



# Comportement d'interface des matériaux granulaires

Georg Koval Junior

## ► To cite this version:

Georg Koval Junior. Comportement d'interface des matériaux granulaires. Sciences de l'ingénieur [physics]. Ecole des Ponts ParisTech, 2008. Français. NNT : . pastel-00004192

**HAL Id: pastel-00004192**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00004192>**

Submitted on 29 Sep 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École Nationale des Ponts et Chaussées

# **THÈSE**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'ÉCOLE NATIONALE  
DES PONTS ET CHAUSSÉES**

**Discipline : Matériaux et Structures**

présentée et soutenue publiquement  
par

**Georg KOVAL JUNIOR**

11 janvier 2008

**Comportement d'interface  
des matériaux granulaires**

---

## **JURY**

|                     |                    |
|---------------------|--------------------|
| M. François CHEVOIR | Conseiller d'étude |
| M. Alain CORFDIR    | Directeur de thèse |
| M. Christophe COSTE | Rapporteur         |
| M. Alain HOLEYMAN   | Examineur          |
| M. Stefan LUDING    | Examineur          |
| M. Jean-Noël ROUX   | Conseiller d'étude |
| M. Jean SCHMITTBUHL | Rapporteur         |
| M. Jean SULEM       | Examineur          |



# Remerciements

J'ai eu l'opportunité de travailler et de connaître un bon nombre de personnes durant ces trois années de thèse au sein du LMSGC et du CERMES. Chacune d'entre elles a contribué aux diverses phases de ce travail et je tiens à les remercier très chaleureusement.

François Chevoir m'a orienté tout au long de la thèse dans les situations les plus diverses, avec une grande clarté, toujours prêt à me donner un cours particulier pour répondre une question, ou à m'indiquer un article parmi les centaines (ou plus ?) qu'il a classifié minutieusement. Alain Corfdir, pratique et prévoyant, a su contenir ce travail dans ses objectifs en m'épargnant les plus grandes difficultés, qu'elles soient matérielles ou humaines. Motivé par les aspects les plus pointus, le raisonnement analytique de Jean-Noël Roux m'a également été d'un grand secours. Pendant toute cette période, je dois beaucoup à leurs disposition et intérêt permanents.

Christophe Coste, Jean Schmittbuhl, Alain Holeyman, Stefan Luding et Jean Sulem m'ont fait le plaisir de bien vouloir juger ce travail.

Xavier Chateau a encadré mon stage de D.E.A. avec grande attention et m'a indiqué ce sujet de thèse.

Pascal Moucheron a conçu une petite (uniquement en taille...) cellule de cisaillement insérable à l'IRM, et sa connaissance profonde en mécanique a permis d'apporter des solutions innovantes face aux fortes contraintes du projet. François Bertrand a développé une séquence d'acquisition de données particulière, réduisant ainsi dramatiquement le temps des essais, et permettant de plus d'augmenter la cohérence des mesures. La participation de Laurent Tocquer durant les essais à l'IRM a été indispensable. Pour ses facultés de "maître du collage", mais surtout pour sa bonne humeur et pour son incomparable et drôle pessimisme. Un seul petit bruit signifiait (uniquement pour lui, heureusement) la rupture complète de la cellule et la fin de toute les essais (de l'année...).

Le soutien technique d'Emmanuel De Laure, de Xavier Boulay et de Jérémy Thiriat m'a sauvé la vie à chaque fois que j'avais des problèmes à l'ACSA (du type appareillage arraché par les cables du capteur de couple...). Leur gentillesse et la bonne ambiance du laboratoire ont rendu le travail beaucoup plus léger.

Les secrétaires Michelle Valenti, Carmen Sanchez, Délhia Adelise, Armelle Fayol, Dominique Barrière et Marine Daniel m'ont aidé très gentilleement d'innombrables fois. Yves Le Floch et Fabien Gaulard étaient toujours prêts à résoudre les soucis informatiques.

Les discussions avec Jean Sulem, Stéphane Rodts et Guillaume Ovarlez ont été très utiles pour mieux comprendre les phénomènes et pour résoudre les problèmes techniques.

Les bons moments avec tous mes chers collègues et amis du LMSGC et du CERMES resteront inoubliables.

Enfin, le soutien inconditionnel de ma famille pendant toutes ces années, et la présence essentielle de Ana Paula, mon amour, qui m'a donné sa confiance.

# Sommaire

|                                                                            |           |
|----------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Notations principales</b>                                               | <b>1</b>  |
| <b>Introduction</b>                                                        | <b>3</b>  |
| <b>I État des connaissances</b>                                            | <b>7</b>  |
| <b>1 Rhéologie des matériaux granulaires en volume</b>                     | <b>9</b>  |
| 1.1 Matériaux granulaires . . . . .                                        | 9         |
| 1.2 Interactions entre particules . . . . .                                | 10        |
| 1.2.1 Force normale de contact . . . . .                                   | 10        |
| 1.2.1.1 Modèle de Hertz . . . . .                                          | 10        |
| 1.2.1.2 Temps de contact . . . . .                                         | 11        |
| 1.2.2 Les lois fondamentales du frottement solide . . . . .                | 11        |
| 1.2.3 Interprétation microscopique du frottement solide . . . . .          | 12        |
| 1.3 Caractérisation macroscopique . . . . .                                | 13        |
| 1.3.1 Frottement interne . . . . .                                         | 13        |
| 1.3.2 Frottement effectif . . . . .                                        | 14        |
| 1.3.3 Compacité $\nu$ . . . . .                                            | 14        |
| 1.4 Comportement macroscopique . . . . .                                   | 15        |
| 1.4.1 Régimes quasi-statique et inertiel . . . . .                         | 15        |
| 1.4.1.1 Nombre inertiel $I$ . . . . .                                      | 15        |
| 1.4.2 Régimes transitoire et stationnaire . . . . .                        | 16        |
| 1.4.3 Le principe de dilatance et l'état critique . . . . .                | 17        |
| 1.5 Caractérisation microscopique . . . . .                                | 18        |
| 1.5.1 Réseau de contacts . . . . .                                         | 18        |
| 1.5.2 Nombre de coordination $Z$ et mobilisation du frottement $M$ . . . . | 19        |
| 1.5.3 Fluctuations et corrélations du mouvement de grains . . . . .        | 19        |
| <b>2 Interface entre un matériau granulaire et une structure</b>           | <b>21</b> |
| 2.1 Introduction . . . . .                                                 | 21        |
| 2.2 Loi d'interface et conditions aux limites . . . . .                    | 22        |
| 2.2.1 Conditions aux limites utilisées . . . . .                           | 23        |

|                                 |                                                                                                              |           |
|---------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 2.2.1.1                         | Conditions aux limites tangentielles . . . . .                                                               | 23        |
| 2.2.1.2                         | Conditions aux limites normales . . . . .                                                                    | 23        |
| 2.3                             | Interface granulaire . . . . .                                                                               | 24        |
| 2.3.1                           | Localisation de la déformation . . . . .                                                                     | 24        |
| 2.3.2                           | Définition de l'interface granulaire-structure . . . . .                                                     | 26        |
| 2.3.3                           | Couche d'interface . . . . .                                                                                 | 27        |
| 2.4                             | Frottement à la paroi et comportement volumique . . . . .                                                    | 28        |
| 2.4.1                           | Effet de la rugosité de la paroi . . . . .                                                                   | 28        |
| 2.4.2                           | Effet de la taille des particules et de la rugosité normalisée $R_n$ . . . . .                               | 29        |
| 2.4.3                           | Rapport entre l'angle de frottement d'interface $\delta^*$ et l'angle de frottement interne $\phi$ . . . . . | 29        |
| 2.4.4                           | Effet de la rugosité sur les variations volumiques . . . . .                                                 | 30        |
| 2.5                             | Étude expérimentale du comportement d'interface . . . . .                                                    | 31        |
| 2.5.1                           | Identification des composantes du déplacement . . . . .                                                      | 31        |
| 2.5.2                           | Quelques appareils d'étude de l'interface . . . . .                                                          | 32        |
| 2.5.2.1                         | Appareil de cisaillement direct plan . . . . .                                                               | 32        |
| 2.5.2.2                         | Appareil de cisaillement annulaire direct . . . . .                                                          | 33        |
| 2.5.2.3                         | Appareil d'arrachement à symétrie de révolution . . . . .                                                    | 34        |
| 2.5.2.4                         | Appareil de cisaillement simple plan . . . . .                                                               | 34        |
| 2.5.2.5                         | Appareil de cisaillement double . . . . .                                                                    | 35        |
| 2.5.2.6                         | Appareil de cisaillement tridimensionnel . . . . .                                                           | 35        |
| 2.5.2.7                         | Appareil de cisaillement simple annulaire . . . . .                                                          | 36        |
| 2.6                             | Système étudié : géométrie de cisaillement simple annulaire . . . . .                                        | 37        |
| 2.6.1                           | Distribution des contraintes en régime stationnaire . . . . .                                                | 38        |
| 2.6.1.1                         | Cisaillement annulaire tridimensionnel . . . . .                                                             | 38        |
| 2.6.1.2                         | Cisaillement annulaire bidimensionnel . . . . .                                                              | 40        |
| 2.6.1.3                         | Cisaillement plan bidimensionnel . . . . .                                                                   | 40        |
| 2.7                             | Définition de paramètres utilisés dans la suite . . . . .                                                    | 41        |
| 2.7.1                           | Longueur de la zone de cisaillement ( $\lambda$ et $\lambda^+$ ) . . . . .                                   | 41        |
| 2.7.2                           | Variation volumique normalisée $\Delta V_n$ . . . . .                                                        | 42        |
| 2.8                             | Bilan . . . . .                                                                                              | 42        |
| <b>II Résultats</b>             |                                                                                                              | <b>45</b> |
| <b>3 Simulations numériques</b> |                                                                                                              | <b>47</b> |
| 3.1                             | Introduction . . . . .                                                                                       | 47        |
| 3.2                             | Description du système simulé . . . . .                                                                      | 47        |
| 3.2.1                           | Conditions aux limites . . . . .                                                                             | 48        |
| 3.2.1.1                         | Conditions aux parois interne $r = R_{\text{int}}$ et externe $r = R_{\text{ext}}$ . . . . .                 | 48        |
| 3.2.1.2                         | Périodicité en $\theta$ . . . . .                                                                            | 49        |
| 3.2.2                           | Caractéristiques mécaniques des grains . . . . .                                                             | 50        |
| 3.2.2.1                         | Coefficients de raideur normale $k_n$ et tangentielle $k_t$ . . . . .                                        | 51        |
| 3.2.2.2                         | Coefficients de frottement entre particules $\mu$ et $\mu_p$ . . . . .                                       | 51        |

|         |                                                                                |     |
|---------|--------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3.2.2.3 | Coefficient de restitution normal $e$ . . . . .                                | 51  |
| 3.2.2.4 | Masse volumique $\rho_s$ . . . . .                                             | 51  |
| 3.2.3   | Préparation des échantillons . . . . .                                         | 52  |
| 3.2.4   | Système d'unités . . . . .                                                     | 52  |
| 3.2.5   | Mesure des variables . . . . .                                                 | 53  |
| 3.2.5.1 | Moyenne d'ensemble . . . . .                                                   | 53  |
| 3.2.5.2 | Profils radiaux . . . . .                                                      | 54  |
| 3.2.5.3 | Mesures à la paroi . . . . .                                                   | 54  |
| 3.2.6   | Définition de la géométrie des échantillons . . . . .                          | 54  |
| 3.2.6.1 | Influence de $R_{\text{ext}}$ . . . . .                                        | 54  |
| 3.2.6.2 | Conditions aux limites périodiques en $\theta$ . . . . .                       | 55  |
| 3.2.6.3 | Rugosité de la paroi . . . . .                                                 | 57  |
| 3.3     | Comportement en faible déformation . . . . .                                   | 57  |
| 3.3.1   | Évolution des contraintes . . . . .                                            | 58  |
| 3.3.1.1 | Contrainte tangentielle à la paroi $S$ . . . . .                               | 58  |
| 3.3.1.2 | Contrainte normale à la paroi $N$ . . . . .                                    | 61  |
| 3.3.1.3 | Frottement effectif à la paroi $\mu^{*p}$ . . . . .                            | 64  |
| 3.3.2   | Évolution de la structure . . . . .                                            | 69  |
| 3.3.2.1 | Évolution du profil radial de compacité $\nu(r)$ . . . . .                     | 69  |
| 3.3.2.2 | Variation volumique normalisée $\Delta V_n$ . . . . .                          | 69  |
| 3.3.2.3 | Nombre de coordination global $Z^G$ . . . . .                                  | 71  |
| 3.3.2.4 | Mobilisation du frottement global $M^G$ . . . . .                              | 73  |
| 3.3.2.5 | Profil de vitesse tangentielle $v_\theta(r)$ . . . . .                         | 74  |
| 3.3.3   | Influence des différents états initiaux . . . . .                              | 75  |
| 3.3.3.1 | Effet d'une inversion de sens sur les contraintes . . . . .                    | 75  |
| 3.3.3.2 | Cycles stabilisés . . . . .                                                    | 75  |
| 3.4     | Régime stationnaire . . . . .                                                  | 77  |
| 3.4.1   | Études sur les effets de la vitesse et de la rugosité à la paroi . . . . .     | 77  |
| 3.4.2   | Critère de stationnarité . . . . .                                             | 77  |
| 3.4.3   | Profils des contraintes . . . . .                                              | 78  |
| 3.4.3.1 | Contraintes radiale et orthoradiale . . . . .                                  | 78  |
| 3.4.3.2 | Contrainte de cisaillement . . . . .                                           | 79  |
| 3.4.4   | Profil de vitesse tangentielle . . . . .                                       | 80  |
| 3.4.5   | Profils du taux de cisaillement et de vitesse de rotation des grains . . . . . | 85  |
| 3.5     | Régimes de comportement . . . . .                                              | 88  |
| 3.5.1   | Régime quasi-statique - $\mu^*(\dot{\gamma}d/V_\theta)$ . . . . .              | 89  |
| 3.5.2   | Régime inertiel - $\mu^*(I)$ . . . . .                                         | 91  |
| 3.5.3   | Transition entre les régimes quasi-statique et inertiel . . . . .              | 93  |
| 3.6     | Microstructure . . . . .                                                       | 94  |
| 3.6.1   | Profils de compacité $\nu$ . . . . .                                           | 94  |
| 3.6.2   | Profil du nombre de coordination $Z$ . . . . .                                 | 99  |
| 3.6.3   | Profil de la mobilisation du frottement $M$ . . . . .                          | 103 |

|          |                                                                                                                                  |            |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 3.6.4    | Profil des fluctuations de vitesse radiale $\delta v_r$ , tangentielle $\delta v_\theta$ et de rotation $\delta\omega$ . . . . . | 107        |
| 3.6.4.1  | Profil des fluctuations de vitesse tangentielle normalisée $\delta v_\theta/(\dot{\gamma}d)$ . . . . .                           | 107        |
| 3.7      | Conclusions . . . . .                                                                                                            | 112        |
| 3.7.1    | Utilisation des conditions aux limites périodiques en $\theta$ . . . . .                                                         | 112        |
| 3.7.2    | Comportement transitoire, comportement stationnaire . . . . .                                                                    | 112        |
| 3.7.3    | Variations volumiques normalisées $\Delta V_n$ . . . . .                                                                         | 112        |
| 3.7.4    | Frottement effectif à la paroi $\mu^{*p}$ . . . . .                                                                              | 113        |
| 3.7.5    | Distributions des contraintes . . . . .                                                                                          | 114        |
| 3.7.6    | Profil de vitesse et zone de cisaillement . . . . .                                                                              | 115        |
| 3.7.6.1  | Effet de la géométrie et des vitesses . . . . .                                                                                  | 115        |
| 3.7.6.2  | Effet de la rugosité . . . . .                                                                                                   | 116        |
| 3.7.6.3  | Rapport entre l'épaisseur de la zone de cisaillement et la variation volumique maximale $\Delta V_n^{\max}$ . . . . .            | 117        |
| 3.7.7    | Taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ . . . . .                                                                                    | 118        |
| 3.7.8    | Transition quasi-statique/inertiel . . . . .                                                                                     | 119        |
| 3.7.8.1  | Régime quasi-statique . . . . .                                                                                                  | 120        |
| 3.7.9    | Compacité $\nu$ . . . . .                                                                                                        | 121        |
| 3.7.10   | Nombre de coordination $Z$ . . . . .                                                                                             | 122        |
| 3.7.10.1 | Rapport entre le nombre de coordination $Z$ et la compacité $\nu$ . . . . .                                                      | 122        |
| 3.7.11   | Mobilisation du frottement . . . . .                                                                                             | 122        |
| 3.7.12   | Fluctuations des vitesses . . . . .                                                                                              | 123        |
| 3.7.12.1 | Fluctuation de vitesses tangentielle normalisée $\delta v_\theta/(\dot{\gamma}d)$ . . . . .                                      | 123        |
| <b>4</b> | <b>Étude expérimentale à l'ACSA</b> . . . . .                                                                                    | <b>125</b> |
| 4.1      | Introduction . . . . .                                                                                                           | 125        |
| 4.2      | Description de l'appareillage . . . . .                                                                                          | 125        |
| 4.2.1    | Rugosité de la paroi interne . . . . .                                                                                           | 127        |
| 4.2.1.1  | Application du concept de rugosité normalisée . . . . .                                                                          | 127        |
| 4.2.2    | Matériau . . . . .                                                                                                               | 129        |
| 4.3      | Description des essais . . . . .                                                                                                 | 129        |
| 4.4      | Montage de l'essai . . . . .                                                                                                     | 130        |
| 4.4.1    | Pressions de confinement appliquées . . . . .                                                                                    | 131        |
| 4.4.2    | Cisaillement cyclique . . . . .                                                                                                  | 132        |
| 4.4.2.1  | Préparation du matériau . . . . .                                                                                                | 133        |
| 4.4.2.2  | Prise de photos . . . . .                                                                                                        | 135        |
| 4.5      | Résultats macroscopiques . . . . .                                                                                               | 135        |
| 4.5.1    | Influence de la longueur $a_i$ des cycles . . . . .                                                                              | 136        |
| 4.5.2    | Comportement en contrainte et en volume durant les cycles de déplacement . . . . .                                               | 136        |
| 4.5.3    | Contrainte de cisaillement à la paroi $S$ . . . . .                                                                              | 139        |

|          |                                                                                                                                |            |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4.5.4    | Distance de mobilisation de la contrainte de cisaillement $S$ . . . . .                                                        | 140        |
| 4.5.5    | Influence de la rugosité normalisée $R_n$ et de la contrainte $S$ sur la variation volumique normalisée $\Delta V_n$ . . . . . | 143        |
| 4.5.6    | Influence de la pression de confinement radiale $P_r$ et de la pression de confinement verticale $P_z$ . . . . .               | 144        |
| 4.5.7    | Stick-slip . . . . .                                                                                                           | 148        |
| 4.6      | Profils de vitesse . . . . .                                                                                                   | 149        |
| 4.6.1    | Analyse des déplacements . . . . .                                                                                             | 151        |
| 4.6.2    | Comportement transitoire du profil des vitesses tangentielles $v_\theta$ . .                                                   | 151        |
| 4.6.3    | Profils de vitesse tangentielle $v_\theta$ stationnaires . . . . .                                                             | 152        |
| 4.6.3.1  | Comportement général . . . . .                                                                                                 | 152        |
| 4.6.3.2  | Glissement . . . . .                                                                                                           | 153        |
| 4.6.3.3  | Vitesse tangentielle normalisée par la vitesse maximale des particules . . . . .                                               | 154        |
| 4.6.3.4  | Épaisseur de la zone de cisaillement . . . . .                                                                                 | 154        |
| 4.6.3.5  | Rapport entre les variations volumiques et l'épaisseur de la zone de cisaillement . . . . .                                    | 156        |
| 4.6.4    | Taux de déformation radiale $\dot{\epsilon}_{rr}$ à l'embase inférieure . . . . .                                              | 157        |
| 4.6.5    | Variation volumique radiale normalisée apparente $\Delta V_r^{ap}$ . . . . .                                                   | 158        |
| 4.7      | Dégradation des particules . . . . .                                                                                           | 159        |
| 4.8      | Conclusions partielles . . . . .                                                                                               | 162        |
| 4.8.1    | Cisaillement cyclique . . . . .                                                                                                | 162        |
| 4.8.2    | Comportements rugueux et non rugueux . . . . .                                                                                 | 162        |
| 4.8.3    | Comportements en contraintes et en variations volumiques . . . . .                                                             | 162        |
| 4.8.4    | Mobilisation du frottement . . . . .                                                                                           | 163        |
| 4.8.5    | Influence de l'anisotropie des pressions de confinement et le frottement effectif apparent . . . . .                           | 164        |
| 4.8.6    | Profil de vitesse . . . . .                                                                                                    | 165        |
| 4.8.6.1  | Épaisseur de la zone de cisaillement . . . . .                                                                                 | 165        |
| 4.8.6.2  | Glissement . . . . .                                                                                                           | 165        |
| 4.8.6.3  | Effet de la géométrie sur l'épaisseur de la zone de cisaillement . . . . .                                                     | 166        |
| 4.8.6.4  | Rapport entre l'épaisseur de la zone de cisaillement et les variations volumiques . . . . .                                    | 167        |
| <b>5</b> | <b>Mesures par IRM</b> . . . . .                                                                                               | <b>169</b> |
| 5.1      | Introduction . . . . .                                                                                                         | 169        |
| 5.2      | Description du Mini-ACSA . . . . .                                                                                             | 170        |
| 5.2.1    | Cellule de cisaillement . . . . .                                                                                              | 170        |
| 5.2.2    | Capteur de couple . . . . .                                                                                                    | 174        |
| 5.2.3    | Matériau granulaire . . . . .                                                                                                  | 175        |
| 5.2.4    | Rugosité des parois . . . . .                                                                                                  | 175        |
| 5.3      | Description des essais . . . . .                                                                                               | 175        |

|                                        |                                                                                                              |                |
|----------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| 5.4                                    | Mesure multi-couche des profils de vitesse . . . . .                                                         | 177            |
| 5.5                                    | Mesure du profil de vitesse tangentielle . . . . .                                                           | 178            |
| 5.5.1                                  | Région centrale . . . . .                                                                                    | 178            |
| 5.5.2                                  | Région proche de la paroi horizontale inférieure . . . . .                                                   | 178            |
| 5.6                                    | Influence de la rugosité du cylindre interne . . . . .                                                       | 181            |
| 5.6.1                                  | Mesure du frottement à la paroi . . . . .                                                                    | 181            |
| 5.6.2                                  | Comparaison avec d'autres mesures . . . . .                                                                  | 183            |
| 5.7                                    | Profil de compacité . . . . .                                                                                | 183            |
| 5.8                                    | Discussion sur la distribution des contraintes tangentielles $\sigma_{r\theta}$ et $\sigma_{\theta z}$ . . . | 185            |
| 5.9                                    | Conclusions . . . . .                                                                                        | 186            |
| <br><b>III Synthèse et conclusions</b> |                                                                                                              | <br><b>189</b> |
| <b>6</b>                               | <b>Synthèse</b>                                                                                              | <b>191</b>     |
| 6.1                                    | Introduction . . . . .                                                                                       | 191            |
| 6.1.1                                  | Rappel des interrogations . . . . .                                                                          | 191            |
| 6.1.2                                  | Caractéristiques générales des trois approches . . . . .                                                     | 191            |
| 6.1.3                                  | Annonce du plan . . . . .                                                                                    | 194            |
| 6.2                                    | Comparaison entre les régimes (transitoire, cyclique, stationnaire) . . . .                                  | 194            |
| 6.2.1                                  | Évolution de l'épaisseur de la bande de cisaillement . . . . .                                               | 196            |
| 6.2.2                                  | Comportements volumiques total et cyclique . . . . .                                                         | 198            |
| 6.3                                    | Mobilisation du frottement . . . . .                                                                         | 198            |
| 6.4                                    | Profils de vitesse tangentielle . . . . .                                                                    | 199            |
| 6.4.1                                  | Influence des parois horizontales . . . . .                                                                  | 199            |
| 6.4.2                                  | Influence de la rugosité . . . . .                                                                           | 201            |
| 6.4.3                                  | Glissement à la paroi . . . . .                                                                              | 202            |
| 6.4.4                                  | Épaisseur de la bande de cisaillement . . . . .                                                              | 202            |
| 6.5                                    | Variation volumique . . . . .                                                                                | 204            |
| 6.5.1                                  | Variation volumique normalisée . . . . .                                                                     | 204            |
| 6.5.2                                  | Relation avec l'épaisseur de la zone de cisaillement . . . . .                                               | 204            |
| 6.5.3                                  | Profil de compacité et effet de paroi . . . . .                                                              | 205            |
| 6.6                                    | Frottement effectif à la paroi . . . . .                                                                     | 205            |
| 6.7                                    | Régimes quasi-statique et inertiel . . . . .                                                                 | 206            |
| 6.8                                    | Discussion de deux modèles . . . . .                                                                         | 207            |
| 6.8.1                                  | Modèle de fracture auto-similaire . . . . .                                                                  | 208            |
| 6.8.1.1                                | Description du modèle . . . . .                                                                              | 208            |
| 6.8.1.2                                | Commentaires . . . . .                                                                                       | 210            |
| 6.8.2                                  | Modèle frictionnel de Cosserat . . . . .                                                                     | 210            |
| 6.8.2.1                                | Équations d'équilibre . . . . .                                                                              | 210            |
| 6.8.2.2                                | Critère de plasticité . . . . .                                                                              | 211            |
| 6.8.2.3                                | Loi d'écoulement . . . . .                                                                                   | 212            |
| 6.8.2.4                                | Application au cisaillement plan . . . . .                                                                   | 212            |
| 6.8.2.5                                | Application au cisaillement annulaire . . . . .                                                              | 214            |

|                                                                         |            |
|-------------------------------------------------------------------------|------------|
| 6.8.2.6 Commentaires . . . . .                                          | 215        |
| <b>Conclusions et perspectives</b>                                      | <b>217</b> |
| <b>Annexes</b>                                                          | <b>223</b> |
| <b>A Dynamique moléculaire</b>                                          | <b>223</b> |
| A.1 Forces de contact entre les particules . . . . .                    | 223        |
| A.1.1 Force normale . . . . .                                           | 223        |
| A.1.1.1 Limite de grains rigides . . . . .                              | 224        |
| A.1.2 Force tangentielle . . . . .                                      | 224        |
| A.2 Choc entre particules . . . . .                                     | 224        |
| A.2.1 Coefficient de restitution . . . . .                              | 225        |
| A.3 Algorithme de calcul . . . . .                                      | 225        |
| A.3.1 Prédiction . . . . .                                              | 226        |
| A.3.2 Détection de voisins . . . . .                                    | 226        |
| A.3.3 Détection de contacts . . . . .                                   | 226        |
| A.3.4 Calcul des forces . . . . .                                       | 226        |
| A.3.5 Correction . . . . .                                              | 226        |
| <b>B Calcul du tenseur des contraintes</b>                              | <b>227</b> |
| B.1 Moment interne d'un grain . . . . .                                 | 228        |
| B.2 Cas d'une assemblée de N grains . . . . .                           | 230        |
| B.3 Définition du tenseur des contraintes . . . . .                     | 230        |
| <b>C Méthode de prise des moyennes</b>                                  | <b>233</b> |
| C.1 Coordonnées cartésiennes . . . . .                                  | 233        |
| C.2 Coordonnées polaires . . . . .                                      | 235        |
| <b>D Principes d'imagerie par résonance magnétique</b>                  | <b>237</b> |
| D.1 Introduction . . . . .                                              | 237        |
| D.1.1 La résonance magnétique nucléaire . . . . .                       | 237        |
| D.1.2 Description d'un imageur par résonance magnétique (IRM) . . . . . | 238        |
| D.1.2.1 L'aimant et l'antenne de radio-fréquence . . . . .              | 238        |
| D.1.2.2 Les bobines de gradient . . . . .                               | 239        |
| D.1.3 Imagerie tridimensionnelle . . . . .                              | 240        |
| D.1.4 Impulsions sélectives et imagerie bidimensionnelle . . . . .      | 240        |
| D.1.5 Détection de déplacements par 'codage par la phase' . . . . .     | 241        |
| D.1.5.1 Précision de la mesure des déplacements . . . . .               | 242        |
| <b>E Étalonnage du capteur de couple</b>                                | <b>243</b> |

|          |                                                   |            |
|----------|---------------------------------------------------|------------|
| <b>F</b> | <b>Vélocimétrie par corrélation d'image (CIV)</b> | <b>247</b> |
| F.1      | Introduction . . . . .                            | 247        |
| F.2      | Principes de la méthode . . . . .                 | 247        |
| F.3      | Précision atteinte . . . . .                      | 249        |
|          | <b>Références</b>                                 | <b>251</b> |

# Notations principales

|                            |                                                                           |
|----------------------------|---------------------------------------------------------------------------|
| $a, b$                     | variables auxiliaires                                                     |
| $d$                        | diamètre des particules                                                   |
| $d_{lim}$                  | diamètre des particules limite pour le contact facette/arête              |
| $d_m$                      | distance de mobilisation                                                  |
| $d_p$                      | diamètre des particules de la paroi                                       |
| $D$                        | déplacement tangentiel de la paroi                                        |
| $\delta^*$                 | angle de frottement de l'interface                                        |
| $\delta v_r$ et $v_\theta$ | fluctuations des vitesses radiale et tangentielle                         |
| $\delta\omega$             | fluctuation de la vitesse de rotation des particules                      |
| $\Delta V$                 | variation volumique                                                       |
| $\Delta V_n$               | variation volumique normalisée                                            |
| $\Delta V_n^{max}$         | variation volumique normalisée maximale                                   |
| $\Delta V_n^{2-4}$         | variation volumique normalisée maximale dans un cycle                     |
| $e$                        | coefficient de restitution normal                                         |
| $\varepsilon$              | déformation                                                               |
| $\dot{\varepsilon}_{rr}$   | taux de déformation radial                                                |
| $F_n$                      | force normale de contact entre particules                                 |
| $F_t$                      | force tangentielle de contact entre particules                            |
| $\dot{\gamma}$             | taux de cisaillement                                                      |
| $\Gamma$                   | taux de cisaillement normalisé                                            |
| $H$                        | hauteur de l'échantillon                                                  |
| $I$                        | nombre inertiel                                                           |
| $k_n$                      | raideur normale dans un contact                                           |
| $k_t$                      | raideur tangentielle dans un contact                                      |
| $L_b$                      | épaisseur de la bande de cisaillement                                     |
| $\lambda$                  | épaisseur de la bande de cisaillement définit en fonction de $V_\theta$   |
| $\lambda^+$                | épaisseur de la bande de cisaillement définit en fonction de $V_\theta^+$ |
| $m$                        | masse d'une particule                                                     |
| $M$                        | mobilisation du frottement                                                |
| $M^G$                      | mobilisation du frottement global                                         |
| $\mu$                      | coefficient de frottement entre les particules                            |
| $\mu_p$                    | coefficient de frottement entre les particules et la paroi                |
| $\mu^*$                    | frottement effectif                                                       |

|                                  |                                                                         |
|----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| $\mu^{*p}$                       | frottement effectif à la paroi                                          |
| $\mu_{pic}^{*p}$                 | frottement effectif à la paroi maximal                                  |
| $\mu_s^{*p}$                     | frottement effectif à la paroi stationnaire                             |
| $\mu_{qs}^*$                     | parcelle quasi-statique du frottement effectif                          |
| $\mu_{visc}^*$                   | parcelle visqueuse du frottement effectif                               |
| $\mu_0^*$                        | frottement interne du matériau granulaire                               |
| $\mu_{ap}^*$                     | frottement apparent à la paroi                                          |
| $N$                              | contrainte normale à la paroi intérieure                                |
| $N_{pic}$                        | contrainte normale à la paroi intérieure maximale                       |
| $N_s$                            | contrainte normale à la paroi intérieure stationnaire                   |
| $\nu$                            | compacité                                                               |
| $\omega$                         | vitesse angulaire des particules moyenne                                |
| $\Omega$                         | vitesse angulaire du cylindre intérieur                                 |
| $P$                              | pression de confinement (radiale - 2D)                                  |
| $P_r$                            | pression de confinement radiale (3D)                                    |
| $P_z$                            | pression de confinement verticale (3D)                                  |
| $\phi$                           | angle de frottement interne                                             |
| $R_{int}$                        | rayon intérieur / paroi intérieure                                      |
| $R_{ext}$                        | rayon extérieur / paroi extérieure                                      |
| $R_{max}$                        | rugosité maximale                                                       |
| $R_n$                            | rugosité normalisée                                                     |
| $\rho$                           | densité apparente du milieu                                             |
| $\rho_s$                         | masse spécifique du matériau des particules                             |
| $S$                              | contrainte de cisaillement à la paroi                                   |
| $S_{pic}$                        | contrainte de cisaillement à la paroi maximale                          |
| $S_s$                            | contrainte de cisaillement à la paroi stationnaire                      |
| $S_{qs}$                         | contrainte de cisaillement à la paroi en régime quasi-statique          |
| $\sigma$                         | contrainte                                                              |
| $\sigma_{ij}$                    | composantes $ij$ du tenseur de contraintes                              |
| $\sigma_n$                       | contrainte normale                                                      |
| $\sigma_t$                       | contrainte de cisaillement                                              |
| $\underline{\underline{\sigma}}$ | tenseur de contraintes                                                  |
| $\Theta$                         | secteur angulaire de la géométrie annulaire                             |
| $v_i$                            | vitesse relative d'impact entre particules                              |
| $v_r$                            | vitesse radiale moyenne des particules                                  |
| $v_t$                            | vitesse tangentielle relative                                           |
| $v_\theta$                       | vitesse tangentielle moyenne des particules                             |
| $V_\theta$                       | vitesse tangentielle de la paroi intérieure                             |
| $V_\theta^+$                     | vitesse tangentielle des particules au voisinage de la paroi intérieure |
| $\underline{v}$                  | vecteur de vitesse                                                      |
| $Z$                              | nombre de coordination                                                  |
| $Z^G$                            | nombre de coordination global                                           |
| $Z_g$                            | nombre de coordination glissante                                        |
| $Z_g^G$                          | nombre de coordination glissante global                                 |
| $Z_{max}$                        | nombre de coordination maximale                                         |

# Introduction

Les matériaux granulaires sont présents dans de nombreux secteurs d'activité, notamment dans le domaine du génie civil, sous la forme de matière première (granulats, ciments) et substrat des fondations (sols granulaires), mais aussi dans divers procédés industriels (fabrication de céramiques, traitement de surfaces...), industrie pharmaceutique (poudres, capsules...), agro-alimentaire (céréales)...

La maîtrise de ces matériaux nécessite une bonne connaissance de leur comportement mécanique. De très nombreux travaux concernent le comportement en volume. Cependant, la région d'interface entre le matériau granulaire et la paroi s'avère avoir des caractéristiques propres qu'il est essentiel de comprendre puisqu'elle constitue une des conditions aux limites du problème mécanique.

La transmission des efforts et des déplacements entre la paroi et le matériau granulaire dépend fondamentalement du comportement de cette couche d'interface. Du point de vue structurel, c'est une information indispensable pour la conception des ouvrages de fondation, par exemple. Le dimensionnement des parois de silos et des conduites est fondée sur les efforts appliqués par le milieu lors de son stockage (condition statique) ou en mouvement (condition de déformation).

D'un autre côté, la réponse du milieu granulaire (comportement contrainte/déformation, par exemple) dépend fortement du type et du niveau des sollicitations agissantes au niveau de cette interface. Dans le cas d'une fondation, l'intérêt est de solliciter le milieu granulaire dans des limites statiques. Par ailleurs, dans une conduite, c'est l'inverse, puisqu'elle transport des particules sera plus efficace pour un bas niveau d'efforts.

## Problématique

On s'intéresse au comportement en cisaillement des régions à proximité des parois rigides. La compatibilité des efforts et des déplacements entre le matériau granulaire et le milieu continu dépend d'un ensemble de paramètres tels que : la géométrie du système considéré, la forme et la taille des aspérités des parois, l'existence d'effets inertiels... Les caractéristiques du milieu granulaire tels que la forme, la taille, le coefficient de frottement, la granulométrie, etc. sont aussi fondamentales pour une caractérisation complète du problème.

La géométrie et les forces volumiques, associées aux propriétés rhéologiques du matériau, définissent la distribution des contraintes et des déformations au sein du matériau

et aux interfaces. Une distribution hétérogène de contraintes peut conduire à une localisation plus au moins prononcée des déformations à proximité des parois.

La taille et la forme des aspérités caractérisent les rugosités des parois. Leur rapport avec la forme et la dimension des particules du milieu est directement relié à la capacité de transmission des efforts (et des déplacements) tangentiels de la paroi vers le milieu et vice-versa.

Le comportement du matériau granulaire peut être affecté par des effets d'inertie des particules selon les niveaux de vitesse de cisaillement et de contraintes de confinement. Dans des situations où la masse des particules et/ou la vitesse de cisaillement sont faibles, et/ou la pression de confinement est élevée, les effets d'inertie sont négligeables. Dans ce cas, la réponse du milieu est indépendante du niveau de pression de confinement et de la vitesse de cisaillement. Par contre, à partir d'un certain niveau de vitesse et de pression, des effets modifient le comportement du matériau, qui devient dépendant de ces grandeurs.

Parmi les différents aspects qui influencent le comportement d'interface des matériaux granulaires, on peut distinguer les questions fondamentales suivantes :

- Est-on capable de séparer le comportement de la paroi du comportement du matériau en volume ?
- Existe-t-il une loi de comportement unique pour caractériser le comportement du milieu granulaire en régimes quasi-statique et inertiel ?
- Quelle est l'influence de la rugosité ?
- Quelle est l'influence de la géométrie ?
- Quelle est l'épaisseur de la zone de cisaillement ?

## Approche envisagée

De façon à mieux comprendre les phénomènes physiques qui déterminent le comportement d'interface des matériaux granulaires, on a réalisé des études sur des matériaux modèles bien caractérisés.

On analyse le comportement d'interface à partir d'essais de cisaillement à vitesse et pression de confinement imposées dans la géométrie de cisaillement simple annulaire. On aborde le problème à l'aide de trois approches complémentaires :

- simulations discrètes en dynamique moléculaire ;
- appareil de cisaillement simple annulaire (ACSA) ;

---

- Mini-ACSA, spécialement construit dans cette thèse pour être inséré dans un appareil de résonance magnétique.

## Annonce du plan

Une première partie constitue un état de connaissances. Dans le chapitre 1, nous résumons les connaissances acquises sur le comportement des milieux granulaires en volume, c'est-à-dire indépendamment de l'influence des parois. Dans le chapitre 2, nous présentons les connaissances sur les effets des parois.

Une deuxième partie est dédiée aux résultats obtenus à l'aide des trois approches. Dans le chapitre 3, nous présentons nos résultats en simulations numériques discrètes en deux dimensions. Nous analysons le comportement des systèmes étudiés en régime quasi-statique, du début du cisaillement jusqu'à l'état stationnaire, en mesurant les variables macroscopiques telles que les contraintes à la paroi intérieure et les variations volumiques. En régime stationnaire, nous étendons l'analyse vers l'étude des grandeurs locales, à partir des profils radiaux de vitesse, compacité, nombre de coordination... Nous évaluons parallèlement les effets géométriques et de la rugosité des parois. En fonction de la vitesse de cisaillement nous étudions la transition du régime quasi-statique vers un régime inertiel.

Ensuite, dans le chapitre 4, à partir des résultats expérimentaux avec l'appareil de cisaillement simple annulaire (ACSA), nous étudions le comportement d'interface sous chargement cyclique. Les mesures de la contrainte de cisaillement à la paroi et des variations volumiques sont associées aux profils radiaux de vitesses obtenus à l'embase inférieure de l'appareil par corrélation d'images.

L'étude expérimentale est complétée au chapitre 5, par les résultats des essais réalisés à l'aide du Mini-ACSA. La mesure de la contrainte de cisaillement à la paroi intérieure associée aux mesures de vitesse à l'intérieur des échantillons nous permet de quantifier l'influence des parois horizontales dans le système. Des mesures fines de compacité permettent de visualiser l'évolution de la structure de l'échantillon dans la zone d'interface.

La dernière partie (chapitre 6) a pour objet une synthèse et une comparaison des trois approches (numérique et expérimentales). Nous comparons enfin les prédictions de deux modèles (un d'inspiration plutôt physique et l'autre d'inspiration plutôt mécanique) avec nos résultats.



Première partie

État des connaissances



# Chapitre 1

## Rhéologie des matériaux granulaires en volume

Ce chapitre présente quelques aspects généraux du comportement des matériaux granulaires en volume. Ces éléments nous aideront à mieux comprendre ensuite le rôle des interfaces.

On commence par une description de types des matériaux granulaires que nous allons étudier et des interactions de contact. On décrit des éléments pour la caractérisation macroscopique tels que le frottement interne et effectif, et la compacité. Ensuite, on discute le comportement macroscopique dans les régimes de déformation quasi-statique et inertiel, l'évolution du système de l'arrêt à l'état stationnaire et le principe de dilatance. À la fin, on commente la caractérisation microscopique des milieux granulaires par la distribution des contacts et les fluctuations du mouvement de particules.

Nous faisons référence à d'autres auteurs [8, 52, 72, 96, 143, 146] pour des plus amples informations.

### 1.1 Matériaux granulaires

Les matériaux granulaires sont des assemblées de solides discrets, particules macroscopiques non browniennes caractérisées par des interactions de contact dissipatives (telles que le frottement). La taille de ces particules peut varier de  $1\ \mu\text{m}$  pour des poudres fines jusqu'à quelques mètres dans le cas des éboulements rocheux.

Liés à la taille et à la nature des matériaux granulaires, les types d'interactions entre les particules peuvent être très variés. Sont objet de l'étude de cette thèse des particules de taille supérieure à environ  $100\ \mu\text{m}$ . Cette limitation sur la taille correspond à des limitations quant au type d'interaction entre les grains. On s'intéresse à des assemblées de grains non soumis à des interactions cohésives de type van der Waals.

Les matériaux granulaires sont naturellement multiphasiques : une phase solide dispersée dans une phase liquide et/ou une phase gazeuse (respectivement du sable saturé, partiellement saturé et sec, par exemple). Les différentes interactions possibles entre les phases contribuent à l'extrême variété des comportements observés. On considère des

grains plongés dans un fluide interstitiel de viscosité assez faible pour qu'il n'ait pratiquement pas d'effet sur le comportement de la phase solide.

De manière à simplifier le problème, on utilise des matériaux modèles, des particules avec des géométries simples (disques en 2D et sphères en 3D), et invariants (on néglige les changements de forme et de volume éventuels des particules liés à des effets d'endommagement en limitant ses possibles causes).

## 1.2 Interactions entre particules

Les particules modèles utilisées dans les études ne sont pas soumises aux forces de cohésion ([8] discute les éventuels effets des interactions des grains et de l'air). Les contacts directs constituent donc les interactions qui gèrent le comportement de ces matériaux et constituent les mécanismes élémentaires de transfert de quantité de mouvement et de dissipation d'énergie.

### 1.2.1 Force normale de contact

#### 1.2.1.1 Modèle de Hertz

Le modèle de Hertz relie la déformation de contact (sous la forme d'un écrasement  $\delta$ ) entre deux particules sphériques de rayon  $R$  soumises à une force normale  $F_n$  (voir schéma sur la figure 1.1). En 1882, Hertz détermina la solution du problème en élasticité linéaire. Par contre, les principaux résultats peuvent être obtenus selon un raisonnement approché très simple.

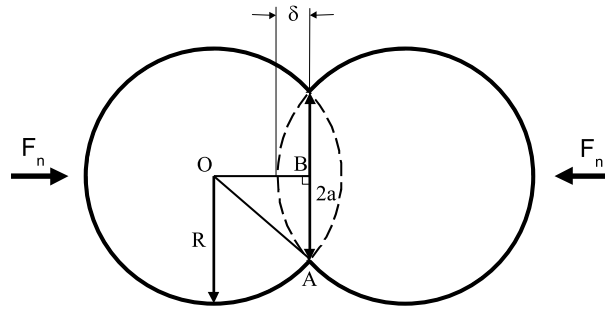


FIG. 1.1 – Déformations élastiques lors d'un contact entre deux sphères (ou disques).

Par la géométrie, on peut déterminer le rayon du cercle de contact  $a$  en fonction de  $R$  et de  $\delta$ . La relation contrainte  $\sigma$  - déformation  $\varepsilon$  est donnée par la loi de Hooke :  $\sigma = E\varepsilon$  (ou  $E$  est le module d'Young). Il est raisonnable de considérer que la déformation s'étend sur une longueur proportionnelle à la taille du cercle de contact  $a$ . On obtient dans ce cas  $\sigma \propto F_n/a^2$  et  $\varepsilon \propto \delta/a$ . Pour des petites déformations ( $\delta \ll R$ ), on a  $a^2 \propto R\delta$  et on trouve finalement

$$F_n = k_n \delta^{\frac{3}{2}}, \quad (1.1)$$

avec  $k_n \propto E\sqrt{R}$ . Le calcul exact de Hertz indique que  $k_n$  est aussi fonction du coefficient de Poisson du matériau.

En deux dimensions, pour des disques, on a  $\sigma \propto F_n/a$  et en conséquence

$$F_n = k_n \delta. \quad (1.2)$$

### 1.2.1.2 Temps de contact

Le temps de contact entre les grains dépend de plusieurs facteurs. Si on considère un système statique, les grains restent en contact (éventuellement multiple) pendant une durée indéterminée. Dans l'autre cas extrême, on peut avoir un régime collisionnel ou il n'existe que des contacts par collisions binaires. Dans cette situation, en utilisant le modèle de Hertz et en intégrant les équations fondamentales de la dynamique, on est capable de calculer le temps de collision  $\tau_c$  et l'interpénétration maximale  $\delta_m$  en fonction de la vitesse relative d'impact  $v_i$  pour des disques :

$$\tau_c = \pi \sqrt{\frac{m}{k_n}} \quad \text{et} \quad \delta_m = \frac{\tau_c v_i}{\pi}. \quad (1.3)$$

Les simulations numériques réalisées dans cette thèse sont basées sur ce modèle de contact. Le schéma complet est dans l'annexe A.

## 1.2.2 Les lois fondamentales du frottement solide

Le premier à rapporter l'observation que la force pour faire glisser un objet solide sur un autre dépend de la force qui agit sur les solides et non de la surface de contact fut Léonard de Vinci au *XVI<sup>e</sup>* siècle. Puis, en 1750, Euler introduisit les notions de frottement statique et de frottement dynamique. Des expériences conduisent à trois lois empiriques pour le frottement entre deux solides :

→ La force tangentielle  $F_t$  nécessaire pour avoir un glissement entre deux solides en contact pressé par une force normale  $F_n$  à la surface de contact est  $|F_t| = \mu F_n$ .  $\mu$  est le coefficient de frottement entre les deux solides.

→ La force tangentielle  $F_t$  ne dépend pas de la surface de contact.

→ On distingue un frottement statique (lorsque les solides sont initialement immobiles) et auquel on associe un coefficient de frottement  $\mu_s$  d'un frottement dynamique (lorsque les solides sont déjà en mouvement) et auquel on associe un coefficient de frottement dynamique  $\mu_d$ . Selon Euler, on a toujours  $\mu_d \leq \mu_s$ .

Cette approche sert à décrire une grande quantité de phénomènes. Par contre il existe des situations où  $\mu_s$  et  $\mu_d$  ne sont pas constants. Comme exemple, le vieillissement statique (augmentation de  $\mu_s$  avec l'âge du contact [11]) ou l'affaiblissement cinétique (diminution de  $\mu_d$  quand la vitesse de glissement augmente [28]) sont observés.

Il est difficile d'attribuer à un seul auteur la conception des ces trois lois, par contre elle sont souvent appelées "lois de Coulomb", lequel en fit une généralisation aux matériaux granulaires [51].

### 1.2.3 Interprétation microscopique du frottement solide

À l'échelle microscopique, les surfaces sont composées d'aspérités. La taille de ces aspérités est de l'ordre du micron, donc suffisamment petite pour avoir des déformations plastiques même sous l'action de faibles contraintes. On peut associer à l'interface entre deux solides une surface d'un matériau de seuil de plasticité  $p$  soumise à une force normale  $F_n$ , une surface de contact effective  $A_e$  :

$$A_e = \frac{F_n}{p}. \quad (1.4)$$

Cette surface de contact effective  $A_e$  est une conséquence de la déformation des aspérités afin de supporter la charge  $F_n$ .

Pour faire glisser un objet par rapport à un autre, il faut une force tangentielle  $F_t$  capable de rompre l'ensemble des liaisons établies au niveau des aspérités. Cette force est proportionnelle à la surface de contact effective  $A_e$  [25] et donc on a

$$F_t = A_e s, \quad (1.5)$$

où  $s$  est la résistance au cisaillement du matériau. On peut réécrire  $F_t$  en remplaçant 1.4 dans 1.5 et ainsi

$$F_t = \mu F_n, \quad (1.6)$$

avec  $\mu = \frac{s}{p}$ , dépendant uniquement des propriétés mécaniques des matériaux. Cela démontre que  $T$  est indépendant de la surface de contact.

La mécanique des contacts est le résultat des phénomènes complexes dans la zone d'interface des corps solides. Pour une étude plus détaillée sur ce sujet, on renvoie à [97].

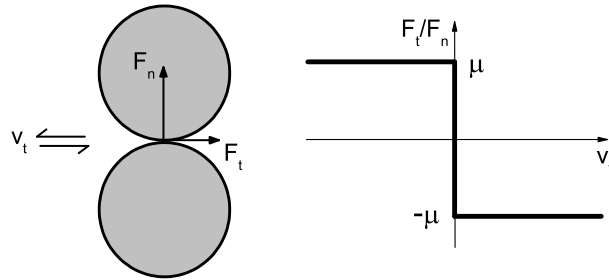


FIG. 1.2 – Loi de contact tangentielle.

Comme modèle de contact, on adoptera désormais les lois de contact de Coulomb  $|\frac{F_t}{F_n}| \leq \mu$ . La figure 1.2 montre le schéma pour deux particules. Pour une vitesse tangentielle relative nulle au point de contact (on néglige ici par simplicité l'élasticité tangentielle du contact), on aura un contact dit "roulant", dans le cas contraire un contact dit "glissant".

## 1.3 Caractérisation macroscopique

### 1.3.1 Frottement interne

Le test classique pour étudier les faibles déformations d'un matériau granulaire, mis au point par les mécaniciens des sols, est l'essai triaxial [14, 122, 195]. L'échantillon est placé dans une cellule cylindrique soumise à une contrainte normale axisymétrique sur le cylindre et à une contrainte verticale selon l'axe du cylindre. Le matériau, initialement soumis à une pression isotrope, se déforme lorsque des contraintes principales différentes sont appliquées. On mesure la déformation axiale et la déformation volumique. En pratique, c'est le taux de déformation axiale qui est contrôlé. Lorsque la déformation axiale augmente, on observe une augmentation du déviateur des contraintes (qui présente un pic dans le cas de matériaux denses), puis un palier correspondant à une déformation plastique. L'état initial (dense ou lâche) introduit quelques nuances, particulièrement pour ce qui est de la déformation volumique (contractance ou dilatance respectivement). En grande déformation, les états de contrainte et de volume tendent vers un état stationnaire indépendant des conditions initiales, appelé état critique ou de plasticité parfaite [172, 195], caractérisé par sa densité qui ne dépend que de la contrainte moyenne. Dans la mesure où les déformations élastiques sont très faibles devant les déformations plastiques, on peut utiliser un modèle rigide-plastique (plutôt qu'un modèle élasto-plastique).

Avant d'atteindre l'état critique, on peut aussi observer la rupture du matériau par localisation de la déformation. Le critère de rupture ( $F(\underline{\sigma}) = 0$ ) définit l'état de contrainte où l'on atteint le régime plastique. Si ce critère n'évolue pas, on parle de plasticité parfaite. Le critère de rupture de Mohr-Coulomb peut être utilisé en première approximation. Ce critère énonce qu'un point d'un matériau granulaire est stable si pour tout couple d'orientation  $(\vec{n}, \vec{t})$ , les contraintes normale et tangentielle vérifient l'inégalité stricte :

$$|\sigma_t| < \sigma_n \tan \phi. \quad (1.7)$$

Lorsque l'égalité est atteinte ( $|\sigma_t| = \sigma_n \tan \phi$ ), le matériau s'apprête à glisser dans la direction  $\vec{t}$ . Le critère s'écrit donc  $F(\underline{\sigma}) = |\sigma_t| - \sigma_n \tan \phi$ .  $\phi$  est appelé angle de frottement interne du matériau (de l'ordre de  $30^\circ$  dans les sols). Ce critère est analogue à la loi de Coulomb locale, mais l'angle de frottement interne dépend non seulement du coefficient de frottement  $\mu$  entre grains, mais aussi de la forme des grains et de la géométrie de l'empilement (granulométrie, compacité).

### 1.3.2 Frottement effectif

Dans le régime quasi-statique, le frottement interne permet de définir le critère de rupture. En effet, il est possible de généraliser la notion de frottement macroscopique à l'ensemble des régimes de déformation (déformation quasi-statique, écoulement denses...). D'une manière générale, on définit le frottement effectif  $\mu^*$  dans un matériau granulaire comme étant le rapport des contraintes tangentielles  $\sigma_{ij}$  sur les contraintes normales  $\sigma_{ii}$  (où  $i,j=[1;2]$  pour cas 2D ou  $i,j=[1;3]$  pour le cas 3D) :

$$\mu_{ij}^* = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_{ii}}. \quad (1.8)$$

La variation du frottement effectif  $\mu^*$  avec le taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  fait partie de la loi de comportement du milieu granulaire. Le frottement effectif a donc fait l'objet de nombreuses études : certains auteurs ont montré que, pour des écoulements rapides, celui-ci augmente quand le taux de cisaillement augmente [54, 84, 135, 170, 183], d'autres qu'il diminue quand la pression augmente [65, 126].

### 1.3.3 Compacité $\nu$

La compacité ou fraction volumique, notée  $\nu$ , est définie comme le volume des particules sur le volume total du matériau granulaire. Elle est un des principaux paramètres pour caractériser la structure du matériau granulaire. La figure 1.3 montre ce rapport dans le cas d'un milieu constitué de sphères ou de disques.

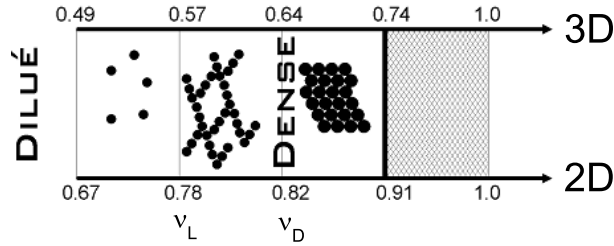


FIG. 1.3 – Structure et compacité des milieux granulaire (2D et 3D).

Pour un milieu composé des particules monodisperses (taille unique) la compacité maximale est obtenue dans l'état cristallin (structure cubique à faces centrées) correspondant à  $\nu_C = 0,74$  pour des sphères et  $\nu_C = 0,91$  pour des disques. En effet, l'état solide est atteint pour des compacités plus faibles. Partant d'une disposition aléatoire, le milieu se compacte jusqu'à une compacité maximale dite d'empilement désordonné compact correspondant à  $\nu_D = 0,64$  pour des sphères et à  $\nu_D = 0,82$  pour des disques.

Des structures denses ont des valeurs de compacité plus faibles que  $\nu_D$ . Les efforts sont transmis à travers le matériau par le réseau des contacts entre grains, dont la densité peut être mesurée par le nombre de coordination  $Z$  (nombre moyen de contacts par grain - discuté ensuite au § 1.5.2). La valeur de la compacité  $\nu_L$  (appelé d'empilement désordonné

lâche) jusqu'à laquelle le réseau s'étend dans tout l'échantillon dépend de la mécanique du contact (frottement entre les particules  $\mu$ , adhésion, résistance au roulement...). Dans le cas d'un matériau en mouvement, ce réseau est en constante réorganisation, raison pour laquelle la valeur de  $\nu$  peut dépendre du type de sollicitation (on discutera cette situation en suite au § 1.4.3). Dans des systèmes à faible compacité, en deçà de  $\nu_L$  (milieux dilués) les particules sont séparées les unes des autres la plupart du temps et donc interagissent plutôt par des collisions.

Dans la suite, on étudiera des matériaux cisailés de structure dense, c'est-à-dire de compacité  $\nu_L \leq \nu \leq \nu_D$ .

## 1.4 Comportement macroscopique

### 1.4.1 Régimes quasi-statique et inertiel

Pour les systèmes cisailés à basse vitesse et à un niveau de pression  $P \approx 100 \text{ kPa}$  (situation typique de la mécanique de sols), la réponse du matériau liée au frottement entre grains est largement supérieure à la contribution due à l'effet de l'inertie des particules composantes du milieu. Cela caractérise le *régime quasi-statique*. Dans cette situation, le comportement du système ne dépend pas de la vitesse des particules ni des contraintes principales.

À mesure que le niveau de vitesse du système s'élève par rapport au niveau de contraintes normales (comme dans une avalanche), la contribution due à l'inertie des grains devient non négligeable [58]. Cette dépendance avec la vitesse et la pression caractérise le *régime inertiel*.

#### 1.4.1.1 Nombre inertiel $I$

Des études sur des écoulements sous cisaillement homogène à travers des simulations bidimensionnelles des matériaux granulaires secs [56, 57, 58, 163, 165] et cohésifs [166, 164, 161] proposent décrire le comportement du matériau en régime inertiel et stationnaire en fonction d'un nombre adimensionnel  $I$  (appelé nombre inertiel) :

$$I = \dot{\gamma} \sqrt{\frac{m}{P}}, \quad (1.9)$$

pour le cas bidimensionnel, où  $\dot{\gamma}$  est le taux de cisaillement,  $P$  est la pression agissant sur le milieu et  $m$  est la masse des particules ( $m = \rho_s \pi d^2 / 4$ , où  $\rho_s$  est la masse spécifique du matériau des particules et  $d$  leur diamètre).

Le nombre inertiel  $I$ , qui est la racine carré du nombre de Savage [170] ou du nombre de Coulomb [6] peut être interprété comme le rapport entre deux échelles de temps : le temps caractéristique de cisaillement ( $1/\dot{\gamma}$ ) et le temps caractéristique d'inertie ( $\sqrt{m/P}$ ).

La figure 1.4 montre un diagramme qui décrit l'évolution du frottement effectif  $\mu^*$  en fonction du nombre inertiel  $I$  en cisaillement homogène. Des valeurs petites de  $I$  correspondent au régime quasi-statique. Une condition de stationnarité conduit le matériau

dans son état critique. Ce régime montre une non dépendance du frottement effectif (et d'autres paramètres) avec  $I$ .

À mesure que  $I$  augmente, l'influence de l'inertie s'ajoute au frottement des grains. Cela caractérise le comportement du système en régime inertiel. Au delà du régime inertiel, on observe le régime collisionnel, pour lequel des collisions binaires entre les particules dominent le comportement du matériau [31].

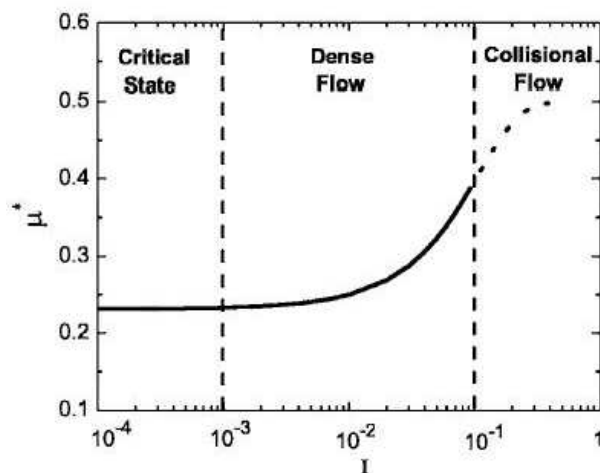


FIG. 1.4 – Diagramme des régimes d'écoulement granulaire [58].

### 1.4.2 Régimes transitoire et stationnaire

Lorsqu'un matériau est cisailé sous des sollicitations permanentes en régime quasi-statique, il tend à se réorganiser pour atteindre l'état critique. Dans cette condition, la compacité se stabilise et donc les variations volumiques. Les distributions moyennes des efforts n'évoluent plus et ainsi les contraintes au sein du matériau. Le régime de cisaillement résultant d'une stabilisation du comportement du matériau s'appelle *régime stationnaire*. L'état final du matériau ne dépend pas de son état initial au début du cisaillement, mais seulement des sollicitations permanentes.

La période d'évolution de la réponse du matériau aux sollicitations s'appelle le *régime transitoire*. La caractérisation de cette période est relative au système et aux paramètres observés. D'habitude en mécanique de sols, on relie l'évolution des contraintes et des déformations à une longueur de cisaillement (déplacement d'une paroi, par exemple). Si on étudie un écoulement rapide, comparer les paramètres en fonction d'un intervalle de temps devient plus pratique.

### 1.4.3 Le principe de dilatance et l'état critique

En 1885, Reynolds [157] a mis en évidence qu'un milieu granulaire fortement compacté ne pouvait se déformer notablement qu'en se dilatant préalablement. En effet, les grains imbriqués les uns des autres doivent se désenchêvrer. Les mouvement relatif des grains va donc induire une diminution de la compacité comme schématisé sur la figure 1.5. On peut définir un angle de dilatance  $\beta$  qui mesure la propension du milieu à se dilater sous cisaillement [169].

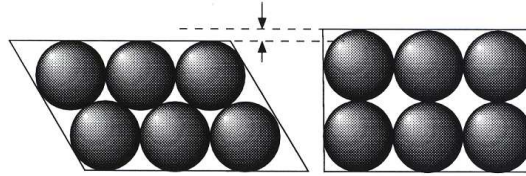


FIG. 1.5 – *Principe de dilatance de Reynolds [72].*

Pour des vitesses élevées, un effet dynamique associé aux collisions entre grains engendre une pression interne et s'ajoute aux effets géométriques qui causent la dilatation du milieu. La diminution de la compacité  $\nu$  en fonction de  $I$ , à partir de sa valeur maximale dans le régime quasi-statique, est montré sur la figure 1.6.

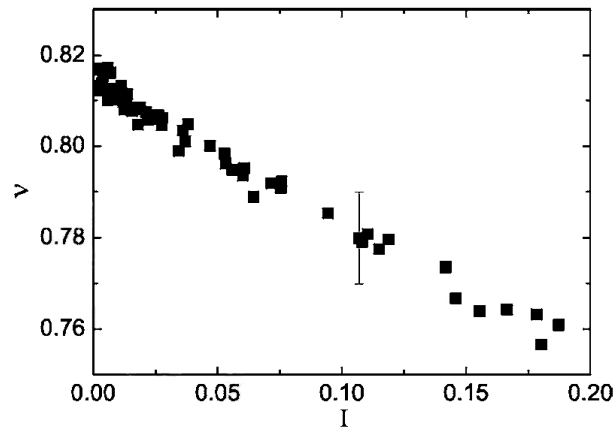


FIG. 1.6 – *Compacité  $\nu$  en fonction du nombre inertiel  $I$  [58].*

Par contre, si le matériau est organisé selon un empilement lâche, il va plutôt se contracter lorsqu'il est soumis au cisaillement. On est donc capable de concevoir un état de compacité intermédiaire, appelée compacité critique, pour laquelle il n'y a ni augmentation ni diminution de la compacité lors d'un cisaillement.

Que le matériau soit initialement lâche ou compact, il atteint la compacité critique pour un cisaillement suffisamment long.

## 1.5 Caractérisation microscopique

### 1.5.1 Réseau de contacts

Les forces dans les assemblées denses de grains sont transmises par un réseau de contacts [150, 148]. La statistique de la répartition des forces a fait l'objet de nombreux travaux de recherche [110, 129, 147, 153]. Les premières expériences permettant de visualiser ce réseau de contact, sur des assemblées bidimensionnelles de cylindres photoélastiques [93, 110, 129] avaient révélé que, dans un empilement, le moindre désordre (distribution de taille des grains en particulier) introduit une distribution très hétérogène des forces de contact ([59]).

Sous cisaillement, tant les simulations numériques [58], que les expériences [93, 127] montrent clairement des fluctuations spatiales et temporelles du réseau des contacts (figure 1.7). Ces fluctuations spatio-temporelles ont été mesurées expérimentalement ou numériquement au niveau des parois [4, 121, 133, 174, 191].

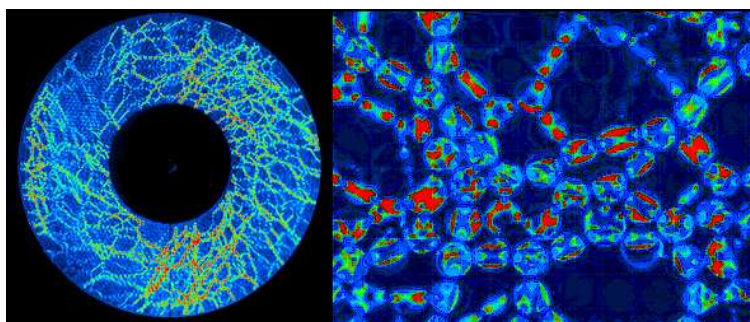


FIG. 1.7 – Mise en évidence du réseau de contact par photoélasticimétrie.

Il existe également un couplage entre le réseau de contact et les petites variations de la compacité induites par le cisaillement. On peut observer des transitions structurales qui pourraient être responsables de brusques changements des composantes du tenseur des contraintes [115] générant des fluctuations des efforts au sein du matériau.

Le rapport entre le nombre de contacts frottants et le nombre de contact roulants permet d'évaluer comment ce réseau de contact évolue avec le cisaillement. Dans les contacts frottants, les grains glissent les uns par rapport aux autres, le frottement est entièrement mobilisé. Dans les contacts roulants, le frottement n'est pas entièrement mobilisé, ne contribuant pas à la dissipation d'énergie. La mobilisation du frottement (et son anisotropie) a été étudiée dans les déformations quasistatiques [149] et sous cisaillement simple [58].

### 1.5.2 Nombre de coordination $Z$ et mobilisation du frottement $M$

Le nombre de coordination  $Z$  représente le nombre des contacts moyen par grain [47, 48]. Cette grandeur est très dépendante de la granulométrie et de la compacité du milieu. Dans les assemblages désordonnés, en régime quasi-statique,  $Z$  varie entre 3 et 4 pour les disques et entre 4 et 6 pour les sphères. Lorsque  $I$  augmente, la compacité diminue et aussi le nombre de coordination  $Z$ .

Une distinction entre les contacts "glissants" pour lesquels le frottement est entièrement mobilisé, et les autres contacts est introduite par [56, 58]. Cette distinction est un peu différente de celle proposée par [192], qui sépare les contacts "fluides" (collisionnels, contacts maintenus glissants), des contacts "solides" (contact maintenus non glissants).

On définit donc, un "nombre de coordination glissante"  $Z_g$ , égal au nombre moyen de contacts glissants par grain [179]. À l'arrêt, ce paramètre est naturellement nul, vu que il n'y a pas de mouvements qui puissent causer de glissements. Lorsque une déformation a lieu dans le régime quasi-statique, la tendance est d'une augmentation de  $Z_g$  avec  $I$ . Lorsque le système passe au régime inertiel, le nombre de contacts glissant diminue, vu que le nombre de contacts total diminue avec  $I$ . Pour prendre en compte la variation de  $Z$ , on définit la mobilisation du frottement  $M = Z_g/Z$ .

### 1.5.3 Fluctuations et corrélations du mouvement de grains

Dans une déformation quasi-statique, chaque grain est encagé par ses voisins les plus proches, et doit s'échapper de cette cage pour permettre le cisaillement du système. Ces réarrangements continus lors d'un mouvement du milieu granulaire sont responsables de fluctuations de la vitesse (autour d'une moyenne).

Dans les configurations de cisaillement confiné, les fluctuations de vitesse s'avèrent être maximales près des parois rugueuses (région de plus fort taux de cisaillement) et diminuent exponentiellement loin de ces dernières [64, 80, 117, 128, 173, 191]. Près des parois, le milieu a tendance à se structurer en couches [64, 128, 173].

Ces fluctuations ne semblent pas concerner les particules individuelles, mais ont plutôt un caractère collectif [151]. Des amas ou bien des colonnes de grains peuvent exister transitoirement, mais ils sont rapidement cassés par le cisaillement [8, 19]. Le rôle de ces mouvements collectifs semble être très important pour comprendre la déformation granulaire à fort densité. Cependant, jusqu'ici il n'existe que peu d'études des corrélations spatio-temporelles de ces mouvements collectifs [64, 142, 162].



## Chapitre 2

# Interface entre un matériau granulaire et une structure

### 2.1 Introduction

Il existe différentes situations où un matériau granulaire se trouve en contact d'une paroi rigide (figure 2.1) telles que : les écoulements granulaires (plan incliné, conduite), les interfaces sol-structure, les failles géologiques... On a d'un côté un matériau rigide, caractérisé par sa surface et d'autre part le matériau granulaire, susceptible de comportements variés selon les sollicitations (fluide ou solide). Si le comportement du milieu granulaire en volume peut être considéré comme connu (voir chapitre 1), le comportement de la zone d'interface, couche d'épaisseur variable selon la géométrie et la rugosité des parois, est beaucoup moins bien connu.

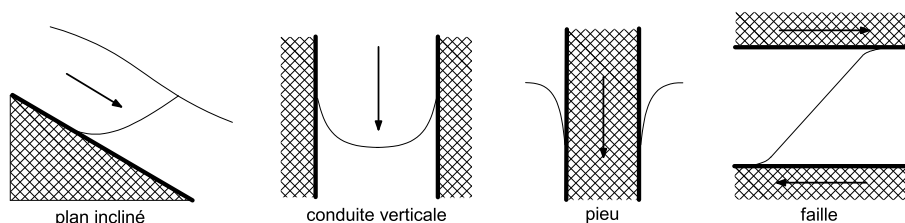


FIG. 2.1 – *Situations d'interface entre un solide et un milieu granulaire.*

Ce chapitre commence en présentant des conditions aux bords applicables aux milieux granulaires. Nous discutons sur le phénomène de la localisation des déformations et après nous présentons une description schématique de l'interface granulaire-structure. Plus spécifiquement, nous analysons l'influence du rapport entre les rugosités des parois et la taille des particules sur les comportements en contraintes et volumique lors de sollicitations de cisaillement. Ensuite, nous faisons une revue de quelques appareils utilisés dans l'étude du comportement d'interface, et nous définissons quelques paramètres utiles

dans sa caractérisation. À la fin, nous étudions la distribution des contraintes dans la géométrie annulaire, adopté dans les études présentées dans les chapitres suivants.

## 2.2 Loi d'interface et conditions aux limites

Soit un milieu continu  $\Omega^*$ , de surface  $\partial\Omega^* = \partial\Omega_1^* + \partial\Omega_2^*$  soumis à une certaine distribution de contraintes  $\underline{\underline{\sigma}}$ . Étant défini un vecteur  $\underline{n}$  normal à la surface  $\partial\Omega^*$ , on associe un vecteur contrainte  $\underline{\underline{\Sigma}}$  et un vecteur déplacements ( $\underline{u}$ ) ou vitesses  $\underline{v}$  à chaque point de  $\partial\Omega^*$  (voir figure 2.2).

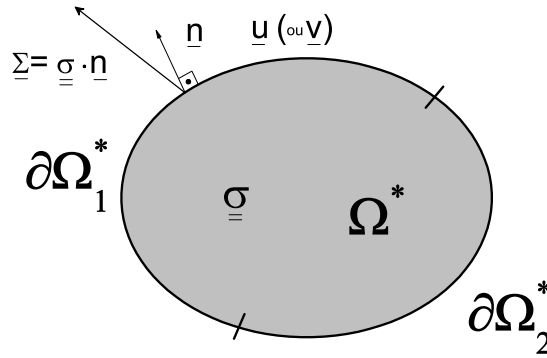


FIG. 2.2 – Conditions au bord à l'interface en contrainte et en déplacements (ou vitesses).

La division de la surface  $\partial\Omega^*$  en  $\partial\Omega_1^*$  et  $\partial\Omega_2^*$  correspond à une division entre les conditions aux limites appliquées par les parois dans les essais. On appelle désormais *paroi cisailante* une paroi qui applique un déplacement tangentiel relatif à l'interface (elle peut ou non appliquer des contraintes de confinement contrôlées, mais transmet un vecteur contrainte normal). On appelle *parois confinantes* celles qui n'ont pas de mouvements tangentiels et peuvent avoir des mouvements normaux, selon le type de condition de confinement utilisé.

Dans le cas des écoulements à surface libre (plan incliné, cylindre tournant...) les contraintes normales sont résultat des forces de volume au sein du milieu, comme le poids propre, et non uniquement de provenance des forces appliqués par les parois.

Une loi d'interface relie le vecteur contrainte  $\underline{\underline{\Sigma}}$  au vecteur de déplacements  $\underline{u}$  (ou de vitesse  $\underline{v}$ ) sur  $\partial\Omega^*$ . Selon les caractéristiques de la paroi, du matériau et des sollicitations, la loi d'interface sera fonction de l'histoire des contraintes et des déplacements.

On peut avoir, par exemple, un glissement sur  $\partial\Omega^*$ , ce qui conduit à une discontinuité des déplacements  $[\underline{u}] \neq 0$ . Une surface libre conduirait à  $\underline{\underline{\Sigma}} = 0$ . On discute d'autres conditions au bord dans le paragraphe suivant.

### 2.2.1 Conditions aux limites utilisées

On présente dans cette section les principales conditions aux limites utilisées dans les expériences.

Pour caractériser un comportement d'interface, on repère les contraintes et les déplacements selon les directions normale  $r$  et tangentielle  $\theta$  et  $z$  aux interfaces, orientées par les vecteurs unitaires respectifs  $-\underline{e}_r$ ,  $-\underline{e}_\theta$  et  $-\underline{e}_z$  pour l'interface interne-cisaillante, et  $\underline{e}_r$ ,  $\underline{e}_\theta$  et  $\underline{e}_z$  pour l'interface externe-confinante. Par simplicité, on considère un exemple où le confinement est appliqué par une seule paroi confinante (paroi externe), repérée par sa coordonnée normale  $r = R_{ext}$ , et le cisaillement par une seule paroi cisaillante (paroi interne), repérée par sa coordonnée normale  $r = R_{int}$  (figures 2.3 et 2.4).

#### 2.2.1.1 Conditions aux limites tangentielles

Sur la paroi confinante (désormais désignée par simplicité par sa coordonnée  $R_{ext}$ ), on considère une interdiction totale des déplacements tangentiels ( $u_\theta(R_{ext}) = 0$  et  $u_z(R_{ext}) = 0$ ). Sur la paroi cisaillante (désormais désignée par simplicité par sa coordonnée  $R_{int}$ ), on peut soit imposer les déplacements tangentiels  $D$  et mesurer la contrainte de cisaillement  $S$  (moyenne sur l'interface  $R_{int}$ ), soit imposer les contraintes  $S$  et mesurer les déplacements  $D$  (figure 2.3).

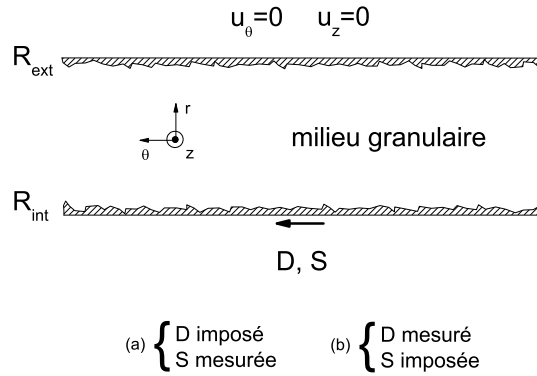


FIG. 2.3 – Principales conditions aux limites dans la direction tangentielle aux interfaces.

#### 2.2.1.2 Conditions aux limites normales

La contrainte normale (de confinement)  $P = \sigma_{rr}(R_{ext})$  et le déplacement normal  $U = u_r(R_{ext})$  sont associés à la paroi externe. Sur la paroi interne  $R_{int}$ , les déplacements normaux sont totalement empêchés ( $u_r(R_{int}) = 0$ ). En conséquence, la contrainte normale  $N = \sigma_{rr}(R_{int})$  n'est pas imposée (même si elle dépend bien sûr de  $P$ ), mais juste mesurée.

On définit  $K = dP/dU$  (rapport entre les variations de la contrainte de confinement  $P$  et du déplacement normal  $U$ ). D'après [79] (voir schéma sur la figure 2.4), on peut avoir 3 situations principales comme conditions aux limites normales :

(a)  $K = 0$  -  $P$  est imposée et pour cela on laisse le déplacement normal  $U$  libre sur  $R_{ext}$ .

(b)  $K = \infty$  - On restreint totalement les déplacements normaux  $U$  ( $dU = 0$ ), de manière que la pression de confinement  $P$  reste libre.

(c)  $K = \text{constant}$  - les variations de la pression de confinement et de déplacements doivent être proportionnelles  $dP \propto dU$ .

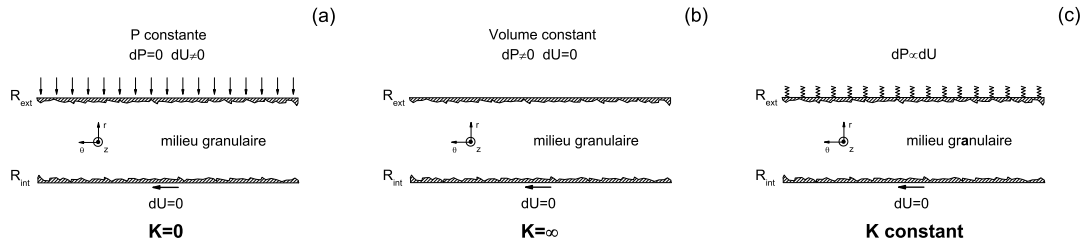


FIG. 2.4 – Principales conditions aux limites dans la direction normale à l'interface.

## 2.3 Interface granulaire

### 2.3.1 Localisation de la déformation

Selon le niveau des déplacements imposées au matériau granulaire, on peut distinguer des comportements différents. [21] décrit le comportement d'interface par deux aspects successifs : diffus au sein du matériau cisailé, et localisé ensuite.

Si on suppose que le matériau granulaire est à l'équilibre, pour des déplacements de cisaillement à la paroi de petite amplitude (figure 2.5a), la réponse en contrainte et en déformation est élastique, donc réversible. Dans ce cas, par définition, on observe une continuité des déplacements entre la structure, représentée par le solide continu, et le milieu granulaire. [50] observe dans ces expériences une réponse élastique pour des déplacements inférieurs à  $150 \mu m$ .

À mesure que la limite élastique est dépassée, des déformations plastiques et donc, non réversibles, interviennent (figure 2.5b). L'évolution d'un ensemble de propriétés du milieu granulaire (densité, texture, taille, forme des particules...) est liée au niveau de déformations non réversibles locales, qui favorisent une restructuration continue du milieu.

On observe souvent, à mesure que des déformations non réversibles se développent, la concentration des déplacements tangentiels sur une région relativement étroite. Cette

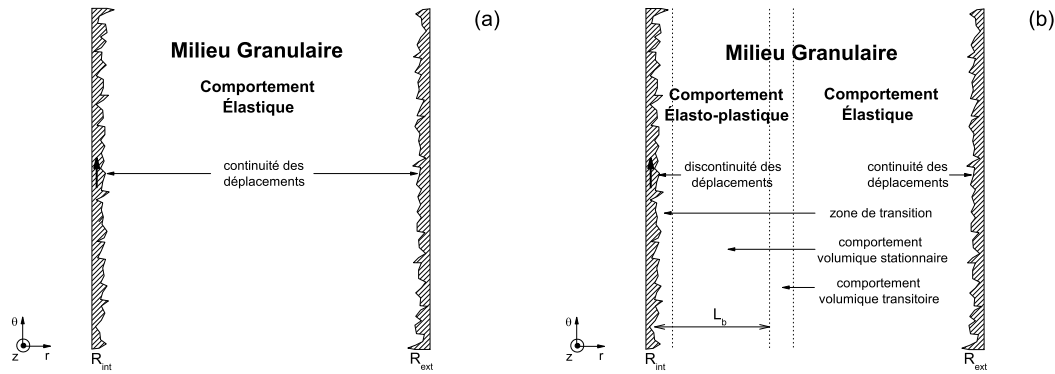


FIG. 2.5 – *Interaction granulaire-structure. (a) Phase élastique, (b) phase élastoplastique.*

région est le lieu de gradients de déplacement élevés et de grandes rotations des grains [190]. C'est pour cela que les caractéristiques physiques et mécaniques de l'interface peuvent être différentes de celles du reste du matériau, selon l'histoire des sollicitations [91].

La localisation peut donc être due à une instabilité auto-induite, capable de réduire la résistance locale d'une couche du matériau favorisant des gradients de déformation et rotation de particules élevés qui produisent une discontinuité macroscopique des déplacements. Un exemple classique de cette situation intervient lors d'essais de cisaillement triaxial [14, 122, 195] de matériaux granulaires denses. Le mécanisme de rupture passe par une première phase en volume, où tout le matériau évolue selon les sollicitations pour ensuite, dans un deuxième temps, se produire sur un plan apparent de discontinuité des déplacements tangentiels dans le matériau.

L'autre situation qui favorise, dans les milieux granulaires, la localisation du cisaillement est l'hétérogénéité des contraintes. Un gradient dans la distribution du frottement effectif  $\mu^*$  (§ 1.3.2) peut produire une forte concentration des déplacements dans les régions de  $\mu^*$  plus intense. La déformation en forme de bande dans des expériences de cisaillement confinés annulaire [17, 40, 112, 128] (figure 2.6c), et conduite verticale [64, 144, 146] (figure 2.6a) montrent le phénomène. Dans des situations non confinées telles que des écoulements à la surface d'un tas [7, 100, 103] (figure 2.6e), en tambour tournant [18, 154] (figure 2.6f) on distingue une zone statique d'une zone d'écoulement localisé. Le cisaillement plan avec gravité [56, 58] ne présente pas de localisation car  $\mu^* = cte$ .

Le déclenchement de la localisation, dans ce cas, n'est pas obligatoirement une instabilité, mais plutôt une caractéristique rhéologique du milieu en fonction de sa nature discontinue intrinsèque et de son interaction avec les parois.

Le caractère discret des milieux granulaires favorise certains comportements tels que :

- la rotation des particules ;

- l'organisation en couches dans la zone de localisation (notamment à proximité des parois) ;
- l'évolution du réseau de contacts ;
- la discontinuité du mouvement, qui produit des fluctuations spatio-temporelles du champ de déplacement...

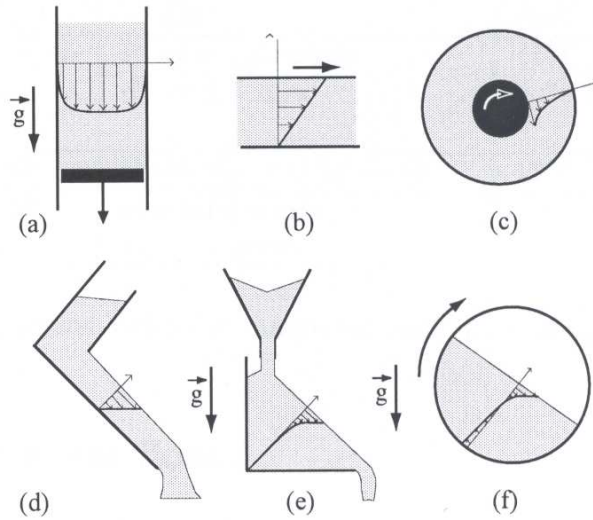


FIG. 2.6 – Six géométries d'écoulement : (a) la conduite verticale, (b) le cisaillement plan, (c) le cisaillement annulaire, (d) le plan incliné, (e) le socle meuble, (f) le tambour tournant. Figure extraite de [80].

### 2.3.2 Définition de l'interface granulaire-structure

Nous limitons notre étude à l'interface granulaire-structure dans des géométries confinées. La transmission des efforts (de la structure vers le milieu granulaire ou l'inverse) est faite à l'interface entre les deux milieux. Les définitions de l'interface restent très générales pour plusieurs auteurs.

Par exemple, selon [21], l'interface est constituée principalement par une partie du matériau au contact avec la structure, qui forme une zone mince de matériau perturbé [29, 61, 68, 99]. [23] délimite l'interface entre la surface externe de l'inclusion et une surface fictive à l'intérieur du milieu granulaire qui peut être déterminée expérimentalement. Pour [67], l'interface représente une discontinuité entre deux matériaux aux propriétés différentes.

Tous ces aspects de l'interface sont compris dans le schéma simplifié de la figure 2.5. Pour la discussion de la suite, on considère un milieu granulaire composé de particules frottantes élastiques en contact avec un milieu continu rigide. On néglige d'éventuels

effets visqueux.

### 2.3.3 Couche d'interface

La localisation du cisaillement à proximité de la paroi cisailante prend la forme d'une couche, appelé couche (ou bande) d'interface (ou de cisaillement). Le comportement de cette région ne peut pas être isolé avant la localisation car la couche d'interface n'est pas encore individualisée [49].

En considérant l'évolution du matériau et l'hétérogénéité des déformations, on est capable de définir 4 régions dans le schéma présenté sur la figure 2.5b.

**Zone de transition** L'interface granulaire-structure est le résultat de la discontinuité des propriétés mécaniques au niveau du contact entre les deux milieux [85]. La continuité du matériau de la paroi en regard du caractère discret des milieux granulaires est la principale raison de l'existence d'une zone de transition entre la paroi et le matériau granulaire "en volume". Dans cette région mince (de quelques particules seulement), le matériau présente un comportement dépendant à la fois de ses propres caractéristiques et des caractéristiques de la paroi, comme la rugosité. C'est dans la zone de transition que le mouvement des particules converge vers les valeurs correspondant au comportement volumique du milieu granulaire.

**Zone de comportement volumique stationnaire** L'évolution d'une série des propriétés du milieu granulaire (densité, texture, taille et forme des particules...) est liée au niveau de déformations non réversibles locales. Des régions peu cisailées présentent des caractéristiques plus corrélées avec leur état initial. À mesure que les déformations de cisaillement s'accumulent, le matériau tend à s'organiser dans une configuration stationnaire (si on considère que la forme et la taille des particules atteint aussi une stabilisation) et indépendante de l'état initial (état critique [172, 195]). L'épaisseur de la bande de cisaillement  $L_b$  doit être associée au niveau de déformation appliqué par la paroi, à la densité du milieu [181], à la taille des particules et à la rugosité de la surface de contact [189].

**Zone de comportement volumique transitoire** À la frontière entre la bande de cisaillement et le matériau dans son état initial sous contraintes, on trouve une zone intermédiaire où les propriétés du matériau sont encore en train d'évoluer. La délimitation de cette zone dépend d'une part du critère de stationnarité considéré pour définir l'état du comportement du matériau et d'autre part de la limite élastique du matériau.

**Zone de comportement volumique réduit** La région moins cisailée, plus éloignée de la paroi cisailante garde une structure plus proche de l'état initial. Malgré le faible niveau de déformation moyenne, cette région peut être affectée par des fluctuations de mouvement et présenter une certaine évolution (qui va dépendre de la distance par rapport à la paroi).

## 2.4 Frottement à la paroi et comportement volumique

### 2.4.1 Effet de la rugosité de la paroi

La rugosité d'une surface en contact avec un matériau granulaire a une grande influence sur le comportement d'interface. Les définitions de la rugosité sont qualitatives dans la plupart des études, se limitant à classifier la surface en "lisse" ou "rugueuse". [199] définit la rugosité  $R_{max}$  comme étant la différence de hauteur entre le plus haut pic et le creux le plus profond mesuré sur une longueur de  $L = 2,5 \text{ mm}$  (figure 2.7). Plus tard, [187] et [101] observent que pour des surfaces ondulées une longueur de mesure trop grande conduit à des valeurs incohérentes de rugosité. En prenant en compte la taille des grains, la longueur de mesure est donc définie comme étant le diamètre moyen des particules ( $L = D_{50}$ ).

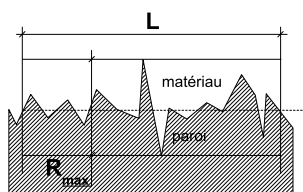


FIG. 2.7 – Définition de la rugosité selon [199].

L'augmentation du coefficient de frottement de l'interface lorsque la rugosité augmente est vérifiée depuis les premières études [2, 27, 141, 199].

[186] montre (figure 2.8) une dépendance linéaire du coefficient de frottement d'interface avec la rugosité  $R_{max}$  d'une surface en acier. Il observe aussi une valeur critique de  $R_{max}$  pour laquelle la rugosité n'a plus d'influence sur le coefficient de frottement d'interface.

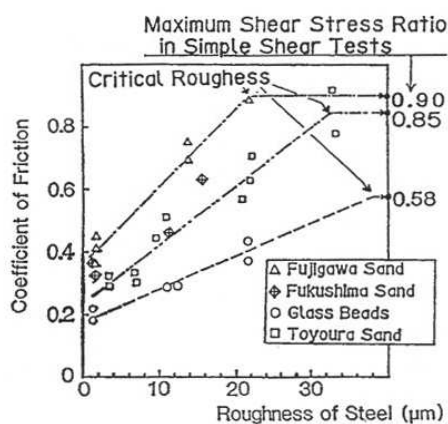


FIG. 2.8 – Dépendance du coefficient de frottement d'interface avec la rugosité [186].

### 2.4.2 Effet de la taille des particules et de la rugosité normalisée $R_n$

Sur la figure 2.9, [187] montre que sur une même surface, selon la taille des grains, l'effet des aspérités de la paroi sur le coefficient de frottement d'interface peut être très différent. Pour quantifier cet effet, il propose une rugosité normalisée  $R_n = R_{max}/D_{50}$  (où  $R_{max}$  est déterminée sur une longueur  $L = D_{50}$ ).

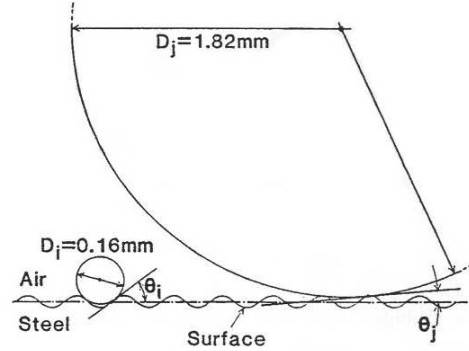


FIG. 2.9 – Influence de la taille des grains sur l'angle d'interface [187].

[189] propose une classification pour la rugosité d'une interface entre une structure rigide et un sol granulaire (tableau 2.1).

| interface | lisse         | rugueux                    | très rugueux |
|-----------|---------------|----------------------------|--------------|
| Rugosité  | $R \approx 0$ | $D_{50}/10 < R < D_{50}/2$ | $D_{50} < R$ |

TAB. 2.1 – Classification de la rugosité d'une interface d'après [189].

### 2.4.3 Rapport entre l'angle de frottement d'interface $\delta^*$ et l'angle de frottement interne $\phi$

Selon plusieurs auteurs, l'angle de frottement de l'interface  $\delta^*$  (tel que le coefficient de frottement d'interface  $\mu^{*p} = \tan \delta^*$ ) semble limité par l'angle de frottement interne  $\phi$  du matériau cisailé. D'après [186], si la rugosité normalisée  $R_n$  est inférieure à la valeur critique (figure 2.8), un glissement a lieu au niveau de l'interface. Au contraire, si la rugosité critique est atteinte ou dépassée, la rupture a lieu dans la masse du matériau. À partir d'expériences avec des billes de verre, [136] confirme la notion de rugosité critique et met en évidence, en effet, l'existence de trois zones (figure 2.10).

Dans la première zone ( $R_n < 0,01$ ), on n'observe pas d'influence de  $R_n$  sur la valeur de l'angle de frottement de l'interface  $\delta^*$ . La paroi est définie comme lisse par rapport aux grains. Dans la deuxième zone ( $0,01 \leq R_n \leq 0,5$ ), on vérifie une croissance à peu près linéaire de l'angle de frottement de l'interface  $\delta^*$  avec la rugosité normalisée  $R_n$  (zone de

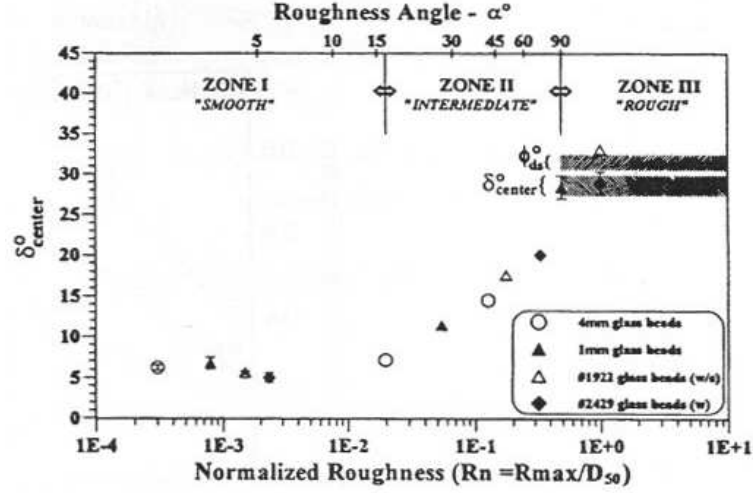


FIG. 2.10 – Dépendance de l'angle de frottement à la paroi  $\delta^*$  avec la rugosité normalisée  $R_n$  [136].

rugosité intermédiaire par rapport aux grains). La troisième zone ( $R_n > 0,5$ ) correspond à des rugosités qui dépassent la rugosité critique et donc, se classifie comme rugueuse par rapport aux grains.

#### 2.4.4 Effet de la rugosité sur les variations volumiques

Lorsque le matériau granulaire est cisailé, l'interface peut se dilater ou se compacter ([108, 171, 193]).

Plusieurs facteurs influent sur le comportement volumique de la zone d'interface pendant le cisaillement. Les plus évidents sont la densité initiale du matériau et la rugosité (normalisée) de l'interface.

En ce qui concerne la densité, on observe (comme pour les essais habituels de cisaillement) des comportements contractants pour des matériaux lâches et dilatants pour des matériaux plus compacts. Cet effet se couple avec la transmission des efforts, dépendant de la rugosité normalisée. Plus la rugosité est grande, plus le comportement de l'interface se rapproche du comportement en volume du matériau en cisaillement.

[186] met en évidence cette dépendance des variations volumiques avec le coefficient de frottement à la paroi. La figure 2.11 montre le résultat de plusieurs essais de cisaillement avec différentes rugosités d'interface pour un même sable dense (indice de densité  $I_d = 90\%$ , qui correspond à  $\nu \approx 0,6$ ). Pour les rugosités  $R_{max} \leq 9,8 \mu m$  on observe des comportements contractants dans tous les cas, malgré la densité élevée du sable utilisé. C'est seulement pour la rugosité  $R_{max} = 22 \mu m$  que le comportement volumique dilatant et le pic en contrainte (caractéristiques de ce type de sable en cisaillement) se manifestent.

Une interface lisse tend à provoquer moins de variations volumiques. Un matériau

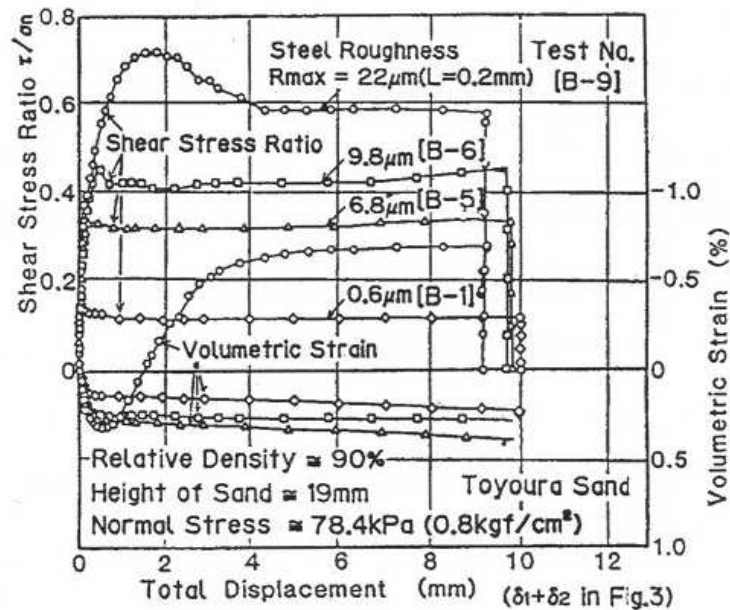


FIG. 2.11 – Influence de la rugosité sur le comportement volumique [186].

lâche se compacte plus rapidement s'il est cisailé avec une interface plus rugueuse. De la même façon, le caractère dilatant d'un matériau plus compact est plus net s'il est cisailé avec une paroi rugueuse.

