré par l'assemblage d'éléments rhéologiques de la figure 4.14, est la résultante de trois contributions : élastique, anélastique et inélastique. La solution du problème anélastique-inélastique hétérogène qui a été obtenue par la méthode à champ translaté au paragraphe précédent fournit un champ cinématique admissible qui va permettre la translation du taux de déformation visqueuse $\dot{\varepsilon}^v = \dot{\varepsilon}^{an} + \dot{\varepsilon}^{in}$. La démarche suivie est identique à ce qui a été fait précédemment pour résoudre les différents problèmes hétérogènes par la méthode à champ translaté.

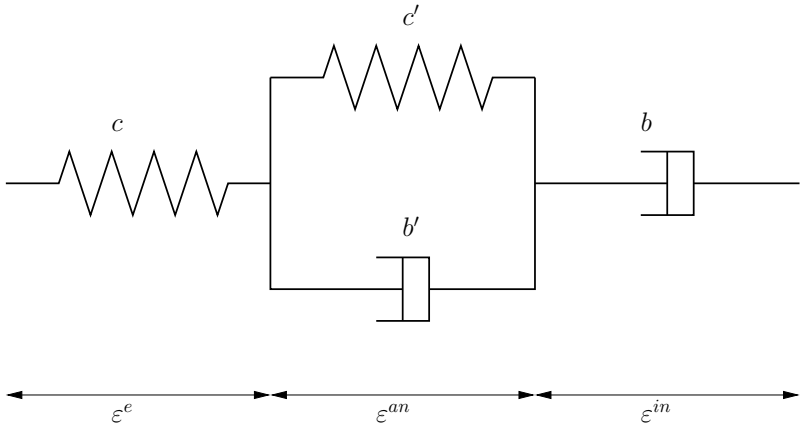


FIG. 4.14 – Schema d'un élément rhéologique de Kelvin-Voigt associé à un élément de Maxwell.

Mise en équation du problème On considère un milieu hétérogène V, dont les conditions aux limites sont connues et dont le comportement local obéit à une loi de comportement élastique (ressort)-anélastique (Kelvin-Voigt)-inélastique (amortisseur). Comme dans les cas précédents, un équilibre quasi-statique est considéré et l'effet de la pesanteur est négligée donc aucune force de volume ne s'applique sur le VER et, dans ce cas, les équations du problème sont :

- la loi de comportement :

$$\dot{\varepsilon}(r,t) = s(r) : \dot{\sigma}(r,t) + \dot{\varepsilon}^v(r,t), \tag{4.127}$$

- la loi d'évolution de la partie visqueuse de la déformation :

$$\dot{\varepsilon}^v(r,t) = \dot{\varepsilon}^{an}(r,t) + \dot{\varepsilon}^{in}(r,t), \tag{4.128}$$

- la condition d'équilibre statique :

$$\mathrm{div}(\dot{\sigma}) = 0, \tag{4.129}$$

- la condition de compatibilité cinématique :

$$\varepsilon = \nabla^s u, \tag{4.130}$$

$$\dot{\varepsilon} = \nabla^s \dot{u}, \tag{4.131}$$

– les conditions aux limites qui s'appliquent à ∂V, la frontière de V :

$$u = E.x \text{ sur } \partial V, \tag{4.132}$$
$$\dot{u} = \dot{E}.x \text{ sur } \partial V. \tag{4.133}$$

L'objectif est donc de déterminer les champs $\dot{\sigma}$ et $\dot{\varepsilon}$ qui vérifient les équations précédentes. La partie visqueuse du taux de déformation local, $\dot{\varepsilon}^v$, est traitée en tant que variable interne.

Equation intégrale Le tenseur des souplesses S associé au milieu homogène purement élastique de référence peut être introduit :

$$s(r) = S + \delta s(r). \tag{4.134}$$

La loi de comportement (4.127) peut alors être reformulée :

$$\dot{\varepsilon} = S : \sigma + \delta s : \dot{\sigma} + \dot{\varepsilon}^v. \tag{4.135}$$

L'équation intégrale s'obtient après application de l'opérateur de projection Π^C associé au milieu homogène purement élastique à l'équation précédente :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} + \Pi^C * (\delta s : \dot{\sigma} + \dot{\varepsilon}^v). \tag{4.136}$$

Les propriétés élastiques et visqueuses étant supposées indépendantes, l'approximation autocohérente peut être utilisée afin de déterminer les propriétés du milieu homogène purement élastique de référence :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} + \Pi^{Ce} * (\delta s^e : \dot{\sigma} + \dot{\varepsilon}^v). \tag{4.137}$$

L'utilisation de l'approximation autocohérente ne permet cependant pas de résoudre l'équation intégrale entièrement c'est pourquoi, afin de négliger le terme non-local, une fluctuation du taux de déformation visqueuse va être introduite en le translatant par rapport à un champ cinématiquement admsissible qui dispose de propriétés particulières vis à vis des opérateurs de projection. La réduction du terme d'interaction à sa partie locale va ainsi permettre de résoudre l'équation (4.137).

Introduction du champ translaté Pour utiliser les propriétés particulières de l'opérateur Π^{Ce}, le taux de déformation visqueuse $\dot{\varepsilon}^v$ est translaté par rapport au champ $\dot{e}^v$ qui n'a pas de propriétés particulières si ce n'est d'être cinématiquement admissible :

$$\dot{\varepsilon}^v = \dot{e}^v + \delta\dot{\varepsilon}^v. \tag{4.138}$$

L'introduction dans l'équation intégrale du champ translaté judicieusement choisi auquel l'approximation autocohérente va être appliquée va permettre de tenir compte des interactions dues aux hétérogénéités de déformation élastiques et visqueuses.

Equation de localisation La solution du problème anélastique-inélastique hétérogène (voir paragraphe précédent) fournit un champ qui vérifie les conditions de compatibilité cinématique :

$$\dot{e}^v = A^{Be} : (\dot{U} - \dot{E}^{an}) + A^{Be} : \dot{e}^{an} + A^{Be} : \Gamma_l^{Be} : (b : \dot{\varepsilon}^{an} - B^e : \dot{e}^{an}) \tag{4.139}$$

où $\dot{U}$ est un champ uniforme qui permet la définition du champ compatible $\dot{e}^v$. Le fait que $\dot{e}^v$ soit admissible cinématiquement permet d'écrire la relation suivante :

$$\Pi^{Ce} * \dot{e}^v = \dot{e}^v - \dot{U}. \tag{4.140}$$

L'introduction de $\dot{e}^v$ dans l'équation intégrale (4.137) associée à la propriété définie par l'équation (4.140) conduit à :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} + \dot{e}^v - \dot{U} + \Pi^{Ce} * (\delta s^e : \dot{\sigma} + \delta\dot{\varepsilon}^v). \tag{4.141}$$

La condition d'autocohérence impose que la moyenne de $(\delta s^e : \dot{\sigma} + \delta\dot{\varepsilon}^v)$ soit nulle ce qui permet d'identifier $\dot{U}$ comme le taux de déformation visqueuse macroscopique effectif :

$$\dot{U} = \dot{E} - S^e : \dot{\Sigma} = \dot{E}^{ve}. \tag{4.142}$$

En négligeant le terme non-local, l'équation intégrale devient :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} + \dot{e}^v - \dot{E}^{ve} + \Pi_l^{Ce} : (\delta s^e : \dot{\sigma} + \delta\dot{\varepsilon}^v). \tag{4.143}$$

En introduisant A^{Ce}, l'équation de localisation de la déformation s'écrit alors :

$$\dot{\varepsilon} = A^{Ce} : (\dot{E} - \dot{E}^{ve}) + A^{Ce} : \dot{e}^v + A^{Ce} : \Gamma_l^{Ce} : (c : \dot{\varepsilon}^v - C^e : \dot{e}^v). \tag{4.144}$$

avec :

$$\dot{E}^{ve} = \left(\overline{c : A^{Ce} : A^{Be}}\right)^{-1} : \left(\overline{c : A^{Ce} : \dot{\varepsilon}^v}\right). \tag{4.145}$$

A partir de (4.144) et de la loi de comportement, la loi d'interaction des contraintes suivante peut être obtenue :

$$\dot{\sigma} = B^{Ce} : \dot{\Sigma} + c : A^{Ce} : (S^E - I) : (\dot{\varepsilon}^v - \dot{e}^v). \tag{4.146}$$

L'équation de localisation (4.144) et la loi d'interaction (4.146) permettent de mettre en évidence deux états asymptotiques :

- l'élasticité pure, qui caractérise le comportement aux temps courts, où $\dot{\varepsilon}^v = \dot{E}^v = 0$:
$$\dot{\varepsilon} = A^{Ce} : \dot{E}, \tag{4.147}$$
- l'inélasticité pure, caractéristique du comportement aux temps longs, où $\dot{\sigma} = \dot{\Sigma} = 0$:
$$\dot{\varepsilon} = A^{Be} : \dot{E}. \tag{4.148}$$

De plus, si c' et/ou b' tend vers l'infini, la déformation anélastique devient nulle et la relation de localisation et la loi d'interaction tendent à se rapprocher de celles obtenues dans le cas élastique-inélastique (équations (4.44) et (4.46)). Dans le cas où les propriétés élastiques sont homogènes ($c = C^e$), la relation de localisation (4.144) devient :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} - \dot{E}^{ve} + \dot{e}^v + S^E : (\dot{\varepsilon}^v - \dot{e}^v) \tag{4.149}$$

et la loi d'interaction (4.146) est remplacée par :

$$\dot{\sigma} = \dot{\Sigma} + C^e : (S^E - I) : (\dot{\varepsilon}^v - \dot{e}^v). \tag{4.150}$$

Parallèle avec l'approximation de Kröner-Weng Sabar et al. [SBFB02] ont revisité le modèle de Kröner-Weng développé pour un comportement local de type Maxwell. Il est ainsi montré que l'approximation de Kröner-Weng peut être assimilée à un modèle à champ translaté où le taux de déformation inélastique $\dot{\varepsilon}^{in}$ serait translaté par rapport à un taux de déformation inélastique uniforme $\dot{E}^{ine}$. Dans le cas où le comportement local est le résultat de l'association d'un élément de Maxwell et d'un élément de Kelvin-Voigt, une approximation similaire peut être réalisée. En effet, plutôt que de translater le champ des taux de déformation visqueuse $\dot{\varepsilon}^v$ par rapport à un champ non-uniforme $\dot{e}^v$, la translation peut être faite par rapport à un champ uniforme $\dot{E}^{ve}$ de sorte que :

$$\dot{\varepsilon}^v = \dot{E}^{ve} + \delta\dot{\varepsilon}^v. \tag{4.151}$$

La relation de localisation obtenue consécutivement au choix d'un champ uniforme pour la translation est la suivante :

$$\dot{\varepsilon} = A^{Ce} : \dot{E} + A^{Ce} : \Gamma_l^{Ce} : (c : \dot{\varepsilon}^v - C^e : \dot{E}^{ve}) \tag{4.152}$$

avec $\dot{E}^{ve}$ qui est défini tel que :

$$\dot{E}^{ve} = \left(\overline{{}^tB^{Ce} : \dot{\varepsilon}^v}\right). \tag{4.153}$$

Néanmmoins, le choix d'un champ uniforme pour la translation engendre une estimation grossière des interactions puisque celle-ci sont considérées comme purement élastiques et induisent alors une sur-estimation des contraintes internes.

4.2.3.4 Comparaison du modèle complet : cas d'un matériau biphasé constitué de sphères isotropes incompressibles à comportement linéaire

Afin de valider le modèle complet développé à l'aide de la méthode à champ translaté, une comparaison entre trois modèles différents est proposée :

- le modèle à Champ Translaté Non-Uniforme (CTNU) qui a été développé au paragraphe précédent pour décrire le comportement de matériaux hétérogènes dont le comportement local est de type élastique-anélastique-inélastique,
- le modèle à Champ Translaté Uniforme (CTU) qui a été obtenu en suivant une approximation similaire à celle utilisée par le modèle original de Kröner-Weng [Wen81],
- le modèle basé sur la linéarité de la loi de comportement dans l'espace de Laplace-Carson (LC) qui suit une démarche identique que celle proposée par Laws et McLaughlin [LM78] puis reprise par Rougier [RSZ94].

Un matériau biphasé constitué d'inclusions I sphériques et isotropes (où f_1 et f_2 sont les fractions volumiques des différentes phases) est considéré. Si on fait le choix d'un comportement linéaire pour les parties élastique, anélastique et inélastique de la déformation locale, le comportement peut être décrit à partir des modules de Lamé :

$$c^I_{ijkl} = 2\mu^I I_{ijkl} + \lambda^I \delta_{ij}\delta_{kl}, \tag{4.154}$$

$$c'^I_{ijkl} = 2\mu'^I I_{ijkl} + \lambda'^I \delta_{ij}\delta_{kl}, \tag{4.155}$$

$$b'^I_{ijkl} = 2\eta'^I I_{ijkl} + \alpha'^I \delta_{ij}\delta_{kl}, \tag{4.156}$$

$$b^I_{ijkl} = 2\eta^I I_{ijkl} + \alpha^I \delta_{ij}\delta_{kl}. \tag{4.157}$$

Le comportement macroscopique du matériau biphasé est décrit à partir des modules associés aux différents milieux de référence (élastiques et visqueux) qui sont définis à partir des relations suivantes :

$$C_{ijkl} = 2\mu I_{ijkl} + \lambda\delta_{ij}\delta_{kl}, \tag{4.158}$$
$$C'_{ijkl} = 2\mu' I_{ijkl} + \lambda'\delta_{ij}\delta_{kl}, \tag{4.159}$$
$$B'_{ijkl} = 2\eta' I_{ijkl} + \alpha'\delta_{ij}\delta_{kl}, \tag{4.160}$$
$$B_{ijkl} = 2\eta I_{ijkl} + \alpha\delta_{ij}\delta_{kl}. \tag{4.161}$$

Les opérateurs de Green relatifs à ces milieux de référence s'expriment comme suit dans le cas isotrope [Krö89] :

$$\Gamma^C_{ijkl} = \frac{4-5\nu}{15\mu(1-\nu)} I_{ijkl} - \frac{1}{30\mu(1-\nu)}\delta_{ij}\delta_{kl}, \tag{4.162}$$
$$\Gamma^{C'}_{ijkl} = \frac{4-5\nu'}{15\mu'(1-\nu')} I_{ijkl} - \frac{1}{30\mu'(1-\nu')}\delta_{ij}\delta_{kl}, \tag{4.163}$$
$$\Gamma^{B'}_{ijkl} = \frac{4-5\nu^{v'}}{15\eta'(1-\nu^{v'})} I_{ijkl} - \frac{1}{30\eta'(1-\nu^{v'})}\delta_{ij}\delta_{kl}, \tag{4.164}$$
$$\Gamma^B_{ijkl} = \frac{4-5\nu^v}{15\eta(1-\nu^v)} I_{ijkl} - \frac{1}{30\eta(1-\nu^v)}\delta_{ij}\delta_{kl} \tag{4.165}$$

où ν, ν', $\nu^{v'}$ et ν^v sont les coefficients de Poisson associés aux différents milieux de référence. Si le matériau est supposé incompressible ($\nu = \nu' = \nu^{v'} = \nu^v = 0,5$), la loi de comportement se résume à la partie déviatorique notée D :

$$\dot{\varepsilon}_D = \frac{\dot{\sigma}_D}{2\mu} + \dot{\varepsilon}^v_D. \tag{4.166}$$

Les tenseurs de localisation de la déformation associés aux cas purement élastiques et purement visqueux prennent alors la forme :

$$A^{C^I} = \frac{5\mu}{3\mu + 2\mu^I},\ A^{C'^I} = \frac{5\mu'}{3\mu' + 2\mu'^I},\ A^{B'^I} = \frac{5\eta'}{3\eta' + 2\eta'^I} \text{ et } A^{B^I} = \frac{5\eta}{3\eta + 2\eta^I}. \tag{4.167}$$

De même, les tenseurs de concentration des contraintes s'écrivent :

$$B^{C^I} = \frac{5\mu^I}{3\mu + 2\mu^I},\ B^{C'^I} = \frac{5\mu'^I}{3\mu' + 2\mu'^I},\ B^{B'^I} = \frac{5\eta'^I}{3\eta' + 2\eta'^I} \text{ et } B^{B^I} = \frac{5\eta^I}{3\eta + 2\eta^I}. \tag{4.168}$$

Pour comparer les différents modèles, on propose d'observer les résultats obtenus à l'aide des différents modèles (CTNU, CTU et LC) concernant les simulations d'un essai de traction et d'un essai de fluage-recouvrance.

Modèle à champ translaté non-uniforme (CTNU) Dans le cas d'un matériau biphasé constitué de sphères isotropes incompressibles, si l'approximation autocohérente est utilisée pour déterminer les modules élastiques (μ et μ') et visqueux (η et η') des milieux de référence, la relation de localisation obtenue par la méthode à champs translatés (4.144) s'écrit :

$$\dot{\varepsilon}_D = A^{CeI}(\dot{E}_D - \dot{E}^v_D) + A^{CeI}\dot{e}^{vI}_D + A^{CeI}\frac{1}{5\mu^e}(2\mu^I\dot{\varepsilon}^{vI}_D - 2\mu^e\dot{e}^{vI}_D). \tag{4.169}$$

Modèle à champ translaté uniforme (CTU) De même, la relation de localisation (4.152) obtenue en translatant le champ $\dot{\varepsilon}^v$ par rapport à un champ uniforme $\dot{E}^v$ peut être appliquée au cas du matériau biphasé considéré pour la comparaison :

$$\dot{\varepsilon}_D^I = A^{CeI}\dot{E}_D + A^{CeI}\frac{1}{5\mu^e}(2\mu^I\dot{\varepsilon}_D^{vI} - 2\mu^e\dot{E}_D^v). \tag{4.170}$$

Modèle basé sur la linéarité de la loi de comportement dans l'espace de Laplace-Carson (LC) Ce modèle, qui suit une démarche similaire à celle proposée par Laws et McLauglin [LM78] dans le cas viscoélastique linéaire, est considéré comme un modèle de référence car la transformation de Laplace-Carson permet d'obtenir un module linéaire unique et donc de fournir la solution exacte de l'approximation autocohérente. En effet, dans l'espace de Laplace-Carson, la loi de comportement local s'écrit :

$$\hat{\sigma}_D^I = 2\hat{l}^I\hat{\varepsilon}_D^I \text{ avec } \hat{l}^I = \left(\frac{1}{\mu^I} + \frac{1}{\mu'^I + \eta'^I p} + \frac{1}{\eta^I p}\right)^{-1} \tag{4.171}$$

de sorte que l'on puisse faire apparaître un module linéaire unique $\hat{l}^I$ dans la loi de comportement locale auquel peut s'appliquer l'approximation autocohérente. Cette méthode permet de calculer le module effectif du milieu homogène équivalent $\hat{L}^e$ associé au matériau composite :

$$\hat{L}^e = -\frac{2-5f_1}{6}l^1 - \frac{2-5f_2}{6}l^2 + \sqrt{\left(\frac{2-5f_1}{6}l^1 + \frac{2-5f^2}{6}l^2\right)^2 + \frac{2}{3}l^1l^2}. \tag{4.172}$$

La principale difficulté de ce type d'approche réside dans la transformation inverse nécessaire pour ramener les résultats obtenus dans l'espace de Laplace-Carson à l'espace réel. Dans le cas présent, l'inversion des résultats a été réalisée à l'aide de la méthode différentielle proposée par Donolato [Don02] détaillée dans l'annexe C.

Applications numériques En vue de comparer les trois modèles, deux applications numériques sont réalisées avec les paramètres suivants :

$\mu^1 = 50$ Pa, $\mu'^1 = 700$ Pa, $\eta'^1 = 500$ Pa.s et $\eta^1 = 1000$ Pa.s pour la phase 1,
$\mu^2 = 250$ Pa, $\mu'^2 = 400$ Pa, $\eta'^2 = 800$ Pa.s et $\eta^2 = 2000$ Pa.s pour la phase 2.

Dans un premier temps, un essai de traction à $\dot{E}_D = 10^{-4}\text{s}^{-1}$ est simulé pour un matériau composite tel que $f_1 = f_2 = 0,5$. Les courbes de comportement macroscopiques du matériau biphasé calculées avec les différents modèles sont tracées sur la figure 4.15. Les réponses macroscopiques montrent que les résultats obtenus avec le modèle à CTNU sont très proches de ceux obtenus avec le modèle LC. De plus, les états asymptotiques déterminés à l'aide de ces deux modèles sont identiques puisque l'on retrouve à la fois le comportement purement élastique au temps courts et le comportement purement inélastique aux temps longs. Les diverses translations utilisées pour s'affranchir des difficultés dues à la présence de forts couplages spatio-temporels ne semblent donc pas affecter la qualité des résultats finaux. Les résultats obtenus ici sont à rapprochés de ceux de Sabar et al. [SBFB02] qui montrent également que, dans le cas d'un élément de Maxwell seul, le modèle à champ translaté et le modèle

basé sur la linéarisation de la loi de comportement permettent de retrouver les états asymptotiques.

Si le modèle à CTNU donne des résultats satisfaisants, il en est autrement pour le modèle à CTU. Le choix d'un champ uniforme pour la translation induit une mauvaise estimation des contraintes internes. Ce résultat confirme les observations faites par Berveiller et Zaoui [BZ79] puis Sabar et al. [SBFB02] à savoir que les modèles basés sur une translation par rapport à un champ uniforme (modèle de Kröner [Krö61] pour le cas élasto-plastique et modèle de Weng [Wen81] pour le cas élastique-inélastique) sont trop rigides et donnent lieu à une surestimation de l'écrouissage interphases.

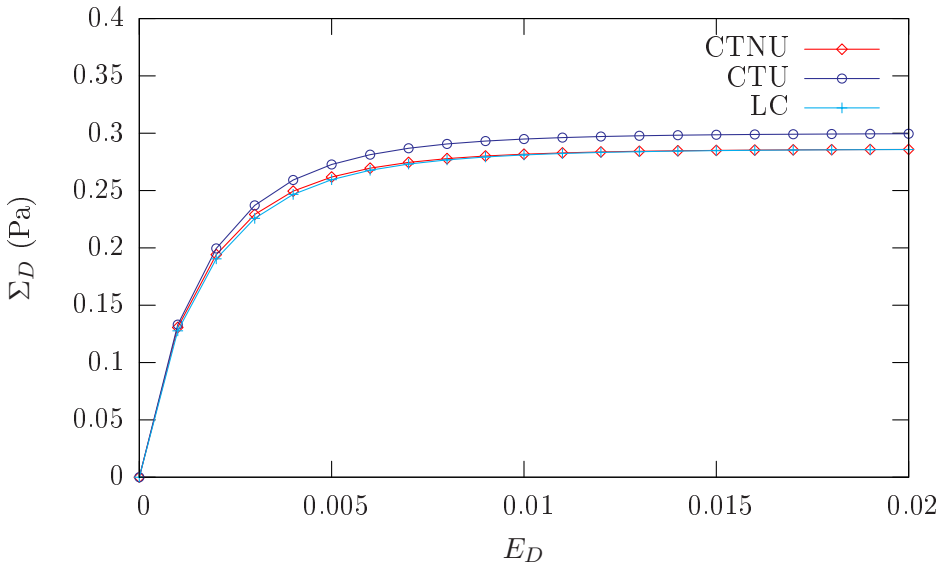


FIG. 4.15 – Partie déviatorique de la courbe de traction unixiale simulée avec différents modèles pour un matériau biphasé.

Une deuxième comparaison est faite en simulant un essai de fluage-recouvrance. Une contrainte constante (5 Pa) est appliquée pendant dix secondes au matériau biphasé puis relâchée instantanément (voir figure 4.16) et les courbes représentant la partie déviatorique de la déformation macroscopique en fonction du temps sont calculées avec les différents modèles puis tracées sur la figure 4.17.

On constate que lors de la partie fluage (10 premières secondes), les évolutions de la déformation macroscopique déterminées avec les différents modèles sont très proches. Au delà de $t = 10$s, bien que l'allure des courbes macroscopiques soit identique pour tous les modèles, les résultats doivent être nuancés. Si les modèles à CTNU et LC donnent des évolutions de la déformation où les différences sont relativement faibles, le modèle à CTU donne une mauvaise estimation de la déformation inélastique résiduelle. En effet, la recouvrance de la partie anélastique de la déformation est décrite différemment selon le modèle considéré mais la valeur asymptotique de la déformation, qui correspond à la déformation inélastique permanente, est la même pour les modèles à CTNU et LC. Dans le cas du modèle à CTU, la déformation inélastique résiduelle est sous-estimée, cela s'explique par le fait qu'aux temps infi-

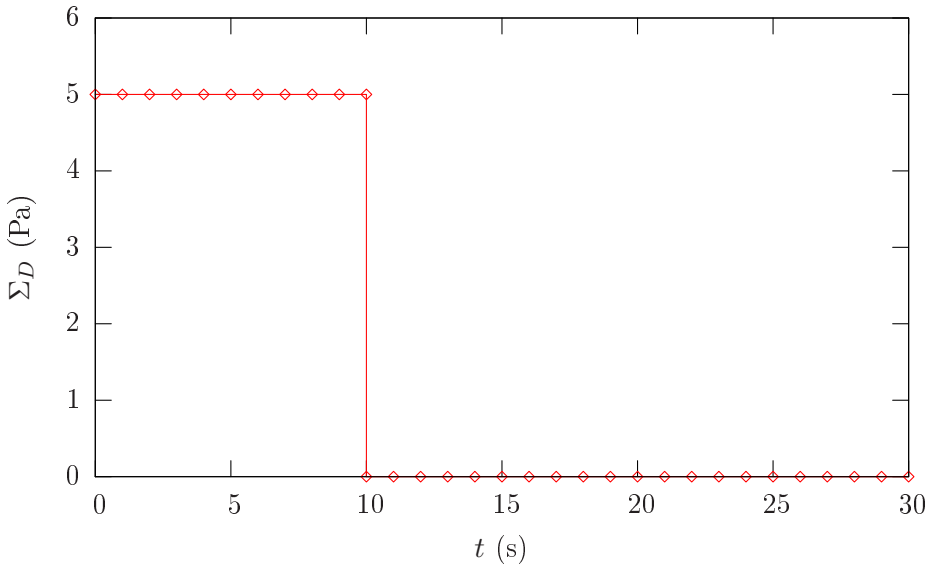


FIG. 4.16 – Evolution de la partie déviatorique du tenseur des contraintes au cours du temps dans le cas d'un essai de fluage-recouvrance.

