

Fuite liquide au travers d'un contact rugueux : application à l'étanchéité interne d'appareils de robinetterie

Christophe Vallet

▶ **To cite this version:**

Christophe Vallet. Fuite liquide au travers d'un contact rugueux : application à l'étanchéité interne d'appareils de robinetterie. Sciences de l'ingénieur [physics]. Arts et Métiers ParisTech, 2008. Français. NNT : 2008ENAM0030 . pastel-00004539

HAL Id: pastel-00004539
https://pastel.hal.science/pastel-00004539

Submitted on 23 Mar 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N ° : 2008 ENAM 0030

École doctorale n ° 432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

THÈSE

pour obtenir le grade de

Docteur

de

l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers

Spécialité "Mécanique"

présentée et soutenue publiquement

par

Christophe VALLET

le 21 novembre 2008

FUITE LIQUIDE AU TRAVERS D'UN CONTACT RUGUEUX : APPLICATION À L'ÉTANCHÉITÉ INTERNE D'APPAREILS DE ROBINETTERIE

Directeur de thèse : ***Jean-Rodolphe PUIGGALI***

Co-encadrement de la thèse : ***Didier LASSEUX***

Jury :

M. Jean FRENE, Professeur émérite, LMS, Université de Poitiers ..... Président
M. Ton LUBRECHT, Professeur, LaMCoS, INSA de Lyon ..... Rapporteur
M. Stéphane ROUX, Directeur de Recherche CNRS, LMT, ENS-Cachan ..... Rapporteur
M. Pierre MONTMITONNET, Directeur de Recherche CNRS, CEMEF, MINES ParisTech ... Examinateur
M. Jean-Rodolphe PUIGGALI, Professeur, TREFLE, Université Bordeaux 1 ..... Examinateur
M. Didier LASSEUX, Chargé de Recherche CNRS, TREFLE, Arts et Métiers ParisTech ..... Examinateur
M. Jean-François RIT, Docteur, EDF R&D ..... Examinateur
M. Philippe SAINSOT, Maître de Conférence, LaMCoS, INSA de Lyon ..... Invité
M. Hassan ZAHOUANI, Professeur, LTDS, ENISE ..... Invité

Laboratoire Transferts Écoulements Fluides Énergétique
ENSAM, CER de Bordeaux-Talence

L'ENSAM est un Grand Établissement dépendant du Ministère de l'Education Nationale, composé de huit centres :
AIX-EN-PROVENCE ANGERS BORDEAUX CHÂLONS-EN-CHAMPAGNE CLUNY LILLE METZ PARIS

Avant propos

Ce travail de thèse a été effectué au sein du laboratoire TREFLE (**Tr**ansferts **É**coulements **Fl**uides **É**nergétique, Arts et Métiers ParisTech, Bordeaux) en partenariat avec EDF R&D-MMC (**M**atériaux et **M**écanique des **C**omposants, Moret-sur-Loing), le LaMCoS (**La**boratoire de **M**écanique des **Co**ntacts et des **S**tructures, INSA, Lyon) et le LTDS (**L**aboratoire de **T**ribologie et de **D**ynamique des **S**ystèmes, ECL, Lyon). Il s'inscrit dans la continuité du GDR 2354 portant sur "les étanchéités statiques par joints métalliques en conditions extrêmes".

Ce manuscrit est l'achèvement de trois années de recherches, de tâtonnements, d'échanges et de rencontres. Ces travaux n'ont bien sûr pas la prétention de révolutionner la mécanique, mais je l'espère, apportent une pierre supplémentaire à l'édifice. En tout cas, cette première expérience de recherche fut pour moi très enrichissante, tant d'un point de vue professionnel que personnel.

A ce titre, je tiens tout d'abord à remercier le CNRS et EDF qui ont permis, grâce à leur financement, l'aboutissement de ces travaux.

Je remercie également l'ensemble des membres du jury pour avoir accepter d'évaluer mon travail et pour l'intérêt qu'ils y ont porté.

Je tiens aussi à remercier les différentes personnes qui m'ont aiguillé pendant ces trois ans, et tout particulièrement Didier, pour avoir su me transmettre sa passion pour la recherche et pour la rigueur scientifique, et pour tous ces échanges passionnants. J'espère qu'on aura à nouveau l'occasion de travailler ensemble, sous une autre forme. Merci à Jean-François pour son expertise et sans qui je n'en serai probablement pas là aujourd'hui. Merci également à Philippe et Hassan pour leurs conseils avisés, malgré les kilomètres.

Enfin, merci aux différents électrons du TREFLE. Je pense à tous ceux qui m'ont aidé au quotidien et qui m'ont permis de travailler dans des conditions favorables. Je n'oublie pas bien sûr tous mes camarades et collègues, devenus amis au cours du temps. Ils se reconnaîteront.

Table des matières

Table des matières **i**

Nomenclature **v**

1 Introduction **1**
1.1 Problématique 1
1.2 Cadre d'étude 3
1.3 Approche du problème 4

2 Modèles de contact et d'écoulements **7**
2.1 Modèle de contact 7
2.1.1 Bibliographie 7
2.1.2 Modèle semi-analytique 9
2.2 Modèles d'écoulements 11
2.2.1 Écoulement visqueux 12
2.2.2 Diffusion 18
2.2.3 Propriétés de transport 20
2.2.4 Forme discrète du problème de fermeture 23
2.3 Organigramme de calcul 23

3 Étude des états de surface **25**
3.1 Étude bibliographique du rodage 25
3.2 Analyse des surfaces rodées 29
3.2.1 Analyse des états de surface 29
3.2.2 Analyse fractale d'une surface rodée et d'une surface sablée 34
3.3 Simulation de surfaces auto-affines et validation des outils fractals 39
3.3.1 Simulation de surfaces auto-affines 39
3.3.2 Validation de l'utilisation de surfaces auto-affines simulées 41
3.4 Applications 48
3.4.1 Influence des paramètres d'échantillonnage L et Δ 48
3.4.2 Influence des hautes fréquences de la texture sur les propriétés du contact 58
3.4.3 Influence des paramètres de rugosité Ra et D_f sur K 63
3.5 Bilan de l'étude des états de surface 64

4 Détermination expérimentale de la transmissivité K **67**
4.1 Dispositif expérimental . . . 67
4.1.1 Principe du dispositif . . . 67
4.1.2 Mesures par chromatographie en phase gazeuse . . . 70
4.1.3 Estimation de K à partir de la mesure du débit . . . 72
4.2 Résultats expérimentaux . . . 73
4.2.1 Description des éprouvettes testées . . . 73
4.2.2 Protocole expérimental . . . 74
4.2.3 Transmissivités des éprouvettes 1 et 2 en 42CD4 cémenté . . . 77
4.2.4 Transmissivités de l'éprouvette 3, revêtue en Stellite . . . 80
4.2.5 Vérification du caractère monophasique de la fuite . . . 83

5 Calcul prédictif de K et confrontation avec les mesures **85**
5.1 Calculs à l'échelle d'un élément représentatif . . . 86
5.1.1 Analyse des états de surface des éprouvettes testées . . . 86
5.1.2 Confrontations sur l'éprouvette 2 (42CD4) . . . 87
5.1.3 Confrontations sur l'éprouvette 3 (Stellite) . . . 88
5.1.4 Bilan des principales hypothèses . . . 89
5.2 Propriétés mécaniques des surfaces . . . 93
5.2.1 Mesure de la dureté et du module d'Young par micro-indentation . . . 93
5.2.2 Résultats des mesures . . . 94
5.3 Validation du modèle de Reynolds . . . 95
5.3.1 Hypothèse d'écoulement rampant . . . 95
5.3.2 Approximation de Reynolds . . . 97
5.3.3 Influence des conditions aux limites sur K . . . 98
5.4 Effet des défauts macroscopiques . . . 99
5.4.1 Mesures des défauts macroscopiques par palpage mécanique . . . 100
5.4.2 Calcul de K sur l'ensemble de la portée . . . 101
5.4.3 Influence des défauts macroscopiques sur l'estimation de K . . . 104
5.5 Étude du modèle de déformation . . . 106
5.5.1 Modélisation du contact par éléments finis sous *Code_Aster* . . . 106
5.5.2 Comparaison entre le modèle semi-analytique et *Code_Aster* . . . 111
5.5.3 Influence de p_{lim} sur l'estimation de K (modèle semi-analytique) . . . 112
5.5.4 Influence de la loi de comportement sur l'estimation de K (*Code_Aster*) . . . 114
5.5.5 Effets des déformations élastiques sur la transmissivité K (*Code_Aster*) . . . 115

6 Conclusions et perspectives **119**

A Calcul d'incertitude sur la détermination de K **123**

Références bibliographiques **129**

Liste des symboles

Caractères grecs

β phase fluide

δ_0 déplacement de corps solide du plan rigide (m)

$\Delta P_{butanol}$ pression relative de butanol (Pa)

δ variogramme (m^2)

Δ_χ pas d'échantillonnage de la surface dans la direction χ (m)

μ viscosité dynamique du fluide $(Pa.s)$

ν_k coefficient de Poisson de la surface k

Ω_c ensemble des noeuds en contact

ω_χ fréquence dans la direction χ $(rad.m^{-1})$

ω_c fréquence de coupure du filtre $(rad.m^{-1})$

ω_{eq} fréquence équivalente $(rad.m^{-1})$

ω_{min} fréquence limite des propriétés fractales $(rad.m^{-1})$

ρ masse volumique du fluide $(kg.m^{-3})$

σ phase solide (zones de contact)

τ_χ intervalle dans la direction χ utilisée dans le calcul du variogramme (m)

τ_{eq} intervalle équivalent utilisé dans le calcul du variogramme (m)

Caractères romains

b vecteur de fermeture (m)

D tenseur de diffusivité (m)

j vecteur flux diffusif $(kg.m^{-2}.s^{-1})$

K tenseur de transmissivité (m^3)

n vecteur unitaire normal à $\mathcal{C}_{\beta\sigma}$

q vecteur débit linéique $(m^2.s^{-1})$

v vecteur vitesse de fluide $(m.s^{-1})$

$\mathbf{x}$ vecteur position (m)

$\mathcal{C}_{\beta\sigma}$ interface entre la phase fluide β et la phase solide (zones de contact) σ

$\mathcal{D}$ coefficient de diffusion moléculaire $(m^2.s^{-1})$

$\mathcal{H}$ dureté du matériau (Pa)

As paramètre d'asymétrie

C facteur d'échelle (théorie fractale)

c concentration de l'espèce qui diffuse $(kg.m^{-3})$

d dimension de l'espace euclidien

D_f dimension fractale

e enfoncement de l'indenteur (m)

E_k module d'Young de la surface k (Pa)

E_t module tangent (Pa)

G fonction de transfert du filtre

H exposant de Hurst

h ouverture (m)

h^0 échelle caractéristique de l'ouverture (m)

h_H ouverture hydraulique (m)

j_1^0 grandeur caractéristique du flux diffusif dans les directions (x, y) $(kg.m^{-2}.s^{-1})$

j_2^0 grandeur caractéristique du flux diffusif dans la direction z $(kg.m^{-2}.s^{-1})$

k_i transmissivité locale (m^3)

l largeur de la portée d'étanchéité de l'éprouvette (m)

l^0 échelle caractéristique à l'échelle de la rugosité dans les directions (x, y) (m)

L_χ longueur d'échantillonnage de la surface dans la direction χ (m)

$m_{butanol}$ masse de butanol présente dans la boucle (kg)

n_χ nombre de points dans la direction χ

P densité spectrale (m^4)

p pression de fluide (Pa)

p^c pression de contact (Pa)

p_{lim} pression maximale de contact (Pa)

$Q_{butanol}$ débit masse de fuite de butanol ayant fuit $(kg.s^{-1})$

$Q_{d\chi}$ débit diffusif dans la direction χ $(kg.s^{-1})$

$q_{d\chi}$ débit diffusif linéique dans la direction χ $(kg.m^{-1}.s^{-1})$

$Q_{v\chi}$ débit visqueux dans la direction χ $(m^3.s^{-1})$

$q_{v\chi}$ débit visqueux linéique dans la direction χ $(m^2.s^{-1})$

r_0 dimension de la surface élémentaire représentative (surface de prise de moyenne)(m)

r_e rayon extérieur de la portée de l'éprouvette (m)

r_i rayon intérieur de la portée de l'éprouvette (m)

Ra paramètre de rugosité arithmétique (m)

Re nombre de Reynolds

Rq paramètre de rugosité quadratique (m)

S surface apparente de contact (m^2)

S_Y limite élastique du matériau (Pa)

S_β surface de la phase fluide β (m^2)

u^0 échelle caractéristique de vitesse de l'écoulement visqueux dans les directions (x, y) $(m.s^{-1})$

u^k déformation de la surface k dans la direction normale au plan moyen des surfaces (m)

U_k coefficient d'influence lié à la surface k $(m.N^{-1})$

w^0 échelle caractéristique de vitesse de l'écoulement visqueux dans la directions z $(m.s^{-1})$

Pca pression de contact apparente (Pa)

Notations

$\dot{\varphi}$ déviation spatiale de φ

$\langle\varphi\rangle$ valeur moyenne de φ

$\{\varphi\}$ $\frac{1}{S}\int\limits_{S_\beta}\varphi dS$

$\{\varphi\}^\beta$ $\frac{1}{S_\beta}\int\limits_{S_\beta}\varphi dS$

φ^* forme adimensionnée de φ

$\widetilde{\varphi}$ transformée de Fourier de φ

Chapitre 1

Introduction

1.1 Problématique

Dans une centrale nucléaire, l'énergie dégagée par la fission de l'uranium est transformée en énergie électrique par l'intermédiaire de plusieurs circuits d'eau. Un premier circuit, qui contient de l'eau pressurisée, effectue le transfert thermique entre le coeur du réacteur et un échangeur de chaleur. Ce dernier produit, dans un deuxième circuit, de la vapeur d'eau qui entraîne une turbine en rotation pour produire l'électricité. Cette vapeur est ensuite refroidie grâce à un condenseur relié à un troisième circuit d'eau froide. Pour maîtriser l'écoulement de l'eau ou de la vapeur d'eau dans ces trois circuits, on utilise des appareils de robinetterie. Installés sur les tuyauteries, ces organes influencent le débit du fluide en ouvrant, fermant ou obstruant partiellement le passage du fluide. Leur fonction et leurs conditions d'utilisation sont relativement vastes, c'est pourquoi il en existe de nombreux types [Lephilibert, 1993] : robinet-vanne, robinet à soupape, clapet de non-retour, soupape de sûreté... Cependant, quelle que soit la solution technologique retenue, l'étanchéité interne de ces appareils est assurée par la mise en contact d'un élément mobile - l'opercule 7 - sur un élément fixe - le siège 3 - (Fig. 1.1). Pour ces appareils, on distingue les étanchéités interne et externe. La première concerne l'étanchéité du système d'obturation, qui se fait au niveau de la portée d'étanchéité, tandis que la seconde concerne l'étanchéité de l'enveloppe confinant le fluide. Celle-ci s'effectue à la jonction entre le corps 1 et le chapeau 2 et aux raccordements.

L'étanchéité interne dépend de la nature et de l'état du fluide, mais également des conditions de contact entre le siège et l'opercule, et plus particulièrement des états de surface des zones portantes. En effet, quel que soit son processus d'élaboration, une surface usinée comporte des défauts de fabrication. A cause de ces derniers, le contact ne se produit qu'en des zones très localisées, empêchant ainsi à la liaison d'être parfaitement étanche. Dans les applications courantes, un joint d'étanchéité est habituellement inséré entre les surfaces rugueuses pour améliorer les conditions de contact et empêcher les fuites. Pour assurer au mieux sa fonction, le joint doit être imperméable et résistant au fluide à étancher. Il doit de plus être suffisamment

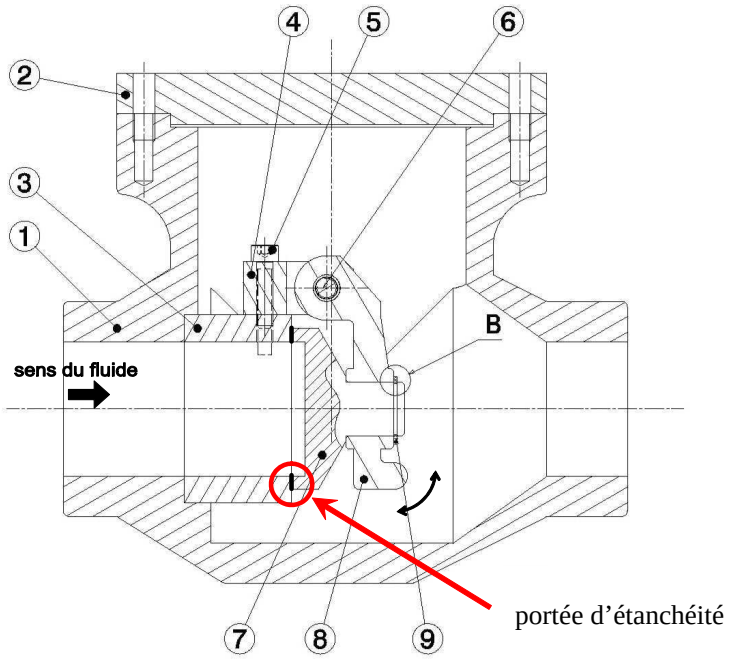


Fig. 1.1: Plan d'un clapet de non-retour : l'opercule 7 s'ouvre lorsque le fluide circule dans le sens indiqué par la flèche. Lorsque le sens de l'écoulement s'inverse, l'opercule se referme automatiquement -

élastique pour corriger les éventuelles variations dimensionnelles tout en minimisant l'effort de serrage et avoir une faible résistance plastique pour épouser au mieux les rugosités. Il doit par ailleurs avoir une tenue au vieillissement suffisamment élevée. Les joints en élastomère sont très répandus car ils offrent un très bon compromis entre toutes ces contraintes.

Dans les applications nucléaires, les conditions thermodynamiques rencontrées par la liaison peuvent être très sévères, ce qui rend l'utilisation de joints en élastomère impossible. Dans le circuit primaire par exemple, l'eau est maintenue à une température moyenne de 300°C environ et à une pression de 155 bars. Dans ces conditions, la liaison étanche est réalisée par le contact direct entre les surfaces métalliques, qui sont serrées l'une contre l'autre pour assurer l'étanchéité par écrasement des défauts. Pour améliorer la conformité des pièces en contact, les portées d'étanchéité des sièges et des opercules sont préalablement rodées.

Actuellement, les pièces assurant l'étanchéité interne des appareils de robinetterie sont réalisées dans un acier fortement allié sur lequel est déposé, au niveau de la portée, un revêtement dur à base de cobalt (commercialisé sous l'appellation Stellite). Ce matériau présente les avantages suivant [note interne EDF] :

- un faible coefficient de frottement,
- une bonne résistance au grippage et à l'usure,

- une très grande dureté autorisant des contraintes de contact et de frottement élevées, même à température élevée,
- de très bonnes caractéristiques mécaniques et une bonne innocuité à la corrosion en eau à haute température,
- une bonne tenue aux chocs thermiques,
- une facilité et une maîtrise de mise en œuvre par les constructeurs.

Notons cependant que le stellitage est une opération coûteuse, qui représente à elle seule 10 à 40% du coût d'un robinet. Des études montrent également qu'une grande partie des doses radioactives reçues par le personnel intervenant sur les centrales nucléaires provient de la désintégration du cobalt présent dans le circuit primaire du réacteur. Et parmi les sources multiples de cobalt, la robinetterie en fournit une contribution importante, notamment lors des phases de maintenance. Pour EDF, l'amélioration de la radioprotection implique donc le remplacement des revêtements à base de cobalt par des matériaux alternatifs. Pour effectuer ce remplacement, il faut donc trouver au préalable un matériau qui réponde à toutes les exigences imposées par la liaison, aussi bien en termes de résistance mécanique que d'étanchéité. Actuellement, pour évaluer les performances d'une liaison, on a recours à des essais qui reproduisent les conditions réelles de fonctionnement, ce qui rend la phase de qualification des robinets relativement couteuse. La réduction de ces coûts passe donc par une amélioration des connaissances théoriques, afin notamment de mieux comprendre le rôle des nombreux paramètres (propriétés mécaniques des matériaux, états de surface aux différentes échelles, etc...).

Dans ce contexte, l'objectif de ce travail de thèse est de développer des outils prédictifs numériques pour mieux prédire le comportement vis-à-vis de l'étanchéité interne des appareils de robinetterie utilisés dans les centrales nucléaires. L'intérêt est donc d'une part de limiter l'utilisation des boucles d'essais utilisées pour la qualification des appareils, sachant que l'étanchéité interne est un critère important, et d'autre part de permettre à terme une meilleure selection a priori de matériaux alternatifs au Stellite et d'aider au design d'une liaison mieux étanche.

Pour mener à bien cette étude, deux approches seront menées en parallèle : l'une numérique/théorique, l'autre expérimentale, visant à valider la première.

1.2 Cadre d'étude

Le problème de l'étanchéité interne des appareils de robinetterie est très vaste. Comme nous l'avons déjà précisé, il existe de nombreux types d'appareils, et selon l'application, leurs dimensions peuvent varier considérablement. Par exemple, dans le parc français on retrouve des opercules dont le diamètre varie de quelques dizaines à plusieurs centaines de millimètres. A cela s'ajoute des conditions de service très larges : températures variant de l'ambiante à 300°C, pressions allant de la pression atmosphérique à 250 bars, diversité des fluides à étancher et de leur état (eau, vapeur

d'eau, gaz...). L'étanchéité statique entre deux surfaces métalliques est également un problème qui a été très peu traité jusqu'à présent et qui est relativement complexe du fait de son caractère multi-échelle et multi-physique. En effet, les mécanismes responsables des fuites font intervenir des échelles allant des dimensions des pièces (échelle macroscopique) à l'échelle des rugosités (échelle microscopique). L'étude de ces mécanismes impose également de considérer à la fois le comportement des pièces lié au serrage du contact et l'écoulement du fluide au travers de la liaison. La modélisation des phénomènes fait donc intervenir des problèmes de mécanique des solides et de mécanique des fluides.

Devant le grand nombre de paramètres à prendre en compte et la complexité du problème, un cadre d'étude plus précis a donc été fixé en collaboration avec EDF R&D. L'idée initiale était de se placer dans une configuration simple, pour maîtriser et comprendre les mécanismes mis en jeu dans les problèmes de fuite. Dans ce contexte, nous nous intéressons dans ce travail à des fuites liquides uniquement et les phénomènes sont étudiés à température ambiante. Pour simplifier, nous ne nous intéresserons qu'à des géométries de contact de type plan/plan, principalement rencontrées sur les clapets ou les soupapes de sûreté. Les autres géométries de contact, de type cône/cône ou sphère/cône, ne seront pas étudiées. Nous considérons de plus que les surfaces en contact ne sont pas accidentées, c'est-à-dire qu'elles ne comportent pas de rayures, qu'elles ne sont pas écaillées et qu'elles n'ont pas reçu de choc. Par ailleurs, les éventuels défauts de positionnement des pièces, l'inhomogénéité du serrage, l'usure des surfaces ou encore les vibrations ne seront pas pris en compte dans l'étude.

D'après les hypothèses précédentes, le problème se rapporte donc à l'étude d'un écoulement liquide et monophasique au travers d'une fracture rugueuse formée par deux surfaces métalliques usinées et serrées par un effort purement normal.

1.3 Approche du problème

L'étude de l'écoulement au travers d'une fracture rugueuse a fait l'objet de nombreux travaux ces dernières décennies. Cependant, les milieux considérés sont bien souvent des fractures dans des roches [Zimmerman et Bodvarsson, 1996; Oron et Berkowitz, 1998; Plouraboué et al., 2000; Drazer et Koplik, 2002], car ce sujet comporte un grand nombre d'applications pratiques dans le génie pétrolier ou l'hydrogéologie. On peut par exemple citer les problèmes d'extraction de pétrole, de réservoir d'eau ou encore de stockage à long terme des déchets radioactifs. Malheureusement, ces études ne concerne quasiment que l'écoulement du fluide, et ne s'intéressent pas à la déformation des surfaces en contact.

En génie mécanique, l'analyse de l'écoulement d'un fluide entre deux surfaces rugueuses présente un intérêt majeur en tribologie, dans des problèmes tels que la lubrification des roulements à bille ou des engrenages [Evans et Snidle, 1996; Krupka et Hartl, 2007]. Dans ce type d'applications, les surfaces rugueuses ont un

mouvement relatif l'une par rapport à l'autre, induisant, si les surfaces sont en contact, des phénomènes de frottement et d'usure.

Dans ce travail, on s'intéresse à un contact statique entre surfaces métalliques. L'objectif est de développer des modèles de prédiction de fuite liquide au travers d'un contact rugueux d'une part, et d'identifier les paramètres influents d'autre part, afin de fournir un outil d'aide à la conception et à la qualification des appareils de robinetterie. Les modèles mis en place visent à estimer les performances du contact vis-à-vis de l'étanchéité à partir des textures non-déformées des surfaces en contact et des propriétés mécaniques des pièces. Pour modéliser le comportement du contact, nous faisons l'hypothèse du découplage entre la déformation des surfaces et l'écoulement du fluide, ce qui suppose que le liquide n'interagit pas avec les surfaces. Cette hypothèse semble tout à fait raisonnable puisqu'elle suppose que les pressions de fluide restent suffisamment faibles pour ne pas induire de déformation sur les surfaces. Pour tester la validité des hypothèses émises et des modèles mis en place, une confrontation directe entre les simulations et des essais réalisés sur un dispositif expérimental est donc effectuée.

Dans le chapitre 2, nous commençons par présenter le modèle de déformation de surfaces rugueuses ainsi que les modèles d'écoulement. Les états de surface initiaux servant de donnée d'entrée aux calculs de déformation sont décrits par un champ de hauteur, soit issu de relevés topographiques sur des pièces réelles, soit généré numériquement. Le modèle de déformation permet de déterminer, en fonction de la pression de serrage appliquée (supposée uniforme), le champ d'ouverture résultant qui servira de base aux calculs d'écoulement. Pour estimer les performances du contact, il n'est cependant pas possible de considérer le champ d'ouverture de l'ensemble de la portée d'étanchéité. En effet, compte tenu du caractère multi-échelle des phénomènes, la simple description géométrique du problème entraînerait un nombre de données bien trop important. Une approche basée sur une technique de changement d'échelle par prise de moyenne a donc été adoptée. Elle repose sur une séparation des échelles du problème et sur un élément représentatif à chacune d'elles. Par exemple, pour le premier changement d'échelle permettant de passer de l'échelle microscopique (de la mécanique classique des milieux continus) à la première échelle macroscopique, l'élément représentatif est un élément de surface décrivant la texture rugueuse. Cette méthode permet d'estimer les propriétés de transport macroscopiques de l'élément en effectuant une moyenne des propriétés à l'échelle microscopique. Si les dimensions des surfaces en contact sont grandes, impliquant d'autres échelles que celle de l'élément de surface, plusieurs changements d'échelle successifs peuvent être envisagés.

Dans le chapitre 3, nous nous intéressons à la caractérisation des états de surface, et plus particulièrement à ceux issus du rodage. Une étude bibliographique a permis de mettre en évidence que ces textures présentent des propriétés fractales. Ce type d'analyse est donc utilisé pour caractériser des surfaces rodées, mais également pour générer numériquement des textures représentatives de cette classe de surfaces. L'intérêt de la caractérisation est de pouvoir décrire une surface rugueuse à l'aide de paramètres,

pour contrôler son processus d'élaboration et ses performances. Grâce à l'utilisation de surfaces générées, nous montrons également que l'on peut caractériser le comportement d'un contact rugueux à l'aide d'outils purement numériques, sans passer par la mesure des états de surface, ce qui présente un intérêt majeur pour effectuer par exemple des études paramétriques. Pour valider les modèles fractals, nous comparons les résultats obtenus à partir de relevés topographiques avec ceux obtenus à partir de textures simulées équivalentes. Enfin, nous utilisons ces outils pour mieux comprendre le lien entre la texture des surfaces rugueuses et les performances du contact.

Le chapitre 4 est consacré à la détermination expérimentale des débits de fuite au travers d'un contact rugueux. Le dispositif utilisé permet de mesurer des fuites en fonction du serrage appliqué et de la pression de fluide à étancher. Le contact rugueux est réalisé par une éprouvette métallique serrée contre un saphir, qui est considéré comme parfaitement plan, lisse et rigide par rapport à l'éprouvette. Après avoir présenté le dispositif expérimental et le principe de la mesure, nous analysons les résultats obtenus sur plusieurs éprouvettes.

Enfin, dans le chapitre 5, nous effectuons une confrontation directe entre les essais et les simulations. Nous discutons ensuite, point par point, de la validité des hypothèses émises et des modèles mis en place.

Chapitre 2

Modèles de contact et d'écoulements

Nous commençons par présenter les modèles qui permettent de prédire les fuites au travers d'un contact entre deux surfaces rugueuses à partir des états de surface initiaux et en fonction du serrage appliqué. Nous supposons que le fluide n'interagit pas avec les surfaces, ce qui permet de découpler les calculs de déformation et d'écoulement. Dans un premier temps, on estime donc l'écrasement des surfaces lorsqu'une charge uniforme est appliquée. Ce calcul permet de déterminer la géométrie de la fracture rugueuse au travers de laquelle le fluide va pouvoir s'écouler. L'écoulement est ensuite résolu au travers du champ d'ouverture résultant, c'est-à-dire à partir de l'ensemble des espaces interstitiels connectés de part et d'autre de la liaison. Ne pouvant effectuer de calcul direct sur l'ensemble de la portée d'étanchéité, nous présentons de plus la technique de changement d'échelle adoptée pour la partie "fluide" du problème.

2.1 Modèle de contact

2.1.1 Bibliographie

Le concept de surface lisse, couramment utilisé dans de nombreuses applications, n'est qu'une vision idéale de la réalité. Une surface usinée, quel que soit son processus d'élaboration, comporte des défauts de fabrication, dont les échelles varient des dimensions de la pièce aux dimensions inter-atomiques [Bhushan, 1998, 2001]. Lorsque deux surfaces rugueuses sont serrées l'une sur l'autre, le contact ne se produit donc qu'en des zones très localisées, induisant des aires réelles de contact bien plus faibles que les aires de contact apparentes, c'est-à-dire les aires de contact engendrées si les surfaces étaient

lisses. Dans les zones de contact, typiquement les sommets des rugosités, les surfaces s'écrasent sous l'action de la charge appliquée. Les déformations peuvent se produire en régime élastique, mais également plastique. La modélisation du contact entre surfaces rugueuses a fait l'objet de nombreux travaux ces quatre dernières décennies. Les principales approches utilisées sont recensées dans [Bhushan, 1998]. L'une des principales difficultés dans le développement de modèles théoriques vient du fait que les textures des surfaces rugueuses sont aléatoires, parfois même anisotropes. Historiquement, Greenwood et Williamson [1966] ont proposé un modèle stochastique de contact entre un plan rigide et une surface rugueuse. Dans ce modèle, la surface rugueuse est constituée d'aspérités en calottes sphériques de même rayon dont les hauteurs sont distribuées aléatoirement et avec une distribution gaussienne autour d'un plan de référence. Ce modèle s'appuie sur la théorie de Hertz [Johnson, 1985] pour traiter individuellement le contact de chaque sphère en régime de déformations élastiques. Grâce à une approche probabiliste, ce modèle permet ensuite d'estimer l'aire réelle de contact, la pression maximale de contact ainsi que l'enfoncement du plan rigide à partir de trois paramètres statistiques : l'écart type sur la hauteur des aspérités, le rayon des aspérités et la densité d'aspérités par unité de surface. Leurs travaux ont par ailleurs montré que l'aire de contact variait linéairement avec la charge appliquée. Greenwood et Tripp [1971] ont ensuite montré que le contact entre deux surfaces rugueuses pouvait être traité par le contact entre une surface rugueuse équivalente et un plan lisse. D'autres travaux ont ensuite permis d'étendre le modèle de Greenwood-Williamson pour prendre en compte des aspérités en forme de paraboloïdes elliptiques, des déformations élasto-plastiques, ou encore des surfaces anisotropes... [Nayak, 1973; Bush et al., 1975, 1979; Chang et al., 1987] Dans tous les cas, une relation linéaire entre l'aire de contact et la charge appliquée est obtenue. Cependant, comme les surfaces rugueuses ont un caractère multi-échelle, il apparaît que les paramètres statistiques utilisés ne sont pas uniques mais dépendent fortement des paramètres de mesure des surfaces, tels que la résolution de l'appareil d'acquisition ou la longueur d'échantillonnage [Bhushan, 1998]. Basé sur ce constat, Persson et al. [2005] a développé un modèle stochastique qui n'exclu a priori aucune échelle de rugosité. Ce dernier permet de déterminer une aire de contact $A(\lambda)$ en fonction de la charge appliquée, λ étant la plus petite longueur d'onde composant la rugosité. Pour les échelles dont les longueurs d'onde sont inférieures à λ, la surface est supposée lisse.

Bien que les modèles statistiques s'avèrent très simples et pratiques d'utilisation, leur emploi reste limité, notamment à cause des hypothèses très restrictives émises sur les textures des surfaces. Excepté le modèle de Persson, ils ne prennent également pas en compte les interactions entre les différentes aspérités. Enfin, ces modèles ne permettent pas non plus de prédire la géométrie déformée des surfaces rugueuses.

Avec l'évolution des performances de calcul, d'autres méthodes, déterministes, se sont développées. Ces dernières présentent l'avantage de ne pas émettre d'hypothèse sur la géométrie des surfaces rugueuses et de prendre en compte toutes les interactions entre les aspérités. Les calculs sont effectués directement à partir de surfaces discrétisées, issues par exemple de mesures d'état de surface. Ces méthodes reposent sur la

discrétisation et la résolution d'une relation analytique contrainte-déformation. Parmi les méthodes numériques les plus classiques, on retrouve par exemple les méthodes de calcul par éléments finis. On peut notamment citer les travaux de Hyun et al. [2004] qui traitent le contact élastique entre une surface fractale et un plan rigide et les travaux de Pei et al. [2005] ou de Sahoo et Ghosh [2007] qui traitent ce contact en régime élasto-plastique. Malheureusement, ce type de méthode est très vite limité par la taille du système à résoudre, puisque la simple description géométrique des surfaces rugueuses nécessite un nombre de données très important : il faut à la fois que le pas d'échantillonnage des surfaces soit suffisamment petit pour représenter la rugosité et que la longueur d'échantillonnage soit suffisamment grande pour prendre en compte les défauts de grande longueur d'onde. Il faut de plus que le volume sous-jacent soit maillé.

Pour diminuer la taille du système à résoudre, d'autres méthodes numériques alternatives ont été développées. Ces méthodes, semi-analytiques, supposent que si l'aire de contact est faible par rapport à la dimension des corps et que les pentes des surfaces sont faibles, les corps peuvent être assimilés à des massifs semi-infinis [Mayeur, 1995]. Grâce à cette hypothèse, on peut exprimer une relation charge-déplacement à l'aide de coefficients d'influence, sans avoir à considérer les massifs. Ainsi, seules les surfaces doivent être discrétisées pour résoudre le problème, diminuant considérablement le nombre d'inconnues, et donc les temps de calcul. C'est pour cette raison que dans ce travail, nous avons préféré utiliser ce type d'approche.

2.1.2 Modèle semi-analytique

On suppose tout d'abord que l'hypothèse de massifs semi-infinis est vérifiée. Par ailleurs, en accord avec la géométrie de contact de type plan/plan, seuls les efforts normaux sont considérés. Dans ce cas, les déplacements u^k de la surface k sont liés aux pressions de contact p^c par une relation du type [Mayeur et al., 1995; Sainsot et al., 2002] :

$$u^k(\mathbf{x}) = \int_S U_k(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})\, p^c(\boldsymbol{\xi})\, dS \tag{2.1}$$

Le coefficient d'influence $U_k(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ représente le déplacement en $\mathbf{x}(x, y)$ de la surface k, induit par une charge unitaire appliquée en $\boldsymbol{\xi}(\xi_x, \xi_y)$. S est l'aire apparente de contact. Lorsque les solides sont élastiques et homogènes, $U_k(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ s'exprime grâce à la méthode des potentiels proposée par Boussinesq [Johnson, 1985] :

$$U_k(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) = \frac{1 - \nu_k^2}{\pi E_k} \frac{1}{\sqrt{(x - \xi_x)^2 + (y - \xi_y)^2}} \tag{2.2}$$

où E_k et ν_k sont respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson de la surface k.

Les pressions de contact doivent par ailleurs vérifier la relation d'équilibre :

$$\frac{1}{S}\int_S p^c\left(\mathbf{x}\right) dS = \mathrm{Pca} \tag{2.3}$$

où Pca est la pression de contact apparente appliquée.

L'équation (2.1) montre l'intérêt des méthodes semi-analytiques, puisque seuls les déplacements des surfaces sont calculés. Les massifs sont pris en compte de manière implicite car ils sont considérés comme semi-infinis.

Afin de résoudre ce problème, chaque surface rugueuse est discrétisée en (n_x, n_y) éléments rectangulaires identiques de dimensions (Δ_x, Δ_y). Par ailleurs, le chargement est supposé constant sur chaque élément. Si u_{ij} est la somme des déplacements des deux surfaces rugueuses sur l'élément ij, le problème de contact est décrit par le système d'équations suivant :

$$u_{ij} = \sum_{l=0}^{n_x-1}\sum_{m=0}^{n_y-1} U_{i-l,j-m}p^c_{lm}, \quad (0 \le i \le n_x, 0 \le j \le n_y) \tag{2.4a}$$

$$\frac{1}{n_x n_y}\sum_{i=0}^{n_x-1}\sum_{j=0}^{n_y-1} p^c_{ij} = \mathrm{Pca} \tag{2.4b}$$

$$u_{ij} = \delta_0 - h_{ij}, \quad (i,j) \in \Omega_c \tag{2.4c}$$

$$p^c_{ij} > 0, \quad (i,j) \in \Omega_c \tag{2.4d}$$

$$u_{ij} \ge \delta_0 - h_{ij}, \quad (i,j) \notin \Omega_c \tag{2.4e}$$

$$p^c_{ij} = 0, \quad (i,j) \notin \Omega_c \tag{2.4f}$$

Ω_c représente l'ensemble des noeuds en contact, δ_0 le déplacement de corps rigide, c'est-à-dire le rapprochement global des deux surfaces, et h_{ij} l'ouverture avant déformation au noeud (i,j), l'ouverture étant la distance entre les deux surfaces.

D'après l'équation (2.4a), le déplacement au noeud ij est la somme de tous les déplacements induits par toutes les pressions de contact, ce qui s'effectue au prix de $O\left(n_x \times n_y\right)$ multiplications. Pour calculer les déplacements de tous les noeuds, il faut donc effectuer $O\left(\left(n_x \times n_y\right)^2\right)$ opérations. Ce processus de multi-sommation directe est très coûteux en temps de calcul si le nombre de points pour décrire la surface est important. Il est possible de contourner cette difficulté en utilisant les propriétés de la transformée de Fourier. En effet, on peut reconnaître dans l'équation (2.4a) un produit de convolution entre les coefficients d'influence U et les pressions de contact p^c. En appliquant une transformée de Fourier de part et d'autre de cette équation, on transforme ce produit de convolution en simple produit de multiplication :

$$\tilde{u}_{ij} = -\tilde{U}_{ij}\tilde{p}^c_{ij}, \quad (0 \le i \le n_x, 0 \le j \le n_y) \tag{2.5}$$

où $\tilde{a}$ représente la transformée de Fourier de a. Le calcul des coefficients $\tilde{u}_{ij}$ nécessite d'effectuer $O(n_x \times n_y)$ opérations. L'utilisation d'une transformée de Fourier rapide (FFT) nécessite $O(log(n_x \times n_y))$ opérations. Au total, il faut donc $O((n_x \times n_y) log(n_x \times n_y))$ opérations pour déterminer u_{ij}.

Comme u et p^c sont deux champs inconnus, la méthode de résolution est itérative, initiée à l'aide d'une donnée sur p^c qui est itérativement modifiée pour satisfaire les contraintes (2.4b) à (2.4f) à l'aide d'un algorithme de type gradient conjugué [Polonsky et Keer, 1999]. La solution du système (2.4) fournit les déformations des surfaces en fonction de la pression de contact apparente Pca appliquée, en régime de déformations élastiques. Dans un certain nombre de travaux, des lois de plasticité ont été intégrées à ce modèle. Leurs inconvénients est double. La prise en compte de ces lois nécessite d'une part de mailler les volumes sous-jacents dans l'épaisseur où les déformations plastiques apparaissent, ce qui augmente la taille du problème à résoudre et donc les temps de calcul. Le nombre d'itérations pour résoudre le problème élasto-plastique est d'autre part plus important, car le problème est résolu comme pour le cas élastique, sachant qu'à chaque itération, un second processus itératif doit être mis en place pour déterminer les contraintes et les déformations plastiques (voir par exemple Fig. 4 et 5 dans [Jacq et al., 2002]). L'intérêt des modèles semi-analytiques est donc amoindri par l'augmentation des temps de calcul dus à la prise en compte des déformations plastiques.

Dans ce travail, nous avons choisi de travailler avec un modèle plastique simplifié. Le critère de plasticité n'est pas appliqué sur les contraintes mais sur les pressions de contact, ce qui ne nécessite donc pas de discrétiser le volume sous-jacent. Nous supposons également que les matériaux suivent une loi de comportement élasto-plastique parfait, c'est-à-dire qu'il n'y a pas d'écrouissage. Dans ce cas, les pressions de contact sont bornées par une pression limite p_{lim}, qui peut être considérée comme étant la dureté $\mathcal{H}$ du matériau le plus mou. Ce processus revient donc à ajouter une inégalité supplémentaire au système (2.4) donnée par $p^c_{ij} < p_{lim}$.

2.2 Modèles d'écoulements

Le serrage des surfaces rugueuses ne permet généralement pas d'obtenir un contact parfait. Même en appliquant des efforts importants, des espaces sont laissés libres entre les surfaces. Ce sont ces espaces connectés entre eux, appelés champ des ouvertures, qui permettent au fluide à étancher de s'écouler au travers du contact, induisant ainsi les problèmes de fuite. Dans cette section, nous nous intéressons à deux phénomènes : l'écoulement visqueux, dû à un gradient de pression, et l'écoulement par diffusion, lié à un gradient de concentration d'espèces. Dans le cadre des problèmes d'étanchéité interne des appareils de robinetterie, le principal mécanisme responsable des fuites provient du gradient de pression dans le fluide. Cependant, nous verrons par la suite que l'étude de la diffusion présente un intérêt pour la validation de certains modèles,

car elle fournit un outil de comparaison supplémentaire. Le parallèle entre l'écoulement visqueux et la diffusion est d'ailleurs analogue aux travaux de Brown [1989], qui s'intéresse aux conductivités hydrauliques et électriques d'une fracture rugueuse.

La modélisation de ces deux phénomènes repose sur la même démarche. Pour chacun des problèmes, on considère tout d'abord les équations générales de la mécanique des milieux continus décrivant l'écoulement à l'échelle microscopique, c'est-à-dire à l'échelle de la rugosité. Ces équations permettent de décrire le problème en tout point de la fracture rugueuse (Fig. 2.1). Une analyse en ordre de grandeur permet ensuite de réduire ces problèmes 3-D à une forme intégrée 2-D. Pour décrire les écoulements à une échelle macroscopique, un changement d'échelle est enfin effectué en moyennant les équations locales sur un élément supposé représentatif de la fracture rugueuse. Dans le cas où l'on ne puisse pas extraire d'élément représentatif de toute la fracture rugueuse, c'est-à-dire que l'ensemble de la portée d'étanchéité doit être considéré, deux changements d'échelles consécutifs peuvent être effectués : de l'échelle microscopique à une échelle intermédiaire, et de l'échelle intermédiaire à l'ensemble de la portée d'étanchéité. Nous montrerons notamment que le processus de prise de moyenne permet de caractériser l'écoulement visqueux et le flux diffusif à l'aide de deux tenseurs purement géométriques (propriétés de transport) : la transmissivité $\mathbf{K}$ qui relie linéairement le débit de fuite visqueux au gradient de pression et la diffusivité $\mathbf{D}$ qui relie le débit diffusif au gradient de concentration d'espèces.

2.2.1 Écoulement visqueux

Du modèle de Stokes à l'équation de Reynolds

L'écoulement d'un fluide newtonien est décrit classiquement par l'équation de Navier-Stokes (conservation de la quantité de mouvement) (2.6a) et l'équation de conservation de la masse (2.6b) :

$$\rho\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}.\nabla)\,\mathbf{v}\right) = -\nabla p + \mu\nabla^2\mathbf{v} \tag{2.6a}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla.\,(\rho\mathbf{v}) = 0 \tag{2.6b}$$

p et $\mathbf{v}$ étant la pression et la vitesse locales du fluide, ρ sa masse volumique et μ sa viscosité dynamique.

Dans le cas d'un écoulement permanent et isovolume, les équations précédentes se réécrivent :

$$\rho(\mathbf{v}.\nabla)\,\mathbf{v} = -\nabla p + \mu\nabla^2\mathbf{v} \tag{2.7a}$$

$$\nabla.\mathbf{v} = 0 \tag{2.7b}$$

Pour déterminer l'écoulement au travers d'une fracture rugueuse, il faut résoudre le système précédent à travers son champ d'ouverture $h\,(x, y)$. En considérant les grandeurs caractéristiques décrivant l'écoulement et la géométrie de la fracture, on montre

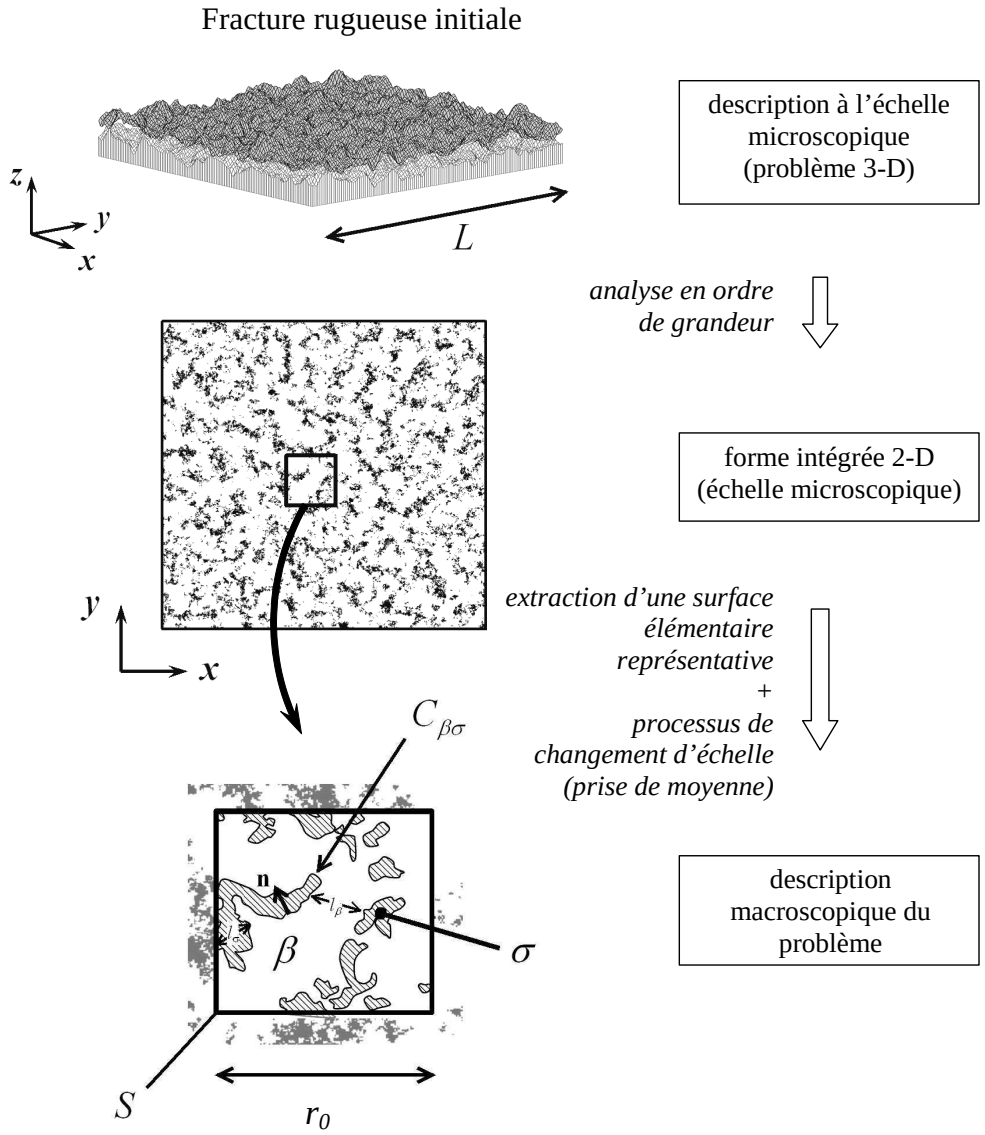


Fig. 2.1: De la description microscopique à la description macroscopique -

que l'équation (2.7a) se simplifie et se réduit à l'équation de Reynolds, moyennant des contraintes sur le nombre de Reynolds de l'écoulement et les variations du champ d'ouverture. Pour ce faire, nous introduisons les paramètres adimensionnés $x^* = \frac{x}{l^0}$, $y^* = \frac{y}{l^0}$, $z^* = \frac{z}{h^0}$, $v^*_{x,y} = \frac{v_{x,y}}{u^0}$ et $v^*_z = \frac{v_z}{w^0}$, où l^0 et h^0 sont les dimensions caractéristiques dans les directions (x, y) et z respectivement (voir Fig. 2.2), tandis que u^0 et w^0 sont les vitesses caractéristiques dans les directions (x, y) et z respectivement. Typiquement, les grandeurs caractéristiques h^0 et l^0 peuvent être respectivement l'ouverture moyenne $\langle h \rangle$ et la longueur de corrélation des rugosités. Avec ces notations, l'équation de conservation de la masse (2.7b) se réécrit sous forme adimensionnée :

$$\frac{\partial v_x^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v_y^*}{\partial y^*} + \frac{l^0 w^0}{h^0 u^0}\frac{\partial v_z^*}{\partial z^*} = 0 \tag{2.8}$$

Pour que le dernier terme soit du même ordre de grandeur que les deux premiers (principe de moindre dégénérescence), nous supposons que :

$$w^0 = \frac{h^0}{l^0} u^0 = \varepsilon u^0 \tag{2.9}$$

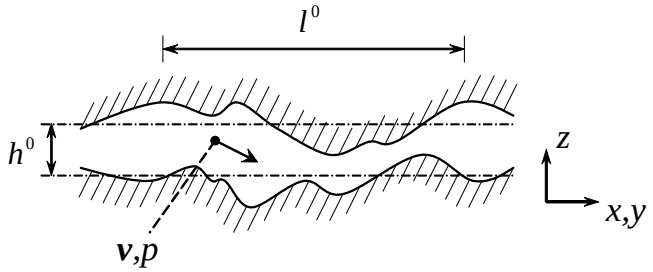


Fig. 2.2: Fracture rugueuse -

En introduisant les adimensionnements dans l'équation de la quantité de mouvement, il vient :

$$\varepsilon\frac{\rho u^0 h^0}{\mu}\left(v_x^*\frac{\partial v_x^*}{\partial x^*} + v_y^*\frac{\partial v_x^*}{\partial y^*} + v_z^*\frac{\partial v_x^*}{\partial z^*}\right) = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \left(\varepsilon^2\frac{\partial^2 v_x^*}{\partial x^{*2}} + \varepsilon^2\frac{\partial^2 v_x^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v_x^*}{\partial z^{*2}}\right) \tag{2.10a}$$

$$\varepsilon\frac{\rho u^0 h^0}{\mu}\left(v_x^*\frac{\partial v_y^*}{\partial x^*} + v_y^*\frac{\partial v_y^*}{\partial y^*} + v_z^*\frac{\partial v_y^*}{\partial z^*}\right) = -\frac{\partial p^*}{\partial y^*} + \left(\varepsilon^2\frac{\partial^2 v_y^*}{\partial x^{*2}} + \varepsilon^2\frac{\partial^2 v_y^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v_y^*}{\partial z^{*2}}\right) \tag{2.10b}$$

$$\varepsilon\frac{\rho u^0 h^0}{\mu}\left(v_x^*\frac{\partial v_z^*}{\partial x^*} + v_y^*\frac{\partial v_z^*}{\partial y^*} + v_z^*\frac{\partial v_z^*}{\partial z^*}\right) = -\frac{1}{\varepsilon^2}\frac{\partial p^*}{\partial z^*} + \left(\varepsilon^2\frac{\partial^2 v_z^*}{\partial x^{*2}} + \varepsilon^2\frac{\partial^2 v_z^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v_z^*}{\partial z^{*2}}\right) \tag{2.10c}$$

où p^* est défini par $p^* = \frac{(h^0)^2}{\mu l^0 u^0} p$.