## 2.5 Étude expérimentale du comportement d'interface

Selon [189], il est possible de grouper tous les essais de cisaillement en deux grandes familles : les essais de cisaillement direct, où l'on impose au matériau de glisser par rapport à une interface (et les variations volumiques sont limitées à cette interface) et les essais de cisaillement simple, où le matériau peut aussi se déformer en volume.

### 2.5.1 Identification des composantes du déplacement

À cause des hétérogénéités des caractéristiques entre le milieu granulaire et la paroi (discutées précédemment au § 2.3), on peut observer un glissement de la surface solide en contact avec le matériau granulaire au moment de l'application des déplacements. Cela revient à dire que la vitesse tangentielle (et évidemment les déplacements) des grains au voisinage de la paroi valent  $V_{\theta}^+ \leq V_{\theta}$ . Selon le type d'appareil de cisaillement d'interface, le déplacement à la paroi mesuré (dans le cas des expériences à force imposée) ou imposé présente deux composantes : une due au glissement de contact (dans la zone de transition) et une autre due à la déformation propre du milieu granulaire (dans les zones

de comportement volumique). La figure 2.12 montre pour un appareil de cisaillement simple plan la décomposition du déplacement total mesuré  $\delta = \delta_1 + \delta_2$ ,  $\delta_1$  étant la composante volumique et  $\delta_2$  la composante de contact.

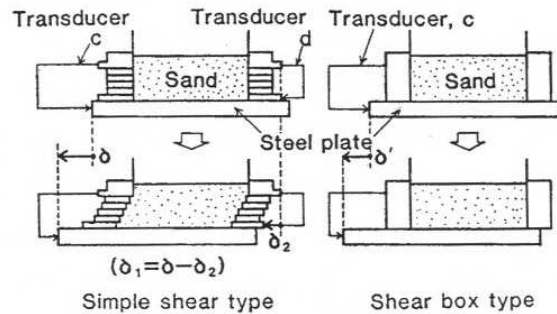


FIG. 2.12 – Mesure de déplacements caractéristiques [186, 187].

## 2.5.2 Quelques appareils d'étude de l'interface

De nombreux auteurs ont étudié en laboratoire le comportement expérimental des interfaces granulaire-structure. Leur principal intérêt était des applications en mécanique des sols, compte tenu des applications directes du comportement d'interface dans l'étude des fondations. On va décrire seulement quelques dispositifs, en renvoyant le lecteur désirant plus de détails aux revues bibliographiques de [21, 61, 71, 85, 91, 108, 109, 101, 189, 136, 200].

### 2.5.2.1 Appareil de cisaillement direct plan

Cet appareil (figure 2.13) dérive de la boîte de cisaillement direct classique. Les premières études avaient comme objectif de mieux comprendre le comportement d'interface entre les matériaux de construction (acier, béton, bois...) et le sol. Pour cela, le matériau doit être placé dans une des demi-boîtes ([2, 20, 102, 134, 141]). Cet équipement de laboratoire a été l'objet de plusieurs modifications, afin de réduire ses principaux défauts ([5, 21, 66, 91, 185, 193]).

Les principaux avantages de la boîte de cisaillement direct sont sa simplicité et son adaptabilité à partir d'une boîte classique. Les problèmes sont les mêmes que ceux de la boîte classique, à savoir : la possibilité de perte de matériau durant l'essai, la non-homogénéité des contraintes à l'interface, la surface de contact non constante et le frottement parasite entre les deux demi-boîtes. Ce dispositif ne rend pas possible des essais à volume constant. La distinction des composantes des déplacements du aux glissements et aux déformations de cisaillement est difficile.

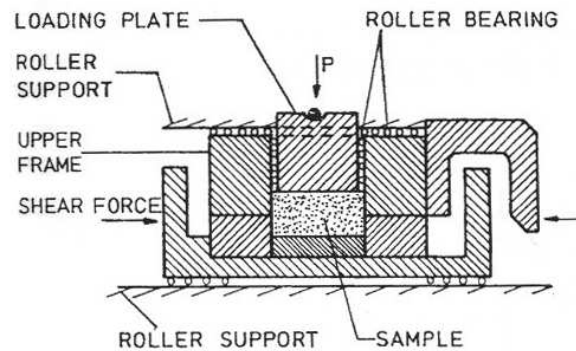


FIG. 2.13 – Boîte de cisaillement direct modifié [194].

### 2.5.2.2 Appareil de cisaillement annulaire direct

L'appareil de cisaillement annulaire direct peut être adapté à l'étude des interfaces comme la boîte de cisaillement direct ([15, 26]). Cet appareil permet des essais à très grands déplacements sans effets de bord (figure 2.14).

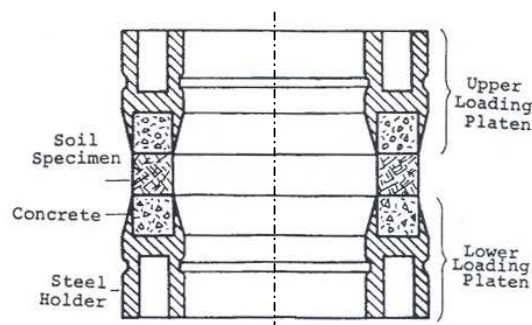


FIG. 2.14 – Appareil de cisaillement annulaire direct [94].

L'identification indépendante des composantes du déplacement n'est pas possible en principe. La géométrie annulaire induit un gradient des déplacements dans la direction radiale. Selon la rugosité des parois, on peut avoir un cisaillement simple.

[199, 198] utilisent une version améliorée dans laquelle des essais à contrainte constante et à volume constant sont possibles de même que la visualisation du matériau avec des rayons X. [22] présente un appareil permettant des essais à rigidité normale imposée sous de très fortes contraintes (jusqu'à 15 MPa).

### 2.5.2.3 Appareil d'arrachement à symétrie de révolution

Cet appareil est basé sur une modification d'une cellule triaxiale afin de permettre l'introduction d'une tige et donc de rendre possible une meilleure compréhension du comportement d'interface sol-pieux ([53]). [27] utilisent des tiges en différents matériaux (acier, béton lisse et rugueux) et déterminent des coefficients de frottement statique et dynamique (schéma de l'appareil sur la figure 2.15).

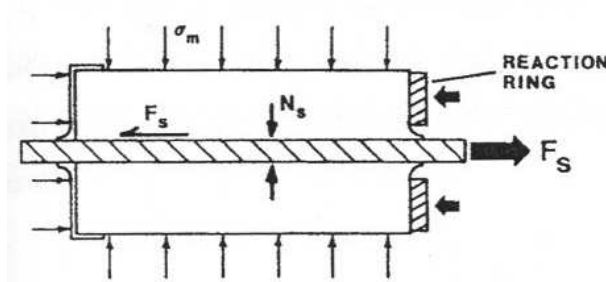


FIG. 2.15 – Appareil de cisaillement à symétrie de révolution ([27]).

Une version modifiée du système proposé par [1] rend possible le contrôle de la pression agissant sur l'interface. La tige, munie d'une cellule pressiométrique liée à un contrôleur pression-volume est attachée à un dispositif d'arrachement et à des capteurs de déplacement.

Un désavantage est la concentration des contraintes à l'extrémité du chargement et le fait que l'on ne puisse pas identifier indépendamment les composantes du déplacement.

### 2.5.2.4 Appareil de cisaillement simple plan

La première cellule de cisaillement simple, connu sous le nom de NGI utilise des échantillons cylindriques entourés d'une membrane en caoutchouc renforcée par des anneaux métalliques, comme sur la figure 2.16a ([16]). L'appareil de Cambridge (figure 2.16b) emploie des échantillons parallélépipédiques entourés par des parois métalliques rigides articulées ([167]).

En modifiant l'appareil NGI et en utilisant une embase inférieure en béton, [81] met en évidence le comportement d'interface sol-béton. À partir d'un modèle dérivé du modèle de Cambridge, [101, 186, 187, 188] arrivent à une configuration qui permet de distinguer les composantes du déplacement dues au glissement et au cisaillement (figure 2.12).

L'essai occasionne des concentrations de contrainte aux extrémités de l'échantillon. Les comportements mesurés peuvent varier selon la disposition de la surface de contact (au-dessus ou en-dessous du sol).

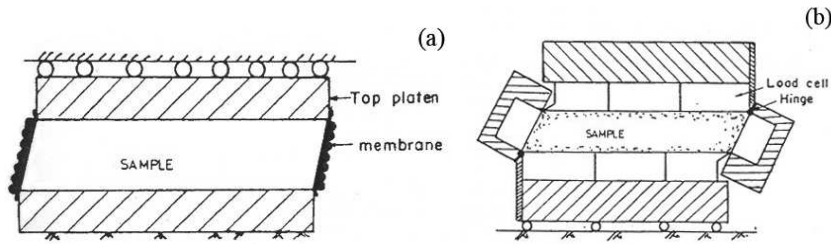


FIG. 2.16 – Appareils de cisaillement simple plan. (a) type NGI et (b) type Cambridge.

### 2.5.2.5 Appareil de cisaillement double

[136] utilise un appareil (figure 2.17) composé d'un coffrage extérieur, d'une boîte de cisaillement et d'une inclusion instrumentée des deux côtés. La charge est appliquée à la boîte par deux coussins (en haut et en bas, à l'intérieur du coffrage). La boîte de cisaillement est composée d'un certain nombre de cadres d'aluminium recouverts d'une couche de téflon. La cellule peut fonctionner comme une boîte de cisaillement simple ou comme une boîte de cisaillement direct en bloquant les cadres avec des tiges. Le système permet des essais à contrainte normale constante et à volume constant.

La mesure des contraintes le long de l'interface requiert une instrumentation spéciale. Il existe des zones de contrainte non uniforme aux extrémités de l'inclusion.

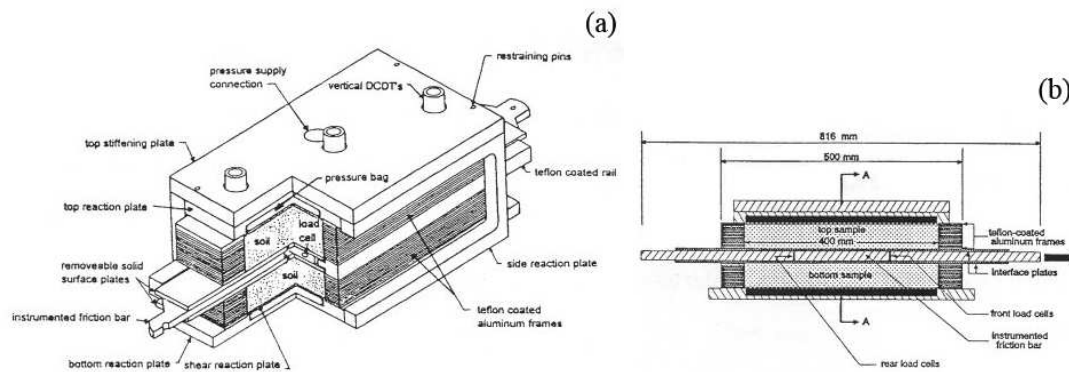


FIG. 2.17 – Appareil de cisaillement double [136].

### 2.5.2.6 Appareil de cisaillement tridimensionnel

L'appareil présenté par [78] est composé par une boîte de cisaillement simple (figure 2.18) qui permet l'application simultanée de l'effort normal ( $z$ ) et des contraintes de cisaillement dans deux plans ( $zx$  and  $zy$ ). Les déplacements de glissement sont distingués des déformations de cisaillement du matériau. Des conditions d'effort normal constant ou

de rigidité normale imposée sont possibles. L'appareil présente les désavantages courants des essais de cisaillement simple.

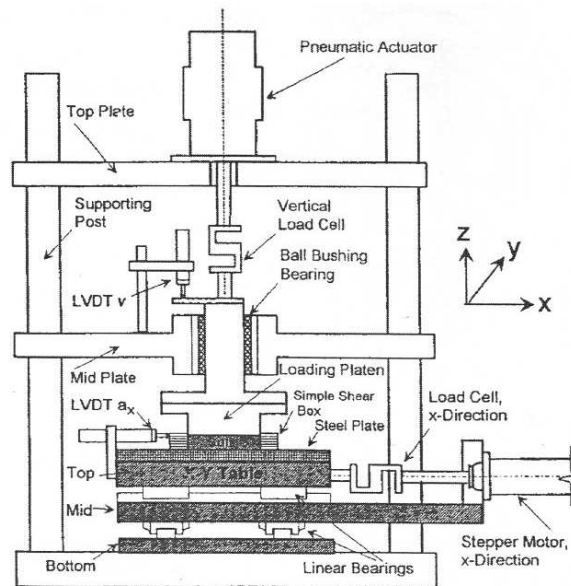


FIG. 2.18 – Appareil de cisaillement tridimensionnel.

### 2.5.2.7 Appareil de cisaillement simple annulaire

[189] décrit les aspects théoriques et le principe de fonctionnement d'un appareil de cisaillement simple annulaire (ACSA). [108] propose une version constituée d'un cylindre tournant métallique en contact avec un échantillon de sol soumis à des contraintes radiale et verticale (figure 2.19). Le système permet le contrôle de la pression et du volume de l'échantillon pendant les essais. Une fenêtre sur l'embase inférieure permet la visualisation de l'échantillon durant les essais et donc rend possible la distinction des déplacements dus au glissement et à la déformation du sol. On n'a pas de limitation de longueur pour les déplacement tangentiels. Les conditions aux limites en déplacement sont homogènes sur toute l'interface. Par contre, la montage et la réalisation des essais sont complexes. Le dispositif et l'échantillon sont de grandes dimensions. Les contraintes normales à l'interface ne sont pas mesurées (dans les conditions du présent travail).

Les essais de [108] visaient des applications dans le domaine du renforcement des sols par des inclusions. [61] a analysé le comportement des pieux par une étude expérimentale sur les interfaces en comparant les résultats obtenus à l'ACSA avec d'autres appareils. [36, 40, 39] traite du comportement mécanique des failles lors de séismes en pratiquant un cisaillement sur une longue distance. Il étudie des phénomènes d'arrêt et de reprise du cisaillement, de dégradation du matériau à proximité du cylindre intérieur et étudie le mouvement du matériau à l'aide d'une méthode de corrélations d'image (discutée dans le

chapitre 4 et dans l'annexe F). L'influence de l'eau et de l'anisotropie de la contrainte de confinement sur le comportement d'interface sont étudiées par [71] avec des applications dans le chargement de pieux et le glissement des fondations superficielles. [12] présente un étude numérique et expérimentale sur l'interface sol-béton en vue de l'application aux parois moulées avec le développement d'un cylindre interne en béton pour l'ACSA.

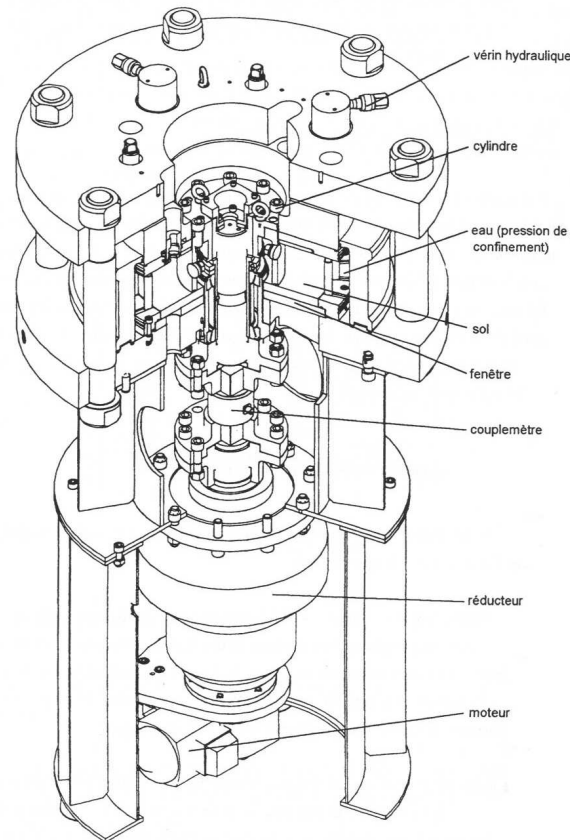


FIG. 2.19 – Appareil de cisaillement simple annulaire (ACSA) ([108])

De plus amples détails seront présentés dans le chapitre 4 où on discutera les résultats des essais réalisés avec cet appareil dans cette thèse.

## 2.6 Système étudié : géométrie de cisaillement simple annulaire

Chaque géométrie présente ses avantages et ses difficultés intrinsèques, comme on peut le remarquer à partir des exemples présentés au § 2.5.2.

La géométrie annulaire est la plus adaptée à notre étude, compte tenu de quatre

atouts majeurs, à savoir :

(a) la non-limitation de la longueur pour les déplacements tangentiels, permettant l'étude des comportements transitoire et stationnaires ;

(b) l'homogénéité des conditions aux limites en déplacement sur toute l'interface, ce qui rend cohérente l'étude des interactions géométriques de la paroi avec les grains ;

(c) la possibilité des multiples modes de sollicitation en fonction du contrôle du déplacement (ou de la force) sur la paroi, permettant des études de différents régimes de vitesse (quasi-statique / inertiel) et sous différentes conditions de chargement (monotonique ou cyclique) ;

(d) la possibilité du contrôle de l'hétérogénéité du champ de contraintes : la géométrie annulaire tend vers la géométrie de cisaillement plan (voir cette évolution de la distribution de contrainte au § 2.6.1.3).

De manière à pouvoir étudier le comportement volumique on utilise une condition de pression imposée à la paroi extérieure (condition "K=0" au § 2.2.1). Ce schéma de cisaillement simple annulaire a été utilisé par [38, 108] pour étudier diverses situations du comportement de l'interface sol-structure à l'aide de l'ACSA (§ 2.5.2.7). Cette configuration diffère de la plupart des expériences et des simulations numériques où la pression de confinement n'est pas imposée [92, 113, 112].

### 2.6.1 Distribution des contraintes en régime stationnaire

La distribution des contraintes dans le matériau dans une géométrie annulaire (cas d'étude du présent travail) peut être déduite (pour le cas 3D et le cas 2D sans les effet des parois horizontales) de l'équation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\rho \left( \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + \underline{v} \cdot \underline{\text{grad}} \underline{v} \right) = \rho \underline{F} + \underline{\text{div}} \underline{\sigma}, \quad (2.1)$$

où  $\rho = \rho_s \nu$  est la densité apparente du milieu (fonction de la densité du matériau constituant les particules  $\rho_s$  et de la compacité  $\nu$ ),  $\underline{v}$  est la vitesse moyenne des particules,  $\underline{F}$  la résultante des forces en volume et  $\underline{\sigma}$  le tenseur des contraintes. On choisit alors le repère des coordonnées de telle façon que l'axe porté par  $\underline{e}_\theta$  soit dans la direction du mouvement. Il est donc possible de donner la distribution des contraintes dans le matériau pour la géométrie annulaire en 2 et 3 dimensions (figure 2.20).

#### 2.6.1.1 Cisaillement annulaire tridimensionnel

L'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrit en coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$  :

$$\rho \left( \frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) = \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r}, \quad (2.2)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right) = \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial z} + 2 \frac{\sigma_{r\theta}}{r}, \quad (2.3)$$

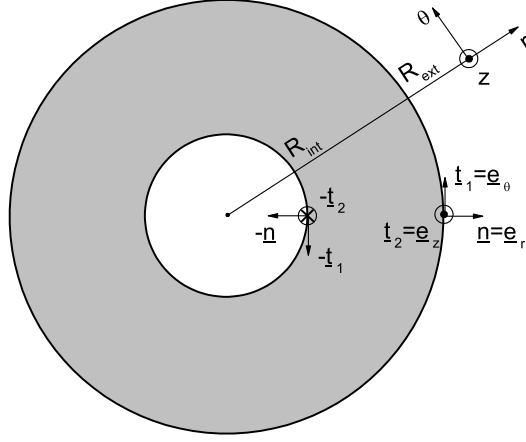


FIG. 2.20 – Géométrie de cisaillement annulaire (vue supérieure). Vecteurs normal  $\underline{n}$  et tangentiels  $\underline{t}_1$  et  $\underline{t}_2$  aux interfaces. (Notation pour l'axe  $z$  :  $\otimes$  sens positif entrant dans le plan de la page  $\odot$  sens positif sortant du plan de la page).

$$\rho \left( \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r}. \quad (2.4)$$

Dans le cas d'un écoulement stationnaire uniforme ( $\frac{\partial}{\partial t} = 0$  et  $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$ ) sans écoulement radial ( $v_r = 0$ ) et vertical ( $v_z = 0$ ), les équations 2.2, 2.3 et 2.4 se réduisent à

$$-\rho \frac{v_\theta^2}{r} = \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r}, \quad (2.5)$$

$$0 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \sigma_{r\theta}) + \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial z}, \quad (2.6)$$

$$0 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_{rz}) + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z}. \quad (2.7)$$

#### Contrainte de cisaillement $\sigma_{rz}$

On fait l'hypothèse que la contrainte verticale  $\sigma_{zz}$  est indépendante de la position verticale  $z$ . Dans ce cas, à partir de l'équation 2.7, on obtient que la contrainte de cisaillement  $\sigma_{rz}$  prend la forme

$$\sigma_{rz}(r, z) = \sigma_{rz}(R_{int}, z) \frac{R_{int}}{r}. \quad (2.8)$$

La géométrie de cisaillement annulaire étudiée n'applique pas de contrainte de cisaillement dans la direction  $rz$  à la paroi ( $\sigma_{rz}(R_{int}, z) = 0$ ). En conséquence,  $\sigma_{rz}$  est

nulle partout. Ce ne serait pas le cas d'un pieu, qui, en fonction de son mouvement vertical, appliquerait  $\sigma_{rz}(R_{int}, z) \neq 0$  à la paroi.

#### Contrainte de cisaillement $\sigma_{r\theta}$ et $\sigma_{\theta z}$

En intégrant l'équation 2.6, sachant que la contrainte de cisaillement moyenne sur la paroi interne  $(\frac{1}{H}) \int_{-H/2}^{H/2} \sigma_{r\theta}(R_{int}, z) dz = S$  (où  $H$  est l'hauteur de l'échantillon) on obtient

$$\sigma_{r\theta}(r, z) = \frac{SR_{int}^2}{r^2} - \frac{1}{r^2} \int_{R_{int}}^r r'^2 \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial z} dr'. \quad (2.9)$$

La détermination de  $\sigma_{r\theta}$  et  $\sigma_{\theta z}$  en présence des parois horizontales nécessite au moins des hypothèses à propos du comportement rhéologique du matériau. Ce cas sera discuté dans le § 5.8. Dans cette section, on va traiter le cas d'un frottement nul aux interfaces horizontales ou même de périodicité en  $z$  en l'absence des parois horizontales réelles (donc  $\sigma_{\theta z} = 0$ ). L'équation 2.9 se réduit, dans ce cas, simplement à

$$\sigma_{r\theta} = \frac{SR_{int}^2}{r^2}. \quad (2.10)$$

La distribution des contraintes en cisaillement annulaire est donc hétérogène.

#### Contraintes radiale $\sigma_{rr}$ et orthoradiale $\sigma_{\theta\theta}$

Comme la contrainte de cisaillement  $\sigma_{rz}$  est nulle dans les systèmes étudiés (§ 2.6.1.1) l'équation 2.5 devient simplement

$$-\rho \frac{v_\theta^2}{r} = \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r}. \quad (2.11)$$

##### 2.6.1.2 Cisaillement annulaire bidimensionnel

En absence des effets des parois horizontales, la distribution des contraintes bidimensionnelle est similaire à la distribution tridimensionnelle.

##### 2.6.1.3 Cisaillement plan bidimensionnel

Le cisaillement plan n'est pas un objet d'étude direct dans cette thèse, mais on y fera souvent référence. On étend donc la notion de cisaillement annulaire au cisaillement plan.

Une géométrie plane est une géométrie annulaire dont le rayon interne  $R_{int}$  et le rayon externe  $R_{ext}$  tendent vers l'infini tandis que la différence entre eux reste constante ( $R_{ext} - R_{int} = Cst$ ). Comme  $R_{int} \leq r \leq R_{ext}$ , dans l'équation 2.11 les termes en fonction de  $1/r$  tendent vers zéro, de la même façon que dans l'équation 2.6 (en l'écrivant sous la forme  $0 = 2\frac{\sigma_{r\theta}}{r} + \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r}$  pour  $\sigma_{\theta z} = 0$  en 2D) :

$$0 = \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r}, \quad (2.12)$$

$$0 = \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r}. \quad (2.13)$$

On trouve donc que la contrainte normale  $\sigma_{rr}$  et la contrainte de cisaillement  $\sigma_{r\theta}$  sont des constantes. Il s'agit donc d'un système homogène. Cela signifie, en particulier, que le profil de frottement effectif  $\mu^*(r) = \frac{\sigma_{r\theta}}{\sigma_{rr}} = Cst$ .

## 2.7 Définition de paramètres utilisés dans la suite

### 2.7.1 Longueur de la zone de cisaillement ( $\lambda$ et $\lambda^+$ )

Nous allons montrer dans les chapitres suivants, que les déplacements (ou vitesses) tangentielles présentent une décroissance asymptotique vers zéro à partir de la paroi. Dans cette situation, la mesure de l'épaisseur de la zone de cisaillement est totalement dépendante du critère utilisé pour sa définition.

Nous définissons l'épaisseur de la zone de cisaillement  $\lambda$ , dans nos expériences, comme la distance nécessaire pour que la vitesse décroisse de 90% (figure 2.21a), c'est à dire :

$$v_\theta(\lambda + R_{int})/V_\theta = 0,1, \quad (2.14)$$

où  $v_\theta(r)$  est la valeur de la vitesse à la position  $r$  et  $V_\theta$  est la vitesse de la paroi.

On observe, selon la rugosité de la paroi, une discontinuité de vitesse entre la paroi et les particules à son voisinage. De plus, des rugosités grandes tendent à décaler les profils de vitesse, fixant virtuellement le rayon du cylindre intérieur non plus à  $R_{int}$  mais à  $R_{int} + d/2$ . Notant  $V_\theta^+$  la vitesse maximale des particules, on définit l'épaisseur  $\lambda^+$  (figure 2.21b) de manière que cela prenne en compte la décalage des profils de vitesse :

$$v_\theta(\lambda^+ + R_{int} + d/2)/V_\theta^+ = 0,1. \quad (2.15)$$

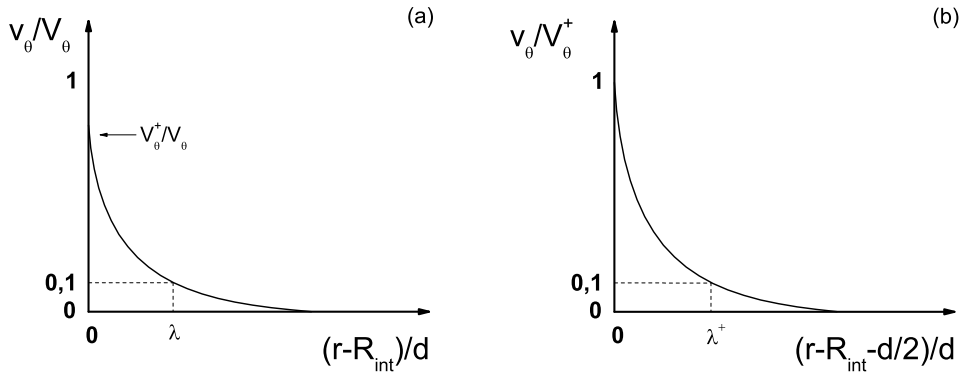


FIG. 2.21 – Définition de l'épaisseur de la zone de cisaillement (a)  $\lambda$ , (b)  $\lambda^+$ .

### 2.7.2 Variation volumique normalisée $\Delta V_n$

La variation volumique durant un essai dépend évidemment de l'état initial de l'échantillon. Un échantillon lâche présente un comportement compactant, alors qu'un échantillon dense présente un comportement dilatant. À mesure que le matériau est cisailé, la structure du matériau tend à s'organiser en fonction du niveau et de l'orientation des efforts. On assume que les changements de volume plus importants se trouvent à proximité de la paroi interne (du fait de la localisation du cisaillement) sur une région de rayon  $r < R_{ext}$  (normalement  $r \ll R_{ext}$ ). C'est pour cela que la taille totale de l'échantillon (en considérant les différentes valeurs de rayon extérieur  $R_{ext}$ ) importe peu. Dans ce cas, une normalisation des variations volumiques pour le volume total initial de l'échantillon  $\Delta V/V_0$  n'est pas cohérente.

On suppose donc, de manière simplificatrice, que le volume de la bande de cisaillement  $V_b$  peut être écrit comme

$$V_b = A_p L_b, \quad (2.16)$$

où  $L_b$  représente l'épaisseur de la bande et  $A_p = 2\pi R_{int}H$  est la surface de la paroi. En conséquence, la variation volumique de l'échantillon vaut

$$\Delta V = \Delta V_b = A_p \Delta L_b. \quad (2.17)$$

En divisant la variation volumique  $\Delta V$  par la surface de la paroi intérieure  $A_p$ , toutes les mesures de longueur étant normalisées par la taille des grains, on a

$$\Delta V_n = \frac{\Delta V/d^3}{A_p/d^2} = \frac{\Delta V}{A_p d} = \frac{\Delta L_b}{d}. \quad (2.18)$$

La variation volumique normalisée  $\Delta V_n$  est une variable sans dimension qui renseigne sur la variation de la taille de la zone de cisaillement (en diamètres de grains), en supposant que la variation de volume y est concentrée.

## 2.8 Bilan

Le comportement d'interface granulaire est le résultat de l'interaction entre deux milieux : un solide continu et un granulaire discontinu.

La compréhension du comportement de l'ensemble structure-granulaire passe par la compréhension de chaque milieu. Par simplicité, on considère que la paroi est un solide élastique. L'étude de l'endommagement de la surface cisailante nécessiterait, par exemple, des considérations plus complexes, tel que un critère de rupture pour le matériau de la paroi (fragile ou élasto-plastique).

Dans le chapitre 1, on a traité du comportement des milieux granulaires en volume.

Dans ce chapitre, on a présenté des aspects fondamentaux et diverses observations sur le comportement granulaire au voisinage d'une paroi, en associant des caractéristiques de la paroi (application de contraintes, rugosité) au comportement granulaire.

En utilisant une géométrie de cisaillement simple annulaire à vitesses et pression de confinement imposés et s'appuyant sur des approches numérique (chapitre 3) et expérimentales (chapitres 4 et 5) on va maintenant chercher à mieux comprendre une série des questions telles que :

- l'évolution du comportement macroscopique (coefficient de frottement à la paroi, variations volumiques...) avec les déformations (transitoire et stationnarité) ;
- l'influence des paramètres microscopiques (profils de compacité, nombre de coordination, déplacements, contraintes...) sur le comportement macroscopique ;
- l'influence d'éléments géométriques (diamètre des particules, rugosité et rayon de courbure de la paroi...) dans la réponse du système ;
- l'influence du régime de déformation (transition du régime quasi-statique vers le régime inertiel).

La synthèse des résultats des différents approches sera réalisée dans le chapitre 6.



Deuxième partie

Résultats



# Chapitre 3

## Simulations numériques

### 3.1 Introduction

Nous décrivons dans ce chapitre notre étude du comportement aux interfaces des matériaux granulaires à l'aide de la simulation numérique discrète.

La méthode utilisée est la dynamique moléculaire, telle qu'elle est appliquée aux matériaux granulaires [168, 55]. Les détails de cette méthode sont décrits dans l'annexe A. Nous commençons par décrire le système simulé dans le § 3.2. La suite est consacrée aux résultats obtenus. Ainsi nous décrivons le régime transitoire lors du démarrage du cisaillement (§ 3.3). Nous étudions ensuite le régime stationnaire (§ 3.4). Ceci nous conduit à distinguer deux régimes de comportement dans le § 3.5. Nous complétons alors la description de la microstructure dans le § 3.6. Enfin, nous concluons sur les principaux résultats obtenus (§ 3.7).

### 3.2 Description du système simulé

On simule le cisaillement annulaire bidimensionnel d'un assemblage de disques, sans gravité, représenté sur la figure 3.1. Les coordonnées naturelles pour cette géométrie sont les coordonnées polaires  $r$  et  $\theta$  – les vecteurs étant exprimés localement dans la base  $(\underline{e}_r, \underline{e}_\theta)$ .

L'échantillon étudié se compose de  $n$  particules circulaires (disques), repérées par l'indice  $i$  ( $i \in \{1; 2; \dots; n\}$ ) de diamètres  $d_i$ . Pour éviter la cristallisation au sein du matériau, les diamètres ont une distribution uniforme, d'une largeur relative de 20% de la valeur moyenne (selon [114], des polydispersités plus grandes que 15% suffisent à empêcher la cristallisation). Le diamètre moyen  $d = \langle d_i \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} d_i$  constitue la dimension caractéristique des particules.

Les parois du système sont composées de particules de taille  $d_p$  jointives et délimitent la géométrie annulaire de rayon interne  $R_{\text{int}}$  et rayon externe  $R_{\text{ext}}$  (figure 3.1).

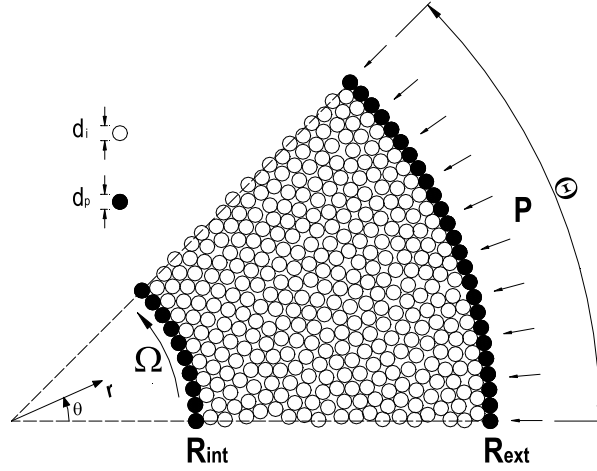


FIG. 3.1 – Schéma du système simulé.

### 3.2.1 Conditions aux limites

#### 3.2.1.1 Conditions aux parois interne $r = R_{\text{int}}$ et externe $r = R_{\text{ext}}$

Les efforts de cisaillement sont transmis au matériau par le mouvement imposé de la paroi interne, défini par une vitesse angulaire  $\Omega$  (voir figure 3.1), commune à chacun des disques, rigidement liés entre eux qui la composent : leur position radiale est fixée,  $r = R_{\text{int}}$ , tandis que leur commune vitesse tangentielle, selon  $\underline{e}_\theta$ , est  $V_\theta = \Omega R_{\text{int}}$ . Dans la pratique, afin que cette paroi se comporte comme un seul objet solide rugueux, il ne faut pas oublier d'attribuer aux grains qui la constituent une vitesse angulaire constante (vitesse de rotation autour de leur centre) égale à  $\Omega$ .

La paroi externe n'a pas de mouvement angulaire. Les centres des disques qui la composent ne tournent pas sur eux-mêmes et gardent une coordonnée  $\theta$  constante, tandis que leur rayon vecteur commun  $R_{\text{ext}}$ , c'est-à-dire le rayon de la paroi externe, est variable, car c'est une « pression radiale » constante que l'on cherche à imposer. On entend par pression radiale  $P$  la force généralisée conjuguée de la variable cinématique  $R_{\text{ext}}$ , c'est-à-dire :

$$P = \frac{1}{R_{\text{ext}} \Theta} \sum_{j \in I_e} \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_{ji} \cdot \underline{e}_r^{(i)}. \quad (3.1)$$

Dans cette formule, l'indice  $j$  parcourt l'ensemble  $I_e$  repérant les disques qui constituent la paroi externe, et qui transmettent aux disques  $i$  internes au système des forces  $\mathbf{F}_{ji}$  (nulles, bien sûr, si  $i$  n'a pas de contact avec la paroi externe), et  $\underline{e}_r^{(i)}$  est le vecteur unitaire radial au centre du disque  $i$ .

Afin d'imposer une valeur  $P_e$  à cette pression radiale  $P$ , les variations de  $R_{\text{ext}}$  sont

régies par l'équation

$$\frac{dR_{\text{ext}}}{dt} = \frac{P - P_e}{\eta_p} \quad (3.2)$$

où intervient un paramètre d'asservissement  $\eta_p$ , qui a le sens d'un coefficient d'amortissement visqueux. La valeur de  $R_{\text{ext}}$  est déterminée par intégration de l'équation 3.2 à chaque pas de temps du calcul. Ainsi, si  $P < P_e$ , la paroi externe se contracte ( $dR_{\text{ext}}/dt < 0$ ) et comprime le matériau, ce qui conduit à augmenter  $P$ . Il y a au contraire dilatation si  $P > P_e$ , ce qui diminue  $P$ . Le taux de dilatation radiale donné par (3.2) tend à s'annuler lorsque la condition  $P = P_e$  est satisfaite, et on a alors un rayon externe  $R_{\text{ext}}$  constant. La comparaison avec le contrôle de la contrainte normale dans les simulations de cisaillement plan [56, 58] suggère d'utiliser le nombre adimensionnel ( $\eta_p/\sqrt{mk_n}$ ) pour caractériser le mouvement de la paroi extérieure. Des valeurs petites signifient que les fluctuations de  $R_{\text{ext}}$  sont imposées par le matériau et non par la paroi elle-même (celle-ci « colle » au matériau et le suit dans son évolution dans le sens de la dilatance ou de la contractance).

### 3.2.1.2 Périodicité en $\theta$

Afin de réduire le volume de calculs, nous avons mis en œuvre dans nos simulations des conditions de périodicité selon l'angle  $\theta$ , ce qui constitue un développement original.

Des conditions aux limites périodiques sont très souvent utilisées en simulations numériques, tant dans le régime quasi-statique [47, 48] que pour des écoulements (cisaillement plan, plan incliné) [58, 70, 83, 202, 203]. Une motivation essentielle en est l'étude de systèmes homogènes, dépourvus d'effets de bords. Les conditions périodiques habituellement employées reviennent à considérer la région de l'espace occupée par le système simulé comme un élément d'un ensemble infini de cellules se correspondant par un groupe de translations, et réalisant un pavage de l'espace tout entier. L'idée de base exploitée par ce choix de conditions aux limites est que le système objet de l'étude par simulation sera, au niveau global, c'est-à-dire statistique, *invariant par translation* : chaque particule ou chaque arrangement local de particules se trouve, statistiquement, dans le même état, avec le même environnement. Les configurations locales, dans un très grand système, ne font que répéter les mêmes motifs qui se correspondent par *translation*.

L'application de conditions de périodicité selon l'angle  $\theta$  à la géométrie annulaire de notre étude est similaire, mais présente cette différence qu'il s'agit maintenant d'une *invariance par rotation* autour du centre commun aux deux parois circulaires. Les configurations locales, dans un très grand système, ne font que répéter les mêmes motifs qui se correspondent par *rotation*. De ce fait, au lieu de traiter le système tout entier,  $0 \leq \theta < 2\pi$ , on peut ne considérer qu'un secteur angulaire  $0 \leq \theta < \Theta$  avec  $\Theta < \pi$ . On réduit ainsi le nombre de degrés de liberté à traiter dans les calculs. À chaque grain dont le centre a pour coordonnées  $r, \theta$ , avec  $\theta$  entre zéro et  $\Theta$ , est associée une collection de copies, dont les coordonnées sont  $r, \theta + k\Theta$ , où  $k$  est un entier relatif, les vitesses, les accélérations et les forces subies se correspondant par les rotations d'angles  $k\Theta$ .

De même que dans le cas des conditions périodiques par translation, toute sortie d'une particule hors de la cellule de simulation s'accompagne de l'entrée de l'une de ses copies par la face opposée ; cependant, il faut veiller à appliquer la rotation d'un angle

$\pm\Theta$  aux vitesses et aux forces, alors que ces vecteurs ne subissent aucune modification dans le cas de la périodicité en translation.

On doit tout particulièrement prendre garde à la situation de deux grains  $i$  et  $j$  en contact, avec  $\theta_i$  proche de zéro, tandis que  $\theta_j$  est proche de  $\Theta$ . Plus exactement,  $i$  est en contact avec la copie  $j'$  de  $j$ , obtenue par rotation d'angle  $-\Theta$ , et dont la coordonnée  $\theta$  est négative, tandis que  $j$  est en contact avec l'image  $i'$  de  $i$  par la rotation d'angle  $\Theta$ . On doit alors utiliser les vecteurs unitaires normaux et tangentiels  $\underline{n}_{ij'}$ ,  $\underline{t}_{ij'}$ , et le mouvement de  $j'$  pour évaluer les forces sur  $i$  d'une part ; et, d'autre part, utiliser les vecteurs unitaires normaux et tangentiels  $\underline{n}_{ji'}$ ,  $\underline{t}_{ji'}$ , et le mouvement de  $i'$  pour évaluer les forces sur  $j$ . Le vecteur  $\underline{n}_{ji'}$ , qui pointe du centre de  $j$  vers le centre de  $i'$  n'est plus, c'est inhabituel, égal à  $-\underline{n}_{ij'}$ , mais à son image par la rotation d'angle  $\Theta$ . Cette situation est illustrée par la figure 3.2.

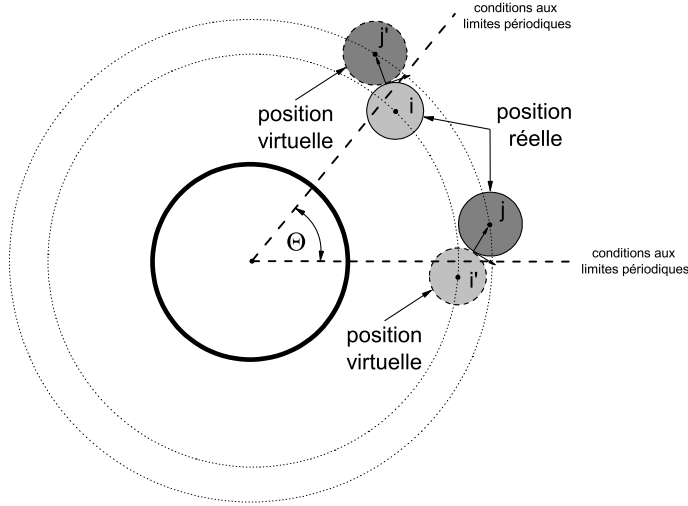


FIG. 3.2 – Schéma du contact des particules au niveau des frontières périodiques.

### 3.2.2 Caractéristiques mécaniques des grains

Pour décrire une collection de grains déformables et frottants en interaction, la méthode de dynamique moléculaire requiert cinq paramètres : les raideurs normale  $k_n$  et tangentielle  $k_t$ , le coefficient de frottement intergrains  $\mu$ , le coefficient de restitution normale  $e$  dans une collision binaire (qui est lié à un paramètre d'amortissement visqueux au contact) et la masse volumique des grains  $\rho_s$ . Nous n'introduisons pas de force visqueuse tangentielle, ce qui entraîne que si le frottement n'est pas mobilisé lors d'une collision binaire, le coefficient de restitution tangentielle est égal à 1.

### 3.2.2.1 Coefficients de raideur normale $k_n$ et tangentielle $k_t$

On utilise un modèle de contact de Hertz entre les particules (voir § 1.2.1.1). En deux dimensions, selon l'équation 1.2, la force normale  $F_n$  dans un contact est reliée linéairement à l'écrasement  $\delta$  (rapprochement des centres au-delà du premier contact) par un coefficient de raideur normale  $k_n$  (dans la limite des petites déformations). En estimant la force  $F_n$  par  $Pd$ , le niveau de déformation ( $\delta/d$ ) apparaît comme d'ordre  $P/k_n$ . Dans le régime quasi-statique, il a été montré [48] que lorsque  $P/k_n$  reste assez petit (typiquement inférieur à  $10^{-4}$ ), dans une limite que l'on peut qualifier de « contacts rigides », les propriétés mécaniques macroscopiques du milieu granulaire correspondant à des déformations grandes devant  $P/k_n$  ne sont plus influencées par la raideur du contact. Les résultats montrés dans la suite obéissent à cette limite de  $P/k_n = 10^{-4}$ . Suivant [32, 97], la raideur tangentielle est systématiquement choisie égale à la moitié de la raideur normale ( $k_t = k_n/2$ ).

### 3.2.2.2 Coefficients de frottement entre particules $\mu$ et $\mu_p$

Le coefficient de frottement entre les particules mobiles  $\mu$  intervient dans la condition de Coulomb sur les composantes tangentielle et normale des forces de contact (voir § 1.2.2). Sauf indication contraire, la valeur choisie, valeur raisonnable en comparaison des valeurs mesurées, est  $\mu = 0,4$ .

On distingue ce coefficient de frottement de celui qui intervient dans les contacts entre les particules libres et celles des parois, noté  $\mu_p$ . On étudiera l'influence de  $\mu_p$  en comparant trois valeurs différentes : 0, 0,4 et 0,8.

### 3.2.2.3 Coefficient de restitution normal $e$

Le coefficient de restitution normal  $e$  est un paramètre qui caractérise l'inélasticité, c'est-à-dire la dissipation d'énergie cinétique, dans les collisions. Un choc parfaitement élastique est décrit par  $e = 1$ . Au contraire, un choc parfaitement inélastique, ou « choc mou », pour lequel les particules restent en contact après la collision est caractérisé par  $e = 0$ . Il a été montré que dans les écoulements denses de particules frottantes [58], ce paramètre n'a pas d'influence sur le comportement macroscopique. Pour des particules non frottantes ( $\mu = 0$ ), son influence ne devient sensible que dans le régime collisionnel (qui n'est pas étudié dans cette thèse). On a systématiquement choisi la valeur  $e = 0,1$ .

### 3.2.2.4 Masse volumique $\rho_s$

La masse des particules vaut  $m_i = \rho_s \pi d_i^2 / 4$ . La masse moyenne  $m = \langle m_i \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} m_i$  constitue l'échelle de masse du problème.

### 3.2.3 Préparation des échantillons

Pour étudier le début de l'essai (régime transitoire), on part d'une configuration de compacité (fraction volumique de grains)  $\nu$  très élevée. Les particules, non frottantes ( $\mu = 0$ ) durant la phase de préparation, sont disposées de façon aléatoire dans l'espace, initialement sans contact. Ensuite, on applique la pression de confinement  $P$  (la « pression radiale », définie par (3.1)) qui comprime le milieu jusqu'à sa compacité maximale (proche de l'empilement désordonné compact  $\nu \approx 0,82$  - voir § 1.3.3). La figure 3.3 montre le profil de la compacité  $\nu$  dans l'état initial.

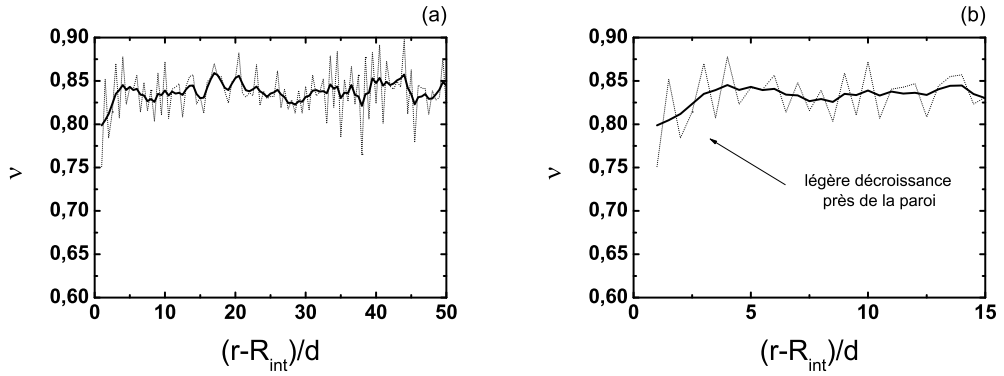


FIG. 3.3 – Profil de compacité  $\nu$  dans l'état initial. Les courbes tiretée et continue correspondent à des moyennes glissantes sur  $1/2$  grain et sur 3 grains. (a) Profil sur tout l'échantillon, (b) région proche de la paroi. Géométrie  $R_{50}$ .

Les fluctuations, inhérentes au moyennage sur un système hétérogène de taille finie, s'atténuent avec le lissage. La compacité moyenne vaut 0,84. On observe une légère réduction de la compacité à quelques grains de distance de la paroi. Les premières couches de particules s'organisent de façon différente du reste du milieu du fait de la présence d'une paroi rigide.

### 3.2.4 Système d'unités

Dans la suite, on utilise un système d'unités naturelles du système, ce qui nous permet de travailler avec des grandeurs sans dimension. Les échelles naturelles de longueur et de masse sont le diamètre moyen  $d$  et la masse moyenne  $m$  des grains. En ce qui concerne l'échelle de temps, on dispose *a priori* de trois temps caractéristiques : la durée d'une collision binaire, le temps de cisaillement  $1/\Omega$  associé à la vitesse de rotation et le temps inertiel  $\tau_i = \sqrt{m/P}$  (en 2D) associé à la pression caractéristique dans le système.  $\tau_i$  est le temps nécessaire au déplacement d'un grain de son diamètre lorsqu'il est accéléré à partir du repos par la force  $Pd$ . Le temps de collision binaire est très petit devant les deux autres dans la limite des contacts rigides. On choisit alors  $\tau_i$  comme temps caractéristique.

Ainsi, toutes les longueurs ( $r$ ,  $R_{\text{int}}$ ,  $R_{\text{ext}}$ ,  $d_p$ ,  $D...$ ) sont normalisées par  $d$ ; les vitesses, comme  $V_\theta$  le sont par  $d\sqrt{P/m}$ ; les forces par  $md\tau_i^{-2} = Pd$  et les contraintes par  $P$ .

Ainsi, une fois que l'on s'est donné les valeurs de  $d$ ,  $\rho_s$  et  $P$ , on peut faire la correspondance entre une simulation numérique et une expérience réelle. Pour cela, on doit adopter un choix d'unités similaires adéquat pour une situation tridimensionnelle.

Par rapport à l'ACSA, on aurait alors  $\tau_i = \sqrt{m/(Pd)} = d\sqrt{\pi\rho_s/6P}$ . Si  $d = 1 \text{ mm}$ ,  $\rho_s = 2500 \text{ kg/m}^3$  et  $P = 100 \text{ kPa}$ , alors l'unité de vitesse de rotation  $1/\tau_i$  vaut  $8700 \text{ s}^{-1}$ , et l'unité de vitesse tangentielle  $V_\theta$  de la paroi interne vaut  $8,7 \text{ m.s.}^{-1}$ . Les valeurs de vitesses des expériences avec l'ACSA seront donc très faibles en comparaison avec les simulations numériques. Quant à celles du « mini-ACSA », elles seront plus élevées, en raison de la pression de confinement plus faible d'ordre  $10 \text{ kPa}$  au lieu de  $100 \text{ kPa}$ .

On choisit  $\eta_p = 10$ , valeur qui s'avère cohérente pour imposer correctement la pression de confinement, comme on le verra plus loin dans au § 3.4.3.1.

On choisit de faire varier la vitesse à la paroi  $V_\theta$  entre 0,00025 et 2,5 (au § 3.5.2, on montrera la validité de cette analyse dimensionnelle, en variant séparément  $P$  et  $V_\theta$ ).

### 3.2.5 Mesure des variables

La méthode de dynamique moléculaire décrit l'état du matériau par un ensemble d'informations pour chaque particule : position, vitesse et forces de contact. Ces sont des grandeurs vectorielles, exprimées selon le système de coordonnées adopté. Dans un repère polaire, on aura la position avec des composantes radiale  $r_i$  et orthoradiale  $\theta_i$ . De la même façon, pour la vitesse et l'accélération de translation,  $v_{ri}$ ,  $v_{\theta i}$ ,  $a_{ri}$  et  $a_{\theta i}$ . La position angulaire est calculée par intégration de la vitesse angulaire  $\omega_i$  et de l'accélération angulaire  $\dot{\omega}_i = d(\omega_i)/dt$ . À partir des ces variables, on peut déduire de nombreuses autres informations. À partir des positions, on peut déterminer la compacité locale  $\nu_i$  (en utilisant le pavage radical) et le nombre de contact  $Z_i$  du grain  $i$ , et réaliser ensuite des moyennes dans une certaine région. À partir des forces et de la rotation, on peut associer un tenseur des contraintes  $\sigma_i$  pour chaque grain  $i$  ([125] voir annexe B), dont les composantes en 2D sont les contraintes radiale  $\sigma_{rri}$ , orthoradiale  $\sigma_{\theta\theta i}$  et de cisaillement  $\sigma_{r\theta i}$ .

#### 3.2.5.1 Moyenne d'ensemble

De façon à réduire les fluctuations intrinsèques observées sur les profils radiaux des différentes grandeurs, qui sont liées à la taille finie des systèmes hétérogènes étudiés, on peut ajouter à la moyenne spatiale réalisée selon la variable  $\theta$ , soit une moyenne temporelle si le système est dans un état stationnaire auto-moyennant, soit une moyenne d'ensemble dans le cas contraire. Dans le premier cas, dans une zone significativement cisailée, le matériau explore son espace des « configurations possibles » et les grandeurs moyennées sont raisonnablement lissées dès que le temps de moyennage est suffisant. Il en sera ainsi dans la zone cisailée près de l'interface.

En revanche, la zone peu cisailée éloignée de l'interface reste quasiment figée, et les fluctuations subsistent. Pour ces régions ou encore dans le cas d'un régime transitoire,

la moyenne temporelle doit être remplacée par une moyenne d'ensemble, c'est-à-dire sur un nombre  $N_e$  d'échantillons préparés selon la même procédure mais avec un aléa sur la position initiale des particules. La moyenne sur ces échantillons permettra de faire régresser les fluctuations en  $1/\sqrt{N_e}$  comme il se doit.

### 3.2.5.2 Profils radiaux

Le système étudié présente une symétrie de révolution. Cela permet le calcul des moyennes des grandeurs selon la direction  $\theta$  en gardant seulement leur dépendance moyenne en  $r$  (pour plus de détail voir annexe C). En appliquant cette procédure, on détermine les profils de compacité  $\nu(r)$ , de nombre de coordination  $Z(r)$ , ainsi que ceux des coordonnées dans la base mobile ( $\underline{e}_r, \underline{e}_\theta$ ) de la vitesse  $\underline{v}$  et du tenseur des contraintes  $\underline{\sigma}$ , qui seront également fonctions de la seule variable  $r$ . À partir du profil de vitesse tangentielle  $v_\theta(r)$ , on obtient le profil du taux de cisaillement  $\dot{\gamma}(r) = r \frac{\partial}{\partial r} \frac{v_\theta(r)}{r}$  (vu que  $\frac{\partial}{\partial \theta} v_r(r) = 0$ ).

### 3.2.5.3 Mesures à la paroi

Comme réponse du matériau au déplacement imposé, on mesure les contraintes tangentielle  $S$  et normale  $N$  sur la paroi interne. Ces mesures correspondent naturellement à  $S = \sigma_{r\theta}(R_{\text{int}})$  et  $N = \sigma_{rr}(R_{\text{int}})$ .

## 3.2.6 Définition de la géométrie des échantillons

La caractérisation géométrique complète des systèmes étudiés dépend des rayons intérieur  $R_{\text{int}}$  et extérieur  $R_{\text{ext}}$ , de la taille du secteur angulaire  $\Theta$  et du diamètre des particules de la paroi  $d_p$  (qui quantifie la rugosité de la paroi).

Les rayons intérieurs étudiés varient entre 25 et 200. On choisit la valeur du rayon extérieur de manière que son influence sur le comportement près de la paroi intérieure soit négligeable. Les valeurs de  $\Theta$  adoptées doivent fournir des échantillons dont les différences du comportement par rapport à un anneau complet soient aussi négligeables. Enfin, on fait varier  $d_p$  entre 0,0625 et 4.

### 3.2.6.1 Influence de $R_{\text{ext}}$

La figure 3.4 montre l'influence du rayon de la paroi externe  $R_{\text{ext}}$  sur les profils de vitesse orthoradiale  $v_\theta(r)$  pour  $R_{\text{int}} = 25$ . On observe des différences négligeables à proximité de la paroi intérieure entre  $R_{\text{ext}}=50$  et  $R_{\text{ext}}=75$  (correspondant à  $(R_{\text{ext}} - R_{\text{int}})/R_{\text{int}} = 1$  et 2 respectivement). À cause de la forte localisation des déformations de cisaillement à proximité de  $r = R_{\text{int}}$ , l'influence de  $R_{\text{ext}}$  s'avère pratiquement imperceptible. De façon conservatrice (pour la gamme de  $R_{\text{int}}$  étudiée) on prend comme critère  $R_{\text{ext}} \geq 2R_{\text{int}}$  (soit  $(R_{\text{ext}} - R_{\text{int}})/R_{\text{int}} \geq 1$ ).

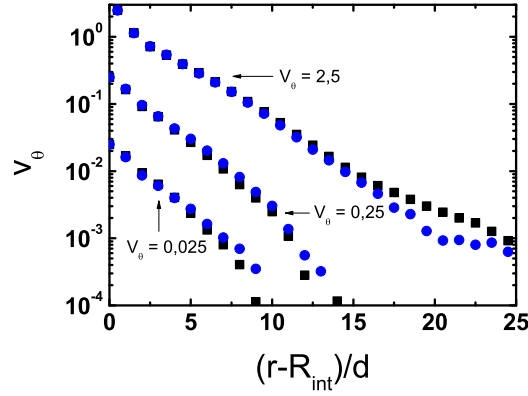


FIG. 3.4 – Profils de vitesse  $v_\theta(r)$  pour 3 vitesses de déplacement à la paroi  $V_\theta$  pour  $R_{\text{int}} = 25$ .  $R_{\text{ext}} = 50$  (■),  $R_{\text{ext}} = 75$  (●).

### 3.2.6.2 Conditions aux limites périodiques en $\theta$

Pour vérifier la convergence des résultats en fonction de la taille  $\Theta$  du secteur angulaire simulé, on a comparé des profils de différentes grandeurs (vitesses, contraintes, compacité, coordination, etc.) pour le système de géométrie de rayon interne  $R_{\text{int}} = 25$  et rayon externe  $R_{\text{ext}} = 50$  en variant la valeur de  $\Theta$  ( $\pi/16$ ,  $\pi/8$ ,  $\pi/4$ ,  $\pi/2$ ,  $\pi$  et l'anneau complet  $2\pi$ ). La figure 3.5 montre l'influence du paramètre  $\Theta$  sur les profils de vitesse tangentielle  $v_\theta$ . Conformément à l'intuition, le calcul est d'autant plus satisfaisant que  $\Theta$  augmente. On obtient pour l'exemple de la figure un calcul satisfaisant pour  $\Theta = \pi/2$  (soit le quart de tout l'anneau).

La figure 3.6 montre une analyse des écarts pour le profil de vitesse  $v_\theta(r)$ . Pour quantifier la différence entre les profils calculés, on utilise un indicateur d'erreur relatif. La vitesse tend vers zéro à mesure que l'on s'éloigne de la paroi interne. Pour éviter des incohérences avec des valeurs trop basses de vitesse et donner un poids plus fort aux valeurs près de la paroi (objet d'étude du présent travail), on propose de calculer l'erreur relative sur  $G_\Theta(r) = v_\theta(r, \Theta) - V_\theta$ . Ainsi :

$$\varepsilon(\Theta) = \frac{1}{R_{\text{ext}} - R_{\text{int}}} \int_{R_{\text{int}}}^{R_{\text{ext}}} \left| \frac{G_\Theta(r) - G_{2\Theta}(r)}{G_{2\Theta}(r)} \right| dr. \quad (3.3)$$

De façon à quantifier aussi l'influence de la taille radiale, on considère de plus la géométrie  $R_{\text{int}} = 100$  et  $R_{\text{ext}} = 200$  pour  $\Theta = \pi/16$ ,  $\Theta = \pi/8$  et  $\Theta = \pi/4$ . On observe que les différences entre les profils calculés restent petites.

Les figures 3.6a et 3.6b donnent une idée de la convergence en fonction du secteur angulaire  $\Theta$  et de la longueur à la paroi interne  $\Theta R_{\text{int}}$  respectivement. Pour une valeur fixée de  $\Theta$ , on observe des écarts plus importants pour  $R_{\text{int}}$  plus petit.

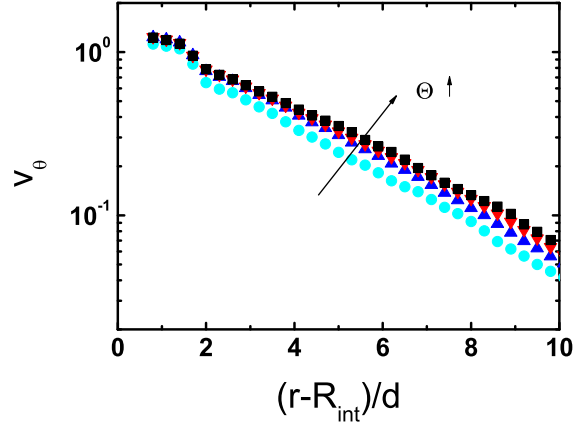


FIG. 3.5 – Profil de vitesse  $v_\theta(r)$  pour différentes valeurs de  $\Theta$ . (●)  $\Theta = \pi/16$  rad, (▲)  $\Theta = \pi/8$  rad, (▼)  $\Theta = \pi/2$  rad, (■)  $\Theta = 2\pi$  rad.  $R_{\text{int}} = 25$ ,  $R_{\text{ext}} = 50$ ,  $V_\theta = 2,5$ .

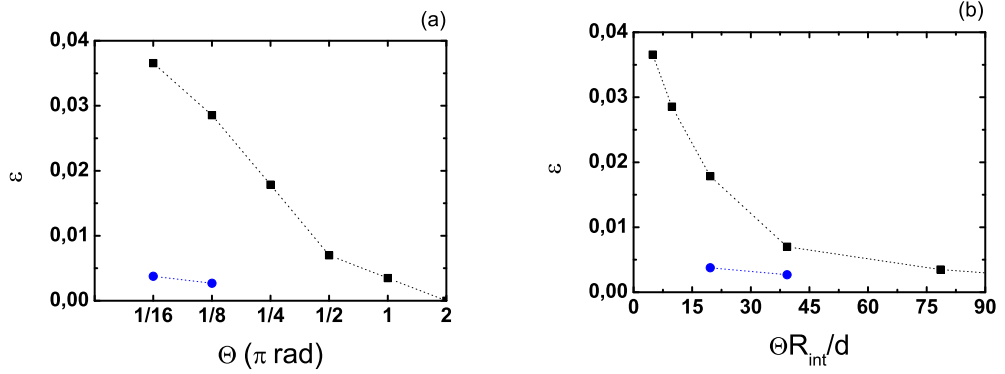


FIG. 3.6 – Erreur relative  $\varepsilon$  sur la vitesse  $v_\theta$  ( $V_\theta = 2,5$ ), (a) en fonction de  $\Theta$ , (b) en fonction de la longueur de la paroi interne  $\Theta R_{\text{int}}$ . (■)  $R_{\text{int}} = 25$  et  $R_{\text{ext}} = 50$ , (●)  $R_{\text{int}} = 100$  et  $R_{\text{ext}} = 200$ .

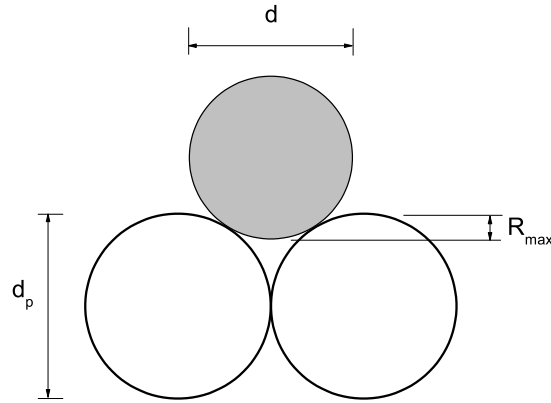
Dans le souci de trouver un compromis raisonnable entre la qualité souhaitée des résultats et la taille des calculs (et donc le nombre des particules du système, proportionnel à sa surface), on adopte toujours une longueur à la paroi  $\Theta R_{\text{int}} \geq 40$ . Pour  $R_{\text{int}} = 25$ , ceci conduit ainsi à  $\Theta = \pi/2$ . Le tableau 3.1 regroupe les principaux systèmes étudiés (quelques autres géométries seront détaillées au cours du texte).

| nom       | $R_{\text{int}}$ | $R_{\text{ext}} = 2R_{\text{int}}$ | $\Theta$ | $\Theta R_{\text{int}} \geq 40$ | nombre des particules du milieu |
|-----------|------------------|------------------------------------|----------|---------------------------------|---------------------------------|
| $R_{25}$  | 25               | 50                                 | $\pi/2$  | 40                              | 1500                            |
| $R_{50}$  | 50               | 100                                | $\pi/4$  | 40                              | 3100                            |
| $R_{100}$ | 100              | 200                                | $\pi/6$  | 50                              | 8000                            |
| $R_{200}$ | 200              | 400                                | $\pi/12$ | 50                              | 15700                           |

TAB. 3.1 – Résumé des géométries étudiées.

### 3.2.6.3 Rugosité de la paroi

La figure 3.7 est une représentation schématisque du contact entre les grains et la paroi, qui dépend des diamètres  $d$  des grains mobiles et  $d_p$  de ceux de la paroi.

FIG. 3.7 – Rugosité de la paroi : lien entre  $d$ ,  $d_p$  et  $R_{\text{max}}$ .

Par un raisonnement géométrique simple, on obtient que la rugosité normalisée  $R_n = R_{\text{max}}/d$  (définie au § 2.4.2) vaut pour les systèmes étudiés :

$$R_n = \frac{1}{2d} \left( d + d_p - \sqrt{d^2 + 2d_p d} \right) \quad (3.4)$$

Le tableau 3.2 regroupe les valeurs de rugosité normalisées  $R_n$  étudiées.

## 3.3 Comportement en faible déformation

On appelle  $D$  la distance de cisaillement, correspondant au déplacement de la paroi du cylindre intérieur. Lorsque  $D$  est suffisamment élevée, on atteint un comportement stationnaire, qui sera étudié dans la section suivante. Dans ce paragraphe, on analyse le début du cisaillement, c'est à dire l'évolution de la zone d'interface en fonction de  $D$  à partir de l'état initial (régime transitoire) dont la préparation a été expliquée dans la

| nom           | $d_p$  | $R_n$    |
|---------------|--------|----------|
| $d_p\ 0,0625$ | 0,0625 | 0,000920 |
| $d_p\ 0,125$  | 0,125  | 0,00348  |
| $d_p\ 0,25$   | 0,25   | 0,0126   |
| $d_p\ 0,5$    | 0,5    | 0,0429   |
| $d_p\ 1$      | 1      | 0,134    |
| $d_p\ 2$      | 2      | 0,382    |
| $d_p\ 4$      | 4      | 1,00     |

TAB. 3.2 – Rugosités normalisées  $R_n$  étudiées.

paragraphe précédent. Cette étude est menée dans le régime quasi-statique. On cisaille les échantillons avec une vitesse à la paroi  $V_\theta = 0,001$ , qui (voir plus loin le § 3.5) s'avère effectivement correspondre à ce régime. On procède à une moyenne d'ensemble sur  $N_e = 5$  échantillons. On analyse le comportement global de l'échantillon à partir des mesures à la paroi intérieure  $r = R_{\text{int}}$  et les origines mésoscopiques de ces comportements à partir des profils radiaux de certaines variables. On étudie les influences respectives de la rugosité de la paroi (paramètre  $d_p$ ), de la géométrie (paramètre  $R_{\text{int}}$ ) et des coefficients de frottement  $\mu$  entre particules mobiles et  $\mu_p$  avec celles de la paroi. Sauf indication contraire on prend  $d_p = 1$  et  $\mu_p = \mu = 0,4$ . On décrit successivement les contraintes, les évolutions de la structure du milieu granulaire et les déformations.

### 3.3.1 Évolution des contraintes

#### 3.3.1.1 Contrainte tangentielle à la paroi $S$

La figure 3.8 présente l'évolution de la contrainte tangentielle moyenne à la paroi  $S$  (normalisée par la pression de confinement  $P$ ) en fonction du déplacement tangentiel de la paroi  $D$ . Au début du cisaillement, représenté sur la figure 3.8a, on observe que la valeur maximale  $S_{\text{pic}}$  intervient après une montée très raide en déplacement, vers  $D \approx 0,1 d$ . Après ce pic,  $S$  décroît relativement vite ( $D \approx 3 d$ ) vers des valeurs proches de la valeur stationnaire moyenne  $S_s$  (en fait, approchée asymptotiquement pour des valeurs croissantes de  $D$ , mais calculée ici comme étant la moyenne pour  $50 d \leq D \leq 100 d$  et représentée en tireté sur la figure 3.8). En effet, le comportement de  $S$  dans le régime stationnaire est accompagné de fortes fluctuations autour de sa moyenne  $S_s$ , qui se développent seulement après la décroissance initiale de  $S$ .

#### Influence de la géométrie

Selon la figure 3.9,  $S_{\text{pic}}$  ne semble pas dépendre fortement de la géométrie pour une rugosité  $d_p\ 2$ . Pendant la décroissance de  $S$ , jusqu'à  $D \approx 3 d$  le comportement est identique pour toutes les géométries étudiées. L'influence de la géométrie se manifeste en revanche sur la valeur stationnaire  $S_s$  : plus  $R_{\text{int}}$  est petit, plus  $S_s$  est grand.

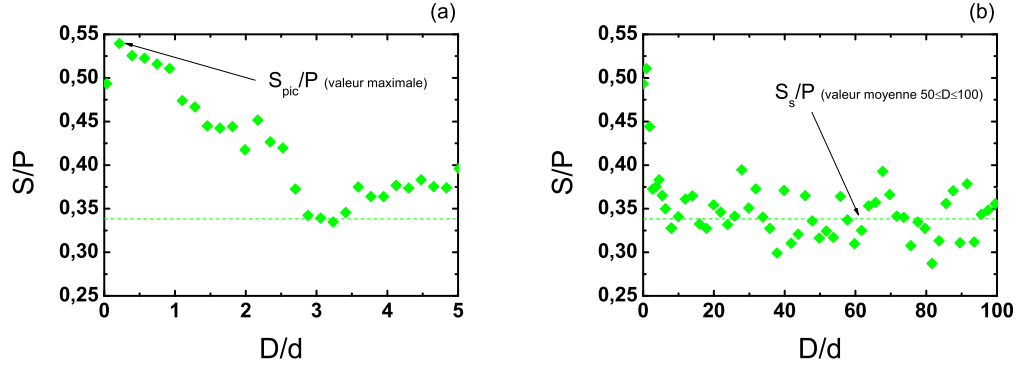


FIG. 3.8 – Évolution de  $S/P$  en fonction de  $D$ . (a)  $0 \leq D \leq 5 d$ , (b)  $0 \leq D \leq 100 d$ . Géométrie  $R_{50}$ ,  $d_p 2$ .

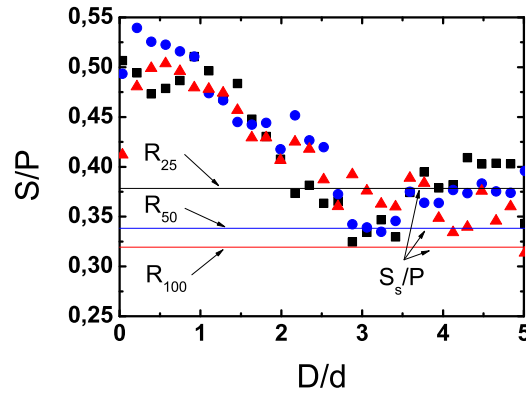


FIG. 3.9 – Influence de la géométrie sur l'évolution de  $S/P$  en fonction de  $D$ . (■)  $R_{25}$ , (●)  $R_{50}$ , (▲)  $R_{100}$ ,  $d_p 2$ .

### Influence de la rugosité

L'augmentation de la rugosité occasionne une claire augmentation de  $S$ , à la fois sur sa valeur maximale  $S_{\text{pic}}$  (figure 3.10a), et sur sa valeur stationnaire  $S_s$  (figure 3.10b). En revanche, la rugosité a peu d'influence sur la distance de cisaillement  $D$  conduisant à la décroissance initiale de  $S$  (figure 3.10a).

### Influence de la rugosité couplée à la géométrie

La figure 3.11a résume les effets de la rugosité combinés à ceux de la géométrie sur

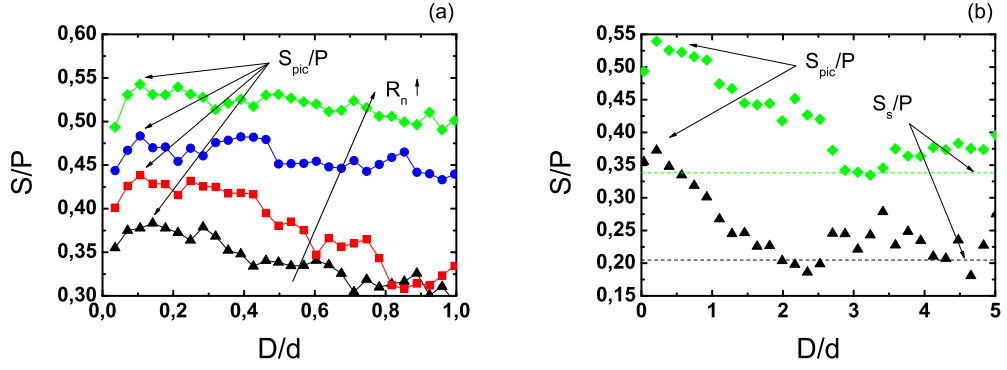


FIG. 3.10 – Influence de la rugosité sur l'évolution de  $S/P$  en fonction de  $D$ . ( $\blacktriangle$ )  $d_{p,0.25}$ , ( $\blacksquare$ )  $d_{p,0.5}$ , ( $\bullet$ )  $d_{p,1}$ , ( $\blacklozenge$ )  $d_{p,2}$ . (a)  $0 \leq D \leq 1$  d, (b)  $0 \leq D \leq 5$  d. Géométrie  $R_{50}$ .

$S_{pic}$ . On observe que l'influence de la rugosité intervient essentiellement sur la plage  $10^{-2} \leq R_n \leq 10^{-1}$ . Pour ( $R_n < 10^{-2}$ ),  $S_{pic}$  atteint un palier inférieur ( $S_{pic} \approx 0,33$ ). Pour une forte rugosité ( $R_n > 0,3$ ),  $S_{pic}$  atteint un palier supérieur ( $S_{pic} \approx 0,54$ ). Le comportement de  $S_s$  en fonction de  $R_n$  (figure 3.11b) est similaire à celui de  $S_{pic}$ , présentant, par contre, des forts effets géométriques pour les rugosités plus élevées.

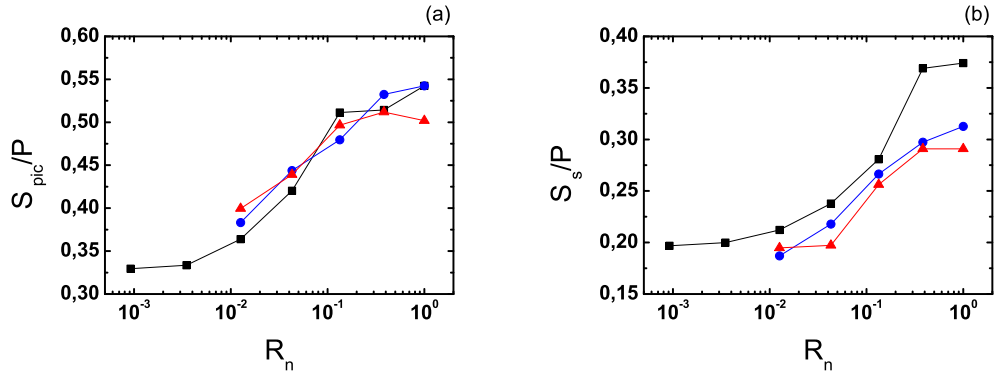


FIG. 3.11 – Influence de la rugosité sur la contrainte de cisaillement à la paroi (a)  $S_{pic}/P$ , (b)  $S_s/P$ . ( $\blacksquare$ )  $R_{25}$ , ( $\bullet$ )  $R_{50}$ , ( $\blacktriangle$ )  $R_{100}$ .

### Influence des coefficients de frottement $\mu$ et $\mu_p$

On observe une proportionnalité entre les valeurs  $S_{pic}$  et  $S_s$  en considérant l'influence de la rugosité (figure 3.12).  $\mu_p$  n'a pas d'effet sur  $S$  pour  $\mu_p \geq 0,4$ , par contre, cela cause

une déviation du palier pour  $R_n < 10^{-2}$  si  $\mu_p = 0$ . Les valeurs  $S_{\text{pic}}$  et  $S_s$  tendent vers zéro lorsque  $R_n < 10^{-2}$  et  $\mu_p = 0$  (voir au § 3.3.1.3 pour une discussion de ce comportement).

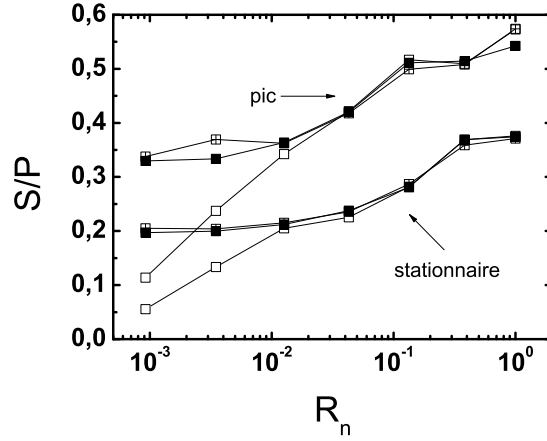


FIG. 3.12 – Influence de la rugosité sur  $S/P$  pour différentes valeurs de  $\mu_p$ . ( $\square$ )  $\mu_p = 0$ , ( $\blacksquare$ )  $\mu_p = 0,4$ , ( $\boxplus$ )  $\mu_p = 0,8$ . Géométrie  $R_{25}$ .

### 3.3.1.2 Contrainte normale à la paroi $N$

#### Comportement général et influence de la rugosité

La figure 3.13 montre l'évolution au cours du cisaillement de la contrainte normale à la paroi interne, normalisée par la pression de confinement  $P$  (définie par l'équation 3.1),  $N/P$ , pour la géométrie  $R_{50}$  et pour plusieurs valeurs de la rugosité.

Au début du cisaillement (figure 3.13a), la contrainte normale  $N$  présente une montée assez raide (mais moins que celle de  $S$ ), partant de  $N \approx P$  jusqu'à des valeurs proches de sa valeur maximale  $N_{\text{pic}}$  (pour  $D \approx 0,2 d$ ). La position précise de  $(N_{\text{pic}})$  en fonction du déplacement  $D$  est moins claire que celle de  $S_{\text{pic}}$ . Des valeurs plus élevées de  $N$  sont observées jusqu'à  $D \approx 1 d$  où la décroissance de  $N$  commence.

On observe une valeur plus élevée de  $N_{\text{pic}}$  pour une rugosité plus faible (figures 3.13 et 3.14). Ce phénomène peut être lié au rapport entre les rotations et le mouvement tangentiel des particules au voisinage de la paroi. À mesure que la rugosité décroît, la transmission des efforts de cisaillement fait plus intervenir la rotation des particules, car leur entraînement direct devient plus difficile. Une rotation localement corrélée des particules dilate probablement plus rapidement cette région, augmentant ainsi la contrainte normale mesurée.

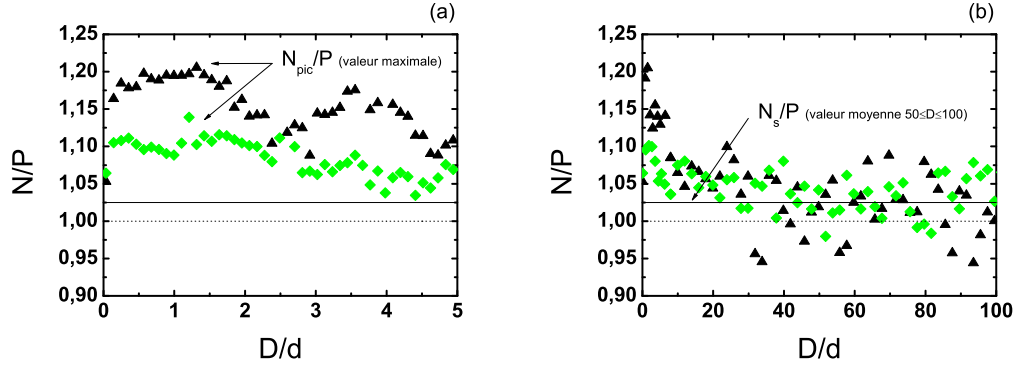


FIG. 3.13 – Évolution de  $N/P$  en fonction de  $D$ . Influence de la rugosité. ( $\blacktriangle$ )  $d_{p,0,25}$ , ( $\blacklozenge$ )  $d_{p,2}$ . (a)  $0 \leq D \leq 5 d$ , (b)  $0 \leq D \leq 100 d$ . Géométrie  $R_{50}$ .

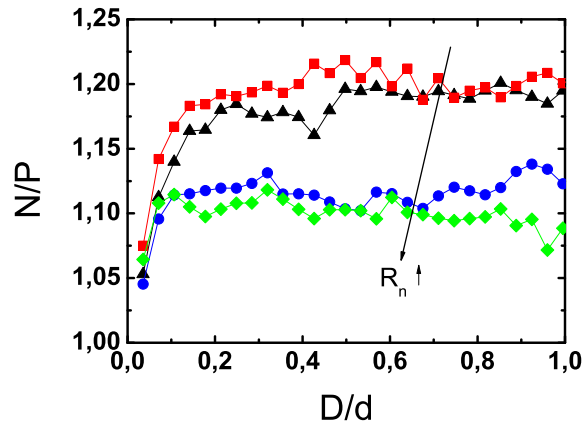


FIG. 3.14 – Évolution de  $N/P$  en fonction de  $D$ . Influence de la rugosité. ( $\blacktriangle$ )  $d_{p,0,25}$ , ( $\blacksquare$ )  $d_{p,0,5}$ , ( $\bullet$ )  $d_{p,1}$ , ( $\blacklozenge$ )  $d_{p,2}$ .  $0 \leq D \leq 1 d$ . Géométrie  $R_{50}$ .

### Influence de la géométrie

La figure 3.15 met en évidence l'influence de la géométrie (pour une rugosité  $d_{p,2}$ ). Les valeurs de  $N_{pic}$  tendent à être plus élevées pour des  $R_{int}$  plus grands. La décroissance de  $N$  à partir de sa valeur maximale  $N_{pic}$  en fonction de  $D$  est plus prononcée pour des  $R_{int}$  plus petits et peut s'étendre sur des distances plus grandes que celles observées pour la décroissance de  $S$ .

La figure 3.15b montre les valeurs de  $N/P$  pour des déplacements plus grands ( $50 d \leq$

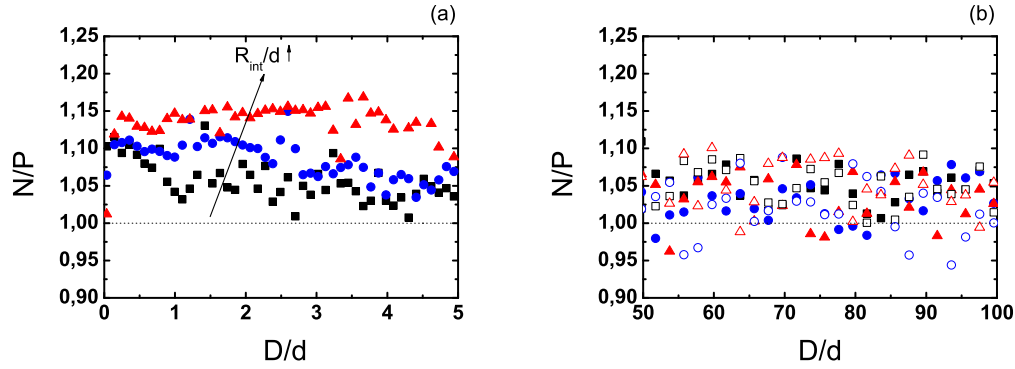


FIG. 3.15 – Évolution de  $N/P$  en fonction de  $D$ . (a) Influence de la géométrie.  $0 \leq D \leq 5 d$ . (b) Influence combinée de la géométrie et de la rugosité.  $50 \leq D \leq 100 d$ . (■, □)  $R_{25}$ , (●, ○)  $R_{50}$ , (▲, △)  $R_{100}$ .  $d_p = 2$  (symboles pleins),  $d_p = 0,25$  (symboles creux).

$D \leq 100 d$ ), à la fois pour différentes géométries et deux rugosités. On vérifie que la valeur stationnaire de  $N$  (dont la moyenne se situe entre  $P$  et  $1,05 P$ ) ne dépend ni de  $R_{\text{int}}$  ni de la rugosité.

#### Influence de la rugosité couplée à la géométrie

La figure 3.16 résume les effets géométriques ( $R_{\text{int}}$ ) et de la rugosité sur  $N_{\text{pic}}$ . Le manque de résultats ne permet pas de conclusion définitive concernant le rôle de  $R_{\text{int}}$  sur la valeur de  $N_{\text{pic}}$ , qui doit être limité supérieurement par la valeur obtenue en cisaillement plan. La valeur maximale de la contrainte normale moyenne à la paroi interne  $N_{\text{pic}}$  doit atteindre un plateau limite inférieur pour des fortes rugosités et un plateau limite supérieur pour des faibles rugosités.

#### Influence des coefficients de frottement $\mu$ et $\mu_p$

La figure 3.16b montre l'influence du coefficient de frottement des particules de la paroi  $\mu_p$  sur  $N_{\text{pic}}$ . On compare 3 valeurs de  $\mu_p$  (0, 0,4 et 0,8) pour un coefficient de frottement entre particules mobiles  $\mu = 0,4$ . Pour  $\mu_p \geq \mu$ , on n'observe pas d'influence de  $\mu_p$ . L'influence du coefficient de frottement des particules à la paroi  $\mu_p$  n'est sensible que pour des faibles rugosités. La valeur de  $N$  tend alors à être constante et proche de  $P$ . Ce comportement est à relier au comportement de la variation volumique  $\Delta V_n$  et de la contrainte de cisaillement à la paroi  $S$  (voir le § 3.3.1.1 et le § 3.3.2.2).

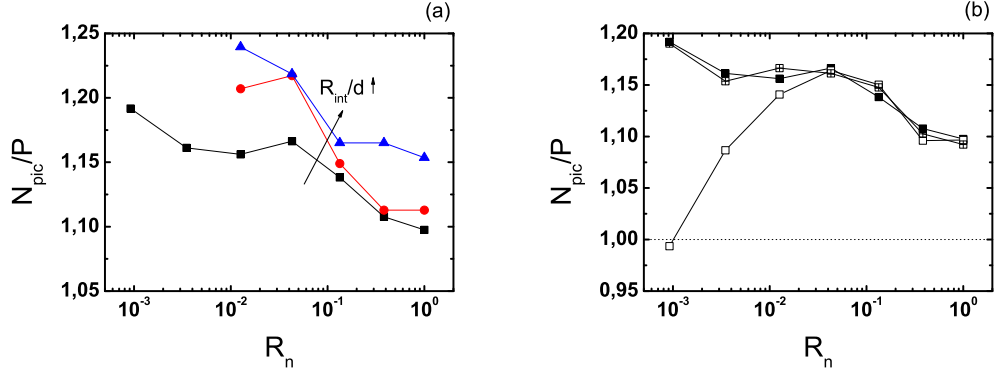


FIG. 3.16 – Influence de la rugosité sur  $N_{\text{pic}}/P$ . (a) Comparaison entre différentes géométries : (■)  $R_{25}$ , (●)  $R_{50}$ , (▲)  $R_{100}$ . (b) Influence du coefficient de frottement des particules de la paroi  $\mu_p$  : (□)  $\mu_p = 0$ , (■)  $\mu_p = 0,4$ , (⊞)  $\mu_p = 0,8$ . Géométrie  $R_{25}$ .

### 3.3.1.3 Frottement effectif à la paroi $\mu^{*p}$

#### Comportement général

Le frottement effectif à la paroi  $\mu^{*p}$  est le rapport entre la contrainte de cisaillement et la contrainte normale à la paroi moyen ( $\mu^{*p} = S/N$ ). La figure 3.17 montre le comportement de  $\mu^{*p}$  en fonction du déplacement tangentiel de la paroi  $D$  (géométrie  $R_{50}$ ). On observe pour  $\mu^{*p}$ , tel que pour  $S$  et  $N$ , des fortes fluctuations. On se limite à étudier le comportement moyen de ces grandeurs, mais des études approfondies sont présentées par [4, 121, 191] sur la fluctuations de forces aux parois.

De manière générale, le comportement de  $\mu^{*p}$  ressemble beaucoup à celui de la contrainte de cisaillement à la paroi  $S$ , vu que les variations de  $N$  au cours du cisaillement sont d'intensité plus faible et plus étalées en  $D$  que celles de  $S$  ( $N_{\text{pic}}/N_s \approx 1,2$  tandis que  $S_{\text{pic}}/S_s$  peut aller jusqu'à  $\approx 1,75$  pour  $d_p 0,25$ , par exemple). En fonction des différences d'évolution au cours du cisaillement (principalement les déplacements initiaux) entre  $N$  et  $S$ ,  $\mu_{\text{pic}}^{*p}$  n'est pas exactement égal à  $S_{\text{pic}}/N_{\text{pic}}$ . Cela revient simplement à dire que les valeurs maximales de  $S$  et  $N$  n'interviennent pas pour la même longueur de cisaillement  $D$  (malgré les petites différences observées).

À partir de sa valeur maximale,  $\mu^{*p}$  décroît jusqu'à sa valeur stationnaire  $\mu_s^{*p}$  (figure 3.17). Contrairement à la valeur maximale  $\mu_{\text{pic}}^{*p}$ , la valeur stationnaire  $\mu_s^{*p}$  correspond à  $S_s/N_s$  (par définition, vu que  $\mu^{*p}$  devient stationnaire quand  $S$  et  $N$  deviennent stationnaires).

#### Influence de la géométrie

La figure 3.18 montre l'influence de la géométrie sur  $\mu^{*p}$  pour une rugosité  $d_p 2$ . On observe, dans ce cas, des valeurs de  $\mu^{*p}$  (spécialement les valeurs stationnaires) plus

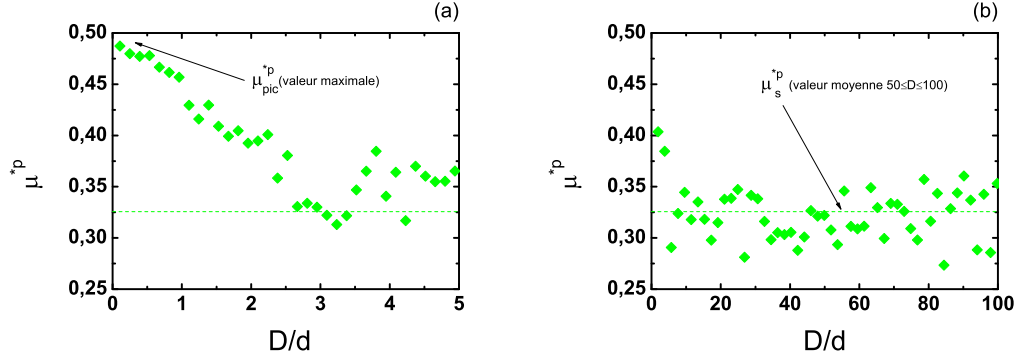


FIG. 3.17 – *Frottement effectif à la paroi  $\mu^{*p}$  en fonction de  $D$ . (a)  $0 \leq D \leq 5 d$ , (b)  $0 \leq D \leq 100 d$ . Géométrie  $R_{50}$ ,  $d_p 2$ .*

élevées pour des  $R_{\text{int}}$  plus petits. La figure 3.18 montre que la distance de cisaillement nécessaire pour atteindre une valeur quasi-stationnaire de  $\mu^{*p}$  ( $D \approx 3 d$ ) ne dépend pas de la géométrie (comportement identique à celui observé pour  $S$ ).

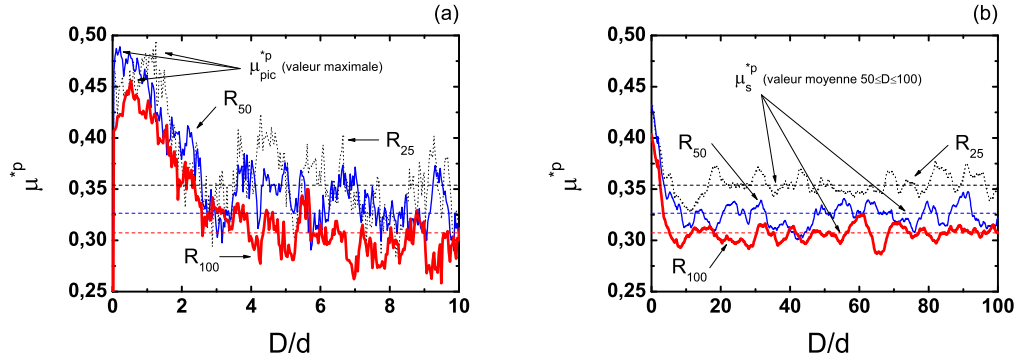


FIG. 3.18 – *Frottement effectif à la paroi  $\mu^{*p}$  en fonction de  $D$ . Comparaison entre trois géométries ( $R_{25}$ ,  $R_{50}$  et  $R_{100}$ ) pour une rugosité  $d_p 2$ . (a)  $0 \leq D \leq 10 d$ , (b)  $0 \leq D \leq 100 d$  (moyenne glissante sur  $D = 3 d$ ).*

### Influence de la rugosité

L'influence de la rugosité est similaire à celle observée pour  $S$ , soit une croissance de  $\mu^{*p}$  lorsque la rugosité augmente (figure 3.19). Ce comportement est vérifié depuis les premières études du comportement d'interface [2, 27, 141, 199]. La distance ( $D \approx 3 d$ ) de décroissance initiale de  $\mu^{*p}$  semble peu affectée par les différences de rugosité.

Cette évolution, en considérant en plus la non dépendance avec la géométrie (paragraphe précédent) suggère l'existence d'une échelle de longueur associée au comportement du matériau [50].

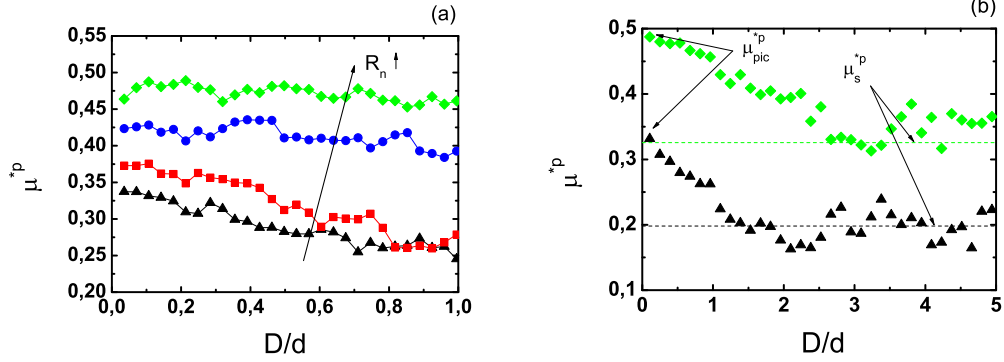


FIG. 3.19 – *Frottement effectif à la paroi  $\mu^{*p}$  en fonction de  $D$ . Influence de la rugosité. ( $\blacktriangle$ )  $d_p 0,25$ , ( $\blacksquare$ )  $d_p 0,5$ , ( $\bullet$ )  $d_p 1$ , ( $\blacklozenge$ )  $d_p 2$ . (a)  $0 \leq D \leq 1 d$ , (b)  $0 \leq D \leq 5 d$ . Géométrie  $R_{50}$ .*

L'influence de la rugosité sur  $\mu_{\text{pic}}^{*p}$  (figure 3.20a) est similaire à celle observée pour  $S_{\text{pic}}$  (figure 3.11). Le frottement effectif à la paroi  $\mu_{\text{pic}}^{*p}$  augmente lorsque la rugosité augmente. La paroi semble devenir complètement lisse pour des valeurs suffisamment petites de  $R_n$  ( $< 10^{-2}$ ), où l'on observe un palier inférieur pour  $\mu_{\text{pic}}^{*p}$ , et complètement rugueuse pour des valeurs assez grandes,  $R_n > 0,3$ , où l'on observe un palier supérieur pour  $\mu_{\text{pic}}^{*p}$ .

