

Université du 7 Novembre à Carthage

THESE

Préparée à

L'Ecole Supérieure des Communications, Tunis

en co-tutelle avec

L'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications de Paris

En vue d'obtenir le Diplôme de

Docteur

En

Technologies de l'Information et des Communications

Par

Manel BEN ROMDHANE

Ingénieur en Télécommunications de SUP'COM

Assistante à l'Institut Supérieur de Biotechnologie de Sfax

Thème

Echantillonnage Non Uniforme appliqué à la Numérisation des Signaux Radio Multistandard

Soutenue à SUP'COM le 7 février 2009 devant le jury d'examen composé de :

Président	M. Sami Tabbane	Professeur à SUP'COM
Rapporteurs	M. Dominique Dallet	Professeur à l'ENSEIRB
	M. Mohamed Masmoudi	Professeur à l'ENIS
Examineurs	M. Philippe Benabes	Professeur à SUPELEC
	M. Néji Youssef	Maître de Conférences à SUP'COM
Directeurs de Thèse	M. Patrick Loumeau	Professeur à TELECOM ParisTech
	M. Adel Ghazel	Professeur à SUP'COM
Invités	Mme Patricia Desgreys	Maître de Conférences à TELECOM ParisTech
	M. Chiheb Rebai	Maître Assistant à SUP'COM

*Thèse de Doctorat en co-tutelle préparée en collaboration entre CIRTACOM de SUP'COM
et le groupe SIAM de TELECOM ParisTech*

*À mon père Necmane qui surclasse les pères de la terre entière,
À ma mère Sadika dont la douceur et la patience m'ont permis d'évoluer,
À ma sœur Melka qui m'a apporté tant de bonheur dans ma vie,
À tous ceux qui m'ont accompagné dans le travail que j'ai accompli,
À tous ceux que j'aime et qui m'aiment,
Qu'ils trouvent dans ce travail le résultat de leurs conseils et encouragements.*

« Les hommes se plaisent à penser qu'ils peuvent se débrouiller seuls, mais l'homme, le vrai, sait que rien ne vaut le soutien et les encouragements d'une bonne équipe ».

Jim Allen, Acteur (1953-)

« Dans les sciences, le chemin est plus important que le but. Les sciences n'ont pas de fin ».

Erwin Chargaff, Biochimiste (1905-2002)

Le travail que nous présentons dans cette thèse a été effectué dans le cadre de la préparation d'un diplôme de Doctorat en co-tutelle en Technologie de l'Information et de la Communication de l'Ecole Supérieure des Communications de Tunis (SUP'COM) en Tunisie et en Electronique et Communications de l'Ecole Doctorale d'Informatique, Télécommunications et Electronique de Paris (EDITE) de l'École Nationale Supérieure des Télécommunications de Paris (TELECOM ParisTech) en France.

Les travaux de recherche réalisés ont été menés au sein de l'unité de recherche "Circuits et Techniques Avancées pour les systèmes de Communications" (CIRTA'COM) de SUP'COM en collaboration avec le groupe de recherche "Systèmes Intégrés Analogiques et Mixtes" (SIAM) de TELECOM ParisTech. Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance et ma gratitude envers Monsieur Patrick Loumeau, Professeur à TELECOM ParisTech, le Coordinateur du groupe de recherche SIAM et envers Monsieur Adel Ghazel, Professeur à SUP'COM, le Chef de l'unité de recherche CIRTA'COM.

Aux termes de ce travail de thèse, je tiens à remercier vivement :

Monsieur Sami Tabbane, Professeur à SUP'COM, pour le grand honneur qu'il nous fait en acceptant de présider le jury de cette thèse et pour les enseignements de qualité qu'il m'a transmis pendant ma formation d'ingénieur à SUP'COM.

Monsieur Dominique Dallet, Professeur à l'Ecole Nationale Supérieure d'Electronique, Informatique et Radiocommunications de Bordeaux (ENSEIRB), d'avoir accepté de rapporter ce travail, pour l'intérêt qu'il a accordé à discuter certains de nos résultats et pour ses remarques pertinentes. Je le remercie pour l'honneur qu'il nous fait en participant au jury de cette thèse.

Monsieur Mohamed Masmoudi, Professeur à l'Ecole Nationale d'Ingénieur de Sfax (ENIS), pour son acceptation de la lourde tâche de rapporteur, pour avoir apporté sa caution scientifique en jugeant ce travail et pour son honorable participation au jury de cette thèse.

Monsieur Philippe Benabes, Professeur à l'Ecole Supérieure d'Electricité (SUPELEC) à Paris, pour avoir fait l'effort du voyage à Tunis et accepté de participer au jury de cette thèse en contribuant à la discussion de nos travaux avec sa grande compétence reconnue dans le domaine.

Monsieur Néji Youssef, Professeur à SUP'COM, pour l'intérêt qu'il porte à notre travail en acceptant d'examiner avec sa rigueur scientifique habituelle nos contributions de recherche.

Monsieur Patrick Loumeau, Professeur à TELECOM ParisTech et Coordinateur du groupe SIAM, pour m'avoir proposé ce sujet de thèse de Doctorat en co-tutelle et accepté

de diriger ma thèse. Je le remercie aussi pour son suivi attentif, ses conseils et les discussions enrichissantes. Je lui suis reconnaissante pour tous les moyens qu'il a bien voulu mettre à ma disposition pour mener à bien dans d'excellentes conditions mes travaux de recherche au sein du groupe de recherche SIAM de TELECOM ParisTech.

Monsieur Adel Ghazel, Professeur à SUP'COM et Chef de l'unité de recherche CIRTACOM, pour m'avoir proposé ce sujet de recherche et accueilli au sein de CIRTACOM en m'offrant les bonnes conditions de travail. Je lui exprime toute ma gratitude pour son encadrement et ses directives scientifiques tout au long des différentes étapes de mes travaux de recherche.

Madame Patricia Desgreys, Maître de conférences à TELECOM ParisTech, pour son co-encadrement de ma thèse. Je lui présente ma gratitude pour ses conseils scientifiques et pour l'agréable cadre de travail.

Monsieur Chiheb Rebai, Maître assistant à SUP'COM, pour sa forte implication dans l'encadrement des travaux de ma thèse. Je le remercie sincèrement pour ses directives et ses discussions fructueuses qui m'ont permises d'affranchir de multiples complexités et pour la bonne ambiance de travail.

Monsieur Khaled Grati, Maître assistant à SUP'COM, pour avoir accepté de collaborer au volet théorique de mes travaux de recherche et pour sa contribution au suivi des travaux de la phase d'étude analytique de mes travaux.

Tous les enseignants chercheurs de TELECOM ParisTech et notamment à Mesdames Ghaya Rekaya Ben Othmane et Lirida Naviner, Messieurs Hervé Petit, Van Tam Nguyen, Jean Provost, Philippe Ciblat, Olivier Riout, Yves Mathieu, Jean-Luc Danger et Jean-François Naviner. J'exprime également mes vifs remerciements aux enseignants chercheurs à SUP'COM et particulièrement Madame Rim Barrak Ghannouchi, Messieurs Fethi Tlili et Hichem Besbes pour leurs conseils scientifiques.

Mes remerciements s'adressent aussi à tous les responsables et personnels administratifs à TELECOM ParisTech : Monsieur le Directeur Yves Poilane, Monsieur le Directeur Bernard Robinet de l'EDITE, Monsieur le Responsable du département COMELEC Bruno Thédrez, Mesdames Chantal Cadiat, Danielle Chiltz, Marie Baquero, Florence Besnard et Monsieur Stéphane Bonenfant, et à SUP'COM : Monsieur le Directeur Mohamed Naceur Ammar, Monsieur Mouhaned Tounsi, Mesdames Noura Ben Amara, Saloua Baklouti, Hajer Lahmar, Amel Ayari, Samia Bouzouita qui m'ont aidé au bon déroulement de mes activités pédagogiques et de mes activités de recherche en m'offrant tout le support administratif nécessaire.

Il m'est indispensable de remercier autant le personnel des bibliothèques en particulier Madame Anne Vidal à TELECOM ParisTech et Madame Hounaida Guedria à SUP'COM. En outre, je tiens à présenter mes remerciements les plus sincères à Monsieur Karim Ben Kalaia, responsable du laboratoire d'électronique à TELECOM ParisTech, à Monsieur Lotfi Razgallah, responsable du laboratoire d'électronique à Sup'Com et à Monsieur Amin Ketari, ingénieur à EBSYS pour leur présence et assistance.

Je tiens à remercier aussi mes collègues à l'Institut Supérieur de Biotechnologie de Sfax (ISBS) ainsi que le personnel administratif pour m'avoir soutenu et encouragé pour finaliser mes travaux de recherche.

Je ne pourrais jamais oublier d'exprimer ma gratitude à tous mes amis chercheurs du groupe SIAM : David, Anis, Wissam, Chadi, Souha, à ceux de l'unité de recherche CIRTACOM : Asma, Haifa, Nadia, Houcem, Aymen. En outre, je profite de cette occasion pour remercier toute ma famille pour sa patience, son assistance et son sacrifice tout au long de mes études, remercier tous mes amis, pour leur encouragement et leur présence, en particulier Mériem, Alia, Héla, Khawla, et remercier toute personne ayant contribué de près ou de loin à la réussite de ce travail de thèse.

Cette thèse de Doctorat s'inscrit dans le domaine de la conception de circuits innovants pour la numérisation des signaux radio multistandard. La nouveauté dans ce travail de recherche provient de l'exploration, pour la première fois dans le domaine des systèmes radio, de l'apport de l'utilisation des techniques d'échantillonnage non uniforme (NUS, Non Uniform Sampling). L'innovation de recherche apportée concerne l'établissement de formulations analytiques pour le calcul des métriques d'évaluation des performances de la technique NUS et pour le dimensionnement d'un nouveau récepteur radio multistandard avec un convertisseur analogique numérique (ADC, Analog-to-Digital Converter) contrôlé par une horloge non uniforme. Les résultats de cette étude ont conduit à la synthèse d'un filtre anti-repliement unique pour les standards GSM/UMTS/WiFi et à la diminution de la fréquence moyenne d'échantillonnage de l'ADC ce qui a permis de diminuer la consommation de puissance de l'ADC et d'éliminer le circuit du contrôle automatique de gain (AGC). L'étude analytique et la conception niveau système ont été complétées par la proposition d'une architecture numérique originale de génération d'horloge non uniforme permettant de s'affranchir des contraintes et limitations des oscillateurs non uniformes proposés dans la littérature. Ce circuit Pseudorandom Signal Sampler (PSS) a fait l'objet d'une synthèse et d'une validation préliminaire sur FPGA puis de la conception d'un circuit VLSI en technologie CMOS numérique 65 nm. Les résultats d'implémentation du PSS ont permis d'obtenir, pour un facteur de quantification temporelle égal à 16, une surface active de $470\text{ }(\mu\text{m})^2$, des fréquences moyennes d'échantillonnage pouvant atteindre 200 MHz basées sur un synthétiseur de fréquence qui offre des fréquences jusqu'à 3.2 GHz et enfin une consommation de puissance de 1.45 à 290.4 μW pour des fréquences d'échantillonnage moyennes allant de 1 MHz à 200 MHz. Une validation expérimentale de l'étage de numérisation proposé a été effectuée grâce à la réalisation d'une plate-forme de test composée du circuit générateur PSS dont la sortie contrôle un ADC auquel est appliqué en entrée un signal sinusoïdal de test et d'un PC pour l'acquisition par FIFO mais aussi pour le traitement des données. Les résultats des tests expérimentaux obtenus ont permis de confirmer les résultats théoriques en termes de diminution de la consommation de l'ADC.

Mots clefs : Radio logicielle, réception radio multistandard, numérisation des signaux, échantillonnage non uniforme, génération d'horloge

Abstract and keywords

Research activities of this Doctorate thesis deal with the design of innovative circuits for multistandard signals digitalization. The originality of this research work comes from the use for the first time of Non Uniform Sampling (NUS) techniques for radio systems design and implementation. Presented research innovation is relative to the establishment of analytical formulations for NUS technique performance evaluation metrics to design a novel multistandard radio receiver topology with an Analog-to-Digital Converter (ADC) controlled by a non uniform clock. Results of this study have led to the synthesis of a single anti-aliasing filter for GSM/UMTS/WiFi standards and the reduction of ADC mean sampling frequency that allows the ADC power consumption reduction and the elimination of the Automatic Gain Control (AGC) circuit. The analytical study and the system level design have been completed by the proposal of an original digital architecture for a Pseudorandom Signal Sampler (PSS) circuit designed to overcome previous non uniform generators constraints. This PSS circuit experimental validation have been first achieved thanks to a preliminarily FPGA-based implementation then by a VLSI circuit design on 65 nm Digital CMOS technology. The PSS implementation results lead, for a time quantizer factor of 16, to a $470\text{ }(\mu\text{m})^2$ active area occupation, mean sampling frequencies reaching 200 MHz based on frequency synthesiser offering frequencies until 3.2 GHz and finally a power consumption from 1.45 to 290.4 μW for mean sampling frequencies ranging from 1 MHz to 200 MHz. An experimental validation of proposed digitalization stage have been achieved thanks to the development of a test setup composed by the PSS generator delivering ADC control clock signals. A test sine wave is applied to the ADC input and its output is processed by a PC-based software created for sampled data processing. Obtained experimental results confirmed theoretical results in terms of ADC power consumption reduction.

Keywords : Software Radio, multistandard radio receiver, signals digitalization, non uniform sampling, clock generation

$\otimes$	Produit de convolution
$[x]$	Partie entière du réel x
$\langle a b \rangle$	Produit scalaire défini par $\langle a b \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} a(t)b(t)dt$
$\mathbf{A}$	Matrice de taille MxN
$\mathbf{A}^T$	Transposée de $\mathbf{A}$
A_{max}	Atténuation maximale dans la bande passante du filtre anti-repliement
A_{min}	Atténuation minimale dans la bande de réjection du filtre anti-repliement
Att_{NUS}	Atténuation de l'échantillonnage non uniforme
B_c	Bande du canal
DR_{ADC}	Dynamique de l'ADC
DR_{ADC_AGC}	Dynamique de l'ADC avec AGC
$\delta(.)$	Fonction de Dirac
$\delta_{m,n}$	Fonction de Kronecker
δt_k	Distance entre t_k et t_{k-1}
$E[x]$	Espérance de la variable aléatoire x
$E_x(f)$	ESD du signal $x(t)$
f_{ADC}	Fréquence d'échantillonnage de l'ADC
f_{clk}	Fréquence d'horloge principale
f_m	Fréquence de reconstruction
$f_{Nyquist}$	Fréquence d'échantillonnage de Nyquist
f_p	Fréquence de coupure du filtre anti-repliement
f_s	Fréquence moyenne d'échantillonnage
f_t	Fréquence de réjection du filtre anti-repliement
f_{US}	Fréquence d'échantillonnage uniforme
$\Phi_1(f)$	Fonction caractéristique de la distribution $p_1(\tau)$
G_{AGCmax}	Gain maximal de l'AGC
G_{AGCmin}	Gain minimal de l'AGC
γ_{ji}	Rapport de suppression de l'échantillonnage non uniforme
λ	Rapport maximal de suppression de l'échantillonnage non uniforme
N_{th}	Thermal Noise
$p(t)$	Densité de probabilité d'échantillonnage ponctuelle
$p_k(t)$	Densité de probabilité du $k^{ième}$ instant d'échantillonnage
$P_x(f)$	PSD du signal $x(t)$
q_T	Facteur de quantification temporelle
q	Facteur d'espacement des fréquences de reconstruction
$sinc$	$sinc(x) = \sin(x)/x$
σ	Ecart-type de la variable aléatoire x
σ/T_s	Paramètre statistique
t_k	$k^{ième}$ instant d'échantillonnage
T_s	Période d'échantillonnage moyenne
T_{US}	Période d'échantillonnage uniforme
$x(t)$	Signal analogique
$X(f)$	Transformée de Fourier de $x(t)$
$x^r(t)$	Signal reconstruit de $x(t)$

$x_s(t)$	Représentation discrète de $x(t)$
$\hat{X}_s(f)$	Estimation de la transformée de Fourier du signal échantillonné aléatoirement
$Var[x]$	Variance de la variable aléatoire x

AAF	A nti- A liasing F ilter
ADC	A nalog-to- D igital Converter
AGC	A utomatic G ain C ontrol
ARS	A dditive R andom S ampling
ASIC	A pplication- S pecific I ntegrated C ircuit
BER	B it E rror R ate
BPSK	B inary P hase S hift K eying
C-ARS	C orrelated A dditive R andom S ampling
CDMA	C ode D ivision M ultiple A ccess
CLK	C LocK
CMOS	C omplementary M etal and O xide S emi-conductor
CS	C hannel S election
DAC	D igital-to- A nalog Converter
DASP	D igital A lias-free S ignal P rocessing
DC	D uty C ycle
DC-offset	D irect C urrent offset
DCS	D igital C ommunication S ystem
DECT	D igital E nhanced C ordless T elephone
DFT	D iscrete F ourier T ransform
DR	D ynamic R ange
DSP	D igital S ignal P rocessing
DTMF	D ual- T one M ulti- F requency
ERBW	E ffective R esolution B and W idth
ESD	E nergy S pectral D ensity
FFT	F ast F ourier T ransform
FIFO	F irst I n F irst O ut
FPGA	F ield P rogrammable G ate- A rray
FS	F ull S cale
GMSK	G aussian M inimum S hift K eying
GPRS	G eneral P acket R adio S ervices
GSM	G lobal S ystem for M obile communication
HDR	H ardware D efined R adio
I/Q	I n phase / Q uadrature phase
IF	I ntermediate F requency
JRS	J ittered R andom S ampling
LFSR	L inear F eedback S hift R egister
LNA	L ow N oise A mplifier
LO	L ocal O scillator
LSB	L east S ignificant B it
MOSFET	M etal O xide S emiconductor F ield E ffect T ransistor
MUX	M Ultiple X eur
MSB	M ost S ignificant B it
NDFT	N on-uniform D iscete F ourier T ransform
NF	N oise F igure
NFL	N oise F loor

NUS	Non Uniform Sampling
NUT-DFT	Non-Uniform Transform Discrete Fourier Transform
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
<i>OSR</i>	Over-Sampling Ratio
PCB	Printed Circuit Board
PCHIP	Piecewise Cubic Hermite Interpolation Polynomial
PCS	Personal Communications Service
PDF	Probability Density Function
PDL	Programmable Delay Line
PLL	Phase-Locked Loop
PNUS	Periodic Non Uniform Sampling
PNUS ^m	<i>m</i>th order Periodic Non Uniform Sampling
PSD	Power Spectral Density
PRS	PseudoRandom Sampling
PSS	Pseudorandom Signal Sampler
QAM	Quadrature Amplitude Modulation
QPSK	Quadrature Phase Shift Keying
RA	Reconstruction Algorithm
RF	Radio Frequency
RS	Random Sampling
RTL	Register Transfer Level
S/H	Sample and Hold circuit
SDR	Software Defined Radio
SFDR	Spurious Free Dynamic Range
SNR	Signal-to-Noise Ratio
STM	STMicroelectronics
SVD	Singular Value Decomposition
SWR	SoftWare Radio
TDC	Time-to-Digital Converter
TDMA	Time Division Multiple Access
<i>TF</i>	Transformée de Fourier
TI	Texas Instrument
TQ-APRS	Time Quantized Additive PseudoRandom Sampling
TQ-ARS	Time Quantized Additive Random Sampling
TQ-JPRS	Time Quantized Jittered PseudoRandom Sampling
TQ-JRS	Time Quantized Jittered Random Sampling
TQ-PRS	Time Quantized PseudoRandom Sampling
TQ-RS	Time Quantized Random Sampling
<i>TRD</i>	Total Reconstruction Distortion
UMTS	Universal Mobile Telecommunication Standard
US	Uniform Sampling
<i>VA i.i.d.</i>	Variable Aléatoire <i>i</i>ndépendante et <i>i</i>dentiquement <i>d</i>istribuée
VB	Visual Basic
VCO	Voltage Control Oscillator
VHDL	VHSIC Hardware Description Language
VHSIC	Very High Speed Integrated Circuit
WCDMA	Wideband Code Division Multiple Access
WiFi	Wireless Fidelity
WiMAX	Worldwide Interoperability for Microwave Access

Table des matières

<i>Avant-propos.....</i>	<i>v</i>
<i>Résumé et mots clefs</i>	<i>ix</i>
<i>Abstract and keywords</i>	<i>xi</i>
<i>Notations et symboles</i>	<i>xiii</i>
<i>Acronymes et sigles</i>	<i>xv</i>
<i>Table des matières.....</i>	<i>xvii</i>
<i>Tables des figures</i>	<i>xxi</i>
<i>Liste des tableaux</i>	<i>xxv</i>
<i>Introduction générale</i>	<i>1</i>
<i>Chapitre 1. Numérisation des signaux radio dans un contexte radio logicielle</i>	<i>5</i>
1.1. Introduction.....	5
1.2. Intérêt et contraintes de la radio logicielle	6
1.2.1. Définition de la conception de radio logicielle	6
1.2.2. Exigences de la réception radio multistandard	6
1.2.3. Architectures de réception multistandard	8
1.3. Discussion des traitements de numérisation des signaux radio multistandard.....	10
1.3.1. Sélection du canal radio	11
1.3.2. Filtrage anti-repliement.....	12
1.3.3. Conversion analogique numérique	15
1.4. Exploration de l'apport de l'échantillonnage non uniforme pour la numérisation des signaux radio.....	19
1.4.1. Principes des techniques d'échantillonnage	19
1.4.2. Propriétés d'anti-repliement spectral de l'échantillonnage non uniforme.....	21
1.4.3. Etude des réalisations de l'échantillonnage non uniforme	22
1.5. Conclusion	24

Chapitre 2. Définition d'une distribution non uniforme adaptée pour l'anti-repliement spectral 27

2.1. Introduction.....	27
2.2. Modes d'échantillonnage non uniforme.....	28
2.2.1. Echantillonnage non uniforme périodique.....	28
2.2.2. Echantillonnage aléatoire.....	29
2.2.3. Echantillonnage aléatoire à temps quantifié.....	33
2.3. Formulation analytique de l'échantillonnage non uniforme.....	36
2.3.1. Stationnarité d'une séquence d'échantillonnage aléatoire	36
2.3.2. De la stationnarité à l'anti-repliement spectral	41
2.3.3. Densité spectrale de puissance d'un signal aléatoire.....	43
2.3.4. Densité spectrale d'énergie d'un signal déterministe	44
2.4. Proposition d'une analyse spectrale.....	49
2.4.1. Etat de l'art des méthodes d'analyse spectrale adaptées à l'échantillonnage non uniforme .	49
2.4.2. Représentation spectrale de l'échantillonnage aléatoire à temps quantifié	51
2.4.3. Atténuation du repliement spectral de l'échantillonnage aléatoire à temps quantifié	53
2.5. Conclusion	57

Chapitre 3. Définition d'une architecture de réception basée sur le traitement non uniforme en bande de base..... 59

3.1. Introduction.....	59
3.2. Proposition et dimensionnement d'une architecture de réception à traitement non uniforme.....	60
3.2.1. Récepteur multistandard contrôlée non uniformément.....	60
3.2.2. Dimensionnement du récepteur multistandard.....	62
3.2.3. Spécification du traitement en bande de base.....	64
3.3. Etude des méthodes de reconstruction	68
3.3.1. Formulation générale de la reconstruction	69
3.3.2. Méthode de reconstruction matricielle	70
3.3.3. Méthodes de reconstruction par interpolation.....	73
3.4. Validation du traitement de numérisation des signaux radio	76
3.4.1. Définition du modèle de référence de numérisation du signal radio	77
3.4.2. Métrologie d'évaluation de la reconstruction du signal radio	78
3.4.3. Résultats d'application des techniques de reconstruction	78
3.5. Conclusion	82

Chapitre 4. Conception et validation expérimentale d'un générateur non uniforme.....	85
4.1. Introduction.....	85
4.2. Conception d'un générateur non uniforme	86
4.2.1. Etude des générateurs non uniformes existants.....	86
4.2.2. Démarche de conception d'un nouveau circuit de génération d'horloge non uniforme.....	89
4.2.1. Circuit de génération d'horloge non uniforme proposé	94
4.3. Implémentation et performances du générateur non uniforme	96
4.3.1. Synthèse et performances sur cible FPGA.....	96
4.3.2. Implémentation et performances sur cible ASIC.....	100
4.3.3. Caractéristiques post-layout de la séquence non uniforme.....	104
4.4. Validation expérimentale de l'étage du traitement en bande de base.....	106
4.4.1. Méthodes d'acquisition d'un signal numérique non uniformément échantillonné	106
4.4.2. Plate-forme de validation expérimentale.....	107
4.4.3. Résultats et discussion	108
4.5. Conclusion	110
 Conclusion générale.....	 113
 Annexe A : Etat de l'art des ADCs du commerce.....	 117
Annexe B : Théorème de l'anti-repliement spectral.....	121
Annexe C : Estimation de la transformée de Fourier d'un signal déterministe échantillonné selon le mode JRS.....	125
Annexe D : Estimation de la transformée de Fourier d'un signal déterministe échantillonné selon le mode ARS.....	127
 Références.....	 131

Tables des figures

Figure 1. 1: Architecture de réception homodyne et/ou low-IF.....	8
Figure 1. 2: Architecture d'un récepteur à échantillonnage RF.	10
Figure 1. 3. Gabarits du filtrage anti-repliement (AAF) et de sélection du canal (CS).	13
Figure 1. 4. Réponses fréquentielles de différents types de filtres d'ordre 5.	13
Figure 1. 5. Ordre du filtre anti-repliement selon l'approximation Butterworth pour $A_{max}=0.3$, $f_p=10.79$ MHz et pour différentes valeurs de A_{min}	14
Figure 1. 6. Ordre du filtre anti-repliement selon l'approximation Chebychev pour $A_{max}=0.3$, $f_p=10.79$ MHz et pour différentes valeurs de A_{min}	15
Figure 1. 7. Etat de l'art des convertisseurs analogique numérique.	16
Figure 1. 8. Illustration du repliement spectral et du filtrage dans le cas de l'échantillonnage uniforme.	20
Figure 2. 1. Echantillonnage non uniforme périodique simple (PNUS) pour $k=4$	28
Figure 2. 2. Echantillonnage non uniforme périodique d'ordre 3 (PNUS ³).	29
Figure 2. 3. Densités de probabilité $p_k(t)$ du mode JRS à distribution gaussienne pour $\sigma/T_s=0.5$, une période d'échantillonnage moyenne $T_s=0.1$ s et un nombre d'instants d'échantillonnage $n=20$	30
Figure 2. 4. Densités $p_k(t)$ dans le cas d'un mode ARS à distribution gaussienne pour $\sigma/T_s=0.15$, une période d'échantillonnage moyenne $T_s=0.1$ s et un nombre d'instants d'échantillonnage $n=20$	31
Figure 2. 5. Description du mode TQ-RS pour $q_T=4$	34
Figure 2. 6. Description du mode TQ-PRS pour $q_T=4$	35
Figure 2. 7. Le paramètre statistique σ/T_s en fonction de q_T	36
Figure 2. 8. Cas du mode JRS de distribution gaussienne de paramètre statistique $\sigma/T_s=0.2887$ pour $T_s=0.1$ s : Densités de probabilité des 3 premiers échantillons $p_1(t)$, $p_2(t)$ et $p_3(t)$, densité de l'avant dernier intervalle $p_{k-1}(t)$ Densité de probabilité d'échantillonnage ponctuelle $p(t)$	38
Figure 2. 9. Densité de probabilité d'échantillonnage ponctuelle $p(t)$ dans le cas du mode JRS de distribution gaussienne pour différentes valeurs de σ/T_s pour $T_s=0.1$ s.	38
Figure 2. 10. Cas du mode ARS de distribution gaussienne de paramètre statistique $\sigma/T_s=0.15$ pour $T_s=0.1$ s : Densités de probabilité des 3 premiers instants d'échantillonnage $p_1(t)$, $p_2(t)$ et $p_3(t)$, densité de l'avant dernier instant d'échantillonnage $p_{k-1}(t)$, Densité de probabilité d'échantillonnage ponctuelle $p(t)$	40
Figure 2. 11. Densité de probabilité d'échantillonnage ponctuelle $p(t)$ dans le cas du mode ARS de distribution gaussienne pour différentes valeurs de σ/T_s pour $T_s=0.1$ s.	41
Figure 2. 12. Densités de probabilité de tous les instants d'échantillonnage représentant la densité de probabilité d'échantillonnage ponctuelle.	41
Figure 2. 13. ESD d'une séquence JRS de distribution uniforme sur $[-T_s/2, T_s/2]$ pour une fréquence d'échantillonnage $f_s=1$ kHz.	45
Figure 2. 14. ESD d'une séquence JRS de distribution gaussienne de rapport $\sigma/T_s=0.2887$ pour une fréquence d'échantillonnage $f_s=1$ kHz.	46
Figure 2. 15. ESD de la séquence ARS avec une distribution uniforme sur $[-T_s/2, T_s/2]$	47
Figure 2. 16. ESD d'une séquence ARS gaussienne pour $\sigma/T_s=0.2887$	48
Figure 2. 17. ESD moyennée pour $nb=100$, $f_{in}=5$ MHz, $f_s=16.6$ MHz et pour différentes valeurs du paramètre statistique σ/T_s	52
Figure 2. 18. ESD $nb=1$, $\sigma/T_s=0.2887$, $f_{in}=3.125$ MHz, $f_s=50$ MHz dans les cas d'une analyse avec <i>zero-padding</i> et d'une analyse basée sur un S/H.	52
Figure 2. 19. Suppression du repliement imposé par le mode ARS pour différentes valeurs du paramètre statistique σ/T_s pour $OSR=10$	55

Figure 2. 20. Suppression du repliement imposé par le mode ARS pour différentes valeurs de OSR pour un rapport $\sigma/T_s=0.05$.	55
Figure 2. 21. Suppression du repliement (λ) par le mode ARS en fonction de OSR et de σ/T_s .	55
Figure 2. 22. Représentation de l'atténuation Att_{NUS} (opposé de la définition de $E[\gamma_{ji}]$).	56
Figure 2. 23. Représentation de l'atténuation (opposé de λ) en fonction du rapport σ/T_s .	57
Figure 3. 1. Architecture du récepteur multistandard homodyne pour l'UMTS et l'IEEE802.11a et low-IF pour le GSM (fréquence intermédiaire à 100 kHz) (a) Contrôle uniforme de l'ADC (b) Contrôle non uniforme de l'ADC.	61
Figure 3. 2. Profils des bloqueurs GSM/UMTS/802.11a.	63
Figure 3. 3. Etapes de reconstruction matricielle par SVD.	72
Figure 3. 4. Modèle Matlab/Simulink de validation de l'étage de numérisation par les techniques NUS et US.	77
Figure 3. 5. Résultats de reconstruction par interpolation polynomiale - Phénomène de Runge.	79
Figure 3. 6. SNR en fonction de σ/T_s pour quelques algorithmes d'interpolation et pour la reconstruction SVD ($q_T=8$).	80
Figure 3. 7. Organigramme de la reconstruction temps réel par interpolation adaptée au mode TQ-RS.	81
Figure 3. 8. Spectres du signal reconstruit pour différentes méthodes d'interpolation.	82
Figure 4. 1. Oscillateur non uniforme en anneau.	86
Figure 4. 2. Analyseur spectral par échantillonnage non uniforme.	87
Figure 4. 3. Génération de signaux pseudo-aléatoire non quantifiés.	87
Figure 4. 4. Mesure et correction du rapport cyclique par échantillonnage non uniforme.	88
Figure 4. 5. Phases nécessaires pour la génération de l'horloge non uniforme selon le mode TQ-PRS pour $q_T=8$.	90
Figure 4. 6. Registre à décalage à rétroaction linéaire (LFSR).	90
Figure 4. 7. Phases modifiées pour la génération de l'horloge non uniforme selon le mode TQ-PRS pour $q_T=8$.	91
Figure 4. 8. Schéma synoptique du PSS.	92
Figure 4. 9. Horloge non uniforme générée par le PSS pour $q_T=8$.	92
Figure 4. 10. Diagramme d'un ADC.	95
Figure 4. 11. Schéma synoptique du PSS modifié.	96
Figure 4. 12. Horloge non uniforme PSS_{out} générée par le PSS à $q_T=16$.	97
Figure 4. 13. Fréquence maximale des FPGA Stratix et Cyclone d'Altera pour f_{clk} du PSS à $q_T=8$.	97
Figure 4. 14. Puissance dynamique dissipée du PSS à $q_T=8$ pour quelques composants FPGA.	99
Figure 4. 15. Puissance statique dissipée en fonction du FPGA pour le PSS à $q_T=8$.	99
Figure 4. 16. Consommation de puissance dynamique en fonction de q_T pour le composant EP2C35F672C6.	100
Figure 4. 17. Elimination des glitches par l'ajout d'une bascule en sortie du PSS (en haut) résultat à la sortie de la bascule, (en bas) résultat à l'entrée de la bascule.	101
Figure 4. 18. Temps de transition en fonction de la fréquence de l'horloge principale pour le circuit d'inverseurs.	102
Figure 4. 19. Puissance consommée du circuit PSS en technologie 65 nm en fonction de la fréquence moyenne d'échantillonnage.	103
Figure 4. 20. Séquence générée par le PSS et son application au modèle Matlab/Simulink.	104
Figure 4. 21. Spectres d'une sinusoïde échantillonnée uniformément (yus), non uniformément par la séquence PSS générée sur QuartusII (y_pss) et par la séquence ARS générée par Matlab (y_ars).	105
Figure 4. 22. Reconstruction du signal après échantillonnages uniforme et non uniforme avec PSS implémenté sur FPGA.	105
Figure 4. 23. RTL du générateur PSS et de la méthode d'acquisition par FIFOs.	106
Figure 4. 24. Schéma synoptique de la plate-forme de test.	107

Figure 4. 25. Spectre de la sortie de l'ADC échantillonnée uniformément (yus) et non uniformément par le PSS (y_PSS_ADC).	109
Figure 4. 26. Reconstruction de la sortie de l'ADC après échantillonnage uniforme et non uniforme.....	109
Figure 4. 27. Schéma bloc fonctionnel du AD9214.	110

Liste des tableaux

Tableau 1. 1. Extrait des spécifications des normes GSM, UMTS, WiMax et IEEE 802.11a.....	7
Tableau 2. 1. Différentes possibilités de modes d'échantillonnage et de distribution.	48
Tableau 3. 1. Paramètres physiques des normes GSM/UMTS/IEEE802.11a.....	64
Tableau 3. 2. Spécifications de dimensionnement du récepteur multistandard GSM/UMTS/IEEE802.11a.....	64
Tableau 3. 3. Résultats de dimensionnement de l'AAF sans marge de conception, du récepteur multistandard GSM/UMTS/WiFi, pour un échantillonnage de Nyquist en uniforme et un échantillonnage pour $OSR=2$ en échantillonnage non uniforme.....	66
Tableau 3. 4. Résultats de dimensionnement de l'AAF d'ordre 4 avec une marge de conception de 30%, du récepteur multistandard GSM/UMTS/WiFi.....	66
Tableau 3. 5. Spécifications de dimensionnement du récepteur multistandard GSM/UMTS/WiFi pour un AAF unique flexible d'ordre 4.....	67
Tableau 3. 6. Performances des méthodes d'interpolation pour la conversion analogique numérique contrôlée par le NUS.....	82
Tableau 4. 1. Fréquences et rapports cycliques générés dans les cas q_T égal à 8, 16 et 32.	94
Tableau 4. 2. Résultats de synthèse du PSS sur le composant EP2C35F672C6.....	96
Tableau 4. 3. Références des FPGA dans ce manuscrit.	98
Tableau 4. 4. Fréquences de transition pour différentes technologies.....	101
Tableau 4. 5. Comparaison des résultats des générateurs existants avec le circuit proposé PSS de configuration q_T égal à 16.	103
Tableau 4. 6. Résultats de mesure du paramètre σ/T_s après synthèse du PSS sur EP2S60F672C5.....	104
Tableau 4. 7. Consommation de puissance de l'ADC pour l'échantillonnage uniforme à 50 MHz et pour l'échantillonnage non uniforme à 3.125 MHz.....	108

Les normes de radio communications et les services mobiles sont en constante évolution. En effet, les terminaux mobiles doivent supporter, d'une part, un fonctionnement multistandard multibande à hautes performances en termes de débit et de qualité de transmission, et d'autre part, satisfaire une clientèle toujours à la recherche d'équipements moins chers, à faible encombrement et à faible consommation d'énergie. L'intérêt socio-économique de ces objectifs technologiques a motivé un nombre important de chercheurs industriels et universitaires pour apporter de nouvelles contributions théoriques et pratiques aux problématiques énoncées. Face aux limitations des techniques radio classiques et pour mieux guider les travaux de recherche, dans ce domaine, et viser des apports technologiques fondamentaux un nouveau concept baptisé Radio Logicielle (SWR, Software Radio) a été initialement introduit par Mitola en 1993 (1).