Dans les équations (2.10), le terme $\frac{\rho u^0 h^0}{\mu}$ est identifié comme étant le nombre de Reynolds *Re*. Ce dernier représente le rapport entre les forces inertielles et les forces visqueuses. Si on se place dans le cas où $\varepsilon \leq 1$, ce qui est cohérent avec les échelles caractéristiques des rugosités, on peut montrer que la condition $Re << \frac{1}{\varepsilon}$ est suffisante pour que les effets inertiels, décrits par les termes de gauche, soient négligeables devant les effets visqueux. Dans ces conditions, l'écoulement est rampant et l'équation initiale (2.7a) peut être réduite au modèle de Stokes :

$$-\nabla p + \mu\nabla^2\mathbf{v} = 0 \tag{2.11}$$

De plus, si le champ d'ouverture est à faibles variations, c'est-à-dire si $\varepsilon << 1$, les équations (2.10) deviennent :

$$-\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{\partial^2 v_x^*}{\partial z^{*2}} = 0 \tag{2.12a}$$

$$-\frac{\partial p^*}{\partial y^*} + \frac{\partial^2 v_y^*}{\partial z^{*2}} = 0 \tag{2.12b}$$

$$-\frac{\partial p^*}{\partial z^*} \approx 0 \tag{2.12c}$$

D'après l'équation (2.12c), p est donc indépendant de z. L'équation (2.11) se réduit alors à une forme 2-D ($\mathbf{v}\,(v_x, v_y)$) :

$$\nabla p\,(x,y) = \mu \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial z^2} \tag{2.13}$$

équivalent localement à un écoulement de Poiseuille dans les directions x et y.

L'intégration de ce profil de vitesse parabolique sur une section de hauteur $h(x,y)$ et de largeur dy fournit le débit visqueux dQ_{vx} dans la direction x. Le débit visqueux linéique $q_{vx} = \frac{dQ_{vx}(x,y)}{dy}$ dans la direction x s'écrit donc :

$$q_{vx} = \frac{dQ_{vx}(x,y)}{dy} = -\frac{h^3\,(x,y)}{12\mu}\frac{\partial p\,(x,y)}{\partial x} \tag{2.14a}$$

De la même façon dans la direction y :

$$q_{vy} = \frac{dQ_{vy}(x,y)}{dx} = -\frac{h^3\,(x,y)}{12\mu}\frac{\partial p\,(x,y)}{\partial y} \tag{2.14b}$$

Les équations (2.14) sont connues sous le nom d'équation de Reynolds ou loi cubique. Cette équation est formellement identique à la loi de Darcy, qui décrit l'écoulement d'un fluide incompressible au travers d'un milieu poreux.

En intégrant l'équation de conservation de la masse (2.7b) suivant z et en utilisant la condition de non-glissement à la paroi, on peut montrer que :

$$\frac{\partial q_{vx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{vy}}{\partial y} = 0 \tag{2.15}$$

Si β désigne la phase fluide et σ la phase solide (zones de contact) dans le plan x-y (cf Fig. 2.1), le problème de l'écoulement visqueux, réduit de sa forme 3-D à 2-D, s'exprime par :

$$\mathbf{q}_v = -\frac{h^3}{12\mu}\nabla p \;\text{ dans } \beta \tag{2.16a}$$

$$\nabla.\mathbf{q}_v = 0 \;\text{ dans } \beta \tag{2.16b}$$

$$\mathbf{q}_v.\mathbf{n} = 0 \;\text{ sur } \mathcal{C}_{\beta\sigma} \tag{2.16c}$$

$\mathbf{n}$ étant la normale unitaire aux contours $C_{\beta\sigma}$ des aires de contact (Fig. 2.1).

Pour passer de l'équation de Navier-Stokes à l'équation de Reynolds, nous avons supposé d'une part que $Re << \frac{1}{\varepsilon}$, permettant ainsi de négliger les effets inertiels et d'aboutir au modèle de Stokes, et d'autre part que $\varepsilon << 1$. Pour s'assurer de la validité de l'équation de Reynolds, nous vérifierons a posteriori dans le chapitre 5 si ces deux conditions sont satisfaites.

Éléments bibliographiques sur l'approximation de Reynolds

Lorsque l'on s'intéresse à l'écoulement d'un fluide au travers d'une fracture formée par deux plans lisses et parallèles, il est possible de résoudre simplement l'équation de Navier-Stokes (Eq. (2.6a)). La simplification de cette équation tient au fait que les lignes de courant sont parallèles et que la vitesse du fluide ne varie que dans la direction z (Fig. 2.3). Dans cette configuration, la solution exacte de l'équation de Navier-Stokes est l'équation de Reynolds, déjà définie précédemment :

$$\frac{Q_v}{L_y} = -\frac{h^3}{12\mu}\frac{\Delta p}{L_x} \tag{2.17}$$

Cette relation, également connue sous le nom de loi cubique, conduit à un écoulement de Poiseuille, caractérisé par un profil de vitesse $v_x(z)$ parabolique (Fig. 2.3).

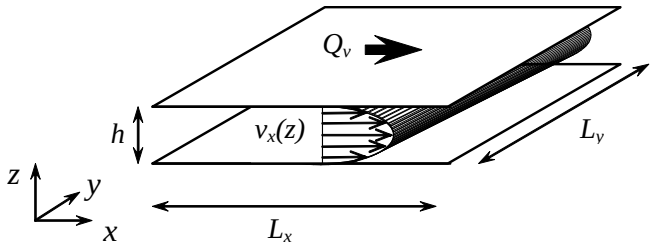


Fig. 2.3: Écoulement entre deux plans parallèles -

Dans le paragraphe précédent, nous avons montré que lorsque le champ d'ouverture est à faibles variations, l'écoulement au travers d'une fracture rugueuse reste localement décrit de façon approchée par l'équation de Reynolds. Cependant, pour estimer le débit sur l'ensemble de la fracture, rien ne justifie de remplacer l'ouverture h par une simple moyenne des ouvertures locales pour modéliser l'écoulement. Pour une fracture rugueuse, les lignes de courant ne sont plus parallèles et l'écoulement a tendance à suivre des chemins préférentiels, là où les ouvertures sont les plus grandes. Une simple moyenne sur h ne permet donc pas de prendre pas en compte les effets liés à la rugosité. Pour appliquer l'équation de Reynolds, il est commode de définir une ouverture hydraulique h_H, qui tienne compte des effets de la géométrie de la fracture :

$$\frac{Q_v}{L_y} = -\frac{h_H^3}{12\mu}\frac{\Delta p}{L_x} \tag{2.18}$$

Le terme $h_H^3/12$ est généralement défini comme étant la transmissivité effective K du contact. Une analogie avec la loi de Darcy [de Marsily, 1981] permet de définir la perméabilité de la facture comme étant égale à $h_H^2/12$. La détermination de h_H dans une fracture rugueuse est équivalent à la détermination de la perméabilité effective d'un milieu poreux hétérogène 2-D. La transmissivité effective K ne dépend pas seulement de la distribution des transmissivités locales ($k_i = h_i^3/12$), mais également de leur distribution spatiale. Connaissant la distribution des transmissivités locales, il est possible d'encadrer la transmissivité de la fracture par des valeurs extrêmes, qui sont la moyenne harmonique et la moyenne arithmétique du champ d'ouverture [de Marsily, 1981; Zimmerman et Bodvarsson, 1996] :

$$\left\langle h^{-3} \right\rangle^{-1} \leq K \leq \left\langle h^3 \right\rangle \tag{2.19}$$

La limite inférieure de la transmissivité effective (moyenne harmonique du cube des ouvertures) correspond à une configuration où toutes les transmissivités locales sont placées en série, et la limite supérieure (moyenne arithmétique du cube des ouvertures), au cas où toutes les transmissivités locales sont placées en parallèle (Fig. 2.4). En réalité, la transmissivité effective du contact est une combinaison de transmissivités locales placées en parallèle et en série.

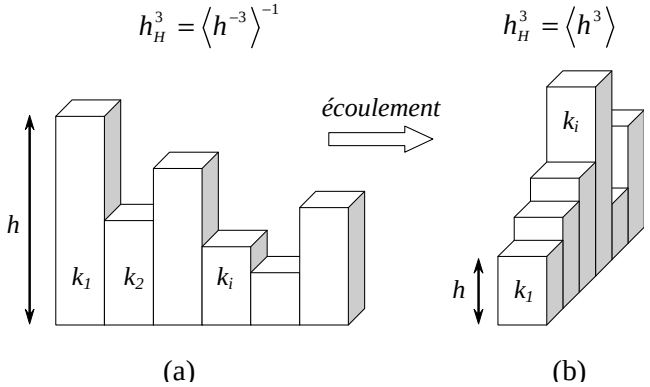


Fig. 2.4: Représentation schématique d'une fracture lorsque les ouvertures sont (a) en série ou (b) en parallèle -

De nombreux travaux expérimentaux et bon nombre d'études théoriques ont été consacrés à estimer les effets de la rugosité sur la validité de l'équation de Reynolds, mais également à établir une relation entre la transmissivité effective et la distribution des ouvertures. Beaucoup d'auteurs ont proposé différentes moyennes sur h afin de déterminer h_H. Les principales méthodes sont notamment recensées dans [Konzuk et Kueper, 2004]. Ces méthodes ne fournissent cependant que des valeurs approchées de la transmissivité effective de la fracture.

Par ailleurs, l'erreur commise par l'approximation de Reynolds est difficile à

estimer analytiquement. En reprenant les travaux de Hagesawa et Izuchi [1983], Zimmerman et al. [1991] ont montré que pour une fracture sinusoïdale, les estimations de la perméabilité obtenues avec l'approximation de Reynolds ne diffèrent pas de plus de 10% de celles obtenues avec le modèle de Stokes si la longueur d'onde de la rugosité λ_h est supérieure à $5\sigma_h$, σ_h étant l'écart type sur la hauteur des rugosités (égal à l'amplitude/$\sqrt{2}$ pour une sinusoïde). Ce résultat est beaucoup moins contraignant que celui de Brown [1987] (d'après [Zimmerman et al., 1991]), qui annonçait $\lambda_h/\sigma_h < 50$, pour une fracture aléatoire fractale, ce qui rendait l'utilisation de l'équation de Reynolds extrêmement restreinte. Les premiers à avoir résolu numériquement l'équation de Stokes au travers d'une fracture rugueuse 3-D sont Mourzenko et al. [1995]. En comparant directement les résultats obtenus avec l'équation de Reynolds et ceux issus de la résolution du modèle de Stokes, ils ont montré que l'utilisation de l'équation de Reynolds conduit systématiquement à une surestimation de la perméabilité de la fracture, surestimation qui peut atteindre jusqu'à un facteur 2. Plus récemment, Brush et Thomson [2003] ont effectué une résolution numérique par volumes finis des trois modèles de Navier-Stokes, Stokes et Reynolds, afin d'effectuer un comparatif entre les débits calculés au travers d'une fracture rugueuse. Les résultats issus de ces simulations montrent que les écarts entre le modèle de Stokes et l'équation de Reynolds sont du même ordre de grandeur que ceux décrits dans [Zimmerman et al., 1991], et que les effets inertiels, pris en compte dans l'équation de Navier-Stokes, sont négligeables tant que $Re < 1$, $Re \langle h \rangle / \lambda_h < 1$ et $Re\ \sigma_h / \langle h \rangle < 1$, λ_h étant la longueur de corrélation des rugosités et σ_h leur écart type. Dans leurs travaux, la définition de Re est la même que celle qui a été donnée précédemment.

Dans ce travail de thèse, nous considérerons que l'approximation de Reynolds est vérifiée. Nous présenterons au paragraphe 2.2.3 la méthode employée pour déterminer la transmissivité du contact, et nous effectuerons au paragraphe 5.3, un comparatif entre les transmissivités obtenues par l'équation de Reynolds avec celles obtenues à partir d'une résolution par éléments finis du modèle de Stokes, au travers d'une fracture rugueuse auto-affine, afin d'estimer l'erreur commise par l'approximation de Reynolds.

2.2.2 Diffusion

Dans ce paragraphe, on s'intéresse à un flux dû à un gradient de concentration d'espèces. Avec les hypothèses d'un transfert massique stationnaire et isotherme, le problème de diffusion peut être décrit par la loi de Fick :

$$\mathbf{j} = -\mathcal{D}\nabla c \tag{2.20a}$$

$$\nabla.\mathbf{j} = 0 \tag{2.20b}$$

$$\mathbf{n}.\nabla c = 0 \ \text{ à la paroi} \tag{2.20c}$$

où $\mathbf{j}$ est le flux diffusif, c la concentration de l'espèce qui diffuse au travers du contact et $\mathcal{D}$ le coefficient de diffusion moléculaire. Comme pour les effets visqueux, l'utilisation de variables adimensionnées permet de réduire le problème à deux dimensions. On pose $j^*_{x,y} = \frac{j_{x,y}}{j^0_1}$, $j^*_z = \frac{j_z}{j^0_2}$, où j^0_1 et j^0_2 sont les grandeurs caractéristiques du flux dans les directions (x, y) et z respectivement. Dans ce cas, d'après l'équation (2.20b) :

$$j^0_2 = \frac{h^0}{l^0} j^0_1 = \varepsilon j^0_1 \tag{2.21}$$

Encore une fois, si on considère que $\varepsilon << 1$, la loi de Fick (2.20a) se réduit à :

$$j^*_x = -\frac{\partial c^*}{\partial x^*} \tag{2.22a}$$

$$j^*_y = -\frac{\partial c^*}{\partial y^*} \tag{2.22b}$$

$$\frac{\partial c^*}{\partial z^*} \approx 0 \tag{2.22c}$$

où c^* est défini par $c^* = \frac{\mathcal{D}}{j^0_1 l^0} c$. L'équation (2.22c) indique que c est indépendant de z. Le problème de diffusion s'exprime donc sous sa forme 2-D par :

$$\mathbf{j} = -\mathcal{D} \nabla c\,(x, y) \tag{2.23}$$

Comme précédemment, en intégrant l'équation (2.23) dans une section de hauteur $h(x, y)$ et de largeur dy (ou dx), on obtient le débit diffusif local dQ_{dx} (ou dQ_{dy}) et le débit diffusif linéique q_{dx} (ou q_{dy}) :

$$q_{dx} = \frac{dQ_{dx}(x, y)}{dy} = -\mathcal{D} h\,(x, y)\, \frac{\partial c\,(x, y)}{\partial x} \tag{2.24a}$$

$$q_{dy} = \frac{dQ_{dy}(x, y)}{dx} = -\mathcal{D} h\,(x, y)\, \frac{\partial c\,(x, y)}{\partial y} \tag{2.24b}$$

L'intégration de l'équation de conservation de la masse (2.20b) suivant z, ainsi que la condition à la limite (2.20c) permet d'écrire :

$$\frac{\partial q_{dx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{dy}}{\partial y} = 0 \tag{2.25}$$

Finalement, le problème de diffusion dans la fracture composée de zones fluides β et solides σ (contacts) (Fig. 2.1) peut donc s'écrire :

$$\mathbf{q}_d = -\mathcal{D} h\,(x, y)\, \nabla c \text{ dans} \beta \tag{2.26a}$$

$$\nabla . \mathbf{q}_d = 0 \quad \text{dans } \beta \tag{2.26b}$$

$$\mathbf{q}_d . \mathbf{n} = 0 \quad \text{sur} \mathcal{C}_{\beta\sigma} \tag{2.26c}$$

2.2.3 Propriétés de transport

Forme moyennée du problème générique

Les formes intégrées des modèles de Stokes (Eqs. (2.16)) et de Fick (Eqs. (2.26)) décrivent respectivement l'écoulement visqueux et le flux diffusif à la micro-échelle, c'est-à-dire à l'échelle de la rugosité. Ces modèles étant formellement identiques, ils peuvent s'écrire sous la forme générique :

$$\mathbf{q} = -k\nabla\omega \quad \text{dans } \beta \tag{2.27a}$$

$$\nabla.\mathbf{q} = 0 \quad \text{dans } \beta \tag{2.27b}$$

$$\mathbf{n}.k\nabla\omega = 0 \quad \text{sur } \mathcal{C}_{\beta\sigma} \tag{2.27c}$$

avec $k = \frac{h^3}{12\mu}$ et $\omega = p$ pour l'écoulement visqueux et $k = \mathcal{D}h\,(x, y)$ et $\omega = c$ pour la diffusion. En appliquant une méthode de prise de moyenne sur le problème précédent, il est possible de relier le débit macroscopique, défini à l'échelle de l'élément représentatif, à la force motrice macroscopique (gradients de pression ou de concentration). Pour ce faire, nous définissons deux opérateurs de prise de moyenne [Whitaker, 1999] :

$$\{\varphi\} = \frac{1}{S}\int_{S_\beta} \varphi dS = \frac{1}{S_\beta + S_c}\int_{S_\beta} \varphi dS \tag{2.28a}$$

$$\{\varphi\}^\beta = \frac{1}{S_\beta}\int_{S_\beta} \varphi dS \tag{2.28b}$$

ainsi que le théorème de prise de moyenne :

$$\{\nabla\varphi\} = \nabla\{\varphi\} + \frac{1}{S}\int_{\mathcal{C}_{\beta\sigma}} \mathbf{n}\varphi dC \tag{2.28c}$$

Pour les développements, on introduit également les deux décompositions $\omega = \{\omega\}^\beta + \dot{\omega}$ et $k = \{k\} + \dot{k}$, où $\dot{\varphi}$ est la déviation spatiale de φ.

En appliquant l'opérateur (2.28a) à l'équation (2.27a) et en considérant $\nabla\{\omega\}^\beta$ comme étant une constante vis-à-vis de la moyenne, on peut montrer que la forme moyennée du problème s'écrit :

$$\{\mathbf{q}\} = -\{k\}\nabla\{\omega\}^\beta - \{k\nabla\dot{\omega}\} \quad \text{dans } \beta \tag{2.29}$$

Cette forme constitue une version non fermée de la forme macroscopique recherchée. Pour fermer cette équation, il est nécessaire de donner une représentation macroscopique du terme faisant intervenir la déviation $\dot{\omega}$.

Problème de fermeture

En combinant les équations (2.27a) et (2.27b) et en appliquant l'opérateur de moyenne, on obtient :

$$\{\nabla.(k\nabla\omega)\} = 0 \quad \text{dans } \beta \tag{2.30}$$

D'après le théorème de prise de moyenne (2.28c) et la condition à la limite (2.27c), cette équation se réécrit :

$$\nabla.\{k\nabla\omega\} = 0 \quad \text{dans } \beta \tag{2.31}$$

Par ailleurs, on peut montrer avec un développement de Taylor [Whitaker, 1999] que $\{\{k\}\} \approx \{k\}$, et par conséquent que $\left\{\dot{k}\right\} \approx 0$, si la condition $r_0 << L$ (Fig. 2.1) est vérifiée. Dans ce cas, si on soustrait cette équation précédente à l'équation de départ (2.27b), on aboutit à :

$$\nabla.\left(\dot{k}\nabla\{\omega\}^\beta + k\nabla\dot{\omega} - \{k\nabla\dot{\omega}\}\right) = 0 \quad \text{dans } \beta \tag{2.32}$$

On peut remarquer que $\dot{\omega}$ varie à l'échelle de la rugosité l^0 tandis que les quantités moyennées varient à l'échelle de l'élément représentatif r_0. Par conséquent :

$$\nabla.(k\nabla\dot{\omega}) = O\left(\frac{k\dot{\omega}}{l^{0^2}}\right) \tag{2.33}$$

$$\nabla.\{k\nabla\dot{\omega}\} = O\left(\frac{k\dot{\omega}}{l^0 r_0}\right) \tag{2.34}$$

Avec la condition $l^0 << r_0$, il vient donc à la place de (2.32) :

$$\nabla.(k\nabla\dot{\omega}) = -\nabla\dot{k}.\nabla\{\omega\}^\beta - \dot{k}\nabla.\nabla\{\omega\}^\beta \quad \text{dans } \beta \tag{2.35}$$

Puisque :

$$\nabla\dot{k}.\nabla\{\omega\}^\beta = O\left(\frac{\dot{k}\{\omega\}^\beta}{l^0 r_0}\right) \tag{2.36}$$

et que

$$\dot{k}\nabla.\nabla\{\omega\}^\beta = O\left(\frac{\dot{k}\{\omega\}^\beta}{r_0^2}\right) \tag{2.37}$$

l'équation (2.35) se simplifie encore en :

$$\nabla.(k\nabla\dot{\omega}) = -\nabla\dot{k}.\nabla\{\omega\}^\beta \quad \text{dans } \beta \tag{2.38}$$

avec la condition à la limite :

$$-\mathbf{n}.k\nabla\dot{\omega} = \mathbf{n}.k\nabla\{\omega\}^\beta \quad \text{sur } \mathcal{C}_{\beta\sigma} \tag{2.39}$$

Le problème formé par les équations (2.38) et (2.39) constitue un problème aux limites pour $\dot{\omega}$ qui est aussi complexe que le problème initial (Eqs. (2.27)). Dans les deux équations précédentes, les termes de droite, qui rendent le problème en $\dot{\omega}$ non-homogène, peuvent être assimilés à des termes sources. Comme ces derniers dépendent

linéairement de $\nabla \{\omega\}^\beta$ et que le problème est linéaire, il est légitime de poser :

$$\dot{\omega} = \mathbf{b}.\nabla \{\omega\}^\beta + \xi \tag{2.40}$$

ξ étant une fonction arbitraire. Nous choisissons de définir $\mathbf{b}$ par le problème de fermeture :

$$\nabla.(k\nabla\mathbf{b}) = -\nabla\dot{k} \quad \text{dans } \beta \tag{2.41a}$$

$$-\mathbf{n}.\nabla\mathbf{b} = \mathbf{n} \quad \text{sur } \mathcal{C}_{\beta\sigma} \tag{2.41b}$$

$$\{\mathbf{b}\} = 0 \tag{2.41c}$$

Avec cette représentation, on peut assez facilement montrer que ξ est une constante, dont la valeur n'a aucune incidence sur le problème de fermeture.

Puisque nous avons choisi de travailler sur un élément représentatif de la géométrie globale, nous remplaçons les conditions aux limites externes (non précisées) par des conditions aux limites périodiques :

$$\mathbf{b}(\mathbf{x} + \mathbf{r}_0) = \mathbf{b}(\mathbf{x}) \tag{2.42}$$

Forme fermée

En introduisant le problème de fermeture (2.41) dans l'équation (2.29), on aboutit au modèle macroscopique suivant :

$$\{\mathbf{q}\} = -\mathbf{H}.\nabla \{\omega\}^\beta \tag{2.43}$$

avec

$$\mathbf{H} = \{k(\mathbf{I} + \nabla\mathbf{b})\} \tag{2.44}$$

Le tenseur de transmissivité $\mathbf{K}$ (lié à l'écoulement visqueux) permet d'exprimer le débit linéique à l'échelle de l'élément représentatif par une loi de type Darcy :

$$\{\mathbf{q}_v\} = -\frac{\mathbf{K}}{\mu}.\nabla \{p\}^\beta \tag{2.45}$$

où $\mathbf{K} = \mathbf{H}$ avec $k = \frac{h^3}{12}$ dans (2.44).

De la même manière, le tenseur de diffusivité $\mathbf{D}$ (lié à la diffusion) permet d'écrire à l'échelle de l'élément représentatif :

$$\{\mathbf{q}_d\} = -\mathcal{D}\mathbf{D}.\nabla \{c\}^\beta \tag{2.46}$$

où $\mathbf{D} = \mathbf{H}$ avec $k = h$ dans (2.44).

D'après la définition de $\mathbf{K}$ et $\mathbf{D}$ et d'après les équations (2.41), ces deux tenseurs sont intrinsèques car ils ne dépendent que du champ d'ouverture $h(x, y)$. Par la suite, nous ne travaillerons qu'avec ces deux tenseurs pour caractériser le comportement vis-à-vis de l'étanchéité de la liaison, puisque la connaissance de $\mathbf{K}$ et $\mathbf{D}$ permet de déterminer le débit de fuite en fonction du fluide et de la force motrice (gradient de pression ou de concentration d'espèces).

Excepté les conditions aux limites, on peut remarquer que le problème de fermeture défini par les équations (2.41) est tout à fait similaire au problème initial (Eqs. (2.27)). L'intérêt du processus de prise de moyenne est de pouvoir définir les deux tenseurs macroscopiques **K** et **D**.

2.2.4 Forme discrète du problème de fermeture

Les équations (2.41) ont été établies en considérant un champ d'ouverture continu. Si on considère que la fracture rugueuse est discrétisée par $n_x \times n_y$ mailles, ayant chacune une ouverture h_i constante, signifiant que k_i est constant et que $\dot{k}_i$ est nul, la forme discrète du problème de fermeture devient :

$$\text{maille } i \ : \nabla.\nabla\mathbf{b}_i = 0 \tag{2.47a}$$

$$\text{interface } ij \ : \mathbf{n}.k_i\left(\mathbf{I} + \nabla\mathbf{b}_i\right) = \mathbf{n}.k_j\left(\mathbf{I} + \nabla\mathbf{b}_j\right) \tag{2.47b}$$

$$\text{interface } ij \ : \mathbf{b}_i = \mathbf{b}_j \tag{2.47c}$$

$$\text{maille } j \ : \nabla.\nabla\mathbf{b}_j = 0 \tag{2.47d}$$

$$\sum_i \mathbf{b}_i = 0 \tag{2.47e}$$

Les équations (2.47b) et (2.47c) assurent la continuité entre chaque maille de $\mathbf{n}.\mathbf{q}$ et ω respectivement. De plus, à l'échelle de l'élément représentatif, $\mathbf{b}$ est supposé périodique.

Ce système est discrétisé par une méthode aux volumes finis [Peyret et Taylor, 1983] et en utilisant des développements de Taylor à l'ordre 1. Le système obtenu est ensuite résolu par une méthode de type gradient conjugué [Meurant, 2006].

2.3 Organigramme de calcul

La figure 2.5 présente l'organigramme de calcul des propriétés de transport **K** et **D**. Les données d'entrée sont les champs de hauteur z_{ij}^1 et z_{ij}^2 des deux surfaces non déformées qui assurent le contact. Le champ d'ouverture $\overline{h}_{ij}$ résultant de la mise en contact et du serrage des surfaces rugueuses est calculé à partir du modèle de déformation élasto-plastique présenté dans la section 2.1.2. **K** et **D** sont ensuite déterminés selon la même procédure en résolvant le problème de fermeture défini par les équations (2.47). La distinction entre le problème de l'écoulement visqueux et le problème de diffusion s'effectue au niveau du module "*préparation de l'ouverture*" : pour le transport visqueux, le champ d'ouverture $\overline{h}_{ij}$ est remplacé par $\overline{h}_{ij}^3/12$. Le module "*percolation*" permet de supprimer du champ $\overline{h}_{ij}$ tous les îlots non percolants, c'est-à-dire qu'il permet de remplacer par des zones à ouverture nulle,

toutes les zones de non contact qui ne sont pas reliées aux bords de l'élément de surface.

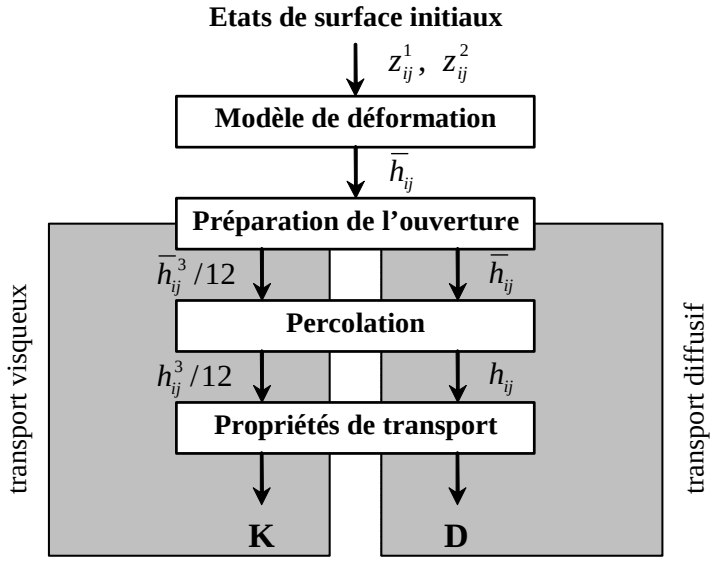


Fig. 2.5: Schéma de calcul des propriétés de transport -

Chapitre 3

Étude des états de surface

Les problèmes de fuite internes rencontrés dans les appareils de robinetterie sont dus au fait que les surfaces en contact ne sont pas parfaitement lisses. Les performances vis-à-vis de l'étanchéité de la liaison entre le siège et l'opercule dépendent donc principalement des textures des surfaces en contact. Par conséquent, la maîtrise des mécanismes impliqués dans les problèmes de fuite passe par une caractérisation des états de surface.

Dans ce chapitre, nous présentons les travaux consacrés à l'analyse des textures des surfaces rugueuses, et plus particulièrement à l'analyse des surfaces rodées. Dans un premier temps, un bilan de l'étude bibliographique réalisée sur le rodage est dressé. Les principales approches permettant de caractériser des états de surface sont ensuite présentées. D'après la littérature, il apparaît que les surfaces rodées présentent des propriétés fractales. Des modèles pour caractériser et simuler des surfaces fractales auto-affines ont donc été mis en place, et toute une démarche de validation de ces modèles a été réalisée. Dans une dernière partie, nous montrons que ces outils de caractérisation et de simulation nous permettent de mieux comprendre le lien entre la texture des surfaces rugueuses et les performances du contact.

3.1 Étude bibliographique du rodage

Le rodage est une opération d'usinage de finition qui consiste à user une surface par frottement à l'aide d'un abrasif. Typiquement, la pièce à roder est maintenue sur

un anneau et pressée contre un plateau qui est entraîné en rotation. Ce dernier est réalisé dans un matériau très dur (céramique, carbure de tungstène, acier traité, etc...) pour éviter qu'il ne soit détérioré par l'abrasif. Un distributeur permet d'alimenter en pâte abrasive le contact entre la pièce et le plateau. La pâte est quant à elle composée d'un liquide ou d'une graisse dans lequel sont mélangées de petites particules (de la taille du micron) très dures également (diamant principalement). Le rodage permet d'une part de corriger les défauts géométriques (défauts de planéité ou d'ondulation) et d'autre part de modifier les états de surface, afin d'améliorer la conformité des pièces et de rendre plus favorables les conditions de contact.

C'est un processus complexe et aléatoire, qui dépend de nombreux paramètres. Toutes les conditions de rodage (taille et forme des particules abrasives, vitesses de déplacement des organes, pressions de contact...) mais aussi les propriétés mécaniques des pièces à roder doivent être prises en compte.

Pendant le rodage, les particules abrasives sont soumises à deux types de mouvements (Fig. 3.1), engendrant des actions mécaniques différentes [Kim et Choi, 1995]. Schématiquement, le roulement de la particule 1 déforme plastiquement par indentation la surface de la pièce à roder tandis que par son glissement, la particule 2 se comporte comme un outil qui usine la surface. Contrairement au glissement de la particule 2, le roulement de la particule 1 ne va pas entraîner directement la formation de micro-copeaux. C'est la propagation des micro-fissures créées lors de l'écrouissage de la surface qui va permettre à des écailles de se détacher. La maîtrise de la proportion entre les particules en roulement et celles en glissement est très importante pour comprendre et contrôler le rodage. Malheureusement, cette proportion est très difficile à quantifier de façon théorique.

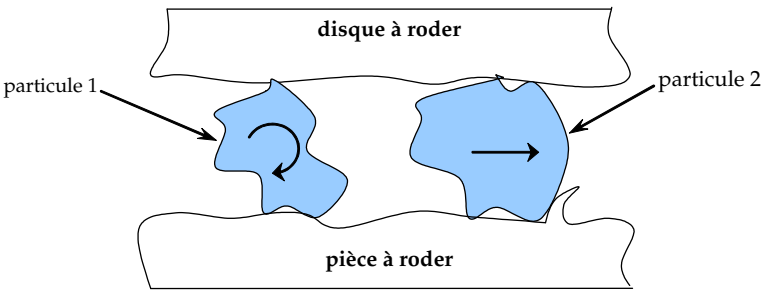


Fig. 3.1: Mouvement des particules abrasives lors du rodage -

Dans leurs travaux, Kim et Choi [1995] ont étudié, par une approche expérimentale, l'influence de quatre paramètres prédominants pour le rodage : la taille des particules abrasives, la pression de rodage, la vitesse de rodage et la réalimentation des particules abrasives au niveau du contact. D'après leurs résultats, le rodage est optimum (meilleurs états de surface) avec de petites particules, une vitesse de rodage faible, une

pression de rodage élevée et une réalimentation importante en particules abrasives.

Shibata et al. [2001, 2003] remarquent quant à eux une corrélation importante entre l'efficacité du rodage et la forme des particules, qui peut être relativement différente comme on peut le voir sur la figure 3.2. Les auteurs ont mis en place des critères quantitatifs pour classer les particules selon leur forme. La méthode développée repose sur l'étude du contour d'une particule. Ce dernier, qui est placé dans un repère cartésien, est décrit par un nombre fini ($i = 0, 1, \ldots, N$) de points de couples de coordonnées $\{x, y\}(i)$ équidistants d'un angle $\Delta\theta = 2\pi/N$ [Shibata et Yamaguchi, 1994]. Une décomposition en série de Fourier des fonctions $x(i)$ et $y(i)$ permet ensuite d'extraire les paramètres caractéristiques de la silhouette d'une particule :

$$\{x, y\}(\theta) = \sum_{k=0}^{N-1} \{\{a_x, a_y\}(k)\cos(k\theta) + \{b_x, b_y\}(k)\sin(k\theta)\} \tag{3.1}$$

$$\{a_x, a_y\}(k) = \frac{2}{N}\sum_{i=0}^{N-1} \{x, y\}(i)\cos\left(\frac{2\pi ik}{N}\right) \tag{3.2}$$

$$\{b_x, b_y\}(k) = \frac{2}{N}\sum_{i=0}^{N-1} \{x, y\}(i)\sin\left(\frac{2\pi ik}{N}\right) \tag{3.3}$$

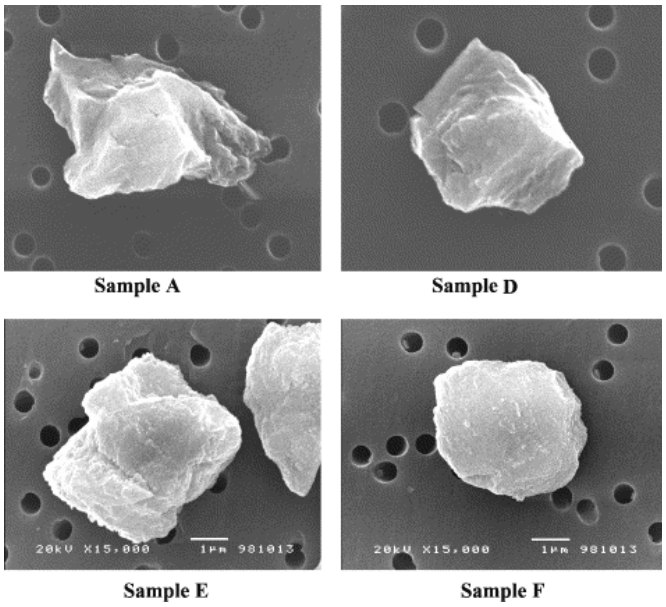


Fig. 3.2: Particules de diamant ayant des formes différentes (d'après [Shibata et al., 2003]) -

Dans [Shibata et al., 2001], une corrélation empirique est effectuée entre les paramètres de forme, et le taux de rodage, qui est défini comme étant la diminution d'épaisseur de la pièce par unité de temps. Leurs travaux mettent en avant les pa-

ramètres déterminants. Parmi les plus importants, on retiendra notamment l'élongation El ($(\frac{y_{max}}{x_{max}})$ et l'asymétrie As :

$$As = \sqrt{As_x.As_y} \tag{3.4a}$$

avec

$$As_x = \frac{\sum_{k=2}^{N} |b_x(k)|}{\sum_{k=2}^{N} |a_x(k)|} \tag{3.4b}$$

$$As_y = \frac{\sum_{k=2}^{N} |a_y(k)|}{\sum_{k=2}^{N} |b_y(k)|} \tag{3.4c}$$

Le rôle de As sur la forme d'une particule est représenté sur la figure 3.3. Une asymétrie faible (à gauche sur la figure), signifie que la particule a une forme régulière et donc favorisera la qualité des surfaces obtenues.

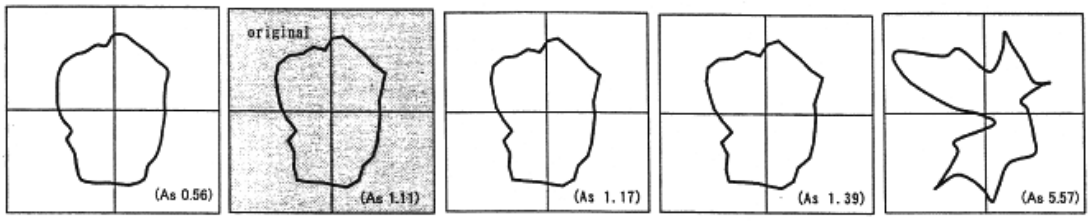


Fig. 3.3: Effet de l'asymétrie sur la forme des particules (d'après [Shibata et al., 2001])

Pour analyser les états de surface issus d'un procédé de rodage, Shibata et al. [2003] portent leur étude sur une série de profils issus de surfaces rodées par des particules triées selon leur forme. L'étude d'un profil $f(x)$ est analogue à celle de la forme d'une particule, car les paramètres mis en place reposent sur la décomposition en série de Fourier de $f(x)$. D'après ces travaux expérimentaux, l'asymétrie d'un profil Ass est liée à la présence ou non d'une rayure sur le profil. Une asymétrie importante traduit la présence d'une rayure sur le profil (Fig. 3.4).

Enfin, ces travaux montrent que le rodage est plus lent avec de petites particules, mais que les états de surface résultants sont meilleurs car les grosses particules engendrent des rayures plus importantes sur la surface.

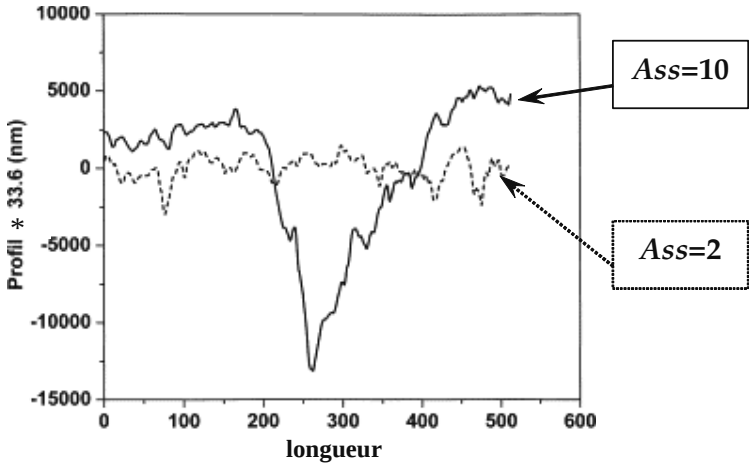


Fig. 3.4: Comparaison entre un profil contenant une rayure et un profil vierge (d'après [Shibata et al., 2003]) -

3.2 Analyse des surfaces rodées

3.2.1 Analyse des états de surface

Du fait de leur procédé de fabrication et de la nature des matériaux, les surfaces usinées comportent de nombreux écarts par rapport à leur géométrie parfaite. Dans de nombreuses applications, ces défauts ne sont pas pris en compte et les surfaces sont considérées comme lisses et parfaites. Lorsque l'on s'intéresse à des problèmes de frottement, de lubrification ou encore d'étanchéité, la prise en compte des états de surface est primordiale. Ce sont des structures complexes dont les échelles peuvent varier des dimensions de la pièce aux échelles interatomiques. Selon l'échelle du défaut, on parle de **i)** défaut de forme, **ii)** défaut d'ondulation ou de **iii)** rugosité. Le défaut de forme, qui peut être un défaut de planéité ou de parallélisme, se manifeste à l'échelle de la pièce. Il est notamment lié à un mauvais positionnement de la pièce lors de l'usinage ou encore à des déformations de la machine outils. Le défaut d'ondulation est un défaut macroscopique qui peut être dû aux déformations de la pièce, à des vibrations lors de l'usinage, à un traitement thermique ou encore à la présence de contraintes résiduelles dans le matériau. La rugosité inclue quant à elle toutes les fluctuations de la surface dont les longueurs d'onde sont courtes et dont les échelles sont supérieures aux dimensions moléculaires. Elle est liée aux arrachements de matière, aux fissures ou encore aux marques d'outils.

La caractérisation des surfaces rugueuses a pour objectif principal de représenter une surface rugueuse à l'aide de paramètres, afin de contrôler son processus d'élaboration et ses performances. A cause du caractère multi-échelle des surfaces, le choix de paramètres pertinents est une phase cruciale mais délicate, qui dépend des phénomènes étudiés. Un grand nombre d'approches, regroupées dans [Stout et al., 2000], ont été développées pour caractériser les états de surface. Ces méthodes peuvent se regrouper

en deux catégories : celles qui sont invariantes quelle que soit l'échelle considérée et celles qui ne le sont pas. Dans ce cas, les paramètres définis ne sont pas uniques mais dépendent fortement de la mesure topographique effectuée. Bien que non-invariants, les paramètres issus d'analyses statistiques ont été et sont encore largement utilisés, en particulier par les industriels, du fait de leur simplicité d'interprétation et d'utilisation.

Parmi ces paramètres, les plus employés sont probablement les paramètres reposant sur une amplitude moyennée des rugosités. Plusieurs normes, comme l'International Standardization Organisation (ISO) ou l'American National Standards Institute (ANSI), définissent ces paramètres pour un profil. Ce dernier est décrit par une variation d'amplitude $z(x)$ par rapport à un plan de référence sur une longueur d'échantillonnage L (Fig. 3.5).

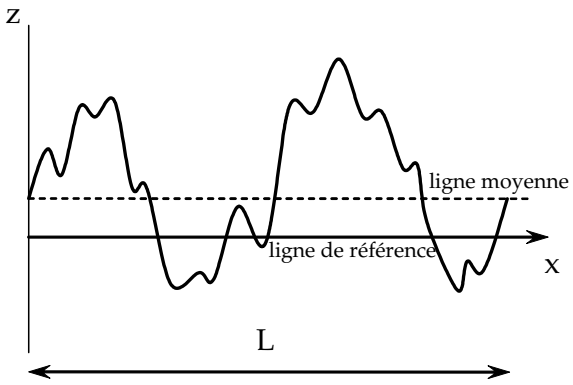


Fig. 3.5: Profil $z(x)$ de rugosité -

Dans [Stout et al., 2000], les paramètres définis par les normes pour un profil sont étendus au cas d'une surface. Pour une texture décrite par un ensemble de $n_x \times n_y$ valeurs discrètes z_{ij} séparées par des intervalles Δ_x et Δ_y dans les directions x et y respectivement, la moyenne arithmétique Ra et la moyenne quadratique Rq (variance) sont définies en 3D par :

$$Ra = \frac{1}{n_x n_y} \sum_{j=1}^{n_y} \sum_{i=1}^{n_x} |z_{ij} - m| \tag{3.5}$$

$$Rq = \sqrt{\frac{1}{n_x n_y} \sum_{j=1}^{n_y} \sum_{i=1}^{n_x} (z_{ij} - m)^2} \tag{3.6}$$

avec

$$m = \frac{1}{n_x n_y} \sum_{j=1}^{n_y} \sum_{i=1}^{n_x} z_{ij} \tag{3.7}$$

En pratique, Ra et Rq sont des paramètres de dispersion qui ne dépendent pas de Δ_x et Δ_y mais qui sont très sensibles aux longueurs d'échantillonnages

$L_x = (n_x - 1)\,\Delta_x$ et$L_y = (n_y - 1)\,\Delta_y$.

Ces paramètres sont bien souvent insuffisants pour caractériser complètement les états de surface, car ils ne donnent aucune information dans les directions latérales x et y de la surface. Comme on peut le voir sur la figure 3.6, des surfaces peuvent avoir des Ra identiques mais des structures totalement différentes. Dans des applications en tribologie par exemple, il est nécessaire de définir d'autres paramètres pour distinguer ces surfaces.

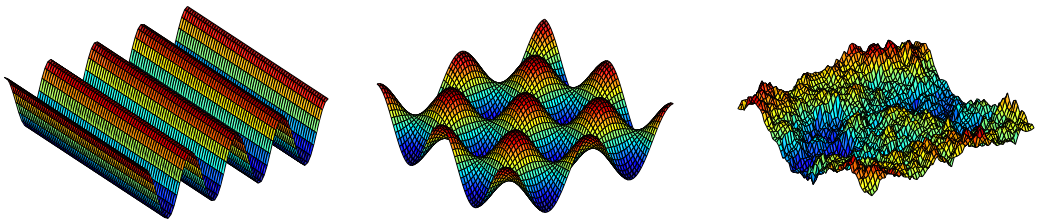


Fig. 3.6: Surfaces ayant le même Ra mais des structures totalement différentes -

Les paramètres spatiaux les plus courants permettent d'extraire la densité de sommets de la surface, la direction principale du motif ou encore la longueur de corrélation. Pour plus de détails sur la définition de ces grandeurs, le lecteur est invité à se référer à [Stout et al., 2000]. Ces paramètres sont également extrêmement sensibles aux paramètres d'échantillonnage de la surface, et plus particulièrement aux pas d'échantillonnage Δ_x et Δ_y.

La seule approche théoriquement indépendante de la mesure est l'approche fractale, qui ne s'applique qu'à certain types de surface. Cette approche, qui tient compte du caractère multi-échelle des surfaces, est basée sur la notion de "dimension fractale" évoquée pour la première fois par Mandelbrot [1989]. Ces observations ont montré que la longueur L des côtes bretonnes dépendait intrinsèquement de l'unité de mesure Δ. En traçant l'évolution de L en fonction de Δ en échelles logarithmiques, il remarqua une relation simple du type $L \propto \Delta^{1-D_m}$ avec $D_m > 1$, impliquant que L augmente inexorablement lorsque Δ diminue, ce qui n'est pas en accord avec la géométrie euclidienne. En effet, selon cette approche classique, si par exemple un segment est divisé en N éléments de taille Δ, sa longueur totale est $L = N\Delta^1$. De la même manière, si un carré est divisé en N éléments carrés de dimensions $\Delta \times \Delta$, son aire est $A = N\Delta^2$. Lorsque $\Delta \to 0$, ces deux mesures, L et A, sont indépendantes de Δ et convergent vers une limite finie et non nulle. La dimension d'un segment étant 1 et celle d'un carré 2, on peut généraliser la mesure M d'un objet de dimension D_m par $M = N\Delta^{D_m}$. M est un invariant quel que soit Δ, par conséquent, $N \propto \Delta^{-D_m}$. La longueur d'un objet de dimension 1 devient donc $L = N\Delta^1 \propto \Delta^{1-D_m}$, expression tout à fait similaire à celle observée par Mandelbrot [1989]. D'après cette dernière relation, on voit aisément que L n'est indépendant de Δ que pour $D_m = 1$, et que pour des objets très irréguliers, tels

que les côtes bretonnes, la dimension n'est plus un nombre entier comme le préconise la géométrie euclidienne.

Depuis ces premières constatations, l'approche fractale a été appliquée à des domaines très variés impliquant des phénomènes naturels. Cela va de l'observation des plantes, jusqu'à la fréquence des rythmes cardiaques en passant par les cours de la bourse. Ces dernières décennies, beaucoup de travaux ont par ailleurs montré que la plupart des surfaces métalliques usinées ayant une texture totalement aléatoire, comme les surfaces rodées, présentaient de bonnes propriétés de fractalité [Majumdar et Bhushan, 1990; Ganti et Bhushan, 1995; He et Zhu, 1997; Jahn et Truckenbrodt, 2004].

