



Numerical modeling for seismic site effects in sedimentary basins and influences of nonlinear soil behavior

Nicolas Delepine

► To cite this version:

Nicolas Delepine. Numerical modeling for seismic site effects in sedimentary basins and influences of nonlinear soil behavior. Sciences of the Universe [physics]. Ecole des Ponts ParisTech, 2007. English. NNT : . pastel-00003827

HAL Id: pastel-00003827

<https://pastel.hal.science/pastel-00003827>

Submitted on 17 Jun 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Laboratoire Central des Ponts et Chaussées
Laboratoire de Mécanique (U.M.L.V.)

THESE

présentée le 4 septembre 2007 par

Nicolas DELEPINE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES

**Modélisation des effets de site sismiques
dans les bassins sédimentaires
et influence des non-linéarités
de comportement des sols**

devant le jury composé de :

M.	D. Komatitsch	Université de Pau	Président
Mme	A. Modaressi	Ecole Centrale Paris	Rapporteurs
M.	R. Paolucci	Politecnico di Milano	
MM.	P.Y. Bard	L.G.I.T./L.C.P.C. Grenoble	Examineurs
	L.F. Bonilla	I.R.S.N.	
MM.	J.F. Semblat	LC.P.C. Paris	Directeurs de thèse
	G. Bonnet	L.A.M.-U.M.L.V.	

Modélisation des effets de site sismiques dans les bassins sédimentaires et influence des non-linéarités de comportement des sols

Cette thèse traite de la réponse locale de bassins sédimentaires à des mouvements sismiques faible et fort en utilisant la modélisation numérique (BEM et FEM).

A faible niveau de distorsion, des configurations théoriques 3D et 2D sont prises en compte pour l'étude des effets de site linéaires : dans le cas de bassins 3D à symétrie de révolution, on identifie les conditions d'existence de la «résonance 3D» en fonction des paramètres géométriques et rhéologiques. Dans le cas 2D, la réponse sismique de deux vallées alpines est modélisée : les résultats sont cohérents avec les phénomènes observés dans la réalité.

A fort niveau de distorsion, la formulation théorique 3D d'un modèle viscoélastique non linéaire (VNL) est proposée. Son implémentation par la méthode des éléments finis dans le cas 1D permet de l'appliquer à un cas réel (Kushiro, 1993). Les résultats obtenus sont comparés à ceux d'autres modèles (linéaire équivalent et élastoplastique) et à l'enregistrement réel de surface.

Mots clés :

Risque sismique – effets de site – bassin sédimentaire – comportement non linéaire – propagation d'ondes – mouvement sismique – séismes – modélisation numérique – viscoélasticité

Numerical modeling for seismic site effects in sedimentary basins and influences of nonlinear soil behavior

This work deals with the local response of sedimentary basins to weak and strong seismic waves, using numerical modeling.

At low strain level, 2D/3D theoretical basins are used for linear site effects studies : in the case of 3D symmetrical basin, existence conditions of «3D resonance» are given, function of geometrical and rheological parameters. In 2D case, seismic response of two alpine valleys are modelised : the results are consistent with observed phenomena.

At large strain level, the 3D formulation of a viscoelastic nonlinear model is suggested. Its implementation in a 1D code using finite element method can be applied to a real case (Kushiro earthquake, 1993). Results obtained are compared to those of other models and to a real surface record.

Key words :

Seismic risk – site effects – sedimentary basin – non linear behavior – wave propagation – earthquakes – numerical modeling – viscoelasticity

AVANT-PROPOS

Cette thèse a été réalisée au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées en collaboration avec le Laboratoire de Mécanique de l'Université de Marne-la-Vallée. Son financement a été assuré par une allocation de recherche du L.C.P.C.. Elle a été dirigée par Guy Bonnet, professeur à l' U.M.L.V. et Jean-François Semblat, ingénieur au L.C.P.C..

Je tiens très sincèrement à les remercier tous les deux. J'ai apprécié de travailler avec eux, même si je n'ai malheureusement pas toujours suivi leurs conseils. Accessibles, ils m'ont fait confiance et m'ont laissé une certaine liberté dans mes recherches.

Je tiens également à remercier Dimitri Komatitsch, professeur à l'Université de Pau, pour avoir accepté de présider mon jury. Merci également à Arézou Modaressi, professeur à l'E.C.P. et Roberto Paolucci, professeur au Politecnico di Milano d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ce travail.

Pierre-Yves Bard, ingénieur des Ponts et Chaussées et Fábian Bonilla, ingénieur à l' I.R.S.N. ont accepté de participer à mon jury de thèse. Je remercie Pierre-Yves Bard, pour son avis sur différents résultats de modélisation d'effets de site. Merci également à Fábian Bonilla pour ses critiques et son aide significative sur la partie non-linéaire.

Je sais gré à Luca Lenti pour son aide précieuse dans ma dernière année de thèse.

Merci également à Pierre Humbert pour son accueil dans la section des modèles numériques du L.C.P.C.. J'en profite pour remercier l'ensemble des membres de cette section.

J'adresse mes amitiés aux doctorants du L.C.P.C. et à mes amis de la Cité Internationale Universitaire.

Je tiens également à remercier mes parents, ma famille, et Leila pour le soutien et l'écoute durant ces années.

Table des matières

PRINCIPALES NOTATIONS.....	5
INTRODUCTION.....	7
CHAPITRE 1	
Effets de site dans les bassins sédimentaires : modélisation numérique 2D/3D en mouvements faibles.....	13
1. Introduction.....	15
2. Méthodes numériques (3D) utilisées en dynamique.....	15
2.1. Les différentes méthodes numériques de propagation d'ondes pour les bassins sédimentaires 2D/3D.....	15
2.2. Méthode des éléments de frontière (principes généraux).....	16
3. Formulation 3D et validation.....	17
3.1. Formulation 3D (Dangla et al., 2005).....	17
3.1.1. Equations intégrales	17
3.1.2. Principe de discrétisation.....	18
3.1.3. Implémentation numérique.....	19
3.2. Historique.....	19
3.3. Validation 1 : diffraction d'une onde plane par une cavité en milieu infini...20	
3.3.1. Validation en fréquence.....	20
3.3.2. Validation en temps.....	22
3.4. Validation 2 : amplification dans un bassin sédimentaire hémisphérique...23	
3.4.1. Problème considéré.....	24
3.4.2. Extension de la surface libre.....	24
3.4.3. Estimation de l' amplification spectrale.....	26
4. Effets de site dans un bassin tridimensionnel étendu ou encaissé.....	27
4.1. Comparaison 2D-3D dans le cas d'un bassin hémisphérique.....	27
4.2. Effet de l'élançement géométrique.....	29
4.3. Effet de la forme de l'interface.....	31
4.4. Effet du facteur de qualité.....	31
4.5. Effet de la forme du champ incident.....	32
5. Effets de site dus à la géométrie et au contraste de vitesse.....	34
5.1. Effets de site 2D/3D pour différentes géométries théoriques.....	34
5.2. Mise en évidence de la « résonance 2D » de bassins sédimentaires.....	36

5.2.1. Analyse théorique.....	36
5.2.2. Etudes théoriques et expérimentales sur des vallées réelles.....	38
5.2.3. Comparaison de la variation de phase et de module pour des vallées 1D et 2D.....	38
5.2.4. Mode de résonance bidimensionnelle: critères pour la déterminer.....	39
5.3. Mise en évidence de la « résonance 3D » en domaine fréquentiel et en domaine temporel.....	40
5.3.1. Domaine fréquentiel.....	40
5.3.2. Domaine temporel.....	42
5.4. Formules empiriques pour la fréquence fondamentale.....	44
6. Conclusions.....	45
 CHAPITRE 2	
Effets de site dans un bassin profond et application à la vallée de Grenoble.....	47
1. Etude d'une « vallée alpine type ».....	49
1.1. Bassin asymétrique stratifié.....	49
1.2. Modèle des éléments de frontière.....	50
1.3. Amplification spectrale pour différentes incidences.....	50
1.4. Amplification temporelle pour différentes incidences.....	52
2. Etude du bassin de Grenoble.....	55
2.1. Caractérisation du site	55
2.2. Modèle de bassin retenu.....	57
2.3. Amplification d'une onde SH plane.....	58
2.3.1. Amplification spectrale.....	58
2.3.2. Influence de l'angle d'incidence	61
2.3.3. Amplification temporelle.....	63
2.4. Source ponctuelle SH.....	66
2.4.1. Amplification spectrale.....	66
2.4.2. Amplification temporelle.....	67
2.5. Onde SV plane	68
2.5.1. Amplification spectrale.....	68
2.5.2. Amplification temporelle du mouvement sismique.....	69
2.6. Comparaisons : signaux enregistrés / calculés (benchmark ESG 2006)....	71
2.7. Modélisation 3D du site de Grenoble.....	73
3. Conclusions.....	75

CHAPITRE 3

Modèle Viscoélastique Non Linéaire (VNL) pour les effets de site.....	77
1 Les effets de site non linéaires : observations et modèles classiques.....	79
1.1. Observations.....	79
1.2. Les différentes approches pour modéliser la non-linéarité des sols.....	82
1.2.1. Modèle viscoélastique linéaire équivalent.....	83
1.2.2. Modèles non linéaires.....	87
1.2.3. Autres modèles.....	89
2. Modélisation viscoélastique non linéaire du comportement hystérétique.....	90
2.1. Etendre les modèles viscoélastiques linéaires.....	90
2.2. Formulation mécanique du modèle.....	91
2.2.1. Modèle viscoélastique 3D.....	91
2.2.2. Modèle viscoélastique non linéaire 3D.....	94
2.2.3. Modélisation de la loi de comportement.....	97
3. Formulation numérique 1D par la méthode des éléments finis.....	99
3.1. Equations du problème.....	99
3.2. Formulation faible.....	99
3.3. Discrétisation temporelle et spatiale du problème.....	100
3.3.1. Discrétisation spatiale.....	100
3.3.2. Discrétisation temporelle.....	101
3.3.3. Formulation matricielle.....	101
3.3.4. Résolution	102
3.4. Précision des résultats : Estimations de la dispersion et de l'amortissement numérique.....	106
3.5. Validations numériques.....	108
3.5.1. Description de la sollicitation de type signal de Ricker.....	109
3.5.2. Elasticité linéaire.....	109
3.5.3. Viscoélasticité linéaire.....	111
3.5.4. Elasticité non linéaire	114
3.5.5. Viscoélasticité non linéaire	119
3.5.6. Commentaires concernant la méthode implicite :	120
4. Conclusions.....	122

CHAPITRE 4

Applications du modèle Viscoélastique Non Linéaire à des configurations théoriques et réelles.....	123
1. Amélioration du calcul de la viscosité.....	125
2. Réponse d'un profil de sol à un signal sinusoïdal.....	128
2.1. Signal d'entrée.....	128
2.2. Résultats d'un profil sans contraste de vitesse.....	129
2.2.1. Résultats du modèle VNL1.....	129
2.2.2. Résultats avec la formulation VNL2.....	130
2.2.3. Interprétation.....	131
2.2.4. Propagation en milieu infini.....	134
2.3. Réponse d'un profil de sol avec un contraste de vitesse.....	135
2.4. Application au cas d'un séisme réel.....	136
3. Application au cas du séisme de Kushiro (1993).....	142
3.1. Validation du modèle multicouche.....	142
3.2. Séisme de Kushiro : données et mesures.....	144
3.3. Cas de la frontière absorbante	145
3.3.1. Cas viscoélastique linéaire.....	145
3.3.2. Cas viscoélastique non linéaire.....	147
3.4. Cas de l'accélération imposée à l'interface.....	151
4. Limitations du modèle.....	154
5. Conclusions.....	155
6. Perspectives.....	155
CONCLUSION GENERALE.....	157
BIBLIOGRAPHIE.....	161
ANNEXES.....	169

PRINCIPALES NOTATIONS

a	accélération
c	vitesse de phase
u	déplacement
e_{ij}	composante déviatorique du tenseur de déformation
E	module d'Young
f	fréquence
F	Force appliquée
G	module de rigidité de cisaillement
G_0	module maximal de rigidité au cisaillement
M	module viscoélastique complexe
M_R	module relaché
Q	facteur de qualité ($Q=1/(2\beta)$)
s_{ij}	composante déviatorique du tenseur des contraintes
t	temps
v	vitesse
V_p-V_s	vitesse des ondes P-S
y_i	coefficients de la fonction de relaxation
α_H	coefficient de la méthode HHT
α_{NL}	paramètre caractéristique du comportement déviatorique non linéaire
β_0	coefficient d'amortissement interne aux très petites déformations
β	coefficient d'amortissement
β_{max}	coefficient d'amortissement interne aux très grandes déformations
δ_{ij}	symbole de Kronecker
ε_{ij}	tenseur des déformations
γ	déformation (ou distorsion) en cisaillement
η	coefficient de viscosité
κ_H	élancement géométrique horizontal
κ_V	élancement géométrique vertical
ν	coefficient de Poisson
ρ	densité
τ	contrainte de cisaillement
ω	pulsation
$\zeta_{ij,l}$	coefficient caractérisant la partie visqueuse du module

INTRODUCTION

A l'échelle mondiale, de nombreuses mégaloilles présentent un risque important face aux tremblements de terre. Les événements survenus dans les régions de Mexico (1985), Kobé (1995) ou Bam (2003), sont quelques exemples, parmi de nombreux autres, de ces catastrophes naturelles.

A la base, le phénomène lui-même, c'est à dire une rupture brutale sur un plan de faille, est déjà un début d'explication de l'ampleur des dégâts occasionnés. En effet, l'énergie considérable accumulée sur une longue période de temps (quelques dizaines, voire centaines d'années) est libérée en quelques secondes.

Le milieu traversé par les ondes, entre la source et les constructions de surface peut influencer fortement la manière d'absorber et de propager l'énergie pendant le rayonnement de la source. Ainsi, pour estimer le risque sismique d'une région donnée, il faut tenir compte des paramètres qui caractérisent la propagation, le site étudié et les éventuelles structures en surface.

Dans la pratique, nous pouvons distinguer deux concepts :

- le premier, appelé *aléa sismique*, concerne l'ensemble du parcours de l'onde de la source à la surface.
- le second concerne la *vulnérabilité des structures* et plus généralement l'aménagement du site.

Le premier concept s'intéresse donc au processus de propagation des ondes dans le sol entre la source et le site. Il regroupe aussi bien l'analyse de la source du séisme, que la caractérisation des ondes en surface. Le distinguo aléa/vulnérabilité est plus délicat qu'il n'y paraît : des travaux récents ont en effet montré que les structures peuvent parfois modifier localement le champ d'ondes dans le sol et donc influencer l'aléa. C'est par exemple le cas pour l'interaction site-ville : interaction entre un remplissage sédimentaire et un réseau dense de structures (Kham et al., 2006).

Dans cette thèse, nous nous limiterons à la réponse dynamique de la zone située à proximité de la surface (effet de site). Ces effets de site sont directement liés aux propriétés rhéologiques des sols et à la géométrie des couches et du site considéré.

Les phénomènes prépondérants qui caractérisent les effets de site sont explicités ci-après.

Effets de site lithologiques

La stratification des remplissages sédimentaires conduit généralement à des vitesses plus fortes en profondeur qu'en surface. Ce contraste de vitesse entre les couches peut occasionner un piégeage des ondes et une forte amplification du mouvement en surface. Ce phénomène est directement lié aux paramètres suivants :

- épaisseur et vitesse des ondes dans les couches sédimentaires ;
- contenu fréquentiel et angle d'incidence des ondes.

Sur la figure 1, un exemple de l'effet de la stratification est mis en évidence pour le tremblement de terre de Kozani en Grèce (1995, $M_s=6,6$). L'amplification la plus importante apparaît au centre du bassin de Volvi, là où le contraste de vitesse entre les couches superficielles et le rocher, est le plus important. Des résultats de simulation obtenus par Semblat et al. (2005) conduisent également à ces conclusions et montrent l'influence des couches de surface.

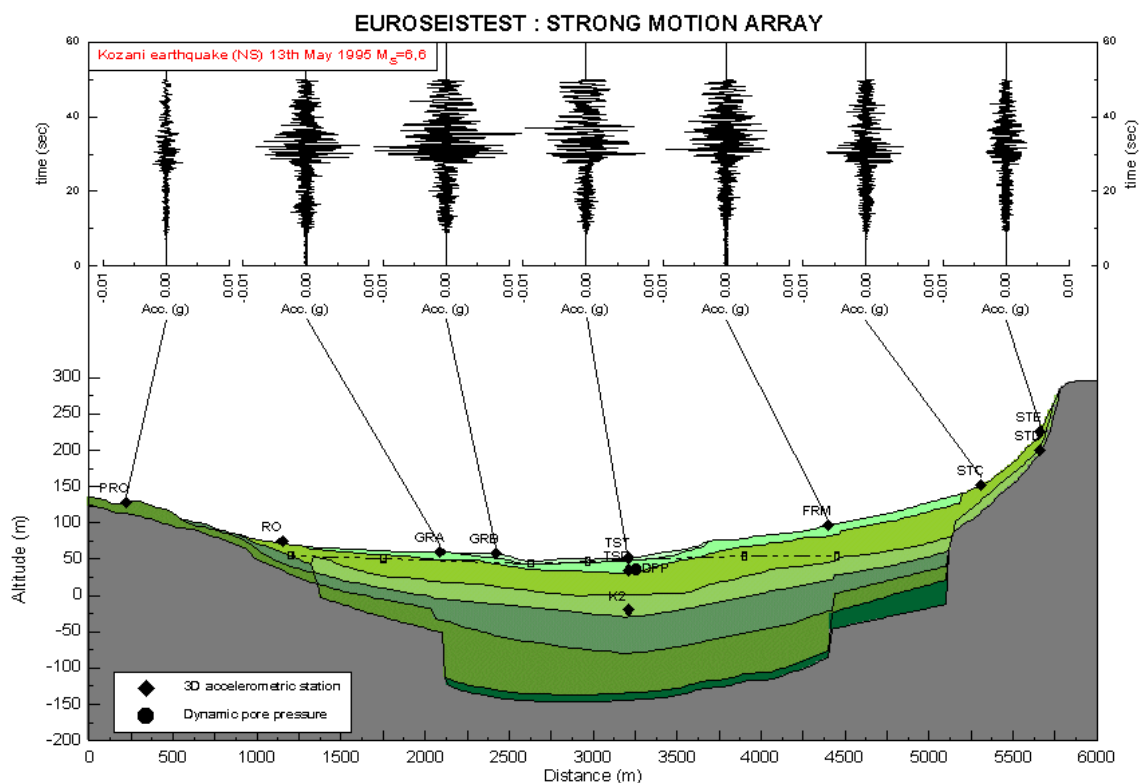


Figure 1 : Coupe NNO-SSE du bassin du site-test européen de Volvi (Grèce) : accélérogrammes (N-S) enregistrés à la surface lors du séisme de Kozani en 1995 (d'après <http://euroseis.civil.auth.gr/>).

Effets de site topographiques

L'autre effet très important est lié à la géométrie du site considéré. La forme d'un relief topographique peut en effet modifier le champ d'ondes incident. Les géométries plutôt

convexes, telles les collines et les montagnes, ont tendance à augmenter l'amplification (Bard, 1983).

A contrario, des géométries concaves à la base semblent déamplifier le mouvement sismique. Lors du séisme de Lambesc de 1909, une partie du village de Rognes située sur une colline a subi de nombreux dommages. Plus récemment, le violent séisme de Bam (2003) a complètement détruit la citadelle historique localisée sur un éperon rocheux, vraisemblablement à cause des ondes amplifiées par la topographie.

Un résultat de simulation numérique par la méthode des éléments de frontière en deux dimensions est donné sur la figure 2. Le modèle représente le site de Caracas dans le cas d'un milieu homogène pour mettre en évidence les effets liés à la topographie. A la fréquence de 0,69 Hz, les ondes SH d'incidence verticale se concentrent au niveau du sommet d'une montagne située à droite du profil : l'amplitude associée est presque deux fois plus grande que celle du signal incident. En revanche, le signal est déamplifié à la base de la montagne. Pour une étude des effets de site du bassin de Caracas, des résultats détaillés sont donnés dans l'article de Semblat et al. (2002) et dans la thèse d'Elise Delavaud (2007).

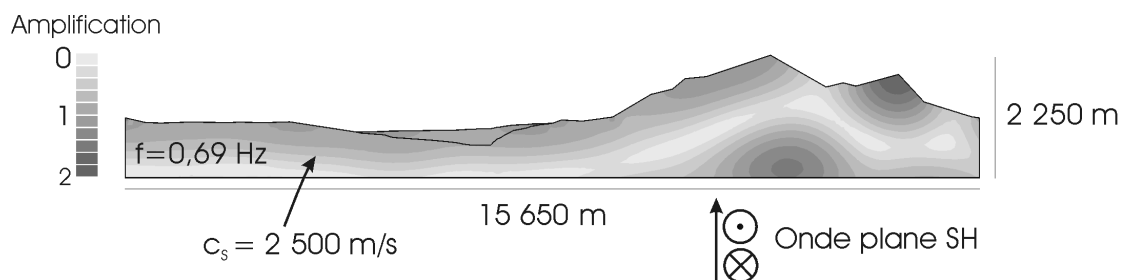


Figure 2 : Estimation du facteur d'amplification pour une onde SH verticale se propageant dans un milieu homogène à la fréquence de $f=0,69\text{Hz}$ avec un facteur d'amplification maximum de 2 (longueur du profil : 15km).

Effets de site géométriques dans les bassins sédimentaires

Enfin, il faut tenir compte des effets liés à la géométrie des bassins sédimentaires. Ce type d'effet peut considérablement augmenter l'effet de la stratigraphie. Les variations latérales de la géométrie du bassin (interface sédiments/substratum ou entre sédiments), couplées aux effets stratigraphiques peuvent conduire à des phénomènes de focalisation d'ondes en surface et à la génération d'ondes de surface. C'est d'ailleurs ce qui se passe dans le cas illustré sur la figure 1. Il faut bien noter que tous ces phénomènes ne créent pas d'énergie, mais la redistribuent dans le domaine fréquentiel et spatial. Cela peut donc avoir pour effet des augmentations localisées de l'amplification et de la durée du signal en surface.

Il est donc important de caractériser un site à partir de méthodes expérimentales. Différentes méthodes actives et passives basées sur les enregistrements de terrain ont été mises au point. Les résultats permettent de mieux caractériser le comportement dynamique des sols.

Une des méthodes parmi les plus efficaces pour mettre en évidence l'effet de site utilise le rapport des spectres de Fourier d'enregistrements de séismes entre le site sédimentaire et le site rocheux de référence.

La méthode a été utilisée par Field et al. (1997) pour mettre en évidence un effet non linéaire au cours du séisme de Northridge (1994). Elle a été appliquée une première fois avec les enregistrements de l'événement principal à plusieurs stations et une deuxième fois à partir de l'enregistrement des nombreuses répliques. La première fonction a donné des amplifications spectrales variant entre 1 et 3 (figure 3). La deuxième fonction a donné des amplifications deux fois supérieures (figure 3). La fonction de transfert dépend donc du niveau de sollicitation et peut également être liée à l'histoire des sollicitations sismiques antérieures. Dans tous les cas, il y a bien mise en évidence d'un effet non linéaire.

Nous pouvons également citer Wen et al. (2006) qui procèdent de même, pour mettre en évidence les effets non linéaires survenus lors du séisme de Chi-Chi à Taïwan (1999).

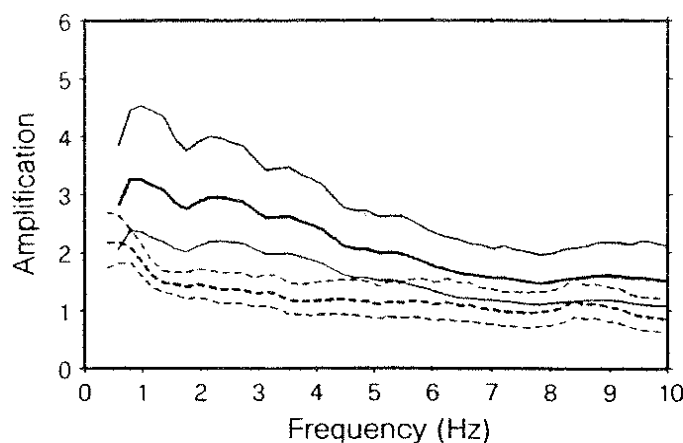


Figure 3 : Amplification moyenne (moyenne effectuée à partir de 15 sites) et écart-type associé : en trait continu, les répliques et en trait pointillé, le séisme de Northridge de 1994 (Field et al., 1997).

Méthodes numériques pour évaluer les effets de site

Il existe différentes méthodes numériques pour évaluer les effets de site, en particulier les méthodes utilisant les éléments finis, les éléments de frontière, les éléments spectraux et les différences finies. Suivant l'échelle, la forme du bassin, le type de comportement des sols (linéaire/non linéaire), les méthodes sont plus ou moins bien adaptées. Dans ce mémoire, seules seront utilisées les méthodes des éléments de frontière et des éléments finis.

Cette thèse est organisée en quatre parties.

Dans le chapitre 1, une étude paramétrique détaille la réponse sismique de bassins théoriques 3D dans le domaine fréquentiel et temporel. Elle fait plusieurs fois référence à

l'analyse des effets de site de bassins 2D réalisée par Bard et Bouchon (1985). Les résultats permettent de quantifier les amplifications du mouvement sismique en surface. L'étude tient compte de différents paramètres : la forme de l'interface substratum/sédiments, le contraste de vitesse, l'élançement géométrique et l'amortissement. Les résultats sont comparés au cas 1D et 2D correspondants.

Dans le chapitre 2, une modélisation 2D s'intéresse à un bassin type, représentatif des vallées alpines. L'analyse est approfondie par une modélisation 2D de la vallée de Grenoble, qui a fait l'objet de plusieurs études et campagnes géophysiques de caractérisation, et d'un benchmark numérique (ESG, 2006). Les mouvements sismiques locaux sont assez bien connus et constamment enregistrés par le réseau accélérométrique permanent (www-rap.obs.ujf-grenoble.fr). Il est ainsi possible de comparer les résultats du modèle numérique aux mesures réalisées.

Dans le chapitre 3, nous nous intéressons aux effets de site en cas de mouvements forts. Pour les analyser, il faut caractériser le comportement non linéaire des sols. De nos jours, il existe une différence très importante entre l'état de la recherche et celui de la pratique. En effet, l'étude de la réponse non linéaire des sols se limite généralement à l'utilisation du modèle linéaire équivalent (Kramer et Paulsen, 2004). Ce modèle n'a d'une part, pas de formulation mécanique rigoureuse et ne reproduit, par ailleurs, pas fidèlement la réponse sismique non linéaire des sols. Dans ce chapitre, un modèle viscoélastique non linéaire est proposé afin d'approcher le comportement hystérétique des sols à partir d'une formulation mécanique rigoureuse. Son implémentation numérique est ensuite réalisée par la méthode des éléments finis. Différents cas de validations sont également présentés.

Dans le chapitre 4, le modèle viscoélastique non linéaire est utilisé dans des cas théoriques et réels pour des configurations mono- et multicouches. Les résultats sont comparés à ceux obtenus par d'autres modèles : le modèle linéaire équivalent et un modèle multi-linéaire (Iwan, 1967). Le modèle viscoélastique non linéaire développé est ensuite mis en oeuvre pour analyser la réponse non linéaire du site du port de Kushiro (Japon), lors du séisme de 1993.

CHAPITRE 1
**Effets de site dans les bassins sédimentaires :
modélisation numérique 2D/3D en mouvements
faibles**

1. Introduction

Dans ce chapitre, différents modèles de bassins s'appuyant sur la méthode des éléments de frontière, permettent d'analyser les effets de site dans les bassins sédimentaires de forme simple (2D et 3D). L'amplification du mouvement sismique est analysée en considérant les paramètres suivants : dimension du modèle (2D et 3D), contraste de vitesse, facteur de forme du bassin, forme de l'interface substratum/sédiments et amortissement.

2. Méthodes numériques (3D) utilisées en dynamique

2.1. Les différentes méthodes numériques de propagation d'ondes pour les bassins sédimentaires 2D/3D

La propagation des ondes dans des milieux élastiques complexes peut être modélisée par plusieurs méthodes numériques. Les plus courantes sont rappelées ci-dessous. La méthode des éléments de frontière est ensuite présentée, puis utilisée pour modéliser la réponse sismique de bassins sédimentaires.

Méthode des éléments finis :

La méthode des éléments finis consiste à approcher, dans un sous-espace de dimension finie un problème écrit sous forme variationnelle dans un espace de dimension infinie (approximation de Galerkin). La solution approchée est dans ce cas une fonction déterminée par un nombre fini de paramètres comme par exemple ses valeurs en certains points, qui correspondent aux noeuds du maillage. Cette méthode est bien adaptée à des géométries complexes, à de fortes hétérogénéités et aux lois de comportement non linéaire du milieu. Les conditions aux limites s'écrivent de manière «naturelle». Plusieurs inconvénients tels que la dispersion numérique et le temps de calcul peuvent limiter son application en particulier en dimension trois.

Cette méthode sera utilisée pour modéliser les «effets non linéaires» en dimension un dans les chapitres 3 et 4.

Méthode des différences finies :

La méthode des différences finies s'appuie sur une approximation de l'équation différentielle de départ : les dérivées apparaissant dans le problème continu, sont remplacées par des différences finies correspondant à des combinaisons de valeurs ponctuelles de la fonction en un nombre fini de points (noeuds du maillage). La méthode a l'avantage d'être facile à mettre en oeuvre. Ses principaux inconvénients sont sa limitation à des géométries simples et sa difficulté à prendre en compte les conditions aux limites. Des problèmes se posent également en matière de stabilité de l'algorithme : l'augmentation du nombre de points par longueur d'onde est souvent nécessaire. Cela conduit alors à un nombre de noeuds conséquent dans le cas de bassins réels tridimensionnels, et donc des temps de calculs et des capacités de mémoire qui peuvent devenir importants. Dans un document de plus d'une

centaine de pages, Moczo et al. (2007) dressent un bilan de l'utilisation de cette méthode dans la modélisation de la propagation des ondes. De nombreuses publications existent dans le domaine, par exemple :

- Graves (1996, 1998) a utilisé cette méthode dans le cas de la réponse sismique de bassins réels profonds (séisme de Kobé, Kanto).
- Olsen (2000) et Wald et Graves (1998) ont modélisé le bassin de Los Angeles avec cette méthode.
- Kang et Baag (2004) ont calculé la réponse du bassin de Hongseong en Corée soumis à un hypothétique séisme de magnitude 5.
- Dans le cas de la vallée de Parkway en Nouvelle-Zélande, Chávez-García (2003) a comparé les résultats de sa modélisation avec des observations.
- En tenant compte des hétérogénéités régionales, Shapiro et al. (2002) ont modélisé la réponse du bassin de Mexico (modèle 2D) pour expliquer les durées importantes des signaux enregistrés.

Méthode des éléments spectraux :

Comme la méthode des éléments finis, celle des éléments spectraux utilise une formulation variationnelle des équations de l'élastodynamique, mais basée sur une approximation polynomiale d'ordre élevé particulière (Faccioli et al., 1996 ; Komatitsch et Vilotte, 1998 ; Chaljub et al., 2007). Cette méthode combine donc la souplesse des éléments finis et la précision des méthodes spectrales.

Elle permet de modéliser des géométries complexes, pour analyser la propagation des ondes dans des milieux linéaires 2D/3D. Komatitsch et al. (2004) l'ont utilisé pour modéliser la réponse du bassin sédimentaire de Los Angeles. A partir de simulations basées sur cette méthode, Liu et al. (2004) déterminent les paramètres de sources de séismes du sud de la Californie.

2.2. Méthode des éléments de frontière (principes généraux)

Son développement est beaucoup plus récent que celui des éléments finis (années 1980).

Elle requiert la résolution du problème seulement sur les frontières et interfaces entre des zones homogènes. Pour des problèmes où les rapports surface/volume sont faibles, la méthode est particulièrement efficace en terme de ressources de calculs. Il suffit de construire un maillage sur les interfaces à modéliser. Cette méthode réduit d'une dimension la nature du problème.

La méthode peut être divisée en 2 étapes :

- solution de l'équation intégrale de frontière donnant les déplacements et les vecteurs contraintes le long de la frontière du domaine et des interfaces entre zones homogènes.

- détermination à posteriori de la solution en tout point intérieur au domaine en utilisant une formule de représentation intégrale.

La formulation intégrale est obtenue à travers l'application du théorème de réciprocité entre les déplacements, les contraintes inconnues et les solutions fondamentales d'un problème de référence simple appelées «noyaux de Green». Au paragraphe suivant, la formulation intégrale tridimensionnelle retenue sera présentée.

Cette méthode a également été utilisée en propagation d'ondes dans les bassins sédimentaires. Dans le cas de bassins réels, nous pouvons citer les travaux de Gil-Zepeda et al. (2002), qui traitent du bassin de Grenade en Espagne.

Des méthodes de couplage existent entre ces différentes méthodes : par exemple, le couplage entre les éléments de frontière et les éléments finis (Dangla, 1989 ; Clouteau et Aubry, 1997).

En trois dimensions, quatre méthodes sont donc couramment utilisées en dynamique : la méthode des éléments finis, des éléments spectraux, des différences finies et des éléments de frontière. C'est cette dernière méthode qui sera d'abord utilisée dans le cas de séismes faibles, puis la méthode des éléments finis dans le cas de séismes forts.

3. Formulation 3D et validation

3.1. Formulation 3D (Dangla et al., 2005)

3.1.1. Equations intégrales

Considérant un milieu isotrope homogène de volume Ω et de surface externe $\partial\Omega$, la loi de comportement élastique linéaire s'écrit sous la forme :

$$\sigma_{ij} = \lambda u_{k,k} \delta_{ij} + \mu (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (1)$$

soit l'équation de la dynamique en régime stationnaire :

$$\sigma_{ij,j} + \rho \omega^2 u_i + F_i = 0 \quad (2)$$

où F est la distribution massique des efforts, u le champ de déplacement, et σ le champ des contraintes. Les solutions fondamentales sont définies pour une force d'amplitude 1 appliquée au point fixé y dans une direction fixée, k : $F_i(\mathbf{x}) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \delta_{ij}$. Pour un milieu infini, la solution fondamentale $u_i(\mathbf{x}) = U_i^k(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)$ est la solution fondamentale de Helmholtz, elle est donnée par Eringen et Suhubi (1975) :

$$U_i^k(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) = \frac{1}{4\pi\mu} \left[\frac{1}{k_s^2} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_k} \left(\frac{e^{ik_s r}}{r} - \frac{e^{ik_p r}}{r} \right) + \frac{e^{ik_s r}}{r} \delta_{ik} \right] \quad \text{où } r^2 = (\mathbf{x} - \mathbf{y})^2,$$

$k_p = \omega \sqrt{\rho/(\lambda + 2\mu)}$ et $k_s = \omega \sqrt{\rho/\mu}$ sont respectivement les nombres d'ondes longitudinales et transversales. Le tenseur des contraintes associé au déplacement

$U_i^k(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)$ défini dans l'équation (1), est noté $\Sigma_{ij}^k(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)$. Le vecteur des contraintes appliqué à la surface du milieu Ω est défini par $T_i^k(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) = \Sigma_{ij}^k(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) n_j$. Par souci de simplicité, nous ne considérons pas de force extérieure pour l'instant. L'équation (2) est transformée en équation intégrale. Dans ce cas, le théorème de réciprocité de Maxwell-Betti donne la représentation intégrale du déplacement au point $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^3$ (Bonnet, 1999) :

$$K(\mathbf{y}) u_k(\mathbf{y}) = \int_{\partial\Omega} [t_i(\mathbf{x}) U_i^k(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) - u_i(\mathbf{x}) T_i^k(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)] dS_x \quad (3)$$

où $K=1$ si $\mathbf{y} \in \Omega$ ou $K=0$ si $\mathbf{y} \notin \Omega$;

Pour tout point $\mathbf{y}$ de Ω , il est alors possible de déterminer le champ de déplacement $u(\mathbf{y})$ à partir des valeurs du déplacement u et du vecteur contrainte sur la frontière $\partial\Omega$.

Si $\mathbf{y}$ appartient à la surface $\partial\Omega$, l'intégrale est singulière et doit être régularisée. Pour ϵ fixé positif, nous introduisons un voisinage sphérique $v_\epsilon(\mathbf{y})$ sur $\mathbf{y}$. Le domaine $\Omega_\epsilon(\mathbf{y}) = \Omega - v_\epsilon(\mathbf{y})$ est obtenu en enlevant $v_\epsilon(\mathbf{y})$ de Ω . Le point $\mathbf{y}$ est extérieur à $\Omega_\epsilon(\mathbf{y})$. Sa frontière est $\partial\Omega_\epsilon = (\partial\Omega - e_\epsilon) + S_\epsilon$, où $e_\epsilon = \partial\Omega \cap \partial v_\epsilon$. La forme classique de l'intégrale consiste à prendre la limite $\epsilon \rightarrow 0$ dans l'expression (3). L'expression ainsi obtenue est connue comme l'identité de Somigliana :

$$C_i^k(\mathbf{y}) u_i(\mathbf{y}) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\partial\Omega - e_\epsilon} [t_i(\mathbf{x}) U_i^k(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) - u_i(\mathbf{x}) T_i^k(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)] dS_x \quad (4)$$

Remarque : Cette intégrale est définie au sens de la valeur principale de Cauchy. On peut alors déterminer u en tout point $\mathbf{y}$ de la frontière grâce à cette équation intégrale. Cette équation intégrale comporte une intégrale qui n'a de sens qu'au sens de Cauchy, ce qui pose de sérieux problèmes numériques. Une méthode de régularisation est décrite dans Bonnet (1999) pour se ramener à une fonction dont l'intégrale est simplement convergente.

3.1.2. Principe de discrétisation

La frontière $\partial\Omega$ et les variables de déplacements associées sont discrétisées en utilisant des éléments triangulaires à trois noeuds. Une série d'équations est générée à partir de l'équation (4) pour chacun des noeuds du maillage de surface. Ainsi la surface de frontière est constituée d'une série de N surfaces élémentaires E_e : $\partial\Omega = \{E_e, e=1..N\}$. L'intégrale de l'équation (4) apparaît sous la forme d'une somme sur N intégrales élémentaires :

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\partial\Omega - e_\epsilon} = \sum_{e=1}^N \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{E_e - e_\epsilon} .$$

L'évaluation numérique des intégrales élémentaires non

singulières est souvent basée sur l'intégration de Gauss. L'intégrale sur un élément peut

s'écrire de la forme suivante : $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{E_\epsilon - e_\epsilon} f(\mathbf{x}) dS_x \approx \sum_{i=1}^n w_i f(\mathbf{x}_i)$ où $\mathbf{x}_i$ et w_i sont les coordonnées et les coefficients de pondération des points de Gauss. Des intégrales élémentaires peuvent être singulières. Pour corriger ceci (Dangla et al., 2005), un coefficient analytique $R^k(\mathbf{y})$ est introduit dans l'évaluation numérique de l'équation (4), tel que :

$$C_i^k(\mathbf{y})u_i(\mathbf{y}) = R^k(\mathbf{y}) + \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\partial \Omega - e_\epsilon} [t_i(\mathbf{x})U_i^k(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) - u_i(\mathbf{x})T_i^k(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)] dS_x \quad (5)$$

3.1.3. Implémentation numérique

Les frontières et les inconnues sont discrétisées par des triangles plans à 3 noeuds et par une technique d'interpolation similaire à celle de la méthode des éléments finis. La discrétisation de la géométrie et des inconnues s'écrit respectivement de la manière suivante :

$$\mathbf{x}(\xi) = \sum_{k=1}^3 N_k(\xi) \mathbf{x}^k \quad a(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^3 N_k(\xi) \mathbf{a}^k \quad \text{où } \mathbf{x}^k \text{ sont les coordonnées du noeud, } N_k \text{ sont les}$$

fonctions linéaires d'interpolation et $\mathbf{a}^k$ sont les valeurs nodales des inconnues de déplacement et de traction. Les équations obtenues à partir de la discrétisation de l'équation (5), pour l'ensemble des noeuds du maillage ont la structure suivante :

$$[\mathbf{A}]\{\mathbf{u}\} + [\mathbf{B}]\{\mathbf{t}\} = 0 \quad (6)$$

où $\mathbf{A}$ et $\mathbf{B}$ sont des matrices pleines non-symétriques, $\{\mathbf{u}\}$ et $\{\mathbf{t}\}$ sont les vecteurs contenant respectivement les valeurs nodales $u_i(\mathbf{y})$ et $t_i(\mathbf{y})$. Les colonnes de l'équation matricielle sont réarrangées pour obtenir une équation de la forme :

$$[\mathbf{K}]\{\mathbf{v}\} = \{\mathbf{f}\} \quad (7)$$

où le vecteur $\{\mathbf{v}\}$ est fonction des composantes inconnues de $\{\mathbf{u}\}$ et $\{\mathbf{t}\}$. La matrice $[\mathbf{K}]$ contient les colonnes des matrices $[\mathbf{A}]$ et $[\mathbf{B}]$. $\{\mathbf{f}\}$ résulte de la multiplication des composantes de $\{\mathbf{u}\}$, $\{\mathbf{t}\}$ par les colonnes correspondantes des matrices $[\mathbf{A}]$ et $[\mathbf{B}]$.

3.2. Historique

La méthode des éléments de frontière directe, utilisée dans la suite, est mise en oeuvre dans le progiciel CESAR-LCPC. Le but est de simuler la propagation d'ondes dans des bassins sédimentaires 3D. Ce programme 3D est une extension d'un programme 2D déjà existant (Dangla, 1989). Nous pouvons citer Semblat et al. (2000) pour une application et une comparaison aux mesures dans le cas 2D du bassin de Nice. D'autres auteurs ont également publié sur cette méthode, au niveau :

- national : Bonnet (1999) ; Clouteau et Aubry (1997) ;
- international : Sánchez-Sesma et Luzón (1995), Yokoi (2003).

Une revue bibliographique détaillée est proposée par Beskos (1997).

3.3. Validation 1 : diffraction d'une onde plane par une cavité en milieu infini

3.3.1. Validation en fréquence

Dans un milieu infini, une cavité de rayon $R=1$ est soumise à deux ondes planes P de fréquence adimensionnelle : $\eta_p=2R/\lambda=1$ et 2. Dans le domaine fréquentiel, nous calculons le déplacement autour de la cavité sphérique. La surface de la cavité est modélisée avec des éléments triangulaires construits de façon régulière. La formule de représentation intégrale est utilisée pour calculer les solutions aux noeuds intérieurs. Nous utilisons deux maillages différents, un fin et l'autre grossier.

Les caractéristiques des deux maillages notés M1 et M2 figurent dans le tableau 1.1.

Les éléments utilisés sont des éléments linéaires de frontière triangulaires à 3 noeuds. La longueur d'une maille est de respectivement 0,157 et 0,079 dans le cas des maillages grossier et fin. Le maillage de la cavité sphérique est obtenu à l'aide d'un processus utilisant un icosaèdre et permettant d'obtenir un maillage de sphère très régulier (Edouard et al., 1996).

Sur la figure 1.1, les résultats numériques obtenus en des points situés sur différents rayons sont comparés avec la solution analytique (Eringen et Suhubi, 1975). Les comparaisons réalisées pour différentes directions sont satisfaisantes.

Le déplacement en paroi de cavité est également calculé (figure 1.3). Les déplacements de type radial et orthoradial sont très proches des résultats analytiques (Eringen et Suhubi, 1975).

Nous prenons une longueur d'onde k telle que : $k.R=1$ et 3, avec $k=\omega/c$.

	Maillage type M1	Maillage type M2
Nombre de noeuds	2562	662
Nombre d' éléments	5121	1280
dl	0,079	0,157

Tableau 1.1 : Caractéristiques des maillages utilisés.

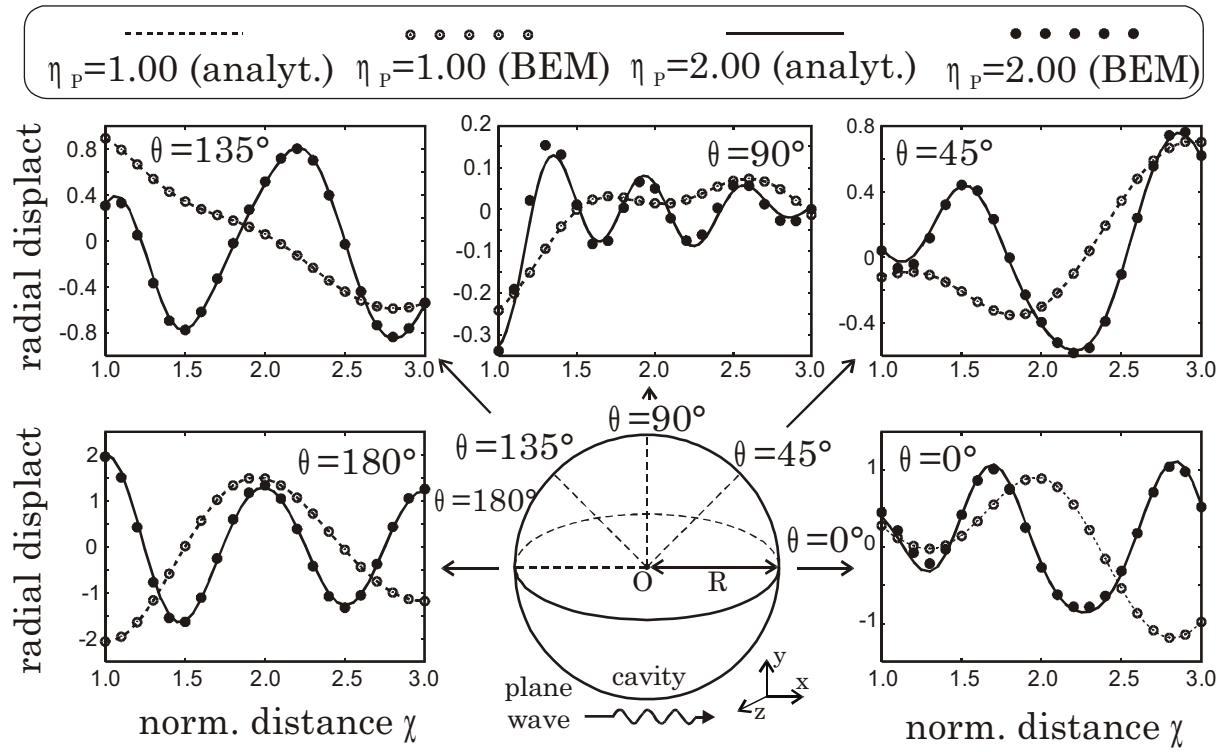


Figure 1.1 : Diffraction d'une onde plane P de fréquence adimensionnelle $\eta_p=2R/\lambda=1$ et 2 sur une cavité sphérique : déplacement radial pour différentes directions et comparaison avec la solution analytique (Dangla et al., 2005).

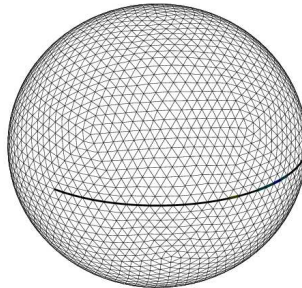


Figure 1.2 : Maillage M2 de la cavité et en trait gras, points où la solution est calculée.

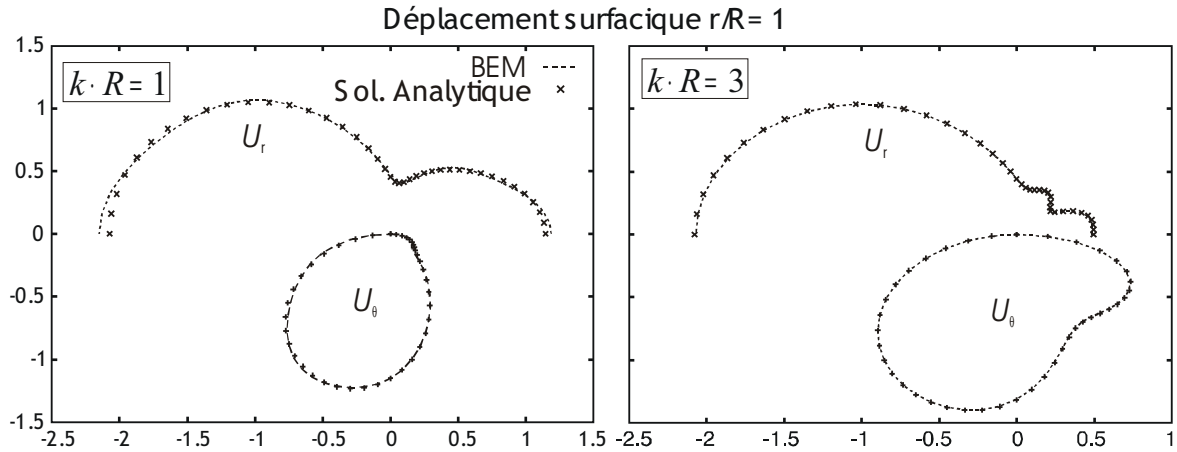


Figure 1.3 : Comparaison entre la solution analytique et numérique pour le déplacement radial et orthoradial sur le pourtour de la cavité, $k=\omega/c$; $\eta_p=2R/\lambda=0,18$ et $0,55$.

3.3.2. Validation en temps

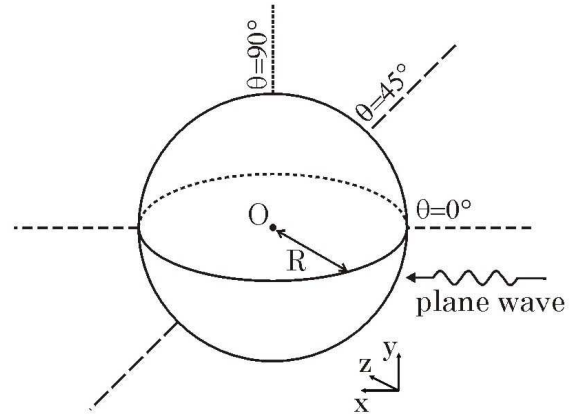
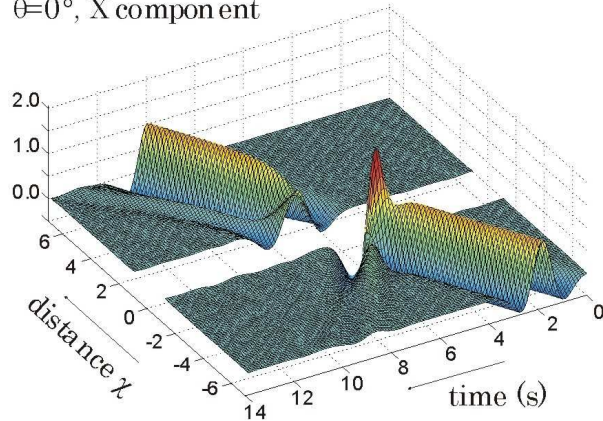
Cette cavité est ensuite soumise à une sollicitation sismique temporelle de type Ricker. La réponse est calculée à partir de la fonction de transfert en différents points autour de la cavité. La fréquence du signal de Ricker est choisie de manière à avoir $\lambda=R/4$. La figure 1.4 donne les résultats en fonction du temps et du déplacement suivant les composantes X et Y, pour différentes directions.

Pour $\theta = 0^\circ$ (en haut à gauche), pour cette direction, seule la composante suivant X est représentée, car le déplacement suivant la composante Y est négligeable. L'onde incidente et l'onde réfléchie apparaissent clairement sur la partie basse de la figure. Sur la deuxième partie du domaine, le champ diffracté comporte des composantes d'onde P et S.

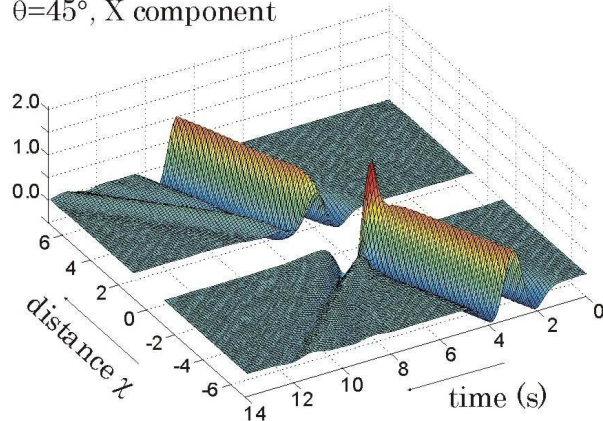
Pour $\theta = 45^\circ$ (au milieu), suivant cette direction, la vitesse apparente des ondes P incidente et transmise est plus faible parce qu'elle ne coïncide pas avec la direction de propagation. Sur la composante Y des composantes de l'onde P et S peuvent être identifiées.

Pour $\theta = 90^\circ$ (en bas), pour cette direction, la vitesse apparente de l'onde P est nulle, parce qu'elle est perpendiculaire à la direction de propagation. Les composantes X et Y sont représentées uniquement sur un côté de la cavité, à cause de la symétrie du problème. Sur la composante X, le signal de Ricker arrive au niveau de la cavité à un temps de $t=6s$. Toujours sur cette même composante, une onde réfléchie se propage, résultat de la somme des ondes réfléchies sur la cavité entre $\theta = 45^\circ$ et $\theta = 90^\circ$.

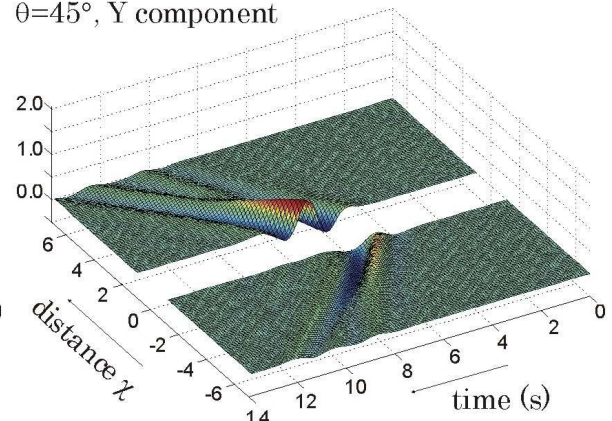
$\theta=0^\circ$, X component



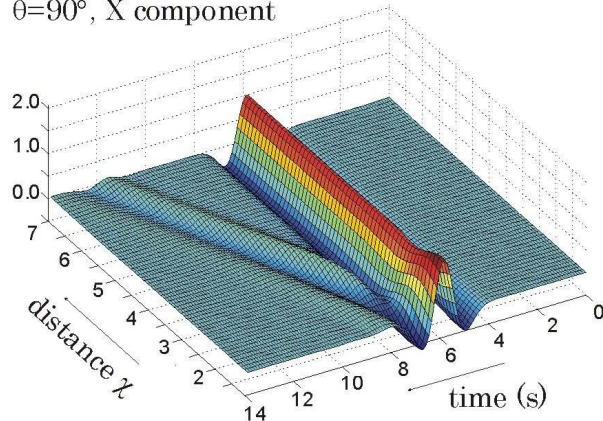
$\theta=45^\circ$, X component



$\theta=45^\circ$, Y component



$\theta=90^\circ$, X component



$\theta=90^\circ$, Y component

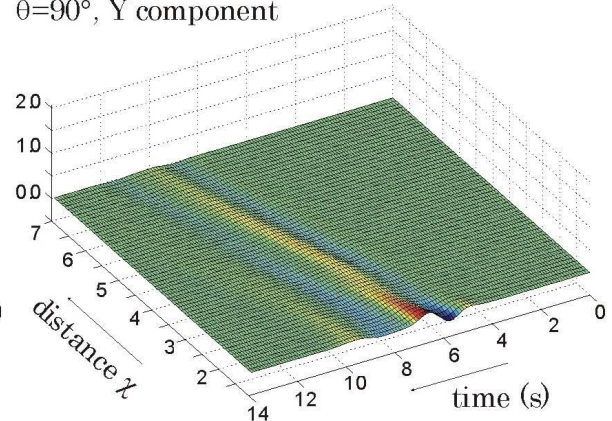


Figure 1.4 : Diffraction d'une onde plane sur une cavité sphérique : résultats temporels pour un signal de Ricker de fréquence $f=V_p/4R$ (Dangla et al., 2005).

3.4. Validation 2 : amplification dans un bassin sédimentaire hémisphérique

Nous étudions maintenant l'amplification des ondes sismiques dans un bassin hémisphérique (figure 1.5).

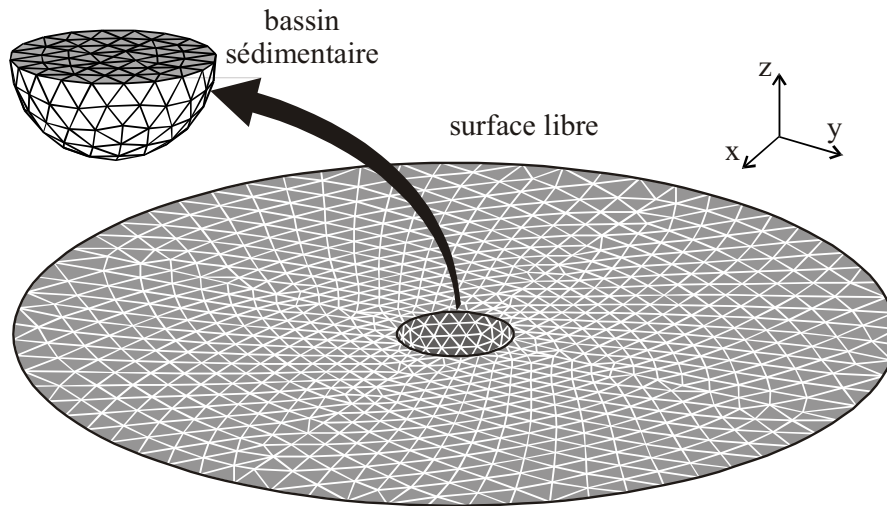


Figure 1.5 : Modélisation par éléments de frontière de la propagation d'ondes sismiques en trois dimensions : modèle de bassin sédimentaire hémisphérique.

3.4.1. Problème considéré

Sánchez-Sesma a proposé une solution semi-analytique à l'aide de développements en série. L'analyse est réalisée pour plusieurs fréquences en ondes P (Sánchez-Sesma, 1983) et S (Sánchez-Sesma et al., 1989).

Les valeurs des paramètres mécaniques utilisées ici pour les modèles par éléments de frontière sont identiques à celles de Sánchez-Sesma (1983), :

- $\frac{\rho_S}{\rho_R} = 0,6$, rapport des densités (les indices S et R désignent respectivement les propriétés des sédiments et du rocher) ;
- $\frac{\mu_S}{\mu_R} = 0,6$, rapport des modules de cisaillement ;
- $\nu_S = 0,3$ et $\nu_R = 0,25$, coefficients de Poisson.

Cet article a servi de référence à la validation d'autres modèles de bassins hémisphériques (Tong et Kuribayashi, 1988 ; Reinoso et al., 1997 ; Mossessian et Dravinsky, 1990). Il est à noter que c'est le rapport des modules de cisaillement, égal ici à 0,6 qui contrôle entièrement les phénomènes.

3.4.2. Extension de la surface libre

Les extensions de la surface libre choisie par Mossessian et Dravinski (1990) et Sánchez-Sesma (1983) sont respectivement de 2 et 3R, avec R, le rayon du canyon.

L'influence de l'extension de la surface libre est importante dans le calcul, comme le montrent les résultats sur la figure 1.6 dans le cas du déplacement calculé à la surface de canyons de surface libre d'extension différente, soumis à une onde plane P d'incidence verticale.

Dans la suite, il est convenu de prendre une largeur de domaine de $5R$, car les résultats obtenus se stabilisent avec $L=5R$, d'après une étude de Chaillat et al. (2007) dans le cas du canyon.

Nous soumettons un bassin hémisphérique de rayon R et de surface libre égale à $5R$ à une onde plane P d'incidence verticale (figure 1.7). Deux maillages d'éléments de frontière différents sont utilisés suivant les cas (tableau 1.2). La taille des éléments du maillage de la partie « bassin » est identique à celle du maillage de la cavité : $0,157$ et $0,079$ dans le cas des maillages M1 et M2. Les éléments sont linéaires (triangles à 3 noeuds).

	Maillage type M1	Maillage type M2
Nombre de noeuds	1202	4482
Nombre d'éléments	3041	11521

Tableau 1.2 : Caractéristiques des maillages utilisés dans le cas du bassin hémisphérique.

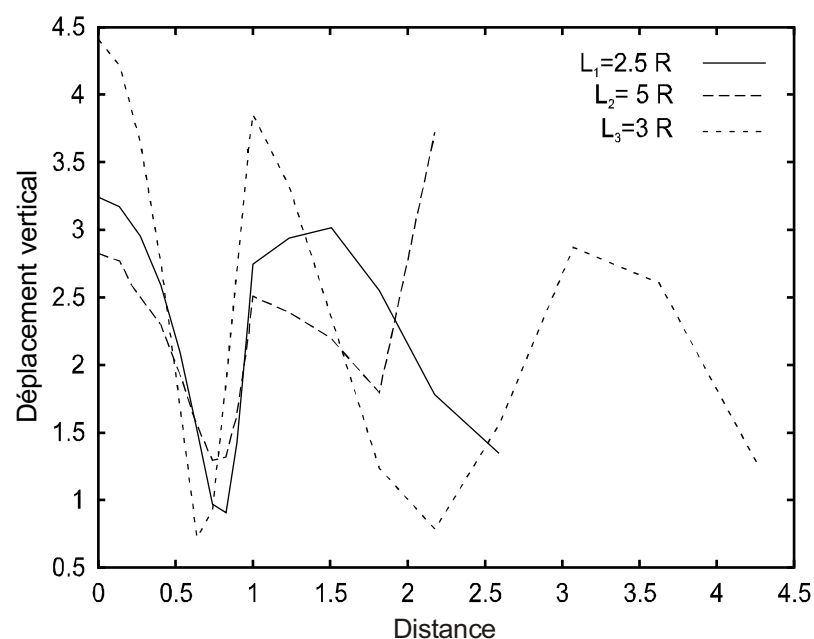


Figure 1.6 : Amplification verticale à la surface de canyons de longueurs de surface libres différentes et soumis à une onde plane P (origine 0 au centre du bassin).

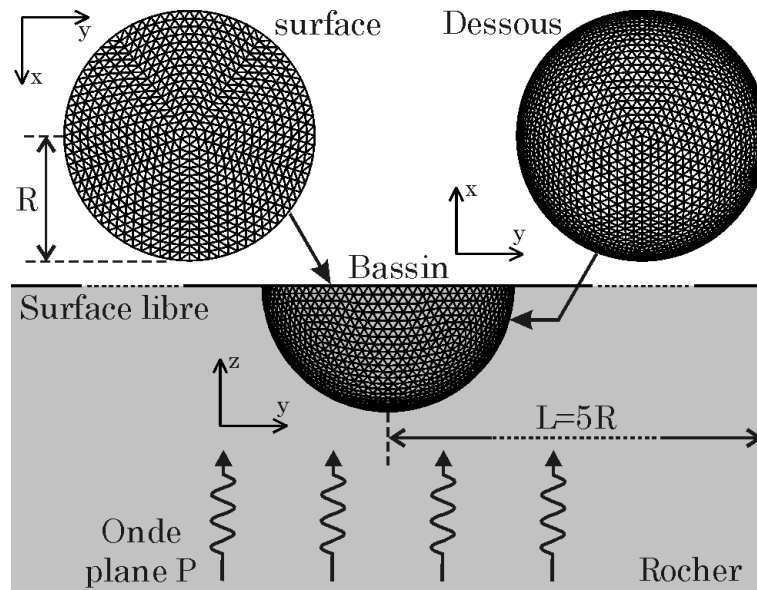


Figure 1.7 : Amplification d'une onde plane P verticale à la surface d'un bassin hémisphérique (maillage M2).

3.4.3. Estimation de l' amplification spectrale

La valeur de fréquence adimensionnelle choisie par Sánchez-Sesma (1983) : $\eta_p = 2H/\lambda_p = 0,5$ correspond ici à une fréquence de 0,433Hz, où λ_p est la longueur d'onde dans le bassin et $H=R$, la profondeur du bassin.

Dans le cas de la vallée hémisphérique cette valeur de fréquence ne conduit pas au maximum d'amplification. Elle se situe dans une zone où l'amplification en surface varie fortement (figure 1.9). Sur cette figure, nous avons mis en évidence les valeurs de fréquences adimensionnelles η_p calculées à partir des longueurs d'ondes dans le rocher et les sédiments λ_p^R ou λ_p^S .

La comparaison des résultats trouvés avec ceux de Sánchez-Sesma (1983) est très bonne au milieu du bassin. La forme et les valeurs globales sont également en bon accord.