Le comportement de  $\mu_s^{*p}$  en fonction de la rugosité, visible sur la figure 3.20b est très similaire à celui observé pour  $\mu_{\text{pic}}^{*p}$ .

[186, 187] obtiennent des dépendances du frottement à la paroi approximativement linéaires avec la rugosité normalisée, présentant un palier maximal. [136] obtient des résultats similaires à ces montrés sur la figure 3.20 et divise l'influence de la rugosité en 3 zones selon l'influence de  $R_n$  : lisse (palier minimale), intermédiaire et rugueuse (palier maximale).

### Influence de la rugosité couplée à la géométrie

Quant aux effets géométriques, des valeurs plus élevées de  $R_{\text{int}}$  produisent une diminution des valeurs mesurées de  $\mu_s^{*p}$ , le cisaillement plan constituant la limite inférieure. Cette même tendance est observée pour la valeur maximale du coefficient de frottement à la paroi  $\mu_{\text{pic}}^{*p}$  pour  $R_n > 4 \cdot 10^{-2}$ . Pour  $R_n \leq 4 \cdot 10^{-2}$ , on mesure une inversion de la tendance, mais qui nécessite plus de mesures pour être confirmée.

La valeur limite de  $\mu_s^{*p}$  ( $\approx 0,26$ ) atteinte pour le cisaillement plan rugueux tend vers le résultat obtenu en cisaillement plan sans parois (conditions aux limites bi-périodiques dans [166]). Cette limite est connue en mécanique de sols comme étant le frottement

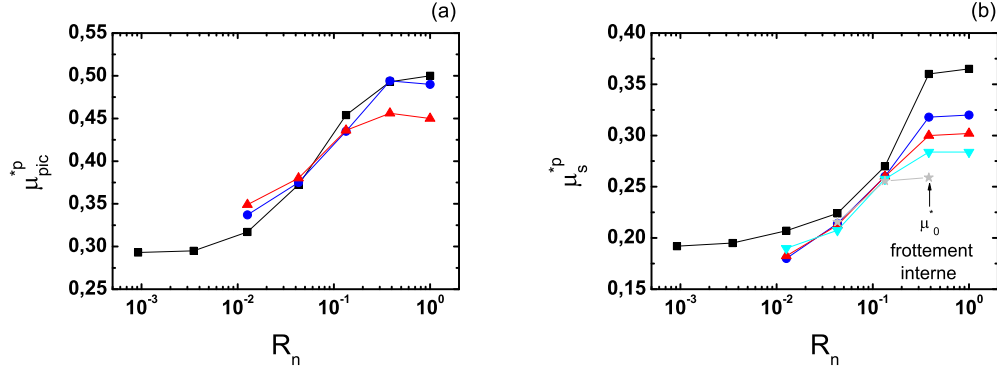


FIG. 3.20 – Influence de la rugosité sur (a) le frottement effectif maximal à la paroi  $\mu_{pic}^{*p}$  et (b) le frottement effectif stationnaire à la paroi  $\mu_s^{*p}$  pour différentes géométries. (■)  $R_{25}$ , (●)  $R_{50}$ , (▲)  $R_{100}$ , (▼)  $R_{200}$ , (★) cisaillement plan.

interne  $\mu_0^*$  du matériau dans son *état critique*, c'est à dire le frottement effectif maximal applicable au milieu granulaire en régime quasi-statique stationnaire. Il est traditionnellement déterminé à partir des essais triaxiaux [14, 122, 195], dans lesquels les échantillons sont soumis à un état de contrainte homogène. La figure 3.20 montre que, pour une géométrie dont l'état de contraintes n'est pas homogène, le coefficient de frottement peut en fait être supérieur à  $\mu_0^*$ .

Dans le cas annulaire, ceci est la conséquence à la fois de l'hétérogénéité de contraintes et de la paroi. L'influence de l'hétérogénéité de contraintes est clairement montrée par la convergence de  $\mu^{*p} \rightarrow \mu_0^*$  pour des  $R_{int}$  croissants. L'influence de la paroi sera montrée au § 3.5, qui traite de la classification des régimes (inertiel versus quasi-statique).

Plusieurs auteurs trouvent que le frottement d'interface est limité par le frottement interne du matériau en travaillant avec du sable [20, 27, 136, 156, 186, 187]. Ceci est cohérent avec nos résultats, vu que le rapport géométrique  $R_{int}/d$  tend à être grand pour la granulométrie des sables utilisés. En outre, la plupart des travaux a été réalisé avec du cisaillement plan ou direct ( $R_{int}/d \rightarrow \infty$ ).

### Influence des coefficients de frottement $\mu$ et $\mu_p$

La figure 3.21 met en évidence une forte corrélation entre la valeur maximale du coefficient de frottement effectif à la paroi  $\mu_{pic}^{*p}$  et sa valeur stationnaire  $\mu_s^{*p}$ . L'influence du coefficient de frottement  $\mu_p$  des particules de la paroi, observée pour les contraintes de cisaillement  $S$  et normale  $N$  à la paroi, est naturellement observée pour  $\mu^{*p}$  (figure 3.21).  $\mu_{pic}^{*p}$  et  $\mu_s^{*p}$  ne continuent à décroître aux faibles rugosités ( $R_n < 10^{-2}$ ) que pour  $\mu_p = 0$ . Pour une valeur finie de  $\mu_p$  ces coefficients de frottement effectifs s'approchent d'une valeur limite finie pour  $R_n \leq 10^{-2}$ .

On peut comprendre l'influence de  $\mu_p$  sur les grandeurs analysées en considérant

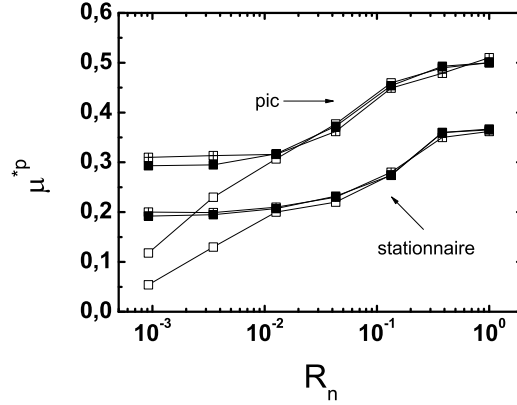


FIG. 3.21 – Influence de la rugosité sur le frottement effectif à la paroi  $\mu^{*p}$  pour différentes valeurs de coefficient de frottement  $\mu_p$  des particules de la paroi. ( $\square$ )  $\mu_p = 0$ , ( $\blacksquare$ )  $\mu_p = 0,4$ , ( $\boxplus$ )  $\mu_p = 0,8$ . Géométrie  $R_{25}$ .

séparément les contributions à  $S$  des forces de contact normales et tangentielles entre les grains libres et ceux qui constituent la paroi. En présence d'une rugosité notable, la contribution des forces normales est essentielle, les grains libres tendent à se piéger dans un « coin » entre deux grains de la paroi, et à être entraînés dans le mouvement de la paroi sans rotation importante, et sans que le frottement au contact ne soit forcément mobilisé. La valeur de  $\mu_p$  ne compte pas dans la transmission du mouvement et des efforts. En revanche, pour les rugosités faibles, les composantes tangentielles des forces entre grains libres et paroi prennent de l'importance, la condition de Coulomb avec le coefficient  $\mu_p$  est plus facilement saturée, les grains en contact avec la paroi sont entraînés en rotation. La valeur de  $\mu_p$  est alors décisive. Dans la limite d'une paroi lisse, seul le frottement aux contacts avec la paroi, régi par ce coefficient  $\mu_p$ , permet d'entraîner les grains. Le frottement effectif  $\mu^{*p}$  s'annule alors avec  $\mu_p$ .

L'application de forces tangentielles aux particules du milieu granulaire dépend, outre le frottement entre les particules et la paroi  $\mu_p$ , du frottement entre les particules du milieu  $\mu$ . En considérant un exemple fictif, au voisinage d'une paroi lisse ( $R_n = 0$ ) avec  $\mu_p \neq 0$  et  $\mu = 0$ , les forces tangentielles transmises au milieu granulaire tendraient vers zéro, parce que les particules du milieu ne sont pas capables de transmettre la rotation produite lors du contact avec la paroi. Cet exemple démontre l'existence d'une limite, dépendant de  $\mu$ , à la transmission des rotations du voisinage de la paroi au reste du milieu. C'est pour cela que l'on observe une limite sur l'effet de  $\mu_p \geq 0,4$  aussi pour des petits  $R_n$ .

### 3.3.2 Évolution de la structure

On décrit d'abord l'évolution du profil radial de compacité et la variation volumique globale de l'échantillon. On s'intéresse ensuite à l'évolution du nombre de coordination et de la mobilisation du frottement globaux. À la fin on présente l'évolution du profil radial de vitesse tangentielle.

#### 3.3.2.1 Évolution du profil radial de compacité $\nu(r)$

La figure 3.22 montre la diminution de la compacité  $\nu$  à mesure que l'on cisaille le matériau, et la stabilisation de ce profil pour une distance de cisaillement assez grande.

L'évolution la plus claire des profils de compacité se passe pour  $D \leq \approx 2d$ , ce qui se retrouve sur le comportement des variations volumiques, comme on peut le vérifier sur la figure 3.23a, de façon pratiquement indépendante de la rugosité de la paroi.

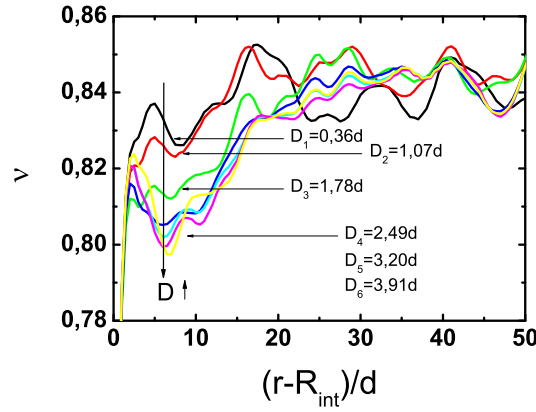


FIG. 3.22 – Évolution du profil radial de compacité  $\nu$  en fonction du déplacement à la paroi  $D$ . Géométrie  $R_{100}$ .  $d_p 2$ .

#### 3.3.2.2 Variation volumique normalisée $\Delta V_n$

La figure 3.22 montre que les déformations volumiques les plus fortes interviennent au voisinage de la paroi interne, ce qui confirme l'hypothèse adoptée lors de la définition de la variation volumique normalisée  $\Delta V_n$  (§ 2.7.2).

#### Influence de la rugosité à la paroi

La figure 3.23 montre l'évolution de la variation volumique normalisée  $\Delta V_n$  au cours d'un essai. L'état initial est très dense, ce qui explique la forte dilatance observée (figure 3.22). Le taux de dilatation est plus fort au tout début ( $D < \approx 2d$ ), indépendam-

ment de la rugosité. Il tend ensuite à diminuer, et  $\Delta V_n$  tend vers une limite finie pour  $D \rightarrow \infty$ . En pratique, on arrête l'essai à  $D = 100 d$ , ce qui définit une valeur maximale  $\Delta V_n^{\max}$ . On observe que plus la rugosité normalisée  $R_n$  est grande, plus fortes sont les variations volumiques.

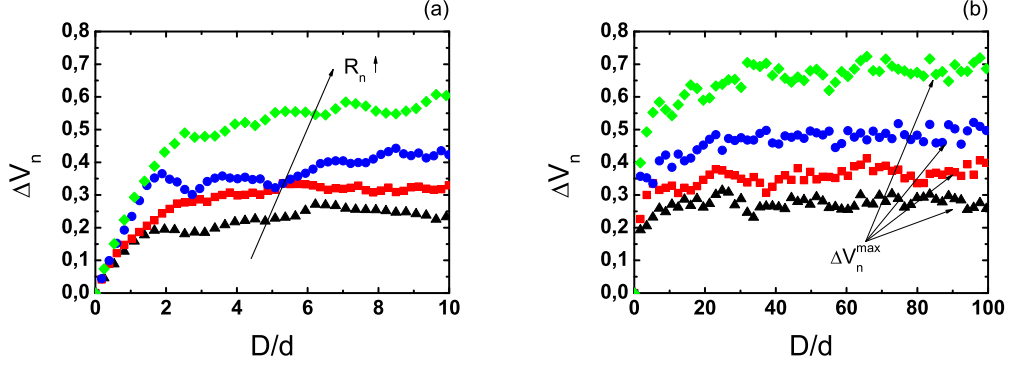


FIG. 3.23 – Variation volumique normalisée  $\Delta V_n$  en fonction du déplacement tangentiel à la paroi  $D$ . Influence de la rugosité. (▲)  $d_p 0,25$ , (■)  $d_p 0,5$ , (●)  $d_p 1$ , (◆)  $d_p 2$ . (a)  $0 \leq D \leq 10 d$ , (b)  $0 \leq D \leq 100 d$ . Géométrie  $R_{50}$ .

### Influence de la rugosité couplée à la géométrie

Cette influence de la rugosité, couplé avec celui de la géométrie est confirmé sur la figure 3.24. Plus la taille de l'échantillon est grande, plus la variation volumique est importante. Une explication intuitive est la suivante : on peut supposer que dans le cas limite d'un cisaillement plan ( $R_{\text{int}} \rightarrow \infty$ ), tout le matériau se dilate de manière homogène (on néglige les effet des parois).  $\Delta V_n$  est donc proportionnelle à la différence entre les compacités initiale et finale et aussi à la distance entre les parois externe et interne  $R_{\text{ext}} - R_{\text{int}}$ . Si  $R_{\text{ext}}$  reste proportionnel à  $R_{\text{int}}$ , on en déduit que  $\Delta V_n$  doit augmenter avec  $R_{\text{int}}$ , jusqu'à diverger dans la limite  $R_{\text{int}} \rightarrow \infty$ .

On observe que  $\Delta V_n^{\max}$  présente des valeurs limites minimale et maximale pour les faibles et fortes rugosités respectivement (pour une interprétation voir §3.3.1.3).

### Influence des coefficients de frottement $\mu$ et $\mu_p$

La figure 3.25a montre l'influence du coefficient de frottement  $\mu_p$  entre les particules mobiles et celles de la paroi. Pour  $\mu_p \geq 0,4$ , on n'observe pas de différence sur  $\Delta V_n$  quelle que soit la rugosité. Pour  $\mu_p = 0$ , on observe une déviation du comportement précédent pour  $R_n < 10^{-2}$  : plus la rugosité est faible, plus  $\Delta V_n^{\max}$  est faible. Une interprétation de ce comportement est proposée au § 3.3.1.3. Ceci est similaire au comportement de  $\mu^{*p}$  montré sur la figure 3.21. Ainsi, pour une géométrie donnée, on observe une corrélation

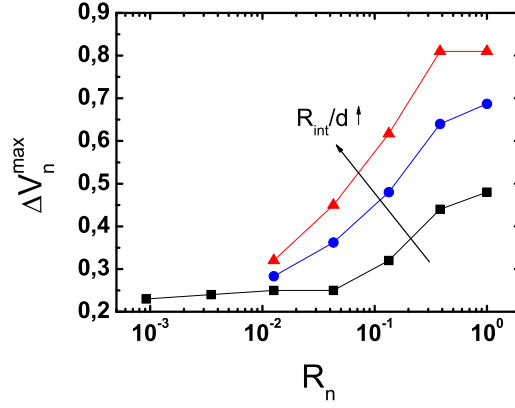


FIG. 3.24 – Variation volumique normalisée maximale  $\Delta V_n^{\max}$  en fonction de la rugosité normalisée  $R_n$ , pour différentes géométries. (■)  $R_{25}$ , (●)  $R_{50}$ , (▲)  $R_{100}$ .

entre le frottement effectif maximal  $\mu_{\text{pic}}^{*p}$  et la variation volumique maximale  $\Delta V_n^{\max}$  quel que soit  $\mu_p$  (figure 3.25b).

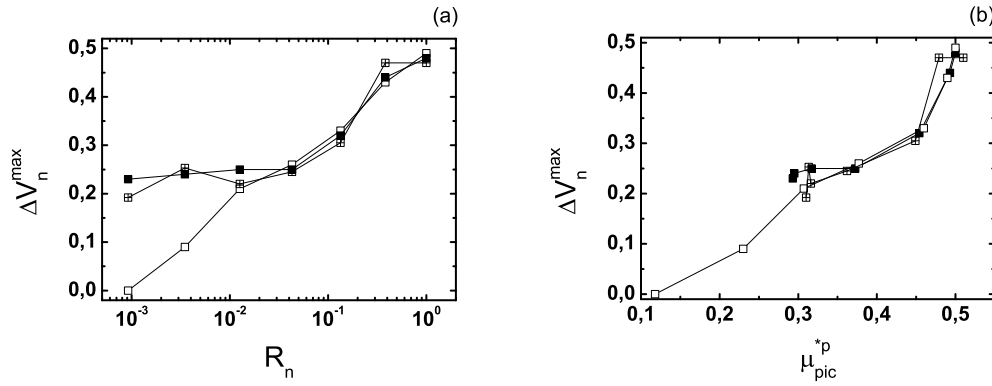


FIG. 3.25 – Variation volumique normalisée maximale  $\Delta V_n^{\max}$  en fonction (a) de la rugosité normalisée  $R_n$ , (b) de  $\mu_{\text{pic}}^{*p}$  pour différentes valeurs du coefficient de frottement des particules de la paroi  $\mu_p$ . (□)  $\mu_p = 0$ , (■)  $\mu_p = 0,4$ , (⊞)  $\mu_p = 0,8$ . Géométrie  $R_{25}$ .

### 3.3.2.3 Nombre de coordination global $Z^G$

On définit un nombre de coordination moyen  $Z^G$  sur tout l'échantillon (sauf particule aux parois), en considérant tous les contacts (y compris ceux avec les parois).

Cette grandeur dépend de  $R_{\text{ext}} - R_{\text{int}}$ , vu que les régions plus éloignées de la paroi interne présentent des comportements différents de la région à proximité de  $r = R_{\text{int}}$  (comme on verra en régime quasi-statique en stationnarité au § 3.6.2). On analyse ici l'influence de la rugosité sur des échantillons de géométrie  $R_{50}$ .

Par rapport au comportement général du nombre de coordination  $Z$ , selon [47], dans le régime quasi-statique, pour un milieu monodisperse,  $Z$  est voisin de 3 dans l'état stationnaire. Initialement, si l'on part d'une configuration équilibrée sans frottement, il doit être proche de 4 (correspondant à l'isostaticité des assemblages de disques non frottants dans la limite rigide), mais il diminue rapidement dans la phase transitoire qui s'accompagne d'une forte dilatance [47]. 3 est la valeur minimale à deux dimensions dans une configuration équilibrée, car elle correspond, dans la limite où les effets de bord sont négligeables, à un nombre d'inconnues (les composantes normales et tangentielles des forces de contact) égal au nombre d'équations d'équilibre (3 par grain mobile). On obtiendrait une valeur un peu supérieure en éliminant la contribution des grains qui ne portent aucune force [47, 48] (on a le plus souvent plus de 10% de tels grains « flottants » pour des compacités voisines de la valeur de l'état critique [177]). De plus,  $Z$  augmenterait encore légèrement en allant vers des valeurs encore plus faibles du nombre d'inertie  $I$  : en effet, un faible niveau d'énergie cinétique suffit à faire disparaître les contacts portant de petites forces qui seraient présents à l'équilibre [47, 48].

### Influence de la rugosité normalisée

La figure 3.26 montre l'évolution de  $Z^G$  en fonction de la distance de cisaillement  $D$ . Dans l'état initial ( $D = 0$ ), l'échantillon présente un nombre de coordination maximal ( $Z^G \approx 3,5$ ). En négligeant d'éventuels effets des parois et des perturbations de l'équilibre statique qui pourraient contribuer à un nombre de coordination inférieur à 4 dans l'état initial, ce résultat indiquerait l'existence d'environ 15% de particules flottantes.

Dès que le déplacement à la paroi commence (pour  $0 \leq D \leq 0,5 d$ ),  $Z^G$  décroît fortement vers  $\approx 3$ . On observe que l'ouverture de contacts intervient pour des déplacements légèrement plus petits lorsque la rugosité est plus grande. L'effet est faible parce que les régions concernées par cette diminution de  $Z$  se trouvent éloignées de la paroi et parce que l'ouverture des contacts dépend de déformations très petites.

La valeur minimale de  $Z^G$  (légèrement inférieure à 3) intervient pour  $D \approx 1,5 d$ . Ensuite,  $Z^G$  remonte et se stabilise à  $Z^G \approx 3$ . L'interprétation de ce passage par une valeur minimale avant la stabilisation vers une valeur égale à 3 n'est pas claire pour l'instant. Des essais à vitesses plus faibles pourraient mettre en évidence l'existence d'éventuels effets dynamiques.

### Relation entre $Z^G$ et $\Delta V_n$

En analysant l'évolution de  $Z^G$  en fonction de la variation volumique normalisée  $\Delta V_n$  (figure 3.27a), on vérifie que la phase initiale d'ouverture des contacts ( $D \leq \approx 0,5 d$ ) correspond à la phase initiale de dilatation (voir figure 3.27b) dans laquelle on n'observe pas d'influence de la rugosité. L'influence de la rugosité sur  $\Delta V_n$  n'intervient qu'à partir du moment où  $Z$  commence à se stabiliser.

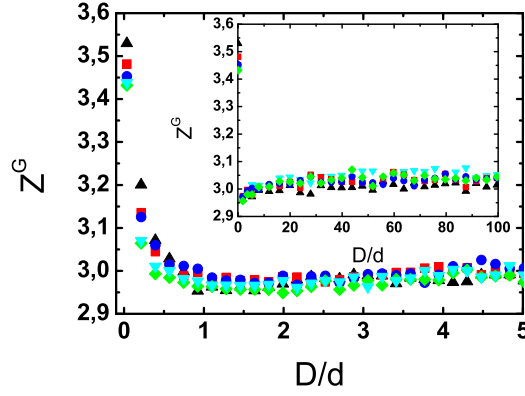


FIG. 3.26 – Nombre de coordination global  $Z^G$  en fonction du déplacement tangentiel à la paroi  $D$  ( $0 \leq D \leq 5 d$ ). En insert, pour  $0 \leq D \leq 100 d$ . Influence des différentes rugosités à la paroi. ( $\blacktriangle$ )  $d_p 0,25$ , ( $\blacksquare$ )  $d_p 0,5$ , ( $\bullet$ )  $d_p 1$ , ( $\blacklozenge$ )  $d_p 2$ , ( $\blacktriangledown$ )  $d_p 4$ . Géométrie  $R_{50}$ .

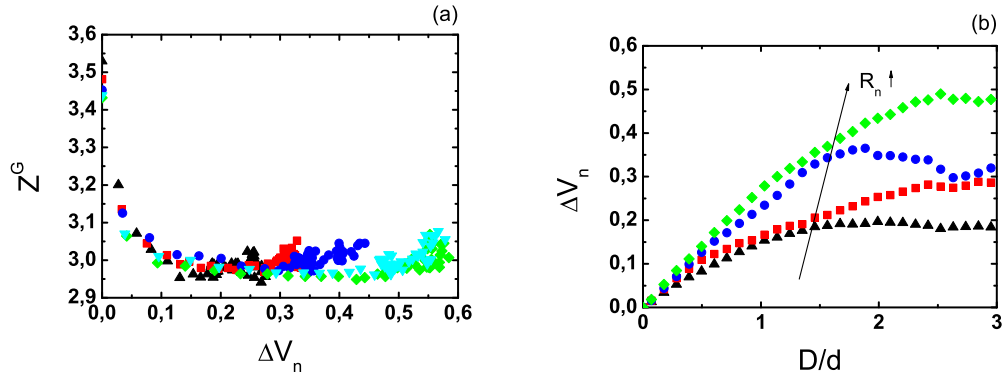


FIG. 3.27 – (a) Nombre de coordination global  $Z^G$  en fonction de la variation volumique normalisée  $\Delta V_n$ , (b) variation volumique normalisée  $\Delta V_n$  en fonction du déplacement tangentiel de la paroi  $D$  ( $0 \leq D \leq 3 d$ ). Influence de la rugosité. ( $\blacktriangle$ )  $d_p 0,25$ , ( $\blacksquare$ )  $d_p 0,5$ , ( $\bullet$ )  $d_p 1$ , ( $\blacklozenge$ )  $d_p 2$ , ( $\blacktriangledown$ )  $d_p 4$ . Géométrie  $R_{50}$ .

### 3.3.2.4 Mobilisation du frottement global $M^G$

En fonction du nombre de contact moyen par particule  $Z^G$  calculé sur l'ensemble de l'échantillon, on définit une mobilisation du frottement « globale »  $M^G = Z_g^G / Z^G$  (voir § 1.5.2), où  $Z_g^G$  désigne le nombre de contacts glissants moyen dans l'échantillon. La figure 3.28 montre l'influence de la rugosité sur l'évolution de  $M^G$  au cours du cisaillement.

Une rugosité plus grande augmente la mobilisation du frottement  $M^G$ , ainsi que sa distance caractéristique de variation (de quelques 0,1 à environ 2).

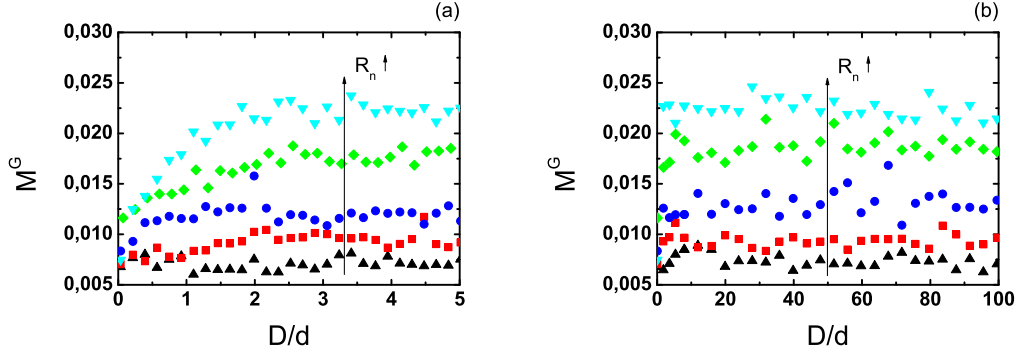


FIG. 3.28 – Mobilisation du frottement global  $M^G$  en fonction du déplacement tangentiel à la paroi  $D$ . Influence des différentes rugosités à la paroi. (▲)  $d_p 0,25$ , (■)  $d_p 0,5$ , (●)  $d_p 1$ , (◆)  $d_p 2$ , (▼)  $d_p 4$ . (a)  $0 \leq D \leq 5 d$ , (b)  $0 \leq D \leq 100 d$ . Géométrie  $R_{50}$ .

### 3.3.2.5 Profil de vitesse tangentielle $v_\theta(r)$

On analyse, sur la figure 3.29a, l'évolution de la zone de cisaillement à partir des profils de vitesse tangentielle  $v_\theta(r)$ . On utilise le paramètre  $\lambda$  (défini au § 2.7.1) pour quantifier l'épaisseur de la zone de cisaillement (figure 3.29b).

Au début du cisaillement, pour un échantillon de géométrie  $R_{100}$ , on observe que le matériau est cisailé jusqu'à une distance de la paroi  $\lambda \approx 30 d$ . À mesure que l'on cisaille le matériau, sa déformation se localise de plus en plus à proximité de la paroi pour converger vers  $\lambda \approx 15$  dans le régime stationnaire.

La transition de l'état initial solide vers un milieu aux déformations localisées passe par une phase de cisaillement diffus au sein du matériau [21]. Cette évolution dépend de l'évolution de la densité du matériau lors du cisaillement [181] qui se dilate lorsque son état initial est très dense.

On observe que le profil de vitesse tangentielle est totalement localisé vers  $D \approx 2 d$ . Donc, pour  $D \lesssim 2 d$ , une couche plus épaisse du matériau est déformée, ce qui explique les variations volumiques plus accentuées dans le même intervalle de déplacements (figure 3.23a).

On observe que la mobilisation du frottement  $M^G$  se développe durant la localisation du cisaillement (plus visible pour  $d_p 4$  sur la figure 3.28a). Ce comportement est lié à l'évolution du frottement effectif  $\mu^{*p}$  (figures 3.17a et 3.18a), notamment en fonction de  $S$  (figures 3.9 et 3.10b) jusqu'à  $D \approx 3 d$ .

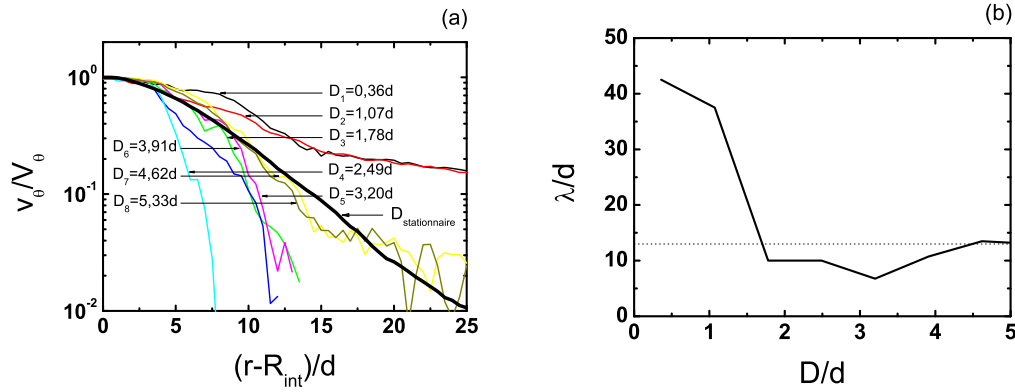


FIG. 3.29 – (a) Évolution du profil radial de vitesse tangentielle  $v_\theta$ , (b) longueur de la bande de cisaillement  $\lambda$  en fonction du déplacement à la paroi  $D$ . Géométrie  $R_{100}$ .  $d_p$  2

### 3.3.3 Influence des différents états initiaux

Pour évaluer l'effet de l'état initial de l'échantillon sur son comportement macroscopique, on simule le renversement du sens de rotation du cylindre intérieur. Ensuite, on étudie le comportement pour des cycles de cisaillements alternés. Pour cela on utilise un échantillon de géométrie  $R_{25}$  avec une rugosité  $d_p$  1.

#### 3.3.3.1 Effet d'une inversion de sens sur les contraintes

Après avoir cisailé longtemps le matériau ( $D > 100 d$ ) on effectue un changement de sens de rotation de la paroi intérieure. Le comportement du frottement effectif  $\mu^{*p}$  à partir d'un état initial dense est comparé avec celui après l'inversion du cisaillement sur la figure 3.30.

Malgré les comportements initiaux très distincts (le premier présentant un pic de résistance et le deuxième une montée douce), le comportement stationnaire converge vers un même état (dit état critique [152, 168, 201]).

#### 3.3.3.2 Cycles stabilisés

Lorsqu'on inverse systématiquement le sens du cisaillement à distances fixes on observe une stabilisation de la réponse cyclique de l'échantillon (figure 3.31,  $D = \pm 5 d$ ).

La contrainte normale à la paroi  $N$  atteint les mêmes niveaux observés dans les situations de cisaillement en sens unique (figure 3.15b). Le frottement effectif à la paroi  $\mu^{*p}$  (fonction de  $S$ ) présente un comportement transitoire après chaque inversion, présentant une montée douce sans pic de résistance. La valeur maximale reste constante durant le reste du cycle et présente des niveaux identiques à ceux observés pour le cisaillement en sens unique.

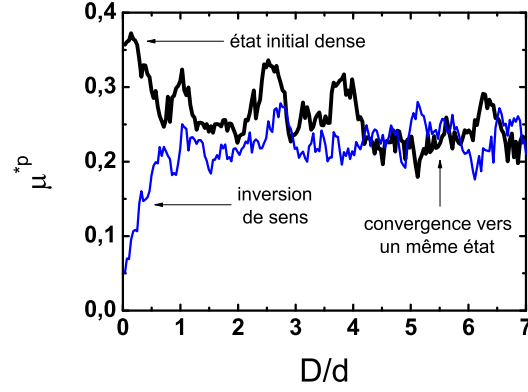


FIG. 3.30 – Évolution du frottement effectif à la paroi en fonction du déplacement de la paroi, pour deux états initiaux différents.

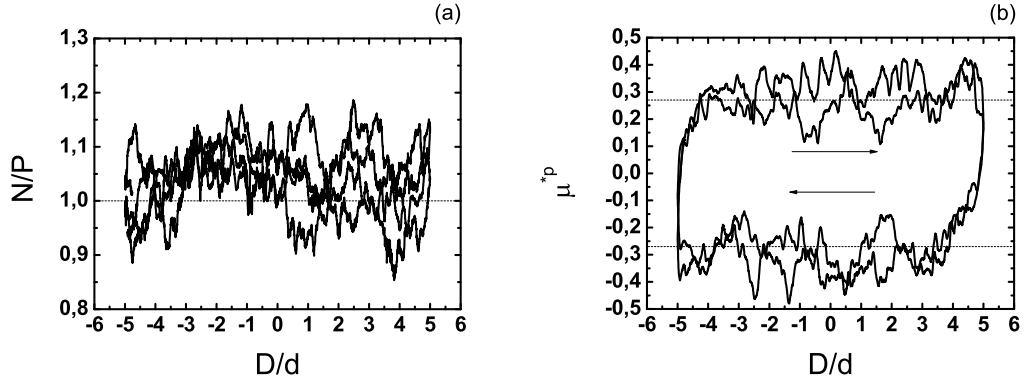


FIG. 3.31 – (a) Contrainte normale  $N$  et (b) frottement effectif  $\mu^{*P}$  à la paroi pour un essai cyclique (on montre deux cycles). Les lignes pointillées sur (b) représentent les valeurs obtenues en cisaillement stationnaire. Géométrie  $R_{25}$ ,  $d_p 1$ .

Le comportement volumique diffère considérablement quand on compare le cisaillement partant d'un état initial de haute densité (figure 3.32a) avec un cisaillement cyclique (figure 3.32b). Comme on l'a constaté précédemment, un échantillon dense se dilate plus intensément au début du cisaillement avant de présenter un comportement stationnaire à volume constant. Un échantillon en cisaillement cyclique se dilate tout au long d'un demi-cycle et, lors du changement du sens du cisaillement, présente une forte compaction. On note bien les niveaux de  $\Delta V_n$  supérieurs pour l'échantillon initialement très dense.

Après avoir été cisailé, le matériau composé de particules frottantes ne retrouve plus son état initial de densité maximale, même durant le maximum de compaction.

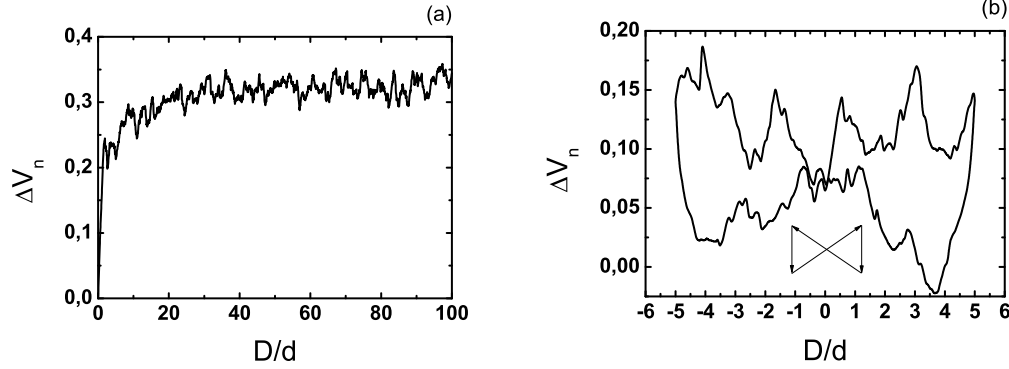


FIG. 3.32 – Variation volumique normalisée  $\Delta V_n$  en fonction du déplacement  $D/d$  de la paroi (a) pour un cisaillement en sens unique, (b) pour un cisaillement cyclique. Géométrie  $R_{25}$ ,  $d_p 1$ .

Le comportement en cisaillement cyclique sera discuté en détail dans le chapitre 4.

### 3.4 Régime stationnaire

#### 3.4.1 Études sur les effets de la vitesse et de la rugosité à la paroi

Dans la suite, nous allons étudier les effets de la vitesse de cisaillement et de la rugosité de la paroi sur le comportement de nos systèmes en état stationnaire. On enlève l'indice "s" indiquant la stationnarité pour simplifier la notation.

Sans perte de généralité de l'étude, on fixe la pression de confinement ( $P = 1$ ) pour les prochains résultats (son effet sera discuté au § 3.5.2). Les effets dynamiques seront étudiés à l'aide d'une variation de la vitesse à la paroi  $0,00025 \leq V_\theta \leq 2,5$ .

L'influence de la rugosité normalisée  $R_n$  sera vérifiée dans la même gamme présentée pour l'étude du transitoire (tableau 3.2). On vérifie son effet pour des vitesses à la paroi  $V_\theta = 0,025$ , qui s'avère, selon la pression de confinement utilisé, suffisamment lente pour imposer un caractère quasi-statique à nos systèmes.

#### 3.4.2 Critère de stationnarité

Dans la section précédente, on a étudié l'évolution de plusieurs paramètres macroscopiques ( $N$ ,  $S$ ,  $\Delta V \dots$ ), et l'on a observé que pour  $D$  assez grand, ces paramètres tendent vers une valeur asymptotique (avec des fluctuations intrinsèques). Lorsque les caractéristiques du système ne dépendent plus du déplacement tangentiel de la paroi intérieure  $D$ ,

ou encore du temps  $D/V_\theta$ , on atteint le régime stationnaire. Nos observations indiquent qu'une distance  $D \approx 100 d$  est suffisante pour que l'évolution macroscopique du système devienne asymptotique.

Cependant, en cisaillement annulaire, la déformation de cisaillement est fortement localisée près de la paroi. Plus intensément une région est cisailée, plus elle tend rapidement vers son état stationnaire. En conséquence, le temps de stabilisation augmente rapidement avec la distance à la paroi. C'est ainsi que l'on étudiera préférentiellement la région proche de la paroi intérieure. [58] suggère comme critère de considérer comme suffisamment cisailée une région soumise à une déformation locale cumulée  $\gamma$  égale à 10 ( $\dot{\gamma}/T=10$ , où  $T$  est le temps de l'expérience). La largeur de cette région dépend de plusieurs paramètres, principalement du déplacement maximal  $D$  de chaque essai, de l'existence d'un glissement entre les particules du milieu granulaire et la paroi (qui dépend de la rugosité de la paroi) et de la rhéologie du matériau granulaire. Les régions éloignées de la paroi, qui sont très lentement cisailées continuent à évoluer extrêmement lentement, comme le montrent, par exemple, les variations de la compacité (figure 3.24) et du nombre de coordination (figure 3.26). Toutefois, ces évolutions n'influent pas sur le comportement de la région proche de la paroi, dont l'état peut être, en très bonne approximation, analysé comme stationnaire.

Après l'atteinte de l'état stationnaire (que l'on considère pour une distance cisailée d'au moins  $100 d$ ), on mesure 200 "images" du système distribués dans le temps de l'essai  $T$ . La moyenne de ces images nous fournit la configuration moyenne de l'échantillon.

Ce temps  $T$  est le temps suffisant pour que le matériau soit cisailé d'une distance  $D = 200 d$  à une vitesse de  $V_\theta = 0,025$  (exceptionnellement pour la vitesse plus faible étudiée  $V_\theta = 0,00025$ , on cisaille pour un temps égal à  $10T$ ). Les essais aux vitesses plus élevées cisailent les échantillons pour des distances plus longues. La séquence d'essais commence donc pour les hautes vitesses, de manière à avoir des échantillons toujours bien cisailés.

Pour l'étude à différentes rugosités, où la vitesse est fixée à  $V_\theta = 0,025$ , on attend au moins  $D = 500 d$  pour commencer l'acquisition des données.

### 3.4.3 Profils des contraintes

#### 3.4.3.1 Contraintes radiale et orthoradiale

La figure 3.33 montre que les contraintes radiale  $\sigma_{rr}$  et orthoradiale  $\sigma_{\theta\theta}$  tendent à être constantes dans tout le système et égales à la pression de confinement (radiale)  $P$ . Ce résultat a aussi été mis en évidence pour les écoulements denses sur plan incliné [146, 176]. À partir  $r - R_{\text{int}} \approx 20$  les valeurs de  $\sigma_{\theta\theta}/\sigma_{rr}$  présentent de fortes fluctuations (figure 3.33b), à cause des valeurs de  $\sigma_{\theta\theta}$ , qui semble être plus sensibles au faible niveau de déformation de cette région (la déformation de cisaillement est de plusieurs ordres de grandeurs plus faible qu'à la paroi).

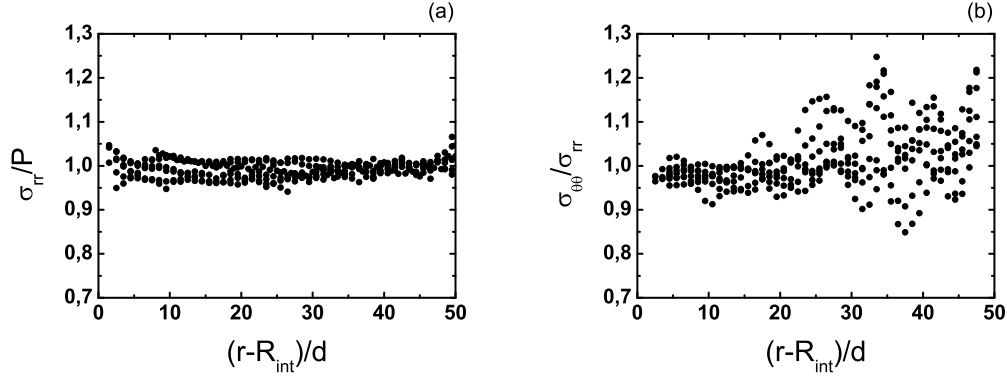


FIG. 3.33 – (a) Profils de contrainte radiale  $\sigma_{rr}$ , (b) Profils du rapport des contraintes orthoradiale et radiale  $\sigma_{\theta\theta}/\sigma_{rr}$ .  $0,0025 \leq V_\theta \leq 2,5$ . Géométrie  $R_{50}$ .

### 3.4.3.2 Contrainte de cisaillement

Selon l'équation de conservation de la quantité de mouvement (§ 2.6.1), la contrainte de cisaillement  $\sigma_{r\theta}$  vérifie :

$$\sigma_{r\theta} = S \left( \frac{R_{\text{int}}}{r} \right)^2 \quad (3.5)$$

où  $S$  est la contrainte de cisaillement à la paroi.

La figure 3.34a montre les profils de la contrainte de cisaillement  $\sigma_{r\theta}$  pour plusieurs valeurs de la vitesse à la paroi  $V_\theta$ , ainsi que la prédiction selon l'équation 3.5 en lignes pointillés. Les oscillations autour de cette valeur moyenne sont dues à la structuration du matériau près des parois (voir au § 3.6.1), compte tenu de la procédure de moyenne des contraintes à l'intérieur des grains (voir annexe B), et au désordre figé dans les régions peu cisailées.

La figure 3.34b montre la dépendance de la contrainte de cisaillement à la paroi  $S$  en fonction de la vitesse à la paroi. Pour  $V_\theta \leq 0,025$ , la contrainte  $S$  tend vers une limite finie. En conséquence, le profil de contraintes devient aussi indépendant de la vitesse. On se trouve alors dans le régime quasi-statique, où les contraintes (et les autres variables définissant l'état du système) ne dépendent plus de la vitesse.

En revanche, pour  $V_\theta \geq 0,25$ , la dépendance de  $S$  avec la vitesse est claire. Compte tenu du rapport entre l'inertie des particules et le niveau de contrainte radiale (étudié en détail au § 3.5.2), les contraintes tangentielles ( $S$  et donc  $\sigma_{r\theta}(r)$ ) augmentent (à partir de la valeur mesurée dans le régime quasi-statique) avec la vitesse  $V_\theta$  (sous la forme  $S/P = S_{qs}/P + aV_\theta^b$ ). Plusieurs auteurs observent un comportement similaire dans différentes géométries de cisaillement [54, 84, 135, 170, 183].

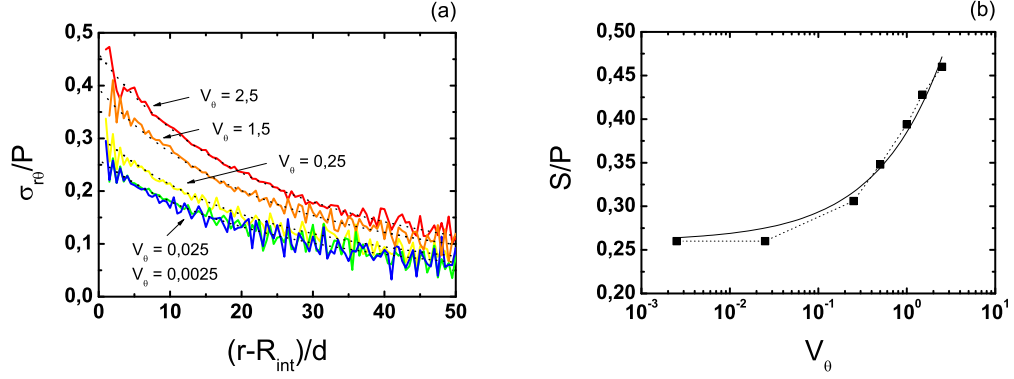


FIG. 3.34 – (a) Profils de contrainte de cisaillement  $\sigma_{r\theta}$  (en lignes pointillées, comparaison avec l'équation 3.5), (b) frottement effectif à la paroi  $S/P$  en fonction de la vitesse à la paroi  $V_\theta$  (la ligne continue représente la fonction :  $S/P = 0,26 + 0,125V_\theta^{0,573}$ ).  $0,0025 \leq V_\theta \leq 2,5$ . Géométrie  $R_{50}$ .

#### 3.4.4 Profil de vitesse tangentielle

Le profil radial de vitesse moyenne des grains  $v_\theta(r)$  renseigne sur la disposition du matériau à transmettre et à dissiper les efforts de cisaillement appliqués par la paroi interne. Du fait de l'hétérogénéité du champ de contraintes (voir le § 2.6.1, ou simplement l'équation 3.5), on observe une localisation des déplacements à proximité de la paroi intérieure, plus au moins prononcée selon la géométrie, la distribution des contraintes et les caractéristiques du matériau : voir les figures 3.35, 3.36 et 3.38.

##### Influence de la vitesse à la paroi $V_\theta$

La figure 3.35 montre l'influence de la vitesse à la paroi  $V_\theta$  sur le profil de vitesse dans un système donné ( $R_{50}$ ). La normalisation des profils  $v_\theta(r)$  par la vitesse à la paroi  $V_\theta$  permet d'observer le changement de forme (approximativement exponentielle :  $v_\theta/V_\theta = \exp(a(r - R_{int})/d)$ ). À mesure que l'on entre dans le régime inertiel (en imposant des niveaux des vitesses à la paroi  $V_\theta \geq 0,25$  pour cette étude), on observe un changement de la forme du profil de vitesse [111], avec un affaiblissement de la localisation pour des vitesses  $V_\theta$  croissantes.

Pour mieux visualiser l'augmentation de la largeur de la bande de cisaillement décrit sur la figure 3.35, on trace la valeur de  $\lambda$  (défini au § 2.7.1) en fonction de  $V_\theta$  pour la géométrie  $R_{50}$ . On voit clairement l'augmentation de  $\lambda$  pour  $V_\theta > 0,025$ , ce qui est une autre manifestation de la transition du régime quasi-statique vers le régime inertiel.

##### Influence de la géométrie $R_{int}$

Pour montrer l'influence de la géométrie, on compare les profils de vitesse  $v_\theta/V_\theta$  pour

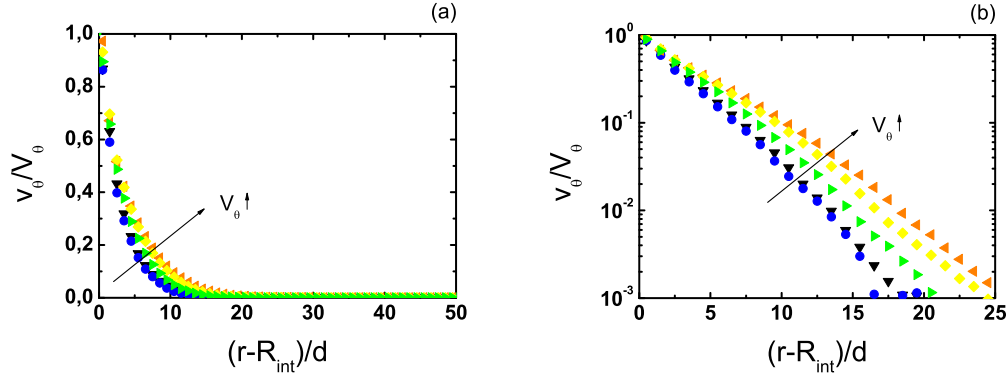


FIG. 3.35 – Profils de vitesse normalisée par la vitesse à la paroi  $v_\theta/V_\theta$  pour différentes vitesses à la paroi  $V_\theta$ . ( $\blacktriangledown$ )  $V_\theta = 0,0025$ , ( $\bullet$ )  $V_\theta = 0,025$ , ( $\blacktriangleright$ )  $V_\theta = 0,5$ , ( $\blacklozenge$ )  $V_\theta = 1$ , ( $\blacktriangleleft$ )  $V_\theta = 1,5$ . (a) Échelle linéaire, (b) Échelle logarithmique. Géométrie  $R_{50}$ .

différents  $R_{\text{int}}$  dans le régime quasi-statique ( $V_\theta = 0,025$ ) sur la figure 3.36. On observe un élargissement de la zone cisailée lorsque  $R_{\text{int}}$  augmente.

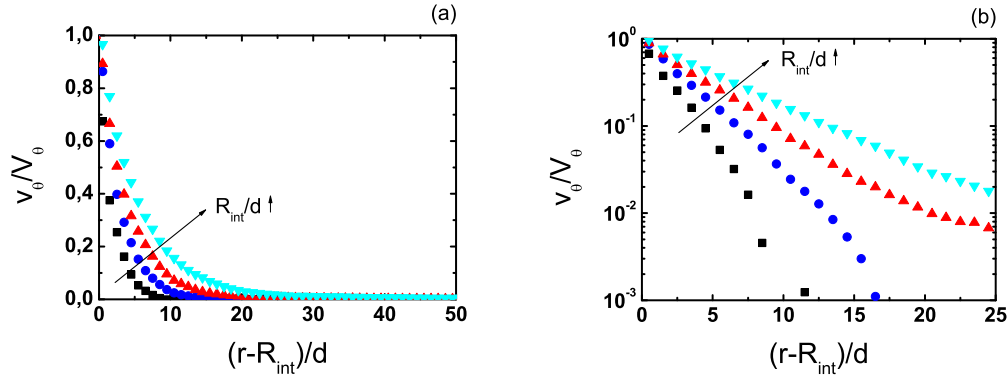


FIG. 3.36 – Profils de vitesse normalisée par la vitesse à la paroi  $v_\theta/V_\theta$  pour différentes géométries. ( $\blacksquare$ )  $R_{25}$ , ( $\bullet$ )  $R_{50}$ , ( $\blacktriangle$ )  $R_{100}$ , ( $\blacktriangledown$ )  $R_{200}$ . (a) Échelle linéaire, (b) Échelle logarithmique. Vitesse à la paroi  $V_\theta = 0,025$ .

La figure 3.37 montre la largeur de la bande de cisaillement en fonction de  $R_{\text{int}}$  dans le régime quasi-statique ( $V_\theta = 0,025$ ). Cette évolution est très bien décrite par une loi de puissance du type  $\lambda/d = a(R_{\text{int}}/d)^b$ .

Le choix de  $d$  comme échelle de longueur met en évidence l'influence de  $R_{\text{int}}$  sur des assemblées de grains de même taille. Symétriquement, on peut conclure à l'effet de la taille

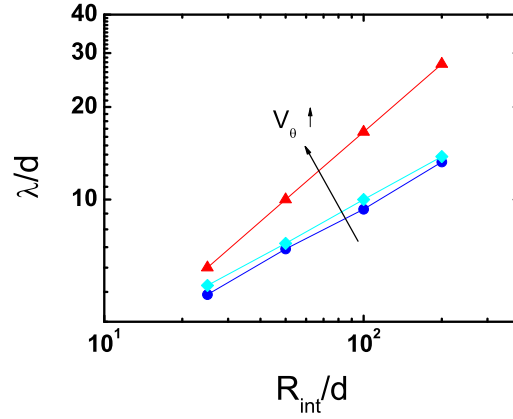


FIG. 3.37 – Largeur de la bande de cisaillement  $\lambda$  en fonction de  $R_{\text{int}}$  pour différentes vitesses à la paroi  $V_\theta$  : (●)  $V_\theta = 0,025$ , (◆)  $V_\theta = 0,25$ , (▲)  $V_\theta = 2,5$ .

des grains pour une géométrie donnée. On trace alors les mêmes profils en normalisant par la longueur  $R_{\text{int}}$  sur la figure 3.38. On vérifie ainsi que plus les particules sont petites, plus le profil de vitesses  $v_\theta/V_\theta$  se localise près de la paroi (relativement à  $R_{\text{int}}$ ).

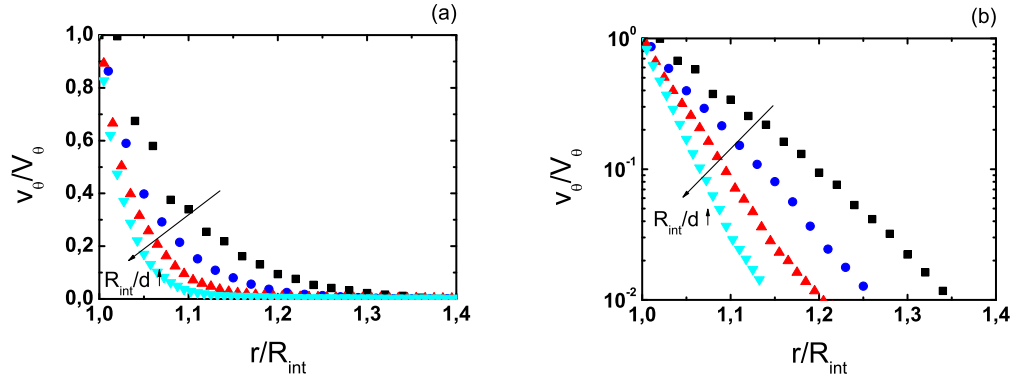


FIG. 3.38 – Profils de vitesse normalisée par la vitesse à la paroi  $v_\theta/V_\theta$  pour différentes géométries. (■)  $R_{25}$ , (●)  $R_{50}$ , (▲)  $R_{100}$ , (▼)  $R_{200}$ . (a) Échelle linéaire, (b) Échelle logarithmique. Vitesse à la paroi  $V_\theta = 0,025$ . Coordonnée  $r$  normalisée par le rayon interne  $R_{\text{int}}$ .

### Influence de la rugosité

L'influence de la rugosité sur le profil de vitesse est montrée sur la figure 3.39 pour une vitesse à la paroi  $V_\theta = 0,025$  (régime quasi-statique). À mesure que la rugosité diminue, on observe une discontinuité plus forte entre la vitesse à la paroi  $V_\theta$  et la vitesse maximale dans le milieu granulaire  $V_\theta^+$ . La forme des profils dépend elle aussi de la rugosité à la paroi. Sur la figure 3.39b, les profils correspondant aux rugosités maximales étudiées ( $d_p = 2$  et  $d_p = 4$ ) ont une allure moins simplement exponentielle que les profils correspondants à des rugosités plus faibles. Des profils exponentiels en cisaillement annulaire sont observés dans des expériences ([93] en 2D et [40] en 3D) et des simulations ([112]). [128] décrit plutôt l'effet d'un terme quadratique à ajouter au terme linéaire dans la forme exponentielle.

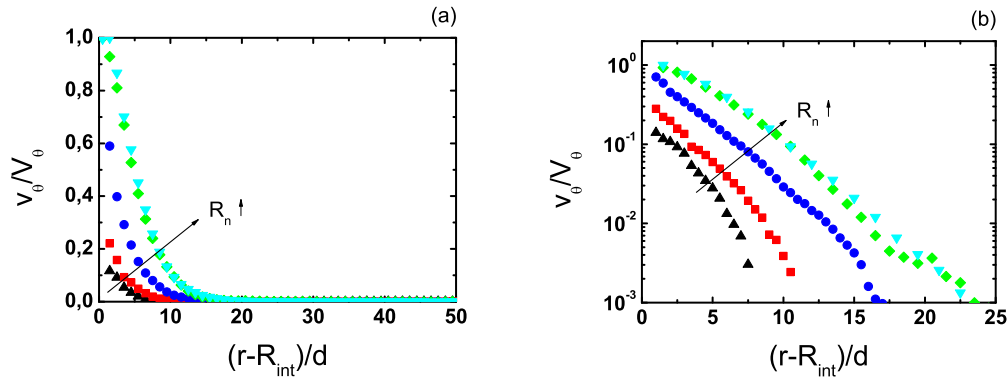


FIG. 3.39 – Profils de vitesse normalisée par la vitesse à la paroi  $v_\theta/V_\theta$ . Influence de la rugosité. ( $\blacktriangle$ )  $d_p 0,25$ , ( $\blacksquare$ )  $d_p 0,5$ , ( $\bullet$ )  $d_p 1$ , ( $\blacklozenge$ )  $d_p 2$ , ( $\blacktriangledown$ )  $d_p 4$ . (a) Échelle linéaire, (b) Échelle logarithmique. Géométrie  $R_{50}$ .

La figure 3.40 montre comment le rapport  $V_\theta^+/V_\theta$  dépend de la rugosité, pour plusieurs géométries. Cela confirme la tendance au glissement des particules en contact avec des parois peu rugueuses. Cette influence ne se fait plus sentir pour  $R_n > 0,1$  où la vitesse de glissement tend alors vers zéro. On représente la variation du glissement à la paroi en fonction de  $R_n$  avec une fonction du type  $V_\theta^+/V_\theta = (V_\theta^+)_{min} + [(V_\theta^+)_{max} - (V_\theta^+)_{min}](1 - \exp(-aR_n^2))$ .

L'influence de la rugosité sur la largeur de la bande de cisaillement  $\lambda$  est visible sur la figure 3.41. D'une manière générale, de plus fortes valeurs de  $R_n$  conduisent à des épaisseurs de bande de cisaillement  $\lambda$  plus importantes. Cette comportement se couple à des effets géométriques.

Les effets les plus marquants des rugosités sur les profils de vitesse tangentielle sont liés au glissements des particules et au décalage en  $r$  des profils en fonction de la grande taille des rugosités. On confirme ces observations en exprimant l'épaisseur de la bande de cisaillement à l'aide de  $\lambda^+$  sur la figure 3.41b. On vérifie, dans ce cas, une minimisation

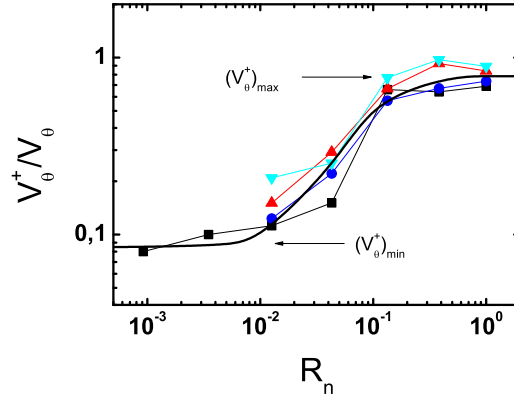


FIG. 3.40 – Rapport entre la vitesse maximale des particules et la vitesse à la paroi  $V_\theta^+/V_\theta$  pour différentes géométries dans le régime quasi-statique. (■)  $R_{25}$ , (●)  $R_{50}$ , (▲)  $R_{100}$ , (▼)  $R_{200}$ . La ligne continue représente la fonction  $V_\theta^+/V_\theta = 0,085 + 0,7(1 - \exp(-120R_n^2))$ .

des effets de  $R_n$  sur l'épaisseur de la bande de cisaillement.

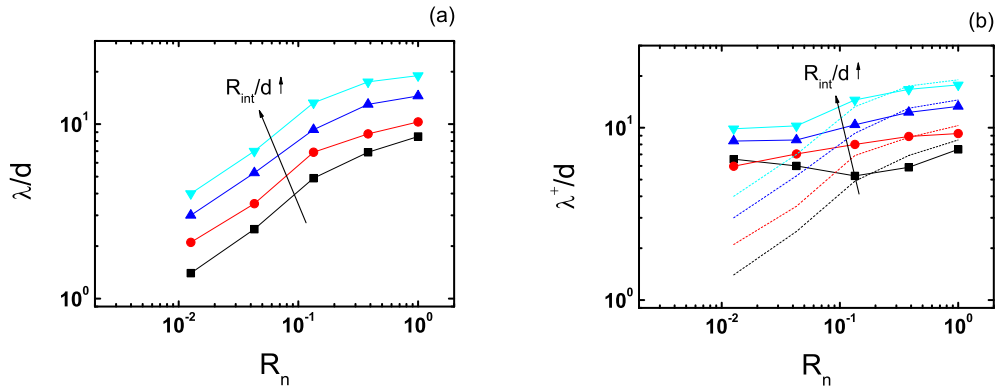


FIG. 3.41 – Épaisseur de la zone cisailée en fonction de la rugosité de la paroi  $R_n$  pour différentes géométries  $R_{int}/d$  : (■)  $R_{25}$ , (●)  $R_{50}$ , (▲)  $R_{100}$ , (▼)  $R_{200}$ . (a)  $\lambda/d$ , (b)  $\lambda^+/d$  en comparaison avec  $\lambda/d$  en lignes pointillés.

### Rapport entre les variations volumiques normalisées $\Delta V_n$ et l'épaisseur de la zone de cisaillement $\lambda$

On a observé précédemment (§ 3.3.2.5) dans l'étude du transitoire, que les variations

volumiques sont corrélées à l'évolution de la zone de cisaillement. On confirme cette relation sur la figure 3.42, où on trace les variations volumiques totales  $\Delta V_n^{\max}$  comme fonction de l'épaisseur de la zone de cisaillement  $\lambda$ . Naturellement, plus épaisse est la région cisailée, plus  $\Delta V_n^{\max}$  est grande dans la situation étudié. Malgré une petite déviation pour la géométrie  $R_{25}$ ,  $\Delta V_n^{\max}$  s'exprime bien comme  $\lambda$  sous la forme d'une loi de puissance :  $\Delta V_n^{\max} = a(\lambda/d)^b$ .

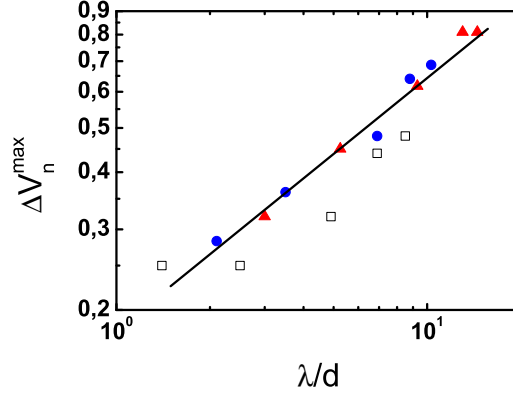


FIG. 3.42 – Variation volumique normalisée  $\Delta V_n^{\max}$  en fonction de l'épaisseur de la zone de cisaillement  $\lambda/d$  : ( $\square$ )  $R_{25}$ , ( $\bullet$ )  $R_{50}$ , ( $\blacktriangle$ )  $R_{100}$ . La ligne continue représente la fonction  $\Delta V_n^{\max} = 0,175(\lambda/d)^{0,57}$ .  $V_\theta = 0,025$ .

### 3.4.5 Profils du taux de cisaillement et de vitesse de rotation des grains

On rappelle que le taux de cisaillement  $\dot{\gamma} = -r \frac{\partial v_\theta / r}{\partial r}$  et on note  $\omega$  la vitesse de rotation moyenne des particules.

#### Influence de la vitesse à la paroi $V_\theta$

La figure 3.43 montre que  $\omega(r) = -\frac{1}{2}\dot{\gamma}(r)$ , indépendamment de la vitesse tangentielle à la paroi  $V_\theta$ . Cette observation a déjà été faite dans divers écoulements denses [8, 33, 34, 69, 113, 116, 146] et dans des déformations quasi-statiques (rotation moyenne égale à la demi-distorsion [30]). Elle signifie qu'en moyenne la rotation des particules coïncide avec celle d'un matériau continu soumis au taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$ .

#### Proximité de la paroi

Le taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  et la vitesse de rotation des grains  $\omega$  augmentent à mesure que l'on s'approche de la paroi interne  $R_{\text{int}}$ . On observe (figure 3.44) des déviations par rapport à la relation précédente dans les trois ou quatre premières couches, indépendantes

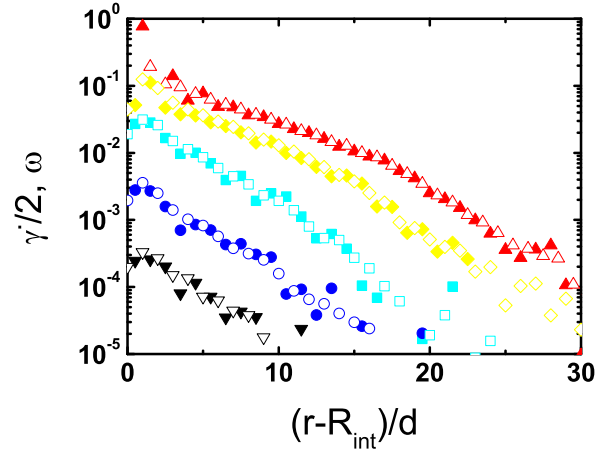


FIG. 3.43 – Influence de la vitesse à la paroi  $V_\theta$  sur les profils de taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  (symboles creux) et de la rotation moyenne des grains  $\omega$  (symboles pleins). ( $\nabla$ ,  $\blacktriangledown$ )  $V_\theta = 0,0025$ , ( $\circ$ ,  $\bullet$ )  $V_\theta = 0,025$ , ( $\square$ ,  $\blacksquare$ )  $V_\theta = 0,25$ , ( $\triangleright$ ,  $\blacktriangleright$ )  $V_\theta = 0,5$ , ( $\diamond$ ,  $\blacklozenge$ )  $V_\theta = 1$ , ( $\triangleleft$ ,  $\blacktriangleleft$ )  $V_\theta = 1,5$ , ( $\triangle$ ,  $\blacktriangle$ )  $V_\theta = 2,5$ . Géométrie  $R_{50}$

de la vitesse tangentielle de la paroi  $V_\theta$ , ce qui plaide pour une description de type Cosserat dans cette couche.

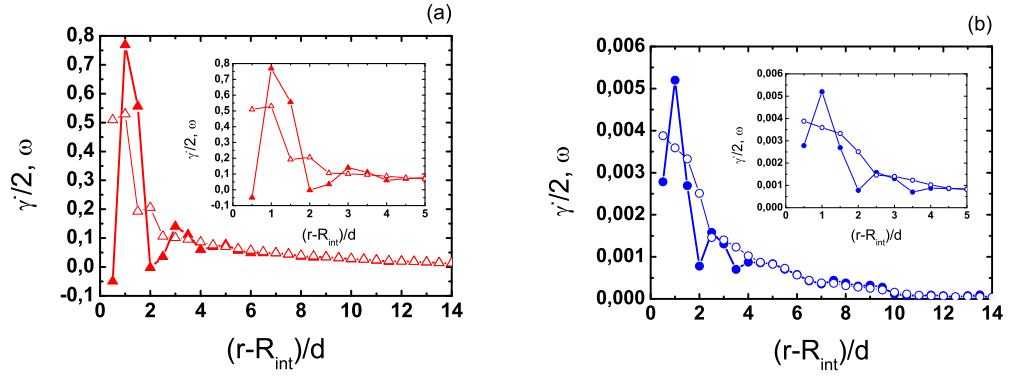


FIG. 3.44 – Profils du taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  (symboles creux) et de la vitesse de rotation des grains  $\omega$  (symboles pleins) près la paroi. (a)  $V_\theta = 2,5$ , (b)  $V_\theta = 0,025$ . Géométrie  $R_{50}$

### Influence couplée de la rugosité et de la géométrie

Dans le régime quasi-statique, où il n'y a pas d'influence de la vitesse, on observe une influence de la géométrie et de la rugosité à la paroi sur les profils radiaux (figure 3.45). Le taux de déformation normalisé par la vitesse à la paroi  $\dot{\gamma}/V_\theta$  décroît moins rapidement lorsque  $R_{\text{int}}$  augmente (figure 3.45a).

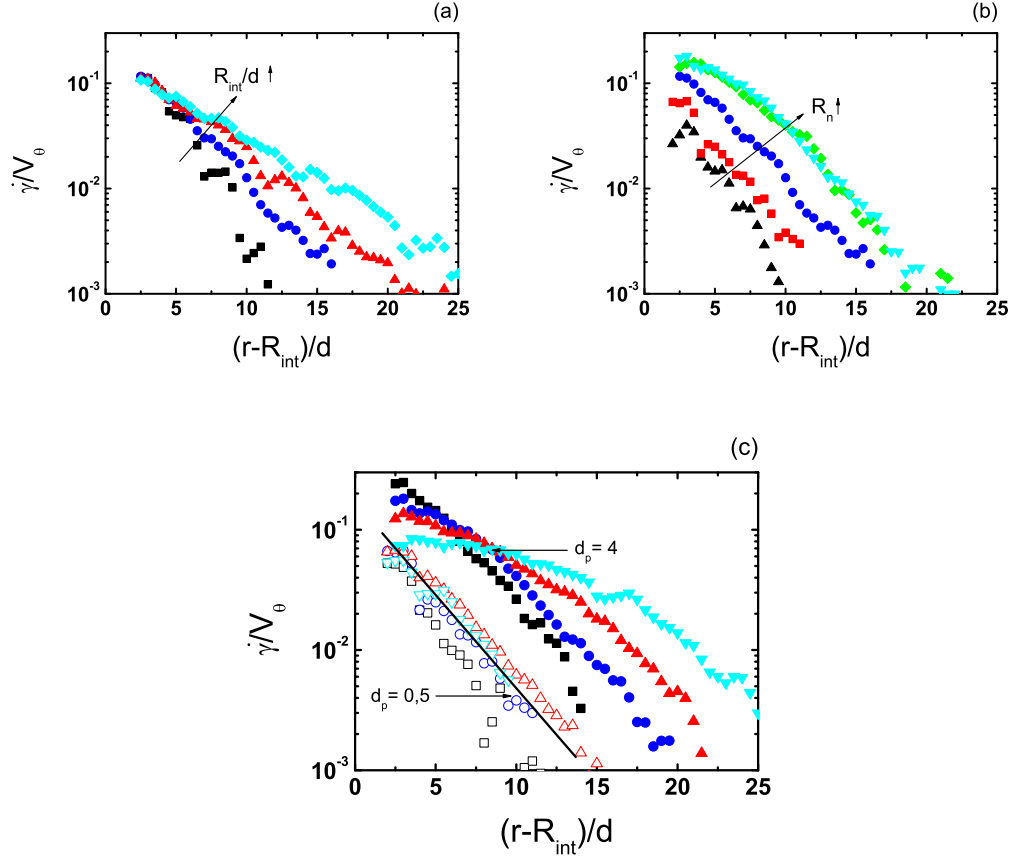


FIG. 3.45 – Profils de taux de cisaillement normalisé par la vitesse à la paroi  $\dot{\gamma}/V_\theta$  (quasi-statique). (a) Influence de la géométrie, (b) Influence de la rugosité (géométrie  $R_{50}$ ), (c) Influence de la géométrie et de la rugosité. La ligne continue représente la fonction  $\dot{\gamma}/v_\theta = 0.17e^{-0.36(r-R_{\text{int}})/d}$ . Différentes géométries : ( $\blacksquare$ ,  $\square$ )  $R_{25}$ , ( $\bullet$ ,  $\circ$ )  $R_{50}$ , ( $\blacktriangle$ ,  $\triangle$ )  $R_{100}$ , ( $\blacktriangledown$ ,  $\triangledown$ )  $R_{200}$ . Différentes rugosités : ( $\blacktriangle$ )  $d_p 0.25$ , ( $\blacksquare$ )  $d_p 0.5$ , ( $\bullet$ )  $d_p 1$ , ( $\blacklozenge$ )  $d_p 2$ , ( $\blacktriangledown$ )  $d_p 4$ .

En gardant une même géométrie ( $R_{50}$ ), on observe une augmentation nette de  $\dot{\gamma}/V_\theta$  (à partir de la paroi) à mesure que la rugosité augmente (figure 3.45b). Ce profil de taux de cisaillement normalisé évolue entre deux formes extrêmes, correspondant aux limites des faibles et fortes rugosités. Ainsi constate-t-on par exemple l'absence d'évolution entre

$d_{p\ 2}$  et  $d_{p\ 4}$ , ces deux valeurs correspondant à la seconde limite. On a vu au § 3.3 des comportements similaires pour d'autres variables mesurées.

En comparant les rugosités maximales et minimales pour les différentes géométries présentées dans la figure 3.45c, on observe que l'approche de la limite des faibles rugosités ( $R_n \leq 0,043$ ) n'est pas très sensible à la géométrie. Les profils de  $\dot{\gamma}/V_\theta$  tendent alors à se superposer indépendamment de la valeur de  $R_{int}$  (sauf pour  $R_{25}$ , cas de la plus forte courbure). Ce résultat nous permet d'écrire le profil de taux de cisaillement, dans ce cas, sous la forme :  $\dot{\gamma}/v_\theta = ae^{-b(r-R_{int})/d}$ . Cela conduirait dans un cisaillement plan à un profil comme celui de la figure 3.46.

Pour la plus forte rugosité étudiée ( $d_{p\ 4}$ ) on observe un effet de la géométrie similaire à l'effet observé sur la figure 3.45a, avec cependant une tendance nette à la diminution de  $\dot{\gamma}/V_\theta$  à la paroi pour les géométries les plus grandes. À mesure que  $R_n$  augmente, la capacité de la paroi à cisailier le matériau augmente aussi. Dans le cisaillement plan avec parois rugueuses (figure 3.46), on n'observe pas de localisation, le matériau étant cisailé avec  $\dot{\gamma} = V_\theta/H$  constant en moyenne [56, 58, 166, 161], vu que dans le régime quasi-statique, le mouvement est intermittent et se fait par blocs [98, 128]). Le cisaillement annulaire étudié ici, lorsque  $R_{int} \rightarrow \infty$  tend vers un cisaillement plan avec  $H \rightarrow \infty$ , vu que  $R_{ext} \rightarrow \infty$ . Cela conduit, à la limite, au non cisaillement du milieu avec  $\dot{\gamma}/V_\theta \rightarrow 0$ , expliquant la tendance observée.

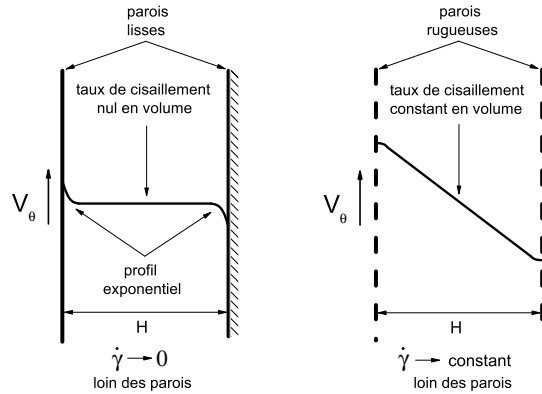


FIG. 3.46 – Analogie entre le cisaillement annulaire et le cisaillement plan (parois lisse et rugueuse).

### 3.5 Régimes de comportement

On étudie dans cette section la relation entre les déformations de cisaillement et les contraintes dans le régime stationnaire. Comme le comportement du matériau est indépendant du déplacement à la paroi  $D$ , on utilise, plutôt que les déformations, le taux

de cisaillement  $\dot{\gamma}$ .

Pour caractériser l'état des contraintes, on utilise le frottement effectif  $\mu^*$  (§ 1.3.2). On considère dans la suite que  $\mu^* = \mu_{r\theta}^* = \sigma_{r\theta}/\sigma_{rr}$  (de toute façon  $\mu_{\theta r}^* = \sigma_{\theta r}/\sigma_{\theta\theta} \approx \mu_{r\theta}^*$ , vu que  $\sigma_{\theta r} = \sigma_{r\theta}$  et  $\sigma_{rr} \approx \sigma_{\theta\theta}$ , dans le régime stationnaire, comme indiqué sur la figure 3.33b).

La détermination du profil de frottement effectif est relié à sa valeur à la paroi  $\mu^{*p}$  (§ 3.3.1.3). Comme la contrainte radiale  $\sigma_{rr}$  est pratiquement constante dans tout l'échantillon (figure 3.33a), le profil de frottement effectif présente la même forme que le profil de la contrainte de cisaillement  $\sigma_{r\theta}$  (équation 3.5 et figure 3.34) :  $\mu^* = \mu^{*p} \left( \frac{R_{\text{int}}}{r} \right)^2$ .

On discute successivement les régimes quasi-statique et inertiel, pour ensuite analyser la transition entre ces deux régimes.

### 3.5.1 Régime quasi-statique - $\mu^*(\dot{\gamma}d/V_\theta)$

Dans le régime quasi-statique, le tenseur de contraintes  $\underline{\sigma}(r)$  est proportionnel à la pression radiale de confinement  $P$ , mais ne dépend pas de la vitesse de rotation, tandis que le taux de cisaillement  $\dot{\gamma}(r)$  est proportionnel à la vitesse à la paroi  $V_\theta$ . Considérant un intervalle de temps  $T$  quelconque, le taux de cisaillement normalisé par la vitesse à la paroi  $\dot{\gamma}d/V_\theta$  apparaît comme équivalent à la déformation de cisaillement normalisée par le déplacement tangentiel de la paroi  $\gamma d/D$  :

$$\frac{\dot{\gamma}d}{V_\theta} = \frac{\dot{\gamma}dT}{V_\theta T} = \frac{\gamma d}{D}. \quad (3.6)$$

Ceci définit une grandeur sans dimension que l'on notera  $\Gamma$  dans la suite.  $\Gamma$ , fonction de  $r$ , est le rapport entre la déformation de cisaillement accumulée localement, et la déformation caractéristique  $D/d$ ,  $D$  étant le déplacement de la paroi mesuré dans le même intervalle de temps. En régime stationnaire,  $\Gamma$  possède une définition équivalente au taux de cisaillement.

Lorsque l'on trace (figure 3.47a) le frottement effectif  $\mu^*$  en fonction de  $\Gamma$  pour différentes vitesses de la paroi  $V_\theta$  dans un système donné (géométrie  $R_{50}$ ), on observe que  $\mu^*$  est toujours une fonction croissante de  $\Gamma$  pour  $V_\theta$  fixée et que  $\mu^*$  est toujours une fonction croissante de  $V_\theta$  pour  $\Gamma$  fixé. On constate par ailleurs que dans la limite quasi-statique (soit, pour la géométrie étudiée, pour  $V_\theta \leq 0,025$ ), les courbes convergent vers une courbe limite. Celle-ci est obtenue lorsque toute la couche granulaire est dans le régime quasi-statique (figure 3.48a). Lorsque  $V_\theta$  augmente au-delà de cette valeur approximative de 0,025, une zone d'épaisseur croissante proche de la paroi se trouve dans le régime inertiel (figure 3.48b). Le frottement effectif à la paroi  $\mu^{*p}$  se met alors à augmenter et, par conséquent, il en est de même pour  $\mu^*$  dans toute la couche granulaire. Les courbes  $\mu^*(\Gamma)$  dépendent alors de  $V_\theta$ .

Cependant, la figure 3.47b montre que la courbe limite du régime quasi-statique dépend de la géométrie. Plus le système est grand ( $R_{\text{int}}$  croissant), moins la variation de  $\mu^*$  en fonction de  $\Gamma$  est importante. Par ailleurs, la figure 3.49 montre que la courbe limite du régime quasi-statique dépend aussi de la rugosité de la paroi. Plus la paroi est

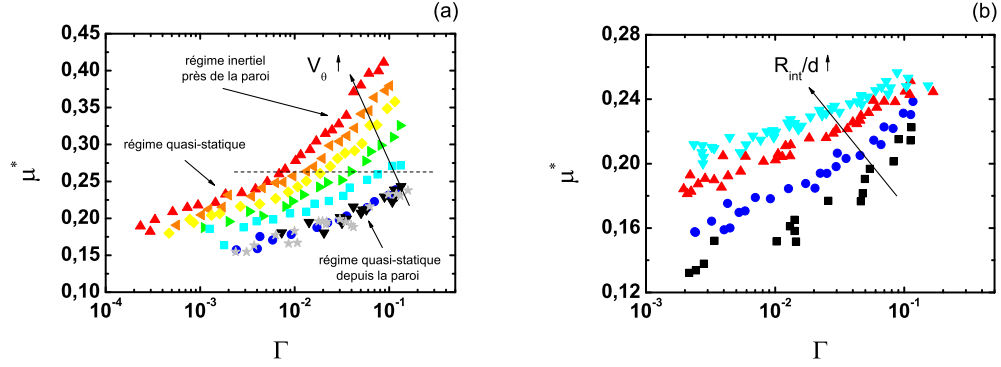


FIG. 3.47 – Frottement effectif  $\mu^*$  en fonction du taux de cisaillement normalisé  $\Gamma$ . (a) Influence de la vitesse à la paroi  $V_\theta$ . ( $\star$ )  $V_\theta = 0,00025$ , ( $\blacktriangledown$ )  $V_\theta = 0,0025$ , ( $\bullet$ )  $V_\theta = 0,025$ , ( $\blacksquare$ )  $V_\theta = 0,25$ , ( $\blacktriangleright$ )  $V_\theta = 0,5$ , ( $\blacklozenge$ )  $V_\theta = 1$ , ( $\blacktriangleleft$ )  $V_\theta = 1,5$ , ( $\blacktriangle$ )  $V_\theta = 2,5$ . Géométrie  $R_{50}$ . Le trait tireté indique la limite approximative entre les régions inertielle et quasi-statique. (b) Influence de la géométrie dans le régime quasi-statique. ( $\blacksquare$ )  $R_{25}$ , ( $\bullet$ )  $R_{50}$ , ( $\blacktriangle$ )  $R_{100}$ , ( $\blacktriangledown$ )  $R_{200}$ .

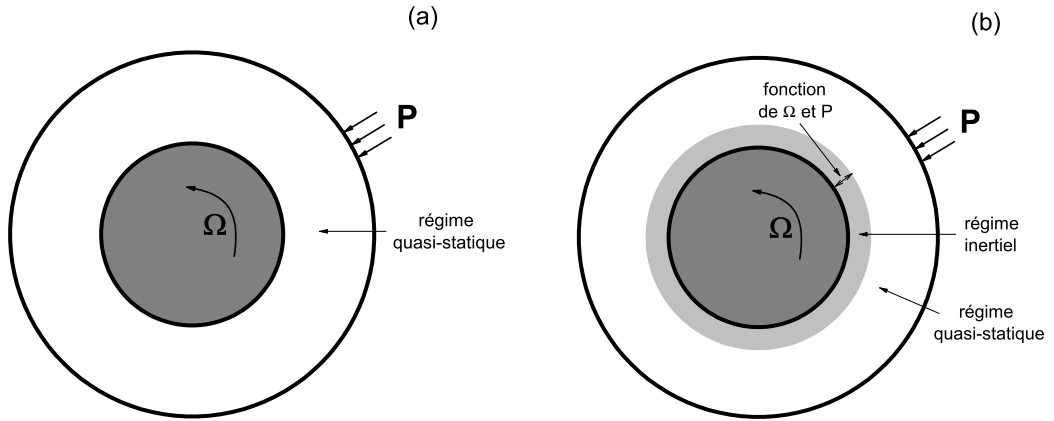


FIG. 3.48 – Schéma d'un système (a) entièrement dans le régime quasi-statique, (b) dans le régime inertielle à proximité de la paroi.

rugueuse, plus la variation de  $\mu^*$  en fonction de  $\Gamma$  est importante. On n'a donc pas obtenu une loi intrinsèque au matériau granulaire, mais bien un comportement d'interface qui dépend à la fois du rayon de courbure ( $R_{\text{int}}$ ) et de la rugosité ( $R_n$ ) de la paroi.

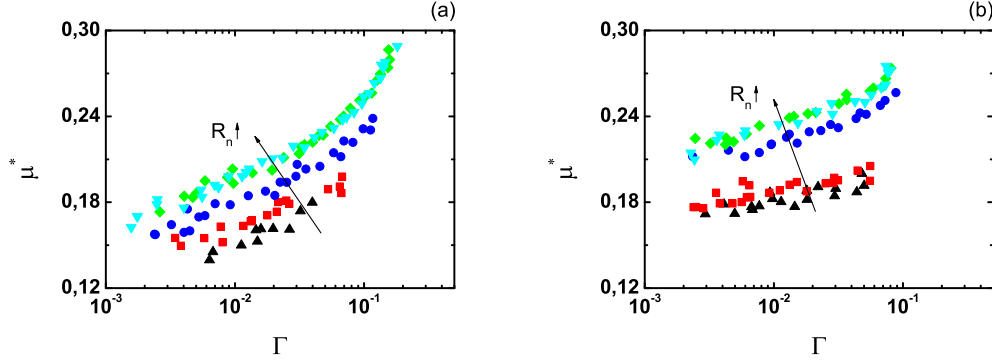


FIG. 3.49 – Influence de la rugosité sur la courbe  $\mu^*(\Gamma)$  dans la limite quasi-statique (a) pour la géométrie  $R_{50}$ , (b) pour la géométrie  $R_{200}$ . (▲)  $d_p 0,25$ , (■)  $d_p 0,5$ , (●)  $d_p 1$ , (◆)  $d_p 2$ , (▼)  $d_p 4$ .

### 3.5.2 Régime inertiel - $\mu^*(I)$

Les travaux rappelés au § 1.4.1.1 ont montré la pertinence du nombre sans dimension  $I = \dot{\gamma} \sqrt{m/\sigma_{rr}}$ , appelé nombre inertiel, pour décrire le régime inertiel soit en cisaillement homogène [58, 164] ou sur plan incliné [163, 165]. Une étude préliminaire en cisaillement annulaire a aussi été menée [56]. Il est donc logique d'analyser les dépendances de  $\mu^*$  en fonction de  $I$ . On rappelle que les faibles valeurs de  $I$  ( $\leq 10^{-2}$ ) correspondent au régime quasi-statique et les grandes valeurs ( $\geq 10^{-1}$ ) correspondent au régime collisionnel.

La figure 3.50 montre la cohérence de la normalisation des échelles de temps par rapport à la vitesse et à la pression de confinement, dans un diagramme, en comparant les courbes  $\mu^*(I)$  pour un même système avec deux conditions au bord distinctes mais de même distribution de  $I$  (voir tableau 3.3).

| nom   | $P$ | $V_\theta$                   |
|-------|-----|------------------------------|
| $I_1$ | 1   | 2,5                          |
| $I_2$ | 0,1 | $2,5\sqrt{0,1} \approx 0,79$ |

TAB. 3.3 – Conditions au bord en pression de confinement  $P$  et vitesse à la paroi  $V_\theta$  correspondant à une même distribution du nombre inertiel  $I$ .

La figure 3.51a montre la pertinence du nombre inertiel pour décrire le comportement dans le régime inertiel, pour  $I$  supérieur à quelques  $10^{-2}$ . Une légère influence de la géométrie est perceptible, à savoir une augmentation de  $\mu^*$  lorsque  $R_{\text{int}}$  augmente pour saturer vers la valeur mesurée en cisaillement plan. Le comportement peut être approché par une droite (de pente  $\approx 1$ ) dans le régime inertiel. Pour des valeurs plus petites de  $I$  ( $I \lesssim 0,02$ , régime quasi-statique), on observe des déviations importantes par rapport au cisaillement plan. Elles sont plus visibles sur la figure 3.52 en échelle semi-

logarithmique. À proximité de la paroi, le matériau granulaire se trouve dans le régime inertiel (bien décrit comme fonction de  $I$ ). Mais à distance de la paroi, la localisation du cisaillement conduit à une diminution de  $I$  et la distribution des contraintes entraîne aussi une diminution conjointe de  $\mu^*$ . Ainsi, au-delà d'une certaine limite ( $\mu^* \lesssim 0,26$ ), le comportement devient quasi-statique (similaire à celui observé dans la figure 3.47b pour un système entièrement dans le régime quasi-statique). Il dépend alors de la géométrie.

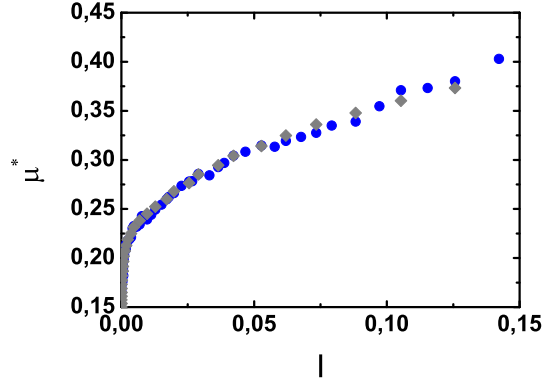


FIG. 3.50 – *Frottement effectif  $\mu^*$  en fonction du nombre inertiel  $I$  pour  $R_{50}$  dans deux situations : (●)  $I_1$  et (◆)  $I_2$  (Tableau 3.3).*

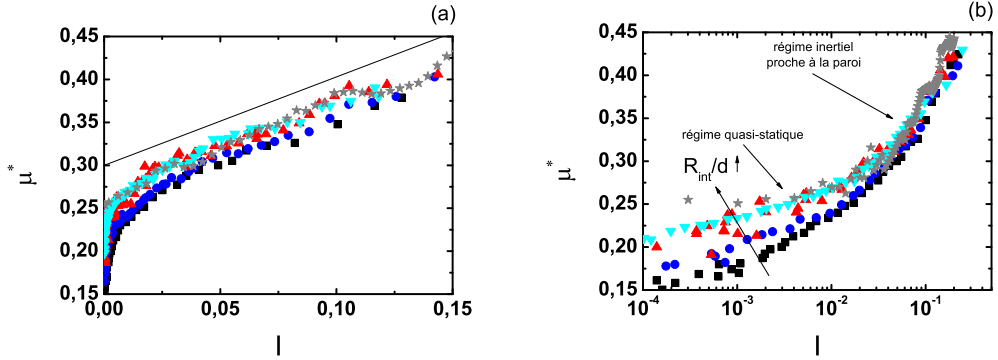


FIG. 3.51 – *Frottement effectif  $\mu^*$  en fonction du nombre inertiel  $I$  pour plusieurs géométries annulaire ( $V_\theta = 2,5$ ) et en cisaillement plan [58]. (a) échelle linéaire (la ligne continue indique une pente d'environ 1), (b) échelle semi-logarithmique. (■)  $R_{25}$ , (●)  $R_{50}$ , (▲)  $R_{100}$ , (▼)  $R_{200}$ , (\*) cisaillement plan.*

La figure 3.52 montre que pour une géométrie donnée ( $R_{50}$ ), le rapport  $\mu^*(I)$  est apparemment unique si la région quasi-statique est à la périphérie d'une région inertielle ( $V_\theta \geq 0,25$ ). En considérant la frontière de la région inertielle comme une paroi virtuelle qui cisaille la région quasi-statique (figure 3.48), il serait raisonnable d'observer des effets de la géométrie sur le comportement quasi-statique. L'évaluation de cet effet est difficile en raison de la variation du comportement en fonction de la géométrie. La zone inertielle de plus grande épaisseur (pour  $V_\theta = 2,5$ ) est d'environ 20 diamètres de grains (estimé pour  $\mu^* \geq 0,26$ , voir la figure 3.34a). La différence de comportement serait donc équivalente à  $R_{\text{int}} = 70$ , produisant donc une différence de comportement inférieure à celle qui est observée entre  $R_{50}$  et  $R_{100}$  (figure 3.47b), déjà peu marquée.

Pour les échantillons entièrement en régime quasi-statique ( $V_\theta < 0,25$ ), on observe sur la figure 3.52 un décalage entre les courbes proportionnel à la vitesse à la paroi  $V_\theta$ , une fois que les systèmes ont quitté le régime inertielle. Ces systèmes sont décrits par  $\Gamma$  et non plus par  $I$ .

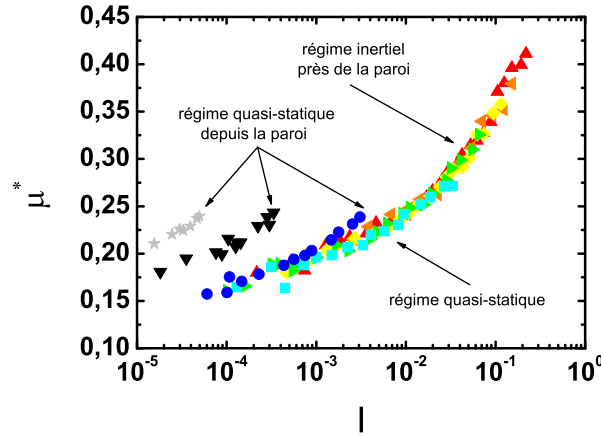


FIG. 3.52 – Frottement effectif  $\mu^*$  en fonction du nombre inertiel  $I$ . Effet des différentes gammes de  $I$ . ( $\star$ )  $V_\theta = 0,00025$ , ( $\blacktriangledown$ )  $V_\theta = 0,0025$ , ( $\bullet$ )  $V_\theta = 0,025$ , ( $\blacksquare$ )  $V_\theta = 0,25$ , ( $\blacktriangleright$ )  $V_\theta = 0,5$ , ( $\blacklozenge$ )  $V_\theta = 1$ , ( $\blacktriangleleft$ )  $V_\theta = 1,5$ , ( $\blacktriangle$ )  $V_\theta = 2,5$ . Géométrie  $R_{50}$ .

### 3.5.3 Transition entre les régimes quasi-statique et inertielle

À partir des résultats précédents, on peut écrire le frottement effectif comme :

$$\mu^* = \mu_{qs}^* + \mu_{visc}^* \quad (3.7)$$

où  $\mu_{qs}^*$  correspond à une partie quasi-statique et  $\mu_{visc}^*$  à une partie visqueuse, comme le propose [43, 56, 58] en cisaillement plan et [45] en cisaillement annulaire. La partie

quasi-statique (voir la figure 3.53) est uniquement fonction de  $\Gamma$  et est bornée par une limite supérieure  $\mu_{lim}^*$  ( $\approx 0,26$  dans les systèmes présentés). Le terme visqueux est une fonction du nombre inertiel, approximativement linéaire dans la gamme de  $I$  analysée :  $\mu_{visc}^* = aI$ , où  $a \approx 1$  (voir la figure 3.51).

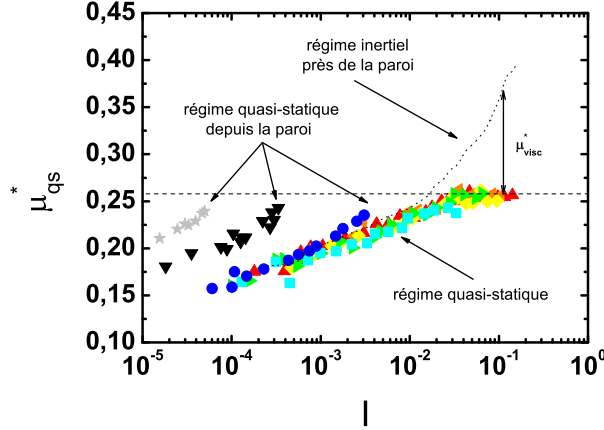


FIG. 3.53 – Frottement effectif quasi-statique  $\mu_{qs}^*$  en fonction du nombre inertiel  $I$  pour différentes gammes de  $I$ . ( $\star$ )  $V_\theta = 0,00025$ , ( $\blacktriangledown$ )  $V_\theta = 0,0025$ , ( $\bullet$ )  $V_\theta = 0,025$ , ( $\blacksquare$ )  $V_\theta = 0,25$ , ( $\blacktriangleright$ )  $V_\theta = 0,5$ , ( $\blacklozenge$ )  $V_\theta = 1$ , ( $\blacktriangleleft$ )  $V_\theta = 1,5$ , ( $\blacktriangle$ )  $V_\theta = 2,5$ . Géométrie  $R_{50}$ .