La théorie fractale renvoie aux notions d'auto-similarité ou d'auto-affinité. Une courbe est dite **autosimilaire**, si toute partie de cette courbe est identique, sous l'action d'opérations de translation et de **dilatation isotrope** dans toutes les directions, à l'ensemble de la courbe. Pour ce qui est des surfaces rugueuses, cela signifie que quel que soit l'échelle d'observation, le profil a exactement le même aspect (Fig. 3.7). Statistiquement auto-similaire implique que ce sont les paramètres statistiques qui ont des propriétés d'auto-similarité. En réalité, les surfaces rugueuses ne sont pas statistiquement auto-similaires mais plutôt statistiquement **auto-affines**, c'est-à-dire que toute partie de la surface, après **dilatation anisotrope**, a les même propriétés que la surface globale [Mandelbrot, 1985]. Mathématiquement, pour un profil cela se traduit par :

$$\left\{ \begin{array}{c} x \rightarrow \lambda x \\ z(x) \rightarrow \mu z(x) \end{array} \right\} \tag{3.8}$$

Pour un profil auto-similaire, $\mu = \lambda$.

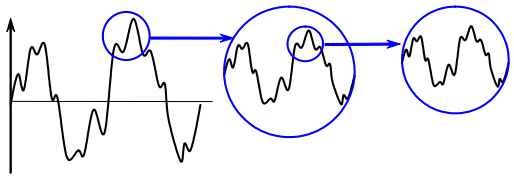


Fig. 3.7: Concept d'auto-similarité -

L'un des modèles mathématiques les plus couramment utilisés pour décrire un processus fractal auto-affine est le mouvement brownien fractionnaire (mbf), dont le variogramme $\delta(\tau)$ vérifie la relation [Peitgen et Saupe, 1988; Zahouani et al., 1998] :

$$\delta(\tau) = \left\langle (z(x+\tau) - z(x))^2 \right\rangle \propto \tau^{2H} \tag{3.9}$$

où $\langle\ \rangle$ est une moyenne spatiale. H est appelé exposent de Hurst ($0 < H < 1$). On peut par ailleurs montrer [Zahouani et al., 1998] que la dimension fractale D_f est reliée à H par la relation :

$$D_f = d + 1 - H \tag{3.10}$$

où d est la dimension de l'espace euclidien. Une autre propriété intéressante du *mbf* est que sa densité spectrale $P(\omega)$[1] suit une loi puissance du type :

$$P(\omega) \propto \frac{1}{\omega^{2H+E}} \tag{3.11}$$

La densité spectrale présente elle aussi une propriété d'auto-affinité :

$$P(k\omega) = \frac{1}{k^{2H+E}} P(\omega) \tag{3.12}$$

Dans le cas d'une surface isotrope $z(x, y)$, le variogramme $\delta(\tau_x, \tau_y)$ et la densité spectrale $P(\omega_x, \omega_y)$ sont définis par [Wu, 2000] :

$$\delta(\tau_x, \tau_y) = \left\langle [z(x + \tau_x, y + \tau_y) - z(x, y)]^2 \right\rangle = k\ C^{2D_f - 4}\ \tau_{eq}^{6-2D_f} \tag{3.13}$$

$$P(\omega_x, \omega_y) = \lim_{L_x, L_y \to \infty} \frac{1}{L_x L_y} \left| \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} z\,(x, y)\, e^{-\mathrm{i}(x\omega_x + y\omega_y)} dxdy \right|^2 = \frac{C^{2D_f - 4}}{\omega_{eq}^{8-2D_f}} \tag{3.14}$$

avec

$$\tau_{eq} = \sqrt{\tau_x^2 + \tau_y^2} \tag{3.15}$$

$$\omega_{eq} = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2} \tag{3.16}$$

et où la dimension fractale vérifie la condition $2 < D_f < 3$.

D'après les relations (3.13) et (3.14), une surface fractale auto-affine peut donc être caractérisée à l'aide de deux paramètres uniquement, théoriquement indépendants de l'échelle et donc de la mesure : la dimension fractale D_f et un facteur d'amplitude C. Les paramètres de rugosité D_f et C peuvent être évalués grâce aux graphes de $log(P) = f(log\ \omega_{eq})$ ou de $log(\delta) = f(log\ \tau_{eq})$. La dimension fractale est calculée à partir de la pente de la droite obtenue et le facteur d'amplitude à partir de l'ordonnée à l'origine. D_f est sans dimension et C a la dimension d'une longueur. D'après l'équation (3.14), D_f contrôle le poids relatif des différentes fréquences. C'est donc un indicateur du degré d'irrégularité de la surface, comme on peut le voir sur la figure 3.8a. De grandes valeurs de D_f engendrent des surfaces plus rugueuses. Le paramètre C agit de façon identique sur le poids de toutes les fréquences. Une variation n'entraîne qu'une dilatation de la surface suivant la hauteur (Fig. 3.8b). Ce paramètre est donc similaire aux paramètres moyennés d'amplitude *Ra* ou *Rq* (Eqs. (3.5) et (3.6)).

Ganti et Bhushan [1995] ont vérifié le caractère fractal d'un certain nombre de surfaces réelles en analysant leur variogramme. Il apparaît que lorsque la résolution de l'instrument de mesure est modifiée, c'est-à-dire quand le pas d'échantillonnage de la surface varie, les tracés de $log(\delta) = f(log\ \tau_{eq})$ ont la même pente mais se translatent,

[1] $P(\omega) = \lim_{L \to \infty} \frac{1}{L} \left| \int_0^L z(x) e^{-\mathrm{i}\omega x} dx \right|^2$

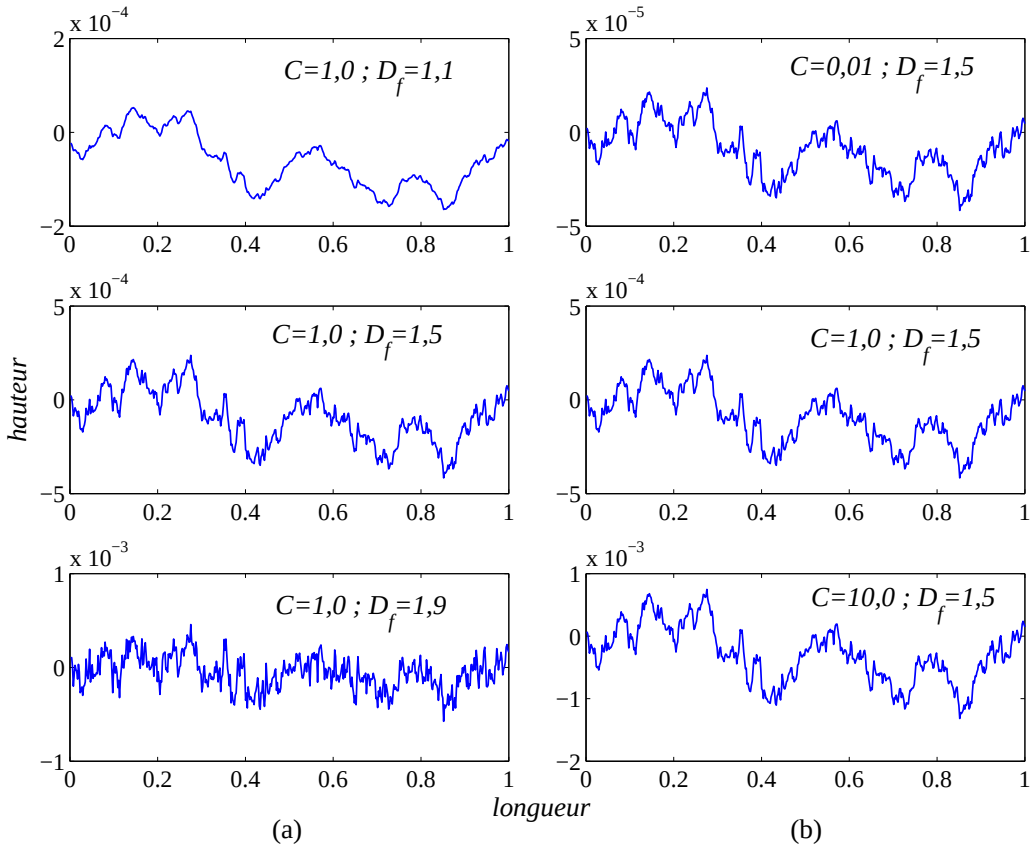


Fig. 3.8: Influence des paramètres D_f (a) et C (b) sur un profil fractal auto-affine -

signifiant que D_f est constant mais pas C. Par la suite, nous avons donc choisi de travailler avec Ra à la place de C car c'est un paramètre plus physique, largement utilisé dans le monde industriel.

3.2.2 Analyse fractale d'une surface rodée et d'une surface sablée

Dans ce paragraphe, nous allons vérifier si les surfaces rodées présentent des propriétés fractales. Pour cela, nous avons calculé la densité spectrale et le variogramme d'un relevé topographique issu d'une surface rodée. Pour tester la robustesse de la méthode, nous l'avons également appliqué à une surface métallique obtenue par sablage. C'est un autre processus d'usinage qui consiste à projeter des particules (du sable ou des billes d'acier par exemple) à très haute vitesse sur une surface afin d'améliorer les états de surface. La surface rodée a été usinée avec des particules abrasives de 1 μm environ. Le sablage de la seconde surface a quant à lui été effectué avec des micro-billes en acier de $70 - 100$ μm de diamètre.

3.2.2.1 Mesures des états de surface par interférométrie en lumière blanche

Pour mesurer la topographie d'une surface rugueuse, il existe un grand nombre de techniques [Stout et al., 2000; Bhushan, 2001], que l'on peut classer en deux catégories : les mesures par contact et les mesures sans contact. La profilométrie mécanique, qui appartient à la première catégorie, est une technique très utilisée car très précise (résolution verticale de l'ordre de la dizaine de nanomètres), simple d'emploi et particulièrement bien adaptée aux mesures de surfaces très rugueuses dont l'amplitude des rugosités peut atteindre plusieurs millimètres. Cette méthode consiste à déplacer un palpeur, par exemple une pointe en diamant ou une bille, sur la surface rugueuse pour obtenir un profil de rugosité. La topographie d'une surface est donc obtenue en répétant l'opération sur plusieurs profils, ce qui rend le processus relativement long. Les méthodes par contact peuvent également s'avérer destructives pour des surfaces dont les matériaux sont mous. Pour cette étude, nous avons choisi une technique optique, sans contact, pour effectuer les relevés topographiques des deux surfaces rodée et sablée. Ces relevés ont été obtenus par interférométrie en lumière blanche. Cette méthode est basée sur une comparaison de chemin optique entre un faisceau de lumière blanche réfléchie par la surface rugueuse, et un faisceau de référence (Fig. 3.9). Elle permet d'atteindre soit **i)** une précision de mesure de l'ordre de quelques Angströms, lorsque l'amplitude des aspérités reste de l'ordre de quelques centaines de nanomètres (mode phase-shifting interferometry), soit **ii)** une précision de mesure de l'ordre du nanomètre, lorsque l'amplitude des aspérités est inférieure à la dizaine de microns (mode vertical scanning interferometry) [Marie, 2002]. L'appareil de mesure se compose principalement d'un microscope et utilise une technique de détection de phase par interférométrie. Le phénomène d'interférence, résultant de la superposition du faisceau réfléchi par la surface et du faisceau de référence, est enregistré par une caméra CCD. L'interféromètre est solidaire d'un dispositif de translation piézo-électrique dont le déplacement est contrôlé par un micro-calculateur. Les franges d'interférences se déplacent avec le mouvement du translateur piézo-électrique et sont enregistrées pour quatre positions différentes (Fig. 3.10). Il en résulte quatre images dont on connaît l'intensité lumineuse en chaque point de la surface. Un algorithme adapté traduit les variations d'intensité lumineuse en champ de hauteur.

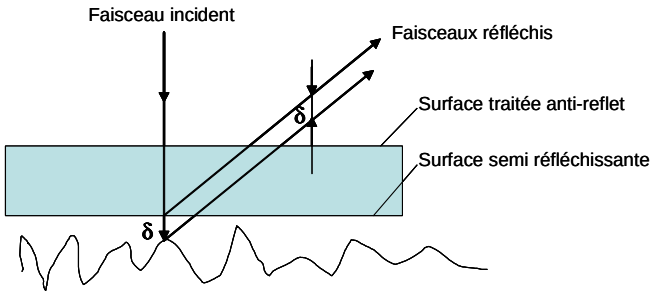


Fig. 3.9: Principe de mesure de la hauteur des aspérités par interférométrie -

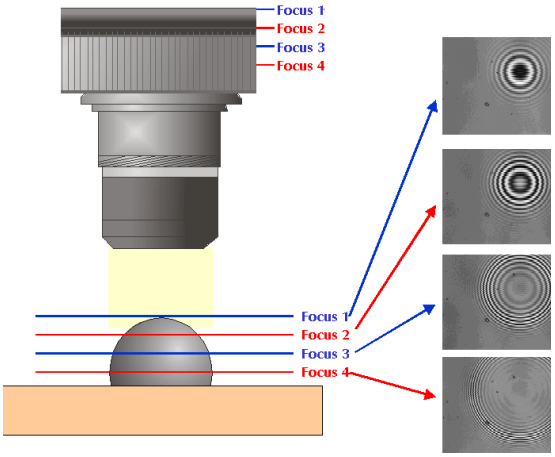


Fig. 3.10: Franges d'interférences obtenues en quatre positions différentes -

Les paramètres de mesure des deux surfaces considérées par la suite sont indiqués dans le tableau 3.1. Les dimensions L_x, L_y sont supposées suffisamment grandes et les pas d'échantillonnage $\Delta_x = L_x/n_x$, $\Delta_y = L_y/n_y$ suffisamment petits pour que la mesure soit représentative de la rugosité. Les Ra des surfaces ont été calculés comme indiqué par l'équation (3.5).

Tab. 3.1: Paramètres des surfaces analysées -

Surface	**Longueurs** $L_x \times L_y$	**Nombre de points** $n_x \times n_y$	**Pas** $\Delta_x \times \Delta_y$	Ra
rodée	$462 \times 607\ \mu m$	$480 \times 736\ pts$	$0,96 \times 0,82\ \mu m$	$\mathbf{0,4}\ \mu m$
sablée				$\mathbf{1,0}\ \mu m$

3.2.2.2 Propriétés fractales des surfaces considérées

La densité spectrale et le variogramme de la surface rodée sont représentés sur les figures 3.11 et 3.12 respectivement, et ceux de la surface sablée sur les figures 3.13 et 3.14. Les variogrammes sont représentés pour des valeurs de τ_{eq} variant de $\Delta = min(\Delta_x, \Delta_y)$ à $L = max(L_x, L_y)$. Les densités spectrales ont été estimées par :

$$P_{kl} = L_x L_y \left|\widetilde{z}_{kl}\right|^2, \ k \in [0, n_x - 1] \ \text{ et } l \in [0, n_y - 1] \tag{3.17}$$

où les coefficients $\widetilde{z}_{kl}$ sont calculés à l'aide d'une transformée de Fourier rapide (FFT) du champ des hauteurs mesurées z_{mn}.

Le variogramme a été calculé selon la formule [Almqvist, 1996] :

$$\delta_{mn} = \frac{1}{(n_x - m)(n_y - n)} \sum_{i=1}^{n_x - m} \sum_{j=1}^{n_y - n} (z_{ij} - z_{i+m,j+n})^2 ,$$

$$m \in [0, n_x - 1] \text{ et } n \in [0, n_y - 1] \quad (3.18)$$

En ce qui concerne les densités spectrales, on constate, malgré une dispersion, une bonne linéarité des deux graphes $log(P) = f(log\ \omega_{eq})$ obtenues pour les deux surfaces. D'après la figure 3.11, la surface rodée ne présente des propriétés fractales que pour des fréquences ω_{eq} supérieures à une fréquence de coupure ω_{min}, c'est-à-dire pour des longueurs d'onde inférieures à $2\pi/\omega_{min} = 0,02\ mm$. Pour les basses fréquences, le comportement ne suit plus la même loi. Pour éviter de multiplier le nombre de paramètres caractérisant la densité spectrale, nous considérerons en première approximation que pour $\omega_{eq} < \omega_{min}$, P est constant, ce qui est d'ailleurs cohérent avec les travaux de Persson et al. [2005]. Pour estimer D_f et ω_{min} précisément, nous déterminons le profil théorique de P à l'aide d'une regression linéaire au sens des moindres carrés. Contrairement à la surface rodée, la surface sablée est auto-affine à toutes les échelles considérées ici car sa densité spectrale suit la même loi pour toutes les valeurs de ω_{min} (Fig. 3.13).

Les figures 3.12 et 3.14 montrent par ailleurs que les variogrammes ne sont plus linéaires pour les grandes valeurs de τ_{eq}. Pour la surface sablée, cela est dû à un effet de taille de la surface. Pour les grandes valeurs de τ_{eq}, le variogramme n'est plus estimé sur un nombre de points suffisant. Dans le cas de la surface rodée, à cet effet de taille s'ajoute le fait que la surface n'est auto-affine que pour les hautes fréquences, c'est-à-dire les faibles valeurs de τ_{eq}. Contrairement à la densité spectrale, le variogramme ne permet pas d'estimer la fréquence de coupure, car δ n'est plus linéaire pour des valeurs de τ_{eq} bien inférieures à $log\,(2\pi/\omega_{min}) = -1,70$.

On peut remarquer également que les deux méthodes - densité spectrale et variogramme - fournissent des valeurs de D_f très proches, puisque les écarts relatifs sur les dimensions fractales estimées à partir de P ou δ sont inférieures à 2%. On constate également que les deux surfaces considérées, bien que n'ayant pas subi le même processus d'usinage et n'ayant pas le même Ra, ont des dimensions fractales identiques. Par contre, les deux surfaces ont été usinées avec des particules de tailles différentes, c'est pourquoi elles présentent des propriétés fractales à des échelles différentes. La surface rodée n'est auto-affine que pour des longueurs d'ondes inférieures à $0,02\ mm$ alors que la surface sablée est auto-affine à toutes les échelles considérées.

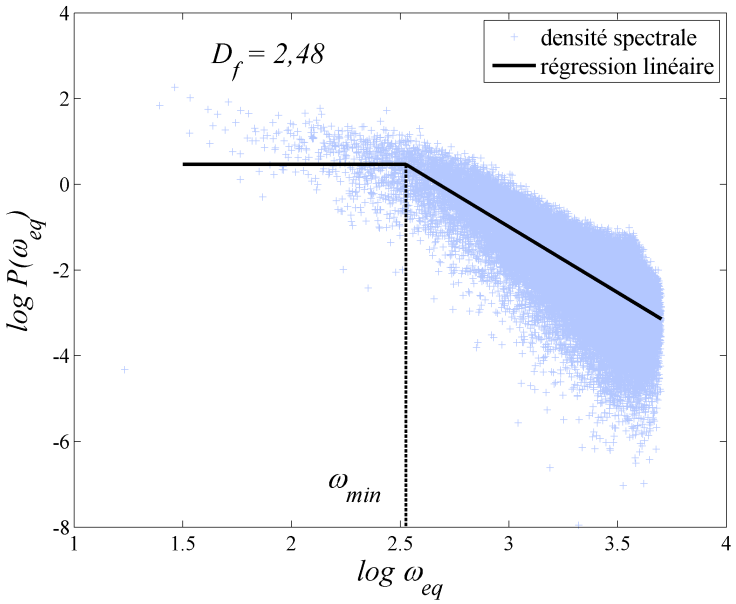


Fig. 3.11: Densité spectrale P de la surface rodée -

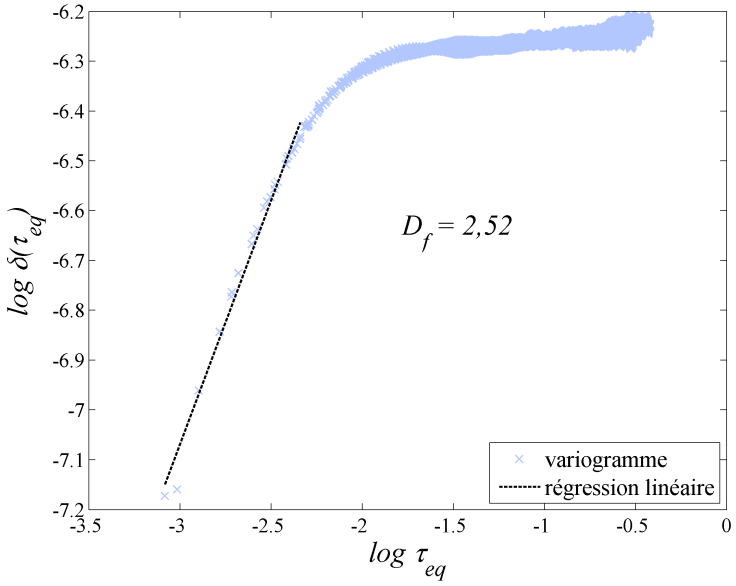


Fig. 3.12: Variogramme δ de la surface rodée -

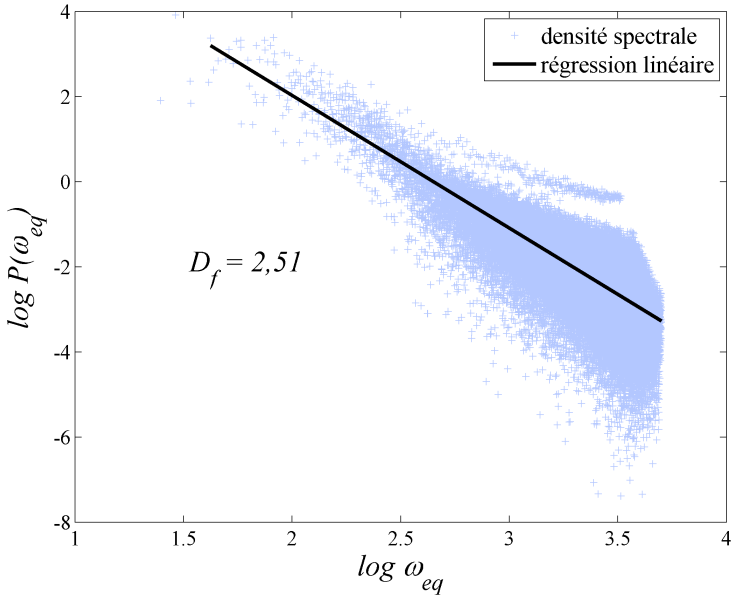


Fig. 3.13: Densité spectrale P de la surface sablée -

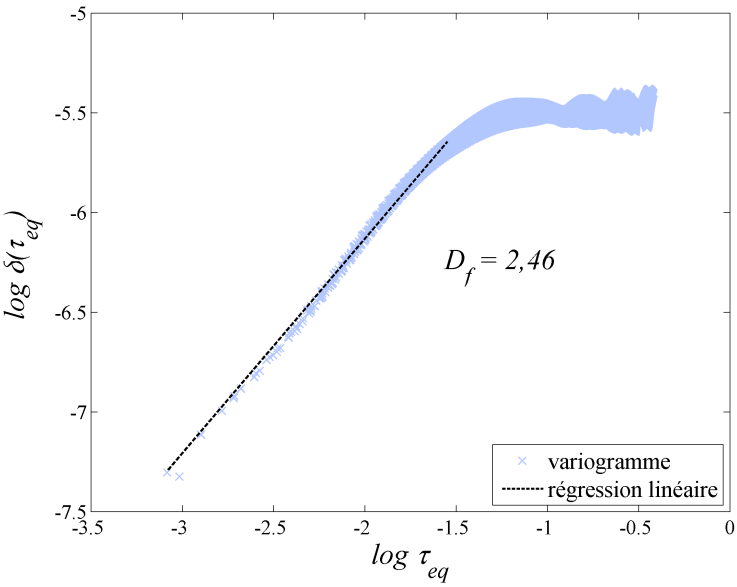


Fig. 3.14: Variogramme δ de la surface sablée -

3.3 Simulation de surfaces auto-affines et validation des outils fractals

3.3.1 Simulation de surfaces auto-affines

La théorie fractale permet de caractériser des surfaces réelles à partir de deux paramètres uniquement. La paramétrisation d'une surface est très utile car elle permet de

corréler la texture de la surface rugueuse à sa fonction, à savoir ici assurer l'étanchéité du contact. Dans la perspective d'effectuer cette corrélation, un générateur numérique de surfaces fractales auto-affines a été mis en place. L'intérêt est de pouvoir étudier un grand nombre de surfaces différentes, sans avoir à usiner des pièces et effectuer des mesures d'états de surface, procédé long et coûteux. Un autre intérêt, qui n'est pas traité dans ce travail, pourrait être à terme de connecter les paramètres de rodage (vitesse et pression de rodage, taille des particules abrasives...) aux paramètres de rugosité de la surface, et ainsi établir un lien direct entre le rodage et l'étanchéité du contact.

Les surfaces auto-affines sont générées à partir d'une approche basée sur la méthode du filtrage de Fourier [Peitgen et Saupe, 1988]. Pour cela, il faut remarquer d'après l'équation (3.14) que pour une surface auto-affine :

$$|\widetilde{z}(\omega_x, \omega_y)|^2 \propto \frac{1}{\omega_{eq}^{8-2D_f}} \tag{3.19}$$

où $\widetilde{z}$ est la transformée de Fourier de la surface z. La méthode du filtrage de Fourier crée une séquence de nombres corrélés à partir de ses coefficients de Fourier.

Les données d'entrée du générateur sont la dimension fractale D_f, la rugosité arithmétique Ra ainsi que les paramètres décrivant la grille régulière sur laquelle la surface est définie, c'est-à-dire les nombres de points n_x et n_y dans les directions x et y respectivement et les longueurs d'échantillonnage L_x et L_y. Les pas d'échantillonnage sont définis par : $\Delta_x = L_x/(n_x - 1)$ et $\Delta_y = L_y/(n_y - 1)$. Il est enfin possible de spécifier une fréquence de coupure ω_{min}. En sortie, le générateur fournit le champ de hauteurs z_{mn} de la surface rugueuse.

Le principe du générateur est le suivant. Une séquence de nombres aléatoires a_{mn} ($1 \leq m \leq n_x$ and $1 \leq n \leq n_y$) est tout d'abord générée dans l'espace spatial. En appelant $\widetilde{a}$ la transformée de Fourier discrète de a, les coefficients de Fourier $\widetilde{z}_{kl}$ de la surface z_{mn} sont ensuite obtenus en introduisant une corrélation aux coefficients $\widetilde{a}_{kl}$, de telle manière que le module de $\widetilde{z}_{kl}$ suive une loi puissance comme défini par l'équation (3.19). Cette transformation est donnée par :

$$\tilde{z}_{00} = 0 \tag{3.20}$$

$$\tilde{z}_{kl} = \frac{\tilde{a}_{kl}}{(\omega_{kl})^{4-D_f}}, \quad \forall k \in \left[0, \frac{n_x}{2}\right], \ \forall l \in \left[0, \frac{n_y}{2}\right] \tag{3.21}$$

$$\tilde{z}_{kl} = \frac{\tilde{a}_{kl}}{(\omega_{n_x-k,l})^{4-D_f}}, \quad \forall k \in \left[\frac{n_x}{2} + 1, n_x - 1\right], \ \forall l \in \left[1, \frac{n_y}{2} - 1\right] \tag{3.22}$$

L'équation (3.20) garantit une moyenne nulle de z.

Pour assurer le fait que z soit une séquence de nombres réels (et non d'imaginaires) lorsque l'on va effectuer la transformée de Fourier inverse, on déduit les coefficients $\tilde{z}_{kl}$

restants de la façon suivante :

$$\begin{cases} \widetilde{z}_{0,l} = conj\left(\widetilde{z}_{0,n_y-l}\right) \\ \widetilde{z}_{n_x/2,l} = conj\left(\widetilde{z}_{n_x/2,n_y-l}\right) \end{cases}, \ \forall l \in \left[\frac{n_y}{2}+1, n_y-1\right] \tag{3.23}$$

$$\begin{cases} \widetilde{z}_{k,0} = conj\left(\widetilde{z}_{n_x-k,0}\right) \\ \widetilde{z}_{k,n_y/2} = conj\left(\widetilde{z}_{n_x-k,n_y/2}\right) \end{cases}, \ \forall k \in \left[\frac{n_x}{2}+1, n_x-1\right] \tag{3.24}$$

$$\widetilde{z}_{kl} = conj\left(\widetilde{z}_{n_x-k,n_y-l}\right), \ \ \forall k \in \left[\frac{n_x}{2}+1, n_x-1\right], \ \forall l \in \left[\frac{n_y}{2}+1, n_y-1\right] \tag{3.25}$$

$$\widetilde{z}_{kl} = conj\left(\widetilde{z}_{n_x-k,n_y-l}\right), \ \ \forall k \in \left[1, \frac{n_x}{2}-1\right], \ \forall l \in \left[\frac{n_y}{2}+1, n_y-1\right] \tag{3.26}$$

où conj(φ) est le conjugué du nombre imaginaire φ.

La surface z est ensuite obtenue par une transformée de Fourier discrète inverse de $\tilde{z}$:

$$z_{mn} = \frac{1}{n_x n_y} \sum_{k=0}^{n_x-1} \sum_{l=0}^{n_y-1} \tilde{z}_{kl} e^{2\mathrm{i}\pi\left(\frac{km}{n_x}+\frac{ln}{n_y}\right)} \tag{3.27}$$

Enfin, pour obtenir la rugosité arithmétique désirée, on effectue une dernière transformation :

$$\bar{z}_{mn} = \frac{Ra}{\frac{1}{n_x n_y} \sum_{i=1}^{n_x} \sum_{j=1}^{n_y} |z_{ij}|} z_{mn} \tag{3.28}$$

3.3.2 Validation de l'utilisation de surfaces auto-affines simulées pour estimer les performances du contact

L'objectif de ce paragraphe est de valider l'utilisation de surfaces auto-affines simulées à la place de surfaces réelles mesurées, notamment pour l'estimation des propriétés de transport. Ce travail de validation a fait l'objet d'une publication [Vallet et al., 2008]. Pour ce faire, nous considérons tout d'abord les deux mêmes surfaces (rodée et sablée) que dans le paragraphe 3.2.2. Des surfaces équivalentes ont ensuite été simulées avec les paramètres définis dans le tableau 3.1 et $D_f = 2,5$. La fréquence de coupure ω_{min} a été également été prise en compte pour simuler la surface rodée. Ainsi, pour $\omega_{eq} < \omega_{min}$, P est constant. Pour chacune des surfaces réelles - rodée et sablée -, quatre surfaces équivalentes ont été simulées à partir de séquences aléatoires a_{mn} différentes afin de quantifier la dispersion des résultats liée au caractère aléatoire de la texture. Les densités spectrales des surfaces considérées sont représentées sur les figures 3.15 et 3.16 et leurs textures sur les figures 3.17 et 3.18. D'un point de vue qualitatif, les textures des surfaces rodées sont plus régulières que celles des surfaces sablées. Cela peut s'expliquer par l'analyse des densités spectrales. Comme il a déjà été précisé, la surface rodée ne présente des propriétés d'auto-affinité qu'aux hautes fréquences. Toutes les fréquences inférieures à ω_{min} sont tronquées (Fig. 3.15), ce qui signifie que l'amplitude des grandes longueurs d'onde est atténuée par rapport aux surfaces sablées, qui sont quant à elles auto-affines à toutes les échelles considérées (Fig. 3.16).

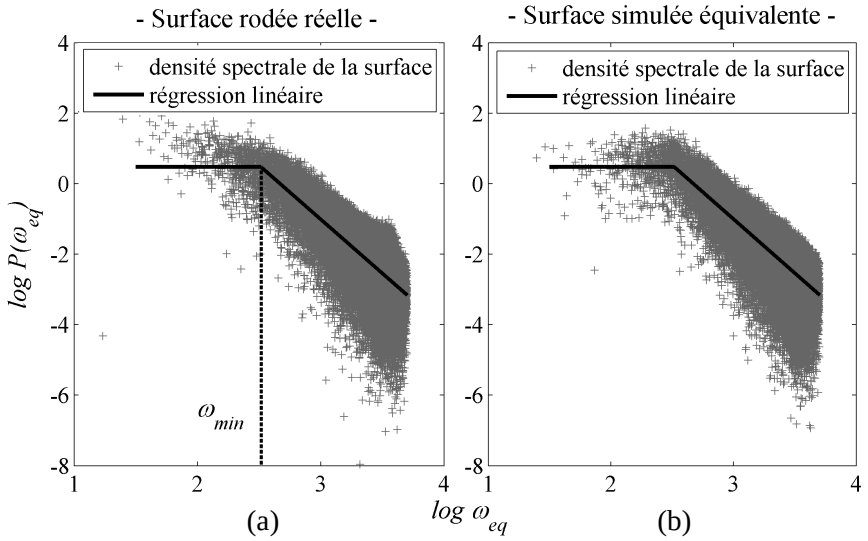


Fig. 3.15: Densités spectrales de la surface rodée réelle (a) et de sa surface simulée équivalente (b) -

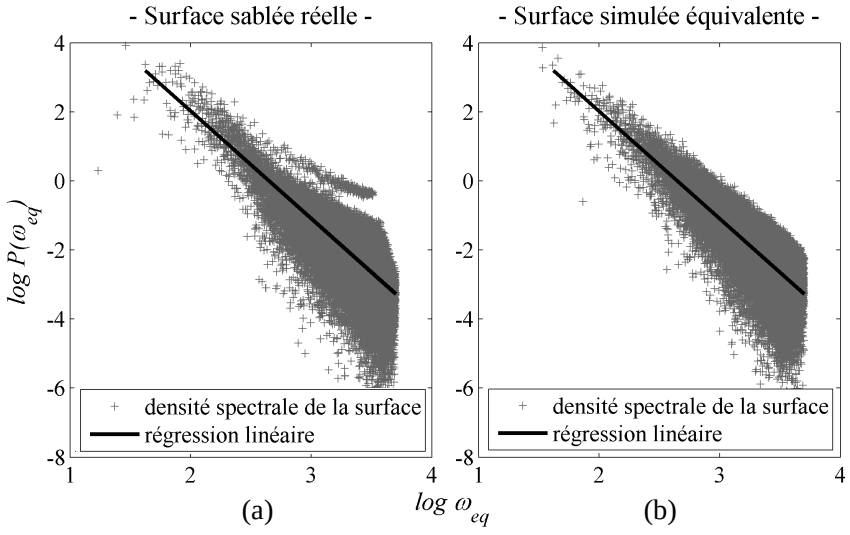
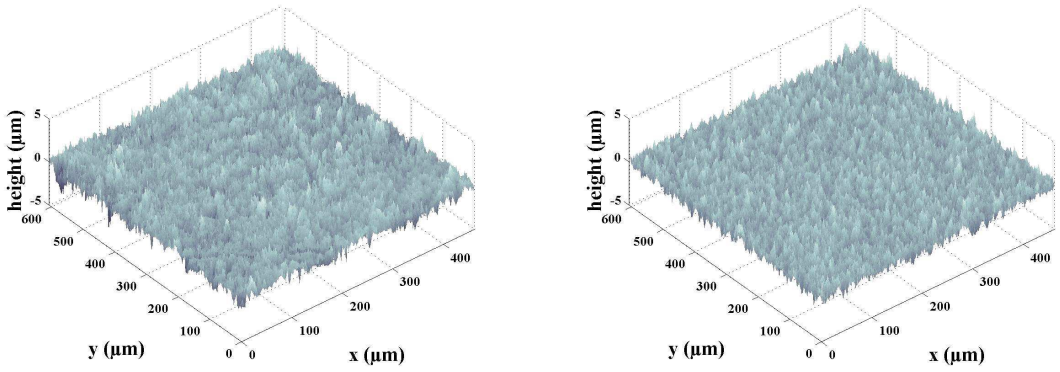


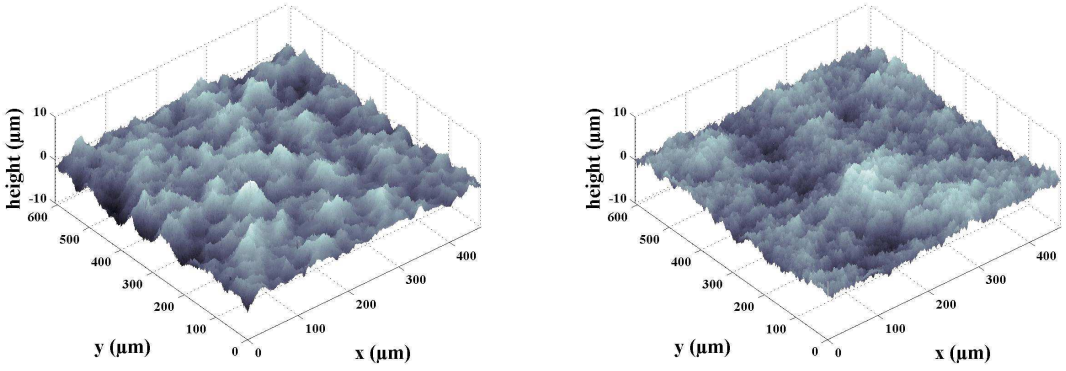
Fig. 3.16: Densités spectrales de la surface sablée réelle (a) et de sa surface simulée équivalente (b) -

Dans le cadre de la validation des outils mis en place pour simuler des surfaces rodées, nous allons comparer les aires de contact et les propriétés de transport (**K** et **D**) obtenues à partir des surfaces réelles avec celles obtenues à partir des surfaces simulées. Par simplification, nous considérerons le contact entre une seule surface rugueuse déformable et un plan lisse et parfaitement rigide. Les calculs de déformation ont été effectués avec le code semi-analytique présenté au paragraphe 2.1.2 et avec



- réelle - **- simulée -**

Fig. 3.17: Textures des surfaces rodées -



- réelle - **- simulée -**

Fig. 3.18: Textures des surfaces sablées -

les propriétés mécaniques d'un acier inoxydable standard (voir Tab. 3.2). Les calculs ont été réalisés pour une pression de contact apparente Pca variant de 7 à 600 MPa.

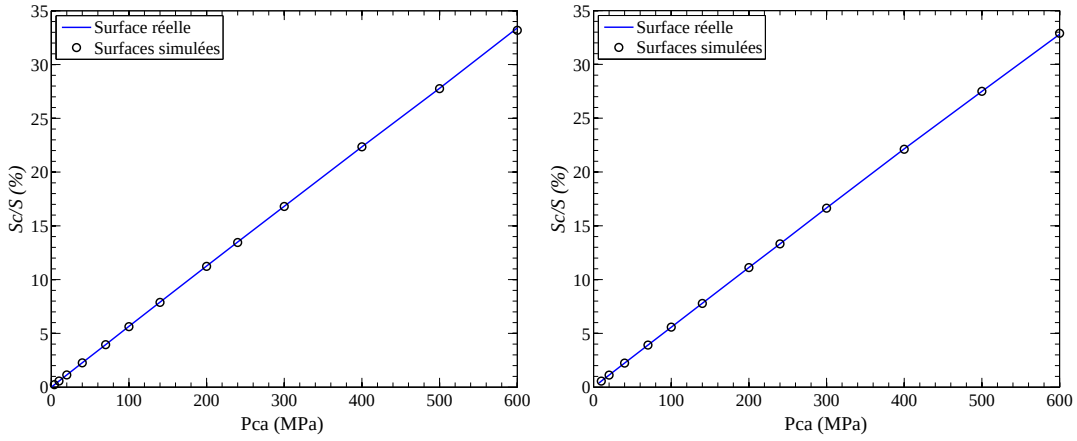
Tab. 3.2: Propriétés mécaniques d'un acier inoxydable standard -

module d'Young	coefficient de Poisson	dureté
E	ν	$\mathcal{H}$
210 GPa	$0,3$	1800 MPa

Aires réelles de contact

Sur la figure 3.19 est représenté le rapport de l'aire réelle de contact Sc sur l'aire apparente $S = L_x \times L_y$, en fonction de la pression de contact apparente Pca, pour les surfaces rodées d'une part, et les surfaces sablées d'autre part. Ces courbes confirment tout d'abord la proportionnalité entre Sc/S et Pca [Bhushan, 1998]. On constate

de plus un parfait accord entre les résultats obtenus à partir des surfaces réelles et simulées équivalentes, et qu'il n'y a aucune dispersion entre chacune des surfaces simulées. Cependant, on peut remarquer d'après la figure 3.19 que cette comparaison n'est pas suffisante car les deux surfaces réelles ont des variations de Sc/S identiques alors que leur texture ont des propriétés différentes. Afin de rendre le comparatif plus complet, une étude sur la distribution des aires locales de contact a donc été effectuée.



- Surface rodée - **- Surface sablée -**

Fig. 3.19: Aire de contact relative Sc/S en fonction de la pression de contact apparente Pca -

Sur les figures 3.20 et 3.21 sont représentés la moyenne m et l'écart type σ de la distribution des aires de contact locales en fonction de la pression apparente de contact Pca, pour les surfaces rodées et sablées respectivement. En ce qui concerne les surfaces rodées, il apparaît que toutes les surfaces simulées ont un comportement similaire. En revanche, on observe une dispersion importante entre les quatre réalisations des surfaces sablées simulées. Encore une fois, la différence entre les surfaces rodées et sablées provient de la présence ou non de la fréquence de coupure ω_{min} dans la densité spectrale (voir Figs. 3.15 et 3.16). Dans le cas des surfaces sablées, le motif prédominant de la texture est gouverné par les grandes longueurs d'onde, qui sont du même ordre de grandeur que les dimensions de la surface. Les différentes réalisations peuvent donc avoir des textures relativement différentes, bien qu'ayant les mêmes paramètres. Les dispersions entre les quatre réalisations sont donc dues à un effet de taille finie des surfaces. Dans le cas des surfaces rodées, le motif prédominant n'est plus gouverné par les plus grandes longueurs d'onde, c'est pourquoi les textures sont plus régulières et donc plus homogènes.

Les résultats de la figure 3.20 montrent un bon accord entre la moyenne des aires locales de contact de la surface rodée réelle et celles de ses surfaces simulées équivalentes, puisque les erreurs relatives sont inférieures à 10%. L'écart type est un peu plus sensible car les erreurs sont de l'ordre de 30%. Concernant les surfaces sablées réelle et simulées, les erreurs relatives sur la moyenne m peuvent atteindre 20% (Fig.

3.21), ce qui reste raisonnable comparé à la dispersion relative des quatre réalisations qui est de l'ordre de 15%. Les résultats concernant l'écart type montrent un bon accord entre surfaces réelle et simulées.

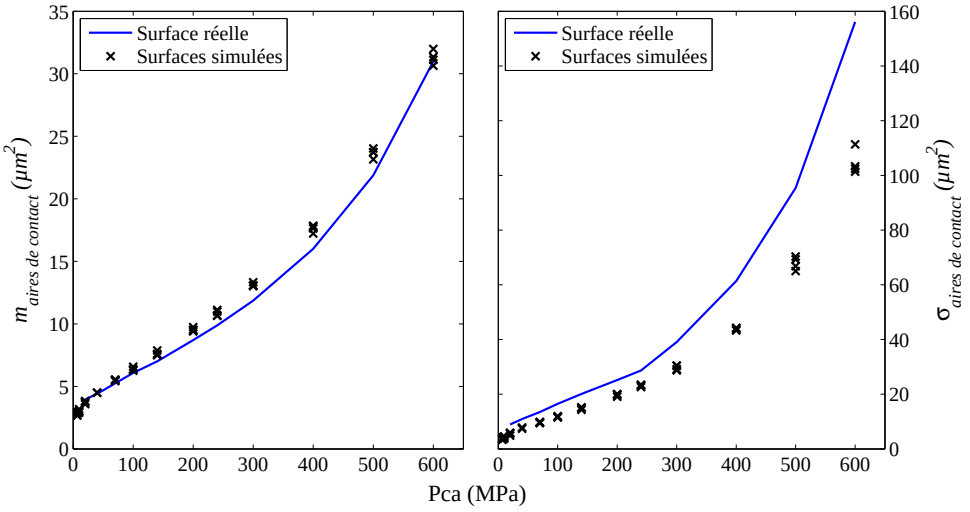


Fig. 3.20: Moyenne m et écart type σ de la distribution des aires locales de contact de la surface rodée -

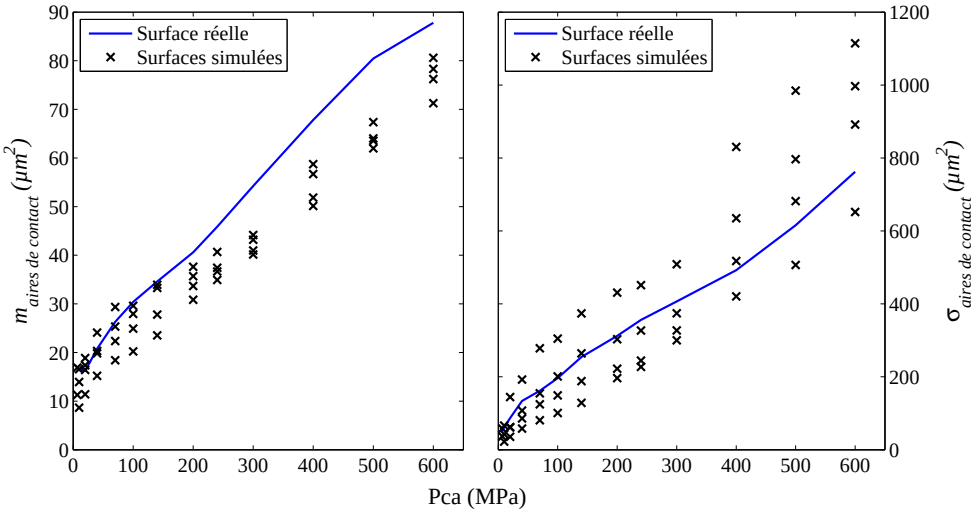


Fig. 3.21: Moyenne m et écart type σ de la distribution des aires locales de contact de la surface sablée -

Propriétés de transport effectives

Pour calculer les propriétés de transport à l'échelle des surfaces considérées, un seul changement d'échelle est effectué, ce qui signifie que l'on applique les modèles

macroscopiques à l'élément de surface. La détermination des propriétés de transport est donc effectuée par résolution du problème de fermeture sur cet élément. Les processus de rodage et de sablage étant aléatoires, on s'attend à ce que les surfaces soient isotropes, ce qui implique que $K_{xx} = K_{yy}$. Par ailleurs, le débit dans la direction χ est principalement dû au gradient de pression dans cette direction. Ceci se traduit par le fait que les termes extra-diagonaux des tenseurs **K** et **D** doivent être négligeables devant les termes diagonaux. Dans le cas des textures étudiées ici, les tenseurs **K** et **D** sont théoriquement sphériques, c'est-à-dire **K** =K**I** et **D** =D**I**.

Les résultats numériques obtenus montrent que les termes extra-diagonaux de **K** et **D** sont deux ordres de grandeur inférieurs aux termes diagonaux. Nous ne nous intéressons donc qu'à ces derniers. Comme nous allons le voir par la suite, l'isotropie des surfaces n'est réellement vérifiée que pour les surfaces rodées.

La comparaison entre les propriétés de transport des surfaces rodées réelle et simulées est présentée sur la figure 3.22. Celle-ci montre l'évolution des termes diagonaux de **K** et **D** en fonction de la pression de contact apparente Pca. Comme attendu, cette figure met clairement en évidence la décroissance de **K** et **D** avec Pca, qui s'explique simplement par le fait que le serrage rend le contact moins percolant. On peut remarquer que la plage de variation de K est bien plus importante que celle de D, ce qui s'explique par le fait que K varie avec h^3 tandis que D varie avec h.

De plus, la surface réelle rodée est parfaitement isotrope aux échelles considérées et toutes les surfaces simulées ont les mêmes propriétés de transport, excepté lorsque le serrage devient important. Aux faibles valeurs de Pca, les ramifications des chemins de fuite permettant au fluide de traverser le contact sont suffisamment nombreuses pour que toutes les surfaces soient statistiquement identiques. Aux grandes valeurs de Pca, le nombre de ramifications se raréfie, ce qui explique les différences entre les réalisations des surfaces simulées. Aussi bien pour K que pour D, on observe cependant un très bon accord entre surface réelle et surfaces simulées. Quel que soit Pca, les écarts relatifs sur D sont inférieurs à 7%. Pour K, ces écarts atteignent 20%, ce qui reste faible compte tenu des variations de K sur environ trois ordres de grandeur pour la gamme de Pca considérée.

Sur la figure 3.23, nous avons représenté les termes diagonaux de **K** et **D** estimés sur la surface réelle sablée et sur les surfaces simulées équivalentes. Contrairement au cas précédent, la surface réelle sablée n'est pas isotrope, car on remarque des écarts significatifs entre les termes diagonaux de **K** et **D**. Les mêmes constations peuvent être faites pour les surfaces simulées entre elles. De la même manière que pour les aires de contact, ceci provient d'un effet de taille finie des surfaces et de l'absence de la fréquence de coupure ω_{min} dans la densité spectrale. Pour chaque surface, on constate de plus que les écarts entre les termes diagonaux augmentent avec Pca. Ces écarts sont dus au nombre de zones percolantes qui diminue, accentuant les dispersions. Les écarts relatifs entre les termes diagonaux par rapport à la valeur moyenne $(\frac{|K_{xx}-K_{yy}|}{(K_{xx}+K_{yy})/2})$ atteignent 20% pour la diffusivité et 45% pour la transmissivité. Cependant, comme pour les surfaces rodées, on constate un très bon accord entre les propriétés de

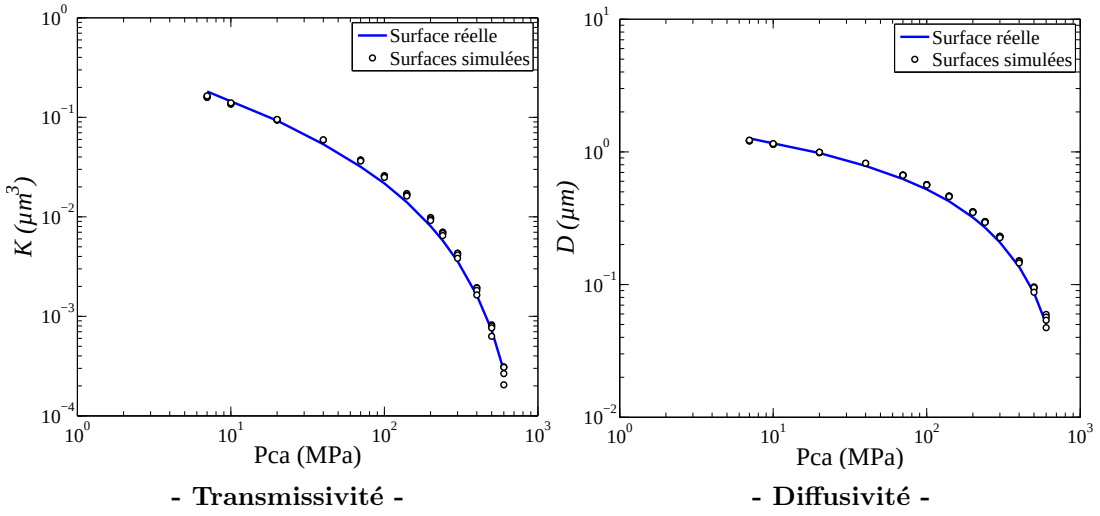


Fig. 3.22: Propriétés de transport effectives des surfaces rodées réelle et simulées -

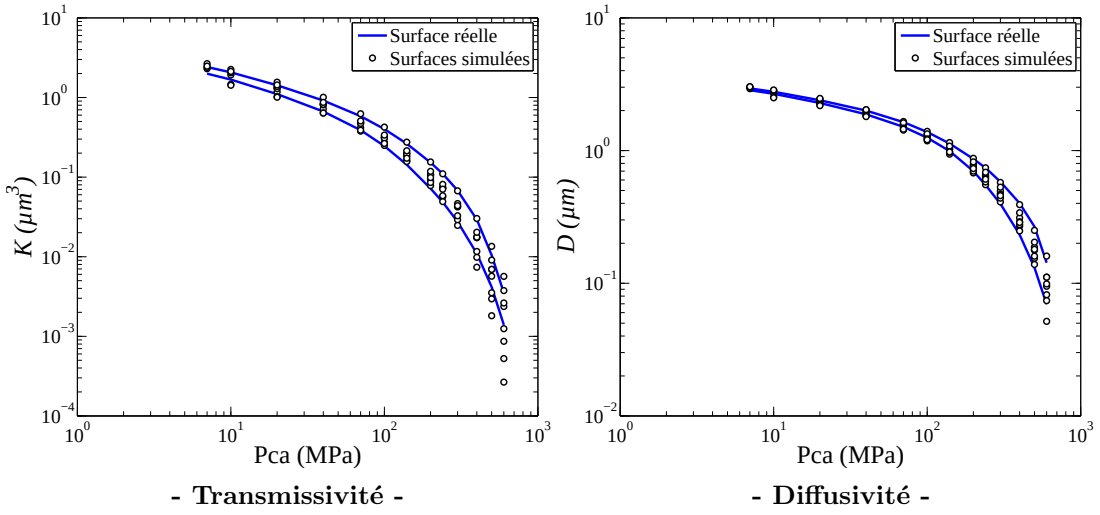


Fig. 3.23: Propriétés de transport effectives des surfaces sablées réelle et simulées -

transport de la surface réelle et celles des surfaces simulées.