La SWR vise la proposition d'une nouvelle technologie radio permettant la réalisation de terminaux et d'infrastructures de stations de base radio capables de supporter, indépendamment du matériel, un fonctionnement multi-service et reconfigurable à distance. Le moyen adopté est l'implantation en tout logiciel de toutes les fonctionnalités radio. Les principales limitations face à l'implantation en tout logiciel se situent au niveau des étages radio qui comportent encore des circuits RF analogiques et non reconfigurables. La communauté scientifique a alors proposé de cibler la radio logicielle restreinte (SDR, Software Defined Radio) qui consiste au rapprochement maximal du convertisseur analogique numérique de l'antenne du récepteur tout en conservant les objectifs de la radio logicielle multistandard. Le concept de la SDR vise à atteindre des émetteurs/récepteurs reconfigurables, flexibles et multi-services pour remplacer la multitude de circuits radio empilés dans les terminaux mobiles actuels. L'objectif de la radio multistandard doit être obtenu tout en réduisant les contraintes sur les différents circuits d'émetteur/récepteur. Dans le sens de la réception, l'implémentation de la SDR nécessite un étage frontal multistandard et un étage en bande de base programmable par logiciel.

Différentes architectures de réception SDR multistandard ont été proposées dans des travaux antérieurs. Les contributions obtenues ont concerné la topologie du récepteur (low-IF ou homodyne) et les modes de transposition de fréquence par des mélangeurs analogiques ou par échantillonnage des signaux RF. Toutes ces solutions antérieures se basent sur l'échantillonnage uniforme.

Dans le but de chercher à améliorer les performances des récepteurs SDR multistandard en termes d'amélioration de l'intégrabilité et de la réduction de la consommation d'énergie, nous proposons, dans le cadre de ce travail de thèse de Doctorat, l'exploration

puis la définition d'une nouvelle solution de réception SDR multistandard basée sur l'échantillonnage non uniforme au niveau de l'étage de numérisation des signaux radio.

En effet, l'avantage de cette technique d'échantillonnage est l'anti-repliement spectral qui consiste en l'élimination des répliques dues à l'échantillonnage uniforme conventionnel. Plusieurs modes d'échantillonnage non uniforme (2), (3) et leurs outils numériques tels que la reconstruction, le filtrage, les transformées de Fourier ont été développés dans plusieurs domaines de recherche, notamment, en mathématiques (4), traitement du signal (5), géophysique, tomographie par ordinateur, télédétection (6), propagation et antennes (7), développement d'analyseur de Spectre (8), etc. Cependant, aucune étude exhaustive de récepteur radio logicielle multistandard, ni même de récepteur radio simple, à échantillonnage non uniforme (NUS, Non Uniform Sampling) n'a été introduite ou présentée dans la bibliographie.

Par conséquent, nous focalisons nos travaux sur l'application de l'échantillonnage non uniforme pour la numérisation des signaux radio multistandard et nous présentons nos travaux en les répartissant en 4 chapitres.

Dans le premier chapitre, dédié à la définition du contexte du travail de recherche, nous commençons par la présentation de l'intérêt et des exigences de la radio logicielle ainsi que ceux des récepteurs radio multistandard. Puis, nous enchaînons par la discussion des contraintes de dimensionnement des circuits de l'étage de numérisation des signaux radio en bande de base. Nous présentons les contraintes sur les opérations de sélection du canal, de filtrage anti-repliement et de la conversion analogique numérique. La dernière section du chapitre est consacrée au rappel du principe de l'échantillonnage non uniforme et à la mise en évidence de son avantage d'élimination du repliement spectral en se basant sur les résultats des premiers travaux publiés notamment dans (9), (10), (11), (12). Parmi les applications de l'échantillonnage non uniforme nous accordons plus d'intérêt à la présentation de l'application aux analyseurs de spectre par la technique DASP Digital Alias-free Signal Processing (8).

Dans le cadre de l'étude de la théorie de l'échantillonnage non uniforme NUS, nous déterminons dans le second chapitre une formulation analytique générale pour la justification de l'utilité du NUS pour la numérisation des signaux radio. Nous présentons tout d'abord les différents modes d'échantillonnage non uniforme, notamment les modes aléatoires tout en détaillant le mode aléatoire à temps quantifié nécessité par l'implémentation numérique matérielle. Une étude est consacrée par la suite à la condition d'anti-repliement spectral de l'échantillonnage non uniforme et dans laquelle une nouvelle formulation de la condition de stationnarité, par rapport aux travaux de Bilinskis et Mikelsons (12), est présentée en utilisant une transformée de Fourier pour les signaux apériodiques (13). En se basant sur les propriétés spectrales d'un signal aléatoire échantillonné non uniformément présentés dans (5), (10) et (11), nous présentons notre contribution concernant la formulation mathématique des propriétés spectrales d'un signal déterministe échantillonné non uniformément. La dernière section présente la méthode que nous avons proposé pour une représentation spectrale

adaptée à un signal échantillonné non uniformément et qui sert à la validation de l'étude conduite et des résultats théoriques obtenus ainsi qu'aux résultats théoriques de Bilinskis et Mikelsons (12).

Dans le troisième chapitre, nous étudions l'application de l'échantillonnage non uniforme à la conversion de données. L'architecture du récepteur sélectionnée pour une réception multistandard est l'architecture hybride homodyne/low-IF. Les standards qui couvrent les différentes possibilités de fréquences porteuses de 900 MHz à 5 GHz et de canaux de largeur de bande entre 200 kHz et 20 MHz sont le GSM, l'UMTS et IEEE802.11a. Nous présentons la méthodologie et les résultats de dimensionnement du récepteur, et en particulier celui de l'étage de numérisation. Puis, nous discutons la complexité et les performances des différentes méthodes de reconstruction nécessaires pour une remise en forme d'un signal échantillonné non uniformément en un signal échantillonné uniformément pour qu'il soit acheminé aux algorithmes de communications numériques. En présentant un modèle de référence Matlab/Simulink de l'étage de numérisation, nous décrivons les résultats d'une évaluation par simulation de l'application des différents algorithmes de reconstruction selon leurs performances en termes de rapport signal à bruit et de complexité du calcul.

La description de la réalisation matérielle et des résultats de validation expérimentale font l'objet du dernier chapitre. Nous commençons par étudier les générateurs existants et analyser leur adéquation aux spécifications de réception SDR multistandard. Cette étude bibliographique est suivie par une présentation des détails de conception et de validation d'un nouveau circuit, appelé PSS (Pseudorandom Signal Sampler), de génération d'horloge non uniforme qui délivre un signal échantillonneur pseudo-aléatoire. Ensuite, nous présentons les résultats de synthèse et de performances d'implantation du PSS sur une cible FPGA puis sur une cible ASIC. Finalement, nous présentons l'exploitation du signal généré au niveau de le composant FPGA pour contrôler un convertisseur analogique numérique et caractériser ses performances afin de valider les apports de l'échantillonnage non uniforme sur la conversion de données et en particulier sur la consommation de puissance.

Chapitre 1. Numérisation des signaux radio dans un contexte radio logicielle

1.1. Introduction

Le concept de la Radio Logicielle (SWR, Software Radio) vise la proposition d'une nouvelle technologie radio permettant la réalisation de terminaux et d'infrastructure de stations de base radio capable de supporter, indépendamment du matériel, un fonctionnement multi-service et reconfigurable à distance (14). Un tel objectif ne peut être atteint que par le moyen d'une implantation en logiciel de toutes les fonctionnalités radio. Depuis une dizaine d'années des réalisations logicielles performantes ont été mises au point pour la partie cœur des réseaux radio ce qui a permis l'atteinte des possibilités multi-service à ce niveau. Par ailleurs, c'est la partie réseau d'accès et plus particulièrement les interfaces radio, au niveau des terminaux et des stations de base, qui présentent encore des limitations structurelles vis à vis d'une implantation en tout logiciel. Ceci vient de la structure type d'un étage radio qui comporte encore des circuits RF analogiques et non reconfigurables.

La radio logicielle est un domaine de recherche très vaste mais nos travaux de recherche s'intéressent à la partie la plus critique et concernent l'étude de la réalisation radio logicielle de l'étage radio. Une telle réalisation nécessite de placer le convertisseur analogique juste après l'antenne. L'impossibilité de réalisation de cette solution radio logicielle par les technologies radio d'aujourd'hui a poussé les chercheurs à étudier les possibilités de rapprocher le plus possible de l'antenne cette opération de conversion de données. Nous parlons alors de la radio logicielle restreinte (SDR, Software Defined Radio). En revenant à l'objectif multi-service, nous déduisons que l'étage radio doit être capable de traiter des signaux radio relatifs à différents standards de radiocommunications. Ainsi, notre objectif se ramène à la proposition d'une nouvelle solution pour un étage radio multistandard. C'est dans ce cadre bien particulier que se situent nos travaux de recherche.

Ce premier chapitre vise d'abord à présenter la problématique de la réception radio SDR multistandard. Après la définition d'une architecture radio de réception multistandard, une étude sera développée pour la mise en évidence des apports possibles, au niveau de l'étage de numérisation, au fonctionnement multistandard. Notre intérêt se porte sur le mode d'échantillonnage qui représente l'opération principale de numérisation des signaux radio. Par rapport aux travaux antérieurs, utilisant l'échantillonnage uniforme ou régulier ou périodique, nous explorons l'apport de l'échantillonnage non uniforme où les instants d'échantillonnage sont pris irrégulièrement sur l'axe des temps (8), (9). Ainsi, la dernière section de ce premier chapitre est dédiée au rappel du principe de ce

mode d'échantillonnage, à l'analyse des résultats de notre synthèse bibliographique sur la propriété d'anti-repliement spectral et à la discussion des principales réalisations basées sur l'échantillonnage non uniforme.

1.2. Intérêt et contraintes de la radio logicielle

1.2.1. Définition de la conception de radio logicielle

L'expansion du marché des radiocommunications au cours de la dernière décennie du XX^{ème} siècle était marquée par l'utilisation accrue d'émetteurs et récepteurs définis matériellement (HDR, Hardware Defined Radio). La majorité des architectures ne permettaient le traitement que d'un seul service. De plus, l'aspect de réalisation logicielle était rare. A l'ère de l'évolution des standards, des services et des réseaux, il n'est plus concevable d'utiliser des émetteurs récepteurs HDR.

La tendance des quelques dernières années est la radio logicielle (SWR, Software Radio) qui a été introduite par Mitola (1). La SWR vise l'implantation logicielle de tous les modules radio et la reconfigurabilité des architectures d'émission/réception, avec des solutions technologiques à faible coût et à faible consommation d'énergie (15). Le challenge de la SWR est d'apporter ces nouvelles fonctionnalités mais tout en dépassant la HDR en termes d'efficacité et de performances. La comparaison se fait par l'évaluation du coût, de la consommation d'énergie et de la surface pour un bit d'information (14).

Une architecture SWR est entièrement numérique à l'exception du minimum de circuits analogiques nécessaires pour le couplage avec les signaux physiques de l'interface air. Cet étage analogique se limite à l'antenne, au duplexeur émission/réception, au filtrage RF, à l'étage d'amplification et enfin à l'étage de conversion de données. La partie numérique effectuera alors la translation de fréquence, le filtrage du canal utile, la modulation/démodulation et le codage/décodage de l'information. De plus, cette partie est responsable de la sélection de la norme, du choix du service et de la mise-à-jour du contexte par l'opérateur, le fournisseur de services ou l'utilisateur (16).

1.2.2. Exigences de la réception radio multistandard

De nos jours, plusieurs réseaux de communication sans fil offrent aux utilisateurs plusieurs services par le biais de choix entre divers standards de radio communication. Le GSM (Global System for Mobile communication) est la norme de téléphonie mobile seconde génération (2G) la plus utilisée. Le GSM n'offre pas de service de transmission de données (17). C'est avec le GPRS (General Packet Radio Services), norme de génération 2G+, que la transmission de données commence à prendre place dans les communications radio. L'UMTS (Universal Mobile Telecommunication Standard), norme de troisième génération (3G), offre de meilleurs débits et une diversité de services (18). La WiMAX (Worldwide Interoperability for Microwave Access) est la plus récente des normes de quatrième génération (4G) (19). Outre ces normes de téléphonie mobile, les utilisateurs disposent de réseaux locaux et personnels sans fil, avec les normes Bluetooth (20) et WiFi (Wireless Fidelity). Les standards WiFi qui sont sur le marché

sont IEEE802.11a (21), IEEE802.11b, IEEE802.11g (22), etc. Le Tableau 1. 1 présente les principales caractéristiques de la couche physique de quelques standards de radiocommunications.

Le succès des radiocommunications veut que la tendance vise un terminal mobile radio logicielle multistandard pour offrir la panoplie des services offerts par les normes citées précédemment. La réalisation de ce terminal dépend de sa faisabilité à faible coût et à faible consommation d'énergie.

Tableau 1. 1. Extrait des spécifications des normes GSM, UMTS, WiMax et IEEE 802.11a.

	GSM	UMTS	WIMAX	802.11a
Bande montante (MHz)	890-915	1920-1980	2000-11000	5150-5350 5725-5825
Bande descendante (MHz)	935-960	2110-2170	2000-11000	5150-5350 5725-5825
Largeur de bande BW (MHz)	25	60	9000	200 ou 100
Largeur des canaux B_c (MHz)	0.2	3.84	Variable : 1.5-20	16.6
Espacement entre les canaux Ch_{sp} (MHz)	0.2	5	variable	20
Technique d'accès	TDMA	CDMA	OFDM	OFDM
Type de modulation	GMSK	QPSK-CDMA	MQAM-OFDM	BPSK QPSK M-QAM
Débit (Mbits/s)	0.01	0.01-10	<75	6-54

Pour répondre aux objectifs d'un terminal radio logicielle multistandard, le récepteur doit utiliser une seule architecture compacte avec un étage de conversion analogique numérique le plus près possible de l'antenne. D'après le Tableau 1. 1, ce récepteur doit pouvoir traiter plusieurs normes de communications radio ayant des spécifications différentes. Les canaux de communications sont à bande étroite (200 kHz pour le GSM) ou à bande large (20 MHz pour le WiFi), centrés à des fréquences porteuses de presque 900 MHz à 6 GHz et de dynamique entre 60 dB pour les normes large bande et 100 dB pour les normes à bande étroite(23). De plus, le traitement numérique doit être adapté à la norme sélectionnée et donc répondre aux exigences de la modulation et de la technique d'accès.

La réalisation d'un récepteur radio logicielle qui satisfait à toutes ces contraintes n'est pas encore possible à cause de nombreuses limitations technologiques. En effet, rapprocher l'étage de conversion analogique numérique le plus proche possible de l'antenne nécessite un convertisseur fonctionnant à une fréquence d'échantillonnage de l'ordre du double de la plus grande fréquence porteuse et satisfaisant la plus grande dynamique. De tels convertisseurs analogique numérique (ADC, Analog-to-Digital Converter) n'existent pas encore sur le marché. D'ailleurs, chez le constructeur Maxim, nous trouvons le convertisseur le plus rapide, de fréquence d'échantillonnage 2.2 GS/s et de résolution 8 bits pour ne satisfaire que 50 dB de dynamique (24). Il consomme une

puissance autour de 5 W et ne répond même pas aux exigences en vue d'un récepteur radio logicielle multistandard. La communauté scientifique a défini un nouveau concept : la radio logicielle restreinte (SDR, Software Defined Radio). Nous envisageons alors de partager le plus possible d'étages analogiques, de les réutiliser, si possible, par contrôle logiciel et de transférer quelques opérations du traitement analogique vers le traitement numérique. Nous présentons, dans la suite, les quelques réalisations de récepteurs SDR multistandard.

1.2.3. Architectures de réception multistandard

Il existe une multitude d'architectures de réception radio que nous pouvons grouper en deux catégories : les architectures conventionnelles (25) telles que l'architecture hétérodyne, l'architecture homodyne et l'architecture low-IF ; et les architectures à échantillonnage (26), (27). Selon la programmabilité de l'architecture et de la position de l'ADC par rapport à l'antenne, les architectures candidates pour la réception SDR multistandard sont l'architecture de réception à transposition unique de fréquence, telles que les architectures homodyne et low-IF, et les architectures à sous-échantillonnage.

1.2.3.1. Architecture de réception à transposition unique de fréquence

L'architecture homodyne est une architecture à transposition unique de fréquence, présentée à la Figure 1. 1. Dans cette architecture, la fréquence de l'oscillateur local (LO, Local Oscillator) est ajustée sur la fréquence porteuse. Ceci a pour conséquence de transposer le signal autour de la fréquence nulle. Le signal reçu est directement transposé en bande de base. Le récepteur homodyne, ou zéro-IF ou à conversion directe, présente ainsi un meilleur degré d'intégrabilité par rapport à l'architecture hétérodyne. De plus, la puissance dissipée et le coût sont faibles. Cette architecture nécessite uniquement deux circuits discrets : l'antenne et le filtre RF. Elle possède donc une bonne intégrabilité et une bonne adaptabilité aux récepteurs multistandard. Un filtre anti-repliement (AAF, Anti-Aliasing Filter) est un filtre passe-bas nécessaire pour supprimer le repliement spectral dû à la numérisation par l'ADC. De plus, un contrôle automatique de gain (AGC, Automatic gain control) est nécessaire pour atténuer le signal d'amplitude maximale reçu afin d'augmenter le gain analogique et ainsi limiter la dynamique à l'entrée de l'ADC.

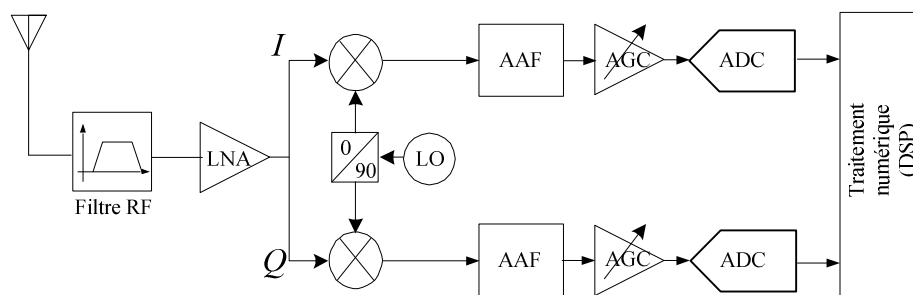


Figure 1. 1: Architecture de réception homodyne et/ou low-IF.

Cependant, il existe une dégradation des performances à cause du bruit en $1/f$ en bande de base et de l'appariement des voies I et Q. De plus, le problème DC-offset est généré car le mélangeur n'isole pas parfaitement l'oscillateur local du LNA et inversement. Des fuites du LO peuvent se retrouver à l'entrée du mélangeur et être multipliées par leur propre fréquence porteuse f_{LO} pour récupérer une composante continue. D'autres fuites du LO peuvent se présenter à l'entrée du LNA pour être amplifiées et transposées après le mélangeur à la fréquence nulle générant ainsi une composante continue d'amplitude plus importante. Ces différents problèmes sont traités par des méthodes numériques compensation (28), (29).

Par ailleurs, une idée intuitive consiste à choisir une fréquence intermédiaire de façon à éviter le problème du DC-offset et le bruit en $1/f$. Dans cette architecture, présentée à la Figure 1.1 avec un AAF passe-bande, la fréquence intermédiaire IF est petite, mais différente de zéro. Les signaux de la fréquence image représentent l'inconvénient majeur de ce système. Pour éliminer ces signaux plutôt que de filtrer en hautes fréquences avec un filtre RF aux performances très sévères, il est possible d'utiliser des méthodes de réjection de fréquences images telles que la méthode de Hartley et celle de Weaver (25) ou une méthode de traitement numérique de réjection d'image (30).

Des récepteurs homodynes ont été proposés dans la littérature tels que celui pour les normes GSM900, DCS1800, PCS1900 et WCDMA (31) et celui pour les normes IEEE802.11a/b/g (32). Nous pouvons aussi citer la réalisation de l'émetteur/récepteur homodyne qui supporte des fréquences porteuses de 100 MHz à 6 GHz (33). Cependant, ce récepteur n'a pas été dimensionné pour le standard GSM. Par ailleurs, dans (30), les auteurs proposent l'architecture d'un récepteur multistandard intégrable qui supporte les standards Bluetooth, GSM, UMTS et IEEE802.11a/b/g. Cette architecture est hybride : homodyne pour l'UMTS et l'IEEE802.11a/b/g, mais, low-IF pour le GSM et le Bluetooth.

1.2.3.2. Architecture de réception à échantillonnage RF

Un récepteur à échantillonnage direct ou RF traite le signal à temps discret au voisinage de l'antenne. Comme le montre la Figure 1. 2, une partie du traitement du signal à temps discret est effectuée dans le domaine analogique précédant la conversion analogique numérique en utilisant des circuits à capacités commutées. Un signal analogique est reçu par l'antenne. Après le filtrage RF et l'amplification par le LNA, ce signal est échantillonné et traité en temps discret. Puis il est quantifié par l'ADC et finalement traité par le DSP. Le bloc de génération des signaux de commande produit les signaux pour le contrôle du traitement du signal à temps discret, la conversion analogique numérique et pour le DSP. Ces signaux de commande peuvent avoir des fréquences similaires ou différentes. Le traitement à temps discret englobe le filtrage anti-repliement et la décimation sur au moins deux étages.

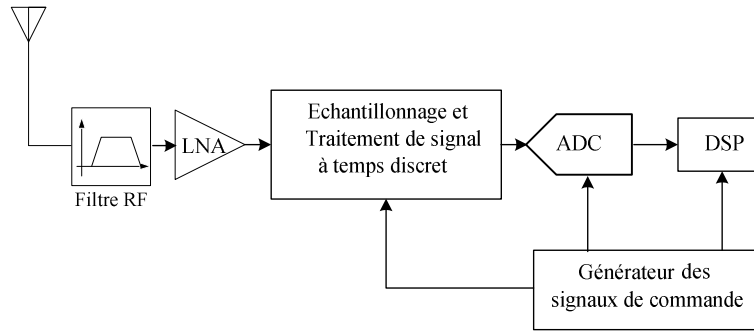


Figure 1. 2: Architecture d'un récepteur à échantillonnage RF.

Dans la littérature, les circuits réalisés selon l'architecture à échantillonnage sont optimisés pour un seul standard GSM (34), Bluetooth (35) ou IEEE802.11b/g (36). Les deux premières réalisations sont celles de Texas Instrument (TI). L'équipe d'Abidi propose une architecture, pour les standards GSM et IEEE802.11g, proche de celle de TI mais qui effectue une transposition du plan de fréquence par un mélangeur en temps continu puis poursuit le traitement en temps discret (37). Par ailleurs, une équipe de STMicroelectronics (STM) a dernièrement présenté une nouvelle architecture multistandard GSM/IEEE802.11g qui est en fin de validation du circuit (27). Cette architecture, déjà réalisée pour un récepteur GSM (38) et un autre WiMAX/IEEE802.11b (39), effectue le traitement en temps discret à une fréquence d'échantillonnage égale au double de la fréquence porteuse du signal reçu. Une récente contribution originale a été développée en 2007 au sein de notre unité de recherche CIRTA'COM de SUP'COM dans le cadre de la thèse de Doctorat de Rim Barrak (26). Les travaux de Barrak proposent le dimensionnement et la conception d'une nouvelle architecture de réception multistandard à échantillonnage RF. Une ébauche de l'implémentation en technologie CMOS 65nm du circuit proposé par Barrak a été présentée dans (40).

Dans ce travail de recherche, nous ne visons pas à proposer une nouvelle architecture de réception SDR multistandard mais plutôt à introduire des modifications sur l'un des récepteurs proposés dans la littérature en vue de relâcher les contraintes sur les différents blocs qui le composent. A ce jour, la seule vraie architecture SDR multistandard GSM, UMTS et IEEE802.11a proposée est celle de Brandolini et al. (30) et qui se base sur une topologie hybride homodyne/low-IF. C'est pourquoi, nous ciblons notre recherche sur de nouvelles contributions à proposer pour ce type d'architecture.

1.3. Discussion des traitements de numérisation des signaux radio multistandard

Dans cette section, nous nous intéressons à l'étage de numérisation, pour une topologie de récepteur hybride homodyne/low-IF, comme l'illustre la Figure 1. 1. Cet étage assure l'opération de conversion analogique numérique, réalisée par l'ADC, qui doit être précédée par le pré-filtrage du signal reçu et traité dans le frontal RF. Cette opération de pré-filtrage est responsable de l'élimination des répliques dues à l'échantillonnage

uniforme du signal, c'est le filtrage anti-repliement, réalisé par l'AAF, mais aussi dans certains cas, elle réalise la sélection du canal utile. En effet, la sélection du canal peut se faire avant ou après la numérisation du signal. Nous choisissons d'inclure à l'étude de l'étage de numérisation l'analyse de l'opération de sélection de canal vu sa forte interaction avec l'opération de conversion de données mais aussi du filtrage en amont et en aval du convertisseur de données. Nous présenterons alors dans la suite les opérations nécessaires au bon fonctionnement de l'étage de numérisation : la sélection du canal, le filtrage anti-repliement et la conversion analogique numérique.

1.3.1. Sélection du canal radio

L'architecture homodyne, par son principe de la conversion de fréquence à une fréquence intermédiaire nulle, récupère à la sortie des mélangeurs les canaux centrés sur la fréquence nulle. Le composant nécessaire pour couvrir toutes les porteuses des bandes de réception de chacun des standards, tant en émission qu'en réception, est un synthétiseur de fréquence multistandard (41; 42; 43). Son fonctionnement se fait suivant une boucle à verrouillage de phase (PLL, Phase Locked-Loop) et son élément principal est l'oscillateur contrôlé en tension (VCO, Voltage Control Oscillator) large bande.

L'objectif de l'étage de sélection du canal est la récupération du signal utile ou canal, pour la démodulation dans le DSP, tout en respectant les consignes des normes concernant le rapport signal à bruit requis SNR_{out} . Le filtre de sélection du canal (CS, Channel Selection) doit répondre à des contraintes sévères car il doit passer uniquement le canal utile $B_c/2$ et avoir une fréquence de réjection égale à la moitié de l'espacement entre deux canaux $Ch_{sp}/2$. Soit A_{min_CS} l'atténuation minimale au-delà de la fréquence de réjection, elle doit assurer que tout signal adjacent, de niveau N_{adj} , soit inférieur d'au moins SNR_{out} par rapport au signal de test S_t , signal test égal à la sensibilité augmentée de 3 dB. En prenant une marge de sécurité M_{CS} de 3dB, le filtre canal doit satisfaire (E.1.1).

$$A_{min_CS} = N_{adj} - S_t + SNR_{out} + M_{CS} \quad (\text{E.1. 1})$$

La sélection du canal est une opération de filtrage que nous avons le choix d'effectuer soit en analogique, soit en numérique, soit en analogique et en numérique, ce que nous appelons communément sélection mixte du canal. Pour le cas de l'implémentation du filtre de sélection du canal en analogique, ce filtre ainsi que le filtre anti-repliement ne font plus qu'un. L'avantage d'un tel filtre sélectif est la limitation de la dynamique à l'entrée du convertisseur. Le problème par contre est qu'il risque d'être coûteux en termes de surface(44).

Le second type de sélection du canal est la sélection numérique (45). L'avantage pour la SDR multistandard est la reconfigurabilité pour la sélection du canal selon le standard du signal reçu. Mais son inconvénient est qu'il impose au convertisseur analogique numérique une dynamique plus importante que dans le cas de la sélection analogique(46). Dans ce cas, il est impératif de limiter la dynamique à l'entrée de l'ADC

par un contrôle automatique de gain (AGC) car la dynamique, dans le cas du GSM, est de l'ordre de 100 dB ce qui nécessite un ADC de résolution supérieure à 16 bits.

La troisième possibilité est la sélection mixte (47). Dans ce cas, la réalisation s'effectue en deux étapes. La première est réalisée en analogique pour une sélection préliminaire du canal. L'objectif est d'atténuer quelques bloqueurs dans la bande de réception. La seconde étape se fait en numérique pour finaliser la sélection du canal utile et pouvoir programmer une partie commune du filtrage pour tous les standards traités. Pour limiter la dynamique de l'ADC, nous pouvons aussi utiliser un AGC.

1.3.2. Filtrage anti-repliement

Outre le filtrage de la bande de réception par le filtre RF, le filtrage indispensable dans un récepteur radio est le filtrage anti-repliement. Nous venons juste de voir que la sélection du canal peut être combinée ou non avec le filtrage anti-repliement. Dans ce qui suit, nous présentons l'AAF dans le cas où la sélection du canal s'effectue en numérique. En fait, dans les autres cas, il suffit de diminuer la bande de transition de l'AAF pour filtrer, en plus, les bloqueurs dans la bande réduisant ainsi la dynamique de l'ADC.

A la sortie des mélangeurs, la bande de réception, pour l'UMTS et pour l'IEEE802.11a, dans son intégralité a été transposée en bande de base. Pour le GSM, la bande de réception est transposée autour d'une faible fréquence intermédiaire. Par voie de conséquence, les interférents et éventuellement les bloqueurs sont en présence du signal utile de faible puissance. Le filtre anti-repliement est un filtre passe-bas qui atténue tout signal, bloqueur ou interférent, qui pourrait se replier sur le canal à démoduler tout en garantissant le SNR_{out} requis. La fréquence de coupure du filtre anti-repliement f_p doit être au moins supérieure à la moitié de la bande utile du canal reçu, B_c , avec une marge de 30% (45). La fréquence de réjection f_t doit être alors comprise entre $B_c/2$ et $f_{ADC} - B_c/2$ avec toujours une marge de conception de 30%. Nous pouvons connaître le niveau du bloqueur, situé à une fréquence supérieure à f_t , qui pourrait se replier s'il n'était pas filtré avant la conversion analogique numérique. Par suite, pour A_{min_AAF} l'atténuation minimale au-delà de la fréquence de réjection f_t , N_{bl} le niveau du bloqueur à atténuer, S_t le signal test et M_{AAF} une marge de sécurité de 3 dB, l'atténuation minimale de l'AAF est donnée par (E.1.2).

$$A_{min_AAF} = N_{bl} - S_t + SNR_{out} + M_{AAF} \quad (\text{E.1. 2})$$

La Figure 1. 3 montre les différentes possibilités de gabarits du filtre anti-repliement en fonction de la nature de l'opération de la sélection du canal. Lorsque la fréquence de réjection tend vers $B_c/2$, la sélection du canal est effectuée en analogique et l'ordre du filtre de sélection du canal est très important car le filtre est sélectif. Par contre, si la fréquence de réjection tend vers $f_{ADC} - B_c/2$, la sélection du canal est effectuée en numérique et l'ordre du filtre anti-repliement est minimal pour une fréquence d'échantillonnage f_{ADC} constante.

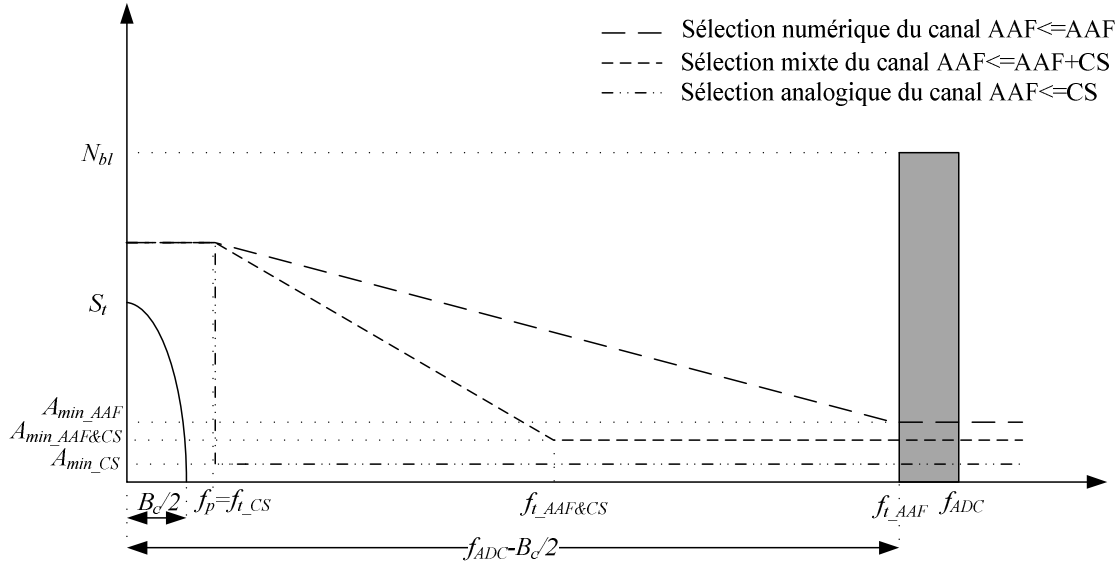


Figure 1. 3. Gabarits du filtrage anti-repliement (AAF) et de sélection du canal (CS).

En général, les filtres, et notamment le filtre passe-bas, sont définis par la fréquence de coupure f_p , l'atténuation maximale A_{max} dans la bande passante, la fréquence de réjection f_t , et l'atténuation minimale A_{min} au-delà de la fréquence de réjection. Il existe plusieurs types de filtres connus par leur approximation mathématique, comme les approximations Butterworth, Chebyshev, Bessel et Cauer (Elliptic). Leur fonction de transfert se distingue essentiellement par l'atténuation maximale dans la bande passante, par la raideur dans la bande de transition $[f_p, f_t]$ et par la réjection hors bande (48). La Figure 1. 4 présente les différents types d'approximation pour un même ordre 5.

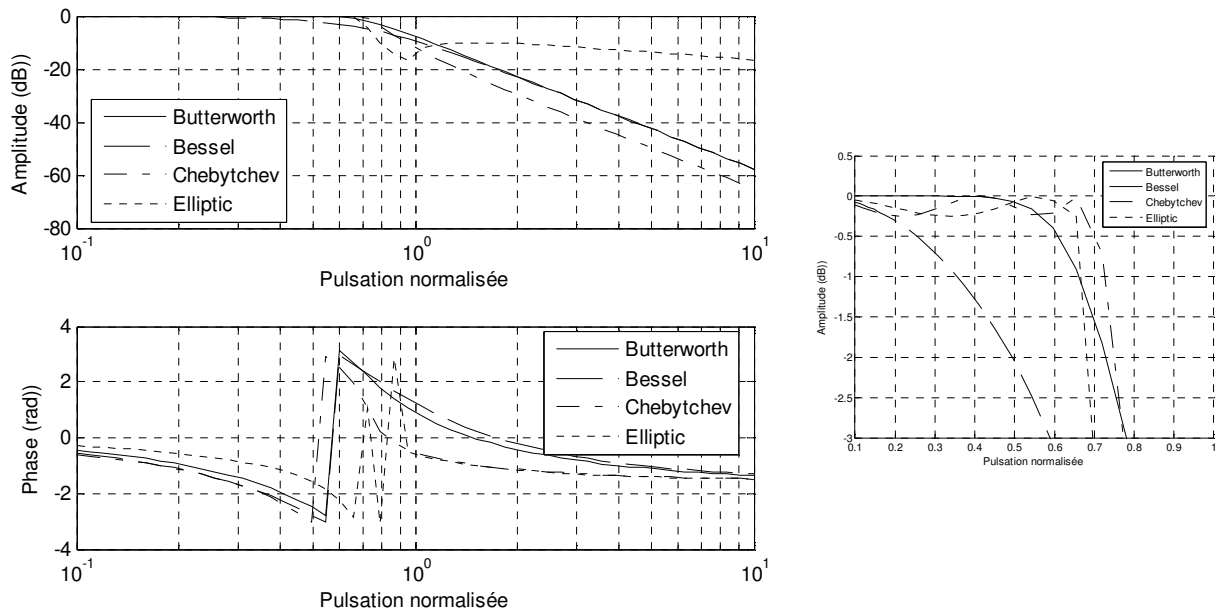


Figure 1. 4. Réponses fréquentielles de différents types de filtres d'ordre 5.