### 3.6 Microstructure

Dans cette section on étudie, dans le régime stationnaire, des grandeurs qui n'avaient pas été décrites au § 3.4. Il s'agit tout d'abord de grandeurs relatives à la structure : la compacité  $\nu$ , le nombre de coordination  $Z$  et la mobilisation du frottement  $M$ , ensuite des fluctuations spatiales de vitesse (radiale  $\delta v_r$ , tangentielle  $\delta v_\theta$  et de rotation  $\delta \omega$ ). On analyse le comportement de ces grandeurs vis-à-vis des régimes de déformation, de la géométrie et de la rugosité.

On discute les effets des contraintes (exprimées par le frottement effectif  $\mu^*$ ) et des déformations (exprimées par le taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$ ). On choisit d'exprimer les déformations en fonction du nombre inertiel  $I$ , adapté au régime inertiel.

Comme la contrainte radiale  $\sigma_{rr} \approx P$ ,  $I$  est numériquement identique à  $\dot{\gamma}$  au facteur constant  $\sqrt{m/P}$  près.

#### 3.6.1 Profils de compacité $\nu$

Les profils de compacité  $\nu(r)$  montrent la distribution moyenne des particules dans le système. La figure 3.54 montre la structuration des grains en couches près des parois

(plus particulièrement de la paroi intérieure, où le matériau est bien cisailé). Cette structuration se manifeste sous la forme d'oscillations autour d'une valeur de compacité moyenne (plus accentuées à cause de la quasi-monodispersité du matériau). On note que cette organisation est plus nette dans le régime quasi-statique. Ce phénomène a été déjà décrit par plusieurs auteurs [64, 75, 128, 173].

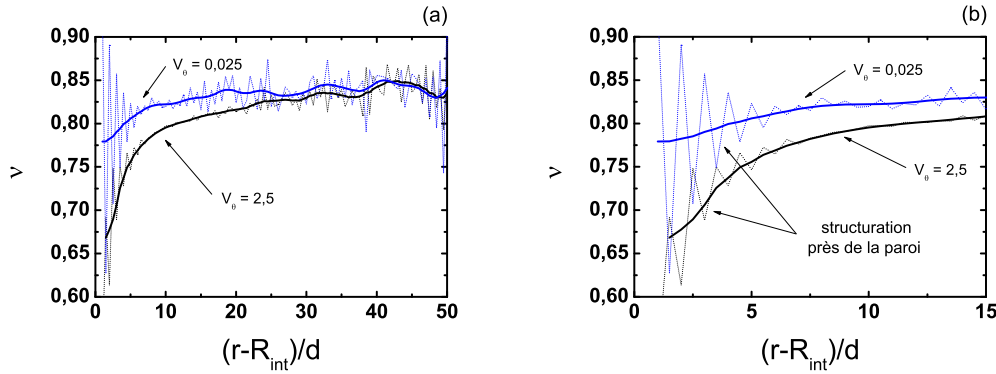


FIG. 3.54 – Profils de compacité  $\nu$  pour les vitesses  $V_\theta = 0,025$  et  $V_\theta = 2,5$ . Les courbes continues et tiretées correspondent à une moyenne glissante sur 3 grains, respectivement 1/2 grain. (a) Structuration près de la paroi, (b) Zoom sur la région près de la paroi. Géométrie  $R_{50}$ .

### Influence de la vitesse à la paroi $V_\theta$

D'une manière générale, l'augmentation de la vitesse  $V_\theta$  entraîne une décroissance de la compacité (figure 3.55). On observe pour les régions plus éloignées de la paroi interne  $r = R_{\text{int}}$  une compacité maximale  $\nu_{\text{max}}$  proche de la valeur maximale de assemblages désordonnés,  $\nu \approx \nu_D = 0,82$ . C'est en effet cet état que l'on avait choisi comme état initial (§ 1.3.3). Dans les références [56, 58] il est montré que la valeur maximale de la compacité  $\nu$  pour des régions bien cisailées dépend du coefficient de frottement entre particules  $\mu$  : il s'agit de la compacité de l'« état critique » [172, 195], état stationnaire du matériau déformé en cisaillement homogène quasi-statique dans la limite des grandes déformations.

### Influence de la géométrie

L'influence de la géométrie sur le profil de compacité est moins perceptible dans le régime quasi-statique (figure 3.56a) que dans le régime inertiel (figure 3.56b). Dans le régime quasi-statique, la compacité semble partir d'une même valeur à la paroi (à l'exception du système  $R_{25}$ ) puis augmenter à distance de la paroi (vers des valeurs d'autant plus élevées que  $R_{\text{int}}$  est plus petit). Dans le régime inertiel, l'évolution des

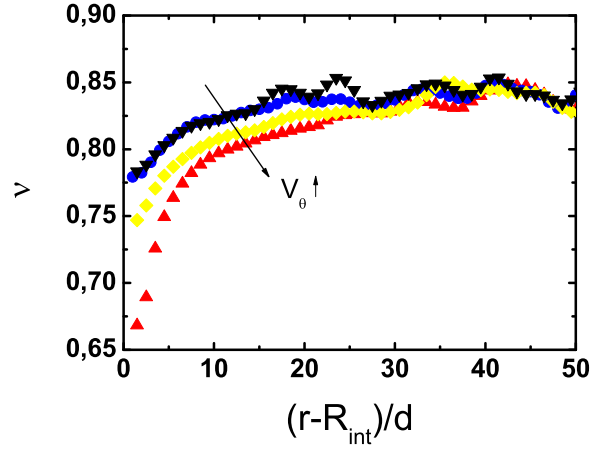


FIG. 3.55 – Influence de la vitesse à la paroi  $V_\theta$  sur les profils de compacité  $\nu$ . ( $\blacktriangledown$ )  $V_\theta = 0,0025$ , ( $\bullet$ )  $V_\theta = 0,025$ , ( $\blacklozenge$ )  $V_\theta = 1$ , ( $\blacktriangle$ )  $V_\theta = 2,5$ . Géométrie  $R_{50}$ .

profils est analogue, mais la valeur de la compacité à la paroi est plus grande lorsque  $R_{\text{int}}$  augmente.

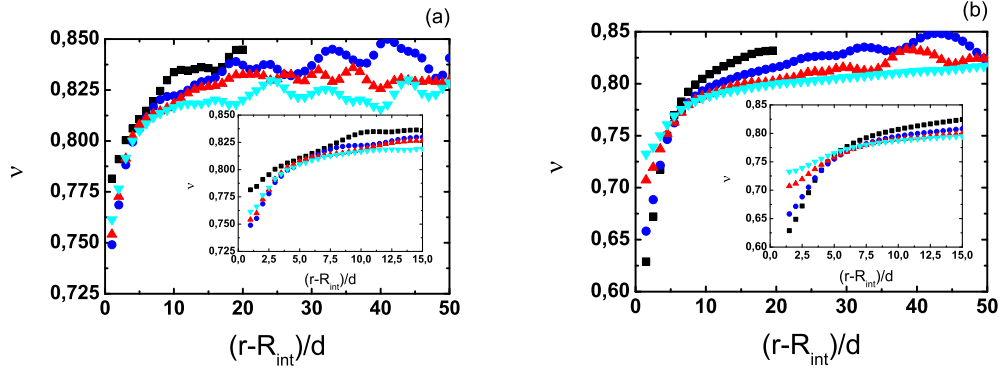


FIG. 3.56 – Profils de compacité  $\nu$  pour différentes géométries. ( $\blacksquare$ )  $R_{25}$ , ( $\bullet$ )  $R_{50}$ , ( $\blacktriangle$ )  $R_{100}$ , ( $\blacktriangledown$ )  $R_{200}$ . (a)  $V_\theta = 0,025$ , (b)  $V_\theta = 2,5$  (en insert, la région proche de la paroi)

### Influence des régimes de déformation

La figure 3.57 montre que la compacité converge vers une valeur maximale  $\nu_{\text{max}}$  lorsque  $I$  et/ou  $\mu^*$  tendent vers zéro, c'est à dire dans le régime quasi-statique et à

distance de la paroi. [56, 58] montrent que  $\nu_{max}$  diminue lorsque le frottement entre les particules  $\mu$  augmente.

On observe un bon accord entre les courbes  $\nu(I)$  et  $\nu(\mu^*)$  mesurées sur une même géométrie ( $R_{50}$ ) pour différentes vitesses à la paroi  $V_\theta$ . On observe cependant des déviations à proximité de la paroi, pour une distance d'environ 5 grains dans le régime inertiel et 7 grains dans le régime quasi-statique. La paroi semble causer une diminution de la compacité, au delà du comportement que le matériau aurait sous les mêmes contraintes et déformations loin de la paroi.

On observe une superposition de toutes les courbes  $\nu(\mu^*)$  (y compris la zone proche de la paroi) pour les échantillons totalement dans le régime quasi-statique ( $V_\theta \leq 0,025$ , sur la figure 3.57b). En conséquence, on observe des décalages proportionnels à la différence de vitesse sur les courbes  $\nu(I)$  qui indiquent une superposition des courbes  $\nu(\Gamma)$ .

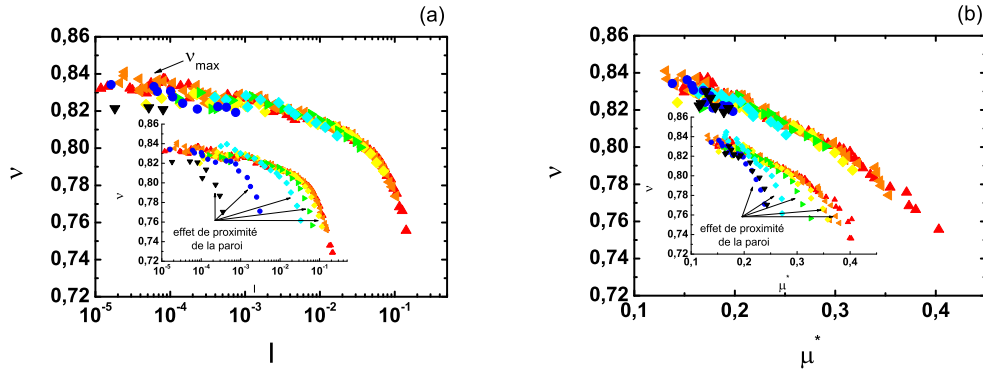


FIG. 3.57 – Compacité  $\nu$  en fonction (a) du nombre inertiel  $I$ , (b) du frottement effectif  $\mu^*$  pour différentes valeurs de  $V_\theta$ . ( $\blacktriangledown$ )  $V_\theta = 0,0025$ , ( $\bullet$ )  $V_\theta = 0,025$ , ( $\blacksquare$ )  $V_\theta = 0,25$ , ( $\blacktriangleright$ )  $V_\theta = 0,5$ , ( $\blacklozenge$ )  $V_\theta = 1$ , ( $\blacktriangleleft$ )  $V_\theta = 1,5$ , ( $\blacktriangle$ )  $V_\theta = 2,5$ . Géométrie  $R_{50}$ . Valeurs obtenues pour  $r - R_{int} \geq 5 - 7d$ . En insert, le comportement depuis la paroi.

La représentation de la compacité comme fonction du nombre inertiel  $\nu(I)$  (figure 3.58) est plus cohérente, puisque l'influence de la géométrie, observée sur la représentation  $\nu(\mu^*)$ , disparaît.

Dans le cas des échantillons totalement dans le régime quasi-statique, une représentation en fonction de  $\Gamma$  semble capable de rassembler des géométries distinctes et de décrire raisonnablement bien le comportement dû à proximité à la paroi (voir la coïncidence des résultats pour la vitesse à la paroi  $V_\theta = 0,025$  sur l'insert de la figure 3.58a).

### Influence de la rugosité

Des rugosités plus grandes occasionnent une diminution de la compacité à proximité de la paroi (figure 3.59). Comme cela a déjà été observé pour d'autres grandeurs, on observe des limites supérieure et inférieure pour les rugosités les plus grandes ( $d_p$  2 et

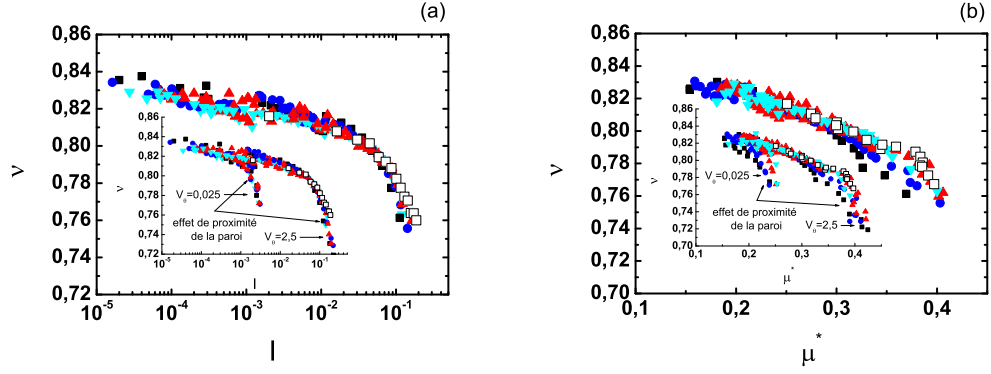


FIG. 3.58 – Compacité  $\nu$  en fonction (a) du nombre inertiel  $I$ , (b) du frottement effectif  $\mu^*$  pour différentes géométries. ( $\blacksquare$ )  $R_{25}$ , ( $\bullet$ )  $R_{50}$ , ( $\blacktriangle$ )  $R_{100}$ , ( $\blacktriangledown$ )  $R_{200}$ ,  $\square$  cisaillement plan [58].  $V_\theta = 2,5$  et  $V_\theta = 0,025$  (indiquées sur la figure) pour le cisaillement annulaire. Valeurs obtenues pour  $r - R_{\text{int}} \geq 5 - 7d$ . En insert, le comportement depuis la paroi.

$d_{p\ 4}$ ) et les plus faibles ( $d_{p\ 0,25}$  et  $d_{p\ 0,5}$ ) respectivement.

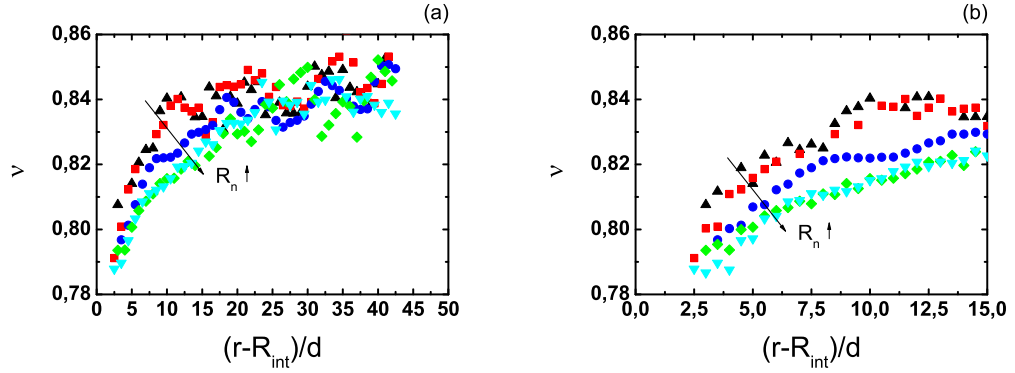


FIG. 3.59 – Profils de la compacité  $\nu$  pour différentes rugosités à la paroi. ( $\blacktriangle$ )  $d_{p\ 0,25}$ , ( $\blacksquare$ )  $d_{p\ 0,5}$ , ( $\bullet$ )  $d_{p\ 1}$ , ( $\blacklozenge$ )  $d_{p\ 2}$ , ( $\blacktriangledown$ )  $d_{p\ 4}$ .  $V_\theta = 0,025$ . Géométrie  $R_{50}$ .

Les courbes  $\nu(I)$  (figure 3.60a) et  $\nu(\mu^*)$  (figure 3.60b) présentent des comportement similaires aux ceux observés sur les figures 3.57 et 3.58. On vérifie une bonne coïncidence des résultats pour les différentes rugosités analysées en dehors de la zone proche de la paroi.

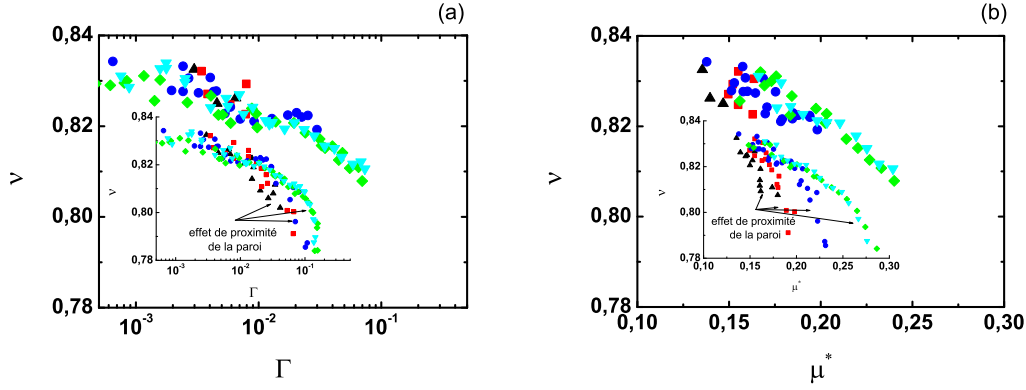


FIG. 3.60 – Compacité  $\nu$  en fonction (a) du nombre inertiel  $I$ , (b) du frottement effectif  $\mu^*$ . Influence de la rugosité. ( $\blacktriangle$ )  $d_p 0,25$ , ( $\blacksquare$ )  $d_p 0,5$ , ( $\bullet$ )  $d_p 1$ , ( $\blacklozenge$ )  $d_p 2$ , ( $\blacktriangledown$ )  $d_p 4$ .  $V_\theta = 0,025$ . Géométrie  $R_{50}$ . Valeurs obtenues pour  $r - R_{\text{int}} \geq 5-7d$ . En insert, le comportement depuis la paroi.

### 3.6.2 Profil du nombre de coordination $Z$

#### Comportement général et influence de la vitesse à la paroi

La figure 3.61 montre que dans le régime inertiel le nombre de coordination  $Z$  décroît lorsque  $V_\theta$  augmente. La valeur maximale du nombre de coordination  $Z \approx 3$  est atteinte pour des régions éloignées de la paroi interne  $R_{\text{int}}$

On reprend ici la discussion de § 3.3.2.3, où on fait référence à [47, 48] qui affirment que dans le régime quasi-statique,  $Z$  est voisin de 3 dans l'état stationnaire vu que cela correspond à la valeur minimale à deux dimensions dans une configuration équilibrée.

#### Influence de la géométrie couplée à celle de la vitesse à la paroi

Il n'y a pas d'influence de la géométrie dans le régime quasi-statique (figure 3.62). Comme la compacité  $\nu$ ,  $Z$  diminue à proximité de la paroi. On observe une fonction du type :  $Z = Z_{\text{max}} - (Z_{\text{max}} - Z_i)e^{-a(r-R_{\text{int}})/d}$ . Par contre, l'influence de la géométrie est nette dans le régime inertiel (figure 3.63) :  $Z$  augmente plus rapidement en fonction de la distance à la paroi lorsque  $R_{\text{int}}$  diminue.

#### Influence de la rugosité

La figure 3.64 montre qu'il n'y a pas d'influence de la rugosité sur  $Z$ . Cela veut dire que le profil défini par  $Z = Z_{\text{max}} - (Z_{\text{max}} - Z_i)e^{-a(r-R_{\text{int}})/d}$  est indépendant de la géométrie et de la rugosité.

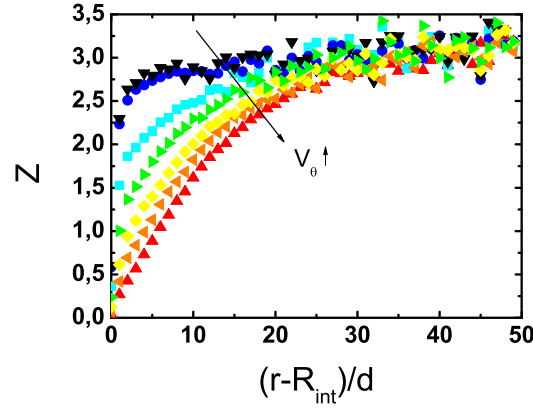


FIG. 3.61 – Influence de la vitesse à la paroi  $V_\theta$  sur le profil du nombre de coordination  $Z$ . ( $\blacktriangledown$ )  $V_\theta = 0,0025$ , ( $\bullet$ )  $V_\theta = 0,025$ , ( $\blacksquare$ )  $V_\theta = 0,25$ , ( $\blacktriangleright$ )  $V_\theta = 0,5$ , ( $\blacklozenge$ )  $V_\theta = 1$ , ( $\blacktriangleleft$ )  $V_\theta = 1,5$ , ( $\blacktriangle$ )  $V_\theta = 2,5$ . Géométrie  $R_{50}$ .

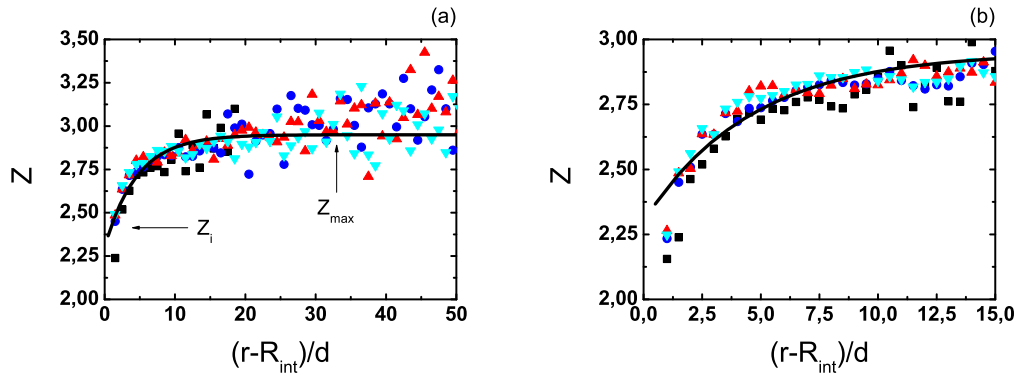


FIG. 3.62 – Profils du nombre de coordination  $Z$  pour différentes géométries.  $V_\theta = 0,025$  ( $\blacksquare$ )  $R_{25}$ , ( $\bullet$ )  $R_{50}$ , ( $\blacktriangle$ )  $R_{100}$ , ( $\blacktriangledown$ )  $R_{200}$ . (a) système complet, (b) région proche de la paroi. La ligne continue représente la fonction  $Z = 2,95 - 0,65e^{-0,22(r-R_{int})/d}$ .

### Influence des régimes de déformation

La figure 3.65a montre une relation nette entre le nombre de coordination  $Z$  et le nombre inertiel  $I$  (on ignore la région à moins de 5 grains de la paroi). La figure 3.66a montre que cette relation ne dépend pas de la géométrie (avec toutefois une légère déviation pour la géométrie la plus petite  $R_{25}$ ). Elle est en particulier conforme à la mesure en cisaillement plan. Le nombre de coordination diminue ( $Z \rightarrow 0$ ) pour les grandes valeurs

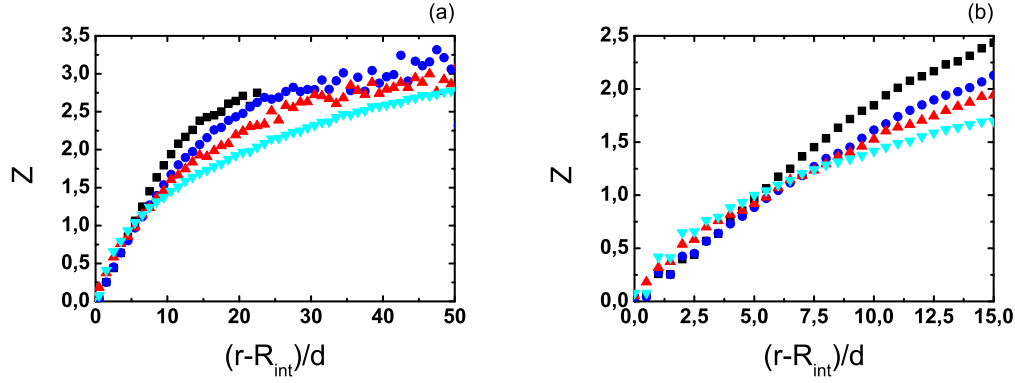


FIG. 3.63 – Profils du nombre de coordination  $Z$  pour différentes géométries.  $V_\theta = 2,5$ . (■)  $R_{25}$ , (●)  $R_{50}$ , (▲)  $R_{100}$ , (▼)  $R_{200}$ . (a) système complet, (b) région proche de la paroi.

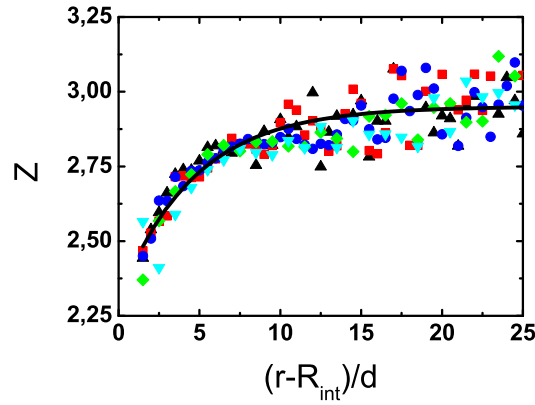


FIG. 3.64 – Profils du nombre de coordination  $Z$  pour différentes rugosités. (▲)  $d_p 0,25$ , (■)  $d_p 0,5$ , (●)  $d_p 1$ , (◆)  $d_p 2$ , (▼)  $d_p 4$ .  $V_\theta = 0,025$ . Géométrie  $R_{50}$ . La ligne continue représente la fonction  $Z = 2,95 - 0,65e^{-0,22(r-R_{int})/d}$ .

de  $I$  et augmente ( $Z \rightarrow \approx 3$ ) lorsque  $I$  diminue ( $I \rightarrow 0$ , dans le régime quasi-statique). On représente bien l'ensemble de valeurs de  $Z$  par l'expression proposée par [56, 58]  $Z = Z_{max} - aI^b$  (figure 3.66).

Comme le frottement effectif peut être exprimé comme une fonction du nombre inertiel ( $\mu^*(I)$ ) dans le régime inertiel, on observe de la même façon une relation  $Z(\mu^*)$  (figure 3.65b). Par contre, dans cette représentation, il apparaît une influence de la géométrie, visible sur la figure 3.66b. Pour  $\mu^*$  fixé,  $Z$  augmente lorsque  $R_{int}$  et, dans le régime iner-

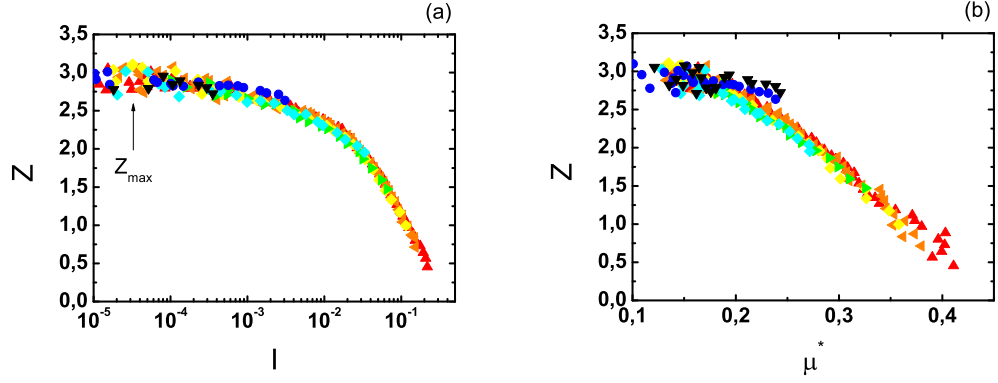


FIG. 3.65 – Nombre de coordination  $Z$  en fonction (a) du nombre inertiel  $I$ , (b) du frottement effectif  $\mu^*$  pour différentes valeurs de vitesse à la paroi  $V_\theta$ . ( $\blacktriangledown$ )  $V_\theta = 0,0025$ , ( $\bullet$ )  $V_\theta = 0,025$ , ( $\blacksquare$ )  $V_\theta = 0,25$ , ( $\blacktriangleright$ )  $V_\theta = 0,5$ , ( $\blacklozenge$ )  $V_\theta = 1$ , ( $\blacktriangleleft$ )  $V_\theta = 1,5$ , ( $\blacktriangle$ )  $V_\theta = 2,5$ . Géométrie  $R_{50}$ .

tiel (pour  $\mu^* \geq 0,25$ ), tend vers la valeur mesurée en cisaillement plan. Dans le régime quasi-statique (voir la figure 3.65b pour  $V_\theta \leq 0,025$  et l'insert de la figure 3.66b), la relation entre  $Z$  et  $\mu^*$  est beaucoup moins nette.

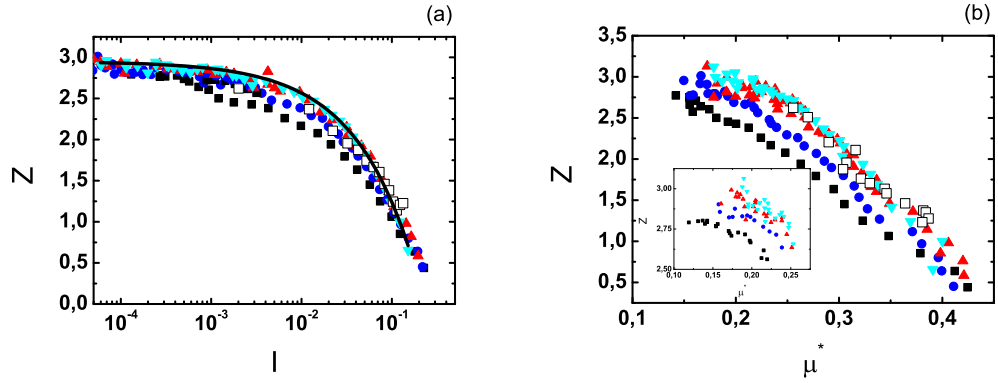


FIG. 3.66 – Nombre de coordination  $Z$  en fonction (a) du nombre inertiel  $I$  (la ligne continue représente la fonction  $Z = 2,95 - 7,65I^{0,65}$ ), (b) du frottement effectif  $\mu^*$  pour différentes géométries. ( $\blacksquare$ )  $R_{25}$ , ( $\bullet$ )  $R_{50}$ , ( $\blacktriangle$ )  $R_{100}$ , ( $\blacktriangledown$ )  $R_{200}$ , ( $\square$ ) cisaillement plan [58].  $V_\theta = 2,5$  (et  $V_\theta = 0,025$  en insert sur (b)) pour le cisaillement annulaire.

### Relation entre le nombre de coordination $Z$ et la compacité $\nu$

Dans le régime inertiel, la compacité  $\nu$  et le nombre de coordination  $Z$  se trouvent directement liés, indépendamment des géométries (figure 3.67).

À mesure que la compacité augmente, le nombre de contacts s'élève, d'une manière générale. Pour  $Z \gtrsim 1,25$  on observe une déviation du comportement de ces deux grandeurs en fonction de la géométrie (figure 3.67b). Par contre, pour des géométries suffisamment grandes ( $R_{int}/d \geq 100$ ), la relation entre  $\nu$  et  $Z$  semble être vraie jusque dans le régime quasi-statique. La courbure des géométries plus petites doit avoir des effets sur l'organisation spatiale des particules.

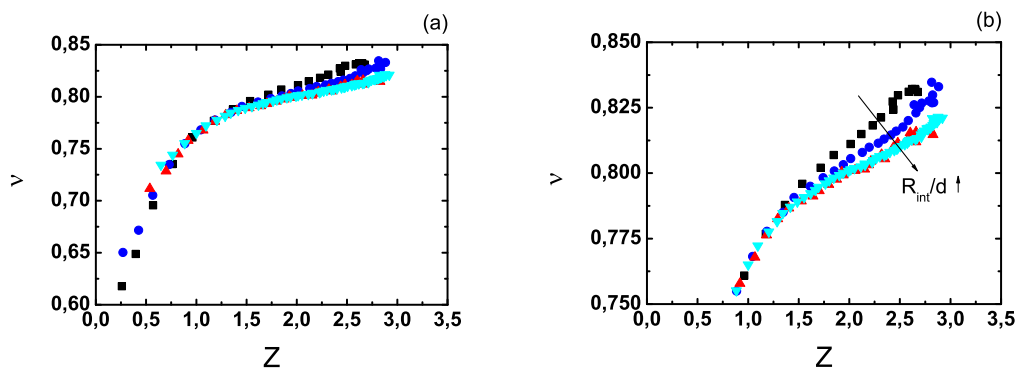


FIG. 3.67 – Relation entre le nombre de coordination  $Z$  et la compacité  $\nu$  pour différentes géométries. (■)  $R_{25}$ , (●)  $R_{50}$ , (▲)  $R_{100}$ , (▼)  $R_{200}$ .  $V_\theta = 2,5$ .

### 3.6.3 Profil de la mobilisation du frottement $M$

#### Influence de la vitesse à la paroi

La figure 3.68 montre que la mobilisation du frottement  $M$  décroît à mesure que l'on s'éloigne de la paroi, et qu'une augmentation de la vitesse à la paroi conduit à une augmentation de  $M$ . Ce paramètre se montre plus sensible à la vitesse dans des régimes à faible  $I$  : son comportement est indépendant de la vitesse uniquement pour  $V_\theta \leq 0,0025$ . D'autres grandeurs étudiées ( $Z$ ,  $\nu$ ,  $\mu^{*p}$ ...) manifestent un comportement quasi-statique plutôt à  $V_\theta \leq 0,025$ . Dans [56, 58], on observe une légère augmentation de  $M$  pour des particules de raideur  $k$  plus élevée.

#### Influence de la géométrie

On n'observe pas d'influence de la géométrie sur les profils  $M(r)$  (figure 3.69a) pour des échantillons entièrement dans le régime quasi-statique. On peut donc supposer que la décroissance de  $M$  en fonction de la distance à la paroi, dans ce régime, est avant tout un effet de paroi. Par contre, dans le régime inertiel (figure 3.69b), on constate un effet

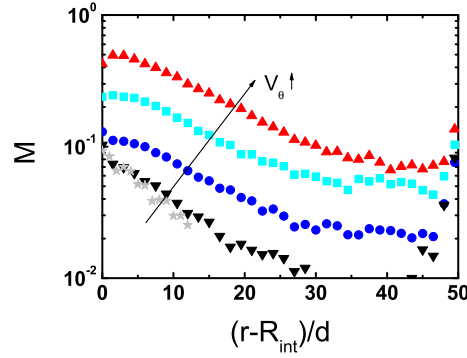


FIG. 3.68 – Influence de la vitesse à la paroi  $V_\theta$  sur les profils de mobilisation du frottement  $M$ . ( $\star$ )  $V_\theta = 0,00025$ , ( $\blacktriangledown$ )  $V_\theta = 0,0025$ , ( $\bullet$ )  $V_\theta = 0,025$ , ( $\blacksquare$ )  $V_\theta = 0,25$ , ( $\blacktriangle$ )  $V_\theta = 2,5$ . Géométrie  $R_{50}$

de la géométrie : lorsque  $R_{\text{int}}$  augmente, la décroissance de  $M$  en fonction de la distance à la paroi est plus lente.

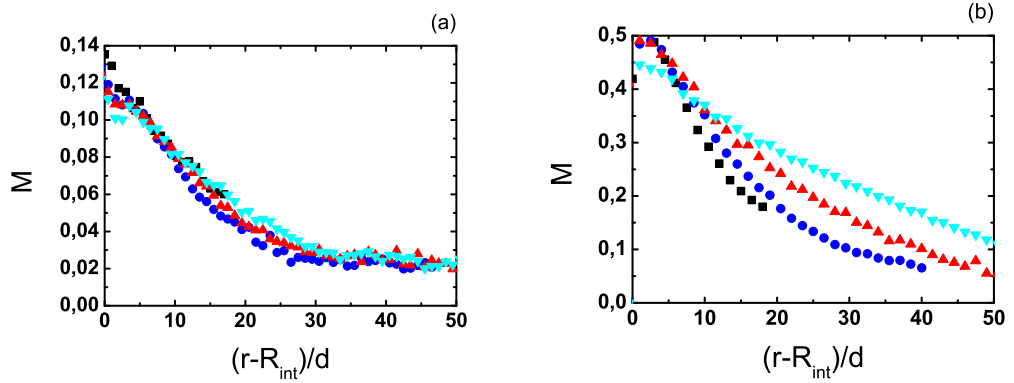


FIG. 3.69 – Profils de mobilisation du frottement  $M$  pour différentes géométries. ( $\blacksquare$ )  $R_{25}$ , ( $\bullet$ )  $R_{50}$ , ( $\blacktriangle$ )  $R_{100}$ , ( $\blacktriangledown$ )  $R_{200}$ . (a)  $V_\theta = 0,025$ , (b)  $V_\theta = 2,5$ .

### Influence des régimes de déformation

Pour une géométrie donnée ( $R_{50}$ ), on observe des relations  $M(I)$  et  $M(\mu^*)$  nettes dans le régime inertiel (figure 3.70). La relation  $M(\mu^*)$  est approximativement affine pour  $\mu^* \geq 0,15$ . En revanche, on observe des écarts dans le régime quasi-statique. Par ailleurs, on observe (voir figure 3.71) une influence sensible de la géométrie : pour  $I$

fixé,  $M$  diminue lorsque  $R_{\text{int}}$  augmente et tend vers une valeur asymptotique. Ce même comportement est observé dans le régime quasi-statique à  $\Gamma$  fixé.

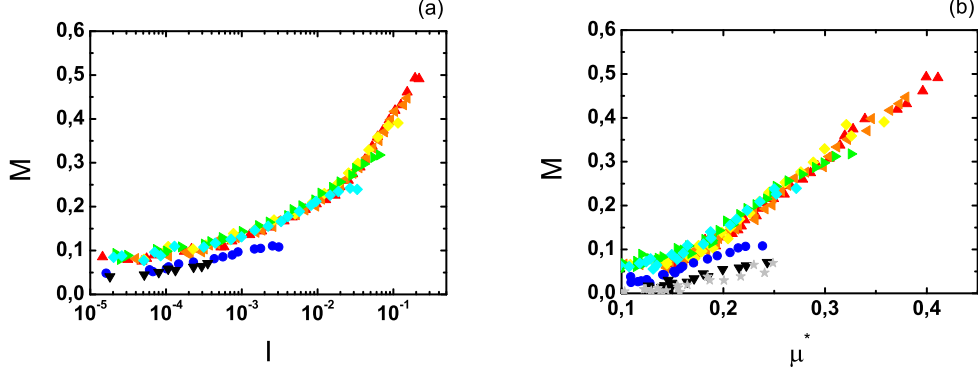


FIG. 3.70 – Mobilisation du frottement  $M$  en fonction (a) du nombre inertiel  $I$ , (b) du frottement effectif  $\mu^*$  pour différentes valeurs de la vitesse à la paroi  $V_\theta$ . (★)  $V_\theta = 0,00025$ , (▼)  $V_\theta = 0,0025$ , (●)  $V_\theta = 0,025$ , (■)  $V_\theta = 0,25$ , (▲)  $V_\theta = 0,5$ , (◆)  $V_\theta = 1$ , (◀)  $V_\theta = 1,5$ , (▲)  $V_\theta = 2,5$ . Géométrie  $R_{50}$ .

Pour le rapport asymptotique observé lorsque  $R_{\text{int}}$  augmente, on associe une fonction du type  $M = aI^b$  [56, 58]. Et également, dans le régime quasi-statique,  $M = a'\Gamma^b$  (figure 3.71). On obtient le même exposant  $b$  indépendamment du régime.

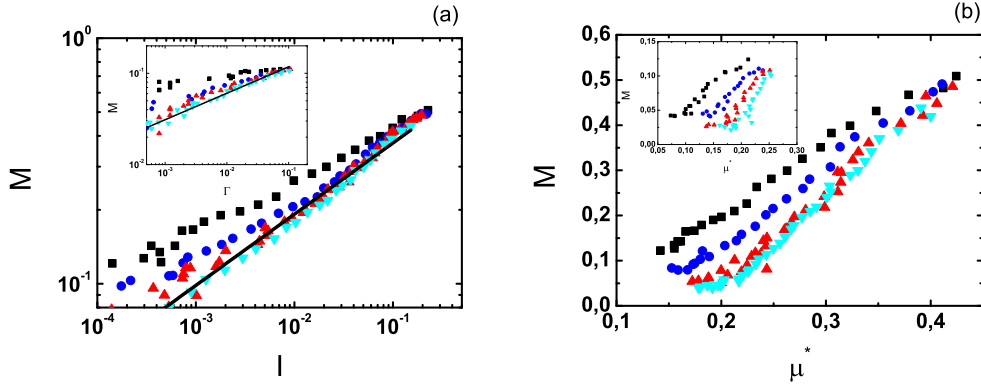


FIG. 3.71 – Mobilisation du frottement  $M$  en fonction (a) du nombre inertiel  $I$  (les lignes continues représentent les fonctions  $M = 0,73I^{0,29}$  et  $M = 0,23\Gamma^{0,29}$ ), (b) du frottement effectif  $\mu^*$  pour différentes géométries. ((■)  $R_{25}$ , (●)  $R_{50}$ , (▲)  $R_{100}$ , (▼)  $R_{200}$ .  $V_\theta = 2,5$  (en insert  $V_\theta = 0,025$ )).

### Influence de la rugosité

Lorsque la rugosité augmente, la mobilisation du frottement  $M$  augmente aussi et tend à saturer (figure 3.72).

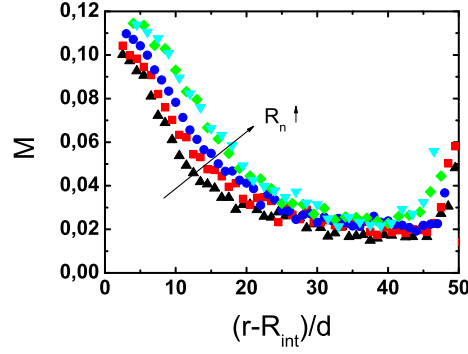


FIG. 3.72 – Profils de la mobilisation du frottement  $M$  pour différentes rugosités à la paroi. ( $\blacktriangle$ )  $d_p 0,25$ , ( $\blacksquare$ )  $d_p 0,5$ , ( $\bullet$ )  $d_p 1$ , ( $\blacklozenge$ )  $d_p 2$ , ( $\blacktriangledown$ )  $d_p 4$ .  $V_\theta = 0,025$ . Géométrie  $R_{50}$ .

Dans le régime quasi-statique, en considérant une seule géométrie ( $R_{50}$ ), on observe une relation  $M(\Gamma)$  peu dépendante de la rugosité (figure 3.73a). En revanche  $M(\mu^*)$  dépend sensiblement de la rugosité (figure 3.73b).

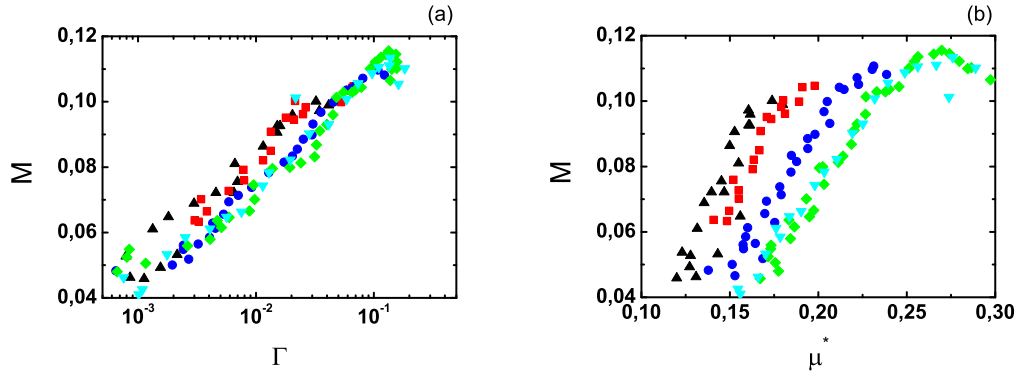


FIG. 3.73 – Mobilisation du frottement  $M$  en fonction (a) du nombre inertiel  $\Gamma$ , (b) du frottement  $\mu^*$ . Influence de la rugosité. ( $\blacktriangle$ )  $d_p 0,25$ , ( $\blacksquare$ )  $d_p 0,5$ , ( $\bullet$ )  $d_p 1$ , ( $\blacklozenge$ )  $d_p 2$ , ( $\blacktriangledown$ )  $d_p 4$ .  $V_\theta = 0,025$ . Géométrie  $R_{50}$ .

### 3.6.4 Profil des fluctuations de vitesse radiale $\delta v_r$ , tangentielle $\delta v_\theta$ et de rotation $\delta\omega$

Pour quantifier les variations spatiales (selon la coordonnée  $\theta$ ) des vitesses radiale  $v_r$ , tangentielle  $v_\theta$  et de rotation  $\omega$  autour de leur moyenne on mesure les fluctuations :

$$\begin{aligned}\delta v_r(r)^2 &= \frac{1}{\Theta} \int_0^\Theta v_r(r, \theta)^2 d\theta - \left[ \frac{1}{\Theta} \int_0^\Theta v_r(r, \theta) d\theta \right]^2 = \frac{1}{\Theta} \int_0^\Theta v_r(r, \theta)^2 d\theta - v_r(r)^2 \\ \delta v_\theta(r)^2 &= \frac{1}{\Theta} \int_0^\Theta v_\theta(r, \theta)^2 d\theta - \left[ \frac{1}{\Theta} \int_0^\Theta v_\theta(r, \theta) d\theta \right]^2 = \frac{1}{\Theta} \int_0^\Theta v_\theta(r, \theta)^2 d\theta - v_\theta(r)^2 \\ \delta\omega(r)^2 &= \frac{1}{\Theta} \int_0^\Theta \omega(r, \theta)^2 d\theta - \left[ \frac{1}{\Theta} \int_0^\Theta \omega(r, \theta) d\theta \right]^2 = \frac{1}{\Theta} \int_0^\Theta \omega(r, \theta)^2 d\theta - \omega(r)^2\end{aligned}\quad (3.8)$$

où  $v_r(r, \theta)$ ,  $v_\theta(r, \theta)$  et  $\omega(r, \theta)$  sont les valeurs locales de la vitesse radiale, tangentielle et de rotation, respectivement.  $\Theta$  est la section angulaire choisie pour chaque géométrie (voir figure 3.1 et le tableau 3.1).

D'une manière générale, les fluctuations de vitesse sont plus intenses près des parois et diminuent à peu près exponentiellement loin de ces dernières [58, 64, 117, 128, 146, 173, 191].

La figure 3.74a montre une comparaison entre les profils de fluctuations de vitesses radiale  $\delta v_r$  et tangentielle  $\delta v_\theta$ . Dans la région proche de la paroi, les profils se superposent. Dans les régions plus éloignées,  $\delta v_r$  présente un palier ce qui suggère que cette variable puisse être plus sensible à l'état initial de l'échantillon. La structure, étant plus proche de celle du début du cisaillement, peut se comporter de manière plus solidaire par rapport aux mouvements radiaux, ayant besoin d'un cisaillement plus long pour atteindre son comportement stationnaire.

La figure 3.74b montre que les fluctuations de rotation  $\delta\omega/2$  sont égales aux fluctuations de vitesse tangentielle  $\delta v_\theta$  sur tout l'échantillon. Pour l'instant, on a pas d'explications pour ce phénomène, qui est important puisqu'il relie les mouvements de translation et de rotation des grains.

#### 3.6.4.1 Profil des fluctuations de vitesse tangentielle normalisée $\delta v_\theta/(\dot{\gamma}d)$

##### Comportement général et influence de la vitesse à la paroi

En considérant le taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  comme échelle naturelle de temps [56, 58], on peut s'intéresser à la grandeur normalisée  $\delta v_\theta/(\dot{\gamma}d)$ , qui mesure les fluctuations relatives.

Dans le régime quasi-statique où le matériau se déplace en blocs et de façon discontinue [58, 98, 128], le caractère collectif des fluctuations est plus évident [151] que dans le régime inertiel. On s'attend donc à des valeurs de  $\delta v_\theta/(\dot{\gamma}d)$  plus élevées dans le régime quasi-statique. La figure 3.75 qui montre le profil de cette grandeur pour plusieurs vitesses à la paroi  $V_\theta$ , met bien en évidence cette tendance. L'augmentation de  $V_\theta$  entraîne une décroissance du niveau des fluctuations dans le système (d'environ un ordre de grandeur entre  $V_\theta = 2,5$  et  $V_\theta = 0,0025$ ). Par ailleurs, les fluctuations relatives de vitesse  $\delta v_\theta/(\dot{\gamma}d)$  augmentent avec la distance à la paroi.

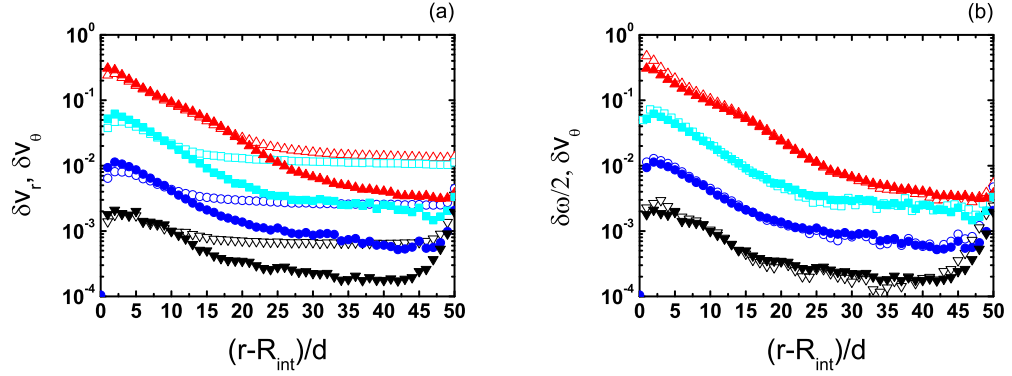


FIG. 3.74 – (a) Profils des fluctuations de vitesse radiale  $\delta v_r$  (symboles creux) et des fluctuations de vitesse tangentielle  $\delta v_\theta$  (symbole pleins), (b) profils des fluctuations de la vitesse angulaire de rotation des grains  $\delta\omega/2$  (symboles creux) et des fluctuations de vitesse tangentielle  $\delta v_\theta$  (symbole pleins) pour plusieurs vitesse à la paroi  $V_\theta$  : ( $\nabla$ ,  $\blacktriangledown$ )  $V_\theta = 0, 0,0025$ , ( $\circ$ ,  $\bullet$ )  $V_\theta = 0, 0,025$ , ( $\square$ ,  $\blacksquare$ )  $V_\theta = 0, 0,25$ , ( $\triangle$ ,  $\blacktriangle$ )  $V_\theta = 2, 5$ . Géométrie  $R_{50}$

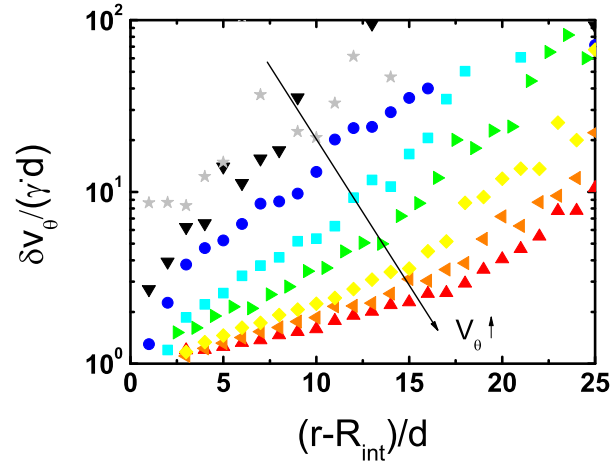


FIG. 3.75 – Influence de la vitesse à la paroi  $V_\theta$  sur les profils de fluctuations relatives  $\delta v_\theta/(\dot{\gamma}d)$ . ( $\star$ )  $V_\theta = 0, 0,00025$ , ( $\blacktriangledown$ )  $V_\theta = 0, 0,0025$ , ( $\bullet$ )  $V_\theta = 0, 0,025$ , ( $\blacksquare$ )  $V_\theta = 0, 0,25$ , ( $\blacktriangledown$ )  $V_\theta = 0, 0,5$ , ( $\blacklozenge$ )  $V_\theta = 1$ , ( $\blacktriangleleft$ )  $V_\theta = 1, 5$ , ( $\blacktriangle$ )  $V_\theta = 2, 5$ . Géométrie  $R_{50}$

### Influence de la géométrie

L'influence de la géométrie est visible sur la figure 3.76a dans le régime quasi-statique

et sur la figure 3.76b dans le régime inertiel. Dans les deux régimes, on observe que les fluctuations relatives partent d'une même valeur à la paroi (d'ordre 1) indépendante de  $R_{\text{int}}$  et de  $V_\theta$ . La croissance des fluctuations est plus marquée pour des géométries  $R_{\text{int}}$  plus petites.

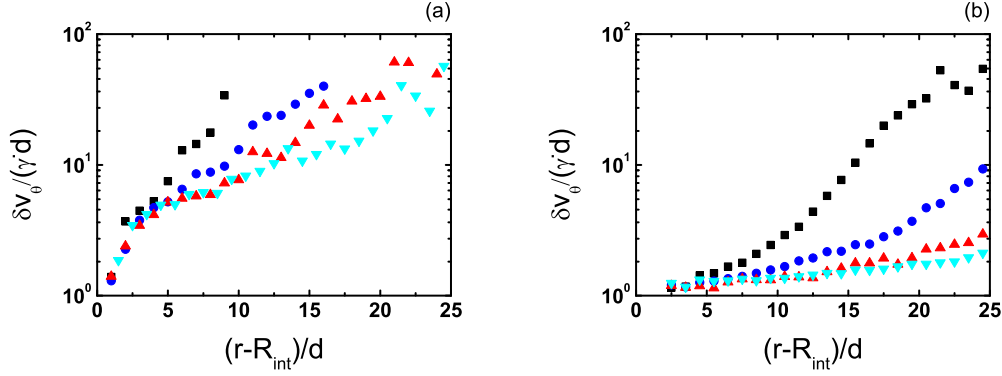


FIG. 3.76 – Profils des fluctuations relatives  $\delta v_\theta/(\dot{\gamma}d)$  pour différentes géométries. (■)  $R_{25}$ , (●)  $R_{50}$ , (▲)  $R_{100}$ , (▼)  $R_{200}$ . (a)  $V_\theta = 0,025$ , (b)  $V_\theta = 2,5$ .

### Influence des régimes de déformation

Les profils radiaux précédents peuvent être compris à partir d'une analyse en fonction du nombre inertiel  $I$  et/ou du frottement effectif  $\mu^*$ . Pour une géométrie donnée ( $R_{50}$ ), la figure 3.77 montre que dans le régime inertiel, la fluctuation relative est une fonction décroissante de  $I$  et de  $\mu^*$ , avec des écarts dans le régime quasi-statique. La relation  $(\delta v_\theta/(\dot{\gamma}d))(I)$  n'est pas affectée par la géométrie (voir figure 3.78a), contrairement à la relation  $(\delta v_\theta/(\dot{\gamma}d))(\mu^*)$ , pour  $\mu^* \leq 0,26$ , c'est à dire dans le régime quasi-statique.

Dans le régime inertiel, on observe la tendance  $\delta v_\theta/\dot{\gamma} \rightarrow 1$  pour  $I$  élevé, ce qui conduit à une expression qui décrit le comportement de  $\delta v_\theta/(\dot{\gamma}d)$  en fonction de  $I$  (de manière indépendante de la géométrie) :  $\delta v_\theta/\dot{\gamma} = 1 + aI^{-b}$  (figure 3.78a). [17, 128] obtiennent  $\delta v \propto \dot{\gamma}^{0,4}$  pour des expériences en géométrie Couette. La normalisation de  $\delta v$  par  $\dot{\gamma}d$  conduit, dans ces études, à un exposant égal à  $-0,6$ , compatible avec l'exposant de  $-0,7$  trouvé pour nos résultats.

Une formule similaire peut décrire les fluctuations de vitesses en fonction de  $\Gamma$  en régime quasi-statique, de manière aussi indépendante de la géométrie et avec le même exposant (voir insert sur la figure 3.78a). Dans le régime quasi-statique,  $\delta v_\theta/\dot{\gamma}$  ne peut pas être exprimé comme une fonction unique du frottement effectif  $\mu^*$  (voir figure 3.78b et l'insert).

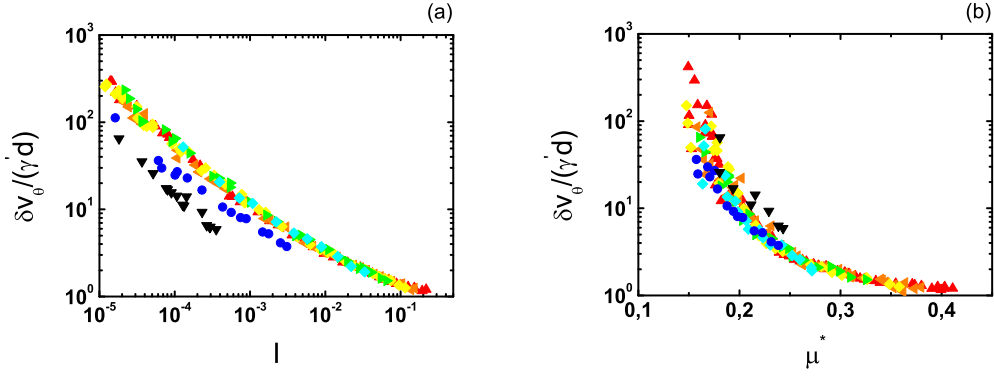


FIG. 3.77 – *Fluctuations relatives en fonction (a) du nombre inertiel  $I$ , (b) du frottement effectif  $\mu^*$  pour différentes valeurs de la vitesse à la paroi  $V_\theta$ . ( $\blacktriangledown$ )  $V_\theta = 0,0025$ , ( $\bullet$ )  $V_\theta = 0,025$ , ( $\blacksquare$ )  $V_\theta = 0,25$ , ( $\blacktriangleright$ )  $V_\theta = 0,5$ , ( $\blacklozenge$ )  $V_\theta = 1$ , ( $\blacktriangleleft$ )  $V_\theta = 1,5$ , ( $\blacktriangle$ )  $V_\theta = 2,5$ . Géométrie  $R_{50}$*

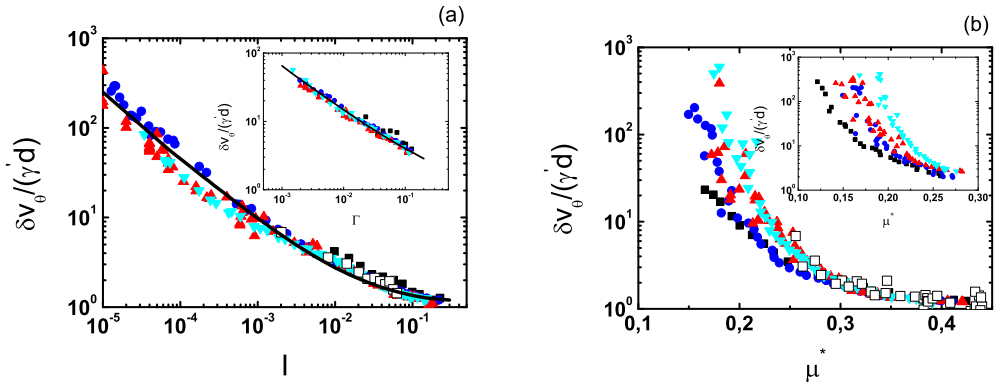


FIG. 3.78 – *Fluctuations relatives en fonction (a) du nombre inertiel  $I$  et  $\Gamma$  (les lignes continues représentent les fonctions  $\delta v_\theta / (\gamma d) = 1 + 0,07I^{-0,7}$  et  $\delta v_\theta / (\gamma d) = 1 + 0,66\Gamma^{-0,7}$ ), (b) du frottement effectif  $\mu^*$  pour différentes géométries. ( $\blacksquare$ )  $R_{25}$ , ( $\bullet$ )  $R_{50}$ , ( $\blacktriangle$ )  $R_{100}$ , ( $\blacktriangledown$ )  $R_{200}$ ,  $\square$  cisaillement plan [56, 58].  $V_\theta = 2,5$  (en insert  $V_\theta = 0,025$ ) pour le cisaillement annulaire.*

### Influence de la rugosité

Dans le régime quasi-statique ( $V_\theta = 0.025$ ), pour une géométrie donnée ( $R_{50}$ ), la figure 3.79 montre l'influence de la rugosité sur les fluctuations relatives. Plus la rugosité est forte, plus la fluctuation relative est petite, avec une saturation, comme cela a

été observé pour d'autres grandeurs. La relation  $\delta v_\theta / \dot{\gamma}(I)$  n'est pas affectée par la géométrie (voir figure 3.80a), contrairement à la relation  $\delta v_\theta / \dot{\gamma}(\mu^*)$ , pour  $\mu^* \leq 0,26$  (voir figure 3.80b).

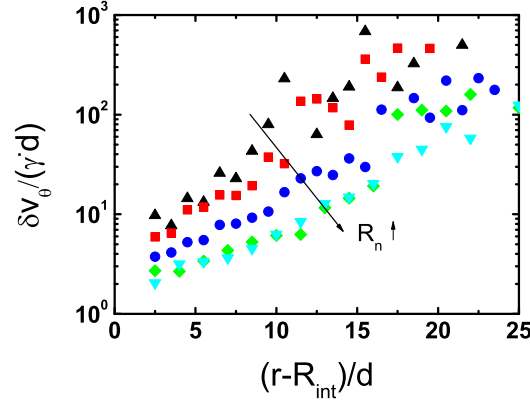


FIG. 3.79 – *Profils de fluctuations relatives pour différentes rugosités.* ( $\blacktriangle$ )  $d_p$  0,25, ( $\blacksquare$ )  $d_p$  0,5, ( $\bullet$ )  $d_p$  1, ( $\blacklozenge$ )  $d_p$  2, ( $\blacktriangledown$ )  $d_p$  4.  $V_\theta = 0,025$ . Géométrie  $R_{50}$ .

La formule pour décrire le comportement des fluctuations de vitesse en fonctions de  $\Gamma$  (figure 3.78a) déjà indépendante de la géométrie, se montre aussi indépendante de  $R_n$  (figure 3.80a).

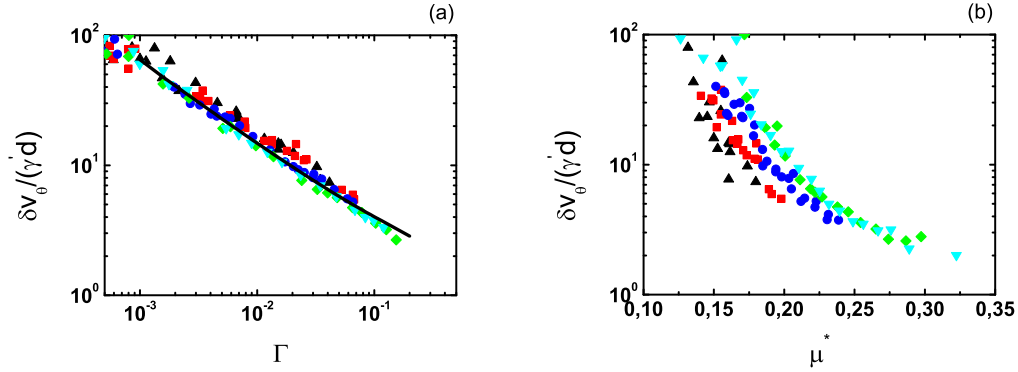


FIG. 3.80 – *Fluctuations relatives en fonction (a) de  $\Gamma$  (la ligne continue représente la fonction  $\delta v_\theta / (\dot{\gamma}d) = 1 + 0,66\Gamma^{-0,7}$ ), (b) du frottement effectif  $\mu^*$ . Influence de la rugosité.* ( $\blacktriangle$ )  $d_p$  0,25, ( $\blacksquare$ )  $d_p$  0,5, ( $\bullet$ )  $d_p$  1, ( $\blacklozenge$ )  $d_p$  2, ( $\blacktriangledown$ )  $d_p$  4.  $V_\theta = 0,025$ . Géométrie  $R_{50}$ .

### 3.7 Conclusions

On résume ici les principaux résultats de ce chapitre, en proposant des descriptions schématiques des comportements. On fait référence aux figures originales où les résultats résumés ici sont établis.

#### 3.7.1 Utilisation des conditions aux limites périodiques en $\theta$

L'application des conditions périodiques en rotation a permis, en se limitant à un secteur angulaire  $0 \leq \theta \leq \Theta$ , de varier la géométrie des échantillons étudiés avec une économie du temps de calcul considérable. La simulation numérique de la cellule de cisaillement annulaire complète ( $\Theta = 2\pi$ ) devient très longue lorsque l'on augmente l'aire de l'échantillon, soit  $\frac{\Theta}{2}(R_{\text{ext}}^2 - R_{\text{int}}^2)$ , qui détermine le nombre de particules du système.

#### 3.7.2 Comportement transitoire, comportement stationnaire

Le système, étudié à partir d'un état initial, évolue en fonction du temps, ou en fonction de l'angle de rotation imposé au cylindre intérieur depuis le début de l'essai, vers un certain état stationnaire, puis reste stable. Les valeurs stationnaires de différentes variables caractérisant l'état du système sont approchées plus ou moins rapidement. Ainsi la figure 3.81a montre schématiquement la différence des longueurs cisillées  $D - D_0$  nécessaires à la stabilisation du coefficient de frottement effectif à la paroi  $\mu^{*p}$ , et à celle de la variation volumique totale de l'échantillon  $\Delta V_n$ .  $\mu^{*p}$  présente une stabilisation pour un déplacement équivalent à 15 diamètres, tandis que  $\Delta V_n$  évolue plus lentement vers sa limite, avec des variations toujours décelables au-delà de 50 diamètres. Une probable raison pour cette différence est l'hétérogénéité de contraintes et de déformations, inhérent à notre système. En utilisant une configuration de cisaillement annulaire direct, où les gradients radiaux sont moins effectifs, [50] observe des longueurs de déplacement similaires reliant le comportement transitoire en contrainte et en volume.

#### 3.7.3 Variations volumiques normalisées $\Delta V_n$

En raison de la densité élevée de l'état initial, on n'observe que des dilatations lors du cisaillement des échantillons. L'influence des rugosités normalisées  $R_n$  et de la géométrie sur  $\Delta V_n^{\text{max}}$  est schématisée sur la figure 3.81b. Des parois plus rugueuses tendent à produire des variations volumiques plus importantes. L'influence de la rugosité normalisée  $R_n$  sur  $\Delta V_n$  atteint des limites inférieures et supérieures.

Les limites inférieures caractérisent le comportement de la paroi lisse. Dans ce cas, le frottement  $\mu_p$  entre les particules de la paroi et celles du milieu devient important. Avec  $\mu_p = 0$  et en l'absence de rugosité le matériau n'est pas cisailé et ne change pas de volume,  $\Delta V_n = 0$ . Pour les faibles niveaux de rugosité  $R_n$ , qui correspondent à la limite de la paroi lisse,  $\Delta V_n$  croît avec  $\mu_p$ , jusqu'à ce que  $\mu_p$  soit égal au frottement entre les particules du milieu granulaire  $\mu$ . Pour  $\mu_p > \mu$ , le milieu granulaire devient

limitant dans la transmission du cisaillement à faibles rugosités et par conséquent dans le développement des variations volumiques.

Les limites supérieures correspondent aux parois très rugueuses et indiquent une capacité maximale du milieu à transmettre des efforts cisailants, responsables des variations volumiques.

L'influence de la géométrie est plus manifeste pour des  $R_n$  élevées. Des rapports géométriques  $R_{int}/d$  plus importants tendent à augmenter  $\Delta V_n$ , ce qui s'explique par la formation d'une zone cisailée plus large, car, à mesure que  $R_{int}/d$  croît, le cisaillement devient plus homogène. Dans la limite homogène, on aurait une variation volumique proportionnelle à l'aire totale de l'échantillon (en 2D) et à la variation de l'indice de vides (fonction des compacités initiale et finale).

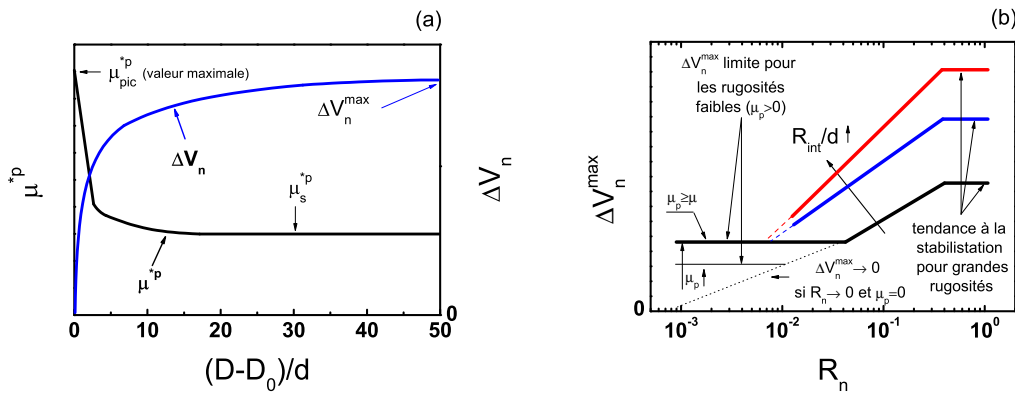


FIG. 3.81 – (a) Schéma de l'évolution du frottement effectif à la paroi  $\mu^{*P}$  et de la variation volumique normalisée  $\Delta V_n$  en fonction du déplacement tangentiel à la paroi  $D$  (référence : figures 3.23 et 3.18). (b) Schéma de l'influence de la rugosité normalisée  $R_n$  et de la géométrie sur la variation volumique maximale  $\Delta V_n^{max}$  (référence : figure 3.25).

La compréhension des phénomènes volumiques peut être reliée au développement du frottement effectif à la paroi  $\mu^{*P}$ .

#### 3.7.4 Frottement effectif à la paroi $\mu^{*P}$

Des parois rugueuses tendent à mobiliser des frottements effectifs plus élevés. Ce comportement peut être expliqué par la géométrie du contact entre les rugosités et le milieu au voisinage de la paroi [82].

De manière analogue au comportement observé pour les variations volumiques,  $\mu^{*P}$  manifeste des limites inférieure et supérieure selon le niveau de la rugosité normalisée  $R_n$ .

L'influence du coefficient de frottement  $\mu_p$  entre les particules de la paroi et celles du milieu granulaire ne cesse d'être négligeable que pour  $R_n \leq 10^{-2}$  (figure 3.82a). Ce

résultat indique qu'une paroi lisse applique le cisaillement plutôt au moyen de forces tangentielles transmises aux particules en contact avec la paroi, alors que dans le cas rugueux les forces normales semblent prépondérantes. La plage d'influence de  $\mu_p$  sur  $\mu^{*p}$  est la même qui induit des variations volumiques :  $0 \leq \mu_p \leq \mu$ .

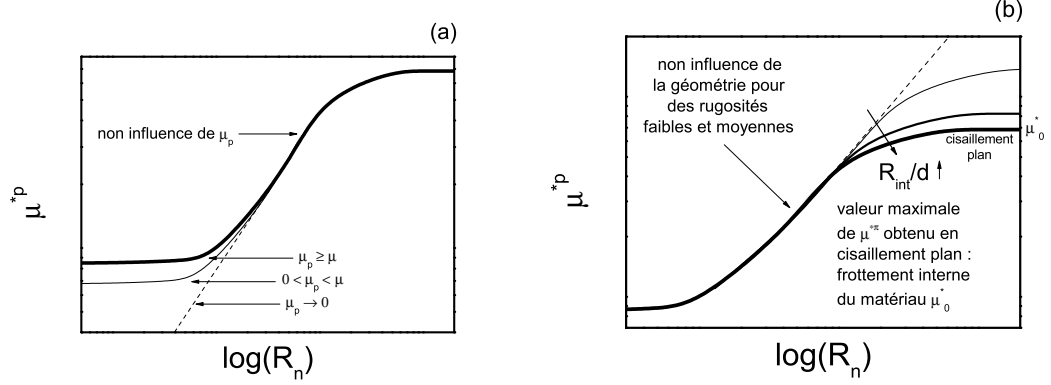


FIG. 3.82 – Effet de la rugosité normalisée  $R_n$  sur le frottement effectif à la paroi  $\mu^{*p}$ . (a) Influence de  $\mu_p$  (référence : figure 3.21) et (b) influence de la géométrie (référence : figure 3.20b).

L'effet de la géométrie sur la valeur de  $\mu^{*p}$  se manifeste pour des rugosités élevées  $R_n > 0,1$  (figure 3.82b). La valeur de  $\mu^{*p}$  décroît, lorsque  $R_{int}$  augmente, pour converger dans la limite des grands  $R_{int}$  vers la valeur obtenue en cisaillement plan, c'est-à-dire vers le coefficient de frottement interne  $\mu_0$ , du matériau, au sens de l'état critique de la mécanique des sols.  $\mu_0$  est le rapport maximal de la cission à la contrainte normale qu'un milieu granulaire peut supporter en régime quasi-statique. On observe que la géométrie de l'essai peut influencer la détermination de  $\mu^{*p}$ . La prise en compte de ce phénomène est fondamentale pour une interprétation correcte d'essais à géométrie plus complexe.

### 3.7.5 Distributions des contraintes

Le champ des contraintes au sein du matériau est lié aux valeurs aux parois.

Dans les cas étudiés, on a observé que dans le régime stationnaire, la contrainte radiale  $\sigma_{rr}$  et la contrainte orthoradiale  $\sigma_{\theta\theta}$  tendent à être constantes et de même valeur que la pression de confinement (imposée radialement)  $P$ .

Selon l'équation de conservation de la quantité de mouvement, si on néglige le terme d'accélération, ou bien en régime stationnaire, la contrainte de cisaillement  $\sigma_{r\theta}$  est de la forme :  $\sigma_{r\theta} = S \left( \frac{R_{int}}{r} \right)^2$  où  $S$  est sa valeur à la paroi (figure 3.83a).

Pour des vitesses assez faibles (ou des pressions de confinement assez élevées), on observe l'existence d'une limite quasi-statique, où la valeur des contraintes ne dépend

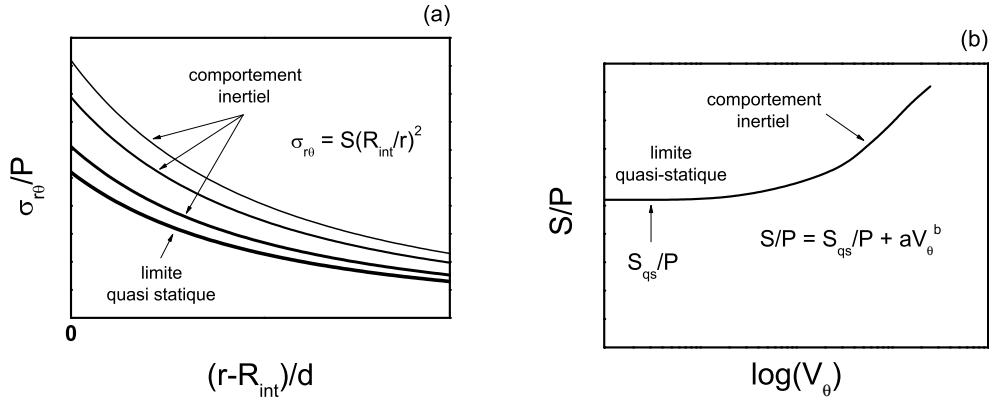


FIG. 3.83 – (a) Profils de contrainte tangentielle  $\sigma_{r\theta}$  pour différentes vitesses tangentielles à la paroi  $V_\theta$ . (b) Influence de  $V_\theta$  sur la contrainte de cisaillement à la paroi  $S$ . Référence : figure 3.34

pas de la vitesse de rotation. L'effet de la vitesse dans nos essais, à pression fixée, peut être décrit par une fonction du type  $S/P = S_{qs}/P + aV_\theta^b$ , où  $S_{qs}$  est la valeur de la contrainte de cisaillement à la paroi en régime quasi-statique et le terme  $aV_\theta^b$  indique une dépendance visqueuse des effets inertiels mesurés à la paroi (figure 3.83b).

### 3.7.6 Profil de vitesse et zone de cisaillement

#### 3.7.6.1 Effet de la géométrie et des vitesses

Du fait de l'hétérogénéité du champ de contraintes, on observe une localisation des gradients de déplacements à proximité de la paroi intérieure (plus au moins prononcée selon la géométrie, la distribution de contraintes et les caractéristiques du matériau).

En supposant une paroi assez rugueuse, pour laquelle on peut négliger le glissement à la paroi ( $V_\theta^+/V_\theta \rightarrow 1$ ), à mesure que la taille de l'échantillon augmente, cette localisation s'atténue (figure 3.84a). Le comportement limite correspond au profil en cisaillement plan (non localisé) :  $\frac{v_\theta}{V_\theta} = 1 - \frac{r-R_{int}}{R_{ext}-R_{int}}$ . Cette expression se justifie, par exemple, si partant d'une géométrie annulaire on fait tendre  $R_{int}/d$  vers l'infini gardant  $(R_{ext}-R_{int})/d = H$ . De cette manière, on obtient un cisaillement simple. Ensuite, comme on choisit dans nos systèmes  $R_{ext}/d$  de façon qu'il n'ait pas d'influence ( $R_{ext}/d \rightarrow \infty$  ou en pratique  $R_{ext} = 2R_{int}$ ),  $H$  tend vers l'infini. Le milieu tend donc à être moins cisailé à mesure que  $R_{int}/d$  augmente.

L'influence de la géométrie sur l'épaisseur de la zone de cisaillement (figure 3.84b) peut être quantifiée par  $\lambda$  et prend la forme d'une loi de puissance :  $\lambda/d = a(R_{int}/d)^b$ . Dans le régime inertiel, des vitesses plus élevées à la paroi tendent à élargir la zone de cisaillement.

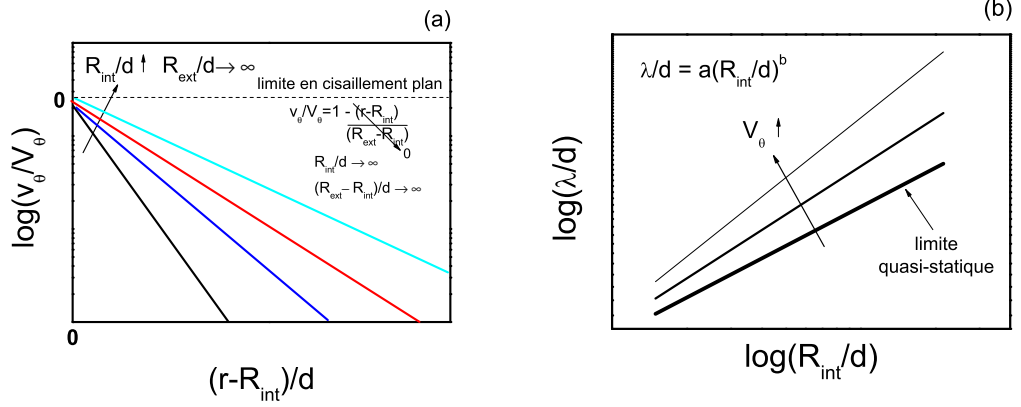


FIG. 3.84 – (a) Profils de vitesse tangentielle normalisée  $v_\theta/V_\theta$  pour différentes géométries (référence : figure 3.36b). (b) Effet de la géométrie et de la vitesse à la paroi sur l'épaisseur de la zone de cisaillement  $\lambda$  (référence : figure 3.37).

### 3.7.6.2 Effet de la rugosité

Le profil radial de vitesses s'approche d'une fonction exponentielle pour les rugosités faibles :  $\frac{v_\theta}{V_\theta} = e^{a(r-R_{\text{int}})/d}$ . À mesure que la rugosité augmente, on observe des déviations à la forme exponentielle, conduisant à des fonctions plus complexes du type  $\frac{v_\theta}{V_\theta} = e^{a(r-R_{\text{int}})/d + b(r-R_{\text{int}})^2/d^2}$  (figure 3.85a).

La discontinuité de vitesse tangentielle à la paroi mobile (le glissement sur la figure 3.85) est d'autant plus forte que le niveau de rugosité  $R_n$  est faible. Le glissement croît avec  $R_n$ , et varie, de façon analogue à  $\mu^{*p}$ , d'une limite inférieure  $\left(\frac{V_\theta^+}{V_\theta}\right)_{\min}$  à une limite supérieure  $\left(\frac{V_\theta^+}{V_\theta}\right)_{\max}$ . Cette fonction du niveau de rugosité s'exprime approximativement ainsi :

$$\frac{V_\theta^+}{V_\theta} = \left(\frac{V_\theta^+}{V_\theta}\right)_{\min} + \left( \left(\frac{V_\theta^+}{V_\theta}\right)_{\max} - \left(\frac{V_\theta^+}{V_\theta}\right)_{\min} \right) (1 - \exp(-aR_n^2)).$$

L'épaisseur de la zone de cisaillement dépend de la géométrie et de la rugosité, comme le montre le schéma sur la figure 3.86a. L'évaluation de cette épaisseur par  $\lambda^+$  plutôt que par  $\lambda$  (figure 3.86b) minimise les effets de la rugosité, car sa définition (décroissance de la vitesse dans le matériau jusqu'à seulement 10% de sa valeur à la paroi, compte tenu de la taille des aspérités) minimise l'effet du glissement.

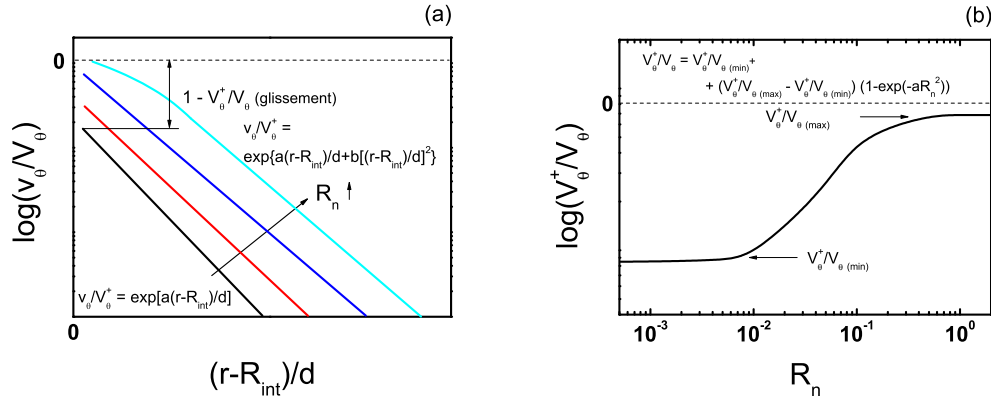


FIG. 3.85 – (a) Effet de la rugosité sur les profils de vitesse tangentielle normalisée  $v_\theta/V_\theta$  (référence : figure 3.39b). (b) Effet des rugosités normalisées  $R_n$  sur le glissement à la paroi (référence : figure 3.40).

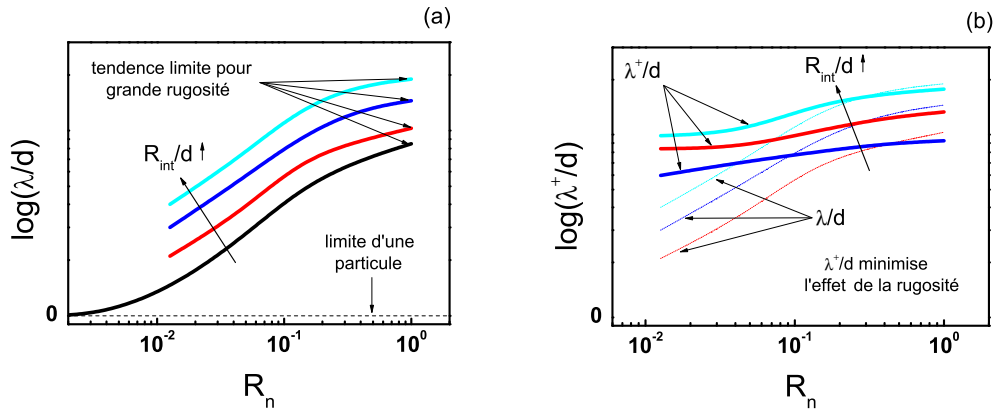


FIG. 3.86 – (a) Effet de la rugosité normalisée  $R_n$  et de la géométrie sur l'épaisseur de la bande de cisaillement  $\lambda$ . (b) Comparaison de la prise en compte de l'effet de  $R_n$  avec  $\lambda$  et  $\lambda^+$ . Référence : figure 3.41.

### 3.7.6.3 Rapport entre l'épaisseur de la zone de cisaillement et la variation volumique maximale $\Delta V_n^{\max}$

Les variations volumiques sont dépendantes de la géométrie et de la rugosité (figure 3.24). Le paramètre qui caractérise l'épaisseur de la zone cisailée  $\lambda$  prend en compte ces

mêmes dépendances avec les mêmes tendances générales. C'est pour cela que l'on observe un rapport très net entre  $\Delta V_n^{\max}$  et  $\lambda/d$  (pour  $R_{int}/d \geq 50$ ) sous la forme d'une loi de puissance (figure 3.42) :

$$\Delta V_n^{\max} = a(\lambda/d)^b.$$

### 3.7.7 Taux de cisaillement $\dot{\gamma}$

On observe une relation très nette entre le taux de déformation de cisaillement (moitié du taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$ ) et la vitesse de rotation moyenne des particules :  $\frac{\dot{\gamma}}{2} = \omega$ .

L'effet de la géométrie sur le profil du taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  (dans le régime quasi-statique) dépend de la rugosité de la paroi.

Pour  $R_n \leq 0,043$  ( $dp_{0,5}$ ), l'effet de la géométrie est négligeable, conduisant à un profil unique (figure 3.87) de forme exponentielle :  $\Gamma = \dot{\gamma}d/v_\theta = ae^{-b(r-R_{int})/d}$ . Ce comportement, si on l'extrapole jusqu'au cisaillement plan, produira un taux de déformation  $\dot{\gamma}$  totalement localisé près des parois (figure 3.87b, parois lisses) ; dans une conduite verticale il produira un écoulement de type bouchon [44, 146].

À mesure que  $R_n$  augmente, la capacité de la paroi à cisailier le matériau augmente aussi. Dans le cisaillement plan avec parois rugueuses (figure 3.87b), on n'observe pas de localisation, le matériau étant cisailé avec  $\dot{\gamma} = V_\theta/H$  constant en moyenne. De manière analogue, dans le cisaillement annulaire étudié ici, on observe un adoucissement du profil  $\Gamma(r)$  car la tendance, lorsque  $R_{int}$  augmente, est de s'approcher d'un cisaillement plan avec  $H$  croissant vu que  $R_{ext}$  augmente aussi.

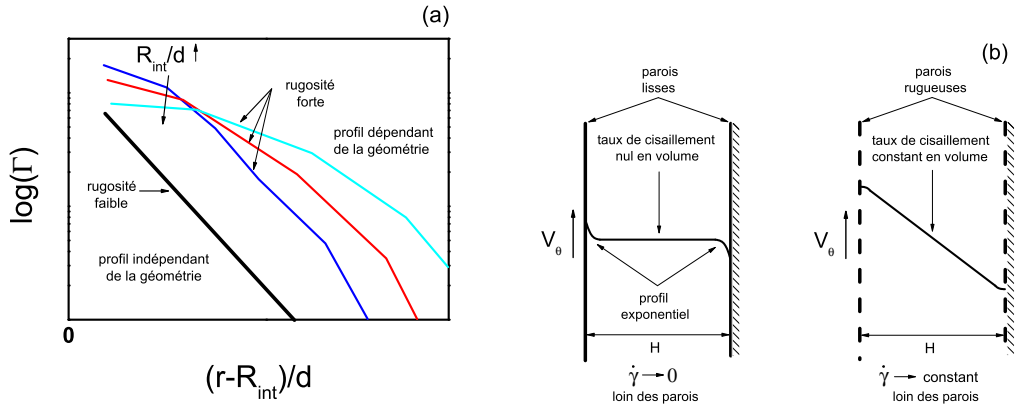


FIG. 3.87 – (a) Schéma de l'effet de la rugosité sur les profils de taux de cisaillement normalisé  $\Gamma$  pour différentes géométries (référence : figure 3.45c). (b) Analogie entre le comportement annulaire et le cisaillement plan (paroi lisse ou rugueuse).

### 3.7.8 Transition quasi-statique/inertiel

L'étude de l'effet de la vitesse et du confinement conduit à l'identification de deux régimes de déformation : quasi-statique et inertiel. Le premier concerne les faibles vitesses ou les forts confinements, les effets inertiels étant alors négligeables. Le second correspond aux vitesses plus élevées ou aux confinements moins forts : les effets inertiels jouent alors un rôle important dans le comportement du matériau.

La géométrie annulaire applique un cisaillement hétérogène au milieu granulaire, de sorte que l'on peut avoir les deux régimes dans une même configuration. Des vitesses faibles et/ou de fortes pressions de confinement conduisent à cisailier l'échantillon entier en régime quasi-statique (figure 3.88a). À mesure que la vitesse à la paroi augmente ou que la pression de confinement diminue, une zone cisailée dans le régime inertiel se développe au voisinage de la paroi (figure 3.88b).

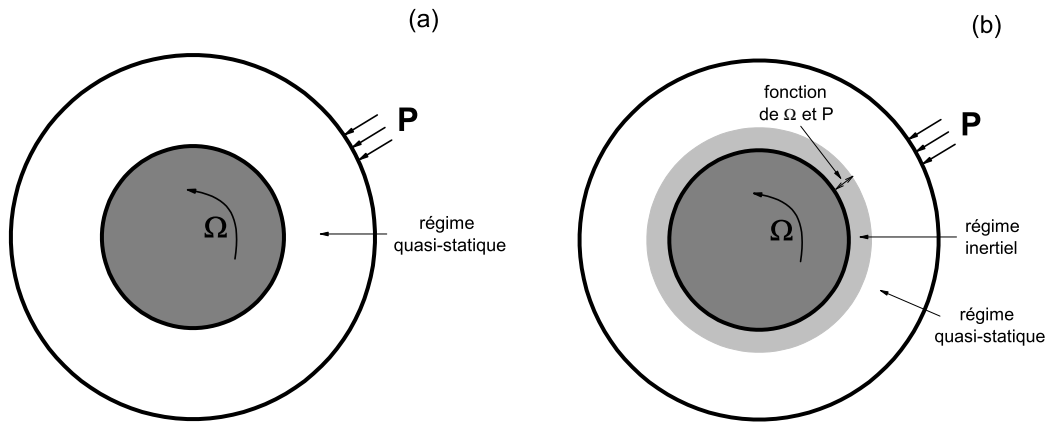


FIG. 3.88 – Schéma d'un échantillon (a) entièrement dans le régime quasi-statique, (b) présentant une zone inertielle.

La variable  $I$ , appelée nombre inertiel, décrit bien plusieurs aspects du comportement mécanique d'un milieu granulaire dans le régime inertiel ( $0,01 \lesssim I \lesssim 0,2$ ). L'effet de la géométrie est négligeable pour  $R_{\text{int}} \geq 50$  dans la dépendance du frottement effectif  $\mu^*$  en fonction de  $I$ . Les régions plus éloignées de la paroi développent un comportement quasi-statique à cause de la diminution des vitesses à partir du cylindre intérieur.

La géométrie de l'échantillon influe sur le comportement observé par l'intermédiaire du champ de contraintes. Dans le régime quasi-statique, le cisaillement plan impose un état de contraintes indépendant du taux de cisaillement ( $\mu^* = \text{cte}$ ). Plus  $R_{\text{int}}$  augmente dans une géométrie annulaire, plus le cisaillement est homogène, ce qui explique la tendance montrée sur la figure 3.89a.

Dans la gamme  $10^{-2} \leq I \leq 0,2$ , la loi de comportement dans le régime inertiel peut

s'exprimer en écrivant  $\mu^*$  comme une fonction affine de  $I$  (figure 3.89b) :

$$\mu^* = \mu_{qs}^* + \mu_{visc}^* = \mu_0^* + aI.$$

Le comportement inertiel est décrit par le terme visqueux  $\mu_{visc}^*$ . La limite quasi-statique pour  $I \rightarrow 0$  correspond au frottement interne du matériau  $\mu_0^*$ . L'observation  $\mu^{*P} > \mu_0^*$  dans le régime quasi-statique est imputable à un effet de paroi plutôt qu'aux hétérogénéités de contraintes, car le coefficient de frottement interne du matériau ne présente pas de discontinuité ou d'anomalie dans la limite quasi-statique  $I \rightarrow 0$ .

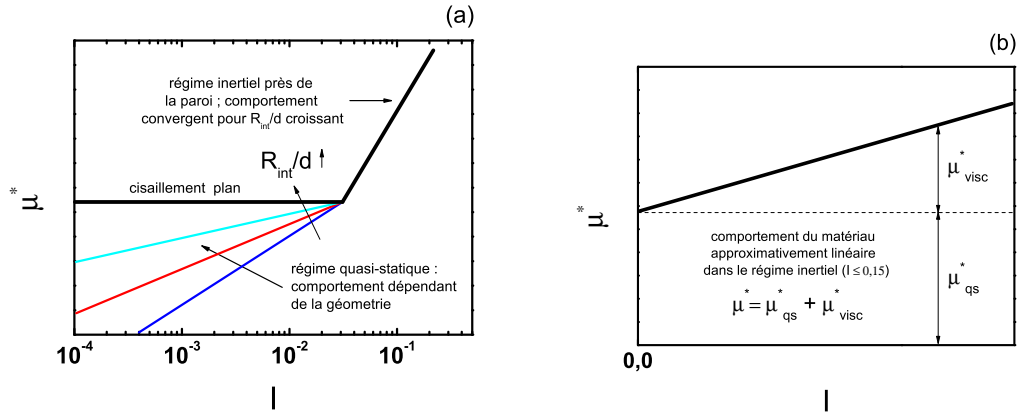


FIG. 3.89 – (a) Schéma de la transition entre les régimes inertiel et quasi-statique. (b) Loi de comportement dans le régime inertiel. Référence : figure 3.51.

### 3.7.8.1 Régime quasi-statique

Dans le régime quasi-statique,  $\mu^*$  ne dépend pas de la vitesse, ni de la pression de confinement. Le champ de déformation dans le matériau est proportionnel au déplacement à la paroi et les contraintes sont proportionnelles à  $P$ . C'est pour cela que l'on observe des décalages (figure 3.90a), causés par l'application de vitesses à la paroi ou de pressions de confinements différentes, qui produisent différentes valeurs de  $I$  pour une même distribution de  $\mu^*$ .

Dans ce cas, représenter  $\mu^*$  en fonction du taux de déformation normalisé par la vitesse à la paroi élimine la dépendance du temps dans le diagramme de comportement du matériau (figure 3.90b).

L'influence de la géométrie et de la rugosité sur le frottement effectif et la déformation rendent difficile la détermination d'une loi de comportement basée uniquement sur le rapport contrainte/déformation dans le régime quasi-statique.

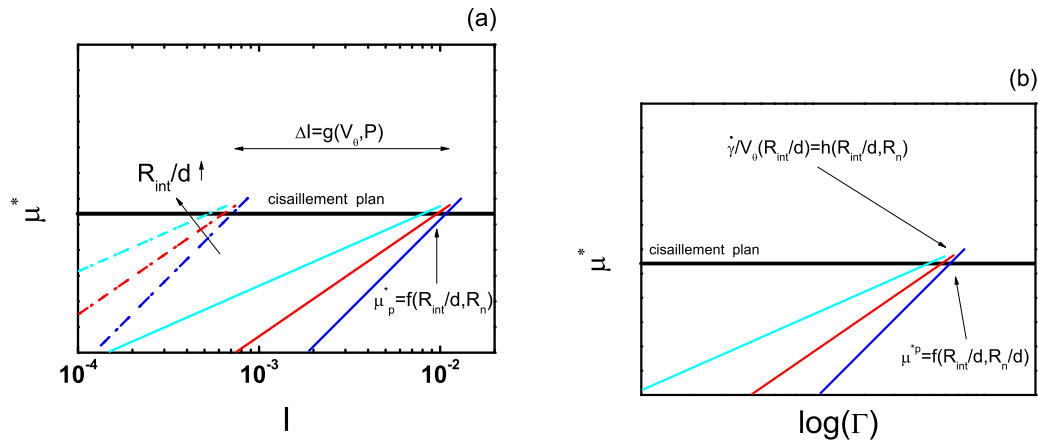


FIG. 3.90 – Schéma des diagrammes de (a)  $\mu^*(I)$ , (b)  $\mu^*(\Gamma)$ . Référence : figures 3.47b et 3.52.