L'ensemble de ces résultats, portant à la fois sur les aires de contact sur les propriétés de transport, permettent de conclure que l'utilisation de surfaces auto-affines simulées est tout à fait appropriée pour prédire le comportement d'un contact rugueux, tant du point de vue de la déformation des surfaces rugueuses que du transfert de matière visqueux ou diffusif au travers du contact.

3.4 Applications

3.4.1 Influence des paramètres d'échantillonnage L et Δ sur l'estimation des propriétés du contact

Le choix des paramètres d'échantillonnage intervient lors de la mesure des surfaces rugueuses, puisque cette phase conduit à une discrétisation des surfaces et donc à une perte d'information. Le choix de paramètres optimaux dépend bien souvent de l'instrument de mesure, mais également des phénomènes étudiés. Le pas d'échantillonnage Δ détermine la plus petite longueur d'onde détectable, tandis que la longueur d'échantillonnage L détermine la plus grande. Pour que le nombre de données ne soit pas trop important, un compromis doit être trouvé entre Δ et L. Dans ce paragraphe nous nous intéressons donc à l'influence des paramètres d'échantillonnage sur l'estimation des paramètres de rugosité Ra et D_f, des aires de contact Sc/S et de la transmissivité K.

Pour cela, nous considérons quatre surfaces auto-affines générées numériquement avec les paramètres fournis dans le tableau 3.3. Les plages de variation de Ra et D_f ont été choisies en accord avec des mesures faites sur des surfaces usinées [Majumdar et Tien, 1990; Ganti et Bhushan, 1995]. Pour que les surfaces ne soient fractales qu'aux échelles considérées, c'est-à-dire que les longueurs d'échantillonnage L des surfaces soient suffisamment grandes, une fréquence de coupure ω_{min} a par ailleurs été introduite. Cela a de plus l'avantage d'assurer l'isotropie des surfaces (voir paragraphe 3.3.2).

Tab. 3.3: Paramètres des surfaces auto-affines -

	$L \times L$ (mm)	$n \times n$ (pts)	Ra (μm)	D_f	ω_{min} $(rad.mm^{-1})$
surface 1	2×2	1024×1024	$\mathbf{0,1}$	$\mathbf{2,3}$	12π
surface 2			$\mathbf{1,0}$	$\mathbf{2,3}$	
surface 3			$\mathbf{0,1}$	$\mathbf{2,7}$	
surface 4			$\mathbf{1,0}$	$\mathbf{2,7}$	

Comme précédemment, nous considérons le contact entre une surface rugueuse déformable et un plan lisse et parfaitement rigide. Les propriétés mécaniques de la surface déformable sont les mêmes qu'au paragraphe précédent (Tab. 3.2).

L'étude de l'influence de $\Delta = L/n$ sur les propriétés des surfaces et sur les propriétés du contact est effectuée en sous-échantillonnant chaque surface de référence décrite sur 2×2 mm avec 1024×1024 points ($\Delta = 1,95$ μm) par 512×512, 256×256 et 128×128 points, ce qui correspond à $\Delta = 3,91$ μm, $\Delta = 7,81$ μm et $\Delta = 15,62$ μm respectivement. Le sous-échantillonnage consiste à garder L constant et à ne conserver

que 1 point sur 2, 4 et 8 respectivement.

L'étude de l'influence de la longueur d'échantillonnage L est effectuée en extrayant des surfaces initiales trois sous-domaines de dimensions respectives $L = 1\ mm$, $L = 0,5\ mm$ et $L = 0,25\ mm$. Ces derniers sont également échantillonnés par 512×512, 256×256 et 128×128 points respectivement, en gardant $\Delta = 1,95\ \mu m$ constant. On peut remarquer que même pour $L = 0,25\ mm$, toutes les échelles où la surface est auto-affine sont conservées puisque ω_{min} correspond à une longueur d'onde de $\frac{1}{6}\ mm$.

Dimension fractale D_f et rugosité arithmétique Ra

Nous nous intéressons tout d'abord à l'effet de Δ et L sur les paramètres de rugosité des surfaces auto-affines. Comme nous l'avons vu précédemment, les variogrammes δ des surfaces comportent beaucoup moins de dispersion que les densités spectrales P. Ceci rend les interprétations plus simples sur δ que sur P, c'est pourquoi nous ne considérons dans ce paragraphe que les variogrammes. D'après l'équation (3.13), on peut montrer que l'allure du variogramme ne dépend pas de Ra. Par conséquent, les variogrammes des surfaces 1 et 2 et des surfaces 3 et 4 sont identiques, à une translation des courbes près.

Sur les figures 3.24 et 3.25, nous avons représenté en pointillés les variogrammes $log(\delta) = f(log\ \tau_{eq})$ pour les deux couples de surfaces {1, 2} and {3, 4} respectivement, pour chaque valeur de Δ. Pour illustrer l'influence de ω_{min} sur δ, nous avons également représenté les variogrammes de surfaces générées sans fréquence de coupure (traits continus). Les dimensions fractales D_f, estimées par une régression au sens des moindres carrés, sont regroupées dans le tableau 3.4.

Comme nous l'avons évoqué précédemment, on constate que la présence de ω_{min} altère la linéarité de δ, même pour des valeurs de τ_{eq} inférieures à $\frac{2\pi}{\omega_{min}} = \frac{1}{6}\ mm$. Le tableau 3.4 confirme que D_f est très peu sensible à Δ, et plus particulièrement quand $\omega_{min} = 0$. D'après les figures 3.24 et 3.25, le fait de diminuer Δ ne conduit qu'à tronquer la partie linéaire du variogramme. Il faut donc cependant veiller à ce que Δ ne soit pas trop grand par rapport à ω_{min} pour éviter que l'estimation de D_f devienne imprécise.

Les figures 3.26 et 3.27 représentent l'effet de L sur le variogramme de chacune des surfaces considérées. Les dimensions fractales estimées sur ces variogrammes sont rassemblées dans le tableau 3.5. Clairement, D_f n'est pas sensible à L, dans la plage de longueurs considérées, puisque les erreurs sont inférieures à 2%. Contrairement à Δ, le fait de varier L n'introduit par de troncation sur la partie linéaire de δ. L'estimation reste donc précise même pour des petites valeurs de L.

En ce qui concerne Ra, comme on pouvait s'y attendre, les estimations effectuées sur toutes les surfaces sous-échantillonnées montrent que ce paramètre n'est pas sensible à Δ, dans la plage de pas d'échantillonnage considérée. Comme remarqué par Nguyen et Butler [2005], les paramètres d'amplitude tels que Ra ne dépendent princi-

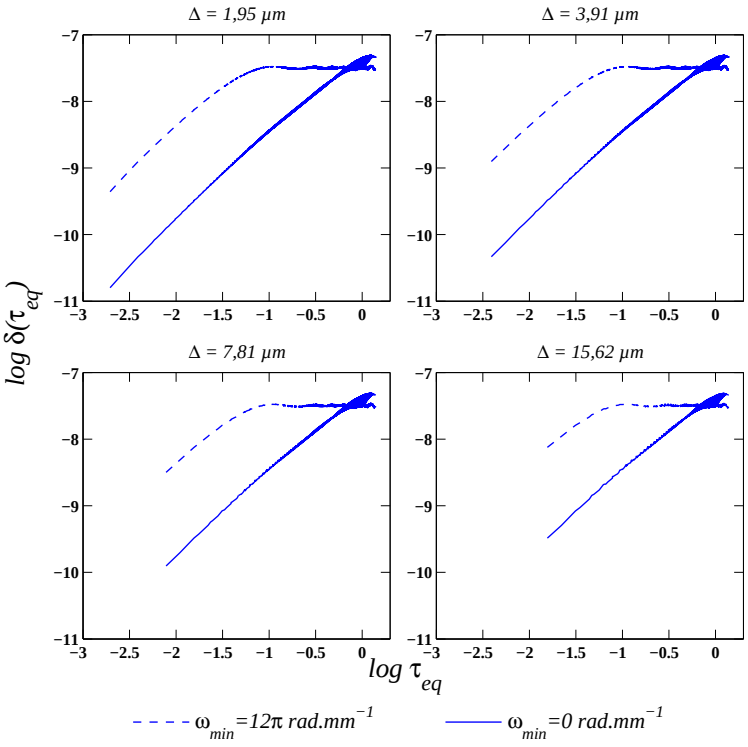


Fig. 3.24: Variogrammes $\delta(\tau_{eq})$ des surfaces sous-échantillonnées ($D_f = 2,3$) -

Tab. 3.4: Influence du pas d'échantillonnage Δ sur la dimension fractale D_f -

	ω_{min}	Δ (μm)			
	$(rad.mm^{-1})$	$1,95$	$3,91$	$7,81$	$15,62$
Surfaces {1, 2}	0	$2,33$	$2,33$	$2,32$	$2,34$
	12π	$2,33$	$2,35$	$2,38$	$2,45$
Surfaces {3, 4}	0	$2,67$	$2,67$	$2,67$	$2,68$
	12π	$2,63$	$2,65$	$2,68$	$2,74$

palement que des grandes longueurs d'onde, qui ne sont pas modifiées lorsque l'on fait varier Δ.

Les rapports des Ra calculés sur chaque sous-domaine sur le Ra de la surface de référence correspondant Ra_{ref} sont regroupés dans le tableau 3.6. Ce dernier montre l'influence du paramètre ω_{min}. En effet, Ra n'est sensible à L que lorsque $\omega_{min} = 0$. Dans ce cas, diminuer L tant à diminuer Ra, puisque le fait de prendre une surface plus petite ne permet pas de considérer les plus grandes longueurs d'onde, qui ont les plus grandes amplitudes. Dans le cas où $\omega_{min} = 12\pi\ rad.mm^{-1}$, Ra n'est pas sensible

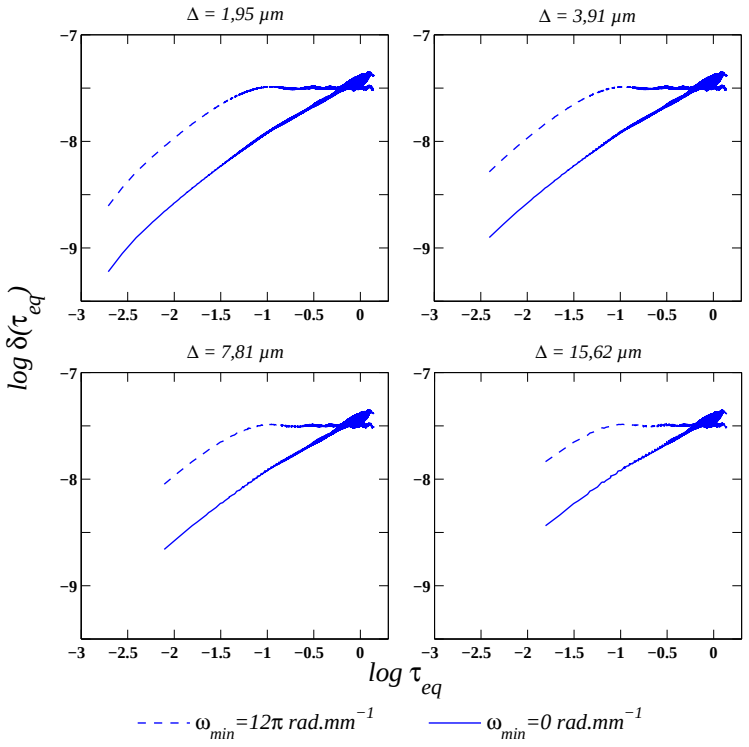


Fig. 3.25: Variogrammes $\delta(\tau_{eq})$ des surfaces sous-échantillonnées ($D_f = 2,7$) -

Tab. 3.5: Influence de la longueur d'échantillonnage L sur la dimension fractale D_f -

	ω_{min}	L (mm)			
	$(rad.mm^{-1})$	2	1	0,5	0,25
Surfaces {1, 2}	0	2,33	2,30	2,31	2,34
	12π	2,33	2,33	2,32	2,33
Surfaces {3, 4}	0	2,65	2,66	2,65	2,67
	12π	2,65	2,66	2,65	2,64

à L car le contenu fréquentiel de la surface n'est pas altéré par les variations de la longueur d'échantillonnage. Ces résultats sont d'ailleurs en accord avec les observations faites par Poon et Bhushan [1996].

Aires de contact Sc/S et transmissivité K

Dans le tableau 3.7, nous avons tout d'abord indiqué les temps de calcul caractéristiques pour estimer les propriétés de transport sur toute la gamme de Pca

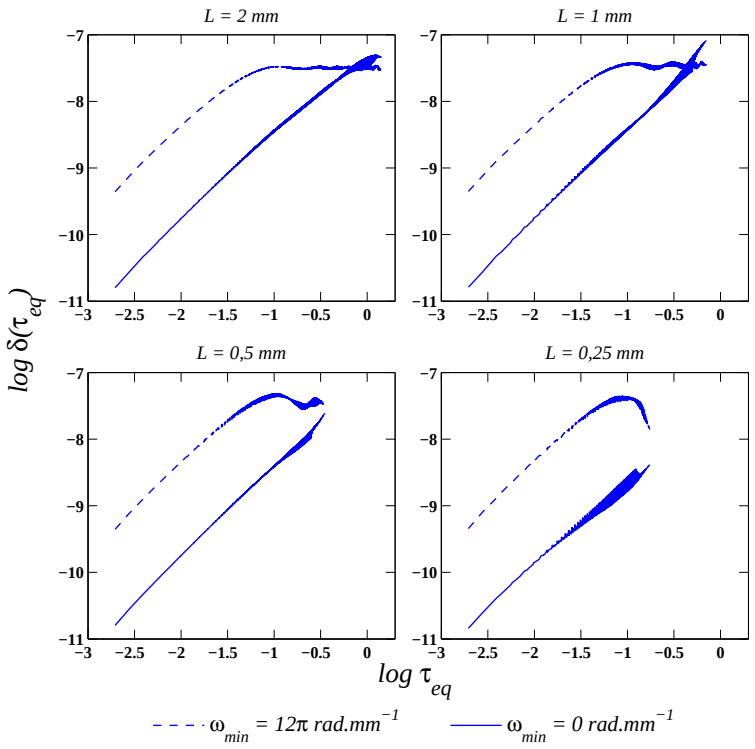


Fig. 3.26: Variogrammes $\delta(\tau_{eq})$ des surfaces redimensionnées ($D_f = 2,3$) -

Tab. 3.6: Influence de la longueur d'échantillonnage L sur le rapport $\frac{Ra}{Ra_{ref}}$ -

	ω_{min}	L (mm)			
	$(rad.mm^{-1})$	2	1	0,5	0,25
Surfaces {1, 2}	0	1,00	1,05	0,63	0,36
	12π	1,00	1,06	1,10	1,02
Surfaces {3, 4}	0	1,00	1,05	0,78	0,59
	12π	1,00	1,01	1,05	1,02

(schéma de calcul représenté Fig. 2.5), en fonction de nombre de points décrivant les surfaces. Les calculs ont été effectués sur une station de calcul HP xw9300 équipée d'un processeur AMD Dual Core 2.4GHz. Ce tableau montre l'importance d'un choix optimal des paramètres d'échantillonnage, car les temps de calcul varient quasiment avec n^2. Ils passent de plusieurs dizaines d'heures pour les surfaces de référence (1024×1024 points) à quelques minutes pour les surfaces échantillonnées par 128×128 points.

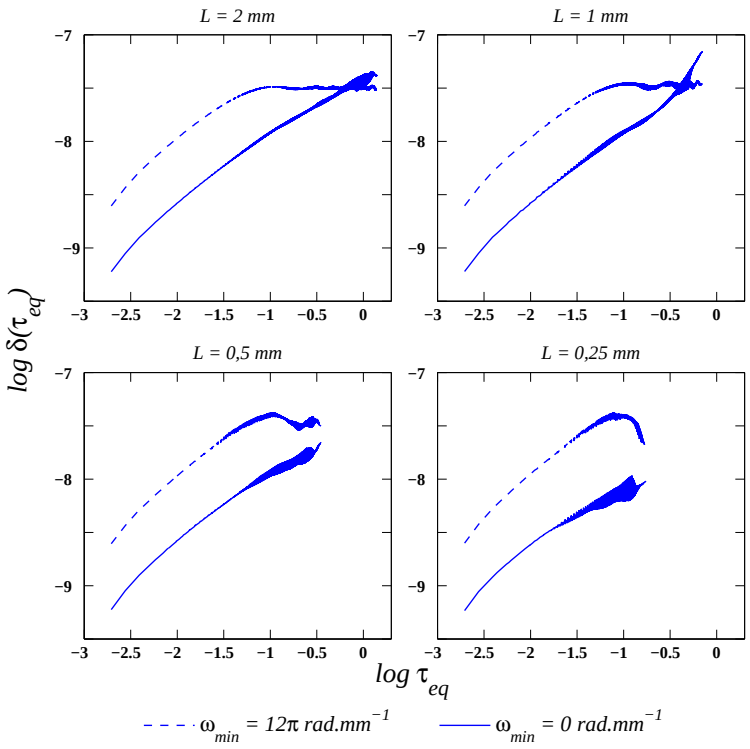


Fig. 3.27: Variogrammes $\delta(\tau_{eq})$ des surfaces redimensionnées ($D_f = 2,7$) -

Tab. 3.7: Temps de calcul -

	Surface 1	Surface 2	Surface 3	Surface 4
1024×1024 pts	68h	71h	60h	80h
512×512 pts	12h	11h	12h	13h
256×256 pts	1h10	1h05	1h45	1h45
128×128 pts	5 min	15 min	6 min	8 min

La figure 3.28 représente l'effet des paramètres d'échantillonnage Δ et L sur l'estimation des aires de contact en fonction de Pca. Les résultats pour les surfaces de référence sont en trait plein et ceux concernant les surfaces sous-échantillonnées et les sous-domaines sont représentés respectivement par des traits et des symboles. Les images des aires de contact (taches noires) des surfaces de référence obtenues pour Pca $= 600\ MPa$ ont été représentées dans des encadrés. La comparaison entre les quatre surfaces de référence indique tout d'abord que l'aire réelle de contact est légèrement plus grande aux faibles valeurs de Ra et que D_f n'a quasiment pas d'influence sur

l'évolution de Sc. Ce résultat est en accord avec les travaux d'Almqvist et al. [2007], qui ont montré que la surface plastifie d'autant plus que Ra est important, ce qui signifie que les pressions, et par conséquent les aires de contact, sont liées à Ra. On remarque également que les zones de contact sont globalement plus petites mais plus nombreuses quand Ra est faible, comme on peut le voir sur les images de la figure 3.28 (surfaces 1 et 3). En effet, il y a trois fois plus de zones de contact de taille égale à Δ^2 pour la surface 1 que pour la surface 2, alors que les écarts sur Sc sont de l'ordre de 20-25%. Cela est cohérent avec les observations de Chen et al. [2007]. D'après leurs travaux, plus les aspérités sont "émoussées", c'est-à-dire que plus elles ont un grand rayon de courbure en sommet, plus elles offrent de résistance à la déformation. Lorsque l'on augmente Ra, la surface est dilatée selon la hauteur, ce qui rend les rayons de courbure en sommet plus petits, et donc les aspérités moins résistantes. Quand Ra est faible, les composantes haute fréquence sont plus émoussées qu'aux grandes valeurs de Ra, c'est pourquoi elles sont plus résistantes. En conséquence, à Ra faible, les aires de contact sont localement plus petites car elles ne sont dues qu'à ces composantes haute fréquence qui sont les premières à entrer en contact.

Par ailleurs, la figure (3.28) montre que les aires de contact relatives ne dépendent pas de L. Les écarts sont maximaux à faible Pca et restent inférieurs à 10%. En revanche, Sc/S devient sensible à Δ quand les valeurs de Ra sont petites. D'après les images des aires de contact, les zones de contact sont réparties de façon homogène sur toute la surface, c'est pourquoi le fait d'extraire une surface plus petite ne change pas les résultats sur Sc/S. De la même manière que pour Ra, Sc n'est pas sensible à L à cause de la présence de ω_{min} dans la densité spectrale. Par contre, lorsque les zones de contact sont petites, le sous-échantillonnage des surfaces a un effet important sur les aires de contact, car il a tendance à opérer comme un filtre qui lisse les surfaces. Les pressions de contact sont donc plus faibles et les aires réelles plus grandes. De plus, multiplier Δ par 2 a pour effet de multiplier par 4 la plus petite aire de contact détectable. Le sous-échantillonnage a donc tendance à sur-estimer les aires de contact. Lorsque Ra est important, Sc/S est moins sensible car les zones de contact sont globalement plus grandes.

Sur la figure 3.29, nous avons représenté les termes diagonaux de $\mathbf{K}$ estimés sur chacune des surfaces sous-échantillonnées. Les résultats concernant les diffusivités D ne sont pas présentés car ils conduisent aux mêmes types de conclusions. Pour plus de détails, le lecteur peut se référer à [Vallet et al., 2009]. Les graphes de la figure 3.29 ont été tronqués pour ne représenter que les transmissivités supérieures à 10^{-9} μm^3. Les transmissivités des surfaces de référence sont représentées en traits continus.

Ces graphes confirment tout d'abord que les surfaces générées sont isotropes. Une anisotropie des propriétés de transport de la surface peut apparaître pour les faibles valeurs de K. Encore une fois, lorsque le contact devient moins percolant, le nombre de ramifications permettant au fluide de s'écouler n'est plus suffisant pour que la surface soit statistiquement isotrope. D'après ces graphes, on peut également remarquer que K est beaucoup plus sensible à Ra qu'à D_f (voir paragraphe 3.4.3 pour plus de détails).

Par ailleurs, K est d'autant plus sensible à Δ que les valeurs de K sont petites,

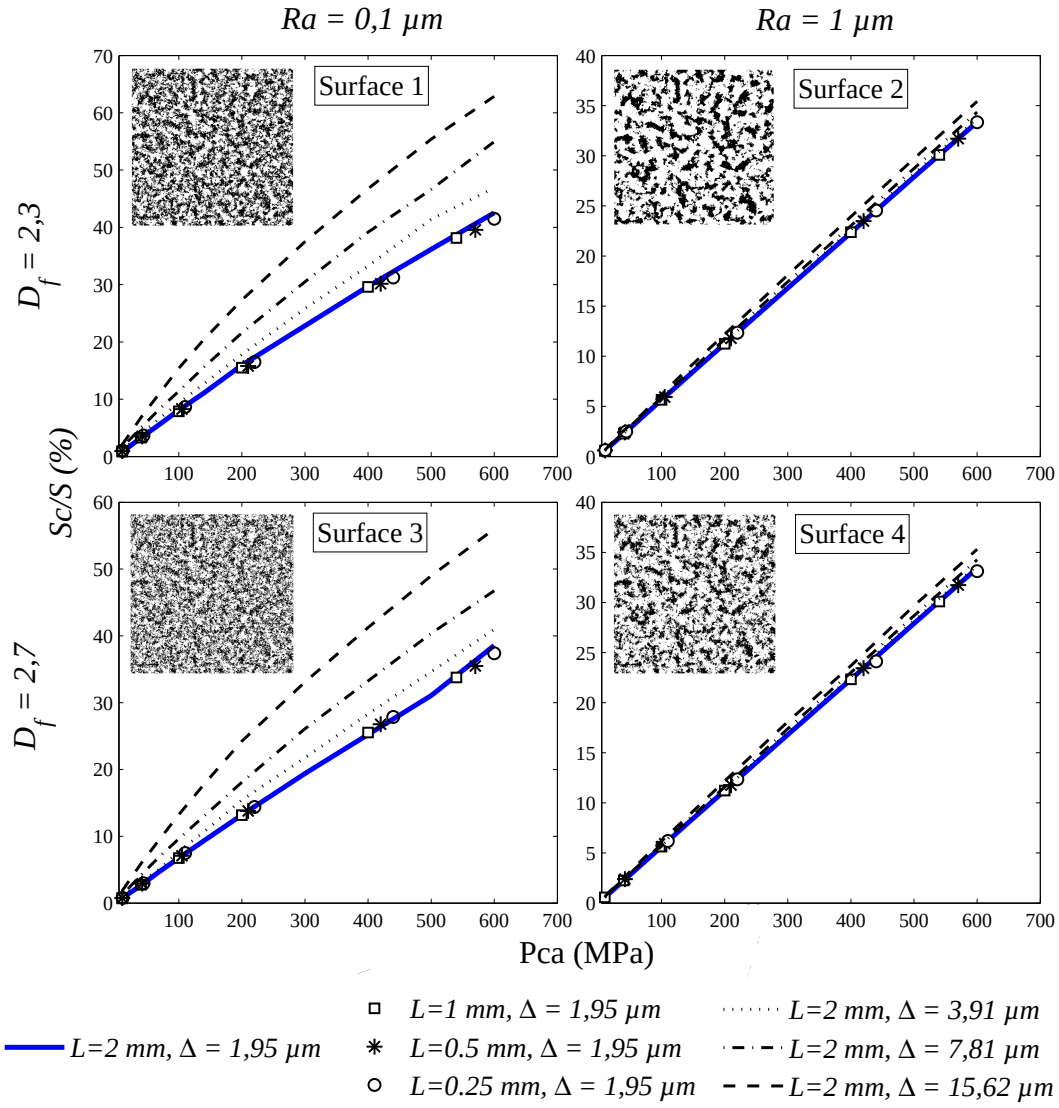


Fig. 3.28: Rapport de l'aire réelle de contact sur l'aire apparente Sc/S en fonction de la pression apparente de contact Pca. Encarts : zones de contact (taches noires) des surfaces de référence pour Pca = 600 MPa -

c'est-à-dire quand Ra est faible ou quand Pca est grand. Le sous-échantillonnage conduit systématiquement à une sous-estimation de K. Ce résultat est directement relié à celui concernant les aires de contact. Quand Δ augmente, les aires de contact augmentent également, et par conséquent l'ouverture diminue. D'un point de vue qualitatif, le fait d'augmenter Δ tend à rendre les surfaces plus lisses, et donc à rendre le contact moins percolant.

Pour estimer les erreurs dues au sous-échantillonnage, nous avons représenté sur la figure 3.30 l'erreur relative sur la transmissivité $\frac{\overline{K_r}-\overline{K}}{\overline{K_r}}$ en fonction de Pca pour

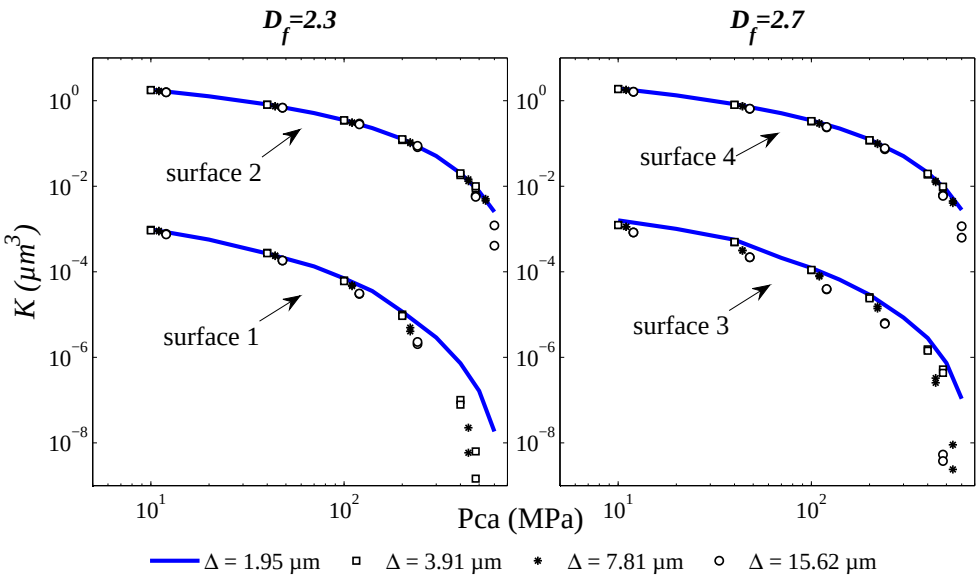


Fig. 3.29: Influence du pas d'échantillonnage Δ sur la transmissivité K -

les trois surfaces sous-échantillonnées, où $\overline{K}$ représente la valeur moyenne des termes diagonaux de $\mathbf{K}$ tandis que l'indice r correspond aux surfaces de référence. Comme attendu, l'erreur relative augmente avec Pca et Δ. Etant donné que $\overline{K}$ est toujours inférieur à $\overline{K_r}$, l'erreur relative est bornée par la valeur de 100%. Elle ne dépasse pas 50-55% (engendrant un facteur 2 entre $\overline{K}$ et $\overline{K_r}$) pour Pca $\leq 100\ MPa$ pour les surfaces 1 et 3 et Pca $\leq 500\ MPa$ pour les surfaces 2 et 4. Comparé à la plage de variation de K, un facteur 2 sur l'estimation de la transmissivité est tout à fait acceptable.

Sur la figure 3.31, nous avons représenté les termes diagonaux de $\mathbf{K}$ calculés sur chacun des sous-domaines extraits des surfaces de référence. Pour les petites valeurs de L, la dispersion sur les termes diagonaux de K augmente avec Pca. Les dimensions des surfaces doivent donc être suffisamment grandes pour assurer l'isotropie des surfaces. De plus, les valeurs de K estimées sur les surfaces redimensionnées sont distribuées aléatoirement autour des valeurs de référence.

Les erreurs relatives $\frac{\overline{K_r}-\overline{K}}{\overline{K_r}}$ sont représentées sur la figure 3.32 pour chacunes des valeurs de L considérées. Cette figure montre que les erreurs relatives augmentent avec Pca, mais confirme également qu'elles ne sont pas corrélées avec L. Ici, le fait d'extraire une surface plus petite peu conduire aussi bien à une sur-estimation qu'à une sous-estimation de K. Dans la plage de L considérée, les erreurs relatives ne dépassent pas un facteur 2 ($-100\% \leq \Delta\overline{K}/\overline{K_r} \leq 50\%$) pour Pca $\leq 400\ MPa$.

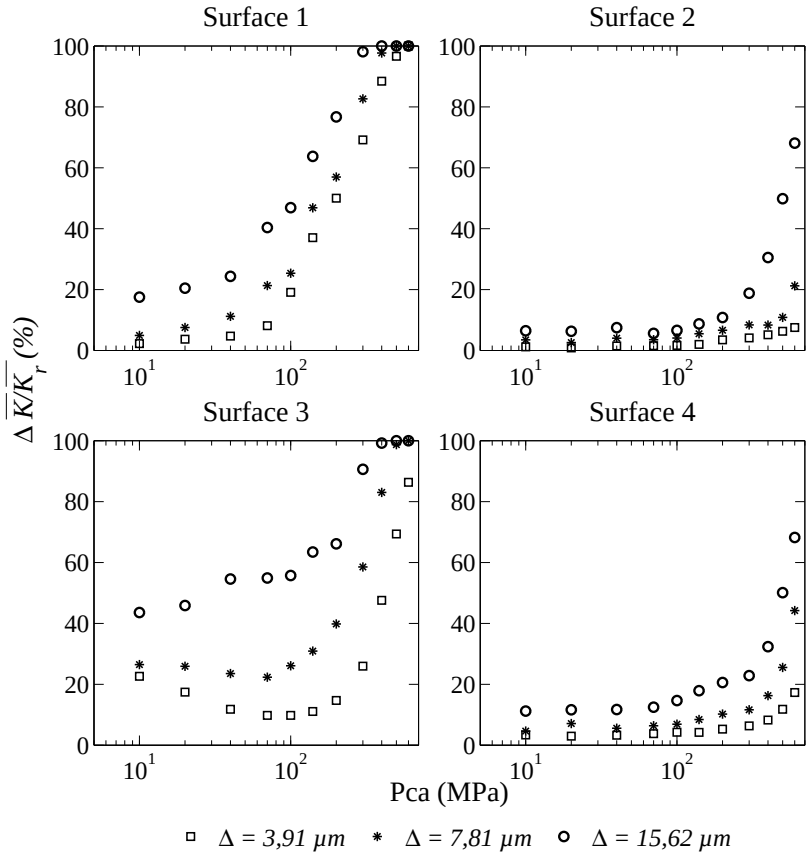


Fig. 3.30: Erreurs relatives sur K par rapport aux surfaces de référence $\frac{\Delta\overline{K}}{\overline{K_r}} = \frac{\overline{K_r}-\overline{K}}{\overline{K_r}}$ pour chaque pas d'échantillonnage Δ considéré -

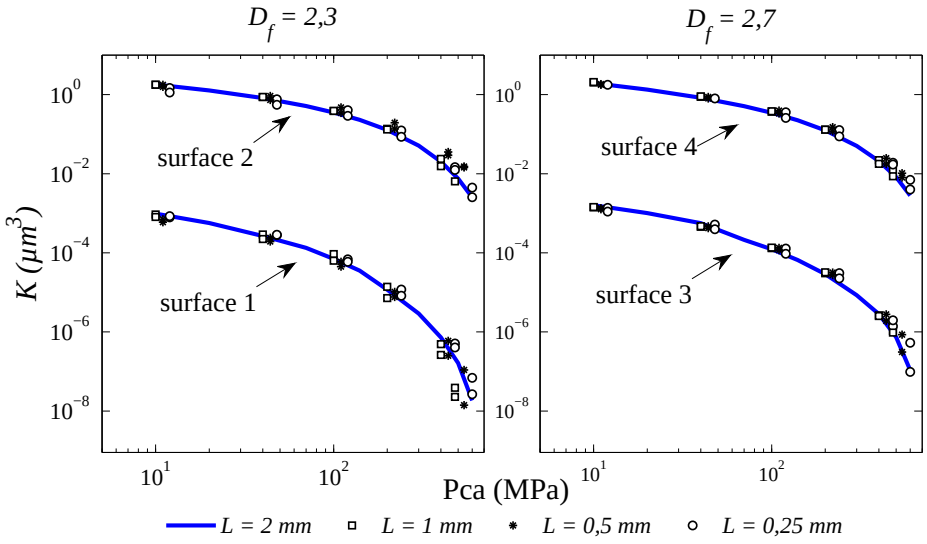


Fig. 3.31: Influence de la longueur d'échantillonnage L sur la transmissivité K -

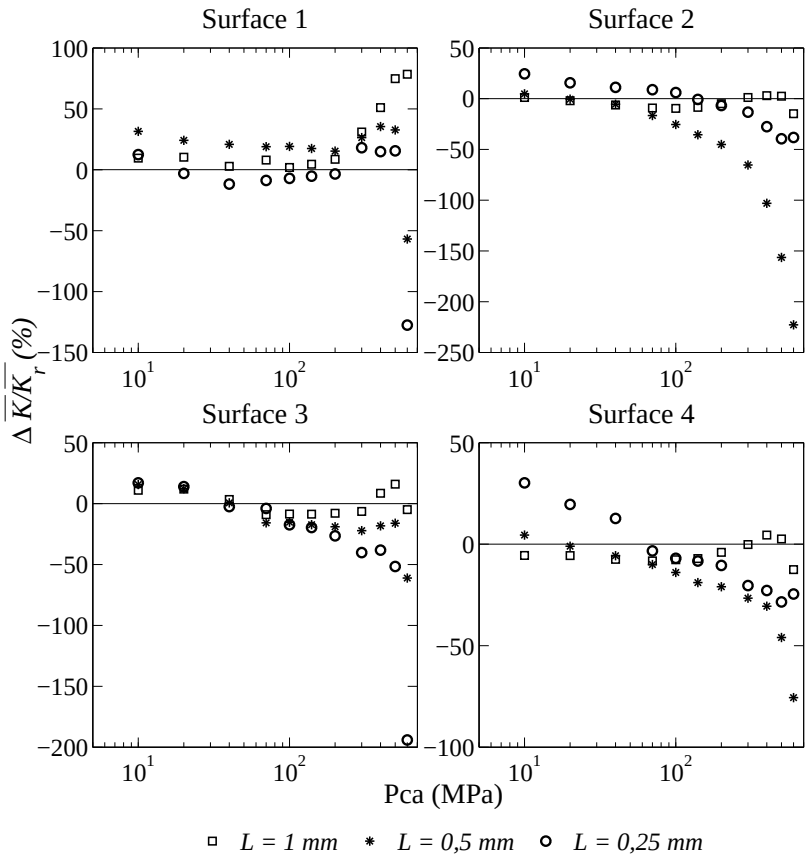


Fig. 3.32: Erreurs relatives sur K par rapport aux surfaces de référence $\frac{\Delta\overline{K}}{\overline{K_r}} = \frac{\overline{K_r}-\overline{K}}{\overline{K_r}}$ pour chaque longueur d'échantillonnage L considérée -

3.4.2 Influence des hautes fréquences de la texture sur les propriétés du contact

Dans le paragraphe précédent, nous avons étudié l'influence de l'échantillonnage des surfaces sur l'estimation des paramètres de rugosité, mais également sur l'estimation des propriétés mécaniques et de transport du contact. Cette étude concernait le choix des paramètres de discrétisation des surfaces rugueuses, choix qui intervient au moment de décrire la topographie des surfaces. Cette phase est importante car elle détermine la plage de fréquences qui sera prise en compte dans les calculs. Dans ce paragraphe, nous nous intéressons maintenant à l'influence du contenu fréquentiel de la texture d'une surface rugueuse sur les propriétés du contact. Nous allons plus particulièrement examiner l'influence des petites longueurs d'onde sur l'estimation des aires de contact Sc et de la transmissivité K. Pour réaliser cette étude, nous considérons trois textures : une surface de référence générée numériquement avec les paramètres définis dans le tableau 3.8 et deux autres surfaces obtenues par filtrage numérique de la surface de référence. Le filtre utilisé est un filtre passe-bas, qui permet de supprimer les petites longueurs d'onde (hautes fréquences). Ce filtre rend donc la surface plus lisse.

Tab. 3.8: Paramètres de la surface de référence -

$L \times L$	$n \times n$	$\Delta \times \Delta$	Ra	D_f	ω_{min}
$1 \times 1\ mm$	$512 \times 512\ pts$	$1,95 \times 1,95\ \mu m$	$0,4\ \mu m$	$2,5$	$0\ rad.mm^{-1}$

Remarque :

Quelle que soit la technique utilisée, les appareils de mesure d'états de surface ont une résolution finie. Si le pas d'échantillonnage n'est pas choisi correctement, l'instrument de mesure peut opérer comme un filtre sur la surface rugueuse, car la plus petite fréquence détectable est imposée par la résolution de l'appareil. Par exemple, la résolution d'un palpeur mécanique est conditionnée par le diamètre de sa pointe. La résolution d'un capteur optique dépend quant à elle de la taille des pixels de la caméra. Pour éviter que des fréquences ne soient filtrées lors de la mesure, il est donc important de respecter le théorème de Shannon, qui oblige le pas d'échantillonnage Δ à être au moins égal à deux fois la résolution de l'appareil de mesure.

Filtrage numérique

Dans de nombreux cas, il est plus commode de filtrer les données dans le domaine fréquentiel [Zahouani, 1997]. Dans ce cas, le filtrage consiste à supprimer certaines composantes du spectre en multipliant la transformée de Fourier $\widetilde{z}(\omega_x, \omega_y)$ de la surface par une fonction de transfert $G(\omega_x, \omega_y)$. La surface filtrée $z_f(x, y)$ est alors donnée par la transformée de Fourier inverse :

$$z_f(x, y) = TF^{-1}\left\{\widetilde{z}(\omega_x, \omega_y).G(\omega_x, \omega_y)\right\} \tag{3.29}$$

Le filtre passe-bas idéal correspond à un taux de décroissance théorique de 100% à la fréquence de coupure ω_c [Stout et al., 2000] (Fig. 3.33a) :

$$G(\omega_x, \omega_y) = \begin{cases} 1, & \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2} \leq \omega_c \\ 0, & \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2} > \omega_c \end{cases} \tag{3.30}$$

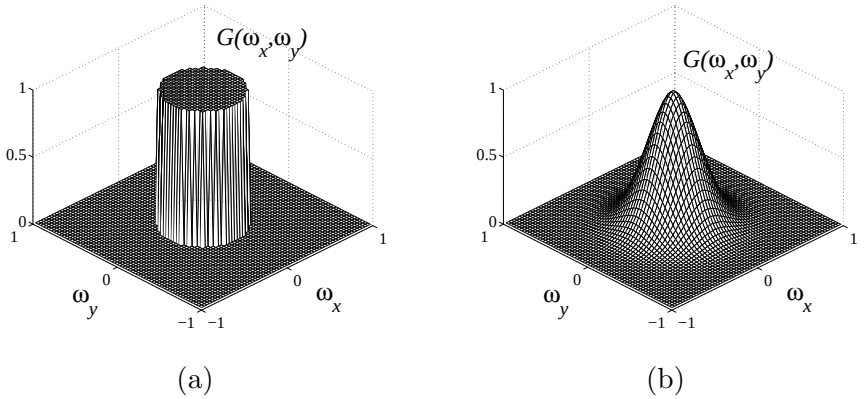
Le principal inconvénient de ce filtre passe-bas est lié à un phénomène d'oscillations apparaissant sur la surface filtrée. Dans le domaine spatial, le filtrage défini par l'équation (3.29) revient à convoluer la surface $z(x, y)$ par la réponse impulsionnelle (transformée de Fourier inverse) de la fonction de transfert $G(\omega_x, \omega_y)$. Dans le cas du filtre passe-bas idéal, la réponse impulsionnelle est une fonction *sinus cardinal*. Cette fonction présente une multitude de pics qui sont responsables des problèmes d'oscillations dans l'espace physique [Stout et al., 2000].

Pour pallier à ce problème, d'autres filtres passe-bas plus élaborés ont été développés. L'un des plus couramment employés est le filtre passe-bas gaussien (Fig. 3.33b) défini par la fonction de transfert [Zahouani, 1997; Stout et al., 2000;

Suh et Polycarpou, 2006] :

$$G(\omega_x, \omega_y) = \exp\left\{\pi\beta\left[\left(\frac{\omega_x}{\omega_c}\right)^2 + \left(\frac{\omega_y}{\omega_c}\right)^2\right]\right\} \tag{3.31}$$

où $\beta = \ln(2/\pi)$. Dans cette expression, ω_c est défini comme la fréquence à 50% d'atténuation.



(a) (b)

Fig. 3.33: Fonctions de transfert $G(\omega_x, \omega_y)$ des filtres passe-bas (a) idéal et (b) gaussien -

La réponse impulsionnelle de ce filtre étant elle aussi gaussienne, aucun phénomène d'oscillations n'apparaît sur la surface filtrée. Cependant, le taux de décroissance théorique n'étant pas de 100%, l'application de ce filtre tant à modifier les propriétés fractales de la surface filtrée comme on peut le voir sur la figure 3.34. Dans le cas du filtrage gaussien, les fréquences supérieures à ω_c ne sont pas supprimées complètement, et dans cette gamme de fréquence, la surface n'est plus fractale. Il est par ailleurs plus compliqué de donner une signification physique à ω_c. C'est pour ces raisons que nous avons choisi d'utiliser un filtre passe-bas idéal.

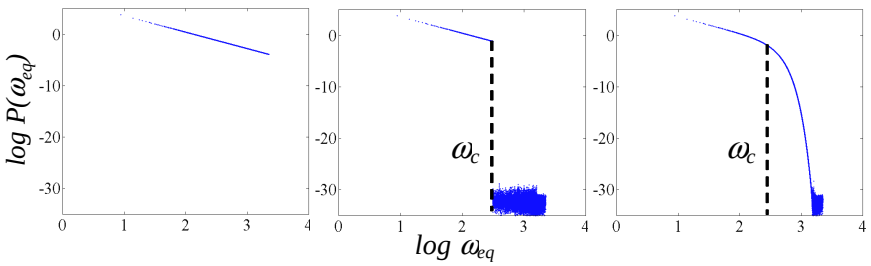
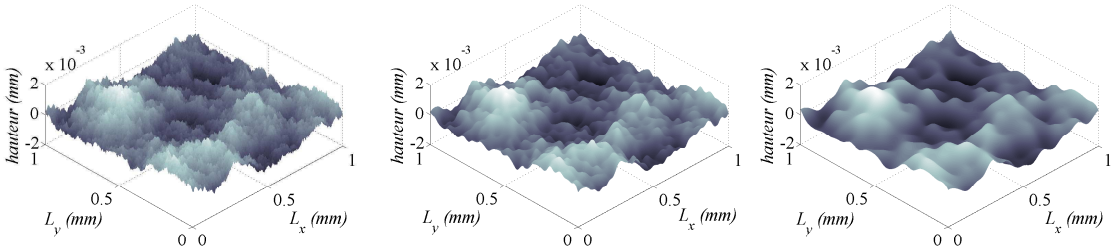


Fig. 3.34: Densités spectrales P d'une surface fractale (a) non filtrée, (b) filtrée avec un filtre passe-bas idéal et (c) filtrée avec un filtre passe-bas gaussien -

Sur la figure 3.35, nous avons représenté les trois surfaces qui sont considérées dans les calculs. Les surfaces filtrées ont été obtenues pour deux valeurs de $\omega_c = \frac{2\pi}{\lambda_c}$: $\lambda_c = \{40\ \mu m; 80\ \mu m\}$. Le filtre élimine toutes les longueurs d'onde inférieures à λ_c. Ces valeurs de λ_c correspondent respectivement à environ $20 \times \Delta$ et $40 \times \Delta$.



(a) (b) (c)

Fig. 3.35: Influence du filtrage sur les états de surface : (a) surface non filtrée, (b) surface filtrée avec $\lambda_c = 40\ \mu m$) et (c) surface filtrée avec $\lambda_c = 80\ \mu m$ -

Les variogrammes des trois surfaces considérées dans ce paragraphe sont représentés sur la figure 3.36. Cette dernière montre que les surfaces filtrées diffèrent de la surface de référence lorsque $\tau_{eq} < \lambda_c$. Pour ces valeurs, les deux variogrammes sont linéaires et leur pente est identique. Celle-ci correspond d'ailleurs à $D_f = 2$, qui est la dimension d'une surface au sens euclidien. Dans la gamme de fréquence où le filtre opère, c'est-à-dire pour $\tau_{eq} < \lambda_c$, la surface n'est plus fractale. C'est un objet régulier qui peut être décrit par la géométrie euclidienne.

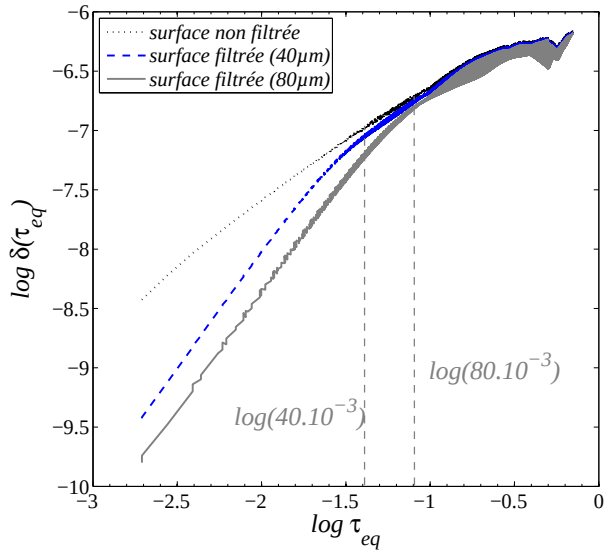
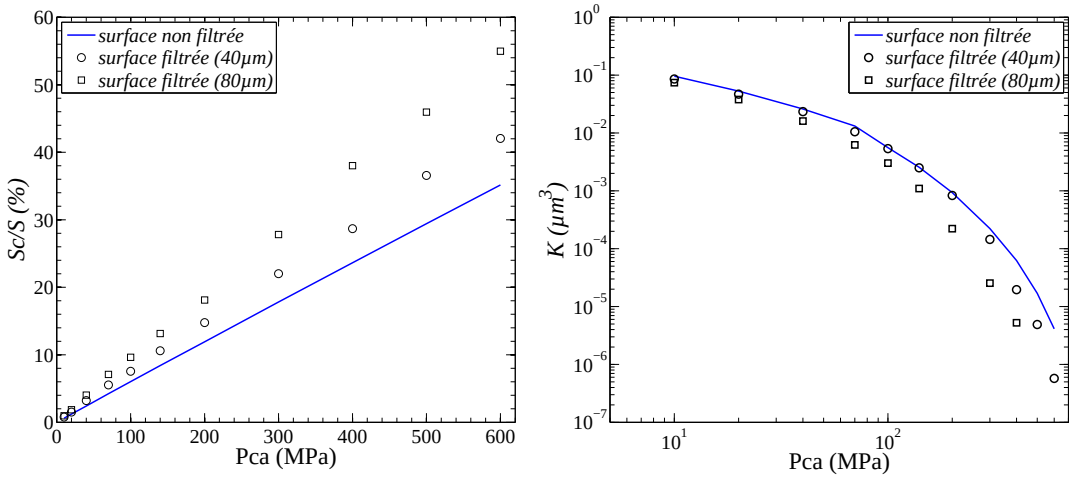


Fig. 3.36: Variogrammes δ des trois surfaces -

Aires de contact Sc/S et transmissivité K.