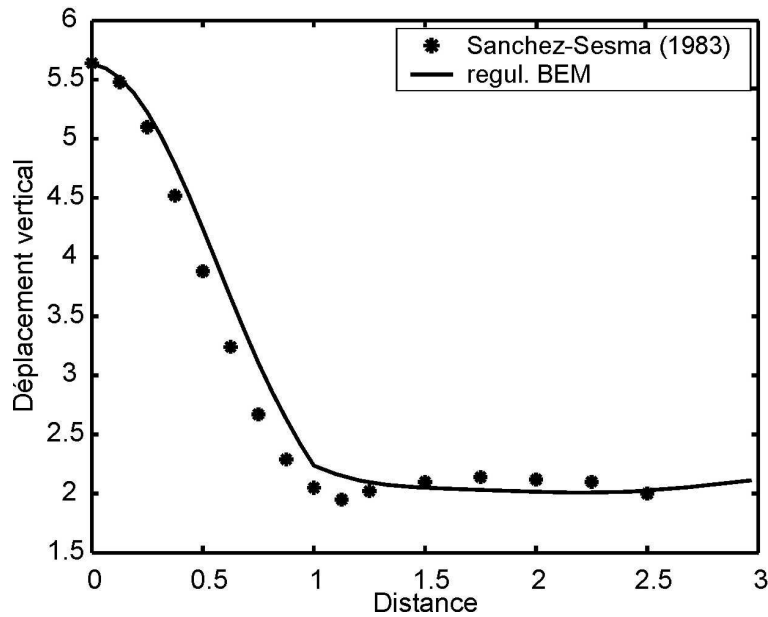


Figure 1.8 : Amplitude à la surface du bassin sédimentaire à la fréquence $\eta_p=0,5$: comparaisons des résultats BEM avec ceux de Sánchez-Sesma (1983).

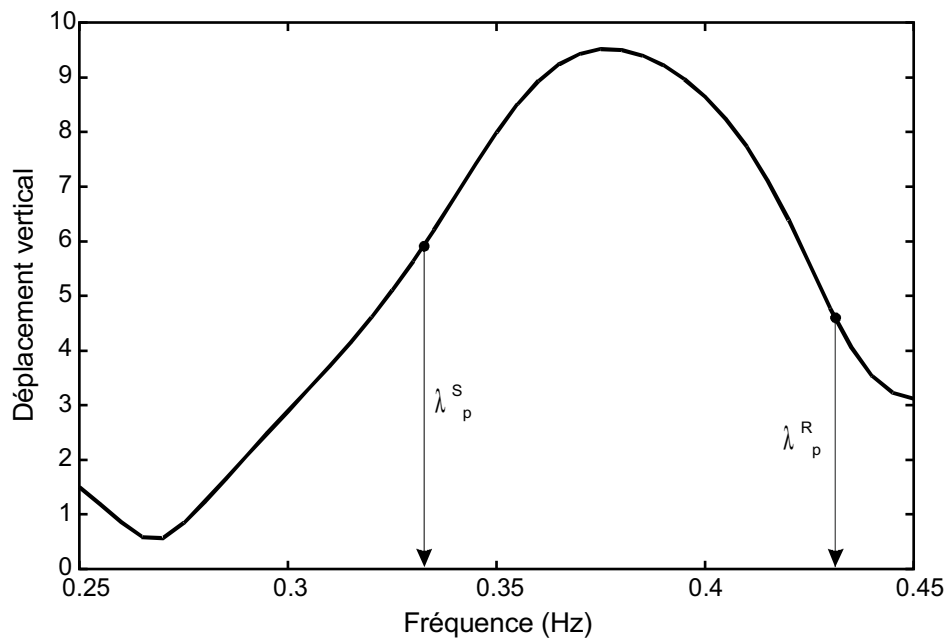


Figure 1.9 : Déplacement vertical au centre du bassin en fonction de la fréquence.

4. Effets de site dans un bassin tridimensionnel étendu ou encaissé

4.1. Comparaison 2D-3D dans le cas d'un bassin hémisphérique

L'analyse est maintenant réalisée dans le cas de bassins axisymétriques soumis à une onde plane P d'incidence verticale, avec un contraste de vitesse de 2,6.

Tout d'abord, le cas du bassin hémisphérique est traité sur un large domaine de fréquence dans le cas du maillage de type M1 (éléments linéaires à 3 noeuds, tableau 1.3).

Sur le graphique du haut de la figure 1.10, l'amplification à la surface du bassin est reportée

sous forme de courbes d'isovaleurs pour un large domaine de fréquence. Sur le graphique du bas, les amplifications pour 4 points situés en surface sont également représentées. Le pic fondamental apparaît à une fréquence adimensionnelle de 0,62 puis les deux harmoniques suivantes à des fréquences respectives de 1 et 1,42.

Les valeurs des amplifications et des fréquences fondamentales sont comparées avec celles des cas 1D et 2D dans le tableau 1.3. En passant d'une configuration 1D à une géométrie 3D, il y a une très forte augmentation des valeurs d'amplification et des valeurs de fréquence.

Comparées à une vallée semi-circulaire (figure 1.11), les valeurs de fréquence et d'amplitude sont plus fortes en 3D dans le cas du mode fondamental. Dans le cas 3D, le maximum d'amplification se trouve toujours au centre du bassin pour tous les harmoniques. En revanche dans le cas 2D, pour l'harmonique à 0,8Hz, le maximum d'amplification se situe à une distance de 0,75.R du centre du bassin.

Dans la partie 5.1, les résultats pour des vallées ellipsoïdales présentant différents élancements géométriques et contrastes de vitesse sont comparés aux résultats de vallées 2D correspondantes.

	1D	2D	3D
Fréquence $2h/\lambda$	0,5	0,56	0,66
Amplification	2	8	18

Tableau 1.3 : Amplifications estimées au centre des bassins sédimentaires.

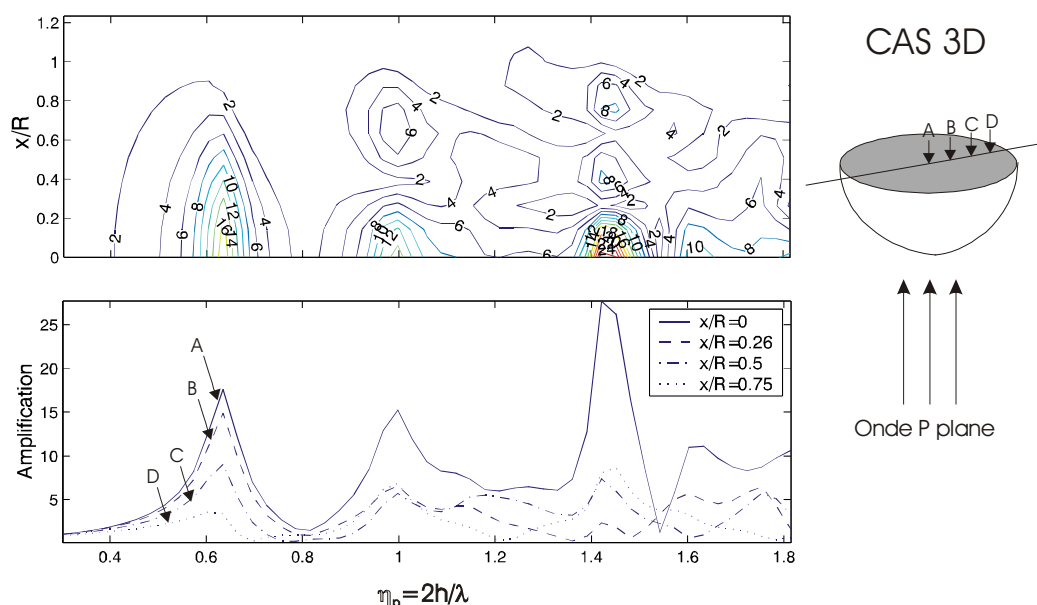


Figure 1.10 : Amplification en fonction de la fréquence et de la position sur le bassin hémisphérique (3D) avec un contraste de vitesse de 2,6.

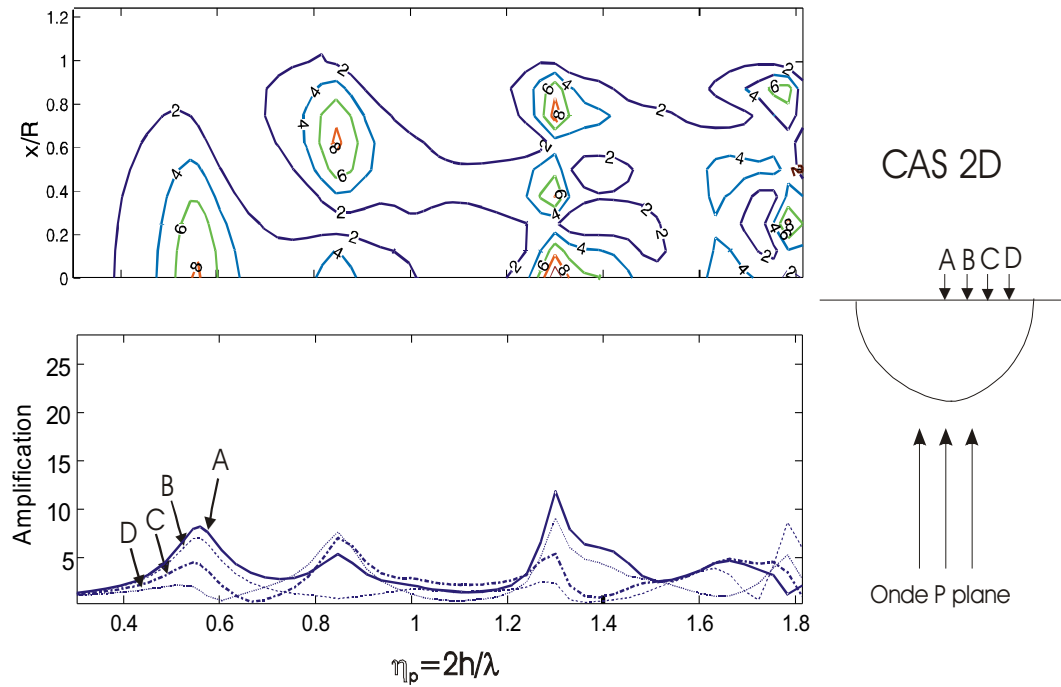


Figure 1.11 : Amplification en fonction de la fréquence et de la position sur le bassin semi-circulaire (2D) avec un contraste de vitesse de 2,6.

4.2. Effet de l'élancement géométrique

L'élancement géométrique est un paramètre important, qui modifie les effets de bassin et influence donc à la fois les amplifications et les fréquences propres.

Soient h et R , la profondeur et la largeur des bassins : R varie maintenant entre 0,5 et 1, tandis que h reste constant (figures 1.12 et 1.13).

L'amplification obtenue pour un bassin plus encaissé donne une valeur de fréquence de résonance plus importante (figure 1.13), mais une valeur d'amplification plus faible. Ce phénomène s'accroît au fur et à mesure que l'on rétrécit la surface de la vallée, tout en gardant la même profondeur.

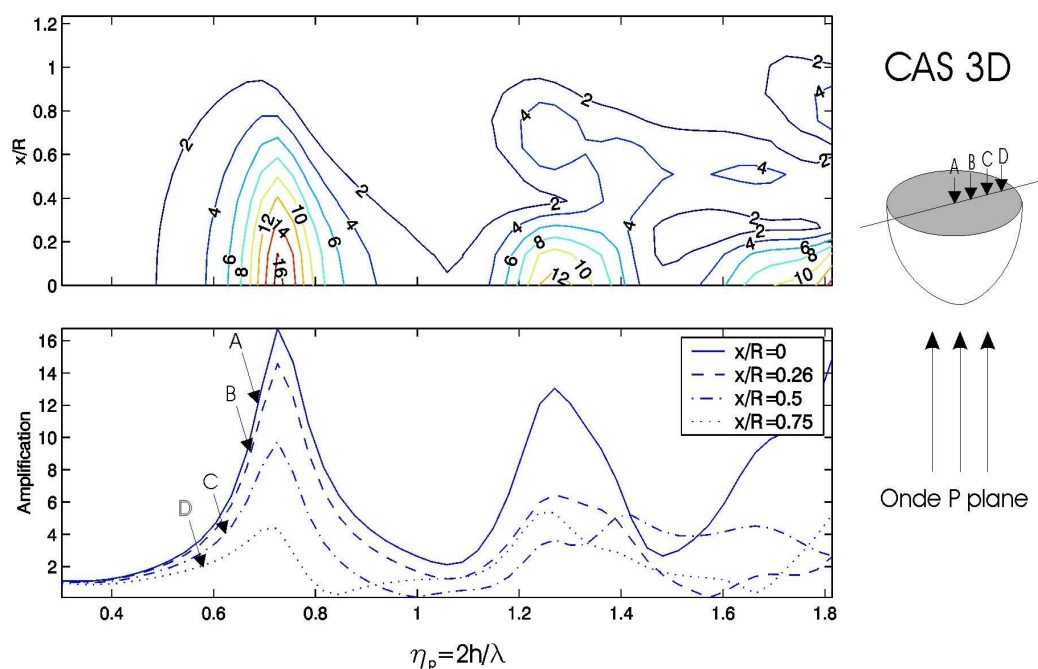


Figure 1.12 : Amplification en fonction de la fréquence et de la position sur le bassin de rapport géométrique $R/h=0,75$ (3D) avec un contraste de vitesse de 2,6.

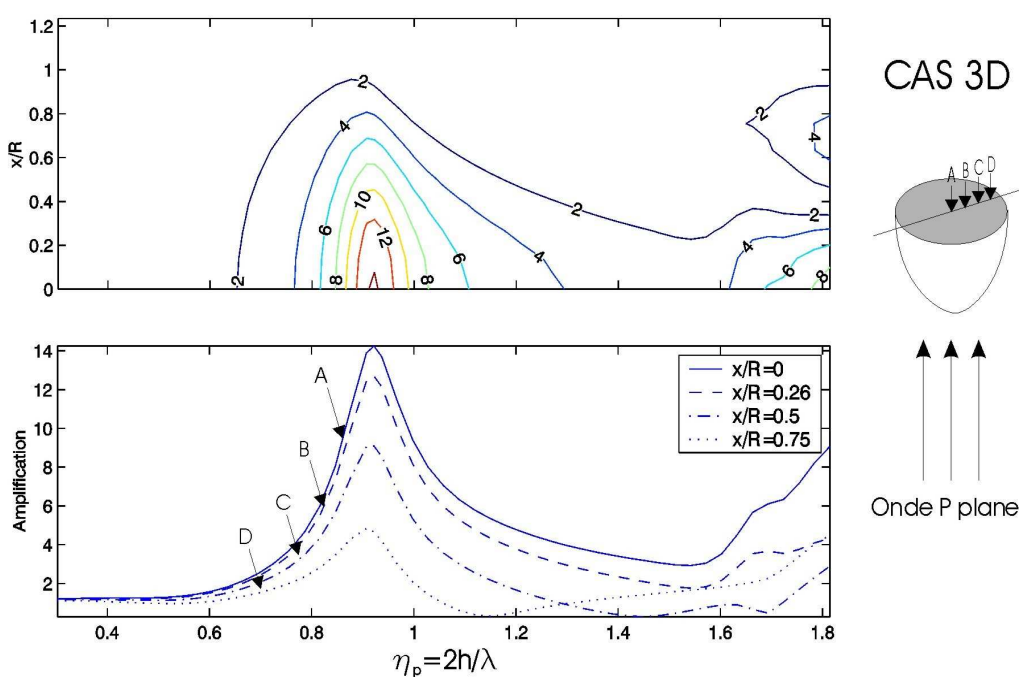


Figure 1.13 : Amplification en fonction de la fréquence et de la position sur le bassin de rapport géométrique $R/h=0,5$ (3D) avec un contraste de vitesse de 2,6.

4.3. Effet de la forme de l'interface

L'amplification en surface d'un bassin hémisphérique est comparée à celle d'un bassin de forme cylindrique de même élançement géométrique à la fréquence de résonance du bassin hémisphérique (figure 1.14). Au mode fondamental, la fréquence adimensionnelle et l'amplification sont respectivement de 0,56 et 17. Sur toute la gamme de fréquence étudiée, les valeurs d'amplifications et de fréquences associées aux différents modes sont globalement retrouvées.

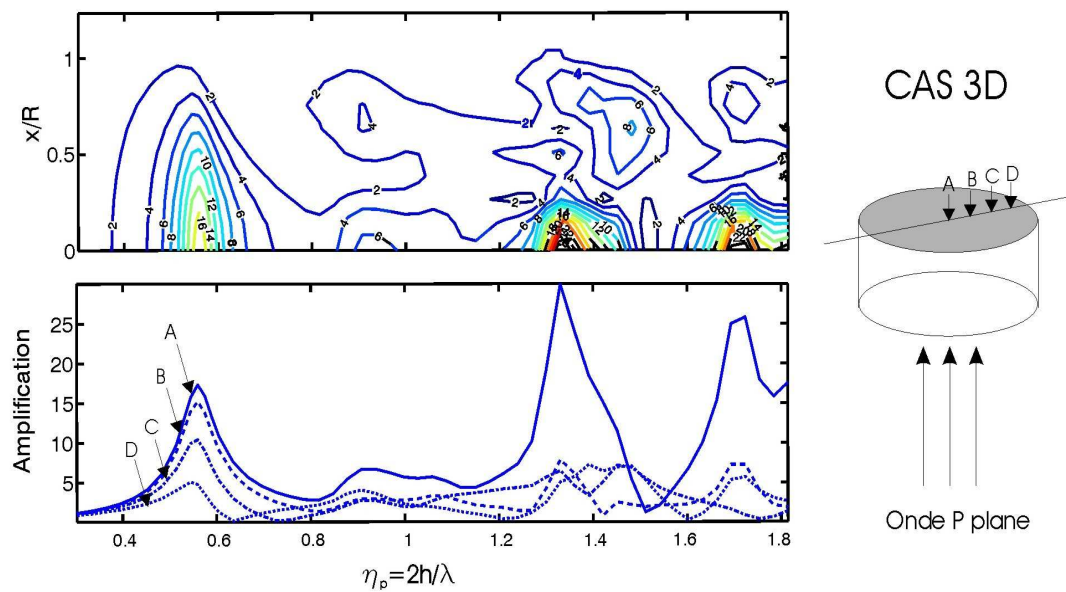


Figure 1.14 : Amplification en fonction de la fréquence et de la position sur le bassin cylindrique de rapport géométrique $R/h=1$ (3D), avec un contraste de vitesse de 2,6.

4.4. Effet du facteur de qualité

La réponse dynamique d'un bassin hémisphérique à une onde P d'incidence verticale est maintenant étudié, en tenant compte des différentes valeurs d'atténuation dans la partie sédimentaire. On s'appuie sur un modèle viscoélastique à trois paramètres de type Zener (Semblat et al. 2000). Les maxima d'amplification apparaissent aux mêmes valeurs de fréquence, mais l'amplification diminue en surface quand l'amortissement augmente.

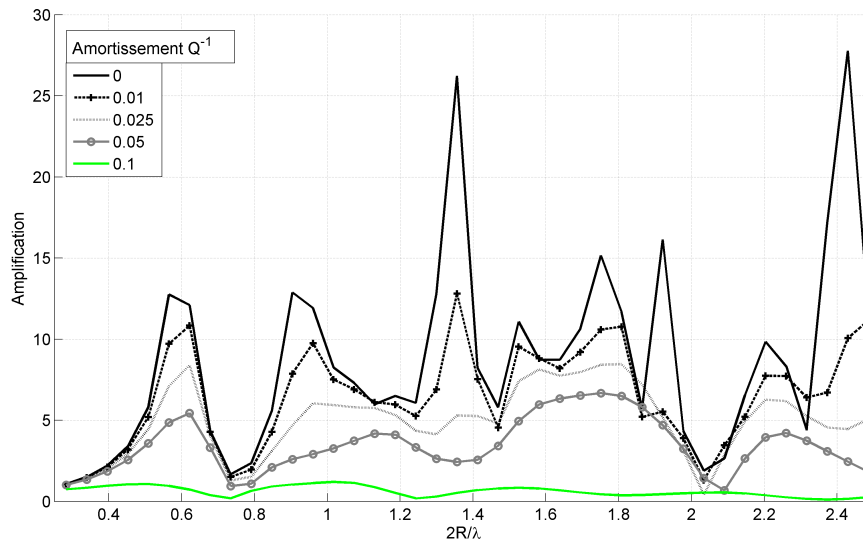


Figure 1.15 : Comparaison de l'amplification au centre du bassin hémisphérique en surface pour différentes valeurs d'amortissement dans le bassin sédimentaire, avec un contraste de vitesse de 2,6.

4.5. Effet de la forme du champ incident

Outre le cas d'une onde plane, on étudie le cas d'une source ponctuelle de coordonnées (0,0,-2) placée à l'aplomb du bassin hémisphérique. Les calculs sont réalisés pour des contrastes de vitesse de 2 et 4 (figure 1.16). Le maillage utilisé correspond au maillage de type M2.

Sur la figure 1.17, les amplifications au centre des bassins hémisphérique et semicirculaire sont comparées. Les amplifications calculées viennent du rapport entre les amplitudes dans le cas du bassin hémisphérique et le cas du milieu homogène.

Dans le cas 3D, pour un contraste de vitesse de 2 (figure 1.17), la valeur d'amplification à la fréquence fondamentale est de 5 pour une fréquence adimensionnelle associée de 0,64.

Dans le cas 2D, la valeur d'amplification est égale à 2 pour une fréquence de 0,28.

Dans le cas 3D, la valeur de fréquence de résonance obtenue dans le cas d'une source ponctuelle est très proche de celle dans le cas de l'onde plane (contraste de vitesse de 2), par contre l'amplification est plus faible.

Pour un contraste de vitesse de 4 (figure 1.18), l'amplification au mode fondamental (fréquence : $\eta=0,32$) est de 30. Dans le cas 2D, l'amplification au mode fondamental (fréquence : $\eta=0,28$) est de 12.

La différence 2D/3D est très marquée pour le contraste de vitesse de 4. Il apparaît une amplification qui dépasse 100 dans le cas 3D.

Les valeurs de fréquences de résonance et harmoniques sont plus grandes en 3D qu'en 2D. Cette observation a déjà été faite dans le cas des ondes planes. Les amplifications 3D

associées sont également plus importantes. Pour une étude spectrale et temporelle de réponse de bassins hémisphériques à différents types de sources ponctuelles en champ proche et lointain, nous pouvons citer les travaux de Kawano et al. (1994).

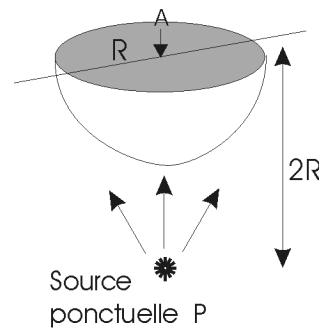


Figure 1.16 : Localisation de la source ponctuelle par rapport au bassin hémisphérique.

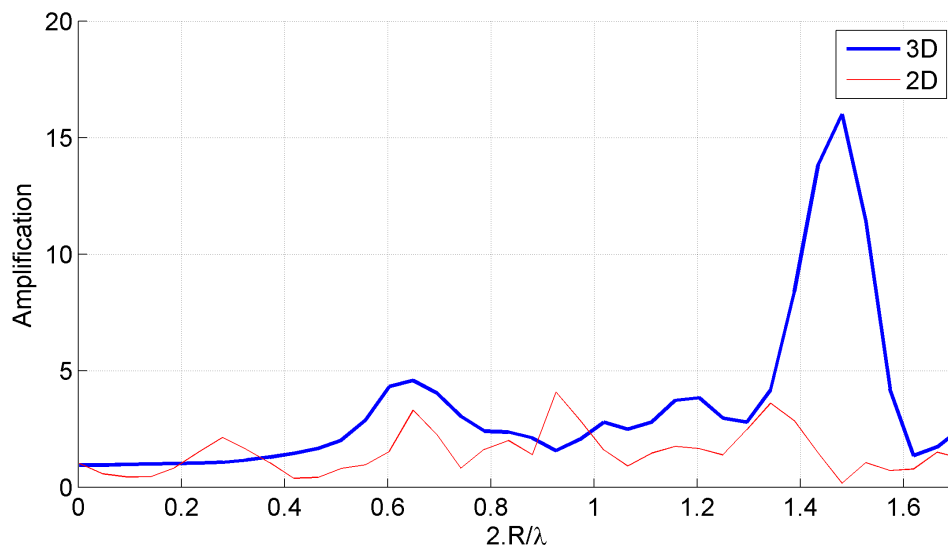


Figure 1.17 : Comparaison 2D-3D en surface au centre du bassin ($C(V_p) = 2$) pour une source ponctuelle.

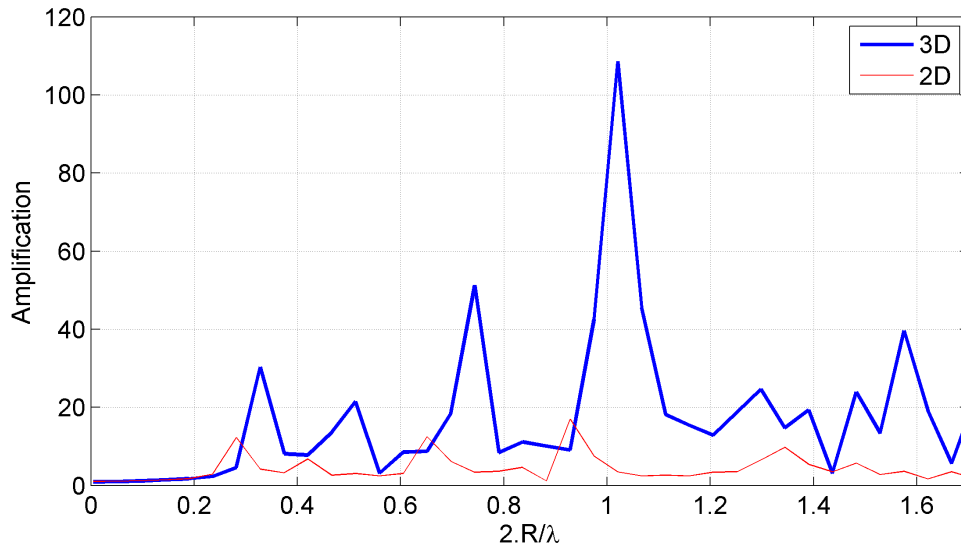


Figure 1.18 : Comparaison 2D-3D en surface au centre du bassin ($C(V_p)=4$) pour une source ponctuelle.

5. Effets de site dus à la géométrie et au contraste de vitesse

5.1. Effets de site 2D/3D pour différentes géométries théoriques

Nous faisons varier l'élancement géométrique du bassin et le contraste de vitesse des vallées en dimensions 2 et 3 (figure 1.19).

Les résultats d'amplification au centre du bassin sont représentés sous forme d'abaques (figure 1.20). A la résonance (figure 1.20), les valeurs de fréquences sont plus élevées en 3D, et les valeurs d'amplification associées sont 2 fois plus importantes qu'en 2D.

Dans le cas 3D, les valeurs d'amplification sont les plus importantes dans le cas d'un bassin hémisphérique par rapport à un bassin plus large ou plus encaissé. Ce résultat est semblable dans le cas équivalent 2D : les valeurs d'amplification sont les plus élevées dans le cas du bassin semicirculaire.

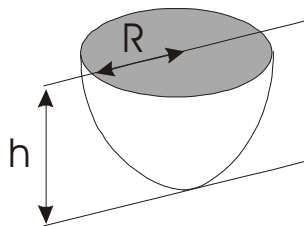


Figure 1.19 : Schéma des vallées modélisées.

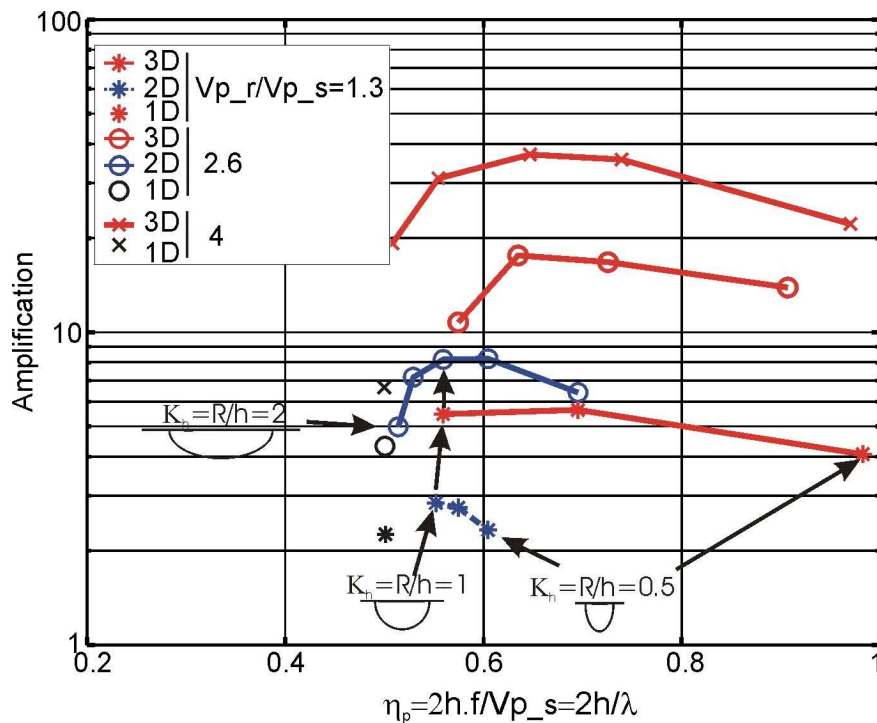


Figure 1.20 : Valeurs des amplifications à la fréquence fondamentale au centre de bassins de différents élancements géométriques et contrastes de vitesse en 2D et 3D.

- Vallée cylindrique d'axe vertical

Pour un élancement donné, la forme de l'interface varie. Cette forme passe d'un bassin ellipsoïdal à un bassin axisymétrique dont les bords sont plus ou moins abrupts (figure 1.21). L'interface de ces géométries suit l'équation suivante : $x^n + y^n + z^n = 1$ avec $n=2, 3, 5, 10$ et 30 . Le maximum d'amplification est calculé au milieu du bassin (figure 1.22).

En 2D, pour une inclusion proche d'une inclusion rectangulaire, la valeur de la fréquence de résonance diminue avec n et est presque égale au cas 1D correspondant.

En 3D, il apparaît également une diminution de la valeur de la fréquence de résonance avec n , même si la valeur obtenue reste éloignée du cas 1D. La valeur d'amplification reste sensiblement la même pour toutes les formes d'interface et est doublée par rapport au cas 2D.

Comme l'observaient Bard et Bouchon (1983), en dépit de la très nette différence géométrique, les vibrations propres de ces structures (ici inclusion elliptique ou cylindrique) sont proches pour le mode fondamental, quelque soit la forme d'interface.

Remarque : des différences existent à plus hautes fréquences et en terme d'ondes de surface générées entre les résultats de calculs 2D et 3D.

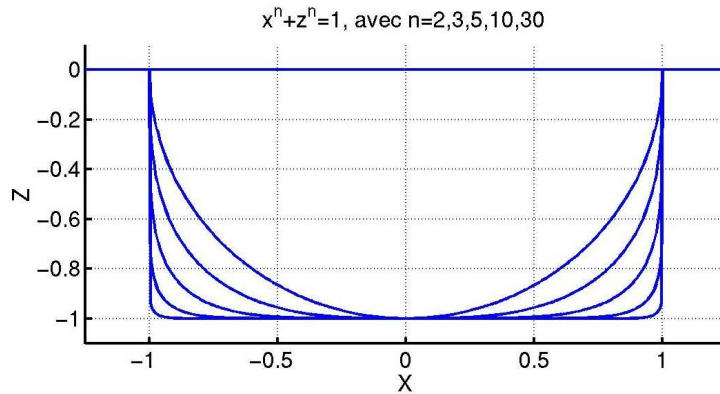


Figure 1.21 : Coupe verticale du bassin

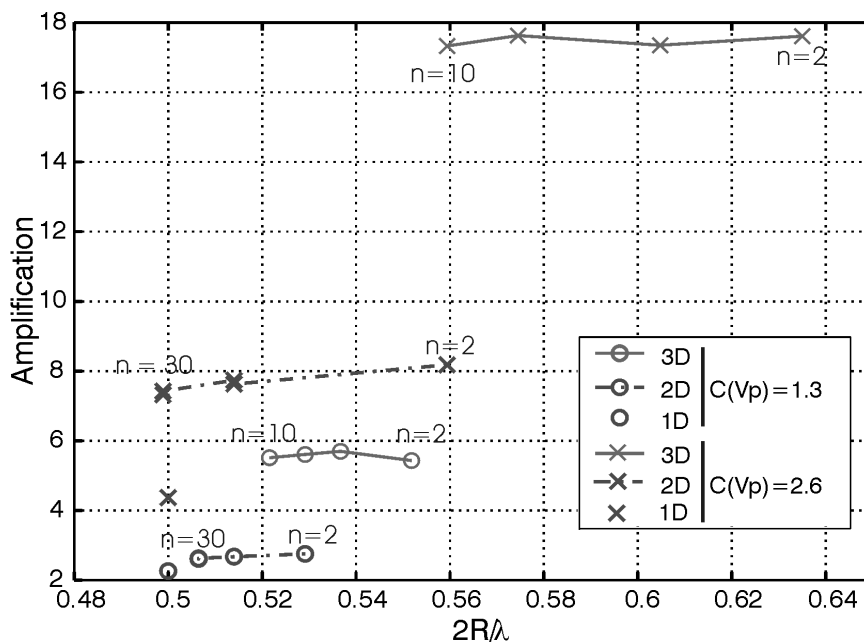


Figure 1.22 : Valeurs des amplifications à la fréquence fondamentale au centre de bassins de différentes formes d'interface et contrastes de vitesse en 2D et 3D.

5.2. Mise en évidence de la « résonance 2D » de bassins sédimentaires

5.2.1. Analyse théorique

Commençons par la « résonance 1D » : Elle apparaît dans le cas de vallées élancées. Pour une telle configuration, la résonance est principalement due à la stratigraphie horizontale.

Par contre, la résonance bidimensionnelle concerne en général les vallées profondes avec un contraste de vitesse sédiments/substratum significatif. Bard et Bouchon (1985) ont été parmi les premiers à mettre en évidence cette résonance due à la stratigraphie à la fois horizontale et verticale en utilisant des modèles numériques 2D de vallées sinusoïdales soumises à des ondes P, SV et SH (figure 1.23).

Ils ont défini les conditions d'existence de cette résonance en fonction du rapport de forme et

du contraste de vitesse (figure 1.24). Pour une vallée donnée, la « résonance 2D » est caractérisée par une valeur constante de la fréquence de résonance en tout point de la surface du bassin. Par contre l'amplification observée à cette fréquence décroît régulièrement du centre vers les bords. Enfin à la résonance fondamentale, la résonance est caractérisée par une valeur de phase identique sur toute la largeur du bassin.

Nous allons reprendre cette méthode et la généraliser en dimension 3. Une telle extension avait été suggérée par Bard et Bouchon (1985), mais jamais vérifiée. C'est l'objectif du paragraphe suivant, dans le cas de bassins ellipsoïdaux soumis à des ondes P.

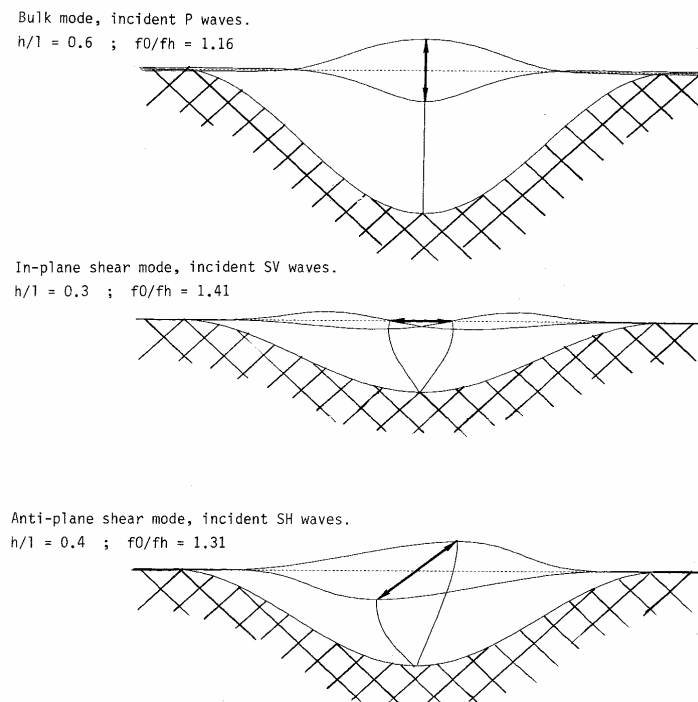


Figure 1.23 : Schéma d'une vallée sinusoïdale pour 3 modes fondamentaux en ondes P, SV et SH. Le déplacement maximum sur la surface est représenté en trait plein et par une flèche, pour le centre de la vallée (Bard et Bouchon, 1985).

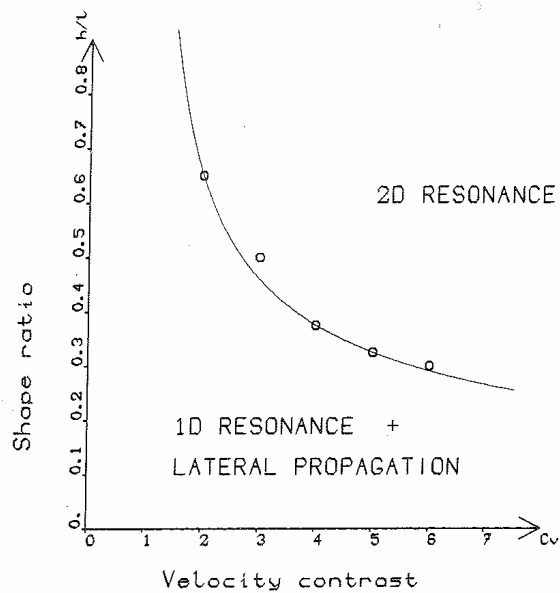


Figure 1.24 : Conditions d'existence de la résonance 2D pour des bassins sédimentaires de forme sinusoïdale soumis à des ondes SH (Bard et Bouchon, 1985).

5.2.2. Etudes théoriques et expérimentales sur des vallées réelles

Frischknecht et Wagner (2004) ont étudié le cas d'une vallée alpine située dans la région du Valais en Suisse. Ils ont mis en évidence la « résonance 2D » en onde S en cas de séisme, due au facteur de forme et au rapport de vitesse, à l'aide d'une solution numérique utilisant la méthode des éléments de frontière. Ils mettent ainsi en évidence une valeur de la fréquence fondamentale de résonance identique en tout point de la surface du bassin sédimentaire. Récemment, Paolucci et al. (2000) ont proposé une mise en évidence d'une résonance 2D par des ondes SV sur des enregistrements réels dans la vallée de Parkway en Nouvelle-Zélande. Ce résultat a cependant été discuté par Chávez-García et al. (2002), et a fait l'objet d'une réponse de Paolucci et Faccioli (2003).

5.2.3. Comparaison de la variation de phase et de module pour des vallées 1D et 2D

A titre d'illustration, voici une comparaison de la « résonance 1D » et « 2D » dans le cas d'un bassin semicirculaire. Ce bassin a un rayon $R=1$ et un contraste de vitesse de 2,6, il est soumis à une onde plane P d'incidence verticale.

Sur la figure 1.25, la variation de la phase et du module du déplacement vertical en fonction de la fréquence au centre d'un bassin semicirculaire et du cas 1D correspondant sont représentés. Dans le cas de la stratification horizontale (cas 1D), la résonance est évidemment le maximum du module et se situe à la fréquence de 0,16Hz. A cette valeur, la phase est de 80° .

Dans le cas du bassin semicirculaire, la « résonance 2D » apparaît à la fréquence de 0,18Hz. A cette valeur, la phase est de 70°. Les variations de la phase et du module au centre du bassin sont assez proches de celles observées dans le cas 1D : La différence vient surtout du décalage de la courbe vers les hautes fréquences dans le cas 2D. Dans ce cas, la « résonance 2D » est mise en évidence par une valeur d'amplification et une fréquence associée plus importante par rapport au cas 1D.

Nous pouvons également noter qu'à la fréquence fondamentale 1D, la valeur du module est la même dans le cas 1D et 2D.

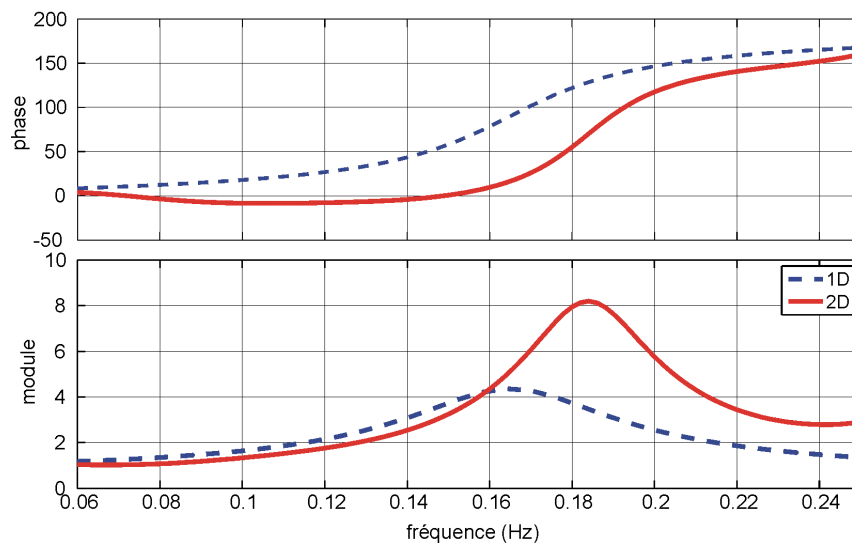


Figure 1.25 : Variation de la phase et du module au centre d'une vallée semi-circulaire de rayon $R=1$ et de contraste de vitesse de 2,6, soumise à une onde plane P d'incidence verticale.

5.2.4. Mode de résonance bidimensionnelle: critères pour la déterminer

La méthode de Bard et Bouchon (1985) pour déterminer les géométries avec lesquelles une « résonance 2D » est observée, utilise à la fois les informations contenues dans la phase et l'amplitude de la fonction de transfert. Par exemple, pour un contraste de vitesse donné, l'idée est de déterminer un facteur de forme critique qui délimite la « résonance 1D » de la « résonance 2D ».

D'après Bard et Bouchon (1985), deux caractéristiques permettent de mettre en évidence ce facteur de forme critique entre une « résonance 1D » et une « résonance 2D » : une diminution de l'amplitude et une variation de la phase de la fonction de transfert.

Sur la figure 1.26 de Lokmane (2005), deux phénomènes bien distincts sont observables :

A faible contraste de vitesse et pour un élanement géométrique horizontal $\kappa_H=L/P$ grand, les résultats en terme de niveau d'amplification et de valeur de fréquence associées sont comparables aux résultats analytiques d'une configuration stratigraphique horizontale 1D. Dans ce cas, la vallée est en « résonance 1D ».

A contrario, pour une vallée encaissée (rapport d'élancement horizontal $\kappa_H=L/P$ petit) associée à un contraste de vitesse important, les amplifications calculées en surface sont jusqu'à 4 fois supérieures aux résultats d'une configuration 1D. Dans ce cas, la résonance est donc une « résonance 2D ».

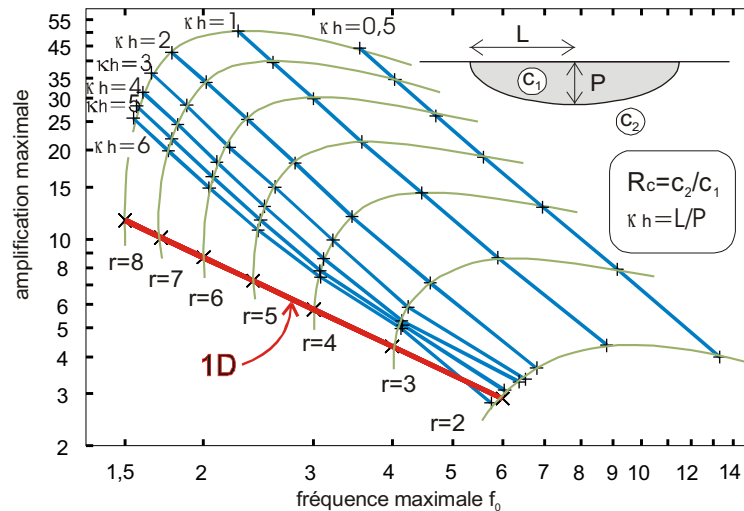


Figure 1.26 : Amplification maximale au centre d'une vallée elliptique en fonction de la fréquence de résonance associée. Les courbes sont tracées pour quatre valeurs d'élancement ($\kappa_H = 0,5 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5$ et 6) et pour différents rapports de vitesse r . La courbe « 1D » correspond au cas de la couche unidimensionnelle d'épaisseur P . La profondeur des vallées elliptiques est constante et égale à $P = 25\text{m}$ (Lokmane, 2005).

5.3. Mise en évidence de la « résonance 3D » en domaine fréquentiel et en domaine temporel

5.3.1. Domaine fréquentiel

La « résonance 3D » est définie par extension de la « résonance 2D », suivant les critères cités au paragraphe 5.2.3. Dans la suite, l'étude est réalisée dans le cas des vallées ellipsoïdales circulaires soumises à des ondes P .

Pour un contraste de vitesse fixé à 2,6, les réponses des vallées dont le facteur de forme vertical κ_V varie de 0,5 à 1, sont analysées sur la figure 1.27.

Il apparaît une réduction significative de l'amplification au centre du bassin pour un élancement géométrique de $\kappa_V=0,73$. Concernant la phase, pour l'élancement géométrique de 0,5, les valeurs de la phase varient en fonction de la position en surface (« résonance 1D »). Par contre pour un élancement de 1, les valeurs sont identiques sur toute la surface du bassin (« résonance 3D »). Cette variation des valeurs de la phase en surface apparaît également pour un élancement géométrique de $\kappa_V=0,73$. Pour un contraste de vitesse de 2,6, le facteur de forme « critique » est donc de $\kappa_V=0,73$.

L'étude est étendue à d'autres contrastes de vitesse et d'autres élancements géométriques (figure 1.29). Les résultats obtenus pour l'amplification et la phase (figures 1.27 et 1.28), sont

tout à fait comparables à ceux de Bard et Bouchon (1985). Les facteurs de forme « critique » sont reportés sur la figure 1.29. Une courbe est ensuite ajustée sur les valeurs ; elle a pour

$$\text{équation : } \frac{h}{R} = \frac{0,67}{\sqrt{C(V_p) - 1,5}} \quad .$$

La formule est qualitativement comparable à celle de Bard et Bouchon (1985) : il faut tenir compte de la différence de nature des ondes incidentes P/S et la forme des bassins ellipsoïdale/sinusoïdale.

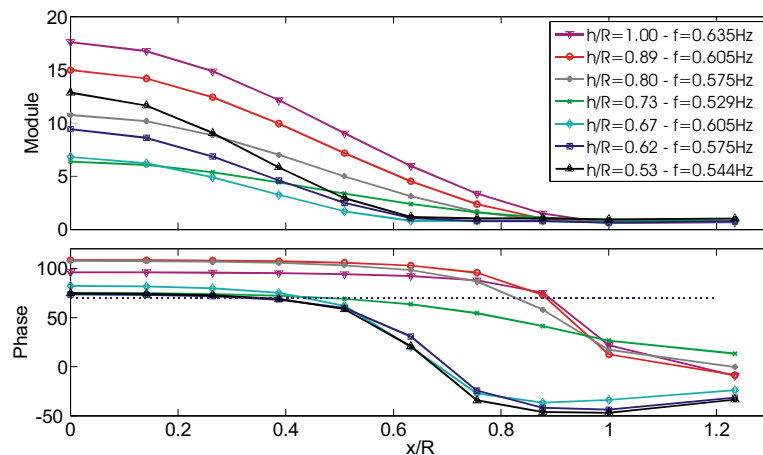


Figure 1.27 : Variation du module et de la phase pour un contraste de vitesse de 2,6 le long de la demi-longueur adimensionnelle x/R du bassin. Pour la phase, la longueur l_1 est définie comme l'intersection de la courbe de la phase et de la droite en pointillé de valeur de phase 70° .

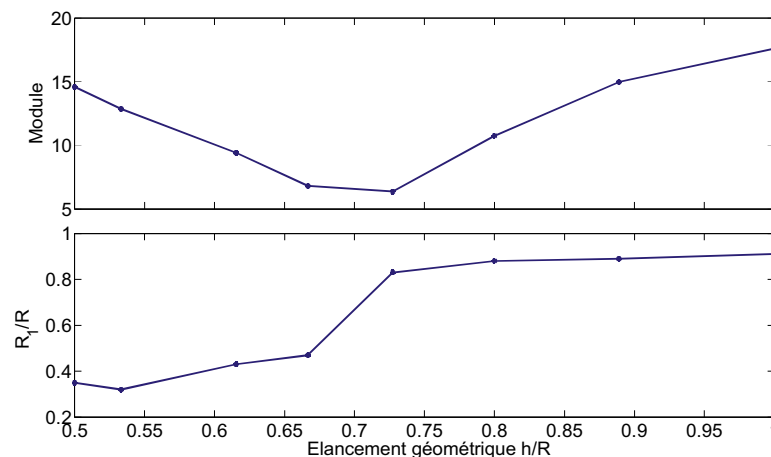


Figure 1.28 : Module au centre du bassin et rapport R_1/R en fonction de l'élancement géométrique (cf. figure 1.27).

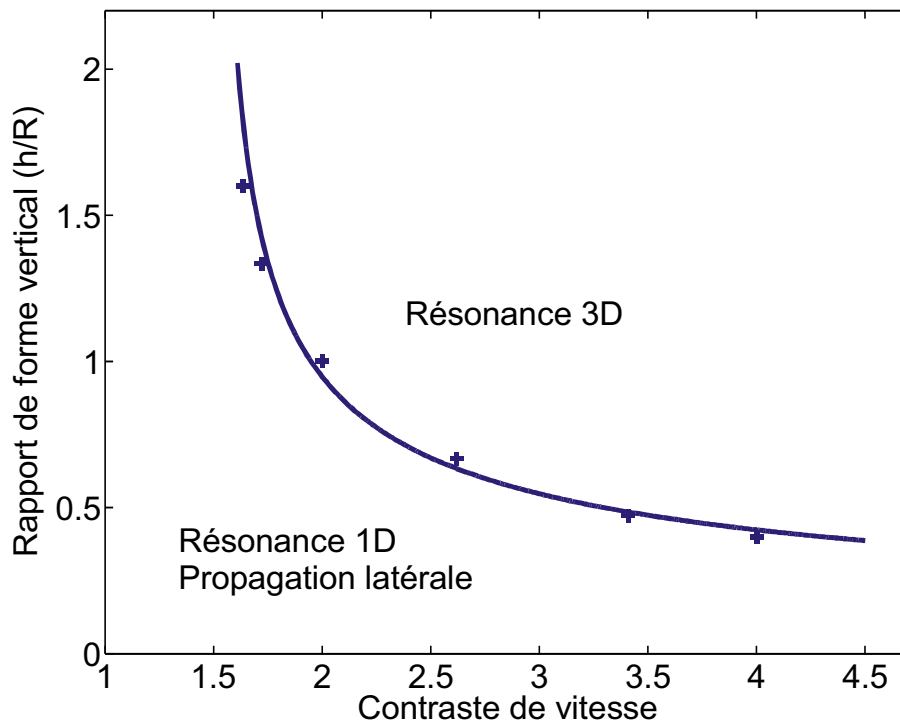


Figure 1.29 : Conditions d'existence de la résonance 3D pour des bassins sédimentaires circulaires soumis à des ondes P.

5.3.2. Domaine temporel

Un contraste de vitesse de 2,6 est imposé entre le substratum et le bassin sédimentaire. Dans le cas d'un bassin avec un amortissement de 2,5%, la réponse en temps à un signal de type Ricker de fréquence 0,35Hz est calculée pour 4 types de géométrie. Les calculs ont été réalisés dans le domaine fréquentiel. Le produit de convolution est ensuite réalisé entre la fonction de transfert et la transformée de Fourier du signal d'entrée (signal de Ricker) pour obtenir la réponse temporelle en surface.

Au centre de chaque vallée, les signaux obtenus sont comparés sur la figure 1.34. Pour un élanement géométrique vertical $\kappa_v = h/R = 1$, la durée du signal est de 17s. Pour un élanement géométrique vertical $\kappa_v = h/R = 0,5$, la durée du signal est de 22s. Dans ce cas, l'amplification est plus importante. Ainsi, il apparaît que plus la vallée est large (c'est-à-dire $\kappa_v = h/R$ petit) plus la durée du signal est importante. Cet effet peut s'expliquer par la création d'ondes de surface (ondes de Rayleigh) en bord de bassin.

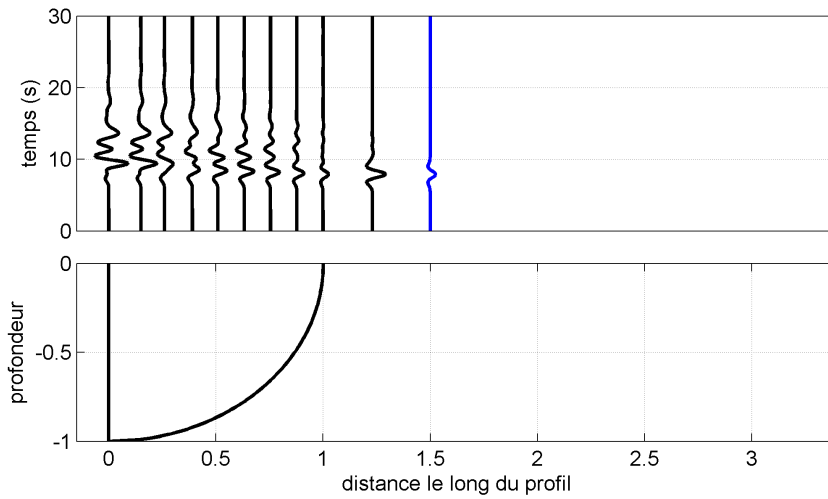


Figure 1.30 : Réponse suivant l'axe Oz en surface du bassin hémisphérique $\kappa_V=1$ à un signal de Ricker de fréquence 0,35Hz.

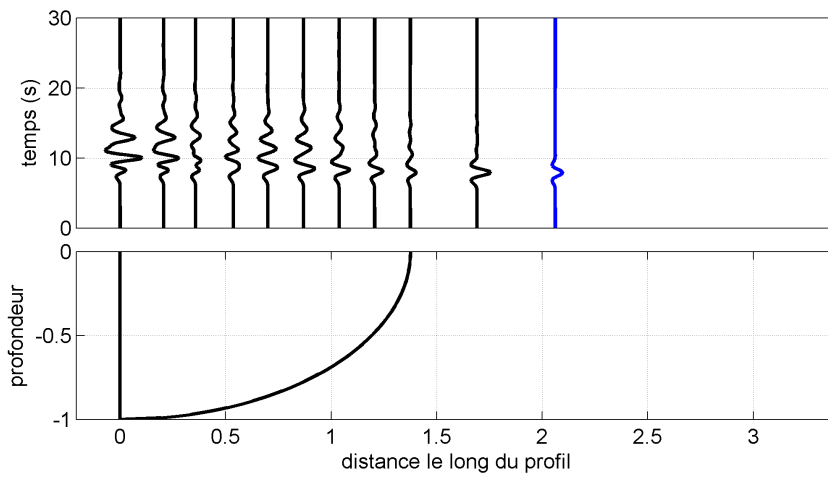


Figure 1.31 : Réponse suivant l'axe Oz du bassin d'éclatement $\kappa_V=0,73$ à un signal de Ricker de fréquence 0,35Hz.

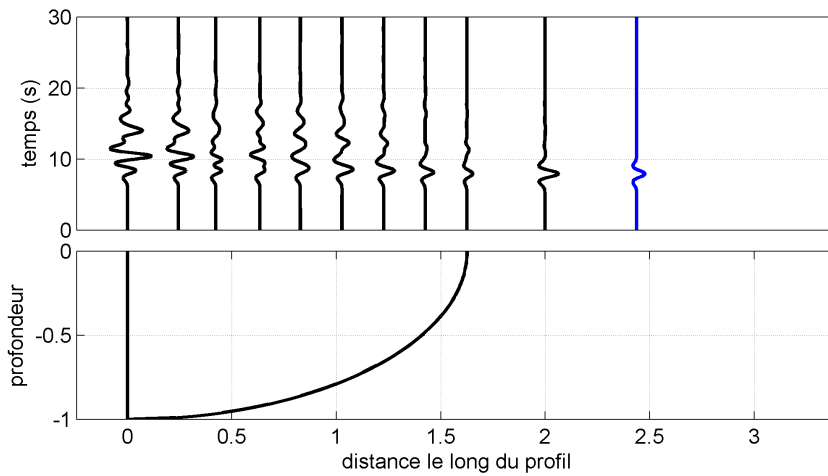


Figure 1.32 : Réponse suivant l'axe Oz du bassin d'éclatement $\kappa_V=0,62$ à un signal de Ricker de fréquence 0,35Hz.

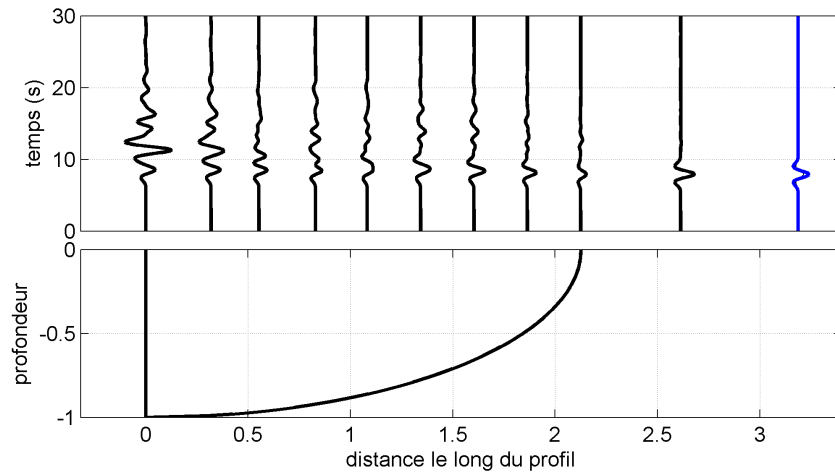


Figure 1.33 : Réponse suivant l'axe Oz du bassin d'élancement $\kappa_V=0,47$ à un signal de Ricker de fréquence 0,35Hz.

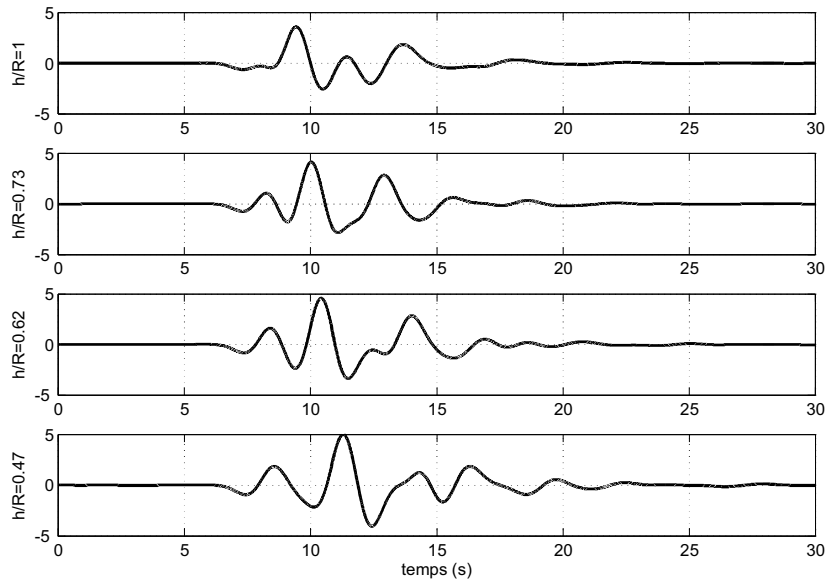


Figure 1.34 : Réponse temporelle suivant l'axe Oz au centre du bassin pour différents élancements géométriques (cf. figures 1.30, 1.31, 1.32, 1.33 et 1.34).

5.4. Formules empiriques pour la fréquence fondamentale

– Comparaison avec les formules de Bard (1983) :

L'analyse est faite en adimensionnel. Ainsi, il est obtenu une seule formule pour tous les rapports de vitesse. Bard (1983) donne une formule empirique adaptée aux ondes P pour les

vallées profondes sinusoïdales : $f_0 = \frac{\alpha_1}{4h} \sqrt{1 + \left(0,5 \frac{h}{R}\right)^2}$ en adimensionnel, avec h, la

profondeur et R, la demi-longueur. Pour $h=1$, cela donne $\frac{2h}{\lambda} = \frac{1}{2} \sqrt{1 + \left(0,5 \frac{h}{R}\right)^2}$.

Le rapport $\eta = \frac{2h}{\lambda}$ en fonction de l'élancement géométrique vertical $\kappa_v = h/R$ est représenté pour deux contrastes de vitesse (2,6 et 4) sur la figure 1.35.

La courbe est ajustée sur les valeurs correspondants à une vallée dite profonde, elle a pour

équation : $\frac{2h}{\lambda} = \frac{1}{2} \sqrt{1 + \left(0,8 \frac{h}{R}\right)^2}$. On obtient donc une équation un peu différente en 3D par rapport aux résultats de Bard (1983) en 2D : la fréquence fondamentale obtenue est plus élevée en 3D.

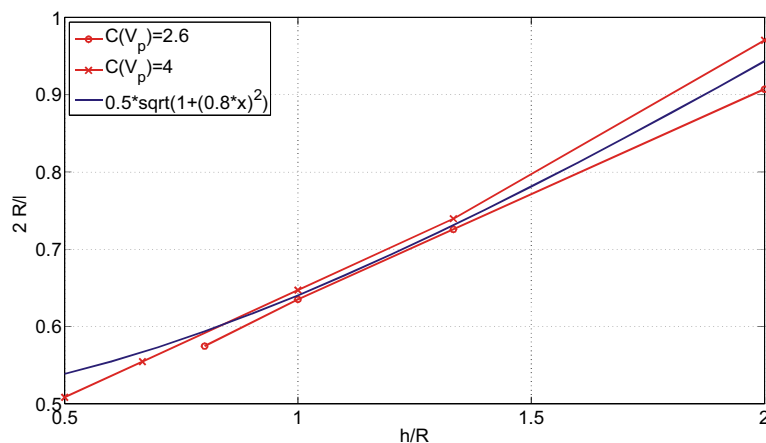


Figure 1.35 : Fréquence adimensionnelle en fonction de l'élancement géométrique pour des bassins ellipsoïdaux ayant 2 rapports de vitesse différents : 2,6 et 4.

Citons également la formule proposée par Tong et Kuribayashi (1988) dans le cas d'une onde plane P d'incidence verticale et d'un bassin axisymétrique sinusoïdal 3D :

$$\frac{R}{\lambda} = \frac{1}{4} \sqrt{1 + \left(0,5 \frac{h}{R}\right)^2}.$$

6. Conclusions

La méthode des éléments de frontière implémentée dans le progiciel CESAR-LCPC a été validée en dimension 3, sur plusieurs exemples. Une étude paramétrique a été menée pour estimer les valeurs des amplifications et de fréquences associées aux effets de site en faisant varier différents paramètres :

- la forme de l'interface ;
- l'amortissement ;
- le contraste de vitesse ;
- le facteur de forme.

C'est ce dernier paramètre qui contrôle la majeure partie des effets multi-dimensionnels. Il peut provoquer avec la forme de l'interface les phénomènes de focalisation d'ondes et générer des ondes de surface. Lié au contraste de vitesse, il peut mettre en résonance la vallée et piéger les ondes dans le bassin sédimentaire.

Cette étude se limite à des bassins ellipsoïdaux à symétrie de révolution. En général, l'amplification spectrale est deux fois plus importante que celle obtenue dans la configuration 2D de même facteur de forme. Ceci conduit à une amplification qui peut être quatre fois plus importante que dans le cas 1D, principalement due au contraste des propriétés rhéologiques. Les valeurs de fréquence de résonance sont également plus élevées que celles produites dans le cas 2D, elles mêmes plus importantes que dans le cas 1D.

Dans le cas d'une onde P d'incidence verticale, la « résonance 3D » a été mise en évidence dans le domaine fréquentiel et temporel. Dans le domaine temporel, le signal observé comporte une contribution importante des ondes de surface générées par les bords du bassin.

Ce type d'étude pourrait être étendu à des formes de bassins ellipsoïdaux ou sinusoïdaux non axisymétriques. Cela permettrait peut-être de distinguer des « résonances 1D, 2D et 3D » pour une configuration de bassin donnée. Il est évidemment aussi souhaitable d'étudier le cas d'ondes S planes et le cas de sources ponctuelles, qui rendent mieux compte du champ d'ondes généré par un séisme.