### 3.7.9 Compacité $\nu$

La structuration en couches observée dans les régions à proximité des parois fait apparaître des oscillations sur le profil de compacité  $\nu$ .

À proximité de la paroi, on observe une diminution accentuée de la compacité (reliée à la structuration). Les effets de parois se manifestent comme des déviations au comportement en volume, bien représentées comme fonction de  $I$ , sans pratiquement de dépendance géométrique (figure 3.91).

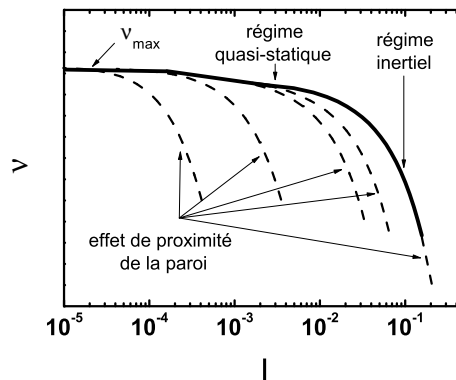


FIG. 3.91 – Schéma du comportement de la compacité  $\nu$  en fonction du nombre inertiel  $I$ . Référence : figures 3.57a et 3.58a

### 3.7.10 Nombre de coordination $Z$

$Z$ , en régime stationnaire, est très bien décrit comme une fonction du nombre inertiel  $I$ , de la forme :

$$Z = Z_{\max} - aI^b,$$

comme il est montré sur la figure 3.92a.

Dans le régime quasi-statique, la diminution de la compacité au voisinage de la paroi s'accompagne d'une diminution du nombre de coordination. Cet effet ne varie pas avec  $R_{\text{int}}$ , ni avec le niveau de rugosité. Il peut être décrit (voir la figure 3.92b) par une fonction de la distance à la paroi interne :

$$Z = Z_{\max} - (Z_{\max} - Z_i)e^{-a(r-R_{\text{int}})/d}.$$

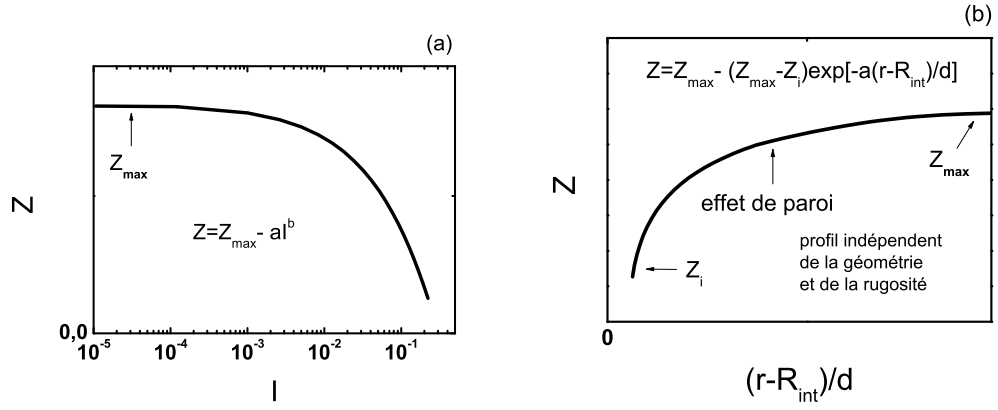


FIG. 3.92 – (a) Comportement du nombre de coordination  $Z$  en fonction du nombre inertiel  $I$  (référence : figure 3.66a). (b) Effet de la paroi dans le régime quasi-statique (référence : figure 3.62 et figure 3.64).

#### 3.7.10.1 Rapport entre le nombre de coordination $Z$ et la compacité $\nu$

La compacité  $\nu$  et le nombre de coordination  $Z$  sont directement liés dans le régime inertiel, indépendamment des géométries (figure 3.67a). Le rapport continue à être valable pour des géométries assez grandes (dans nos essais  $R_{\text{int}}/d \geq 100$ ).

### 3.7.11 Mobilisation du frottement

Le fraction  $M$  de contacts en glissement, que nous appelons mobilisation du frottement, se décrit bien

- comme une fonction du taux de déformation normalisé par la vitesse à la paroi dans le régime quasi-statique :

$$M = a\Gamma^b.$$

- et comme une fonction de  $I$  dans le régime inertiel :

$$M = aI^b;$$

Pour les deux régimes (figures 3.71a et 3.73a), on observe une influence de  $R_{\text{int}}$ , avec une limite pour  $R_{\text{int}} \rightarrow \infty$ , dont les valeurs pour  $R_{\text{int}} \geq 50$  donnent déjà une bonne approximation.

### 3.7.12 Fluctuations des vitesses

Nous avons mesuré les fluctuations, c'est-à-dire les moyennes quadratiques des écarts aux moyennes locales des vitesses linéaires et des vitesses de rotations des particules. Comme pour les autres grandeurs locales, on exploite l'invariance par rotation et on évalue ces moyennes comme fonctions de la coordonnée radiale  $r$ .

À proximité de la paroi, dans la zone cisailée, les fluctuations  $\delta v_\theta$  et  $\delta v_r$  des vitesses dans les directions orthoradiale et radiale sont égales. Ceci montre la forte corrélation des mouvements locaux dans les deux directions, malgré la direction essentiellement radiale de la vitesse moyenne.

Les fluctuations de vitesses de rotation  $\delta\omega$  sont corrélées dans tout l'échantillon à  $\delta v_\theta$  (on observe  $\delta\omega/2 = \delta v_\theta$ ).

#### 3.7.12.1 Fluctuation de vitesses tangentielle normalisée $\delta v_\theta/(\dot{\gamma}d)$

On normalise les fluctuations de vitesses tangentielles par le taux de cisaillement, son échelle naturelle [56, 58]. Ce paramètre présente une décroissance exponentielle comme fonction de  $I$ , dans le régime inertiel, ou comme fonction de  $\Gamma$  dans le régime quasi-statique (figure 3.93).

Dans le régime inertiel, on observe la tendance  $\delta v_\theta/(\dot{\gamma}d) \rightarrow 1$  pour  $I$  élevé, ce qui conduit à une expression qui décrit le comportement de  $\delta v_\theta/(\dot{\gamma}d)$  en fonction de  $I$  (de manière indépendante de la géométrie) :  $\delta v_\theta/(\dot{\gamma}d) = 1 + aI^{-b}$ .

Une formule similaire donne les fluctuations de vitesses fonction de  $\Gamma$  en régime quasi-statique (de façon indépendante de la rugosité  $R_n$ ), auquel cas la constante 1 est négligeable devant l'autre terme.

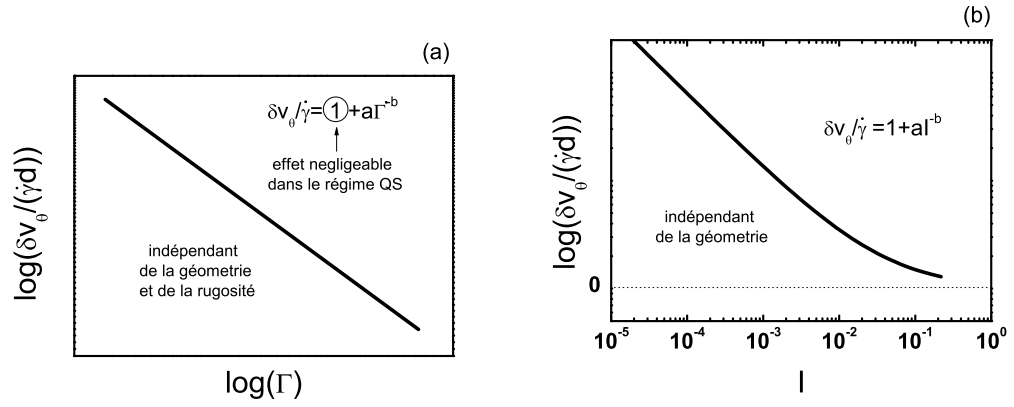


FIG. 3.93 – *Fluctuations de vitesse tangentielle normalisées  $\delta v_\theta / (\dot{\gamma}d)$  en fonction (a) de  $\Gamma$ , (b) du nombre inertiel  $I$ . Référence : figures 3.80a et 3.78a*

## Chapitre 4

# Étude expérimentale à l'ACSA

### 4.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la présentation et à la discussion des résultats de l'étude expérimentale menée au CERMES à l'aide de l'appareil de cisaillement simple annulaire (ACSA).

On commence par la description de l'appareillage, de sa structure générale, de ses principales composantes, du matériau utilisé, de la préparation de l'échantillon et du montage des essais. Après la présentation des différents types d'essais réalisés, on examine le comportement en cisaillement cyclique : la contrainte de cisaillement à la paroi  $S$ , la variation volumique  $\Delta V$ , la distance de mobilisation du frottement, l'effet des anisotropies des contraintes de confinement, l'occurrence de stick-slip et l'effet de la rugosité à la paroi couplé aux effets géométriques.

Du point de vue local, en appliquant des techniques de corrélation d'images, on étudie les profils radiaux de vitesse obtenus sur l'embase inférieure. On analyse l'influence de la rugosité à la paroi, l'évolution de la localisation de déplacements, les déformations radiales. À la fin, on discute brièvement la dégradation des particules, observée dans certains essais.

### 4.2 Description de l'appareillage

L'appareil de cisaillement simple annulaire (ACSA) a été conçu au CERMES dans le cadre de la thèse [108]. Le principe fondamental est de cisainer un échantillon annulaire (sol ou milieu granulaire modèle dans le cas de cette thèse) soumis à une pression de confinement par la rotation d'un cylindre interne rigide. La figure 4.1 montre un schéma général et une photo du dispositif.

L'appareil se compose de deux parties. Dans la partie inférieure se situent le moteur et le réducteur qui appliquent et transmettent le mouvement de rotation au cylindre intérieur. Le couple est mesuré par un couplemètre à jauges placé entre le réducteur et le cylindre intérieur. La vitesse de cisaillement imposée sur la paroi interne  $V_\theta$  peut

aller de  $0,1$  à  $6\text{mm}/\text{min}$  et le couple peut atteindre une valeur maximale de  $7000\text{Nm}$  ( $\approx 1100\text{kPa}$  de contrainte de cisaillement à la paroi interne).

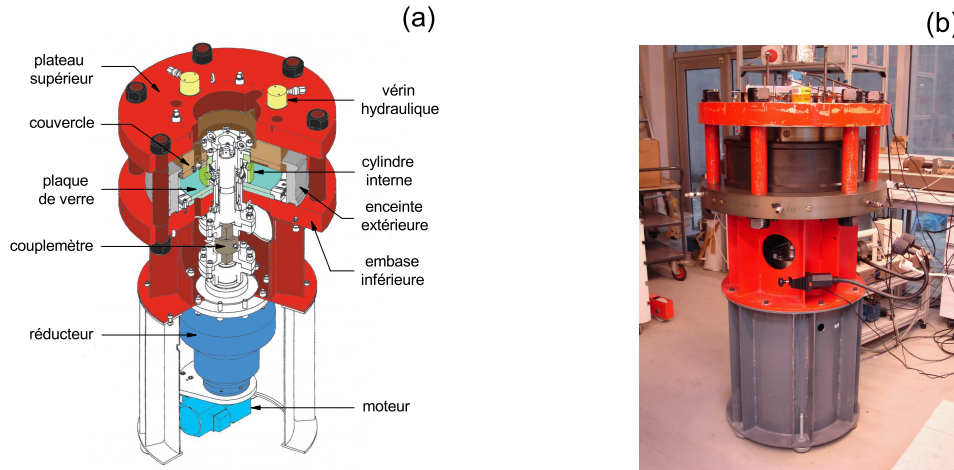


FIG. 4.1 – (a) Schéma général et (b) photo de l'ACSA.

La figure 4.2 montre en détail le schéma de la partie supérieure de l'appareil. On voit une embase inférieure en acier de  $80\text{mm}$  d'épaisseur, sur laquelle on visse une couronne qui sert à fixer la plaque de verre. L'embase inférieure est dotée de deux fenêtres diamétralement opposées, qui permettent la visualisation des mouvements des particules à la paroi inférieure de l'échantillon durant l'essai. Au dessus de la plaque de verre, sur l'axe de l'appareil, on pose un cylindre intérieur, fabriqué en acier, dont le type de rugosité peut varier selon le cylindre utilisé.

L'échantillon a une forme annulaire, autour du cylindre intérieur, limitée extérieurement par une membrane en néoprène ( $2\text{mm}$  d'épaisseur), inférieurement par la plaque de verre et supérieurement par un couvercle.

Le couvercle, d'une masse totale de  $50\text{kg}$ , est constitué d'un assemblage de 2 plaques l'une en acier et l'autre en duralumin. Son mouvement vertical peut être totalement empêché ou bien elle est soumise aux efforts appliqués par les trois vérins hydrauliques fixés au plateau supérieur (chacun peut appliquer jusqu'à 12 tonnes).

Le plateau supérieur, dont la masse est de  $80\text{kg}$ , sert à empêcher la rotation du couvercle durant le cisaillement, par le biais de deux axes de guidage verticaux.

L'espace entre l'enceinte extérieure et la membrane est rempli d'eau pour l'application de la pression de confinement. La contrainte radiale peut atteindre jusqu'à  $1000\text{kPa}$ . L'épaisseur de  $40\text{mm}$  de l'enceinte extérieure garantit des déformations négligeables sous des pressions de confinement  $\leq 1000\text{kPa}$ .

La pression de confinement et la contrainte verticale sont appliquées à l'aide des deux contrôleurs pression-volume de type GDS ( $2\text{MPa}$  sur eau pour la contrainte de

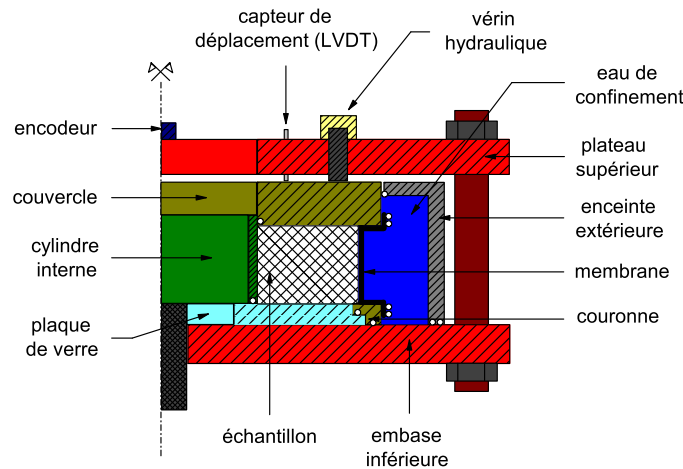


FIG. 4.2 – Schéma de la partie supérieure de l'ACSA.

confinement et  $60\text{MPa}$  sur huile pour la contrainte verticale).

L'appareil est équipé d'un capteur de pression pour la mesure de la pression de confinement et d'un autre pour la mesure de la pression à l'intérieur de l'échantillon.

Le déplacement vertical du couvercle est mesuré par 3 capteurs de déplacement (LVDT), tandis que le déplacement angulaire du cylindre interne est mesuré avec un codeur optique.

#### 4.2.1 Rugosité de la paroi interne

L'appareil permet le changement du cylindre interne selon le besoin. On a utilisé pour les essais présentés dans ce chapitre, deux types de cylindre :

**Cylindre de grande rugosité :** le cylindre désormais appelé "rugueux" (figure 4.3a) présente une surface striée, avec des dents triangulaires de dimensions  $L_1 = 1,7\text{ mm}$  et  $L_2 = 1\text{ mm}$  (voir figure 4.4).

**Cylindre de rugosité moyenne :** le cylindre désormais appelé "intermédiaire" (figure 4.3b) présente une surface striée, avec des dents triangulaires de dimensions  $L_1 = 0,44\text{ mm}$  et  $L_2 = 0,1\text{ mm}$  (voir figure 4.4).

##### 4.2.1.1 Application du concept de rugosité normalisée

La figure 4.4 présente le schéma de contact entre les grains et la paroi selon leur dimension caractéristique (diamètre  $d$  pour les grains,  $L_1$  et  $L_2$  pour la paroi). On observe

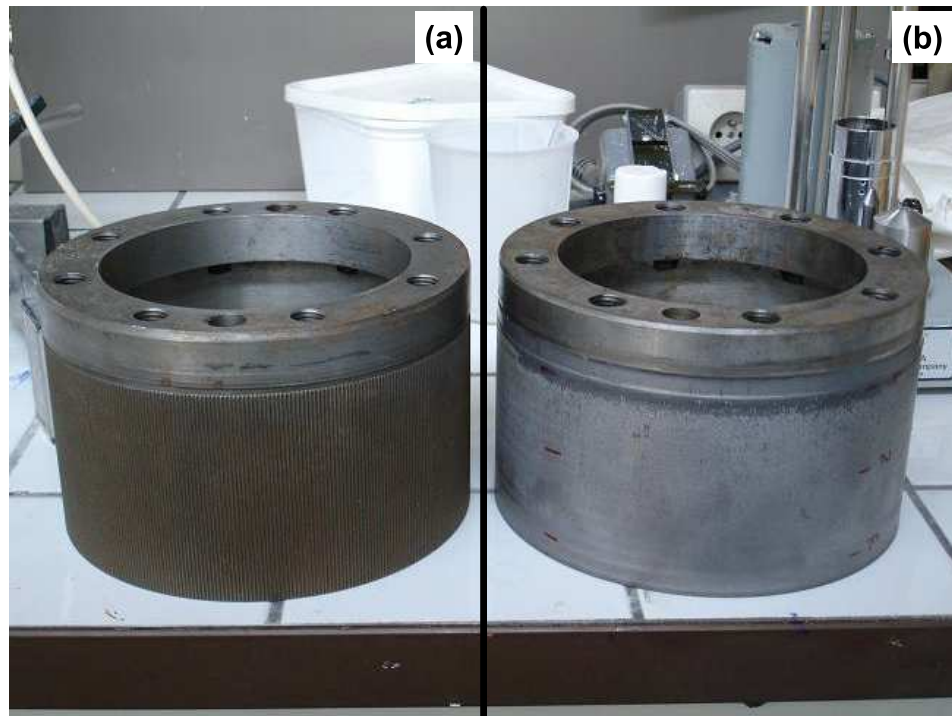


FIG. 4.3 – (a) *Cylindre rugueux* et (b) *cylindre intermédiaire*.

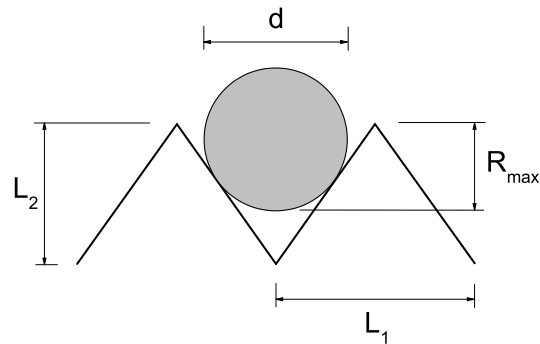


FIG. 4.4 – *Schéma pour la détermination de la rugosité maximale  $R_{max}$  dans la configuration expérimentale utilisée.*

une situation limite qui distingue deux types de contacts entre les particules et la paroi : le contact sur une facette et le contact sur une arête (figure 4.5). Par un raisonnement

géométrique simple, on vérifie que cette limite est atteinte pour un diamètre qui vaut  $d_{lim} = \frac{L_1}{L_2} \sqrt{\left(\frac{L_1}{2}\right)^2 + (L_2)^2}$ . Donc, la rugosité normalisée  $R_n = R_{max}/d$  (définie au § 2.4.2) vaut pour le système étudié

$$\begin{aligned} R_n &= \frac{L_2}{d} - \frac{1}{L_1} \sqrt{\left(\frac{L_1}{2}\right)^2 + (L_2)^2} - \frac{1}{2} \quad \text{si } d \leq d_{lim} \\ R_n &= \frac{1}{2} - \frac{1}{d} \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - \left(\frac{L_1}{2}\right)^2} \quad \text{si } d > d_{lim} \end{aligned} \quad (4.1)$$

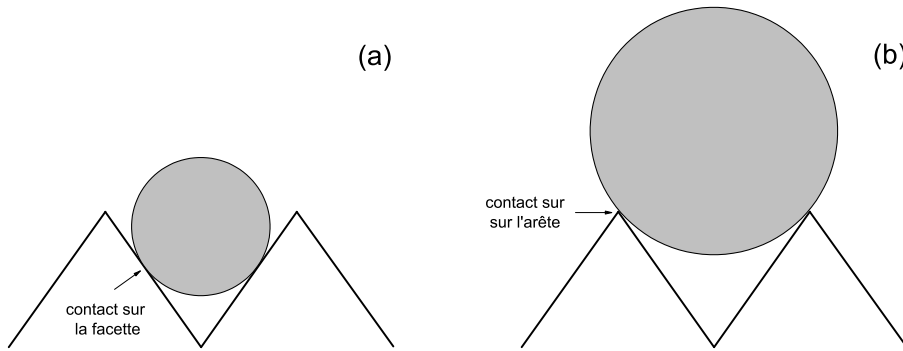


FIG. 4.5 – Type de contacts si (a)  $d \leq d_{lim}$  et (b)  $d > d_{lim}$

Sur le tableau 4.1 on a les valeurs de rugosité normalisée  $R_n$  associées à chaque essai.

#### 4.2.2 Matériau

De façon à contrôler la forme, la taille et l'évolution des caractéristiques du milieu, on utilise des matériaux modèles (billes de verre) pour les expérimentations. La distribution granulométrique choisie est pratiquement monodisperse de taille (en mm) : 0,25 , 0,5 , 1,8 et 8.

On essaie d'éviter la dégradation des particules pendant les essais en se limitant à des contraintes de confinement inférieures à 150 kPa (un niveau bas des contraintes vu la capacité de l'appareil - 1000 kPa - et la résistance des billes - supérieure à celle des particules de sable). Par contre cette dégradation ne dépend pas seulement de la contrainte effective, mais aussi de la taille des particules. On discutera cet aspect au § 4.7.

### 4.3 Description des essais

Le tableau 4.1 présente la série d'essais réalisés. Les différentes combinaisons des deux types de cylindres et des différentes tailles de particules permettent l'étude de l'effet de la rugosité normalisée  $R_n$  sur les contraintes de cisaillement à la paroi  $S$ , le comportement

en volume des systèmes, les distances de mobilisation du frottement, etc. En s'appuyant sur une méthode de corrélation d'images, on étudie la taille de la zone de cisaillement à partir du profil de vitesse des grains obtenu à l'embase inférieure, et le glissement des grains à la paroi en fonction de la rugosité normalisée  $R_n$ .

| <i>Essai</i> | <i>d (mm)</i> | <i>cylindre</i> | <i>R<sub>n</sub></i> |
|--------------|---------------|-----------------|----------------------|
| 1            | 1,8           | intermédiaire   | $1,55.10^{-2}$       |
| 2            | 1,8           | rugueux         | $2,82.10^{-1}$       |
| 3            | 1,0           | rugueux         | $7,27.10^{-1}$       |
| 4            | 0,5           | rugueux         | 1,73                 |
| 5            | 8,0           | rugueux         | $1,14.10^{-2}$       |
| 6            | 8,0           | intermédiaire   | $7,72.10^{-4}$       |
| 7            | 0,25          | intermédiaire   | $3,52.10^{-1}$       |

TAB. 4.1 – Résumé des essais et rugosité normalisée  $R_n$  associé.

Sur la figure 4.6, on visualise l'effet du diamètre des particules sur la rugosité normalisée  $R_n$  pour tous les essais, selon le cylindre intérieur.

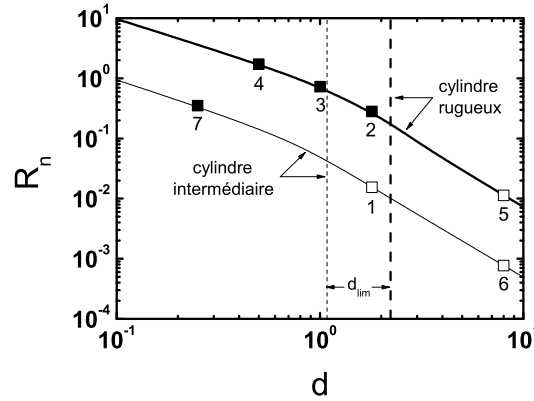


FIG. 4.6 – Rugosité normalisée  $R_n$  en fonction du diamètre  $d$  des particules du matériau pour les cylindres rugueux et intermédiaire (équation 4.1). Les lignes verticales indiquent le diamètre limite  $d_{lim}$  pour chaque cylindre. Les symboles pleins caractérisent les essais avec  $d \geq d_{lim}$ , tandis que le symbole creux ceux avec  $d < d_{lim}$ .

#### 4.4 Montage de l'essai

La fabrication de l'échantillon commence avec la mise en place du cylindre interne sur l'axe du moteur (figure 4.7a). Ensuite, on met en place la membrane en néoprène,

préformée aux dimensions de l'échantillon ( $R_{ext} = 200mm$  et  $H = 100mm$ ) et à celles du couvercle et de la couronne (rayon de  $228mm$ ).

Après la fixation de la membrane à la couronne à l'aide de deux joints toriques, on met en place un moule annulaire, on rabat la membrane et on applique le vide entre celle-ci et le moule, de manière qu'elle soit bien plaquée contre le moule (figure 4.7b). Ensuite, on dépose soigneusement le matériau et on pose le couvercle sur l'échantillon en utilisant une grue (figure 4.7c).

Après la fixation de la membrane au couvercle avec deux joint toriques, on applique le vide dans l'échantillon ( $-70kPa$ ), de manière à éviter que l'échantillon ne s'écroule sous le poids du couvercle. On est capable de vérifier l'étanchéité en regardant la stabilité de la pression relative (négative) à l'intérieur de l'échantillon. En l'absence de fuites d'air, on retire le moule (figure 4.7d).

On poursuit le montage par l'installation de l'enceinte extérieure qui doit être parfaitement étanche au niveau du couvercle et au niveau de l'embase inférieure. Pour cela, on utilise un ensemble de joints toriques. Ensuite, on met en place le plateau supérieur sur l'ensemble des 6 colonnes en le fixant à l'aide de 2x6 écrous correspondants (figure 4.7e). Cette étape est très délicate vu le risque de blocage entre le plateau et les colonnes (en position incorrecte). La manipulation des pièces lourdes se fait avec une grue. Le couvercle se trouve initialement bloqué verticalement.

Tous les éléments structurels de l'ACSA étant en place, on procède au remplissage de la chambre de confinement avec de l'eau désaérée. Après le remplissage, on applique la pression de confinement à l'aide du contrôleur pression-volume (GDS). À mesure que la pression de confinement est appliquée, on affaiblit le vide à l'intérieur de l'échantillon. Quand la pression atteint  $100kPa$  le vide se trouve totalement annulé. Ensuite on applique la pression verticale de  $100kPa$  à l'aide des vérins hydrauliques reliés au contrôleur pression-volume (GDS) de haute pression en libérant le mouvement vertical du couvercle. À ce stade, on monte le codeur optique et les capteurs de déplacement vertical (LVDT) (figure 4.7f).

#### 4.4.1 Pressions de confinement appliquées

On a appliqué 3 cas de pression de confinement. On a fixé la pression verticale  $P_z$  à  $100 kPa$  et varié la pression radiale  $P_r$  ( $67$ ,  $100$  et  $150 kPa$ ). Le tableau 4.2 résume ces informations.

| Chargement | $P_r$ (kPa) | $P_z$ (kPa) |
|------------|-------------|-------------|
| $C_1$      | 67          | 100         |
| $C_2$      | 100         | 100         |
| $C_3$      | 150         | 100         |

TAB. 4.2 – Résumé des chargements.

On applique d'abord le chargement isotropique  $C_2$ . En suite, pour des raisons techniques, on passe à  $C_1$  et après à  $C_3$ . Le chargement  $C_1$  cause une diminution de la hauteur

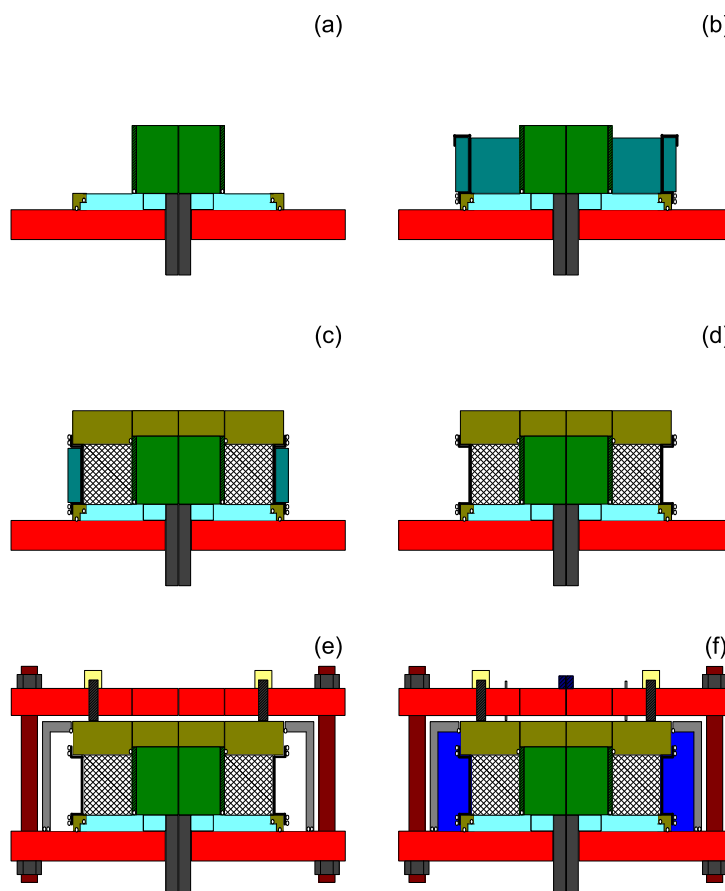


FIG. 4.7 – (a) Mise en place du cylindre central, (b) mise en place du moule et de la membrane, (c) mise en place de l'échantillon et du couvercle, (d) application du vide et retrait du moule, (e) installation de l'enceinte extérieure et du plateau supérieur, (f) remplissage de la cellule de confinement, application de la pression, retrait du vide et mise en place des capteurs.

de l'échantillon, alors que le chargement  $C_3$  cause une augmentation. La plaque supérieure (voir figure 4.7e) peut limiter la variation de hauteur si celle-ci est trop grande ( $\approx 3 \text{ mm}$ ). C'est pour cela que l'on procède à une diminution de la hauteur avant une augmentation.

#### 4.4.2 Cisaillement cyclique

La valeur de la contrainte de cisaillement pendant le régime transitoire dépend fortement de l'état initial de l'échantillon, spécialement à proximité de la paroi. Avoir des évolutions transitoires répétables dépend donc de la méthode choisie pour la déposition

du matériau, qui fixe une disposition et donc une densité. Cet état, bien évidemment, est modifié après les premiers mouvements de rotation du cylindre. Une étude qui suivrait cette démarche serait très longue, vu le besoin de démontage partiel de l'appareil pour répéter la mise en place du matériau.

Comme solution à ce problème, on a choisi de préparer les échantillons et de réaliser les expériences en utilisant un cisaillement cyclique. Dans les expériences menées dans cette thèse, cela consiste à cisailer le matériau dans un sens de rotation du cylindre, à vitesse tangentielle constante ( $V_\theta = 2 \text{ mm/min}$ ), à arrêter et puis à changer le sens de rotation quand un certain déplacement  $|D| = a_i$  ( $D = V_\theta \cdot \Delta t$ , ou  $\Delta t$  est un certain intervalle de temps) est atteint. Un cycle complet correspond donc à une distance parcourue de  $4a_i$  (voir figure 4.8).

On néglige les effets de radoucissement en vitesse [3, 61]. [37] observe à l'ACSA, à pression constante, sur du sable, une sensibilité à la vitesse de cisaillement d'ordre de 15% pour une variation de vitesse de  $0,12 \text{ mm/min}$  à  $6 \text{ mm/min}$ .

L'intérêt de la procédure est d'avoir une préparation du matériau moins dépendante du type de déposition du matériau ou des contraintes de préconsolidation, de manière que le matériau se trouve dans son état critique [172, 195] dans la zone cisailée.

#### 4.4.2.1 Préparation du matériau

L'objectif de la procédure de préparation du matériau est d'avoir un comportement stationnaire du matériau indépendant du nombre de cycles réalisés, c'est-à-dire, d'avoir une réponse du matériau en contrainte et en volume identique d'un cycle à l'autre (schéma indiqué sur la figure 4.8). On dit, dans ce cas, que les cycles sont stabilisés. [108] a réalisé les premières expériences cycliques avec l'ACSA en montrant ce comportement. On procède à 2 phases de préparation de tous les échantillons.

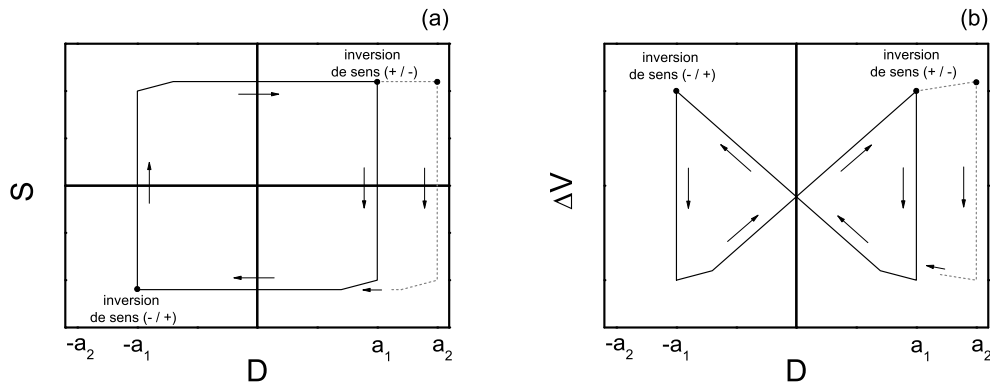


FIG. 4.8 – Comportement général (a) de la contrainte de cisaillement à la paroi  $S$  et (b) de la variation de volume  $\Delta V$  durant un cycle stabilisé. Le pointillé représente un changement de la longueur du cycle ( $a_1 \rightarrow a_2$ ).

**Phase 1** La première partie de la préparation du matériau vise à stabiliser la structure du matériau. Pour cela, on a choisi une séquence de cycles à longueur croissante. Pour chaque longueur  $a_i$ , on réalise 5 cycles avant de passer à la longueur suivante. Les longueurs choisies (en cm) sont :  $a_1 = 0,5$ ,  $a_2 = 1,5$ ,  $a_3 = 2,5$ ,  $a_4 = 5$ ,  $a_5 = 7,5$  et  $a_6 = 10$ . Cette procédure est réalisée pour chaque nouveau chargement ( $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$ ).

La figure 4.9a montre un exemple (essai 5, chargement  $C_2$ ) de l'effet de l'état initial sur le résultat de la contrainte de cisaillement à la paroi  $S$ . Les premiers cycles présentent des montées de contrainte supérieures à la valeur stabilisée, atteinte seulement après un certain nombre de changements de sens de cisaillement. Sur la figure 4.9b on observe la tendance globale de compaction (décroissance du volume) de l'échantillon à mesure que les cycles se déroulent. Ce comportement est observé dans tous les échantillons.

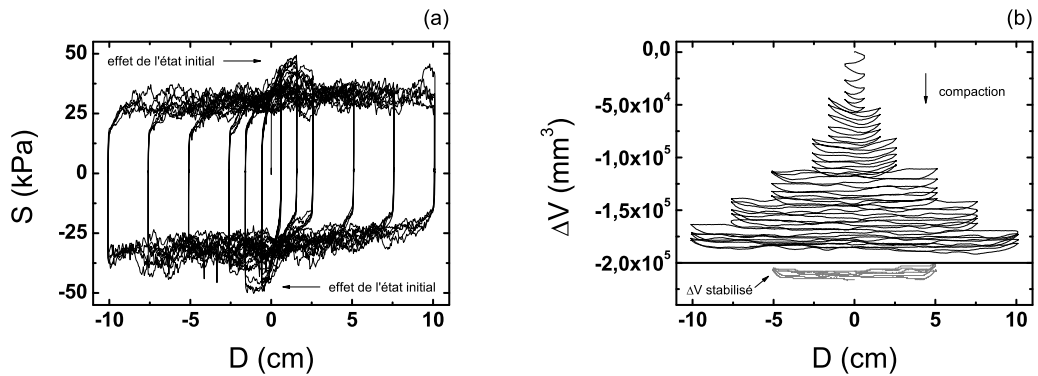


FIG. 4.9 – (a) Contrainte de cisaillement à la paroi  $S$  et (b) variation volumique  $\Delta V$  en fonction du déplacement de la paroi  $D$  dans la première phase de préparation de l'échantillon. Sur (a), détail de l'effet de l'état initial sur les contraintes mesurées sur les premiers cycles. Sur (b), en gris, des cycles postérieurs à la séquence initiale de préparation de l'échantillon (phase 2), de longueur  $a = 5$  cm dont la variation volumique  $\Delta V$  est stabilisée. Essai 5, chargement  $C_2$ .

Les premiers cycles présentent des variations volumiques importantes accentuées par les changements de sens. À mesure que le matériau se compacte et que la longueur des cycles augmente, on commence à observer un comportement compactant juste après les inversions de sens de cisaillement et dilatant au cours des longs déplacements (la figure 4.8b schématise ce phénomène). Un comportement compactant global, dans ce cas, indique que les variations volumiques  $\Delta V$  de compaction dues aux inversions de sens sont plus fortes que celle de dilatance au cours des déplacements  $D$ .

Avec l'avancement des cycles, la tendance globale de compaction diminue et le cycle se stabilise. Sur la figure 4.9b, en détail, on observe 5 cycles de longueur  $a = 5$  cm (correspondants à une partie de la phase suivante de préparation de l'échantillon). On vérifie, que les cycles commencent à se superposer, ce qui caractérise la stabilisation du

comportement volumique. La même procédure effectuée pour les chargements  $C_1$  et  $C_3$  montre une stabilisation volumique dans les premiers cycles (de faible longueur), vu que la structure originale de l'échantillon a déjà été modifiée durant le chargement  $C_2$ .

**Phase 2** De façon similaire à la première phase, on applique 10 cycles de longueur unique  $a_4 = 5 \text{ cm}$ .

#### 4.4.2.2 Prise de photos

La prise de photos par la fenêtre sous l'embase inférieure (voir figure 4.10) pour l'étude des déformations des échantillons s'est faite à la suite de la phase 2. En gardant la même longueur de 5 cm, on exécute 2,5 cycles, soit 5 séquences de photos sur 10 cm de déplacement tangentiel de la paroi ( $-5 \text{ cm} \leq D \leq 5 \text{ cm}$ ). Les 5 séquences de photos sont réalisées pour chaque chargement ( $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$ ) des échantillons 2, 3, 4, 5 et 6.

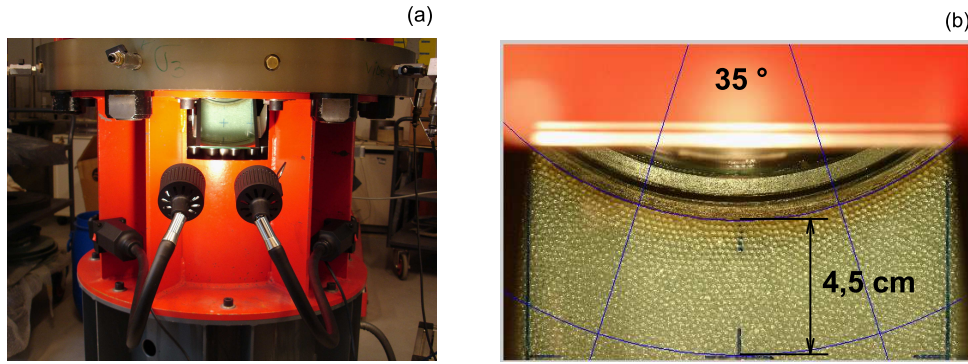


FIG. 4.10 – (a) Fenêtre pour la prise des photos de la partie inférieure de l'échantillon et (b) zone d'étude.

## 4.5 Résultats macroscopiques

Dans la suite, on discute les grandeurs en échelle de l'échantillon tels que la contrainte de cisaillement à la paroi  $S$ , la variation volumique normalisée  $\Delta V_n$ , déplacement tangentiel à la paroi  $D$ ... On normalise  $S$  par la contrainte de confinement vertical  $P_z = 100 \text{ kPa}$  (de valeur identique dans toutes les chargements) sans évidemment négliger l'influence du confinement radial  $P_r$  (discutée au § 4.5.6). On présente parallèlement les valeurs absolues du déplacement tangentiel à la paroi  $D$  (en  $\text{cm}$ ) et les valeurs normalisées par le diamètre des particules  $D/d$ .

#### 4.5.1 Influence de la longueur $a_i$ des cycles

La figure 4.11 montre le comportement de la contrainte de cisaillement à la paroi  $S$  et de la variation volumique normalisée  $\Delta V_n$  (définie au § 2.7.2) au cours des cycles de différentes longueurs croissantes pour l'essai 4, chargement  $C_2$ . Ces résultats ont été obtenus avec la répétition de la phase 1, après un essai complet avec ce même chargement (l'échantillon se trouve donc déjà stabilisé). La figure montre le dernier cycle (d'une série de 5 cycles effectués) de chaque longueur correspondante. L'échelle de variation volumique est négative à cause d'une légère compaction initiale de cet échantillon, mais on remarque que les variations totales sont négligeables.

On observe que les valeurs limites de contraintes ( $S_{max}/P_z \approx \pm 0,75$ ) et de variations volumiques ( $|\Delta V_n^{max} - \Delta V_n^{min}| \approx 0,25$ ) convergent vers des valeurs stationnaires de façon indépendante de la longueur pour  $a_i \geq 1,5 \text{ cm}$ .

Sur la figure 4.12, on déplace l'origine des courbes de la figure 4.11 de façon que les cycles démarrent tous d'un même point. Dans cet exemple, le rapport entre les contraintes et les variations volumiques est plus clair. On observe une coïncidence du comportement volumique associé à la montée ( $D + a_i \leq 0,5 \text{ cm}$ ) des contraintes de cisaillement  $S$  pour toutes les longueurs. Après la montée ( $D + a_i \geq 0,5 \text{ cm}$ ), un comportement dilatant moins fort s'associe à une stabilisation de la valeur de la contrainte de cisaillement. Les variations volumiques tendent à avoir une même intensité ( $\Delta V_n^{max} - \Delta V_n^{min}$ ), mais présentent une évolution répartie au cours du cycle.

Ce comportement décrit sur l'exemple de l'essai 4 se passe de manière similaire pour tous les autres essais. Cela permet le choix d'une seule longueur  $a$  pour d'autres études plus approfondies sans perte de généralité de l'étude.

#### 4.5.2 Comportement en contrainte et en volume durant les cycles de déplacement

On présente dans cette section une série d'aspects concernant les réponses en contrainte de cisaillement  $S$  et en variation volumique normalisée  $\Delta V_n$  des différents essais réalisés. Tous les résultats de la suite sont obtenus à partir des cycles de longueur  $a = 5 \text{ cm}$  postérieurs à la préparation des échantillons (décrits au § 4.4.2.1).

En comparant tous les essais, on observe deux comportements bien distincts vis-à-vis de la réponse en contrainte et en volume. On distingue ce que l'on appelle désormais le comportement rugueux et le comportement non rugueux. Le tableau 4.3 classe les essais par ordre décroissant de la rugosité normalisée  $R_n$  et indique le comportement associé.

Les figures 4.13 et 4.14 montrent des résultats caractéristiques correspondants respectivement aux comportements non rugueux (essai 1) et rugueux (essai 4). Pour mieux comprendre le rapport entre les déplacements  $D$ , la contrainte  $S$  et la variation volumique normalisée  $\Delta V_n$ , on divise les demi-cycles des essais non rugueux en 4 points de référence (1, 2, 3 et 4), tandis que les demi-cycles des essais rugueux sont divisés en 5 points (1, 2, 3a, 3b et 4). Les comportements décrits dans la suite sont visibles sur les figures : 4.13 pour le cas non rugueux et 4.14 pour le cas rugueux.

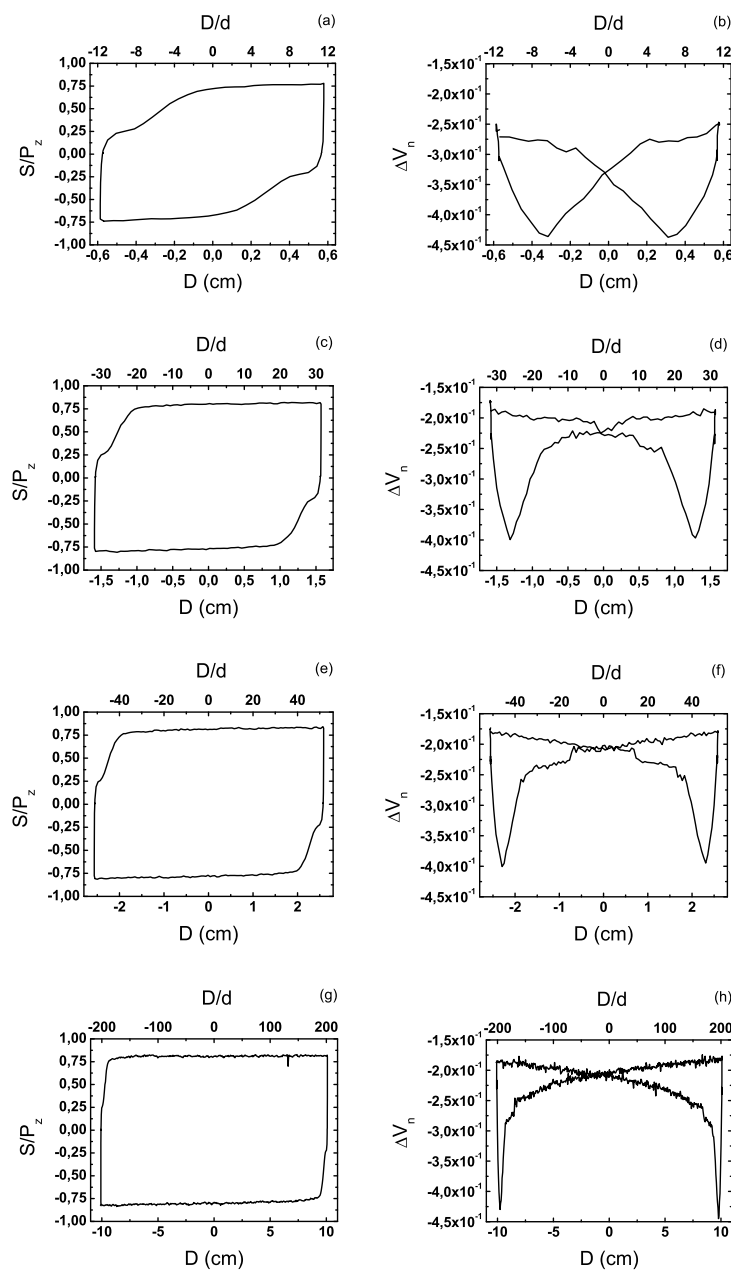


FIG. 4.11 – Évolution des valeurs de la contrainte de cisaillement à la paroi  $S$  et de la variation volumique normalisée  $\Delta V_n$  en fonction du déplacement de la paroi interne  $D$  pour différentes longueurs : (a) et (b)  $a_1 = 0,5$  cm, (c) et (d)  $a_2 = 1,5$  cm, (e) et (f)  $a_3 = 2,5$  cm, (g) et (h)  $a_6 = 10$  cm. Essai 4, chargement  $C_2$ .

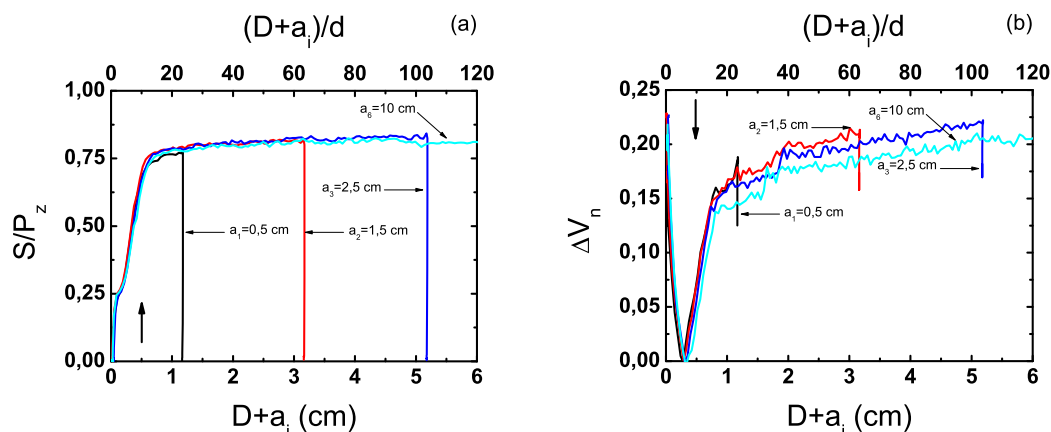


FIG. 4.12 – Évolution des valeurs (a) de la contrainte de cisaillement à la paroi  $S$  et (b) de la variation volumique normalisée  $\Delta V_n$  en fonction du déplacement de la paroi interne décalé de la longueur du cycle  $D + a_i$  pour différentes longueurs. Essai 4, chargement  $C_2$ .

| Essai | $R_n$    | Comportement |
|-------|----------|--------------|
| 4     | 1,73     | rugueux      |
| 3     | 0,727    | rugueux      |
| 7     | 0,352    | non rugueux  |
| 2     | 0,282    | non rugueux  |
| 1     | 0,0155   | non rugueux  |
| 5     | 0,0114   | non rugueux  |
| 6     | 0,000772 | non rugueux  |

TAB. 4.3 – Type de comportement selon la réponse en contrainte et en volume. Rapport avec la rugosité normalisée  $R_n$ .

**Segment 1 – 2** Le point 1 correspond au début du cycle. La contrainte de cisaillement  $S$  est nulle et le déplacement de la paroi se trouve à la position  $\pm a_i$ . Après le début du cycle, le matériau qui était adapté à un cisaillement en sens contraire, montre un comportement contractant qui s'arrête au point 2. Du point de vue des contraintes, on observe dans cette phase une forte montée (jusqu'à  $S_2$ ).

**Segment 2 – 3 ou 2 – 3a** Du point 2 au point 3 (ou 3a) on observe la poursuite de la montée des contraintes. C'est une phase de très faible variation volumique  $\Delta V_n$ .

**Segment 3 – 4 ou 3a – 3b – 4** À partir du point 3 (ou 3a), le matériau se dilate jusqu'au point 4 (le point d'inversion du sens de cisaillement).

Pour le cas non rugueux, on observe une faible et régulière montée des contraintes (de  $S_3$  jusqu'à  $S_4$ ), correspondant à une dilatation régulière de l'échantillon.

Pour le cas rugueux, ce segment se divise en deux morceaux :  $3a - 3b$  et  $3b - 4$ . De  $3a - 3b$ , on voit une forte dilatation du matériau durant un déplacement relativement petit (quelques millimètres) suivie par une montée des contraintes. Sur  $3b - 4$ , on observe un comportement équivalent à  $3 - 4$  pour le cas non rugueux. C'est pour cela que la contrainte  $S_3$  correspond à celle du point 3 pour les cas non rugueux et à celle du point  $3b$  pour les cas rugueux, marquant la transition vers un comportement d'écrouissage lent, caractérisé pour une lente évolution (croissance) de la contrainte  $S$  en fonction du déplacement  $D$ .

**Segment 4 - 1** Ce segment correspond à la descente des contraintes jusqu'à un état de contrainte de cisaillement  $S$  nulle immédiatement après le changement de sens de rotation du cylindre. On n'observe pratiquement pas de changement de volume, sauf pour le cas rugueux, qui, à proximité du point 1 d'un nouveau cycle, présente une compaction à contrainte  $S$  nulle (figure 4.14d).

### 4.5.3 Contrainte de cisaillement à la paroi $S$

De manière à comprendre l'effet de la rugosité normalisée  $R_n$  sur les contraintes de cisaillement  $S$  au cours des cycles, on trace les courbes sur la figure 4.15 :  $S_2$ ,  $S_3$  et  $S_4$ , et leurs différences :  $S_3 - S_2$ ,  $S_4 - S_3$  et  $S_4 - S_2$ . Les expériences récentes de [71] à l'ACSA et divers autres auteurs avec d'autres appareils [2, 27, 141, 199] indiquent une tendance croissante de la contrainte de cisaillement en fonction de la rugosité de l'interface.

De façon générale, dans nos expériences, les contraintes de cisaillement  $S$  augmentent avec la rugosité normalisée  $R_n$  pour des valeurs de  $R_n \geq 0,3$ . Pour des valeurs de  $R_n < 0,3$  on observe que les contraintes  $S$  sont indépendantes des rugosités normalisées  $R_n$ . L'influence des niveaux de pression de confinement sur la contrainte  $S$  ( $S_2$ ,  $S_3$  et  $S_4$ ) est claire sur les figures 4.15a, 4.15c et 4.15d. Avec le chargement  $C_3$ , les valeurs des contraintes de cisaillement sont les plus élevées, suivies par le chargement  $C_2$  puis  $C_1$ .

L'influence de la rugosité normalisée  $R_n$  sur les différences  $S_3 - S_2$  et  $S_4 - S_2$  (figures 4.15b et 4.15f, respectivement) est similaire au comportement observé sur les contraintes de cisaillement  $S$ . Pour les essais de rugosité normalisée plus élevée (essai 3 et 4 - comportement rugueux - tableau 4.3), on observe des valeurs beaucoup plus fortes que celles obtenues pour les autres essais.

La différence  $S_4 - S_3$  (figure 4.15d), qui renseigne sur l'écrouissage au long du cycle, présente un comportement croissant avec la rugosité normalisée  $R_n$  pour les essais de comportement non rugueux. Les essais 3 et 4 (de rugosité normalisée  $R_n$  plus grandes) présentent un comportement différent, avec des valeurs de  $S_4 - S_3$  plus faibles (autour de zéro) que la plupart des autres essais. On n'a pas, pour l'instant, d'explications pour ce comportement différent entre les échantillons développant un caractère plutôt rugueux et les autres.

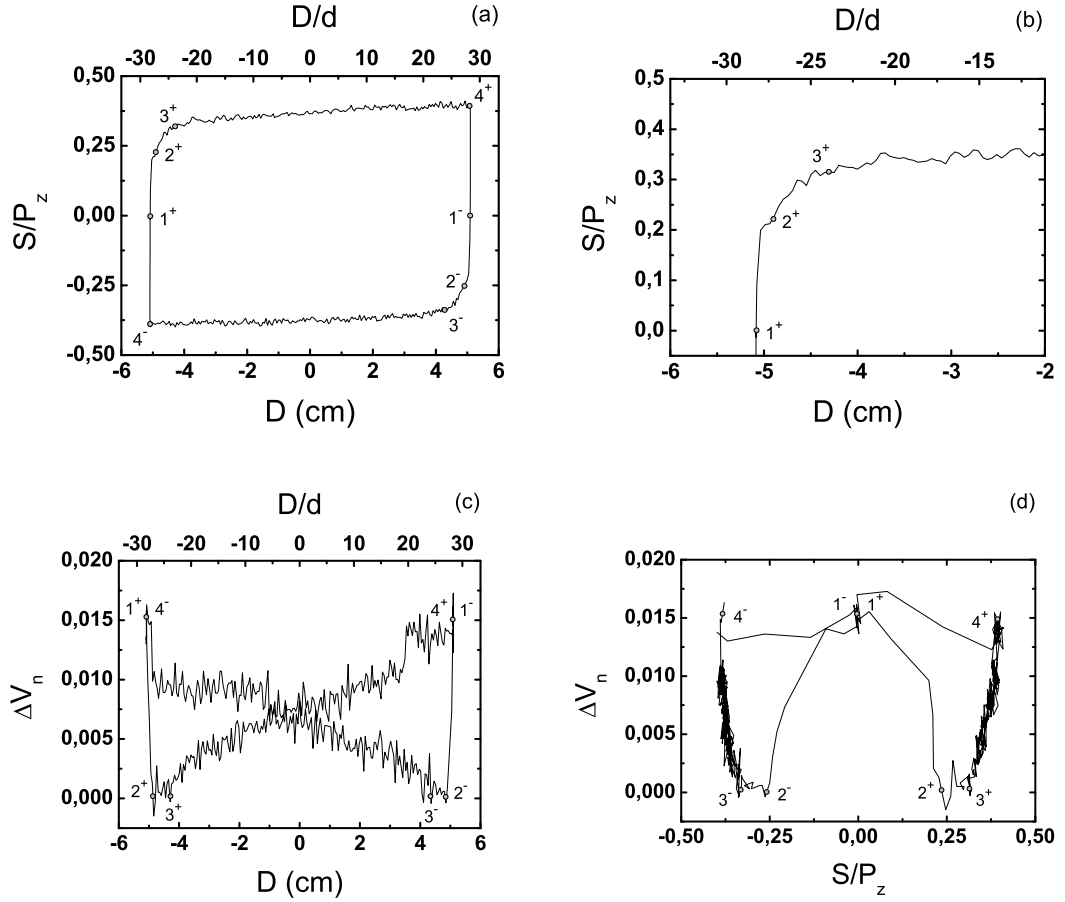


FIG. 4.13 – (a) Comportement de la contrainte de cisaillement à la paroi  $S$  et (c) de la variation volumique normalisée  $\Delta V_n$  durant un cycle d'un essai d'interface non rugueuse (exemple montré : essai 1, chargement  $C_2$ ). (b) Détail de la contrainte de cisaillement  $S$  au début du cycle. (d) Diagramme de la variation volumique  $\Delta V_n$  en fonction de la contrainte de cisaillement à la paroi  $S$ . La numérotation indique les points de référence dans les cycles. Les indices  $+$  et  $-$  indiquent le sens du déplacement  $D$ .

#### 4.5.4 Distance de mobilisation de la contrainte de cisaillement $S$

On appelle distance de mobilisation la distance relative entre un point avec une certaine contrainte de cisaillement  $S$  mobilisée et le point initial du cycle, de contrainte de cisaillement  $S$  nulle (point 1). On associe aux contraintes  $S_2$  et  $S_3$  les distances de mobilisation respectives  $dm_{12}$  et  $dm_{13}$ .

Sur la figure 4.16, on présente les distances de mobilisation normalisées par le diamètre des particules  $dm_{12}/d$  et  $dm_{13}/d$  et leur relation avec les rugosités normalisées  $R_n$  de tous

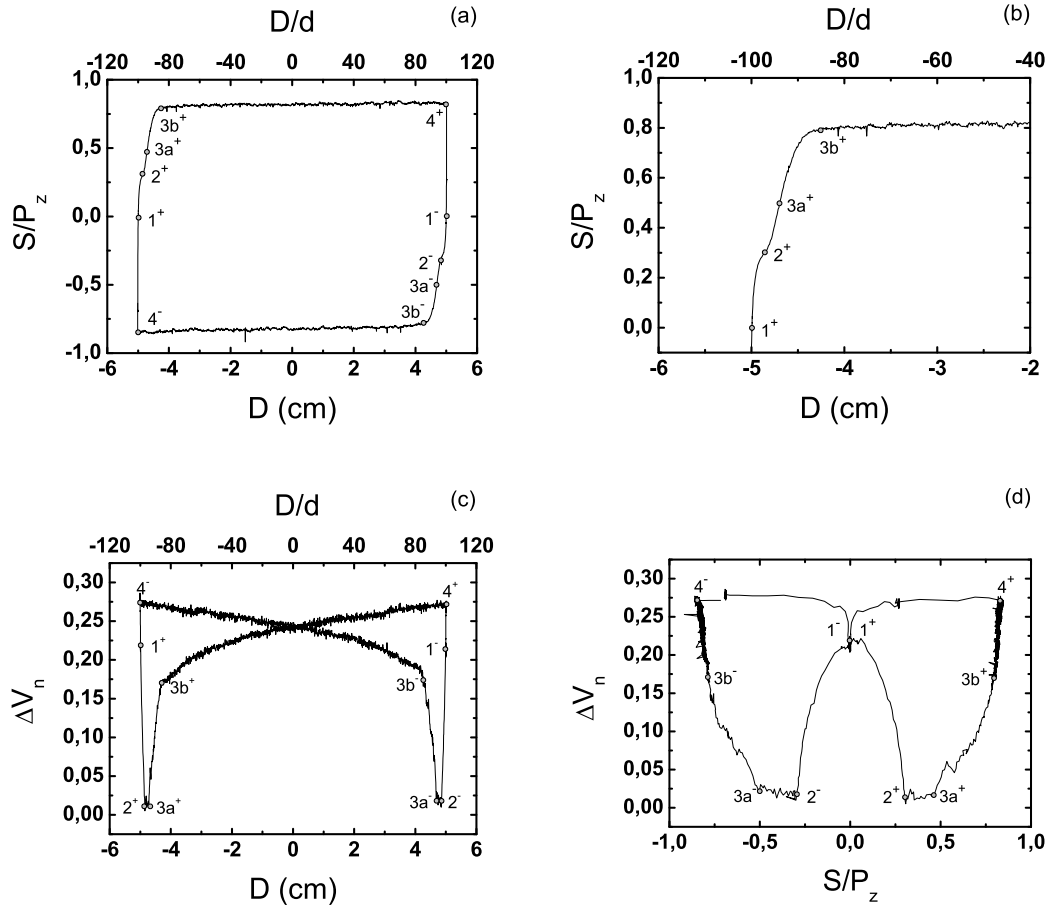


FIG. 4.14 – (a) Comportement de la contrainte de cisaillement à la paroi  $S$  et (c) de la variation volumique normalisée  $\Delta V_n$  durant un cycle d'un essai d'interface rugueuse (exemple montré : essai 4, chargement  $C_2$ ). (b) Détail de la contrainte de cisaillement  $S$  au début du cycle. (d) Diagramme de la variation volumique  $\Delta V_n$  en fonction de la contrainte de cisaillement à la paroi  $S$ . La numérotation indique les points de référence dans les cycles. Les indices  $+$  et  $-$  indiquent le sens du déplacement  $D$ .

les essais. Pour de faibles rugosités normalisées  $R_n$ , on observe un palier par rapport aux distances de mobilisation normalisées  $dm_{12}/d$  et  $dm_{13}/d$ . Pour des valeurs plus élevées de  $R_n$ , on voit une claire augmentation de  $dm_{12}/d$  et de  $dm_{13}/d$ . On n'observe pas d'influence identifiable des chargements sur  $dm_{12}/d$  et  $dm_{13}/d$  lorsqu'elles sont tracées en fonction de la rugosité normalisée  $R_n$ .

La similarité apparente entre les valeurs montrées sur les figures 4.16a et 4.16b peut être confirmée sur la figure 4.17a. On observe une proportionnalité linéaire entre les

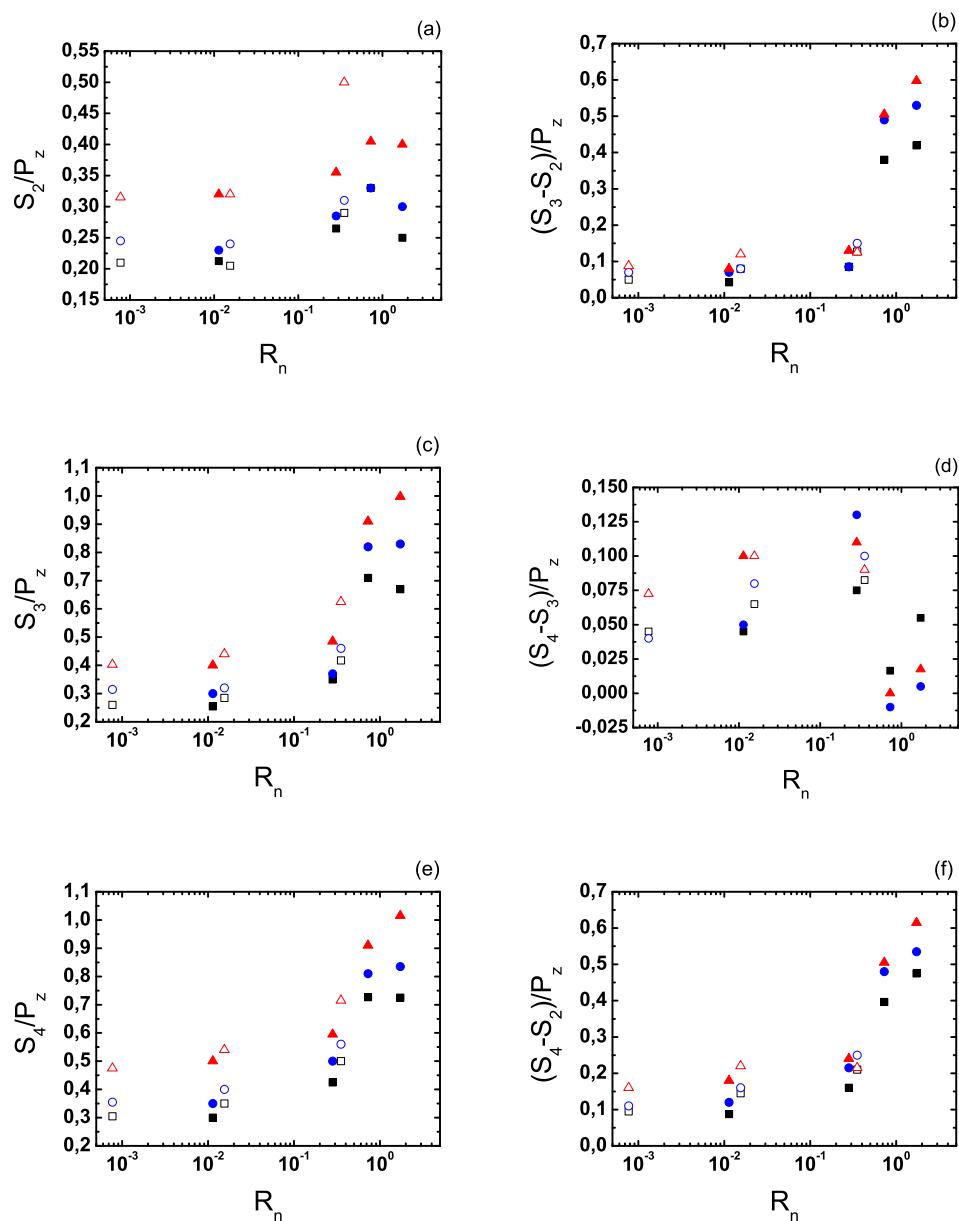


FIG. 4.15 – Influence de la rugosité normalisée  $R_n$  sur les valeurs de contrainte de cisaillement à la paroi interne : (a)  $S_2$ , (c)  $S_3$ , (e)  $S_4$ , et sur les différences de ces contraintes : (b)  $S_3 - S_2$ , (d)  $S_4 - S_3$ , (f)  $S_4 - S_2$ , pour différents chargements : (■, □)  $C_1$ , (●, ○)  $C_2$  et (▲, △)  $C_3$ . Les symboles pleins correspondent au cylindre rugueux et les symboles creux correspondent au cylindre intermédiaire.

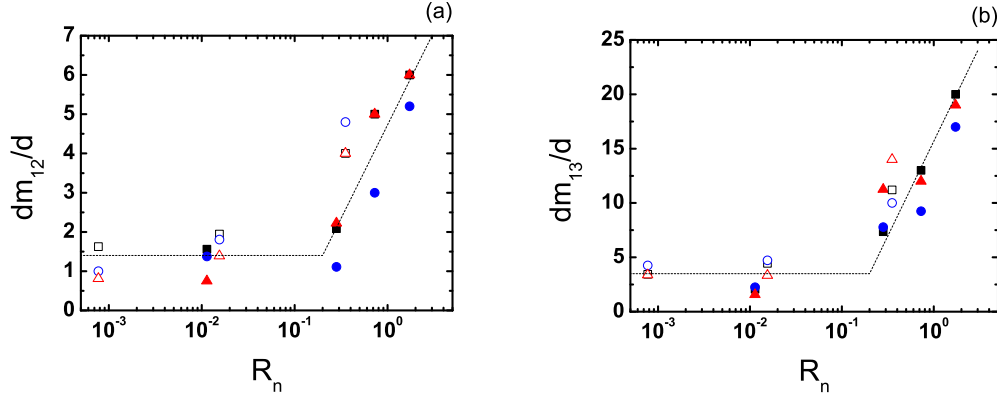


FIG. 4.16 – Distances de mobilisation du frottement normalisées (a)  $dm_{12}/d$  et (b)  $dm_{13}/d$  pour différents chargements : ( $\blacksquare, \square$ )  $C_1$ , ( $\bullet, \circ$ )  $C_2$  et ( $\blacktriangle, \triangle$ )  $C_3$ , en fonction de la rugosité normalisée  $R_n$ . Les symboles pleins correspondent au cylindre rugueux et les symboles creux correspondent au cylindre intermédiaire.

distances de mobilisation  $dm_{13}/d$  et  $dm_{12}/d$  ( $dm_{13} \approx 3,4 dm_{12}$ ).

Les observations de [71] indiquent une distance de mobilisation plus importante pour une interface rugueuse, en comparaison avec à une interface lisse. Dans la même tendance, on vérifie l'existence d'un rapport apparent entre les contraintes de cisaillement  $S_2$  et  $S_3$  et les distances de mobilisation normalisées correspondantes  $dm_{12}/d$  et  $dm_{13}/d$ , indiqué sur la figure 4.17b. On suggère une fonction du type puissance  $S/P_z = a (dm/d)^b$  ( $a$  étant fonction des contraintes de confinement et  $b$  une constante apparemment indépendante du chargement).

Le décalage des points appartenant au même chargement ( $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$ ) sur la figure 4.17b s'explique par des pressions de confinement différentes qui causent des contraintes de cisaillement  $S$  différentes. C'est pour cette raison que la courbe qui correspond à  $C_3$  ( $P_r = 150 \text{ kPa}$  et  $P_z = 100 \text{ kPa}$ ) se trouve décalée vers le haut suivie par les courbes correspondantes à  $C_2$  ( $P_r = 100 \text{ kPa}$  et  $P_z = 100 \text{ kPa}$ ) et finalement par  $C_1$  ( $P_r = 67 \text{ kPa}$  et  $P_z = 100 \text{ kPa}$ ).

#### 4.5.5 Influence de la rugosité normalisée $R_n$ et de la contrainte $S$ sur la variation volumique normalisée $\Delta V_n$

Pour l'étude des variations volumiques normalisées  $\Delta V_n$ , on utilise comme paramètre la variation maximale durant un cycle  $\Delta V_n^{2-4}$  (différence de  $\Delta V_n$  absolue entre le point 2 et le point 4 - figures 4.13c ou 4.13d et 4.14c ou 4.14d).

La figure 4.18a montre la dépendance de cette variable avec la rugosité normalisée  $R_n$ . Pour des rugosités  $R_n \leq 0,3$ , la valeur des variations volumiques  $\Delta V_n^{2-4}$  reste faible et on n'observe pas d'effet de la rugosité. Par contre, pour des valeurs  $R_n > 0,3$ , les

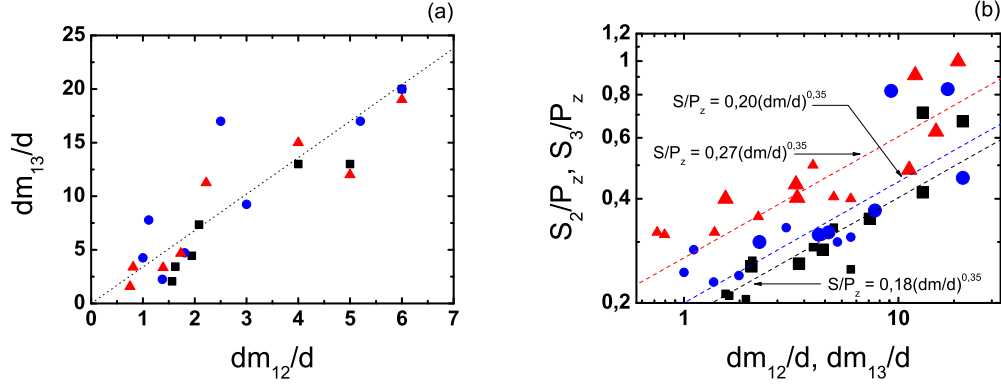


FIG. 4.17 – (a) Rapport entre les distances de mobilisation du frottement normalisées  $dm_{13}/d$  et  $dm_{12}/d$ . La pente de la droite pointillée est de 3,4. (b) Rapport entre les contraintes de cisaillement  $S_2$  et  $dm_{12}/d$  (petites symboles),  $S_3$  et  $dm_{13}/d$  (grandes symboles). Les fonctions associées à chaque chargement accompagnent les lignes tiretées. Différents chargements : (■)  $C_1$ , (●)  $C_2$  et (▲)  $C_3$ .

variations volumiques  $\Delta V_n^{2-4}$  deviennent beaucoup plus importantes et croissantes avec  $R_n$ . On observe aussi une différence entre les chargements, avec des variations de volume  $\Delta V_n^{2-4}$  plus intenses à mesure que la pression de confinement augmente.

L'effet de l'intensité de la contrainte de cisaillement  $S$  (qui dépend du niveau de la pression de confinement) est mis en évidence sur la figure 4.18b. On vérifie une croissance logarithmique de la contrainte maximale durant un cycle  $S_4$  avec le niveau de variations volumiques normalisées  $\Delta V_n^{2-4}$ .

#### 4.5.6 Influence de la pression de confinement radiale $P_r$ et de la pression de confinement verticale $P_z$

Comme on ne connaît pas la valeur de la contrainte normale agissant sur la paroi interne (fonction des pressions de confinement), qui permettrait l'obtention du coefficient de frottement, on appelle coefficient de frottement apparent  $\mu_{ap}^*$  le rapport entre la contrainte de cisaillement à la paroi  $S$  et une combinaison des pressions de confinement radial  $P_r$  et vertical  $P_z$  :

$$\mu_{ap}^* = \frac{S}{fP_r + (1-f)P_z} \quad (4.2)$$

où  $f$  est un coefficient qui représente la distribution des effets des pressions de confinement sur la paroi interne. On suppose que  $0 \leq f \leq 1$  et que le rapport entre le coefficient de frottement apparent et le coefficient effectif à la paroi  $\mu_{ap}^*/\mu_p$  est pratiquement le même pour les trois chargements  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  de chaque essai.

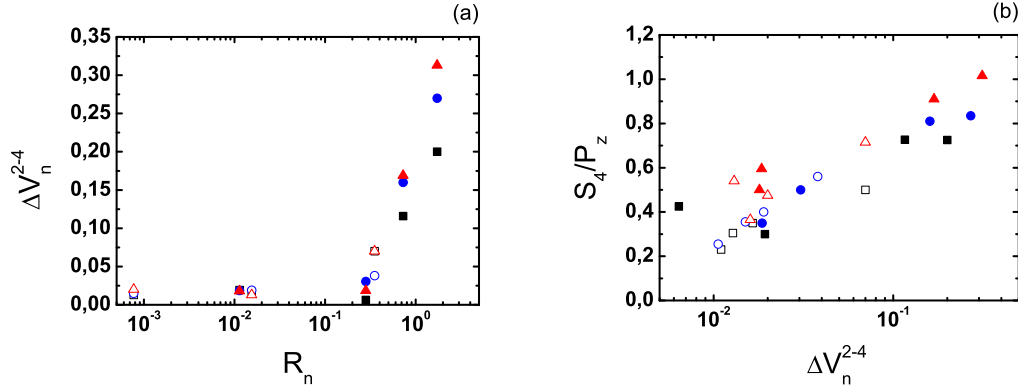


FIG. 4.18 – (a) Variation volumique normalisée  $\Delta V_n^{2-4}$  en fonction de la rugosité normalisée  $R_n$ , (b) rapport entre  $\Delta V_n^{2-4}$  et la contrainte  $S_4$  pour différents chargements : (■, □)  $C_1$ , (●, ○)  $C_2$  et (▲, △)  $C_3$ . Les symboles pleins correspondent au cylindre rugueux et les symboles creux correspondent au cylindre intermédiaire.

Prenant initialement  $f$  comme inconnue,  $1/\mu_{ap}^*$  devient une fonction affine de  $f$ . On a une droite pour chaque chargement, vu que l'on associe à chaque combinaison de pressions de confinement  $P_r$  et  $P_z$  une valeur de contrainte de cisaillement  $S$  :

$$\begin{aligned} C_1 &\rightarrow 1/\mu_{ap}^* = [fP_{rC_1} + (1-f)P_{zC_1}]/S_{C_1} \\ C_2 &\rightarrow 1/\mu_{ap}^* = [fP_{rC_2} + (1-f)P_{zC_2}]/S_{C_2} \\ C_3 &\rightarrow 1/\mu_{ap}^* = [fP_{rC_3} + (1-f)P_{zC_3}]/S_{C_3} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Sur la figure 4.19 on trace schématiquement les droites pour chaque chargement. Idéalement,  $f$  et le coefficient de frottement apparent  $\mu_{ap}^*$  seraient définis par l'intersection des trois droites en un même point. En réalité, on obtient 3 intersections correspondantes aux points (les sommets du triangle indiqué sur la figure 4.19)  $(f_{12}, 1/\mu_{12})$ ,  $(f_{13}, 1/\mu_{13})$  et  $(f_{23}, 1/\mu_{23})$ .

Dans ce cas, on considère comme valeur de référence de coefficient de frottement apparent la moyenne entre les trois points :

$$\frac{1}{\bar{\mu}_{ap}^*} = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{\mu_{ap12}^*} + \frac{1}{\mu_{ap13}^*} + \frac{1}{\mu_{ap23}^*} \right) \quad (4.4)$$

et pour le coefficient de proportionnalité des efforts de confinement

$$\bar{f} = \frac{1}{3} (f_{12} + f_{13} + f_{23}) \quad (4.5)$$

On associe des erreurs sur la valeur de  $\mu_{ap}^*$  et de  $f$ , respectivement  $\varepsilon_{\mu_{ap}^*}$  et  $\varepsilon_f$  :

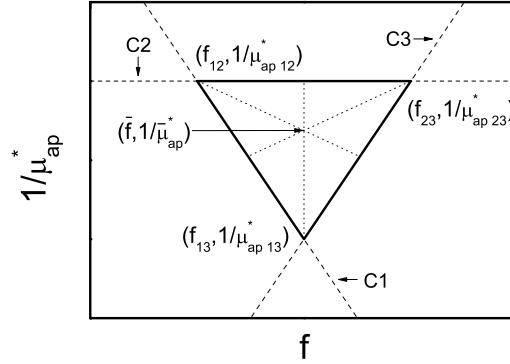


FIG. 4.19 – Schéma du calcul des moyennes du coefficient de frottement apparent  $\mu_{ap}^*$  et du coefficient de distribution  $f$ .

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\mu_{ap}^*} &= \max[|\bar{\mu}_{ap}^* - \mu_{ap12}^*|; |\bar{\mu}_{ap}^* - \mu_{ap13}^*|; |\bar{\mu}_{ap}^* - \mu_{ap23}^*|] \\ \varepsilon_f &= \max[|\bar{f} - f_{12}|; |\bar{f} - f_{13}|; |\bar{f} - f_{23}|]\end{aligned}\quad (4.6)$$

qui représentent les écarts maximaux entre les valeurs moyennes et ceux de chacune des intersections.

On applique les formulations 4.4, 4.5 et 4.6 sur  $S_2$ ,  $S_3$  et  $S_4$ . Les figures 4.20a, 4.20c et 4.20e montrent les valeurs correspondantes de  $\mu_{ap2}^*$ ,  $\mu_{ap3}^*$  et  $\mu_{ap4}^*$ , respectivement, aussi que les barres d'erreur  $\varepsilon_{\mu_{ap}^*}$  associées en fonction de la rugosité normalisée  $R_n$ . De la même façon, les figures 4.20b, 4.20d et 4.20f montrent les valeurs de  $f$  et les erreurs  $\varepsilon_f$  associées.

Les valeurs obtenues pour les coefficients de frottement apparents  $\mu_{ap2}^*$ ,  $\mu_{ap3}^*$  et  $\mu_{ap4}^*$  découlent naturellement des formes déjà présentées de  $S_2$ ,  $S_3$  et  $S_4$ , respectivement, montrées sur la figure 4.15. L'augmentation du coefficient de frottement de l'interface avec la rugosité est vérifié depuis les premiers études [2, 27, 141, 199].

La formulation utilisée (équations 4.4, 4.5 et 4.6) appliquée à des états de contrainte de confinement peu anisotropes ( $P_r/P_z$  vaut : 0,67 pour  $C_1$ , 1 pour  $C_2$  et 1,5 pour  $C_3$ ) induit une incertitude plus grande dans l'évaluation de  $f$  que dans  $\mu_{ap}^*$ . Par exemple, si les 3 chargements étaient isotropes ( $P_r/P_z = 1$ ), l'erreur sur  $\mu_{ap}^*$  tendrait à être minimale tandis que l'on ne pourrait plus déterminer  $f$ .

Sur la figure 4.20b on observe des erreurs  $\varepsilon_f$  qui indiquent des valeurs de  $f > 1$ . Cela correspond à une valeur probablement incohérente de  $S_2$  de l'essai 7 ( $R_n = 0,78$ ), vu que c'est un cas isolé et que la moyenne présente un résultat raisonnable.

On observe que les valeurs moyennes de la distribution des effets des pressions de confinement sur la paroi interne  $f$  (figures 4.20b, 4.20d et 4.20f) restent proches de la valeur 0,5 (ligne pointillée sur les figures). Cela indique que la contrainte à la pa-

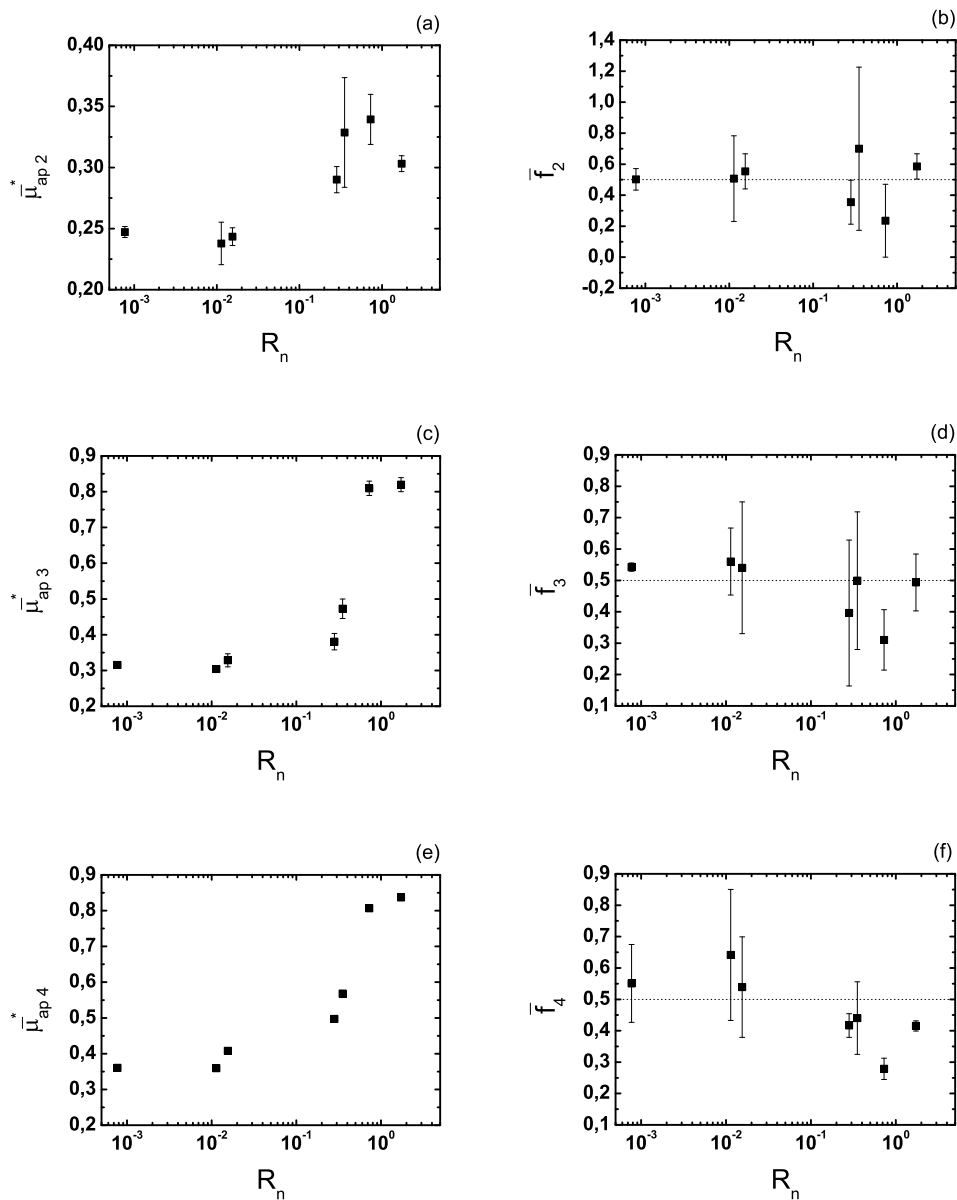


FIG. 4.20 – Influence de la rugosité normalisée  $R_n$  sur les coefficients de frottement apparent : (a)  $\bar{\mu}_{ap\ 2}^*$ , (c)  $\bar{\mu}_{ap\ 3}^*$ , (e)  $\bar{\mu}_{ap\ 4}^*$  et sur les coefficients de distribution des pressions de confinement : (b)  $\bar{f}_2$ , (d)  $\bar{f}_3$ , (f)  $\bar{f}_4$ . Les barres d'erreur associées à chaque résultat sont obtenues selon les formules 4.6.

roi est approximativement proportionnelle à la moyenne des pressions de confinement

$N \propto 0,5(P_r + P_z)$ . Ce résultat est cohérent si on suppose que le matériau se trouve dans son état critique (au moins la zone à proximité du cylindre interne) ou son état ne dépend que de la pression moyenne  $((\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz})/3)$  [74]. D'autres expériences à l'ACSA, menées par [71], avec un contrôle de l'état initial des échantillons par pluviation, conduisent plutôt à  $f=2/3$  pour du sable.

#### 4.5.7 Stick-slip

Durant certains essais, on observe la présence de stick-slip, un phénomène caractérisé, dans les cas étudiés, par de fortes oscillations de la contrainte de cisaillement  $S$  et du mouvement de déplacement tangentiel de la paroi  $D$ . [132] observe ce phénomène dans des expériences de rhéométrie à faibles taux de cisaillement, où l'écoulement se fait par coup.

La figure 4.21 montre le cas de l'essai 3. Les oscillations commencent après le point de référence 3a (voir figure 4.14), moment où l'échantillon devient dilatant. L'intensité des oscillations croît à mesure que le cycle s'approche du point 3b. C'est après ce point qu'elles présentent leur longueur maximale, s'étendant jusqu'au point 4 (la fin du demi-cycle). En regardant le trajet moyen de la contrainte de cisaillement  $S$  (la figure 4.21a montre une moyenne sur 20 points) on confirme la similarité du comportement avec l'essai 4 (figure 4.14a).

Les oscillations de la contrainte  $S$  sont périodiques, présentant une longueur approximative de 0,4 cm. Elles ne sont pas symétriques ; en effet, l'amplitude maximale normalisée ( $\approx +0,15$ ) est plus faible en module que l'amplitude minimale normalisée ( $\approx -0,30$ ) par rapport à la moyenne.

Sur la figure 4.21b, en augmentant l'échelle de visualisation, les oscillations présentent un comportement intermittent de mobilisation/chute de la contrainte de cisaillement  $S$ . Tenant compte de la vitesse moyenne imposée de 2mm/min et de l'acquisition de données toutes les 2 s, la montée dure  $\approx 10$  s (6 points d'acquisition), tandis que la chute est pratiquement instantanée (d'un point à l'autre, vue la définition maximale de 2s entre les points). On observe que l'espacement entre les points durant la chute de contrainte est plus grande que l'espacement pendant la montée, ce que signifie que le phénomène de stick-slip induit un changement de la vitesse tangentielle instantanée du cylindre. Au moment de la chute de la contrainte, la vitesse augmente. Des expériences sur des billes de verre à l'essai triaxial [3] confirment que l'augmentation de la vitesse de déformation se traduit par une diminution de la résistance au cisaillement dans des conditions de stick-slip.

Le stick-slip se développe tout au long de l'essai 3 (pour les 3 chargements). Par contre ce n'est pas le cas pour les essais 4 et 7. L'essai 7 présente ce phénomène seulement pendant la première phase de préparation de l'échantillon (pour le premier chargement,  $C_2$ ). Pour l'essai 4, le stick-slip dure un peu plus, allant jusqu'à la fin de la deuxième phase de préparation de l'échantillon (pour le premier chargement  $C_2$ ), comme on peut le vérifier sur la figure 4.22. Cela signifie que l'état initial de l'échantillon peut avoir une certaine influence dans l'occurrence du stick-slip. [50] utilise donc un nettoyage à ultrason des billes de manière à éviter les oscillations du stick-slip et l'usure des particules

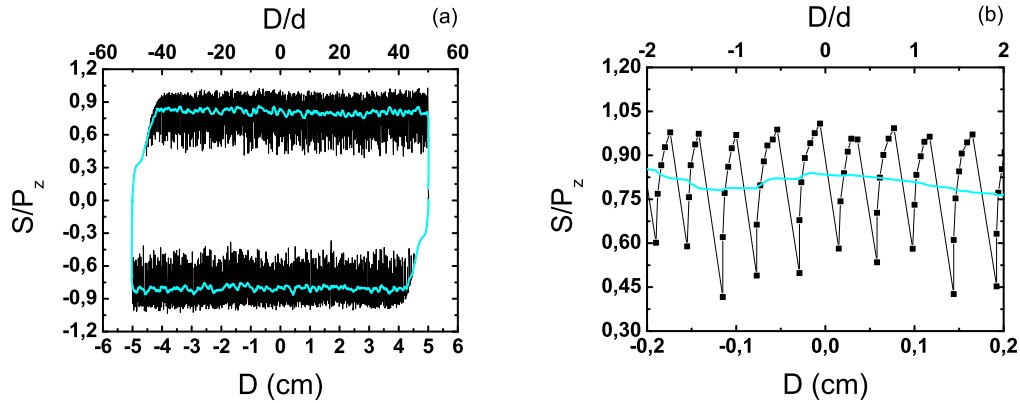


FIG. 4.21 – (a) Mesure de la contrainte de cisaillement à la paroi  $S$  en présence de stick slip (essai 3, chargement  $C_2$ ) en fonction du déplacement de la paroi  $D$ . (b) Détail sur le format des oscillations et (■) des points d'acquisition des données. La courbe (—) indique une moyenne sur 20 points.

durant le cisaillement.

Dans le tableau 4.4, les essais sont classés par ordre décroissant de rugosité normalisée  $R_n$  et indiquent le type d'occurrence du stick-slip (absent, initial ou permanent). On vérifie que le stick-slip se manifeste uniquement dans les échantillons présentant une rugosité normalisée élevée (essais : 4, 3 et 7).

| <i>Essai</i> | $R_n$    | <i>Stick – slip</i> |
|--------------|----------|---------------------|
| 4            | 1,73     | initial             |
| 3            | 0,727    | permanent           |
| 7            | 0,352    | initial             |
| 2            | 0,282    | absent              |
| 1            | 0,0155   | absent              |
| 5            | 0,0114   | absent              |
| 6            | 0,000772 | absent              |

TAB. 4.4 – Occurrence du stick-slip selon la rugosité normalisée  $R_n$ .

## 4.6 Profils de vitesse

On utilise le code de calcul de velocimétrie par corrélation d'images (CIV) développé par Guillaume Chambon dans le cadre de sa thèse de doctorat [36, 40]. Le programme est inspiré des travaux de [42, 86, 87]. On décrit les principes fondamentaux et l'analyse de la précision de la méthode dans l'annexe F.

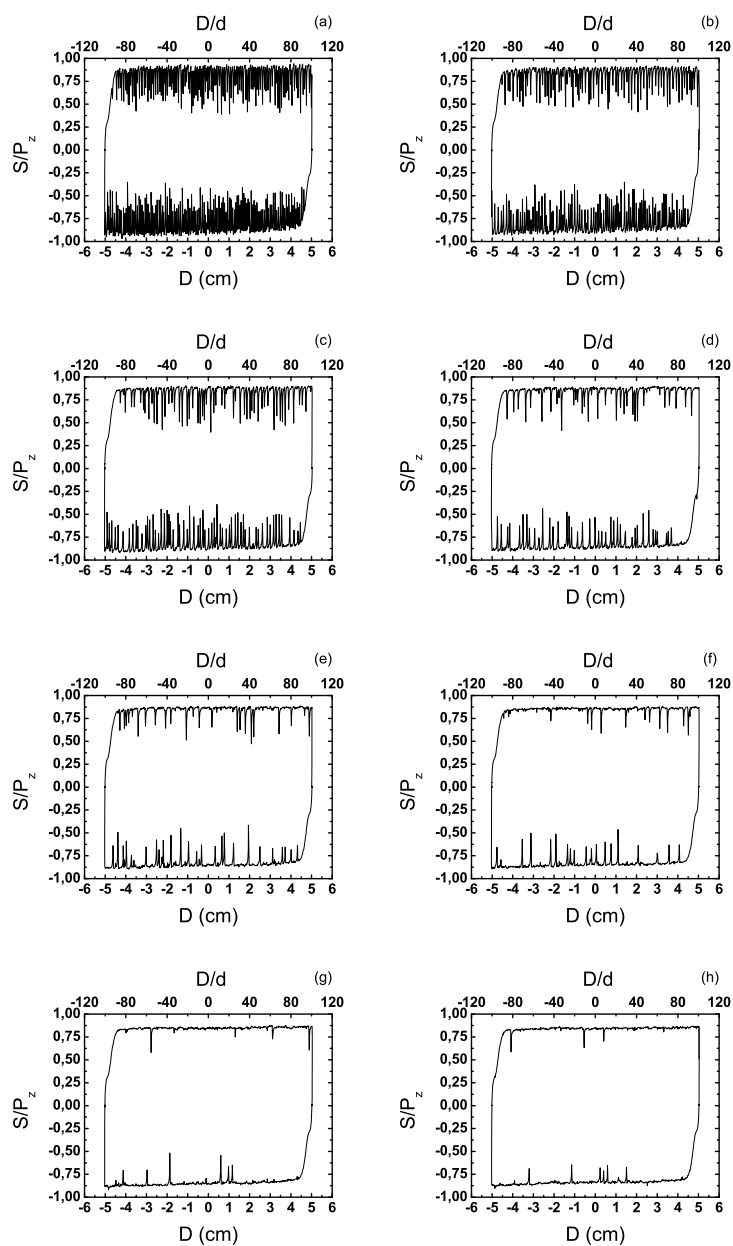


FIG. 4.22 – Mesure de la contrainte de cisaillement à la paroi  $S$  en fonction du déplacement de la paroi  $D$ . Exemple du phénomène de stick slip durant les cycles de cisaillement de la phase 2 de préparation de l'échantillon (essai 4) : (a) 1er cycle, (b) 2ème cycle, (c) 3ème cycle, (d) 4ème cycle, (e) 5ème cycle, (f) 6ème cycle, (g) 7ème cycle, (h) 8ème cycle.

On évalue les déplacements du milieu granulaire sur une région de la face inférieure de l'échantillon. On étudie par CIV les essais : 2, 3, 4, 5 et 6, en analysant essentiellement les profils de vitesse tangentielle  $v_\theta$  et radiale  $v_r$  au cours des essais.

#### 4.6.1 Analyse des déplacements

On utilise une grille d'espacement de  $32 \times 32$  pixels ( $\approx 1,4 \times 1,4$  mm) pour l'analyse des déplacements (figure 4.23). Au point central de chaque région carrée, on associe un vecteur de déplacement moyen déterminé à partir d'une sous-image de  $64 \times 64$  pixels.

La définition des photos utilisées est de  $3072 \times 2048$  pixels, permettant l'étude des déplacements à l'échelle des particules. L'intervalle pour la prise de photos est de 6 s, ce qui conduit à des déplacements maximaux de 0,2 mm (pour une vitesse tangentielle de la paroi de 2 mm/min). Cette distance maximale parcourue correspond à 1/14 de la taille de la sous-image utilisée, ce qui garantit une échelle de déplacement suffisamment petite ( $< 1/4$ ) pour la bonne cohérence de la méthode [36].

Le passage du système cartésien  $(x, y)$ , original du code de calcul, vers un système polaire  $(r, \theta)$  est réalisé selon la méthodologie décrite dans l'annexe C, adapté, dans ce cas, à la grille carré que l'on utilise.