Comme précédemment, le contact est modélisé par une surface rugueuse serrée contre un plan lisse et parfaitement rigide. Les évolutions des aires relatives de contact Sc/S en fonction de la pression de contact apparente Pca sont représentées pour les trois surfaces considérées sur la figure 3.37a. Il faut remarquer que S_c est sensible aux petites longueurs d'onde, puisque le filtrage de la surface rugueuse conduit à une augmentation significative des aires de contact. Pour $\lambda_c = 40\ \mu m$, les écarts par rapport à la surface non filtrée sont de l'ordre de $20 - 25\%$ et pour $\lambda_c = 80\ \mu m$, ils sont de l'ordre de $55 - 60\%$. Les petites longueurs d'onde ont une influence sur Sc car elles induisent localement des pressions de contact plus importantes et donc des aires de contact plus petites. Le filtrage rend les surfaces plus lisses. Cela a pour effet de diminuer les pressions de contact, et donc d'augmenter Sc.



(a) (b)

Fig. 3.37: Influence du filtrage sur (a) les aires relatives de contact Sc/S et (b) les transmissivités K en fonction de la pression de contact apparente Pca -

Sur la figure 3.37b, nous avons représenté la moyenne des termes diagonaux de **K** en fonction de la pression de contact apparente Pca. Les résultats concernant la diffusivité **D** n'ont pas été présentés car ils conduisent aux mêmes conclusions. Le filtrage des surfaces, tel qu'envisagé ici (filtre passe-bas idéal), a le même effet sur K que l'augmentation du pas d'échantillonnage Δ (voir paragraphe 3.4.1). En effet, la suppression des hautes fréquences rend les surfaces plus lisses et donc conduit à un contact moins percolant, c'est pourquoi les transmissivités estimées à partir des surfaces filtrées sont inférieures à celles estimées à partir de la surface de référence. Par ailleurs, les hautes fréquences n'influencent K qu'aux grandes valeurs de Pca, car à faible serrage, les écarts entre les trois surfaces sont peu importants ($< 20\%$ pour $Pca < 50\ MPa$). A faible Pca, les fuites sont donc principalement dues aux basses fréquences, c'est-à-dire aux composantes de grande longueur d'onde, qui ont les amplitudes les plus grandes. Lorsque Pca augmente, ces composantes

s'écrasent rapidement car elles sont relativement émoussées et donc peu résistantes à la déformation (voir [Almqvist et al., 2007]). Dans ce cas, les fuites ne sont alors induites que par les composantes de haute fréquence, qui empêchent le contact d'être parfait. Cette conclusion confirme donc l'importance du rodage des surfaces, qui a pour objectif d'éliminer les composantes de grande longueur d'onde. Ce processus a un rôle d'autant plus important que le serrage entre les surfaces est faible.

3.4.3 Influence des paramètres de rugosité Ra et D_f sur K

Dans ce paragraphe nous utilisons les outils de caractérisation et de simulation de surfaces fractales auto-affines pour examiner la corrélation entre les paramètres de rugosité et la transmissivité. Pour ce type d'étude, il est évident que l'emploi de surfaces générées numériquement présente un intérêt majeur.

Pour analyser l'influence de Ra, cinq surfaces auto-affines ont été générées avec une dimension fractale constante ($D_f = 2,5$) et avec une rugosité arithmétique Ra variant de $0,1$ μm à 2 μm. Un Ra de l'ordre de $0,1$ μm correspond à une surface polie, tandis qu'un Ra de 2 μm correspond à une surface bien plus "rugueuse" que celles que l'on peut obtenir par rodage ($\approx 0,8$ μm). De la même manière, l'influence de D_f est étudiée en générant quatre surfaces auto-affines en gardant Ra constant ($Ra = 1$ μm) et en faisant varier D_f de 2,1 à 2,7. Ces valeurs extrêmes correspondent à des valeurs estimées sur des surfaces mesurées [Majumdar et Tien, 1990; Ganti et Bhushan, 1995]. Pour toutes les surfaces, $L_{x,y} = 1$ mm, $n_{x,y} = 256$ et $\omega_{min} = 0$. Par ailleurs les calculs ont été effectués pour Pca $\in \{40;\ 100;\ 200;\ 300;\ 400;\ 500\}$ MPa.

Sur la figure 3.38, nous avons représenté la transmissivité K en fonction de Ra d'une part et D_f d'autre part, pour les différentes valeurs de Pca.

Comme on pouvait s'y attendre, K augmente avec Ra, ce qui confirme que plus l'amplitude moyenne des rugosités est importante, moins les performances du contact vis-à-vis de l'étanchéité sont bonnes. De plus, l'évolution de K en fonction de Ra est la même quelle que soit la valeur de Pca. En revanche, à faible serrage (petite valeur de Pca), la transmissivité est très peu sensible à la dimension fractale. Ce n'est que lorsque le contact devient moins percolant que K augmente avec D_f. Comme nous l'avons vu au paragraphe précédent, les grandes longueurs d'onde s'écrasent rapidement lorsque le serrage augmente. Les fuites à fort serrage proviennent des composantes de hautes fréquences, dont l'amplitude relative augmente avec D_f, expliquant ainsi que le contact soit plus percolant aux grandes valeurs de D_f.

D'après ces résultats, on peut conclure qu'en première approche, il est possible d'estimer la transmissivité du contact en ne connaissant que Ra, car D_f n'a d'influence qu'aux faibles valeurs de K.

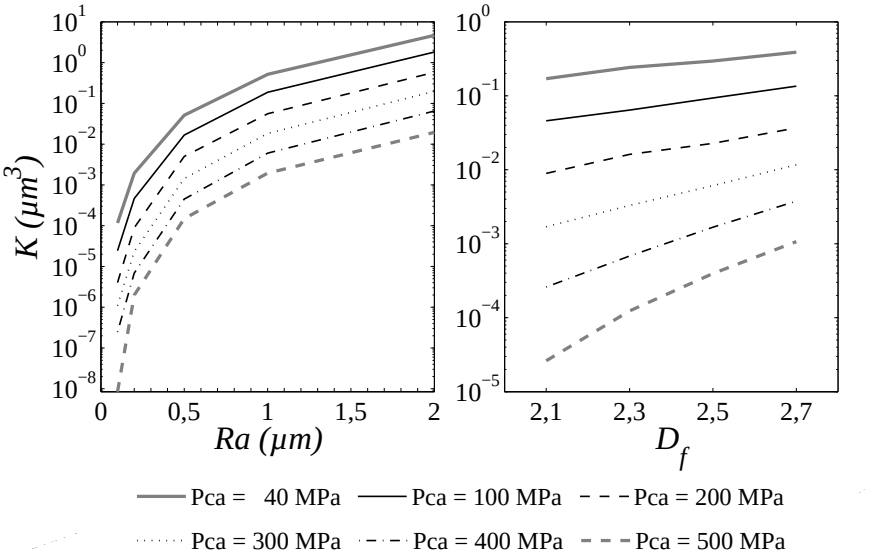


Fig. 3.38: Influence des paramètres de rugosité Ra et D_f sur la transmissivité K -

3.5 Bilan de l'étude des états de surface

Dans ce chapitre, nous avons mis en place, grâce à l'analyse fractale, des outils pour caractériser et simuler les textures des surfaces rodées à partir de deux paramètres uniquement : Ra et D_f. Nous avons de plus montré que les surfaces auto-affines étaient adaptées tant pour estimer les propriétés mécaniques que les propriétés de transport d'un contact entre surfaces rodées ou sablées. Nous avons mis en évidence l'effet de la fréquence limite ω_{min} dans la densité spectrale de la surface. Lorsque cette fréquence est inexistante, ce qui signifie que la surface est auto-affine à toutes les échelles considérées, un effet de taille finie apparaît. Dans ce cas, le calcul sur une seule réalisation n'est pas suffisant. Pour obtenir une meilleure précision, il faut donc soit travailler sur un plus grand nombre de réalisations et considérer les valeurs moyennes, soit augmenter la longueur d'échantillonnage de la surface pour faire apparaître ω_{min} ou considérer toute la largeur de contact.

Nous nous sommes ensuite intéressés à l'influence des paramètres d'échantillonnage Δ et L sur l'estimation des paramètres de rugosité Ra et D_f, des aires de contact S_c et de la transmissivité K. D'après cette étude, D_f n'est pas sensible aux paramètres d'échantillonnage, excepté quand Δ est choisi trop grand par rapport à ω_{min}. Ra ne dépend pas de Δ et devient sensible à L lorsque $L < \frac{2\pi}{\omega_{min}}$. Les aires de contact ne sont quant à elles sensibles qu'à Δ, en particulier aux faibles valeurs de Ra. Enfin, une anisotropie des propriétés de transport peut apparaître lorsque Δ a été choisi trop grand ou L trop petit. La sensibilité de K aux paramètres d'échantillonnage devient également plus importante quand Pca augmente. Cependant, pour toutes les surfaces considérées dans cette étude, dont les propriétés couvrent une large gamme de valeurs de Ra et de D_f, l'effet de Δ et L reste relativement limité, puisque l'erreur n'excède pas un facteur 2 sur K tant que Pca $< 400\ MPa$.

Grâce à l'utilisation d'un filtre passe-bas, nous avons par ailleurs mis en avant le rôle des hautes fréquences de la surface rugueuse sur les propriétés du contact. Les composantes de faible longueur d'onde ont un effet important sur les aires de contact car elles induisent localement des pressions de contact plus importantes et conduisent donc à des aires de contact plus faibles. En ce qui concerne les propriétés de transport, il apparaît qu'à faible serrage, ce sont les composantes de grande longueur d'onde qui sont responsables des problèmes de fuite. Lorsque Pca augmente, ces dernières s'écrasent rapidement. Les fuites sont alors induites par les petites longueurs d'onde, qui empêchent le contact d'être parfait.

Enfin, nous avons montré que la transmissivité était beaucoup plus sensible à Ra qu'à D_f, en particulier à faible serrage.

Chapitre 4

Détermination expérimentale de la transmissivité K

Les modèles précédemment mis en place permettent d'estimer numériquement la transmissivité K d'un contact rugueux en fonction du serrage appliqué. Comme nous l'avons montré, K est un paramètre intrinsèque qui est suffisant pour caractériser le comportement de la liaison vis-à-vis de l'étanchéité.

Pour tester les performances de ces modèles, des mesures de débits de fuite au travers de contact rugueux ont été réalisées sur un dispositif expérimental dédié. La confrontation directe entre les essais et des simulations sera réalisée au chapitre 5. Auparavant, nous présentons ici le dispositif expérimental, le principe de la mesure des débits de fuite par chromatographie en phase gazeuse ainsi que le principe de la détermination expérimentale de K. Nous analysons ensuite les résultats des différentes campagnes d'essais réalisées.

4.1 Dispositif expérimental

4.1.1 Principe du dispositif

Le dispositif expérimental, mis en place au laboratoire dans le cadre du GDR 2345 portant sur les "étanchéités statiques par joints métalliques en conditions extrêmes", a été conçu afin de mesurer des débits de fuite liquide au travers d'un contact rugueux formé par deux éprouvettes serrées l'une contre l'autre. Pour simplifier la géométrie du problème et faciliter la comparaison avec des estimations issues de calculs directs, le contact est réalisé par le serrage d'une éprouvette métallique cylindrique rugueuse (Fig. 4.1) sur un saphir qui sera considéré, en comparaison avec l'éprouvette métallique,

parfaitement rigide, plan et lisse [1]. Dans cette configuration, seules les propriétés de la surface métallique sont analysées. Ce dispositif original a fait l'objet d'un dépôt de brevet par le CNES [Lasseux et Marie, 2002].

Les propriétés de transport du contact sont déterminées à partir de la mesure des débits de fuite selon la démarche détaillée au paragraphe 4.1.3. L'objectif de ces mesures est d'effectuer une confrontation directe entre les essais et les simulations. Le dispositif expérimental a été conçu pour mesurer des fuites dues à un gradient de pression mais également des fuites par diffusion. Cependant, la mesure de ces dernières s'avère extrêmement délicate du fait des faibles débits mis en jeu [Marie et Lasseux, 2007]. Par la suite, nous ne nous intéresserons donc qu'à la détermination de la transmissivité K, dans la mesure où les problèmes d'étanchéité des appareils de robinetterie sont principalement liés aux fuites résultant d'un gradient de pression.

Le schéma du dispositif expérimental est présenté sur la figure 4.2 et le dessin d'ensemble de la cellule de fuite sur la figure 4.3. Le principe du dispositif est le suivant : l'éprouvette métallique est serrée contre le saphir par l'intermédiaire d'un vérin hydraulique. La pression de contact appliquée est contrôlée par un capteur de force à pont de jauge situé sous le vérin. Deux bagues déformables, insérées respectivement entre l'éprouvette et le vérin et entre le saphir et le bâti, compensent les éventuels mésalignements entre l'éprouvette et le saphir, de manière à ce que l'effort appliqué soit uniformément réparti sur toute la portée d'étanchéité. L'éprouvette (Fig. 4.1) est par ailleurs munie d'un trou central permettant d'injecter à l'intérieur du contact un soluté (butanol), mis en pression grâce à un ciel d'azote. A l'extérieur du contact circule en boucle fermée un mélange d'éthanol (solvant) et de pentanol (étalon interne) à pression atmosphérique. Une pompe péristaltique permet d'homogénéiser la solution. Contrairement à l'éthanol, la masse de pentanol présente dans la boucle est connue avec précision ($\pm 1\ mg/200\ g$ de solution préparée). Le butanol sous pression fuit dans le mélange éthanol/pentanol au travers du contact. La mesure du débit de fuite en butanol se fait de manière indirecte. Des prélèvements dans la boucle de solvant sont effectués à intervalles de temps réguliers grâce à une micro-seringue montée sur un passeur d'échantillon automatisé. Chaque prélèvement ($\approx 1\mu L$) est dosé par une technique de chromatographie en phase gazeuse (voir paragraphe 4.1.2) afin de déterminer la proportion de butanol relativement à l'étalon interne (pentanol). La masse de butanol présente dans la boucle fermée est déterminée à partir de la masse de pentanol initialement introduite. L'évolution de cette masse au cours du temps permet alors d'estimer le débit masse de fuite.

Le choix des fluides utilisés (alcools) résulte de différents critères imposés par la méthode de mesure par dosage. Les trois liquides (solvant, soluté et étalon interne) doivent être parfaitement miscibles pour assurer une parfaite homogénéité du mélange dans la boucle de solvant et donc la fiabilité du dosage des concentrations du

[1] Une mesure optique par aberration chromatique (polynômes de Zernike) a montré que l'amplitude du défaut de forme sur la surface concernée du saphir était inférieure à $63nm$

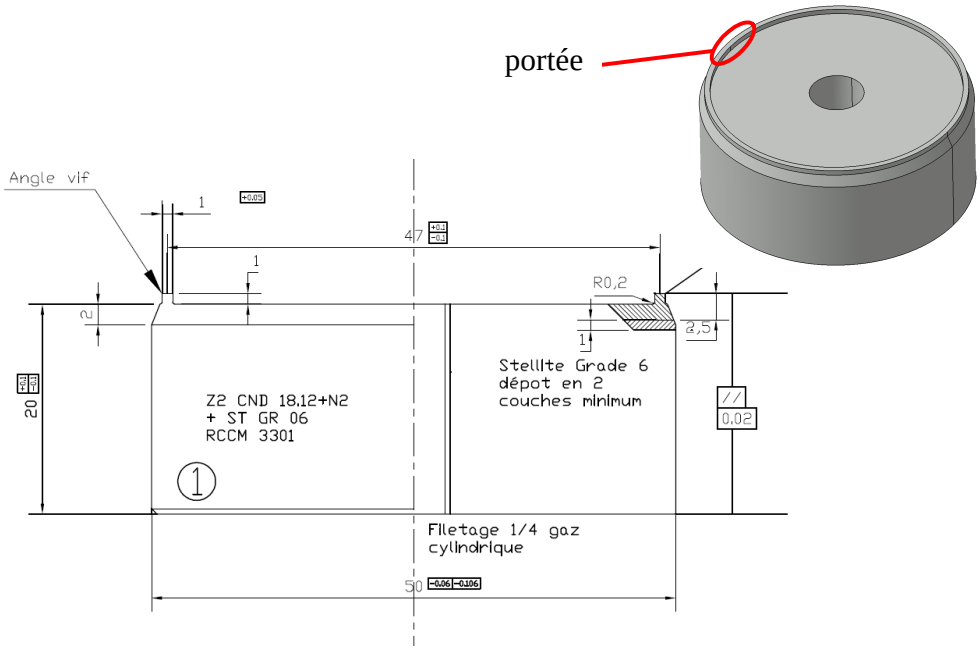


Fig. 4.1: Éprouvette revêtue en Stellite -

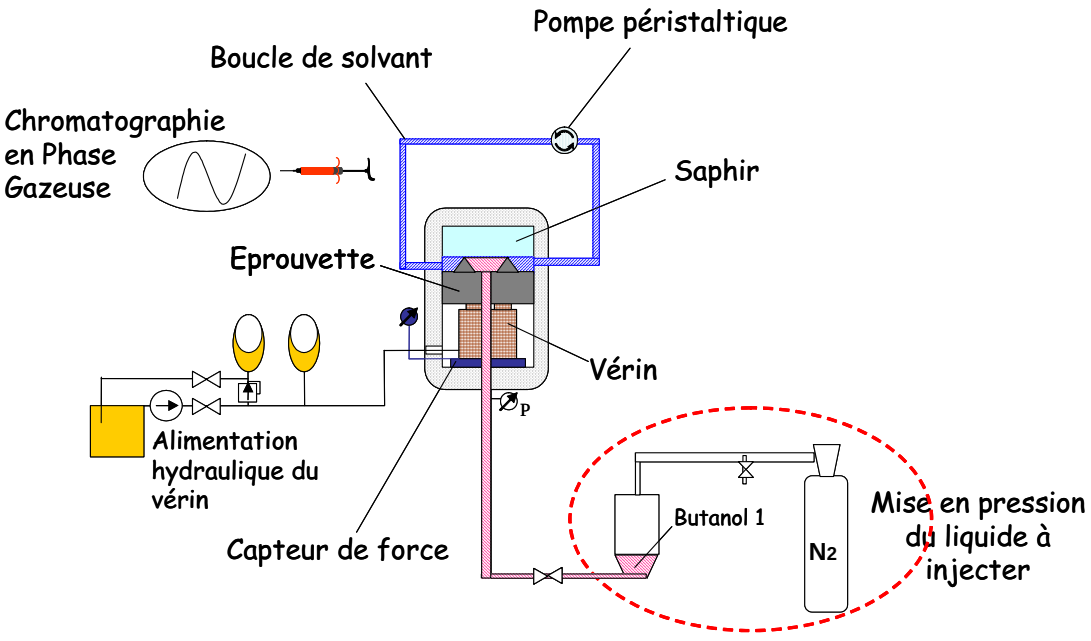


Fig. 4.2: Schéma de principe du dispositif expérimental -

mélange. De plus, la technique de chromatographie en phase gazeuse impose aux fluides à analyser d'être organiques pour être brûlés dans le détecteur à ionisation de flamme. Le choix s'est porté sur les alcools car ils répondent parfaitement à ces

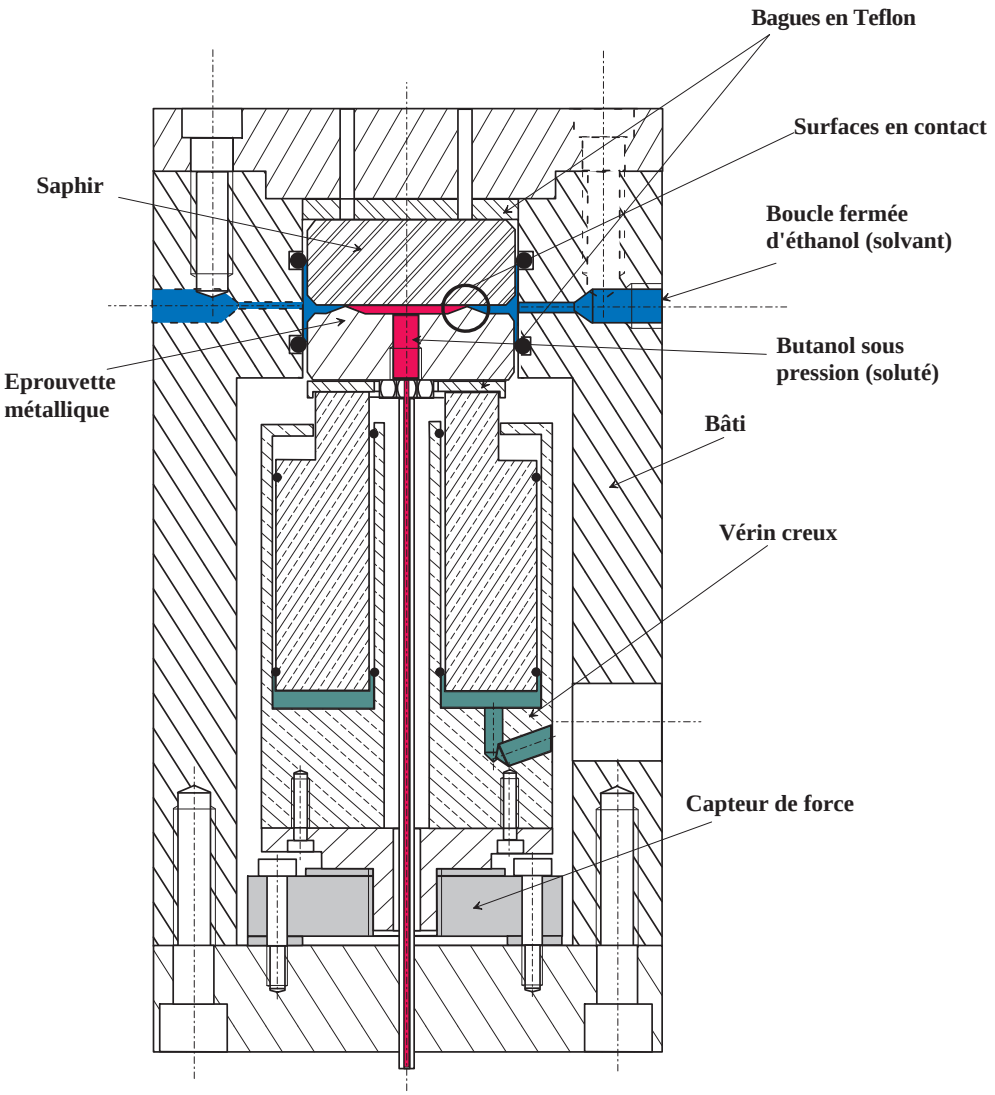


Fig. 4.3: Dessin d'ensemble de la cellule de fuite -

critères. Ce sont par ailleurs des produits chimiques courants, nécessitant relativement peu de précautions lors des manipulations et disponibles à des niveaux de pureté élevés.

Enfin, pour éviter toute fluctuation de serrage ou de pression exercée dans le liquide d'une part, et toute variation de viscosité du liquide d'autre part, la cellule de fuite est thermostatée. Pour ce faire, nous faisons circuler un fluide caloporteur régulé à une température de 20°C dans un bobinage enroulé sur la cellule et sur les réservoirs.

4.1.2 Mesures par chromatographie en phase gazeuse

La chromatographie en phase gazeuse (CPG) est une méthode d'analyse par séparation qui s'applique aux composés gazeux ou susceptibles d'être vaporisés par chauffage, sans décomposition. Elle est tout particulièrement adaptée à l'analyse de

mélanges de composés organiques. Le principe de l'analyse par *CPG* et des techniques associées est décrit dans un ouvrage détaillé [Tranchant, 1995]. L'appareil de mesure se compose d'un injecteur, d'une colonne et d'un détecteur. L'injecteur est la partie où la solution à doser est introduite. Il est par ailleurs maintenu à une température importante ($250^{\circ}C$) afin de permettre la vaporisation de la solution. Cette dernière est ensuite entraînée dans la colonne à l'aide d'un gaz vecteur (ici de l'hydrogène). La colonne a pour rôle de séparer les différents composants introduits dans le chromatographe. Elle contient une substance active, appelée phase stationnaire, qui interagit avec les composés la traversant et les retient sélectivement. Les composés introduits simultanément en tête de colonne sortent donc les uns après les autres, chacun ayant un temps de rétention qui lui est propre. Ce temps dépend notamment du couple soluté/phase stationnaire, du débit de gaz vecteur et de la température de la colonne. En revanche, il ne dépend pas des quantités injectées. Les différents composants, séparés par la colonne, sont enfin identifiés par le détecteur. Il en existe deux grandes familles : les détecteurs qui réagissent avec les solutés sans interagir avec le gaz vecteur, et les détecteurs qui comparent à tout instant une propriété du gaz vecteur pur avec celle du mélange qu'il reçoit. Le chromatographe utilisé dans le dispositif possède un détecteur à ionisation de flamme (FID), qui appartient à la deuxième classe de détecteurs. Les effluents de la colonne et le gaz vecteur sont brûlés dans une flamme à hydrogène. Les ions formés sont collectés au moyen de deux électrodes entre lesquelles on applique une différence de potentiel. Il en résulte un courant électrique proportionnel à la masse de composé qui passe dans le détecteur. Ce courant est enregistré pour donner un chromatogramme, du type de celui représenté sur la figure 4.4. Chaque pic du chromatogramme correspond à une espèce chimique qui est identifiée par son temps de rétention. La proportion massique entre chacun des composés se déduit alors à partir du rapport entre les aires de chaque pic et une courbe d'étalonnage donnant la relation entre le rapport des aires des pics et le rapport massique des composés considérés.

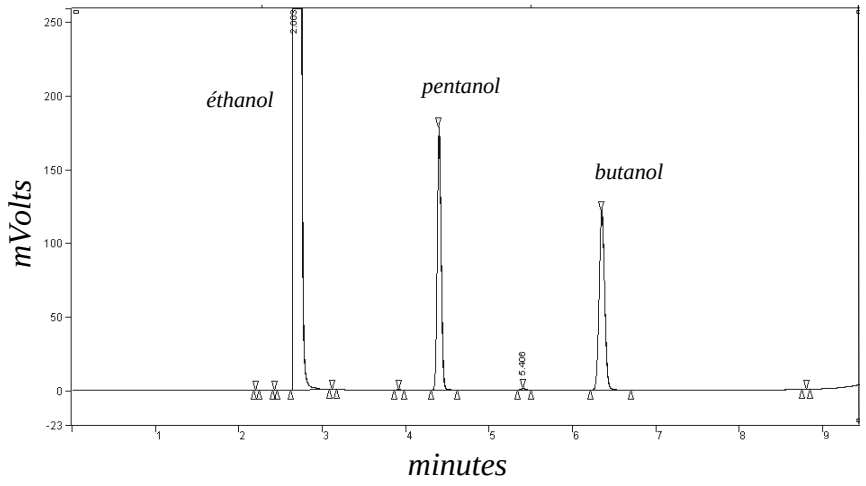


Fig. 4.4: Chromatogramme résultant d'une analyse d'un mélange de trois alcools -

4.1.3 Estimation de K à partir de la mesure du débit

Dans le chapitre 2 (Eq. (2.45)), nous avons montré que l'équation de Reynolds permettait d'exprimer le débit de fuite visqueux Q_v au travers d'un contact rugueux. Si on suppose que le gradient de pression est constant, le débit linéique q_{vx} dans la direction x s'exprime en coordonnées cartésiennes par (voir Fig. 4.5) :

$$q_{vx} = \frac{Q_{vx}}{L} = -\frac{K_{xx}}{\mu}\frac{\Delta P}{l} \tag{4.1}$$

où K_{xx} est la transmissivité du contact liée à une différence de pression $\Delta P = (P_e - P_i)$ dans la direction x et où μ est la viscosité dynamique du fluide.

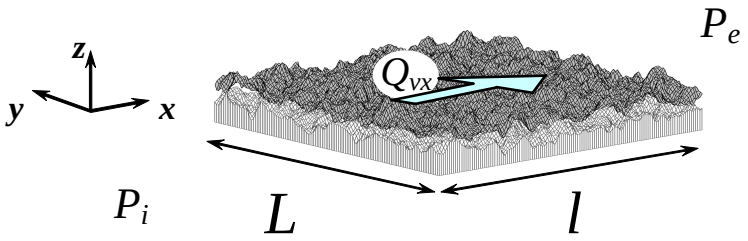


Fig. 4.5: Débit de fuite visqueux au travers d'un contact rugueux -

La surface apparente de contact entre l'éprouvette métallique et le saphir se réduit à un anneau circulaire de rayon intérieur r_i et de rayon extérieur r_e. La largeur de contact $(r_e - r_i)$ étant petite devant le rayon de courbure de l'anneau, celui-ci peut être "déroulé" afin d'effectuer le calcul en coordonnées cartésiennes. Cette approximation se justifie à partir d'un développement simple sur l'équation de Reynolds écrite en coordonnées cylindriques, compte tenu des ordres de grandeur des rayons r_i et r_e. En effet, dans la configuration de la figure 4.6, si le contact est homogène, l'équation de Reynolds peut s'écrire en coordonnées cylindriques sur une couronne de largeur dr à la position $r_i < r < r_e$:

$$q\,(r) = \frac{Q_{rr}}{2\pi r} = -\frac{K_{rr}}{\mu}\frac{dp}{dr} \tag{4.2}$$

Grâce à la conservation du débit Q_{rr}, l'équation (4.2) peut être intégrée entre r_i et r_e pour obtenir :

$$\frac{Q_{rr}}{2\pi r_i} = -\frac{K_{rr}}{\mu}\frac{\Delta P}{r_i \ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)} \tag{4.3}$$

En remarquant que $\frac{r_e - r_i}{r_e} << 1$, on constate que :

$$\frac{Q_{rr}}{2\pi r_i} \approx -\frac{K_{rr}}{\mu}\frac{\Delta P}{r_e - r_i} \tag{4.4}$$

soit :

$$\frac{Q_{rr}}{L} \approx -\frac{K_{rr}}{\mu}\frac{\Delta P}{l} \tag{4.5}$$

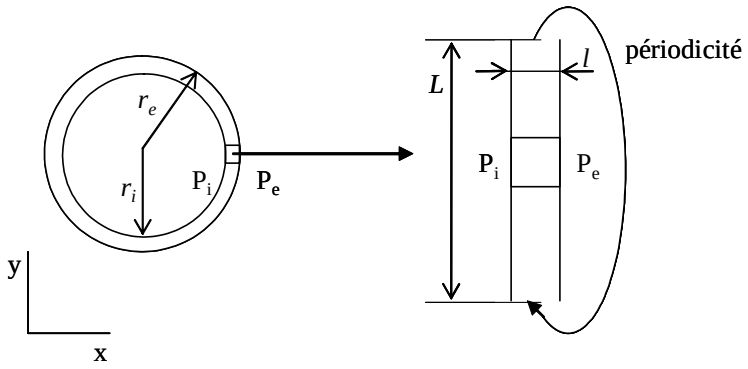


Fig. 4.6: Géométrie du contact annulaire déroulé -

ce qui est formellement identique à l'expression en coordonnées cartésiennes (Eq. (4.1)).

Connaissant la géométrie du contact et la viscosité dynamique du fluide, la transmissivité est déterminée en fonction du débit mesuré et de la différence de pression appliquée.

4.2 Résultats expérimentaux

4.2.1 Description des éprouvettes testées

Dans le nucléaire, les pièces assurant l'étanchéité interne des appareils de robinetterie sont réalisées dans un acier inoxydable sur lequel un revêtement dur en Stellite (alliage de cobalt) est déposé au niveau de la portée d'étanchéité. La finition des surfaces assurant l'étanchéité est ensuite obtenue par rodage (voir chapitre 3).

Pour réaliser les mesures de débits, trois éprouvettes ont été fabriquées spécifiquement selon le plan fourni sur la figure 4.1. Les rayons r_i et r_e ont été choisis de manière à respecter la contrainte dimensionnelle liée au dispositif expérimental, contrainte qui satisfait également le critère $\frac{r_e - r_i}{r_e} \approx 4.10^{-2} << 1$. Ces éprouvettes ont été usinées dans différents matériaux, pour voir son influence sur l'étanchéité du contact. Les éprouvettes 1 et 2 ont été usinées dans un acier de construction (42CD4), et l'éprouvette 3 a été réalisée par un robinetier dans la même configuration que les sièges ou les opercules des robinets, c'est-à-dire dans un acier inoxydable (Z2 CND 18-12) sur lequel un revêtement en Stellite a été déposé. Les deux premières éprouvettes ont également subi une cémentation afin d'obtenir une dureté superficielle proche de celle du Stellite (HRC45). La cémentation est un procédé thermochimique qui consiste à chauffer un acier aux alentours de 900°C pour augmenter superficiellement sa teneur en carbone et ainsi augmenter sa dureté. Les caractéristiques mécaniques des matériaux en contact (éprouvette et saphir), nécessaires aux prédictions de K à partir des modèles, seront détaillées dans le paragraphe 5.1.

Enfin, pour être représentatif des robinets utilisés dans le nucléaire, les portées des

trois éprouvettes ont été rodées pour obtenir un Ra de $0,4\ \mu m$.

4.2.2 Protocole expérimental

L'objectif des essais est de faire une comparaison directe entre les transmissivités estimées à partir des débits de fuite mesurés et les transmissivités calculées à partir des états de surface, pour toute une gamme de pressions de contact Pca.

Avant de placer l'éprouvette dans le dispositif expérimental, des relevés topographiques de la surface sont donc effectués. Ces derniers serviront de données d'entrée aux calculs (voir algorithme de calcul Fig. 2.5). Il est important de les effectuer avant serrage de manière à mesurer les états de surface directement issus du rodage, c'est-à-dire sur des surfaces n'ayant pas subi de déformations plastiques. Deux types de mesures ont été effectués : par interférométrie en lumière blanche à l'échelle microscopique (rugosité) et par palpage mécanique à l'échelle macroscopique (défaut de forme). Le principe de ces mesures est détaillé respectivement aux paragraphes 3.2.2.1 et 5.4.1.

Après les mesures d'états de surface, la portée de l'éprouvette est inspectée à l'aide d'une loupe binoculaire afin de s'assurer que la surface en contact ne porte pas de défauts accidentels tels qu'une rayure.

L'éprouvette est ensuite insérée dans le dispositif expérimental avec son antagoniste en saphir. Lors du montage, un soin particulier est apporté afin de s'assurer de la propreté de tout le dispositif.

Une fois le montage effectué, le butanol est mis en pression et un serrage du couple éprouvette/saphir est appliqué. La mise en pression du butanol tend à desserrer le contact. En première approximation, l'effort résultant de cette pression de butanol $p_{butanol}$ peut être évalué à $\pi \left(\frac{r_e+r_i}{2}\right)^2 p_{butanol}$. Bien qu'il soit relativement peu important ($\approx 11\ MPa/bar$) comparé au serrage appliqué, nous tenons compte de cet effet de fond lorsque l'effort de serrage est appliqué.

La pression de contact et la pression de butanol sont maintenues à des valeurs constantes et des prélèvements sont effectués à intervalles de temps réguliers et analysés par *CPG* afin de déterminer l'évolution de la masse de butanol collectée dans la boucle de solvant. La mesure est réitérée pour une même pression de contact mais pour plusieurs pressions de fluide (typiquement 4 pressions différentes comprises entre $0,2$ et $2\ bar$). Ces mesures permettent d'obtenir l'évolution de la masse de butanol dans la boucle en fonction du temps telle que représentée sur la figure 4.7. Afin d'estimer convenablement les débits de fuite, les prélèvements sont effectués sur une période de 14 heures environ.

Le débit de fuite massique, pour chaque valeur de pression de butanol $\Delta P_{butanol}$, est déterminé grâce au coefficient directeur de la droite de tendance issue de l'évolution de la masse de butanol en fonction du temps. Il faut d'ailleurs noter la remarquable linéarité de cette évolution puisque les coefficients de détermination des régressions

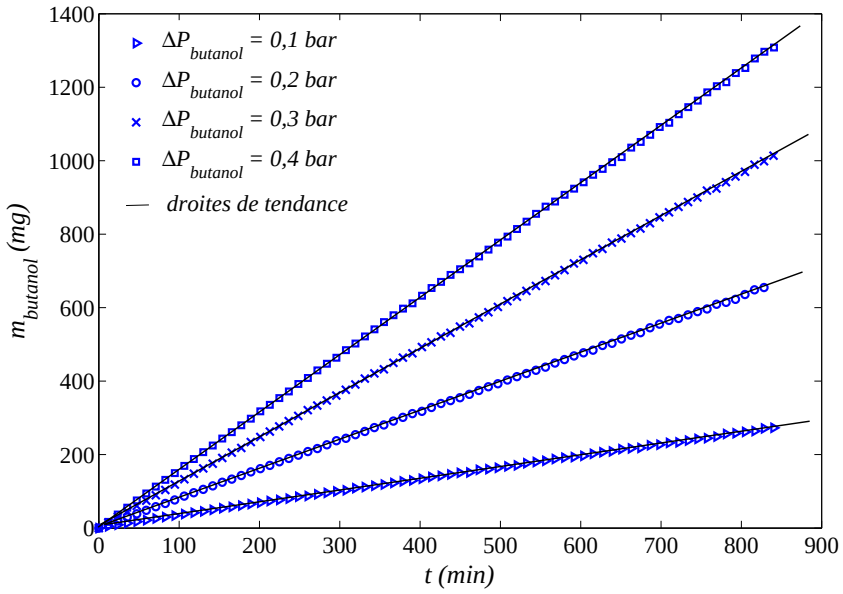


Fig. 4.7: Évolution de la masse de butanol $m_{butanol}$ au cours du temps t en fonction de la pression relative de butanol $\Delta P_{butanol}$ pour l'éprouvette 3 et pour une pression de contact Pca $= 20MPa$ -

linéaires[2] sont supérieurs à $0,999$. Cette linéarité confirme le caractère stationnaire de la fuite et l'absence de phase transitoire visible. On peut également ajouter que les courbes ne passent nécessairement pas par l'origine car une quantité de butanol a traversé le contact avant que les mesures ne débutent. Cette masse initiale de butanol est sans conséquence sur l'estimation du débit car seul le coefficient directeur de la droite est important. Le graphe de la figure 4.7 ne représente donc pas la masse absolue de butanol présente dans la boucle, mais la masse relative de butanol ayant fuit à partir du temps de mesure initial.

L'évolution du débit de fuite massique $Q_{butanol}$ en fonction de la pression de butanol $\Delta P_{butanol}$ est représentée sur la figure 4.8. Chaque point de la courbe correspond au coefficient directeur de chacune des droites $m_{butanol} = f(t)$ représentées sur la figure 4.7. La linéarité de la courbe ($R^2 = 0,997$) confirme expérimentalement la relation de proportionnalité entre le débit de fuite et la pression relative de butanol $\Delta P_{butanol}$. La transmissivité K, pour un serrage donné, est déterminée à partir du coefficient directeur de la courbe de tendance et de l'équation (4.5).

Cette opération est répétée pour plusieurs valeurs de pression de contact apparente Pca de manière à obtenir l'évolution de K en fonction du serrage appliqué. Dans ce travail, Pca varie de 10 à 290 MPa. L'estimation de K à Pca donné nécessite un grand

[2]L'équation donnant la valeur r du coefficient de détermination de n couples de valeurs (X, Y) est $r = \frac{n(\sum XY) - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{[n\sum X^2 - (\sum X)^2][n\sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$

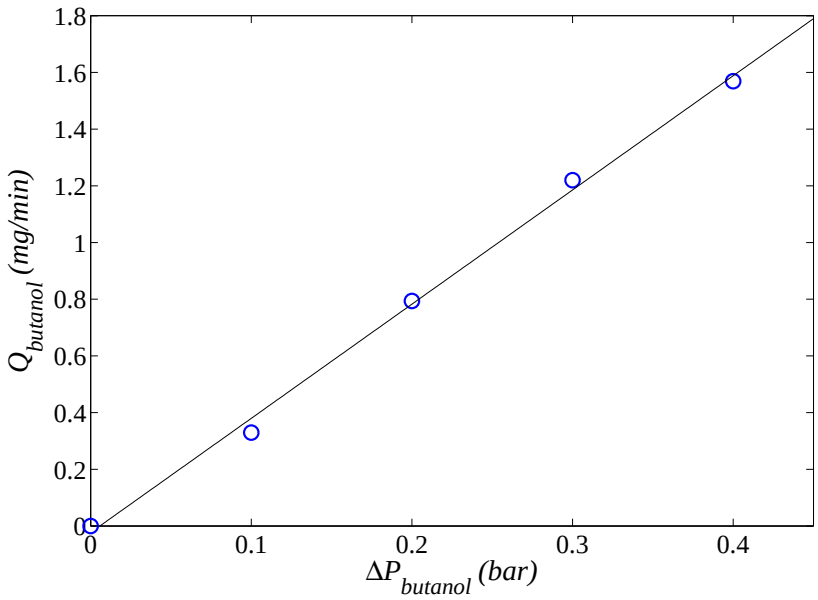


Fig. 4.8: Évolution du débit de fuite massique $Q_{butanol}$ en fonction de la pression relative de butanol $\Delta P_{butanol}$ pour l'éprouvette 3 et pour une pression de contact Pca $= 20MPa$ -

nombre de prélèvements et donc un temps de mesure relativement long. En effet, la mesure de $m_{butanol} = f(t)$ pour $\Delta P_{butanol}$ constant est faite sur 70 prélèvements soit environ $14h$. L'estimation de la transmissivité à une valeur de Pca donnée est effectuée à partir de mesures de débits de fuite pour 4 valeurs de $\Delta P_{butanol}$, ce qui correspond à 280 prélèvements soit environ $56h$ de mesure.

Pour ne pas plastifier prématurément les rugosités, les mesures sont de plus effectuées à pressions de contact croissantes. Un desserrage et un reserrage du contact sont ensuite appliqués dans le but d'observer l'influence des cycles de charge sur la transmissivité.

Une démarche complète pour estimer l'incertitude de mesure a été mise en place. Le détail du calcul est fourni en annexe A. Ce dernier rend compte des erreurs liées à l'ensemble de la chaîne de mesure de débit de fuite par *CPG*, mais n'intègre pas les erreurs liées au mauvais positionnement des pièces, au serrage, à l'injection de butanol, etc... L'estimation de cette incertitude nécessiterait un grand nombre d'essais de répétabilité, avec démontage et remontage complet de la même éprouvette, procédure rendue compliquée par le fait que le serrage engendre des déformations irréversibles. Pour tenter d'apprécier l'ordre de grandeur de l'incertitude globale, nous avons réalisé quelques mesures de répétabilité sur l'éprouvette 3.

Pour le calcul de l'incertitude liée à la chaîne de mesure, toutes les grandeurs (aires des pics des chromatogrammes, masses des constituants, débits...) sont traitées comme des variables aléatoires et la qualité de la mesure est estimée au travers de l'écart type

sur chacune des variables. La méthode mise en place repose sur une approche de type Gauss-Markov [Beck et Arnold, 1977]. Cette estimation utilise des travaux antérieurs [Marie, 2002] ayant permis de déterminer la précision et la répétabilité des mesures par *CPG*.

4.2.3 Transmissivités des éprouvettes 1 et 2 en 42CD4 cémenté

Les figures 4.9 et 4.10 représentent les évolutions de la transmissivité K, estimées sur les éprouvettes 1 et 2 respectivement, en fonction de la pression de contact Pca appliquée. Les valeurs numériques sont quant à elles regroupées dans le tableau 4.1.

Le cycle de charge (1) correspond aux premières mesures faites à valeurs croissantes de Pca jusqu'à 290 MPa. Les cycles (2) et (3) correspondent respectivement à un desserrage du contact jusqu'à = 40 MPa puis à un resserrage jusqu'à 290 MPa. La valeur maximale de la pression de contact pouvant être appliquée dans le dispositif expérimental est limitée par le capteur de force qui ne permet pas de supporter un effort supérieur à 50 kN, ce qui est équivalent, compte tenu de la géométrie de l'éprouvette, à une pression de contact apparente d'environ 300 MPa. Les incertitudes de mesure relatives $\frac{\sigma}{K}$ calculées selon la démarche détaillée dans l'annexe A sont également représentées sur les graphes. Sur la figure 4.10, nous avons également représenté des mesures de K effectuées en démontant complètement puis en remontant l'éprouvette 2 dans le dispositif expérimental.

Les résultats montrent tout d'abord que la transmissivité dépend fortement de la pression de contact. Pour ces éprouvettes, K varie sur plus de deux ordres de grandeur pour Pca variant de 10 à 290 MPa. Dans des travaux antérieurs [Marie et Lasseux, 2007], il a été montré que pour des surfaces tournées, les variations de K en fonction de Pca suivent une loi puissance. D'après les mesures effectuées ici, on remarque que le comportement des surfaces rodées est plus complexe.

On constate également l'importance du premier cycle de charge (1) puisqu'un effet d'hystérésis est observé à la décharge (2). En première approche, ce phénomène peut s'expliquer par le fait que lorsque la surface brute est serrée contre le saphir, les aspérités se déforment en régime élastique mais également plastique. A cause de ces déformations irréversibles, la surface rugueuse ne retrouve pas son état initial lorsque le contact est desserré. Par ailleurs, grâce à ces déformations plastiques, les performances du contact vis-à-vis de l'étanchéité sont améliorées. Il semble en revanche que seul le premier cycle de charge ait une influence. Pour l'éprouvette 2 (Fig. 4.10), les écarts entre les cycles (2) et (3) sont négligeables (écarts relatifs $< 5\%$) et pour l'éprouvette 1 (Fig. 4.9), l'écart relatif maximal est de l'ordre de 20% à 290 MPa, ce qui est faible comparé aux variations de K pour la gamme de pressions de contact considérée. Même après démontage et remontage complet de l'éprouvette (Fig. 4.10), les mesures fournissent sensiblement les mêmes valeurs de K puisque les écarts relatifs avec le cycle (3) restent inférieurs à 20%. Tant que Pca est inférieur à la valeur maximale appliquée lors du premier cycle de charge, les rugosités ne semblent se déformer qu'en

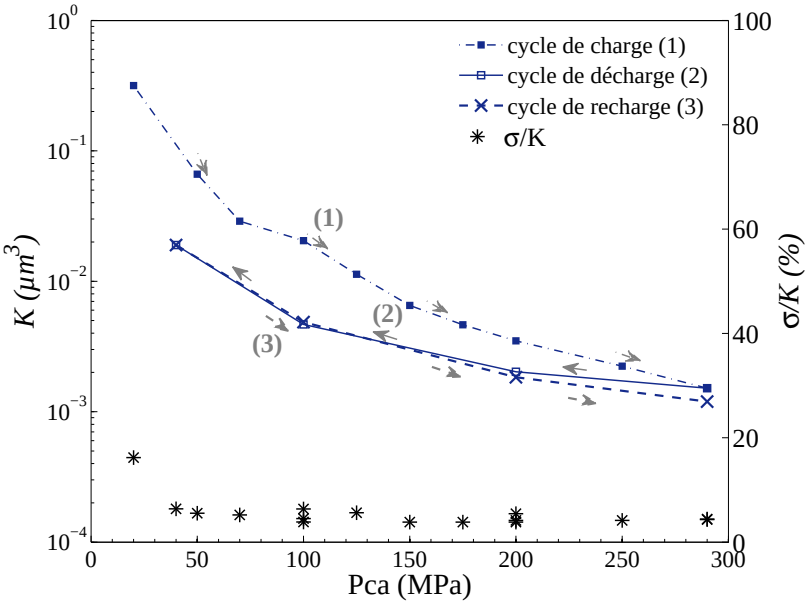


Fig. 4.9: Transmissivité K de l'éprouvette 1 et incertitude de mesure relative $\frac{\sigma}{K}$ en fonction de la pression de contact appliquée Pca pour un cycle de charge (1), de décharge (2) et de recharge (3) -

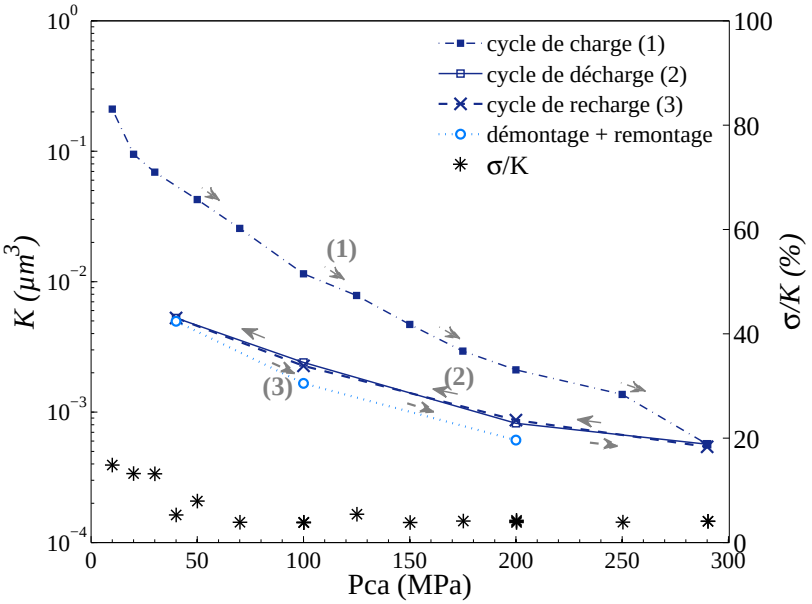


Fig. 4.10: Transmissivité K de l'éprouvette 2 et incertitude de mesure relative $\frac{\sigma}{K}$ en fonction de la pression de contact appliquée Pca pour un cycle de charge (1), de décharge (2) et de recharge (3) -

Tab. 4.1: Transmissivités K mesurées sur les éprouvettes 1 et 2 en fonction du serrage appliqué Pca -

cycle	Pca (MPa)	K (μm^3)		$\frac{K_{ep1}}{K_{ep2}}$
		éprouvette 1	éprouvette 2	
	10	$4,54.10^{-1}$	$2,23.10^{-1}$	2,03
	20	$2,20.10^{-1}$	$9,96.10^{-2}$	2,21
	70	$2,89.10^{-2}$	$2,50.10^{-2}$	1,15
(1)	100	$1,70.10^{-2}$	$1,03.10^{-2}$	1,65
	150	$5,97.10^{-3}$	$4,30.10^{-3}$	1,39
	200	$3,20.10^{-3}$	$1,91.10^{-3}$	1,67
	290	$1,38.10^{-3}$	$5,20.10^{-4}$	2,65
	200	$1,85.10^{-3}$	$7,48.10^{-4}$	2,47
(2)	100	$4,26.10^{-3}$	$2,21.10^{-3}$	1,93
	40	$1,66.10^{-2}$	$4,62.10^{-3}$	3,59
	100	$4,27.10^{-3}$	$2,05.10^{-3}$	2,08
(3)	200	$1,66.10^{-3}$	$7,87.10^{-4}$	2,11
	290	$1,09.10^{-3}$	$4,93.10^{-4}$	2,21

régime élastique. Il n'y a donc pas d'effet d'hystérésis entre les cycles (2) et (3). Une étude sur un plus grand nombre de cycles serait bien sûr nécessaire pour valider ces résultats. Celle-ci n'a pas été menée car elle dépasse les objectifs.