Le filtre Butterworth ne présente pas d'ondulation dans la bande passante et offre l'atténuation la plus faible par rapport aux autres filtres dans cette bande. Le filtre Bessel a une région de transition plus importante que le filtre Butterworth mais son avantage est qu'il possède une réponse de phase linéaire (49), (50). Quant aux filtres Chebyshev et Cauer (Elliptic), ils ont des pentes plus importantes dans la région de transition et présentent des ondulations au niveau de la bande passante. De plus, le filtre Cauer présente plus d'ondulations même dans la bande atténuée.

Notre étude est faite dans le cadre du multistandard. La bande du canal utile est B_c . Par suite, nous considérons la fréquence de coupure du filtre égale à $B_c/2$. La fréquence d'échantillonnage f_{ADC} minimale correspond à la bande du canal B_c . La fréquence de réjection est alors $f_{ADC} - B_c/2$. En tenant compte de la marge de conception de 30%, la fréquence de coupure est alors $1.3 * B_c/2$. Ces valeurs sont irréalisables pour les normes citées et nous devons alors prendre une fréquence d'échantillonnage f_{ADC} minimale du point de vue technologique qui satisfait (E.1.3).

$$f_{ADC} - \frac{B_c}{2} > 1.3 * \frac{B_c}{2} \quad (\text{E.1.3})$$

Dans le cas où nous considérons le standard IEEE802.11a, la fréquence de coupure est 10.79 MHz, la fréquence d'échantillonnage de l'ADC doit être supérieure à 19.09 MHz correspondant à une fréquence de réjection supérieure à 10.79 MHz. La valeur maximale de l'échantillonnage est fixée par les limitations du convertisseur analogique numérique. Nous avons fait quelques représentations de l'ordre des filtres selon les approximations Butterworth et Chebychev pour différentes valeurs de fréquences d'échantillonnage entre 24 MHz et 250 MHz avec un pas de 1 MHz, donc un facteur de sur-échantillonnage entre 3 et 15, pour différentes valeurs d'atténuation minimale A_{min} . Les Figure 1. 5 et Figure 1. 6 montrent ces résultats pour $A_{max}=0.3$ dB.

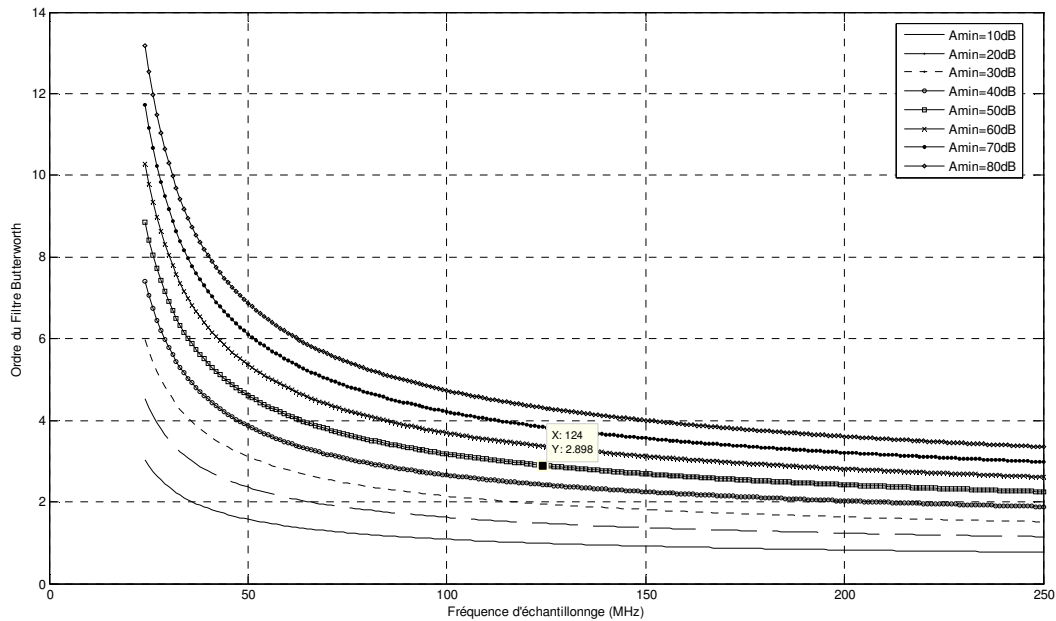


Figure 1. 5. Ordre du filtre anti-repliement selon l'approximation Butterworth pour $A_{max}=0.3$, $f_p=10.79$ MHz et pour différentes valeurs de A_{min} .

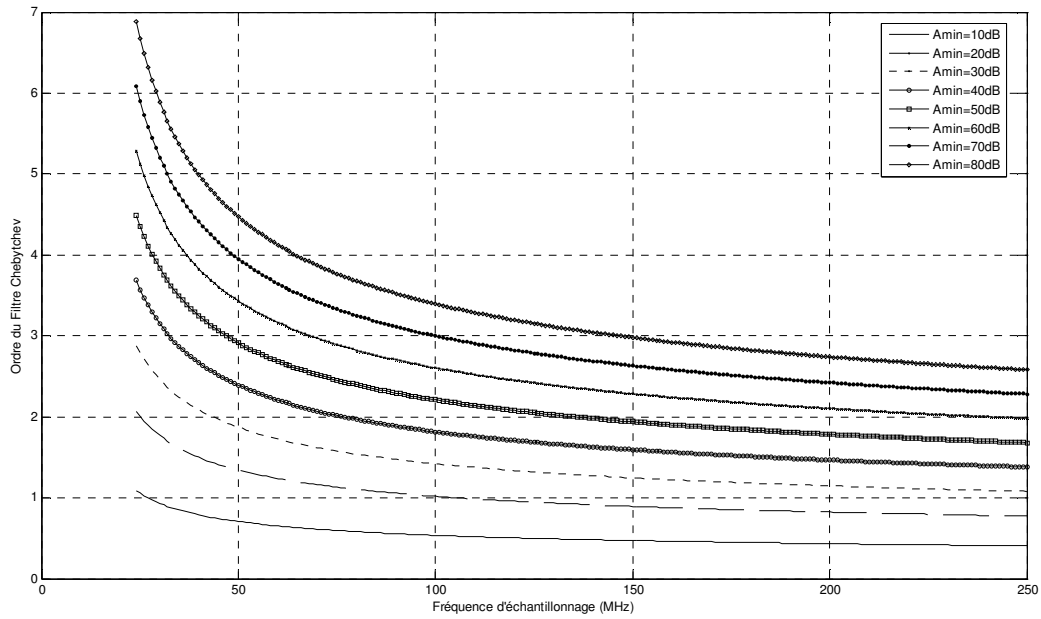


Figure 1. 6. Ordre du filtre anti-repliement selon l'approximation Chebychev pour $A_{max}=0.3$, $f_p=10.79$ MHz et pour différentes valeurs de A_{min} .

D'après les études effectuées dans(45), (46) et(47), nous pouvons déduire que généralement dans le cas où le filtre anti-repliement effectue aussi l'opération de sélection du canal, nous choisissons les filtres Caue ou Chebychev car le filtre doit être sélectif (46). Le choix de tels filtres s'accompagne nécessairement de correction de phase. Par contre, si la sélection du canal est en numérique ou mixte, il est conseillé d'utiliser les filtres Butterworth ou Bessel.

Différentes technologies permettent de réaliser des filtres intégrables et sont basées sur des intégrateurs à temps continu de type RC actif, Gm-C ou MOSFET-C (46), (51). La technique à capacités commutées (RC actif) est la plus utilisée pour la réalisation des filtres en bande de base car elle permette une meilleure intégration(52). Dans le cas multistandard, nous déterminons l'ordre du filtre pour chacun des standards, puis nous choisissons l'ordre le plus grand pour la réalisation. En variant la fréquence du canal selon le standard reçu, le gabarit du filtre varie en fonction des spécifications du standard sélectionné. Par exemple en technologie CMOS 0.35 μm , il faut compter 1.25 mm^2 pour la surface (51). Cependant, d'autres travaux s'orientent vers l'utilisation de la technologie Gm-C pour la réalisation de filtres reconfigurables (53).

1.3.3. Conversion analogique numérique

Le convertisseur analogique numérique est l'élément qui limite la réalisation d'un récepteur multistandard radio logicielle idéal. Un état de l'art de quelques convertisseurs analogique numérique présentés en Annexe A, est établi et nous pouvons, en classant les ADCs par leurs résolutions, présenter l'état de l'art à la Figure 1. 7 qui illustre la puissance dissipée en fonction de la fréquence d'échantillonnage f_{ADC} .

Etant donnée l'exigence en réception multistandard de traiter des signaux large bande ou à bande étroite avec différentes spécifications en termes de niveaux des signaux

utiles, interférents et bloqueurs, la dynamique DR_{ADC} , donnée par (E.1. 4), des signaux à convertir s'avère de l'ordre d'une centaine de dB.

$$DR_{ADC} = DR_{in} + SNR_{out} \quad (\text{E.1. 4})$$

avec SNR_{out} le rapport signal à bruit requis pour la démodulation du signal, DR_{in} la dynamique d'un signal qui est la différence entre sa puissance maximale et sa puissance minimale.

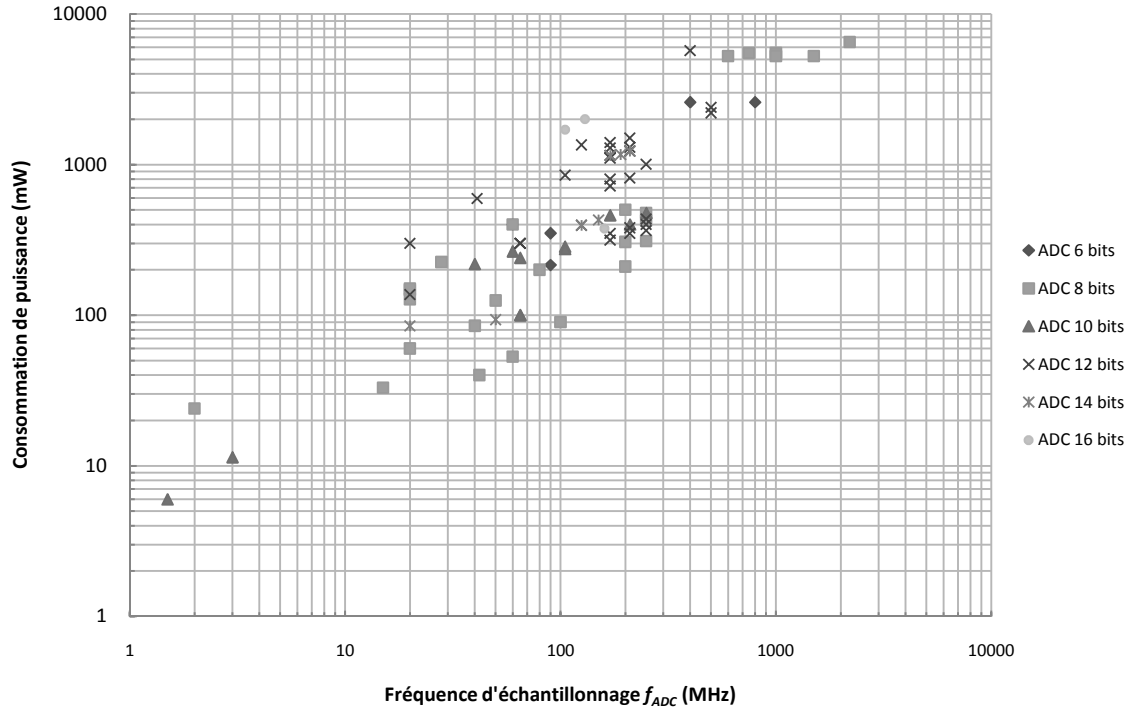


Figure 1. 7. Etat de l'art des convertisseurs analogique numérique.

La résolution d'un ADC est donnée par le nombre effectif de bits d'un ADC qui se calcule à partir de (E.1.5).

$$n_{eff} = \frac{DR_{ADC} - 1.76}{6.02} \quad (\text{E.1. 5})$$

En considérant l'expression (E.1. 5), il faudrait pour une dynamique de 100 dB prévoir un ADC dont la résolution est supérieure à 16 bits.

Dans le cas d'un sur-échantillonnage avec un facteur OSR (Over-Sampling Ratio), (E.1. 5) devient (E.1.6).

$$n_{eff} = \frac{DR_{ADC} - 1.76 - 10\log_{10}(OSR)}{6.02} \quad (\text{E.1. 6})$$

Les technologies actuelles ne permettent pas de réaliser des convertisseurs à une fréquence d'échantillonnage très grande, double de la plus grande fréquence porteuse, et ayant une résolution supérieure à 16 bits. Les types d'ADCs les plus répandus sont le type flash, le type pipeline et le type $\Sigma\Delta$.

Les ADCs flash sont particulièrement adaptés à des fréquences d'échantillonnage très élevées, de l'ordre de quelques Gs/s, suivant la technologie employée et la résolution souhaitée. Cependant, le nombre de composants augmente de manière exponentielle avec la résolution ce qui limite l'utilisation du type flash aux applications qui n'exigent qu'une résolution modérée, n'excédant pas 8 bits.

Les ADCs pipeline, quant à eux, sont convenables pour les applications exigeant une fréquence d'échantillonnage de l'ordre de 1 GS/s et une résolution au maximum de 16 bits (54). Le principe de base est d'effectuer une conversion sur plusieurs étages : le premier étage effectue une conversion grossière qui retourne les bits MSB et puis, à l'étage suivant la différence entre l'entrée et la valeur analogique résultante de la conversion grossière, dit le résidu, est numérisée pour donner les bits suivants. Le nouveau résidu est ensuite converti à l'étage suivant en vue d'obtenir une meilleure résolution(52).

Ce convertisseur possède un temps de latence nécessaire à la propagation du signal d'entrée dans tous les étages. Pour un convertisseur qui compte m étages, ce temps de latence vaut m fois la durée de conversion d'un étage. Mais une fois ce temps de latence écoulé, nous obtenons les données à la vitesse d'un seul étage. Ce type de convertisseur allie vitesse (de 1 Ms/s à 1 GS/s) et faible surface de silicium, pour une résolution de 10 à 16 bits.

Les ADCs tels que les Convertisseurs flash et pipeline sont limités en résolution du fait qu'ils doivent intégrer dans leurs circuits, des composants précis et qu'ils sont plus sensibles au bruit. Les convertisseurs $\Sigma\Delta$ sont à présent très répandus pour réaliser des conversions à haute résolution. Ils sont peu sensibles aux imperfections des composants analogiques, et le filtre anti-repliement à l'entrée du convertisseur est beaucoup plus simple. En effet, les ADCs $\Sigma\Delta$ utilisent à la fois le principe du sur-échantillonnage et la mise en forme du bruit de quantification afin d'augmenter la résolution et le rapport signal à bruit.

Le rôle du modulateur $\Sigma\Delta$ est de mettre en forme le bruit de quantification (55). Il sépare le signal utile du bruit de quantification et repousse celui-ci vers les hautes fréquences. Un filtre passe-bas numérique de sortie permet ensuite d'éliminer la majorité de ce bruit, qui se trouve maintenant hors de la bande utile du signal, et d'atteindre de très bonnes résolutions avec un faible coût des circuits analogiques. Quant à l'augmentation de la fréquence d'échantillonnage, elle est rapidement limitée par la technologie. Mais, l'augmentation de l'ordre de l'ADC $\Sigma\Delta$ selon certaines architectures peut permettre son

utilisation en multistandard (56), (57). La dynamique de l'ADC $\Sigma\Delta$, avec OSR le facteur de sur-échantillonnage, k l'ordre du modulateur $\Sigma\Delta$ et b le nombre de bits du quantificateur, est donnée par (E.1.7).

$$DR_{ADC_ \Sigma\Delta} = 10 \log_{10} \left(\frac{3}{2} (2^b - 1)^2 \frac{(2k + 1) OSR^{2k+1}}{\pi^{2k}} \right) \quad (\text{E.1. 7})$$

D'après les travaux présentés dans (26), (45) et (56), des ADCs $\Sigma\Delta$ sont utilisés pour répondre aux exigences des normes dont les fréquences porteuses et dont les bandes de réception valent, respectivement, de 900 MHz à 6 GHz et de 200 kHz à 20 MHz, il est nécessaire de limiter la dynamique à l'entrée de l'ADC en appliquant un contrôle automatique de gain (AGC). Dans le cas contraire, l'ADC serait irréalisable technologiquement et/ou consommerait une puissance de quelques Watts (58), (24).

Une méthodologie de dimensionnement d'un récepteur radio multistandard, et notamment le dimensionnement de l'étage de conversion analogique numérique, a été élaborée par l'équipe de CIRTACOM de SUPCOM d'abord par Grati (45) puis enrichie par Barrak (26). La méthodologie proposée montre que la dynamique du convertisseur donnée par (E.1. 4) devient (E.1.8) en présence de l'AGC.

$$\begin{aligned} DR_{ADC_AGC} &= DR_{ADC} + G_{AGCmin} - G_{AGCmax} \\ \text{Avec } G_{AGCmin} &= S_{FS} - S_{max} - G \\ G_{AGCmax} &= S_{FS} - N_{b_max} + Att - G \end{aligned} \quad (\text{E.1. 8})$$

G_{AGCmax} étant le gain maximal de l'AGC, G_{AGCmin} le gain minimal de l'AGC, S_{FS} la pleine échelle de l'ADC en dBm , S_{max} le niveau de puissance du plus fort signal en dBm , G le gain de l'ensemble des étages avant l'AGC, $(N_{b_max} - Att)$ le niveau du plus fort bloqueur après une atténuation Att apportée par tous les filtres qui précèdent l'AGC.

Ainsi, en réception hybride homodyne/low-IF multistandard sans AGC, dans le cas d'un ADC type Nyquist, flash ou pipeline, nous sommes contraints d'utiliser un filtre anti-repliement sélectif pour pouvoir profiter au mieux des performances des convertisseurs. En utilisant un ADC $\Sigma\Delta$, le filtre anti-repliement devient simple à réaliser, mais, l'ordre du modulateur $\Sigma\Delta$ sera élevé ce qui augmente la complexité de l'architecture du convertisseur. Cette limitation a motivé nos travaux de recherche dans le cadre de cette thèse pour chercher une nouvelle méthode permettant d'atteindre un meilleur compromis entre la complexité du filtre anti-repliement et du convertisseur analogique numérique pour réaliser un récepteur hybride homodyne/low-IF multistandard sans AGC. Notre proposition consiste en l'utilisation de l'échantillonnage non uniforme qui a la caractéristique d'être sans repliement spectral sous certaines conditions.

1.4. Exploration de l'apport de l'échantillonnage non uniforme pour la numérisation des signaux radio

1.4.1. Principes des techniques d'échantillonnage

1.4.1.1. Principe de l'échantillonnage uniforme

La théorie de la communication associée au mode d'échantillonnage uniforme (US, Uniform Sampling) a été introduite par Shannon (59). L'échantillonnage s'applique à un signal continu à bande limitée selon une période uniforme T_{US} respectant le théorème d'échantillonnage WKS¹ (2). La séquence d'échantillonnage à temps continu $s_{US}(t)$ dans le cas d'un échantillonnage uniforme est un train de Dirac donné par (E.1.9).

$$s_{US}(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT_{US}) \quad (\text{E.1. 9})$$

Pour un signal analogique $x(t)$ à bande limitée entre $[-f_{max}, f_{max}]$, la fréquence d'échantillonnage uniforme f_{US} , qui n'est autre que l'inverse de la période d'échantillonnage T_{US} , doit être supérieure à la fréquence de Nyquist $f_{Nyquist}$ donnée par le théorème d'échantillonnage selon (E.1.10).

$$f_{Nyquist} = 2f_{max} \quad (\text{E.1. 10})$$

Le signal numérique obtenu, en échantillonnant $x(t)$ par la séquence $s_{US}(t)$ donnée par (E.1. 9), s'écrit sous la forme (E.1.11).

$$x_s(t) = x(t)s_{US}(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(kT_{US})\delta(t - kT_{US}) \quad (\text{E.1. 11})$$

L'analyse spectrale d'un signal aperiodique discret échantillonné uniformément est décrite par la transformée de Fourier donnée par (E.1.12).

$$X_{US}(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(kT_{US})e^{-2\pi f kT_{US}} \quad (\text{E.1. 12})$$

La transformée de Fourier et la formule de Poisson font que l'échantillonnage dans le domaine fréquentiel est traduit par la périodisation du signal autour de k/T_{US} selon (E.1.13).

$$X_{US}(f) = \frac{1}{T_{US}} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X\left(f - \frac{k}{T_{US}}\right) \quad (\text{E.1. 13})$$

avec $X(f)$ le spectre du signal analogique $x(t)$.

Par suite, après l'échantillonnage uniforme, $x(t)$ peut être récupéré par filtrage passe-bas idéal si la fréquence d'échantillonnage f_{US} a une valeur au moins supérieure à la

¹ E.T. et J.M. Whittaker, V.A. Kotelnikov et C.E. Shannon

fréquence de Nyquist $f_{Nyquist}$ donnée par (E.1. 10). Dans le cas d'échantillonnage uniforme à une fréquence inférieure à $f_{Nyquist}$, le signal récupéré est distordu à cause du repliement spectral. La Figure 1. 8 illustre les deux cas de représentation spectrale et de filtrage à $f_{Nyquist}/2$. Ce type de filtrage n'est autre que le filtrage anti-repliement réalisé par l'AAF.

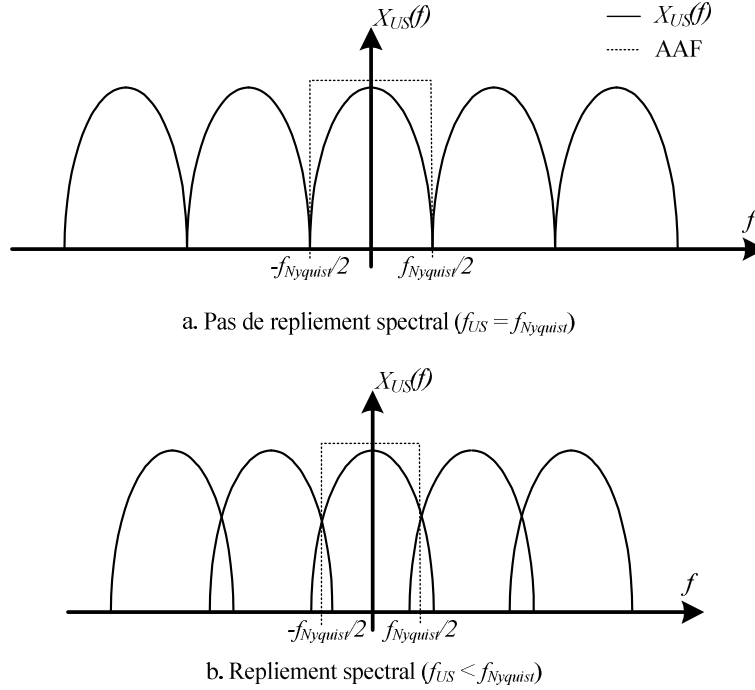


Figure 1. 8. Illustration du repliement spectral et du filtrage dans le cas de l'échantillonnage uniforme.

1.4.1.2. Principe de l'échantillonnage non uniforme

Il a été utile de se référer au théorème de Shannon car il existe plusieurs similarités et différences par rapport à l'échantillonnage non uniforme (NUS, Non Uniform Sampling). La séquence d'échantillonnage non uniforme $s_{NUS}(t)$ pour des instants irréguliers t_k est aussi un train de Dirac décrit par (E.1.14).

$$s(t) = s_{NUS}(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - t_k) \quad (\text{E.1. 14})$$

L'ensemble des instants t_k doit être différent de l'ensemble des instants kT_s pour une période moyenne d'échantillonnage T_s . Le modèle d'échantillonnage reste linéaire dans le domaine temporel. Le signal numérique obtenu à partir des échantillons irréguliers $x(t_k)$ s'écrit selon (E.1.15).

$$x_s(t) = x(t)s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(t_k)\delta(t - t_k) \quad (\text{E.1. 15})$$

Cependant, l'analyse spectrale d'un signal échantillonné non uniformément n'est pas de la même forme que l'équation (E.1. 13). Elle est dépendante de plusieurs conditions et paramètres.

1.4.2. Propriétés d'anti-repliement spectral de l'échantillonnage non uniforme

Une étude bibliographique de l'échantillonnage non uniforme, ou échantillonnage aléatoire, ou encore échantillonnage irrégulier, a été menée. Nous avons pu alors avoir une idée préliminaire sur les avantages de cette technique particulière, intéressante et qui intrigue, par sa propriété d'anti-repliement spectral, plusieurs chercheurs dans différents domaines. La première publication dans ce domaine est celle de Paley et Wiener en 1934 (60). Les auteurs présentent une formulation pour la reconstruction d'un signal échantillonné non uniformément. La seconde publication dans le domaine de l'échantillonnage non uniforme est parue en 1960 et rédigée par Shapiro et Silverman (9). Les auteurs ont montré que la propriété d'anti-repliement spectral est une propriété intrinsèque de l'échantillonnage aléatoire cumulatif. Les années 1960 sont marquées aussi par une douzaine de publications de Beutler et/ou Leneman qui donnent une formulation de la densité spectrale de puissance d'un signal aléatoire échantillonné aléatoirement avec la condition d'une séquence qui suit un processus ponctuellement stationnaire (10). Sous cette condition, l'analyse spectrale de (E.1. 13) prend une nouvelle forme.

Tous ces résultats, et bien d'autres tels que les travaux de Marvasti (3), les travaux de Bilinskis et Mikelsons (12) et les travaux de Martin (4), sont restés sans aucune validation, ni par simulation ni par réalisation matérielle, jusqu'aux travaux de Wojtiuk en 1998 (5). L'auteur développe de nouvelles formulations de la densité spectrale de puissance d'un signal aléatoire échantillonné aléatoirement pour différents modes d'échantillonnage aléatoire, valide ses résultats théoriques par des simulations et propose une nouvelle technique pour l'implémentation. Par contre, les premières idées de l'utilisation de l'échantillonnage non uniforme pour les signaux multibandes sont développées par Martin et Castelow en 2000 (61). Les auteurs proposent une reconstruction matricielle des signaux multibandes en utilisant la méthode SVD (Singular Value Decomposition). Cependant, cette méthode n'est pas adaptée au traitement temps réel de l'information.

L'idée de l'échantillonnage non uniforme pour la radio communication est née avec la volonté de concevoir des terminaux mobiles multistandard de plus en plus petits avec une faible consommation. Wojtiuk (5) ainsi que Sun (62) ont essayé dans leurs travaux de justifier l'utilité de l'échantillonnage non uniforme pour les systèmes multistandard. Les travaux de Wojtiuk sont toujours restés au niveau de simulation, ceux de Sun ont été orientés vers de l'échantillonnage passe bande sans l'aspect non uniforme.

Finalement, les études bibliographique et théorique, menées lors de nos travaux de recherche, nous ont fait comprendre que certes la technique d'échantillonnage non uniforme peut s'avérer sans repliement spectral, auquel cas, nous pourrions penser

éliminer le filtre anti-repliement. Mais, ce résultat n'est atteint que sous la condition de stationnarité qui consiste en la génération d'une séquence aléatoire selon un processus ponctuellement stationnaire (12). Le problème pour une application réelle est l'impossibilité de pouvoir trouver un phénomène naturel aléatoire à partir duquel nous pouvons extraire une séquence selon un processus ponctuellement stationnaire et de pouvoir l'appliquer à un système synchrone qui fonctionne, normalement, selon un signal d'horloge régulier.

1.4.3. Etude des réalisations de l'échantillonnage non uniforme

La réalisation qui nous a semblé la plus proche pour nous aider dans nos travaux est la technique DASP (Digital Alias-free Signal Processing). La technique DASP a été introduite depuis les années soixante. Plusieurs chercheurs ont contribué aux fondements théoriques de cette technique, notamment Bilinskis et Mikelsons (12). Les pionniers de cette technique sont les membres de l'*Institute of Electronics and Computer Science* à Riga en Lituanie et l'Université de Westminster à Londres.

La technique DASP représente, en fait, une technique DSP (Digital Signal Processing) avancée pour le traitement numérique des signaux étendus sur une large bande qui n'est pas limitée par la fréquence d'échantillonnage, comme avec le théorème de Shannon. Certains convertisseurs analogique numérique sont caractérisés par une bande importante par rapport à la fréquence d'échantillonnage. En DSP, cette bande serait mal exploitée. L'AD9433, ADC d'Analog Devices de résolution 12 bits, peut traiter une bande DC – 700 MHz mais sa fréquence d'échantillonnage est limitée à 125 MHz. La technique DASP dans ce cas serait convenable pour utiliser la totalité de la bande analogique B_{ADC} du convertisseur. Nous présentons alors l'application de la technique DASP la plus récente développée par Y. Artyukh et Al. en 2005 (8).

Le circuit de numérisation responsable de l'échantillonnage pseudo-aléatoire est présenté en 2006 (63) et il est basé sur un générateur de séquences pseudo-aléatoires et des blocs de délai. Ce circuit n'est pas intégrable car les blocs de délai sont des circuits discrets pour avoir un pas de l'ordre de quelques dizaines de picosecondes.

La bande du signal n'est plus limitée par la moitié de la fréquence d'échantillonnage mais par la moitié de l'inverse du délai minimal D de la variation de l'intervalle d'échantillonnage. La technique DASP évite donc la limitation due à l'échantillonnage uniforme $f_{max} < f_{Nyquist}/2$ et la limite de la fréquence est donnée par (E.1.16).

$$f_{max} < \min(B_{ADC}, 1/(2D)) \quad (\text{E.1. 16})$$

Le délai D n'est pas bien sûr généré à partir de l'horloge mais à partir d'un bloc de délai. Il doit être un diviseur entier de la période de l'horloge principale T_{clk} . En CMOS, la valeur minimale de D est de quelques nanosecondes donc la fréquence du signal à l'entrée f_{max} est limitée à quelques centaines de MHz.

Le circuit de l'analyseur de spectre pour la technique DASP est un circuit imprimé (PCB). Le bloc de délai, Elmec Technology VDJ1010, offre un délai de 33 ps. Avec ce circuit, le

traitement du signal peut être effectué pour une fréquence jusqu'à 700 MHz, habituellement échantillonné à 1400 MHz. Cependant, ce circuit offre l'avantage d'échantillonner à une fréquence moyenne d'échantillonnage f_s plus faible, égale à 53.546 MHz calculée selon l'inverse de la période moyenne d'échantillonnage donnée par (E.1.17).

$$T_s = T_{clk} \frac{K + \dots + (K + N)}{N + 1} \quad (\text{E.1.17})$$

Les valeurs de K et N étant respectivement 9 et 7, avec K et N des nombres caractéristiques du circuit de numérisation. La fréquence de l'horloge principale f_{clk} est 669.3 MHz.

L'échantillonnage est fait en basse fréquence relativement à la fréquence d'échantillonnage imposée par la bande du signal selon le théorème de Shannon. La réalisation en technologie PCB est simple et moins coûteuse. Le but de l'application de cette technique aux analyseurs de spectre est d'augmenter la fréquence du signal traité et la résolution du spectre obtenu. Cependant, les échantillons récupérés sont stockés dans une mémoire et traités (analyse spectrale et reconstruction du signal) par un poste informatique à l'aide d'un algorithme spécifique DASP. Donc, le traitement n'est pas en temps réel à l'image des applications en télécommunications.

Une autre application récente de l'échantillonnage aléatoire, présenté en 2003, est la mesure et la correction du rapport cyclique avec une erreur maximale inférieure à la moitié de la résolution minimale du délai (64). Le circuit proposé retarde le signal d'entrée avec un circuit à délai programmable (PDL, Programmable Delay Line). Le bloc de correction du rapport cyclique permet d'échantillonner aléatoirement le signal à la sortie du circuit PDL. La configuration présentée dans (64) traite des signaux dont le rapport cyclique est entre 30% et 70%. C'est la sortie qui est, en fait, échantillonnée aléatoirement pour la procédure de mesure. L'unité de contrôle initialise et lit les mesures pour corriger le rapport cyclique à la sortie en programmant le délai d'établissement du PDL.

L'unité de contrôle utilise un chemin du PDL qui minimise l'erreur à corriger du rapport cyclique due à l'effet de quantification du PDL. L'unité d'échantillonnage aléatoire est basée essentiellement sur des compteurs pour comparer le rythme de l'horloge résultat avec le rythme de l'horloge parfaite.

La technique proposée repose essentiellement sur une horloge aléatoire. Pour un nombre grand d'échantillons, l'erreur maximale de correction est égale à la moitié de la résolution du PDL. La technologie utilisée est la CMOS 130 nm. L'inconvénient d'une telle implémentation pour les applications Radio est la nécessité d'une horloge chaotique externe.

Les autres applications sont encore purement théoriques. Par exemple, le mode d'échantillonnage non uniforme périodique (PNUS) utilisé pour les analyseurs de spectre rapides basés sur les Time-Interleaved ADCs (65). Cette technique offrirait plus

de précision que les analyseurs de spectre à échantillonnage uniforme. Dans (66), l'auteur propose un algorithme pour l'estimation des délais offset et une architecture d'un analyseur de spectre avec une calibration automatique du délai. Puis, dans (67), il présente un algorithme de reconstruction parfaite. Dans (68), une autre méthode de reconstruction parfaite pour le mode PNUS est proposée en utilisant un banc de filtres.

Dans le cadre d'applications de l'échantillonnage non uniforme périodique, *Texas Instrument Incorporated* a présenté, en 2004, un test expérimental pour uniquement deux fréquences d'échantillonnage différentes utilisées mutuellement pour générer le signal horloge du convertisseur analogique numérique (ADC, Analog-to-Digital Converter). L'application à un ADC de la famille ADS82x a montré sa capacité à fournir une dynamique SFDR (Spurious Free Dynamic Range) équivalente à celle dans le cas de l'échantillonnage non uniforme (69).

Par ailleurs, il existe certains modes d'échantillonnage irrégulier spécifiques pour d'autres applications. Nous pouvons citer l'échantillonnage régulier avec perte ou suppression d'échantillons (70) qui ne conserve que les points utiles. Il peut être appliqué pour des signaux qui n'ont des variations que pendant de brefs moments tels que les signaux de pression, température, électrocardiogramme, parole, etc. Un autre mode d'échantillonnage est l'échantillonnage par traversée de niveaux dans les domaines de compression de données pour des sources analogiques (71) et de conversion analogique numérique asynchrone pour les signaux audio et de parole (72). L'échantillonnage s'effectue uniformément selon les niveaux d'amplitude et la quantification des échantillons s'effectue dans le domaine temporel. Pour l'échantillonnage par traversée de signal, sont considérés uniquement les instants d'échantillonnage lorsque le signal traverse un signal de référence. Par exemple, l'échantillonnage par traversée de sinusoïde augmente la dynamique des convertisseurs analogique numérique 1 bit dans une architecture d'ADC de type pipeline (73).