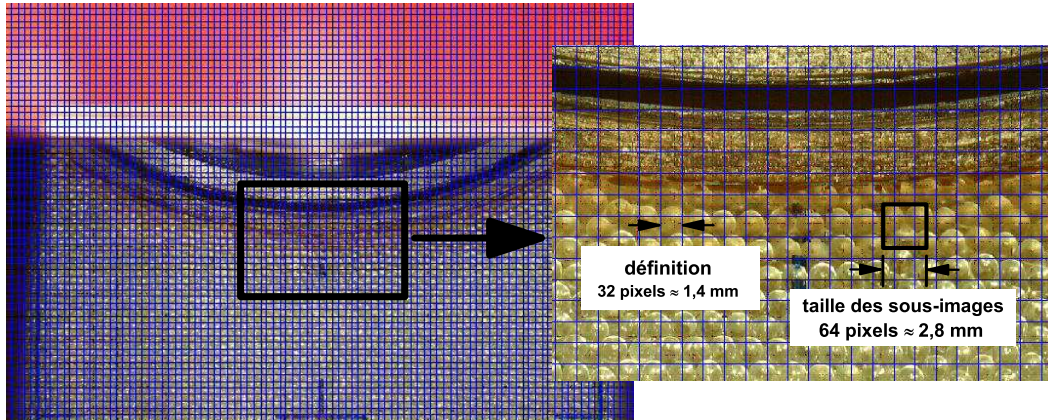


FIG. 4.23 – Grille utilisée pour l'analyse des déplacements locaux du milieu granulaire à partir des photos. En détail : définition utilisée pour le calcul du champ de déplacements et taille des sous-images.

#### 4.6.2 Comportement transitoire du profil des vitesses tangentielles $v_\theta$

Durant un cycle, on observe l'évolution des contraintes de cisaillement à la paroi  $S$  et des variations volumiques normalisées  $\Delta V_n$ .

Pour évaluer l'effet des déplacements de la paroi  $D$ , on divise le demi-cycle  $-5 \text{ cm} \leq D \leq 5 \text{ cm}$  en 11 intervalles. Sur chaque intervalle, on détermine le profil de vitesse  $v_\theta$  moyen. Les 10 premiers découpent l'intervalle initial  $-5 \text{ cm} \leq D \leq -3 \text{ cm}$  ( $10 \times$

0,2 cm). Le dernier sert à la détermination du profil stationnaire de référence, calculé sur l'intervalle  $-3 \text{ cm} \leq D \leq 5 \text{ cm}$  ( $1 \times 8 \text{ cm}$ ).

La figure 4.24a montre les profils de vitesse tangentielle normalisée par la vitesse à la paroi  $v_\theta/V_\theta$  obtenus pour les intervalles, représentés en lignes pointillées sur les figures 4.24c et 4.24d (comportement en contrainte de cisaillement  $S$  et en variation volumique normalisée  $\Delta V_n$ , respectivement).

Sur la figure 4.24a, on observe que les profils de vitesse normalisée  $v_\theta/V_\theta$  se localisent de plus en plus à proximité de la paroi intérieure à mesure que le cycle évolue. Cette évolution converge vers un profil stationnaire de façon analogue à la stabilisation de la contrainte  $S$ . Le profil stationnaire de référence est obtenu dans l'intervalle  $-3 \text{ cm} \leq D \leq 5 \text{ cm}$ , où la contrainte est déjà peu variable.

La figure 4.24b permet la visualisation quantitative de l'évolution de la localisation du cisaillement à l'aide de  $\lambda$  (définie au § 2.7.1). On voit clairement la décroissance de la taille de la zone cisailée à partir du début du cycle. On peut écrire l'évolution de  $\lambda$  en fonction de  $D$  de façon approximative :  $\lambda = \lambda_s(1 + ae^{-b(D-D_0)/d})$ , où  $\lambda_s$  est la valeur stationnaire de  $\lambda$ . L'atteinte de cette valeur coïncide avec l'établissement d'un comportement évolutif lent de la contrainte de cisaillement  $S$  et de la variation volumique  $\Delta V_n$  (point 3b).

Cette évolution de la localisation des vitesses tangentielles  $v_\theta$  pendant la mobilisation du frottement est visible dans tous nos essais étudiés par corrélation d'image. Malgré l'état déjà bien cisailé de l'échantillon, on observe une localisation progressive qui correspond à une forte phase dilatante (l'influence de la densité dans le phénomène de localisation a été mise en évidence par [181]). De manière comparable, [40] a mesuré des déplacements corrélés dans des zones plus éloignées de la paroi interne avant la localisation des cisaillement.

### 4.6.3 Profils de vitesse tangentielle $v_\theta$ stationnaires

#### 4.6.3.1 Comportement général

On compare maintenant les différents profils de vitesse tangentielle  $v_\theta$  obtenus pour les essais : 2, 3, 4, 5 et 6 (et pour les 3 chargements :  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$ ). On considère les profils considérés comme stationnaires, évalués du point 3 au point 4, pour les essais non rugueux, et du point 3b au point 4, pour les essais rugueux.

D'une manière générale, les particules ont des vitesses tangentielles  $v_\theta$  décroissantes à partir de la paroi suivant une forme approximativement exponentielle ([40, 93, 112, 128]). Si la décroissance des vitesses avec la distance à la paroi interne est plus élevée, le profil correspondant est plus localisé.

On n'observe pas d'influence du chargement sur les profils de vitesse tangentielle. Ce résultat est visible sur les figures 4.25, 4.26 et 4.27. Par contre, des effets d'ordre géométrique sont présents : la taille des particules, la valeur de la rugosité normalisée  $R_n$  et l'échelle caractéristique du système.

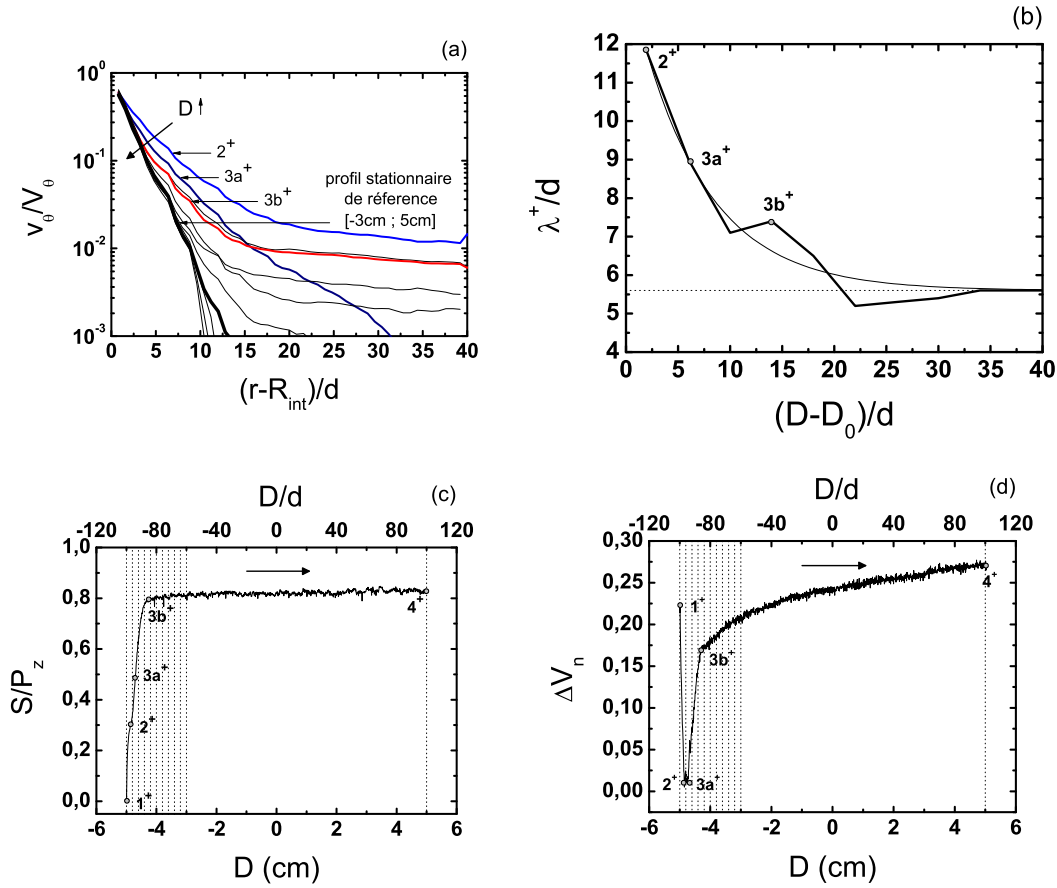


FIG. 4.24 – (a) Profils de vitesse tangentielle normalisée par la vitesse à la paroi  $v_\theta/V_\theta$  en fonction de la distance à la paroi normalisée par la taille des particules  $(r - R_{int})/d$  à différents stades du régime transitoire. (b) Épaisseur de la zone cisailée  $\lambda^+$ . La ligne pointillée indique la valeur stationnaire de référence, tandis que la ligne continue indique la fonction  $\lambda^+/d = 5,6(1 + 1,5e^{-0,17(D-D_0)/d})$ . (c) Contrainte de cisaillement à la paroi  $S$  et (d) variation volumique normalisée  $\Delta V_n$  en fonction du déplacement tangentiel de la paroi  $D$ . Les flèches sur les trois figures indiquent le sens de croissance de  $D$ . Les lignes pointillées verticales sur les figures (c) et (d) indiquent les intervalles de découpage du demi-cycle  $(10 \times 0,2 \text{ cm} + 1 \times 8 \text{ cm})$  d'obtention des profils de vitesse de la figure (a). Détail sur les points de référence d'un cycle ( $1^+$ ,  $2^+$ ,  $3a^+$ ,  $3b^+$  et  $4^+$ ) et les profils de vitesse correspondants. Essai 4.

#### 4.6.3.2 Glissement

La figure 4.25a (et plus en détail la figure 4.25b) montre les profils de vitesse tangentielle normalisée  $v_\theta/V_\theta$ . On remarque un effet de glissement plus fort lorsque la rugosité

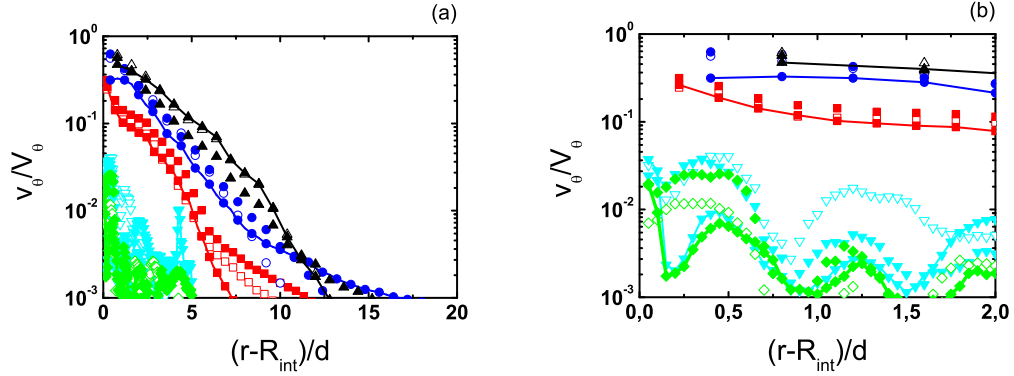


FIG. 4.25 – (a) Profils de vitesse tangentielle normalisée  $v_\theta/V_\theta$  en fonction de la distance à la paroi normalisée  $(r - R_{int})/d$  ((b) détail de la région proche de la paroi). Différents essais : ( $\square$ ,  $\blacksquare$ ,  $-\blacksquare-$ ) essai 2, ( $\circ$ ,  $\bullet$ ,  $-\bullet-$ ) essai 3, ( $\triangle$ ,  $\blacktriangle$ ,  $-\blacktriangle-$ ) essai 4, ( $\nabla$ ,  $\blacktriangledown$ ,  $-\blacktriangledown-$ ) essai 5, ( $\diamond$ ,  $\blacklozenge$ ,  $-\blacklozenge-$ ) essai 6. Les symboles creux correspondent au chargement  $C_1$ , les figures pleines au chargement  $C_2$  et les figures pleines liées par une ligne au chargement  $C_3$ .

normalisée  $R_n$  est plus faible. Pour quantifier le rapport entre le glissement et la rugosité normalisée  $R_n$ , on trace les valeurs de  $V_\theta^+/V_\theta$  en fonction de  $R_n$  (figure 4.26). On observe un palier de  $V_\theta^+/V_\theta \approx 0,75$  pour des rugosités normalisées  $R_n \geq 0,7$ . Pour  $R_n < 0,7$  la dépendance de  $V_\theta^+/V_\theta$  semble être linéaire selon la figure 4.26a, par contre on observe des déviations sur la figure 4.26b qui suggèrent des dépendances plus complexes de  $V_\theta^+/V_\theta$  en fonction de la rugosité normalisée  $R_n$ . On représente son comportement (entre les paliers minimal et maximal) avec une simple loi de puissance du type :  $V_\theta^+/V_\theta = a(R_n)^b$ .

#### 4.6.3.3 Vitesse tangentielle normalisée par la vitesse maximale des particules

Sur la figure 4.27a, on trace les profils de vitesse tangentielle normalisée par la vitesse maximale du milieu granulaire  $v_\theta/V_\theta^+$  en fonction de la coordonnée radiale normalisée par le rayon du cylindre interne ( $R_i = 10\text{ cm}$ ). Sur la figure 4.27b on trace les mêmes profils, mais en fonction de la distance à la paroi normalisée par le diamètre des particules. En échelle relative à la dimension du cylindre interne (figure 4.27a), on observe une localisation du cisaillement plus grande pour des particules de petite taille. Cependant, la largeur caractéristique de la zone cisailée est plus importante en nombre des particules pour les diamètres plus petits (figure 4.27b).

#### 4.6.3.4 Épaisseur de la zone de cisaillement

Dans les expériences à l'ACSA, l'effet de la rugosité  $R_n$  est couplé à la géométrie ( $R_{int}/d$ ) puisque les deux grandeurs sont normalisées par le diamètre des particules  $d$ .

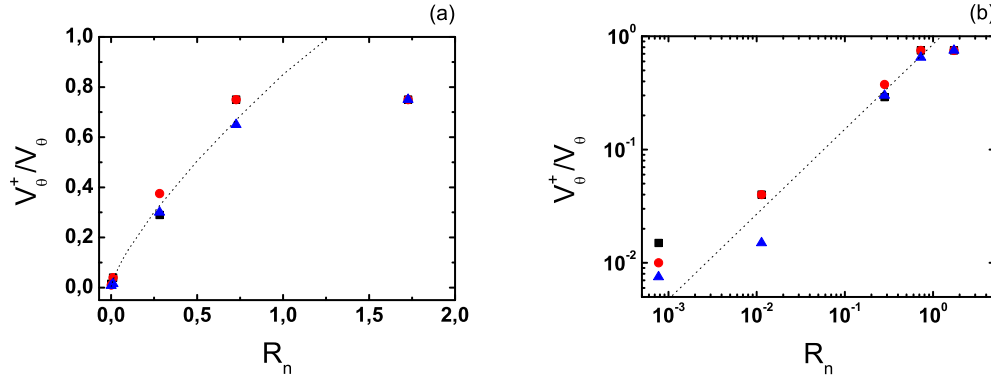


FIG. 4.26 – Vitesse maximale des particules normalisée par la vitesse à la paroi  $V_\theta^+/V_\theta$  (glissement à la paroi) en fonction de la rugosité normalisée  $R_n$  (a) en échelle linéaire, (b) en échelle bilogarithmique pour différents chargements : (■)  $C_1$ , (●)  $C_2$ , (▲)  $C_3$ . La ligne pointillée est la fonction puissance  $V_\theta^+/V_\theta = 0,85(R_n)^{0,75}$ .

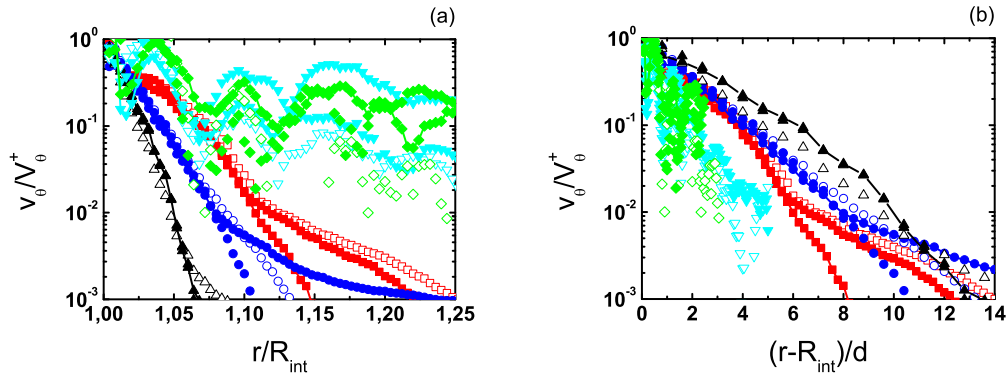


FIG. 4.27 – Profils de vitesse tangentielle normalisée par la vitesse maximale des particules  $v_\theta/V_\theta^*$  en fonction (a) de la coordonnée radiale normalisée par le rayon interne de la paroi  $r/R_{int}$  et (b) de la distance à la paroi normalisée par la taille des particules  $(r - R_{int})/d$ . Différents essais : (□, ■, —■—) essai 2, (○, ●, —●—) essai 3, (△, ▲, —▲—) essai 4, (▽, ▼, —▼—) essai 5, (◇, ◆, —◆—) essai 6. Les symboles creux correspondent au chargement  $C_1$ , les figures pleines au chargement  $C_2$  et les figures pleines liées par une ligne au chargement  $C_3$ .

Plus la taille des particules est petite, plus  $R_{int}/d$  et  $R_n$  sont grands, plus la taille de la bande de cisaillement  $\lambda$  est grande.

L'épaisseur de la zone de cisaillement exprimée par  $\lambda^+$  (définie au § 2.7.1) minimise les effets de la rugosité. Les valeurs sur la figure 4.28a représentent la moyenne de  $\lambda^+$  pour les trois chargements ( $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$ ). Les barres d'erreur sont calculées à partir de l'écart maximale entre la moyenne et le résultat de chaque chargement. On vérifie, de cette manière, l'influence apparente de la géométrie sur l'épaisseur de la zone de cisaillement. Cette influence apparente peut être exprimée sous la forme d'une loi de puissance. Toutefois, compte tenu du couplage de  $R_{int}/d$  et de  $R_n$ , il n'est pas possible de conclure.

#### 4.6.3.5 Rapport entre les variations volumiques et l'épaisseur de la zone de cisaillement

On définit la variation volumique normalisée  $\Delta V_n$  (§ 2.7.2) avec l'hypothèse que la plupart des variations volumiques se passent à proximité de la paroi intérieure, dans la zone de cisaillement. Partant de ce principe, on vérifie le rapport entre  $\Delta V_n^{2-4}$  et l'épaisseur de la zone cisailée  $\lambda$ . On détermine les valeurs moyennes de  $\lambda$  et les barres d'erreur de la même façon que pour l'exemple précédente ( $\lambda^+(R_{int})$ ). Le résultat est représenté approximativement sous la forme d'une loi de puissance du type :  $\Delta V_n^{2-4} = a(\lambda/d)^b$ .

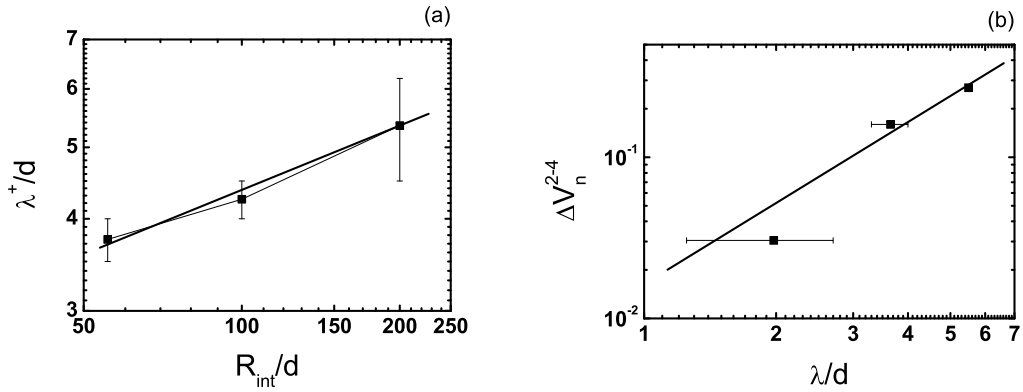


FIG. 4.28 – (a) Épaisseur de la zone cisailée  $\lambda^+$  en fonction du rapport géométrique  $R_{int}/d$ . La ligne continue indique la fonction :  $\lambda^+/d = 1,15(R_{int}/d)^{0,29}$ . (b) Variation volumique normalisée  $\Delta V_n^{2-4}$  en fonction de l'épaisseur de la zone cisailée  $\lambda$ . La ligne continue indique la fonction :  $\Delta V_n^{2-4} = 0,0165(\lambda/d)^{1,65}$ .

Le nombre réduit de points sur les figures 4.28a et 4.28b se donne à cause du fort glissement à la paroi présenté durant les essais 5 et 6, qui rend l'évaluation de  $\lambda$  et de  $\lambda^+$  incohérente pour ces essais. On discutera les similarités des comportements observés avec les résultats en simulation dans la synthèse (chapitre 6).

#### 4.6.4 Taux de déformation radiale $\dot{\epsilon}_{rr}$ à l'embase inférieure

À partir des profils de vitesse radiale  $v_r$ , on détermine le taux de déformation radiale  $\dot{\epsilon}_{rr}$  à l'embase inférieure :

$$\dot{\epsilon}_{rr} = \frac{\partial v_r}{\partial r} \quad (4.7)$$

La figure 4.29 montre le taux de déformation radiale  $\dot{\epsilon}_{rr}$  obtenu par corrélation d'images pour un essai rugueux (essai 4) et pour un essai non rugueux (essai 2).

Pour l'essai 4, on utilise la démarche décrite au § 4.6.2, consistant à diviser le cycle en intervalles (visibles sur la figure 4.24). De cette façon, on identifie l'évolution du profil de  $\dot{\epsilon}_{rr}$ . Sur l'intervalle contenant le point de référence 2, on observe une légère dilatation très près de la paroi (1 à 2 grains) et une légère compaction qui s'étend jusqu'à approximativement une distance de 15 grains de la paroi. Pour l'intervalle contenant le point 3a, on observe le plus haut niveau de compaction. Ensuite, sur le point 3b, on observe une diminution de la compaction à une distance d'environ 3 grains et une augmentation de la dilatation à côté de la paroi. Le profil se stabilise avec une légère diminution des comportements dilatants près du cylindre intérieur et contractant quelques grains plus loin. Il y a donc une compensation entre dilatation et compaction.

Pour l'essai 2 on montre uniquement le profil de comportement stabilisé. On vérifie, malgré la différence d'échelle, un comportement similaire au profil stabilisé de l'essai 4, d'équilibre entre la dilatation très près de la paroi et la compaction quelques diamètres de grains plus loin.

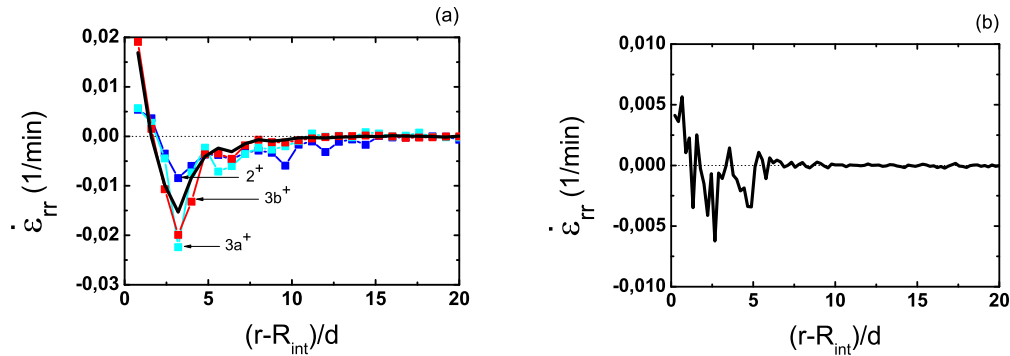


FIG. 4.29 – Profils du taux de déformation radiale  $\dot{\epsilon}_{rr}$  (a) pour l'essai 4 et (b) pour l'essai 2 (chargement  $C_2$ ). En détail, sur la figure (a), les profils correspondants aux points de référence (voir la figure 4.24). La figure (b) correspond au profil moyenné sur  $-3 \text{ cm} \leq D \leq 2,6 \text{ cm}$ .

#### 4.6.5 Variation volumique radiale normalisée apparente $\Delta V_{r\ n}^{ap}$

Dans une géométrie annulaire, on peut écrire la composante radiale de la variation volumique  $\Delta V_r$  comme fonction du taux de déformation radiale dans le milieu  $\dot{\varepsilon}_{rr}(r, z, t)$  :

$$\Delta V_r(t) = \int_0^H \int_0^t \dot{\varepsilon}_{rr}(r, z, t) 2\pi r dr dz dt' \quad (4.8)$$

Par corrélation d'images, on obtient  $\dot{\varepsilon}_{rr}(r, 0, t)$  ( $z = 0$ , à l'embase inférieure). Si on suppose que le taux de déformation radiale est indépendant de  $z$  ( $\dot{\varepsilon}_{rr}(r, z) = \dot{\varepsilon}_{rr}(r, 0)$ ), la variation volumique radiale apparente  $\Delta V_r^{ap}$  s'écrit comme

$$\Delta V_r^{ap}(t) = 2\pi H \int_0^t \dot{\varepsilon}_{rr}(r, t') r dr dt' \quad (4.9)$$

À partir de l'équation 4.9, on détermine la variation volumique radiale normalisée apparente  $\Delta V_{r\ n}^{ap}$  en fonction du déplacement à la paroi  $D$  :

$$\Delta V_{r\ n}^{ap}(D) = \frac{1}{R_{int} d V_\theta} \int_0^{D/V_\theta} \dot{\varepsilon}_{rr}(r, D') r dr dD' \quad (4.10)$$

La figure 4.30 montre les valeurs de  $\Delta V_{r\ n}^{ap}$  en fonction du déplacement à la paroi  $D$  pour les essais 2 et 4. On les compare avec les mesures effectives de variation volumique normalisée  $\Delta V_n$ , puisque la composante verticale de la variation volumique  $\Delta V_z$  s'avère négligeable pour les essais à chargement  $C_2$  et donc  $\Delta V_{r\ n} \approx \Delta V_n$ .

Au début des cycles, on mesure toujours une intense compaction pour des très faibles déplacements (voir figures 4.13 et 4.14), qui ne semble pas être mesurable à l'embase inférieure. On observe des comportements distincts entre les valeurs apparentes et les valeurs effectives, spécialement dans le cas rugueux, où on mesure une compaction apparente au lieu d'une dilatation effective. Pour le cas non rugueux, on observe une certaine cohérence en ordre de grandeur (si on néglige la compaction initiale effective), malgré des différences de forme entre le comportement volumique apparent (qui présente un palier stabilisé après une dizaine de millimètres de déplacement de la paroi  $D$ ) et le comportement effectif (dilatation régulière pendant tout le demi-cycle).

Une raison de l'apparente inversion du comportement pour le cas rugueux pourrait être la tendance du matériau à se dilater effectivement dans toutes les directions. À mesure que cette dilataance s'intensifie, la tendance du milieu à se dilater verticalement, qui est empêchée par les embases supérieure et inférieure, générerait une zone de compaction dans les couches au voisinage des embases (voir schéma sur la figure 4.31). Les embases peuvent aussi, en fonction du frottement, empêcher partiellement les mouvements radiaux des couches de grains à leur proximité. Ce comportement d'interface présente un effet direct sur le milieu en contact avec l'embase inférieure, ce qui rend difficile une évaluation cohérente par traitement d'image des variations volumiques apparentes. [36] obtient des résultats plus cohérents en comparant les variations volumiques totales et apparentes sous compaction d'un échantillon cisailé dans un seul sens à l'ACSA. Éventuellement, l'effet des parois horizontales est plus évident lors des cycles de dilatation-compaction ou moins évident en compaction qu'en dilatation.

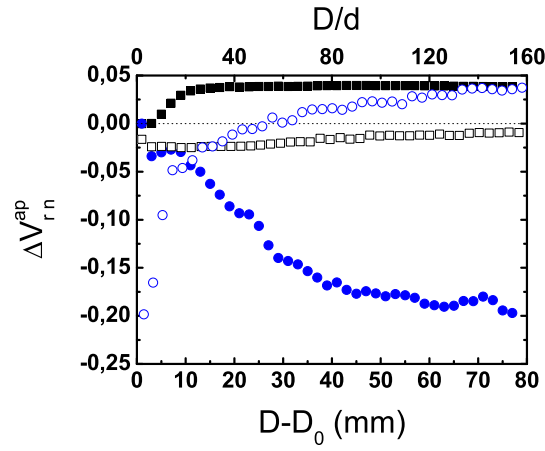


FIG. 4.30 – Variation volumique radiale normalisée apparente  $\Delta V_{rn}^{ap}$  en fonction du déplacement à la paroi décalé de la longueur du cycle  $D + D_0$  pour : (■) l'essai 2, (●) l'essai 4. Chargement  $C_2$ . Les symboles creux représentent les valeurs effectivement mesurées de  $\Delta V_n$ .

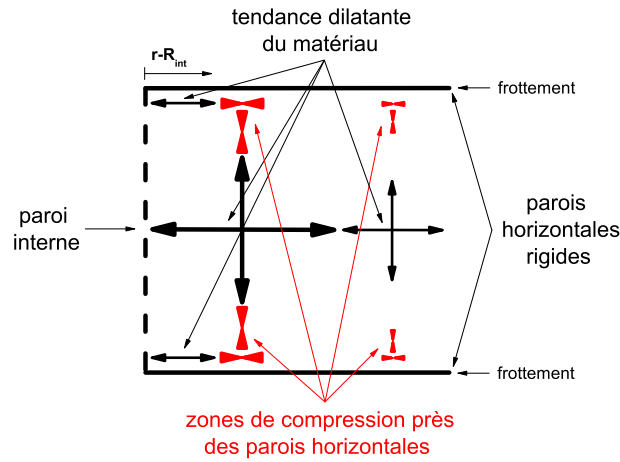


FIG. 4.31 – Hypothèse explicative de l'effet des embases sur la dilatation de la région proche de la paroi.

## 4.7 Dégradation des particules

Dans la plupart des essais réalisés (1, 2, 3, 4, et 7), on n'observe pas de dégradation des particules. Par contre les essais 5 et 6 ont présenté des effets considérables de cassure

de grains et de génération de défauts à la surface des grains (figure 4.32). Ces phénomènes s'expliquent par le rapport entre la taille de grains et la rugosité de la paroi. Les essais 5 et 6 présentent uniquement des contacts ponctuels (voir au § 4.2.1.1). Le niveau des contraintes aux contacts est plus élevé dans ce cas, ce qui explique une plus grande probabilité de dégradation des particules (et aussi de la paroi).

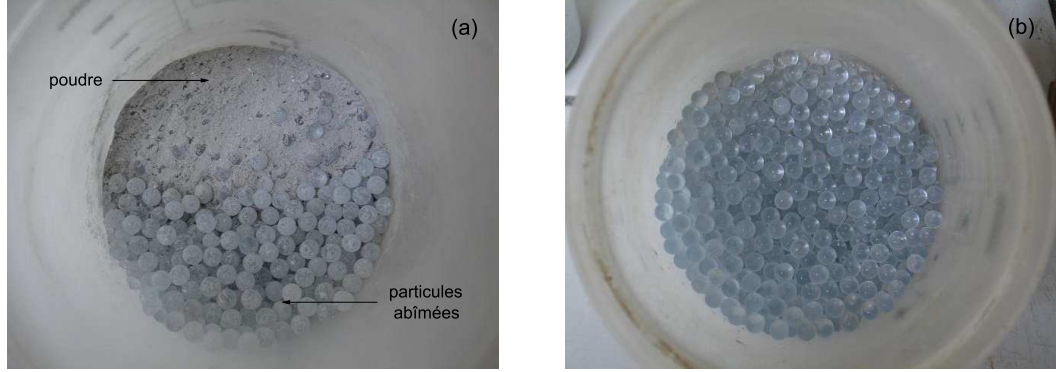


FIG. 4.32 – Comparaison entre (a) des particules abîmées à proximité du cylindre (essai 5) et (b) des particules non abîmées.

Dans un contact idéalement ponctuel, la contrainte tend vers l'infini. Comme les matériaux sont déformables, on peut évaluer cette augmentation des contraintes en prenant comme schéma simplifié le contact de Hertz entre deux particules [184]. Si on appelle  $\sigma_{plan}$  la contrainte agissante dans un contact entre une particule et un plan (de même module d'élasticité et même coefficient de Poisson), le rapport entre la contrainte de contact  $\sigma_{I-II}$  entre deux particules de diamètres  $d_I$  et  $d_{II}$ , et  $\sigma_{plan}$  s'écrit

$$\frac{\sigma_{I-II}}{\sigma_{plan}} = \left( \frac{\frac{1}{d_I}}{\frac{1}{d_I} + \frac{1}{d_{II}}} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (4.11)$$

La figure 4.33 montre la forte croissance de la contrainte de contact à mesure que la zone de contact diminue. Lorsque le rapport entre les diamètres des particules  $d_I/d_{II} \rightarrow 0$ , le contact tend à être plan. De la même manière, quand  $d_I/d_{II} \rightarrow \infty$ , le contact tend à être idéalement ponctuel.

La poudre de verre provenant du broyage des billes occupe les vides entre les particules. Un système monodisperse présente un fort indice de vides qui permet que ce matériau se dépose sur l'embase inférieure sous l'action de la gravité (voir figure 4.34). En utilisant du sable, [39] observe la formation de fines particules dans la bande de cisaillement. Ces particules migrent vers des zones plus éloignées de la paroi en comblant les porosités. Nos résultats représentent la phase initiale de ce phénomène lorsque le matériau s'accumule à la surface de l'embase inférieure (figure 4.34), tandis que [39] retrouve

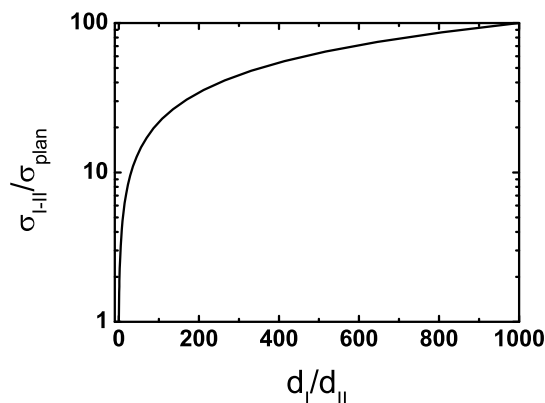


FIG. 4.33 – Dépendance du quotient entre la contrainte de contact entre deux particules et la contrainte de contact entre une particule et un plan  $\sigma_{I-II}/\sigma_{plan}$  en fonction du rapport des diamètres des particules  $d_I/d_{II}$ .

la formation d'une couche sur toute la hauteur de l'échantillon à proximité de la paroi. Ce phénomène doit être ajouté aux réarrangements de la structure du matériau, discutés par [36], pour expliquer la compaction lente du système pendant les cisaillements longs.

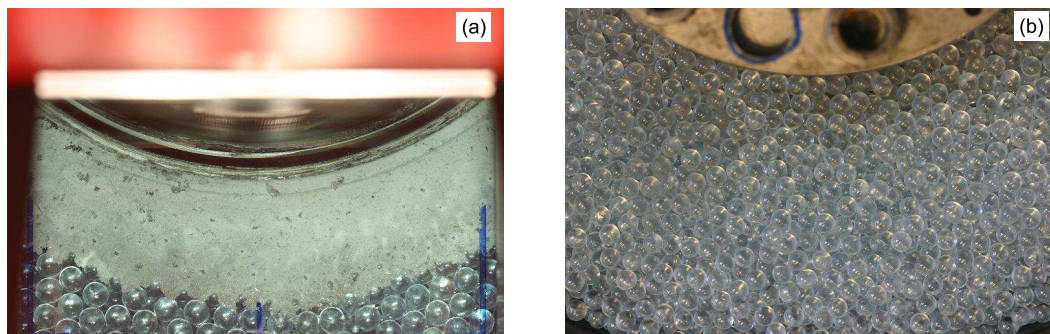


FIG. 4.34 – Photos à la fin de l'essai 5 : (a) embase inférieure et (b) milieu de l'échantillon.

[187] relie, de manière croissante, la quantité des particules fines créées à l'énergie dissipée lors des essais de cisaillement. Dans nos systèmes, on observe justement le contraire : la formation de fines est plus importante pour les essais à plus faible contrainte de cisaillement (essais 5 et 6), qui dissipent moins d'énergie. Ce résultat indique la grande influence des interactions géométriques entre la paroi et les particules voisines dans la

formation de fines lors du cisaillement. Dans notre cas, les effets géométriques dépassent les effets de la contrainte de cisaillement dans la dégradation des particules.

## 4.8 Conclusions partielles

### 4.8.1 Cisaillement cyclique

L'appareil de cisaillement simple annulaire (ACSA) permet l'étude des milieux granulaires pour des valeurs de contraintes typiques de la mécanique des sols (de l'ordre du  $MPa$ ), ce qui exige une certaine robustesse des composants. Pour échapper à la préparation complexe et longue qui en résulte, on a proposé une préparation cyclique de l'échantillon, permettant l'exécution de plusieurs essais sans avoir besoin de démonter (et remonter ensuite) tout l'ensemble à chaque séquence d'essais avec un même cylindre et un même matériau.

### 4.8.2 Comportements rugueux et non rugueux

L'approche cyclique a permis d'étudier la réponse du système en fonction de la taille des particules et de la rugosité de la paroi. On a identifié essentiellement deux situations distinctes : le cas rugueux et le cas non rugueux. La figure 4.35 compare l'allure des comportements de la contrainte de cisaillement à la paroi  $S$  et de la variation volumique normalisée  $\Delta V_n$  dans ces deux situations extrêmes.

On observe une réponse volumique différenciée pour le cas rugueux, avec un comportement fortement dilatant au début du cycle, qui présente des analogies avec le comportement en contrainte (segment 3a-3b). Après la stabilisation des contraintes, le comportement volumique dilatant s'affaiblit, ressemblant plus au comportement observé pour le cas non rugueux.

A partir de l'allure des comportements observés et des points de référence (1, 2, 3 (3a et 3b), 4), on a analysé l'influence de la rugosité normalisée  $R_n$  sur divers paramètres.

### 4.8.3 Comportements en contraintes et en variations volumiques

La figure 4.36a schématise le comportement de la contrainte de cisaillement et des variations volumiques maximales ( $S_4$  et  $\Delta V_n^{2-4}$  respectivement) en fonction de la rugosité normalisée  $R_n$ . La tendance générale est la croissance de  $S_4$  et de  $\Delta V_n^{2-4}$  pour  $R_n$  croissant. Par contre,  $S_4$  présente des limites (maximale et minimale), tandis que  $\Delta V_n^{2-4}$  présente seulement une limite minimale dans la gamme de  $R_n$  explorée. Ce comportement sera discuté dans le chapitre de synthèse et clarifié par les résultats des simulations.

En reliant  $S_4$  à  $\Delta V_n^{2-4}$  (figure 4.36b) on observe une tendance logarithmique ( $S_4 = a \ln(bR_n)$ ) limitée par des plateaux pour les valeurs maximales de la contrainte  $S_4$ . Les niveaux maximaux de  $S_4$  sont dépendants des contraintes de confinement ( $P_r$  et  $P_z$ ).

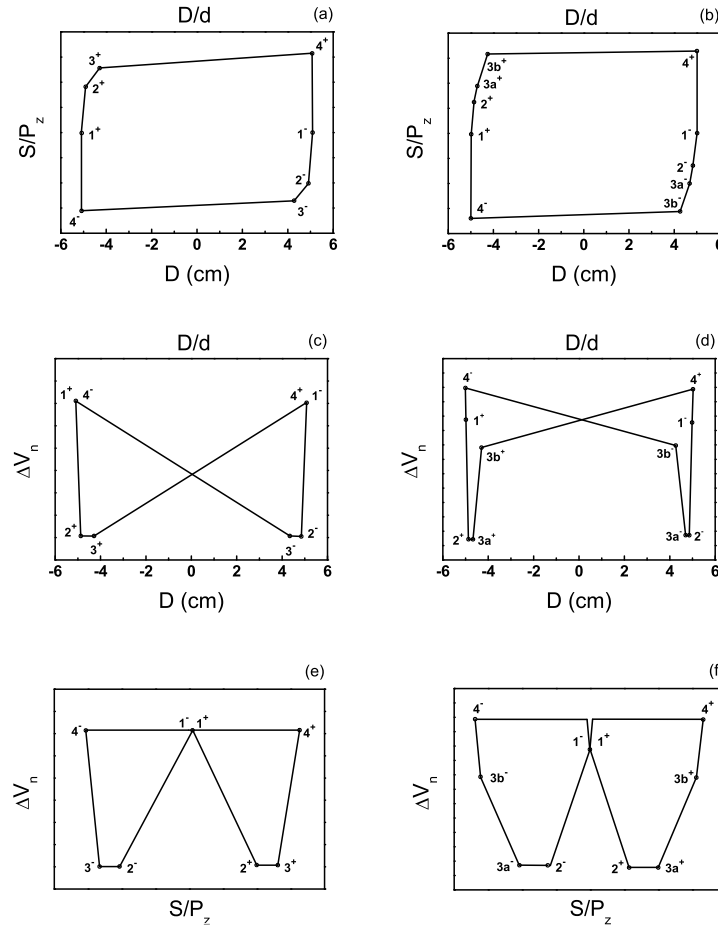


FIG. 4.35 – Schéma comparatif du comportement de la contrainte de cisaillement à la paroi  $S$  en fonction du déplacement tangentiel à la paroi  $D$  (a) cas lisse, (b) cas rugueux, de la variation volumique normalisée  $\Delta V_n$  en fonction de  $D$  (c) cas lisse, (d) cas rugueux et de  $S$  en fonction de  $\Delta V_n$  (e) cas lisse, (f) cas rugueux. Référence : figures 4.13 et 4.14.

#### 4.8.4 Mobilisation du frottement

Des interfaces plus rugueuses tendent à mobiliser des contraintes de cisaillement plus élevées (figure 4.36) pour des distances de mobilisation plus importantes (figure 4.37a).

On a identifié de manière approximative une dépendance en puissance entre les distances de mobilisation et les contraintes de cisaillement correspondantes ( $S/P_z = a_i(dm/d)^b$ ), montrée sur la figure 4.37b. Les coefficients de proportionnalité  $a_i$  dépendent des contraintes de confinement ( $P_r$  et  $P_z$ ).

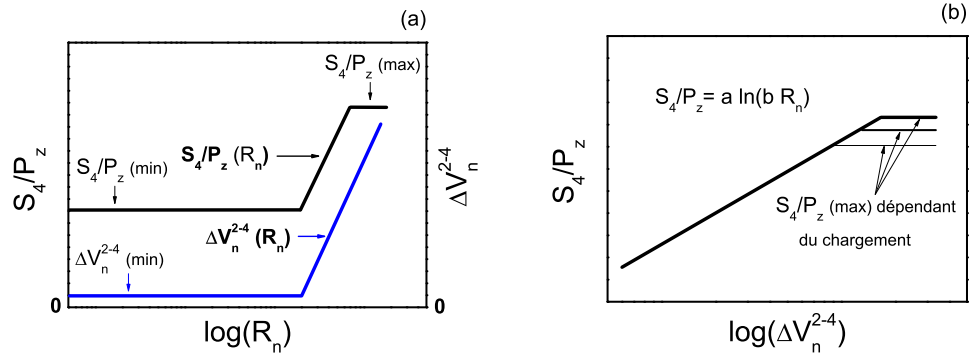


FIG. 4.36 – (a) Schéma de l'influence de la rugosité normalisée  $R_n$  sur la contrainte de cisaillement à la paroi  $S_4$  et sur la variation volumique normalisée  $\Delta V_n$  (référence : figures 4.15e et 4.18a). (b) Rapport entre  $S_4$  et  $\Delta V_n^{2-4}$  (référence : figure 4.18b).

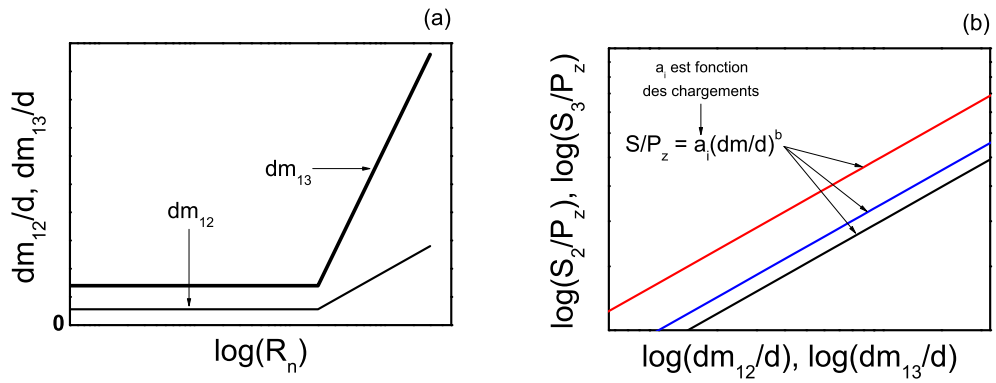


FIG. 4.37 – (a) Distances de mobilisation  $dm_{12}/d$  et  $dm_{13}/d$  en fonction de la rugosité normalisée  $R_n$  (référence : figure 4.16). (b) Rapport entre les contraintes de cisaillement  $S_2$  et  $S_3$  et les distances de mobilisation correspondantes  $dm_{12}/d$  et  $dm_{13}/d$  (référence : figure 4.17b).

#### 4.8.5 Influence de l'anisotropie des pressions de confinement et le frottement effectif appaquant

Malgré une étude limitée de l'effet de l'anisotropie des pressions de confinement (seulement 3 configurations de confinement différentes :  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$ ), on a utilisé une méthodologie simple pour estimer l'effet de chaque composante (radiale et verticale). Le frottement effectif appaquant est défini comme :  $\mu_{ap}^* = S / (f P_r + (1 - f) P_z)$  ou  $0 \leq f \leq 1$  est

un coefficient de distribution des efforts de confinement sur la paroi interne. L'influence de  $R_n$  sur  $\mu_{ap}^*$  est similaire à celle observée sur  $S$  (figure 4.38). On a obtenu une valeur approximative de  $f = 0,5$ , indiquant que l'effort normal à la paroi serait proportionnel à la moyenne des contraintes de confinement dans les cas étudiés ( $N \propto 0,5(P_r + P_z)$ ).

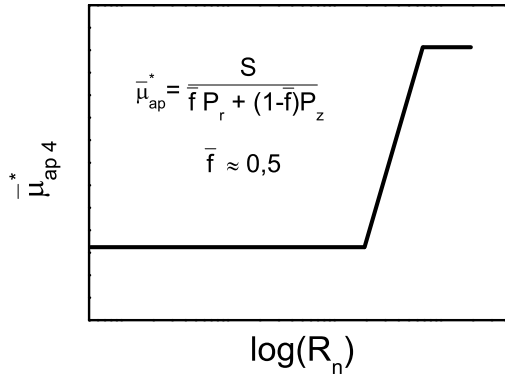


FIG. 4.38 – Schéma de l'influence de la rugosité normalisée  $R_n$  sur le frottement effectif apparent à la paroi  $\mu_{ap}^*$ . Référence : figures 4.20e et 4.20f.

## 4.8.6 Profil de vitesse

### 4.8.6.1 Épaisseur de la zone de cisaillement

En utilisant la méthode de corrélation d'images par vélocimétrie (CIV), on a étudié les profils radiaux de vitesse tangentielle normalisée par la vitesse à la paroi  $v_\theta/V_\theta$ .

Pour une géométrie fixe, on observe que l'épaisseur de la zone de cisaillement  $\lambda$  évolue au cours d'un cycle (figure 4.39), présentant sa valeur maximale au début du cycle et diminuant exponentiellement (selon le déplacement relatif de la paroi  $D - D_0$ , ou  $D_0$  est la position au début du cycle) jusqu'à une valeur stationnaire  $\lambda_s$  :  $\lambda = \lambda_s(1 + ae^{-b(D-D_0)/d})$ .

### 4.8.6.2 Glissement

En analysant les profils de vitesse tangentielle  $v_\theta$  stationnaires, on observe que le glissement, exprimé par le paramètre  $V_\theta^+/V_\theta$ , diminue pour  $R_n$  croissant (figure 4.40). Pour  $R_n$  assez grands, la vitesse maximale des particules s'approche de la vitesse à la paroi ( $V_\theta^+/V_\theta \rightarrow 1$ ). Pour des valeurs assez faibles,  $V_\theta^+/V_\theta$  se stabilise à une limite inférieure. Ce comportement sera discuté dans le chapitre de synthèse en comparaison avec les résultats de simulations numériques.

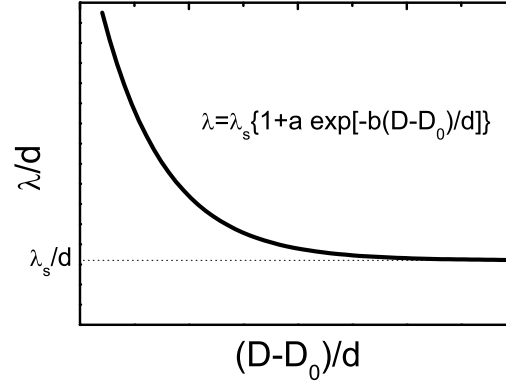


FIG. 4.39 – Évolution de l'épaisseur de la zone de cisaillement  $\lambda$  au cours du cycle. Référence : figure 4.24b.

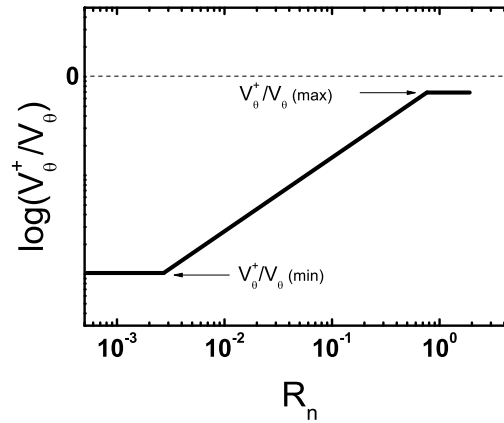


FIG. 4.40 – Glissement à la paroi  $V_0^+/V_0$  en fonction de la rugosité normalisée  $R_n$  (référence : figure 4.26b).

#### 4.8.6.3 Effet de la géométrie sur l'épaisseur de la zone de cisaillement

Les profils de vitesse dépendent de la rugosité normalisée et aussi du rapport  $R_{int}/d$ . Pour l'ACSA,  $R_{int}$  est fixé (100mm) et donc  $R_{int}/d$  dépend uniquement de la taille des particules. Pourtant, la rugosité normalisée  $R_n$  est aussi fonction du diamètre des particules. Les résultats des simulations montrent que la valeur de  $\lambda^+$  est considérablement

moins dépendante de  $R_n$  que  $\lambda$ . C'est pour cette raison, que l'on a vérifié l'effet de  $R_{int}/d$  sur  $\lambda^+$ . Dans ce cas, on observe clairement une relation du type :  $\lambda^+ = a(R_{int}/d)^b$  (figure 4.28a).

#### 4.8.6.4 Rapport entre l'épaisseur de la zone de cisaillement et les variations volumiques

Les variations volumiques dépendent du glissement et de la géométrie. L'épaisseur de la zone de cisaillement exprimée en fonction de  $\lambda$  prend en compte ces deux paramètres. Dans ce contexte on observe que  $\Delta V_n^{2-4}$  se relie directement à  $\lambda$  sous la forme d'une loi de puissance du type :  $\Delta V_n^{2-4} = a(\lambda/d)^b$  (figure 4.28b).



## Chapitre 5

# Mesures par IRM

### 5.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons étudié le comportement d'un matériau granulaire cisailé par une paroi rugueuse au niveau d'une paroi transparente à la frontière de l'échantillon. Cette paroi est cependant susceptible d'introduire des effets parasites. Il est alors légitime de se demander si le comportement est identique à l'intérieur même de l'échantillon, mais ceci nécessite des méthodes de mesure non intrusives. L'imagerie par résonance magnétique (IRM) est une de ces méthodes, qui a été utilisée avec succès depuis environ une dizaine d'années pour sonder le comportement interne des matériaux granulaires sous différentes sollicitations (voir les tableaux 5.1 et 5.2). Compte-tenu de l'expertise de l'Institut Navier dans ce domaine, il a paru intéressant de faire appel à cette technique pour mesurer des profils de déformation et de compacité lors du cisaillement quasi-statique du matériau. Pour cela, on a utilisé des techniques mises au point par l'équipe IRM, qui a aussi proposé quelques développements spécifiques. Ces techniques IRM sont brièvement décrites dans l'annexe D.

Cependant, l'originalité de notre travail réside dans la mise au point d'une cellule de cisaillement analogue à l'ACSA, c'est à dire dans laquelle on contrôle non seulement la vitesse de rotation du cylindre intérieur, mais aussi la pression appliquée au matériau au moyen de la paroi externe. Il s'agit en fait d'un modèle réduit de l'ACSA, que l'on a pour cette raison baptisé Mini-ACSA. Le fait de travailler au sein d'un IRM impose diverses contraintes de compatibilité électro-magnétique non seulement sur le matériau granulaire lui-même, mais surtout sur les matériaux constituant la cellule, la motorisation et les capteurs intégrés au dispositif. Ce dispositif expérimental original a été mis au point dans le cadre de cette thèse par Pascal Moucheron, et nous commencerons ce chapitre par une présentation de cet appareil.

Nous poursuivrons par une description du protocole des essais. Nous présenterons alors la mesure des profils de vitesse tangentielle, combinée à celle du couple ; nous avons plus particulièrement étudié l'influence de la rugosité du cylindre intérieur. Grâce au développement d'une nouvelle séquence d'acquisition par François Bertrand, ces mesures nous permettront aussi de discuter l'influence des parois horizontales. Nous montrerons

| Référence       | Matériau                 | Sollicitation | Technique/Champ |
|-----------------|--------------------------|---------------|-----------------|
| [131, 130]      | moutarde                 | TT            | EP/1,9 T        |
| [73]            | pavot                    | VV            | ES/2T           |
| [107, 105, 106] | pavot                    | VV            | ES/2T           |
| [41]            | moutarde                 | TT            | EP/1,9 T        |
| [88, 90, 89]    | sphères 2 et 4mm         | TT            |                 |
| [77]            | Moutarde                 | TT            | Tagging à 1,9 T |
| [76]            | Pilules                  | VV            | GC              |
| [128]           |                          | Couette       |                 |
| [140]           | Pilules                  | Mélangeur     |                 |
| [118]           | Moutarde                 | TT            | /2T             |
| [158]           | Pilules                  | TT            | /1,9T           |
| [35, 175]       | Sphères remplies d'huile | TT            | GC              |
| [196, 197]      | Moutarde                 | VV            | GC/1T           |

Légende : tambour tournant [TT], vibration verticale [VV], encodage spatial de la phase [EP], echo de spin [ES], gradient de champ pulsé [GC]

TAB. 5.1 – *Étude de matériaux granulaires par IRM - 1.*

ensuite l'influence du cisaillement sur le profil radial de compacité. Nous terminerons en discutant comment on peut déduire la distribution de contraintes de cisaillement dans l'échantillon à partir de ces mesures.

## 5.2 Description du Mini-ACSA

On présente le dispositif expérimental mis au point par Pascal Moucheron. Ce dispositif est inséré dans l'imageur par résonance magnétique nucléaire du LMSGC (Bruker Biospec 24/80 DBX - aimant Magnex Scientific de 0,5 T). Cet imageur est analogue dans son principe aux appareils que l'on trouve dans les hôpitaux. Il a une géométrie verticale et un tunnel, d'un diamètre de 40 cm, assez grand pour pouvoir contenir l'antenne réceptrice-émettrice et des échantillons de diamètre maximum de 20 cm. La zone d'observation est restreinte à une zone où le champ magnétique principal  $B_0$  (0,5 T, soit 21 MHz en proton) est uniforme, c'est à dire à une sphère d'environ 18 cm de diamètre, placée au centre de l'imageur. Les bobines de gradient produisent des gradients de champ magnétique de 0,05 T/m avec un temps de montée de 500  $\mu$ s.

### 5.2.1 Cellule de cisaillement

La conception d'une cellule insérable dans un IRM entraîne plusieurs contraintes strictes : la limitation de la taille du dispositif, la non utilisation de matériaux magnétiques à la périphérie de l'aimant et l'utilisation des matériaux aussi non conducteurs

| Référence       | Mesure                                          | Conclusion                                                                                                      |
|-----------------|-------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| [131, 130]      | Profils de vitesse et de compacité              | Variation de l'épaisseur de la zone cisailée en fonction de la vitesse de rotation                              |
| [73]            | Profil de vitesse                               | Convection                                                                                                      |
| [107, 105, 106] | Déplacements moyens<br>Fluctuations             | Collisions plus fréquentes sur les parois qu'au centre<br>Distribution gaussienne des déplacements<br>Diffusion |
| [41]            | Profil de vitesse                               | Puissance dissipée                                                                                              |
| [88, 90, 89]    | Angle de repos en fonction de la polydispersité | Ségrégation axiale                                                                                              |
| [77]            | Profil de vitesse                               | Mesure de la vitesse et des fluctuations                                                                        |
| [76]            | Imagerie rapide                                 | Bifurcation de période                                                                                          |
| [128]           | Profil de vitesse                               | Localisation du cisaillement                                                                                    |
| [140]           | Position                                        | Mélange                                                                                                         |
| [118]           | Profil de concentration                         | Ségrégation                                                                                                     |
| [158]           | Position interfaciale                           | Coefficient de diffusion<br>Dynamique interfaciale                                                              |
| [35, 175]       | Autocorrélation de vitesse                      | Coefficient de diffusion                                                                                        |
| [196, 197]      | Position                                        | Diffusion<br>Profil de température et de déplacement                                                            |

TAB. 5.2 – *Étude de matériaux granulaires par IRM - 2.*

au voisinage de l'antenne (courants de Foucault), l'absence générale de perturbations électromagnétiques. Les trois premières entraînent des limitations en résistance et en faisabilité des composants. La quatrième conduit à déporter le moteur et à réaliser des capteurs originaux, à base de fibre optique.

La géométrie verticale est propice à l'accueil d'un rhéomètre à cylindres coaxiaux dont le moteur est déporté le plus loin possible au-dessus de l'imageur. La cellule est maintenue par le haut, par un tube support contenant l'arbre de transmission et translatée verticalement en-dessous de l'imageur au moment de la préparation de l'expérimentation ; elle est ensuite remontée jusqu'à la zone d'étude.

La gamme de vitesse de rotation du moteur est de 1 à 100 *tours/minute*. Un réducteur de vitesse à deux étages à poulie et courroie crantée situé entre l'arbre de transmission (figure 5.1) et le rhéomètre réduit cette gamme d'un facteur 10, ce qui permet l'étude du régime de cisaillement quasi-statique ( $\Omega$  entre 1/600 et 1/6 *tours/s*). Les principaux

éléments du réducteur sont réalisés en PMMA translucide avec des vis en nylon. Les éléments les plus sollicités mécaniquement, comme les roulements, sont à billes de verre avec des bagues en polyacétal, et à billes céramiques avec des bagues en dioxyde de zirconium. Les poulies sont en polycarbonate renforcé par des fibres de verre (marque SDP/SI) dont la courroie correspondante (de la même marque) est fabriqué en Néoprène® armé aussi avec des fibres de verre.

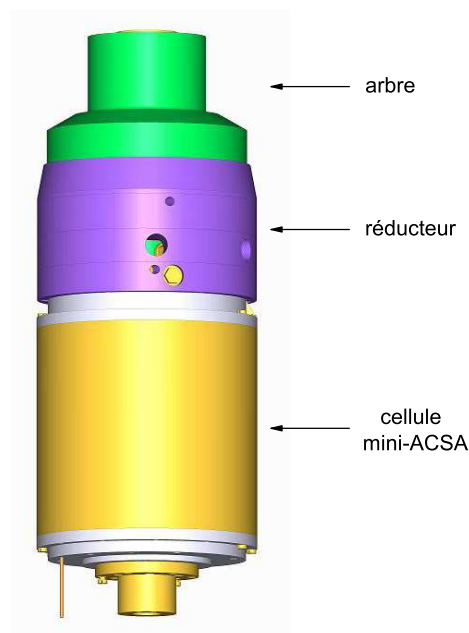


FIG. 5.1 – La cellule du Mini-ACSA et le réducteur.

Les éléments de la cellule de cisaillement (diamètre total de  $\approx 19,5\text{ cm}$  et hauteur totale, sans le réducteur, de  $28\text{ cm}$ ) sont réalisés en PMMA, et attachés par des vis en nylon. La figure 5.2 montre une coupe schématique de la cellule.

L'échantillon a la forme d'un cylindre creux ( $R_{int} = 3\text{ cm}$ ,  $R_{ext} = 6\text{ cm}$  et  $H = 10\text{ cm}$ ). Au centre de la cellule, le cylindre interne est fixé aux extrémités par deux axes, qui sont les éléments les plus sollicités mécaniquement de la cellule, en céramique Corning Macor® (céramique de verre usinable). La rotation est transmise par le réducteur de vitesses sur l'axe supérieur. La pression de confinement est appliquée sur l'échantillon par une membrane en latex à l'aide d'un contrôleur pression-volume (GDS) avec de l'eau comme fluide. Un capteur à fibre optique (FOP MEMS  $150\text{ psi}$  - Fiso Technologies) permet de mesurer la pression au voisinage de la membrane. La gamme de pression appliquée est de  $0$  à  $15\text{ kPa}$  (potentiellement jusqu'à  $60\text{ kPa}$ , mais l'étanchéité de la membrane pourrait être mise en défaut). Cette valeur a été choisie de façon que les contraintes internes associées à

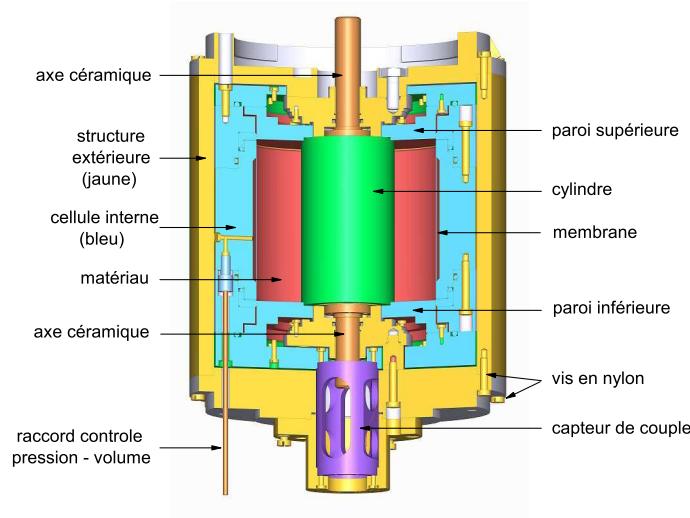


FIG. 5.2 – Schéma du Mini-ACSA.

la gravité pussent être négligées. En effet, en l'absence de confinement radial, comme dans tous les essais de cisaillement entre deux cylindres coaxiaux à surface libre, la pression verticale est en première approximation hydrostatique. Il a été en effet montré [56, 180] que dans cette situation, l'effet Janssen ne se manifeste pas. On a donc  $P(z) = \rho g z$ , où  $g$  est la gravité,  $\rho$  est la masse volumique du matériau et  $z$  la profondeur mesurée depuis la surface. Ainsi, la contrainte verticale est inhomogène, et l'on peut s'attendre à ce qu'il en soit de même pour les contraintes normales  $\sigma_{rr}$  et  $\sigma_{\theta\theta}$ , ce qui complique fortement l'analyse. De façon à limiter cette hétérogénéité des contraintes normales, on a choisi un niveau de pression 10 fois supérieur à la pression hydrostatique à la base de l'échantillon, soit  $10\rho g H$ . Ceci correspond aussi à la pression sous une épaisseur de  $10H$  soit 1 m de matériau. En considérant une masse volumique du matériau comparable à celle de l'eau, ceci conduit à une pression de  $10^4 Pa$ .

A partir des valeurs précédentes, on peut estimer la valeur du nombre inertiel  $I = \dot{\gamma} d \sqrt{\frac{\rho}{P}}$ . On estime  $\dot{\gamma} d$  par la vitesse à la paroi  $V_\theta = \Omega R_{int}$  entre 0,314 et 3,14 mm/s. On en déduit alors une valeur maximale de  $I$  égale à  $3 \cdot 10^{-3}$  (pour  $P = 1 kPa$  et  $V_\theta = 3,14 mm/s$ ), et une valeur minimale égale à  $10^{-4}$  (pour  $P = 10 kPa$  et  $V_\theta = 0,314 mm/s$ ).

Le matériau est entouré par une première cellule interne qui reçoit le couple transmis par le cylindre au matériau par cisaillement. Cette cellule est fixée à une extrémité du capteur de couple, l'autre extrémité étant solidaire de la cellule extérieure. La cellule extérieure est liée rigidement au support. Cette configuration permet la mesure du couple agissant sur le cylindre interne et en conséquence de la contrainte de cisaillement à la surface de la paroi interne, sans subir l'influence du frottement dans les paliers du cylindre.

### 5.2.2 Capteur de couple

Le capteur de couple consiste en une structure (corps d'épreuve), qui lorsqu'elle est soumise à une torsion, présente une déformation mesurable par des capteurs à fibre optique (fonctionnant sur un principe d'interférométrie). La conception de cette pièce a constitué un sérieux défi. Le matériau du capteur doit en effet être non métallique, et de préférence élastique linéaire (de manière à avoir une fonction de calibration linéaire) dans la gamme des sollicitations. La céramique Corning Macor<sup>®</sup> a été retenue, avec un module d'élasticité similaire à celui de l'aluminium (66,9 GPa) et une résistance à la compression de 345 MPa et à la traction (en flexion) de 94 MPa, mais avec l'inconvénient de sa fragilité. Pour le dimensionnement, on a considéré un moment fléchissant accidentel de 15 Nm (correspondant à un effort accidentel radial de montage de 50 N en haut de la cellule) et une valeur maximum du couple applicable de 10 Nm. Cette valeur a été obtenue en considérant le niveau de pression précédemment discuté ( $10^4$  Pa), un coefficient de frottement interne  $\mu^*$  de 1 (ce qui est un maximum), et la valeur du couple dans une telle cellule  $C = 2\mu^* P R_{int}^2 H$ , soit environ 5 Nm.

Ce qui est ainsi mesuré, ce sont les torsions induites par le cisaillement du matériau et transmises au reste de la structure. Due à la conception du dispositif, en changeant le montage des parois supérieur et inférieur on peut mesurer soit le couple transmis à l'ensemble membrane + parois supérieure et inférieure soit seulement à la membrane. La différence des deux permet d'estimer la part du couple perdu dans le frottement du matériau sur les parois horizontales.

L'emplacement du capteur dans la cellule, des considérations de fabrication et la disposition des capteurs de déformation ont délimité les choix possibles des dimensions et des formes du corps d'épreuve. Après des analyses structurelles par éléments finis pour vérifier la compatibilité avec les contraintes souhaitées, on est arrivé à la forme montrée sur la figure 5.3a.

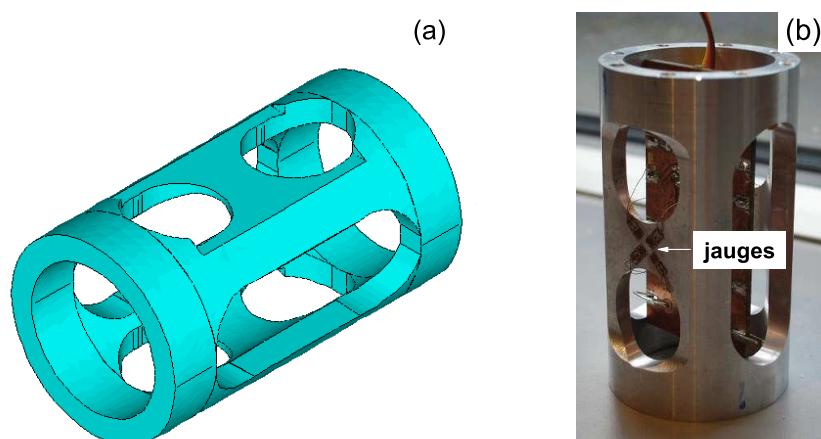


FIG. 5.3 – Capteur de couple : (a) Modèle numérique, (b) Prototype en aluminium.

Un prototype en aluminium (figure 5.3b) a été fabriqué pour tester la procédure de fabrication et la cohérence des résultats. Les capteurs de déformation sont disposés en croix pour la mesure de la torsion et pour compenser des éventuelles interférences des efforts de flexion ou des variations de température sur les mesures de déformation. Compte-tenu des difficultés de fabrication avec le matériau céramique (du fait de sa fragilité), on a utilisé uniquement le prototype en aluminium pour les mesures de couple lors des campagnes d'essai. Ceci signifie que les mesures de couple ont été réalisées non pas au sein de l'IRM, mais en descendant la cellule en dessous de l'imageur. L'étalonnage du capteur de couple est décrit dans l'annexe E.

### 5.2.3 Matériau granulaire

Pour pouvoir réaliser les mesures IRM (voir Annexe D), le matériau doit contenir des atomes d'hydrogène en quantité suffisante et en phase liquide. L'eau et les huiles carbone ou silicone constituent ainsi des échantillons idéaux, en revanche des billes de verre ou des grains de sable ne sont pas imageables (mais on pourrait obtenir des informations sur l'espace poreux en les immergeant dans de l'eau). Les graines de certains oléagineux (moutarde, colza ou pavot) possèdent des caractéristiques adéquates à l'imagerie. Pour des raisons de coût et de géométrie des grains, nous avons choisi de travailler avec des graines de moutarde, grossièrement sphériques, de diamètre moyen  $1,5\text{ mm}$ , assez monodisperse et de masse volumique  $1200\text{ kg/m}^3$ . Ces graines permettent la vélocimétrie et la mesure de concentration par résonance magnétique. Les temps de relaxation associés à ce matériau sont  $T_1 \approx 100\text{ ms}$  et  $T_2 \approx 40\text{ ms}$ .

Pour une pression de  $10\text{ kPa}$ , la force normale agissant au niveau d'un contact est de l'ordre de la pression précédente multipliée par la surface d'un grain, soit  $10^{-2}\text{ N}$ . La mesure des propriétés mécaniques de ces graines [138, 139] avait mis en évidence une déformation  $\delta$  de 1 micron pour  $10^{-2}\text{ N}$ , soit une déformation relative de  $5 \cdot 10^{-4}$ .

### 5.2.4 Rugosité des parois

On a testé trois rugosités différentes du cylindre intérieur (voir figure 5.4) : la première correspond à un usinage en stries parallèle à l'axe du cylindre de forme triangulaire (similaires à celles de l'ACSA, elles ont une largeur égale à la profondeur, soit  $1\text{ mm}$ ), la seconde consiste à coller sur un cylindre lisse des graines de moutarde, la troisième consiste à coller sur un cylindre lisse un papier de verre (grain moyen - 80). Les parois horizontales (supérieure et inférieure) sont lisses, ou bien on colle un papier de verre (caractéristiques) ou des billes de verre de diamètre identique à celui des graines.

## 5.3 Description des essais

Les premiers essais ont permis de tester la bonne insertion du dispositif dans l'IRM, l'accord de l'antenne, l'absence d'un éventuel signal parasite généré par le dispositif (par exemple à cause de la présence de la zone de fluide dans la membrane).



FIG. 5.4 – Les trois cylindres rugueux : strié, graines collées et papier de verre collé. Au premier plan, les axes céramiques des cylindres.

Le matériau granulaire est mis en place par simple versement dans cette région, puis la cellule est refermée. Le matériau est alors confiné entre les cylindres intérieur et extérieur, et entre les deux parois inférieure et supérieure.

Les échantillons subissent d’abord un précisaillement (au moins 15 tours du cylindre interne, soit  $\approx 2800\text{ mm}$  de déplacement à la paroi) de façon à les amener dans un état stationnaire en contrainte et en déformation. En fait, la plupart des échantillons sont beaucoup plus cisailés que cela compte tenu de la série d’essais subis (pour plusieurs pressions de confinement). On commence ensuite l’acquisition des données.

Après cisaillement, on constate que les particules du matériau granulaire ne sont pas broyées, en dépit des efforts importants exercés au niveau de la paroi rugueuse.

Le tableau 5.3 liste les essais de vélocimétrie, dans lesquels on varie les rugosités du cylindre interne, des parois horizontales, la pression de confinement  $P$  et la vitesse de cisaillement à la paroi  $V_\theta$ .

| Cylindre        | Rugosité horizontale    | Pression (kPa)   | Vitesse (mm/s) |
|-----------------|-------------------------|------------------|----------------|
| Strié           | lisse                   | 3,5   8,5   13,5 | 0,314   3,14   |
| Graines collées | lisse                   | 3,5   8,5   13,5 | 0,314   3,14   |
|                 | Papier de verre         | 8,5              | 3,14           |
|                 | Billes de verre collées | 8,5              | 3,14           |
| Papier de verre | lisse                   | 3,5   8,5   13,5 | 0,314   3,14   |

TAB. 5.3 – Liste des essais de vélocimétrie.

## 5.4 Mesure multi-couche des profils de vitesse

La séquence de vélocimétrie IRM mise au point préalablement à notre étude (pour des études de rhéométrie sur des suspensions colloïdales ou non) est décrite dans l'annexe D. En appliquant simultanément des gradients de champ magnétique et des impulsions radio-fréquence, il est possible de n'exciter qu'une zone réduite de l'échantillon (pour plus de détails, voir annexe D). On réalise ainsi une mesure moyenne sur le volume des particules dans un barreau horizontal de hauteur  $h$  et d'épaisseur  $t$ , traversant la cellule (voir figure 5.5a). Cette mesure fournit ainsi un profil de vitesse dans la direction  $y$ . Le barreau n'étant pas trop épais, on a une bonne approximation de la vitesse tangentielle  $v_\theta$ .

Une séquence spécifique permettant la mesure simultanée des profils de vitesse à différentes hauteurs (séquence dite "multi-couche") a été développée par François Bertrand dans le cadre de cette thèse (figure 5.5b).

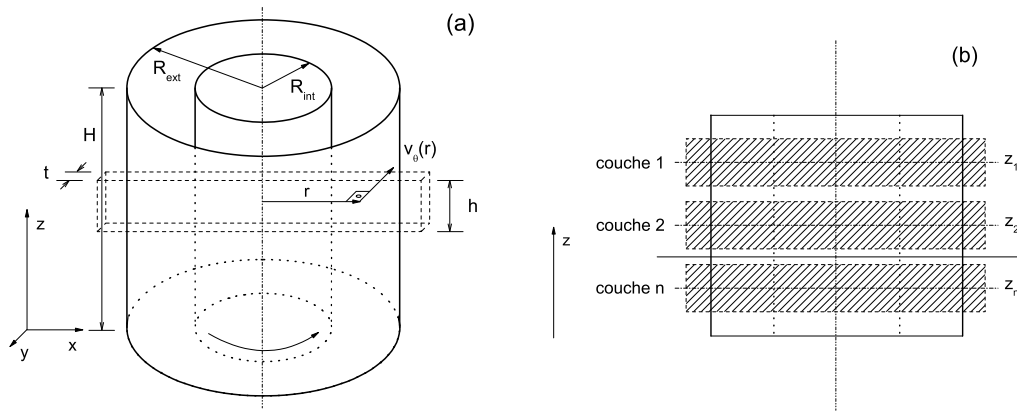


FIG. 5.5 – Schéma des coupes horizontales pour la mesure des profils radiaux de vitesse tangentielle.

L'obtention d'un profil de vitesse sur une couche nécessite l'application d'un certain nombre de répétitions d'une séquence d'impulsions magnétiques. Entre chaque séquence (d'environ  $20\text{ ms}$ ), il existe un intervalle d'attente optimisé pour cette séquence de  $100\text{ ms}$ .

Dans la procédure simple, on enchaîne en série la vélocimétrie de plusieurs couches, cumulant ainsi les temps d'attente totale de chaque couche (figure 5.6a). La méthode récemment développée cherche à rendre parallèle l'émission des impulsions, en profitant du fait que chaque couche est affectée par une fréquence différente. En conséquence, ce procédé diminue le temps d'essai, puisque le temps d'attente n'est plus multiplié par le nombre de couches (figure 5.6b). En outre, l'acquisition simultanée des profils de vitesse à différentes hauteurs de l'échantillon est fondamentale dans l'étude d'un système en régime transitoire ou évoluant dans le temps (vieillissement), pour lequel les profils

évoluent avec le niveau de cisaillement ou avec le temps.

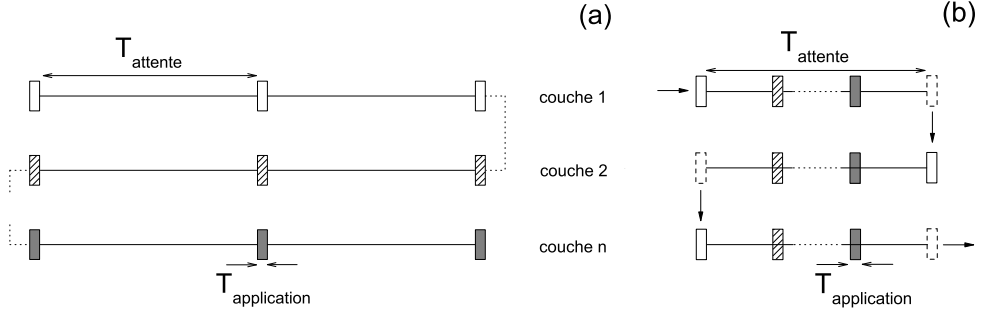


FIG. 5.6 – (a) Approche en série (ancienne méthode) et (b) approche en parallèle (nouvelle méthode) de vélocimétrie multi-couches.

La hauteur  $h$  minimale des couches est de  $1,5 \text{ mm}$ , tandis que la hauteur maximale est limitée par la taille de la cellule. Leur épaisseur  $t$  est de  $10 \text{ mm}$ . Les couches plus minces sont bien adaptées à l'étude des régions de fort gradient vertical de vitesses, comme la proximité des parois. Le nombre maximal de couches est limité à 10.

## 5.5 Mesure du profil de vitesse tangentielle

Dans cette partie nous présentons des mesures du profil de vitesse tangentielle  $v_\theta(r)$ . De façon générale, on n'observe aucune influence de la vitesse tangentielle à la paroi  $V_\theta$  ni de la pression de confinement  $P$  appliquée sur les profils de vitesse. Ce comportement est caractéristique du régime quasi-statique en cisaillement d'un milieu frottant. La forme de profils est similaire à celle observée pour les simulations, les expériences à l'ACSA et d'autres auteurs ([17, 40, 56, 80, 93, 112, 128]).

### 5.5.1 Région centrale

De manière à évaluer le comportement des profils de  $v_\theta$  dans la région centrale, relativement éloignée des parois horizontales, on étudie 3 couches horizontales d'épaisseur de  $15 \text{ mm}$  distantes de  $10 \text{ mm}$  l'une de l'autre (figure 5.7).

La figure 5.8 confirme l'existence d'une zone centrale sans influence des parois horizontales. Pour le cylindre avec des graines collés et des parois horizontales lisses, on ne mesure aucune différence entre les profils à différentes hauteurs (figure 5.8a). La figure 5.8b montre ensuite l'absence d'influence de la rugosité des parois horizontales (papier de verre et billes de verre collées).

### 5.5.2 Région proche de la paroi horizontale inférieure

On compare maintenant les profils mesurés dans 5 couches d'épaisseur  $1,5 \text{ mm}$ , distantes de  $1,75 \text{ mm}$  l'une de l'autre (figure 5.9). On laisse une distance d'environ  $0,45 \text{ mm}$

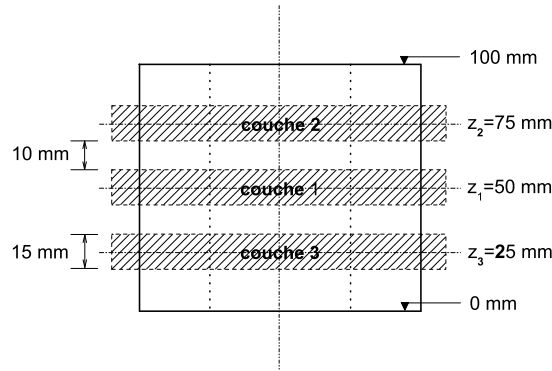


FIG. 5.7 – Schéma des couches dans la région centrale.

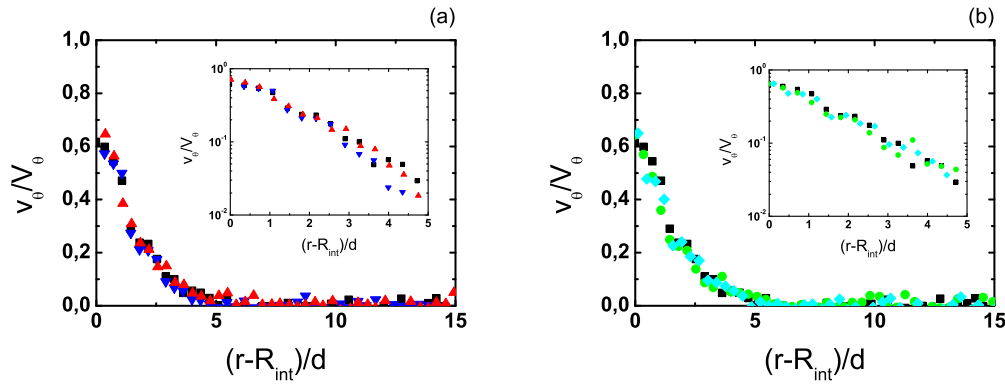


FIG. 5.8 – Profils de vitesse tangentielle  $v_\theta$  dans la zone centrale, pour le cylindre avec des graines collées. (a) Parois horizontales lisses, plusieurs hauteurs  $z$  : (■)  $z_1 = 50$  mm, (▲)  $z_1 = 75$  mm, (▼)  $z_3 = 25$  mm. (b) Comparaison des profils ( $z = 0$  mm) pour différentes parois horizontales : (■) lisse, (●) papier de verre, (◆) billes de verre collées. En insert, la région proche de la paroi interne  $R_{int}$  en échelle semi-logarithmique.

de la paroi inférieure pour s'assurer que la première couche contient uniquement des particules en mouvement et non d'éventuels espaces vides. Dans le cas rugueux, on laisse une distance du fond en billes de verre similaire, une fois que les billes sont collées à une feuille de papier de verre (pour des raisons pratiques d'adhérence) qui est donc collée au fond lisse de la cellule (comportant une épaisseur totale de  $\approx 2,5$  mm).

Les rugosités horizontales en billes de verre ne sont pas détectables par IRM, ce qui permet une évaluation correcte de la vitesse des particules en contact direct avec ces

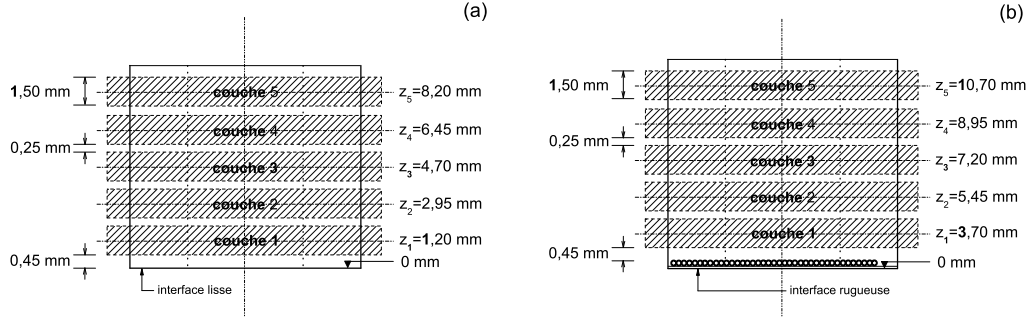


FIG. 5.9 – Schéma des couches proches de la paroi horizontale inférieure.

parois. Au voisinage du cylindre interne, on distingue clairement le mouvement de la paroi du mouvement des grains à cause du fort gradient de vitesses.

Lorsque la paroi horizontale est lisse, elle affecte très faiblement les profils de  $v_\theta$  ; la figure 5.10a compare les profils à proximité de la paroi inférieure avec un profil central (cylindre avec des graines collées). En revanche, lorsque la paroi horizontale est fortement rugueuse (figure 5.10b), celle-ci diminue notablement la vitesse tangentielle  $v_\theta$ , particulièrement dans la première couche.

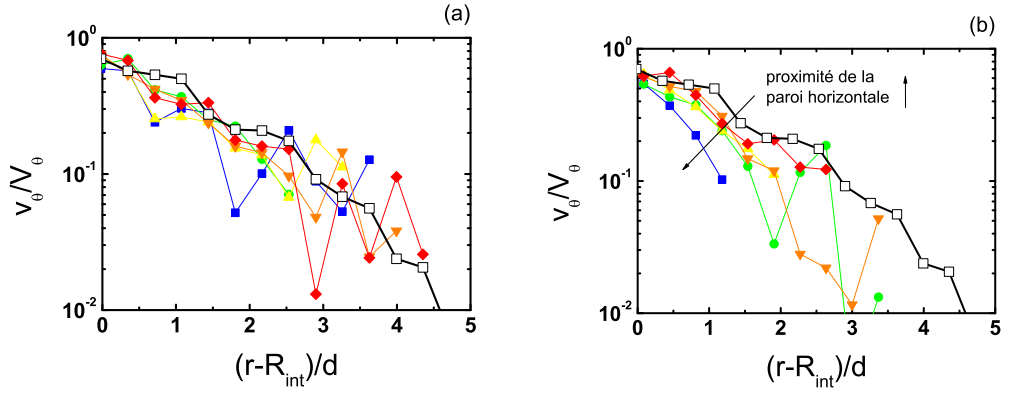


FIG. 5.10 – Profils de vitesse tangentielle  $v_\theta$  à proximité de la paroi horizontale inférieure (échelle semi-logarithmique), pour le cylindre avec des graines collées. (a) Paroi horizontale lisse (couches selon la figure 5.9a), (b) paroi avec des graines collées (couches selon la figure 5.9b). (■) couche 1, (●) couche 2, (▲) couche 3, (▼) couche 4 et (◆) couche 5. (□) Profil central.

## 5.6 Influence de la rugosité du cylindre interne

La figure 5.11 montre l'effet significatif de la rugosité du cylindre interne sur le profil de vitesse  $v_\theta(r)$ . On observe que le glissement à la paroi est plus fort pour le cylindre recouvert de papier de verre, ce qui conduit à un niveau de vitesse plus bas dans tout l'échantillon, en comparaison des deux autres cylindres (avec des graines collées et strié). Le cylindre avec le glissement le plus faible et les vitesses les plus élevées est le cylindre strié.

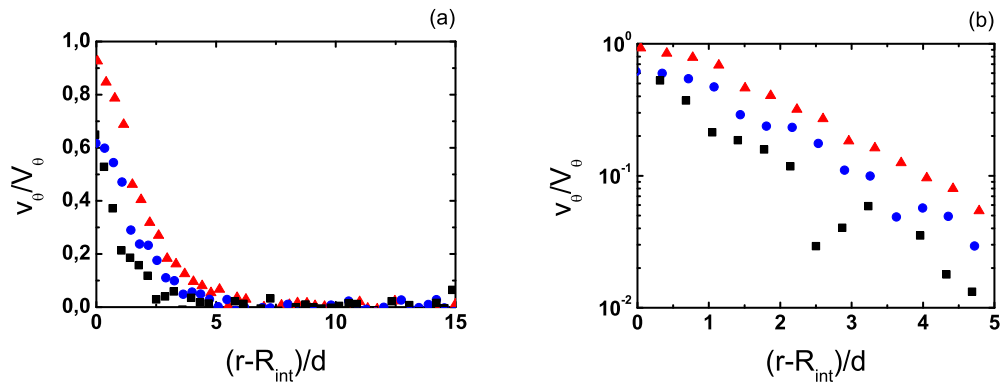


FIG. 5.11 – Profils de vitesse tangentielle  $v_\theta$  pour différentes rugosités du cylindre intérieur. (■) papier de verre, (●) graines collées et (▲) striée. (a) Échelle linéaire et (b) détail de la région proche du cylindre interne  $R_{int}$  en échelle semi-logarithmique.

### 5.6.1 Mesure du frottement à la paroi

À partir de la mesure du couple, on détermine le coefficient de frottement effectif à la surface des différents cylindres internes. En conservant une vitesse tangentielle à la paroi  $V_\theta = 3,14 \text{ mm/s}$  ( $1 \text{ tour/min}$ ), on applique les pressions de confinement  $P$  de 3,5 ; 8,5 ; 13,5 et 18,5 kPa, et on mesure le couple  $C$  dont on déduit la contrainte tangentielle à la paroi interne  $S = C/(2\pi R_{int}^2 H)$ .

La figure 5.12 montre la relation linéaire entre la contrainte de cisaillement à la paroi  $S$  et la contrainte de confinement  $P$  pour les trois cylindres. Cette linéarité permet l'attribution d'un coefficient de frottement effectif ( $\mu^{*p} = S/N$ , où  $N \approx P$ ), correspondant à la pente des courbes. D'autres auteurs [50, 108, 186, 187] n'observent pas non plus d'effets significatifs de la pression de confinement sur le coefficient de frottement.

La valeur plus faible de  $\mu^{*p}$  (0,35) est observée pour le cylindre recouvert du papier de verre, qui coïncide avec le glissement à la paroi le plus prononcé. Le cylindre strié possède la plus grande valeur de  $\mu^{*p}$  (0,4) et le glissement le plus faible. Le cylindre recouvert de graines collés présente un comportement intermédiaire ( $\mu^{*p} = 0,38$ ). On n'observe pas

d'effet significatif de la rugosité des parois horizontales sur la valeur de  $\mu^{*p}$ . Cela peut s'expliquer par une influence des parois horizontales limitée à leur voisinage, le reste de l'interface n'étant pas affecté, ce qui est cohérent avec les profils de vitesse observés.

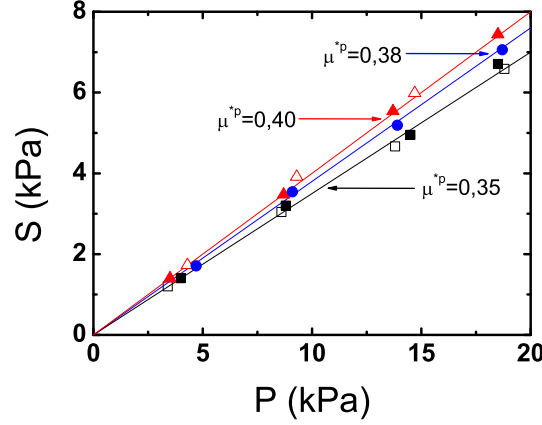


FIG. 5.12 – Contrainte tangentielle à la paroi interne  $S$  en fonction de la pression de confinement  $P$  pour différentes rugosités aux parois. (■, □) Paroi interne en papier de verre, (●) avec des graines collées et (▲, △) striée. Les symboles pleins indiquent les parois horizontales lisses tandis que les symboles creux les parois horizontales avec de billes de verre collées.

Le tableau 5.4 résume les résultats sur les profils de vitesse tangentielle  $v_\theta$  et le frottement effectif mesuré à la paroi  $\mu^{*p}$ . On y montre le paramètre de glissement  $V_\theta^+/V_\theta$ , l'épaisseur de la zone de cisaillement  $\lambda$  et  $\lambda^+$  (définis au § 2.7.1), et le frottement effectif à la paroi  $\mu^{*p}$ .

| Cylindre        | $R_n$                          | $V_\theta^+/V_\theta$ | $\lambda/d$ | $\lambda^+/d$ | $\mu^{*p}$ |
|-----------------|--------------------------------|-----------------------|-------------|---------------|------------|
| Strié           | $\approx 0,130$                | 0,93                  | 3,00        | 3,05          | 0,40       |
| Graines collées | $\approx 0,135$ <sup>1</sup>   | 0,62                  | 2,42        | 2,61          | 0,38       |
| Papier de verre | $\approx 0,001$ <sup>1 2</sup> | 0,54                  | 1,63        | 1,75          | 0,35       |

TAB. 5.4 – Influence de la rugosité : glissement, épaisseur de la zone de cisaillement et frottement effectif à la paroi.

D'une manière générale, plus  $\mu^{*p}$  est grand, plus la zone cisailée tend à être grande et plus faible le glissement des particules à la paroi. L'incohérence apparente de l'influence de  $R_n$  est résultat de la négligence du caractère tridimensionnel des rugosités obtenues

<sup>1</sup>Estimation négligeant le caractère 3D des rugosités.

<sup>2</sup>On considère une surface composée par des particules sphériques de  $d_p = 80 \mu m$ .

avec le collage de graines ou du papier de verre (les stries sont bidimensionnelles) dans son évaluation.

### 5.6.2 Comparaison avec d'autres mesures

Nous comparons nos mesures avec celles réalisées dans [128], par vélocimétrie IRM (voir tableau 5.5 pour le détail des expériences). Dans [128], des effets de vitesse importants ne sont pas observés, malgré une gamme plus élevée que celle utilisée dans nos essais.

| nom   | Particules                  | $R_{int}/d$ | $R_{ext}/d$ | $H/d$ | $V_\theta$ [mm/s] |
|-------|-----------------------------|-------------|-------------|-------|-------------------|
| Gr1   | moutarde<br>( $d = 1,5$ mm) | 20          | 40          | 66,7  | 0,314 – 3,14      |
| IRM2a | moutarde<br>( $d = 1,8$ mm) | 14          | 23          | 33    | 20 – 40           |
| IRM2b | pavot<br>( $d = 0,8$ mm)    | 32          | 51          | 75    | 45 – 90           |

TAB. 5.5 – Comparaison des différentes expériences de cisaillement annulaire. *Gr* correspond à nos résultats avec la paroi avec de graines collées. *IRM2a* et *IRM2b* correspondent aux résultats de [128].

Sur la figure 5.13 on compare *Gr* ( $V_\theta = 3,14$  mm/s), *IRM2a* ( $V_\theta = 20$  mm/s), *IRM2b* ( $V_\theta = 45$  mm/s). Dans tous les cas, une forme approximativement exponentielle du profil de vitesse est observée. On observe une tendance d'affaiblissement de la localisation à mesure que le rapport géométrique  $R_{int}/d$  augmente. Ce résultat est cohérent avec les résultats observés en simulation numérique (figure 3.36) et à l'ACSA (figure 4.27b).

## 5.7 Profil de compacité

Si la phase du signal IRM porte l'information sur les mouvements, son amplitude est liée à la quantité de protons. Une difficulté intrinsèque vient de ce que le profil de compacité est la transformée de Fourier du signal. En conséquence, le saut de concentration au voisinage du cylindre intérieur engendre des oscillations qui rendent difficiles la mesure de concentration tout près de cette interface (sur environ 3 mm). Pour limiter cet effet, on peut augmenter la résolution, mais surtout limiter le saut en quantité de protons (en utilisant un cylindre poreux imbibé d'huile, ou en réalisant un cylindre en graines collées) ou en éloignant autant que possible la discontinuité (en collant des graines à la paroi).

Ces mesures directes ne se sont pas avérées concluantes et nous avons ainsi préféré réaliser des images statiques de l'échantillon, ce qui nécessite une durée d'environ 9 heures. Chaque acquisition fournit l'image de 20 couches d'épaisseur de 0,5 cm ( $\approx 2,5d$ ). En analysant le niveau de gris sur des images réalisées avant (figure 5.14a) et après (figure

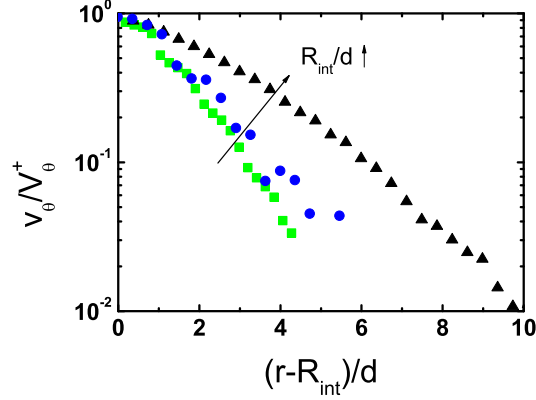


FIG. 5.13 – Profils de vitesse tangentielle normalisé  $v_\theta/V_\theta^+$ . (●) Gr, (■) IRM2a, (▲) IRM2b.