Excepté à faible pression de contact (50 MPa), les incertitudes de mesure calculées sont de l'ordre de $5-6\%$, ce qui montre la très bonne précision de la chaîne de mesure. Ce résultat est cependant à prendre avec précaution étant donné que l'incertitude liée au montage n'est pas prise en compte dans le calcul. Les résultats obtenus après démontage et remontage de l'éprouvette apportent un premier élément de réponse quant à l'incertitude globale de mesure, puisque les écarts entre ces mesures et celles des cycles (2) et (3) peuvent être attribuées à l'erreur de mesure. Pour quantifier cette incertitude globale, une étude avec un plus grand nombre de cycles démontage + remontage a été effectuée sur l'éprouvette en Stellite (voir paragraphe 4.2.4).

Le tableau 4.1, fait également apparaître le rapport $\frac{K_{ep1}}{K_{ep2}}$ entre les transmissivités estimées sur les éprouvettes 1 et 2. L'objectif est de vérifier que deux éprouvettes usinées, cémentées et rodées selon le même protocole, ont un comportement similaire. Ces résultats montrent qu'en moyenne les transmissivités des éprouvettes 1 et 2 ne diffèrent

pas l'une de l'autre de plus d'un facteur 2 environ. Compte tenu du caractère aléatoire de la fuite, lié notamment à la structure complexe des états de surface, et du fait que K varie sur plus de deux ordres de grandeur dans l'intervalle de serrage considéré, un facteur de cette amplitude sur l'estimation de K est tout à fait raisonnable. On peut donc considérer que les deux éprouvettes ont un comportement complètement similaire.

4.2.4 Transmissivités de l'éprouvette 3, revêtue en Stellite

De la même manière que pour les éprouvettes 1 et 2, la transmissivité de l'éprouvette 3 a été déterminée expérimentalement pour un cycle de charge (1), décharge (2) et recharge (3). Les résultats concernant ces essais sont représentés sur la figure 4.11. Tout d'abord, on constate bien sûr que K décroît quand Pca augmente. De plus, comme pour les éprouvettes en 42CD4, un phénomène d'hystérésis n'est observé qu'entre les cycles (1) et (2), pas entre les cycles (2) et (3).

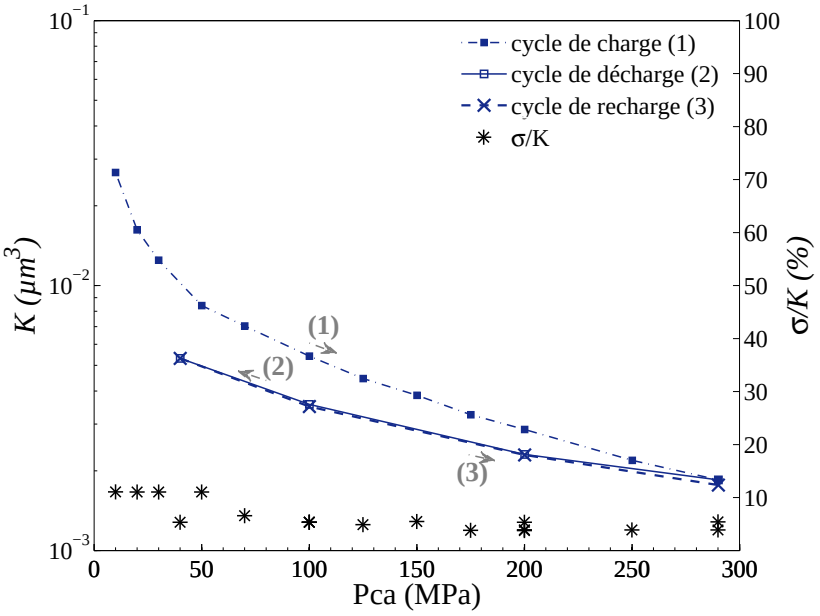


Fig. 4.11: Transmissivité K de l'éprouvette 3 et incertitude de mesure relative $\frac{\sigma}{K}$ en fonction de la pression de contact appliquée Pca pour un cycle de charge (1), de décharge (2) et de recharge (3) -

Afin de tester la "répétabilité" des mesures sur une même éprouvette, nous avons également réalisé trois essais supplémentaires en démontant complètement puis en remontant l'éprouvette 3 dans le dispositif expérimental. Les résultats des mesures qui ont été effectuées pour successivement un cycle de charge et de décharge, sont présentés sur la figure 4.12. Contrairement à ce qu'on avait observé sur l'éprouvette 2, lorsque l'on démonte l'éprouvette, les mesures de K ne coïncident pas avec celles obtenues

au premier essai, lors des cycles (2) et (3). Un phénomène d'hystérésis est d'ailleurs observé entre la charge et la décharge après chaque phase de montage/démontage de l'éprouvette. Ceci laisse donc supposer que l'hystérésis n'est pas uniquement liée à des déformations plastiques de la surface rugueuse. Le fait que la transmissivité soit systématiquement plus faible à la décharge qu'à la charge pourrait provenir d'impuretés présentes dans le butanol. Ces impuretés, si elles existent, pourraient s'accumuler progressivement dans les cols étroits du champ des ouvertures et donc rendre le contact moins percolant. Cependant, l'observation expérimentale de $m_{butanol}(t)$ (voir Fig. 4.7) remarquablement linéaire sur une longue période de temps ($14h$) ne permet pas d'étayer cette hypothèse. Notons que pour prévenir ce problème, un filtre de $0,5\ \mu m$ est inséré en amont de l'injection de butanol. Son efficacité peut cependant s'avérer limitée étant donné que la taille de ses pores est du même ordre de grandeur que les ouvertures du contact.

Concernant la répétabilité des mesures, il apparaît que les trois derniers essais sont très similaires. A la fin du premier essai, nous avons pu d'ailleurs noter un démontage difficile de l'éprouvette. On peut donc penser que cette dernière s'est arc-boutée dans l'alésage du bâti et que l'effort appliqué n'a pas été intégralement transmis au contact, expliquant ainsi que lors de l'essai 1, la transmissivité mesurée est plus importante que pour les essais $\{2, 3, 4\}$. On remarquera enfin que ces trois essais ne conduisent pas à des résultats sur K ordonnés, ce qui suggère que les écarts observés entre ces différents essais traduisent intrinsèquement les erreurs de répétabilité.

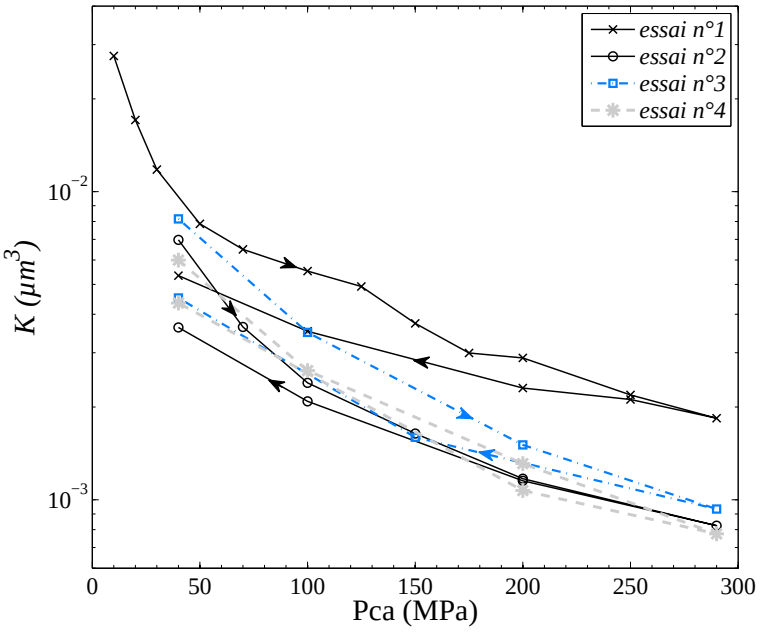


Fig. 4.12: Répétabilité des mesures de transmissivité K sur l'éprouvette 3 (Stellite) -

Dans le tableau 4.2, nous avons indiqué les valeurs de K mesurées pour chaque valeur de Pca. Nous avons également calculé l'écart type relatif $\frac{\sigma_K}{\langle K \rangle}$ sur les essais $\{2, 3, 4\}$. Nous n'avons pas inclu l'essai 1 dans le calcul de σ_K, car au regard de l'essai de démontage + remontage effectué sur l'éprouvette 2, il semblerait que ces écarts proviennent d'une erreur de mesure due à un arc-boutement de l'éprouvette. D'après ce tableau, l'écart type relatif est de l'ordre de $15 - 20\%$. A titre indicatif, si on intègre l'essai 1, les écarts types sont de l'ordre de $40 - 45\%$. Ces résultats montrent que l'incertitude de mesure globale reste faible et qu'elle est surtout liée à la cellule de fuite, car nous avons montré que les incertitudes liées uniquement à la chaîne de mesure sont inférieures à 6%.

Tab. 4.2: Transmissivités obtenues par des mesures de répétabilité sur l'éprouvette 3 (Stellite) -

cycle	Pca (MPa)	K (μm^3)				$\frac{\sigma_{K_i}}{\langle K_i \rangle}$, $\{i=2,4\}$
		essai 1	essai 2	essai 3	essai 4	(%)
(1)	40	-	$6,97.10^{-3}$	$8,16.10^{-3}$	$5,99.10^{-3}$	15,4
	100	$5,52.10^{-3}$	$2,40.10^{-3}$	$3,49.10^{-3}$	$2,62.10^{-3}$	20,3
	200	$2,89.10^{-3}$	$1,17.10^{-3}$	$1,51.10^{-3}$	$1,31.10^{-3}$	12,8
	290	$1,84.10^{-3}$	$0,82.10^{-3}$	$0,93.10^{-3}$	$0,78.10^{-3}$	9,2
(2)	200	$2,30.10^{-3}$	$1,15.10^{-3}$	–	$1,07.10^{-3}$	5,1
	100	$3,52.10^{-3}$	$2,09.10^{-3}$	–	–	
	40	$5,34.10^{-3}$	$3,62.10^{-3}$	$4,52.10^{-3}$	$4,35.10^{-3}$	11,5

Si on compare les transmissivités des éprouvettes 2 et 3 (voir Fig. 4.13), on constate que l'éprouvette en 42CD4 a de moins bonnes performances en terme d'étanchéité que l'éprouvette en Stellite. A faible serrage, K_{ep3} est d'un ordre de grandeur inférieure à K_{ep2}, tandis qu'à fort serrage, les écarts sont de l'ordre d'un facteur 3. Comme nous le verrons au chapitre 5, les deux éprouvettes ont les mêmes états de surface et des propriétés mécaniques (dureté, module d'Young) très proches. Par conséquent, les écarts entre les deux types d'éprouvette peuvent provenir du fait que les matériaux ont des structures -et donc des lois de comportement- différentes. De plus, contrairement aux éprouvettes 1 et 2 qui sont fabriquées dans un seul bloc en acier, la portée de l'éprouvette 3 est revêtue. Il se peut également que des contraintes résiduelles présentes dans le revêtement modifient le comportement du matériau.

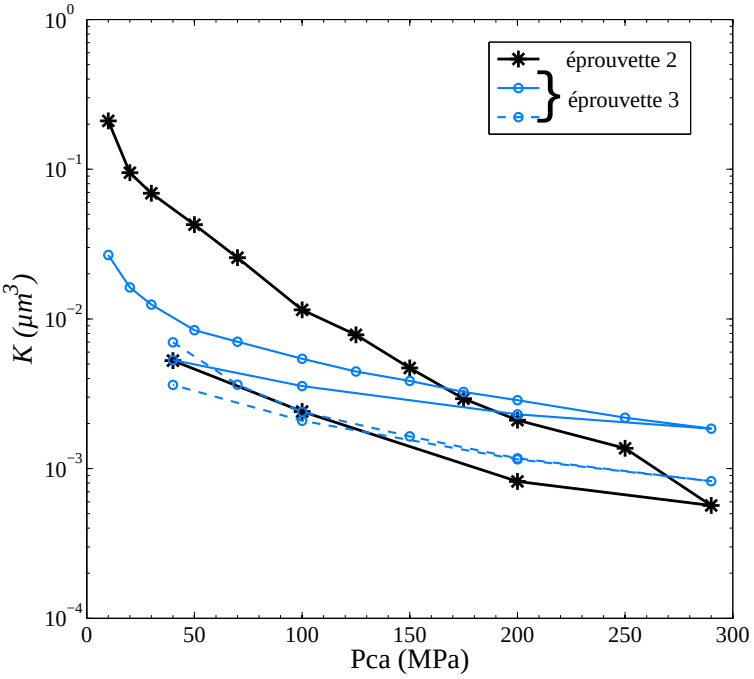


Fig. 4.13: Comparaison des transmissivités K des éprouvettes 2 (42CD4) et 3 (Stellite) en fonction de la pression de contact Pca -

4.2.5 Vérification du caractère monophasique de la fuite

Lorsque l'éprouvette et le saphir sont mis en place dans le dispositif, le contact n'est pas saturé en butanol. L'écoulement est donc initialement diphasique (butanol + air), ce qui conduit à une phase transitoire. Après cette phase transitoire, des bulles d'air peuvent rester emprisonnées dans le contact, rendant invalide l'hypothèse d'écoulement monophasique. Des travaux antérieurs [Marie et Lasseux, 2007] concernant d'autres types de surfaces (surfaces tournées) ont montré que la condition initiale, c'est-à-dire contact sec ou saturé, a peu d'influence sur les résultats expérimentaux. Pour s'en assurer, nous avons réalisé une mesure de K sur l'éprouvette 3 en desserrant d'abord complètement le montage (pour saturer le contact en butanol) et en le resserrant à 290 MPa. Le tableau 4.3 fournit les valeurs de K mesurées à partir du contact préalablement sec ou saturé en butanol. Les écarts entre ces résultats sont de l'ordre de 9%, c'est-à-dire qu'ils sont du même ordre de grandeur que l'incertitude globale mesurée. Ceci confirme donc le fait que la condition initiale (contact sec ou saturé) a peu d'influence sur l'estimation de K. De plus, si la saturation initiale du contact avait une influence sur la fuite, la transmissivité mesurée serait plus grande car la présence de bulles d'air dans le contact conduirait à réduire le nombre d'espaces laissés au fluide pour s'écouler.

Tab. 4.3: Transmissivités K mesurées avant et après saturation du contact -

	contact préalablement sec	contact préalablement saturé en butanol
K (μm^3)	$1,70.10^{-3}$	$1,56.10^{-3}$

Chapitre 5

Calcul prédictif de la transmissivité K et confrontation directe avec les mesures de débits de fuite

Dans ce dernier chapitre, nous confrontons les simulations aux mesures de débits de fuite. Dans un premier temps, K est calculé à l'échelle d'un élément qui est supposé représentatif des états de surface de l'ensemble de la portée. En accord avec les essais, le contact est de plus modélisé par une surface rugueuse déformable (éprouvette) serrée contre un plan lisse et parfaitement rigide (saphir).

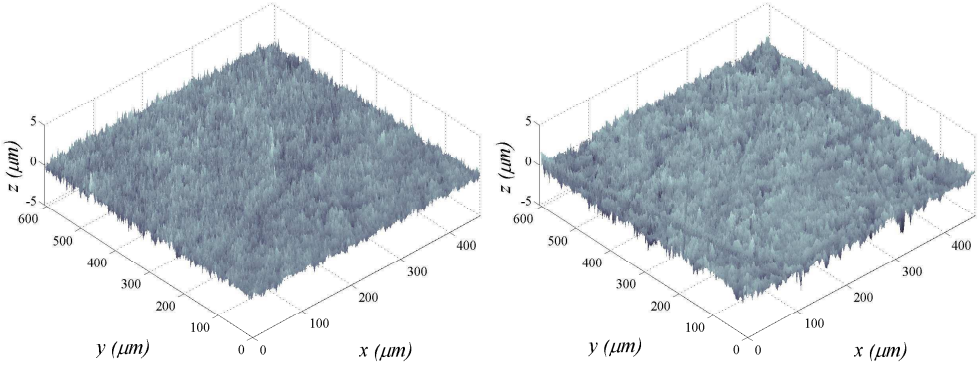
Les calculs effectués à partir de relevés topographiques sur les éprouvettes 2 et 3 font apparaître des écarts importants entre les essais et les simulations. Dans ce contexte, un bilan et une analyse des principales hypothèses sont proposés. La discussion concerne notamment la validité du modèle de Reynolds ainsi que la pertinence du calcul à l'échelle d'un élément représentatif. Les valeurs des propriétés mécaniques en surface ($\mathcal{H}$ et E) de certaines éprouvettes sont également vérifiées. Enfin, une part importante de ce chapitre est consacrée à l'analyse du modèle de déformation et plus particulièrement à l'influence des propriétés mécaniques et de la loi de comportement des matériaux.

5.1 Calculs à l'échelle d'un élément représentatif

5.1.1 Analyse des états de surface des éprouvettes testées

Comme nous l'avons déjà précisé, des relevés topographiques par interférométrie en lumière blanche ont été effectués sur les portées brutes des éprouvettes. Pour chacune des éprouvettes 2 (42CD4) et 3 (Stellite), quatre mesures ont été réalisées en des points cardinaux de la portée. Les paramètres d'échantillonnage sont ceux rappelés dans le tableau 3.1. Deux des relevés réalisés sur les deux éprouvettes sont représentés sur la figure 5.1.

Dans ce travail, les calculs de K sont réalisés à l'échelle des relevés. Nous supposons ainsi qu'ils sont représentatifs de l'ensemble de la portée d'étanchéité. Cela implique d'une part que les défauts dont les longueurs d'onde sont supérieures à la longueur d'échantillonnage L ont une amplitude négligeable et donc qu'ils n'ont pas d'influence sur la fuite, et d'autre part que le pas d'échantillonnage Δ est choisi suffisamment petit pour décrire correctement la rugosité. Les travaux présentés dans le paragraphe 3.4.1 sur l'influence de Δ montre que ce paramètre a peu d'influence sur K, excepté lorsque le contact devient non percolant. N'ayant pas encore caractérisé les défauts de grande longueur d'onde, nous analyserons leur influence sur l'estimation de K dans le paragraphe 5.4.



- Eprouvette en Stellite - **- Eprouvette en 42CD4 -**

Fig. 5.1: Relevés effectués sur les éprouvettes testées -

Dans le tableau 5.1 figurent les paramètres de rugosité des éprouvettes 2 et 3, les mesures sur l'éprouvette 1 n'ayant pas été réalisées. D_f et ω_{min} ont été déterminés par une régression linéaire par moindres carrés sur les densités spectrales. Ce tableau montre que quelle que soit l'éprouvette, les paramètres de rugosité estimés sur chacun des relevés sont quasiment identiques, ce qui signifie que les états de surface sont assez homogènes sur toute la portée d'étanchéité. Les écarts types relatifs par rapport à la moyenne n'excèdent pas 10% pour Ra, 1% pour D_f et 10% pour ω_{min}. Il apparaît également que les deux éprouvettes ont des Ra très proches. Bien qu'ayant été rodées selon le même protocole et avec les mêmes paramètres, l'éprouvette en Stellite a une dimension fractale plus faible que l'éprouvette en 42CD4, et présente des propriétés d'auto-affinité à des échelles plus petites ($\omega_{min}^{Stellite} > \omega_{min}^{42CD4}$).

Tab. 5.1: Paramètres de rugosité estimés sur des relevés topographiques des éprouvettes testées -

	relevé	$Ra\ (\mu m)$	D_f	$\omega_{min}\ (rad.mm^{-1})$
	nord	–	–	–
éprouvette 2	sud	$3,75.10^{-1}$	2,52	276
(42CD4)	est	$4,04.10^{-1}$	2,50	333
	ouest	$3,31.10^{-1}$	2,53	282
	nord	$3,59.10^{-1}$	2,35	653
éprouvette 3	sud	$3,75.10^{-1}$	2,32	685
(Stellite)	est	$3,67.10^{-1}$	2,32	685
	ouest	$3,61.10^{-1}$	2,31	723

Les propriétés mécaniques des portées des trois éprouvettes ainsi que celles du saphir sont indiquées dans le tableau 5.2. Ces propriétés sont nécessaires aux calculs prédictifs de K effectués à partir des états de surfaces. Les valeurs du Stellite, peu nombreuses dans la littérature, sont celles qui ont été mesurées durant les travaux de Allain-Morin [1988]. Le saphir a un module d'Young deux fois plus important que les éprouvettes et une dureté trois fois plus importante, ce qui justifie complètement le fait qu'il soit considéré non déformable. Par la suite, il sera donc modélisé par un plan parfaitement rigide.

Tab. 5.2: Propriétés mécaniques des éprouvettes et du saphir -

	module d'Young	coefficient de Poisson	dureté
	$E\ (GPa)$	ν	$\mathcal{H}\ (MPa)$
42CD4	210	0,3	4500
Stellite	240	0,3	4500
Saphir	440	0,3	16000

5.1.2 Confrontations sur l'éprouvette 2 (42CD4)

La figure 5.2 représente les termes diagonaux du tenseur de transmissivité **K** calculés sur chacun des relevés topographiques de l'éprouvette 2, pour une pression limite $p_{lim} = 4500\ MPa$ dans le modèle élasto-plastique parfait, correspondant à la

dureté $\mathcal{H}$ théorique du matériau après cémentation (voir Tab.5.2). Cette figure confirme la bonne isotropie des états de surface, puisque les termes diagonaux sont quasiment identiques pour chacun des relevés (écarts par rapport à la valeur moyenne $< 10\%$). On constate également une dispersion entre les calculs effectués sur chacun des relevés. Pour une pression de contact apparente donnée, l'écart type sur K est de l'ordre de 20-25% par rapport à la moyenne. Comme il a été remarqué au paragraphe 3.4.3, K est très sensible à Ra. Les écarts sur le Ra des trois relevés se répercutent d'autant plus sur l'estimation de K. Le relevé "*est*" ayant le Ra le plus grand fournit des valeurs de K les plus grandes, tandis que le relevé "*ouest*" conduit aux valeurs les plus faibles de K.

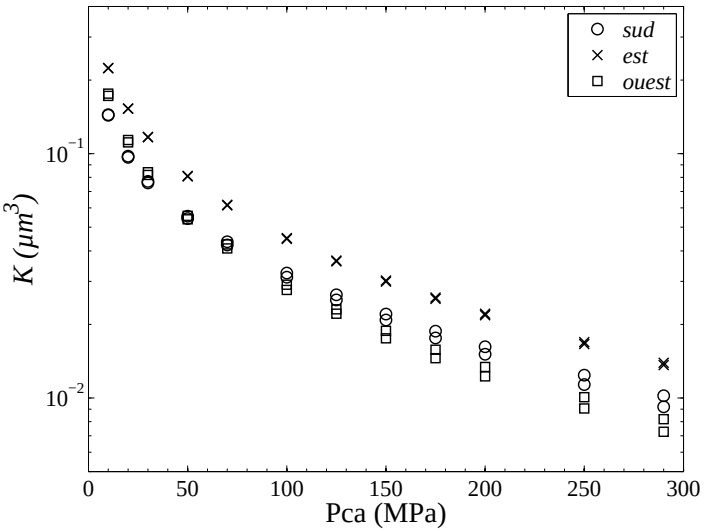


Fig. 5.2: Transmissivités K calculées sur les relevés de l'éprouvette 2 (42CD4) avec $p_{lim} = 4500\ MPa$ -

La figure 5.3 présente le comparatif entre les mesures de K et les simulations effectuées sur l'éprouvette 2, pour un cycle de charge et de décharge. Les résultats numériques représentent la valeur moyenne de la transmissivité calculée sur chacun des relevés pour $p_{lim} = 4500\ MPa$. Cette figure fait apparaître des écarts significatifs entre les essais et les simulations, en particulier pour les grandes valeurs de Pca. Pour Pca$= 290\ MPa$, $K_{\text{simulé}}/K_{\text{expérimental}} = 20$.

5.1.3 Confrontations sur l'éprouvette 3 (Stellite)

La figure 5.4 montre l'évolution des termes diagonaux de **K**, calculés sur chacun des relevés de l'éprouvette 3 avec les propriétés mécaniques du Stellite et $p_{lim} = \mathcal{H}_{Stellite} = 4500\ MPa$ dans le modèle élasto-plastique parfait. Comme pour l'éprouvette 2, on remarque une très bonne homogénéité des états de surface, car les quatre relevés fournissent des résultats sur K quasiment identiques. Les écarts maximaux par rapport à la valeur moyenne restent inférieurs à 30%, ce qui encore une fois est faible comparé

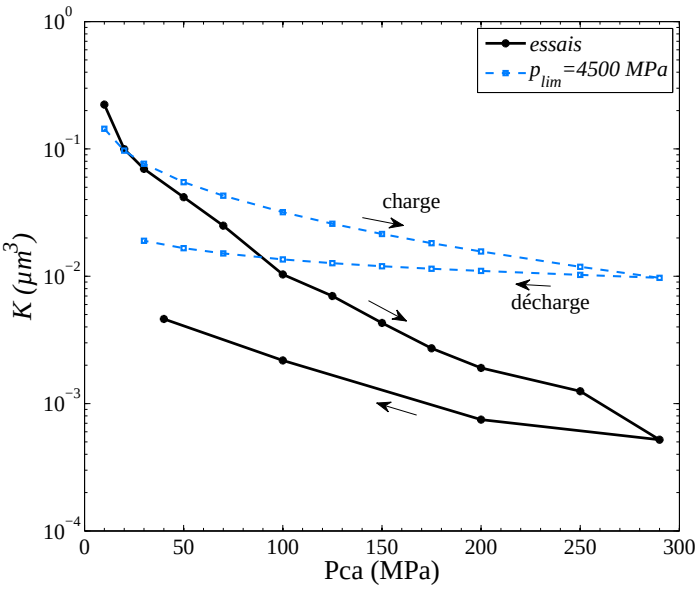


Fig. 5.3: Comparaison entre les mesures et les calculs de K effectués sur l'éprouvette 2 (42CD4) avec $p_{lim} = 4500\ MPa$ -

à la précision des mesures de transmissivité et de la gamme de variation de K sur l'intervalle de Pca considéré.

Contrairement aux résultats expérimentaux qui ont montré que l'éprouvette en Stellite a un comportement vis-à-vis de K différent des éprouvettes en 42CD4, les simulations conduisent à des résultats très proches pour les éprouvettes 2 et 3. Enfin, comme pour l'éprouvette 2, il apparaît des écarts relativement importants entre les calculs et les essais effectués sur l'éprouvette en Stellite. Pour toutes les valeurs de Pca, les simulations conduisent à une surestimation de K d'un ordre de grandeur environ.

5.1.4 Bilan des principales hypothèses

Le comparatif précédent montre un accord très moyen entre les essais et les simulations. On peut cependant noter que les calculs sont consistants avec une démarche de qualification des appareils de robinetterie car les simulations conduisent à une surestimation de K et donc du niveau de fuite. Pour améliorer les résultats, nous avons cependant analysé l'ensemble des hypothèses émises, aussi bien lors des essais que des calculs. En ce qui concerne le dispositif expérimental, des travaux antérieurs [Marie et Lasseux, 2007] ont validé la technique de mesure. De plus, les valeurs de K mesurées ont été confirmées par des essais de répétabilité. Il a d'ailleurs été montré d'une part que deux éprouvettes usinées dans le même matériau et selon le même processus ont un comportement similaire et d'autre part que l'écart type relatif sur la mesure est de l'ordre de 20%. Expérimentalement, la principale cause d'erreur pourrait provenir d'un mauvais positionnement relatif de l'éprouvette par rapport au saphir. Cependant, ceci conduirait à des débits de fuite plus grands que ce qui est prédit numériquement, ce qui n'est

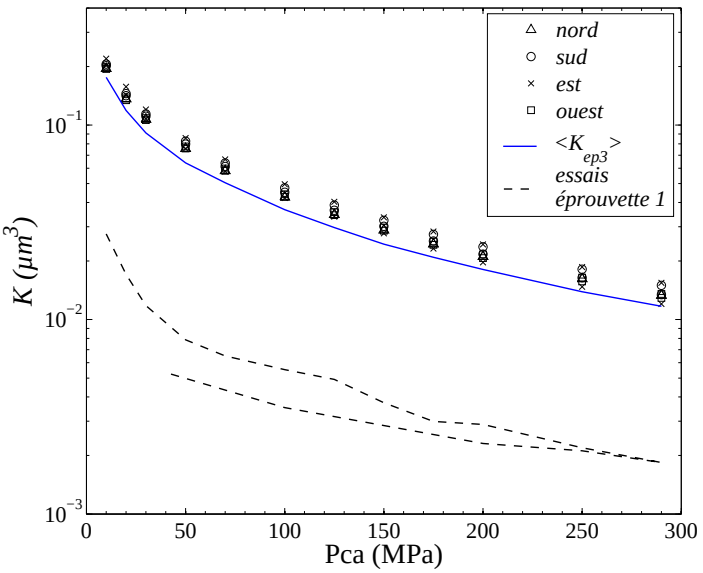


Fig. 5.4: Transmissivités K calculées sur les quatre relevés de l'éprouvette 3 (Stellite) avec $p_{lim} = 4500\ MPa$ (symboles), moyenne des transmissivités $\langle K_{ep2} \rangle$ calculées sur l'éprouvette 2 (ligne continue) et transmissivités mesurées sur l'éprouvette 3 (pointillés)

-

pas le cas.

D'après ces remarques, il apparaît donc plus probable que les erreurs soient intrinsèques aux modèles de calcul. Le bilan des hypothèses émises pour effectuer ces calculs est présenté dans le tableau 5.3. Ces dernières portent sur le calcul à l'échelle d'un élément représentatif et sur les modèles de déformation et d'écoulement. Par la suite, nous allons nous intéresser uniquement à l'éprouvette 2 qui, contrairement à l'éprouvette 3, est réalisée dans un seul matériau. Cela évitera donc toutes les questions concernant le fait que l'éprouvette soit revêtue, et en particulier de l'éventuelle présence de contraintes résiduelles dans le matériau. Encore une fois, l'idée est de se placer dans la configuration la plus simple afin de mieux comprendre les sources d'erreur.

Le calcul à l'échelle des relevés topographiques suppose que les défauts mesurés sont représentatifs de toute la portée d'étanchéité, c'est-à-dire que les états de surface sont homogènes sur toute la portée, que les surfaces n'ont pas de défauts accidentels (rayure, indent, etc...) et que les défauts aux échelles supérieures ont des amplitudes négligeables. Comme nous l'avons vu précédemment, les différents relevés réalisés sur chaque éprouvette fournissent des paramètres de rugosité identiques, confirmant ainsi l'homogénéité des états de surface. Pour s'assurer de l'absence de défauts accidentels sur les portées, les éprouvettes ont été inspectées à la lentille binoculaire avant d'être testées. L'influence des défauts de grande longueur d'onde (défaut d'ondulation par exemple) sur l'estimation de K sera quant à elle étudiée au paragraphe 5.4. Le calcul de K sur un élément représentatif impose enfin que l'effort de serrage soit uniformément réparti sur

toute la portée. Ceci est assuré expérimentalement par l'insertion de bagues déformables dans le dispositif, qui permettent de compenser les éventuels mésalignements des pièces.

Pour développer le modèle semi-analytique de déformation, nous n'avons considéré que des efforts purement normaux, ce qui est en accord avec la géométrie de contact plan / plan. Nous avons par ailleurs supposé que la zone de contact est petite devant les dimensions des pièces, et que les pentes des rugosités sont faibles, ce qui semble raisonnable compte tenu de la géométrie de l'éprouvette et du fait que la pente moyenne des rugosités est de l'ordre de 0,15. Nous avons également supposé que les matériaux avaient un comportement élasto-plastique parfait. Cette hypothèse, qui permet de réduire considérablement le problème lié à la prise en compte du comportement plastique des matériaux, s'avère relativement simpliste et probablement trop éloignée du comportement réel des matériaux. Pour tester la robustesse du modèle semi-analytique, nous comparerons au paragraphe 5.5.1 les résultats obtenus à partir de ce modèle avec ceux obtenus par une modélisation plus complète par éléments finis. Cette dernière nous permettra également de tester d'autres lois de comportement prenant en compte un écrouissage. Un certain nombre d'hypothèses a également été formulé sur le saphir afin de le considérer comme un plan lisse et indéformable. Lorsque ses propriétés mécaniques sont prises en compte dans les calculs de déformation ($E = 440\ GPa$ et $\nu = 0,3$), les résultats sont inchangés. Par ailleurs, le polissage effectué permet de le considérer comme lisse par rapport aux rugosités de l'éprouvette, et une mesure optique a montré que le défaut de planéité du saphir est négligeable car son amplitude est inférieure à 63 nm.

Un certain nombre d'hypothèses concernent quant à elles la mise en place du modèle d'écoulement. Ce dernier a été développé à partir du modèle de Stokes. La validité du modèle suppose tout d'abord que l'écoulement du fluide au travers de la fracture rugueuse est incompressible, isotherme et stationnaire. Compte tenu des conditions expérimentales, ces hypothèses sont tout à fait justifiées. Nous avons par ailleurs vérifié au paragraphe 4.2.4 qu'expérimentalement, l'écoulement était monophasique. L'hypothèse d'écoulement rampant, c'est-à-dire à faible nombre de Reynolds, et la réduction du modèle de Stokes à l'équation de Reynolds n'ont en revanche pas été validées. Ces hypothèses seront donc discutées au paragraphe 5.3. Enfin, lors du changement d'échelle, nous avons supposé que l'élément de surface sur lequel les équations sont moyennées est représentatif de toute la texture, c'est pourquoi nous avons appliqué des conditions aux limites périodiques. Dans la direction orthoradiale, cette condition est réaliste. En revanche, dans la direction radiale, la validité de conditions aux limites périodiques peut être discutée étant donné que les calculs sont effectués sur des éléments dont les dimensions sont du même ordre de grandeur que la largeur des portées. Un calcul avec des conditions aux limites de type Dirichlet sera donc effectué au paragraphe 5.3 afin de quantifier leur influence sur K.

Le dernier point concerne les propriétés mécaniques en surface des éprouvettes. Le module d'Young et le coefficient de Poisson utilisés dans les calculs correspondent à des valeurs relevées dans la littérature. Celles-ci sont bien souvent obtenues par un essai de traction, qui caractérise le comportement macroscopique des matériaux, et non le comportement en surface. La dureté utilisée pour les éprouvettes en 42CD4

Tab. 5.3: Listes des hypothèses émises pour effectuer les calculs de K

Hypothèses	**Vérification**
Calculs à l'échelle d'un élément représentatif	
Homogénéité des états de surface	*4 relevés effectués sur chaque éprouvette*
Surfaces saines (pas de rayure, pas d'indents...)	*contrôle visuel à la lentille binoculaire préalable aux expériences*
Pas de défauts macroscopiques	*à vérifier (voir paragraphe 5.4)*
Effort uniformément réparti	*insertion de bagues déformables dans le dispositif expérimental pour compenser les défauts de positionnement*
Modèle de déformation	
Hypothèse de massifs semi-infinis :	
– efforts purement normaux	– *géométrie de contact plan / plan*
– zone de contact restreinte devant les dimensions des pièces	– *dimensions de la portée d'étanchéité par rapport aux dimensions de l'éprouvette*
– pente des rugosités faible	– *pente moyenne des rugosités de l'ordre de 0,15*
Comportement élasto-plastique parfait des matériaux	*à vérifier (voir paragraphe 5.5.1)*
Saphir :	
– indéformable	– *résultats identiques lorsque les propriétés mécaniques du saphir sont prises en compte*
– parfaitement plan	– *amplitude du défaut de planéité* $< 63\ nm$
– parfaitement lisse	– *polissage optique effectué*
Modèle d'écoulement	
Modèle de Stokes :	
– fuite monophasique	– *vérification expérimentale (voir paragraphe 4.2.5)*
– écoulement incompressible	– *utilisation d'alcools et pressions de fluide expérimentales faibles (2 bars maxi)*
– écoulement isotherme	– *essais sous température régulée*
– écoulement stationnaire	– *linéarités des courbes* $m_{butanol} = f(t)$
– écoulement rampant	– *à vérifier (voir paragraphe 5.3)*
Réduction du modèle de Stokes à l'équation de Reynolds	*à vérifier (voir paragraphe 5.3)*
Conditions aux limites périodiques	*à vérifier (voir paragraphe 5.3)*
Propriétés mécaniques des matériaux en surface	*mesures du module d'Young et de la dureté par micro-indentation (voir paragraphe 5.2)*

($\mathcal{H} = 4500\ MPa$) n'a pas non plus été vérifiée par une mesure. C'est la valeur théorique obtenue par la cémentation. Par ailleurs, il est possible que le rodage ait modifié les propriétés mécaniques des portées. Pour vérifier les valeurs de $\mathcal{H}$ et E, nous avons donc réalisé des mesures par micro-indentation sur l'éprouvette 2. Le détail de cette procédure et des résultats est fourni au paragraphe 5.2.

5.2 Propriétés mécaniques des surfaces

5.2.1 Mesure de la dureté et du module d'Young par micro-indentation

La dureté est définie comme la résistance d'un matériau à la pénétration rémanente par un autre matériau plus dur. Les essais de dureté classiques consistent donc à enfoncer dans le matériau, sous une certaine charge, un indenteur très dur, et ensuite à mesurer les dimensions de l'empreinte laissée. La dureté est alors égale au rapport de la force appliquée sur l'aire de l'empreinte. Les indenteurs les plus couramment utilisés sont des billes polies en acier trempé ou carbure de tungstène, ou des pyramides en diamant. On parlera alors respectivement de dureté Brinell ou de dureté Vickers [François]. Ces méthodes classiques fournissent des résultats après la décharge de l'indenteur, mais ignorent ce qui se passe pendant le cycle de charge et de décharge. L'effet des déformations élastiques est par exemple ignoré. En enregistrant l'effort au cours de la pénétration en fonction de l'enfoncement e de l'indenteur, on a accès à des données plus riches permettant d'estimer par exemple le module d'Young, le fluage ou la relaxation de pénétration. Cette technique concerne surtout la micro- ou la nano-indentation, qui permet d'extraire les propriétés mécaniques de très petits volumes. Elle utilise principalement des indenteurs Vickers - de forme pyramidale à base carrée - ou des indenteurs Berkovich - de forme pyramidale à base triangulaire -. L'indenteur Berkovich est conçu de manière à avoir la même surface de contact que l'indenteur Vickers, et ce, quelle que soit la profondeur de pénétration. L'enregistrement de la force appliquée F en fonction de la profondeur de pénétration e, pour un cycle de charge et de décharge, a l'allure représentée sur la figure 5.5. e_p désigne la profondeur de pénétration rémanente après suppression de la force d'essai. La dureté est déterminée par la relation :

$$\mathcal{H} = F/A \tag{5.1}$$

où A est l'aire de contact projetée correspondant à la force F appliquée. Le module d'Young, à la profondeur de pénétration h_{max}, peut être déduit de la pente S_d de la tangente à la courbe en début de décharge selon les formules [Li et Bhushan, 2002] :

$$E = \frac{1-\nu^2}{\frac{1}{E_r} - \frac{1-\nu_i^2}{E_i}} \tag{5.2a}$$

$$E_r = \frac{\sqrt{\pi} S_d}{2\beta\sqrt{A}} \tag{5.2b}$$

où ν et ν_i sont respectivement les coefficients de Poisson de l'éprouvette et de l'indenteur, E_i le module d'Young de l'indenteur, β une constante dépendant de la géométrie de l'indenteur. On peut remarquer que S_d a pour dimension $\left[N.m^{-1}\right]$, c'est pourquoi ce paramètre est défini comme étant la raideur élastique du contact.

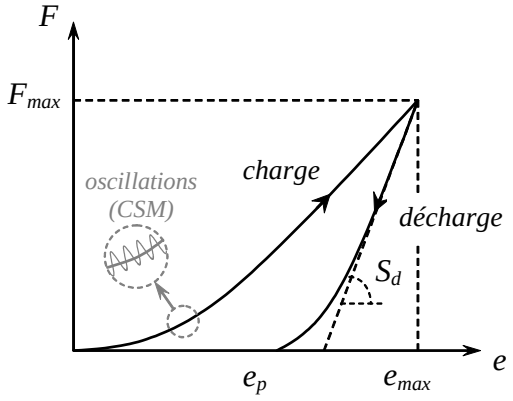


Fig. 5.5: Variation de la force F en fonction de la profondeur de pénétration e pour un cycle de charge et de décharge -

Une autre technique de mesure dynamique permet de déterminer $\mathcal{H}$ et E au cours du cycle de charge. Cette méthode, appelée *"Continuous Stiffness Measurement"* (*CSM*), consiste à superposer au cycle de charge initial une petite oscillation (voir Fig. 5.5), et à étudier la réponse du système pour en déduire la valeur de S_d [Li et Bhushan, 2002]. Grâce à cette technique, il est possible de déterminer $\mathcal{H}$ et E en fonction de la profondeur de pénétration.

5.2.2 Résultats des mesures

Les propriétés mécaniques de la portée de l'éprouvette 2 ont été mesurées par micro-indentation et en utilisant la *CSM*. D'après la norme NF EN ISO 14577-1, la rugosité des surfaces peut entraîner une incertitude de mesure, en particulier si la profondeur de pénétration est faible. Pour pallier à ce problème, il est nécessaire de polir au préalable les surfaces. Nous avons donc effectué un polissage mécanique des surfaces. Pour vérifier que ce procédé n'avait pas d'effet sur les propriétés mécaniques des surfaces, des essais ont également été effectués sur la surface non polie. Dans chaque cas, une vingtaine d'indentations ont été réalisées.

Les figures 5.6 et 5.7 représentent respectivement les valeurs de dureté $\mathcal{H}$ et de module d'Young E mesurées sur la surface polie en fonction de la profondeur de pénétration e. Bien que les mesures réalisées sur la surface non polie soient plus dispersées, les valeurs moyennes de $\mathcal{H}$ et E obtenues sur la surface brute sont identiques à celles de la surface polie, ce qui signifie que le polissage n'a pas modifié les propriétés mécaniques de la surface. Les mesures ont été réalisées jusqu'à une profondeur de 1 μm, qui est du

même ordre de grandeur que l'amplitude des rugosités.

A faible valeur de e, les dispersions sur $\mathcal{H}$ et E sont relativement importantes. Elles peuvent être liées à un effet de surface et plus particulièrement aux rugosités, qui ne sont pas totalement supprimées par le polissage. $\mathcal{H}$ et E prennent une valeur maximale pour $e \approx 0,05\ \mu m$. A partir d'une profondeur de $0,5\ \mu m$, toutes les mesures fournissent sensiblement le même résultat. A la profondeur maximale de pénétration, la valeur moyenne de la dureté est de 5400 MPa et le module d'Young de 226 GPa. La valeur de $\mathcal{H}$ est légèrement supérieure à celle attendue (4500 MPa) tandis que la valeur de E est tout à fait en accord avec celles fournies par la littérature. Cependant, ces écarts sur $\mathcal{H}$ ne permettent pas d'expliquer les écarts importants entre les essais et les simulations, puisque le fait d'augmenter la dureté du matériau, c'est-à-dire p_{lim}, va conduire à des pressions de contact plus importantes et donc à des aires de contact plus faibles. Ceci va tendre à augmenter l'ouverture et les simulations surestimeront donc encore d'autant plus les valeurs de K mesurées.

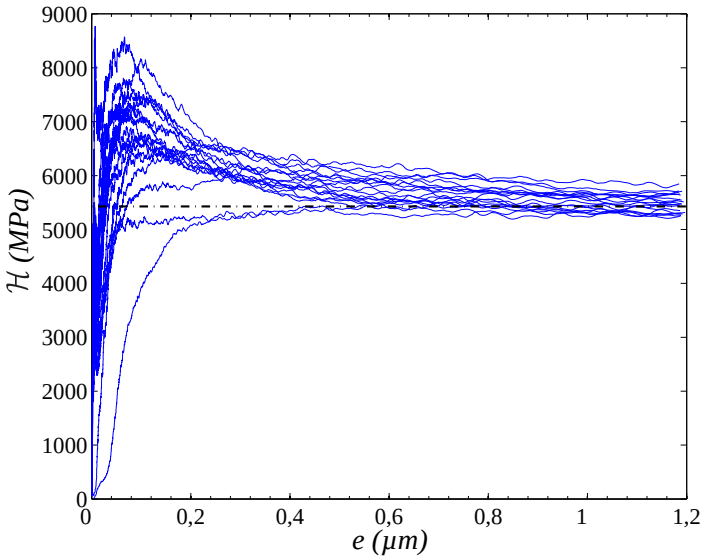


Fig. 5.6: Duretés $\mathcal{H}$ mesurées par micro-indentation sur l'éprouvette 2 en fonction de la profondeur de pénétration e de l'indenteur -

5.3 Validation du modèle de Reynolds

5.3.1 Hypothèse d'écoulement rampant

Dans ce paragraphe nous nous intéressons aux hypothèses qui ont été effectuées pour écrire l'équation de Reynolds. Pour résoudre le problème d'écoulement du fluide au travers de la fracture rugueuse, nous avons tout d'abord supposé que le nombre de Reynolds Re est petit devant $1/\varepsilon$, c'est-à-dire que l'écoulement est rampant. Nous allons vérifier cette condition a posteriori à partir des valeurs expérimentales de

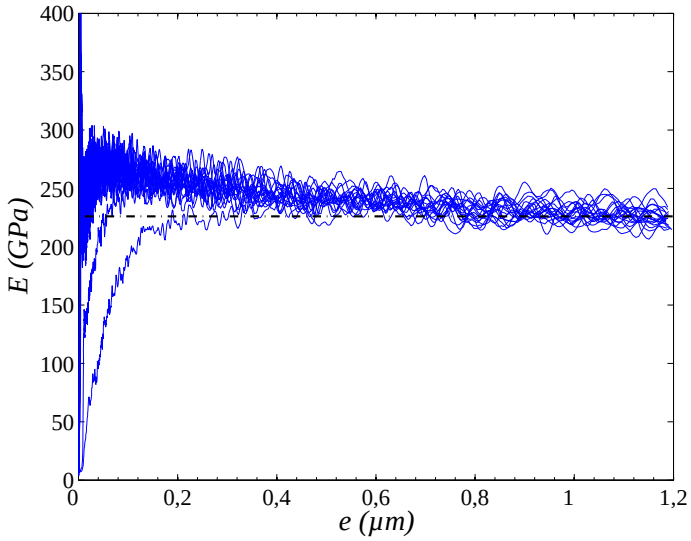


Fig. 5.7: Modules d'Young E mesurés par micro-indentation sur l'éprouvette 2 en fonction de la profondeur de pénétration e de l'indenteur -

transmissivités présentées au chapitre 4.

L'expression du nombre de Reynolds dépend du problème étudié. Dans le cas d'un écoulement au travers d'une fracture rugueuse, nous avons établi, d'après la forme adimensionnée de l'équation de Navier-Stokes présentée au paragraphe 2.2.1, que Re prend la forme :

$$Re = \frac{\rho u^0 h^0}{\mu} \tag{5.3}$$

L'équation de Reynolds (2.14) permet d'exprimer la vitesse caractéristique u^0. Dans ce cas, il vient :

$$Re = \frac{\rho (h^0)^3}{12\mu^2} \frac{\Delta P}{l} \tag{5.4}$$

Un estimateur raisonnable pour $\frac{(h^0)^3}{12}$ est K, ce qui conduit à :

$$Re = \frac{\rho K}{\mu^2} \frac{\Delta P}{l} \tag{5.5}$$

où ρ et μ sont respectivement la masse volumique et la viscosité dynamique du fluide qui fuit au travers du contact, K la transmissivité du contact, Δp la différence de pression de part et d'autre du contact et l la largeur du contact.

Dans les conditions expérimentales, nous mesurons des fuites de butanol au travers d'un contact rugueux de 1 mm de large. Nous avons donc :

$$\rho_{butanol} = 808 \ kg.m^{-3}$$

$$\mu_{butanol} = 2,73.10^{-3}\ Pa.s$$

$$l = 1.10^{-3}\ m$$

$$\Delta P = 2.10^{5}\ Pa$$

$$K = 5.10^{-19}\ m^3$$

Nous avons choisi des valeurs de Δp et de K qui sont caractéristiques des valeurs expérimentales et qui maximisent Re. Ces valeurs nous donnent :

$$Re = 1,1.10^{-2} << 1 \leq \frac{1}{\varepsilon},\ \text{car}\ \varepsilon \leq 1$$

D'après la valeur de Re déterminée expérimentalement, l'écoulement peut donc être considéré comme rampant, ce qui signifie que les effets inertiels sont négligeables dans l'équation de Navier-Stokes. Ce résultat valide ainsi l'utilisation du modèle de Stokes pour décrire le transport visqueux du fluide.

5.3.2 Approximation de Reynolds

Comme nous l'avons montré dans le chapitre 2, lorsque le champ d'ouverture est à faibles variations, c'est-à-dire quand le facteur d'échelle est suffisamment faible ($\varepsilon << 1$), le modèle de Stokes se réduit à l'équation de Reynolds. Afin de vérifier si cette condition est satisfaite, et ainsi valider l'approximation de Reynolds dans le cas des fractures rugueuses considérées dans ce travail, nous avons comparé les transmissivités obtenues à partir du modèle de Reynolds avec celles obtenues à partir d'une résolution par éléments finis (à l'aide du logiciel commercial *Comsol Multiphysics*) du modèle de Stokes. Les problèmes sont résolus à travers une fracture formée par deux surfaces rugueuses auto-affines (Fig. 5.8) générées selon la méthode présentée au paragraphe 3.3.1. La résolution du modèle de Stokes nécessite de mailler en 3-D la fracture rugueuse, contrairement à l'équation de Reynolds, qui est une équation 2-D. Pour limiter le nombre de données, les surfaces sont donc discrétisées par 50×50 points sur une grille régulière de taille $49 \times 49\ \mu m$. Le maillage de la fracture est libre et composé de tétraèdres. Nous avons par ailleurs vérifié que le maillage était suffisamment fin pour que les résultats n'en dépendent pas. Deux fractures ont été considérées. La première est réalisée par deux surfaces rugueuses générées avec $D_f = 2,5$ et $Ra = 0,4\ \mu m$ et la seconde avec $D_f = 2,5$ et $Ra = 1,0\ \mu m$. Pour simplifier la description du problème, les surfaces n'ont pas été écrasées et le contact ne se produit qu'en un seul point.