CHAPITRE 2

Effets de site dans un bassin profond et application à la vallée de Grenoble

1. Etude d'une « vallée alpine type »

1.1. Bassin asymétrique stratifié

On considère une vallée asymétrique définie dans le cadre du projet Sismoalp, projet international qui s'intéresse aux mouvements sismiques dans les vallées alpines profondes. Dans le cadre de ce projet, une « vallée type » a été définie, considérée comme représentative de vallées alpines. La vallée est considérée comme cylindrique, de section définie par la courbe $z(x)$ représentée sur la figure 2.1, ce qui permet un calcul 2D. Deux types de stratigraphie sont proposés dans le cadre de ce projet, correspondant au modèle 0 et au modèle 1 définis dans les tableaux 2.1 et 2.2.

Le modèle 0 suit un gradient de vitesse qui augmente avec la profondeur. La seule différence entre les deux modèles se situe dans la couche 2. Contrairement au modèle 0, le modèle 1 a une vitesse d'onde P plus importante dans la deuxième couche (ce qui donne un coefficient de Poisson important).

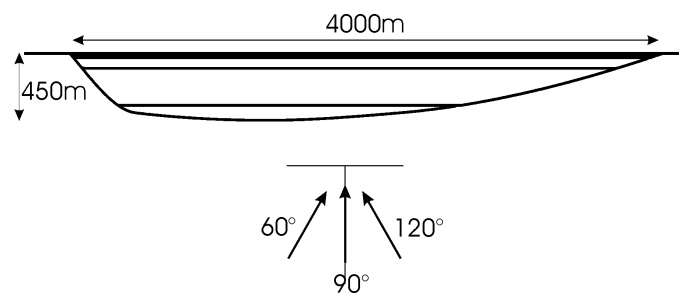


Figure 2.1 : Modèle de bassin asymétrique proposé dans le projet Sismoalp.

Type de roche	Unités	H (m)	Vs (m/s)	Vp (m/s)	Vp/Vs	ρ (kg/m ³)	Qs	Qp
Dépôts récents	Gravier sableux	0-15	250	500	2.5	1600	20	40
Dépôts fins	Silt et argile	15-30	350	700	2.5	1700	20	40
Dépôts lacustres et fluviaux	Silt, argile et gravier	30-100	450	900	2.5	1800	30	50
Dépôts lacustres et fluviaux	Silt, argile et gravier	100-350	600	1200	2.5	1900	30	50
moraine	0	350-450	800	1600	2	2000	50	100
rocher	calcaire	450-infini	2800	5200	1.85	2500	200	400

Tableau 2.1 : Paramètres caractérisant le modèle 0 du projet Sismoalp.

Type de roche	Unités	H (m)	Vs (m/s)	Vp (m/s)	Vp/Vs	ρ (kg/m ³)	Qs	Qp
Dépôts récents	Gravier sableux	0-15	250	500	2.5	1600	20	40
Dépôts fins	Silt et argile	15-30	350	1650	4.7	1700	20	40
Depots lacustres et fluviaux	Silt, argile et gravier	30-100	450	900	2.5	1800	30	50
Dépôts lacustres et fluviaux	Silt, argile et gravier	100-350	600	1200	2.5	1900	30	50
moraine	0	350-450	800	1600	2	2000	50	100
rocher	calcaire	450-infini	2800	5200	1.85	2500	200	400

Tableau 2.2 : Paramètres caractérisant le modèle 1 du projet Sismoalp.

1.2. Modèle des éléments de frontière

La vallée est approximée par la méthode des éléments de frontière : un maillage de la surface libre et des interfaces comportant 4388 noeuds. Les éléments sont linéaires et ils ont une longueur de 10m.

Dans un premier temps, nous présentons les fonctions de transfert pour les deux modèles de vallées dans le cas d'ondes SH d'incidences différentes. A partir de ces résultats et d'un produit de convolution, nous donnerons ensuite les résultats en temps pour estimer la réponse d'une vallée à une sollicitation sismique.

1.3. Amplification spectrale pour différentes incidences

Comme précédemment, la méthode des éléments de frontière est utilisée ici, dans le cas 2D (progiciel CESAR-LCPC). Les fonctions de transfert obtenues sont tracées pour une onde SH d'angle d'incidence variable.

Sur les figures 2.2, 2.3 et 2.4, l'amplification est représentée en fonction de la fréquence et de la position sur le profil pour une onde SH d'incidence verticale et oblique (60° et 120°). L'amplification maximale obtenue est de 12. Les amplifications sont importantes sur un large domaine de fréquences (0,2-4Hz). Pour une incidence de 60°, la fonction de transfert évolue peu, si ce n'est une petite diminution de l'amplitude. Des amplifications comprises entre 4-6 apparaissent à gauche de la figure, du côté de l'arrivée des ondes S. En revanche, pour une incidence de 120° (figure 2.4), le domaine d'amplification spatial et fréquentiel est plus étendu en particulier à droite. Un décalage des zones d'amplification vers le côté opposé à celui de l'onde incidente peut donc être observé.

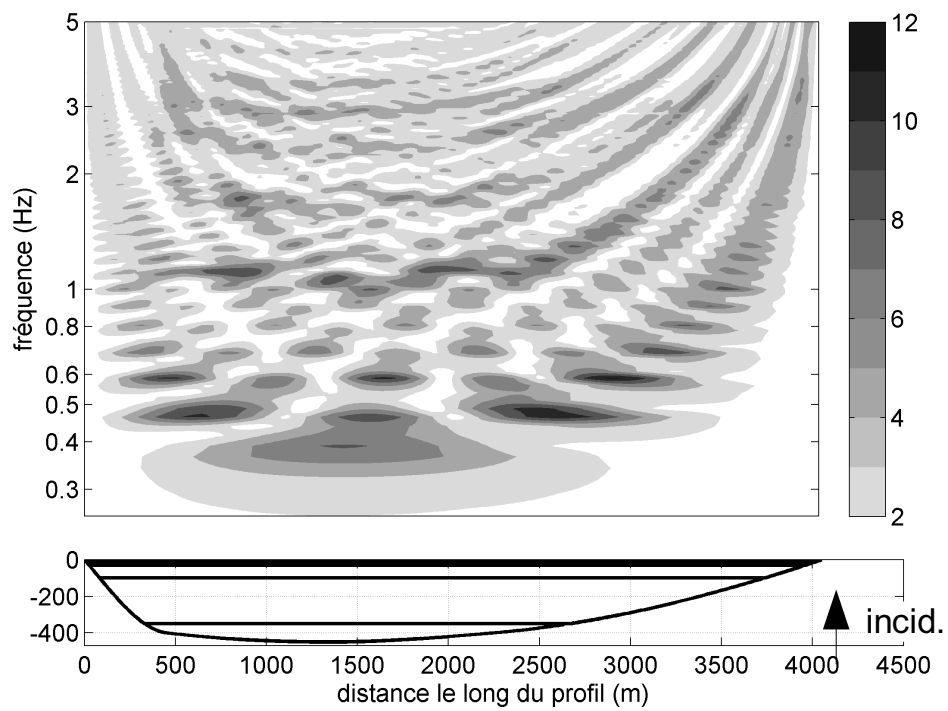


Figure 2.2 : Amplitude de la fonction de transfert pour une onde SH d'incidence verticale.

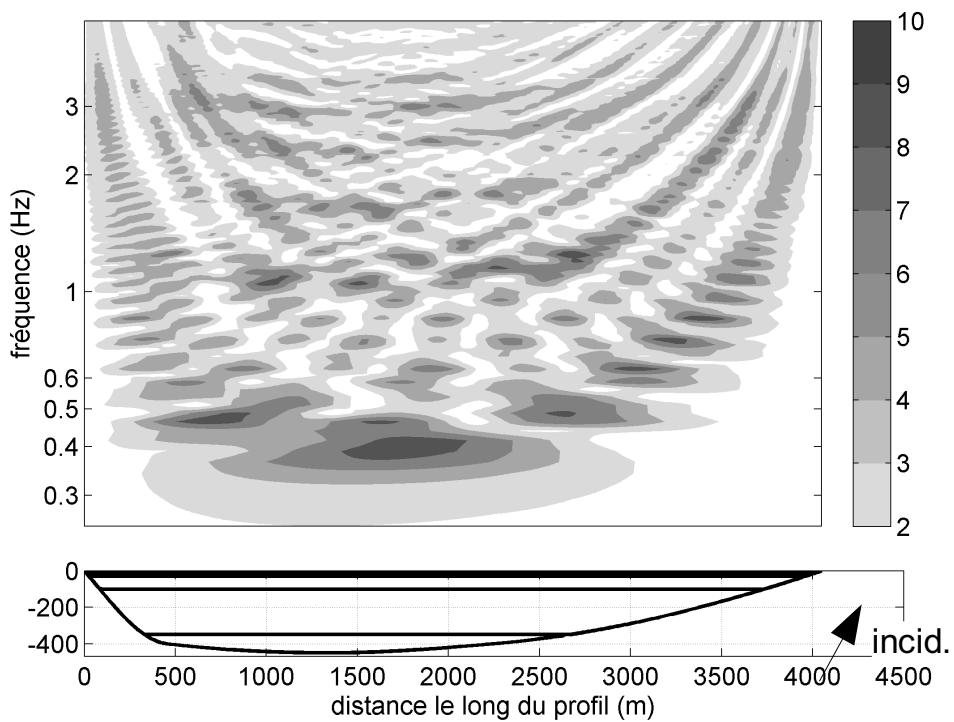


Figure 2.3 : Amplitude de la fonction de transfert pour une onde SH d'incidence oblique (60°).

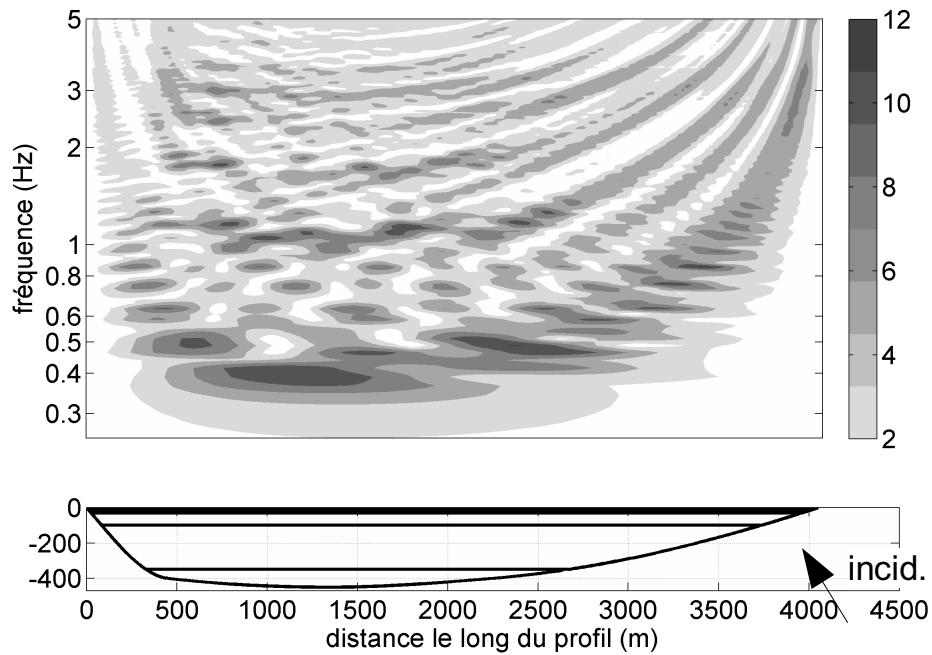


Figure 2.4 : Amplitude de la fonction de transfert pour une onde SH d'incidence oblique (120°).

Le modèle M1 est maintenant utilisé. La seule différence avec M0 vient d'une modification des propriétés rhéologiques de l'avant dernière couche :

- pour le modèle M0, le module d'Young et le coefficient de Poisson ont les valeurs respectives suivantes $E=555,5$ MPa, et $\nu=0,33$,
- pour le modèle M1, nous avons : $E=614,9$ MPa et $\nu=0,476$.

En onde SH, le calcul a été mené dans le cas de l'incidence verticale et aucune différence n'est observée entre les résultats obtenus avec le modèle M0 et le modèle M1. C'est bien sûr dans le cas P/SV, que l'effet de cette couche sera important.

1.4. Amplification temporelle pour différentes incidences

Pour l'analyse temporelle, un signal de Ricker de fréquence maximum : $f_{max} = 5$ Hz est considéré. Sa fréquence dominante est comprise entre 1 et 3 Hz (figure 2.5). Le signal accélérométrique est caractérisé par l'équation :

$$a(t)=[1-2\omega_{max}(t-t_0)^2]\exp[-\omega_{max}(t-t_0)^2] \quad (1)$$

avec $\omega_{max}=2\pi f_{max}$.

La fonction est discrétisée avec une fréquence d'échantillonnage correspondant à $dt=0,02s$.

Concernant les résultats temporels (figure 2.6), la différence de temps d'arrivée entre la partie de faible et de forte épaisseur de sédiments est clairement observable en particulier sur le bord gauche du bassin. Des ondes de surface sont générées avec différentes vitesses de propagation, surtout sur le bord droit du bassin. Le bord élancé génère beaucoup plus d'ondes de surface que le bord peu élancé. Cela est d'autant plus vrai quand l'onde incidente arrive du côté du bord élancé (figure 2.8). Visiblement, chaque point situé à la fois à l'interface entre deux couches sédimentaires et le substratum génère des ondes de surface : la figure 2.6 met en évidence deux de ces points situés le long du profil entre 3500 et 4000m.

Remarque : l'amplification temporelle apparaît plus faible que l'amplification spectrale calculée à la fréquence maximale du spectre de Fourier. Par contre, l'amplification temporelle met en évidence une durée de signal plus longue en raison du piégeage des ondes.

Les amplifications importantes associées à ce modèle sont mises en évidence sur un large domaine de fréquence. Dans le domaine temporel, le rôle du remplissage sédimentaire est mis en évidence dans la génération d'ondes de surface (onde de Love, ici). En particulier, la partie de l'interface à droite moins profonde génère plus d'ondes de surface que la partie de l'interface à gauche.

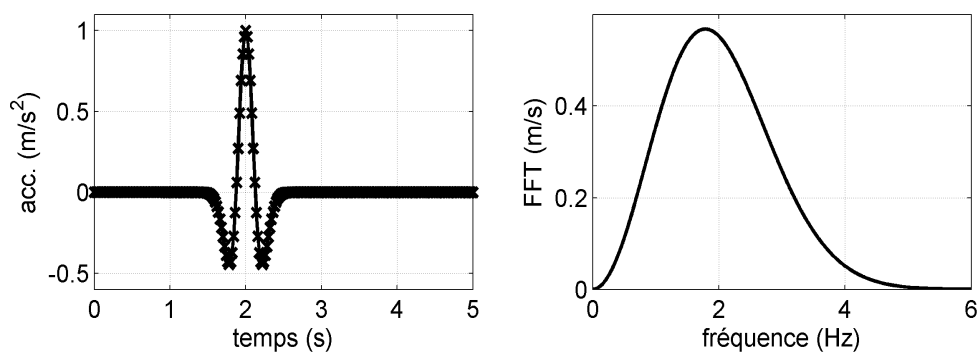


Figure 2.5 : Signal de Ricker ($f_{max}=5\text{Hz}$) dans le temps (gauche) et sa transformée de Fourier (droite).

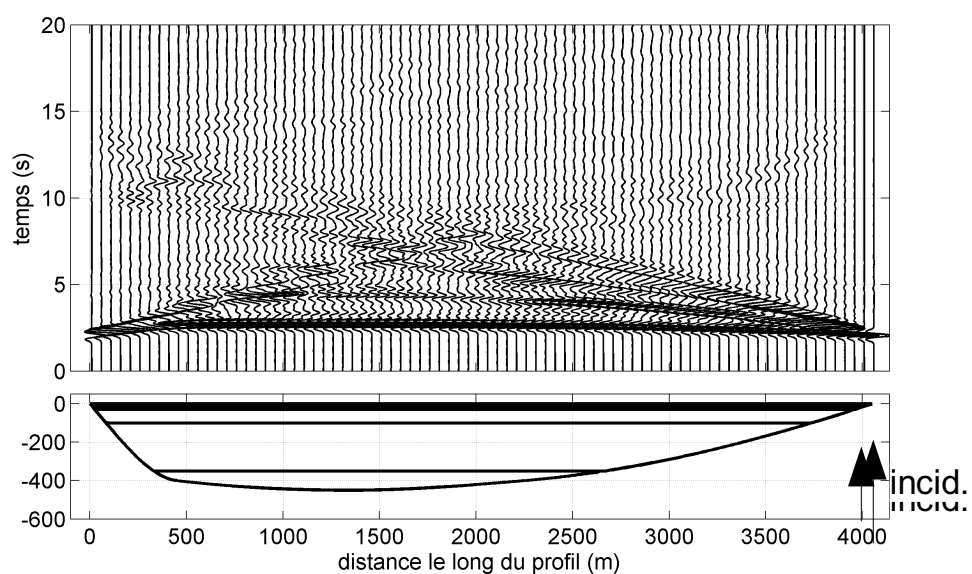


Figure 2.6 : Sismogramme synthétique pour une onde SH verticale (signal de Ricker, $f_{max}=5\text{Hz}$).

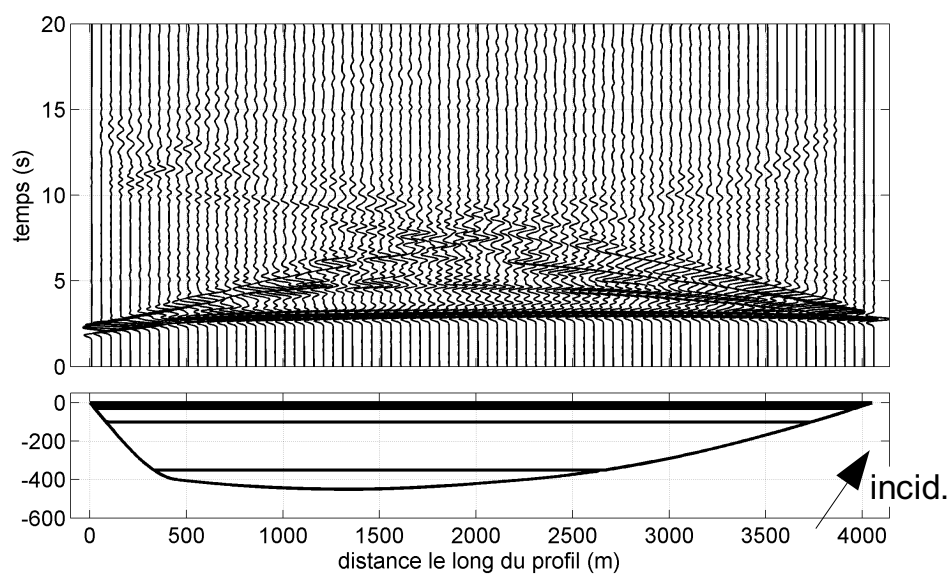


Figure 2.7 : Sismogramme synthétique pour une onde SH oblique (angle de 60° - signal de Ricker, $f_{max}=5\text{Hz}$).

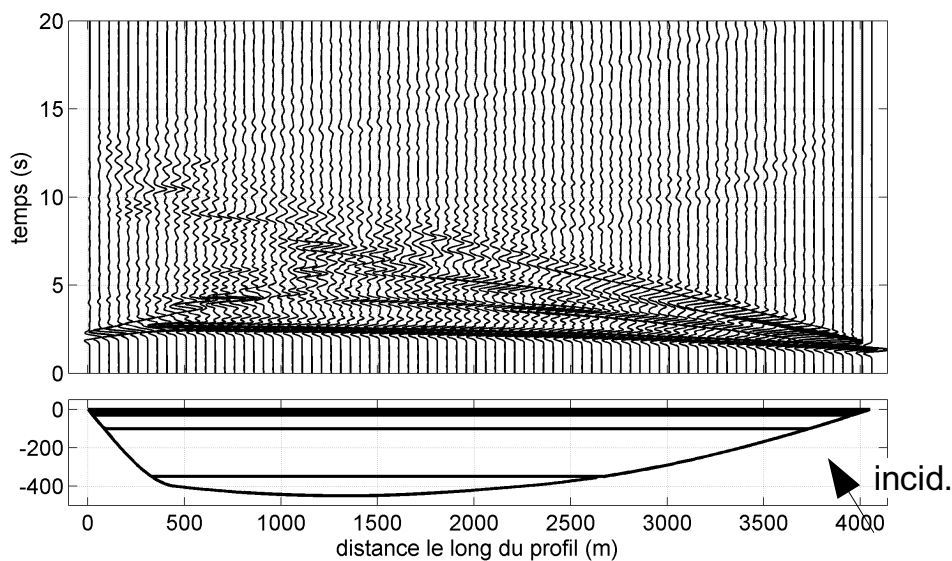


Figure 2.8 : Sismogramme synthétique pour une onde SH oblique (angle de 120° - signal de Ricker, $f_{max}=5\text{Hz}$).

2. Etude du bassin de Grenoble

2.1. Caractérisation du site

Les conditions géologiques d'un site peuvent considérablement modifier le champ d'onde incident et créer de larges amplifications accompagnées de fortes variations spatiales (Bard et Bouchon, 1985, Chávez-García et al., 2000). Sur la figure 2.9, les enregistrements au rocher et à la surface du bassin sédimentaire sont comparés pour un séisme de magnitude 3,5 enregistré en 1998 par le réseau accélérométrique permanent. L'amplitude du signal est multipliée jusqu'à 8 entre le rocher (station OGMU) et la partie sédimentaire (station OGDH). A cela s'ajoute une augmentation de la durée du signal d'un facteur 3. Ce résultat montre qu'un site sédimentaire peut considérablement augmenter l'impact d'un tremblement de terre, même modéré.

Différentes méthodes numériques 2D (Bard et al., 2000 ; Moczo et al., 1993 ; Semblat et al., 2000, 2003, 2005) et 3D (Sánchez-Sesma et al. 1995 ; Dangla et al., 2005) ont été utilisées pour modéliser de tels effets.

Dans la suite, la vallée de Grenoble est considérée. Nous modélisons le profil 2D proposé lors du benchmark numérique de l'ESG (2006), situé au nord-est de la vallée (figure 2.10). La topographie du site n'est pas prise en compte dans les modèles 2D. Cet effet est faible comparé aux effets dus aux hétérogénéités latérales et horizontales : c'est ce qui apparaît en comparant les résultats des modèles 3D avec et sans topographie.

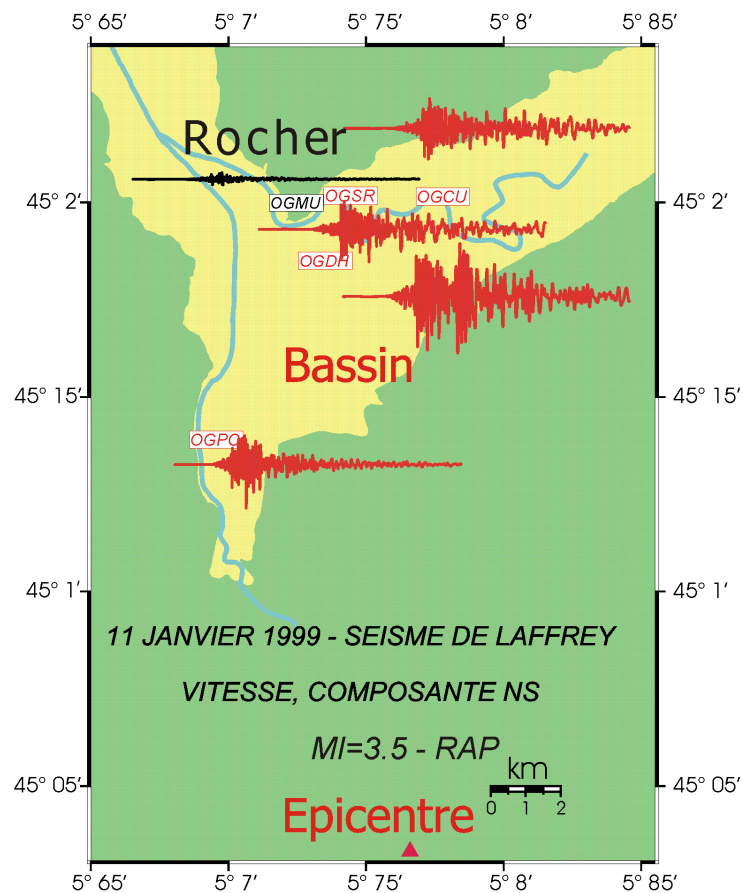


Figure 2.9 : Séisme du 01/11/98 enregistré par le réseau accélérométrique permanent.

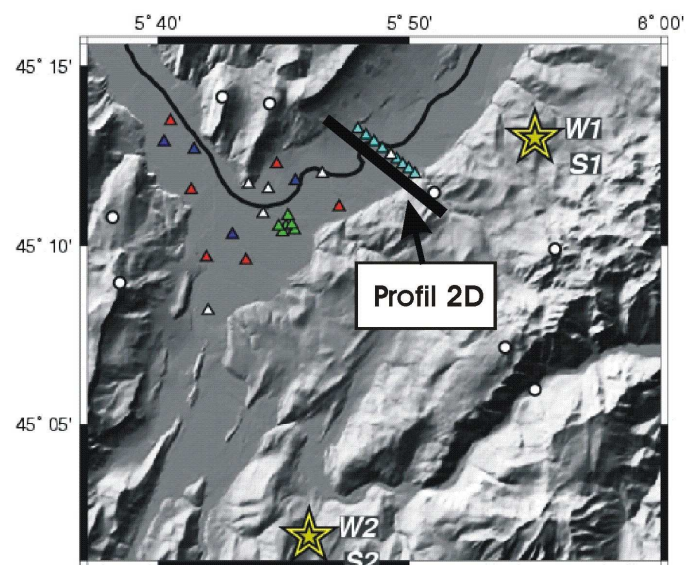


Figure 2.10 : Profil 2D utilisé dans la modélisation numérique : Weak 1-2 et Strong 1-2 sont les séismes à modéliser dans le benchmark.

2.2. Modèle de bassin retenu

Comme suggéré dans le benchmark (ESG, 2006), le profil de vitesse augmente avec la profondeur. La méthode des éléments de frontière requiert la décomposition en domaines de propriétés élastiques homogènes (Bonnet, 1999). Le profil de vitesse est donc subdivisé en 7 couches de vitesses différentes (figures 2.11 et 2.12). Les propriétés mécaniques de chacune de ces couches sont données dans le tableau 2.3 et sur la figure 2.12, où la variation de la vitesse en fonction de la profondeur suggérée dans le benchmark (ESG, 2006) est également représentée en pointillé. Les différentes valeurs de vitesse choisies pour le modèle (traits continus) sont proches des valeurs continûment variables proposées dans le benchmark. Une valeur de facteur de qualité pour les ondes S a été adoptée : $Q_S=50$.

Le bassin est maillé aux interfaces et en surface. 2 types de maillage ont été utilisés un fin, l'autre grossier (tableau 2.4).

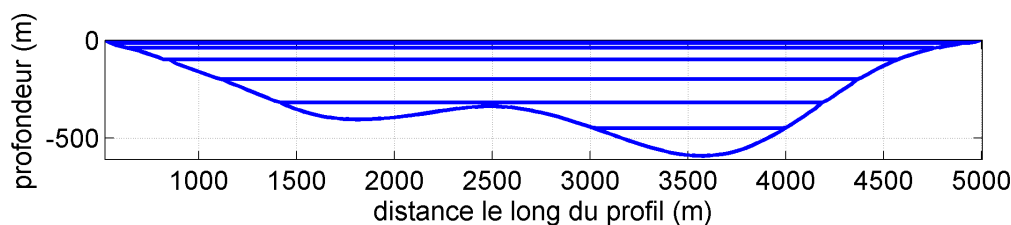


Figure 2.11 : Profil vertical et représentation des 7 couches.

couche	Z1 (m)	Z2 (m)	Vitesse onde P (m/s)	Vitesse onde S (m/s)
1	0	15	1459	337
2	15	40	1483	397
3	40	100	1534	455
4	100	200	1630	529
5	200	320	1762	604
6	320	450	1912	671
7	450	591	2074	732

Tableau 2.3 : Profondeur et vitesse des 7 couches sédimentaires.

	noeuds	éléments	dl
Modèle 1	6552	5969	7,5 / 15 m
Modèle 2	3270	2985	15 / 30 m

Tableau 2.4 : Caractéristiques des maillages pour l'onde plane SH.

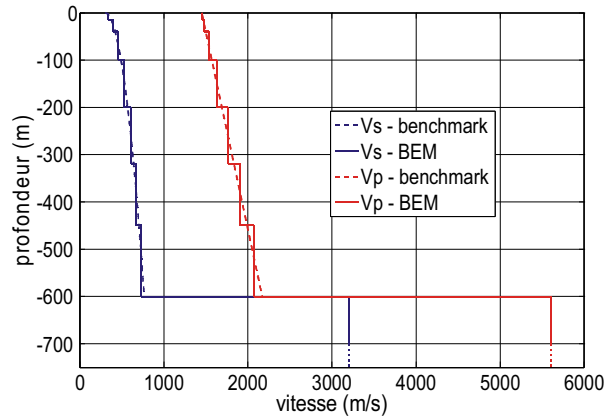


Figure 2.12 : Profil de vitesse (gauche) pour des ondes P (V_p : droite) et ondes S (V_s : gauche) ; Trait en pointillé : valeurs imposées par le benchmark, trait continu : Valeurs du modèle retenu.

2.3. Amplification d'une onde SH plane

2.3.1. Amplification spectrale

Considérant une onde SH plane à incidence verticale (cas θ_1 , figure 2.13), la fonction de transfert en surface (figure 2.14) montre plusieurs maxima d'amplification dans un domaine fréquentiel allant de 0,325 à 0,95Hz (avec un pas à peu près constant de 0,105Hz). Ces maxima correspondent à différents modes d'ondes S dans le bassin. Jusqu'à environ 1Hz, les deux parties du bassin (séparées par le trait au milieu de la figure 2.14) se comportent d'une manière indépendante l'une de l'autre. La fréquence de résonance de la partie droite du bassin est de 0,325Hz, elle est associée à une amplification spectrale de 16. Viennent, ensuite le premier et le deuxième mode à respectivement $f=0,43$ et 0,535Hz pour une amplification spectrale de 20 et 14. Pour des valeurs de fréquence plus grandes, les parties les moins profondes du bassin provoquent des amplifications (généralement de moindre ampleur).

Notons que la forme des extrémités du bassin est asymétrique : le côté gauche est plus élancé que la partie droite. Dans l'hypothèse d'une onde d'incidence $\theta \leq 90^\circ$ (c'est-à-dire arrivant du côté gauche du bassin), nous aurions d'après les résultats du groupe de travail Sismovalp (cf. paragraphe précédent) une génération d'ondes de surface plus importante.

Des zones spécifiques le long de la surface du bassin sédimentaire sont maintenant considérées (figure 2.15) : le point A est situé à l'aplomb de la partie la plus profonde à l'ouest du bassin, le point C est situé à l'aplomb de la partie la plus profonde de l'ensemble du bassin et le point B est situé entre ces deux points, là où l'épaisseur de la couverture sédimentaire est la plus faible. Sur la figure 2.15, l'amplification spectrale 2D calculée par la méthode des éléments de frontière est comparée à l'amplification 1D correspondante.

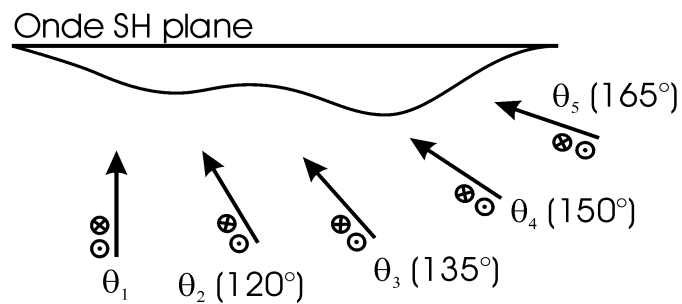


Figure 2.13 : Modèle de bassin 2D pour le site de Grenoble (onde SH plane pour différentes incidences).

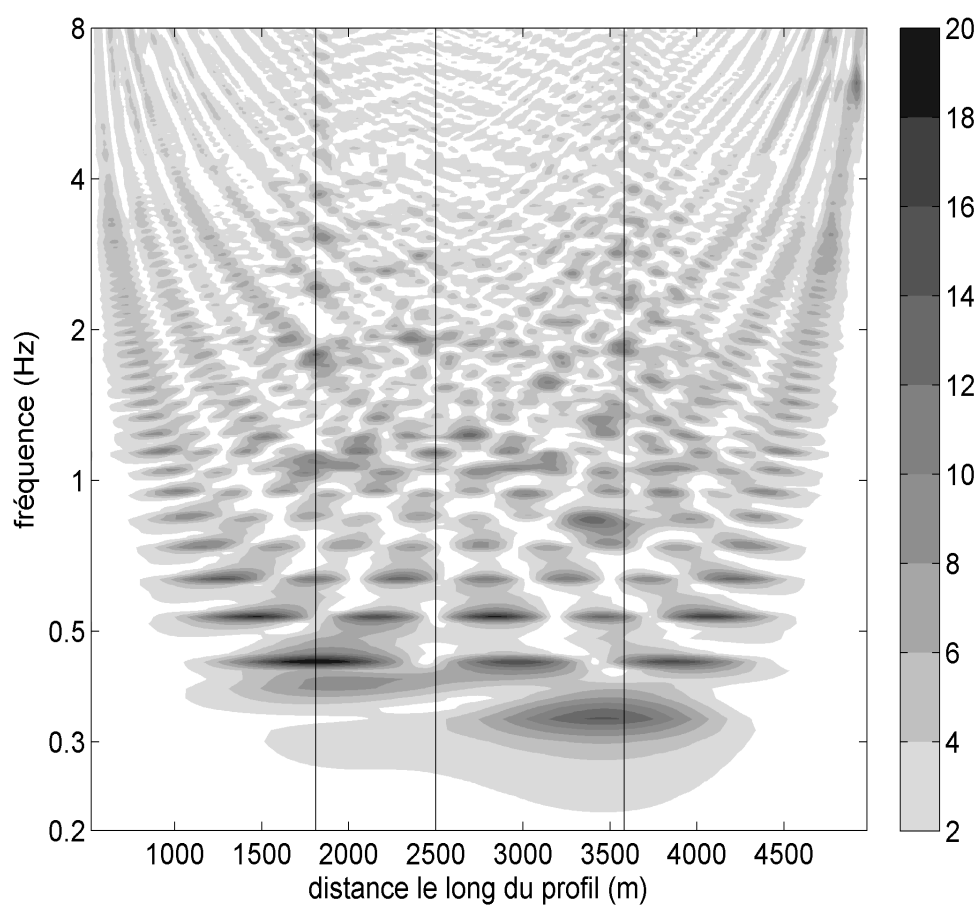


Figure 2.14 : Fonction de transfert le long de la surface en fonction de la fréquence (0 à 8 Hz) pour une onde SH plane à incidence verticale.

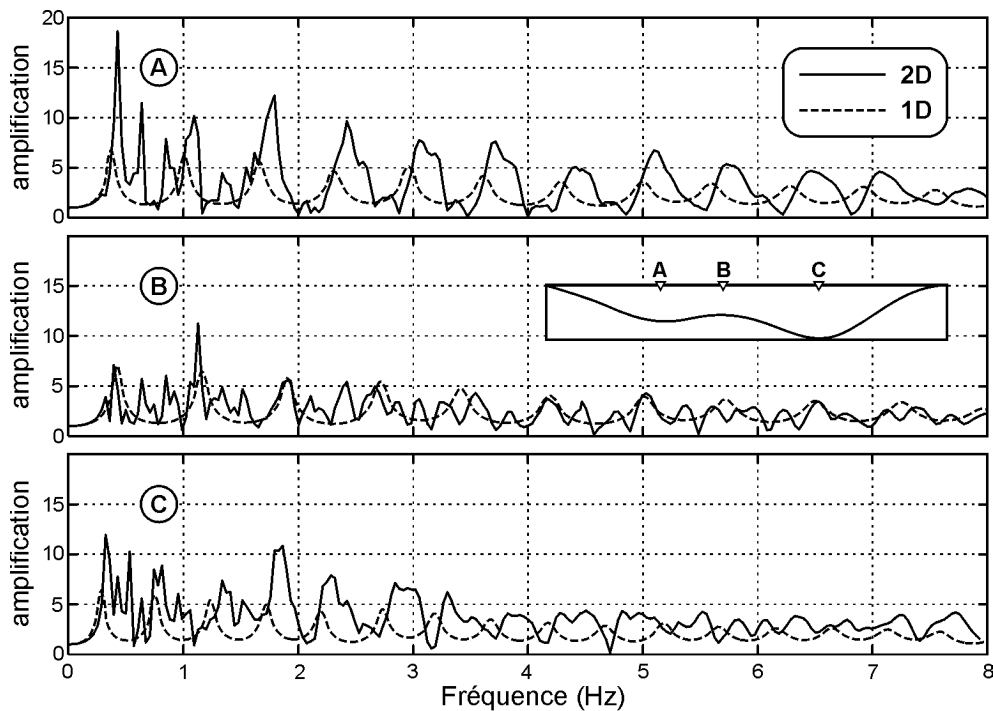


Figure 2.15 : Fonctions de transfert 1D et 2D aux points A, B et C (onde SH plane verticale).

Près du point A, les composantes spectrales du mouvement horizontal sont amplifiées d'un facteur 20 au niveau de certains récepteurs (figures 2.14 et 2.15). La valeur de fréquence correspondant à ce pic ($f=0,45\text{Hz}$) est plus grande que la valeur de fréquence fondamentale ($f_0=0,33\text{Hz}$), parce que cette partie est située là où la couverture sédimentaire est moins profonde. Le modèle viscoélastique linéaire 1D (figure 2.15, trait pointillé) donne une valeur d'amplification de 7 pour une valeur de fréquence plus basse de $0,37\text{Hz}$. Cette valeur est directement liée à l'épaisseur des couches traversées. A la fréquence fondamentale, les différences de vitesse entre les couches n'ont pas vraiment de rôle, car la longueur d'onde est grande. La résonance est due principalement à l'épaisseur globale délimitée par l'interface sédiment/substratum. Dans le cas 2D, une génération d'ondes de surface et une focalisation des ondes dues à la forme convexe de l'interface peut se produire. Les ondes incidentes arrivant sur la partie convexe de l'interface, par exemple autour de 1500m le long du profil, parcourent une plus petite distance dans les sédiments pour arriver au point A. L'épaisseur de sédiments traversée par ces ondes est réduite, ce qui donne une fréquence plus importante. A des fréquences plus élevées, le même phénomène que précédemment est observé : il y a un décalage systématique et quasi-constant ($df=0,12\text{-}0,15\text{Hz}$) en fréquence entre le mode 2D et le mode 1D correspondant. L'amplification spectrale 2D est en général égale à deux fois l'amplification 1D. Toutefois, dans le cas étudié, la situation est plus complexe, car l'effet des différentes couches commence à être observé au fur et à mesure que la fréquence des ondes incidentes augmente. Il est ainsi difficile d'expliquer les

deuxième et troisième pics 2D de fréquence 0,665 et 0,875Hz, qui correspondent à des modes d'ordre plus élevé (figure 2.14).

Pour la partie la plus profonde du bassin (point C), les résultats sont similaires à ceux observés au point A : la différence d'amplification entre les modèles 2D et 1D est importante. Cependant les niveaux d'amplifications des différents modes ($A_{\max}=13$) observés au point C sont moins importants que ceux observés au point A.

Au centre du bassin (point B), les amplifications 1D et 2D sont très proches. Cela s'explique par la forme concave de l'interface et l'éloignement des bords, qui élargissent le champ d'ondes. Comme nous venons de le voir, ces ondes vont se focaliser autour des points A et C. Ce résultat montre que les propagations latérales et les effets de focalisation jouent un rôle essentiel dans les parties gauche et droite du bassin (points A et C).

En revanche, au centre du bassin, les fonctions de transfert 1D et 2D sont assez proches (point B sur la figure 2.15).

2.3.2. Influence de l'angle d'incidence

Nous faisons maintenant varier l'angle d'incidence (cas θ_2 , θ_3 , θ_4 et θ_5 sur la figure 2.13).

La figure 2.16 montre qu'effectivement la zone correspondant à une amplification maximale pour ce mode (fréquence fondamentale de 0,33Hz) est peu affectée par l'angle d'incidence. Cela avait déjà été indiqué dans des travaux précédents (Bard et Bouchon, 1985 ; Semblat et al., 2000).

L'amplitude à la fréquence fondamentale est cependant maximale pour une incidence verticale (figure 2.17). Pour des sollicitations sismiques avec de forts angles d'incidence (propagation venant de l'est), les plus fortes amplifications sont obtenues pour la partie est du bassin, qui montrent donc des effets importants de directivité (figure 2.16). La partie gauche comporte des amplifications faibles à partir de 2Hz.

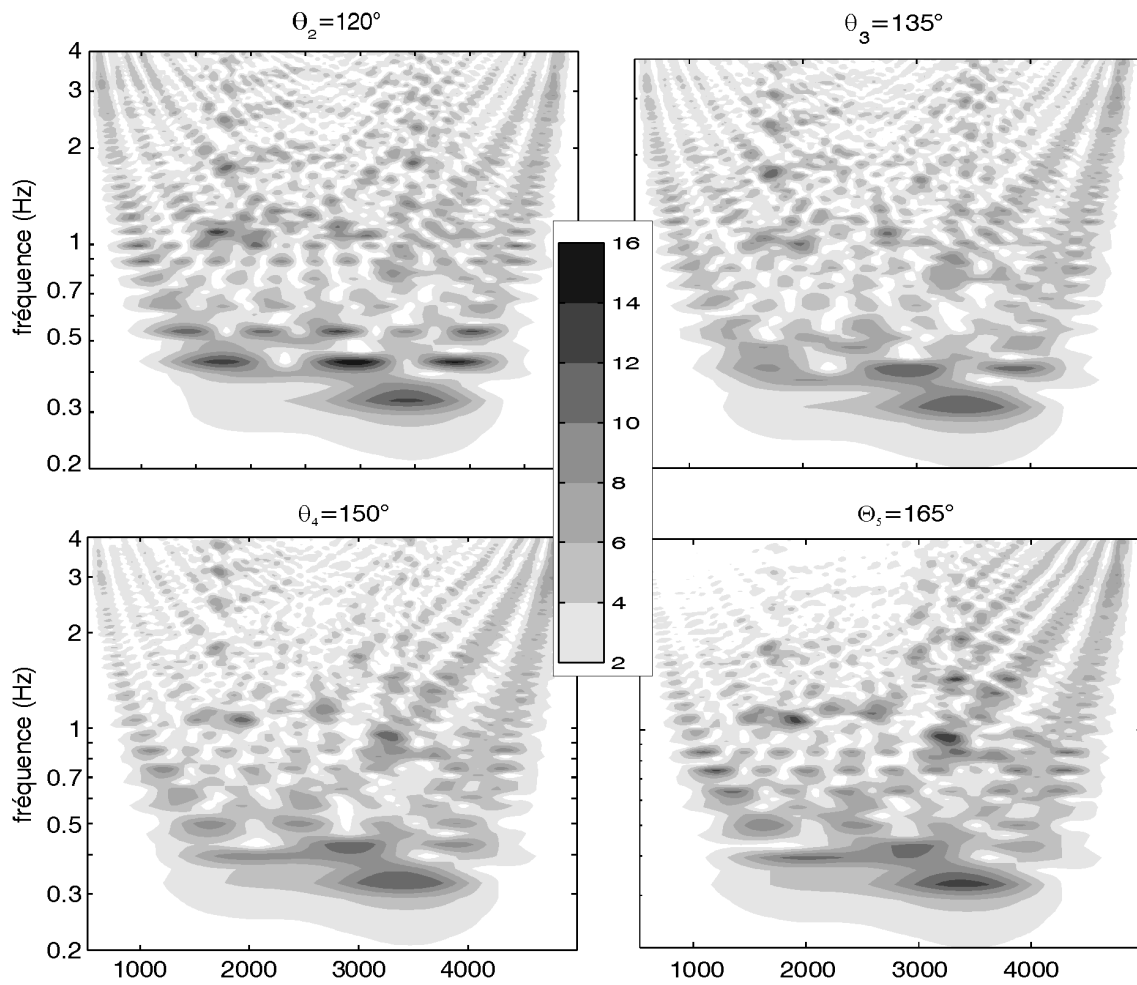


Figure 2.16 : Fonctions de transfert le long du profil, en fonction de la fréquence (0 à 4 Hz) pour une onde plane SH avec différents angles d'incidence.

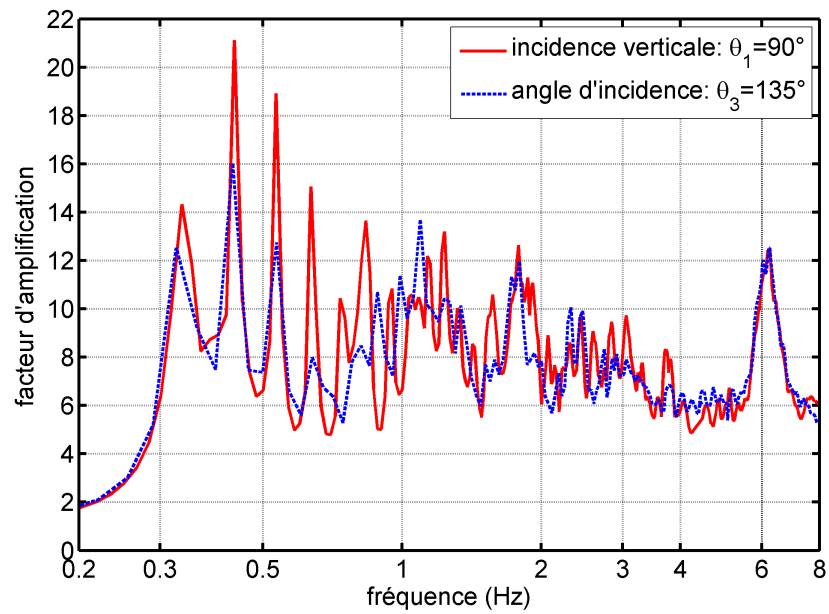


Figure 2.17 : Maximum absolu des amplifications des fonctions de transfert entre 0 et 8 Hz pour une onde plane SH verticale et oblique (135°).

2.3.3. Amplification temporelle

Pour analyser les effets de site dans le domaine temporel, plusieurs signaux de type Ricker sont considérés à différentes fréquences.

Nous considérons d'abord un signal de Ricker de fréquence proche du mode fondamental de la vallée ($f=0,33\text{Hz}$). Les résultats temporels obtenus (figure 2.18) conduisent à différentes remarques :

- Autour de $t=5\text{s}$, une réponse 1D similaire à celle qui serait observée en 1D, mais avec différents temps d'arrivée est obtenue le long du profil. Sur la partie droite du bassin, les dernières arrivées correspondent aux parties les plus profondes du bassin.
- Jusqu'à $t=8\text{s}$, des ondes réfléchies verticales sont principalement observées (effet 1D). Elles conduisent à une amplification significative du signal de Ricker due au contraste de vitesse. Les deux parties convexes du bassin donnent des réponses indépendantes l'une de l'autre. Aux extrémités du bassin, des ondes de surface sont générées.
- A $t=10\text{s}$, les ondes diffractées, qui proviennent des côtés gauche et droit se rencontrent au centre du bassin (point B sur la figure 2.18), et produisent de larges amplifications tout au long du bassin. D'après la figure 2.18, elles traversent le bassin 3 fois et montrent l'influence de l'amortissement sur la propagation du signal de Ricker.
- Au centre du bassin (point B), nous pouvons estimer le temps entre les différentes arrivées des ondes se propageant latéralement.

La réponse « 1D » au centre donne un temps de $t_1=5\text{s}$, puis successivement $t_2=14\text{s}$ et $t_3=33\text{s}$. Il est ainsi possible d'estimer les intervalles de temps entre les différentes arrivées : $t=t_2-t_1=9\text{s}$ et $t_3-t_2=19\text{s}$, lequel est approximativement de $2t$. La vitesse moyenne de l'onde se propageant latéralement peut ainsi être estimée à : $V_{\text{moyenne}}=W/t=500\text{m/s}$, avec une largeur de la vallée, $W=4500\text{m}$. Ces ondes se propagent latéralement et contribuent à augmenter la durée du mouvement en surface. Au centre de chaque demi-bassin, des ondes sont diffractées à cause de la remontée du substratum en milieu de bassin. Ce qui crée un phénomène de focalisation d'ondes et provoque des amplifications en surface. Des ondes de surface sont également générées par les bords du bassin.

Pour mieux comprendre les effets des ondes de surface générées aux extrémités du bassin, un signal de Ricker avec une fréquence centrale plus élevée est maintenant considéré ($f=0,635\text{Hz}$).

Deux types de modèles de vitesse sont utilisés : un milieu homogène avec une vitesse

d'onde S de 530m/s et le modèle utilisé précédemment avec 7 couches. La valeur de fréquence du signal de Ricker correspond au troisième mode de la vallée (figure 2.14).

Sur la figure 2.19, le mouvement en surface pour le bassin homogène (haut) est comparé au milieu hétérogène (milieu). Comme suggéré par Luzón et al. (2004) et Semblat et al. (2005), à plus haute fréquence, le modèle hétérogène à 7 couches impose des propagations latérales plus importantes par rapport au modèle homogène (haut).

Sur la figure 2.19 (bas), l'amplification est importante pour différentes parties, le long de la surface libre. Pour des fréquences plus importantes, l'amplification est également importante à l'intérieur du bassin.

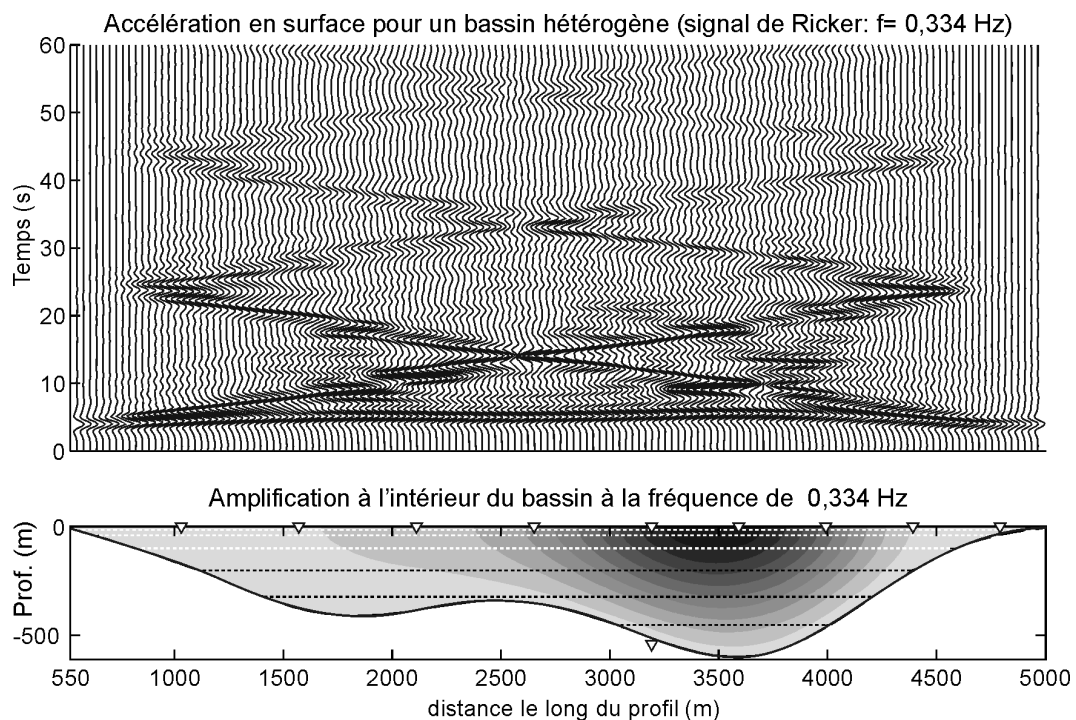


Figure 2.18 : Haut : sismogramme synthétique pour une onde SH verticale (signal de Ricker de fréquence 0,334Hz). Bas : mouvement à l'intérieur du bassin à la fréquence $f=0,334$ Hz.

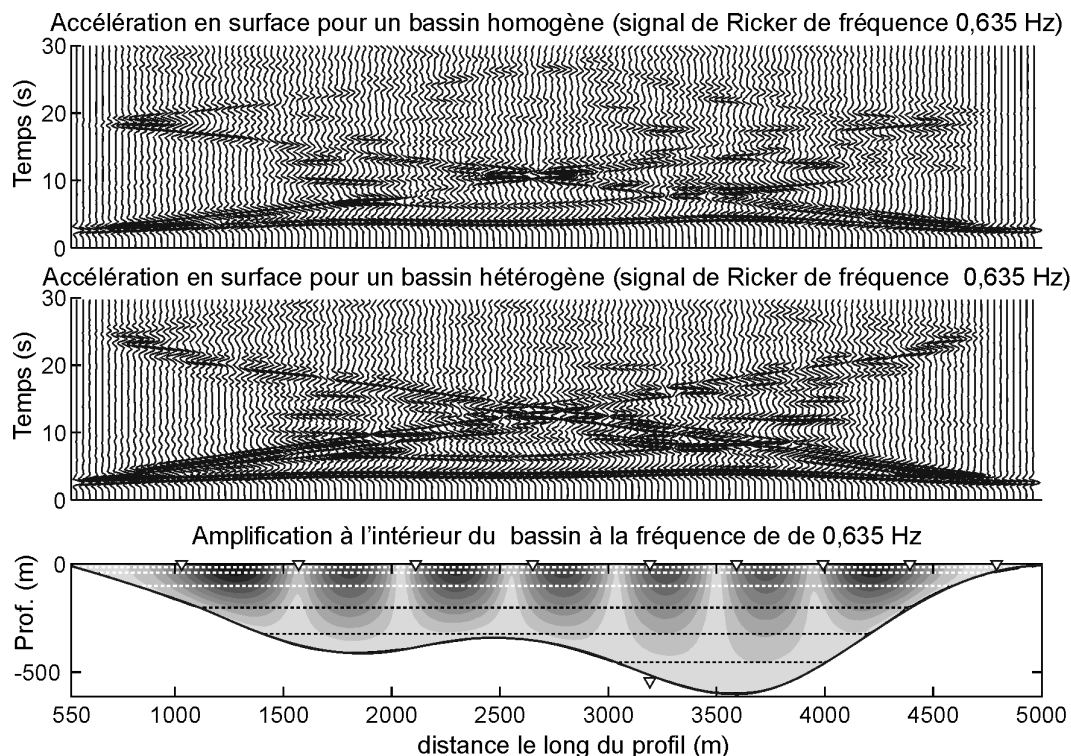


Figure 2.19 : Sismogramme synthétique pour une onde SH verticale (signal de Ricker de fréquence 0,334Hz). Haut : modèle de bassin homogène ($V_s=530\text{m/s}$) ; Milieu : modèle à 7 couches. Bas : mouvement à l'intérieur du bassin à la fréquence $f=0,635\text{Hz}$.

Amplification pour des fréquences plus élevées

Pour étudier l'amplification à des valeurs de fréquences plus élevées et observer l'effet des couches superficielles de sol, les composantes de la fonction de transfert sont représentées sur la figure 2.20 pour des valeurs de fréquence de 0,7 ; 0,9 ; 1,1 et 1,3Hz.

A la fréquence de 0,9Hz, le mouvement à l'intérieur de la couverture sédimentaire est amplifié à un niveau significatif.

A la fréquence de 1,1Hz, l'amplification à l'intérieur du bassin est plus importante sur les parties gauche et droite du bassin.

A la fréquence de 1,3Hz, l'amplification en surface, est surtout due aux couches superficielles. Cette figure montre l'influence du profil de vitesse sur le phénomène d'amplification. L'analyse du phénomène de focalisation des ondes est aussi intéressante à observer au niveau des parties les plus profondes du bassin, ainsi que dans la zone superficielle.

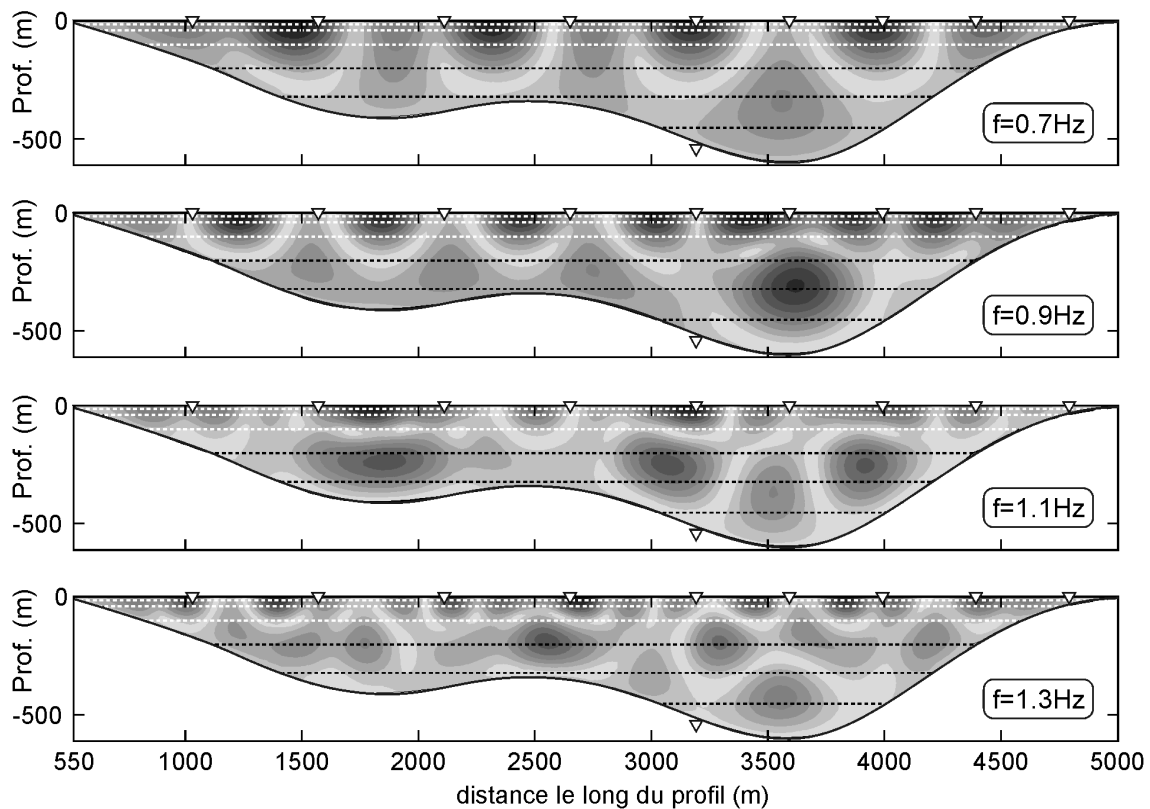


Figure 2.20 : Représentation des amplifications à l'intérieur du bassin pour différentes valeurs de fréquence.

2.4. Source ponctuelle SH

2.4.1. Amplification spectrale

Comme suggéré dans le benchmark (ESG, 2006), le cas d'un hypothétique séisme situé sur la faille de Belledonne à l'est de Grenoble est également analysé (figure 2.10, événements W1 et S1). Cette faille est perpendiculaire au profil : la projection de la faille sur le profil est donc un segment. Nous approximations ce segment avec 3 points sources, qui correspondent au haut, milieu et bas de la faille ($s=10645\text{m}$; $z_1=-750\text{m}$, $z_2=-3000\text{m}$, $z_3=-5250\text{m}$). La distance épacentrale d est estimée par rapport à l'extrémité est du profil (figure 2.21). L'approximation réalisée est bien sûr grossière en particulier dans le cas d'un séisme de magnitude 6 : un tel séisme correspond à un décrochement de faille en moyenne de 100km^2 . D'autre part, le scénario retenu ici n'intègre pas de modèle cinématique pour la rupture sur le plan de faille. Un exemple de modèle de source est proposé par Tsuboi et al., (2002). Considérant les fonctions de transfert pour des points sources (figure 2.22), le maximum d'amplification est atteint avec une valeur de 22 pour certains récepteurs. Le maillage utilisé est le même que celui utilisé dans le cas d'ondes planes SH : mais la surface libre est discrétisée sur une distance importante (figure 2.21).

La fréquence fondamentale ($f=0,33\text{Hz}$) trouvée dans le cas des ondes planes SH est à

nouveau obtenue ici. En tenant compte des effets de directivité, la fonction de transfert résultante est proche de celle de l'onde SH plane avec un angle d'incidence de 135° (figure 2.16, en haut à droite).

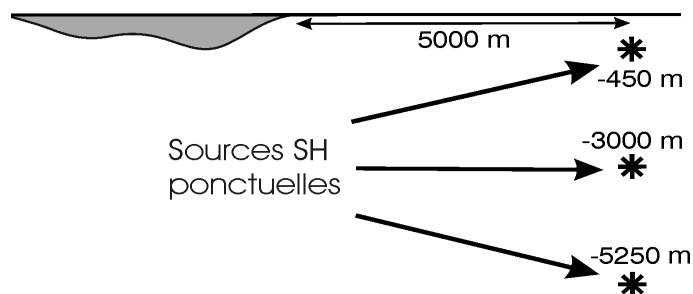


Figure 2.21 : Localisation des sources ponctuelles SH.

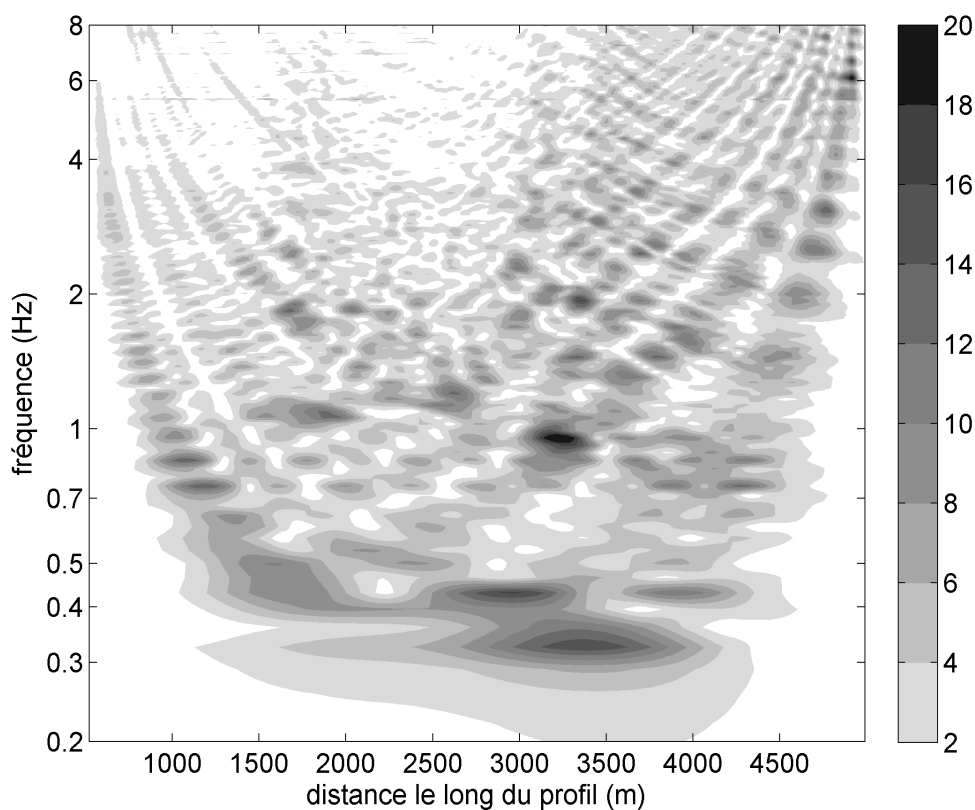


Figure 2.22 : Fonctions de transfert pour un domaine fréquentiel de 0 à 8 Hz pour 3 sources ponctuelles SH.

2.4.2. Amplification temporelle

Comme dans le cas de l'onde plane, un signal de Ricker est considéré, dont la fréquence caractéristique ($f=0,325\text{Hz}$), correspond à la fréquence fondamentale du bassin (figure 2.14). Le mouvement sismique est calculé dans le domaine temporel, le long de la surface du bassin (figure 2.23).

Une amplification peut être observée sur la partie droite du bassin : des ondes diffractées sont générées sur le bord droit et, comparativement au cas de l'onde plane, les effets de localisation de la source sont importants. Les ondes de surface provenant du bord droit apparaissent clairement et traversent le bassin 3 fois (60s). Des ondes de surface beaucoup plus faibles sont générées sur la partie gauche et peuvent être observés sur la partie droite au temps $t=25s$.