1.5. Conclusion

De nos jours, la multitude des standards motive les chercheurs en radio communications pour réaliser des récepteurs radio logicielle multistandard. Dans ce chapitre, nous avons commencé par introduire l'intérêt et les contraintes en vue d'un récepteur radio logicielle idéal. En outre, nous avons présenté les quelques architectures de réception candidates pour la réception SDR multistandard. En fait, nous ne parlons que de radio logicielle restreinte étant donnée l'impossibilité d'atteindre les contraintes de la radio logicielle.

Nous avons alors montré, qu'avec les architectures SDR multistandard proposées, les contraintes de la réception multistandard seront ramenées au niveau de l'étage de numérisation des signaux radio. C'est ainsi que nous avons accordé un intérêt particulier, dans la deuxième section de ce chapitre, à l'étude des différents blocs de l'étage de numérisation et à la discussion des problématiques de leurs dimensionnements. Cette étude a permis de mettre en évidence les contraintes et les

limitations technologiques du traitement des signaux large bande et à grande dynamique avec une numérisation par échantillonnage uniforme. Pour justifier le reste des travaux qui seront développés dans la suite du manuscrit de thèse nous avons consacré la dernière section du chapitre à l'étude de la théorie, des propriétés et des applications de l'échantillonnage non uniforme. Nous déduisons des résultats des travaux antérieurs la confirmation de la propriété d'anti-repliement spectral de cette technique ce qui justifie son grand intérêt pour alléger les contraintes de numérisation des signaux radio multistandard.

Cependant, cet avantage majeur d'anti-repliement spectral ne peut être obtenu que sous certaines conditions. Ce problème qui reste posé dans les travaux de la littérature et qui n'a pas permis son application à la réception radio multistandard a motivé l'étude théorique rigoureuse que nous allons développer dans le chapitre suivant pour apporter les réponses aux questions restées posées par la communauté des chercheurs dans ce domaine.

Chapitre 2. Définition d'une distribution non uniforme adaptée pour l'anti-repliement spectral

2.1. Introduction

Les résultats promoteurs des premières applications de l'échantillonnage non uniforme motivent nos travaux de recherche pour analyser l'apport de cette technique pour la numérisation des signaux radio multistandard. Parmi les résultats théoriques de la littérature nous avons dégagé l'importance de la propriété d'anti-repliement spectral pour notre application de réception SDR multistandard. Néanmoins, les travaux antérieurs n'ont pas apporté des réponses précises sur les conditions de validité de cette propriété en tenant compte des caractéristiques des signaux radio multistandard.

C'est pour répondre à cette problématique que nous envisageons, à travers le travail présenté dans ce chapitre, d'étudier en détail la théorie de l'échantillonnage non uniforme. Notre objectif est de reprendre et de compléter certains éléments justificatifs pour l'utilisation de l'échantillonnage aléatoire, le choix du mode d'échantillonnage et celui de la distribution permettant de garantir la propriété d'anti-repliement spectral.

Le présent chapitre est structuré en trois sections. Dans la première section, nous étudierons d'abord le mode d'échantillonnage aléatoire appelé JRS (Jittered Random Sampling) puis le mode d'échantillonnage aléatoire cumulatif ARS (Additive Random Sampling) et enfin le mode d'échantillonnage aléatoire à temps quantifié TQ-RS (Time-Quantized Random Sampling) qui sera appliqué soit au mode JRS soit au mode ARS.

La seconde section du chapitre est consacrée à un développement mathématique dans le but de justifier analytiquement l'intérêt de l'échantillonnage non uniforme à travers l'établissement des conditions de stationnarité pour les différentes séquences d'échantillonnage aléatoire étudiées. Cette étude analytique est complétée par la détermination des formulations analytiques des densités spectrales d'énergie (ESD, Energy Spectral Density) de l'échantillonnage aléatoire d'un signal déterministe, qui ne contient que le signal utile.

Une méthode d'analyse spectrale est proposée, dans la dernière section. Cette méthode a été établie après une étude des méthodes existantes pour l'approximation du spectre adaptée aux modes d'échantillonnage aléatoire. L'objectif de cette méthode est de permettre l'évaluation quantitative de l'anti-repliement spectral et par conséquent guider le choix du mode d'échantillonnage, de la distribution associée et de ses caractéristiques statistiques.

2.2. Modes d'échantillonnage non uniforme

Les modes d'échantillonnage non uniforme les plus fréquents sont récapitulés dans (5) (72), et (74). Nous distinguons et présentons deux modes d'échantillonnage non uniforme pour les applications radio à savoir l'échantillonnage aléatoire introduisant une imprécision sur les instants d'échantillonnage uniformes et l'échantillonnage non uniforme périodique. Nous nous intéressons aussi dans cette section à ces deux modes d'échantillonnage ainsi qu'au mode d'échantillonnage aléatoire à temps quantifié nécessaire pour l'implémentation matérielle.

2.2.1. Echantillonnage non uniforme périodique

2.2.1.1. Echantillonnage non uniforme périodique simple

Dans le cas où une séquence de k instants d'échantillonnage non uniformes est répétée à chaque période T_{per} comme indiqué à la Figure 2. 1, l'échantillonnage est dit non uniforme périodique (PNUS, Periodic Non Uniform Sampling) pour une période moyenne d'échantillonnage $T_{PNUS} = T_{per}/k$ avec T_{PNUS} la période moyenne d'échantillonnage. La fréquence moyenne d'échantillonnage $f_{PNUS} = 1/T_{PNUS}$ doit être au moins égale à $f_{Nyquist}$ (65).

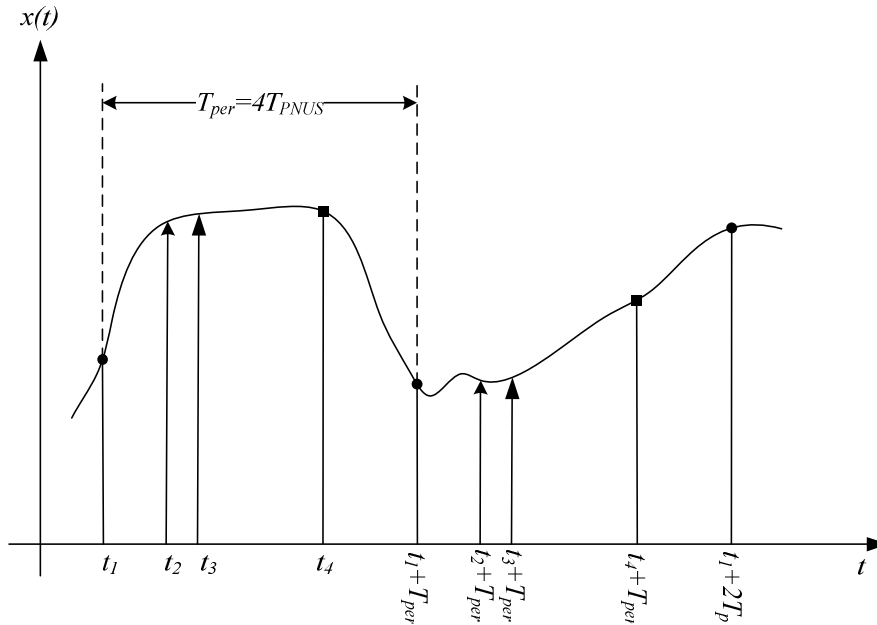


Figure 2. 1. Echantillonnage non uniforme périodique simple (PNUS) pour $k=4$.

Ce mode peut être utilisé dans le cas de banc de k convertisseurs analogique numérique. Chaque convertisseur commence l'opération d'échantillonnage après un délai différent d'une période T_{PNUS} sous la condition de retour au convertisseur de la première voie après un délai égal à la période T_{per} (66).

2.2.1.2. Echantillonnage non uniforme périodique d'ordre m

Une généralisation de l'échantillonnage non uniforme périodique est celui d'ordre m (PNUS m , m^{th} order Periodic Non Uniform Sampling) tel que présenté à la Figure 2. 2. Le PNUS m est la juxtaposition de m modes d'échantillonnage uniforme de périodes T_i différentes comme l'indique (E.2.1).

$$\sum_{i=1}^m \frac{1}{T_i} = \frac{1}{T_{PNUS^m}} = f_{PNUS^m} \quad (\text{E.2.1})$$

Avec T_{PNUS^m} et f_{PNUS^m} , respectivement, la période moyenne et la fréquence moyenne d'échantillonnage du mode $PNUS^m$; f_{PNUS^m} doit être au moins égale à $f_{Nyquist}$.

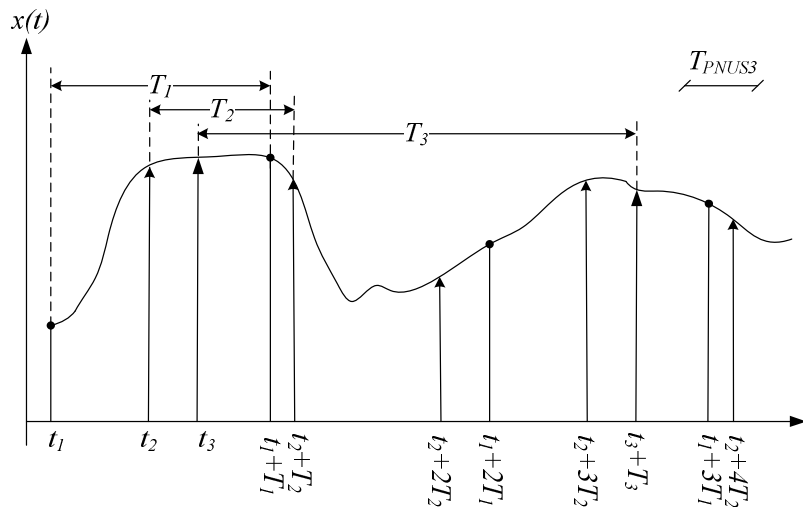


Figure 2. 2. Echantillonnage non uniforme périodique d'ordre 3 (PNUS³).

Une application éventuelle est un banc de m convertisseurs analogique numérique. Chaque convertisseur fonctionne à une fréquence d'échantillonnage uniforme différente des $(m-1)$ autres. L'instant d'échantillonnage initial change aussi d'une voie à l'autre.

2.2.2. Echantillonnage aléatoire

Les imprécisions aléatoires sur les instants d'échantillonnage sont voulues contrairement à l'ajout de la gigue d'horloge dans le cas de l'échantillonnage uniforme. Nous présentons les deux variantes possibles d'échantillonnage aléatoire tels qu'elles sont présentées par la communauté scientifique de l'échantillonnage non uniforme (2),(5) et (9). Il existe l'échantillonnage aléatoire constitué d'instants équi-répartis auxquels nous ajoutons une gigue qui obéit à une distribution donnée. Nous l'appelons le mode JRS pour Jittered Random Sampling. Il existe aussi l'échantillonnage aléatoire pour lequel l'intervalle entre deux instants successifs obéit à une distribution donnée. Nous l'appelons le mode ARS pour Additive Random Sampling.

2.2.2.1. Jittered Random Sampling

Si aux instants d'échantillonnage répartis uniformément est ajoutée une erreur délibérée obéissant à une loi statistique donnée, nous parlons de Jittered Random Sampling JRS. Les n instants d'échantillonnage selon le mode JRS sont décrits par (E.2.2).

$$t_k = kT_s + \tau_k, 1 \leq k \leq n \quad (\text{E.2.2})$$

$$\text{avec } E[t_k] = kT_s \text{ et } \text{Var}[t_k] = \sigma^2$$

où la période T_s est l'intervalle moyen entre deux instants d'échantillonnage. Pour $n \geq 1$, l'ensemble $\{\tau_k, 1 \leq k \leq n\}$ est un ensemble de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées (VA *i.i.d.*) de distribution de probabilité $p_1(\tau)$, de moyenne nulle et de variance σ^2 . Pour $k = 0$, nous attribuons à t_0 une valeur constante avec $p_0(t) = \delta(t)$.

La densité de probabilité du $k^{\text{ième}}$ instant d'échantillonnage est donnée alors par (E.2.3).

$$p_k(t) = p_1(t - kT_s) \text{ pour } 2 \leq k \leq n \quad (\text{E.2.3})$$

La densité de probabilité du 1^{er} instant d'échantillonnage $p_1(t)$ est exactement $p_1(\tau)$. Les densités $p_k(t)$ dans le cas de distribution gaussienne sont présentées à la Figure 2. 3. Nous remarquons que toutes les densités sont identiques et que le passage d'une densité à la suivante n'est autre que la translation d'une période T_s .

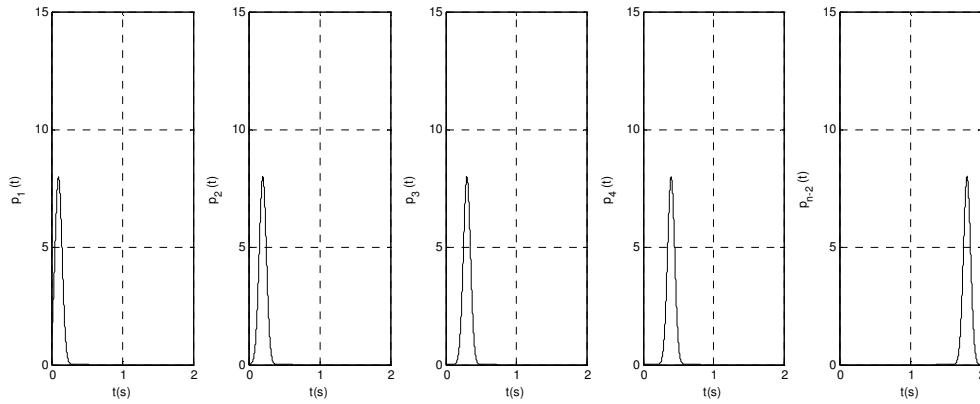


Figure 2. 3. Densités de probabilité $p_k(t)$ du mode JRS à distribution gaussienne pour $\sigma/T_s=0.5$, une période d'échantillonnage moyenne $T_s=0.1s$ et un nombre d'instant d'échantillonnage $n=20$.

2.2.2.2. Additive Random Sampling

Dans le cas où l'intervalle de temps entre deux instants d'échantillonnage successifs suivrait une loi statistique, l'échantillonnage est dit aléatoire cumulatif (ARS, Additive Random Sampling). Les n instants d'échantillonnage selon le mode ARS sont décrits par (E.2.4).

$$t_k = t_{k-1} + \tau_k = t_0 + \sum_{i=1}^k \tau_i, 1 \leq k \leq n \quad (\text{E.2.4})$$

$$\text{avec } E[t_k] = kT_s \text{ et } \text{Var}[t_k] = k\sigma^2$$

Pour $n \geq 1$, $\{\tau_k, 1 \leq k \leq n\}$ est un ensemble de variables aléatoires *i.i.d.* de densité de probabilité $p_1(\tau)$, de moyenne T_s et de variance σ^2 . Pour $k = 0$, nous attribuons à t_0 une valeur constante avec $p_0(t) = \delta(t)$. L'instant t_k est alors obtenu en cumulant les variables aléatoires τ_k une à une. Comme la densité de probabilité de la somme de deux variables aléatoires s'écrit sous la forme d'un produit de convolution, la densité de probabilité du $k^{\text{ième}}$ instant t_k d'échantillonnage est donnée par (E.2.5).

$$p_k(t) = \underset{i=1}{\overset{k}{\circledast}} p_1(t) \quad (\text{E.2. 5})$$

L'opérateur $\circledast$ représente l'opération du produit de convolution. Dans ce cas, l'opération est effectuée k fois pour obtenir $p_k(t)$. La densité $p_1(t)$ du premier instant d'échantillonnage t_1 est exactement égale à densité de probabilité $p_1(\tau)$. Dans le cas d'une distribution gaussienne, la densité de probabilité $p_k(t)$ de l'instant t_k , de moyenne kT_s et de variance $k\sigma^2$, est présentée à la Figure 2. 4 pour les valeurs de k égales à 1, 2, 3, 4 et $n-2$ avec n le nombre d'instants d'échantillonnage. Nous remarquons le maximum de la densité de probabilité décroît étant donnée que le calcul de son intégrale sur $\mathbb{R}$ doit être égale à 1.

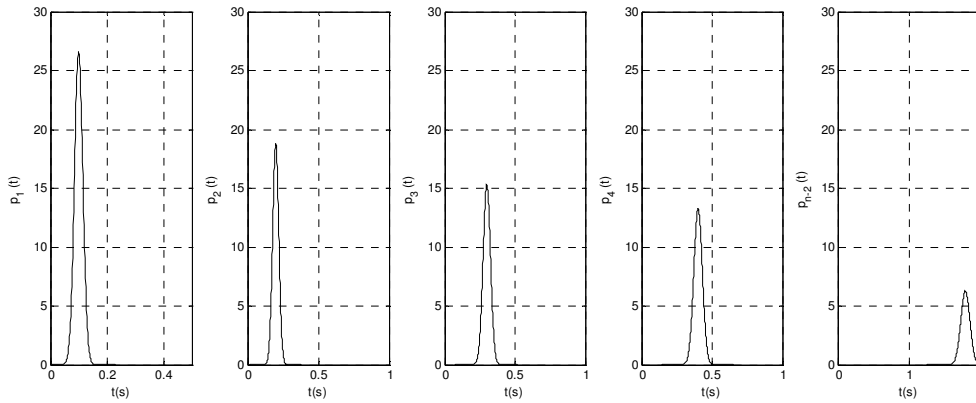


Figure 2. 4. Densités $p_k(t)$ dans le cas d'un mode ARS à distribution gaussienne pour $\sigma/T_s=0.15$, une période d'échantillonnage moyenne $T_s=0.1$ s et un nombre d'instants d'échantillonnage $n=20$.

Une variante du mode ARS est le mode ARS corrélé (C-ARS, Correlated Additive Random Sampling). Il est considéré si les intervalles de temps adjacents τ_k et τ_{k+1} ne sont pas indépendants avec un coefficient de corrélation donné par (E.2.6).

$$\rho = \frac{E[\tau_k \tau_{k+1}] - T_s}{\sigma^2} \quad (\text{E.2. 6})$$

Pour $\rho > 0$ et pour un même rapport σ/T_s , le mode C-ARS présente de meilleures caractéristiques que les modes JRS et ARS (5). Cependant, dans le domaine de l'échantillonnage, le cas du C-ARS ne modélise pas un mode réalisable et demeure uniquement une modélisation mathématique des instants d'échantillonnage corrélés.

Nous pouvons aussi citer le mode ARS Hybride (75) pour lequel nous concaténons une séquence ARS avec la même séquence miroir. Cette variante peut être intéressante lors d'une optimisation matérielle. Elle permet de diminuer le nombre d'additions et de

multiplications pour les opérations de traitement numérique telles que la détermination du spectre, la reconstruction d'un signal échantillonné aléatoirement, etc.

2.2.2.3. Distributions et paramètre statistique

Pour les modes d'échantillonnage aléatoire JRS et ARS, nous associons à la variable aléatoire τ_k , définie respectivement par les équations (E.2. 2) et (E.2. 4), une distribution pour décrire la répartition des valeurs qu'elle peut prendre. Les distributions communément utilisées en échantillonnage non uniforme sont la distribution uniforme, la distribution gaussienne et la distribution exponentielle(9), (5). La distribution d'échantillonnage doit modéliser un phénomène d'échantillonnage réel, en d'autres termes, il est nécessaire que les instants d'échantillonnage t_k soient pris dans un ordre croissant comme donné par (E.2.7).

$$0 \leq t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_k < \dots < t_n \quad \text{avec} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} t_n = +\infty \quad (\text{E.2. 7})$$

$$\text{avec} \quad kT_s - \frac{T_s}{2} \leq t_k < kT_s + \frac{T_s}{2} \quad \text{pour} \quad 1 \leq k \leq n$$

Pour pouvoir générer une telle séquence d'instants d'échantillonnage, il faut que la distribution soit définie uniquement sur un intervalle $[-0.5T_s, 0.5T_s]$ dans le cas du mode JRS et sur un intervalle $[0.5T_s, 1.5T_s]$ dans le cas du mode ARS. Pour vérifier si la distribution satisfait la condition (E.2. 7), nous posons le paramètre statistique σ/T_s , rapport entre l'écart type σ de la variable aléatoire τ_k et la période d'échantillonnage moyenne T_s .

La densité de probabilité associée à une distribution uniforme sur un intervalle $[a, b]$ est donnée par (E.2.8).

$$p_{unif}(t) = \frac{1}{b-a}, \quad a \leq t \leq b \quad (\text{E.2. 8})$$

Sa fonction caractéristique est donnée par (E.2.9).

$$\Phi_{unif}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(t)e^{j2\pi ft} dt$$

$$= \frac{1}{j2\pi f(b-a)} (e^{j2\pi fb} - e^{j2\pi fa}) \quad (\text{E.2. 9})$$

Par exemple, dans le cas du mode JRS, l'extrémité a de l'intervalle doit être au minimum égale à $-0.5T_s$ quant à l'extrémité b , elle doit être au maximum égale à $0.5T_s$. La valeur maximale du paramètre statistique est calculée dans (E.2.10).

$$\frac{\sigma}{T_s} = \frac{(b-a)/\sqrt{12}}{T_s} = \frac{(0.5T_s - (-0.5T_s))/\sqrt{12}}{T_s} = 0.2887 \quad (\text{E.2. 10})$$

La densité de probabilité associée à une distribution gaussienne de moyenne μ et de variance σ^2 est donnée par (E.2.11).

$$p_{gauss}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{E.2. 11})$$

Sa fonction caractéristique s'écrit sous la forme (E.2.12).

$$\Phi_{\text{gauss}}(f) = e^{2\pi f\mu} e^{-2\pi^2 f^2 \sigma^2} \quad (\text{E.2. 12})$$

Dans ce cas, la valeur moyenne μ est égale à T_s et le paramètre statistique σ/T_s est aussi au maximum égal à 0.2887.

Pour la distribution exponentielle, connue plutôt pour son utilisation dans le mode ARS (9), (5), la densité de probabilité s'écrit comme (E.2.13).

$$p_{\text{exp}}(t) = \eta e^{(-\eta t)} \quad (\text{E.2. 13})$$

Par définition, sa valeur moyenne μ et sa variance σ^2 sont égales respectivement à $1/\eta$ et $1/\eta^2$. Par suite, le paramètre statistique σ/T_s est égal à 1 et donc ne satisfait pas la condition (E.2. 7). Elle peut donc être utilisée en traitement de signal mais pas pour des applications réelles.

Le choix du mode d'échantillonnage et de la distribution sera étudié dans la suite du chapitre mais, tout d'abord, nous nous intéressons à un mode d'échantillonnage particulier qui permet une implémentation matérielle contrairement aux modes aléatoires que nous venons de présenter.

2.2.3. Echantillonnage aléatoire à temps quantifié

Pour diminuer les contraintes d'implémentation matérielle, la communauté scientifique propose le mode d'échantillonnage aléatoire à temps quantifié (TQ-RS, Time-Quantized Random Sampling) que nous appliquons soit au mode JRS soit au mode ARS (76), (5). Pour appliquer ce mode, il suffit de considérer une quantification de l'axe du temps et plus particulièrement de la période moyenne d'échantillonnage T_s en sous-périodes de largeur Δ . Nous définissons le facteur de quantification temporelle q_T comme la division d'une période T_s en q_T sous-périodes Δ telle que (E.2.14) (77).

$$\Delta = T_s / q_T \quad (\text{E.2. 14})$$

Pour deux instants d'échantillonnage aléatoire t_k et t_{k-1} , la distance $\delta t_k = t_k - t_{k-1}$ entre deux instants d'échantillonnage successifs est quantifiée pour avoir des instants d'échantillonnage quantifiés $\delta t_{k,q}$ multiples de Δ . Les distances quantifiées $\delta t_{k,q}$ doivent alors respecter la propriété (E.2.15).

$$\delta t_{k,q} = n\Delta \quad \text{si} \quad (n - 1/2)\Delta < \delta t_k \leq (n + 1/2)\Delta \quad (\text{E.2. 15})$$

La Figure 2. 5 illustre le mode TQ-RS pour $q_T = 4$.

Les deux possibilités de génération d'instants aléatoires à temps quantifié que nous considérerons dans notre travail de recherche sont les modes ARS et JRS pour obtenir respectivement les modes TQ-ARS et TQ-JRS.

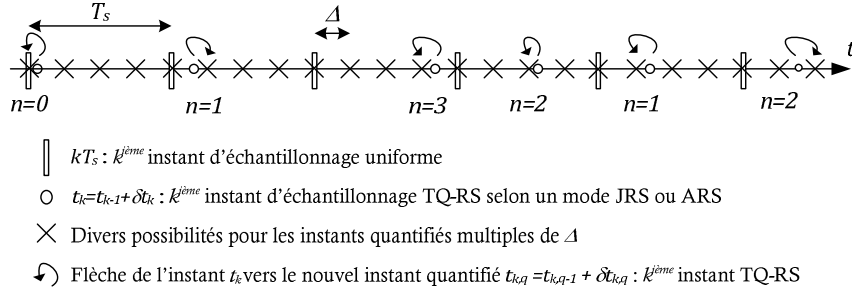


Figure 2. 5. Description du mode TQ-RS pour $q_T=4$.

Dans (5), l'auteur a donné la densité de probabilité du mode TQ-RS et la fonction caractéristique correspondante mais nous nous permettons de proposer une modification à ce niveau. La densité de probabilité du mode TQ-RS en fonction de la densité de probabilité $p_1(\tau)$, telle que définie dans le paragraphe 2.2.2 pour le mode JRS ou ARS, est donnée par (E.2. 16) pour $m = +\infty$.

$$p_{1,q}(\delta t_{k,q}) = \sum_{n=0}^{m-1} q(n\Delta) \delta(\delta t_{k,q} - n\Delta) \quad (\text{E.2. 16})$$

tout en respectant les conditions i) et ii) avec iii) :

- i) La probabilité de l'opération de quantification :

$$q(t) = P_1\left(t + \frac{\Delta}{2}\right) - P_1\left(t - \frac{\Delta}{2}\right) \text{ pour } t \in \{n\Delta, n \in \llbracket 0, m-1 \rrbracket\}$$

- ii) La vérification d'une distribution discrète :

$$\sum_{n=0}^{m-1} q(n\Delta) = 1$$

- iii) La fonction de répartition d'une variable aléatoire τ_k , définie par (E.2. 2) pour le mode JRS et (E.2. 4) pour le mode ARS :

$$P_1(t) = \int_{-\infty}^t p_1(\tau) d\tau$$

La fonction caractéristique correspondante à la densité de probabilité du mode TQ-RS telle que définie par (E.2. 16) est alors donnée par (E.2. 17) pour $m = +\infty$.

$$\Phi_{1,q}(f) = \sum_{n=0}^{m-1} \Phi_1\left(f - \frac{n}{\Delta}\right) \text{sinc}(f\Delta - n) \quad (\text{E.2. 17})$$

Avec $\Phi_1(f)$ étant la fonction caractéristique de la distribution ayant comme densité de probabilité $p_1(\tau)$. Nous remarquons déjà une certaine périodicité due à la discrétisation de la séquence d'échantillonnage qui aura son influence sur le spectre du signal échantillonné tel que nous le présenterons dans la section 2.3.

Dans le cas d'une implémentation matérielle numérique synchrone, il est avantageux de définir les modes TQ-JPRS et TQ-APRS qui représentent respectivement les modes TQ-JRS et TQ-ARS en remplaçant le mode d'échantillonnage aléatoire (RS, Random Sampling) par un mode d'échantillonnage pseudo-aléatoire (PRS, PseudoRandom Sampling). La Figure 2. 6 illustre le cas TQ-PRS pour $q_T = 4$. La densité de probabilité et la fonction caractéristique correspondante du mode TQ-PRS sont données respectivement par (E.2. 16) et (E.2. 17) pour $m = q_T$.

Dans les cas TQ-JPRS et TQ-APRS, l'écart type de la variable τ_k se calcule selon (E.2.18).

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} \left(i\Delta - \left(\frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} i\Delta \right) \right)^2} = \Delta \sqrt{\frac{m^2 - 1}{12}} \quad \text{avec } m = q_T \quad (\text{E.2. 18})$$

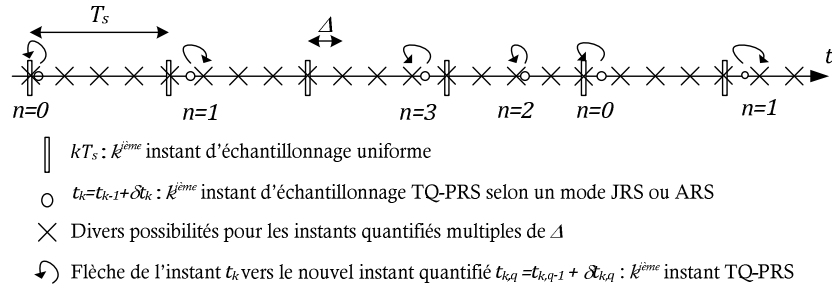


Figure 2. 6. Description du mode TQ-PRS pour $q_T=4$.

Ainsi, nous venons de démontrer que le paramètre statistique pour un mode d'échantillonnage pseudo-aléatoire à temps quantifié est (E.2.19).

$$\frac{\sigma}{T_s} = \frac{1}{q_T} \sqrt{\frac{q_T^2 - 1}{12}} \quad (\text{E.2. 19})$$

La Figure 2. 7 présente la variation de σ/T_s en fonction du facteur de quantification temporelle q_T . Pour obtenir un rapport σ/T_s proche de la valeur théorique 0.2887 avec une erreur inférieure à 1 %, nous pouvons considérer des valeurs de q_T supérieures ou égales à 8. Nous atteignons exactement la valeur 0.2887 à partir de q_T égale à 76. Une valeur de q_T égale à 16 permet de générer une séquence d'instant d'échantillonnage pseudo-aléatoire de rapport statistique σ/T_s égal à 0.2881.

A ce niveau de notre travail de recherche, nous sommes tenus de revoir plus en détail la théorie de l'échantillonnage non uniforme, de reprendre ou de compléter certains éléments justificatifs pour l'utilisation de l'échantillonnage aléatoire, le choix du mode d'échantillonnage et celui de la distribution permettant de bénéficier de l'avantage de l'anti-repliement.

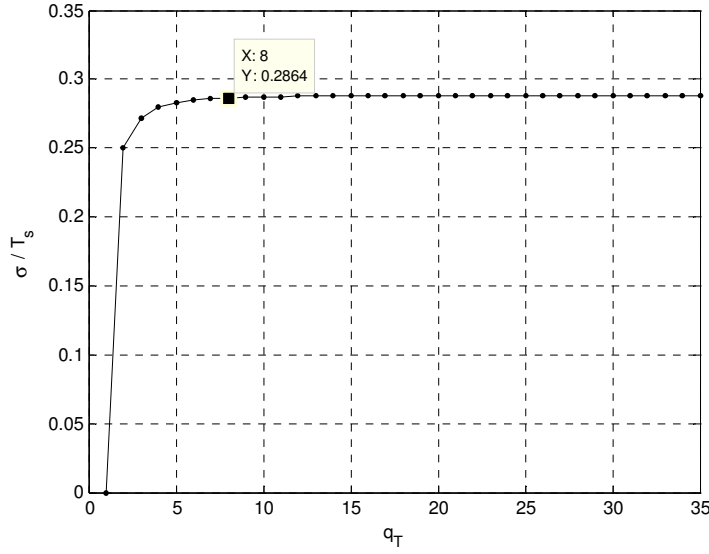


Figure 2. 7. Le paramètre statistique σ/T_s en fonction de q_T .

2.3. Formulation analytique de l'échantillonnage non uniforme

Nous nous proposons de détailler le long de cette section notre contribution de recherche apportée pour la justification analytique de l'intérêt de l'échantillonnage non uniforme. Il est d'abord nécessaire de définir la stationnarité d'une séquence d'échantillonnage aléatoire. Un processus ponctuellement stationnaire est décrit par une densité de probabilité d'échantillonnage ponctuelle constante égale à $1/T_s$. En utilisant cette condition de stationnarité ponctuelle, Bilinskis et Mikelsons ont démontré l'avantage de l'échantillonnage non uniforme qui n'est autre que l'anti-repliement spectral (12). Dans nos travaux, nous avons pris l'initiative de généraliser cette démonstration à tous les types de signaux reçus. Par ailleurs, nous nous sommes aussi intéressés aux travaux de Wojtiuk qui a présenté et déterminé analytiquement les densités spectrales de puissance (PSD, Power Spectral Density) d'un signal aléatoire échantillonné aléatoirement (5). Un signal aléatoire modélise un bruit ou un signal bruité après son passage dans un canal à bruit multiplicatif. En complément aux travaux de Wojtiuk, nous avons déterminé les formulations analytiques des densités spectrales d'énergie (ESD, Energy Spectral Density) de l'échantillonnage aléatoire d'un signal déterministe, qui ne contient que le signal utile.

2.3.1. Stationnarité d'une séquence d'échantillonnage aléatoire

2.3.1.1. Définition du processus ponctuellement stationnaire

Quand les instants d'échantillonnage sont aléatoires et si le processus suit une certaine distribution, la théorie de stationnarité nous permet de justifier l'anti-repliement spectral. Nous considérons que les instants d'échantillonnage t_k sont décrits par (E.2.20).

$$0 \leq t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_k \text{ avec } \lim_{k \rightarrow +\infty} t_k = +\infty \quad (\text{E.2. 20})$$

Nous posons T_s la moyenne des intervalles entre deux instants d'échantillonnage successifs et son inverse f_s la fréquence moyenne d'échantillonnage. Soit $p_k(t)$ la densité de probabilité du $k^{ième}$ instant d'échantillonnage. Dans (12), Bilinskis et Mikelsons définissent un processus ponctuellement stationnaire comme un processus où la probabilité ponctuelle d'un instant d'échantillonnage est la même à tout instant. Cette idée est exprimée par la densité de probabilité d'échantillonnage ponctuelle $p(t)$, donnée par (E.2.21), identique à la série de terme général la densité de probabilité $p_k(t)$ du $k^{ième}$ instant d'échantillonnage.

$$p(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} p_k(t) \quad (\text{E.2. 21})$$

Selon Bilinskis et Mikelsons, un processus est donc ponctuellement stationnaire si la densité de probabilité d'échantillonnage ponctuelle $p(t)$ est proche d'une valeur constante égale à la moyenne de la fréquence d'échantillonnage f_s pour remplir la condition (E.2.22).

$$p(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} p_k(t) = f_s = \frac{1}{T_s} \quad (\text{E.2. 22})$$

avec T_s la moyenne de la période d'échantillonnage non uniforme. Pour comprendre le sens de la densité $p(t)$, supposons qu'une fenêtre temporelle Δt parcourt l'axe du temps t . Si Δt tend vers 0, la densité $p(t)$, à tout instant, est égale à la probabilité qu'un instant d'échantillonnage soit dans cette fenêtre Δt . La stabilité peut être atteinte pour toute la séquence ou après un certain délai de stationnarité T_{ds} , donné par (E.2.23) (12).

$$T_{ds} = 0.4T_s^3/\sigma^2 \quad (\text{E.2. 23})$$

Ce délai dépend du mode d'échantillonnage, de la distribution de probabilité des instants d'échantillonnage et des conditions initiales de la séquence d'échantillonnage.

2.3.1.2. **Choix de la distribution pour le mode Jittered Random Sampling**

La stationnarité d'une séquence selon le mode JRS dépend de la distribution utilisée et donc de la densité de probabilité $p_1(\tau)$. En effet, d'après (E.2. 2) et (E.2. 3), toutes les densités de probabilité $p_k(t)$ sont issues d'un décalage temporel de la densité $p_1(t)$. Il est ainsi simple de remarquer que le mode JRS selon une distribution uniforme sur $[-T_s/2, T_s/2]$, ayant un paramètre statistique $\sigma/T_s = 0.2887$, est stationnaire. Les densités de probabilité s'écrivent d'après (E.2. 8) selon (E.2.24).

$$p_k(t) = \frac{1}{T_s} \text{ avec } -k\frac{T_s}{2} \leq t < k\frac{T_s}{2} \quad (\text{E.2. 24})$$

Donc leur somme qui est la densité de probabilité d'échantillonnage ponctuelle $p(t)$ s'obtient directement d'après (E.2. 21) et vérifie parfaitement (E.2. 22).