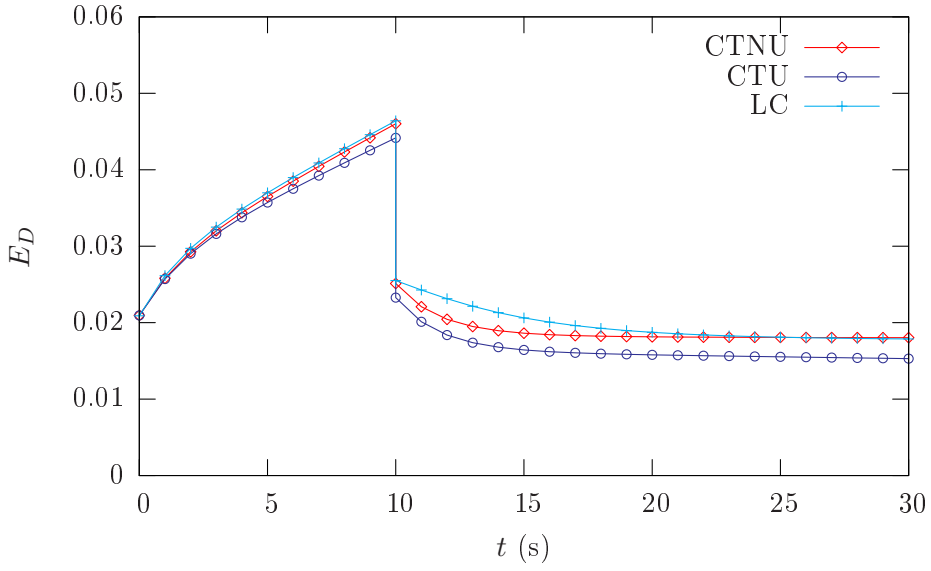


FIG. 4.17 – Evolution de la partie déviatorique du tenseur des déformations, déterminée avec différents modèles, au cours du temps dans le cas d'un essai de fluage-recouvrance.

niment longs il ne permet pas de retrouver le comportement purement inélastique et qu'il engendre un écrouissage interphases trop important contrairement aux deux autres modèles.

L'observation de l'évolution des différentes déformations macroscopiques (E^e, E^{an} et E^{in}) calculées avec le modèle CTNU (voir figure 4.18) permet de mettre en évidence que, si la partie anélastique est la principale responsable de l'effet de recouvrance d'une partie de la déformation lorsque la contrainte est relâchée, la déformation inélastique macroscopique, grâce aux contraintes internes, participe également à la recouvrance.

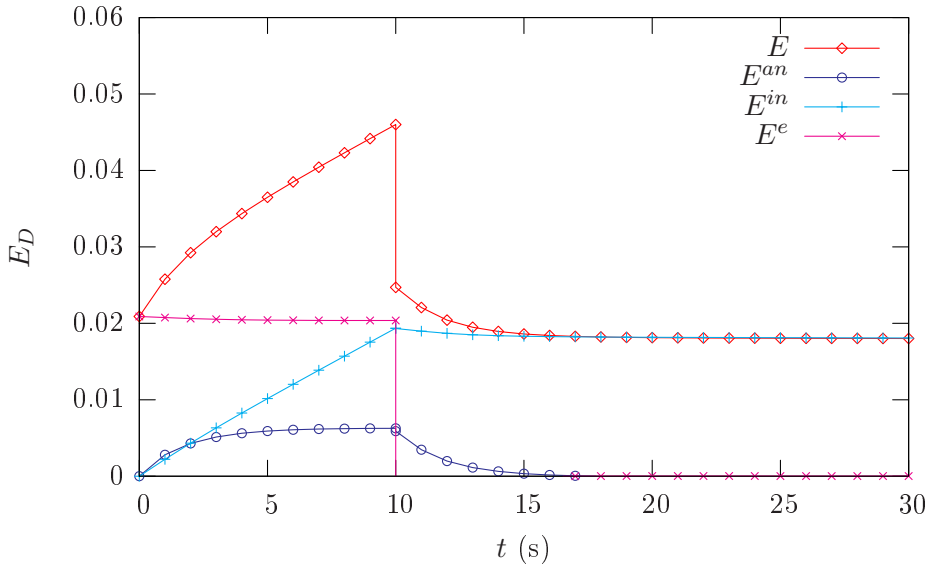


FIG. 4.18 – Evolution des parties déviatoriques élastique, anélastique et inélastique du tenseur des déformations déterminées avec le modèle CTNU au cours du temps dans le cas d'un essai de fluage-recouvrance.

Afin de voir l'importance des interactions anélastiques, on propose de comparer les résultats de l'essai de fluage-recouvrance obtenus par le modèle à champ translaté CTNU développé pour une loi de comportement locale élastique-anélastique-inélastique (qui tient donc compte des interactions dues aux hétérogénéités de déformation anélastique) et ceux obtenus avec le modèle à champ translaté présenté au paragraphe 4.2.2 et proposé à l'origine dans le cas d'un comportement local élastique-inélastique [SBFB02] (qui traite donc la déformation anélastique comme une déformation inélastique du point de vue de la transition d'échelle bien que la loi de comportement locale soit élastique-anélastique-inélastique). Si les paramètres restent identiques à ceux utilisés précédemment, les résultats tracés sur la figure 4.19 semblent montrer que l'influence du terme d'interaction anélastique est faible tant les évolutions de la partie déviatorique de la déformation sont proches quelque soit le modèle considéré.

Toutefois, ces résultats sont à nuancer fortement car l'importance du terme d'interaction anélastique dépend du jeu de paramètres utilisé. En effet, avec les para-

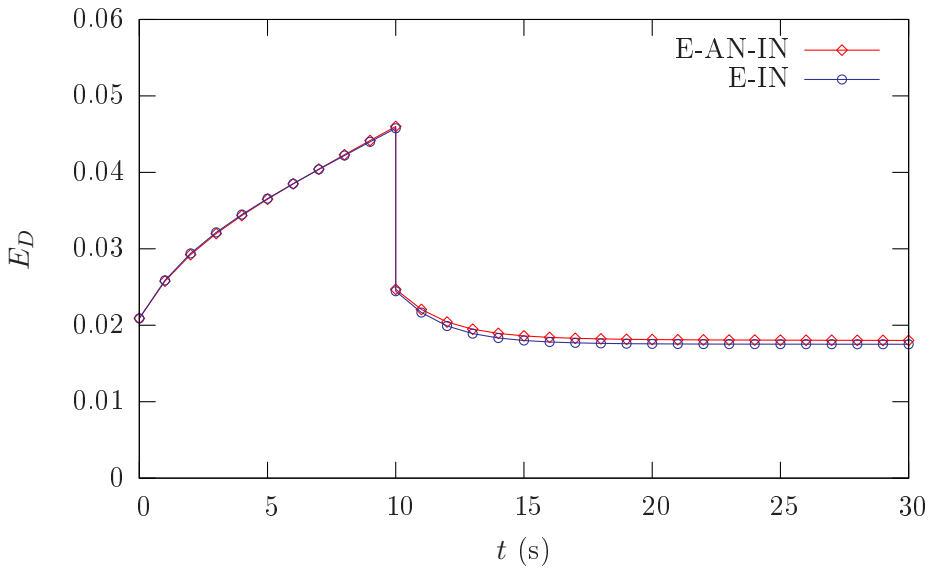


FIG. 4.19 – Evolution des parties déviatoriques du tenseur des déformations au cours du temps dans le cas d'un essai de fluage-recouvrance déterminées avec le modèle à champ translaté avec prise en compte des interactions anélastiques (E-AN-IN) ou sans prise en compte des interactions anélastique (E-IN).

mètres suivants pour un matériau biphasé où $f_1 = f_2 = 0,5$:

$\mu^1 = 500$ Pa, $\mu'^1 = 100$ Pa, $\eta'^1 = 200$ Pa.s et $\eta^1 = 7000$ Pa.s pour la phase 1,
$\mu^2 = 250$ Pa, $\mu'^2 = 1000$ Pa, $\eta'^2 = 800$ Pa.s et $\eta^2 = 5000$ Pa.s pour la phase 2,

le rôle des interactions anélastiques devient primordial car l'essai de fluage-recouvrance simulé avec le nouveau jeu de paramètres (voir figure 4.20) donne des résultats très différents selon que les interactions anélastiques soit négligées ou pas. Le terme d'interaction anélastique supplémentaire qui a été introduit dans le nouveau modèle ne peut donc pas être négligé lorsque les hétérogénéités de déformation anélastique deviennent importantes.

Le modèle à champ translaté proposé, qui est une extension du modèle original de Sabar et al. [SBFB02] permettant de prendre en compte la contribution supplémentaire des phénomènes anélastiques, semble donner des résultats satisfaisants. En effet, dans les deux exemples qui ont été étudiés (traction uniaxiale et fluage-recouvrance), les résultats qu'il fournit sont très proches de ceux issus du modèle basé sur la linéarité de la loi de comportement locale dans l'espace de Laplace-Carson qui est une référence. Néanmmoins, à l'opposé des modèles basés sur les transformations de Laplace-Carson, aucune procédure d'inversion n'est nécessaire et le problème est entièrement résolu dans l'espace réel ce qui est un atout non-négligeable tant l'inversion peut s'avérer couteuse en tant de calcul. De plus, il est intéressant de constater que, malgré les diverses translations utilisées pour arriver à établir le modèle complet, le modèle à champ translaté permet de retrouver les comportement asymptotiques exacts. Dans le cas de polycristaux où la loi de comportement locale est celle présentée au chapitre 3, la modélisation du comportement du matériau hétérogène via

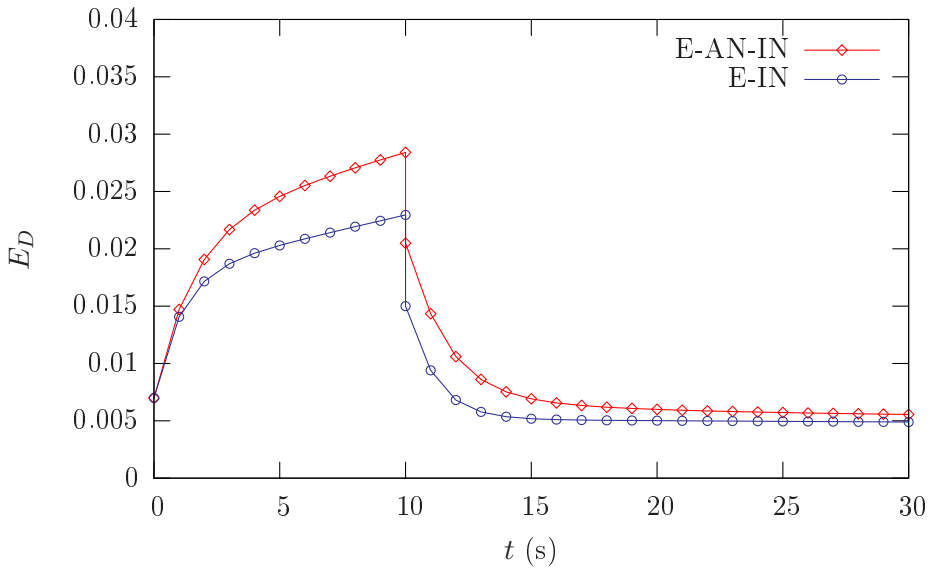


FIG. 4.20 – Evolution des parties déviatoriques du tenseur des déformations au cours du temps dans le cas d'un essai de fluage-recouvrance déterminées avec le modèle à champ translaté avec prise en compte des interactions anélastiques (E-AN-IN) ou sans prise en compte des interactions anélastique (E-IN).

le modèle à champ translaté requiert une procédure numérique décrite en annexe D.

4.3 Energie dissipée et énergie stockée

Afin de mieux comprendre les mécanismes dissipatifs et d'aider à la mise ne place de critères de fatigue, il est important de bien comprendre comment l'énergie fournie à un matériau par un chargement cyclique est transformée. Le modèle constitue ainsi un outil intéressant qui permet de suivre l'évolution des différentes énergies au cours d'un chargement.

La puissance des efforts extérieurs par unité de volume P_{ext} si aucune force de volume ne s'applique au VER s'écrit :

$$P_{ext} = \frac{1}{V} \int_{\partial V} \overrightarrow{f} . \overrightarrow{\dot{u}} \, \partial V \tag{4.173}$$

où $\overrightarrow{f}$ et $\overrightarrow{\dot{u}}$ sont respectivement le champ de force et le champ de vitesse à la frontière du VER. Considérant que les essais cycliques se font généralement sous force imposée telle que $f_i = \Sigma_{ij}.n_j$, la puissance des efforts extérieurs s'écrit alors sous la forme suivante :

$$P_{ext} = \Sigma : \dot{E}. \tag{4.174}$$

Après introduction des champs mécaniques locaux, la puissance des efforts extérieurs s'écrit :

$$P_{ext} = \overline{\sigma} : \overline{\varepsilon}. \tag{4.175}$$

Le lemme de Hill-Mandel permet alors d'écrire :

$$P_{ext} = \overline{\sigma : \varepsilon}. \tag{4.176}$$

Etant donnée la loi de comportement locale, la puissance des efforts extérieurs peut se décomposer comme suit :

$$P_{ext} = \overline{\sigma : \dot{\varepsilon}^e + (\sigma - \sigma^{an})) : \dot{\varepsilon}^{an}} + \overline{\sigma^{an} : \dot{\varepsilon}^{an} + \sigma : \dot{\varepsilon}^{in}}. \tag{4.177}$$

La relation précédente fait apparaître deux termes :

- la puissance élastique volumique :
  $P_{elastique} = \overline{\sigma : \dot{\varepsilon}^e + (\sigma - \sigma^{an})) : \dot{\varepsilon}^{an}}$,
- la puissance de déformation visqueuse par unité de volume :
  $P^v = \overline{\sigma^{an} : \dot{\varepsilon}^{an} + \sigma : \dot{\varepsilon}^{in}}$.

Le calcul de la dissipation locale réalisé consécutivement au choix de variables internes à la fin du chapitre 3 a permis de montrer que toute la puissance de déformation visqueuse n'est pas transformée en chaleur car une partie de l'énergie fournie est stockée sous forme d'arrangements de dislocations. De même, la puissance élastique, bien qu'associée à des parties réversibles de la déformation, n'est pas entièrement restituée en fin d'essai. En effet, les incompatibilités de déformation entre les grains, à l'origine de l'écrouissage cinématique intergranulaire, font qu'une partie de la puissance élastique est stockée. Ainsi, en fin d'essai, la partie de la puissance élastique volumique qui est restituée s'écrit :

$$P_{restituee} = \Sigma : \dot{E}^e + (\Sigma - \Sigma^{an}) : \dot{E}^{an} \tag{4.178}$$

et la partie de la puissance élastique stockée sous forme de contraintes internes intergranulaires est telle que :

$$P_{EcInter} = P_{elastique} - P_{restituee} \tag{4.179}$$

de sorte que :

$$P_{EcInter} = \overline{\sigma : \dot{\varepsilon}^e + (\sigma - \sigma^{an})) : \dot{\varepsilon}^{an}} - \Sigma : \dot{E}^e - (\Sigma - \Sigma^{an}) : \dot{E}^{an}. \tag{4.180}$$

En faisant apparaître la dissipation intrinsèque d_1 dans l'écriture de la puissance de déformation visqueuse, le bilan de puissance devient donc :

$$P_{ext} = P_{restituee} + P_{EcInter} + P_{EcIso} + P_{EcCin} + d_1. \tag{4.181}$$

Une puissance d'écrouissage correspondant à la partie de la puissance des efforts extérieurs qui est stockée par les différents modes d'écrouissage peut alors être définie :

$$P_{ecrouissage} = P_{EcInter} + P_{EcIso} + P_{EcCin}. \tag{4.182}$$

L'énergie stockée par unité de volume ξ_s se détermine à partir de la relation suivante :

$$\xi_s = \int_0^t P_{ecrouissage} dt. \tag{4.183}$$

Le modèle permet donc, pour un chargement donné, de suivre l'évolution de l'énergie stockée au cours de la déformation. Dans le cas d'un essai de traction par

exemple, avec le jeu de paramètres donné par la figure 4.21, l'évolution des différentes parts d'énergie peut être tracée sur la courbe de comportement macroscopique. Ainsi, en associant l'énergie à une partie de l'aire située sous la courbe contrainte-déformation (l'aire totale étant l'énergie fournie exprimée en 10^6.J/m^3), la figure 4.22 montre que l'on retrouve des résultats similaires à ceux de la littérature : environ 90% du travail visqueux est dissipé sous forme de chaleur et le reste est stocké via les mécanismes d'écrouisssage [TQ34] et la fraction d'énergie stockée, rapport de l'énergie stockée sur le travail visqueux, diminue avec la déformation [Ran03].

μ (MPa) 80000	ν $0,3$	b (m) $2,5.10^{-10}$	$1/f$ (Pa.s)$^{-1}$ 8000	ρ (m^{-2}) 10^{10}
$\dot{\gamma}_0$ (s^{-1}) 9100	p $0,05$	q 1	$\Delta G_0/k_b$ (K) 15000	T (K) 293
$\hat{\tau}$ (MPa) 50	$\tau_{c0} + k/\sqrt{d}$ (MPa) 80	d (μm) 13	f_v (ppm) 0	r_p (m) –
α $0,5$	y_c (m) 8.10^{-8}	K 60	a_c (MPa) $1,8.10^5$	c_c 2200

FIG. 4.21 – Paramètres utilisés pour calculer les différentes parts d'énergie stockée lors d'un essai de traction.

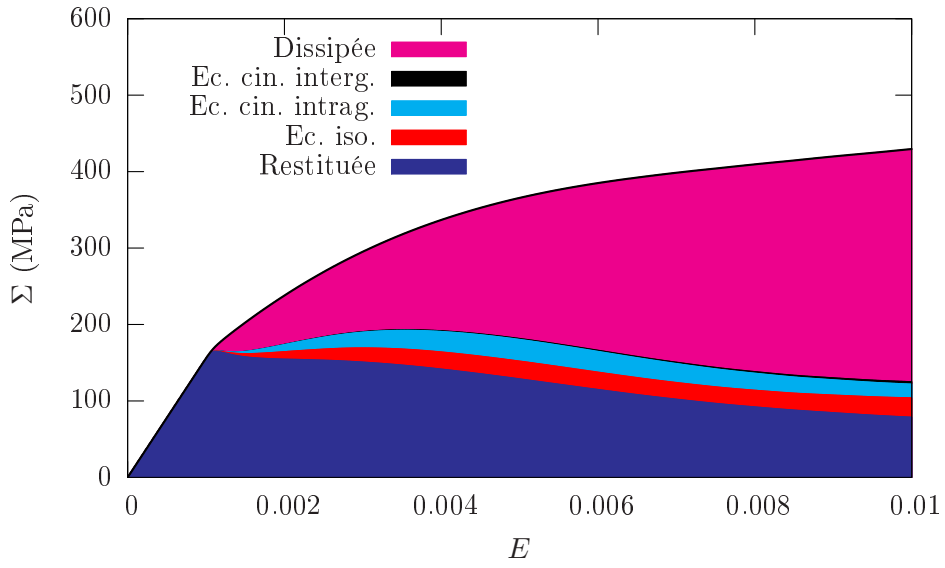


FIG. 4.22 – Evolution des différentes parts d'énergie lors d'un essai de traction simulé à partir du modèle.

La prévision des courbes d'échauffement à partir du modèle nécessite de déterminer la dissipation moyenne par cycle sur l'ensemble du VER. Celle-ci se calcule à l'aide de la relation suivante :

$$\tilde{d_1} = \frac{f_s}{V} \int_V \int_t^{t+T_s} d_1 dt dV. \tag{4.184}$$

4.4 Conclusions

L'objectif de ce chapitre était double : déterminer le dégré d'hétérogénéité qu'il fallait considérer du point de vue de la modélisation (hétérogénéité sructurale ou microstructurale) et développer un outil adapté à la fois à la loi de comportement proposée au chapitre 3 et au degré d'hétérogénéité pris en compte. Ainsi, dans un premier temps, il a été montré expérimentalement que, sous certaines conditions relatives à la géométrie des éprouvettes (épaisseur et rugosité), la distribution spatiale des phénomènes dissipatifs peut être assimilée à une distribution uniforme (à l'échelle de l'éprouvette pas de la microstructure). En effet, si l'amorçage des microfissures est un phénomène de surface, les mécanismes précurseurs de l'amorçage, qui sont les responsables de la dissipation, sont répartis uniformément dans tout le volume de l'éprouvette si l'épaisseur des éprouvettes est suffisamment élevée, leur rugosité assez faible et à condition que la taille des grains soit très inférieure à la taille des éprouvettes. Toutefois, si les conditions précédentes ne sont pas réunies, le rôle de la surface libre ne peut être négligé puisqu'il est responsable d'une concentration de la dissipation à proximité de la surface. Néanmmoins, il semble qu'au delà d'une épaisseur critique, bien que la rugosité soit élevée, l'influence de la surface libre puisse être négligée car la dissipation de surface, représentative de mécanismes liés aussi bien à l'échelle de la microstructure qu'à celle de la structure, a tendance à être noyée par effet de moyenne dans la dissipation de coeur, manifestation des seules irréversibilités microstructurales. Les observations expérimentales ainsi faites montrent donc que le rôle de la surface libre n'a pas besoin d'être introduit dans le modèle si certaines conditions sont respectées lors des essais expérimentaux visant à estimer la dissipation comme grandeur représentative des évolutions irréversibles d'une microstructure sous un chargement donné.

Puisque les résultats précédents offrent la possibilité d'introduire le concept de Volume Elémentaire Représentatif (VER), le choix d'appliquer une approche micro-macro a été fait afin de prendre en compte les hétérogénéités microstructurales dans le comportement du matériau. Dans le modèle proposé, la taille des hétérogénéités considérées est celle du grain. La loi de comportement développée au chapitre 3 fait apparaître différents ordres de dérivation dus aux différentes composantes de la déformation (élastique, anélastique et inélastique) qui induisent des interactions spatio-temporelles intergranulaires complexes à décrire. Dans le cas d'un comportement local élastique-inélastique (élastoviscoplastique), les modèles basés sur une linéarisation de la loi de comportement dans l'espace de Laplace-Carson [LM78][RSZ94] fournissent des résultats satisfaisants mais nécessitent des temps de calcul relativement importants. Une approche alternative dite à variables internes d'abord suggérée par Paquin [Paq98] puis reprise par Sabar [SBFB02] basés sur l'introduction de champs translatés particuliers rendant possible l'obtention de résultats de qualité similaire sans pour autant induire la lourdeur numérique inhérente à l'inversion de la solution de l'espace de Laplace-Carson à l'espace réel. Afin de tenir compte du caractère anélastique de la déformation, une approche basé sur des champs translatés telle que celle utilisée par Sabar et al. [SBFB02] est proposée. Néanmmoins, contrairement au modèle proposé par Sabar et al., plusieurs translations sont requises pour s'affranchir des difficultés dues à la présence de plusieurs ordres de dérivation dans la loi de comportement. Les différentes translations ne semblent toutefois pas affecter la qualité du modèle puisque la comparaison réalisée pour un cas simple (matériau biphasé

isotrope incompressible) avec un modèle de référence basé sur la linéarisation de la loi de comportement dans l'espace de Laplace-Carson semble donner des résultats satisfaisants.

Si le modèle développé est capable de considérer l'hétérogénéité des champs mécaniques issue du caractère polycristallin des aciers étudiés, il est important de noter que dans ce modèle le champ thermique est considéré comme homogène. Néanmmoins, bien qu'une approche micro-macro eut pu être aussi appliquée au champ de température, l'hypothèse d'homogénéité du champ de température semble validée par les mesures de champ thermiques faites par thermographie infrarouge [Bou04].

L'approche micro-macro utilisée permet naturellement de prendre en compte l'écrouissage intergranulaire dû aux incompatibilités de déformation. Au même titre que l'écrouissage isotrope ou cinématique intragranulaire, l'écrouissage cinématique intergranulaire constitue un moyen de stocker une partie de l'énergie fournie. Le calcul de l'énergie stockée, dont l'évolution au cours du chargement aide à la compréhension des mécanismes de fatigue, a été explicité permettant ainsi de préciser comment l'énergie fournie est soit transformée sous forme de chaleur (dissipation), soit stockée (écrouissage), soit restituée.

Ce chapitre ainsi que le chapitre 3 constituent une description complète du modèle proposé en vue de décrire les interactions entre la microstructure et les mécanismes dissipatifs. Le prochain chapitre a pour but de valider le modèle développé via une comparaison avec des résultats expérimentaux puis d'étudier le rôle de paramètres liés soit au chargement soit à la microstructure.

Bibliographie

[BB49] S.B. Batdorf and B. Budiansky. A mathematical theory of plasticity based on the concept of slip. *NASA Technical Report*, 1871, 1949.

[BBG01a] M. Bornert, T. Bretheau, and P. Gilormini. *Homogénéisation en mécanique des matériaux 1.* Hermès Science, Paris, 2001.

[BBG01b] M. Bornert, T. Bretheau, and P. Gilormini. *Homogénéisation en mécanique des matériaux 2.* Hermès Science, Paris, 2001.

[Bou04] T. Boulanger. *Analyse par thermographie infrarouge des sources de chaleur induites par la fatigue des aciers.* PhD thesis, Université Montpellier II, 2004.

[Bro06] G. Brosse. Etude du comportement dissipatif des aciers aux faibles contraintes sous sollicitations cycliques. *Rapport de stage ENSAM Metz*, 2006.

[BZ79] M. Berveiller and A. Zaoui. An extension of the self-consistent scheme to plastically-flowing polycrystals. *J. Mech. Phys. solids*, 26 :325–344, 1979.

[Cas91] P. Ponte Castañeda. The effective mechanical properties of nonlinear isotropic composites. *J. Mech. Phys. Solids*, 39 :45–71, 1991.

[Don02] C. Donolato. Analytical and numerical inversion of the laplace-carson transform by a differential method. *Computer Physics Communications*, 145 :298–309, 2002.

[DZ73] P.H. Dederich and R. Zeller. Variational treatment of the elastic constants of disordered materials. *Z. Phys*, 259 :103–116, 1973.

[Esh57] J.D. Eshelby. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems. *Proc. R. Soc. London*, A241 :376–396, 1957.

[FF04] M. Fivel and S. Forest. Plasticité cristalline et transition d'échelle : cas du polycristal. *Techniques de l'ingénieur*, M 4 017 :1–11, 2004.

[Har91] S.V. Harren. The finite deformation of rate-dependent polycrystals - i. a self-consistent framework. *J. Mech. Phys. Solids*, 39 :345–360, 1991.

[Her54] A.V. Hershey. The elasticity of an isotropic aggregate of anisotropic cubic crystals. *J. Appl. Mech.*, 21 :236–240, 1954.

[Hil65] R. Hill. Continuum micro-mechanics of elastoplastic polycrystals. *J. Mech. Phys. Solids*, 13 :89–101, 1965.

[Hut76] J.W. Hutchinson. Bounds and self-consistent estimates for creep of polycrystalline materials. *Proc. Roy. Soc. London A*, 348 :101–127, 1976.

[Krö58] E. Kröner. Berechnung der elastischen konstanten des vielkristalls aus den konstanten des einkristalls. *Z. Phys.*, 151 :504–518, 1958.

[Krö61] E. Kröner. Zur plastischen verformung des vielkristalls. *Acta Metall.*, 9 :155–161, 1961.

[Krö67] E. Kröner. Elastic moduli of perfectly disordered composite materials. *J. Mech. Phys. Solids*, 15 :319–329, 1967.

[Krö77] E. Kröner. Bounds for effective elastic moduli of disordered materials. *J. Mech. Phys. Solids*, 25 :137–155, 1977.

[Krö86] E. Kröner. Variational treatment of the elastic constants of disordered materials. *In : Gittus, E., Zarka, E. (Eds.), Modelling Small Deformations of Polycrystals. Elsevier Appl. Sci. Pub, London, New York*, 1986.