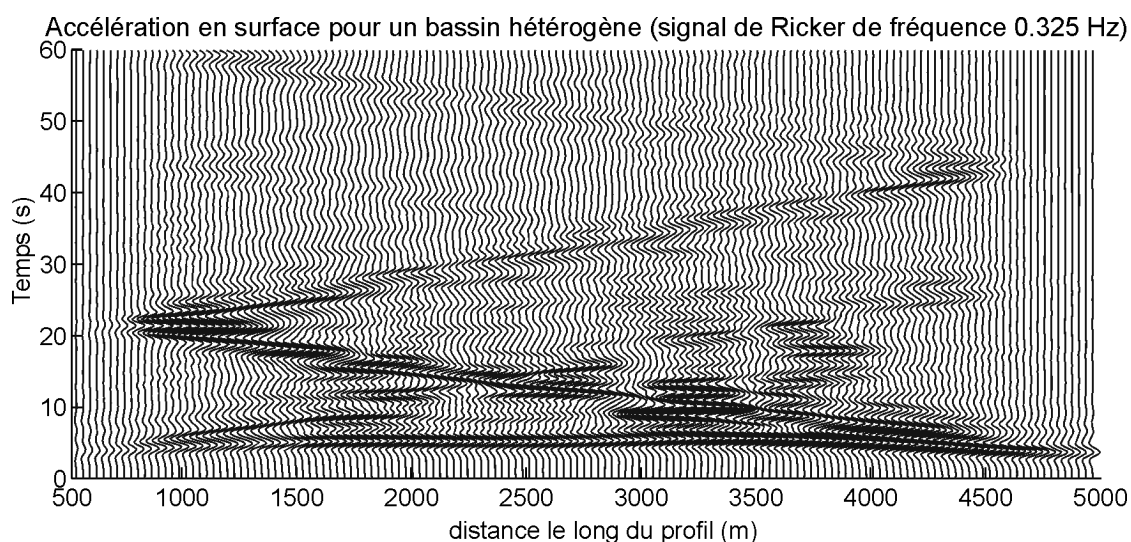


Figure 2.23 : Sismogramme synthétique pour 3 points sources SH (signal de Ricker de fréquence 0,325Hz).

2.5. Onde SV plane

2.5.1. Amplification spectrale

Dans le cas des ondes planes SV, le demi-espace est maintenant prolongé d'une largeur de 5000m de chaque côté du bassin. La résolution par la méthode des éléments de frontière se fait simultanément en champ total et en champ diffracté en utilisant la méthode proposée par Kham (2004).

L'amplification à la surface du bassin est maintenant estimée pour une onde plane SV d'incidence verticale et oblique (135°). La polarisation du mouvement sismique est orientée suivant la flèche grise sur la figure 2.24.

Pour l'incidence verticale, la composante horizontale (figure 2.25, haut gauche) atteint un maximum d'amplification de 12 pour certaines parties de la surface. La fréquence fondamentale correspondante est de 0,38Hz. Pour la composante verticale (figure 2.25, haut droit), l'amplification de la composante verticale ne dépasse pas 6. Cette amplification est inexistante pour un modèle 1D ; elle est due aux effets 2D. Pour l'incidence oblique, (figure 2.25, bas), le premier pic de la fonction de transfert pour la composante horizontale est associé avec une valeur de fréquence plus grande que dans le cas SH ($f=0,7Hz$ au lieu de

0,325Hz). Concernant le niveau d'amplitude estimé ici, il est généralement plus faible dans le cas SV (figure 2.25), par rapport au cas SH (figure 2.14). Ce constat ne signifie pas que l'amplification est plus importante dans le cas SH. En effet, dans le cas SV, le mouvement est calculé suivant 2 degrés de liberté, à partir d'une amplitude unité de l'onde plane SV incidente.

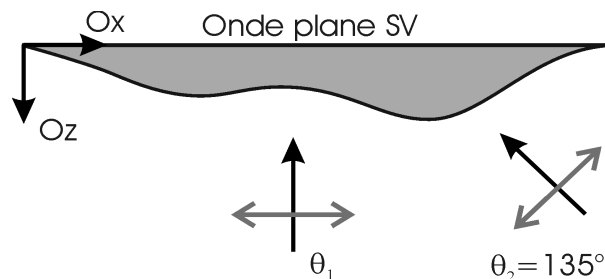


Figure 2.24 : Inclinaison des ondes planes SV.

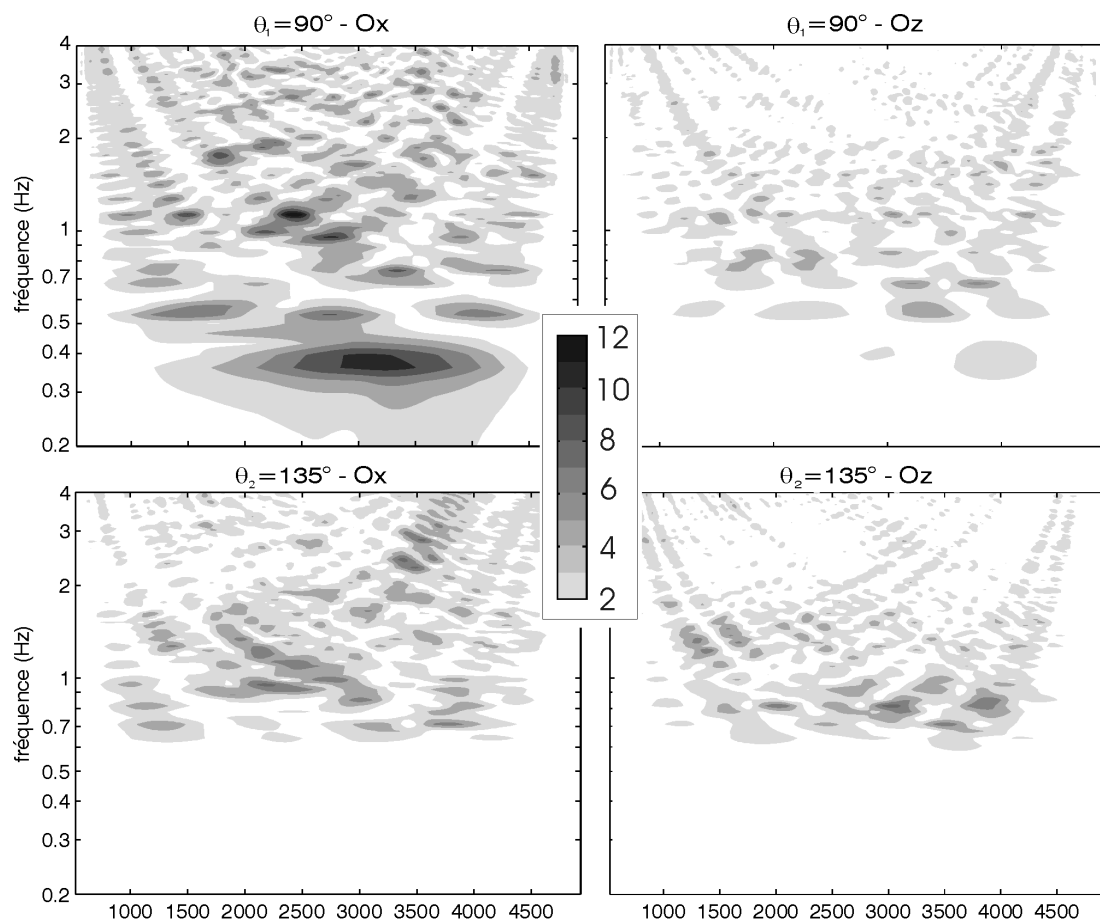


Figure 2.25 : Amplitude des fonctions de transfert le long du profil de la composante verticale et horizontale d'une onde plane d'incidence verticale et oblique SV (fréquence de 0 à 4 Hz).

2.5.2. Amplification temporelle du mouvement sismique

Dans cette section, comme suggéré dans le benchmark numérique (ESG 2006), le but principal est de réaliser des estimations de mouvements forts.

La fonction de transfert de l'onde SV, d'incidence verticale est considérée. Un signal synthétique a été proposé par F. Bonilla de l'Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire (comm. pers.) comme signal d'entrée pour un séisme de magnitude 6.

Sur la figure 2.26, la composante horizontale de la vitesse est représentée au niveau de 10 récepteurs le long du profil. L'amplitude maximale du signal en vitesse est de 0,08m/s pour le signal d'entrée et atteint 0,22m/s au récepteur R6 (situé à 3600m de la partie gauche du bassin). La durée du signal est égale à 3 fois celle du signal d'entrée. Pour les récepteurs proches des bords du bassin (R1 et R9), le signal est amplifié du fait du contraste de vitesse entre le rocher et le substratum. Au niveau du milieu des 2 parties convexes, les ondes de surface générées par les bords sont importantes (R2, R5, R6 et R7). Au milieu du bassin (partie concave de l'interface, R4), l'amplification du début du signal est due à la seule stratification du sol. Des ondes de surface sont également observées à ce niveau : des ondes de surface traversent donc le bassin sur toute sa section. Cet effet est déjà observé avec les signaux de Ricker (figures 2.18 et 2.19). Nous calculons également la transformée de Fourier et le spectre de réponse en accélération au récepteur R6 (figure 2.27). Une amplification significative est observée sur l'ensemble du domaine de fréquence. A ce niveau de sollicitation, et compte tenu des propriétés rhéologiques des couches superficielles du sol, des effets non linéaires doivent se produire. Cet aspect sera abordé au chapitre 3.

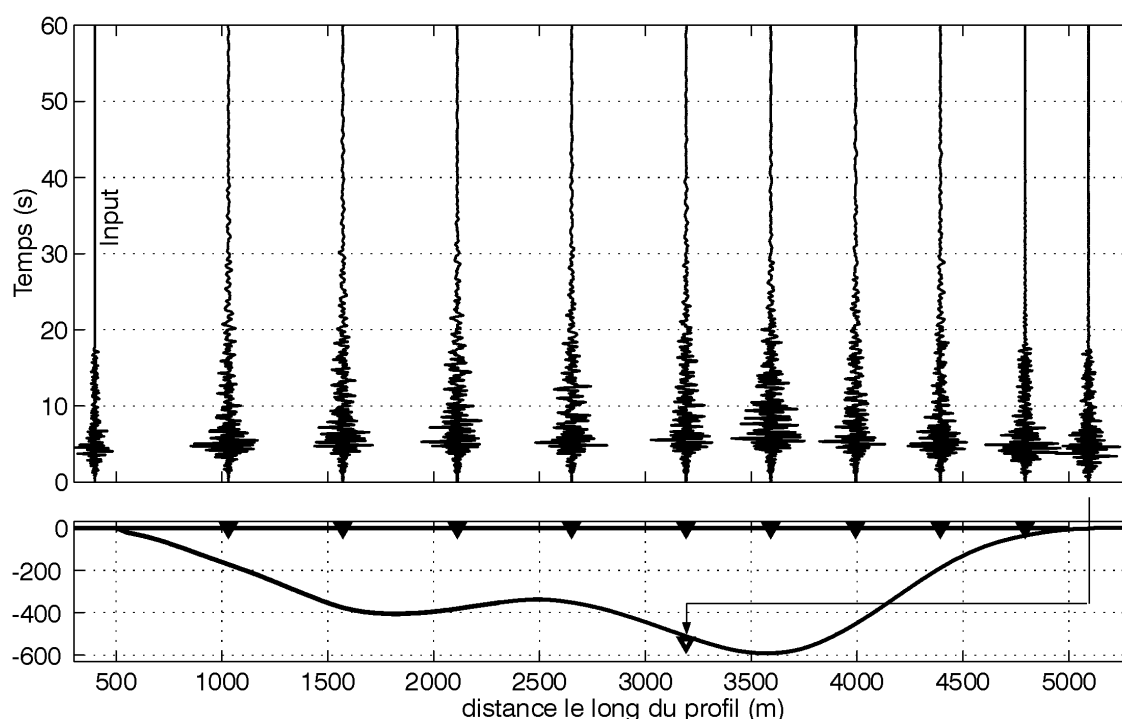


Figure 2.26 : Composante horizontale de la vitesse calculée pour une onde SV, d'incidence verticale en 10 récepteurs définis dans le benchmark (séisme de magnitude 6 à une distance épacentrale d'environ 20km par rapport au milieu du bassin : S2 sur figure 2.10).

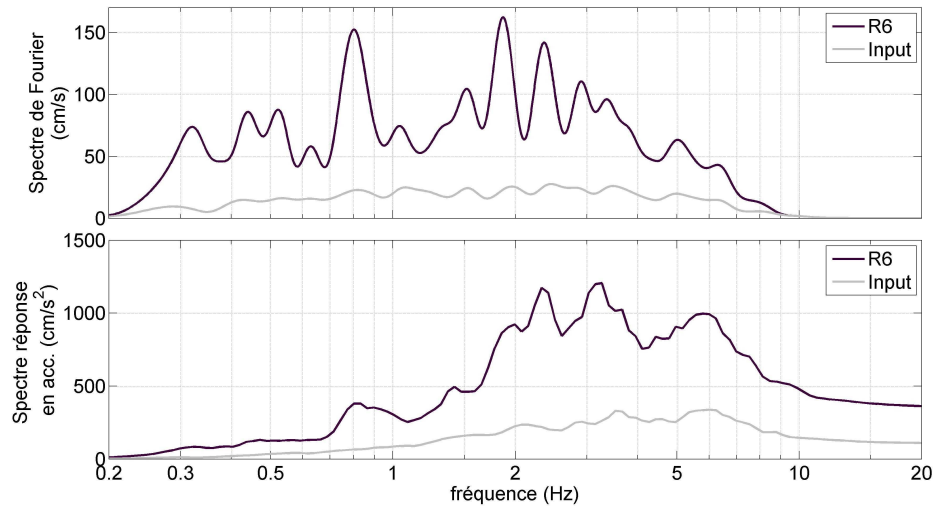


Figure 2.27 : Spectre de Fourier (haut) et spectre de réponse en accélération (bas) (amortissement de 5%) pour le signal d'entrée et la réponse au récepteur R6 (onde SV verticale - cf. figure 2.26).

2.6. Comparaisons : signaux enregistrés / calculés (benchmark ESG 2006)

Voici quelques comparaisons de résultats de modélisation (2D/3D) réalisées lors du benchmark (figures 2.28 et 2.29). Tout d'abord, les modèles 2D donnent des résultats assez proches les uns des autres en particulier à basses fréquences. Les modèles 2D et 3D retrouvent le pic à la fréquence fondamentale de 0,3Hz identifié expérimentalement, contrairement au modèle 1D qui donne une fréquence fondamentale plus faible.

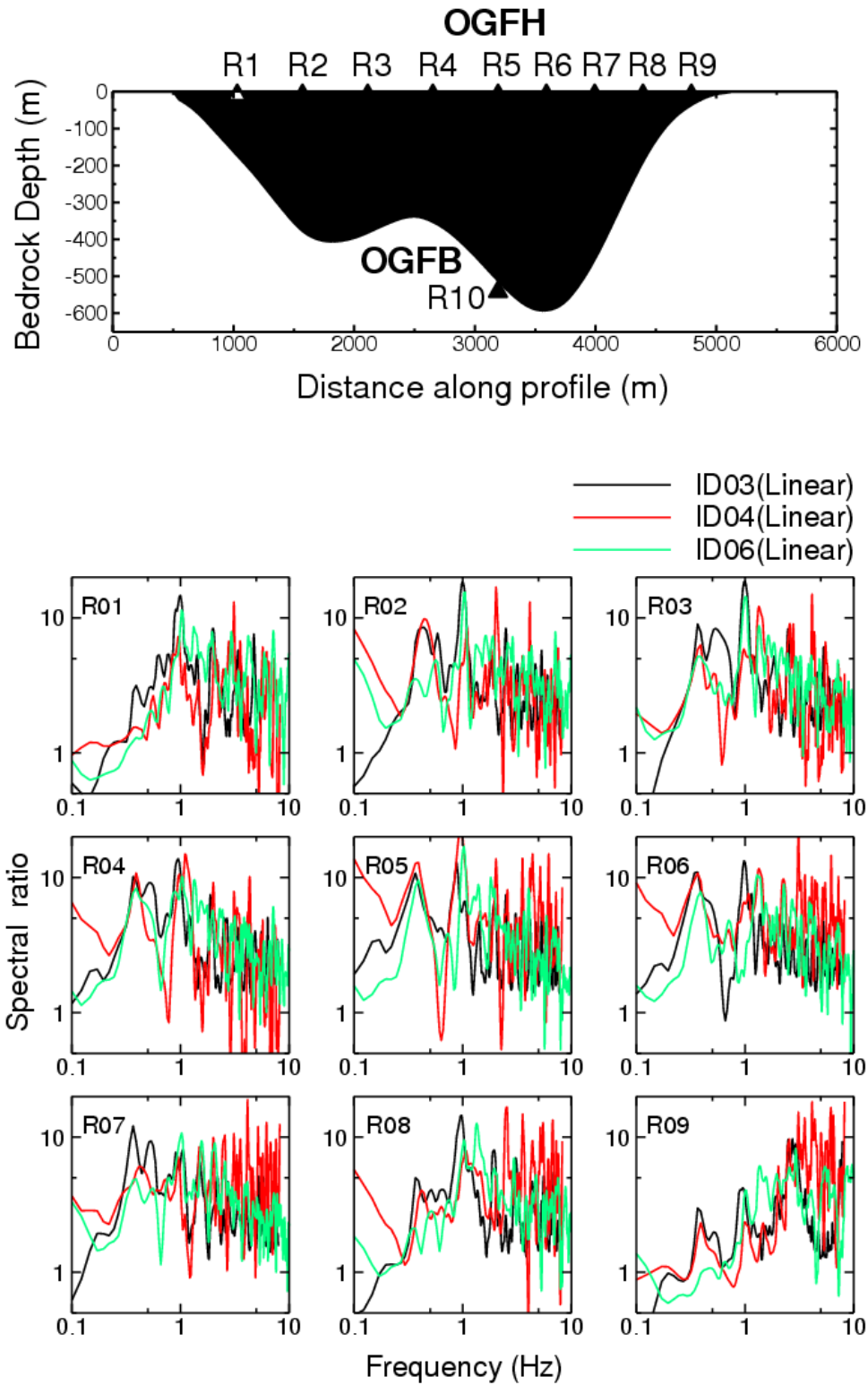


Figure 2.28 : Comparaisons des résultats des modèles 2D (Delépine et Semblat, 2006 : ID04) aux 9 récepteurs des 3 modélisations 2D du benchmark numérique : OGFBH correspond à R05 (Chaljub, et al. 2006).

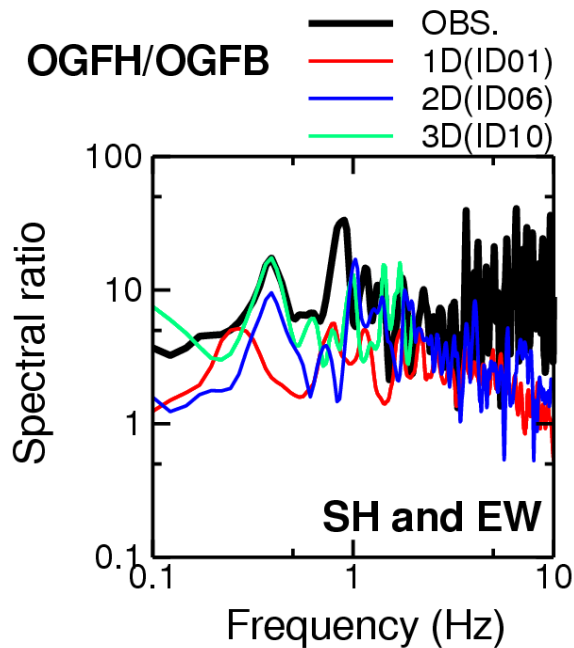


Figure 2.29 : Comparaisons des rapports de spectres des modélisations 1D/2D/3D du benchmark numérique et des enregistrements surface (OGFH) et fond de puits (OGFB) du séisme de Lancéy de 2003 de magnitude 2,9 (Tsuno et al., 2006).

2.7. Modélisation 3D du site de Grenoble

Un modèle tridimensionnel sans topographie et avec une seule couche sédimentaire est considéré (figure 2.30). C'est un modèle grossier de la vallée qui présente plusieurs inconvénients :

- La topographie de la vallée n'est pas prise en compte dans le maillage. Cet inconvénient est mineur, celle-ci ne joue pas un rôle essentiel en terme d'effets de site.
- Par contre, le fait de prendre en compte une seule couche sédimentaire est une approximation forte, car dans la réalité, la vitesse des ondes S varie quasiment du simple au triple entre la surface et la partie inférieure du bassin.
- La taille des éléments du maillage ne permet pas d'étudier comme indiqué précédemment des fréquences élevées ($f \leq 0,4\text{Hz}$).

Les propriétés rhéologiques et la taille des éléments du modèle figurent dans le tableau (2.5).

Le modèle est soumis à une onde P harmonique d'incidence verticale et de fréquence 0,4Hz. Les amplifications les plus importantes s'observent pour la composante verticale (figure 2.7). Pour cette composante, différentes zones du bassin ont une amplification supérieure à 10, en particulier dans la partie supérieure ouest de la vallée.

	Vp (m/s)	Vs (m/s)	Qp	Qs	dl (m)
sédiments	1630	530	100	50	240
rocher	5600	3200	infini	infini	1500

Tableau 2.5 : paramètres du maillage de Grenoble.

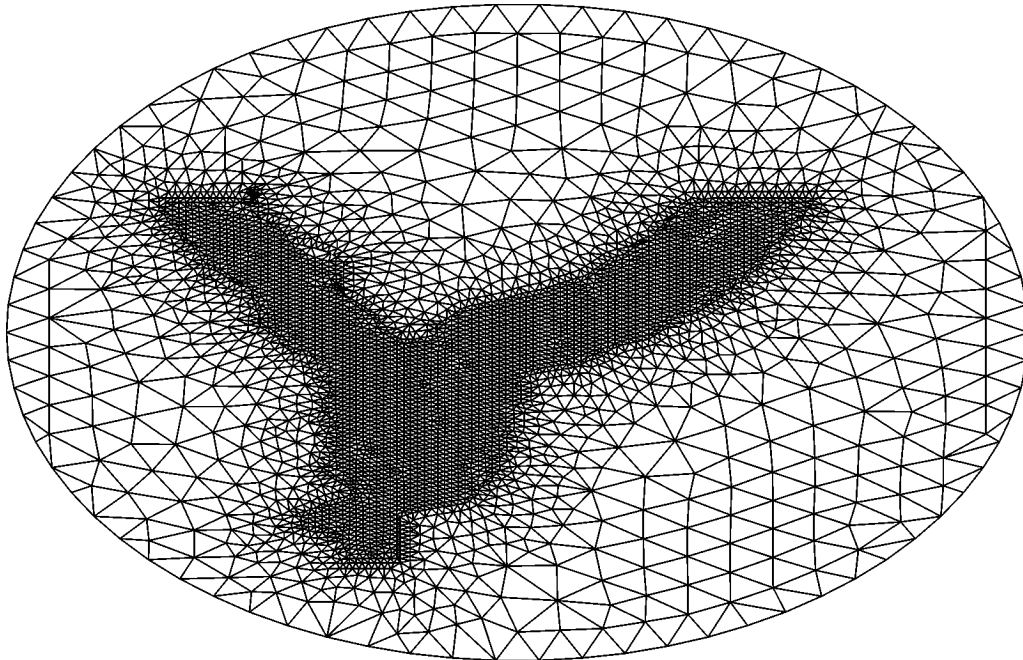


Figure 2.30 : Maillage 3D avec des éléments triangulaires du bassin de Grenoble (8600 noeuds – vue de dessus).

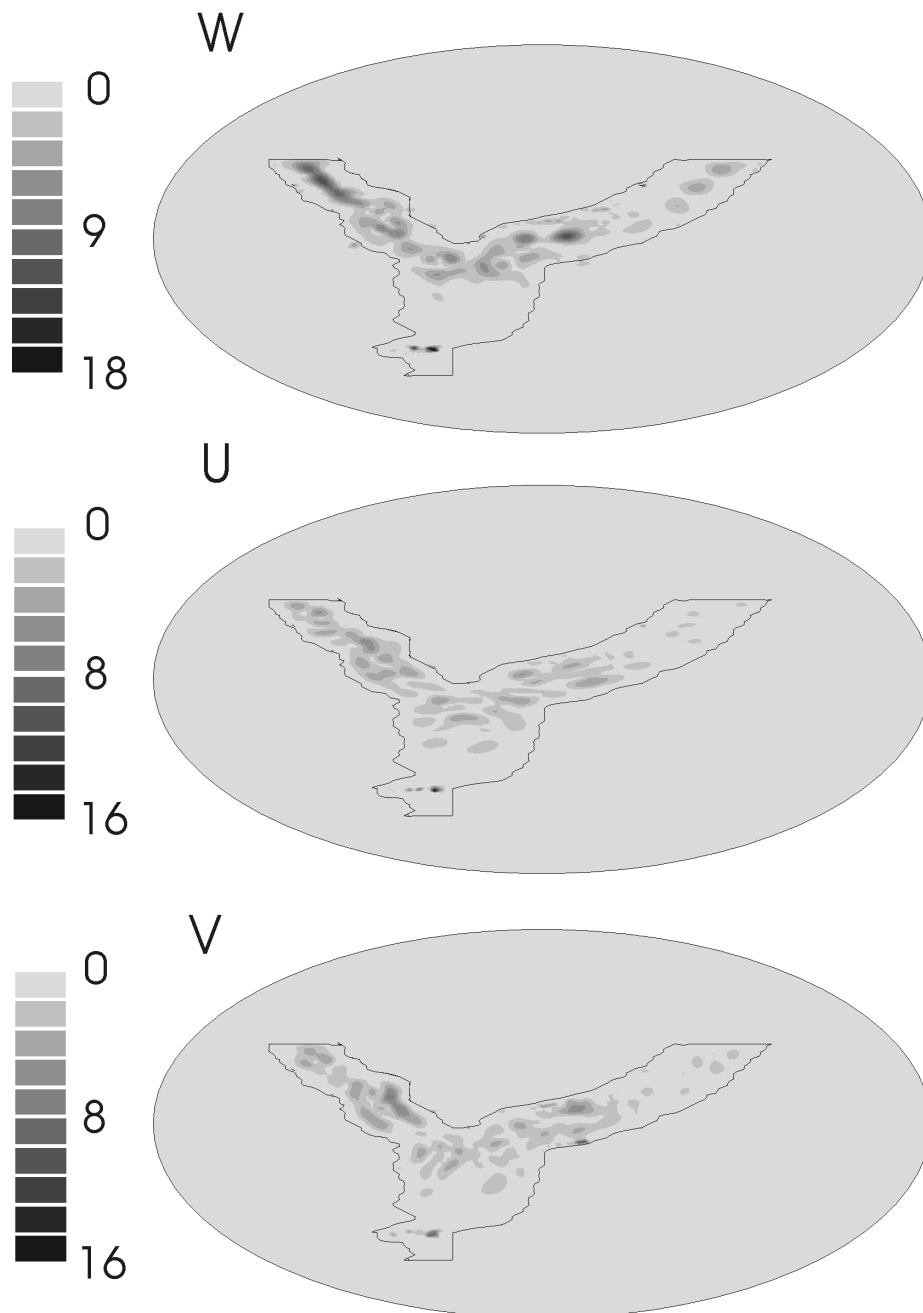


Figure 2.31 : Amplifications en surface suivant les composantes verticale (haut), est-ouest (milieu) et nord-sud (bas) pour une onde plane P d'incidence verticale de fréquence $f=0,4\text{Hz}$.

3. Conclusions

Des effets de site importants ont été caractérisés pour une vallée alpine profonde supposée cylindrique correspondant à deux sections différentes. Dans le domaine fréquentiel, le niveau d'amplification atteint une valeur maximum de 20. L'amplification est importante en surface à des fréquences modérées. Comme montré sur les résultats numériques, l'amplification à l'intérieur du bassin peut être importante à des valeurs plus élevées (plus petites longueurs d'onde).

Les résultats détaillés ici montrent les phénomènes spécifiques qui gouvernent les effets de site en 2D dans le cas d'un bassin profond avec un fort contraste de vitesse : valeur faible de la fréquence fondamentale, effets de focalisation importants, et effets de directivité dans le domaine temporel. De telles propriétés de bassin produisent des ondes de surface aux extrémités qui sont ensuite piégées dans la vallée. Un modèle 2D représentatif du bassin de Grenoble permet de modéliser en première approximation ce qui est observé dans la réalité : l'augmentation de la durée du signal et du niveau d'amplification.

Dans le cas de la modélisation 2D en mouvement fort, les accélérations obtenues en surface de bassin semblent peu réalistes, il convient de prendre en compte les effets non linéaires associés à ce type de mouvement. Cela sera abordé dans les deux derniers chapitres avec l'élaboration d'un modèle non linéaire simplifié.

CHAPITRE 3

Modèle Viscoélastique Non Linéaire (VNL)

pour les effets de site

Au chapitre précédent, la réponse du site de Grenoble à un hypothétique séisme de magnitude 6 à environ 15km a été calculée en considérant simplement un comportement viscoélastique linéaire du sol. Certaines des accélérations obtenues en surface étaient supérieures à 0,4 g, ce qui n'est pas comparable en général à ce qui est observé dans la réalité pour ce type de configuration. En effet, pour de telles sollicitations en champ proche, les matériaux peu consolidés de sub-surface peuvent se dégrader au passage d'ondes sismiques. La modification de leurs propriétés rhéologiques en fonction du temps et/ou du niveau de sollicitation est responsable du comportement non linéaire. Ce dernier est caractérisé par plusieurs effets, par exemple :

- Si le sol est saturé et non cohésif, il peut perdre toute sa rigidité et entraîner des phénomènes de liquéfaction.
- Pour un matériau de type granulaire, des frottements entre grains se produisent. Cela peut dissiper l'énergie des ondes transmises et provoquer des déformations irréversibles.

Dans la suite, l'analyse portera uniquement sur la deuxième catégorie de problèmes.

Les effets de site non linéaires ont été mis en évidence par des enregistrements accélérométriques principalement hors d'Europe. De façon assez surprenante, ces effets ont été observés assez récemment, alors que le comportement non linéaire des sols a été mis en évidence dans le domaine de la géotechnique depuis des décennies, ayant conduit à la mise en oeuvre de nombreuses lois de comportement, adaptées aux sollicitations monotones ou cycliques. Citons par exemple pour les sollicitations cycliques : Ramberg et Osgood (1943), et Hardin et Drnevich, (1972). Dans ce chapitre, une loi de comportement de complexité intermédiaire (modèle viscoélastique non linéaire) est proposée pour modéliser de manière simplifiée le comportement hystérétique du sol. Cette loi est implémentée dans un modèle 1D. Les résultats obtenus sont analysés à partir de sollicitations théoriques et réelles. L'objectif est de faciliter ensuite les simulations non linéaires à grande échelle (bassins sédimentaires).

1 Les effets de site non linéaires : observations et modèles classiques

1.1. Observations

Le comportement non linéaire des sols sous chargement cyclique a été mis en évidence depuis de nombreuses années au moyen d'essais de laboratoire, par exemple, par Seed et Idriss (1969). Les effets non linéaires se produisent pour des tremblements de terre provoquant des mouvements forts dans des couches sédimentaires peu consolidées de la subsurface. Les sols se dégradent suite aux fortes déformations engendrées par les mouvements sismiques incidents. Ceux-ci se traduisent par une augmentation de la

dissipation énergétique et par une réduction du module de cisaillement.

Dans la caractérisation sismique de sites, il est donc important de déterminer le seuil à partir duquel les effets non linéaires deviennent le phénomène dominant. En effet pour des sollicitations faibles à modérées au rocher, le mouvement sismique est linéaire et en général amplifié dans les couches sédimentaires. Pour des sollicitations plus importantes des phénomènes non linéaires peuvent se produire, qui conduisent généralement à réduire significativement l'accélération en surface. Le seuil «effet linéaire/non linéaire» avait été fixé de manière empirique à un PGA au rocher de 0,1g dans les années 70. Suite aux résultats des rapports de PGA sédiments/rocher de signaux de séismes particulièrement destructeurs (Mexico, 1985 et Loma Prieta, 1989) et à des estimations réalisées à des niveaux de PGA au rocher plus élevés, le seuil a été réévalué à une valeur de 0,4g (figure 3.1). L'utilisation optimiste de la prise en compte des effets non linéaires à fort niveau, qui réduisaient significativement le niveau sismique, est donc à revoir d'où un regain d'intérêt ces dernières années pour les modélisations non linéaires.

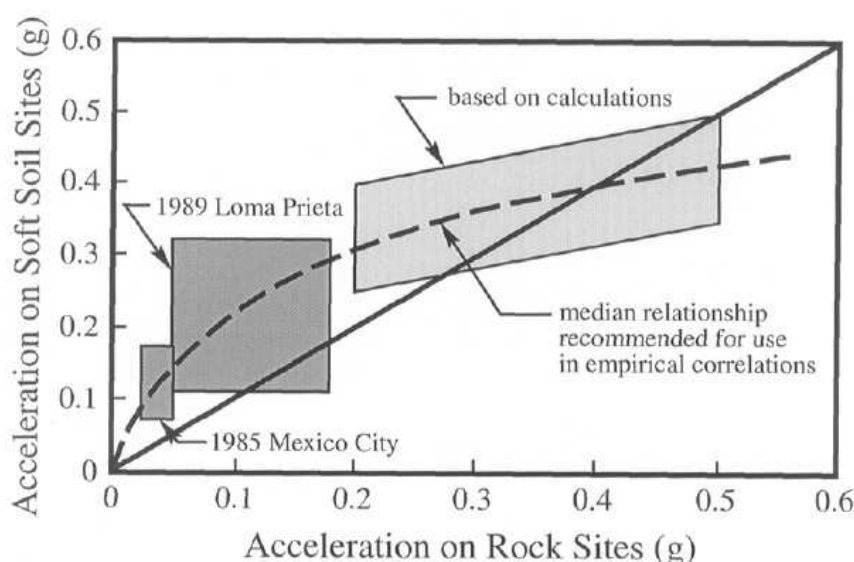


Figure 3.1 : Valeurs du PGA du signal à la surface du bassin sédimentaire en fonction du PGA du signal incident au rocher avec prise en compte d'effets non linéaires mesurés et théoriques (d'après Idriss, 1990).

La mise en place de réseaux accélérométriques (par exemple, les réseaux japonais K-Net et Kik-Net) a été essentielle pour mettre en évidence ces effets *in situ*. Des enregistrements accélérométriques montrent clairement ces effets non linéaires (par exemple : Mexico, Northridge et Kobé respectivement en 1985, 1994 et 1995). Un des accélogrammes les plus probants mettant en évidence une non linéarité de type hystérétique (Bonilla, 2000, Lussou, 2001) reste celui enregistré lors du séisme de Kushiro à la station du port de Kushiro en 1993 (Iai et al., 1995). Sa magnitude est de 7,6. Son épicentre est situé à 15km

au sud (profondeur du foyer 107km) de la station. Le profil de sol est constitué de sables denses saturés. L'enregistrement sur la composante nord-sud est le plus probant en terme de non-linéarités de comportement (figure 3.2). Deux phénomènes distincts se succèdent sur l'enregistrement :

- jusqu'à 25s, l'enregistrement en surface est à hautes fréquences. Le sol transmet l'ensemble des oscillations provenant du rocher et génère des hautes fréquences. Ce phénomène est typique d'un comportement hystérétique du sol.
- Après 25s, le signal devient monofréquenciel avec des pics de période de 1,5s : le mouvement induit par le séisme est filtré par le sable dense de la subsurface. Ceci traduit un phénomène de mobilité cyclique : sous l'action de la pression interstitielle, la dilatation du sable augmente la rigidité du module de cisaillement pendant les cycles de chargement et inversement pour la contraction. Ce phénomène de mobilité cyclique se produit à une profondeur inférieure à 20m selon Iai et al. (1995).

Le séisme de Kushiro fera l'objet d'une modélisation numérique au chapitre 4, plus particulièrement pour la première partie du signal, où la pression interstitielle n'a pas encore de rôle significatif.

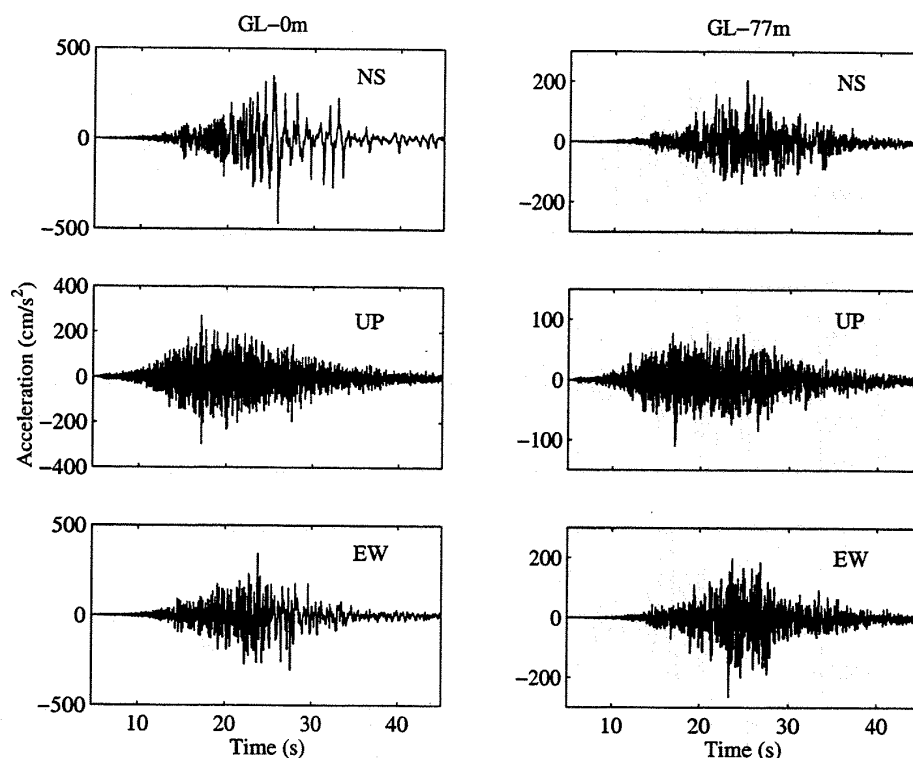


Figure 3.2 : Accélération en surface et en fond de puits (-77m) pour un dépôt sableux dense pendant le séisme de Kushiro-Oki (1993).

Lors du passage de l'onde d'un tremblement de terre, le comportement non linéaire du sol

s'accompagne d'un décalage du contenu fréquentiel du mouvement sismique vers les basses fréquences (Beresnev et al. 1995). Ce phénomène est dû à la perte de rigidité du matériau : le module de cisaillement G et la célérité V_s diminuent. Ceci a pour effet de réduire la fréquence «équivalente» de la couche $f=V_s/4h$.

Johnson (Field et al., 1998) indique d'ailleurs que pour des modèles numériques non linéaires, le décalage du pic de la fréquence fondamentale vers les basses fréquences s'accompagnerait de l'apparition de deux autres pics à plus basses fréquences. Comme nous le verrons plus loin, il faut cependant noter que chaque inversion du sens de chargement crée des hautes fréquences.

1.2. Les différentes approches pour modéliser la non-linéarité des sols

De nombreux travaux ont été proposés pour modéliser ces effets. Un tableau récapitulatif donne les domaines de validité de ces méthodes en fonction de l'amplitude de la déformation (tableau 3.1).

- Une première catégorie de modèles utilise la méthode dite « linéaire équivalente ». Cette méthode, la première utilisée en génie parasismique pour les effets non linéaires, sera décrite au paragraphe suivant. Elle est valable pour de petites déformations (tableau 3.1) : par rapport au modèle linéaire, elle met en évidence une atténuation du pic d'amplification et l'apparition de nouveaux pics à des fréquences plus élevées.

- Pour des déformations plus importantes, les modèles proposés reposent sur une relation non linéaire entre la contrainte et la déformation construite pas à pas dans le temps (tableau 3.1).

L'objectif est ici d'avoir un niveau de distorsion maximum : $\gamma_{\max} \leq 10^{-3}$.

Déformation de cisaillement	10^{-6} 10^{-5} 10^{-4} 10^{-3} 10^{-2} 10^{-1}
Rigidité dissipation (G_0, γ, D)	————— . . .
Rigidité dissipation non linéaire ($G(\gamma), D(\gamma)$)	. . . —————
Augmentation de pression interstitielle	—————
Déformations permanentes	. . . —————
Représentation du sol	Elasticité Linéaire Viscoélasticité Modèles hystérétiques Modèles retraçant l'histoire Lois incrémentales
OBJECTIF	————— . . .

Tableau 3.1 : Modèles de comportement et méthode d'analyse en fonction de la déformation cyclique (adapté d'après Hujeux, 1985).

1.2.1. Modèle viscoélastique linéaire équivalent

Modèle viscoélastique linéaire :

La représentation du comportement hystérétique d'un sol par un modèle viscoélastique linéaire est classique en dynamique des sols. Dans ce cas, la représentation du comportement hystérétique s'effectue en adoptant un comportement viscoélastique linéaire de type "Kelvin-Voigt" ou, ce qui revient au même, un module complexe :

$$G = G_0 \left(1 + i \frac{\eta}{G_0} \omega \right) \quad (1)$$

Le comportement hystérétique correspond à un amortissement indépendant de la fréquence,

ce qui conduit à adopter un coefficient de viscosité $\eta = \frac{2 \beta_0 G_0}{\omega}$ (figure 3.3).

La relation contrainte déformation associée s'écrit sous la forme :

$$\tau = G \gamma + \eta \dot{\gamma} \quad (2)$$

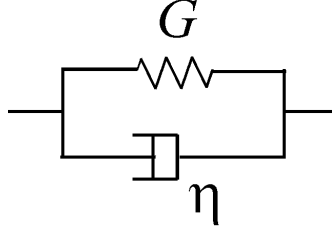


Figure 3.3 : Modèle rhéologique de Kelvin-Voigt permettant de simuler le comportement viscoélastique d'un milieu.

Dans un modèle 1D orienté suivant l'axe vertical, la distorsion est définie en fonction du déplacement horizontal u , sous la forme :

$$\gamma(z, t) = \frac{\partial u(z, t)}{\partial z} \quad \text{et} \quad \dot{\gamma}(z, t) = \frac{\partial \dot{u}(z, t)}{\partial z} . \quad (3)$$

L'équation (2) donne dans le domaine de la fréquence : $\tau = (G_0 + i\omega\eta)\gamma = G'\gamma$ avec G' le module complexe.

On en déduit l'atténuation, égale à l'inverse du facteur de qualité :

$$\beta_{\text{Kelvin}} = 1/2 Q_{\text{Kelvin}}^{-1} \quad \text{et} \quad Q_{\text{Kelvin}}^{-1}(\omega) = \frac{\omega\eta}{G} . \quad (4)$$

L'atténuation pour le modèle de Kelvin-Voigt est donc proportionnelle à la fréquence.

Modèle viscoélastique linéaire équivalent :

Dans le modèle viscoélastique linéaire équivalent, la loi de comportement s'écrit de façon identique au cas viscoélastique linéaire : $\tau = G' \gamma$.

La non-linéarité du comportement du sol est estimée au cours de cycles de chargement (figure 3.4). L'énergie maximum emmagasinée au cours du chargement $\gamma_{2\max}$ dans le

système est égale à : $W = \frac{1}{2} \tau_{2\max} \gamma_{2\max} = \frac{1}{2} G_2 \gamma_{2\max}^2$. L'énergie dissipée au cours du cycle est proportionnelle à la surface décrite par la courbe. En prenant le chargement défini par $\gamma_{2\max}$, l'énergie est égale à :

$$W_d = \int_{\tau_c} \tau d\gamma = \pi \omega \eta \gamma_{2\max}^2 \quad (5)$$

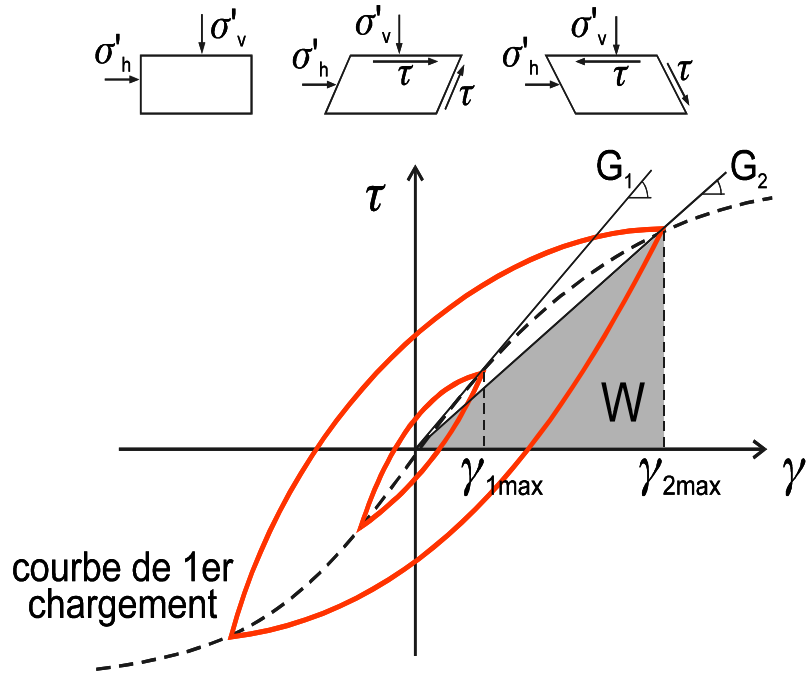


Figure 3.4 : Cycles de chargement.

Le module linéaire équivalent G est le module sécant G_1 ou G_2 (figure 3.4), déterminé à partir de la valeur de distorsion maximum d'un cycle de chargement. L'amortissement linéaire équivalent est proportionnel au rapport entre l'énergie dissipée au cours d'un cycle, notée W_d et l'intégrale W calculée à partir du cycle, tel que :

$$\beta = \frac{W_d}{4 \pi W} \quad (6)$$

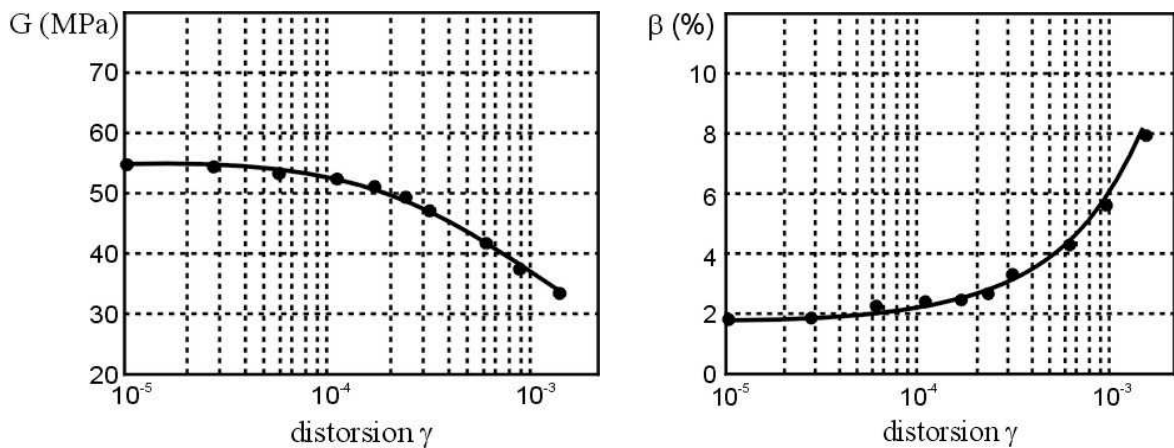


Figure 3.5 : Exemples de courbes $G(\gamma)$ et $\beta(\gamma)$.

De nombreuses expériences ont été réalisées en laboratoire pour obtenir des courbes $G(\gamma)$ et $\beta(\gamma)$ pour différents types de sols (sable ou argile), (Hardin et Drnevich, 1972, Seed et al.,

1986, Vucetic et Dobry, 1991).

A l'origine, dans le premier modèle viscoélastique linéaire équivalent (Schnabel et al., 1972), l'amortissement et la dissipation sont indépendants de la fréquence : Ils sont uniquement fonctions de la distorsion.

Les valeurs de module de cisaillement et d'amortissement $G(\gamma)$ et $\beta(\gamma)$ sont déterminées par itérations successives. Le processus itératif commence avec des valeurs de G_0 et β_0 fixées pour chaque couche du modèle de sol (à distorsion nulle). Le problème de propagation d'ondes est alors résolu dans un milieu viscoélastique linéaire. Pour chacune des couches du modèle, la déformation maximale de cisaillement est évaluée au cours du chargement. La distorsion efficace en est déduite à partir de la formule : $\gamma_{eff} = \alpha \cdot \gamma_{max}$ avec $\alpha = 0,65$, valeur généralement adoptée par les ingénieurs (Nakamura et al., 2004). La distorsion efficace permet de fixer les valeurs de $G(\gamma)$ et $\beta(\gamma)$, utilisées à l'itération suivante. Le processus est réitéré jusqu'à ce que les valeurs du module de cisaillement G et de l'amortissement β ne varient plus significativement dans chacune couche.

Le logiciel SHAKE, largement utilisé, a été le premier logiciel basé sur cette formulation (Schnabel et al., 1972). Il a été repris et modifié plusieurs fois (Shake91, Idriss et Sun, 1992). Un des derniers logiciels qui en reprend les principales caractéristiques est E.E.R.A. (Bardet et al., 2000). Ce logiciel libre a été implémenté avec la méthode des différences finies. Il sera utilisé au chapitre 4.

Inconvénients :

Les points faibles de cette méthode sont :

- le domaine de validité, jusqu'à une distorsion, $\gamma_{max} < 0,005$.
- les valeurs d'amplitude à la résonance et les contraintes de cisaillement sont surestimées à basses fréquences par rapport aux résultats d'études non linéaires (Yoshida et al., 1998).

Un filtrage important des hautes fréquences du signal incident est couramment observé sur les signaux calculés. Ces hautes fréquences apparaissent toutefois dans les mesures et peuvent être reproduites en utilisant des modèles non linéaires plus complexes.

Pour éviter ce dernier inconvénient, une extension de l'approche du modèle viscoélastique linéaire équivalent a été proposée par différents auteurs pour inclure la dépendance en fréquence de l'amortissement (Sugito et al., 1994, Joyner et Boore, 1998, Kausel et Assimaki, 2002).

Kausel et Assimaki (2002) suggèrent qu'il est approprié d'avoir un amortissement du sol

dépendant de la fréquence pour bien représenter la réponse non linéaire du sol dans le domaine fréquentiel. Ils ont montré, qu'il était souhaitable d'introduire un coefficient d'amortissement qui décroisse avec la fréquence pour représenter le fait que les mouvements hautes fréquences peuvent se superposer aux mouvements basses fréquences. Mais ils ne donnent pas d'explication physique pour justifier cette dépendance.

Sugito et al. (1994) utilisent aussi l'expression de la distorsion en fonction de la fréquence, en l'injectant directement dans l'expression de la distorsion moyenne γ_{moy} , telle que :

$$\gamma_{moy} = \alpha \frac{F(\omega)}{F_{max}} \gamma_{max} \quad \text{avec } F, \text{ la transformée de Fourier de la distorsion et } F_{max} \text{ son}$$

maximum. Cette méthode, appelée FDEL permet, selon Nakamura et al. (2004), de couvrir un domaine de distorsion plus important. L'amélioration de la méthode vient plutôt de la dépendance en fréquence du module de cisaillement, selon Suetomi et Yoshida (1996), et non de l'amortissement. Le problème de la surestimation du PGA n'est pas résolu par cette méthode.

Ces améliorations présentent fondamentalement les mêmes inconvénients que l'approche proposée par Schnabel et al. (1972). Les approximations mécaniques du modèle viscoélastique linéaire équivalent (absence de loi de comportement et résolution des équations dans le domaine fréquentiel) sont toujours présents. Le travail dans le domaine fréquentiel ne permet pas de tenir compte des transformations irréversibles imposées au sol, lors du passage des ondes sismiques.

1.2.2. Modèles non linéaires

Généralités

Ces modèles, généralement formulés dans le domaine temporel tiennent compte de la non-linéarité accumulée au cours des cycles. Il y a tout d'abord les modèles hystérétiques qui suivent les lois de Masing et leur extension. Ce sont des méthodes qui utilisent la courbe de premier chargement tout en reproduisant les observations issues d'essais de laboratoire. Ces méthodes sont donc basées sur ces essais (triaxiaux statiques et dynamiques) réalisés à l'origine sur des matériaux différents des sols (Masing, 1926). Ensuite, elles ont été vérifiées sur des échantillons de sol par Vucetic (1990) et Kramer (1996).

En particulier, les lois de Masing postulent que :

- la non-linéarité du sol est d'origine plastique ;
- les courbes charge/décharge sont similaires à la courbe de premier chargement. Elles sont obtenues par translation de l'origine au point d'inversion du signe du chargement (γ_r ; τ_r) et dilatation par un facteur 2 des échelles horizontale et verticale. La courbe effort-déformation

s'écrit sous la forme : $\frac{\tau - \tau_r}{2} = F_{bb} \left(\frac{\gamma - \gamma_r}{2} \right)$ où F_{bb} est la courbe de premier chargement.

Elles ont ensuite été généralisées par l'ajout d'autres lois pour tenir compte des nouvelles découvertes expérimentales (Pyke, 1979, Vucetic, 1990), telles que :

- les courbes charge/décharge suivent la courbe de premier chargement si la contrainte maximum pendant le cycle est dépassée : le facteur 2 a été remplacé par un facteur c_H

pour répondre à tout type de sollicitation tel que : $\frac{\tau - \tau_r}{c_H} = F_{bb} \left(\frac{\gamma - \gamma_r}{c_H} \right)$.

- si la courbe de charge-décharge coupe un précédent cycle de charge-décharge, elle doit suivre ce dernier cycle.

A partir des règles de Masing généralisées, différents modèles ont été mis au point. Par exemple, Bonilla (2000) généralise à un degré supérieur les lois de Masing pour créer un modèle tenant compte également de la pression interstitielle. Hashash et Park (2001) proposent un modèle proche en utilisant le modèle hyperbolique de Matasovic (1993), les règles de Masing généralisées et la pression de confinement.

Modèle élastoplastique unidirectionnel (Iwan, 1967)

Iwan (1967) proposa aussi un modèle rhéologique obéissant aux lois de Masing (pour un cycle fermé) et composé d'un assemblage de ressorts et de "patins" (ou frotteurs), (figure 3.6). C'est un modèle non linéaire hystérétique. Dans la suite, les résultats obtenus avec le modèle proposé seront comparés aux résultats du modèle de Iwan (cf. chapitre 4), appelé aussi modèle multi-linéaire. Ce modèle est brièvement décrit ci-dessous :

Pour décrire la relation contrainte-déformation, Iwan (1967) utilise 1 assemblage de n patins et ressorts en série. Les valeurs de résistance des patins augmentent avec l'indice 'i', telles que : $R_1 < R_2 < \dots < R_i < \dots < R_n$.

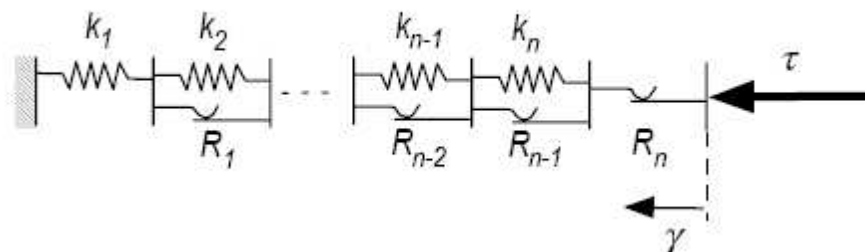


Figure 3.6 : Assemblage de patins et de ressorts dans le cas du modèle de Iwan (1967).

Initialement les contraintes résiduelles dans chacune des cellules sont égales à 0. Pendant

un chargement uniforme, la cellule i est sollicitée et la contrainte de cisaillement atteint R_i . Donc, quand la cellule i a joué, la contrainte résiduelle est R_i . Comme illustré sur la figure 3.7, la courbe “contrainte déformation” générée est linéaire par “morceaux” : les valeurs de rigidité et de viscosité varient à chaque pas. La dérivée de la contrainte de cisaillement s'écrit telle que :

$$\frac{d\tau}{d\gamma} = H \quad (7)$$

où le module de cisaillement H est :

$$H = \begin{cases} H_1 = k_1 & \text{si } 0 \leq \tau < R_1 \\ H_2 = (k_1^{-1} + k_2^{-1})^{-1} & \text{si } R_1 \leq \tau < R_2 \\ \dots \\ H_n = (k_1^{-1} + k_2^{-1} + \dots + k_n^{-1})^{-1} & \text{si } R_{n-1} \leq \tau < R_n \\ 0 & \text{si } \tau = R_n \end{cases} \quad (8)$$

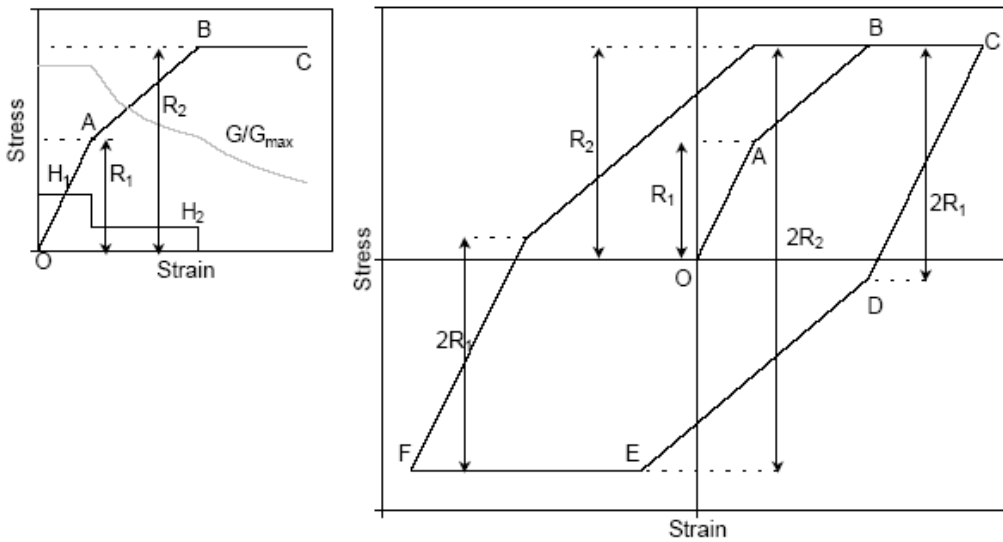


Figure 3.7 : courbe contrainte/déformation dans le cas du modèle d'Iwan (1967).

Quand les cycles sont fermés, le modèle respecte les règles de Masing.

Pour plus de détails sur le modèle, se référer à l'article de Iwan (1967) et aux modèles numériques dérivant de cette théorie (programme NERA : Bardet et Tobita, 2001).

1.2.3. Autres modèles

Enfin, il existe de nombreux autres modèles élastoplastiques plus sophistiqués utilisant généralement un écrouissage cinématique, tel que le modèle de Hujieux (Aubry et al., 1982 ; Hujieux, 1985). Ce modèle permet entre autre de modéliser des phénomènes telles que la

mobilité cyclique et la densification du sable lors de chargements.

Dans la majorité des cas, ces modèles basés sur les expériences de laboratoire ont tendance à accentuer la non-linéarité par rapport à la réalité (Kramer, 1996), là où le modèle linéaire équivalent a tendance à sous-estimer l'amortissement à basses fréquences.

Kramer et Paulsen (2004) ont réalisé un sondage informel sur le type de modèles utilisé chez les praticiens en dynamique des sols. Selon eux, le modèle viscoélastique linéaire équivalent est de loin le plus utilisé, tout particulièrement en Amérique du Nord. Cela s'explique par sa simplicité d'utilisation et le faible nombre de paramètres rhéologiques d'entrée. Il existe un décalage très important entre les nombreux modèles proposés par les chercheurs et l'utilisation courante, le plus souvent limitée, au modèle linéaire équivalent par les ingénieurs.

Dans la suite, un modèle de complexité intermédiaire est proposé. Il s'agit d'un modèle viscoélastique non linéaire, proche de celui proposé par Heitz et Bonnet (1989). Ce type de modèle, par son domaine d'application en déformation a pour but de combler le vide entre les modèles de type "linéaire équivalent" et les modèles non linéaires. D'autre part, les paramètres des sols sont en général mal connus. Les calculs d'ingénieurs utilisent souvent des résultats d'essais géotechniques (par exemple, pressiomètre, colonne résonante, etc.). Les paramètres dont on a généralement besoin sont difficiles à évaluer. L'intérêt du modèle viscoélastique non linéaire est donc de se contenter d'un nombre réduit de paramètres : uniquement ceux utilisés dans les modèles linéaires équivalents. En effet, le but à terme est de réaliser des simulations à l'échelle d'un bassin, et il est illusoire de connaître l'ensemble des propriétés rhéologiques des sols à cette échelle.

2. Modélisation viscoélastique non linéaire du comportement hystérétique

Cette partie présente un modèle viscoélastique non linéaire destiné à représenter de façon approchée le comportement hystérétique non linéaire d'un sol non saturé.

2.1. Etendre les modèles viscoélastiques linéaires

Dans le cas d'un comportement non linéaire, il n'est plus possible de recomposer le déplacement en un point quelconque à partir de ses composantes de Fourier. Une technique de perturbation, proposée dans Heitz et Bonnet (1989) permet de se ramener à une superposition de problèmes linéaires. En outre, la solution nécessite de connaître les fonctions de Green pour intégrer les termes non linéaires, ce qui représente une tâche

considérable dans le cas d'un milieu viscoélastique stratifié. Une voie possible pourrait être d'étendre cette méthode en écrivant la loi de comportement sous forme convenable d'un point de vue énergétique et en effectuant les calculs issus de la méthode de perturbation à l'aide de la méthodes par éléments finis.

Modéliser la réduction du module de cisaillement n'est pas particulièrement compliqué. En revanche, modéliser l'amortissement correspondant est beaucoup plus difficile à réaliser. Conscient de l'approximation apportée, une estimation instantanée de l'amortissement sera utilisée ici.

La modélisation présentée ci-après est destinée à une mise en place dans un code de calcul par éléments finis tel que le progiciel CESAR-LCPC en utilisant les capacités du code à traiter du comportement non linéaire des sols, mais en restant dans le cadre de modules viscoélastiques, afin d'éviter toutes les difficultés liées à la modélisation hystérétique du sol dans le cadre élastoplastique.

2.2. Formulation mécanique du modèle

2.2.1. Modèle viscoélastique 3D

Formulation générale

Dans le cas viscoélastique 3D, la relation contrainte-déformation est la suivante :

$$\sigma_{ij} = s_{ij} + p \delta_{ij} \quad (9)$$

avec σ_{ij} , s_{ij} , δ_{ij} et p respectivement le tenseur des contraintes, le tenseur déviatorique, le symbole de Kronecker et la partie sphérique du tenseur des contraintes :

$$p = K \cdot \text{trace}(\epsilon) \quad (10)$$

où K et $\text{trace}(\epsilon) = \epsilon_{\kappa\kappa}$ sont, respectivement, le module de compressibilité et la trace du tenseur des déformations.

Dans le cas viscoélastique linéaire, la relation entre le tenseur de contraintes déviatorique s_{ij} et le tenseur de distorsion déviatorique e_{ij} est formulé dans le domaine fréquentiel, sous la forme :

$$s_{ij}(\omega) = M(\omega) \cdot e_{ij}(\omega) \quad (11)$$

$s_{ij}(\omega)$ et $e_{ij}(\omega)$ sont les transformées de Fourier des composantes déviatoriques des tenseurs de contrainte et déformation. $M(\omega)$ est le module viscoélastique complexe, à partir duquel, on peut définir l'atténuation Q^{-1} telle que :

$$Q^{-1} = \frac{\Im(M(\omega))}{\Re(M(\omega))} \quad (12)$$

Modèle à “Q quasi-constant” (Nearly Constant Q)

L'équation (11) devient dans le domaine temporel :

$$s_{ij}(t) = \int_{-\infty}^t M(t-\tau) \cdot e_{ij}(\tau) d\tau \quad (13)$$

Mandel (1966) montre qu'il est possible de trouver un assemblage de modules de Maxwell en parallèle (ou de modules de Kelvin en série) qui permette d'ajuster une fonction de relaxation quelconque. Deux auteurs exposent ces deux modèles rhéologiques : Liu et al. (1976) pour le modèle de Kelvin-Voigt généralisé, et Emmerich et Korn (1987) pour le modèle de Maxwell généralisé.