Pour une distribution gaussienne avec un paramètre statistique $\sigma/T_s = 0.2887$, la condition de stationnarité n'est pas vérifiée, d'ailleurs, nous pouvons le remarquer

d'après la Figure 2. 8 qui présente les densités de probabilités des 3 premiers instants d'échantillonnage, celle du $(k-1)^{\text{ième}}$ instant d'échantillonnage et la densité de probabilité d'échantillonnage ponctuelle. Une présentation des densités de probabilité d'échantillonnage ponctuelle pour quelques valeurs de σ/T_s est donnée à la Figure 2. 9. La condition de stationnarité se vérifie, par contre, à partir de $\sigma/T_s = 0.5$. Dans ce cas, la condition temporelle donnée par (E.2. 7) n'est plus satisfaite.

Par suite, pour satisfaire la condition de stationnarité (E.2. 22) mais aussi la condition temporelle (E.2. 7), une séquence d'échantillonnage selon mode JRS doit être caractérisée par une distribution uniforme sur un intervalle $[-T_s/2, T_s/2]$.

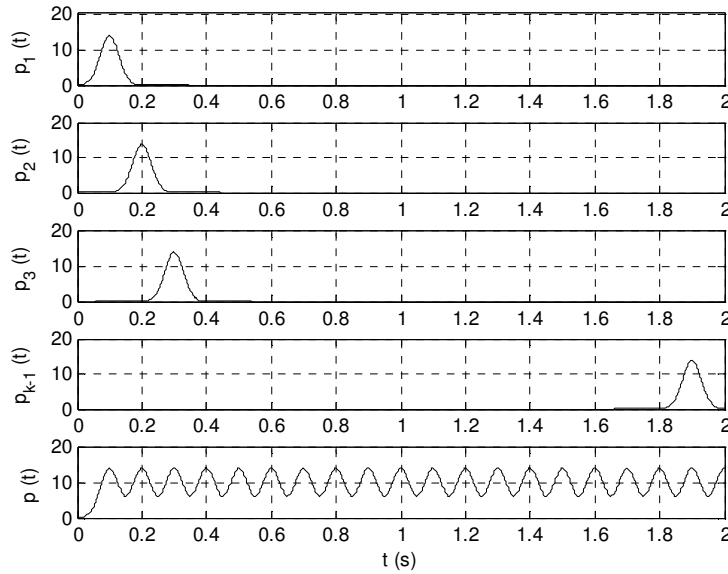


Figure 2. 8. Cas du mode JRS de distribution gaussienne de paramètre statistique $\sigma/T_s=0.2887$ pour $T_s=0.1$ s : Densités de probabilité des 3 premiers échantillons $p_1(t)$, $p_2(t)$ et $p_3(t)$, densité de l'avant dernier intervalle $p_{k-1}(t)$ Densité de probabilité d'échantillonnage ponctuelle $p(t)$.

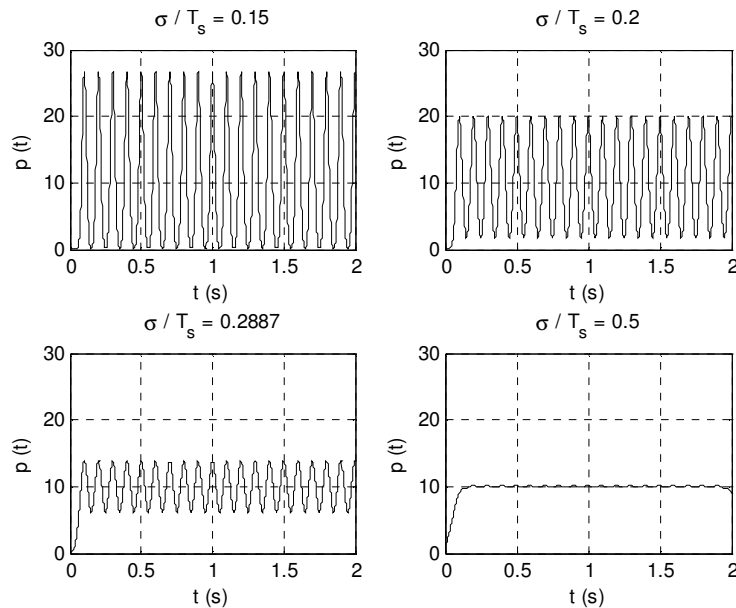


Figure 2. 9. Densité de probabilité d'échantillonnage ponctuelle $p(t)$ dans le cas du mode JRS de distribution gaussienne pour différentes valeurs de σ/T_s pour $T_s=0.1$ s.

2.3.1.3. Choix de la distribution pour le mode Additive Random Sampling

Pour le mode ARS, il n'est pas aussi simple que précédemment de vérifier que la séquence d'échantillonnage est stationnaire. En effet, la variable aléatoire t_k s'écrit comme la somme des k variables aléatoires τ_k indépendantes et identiquement distribuées selon une loi quelconque de moyenne T_s et d'écart type σ telle que décrite par (E.2. 4) et (E.2. 5).

Nous pouvons alors appliquer le théorème de la limite centrale qui assure que la distribution d'une variable aléatoire résultante de la somme de k variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées de moyenne m et d'écart type s , converge vers une distribution gaussienne de moyenne km et d'écart type $\sqrt{ks^2}$.

La densité de probabilité $p_k(t)$ du $k^{\text{ième}}$ instant d'échantillonnage suit alors une distribution gaussienne de moyenne kT_s et d'écart type $\sqrt{k\sigma^2}$ quand k tend vers l'infini et nous obtenons (E.2.25).

$$p_k(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi k\sigma^2}} e^{-\frac{(t-kT_s)^2}{2k\sigma^2}} \quad (\text{E.2. 25})$$

Par ailleurs, nous avons la densité de probabilité d'échantillonnage ponctuelle $p(t)$ donnée par (E.2. 21). Il reste donc à montrer que $p(t)$, la série de terme général la densité $p_k(t)$ donnée par (E.2. 25), converge vers $1/T_s$ pour satisfaire la condition de stationnarité (E.2. 22).

La fonction caractéristique associée à la distribution gaussienne de moyenne kT_s et d'écart type $\sqrt{k\sigma^2}$ est donnée par (E.2.26).

$$\Phi_k(f) = e^{j2\pi f k T_s} e^{-2\pi^2 k \sigma^2 f^2} \quad (\text{E.2. 26})$$

Par suite, la transformée de Fourier de la densité de probabilité d'échantillonnage ponctuelle s'écrit comme (E.2.27).

$$\mathcal{TF}[p(t)] = \Phi(-f) = \sum_{k=1}^{+\infty} \Phi_k(-f) = \sum_{k=1}^{+\infty} \left(e^{-j2\pi f T_s - 2\pi^2 \sigma^2 f^2} \right)^k \quad (\text{E.2. 27})$$

Avec $\mathcal{TF}[u(t)]$ représente la transformée de Fourier de la fonction $u(t)$. La série géométrique donnée par (E.2. 27) ne converge que lorsque sa raison $\kappa = e^{-j2\pi f T_s - 2\pi^2 \sigma^2 f^2}$ est telle que $|\kappa| < 1$, ce qui correspond à $f > 0$. Donc, nous obtenons (E.2.28).

$$\mathcal{TF}[p(t)] = \frac{1}{e^{j2\pi f T_s + 2\pi^2 \sigma^2 f^2} - 1} \quad (\text{E.2. 28})$$

En appliquant le théorème de la valeur finale à $p(t)$, nous obtenons le résultat (E.2.29).

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} p(t) = \lim_{f \rightarrow 0} j2\pi f \mathcal{TF}[p(t)] = \lim_{f \rightarrow 0} \frac{j2\pi f}{j2\pi f T_s + 2\pi^2 \sigma^2 f^2} = \frac{1}{T_s} \quad (\text{E.2. 29})$$

Le mode ARS présente un intérêt particulier car il satisfait la condition de stationnarité indépendamment de la distribution choisie pour la séquence d'échantillonnage. La Figure 2. 10 illustre un processus d'échantillonnage stationnaire pour une distribution gaussienne de paramètre statistique $\sigma/T_s = 0.15$. La condition de stationnarité est vérifiée pour une distribution gaussienne pour différentes valeurs de paramètre statistique σ/T_s comme l'indique la Figure 2. 11. Cependant, le délai de stationnarité T_{ds} diminue lorsque σ/T_s augmente. Ce délai est donné et vérifié par l'équation (E.2. 23) démontrée par Bilinskis et Mikelsons (12).

Pour vérifier ce résultat, nous générons N variables aléatoires, chacune de taille 100 expériences. La fonction *hist* de Matlab représente la densité de probabilité pour un nombre de *bins* donnés. Supposons un nombre de *bins* égal à 100. Par suite, chaque expérience de l'ensemble $\{t_k\}$ est représentée par 100 *bins*. En supposant un nombre d'échantillons 128, la Figure 2. 12 représente les densités de probabilité des instants d'échantillonnage. Il s'agit de la représentation de 128 histogrammes. Nous remarquons que quand nous passons à l'instant d'échantillonnage suivant, la valeur moyenne et l'écart-type des gaussienne augmentent avec une diminution du nombre d'échantillons par *bin*. Nous remarquons aussi qu'à partir d'un certain instant d'échantillonnage, le nombre d'échantillons par *bin* devient presque constant. Les Figure 2. 10 et Figure 2. 12 illustrent la stationnarité du mode ARS, caractère intrinsèque de ce mode. La valeur $1/T_s$ à laquelle tend la densité de probabilité stationnaire n'est pas explicite sur la Figure 2. 12.

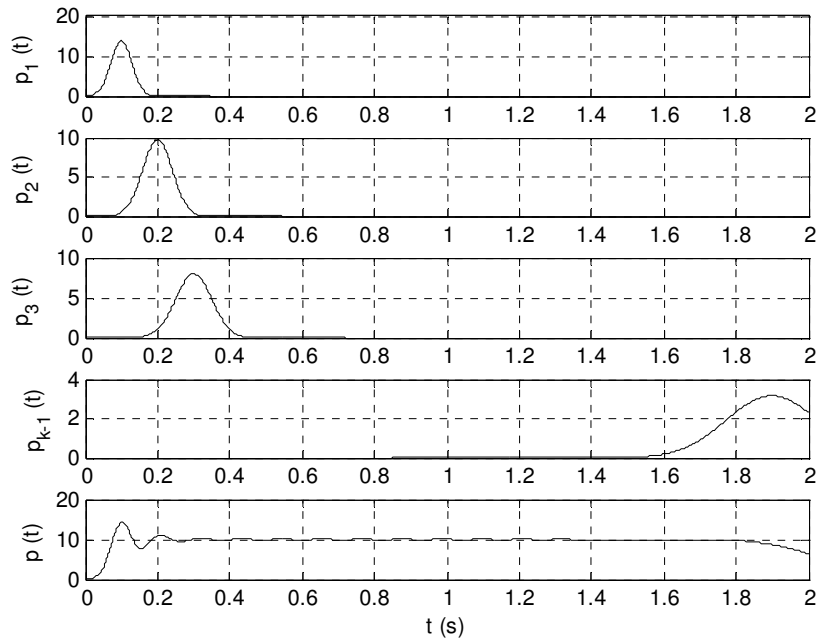


Figure 2. 10. Cas du mode ARS de distribution gaussienne de paramètre statistique $\sigma/T_s = 0.15$ pour $T_s = 0.1$ s : Densités de probabilité des 3 premiers instants d'échantillonnage $p_1(t)$, $p_2(t)$ et $p_3(t)$, densité de l'avant dernier instant d'échantillonnage $p_{k-1}(t)$, Densité de probabilité d'échantillonnage ponctuelle $p(t)$.

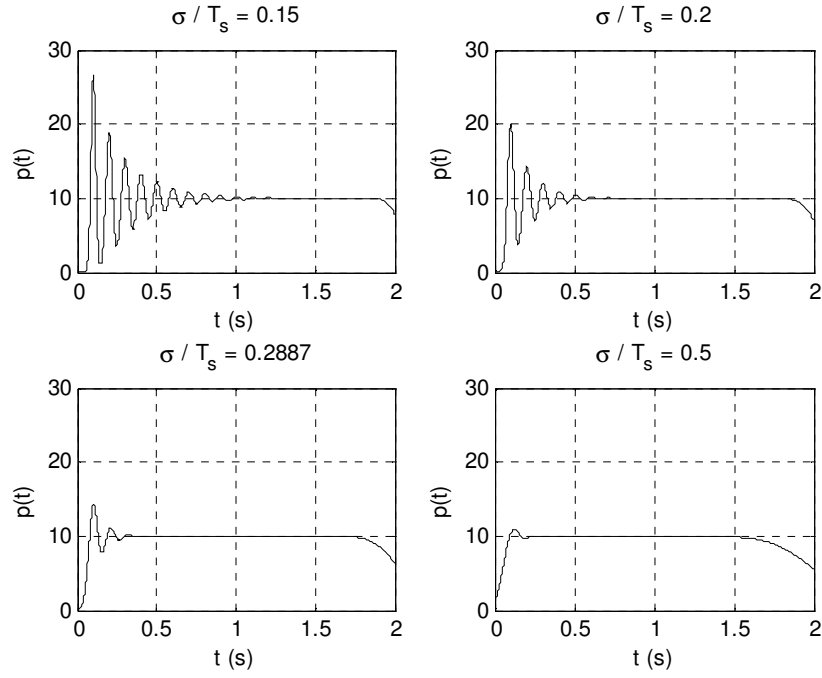


Figure 2. 11. Densité de probabilité d'échantillonnage ponctuelle $p(t)$ dans le cas du mode ARS de distribution gaussienne pour différentes valeurs de σ/T_s pour $T_s=0.1$ s.

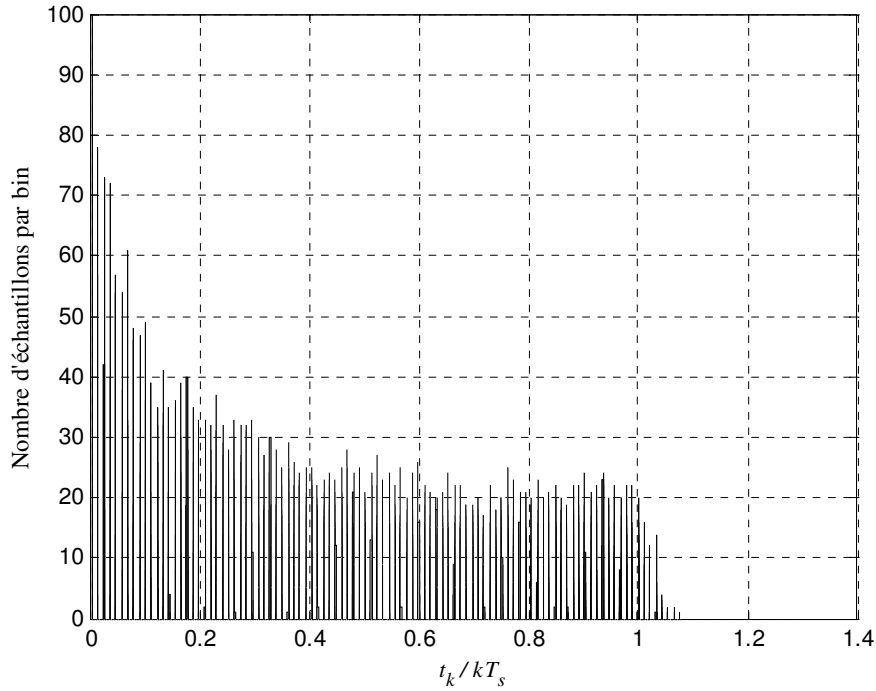


Figure 2. 12. Densités de probabilité de tous les instants d'échantillonnage représentant la densité de probabilité d'échantillonnage ponctuelle.

2.3.2. De la stationnarité à l'anti-repliement spectral

Ce paragraphe sert à présenter le théorème de l'anti-repliement spectral d'un signal échantillonné aléatoirement selon la condition de stationnarité ponctuelle (E.2. 22) de Bilinskis et Mikelsons. Ce passage de la stationnarité à l'anti-repliement spectral a été démontré dans (12) en utilisant la transformée de Fourier d'un signal périodique (13)

qui est un cas particulier, alors qu'ici nous avons démontré la condition de Bilinskis et Mikelsons en utilisant une transformée de Fourier pour les signaux apériodiques. La démonstration du théorème est présentée à l'Annexe B de ce manuscrit.

Théorème de l'anti-repliement spectral : Soit l'ensemble des variables aléatoires $\{t_k, k \in \mathbb{N}\}$ de moyennes kT_s de densités de probabilité $\{p_k(t), k \in \mathbb{N}\}$ telles que :

$$p(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} p_k(t) = \frac{1}{T_s}$$

La séquence d'échantillonnage à temps continu $s(t, t_k)$ est le signal correspondant à une seule réalisation des variables aléatoires $\{t_k, k \in \mathbb{Z}\}$. Soient $x(t)$ le signal sur lequel nous allons appliquer la séquence $s(t, t_k)$ et $x_s(t, t_k)$, donné par (E.2.30), le signal résultant de l'opération d'échantillonnage.

$$x_s(t, t_k) = x(t) \cdot s(t, t_k) = x(t) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - t_k) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(t_k) \delta(t - t_k) \quad (\text{E.2. 30})$$

Chaque échantillon correspond à $x(t_k)$ décrit par (E.2.31).

$$x(t_k) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \delta(t - t_k) dt \quad (\text{E.2. 31})$$

Alors l'estimation de la transformée de Fourier du signal échantillonné aléatoirement par la séquence $\{t_k, k \in \mathbb{N}\}$ est composé uniquement de la transformée de Fourier en temps continue de $x(t)$ notée $X(f)$ telle que le décrit (E.2.32).

$$\hat{X}_s(f) = E \left[\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(t_k) e^{-j2\pi f t_k} \right] = \frac{1}{T_s} X(f) \quad (\text{E.2. 32})$$

(Preuve en Annexe B)

En échantillonnage uniforme, $X_{US}(f)$ est proportionnelle à la somme de la transformée de Fourier du signal original $X(f)$ et de ses répliques à $f \pm kf_{US}$ comme dans l'équation (E 1. 13). Finalement, nous venons de prouver que la condition de stationnarité ponctuelle de Bilinskis et Mikelsons nous permet d'affirmer que l'échantillonnage non uniforme assure l'anti-repliement spectral pour tout signal analogique.

D'après les éléments de stationnarité que nous avons fournis dans le paragraphe 2.3.1, nous pouvons affirmer que le mode ARS est le mode d'échantillonnage favori pour obtenir l'anti-repliement spectral lors d'un échantillonnage non uniforme car il vérifie la condition de stationnarité indépendamment de la nature de la distribution choisie. Quant au mode JRS, il ne satisfait cette condition que pour une distribution uniforme. Les résultats de Wojtiuk vérifient aussi ces affirmations pour les différents cas de distributions uniforme et gaussienne (5). Dans (9), pour le mode JRS, les auteurs ne

s'intéressent qu'au cas où σ est négligeable par rapport à T_s et ils montrent que le mode JRS n'élimine pas le repliement spectral.

Par ailleurs, une séquence selon un processus Poisson, Bi-Poisson ou Tri-Poisson s'obtient grâce à un mode ARS de distribution exponentielle. D'après les travaux de Wojtiuk, cette séquence est stationnaire et par la suite assure l'anti-repliement spectral. Les travaux de Shapiro et Silverman (9) consolident ces résultats. Cependant, nous sommes contraints d'éliminer cette possibilité dans notre travail car les paramètres statistiques sont respectivement $\sigma/T_s = 1$, $\sigma/T_s = 1/\sqrt{2}$ et $\sigma/T_s = 1/\sqrt{3}$ pour une séquence selon un processus de Poisson, Bi-Poisson et Tri-Poisson et nous voulons $\sigma/T_s = 0.2887$.

2.3.3. Densité spectrale de puissance d'un signal aléatoire

Il existe plusieurs formulations de la densité spectrale de puissance (PSD, Power Spectral Density) pour les modes d'échantillonnage aléatoires ARS et JRS (5), (9), (10), (11). Cependant, la formulation la plus exhaustive qui est basée sur des hypothèses justifiées est celle de Wojtiuk (5). Wojtiuk a démontré que dans le cas du mode JRS, la PSD d'un signal aléatoire est donnée par (E.2.33).

$$P_{xJRS} = P_x(f) \circledast \left\{ f_s^2 \sum_{m=-\infty}^{+\infty} |\Phi_1(mf_s)|^2 \delta(f - mf_s) + f_s [1 - |\Phi_1(f)|^2] \right\} \quad (\text{E.2. 33})$$

Avec $P_x(f)$ la PSD du signal $x(t)$, f_s la fréquence moyenne d'échantillonnage, $\Phi_1(f)$ la fonction caractéristique de la distribution $p_1(\tau)$ telle que définie par (E.2. 2) et (E.2. 3).

Le terme discret dans (E.2. 33) reflète l'opération de repliement spectral. Le terme continu représente celui d'un bruit large bande.

Il a aussi été vérifié que, pour une distribution uniforme, nous améliorons l'élimination du repliement spectral quand nous augmentons la fréquence moyenne d'échantillonnage et l'écart type de la distribution. L'élimination spectrale complète est atteinte pour un paramètre statistique $\sigma/T_s = 0.2887$. Ceci est justifié par le fait que la fonction caractéristique d'une distribution uniforme sur $[-T_s/2, T_s/2]$ est un sinus cardinal dont les zéros sont placés à des multiples de la fréquence d'échantillonnage et éliminent toutes les composantes discrètes de P_{xJRS} sauf la composante utile du signal $x(t)$.

Quant à la densité spectrale de puissance d'un signal $x(t)$ aléatoire échantillonné par une séquence selon le mode ARS, elle est donnée par (E.2.34).

$$P_{xARS} = P_x(f) \circledast \left\{ f_s^2 \delta(f) + f_s \mathcal{R}e \left[\frac{1 + \Phi_1(f)}{1 - \Phi_1(f)} \right] \right\} \quad (\text{E.2. 34})$$

D'après les résultats de Wojtiuk, nous avons pu apprendre que la PSD d'un signal aléatoire échantillonné selon le mode ARS est différente de celle du mode JRS car il n'y a plus une somme de composantes discrètes. De plus, l'élimination du repliement spectral est meilleure quand nous augmentons le rapport σ/T_s . Par exemple, pour une

distribution gaussienne de rapport $\sigma/T_s = 0.2887$, nous éliminons parfaitement le repliement spectral. Pour déterminer la DSP dans le cas des modes TQ-JRS ou TQ-ARS, il suffit de remplacer la fonction caractéristique $\Phi_1(f)$ dans les équations respectives (E.2. 33) ou (E.2. 34) par la fonction caractéristique $\Phi_{1,q}(f)$ du mode TQ-RS donnée par (E.2.17) pour $m = +\infty$. Les représentations théoriques de Wojtiuk ont montré qu'à partir de $\Delta = T_s/10$ et pour un mode ARS de distribution gaussienne, nous pouvons obtenir une PSD du TQ-ARS proche de la PSD du mode ARS (5).

Dans la bibliographie, nous ne trouvons que les propriétés spectrales d'un signal aléatoire échantillonné aléatoirement. L'étude la plus accomplie est celle de Wojtiuk. Cependant, dans notre travail, nous devons séparer le signal reçu en un signal émis déterministe et un signal aléatoire du canal que nous supposons bruit additif. Donc, nous complétons l'étude de Wojtiuk par la formulation analytique de la densité spectrale d'énergie d'un signal déterministe échantillonné aléatoirement.

2.3.4. Densité spectrale d'énergie d'un signal déterministe

La condition de validité du théorème de l'anti-repliement spectral (E.2. 32), est la supposition que tous les instants sont pris aléatoirement selon une séquence stationnaire. Par contre, lors de la génération d'une séquence d'échantillonnage pour une application pratique, le premier instant d'échantillonnage t_0 est déterministe, représente l'instant de référence et est donc caractérisé par une densité de probabilité $\delta(t)$. C'est pour cette raison que dans la suite de ce travail, l'objectif est de déterminer les densités spectrales d'énergie (ESD, Energy Spectral Density). Pour établir les démonstrations pour les propriétés spectrales d'un signal déterministe échantillonné aléatoirement, nous nous sommes inspirés du travail de Wojtiuk (5). Les instants $\{t_k\}$ selon un mode JRS sont notre point de départ. Les calculs pour le mode ARS seront à la base du calcul pour le mode JRS en établissant une relation entre les variables aléatoires $\{t_k\}$ et les instants d'échantillonnage uniforme $\{kT_s\}$.

2.3.4.1. Densité spectrale d'énergie pour le mode Jittered Random Sampling

L'estimation de la transformée de Fourier de la séquence d'échantillonnage selon le mode JRS, décrit dans le sous-paragraphe 2.2.2.1, a été déterminée et présentée dans l'Annexe C. Le résultat est donné par (E.2.35).

$$\hat{X}_{JRS}(f) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X\left(f - \frac{k}{T_s}\right) \Phi_1\left(-\frac{k}{T_s}\right) + X(f) \odot [1 - \Phi_1(-f)] \quad (\text{E.2. 35})$$

Avec T_s la période moyenne d'échantillonnage, $\Phi_1(f)$ la fonction caractéristique de la densité de probabilité $p_1(\tau)$ et $X(f)$ la transformée de Fourier en temps continu du signal analogique $x(t)$.

Par suite, la densité spectrale d'énergie est calculée en utilisant (E.2.36).

$$E_{xJRS}(f) = |\hat{X}_{JRS}(f)|^2 \quad (\text{E.2. 36})$$

Dans le cas d'une distribution uniforme sur $[-T_s/2, T_s/2]$, la fonction caractéristique (E.2. 9) donne (E.2.37).

$$\Phi_1(-f) = \text{sinc}(\pi f T_s) \quad (\text{E.2. 37})$$

avec la fonction $\text{sinc}(x)$ qui s'écrit comme $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$.

Ainsi, l'équation (E.2. 35) devient (E.2.38).

$$\hat{X}_{JRS}(f) = \frac{1}{T_s} X(f) + X(f) \odot [1 - \Phi_1(-f)] \quad (\text{E.2. 38})$$

La densité spectrale d'énergie dans le cas d'une distribution uniforme nous permet d'obtenir le signal original accompagné d'un bruit à large bande. La Figure 2. 13 montre que nous obtenons une atténuation du repliement spectral hors de la bande du signal. Une comparaison de l'équation (E.2. 38) par rapport à (E.2. 32) montre l'existence d'un signal continu qui décrit un bruit large bande. En effet, cette différence vient de l'effet déterministe du premier instant d'échantillonnage.

Dans le cas d'une distribution gaussienne de moyenne nulle et de variance σ^2 , la fonction caractéristique (E.2. 12) donne (E.2.39).

$$\Phi_1(-f) = e^{-2\pi^2 \sigma^2 f^2} \quad (\text{E.2. 39})$$

Ainsi, l'estimation de la transformée de Fourier devient (E.2.40).

$$\hat{X}_{JRS}(f) = X(f) \odot [1 - e^{-2\pi^2 \sigma^2 f^2}] + \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-2\pi^2 \sigma^2 \left(\frac{k}{T_s}\right)^2} X\left(f - \frac{k}{T_s}\right) \quad (\text{E.2. 40})$$

La Figure 2. 14 montre la densité spectrale d'énergie d'une séquence JRS de distribution gaussienne de rapport $\sigma/T_s = 0.2887$. Nous justifions donc l'inutilité de l'usage du mode JRS avec une distribution gaussienne. En fait, l'atténuation au niveau de la première réplique n'est que d'une dizaine de dB alors que pour le mode JRS de la Figure 2. 13, l'atténuation est de 60 dB. Ceci revient directement du fait que la densité de probabilité d'échantillonnage ponctuelle ne tend pas vers une constante et que le critère de stationnarité n'est pas satisfait.

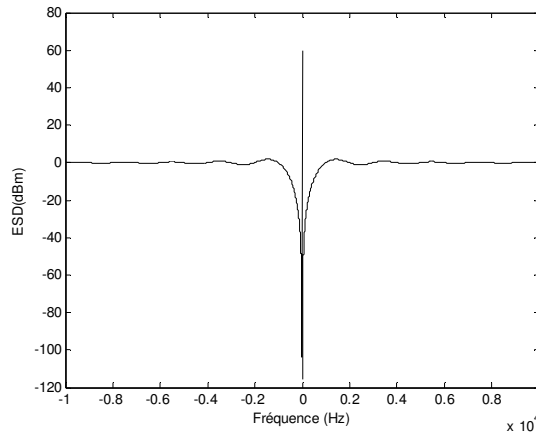


Figure 2. 13. ESD d'une séquence JRS de distribution uniforme sur $[-T_s/2, T_s/2]$ pour une fréquence d'échantillonnage $f_s = 1 \text{ kHz}$.

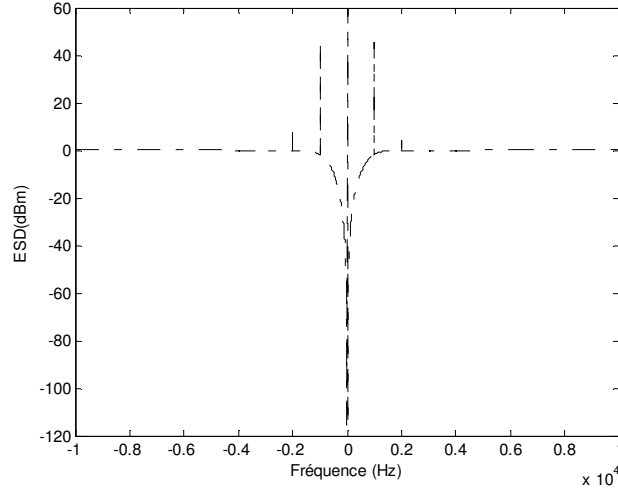


Figure 2. 14. ESD d'une séquence JRS de distribution gaussienne de rapport $\sigma/T_s=0.2887$ pour une fréquence d'échantillonnage $f_s=1$ kHz.

2.3.4.2. Densité spectrale d'énergie pour le mode Additive Random Sampling

L'estimation de la transformée de Fourier de la séquence d'échantillonnage selon le mode ARS décrit dans le sous-paragraphe 2.2.2.2 a été déterminée et présentée dans l'Annexe D. Le résultat est donné par (E.2.41).

$$\hat{X}_{ARS}(f) = X(f) \odot \frac{1}{1 - \Phi_1(-f)} + \frac{1}{T_s} X(f) \quad (\text{E.2.41})$$

Avec T_s la période moyenne d'échantillonnage, $\Phi_1(f)$ la fonction caractéristique de la densité de probabilité $p_1(\tau)$ et $X(f)$ la transformée de Fourier en temps continue de signal analogique $x(t)$.

Lorsque nous appliquons une distribution uniforme sur $[(1-a)T_s, (1+a)T_s]$ avec $0 < a \leq 0.5$, nous obtenons la fonction caractéristique (E.2.42).

$$\Phi_1(f) = e^{j2\pi f T_s} \text{sinc}(2\pi f a T_s) \quad (\text{E.2.42})$$

Ainsi, l'estimation statistique dans le cas d'une distribution uniforme nous permet d'obtenir le signal original et le repliement est totalement éliminé mais nous sommes toujours en présence d'un bruit large bande. Ceci est justifié par la représentation de la densité spectrale d'énergie de la séquence ARS à la Figure 2. 15 grâce au calcul de l'ESD par (E.2. 36). Indépendamment de la fréquence d'échantillonnage choisie, nous récupérons le signal utile au centre et toutes les répliques aux multiples de f_s sont éliminées.

Pour une distribution gaussienne de moyenne T_s et de variance σ^2 , la fonction caractéristique (E.2. 12) donne (E.2.43).

$$\Phi_1(-f) = e^{-j2\pi f T_s} e^{-2\pi^2 \sigma^2 f^2} \quad (\text{E.2.43})$$

La représentation de la densité spectrale d'énergie pour une distribution gaussienne est présentée à la Figure 2. 16. Les résultats sont aussi intéressants que ceux de la distribution uniforme de la Figure 2. 15.

Après avoir déterminé la densité spectrale d'énergie pour chacun des modes JRS et ARS avec les distributions uniforme et gaussienne, nous pouvons maintenant nous intéresser à l'interprétation des résultats en présence de la quantification du temps (TQ-RS) et en particulier dans le cas où nous remplaçons l'échantillonnage aléatoire (RS) par de l'échantillonnage pseudo-aléatoire (PRS). Les modes TQ-JPRS et TQ-APRS reviennent à faire une quantification pseudo-aléatoire de la densité de probabilité dans les cas respectifs JRS et ARS. Par suite, nous remplaçons la fonction caractéristique $\Phi_1(f)$, dans l'équation (E.2. 38) pour le mode JRS et (E.2. 41) pour le mode ARS, par la fonction caractéristique $\Phi_{1,q}(f)$ de l'équation (E.2. 17) pour $m = q_T$ avec q_T le facteur de quantification temporelle. Nous obtenons, au lieu des spectres représentés ci-dessus, dans les Figure 2. 13, Figure 2. 14, Figure 2. 15 et Figure 2. 16, des spectres périodisés aux fréquences multiples de $q_T f_s$. Ainsi, les spectres que nous obtiendrons nous rappellent les résultats de la technique de sur-échantillonnage. Cependant, la différence consiste en le fait d'avoir en plus du bruit large bande au lieu des répliques dans le cas de l'échantillonnage uniforme à la fréquence f_s .

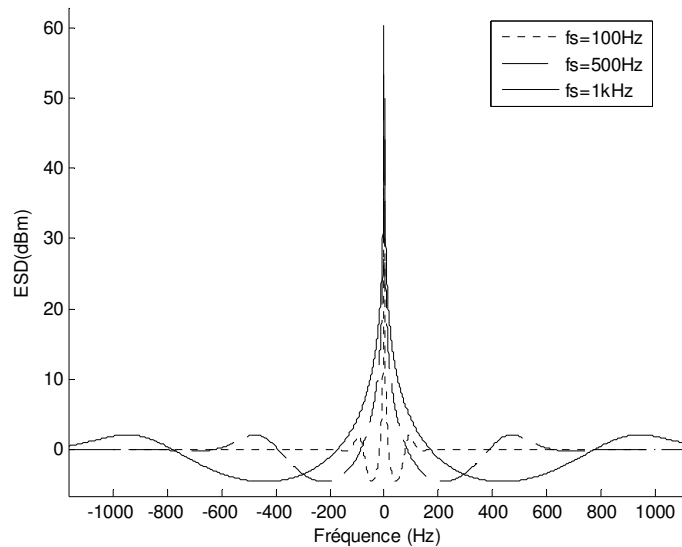


Figure 2. 15. ESD de la séquence ARS avec une distribution uniforme sur $[-T_s/2, T_s/2]$.

Le Tableau 2. 1 résume les différentes possibilités d'échantillonnage aléatoire avec les caractéristiques les plus importantes pour le choix du mode d'échantillonnage aléatoire, de la distribution et de son paramètre statistique.

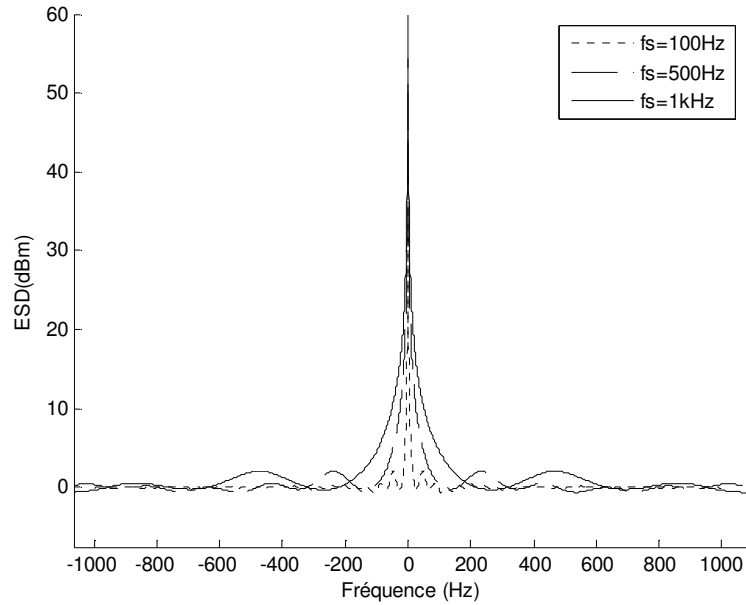


Figure 2. 16. ESD d'une séquence ARS gaussienne pour $\sigma/T_s=0.2887$.