[Krö89] E. Kröner. Modified green functions in the theory of heterogeneous and/or anisotropic linearly elastic media. *In : G.J. Weng, M. Taya and M. Abe, Editors, Micromechanics and Inhomogeneity, Springer, Berlin*, pages 197–211, 1989.

[Kun81a] I.A. Kunin. An algebra of tensor operators and its applications to elasticity. *Int. J. Engng. Sci.*, 19 :1551–1561, 1981.

[Kun81b] I.A. Kunin. Projection operator in continuum mechanics. *In : Continumm Models of Discrete Systems 4*, North-Holland Amsterdam :179–187, 1981.

[Kun83] I.A. Kunin. Elastic media with microstructure ii : Three dimensional models, springer series in solid-state sciences. *Springer, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo*, 44, 1983.

[Lin57] T.H. Lin. Analysis of elastic and plastic strains of a fcc crystal. *J. Mech. Phys. Solids*, 5 :143, 1957.

[LM78] N. Laws and R. McLaughlin. Self-consistent estimates for the viscoelastic creep compliance of composite materials. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 359 :251–273, 1978.

[LW94] J. Li and G.J. Weng. Strain-rate sensitivity, relaxation behavior and complex moduli of a class of isotropic viscoelastic composites. *ASME J. Engng. Mat. Tech.*, 116 :495–504, 1994.

[LW97] J. Li and G.J. Weng. A secant viscosity approach to the time-dependent creep of an elastic-viscoplastic composite. *J. Mech. Phys. Solids*, 45 :1069–1083, 1997.

[MW88] H. Mughrabi and R. Wang. Cyclic stress-strain response and high-cycle fatigue behaviour of copper polycrystals. *In : P. Lukas and J. Polak, Basic mechanisms in fatigue of metals. Amsterdam : Elsevier*, page 1, 1988.

[MZ99] R. Masson and A. Zaoui. Self-consistent estimates for the rate-dependent elastoplastic behavior of polycrystalline materials. *J. Mech. Phys. Solids*, 47 :1543–1568, 1999.

[NNO86] S. Nemat-Nasser and M. Obata. Rate-dependent finite elastoplastic deformation of polycrystals. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 497 :343–375, 1986.

[Paq98] A. Paquin. *Modélisation micromécanique du comportement élastoviscoplastique des matériaux hétérogènes.* PhD thesis, Université de Metz, 1998.

[PBF+01] A. Paquin, S. Berbenni, V. Favier, X. Lemoine, and M. Berveiller. Micromechanical modeling of the elastoviscoplastic behavior of heterogeneous materials. *International Journal of Plasticity*, 17 :1267–1302, 2001.

[Ran03] N. Ranc. Couplage thermomécanique. *Techniques de l'ingenieur*, AF 5 042 :1–12, 2003.

[Reu29] A. Reuss. Berechunung der fliessgrenzen von mischkristallen auf grund der plastiztatsbedingung fur einkristalle. *Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Mechanik*, 9 :49–58, 1929.

[RSZ93] Y. Rougier, C. Stolz, and A. Zaoui. Représentation spectrale en viscoélasticité linéaire des matériaux hétérogènes. *C.R. Acad. Sci. Paris*, 318 II :145–151, 1993.

[RSZ94] Y. Rougier, C. Stolz, and A. Zaoui. Self-consistent modelling of elastic-viscoplastic polycrystals. *C.R. Acad. Sci. Paris, Série II*, 318 :145–151, 1994.

[Sac28] G. Sachs. Zur ableitung einer fliessbedingung. *Zeitschrift der VDI*, 72 :734–736, 1928.

[Sau07] M. Sauzay. Cubic elasticity and stress distribution at the free surface of polycrystals. *Acta Materialia*, 55 :1193–1202, 2007.

[SBFB02] H. Sabar, M. Berveiller, V. Favier, and S. Berbenni. A new class of micro-macro models for elastic-viscoplastic heterogeneous materials. *Int. J. Sol. Structures*, 39 :3257–3276, 2002.

[SG00] M. Sauzay and P. Gilormini. Inclusion élastoplastique en surface. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 328 :117–122, 2000.

[SG02] M. Sauzay and P. Gilormini. Influence of surface effects on fatigue of microcracks nucleation. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 38 :53–62, 2002.

[Suq87] P. Suquet. *Elements of homogenization for inelastic solid mechanics*, volume volume 272 of Lecture Notes in Physics. Springer, Berlin, 1987.

[Tay38] G.I. Taylor. Plastic strain in metals. *J. Inst. Metals*, 32 :307–324, 1938.

[TQ34] G.I. Taylor and M.A. Quinney. The latent heat remaining in a metal after cold work. *Proc. Roy. Soc. A*, 143 :307–326, 1934.

[Voi89] W. Voigt. Bestimmung der elasticitäts- constanten für kalkspath. *Georg-Augusts Universität*, 1889.

[Wen81] G.J. Weng. Self-consistent determination of time-dependent behavior of metals. *J. Appl. Mech.*, 48 :41–46, 1981.

[Wen93] G.J. Weng. A self-consistent determination of time-dependent behavior of metals. *Int. J. Plasticity*, 9 :181–198, 1993.

Chapitre 5

Validation du modèle micromécanique et applications

Sommaire

5.1 Validation du modèle 134
5.1.1 Démarche et nuances étudiées 134
5.1.2 Ajustement des paramètres 136
5.1.3 Résultats et observations 137
5.2 Influence du chargement sur la dissipation 140
5.2.1 Fréquence de sollicitation 140
5.2.2 Contrainte moyenne 143
5.3 Influence de la microstructure sur la dissipation 144
5.3.1 Taille moyenne des grains 145
5.3.2 Dispersion de la taille de grains 147
5.3.3 Rôle de la texture 152
5.3.4 Influence d'une prédéformation 155
5.3.5 Fraction volumique de précipités non-cisaillables 163
5.3.6 Taille des précipités 165
5.4 Conclusions 167

La description physique des mécanismes dissipatifs mise en place à l'échelle du monocristal associée à l'approche micro-macro développée au chapitre précédent forment le modèle proposé en vue de décrire l'influence de la microstructure sur les mécanismes dissipatifs. Ce dernier chapitre a pour but de valider le modèle puis, conformément à l'objectif établi au départ, de l'utiliser pour comprendre les interactions entre la microstructure et les mécanismes dissipatifs. Ainsi, dans un premier temps, une comparaison entre résultats issus du modèle et de l'expérience est réalisée afin de tester la capacité du modèle à prévoir les courbes d'échauffement. La procédure d'ajustement des paramètres est d'abord détaillée puis les résultats de la comparaison sont analysés. Finalement, le modèle est utilisé pour prévoir l'influence de divers paramètres sur les courbes d'échauffement. Les paramètres sont classés en deux catégories : ceux relatifs au chargement et ceux propres à la microstructure.

5.1 Validation du modèle

5.1.1 Démarche et nuances étudiées

Dans cette première partie, afin de vérifier la qualité du modèle proposé, une comparaison avec des résultats expérimentaux est réalisée. La démarche adoptée comporte deux niveaux de comparaison. En effet, deux nuances d'aciers ferritiques microalliés durcis à l'aide de précipités non-cisaillables sont considérées. Ces nuances sont appellées A et B et possèdent des caractéristiques microstructurales, chimiques et mécaniques qui sont récapitulées sur les figures 5.1, 5.2 et 5.3 pour la nuance A et 5.4, 5.5 et 5.6 pour la nuance B. Outre la composition chimique, ces deux nuances diffèrent principalement l'une de l'autre de par la fraction de précipités non-cisaillables qu'elles contiennent. Dans un premier temps, les paramètres du modèle relatifs à la nuance A sont identifiés à l'aide de courbes de comportements oligocycliques puis la courbe d'échauffement calculée par le modèle avec les paramètres ainsi identifiés est comparée à celle obtenue expérimentalement. Cette première comparaison permet de tester la capacité du modèle à prévoir les courbes d'échauffement ainsi que de valider la méthode d'ajustement des paramètres qui est utilisée. Les paramètres de la nuance B ne sont pas identifiés sur des courbes de comportement cyclique comme pour la nuance A mais le jeu de paramètres est conservé à l'identique à l'exception de la fraction volumique de précipités non-cisaillables qui elle seule évolue puisque la plupart des autres paramètres microstructuraux (taille des précipités, taille de grain...) restent inchangés. La courbe d'échauffement de la nuance B calculée par le modèle peut alors être comparée à celle obtenue expérimentalement afin de voir si le modèle est capable de prévoir correctement les courbes d'échauffement lorque la microstructure évolue.

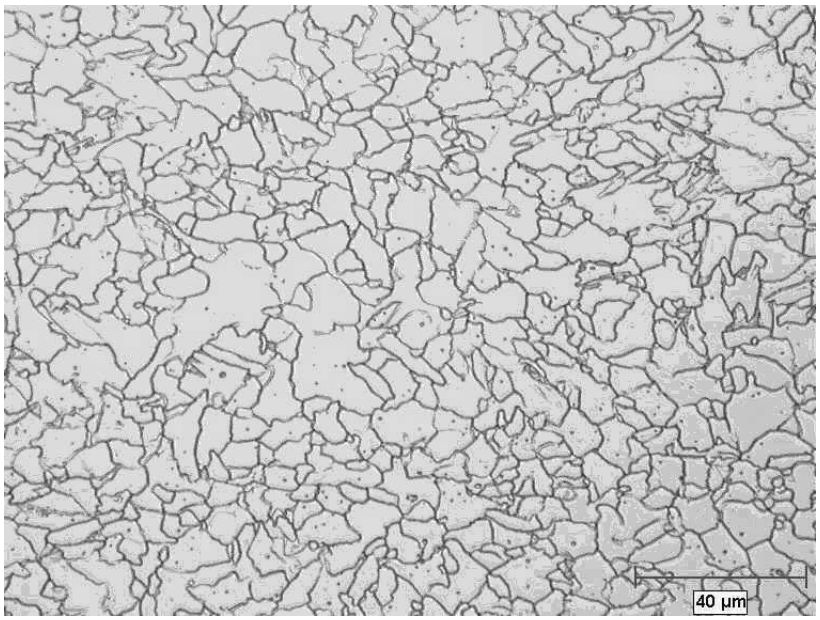


Fig. 5.1 – Microstructure de la nuance A.

C (ppm)	Mn (ppm)	N (ppm)	Si (ppm)	Nb (ppm)
510	3350	54	60	130

FIG. 5.2 – Composition chimique de la nuance A.

Σ_y (MPa)	R_m (MPa)	A (%)
369	439	27,3

FIG. 5.3 – Caractéristiques mécaniques de la nuance A.

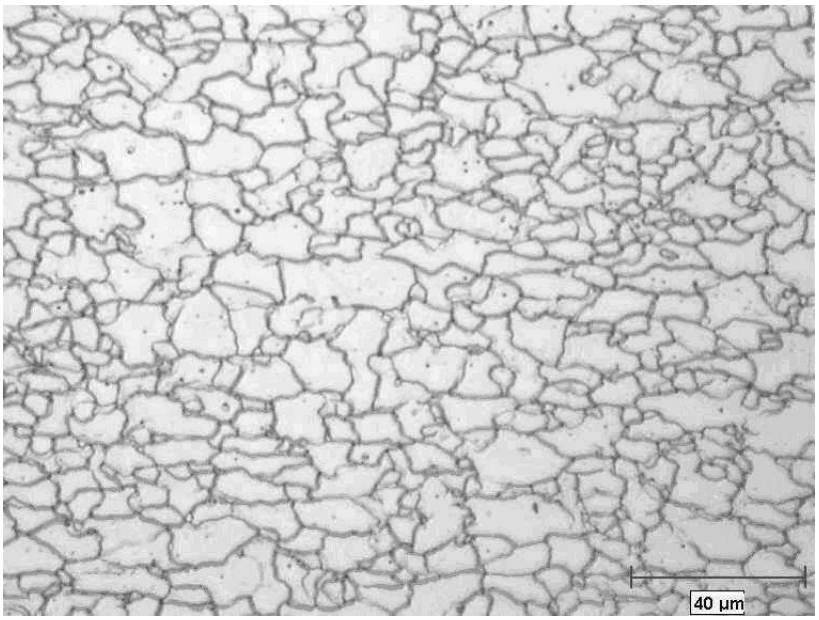


FIG. 5.4 – Microstructure de la nuance B.

C (ppm)	Mn (ppm)	N (ppm)	Si (ppm)	Nb (ppm)
590	3600	46	110	570

FIG. 5.5 – Composition chimique de la nuance B.

Σ_y (MPa)	R_m (MPa)	A (%)
505	531	21,5

FIG. 5.6 – Caractéristiques mécaniques de la nuance B.

5.1.2 Ajustement des paramètres

Afin d'identifier les paramètres relatifs à la nuance A, les courbes de comportement oligocycliques expérimentales obtenues pour différentes fréquences et déformations imposées (voir figure 5.7) sont comparées à celles calculées à l'aide du modèle pour déterminer quel jeu de paramètres semble le plus adéquat. La difficulté réside dans le fait que la procédure n'est pas automatisée et qu'elle peut donc s'avérer coûteuse en temps étant donné le nombre élevé de paramètres. Néanmmoins, la plupart des paramètres ont une signification physique et sont donc bornés limitant ainsi le nombre de possibilités et donc la durée de la phase d'identification.

Essai	E_{max}	f_s (Hz)
n°1	$0,8\%$	$0,125$
n°2	$0,6\%$	$0,193$
n°3	$0,4\%$	$0,3845$

FIG. 5.7 – Caractéristiques des essais de fatigue oligocyclique utilisés pour l'ajustement des paramètres relatifs à la nuance A.

L'utilisation des essais de fatigue oligocyclique possède l'avantage par rapport aux essais monotones (traction simple, cisaillement simple...) de mettre en évidence l'effet Bauschinger et donc de permettre un découplage entre l'écrouissage isotrope (expansion du domaine d'élasticité) et l'écrouissage cinématique (translation du domaine d'élasticité) ce qui offre une meilleure estimation des paramètres liés à l'écrouissage.

Une difficulté inhérente au choix des essais de fatigue oligocyclique pour l'ajustement des paramètres est l'évolution de la microstructure au cours des cycles. En effet, les courbes de comportement ne sont pas identiques selon le cycle durant lequel elles sont enregistrées car la microstructure évolue notamment dans le domaine de fatigue oligocyclique où l'endommagement fait son apparition rapidement puisque la propagation des fissures représente la majeure partie de la durée de vie d'une éprouvette [BB97]. Ainsi, en vue de s'affranchir de l'endommagement, l'ajustement des paramètres se fait sur le deuxième cycle.

Le jeu de paramètres proposé sur la figure 5.8 a donc été en partie identifié sur les courbes de comportement oligocyclique obtenues pour différentes déformations imposées car certains paramètres sont soit déjà connus dans le cas des aciers ferritiques [PBF+01] ($\alpha = 0,5$ et $b = 2,5.10^{-10}$ m) soit obtenus à partir d'observations de la microstructure ($f_v = 31$ ppm, $d = 13$ μm et $r_p = 5$ nm). Le modèle semble, après identification, tout à fait en mesure de décrire les différentes courbes de comportement de manière satisfaisante (voir figure 5.9). La méthode d'identification proposée pose néanmmoins le problème de l'unicité du jeu de paramètres qui n'est pas garantie. De plus, les déformations anélastiques sont très faibles donc difficilement observables sur les courbes de comportement comme le montre l'étude paramétrique du coefficient de frottement interne réalisée en annexe E et l'identification du coefficient de frottement anélastique f s'avère peu précise. Cependant, la littérature contient plusieurs estimations du coefficient de frottement et on citera en particulier les travaux de Urabe et Weertman [UW75] qui, dans le cas de monocristaux de fer α à température ambiante, identifient l'inverse du coefficient de frottement $1/f$ à 3300 $(\text{Pa.s})^{-1}$ dans le cas de dislocations coins et environ la moitié pour les dislocations vis. Ainsi,

bien que la distinction entre dislocations vis et coins ne soit pas faite ici, l'ensemble des résultats de la littérature [UW75][MM71][GL56][GHL58][IG89] fournit un ordre de grandeur du coefficient de frottement ($1/f \simeq 10^4$ (Pa.s)$^{-1}$) et permet de limiter l'erreur quant à l'identification du coefficient de frottement.

μ (MPa) 70000	ν 0,3	b (m) $2,5.10^{-10}$	$1/f$ (Pa.s)$^{-1}$ 8000	ρ (m^{-2}) 10^{10}
$\dot{\gamma}_0$ (s^{-1}) 9100	p 0,05	q 1	$\Delta G_0/k_b$ (K) 15000	T (K) 293
$\hat{\tau}$ (MPa) 50	$\tau_{c0} + k/\sqrt{d}$ (MPa) 60	d (μm) 13	f_v (ppm) 31	r_p (m) 5.10^{-9}
α 0,5	y_c (m) 4.10^{-8}	K 80	a_c (MPa) $1,8.10^5$	c_c 2200

FIG. 5.8 – Paramètres identifiés pour la nuance A.

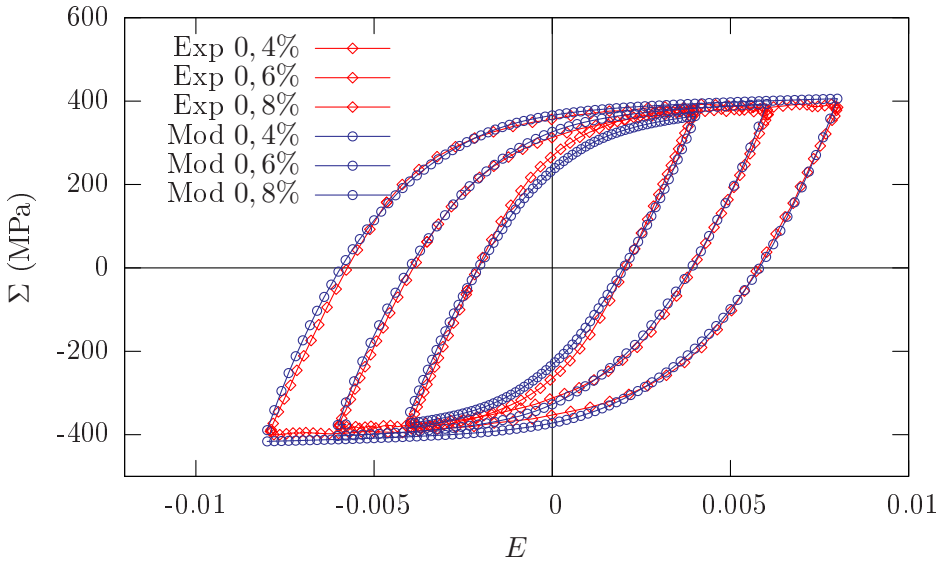


FIG. 5.9 – Comparaison des courbes de comportement oligocycliques mesurées et calculées de la nuance A en vue de l'ajustement des paramètres du modèle.

5.1.3 Résultats et observations

Les paramètres du modèle ayant été identifiés pour la nuance A, les courbes d'échauffement expérimentale et simulée sont comparées sur la figure 5.10. La courbe d'échauffement calculée par le modèle a été réalisée en prenant des valeurs classiques pour la masse volumique et la capacité thermique ($m_v = 7800$ kg/m^3 et 450 kJ/kg/K). Les résulats obtenus par le modèle sont en très bonne adéquation avec ceux obtenus expérimentalement. En effet, que ce soit pendant le régime anélastique (faibles amplitudes de contrainte) ou inélastique (fortes amplitudes de contrainte),

la dissipation estimée par le modèle est proche de celle mesurée et l'augmentation brutale de la dissipation due à l'apparition du glissement plastique des dislocations est bien prévue.

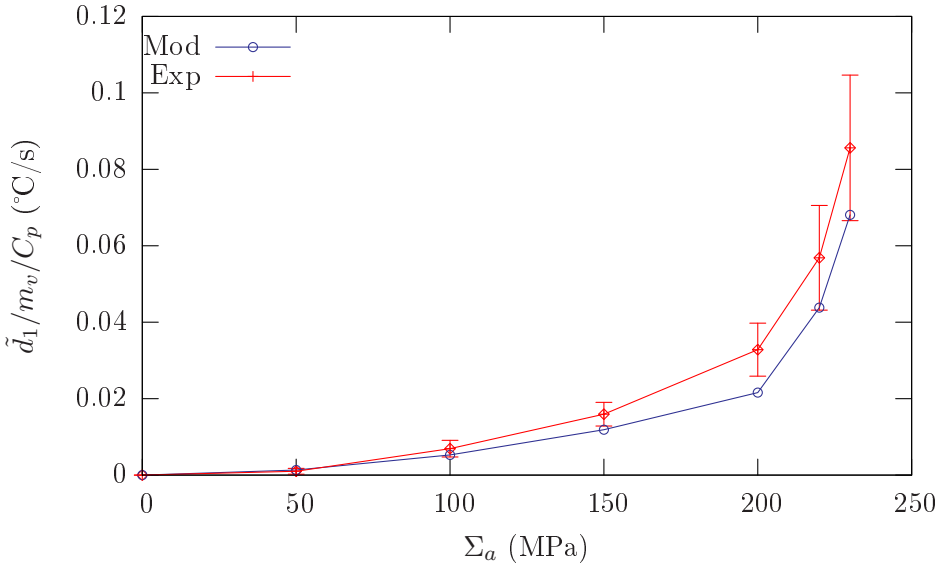


FIG. 5.10 – Courbes d'échauffement mesurées (Exp) et calculées (Mod) de la nuance A.

Ces résultats semblent valider la procédure d'identification qui a été proposée au paragraphe précédent ainsi que le modèle proposé. Le modèle mis en place et la procédure d'identification basée sur les courbes de comportement oligocyclique constituent donc un outil de prévision efficace bien que les courbes d'échauffement soient réalisées au cours d'essais cycliques qui sont très différents des essais de fatigue oligocyclique en termes de vitesses de déformation et d'amplitudes de déformation plastique.

On souhaite maintenant voir si l'augmentation de la fraction volumique de précipités (carbures de nobium) qui marque le passage de la nuance A à la nuance B est correctement décrite par le modèle. Puisque la principale différence microstructurale entre la nuance A et la nuance B est la fraction volumique de précipités (31 ppm pour la nuance A et 354 ppm pour la nuance B), aucun réajustement des paramètres n'est effectué pour la nuance B et, à l'exception de la fraction volumique, ils sont conservés à l'identique (voir figure 5.11).

La courbe d'échauffement de la nuance B est donc calculée par le modèle avec le jeu de paramètres modifié mais non ré-identifié puis comparée à celle obtenue expérimentalement (voir figure 5.12). Si les différences sont plus marquées entre la courbe expérimentale et la courbe calculée, la prévision reste correcte puisque les effets de l'augmentation de la fraction volumique de précipités, c'est à dire l'augmentation de la contrainte de réversiblité et la diminution de la dissipation dans le régime anélastique, sont correctement pris en compte. Néanmmoins, la dissipation moyenne par cycle est surévaluée dans le régime inélastique car l'effet du changement de composition chimique n'a pas été introduit. En effet, la nuance B a une teneur en

μ (MPa) 70000	ν 0,3	b (m) $2,5.10^{-10}$	$1/f$ (Pa.s)$^{-1}$ 8000	ρ (m^{-2}) 10^{10}
$\dot{\gamma}_0$ (s^{-1}) 9100	p 0,05	q 1	$\Delta G_0/k_b$ (K) 15000	T (K) 293
$\hat{\tau}$ (MPa) 50	$\tau_{c0} + k/\sqrt{d}$ (MPa) 60	d (μm) 13	f_v (ppm) 354	r_p (m) 5.10^{-9}
α 0,5	y_c (m) 4.10^{-8}	K 80	a_c (MPa) $1,8.10^5$	c_c 2200

FIG. 5.11 – Paramètres utilisés pour la nuance B.

carbone plus élevée qui favorise l'apparition d'atomes en solution dans les cristaux de ferrite. L'effet des atomes en solution est tel qu'il peut induire une augmentation du frottement interne donc une augmentation de la contrainte de Peierls (τ_{c0}) qui permet de retarder le glissement plastique. La dissipation dans le régime anélastique est faible par rapport à ce qui est observé expérimentalement. Ceci est sans doute dû à une surestimation de la contrainte de rappel qui s'excerce sur les dislocations ancrées entre deux points. Le fait de ne pas modifier les paramètres consécutivement au changement de composition chimique engendre donc une prévision quantitative grossière mais qui reste toutefois de qualité satisfaisante.

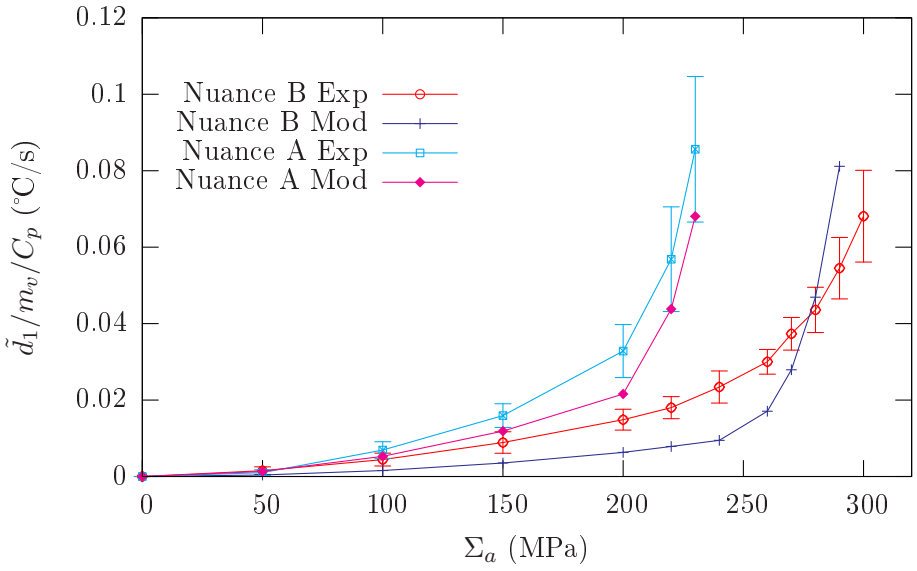


FIG. 5.12 – Courbes d'échauffement mesurées (Exp) et calculées (Mod) de la nuance B et de la nuance A.

La comparaison entre résultats expérimentaux et issus du modèle qui a été faite ici a permis de montrer à la fois les possibilités offertes par le modèle comme outil de prévision des courbes d'échauffement mais aussi ses aptitudes à anticiper les effets de la microstructure sur les courbes d'échauffement. Le modèle va donc être utilisé par la suite pour prévoir les effets de différents paramètres, soit liés au chargement,

soit relatifs à la microstructure, sur les courbes d'échauffement.

5.2 Influence du chargement sur la dissipation

Si le modèle est conçu à l'origine pour étudier le rôle de la microstructure sur les courbes d'échauffement, il n'en reste pas moins un outil intéressant en vue de comprendre l'influence du chargement. On propose ainsi, avant de s'intéresser à l'influence de la microstructure, d'étudier l'influence de la fréquence de sollicitation et de la contrainte moyenne.

Les calculs présentés cette partie (*Influence du chargement sur la dissipation*) ainsi que dans la suivante (*Influence de la microstructure sur la dissipation*) ont été réalisés à partir d'un jeu de paramètres identifiés pour un acier 100% ferritique suivant le protocole décrit au paragraphe 5.1.2. Ces paramètres sont récapitulés sur la figure 5.13.