Ces modèles ont été repris de nombreuses fois dans des modèles viscoélastiques (Moczo et Kristek, 2005). La formulation de Liu et al. (1976) a d'ailleurs été corrigée récemment par Moczo et Kristek (2005). En fonction de la contrainte et de la déformation, elle s'écrit alors sous la forme :

$$\epsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{M_R} - \frac{1}{M_R} \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \left(1 - \frac{\tau_{\sigma k}}{\tau_{\epsilon k}} \right) \int_0^\infty \exp(-\theta/\tau_{\epsilon k}) \dot{\sigma}(t-\theta) d\theta \quad (14)$$

pour N cellules de Kelvin-Voigt, avec M_R le module relâché, $\tau_{\sigma k}$ le temps de relaxation de la contrainte sous déformation constante, et $\tau_{\epsilon k}$ le temps de relaxation sous contrainte constante. Cette relation entre la déformation et la contrainte est assez complexe. Par contre, Emmerich et Korn (1987) donnent une expression plus simple (équation 15) de la contrainte en fonction de la déformation. En plus de la formulation, ils proposent une méthode pour optimiser le choix des coefficients rhéologiques du modèle. Vraisemblablement pour ces 2 raisons, cette dernière formulation est le plus souvent reprise dans les formulations viscoélastiques linéaires en temps (Moczo et al., 2005). C'est d'ailleurs celle-ci qui sera étendue dans la suite (figure 3.8).

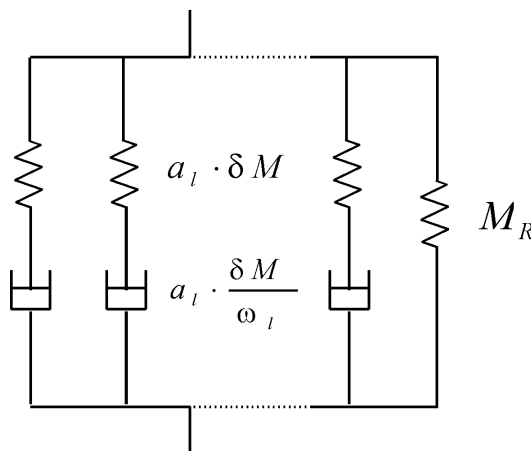


Figure 3.8 : Assemblage de Maxwell généralisé avec les viscosités $a_l d M / \omega_l$ et les modules élastiques $a_l d M$.

Ci-dessous, le principe est brièvement expliqué. Pour plus de précisions, le lecteur pourra se reporter directement à l'article d'Emmerich et Korn (1987).

Le raisonnement est basé sur l'hypothèse suivante : la fonction de relaxation $R(\omega)$ destinée à représenter le comportement viscoélastique du sol, est définie par l'assemblage de N cellules de Maxwell. Chacune des cellules a un amortisseur et un ressort de valeurs respectives $a_l \frac{\delta M}{\omega_l}$ et $a_l \delta M$ où δM est la différence entre le module relâché M_R et le module instantané G_0 (figure 3.9). N est le nombre de cellules du modèle. Les fréquences notées ω_l sont réparties uniformément sur l'intervalle de fréquence choisi, dans lequel on cherche un amortissement (ou un facteur de qualité Q) constant.

L'équation des contraintes s'exprime sous la forme :

$$s_{ij}(t) = 2 G_0 \left(e_{ij}(t) - \sum_{l=1}^N \zeta_{ij,l}(t) \right) \quad (15)$$

avec les variables $\zeta_{ij,l}$ caractérisant la partie visqueuse du module, et qui vérifient l'équation différentielle du premier ordre suivante :

$$\dot{\zeta}_{ij,l}(t) + \omega_l \zeta_{ij,l}(t) = a_l \omega_l \frac{\delta M}{G_0} e_{ij}(t) \quad (16)$$

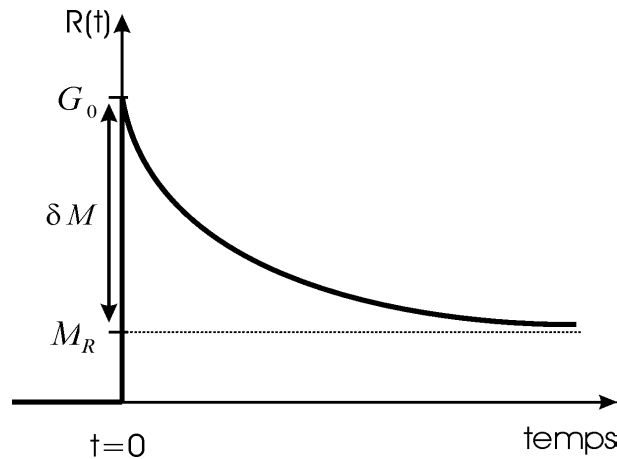


Figure 3.9 : Fonction de relaxation $R(t)$. G_0 est le module instantané et $M_R = G_0 - \delta M$ est le module relâché.

Le but est de déterminer les valeurs des paramètres rhéologiques du modèle. M s'écrit tel que :

$$M(\omega) = M_R + \sum_{l=1}^N a_l \delta M \frac{i \omega}{i \omega + \omega_l} \quad (17)$$

Le facteur de qualité Q s'écrit alors :

$$Q^{-1} = \frac{\Im(M(\omega))}{\Re(M(\omega))} = \frac{\delta M}{M_R} \frac{\sum_{l=1}^N a_l \frac{\omega/\omega_l}{1+(\omega/\omega_l)^2}}{1 + \frac{\delta M}{M_R} \sum_{l=1}^N a_l \frac{(\omega/\omega_l)^2}{1+(\omega/\omega_l)^2}} \quad (18)$$

Pour déterminer les coefficients a_l , les auteurs font l'approximation suivante : $\delta M \ll M_R$, ce qui permet d'écrire Q^{-1} , comme suit :

$$Q^{-1} = \frac{\Im(M(\omega))}{\Re(M(\omega))} = \frac{\delta M}{M_R} \sum_{l=1}^N a_l \frac{\omega/\omega_l}{1+(\omega/\omega_l)^2} \quad (19)$$

Emmerich et Korn (1987) les normalisent en posant :

$$y_l = \frac{\delta M}{M_R} a_l \quad (20)$$

Ils supposent connues certaines fréquences ω pour lesquelles $Q(\omega) = Q_0$ avec Q_0 , le facteur de qualité souhaité. Ils obtiennent un système sur-déterminé dont les inconnues sont les y_l . Le système est résolu avec la méthode des moindres carrés.

Pour résumer, le module complexe M et le facteur d'atténuation Q^{-1} s'écrivent ainsi :

$$M(\omega) = G_0 \left[1 - \frac{\sum_{l=1}^N y_l \omega_l / (i\omega + \omega_l)}{1 + \sum_{l=1}^N y_l} \right] \quad (21)$$

$$Q^{-1} = \frac{\Im(M(\omega))}{\Re(M(\omega))} \quad (22)$$

Une fois les y_l connus (identiques à chaque temps), il reste à résoudre, à chaque itération temporelle, le système de N équations différentielles du premier ordre :

$$\dot{\zeta}_{ij,l}(t) + \omega_l \zeta_{ij,l}(t) = \omega_l \frac{y_l}{1 + \sum_{l=1}^N y_l} e_{ij}(t) \quad (23)$$

2.2.2. Modèle viscoélastique non linéaire 3D

Modèle à "Q quasi-constant" non linéaire (NL-NCQ)

L'équation (15) est généralisée pour tenir compte du comportement viscoélastique non linéaire 3D du sol, en utilisant l'équation suivante :

$$s_{ij}(t) = 2G(J_2) \left[e_{ij}(t) - \sum_{l=1}^N \zeta_{ij,l}(t, y_l(J_2)) \right] \quad (24)$$

avec J_2 le second invariant du tenseur des déformations, défini par la relation suivante :

$$J_2 = I_2' - \frac{I_1'^2}{3} \quad (25)$$

avec I_1' et I_2' les 2 premiers invariants du tenseur des déformations, qui sont obtenus par les relations :

$$I_1' = \text{trace}(\varepsilon) \quad (26)$$

et

$$I_2' = \frac{1}{2} \cdot \text{trace}(\varepsilon^2) \quad (27)$$

Pour un chargement unidirectionnel, la valeur du module de cisaillement dépend de l'amplitude de la contrainte de cisaillement et de la contrainte effective principale (Seed et Idriss, 1970 ; Pecker et al, 1983 ; Jaime, 1987). Pour faire varier le module de cisaillement au cours des cycles de chargement, en fonction de la déformation, la formulation proposée par Heitz (1988) issue de celle de Hardin et Drnevich (1972) est reprise ici :

$$G(J_2) = G_0 [1 - \phi(J_2)] \quad (28)$$

avec

$$\phi(J_2) = \frac{\alpha_{NL} |J_2|^{1/2}}{1 + \alpha_{NL} |J_2|^{1/2}} \quad (29)$$

où G_0 représente le module caractéristique du comportement du sol à faibles niveaux de déformation, et α_{NL} est un paramètre caractéristique du comportement non linéaire du sol. Suivant Heitz (1988), nous posons :

$$|\gamma_{oct}| = 2 |J_2|^{1/2} \quad (30)$$

avec γ_{oct} la déformation octaédrique.

Maintenant l'équation (28) peut-être réécrite sous la forme hyperbolique suivante :

$$G(J_2) = G_0 [1 - \phi(|\gamma_{oct}|)] \quad (31)$$

où :

$$\phi(|\gamma_{oct}|) = \frac{\alpha_{NL} |\gamma_{oct}|/2}{1 + \alpha_{NL} |\gamma_{oct}|/2} \quad (32)$$

Caractéristiques du modèle NL-NCQ

Dans la limite des petites déformations, le problème a déjà été résolu précédemment et se réduit aux équations suivantes :

$$Q_0^{-1} = 2 \beta_0(J_2) \quad (33)$$

et

$$G(|\gamma_{oct}| \approx 0) = G_0 \quad (34)$$

Pour les autres valeurs induites par des déformations plus importantes, l'atténuation Q^{-1} change et doit suivre la courbe $2\beta(\gamma)$. Ce changement n'a pas d'influence sur le domaine de fréquence dans lequel Q^{-1} est constant ; autrement dit, seules les variables y_l changent. Il est supposé alors que chaque nouveau y_l est proportionnel au $y_{l,0}$ correspondant :

$$y_l(|\gamma_{oct}|) = c(|\gamma_{oct}|) y_{l,0} \quad (35)$$

A tous les niveaux de déformations, il vient la généralisation de l'équation (21) :

$$M(\omega) = G_0 \left[1 - \frac{c(|\gamma_{oct}|) \sum_{l=1}^N y_{l,0} \omega_l / (i\omega + \omega_l)}{1 + c(|\gamma_{oct}|) \sum_{l=1}^N y_{l,0}} \right] \quad (36)$$

Pour trouver la seule inconnue $c(|\gamma_{oct}|)$, une formulation déjà proposée par de précédents auteurs est utilisée (El Hosri, 1984 ; Heitz, 1989 ; Quantrill et al., 1998) :

$$c(|\gamma_{oct}|) = \frac{Q^{-1}(\omega, |\gamma_{oct}|)}{Q_0^{-1}} = \frac{\beta(|\gamma_{oct}|)}{\beta_0} = \left[1 + \frac{\beta_{max} - \beta_0}{\beta_0} \phi(|\gamma_{oct}|) \right] \quad (37)$$

où β_0 et β_{max} sont respectivement les paramètres de la dissipation d'énergie dans les cas de très faible et très forte déformations.

C'est une généralisation de la relation empirique 1D souvent utilisée (Hardin et Drnevich, 1972) qui relie la variation de l'amortissement β à la variation de G , sous la forme :

$$\beta(\gamma) = \beta_{max} \left(1 - \frac{G(\gamma)}{G_0} \right) \quad (38)$$

Cette relation ne tient pas compte de l'amortissement à faible niveau de déformation, d'où l'extension proposée.

Pour chaque niveau de déformation, l'équation (23) est réécrite sous forme plus générale en utilisant l'équation (35) :

$$\ddot{\zeta}_{ij,l}(t) + \omega_l \zeta_{ij,l}(t) = \omega_l \frac{c(|\gamma_{oct}|) y_{l,0}}{1 + c(|\gamma_{oct}|) \sum_{l=1}^N y_{l,0}} \epsilon_{ij}(t) \quad (39)$$

Pour résoudre l'équation (24) dans le domaine temporel, le système ci-dessus couplé à l'équation (31) est donc considéré.

Synthèse : cas 1D

Dans le cas d'un chargement unidirectionnel, la déformation γ s'obtient à partir de la seule composante non-nulle du tenseur des déformations : $|\gamma_{oct}| = 2|\gamma|$. Alors l'équation (31) peut

être écrite sous la forme :

$$G(|\gamma|) = \frac{G_0}{1 + \alpha_{NL} |\gamma|} \quad (40)$$

De même, l'équation de la fonction $c(|\gamma|)$ (équation 37) est obtenue :

$$c(|\gamma|) = 1 + \frac{\beta_{max} - \beta_0}{\beta_0} \left(\frac{\alpha_{NL} |\gamma|}{1 + \alpha_{NL} |\gamma|} \right) \quad (41)$$

où β_0 et β_{max} sont maintenant des paramètres rhéologiques expérimentaux. A chaque pas de temps, les valeurs associées aux fonctions $\zeta_l(t)$ sont obtenues en résolvant l'équation suivante :

$$\dot{\zeta}_l(t) + \omega_l \zeta_l(t) = \omega_l \frac{c(|\gamma|) y_{l,0}}{1 + c(|\gamma|) \sum_{l=1}^N y_{l,0}} \gamma(t) \quad (42)$$

où les variables $y_{l,0}$ sont connues, grâce à la résolution de la formulation (22), dans le cas de petites déformations. Cela revient à écrire un nouveau coefficient : $\gamma_l(\gamma) = c(|\gamma|) \cdot y_{l,0}$. Finalement, l'équation rhéologique (24) est résolue dans le cas 1D et s'écrit telle que :

$$\tau(t) = \frac{G_0}{1 + \alpha_{NL} |\gamma|} \left[\gamma(t) - \sum_{l=1}^N \zeta_l(t, \gamma_l(\gamma)) \right] \quad (43)$$

NOTA : Il n'est pas évident à ce stade de savoir si la dépendance de l'amortissement du sol en fonction de la distorsion peut être induite par une variation convenable de l'amortissement avec la fréquence, comme suggéré dans Kausel et Assimaki (2002).

Dans ce qui suit, la dissipation permettra de vérifier la dépendance de l'amortissement en fonction de la distorsion. Par la suite, on vérifiera que l'influence de la fréquence est négligeable.

2.2.3. Modélisation de la loi de comportement

La loi de comportement est testée pour une sinusoïde à différentes fréquences, pour différentes valeurs de distorsions, et une valeur du coefficient de non-linéarité, $\alpha_{NL} = 1000$. Un exemple de résultat est donné sur la figure 3.10, à la fréquence de $f = 10\text{Hz}$ pour un pas d'échantillonnage de $dt = 0,0005\text{s}$. Sur cette figure, le cycle est presque centré sur la courbe de premier chargement. Les valeurs de G_{max} obtenues sont très proches de celles souhaitées (figure 3.11).

Sur la figure 3.11, les valeurs d'amortissement obtenues sont également représentées à partir des cycles contrainte-déformation. Comparé aux valeurs d'amortissements cherchées, il apparaît une sous-estimation de la valeur d'amortissement. Cette différence est faible pour

de faibles distorsions mais augmente pour des distorsions élevées. Cela s'explique par la forme des cycles écrits : d'après la formule (2), l'amortissement est égal à $\beta = \frac{W_d}{4\pi W}$. Pour un premier chargement fixé, la forme des cycles est concave sur la moitié du cycle. Cela donne alors une valeur de W_d plus faible. Et donc l'amortissement β est également plus faible.

Dans la suite, cette formulation sera mise en oeuvre grâce à la méthode des éléments finis. Au chapitre 4, une autre formulation pour la partie visqueuse non linéaire sera proposée pour essayer de se rapprocher de la courbe d'amortissement théorique.

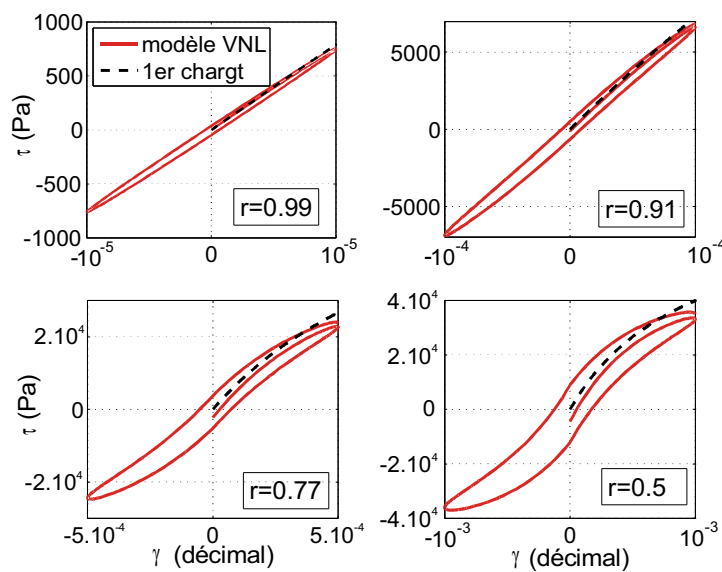


Figure 3.10 : Courbe contrainte-déformation obtenue avec une sinusoïde ($f=10\text{Hz}$) pour différentes valeurs de distorsions avec $r=G(\gamma_{\max})/G_0$ ($\alpha_{NL}=1000$).

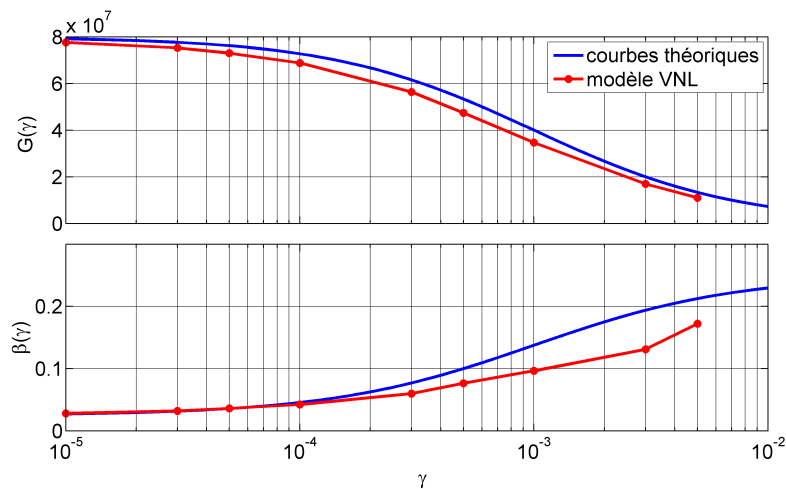


Figure 3.11 : Comparaison des valeurs de réduction du module et d'augmentation de la dissipation obtenue avec la loi de comportement ($\alpha_{NL}=1000$, $f=10\text{Hz}$).

3. Formulation numérique 1D par la méthode des éléments finis

3.1. Equations du problème

Dans la suite, les vecteurs colonnes sont notés avec des accolades, les vecteurs lignes avec des côtes '<...>' et les matrices avec des crochets.

Comme représentée sur la figure 3.12, la couverture sédimentaire est divisée en n couches d'épaisseur h , de densités et de vitesses variables. A l'intérieur de la couverture sédimentaire, c'est la valeur de l'accélération horizontale provoquée par une onde SH d'incidence verticale qui est recherchée ici.

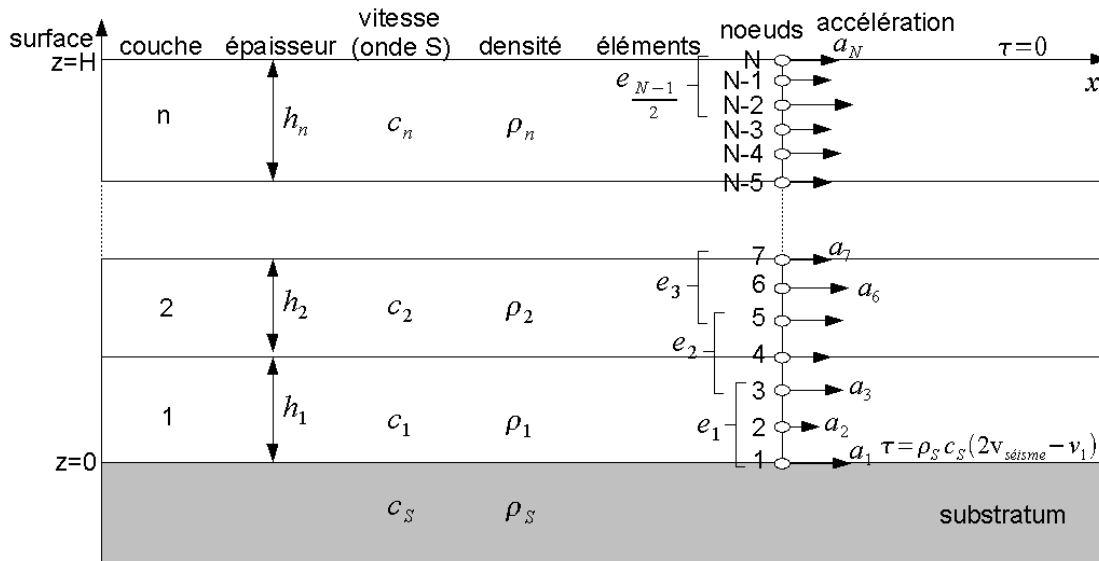


Figure 3.12 : Schéma de maillage utilisé pour le cas de plusieurs couches sédimentaires.

L'équation de la dynamique 1D suivante est intégrée :

$$\frac{\partial \tau(z, t)}{\partial z} - \rho \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (44)$$

avec $\tau(t)$ explicité à l'équation (43).

Il est associé à cette équation, 2 conditions aux limites :

- 1 condition de Neumann : $\tau(z=H)=0$;
- soit 1 condition de frontière absorbante : $\tau(z=0)=\rho_s c_s (2 v_{\text{séisme}} - v(z=0))$;
soit 1 condition de Dirichlet avec l'accélération imposée à l'interface.

3.2. Formulation faible

Le principe des travaux virtuels, pour le profil de sol d'épaisseur H s'applique à l'équation (44) et s'écrit après intégration par parties et utilisation des conditions aux limites :

$$\int_0^H \langle \delta u \rangle \{b\} dz + \delta u(0) \tau(0) - \int_0^H \langle \delta \gamma \rangle \{\tau\} dz = 0 \quad (45)$$

où :

- δu est le déplacement virtuel, avec la déformation associée : $\delta \gamma = \frac{\partial \delta u}{\partial z}$.

- τ , le vecteur contrainte à l'interface rocher/sédiment imposant la condition à la limite : condition d'absorption et excitation de l'onde incidente (cf. Annexe).

- b , les forces de volume, égales ici aux forces d'inertie : $b = -\rho \cdot a$.

L'expression de la viscosité est explicitée en injectant l'équation (43) dans l'équation (45) :

$$-\int_0^H \rho \langle \delta u \rangle \{a\} dz + \tau(0) v(0) - \int_0^H \langle \delta \gamma \rangle \left(\{f(\gamma)\} - G(\gamma) \left\{ \sum_l \zeta_l(\gamma) \right\} \right) dz = 0 \quad (46)$$

avec $f(\gamma) = G(\gamma) \cdot \gamma$.

Il vient :

$$\int_0^H \rho \langle \delta u \rangle \{a\} dz + \int_0^H \langle \delta \gamma \rangle \{f(\gamma)\} dz - \int_0^H \langle \delta \gamma \rangle G(\gamma) dz \cdot \left\{ \sum_l \zeta_l(\gamma) \right\} = \delta u(0) \tau(0) \quad (47)$$

3.3. Discrétisation temporelle et spatiale du problème

La méthode des éléments finis formalise la discrétisation du système dans le temps et dans l'espace. L'accélération a est évaluée pour l'ensemble des N noeuds, qui discrétisent les n couches sédimentaires.

3.3.1. Discrétisation spatiale

Le système est divisé en un nombre fini d'éléments. Ces éléments sont composés de 3 noeuds ayant chacun 1 seul degré de liberté (figure 3.12) : ce sont des éléments linéiques quadratiques.

Le but est de déterminer l'accélération horizontale en chacun des noeuds.

Soit $a(z,t)$, l'accélération suivant l'axe horizontal x , qui est reliée aux accélérations nodales regroupées dans le vecteur $a(t)$ par la relation matricielle : $a(z,t) = \langle N(z) \rangle \cdot \{a(t)\}$ où $\langle N(z) \rangle$ est le vecteur des fonctions d'interpolation (cf. Annexe).

De même pour le déplacement, le champ de déplacement $u(z,t)$ et les déplacements nodaux $\{u(t)\}$ sont reliés par : $u(z,t) = \langle N(z) \rangle \cdot \{u(t)\}$.

Pour le champ de déformation $\gamma(z,t)$, il vient alors :

$$\gamma(z,t) = \frac{\partial u(z,t)}{\partial z} = \frac{\partial \langle N(z) \rangle}{\partial z} \{u(t)\} = \langle B(z) \rangle \cdot \{u\} \quad , \text{ où } B(z), \text{ est la dérivée du vecteur des}$$

fonctions d'interpolation.

3.3.2. Discrétisation temporelle

Le temps est discrétisé en une série d'intervalles de type : $t=(n+1)\Delta t$. On pose alors

$$\{u\}((n+1)\cdot\Delta t)=\{u_{n+1}\} \quad , \quad f((n+1)\cdot\Delta t)=F_{n+1} \quad \text{et} \quad \{\zeta_l\}((n+1)\cdot\Delta t)=\{\zeta_{l,n+1}\} \quad .$$

L'équation (42), donnant les paramètres de la fonction de relaxation peut s'écrire au temps $t=(n+1)\Delta t$:

$$\dot{\zeta}_{l,n+1} + \omega_l \cdot \zeta_{l,n+1} = \omega_j \frac{c(y_{n+1}) \cdot y_l(y_{n+1})}{1 + c(y_{n+1}) \cdot \sum_l y_l(y_{n+1})} \cdot y_{n+1} \quad (48)$$

L'équation (47) devient au même pas :

$$\begin{aligned} & \int_0^H \rho \langle \delta u \rangle dz \cdot \{a_{n+1}\} + \int_0^H \langle \delta y \rangle \{f(y_{n+1})\} dz \\ & - \int_0^H \langle \delta y \rangle G(y_{n+1}) dz \left\{ \sum_l \zeta_{l,n+1}(y_{n+1}) \right\} = \delta u(0) \tau_{n+1}(0) \end{aligned} \quad (49)$$

3.3.3. Formulation matricielle

Equation du mouvement

Le problème est donc de résoudre l'équation (49), qui est une équation différentielle non linéaire, tout en ayant, au préalable, les solutions du système d'équations (48). L'équation (49) est mise en place dans un programme de calcul par éléments finis.

En posant : $\delta u(z) = \langle N(z) \rangle \{ \delta u \}$, on a : $\delta \varepsilon(z) = \left\langle \frac{\partial N}{\partial z} \right\rangle \{ \delta u \} = \langle B(z) \rangle \{ \delta u \}$ et il vient :

$$\begin{aligned} & \int_0^H \rho \{N\} \langle N \rangle dz \cdot \{a_{n+1}\} + \int_0^H \langle B \rangle \{f(y_{n+1})\} dz \\ & - \int_0^H \langle B \rangle \{N\} \cdot G(y_{n+1}) dz \left\{ \sum_l \zeta_{l,n+1}(y_{n+1}) \right\} = \delta u(0) \tau_{n+1}(0) \end{aligned} \quad (50)$$

Le terme $\delta u(0) \tau_{n+1}(0)$ traduit la condition de frontière absorbante à l'interface,

$[C_f] \{v_{n+1}\}$ faisant intervenir la force appliquée, notée F_{n+1} .

Ainsi, il y a : $\delta u(0) \tau_{n+1}(0) = \{F_{n+1}\} - [C_f] \cdot \{v_{n+1}\}$ (cf. Annexe).

Il est également introduit :

- la matrice de masse, $[M]$ telle que : $[M] = \int_0^H \{N\} \langle N \rangle \rho dz$,
- la matrice de rigidité tangente, dépendant de la distorsion pour la partie élastique non linéaire, multipliée par le vecteur déplacement :

$$\{P_e(u)\} = \int_0^H \{B\} G(y) y dz = \int_0^H \{B\} G(y) \langle B \rangle \{u\} dz \quad ,$$

- la viscosité non linéaire : $\{P_v(u)\} = \int_0^H \{G(y)\} \{B\} \langle N \rangle dz \cdot \left\{ \sum_j \zeta_{j,n+1}(y) \right\}$.

L'équation suivante est ainsi obtenue :

$$[M] \cdot \{a_{n+1}\} + \{P_e(u_{n+1})\} - \{P_v(u_{n+1})\} + [C_f] \cdot \{v_{n+1}\} = \{F_{n+1}\} \quad .$$

3.3.4. Résolution

Le schéma de résolution choisi s'appuie sur une combinaison des méthodes ci-dessous :

- la méthode de Crank-Nicolson pour trouver la valeur des paramètres de la fonction de relaxation ζ_j .
- la méthode HHT- α (Hughes, 1987) qui est une généralisation de la méthode de Newmark (1959) pour intégrer les aspects temporels.
- la méthode de Newton pour intégrer les aspects non linéaires.

NOTA : l'algorithme et l'assemblage des matrices sont décrits en détail en annexe.

Méthode de Crank-Nicolson (Zienkewicz, 2004) :

L'équation (48) donne les paramètres de viscosité :

$$\dot{\zeta}_{n+1,l} + \omega_l \zeta_{n+1,l} = \omega_l \frac{c(y_{n+1}) \cdot y_l(y_{n+1})}{1 + c(y_{n+1}) \sum_{l=1}^N y_l(y_{n+1})} y_{n+1} \quad (51)$$

$$\zeta_{n+1,l} = \zeta_{n,l} + \frac{\Delta t}{2} \dot{\zeta}_{n,l} + \frac{\Delta t}{2} \dot{\zeta}_{n+1,l} \quad (52)$$

L'équation (52) est injectée dans l'équation (51) :

$$\dot{\zeta}_{n+1,l} + \omega_l \left(\zeta_{n,l} + \frac{\Delta t}{2} \dot{\zeta}_{n,l} + \frac{\Delta t}{2} \dot{\zeta}_{n+1,l} \right) = \omega_l \frac{c(y_{n+1}) \cdot y_l(y_{n+1})}{1 + c(y_{n+1}) \sum_{l=1}^N y_l(y_{n+1})} y_{n+1} \quad (53)$$

d'où :

$$\dot{\zeta}_{n+1,l} = \left[\frac{c(y_{n+1}) \cdot y_l(y_{n+1})}{1 + c(y_{n+1}) \sum_{l=1}^N y_l(y_{n+1})} y_{n+1} - \left(\zeta_{n,l} + \frac{\Delta t}{2} \dot{\zeta}_{n,l} \right) \right] \left(\frac{2\omega_l}{2 + \Delta t \omega_l} \right) \quad (54)$$

L'équation (54) est combinée à l'équation (52) :

$$\zeta_{n+1,l} = \zeta_{n,l} + \frac{\Delta t}{2} \dot{\zeta}_{n,l} + \frac{\Delta t}{2} \left[\frac{c(\gamma_{n+1}) \cdot y_l(\gamma_{n+1})}{1 + c(\gamma_{n+1}) \sum_{l=1}^N y_l(\gamma_{n+1})} \gamma_{n+1} - \left(\zeta_{n,l} + \frac{\Delta t}{2} \dot{\zeta}_{n,l} \right) \right] \left(\frac{2\omega_l}{2 + \Delta t \omega_l} \right) \quad (55)$$

d'où :

$$\zeta_{n+1,l} = \left(1 - \frac{2\omega_l}{2 + \Delta t \omega_l} \right) \left(\zeta_{n,l} + \frac{\Delta t}{2} \dot{\zeta}_{n,l} \right) + \left(\frac{\omega_l \Delta t}{2 + \Delta t \omega_l} \right) \left[\frac{c(\gamma_{n+1}) \cdot y_l(\gamma_{n+1})}{1 + c(\gamma_{n+1}) \sum_{l=1}^N y_l(\gamma_{n+1})} \gamma_{n+1} \right] \quad (56)$$

L'expression (56) obtenue entre la distorsion et les paramètres de la fonction de relaxation est une expression explicite.

Deux schémas différents sont utilisés en parallèle dans la suite : le schéma implicite et explicite.

SCHEMA IMPLICITE :

Méthode de Newmark :

Elle est appliquée pour intégrer l'équation (50) dans le temps et obtenir les valeurs des vecteurs a , v et u à chaque itération.

Principe de la méthode :

La méthode est basée sur les relations suivantes :

- l'estimation de v au pas $(n+1)$:

$$v_{n+1} = v_n + \Delta t \cdot [(1 - \beta_1) a_n + \beta_1 \cdot a_{n+1}] \quad (57)$$

- l'estimation de u au pas $(n+1)$:

$$u_{n+1} = u_n + \Delta t \cdot v_n + \frac{\Delta t^2}{2} [(1 - \beta_2) \cdot a_n + \beta_2 \cdot a_{n+1}] \quad (58)$$

où Δt est l'incrément dans le temps.

β_1 et β_2 sont les paramètres qui contrôlent la stabilité et la dissipation numérique de

l'algorithme. L'algorithme de Newmark est inconditionnellement stable si $\beta_1 \geq \frac{1}{2}$, $\beta_2 \leq 1$ et

$$\Delta t \leq \frac{1}{\omega_{MAX} \sqrt{\frac{\beta_1 - \beta_2}{2}}} \quad \text{où } \omega_{MAX} \text{ est la fréquence maximale dans le système.}$$

Les valeurs de déplacement u_n sont supposées connues au pas n , ainsi que les valeurs de

vitesse v_n , et d'accélération a_n au point considéré. Le schéma de résolution de l'équation (50) s'exprime en fonction de $\psi(a_{n+1})$, c'est-à-dire que l'accélération a_{n+1} est l'inconnue principale au pas $(n+1)$.

Dans le cas linéaire, l'équation de la dynamique s'écrit sous la forme :

$[M] \cdot \{a_{n+1}\} + [C] \cdot \{v_{n+1}\} + [K] \cdot \{u_{n+1}\} = \{F_{n+1}\}$, avec $[C]$, matrice d'amortissement et $[K]$, matrice de rigidité.

Dans cette dernière, les équations (57) et (58) sont injectées pour tout exprimer en fonction de a_{n+1} . Il vient :

$$\{a_{n+1}\} = - \left([M] + \beta_1 \Delta t [C] + \beta_2 \frac{\Delta t^2}{2} [K] \right)^{-1} \left(-\{F_{n+1}\} + [C] (\{v_n\} + \Delta t (1 - \beta_1) \{a_n\}) + [K] \left(\{u_n\} + \Delta t \{v_n\} + \frac{\Delta t^2}{2} (1 - \beta_2) \{a_n\} \right) \right) \quad (59)$$

Application

l'expression de la vitesse (Newmark, formule 57) est injectée dans l'équation :

$$[M] \cdot \{a_{n+1}\} + [C_f] \cdot \{v_{n+1}\} + \{P_e(u_{n+1})\} - \{P_v(u_{n+1})\} = \{F_{n+1}\}.$$

Il vient :

$$([M] + \beta_1 \Delta t [C_f]) \{a_{n+1}\} + \{P_e(u_{n+1})\} - \{P_v(u_{n+1})\} + [C_f] (\{v_n\} + \Delta t (1 - \beta_1) \{a_n\}) = \{F_{n+1}\} \quad (60)$$

- La méthode pour le cas inconditionnellement stable est utilisée : $b_1 = b_2 = 0,5$. Elle correspond à la méthode des trapèzes.
- Des problèmes peuvent apparaître : des hautes fréquences parasites peuvent être générées ($> 20\text{Hz}$), qui n'ont pas de sens physique dans ce problème. Les coefficients b_1 et b_2 peuvent être modifiés mais de l'amortissement numérique apparaît (figure 3.14).

Pour y faire face et améliorer la formulation de Newmark, un amortissement numérique est introduit à hautes fréquences. Différentes méthodes sont utilisées dans la littérature (Houbolt, 1950 ; méthode Wilson- θ ; Wood, Bossak et Zienkewicz, 1981). La méthode retenue (HHT- α) a été proposée par Hilbert, Hughes et Taylor (Hughes, 1987). Celle-ci permet d'introduire de l'amortissement dans la méthode de Newmark sans altérer le signal à plus basse fréquence (figure 3.14). L'équation du mouvement

$[M] \cdot \{a_{n+1}\} + [C] \cdot \{v_{n+1}\} + [K] \cdot \{u_{n+1}\} = \{F(t_{n+1})\}$ s'écrit alors sous la forme :

$$[M] \cdot \{a_{n+1}\} + (1 + \alpha_H) [C] \cdot \{v_{n+1}\} - \alpha_H [C] \cdot \{v_n\} + (1 + \alpha_H) [K] \cdot \{u_{n+1}\} - \alpha_H [K] \cdot \{u_n\} = \{F(t_{n+\alpha_H})\}$$

avec $t_{n+\alpha_H} = (1+\alpha_H)t_{n+1} - \alpha_H t_n = t_{n+1} + \alpha_H \Delta t$, et les coefficients de Newmark se déduisent

des relations suivantes : $\beta_1 = \frac{(1-2\alpha_H)}{2}$ et $\beta_2 = \frac{(1-\alpha_H)^2}{2}$.

Dans ce cas, l'équation (60) devient :

$$([M] + (1+\alpha_H)\beta_1 \Delta t [C_f]) \cdot \{a_{n+1}\} + (1+\alpha_H)[C_f] \Delta t (1-\beta_1) \cdot \{a_n\} + [C_f] \cdot \{v_n\} + (1+\alpha_H)(\{P_e(u_{n+1})\} - \{P_v(u_{n+1})\}) - \alpha_H(\{P_e(u_n)\} - \{P_v(u_n)\}) - \{F(t_{n+\alpha_H})\} = 0 \quad (61)$$

Pour les valeurs de $\alpha_H = [-1/3, 0]$, la méthode est inconditionnellement stable (Hughes, 1987).

NOTA : un raffinement de la méthode HHT- α non utilisé ici, a été proposé par différents auteurs, avec entre autres l'introduction d'un coefficient supplémentaire dans la formulation (Hulbert et Chung, 1996).

Méthode de Newton-Raphson :

Le problème étant non linéaire, la méthode de Newton est couplée avec la méthode de Newmark.

La méthode de Newton est largement utilisée pour résoudre les problèmes non linéaires. Le but est d'approximer la solution non linéaire par une série d'itérations linéaires à partir d'un développement de Taylor. On note Ψ , la fonction apparaissant dans l'équation (61) :

$$\Psi_{n+1} = ([M] + (1+\alpha_H)\beta_1 \Delta t [C_f]) \cdot \{a_{n+1}\} + (1+\alpha_H)[C_f] \Delta t (1-\beta_1) \cdot \{a_n\} + [C_f] \cdot \{v_n\} + (1+\alpha_H)(\{P_e(\tilde{u}_{n+1})\} - \{P_v(\tilde{u}_{n+1})\}) - \alpha_H(\{P_e(u_n)\} - \{P_v(u_n)\}) - \{F(t_{n+\alpha_H})\} \quad (62)$$

Les valeurs de l'accélération, de la vitesse et du déplacement au rang n sont supposées connues. Le déplacement au rang $n+1$ est exprimé par :

$$\tilde{u}_{n+1} = u_n + \Delta t \cdot v_n + \frac{\Delta t^2}{2} \cdot a_n \quad (63)$$

Les inconnues sont l'accélération a_{n+1} et le déplacement u_{n+1} au temps $(n+1) \cdot \Delta t$. Le système d'équations à résoudre est alors : $\{\Psi(a_{n+1})\} = \{0\}$.

Le principe de la méthode de Newton est de construire une suite $\{a_{n+1}^{(i)}\}$ vérifiant

$\{\Psi(a_{n+1}^{(i)})\} = \{0\}$ à partir de la fonction $\Psi(a_{n+1}^{(i)})$, sa dérivée $\frac{\partial \Psi(a_{n+1}^{(i)})}{\partial a_{n+1}}$ et le premier terme

de la suite $a_{n+1}^{(0)}$. On pose $\delta a_{n+1}^{(i)} = a_{n+1}^{(i+1)} - a_{n+1}^{(i)}$, l'incrément de l'accélération a_{n+1} entre l'itération i et l'itération $i+1$. A partir du développement de Taylor au premier ordre, le schéma itératif de Newton-Raphson s'écrit :

$$\{\delta a_{n+1}^{(i)}\} = - \left[\frac{\partial \Psi(a_{n+1}^{(i)})}{\partial a_{n+1}} \right]^{-1} \cdot \{\Psi(a_{n+1}^{(i)})\}.$$

La dérivée de $\Psi(a_{n+1}^{(i)})$ est calculée à partir de l'équation (61) : c'est la matrice jacobienne donnée en incluant la méthode HHT- α par :

$$\left[\frac{\partial \Psi(a_{n+1}^{(i)})}{\partial a_{n+1}} \right] = [M] + (1 + \alpha_H) \cdot \frac{\partial v_{n+1}^{(i)}}{\partial a_{n+1}} \cdot [C_f] + (1 + \alpha_H) \cdot \left[\frac{\partial P_e(u_{n+1}^{(i)})}{\partial a_{n+1}} \right] - (1 + \alpha_H) \cdot \left[\frac{\partial P_v(u_{n+1}^{(i)})}{\partial a_{n+1}} \right] .$$

$$\left[\frac{\partial \Psi(a_{n+1}^{(i)})}{\partial a_{n+1}} \right] = [M] + (1 + \alpha_H) \cdot \left(\Delta t \cdot \beta_1 [C_f] + \frac{\Delta t^2}{2} \beta_2 \left(\left[\frac{\partial P_e(u_{n+1}^{(i)})}{\partial u_{n+1}} \right] - \left[\frac{\partial P_v(u_{n+1}^{(i)})}{\partial u_{n+1}} \right] \right) \right) .$$

Les notations suivantes sont introduites :

- Kt_e est la dérivée par rapport au déplacement de la matrice de rigidité tangente pour

l'élasticité non linéaire : $Kt_e(u_{n+1}^{(i)}) = \frac{\partial P_e(u_{n+1}^{(i)})}{\partial u_{n+1}}$ (cf. Annexe pour le calcul).

- Kt_v est la dérivée par rapport au déplacement de la matrice de viscosité non linéaire :

$$Kt_v(u_{n+1}^{(i)}) = \frac{\partial P_v(u_{n+1}^{(i)})}{\partial u_{n+1}} .$$

La résolution de l'équation (60) est réalisée par un processus itératif, tel qu'à l'itération i :

$$\{\delta a_{n+1}^{(i)}\} = - \left([M] + (1 + \alpha_H) \cdot \left(\beta_1 \Delta t [C_f] + \frac{\Delta t^2}{2} \beta_2 \cdot \left([Kt_e(u_{n+1}^{(i)})] - [Kt_v(u_{n+1}^{(i)})] \right) \right) \right)^{-1} \cdot \{\Psi(a_{n+1}^{(i)})\}$$

La méthode de Newton est utilisée, car son taux de convergence est rapide (convergence quadratique). Il faut recalculer à chaque itération les matrices Kt_e et Kt_v , mais ceci permet de limiter le nombre d'itérations.

Un critère d'arrêt des itérations, prenant en compte les valeurs relatives de l'accélération est

définie par : $\frac{|\delta a_{n+1}^{(i+1)}|}{|a_{n+1}^{(i+1)}|} \ll \epsilon$. Dans la suite, nous prenons : $\epsilon = 10^{-5}$.

SCHEMA EXPLICITE :

La méthode de Newmark, avec $\beta_1 = 1/2$ et $\beta_2 = 0$ est également utilisée dans ce cas (équation 63) , conduisant à :

$$u_{n+1} = \tilde{u}_{n+1} \quad \text{et} \quad \{a_{n+1}\} = ([M] + \beta_1 \cdot \Delta t [C_f])^{-1} \cdot \{F_{n+1} - (P_e(u_{n+1}) - P_v(u_{n+1}) + [C_f] \cdot \tilde{v}_{n+1})\} .$$

3.4. Précision des résultats : Estimations de la dispersion et de l'amortissement numérique

Considérant le cas linéaire, pour des éléments linéiques quadratiques, Aki et Richards

(1980) suggèrent pour le maillage, une distance entre 2 noeuds, notée dx inférieure ou égale à :

$$dx = \frac{V_s}{ppw \cdot f_{max}} \text{ et } dx = V_{min} \cdot dt \quad (64)$$

Le nombre de points par longueur d'onde est choisi égal à 6 ($ppw=6$), et pour un pas de discrétisation temporel de 0,005s et une célérité de $V_s=200m/s$, ces valeurs conduisent à une distance entre 2 noeuds égale à :

$$dx = \frac{V_s}{ppw \cdot f_{max}} \approx 1,67 \text{ m pour } f_{max}=20Hz.$$

Semblat et Brioist (1999) comparent les résultats de la propagation d'ondes de maillages d'éléments de différents degrés : l'utilisation d'éléments d'ordre au moins quadratique permet de limiter fortement la dispersion numérique associée. La distance parcourue est importante ici, en particulier si les ondes incidentes sont piégées dans la partie sédimentaire et donc se propagent plusieurs fois sur toute la hauteur du profil.

Dans la validation de la modélisation non linéaire, la réduction du module de cisaillement est fixée à un taux maximum de 50%. Pour cette valeur, il faut considérer une vitesse qui peut descendre jusqu'à $V_s=141m/s$, d'où un pas de discrétisation de $dx \approx 1,18m$. Un pas $dx=1m$ est finalement adopté dans les calculs de validation.

De manière plus générale, un coefficient 'e' est ajouté en facteur dans la formule ci-dessus,

pour tenir compte de la non-linéarité, telle que : $dx = e \cdot \frac{V_s}{ppw \cdot f_{max}}$. Il reste à déterminer la

valeur de ce coefficient 'e', qui représente simplement le rapport entre le cas linéaire et le cas non linéaire. Il est égal à 0,7 dans notre exemple.

En outre, la discrétisation temporelle du signal injecté est fonction de la fréquence maximum. Pour la validation, la discrétisation choisie sera de $dt=0,005s$. Ainsi pour une fréquence maximum de 20Hz, $dt/T=0,1$. D'après la figure 3.13, l'erreur relative obtenue sur la période sera au maximum de 5%.

Avec la méthode HHT- α , l'amortissement obtenu sur le domaine de fréquence choisi (jusqu'à 20Hz) donne $dt/T=0,1$. Sur ce domaine l'amortissement est proche de celui de la méthode de Newmark traditionnelle (figure 3.14). A plus haute fréquence, l'amortissement de la méthode HHT- α devient significatif.

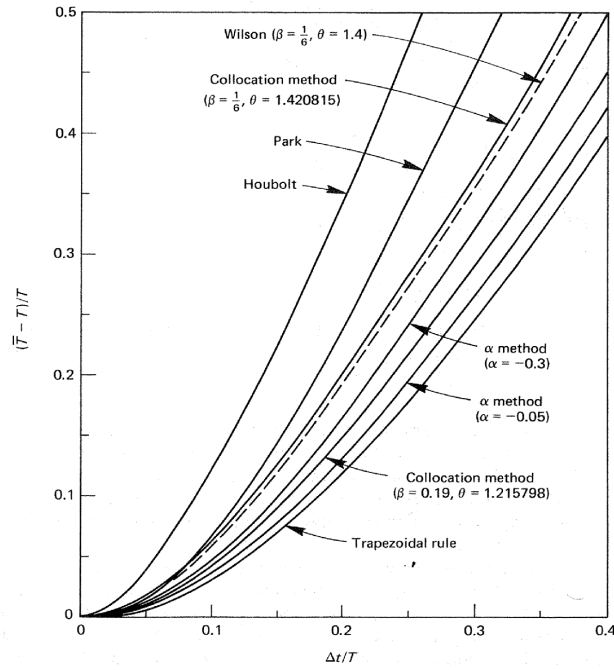


Figure 3.13 : Comparaison de l'erreur relative de période pour la méthode HHT- α et la méthode de Newmark (Hughes, 1987).

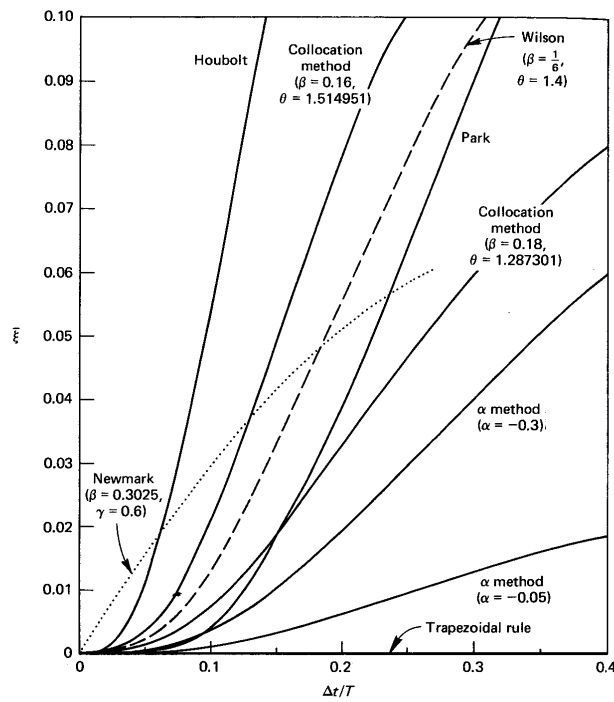


Figure 3.14 : Comparaison des amortissements numériques pour la méthode HHT- α et la méthode de Newmark (Hughes, 1987).

3.5. Validations numériques

Pour valider le modèle, des calculs complets ont été réalisés (critère de convergence de l'algorithme de Newton respecté). Différents paramètres liés aux signaux d'entrée (valeurs de

discrétisation, amplitude), et au modèle rhéologique (taille du maillage, nombre d'éléments, épaisseur de la couche) ont été introduits.

3.5.1. Description de la sollicitation de type signal de Ricker

Les signaux de Ricker d'ordre n sont des dérivées de degré n d'une gaussienne :

$$r_n(t) = \frac{d^n}{dt^n} r_0(t) \quad \text{avec} \quad r_0(t) = e^{-\left(\pi \frac{t-t_s}{t_p}\right)^2} \quad \text{où } t_s \text{ est le temps correspondant au maximum}$$

d'amplitude. Enfin t_p est la période caractéristique du signal de Ricker. Ils sont fréquemment utilisés en propagation d'ondes, car ils sont assez concentrés en temps et en fréquence.

Pour valider le modèle, un signal de Ricker d'ordre 2 est utilisé, dont l'expression est la

$$\text{suivante : } r_2(t) = u_0 \cdot (a(t) - 0,5) \cdot e^{-a(t)} \quad \text{avec} \quad a(t) = \left(\pi \frac{t-t_s}{t_p}\right)^2 \quad \text{où } u_0 \text{ représente l'amplitude}$$

du signal. Dans la suite, le signal de Ricker est discrétisé ($dt=0,005s$) de manière à avoir toujours un point au maximum d'amplitude (figure 3.15) : ceci permet également d'avoir une forme symétrique discrétisée du signal. Le calcul est effectué en double précision.

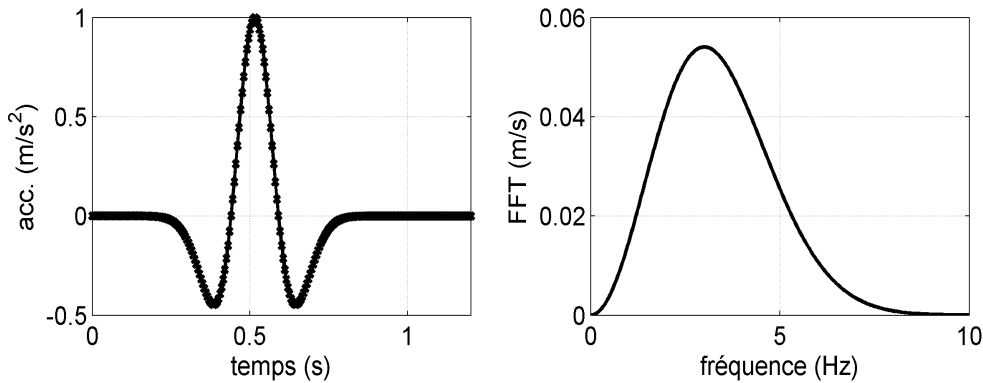


Figure 3.15 : Signal de Ricker du second ordre (gauche) et sa transformée de Fourier (droite) avec comme paramètres : $u_0=2$, $t_p=1/3s$ et $t_s=0,18s$.

3.5.2. Elasticité linéaire

Le modèle est validé en considérant un milieu homogène (1 seule couche sédimentaire de 70m d'épaisseur), reposant sur un substratum (figure 3.16). L'ensemble est soumis à une onde sismique. Les noeuds sont espacés de 1m. Une épaisseur de couche importante a été choisie pour distinguer l'onde incidente de l'onde réfléchie à l'interface (noeud 1).

Dans le cas élastique linéaire, l'expression se simplifie, sous la forme :

$$[M] \cdot \{a\} + [K] \cdot \{u\} + [C_f] \cdot \{v\} = \{F\} \quad . \quad \text{La propagation d'un signal de Ricker à partir de}$$

l'interface (point 1) est étudiée.

Sur la figure 3.17, un signal de Ricker d'amplitude 1 et de fréquence 3Hz se propage dans un demi-espace élastique homogène ($V_s=200\text{m/s}$).

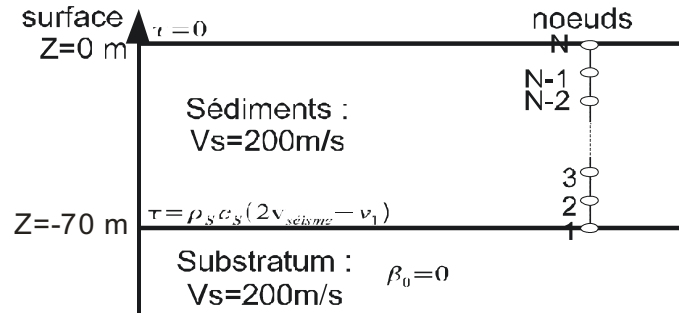


Figure 3.16 : Modèle de sol considéré dans la validation du code de calcul.

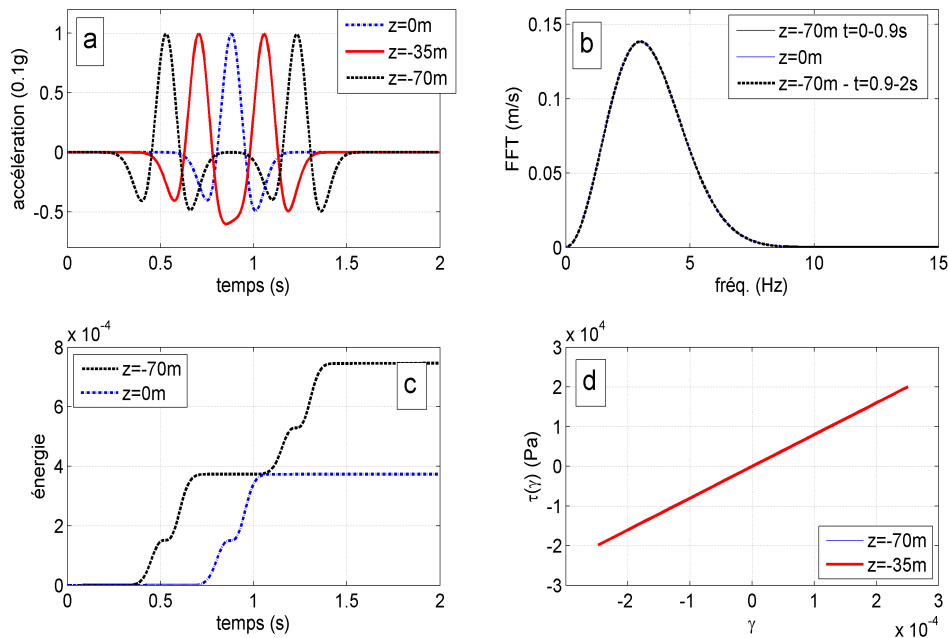


Figure 3.17 : a) Réponse temporelle (modèle élastique linéaire, $\alpha_{NL}=0$) au sommet, au milieu et à la base de la couche sédimentaire à un signal de Ricker ($f_0=3\text{Hz}$). b) Transformée de Fourier du signal à la surface et à l'interface. c) Energie dissipée. d) Courbes : contrainte-déformation.

NOTA : Pour ce cas et dans toute la suite, l'amplitude à la surface libre est divisée par 2 pour éliminer l'effet de réflexion.

L'amplitude en surface est donc au maximum égale à 1. A $z=-70\text{m}$ de profondeur, le décalage entre le passage de l'onde incidente et l'onde réfléchi est de 0,7s.

3.5.3. Viscoélasticité linéaire

Conditions d'utilisation de la fonction de relaxation :

D'après Emmerich et Korn (1987), les paramètres corrects de fréquence pour utiliser le modèle de Maxwell généralisé vérifient les conditions suivantes :

$$\omega_n \approx 2 \cdot \omega_{dom} \quad \text{et} \quad \frac{\omega_j}{\omega_{j-1}} \approx 10 \quad .$$

Un nombre de cellules de 3 (Maxwell généralisé à l'ordre 3) a été choisi.

Grobby (2005) suggère avec la même méthode, un nombre de cellules égal à 4 et un

domaine de fréquences $\left[\frac{\omega_{max}}{100}, \omega_{max} \right]$ où ω_{max} est la fréquence maximale du spectre de

l'onde considérée, $S(\omega)$. Elle est définie comme la fréquence au-dessus de laquelle :

$$\|S(\omega)\| < 0,001 \cdot \max \|S(\omega)\|.$$

Pour la validation, des conditions "mixtes" issues des auteurs ci-dessus, ont été choisies :

$$\frac{\omega_j}{\omega_{j-1}} \approx 10 \quad , \quad \|S(\omega)\| < 0,001 \cdot \max \|S(\omega)\| \quad \text{et} \quad 3 \text{ cellules de Maxwell (figure 3.20).}$$

Cas du demi-espace avec $V_s=200\text{m/s}$

Pour un premier exemple, comme précédemment, le cas du demi-espace homogène est traité. A la différence près que de l'atténuation apparaît dans les 70 premiers mètres de profondeur du demi-espace. Une valeur de facteur de qualité $Q=20$ a été choisie, ce qui

équivalait à un amortissement de $\beta = \frac{1}{2 \cdot Q} = 2,5\%$.

Pour estimer la valeur de pulsation maximale ω_3 de la fonction de relaxation au delà de laquelle l'amplitude est négligeable, la condition donnée par Groby (2005) :

$\|S(\omega)\| < 0,001 \cdot \max \|S(\omega)\|$ a été utilisée. D'après la transformée de Fourier du signal de Ricker (figure 3.15), la pulsation maximale est estimée à $\omega_3 = 2 \cdot \pi \cdot 8$. Pour estimer les autres valeurs ω_j , la deuxième condition donnée par Emmerich et Korn (1987) est utilisée :

$$\frac{\omega_j}{\omega_{j-1}} \approx 10 \quad . \quad \text{Cela donne une couverture fréquentielle du domaine allant de 0,08 à 8Hz.}$$

A $\omega_1 = 2\pi \cdot 0,08$, $S(\omega_1)$ est donné par : $S(\omega_1) = 1,3 \cdot 10^{-3} < 0,001 \cdot \max \|S(\omega)\|$.

Un facteur de qualité quasi-constant (figure 3.20) est obtenu : $Q = 20,0 \pm 0,6$.

Le demi-espace est sollicité par un signal de Ricker de fréquence 3Hz (figure 3.18). Le signal est observé à $z=-70$, -35m de profondeur, ainsi qu'en surface.

Sur la figure 3.18(a), les valeurs des pics peuvent être vérifiées, en estimant le coefficient d'atténuation : $a = \frac{\omega}{2 \cdot c \cdot Q}$ (Aki et Richards, 1980), où c est la vitesse des ondes dans le milieu de propagation.

Ce coefficient 'a' permet de calculer l'amplitude à une distance x , telle que : $A = e^{-ax}$.

Dans notre cas, pour $Q=20$, on obtient $a=2,36 \cdot 10^{-3}$, d'où pour $x=35\text{m}$: $e^{-ax}=0,92$, valeur en accord avec la solution numérique (figure 3.18).

Sur la figure 3.18(d), les cycles contrainte-déformation obtenus sont des ellipses caractéristiques des modèles viscoélastiques linéaires.

Un retard sur le temps d'arrivée de l'onde réfléchie à l'interface peut être observé.

A titre de comparaison, le même signal de Ricker est propagé dans une couche de 50m d'épaisseur ayant les mêmes propriétés rhéologiques, afin de comparer les temps d'arrivée entre le cas élastique et viscoélastique (figure 3.19). Un retard de 0,015s pour un temps de parcours de 0,5s peut être observé, soit un écart relatif de 3%.

Des sinusoides de différentes fréquences sont maintenant utilisées pour estimer la vitesse de phase ($f=0,2-10\text{Hz}$), et la comparer avec l'expression analytique (20). La propagation est étudiée dans un espace infini viscoélastique linéaire. Cet espace est maillé sur une distance de 200m et le temps d'arrivée aux extrémités est observé. Le retard observé augmente quand la fréquence diminue (figure 3.20). Les résultats sont en très bon accord avec ceux de l'expression analytique de la vitesse de phase.

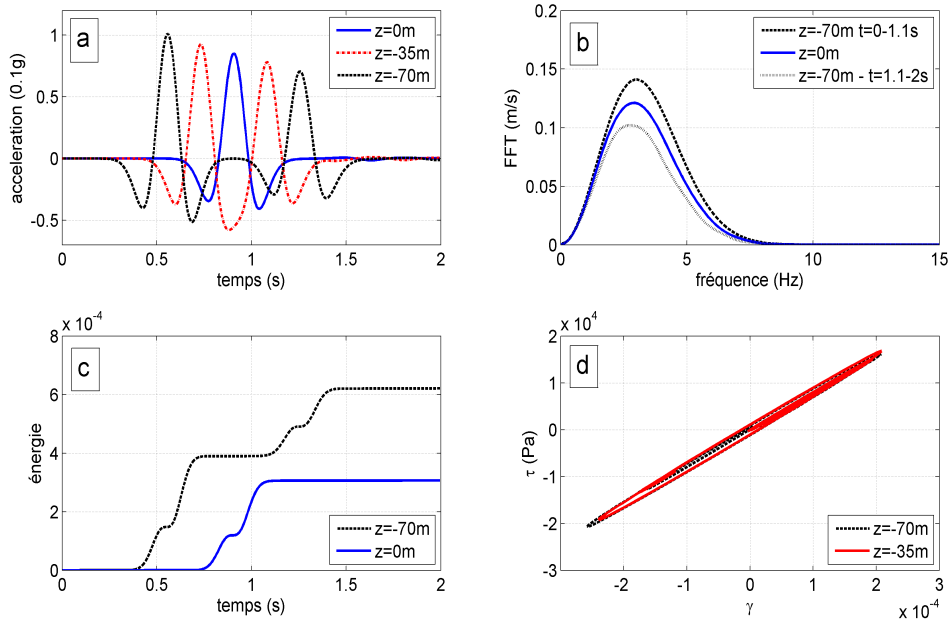


Figure 3.18 : a) Réponse temporelle (modèle viscoélastique linéaire, $\alpha_{NL}=0$ et $\beta_0=0,025$) au sommet, au milieu et à la base de la couche sédimentaire à un signal de Ricker ($f_0=3\text{Hz}$).
b) transformée de Fourier du signal à l'interface et à la surface. c) énergie dissipée.
d) Courbes : contrainte-déformation.

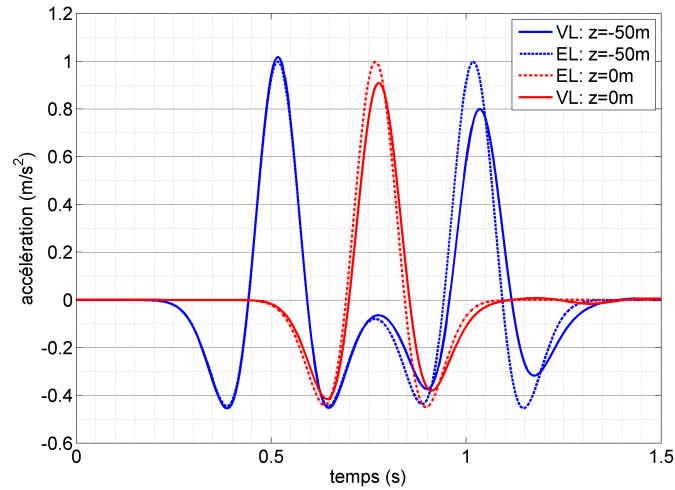


Figure 3.19 : Réponse d'une couche de sol homogène (épaisseur 50m) soumise à un signal de Ricker de fréquence 3Hz. Comparaison entre le cas élastique et viscoélastique linéaire ($Q=20$).