Tableau 2. 1. Différentes possibilités de modes d'échantillonnage et de distribution.

Mode	t_k	$E[t_k]$	$Var[t_k]$	Distribution	σ/T_s	Fonction caractéristique
JRS	$t_k = kT_s + \tau_k$	kT_s	σ^2	Uniforme	$= 0.2887$	$\Phi_1(f)$
ARS	$t_k = t_{k-1} + \tau_k$	kT_s	$k\sigma^2$	Uniforme Gaussienne	≤ 0.2887	$\Phi_1(f)$
TQ- RS	$\delta t_k = t_k - t_{k-1}$ $\delta t_{k,q} = n\Delta$ si $(n - 1/2)\Delta < \delta t_k \leq (n + 1/2)\Delta$	kT_s	Selon JRS ou ARS			$\Phi_{1,q}(f)$

A l'issue des formulations analytiques développées dans le cadre de ce travail nous proposons de synthétiser les résultats de notre contribution suivant les idées essentielles suivantes :

- L'anti-repliement spectral n'est obtenu que lorsque la condition de stationnarité de la densité de probabilité d'échantillonnage ponctuelle est satisfaite. En effet, il est nécessaire que la somme des densités de probabilité des instants d'échantillonnage tende vers la fréquence moyenne d'échantillonnage.
- Le mode ARS est le mode d'échantillonnage aléatoire le plus adéquat indépendamment de la distribution utilisée étant donnée le théorème de l'anti-repliement spectral. Nous retiendrons aussi, qu'à la suite, en supposant que le premier instant d'échantillonnage n'est pas aléatoire, le mode ARS vient éliminer complètement le repliement spectral mais introduit un bruit large bande.

Ces résultats ont été démontrés dans le cas d'échantillonnage aléatoire d'un signal déterministe.

2.4. Proposition d'une analyse spectrale

Les résultats de la section précédente ont été démontrés pour le cas d'une séquence infinie d'instants d'échantillonnage. L'objectif maintenant est de déterminer l'impact sur le repliement spectral de l'échantillonnage avec une séquence finie d'instants d'échantillonnage aléatoire à temps quantifié. Il faudrait aussi trouver le profil de l'atténuation spectrale. Dans la suite, par abus de langage, nous appelons une séquence finie d'instants d'échantillonnage aléatoire à temps quantifié, une séquence d'échantillonnage non uniforme (NUS). Nous rappelons que notre objectif est de pouvoir utiliser l'échantillonnage non uniforme, grâce à son avantage d'anti-repliement, pour remplacer, ou à la limite, atténuer les contraintes sur le filtre anti-repliement dans un récepteur radio logicielle multistandard. Avant de proposer notre méthode d'analyse spectrale ainsi que les résultats de simulation, nous allons présenter les méthodes proposées dans la littérature (3), (8), (67), (78).

2.4.1. Etat de l'art des méthodes d'analyse spectrale adaptées à l'échantillonnage non uniforme

Dans le cadre de l'utilisation du mode PNUS pour une architecture parallèle de convertisseurs analogique numérique (ADC, Analog-to-Digital Converter), Jenq présente l'analyse spectrale de signaux échantillonnés (65). Dans (66), il propose un algorithme d'estimation et de correction du décalage des instants d'échantillonnage pour les analyseurs de spectre très rapides mais offrant moins de précision. Dans (67), Jenq propose une démonstration pour une reconstruction parfaite du spectre à partir d'un signal échantillonné selon un mode PNUS. Cette reconstruction demanderait une multiplication matricielle pour chaque point reconstruit du spectre, la complexité est considérablement supérieure à celle d'un banc de filtres (68). Le but de notre travail de recherche s'articule autour de l'échantillonnage aléatoire indépendamment d'une architecture parallèle d'ADCs. Nous proposons alors d'établir l'état de l'art des méthodes existantes pour l'approximation du spectre adaptées aux modes d'échantillonnage aléatoire.

Les méthodes classiques d'analyse spectrale se font par l'approximation de la transformée de Fourier continue par trois méthodes (78). La première méthode est l'utilisation de la DFT (Discrete Fourier Transform) classique avec les instants d'échantillonnage aléatoire. Cette méthode est connue sous l'appellation *Point Rule NUT-DFT*. La seconde consiste en l'utilisation de la méthode *Trapezoidal Rule NUT-DFT* avec laquelle il est nécessaire d'utiliser une interpolation linéaire ou la méthode *Simpson's Rule NUT-DFT* avec laquelle il faut utiliser une interpolation du second ordre. La troisième repose sur l'utilisation d'une méthode semi-analytique. Elle est généralement appliquée lorsque les échantillons sont espacés selon une loi logarithmique.

Nous pouvons dire que toutes ces méthodes sont équivalentes. En fait, aucune d'elle ne nous permet d'éliminer le bruit large bande d'après l'étude de Bland (78). Comme nous l'avons expliqué dans le paragraphe 2.3.4, ce bruit est en fait intrinsèque à la séquence d'échantillonnage, qui commence par un instant non aléatoire. Le second inconvénient

est aussi celui d'une représentation spectrale sur la bande de Nyquist et donc il n'est pas possible de vérifier l'atténuation des répliques spectrales.

Une généralisation de la DFT est la NDFT (Non uniform DFT) introduite dans (3). Cette transformée peut être utilisée pour obtenir l'information dans le domaine fréquentiel d'un nombre arbitraire fini de fréquences. Soit le signal analogique $x(t)$, la NDFT est calculée à partir d'un nombre N fini d'échantillons $x(t_k), 1 \leq k \leq N$ choisis aléatoirement. Le vecteur des $X(z_k)$, définis par la transformée en z du signal échantillonné aux points z_k , s'écrit comme le produit du vecteur des échantillons $x(t_k)$ et de la matrice NDFT, totalement définie par le choix des points z_k . La matrice NDFT est une matrice de Vandermonde. Quand les points z_k sont distincts, la matrice NDFT est inversible. L'inverse de la NDFT est défini par inversion de la matrice NDFT. A partir de la méthode NDFT, le retour à la DFT classique est effectué en fixant les points z_k espacés uniformément sur le cercle unité du plan z tels que $z_k = (e^{-2j\pi/N})^k$.

Plusieurs méthodes de calcul de la NDFT ont été proposées dans (3) sauf qu'elles ne précisent pas comment choisir les points z_k . Nous avons essayé d'utiliser cette transformée avec différentes suggestions des points z_k dans des simulations Matlab sans aucun résultat probant. Dans l'étude de Bagchi (79), l'auteur présente la transformée de Fourier discrète non uniforme et l'applique dans quelques domaines notamment pour le décodage d'un signal DTMF (Dual-Tone Multi-Frequency).

Une autre possibilité d'analyse spectrale est la méthode d'analyse DASP (8). Elle commence par un traitement *zero-padding*. Les échantillons manquants sont remplacés par des zéros. Ceci revient à introduire du bruit. L'algorithme DASP (Digital Alias-free Signal Processing) est une approche itérative pour l'analyse du spectre et la reconstruction du signal. L'idée est de remplacer les zéros des échantillons uniformes par des valeurs estimées du signal pour améliorer la précision du résultat de reconstruction. L'estimation des signaux commence par les composantes les plus puissantes puis de moins en moins. Cette méthode nécessite la définition de seuils. Les composantes au-dessus du premier seuil sont estimées les premières. Puis, la DFT inverse est déterminée, et les échantillons manquants sont remplacés par les valeurs déterminées par la DFT inverse. La séquence obtenue est ensuite utilisée pour l'itération suivante. A la prochaine itération, le seuil est moins important et les composantes qui sont au-dessus du nouveau seuil sont ré-estimées. Le processus se poursuit pendant une dizaine de cycles d'itérations.

La particularité de l'algorithme DASP est la nécessité de ré-estimer les fréquences discrètes de reconstruction sinon une erreur de reconstruction serait obtenue en se basant sur les fréquences discrètes utilisées dans un calcul de DFT uniforme. Seule la première itération est basée sur les fréquences discrètes utilisées dans un calcul de DFT uniforme. L'algorithme itératif du DASP est appliqué à la totalité des échantillons en temps différé. L'équipe du DASP a développé un logiciel pour l'analyse spectrale des signaux traités.

Nous n'avons pas utilisé cette méthode car nous voulons finaliser l'étude de l'anti-repliement de l'échantillonnage non uniforme indépendamment de la méthode de reconstruction utilisée. Nous utilisons donc la méthode du *zero-padding* et nous éliminons son bruit par une estimation spectrale moyenne.

2.4.2. Représentation spectrale de l'échantillonnage aléatoire à temps quantifié

En échantillonnage uniforme, l'analyse spectrale nécessite une représentation fréquentielle sur la bande de Nyquist $[0, f_s/2]$. En échantillonnage non uniforme, nous voudrions représenter le spectre sur des fréquences allant jusqu'à l'infini vu que nous sommes supposés échantillonner aléatoirement et que l'intervalle entre deux instants d'échantillonnage successifs peut tendre vers zéro, la représentation spectrale doit être donc sur toutes les fréquences. Les méthodes de NUT-DFT (78), de NDFT (3),(79) et du DASP (8) s'avèrent contraignantes, requièrent une reconstruction du signal, et en plus la représentation spectrale est restreinte sur la bande de Nyquist. Nous nous sommes donc contentés d'utiliser la méthode du *zero-padding* et de faire une moyenne sur plusieurs représentations spectrales liées à différentes séquences d'échantillonnage (80).

L'algorithme de test consiste à :

- Générer plusieurs séquences d'échantillonnage (nous en avons pris nb=100) à une fréquence d'échantillonnage moyenne donnée $f_s = 1/T_s$ avec f_s la fréquence moyenne d'échantillonnage,
- Pour chaque séquence :
 - Quantifier les instants d'échantillonnage à $\Delta = T_s/q_T$, nous avons pris $q_T = 16$,
 - Échantillonner le signal $x(t)$ de test aléatoirement. Le signal $x(t)$ est une sinusoïde d'amplitude 1 quantifiée sur 16 bits et de fréquence f_{in} inférieure à $f_s/2$,
 - Sur-échantillonner le signal échantillonné avec un facteur q_T par la méthode du *zero-padding*,
 - Faire une FFT sur le signal sur-échantillonné avec un nombre de points $nfft = 1024q_T$,
- Moyenner tous les spectres.

La représentation spectrale est ainsi sur $[0, q_T f_s/2]$ assimilable à un spectre infini quand nous augmentons le facteur de quantification temporelle q_T . Cette limite spectrale $q_T f_s/2$ est exactement égale à $1/2\Delta$ qui doit être comprise entre la bande du signal et la bande analogique du circuit d'échantillonneur. Ce résultat est validé dans les travaux du DASP (8).

Quelques représentations spectrales sont présentées à la Figure 2. 17. L'atténuation Att_{NUS} dans les bandes successives de repliement $[(2k+1)f_s/2, (2k+3)f_s/2]$ par rapport à

la raie principale est réellement l'atténuation minimale introduite par la technique d'échantillonnage non uniforme dans la bande $[f_s/2, 3f_s/2]$. Il ne reste donc qu'à valider le profil de l'atténuation à partir de ces simulations Matlab.

Nous disposons aussi d'une autre possibilité pour la représentation spectrale sur $[0, q_T f_s/2]$. Pour pouvoir effectuer cette représentation, nous devons fournir un signal échantillonné à la sortie d'un circuit échantillonneur bloqueur (S/H, Sample and Hold circuit). Ainsi, le nombre d'échantillons disponibles correspond exactement à celui avec la méthode du *zero-padding*. De plus, les performances sont identiques en termes de SNR et en termes de SFDR dans la bande $[0, f_s/2]$. La Figure 2. 18 est une comparaison entre les deux possibilités de représentation spectrales dans le cas de l'échantillonnage non uniforme.

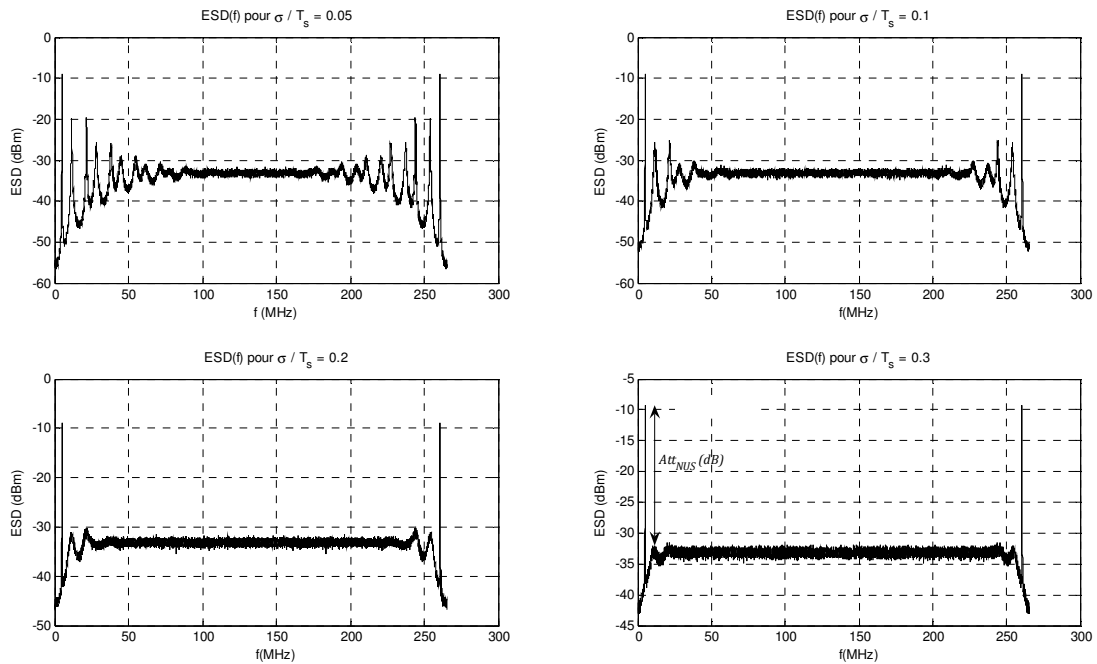


Figure 2. 17. ESD moyennée pour $nb=100$, $f_{in}=5$ MHz, $f_s=16.6$ MHz et pour différentes valeurs du paramètre statistique σ/T_s .

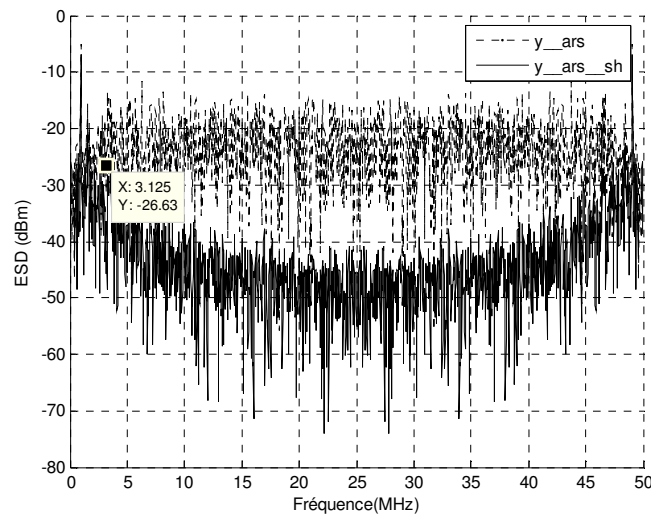


Figure 2. 18. ESD $nb=1$, $\sigma/T_s=0.2887$, $f_{in}=3.125$ MHz, $f_s=50$ MHz dans les cas d'une analyse avec *zero-padding* et d'une analyse basée sur un S/H.

2.4.3. Atténuation du repliement spectral de l'échantillonnage aléatoire à temps quantifié

2.4.3.1. Estimation de l'atténuation du repliement spectral

L'échantillonnage aléatoire permet d'atténuer le repliement spectral sauf qu'en ayant un nombre fini d'échantillons, pour un temps d'observation fini, l'application de l'échantillonnage aléatoire atténuera moins le repliement spectral. L'atténuation du repliement spectral sera détériorée selon le choix de la séquence d'échantillonnage. Nous posons $f_{in} \in [0, f_s/2]$, et le vecteur de fréquences est décrit par (E.2.44).

$$f_{in}, f_s \pm f_{in}, \dots, n f_s \pm f_{in} \quad (\text{E.2.44})$$

Considérons un signal $x(t)$ sinusoïdal d'amplitude 1, de fréquence appartenant au vecteur de fréquences $f_{in} \in [0, f_s/2]$ et échantillonné à la fréquence moyenne f_s égale à OSR (Over-Sampling Ratio) fois la fréquence de Nyquist qui n'est autre que $2f_{in}$. Pour trouver comment l'échantillonnage aléatoire permet d'éviter le repliement spectral, essayons de retrouver une sinusoïde avec une fréquence f_j dans le vecteur $f_{in}, f_s \pm f_{in}, \dots, n f_s \pm f_{in}$. Avec un degré d'aléas plus important, nous arrivons à obtenir une erreur plus importante pour faire passer une deuxième sinusoïde par les mêmes points. Le degré d'aléas est fixé par le paramètre statistique σ/T_s . Dans (12), Bilinskis et Mikelsons suggèrent de caractériser la suppression du repliement par le rapport $\gamma_{ji} = P_j/P_i$, où P_i représente la puissance moyenne à la fréquence f_{in} et P_j représente celle de la fréquence f_j . Nous posons le signal à retrouver une sinusoïde $\tilde{x}(t)$ de fréquence f_j , d'amplitude 1 et de phase φ_j décrite par (E.2.45) avec $\tilde{a}_j = \sin(\varphi_j)$ et $\tilde{b}_j = \cos(\varphi_j)$.

$$\tilde{x}(t) = \tilde{a}_j \cos(2\pi f_j t) + \tilde{b}_j \sin(2\pi f_j t) \quad (\text{E.2.45})$$

La procédure de détermination de la sinusoïde $\tilde{x}(t)$ selon les échantillons $x(t_k)$ avec une erreur quadratique minimale pourrait être trouvée suivant la condition (E.2.46).

$$\sum_{k=1}^N [\tilde{a}_j \cos(2\pi f_j t_k) + \tilde{b}_j \sin(2\pi f_j t_k) - \sin(2\pi f_{in} t_k + \varphi_{in})]^2 = \min \quad (\text{E.2.46})$$

Le développement du calcul est présenté à la page 83 de la référence (12). L'auteur pose f_{01} et f_{02} deux fréquences de la forme $f_i \pm f_j$ qui se mettent respectivement sous la forme $r f_s$ et $r f_s \pm 2 f_{in}$. L'estimation du rapport $\gamma_{ji} = P_j/P_i$, pour N nombre d'instantanés d'échantillonnage $\{t_k\}$, est reportée ci-dessous pour chaque mode d'échantillonnage avec quelques corrections par rapport aux travaux dans (12) après la reprise du calcul.

- Estimation de l'atténuation dans le cas JRS donnée par (E.2.47).

$$E[\gamma_{ji}] \cong \frac{2}{N} \left[1 - \frac{2 \sin^2(\pi f_{02} T_s)}{(\pi f_{02} T_s)^2} \right] \quad (\text{E.2.47})$$

- Estimation de l'atténuation dans le cas ARS donnée par (E.2.48).

$$E[\gamma_{ji}] \cong \frac{2}{N} \left[\frac{N(1 - g_{10}) - g_{10}(1 - g_{10}^N)}{N(1 - g_{20})^2} + \frac{g_{20}(\cos(2\pi f_{02}T_s) - g_{20})}{1 - 2g_{20}\cos(2\pi f_{02}T_s) + g_{20}^2} \right] \quad (\text{E.2. 48})$$

Avec $g_{10} = \exp(-2\pi^2 f_{01}^2 \sigma^2)$ et $g_{20} = \exp(-2\pi^2 f_{02}^2 \sigma^2)$.

2.4.3.2. Représentation de l'atténuation pour un mode d'échantillonnage aléatoire

Dans ce sous-paragraphe, nous ne représentons que l'exemple du profil d'atténuation du repliement pour le mode ARS. La Figure 2. 19 donne la suppression du repliement par le mode ARS, donnée par l'équation (E.2. 4), pour différentes valeurs du rapport σ/T_s et pour une fréquence moyenne d'échantillonnage fixée à $f_s = 20f_{in}$. Nous remarquons que pour des fréquences f_j multiples entier de f_s , il existe toujours plus de repliement. Sinon, partout ailleurs, l'atténuation des fréquences du vecteur $f_{in}, f_s \pm f_{in}, \dots, nf_s \pm f_{in}$ est de mieux en mieux à chaque fois que nous augmentons la valeur du rapport σ/T_s .

De plus, à chaque fois que nous augmentons la fréquence d'échantillonnage, nous améliorons l'atténuation des raies du vecteur $f_{in}, f_s \pm f_{in}, \dots, nf_s \pm f_{in}$ sauf pour des fréquences f_j multiples entier de f_s . La Figure 2. 20 montre la suppression du repliement imposé par le mode ARS pour différentes valeurs de OSR pour un rapport $\sigma/T_s = 0.05$.

Si nous considérons la suppression du repliement, nous remarquons que le maximum de $E[\gamma_{ji}]$ est trouvé pour les fréquences $f_j \in [f_s/2, 3f_s/2]$ voisines de l'intervalle de $[0, f_s/2]$. Nous notons ce maximum $E[\gamma_i]$ et nous posons (E.2.49).

$$\lambda = 10. \log_{10}(E[\gamma_i]) \quad (\text{E.2. 49})$$

Toujours dans le cas du mode ARS, nous pouvons faire des approximations et obtenir (E.2.50) avec $g = \exp(-2\pi^2 f_s^2 \sigma^2) = \exp(-2\pi^2 \sigma^2 / T_s^2)$.

$$\lambda = 10. \log_{10} \left(\frac{2N(1 - g) - 2g(1 - g^N)}{N^2(1 - g)^2} \right) \quad (\text{E.2. 50})$$

La représentation de λ en fonction du rapport σ/T_s pour certaines valeurs de f_s est présentée à la Figure 2. 21. Cette figure est un abaque qui représente la suppression du repliement de la première réplique à $f_j \in [f_s/2, 3f_s/2]$ par rapport à la raie principale $f_{in} \in [0, f_s/2]$ en fonction du rapport OSR (Over-Sampling Ratio) et du rapport σ/T_s . A chaque fois que nous augmentons le rapport OSR (respectivement f_s) ou le rapport σ/T_s , nous obtenons une meilleure atténuation de la première réplique du signal. Par exemple, le meilleur cas sur cet abaque est celui correspondant à $OSR=170$ ($N=1024$) et $\sigma/T_s = 0.3$. Pour ce cas, nous obtenons un rapport λ de -26.5 dB. Cet abaque a servi pour valider la comparaison entre les différents cas d'échantillonnage non uniforme en fonction du paramètre statistique σ/T_s .

Pour valider l'anti-repliement spectral du NUS et l'atténuation du repliement spectral, nous avons eu recours à la méthode d'analyse spectrale présentée dans le paragraphe 2.4.2 et conforme à l'échantillonnage non uniforme.

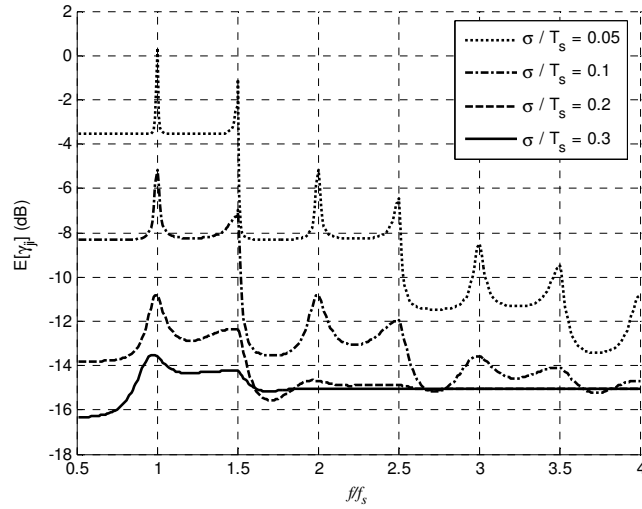


Figure 2. 19. Suppression du repliement imposé par le mode ARS pour différentes valeurs du paramètre statistique σ/T_s pour $OSR=10$.

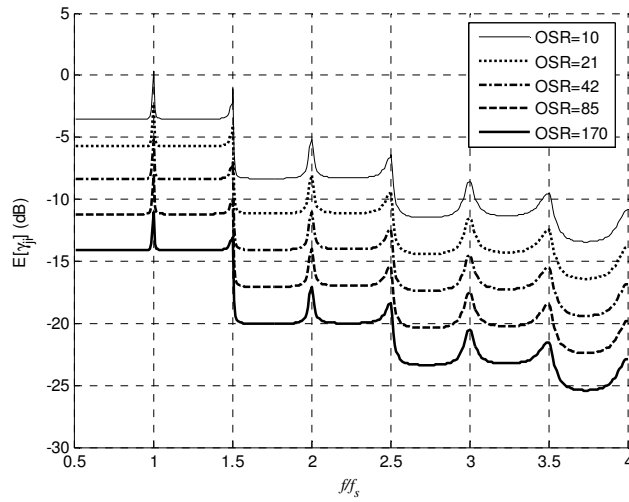


Figure 2. 20. Suppression du repliement imposé par le mode ARS pour différentes valeurs de OSR pour un rapport $\sigma/T_s=0.05$.

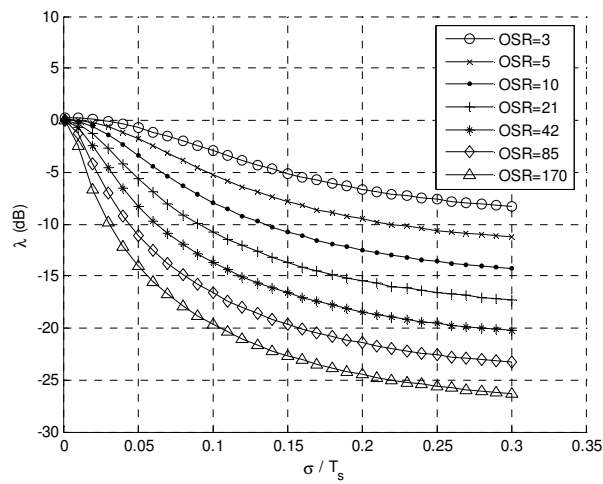


Figure 2. 21. Suppression du repliement (λ) par le mode ARS en fonction de OSR et de σ/T_s .

2.4.3.3. Représentation de l'atténuation par la méthode d'analyse spectrale proposée

En appliquant la méthode d'analyse spectrale présentée dans le paragraphe 2.4.2, et en calculant l'atténuation Att_{NUS} de l'échantillonnage non uniforme selon le mode ARS et pour une distribution gaussienne de moyenne T_s et de variance σ^2 , nous obtenons l'atténuation du repliement spectral présentée à la Figure 2. 22. Cette représentation correspond à l'opposé de l'expression théorique $(E[\gamma_{ij}])^2$ de l'équation (E.2. 48). Ces résultats correspondent presque aux résultats trouvés dans les Figure 2.19 et Figure 2.20.

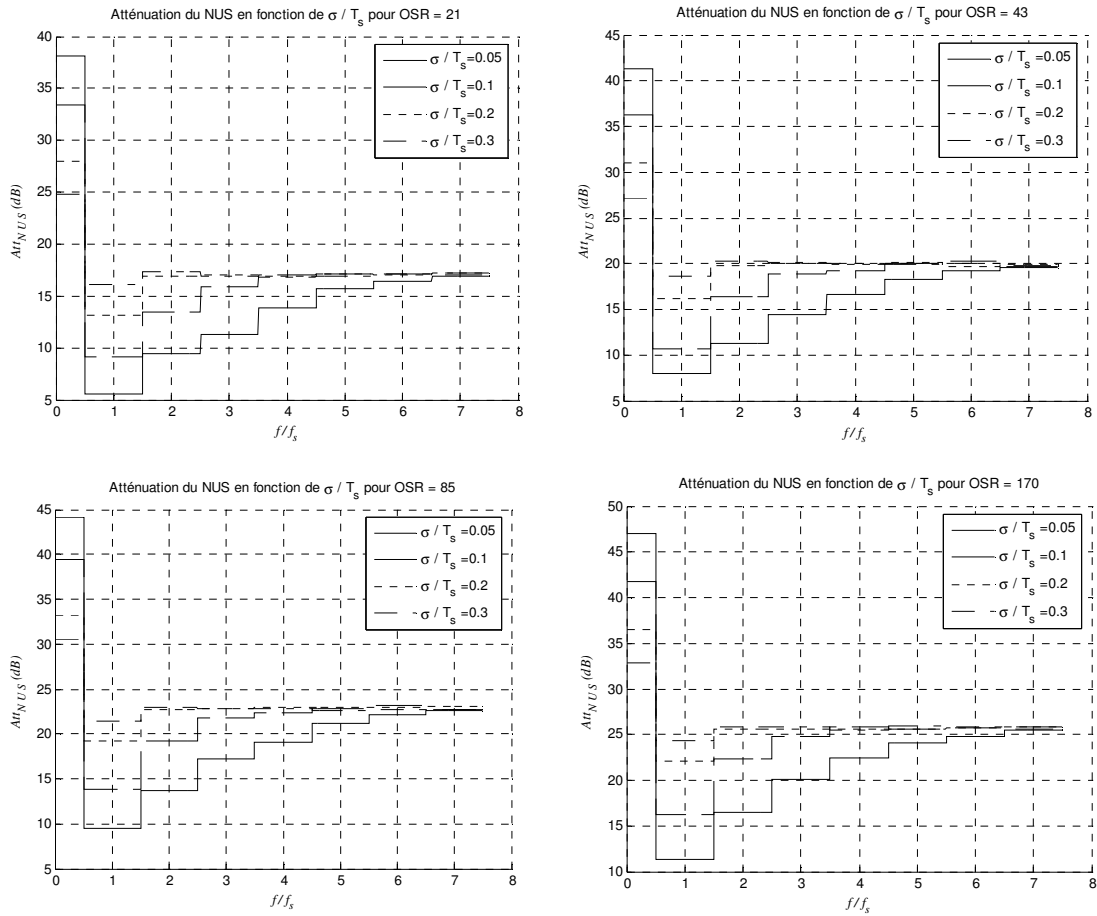


Figure 2. 22. Représentation de l'atténuation Att_{NUS} (opposé de la définition de $E[\gamma_{ij}]$).

Une représentation par Matlab de l'atténuation Att_{NUS} relative à l'opposé de l'expression de λ est présentée à la Figure 2. 23. Le rapport λ est présenté à la Figure 2. 21, il y a donc seulement une dégradation de 3 dB pour l'atténuation de la première réplique quand nous passons de l'échantillonnage aléatoire à l'échantillonnage non uniforme. Par exemple, à la Figure 2. 21, pour le point $\sigma/T_s = 0.3$ et $OSR = 42$, nous avons une atténuation Att_{NUS} de 20 dB. Par contre, à la Figure 2. 23, pour le même point, nous trouvons une atténuation Att_{NUS} de 17 dB.

Dans notre étude, nous utilisons l'abaque de la Figure 2. 23 pour le choix du paramètre statistique et du rapport de sur-échantillonnage pour la génération de l'horloge d'échantillonnage non uniforme ainsi que pour l'acquisition des échantillons en appliquant cette horloge à un signal déterministe notamment un signal sinusoïdal.

Ainsi, le meilleur choix est l'utilisation d'un mode ARS avec une distribution gaussienne de paramètre statistique $\sigma/T_s = 0.2887$ ou un mode JRS avec une distribution uniforme sur $[-0.5T_s, 0.5T_s]$ de paramètre $\sigma/T_s = 0.2887$.

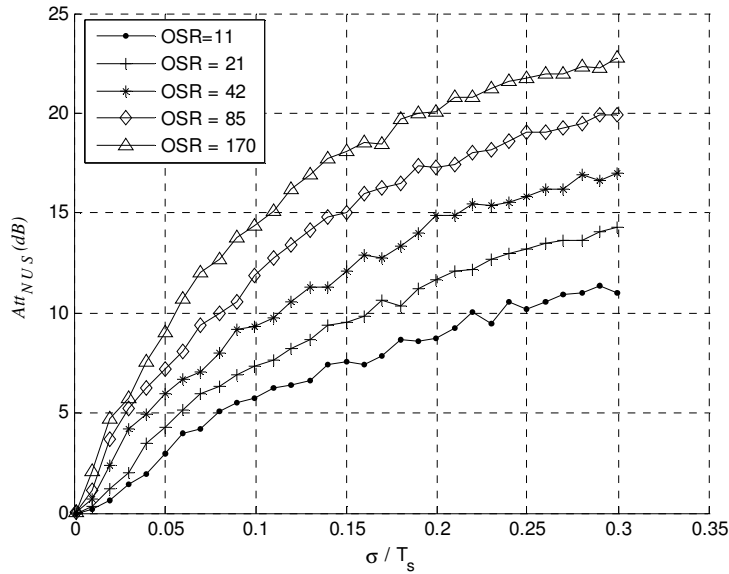


Figure 2. 23. Représentation de l'atténuation (opposé de λ) en fonction du rapport σ/T_s .

2.5. Conclusion

En partant de l'objectif de chercher une justification analytique de l'anti-repliement spectral apporté par l'application de l'échantillonnage non uniforme pour les signaux radio multistandard, un développement analytique a été proposé et détaillé tout au long de ce deuxième chapitre. En se lançant dans des calculs complexes à aboutissement incertain au départ, nous avons réussi au terme de notre étude à apporter deux contributions significatives pour l'application de l'échantillonnage non uniforme à la numérisation des signaux radio multistandard. La première contribution est l'établissement d'une formulation analytique générale permettant de définir les conditions de stationnarité des séquences aléatoires et par conséquent la vérification de l'anti-repliement spectral. La deuxième contribution est la définition d'une méthode de dimensionnement des séquences aléatoires relatives au mode d'échantillonnage non uniforme permettant de garantir l'anti-repliement spectral.

Les travaux menés ont permis de dégager que les modes d'échantillonnage aléatoire, JRS et ARS avec les distributions uniforme et gaussienne sont les plus adaptés aux objectifs de numérisation des signaux radio multistandard. Pour notre cas d'étude, nous avons considéré des séquences d'instant d'échantillonnage strictement croissantes pour

modéliser une évolution temporelle réelle et nous avons pris un seul échantillon par période d'échantillonnage. Par ailleurs, pour atteindre les objectifs d'anti-repliement spectral, nous avons cherché à assurer la condition de stationnarité. Les formulations analytiques relatives à cette condition de stationnarité s'appuient sur le paramètre de caractérisation de la séquence aléatoire qui est le paramètre statistique σ/T_s , où σ est l'écart type de la distribution choisie et T_s est la période moyenne d'échantillonnage.

Les résultats du développement analytique de ce chapitre ont permis de sélectionner pour notre application soit un mode JRS selon une distribution uniforme sur $[-0.5T_s, 0.5T_s]$ soit un mode ARS selon une distribution uniforme ou gaussienne de paramètre statistique $\sigma/T_s = 0.2887$. L'un de ces modes permet d'atténuer les répliques aux fréquences multiples de la fréquence moyenne d'échantillonnage de 23 dB . Ce résultat justifie bien l'apport en terme de réduction des contraintes sur les différents blocs liés à l'étage de numérisation des signaux radio et en particulier le filtre anti-repliement et le convertisseur analogique numérique.