μ (MPa)	ν	b (m)	$1/f$ (Pa.s)$^{-1}$	ρ (m^{-2})
75000	0,3	$2,5.10^{-10}$	8000	10^{10}
$\dot{\gamma}_0$ (s^{-1})	p	q	$\Delta G_0/k_b$ (K)	T (K)
7400	0,05	1	15000	293
$\hat{\tau}$ (MPa)	τ_{c0} (MPa)	d (μm)	f_v (ppm)	k (MPa.μm$^{1/2}$)
50	50	12	0	70
α	y_c (m)	K	a_c (MPa)	c_c
0,5	4.10^{-8}	100	3.10^5	3500

FIG. 5.13 – Paramètres identifiés pour l'acier ferritique qui ont été utilisés lors des simulations numériques.

5.2.1 Fréquence de sollicitation

La fréquence de sollicitation a peu d'influence sur la résistance à la fatigue si elle ne dépasse pas quelques centaines de Hertz car, au delà, l'augmentation de fréquence induit une élévation de température dont les effets ne peuvent être négligés. Néanmmoins, Daniélou et al. [DGV04] ont montré que, sur les courbes d'échauffement réalisées à différentes fréquences pour différentes nuances, l'influence de la fréquence est assez complexe car elle dépend fortement de la nuance considérée. En effet, l'observation de la température stabilisée ramenée à 10 Hz ($10.\tilde{\theta}/f_s$) montre que l'augmentation de fréquence peut induire un abaissement de la contrainte de réversibilité (environ 5 MPa dans le cas d'un acier SOLDUR380 comme l'illustre la figure 5.14) ou se traduire par une indépendance du rapport température sur fréquence vis à vis de la fréquence de sollicitation (voir figure 5.15).

Les courbes d'échauffement ramenées à 10 Hz (car 10 Hz est pris comme référence donc on trace $10.d_1/m_v/C_p/f_s$ en fonction de Σ_a) calculées avec le modèle et tracées sur la figure 5.16 donnent des tendances similaires à celles observées pour l'acier ferritique. En effet, l'augmentation de la fréquence de sollicitation permet bien de diminuer la dissipation moyenne par cycle ramenée à 10 Hz et engendre donc une élévation de la contrainte de réversibilité. Cette diminution de la dissipation induite

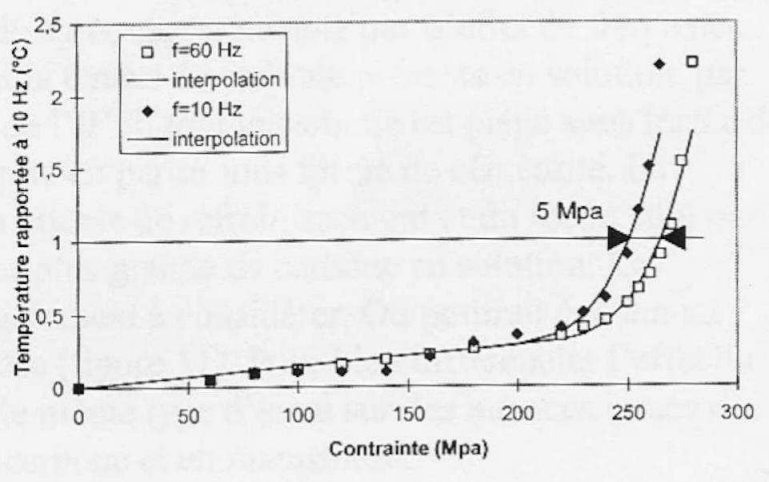


FIG. 5.14 – Courbes d'échauffement ramenées à 10 Hz obtenues pour un acier ferritique à différentes fréquences de sollicitation [DGV04].

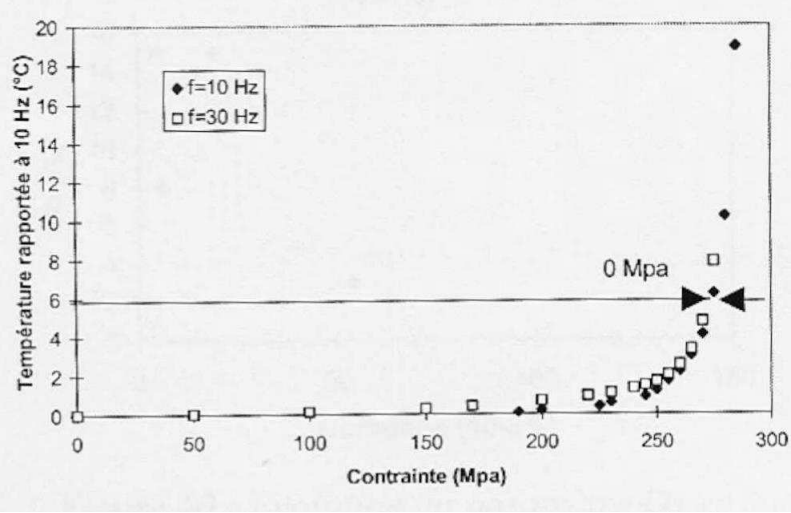


FIG. 5.15 – Courbes d'échauffement ramenées à 10 Hz obtenues pour un acier ferrite-martensite à différentes fréquences de sollicitation [DGV04].

par l'augmentation de la fréquence est à attribuer à la nature viscoplastique du mouvement des dislocations rendu plus difficile par l'augmentation de la vitesse de déformation.

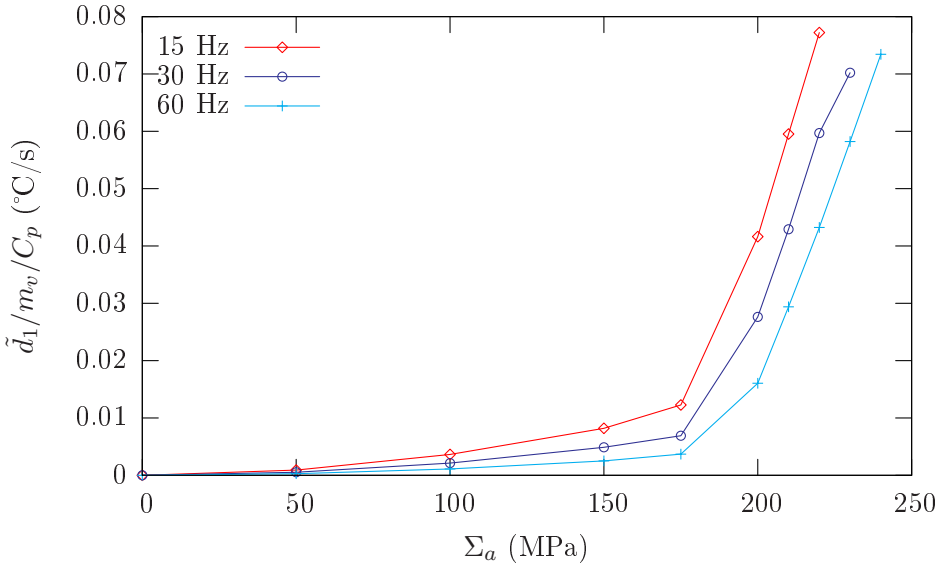


FIG. 5.16 – Courbes d'échauffement ramenées à 10 Hz calculées avec le modèle pour différentes fréquences.

Toutefois, pour les faibles contraintes où la dissipation est associée à des mécanismes anélastiques, le modèle ne permet pas de rendre compte des constatations expérimentales. Expérimentalement, qu'il s'agisse des courbes d'échauffement de l'acier ferrite-martensite ou de l'acier ferritique, on remarque qu'en dessous de la contrainte de réversibilité, la température ramenée à 10 Hz ne dépend pas de la fréquence de sollicitation alors que la courbe d'échauffement calculée avec le modèle montre que plus la fréquence est élevée, plus la dissipation ramenée à 10 Hz est faible. Cette différence s'explique par le rôle de la contrainte de rappel sur les mouvements anélastiques dont la description est semblable à un élément rhéologique de Kelvin-Voigt. Pour un élément rhéologique de Kelvin-Voigt, la relation (3.12) établie au paragraphe 3.1.3 du chapitre 3 montre que la dissipation anélastique moyenne par cycle ramenée à 10 Hz en fonction de la fréquence s'écrit :

$$\tilde{d}_{1an(10Hz)} = \frac{20\eta^{'} f_s (\pi\Sigma_a)^2}{\mu'^2 + 4\pi^2 f_s^2 \eta'^2}. \tag{5.1}$$

où μ' et η' sont respectivement la raideur et la viscosité qui caractérisent l'élément de Kelvin-Voigt. La relation (5.1) souligne que la dépendance de la dissipation anélastique ramenée à 10 Hz vis à vis de la fréquence varie en $1/f_s$ si la raideur (c'est à dire la contrainte de rappel) est faible devant la viscosité et en f_s si elle est élevée. Expérimentalement, il semble que l'on se situe entre ces deux états asymptotiques alors que selon le modèle on est vraisemblablement dans le cas où la contrainte de rappel est faible. La différence entre les courbes d'échauffement mesurées par Daniélou et al [DGV04] (pas d'influence de f_s) et celles calculées par le modèle (dépendance en

$1/f_s$) s'explique donc par le fait que dans les calculs, la distance entre obstacles, qui influe fortement sur la contrainte de rappel dans la loi de glissement anélastique, est surestimée engendrant ainsi une mauvaise estimation de la contrainte de rappel et donc de l'influence de la fréquence sur la dissipation dans le régime anélastique.

5.2.2 Contrainte moyenne

Il est relativement bien admis que, lors de sollicitations cycliques en traction, une augmentation de la contrainte moyenne induit une diminution de la durée de vie [Sin59][BB97]. Concernant les courbes d'échauffement, cet effet se manifeste par une diminution de la contrainte de réversibilité quand la contrainte moyenne augmente comme l'a montré Doudard [Dou04] pour un acier ferrite-martensite (Voir figure 5.17).

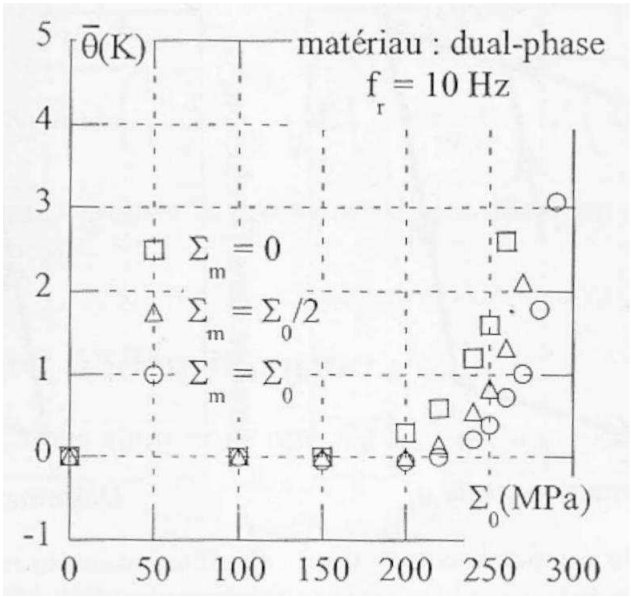


FIG. 5.17 – Courbes d'échauffement obtenues pour un acier ferrite-martensite pour différents rapports de charge ($\Sigma_m = 0 \Rightarrow R_s = -1$, $\Sigma_m = \Sigma_0/2 \Rightarrow R_s = -1/3$ et $\Sigma_m = \Sigma_0 \Rightarrow R_s = 0$) [Dou04].

Les courbes d'échauffement calculées à l'aide du modèle, qui sont tracées sur la figure 5.18, donnent des résultats similaires à ceux trouvés par Doudard et à ceux obtenus au paragraphe 3.1.3. En effet, on remarque que lorsque le rapport de charge augmente (c'est à dire la contrainte moyenne), la courbe d'échauffement tend à se décaler vers la gauche car l'augmentation de la dissipation due à l'apparition du glissement plastique intervient plus tôt. Le rôle du rapport de charge sur les mécanismes inélastiques peut alors être mis en évidence en observant le nombre moyen de systèmes de glissement actifs par grain maximal au cours d'un cycle (NSA) en fonction de l'amplitude du chargement. Les systèmes actifs sont ceux pour qui l'inégalité suivante est vérifiée :

$$|\tau^g_{eff}| \geq \tau^g_c \tag{5.2}$$

de sorte qu'il y ait au maximum 24 systèmes actifs dans un grain. La figure 5.19 qui montre l'évolution du nombre moyen de systèmes actifs par grain pour les différents rapports de charge souligne donc que c'est bien le glissement plastique qui

est responsable de l'influence du rapport de charge puisque plus celui ci est élevé, plus l'amplitude de contrainte nécessaire à l'activation d'au moins un système dans un grain est faible. Ceci s'explique par le fait qu'une augmentation du rapport de charge permet d'atteindre des contraintes plus élevées en valeur absolue au cours d'un cycle et donc de donner aux dislocations l'énergie pour franchir les obstacles pour des amplitudes de contraintes plus faibles. On notera toutefois que le nombre de systèmes de glissement actifs est surestimé car avec le critère qui porte uniquement sur la cission effective τ_{eff}, certains systèmes sont considérés actifs bien que la valeur de la vitesse de glissement inélastique soit très faible.

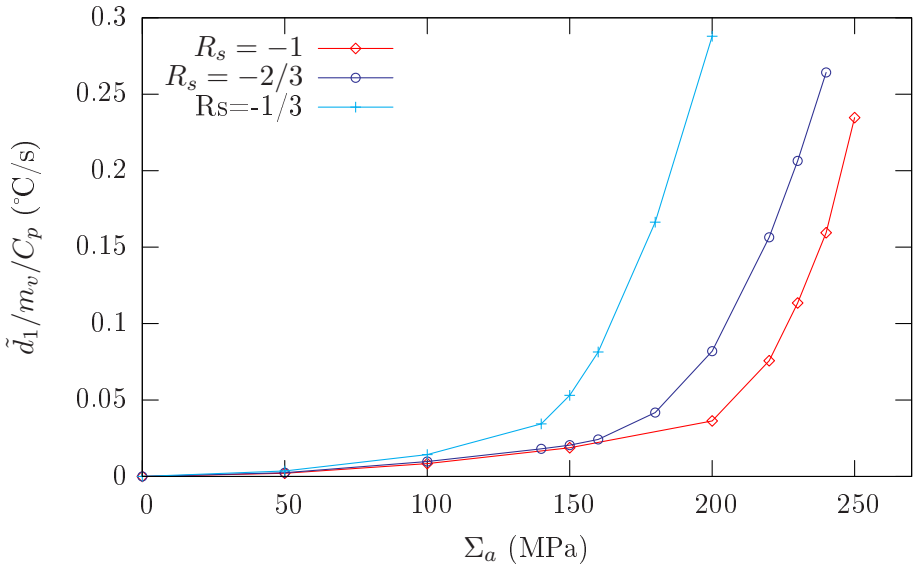


FIG. 5.18 – Courbes d'échauffement calculées avec le modèle pour différents rapports de charge.

De plus, le modèle permet de retrouver les résultats obtenus au paragraphe 3.1.3 concernant l'indépendance de la dissipation anélastique vis à vis du rapport de charge. En effet, pour les faibles amplitudes de contraintes, la dissipation reste quasi-constante quelque soit le rapport de charge ce qui montre que l'hypothèse d'un comportement homogène utilisée pour interpréter les courbes d'échauffement au paragraphe 3.1.3 n'était pas erronée.

5.3 Influence de la microstructure sur la dissipation

L'optimisation de la microstructure des aciers pour la résistance à la fatigue à grand nombre de cycles nécessite de comprendre l'influence de la microstructure sur les mécanismes de rupture et en particulier ceux relatifs à l'amorçage des microfissures dont la dissipation est une conséquence. Le modèle développé a pour objectif d'aider à la compréhension des interactions entre diverses paramètres microstructuraux et les mécanismes dissipatifs.

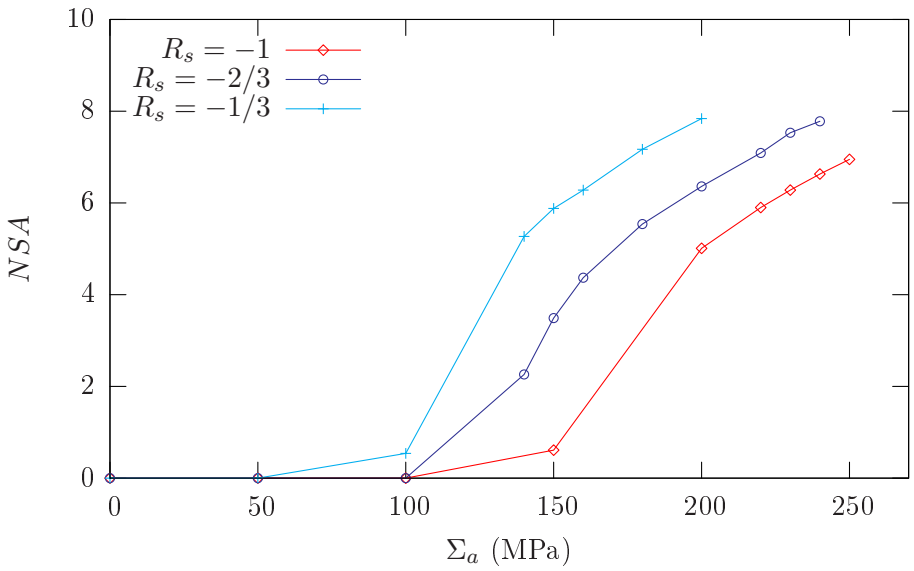


FIG. 5.19 – Evolution du nombre moyen de systèmes de glissement actifs par grain déterminée avec le modèle pour différents rapports de charge.

5.3.1 Taille moyenne des grains

Il est relativement bien admis que la limite d'endurance suit, à l'image de la limite élastique, une loi de type Hall-Petch [CMT+04] qui prévoit qu'une diminution de la taille des grains entraine une augmentation de la limite de fatigue car un affinement des grains permet de limiter l'activité plastique mais aussi de gêner la propagation des fissures.

Doudard [Dou04] a réalisé les courbes d'échauffements d'aciers ferritiques se différenciant par leur taille moyenne de grains et ainsi pu montré que plus la taille des grains est élevée, plus la forte élévation de température due à l'apparition du glissement plastique se produit tôt (voir figure 5.20).

Le modèle est utilisé afin de vérifier si l'effet de la taille moyenne des grains est correctement décrit. Trois VER sont donc considérés, chacun ayant des propriétés rigoureusement identiques à l'exception de la taille moyenne des grains. Dans un premier temps, les courbes de comportement macroscopique en traction simple sont calculées afin de voir si l'effet Hall-Petch est bien pris en compte (voir figure 5.21). Dans le modèle, la taille de grains intervient à deux niveaux : la cission critique ainsi que le libre parcours moyen des dislocations. La cission critique, critère de passage d'un mécanisme anélastique à un mécanisme inélastique, contient l'effet de la taille de grain via une loi de Hall-Petch écrite à l'échelle du système de glissement. La figure 5.21 nous montre que l'on retrouve bien l'effet Hall-Petch en traction simple : plus la taille moyenne est faible, plus la limite élastique est élevée. De plus, l'influence de la taille des grains sur l'écrouissage est correctement décrite puique les joints de grains constituent des obstacles aux dislocations qui limitent la distance parcourue par les dislocations induisant un écrouissage d'autant plus fort que les grains sont petits.

Sur les courbes d'échauffement calculées avec le modèle, des résultats similaires

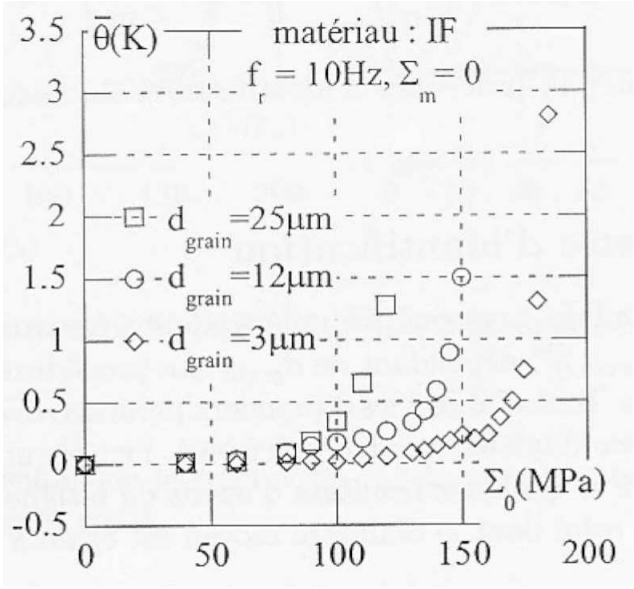


FIG. 5.20 – Courbes d'échauffement obtenues pour différents aciers ferritiques se différant de par la taille moyenne des grains [Dou04].

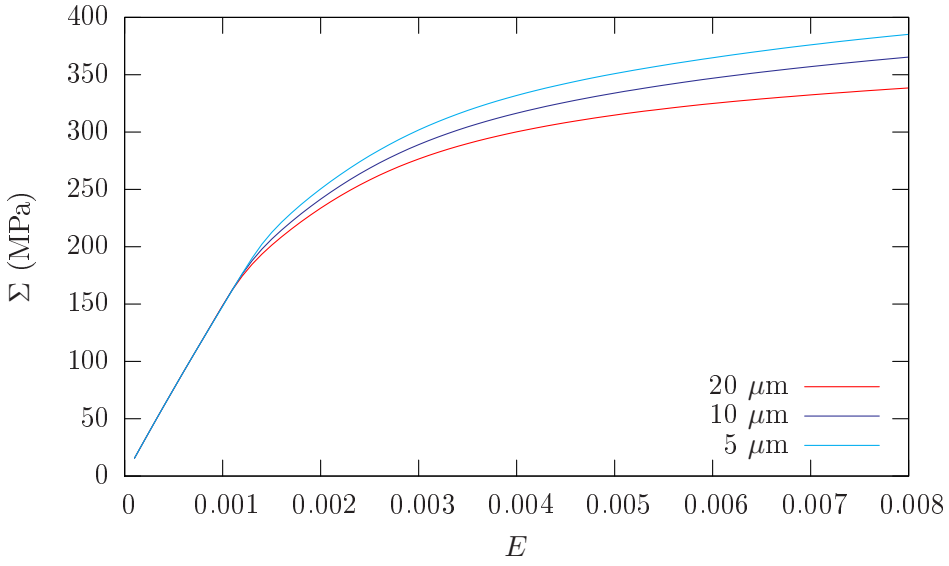


FIG. 5.21 – Courbes de comportement calculées par le modèle pour différentes tailles moyennes des grains.

à ceux de Doudard [Dou04] sont obtenus. En effet, la figure 5.22 nous montre qu'un affinement des grains permet de retarder la forte augmentation de la dissipation associée à l'apparition du glissement plastique. Cette conclusion est confirmée par l'observation de l'évolution du nombre moyen de systèmes de glissement actifs en fonction de l'amplitude du chargement (figure 5.23) qui illustre bien qu'une diminution de la taille des grains limite le glissement plastique. Le modèle prend donc aisément l'effet de la taille moyenne des grains en compte puisque la loi de Hall-Petch a été ré-écrite à l'échelle du système de glissement pour la cission critique.

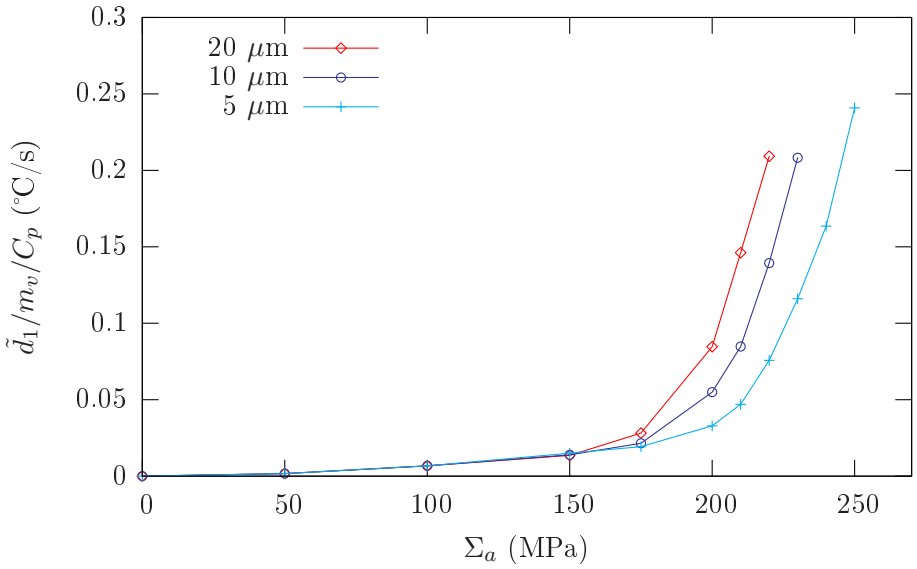


FIG. 5.22 – Courbes d'échauffement calculées par le modèle pour différentes tailles moyennes des grains.

5.3.2 Dispersion de la taille de grains

La loi de Hall-Petch, utilisée dans le calcul de la cission critique τ_c, a été établie de manière phénoménologique à une échelle macroscopique. L'hypothèse sous-jacente à l'utilisation de cette loi à une échelle macroscopique est que la moyenne de la taille des grains suffit à décrire l'effet de la taille des grains de l'ensemble d'une population. Toutefois, au même titre que l'orientation cristallographique ou le multiphasage, la taille des grains n'est pas unique et contribue donc à la nature hétérogène des aciers. Ainsi, Kurzydlowski [Kur90] puis Berbenni et al. [BFB07] ont montré que, si la valeur moyenne a son importance, la dispersion de la taille au sein d'une population de grains joue un rôle non-négligeable. On propose ici d'utiliser le modèle afin d'étudier l'importance de la dispersion de la taille des grains sur la dissipation moyenne par cycle.