5.14b) le cisaillement, on obtient une information sur la densité de matière. Celle-ci reste une mesure relative et non absolue. On peut donc tracer les profils de compacité  $\nu(r)$  correspondants, normalisée par la compacité maximale mesurée  $\nu_m$  (voir figure 5.15).

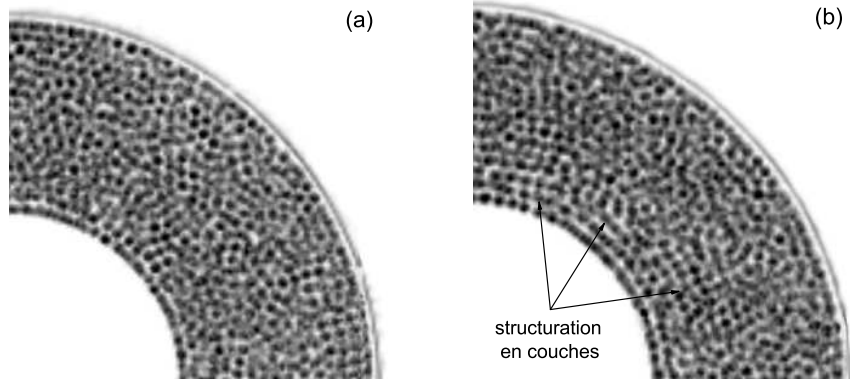


FIG. 5.14 – Images statiques d'un quart de l'échantillon permettant la détermination du profil de compacité. (a) Avant le cisaillement et (b) après le cisaillement (cylindre strié).

On observe que dans l'état initial, l'échantillon présente une compacité relativement homogène, obtenue par simple dépôt du matériau avec un entonnoir. A proximité du cylindre interne, on note une certaine organisation des particules en couche (oscillations de  $\nu(r)$ ). Après cisaillement (au moins 200 tours du cylindre interne, soit  $\approx 38 m$  de

déplacement à la paroi), la région localisée près de la paroi interne ( $r - R_{int} \lesssim 6d$ ) manifeste une diminution de la compacité en comparaison avec l'état initial. Ceci indique une dilatation du matériau dans cette région. La structuration près de la paroi interne devient plus nette (augmentation de l'amplitude des oscillations de  $\nu(r)$ ). Cet effet était déjà perceptible sur les images statiques (figure 5.14). On observe aussi une certaine structuration près de la paroi externe. En revanche, la zone  $7d \lesssim r - R_{int} \lesssim 12d$  n'est pas soumise à des changements de compacité significatifs. Ceci indique que les variations volumiques sont localisées dans la région proche de la paroi interne.

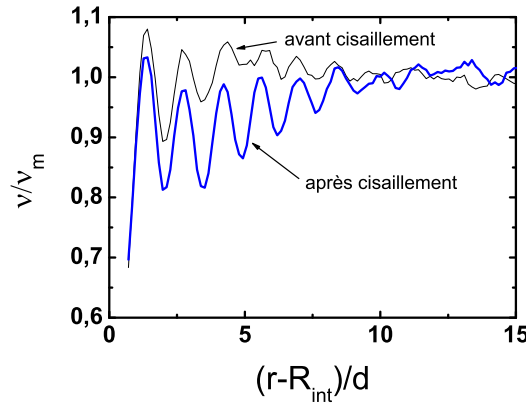


FIG. 5.15 – Profils de compacité normalisée  $\nu/\nu_m$  avant et après le cisaillement de l'échantillon.

## 5.8 Discussion sur la distribution des contraintes tangentielles $\sigma_{r\theta}$ et $\sigma_{\theta z}$

La détermination des champs de contraintes dans les cas bidimensionnel ou tridimensionnel d'un cisaillement annulaire stationnaire dans le régime quasi-statique sans frottement aux parois horizontales est faite au § 2.6.1. La prise en compte complète de l'effet des parois horizontales dépend de la rhéologie du matériau. Malgré cette difficulté, en fonction du mouvement des particules, caractérisé par le profil de vitesse tangentielle  $v_\theta$ , on est capable de comprendre la tendance du comportement en contraintes tangentielles ( $\sigma_{r\theta}$  et  $\sigma_{\theta z}$ ).

En l'absence de contraintes de cisaillement  $\sigma_{\theta z}$ , la contrainte de cisaillement  $\sigma_{r\theta}$  présente la forme  $\sigma_{r\theta} = SR_{int}^2/r^2$  (équation 2.10) indépendante de  $z$ . Il en est de même pour les profils de vitesse tangentielle  $v_\theta$ .

Les parois horizontales ont cependant tendance à "freiner" le mouvement du matériau granulaire, en développant une contrainte de cisaillement  $\sigma_{\theta z}$ . La contrainte de cisaillement  $\sigma_{r\theta}$  est reliée par conservation de quantité de mouvement à  $\sigma_{\theta z}$ . On reprend l'équation 2.9 :

$$\sigma_{r\theta}(r, z) = \frac{SR_{int}^2}{r^2} - \frac{1}{r^2} \int_{R_{int}}^r r'^2 \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial z} dr'. \quad (5.1)$$

Au § 5.6, on traite de l'effet de la proximité des parois horizontales sur le profil de vitesse (donc  $v_\theta$ ). Pour les parois horizontales lisses, on observe pas d'effet de  $z$  sur  $v_\theta$ . En supposant que les contraintes de cisaillement ne dépendent pas non plus de la hauteur, on a  $\sigma_{\theta z}(r, z) = \sigma_{\theta z}(r) (\mathbf{H}(z - \frac{H}{2}) - \mathbf{H}(z + \frac{H}{2}))$  (où  $\mathbf{H}$  est la fonction Heaviside). En intégrant sur la hauteur  $H$ , on a pour  $\sigma_{r\theta}$  :

$$\sigma_{r\theta}(r) = \frac{SR_{int}^2}{r^2} - \frac{2}{r^2 H} \int_{R_{int}}^r r'^2 \sigma_{\theta z}(r') dr'. \quad (5.2)$$

La valeur de  $\sigma_{\theta z}(r)$  doit dépendre des valeurs de frottement aux parois horizontales. Dans ce cas, pour chaque type de paroi horizontale (lisse ou rugueuse), on a une distribution différente de  $\sigma_{\theta z}(r)$  et en conséquence une distribution différente de  $\sigma_{r\theta}(r)$ . Si cette hypothèse était vraie, le profil de vitesse dans la zone centrale  $v_\theta(r)$  devrait être différent pour chaque type de paroi horizontale. Compte-tenu de la diminution plus rapide de la contrainte  $\sigma_{r\theta}(r)$  pour des valeurs plus grandes de  $\sigma_{\theta z}(r)$ , on aurait une localisation plus accentuée pour les parois horizontales rugueuses. Cependant, on n'observe pas ce comportement (voir figure 5.8b). La non influence de la hauteur et du type de paroi horizontale sur  $v_\theta(r)$  indique que la contrainte de cisaillement  $\sigma_{\theta z} \rightarrow 0$  dans la zone centrale. Dans la zone proche des parois horizontales (figure 5.11) on observe une décroissance de  $v_\theta$  dans le cas rugueux. Cela indique une probable diminution de  $\sigma_{r\theta}$  accompagnant donc une valeur de  $\sigma_{\theta z}$  non nulle à la paroi et s'affaiblissant rapidement à distance des parois horizontales.

## 5.9 Conclusions

De manière innovante, on a étudié le cisaillement annulaire d'un matériau granulaire avec l'aide d'un appareil IRM. Cette approche a nécessité la conception d'un nouveau contrôle de pression radiale, d'un réducteur de vitesses, et d'un capteur de couple non conventionnel. Du point de vue du développement de séquences IRM et du traitement de données, la séquence multi-couche représente un nouvel outil très adapté à l'étude de plusieurs régions de l'échantillon simultanément.

L'étude du cisaillement d'un milieu granulaire modèle (graines de moutarde) à différents niveaux de pression de confinement ( $3 - 18,5 \text{ kPa}$ ) a confirmé la non influence de ce paramètre dans le régime quasi-statique. Ce résultat est valable pour une gamme de pressions qui n'entraîne pas de déformation excessive des contacts pouvant conduire à la fragmentation des particules.

L'utilisation de différents types de rugosités sur le cylindre interne (stries, graines collées et papier de verre) et sur les parois horizontales (surface lisse, graines collées et papier de verre) ont permis l'application de conditions au bord variées en contrainte et en déformation.

Sur le cylindre interne, les mesures de couple associées aux pressions de confinement ont montré une augmentation du coefficient de frottement spécifique à la paroi  $\mu^{*p}$  selon le niveau croissant de la rugosité du cylindre. Ces résultats ne semblent pas être affectés par le type de rugosité des parois horizontales.

Le comportement en contrainte a été corroboré par les résultats en déplacements, caractérisé surtout par un glissement du milieu granulaire à la paroi décroissant avec le niveau croissant des rugosités. L'épaisseur de la zone de cisaillement, exprimée par le paramètre  $\lambda$ , s'est montrée plus grande pour les rugosités plus fortes.

On n'a pas observé d'effets significatifs de la rugosité des parois horizontales sur les profils de vitesse tangentielle  $v_\theta$  dans la zone centrale de l'échantillon. Pour les parois horizontales rugueuses, on observe un effet très localisé d'un gradient (selon  $z$ ) de  $v_\theta$  à mesure que l'on s'approche des parois horizontales. Pour les parois lisses, l'effet sur  $v_\theta$  semble négligeable. En conséquence, la zone centrale s'étend sur pratiquement toute la hauteur de l'échantillon pour le cas des parois horizontales lisses et sur quelques diamètres de grains en moins pour le cas rugueux, à cause des gradients localisés observés.

La tendance de la contrainte de cisaillement  $\sigma_{\theta z}$  à s'annuler dans la zone centrale expliquerait la non influence des parois horizontales sur la mesure de couple (fonction de la contrainte de cisaillement  $\sigma_{r\theta}$ ) et sur  $v_\theta$ .

L'imagerie d'une coupe horizontale de l'échantillon a permis l'évaluation du profil de compacité  $\nu$  du milieu granulaire. On a observé une légère structuration en couches à cause du contact avec le cylindre interne avant d'appliquer le cisaillement. Cette structuration a augmenté sensiblement après le cisaillement du milieu, s'accompagnant d'une diminution de la compacité dans la zone plus cisailée (à proximité du cylindre interne). Ce comportement indique un état initial dense, conduisant le matériau à une dilatation lors de son cisaillement.



Troisième partie

Synthèse et conclusions



# Chapitre 6

## Synthèse

### 6.1 Introduction

Après la présentation détaillée de nos résultats expérimentaux et numériques dans les chapitres 3, 4 et 5, dont nous avons donné des conclusions partielles en fin de chaque chapitre, nous souhaitons maintenant présenter une synthèse de ces différentes études. C'est l'occasion de faire, lorsqu'elles sont possibles, des comparaisons entre des mesures réalisées au moyen de différentes approches, et d'apporter des éclairages complémentaires sur certains phénomènes.

#### 6.1.1 Rappel des interrogations

Mais avant toute chose, il nous semble utile de rappeler quelques unes des principales questions qui ont motivé ces études, et que nous avons exposé en détail dans la partie « État des connaissances » (chapitres 1 et 2) :

- Est-on capable de séparer le comportement de la paroi du comportement du matériau en volume ?
- Existe-t-il une loi de comportement unique pour caractériser le comportement du milieu granulaire en régimes quasi-statique et inertiel ?
- Quelle est l'influence de la rugosité ?
- Quelle est l'influence de la géométrie ?
- Quelle est l'épaisseur de la zone de cisaillement ?

#### 6.1.2 Caractéristiques générales des trois approches

On a étudié le comportement d'interface à l'aide d'une géométrie annulaire de type Couette. On a discuté au chapitre 2 les caractéristiques principales de cette géométrie qui présente l'avantage d'éviter les effets des bords compte tenu de la symétrie cylindrique.

On a utilisé des milieux granulaires modèles avec des particules de forme circulaire en 2D, ou sphérique en 3D.

**Simulations Numériques** Les simulations (menées en deux dimensions) donnent accès à toutes les grandeurs locales : position, vitesse et accélération des particules, forces de contact. À cause de la taille relativement petite des échantillons (moins d’une vingtaine de milliers des particules) par rapport aux expériences réelles (tridimensionnelles), les études requièrent des procédures de moyenne pour produire des résultats exploitables. La grande liberté quant aux analyses possibles est seulement limitée par la capacité de calcul. On a étudié une série d’échantillons (tableau 6.1) dans lesquels on varie à la fois la dimension  $R_{\text{int}}/d$  et la rugosité à la paroi interne  $R_n$  (tableau 6.2) de manière à quantifier les effet respectifs de chacun de ces deux paramètres. L’étude du régime stationnaire est particulièrement simple puisqu’il suffit d’un échantillon cisailé pendant un temps suffisamment long pour avoir des résultats relativement clairs. L’étude du régime transitoire présente en revanche deux difficultés. La première est liée à la fabrication réaliste d’échantillons lâches. L’autre est la nécessité de réaliser une moyenne d’ensemble. On a étudié l’influence combinée de la vitesse de cisaillement et de la pression de confinement, ce qui a fait apparaître deux régimes différents.

| nom       | $R_{\text{int}}$ | $R_{\text{ext}} = 2R_{\text{int}}$ | $\Theta$ | $\Theta R_{\text{int}} \geq 40$ | nombre des particules du milieu |
|-----------|------------------|------------------------------------|----------|---------------------------------|---------------------------------|
| $R_{25}$  | 25               | 50                                 | $\pi/2$  | 40                              | 1500                            |
| $R_{50}$  | 50               | 100                                | $\pi/4$  | 40                              | 3100                            |
| $R_{100}$ | 100              | 200                                | $\pi/6$  | 50                              | 8000                            |
| $R_{200}$ | 200              | 400                                | $\pi/12$ | 50                              | 15700                           |

TAB. 6.1 – Résumé des géométries étudiées.

| nom           | $d_p$  | $R_n$    |
|---------------|--------|----------|
| $d_p\ 0,0625$ | 0,0625 | 0,000920 |
| $d_p\ 0,125$  | 0,125  | 0,00348  |
| $d_p\ 0,25$   | 0,25   | 0,0126   |
| $d_p\ 0,5$    | 0,5    | 0,0429   |
| $d_p\ 1$      | 1      | 0,134    |
| $d_p\ 2$      | 2      | 0,382    |
| $d_p\ 4$      | 4      | 1,00     |

TAB. 6.2 – Rugosités normalisées  $R_n$  étudiées.

**ACSA** L’appareil de cisaillement simple annulaire (ACSA), étant spécialement adapté aux conditions géotechniques, applique des contraintes de l’ordre d’une centaine de  $kPa$  (dans notre étude). Naturellement tridimensionnel, cet appareil permet de contrôler à la fois les composantes radiale et verticale du confinement (tableau 6.3). En fonction du couple mesuré, les déplacements étant imposés à la paroi interne, on détermine la

contrainte moyenne de cisaillement ( $\sigma_{r\theta}$ ). Le contrôle des essais est très pratique, permettant des changements de vitesse et de pression de confinement ainsi que l'acquisition des données (couple, confinement et rotation du cylindre interne) par un ordinateur. La visualisation par une fenêtre située à l'embase inférieure rend possible la détermination par traitement d'images du champ de déplacement du milieu granulaire. La répétition des essais qui demandent une procédure de moyenne, comme certains cas de corrélation d'images et/ou l'étude du transitoire, est assez difficile compte tenu de la complexité du montage et du démontage. Dans ce contexte, on a choisi une procédure de préparation cyclique pour les essais, qui permet facilement la répétition des essais avec un même échantillon. On a utilisé deux cylindres internes avec des stries triangulaires de différentes dimensions (rugueux et intermédiaire) et des particules (billes de verre) de multiples diamètres (tableau 6.4).

| <i>Chargement</i> | $P_r$ (kPa) | $P_z$ (kPa) |
|-------------------|-------------|-------------|
| $C_1$             | 67          | 100         |
| $C_2$             | 100         | 100         |
| $C_3$             | 150         | 100         |

TAB. 6.3 – Résumé des chargements.

| <i>Essai</i> | $d$ (mm) | <i>cylindre</i> | $R_n$          |
|--------------|----------|-----------------|----------------|
| 1            | 1,8      | intermédiaire   | $1,55.10^{-2}$ |
| 2            | 1,8      | rugueux         | $2,82.10^{-1}$ |
| 3            | 1,0      | rugueux         | $7,27.10^{-1}$ |
| 4            | 0,5      | rugueux         | 1,73           |
| 5            | 8,0      | rugueux         | $1,14.10^{-2}$ |
| 6            | 8,0      | intermédiaire   | $7,72.10^{-4}$ |
| 7            | 0,25     | intermédiaire   | $3,52.10^{-1}$ |

TAB. 6.4 – Résumé des essais et rugosité normalisée  $R_n$  associé.

**Mini-ACSA** Le Mini-ACSA est un appareil conceptuellement semblable à l'ACSA. De dimensions plus petites (facteur 3 par rapport à l'ACSA) et appliquant une contrainte de confinement plus faible (environ 10 kPa), les déplacements verticaux des parois horizontales étant limités, l'appareil permet la mesure du couple transmis au matériau granulaire par le cylindre intérieur. Surtout, l'appareil est insérable dans un imageur par résonance magnétique, ce qui rend possible la visualisation du champ de déplacement à l'intérieur de l'échantillon. Le choix du matériau granulaire est limité par la présence d'atomes d'hydrogène en phase « liquide », ce qui a conduit à l'utilisation de graines de moutarde comme milieu modèle. On a utilisé 4 surfaces différentes (lisse, striée, papier de verre collé et graines collées) pour étudier l'influence de la rugosité des parois du cylindre interne et horizontales (tableau 6.5). Le montage est assez pratique et la cellule légère. Le

contrôle exact de la position de rotation n'est pas encore mis en service, ce qui a conduit uniquement à des essais stationnaires.

| Cylindre        | Rugosité horizontale    | Pression (kPa)   | Vitesse (mm/s) |
|-----------------|-------------------------|------------------|----------------|
| Strié           | lisse                   | 3,5   8,5   13,5 | 0,314   3,14   |
| Graines collées | lisse                   | 3,5   8,5   13,5 | 0,314   3,14   |
|                 | Papier de verre         | 8,5              | 3,14           |
|                 | Billes de verre collées | 8,5              | 3,14           |
| Papier de verre | lisse                   | 3,5   8,5   13,5 | 0,314   3,14   |

TAB. 6.5 – Liste des essais de vélocimétrie.

**Influences de la rugosité et de la géométrie** Les simulations permettent de faire varier de manière indépendante la rugosité normalisée  $R_n$  et la géométrie  $R_{\text{int}}/d$ , ce qui permet de mesurer séparément l'influence de chacun de ces deux paramètres. Les expériences autorisent moins de flexibilité : les rayons intérieur  $R_{\text{int}}$  et extérieur  $R_{\text{ext}}$  sont fixés, de sorte que la variation de la géométrie ne dépend que du diamètre  $d$  des particules. Les rugosités du cylindre intérieur sont aussi limitées : 2 pour l'ACSA et 3 pour le mini-ACSA. La variation de  $R_n$  dépend donc essentiellement des variations de  $d$ . En conséquence, pour les expériences, il existe un couplage inhérent entre la rugosité normalisée  $R_n$  et le rapport géométrique  $R_{\text{int}}/d$ .

### 6.1.3 Annonce du plan

Nous allons d'abord comparer les régimes étudiés. Nous discuterons alors successivement les points suivants : la mobilisation du frottement, les profils de vitesse, les variations volumiques, le frottement effectif à la paroi et les régimes de cisaillement. Nous terminons par une comparaison avec deux modèles. Nous présenterons autant que possible des grandeurs sans dimension.

## 6.2 Comparaison entre les régimes (transitoire, cyclique, stationnaire)

Le milieu granulaire, lorsqu'il est cisailé avec des conditions aux bords constantes (en déplacements ou en contraintes), atteint un état stationnaire indépendant de son état initial. Mais l'évolution vers cet état stationnaire dépend fortement de l'état initial et des sollicitations. La figure 6.1 compare l'évolution du frottement effectif à la paroi  $\mu^*$  en fonction du déplacement  $D/d$  de la paroi, pour un état initial de densité maximale et pour un état issu d'une inversion du sens de rotation. On observe la convergence vers un même état stationnaire final [152].

Par simulation numérique, on a essentiellement étudié des grandeurs macroscopiques dans le régime transitoire, et mésoscopiques (champs de contrainte, déplacements, fluc-

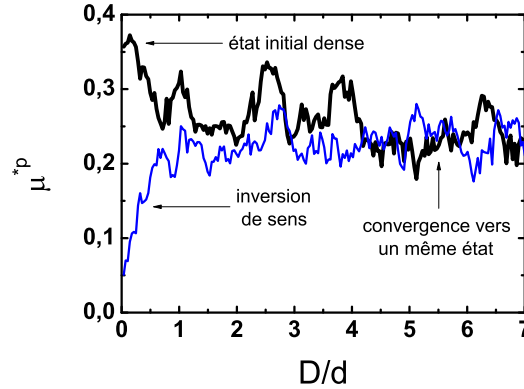


FIG. 6.1 – Évolution du frottement effectif à la paroi en fonction du déplacement de la paroi, pour deux états initiaux différents (dans la figure : sens du cisaillement). Simulations : géométrie  $R_{25}$ ,  $d_p = 1$  ( $R_n = 0,134$ ).

tuations...) dans le régime stationnaire. Les essais avec le Mini-ACSA concernent seulement le régime stationnaire.

Sous cisaillement cyclique, étudié à l'ACSA, le matériau atteint un état moyen indépendant de l'état initial, mais son comportement est transitoire à l'intérieur d'un cycle. On observe une forte évolution initiale de la contrainte de cisaillement  $S$  et des variations volumiques normalisées  $\Delta V_n$ . Cette phase est suivie par un comportement plus stable (figure 6.2). La partie initiale est complètement indépendante de la longueur du cycle (voir le § 4.5.1) tandis que la partie suivante présente une évolution distribuée au cours du cycle. En considérant des cycles de longueur suffisamment grande, on peut associer le caractère transitoire à la partie initiale et le caractère relativement stationnaire à l'évolution ultérieure. Le comportement de la contrainte de cisaillement s'inscrit bien dans cette logique, puisqu'à partir du point de référence 3b (figure 6.2) la contrainte est pratiquement constante. L'évolution de la variation volumique normalisée  $\Delta V_n$  reste plus sensible à la longueur des cycles.

On observe une similarité entre les états de contrainte dans le régime stationnaire (en sens unique) et sous cisaillement cyclique stabilisé. La figure 6.3 montre les résultats d'un essai cyclique avec une longueur  $a = 5$ , une géométrie  $R_{25}$  et un diamètre des particules  $d_p = 1$ . La contrainte normale durant le cycle est constante en moyenne et présente la même valeur mesurée dans le régime stationnaire  $N \approx 1,025$  (§ 3.3.1.2). Elle diminue lors des inversions de sens de rotation, jusqu'à  $N \approx 0,9$  (figure 6.3a). La même conclusion peut être faite pour le frottement effectif à la paroi  $\mu^{*p}$  (figure 6.3b). On observe qu'après un transitoire (très semblable à ce que l'on voit pour l'ACSA sur la figure 6.2a), la contrainte se stabilise à une valeur identique à celle observée pour le cas stationnaire en sens unique.

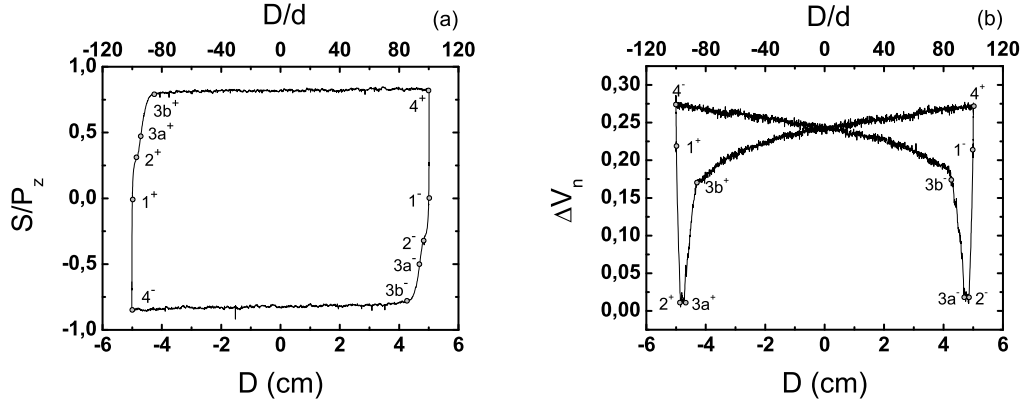


FIG. 6.2 – (a) Comportement de la contrainte de cisaillement à la paroi  $S$  et (b) de la variation volumique normalisée  $\Delta V_n$  durant un cycle d'un essai d'interface rugueuse (ACSA : essai 4, chargement  $C_2$ ,  $R_n = 1,73$ ).

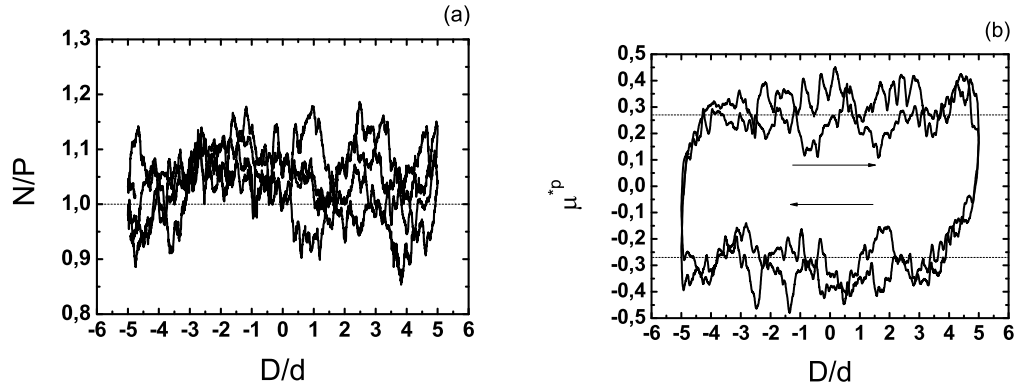


FIG. 6.3 – (a) Contrainte normale  $N$  et (b) frottement effectif  $\mu^*P$  à la paroi pour un essai cyclique (on montre deux cycles). Les lignes pointillées sur (b) représentent les valeurs obtenues en cisaillement stationnaire. Simulations : géométrie  $R_{25}$ ,  $d_p 1$  ( $R_n = 0,134$ ).

### 6.2.1 Évolution de l'épaisseur de la bande de cisaillement

On compare l'évolution de l'épaisseur de la bande de cisaillement  $\lambda/d$  (définie en 2.7.1) obtenue en simulation ( $R_{100}$ ,  $d_p 2$ ) et par corrélation d'images à l'ACSA (figures 6.4a et 6.4b, respectivement). Les deux géométries sont suffisamment rugueuses pour que le glissement à la paroi soit négligeable. Malgré les états initiaux distincts des échantillons (densité maximale en simulations, inversion du cisaillement pour l'ACSA), la similitude

entre les deux situations est visible. La zone de cisaillement semble se localiser durant la mobilisation du frottement, quelque soit l'état initial. En revanche, on remarque que les valeurs de  $\lambda/d$  sont assez différentes.

Pour un échantillon initialement dense et non cisailé, la localisation des déplacements tangentiels est conforme à l'intuition, puisque le matériau présente initialement une structure « solide » pour ensuite subir une rupture de son réseau de contact lors du cisaillement. Par contre, on observe une localisation similaire lorsque l'on part d'un état initial moins dense, pré-cisailé en sens inverse. Ce qui se passe alors au moment de l'inversion de sens, c'est une compaction instantanée de l'échantillon (figure 6.2b). On peut donc supposer que la localisation est associée à la diminution de la compacité (dilatation) dans la zone de cisaillement et n'est pas forcément liée à l'état de contraintes, puisque dans le cas initialement dense on a une chute de  $\mu^{*p}$  alors que lors de l'inversion du sens de rotation, on a une montée (figure 6.1).

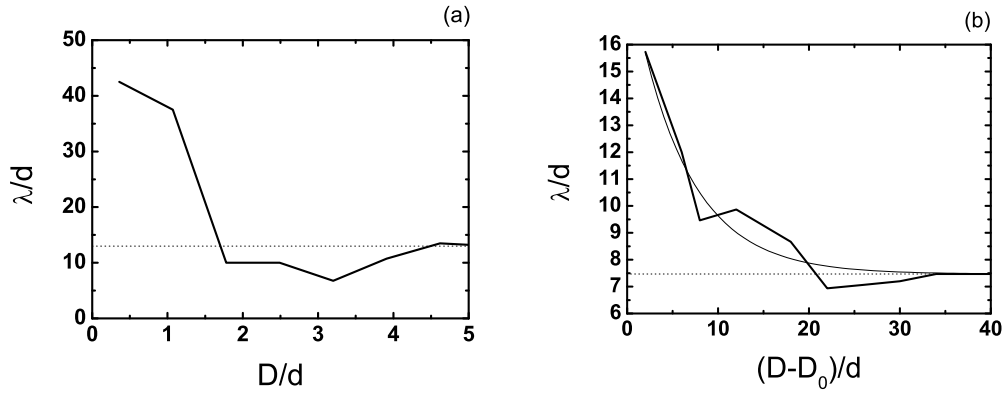


FIG. 6.4 – Évolution de l'épaisseur de la zone de cisaillement  $\lambda/d$  en fonction du déplacement de la paroi  $D/d$  (a) Simulations ( $R_{100}$ ,  $d_p/2$ ,  $R_n = 0,382$ ), (b) ACSA : essai 4 ( $R_n = 1,73$ ).

En négligeant toutes les différences entre les systèmes comparés : dimension ( $2D/3D$ ), géométrie ( $R_{int}/d$ ), rugosité à la paroi ( $R_n$  et forme des rugosités) et frottement entre particules ( $\mu$ ), on peut supposer que l'amplitude de la variation de  $\lambda/d$  dépend de la compacité dans l'état initial.

Un échantillon plus dense, qui passe par un pic de résistance au cisaillement, manifeste une diminution de  $\lambda/d$  plus forte qu'un échantillon moins dense. Aussitôt que le pic est dépassé dans la région proche de la paroi il peut y avoir localisation, plus sévère qu'en absence de pic parce que la région plus éloignée reste capable de supporter des contraintes plus élevées que la valeur présente.

En suivant cette même logique, il resterait à vérifier si dans un échantillon lâche, qui se compacte, la valeur de  $\lambda/d$  augmente jusqu'à atteindre sa valeur stationnaire.

### 6.2.2 Comportements volumiques total et cyclique

La variation volumique d'un échantillon correspond à la différence de compacité entre les états initial et final. En simulation, on mesure une variation volumique totale, entre la compacité maximale et la compacité stationnaire, soit une dilatation qui présente une limite asymptotique  $\Delta V_n$  (figure 6.5a).

Dans une situation cyclique stabilisée, il subsiste des variations cycliques autour d'une valeur moyenne d'intensités plus faibles que la variation résultante de l'évolution d'un état de compacité maximale vers la compacité de l'état stationnaire (figure 6.5b).

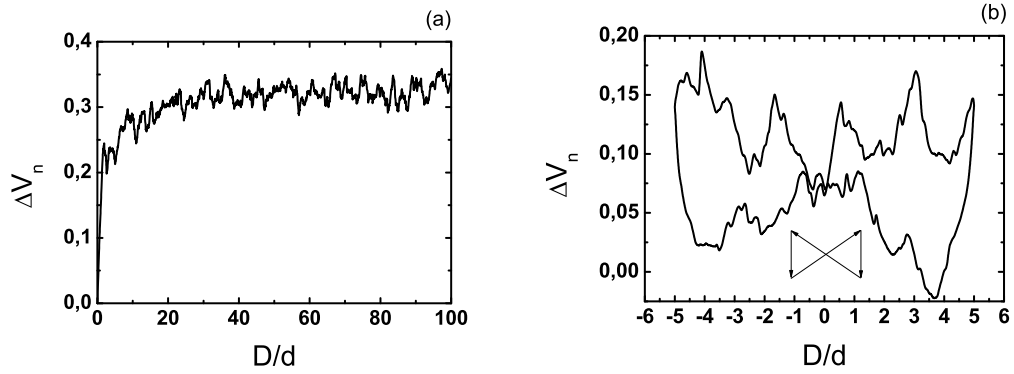


FIG. 6.5 – Variation volumique normalisée  $\Delta V_n$  en fonction du déplacement  $D/d$  de la paroi (a) pour un cisaillement en sens unique, (b) pour un cisaillement cyclique. Simulations en géométrie  $R_{25}$ ,  $d_p = 1$  ( $R_n = 0,134$ ).

### 6.3 Mobilisation du frottement

Dans les expériences cycliques à l'ACSA, on a utilisé des points de référence pour repérer les principaux changements de comportement du matériau au cours d'un cycle. Le point 1 marque le début d'un demi-cycle, où les contraintes de cisaillement s'annulent lors de l'inversion du sens de cisaillement. Le point 2 correspond au point limite de la compaction. La stabilisation relative des contraintes de cisaillement est représentée par le point 3 (ou 3b dans le cas rugueux). On appelle distance de mobilisation  $dm_{12}$  la distance parcourue par le cylindre interne à partir du point de référence 1 vers le point 2, qui représente la première partie de la mobilisation du frottement. La distance  $dm_{13}$  (du point 1 jusqu'au point 3) représente la mobilisation totale de la première et de la seconde partie du cisaillement.

Des parois plus rugueuses mobilisent le cisaillement sur une distance plus importante (figure 6.6a), correspondant aussi à des valeurs de contrainte de cisaillement à la paroi  $S$  plus élevées (figure 6.6b). Pour les parois moins rugueuses,  $R_n$  présente une influence

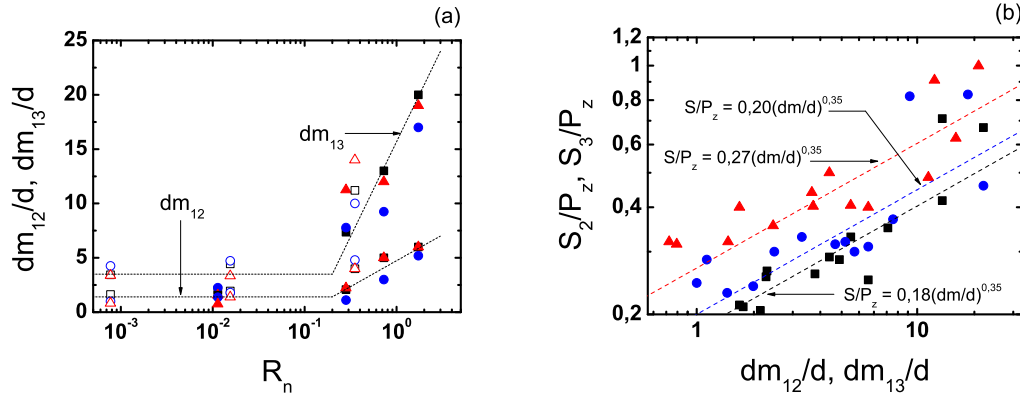


FIG. 6.6 – (a) Distance de mobilisation  $dm_{12}/d$  et  $dm_{13}/d$  en fonction de la rugosité. (■, □)  $C_1$ , (●, ○)  $C_2$  et (▲, △)  $C_3$ . Les symboles pleins correspondent au cylindre rugueux et les symboles creux correspondent au cylindre intermédiaire. (b) Rapport entre les contraintes de cisaillement  $S_2$  et  $dm_{12}/d$  (petites symboles),  $S_3$  et  $dm_{13}/d$  (grandes symboles). Les fonctions associées à chaque chargement accompagnent les lignes tiretées. Différents chargements : (■)  $C_1$ , (●)  $C_2$  et (▲)  $C_3$ . ACSA.

moins importante sur les valeurs de  $dm$ .

## 6.4 Profils de vitesse tangentielle

### 6.4.1 Influence des parois horizontales

À l'aide de l'imagerie par résonance magnétique, on constate que le matériau présente un profil de vitesse tangentielle  $v_\theta$  uniforme selon la coordonnée  $z$ . On voit très peu de variation au voisinage de parois horizontales lisses (figure 6.7a), et une diminution localisée de  $v_\theta$  au voisinage de parois horizontales rugueuses (figure 6.7b). Ce résultat est fondamental dans l'exploitation des résultats obtenus par corrélation d'image à l'ACSA. Il montre que l'on peut considérer quantitativement les profils de  $v_\theta$  obtenus à l'embase inférieure lisse en verre.

Le déplacement tangentiel est relativement peu affecté par la proximité des parois horizontales lisses (dans les situations étudiées). Par contre, pour les déformations radiales, calculées à partir des déplacements radiaux, les effets semblent notables dans les situations analysées. La figure 6.8a montre un profil du taux de déformation radiale (essai 2, chargement  $C_2$ ) qui indique de manière qualitative la concentration des variations volumiques près de la paroi interne. Par contre, quantitativement, on observe une grande différence entre le comportement apparent et le comportement volumique réel de l'échantillon (voir au § 4.6.4). Les désaccords semblent plus marquants pour les essais à fort  $R_n$  où l'on observe des dilatations plus élevées.

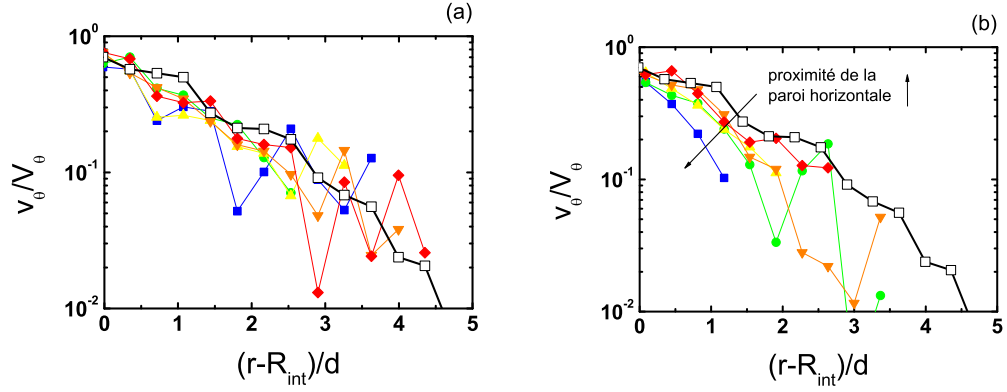


FIG. 6.7 – Profils de vitesse tangentielle normalisée  $v_\theta/V_\theta$  à proximité de la paroi horizontale inférieure (échelle semi-logarithmique), pour le cylindre avec des graines collées. (a) Paroi horizontale lisse (couches selon la figure 5.9a), (b) paroi avec des graines collées (couches selon la figure 5.9b). (■) couche 1, (●) couche 2, (▲) couche 3, (▼) couche 4 et (◆) couche 5. (□) Profil central. Mini-ACSA.

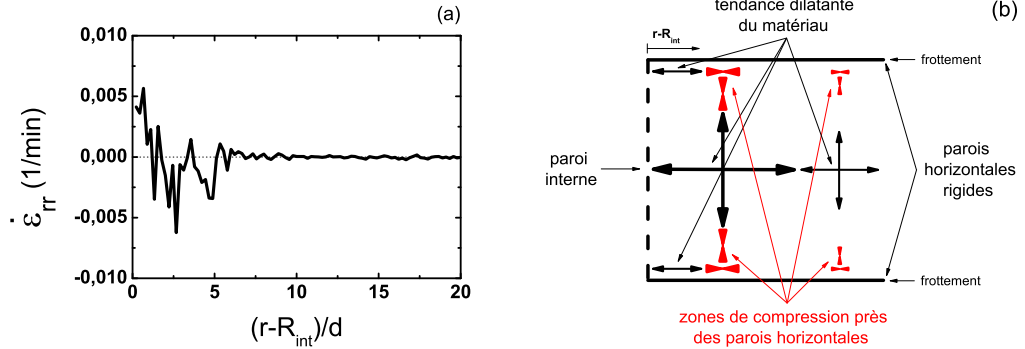


FIG. 6.8 – (a) Profils du taux de déformation radiale  $\dot{\varepsilon}_{rr}$  pour l'essai 2 (chargement  $C_2$ ,  $R_n = 0,282$ , profil moyenné sur  $-3 \text{ cm} \leq D \leq 2,6 \text{ cm}$ ). (b) Hypothèse explicative de l'effet des embases sur la dilatation de la région proche de la paroi. ACSA.

Une hypothèse pour expliquer cette divergence est l'effet limitant des parois horizontales sur le mouvement vertical et radial des particules à leur voisinage. Sur la figure 6.8b on propose un schéma très approximatif de l'effet des dilatations du matériau compris dans la zone de cisaillement. Loin des parois horizontales, le matériau se dilate horizontalement et aussi verticalement. Le déplacement vertical accumulé est partiellement limité par la présence des parois horizontales qui génèrent des zones de compression. Ce

comportement d'interface présente un effet direct sur le milieu en contact avec l'embase inférieure, ce qui rend difficile une évaluation cohérente par traitement d'image des variations volumiques apparentes. [36] obtient des résultats plus cohérents en comparant les variations volumiques totales et apparentes sous compaction d'un échantillon cisailé dans un seul sens à l'ACSA. Éventuellement, l'effet des parois horizontales est plus évident lors des cycles de dilatation-compaction ou moins évident en compaction qu'en dilatation.

### 6.4.2 Influence de la rugosité

On obtient dans toutes les approches (simulations et expériences en régime stationnaire) des profils de vitesse tangentielle localisés près de la paroi intérieure avec une décroissance de type exponentiel (figure 6.9). Cette forme peut varier selon le niveau de rugosité de la paroi.

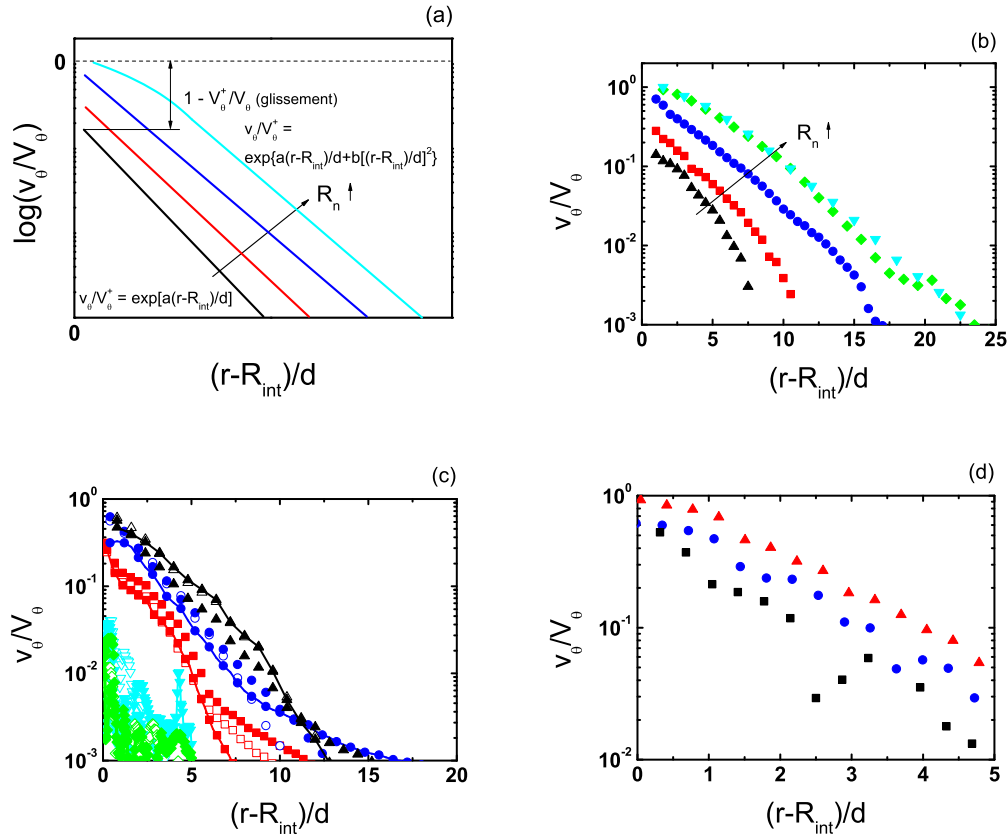


FIG. 6.9 – Exemples de profils de vitesse tangentielle normalisée  $v_\theta/V_\theta$  et effet de la rugosité (a) Schéma général, (b) simulations, (c) ACSA et (d) mini-ACSA.

### 6.4.3 Glissement à la paroi

L'influence de la rugosité sur le glissement à la paroi  $v_\theta/V_\theta$  mesurée par simulations est très similaire à celle mesurée à l'ACSA (figure 6.10). Les simulations ne montrent pas d'effet géométrique majeur (ce qui est important pour la comparaison avec les expériences, compte tenu du couplage entre  $R_n$  et  $R_{int}/d$ ). On observe un glissement beaucoup plus prononcé dans les expériences à l'ACSA pour une gamme similaire de rugosité normalisée  $R_n$ . On n'a pas d'éléments suffisants pour justifier cette différence à ce stade ; ce désaccord pourrait provenir de la différence de dimensionnalité (2D/3D) des deux approches.

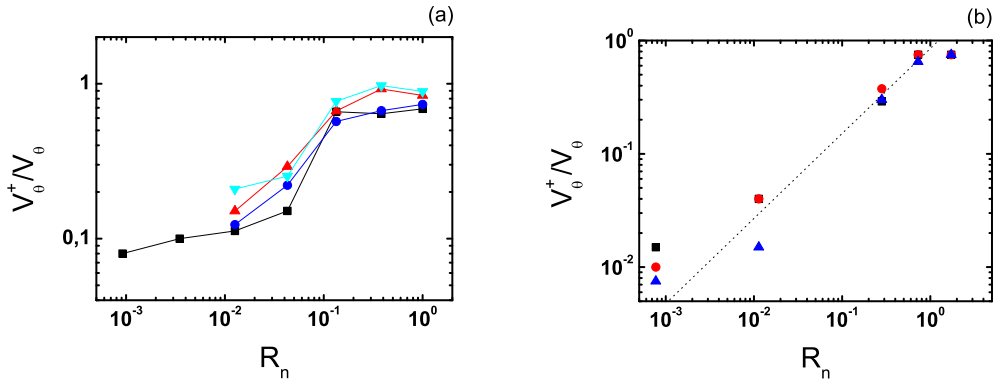


FIG. 6.10 – (a) Effet de la rugosité sur le glissement à la paroi  $V_\theta^+/V_\theta$  (a) en simulations (différentes géométries), (b) à l'ACSA (différents chargements).

### 6.4.4 Épaisseur de la bande de cisaillement

L'épaisseur de la zone de cisaillement  $\lambda/d$ , défini au § 2.7.1), dépend de la rugosité normalisée  $R_n$  (figure 6.11), compte tenu du glissement  $V_\theta^+/V_\theta$  (indépendamment des effets de la rugosité sur la forme des profils). Cela conduit à une diminution de  $\lambda/d$  lorsque  $R_n$  est plus faible.

En définissant l'épaisseur de la zone de cisaillement  $\lambda^+$  (§ 2.7.1) en fonction de la vitesse maximale du milieu granulaire, l'effet du glissement est directement pris en compte. De plus, au lieu de considérer la mesure à partir de  $R_{int}$ , on la prend à partir de  $R_{int} + d_p/2$  pour tenir compte de la perturbation du milieu causée par une valeur plus élevée de  $R_n$ . Sur la figure 6.11b, on vérifie que la caractérisation de la localisation par la grandeur  $\lambda^+/d$  réduit les effets apparents de la rugosité, ce qui rend plus cohérente l'analyse des résultats expérimentaux à l'ACSA.

La figure 6.12 montre  $\lambda^+/d$  en fonction de  $R_{int}/d$  pour les essais à l'ACSA. Malgré toutes les différences entre les deux systèmes, les formes observées selon les deux approches (simulations sur la figure 6.11b et ACSA sur la figure 6.12) sont similaires, avec

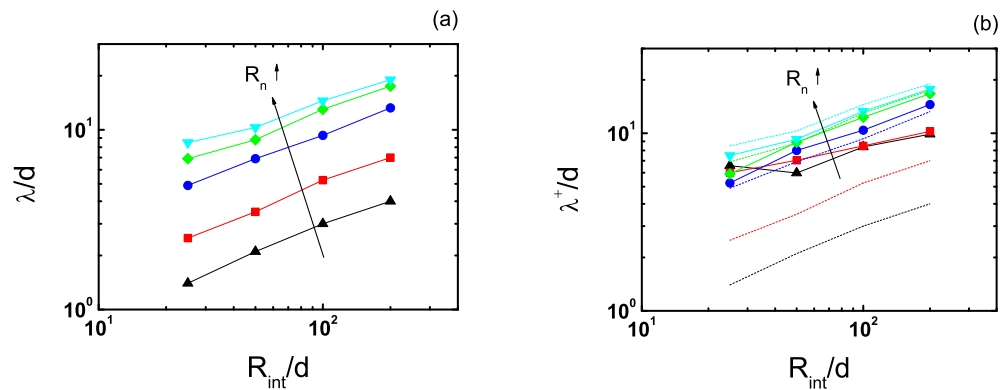


FIG. 6.11 – Épaisseur de la zone cisailée en fonction de la géométrie  $R_{\text{int}}/d$  pour différentes rugosités de la paroi : ( $\blacktriangle$ )  $d_{p\ 0,25}$  ( $R_n = 0,0126$ ), ( $\blacksquare$ )  $d_{p\ 0,5}$  ( $R_n = 0,0429$ ), ( $\bullet$ )  $d_{p\ 1}$  ( $R_n = 0,134$ ), ( $\blacklozenge$ )  $d_{p\ 2}$  ( $R_n = 0,382$ ), ( $\blacktriangledown$ )  $d_{p\ 4}$  ( $R_n = 1,0$ ). (a)  $\lambda/d$ , (b)  $\lambda^+/d$  en comparaison avec  $\lambda/d$  en lignes pointillés. Simulations.

des épaisseurs de zone cisailée  $\lambda^+$  plus grandes pour des rapports  $R_{\text{int}}/d$  plus élevés.

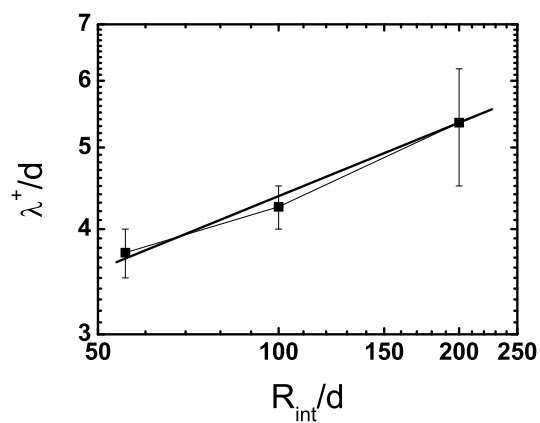


FIG. 6.12 – Épaisseur de la zone cisailée  $\lambda^+/d$  en fonction de la géométrie  $R_{\text{int}}/d$ . ACSA chargement  $C_2$ .

## 6.5 Variation volumique

### 6.5.1 Variation volumique normalisée

Malgré la différence d'ordre de grandeur entre les variations volumiques totales mesurées avec les simulations  $\Delta V_n^{\max}$  et les variations cycliques mesurées durant les essais à l'ACSA  $\Delta V_n^{2-4}$ , on observe de fortes similitudes (figure 6.13) : ainsi pour ce qui concerne l'influence générale de  $R_n$ . Les simulations (figure 6.13a) montrent clairement les influences respectives de la rugosité normalisée  $R_n$  et de la géométrie  $R_{\text{int}}/d$ . Concernant les essais à l'ACSA, l'influence de  $R_{\text{int}}/d$  peut être évaluée qualitativement en comparant des situations dont les  $R_n$  sont proches mais avec des  $R_{\text{int}}/d$  distincts. Les deux approches montrent que l'influence de la géométrie est plus marquée pour les valeurs de  $R_n$  plus élevées.

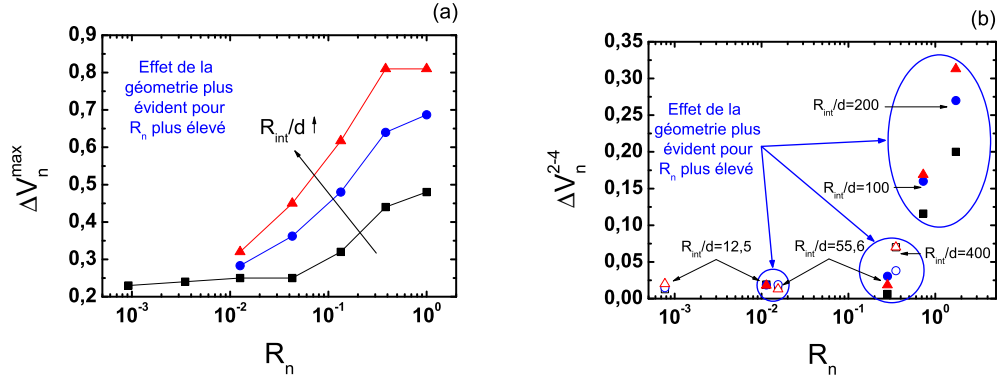


FIG. 6.13 – Variation volumique normalisée  $\Delta V_n$  maximale en fonction de la rugosité normalisée  $R_n$ . (a) Résultat de simulations avec différentes géométries. (■)  $R_{25}$ , (●)  $R_{50}$ , (▲)  $R_{100}$ . (b) Résultat des expériences à l'ACSA pour différents chargements : (■, □)  $C_1$ , (●, ○)  $C_2$  et (▲, △)  $C_3$ , en fonction de la rugosité normalisée  $R_n$ . Les symboles pleins correspondent au cylindre rugueux et les symboles creux correspondent au cylindre intermédiaire.

### 6.5.2 Relation avec l'épaisseur de la zone de cisaillement

Les variations volumiques sont concentrées dans la zone de cisaillement. Une zone plus épaisse induit une variation volumique normalisée  $\Delta V_n$  plus intense (figure 6.14). On constate une relation entre  $\Delta V_n^{\max}$  (dans les simulations, pour  $R_{\text{int}}/d \geq 50$ ) ou  $\Delta V_n^{2-4}$  (dans les expériences à l'ACSA) et  $\lambda/d$ , du type :  $\Delta V_n = a(\lambda/d)^b$ .

Ce résultat indique une relation directe entre le champ de déplacement tangentiel et la variation de compacité dans la zone de cisaillement, indépendante des géométries et

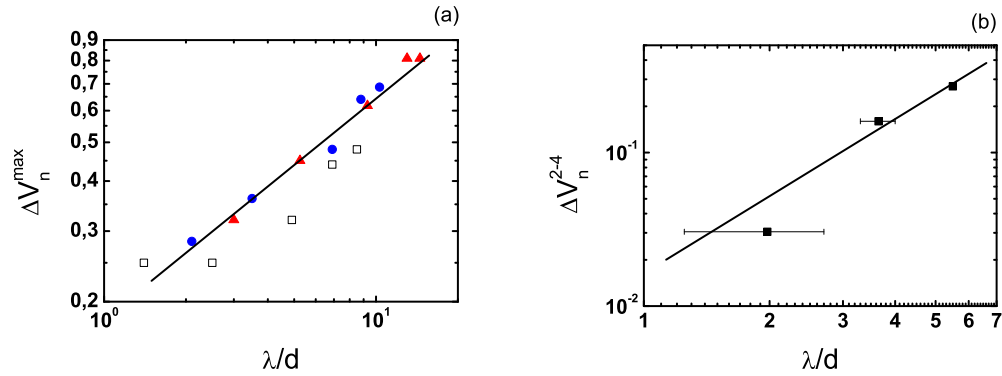


FIG. 6.14 – Variation volumique normalisée  $\Delta V_n$  en fonction de l'épaisseur de la zone de cisaillement  $\lambda/d$ . (a) Résultat des simulations (cisaillement en sens unique) ( $\square$ )  $R_{25}$ , ( $\bullet$ )  $R_{50}$ , ( $\blacktriangle$ )  $R_{100}$ . (b) Résultat avec l'ACSA (cisaillement cyclique).

des rugosités. Le même comportement est observé pour deux états initiaux distincts (de densité maximale et pré-cisaillement cyclique).

### 6.5.3 Profil de compacité et effet de paroi

L'état initial des échantillons dans les simulations et les expériences au mini-ACSA est assez homogène loin des parois, mais présente une petite diminution de la compacité  $\nu$  au voisinage de la paroi intérieure (figure 6.15).

Au cours du cisaillement, on observe une dilatation des échantillons, qui s'explique par une diminution moyenne de la compacité dans la zone de cisaillement, près de la paroi interne. Cette diminution de la compacité est associée à une structuration des particules en couches, qui peut être évaluée par les oscillations de  $\nu$  autour de sa valeur moyenne [64, 75, 128, 173]. L'amplitude des oscillations diminue et la compacité moyenne augmente lorsqu'on s'éloigne de la paroi intérieure. Ce comportement est bien comparable dans les deux approches, simulations et mini-ACSA.

## 6.6 Frottement effectif à la paroi

Les simulations montrent que l'influence de la rugosité normalisée  $R_n$  sur la valeur de frottement effectif à la paroi  $\mu^{*p}$  dépend de la géométrie (figure 6.16a), notamment pour les fortes et faibles valeurs de  $R_n$ .

Pour les parois moins rugueuses, l'effet de la géométrie se manifeste apparemment uniquement pour  $R_{\text{int}}/d < 50$  (dans les simulations). Cet effet peut donc être présent dans les expériences à l'ACSA (figure 6.16b), en augmentant la valeur de  $\mu^{*p}$ , car les deux essais de plus faible  $R_n$  (essais 5 et 6) présentent  $R_{\text{int}}/d = 12, 5$ .

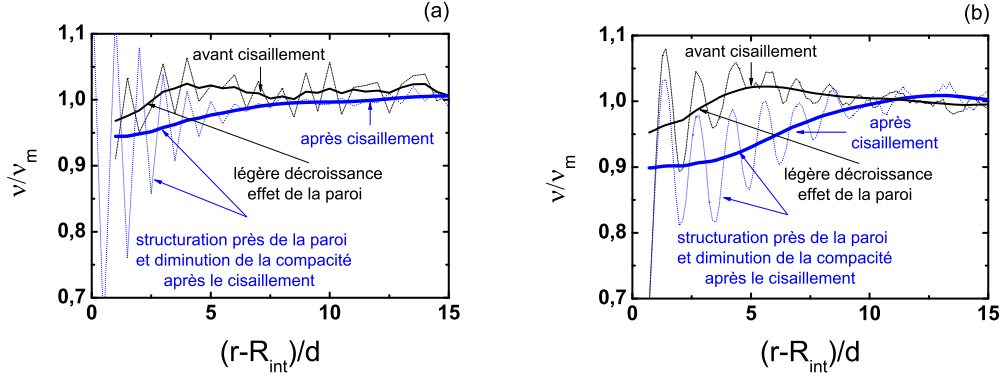


FIG. 6.15 – Profil de compacité  $\nu$  avant et après le cisaillement (a) simulation ( $R_{50}$ ,  $d_p 1$ ,  $R_n = 0,134$ ), (b) mini-ACSA (cylindre strié). Les courbes tiretée et continue correspondent à des moyennes glissantes sur  $1/2$  grain et sur 3 grains.

Pour les parois plus rugueuses, on constate qu'à mesure que  $R_{\text{int}}/d$  augmente, le frottement effectif à la paroi décroît jusqu'à la valeur du frottement interne du matériau granulaire (discussion au § 3.3.1.3). A l'ACSA, le rapport géométrique le plus fort vaut  $R_{\text{int}}/d = 200$ , ce qui signifie, en considérant une similarité avec le résultat des simulations, qu'il existe un effet géométrique sur les résultats. Cette hypothèse est cohérente vu que le coefficient de frottement d'interface maximale apparent obtenu pour les essais à l'ACSA est  $\bar{\mu}_{ap 4} = 0,84$  ( $\delta_{ap}^* = 40^\circ$ ) plus grand que l'angle de frottement interne  $\phi$  des billes de verre ( $\phi < 30^\circ$ ,  $\mu_0^* = 0,58$  [74]). Autre raison possible est une valeur de la contrainte normale à la paroi  $N$  de valeur plus élevée que la pression de confinement  $P$ , ce qui conduirait à des valeurs plus élevées de la contrainte de cisaillement  $S$ . Des expériences récentes réalisées dans le cadre de la thèse de Y. Messen indiquent un valeur de  $N > P$  dans les phases transitoires pour un matériau dense.

## 6.7 Régimes quasi-statique et inertiel

Les études expérimentales ont été limitées à l'étude du régime quasi-statique. Nous nous sommes en revanche permis d'étudier aussi le régime inertiel dans le cadre des simulations numériques. L'augmentation au-delà d'un certain niveau de la vitesse de cisaillement (ou l'augmentation de la masse des particules, ou la diminution de la pression de confinement) entraîne l'apparition d'effets inertiels dans le système. On peut identifier la transition entre les régimes quasi-statique et inertiel à l'aide du nombre inertiel  $I = \dot{\gamma} \sqrt{m/\sigma_{rr}}$ .

Dans le régime inertiel, le matériau granulaire se comporte plutôt comme un fluide visco-plastique, dont le frottement effectif varie comme  $\mu^* = \mu_{\text{min}}^* + aI$ , indépendamment d'effets géométriques (figure 6.17a).  $\mu_{\text{min}}^*$  correspond à la valeur du frottement interne

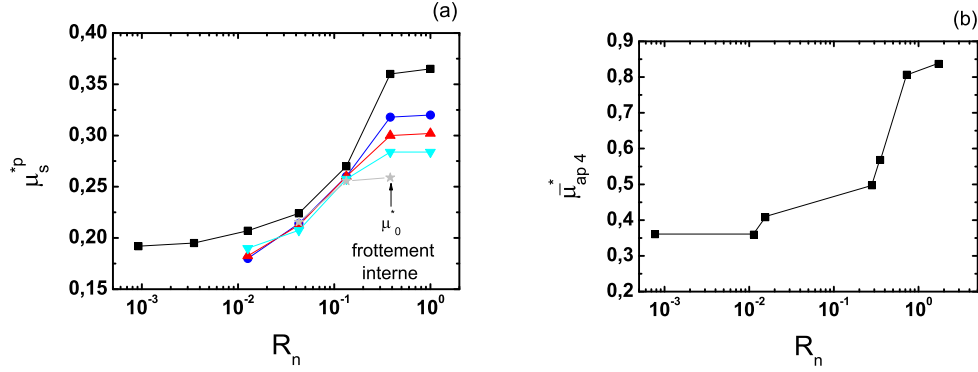


FIG. 6.16 – Influence de la rugosité normalisée  $R_n$  (a) sur le frottement effectif  $\mu_s^{*p}$  simulations - différentes géométries. (■)  $R_{25}$ , (●)  $R_{50}$ , (▲)  $R_{100}$ , (▼)  $R_{200}$ , (★) cisaillement plan. (b) Et sur le frottement effectif apparent maximal à l'ACSA  $\mu_{ap 4}^*$ .

du matériau  $\mu_0^*$  (figure 6.16a). On observe cependant des déviations, pour  $I \lesssim 0,02$  (figure 6.17b), d'autant plus importantes que  $R_{\text{int}}/d$  est petit, c'est-à-dire que l'hétérogénéité des contraintes augmente.

Ce résultat confirme que les différences dans les valeurs limites maximales du frottement à la paroi  $\mu^{*p}$  en fonction de  $R_{\text{int}}/d$ , en régime quasi-statique, ne sont pas uniquement un effet de l'hétérogénéité des contraintes, intrinsèque à la géométrie annulaire étudiée, mais aussi un effet de paroi. Une hypothèse est que la courbure de la géométrie associée à l'organisation des particules en contact avec une paroi fortement rugueuse, crée une zone renforcée du matériau au voisinage de la paroi. Cette zone serait donc capable de supporter un frottement effectif plus élevé.

## 6.8 Discussion de deux modèles

Nous abordons maintenant la discussion de deux modèles récemment proposés pour décrire le comportement d'un matériau granulaire cisailé près d'une interface. Clairement, notre discussion n'est pas exhaustive car on pourrait choisir de discuter d'autres modèles (Picard [137], Staron [178]). Les deux modèles en question nous semblent cependant d'une part assez exemplaires de type d'approches qui peuvent être proposées pour le comportement d'interface des matériaux granulaires, d'autre part, somme toute assez simples pour pouvoir donner lieu à discussion et comparaison avec nos résultats. Le premier est plutôt d'inspiration physique, au sens où il se fonde sur un scénario d'évolution de la microstructure du matériau (fracture autosimilaire). Le second est plutôt d'inspiration mécanique, dans la mesure où il propose d'enrichir la description de la mécanique des milieux continus par une variable supplémentaire (associée à la rotation des grains).

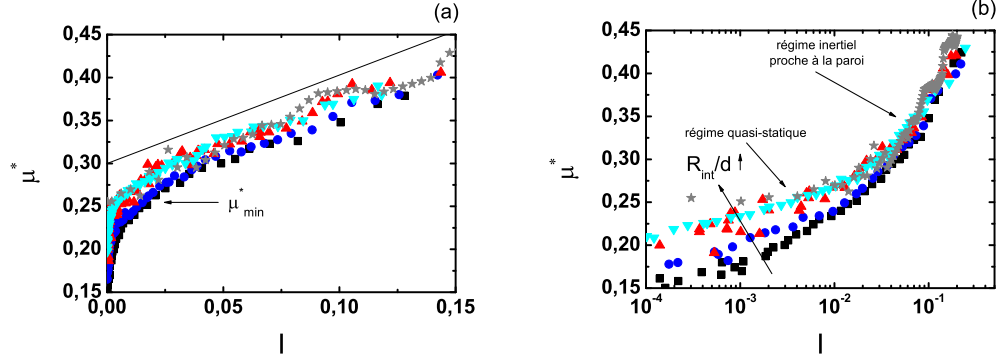


FIG. 6.17 – Frottement effectif  $\mu^*$  en fonction du nombre inertiel  $I$  pour plusieurs géométries : cisaillement annulaire ( $V_\theta = 2, 5$ ), et cisaillement plan [58]. (a) échelle linéaire (la ligne continue indique une pente d'environ 1), (b) échelle semi-logarithmique. (■)  $R_{25}$ , (●)  $R_{50}$ , (▲)  $R_{100}$ , (▼)  $R_{200}$ , (\*) cisaillement plan (simulations).

### 6.8.1 Modèle de fracture auto-similaire

#### 6.8.1.1 Description du modèle

Le modèle dit *autosimilaire*, proposé par [63], cherche à expliquer le comportement en déformation quasi-statique d'une interface granulaire par une succession de fractures transitoires continues de blocs (ou « clusters ») de particules. À mesure que la distance à la paroi augmente, le mouvement dépendrait de réarrangements de blocs de taille plus grande.

Par simplicité, on considère une distribution homogène de la compacité. Pour  $R_{\text{int}}$  suffisamment grand, on considère que la probabilité  $p_0$  de glissement entre deux particules situées dans des couches consécutives est indépendante de la position. En utilisant la taille  $d$  des grains comme échelle de longueur, on considère que la taille des clusters dépend linéairement de la distance à la paroi (figure 6.18). Cette hypothèse s'inspire d'études du comportement de polymères [62].

Le nombre de particules qui sont à la frontière d'un cluster de taille  $r - R_{\text{int}}$  est égal à :

$$N_g = \left( \frac{r - R_{\text{int}}}{d} \right)^{D_{\text{im}} - 1}, \quad (6.1)$$

où  $D_{\text{im}}$  est la dimension du problème (2 ou 3). La probabilité pour que cet ensemble de particules devienne instable vaut  $p_0^{N_g}$  (glissement simultané de toutes les  $N_g$  particules).

L'échelle de temps associée à cet ensemble de particules est définie par

$$\tau(r) = \frac{r - R_{\text{int}}}{V_\theta}, \quad (6.2)$$

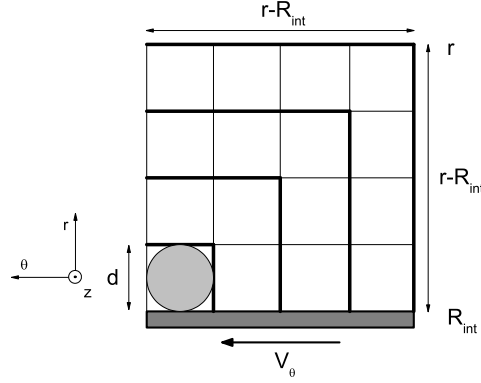


FIG. 6.18 – Schéma de la distribution (dans toutes les directions) de clusters de taille inférieure à  $(r - R_{\text{int}})$ .

$V_\theta$  étant la vitesse de la paroi. Comme on suppose que la première couche de particules est complètement entraînée par la paroi, considérée comme parfaitement rugueuse, sans aucun glissement, le mouvement du système est lié à deux échelles de temps : l'échelle plus lente du mouvement des blocs  $\tau(r - R_{\text{int}})$  et l'échelle plus rapide du mouvement à la paroi  $\tau(d) = d/V_\theta$ .

En considérant une rupture tangentielle pour que le mouvement ait lieu, une particule située à une distance  $r - R_{\text{int}}$  de la paroi a  $N_g$  positions possibles le long de la ligne (en 2D) ou du plan (en 3D) de rupture. Le taux de glissement d'une ligne ou surface de rupture sur  $r - R_{\text{int}}$ ,  $\mathbf{P}(r - R_{\text{int}})$  s'écrit donc :

$$\mathbf{P}(r - R_{\text{int}}) = AN_g(p_0)^{N_g} \frac{V_\theta}{r - R_{\text{int}}}, \quad (6.3)$$

où  $A$  est une constante introduite pour la normalisation. Au moment de la fracture, toutes les particules situées à une distance inférieure à  $r - R_{\text{int}}$  de la paroi sont animées de la vitesse  $V_\theta$ , tandis que les autres ne sont pas en mouvement.

La vitesse tangentielle moyenne  $v_\theta(r - R_{\text{int}})$  est obtenue par

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial r} = -\mathbf{P}(r). \quad (6.4)$$

En appliquant  $v_\theta(R_{\text{int}}) = V_\theta$  et  $v_\theta(\infty) = 0$  comme conditions aux bords, on obtient une distribution exponentielle pour  $v_\theta$  dans le cas bidimensionnel ( $D_{\text{im}} = 2$ )

$$v_\theta = V_\theta e^{-\lambda(r - R_{\text{int}})/d}, \quad (6.5)$$

où  $\lambda = -\ln(p_0)$ . Dans le cas tridimensionnel ( $D_{\text{im}} = 3$ ), on obtient une forme gaussienne pour  $v_\theta$

$$v_\theta = V_\theta e^{-\left(\frac{r-R_{\text{int}}}{2(\sigma d)}\right)^2}, \quad (6.6)$$

où  $\sigma^2 = -\frac{1}{2\ln(p_0)}$ .

### 6.8.1.2 Commentaires

Ce modèle fait plusieurs hypothèses, la principale étant le rapport linéaire de la cohérence du mouvement des particules formant un bloc avec la distance à la paroi (pas clair). Cette considération est responsable de la forme de  $\mathbf{P}(r - R_{\text{int}})$  comme fonction de  $p_0$ . Le modèle ne considère pas de dépendance de  $p_0$  avec la position (assez probable en géométrie non plane) ou avec la compacité, qui est toujours perturbée à l'interface.

A partir de nos résultats, on observe que la rugosité de la paroi joue un rôle très important dans la forme du profil de vitesse tangentielle. Cette influence ne se limite pas seulement à la valeur du glissement. Malgré l'hypothèse d'adhérence parfaite de ce modèle, la forme exponentielle du profil de vitesse obtenue par ce modèle semble plus proche des situations de faible rugosité où le glissement est intrinsèque. La contrainte de cisaillement étant plus faible pour une faible rugosité, le mouvement du matériau est activé seulement par le mouvement de la paroi, qui cause une fluctuation des déplacements et des contraintes, vu que en situation statique, le matériau serait capable de supporter les efforts, en restant solide. Dans le cas d'une paroi rugueuse, on observe l'influence de la géométrie, outre le changement de forme du profil de vitesse, ce qui requiert donc des hypothèses plus complexes.

## 6.8.2 Modèle frictionnel de Cosserat

Malgré le comportement macroscopique parfaitement plastique d'un essai de cisaillement en stationnarité, le comportement des échantillons annulaires ne peut pas être modélisé avec des rhéologies parfaitement plastiques [189]. De tels modèles produisent invariablement une zone plastique infiniment fine localisée contre le cylindre centrale, et un matériau rigide partout ailleurs [36].

On analyse maintenant le modèle de Mohan [124] qui est applicable à des situations de cisaillement stationnaire. On présente d'abord les équations d'équilibre adaptées aux milieux de Cosserat, puis la loi de plasticité associée, utilisée pour décrire le matériau en régime stationnaire. Ensuite, on utilise deux solutions analytiques décrites dans [124] pour vérifier la cohérence de la méthode par rapport à nos résultats de simulations numériques. On vérifie l'influence du frottement effectif à l'interface, en cisaillement plan, et l'influence de la géométrie en cisaillement annulaire.

### 6.8.2.1 Équations d'équilibre

Les équations de conservation de masse, quantité de mouvement et moment angulaire, en l'absence des forces et moments volumiques, s'écrivent

$$\frac{D\rho}{Dt} + \text{div}(\rho \underline{v}) = 0, \quad (6.7)$$

$$\rho \frac{D\underline{v}}{Dt} + \text{div}(\underline{\underline{\sigma}}) = 0, \quad (6.8)$$

$$\rho \frac{D(\mathbf{I} \cdot \underline{\omega})}{Dt} + \text{div}(\underline{\underline{M}}) - \underline{\underline{\epsilon}} : \underline{\underline{\sigma}} = 0, \quad (6.9)$$

où  $\frac{D}{Dt}$  représente la dérivée matérielle,  $\mathbf{I}$  est le tenseur intrinsèque d'inertie,  $\underline{\omega}$  est la vitesse angulaire moyenne et  $\underline{\underline{\epsilon}}$  est le tenseur alternant. Généralement, pour déterminer  $\mathbf{I}$ , la distribution de taille, forme et orientation des particules est nécessaire. Cependant, comme on traite ici du cas stationnaire, le terme qui contient  $\mathbf{I}$  disparaît.

### 6.8.2.2 Critère de plasticité

Le critère de plasticité d'un milieu continu est de la forme  $F(\underline{\underline{\sigma}}, \nu) < 0$ , où  $F$  est une fonction scalaire dépendant du tenseur des contraintes  $\underline{\underline{\sigma}}$  et de la fraction volumique  $\nu$ . Pour  $F = 0$ , il apparaît des déformations plastiques ou irréversibles.

Dans le modèle de Mohan, le critère de plasticité est basé sur un critère étendu de Von Mises de la forme

$$F = \tau(J_2) - Y(J_1, \nu), \quad (6.10)$$

où  $\tau$  est une fonction de  $J_2$ , le deuxième invariant du tenseur déviateur (défini dans la suite) de contrainte.  $Y$  est la fonction de plastification, qui dépend de  $J_1$ , le premier invariant de  $\underline{\underline{\sigma}}$ .

La généralisation de l'équation 6.10 pour un milieu de Cosserat demande que  $\tau$  soit fonction aussi de  $\underline{\underline{M}}$ . Selon [13, 60, 182]  $\tau$  est définie comme

$$\tau = \left( a_1 \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} + a_2 \sigma'_{ij} \sigma'_{ji} + \frac{1}{(Ld)^2} M_{ij} M_{ij} \right), \quad (6.11)$$

où  $\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - (1/3)\sigma_{kk}\delta_{ij}$  est le tenseur déviateur de contraintes,  $\delta_{kk}$  le delta de Kronecker, et  $a_1$ ,  $a_2$  et  $L$  sont des paramètres du matériau avec  $d$  le diamètre des particules.

Le paramètre  $Ld$  définit une longueur caractéristique du matériau, peut-être liée à la longueur des chaîne de force [93] ou au diamètre des particules [120]. Selon [120]  $a_1 + a_2 = 1/2$  sans perte de généralité. En conséquence, lorsque  $\underline{\underline{M}}$  s'annule,  $\tau = \sqrt{J_2}$  (équation 6.11) et on retrouve le critère de plasticité de von Mises.

Selon [60], la fonction de plastification  $Y$  dépend de la contrainte moyenne  $\sigma = \sigma_{kk}/3$  et d'un paramètre d'écrouissage que l'on suppose être la compacité  $\nu$  ( $Y = Y(\sigma, \nu)$ ). [95] suggère que la dépendance en contrainte et en compacité peut être exprimée comme fonction de la contrainte moyenne dans l'état critique  $\sigma_c(\nu)$  et de l'angle de frottement interne  $\phi$  ( $Y = Y_1(\alpha)\sigma_c(\nu)\sin(\phi)$ , où  $\alpha = \sigma/\sigma_c$ ). Lorsque tout le matériau est dans un régime stationnaire,  $\sigma = \sigma_c$  dans tout l'échantillon et donc  $\alpha = 1$ . Dans ce cas, la fonction

$Y_1(\alpha)$  peut être prise comme égale à 1 sans perte de généralité et finalement le critère de plasticité se réduit à

$$F = \tau - \sigma_c(\nu) \sin(\phi). \quad (6.12)$$

Dans ce modèle, le matériau est considéré comme incompressible, hypothèse raisonnable vu que à mesure que le système s'approche de la stationnarité, les variations volumiques de l'échantillon tendent vers zero (voir au § 3.3.2.2).

### 6.8.2.3 Loi d'écoulement

La loi d'écoulement relie le tenseur des taux de déformation au tenseur des contraintes. Une loi classique est la loi du potentiel plastique :

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) = \dot{\lambda} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ji}}, \quad (6.13)$$

où  $D_{ij}$  est le tenseur des taux de déformation,  $G(\sigma, \nu)$  est une fonction scalaire appelée potentiel plastique, et  $\dot{\lambda}$  est le multiplicateur plastique, qui doit être déterminé comme partie de la solution. On considère que  $G = F$ , ce qui caractérise un critère de plasticité associé.

En considérant les approches de [182] et [119] pour un milieu de Cosserat, les équations correspondant à 6.13 s'écrivent :

$$D'_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \epsilon_{ijk} \omega_k = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ji}}, \quad H_{ij} = \frac{\partial \omega_i}{\partial x_j} = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial M_{ji}}, \quad (6.14)$$

où  $\omega_i$  représente la rotation moyenne des particules du milieu.

### 6.8.2.4 Application au cisaillement plan

On présente ici une solution analytique pour le cisaillement plan décrite dans [124]. En considérant un système cartésien  $(x, y)$ , on a les parois orientées selon  $y$  de manière que le mouvement du milieu soit décrit uniquement par la composante  $v_y$ . La paroi mobile est animée d'une vitesse  $V_y$  et se situe en  $x = 0$ . La paroi statique ( $v_y = 0$ ) se situe en  $x = H$ . On considère que le rapport géométrique  $d/H \rightarrow \infty$ . Le matériau est caractérisé par son coefficient de frottement interne  $\tan(\phi)$ .

Le modèle considère de manière séparée le glissement des particules du coefficient de frottement à la paroi  $\tan(\delta^*)$  ( $=\mu^{*p}$ ). En fait, une paroi avec un coefficient de frottement plus bas tend à développer un glissement des particules plus fort. Par simplicité, on va considérer que les particules ne glissent pas à la paroi (c'est équivalent à normaliser par la vitesse maximale de particules  $V_y^+$ ).

$$\frac{v_y(x)}{V_y^+} = \exp\left(-k' \frac{x}{d}\right), \quad k' = \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{a}, \quad (6.15)$$

avec

$$a = \frac{\tan \delta^*}{2}, \quad b = \sqrt{a^2 + \frac{1}{2(A+1)}(\sin^2(\phi) - \tan^2(\delta^*))}, \quad (6.16)$$

où  $A = a_2/a_1 = 1/3$  (équation 6.11) comme suggéré dans [124]. Cette solution analytique est valable uniquement si  $b \geq a$ , ce qui limite  $\delta^*$  par rapport à  $\phi$ .

Le taux de cisaillement vaut

$$\frac{\dot{\gamma}d}{V_y^+} = -\frac{d}{V_y^+} \frac{\partial v_y}{\partial x} = k' \exp\left(-k' \frac{x}{d}\right). \quad (6.17)$$

On montre comme exemple l'effet de  $\delta^*$  sur les profils de vitesse tangentielle  $v_y$  et de taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  (pour  $\phi = 30^\circ$ ) sur la figure 6.19.

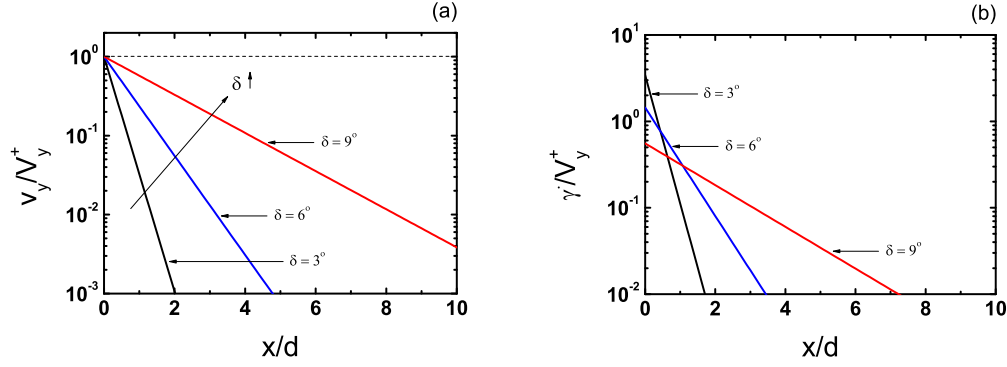


FIG. 6.19 – Influence de l'angle de frottement de la paroi  $\delta^*$  sur les profils (a) de vitesse tangentielle  $v_y/V_y^+$ , (b) de taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  en cisaillement plan pour un milieu de Cosserat ( $\phi = 30^\circ$ ). La ligne tiretée représente la limite pour une paroi parfaitement rugueuse.

Le modèle décrit de manière cohérente l'influence du frottement à la paroi  $\tan(\delta^*)$ . Comme la longueur est normalisée par le diamètre des particules ( $x/d$ ), la solution correspond à  $H \rightarrow \infty$ . À mesure que la paroi mobilise un frottement plus proche du frottement interne, le profil des vitesses tend à se localiser moins et le taux de cisaillement tend donc à s'annuler.

Cette description correspond à l'allure de  $\dot{\gamma}$  observée en simulation sur la figure 3.45 (ou sur le schéma 3.87). Pour des rugosités normalisées faibles (donc  $\mu^{*p} = \tan(\delta^*)$  faible), on observe des profils exponentiels. Pour la situation des parois rugueuses, on observe une diminution du taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  lorsqu'on augmente  $R_{\text{int}}/d$ .

### 6.8.2.5 Application au cisaillement annulaire

La solution analytique pour la géométrie annulaire [124] prend en compte un rapport géométrique  $d/H \rightarrow 0$ , similaire au cas du cisaillement plan, avec  $H = R_{ext} - R_{int}$ . On considère alors que la paroi interne mobilise tout le frottement du matériau ( $V_\theta^+ = V_\theta$ ), ce qui conduit à un résultat indépendant de  $\delta^*$  et  $\phi$  du type :

$$\frac{v_\theta}{V_\theta} = -1 + \frac{B(\beta)}{B(\infty)}, \quad B(\beta) = \frac{1}{(Ai(0))^2} \int_0^\beta (Ai(\beta'))^2 d\beta', \quad (6.18)$$

avec

$$Ai(\beta) = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\beta}{3}} K_{1/3} \left( \frac{2}{3} \beta^{3/2} \right), \quad \beta = \frac{r - R_{int}}{d} \left( \frac{4}{L^2 (R_{int}/d)} \right)^{1/3}, \quad (6.19)$$

où  $Ai(\beta)$  est la fonction d'Airy de première espèce et  $K_\xi(\zeta)$  la fonction de Bessel modifiée de deuxième espèce.

On compare la solution analytique pour une paroi totalement rugueuse avec les résultats des simulations pour un diamètre des particules à la paroi  $d_p/2$  qui mobilisent pratiquement la totalité du frottement à la paroi (voir figure 3.20). Selon les différentes valeurs de  $R_{int}/d$  on trouve que l'ajustement entre le modèle et nos résultats est le meilleur pour  $L = 7$  (figure 6.20).

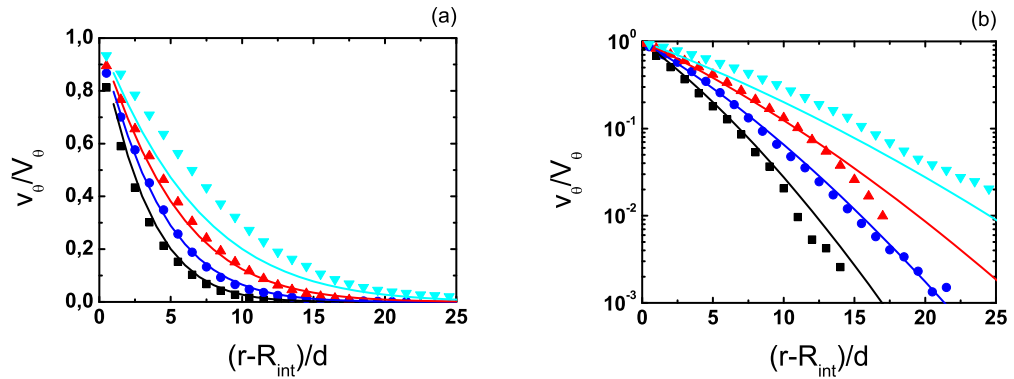


FIG. 6.20 – Profil de vitesse normalisée  $v_\theta/V_\theta$  pour plusieurs géométries. Résultat des simulations (■)  $R_{25}$ , (●)  $R_{50}$ , (▲)  $R_{100}$ . Les lignes continues correspondent aux résultats du modèle de Cosserat. (a) Échelle linéaire, (b) échelle semi-logarithmique.  $d_p/2$  ( $R_n = 0,382$ ).

La cohérence des résultats est remarquable. La forme des profils aussi bien que l'influence de la géométrie  $R_{int}/d$  sont bien décrites par le modèle avec le seul paramètre  $L$ .

### 6.8.2.6 Commentaires

Le modèle reproduit bien la localisation exponentielle du cisaillement près des parois d'autres géométries comme la conduite verticale [44, 123, 146].

On a réalisé une vérification qualitative du modèle par rapport aux effets des rugosités à la paroi, indirectement en fonction du rapport entre le frottement développé sur la paroi  $\mu^{*p} = \tan(\delta^*)$  et le frottement interne du matériau  $\mu_0^* = \tan(\phi)$ . La formulation permet encore de considérer le glissement des particules en contact avec les parois, ce qui donne une souplesse considérable dans la modélisation du comportement d'interface granulaire.

L'effet géométrique en cisaillement annulaire est bien décrit par le modèle. On observe une légère déviation pour  $R_{200}$ , qui suggère de mener une vérification pour des  $R_{\text{int}}/d$  plus grands.

L'échelle de représentation du frottement à la paroi  $\tan(\delta^*)$  limitée par  $\sin(\phi)$  ne semble pas cohérente. Les résultats de [136, 186] montrent plutôt que  $\delta^*$  est limité directement par  $\phi$ . On ne considère pas ici les effets de paroi et de la géométrie, décrits au § 3.3.1.3, qui conduisent à  $\delta^* > \phi$ . [112] obtient des valeurs bien inférieures du frottement effectif lorsqu'il compare le modèle de Mohan avec ses simulations numériques.



# Conclusions et perspectives

Cette thèse a été consacrée au comportement d'interface des matériaux granulaires, et particulièrement au phénomène de localisation des déformations au voisinage d'une paroi. Nous avons étudié le cas d'une géométrie annulaire, en confrontant des approches expérimentales (ACSA et mini-ACSA) et par simulations numériques discrètes. Nous avons mesuré l'influence des sollicitations mécaniques (pression de confinement et vitesse de cisaillement distinguant les régimes quasi-statique et inertiel), de l'hétérogénéité de contraintes (rayon de courbure), de la rugosité de la paroi et du frottement entre grains.

L'absence de limitation de la longueur cisailée par la paroi a été exploitée dans l'établissement des états initiaux des échantillons (dense ou pré-cisailé) et dans le type d'essais (cisaillement en sens unique ou cyclique). L'étude de l'évolution des systèmes montre que l'atteinte d'un état stationnaire (défini par un critère de convergence adapté) dépend de la grandeur considérée.

L'inversion du sens de cisaillement conduit à un changement brusque de l'état de contrainte du matériau (principalement de la contrainte de cisaillement) qui perturbe la structure du matériau et cause des variations volumiques importantes. Ce type de sollicitation accélère l'évolution du matériau vers un comportement stabilisé.

L'évolution de la localisation du cisaillement est corrélée aux variations volumiques et à l'état de contraintes du matériau. Une localisation croissante est associée à une dilatation du matériau, soit pour un échantillon initialement dense ou pré-cisailé en sens inverse (cisaillement cyclique). Le comportement en contrainte, par contre, est distinct, selon l'état initiale de l'échantillon. Dans le cas dense, on observe un pic de la contrainte de cisaillement, qui est suivi par une décroissance lors de la localisation des déformations. L'échantillon pré-cisailé ne présente pas de pic de contraintes, d'où il résulte une montée de contraintes lors de la localisation. Pour les deux situations, la localisation des déformations se stabilise parallèlement au niveau de contraintes dans le système. Ceci est observé dans le régime quasi-statique. Dans le régime inertiel, l'augmentation des contraintes de cisaillement est accompagné d'une diminution de la compacité, qui conduit plutôt à un affaiblissement de la localisation.

La transmission des efforts à partir de la paroi provient des composantes normales des forces de contact entre les grains et les aspérités de la paroi tandis que les composantes tangentielles affectent plutôt la rotation des particules en contact avec la paroi. Le rôle prépondérant des forces normales, caractéristique de parois rugueuses, correspond à une meilleure transmission de la contraintes de cisaillement et en conséquence à une

localisation moins nette des déformations. Par contre, une prépondérance des forces tangentielles, caractéristique d'interfaces plus lisses, entraîne une diminution de la contrainte de cisaillement et donc une localisation plus marquée. Ce même comportement peut être associé aux parois horizontales. Les résultats obtenues à l'aide du nouveau dispositif expérimentale de cisaillement annulaire (Mini-ACSA) ont confirmé par vélocimétrie un fort glissement lorsque la paroi est lisse, de manière que les profils de vitesse tangentielle ne sont pas affectés considérablement par la proximité de la paroi. Des parois horizontales rugueuses, par ailleurs, présentent un glissement plus faible, affectant le mouvement du matériau à son voisinage.

Dans le cas des interfaces lisses, les coefficients de frottement des matériaux (de la paroi et du matériau granulaire) deviennent des paramètres limitants du niveau d'effort. Dans le cas des interfaces rugueuses, la valeur maximale du frottement développé entre la paroi et le milieu granulaire est limitée par la capacité du matériau à transmettre des efforts. Cette limite est associée au frottement interne du matériau. Par contre, nos résultats indiquent que dans le cas d'une forte hétérogénéité des contraintes, l'interface est capable de développer un coefficient de frottement plus élevé dont la limite supposée est le frottement interne du matériau. Une hypothèse pour expliquer ce phénomène est le possible renforcement de la zone d'interface pour de fortes rugosités, permettant une élévation locale du niveau des efforts transmissibles au matériau.

La déformation du matériau granulaire dépend du déplacement imposé par la paroi. Des interfaces moins rugueuses présentent une discontinuité plus forte du déplacement sous la forme d'un glissement des particules au voisinage de la paroi. Plus fort est le glissement, moins importantes sont les variations volumiques lors du transitoire. Une mesure de l'épaisseur de la zone de cisaillement prenant en compte le glissement permet d'intégrer l'influence de la rugosité à la paroi aux effets géométriques pour relier la déformation tangentielle à la déformation radiale (responsable du comportement volumique du système).

Dans le régime de déformation quasi-statique, des grandeurs telles que la compacité, le nombre de coordination, la mobilisation du frottement ou les fluctuations de vitesse sont déterminées par la valeur locale de la déformation de cisaillement normalisée par la vitesse imposée à la paroi. Jusqu'à quelques diamètres de distance de la paroi ( $\approx 7 - 10d$ ) on observe des déviations du comportement général (notamment pour la compacité, qui décrit une structuration en couches à proximité de la paroi). Par contre, les déformations ne sont pas directement reliées à l'état de contrainte locale, ce qui rend difficile la définition d'une loi d'interface générale pour les matériaux granulaires en régime quasi-statique. En effet, en considérant une approche par le critère de Coulomb du régime quasi-statique, on observe des déformations plastiques du milieu lorsque le déviateur de contraintes locale est inférieur à la valeur critique (zones relativement éloignées de la paroi ou à proximité des parois lisses). Ce phénomène est probablement lié à l'évolution du réseau de contacts entre les particules. De très faibles déformations peuvent modifier la distribution de forces et faire apparaître des zones de moindre résistance, plus susceptibles aux déformations et qui induisent une constante évolution de la distribution des forces et déformations entre les particules quand un déplacement macroscopique est

appliqué à la paroi.

Lorsque le niveau des vitesses augmente et/ou la contrainte de confinement diminue, des effets inertiels se manifestent sur le comportement du milieu granulaire. Dans ce cas, le comportement local du matériau est décrit par le nombre inertiel  $I$ , sans présenter d'effets géométriques.

∴

Notre étude a ainsi contribué à éclaircir certains aspects du comportement d'interface des milieux granulaires. Cependant, face à la complexité du sujet, diverses questions restent encore à élucider. L'observation d'un coefficient de frottement à la paroi supérieur au frottement interne du matériau doit être vérifiée pour un ensemble de particules polydisperses, car cela pourrait être une spécificité de systèmes monodisperses. Nos résultats à l'ACSA indiquent une possibilité de reproduction expérimentale de cet effet, mais il faut prendre en compte la possibilité d'un niveau de contrainte normale à la paroi supérieur à la pression de confinement comme le suggère certains résultats préliminaires obtenus dans le cadre de la thèse de Younes Messen. En particulier, l'effet des parois horizontales n'a pas été pris en compte lors de nos simulations bidimensionnelles. Des simulations tridimensionnelles de la géométrie annulaire pourront traiter en détail cette question.

Nous avons traité le cas d'un seul type de matériau (caractérisé par son coefficient de frottement entre particules  $\mu = 0,4$ ). D'autres valeurs de  $\mu$  doivent aider à la compréhension du rôle de la compacité et de l'état de contraintes dans le phénomène de localisation. Cette étude associée à des résultats obtenus aussi pour des systèmes homogènes doit permettre de mieux isoler la contribution de l'interface de celle du matériau en volume et, de cette façon, nous conduire vers l'établissement d'une loi d'interface des milieux granulaires.

Parallèlement, l'étude de modèles mécaniques du type Cosserat semble une bonne voie pour décrire le comportement d'interface selon une approche continue avec une quantité relativement réduite de paramètres.



# Annexes



# Annexe A

## Dynamique moléculaire

Nous présentons dans cette annexe la méthode de dynamique moléculaire, choisie pour simuler nos systèmes.

La dynamique moléculaire appliquée à la simulation de matériaux granulaires est issue des simulations numériques d'atomes et de molécules (d'où son nom) en prenant en compte la dissipation d'énergie. Le lecteur désireux d'une discussion plus détaillée de cette méthode est renvoyé aux références suivantes [47, 55, 168].

### A.1 Forces de contact entre les particules

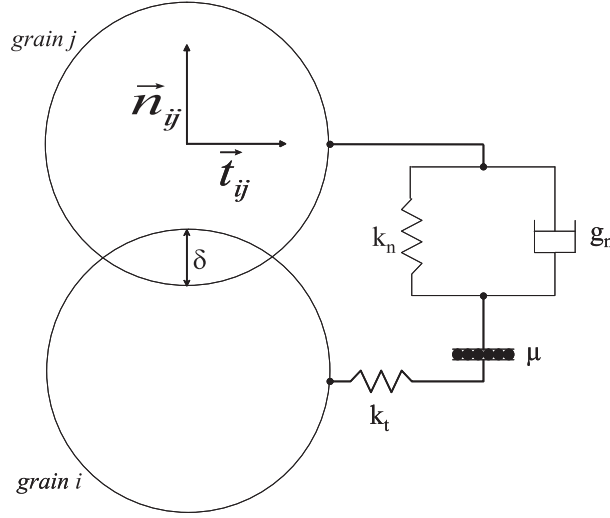
Lorsque deux particules sont en contact, on adopte un modèle dans lequel les particules s'interpénètrent et réagissent en fonction de cette interpénétration (figure A.1). Le modèle choisi et présenté ci-dessous est un modèle relativement simple prenant en compte un terme de répulsion élastique linéaire, inspiré du modèle de Hertz, et un terme de dissipation visqueuse d'énergie.