Dans le tableau 5.4 apparaissent les transmissivités calculées sur chacune des deux fractures avec les équations de Reynolds d'une part, et de Stokes d'autre part. Les transmissivités ont été calculées dans les deux directions orthogonales x et y.

D'après ce tableau, les écarts entre $K_{Reynolds}$ et K_{Stokes} sont du même ordre de grandeur dans les directions x et y et ils sont plus importants quand Ra augmente,

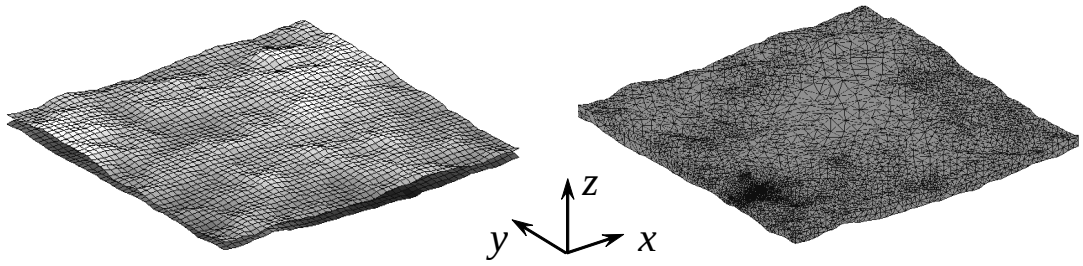


Fig. 5.8: Fracture rugueuse considérée (à gauche) et son maillage (à droite) -

c'est-à-dire quand ε augmente (h^0 augmente mais pas l^0). Ils sont de l'ordre de 7% pour $Ra = 0,4\ \mu m$ et de 30% pour $Ra = 1,0\ \mu m$. On notera aussi, comme attendu [Mourzenko et al., 1995], que la transmissivité estimée à l'aide du modèle de Reynolds est systématiquement supérieure à celle calculée avec le modèle de Stokes.

On peut noter d'une part que les fractures étudiées dans le cadre de la thèse sont similaires au cas n°1 ($Ra = 0,4\ \mu m$), ce qui valide l'utilisation de l'équation de Reynolds pour les surfaces rodées considérées jusqu'à présent, et d'autre part que, compte tenu des résultats expérimentaux concernant la répétabilité des mesures, des écarts de 30% sur l'extimation de K restent tout à fait acceptables. Enfin, on peut remarquer que les déformations des surfaces, non considérées ici, vont tendre à diminuer ε, car h^0 va diminuer avec le serrage mais pas l^0. Les erreurs dues à l'approximation de Reynolds auront donc tendance à diminuer avec l'augmentation de Pca.

Tab. 5.4: Comparaison des transmissivités obtenues à partir des équations de Reynolds et de Stokes -

Ra (μm)	$K_{Reynolds}$ (μm^3)	K_{Stokes} (μm^3)	$\frac{K_{Reynolds}}{K_{Stokes}}$	
$0,4$	$0,88$	$0,82$	$1,07$	(x)
	$0,79$	$0,75$	$1,05$	(y)
$1,0$	$13,7$	$10,3$	$1,33$	(x)
	$12,3$	$9,7$	$1,27$	(y)

5.3.3 Influence des conditions aux limites sur K

Lors du changement d'échelle, nous avons supposé que l'élément sur lequel sont moyennées les équations est représentatif de toute la texture, c'est pourquoi nous avons appliqué des conditions aux limites périodiques. Afin de s'assurer que ces dernières n'introduisent pas d'erreur sur l'estimation de K, nous avons testé leur influence en

résolvant le problème de Reynolds initial (Eqs. 2.16) avec des conditions aux limites de type Dirichlet (pressions imposées sur les bords). Comme indiqué précédemment, ceci peut être justifié par le fait que dans l'expérience, la largeur du contact (1 mm) est proche de la taille des éléments sur lesquels sont effectués les calculs.

Sur la figure 5.9, nous avons représenté les transmissivités calculées sur le relevé topographique "sud" de l'éprouvette 2 avec respectivement des conditions aux limites périodiques et de Dirichlet. D'après ce graphe, on constate que les conditions aux limites périodiques n'engendrent pas d'erreur sur le calcul de K, car les résultats sont rigoureusement identiques.

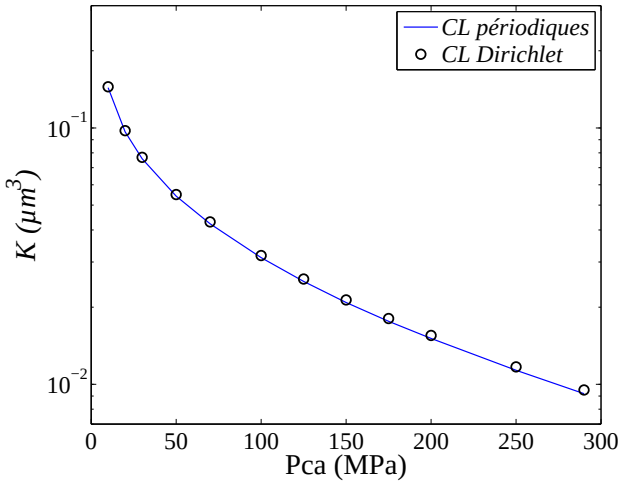


Fig. 5.9: Influence des conditions aux limites sur le calcul de K -

5.4 Effet des défauts macroscopiques

Jusqu'à présent, nous avons supposé que les relevés topographiques sur lesquels étaient effectués les calculs de K étaient représentatifs de l'ensemble des états de surface de la portée d'étanchéité. Dans ce paragraphe, nous allons vérifier la validité de cette hypothèse en comparant les prédictions de K obtenues précédemment avec celles que l'on obtiendrait en prenant en compte la totalité de la portée d'étanchéité, c'est-à-dire en incluant dans les calculs les éventuels défauts macroscopiques (défauts de planéité ou d'ondulation).

Les techniques de mesure optique actuelles telles que l'interférométrie ne permettent pas d'extraire directement des relevés topographiques dont les dimensions sont supérieures à des valeurs de l'ordre du millimètre. Pour réaliser des relevés de surfaces de plus grande étendue (quelques mm), il faut effectuer une série de mesures et assembler les différents relevés afin de reconstruire l'ensemble de la texture (processus de "*stitching*"). Ces mesures sont relativement longues et engendrent un nombre de points très important.

Dans ce travail, nous reconstruisons les défauts de l'ensemble de la portée par superposition des défauts microscopiques et macroscopiques. Les défauts macroscopiques sont mesurés avec un palpeur mécanique, qui permet d'obtenir une bonne précision de mesure et sur plusieurs mm, en un temps réduit. Ne pouvant estimer K de façon directe sur l'ensemble de cette texture, à cause du nombre de points trop important, nous effectuons le calcul grâce à un second changement d'échelle. La méthode mise en place est présentée dans le paragraphe 5.4.2.

5.4.1 Mesures des défauts macroscopiques par palpage mécanique

Les mesures des défauts macroscopiques (typiquement de longueur d'onde de plusieurs millimètres) ont été réalisées par profilométrie mécanique . Cette technique de mesure par contact consiste à enregistrer le déplacement vertical d'un palpeur qui se déplace à vitesse constante sur la surface à mesurer. Pour suivre le relief de la surface, le palpeur est soumis à une force qui doit cependant rester suffisamment faible pour ne pas détériorer les états de surface. Dans ces appareils, on rencontre principalement deux types de capteur pour mesurer les déplacements verticaux du palpeur : les capteurs inductifs et les capteurs optiques [Stout et al., 2000]. Le profilomètre utilisé (*Talyron 365*) possède un capteur inductif. Le principe de la mesure repose sur les variations d'un champ magnétique engendrées par les déplacements du bras du palpeur. Ce type de capteur possède une grande précision (résolution de $0,006$ μm pour une plage de mesure de $+/-$ $0,2$ mm), en particulier grâce à l'absence de contact entre le palpeur et le capteur.

Sur le *Talyron 365*, la pièce à mesurer est montée sur une broche à palier pneumatique tournante d'une grande précision (résolution angulaire de $0,02^{\circ}$ et précision radiale de $0,02$ μm). Cette broche se déplace selon 5 degrés de liberté (3 rotations et 2 translations), ce qui permet ainsi de positionner la pièce à mesurer de façon optimale en effectuant son centrage et son nivellement. Le palpeur est fixe et la rotation de la broche permet d'extraire des profils circonférentiels de rugosité (voir Fig. 5.10).

Sur la figure 5.11 sont représentés les défauts mesurés sur l'éprouvette 2 sur deux rayons différents. Ces tracés représentent les variations de hauteur d'un contour en fonction de la position angulaire de la broche. Le palpeur utilisé est une pointe en rubis de diamètre 1 mm.

Dans le dispositif expérimental, le défaut de parallélisme de l'éprouvette est compensé par des bagues déformables (voir paragraphe 4.1.1). Ne contribuant pas aux fuites mesurées dans le dispositif, ce défaut ne sera pas considéré dans le calcul de K à l'échelle de la portée d'étanchéité. Les relevés représentés sur la figure 5.11 ont donc été redressés par un plan pour éliminer le défaut de parallélisme.

Les relevés 1 et 2 ont été effectués respectivement sur le bord et au milieu de la portée. La présence de bavures sur le bord de la portée peut être à l'origine du fait que les amplitudes des défauts du relevé 1 sont légèrement plus importantes que celles du relevé 2. La présence d'éventuelles de bavures ne permet cependant pas d'expliquer les

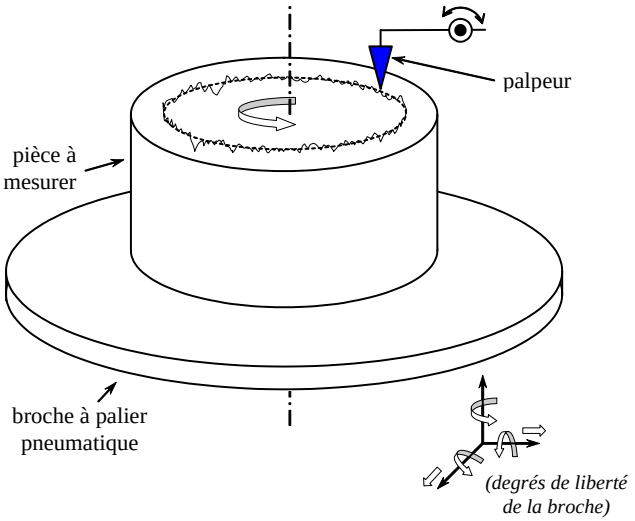


Fig. 5.10: Principe de la mesure des défauts d'ondulation par palpage mécanique -

écarts entre essais et simulations. En effet, si elles étaient considérées dans les calculs, elles conduiraient encore à augmenter les valeurs de K estimées par les modèles.

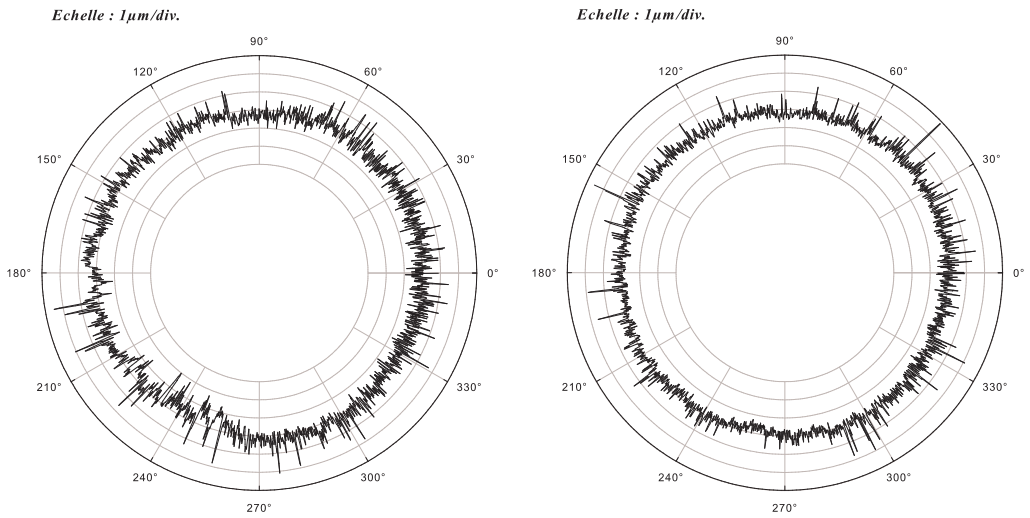
Les deux profils ont également été représentés sur la figure 5.12. Pour faire apparaître les défauts de grande longueur d'onde, les mesures ont de plus été filtrées de manière à ce que toutes les longueurs d'onde inférieures à $0,5\ mm$ soient supprimées. Ces profils filtrés montrent que les défauts de grande longueur d'onde ont une amplitude du même ordre de grandeur que les défauts de petite longueur d'onde (rugosité). Les Ra calculés sur ces relevés sont de l'ordre de $0,35\ \mu m$. Ceci était prévisible puisque le rodage est un processus utilisé pour supprimer les défauts de planéité et d'ondulation.

Remarque :

Des relevés circonférentiels de profil, également réalisées sur l'éprouvette en Stellite, n'ont pas été présentés car ils sont complètement similaires à ceux représentés sur les figures 5.11 et 5.12.

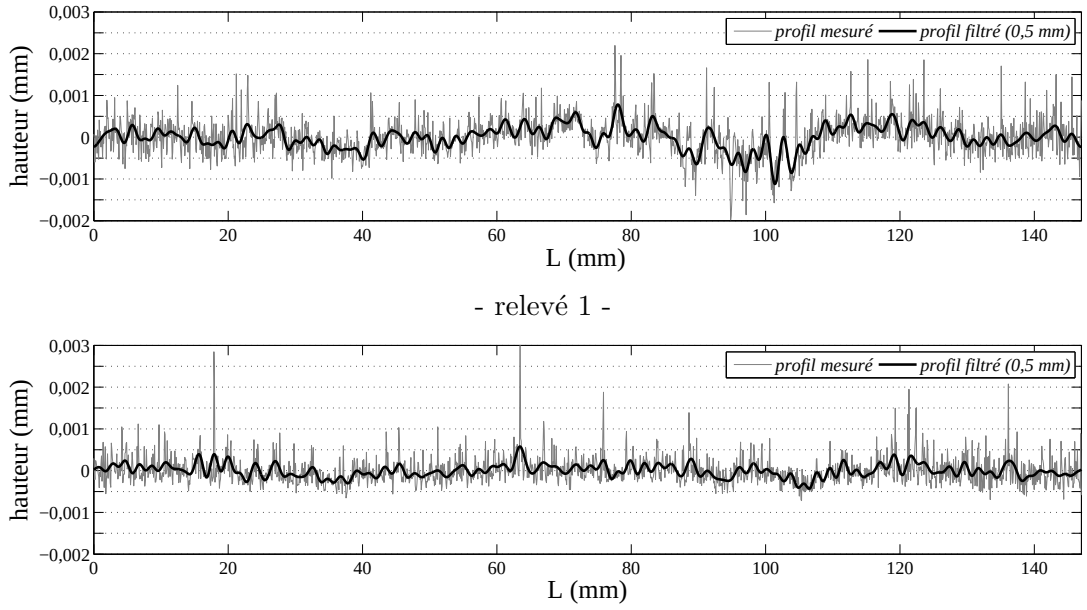
5.4.2 Calcul de K sur l'ensemble de la portée - Méthode de découplage des échelles microscopiques et macroscopiques

De même que pour la détermination expérimentale de K, nous considérons dans les calculs une portée d'étanchéité "déroulée". Les états de surface de toute la portée sont obtenus par superposition des défauts microscopiques et macroscopiques. Les défauts microscopiques sont générés numériquement selon la méthode présentée au chapitre 3 et avec les paramètres du relevé "sud" de l'éprouvette 2 définis dans le tableau 5.1. Les dimensions fixées sont proches de celles de la portée ($L_x = l = 0,46\ mm$ et $L_y = L = 147\ mm$) et les pas d'échantillonnage sont les mêmes que ceux définis par la mesure par interférométrie en lumière blanche ($\Delta_x = 0,96\ \mu m$ et $\Delta_y = 0,82\ \mu m$). Ces



- relevé 1 - - relevé 2 -

Fig. 5.11: Défauts de l'éprouvette 2 (42CD4) mesurés en fonction de la position angulaire par palpage mécanique et sur toute la portée -



- relevé 1 -

- relevé 2 -

Fig. 5.12: Profils de hauteur de l'éprouvette 2 filtrés à $0,5\ mm$ -

paramètres conduisent à une surface macroscopique discrétisée avec 480×178112 points. La présence de la fréquence de coupure ω_{min} assure le fait que les défauts microscopiques ne présentent pas de propriétés d'auto-affinité à des échelles plus grandes que celles des relevés par interférométrie, bien que la surface générée soit bien plus grande.

Le profil de hauteur décrivant les défauts macroscopiques, considéré identique

dans toute la largeur de la portée, est ensuite superposé aux défauts microscopiques générés. Pour connaître le champ de hauteur des défauts macroscopiques aux noeuds de la grille décrivant la surface générée, nous effectuons une interpolation linéaire sur le profil mesuré.

La surface ainsi obtenue comporte un nombre de points très important, qui ne nous permet pas d'effectuer un calcul direct de transmissivité. Si on augmente le pas d'échantillonnage Δ, l'estimation de K sera moins précise, en particulier aux pressions de contact importantes. Diminuer la longueur d'échantillonnage L conduirait à ne pas considérer les défauts de grande longueur d'onde. Pour conserver les valeurs initiales de Δ et L, nous avons donc mis en place une démarche consistant à découpler les différentes échelles lors des calculs. Le principe de la démarche, schématisé sur la figure 5.13, est le suivant. Un calcul de déformation est d'abord effectué sur la portée complète d'étanchéité sous-échantillonnée (30×11132 points). Ce calcul permet d'évaluer de façon approchée la répartition des pressions de contact sur la portée. La transmissivité locale k_i d'un élément représentatif est alors calculée à partir de la pression moyenne p_i appliquée que l'on détermine à partir des pressions sur chaque maille de la grille 30×11132. La transmissivité globale est ensuite estimée en associant en parallèle toutes les transmissivités locales des éléments représentatifs.

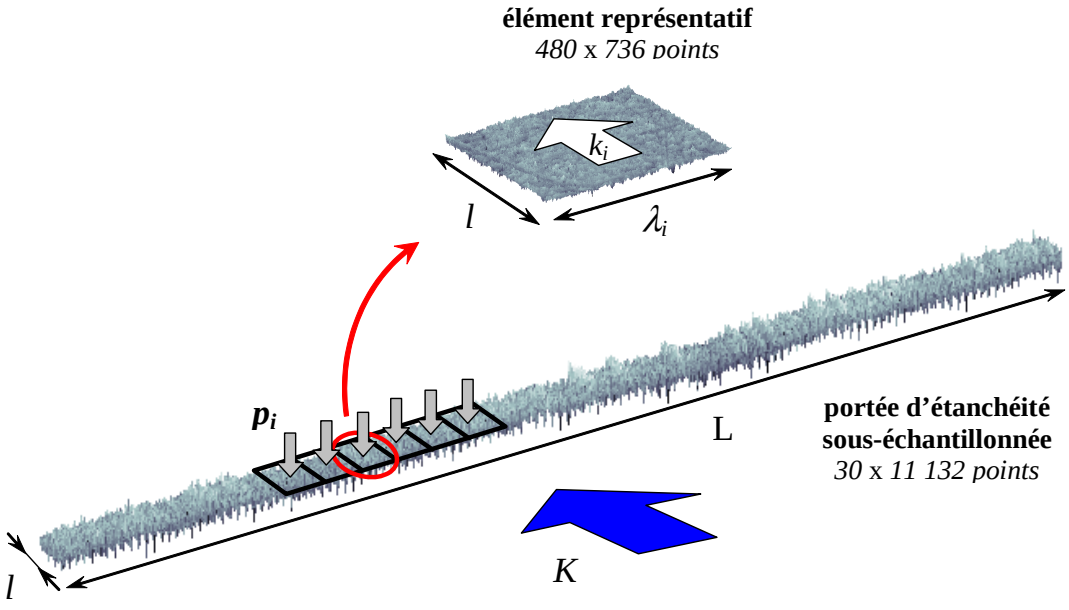


Fig. 5.13: Calcul de la transmissivité sur toute la portée d'étanchéité par découplage des échelles microscopiques et macroscopiques -

La relation entre K et l'ensemble des k_i se déduit en écrivant les équations reliant le débit de fuite à la différence de pressions. A l'échelle d'un élément représentatif de

largeur λ_i, on sait que :

$$\frac{q_i}{\lambda_i} = \frac{k_i}{\mu}\frac{\Delta P}{l} \tag{5.6}$$

A l'échelle L de la portée d'étanchéité, le débit Q_v s'écrit :

$$\frac{Q_v}{L} = \frac{K}{\mu}\frac{\Delta P}{l} \tag{5.7}$$

μ étant la viscosité du fluide et ΔP la différence de pression de part et d'autre du contact.

On sait de plus que le débit global est égal à la somme des débits de chaque maille :

$$Q_v = \sum_i q_i \tag{5.8}$$

ce qui à l'aide des équations (5.6) et (5.7) permet d'aboutir au résultat classique que la transmissivité globale K est égale à :

$$K = \frac{\sum_i \lambda_i k_i}{L} \tag{5.9}$$

Remarque :

Si tous les éléments représentatifs ont les mêmes dimensions, K est égal à la moyenne arithmétique simple des k_i.

5.4.3 Influence du défaut macroscopique sur l'estimation de la transmissivité de l'éprouvette 2 (42CD4)

Sur la figure 5.14, nous avons représenté la comparaison des transmissivités de l'éprouvette 2, calculées à l'échelle d'un élément représentatif d'une part (ligne continue) et calculées sur toute la portée selon la méthode de découplage des échelles présentée précédemment d'autre part (symboles). Les valeurs numériques correspondant à quelques valeurs de charge sont indiquées dans le tableau 5.5. Tous ces résultats montrent que la prise en compte des défauts macroscopiques a très peu d'influence sur l'estimation de K, excepté aux faibles valeurs de Pca. Comme on peut le remarquer, pour Pca = 10 MPa, il y a un facteur $1,6$ entre les transmissivités, tandis que pour Pca = 100 MPa, le facteur n'est plus que de $1,2$. Encore une fois, à faible serrage, c'est-à-dire quand les surfaces sont peu écrasées, les fuites sont principalement dues aux défauts de grandes longueurs d'onde. Lorsque Pca augmente, ces défauts s'écrasent rapidement. Les fuites ne sont alors dues qu'à la rugosité des surfaces. De plus, comme nous l'avons constaté sur les mesures par palpage (Figs. 5.11 et 5.12), les défauts macroscopiques ont des amplitudes du même ordre de grandeur que celles des défauts microscopiques. Leur influence sur les fuites est donc relativement peu importante. Ces résultats diffèrent de ceux qui avaient été obtenus sur des éprouvettes tournées. Pour ce type de surfaces, l'amplitude du défaut d'ondulation est généralement plus importante, c'est pourquoi il faut intégrer ce défaut pour calculer K [Marie et al., 2003].

Ces résultats indiquent donc que la prise en compte des défauts de grande longueur d'onde ne permet pas d'expliquer les écarts entre les résultats expérimentaux et les estimations issues des modèles. En effet, la prise en compte de ces défauts tant à augmenter la valeur de K et donc à accroître cet écart. Par ailleurs, l'influence n'est notable qu'à faible serrage et reste inférieure à 20% si Pca $>$ 100 MPa, ce qui ne remet pas en cause l'estimation de K sur une surface considérée comme représentative de toute la portée.

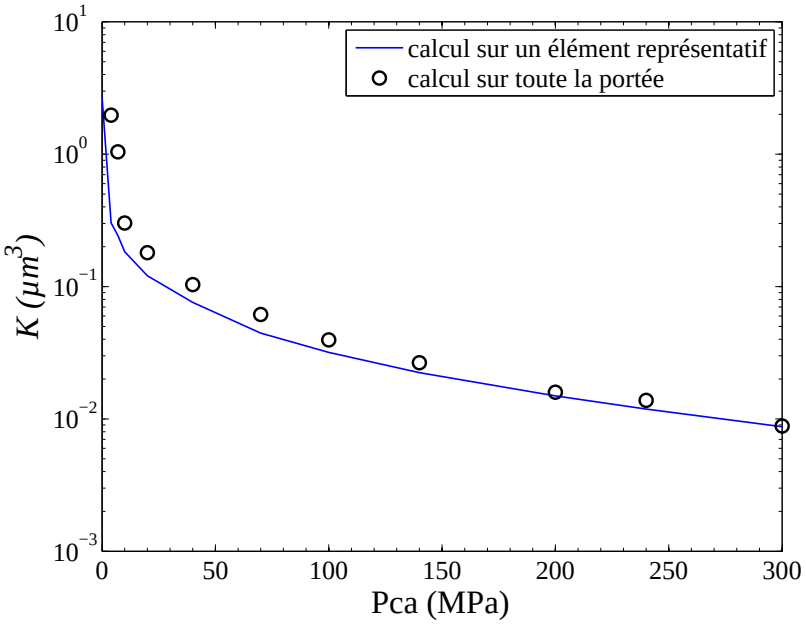


Fig. 5.14: Influence du défaut macroscopique sur l'estimation de la transmissivité K de l'éprouvette 2 (42CD4) -

Tab. 5.5: Comparaison des transmissivités K calculées sur un élément représentatif ou sur toute la portée d'étanchéité -

		Pca (MPa)			
		10	100	200	300
K (μm^3)	élément représentatif	0,183	0,032	0,015	0,009
	portée complète	0,302	0,039	0,016	0,010
$\frac{K_{\text{portée complète}}}{K_{\text{élément représentatif}}}$		1,65	1,22	1,06	1,11

5.5 Étude du modèle de déformation

5.5.1 Modélisation du contact par éléments finis sous *Code_Aster*

Précédemment, nous avons validé les hypothèses émises dans le modèle d'écoulement, montré la pertinence des calculs réalisés à l'échelle d'un élément représentatif de la rugosité et vérifié les valeurs des propriétés mécaniques de la portée de l'éprouvette 2. Nous allons maintenant nous intéresser au modèle de déformation semi-analytique, et notamment étudier la validité de la loi de comportement considérée. Cette loi est simplifiée, d'une part parce que le critère de plasticité est appliqué sur les pressions de contact et non sur les contraintes (qui ne sont pas connues), et d'autre part parce que nous avons assimilé le comportement des matériaux à un comportement élasto-plastique parfait. Comme nous l'avons précisé dans le paragraphe 2.1.2, l'implémentation dans le code semi-analytique d'une loi avec écrouissage est relativement complexe et conduit à des temps de calcul bien plus importants. Nous avons donc choisi d'effectuer une modélisation du contact par éléments finis à l'aide de *Code_Aster*, logiciel développé et distribué librement par EDF (*www.code-aster.org*), afin de tester la robustesse du code semi-analytique et d'étudier l'influence de la loi de comportement sur l'estimation de K. De même que précédemment, le contact est réalisé par une surface rugueuse déformable serrée contre un plan lisse et parfaitement rigide.

Choix d'une surface représentative

Contrairement au modèle semi-analytique, la résolution du problème de contact par éléments finis nécessite une discrétisation volumique du problème pour déterminer les contraintes dans le massif, ce qui implique un nombre d'inconnues beaucoup plus important. Il n'est donc plus possible de considérer des surfaces discrétisées avec un grand nombre de points comme précédemment.

Dans une première étape, il faut donc choisir une surface sous-échantillonnée qui n'engendre pas des temps de calcul trop longs et qui ne nécessite pas des ressources mémoires trop importantes. Cette surface doit être également suffisamment représentative des surfaces considérées jusqu'à présent. Au paragraphe 3.4.1, nous avons montré que K est peu sensible au pas d'échantillonnage Δ, dans la gamme de serrage considérée ici ($Pca \leq 300\ MPa$), et que des dispersions peuvent apparaître quand la longueur d'échantillonnage L devient faible. En suivant ces critères, la surface qui sert de base aux calculs a donc été générée numériquement avec les paramètres de rugosité du relevé "*est*" de l'éprouvette 2 déterminés au paragraphe 5.1.1 ($Ra = 0,4\ \mu m$, $D_f = 2,5$ et $\omega_{min} = 333$) et en adoptant un compromis sur le choix des valeurs de Δ et de L. Celles-ci ont été fixées par rapport aux paramètres des surfaces mesurées par interférométrie (voir Tab. 3.1) :

- $n_x = n_y = 31\ points$,
- $\Delta_x = 8 \times 0,96 = 7,68\ \mu m$ et $\Delta_y = 8 \times 0,82 = 6,56\ \mu m$,
- $L_x = 230,4\ \mu m$ et $L_y = 196,8\ \mu m$.

Comme on peut le remarquer, cette surface n'est décrite que par 31×31 points. Avant de procéder à l'étude sous *Code_Aster*, nous avons donc tout d'abord vérifié la pertinence des calculs effectués sur un tel élément en confrontant les résultats obtenus avec un relevé topographique de l'éprouvette 2, échantillonné par 480×736 points.

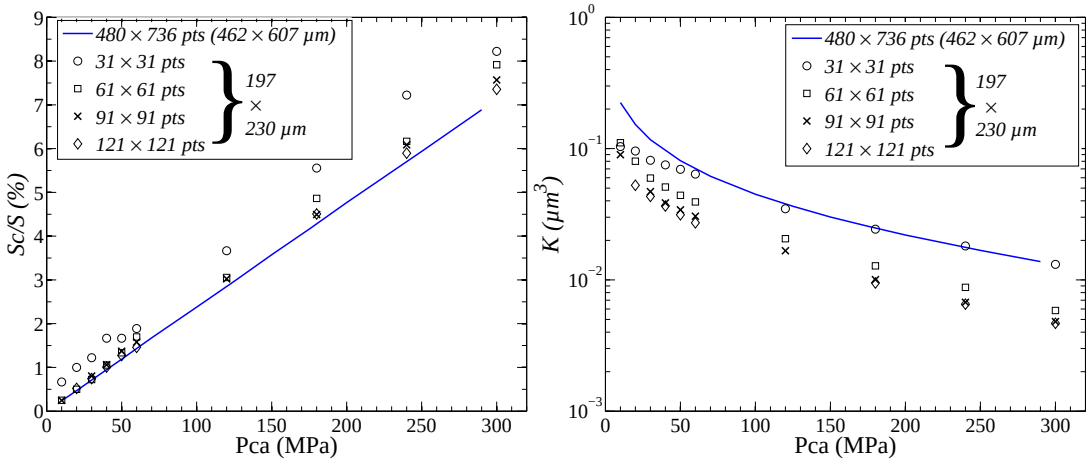
Sur la figure 5.15a, nous avons représenté la comparaison des aires de contact Sc/S entre le relevé topographique (480×736 points) et la surface générée (31×31 points). Ces calculs ont été effectués avec le modèle semi-analytique. Le nombre de nœuds décrivant la surface générée étant faible, nous avons également représenté l'influence de sa discrétisation sur le calcul de Sc/S. Pour cela, Δ_x et Δ_y ont été divisés par 2, 3 et 4 de manière à obtenir des surfaces "sur-échantillonnées" par respectivement 61×61, 91×91 et 121×121 points. Les hauteurs des points intermédiaires ont été obtenues par interpolation linéaire sur la grille initiale. Cette figure montre que le calcul sur la surface générée initialement manque de précision du fait de sa discrétisation très grossière. Cela provient du fait que dans le modèle semi-analytique, si un nœud est en contact, on considère que toute la maille associée est en contact. La taille des mailles est donc trop importante pour obtenir une bonne précision. Lorsque l'on raffine le maillage, on obtient un comportement convergent. La discrétisation par 61×61 points offre des résultats satisfaisants, car les écarts sur Sc/S par rapport à une discrétisation par 91×91 points sont inférieurs à 5%. Les aires de contact estimées sur cette surface (61×61 points) sont également en bon accord avec celles estimées directement sur le relevé topographique (maillage 736×480 points) puisque les écarts sont de l'ordre de 10%.

Sur la figure 5.15b, nous avons comparé les transmissivités K calculées avec la surface générée initialement d'une part et avec le relevé topographique d'autre part. De la même manière, nous avons également étudié l'effet de la finesse du maillage de la surface générée. L'influence de la discrétisation peut intervenir au niveau du calcul des déformations, comme nous l'avons vu précédemment, mais également au niveau du calcul de K à partir du champ d'ouverture. Sans détailler tous les résultats, nous avons vérifié que, hormis pour la surface générée initialement (31×31 points), le sur-échantillonnage du champ d'ouverture n'a pas d'effet sur K. D'après la figure 5.15b, il apparaît que comme pour le calcul de Sc/S, il faut par contre sur-échantillonner la surface telle que générée initialement pour obtenir une bonne précision sur le calcul de K. Avec le premier raffinement (61×61 points), la précision sur K est acceptable car les écarts entre les deux discrétisations - 61×61 et 91×91 points - sont de l'ordre de 25-30 %. Par ailleurs, les écarts sur K avec le relevé topographique n'excèdent pas un facteur 2.

Remarque :

Sur les surfaces que nous avons considérées dans les chapitres précédents, nous n'avons pas observé d'effet de raffinement du maillage, tant pour le calcul de déformation que pour le calcul de K. Cela provient du fait que ces surfaces sont échantillonnées avec un nombre de points plus important. Ici, l'effet du maillage est donc bien lié à la discrétisation très grossière de la surface générée.

D'après les calculs effectués avec le modèle semi-analytique, la surface générée est représentative d'un relevé topographique, à condition de sur-mailler. Par la suite, nous étudierons également l'influence de la finesse du maillage sur les calculs par éléments finis.



(a) (b)

Fig. 5.15: Comparaison (a) des aires de contact Sc/S et (b) des transmissivités K obtenues à partir d'un relevé topographique (480×736 points) et à partir de la surface sous-échantillonnée (31×31 points). Influence du maillage sur les résultats -

Définition du maillage et des conditions aux limites

Le maillage du massif déformable doit être suffisamment fin en surface pour rendre compte de la géométrie de la surface rugueuse et permettre une précision dans les calculs tout en restant grossier en profondeur afin de ne pas engendrer un nombre de mailles trop important. La stratégie de maillage choisie est relativement simple. La surface est d'abord maillée à l'aide de triangles, qui sont ensuite extrudés dans la profondeur. Le maillage résultant (voir Fig. 5.16) est composé de prismes à base triangulaire dont la hauteur croît dans la profondeur et les éléments sont linéaires. L'épaisseur du massif est du même ordre de grandeur que la longueur des côtés.

Le plan lisse étant parfaitement rigide, il ne comporte qu'une seule maille rectangulaire indéformable.

La face inférieure du massif est encastrée et les déplacements normaux aux faces orientées dans le plan (x, z) sont bloqués. Les déplacements des faces orientées dans le plan (y, z) sont laissés libres. Ces conditions aux limites ont été choisies de manière à être cohérentes avec un élément extrait de la portée d'étanchéité d'une éprouvette testée (voir Fig. 5.16c). Les déplacements dans la direction orthoradiale ne sont pas permis du fait de la géométrie de l'éprouvette tandis que ceux dans la direction radiale sont libres.

Calcul des déformations de la surface rugueuse

Nous présentons tout d'abord le principe de la résolution sous *Code_Aster* du

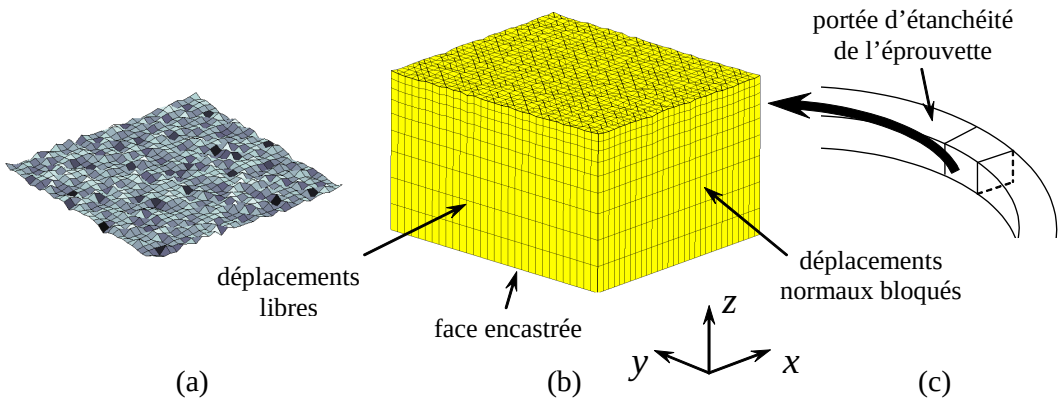


Fig. 5.16: (a) Surface rugueuse, (b) maillage du massif déformable associé et (c) justification des conditions aux limites -

problème considéré. Afin de ne pas alourdir le document, nous ne présentons que les principes généraux. Pour plus de précisions sur les algorithmes utilisés par le code, le lecteur est invité à se référer au manuel de référence disponible sur *www.code-aster.org*.

La modélisation par éléments finis mise en place permet d'effectuer des calculs de mécanique non linéaire où les effets d'inertie sont négligés. Le problème consiste à déterminer les déplacements qui sont liés au chargement extérieur. Ce problème non linéaire quasi-statique est exprimé par le principe des travaux virtuels :

$$\mathbf{v}.\mathbf{F}^{int}(\mathbf{u},t) = \mathbf{v}.\mathbf{F}^{ext}(t),\ \forall \mathbf{v} \text{ tel que } \mathbf{B}.\mathbf{v} = 0 \tag{5.10a}$$

$$\mathbf{B}.\mathbf{u} = \mathbf{u}^d(t) \tag{5.10b}$$

où t est la variable d'instant, $\mathbf{u}$ est le champ de déplacement pris à partir d'une configuration de référence et $\mathbf{v}$ est un champ de déplacement virtuel cinématiquement admissible, c'est-à-dire un champ de déplacement satisfaisant aux conditions aux limites définies par l'équation (5.10b). $\mathbf{F}^{ext}$ est le chargement mécanique extérieur auquel est soumis la structure et $\mathbf{F}^{int}$ représente les forces internes du problème. $\mathbf{B}$ est un opérateur linéaire et $\mathbf{u}^d$ est une fonction donnée sur une partie du bord de la structure.

La dépendance de $\mathbf{F}^{int}$ par rapport au temps t est implicite, elle résulte de l'intégration de la relation de comportement par rapport au temps. La dépendance explicite est très rare, mais peut par exemple intervenir dans le cas de comportements visco-plastiques.

La résolution du problème de départ (5.10a) consiste à exprimer l'équilibre de la structure (les forces internes sont égales aux forces externes) pour une suite d'instants de calcul $\{t_i\}_{1\leq i\leq N}$ qui paramètrent le chargement :

$$\mathbf{F}^{int}(\mathbf{u}_i,t_i) = \mathbf{F}^{ext}(t_i) \tag{5.11}$$

où $\mathbf{u}_i$ représente le champ de déplacement à l'instant t_i.

Le problème est traité de manière incrémentale, c'est-à-dire que les variables

mécaniques (déplacements, contraintes) sont déterminées à l'instant t_i à partir des variables calculées à l'instant précédent t_{i-1}. La résolution du problème consiste donc à déterminer l'incrément de déplacement $\Delta\mathbf{u}_i$ dû à un incrément de charge $\Delta\mathbf{F}^{ext}(t_i)$.

Pour déterminer $\Delta\mathbf{u}_i$, on résout itérativement l'équation d'équilibre (5.11) à l'aide d'un schéma de type Newton. La procédure est initiée par le champ $\mathbf{u}_i^{(0)}$. Ce dernier est déterminé grâce au champ de déplacement $\mathbf{u}_{i-1}$ qui est connu. Les forces internes sont calculées à partir du champ de contraintes par l'intermédiaire d'une relation du type :

$$\mathbf{F}^{int}(\mathbf{u}_i^{(n)}, t_i) = \mathbf{Q}\ \boldsymbol{\sigma}_i^{(n)} \tag{5.12}$$

$\mathbf{Q}$ étant l'opérateur du travail des déformations virtuelles et n le numéro de l'itération. Les contraintes $\boldsymbol{\sigma}_i^{(n)}$ sont quant à elles reliées au champ de déformation $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_i^{(n)})$ par l'intermédiaire de la loi de comportement du matériau. Tant que l'équilibre entre les forces internes et externes n'est pas atteint (Eq. 5.11), à une tolérance près, on incrémente $\Delta\mathbf{u}_i^{(n)}$. Le détail de l'algorithme de résolution de ce problème mécanique est fournit dans le fascicule R5.03.01 du manuel de *Code_Aster*.

Le problème de contact est quant à lui traité par une non interpénétration de la matière, qui se traduit par des relations d'inégalité entre les déplacements de la surface rugueuse et ceux du plan rigide. Concrètement, ces relations sont établies en posant que le déplacement relatif entre un noeud de la surface rugueuse et sa projection orthogonale sur le plan lisse ne peut dépasser le jeu - ou l'ouverture - initial. La procédure complète pour prendre en compte ces relations de non interpénétration est détaillée dans le fascicule R5.03.50.

Les problèmes mécanique et de contact sont traités l'un après l'autre à chaque itération de Newton. Les déplacements sont tout d'abord calculés par résolution du problème mécanique. Une correction est ensuite apportée aux résultats obtenus afin de respecter les conditions de non pénétration des surfaces.

Dans ce travail, la modélisation a été effectuée en négligeant les frottements au niveau du contact et avec une hypothèse de grandes déformations. Les lois de comportement considérées sont des lois élasto-plastiques de Von Mises à écrouissage isotrope.

Soit le tenseur des contraintes suivant :

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ & & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \tag{5.13}$$

Le critère de Von Mises définit une contrainte équivalente σ_{eq} :

$$\sigma_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{yy})^2 + 6\left(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{xz}^2 + \sigma_{yz}^2\right) \right]^{1/2} \tag{5.14}$$

ainsi que le critère de plasticité suivant :

$$\begin{cases} \text{si } \sigma_{eq} - R(\theta) < 0, \text{ les déformations restent élastiques} \\ \text{si } \sigma_{eq} - R(\theta) = 0, \text{ les déformations sont élasto-plastiques} \end{cases} \tag{5.15}$$

θ étant la déformation plastique cumulée et $R(\theta)$ la variable d'écrouissage isotrope, qui dépend de la loi de comportement du matériau. Les détails concernant l'intégration de cette loi de comportement en grandes déformations sont indiqués dans le fascicule R5.03.21.

5.5.2 Comparaison entre le modèle semi-analytique et la modélisation sous *Code_Aster*

Nous allons tout d'abord comparer les résultats obtenus avec le modèle semi-analytique et *Code_Aster*. Tout comme pour le modèle semi-analytique, on considère ici, dans la modélisation par éléments finis, que les matériaux ont un comportement élasto-plastique parfait. La comparaison entre ces deux calculs n'est pas directe, car dans le modèle semi-analytique, le critère de plasticité est appliqué sur les pressions de contact, tandis que dans *Code_Aster*, il est appliqué sur les contraintes. Cependant, un certain nombre de travaux expérimentaux et théoriques (voir détail dans [Bartier et al., 2005]) montrent que pour un métal supposé plastique et pour des indenteurs pointus ou émoussés, la dureté $\mathcal{H}$ est de l'ordre de trois fois la limite élastique S_Y. Le comparatif a donc été réalisé en bornant les pressions de contact par la dureté ($\mathcal{H} = 4500\ MPa$) dans le modèle semi-analytique, et en bornant les contraintes par $\mathcal{H}/3$ ($S_Y = 1500\ MPa$).

Les calculs ont été effectués à partir de la surface générée avec 31×31 points. En ce qui concerne le modèle semi-analytique, nous avons montré qu'il faut sur-échantillonner la surface par au moins 61×61 points pour obtenir des résultats sans effet significatif du maillage. Pour la modélisation par éléments finis, nous avons étudié de la même manière l'influence du maillage de la surface sur les calculs de Sc/S et de K. La comparaison entre les résultats obtenus par le modèle semi-analytique et *Code_Aster* sont présentés sur la figure 5.17. Pour effectuer les calculs par éléments finis, nous pouvons imposer au plan rigide soit un chargement soit un déplacement. Nous avons choisi d'imposer un déplacement car les calculs convergent plus rapidement.

On peut tout d'abord remarquer que la finesse du maillage a une influence sur les résultats des calculs par éléments finis. Compte tenu de la taille du problème à résoudre, nous n'avons pas eu la possibilité de considérer des maillages plus fins. Même s'il est délicat de conclure quant à la convergence des calculs en terme de maillage, on peut affirmer que à discrétisation égale de la surface rugueuse (61×61 points), les deux modèles sont en excellent accord. Ce résultat valide donc l'approximation que nous avons faite sur le modèle semi-analytique en appliquant le critère de plasticité sur les pressions de contact et non sur les contraintes.

Nous avons par ailleurs étudié l'influence sur les aires relatives de contact Sc/S et

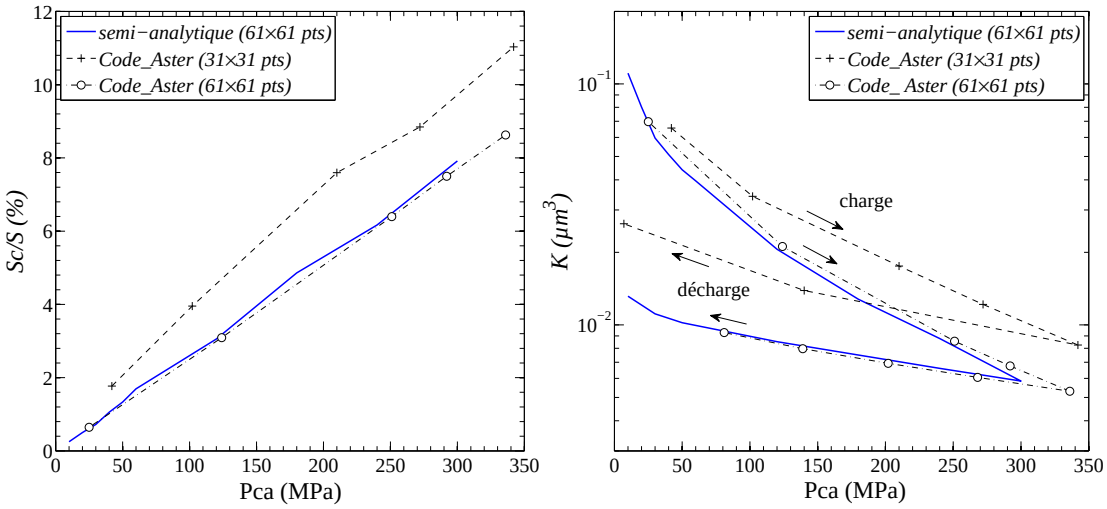


Fig. 5.17: Comparaison entre les résultats obtenus avec le code semi-analytique ($p_{lim} = 4500\ MPa$) et *Code_Aster* ($S_Y = 1500\ MPa$) : évolution (a) des aires de contact Sc/S et (b) des transmissivités K en fonction de la pression de contact apparente Pca -

sur la transmissivité K des conditions aux limites appliquées sur les bords du volume sous jacent. Pour cela, nous nous sommes placés dans deux configurations extrêmes : soit tous les déplacements normaux aux faces latérales sont laissés libres (*CL libre-libre*), soit tous les déplacement normaux sont bloqués (*CL bloqué-bloqué*). Sur la figure 5.18, nous avons comparé les résultats obtenus dans ces deux configurations avec ceux obtenus en bloquant les déplacement normaux dans une seule direction (*CL libre-bloqué*). Ces résultats montrent que les conditions aux limites sur les faces latérales n'ont pas d'influence sur les estimations de Sc et de K, et ce, quelle que soit la valeur de Pca. Tous les calculs ont été effectués pour un déplacement maximal du plan rigide identique ($1,2\ \mu m$). On remarque donc que les conditions aux limites ont cependant une influence sur la raideur du massif, car à déplacement identique, le serrage résultant est plus important lorsque tous les déplacements normaux aux faces latérales sont bloqués.

5.5.3 Influence de p_{lim} sur l'estimation de K (modèle semi-analytique)

Nous venons de montrer que les modèles semi-analytiques et par éléments finis conduisaient aux mêmes résultats, ce qui justifie donc l'utilisation du premier modèle dans le cas de matériaux ayant un comportement élasto-plastique parfait. Ce dernier permet d'effectuer des calculs plus rapides et sur des discrétisations plus fines, n'engendrant pas de problèmes de raffinement de maillage.

La plupart des matériaux ductiles tels que les aciers subissent un écrouissage quand le régime de déformation est plastique. Cet écrouissage n'est pas pris en compte lorsque l'on considère un comportement élasto-plastique parfait, ce qui peut expliquer pourquoi les paramètres utilisés dans le calculs (E et p_{lim}) ne permettent pas d'estimer avec

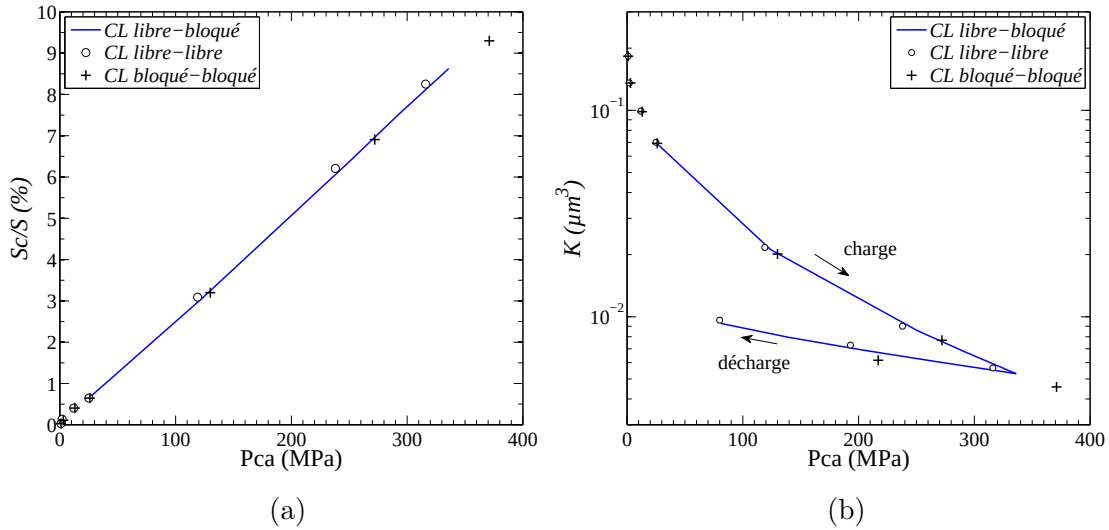


Fig. 5.18: Influence des conditions aux limites sur le calcul (a) des aires relatives de contact Sc/S et (b) de la transmissivité K -

précision K. Le module d'Young ne concerne que la partie élastique. Par conséquent, si les écarts sont dûs à la non prise en compte de l'écrouissage, il faut modifier la valeur de p_{lim} et non celle de E. De plus, la plupart des aciers ont un module d'Young très proche ($\approx 200\ GPa$). D'après le comparatif entre les essais et les simulations (Fig. 5.3), les calculs ont tendance à surestimer la transmissivité, ce qui signifie que les déformations calculées ne sont pas assez importantes. D'un point de vue qualitatif, le fait que les surfaces ne sont pas suffisamment écrasées implique que les aires de contact calculées sont trop petites. Pour obtenir des aires de contact plus grandes, il faut donc diminuer p_{lim}.