Il est généralement bien admis que la distribution de la taille des grains (supposés sphériques) dans les matériaux cristallins suit une loi log-normale [RP82][HBS04] de

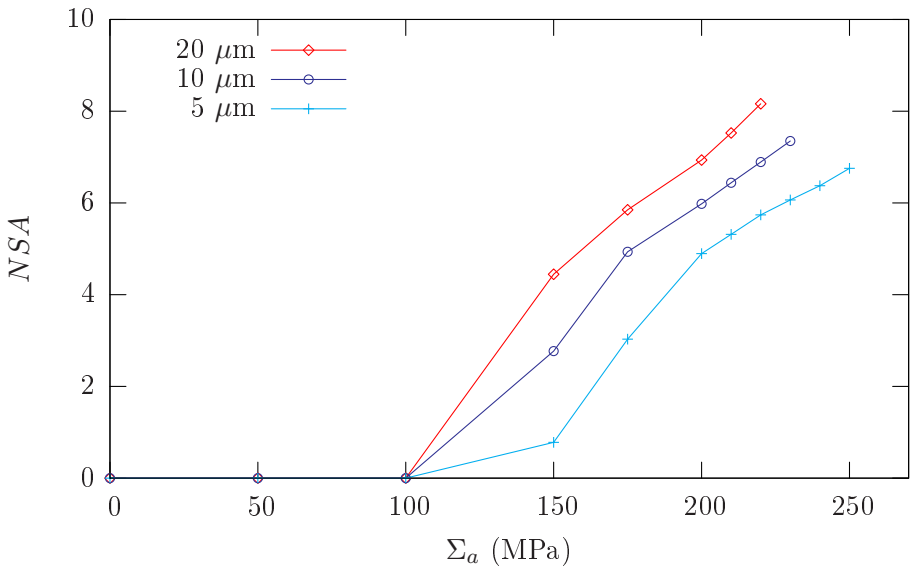


FIG. 5.23 – Evolution du nombre moyen de systèmes actifs par grain en fonction de l'amplitude du chargement pour différentes tailles moyennes des grains.

sorte que la fonction de densité f de la variable d s'écrive :

$$f(d) = \frac{1}{e_d\sqrt{2\pi}}\frac{1}{d}\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{log(d)-m_d}{e_d}\right)^2\right) \text{ pour tout } d>0. \tag{5.3}$$

L'espérance ($\overline{d}$) et la variance (Var) sont alors définies par les relations suivantes :

$$\overline{d} = \exp\left(m_d+\frac{e_d^2}{2}\right), \tag{5.4}$$

$$\text{Var} = \exp\left(e_d^2+2m_d\right)\left(\exp\left(e_d^2\right)-1\right). \tag{5.5}$$

En supposant que la taille des grains est un paramètre totalement indépendant de l'orientation cristallographique, une distribution de la taille peut être générée de sorte que pour trois VER différents, la taille moyenne ($\overline{d}$) soit identique mais que l'étendue ($\Delta d = d_{max} - d_{min}$) soit variable (voir figures 5.24 et 5.25). La distribution qui s'applique à un VER de 2000 grains est obtenue après discrétisation de la fonction de densité $f(d)$ comme l'illustre la figure 5.26.

VER	$\overline{d}$ (μm)	Var	$\Delta d/\overline{d}$
n°1	10	0	0
n°2	10	25	3
n°3	10	100	6

FIG. 5.24 – Caractéristiques des distributions utilisées pour construire les VER en vue d'étudier l'effet de la dispersion de la taille des grains.

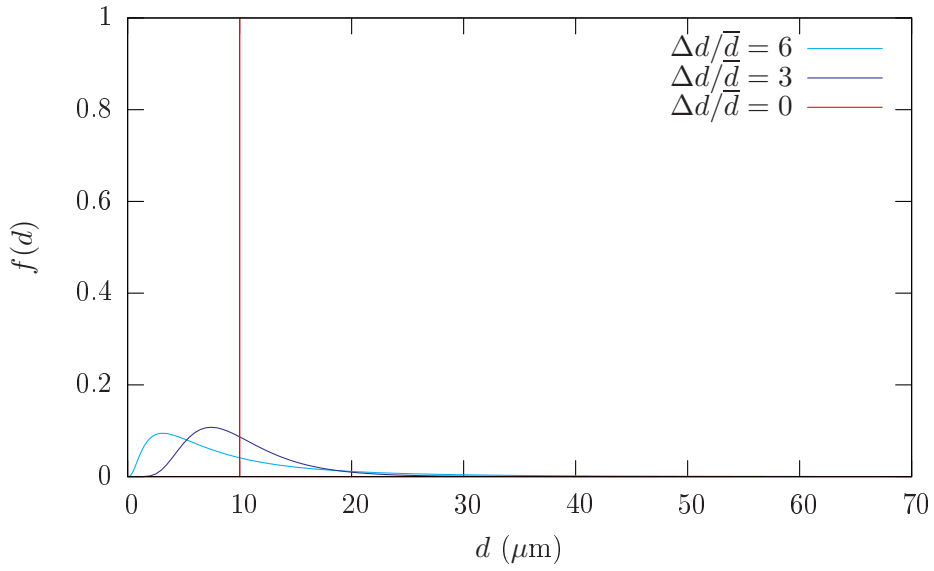


FIG. 5.25 – Distributions des tailles de grains suivant une loi log-normale pour différentes variances.

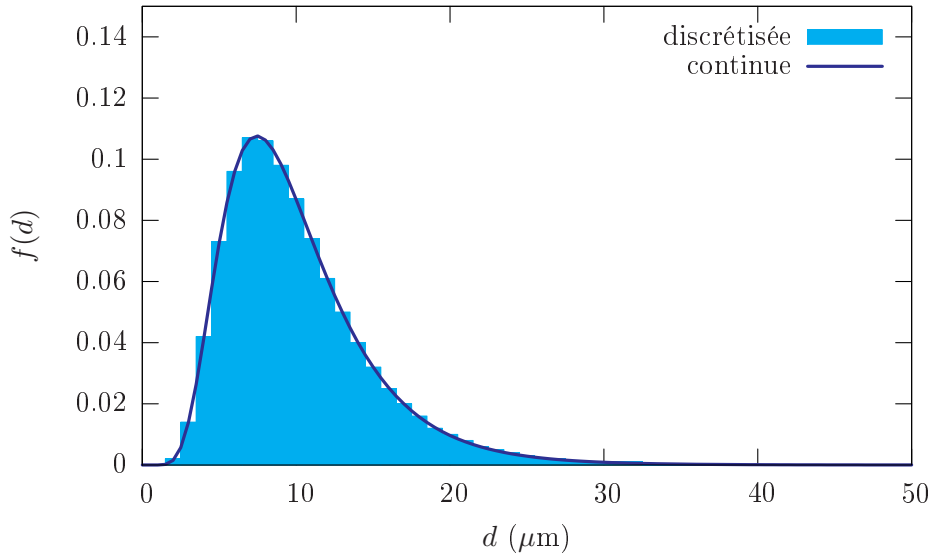


FIG. 5.26 – Distributions continue et discrétisée de la taille de grain utilisées pour la construction d'un VER de 2000 grains.

Dans un premier temps, les courbes de comportement en traction simple sont calculées avec le modèle pour les différentes distributions (voir figure 5.27). On remarque que, conformément aux résultats trouvés par Berbenni et al. [BFB07], une augmentation de la dispersion induit une diminution de la limite élastique. Néanmoins, il semble que l'effet de la dispersion sur l'écrouissage soit plus limité car la pente de la courbe au delà du domaine élastique est identique quelle que soit la distribution de taille.

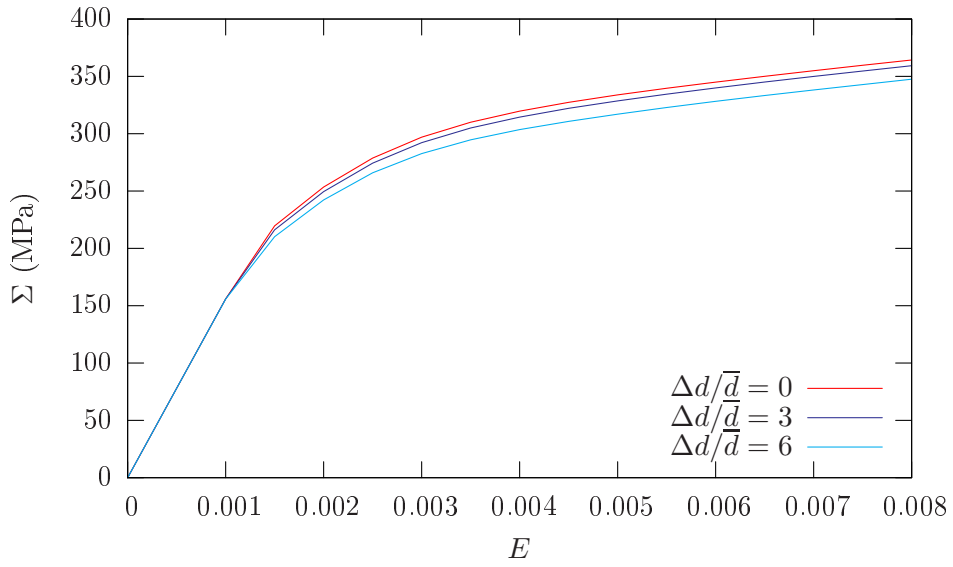


FIG. 5.27 – Courbes de comportement en traction uniaxiale obtenues par le modèle pour différentes distributions de la taille de grain ayant la même valeur moyenne.

Les courbes d'échauffement obtenues à l'aide du modèle (voir figure 5.28) montrent que l'augmentation de la dispersion engendre un abaissement de la contrainte de réversibilité à partir de la laquelle la dissipation croît rapidement. Ceci s'explique par le fait que plus la dispersion est grande, plus le nombre de gros grains est élevé. Or, les grains les plus gros, puisqu'ils ont une limite élastique locale faible, sont les principaux responsables de la dissipation comme l'illustre la figure 5.29. En effet, si on trace la dissipation moyenne par famille de grains (on appelle famille de grains un ensemble de grains ayant la même taille) en fonction de la taille des grains, on constate que la dissipation tend à augmenter quand la taille de grain croît. La figure 5.29 fait apparaître un "*bruit*" élevé en particulier pour les tailles de grain élevées car les familles de grains pour ces tailles ne contiennent que peu d'individus et ne permettent donc pas de s'affranchir de l'effet de l'orientation cristallographique. La qualité peut être améliorée en augmentant la taille du VER mais cela engendre des temps de calculs qui deviennent très élevés.

De plus, en vue d'établir des critères de dimensionnement pour la résistance à la fatigue, il est important de remarquer que si l'introduction de la dispersion a une influence sur les courbes d'échauffement qui sont une représentation d'une grandeur moyenne, la dissipation moyenne par cycle, l'effet de la dispersion est aussi important sur le champ de dissipation local. En effet, comme le montre la figure 5.30

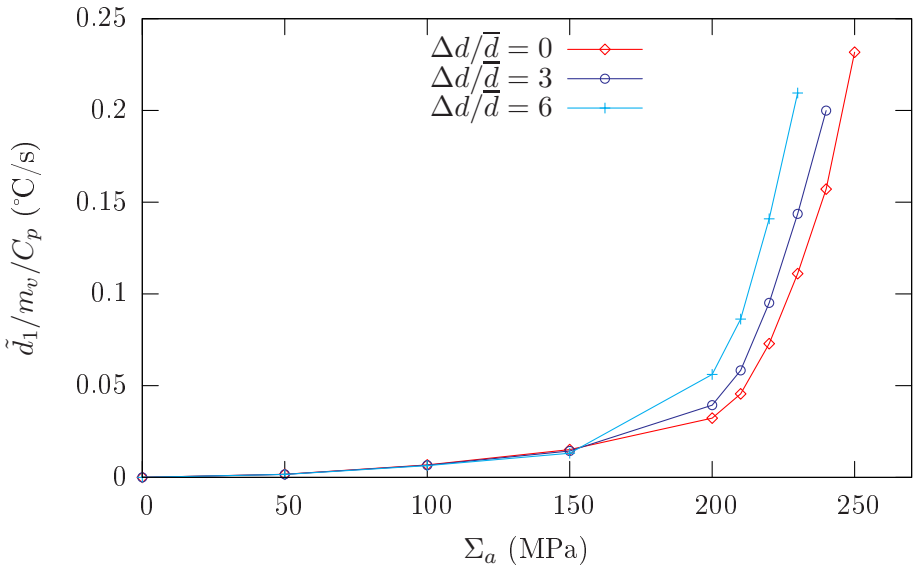


FIG. 5.28 – Courbes d'échauffement obtenues par le modèle pour différentes distributions de la taille de grain ayant la même valeur moyenne.

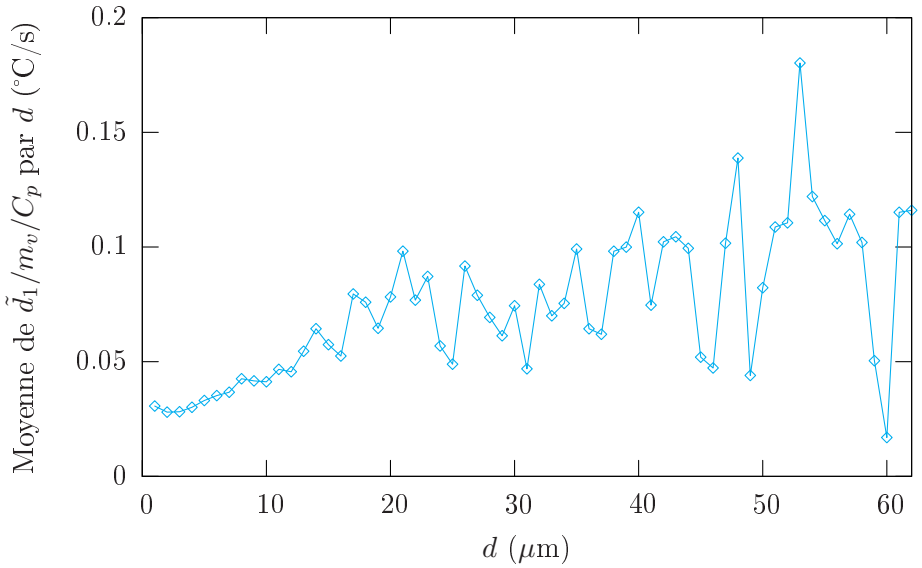


FIG. 5.29 – Dissipation moyenne par famille de grains en fonction de la taille de grain pour une distributions de taille telle que $\Delta d/\overline{d} = 6$ et pour une amplitude de contrainte $\Sigma_a = 210$ MPa.

qui représente l'étendue de l'ensemble des dissipations locales ($\Delta\tilde{d}_1 = \tilde{d}_{1max} - \tilde{d}_{1min}$ c'est à dire l'écart entre la dissipation moyenne par cycle dans un grain la plus élevée et celle la plus faible) en fonction de l'amplitude du chargement, la dispersion du champ de dissipation local augmente avec la dispersion de la taille de grain. Dans le cas d'une approche de type maillon faible, où la rupture se produit pour le grain ayant la plus forte dissipation, l'introduction d'une dispersion de la taille de grain tend à faire augmenter la probabilité d'apparition d'une activité plastique très localisée. Ainsi, si la diminution de la taille moyenne de grains peut constituer une modification microstructurale intéressante en vue de limiter la dissipation et donc d'améliorer la résistance à la fatigue, il faut prendre des précautions quant à la possibilité d'apparition de gros grains qui peuvent constituer ses sites d'amorçages privilégiés. La moyenne de la taille des grains ne peut donc pas être le seul paramètre représentatif d'une population puisque la dispersion joue un rôle important qui mérite donc d'être pris en compte.

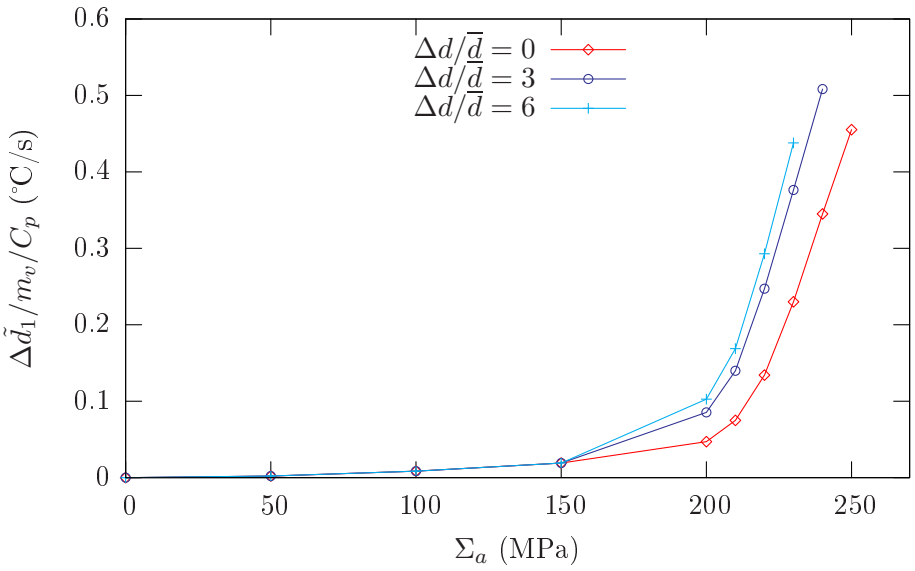


FIG. 5.30 – Evolution de l'étendue de la dissipation en fonction de l'amplitude du chargement pour différentes distributions de la taille de grain ayant la même valeur moyenne.

5.3.3 Rôle de la texture

La présence de multiples orientations cristallographiques dans les polycristaux d'acier est une source d'hétérogénéité susceptible d'engendrer des incompatibiltés de déformation intergranulaires dont on souhaite étudier les conséquences sur la dissipation. En effet, même si la texture cristallographique évolue peu lors des essais cycliques en fatigue à grand nombre de cycles car les amplitudes de déformation plastique mises en jeu sont faibles, il est intéressant de voir quel est le rôle de la texture initiale sur les mécanismes dissipatifs.

Ainsi, le modèle est utilisé pour prévoir les réponses dissipatives de deux VER se différant l'un de l'autre par leur texture cristallographique initiale. Les deux VER

considérés, constitués de 5000 grains, sont représentatifs d'une texture soit laminée soit isotrope. La texture laminée utilisée pour la définition du VER a été mesurée expérimentalement et est conforme aux textures obtenues par Lipinski [Lip92] pour des aciers laminés comme l'illustre la figure de pôle 5.31. La texture isotrope est quant à elle définie à partir d'un tirage aléatoire de l'orientation cristallographique de chaque grain et ne montre aucune orientation préférentielle (voir figure 5.3.3).

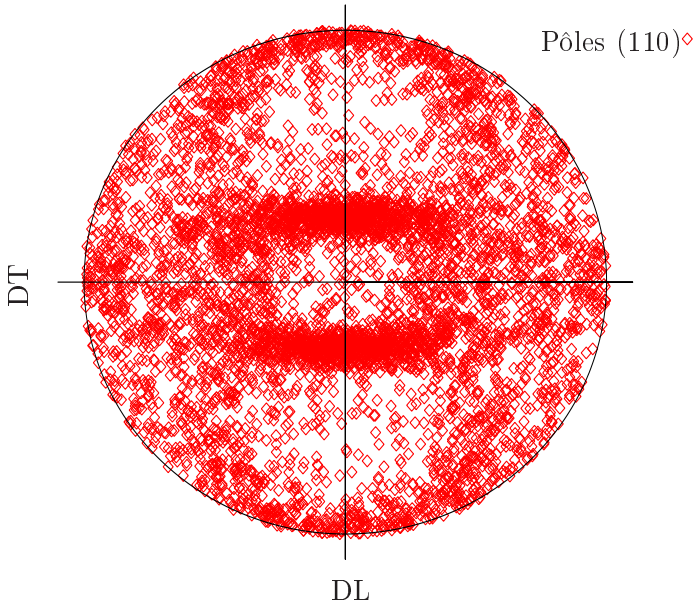


FIG. 5.31 – Figure de pôle représentant la texture laminée dans la direction DL utilisée pour la définition du VER.

Les courbes de comportement en traction unixiale (dans la direction DT, perpendiculaire à la direction de laminage) calculées à partir du modèle montrent que la texture semble avoir assez peu d'influence (voir figure 5.33). En effet, bien que la texture laminée semble afficher une limite élastique plus élevée que la texture isotrope car le laminage engendre un changement de texture qui diminue le nombre de grains favorablement orientés dans la direction de traction, les courbes de comportement macroscopiques sont très proches.

Les effets de la texture cristallographique mis en évidence sur les courbes de comportement en traction peuvent être transposés aux courbes d'échauffement. Les courbes d'échauffement obtenues à l'aide du modèle pour une sollicitation cyclique dans la direction transverse et tracées sur la figure 5.34 montrent que la texture a également peu d'influence sur la dissipation. Même si le laminage permet de diminuer la dissipation en particulier dans le régime inélastique, les mécanismes dissipatifs semblent assez peu sensibles à la texture initiale.

Le modèle, puisqu'il permet de calculer la dissipation moyenne par cycle locale, permet de souligner l'hétérogénéité du matériau. En effet, pour une amplitude de contrainte donnée, une figure de pôle contenant comme information supplémentaire la dissipation moyenne par cycle propre à chaque orientation cristallographique peut

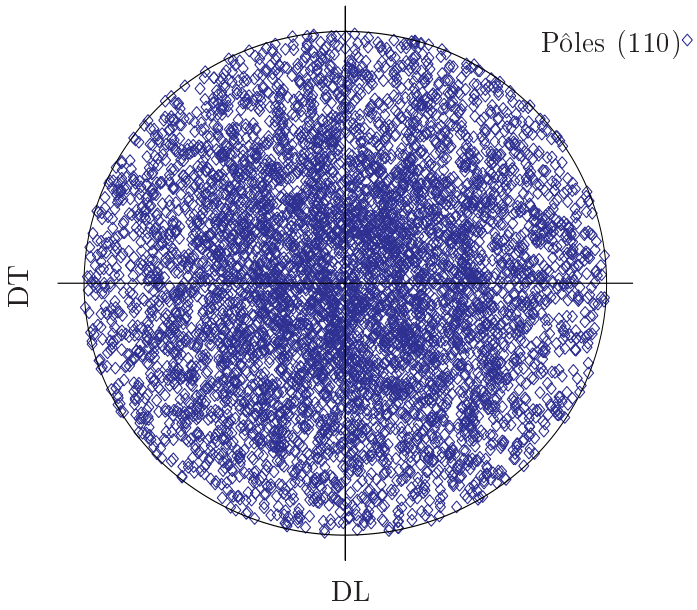


FIG. 5.32 – Figure de pôle représentant la texture isotrope utilisée pour la définition du VER.

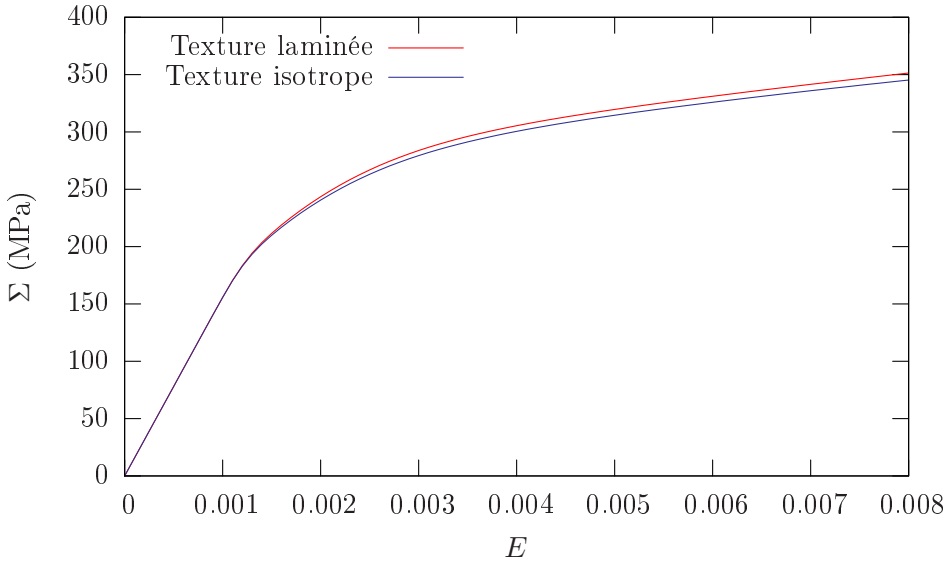


FIG. 5.33 – Courbes de comportement en traction uniaxiale dans la direction transverse calculées par le modèle pour une texture laminée et pour une texture isotrope.

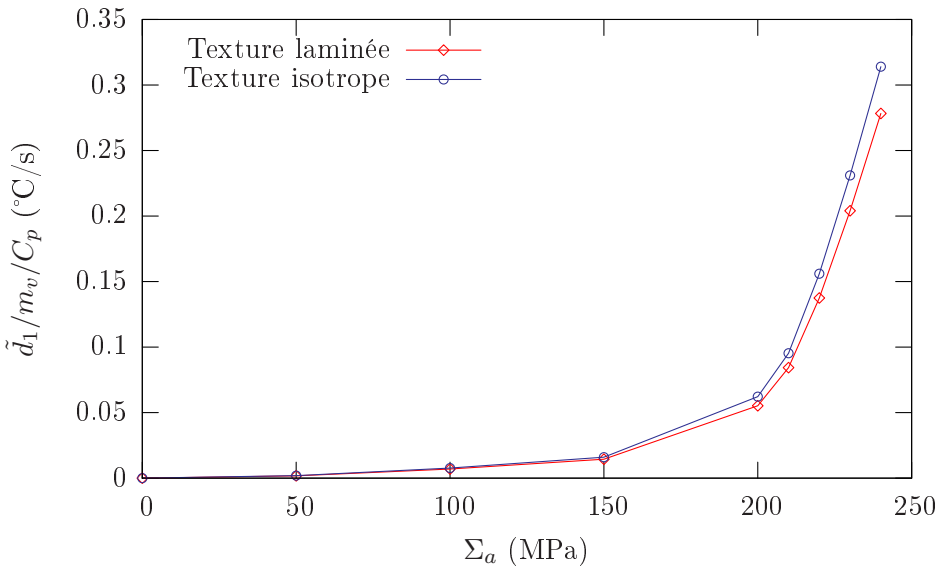


FIG. 5.34 – Courbes d'échauffement calculées par le modèle lors d'un essai cyclique en traction-compression dans la direction transverse pour une texture laminée et pour une texture isotrope.

être tracée. Cette représentation permet, plutôt que de caractériser la texture, de relier l'orientation cristallographique à la dissipation. Ainsi, la figure 5.35, obtenue pour une texture initiale isotrope et une amplitude $\Sigma_a = 230$ MPa, permet de montrer que la nature polycristalline induit une dispersion de la dissipation. De plus, on constate qu'il existe certaines orientations préférentielles pour lesquelles l'activité plastique et donc la dissipation sont plus élevées car la figure de pôle 5.35 fait apparaître une forte correspondance entre les orientations pour lesquelles la dissipation est la plus élevée et les orientations préférentielles que l'on retrouve en traction dans les CC observées par Lipinski [Lip92].

Le modèle permet également de suivre l'évolution de la fraction volumique de grains plastifiés f_{gp} en fonction de l'amplitude du chargement comme le montre la figure 5.36. Pour déterminer si un grain est plastifié ou non, on utilise le critère arbitraire suivant : si la déformation inélastique maximale au cours d'un cycle dans un grain ($\varepsilon^{in}_{max/cycle}$) est supérieure à la moyenne des déformations inélastiques maximales sur l'ensemble du VER alors le grain est considéré comme plastifié. La figure 5.36 permet ainsi de montrer que, quelle que soit la texture, la fraction volumique de grains plastifiés tend très rapidement vers une valeur limite de saturation. L'augmentation de la dissipation induite par l'élévation de l'amplitude du chargement est donc plutôt due à une augmentation de l'activité microplastique dans des grains déjà plastifiés qu'à l'apparition de nouveaux sites de dissipation.