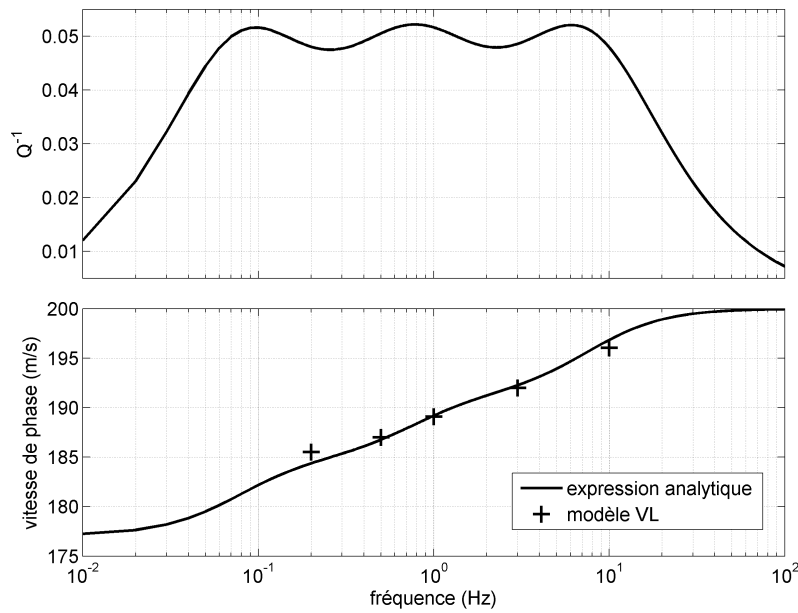


Figure 3.20 : Facteur de qualité en fonction de la fréquence pour $Q=20$ (haut). Représentation analytique de la vitesse de phase et vitesse estimée à partir des résultats du modèle avec un signal sinusoïdal en entrée (bas).

3.5.4. Elasticité non linéaire

L'équation du mouvement correspondant au cas élastique non linéaire est la suivante :

$$[M] \cdot \{a\} + [P_e(u)] \cdot \{v\} = \{F\} \quad .$$

Le module de rigidité des 50 derniers mètres de ce demi-espace suit maintenant la loi

hyperbolique suivante : $G(\gamma) = \frac{G_0}{1 + \alpha_{NL} \cdot |\gamma|}$ (équation 40).

Sur la figure 3.21, Les courbes $G(\gamma)$ sont tracées pour différentes valeurs de α_{NL} . La fonction hyperbolique est comparée avec les résultats expérimentaux de Idriss (1990). La décroissance de la fonction hyperbolique est trop rapide à la fois dans le cas des sables et des argiles à très forte déformation. Mais jusqu'à une réduction du module de 50% (seuil qui ne sera pas dépassé avec ce modèle), les ajustements des courbes hyperboliques sur les données expérimentales ($\alpha_{NL}=500$, pour les argiles et $\alpha_{NL}=2000$ pour les sables) sont bonnes.

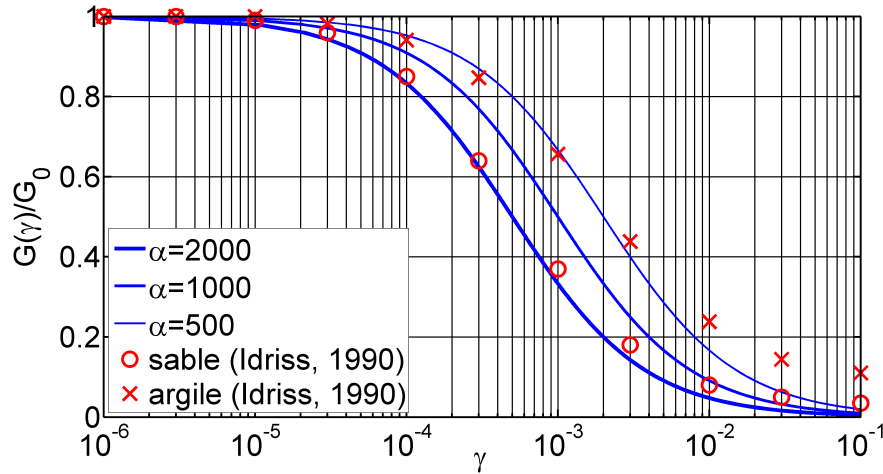


Figure 3.21 : Courbe $\frac{G(\gamma)}{G_0}$ pour différentes valeurs de α_{NL} et comparaison avec des essais réalisés sur le sable et l'argile (Idriss, 1990).

Dans le cas élastique non linéaire, le signal en accélération est représenté sur la figure 3.22(a), à la base, au milieu et au sommet de la couche, filtré dans la bande de 0,05 à 10Hz. Une distorsion apparaît sur la forme du signal incident ; celle-ci augmente au fur et à mesure que le signal se propage : le signal de Ricker devient asymétrique. Le PGA du signal propagé est supérieur à celui du signal d'entrée. Ceci s'explique par la génération de hautes fréquences au cours des cycles de chargement.

En effet, sur la figure 3.5(b), nous pouvons observer des pics à hautes fréquences générés pendant la propagation. La fréquence fondamentale est de 3Hz. Le contenu spectral est caractérisé non seulement par la fréquence du signal $f_0=3\text{Hz}$, mais aussi par les 3ème et 5ème harmoniques de fréquence $3.f_0$ et $5.f_0$. L'effet du filtre sur l'atténuation des hautes fréquences peut également être observé.

Sur la figure 3.5(c), très peu d'énergie est dissipée au cours de la propagation du signal de Ricker, comme le cycle de la figure 3.5(d) le confirme.

Sur la courbe contrainte-déformation (figure 3.5(d)), une réduction modeste du module de cisaillement peut clairement être observée. En fait pour $\gamma_{max}=2,7 \cdot 10^{-4}$, on a $\tau_{max}=17000 \text{ Pa}$ au lieu de $\tau_{max}=21600 \text{ Pa}$ pour le cas linéaire. Ceci correspond à une réduction de plus de 20%. Sur la courbe théorique $G(\gamma)$ pour $\alpha_{NL}=1000$ et $\gamma_{max}=0,00027$, la

réduction correspondante est $\frac{G(\gamma)}{G_0}=0,7874$ en accord avec les résultats.

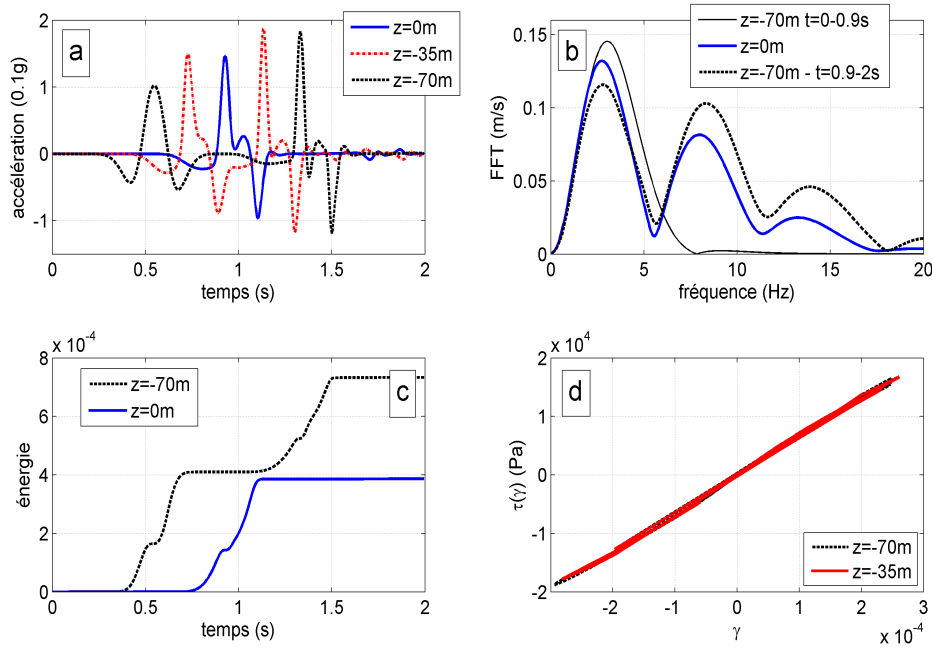


Figure 3.22 : a) Réponse temporelle (modèle élastique non linéaire, $\alpha_{NL}=1000$, filtré entre 0,1-10Hz) au sommet, au milieu et à la base de la couche sédimentaire à un signal de Ricker ($f_0=3\text{Hz}$), cas implicite. b) Transformée de Fourier du signal. c) Energie dissipée. d) Courbes contrainte-déformation.

Le graphique des transformées de Fourier (apparition des 3ème et 5ème harmoniques) et de la courbe contrainte-déformation sont en accord avec les résultats obtenus à partir de l'équation analytique dans le cas non linéaire (perturbation du second ordre) étudiée par Van Den Abeele et al. (2000) : 3ème colonne sur la figure 3.23. L'expression générale du module utilisée pour tracer ces courbes est la suivante :

$$K(\gamma, \dot{\gamma}) = K_0(1 - \beta\gamma - \delta\gamma^2 - \alpha[\Delta\gamma + \gamma(t)\text{sign}(\dot{\gamma})] + \dots) \quad \text{avec} \quad \Delta\gamma = (\gamma_{\max} - \gamma_{\min})/2.$$

Pour la perturbation du 2nd ordre (3ème colonne du tableau), nous avons : $\alpha=0$.

	Linear	Nonlinear Classic : 1st order perturbation (β)	Nonlinear Classic : 2nd order perturbation (δ)	Nonlinear Hysteretic
Modulus-Strain				
Stress-Strain				
Strain-Time				
Strain Amplitude Frequency Spectrum				
Harmonic Amplitude Dependence	No harmonics	2nd harmonic : slope 2 3rd harmonic : slope 3 4th harmonic : slope 4 etc.	No even harmonics 3rd harmonic : slope 3 5th harmonic : slope 5 etc.	No even harmonics 3rd harmonic : slope 3 5th harmonic : slope 5 etc.

Figure 3.23 : Récapitulatif schématique des contributions non linéaires des lois de comportement et ses implications dans la propagation d'ondes 1D d'une sinusoïde monofréquentielle (d'après Van Den Abeele et al., 2000).

Sur la figure 3.24, le même calcul est réalisé sans la méthode HHT- α . Le signal d'entrée à une fréquence maximale de 8Hz, soit à cette fréquence, un rapport $dt/T=0,04s$. D'après la figure 3.14, il n'y a pas d'amortissement pour la méthode HHT- α à ce niveau, comme le montre la comparaison entre la figure 3.16 et la figure 3.24. La méthode HHT- α est toutefois utilisée pour obtenir un filtrage progressif des harmoniques à plus hautes fréquences, générées à chaque itération temporelle.

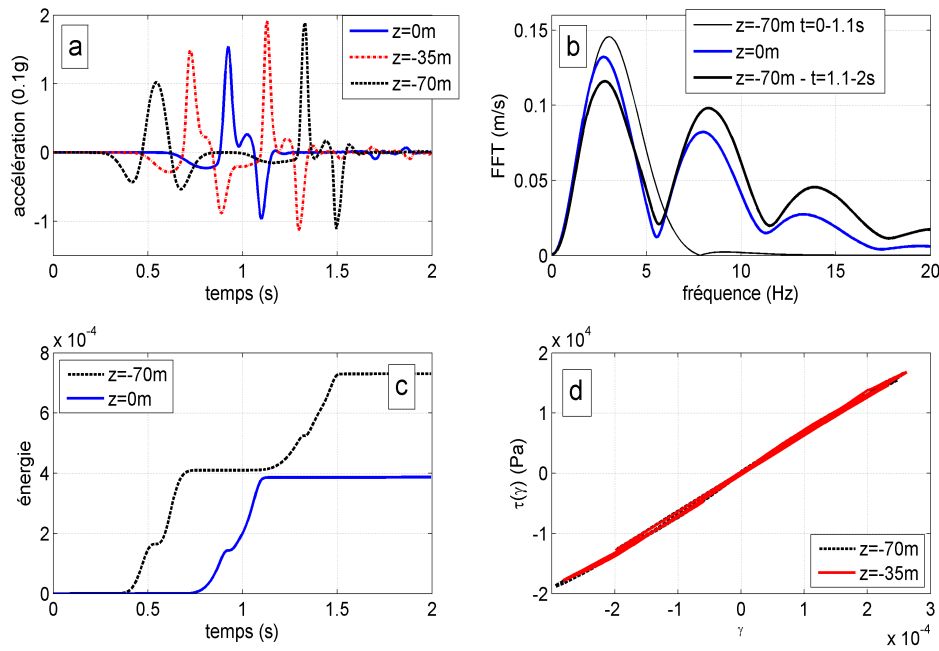


Figure 3.24 : a) Réponse temporelle (sans la méthode HHT- α , modèle élastique non linéaire, $\alpha_{NL}=1000$, filtré entre 0,1-10Hz) au sommet, au milieu et à la base de la couche sédimentaire à un signal de Ricker ($f_0=3\text{Hz}$), cas implicite. b) Transformée de Fourier du signal. c) Energie dissipée. d) Courbes contrainte-déformation.

Pour utiliser l'algorithme explicite dans le cas élastique non linéaire, il faut respecter le critère

de convergence : $dt \leq \frac{h}{\sqrt{6} \cdot c}$ où c , est la vitesse de propagation et h la taille d'un élément.

Ceci donne dans notre cas un pas $dt \leq 0,004\text{s}$. Un pas $dt=0,002\text{s}$ a été choisi pour tenir compte de la réduction de la vitesse de la couche due à l'effet non linéaire.

Pour vérifier les résultats obtenus, différents pas de temps sont utilisés avec une discrétisation 2 fois plus importante ($dt=0,001\text{s}$), les résultats obtenus sont identiques.

Sur la figure 3.25, un dernier calcul est réalisé avec les mêmes propriétés rhéologiques pour le sol et le même signal incident. Le calcul est réalisé en utilisant le schéma explicite. La comparaison des figures 3.24 et 3.25 montre que les résultats des calculs explicites et implicites sont proches.

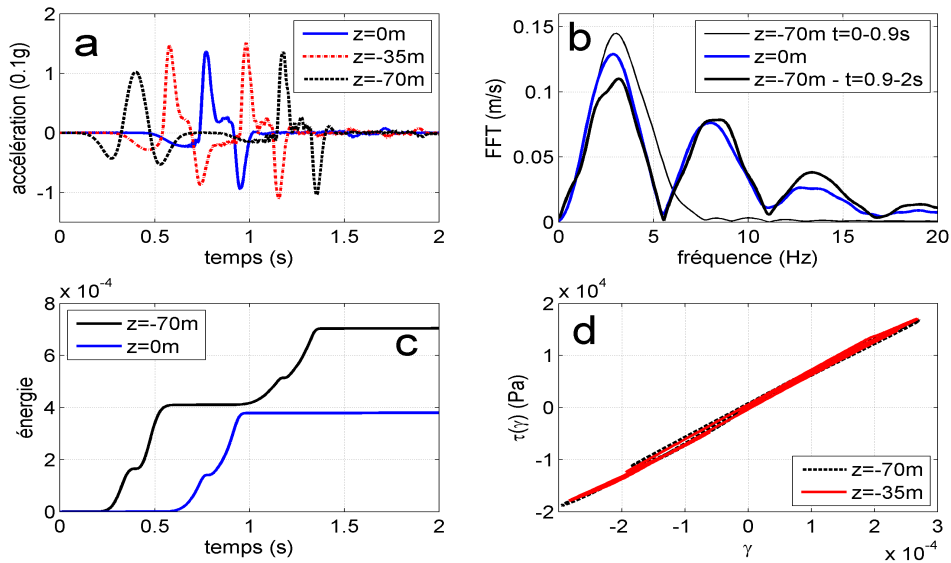


Figure 3.25 : a) Réponse temporelle (modèle élastique non linéaire, $\alpha_{NL}=1000$, filtré entre 0,1-10Hz) au sommet, au milieu et à la base de la couche sédimentaire à un signal de Ricker ($f_0=3\text{Hz}$), cas explicite. b) Transformée de Fourier du signal. c) Energie dissipée. d) Courbes contrainte-déformation.

3.5.5. Viscoélasticité non linéaire

Le modèle complet est maintenant considéré avec le même signal de Ricker que précédemment. Une optimisation de la vitesse de phase est ajoutée : à la fréquence choisie (ici 3Hz), elle est ajustée à la valeur de la vitesse ($V_s=200\text{m/s}$, figure 3.22).

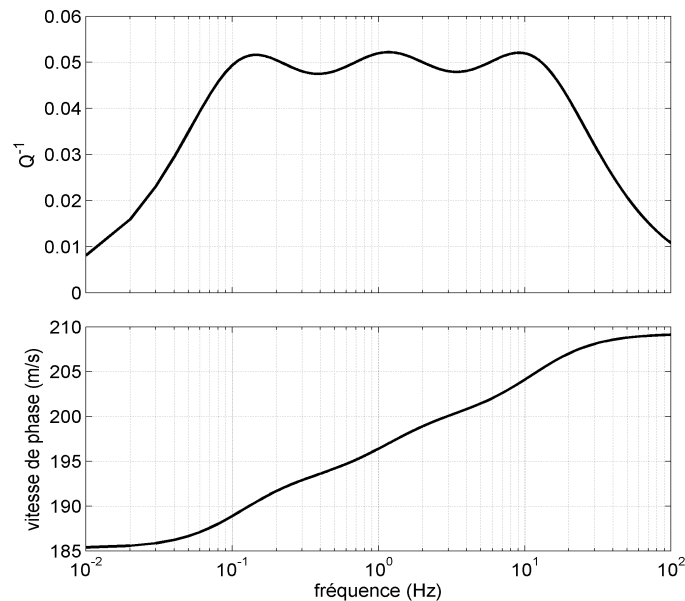


Figure 3.26 : Vitesse de phase optimisée ($V_s=200\text{m/s}$), pour une fréquence de $f=3\text{Hz}$ et un facteur de qualité $Q=20$.

Sur la figure 3.27a, une réduction du PGA est obtenue par rapport au cas élastique non linéaire (figure 3.5), à cause bien sûr de la viscosité.

Sur la figure 3.27b, comme dans le cas élastique non linéaire, des composantes hautes fréquences mises en évidence par le spectre de Fourier sont observées.

Sur la figure 3.27c, une dissipation de l'énergie est observée pendant la durée de propagation du signal de Ricker.

Sur la figure 3.27d, une réduction du module de cisaillement d'approximativement 30% est observée pour $\gamma = \gamma_{max}$. De plus fortes distorsions sont observées dans le cas viscoélastique non linéaire en comparaison au cas élastique non linéaire.

Par rapport aux résultats du cas élastique non linéaire sans viscosité, une diminution du module de cisaillement G_0 et une augmentation de la valeur maximale de distorsion s'observent également.

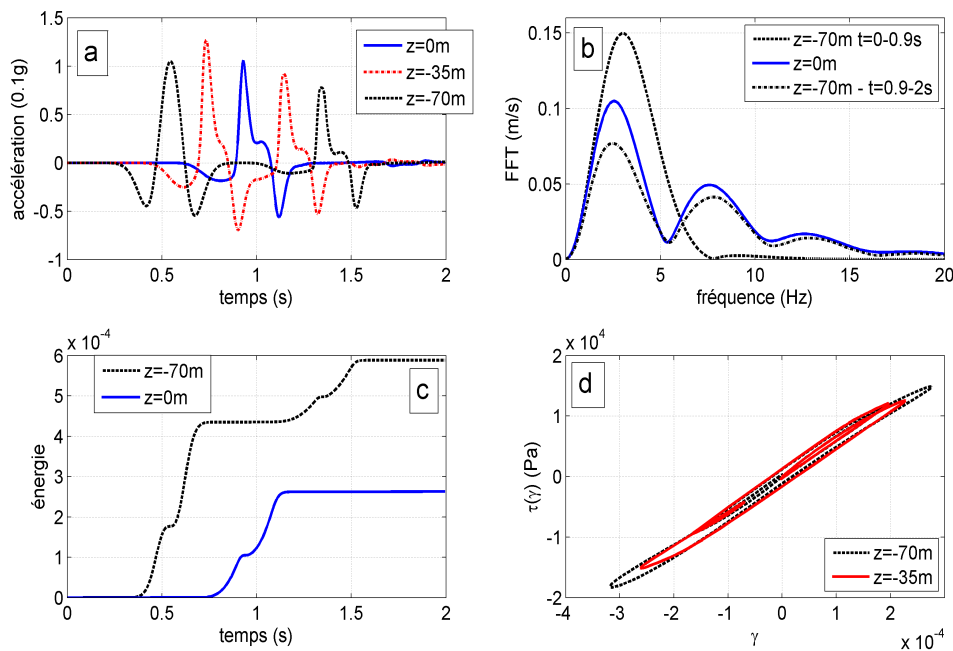


Figure 3.27 : a) Réponse temporelle (modèle viscoélastique non linéaire, $\alpha_{NL}=1000$, $\beta_0=0,025$ et $\beta_{max}=0,25$, au sommet, au milieu et à la base de la couche sédimentaire à un signal de Ricker ($f_0=3\text{Hz}$). b) Transformée de Fourier du signal. c) Energie dissipée. d) Courbes contrainte-déformation.

3.5.6. Commentaires concernant la méthode implicite :

Cas implicite

Dans le cas implicite, d'autres tests de validations ont été réalisés. L'algorithme de Newton modifié a également été utilisé : la matrice tangente est calculée une seule fois à l'entrée de

l'algorithme de Newton et reste constante dans la boucle.

Avec ce changement, aucune différence n'est notée dans la confrontation des résultats.

- Pour un signal donné, une augmentation du nombre d'itérations est nécessaire dans l'algorithme de Newton quand α_{NL} augmente.
- Des tests ont été réalisés sur la matrice Kt_v . Il s'avère que la matrice Kt_v est négligeable devant la matrice Kt_e (figure 3.28). En négligeant la matrice Kt_v de l'algorithme, les mêmes résultats sont obtenus. Dans la suite, la matrice Kt_v est négligée, ce qui permet de réduire significativement la durée des calculs.

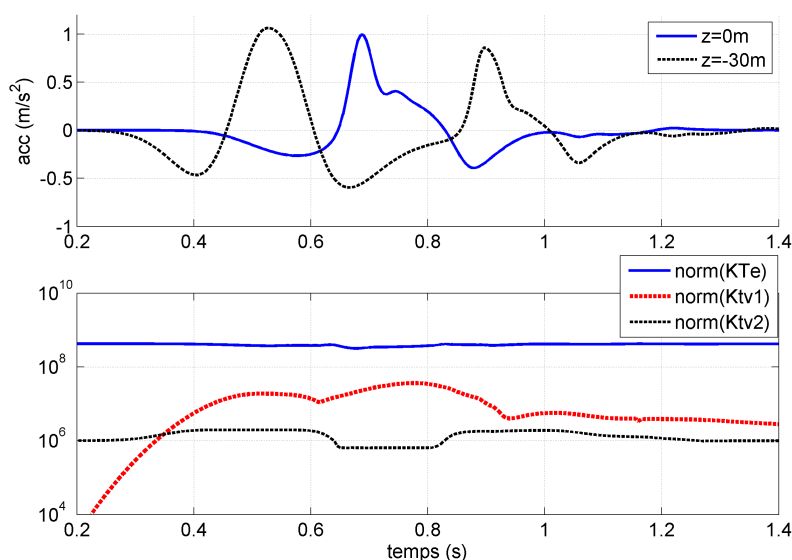


Figure 3.28 : Comparaison entre les normes des matrices $Kt_v=Kt_{v1}+Kt_{v2}$ et Kt_e lors de la propagation d'un signal de Ricker dans une couche de 30m d'épaisseur ($\alpha_{NL}=1000$, $\beta_0=0,025$ et $\beta_{max}=0,25$).

Cas explicite

Il est plus facile à implémenter. Mais un signal avec un pas de discrétisation beaucoup plus petit doit être utilisé. Pour des signaux longs, le temps de calcul devient rapidement très important. La méthode est simplement utilisée ici pour valider la formulation implicite : même si le processus itératif est plus rapide en explicite, il faut un échantillonnage 5 fois plus petit du signal incident dans ce cas. En général, il est préférable d'utiliser la formulation implicite quand la durée des signaux est supérieure à quelques secondes.

Dans le cas explicite en élastique non linéaire sans viscosité, de l'amortissement numérique est observé lorsque le produit $\alpha_{NL} \cdot \gamma$ est trop grand. Dans notre cas, ce terme ne peut dépasser 1, ce qui conduit à une réduction du module de cisaillement $G(\gamma)$ de 50%.

4. Conclusions

La formulation 3D d'un modèle viscoélastique non linéaire a été proposée pour modéliser le comportement hystérétique d'un dépôt sédimentaire peu consolidé soumis à une sollicitation sismique de type "onde de cisaillement". Une loi du type hyperbolique est utilisée pour reproduire le comportement non linéaire du sol. Pour la partie visqueuse non linéaire, l'amortissement choisi, dépend de la distorsion et respecte le principe de causalité : c'est une extension du modèle NCQ au cas non linéaire.

Ce modèle a été mis au point dans le cas d'un profil de sol (1D) soumis à une onde de cisaillement d'incidence verticale. Avec cette modélisation, il est possible de prendre en considération la génération des 3ème et 5ème harmoniques, comme le montre le signal de Ricker dans les cas élastique non linéaire et viscoélastique non linéaire (figures 3.5 et 3.27).

Un modèle hyperbolique, contrôlé par un seul paramètre de non-linéarité α_{NL} est utilisé. Ce paramètre peut être identifié par des essais de laboratoire. Les courbes de dissipation utilisées sont directement reliées à l'équation du module hyperbolique moyennant l'obtention de 2 paramètres β_0 (amortissement linéaire) et β_{max} (terme d'amortissement maximum).

Ce modèle est utilisable à faible et fort niveau de déformation. Le domaine de distorsion couvert par le modèle est large et peut être estimé entre 10^{-6} et $2 \cdot 10^{-3}$. Un des intérêts de ce modèle est de passer continuellement du cas viscoélastique linéaire au cas non linéaire.

Bien sûr, ce modèle ne prétend pas modéliser les déformations permanentes éventuelles engendrées par le passage des ondes induites par un séisme.

CHAPITRE 4

Applications du modèle Viscoélastique Non Linéaire à des configurations théoriques et réelles

Au chapitre 3, la formulation viscoélastique non linéaire proposée semble sous-estimer un peu l'amortissement souhaité (courbe $\beta(\gamma)$, figure 3.11). La raison vient du calcul des coefficients de la fonction de relaxation. Dans ce chapitre, une modification du calcul de ses coefficients est tout d'abord proposée. Ensuite différents calculs sont menés avec des signaux théoriques et enregistrés, injectés dans des milieux mono- et multicouches. Enfin, une modélisation est réalisée pour essayer de reproduire en partie les mouvements sismiques enregistrés lors du séisme de Kushiro (1993).

1. Amélioration du calcul de la viscosité

Le calcul des coefficients y_i de la fonction de relaxation se fait par multiplication de chaque coefficient à distorsion nulle $y_{i,0}$ par un coefficient $c(\gamma)$, suivant la procédure énoncée au chapitre 3, paragraphe 2.2.2. Sur la figure 4.1, la fonction $Q^{-1}(\gamma, \omega)$ ainsi obtenue est représentée pour un facteur de qualité $Q_0=20$ (ou $\beta_0=0,025$), $\beta_{max}=0,25$ et pour $\alpha_{NL}=1000$.

Sur la même figure, la courbe de référence $Q^{-1}(\gamma)$ (chapitre 3, formule 37) est également représentée sur le plan $f=0,01\text{Hz}$. A faible niveau de distorsion, le plateau formée par la fonction Q^{-1} correspond bien à la valeur de référence entre les fréquences comprises dans l'intervalle 0,1 et 10Hz. Pour des niveaux de distorsions supérieurs à 10^{-3} , la fonction Q^{-1} se situe à un niveau un peu inférieur par rapport à la courbe théorique, tout particulièrement pour les hautes fréquences (autour de 10Hz).

Sur la figure 4.2, la vitesse de phase est représentée en fonction de la distorsion γ et de la fréquence. Dans la limite des petites déformations, on retrouve les valeurs de la vitesse obtenues au chapitre 3 (figure 3.20). A fort niveau de distorsion, la valeur de la vitesse reste constante à hautes fréquences, mais la variation de la vitesse est significative sur le domaine de fréquence choisi. Il est clair que la valeur du facteur de qualité influence la valeur du coefficient directeur de la pente de la vitesse : plus le facteur de qualité est faible (amortissement fort) plus la pente et la variation de la vitesse sont importantes.

Compte tenu du fait qu'à fort niveau de distorsion, le modèle présenté sous-estime l'amortissement donné par la courbe $Q^{-1}(\gamma)$, une nouvelle formulation de la viscosité non linéaire est suggérée de la façon suivante : au lieu de pondérer les coefficients y_i de la fonction de relaxation, ces derniers sont réestimés à chaque pas de temps. La mise à jour se fait directement à partir de la valeur du facteur de qualité correspondant à la valeur de distorsion instantanée. Les 2 formulations sont récapitulées dans le tableau 4.1.

Une étude paramétrique considérant seulement la loi de comportement est menée avec comme finalité de calculer les courbes $G(\gamma)$ et $\beta(\gamma)$.

Un exemple de cette étude est reportée ci-dessous et concerne les 2 formulations. Les paramètres choisis sont : $\alpha_{NL}=1000$, une distorsion de forme sinusoïdale est utilisée à niveaux de distorsions variables et de fréquence, $f=1\text{Hz}$ (figure 4.3).

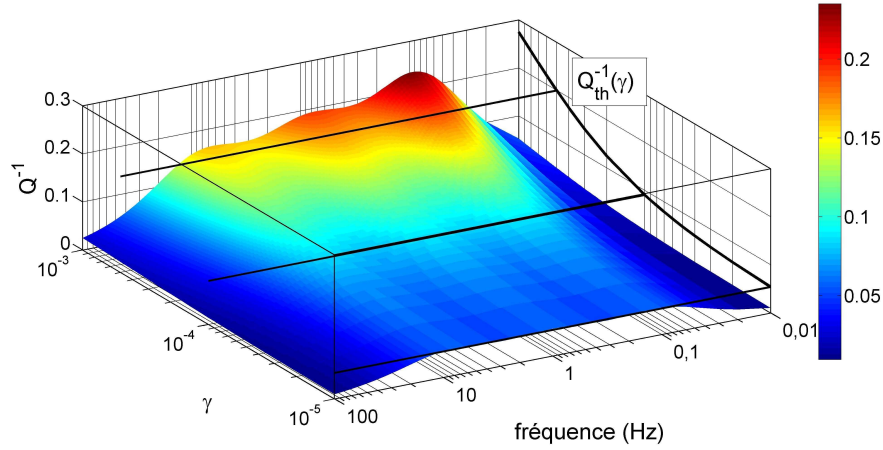


Figure 4.1 : Représentation de $Q^{-1}(\gamma, \omega)$ calculé à partir des valeurs des y_i et comparaison avec la courbe Q^{-1} théorique pour $\alpha_{NL}=1000$, $\beta_0=0,025$ et $\beta_{max}=0,25$.

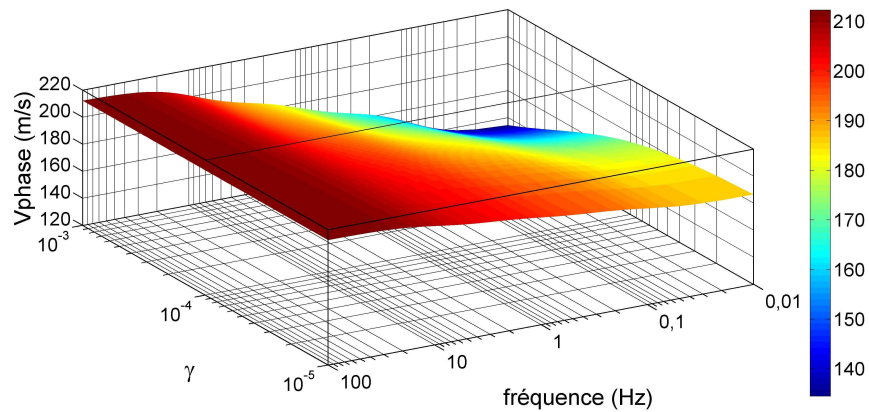


Figure 4.2 : Vitesse de phase calculée à partir des valeurs des y_i et comparaison avec la courbe théorique pour $\alpha_{NL}=1000$, $\beta_0=0,025$ et $\beta_{max}=0,25$.

Formulation 1 ou VNL1	$y_f(\gamma)=y_{i,0}.c(\gamma)$
Formulation 2 ou VNL2	$y_f(\gamma)$ recalculés à chaque pas à partir de $Q(\gamma)$

Tableau 4.1 : formulations proposées et leurs coefficients de fonction de relaxation.

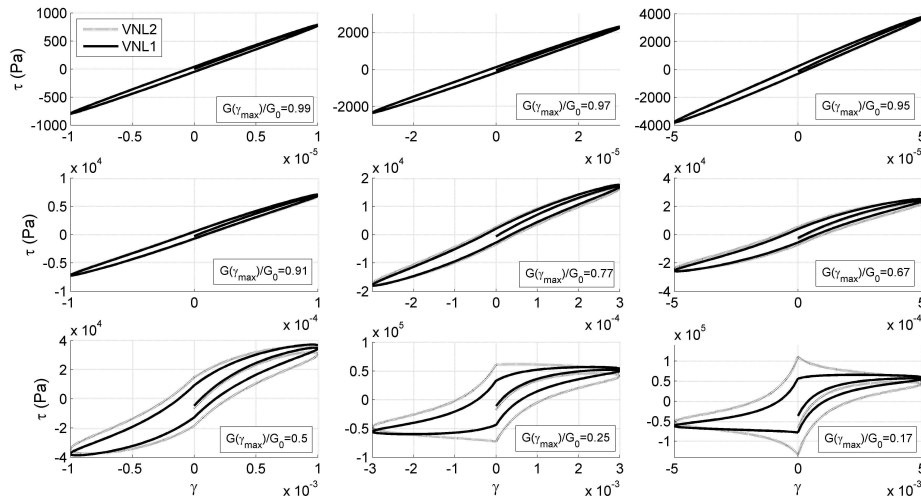


Figure 4.3 : Courbes contrainte-déformation pour différents niveaux de distorsions à la fréquence $f=1\text{Hz}$ pour $\alpha_{NL}=1000$ et $G_0=80\text{MPa}$.

Une estimation de la dissipation à partir des aires des surfaces décrites par le premier chargement et la surface du cycle est réalisée à partir de la formule (6) donnée dans le chapitre 3, une autre estimation de la valeur de G_{max} est faite simultanément pour chaque cycle. Pour les fréquences de 1 et 10Hz, les résultats sont respectivement reportés sur les figures 4.4 et 4.5. Pour la formulation VNL1, il apparaît une valeur qui sous estime l'amortissement. Cela est une conséquence de l'estimation des coefficients y_i de la fonction de relaxation (figure 4.1). Par contre, le cas VNL2 montre une tendance à surestimer l'amortissement à fort niveau de distorsion. Dans les simulations numériques ultérieures, le coefficient sans dimension $\alpha_{NL} \cdot \gamma$, traduisant la non-linéarité sera fixé à une valeur limite de 1.

Les résultats concernant les courbes $G(\gamma)$ et $\beta(\gamma)$ sont donnés sur les figures 4.4 et 4.5 respectivement pour les fréquences de 1 et 10Hz : les 2 figures sont identiques. Cette observation reste valable sur toute la bande de fréquence 1-10Hz et différencie donc ce modèle de celui proposé par Kausel et Assimaki (2002).

Dans le paragraphe suivant, une comparaison sera faite entre les résultats des 2 modèles à partir d'un signal sinusoïdal d'entrée.

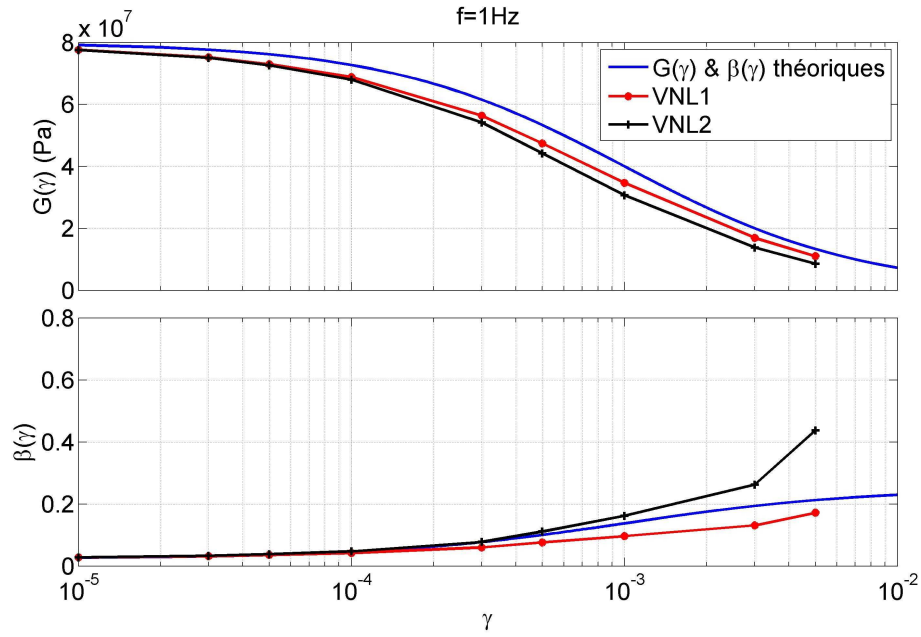


Figure 4.4 : Calcul de la réduction du module de cisaillement $G(\gamma)$ et de l'amortissement non linéaire pour les 2 formulations non linéaires VNL1 et VNL2 et comparaison avec les courbes théoriques pour une fréquence de 1Hz pour $\alpha_{NL}=1000$ et $G_0=80\text{MPa}$.

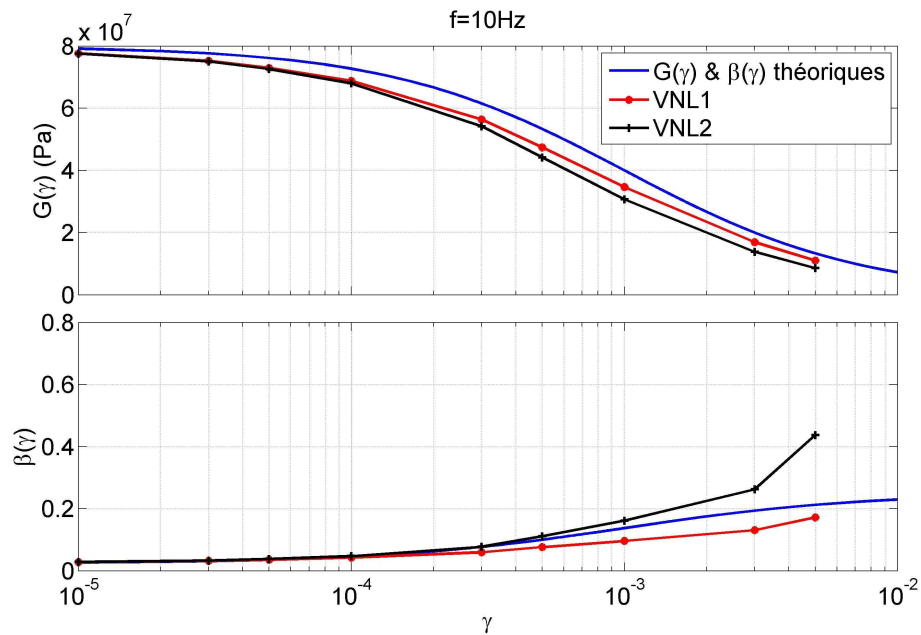


Figure 4.5 : Calcul de la réduction du module de cisaillement $G(\gamma)$ et de l'amortissement non linéaire pour les 2 formulations non linéaires VNL1 et VNL2 et comparaison avec les courbes théoriques pour une fréquence de 10Hz pour $\alpha_{NL}=1000$ et $G_0=80\text{MPa}$.

2. Réponse d'un profil de sol à un signal sinusoïdal

2.1. Signal d'entrée

Une couche de sol présentant un comportement non linéaire dans les 30 derniers mètres

(figure 4.6) est soumise à une sollicitation sismique de type sinusoïdal, d'équation en accélération de la forme :

$$a(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \sin\left(\frac{t}{\omega}\right) \text{ avec } \omega = 2\pi \cdot f \text{ et } f_0 = 3\text{Hz (figure 4.7). Il est discrétisé par un pas de } dt = 0,00667\text{s. Le signal d'entrée est multiplié par un coefficient } A \text{ égal à } 0,5, 1 \text{ et } 1,5\text{m/s}^2,$$

pour modifier l'amplitude de la sollicitation et donc observer l'augmentation de l'effet non linéaire. Pour le moment, le substratum est élastique et garde une vitesse égale à celle de la couche supérieure, pour une distorsion nulle. Comme dans le chapitre 3, le profil de sol est maillé avec une distance entre les noeuds $dx = 1\text{m}$.

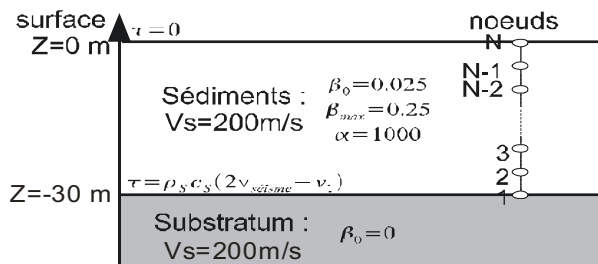


Figure 4.6 : Profil de sol modélisé.

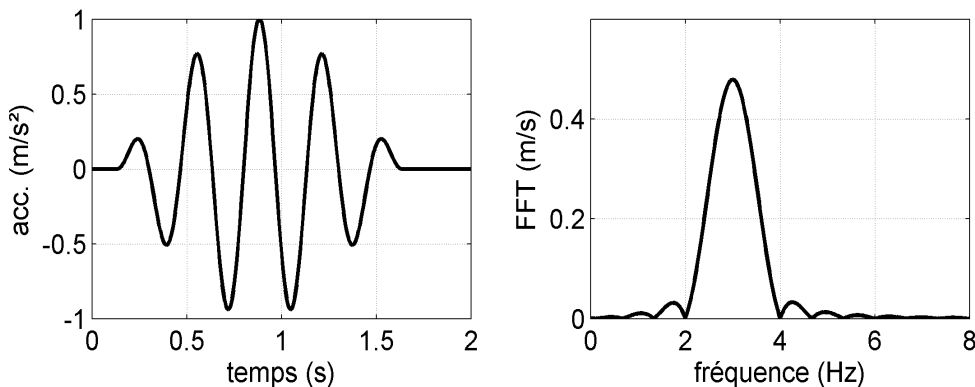


Figure 4.7 : Sollicitation sismique sinusoïdale ($f_0=3\text{Hz}$) et sa transformée de Fourier.

2.2. Résultats d'un profil sans contraste de vitesse

2.2.1. Résultats du modèle VNL1

Les résultats de la simulation en terme d'accélération en surface (figure 4.8) et de contrainte en milieu de couche (figure 4.10) sont comparés avec ceux du modèle élasto-plastique d'Iwan (1967). Ces derniers calculs ont été réalisés par F. Bonilla (IRSN).

La figure 4.8 montre que, pour un signal sinusoïdal de $\text{PGA}=0,5\text{m/s}^2$, des signaux quasi-identiques sont obtenus dans les cas linéaire et non linéaire. Dès que le signal considéré a une amplitude plus importante (courbes du milieu), une différence notable apparaît entre le

cas linéaire et le cas non linéaire. Un retard temporel apparaît dans le cas non linéaire : quand la sollicitation sismique augmente, elle entraîne en effet une réduction du module de

cisaillement, et donc une réduction de la vitesse apparente : $V_s \approx \sqrt{\frac{G}{\rho}}$. D'autre part, le signal non linéaire ne conserve plus la symétrie du signal injecté (figure 4.7). Ce retard et cette dissymétrie correspondent bien à ceux obtenus analytiquement par Van Den Abeele et al., 2000 (chapitre 3, figure 3.23) pour des non-linéarités comparables.

La partie droite de la figure 4.8 montre qu'à faible niveau de distorsion, les transformées de Fourier sont comparables dans le cas linéaire et non linéaire. Mais à plus forte distorsion, un deuxième pic apparaît à 9Hz dans le cas du modèle non linéaire.

L'apparition du 3ème harmonique est donc clairement mis en évidence ici. Heitz et Bonnet (1989) trouvaient déjà ce type d'harmoniques avec leur modèle viscoélastique non linéaire.

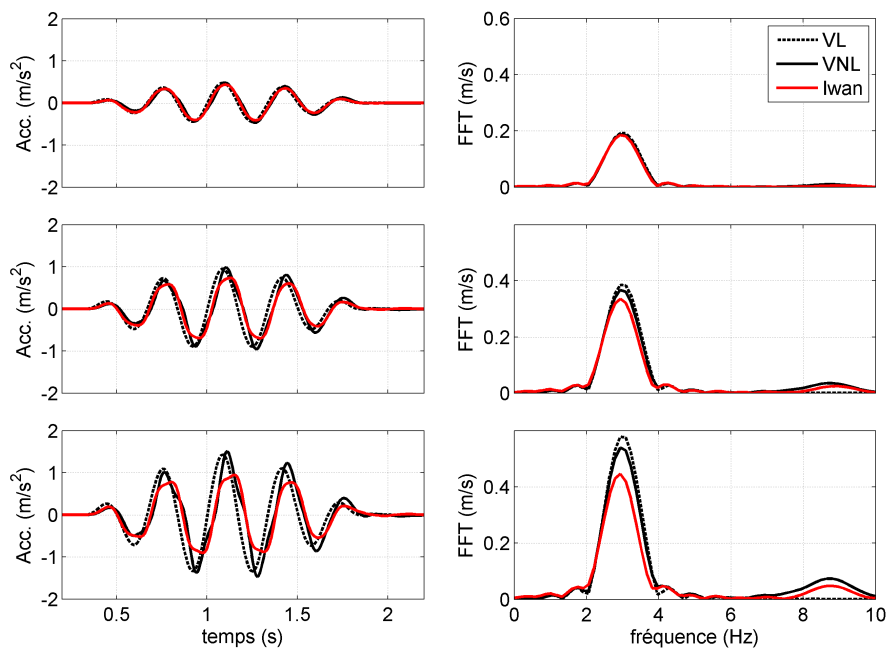


Figure 4.8 : Gauche : accélération au sommet de la couche sédimentaire (modèle viscoélastique non linéaire, $\alpha_{NL}=1000$, $\beta_0=0,025$ et $\beta_{max}=0,25$, épaisseur de la couche 30m) à un signal sinusoïdal d'amplitude 0,5-1 et 1,5m/s², respectivement, figures du haut, du milieu et du bas ($f_0=3$ Hz) et comparaison avec le modèle d'Iwan et le modèle viscoélastique linéaire. Droite : Transformée de Fourier des signaux correspondants.

2.2.2. Résultats avec la formulation VNL2

Une comparaison entre les résultats des 2 formulations est maintenant réalisée pour comprendre l'effet de la modélisation sur la propagation (figure 4.9) dans le même type de configuration, en utilisant le signal incident de PGA=1,5 m/s².

En comparant les signaux en sortie à la surface, on remarque que :

1. dans le domaine fréquentiel, le résultat issu de la formulation VNL2 comporte plus d'amortissement que celui de la formulation VNL1.
2. Le modèle VNL2 génère un troisième harmonique d'amplitude plus important que le modèle VNL1 (figure 4.9).
3. Le modèle VNL1 sous-estime l'amortissement non linéaire théorique, alors que VNL2 le surestime. Aucun des 2 modèles n'est capable de s'ajuster sur la courbe d'amortissement sur tout l'intervalle de distorsion. Du point de vue du risque sismique, il est préférable d'opter pour un «scénario pessimiste», c'est-à-dire de choisir le modèle qui amortit moins le mouvement sismique incident : le choix est donc fait de conserver la formulation VNL1. Dans la suite, les calculs seront réalisés avec cette formulation, dénommée formulation VNL.

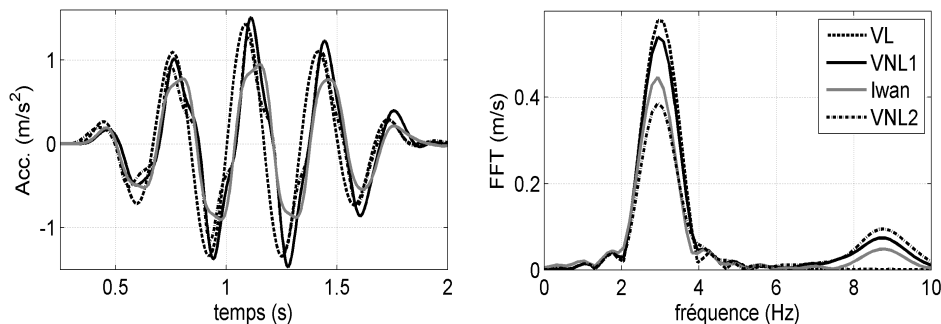


Figure 4.9 : Comparaison entre les résultats en surface des modèles VNL1, VNL2 et Iwan avec un signal sinusoïdal incident de $PGA=1,5m/s^2$.

2.2.3. Interprétation

Afin de mettre en évidence la dissipation plus importante dans le cas non linéaire (VNL1) avec le signal incident de $PGA=1,5m/s^2$. L'énergie associée au signal relatif à cette dernière simulation a été déterminée. Sur la figure 4.10, la vitesse et l'énergie en surface sont représentées dans le cas linéaire et dans le cas non linéaire. Dans le cas non linéaire, la dissipation est plus importante que dans le cas linéaire (environ 20% en plus).

La figure 4.11 (partie gauche) montre que, au milieu de la couche, il y a des distorsions équivalentes dans le cas linéaire et non linéaire à faible niveau de distorsions. De plus fortes sollicitations font augmenter les distorsions. Ces dernières restent quasiment symétriques au cours de la propagation, contrairement aux accélérations (figure 4.8).

La partie droite de la figure 4.11 montre également à faible niveau de distorsion, des signaux semblables dans les cas linéaire et non linéaire. La valeur du module de cisaillement diminue quand la distorsion augmente. Les cycles contrainte-déformation obtenus s'ajustent bien sur la courbe de premier chargement théorique correspondante.

Dans le cas non linéaire, nous pouvons observer à la fois un retard des arrivées des pics et une dissymétrie sur les graphiques donnant la distorsion en fonction du temps (par rapport au cas linéaire). Des hautes fréquences sont créées à chaque changement de signe de la dérivée de la distorsion.

Sur la figure 4.12, la valeur maximum de la distorsion est représentée en fonction de la profondeur dans le cas linéaire et non linéaire pour les 3 niveaux de sollicitations. Dans le cas linéaire, il y a une symétrie de la courbe centrée au milieu de la couche (-15m). A cette même profondeur, le maximum de distorsion est atteint : cela est dû à l'interférence entre les ondes incidentes et réfléchies. Par contre dans le cas non linéaire, la courbe n'est plus symétrique et ce maximum se décale vers la surface quand l'accélération augmente.

Il faut aussi noter qu'à l'interface, les niveaux de distorsion sont plus élevés dans le cas non linéaire. Cette dernière observation s'explique simplement : à valeur de contrainte fixée, la valeur du module de cisaillement est plus faible dans le cas non linéaire. Il est donc normal d'avoir une valeur de distorsion plus importante à l'entrée du milieu non linéaire, car le contraste d'impédance augmente.

Dans le paragraphe suivant, un signal est propagé dans un milieu infini, pour essayer de trouver une explication à la variation et à l'augmentation de la distorsion.

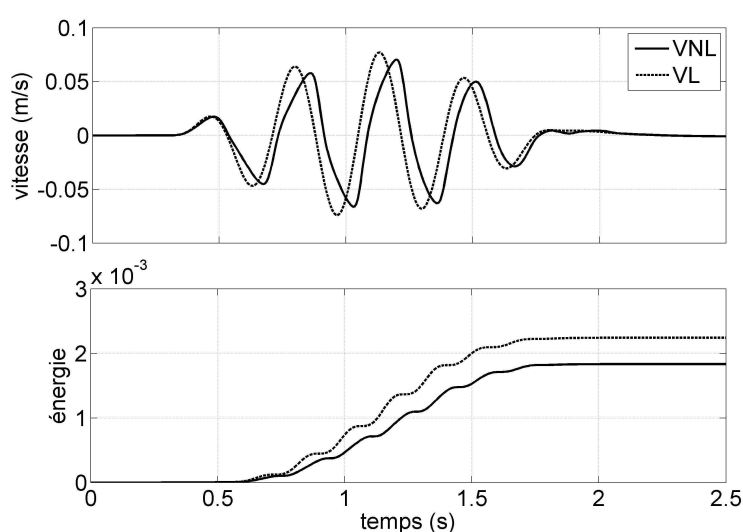


Figure 4.10 : Vitesse et énergie en surface pour le signal incident de $PGA=1,5m/s^2$ dans les cas linéaire et non linéaire.

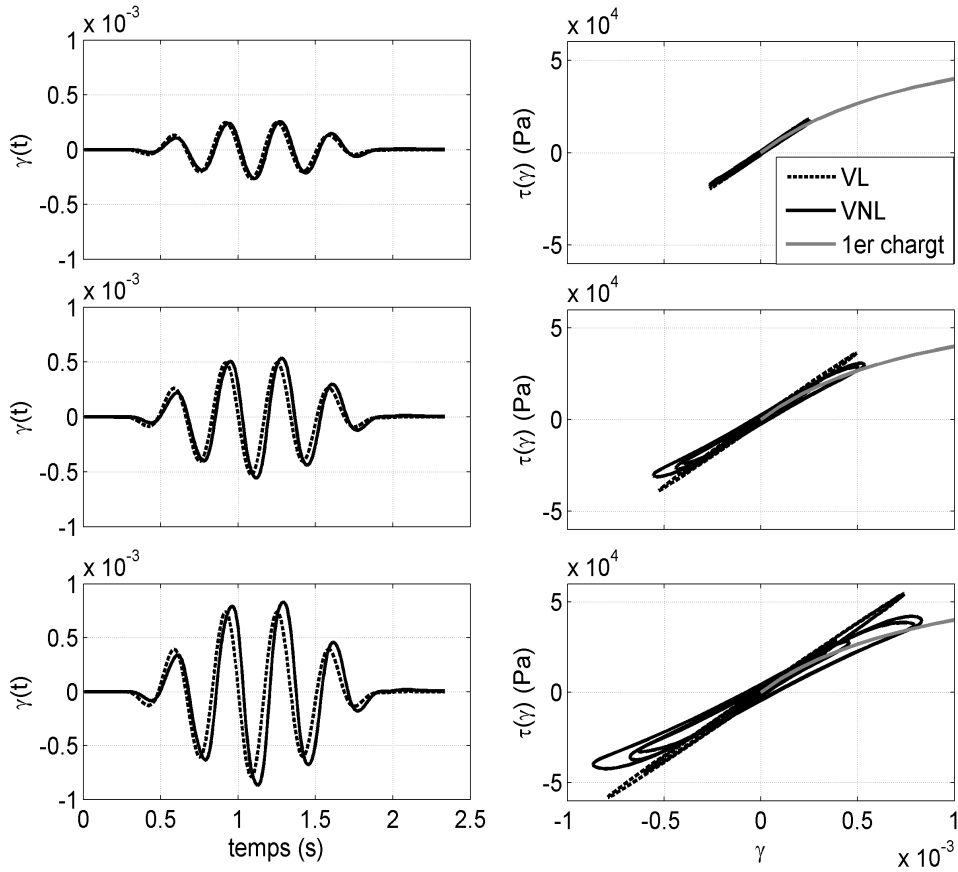


Figure 4.11 : Gauche : distorsion au milieu de la couche sédimentaire (modèle viscoélastique non linéaire, $\alpha_{NL}=1000$, $\beta_0=0,025$ et $\beta_{max}=0,25$, épaisseur de la couche: 30m) à un signal sinusoïdal d'amplitude 0,5 - 1 et 1,5m/s², respectivement graphiques du haut, du milieu et du bas ($f_0=3\text{Hz}$). Droite : Courbe contrainte-déformation des signaux correspondants et 1er chargement associé.

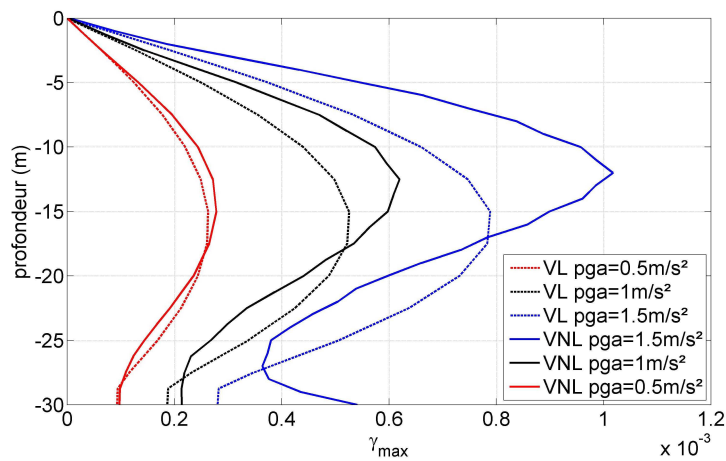


Figure 4.12 : Valeurs de distorsion maximale γ_{max} en fonction de la profondeur pour les niveaux de PGA dans le cas linéaire (VL) et non linéaire (VNL).

2.2.4. Propagation en milieu infini

Il est intéressant de déterminer l'origine de la différence de distorsion maximale entre les cas linéaire et non linéaire. Un milieu infini est maintenant considéré, où le signal sinusoïdal de $PGA=1,5m/s^2$ se propage. Le domaine étudié a donc 2 frontières absorbantes aux extrémités. Cela permet de mieux observer le phénomène non linéaire en supprimant l'onde réfléchie. Sur la figure 4.13, dans le cas linéaire, la valeur de la distorsion maximale γ_{max} varie peu. Dans le cas non linéaire, cette variation est plus importante et évolue de façon importante en fonction de la distance de propagation.

Pour expliquer cette variation de la distorsion, les valeurs de la distorsion et de la contrainte sont représentées sur la figure 4.14. Entre $z=-30$ et $z=-15m$, il y a une réduction de la valeur de la distorsion maximale. Ensuite le signal change de forme et un pic à plus haute fréquence apparaît. C'est ce pic qui fait augmenter à nouveau la valeur de la distorsion maximale.

Au bout de 20m environ de propagation (figure 4.14), la distorsion du signal augmente à cause de l'harmonique générée.

On peut revenir à l'explication concernant le pic de la distorsion obtenu à 12m de profondeur (cas du demi-espace, figure 4.12). Une onde harmonique est générée, ce qui a pour effet d'augmenter la valeur de la distorsion. Cette augmentation de la distorsion réduit la vitesse de propagation du maximum. Dans le cas linéaire, le maximum en distorsion observé vient de l'interférence entre le maximum de l'onde incidente et de l'onde réfléchie. Dans le cas non linéaire, cette interférence se produit à une profondeur moins importante à cause de la réduction de la vitesse de propagation. Cela explique donc l'accumulation de la distorsion observée dans la partie supérieure de la couche du demi-espace (figure 4.12).

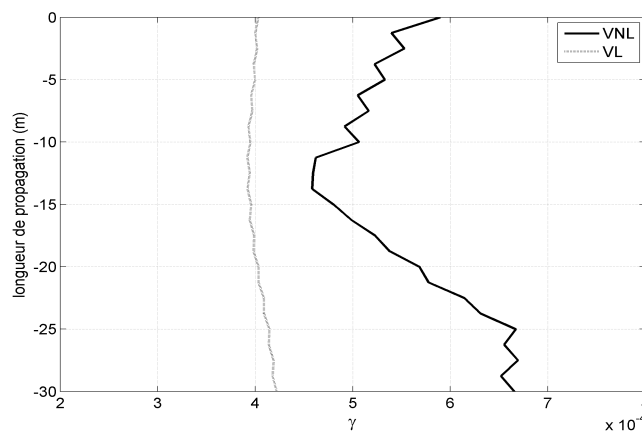


Figure 4.13 : Variation de la distorsion maximale γ_{max} en fonction de la distance de propagation.

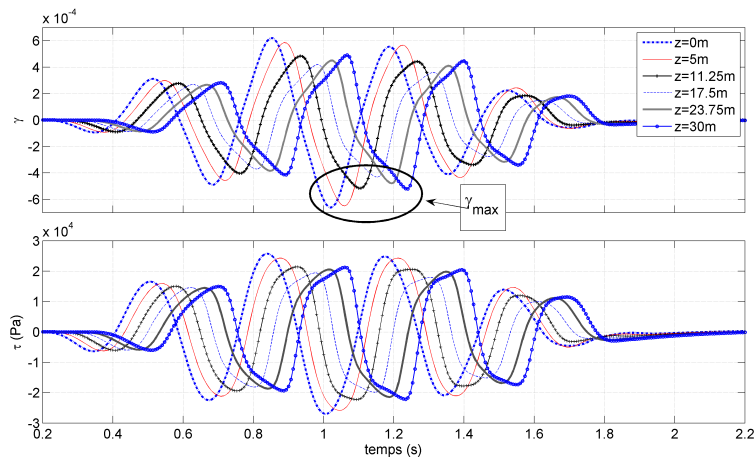


Figure 4.14 : Variation de la distorsion et de la contrainte à différents points dans un milieu infini.

2.3. Réponse d'un profil de sol avec un contraste de vitesse

Une seule frontière absorbante est à nouveau considérée (cas du demi-espace). Un contraste de vitesse entre les sédiments et le substratum égal à 2 est maintenant ajouté (figure 4.15). La fréquence du signal sinusoïdal est prise égale à la fréquence fondamentale de la couche de sol ($f=2,5$ Hz).

Les résultats accélérométriques (temps et fréquence) en surface de la simulation numérique sont représentés sur la figure 4.16 . Les résultats des modèles non linéaires présentent des harmoniques et une augmentation de la dissipation par rapport au cas viscoélastique linéaire. Le modèle d'Iwan est toujours plus dissipatif que le modèle VNL.

Pour les deux modélisations non linéaires, il apparaît un décalage du premier pic vers les basses fréquences. La couche entre en résonance et son module de cisaillement diminue à cause de l'augmentation de la distorsion. Le phénomène est donc différent du cas précédent sans contraste de vitesse (figure 4.7).

Les résultats en contrainte-déformation en milieu de couche sont présentés sur la figure 4.17.

- figure 4.17, gauche : Il apparaît toujours ce retard dans le cas non linéaire par rapport au cas linéaire. Les pics de distorsion sont un peu plus élevés dans le cas non linéaire.
- Droite : les cycles obtenus se situent en dessous des cycles du cas linéaire, à cause de la réduction du module de cisaillement. Les surfaces décrites ont des aires plus grandes.

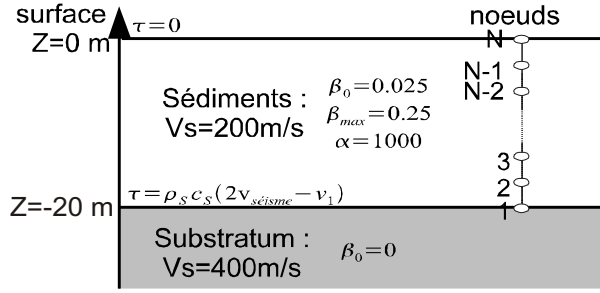


Figure 4.15 : Schéma du profil avec un contraste de vitesse de 2.

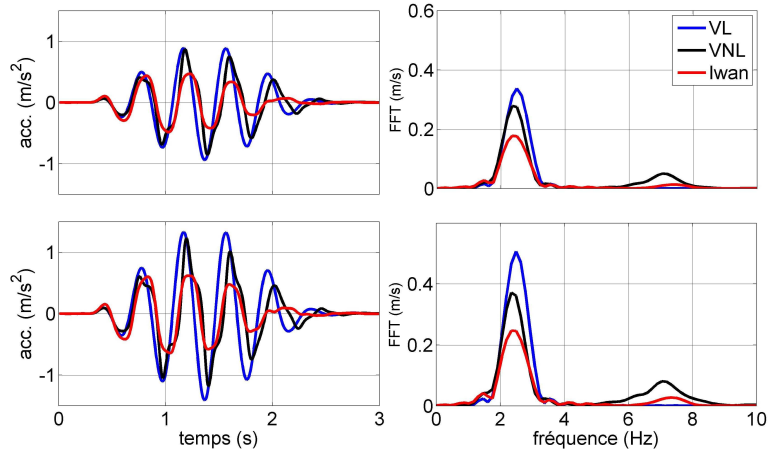


Figure 4.16 : Accélération au sommet de la couche sédimentaire (modèle viscoélastique non linéaire, $\alpha_{NL}=1000$, $\beta_0=0,025$ et $\beta_{max}=0,25$, épaisseur de la couche 20m) pour un signal sinusoïdal d'amplitude 0,5 et 0,75m/s², respectivement, graphiques du haut et du bas ($f_0=2,5\text{Hz}$). Comparaison avec le modèle d'Iwan et le modèle viscoélastique linéaire.