Chapitre 3. Définition d'une architecture de réception basée sur le traitement non uniforme en bande de base

3.1. Introduction

Les résultats du chapitre précédant ont permis de définir les modes d'échantillonnage et les caractéristiques statistiques des distributions aléatoires permettant la mise en œuvre de l'échantillonnage non uniforme pour les signaux radio. L'objectif de ce chapitre est de vérifier les performances théoriques d'anti-repliement spectral en appliquant les techniques d'échantillonnage non uniforme, établies au 2^{ème} chapitre, à l'étage de numérisation d'un récepteur SDR multistandard.

Cette étude a nécessité la prise en compte des paramètres de l'échantillonnage non uniforme dans le dimensionnement du récepteur multistandard puis la définition d'une méthode de reconstruction du signal après l'opération d'échantillonnage et enfin la définition d'un modèle de référence et une métrologie pour évaluer les performances apportées par la solution de numérisation proposée.

Nous commençons alors ce chapitre par le dimensionnement d'un récepteur hybride homodyne/low-IF multistandard supportant les standards GSM (17), UMTS (18) et IEEE802.11a (21). Un intérêt particulier est accordé au dimensionnement et à la synthèse du filtre anti-repliement et ceci dans le but de vérifier la réduction des contraintes sur ce filtre en comparant les cas US et NUS. Nous considérons dans notre dimensionnement l'atténuation apportée par l'échantillonnage non uniforme telle que ne l'avons présentée dans la Figure 2.23. La 2^{ème} section est consacrée à l'étude et au choix d'un algorithme numérique de reconstruction (RA, Reconstruction Algorithm) qui a pour fonction de convertir le flux d'échantillons non uniformes, produit par l'ADC contrôlé par le NUS, en un flux d'échantillons uniformes destiné à être traité par le bloc de traitement numérique (DSP, Digital Signal Processing). En s'appuyant sur les résultats théoriques de configuration de la technique NUS, nous nous intéressons, dans la 3^{ème} section, à la définition du schéma complet du traitement de numérisation en proposant un modèle de validation Matlab/Simulink. Après la définition d'une métrologie d'analyse, nous discutons le choix de l'algorithme de reconstruction qui donne les meilleures performances en termes de SNR avec un bon compromis entre la complexité de calcul et les performances.

3.2. Proposition et dimensionnement d'une architecture de réception à traitement non uniforme

L'objectif de cette section est d'étudier les spécifications et les caractéristiques des standards GSM, UMTS et IEEE802.11a afin de dimensionner le récepteur multistandard à architecture hybride homodyne/low-IF et de calculer les paramètres à respecter dans le cas d'une configuration NUS.

3.2.1. Récepteur multistandard contrôlée non uniformément

Nous proposons pour la conception du récepteur d'utiliser une architecture de réception hybride homodyne/low-IF qui permet de convertir directement les signaux radio en bande de base (BB, BaseBand) pour l'UMTS ainsi que le WiFi, et de convertir les signaux radio à une fréquence intermédiaire pour le GSM. Ce choix d'architecture est motivé, comme nous l'avons montré au premier chapitre, par sa meilleure adaptation à la réception SDR multistandard. En effet, l'architecture homodyne permet de réduire le nombre de circuits discrets et d'augmenter la flexibilité (54). Le problème d'image est résolu par une conversion de fréquence zéro-IF en quadrature. Des algorithmes de traitement numérique, au niveau du DSP, peuvent être définis pour compenser la disparité entre les voies I et Q (81) et le DC-Offset (82) produit dans le récepteur homodyne. Cependant, pour la réception des signaux radio GSM, ces algorithmes s'avèrent insuffisants pour la dynamique importante du standard GSM. Brandolini et al proposent alors l'utilisation de l'architecture Low-IF pour la réception des signaux GSM (30). La Figure 3. 1 illustre l'architecture de réception hybride homodyne/low-IF, la partie (a) concerne le traitement uniforme en bande de base et la partie (b) le traitement non uniforme.

Le signal est reçu par une antenne multibande(83). Un commutateur RF sélectionne un filtre RF parmi la pile de filtres adéquats pour les 3 standards (84). Le signal obtenu est amplifié par un LNA multibande (85). Le mélangeur permet de transposer les signaux UMTS et WiFi en bande de base, mais les signaux GSM à une faible fréquence intermédiaire. Nous choisissons une fréquence intermédiaire égale à 100 kHz car, à la fréquence image, nous obtenons le canal adjacent qui est à 9 dB de plus que le signal de test. Néanmoins, le canal non adjacent nécessite une réjection de 32 dB. Ce problème est résolu par une technique numérique de réjection d'image convenable (86). Nous considérons alors la bande de 200 kHz du GSM autour de 100 kHz. La fréquence de Nyquist correspondante est alors 400 kHz.

A partir du mélangeur, tous les blocs sont contrôlés numériquement pour sélectionner le standard en question. En bande de base, le filtre anti-repliement (AAF, Anti-Aliasing Filter) est programmable, soit en modifiant l'ordre du filtre (53) soit en gardant un ordre fixe pour satisfaire les contraintes de tous les standards pour différentes bandes passantes(51; 51). Les ADCs doivent numériser le signal en satisfaisant les contraintes en termes de fréquence d'échantillonnage et de dynamique. Toutefois, un contrôle

automatique de gain (AGC, Automatic gain control) se révèle indispensable pour réduire la dynamique du signal à l'entrée de l'ADC.

L'échantillonnage uniforme au niveau de l'ADC exige un filtre anti-repliement (AAF, Anti-Aliasing Filter) pour supprimer les répliques spectrales. Dans le cas d'un convertisseur de type Nyquist, l'AAF doit être sélectif et donc d'ordre très élevé. Par contre, dans le cas d'un convertisseur à sur-échantillonnage, l'AAF est conçu avec moins de contraintes mais la fréquence d'échantillonnage est OSR fois plus grande que la fréquence de Nyquist avec OSR le taux de sur-échantillonnage. Un compromis peut être réalisé entre la relaxation de la sélectivité de l'AAF et la diminution de la fréquence d'échantillonnage grâce à un échantillonnage non uniforme (87).

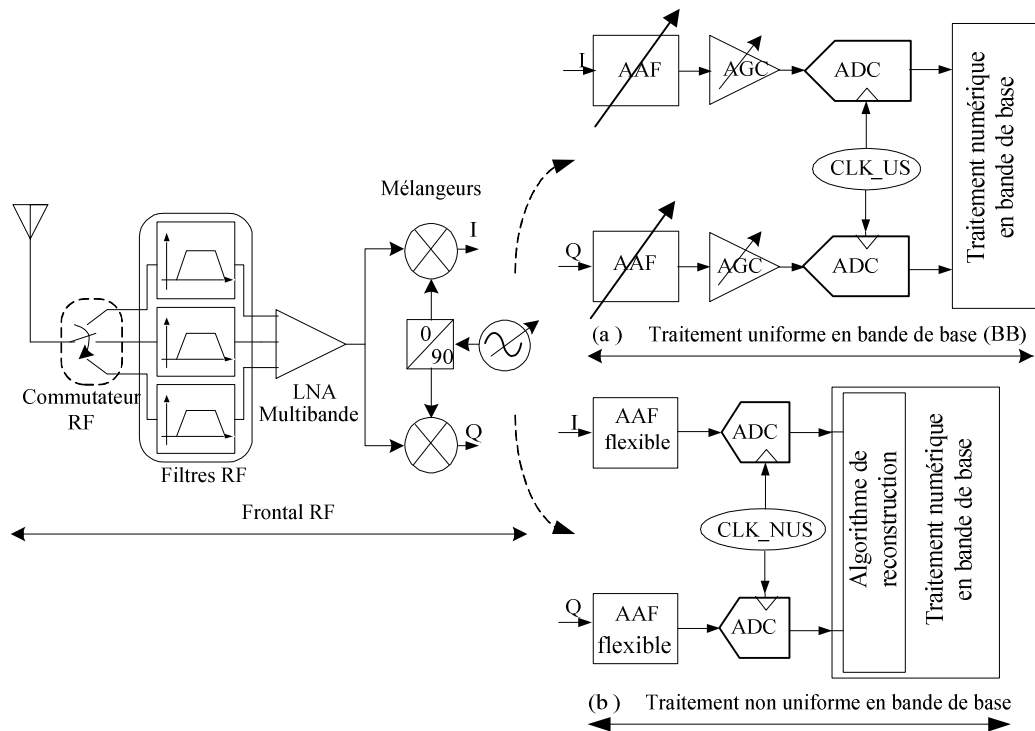


Figure 3. 1. Architecture du récepteur multistandard homodyne pour l'UMTS et l'IEEE802.11a et low-IF pour le GSM (fréquence intermédiaire à 100 kHz)
(a) Contrôle uniforme de l'ADC (b) Contrôle non uniforme de l'ADC.

Nous ciblons, dans nos travaux, une réutilisation du maximum de blocs de l'architecture de réception pour le traitement des signaux GSM, UMTS et IEEE802.11a. En utilisant l'échantillonnage non uniforme, notre objectif est aussi de réaliser une architecture low-IF identique à celle de l'architecture homodyne en utilisant un AAF passe-bas unique pour tous les standards et non programmable mais aussi en choisissant de réaliser la sélection du canal en numérique. De plus en échantillonnage non uniforme, d'après la Figure 2.23, étant donné que nous diminuons la dynamique du signal en fonction de l' OSR , nous ciblons la suppression de l'AGC.

Cependant, le remplacement de l'échantillonnage uniforme par l'échantillonnage non uniforme et donc la différence entre les architectures de la Figure 3. 1 (a) et de la Figure 3. 1 (b) nécessite l'utilisation d'un algorithme de reconstruction dans le domaine du

traitement numérique pour récupérer le signal échantillonné uniformément. Cet algorithme peut être implanté en numérique dans l'étage DSP (88).

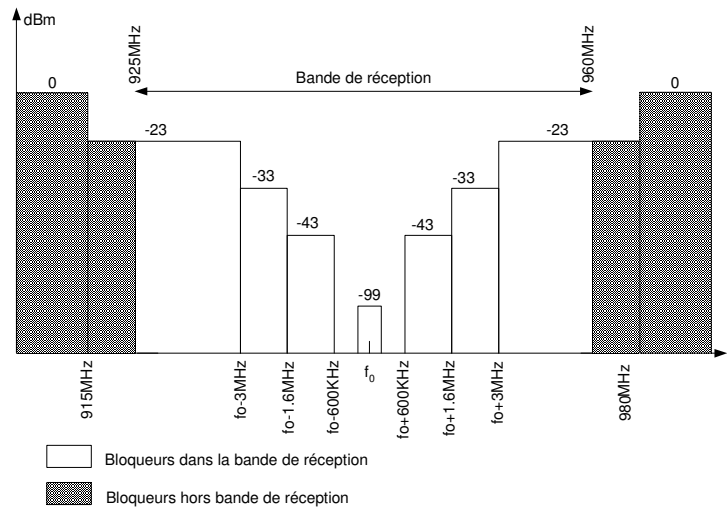
3.2.2. Dimensionnement du récepteur multistandard

Le premier étage du récepteur est le filtre RF. Il atténue les bloqueurs hors bande et les ramène au niveau des bloqueurs de la bande utile. Les profils des bloqueurs des standards GSM, UMTS et IEEE802.11a sont présentés à la Figure 3. 2 respectivement en (a), (b) et (c). Les paramètres physiques des normes GSM/UMTS/IEEE802.11a sont présentés dans le Tableau 3.1. Le signal utile au niveau de l'antenne est faible, généralement de l'ordre de la sensibilité de référence. Le récepteur doit fournir le maximum de gain possible, il s'agit du gain analogique, sans toutefois saturer le convertisseur. Dans l'étage Frontal RF (LNA et mélangeurs), les signaux utiles et les bloqueurs sont alors amplifiés par le gain analogique (G_{ana}). Le plancher de bruit (N_{th}) est amplifié par G_{ana} et par la figure du bruit (NF) du Frontal RF.

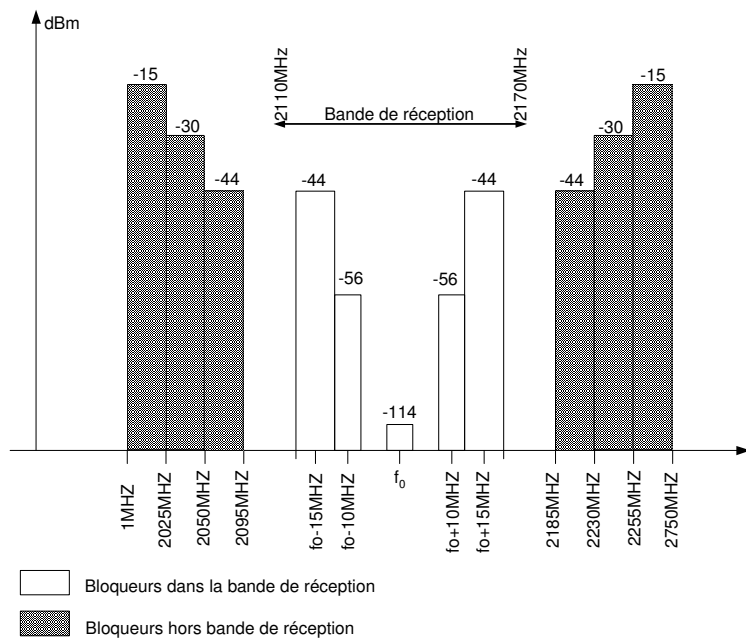
Les spécifications nécessaires pour le dimensionnement ont été calculées et sont résumées dans le Tableau 3.2 (89). L'analyse de ces spécifications montre que, dans le cas d'un ADC type Nyquist, nous aurions besoin d'un ADC à 16 bits contrôlé par une horloge à une fréquence d'au moins de 24 MHz (d'après le paragraphe 1.3.2). Le filtre anti-repliement est ainsi un filtre sélectif d'ordre élevé.

Grâce au pouvoir d'élimination du repliement spectral par l'échantillonnage non uniforme, nous voulions initialement éliminer le filtre anti-repliement mais il s'avère que ce filtre reste nécessaire vu que nous sommes contraints d'utiliser une quantification du temps (TQ-RS) pour l'implémentation matérielle. En effet, cette quantification ne permet plus de visualiser le spectre sur un domaine infini grâce à l'échantillonnage aléatoire. Cependant, elle permet de traduire l'aspect aléatoire en un aspect de sur-échantillonnage implicite d'ordre q_T . Comme le montre la Figure 2. 17, le spectre est maintenant représenté sur $[0, q_T f_s/2]$ avec q_T le facteur de quantification temporelle et f_s la fréquence moyenne d'échantillonnage.

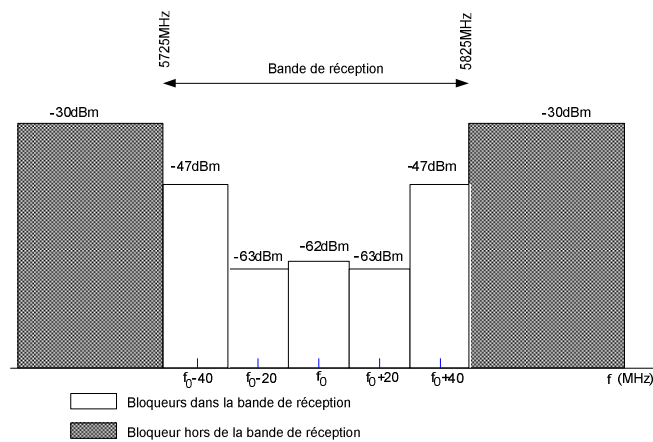
Ainsi, le filtre anti-repliement aurait des contraintes exactement les mêmes que dans le cas de sur-échantillonnage si nous n'étions pas en présence d'interférents et de bloqueurs. Le convertisseur analogique numérique en aval, contrôlé par une horloge non uniforme à temps quantifié, fonctionne toujours à une fréquence moyenne d'échantillonnage égale à f_s au lieu d'une fréquence q_T plus importante. L'intérêt, par contre, avec l'utilisation de cette technique est l'utilisation d'un AAF qui tient en compte de l'atténuation introduite grâce à la technique d'échantillonnage non uniforme (90).



(a) GSM



(b) UMTS



(c) 802.11a

Figure 3. 2. Profils des bloqueurs GSM/UMTS/802.11a.

Tableau 3. 1. Paramètres physiques des normes GSM/UMTS/IEEE802.11a.

	GSM	UMTS	IEEE802.11a (54 Mbits/s)
Bande descendante (MHz)	925-960	2110-2170	5150-5350 5725-5825
Largeur de bande BW (MHz)	35	60	200 ou 100
Largeur des canaux B_c (MHz)	0.2	3.84	16.6
Espacement entre les canaux Ch_{sp} (MHz)	0.2	5	20
Sensibilité de référence S_{ref} (dBm)	-102	-117	-65
Puissance Maximale à l'entrée S_{max} (dBm)	-15	-25	-30
BER requis	10^{-4}	10^{-3}	10^{-5}
E_b/N_0 (dB)	9	6.8	21.5
Plancher du Bruit N_{th} (dBm)	-120.8	-108	-101.8

Tableau 3. 2. Spécifications de dimensionnement du récepteur multistandard GSM/UMTS/IEEE802.11a.

	GSM	UMTS	IEEE802.11a (54 Mbits/s)
SNR_{in} (dB)	18.8	-9	36.6
SNR_{out} (dB)	9	-18.2	26.6
Figure du Bruit NF (dB)	9.8	9.2	10
Dynamique du récepteur DR_{in} (dB)	87	92	35
Dynamique de l'ADC DR_{ADC} (dB)	96	73.8	61.8
Résolution requise de l'ADC (bits)	16	12	10
Gain Analogique G_{ana} (dB) pour une pleine échelle de l'ADC $S_{fs}=13$ dBm	28	38	43

3.2.3. Spécification du traitement en bande de base

Le filtre anti-repliement doit atténuer les bloqueurs qui se replieraient sur le signal utile après la conversion analogique numérique. Pour le dimensionnement de ce filtre dans le cas d'échantillonnage uniforme, nous nous basons sur l'étude que nous avons effectuée dans le paragraphe 1.3.2 et essentiellement sur l'équation (E.1.2). Dans le cas de l'échantillonnage non uniforme, les signaux sont périodisés mais avec une certaine atténuation qui dépend du facteur de sur-échantillonnage OSR de la fréquence d'échantillonnage moyenne par rapport au double de la bande utile. Les résultats de cette atténuation sont présentés par l'abaque de la Figure 2.23. Par exemple, pour un OSR de 170, nous obtenons une atténuation Att_{NUS} de 23 dB. Cette valeur est respectivement augmentée ou diminuée de 3 dB à chaque fois que nous doublons ou que nous divisons par 2 le facteur OSR . La valeur de l'atténuation apportée par le NUS est soustraite de l'atténuation minimale de l'AAF. L'équation (E.1.2) devient alors (E.3.1).

$$A_{min_AAF} = N_{bl} - S_t + SNR_{out} + M_{AAF} - Att_{NUS} \quad (\text{E.3. 1})$$

Dans ce qui suit, nous ne considérons pas la marge M_{AAF} de 3 dB pour l'évaluation de l'atténuation minimale du filtre anti-repliement.

Les études effectuées sur les récepteurs multistandard à architecture conventionnelle, à ADC contrôlé par échantillonnage uniforme, utilisent un filtre anti-repliement programmable (30). Nous choisissons alors d'étudier les résultats pour un ordre de l'AAF commun pour les standards GSM/UMTS/IEEE802.11a mais en modifiant à chaque fois la fréquence de réjection du filtre. Pour le cas du récepteur multistandard à contrôle non uniforme de l'ADC, notre objectif est d'utiliser un AAF unique flexible pour 3 standards tout en appliquant une horloge non uniforme à l'ADC de fréquence moyenne moins importante que dans le cas de l'échantillonnage uniforme.

Pour l'échantillonnage non uniforme, il est important de déterminer quelle est la fréquence minimale. En fait, en utilisant le mode d'échantillonnage à temps quantifié TQ-RS, nous pouvons générer une fréquence moyenne $f_s = 16.6 \text{ MHz}$, mais cette fréquence est générée à partir de q_T fréquences. Comme l'échantillonnage devient pseudo-aléatoire, il est nécessaire que la fréquence minimale, parmi les q_T fréquences utilisées, satisfasse le théorème de Shannon. Nous présenterons, dans le chapitre 4, la conception du générateur d'horloge non uniforme et nous constaterons que la fréquence minimale, pour q_T égal à 16, est égale à $16f_s/24$. Pour accomplir la réception multistandard, en particulier la réception des signaux de l'IEEE802.11a, ceci nous amène à une fréquence moyenne d'échantillonnage non uniforme de $f_s = 24.9 \text{ MHz}$. Maintenant, en considérant la fréquence minimale de 16.6 MHz, nous définissons une fréquence de coupure unique pour les 3 standards égale à 8.3 MHz. En tenant compte de la marge de conception de 30% sur le calcul de la bande passante, nous obtenons une fréquence de coupure unique égale à 10.79 MHz.

Nous pouvons résumer les résultats comparatifs, de l'échantillonnage uniforme et de l'échantillonnage non uniforme, obtenus dans les Tableau 3.3 et Tableau 3.4. En tenant compte de la marge de conception de 30% sur le calcul de la bande passante, nous ne pouvons pas échantillonner à la fréquence de Nyquist. Par conséquent, pour un échantillonnage uniforme de Nyquist sans tenir compte de la marge de conception de 30%, l'AAF requis est programmable d'ordres variables 17, 18 et 23 respectivement pour le GSM, l'UMTS et l'IEEE802.11a. Nous comparons, par contre, ces résultats, dans le Tableau 3.3, avec les résultats pour un OSR égal à 2, valeur minimale pour l'échantillonnage non uniforme pour la norme IEEE802.11a. En effet, comme la fréquence d'échantillonnage moyenne minimale est de 24.9 MHz, le facteur OSR correspondant est de 1.5 pour l'IEEE802.11a. Il faudrait alors filtrer les répliques des bloqueurs dues à l'échantillonnage à la fréquence minimale égale à 16.6 MHz. La fréquence de réjection est alors 8.3 MHz égale à la fréquence de coupure. L'AAF est alors irréalisable et même impossible à dimensionner. Nous proposons alors d'utiliser pour l'échantillonnage non uniforme un OSR pour l'IEEE802.11a égal à 2. Pour le GSM et l'UMTS, nous choisissons des fréquences inférieures à 33.2 MHz, fréquence d'échantillonnage moyenne pour l'IEEE802.11a. Un AAF unique flexible d'ordre 20 est alors indispensable pour les 3 standards.

Tableau 3. 3. Résultats de dimensionnement de l'AAF sans marge de conception, du récepteur multistandard GSM/UMTS/WiFi, pour un échantillonnage de Nyquist en uniforme et un échantillonnage pour $OSR=2$ en échantillonnage non uniforme.

	GSM		UMTS		802.11a	
	US	NUS	US	NUS	US	NUS
OSR	1	80	1	8	1	2
Fréquence d'échantillonnage f_s (MHz)	0.4	32	3.84	30.72	16.6	33.2
Fréquence d'échantillonnage minimale f_{smin} (MHz)	-	21.33	-	20.48	-	21.13
Fréquence de coupure f_p (MHz)	0.2	8.3	1.92	8.3	8.3	8.3
Fréquence de réjection f_t (MHz)	0.3	13.03	2.5	12.18	10	13.83
Niveau du bloqueur N_{bl} (dBm)	-58	-23	-66	-44	-63	-63
Atténuation NUS Att_{NUS} (dB)	-	19	-	9	-	3
Atténuation minimale A_{min_AAF} (dB)	50	66	29.8	42.7	25.8	22.8
Ordre du filtre anti-repliement	17	20	18	16	23	6

Outre le facteur de sur-échantillonnage implicite q_T égal à 16 de l'échantillonnage aléatoire à temps quantifié, nous montrons d'après l'étude théorique, que nous pouvons considérer un facteur de sur-échantillonnage OSR de la fréquence d'échantillonnage moyenne par rapport au double de la bande utile. La bande de transition du filtre anti-repliement devient plus importante grâce au facteur OSR . L'atténuation nécessaire s'accorde donc au même niveau de bloqueur mais avec une atténuation qui dépend du facteur OSR tel qu'indiqué à la Figure 2.23. L'ordre du filtre anti-repliement reste le même, que dans le cas de sur-échantillonnage uniforme par un facteur supérieur à OSR . Les résultats pour les échantillonnages uniforme et non uniforme sont présentés dans le Tableau 3.4. Nous remarquons que, dans les deux cas, pour utiliser un AAF unique flexible d'ordre 4 selon une approximation Butterworth, nous devons échantillonner à une fréquence moins importante que dans le cas d'échantillonnage uniforme sauf pour l'IEEE802.11a.

Tableau 3. 4. Résultats de dimensionnement de l'AAF d'ordre 4 avec une marge de conception de 30%, du récepteur multistandard GSM/UMTS/WiFi.

	GSM		UMTS		802.11a	
	US	NUS	US	NUS	US	NUS
OSR	455	280	20	18	6	6
Fréquence d'échantillonnage f_s (MHz)	182	112	76.8	69.12	99.6	99.6
Fréquence d'échantillonnage minimale f_{smin} (MHz)	-	74.66	-	46.08	-	66.4
Fréquence d'échantillonnage maximale f_{smax} (MHz)	-	199.11	-	122.88	-	177.06
Fréquence de coupure f_p (MHz)	10.79	10.79	10.79	10.79	10.79	10.79
Fréquence de réjection f_t (MHz)	173.7	66.36	68.5	37.78	91.3	58.1
Niveau du bloqueur N_{bl} (dBm)	-23	-23	-44	-44	-30	-30
Atténuation NUS Att_{NUS} (dB)	-	24.47	-	12.5	-	7.8
Atténuation minimale A_{min_AAF} (dB)	85	60.52	51.8	39.24	58.8	51
Ordre du filtre anti-repliement	4	4	4	4	4	4

Les résultats du Tableau 3.5 englobent essentiellement, pour un filtre anti-repliement d'ordre 4, les dynamiques minimale et maximale du contrôle automatique de gain, ainsi que la fréquence d'échantillonnage et la résolution du convertisseur analogique numérique. L'architecture hybride homodyne/low-IF est non réalisable en échantillonnage uniforme. En effet, à notre connaissance, il n'existe aucun convertisseur, ni dans le commerce ni dans les travaux de recherche, qui puisse traiter des signaux de résolution 16 bits à des fréquences d'échantillonnage égale à 182 MHz. Le standard GSM reste toujours le standard qui limite la réalisation d'un récepteur multistandard large bande et large dynamique.

Par ailleurs, l'architecture hybride homodyne/low-IF que nous proposons dans nos travaux et qui a la particularité d'utiliser un ADC contrôlé par une horloge non uniforme, offre la possibilité de réduire les contraintes sur l'AAF et l'ADC. En effet, pour l'échantillonnage non uniforme, l'AAF devient unique d'ordre 4 et l'ADC doit pouvoir échantillonner à une fréquence égale à 112 MHz et 69.12 MHz respectivement pour le GSM et l'UMTS au lieu de 182 MHz et 76.8 MHz. Pour l'IEEE 802.11, nous gardons la même fréquence d'échantillonnage. L'ADC doit pouvoir numériser des signaux de résolution 16 bits à une fréquence d'échantillonnage 112 MHz. Généralement, les ADCs avec de telles spécifications affichent des consommations supérieures à 2W tel que l'AD9461, de chez Analog Devices (91). Récemment, Analog Devices propose un nouvel ADC, l'AD9261, qui satisfait les contraintes de notre architecture multistandard avec une consommation de puissance de 375 mW (92).

Tableau 3. 5. Spécifications de dimensionnement du récepteur multistandard GSM/UMTS/WiFi pour un AAF unique flexible d'ordre 4.

		GSM			UMTS			802.11a	
		US avec AGC	US sans AGC	NUS sans AGC	US avec AGC	US sans AGC	NUS sans AGC	US sans AGC	NUS sans AGC
<i>OSR</i>		455		280	20		18	6	6
Fréquence d'échantillonnage f_s (MHz)		182		112	76.8		69.12	99.6	99.6
Niveau maximal d'un bloqueur après atténuation par le filtre RF et l'AAF d'ordre 4 (dBm)		-23		-23	-47		-53.6	-73.4	-82.15
Dynamique de l'ADC DR_{ADC} (dB)		96			73.8			61.8	
Utilisation de l'AGC	G_{AGCmax} (dB)	21	-	-	45	-	-	-	-
	G_{AGCmin} (dB)	13			23				
Dynamique de l'ADC avec AGC DR_{ADC_AGC} (dB)		88	-	-	51.8	-	-	-	-
Nombre de bits effectifs n_{eff} (bits)		14.32	15.65	15.65	8.31	11.96	11.96	9.97	9.97
Nombre de bits équivalents (bits)		15	16	16	9	12	12	10	10

Le convertisseur analogique numérique fonctionne à une fréquence d'échantillonnage moyenne égale à 112 MHz pour le GSM, ceci permet de diminuer la consommation de puissance dynamique par rapport au récepteur à ADC contrôlé uniformément à la fréquence 182 MHz. Kenington et Astier ont démontré que, indépendamment des non-linéarités et des erreurs liées à la technologie et à l'architecture, la consommation du convertisseur analogique numérique augmente exponentiellement en fonction du nombre de bits effectifs et augmente linéairement en fonction de la fréquence d'échantillonnage (58).

Dans le cas de l'échantillonnage non uniforme à une fréquence moyenne f_s , nous pouvons éliminer le contrôle automatique de gain et utiliser un ADC de résolution 16 bits à la fréquence d'échantillonnage 112 MHz. Il est nécessaire de mentionner que dans le cas de l'échantillonnage uniforme, même avec un AGC, il faut un ADC de résolution 16 bits à fréquence égale à 182 MHz. Dans le cas où nous voulons utiliser un ADC avec une résolution inférieure, il est non seulement nécessaire de rendre le filtre AAF programmable, pour réduire les bloqueurs du GSM, mais aussi d'ajouter un AGC, pour diminuer la dynamique du signal GSM. Notre challenge est d'adopter l'échantillonnage non uniforme dans un récepteur multistandard hybride homodyne/low-IF.

Cette étude de dimensionnement a été élaborée en utilisant le mode d'échantillonnage TQ-RS appliqué soit au mode JRS soit au mode ARS avec $\sigma/T_s = 0.2887$. En outre, ce mode est adapté aux systèmes de traitement des signaux puisque la quantification du temps permet une mise en œuvre pratique pour la conception des systèmes numériques synchrones. Ce mode offre un grand avantage qui est le sur-échantillonnage implicite des données ce qui permet d'améliorer l'atténuation des bloqueurs. Par contre, pour bénéficier de cet avantage, il est nécessaire de faire une reconstruction du signal échantillonné non uniformément et numérisé.

Nous proposons alors dans ce qui suit d'étudier les différents algorithmes de reconstruction (RA, Reconstruction Algorithm) utilisables après une opération d'échantillonnage non uniforme. Puis, nous effectuons une sélection de l'algorithme de reconstruction le plus adéquat qui permet d'atteindre les meilleures performances en termes de SNR avec une complexité de calcul minimale. Cet algorithme doit en plus de la reconstruction réaliser un sous-échantillonnage pour retourner des échantillons, à délivrer au traitement numérique conventionnel du bloc DSP, à des instants uniformes à une fréquence égale à la fréquence moyenne d'échantillonnage. Il est très important de mentionner que l'exigence de la réception des signaux radio nécessite une implantation d'algorithme de reconstruction en temps réel.

3.3. Etude des méthodes de reconstruction

Nous commençons d'abord par introduire la formulation générale de la reconstruction. Puis, nous présentons les différents algorithmes de reconstruction ainsi que la justification du choix d'un nouvel algorithme de reconstruction temps réel adapté au mode d'échantillonnage non uniforme à temps quantifié. Cet algorithme a été proposé

par Farès dans le cadre de travaux de recherche menés au sein de notre équipe à l'unité de recherche CIRTACOM de SUP'COM (88).

3.3.1. Formulation générale de la reconstruction

Dans le cas de l'échantillonnage uniforme, le signal continu à bande limitée $2f_{max}$ est mathématiquement parfaitement retrouvé à partir de ses échantillons espacés de la période d'échantillonnage T_{US} égale à au plus $1/2f_{max}$ telle que présentée dans la sous-section 1.3.1.

D'après le théorème de Shannon (59), le signal reconstruit s'exprime par (E.3.2).

$$x_r(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(kT_{US}) \frac{\sin(\pi f_{US}(t - kT_{US}))}{\pi f_{US}(t - kT_{US})} \quad (\text{E.3.2})$$

Cette représentation utilise une base orthogonale complète, dans l'espace des fonctions de bande limitée $2f_{max}$, que nous notons par (E.3.3).

$$g(t, kT_{US}) = \frac{\sin(\pi f_{US}(t - kT_{US}))}{\pi f_{US}(t - kT_{US})} \quad (\text{E.3.3})$$

Par contre, la reconstruction d'un signal échantillonné non uniformément s'appuie dans la littérature sur plusieurs résultats théoriques permettant de reconstruire le signal continu initial (2), (5), (72),(93). Dans(93), Higgins définit une nouvelle base pour la reconstruction des signaux à bande limitée $2f_{max}$ et échantillonnés non uniformément aux instants t_k . Cette base est connue sous l'appellation de base de Kernel. D'après Higgins(93), le signal reconstruit s'obtient à partir de (E.3.4).

$$x_r(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(t_k) k(t, t_k) \quad (\text{E.3.4})$$

où $k(t, t_k)$ représente, dans l'espace des fonctions de bande limitée $2f_{max}$, une base orthogonale complète selon (E.3.5).

$$\begin{aligned} \langle k(t, t_k) | g(t, t_m) \rangle &= \delta_{km} \\ \text{avec } g(t, t_m) &= \frac{\sin(\pi f_s(t - t_m))}{\pi f_s(t - t_m)} \end{aligned} \quad (\text{E.3.5})$$

avec $\langle a | b \rangle$ le produit scalaire défini par $\langle a | b \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} a(t)b(t)dt$, δ_{km} la fonction Kronecker définie par $\delta_{km} = 1$ si $k = m$ et $\delta_{km} = 0$ sinon, et f_s est la fréquence moyenne d'échantillonnage.

En utilisant cette reconstruction, nous pouvons extraire uniquement les points reconstruits aux instants kT_s avec T_s la période moyenne d'échantillonnage, l'inverse de f_s . Dans notre cas d'application de l'échantillonnage non uniforme au récepteur radio, les algorithmes de reconstruction sont nécessaires pour reproduire des échantillons uniformes à délivrer pour le traitement classique habituel du bloc DSP. Trois techniques de reconstruction sont présentées dans la littérature : la reconstruction itérative, la reconstruction matricielle et la reconstruction par interpolation.

La reconstruction itérative, utilisée généralement en traitement d'image, offre des résultats parfaits mais requiert une grande capacité de calcul. Il existe trois principales étapes : la projection orthogonale, l'itération et la procédure de convergence. La méthode itérative manipule des blocs d'instants et de données correspondantes afin de retourner les données reconstruites (94), (95).

La reconstruction matricielle est basée principalement sur l'inversion matricielle, nous pouvons citer la méthode SVD (Singular Value Decomposition) que nous présentons plus en détail dans la suite (61). Puis, nous présentons les différentes possibilités de reconstruction par interpolation. A la fin de cette section, nous discuterons la faisabilité des différentes méthodes quant à leur adaptation à une application en réception radio qui se doit d'accomplir une communication en temps réel.

3.3.2. Méthode de reconstruction matricielle

La décomposition de $x(t)$ dans une base orthonormée s'écrit comme (E.3.6).

$$x(t) = \sum_{m=1}^M \lambda_m e^{i2\pi f_m t} \quad (\text{E.3. 6})$$

Les fréquences f_m sont prises dans la bande entre $[W_l, W_u]$ de largeur B et les $x_k = x(kT_s)$ sont N échantillons uniformément espacés de $T_s = 1/B$. En prenant $M = N$ et les fréquences f_m espacées de B/M , les λ_m correspondent exactement à la DFT des échantillons x_k . Dans le cas de l'échantillonnage uniforme, $df = B/N$ étant la réciproque du temps d'observation T_{obs} .