5.3.4 Influence d'une prédéformation

L'influence d'une prédéformation sur la résistance à la fatigue est assez complexe à prendre en compte car, dans la littérature, les résultats divergent à ce sujet. En effet, plusieurs études ont montré qu'une prédéformation peut engendrer une forte

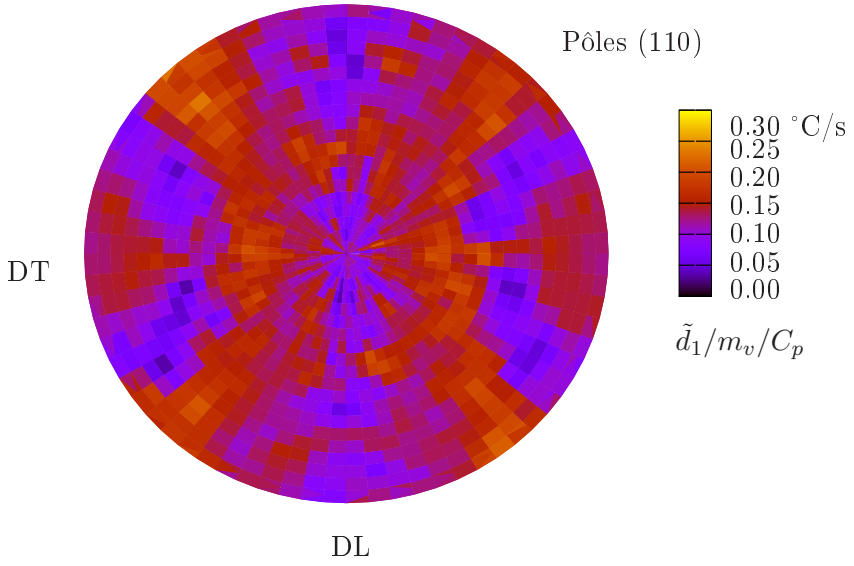


FIG. 5.35 – Dissipation moyenne par cycle propre à chaque grain calculée par le modèle pour une texture initiale isotrope et une amplitude $\Sigma_a = 230$ MPa en fonction de la projection cristallographique de chaque grain.

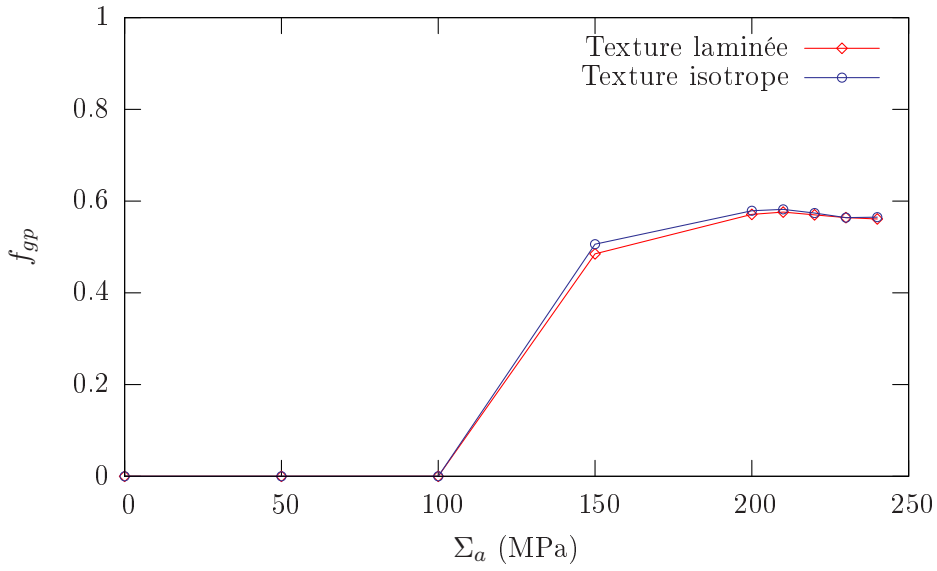


FIG. 5.36 – Evolution de la fraction volumique de grain plastifiés en fonction de l'amplitude du chargement calculée avec le modèle pour une texture laminée et une texture isotrope.

augmentation, de l'ordre de 30%, de la limite d'endurance [GM94][NKYM99] alors que parfois elle peut avoir un effet négatif sur les propriétés en fatigue [NS92][Uem98].

Doudard [Dou04] a obtenu des résultats concernant l'influence d'une prédéformation sur les courbes d'échauffement. Il montre ainsi qu'une prédéformation en cisaillement permet de retarder la forte augmentation de température d'une valeur d'autant plus grande que l'amplitude de la prédéformation est élevée (voir figure 5.37).

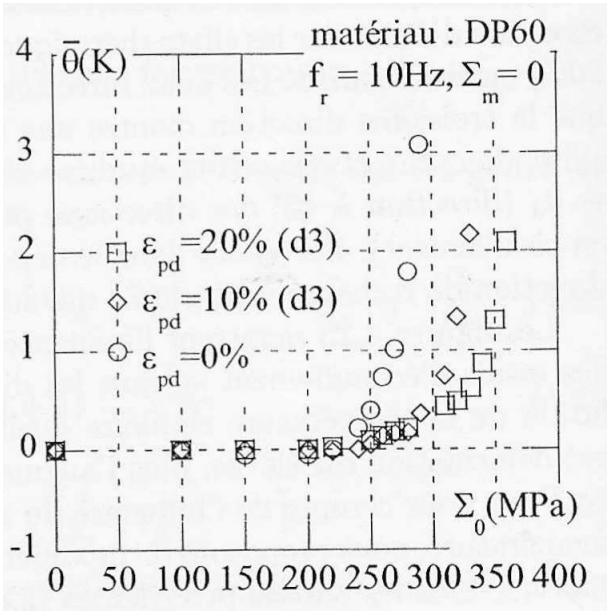


FIG. 5.37 – Courbes d'échauffement obtenues pour un acier dual-phase pour différents taux de prédéformation en cisaillement [Dou04].

Cependant, les courbes d'échauffement obtenues dans le cadre de ce travail après une prédéformation en traction dans différentes directions pour un acier ferrite-bainite, dont les caractéristiques microstructurales, chimiques et mécaniques sont récapitulées sur les figures 5.38, 5.39 et 5.40, illustrent la complexité de l'influence d'une prédéformation (voir figure 5.42). En effet, les courbes d'échauffement tracées sur la figure 5.42 sont réalisées soit sans prédéformation (SP), soit après une prédéformation de 10% dans la même direction que l'essai cyclique pendant lequel la dissipation est estimée (PP), soit après une prédéformation de 10% dans la direction transverse à celle de l'essai cyclique (PT)(voir schema 5.41). Elles font apparaître une forte dépendance des courbes d'échauffement vis à vis de la direction de prédéformation. On remarque que l'effet de la prédéformation peut être bénéfique si elle est perpendiculaire à la direction du chargement cyclique car l'échauffement est sensiblement retardé alors qu'elle induit une forte augmentation de la dissipation lorsqu'elle est parallèle à la direction du chargement cyclique.

On propose ici d'utiliser le modèle de manière qualitative afin de comprendre quelles sont les origines microstructurales de la différence de réponse dissipative suivant le sens de la prédéformation en traction. Le modèle est d'abord utilisé pour calculer les courbes d'échauffement après une prédéformation en traction de 10%. Le modèle permet ainsi de retrouver des résultats similiaires à ceux obtenus expérimentalement pour l'acier ferrite-bainite à savoir qu'une prédéformation dans la

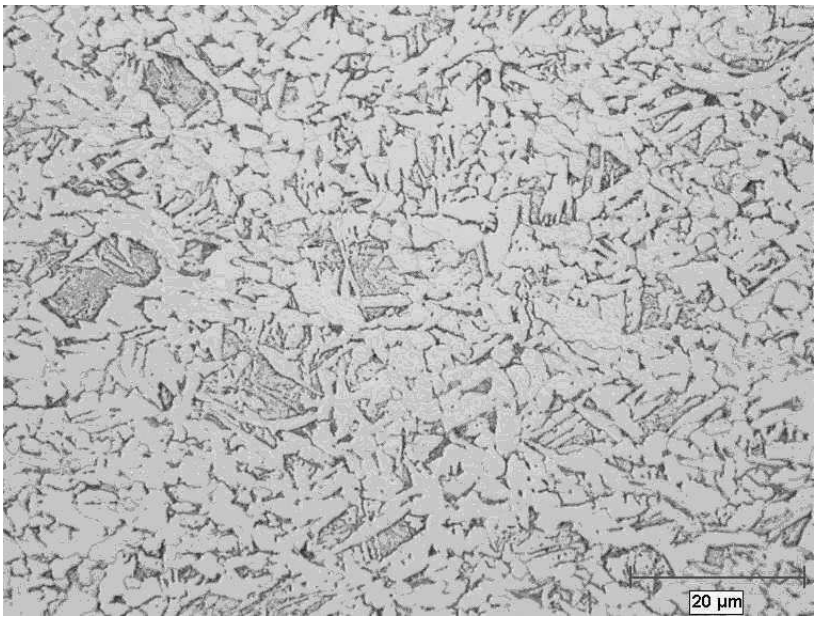


FIG. 5.38 – Microstructure de l'acier ferrite-bainite utilisé pour étudier l'effet d'une prédéformation.

C (ppm)	Mn (ppm)	N (ppm)	Si (ppm)
1389	677	23	130

FIG. 5.39 – Composition chimique de l'acier ferrite-bainite utilisé pour étudier l'effet d'une prédéformation.

Σ_y (MPa)	R_m (MPa)	A (%)
333	470	36,1

FIG. 5.40 – Caractéristiques mécaniques de l'acier ferrite-bainite utilisé pour étudier l'effet d'une prédéformation.

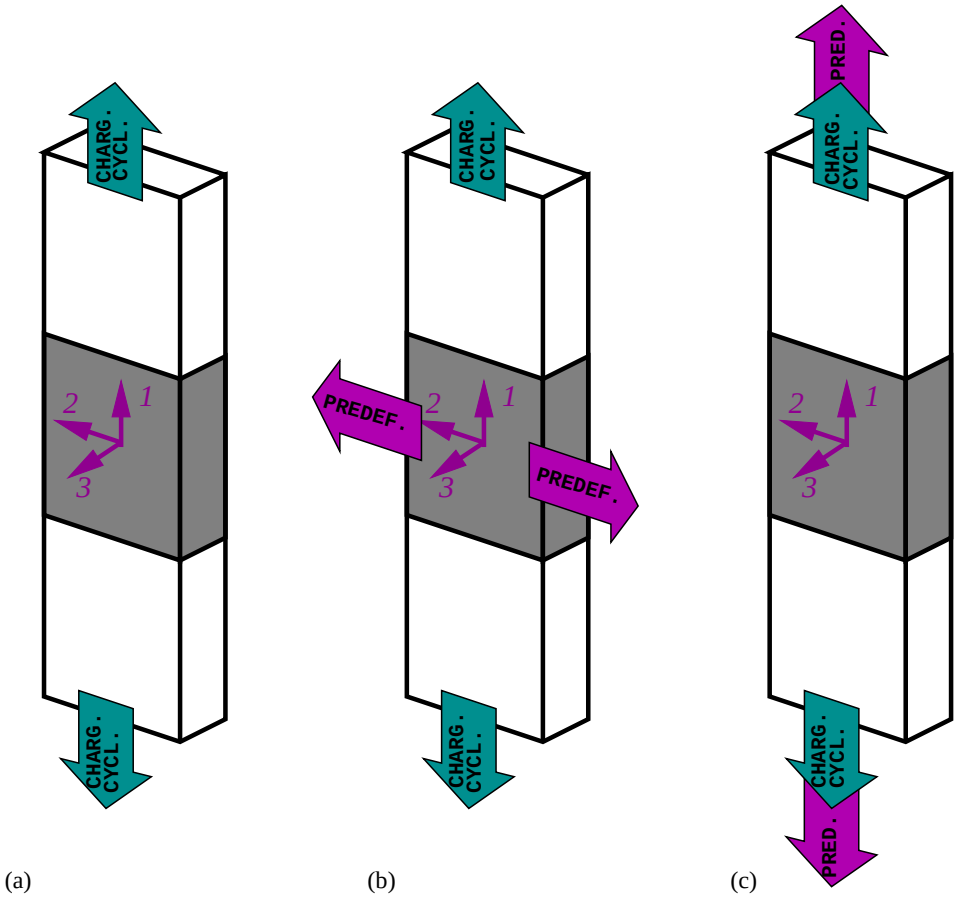


FIG. 5.41 – Illustration des différents modes de prédéformation étudiés : sans prédéformation (a), prédéformation perpendiculaire à la direction du chargement cyclique (b) et prédéformation parallèle à la direction du chargement cyclique (c).

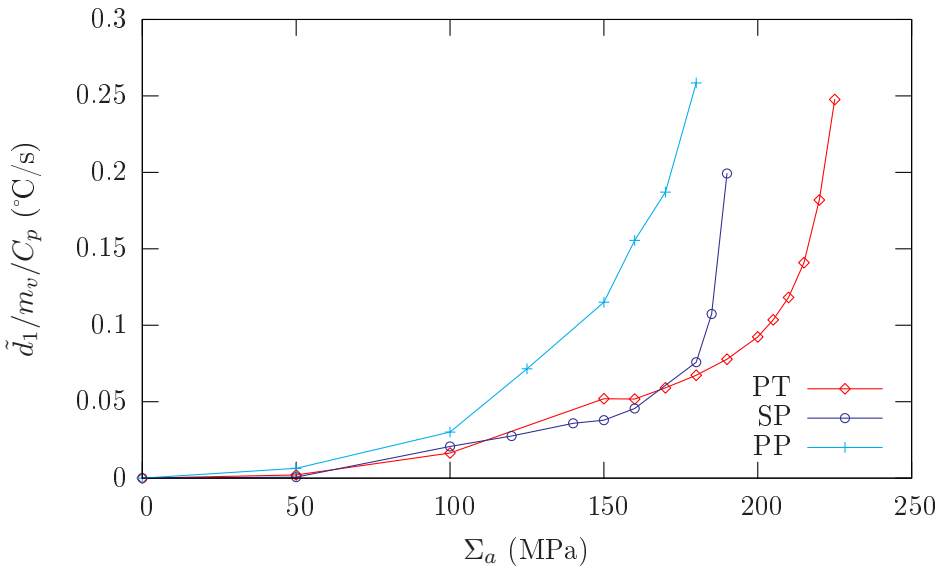


FIG. 5.42 – Courbes d'échauffement mesurées après prédéformations de 10% en traction transverse (PT) ou parallèle (PP) à la direction du chargement cyclique ou sans prédeformation (SP) pour un acier ferrite-bainite.

direction transverse retarde la forte augmentation de la dissipation due à l'apparition du glissement plastique à l'opposé d'une prédéformation parallèle à la direction de sollicitation cyclique qui engendre un abaissement de la contrainte de réversibilité.

Si l'évolution de la contrainte de réversibilité, à partir de laquelle une forte augmentation de la dissipation peut être observée, suit souvent celle de la limite d'écoulement en traction uniaxiale, il est intéressant de remarquer qu'une prédéformation n'obéit pas à cette règle. En effet, l'observation des courbes de comportement en traction (dans la même direction que la sollicitation cyclique) calculées à partir du modèle après prédéformation (voir figure 5.44) montre que la limite d'écoulement la plus élevée est obtenue après une prédéformation parallèle à la direction du chargement cyclique alors que cette direction de prédéformation engendre la contrainte de réversibilité la plus faible. Ce résultat s'explique par le rôle de l'écrouissage cinématique qui est orienté par la déformation plastique. Le champ des contraintes cinématiques intragranulaires apporte sa contribution à l'écrouissage la plus forte dans la direction de prédéformation. L'élévation de la limite d'écoulement qui résulte d'une prédéformation parallèle à la direction de traction est donc la conséquence d'un fort écrouissage cinématique aussi bien qu'isotrope alors qu'une prédéformation en sens travers engendre dans la direction de traction un écrouissage principalement de nature isotrope.

La différence de réponse dissipative selon la direction de prédéformation est attribuée à deux phénomènes distincts : l'écrouissage cinématique intragranulaire et les contraintes internes. En effet, contrairement à l'écrouissage isotrope, l'écrouissage cinématique se traduit par une translation plutôt qu'une expansion du domaine d'écoulement ce qui signifie que l'écrouissage cinématique obtenu consécutivement à une prédéformation en traction induit une augmentation de la limite d'écoulement

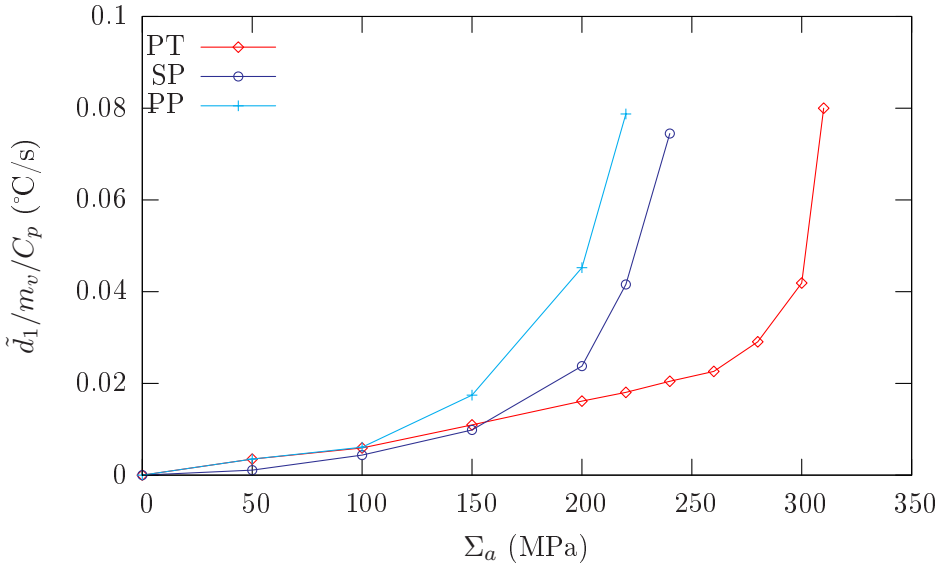


FIG. 5.43 – Courbes d'échauffement calculées à l'aide du modèle après prédéformations de 10% en traction transverse (PT) ou parallèle (PP) à la direction du chargement cyclique ou sans prédeformation (SP).

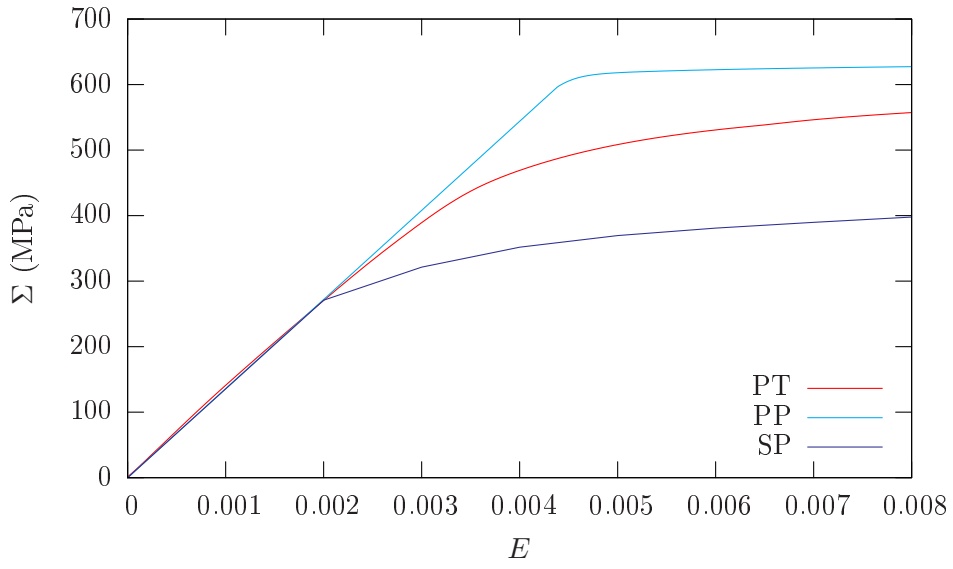


FIG. 5.44 – Courbes de comportement en traction calculées à l'aide du modèle après prédéformations de 10% transverse (PT) ou parallèle (PP) à la direction du chargement cyclique ou sans prédeformation (SP).

dans le sens de la traction mais une diminution dans le sens de la compression. Lors des essais cycliques pendant lesquels la dissipation moyenne par cycle est estimée, le rapport de charge est de -1 c'est à dire que l'éprouvette est soumise alternativement à un chargement en traction et à un chargement en compression. De fortes contraintes cinématiques peuvent donc engendrer un déplacement du domaine d'écoulement tel que, pendant une sollicitation cyclique, la limite d'écoulement puisse être franchie durant la phase de compression. Le modèle permet de tracer la fonction de densité f associée à la composante de la variable d'écrouissage cinématique locale x_{11} et de constater que l'amplitude des contraintes cinématiques est la plus élevée dans le cas où la prédéformation est réalisée parallèlement à la direction de sollicitation cyclique (voir figure 5.45).

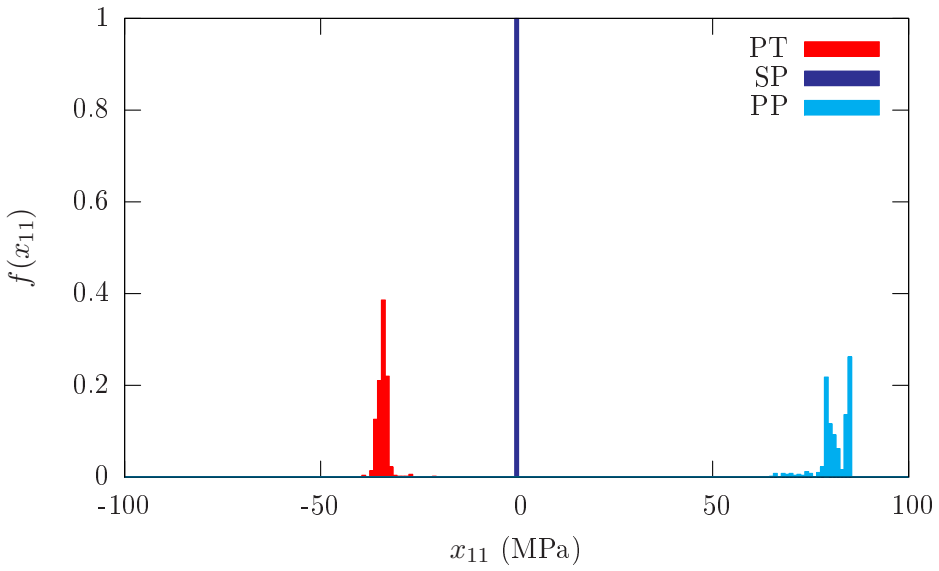


FIG. 5.45 – Fonctions de densités associées à la composante 11 de la variable d'écrouissage cinématique locale x calculées à l'aide du modèle après prédéformations de 10% transverse (PT) ou parallèle (PP) à la direction du chargement cyclique ou sans prédeformation (SP).

De plus, si à l'origine les contraintes résiduelles sont nulles quelque soit le grain considéré, la prédéformation, qu'elle soit perpendiculaire ou parallèle à la direction du chargement engendre une dispersion de l'état des contraintes internes c'est à dire que, localement, les contraintes peuvent être élevées bien que l'amplitude du chargement macroscopique soit faible (voir figure 5.46). Cette dispersion des états de contraintes locales favorise alors l'apparition d'activités plastiques très localisées.

L'abaissement de la contrainte de réversibilité après une prédéformation parallèle à l'axe de sollicitation cyclique s'explique donc par l'effet conjoint de l'écrouissage cinématique, qui, si il permet d'augmenter la limite d'écroulement dans un sens, la diminue dans l'autre, et de la dispersion des états de contraintes locaux après prédéformation qui autorise, malgré de faibles amplitudes de chargement, l'apparition de contraintes élevées dans certains grains. Une prédéformation perpendiculaire à la direction du chargement cyclique induit un écrouissage de nature plutôt isotrope

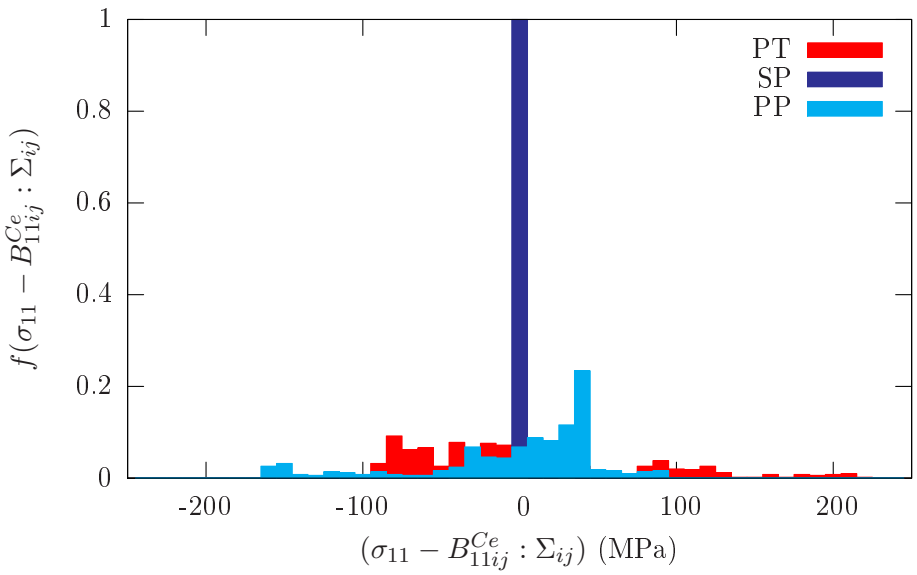


FIG. 5.46 – Fonctions de densités associées à la composante 11 du tenseur des contraintes résiduelles calculées à l'aide du modèle après prédéformations de 10% transverse (PT) ou parallèle (PP) à la direction du chargement cyclique ou sans prédeformation (SP).

que cinématique dans la direction de la sollicitation cyclique qui est source d'une augmentation de la limite d'écoulement à la fois en traction et en compression et permet donc de retarder la forte augmentation de dissipation associée au glissement plastique.

5.3.5 Fraction volumique de précipités non-cisaillables

Les courbes d'échauffement obtenues au paragraphe 5.1 pour les nuances A et B montrent qu'une augmentation de la fraction volumique de précipités intragranulaires non-cisaillables permet de limiter la dissipation sensiblement (voir figures 5.10 et 5.12). En effet, les précipités constituent des obstacles directs aux mouvements des dislocations qui requièrent une contrainte supplémentaire pour être franchis. La multiplication de ces obstacles permet donc d'augmenter la limite d'élasticité comme le soulignent les courbes de comportement obtenues en traction uniaxiale à l'aide du modèle pour différentes fractions volumiques de précipités dont la taille est constante (voir figure 5.47).

L'effet durcissant engendré par une augmentation de la fraction volumique de précipités se traduit par une augmentation de la contrainte de réversibilité sur les courbes d'échauffement. Cet effet est correctement pris en compte par le modèle comme le montre la figure 5.48 puisque l'influence des précipités est introduite dans le calcul de la cission critique. Les précipités permettent ainsi d'augmenter la contrainte requise pour rendre le glissement plastique possible ce qui explique que le nombre moyen de systèmes de glissement actifs par grain est d'autant plus faible que la fraction volumiques est élevée (voir figure 5.49).