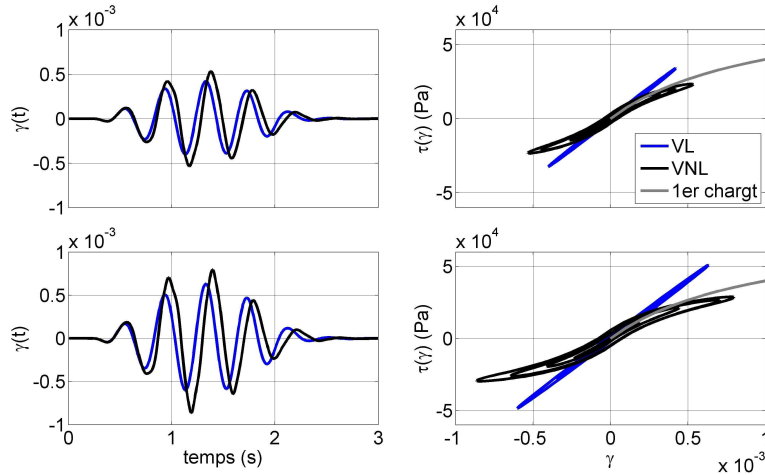


Figure 4.17 : Gauche : distorsion au milieu de la couche sédimentaire (modèle viscoélastique non linéaire, $\alpha_{NL}=1000$, $\beta_0=0,025$ et $\beta_{max}=0,25$, épaisseur de la couche : 20m) à un signal sinusoïdal d'amplitude 0,5 et 0,75 m/s², respectivement graphiques du haut, et du bas ($f_0=2,5\text{Hz}$). Droite : Courbe contrainte-déformation des signaux correspondants.

2.4. Application au cas d'un séisme réel

Le modèle est appliqué en utilisant un enregistrement accélérométrique obtenu lors du

séisme de Northridge (1994), à la station appelée Topanga (enregistrement figurant dans le logiciel EduShake). Le modèle viscoélastique non linéaire considéré est le même que précédemment à l'exception près que la couche sédimentaire homogène a maintenant une épaisseur de 30m (figure 4.18).

Nous utilisons toujours une distance entre les noeuds de $dx=1m$. Par contre le pas d'échantillonnage est maintenant de $dt=0,01s$.

Les courbes utilisées comme paramètres rhéologiques sont présentées sur la figure 4.19.

Un test est d'abord réalisé dans le cas d'une couche homogène, avec les deux modèles (VNL et Iwan). Les résultats sont représentés par les valeurs maximales de la distorsion en fonction de la profondeur (figure 4.20). Les 2 programmes donnent des résultats très proches : le modèle aux différences finies, où le modèle d' Iwan est implémenté, donne une valeur de la distorsion un peu plus élevée en surface et un peu plus faible en profondeur.

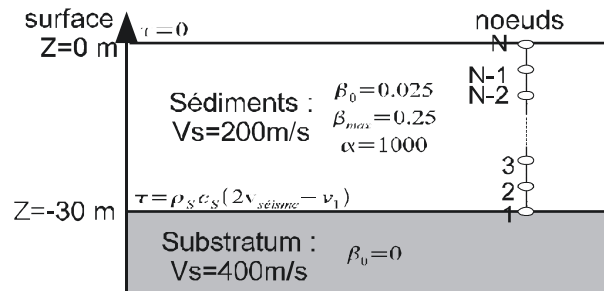


Figure 4.18 : Profil de sol modélisé avec un contraste de vitesse de 2.

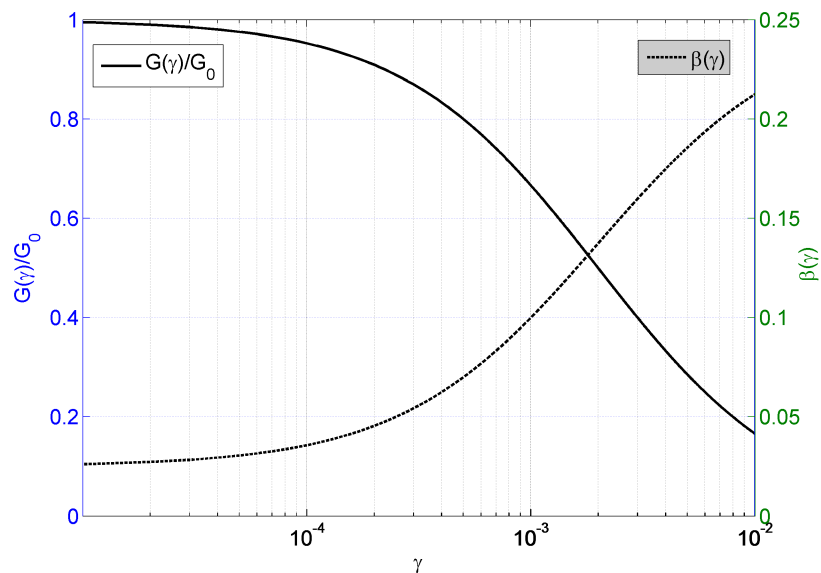


Figure 4.19 : Courbes $G(\gamma)$ et $\beta(\gamma)$ avec $\alpha_{NL}=500$, $\beta_0=0,025$ et $\beta_{max}=0,25$.

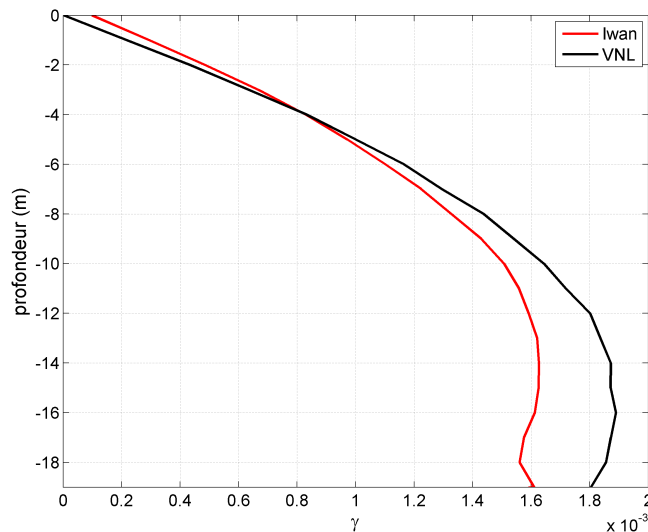


Figure 4.20 : Comparaison des résultats des codes de calculs dans le cas élastique linéaire.

Les calculs sont ensuite réalisés dans le cas non linéaire. Un troisième modèle, le modèle linéaire équivalent, “EduShake” est également utilisé. Les résultats sont filtrés (filtre de Butterworth passe-bande : 0,1-10Hz).

Sur la figure 4.21, le signal d'entrée et les signaux obtenus en surface sont représentés dans le domaine temporel. EduShake donne des résultats avec un contenu spectral similaire au signal injecté. Les signaux temporels montrent une amplification du signal. Par ailleurs, le modèle viscoélastique non linéaire VNL modifie le contenu spectral du signal d'entrée : il apparaît une série de pics, tout particulièrement entre 20 et 24s. Enfin toujours sur la même figure, le résultat donné par le modèle d'Iwan donne la plus faible valeur de PGA (inférieur à 2m/s^2).

Le contenu fréquentiel du signal injecté se situe principalement entre 3 et 5Hz (figure 4.22).

Pour le modèle VNL, le signal généré en surface présente plus de hautes fréquences que le signal d'entrée : des pics de faible amplitude mais néanmoins assez visibles apparaissent entre 6 et 10Hz. Ces pics sont des harmoniques générées par les effets non linéaires au cours de la propagation du signal dans la colonne de sol.

Le résultat obtenu avec le modèle de Iwan est proche du signal obtenu avec le modèle VNL (figure 4.22). Les harmoniques générées par ce modèle sont d'amplitude plus faible que celles fournies par le modèle VNL. Le résultat avec EduShake en fréquence confirme ce qui apparaissait déjà en temps : le signal obtenu a exactement les mêmes pics que le signal d'entrée, la différence vient simplement du niveau d'amplification. Il n'apparaît pas de lissage à hautes fréquences, simplement parce que le signal d'entrée n'a pas de hautes fréquences

et le degré de non-linéarité n'est pas très élevé. Un lissage à hautes fréquences sera clairement observable dans le cas étudié suivant (séisme de Kushiro). En tout cas, il apparaît clairement une surestimation de l'amplification à basses fréquences (autour de 2Hz) dans le cas linéaire équivalent par rapport aux résultats des deux autres modèles non linéaires : c'est une des principales limites de ce type d'approche.

Les résultats obtenus avec les modèle d'Iwan et VNL1 en contrainte et déformation au milieu de la couche sont maintenant comparés.

Tout d'abord, la déformation maximale en fonction de la profondeur est représentée pour les deux modèles (figure 4.23). Globalement, il s'avère que la déformation maximale est un peu plus importante pour le modèle d'Iwan, sauf pour les 7 derniers mètres de la couche. Les variations sont également plus importantes pour ce modèle. Les variations de la distorsion maximale en non linéaire sont un peu plus faibles pour le modèle VNL1.

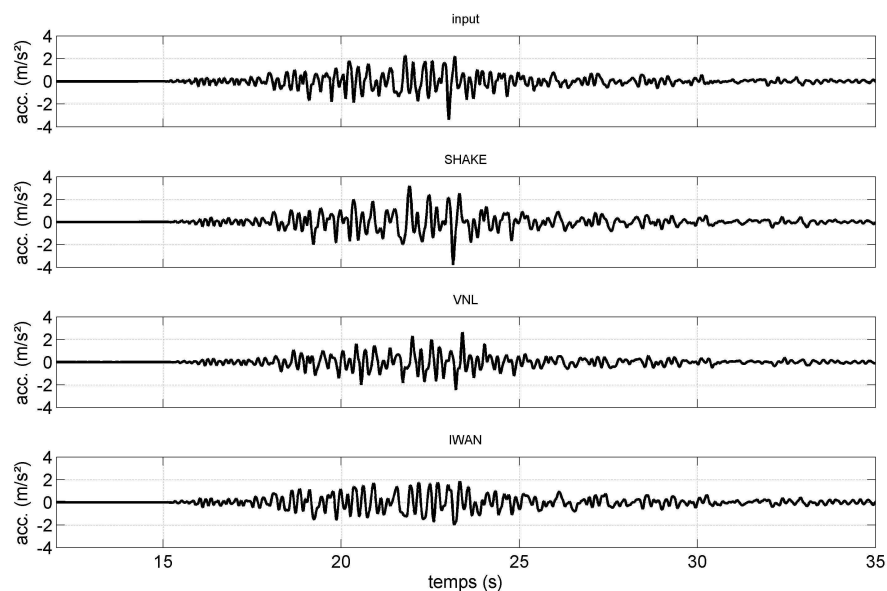


Figure 4.21 : Réponse temporelle en accélération (modèle viscoélastique non linéaire, $\alpha_{NL}=500$, $\beta_0=0,025$ et $\beta_{max}=0,25$) à la surface libre de la couche sédimentaire à un enregistrement réel (Northridge, 1994): Comparaison entre l'enregistrement d'entrée, le résultat obtenu avec VNL, Shake et le modèle d'Iwan.

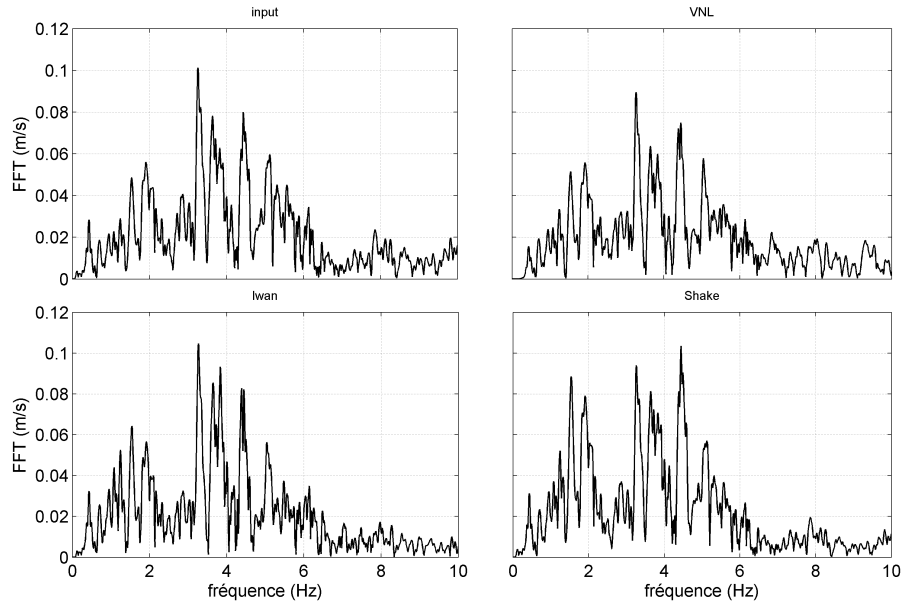


Figure 4.22 : Réponse fréquentielle (modèle viscoélastique non linéaire, $\alpha_{NL}=500$, $\beta_0=0,025$ et $\beta_{max}=0,25$) à la surface libre de la couche sédimentaire à un enregistrement réel (Northridge, 1994) : Comparaison entre l'enregistrement d'entrée, le résultat obtenu avec les modèles VNL, Iwan et EduShake.

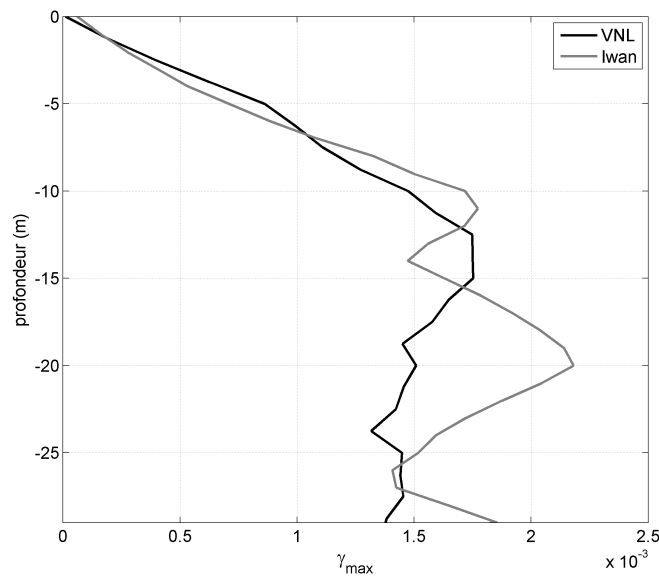


Figure 4.23 : Comparaison des courbes γ_{max} en fonction de la profondeur pour les formulations d'Iwan et VNL.

Sur la figure 4.24, la distorsion et la contrainte sont représentées en fonction du temps. La distorsion atteint un maximum d'à peu près $1,6 \cdot 10^{-3}$ pour les 2 modèles. Les fréquences d'oscillation sont à peu près les mêmes, par contre les amplitudes sont assez différentes.

Ces observations restent valables en contrainte.

Les cycles contrainte-déformation sont maintenant représentés (figure 4.25). Sur ces cycles, la réduction moyenne du module de cisaillement obtenue avec le modèle VNL1 correspond à peu près à la courbe de premier chargement suivie par le modèle d'Iwan.

Plus précisément, en comparaison avec les variations de la contrainte et de la déformation du modèle d'Iwan, la grande majorité des cycles est assez proche quand ils ont une distorsion maximum inférieure ou égale à 10^{-3} (figure 4.25). Pour des valeurs de distorsion plus importantes, la forme des cycles du modèle VNL au cours de la décharge présente les propriétés déjà observées : les valeurs de contrainte diminuent moins vite que dans le cas des courbes du modèle de Iwan et les cycles ne sont plus symétriques.

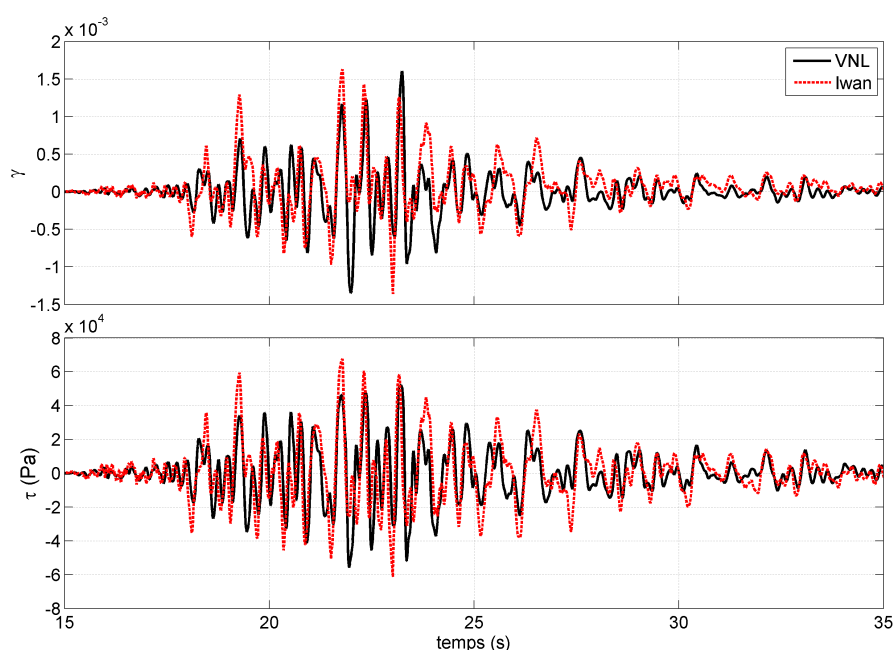


Figure 4.24 : Comparaison des résultats en déformation et contrainte des deux modèles au milieu de la couche.

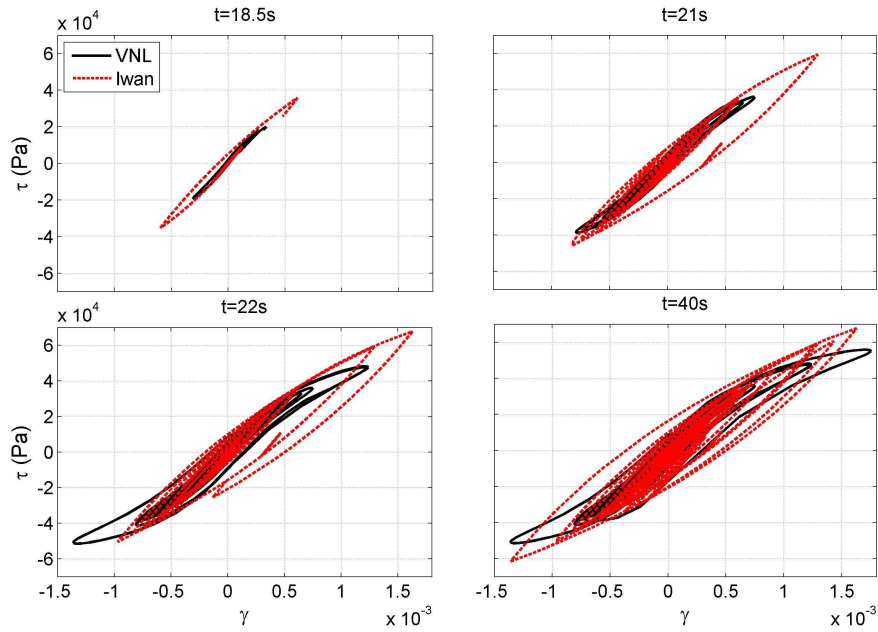


Figure 4.25 : Comparaison des cycles contrainte-déformation obtenus par le modèle VNL et Iwan au milieu de la couche.

3. Application au cas du séisme de Kushiro (1993)

3.1. Validation du modèle multicouche

L'analyse dans le cas multicouche est validée dans le cas viscoélastique linéaire avec un modèle analytique, utilisant un module visqueux tiré de Aki et Richards (1980). Ce code, appelé «psvsh1d» a été développé par le Laboratoire de Géophysique Interne et de Tectonophysique de Grenoble. Le calcul est réalisé dans le domaine fréquentiel. La vitesse de phase utilisée est égale à :

$$c(\omega) = \frac{c_o}{\left(1 - \frac{1}{\pi Q} \ln \frac{\omega}{\omega_0}\right) \cdot \left(1 - \frac{0.5i}{Q}\right)} \quad (1)$$

Pour valider la programmation du modèle dans le cas multicouche linéaire, un profil à 3 couches est pris comme référence et utilisé dans les 2 programmes. Les paramètres rhéologiques du milieu modélisé sont donnés dans le tableau 4.2.

	Couche 1	Couche 2	rocher
Vs (m/s)	200	400	800
Facteur de qualité	20	40	5000
Epaisseur (m)	20	30	

Tableau 4.2 : propriétés rhéologiques des profils de sol.

Ce modèle est excité par un signal de Ricker de fréquence $f_0=6\text{Hz}$. Cette fréquence sert de

référence pour la vitesse de phase : pour les deux modèles rhéologiques utilisés, la vitesse de phase à la fréquence considérée f_0 vaut 200m/s. Sur la figure 4.26, la fonction Q^{-1} (pour $Q \approx 20$ sur le plateau) et la vitesse de phase de ces deux modèles sont représentées pour la couche 1. Il apparaît une variation plus importante de la vitesse de phase dans le cas du modèle de Maxwell Généralisé (MG-VNL1). Néanmoins les différences entre les vitesses de phase des 2 modèles sont inférieures à 10%.

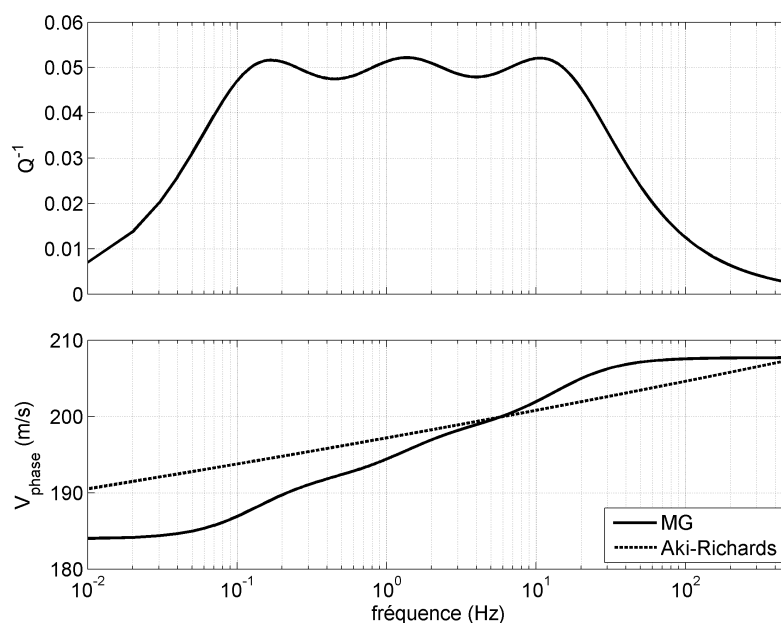


Figure 4.26 : Comparaison des vitesses de phase obtenues à partir des modèles de Aki et Richards (1980) et Emmerich et Korn (1987, Maxwell généralisé).

Les résultats obtenus sont représentés sur la figure 4.27 en terme d'accélération en surface. Les amplitudes observées sont quasiment les mêmes pour les 2 modèles : L'amplitude est légèrement plus importante pour le modèle VNL (différence de 3 % sur le maximum). La complexité du signal est la conséquence des réflexions multiples causées par la présence des deux couches sédimentaires. Le temps de propagation est identique pour les deux modèles.

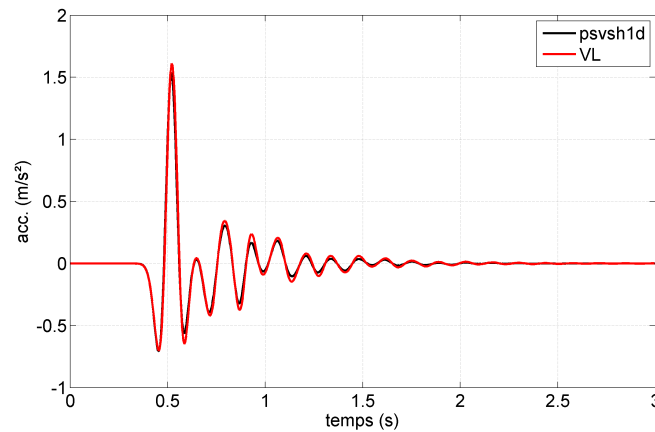


Figure 4. 27 : Comparaison du signal en surface obtenu à partir des 2 modèles utilisant 2 rhéologies différentes : VL (Maxwell généralisé) et psvsh1d (Aki et Richards, 1980).

3.2. Séisme de Kushiro : données et mesures

Le programme multicouche a été utilisé pour une étude d'un cas réel : le séisme de Kushiro (1993) de magnitude 7,6. Les enregistrements réels utilisés dans la simulation proviennent de la composante nord-sud des accéléromètres en surface et en fond de puits (-77m) de la station Kushiro-Oki (figure 4.28). Le PGA est de 0,47g en surface et de 0,21g en fond de puits.

Les différences observées entre le signal en fond de puits et en surface concernent :

- les hautes fréquences générées pendant la propagation du séisme ;
- l'amplification du signal (une différence de 2 sur le PGA).

Sur la figure 4.29, le profil de vitesse utilisé dans la simulation est représenté.

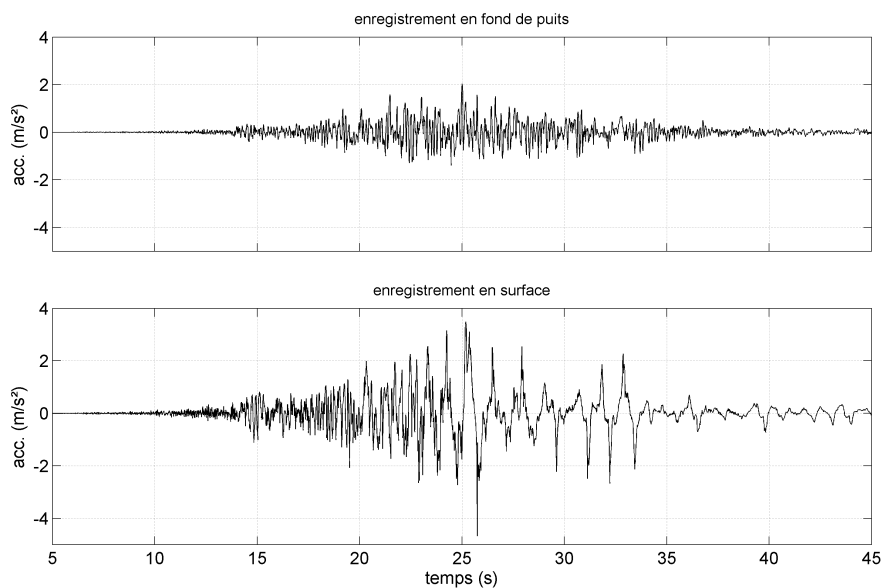


Figure 4.28 : Accélération enregistrée en fond de puits (-77m) et en surface lors du séisme de Kushiro (1993).

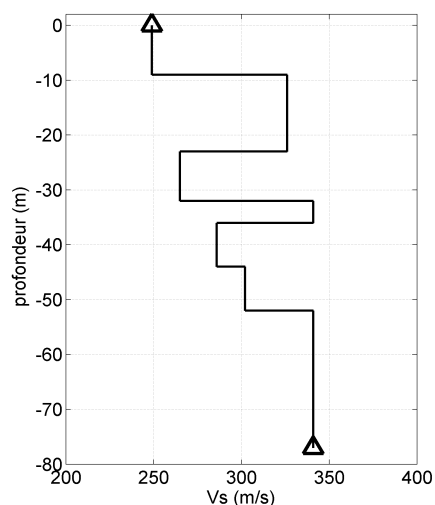


Figure 4.29 : Profil de vitesse pour le site de Kushiro-Oki (Iai et al., 1995).

3.3. Cas de la frontière absorbante

3.3.1. Cas viscoélastique linéaire

Pour trouver l'équivalent du signal enregistré en fond de puits sans les ondes réfléchies (en champ libre), un calcul est réalisé à partir de ce signal et de la fonction de transfert de ce point dans le cas linéaire. La fonction de transfert du profil sédimentaire au point situé à 77m de profondeur est estimée (figure 4.30) : Il apparaît 5 minima espacés de 2Hz à peu près entre les fréquences 0 et 10Hz. Dans le domaine fréquentiel, le signal enregistré en fond de puits (figure 4.28) est ensuite divisé par la fonction de transfert calculée. Le signal obtenu correspond à un signal en champ libre sans les couches sédimentaires (figure 4.31). Ce calcul est une approximation dans le cas du modèle non linéaire, puisque la fonction de transfert utilise le modèle linéaire. Le signal calculé est ensuite calé à un PGA de 3m/s^2 .

Dans un premier temps, une simulation numérique est réalisée dans le cas viscoélastique linéaire (VL, figure 4.32). Il apparaît une légère amplification du signal. Le PGA du signal en surface atteint une valeur de $3,5\text{m/s}^2$ par rapport à la valeur de PGA de $2,8\text{m/s}^2$ pour le signal d'entrée. Dans le cas linéaire, le profil de vitesse crée donc un petit effet de site.

Les courbes contrainte-déformation sont également représentées (figure 4.33) au milieu des 7 couches du modèle : les cycles sont linéaires et peu dissipatifs. La distorsion maximale est obtenue pour la couche 5 (cf. tableau 4.1).

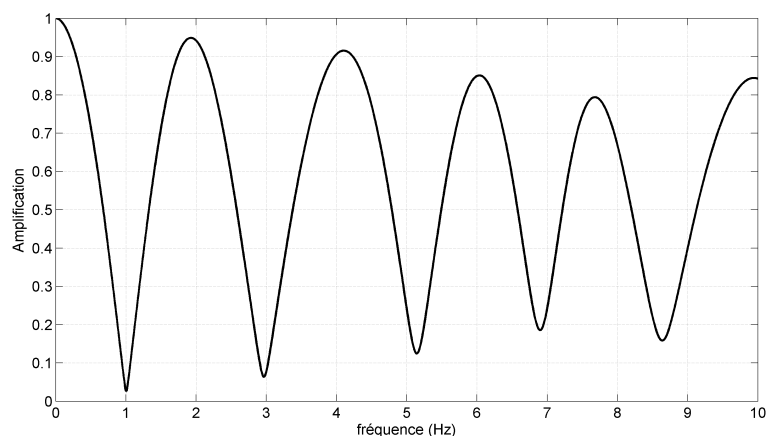


Figure 4.30 : Fonction de transfert à la profondeur de 77m.

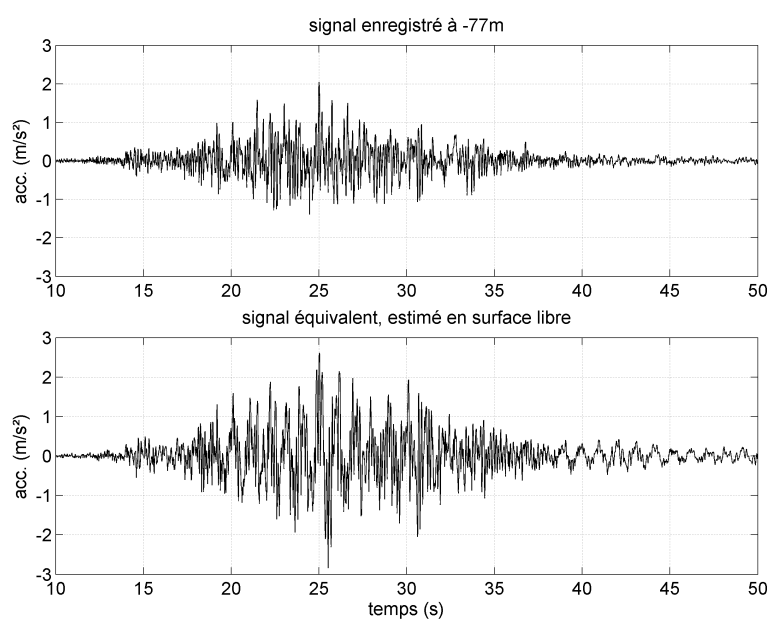


Figure 4.31 : Signal enregistré et sa modification pour obtenir un signal en champ libre.

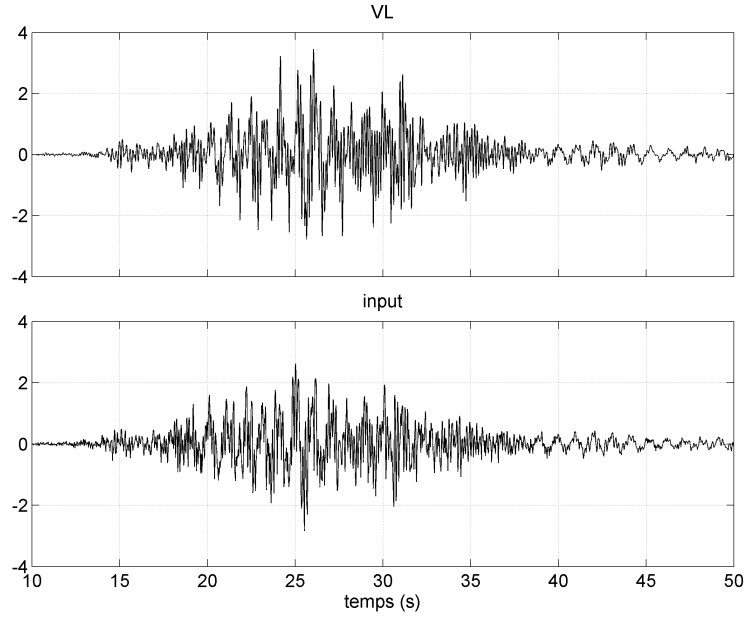


Figure 4.32 : Résultat temporel en accélération du signal injecté et du résultat en surface obtenu en surface dans le cas linéaire (VL).

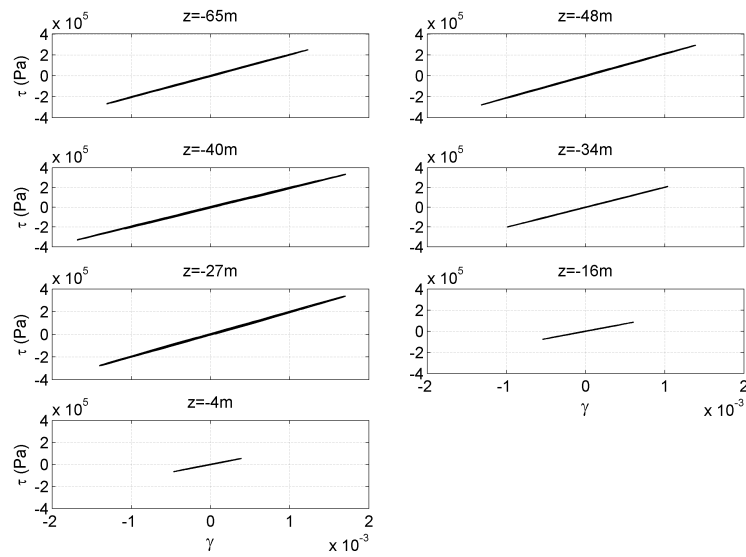


Figure 4.33 : Courbes contrainte-déformation au milieu des 7 couches dans le cas élastique linéaire (VL).

3.3.2. Cas viscoélastique non linéaire

Le signal calculé précédemment est injecté dans le modèle non linéaire avec les propriétés résumées dans le tableau 4.1. Les valeurs des paramètres non linéaires sont estimées à partir des données utilisés par lai et al. (1995) à partir de la relation suivante :

$$\tau = \sigma \sin(2 \phi) \quad (2)$$

avec ϕ : angle de résistance au cisaillement ;

et σ : pression de confinement de référence.

Rq. : les valeurs de α_{NL} sont légèrement minorées en particulier dans les couches 1, 2 et 4, les valeurs exactes figurent dans le tableau 4.3.

	Epaisseur (m)	Vs (m/s)	α_{NL}	Q	β_{max}
Couche 1	9	249	2500	25	0.3
Couche 2	14	326	1750	33	0.3
Couche 3	9	265	981	30	0.3
Couche 4	4	341	1000	34	0.3
Couche 5	8	286	656	29	0.3
Couche 6	8	302	703	30	0.3
Couche 7	25	341	595	34	0.3
Couche 8		341	0	infini	0

Tableau 4.3 : Propriétés rhéologiques choisies dans la modélisation du profil de Kushiro Port (condition de frontière absorbante).

Les résultats obtenus avec le modèle VNL sont assez proches de ce qui est enregistré en surface (figure 4.34). Dans les deux cas, le PGA apparaît au même moment avec à peu près la même valeur. Par contre après le temps de $t=35s$, les signaux n'ont pas la même forme. Ce résultat s'explique par le phénomène de mobilité cyclique (chap. 3, paragraphe 1.1 et lai et al., 1995).

Le résultat du logiciel EERA (modèle linéaire équivalent) est donné sur les figures 4.34 et 4.35. La comparaison avec le résultat du logiciel EERA montre une nouvelle fois le filtrage excessif à hautes fréquences introduit par le modèle linéaire équivalent (figures 4.34 et 4.35).

Il est intéressant de comparer les résultats du modèle VNL dans le cas linéaire et non linéaire : l'effet non linéaire est important, tout particulièrement dans la plage de temps $t=20-26s$.

Il est également intéressant d'observer les oscillations des signaux en accélération sur une seule période. Contrairement à l'enregistrement réel obtenu, il y a une dissymétrie : la croissance est toujours rapide mais suivie d'une décroissance plus lente. Ce type de dissymétrie se retrouve sur les variations de la contrainte. Cette dissymétrie a déjà été observée sur les cycles contrainte-déformation : cette forme du signal est différente de celle correspondant aux lois de Masing, prise en compte dans le modèle d'Iwan. La forme non-symétrique des variations en accélérations (figure 4.36), (c'est à dire une décroissance qui n'est pas aussi rapide que la décroissance) s'explique par la forme des cycles contrainte-déformation correspondants. Il est aussi intéressant de noter que les harmoniques sont générées lorsque le cycle change de signe : il apparaît un pic à haute fréquence, au dessus

du signal plus basse fréquence (figure 4.36).

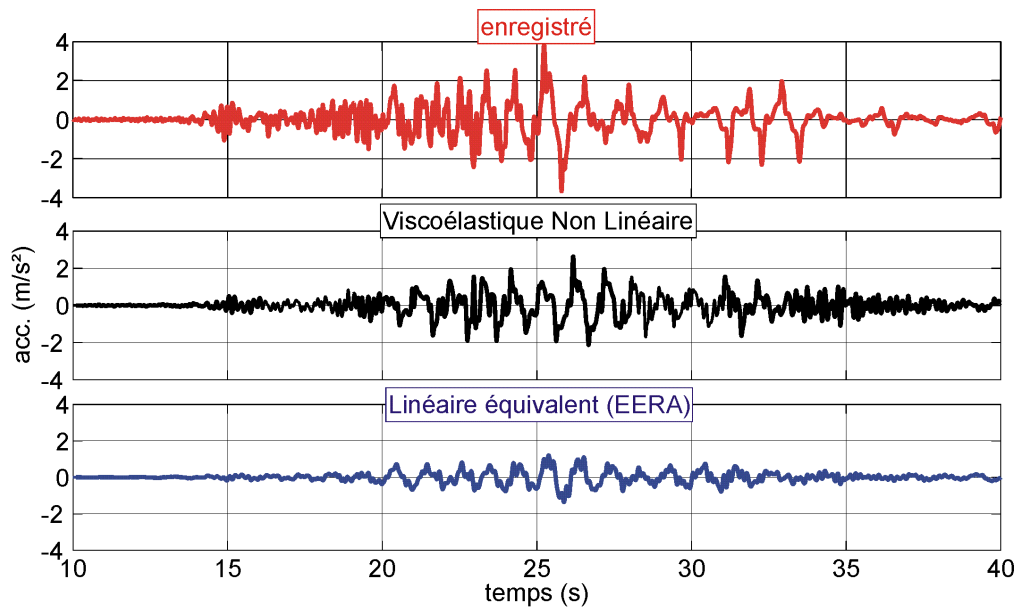


Figure 4.34 : Comparaison temporelle entre le signal enregistré en surface, les résultats de VNL et EERA (filtre passe-bande : 0,1 et 10Hz).

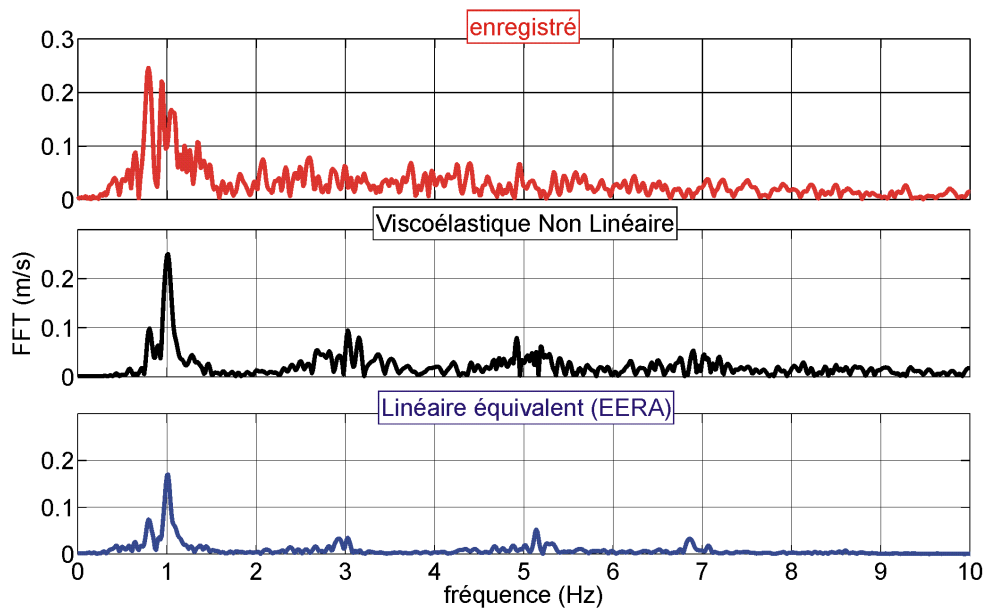


Figure 4.35 : Comparaison fréquentielle entre le signal enregistré en surface, les résultats de VNL et EERA.

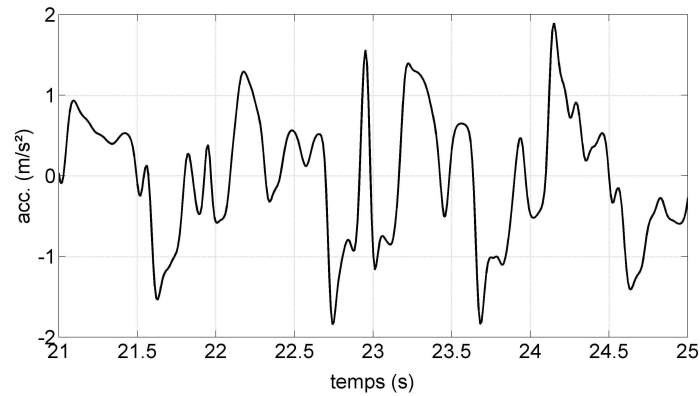


Figure 4.36 : Détail de pics en accélération obtenus avec le modèle VNL.

Les cycles contrainte-déformation en milieu de chaque couche sont également représentés (figure 4.37). Il apparaît quelques cycles très importants à la profondeur de $z=-27\text{m}$: 4 cycles montrent des distorsions qui dépassent 0,002. Cela n'a pas d'incidence sur l'ensemble des autres cycles qui se situent dans une gamme de distorsion comprise aux environs de -0,002 et 0,002. Toujours pour cette couche, une distorsion de 0,002 avec un coefficient de $\alpha_{NL}=981$, donne une réduction du module de 66%, un peu en dessous de la limite de 50% fixée précédemment.

Enfin, sur la figure 4.38, les résultats en terme de distorsion maximale obtenus avec le modèle VNL sont comparés avec ceux du modèle de lai et al. (1995). A part pour les profondeurs comprises entre -15 et -30m, les résultats du modèle VNL sont proches de ceux obtenus par lai et al. (1995). Par contre les valeurs de distorsion maximale pour le modèle EERA sont en général beaucoup plus faibles, en particulier pour les profondeurs comprises entre 0 et 10m.

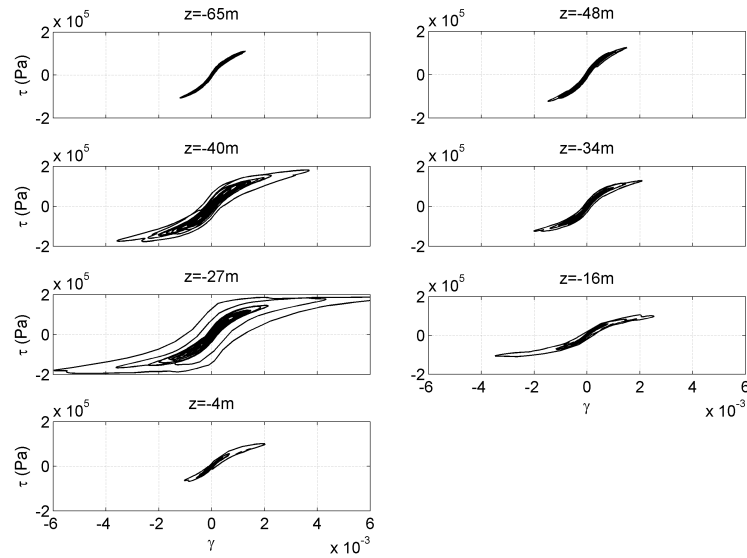


Figure 4.37 : Courbes contrainte-déformation au milieu de chaque couche du profil.

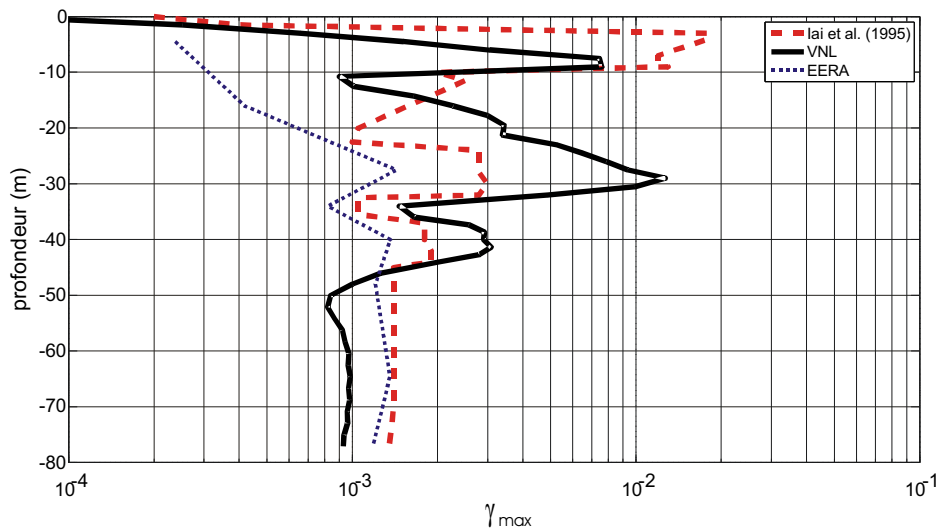


Figure 4.38 : γ_{max} en fonction de la profondeur pour les modèles VNL , EERA et de lai et al. (1995).

3.4. Cas de l'accélération imposée à l'interface

Le signal enregistré en fond de puits est maintenant directement injecté dans le modèle non linéaire dans le cas de la condition imposée à l'interface. Les propriétés rhéologiques du profil de sol sont résumées dans le tableau 4.4. Les valeurs des paramètres non linéaires sont estimées à partir des données utilisés par lai et al. (1995).

	Epaisseur (m)	Vs (m/s)	α_{NL}	Q	β_{max}
Couche 1	9	249	4533	25	0.3
Couche 2	14	326	2892	33	0.3
Couche 3	9	265	1229	30	0.3
Couche 4	4	341	1505	34	0.3
Couche 5	8	286	912	29	0.3
Couche 6	8	302	995	30	0.3
Couche 7	25	341	828	34	0.3
Couche 8		341	0	infini	0

Tableau 4.4 : Propriétés rhéologiques choisies dans la modélisation du profil de Kushiro Port (cas accélération imposée).

Les résultats obtenus avec le modèle VNL sont comparés aux autres modèles (linéaire équivalent, multi-linéaire) et au signal enregistré en surface. Le modèle VNL donne des niveaux d'amplitude assez proches du signal enregistré en surface (figure 4.39). Le résultat du modèle multi-linéaire d'Iwan (NOAH) donne des oscillations proches de celles du signal enregistré, mais avec des amplitudes plus faibles. Dans le cas du modèle linéaire équivalent, le filtrage à haute fréquence est très important.

Dans le domaine fréquentiel (figure 4.40), les 3 modèles génèrent un pic à environ 0,8 Hz. Ce pic se retrouve à la même fréquence sur le signal enregistré en surface : c'est une amélioration par rapport aux résultats avec la condition de frontière absorbante. Les courbes contrainte/déformation obtenues au milieu de chaque couche du profil avec le modèle VNL sont représentées sur la figure 4.41. Les valeurs sont plus faibles par rapport aux résultats du modèle VNL considérant la frontière absorbante. Les cycles sont moins déformés que ceux obtenus précédemment.

Les valeurs de la distorsion maximale en fonction de la profondeur sont comparées sur la figure 4.42. Les 2 modèles VNL donnent des courbes de même forme, mais d'amplitude plus faible dans le cas de l'accélération imposée. Dans ce cas, les résultats sont très proches de ceux du modèle plus sophistiqué de lai et al. (1995), en particulier entre 20 et 35 m de profondeur. La différence importante observée en surface peut venir de la prise en compte à ce niveau de la pression interstitielle dans le modèle de lai et al. (1995).

Il y a donc une amélioration importante de la cohérence des résultats du modèle VNL dans le cas de l'accélération imposée. Ceci se retrouve à la fois au niveau des résultats en accélération et en contrainte-déformation.

Dans le cas de la frontière absorbante, la contrainte à l'interface est calculée à partir de la vitesse du signal incident, contrairement bien sûr au cas de l'accélération imposée. Dans ce dernier cas, le fait d'injecter l'accélération contraint mieux le modèle, pour deux raisons :

- le système à résoudre a une inconnue en moins ;
- l'accélération du signal d'entrée de part son contenu haute fréquence donne plus d'informations au modèle.

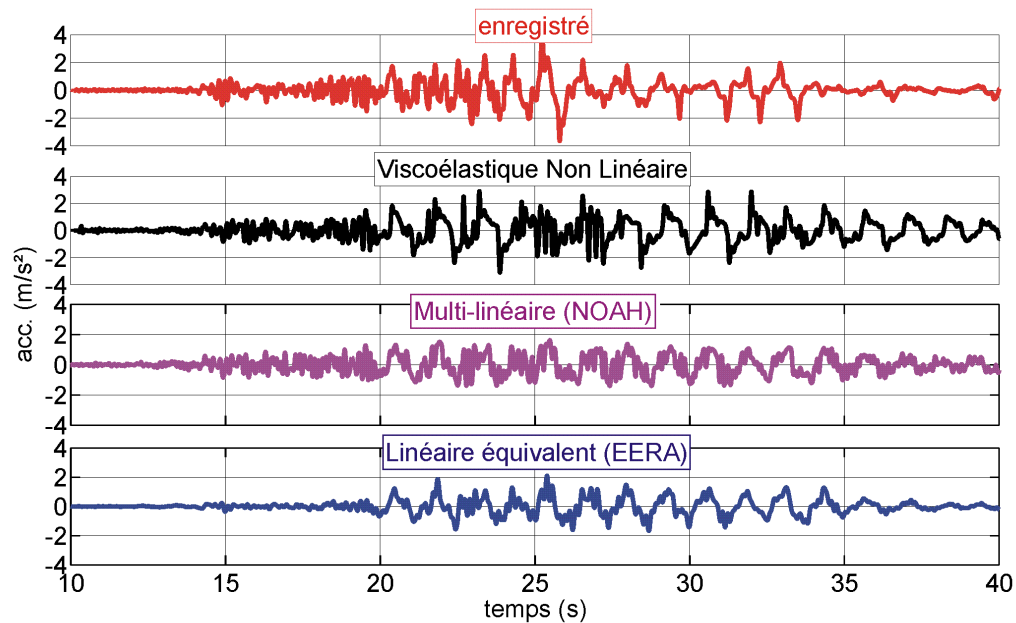


Figure 4.39 : Comparaison temporelle entre le signal enregistré en surface, les résultats de VNL et EERA (filtre passe-bande : 0,1 et 10Hz).

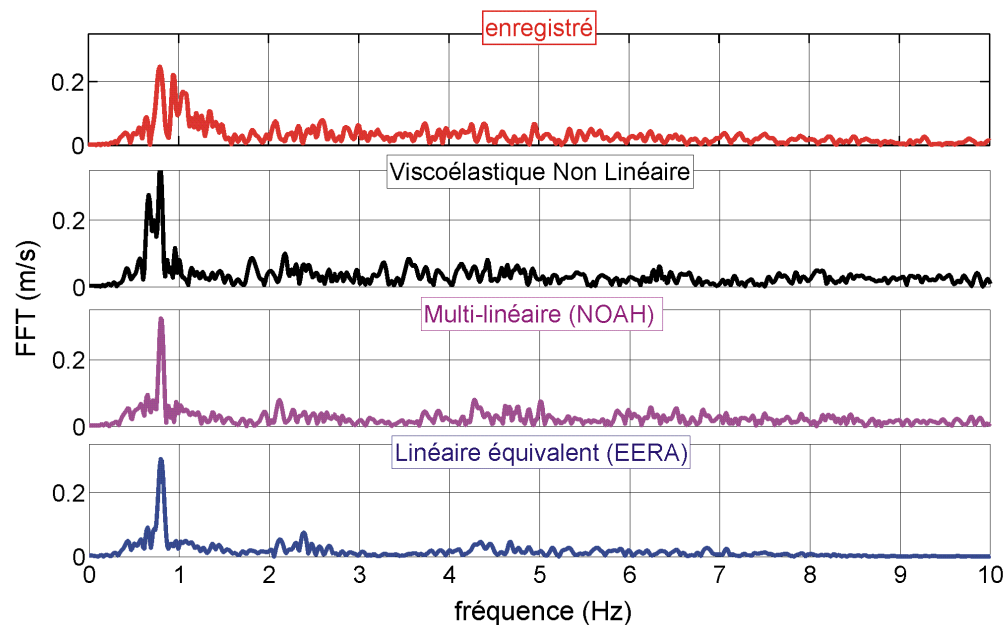


Figure 4.40 : Comparaison fréquentielle entre le signal enregistré en surface, les résultats de VNL et EERA.

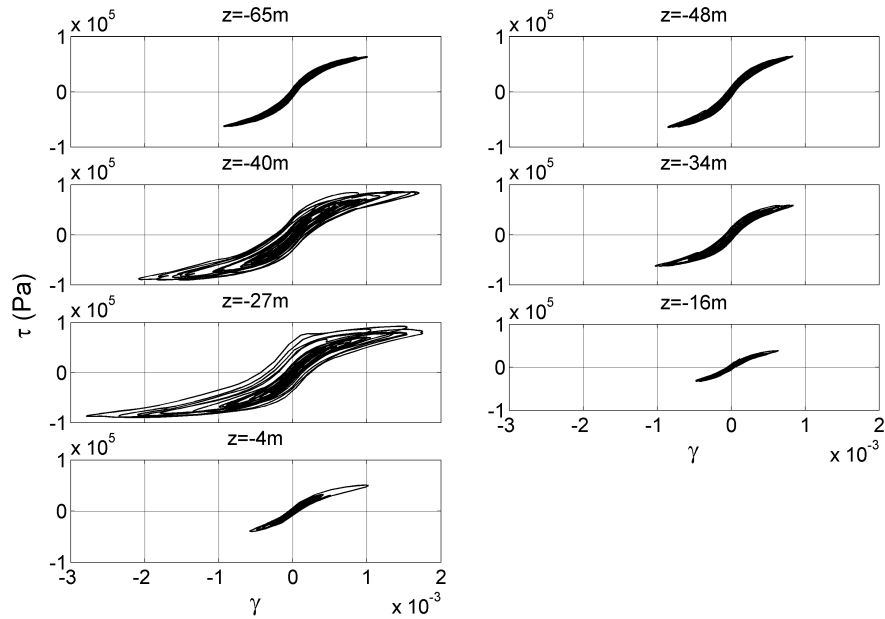


Figure 4.41 : Courbes contrainte-déformation au milieu de chaque couche du profil.

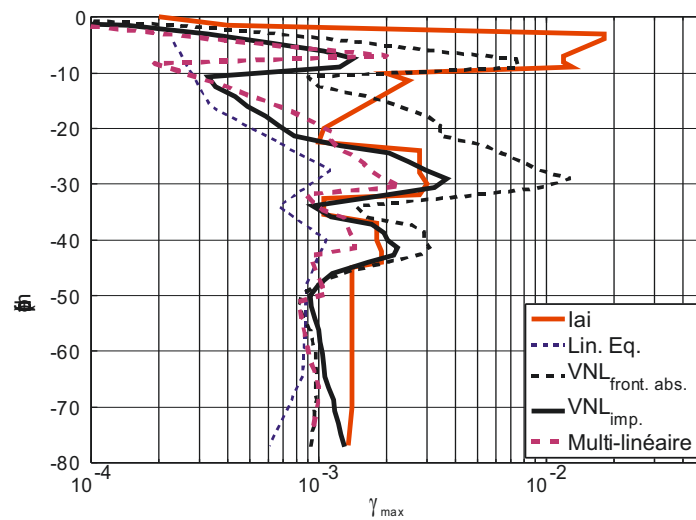


Figure 4.42 : γ_{max} en fonction de la profondeur pour les modèles VNL , EERA et de lai et al. (1995).

4. Limitations du modèle

Le but du modèle VNL est d'estimer les effets de site non linéaires pour des sols non-saturés en prenant en compte une réduction de module de cisaillement qui reste inférieure à 50%. Il est très utile d'estimer le produit $\alpha_{NL} \cdot \gamma$ pour chacune des couches avant calcul pour se rendre compte du niveau de non-linéarité envisagé. Ce modèle est donc conseillé pour une valeur adimensionnelle caractéristique de la non-linéarité $\alpha_{NL} \cdot \gamma$ qui ne dépasse pas 1.

5. Conclusions

Le modèle VNL a été utilisé dans un premier temps avec des sollicitations théoriques. Les résultats obtenus ont été analysés en détail et comparés aux résultats d'autres modèles. Dans le cas d'une sollicitation réelle, des pics aux fréquences harmoniques impaires apparaissent ainsi qu'un amortissement non linéaire des composantes de Fourier du signal incident. L'utilisation du modèle linéaire équivalent confirme des résultats déjà obtenus dans les études précédentes : une surestimation de l'amplification à basse fréquence et un filtrage excessif à hautes fréquences. Le modèle VNL donne des résultats assez proches de ceux obtenus par le modèle d'Iwan. Ils donnent tous deux des harmoniques impairs. Il y a cependant des différences notables ; dans le cas du modèle VNL, les signaux sont moins atténués.

Le modèle a ensuite été utilisé pour estimer la réponse du site lors du séisme de Kushiro (1993) pour lequel des effets non linéaires ont été observés. Des phénomènes couplés se sont produits lors du passage des ondes sur le site saturé de Kushiro-Oki : de la liquéfaction, une mobilité cyclique importante avec génération de hautes fréquences et une amplification du signal (Iai et al., 1995).

Le modèle VNL ne peut pas reproduire tous ces phénomènes, mais a toutefois donné un résultat en surface assez proche du signal effectivement enregistré sur site dans le cas où la pression intersticielle n'avait pas encore de rôle significatif, c'est à dire dans la première partie du signal (jusqu'à 25s). Les résultats se sont également assez nettement améliorés dans le cas de la condition imposée.

6. Perspectives

L'objectif est d'utiliser des modèles non linéaires aux échelles correspondantes à des sites de taille kilométrique. La caractérisation du sol nécessaire pour utiliser le modèle VNL est modeste, comparée à celle nécessaire pour alimenter des modèles élastoplastiques : Il suffit de connaître les courbes $G(\gamma)$ et $\beta(\gamma)$. Ce modèle de niveau de complexité intermédiaire est un bon candidat du fait de sa relative simplicité pour étendre les résultats linéaires en palliant les faiblesses du modèle linéaire équivalent.

L'intérêt d'un tel modèle est de réduire le temps de calcul et les données d'entrée dans l'analyse des effets de site, en vue de son implémentation dans un code de calcul 2D, voire 3D (e.g. progiciel CESAR-LCPC). Il sera intéressant alors de modéliser les effets non linéaires à l'échelle d'un bassin, en prenant en compte également les effets de focalisation, et la génération d'ondes de surface. Ces effets peuvent s'avérer particulièrement destructeurs, mais ils pourraient être en partie atténués par les effets non linéaires (Iai et Tobita, 2006).

CONCLUSION GENERALE

Cette thèse analyse la propagation des ondes sismiques dans les bassins sédimentaires à l'aide de méthodes numériques. Deux grandes parties la composent, suivant les amplitudes des ondes sismiques qui s'y propagent :

- une première partie se rapporte aux mouvements faibles à modérés et à leurs effets dans les bassins sédimentaires à géométrie 2D/3D,
- une deuxième partie concerne les mouvements forts et la modélisation de la réponse dynamique non linéaire des sols.

Ce mémoire propose ainsi de nouvelles avancées dans le domaine de la modélisation de propagation d'ondes dans des bassins sédimentaires théoriques et réels à comportements linéaire et non linéaire.

Modélisation des effets de site dans les bassins sédimentaires 3D théoriques

Dans un premier temps, la validation d'un modèle en éléments de frontière a été réalisée en considérant plusieurs problèmes pour lesquels existe une solution analytique. Parmi ces comparaisons, par exemple, les simulations de la diffraction d'une onde plane sur une cavité sphérique sont en excellent accord avec les solutions analytiques connues (y compris en incidence rasante) .

Dans un deuxième temps, une étude paramétrique est menée à partir d'un bassin 3D hémisphérique. Elle tient compte de différents paramètres : la forme de l'interface substratum/sédiments, le contraste de vitesse, l'élancement géométrique du bassin et l'amortissement. Dans le domaine fréquentiel, les résultats obtenus mettent en évidence des effets dus à la configuration géométrique 3D. L'étude est ensuite orientée vers la recherche des conditions pour lesquelles ces effets exercent une influence non négligeable sur l'amplification. Les paramètres prépondérants sont bien sûr liés à l'élancement géométrique mais aussi au contraste de vitesse rocher/sédiments.

En particulier, l'élancement géométrique vertical a été étudié pour des valeurs comprises entre 0,5 et 2 : pour un contraste de vitesse au-dessus de 2, il apparaît un élancement géométrique critique de 1 environ, distinguant les effets 1D et 3D. Pour un bassin possédant un contraste de vitesse inférieur, il n'y a presque pas d'effets 3D.

Dans le domaine temporel, les vallées élancées possédant un contraste de vitesse significatif (supérieur à 2) génèrent des ondes de surface de durée et d'amplitude qui augmentent avec l'élancement horizontal du bassin.

La géométrie du bassin (symétrie de révolution) permet une comparaison directe avec le modèle 2D équivalent. Dans le cas de vallées 3D symétriques, à la fréquence fondamentale et aux premiers harmoniques, l'amplification spectrale est multipliée par un facteur d'au moins 2 par rapport à celle obtenue dans le cas d'une vallée 2D équivalente. Du fait de la géométrie de révolution du bassin, il y a un effet de focalisation d'ondes beaucoup plus important. La valeur de fréquence associée aux pics d'amplification est également plus élevée.

La méthode des éléments de frontière reste néanmoins limitée par le nombre de degrés de liberté du modèle, car elle conduit à des matrices pleines non symétriques. Au delà de 10^4 degrés de liberté, elle implique un stockage mémoire très important. Dans le cas d'une modélisation de vallées réelles sur un domaine de fréquence assez large, il est nécessaire de tenir compte des avancées récentes de la méthode (formulation multipôle rapide). Cette nouvelle formulation représente une amélioration majeure de la méthode des éléments de frontière, car elle autorise un gain très important en temps de calcul et volume de stockage (Chaillat et al., 2007).

Modélisation des effets de site dans des bassins sédimentaires 2D réels

Une étude du bassin de la ville de Grenoble et une étude d'une vallée alpine théorique sont ensuite réalisées en deux dimensions. La première étude fait partie d'un benchmark organisé au cours de la 3ème édition du Symposium international sur les effets de site à Grenoble en septembre 2006 (ESG 2006). La deuxième étude a été réalisée à partir d'un projet étudiant le risque sismique dans les vallées alpines (Sismovalp, www-igut.obs.ujf-grenoble.fr/sismovalp).