Sur la figure 5.19, nous avons représenté l'influence de la pression limite p_{lim} sur l'estimation de K. A titre illustratif, nous avons également représenté les valeurs de K expérimentales, ainsi que les résultats obtenus en régime purement élastique ($p_{lim} = \infty$). On peut tout d'abord constater que le fait de borner les pressions de contact a un effet important sur l'estimation de la transmissivité et que K est très sensible à p_{lim}, même à faible charge. Comme attendu, K diminue avec p_{lim} et cet effet est d'autant plus important que les valeurs de Pca sont grandes. Le fait de diviser p_{lim} par $2,5$ conduit à diviser K d'un facteur compris entre $2,5$ et 4. Si on ne s'intéresse qu'au cycle de charge, on peut considérer que les estimations sont en bon accord avec les essais pour $p_{lim} = 900\ MPa$, car le facteur entre $K_{\text{expérimental}}$ et $K_{\text{calculé}}$ est de l'ordre $2 - 2,5$. En revanche, cette valeur de p_{lim} ne permet pas de prédire le comportement à la décharge. Au cours de ce cycle de décharge, on peut d'ailleurs remarquer que les variations de K sont faibles, et que quelle que soit p_{lim}, les courbes restent parallèles, ce qui indique qu'il n'y a pas suffisamment de retour élastique à la décharge. Ceci implique donc qu'à la charge, la part de déformation plastique est trop importante par rapport à la déformation élastique.

Clairement, la modification de p_{lim} ne permet pas de restituer le comportement expérimental observé, suggérant l'utilisation de modèles de déformation plus complexes qu'un simple modèle élasto-plastique parfait.

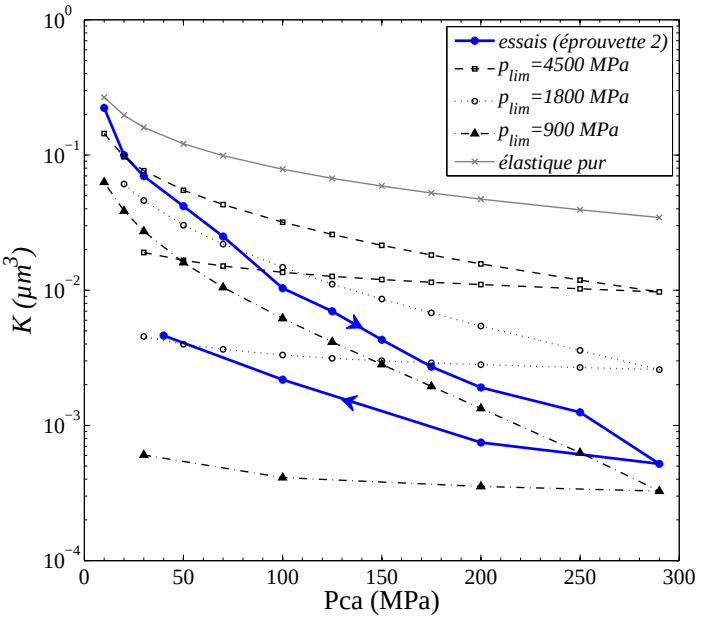


Fig. 5.19: Influence de la pression limite p_{lim} sur l'estimation de la transmissivité K avec le modèle semi-analytique -

5.5.4 Influence de la loi de comportement sur l'estimation de K (*Code_Aster*)

Lors de l'étude de l'influence de la pression limite, nous avons montré que le calage de la courbe $K(Pca)$ à la charge est possible avec une valeur de p_{lim} déterminée de façon heuristique, mais que quelle que soit sa valeur, le comportement à la décharge est mal reproduit, ce qui peut être lié à la loi de comportement du matériau qui n'est pas réaliste. Dans ce paragraphe, nous étudions donc l'influence de cette loi sur l'estimation de la transmissivité K. Les calculs sont effectués avec *Code_Aster*. Jusqu'à présent, nous avons considéré un comportement des matériaux élasto-plastique parfait, c'est-à-dire un comportement qui ne tient pas compte de l'écrouissage. Pour analyser l'influence de l'écrouissage sur K, nous avons considéré, en plus d'un comportement élasto-plastique parfait, deux autres types de comportement (voir Fig. 5.20) : l'un avec écrouissage linéaire, défini par un module tangent E_t égal à $1.10^4\ MPa$, l'autre en loi de puissance. Les résultats des calculs de transmissivité réalisés avec ces différentes lois sont représentés sur la figure 5.21.

Tout d'abord, comme on pouvait s'y attendre, le fait d'introduire l'écrouissage

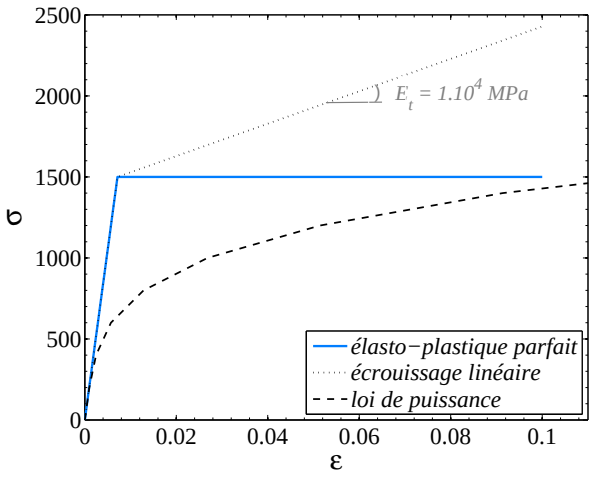


Fig. 5.20: Lois de comportement considérées -

linéaire dans le calcul tend à surestimer davantage la valeur de K. En effet, lorsque l'on introduit de l'écrouissage, les contraintes admissibles par le matériau seront globalement plus importantes, ce qui qualitativement, induira des aires de contact plus faibles pour équilibrer la charge appliquée. La tendance est donc la même qu'en augmentant S_Y (ou p_{lim} dans le modèle semi-analytique). Par conséquent, l'introduction d'un écrouissage ne permet pas de reproduire le comportement observé expérimentalement. Pour la valeur de E_t considérée, les différences avec un comportement élasto-plastique parfait sont de plus faibles puisque les écarts relatifs restent inférieurs à 20%. On constate également que la prise en compte de l'écrouissage du matériau ne change rien quant à la prédiction de K à la décharge.

Avec la loi de puissance, les évolutions de K à la décharge sont identiques à celles obtenues avec un comportement élasto-plastique parfait ou avec écrouissage linéaire. Encore une fois, quelle que soit la loi de comportement considérée, les calculs ne permettent pas simuler le comportement observé expérimentalement à la décharge.

5.5.5 Effets des déformations élastiques sur la transmissivité K (*Code_Aster*)

D'après les calculs réalisés précédemment, l'évolution de K au cours du desserrage du contact reste quasiment identique, même en modifiant la limite élastique du matériau ou en changeant sa loi de comportement. Contrairement aux essais, lorsque Pca diminue, les simulations prédisent une transmissivité qui évolue très peu. Ce résultat est induit par le fait que les déformations calculées sont avant tout irréversibles (régime de déformation plastique). Expérimentalement, lorsque le contact est desserré, K augmente, ce qui indique que la part de déformations élastiques est en réalité plus importante que celle obtenue dans les simulations.

D'un point de vue numérique, pour simuler des déformations élastiques plus importantes à la décharge, il est nécessaire de diminuer le module d'Young E du

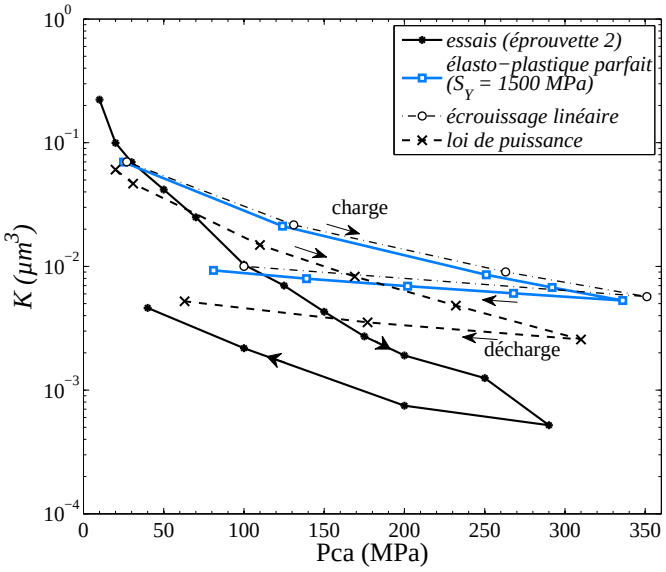


Fig. 5.21: Influence de la loi de comportement sur l'estimation de la transmissivité K avec *Code_Aster* -

matériau. Comme on peut le voir sur la figure 5.22, de très bon résultats peuvent être obtenus en fixant la valeur de E à 50 MPa. Cette valeur de E n'est cependant pas en accord avec les mesures réalisées par micro-indentation sur l'éprouvette 2.

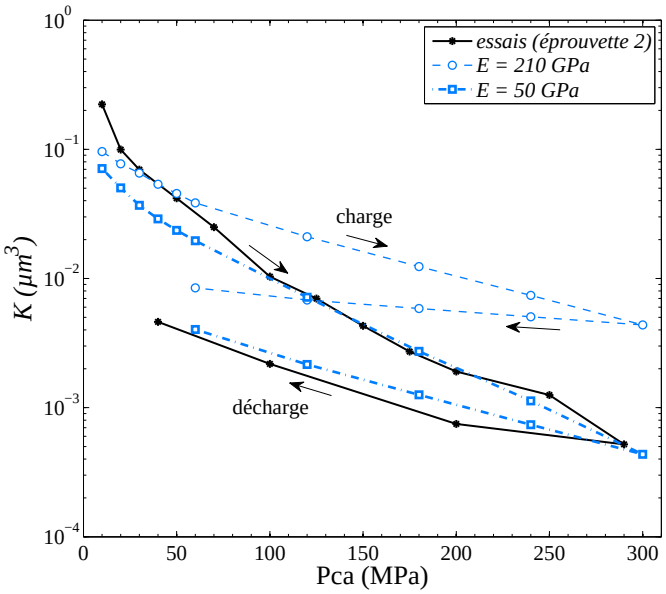


Fig. 5.22: Influence du module d'Young E sur l'estimation de la transmissivité K avec *Code_Aster* -

En conclusion de cette étude sur les déformations de la surface rugueuse, il apparaît que la modélisation, telle qu'elle est effectuée, conduit à une structure plus rigide qu'elle ne l'est en réalité. Un calage des simulations aux résultats expérimentaux peut être obtenu en diminuant artificiellement le module d'Young pour rendre le modèle plus élastique. Malheureusement, les valeurs de propriétés mécaniques permettant d'obtenir un bon accord entre essais et simulations ne concordent pas avec les valeurs mesurées par micro-indentation sur la portée de l'éprouvette. Le problème peut provenir du fait que dans les calculs, nous avons considéré que le matériau était homogène. Or, pour des aciers, la taille des grains est de l'ordre du micron, voire de la dizaine de microns. Par conséquent, la structure des matériaux n'est pas continue aux échelles considérées ici. Une modélisation prenant en compte le caractère hétérogène du matériau peut donc être une piste très intéressante pour améliorer les prédictions de K.

Chapitre 6

Conclusions et perspectives

La qualification des appareils de robinetterie équipant les centrales nucléaires passe par la maîtrise de leur étanchéité interne. La spécificité de ce type d'appareil tient au fait que la liaison à étancher est réalisée par le contact direct entre surfaces métalliques. L'étude du comportement d'une telle liaison est relativement complexe. Les mécanismes responsables des fuites font intervenir des échelles allant des dimensions des pièces à celles des rugosités voire en dessous. Ils sont de plus liés aux déformations des surfaces rugueuses, mais également au comportement du fluide à étancher. Ce problème d'étanchéité statique entre surfaces rugueuses est donc un problème multi-physique et multi-échelle, qui reste vaste et relativement peu étudié.

Afin de mieux comprendre les phénomènes mis en jeu, nous avons adopté dans ce travail une double approche théorique/numérique et expérimentale. Les fuites au niveau de la liaison siège-opercule étant avant tout gouvernées par les états de surface des portées des pièces, nous avons considéré dans un premier temps une configuration simple pour ne prendre en compte que les mécanismes fondamentaux. Pour cela, nous nous sommes donc intéressés à un écoulement liquide et monophasique au travers d'un contact formé par une surface rugueuse déformable serrée contre un plan lisse et infiniment rigide.

Pour modéliser les fuites au travers du contact, nous avons fait l'hypothèse du découplage entre les parties "fluide" et "structure", ce qui suppose que l'écoulement liquide n'interagit pas avec l'écrasement des rugosités. Les déformations des surfaces sont donc tout d'abord calculées en fonction du serrage appliqué à l'aide d'un modèle semi-analytique qui permet de traiter des surfaces discrétisées avec un nombre de points important. La surface rugueuse est supposée avoir un comportement élasto-plastique parfait. L'écoulement du fluide est ensuite résolu au travers de la fracture rugueuse résultante. Grâce à une technique de changement d'échelle, nous avons montré que le comportement de la liaison vis-à-vis de l'étanchéité peut être caractérisé uniquement par la transmissivité $\mathbf{K}$, qui relie linéairement le débit de fuite à la différence de pression fluide appliquée de part et d'autre du contact, selon l'équation de Reynolds. $\mathbf{K}$ est un paramètre intrinsèque qui ne dépend que du champ d'ouverture de la fracture.

Des outils pour caractériser et simuler les textures rodées ont de plus été mis en place pour établir une corrélation entre les états de surface et les performances du contact vis-à-vis de l'étanchéité. Ces outils ont été développés à partir de l'analyse fractale, qui nous a notamment permis de paramétrer les textures rodées uniquement à l'aide de la moyenne arithmétique des hauteurs Ra et de la dimension fractale D_f. Nous avons de plus montré que les surfaces fractales auto-affines sont parfaitement adaptées pour estimer aussi bien les aires de contact que les propriétés de transport. Grâce au générateur de surfaces, les performances d'un contact peuvent être évaluées à l'aide d'outils purement numériques, sans avoir recours à la mesure d'états de surface.

Expérimentalement, nous nous sommes intéressés aux fuites au travers d'un contact formé par une éprouvette métallique rugueuse serrée contre un saphir, considéré parfaitement lisse et rigide. Les mesures de transmissivités réalisées en fonction du serrage appliqué sur trois éprouvettes ont apporté un certain nombre d'éléments de compréhension. Les essais ont tout d'abord permis de vérifier la proportionnalité entre le débit de fuite et la différence de pression fluide appliquée. Par ailleurs, les mesures de répétabilité effectuées sur une même éprouvette ont permis de quantifier l'incertitude globale sur l'estimation de K. Cette dernière est de l'ordre de $15 - 20\%$, ce qui reste faible si on considère le fait que K varie sur plus de deux ordres de grandeurs dans l'intervalle de serrages appliqués (de 10 à 290 MPa). Ceci reste d'autant plus raisonnable si on tient compte des essais de reproductibilité qui ont montré qu'entre deux éprouvettes usinées selon le même processus, les écarts sont de l'ordre d'un facteur 2.

Grâce aux mesures, un phénomène d'hystérésis entre le cycle de charge et de décharge a également été identifié. L'effet des déformations plastiques ne permet pas à lui seul d'expliquer ce phénomène, qui se reproduit après démontage et remontage de la même éprouvette. Nous avons de plus mis en avant l'influence du matériau sur les performances du contact.

La confrontation directe entre essais et simulations a fait apparaître des écarts significatifs entre les mesures de transmissivité et les prédictions. La technique de mesure ayant été validée par des travaux antérieurs et des essais de répétabilité, nous avons examiné l'ensemble de la chaîne de prédiction de la transmissivité. Nous avons notamment pu montrer la pertinence des calculs réalisés à partir des relevés topographiques. Ayant également validé le modèle d'écoulement, nous avons analysé les résultats issus du modèle semi-analytique de déformation par comparaison avec une modélisation plus complète par éléments finis. Après avoir considéré différentes lois de comportement des matériaux, il a été montré que cette modélisation ne fournit pas de réel apport quant à l'estimation de K. Ceci semble donc indiquer qu'une modélisation "continue" du comportement des matériaux n'est plus appropriée aux échelles considérées. Une modélisation prenant en compte le caractère hétérogène du matériau reste une piste sérieuse à analyser pour améliorer les prédictions.

En bilan, les outils mis en place ont apporté un certain nombre de résultats intéressants. Même si les modèles ne restituent pas K avec précision, il semble rai-

sonnable de penser que d'un point de vue qualitatif, les conclusions restent valables. Ainsi, à faible serrage, les fuites sont gouvernées par les composantes basse fréquence de la texture rugueuse. Ces composantes s'écrasent rapidement lorsque le serrage augmente et les problèmes d'étanchéité ne sont alors dus qu'aux hautes fréquences. Pour les calculs, grâce à la présence d'une fréquence de coupure ω_{min} (au delà de laquelle la surface n'est plus fractale) nous avons montré qu'il n'est pas nécessaire de considérer des surfaces dont les dimensions sont supérieures au millimètre (calculs à l'échelle d'un élément représentatif validés). Par ailleurs, nous avons montré qu'en première approximation, K pouvait être déterminé en ne connaissant que le Ra des surfaces, et que D_f avait peu d'influence. D'un point de vue quantitatif, l'utilisation des modèles reste envisageable étant donné que les calculs conduisent à une surestimation de la transmissivité et donc des débits de fuite, ce qui est consistant avec une démarche de qualification d'appareils de robinetterie.

A la lumière de ces résultats, un certain nombre de perspectives peuvent être envisagées.

D'un point de vue expérimental, il serait tout d'abord intéressant d'effectuer un plus grand nombre de charge/décharge du couple éprouvette/saphir afin d'analyser l'effet du cyclage sur la transmissivité. Des tests sur d'autres matériaux apporteraient également des éléments pour comprendre l'influence du matériau sur les performances du contact. Enfin, pour se rapprocher de la configuration réelle des appareils de robinetterie, il conviendrait d'effectuer des mesures de fuite au travers d'un contact formé par deux surfaces rugueuses pour vérifier que les conclusions concernant les essais restent valides.

D'un point de vue modélisation, comme nous l'avons précisé précédemment, la piste la plus sérieuse à approfondir pour améliorer les prédictions concerne le modèle de déformation des surfaces rugueuses. Dans ce travail, nous avons considéré que le matériau était parfaitement homogène, ce qui nous a permis d'utiliser des lois de comportement macroscopiques. Cependant, pour tenir compte de la micro-géométrie des surfaces, les calculs sont effectués à des échelles plus fines. Aux échelles microscopiques, les matériaux tels que ceux considérés dans ce travail ne sont plus homogènes, car la taille des grains des aciers est de l'ordre du micron voire de la dizaine de microns. Une modélisation prenant en compte l'hétérogénéité des matériaux peut donc apporter un apport significatif quant à la prédiction de K. Un travail important reste donc à faire pour caractériser le comportement mécanique du matériau à l'échelle microscopique et analyser la possibilité de dériver des modèles macroscopiques qui permettraient de conserver une approche "milieu continu" du problème.

Pour comprendre les phénomènes propres à la partie mécanique des solides, il serait par ailleurs intéressant de réaliser des mesures d'aires de contact et de les comparer à des estimations obtenues par les modèles de déformation. Ceci fournirait une étape intermédiaire dans la phase de validation des modèles et permettrait de confirmer que

les écarts entre essais et simulations ne proviennent que du modèle de déformation.

Pour valider le modèle d'écoulement visqueux, des mesures de débits de fuite pourraient être effectuées au travers d'une fracture rugueuse de géométrie connue, afin de s'affranchir du calcul de déformation lors de la confrontation entre essais et simulations. Les techniques de prototypage rapide actuelles telles que l'impression 3D, permettent notamment de créer des pièces de forme très complexe. La précision des pièces fabriquées est cependant de l'ordre de $0,1\ mm$. Pour réaliser ce type de mesure, il sera donc nécessaire de dilater les échelles pour avoir des ouvertures de l'ordre du millimètre. Dans le cadre de la validation des modèles, il conviendra cependant de respecter la contrainte d'écoulement rampant (faible nombre de Reynolds) pour être représentatif des mesures de débits de fuite réalisées jusqu'à présent.

Annexe A

Calcul d'incertitude sur la détermination de K

On présente ici la démarche mise en place pour estimer l'incertitude sur la détermination expérimentale de la transmissivité K. Toutes les grandeurs sont traitées comme des variables aléatoires et la qualité de la mesure est estimée au travers de l'écart type sur chacune des grandeurs. Pour déterminer la transmissivité du contact à partir des aires des pics des chromatogrammes, la procédure est la suivante :

- étalonnage du chromatographe,
- détermination de la masse de butanol présente dans la boucle au cours du temps à partir des aires de pics,
- détermination du débit de fuite Q en fonction de ΔP,
- détermination de la transmissivité K.

Détermination de σ_K

La mise en place de la procédure est basée sur une approche de type Gauss-Markov [Beck et Arnold, 1977]. Nous détaillons la procédure complète de calcul d'incertitude sur la transmissivité en commençant par écrire de la relation débit-pression (voir Eq. (4.3)) :

$$Q = 2\pi\rho\frac{K\Delta P}{\mu \ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)} \tag{A.1}$$

où Q est le débit masse, ρ et μ sont respectivement la masse volumique et la viscosité cinématique du fluide qui fuit, K la transmissivité du contact, ΔP la différence de pression appliquée aux bornes du contact, r_e et r_i les rayons extérieurs et intérieurs de la portée de l'éprouvette. Cette relation est équivalente à :

$$K = \frac{\mu Q}{2\pi\rho\Delta P}\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right) = Y \tag{A.2}$$

Si on dispose de n mesures de Q en fonction de ΔP, on peut écrire la relation (A.2)

sous forme vectorielle :

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} K = XK \tag{A.3}$$

Soit σ_{Y_i} l'écart type sur l'erreur de Y_i. Si Y_i provient de mesures indépendantes les unes des autres, l'estimateur optimal à variance minimale de K et son écart type associé σ_K sont donnés par [Beck et Arnold, 1977] :

$$K = \left({}^tXP^{-1}X\right)^{-1} {}^tXP^{-1}Y \tag{A.4a}$$

$$\sigma_K^2 = \left({}^tXP^{-1}X\right)^{-1} \tag{A.4b}$$

avec

$$P = \begin{pmatrix} \sigma_{Y_1}^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma_{Y_n}^2 \end{pmatrix} \tag{A.4c}$$

Le développement des équations (A.4) donne :

$$K = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i \sigma_{Y_i}^{-2}}{\sum_{i=1}^{n} \sigma_{Y_i}^{-2}} \tag{A.5a}$$

$$\sigma_K^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \sigma_{Y_i}^{-2}} \tag{A.5b}$$

Remarque :

Si tous les σ_{Y_i} sont identiques, on retrouve les estimations de K et σ_K au sens des moindres carrés.

Détermination de σ_{Y_i}

Pour estimer σ_{Y_i}, on effectue un développement limité au premier ordre de Y_i en utilisant le formalisme $Z = Z^0 + \varepsilon_z$:

$$Y_i^0 + \varepsilon_{Y_i} = \frac{\left(\mu^0 + \varepsilon_\mu\right)\left(Q^0 + \varepsilon_Q\right)}{2\pi\rho\left(\Delta P^0 + \varepsilon_{\Delta P}\right)} \ln \frac{\left(r_e^0 + \varepsilon_{r_e}\right)}{\left(r_i^0 + \varepsilon_{r_i}\right)} \tag{A.6}$$

où ε_Z est l'erreur de mesure (d'écart type σ_Z) de la quantité Z dont la valeur exacte est Z^0. On suppose par la suite que la masse volumique ρ est connue sans erreur. Au premier ordre, l'équation (A.6) s'écrit :

$$\varepsilon_{Y_i} = Y_i^0 \left(\frac{\varepsilon_\mu}{\mu^0} + \frac{\varepsilon_Q}{Q^0} + \frac{\varepsilon_{r_e}}{r_e^0 \ln\left(\frac{r_e^0}{r_i^0}\right)} - \frac{\varepsilon_{r_i}}{r_i^0 \ln\left(\frac{r_e^0}{r_i^0}\right)} - \frac{\varepsilon_{\Delta P}}{\Delta P^0} \right) \tag{A.7}$$

soit sous forme matricielle :

$$\varepsilon_{Y_i} = \left(\frac{Y_i^0}{\mu^0}, \frac{Y_i^0}{Q^0}, \frac{Y_i^0}{r_e^0 \ln\left(\frac{r_e^0}{r_i^0}\right)}, \frac{-Y_i^0}{r_i^0 \ln\left(\frac{r_e^0}{r_i^0}\right)}, \frac{-Y_i^0}{\Delta P^0} \right) \begin{pmatrix} \varepsilon_\mu \\ \varepsilon_Q \\ \varepsilon_{r_e} \\ \varepsilon_{r_i} \\ \varepsilon_{\Delta P} \end{pmatrix} = G \begin{pmatrix} \varepsilon_\mu \\ \varepsilon_Q \\ \varepsilon_{r_e} \\ \varepsilon_{r_i} \\ \varepsilon_{\Delta P} \end{pmatrix} \tag{A.8}$$

La variance de ε_{Y_i} donne l'écart type σ_{Y_i} :

$$\sigma_{Y_i}^2 = \mathbf{var}\varepsilon_{Y_i} = G\mathbf{var} \begin{pmatrix} \varepsilon_\mu \\ \varepsilon_Q \\ \varepsilon_{r_e} \\ \varepsilon_{r_i} \\ \varepsilon_{\Delta P} \end{pmatrix} {}^tG = G \begin{pmatrix} \sigma_\mu^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_Q^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{r_e}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{r_i}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\Delta P}^2 \end{pmatrix} {}^tG \tag{A.9}$$

En supposant que $\sigma_{r_e} = \sigma_{r_i} = \sigma_r$, on trouve :

$$\sigma_{Y_i}^2 = \left(\frac{Y_i^0}{\mu^0}\right)^2 \sigma_\mu^2 + \left(\frac{Y_i^0}{Q^0}\right)^2 \sigma_Q^2 + \left(\frac{Y_i^0}{\ln\left(\frac{r_e^0}{r_i^0}\right)}\right)^2 \left(\frac{1}{r_e^{02}} + \frac{1}{r_i^{02}}\right) \sigma_r^2 + \left(\frac{Y_i^0}{\Delta P^0}\right)^2 \sigma_{\Delta P}^2 \tag{A.10}$$

La valeur de σ_r dépend de l'instrument utilisé pour mesurer les rayons r_e et r_i. Typiquement, on prendra $\sigma_r = 0,02\ mm$.

L'écart type sur la mesure de la perte de charge peut être identifié à la précision annoncée du capteur de pression. De cette façon, l'erreur est surestimée. Dans le dispositif expérimental, la precision est donnée à 0,1% de la pleine échelle (10 $bars$), c'est-à-dire $\sigma_{\Delta P} = 0,01\ bar$.

Détermination de σ_Q

Le débit massique est déterminé à partir de l'évolution linéaire de la masse de butanol m_b en fonction du temps t. Si nous disposons de m mesures, on peut écrire :

$$m_{bj} = Qt_j + c,\ j = 1, n \tag{A.11}$$

Comme précédemment, avec un formalisme de Gauss-Markov, on peut exprimer les estimateurs optimaux de Q et c à variances minimales par :

$$\begin{pmatrix} c \\ Q \end{pmatrix} = \left({}^tXP^{-1}X\right)^{-1} {}^tXP^{-1}M \tag{A.12a}$$

Les variances associées sont données par :

$$\operatorname{cov}\begin{pmatrix} c \\ Q \end{pmatrix} = \left({}^tXP^{-1}X\right)^{-1} \tag{A.12b}$$

avec

$$M = \begin{pmatrix} m_{b1} \\ \vdots \\ m_{bn} \end{pmatrix} \tag{A.12c}$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & t_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & t_n \end{pmatrix} \tag{A.12d}$$

$$P = \begin{pmatrix} \sigma^2_{m_{b1}} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma^2_{m_{bn}} \end{pmatrix} \tag{A.12e}$$

où $\sigma_{m_{bj}}$ est l'écart type sur la $j^{\text{ième}}$ mesure de la masse de butanol m_{bj}. Comme précédemment, toutes les mesures de m_{bj} sont supposées indépendantes.

Les équations (A.12) nous permettent d'écrire :

$$Q = \frac{-\sum_{j=1}^{n}\sigma^{-2}_{m_{bj}}t_j\sum_{j=1}^{n}\sigma^{-2}_{m_{bj}}m_{bj} + \sum_{j=1}^{n}\sigma^{-2}_{m_{bj}}\sum_{j=1}^{n}\sigma^{-2}_{m_{bj}}m_{bj}t_j}{\sum_{j=1}^{n}\sigma^{-2}_{m_{bj}}\sum_{j=1}^{n}\sigma^{-2}_{m_{bj}}t_j - \left(\sum_{j=1}^{n}\sigma^{-2}_{m_{bj}}t_j\right)^2} \tag{A.13a}$$

et

$$\sigma^2_Q = \frac{-\sum_{j=1}^{n}\sigma^{-2}_{m_{bj}}}{\sum_{j=1}^{n}\sigma^{-2}_{m_{bj}}\sum_{j=1}^{n}\sigma^{-2}_{m_{bj}}t_j - \left(\sum_{j=1}^{n}\sigma^{-2}_{m_{bj}}t_j\right)^2} \tag{A.13b}$$

Si on suppose que σ_{bj} est constant et égal à σ_b, l'approche est équivalente à la méthode des moindres carrés linéaires :

$$Q = \frac{n\sum_{j=1}^{n}m_{bj}t_j - \sum_{j=1}^{n}t_j\sum_{j=1}^{n}m_{bj}}{n\sum_{j=1}^{n}t_j^2 - \left(\sum_{j=1}^{n}t_j\right)^2} \tag{A.14a}$$

et

$$\sigma^2_Q = \frac{n\sigma^2_{m_b}}{n\sum_{j=1}^{n}t_j^2 - \left(\sum_{j=1}^{n}t_j\right)^2} \tag{A.14b}$$

Détermination de σ_{m_b}

La détermination de la masse de butanol provient des mesures par *CPG*, c'est-à-dire des aires des pics et de la courbe d'étalonnage :

$$m_b = a\frac{A_b}{A_p}m_p = aRm_p \tag{A.15}$$

où A_b et A_p sont respectivement les aires des pics de butanol et de pentanol, a le coefficient de réponse obtenu à partir de la courbe d'étalonnage et m_p la masse de pentanol introduite dans la boucle de solvant.

Un développement au premier ordre de l'équation (A.15) permet d'exprimer ε_{m_b}, l'erreur de mesure sur m_b, sous forme matricielle :

$$\varepsilon_{m_b} = \left(\frac{m_b^0}{m_p^0}, \frac{m_b^0}{a^0}, \frac{m_b^0}{R^0}\right) \begin{pmatrix} \varepsilon_{m_p} \\ \varepsilon_a \\ \varepsilon_R \end{pmatrix} \tag{A.16}$$

La variance de ε_{m_b} fournit l'écart type sur m_b :

$$\sigma_{m_b}^2 = \left(\frac{m_b^0}{m_p^0}\right)^2 \sigma_{m_p}^2 + \left(\frac{m_b^0}{a^0}\right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{m_b^0}{R^0}\right)^2 \sigma_R^2 \tag{A.17}$$

L'incertitude sur R est estimée en effectuant des mesures de répétabilité sur n solutions de concentrations connues en pentanol et butanol. L'incertitude σ_R est alors donnée par l'écart type par rapport à la valeur moyenne de l'ensemble des résultats de mesure. Des tests effectués sur trois solutions de concentrations différentes [Marie, 2002] montrent que σ_R dépend de la concentration relative en butanol. Pour simplifier, nous prenons une valeur constante de σ_R égale à 0,03, correspondant à 0,5 unité de butanol par unité de pentanol. Lors des mesures, nous nous sommes attachés à ne pas dépasser cette valeur de concentration.

Détermination de σ_{m_p} et σ_a

La solution initiale est préparée en grande quantité. Typiquement, on ajoute 2 g de pentanol ($m_{p_{ini}}$) à 200 g d'éthanol (m_{tot}). Chaque masse est pesée avec une précision de $0,001$ g. Ensuite, 20 g (m_{bcl}) de solution sont introduits dans la boucle avec la même précision. La masse de pentanol introduite dans la boucle est donc égale à :

$$m_p = m_{bcl}\frac{m_{p_{ini}}}{m_{tot}} \tag{A.18}$$

Encore une fois, on peut montrer que :

$$\sigma_{m_p}^2 = \left(\frac{m_p^0}{m_{bcl}^0}\right)^2 \sigma_{m_{bcl}}^2 + \left(\frac{m_p^0}{m_{p_{ini}}^0}\right)^2 \sigma_{m_{pini}}^2 + \left(\frac{m_p^0}{m_{tot}^0}\right)^2 \sigma_{m_{tot}}^2 \tag{A.19}$$

La dernière étape consiste à estimer l'écart type sur le coefficient de réponse σ_a. Pour

le déterminer, n solutions contenant des masses respectives en pentanol et butanol, m_{ip} et m_{ib}, sont préparées. Ces masses sont préalablement pesées à l'aide d'une balance précise à $0,001\ g$. L'analyse chromatographique effectuée sur chacune des solutions permet de déterminer les aires des pics A_{ip} et A_{ib}. Ces aires sont entachées d'une erreur $\varepsilon_{A_{ip}}$ et $\varepsilon_{A_{ib}}$ respectivement. La courbe d'étalonnage fournit la relation :

$$m_{ib} = aR_i m_{ip}, \text{ avec } R_i = \frac{A_{ib}}{A_{ip}} \tag{A.20}$$

c'est-à-dire :

$$a = \frac{m_{ib}}{R_i m_{ip}} = Z_i \tag{A.21}$$

De la même manière que pour K, on montre que :

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} Z_i \sigma_{Z_i}^{-2}}{\sum_{i=1}^{n} \sigma_{Z_i}^{-2}} \tag{A.22a}$$

$$\sigma_a^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \sigma_{Z_i}^{-2}} \tag{A.22b}$$

Encore une fois, en posant $Z_i = Z_i^0 + \varepsilon_{Z_i}$, on obtient :

$$\sigma_{Z_i}^2 = \left(\frac{Z_i^0}{R_i^0}\right)^2 \sigma_{R_i}^2 + \left(\frac{Z_i^0}{m_{i_b}^0}\right)^2 \sigma_{m_{ib}}^2 + \left(\frac{Z_i^0}{m_{i_p}^0}\right)^2 \sigma_{m_{ip}}^2 \tag{A.23}$$

Cette étape clos le calcul complet d'erreur sur l'estimation de K.

Références bibliographiques

Allain-Morin G. (1988). *Étude Métallurgique Comparative de Revêtements Durs Épais Sans Cobalt, Susceptibles de Remplacer les Alliages de Type Stellite.* Ph. D. thesis, Conservatoire National des Arts et Métiers.

Almqvist A., **Sahlin F.**, **Larsson R.** et **Glavatskih S.** (2007). On the dry elasto-plastic contact of nominally flat surfaces. *Tribology International 40*, 574–579.

Almqvist N. (1996). Fractal analysis of scanning probe microscopy images. *Surface Science 355*, 221–228.

Bartier O., **El Abdi R.**, **Mauvoisin G.** et **Nayebi A.** (2005). Contribution de l'essai d'indentation à la caractérisation d'aciers nitrurés. *Mécanique & Industries 6*, 227–236.

Beck J.V. et **Arnold K.J.** (1977). *Parameter Estimation in Engineering and Science.* New York : John Wiley and Sons, Inc.

Bhushan B. (1998). Contact mechanics of rough surfaces in tribology : Multiple asperity contact. *Tribology Letters 4*, 1–35.

Bhushan B. (2001). *Surface Roughness Analysis and Measurement Techniques*, Volume 1. edited by B. Bhushan, CRC Press, Boca Raton.

Brown S.R. (1987). Fluid flow through rock joints : The effect of surface roughness. *Journal of Geophysical Research 92*, 1337–1347.

Brown S.R. (1989). Transport of fluid and electric current through a single fracture. *Journal of Geophysical Research 94*, 9429–9438.

Brush D.J. et **Thomson N.R.** (2003). Fluid flow in synthetic rough-walled fractures : Navier-Stokes, Stokes, and local cubic law simulations. *Water Resources Research 39*(4), 1085.

Bush A.W., **Gibson R.D.** et **Keogh G.P.** (1979). Strongly anisotropic rough surfaces. *Journal of Lubrication Technology 101*, 15–20.

Bush A.W., **Gibson R.D.** et **Thomas T.R.** (1975). The elastic contact of a rough surface. *Wear 35*, 87–111.

Chang W.R., **Etsion I.** et **Bogy D.B.** (1987). An elastic-plastic model for the contact of rough surfaces. *Journal of Tribology 109*, 257–263.

Chen W.W., **Wang Q.J.**, **Liu Y.**, **Chen W.**, **Cao J.**, **Xia C.**, **Talwar R.** et **Lederich R.** (2007). Analysis and convenient formulas for elasto-plastic contacts of nominally flat surfaces : Average gap, contact area ratio, and plastically deformed volume. *Tribology Letters 28*, 27–38.

de Marsily G. (1981). *Hydrogéologie Quantitative*. Paris : Masson.

Drazer G. et **Koplik J.** (2002). Transport in rough self-affine fractures. *Physical Review E 66*(2), 026303/1–026303/16.

Evans H.P. et **Snidle R.W.** (1996). Analysis of micro-elastohydrodynamic lubrication for engineering contacts. *Tribology International 29*(8), 659–667.

François D. Essais de dureté. *Techniques de l'Ingénieur* (M 4160).

Ganti S. et **Bhushan B.** (1995). Generalized fractal analysis and its applications to engineering surfaces. *Wear 180*, 17–34.

Greenwood J.A. et **Tripp J.H.** (1971). The contact of two nominally flat rough surfaces. *Proceedings of the Royal Society of London 185*(48), 625–633.

Greenwood J.A. et **Williamson J.B.P.** (1966). Contact of nominally flat surfaces. *Proceedings of the Royal Society of London A295*, 300–319.

Hagesawa E. et **Izuchi H.** (1983). On steady flow through a channel consisting of an uneven wall and a plane wall. Part1. Case of no relative motion in two walls (sic). *Bull. Jap. Soc. Mech. Engng. 26*, 514–520.

He L. et **Zhu J.** (1997). The fractal character of processed metal surfaces. *Wear 208*, 17–24.

Hyun S., **Pei L.**, **Molinary J.F.** et **Robbins M.O.** (2004). Finite-element analysis of contact between elastic self-affine surfaces. *Physical Review E 70*, 026117.

Jacq C., **Nélias D.**, **Lormand G.** et **Girodin D.** (2002). Development of a three dimensional semi-analytical elastic-plastic contact code. *Journal of Tribology 124*, 653–667.

Jahn R. et **Truckenbrodt H.** (2004). A simple fractal analysis method of the surface roughness. *Journal of Materials Processing Technology 145*, 40–45.

Johnson K.L. (1985). *Contact Mechanics*. Cambridge : Cambridge University Press.

Kim J.D. et **Choi M.S.** (1995). Stochastic approach to experimental analysis of cylindrical lapping process. *Int. J. Mach. Tools Manufact. 135 (1)*, 51–59.

Konzuk J.S. et **Kueper B.H.** (2004). Evaluation of cubic law based models describing single-phase flow through a rough-walled fracture. *Water Resources Research 40*, W02402.

Krupka I. et **Hartl M.** (2007). The influence of thin boundary films on real surface roughness in thin film, mixed EHD contact. *Tribology International 40*, 1553–1560.

Lasseux D. et **Marie C.** (2002). Appareil de mesure du débit de fuite d'un dispositif d'étanchéité. *brevet n°0201930*.

Lephilibert J. (1993). *Robinetterie Industrielle. La Maîtrise Des Éléments*. SNRI.

Li X. et **Bhushan B.** (2002). A review of nanoindentation continuous stiffness measurement technique and its applications. *Materials Characterization 48*, 11–36.

Majumdar A. et **Bhushan B.** (1990). Role of fractal geometry in roughness characterization and contact mechanics of surfaces. *Journal of Tribology 112*, 205–216.

Majumdar A. et **Tien C.L.** (1990). Fractal characterization and simulation of rough surfaces. *Wear 136*, 313–327.

Mandelbrot B.B. (1985). Self-affine fractals and fractal dimension. *Physica Scripta 32*, 257–260.

Mandelbrot B. (1989). *Les Objets Fractals* (3ème ed.). Nouvelle Bibliothèque Scientifique, Flammarion.

Marie C. (2002). *Fuite Monophasique au Travers d'un Contact Rugueux : Contribution à l'Étude de l'Étanchéité Statique*. Ph. D. thesis, Université Bordeaux I.

Marie C. et **Lasseux D.** (2007). Experimental leak-rate measurement through a static metal seal. *Journal of Fluids Engineering 129*(6), 799–805.

Marie C., **Lasseux D.**, **Zahouani H.** et **Sainsot P.** (2003). An integrated approach to characterize liquid leakage through metal contact seal. *European Journal Mech. and Env. Eng. 48*(2), 81–86.

Mayeur C. (1995). *Modélisation du Contact Rugueux Élastoplastique*. Ph. D. thesis, INSA Lyon.

Mayeur C., **Sainsot P.** et **Flamand L.** (1995). A numerical elastoplastic model for rough contact. *Journal of Tribology 117*, 422–429.

Meurant G. (2006). *The Lanczos and Conjugate Gradient Algorithms : From Theory to Finite Precision Computation*. Philadelphia : SIAM.

Mourzenko V.V., **Thovert J-F.** et **Adler P.M.** (1995). Permeability of a single fracture ; validity of the Reynolds equation. *J. Phys. II France 5*, 465–482.

Nayak P.R. (1973). Random process model of rough surfaces in plastic contact. *Wear 26*, 305–333.

Nguyen AT et **Butler D.L.** (2005). Correlation-length-based sampling conditions for various engineering surfaces. *Measurement Science and Technology 16*, 1813–1822.

Oron A.P. et **Berkowitz B.** (1998). Flow in rock fractures : The local cubic law assumption reexamined. *Water Resources Research 34*(11), 2811–2825.

Pei L., **Hyun S.**, **Molinari J.F.** et **Robbins M.O.** (2005). Finite element modeling of elasto-plastic contact between rough surfaces. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids 53*, 2385–2409.

Peitgen H.O. et **Saupe D.** (1988). *The Science of Fractal Images*. New York : Springer-Verlag.

Persson B.N.J., **Albohr O.**, **Tartaglino U.**, **Volokitin A.I.** et **Tosatti E.** (2005). On the nature of surface roughness with application to contact mechanics, sealing, rubber friction and adhesion. *J. Phys. : Condens. Matter 17*, R1–R62.

Peyret R. et **Taylor T. D.** (1983). *Computational Methods for Fluid Flow*. New York : Springer-Verlag.

Plouraboué F., **Kurowski P.**, **Boffa J-M.**, **Hulin J-P.** et **Roux S.** (2000). Experimental study of the transport properties of rough self-affine fractures. *Journal of Contaminant Hydrology 46*, 295–318.

Polonsky I.A. et **Keer L.M.** (1999). A numerical method for solving rough contact problems based on the multi-level multi-summation and conjugate gradient techniques. *Wear 231*, 206–219.

Poon C.Y. et **Bhushan B ;** (1996). Rough surface contact analysis and its relation to plastic deformation at the head-disk interface. *Journal of Applied Physics 79*(8), 5799–5801.

Sahoo P. et **Ghosh N.** (2007). Finite element contact analysis of fractal surfaces. *Journal of Physics D : Applied Physics 40*, 4245–4252.

Sainsot P., **Jacq C.** et **Nélias D.** (2002). A numerical model for elastoplastic rough contact. *CMES 3*(4), 497–506.

Shibata T., **Golman B.**, **Shinohara K.**, **Otani M.** et **Uchiyama T.** (2003). Profile analysis of surfaces lapped with diamond particles of several shapes. *Wear 254*, 742–748.

Shibata T., **Shinohara K.**, **Uchiyama T.** et **Otani M.** (2001). Lapping performance guide of poly-crystal diamond particles through morphological analysis. *Diamond and Related Materials 10*, 376–382.

Shibata T. et **Yamaguchi K.** (1994). Shift x, y-coordinate detection of line figures and the extraction of particle shape information. *Powder Technology 81 (2)*, 111–115.

Stout K.J., **Blunt L.**, **Dong W.P.**, **Mainsah E.**, **Luo N.**, **Mathia T.**, **Sullivan P.J.** et **Zahouani H.** (2000). *The Development of Methods for the Characterisation of Roughness in Three Dimensions.* London : Penton Press. 130-174.

Suh A.Y. et **Polycarpou A.A.** (2006). Digital filtering methogology used to reduce scale of measurement effects in roughness parameters for magnetic storage super-smooth hard disks. *Wear 260*, 538–548.

Tranchant J. (1995). *Manuel Pratique de Chromatographie en Phase Gazeuse* (4ème ed.). Paris : Masson.

Vallet C., **Lasseux D.**, **Sainsot P.** et **Zahouani H.** (2008). Real versus synthesized fractal surfaces : Contact mechanics and transport properties. *Tribology International*, doi :10.1016/j.triboint.2008.06.005.

Vallet C., **Lasseux D.**, **Zahouani H.** et **Sainsot P.** (2009). Sampling effect on contact and transport properties between fractal surfaces. *To appear in Tribology International*.

Whitaker S. (1999). *The Method of Volume Averaging, Theory and Application of Transport in Porous Media.* Kluwer Academic Publishers.

Wu J.J. (2000). Characterization of fractal surfaces. *Wear 239*, 36–47.

Zahouani H. (1997). Spectral and 3D motifs identification of anisotropic topographical components. Analysis and filtering of anisotropic patterns by morphological rose approach. In *Trans. 7th Int. Conf. On Metrology and Properties of Eng. Surfaces*, Götegorg, pp. 222–230.

Zahouani H., **Vargiolu R.** et **Loubet J.L.** (1998). Fractal models of surface topography and contact mechanics. *Mathl. Comput. Modelling 28*(4-8), 517–534.

Zimmerman R.W. et **Bodvarsson G.S.** (1996). Hydraulic conductivity of rock fractures. *Transport in Porous Media 23*, 1–30.

Zimmerman R.W., **Kumar S.** et **Bodvarsson G.S.** (1991). Lubrication theory analysis of the permeability of rough-walled fractures. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts 28*(4), 325–331.

FUITE LIQUIDE AU TRAVERS D'UN CONTACT RUGUEUX : APPLICATION À L'ÉTANCHÉITÉ INTERNE D'APPAREILS DE ROBINETTERIE

RÉSUMÉ : Dans les appareils de robinetterie équipant les centrales nucléaires, l'étanchéité interne est réalisée par le contact direct entre surfaces métalliques. Dans ce contexte, ce travail porte sur l'étude de fuites liquides au travers d'un contact entre deux surfaces rugueuses serrées l'une contre l'autre. Deux approches sont menées en parallèle : l'une théorique/numérique, l'autre expérimentale.

Les modèles mis en place permettent de prédire les fuites à partir des textures non déformées des surfaces en contact et en fonction du serrage appliqué. Les déformations des surfaces sont tout d'abord calculées à l'aide d'un modèle semi-analytique élasto-plastique parfait. L'écoulement liquide est ensuite résolu au travers du champ d'ouverture résultant. Des modèles pour caractériser et simuler les textures rugueuses ont également été développés à partir d'une approche fractale, permettant ainsi de prédire les fuites à partir d'outils purement numériques, sans avoir recours à la mesure d'états de surfaces. Grâce à ces modèles, une corrélation a pu être établie entre les textures des surfaces et les performances du contact vis-à-vis de l'étanchéité.

Pour tester les modèles mis en place, des mesures de débits de fuite au travers de contact rugueux ont de plus été effectuées. La confrontation directe entre essais et simulation a montré que les modèles surestiment les débits de fuite, en particulier à fort serrage. Une étude détaillée de la chaîne de prédiction a permis de montrer que les écarts proviennent principalement du modèle de déformation. Une modélisation prenant en compte le caractère hétérogène du matériau semble une piste intéressante pour améliorer les prédictions.

Mots-clés : *étanchéité statique, fuite monophasique, contact rugueux, surface fractale auto-affine, changement d'échelle, propriétés de transport*

LIQUID LEAKAGE THROUGH A ROUGH CONTACT: APPLICATION TO THE INTERNAL SEALING OF VALVES

ABSTRACT: Internal sealing of valves used in nuclear power plants is performed by direct contact between metallic surfaces. In this context, this work deals with the study of liquid leakage through a tight contact between two rough surfaces. Two approaches were followed in parallel: a theoretical/numerical one and an experimental one.

Models developed here allow to predict leakage as a function of tightening starting from non-deformed textures of contacting surfaces. Surface deformation is first computed with a semi-analytical elasto-perfectly plastic model. Liquid flow is then solved through the resulting aperture field. Models for characterizing and synthesizing roughness were also developed from fractal theory, providing a complete numerical tool for leakage predictions. From these models, a correlation between surface textures and sealing efficiency was established.

Moreover, leak-rate measurement were carried out to test the model performance. Direct comparisons between experimental results and simulations showed that predictions over-estimate the leak-rates, especially when tightening is high. A detailed analysis of the whole calculation procedure showed that deviations mainly originate from the deformation model. Improvement of the predictive tool might require the consideration of material heterogeneity at the constitutive grains.

Keywords: *static seal, single-phase leakage, rough contact, self-affine fractal surface, up-scaling, transport properties*

ARTS ET MÉTIERS ParisTech