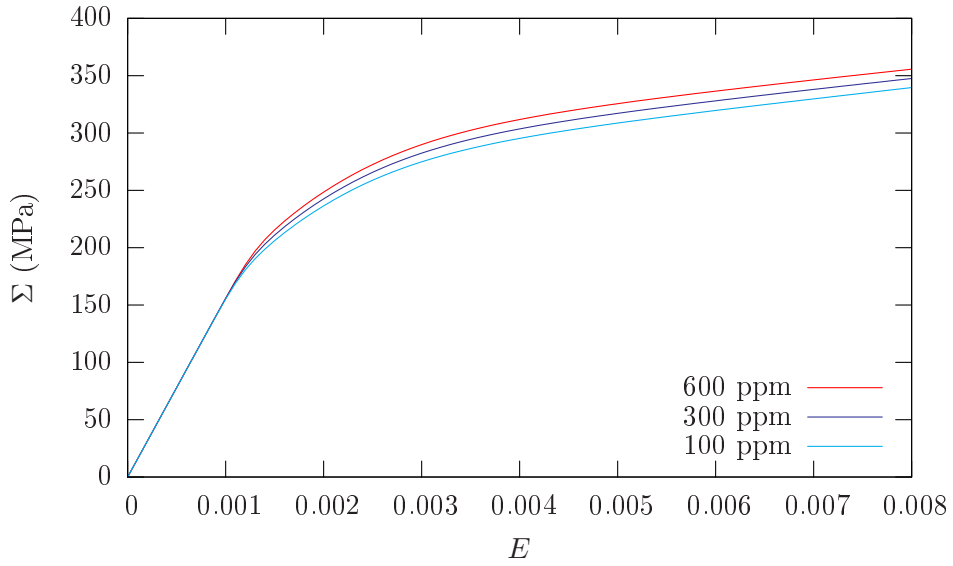


FIG. 5.47 – Courbes de comportement en traction obtenues par le modèle pour différentes fractions volumiques de précipités non-cisaillables de rayon constant.

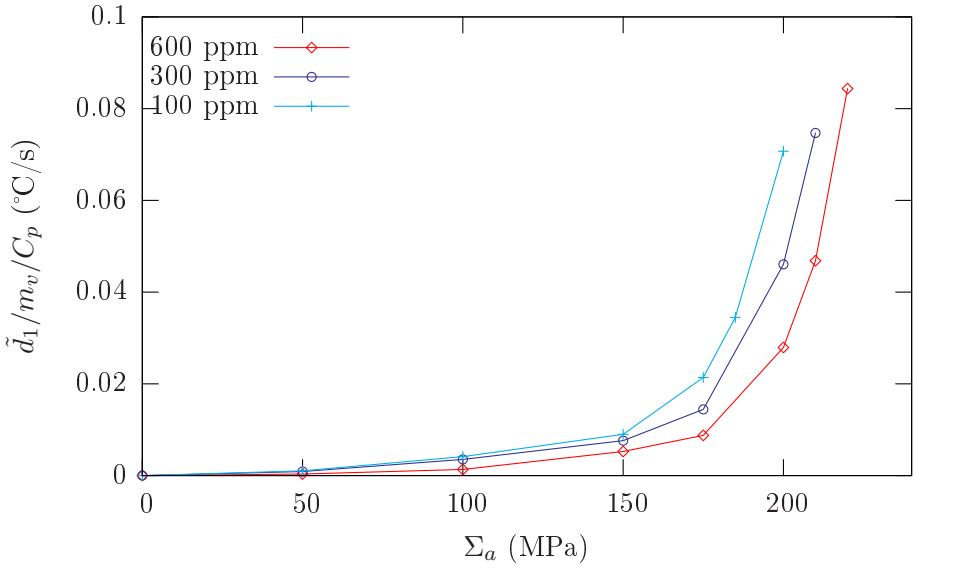


FIG. 5.48 – Courbes d'échauffement obtenues par le modèle pour différentes fractions volumiques de précipités non-cisaillables de rayon constant.

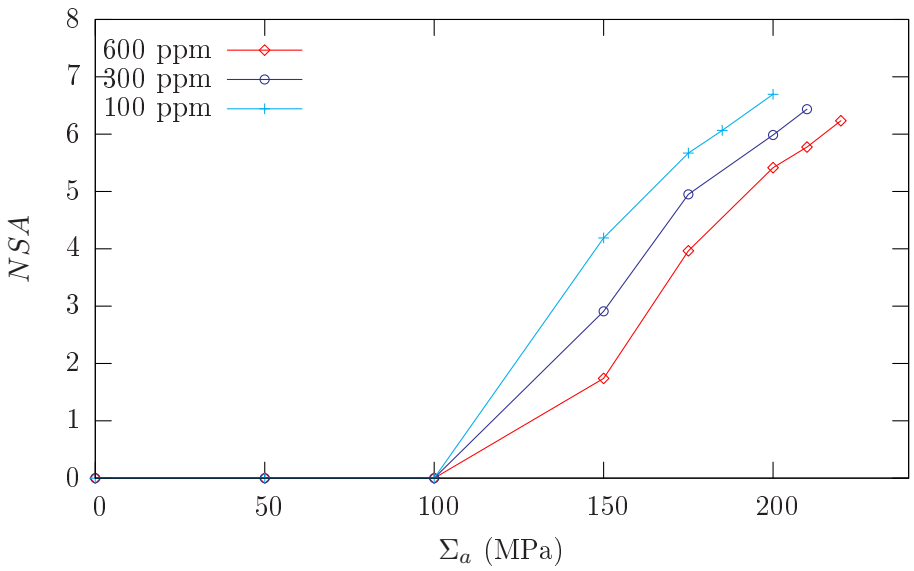


FIG. 5.49 – Evolution du nombre moyen de systèmes de glissement actifs par grain calculées pour différentes fractions volumiques de précipités non-cisaillables de rayon constant.

L'augmentation de la fraction volumique de précipités a donc pour effet principal d'augmenter la contrainte de réversibilité au delà de laquelle une forte augmentation de la dissipation a lieu à cause du glissement plastique. De plus, dès les faibles amplitudes de contraintes, la multiplication du nombre des précipités permet de diminuer la dissipation associée aux mécanismes anélastiques. Cette diminution est causée par l'augmentation de la densité de précipités qui, en diminuant la distance entre obstacles, favorise l'augmentation de l'intensité de la contrainte de rappel sur les lignes de dislocation qui sont ancrées entre deux points.

5.3.6 Taille des précipités

Une alternative pour multiplier le nombre d'obstacles aux dislocations et donc augmenter la contrainte de réversibilité est de diminuer leur taille en gardant la fraction volumique constante. En effet, les courbes de comportement en traction calculées par le modèle et tracées sur la figure 5.50 montrent que, pour augmenter la limite élastique, il est intéressant de favoriser l'effet durcissant des précipités en diminuant leur taille.

Pour une fraction volumique constante, les conséquences d'une réduction de la taille des précipités, considérés sphériques, sur les courbes d'échauffement (voir figure 5.51) sont relativement similaires à ce qui a été observé pour une augmentation de la fraction volumique des précipités à savoir : une forte augmentation de la contrainte de réversibilité et une diminution de la dissipation dès les faibles amplitudes de contraintes.

Globalement, il semble que les précipités, que ce soit par une réduction de leur taille ou une augmentation de la fraction volumique, constituent un bon moyen de diminuer la dissipation et donc a priori de diminuer les risques d'amorçage de mi-

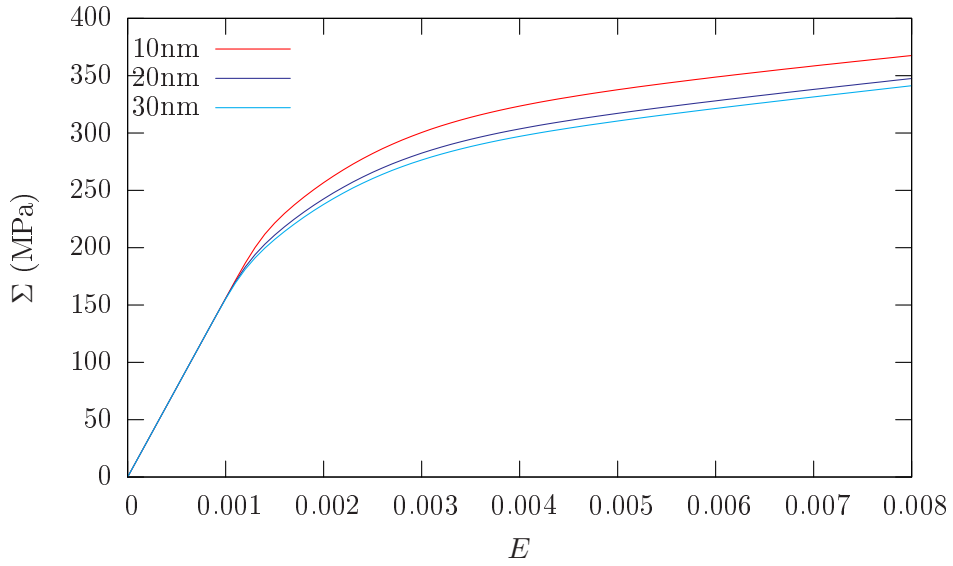


FIG. 5.50 – Courbes de comportement en traction obtenues par le modèle pour différentes tailles de précipités à fraction volumique constante.

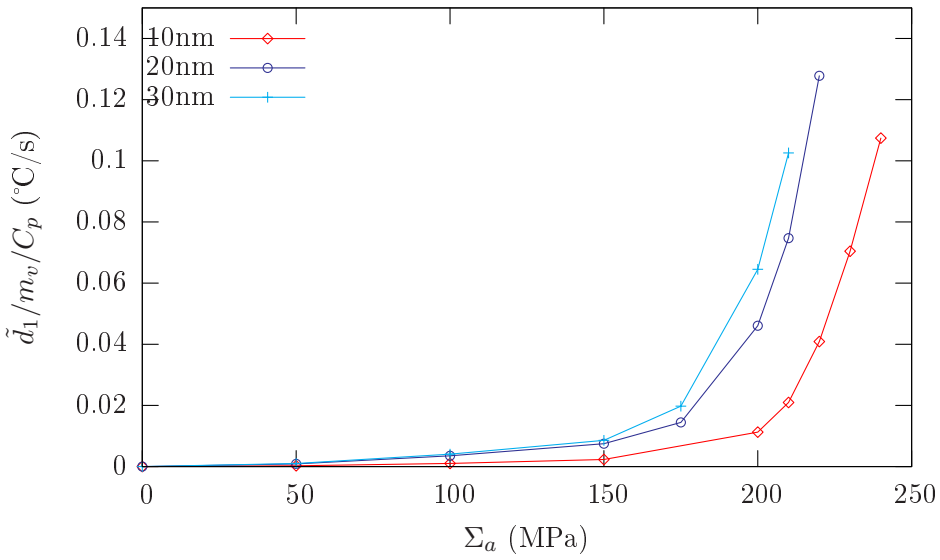


FIG. 5.51 – Courbes d'échauffement obtenues par le modèle pour différentes tailles de précipités à fraction volumique constante.

crofissures. Toutefois, l'influence des précipités telle qu'elle est décrite par le modèle pourrait être améliorée car on ne prend en compte que l'influence des précipités sur l'écrouissage isotrope alors qu'ils apportent une contribution à l'écrouissage cinématique (formation de boucles d'Orowan autour des précipités). De plus, le modèle suppose que la distribution spatiale des précipités est parfaitement aléatoire au sein d'un grain or dans la réalité, les précipités peuvent avoir un lieu de formation préférentiel (à proximité des joints de grains par exemple) ce qui peut largement influer sur leur contribution au durcissement. Ainsi, une description plus fine du comportement intragranulaire tel qu'un rejet de l'hypothèse des champs moyens pourrait améliorer la description du rôle des précipités.

5.4 Conclusions

Ce dernier chapitre a dans un premier temps permis de valider le modèle micromécanique par changement d'échelle qui a été mis en place. En effet, la comparaison entre des résultats expérimentaux et ceux issus du modèle montre que, après ajustement des paramètres sur les courbes de comportement oligocyclique, le modèle permet de prévoir correctement les courbes d'échauffement. De plus, le fait qu'il soit capable de décrire en accord avec les observations expérimentales l'effet d'une augmentation de la fraction de précipités intragranulaires non-cisaillables sur les courbes d'échauffement semble confirmer qu'il est en mesure de prendre en compte les effets de la microstructure sur les mécanismes dissipatifs. Toutefois, si la procédure d'identification donne des résultats corrects, il faut souligner que l'ajustement des paramètres liés à la loi de glissement anélastique s'avère délicat car les déformations anélastiques mises en jeu sont très faibles.

La seconde partie de ce chapitre a été dédiée à l'utilisation du modèle en vue de prévoir et comprendre le rôle de paramètres d'abord liés au chargement puis à la microstructure. Concernant l'influence de la contrainte moyenne, les résultats obtenus avec le modèle sont en adéquation avec ceux de la littérature. Le rôle de la fréquence sur la contrainte de réversibilité est correctement pris en compte mais l'influence de la fréquence sur la dissipation dans le régime anélastique n'est pas décrite en accord avec les constatations expérimentales. Les études de l'influence de divers paramètres microstructuraux sur les courbes d'échauffement montrent que le modèle parvient à suivre les tendances observées sur les courbes expérimentales (lorsqu'elles existent). Ainsi, on constate que, généralement, l'évolution de la contrainte de réversibilité est très liée à l'évolution de la limité élastique et il semble donc que les courbes d'échauffement sont une représentation alternative aux courbes de comportement en traction uniaxiale. On notera tout de même que des exceptions existent comme cela a été illustré avec le rôle de la direction de prédéformation en traction. Enfin, le modèle a permis de montrer que la dissipation moyenne (spatiale et temporelle) par cycle, tracée en fonction de l'amplitude du chargement sur les courbes d'échauffement, est la résultante de dissipations locales qui peuvent être beaucoup plus élevées dans certaines phases soulignant ainsi qu'il existe certains grains qui sont des sites d'amorçage de fissures privilégiés tant l'activité microplastique a tendance à s'y concentrer.

Bibliographie

[BB97] C. Bathias and J.P. Baïlon. *La fatigue des matériaux et des structures.* Paris Hermès, 1997.

[BFB07] S. Berbenni, V. Favier, and M. Berveiller. Impact of the grain size distribution on the yield stress of heterogeneous materials. *International Journal of Plasticity*, 23 :114–142, 2007.

[CMT+04] M.D. Chapetti, H. Miyata, T. Tagawa, T. Miyata, and M. Fujioka. Fatigue strength of ultra-fine grained steels. *Materials Science and Engineering*, A 381 :331–336, 2004.

[DGV04] A. Danielou, A. Galtier, and J.M. Verstavel. Influence de la vitesse de sollicitation sur les propriétés en fatigue. *Note interne ARCELOR MITTAL RESEARCH SA*, 2004.

[Dou04] C. Doudard. *Détermination rapide des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles à partir d'essais d'échauffement.* PhD thesis, ENS Cachan, 2004.

[GHL58] A. Granato, A. Hikata, and K. Lücke. Recovery of damping and modulus changes following plastic deformation. *Acta Metallurgica*, 6 :470–480, 1958.

[GL56] A. Granato and K. Lücke. Theory of mechanical damping due to dislocations. *Journal of Applied Physics*, 27 :583–593, 1956.

[GM94] A. Gustavsson and A. Melanger. Variable-amplitude fatigue of a dual-phase sheet steel subjected to prestrain. *Int. J. Fat.*, 16 :503–509, 1994.

[HBS04] J.H. Ter Heege, J.H.P. De Bresser, and C.J. Spiers. Composite flow laws for crystalline materials with lognormally distributed grain size : theory and application to olivine. *J. Struct. Geol.*, 26 :1693–1705, 2004.

[IG89] R.D. Isaac and A.V. Granato. Normal modes of dislocations and rate theory. *Journal of Nuclear Materials*, 169 :24–30, 1989.

[Kur90] K.J. Kurzydlowski. A model for the flow stress dependence on the distribution of grain size in polycrystals. *Scr. Metall. Mater*, 24 :879–884, 1990.

[Lip92] P. Lipinski. *Modélisation du comportement des métaux en transformations élasto-plastiques finies à partir des méthodes de transitions d'échelles.* PhD thesis, Université Metz, 1992.

[MM71] W. Mason and D. MacDonald. Damping of dislocations in niobium by phonon viscosity. *J. Appl. Phys.*, 42, 1971.

[NKYM99] K. Nakajima, S. Kamiishi, M. Yokoe, and T. Miyata. The influence of microstructural morphology and prestrain on fatigue crack propagation of dual-phase steels in the near threshold region. *ISIJ International*, 39 :486–492, 1999.

[NS92] Y. Nagase and S. Suzuki. On the decrease of fatigue limit due to small prestrain. *J. Eng. Mat. Tech.*, 114 :317–322, 1992.

[PBF+01] A. Paquin, S. Berbenni, V. Favier, X. Lemoine, and M. Berveiller. Micromechanical modeling of the elastoviscoplastic behavior of heterogeneous materials. *International Journal of Plasticity*, 17 :1267–1302, 2001.

[RP82] F.N. Rhines and B.P. Patterson. Effect of the degree of prior cold work on the grain volume distribution and the rate of grain growth of recrystallized aluminium. *Metall. Trans.*, A 13 :985–993, 1982.

[Sin59] G. Sines. Behavior of metals under complex static and alterning stresses. *McGraw Hill, New York*, pages 145–169, 1959.

[Uem98] T. Uemura. A fatigue life estimation of specimens excessively prestrained in tension. *Fat. Fract. Eng. Mat. Str.*, 21 :151–158, 1998.

[UW75] N. Urabe and J. Weertman. Dislocation mobility in potassium and iron single crystals. *Mater. Sci. Engng*, 18 :41, 1975.

Conclusions et perspectives

L'objectif du travail présenté dans ce manuscrit est de proposer un modèle permettant de calculer la dissipation induite par les mécanismes irréversibles qui ont lieu lorsque des sollicitations cycliques sont appliquées à des aciers. Plutôt qu'une approche phénoménologique, c'est un modèle où l'influence de la microstructure apparaît clairement qui est mis en place et qui constitue ainsi un outil d'aide à la compréhension, à l'optimisation et à la prévision des interactions entre la microstructure et les phénomènes dissipatifs.

Dans un premier temps, la motivation de ce travail a été précisée en montrant quelles sont les relations qui existent entre la dissipation et la rupture des aciers en fatigue à grand nombre de cycles. L'intérêt de modifier la microstructure pour limiter la dissipation et donc a priori réduire les risques d'amorçage de microfissures a alors pu être exposé justifiant ainsi de l'utilité d'un outil théorique qui permet de décrire les interactions parfois complexes entre la microstructure et les mécanismes dissipatifs.

Afin de valider le modèle mais aussi les hypothèses qui sont formulées pour le mettre en place, il est nécessaire de disposer d'un moyen expérimental permettant d'estimer la dissipation. En effet, lors d'essais cycliques, la dissipation n'est pas directement mesurable et il faut utiliser l'équation de la chaleur afin de l'estimer à partir de la température qui est une grandeur accessible expérimentalement. La forme de l'équation de la chaleur, utilisée pour relier la température à la dissipation et proposée initialement par Louche [Lou99] et Boulanger [Bou04], découle d'hypothèses relatives soit aux mécanismes considérés (axiome de l'état local, thermoélasticité...), soit aux moyens de mesures utilisés (thermocouples). Si le cadre thermomécanique présenté a pour fonction première d'estimer la dissipation moyenne par cycle en régime stabilisé, une méthode originale basée sur l'estimation de la dissipation lors du régime transitoire est proposée afin de caractériser l'évolution de la microstucture lors d'essais cycliques (écrouissage cyclique ou adoucissement) alors que les méthodes classiques consistant à mesurer contraintes et déformations peuvent échouer car les déformations plastiques mises en jeu restent faibles en fatigue à grand nombre de cycles.

L'observation des courbes d'échauffement suggére que les mécanismes dissipatifs ne sont pas tout à fait identiques pour les faibles et pour les fortes amplitudes de contraintes. Aux faibles amplitudes, la dissipation est associée à des mouvements anélastiques de dislocations dont la principale caractéristique est de ne pas engendrer de déformation permanente car l'anélasticité trouve sa source dans les déplacements de segments de dislocations ancrés soumis à la tension de ligne qui agit alors comme une force de rappel. Lorsque les contraintes sont plus élevées, le glissement viscoplastique des dislocations est possible car les dislocations vis, dont le mouvement est

thermiquement activé, ont l'énergie nécessaire pour franchir les obstacles de Peierls. La principale différence vis à vis du mouvement anélastique est due au fait que le glissement inélastique des dislocations est à l'origine d'une déformation permanente nécessitant la multiplication des dislocations. Cette hypothèse d'existence de deux mécanismes dissipatifs distincts est vérifiée non pas en mesurant les déformations car elles sont trop faibles mais en observant que la dépendance (ou l'indépendance selon le mécanisme considéré) de la dissipation à la contrainte moyenne donnée par des modèles rhéologiques simples se retrouve expérimentalement sur différentes nuances d'aciers.

Le mouvement des dislocations étant à l'origine de la dissipation, le choix est fait d'utiliser le cadre de la plasticité cristalline pour décrire les mécanismes dissipatifs à l'échelle du système de glissement et ainsi fournir la loi de comportement monocristalline. Pour décrire le mouvement anélastique des dislocations, une nouvelle loi de glissement tenant compte à la fois des contributions du champ de contrainte et de la tension de ligne est proposée. Une loi de glissement thermiquement activée est utilisée pour décrire les mouvements inélastiques de dislocations. Le cadre de la plasticité cristalline permet une description assez fine de l'écrouissage isotrope car les interactions entre les différents systèmes sont prises en compte. Le rôle de l'écrouissage cinématique intragranulaire est introduit via une loi non-linéaire de type Armstrong-Frederick.

Le passage de l'échelle monocristalline à l'échelle macroscopique nécessite d'avoir recours aux techniques d'homogénéisation. Cependant, puisque la notion de volume élémentaire représentatif ne permet pas de tenir compte de l'influence d'une surface libre, il est auparavant nécessaire de montrer que les mécanismes dissipatifs n'obéissent à aucune distribution spatiale particulière. Les résultats expérimentaux obtenus sur des éprouvettes de différentes épaisseurs tendent à prouver qu'il existe des conditions géométriques (épaisseur élevée et faible rugosité) pour lesquelles l'influence de la surface libre sur la dissipation peut être négligée. Ainsi, si ces conditions sont respectées, les courbes d'échauffement ne sont pas représentatives d'une structure et d'un matériau mais uniquement d'un matériau et de sa microstructure.

Le modèle utilisé est issu d'une approche dite à champ translaté où l'effet mémoire du matériau, dû à la complexité de la loi de comportement, est pris en compte par l'intermédiaire de variables internes. Le modèle à champ translaté originalement développé pour un comportement local élastique-inélastique [SBFB02] est modifié de manière à prendre en compte les interactions supplémentaires induites par la présence d'une composante anélastique de la déformation locale. Le nouveau modèle est comparé à un modèle de type héréditaire dans le cas où un matériau biphasé incompressible isotrope à comportement linéaire est considéré. Il est ainsi montré que le nouveau modèle, bien qu'utilisant trois translations et donc autant d'approximations successives, fournit des résultats proches de ceux donnés par l'approche héréditaire, qui constitue un modèle de référence, en particulier pour les états asymptotiques. Les approches à champs translatés sont donc une alternative intéressante aux modèles basés sur une linéarisation de la loi de comportement local dans l'espace de Laplace-Carson qui, si ils donnent de bons résultats, nécessitent de longs temps de calcul.

Le modèle proposé permet donc d'avoir une description fine des mécanismes à l'échelle du système de glissement tout en prenant en compte le caractère hétérogène des aciers. La qualité du modèle est vérifiée à travers une comparaison entre

des résultats obtenus par le modèle et des données expérimentales. L'ajustement des paramètres est réalisé à partir des courbes de comportement oligocycliques. Le modèle semble constituer un bon outil de prévision des courbes d'échauffement puisque la courbe d'échauffement calculée par le modèle est assez similaire à celle mesurée. De plus, le fait que le modèle prévoie correctement comment évoluent les courbes d'échauffement quand la microstructure change justifie son utilisation en tant que moyen d'étude de l'influence du chargement et de la microstructure sur les mécanismes dissipatifs.

Le modèle est ainsi utilisé pour décrire l'influence de paramètres liés soit au chargement soit à la microstructure. Globalement, les résultats fournis par le modèle sont en accord avec les données expérimentales obtenues lors d'études précédentes mais fournissent aussi de nouvelles pistes d'évolutions microstructurales permettant d'améliorer la résistance à la fatigue. Le modèle, par sa capacité à découpler l'influence des paramètres, semble montrer que les courbes d'échauffement sont souvent une représentation alternative aux courbes de comportement en traction car la contrainte de réversibilité a tendance a suivre l'évolution de la limite d'écoulement en traction uniaxiale. Toutefois, il existe certains cas (influence de la direction de prédéformation par exemple) où le lien est plus complexe et où le modèle montre comment, à partir de l'exploitation de données locales, il peut être un outil intéressant pour comprendre l'influence de paramètres complexes.

Le modèle, grâce à l'approche multi-échelle utilisée et à la description physique des mécanismes dissipatifs, permet d'introduire correctement le rôle de la microstructure sur les courbes d'échauffement. Néanmmoins, au niveau local, la loi de comportement peut être améliorée de sorte à intégrer des évolutions microstructurales dont le modèle ne tient pas compte dans sa forme actuelle en particulier en ce qui concerne la description de l'écrouissage cinématique intragranulaire. En effet, la loi de Armstrong-Frederick utilisée reste phénoménologique et, bien qu'elle soit capable de fournir une description correcte des courbes de comportement cycliques, elle n'est pas basée sur des considérations physiques. Une loi d'écrouissage plus physique fondée sur l'évolution de la structure des dislocations au cours des cycles pourrait permettre une meilleure estimation des contraintes cinématiques intragranulaires. Ainsi, la loi d'écrouissage cinématique proposée par Saai [Saa07] dans le cas des CFC qui tient compte des hétérogénéités de distribution des dislocations pourrait être adaptée aux structures CC. De même, l'hypothèse des champs moyens ne permet pas de considérer des hétérogénéités intragranulaires telles qu'une distribution spatiale des précipités ou des dislocations. Une approche multiéchelle basée sur un calcul de microstructure en éléments finis ou le choix non pas d'une inclusion mais d'une inclusion enrobée pour représenter les phases pourrait permettre de traiter des champs mécaniques intragranulaires hétérogènes. De plus, la procédure d'ajustement des paramètres, basée sur les courbes de comportement oligocycliques, bien qu'elle semble donner des résultats satisfaisants, ne garantit pas de l'unicité du jeu de paramètres et gagnerait en efficacité à être automatisée.