Les résultats obtenus ont une nouvelle fois montré une amplification des ondes sismiques, influencée à la fois par les hétérogénéités verticales (stratification) et horizontales (géométrie des couches et du bassin). Ces caractéristiques induisent la génération d'ondes de surface sur les bords du bassin, des effets de focalisation d'ondes dus à la forme de l'interface substratum/sédiments et des piégeages d'ondes dans le bassin. Dans le cas du bassin de Grenoble, les résultats sont cohérents avec les études numériques et expérimentales déjà menées (Lebrun, 1997, Cornou, 2002).

Ce modèle 2D représente la plupart des phénomènes observés dans le cas de séismes faible à modéré. L'amplitude temporelle et la durée d'un signal incident est multipliée respectivement par 3-4 et 2 en moyenne dans le bassin sédimentaire. La fréquence fondamentale du bassin, égale à 0,3Hz, est également retrouvée dans le domaine temporel. A cela s'ajoute une amplification systématique du mouvement sismique sur la gamme des fréquences comprises entre 0,3 et 5Hz.

Ces résultats ne sont pas directement transposables au cas d'un hypothétique séisme fort se produisant dans la région.

En effet, pour un tel niveau de sollicitations, le scénario doit prendre en compte les effets non linéaires engendrés par les mouvements forts dans le bassin, constitué principalement en surface de sédiments peu consolidés. La modélisation du comportement non linéaire du sol est donc traitée dans la deuxième partie de cette thèse.

Influence des non-linéarités de comportement des sols

Pour approximer la réponse d'un sol peu consolidé face à une sollicitation sismique forte, un modèle viscoélastique non linéaire est proposé dans les chapitres 3 et 4 de cette thèse.

L'étude de la réponse sismique non linéaire des sols reste une question délicate. En effet, la calibration des modèles reste difficile, à cause du faible nombre de données rhéologiques et accélérométriques caractéristiques des sites ayant subi des séismes de forte magnitude.

Globalement, il existe deux grandes familles de modèles : les modèles linéaires équivalents et les modèles élastoplastiques cycliques. Les modèles linéaires équivalents utilisent peu de paramètres d'entrée. A contrario, certains des nombreux modèles élastoplastiques sont assez complexes et nécessitent beaucoup de paramètres rhéologiques (Mellal, 1997). Dans la pratique, il est difficile d'estimer tous ces paramètres en tout point d'un même site, notamment pour des bassins 2D ou 3D. De ce fait, il a été montré (Kramer et Paulsen, 2004) que l'immense majorité des études des effets non linéaires dans les sols ont été réalisées avec des modèles linéaires équivalents.

Face aux faiblesses bien connues de ces modèles (surestimation de l'amplification à basses fréquences et filtrage excessif à hautes fréquences), des extensions récentes ont été proposées (Sugito, 1996 et Kausel et Assimaki, 2002). Certaines des limites ont ainsi été repoussées, par exemple le filtrage trop important à hautes fréquences.

Dans cette thèse, un nouveau modèle viscoélastique non linéaire est proposé. Ce modèle est d'un niveau de complexité intermédiaire et s'insère entre les deux familles déjà citées, afin d'en combiner les avantages. D'abord, une formulation 3D du modèle est présentée, puis une implémentation 1D est réalisée avec la méthode des éléments finis.

Le modèle présenté a les avantages suivants :

- Les paramètres d'entrée sont peu nombreux et se limitent à ceux du modèle linéaire équivalent.
- Il s'appuie sur la formulation d'une loi de comportement. Celle-ci lui donne une base plus rigoureuse par rapport au modèle linéaire équivalent.
- La loi de comportement proposée conduit à une bonne restitution de la réduction du

module de cisaillement sur tout l'intervalle de distorsion considéré jusqu'à une déformation de l'ordre de 5.10^{-3} .

- Une assez bonne estimation de l'augmentation de l'amortissement est obtenue jusqu'à une déformation de 5.10^{-3} .
- Le profil $\gamma_{\max}$ obtenu en fonction de la profondeur est plus réaliste.

Plusieurs analyses de propagation d'ondes sismiques ont été réalisées à partir de signaux théoriques et réels.

Le modèle a montré que, pour des réductions de module ne dépassant pas 50%, il représente globalement les mêmes accélérations en surface qu'un modèle élasto-plastique (Iwan, 1967). Il génère des harmoniques d'ordre impair et présente également l'avantage de ne pas trop écrêter les signaux, contrairement au modèle d'Iwan. Ce modèle a été utilisé dans le cas du séisme de Kushiro (1993). Les résultats estimés en surface ont été comparés avec les signaux réels. Le modèle conduit à une assez bonne représentation du comportement non linéaire d'un sol : pour la partie du signal où la mobilité cyclique n'est pas significative, les amplitudes et les formes des cycles obtenus sont en première approximation assez proche de ceux du signal enregistré. Dans le domaine temporel, le modèle a également l'avantage de pouvoir être utilisé à la fois dans le cas de petites et de moyennes déformations ($10^{-6} - 5.10^{-3}$).

Ce modèle semble être une alternative intéressante au modèle linéaire équivalent. Le but de cette formulation est bien sûr d'étendre la modélisation à des vallées 2D, où les effets liés à la géométrie pourraient être simultanément pris en compte. Cela permettra de combiner les effets géométriques qui tendent à accroître l'amplification et les effets non linéaires dus au comportement qui conduisent généralement à une réduction de l'amplification.

A des niveaux de distorsions plus élevés, il serait souhaitable d'envisager une loi de comportement avec une contrainte dépendant à la fois de la distorsion et de sa dérivée : cela permettrait de mieux contrôler la courbure du cycle contrainte-déformation pendant la décharge. Un meilleur contrôle sur le cycle en décharge permettrait ainsi de réduire la différence entre l'amortissement calculé et imposé. A ce niveau de distorsion, une autre extension nécessaire serait la prise en compte de la pression interstitielle pour analyser la liquéfaction des sols sensibles à ces phénomènes, quand ils se trouvent en condition non-drainée.

BIBLIOGRAPHIE

- Aki, K., Richards, P. G. (1980). Quantitative Seismology. Theory and Methods, vol. I et II. *W. H. Freeman and Co., San Fransisco*, 1980.
- Alvarez-Rubio, S., Sanchez-Sesma, F.J., Benito, J.J., Alarcon, E. (2004). The direct boundary element method: 2D site effects assessment on laterally varying layered media (methodology), *Soil Dyn. Earthquake Eng.* 24, 167-180, 2004.
- Aubry, D., Hujeux, J.-C., Lassoudière, F. et Meimon, Y. (1982). A double memory model with multiple mechanisms for cyclic soil behaviour, *International Symposium of Numerical Modelling in Geomechanics*, 3-13, Balkema.
- Bard, P.Y. (1983). Les effets de site d'origine structurale en sismologie. thèse de doctorat. Université de Grenoble. 1983.
- Bard, P.Y., Bouchon, M. (1985). The two dimensional resonance of sediment filled valleys, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 75, 519-541.
- Bard, P.Y. (1985). Les effets de site d'origine structurale : principaux résultats expérimentaux et théoriques. Chapitre III.6 du livre «Génie parasismique», Presse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- Bard, P.Y., Riepl-Thomas, J. (2000). Wave propagation in complex geological structures and their effects on strong ground motion, *Wave motion in earthquake eng.*, Kausel & Manolis eds, WIT Press, Southampton, Boston, pp.37-95.
- Bard, P.Y., Kham, M., Lacave, C., Lambert, T. (2006). The Aki-Larner method still usefull 30 years later : a linear-equivalent approach for non-linear effects in 2D valleys. EGU Vienna 24-29/04/2005.
- Bardet, J.P., Ichii, K. and Lin, C.H. (2000). EERA : A Computer Program for Equivalent-linear Earthquake site Response Analyses of Layered Soil Deposits, University of Southern California, Department of Civil Engineering, 2000.
- Bardet, J.P., and Tobita, T. (2001). NERA : A Computer Program for Nonlinear Earthquake site Response Analyses of Layered Soil Deposits, University of Southern California, Department of Civil Engineering, 2001.
- Bazant, Z.P. et Huet, C. (1999). Thermodynamic functions of ageing viscoelasticity : integral form without internal variables. *International Journal of Solids and Structures*, 36, 3993-4016, 1999.
- Beresnev, I. A., Wen, K.-L. et Ye, Y. T. (1995). Nonlinear soil amplification : Its corroboration in Taiwan, *Bull. Seism. Soc. Am.* 85, 496-515, 1995.

- Beskos, D.E. (1997). Boundary elements methods in dynamic analysis : Part II (1986-1996), *Appl. Mech. Rev.* 50, n°3, 149-197.
- Bonilla, L.F. (2000). Computation of Linear and Nonlinear site response for near field ground motion, PhD. Thesis, University of California, 2000.
- Bonnet, M. (1999). Boundary integral equation methods for solids and fluids, Wiley, Chichester, UK.
- Bonnet, G., Heitz, J.F. (1994). Nonlinear seismic response of a soft layer. Proc. 10th European Congress of Seismic Engineering, pp.361-364 . Vienne, Autriche, 1994.
- Borcherdt, R.D. (1973). Energy and plane waves in linear viscoelastic media. *Journal of Geophysical Research*, 78 (14) : 2442-2453, 1973.
- Chaillat, S., Bonnet, M., and Semblat, J.F. (2007). A Fast Multipole Method formulation for 3D elastodynamics in frequency domain, *C.R. Mecanique*, 335, 714-719, 2007.
- Chávez-García, F.J., Site effects in Parkway Basin : comparison between observations and 3-D modelling, *Geophys. J. Int.*, 154, 633-646.
- Chávez-García, F.J., Raptakis, D.G., Makra, K., Pitilakis, K.D. (2000). Site effects at Euroseistest-II. Results from 2D numerical modelling and comparison with observations, *Soil Dyn. Earthquake Eng.*, 19(1), 23-39, 2000.
- Chaljub, E., Komatitsch, D., Vilotte, J.P., Capdeville, Y., Valette, B. & Festa, G. (2007). Spectral Element Analysis in Seismology, *Advances in Wave Propagation in Heterogeneous Media*, edited by R.S. Wu et V. Maupin, *Advances in Geophysics*, Elsevier, 48, 365-419, 2007.
- Chaljub, E., Cornou, C. and Bard, P.Y., Numerical Benchmark of 3D Ground Motion Simulation in the Valley of Grenoble, French Alps, *Proceedings of the 3rd international Symposium on the Effects of Surface Geology on Ground Motion*, vol II, LCPC, 2008.
- Clouteau, D. et Aubry, D. (1997). 3D site effects. In Proc. of *BEM 97 Conference Computational Mechanics Publications*, 1997.
- Dangla, P. (1988). A plane strain soil-structure interaction model, *Earthquake Engng Struct. Dyn.*, 16, 1115-1128, 1988.
- Dangla, P. (1989). Couplage éléments finis équations intégrales en élastodynamique et interaction sol-structure. thèse de doctorat de l'École Nationale des Ponts et Chaussées, 1989.
- Dangla, P., Semblat, J.F., Xiao, H.H., Delépine, N. (2005). A Simple and Efficient Regularization Method for 3D BEM : Application to Frequency-Domain Elastodynamics, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 95, 5, 1916-1927, 2005.
- Delavaud, E. (2007). Simulation numérique de la propagation d'ondes en milieu géologique complexe : application à l'évaluation de la réponse sismique du bassin de Caracas

- (Venezuela). Thèse de doctorat, Paris, 2007.
- Dravinsky, M. (2003). Scattering of elastic waves by a general anisotropic basin. Part 2: a 3D model. *Earthquake Engng Struct. Dyn.*, 32, 653-670, 2003.
- Edouard, S., Legras, B., Lefevre, F. and Eymard, R. (1996). The effect of small-scale inhomogeneities on ozone depletion in the Arctic, *Nature* 384, 444-447, 1996.
- El Hosri, M.S. (1984). Contribution à l'étude des propriétés mécaniques des matériaux. PhD Thesis, University of Paris VI, 1984.
- Emmerich, H. et Korn, (1987). M. Incorporation of attenuation into time-domain computations of seismic wave fields. *Geophysics*, (59) 9, 1252-1264, 1987.
- Eringen, A.C. and Suhubi, E.S. (1975). *Elastodynamics*, vol. 2, Linear Theory, Academic Press, 1975.
- Faccioli, E., Maggio, A., Quarteroni, and Tagliani, A (1996). Spectral Domain Decomposition Methods for the Solution of Acoustic and Elastic Wave Equations., *Geophysics*, 61, 1160-1174.
- Field, E.H., Kramer, S., Elgamal, A.W., Bray, J.D., Matasovic, N., Johnson, P.A., Cramer, C., Roblee, C., Wald, D.J., Bonilla, L.F., Dimitriu, P.P., Anderson, J.G. (1998). Nonlinear Site Response : Where We're at (A report from a SCEC/PEER seminar and workshop), *Seismological Research Letters*, 69, 3, 1998.
- Frischknecht, C., Wagner, J.J. (2004). Seismic Soil Effect in an Embanked Deep Alpine Valley: A Numerical Investigation of Two-Dimensional Resonance *Bull. Seism. Soc. Am.*, 94, 1, 171-186, 2004.
- Gil-Zepeda, S.A., Luzón, F., Aguirre, J., Morales, J., Sánchez-Sesma, F. J. and Ortis-Alemán, C. (2002). 3D Seismic Response of the Deep Basement Structure of the Granada Basin (Southern Spain), *Bull. Seism. Soc. Am.*, 92, 6, 2163-2176, 2002.
- Graves, R., W. (1998). Three-Dimensional Computer Simulations of Realistic Earthquake Ground Motions in Regions of Deep Sedimentary Basins. *Proceedings of ESG 1998* ; Yokohama, Japan.
- Graves, R., W. (1996). Simulating realistic earthquake ground motions in regions of deep sedimentary basins. *Proceedings of the 11th World Conference on earthquake Engineering*, Acapulco, Mexico, 1996.
- Groby, J.-P. (2005). Modélisation de l'action d'une onde sismique dans une ville. Université Aix-Marseille. Thèse de doctorat, 2005.
- Hardin, B. O., Drnevich, V. P. (1972). Shear Modulus and damping in soils : Design equations and curves. *J. Soil Mech. Found.*, 98 (SM7), 289-324.
- Hashash, Y.M.A., Park, D. (2001). Non-linear one-dimensional seismic ground motion propagation in the Mississippi embayment, *Engineering Geology* 62, pp. 185-206,

- 2001.
- Heitz, J.F. et Bonnet, G. (1989). Effets non linéaires en dynamique des sols. *Revue Française de Géotechnique*, 46, 19-30, 1989.
- Hughes, T.J.R. (1987). The finite element method-Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis. Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1987.
- Hujeux, J.-C. (1985). Une loi de comportement pour le chargement cyclique des sols. In V. Davidovici (eds), *Génie parasismique*, 278-302, Presses ENPC, 1985.
- Hulbert, G.M. et Chung, J. (1996). Explicit time integration algorithms for structural dynamics with optimal numerical dissipation. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 137, 175-188, 1996.
- Humbert, P., Dubouchet, A., Fezens, G., Remaud, D. (2006). CESAR-LCPC: A computation software package dedicated to civil engineering uses. *Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées*, 256-257, 7-38.
- Hustedt, B., Operto, S. et Virieux, J. (2004). Mixed-grid and staggered-grids finite difference methods for frequency-domain acoustic wave modelling. *Geophys. J. Int.*, 157, 1269-1296.
- Iai, S., Morita, T., Kameoka, T., Matsunaga, Y. et Abiko, K. (1995). Response of a dense sand deposit during 1993 Kushiro-Oki earthquake. *Soils and foundations*, 35, 1, 115-131, 1995.
- Idriss, I.M. (1990). Response of soft soil sites during earthquakes, *Proceedings of the H. Bolton Seed Memorial Symposium*, J.M. Duncan (Editor), BiTech Publ., 2, 272-289, 1990.
- Idriss, I.M. et Sun, J.I. (1992). Users' manual for SHAKE91. Center for Geotechnical Modeling, Dept. of Civil and Environmental Engineering, U.C. Davis, Sponsored by NIST, 1992.
- Iwan, W. D. (1967). "On a class of models for the yielding behavior of continuous and composite systems." *J. Appl. Mech.*, 34(3), 612-617, 1967.
- Joyner, W.B., et Boore, D.M. (1998). Equivalent-linear ground-response calculations with frequency-dependent damping, *Proceedings Workshop on Seismic Hazards and ground Motion in the region of Moderate Seismicity*, Seoul, Korea, Nov. 1998.
- Kang, T.-S., Baag, C.-E. (2004). An efficient finite-difference method for simulating 3D seismic response of localized basin structures. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 94, 5, 1690-1705, 2004.
- Kausel, E. and Asimaki, D. (2002). Seismic simulation of inelastic soils via frequency-dependent moduli and damping. *Journal of Engineering Mechanics*, 128 (1), 34-47, 2002.

- Kawano, M., Matsuda, S., Toyoda, K., and Yamada, J. (1994). Seismic Response of Three-Dimensional Alluvial Deposit with Irregularities for Incident Wave Motion from a Point Source. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 84, 6, 1801-1814, 2004.
- Kham, M., Semblat, J-F., Bard, P-Y., Dangla P. (2006). Seismic site-city interaction: main governing phenomena through simplified numerical models, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 96, 5, 1934-1951.
- Komatitsch, D., Liu, Q., Tromp, J., Süß, P., Stidham, C. and Shaw, J.H. (2004) Simulations of Ground Motion in the Los Angeles Basin based upon the Spectral-Element Method, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 94, 187-206, 2004.
- Komatitsch, D., et Vilotte, J.P. (1998). The Spectral Element Method: An efficient Tool to Simulate the Seismic Response of 2D and 3D Geological Structures, *Bull. Seism. Soc. Am.* 88, 368-392, 1998.
- Kramer, S.L. et Paulsen, S.B. (2004). Practical Use of Geotechnical Site Response Models, Proceedings, International Workshop on Uncertainties in Nonlinear Soil Properties and their Impact on Modeling Dynamic Soil Response, University of California, Berkeley, 2004.
- Kramer, S.L. (1996). Geotechnical earthquake Engineering, Prentice Hall, New Jersey, 653 pages. 1996.
- Liu, Q., Polet, J., Komatitsch, D. and Tromp, J. (2004). Spectral-element moment tensor inversions for earthquakes in Southern California. *Bull. Seism. Soc. Am.* 94, 1748-1761, 2004.
- Liu, H.P., Anderson, D.L., et Kanamori, H. (1976). Velocity dispersion due to anelasticity : implications for seismology and mantle composition, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 47, 41-58, 1976.
- Lussou, P. (2001). Calcul du mouvement sismique associé à un séisme de référence pour un site donné avec prise en compte de l'effet de site. Méthode empirique linéaire et modélisation de l'effet de site non-linéaire. Thèse d'état, Grenoble, 2001.
- Luzón, F. Ramirez, L., Sánchez-Sesma, F.J. and Posadas, A. (2004). Simulation of the Seismic Response of Sedimentary Basins with Vertical Constant-Gradient Velocity for Incident SH waves. *Pure appl. Geophys.* 161, 1533-1547, 2004.
- Lokmane, N. (2005). Sollicitations sismiques due aux exploitations minières : amplification des ondes et vibrations des structures de surface. Thèse de doctorat. Université de Marne-la-Vallée.
- Mandel, J. (1966). Cours de Mécanique des milieux continus, 1966.
- Masing, G. (1926). Eigenspannungen und Verfestigung beim Messing. *Proc., 2nd Int. Congress of Applied Mechanics*, Zurich, Switzerland, pp. 332–335.

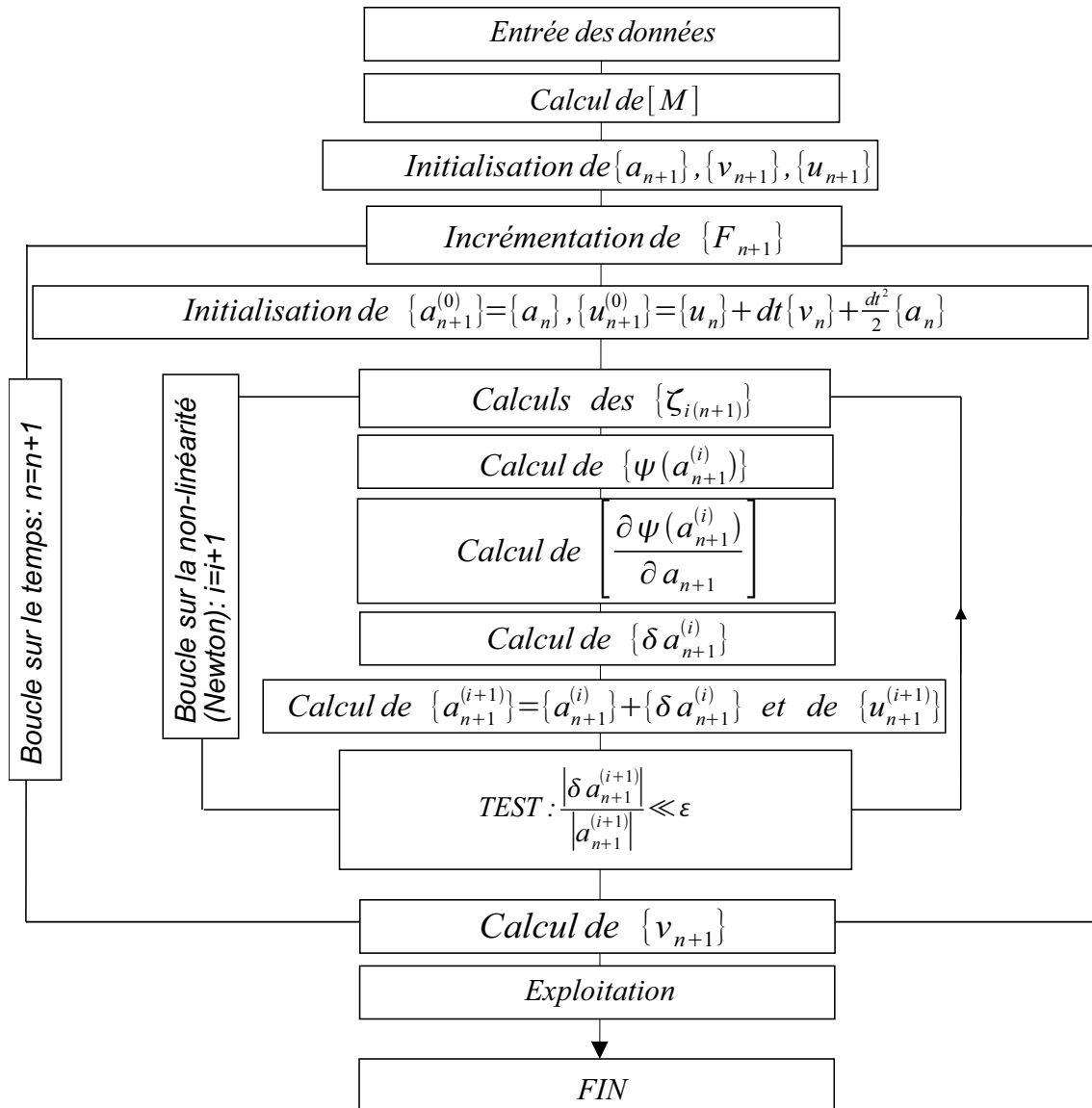
- Matasovic, N. (1993). Seismic response of composite horizontally-layered soil deposits. PhD. Thesis, University of California, Los Angeles, 1993.
- Moczo, P., Robertsson, J.O.A., Eisner, L. (2007). The Finite-Difference Time-Domain Method for Modeling of Seismic Wave Propagation, *Advances in wave propagation in heterogeneous earth*, R.-S. Wu, V. Maupin. *Advances in Geophysics*, 48, 421-516, Elsevier – Academic Press, 2007.
- Moczo P., Kristek J. (2005). On the rheological models used for time-domain methods of seismic wave propagation, *Geophys. Res. Lett.*, 32, L01306, doi : 10.1029/2004GL021598, 2005.
- Moczo, P., Bard, P.Y. (1993). Wave diffraction, amplification and differential motion near strong lateral discontinuities, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 83, 85-106, 1993.
- Moeen-Vaziri, N. et Trifunac, M.D. (1985). Scattering of plane SH-waves by cylindrical canals of arbitrary shape, *Soil Dyn. Earthquake Eng.*, 4 (1), 18-23, 1985.
- Nakamura, S. and Yoshida N. (2004). Accuracy and problem of nonlinear earthquake response analysis of ground in frequency domain, *Journal of Applied Science*, JSCE, 7, 823-831 (in Japanese), 2004.
- Newmark, N.M. (1959). A method of computation for structural dynamics. ASCE Proceedings; *Journal of the Engineering Mechanics Division*. 85 (EM3) : 67-94, 1959.
- Olsen, K.B. (2000). Site Amplification in the Los Angeles Basin from 3D Modeling of Ground Motion, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 90, S77-S94, 2000.
- Paolucci, R. and Faccioli, E. (2003). Comment on “3D Site Effects: A Through Analysis of a High-Quality Dataset” by F.J. Chávez-García, J. Castillo and W.R. Stephenson. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 93, 5, 2301-2305, 2003.
- Paolucci, R., Faccioli, E., Chiesa, F. and Cotignola, R. (2000). Searching for 2D/3D site response patterns in weak and strong motion array data from different regions. Proc. 6th Int. Conf. Seismic Zonation, November 1-15, 2000, Palm Springs, California, Paper n. 147, CD-ROM, EERI.
- Paolucci, R. (1999). Shear resonance frequencies of alluvial valleys by Rayleigh's method. *Earthquake Spectra*, 15, 503-21, 1999.
- Pecker, A. (1984). Dynamique des sols, Presse de l'Ecole nationale des Ponts et Chaussées, 1984.
- Pyke, R. (1979). Nonlinear soil model for irregular cyclic loadings. *J. Geotech. Engrg. Div.*, 105, 715-726, 1979.
- Quantrill R.J., Hollaway L.C., Muravskii G., Frydman S. (1998), Site response analysis using a non-linear hysteretic model, *Soil Dyn. Earthquake Eng.*, 17, 4, 227-238, 1998.
- Ramberg, W., et Osgood, W. R. (1943). Description of stress-strain curves by three

- parameters. Technical Note No. 902, National Advisory Committee For Aeronautics, Washington DC, 1943.
- Rial, J. A. (1989). Seismic wave resonances in 3-D sedimentary basins. *Geophys. J. Int.* 99, 81-90, 1989.
- Reinoso, E., Wrobel, L. C., Power, H. (1997). Three-dimensional scattering of seismic waves from topographical structures. *Soil Dyn. Earthquake Eng.*, 16, 41-61, 1997.
- Sánchez-Sesma, F.J. (1983). Diffraction of elastic waves by three-dimensional surface irregularities, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 73, 6, 1621-1636, 1983.
- Sánchez-Sesma, F.J. and Luzón F. (1995). Seismic Response of Three-Dimensional Alluvial Valleys for Incident P, S, and Rayleigh Waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 85, 1, 269-284, 1995.
- Seed H.B., Idriss I.M. (1969). Soil moduli and damping factors for dynamic response analysis. Report N°EERC 70-10. University of California, Berkeley. 1969.
- Semblat, J.F., Kham, M., Parara, E., Bard, P.Y., Pitilakis, K., Makra, K., Raptakis, D. (2005). Site effects: basin geometry vs soil layering, *Soil Dyn. Earthquake Eng.*, 25, 7-10, 529-538.
- Semblat, J.F., Paolucci, R., Duval, A.M. (2003). Simplified vibratory characterization of alluvial basins, *Comptes-Rendus Geoscience*, 335, 4, 365-370.
- Semblat, J.F., Duval, A.M., Dangla, P. (2003). Modal superposition method for the analysis of seismic wave amplification, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 93, 3, 1144-1153, 2003.
- Semblat, J.F., Duval, A.M., Dangla, P. (2002). Seismic site effects in a deep alluvial basin: numerical analysis by the boundary element method, *Computers and Geotechnics* 29, 573-583, 2002.
- Semblat, J.F., Duval, A.M., Dangla, P. (2000). Numerical analysis of seismic wave amplification in Nice (France) and comparisons with experiments, *Soil Dyn. Earthquake Eng.*, 19, 5, 347-362, 2000.
- Semblat, J.F. et Briot, J. (1999). Numerical wave dispersion considering linear and higher order finite elements. *Journal of Sound and Vibration*, 231 (2), 460-467, 1999.
- Shapiro, N.M., Olsen, K.B., Singh, S.K. (2002). On the duration of seismic motion incident onto the Valley of Mexico for subduction zone earthquakes, *Geophys. J. Int.*, 151, 501-510.
- Sugito, M., Goda, H., et Masuda, T. (1994). Frequency dependent equivalent-linearized technique for seismic response analysis of multi-layered ground. *Doboku Gakkai Rombun-Hokokushu/Proceedings of the Japan Society of Civil Engineers*, 493 (3-2), 49-58, 1994.
- Tong, J., et Kuribayashi, E. (1988). The three-dimensional resonance of axisymmetric

- sediment-filled valleys. *Soils and Foundations*, 28, 4, 130-146.
- Tsuboi, S., Komatitsch, D., Ji, C. and Tromp, J. (2003). Spectral-element simulations of the November 3, 2002, Denali, Alaska earthquake on the Earth Simulator, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 139, 305-313, 2003.
- Tsuno, S., Chaljub, E., Bard, P.Y., and Cornou, C. (2008). Grenoble Simulation Benchmark : Comparison of results and learnings, *Proceedings of the 3rd international symposium on the effect of surface geology on ground motion*, paper SB2, vol II, LCPC, 2008.
- Van Den Abeele, K., Johnson, P. A., and Sutin, A. (2000). Nonlinear Elastic Wave Spectroscopy (NEWS) techniques to discern material damage. Part I : Nonlinear Wave Modulation Spectroscopy (NWMS). *Res. Nondestr. Eval.* 12/1, 17-30, 2000.
- Vucetic, M. and Dobry, R. (1991). Effect of Soil Plasticity on Cyclic Response, *Journal of Geotechnical Engineering*, 117, 1, 89-107, 1991.
- Vucetic, M. (1990). Normalized behavior of clay under irregular cyclic loading, *Can. Geotech. J.*, 27, 29-46, 1990.
- Wald, D. J. and Graves, R. W. (1998). The seismic response of the Los Angeles basin, California. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 88, 337-356, 1998.
- Wen, K.L., Chang, T.-M., Lin, C.-M. Et Chiang, H.-J. (2006). Identification of nonlinear site response during the 1999, Chi-Chi, Taiwan earthquake from the H/V spectral ratio, *Proceedings of the 3rd International Symposium on the Effects of Surface Geology on Seismic Motion*, Grenoble, vol I, LCPC, 2006.
- Xue, S.-T., Tobita, J., Hanzawa, T., and Izumi, M. (1992). Wave Attenuation in Viscoelastic Continuum with Fading Memory. *Journal of Engineering Mechanics*, 118, 8, 1992.
- Yoshida, N. et lai, S. (1998). Nonlinear site response and its evaluation and prediction, Proc., 2nd Inter. Symp. Effects of Surface Geology on Seismic Motion, A. A. Balkema, Rotterdam, 1:71-90.
- Yokoi, T. (2003). The higher order Born approximation applied to improve the solution of seismic response of a three-dimensional canyon by the indirect boundary method, *Phys. Earth and Planet. Interiors* 137, 97-106, 2003.
- Zienkewicz, O. C. and Taylor, R. L. (1989). The Finite Element Method, vol. 1 et 2, McGraw-Hill, New York, 1989.

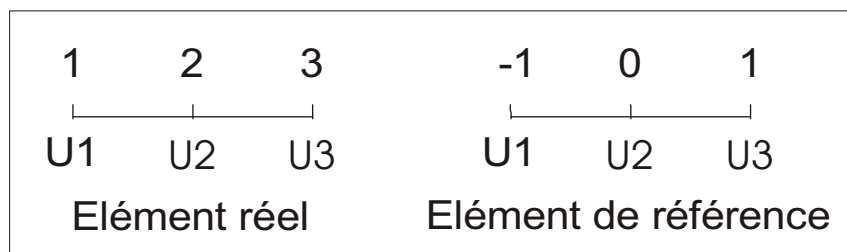
ANNEXES

5.1 Algorithme du schéma implicite



5.2 Expression des fonctions d'interpolation de Lagrange

Soit l'élément représenté à la figure ci-dessous.



Le déplacement est tel que : $u(z) = N_1 u_1 + N_2 u_2 + N_3 u_3$ avec u_i le déplacement au noeud i .

On peut alors déterminer les fonctions d'interpolation N_i , qui ont les propriétés suivantes :

- $N_i^e(z_j^e) = \delta_{ij} = 0$ si $i \neq j$ et $N_i^e(z_j^e) = \delta_{ij} = 1$ si $i = j$

$$- \sum_{j=1}^n N_i^e(z_j^e) = 1 \text{ ainsi } \sum_{j=1}^n \frac{\partial N_i^e(z_j^e)}{\partial z} = 0$$

Il vient alors :

$$u(-1) = u_1 \text{ avec } N_1(-1) = 1, N_2(0) = 0 \text{ et } N_3(1) = 0$$

$$u(0) = u_2 \text{ avec } N_1(-1) = 0, N_2(0) = 1 \text{ et } N_3(1) = 0$$

$$u(1) = u_3 \text{ avec } N_1(-1) = 0, N_2(0) = 0 \text{ et } N_3(1) = 1$$

Les expressions des fonctions d'interpolation N_i sont donc :

$$N_1(z) = \frac{1}{2}z \cdot (z-1) \text{ , } N_2(z) = -z^2 + 1 \text{ et } N_3(z) = \frac{1}{2}z \cdot (z+1) \text{ .}$$

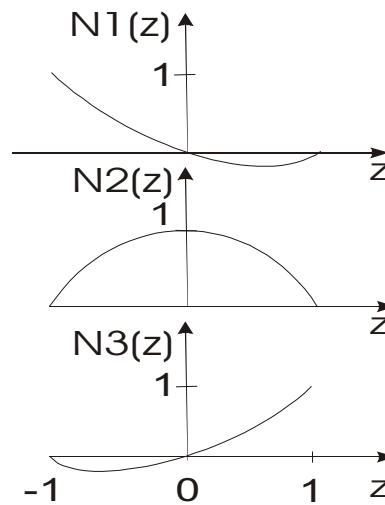


Figure 43 : fonctions d'interpolation pour un élément quadratique

Les dérivées $\frac{\partial N_i^e(z_j^e)}{\partial z}$ sont égales à : $B_1(z) = z - \frac{1}{2}$, $B_2(z) = -2 \cdot z$ et $B_3(z) = z + \frac{1}{2}$.

L'intégration se fait entre -1 et 1, nous pouvons donc utiliser la méthode des points de

Gauss. Les coordonnées des points d'intégration ont pour valeurs : $c_k = -\sqrt{\frac{3}{5}}$, 0 et $\sqrt{\frac{3}{5}}$,

avec comme coefficients de pondération respectivement $\omega_k = 5/9$, 8/9 et 5/9.

5.3 Calcul de $f(\gamma)$

$$\tau = f(\gamma) = \frac{G_0}{1 + \alpha|\gamma|} \cdot \gamma$$

Calcul des différentes matrices

Matrice de masse M : $[M] = \int_0^H \{N\} \langle N \rangle \rho dz$ par exemple pour n éléments, nous avons :

$$[M] = \begin{pmatrix} m_{11}^e(e_1) & m_{12}^e(e_1) & m_{13}^e(e_1) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ m_{12}^e(e_1) & m_{22}^e(e_1) & m_{23}^e(e_1) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ m_{13}^e(e_1) & m_{23}^e(e_1) & m_{33}^e(e_1) + m_{11}^e(e_2) & m_{12}^e(e_2) & m_{13}^e(e_2) & \dots & 0 \\ 0 & 0 & m_{12}^e(e_2) & m_{22}^e(e_2) & m_{23}^e(e_2) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & m_{13}^e(e_n) & m_{23}^e(e_n) & m_{33}^e(e_n) \end{pmatrix}$$

Pour un élément de la matrice élémentaire, en une dimension, il s'exprime comme suit :

$$m_{ij}^e = \int_0^{h_e} N_i N_j \rho dz = \int_{-1}^1 N_i N_j \rho \frac{\partial z}{\partial \xi} d\xi \quad \text{avec } h_e \text{ la longueur de l'élément considéré et}$$

$$\frac{\partial z}{\partial \xi} = z_1 \frac{\partial N_1}{\partial \xi} + z_2 \frac{\partial N_2}{\partial \xi} + z_3 \frac{\partial N_3}{\partial \xi} = \frac{h_e}{2}.$$

Le théorème de Gauss-Legendre est utilisé pour calculer l'intégrale :

$$m_{ij} = \sum_k \omega_k \cdot N_i N_j(c_k) \rho \frac{h_e}{2} \quad \text{avec les points de Gauss } c_k \text{ et les coefficients associés } \omega_k.$$

Vecteur $\{P_e\}$

Pour un modèle à n éléments, le vecteur $\{P_e\}$ s'écrit sous la forme :

$$\{P_e\} = \begin{pmatrix} p_1^e(e_1) \\ p_2^e(e_1) \\ p_3^e(e_1) + p_1^e(e_2) \\ p_2^e(e_2) \\ \dots \\ p_3^e(e_n) \end{pmatrix}$$

Pour l'élément e_1 (noeud 1), $p_1^e(e_1)$ est tel que :

$$p_1^e = \int_0^{h_e} G_0 \cdot \frac{B_1(z) \cdot (B_1(z) \cdot u_1 + B_2(z) \cdot u_2 + B_3(z) \cdot u_3)}{1 + \alpha |B_1(z) \cdot u_1 + B_2(z) \cdot u_2 + B_3(z) \cdot u_3|} \cdot dz$$

$$p_1^e = \int_{-1}^1 G_0 \cdot \frac{B_1(\xi) \cdot (B_1(\xi) \cdot u_1 + B_2(\xi) \cdot u_2 + B_3(\xi) \cdot u_3)}{1 + \alpha \left| B_1(\xi) \cdot u_1 + B_2(\xi) \cdot u_2 + B_3(\xi) \cdot u_3 \right| \cdot \frac{\partial \xi}{\partial z}} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial z} d\xi \quad \text{avec} \quad \frac{\partial \xi}{\partial z} = \frac{2}{h_e} \quad (\text{dans notre}$$

cas).

Matrice $[Kt_e]$

$$[Kt_e] = \frac{\partial P_e(u)}{\partial u} = \frac{\partial}{\partial u} \int_0^{h_e} \{B\} \langle f(\gamma) \rangle dz$$

$$[Kt_e] = \int_0^{h_e} \{B\} \left\langle \frac{\partial f(\gamma)}{\partial u} \right\rangle dz = \int_0^{h_e} \{B\} \left\langle \frac{\partial \gamma}{\partial u} \right\rangle \frac{\partial f(\gamma)}{\partial \gamma} dz = \int_0^{h_e} \{B\} \langle B \rangle \frac{G_0}{(1 + \alpha |\gamma|)^2} dz$$

Nous avons l'expression de $[Kt_e]$ en fonction de $\{P_e\}$:

$$[Kt_e] = \begin{pmatrix} \frac{\partial p_1^e(e_1)}{\partial u_1} & \frac{\partial p_1^e(e_1)}{\partial u_2} & \frac{\partial p_1^e(e_1)}{\partial u_3} & 0 & \dots & 0 \\ \frac{\partial p_2^e(e_1)}{\partial u_1} & \frac{\partial p_2^e(e_1)}{\partial u_2} & \frac{\partial p_2^e(e_1)}{\partial u_3} & 0 & \dots & 0 \\ \frac{\partial p_3^e(e_1)}{\partial u_1} & \frac{\partial p_3^e(e_1)}{\partial u_2} & \frac{\partial p_3^e(e_1)}{\partial u_3} + \frac{\partial p_1^e(e_2)}{\partial u_1} & \frac{\partial p_1^e(e_2)}{\partial u_2} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial p_2^e(e_2)}{\partial u_1} & \frac{\partial p_2^e(e_2)}{\partial u_2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \frac{\partial p_3^e(e_n)}{\partial u_3} \end{pmatrix}$$

Nous explicitons le terme de la matrice $[Kt_e]$ correspondant à la i-ème ligne et j-ème colonne:

$$\frac{\partial p_i^e}{\partial u_j} = \int_{-1}^1 G_0 \cdot B_i(\xi) \frac{B_j(\xi)}{D^2} \frac{\partial \xi}{\partial z} \cdot d\xi \quad (3)$$

avec $D = 1 + \alpha \cdot \frac{2}{h_e} \cdot |B_1(\xi) \cdot u_1 + B_2(\xi) \cdot u_2 + B_3(\xi) \cdot u_3|$.

Remarque : d'après l'équation (3), la matrice $[Kt_e]$ est symétrique.

Vecteur $\{P_v(u)\}$

$$\{Pv(u)\} = \int_0^{h_e} G(\gamma) \{B\} \langle N \rangle \left\{ \sum_{j=1}^N \zeta_j(\gamma) \right\} dz \quad (4)$$

$$\{Pv(u)\} = \int_0^{h_e} \{B\} G(\gamma) \langle N \rangle \left\{ \sum_{j=1}^N \left(\frac{2}{2 + \Delta t \omega_j} \left\{ \zeta_{n,j} + \frac{\Delta t}{2} \dot{\zeta}_{n,j} \right\} + \left(\frac{\omega_j \Delta t}{2 + \Delta t \omega_j} \right) \{f(\gamma_{n+1}) \gamma_{n+1}\}_j^e \right) \right\} dz \quad (5)$$

Par exemple, avec 3 cellules :

$$\{Pv(u_{n+1})\} = \int_0^{h_e} \{B\} G(\gamma) \langle N \rangle \left\{ \frac{2}{2 + \Delta t \omega_1} \left(\{ \zeta_{n,1} \} + \frac{\Delta t}{2} \{ \dot{\zeta}_{n,1} \} \right) + \left(\frac{\omega_1 \Delta t}{2 + \Delta t \omega_1} \right) \{f(\gamma_{n+1}) \gamma_{n+1}\}_1^e \right\}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{2}{2 + \Delta t \omega_2} \left(\{\zeta_{n,2}\} + \frac{\Delta t}{2} \{\dot{\zeta}_{n,2}\} \right) + \left(\frac{\omega_2 \Delta t}{2 + \Delta t \omega_2} \right) \{f(\gamma_{n+1}) \gamma_{n+1}\}_2^e \\
& + \frac{2}{2 + \Delta t \omega_3} \left(\{\zeta_{n,3}\} + \frac{\Delta t}{2} \{\dot{\zeta}_{n,3}\} \right) + \left(\frac{\omega_3 \Delta t}{2 + \Delta t \omega_3} \right) \{f(\gamma_{n+1}) \gamma_{n+1}\}_3^e \Big\} dz
\end{aligned} \quad (6)$$

Afin d'évaluer les intégrales, on explicite la dépendance des variables $y_j(\gamma_{n+1})$. En tenant compte de :

$$\frac{\beta_{\max}}{\beta_0} = \beta_{rel} \quad (7)$$

$$G(\gamma) = \frac{G_0}{1 + \alpha_{NL} |\gamma|} \quad (8)$$

$$y_j(\gamma) = y_j^0 \left[1 + \frac{\beta_{\max} - \beta_0}{\beta_0} \left(1 - \frac{G(\gamma)}{G_0} \right) \right] = y_j^0 \left[1 + \frac{\beta_{\max} - \beta_0}{\beta_0} \left(1 - \frac{1}{1 + \alpha_{NL} |\gamma|} \right) \right] = y_j^0 \left[\frac{1 + \beta_{rel} \alpha_{NL} |\gamma|}{1 + \alpha_{NL} |\gamma|} \right] \quad (9)$$

et

$$Y^0 = \sum_{j=1}^N y_j^0 \quad (10)$$

On écrit l'équation 6 dans la forme suivante :

$$\begin{aligned}
\{Pv(u_{n+1})\} &= \int_0^{h_j} \{B\} \frac{G_0}{1 + \alpha_{NL} |\gamma|} \langle N \rangle \left\{ \frac{2}{2 + \Delta t \omega_1} \left(\{\zeta_{n,1}\} + \frac{\Delta t}{2} \{\dot{\zeta}_{n,1}\} \right) + \left(\frac{\omega_1 \Delta t y_1^0}{2 + \Delta t \omega_1} \right) \{\tilde{f}(\gamma_{n+1}) \gamma_{n+1}\}^e + \right. \\
&+ \frac{2}{2 + \Delta t \omega_2} \left(\{\zeta_{n,2}\} + \frac{\Delta t}{2} \{\dot{\zeta}_{n,2}\} \right) + \left(\frac{\omega_2 \Delta t y_2^0}{2 + \Delta t \omega_2} \right) \{\tilde{f}(\gamma_{n+1}) \gamma_{n+1}\}^e + \\
&\left. + \frac{2}{2 + \Delta t \omega_3} \left(\{\zeta_{n,3}\} + \frac{\Delta t}{2} \{\dot{\zeta}_{n,3}\} \right) + \left(\frac{\omega_3 \Delta t y_3^0}{2 + \Delta t \omega_3} \right) \{\tilde{f}(\gamma_{n+1}) \gamma_{n+1}\}^e \right\} dz
\end{aligned} \quad (11)$$

où :

$$\{\tilde{f}(\gamma_{n+1}) \gamma_{n+1}\}^e = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1 + \beta_{rel} \alpha_{NL} |\gamma_{n+1}|}{1 + Y^0 + \alpha_{NL} |\gamma_{n+1}| (1 + \beta_{rel} Y^0)} \gamma_{n+1} \Big|_{1er_noeud_elem} \\ \frac{1 + \beta_{rel} \alpha_{NL} |\gamma_{n+1}|}{1 + Y^0 + \alpha_{NL} |\gamma_{n+1}| (1 + \beta_{rel} Y^0)} \gamma_{n+1} \Big|_{2ieme_noeud_elem} \\ \frac{1 + \beta_{rel} \alpha_{NL} |\gamma_{n+1}|}{1 + Y^0 + \alpha_{NL} |\gamma_{n+1}| (1 + \beta_{rel} Y^0)} \gamma_{n+1} \Big|_{3ieme_noeud_elem} \end{array} \right\} \quad (12)$$

avec $\{\gamma_{n+1}\}$ qui, élément j -ième donné, est défini par :

$$\{\gamma_{n+1}\} = \begin{pmatrix} B_1(z_{2j-1})u_{2j-1} + B_2(z_{2j-1})u_{2j} + B_3(z_{2j-1})u_{2j+1} \\ B_1(z_{2j})u_{2j-1} + B_2(z_{2j})u_{2j} + B_3(z_{2j})u_{2j+1} \\ B_1(z_{2j+1})u_{2j-1} + B_2(z_{2j+1})u_{2j} + B_3(z_{2j+1})u_{2j+1} \end{pmatrix} \quad (13)$$

où z_{2j-1} , z_{2j} et z_{2j+1} sont les coordonnées respectivement des trois nœuds de l'élément considéré et $B_h(z)$ la h -ième dérivée des fonctions d'interpolations par rapport à la coordonnée z du domaine. Afin de calculer les intégrales, on passe en coordonnées adaptées à l'intégration de Gauss. L'équation (11) s'écrit telle que :

$$\begin{aligned} \{Pv(u)_{n+1}\} &= \int_{-1}^1 \{B\} \frac{2G_0/h_e}{1 + \frac{2\alpha_{NL}}{h_e} |B_1(\xi)u_{2j-1} + B_2(\xi)u_{2j} + B_3(\xi)u_{2j+1}|} \langle N \rangle. \\ &\left\{ \frac{2}{2 + \Delta t \omega_1} \left(\{\zeta_{n,1}\} + \frac{\Delta t}{2} \{\dot{\zeta}_{n,1}\} \right) + \left(\frac{\omega_1 \Delta t y_1^0}{2 + \Delta t \omega_1} \right) \left[\hat{f}(\gamma_{n+1}) \gamma_{n+1} \right]^e \right. \\ &+ \frac{2}{2 + \Delta t \omega_2} \left(\{\zeta_{n,2}\} + \frac{\Delta t}{2} \{\dot{\zeta}_{n,2}\} \right) + \left(\frac{\omega_2 \Delta t y_2^0}{2 + \Delta t \omega_2} \right) \left[\hat{f}(\gamma_{n+1}) \gamma_{n+1} \right]^e \\ &\left. + \frac{2}{2 + \Delta t \omega_3} \left(\{\zeta_{n,3}\} + \frac{\Delta t}{2} \{\dot{\zeta}_{n,3}\} \right) + \left(\frac{\omega_3 \Delta t y_3^0}{2 + \Delta t \omega_3} \right) \left[\hat{f}(\gamma_{n+1}) \gamma_{n+1} \right]^e \right\} d\xi \end{aligned} \quad (14)$$

où :

$$\{\gamma_{n+1}\}^e = \frac{2}{h_e} \begin{pmatrix} B_1(-1)u_{n+1,2j-1} + B_2(-1)u_{n+1,2j} + B_3(-1)u_{n+1,2j+1} \\ B_1(0)u_{n+1,2j-1} + B_2(0)u_{n+1,2j} + B_3(0)u_{n+1,2j+1} \\ B_1(1)u_{n+1,2j-1} + B_2(1)u_{n+1,2j} + B_3(1)u_{n+1,2j+1} \end{pmatrix} = \frac{2}{h_e} \begin{pmatrix} B_1(-1) & B_2(-1) & B_3(-1) \\ B_1(0) & B_2(0) & B_3(0) \\ B_1(1) & B_2(1) & B_3(1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{n+1,2j-1} \\ u_{n+1,2j} \\ u_{n+1,2j+1} \end{pmatrix} = [\bar{B}] \{u_{n+1}\}$$

et

$$[\bar{B}] = \frac{2}{h_e} \begin{pmatrix} B_1(-1) & B_2(-1) & B_3(-1) \\ B_1(0) & B_2(0) & B_3(0) \\ B_1(1) & B_2(1) & B_3(1) \end{pmatrix} \text{ et } \left\{ \hat{f}(\gamma_{n+1}) \gamma_{n+1} \right\}^e = \left\{ \begin{aligned} &\frac{2}{h_e} \frac{1 + \frac{2\beta_{rel}\alpha_{NL}}{h_e} |B_1(1)u_{2j-1} + B_2(1)u_{2j} + B_3(1)u_{2j+1}|}{1 + Y^0 + \frac{2\alpha_{NL}(1 + \beta_{rel}Y^0)}{h_e} |B_1(1)u_{2j-1} + B_2(1)u_{2j} + B_3(1)u_{2j+1}|} (B_1(-1)u_{n+1,2j-1} + B_2(-1)u_{n+1,2j} + B_3(-1)u_{n+1,2j+1}) \\ &\frac{2}{h_e} \frac{1 + \frac{2\beta_{rel}\alpha_{NL}}{h_e} |B_1(1)u_{2j-1} + B_2(1)u_{2j} + B_3(1)u_{2j+1}|}{1 + Y^0 + \frac{2\alpha_{NL}(1 + \beta_{rel}Y^0)}{h_e} |B_1(1)u_{2j-1} + B_2(1)u_{2j} + B_3(1)u_{2j+1}|} (B_1(0)u_{n+1,2j-1} + B_2(0)u_{n+1,2j} + B_3(0)u_{n+1,2j+1}) \\ &\frac{2}{h_e} \frac{1 + \frac{2\beta_{rel}\alpha_{NL}}{h_e} |B_1(1)u_{2j-1} + B_2(1)u_{2j} + B_3(1)u_{2j+1}|}{1 + Y^0 + \frac{2\alpha_{NL}(1 + \beta_{rel}Y^0)}{h_e} |B_1(1)u_{2j-1} + B_2(1)u_{2j} + B_3(1)u_{2j+1}|} (B_1(1)u_{n+1,2j-1} + B_2(1)u_{n+1,2j} + B_3(1)u_{n+1,2j+1}) \end{aligned} \right\}$$

Dans la relation (14), pour l'élément j -ème considéré, $B_h(\text{nœud})$ est la h -ième dérivée de la

fonction d'interpolation correspondante , calculée au point nodal et écrite en cordonnées curvilignes.

L'équation (14) peut se décomposer de la façon suivante : la matrice P_{v1} est d'abord calculée, définie par l'équation :

$$\{P_{v1}\} = \int_{-1}^1 \frac{2G_0 / h_e}{1 + \frac{2\alpha_{NL}}{h_e} |B_1(\xi)u_{2j-1} + B_2(\xi)u_{2j} + B_3(\xi)u_{2j+1}|} \{B\} \langle N \rangle d\xi \quad (15)$$

Puis les termes suivants sont calculés :

$$\{P_{v1,1}\} \equiv [P_{v1}] \frac{2}{2 + \Delta t \omega_1} \left(\{\zeta_{n,1}\} + \frac{\Delta t}{2} \{\dot{\zeta}_{n,1}\} \right) \quad (16)$$

$$\{P_{v1,2}\} \equiv [P_{v1}] \frac{2}{2 + \Delta t \omega_2} \left(\{\zeta_{n,2}\} + \frac{\Delta t}{2} \{\dot{\zeta}_{n,2}\} \right) \quad (17)$$

$$\{P_{v1,3}\} \equiv [P_{v1}] \frac{2}{2 + \Delta t \omega_3} \left(\{\zeta_{n,3}\} + \frac{\Delta t}{2} \{\dot{\zeta}_{n,3}\} \right) \quad (18)$$

Finalement, le vecteur P_{v1} est obtenu par :

$$\{P_{v1}\} \equiv \{P_{v1,1}\} + \{P_{v1,2}\} + \{P_{v1,3}\} \quad (19)$$

Heureusement les trois termes qui sont encore à calculer dans l'équation (14) sont égaux à moins d'un coefficient indépendant de la variable d'intégration. Par conséquent l'équation 14 devient :

$$\{P_v(u)_{n+1}\} = \{P_{v1}\} + \left(\frac{\omega_1 \Delta t y_1^0}{2 + \Delta t \omega_1} + \frac{\omega_2 \Delta t y_2^0}{2 + \Delta t \omega_2} + \frac{\omega_3 \Delta t y_3^0}{2 + \Delta t \omega_3} \right) [P_{v1}] \left[\hat{f}(\gamma_{n+1}) \gamma_{n+1} \right]^e \quad (20)$$

Les équations (15)-(20) montrent enfin que $\{P_v(u)_{n+1}\}$ sont fonctions des $\{u_{n+1}\}$ à priori inconnues.

Matrice $[Kt_v(u)]$

$$[Kt_v] = \frac{\partial \{P_v\}}{\partial \gamma_{n+1}} \frac{\partial \gamma_{n+1}}{\partial u_{n+1}} \quad (21)$$

En utilisant l'équation (4), la formule (19) peut être écrite comme :

$$[Kt_v] = \int_0^{h_e} \{B\} \frac{\partial G(\gamma)}{\partial \gamma_{n+1}} \langle B \rangle \langle N \rangle \left\{ \sum_{j=1}^N \zeta_j(\gamma_{n+1}) \right\} dz \quad (22)$$

$$+ \int_0^{h_e} \{B\} G(\gamma) \langle N \rangle \frac{\partial}{\partial u_{n+1}} \left\{ \sum_{j=1}^N \zeta_j(\gamma_{n+1}) \right\} dz \equiv [Kv1] + [Kv2]$$

Le premier terme dans l'équation (18) est :

$$[Kv1] = \int_0^{h_e} \{B\} \frac{-G_0 \alpha_{NL} |\gamma|}{\gamma (1 + \alpha_{NL} |\gamma|)^2} \langle B \rangle \langle N \rangle \left\{ \sum_{j=1}^N \zeta_j(\gamma_{n+1}) \right\} dz \quad (23)$$

Ceci devient :

$$\begin{aligned} [Kv1] = & \int_0^{h_e} \{B\} \frac{-G_0 \alpha_{NL} |\gamma|}{\gamma (1 + \alpha_{NL} |\gamma|)^2} \langle B \rangle \langle N \rangle \left\{ \frac{2}{2 + \Delta t \omega_1} \left(\{\zeta_{n,1}\} + \frac{\Delta t}{2} \{\dot{\zeta}_{n,1}\} \right) + \left(\frac{\omega_1 \Delta t y_1^0}{2 + \Delta t \omega_1} \right) \{\tilde{f}(\gamma_{n+1}) \gamma_{n+1}\}^e \right. \\ & + \frac{2}{2 + \Delta t \omega_2} \left(\{\zeta_{n,2}\} + \frac{\Delta t}{2} \{\dot{\zeta}_{n,2}\} \right) + \left(\frac{\omega_2 \Delta t y_2^0}{2 + \Delta t \omega_2} \right) \{\tilde{f}(\gamma_{n+1}) \gamma_{n+1}\}^e \\ & \left. + \frac{2}{2 + \Delta t \omega_3} \left(\{\zeta_{n,3}\} + \frac{\Delta t}{2} \{\dot{\zeta}_{n,3}\} \right) + \left(\frac{\omega_3 \Delta t y_3^0}{2 + \Delta t \omega_3} \right) \{\tilde{f}(\gamma_{n+1}) \gamma_{n+1}\}^e \right\} dz \end{aligned} \quad (24)$$

Le deuxième terme dans l'équation (18) prend la forme suivante :

$$[Kv2] = \int_0^{h_e} \{B\} G(\gamma) \langle N \rangle \left(\frac{\omega_1 \Delta t y_1^0}{2 + \Delta t \omega_1} + \frac{\omega_2 \Delta t y_2^0}{2 + \Delta t \omega_2} + \frac{\omega_3 \Delta t y_3^0}{2 + \Delta t \omega_3} \right) \left[\frac{\partial}{\partial u_{n+1}} \{\tilde{f}(\gamma_{n+1}) \gamma_{n+1}\}^e \right] dz \quad (25)$$

Dans l'équation (17), il faut déterminer les composantes de la matrice Γ :

$$\Gamma = \left[\frac{\partial}{\partial u_{n+1}} \{\tilde{f}(\gamma_{n+1}) \gamma_{n+1}\}^e \right]$$

Par exemple, les composantes Γ_{11}, Γ_{12} (équations 16-13) sont données par :

$$\begin{aligned} \Gamma_{11} &= \frac{\partial \{\tilde{f}(\gamma) \gamma\}^e_{(1\text{i\`ere\_composante})}}{\partial \gamma_{(1\text{i\`ere_var_noeud})}} \frac{\partial \gamma_{(1\text{i\`ere\_var\_noeud})}}{\partial u_{(1\text{i\`ere_var_noeud})}} = \\ &= \frac{B_1(z_{2j-1})(\beta_{rel} - 1)\alpha_{NL} |\gamma|_{(1\text{i\`ere\_var\_noeud})}}{(1 + Y^0 + \alpha_{NL}(1 + \beta_{rel} Y^0) |\gamma|_{(1\text{i\`ere_var_noeud})})^2} + \frac{B_1(z_{2j-1})(1 + \beta_{rel} \alpha_{NL} |\gamma|_{(1\text{i\`ere\_var\_noeud})})}{1 + Y^0 + \alpha_{NL}(1 + \beta_{rel} Y^0) |\gamma|_{(1\text{i\`ere_var_noeud})}} \end{aligned} \quad (26)$$

$$\Gamma_{12} = \frac{\partial \{\tilde{f}(\gamma) \gamma\}^e_{(1\text{i\`ere\_composante})}}{\partial \gamma_{(2\text{i\`eme_var_noeud})}} \frac{\partial \gamma_{(1\text{i\`ere\_var\_noeud})}}{\partial u_{(2\text{i\`eme_var_noeud})}} = 0 \quad (27)$$

Le terme Γ_{12} dans l'équation 13 est nul, puisque la première composante du vecteur

$\{\tilde{f}(\gamma)\gamma\}^e$ ne dépend pas des valeurs de la déformation au nœud 2 de l'élément considéré.

La quantité $B_1(z_{2j-1}) = \frac{\partial \gamma_{(1\text{i\`ere\_var\_noeud})}}{\partial u_{(1\text{i\`ere_var_noeud})}}$ est la dérivée de la première fonction d'interpolation

$N_1(z)$ par rapport à la cordonnée z du domaine et calculée au premier nœud de l'élément.

La matrice Γ est diagonale et ne dépend pas des variables d'intégration. Ses uniques composantes différentes de 0 sont (eq. 12-10) :

$$\Gamma_{22} = \frac{B_2(z_{2j})(\beta_{rel} - 1)\alpha_{NL}|\gamma|_{(2\text{i\`eme\_var\_noeud})}}{(1 + Y^0 + \alpha_{NL}(1 + \beta_{rel}Y^0)|\gamma|_{(2\text{i\`eme_var_noeud})})^2} + \frac{B_1(z_{2j})(1 + \beta_{rel}\alpha_{NL}|\gamma|_{(2\text{i\`eme\_var\_noeud})})}{1 + Y^0 + \alpha_{NL}(1 + \beta_{rel}Y^0)|\gamma|_{(2\text{i\`eme_var_noeud})}} \quad (28)$$

$$\Gamma_{33} = \frac{B_3(z_{2j+1})(\beta_{rel} - 1)\alpha_{NL}|\gamma|_{(3\text{i\`eme\_var\_noeud})}}{(1 + Y^0 + \alpha_{NL}(1 + \beta_{rel}Y^0)|\gamma|_{(3\text{i\`eme_var_noeud})})^2} + \frac{B_1(z_{2j+1})(1 + \beta_{rel}\alpha_{NL}|\gamma|_{(3\text{i\`eme\_var\_noeud})})}{1 + Y^0 + \alpha_{NL}(1 + \beta_{rel}Y^0)|\gamma|_{(3\text{i\`eme_var_noeud})}} \quad (29)$$

On peut réécrire ces composantes sous la forme suivante (eq. 9, 8, 7 et 5) :

$$\Gamma_{11} = \frac{B_1(z_{2j-1})(a|\gamma|_{(1\text{i\`ee\_var\_noeud})}^2 + b|\gamma|_{(2\text{i\`ere_var_noeud})} + c)}{(c + \alpha_{NL}(1 + \beta_{rel}Y^0)|\gamma|_{(2\text{i\`eme_var_noeud})})^2} \quad (30)$$

$$\Gamma_{22} = \frac{B_2(z_{2j})(a|\gamma|_{(2\text{i\`eme\_var\_noeud})}^2 + b|\gamma|_{(2\text{i\`eme_var_noeud})} + c)}{(c + \alpha_{NL}(1 + \beta_{rel}Y^0)|\gamma|_{(2\text{i\`eme_var_noeud})})^2} \quad (31)$$

$$\Gamma_{33} = \frac{B_2(z_{2j+1})(a|\gamma|_{(2\text{i\`eme\_var\_noeud})}^2 + b|\gamma|_{(2\text{i\`eme_var_noeud})} + c)}{(c + \alpha_{NL}(1 + \beta_{rel}Y^0)|\gamma|_{(2\text{i\`eme_var_noeud})})^2} \quad (32)$$

$$\begin{cases} a = \beta_{rel}\alpha_{NL}^2(1 + \beta_{rel})Y^0 \\ b = 2\beta_{rel}\alpha_{NL}(1 + Y^0) - \alpha_{NL}(1 - Y^0) \\ c = 1 + Y^0 \end{cases} \quad (33)$$

La matrice $[Kv_2]$ est alors donnée par la formule suivante :

$$[Kv_2] = \left(\frac{\omega_1 \Delta ty_1^0}{2 + \Delta t \omega_1} + \frac{\omega_2 \Delta ty_2^0}{2 + \Delta t \omega_2} + \frac{\omega_3 \Delta ty_3^0}{2 + \Delta t \omega_3} \right) \int_0^{h_e} \{B\} \frac{G_0}{1 + \alpha_{NL}|\gamma|} \langle N \rangle [\Gamma]^{domaine} dz \quad (34)$$

Conditions à la limite à l'interface rocher/sédiments :

- condition d'absorption des ondes incidentes en provenance du maillage.

En l'absence de l'onde incidente, la contrainte est donnée par : $\tau_B = -\rho_S c_S v$ qui correspond à la transmission des ondes d'incidence vers le bas sur le maillage, où c_S est la vitesse des ondes S dans le substratum.

La matrice d'amortissement C_f a alors tous ses termes nuls dans le cas élastique, sauf en un seul noeud situé à l'interface $C_{f,11} = -\rho_S c_S (v_1)$,

- Il faut tenir compte également de l'excitation par l'onde d'incidence verticale (Vecteur des forces appliquées : F

La transmission de l'onde montante se traduit par la condition : $\tau_B = \rho_S c_S 2 v_{séisme}$ où $v_{séisme}$ est la vitesse du séisme au rocher imposée au noeud 1.

La force d'excitation $F(z_1, t_n)$ appliquée au noeud 1 ($z=H$) , au temps $n \cdot dt$ est noté

F_1 . On estime la force appliquée : $\{F\} = - \int_A \{N\} \tau dS$. Nous sommes en dimension 1,

donc au point 1 et au temps $n \cdot dt$: $F_{1,n} = 2 \rho_S c_S \cdot v_{séisme, n}$.

Il vient : $\{F\} = \begin{pmatrix} 2 \rho_S c_S \cdot v_{séisme} \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}$.