#### A.1.1 Force normale

Considérons la partie normale du contact entre deux grains  $i$  et  $j$  (figure A.1). Le grain  $j$  est soumis à deux forces suivant  $\vec{n}_{ij}$  :

- Une force élastique linéaire  $\vec{F}_{n\ ij}^e = k_n \delta_n \vec{n}_{ij}$ , où  $\delta_n$  est la déformation normale, et  $k_n$  est le coefficient de raideur normale. Cette force est nulle si le contact est ouvert.
- Une force de dissipation visqueuse  $\vec{F}_{n\ ij}^v = g_n \dot{\delta}_n \vec{n}_{ij}$ , décrivant l'inélasticité ( $g_n$  est un coefficient d'amortissement visqueux).

Pour certaines valeurs de  $\delta$  et de  $\dot{\delta}$ , ces deux forces sont opposées et la résultante peut être négative : la force de répulsion est alors attractive ! Ceci se produit en fait pour des vitesses correspondant à des grains qui se séparent : les grains ne s'attirent donc pas. Numériquement il est possible d'annuler la force normale lorsqu'elle devient négative.

FIG. A.1 – *Modèle de contact sec.*

#### A.1.1.1 Limite de grains rigides

Pour rester dans la limite des grains rigides, il faut bien entendu limiter l'interpénétration entre les grains à des valeurs très faibles (typiquement un millièmme du diamètre des grains). Cette limitation impose des choix judicieux des paramètres du système.

#### A.1.2 Force tangentielle

La force de contact tangentielle est une force élastique linéaire limitée par le critère de Coulomb :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{t\ ij} = \left\{ \begin{array}{l} k_t \delta_t \\ \mu F_{n\ ij}^e \end{array} \right\} \quad \text{si } |k_t \delta_t| \left\{ \begin{array}{l} < \\ \geq \end{array} \right\} \mu F_{n\ ij}^e, \end{array} \right.$$

où  $\delta_t$  est le déplacement tangentiel relatif,  $k_t$  le coefficient de raideur tangentiel (on choisit toujours  $k_t = k_n/2$  [32]) et  $\mu$  est le coefficient de frottement des particules.

### A.2 Choc entre particules

Lors d'un choc binaire de vitesse d'impact  $v_0$  entre 2 grains de masse  $m_i$  et  $m_j$ , l'interpénétration  $\delta$  obéit à l'équation différentielle suivante :

$$m_{eff} \ddot{\delta} + g_n \dot{\delta} + k_n \delta = 0, \quad (\text{A.1})$$

où  $m_{eff} = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j}$  est la masse réduite du système binaire. C'est une équation différentielle linéaire homogène à coefficients constants, dont la résolution donne, sous réserve de la condition de stabilité  $g_n \leq 2\sqrt{m_{eff} k_n}$  :

$$\delta(t) = v_0 \frac{\tau_c}{\pi} \exp\left(-\frac{g_n}{2m_{eff}}t\right) \sin\left(\pi \frac{t}{\tau_c}\right), \quad (\text{A.2})$$

où  $\tau_c$  désigne la durée du contact, et vaut exactement :

$$\tau_c = \pi \left( \frac{k_n}{m_{eff}} - \left( \frac{g_n}{2m_{eff}} \right)^2 \right)^{-1/2}. \quad (\text{A.3})$$

### A.2.1 Coefficient de restitution

On peut caractériser la dissipation d'énergie durant un choc par un coefficient de restitution  $e$ , défini comme le rapport des modules des vitesses finale et initiale du choc. Pour le choc normal considéré, on trouve :

$$e = \left| \frac{\dot{\delta}(\tau_c)}{v_0} \right| = \exp\left(-\frac{g_n}{2m_{eff}}\tau_c\right). \quad (\text{A.4})$$

En combinant les deux équations précédentes, on peut alors exprimer  $g_n$  en fonction de  $e$  par la relation :

$$g_n = -2 \ln e \sqrt{\frac{mk_n}{\pi^2 + \ln^2 e}}. \quad (\text{A.5})$$

Pour  $e \in [0; 1]$ , on vérifie bien que la condition de stabilité précédente est respectée.

## A.3 Algorithme de calcul

Les éléments fondamentaux pour le calcul sont les dimensions (le rayon pour des disques ou des sphères) des particules, leurs positions spatiales et leurs propriétés ( $k_n$ ,  $k_t$ ,  $\mu$  et  $e$ ). À ses éléments s'ajoutent les conditions aux bords, sous la forme de forces ou déplacements agissants sur certaines particules et des conditions initiales.

La dynamique moléculaire utilise un algorithme assez simple et intuitif. Elle consiste, à chaque itération et pour chaque particule, à :

- rechercher les particules qui interagissent avec elle ;
- traiter de façon binaire ces interactions de façon à calculer la force totale qu'elle subit comme somme de leurs contributions respectives ;
- intégrer les relations fondamentales de la dynamique afin d'obtenir les caractéristiques de son mouvement, qui seront considérées uniformes jusqu'au pas de temps suivant.

Pour réaliser ces opérations, l'algorithme que l'on utilise se divise en 5 parties :

1. Prédiction
2. Détection des voisins
3. Détection des contacts
4. Calcul des forces
5. Correction

### A.3.1 Prédiction

Pour un instant donné, on commence par prédire les positions et les vitesses des particules en intégrant les équations de la dynamique à partir des positions, vitesses et accélérations du pas de temps précédent.

### A.3.2 Détection de voisins

La détection des contacts est une opération normalement lourde car se présente comme une série de calculs répétitifs pour chaque particule. Pour accélérer la simulation, la détection des voisins permet d'établir pour chaque particule une liste des particules susceptibles d'entrer en contact avec elle sur des laps de temps plus longs qu'une unique itération. On ne cherche alors les contacts que parmi cette liste et pas sur l'ensemble des particules. Ceci représente un gain de temps considérable, une fois que cette procédure n'est pas réalisée à chaque pas de temps.

### A.3.3 Détection de contacts

A chaque pas de temps, pour chaque particule, on vérifie, dans sa liste de voisins, celles qui sont en contact direct.

### A.3.4 Calcul des forces

Selon les caractéristiques des contacts entre les particules, on détermine l'intensité et l'orientation des forces de contact agissantes (A.1).

### A.3.5 Correction

La connaissance des forces de contact permet donc de corriger la valeur des accélérations utilisées dans la procédure de prédiction. Finalement, on recalcule les positions et les vitesses des particules.

## Annexe B

# Calcul du tenseur des contraintes

Les simulations nous donnent accès à l'ensemble des forces entre les particules en contact, ainsi qu'à l'angle de contact. On peut alors calculer le tenseur des contraintes dans le matériau.

Dans le cas des assemblées de grains en équilibre statique, on trouve dans la littérature plusieurs expressions, plus ou moins équivalentes, du tenseur des contraintes en fonction des forces de contact entre les grains [46, 104, 24, 9]. Ainsi, pour une assemblée de grains occupant un volume  $V$ , interagissant par des forces de contact  $\vec{f}_c$  aux points  $\vec{x}_c$ , le tenseur des contraintes (c pour "contact") s'écrit :

$$\underline{\underline{\Sigma}}^c = \frac{1}{V} \sum_c \vec{x}_c \otimes \vec{f}_c. \quad (\text{B.1})$$

Nous voulons ici examiner la situation d'un écoulement dans lequel les grains, animés de vitesse de translation et de rotation, transportent de la quantité de mouvement, et par ailleurs interagissent par contact maintenu ou collisions. Dans le cas très dilué, on dispose du tenseur des contraintes de Reynolds qui décrit le transport de quantité de mouvement associé aux mouvements fluctuants. Ainsi pour une assemblée de  $N$  grains (masse  $m_i$ , vitesses fluctuantes  $\delta\vec{v}_i$ ), occupant un volume  $V$ , le tenseur des contraintes (f pour "fluctuant") s'écrit :

$$\underline{\underline{\Sigma}}^f = \frac{1}{V} \sum_i m_i \delta\vec{v}_i \otimes \delta\vec{v}_i. \quad (\text{B.2})$$

Dans le cas d'un écoulement plus dense, on a des situations de contact multiple, où se mêlent contacts maintenus et collisions, de sorte que l'on doit dépasser l'expression fournie par la théorie cinétique. Il faut trouver une expression plus générale, compatible avec la limite de la statique des empilements et avec la limite des écoulements dilués, collisionnel.

Pour cela on reprend le résultat de Batchelor [10] qui, partant de la définition primitive de la contrainte en mécanique, c'est à dire la résultante des forces exercées sur une surface élémentaire et le flux de la quantité de mouvement à travers cette surface, aboutit à la décomposition du tenseur des contraintes moyennes macroscopique, au sein d'un volume

$V$ , entre un terme associé aux efforts intérieurs, et un terme associé aux fluctuations du mouvement (le tenseur de Reynolds), défini ci-dessus :

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \frac{1}{V} \int_V (\underline{\underline{\sigma}} + \rho(\vec{r}) \delta \vec{v} \otimes \delta \vec{v}) d\vec{r}. \quad (\text{B.3})$$

Dans cette expression  $\underline{\underline{\sigma}}$  représente le tenseur local des contraintes, dont la définition sera donnée précisément dans les paragraphes suivants. Cette définition n'est pas unique, mais elle reste la définition la plus simple qui soit compatible avec les concepts de la mécanique des milieux continus et que l'on puisse étendre aux écoulements granulaires en régime permanent.

Pour décrire les efforts intérieurs dans un milieu granulaire, on peut considérer chacun des grains comme un milieu continu, mais on peut aussi ne décrire que les efforts de contact entre les grains. Cette deuxième approche est naturelle si l'on considère les grains comme des corps rigides.

L'analyse qui suit reprend le travail mené par Moreau [125]. Dans le cadre de la mécanique des milieux continus, n'importe quel effort subi par un système matériel peut-être défini par la puissance qui serait développée par cet effort si les éléments du système étaient soumis à un champ de vitesse virtuelle. C'est dans cet esprit que Moreau, en écrivant le principe des puissances virtuelles, a introduit la notion de moment interne associé à chaque grain. Nous raisonnons dans un système à deux dimensions.

## B.1 Moment interne d'un grain

Considérons un grain  $i$  homogène (de masse volumique  $\rho_p$ ) de centre de gravité  $\vec{r}_i$ , occupant une surface  $S_i$ , et soumis à des forces de contact  $\vec{f}_c$  de la part de ses voisins ( $c = 1$  à  $N_i$ ). Le mouvement réel du grain, considéré comme un solide rigide, est décrit par :

$$\vec{v}_i(\vec{r}) = \vec{v}_i + \vec{\omega}_i \wedge \vec{r}, \quad (\text{B.4})$$

où  $\vec{v}_i$  est la vitesse de son centre de gravité et  $\vec{\omega}_i$  la vitesse de rotation. Son accélération s'écrit donc :

$$\vec{\gamma}_i(\vec{r}) = \vec{\gamma}_i + \dot{\vec{\omega}}_i \wedge (\vec{\omega}_i \wedge \vec{r}). \quad (\text{B.5})$$

On lui associe un champ de vitesse virtuel rigidifiant défini par :

$$\vec{v}(\vec{r}) = \vec{v}(\vec{r}_i) + \underline{\underline{\omega}} \cdot \vec{r}, \quad (\text{B.6})$$

où  $\underline{\underline{\omega}}$  est le tenseur du second ordre antisymétrique associé au vecteur rotation virtuel  $\vec{\omega}_i$  du système.

On applique alors le principe des puissances virtuelles : pour tout champ de vitesse virtuelle :

$$P_{Int}(\vec{v}) + P_{Ext}(\vec{v}) = P_{Acc}(\vec{v}), \quad (\text{B.7})$$

avec

$$\begin{cases} P_{Acc}(\vec{v}) = \int_{S_i} \rho_p \vec{\gamma}_i \cdot \vec{v}(\vec{r}) d\vec{r}, \\ P_{Ext}(\vec{v}) = \sum_{c=1}^{N_i} \vec{f}^c \cdot \vec{v}(\vec{r}^c) + \int_{S_i} \rho_p \vec{g} \cdot \vec{v}(\vec{r}) d\vec{r}, \end{cases}$$

$P_{Int}(\vec{v})$  étant une forme linéaire du champ de vitesse virtuelle, il existe  $\vec{R}$  et  $\underline{\underline{M}}$  tel que :

$$P_{int}(\vec{v}) = \vec{R} \cdot \vec{v}(\vec{r}_i) + \underline{\underline{M}} : \underline{\underline{\omega}}. \quad (\text{B.8})$$

Cependant, pour un mouvement rigidifiant, la puissance des efforts intérieures est nulle. Ceci implique que  $\vec{R} = 0$  et que le tenseur  $\underline{\underline{M}}$  est symétrique dans une base orthonormée. Ce tenseur est appelé moment interne du grain  $i$ . On le notera  $\underline{\underline{M}}_i$ .

Si on considère le grain comme un milieu continu, on peut lui associer un tenseur de contrainte de Cauchy  $\underline{\underline{\sigma}}$ , de sorte que pour tout champ de vitesse virtuelle :

$$P_{Int}(\vec{v}) = - \int_{S_i} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{grad}}(\vec{v}) d\vec{r}. \quad (\text{B.9})$$

En prenant le même champ de vecteur vitesse affine défini précédemment, on obtient :

$$\underline{\underline{M}}_i = - \int_{S_i} \underline{\underline{\sigma}}(\vec{r}) d\vec{r}. \quad (\text{B.10})$$

C'est-à-dire que l'on peut définir un tenseur des contraintes moyen dans le grain par :

$$\underline{\underline{\sigma}}_i = \frac{1}{S_i} \underline{\underline{M}}_i. \quad (\text{B.11})$$

Le principe des puissances virtuelles donne alors une partie statique et une partie dynamique pour le tenseur de moment interne (avec l'accélération réelle) :

$$\underline{\underline{M}}_i = \sum_{c=1}^{N_c} \vec{f}^c \otimes \vec{r}^c - \int_{S_i} \rho_p \vec{\gamma}_i \otimes \vec{r} d\vec{r}. \quad (\text{B.12})$$

Le terme dynamique s'écrit sous la forme :

$$\int_{S_i} \vec{\gamma}_i(\vec{r}) \otimes \vec{r} d\vec{r} = \int_{S_i} \vec{\gamma}_i \otimes \vec{r} d\vec{r} + \int_{S_i} (\dot{\vec{\omega}}_i \wedge \vec{r}) \otimes \vec{r} d\vec{r} + \int_{S_i} (\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega}_i \wedge \vec{r})) \otimes \vec{r} d\vec{r}. \quad (\text{B.13})$$

Le premier terme est nul pour un grain à symétrie de révolution. A deux dimensions, le vecteur vitesse de rotation  $\vec{\omega}_i$  est normal au plan et :

$$\dot{\vec{\omega}}_i \wedge \vec{r} = \dot{\omega}_i \underline{\underline{\epsilon}} \cdot \vec{r} \text{ avec } \underline{\underline{\epsilon}} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.14})$$

de sorte que le deuxième terme :

$$\int_{S_i} (\dot{\vec{\omega}}_i \wedge \vec{r}) \otimes \vec{r} d\vec{r} = \dot{\omega}_i \underline{\underline{\epsilon}} : \int_{S_i} \vec{r} \otimes \vec{r} d\vec{r}, \quad (\text{B.15})$$

est un tenseur antisymétrique. Par ailleurs,

$$\int_{S_i} (\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega}_i \wedge \vec{r})) \otimes \vec{r} d\vec{r} = -\omega_i^2 \int_{S_i} \vec{r} \otimes \vec{r} d\vec{r}. \quad (\text{B.16})$$

Or

$$\int_{S_i} \rho_p(\vec{r}) \vec{r} \otimes \vec{r} d\vec{r} = \frac{1}{2} \cdot I_i \cdot \underline{\underline{Id}}. \quad (\text{B.17})$$

Au total, le moment interne étant symétrique, on obtient en symétrisant l'expression initiale :

$$\underline{\underline{M}} = \text{Sym}\left(\sum_{c=1}^{N^i} \vec{f}^c \otimes \vec{r}^c\right) + \frac{1}{2} \cdot I_i \cdot \omega_i^2 \underline{\underline{Id}}. \quad (\text{B.18})$$

## B.2 Cas d'une assemblée de N grains

Dans le cas où le système  $\Sigma$  est composé d'une assemblée de  $N$  sous-systèmes  $\Sigma_i$  (grains  $i$ ) qui interagissent entre eux uniquement au travers de contacts, pour lesquels on a le principe de l'action et de la réaction (on néglige tout type d'interaction mutuelle à distance), le moment interne de  $\Sigma$  est égal à la somme des moments internes des sous-systèmes. Le tenseur des contraintes moyen dans une surface  $S$  contenant  $N$  grains est alors la moyenne surfacique des moments internes individuels :

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^N \underline{\underline{M}}_i = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^N S_i \underline{\underline{\sigma}}_i. \quad (\text{B.19})$$

## B.3 Définition du tenseur des contraintes

Le tenseur des contraintes est la somme de trois contributions :

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \underline{\underline{\Sigma}}^c + \underline{\underline{\Sigma}}^f + \underline{\underline{\Sigma}}^r. \quad (\text{B.20})$$

Le premier terme ("contact") est le terme usuel en statique, associé aux efforts de contact entre grains. Le deuxième terme ("fluctuations") est le tenseur de Reynolds usuel en mécanique des fluides, associé aux fluctuations de vitesse des grains. Le troisième terme ("rotation") est lié à la rotation propre des grains :

$$\underline{\underline{\Sigma}}^c = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^N \sum_{c=1}^{N_i} Sym(\vec{f}^c \otimes \vec{r}^c), \quad (\text{B.21})$$

$$\underline{\underline{\Sigma}}^f = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^N m_i \delta \vec{v}_i \otimes \delta \vec{v}_i, \quad (\text{B.22})$$

$$\underline{\underline{\Sigma}}^r = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} I_i \omega_i^2 Id. \quad (\text{B.23})$$



## Annexe C

# Méthode de prise des moyennes

On décrit dans cette annexe les procédures statistiques qui permettent de calculer des grandeurs moyennes (compacité et vitesse moyenne, tenseur des contraintes) à partir des grandeurs locales (positions, vitesses, "moment interne").

### C.1 Coordonnées cartésiennes

On considère que notre système est dans un état stationnaire, et, compte-tenu des conditions aux limites périodiques, qu'il est homogène selon la direction  $x$  de l'écoulement. On va donc réaliser des moyennes spatiales selon la direction  $x$ . Par ailleurs, dans le cadre d'une hypothèse d'ergodicité, on complète par une moyenne dans le temps. En revanche, aucune moyenne n'est effectuée selon la direction  $y$  perpendiculaire à l'écoulement. Ce sont précisément ces dépendances selon la hauteur de l'écoulement que l'on veut mesurer.

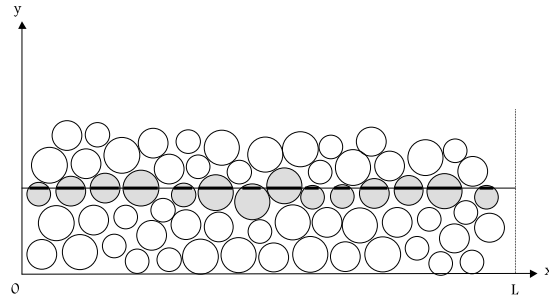


FIG. C.1 – *Calcul des grandeurs moyennes sur une ligne de longueur  $L$ .*

Soit un ensemble de grains  $i$  de diamètre  $d_i$  appartenant à une cellule périodique bidimensionnelle de longueur  $L$ , dont les centres de masses  $\vec{r}_i$  et les vitesses de translation  $\vec{v}_i$  sont exprimés dans le repère  $(Oxy)$  lié à la cellule (figure C.1). Les écoulements étant

uniformes dans la direction  $x$ , on découpe la cellule en ligne de longueur  $L$ . A chacun des grains sont associées des grandeurs scalaires, vectorielles ou bien tensorielles  $G_i$  (position  $\vec{r}_i$ , vitesse  $\vec{v}_i$ , rotation  $\omega_i \dots$ ) dont on va construire la valeur moyenne  $\langle G \rangle (y)$  sur chaque ligne. Les valeurs moyennes sont définies par la quantité :

$$\langle G \rangle (y) = \frac{\sum_{i=1}^N G_i \lambda_i(y)}{\sum_{i=1}^N \lambda_i(y)}, \quad (\text{C.1})$$

où  $\lambda_i(y)$  est la longueur d'une corde d'un cercle correspondant à l'intersection de la ligne à l'ordonnée  $y$  avec le grain  $i$ . Cette longueur vaut :

$$\lambda_i(t) = 2\sqrt{\frac{d_i^2}{4}(t - y_i)^2}. \quad (\text{C.2})$$

Notons que la compacité moyenne linéique vaut :

$$\langle \nu \rangle (y) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^N \lambda_i(y). \quad (\text{C.3})$$

On aura ainsi pour la vitesse moyenne :

$$\langle v \rangle (y) = \frac{\sum_{i=1}^N v_i \lambda_i(y)}{\sum_{i=1}^N \lambda_i(y)}. \quad (\text{C.4})$$

Pour le tenseur des contraintes la démarche est similaire. Suivant les travaux de Moreau [125], le tenseur des contraintes dans un milieu granulaire peut s'exprimer comme une moyenne des "moments internes" des grains (voir Annexe B). Ainsi, le tenseur des contraintes dans une surface  $S = L \times \Delta y$  englobant  $N$  grains vaut :

$$\underline{\underline{\Sigma}}(S) = \frac{1}{L \times \Delta y} \sum_{i=1}^N \underline{\underline{\sigma}}_i \cdot \lambda_i \times \Delta y, \quad (\text{C.5})$$

où  $\underline{\underline{\sigma}}_i$  est le tenseur des contraintes locale associé au grain  $i$  (voir Annexe B).

Compte-tenu de ce qui précède, on propose l'expression suivante pour la moyenne linéique du tenseur des contraintes :

$$\underline{\underline{\Sigma}}(y) = \frac{\sum_{i=1}^N \lambda_i(y) \left[ \frac{1}{L} \sum_{i=1}^N \underline{\underline{\sigma}}_i \cdot \lambda_i \right]}{\sum_{i=1}^N \lambda_i(y)} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^N \underline{\underline{\sigma}}_i \cdot \lambda_i. \quad (\text{C.6})$$

Enfin, l'expression des écarts-types des grandeurs moyennes est donnée par :

$$\langle \Delta G^2 \rangle (y) = \langle G^2 \rangle (y) - \langle G \rangle^2 (y). \quad (\text{C.7})$$

## C.2 Coordonnées polaires

Dans le cas d'une cellule de cisaillement annulaire, on utilise les coordonnées polaires. La cellule est alors découpée en cercles concentriques. En coordonnée polaire (de base  $\vec{e}_r$ ,  $\vec{e}_\theta$ ) la fonction de pondération  $\lambda_i$  est modifiée. Elle ne correspond plus à une longueur de corde mais à l'angle  $\psi_i = \widehat{AOB}$  correspondant à l'intersection de deux cercles (figure C.2).

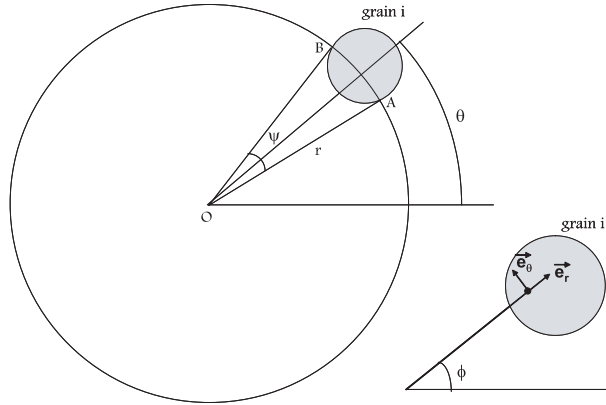


FIG. C.2 – Calcul des grandeurs moyennes en annulaire. Définition des angles  $\theta$ ,  $\phi$  et  $\psi$ .

Dans ce cas, la valeur moyenne d'une grandeur  $G$  s'écrit comme suit :

$$\langle G \rangle(r) = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^N G_i \psi_i. \quad (\text{C.8})$$

Pour un grain  $i$  de coordonnées  $r_i$  et  $\theta_i$ , l'arc de cercle  $\widehat{AB}$  décrit l'ensemble des positions  $(r, \phi)$  où  $\phi$  est compris entre  $\theta_i - \frac{\psi_i}{2}$  et  $\theta_i + \frac{\psi_i}{2}$ . Dans un repère cartésien, la base de vecteurs  $\vec{e}_r$  et  $\vec{e}_\theta$  est aussi fonction de  $\phi$  :  $\vec{e}_r \begin{pmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \end{pmatrix}$  et  $\vec{e}_\theta \begin{pmatrix} -\sin \phi \\ \cos \phi \end{pmatrix}$ .

Étant donné que le tenseur des contraintes local  $\underline{\underline{\sigma}}_i$  associé au grain  $i$  est calculé dans une base cartésienne. Il est donc nécessaire de passer aux coordonnées polaires :

$$\sigma_{rr}^i(r, \phi) = \vec{e}_r(\phi) \cdot \underline{\underline{\sigma}}_i^{(xy)}(r) \cdot \vec{e}_r(\phi), \quad (\text{C.9})$$

$$\sigma_{r\theta}^i(r, \phi) = \vec{e}_r(\phi) \cdot \underline{\underline{\sigma}}_i^{(xy)}(r) \cdot \vec{e}_\theta(\phi), \quad (\text{C.10})$$

$$\sigma_{\theta\theta}^i(r, \phi) = \vec{e}_\theta(\phi) \cdot \underline{\underline{\sigma}}_i^{(xy)}(r) \cdot \vec{e}_\theta(\phi). \quad (\text{C.11})$$

La contribution du tenseur des contraintes pour le grain  $i$  s'obtient en intégrant les équations précédentes sur  $\phi$  et le tenseur des contraintes moyen s'obtient en sommant sur l'ensemble des grains :

$$\Sigma_{kl}(r) = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^N \int_{\theta_i - \frac{\psi_i}{2}}^{\theta_i + \frac{\psi_i}{2}} \sigma_{kl}^i(r, \phi) d\phi. \quad (\text{C.12})$$

## Annexe D

# Principes d'imagerie par résonance magnétique

### D.1 Introduction

On décrit dans cette annexe les principes fondamentaux d'imagerie par résonance magnétique utilisés dans cette thèse, en nous fondant sur les références [155, 159, 160].

La technique d'Imagerie par Résonance Magnétique (IRM) exploite le phénomène physique de résonance magnétique nucléaire, et utilise des champs magnétiques intenses pour mesurer sans contact, de manière non destructive et localisée dans l'espace, une grande diversité d'informations d'ordre physico chimique, cinématique,...

#### D.1.1 La résonance magnétique nucléaire

Le noyau atomique d'une centaine d'éléments chimiques est porteur d'un dipole magnétique qui le rend capable d'interagir avec des champs magnétiques extérieurs. Le noyau le plus utilisé en IRM est celui de l'atome d'hydrogène, que l'on trouve dans les molécules de nombreux liquides. On associe à une assemblée d'atomes identiques un moment magnétique global  $\underline{M}$ . En présence d'un fort champ magnétique  $\underline{B}_0$ , trois phénomènes décrivent le comportement de  $\underline{M}$  :

*Polarisation* :  $\underline{M}$  prend une valeur d'équilibre non nulle  $\underline{M}_0$ , en l'absence de toute perturbation extérieure.

*Précession* : Une fois écarté de sa position d'équilibre  $\underline{M}_0$ ,  $\underline{M}$  développe un mouvement de précession autour de  $\underline{B}_0$  avec une pulsation  $\omega_0 = \alpha B_0$ , où  $\alpha$  est une constante appelée rapport gyromagnétique (en fait,  $\gamma$  est la notation plus usuelle) et  $B_0 = \|\underline{B}_0\|$ . Pour l'atome d'hydrogène, et pour un champ magnétique de 1 tesla, la fréquence de précession est d'environ 40 MHz.

*Relaxation* :  $\underline{M}$  revient progressivement, en précessant, à sa position d'équilibre  $\underline{M}_0$ .

L'équation de Bloch décrit le comportement de précession et de relaxation du moment magnétique  $\underline{M}$  (selon le système cartésien de la figure D.1).

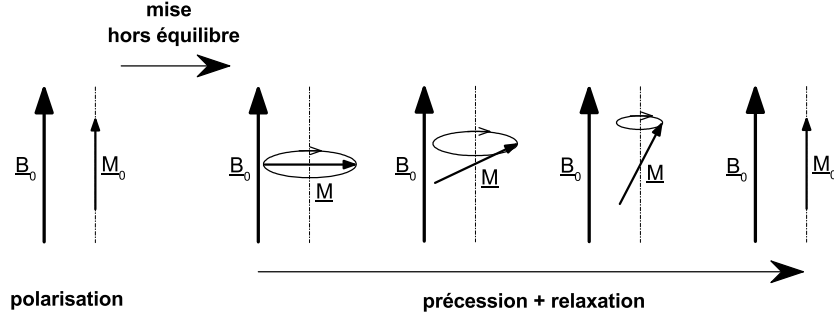


FIG. D.1 – Polarisation, précession et relaxation de l'aimantation nucléaire dans un champ magnétique  $\underline{B}_0$ .

$$\frac{\partial \underline{M}}{\partial t} = \alpha \underline{M} \times \underline{B}_0 - \frac{M_x}{T_2} \underline{e}_x - \frac{M_y}{T_2} \underline{e}_y - \frac{M_z - M_0}{T_1} \underline{e}_z, \quad (\text{D.1})$$

où  $T_1$  et  $T_2$  sont deux temps de relaxation qui caractérisent la cinétique de retour à l'équilibre.

### D.1.2 Description d'un imageur par résonance magnétique (IRM)

L'appareil se compose de trois parties fondamentales : l'aimant permanent, l'antenne de radio-fréquence et les bobines de gradient (schéma sur la figure D.2).

#### D.1.2.1 L'aimant et l'antenne de radio-fréquence

L'aimant, sous la forme d'un cylindre creux, produit dans sa partie intérieure un champ magnétique  $\underline{B}_0 = B_0 \underline{e}_z$  intense et le plus homogène possible.

L'antenne radio-fréquence entoure la zone de placement de l'échantillon et peut fonctionner selon deux modes : l'émission et la réception.

En émission, l'antenne génère au niveau de l'échantillon un champ magnétique  $\underline{B}_1(t)$ , perpendiculaire et superposé à  $\underline{B}_0$ , et oscillant à une fréquence proche de la fréquence de précession  $\omega_0$ . L'application de  $\underline{B}_1(t)$  permet de mettre hors équilibre les aimantations nucléaires de l'échantillon et d'initier les mouvements de précession.

En réception, l'antenne mesure les fluctuations du champ magnétique (uniquement les composantes horizontales,  $x$  et  $y$ ) résultant des mouvements de précession au sein de l'échantillon. L'appareil fait une mesure globale et instantanée  $\underline{M}_{xy}(t)$  :

$$\underline{M}_{xy}(t) = \int_{\Omega} (m_x(\underline{r}, t) \underline{e}_x + m_y(\underline{r}, t) \underline{e}_y) d\Omega, \quad (\text{D.2})$$

où  $\underline{m}(\underline{r}, t)$  représente la densité volumique d'aimantation à l'instant  $t$  au point  $\underline{r}$  de l'échantillon  $\Omega$ . Il est pratique d'utiliser une description complexe de l'aimantation :

$$m(\underline{r}, t) = m_x(\underline{r}, t) + i m_y(\underline{r}, t). \quad (\text{D.3})$$

En considérant D.3, l'équation de Bloch D.1 prend la forme :

$$\frac{\partial m}{\partial t} = -i m \alpha B_0 - \frac{m}{T_2}, \quad (\text{D.4})$$

où  $m = \|\underline{m}\|$ .

### D.1.2.2 Les bobines de gradient

On applique des gradients de champs, qui se superposent à  $\underline{B}_0$ , de manière à pouvoir localiser la matière dans l'espace, une fois que l'antenne radio-fréquence fait des mesures globales sur l'échantillon. Les bobines de gradient produisent un gradient de champ magnétique homogène  $\underline{G}$  dont l'intensité et la direction sont choisis selon le besoin. Le champ magnétique  $\underline{B}$  agissant sur l'échantillon devient :

$$\underline{B}(\underline{r}) = (B_0 + \underline{G} \cdot \underline{r})\underline{e}_z, \quad (\text{D.5})$$

et, en conséquence, on trouve pour la vitesse de précession des aimantations nucléaires dans l'échantillon :

$$\underline{\omega}(\underline{r}) = (\omega_0 + \alpha \underline{G} \cdot \underline{r})\underline{e}_z. \quad (\text{D.6})$$

Compte-tenu de cette dépendance avec la position  $\underline{r}$ , les noyaux en précession peuvent être localisés.

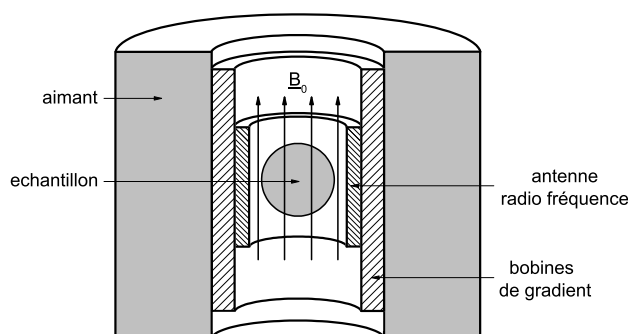


FIG. D.2 – Schéma des composantes internes de l'appareil d'IRM.

### D.1.3 Imagerie tridimensionnelle

Pour obtenir une image tridimensionnelle d'un échantillon immobile, on suit la séquence suivante :

1) *Excitation radio-fréquence* : On utilise des excitations spécifiques capables de basculer complètement l'aimantation dans le plan horizontal (on définit ainsi les axes des abscisses et des ordonnées). L'objectif est d'établir une aimantation initiale  $m(\underline{r}, t = 0) = m_0(\underline{r})$ .

2) *Application d'un gradient* : On applique un gradient  $\underline{G}$  pendant un temps  $\delta$  de manière à perturber de façon contrôlée l'aimantation de l'échantillon. Pendant l'application du gradient, le comportement de  $m(\underline{r}, t)$  est décrit par l'équation D.4 modifiée par le champ résultant appliqué :

$$\frac{\partial m(\underline{r}, t)}{\partial t} = -i m \alpha (B_0 + \underline{G} \cdot \underline{r}) - \frac{m}{T_2}, \quad (\text{D.7})$$

À la fin du délai  $\delta$  d'application du gradient, la densité d'aimantation devient :

$$m(\underline{r}, t) = m_0(\underline{r}, t) e^{(-i \omega_0 t - i \alpha \delta \underline{G} \cdot \underline{r} - \frac{t}{T_2})}. \quad (\text{D.8})$$

3) *Mesure de l'aimantation globale* : On n'est capable que de faire une mesure globale de l'aimantation :

$$M(\underline{k}, t) = e^{(-i \omega_0 t - \frac{t}{T_2})} \int_{\Omega} (m_0(\underline{r}) e^{(-i \underline{k} \cdot \underline{r})}) d\Omega, \quad (\text{D.9})$$

où  $\underline{k} = \alpha \delta \underline{G}$ . On observe que le terme  $e^{(-i \omega_0 t - \frac{t}{T_2})}$  accompagne la transformée spatiale de  $m_0(\underline{r})$  pour le vecteur d'onde  $\underline{k}$ . En variant systématiquement l'orientation et la norme du gradient  $\underline{G}$ , on est capable de réaliser un échantillonnage de la transformée de Fourier de  $m_0(\underline{r})$  dans l'espace de  $\underline{k}$ .

4) *Obtention de l'image tridimensionnelle* : L'image 3D de  $m_0(\underline{r})$  est ensuite obtenue par transformée de Fourier inverse.

### D.1.4 Impulsions sélectives et imagerie bidimensionnelle

En appliquant simultanément des gradients de champ magnétique et des impulsions radio-fréquence, il est possible de n'exciter qu'une zone réduite de l'échantillon. On admet que sous l'action d'un gradient de champ  $\underline{G}$ , la distribution spatiale des vitesses de précession des aimantations nucléaires est décrite par l'équation D.6.

En modulant l'amplitude et la phase d'une impulsion radio-fréquence de manière qu'elle ait une bande spectrale réduite, centrée sur une impulsion  $\omega_c$  et de largeur  $\Delta\omega$ , on est capable d'exciter juste une coupe de l'échantillon. La position  $\underline{r}$  des atomes qui développent des mouvements de précession, dans ce cas, vérifie

$$\omega_c - \frac{\Delta\omega}{2} < \omega_0 + \alpha \underline{G} \cdot \underline{r} < \omega_c + \frac{\Delta\omega}{2} \quad (\text{D.10})$$

Seule l'aimantation provenant de cette tranche donnera donc un signal lors de la mesure. Un gradient selon  $z$  permet de sélectionner une tranche horizontale (plan parallèle à  $xy$ ). Dans le cas de l'imagerie bidimensionnelle, les gradients appliqués selon  $x$  et  $y$  génèrent un signal détectable proportionnel (comme dans le cas 3D) à la transformée de Fourier spatiale 2D de la densité d'aimantation dans le plan considéré :

$$M(\underline{k}, t) \propto \int_{\Omega} m_0(\underline{r}) e^{(-i \underline{k} \cdot \underline{r})} d\Omega, \quad (\text{D.11})$$

où  $\Omega$  représente la tranche coupée,  $d\Omega$  un élément de surface et  $\underline{k} = \alpha\delta(G_x \underline{e}_x) + G_y \underline{e}_y$ . L'image 2D est obtenue de la même façon que pour le cas 3D, par transformée de Fourier inverse.

### D.1.5 Détection de déplacements par 'codage par la phase'

L'application des gradients spécifiques peut rendre l'aimantation porteuse d'une information sur les déplacements dans l'échantillon pendant un intervalle de temps donné.

Avant les séquences d'imagerie (présentées dans les sections D.1.4 et D.1.3), l'aimantation en précession subit deux impulsions de gradient très exactement opposées l'une de l'autre, espacées d'un temps  $\Delta$ . Pour comprendre le processus, on considère un petit élément de matière de l'échantillon avec une aimantation complexe  $m$ . Sa valeur initiale, juste après l'excitation initiale de début de séquence ( $t = 0$ ), est notée  $m_0$ . Avant la première impulsion de gradient (en négligeant la relaxation),  $m$  précesse dans  $B_0$  selon :

$$m(t) = m_0 e^{(-i \omega_0 t)}. \quad (\text{D.12})$$

Au moment de la première impulsion de gradient, l'élément se situe à la position  $\underline{r}_1$ . Après l'intervalle de temps  $\delta$  d'application de la première impulsion  $\underline{G}$ ,  $m$  présente une déphasage dans son mouvement de précession (selon l'équation D.8) :

$$m(t) = m_0 e^{(-i \omega_0 t + i \Delta \phi_1)} \quad (\text{D.13})$$

où  $\Delta \phi_1 = -\alpha \delta \underline{G} \cdot \underline{r}_1$ .

Ensuite, du fait de son déplacement, l'élément de matière se trouve en une position  $\underline{r}_2$ , au moment de la deuxième impulsion de gradient. Avec l'application du gradient  $-\underline{G}$ ,  $m$  acquiert donc un déphasage supplémentaire

$$m(t) = m_0 e^{(-i \omega_0 t + i \Delta \phi_1 + i \Delta \phi_2)}, \quad (\text{D.14})$$

où  $(\Delta \phi_1 + \Delta \phi_2) = \alpha \delta \underline{G} \cdot (\underline{r}_1 - \underline{r}_2)$ .

Cette aimantation contient donc, dans sa phase, une information sur le déplacement  $\underline{r}_2 - \underline{r}_1$  qui a eu lieu pendant l'intervalle de temps  $\Delta$ . La figure D.3 montre un schéma simplifié de la séquence type d'imagerie de déplacements décrite.

Après la procédure d'imagerie, la carte des déplacements est obtenue en comparant (pixel par pixel) les phases des deux images complexes différentes.

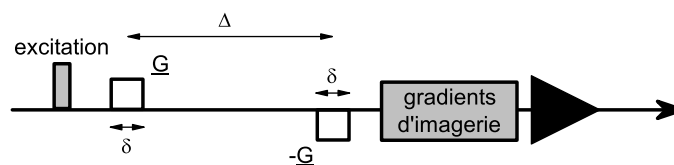


FIG. D.3 – Séquence type d'imagerie de déplacements par codage par la phase.

On note bien que uniquement les composantes selon  $\underline{G}$  sont mesurées. Pour une mesure des déplacements dans les trois directions de l'espace, il faut trois images obtenus avec trois gradients de directions différentes.

#### D.1.5.1 Précision de la mesure des déplacements

La précision sur la mesure de la vitesse ( $\delta v/v$ ) dépend de la vitesse  $v$ , du nombre  $N$  de pixels choisi, du temps de relaxation  $T_2$ , et du nombre  $n$  d'acquisition. Ainsi pour  $N = 128$  (ce qui correspond par exemple à environ un point tous les mm),  $n = 1$  et  $T_2 = 30 \text{ ms}$ , on trouve  $\delta v/v$  égal à 0,24 pour  $v = 0,1 \text{ mm/s}$ , mais 0,03 pour  $v = 1 \text{ mm/s}$ . Le rapport signal/bruit augmente ensuite comme la racine carrée du nombre de répétition. Cette estimation est extrêmement sensible au temps  $T_2$ . Une augmentation de ce dernier d'un facteur 10 conduit à une amélioration d'un facteur 20 environ. La meilleure précision actuelle sur la vitesse est de  $10 \text{ } \mu\text{m/s}$ .

## Annexe E

# Étalonnage du capteur de couple

L'étalonnage du capteur de couple consiste simplement à obtenir le rapport entre les couples imposés et les déformations mesurées par les capteurs de déformation (jauges). La difficulté de la procédure est la détermination précise de la valeur de couple en torsion imposée. La configuration proposée et mise en œuvre par Pascal Moucheron est montrée sur la figure E.1.

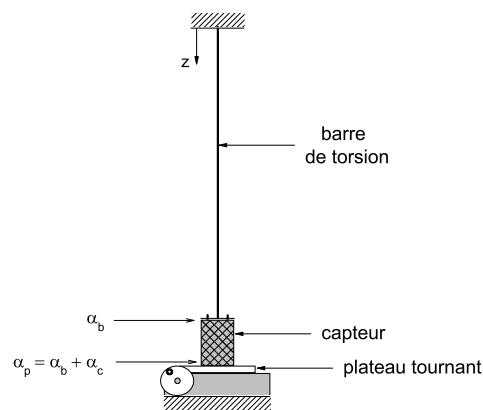


FIG. E.1 – Schéma du dispositif d'étalonnage du capteur de couple.

On relie le capteur de couple à une barre de torsion et à un plateau tournant. Le plateau tournant applique un déplacement angulaire bien défini  $\alpha_p$ , qui entraîne une valeur de couple  $C$  dans le système. En variant la valeur de  $\alpha_p$ , on soumet le système à une certaine gamme de couple et on définit ainsi la courbe d'étalonnage du capteur en fonction des mesures des jauges du capteur.

Le déplacement angulaire imposé au niveau du plateau se divise en deux parties :  $\alpha_b$  et  $\alpha_c$ , les déplacements angulaires relatifs de la barre de torsion et du capteur, respectivement. Les valeurs de  $\alpha_b$  et  $\alpha_c$  dépendent du couple  $C$  :

$$\begin{aligned}
C &= -K_b \alpha_b, \\
C &= -K_c \alpha_c, \\
\alpha_p &= \alpha_b + \alpha_c,
\end{aligned} \tag{E.1}$$

où  $K_b$  et  $K_c$  sont les raideurs de torsion de la barre et du capteur, respectivement. À partir de E.1 on obtient que le couple vaut, en fonction de  $\alpha_p$  et des raideurs du système :

$$C = -\frac{\alpha_p}{\frac{1}{K_b} + \frac{1}{K_c}}. \tag{E.2}$$

La raideur du capteur  $K_c$  est estimée lors du calcul par éléments finis. La raideur de la barre de torsion  $K_b$  est beaucoup plus faible que  $K_c$ , de sorte que  $\alpha_p \approx \alpha_b$ . L'évaluation précise de  $K_b$  est faite expérimentalement. On utilise un pendule de torsion dont la configuration est schématisée sur la figure E.2.

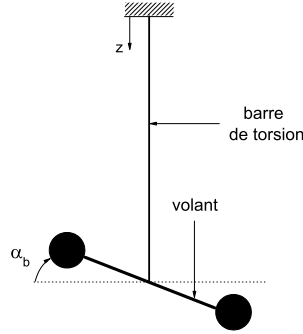


FIG. E.2 – Schéma du dispositif pour la détermination de la raideur de la barre de torsion  $K_b$ .

On fixe un volant de moment d'inertie  $I_v$  à la barre de torsion d'inertie  $I_b$  ( $I_v \gg I_b$ ). L'équation qui décrit le mouvement de torsion oscillatoire du pendule est obtenue en équilibrant le couple résistant agissant sur la barre  $C = -K_b \alpha_b$  avec le couple résultant de l'accélération angulaire du volant  $C = I_v \frac{d^2 \alpha_b}{dt^2}$  :

$$\frac{d^2 \alpha_b}{dt^2} + \frac{K_b}{I_v} \alpha_b = 0, \tag{E.3}$$

dont la solution pour le déplacement angulaire est

$$\alpha_b = \alpha_{b0} \cos(\omega_b t), \tag{E.4}$$

où  $\alpha_{b0}$  est la position angulaire à l'instant initial  $t = 0$  et  $\omega_b$  est la fréquence propre de la barre de torsion. En substituant la solution (équation E.4) dans l'équation (équation E.3), on obtient que la raideur de la barre de torsion  $K_b$  vaut

$$K_b = I_v \omega_p^2. \quad (\text{E.5})$$

Expérimentalement, on applique un déplacement angulaire initial  $\alpha_{b0}$  pour démarrer le mouvement pendulaire et on mesure les oscillations d'un point de la barre avec l'aide des jauges. Avec la fréquence des oscillations  $\omega_b$  et le moment d'inertie du volant  $I_v$ , on détermine la raideur de la barre de torsion  $K_b$ .

La courbe d'étalonnage résultante est montrée sur la figure E.3. Finalement, on relie linéairement la tension mesurée, à l'aide des jauges, au couple appliqué, avec un coefficient de 305,85 mV/Nm.

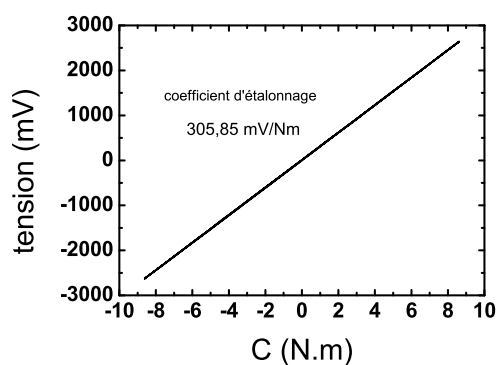


FIG. E.3 – Courbe d'étalonnage du capteur de couple.



## Annexe F

# Vélocimétrie par corrélation d'image (CIV)

### F.1 Introduction

On décrit dans cette annexe les aspects généraux de la méthode de vélocimétrie par corrélation d'image (*Correlation Image Velocimetry* - CIV). On utilise le code de calcul développé par Guillaume Chambon dans le cadre de sa thèse de doctorat [36, 40]. Le programme est inspiré par les travaux de [86, 42, 87]. Une description plus détaillée du calcul peut être trouvée dans [36].

### F.2 Principes de la méthode

De manière générale, la technique CIV permet de déterminer le champ de déplacement entre deux photos représentant un même objet dans deux états de déformation (légèrement) différents. Son principe est illustré par la figure F.1. En effet, il consiste à calculer le maximum de la fonction de corrélation entre deux sous-images extraites à des positions identiques dans les deux photos. Ce maximum correspond au vecteur déplacement local  $\underline{u}$  à l'endroit de la sous-image considérée. En déplaçant les sous-images dans les photos, il est ainsi possible d'obtenir une image résolue spatialement du champ de déplacement.

L'implémentation de la méthode comporte divers raffinements qui permettent d'améliorer significativement sa sensibilité. Au final, la précision des déplacements déterminés est largement inférieure au pixel. Pour cela, le traitement de chaque paire de sous-images est scindé en deux étapes qui permettent d'obtenir successivement les parties entières et fractionnaires des composantes du vecteur déplacement  $\underline{u}$ . Dans la suite, on explicite brièvement ces deux étapes. Les deux sous-images considérées, extraites à des positions identiques dans les photos 1 et 2, sont notées respectivement  $f$  et  $g$  (voir figure F.1). La fonction  $T_u(g)$  représente par définition la fonction  $g$  décalée de la quantité  $\underline{u}$  :

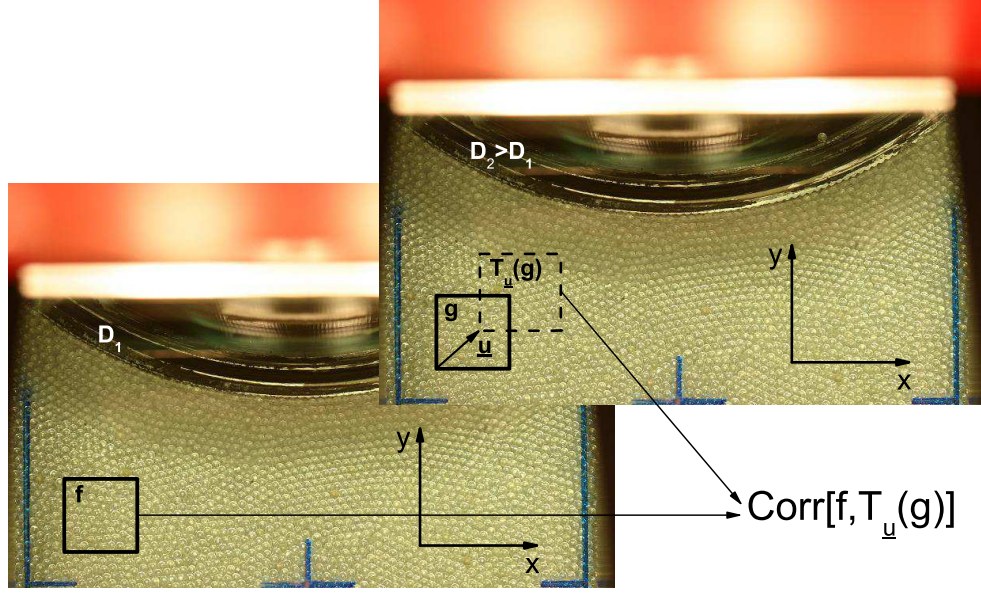


FIG. F.1 – Principe de la détermination par CIV du champ de déplacement entre deux photos d'un même échantillon prises pour des déplacements à la paroi  $D_1$  et  $D_2$ .

$$T_u(g)(x, y) = g(x - u_x, y - u_y), \quad (\text{F.1})$$

où  $x$  et  $y$  sont les coordonnées cartésiennes sur la grille d'échantillonnage des photos (dans le cas de cette thèse : 3072x2048).

**Étape 1 - Détermination du déplacement pixel** : Cette étape consiste à déterminer, de façon itérative, la partie entière  $\underline{P}$  du déplacement. À chaque itération, la fonction de corrélation  $C_{\underline{P}} = \text{Corr}[f, T_{\underline{P}}(g)]$  est calculée dans l'espace de Fourier<sup>1</sup> [145]. Le maximum de  $C_{\underline{P}}$  est déterminé et la quantité entière ainsi obtenue est ajoutée à la valeur précédente de  $\underline{P}$ . Une nouvelle fonction  $T_{\underline{P}}(g)$  peut alors être définie pour l'itération suivante. On note que, pour éviter les effets de bord,  $T_{\underline{P}}(g)$  n'est pas calculée à partir de l'expression F.1, mais directement en extrayant une nouvelle sous-image décalée dans la photo 2 (figure F.1). Les itérations s'arrêtent lorsque l'incrément de déplacement pixel déterminé est nul.

**Étape 2 - Détermination du déplacement subpixel** : Cette étape consiste à déterminer la partie fractionnaire  $\underline{p}$  du déplacement, également de façon itérative. La fonction de corrélation  $C_{\underline{P}+\underline{p}}$  est calculée comme précédemment. Par construction, son maximum sur la grille d'échantillonnage est situé en  $(0, 0)$ . On cherche son maximum interpolé.

<sup>1</sup>Sauf lors de la première itération, un fenêtrage de Hanning modifié [86] est appliqué aux fonctions  $f$  et  $T_{\underline{P}}(g)$  avant de calculer leurs composantes de Fourier par FFT.

Pour ce faire, la fonction de corrélation est interpolée par une formule *bi-parabolique* entre les points de la grille et une procédure de maximisation par *simplex* [145] est employée. La quantité ainsi obtenue est ajoutée à la valeur précédente de  $\underline{P}$ . Il reste alors à initier l'itération suivante en définissant une nouvelle fonction décalée  $T_{\underline{P}+\underline{p}}(g)$ . Cependant, comme la quantité  $\underline{p}$  est non entière, il n'est pas possible d'employer directement l'expression F.1. En revanche, sa traduction dans l'espace de Fourier peut être utilisée :

$$TF\{T_{\underline{P}+\underline{p}}(g)\}(\underline{k}) = e^{2\pi i \underline{k} \cdot \underline{p}} TF\{T_{\underline{P}}(g)\}(\underline{k}), \quad (\text{F.2})$$

où  $TF\{\cdot\}$  désigne la transformée de Fourier et  $\underline{k}$  les vecteurs d'onde à 2D. On peut montrer que l'emploi du théorème F.2 revient, dans l'espace direct, à interpoler la fonction  $T_{\underline{P}}(g)$  hors de sa grille par la formule de Shannon [145]. Les itérations s'arrêtent lorsque la valeur de la fonction de corrélation  $C_{\underline{P}+\underline{p}}$  en  $(0,0)$ , ou alternativement, en son maximum, se met à décroître.

À la fin des itérations, le vecteur déplacement, à la position de la paire de sous-images considérée, est donné par  $\underline{u} = \underline{P} + \underline{p}$ . Il ne reste ensuite qu'à mettre à l'échelle cette valeur, c'est à dire à convertir les pixels en unités physiques.

La procédure décrite ci-dessus peut être employée directement sur les photos brutes de l'échantillon. Cependant, on a remarqué que travailler sur les *transformées de Sobel*<sup>2</sup> des photos permettait d'améliorer sensiblement la précision des déplacements déterminés en diminuant le nombre de *points aberrants* (voir paragraphe suivant).

### F.3 Précision atteinte

De manière générale, plus les sous-images utilisées dans la procédure de CIV sont grandes, meilleure est la précision du déplacement moyen calculé. En contre-partie, cependant, la résolution spatiale du champ de déplacement diminue. Pour les calculs sur les séries de photos de l'ACSA, nous avons employé des sous images de  $64 \times 64$ . En deçà de ces dimensions, la précision atteinte n'est plus acceptable.

La précision de la technique CIV a été évaluée par Chambon en utilisant des champs de déplacement synthétiques. Deux types de tests sont présentés dans l'article [40] pour de sous-images de  $64 \times 64$ . De manière générale, la précision de la technique de CIV dépend de la valeur de la partie fractionnaire du déplacement à retrouver [86]. Les tests indiquent pour une gamme de déplacement synthétiques de 0,02 à 0,2 pixel une précision moyenne de  $3.10^{-2}$  pixel [40]. Le déplacement minimal détectable est de l'ordre de  $3.10^{-2}$  pixel aussi.

Cette valeur correspond à un déplacement de  $1,3\mu m$  en échelle réelle dans le cas de cette thèse. Avec un intervalle de 6s entre les photos on obtient une vitesse minimale

<sup>2</sup>La transformé de Sobel est une représentation des gradients de la photo. Elle est généralement implémentée dans les logiciels de traitement d'image sous le nom "détection des bords". Précisément, elle est calculée comme la norme euclidienne de deux images obtenues en convoluant la photo de départ

avec les noyaux suivants :  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$  et  $\begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ .

mesurable  $v_{min} = 1,3 \cdot 10^{-2} \text{ mm/min}$ . Pour une vitesse à la paroi  $V_\theta = 2 \text{ mm/min}$  cette valeur de  $v_{min}$  permet d'analyser, sûrement, des niveaux de vitesse équivalents à 0,66% de  $V_\theta$ . En fait, cette limite est conservatrice, dans la mesure où le traitement du champ de déplacement est réalisé entre seulement deux photos. Si on considère une séquence de photos, une partie de l'erreur est compensée à mesure que l'on cumule les déplacements pour déterminer le résultat moyen.

Outre cette imprécision inhérente aux procédures d'interpolation employées dans la CIV, il arrive également que la détermination du déplacement échoue pour certaines sous-images. Ceci produit des *points aberrants* dans le champ de déplacement. Les raisons de l'échec de la procédure CIV peuvent être multiples : absence de texture suffisante dans la sous-image considérée, présence de déformations ou rotations trop importantes dans la sous-image, non convergence des itérations... L'échec se produit aussi lorsque le vecteur déplacement est trop grand par rapport aux dimensions des sous-images [87]. Les résultats obtenus ne sont plus fiables dès que les déplacements recherchés excèdent, typiquement, un quart de la taille de sous-images.

# Références

- [1] A. Abderrahim and J.P. Tisot. Une nouvelle approche et une approche classique pour l'étude de l'interface sol pulvérulent-structures. In *Colloque René Houpert : Structure et comportement mécanique des géomatériaux*, pages 191–200, Nancy, 1992.
- [2] Y.B. Acar, T. Durgunoglu, and M. Tumay. Interface properties of sand. *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division*, 108(GT4) :648–655, 1982.
- [3] F. Adjémian and P. Evesque. Experimental stick-slip behaviour in triaxial test on granular matter. *Poudres et Grains*, 12(7) :115–121, 2001.
- [4] E. Aharonov and D. Sparks. Rigidity phase transition in granular packings. *Phys. Rev. E*, 60 :6890–6896, 1999.
- [5] R.H. Al-Douri and H.G. Poulos. Static and cyclic direct shear test on carbonate sands. *Geotechnical Testing Journal*, 15(2) :138–157, 1991.
- [6] C. Ancey, Ph. Coussot, and P. Evesque. A theoretical framework for granular suspensions in a steady simple shear flow. *J. Rheol.*, 43 :1673–1699, 1999.
- [7] B. Andreotti and S. Douady. Selection of velocity profile and flow depth in granular flows. *Phys. Rev. E*, 63 :031305–031312, 2001.
- [8] E. Azanza. *Ecoulements granulaires bidimensionnels sur plan incliné (thèse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées)*, volume SI5. Collection Etudes et Recherches des Laboratoires des Ponts et Chaussées, Paris, 1998.
- [9] K. Bagi. Microstructural stress tensor of granular assemblies with volume forces. *J. Appl. Mech.*, 66 :934–936, 1999.
- [10] G. K. Batchelor. The stress system in a suspension of force-free particles. *J. Fluid Mech.*, 41 :545–570, 1970.
- [11] T. Baumberger. *Dynamique de glissement d'une interface multicontacts*. Habilitation à Diriger des Recherches, Université Paris VII Jussieu, 1997.
- [12] N. Bengabbou. *Étude de l'interface sol-paroi moulée*. PhD thesis, ENPC, 2005.
- [13] D. Besdo. Ein beitrag zur nichtlinearen theorie des Cosserat-kontinuums. *Acta Mechanica*, 20 :105–131, 1974.
- [14] J. Biarez and P.-Y Hicher. *Elementary Mechanics of Soil Behaviour*. Balkema, 1994.

- [15] A.W. Bishop, G.E. Green, V.K. Garga, A. Andresen, and J.D. Brown. A new ring shear apparatus and its applications to the measurement of residual strength. *Géotechnique*, 21(4) :273–328, 1971.
- [16] L. Bjerrum and A. Landva. Direct simple shear tests on an norwegian quick clay. *Géotechnique*, 16 :1–20, 1966.
- [17] L. Bocquet, W. Losert, D. Schalk, T. C. Lubensky, and J. P. Gollub. Granular shear flow dynamics and forces : Experiment and continuous theory. *Phys. Rev. E*, 65 :011307, 2002.
- [18] D. Bonamy, F. Daviaud, and L. Laurent. Experimental study of granular flows via high speed camera : a continuous description. *Phys. Fluids*, 14 :1666, 2002.
- [19] D. Bonamy, F. Daviaud, L. Laurent, M. Bonetti, and J-P. Bouchaud. Multiscale clustering in granular surface flows. *Phys. Rev. Lett.*, 89 :034301, 2002.
- [20] P.J. Bosscher and C.G. Ortiz. Frictional properties between sand and various construction materials. *Journal of Geotechnical Engineering*, 113(9) :1035–1039, 1987.
- [21] M. Boulon. *Contribution à la mécanique des interfaces sol-structure. Application au frottement latéral des pieux*. Habilitation à Diriger des Recherches.
- [22] M. Boulon. Développement d’une boîte de cisaillement annulaire. In *Rapport scientifique, GRECO Rhéologie des géomatériaux*, pages 368–373, Aussois, France, 1989.
- [23] M. Boulon and P. Garnica. Constitutive interpolation and soil-structure directionally dependent interface law. pages 48–56, Santander, 1990. 2nd Eur. Spec. Conf. on Num. Meth. In Geotech. Eng.
- [24] N. Bourada. *Etude du comportement des milieux granulaires par homogénéisation périodique*. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1999.
- [25] F.P. Bowden and D. Tabor. *The friction and lubrication of solids*. Clarendon Press, Oxford, 1950.
- [26] E.N. Bromhead. A simple ring shear apparatus. *Ground Engineering*, 12 :40–44, 1979.
- [27] W.F. Brumund and G.A. Leonards. Experimental study of static and dynamic friction between sand and typical construction materials. *Journal of Testing and Evaluation*, 1(2) :163–165, 1973.
- [28] L. Bureau. *Elasticité et rhéologie d’une interface macroscopique : du piégeage au frottement solide*. PhD thesis, Université Paris XII, 2002.
- [29] F. Cai and K. Ugai. An implicit integration algorithm for elastoplasticity of interface element. In *NUMOG VIII*, pages 279–284, Rome, 2002.
- [30] F.G. Calvetti, G. Combe, and J. Lanier. Experimental micromechanical analysis of a 2d granular material : relation between structure evolution and loading path. *Mech. Cohes. Frict. Mat.*, 2 :121–163, 1997.

- [31] C. S. Campbell. Rapid granular flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 22 :57–92, 1990.
- [32] C. S. Campbell. Granular shear flows at the elastic limit. *J. Fluid Mech.*, 465 :261–291, 2002.
- [33] C.S. Campbell and C.E. Brennen. Chute flows of granular material : some computer simulations. *J. Appl. Mech.*, 52 :172–178, 1985.
- [34] C.S. Campbell, C.E. Brennen, and R.H. Sabersky. Flow regimes in inclined open channel flows of granular materials. *Powder Tech.*, 41 :77–82, 1985.
- [35] A. Caprihan and J.D. Seymour. Correlation time and diffusion coefficient imaging : application to granular flow system. *Journal of Magnetic Resonance*, 144 :96–107, 2000.
- [36] G. Chambon. *Caractérisation expérimentale du frottement effectif des zones de faille*. PhD thesis, ENPC, 2003.
- [37] G. Chambon, J. Schmittbuhl, and Corfdir. Laboratory gouge friction : seismic like slip weakening and secondary rate and state-effects. *Geophysical Research Letters*, 29(10) :461–464, 2002.
- [38] G. Chambon, J. Schmittbuhl, and A. Corfdir. Frictional response of a thick gouge sample : 2. friction law and implications for faults. *J. Geophys. Res.*, 111(B09308, doi :10.1029/2003JB002731), 2006.
- [39] G. Chambon, J. Schmittbuhl, A. Corfdir, N. Orellana, M. Diraison, and Y. Géraud. Effective fault core thickness : from laboratory experiments to field scale observations. In *European Geosciences Union 1st General Assembly*, volume 6 of *Geophysical research abstracts*, page 04048, 2004.
- [40] G. Chambon, J. Schmittbuhl, A. Corfdir, J.-P. Vilotte, and S. Roux. Shear with comminution of a granular material : Microscopic deformations outside the shear band. *Phys. Rev. E*, 68 :011304, 2003.
- [41] H.A. Cheng. NMR and mechanical measurements of the collisional dissipation of granular flow in a rotating, partially filled, horizontal cylinder. In R. Behringer et J. Jenkins, editor, *Powders and Grains*, pages 463–465, 1997.
- [42] L. Chevalier, S. Calloch, F. Hild, and Y. Marco. Digital image correlation used to analyze the multiaxial behaviour of rubber-like materials. *Eur. J. Mech. A*, 20 :168–187, 2001.
- [43] F. Chevoir, E. Azanza, F. da Cruz, G. Koval Junior, M. Prochnow, P. Rognon, Ph. Coussot, P. Moucheron, J.N. Roux, and L. Tocquer. *Rhéologie des pâtes et des milieux granulaires*, chapter Ecoulements granulaires : physique et applications, pages 7–32. Laboratoire Central des Ponts et Chaussées - Collection Etudes et Recherches des Laboratoires des Ponts et Chaussées, Paris, 2006.
- [44] F. Chevoir, M. Prochnow, P. Moucheron, F. da Cruz, F. Bertrand, J.P. Guilbaud, P. Coussot, and Roux J.N. Dense granular flows in a vertical chute. In Kishino, editor, *Powders and grains 2001*, pages 399–402, Lisse, 2001. Swets and Zeitlinger.

- [45] F. Chevoir, J.-N. Roux, F. da Cruz, P. Rognon, and G. Koval Jr. Friction law in dense granular flows. *Powder Tech.*, 2007. soumis.
- [46] J. Christoffersen, M. M. Mehrabadi, and S. Nemat-Nasser. A micromechanical description of granular material behavior. *J. Appl. Mech.*, 48 :339–344, 1981.
- [47] G. Combe. *Origines géométriques du comportement quasi-statique des assemblages granulaires denses : Etude par simulations numériques*. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2001.
- [48] G. Combe and J.-N. Roux. Quasi-static rheology and the origin of strain. *Comptes Rendus Physique*, 3 :131–140, 2002.
- [49] A. Corfdir. *Rhéologie des pâtes et des matériaux granulaires*, chapter Comportement d’interface granulaire/solide : approche expérimentale, pages 147–171. Number SI 12 in Sciences pour le génie civil. LCPC, novembre 2006.
- [50] C. Coste. Shearing of a confined granular layer : Tangential stress and dilatancy. *Phys. Rev. E*, 70(5) :051302, November 2004.
- [51] C.A. Coulomb. Sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique, relatifs à l’architecture. *Mémoires de Mathématiques et de Physique, Académie Royale des Sciences*, 7 :343–382, 1773.
- [52] P. Coussot and C. Ancey. *Rhéophysique des pâtes et des suspensions*. EDP Sciences, Orsay, 1999.
- [53] H.M. Coyle and I.H. Sulaiman. Skin friction for steel piles in sand. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 93(SM6) :261–278, 1967.
- [54] K. Craig, R. H. Buckholz, and G. Domoto. An experimental study of the rapid flow of dry cohesionless metal powders. *J. Appl. Mech.*, 53 :935, 1986.
- [55] P. A. Cundall and O. D. L. Strack. A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotech.*, 29 :47–65, 1979.
- [56] F. da Cruz. *Ecoulements de grains secs : Frottement et blocage*. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2004. <http://pastel.paristech.org/archive/00000946>.
- [57] F. da Cruz, F. Chevoir, J. N. Roux, and I. Iordanoff. Macroscopic friction of dry granular materials. In G. Dalmaz, A. A. Lubrecht, D. Dowson, and M. Priest, editors, *Transient Processes in Tribology*, pages 53–61, Amsterdam, 2004. Elsevier.
- [58] F. da Cruz, S. Emam, M. Prochnow, J.-N. Roux, and F. Chevoir. Rheophysics of dense granular materials : Discrete simulation of plane shear flows. *Physical Review E*, 72(2) :021309, 2005.
- [59] P. Dantu. Etude statistique des forces intergranulaires dans un milieu pulvérulent. *Géotech.*, 18 :50–55, 1968.
- [60] R. de Borst. A generalisation of the  $j_2$ -flow theory for polar continua. *Computer Methods in Applied Mechanics Engineering*, 103 :347–362, 1993.

- [61] V. De Gennaro. *Etude du comportement mécanique des interfaces sol - structure. Application à l'analyse du comportement des pieux*. PhD thesis, École nationale des ponts et chaussées, Paris, 1999.
- [62] P.G. De Gennes. *Scaling Concepts in Polymer Physics*. Cornell University Press, 1979.
- [63] G. Debregeas and C. Josserand. A self-similar model for shear flows in dense granular materials. *Europhys. Lett.*, 52 :137–143, 2000.
- [64] C. Denniston and H. Li. Dynamics and stress in gravity driven granular flow. *Phys. Rev. E*, 59 :3289–3292, 1999.
- [65] J. D. Dent. The dynamic friction characteristics of a rapidly sheared granular material applied to the motion of snow avalanches. *Annals Glaciology*, 18 :215–220, 1993.
- [66] C.S. Desai, E.C. Drum, and M.M. Zaman. Cyclic testing and modeling of interfaces. *Journal of Geotechnic Engineering*, 111(6) :793–815, 1985.
- [67] C.S. Desai and B. Rigby. Modelling and testing interfaces. In A.P.S. Selvadurai and M. Boulon, editors, *Mechanics of Geomaterial Interfaces*, volume 42, pages 107–125, 1995.
- [68] C.S. Desai and J. Toth. Disturbed state constitutive modeling based on strain-stress and non destructive behavior. *Int. J. Solid Struct.*, 33(11) :1619–1650, 1996.
- [69] S. Dippel. *Microscopic dynamics of granular materials*. PhD thesis, Université Gerhard Mercator de Duisbourg, 1998.
- [70] S. Dippel and D. Wolf. Rapid granular flow on a rough inclined plane. *Computer Communications*, 121 :284–289, 1999.
- [71] A.I. Dumitrescu. *Étude expérimentale du comportement d'interface sol grenu / structure*. PhD thesis, École nationale des ponts et chaussées, Paris, 2005.
- [72] J. Duran. *Sables, poudres et grains*. Eyrolles Sciences, Paris, 1997.
- [73] E. E. Ehrichs, H. M. Jaeger, G. S. Karczmar, J. B. Knight, V. Y. Kuperman, and S. R. Nagel. Granular convection observed by magnetic resonance imaging. *Science*, 267 :1632–1634, 1995.
- [74] S. Emam, J. Canou, A. Corfdir, J. C. Dupla, and J. N. Roux. Elaboration et comportement mécanique des matériaux granulaires solides modèles : expériences et simulations numériques. In Bogdan Cazacliu and Jean-Noël Roux, editors, *Rhéologie des pâtes et des matériaux granulaires*, pages 105–145, Paris, 2006. LCPC.
- [75] D. Ertas, G. S. Grest, T. C. Halsey, D. Levine, and L.E. Silbert. Gravity-driven dense granular flows. *Europhys. Lett.*, 56 :214–220, 2001.
- [76] A. Caprihan et al. Magnetic resonance imaging of vibrating granular beds by spatial scanning. *Rev. Sci. Instrum.*, 68 :4217–4220, 1997.
- [77] K. Yamane et al. Steady particulate flows in a horizontal rotating cylinder. *Phys. Fluids*, 10 :1419–1427, 1998.

- [78] K. Fakharian and E. Evgin. Simple shear versus direct shear tests on interfaces during cyclic loading. *Proceedings of the Third International Conference of Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, St Louis, USA, 1995.
- [79] K. Fakharian and E. Evgin. Elasto-plastic modelling of stress-path-dependent behaviour of interfaces. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 24 :183–199, 2000.
- [80] GDR MIDI. On dense granular flows. *Euro. Phys. J. E*, 14 :341–365, 2004.
- [81] A.T.C. Goh and I.B. Donald. Investigation of soil-concrete interface behaviour by simple shear apparatus. In *4th Australia - New Zealand Conference on Geomechanics*, pages 101–106, 1984.
- [82] C. Goujon, N. Thomas, and B. Dalloz-Dubrujeaud. Monodisperse dry grain flows on inclined planes : role of roughness. *Euro. Phys. J. E*, 11 :147–157, 2003.
- [83] D.M. Hanes and O.R. Walton. Simulations and physical measurements of glass spheres flowing down a bumpy incline. *Powder Tech.*, 109 :133–144, 2000.
- [84] M. Hanes and D. L. Inman. Observations of rapidly flowing granular-fluid materials. *J. Fluid Mech.*, 150 :357, 1985.
- [85] A.-H. Hassan. *Etude expérimentale et numérique du comportement local et global d'une interface sol granulaire - structure*. PhD thesis, Université Joseph Fourier, Grenoble, 1999.
- [86] F. Hild, J.-N. Périé, and M. Coret. Mésures de champs de déplacement 2d par corrélation d'images numériques : Correli<sup>2D</sup>. Internal Report 230, LMT-Cachan, 1999.
- [87] F. Hild, B. Raka, M. Baudequin, S. Roux, and F. Cantelaube. Multiscale displacement field measurements of compressed mineral-wool samples by digital image correlation. *Applied Optics*, 41(32) :6815–6828, 2002.
- [88] K. M. Hill, A. Caprihan, and J. Kakalios. Axial segregation of granular media rotated in a drum mixer : Pattern evolution. *Phys. Rev. E*, 56 :4386–4393, 1997.
- [89] K. M. Hill, A. Caprihan, and J. Kakalios. Bulk segregation in rotated granular material measured by magnetic resonance imaging. *Phys. Rev. Lett.*, 78 :50–53, 1997.
- [90] K. M. Hill, A. Caprihan, and J. Kakalios. Dynamic angle of repose as a function of mixture concentration : Results from mri experiments and dem simulations. In R. P. Behringer and J. T. Jenkins, editors, *Powders and grains 97*, Rotterdam, 1997. A. A. Balkema.
- [91] N. Hoteit. *Contribution à l'étude du comportement d'interface sable - inclusion et application au frottement apparent*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, Grenoble, 1990.
- [92] D. Howell, R.P. Behringer, and C.T. Veje. Fluctuations in granular media. *Chaos*, 9 :559–572, 1999.

- [93] D. Howell, R.P. Behringer, and C.T. Veje. Stress fluctuations in a 2d granular Couette experiment : a continuum transition. *Phys. Rev. Lett.*, 82 :5241–5244, 1999.
- [94] P.J. Huck and S.K. Saxena. Response of soil-concrete interface at high pressure. In *Proceedings of the 10th Int. Conf. on soil mechanic and foundation engineering*, volume 2, pages 141–144, Stockholm, 1981.
- [95] R. Jackson. *Some mathematical and physical aspects of continuum models for the motion of the granular materials*, pages 291–337. Theory of Dispersed Multiphase Flow. Academic, 1983.
- [96] H.M. Jaeger, S. Nagel, and R.P. Behringer. The physics of granular materials. *Phys. Today*, pages 32–38, 1996.
- [97] K. L. Johnson. *Contact Mechanics*. Cambridge University Press, 1985.
- [98] C. Josserand. A 2d asymmetric exclusion model for granular flows. *Europhys. Lett.*, 48 :36–42, 1999.
- [99] D.A. Karabatakis and T.N. Hatzigogos. Analysis of creeping response of interface elements. *Computer and Geotechniques*, 29(4) :257–277, 2002.
- [100] D.V. Khakhar, A.V. Orpe, P. Andresen, and J.M. Ottino. Surface flow of granular materials : model and experiments in heap formation. *J. Fluid Mech.*, 441 :255–264, 2001.
- [101] H. Kishida and M. Uesugi. Tests of interface between sand and steel in the simple shear apparatus. *Géotechnique*, 37(1) :45–52, 1987.
- [102] O. Koivumaki. Friction between sand and metal. In *VIII ECSMFE*, volume 2, pages 517–520, Helsinki, 1983.
- [103] T. S. Komatsu, S. Inagaki, M. Nakagawa, and S. Nasuno. Creep motion in a granular pile exhibiting steady surface flow. *Phys. Rev. Lett.*, 86 :1757–1760, 2001.
- [104] N.P. Krut and L. Rothenburg. Micromechanical definition of the strain tensor for granular materials. *J. Appl. Mech.*, 118 :706–711, 1996.
- [105] V. Y. Kuperman. Nuclear magnetic resonance measurements of diffusion in granular media. *Phys. Rev. Lett.*, 77 :1178–1181, 1996.
- [106] V. Y. Kuperman. NMR measurements demonstrate increased intensity of collisions near walls in a vibrating granular material. In R. P. Behringer and J. T. Jenkins, editors, *Powders and Grains*, pages 393–395, Rotterdam, 1997. A. A. Balkema.
- [107] V. Y. et al. Kuperman. A new technique for differentiating between diffusion and flow in granular media using magnetic resonance imaging. *Rev. Sci. Instrum.*, 66 :4350–4355, 1995.
- [108] P. Lerat. *Etude de l'interface sol - structure dans les milieux granulaires à l'aide d'un nouvel appareil de cisaillement annulaire*. PhD thesis, École nationale des ponts et chaussées, Paris, 1996.

- [109] P. Lerat, M. Boulon, and F. Schlosser. Etude expérimentale de l'interface sol - structure dans les milieux granulaires. *Revue Française de Génie Civil*, 1(2) :345–366, 1997.
- [110] C.H. Liu, S.R. Nagel, D.A. Schecter, S.N. Coppersmith, S. Majumdar, O. Narayan, and T.A. Witten. Force fluctuations in bead packs. *Science*, 269 :513, 1995.
- [111] W. Losert and G. Kwon. Transition and steady-state dynamics of granular shear flows. *Advances in complex systems*, 4 :369–377, 2001.
- [112] M. Lätzel. *From microscopic simulations towards a macroscopic description of granular media*. PhD thesis, University of Stuttgart, Stuttgart, 2003.
- [113] M. Lätzel, S. Luding, and H. J. Hermann. Macroscopic material properties from quasi-static, microscopic simulations of a two-dimensional shear-cell. *Granular Matter*, 2 :123–135, 2000.
- [114] S. Luding and T. Pöschel, editors. *Granular Gases*. Springer, 2000.
- [115] C. K. K. Lun and A. A. Bent. Numerical simulation of inelastic frictional spheres in simple shear flow. *J. Fluid Mech.*, 258 :335–353, 1994.
- [116] T. Matthey and J.-P. Hansen. Molecular dynamics simulations of sliding friction in a dense granular material. *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.*, 6 :701–707, 1998.
- [117] N. Menon and D.J. Durian. Diffusing wave spectroscopy of dynamics in a three dimensional granular flow. *Science*, 275 :1920–1922, 1997.
- [118] G. Metcalfe and M. Shattuck. Pattern formation during mixing and segregation of flowing granular materials. *Physica A*, 233 :709 – 717, 1996.
- [119] H.-B. Mühlhaus. Application of Cosserat theory in numerical solution of limit loads problems. *Ingenieur Archiv*, 59 :124–137, 1989.
- [120] H.-B. Mühlhaus and I. Vardoulakis. The thickness of shear bands in granular materials. *Géotechnique*, 37 :271–283, 1987.
- [121] B. Miller, C. O'Hern, and R. P. Behringer. Stress fluctuations for continuously sheared granular materials. *Phys. Rev. Lett.*, 77 :3110–3113, 1996.
- [122] J.K. Mitchell. *Fundamentals of soil behavior*. Wiley, New York, 1993.
- [123] L. S. Mohan, P. R. Nott, and K. K. Rao. Fully developed flow of coarse granular materials through a vertical channel. *Chem. Eng. Sci.*, 52 :913–933, 1997.
- [124] L. S. Mohan, K. K. Rao, and P. R. Nott. Frictional Cosserat model for slow shearing of granular materials. *J. Fluid Mech.*, 457 :377–409, 2002.
- [125] J.-J. Moreau. Numerical investigation of shear zones in granular materials. In D. E. Wolf and P. Grassberger, editors, *Friction, Arching, Contact Dynamics*, pages 233–247, Londres, 1997. World Scientific.
- [126] J. K. Morgan. Numerical simulations of granular shear zones using the distinct element method : II. the effect of particle size distribution and interparticle friction on mechanical behavior. *J. Geophys. Res.*, 104 :2721–2732, 1999.

- [127] D.M. Mueth. Mesurement of particule dynamics in slow, dense granular couette flow. *Phys. Rev. E*, 67 :011304, 2003.
- [128] D.M. Mueth, G.F. Debregeas, G.S. Karczmar, P.J. Eng, S.R. Nagel, and H.M. Jaeger. Signature of granular microstructure in dense shear flows. *Nature*, 406 :385–389, 2000.
- [129] D.M. Mueth, H.M. Jaeger, and S.R. Nagel. Force distribution in a granular medium. *Phys. Rev. E*, 57 :3164–3169, 1998.
- [130] M. Nakagawa. NMR measurement and approximate derivation of the velocity depth-profile of granular flow in a rotating, partially filled, horizontal cylinder. In R. P. Behringer and J. T. Jenkins, editors, *Powders and Grains*, pages 447–450, Rotterdam, 1997. A. A. Balkema.
- [131] M. Nakagawa, S.A. Altobelli, A. Caprihan, E. Fukushima, and E.K. Jeong. Non-invasive measurements of granular flow by magnetic resonance imaging. *Exp. in Fluids*, 16 :54–60, 1993.
- [132] S. Nasuno, A. Kudrolli, A. Bak, and J. P. Gollub. Time-resolved study of stick-slip friction in sheared granular layers. *Phys. Rev. E*, 58(2) :2161–2171, 1998.
- [133] A. Ngadi and J. Rajchenbach. Intermittencies in the compression process of a model granular medium. *Phys. Rev. Lett.*, 80 :273–276, 1998.
- [134] T.D. O’Rourke, S.J. Druschel, and A.N. Netravali. Shear strength characteristics of sand-polymer interfaces. *Journal of Geotechnical Engineering*, 116(3) :451–469, 1990.
- [135] G. Ovarlez. *Statique et rhéologie d’une colonne granulaire*. PhD thesis, Université Paris XI, 2002.
- [136] S.G. Paikowsky, C.M. Player, and P.J. Connors. A dual interface apparatus for testing unrestricted friction of soil along solid surfaces. *Geotechnical Testing Journal*, 18(2) :168–193, 1995.
- [137] G. Picard, A. Ajdari, L. Bocquet, and F. Lequeux. Simple model for heterogeneous flows of yield stress fluids. *Phys. Rev. E*, 66(5) :051501, Nov 2002.
- [138] O. Pitois. *Assemblée de grains lubrifiés : Elaboration d’un système modèle expérimental et étude de la loi de contact*. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1999.
- [139] O. Pitois. Etude de la compacité d’un milieu granulaire par diffusion multiple de lumière. In F. Chevoir and J. N. Roux, editors, *Colloque physique et mécanique des matériaux granulaires*, page 339, Paris, 2000. Laboratoire Central des Ponts et Chaussées.
- [140] P. Porion, N. Sommier, and P. Evesque. Dynamics of mixing and segregation processes of grains in 3d blender by nmr imaging investigation. *Europhys. Lett.*, 50 :319–325, 2000.
- [141] J.G. Potyondi. Skin friction between various soils and construction materials. *Géotechnique*, 11(4) :339–353, 1961.

- [142] O. Pouliquen. Velocity correlations in dense granular flows. *Phys. Rev. Lett.*, 93 :248001, 2004.
- [143] O. Pouliquen and F. Chevoir. Dense flows of dry granular materials. *Comptes Rendus Physique*, 3 :163–175, 2002.
- [144] O. Pouliquen and V. Gutfraind. Stress fluctuations and shear zones in quasi-static granular chute flows. *Phys. Rev. E*, 53 :552–561, 1996.
- [145] W.H. Press, B.P. Flanery, S.A. Teukolsky, and W.T. Vetterling. *Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, New York, second edition, 1997.
- [146] M. Prochnow. *Écoulements denses de grains secs*. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2002. <http://pastel.paristech.org/archive/00000321>.
- [147] F. Radjai, M. Jean, J.J. Moreau, and S. Roux. Force distributions in dense two-dimensional granular systems. *Phys. Rev. Lett.*, 77(2) :274–277, 1996.
- [148] F. Radjai. Features of force transmission in granular media. In Y. Kishino, editor, *Powders and Grains*, pages 157–160, Sendai, Japan, 2001. Lisse, Swets and Zeitlinger.
- [149] F. Radjai, L. Brendel, and S. Roux. Nonsmoothness, indeterminacy, and friction in two-dimensional arrays of rigid particles. *Phys. Rev. E*, 54 :861–873, 1996.
- [150] F. Radjai and S. Roux. Features of the granular texture. In Y. Kishino, editor, *Powders and grains*, pages 21–24, Sendai, Japan, 2001. Lisse, Swets and Zeitlinger.
- [151] F. Radjai and S. Roux. Turbulentlike fluctuations in quasistatic flow of granular media. *Phys. Rev. Lett.*, 89(6) :064302, 2002.
- [152] F. Radjai and S. Roux. Contact dynamics study of 2d granular media : critical states and relevant internal variables. In H. Hinrichsen and D.E. Wolf, editors, *The physics of granular media*, pages 165–187, Weinheim, 2004. Wiley-Vch.
- [153] F. Radjai, D.E. Wolf, M. Jean, and J.J. Moreau. Bimodal character of stress transmission in granular packing. *Phys. Rev. Lett.*, 80 :61–64, 1998.
- [154] J. Rajchenbach. Granular flows. *Adv. in Physics*, 49 :229–256, 2000.
- [155] J.S. Raynaud, P. Moucheron, J.C. Baudez, F. Bertrand, J.P. Guilbaud, and P. Coussot. Direct determination by nmr of the thixotropic and yielding behavior of suspensions.
- [156] E.S. Reddy, D.N. Chapman, and V.V.R.N. Sastry. Direct shear interface test for shaft capacity of piles in sand. *Geotechnical Testing Journal*, 23(2) :199–205, 2000.
- [157] O. Reynolds. On the dilatancy of media composed of rigid particles in contact. *Phil. Mag. Ser.*, 5(20) :469–481, 1885.
- [158] G.H. Ristow and M. Nakagawa. Shape dynamics of interfacial front in rotating cylinders. *Phys. Rev. E*, 59(2) :2044–2048, Feb 1999.
- [159] S. Rodts, F. Bertrand, S. Jarny, P. Poullain, and P. Moucheron. Développements récents dans l’application de l’irm à la rhéologie et à la mécanique des fluides.

- [160] S. Rodts, H. Kassem, F. Bertrand, P. Poullain, S. Jarny, and P. Moucheron. *Rhéologie des pâtes et des matériaux granulaires*, chapter Imagerie par résonance magnétique : développements méthodologiques pour la rhéologie et la mécanique des fluides, pages 71–86. Number SI 12 in Sciences pour le génie civil. LCPC, novembre 2006.
- [161] P. Rognon. *Rhéologie des matériaux granulaires cohésifs - Application aux avalanches de neige dense*. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2006.
- [162] P. Rognon, M. Naaïm, and F. Chevoir. Experimental study of the rheological law of dry snao in an instrumented channel. *J. Rheol.*, 2007. soumis.
- [163] P. Rognon, J. N. Roux, M. Naaïm, and F. Chevoir. Dense flows of bidisperse assemblies of disks down an inclined plane. *Phys. Fluids*, 2006.
- [164] P. Rognon, J. N. Roux, M. Naaïm, and F. Chevoir. Rheology of cohesive granular materials : discrete simulation of plane shear flows. *J. Fluid Mech.*, 2006. soumis.
- [165] P. Rognon, J. N. Roux, M. Naaïm, and F. Chevoir. Ecoulements granulaires bidisperses sur plan incliné. *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, 2007.
- [166] P. Rognon, J. N. Roux, D. Wolf, M. Naaïm, and F. Chevoir. Rheophysics of cohesive granular materials. *Europhys. Lett.*, 74 :644–650, 2006.
- [167] K.H. Roscoe. The influence of strains in soil mechanics. *Géotechnique*, 20(2) :129–170, 1970.
- [168] J. N. Roux and F. Chevoir. Simulations numériques discrètes et comportement mécanique des matériaux granulaires. *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, 254 :109–138, 2005.
- [169] P. W. Rowe. The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact. *Proceedings of the Royal Society of London*, A269 :500–526, 1962.
- [170] S. B. Savage and K. Hutter. The motion of a finite mass of granular material down a rough inclined. *J. Fluid Mech.*, 199 :177, 1989.
- [171] F. Schlosser and A. Guilloux. Le frottement dans le renforcement des sols. *Revue Française de Géotechnique*, (16) :65–77, 1981.
- [172] A. N. Schofield and C. P. Wroth. *Critical state in soil mechanics*. Mc Graw-Hill, New York, 1968.
- [173] S. Schollmann. Simulation of two-dimensional shear cell. *Phys. Rev. E*, 59 :889–899, 1999.
- [174] O. J. Schwarz, Y. Horie, and M. Shearer. Discrete element investigation of stress fluctuation in granular flow at high strain rates. *Phys. Rev. E*, 57 :2053–2061, 1998.
- [175] J. D. Seymour, A. Caprihan, S. Altobelli, and E. Fukushima. Pulsed gradient spin echo nuclear magnetic resonance imaging of diffusion in granular flow. *Phys. Rev. Lett.*, (84) :266–269, 2000.
- [176] S. L. Silbert, D. Ertas, G. S. Grest, T.C. Halsey, D. Levine, and S. J. Plimpton. Granular flow down an inclined plane. *Phys. Rev. E*, 64 :385–403, 2001.

- [177] E. Somfai, J.-N. Roux, J. Snoeijer, M. van Hecke, and W. van Saarloos. Elastic wave propagation in confined granular systems. *Phys. Rev. E*, 72 :021301, 2005.
- [178] L. Staron and F. Radjai. Friction versus texture at the approach of a granular avalanche. *Physical Review E (Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics)*, 72(4) :041308, 2005.
- [179] L. Staron, J-P. Vilotte, and F. Radjai. Pre-avalanche instabilities in a tilted granular pile. *Phys. Rev. Lett.*, 89 :204302, 2002.
- [180] G.I. Tardos, M.I. Khan, and D.G. Schaeffer. Forces on a slowly rotating, rough cylinder in a couette device containing a dry, frictional powder. *Phys. Fluids*, 10 :335–341, 1998.
- [181] J. Tejchman and W. Wei. Experimental and numerical study on steel - sand interfaces. *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 19 :513–536, 1995.
- [182] J. Tejchman and W. Wu. Numerical study of patterning of shear bands in a cosserat continuum. *Acta Mechanica*, 99 :61–74, 1993.
- [183] P. A. Thompson and G. S. Grest. Granular flow : Friction and the dilatancy transition. *Phys. Rev. Lett.*, 67 :1751–1754, 1991.
- [184] S. Timoshenko. *Résistance des Matériaux*. Dunod, Paris, 1968.
- [185] J.T. Tubacanon, D.W. Airey, and H.G. Poulos. Pile skin friction in sands from constant normal stiffness tests. *Geotechnical Testing Journal*, 18(3) :350–364, 1995.
- [186] M. Uesugi and H. Kishida. Frictional resistance at yield between dry sands and steel. *Soils and Foundations*, 26(4) :139–149, 1986.
- [187] M. Uesugi and H. Kishida. Influential factors of friction between steel and dry sands. *Soils and Foundations*, 26(2) :33–46, 1986.
- [188] M. Uesugi, H. Kishida, and Y. Uchikawa. Friction between dry sand and concrete under monotonic and repeated loading. *Soils and Foundations*, 30(1) :115–128, 1990.
- [189] P. Unterreiner. *Contribution à l'étude et à la modélisation des sols cloués : application en calcul en déformation des ouvrages de soutènement*. PhD thesis, École nationale des ponts et chaussées, Paris, 1994.
- [190] I. Vardoulakis and P. Unterreiner. Interfacial localisation in simple shear tests on a granular medium modelled as a cosserat continuum. In A.P.S. Selvadurai and M. Boulon, editors, *Mechanics of Geomaterial Interfaces*, volume 42, pages 487–512, 1995.
- [191] C.T. Veje, D.W. Howell, and R.P. Behringer. Kinematics of two - dimensional granular Couette experiment at the transition to shearing. *Phys. Rev. E*, 59 :739–745, 1999.
- [192] D. Volfson, L. S. Tsimring, and I. Aranson. Partially fluidized shear granular flows : Continuum theory and MD simulations. *Phys. Rev. E*, 68 :021301, 2003.

- [193] E. Wernick. Stress and strains on the surface of anchors. *Revue Française de Géotechnique*, (3) :113–119, 1978.
- [194] E. Wernick. A true direct shear apparatus to mesure soil parameters of shear bands. In *Design parameters in geotechnical engineering*, volume 2, pages 175–182. VII ECSMFE Brighton, 1979.
- [195] David Muir Wood. *Soil Behaviour and Critical State Soil Mechanics*. Cambridge University Press, 1990.
- [196] X. Yang and D. Candela. Potential energy in a three-dimensional vibrated granular medium measured by nmr imaging. *Phys. Rev. Lett.*, 85 :298–301, 2000.
- [197] X. Yang, Y. Huan, D. Candela, Mair R.W., and Walsworth R.L. Measurement of grain motion in a dense, three-dimensional granular fluid. *Phys. Rev. Lett.*, 88 :044301, 2002.
- [198] Y. Yoshimi and T. Kishida. Friction between sand and metal surfaces. In *Proc. 10th ICSMFE*, volume 1, pages 831–836, Stockholm, 1981.
- [199] Y. Yoshimi and T. Kishida. A ring torsion apparatus for evaluating friction between soil and metal interfaces. *Geotechnical Testing Journal*, 4(4) :145–152, 1981.
- [200] M. Zaman and A. Alvappillai. Soil-structure interfaces : Experimentals aspects. In A.P.S. Selvadurai and M. Boulon, editors, *Mechanics of Geomaterial Interfaces*, volume 42, pages 127–145, 1995.
- [201] L. Zhang and C. Thornton. A numerical examination of the direct shear test.
- [202] X. Zhang and L. Vu-Quoc. Simulation of chute flow of soybeans using an improved tangential force-displacement model. *Mech. Mat.*, 32 :115–129, 2000.
- [203] X. M. Zheng and J.M. Hill. Molecular dynamics modelling of granular chute flow : density and velocity profiles. *Powder Tech.*, 86 :219, 1996.



## Comportement d'interface des matériaux granulaires

*Résumé.* Cette thèse se consacre au comportement d'interface des matériaux granulaires, et particulièrement au phénomène de localisation des déformations au voisinage d'une paroi. À l'aide d'une géométrie annulaire à vitesse de cisaillement et pression de confinement imposées, on confronte des approches expérimentale et numérique. L'approche expérimentale est composée par des expériences avec des matériaux modèles dans deux appareils de cisaillement simple annulaire (ACSA et mini-ACSA). On relie les mesures globales des contraintes et des variations volumiques aux mesures de déformation du milieu granulaire obtenues par corrélation d'images (ACSA) et par imagerie par résonance magnétique (mini-ACSA). L'approche numérique consiste en des simulations discrètes bidimensionnelles (dynamique moléculaire). On étudie l'influence de la géométrie et de la rugosité des parois dans le comportement des interfaces granulaires. En simulation, on complète l'étude avec l'analyse des effets inertiels.

*Mots clefs :* interface, granulaire, comportement, cisaillement annulaire, dynamique moléculaire, IRM, expériences.

## Interface behavior of granular materials

*Abstract.* In this thesis, we analyze the interface behavior of granular materials, and particularly the phenomenon of shear strain localization in the vicinity of a wall. Using an annular geometry with imposed shear velocity and confining pressure, we compare experimental and numerical approaches to describe this behavior. The experimental approach is composed of experiments with model materials in two annular simple shear devices (ACSA and mini-ACSA). We connect measurements of shear strain of the granular medium, obtained by correlation imaging velocimetry (ACSA) and by magnetic resonance imaging (mini-ACSA) to global measurements of the stress and volume variations. The numerical approach consists of two-dimensional discrete simulations (molecular dynamics). We study the influence of the geometry and the surface roughness on the behavior of the granular interfaces. In simulation, we complete the study with the analysis of inertial effects.

*Keywords :* interface, granular, behavior, annular shear, molecular dynamics, MRI, experiments.