Toutefois, les récents développements en matière de mesure de champs thermiques semblent ouvrir la voie à l'obtention de données locales qui permettraient la mise en place de lois de comportement plus pertinentes et qui constitueraient un moyen de validation des modèles plus discriminant. En effet, la thermographie infrarouge est un moyen de mesure qui a l'avantage de fournir des estimations de la dissipation locale [Bou04][BWCG07] et, même si les résolutions spatiales actuelles ne permettent

pas encore d'atteindre l'échelle du grain, l'amélioration de ces techniques d'imageries devrait permettre de disposer d'outils expérimentaux très utiles afin de rapprocher non seulement à une échelle macroscopique mais aussi microscopique les résultats expérimentaux et les données issues des modèles. Associée à la mesure de dissipation locale, la connaissance du champ de déformation local peut conduire à la détermination de l'évolution de l'énergie stockée au cours des cycles. La connaissance de l'évolution de l'énergie stockée devrait permettre de mettre en place des critères de fatigue énergétiques qui pourraient être implémentés dans le modèle développé ici puisqu'il permet de distinguer la partie du travail plastique qui est dissipée en chaleur de la partie stockée. Ainsi, outre la possibilité de calculer la dissipation, le modèle peut, grâce au choix de variables internes qui a été fait, établir comment l'énergie fournie au matériau est soit restituée, dissipée ou stockée au cours d'un chargement cyclique.

Au long de ce mémoire, on s'est limité à l'étude de la dissipation lors d'essais cycliques uniaxiaux. Cependant, les pièces en service sont souvent soumises à un chargement aléatoire généralement multiaxial. A court terme, il serait intéressant de voir si le modèle permet de tenir compte de l'effet de la multiaxialité du chargement en rapprochant des résultats obtenus à l'aide du modèle aux mesures d'échauffement réalisées lors d'essais cycliques multiaxiaux par Doudard [Dou04] puis Poncelet [PDC+07].

Bibliographie

[Bou04] T. Boulanger. *Analyse par thermographie infrarouge des sources de chaleur induites par la fatigue des aciers.* PhD thesis, Université Montpellier II, 2004.

[BWCG07] B. Berthel, B. Watrisse, A. Chrysochoos, and A. Galtier. Thermographic analysis of fatigue dissipation properties of steel sheets. *Strain (In Press)*, 2007.

[Dou04] C. Doudard. *Détermination rapide des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles à partir d'essais d'échauffement.* PhD thesis, ENS Cachan, 2004.

[Lou99] H. Louche. *Analyse par thermographie infrarouge des effets dissipatifs de la localisation dans les aciers.* PhD thesis, Université Montpellier II, 1999.

[PDC+07] M. Poncelet, C. Doudard, S. Calloch, F. Hild, B. Weber, and A. Galtier. Prediction of self-heating measurements under proportional and non-proportional multiaxial cyclic loadings. *C.R. Mécanique*, 335 :81–86, 2007.

[Saa07] A. Saai. *Modèle physique de la plasticité d'un cristal métallique CFC soumis à des chargements alternés : contribution à la définition d'une modélisation multiéchelles de la mise en forme des métaux.* PhD thesis, Université de Savoie, 2007.

[SBFB02] H. Sabar, M. Berveiller, V. Favier, and S. Berbenni. A new class of micro-macro models for elastic-viscoplastic heterogeneous materials. *Int. J. Sol. Structures*, 39 :3257–3276, 2002.

Annexe A

Détermination de la limite d'endurance à partir d'essais d'échauffement

Certains auteurs [Gom80][Luo95][RR00] suggèrent d'utiliser les courbes d'échauffement pour déterminer la limite d'endurance Σ_D d'un matériau. La méthode consiste à mesurer l'évolution de la température stabilisée en fonction de l'amplitude du chargement puis à tracer la tangente à l'origine et l'asymptote que suit la courbe de température quand $\tilde{\theta}$ atteint des valeurs élevées. L'estimation de la limite d'endurance est alors donnée par l'abscisse du point d'intersection entre les deux droites que sont la tangente à l'origine et l'asymptote comme le montre la figure A.1.

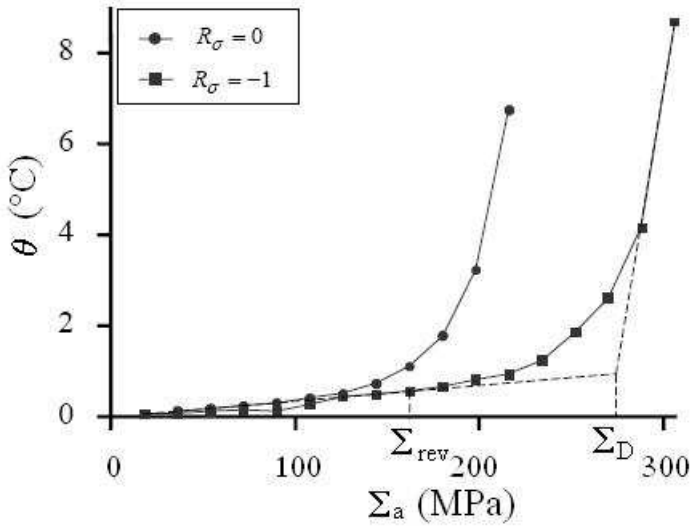


FIG. A.1 – Détermination de la limite d'endurance et de la contrainte de réversibilité à partir de la courbe de température obtenue pour un acier ferrite-martensite [Bou04].

Cependant, si cette méthode donne de bonnes estimations de la limite d'endurance pour de nombreux matériaux, il existe des cas où elle est mise en défaut [MC01][MD02]. En effet, sa répétabilité reste assez faible car la détermination de

l'asymptote est subjective et elle repose sur l'hypothèse forte que la température peut être considérée comme un indicateur d'endommagement. Dans le cadre des courbes d'échauffement, la température est représentative de mécanismes irréversibles plutôt à l'origine de l'amorçage de microfissures (microplasticité) que directement liés à l'endommagement (formation de cavités). Les courbes de température ne contiennent donc que des informations relatives à l'amorçage des fissures mais pas à leur propagation alors que la limite d'endurance est déterminée à partir d'essais où le résulat (rupture ou non-rupture) est la conséquence de ces deux phénomènes.

Ainsi, il est préférable de se limiter à l'interprétation des courbes de température proposée par Cugy et al. [CG02] qui est justifiée par des observations plus physiques. Elle consiste à déterminer une contrainte de réversibilité Σ_{rev} qui est la contrainte seuil à partir de laquelle des bandes de glissement permanentes peuvent être observées à la surface des éprouvettes sollicitées en fatigue. La contrainte de réversibilité est estimée en repérant l'amplitude à partir de laquelle l'évolution de la température n'est plus linéaire (voir figure A.1).

Bibliographie

[Bou04] T. Boulanger. *Analyse par thermographie infrarouge des sources de chaleur induites par la fatigue des aciers.* PhD thesis, Université Montpellier II, 2004.

[CG02] P. Cugy and A. Galtier. Microplasticity and temperature increase in low carbon steels. *Fatigue*, 2002.

[Gom80] A. Gomaa. *Correlation entre la dissipation thermique d'une éprouvette en torsion alternée et sa limite d'endurance en fatigue.* PhD thesis, Université Bordeaux I, 1980.

[Luo95] M.P. Luong. Short-time measurement of fatigue limit of metals using infrared thermographic technique. *La revue de métallurgie*, pages 203–212, 1995.

[MC01] C. Mabru and A. Chrysochoos. Dissipation et couplages accompagnant la fatigue de matériaux métalliques. 2001.

[MD02] A.E. Morabito and V. Dattoma. Energy-analysis of fatigue damage by thermographic technique. *XXIV Thermosense Conference, International Society for Optical Engineering*, 2002.

[RR00] G. La Rosa and A. Risitano. Thermographic methodology for rapid determination of the fatigue limit of materials and mechanical components. *International Journal of Fatigue*, 22 :65–73, 2000.

Annexe B

Solution autocohérente du problème purement élastique hétérogène

Si on considère un volume élémentaire représentatif V d'un matériau hétérogène dont le comportement local est linéaire élastique, les équations du problème sont les suivantes :

– la loi de comportement :

$$\sigma = c : \varepsilon, \tag{B.1}$$

– la condition d'équilibre statique :

$$\mathrm{div}(\sigma) = 0, \tag{B.2}$$

– la condition de compatibilité cinématique :

$$\varepsilon = \nabla^s u, \tag{B.3}$$

– et les conditions aux limites :

$$u^d = E.x \text{ sur } \partial V. \tag{B.4}$$

Les tenseurs des souplesses S et des modules C associé au milieu élastique de référence peuvent être introduits. Ils sont définis tels que :

$$s(r) = S + \delta s(r) \tag{B.5}$$

$$c(r) = C + \delta c(r) \tag{B.6}$$

où s est le tenseur des souplesses élastiques locales défini par la relation $s = c^{-1}$. La loi de comportement peut alors s'écrire sous la forme suivante :

$$\varepsilon = S : \sigma + \delta s : \sigma. \tag{B.7}$$

L'application de l'opérateur de Green modifié associé au milieu élastique de référence Γ^C à l'équation précédente conduit à l'équation intégrale qui suit :

$$\varepsilon = E - \Gamma^C * (\delta c : \varepsilon). \tag{B.8}$$

L'opérateur Γ^C proposé par Kröner [Krö89] est défini tel que :

$$\Gamma^C_{ijkl}(r-r') = \frac{1}{2}\left(G^C_{lj,ki}(r-r') + G^C_{li,kj}(r-r')\right) \tag{B.9}$$

où G^C est la fonction de Green associée au milieu purement élastique de référence. La résolution de l'équation B.8, qui contient l'integralité du problème hétérogène, s'avère complexe à exécuter en particulier à cause du produit de convolution. Néanmmoins, l'approximation autocohérente proposée par Hershey [Her54] et Kröner [Krö58] qui consiste à décomposer l'opérateur de projection en une partie locale Γ^C_l et une partie non-locale Γ^C_{nl} permet de s'affranchir de cette difficulté car l'équation intégrale devient :

$$\varepsilon = E - \Gamma^C_l : (\delta c : \varepsilon) - \Gamma^C_{nl} * (\delta c : \varepsilon) \tag{B.10}$$

et, remarquant que le terme non-local décroît en $\frac{1}{|r-r'|^3}$, l'approximation autocohérente consiste à le négliger en imposant la relation de moyenne suivante :

$$\overline{\delta c : \varepsilon} = 0. \tag{B.11}$$

La relation précédente est équivalente à :

$$\overline{c : \varepsilon} - C : \overline{\varepsilon} = 0 \tag{B.12}$$

qui devient :

$$\Sigma - C : E = 0. \tag{B.13}$$

Cela nécessite donc de prendre comme module élastique de référence C le module élastique effectif du milieu homogène équivalent C^e. La linéarité du comportement permet de proposer une relation de localisation entre la déformation imposée à la frontière du VER et la déformation locale. La relation de localisation de la déformation s'écrit comme suit :

$$\varepsilon = A^{Ce} : E \tag{B.14}$$

avec :

$$A^{Ce} = (I + \Gamma^{Ce}_l : \delta c^e)^{-1}. \tag{B.15}$$

Le module élastique du milieu homogène équivalent C^e se déduit alors de la condition $\Sigma = \overline{\sigma}$:

$$C^e = \overline{c : A^{Ce}}. \tag{B.16}$$

L'approximation autocohérente permet ainsi de déterminer un champ de déformation ε qui approche le champ cinématiquement admissible tel qu'il est défini par les équations du problème.

Bibliographie

[Her54] A.V. Hershey. The elasticity of an isotropic aggregate of anisotropic cubic crystals. *J. Appl. Mech.*, 21 :236–240, 1954.

[Krö58] E. Kröner. Berechnung der elastischen konstanten des vielkristalls aus den konstanten des einkristalls. *Z. Phys.*, 151 :504–518, 1958.

[Krö89] E. Kröner. Modified green functions in the theory of heterogeneous and/or anisotropic linearly elastic media. *In : G.J. Weng, M. Taya and M. Abe, Editors, Micromechanics and Inhomogeneity, Springer, Berlin*, pages 197–211, 1989.

Annexe C

Méthode d'inversion des transformées de Laplace-Carson

L'inversion des modules effectifs calculés à l'aide de l'approximation autocohérente après linéarisation de la loi de comportement dans l'espace de Laplace-Carson n'est généralement pas triviale et il faut donc avoir recours à des méthodes numériques pour obtenir une expression de la solution du problème hétérogène dans l'espace réel. Ainsi, les solutions au problème hétérogène biphasé isotrope incompressible données par la méthode héréditaire (voir paragraphe 4.2.3) n'ont pas d'expressions directes et sont approchées à l'aide de la méthode différentielle proposée par Donolato [Don02]. Soit $\hat{f}(p)$ la transformée de Laplace-Carson de la fonction $f(t)$ que l'on cherche à approcher de sorte que :

$$\hat{f}(p) = p \int_0^\infty \exp(-pt) f(t) dt. \tag{C.1}$$

Remarquant que p et $1/t$ sont de même dimension, une nouvelle variable u telle que $u = 1/p$ peut être introduite et la nouvelle fonction image g s'écrit :

$$g(u) = \hat{f}\left(\frac{1}{u}\right) = \frac{1}{u} \int_0^\infty \exp(-t/u) f(t) dt. \tag{C.2}$$

L'utilisation de la transformée de Mellin [MF53] permet de résoudre l'équation intégrale C.2. La fonction $f_n(t)$, qui est une approximation de la fonction $f(t)$ à l'ordre n, s'écrit alors :

$$f_n(t) = L_n g(u) \text{ avec } u = \frac{t}{n+1} \tag{C.3}$$

où L_n est un opérateur différentiel qui s'exprime comme suit :

$$L_n = \prod_{k=1}^{n} \left[1 + \frac{u}{k} \frac{d}{du}\right]. \tag{C.4}$$

L'application des différents facteurs différentiels à la fonction g conduit alors à l'expression suivante de $f_n(t)$:

$$f_n(t) = \frac{1}{n!} \frac{d^n}{du^n} [u^n g(u)]. \tag{C.5}$$

La méthode ainsi décrite permet de construire une approximation de la fonction originale $f(t)$ à l'ordre n qui reste de bonne qualité même pour les faibles valeur de n. Néanmmoins, la convergence de cette méthode reste relativement lente et l'ordre d'approximation doit être très élevé si une approximation très fine est recherchée ce qui implique des temps de calcul assez longs car la procédure d'inversion requiert le calcul de dérivées $n^{ème}$. En pratique, on prendra $n = 7$ afin d'obtenir une approximation de bonne qualité sans pour autant induire de longs temps de calcul.

Bibliographie

[Don02] C. Donolato. Analytical and numerical inversion of the laplace-carson transform by a differential method. *Computer Physics Communications*, 145 :298–309, 2002.

[MF53] P.M. Morse and H. Feshbach. Methods of theoretical physics. *McGraw-Hill, New York*, pages 484–485, 1953.

Annexe D

Schéma numérique de résolution du problème hétérogène

La modélisation du comportement de polycristaux élastiques-anélastiques-inélastiques à partir du modèle de transition d'échelle à champ translaté proposé au chapitre 4 nécessite de résoudre un problème différentiel dont la solution n'est pas triviale. On préfère donc adopter une procédure numérique basé sur un schéma incrémental explicite décrit par la figure D.1. Cette procédure, qui requiert de calculer les propriétés anélastiques et inélastiques effectives à chaque pas de temps, ne nécessite pas de très longs temps de calculs lorsque la taille du VER n'excède pas 5000 grains.

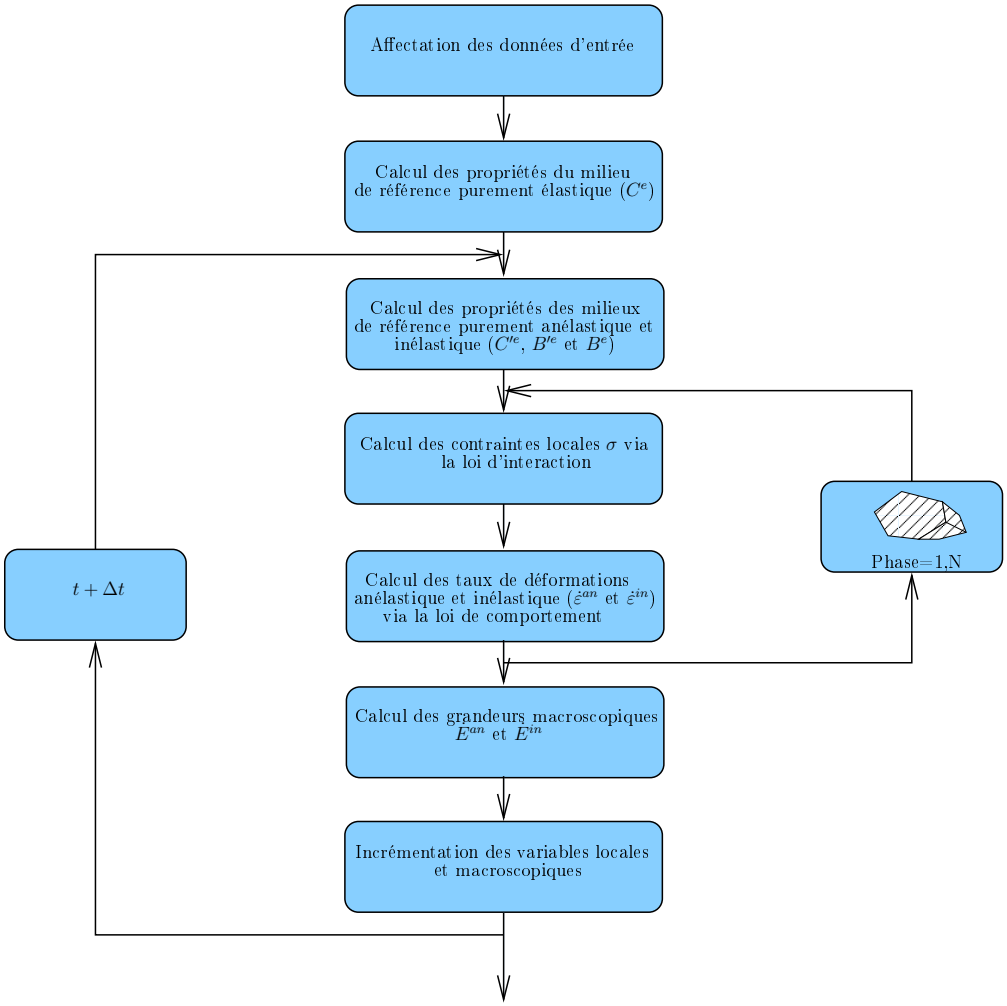


FIG. D.1 – Représentation du schéma incrémental explicite utilisé lors de la modélisation du comportement de polycristaux.

Annexe E

Influence du coefficient de frottement anélastique

La loi de glissement anélastique développée au chapitre 3 fait intervenir un coefficient de frottement dont l'identification est assez délicate. En effet, les déformations de nature anélastique sont d'amplitude bien inférieure à celle des déformations élastique et plastique et donc difficilement observables sur les courbes de comportement comme le montre la figure E.1 sur laquelle sont tracées les courbes de comportement en traction calculées avec le modèle pour différentes valeurs du coefficient de frottement. La figure E.1 souligne ainsi que le coefficient de frottement a une influence très faible sur les courbes de comportement et son identification à partir de courbes de comportement s'avère donc délicate.

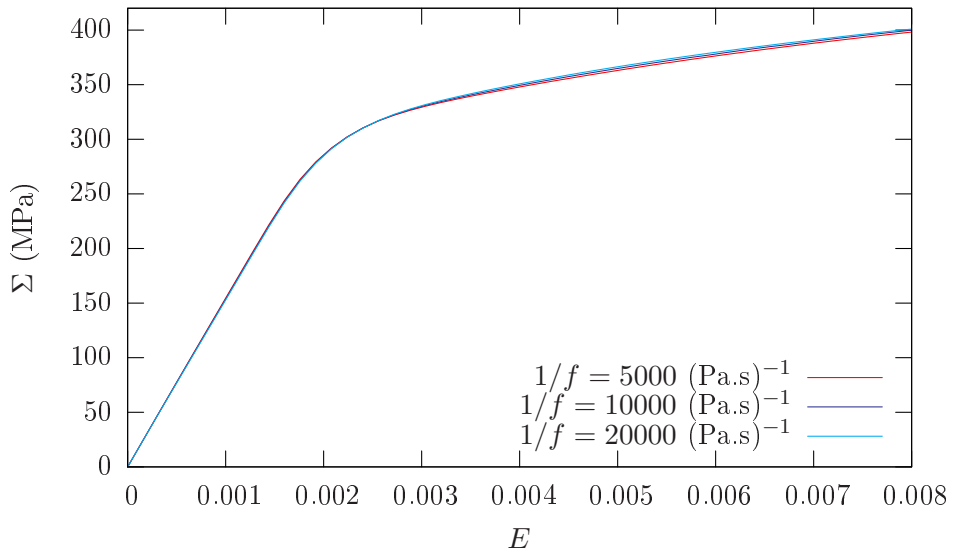


FIG. E.1 – Courbes de comportement en traction calculées avec le modèle pour différentes valeurs du coefficient de frottement anélastique.

Toutefois, bien que l'influence du coefficient de frottement anélastique soit faible sur les courbes de comportement, il en est tout autrement pour les courbes d'échauff-

fement calculées avec le modèle pour différentes valeurs du coefficient de frottement (voir figure E.2) car leur observation montre que la dissipation moyenne par cycle dépend fortement du coefficient de frottement anélastique en particulier aux faibles amplitudes de contraintes.

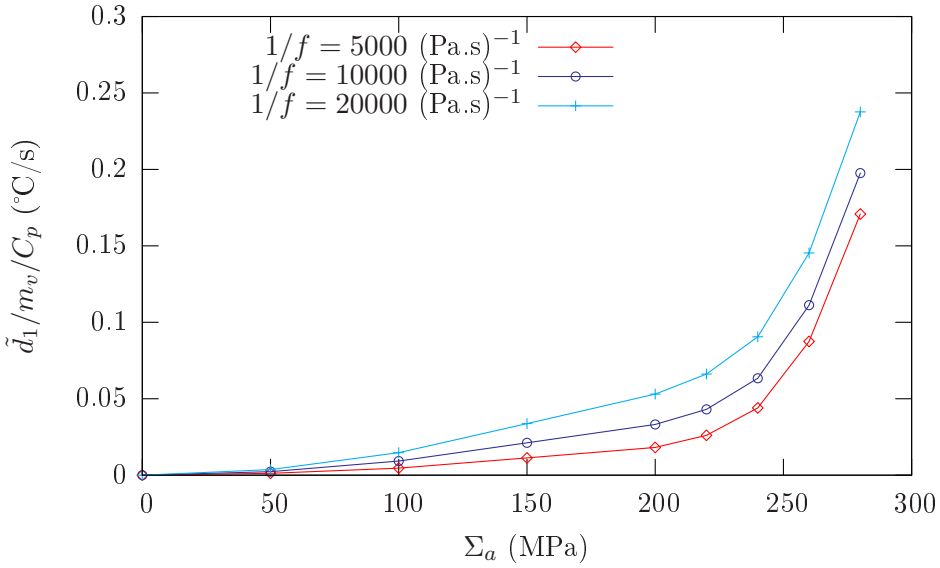


FIG. E.2 – Courbes de comportement en traction calculées avec le modèle pour différentes valeurs du coefficient de frottement anélastique.

La méthode d'identification proposée au paragraphe 5.1.2 basée sur les courbes de comportement oligocyclique ne permet donc pas d'identifier avec précision le coefficient de frottement anélastique qui est alors une source d'erreur importante pour la prévision des courbes d'échauffement. Cette erreur peut cependant être limitée si l'on se base sur les recommandations que l'on peut trouver dans la littérature : $1/f = 3300$ (Pa.s)$^{-1}$ pour les dislocations coins dans le fer [UW75] $1/f = 42000$ (Pa.s)$^{-1}$ pour le niobium [MM71] et les travaux de Granato sur le frottement interne dans les métaux donnent un intervalle de valeur $10000 \leq 1/f \geq 100000$ (Pa.s)$^{-1}$ [GL56][GHL58][IG89].

Bibliographie

[GHL58] A. Granato, A. Hikata, and K. Lücke. Recovery of damping and modulus changes following plastic deformation. *Acta Metallurgica*, 6 :470–480, 1958.

[GL56] A. Granato and K. Lücke. Theory of mechanical damping due to dislocations. *Journal of Applied Physics*, 27 :583–593, 1956.

[IG89] R.D. Isaac and A.V. Granato. Normal modes of dislocations and rate theory. *Journal of Nuclear Materials*, 169 :24–30, 1989.

[MM71] W. Mason and D. MacDonald. Damping of dislocations in niobium by phonon viscosity. *J. Appl. Phys.*, 42, 1971.

[UW75] N. Urabe and J. Weertman. Dislocation mobility in potassium and iron single crystals. *Mater. Sci. Engng*, 18 :41, 1975.

Résumé

La rupture en fatigue à grand nombre de cycles est une des sources de défaillance les plus fréquentes pour des pièces en service. Dans le cas des aciers, l'endommagement par fatigue trouve ses origines microstructurales dans des mécanismes liés aux mouvement des dislocations. L'objectif du présent travail est de comprendre les multiples interactions entre la microstructure et la dissipation intrinsèque induite par les mouvements de dislocations puisque limiter la dissipation semble permettre d'améliorer la limite de fatigue. L'estimation expérimentale de la dissipation intrinsèque à partir de la température nécessite une formulation de l'équation de la chaleur qui découle d'hypothèses relatives aux sources de chaleur et aux moyens de mesure. L'outil expérimental permet de mettre en place un modèle micro-macro qui décrit les multiples interactions entre les phénomènes dissipatifs et la microstructure. La dissipation lors de sollicitations cycliques est supposée être soit liée à la courbure des lignes de dislocations (anélasticité) soit due au glissement viscoplastique des dislocations (inélasticité). L'utilisation du cadre de la plasticité cristalline aboutit à une description physique de ces mécanismes et le modèle de transition d'échelle, développé pour tenir compte des différents ordres de dérivation qui interviennent dans la loi de comportement locale, permet de considérer la nature hétérogène des aciers. Une procédure d'identification des paramètres basée sur les courbes de comportement oligocyclique est ensuite proposée et donne des résultats satisfaisants. Finalement, le modèle est principalement utilisé afin de prévoir le rôle divers paramètres relatifs au chargement ou à la microstructure sur les courbes d'échauffement.

Mots-clés: fatigue, acier, dissipation, échauffement, transition d'échelle, plasticité cristalline, microplasticité.

Abstract

The rupture in high cycle fatigue is one of the main reasons for failure of parts in service. For steels, fatigue damage is caused by microstructural mechanisms due to the motion of dislocations. The present work aims to understand the interactions between the microstucture and the intrinsic dissipation induced by dislocations motion since decreasing the dissipation seems to lead to an increase of the fatigue limit. The experimental determination of dissipation from temperature measurements requires a specific formulation of the heat equation which comes from assumptions about the heat sources and the measurement facilities. The experimental tool enables to build a scale transition model which describes the various interactions between the dissipative mechanisms and the microstructure. During cyclic loadings, the dissipation is assumed to be either the consequence of the curvature of dislocations segments (anelasticity) or due to the viscoplastic slip of dislocations (inelasticity). The frame of crystal plasticty is used to set up a physical description of the dissipative mechanisms and the scale transition model, that is developped to take the complexity of the constitutive law into account, enables to consider the heterogenous nature of steels. The parameters identification process is made with low cycle fatigue stress-strain curves and seems to give good results. Finally, the model is mainly used in order to foresee the influence of loading or microstructure parameters.

Keywords: fatigue, steel, dissipation, self-heating, scale transition, crystal plasticity, microplasticity.