Pour un échantillonnage non uniforme (61), nous supposons que les f_m sont fixées. Donc, il suffit de trouver les λ_m . Pour N échantillons $x_k = x(t_k)$, il existe N contraintes pour M inconnues. Le problème est réduit alors à une résolution matricielle. Comme $N \neq M$, il est nécessaire d'avoir recours à l'algorithme SVD (Singular Value Decomposition). Les fréquences f_m sont dans la bande $[W_l, W_u]$ de largeur B , espacées de $df < 1/T_{obs}$ et de nombre la moitié de $M = 2B/df$. La reconstruction n'est correcte que si $N > M$ donc la fréquence d'échantillonnage moyenne $f_s = N/T_{obs}$ est supérieure à $2B$.

3.3.2.1. Méthode de reconstruction par SVD

D'une manière générale, pour la reconstruction d'un signal, il est nécessaire d'utiliser une base complète pour un signal $x(t)$ à bande limitée. La base peut être orthogonale comme dans le cas d'un échantillonnage uniforme. Le problème de reconstruction est mis sous la forme (E.3.7) (5).

$$x(t_k) = \sum_{m=1}^M \lambda_m A_m(t_k), \quad 1 \leq k \leq N \quad (\text{E.3. 7})$$

L'objectif est de déterminer les coefficients λ_m à partir de la résolution d'un système linéaire (E.3.8).

$$\mathbf{x}_s = \mathbf{A}\boldsymbol{\lambda} \quad (\text{E.3. 8})$$

avec $\mathbf{x}_s$ un vecteur de longueur N échantillons, $\boldsymbol{\lambda}$ un vecteur de longueur M et $\mathbf{A}$ une matrice de taille $N \times M$ d'éléments $A_m(t_k) = e^{j2\pi f_m t_k}$. Dans notre cas, le nombre d'échantillons N est supérieur au nombre M , double du nombre de fréquences f_m de reconstruction. La méthode de résolution directe consiste à utiliser un algorithme SVD qui calcule un pseudo-inverse de $\mathbf{A}$ (96), (97).

La décomposition selon l'algorithme SVD retourne deux matrices $\mathbf{U}$ et $\mathbf{V}$ orthogonales définies par (E.3. 9) et une matrice $\mathbf{S}$ diagonale donnée par (E.3. 10).

$$\mathbf{U}^T \mathbf{U} = \mathbf{V} \mathbf{V}^T = \mathbf{Id}_M \quad (\text{E.3. 9})$$

$$\mathbf{S} = \text{diag}(s_1, \dots, s_M), s_1 \geq s_2 \geq \dots \geq s_M \geq 0 \quad (\text{E.3. 10})$$

où la matrice $\mathbf{Id}_M$ est la matrice identité de taille $M \times M$. La matrice $\mathbf{A}$ s'écrit alors comme (E.3.11).

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T \quad (\text{E.3. 11})$$

Pour calculer le pseudo-inverse de $\mathbf{A}$, il ne reste qu'à déterminer le pseudo-inverse de $\mathbf{S}$ car l'inverse d'une matrice orthogonale est simplement sa transposée. Inverser $\mathbf{S}$ revient à inverser tous les éléments $\{s_i, 1 \leq i \leq M\}$ de la diagonale. Si les $\{s_i\}$ sont considérablement faibles, nous sommes en présence d'instabilité de calcul. Pour traduire ce rapport de comparaison, nous établissons un seuil de stabilité de calcul *neg* et nous trouvons r , rang de la matrice $\mathbf{S}$, tel que (E.3.12) est satisfaite.

$$s_r \leq \text{neg} \cdot s_1 \leq s_{r+1} \quad (\text{E.3. 12})$$

Pour trouver le pseudo-inverse $\boldsymbol{\Sigma}$ de $\mathbf{S}$, il suffit d'annuler les $\{s_i, i > r\}$ et d'inverser les $\{s_i, i < r\}$. Le pseudo-inverse de $\mathbf{A}$ est alors $\mathbf{V} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{U}^T$ et la résolution du système (E.3. 8) donne le vecteur $\boldsymbol{\lambda}$, donné par (E.3.13), des λ_m .

$$\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{V} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{U}^T \mathbf{x}_s \quad (\text{E.3. 13})$$

3.3.2.2. Etapes de reconstruction

Le signal de test est un signal aléatoire de la forme (E.3.14). Les amplitudes, phases et fréquences sont aléatoires. Les fréquences ϕ_j doivent être choisies dans la bande $[W_l, W_u]$ de largeur B .

$$x(t) = \sum_j \left(\alpha_j \cos(2\pi \phi_j t) + \beta_j \sin(2\pi \phi_j t) \right) \quad (\text{E.3. 14})$$

D'après (61), le signal reconstruit (E.3. 6) est équivalent à (E.3.15).

$$x^r(t) = \sum_{m=1}^{M/2} \left(a_m \cos(2\pi f_m t) + b_m \sin(2\pi f_m t) \right) \quad (\text{E.3. 15})$$

Le vecteur phase $\mathbf{I}$ et le vecteur quadrature $\mathbf{Q}$ sont les résultats de l'algorithme SVD suivi de la pseudo-inversion. Ils sont, en fait, deux vecteurs blocs de λ de longueur M tels que les décrit (E.3.16).

$$\lambda = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_{M/2} \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{M/2} \end{bmatrix} \quad (\text{E.3. 16})$$

Pour un nombre N d'échantillons $t_k, 1 \leq k \leq N$, le temps d'observation dépend de la séquence d'échantillonnage choisie et est défini comme (E.3.17).

$$T_{obs} = \frac{N}{N-1}(t_N - t_1) \quad (\text{E.3. 17})$$

Soit q le facteur d'espacement des fréquences de reconstruction f_m tel qu'il soit strictement inférieur à 1 ($q < 1$). Les fréquences f_m sont alors espacées de df défini par (E.3.18).

$$df = q/T_{obs} \quad (\text{E.3. 18})$$

Leur nombre devient donc défini par (E.3.19).

$$\frac{M}{2} = \frac{W_u - W_l}{df} = \frac{BT_{obs}}{q} \quad (\text{E.3. 19})$$

Dans le cas d'un échantillonnage uniforme, le facteur d'espacement est $q = 1$, l'espacement des f_m est $df = 1/T_{obs}$ et le nombre des f_m est par suite exactement égal au nombre d'échantillons ($M = N$). La Figure 3. 3 illustre les étapes de reconstruction présentées.

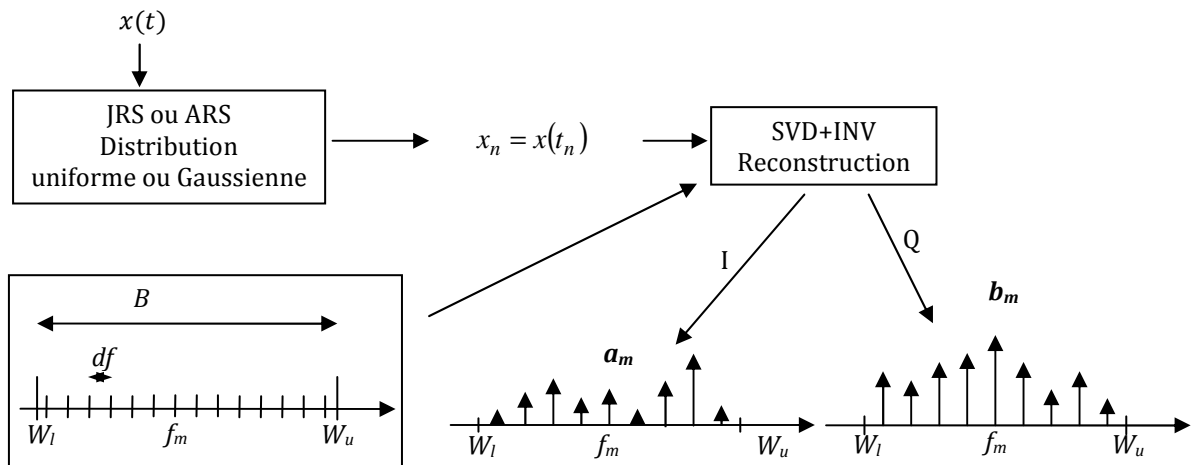


Figure 3. 3. Etapes de reconstruction matricielle par SVD.

La reconstruction matricielle basée sur la méthode SVD combine reconstruction et filtrage passe-bande mais devrait être appliquée à un bloc de données. Cependant, la

communication radio requiert un traitement en temps réel. Dans le même groupe de méthodes de reconstruction matricielle, nous pouvons aussi citer la reconstruction sans connaissance des instants non uniformes (98). Cependant, cette méthode est aussi incompatible avec les récepteurs radio.

3.3.3. Méthodes de reconstruction par interpolation

Cette sous-section présente certains algorithmes d'interpolation appliqués à un vecteur de N échantillons $\{(t_k, x(t_k)), k \in [1, N]\}$.

3.3.3.1. Interpolation du plus proche voisin

L'interpolation du plus proche voisin (Nearest neighbor interpolation) sélectionne la valeur du point le plus proche. Cet algorithme est le moins coûteux en termes de complexité mais s'avère le moins précis. Il produit une constante d'interpolation par morceaux.

3.3.3.2. Interpolation linéaire

L'interpolation linéaire est une mise en forme linéaire entre deux échantillons successifs $(t_{k-1}, x(t_{k-1}))$ et $(t_k, x(t_k))$ en utilisant un polynôme linéaire (E.3.20).

$$\frac{x - x(t_{k-1})}{x(t_k) - x(t_{k-1})} = \frac{t - t_{k-1}}{t_k - t_{k-1}} \quad (\text{E.3.20})$$

Cette technique est limitée en précision surtout dans le cas de courbes irrégulières.

3.3.3.3. Interpolation polynomiale

L'interpolation polynomiale nécessite la résolution d'un système linéaire similaire à une inversion matricielle. Les cas particuliers tels que l'interpolation de Lagrange et l'interpolation de Newton sont pratiques et moins complexes en termes de puissance de calcul (99). Le signal reconstruit par l'interpolation de Lagrange (E.3.21) est un polynôme d'ordre N .

$$x^r(t) = \sum_{k=0}^N x(t_k) L_{k,N}(t) \quad (\text{E.3.21})$$

avec $L_{k,N}$ sont les polynômes de Lagrange définis par (E.3.22).

$$L_{k,N}(t) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^N \left(\frac{t - t_j}{t_k - t_j} \right) \quad (\text{E.3.22})$$

Le $k^{\text{ième}}$ polynôme doit s'annuler à tous les points d'échantillonnage sauf au point t_k pour lequel sa valeur est 1. Ces polynômes vérifient donc la condition (E.3.23) pour $\delta_{k,j}$ le delta Kronecker.

$$L_{k,N}(t_j) = \delta_{k,j} \quad (\text{E.3.23})$$

La forme de Lagrange s'apparente clairement à une inversion matricielle. Une interpolation polynomiale moins contraignante en termes de coût de calcul est l'interpolation de Newton. Elle retourne le même résultat d'interpolation avec une moindre complexité que celle de Lagrange. L'algorithme d'interpolation de Newton s'utilise donc plus simplement et le signal reconstruit (E.3.24) s'écrit comme un polynôme d'ordre N .

$$x^r(t) = \sum_{k=0}^N a_k n_k(t) \text{ avec } n_k(t) = \prod_{j=1}^{k-1} (t - t_j) \text{ et } n_0(t) = 1 \quad (\text{E.3.24})$$

avec $x^r(t_i) = x_i, i = 0, \dots, N$. Les a_k , définis par (E.3.25) sont les différences divisées d'ordre k .

$$a_k = \frac{x[t_1, \dots, t_k] - x[t_0, \dots, t_{k-1}]}{t_k - t_0} = x[t_0, \dots, t_k] \quad (\text{E.3.25})$$

La différence divisée d'ordre 1 correspond à (E.3.26).

$$a_1 = \frac{x[t_1] - x[t_0]}{t_1 - t_0} = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} = x[t_0, t_1] \quad (\text{E.3.26})$$

La différence divisée a_0 d'ordre 0 n'est autre que $x[t_0]$ définissant x_0 .

Le polynôme d'interpolation Hermite est une méthode similaire à celle de Newton. Elle permet d'utiliser les échantillons et les dérivées relatives aux mêmes instants d'échantillonnage. Le cas intéressant est la forme cubique pour éviter le phénomène de Runge relatif à l'utilisation de polynômes de hauts degrés (100). Pour $t_0 = 0$ et $t_1 = 1$ auxquels nous associons les échantillons x_0 et x_1 , et les dérivées d'ordre 1 m_0 et m_1 , nous écrivons le polynôme d'interpolation d'Hermite (E.3.27) en fonction des polynômes Hermite cubique $H_{00}(t), H_{10}(t), H_{01}(t), H_{11}(t)$.

$$\hat{x}(t) = H_{00}(t)x_0 + H_{10}(t)m_0 + H_{01}(t)x_1 + H_{11}(t)m_1 \text{ avec } H_{00}(t) + H_{01}(t) = 1 \quad (\text{E.3.27})$$

En effectuant un changement de variable $u = (1 - t)t_k + t.t_{k+1}$, signifiant une interpolation sur $[t_k, t_{k+1}]$, nous modifions les polynômes Hermite cubique en (E.3.28).

$$\begin{aligned} \hat{H}_{00}(t) &= H_{00}(t) \\ \hat{H}_{10}(t) &= (t_{k+1} - t_k)H_{10}(t) \\ \hat{H}_{01}(t) &= H_{01}(t) \\ \hat{H}_{11}(t) &= (t_{k+1} - t_k)H_{11}(t) \end{aligned} \quad (\text{E.3.28})$$

Pour satisfaire la condition de continuité de la première dérivée, nous utilisons la dérivée liée à trois points (E.3.29).

$$m_k = \frac{x_{k+1} - x_k}{2(t_{k+1} - t_k)} + \frac{x_k - x_{k-1}}{2(t_k - t_{k-1})} \quad (\text{E.3.29})$$

Nous parlons ainsi de PCHIP (Piecewise Cubic Hermite Interpolation Polynomial).

3.3.3.4. Interpolation spline

Les splines d'interpolation cubiques sont particulières car elles sont des fonctions par morceaux et de classe C^2 (dérivée première et seconde continue). Cette interpolation est connue pour ses meilleures performances de reconstruction même pour un polynôme du troisième ordre. Nous nous intéressons ici à l'interpolation spline cubique (E.3.30) pour éviter le phénomène de Runge.

$$S_c(t) = a_k t^3 + b_k t^2 + c_k t + d_k, \quad t \in]t_{k-1}, t_k] \quad (\text{E.3.30})$$

Les coefficients du polynôme sont déterminés par $S_c(t_k) = x(t_k)$ et par la condition de dérivabilité d'ordre 1 et 2 de $S_c(t)$ (100). Nous obtenons alors le système de M continuités donné par (E.3.31).

$$\mu_i M_{i-1} + 2M_i + \lambda_i M_{i+1} = d_i, \quad i \in \llbracket 1, N-1 \rrbracket \quad (\text{E.3.31})$$

avec les M_i , μ_i , λ_i et d_i définis par (E.3.32).

$$\begin{aligned} M_i &= S_c''(t_i) \\ \mu_i &= \frac{t_i - t_{i-1}}{(t_i - t_{i-1}) + (t_{i+1} - t_i)} \\ \lambda_i &= \frac{t_{i+1} - t_i}{(t_i - t_{i-1}) + (t_{i+1} - t_i)} \\ d_i &= \frac{6}{(t_i - t_{i-1}) + (t_{i+1} - t_i)} \left[\frac{x_{i+1} - x_i}{(t_{i+1} - t_i)} - \frac{x_i - x_{i-1}}{(t_i - t_{i-1})} \right] \end{aligned} \quad (\text{E.3.32})$$

Sous certaines conditions initiales données par (E.3.33),

$$\begin{aligned} 2M_0 + \lambda_0 M_1 &= d_0 \\ \mu_N M_{N-1} + 2M_N &= d_N \\ d_0 &= d_1 \\ d_N &= d_{N-1} \end{aligned} \quad (\text{E.3.33})$$

les coefficients M_i sont déterminés par la résolution du système linéaire $\mathbf{AM} = \mathbf{D}$ développé dans (E.3.34).

$$\begin{bmatrix} 2 & \lambda_0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \mu_1 & 2 & \lambda_1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \mu_2 & 2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda_{N-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2 & \lambda_{N-1} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \mu_N & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_0 \\ M_1 \\ \vdots \\ M_{N-1} \\ M_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d \\ d_1 \\ \vdots \\ d_{N-1} \\ d_N \end{bmatrix} \quad (\text{E.3.34})$$

En appliquant une factorisation matricielle $\mathbf{LU}$ de la matrice tri-diagonale $\mathbf{A}$ comme décrit par (E.3.35),

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \beta_1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \beta_2 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \beta_N & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{U} = \begin{bmatrix} \alpha_0 & \lambda_0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_1 & \lambda_1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda_{N-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \alpha_{N-1} & \lambda_{N-1} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \alpha_N \end{bmatrix} \quad (\text{E.3.35})$$

Nous pouvons écrire le système sous la forme $\mathbf{LUM} = \mathbf{D}$ et nous posons $\mathbf{Y} = \mathbf{UM}$. Les inconnues α_i et β_i s'obtiennent par (E.3.36).

$$\alpha_0 = 2, \beta_i = \frac{\mu_i}{\alpha_{i-1}}, \alpha_i = 2 - \lambda_i \beta_i, i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad (\text{E.3.36})$$

La résolution du système $\mathbf{LY} = \mathbf{D}$ donne (E.3.37).

$$\begin{aligned} y_0 &= d_0 \\ y_i &= d_i - \beta_i y_{i-1}, i \in \llbracket 1, N \rrbracket \end{aligned} \quad (\text{E.3.37})$$

Finalement, la résolution du système $\mathbf{UM} = \mathbf{Y}$ donne (E.3.38).

$$\begin{aligned} M_N &= \frac{y_N}{\alpha_N} \\ M_i &= \frac{y_{i-1} - \alpha_{i-1} M_{i-1}}{\lambda_{i-1}}, i \in \llbracket 1, N \rrbracket \end{aligned} \quad (\text{E.3.38})$$

Les méthodes de reconstruction par interpolation présentent des erreurs de reconstruction lorsque la fréquence d'échantillonnage ne satisfait pas le théorème de Nyquist.

3.4. Validation du traitement de numérisation des signaux radio

Dans ce qui suit, nous présentons les résultats de simulation de plusieurs méthodes de reconstruction. A partir des travaux de (5) et (61) relatifs à la reconstruction matricielle et précédemment présentés, nous avons développé l'algorithme de reconstruction par SVD (101). De plus, nous utilisons l'interpolation de Lagrange, l'interpolation de Newton tels que présentés dans (100) ainsi que les fonctions de Matlab pour l'interpolation du plus proche voisin, l'interpolation linéaire, l'interpolation PCHIP et l'interpolation par spline cubique. Cependant, pour pouvoir évaluer les performances de ces méthodes de reconstruction, nous définissons d'abord les critères d'évaluation de la reconstruction et le modèle Matlab/Simulink que nous utilisons pour la validation de l'étage de traitement en bande de base. Puis, nous présentons l'algorithme de reconstruction en temps réel adapté aux méthodes d'interpolation et nous terminons par la présentation des résultats

d'implantation sur DSP effectués au sein de notre équipe de CIRTACOM de SUPCOM par Farès (102).

3.4.1. Définition du modèle de référence de numérisation du signal radio

Pour évaluer les performances des algorithmes de reconstruction, et valider le dimensionnement de l'étage de traitement en bande de base, nous proposons un modèle de validation Matlab/Simulink pour faciliter cette procédure. En effet, nous générons des séquences aléatoires selon les modes JRS et ARS avec $\sigma/T_s = 0.2887$, et nous les quantifions en utilisant le mode TQ-RS tel que présenté dans la sous-section 2.2.3. Pour la validation, nous considérons un signal sinusoïdal en entrée à une fréquence f_{in} , dans la bande du canal d'un des standards étudiés auparavant, et un interférent sinusoïdal à une fréquence f_{spur} supérieure à la fréquence de réjection f_t , selon le Tableau 3.4, en fonction du signal reçu. La Figure 3. 4 présente un modèle de comparaison des deux techniques d'échantillonnage uniforme et non uniforme aux fréquences d'échantillonnage f_s présentées dans le Tableau 3.5. Ces deux techniques se basent sur le même dimensionnement de filtres anti-repliement. Les filtres de la Figure 3. 4 définis par *Analog Filter Design* de Matlab/Simulink sont donc de même ordre 4 selon l'approximation Butterworth d'après le dimensionnement établi à la section 3.2 dans le Tableau 3.4.

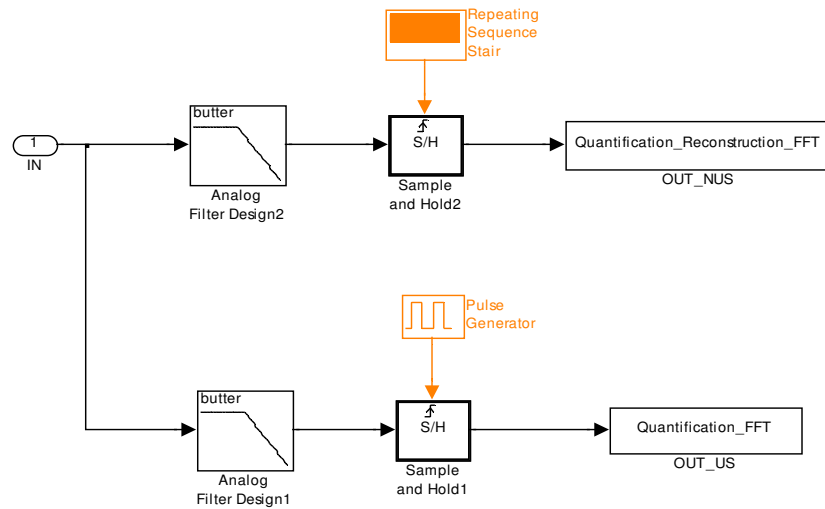


Figure 3. 4. Modèle Matlab/Simulink de validation de l'étage de numérisation par les techniques NUS et US.

Le signal ainsi filtré sera échantillonné d'une part uniformément par la voie de sortie OUT_US. D'autre part, il est échantillonné non uniformément par la voie de sortie OUT_NUS. Le composant responsable de l'échantillonnage est le circuit échantillonneur bloqueur S/H contrôlé soit par un générateur uniforme, *Pulse Generator*, soit par une horloge non uniforme, *Repeating Sequence Stair*. Dans le cas d'échantillonnage non uniforme, après la génération aléatoire et la quantification temporelle, nous procédons à la mise en place d'une horloge adaptée au bloc *Repeating Sequence Stair* selon les

instants aléatoires générés quantifiés. Les sorties des deux circuits échantillonneurs bloqueurs sont ensuite quantifiées en amplitude sur 12 bits.

L'étape suivante est l'application des algorithmes de reconstruction et la visualisation du spectre pour valider le traitement en bande de base dans le cas de l'échantillonnage non uniforme.

3.4.2. Métrologie d'évaluation de la reconstruction du signal radio

Une reconstruction a de meilleures performances si nous obtenons une erreur quadratique minimale entre le signal original $x(t)$ et le signal reconstruit $x^r(t)$ aux mêmes instants. Pour cette évaluation, nous définissons le paramètre *TRD* (Total Reconstruction Distortion). Ce paramètre permet d'évaluer la précision de la reconstruction, il est exprimé par (E.3.39).

$$TRD = 10 \log_{10} \frac{\sum_{k=1}^M (x(kT_s) - x^r(kT_s))^2}{\sum_{k=1}^M (x(kT_s))^2} \quad (\text{E.3. 39})$$

où M est le nombre total d'échantillons.

Après la représentation spectrale en utilisant la FFT et l'application d'une fenêtre d'estimation spectrale, telle que la fenêtre de Hamming ou la fenêtre de BlackmanHarris (13), nous pouvons aussi mesurer le rapport signal à bruit (*SNR*) dans la bande $[0, f_s/2]$. Cet *SNR* est déterminé, à partir de la représentation spectrale du signal après reconstruction, en calculant le rapport entre les composantes spectrales qui représentent le signal et les autres composantes qui représentent le bruit (55). La valeur du *SNR* mesuré doit satisfaire les contraintes des trois standards, donc convenable pour une conversion avec une résolution de 12 bits.

Un autre paramètre à prendre en considération pour l'évaluation des performances de la reconstruction est la complexité du calcul des différents algorithmes. Ce critère a déjà fait l'objet de travaux antérieurs tels que ceux de Sun (103). Cependant, nous citons les travaux de notre équipe à CIRTACOM de SUPCOM concernant l'étude de la complexité de l'implémentation des algorithmes de reconstruction temps réel sur DSP qui nous renseignent sur le nombre d'opérations utilisées pour faire fonctionner ces méthodes (88).

3.4.3. Résultats d'application des techniques de reconstruction

Pour la configuration de test présentée, des tests par simulation sont effectués pour les algorithmes de reconstruction suivants : l'interpolation de Lagrange, l'interpolation de Newton, l'interpolation du plus proche voisin, l'interpolation linéaire, l'interpolation PCHIP et l'interpolation spline cubique. De plus, nous présenterons aussi quelques résultats de la reconstruction matricielle SVD pour comparer la métrique *SNR* (104).

La Figure 3. 5 illustre le phénomène de Runge propre aux méthodes d'interpolation de Lagrange et de Newton. Elle montre des oscillations sur les bords du signal reconstruit. Nous avons remarqué que plus le nombre d'échantillons est grand, plus le phénomène

de Runge est important. Les résultats de simulation avec les interpolations de Lagrange et de Newton montrent des performances insuffisantes si tous les échantillons récupérés sont considérés. Pour obtenir de meilleurs résultats, nous avons besoin d'éliminer un grand nombre d'échantillons pour éviter les effets de bord dus au phénomène de Runge. Par conséquent, nous allons écarter ces deux méthodes de notre étude et se focaliser sur le reste des méthodes de reconstruction. La Figure 3. 6 donne des résultats de simulation pour un signal sinusoïdal traité avec un facteur de quantification temporelle $q_T = 8$ et pour une quantification d'amplitude sur 12 bits.

Selon les résultats de la Figure 3. 6, les meilleures performances de reconstruction en termes de SNR sont obtenues pour l'interpolation spline cubique. Avec $q_T = 8$, le rapport signal à bruit est entre 69 dB et 74 dB pour différentes valeurs de σ/T_s pour la séquence ARS. Par conséquent, nous pouvons satisfaire les dynamiques du récepteur requises par les normes GSM, UMTS et IEEE802.11a en utilisant un ADC contrôlé par un échantillonnage non uniforme. Ces résultats sont obtenus sans présence de bloqueurs dans la bande $[0, f_t]$. En fait, prendre en considération de ces bloqueurs n'affecte pas la largeur de bande du canal d'après le dimensionnement effectué dans la section 3.2. De plus, si nous voulons diminuer l'ordre du filtre anti-repliement, il s'avère indispensable de réaliser un filtrage non uniforme en amont de l'algorithme de reconstruction. En effet, nous fixerons la fréquence de réjection f_t à $q_T f_s - B_c/2$ et le filtrage non uniforme atténue les bloqueurs dans la bande $[0, f_t]$ avant que nous procédions à la reconstruction. Nous pouvons citer les travaux de notre équipe de CIRTACOM de SUP'COM effectués par Dammak (105), (106). Dans notre travail, nous avons effectué notre étude sans le besoin du filtrage non uniforme. En effet, d'après le dimensionnement que nous avons réalisé dans la sous-section 3.2.3, nous utilisons un filtre anti-repliement d'ordre 4 pour filtrer les interférents et bloqueurs qui risquent de se replier dans la bande du signal utile.

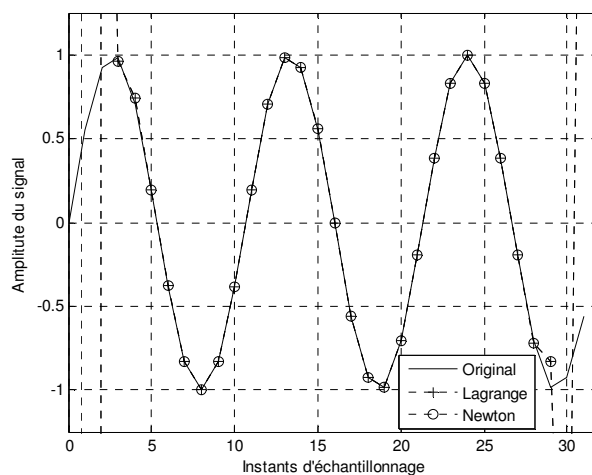


Figure 3. 5. Résultats de reconstruction par interpolation polynomiale - Phénomène de Runge.

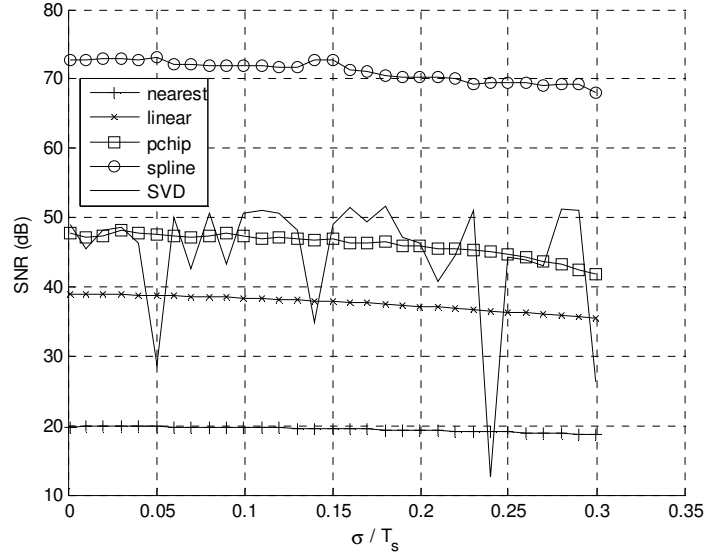


Figure 3. 6. SNR en fonction de σ/T_s pour quelques algorithmes d'interpolation et pour la reconstruction SVD ($q_T=8$).

Les méthodes de reconstruction présentées sont la reconstruction matricielle et la reconstruction par interpolation. La méthode matricielle est forcément très coûteuse en termes de complexité matérielle étant donné qu'à chaque fois, il faut remplir une matrice de projection puis résoudre un système linéaire en utilisant une méthode d'inversion matricielle, notamment la méthode SVD. Par contre, les algorithmes d'interpolation sont parfois moins coûteux mais dans certains cas, ressemblent à une reconstruction matricielle et retournent des erreurs de reconstruction importantes connues par le phénomène de Runge (100). Ainsi, les méthodes de reconstruction à retenir, en vue d'une reconstruction en temps réel, sont les reconstructions par interpolation telles que l'interpolation du plus proche voisin, l'interpolation linéaire, l'interpolation Hermite cubique PCHIP et l'interpolation spline cubique.

Il est donc indispensable d'adapter les méthodes d'interpolation aux contraintes d'implémentation en temps réel, et de proposer une solution de reconstruction qui traite les échantillons un par un. Ces algorithmes de reconstruction sont à implémenter en tant que premier traitement numérique dans le DSP, après un éventuel filtrage non uniforme numérique (105) qui n'est pas utilisé dans le cadre de cette thèse. Les algorithmes de reconstruction par interpolation en temps réel doivent restituer le signal d'origine à partir des échantillons non uniformément répartis selon le schéma TQ-RS, permettant à la fois de fournir des échantillons distants d'une période égale au pas Δ de la génération TQ-RS et d'effectuer une décimation pour retourner les échantillons à la fréquence moyenne d'échantillonnage initiale. La Figure 3. 7 présente l'organigramme de l'algorithme de reconstruction en temps réel par interpolation (102).

La Figure 3. 8 donne les représentations spectrales après reconstruction, pour un facteur de quantification temporelle $q_T = 16$, et pour une quantification du signal sur 12 bits, appliqués sur les méthodes d'interpolation du plus proche voisin, pour l'interpolation linéaire et finalement pour l'interpolation spline cubique avec

l'algorithme de reconstruction en temps réel implanté sur DSP et tel qu'illustré par la Figure 3. 7. Il est clair que, d'après la Figure 3. 8, le meilleur résultat en termes de représentation spectrale est celui de la reconstruction par spline cubique.

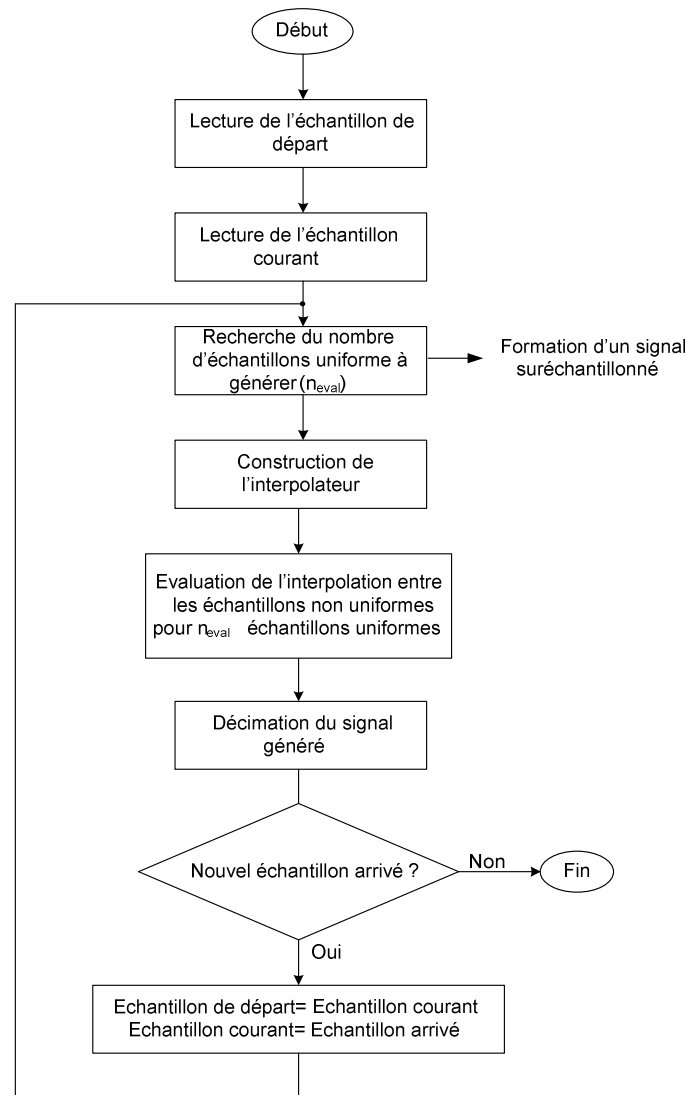


Figure 3. 7. Organigramme de la reconstruction temps réel par interpolation adaptée au mode TQ-RS.

Le Tableau 3. 6 résume les performances des diverses méthodes d'interpolation en termes de *SNR*, *TRD* et complexité de calcul. D'après (E.3.39), plus le *TRD* est faible, plus l'algorithme de reconstruction est performant. Le Tableau 3. 10 affirme aussi que le meilleur algorithme est le spline cubique avec un *TRD* égal à -26.734 dB. Cet algorithme offre un *SNR* de 71.036 dB pour une complexité quantifiée par 3001902 cycles de DSP pour un DSP Blackfin 533 (88). La valeur du *SNR* pour l'algorithme du spline cubique en temps réel est proche de celui exigé par le récepteur multistandard proposé qui est de 74 dB.

Les résultats présentés, notamment les résultats de simulation en utilisant l'algorithme de reconstruction en temps réel sur DSP, montrent bien et confirment les résultats

obtenus en utilisant les fonctions de reconstruction de Matlab. L'analyse des performances a été essentiellement validée en termes de *SNR*. Il s'avère que le récepteur multistandard avec un étage de numérisation à contrôle non uniforme est validé par la chaîne de validation Matlab/Simulink illustrée par la Figure 3. 4 et par une reconstruction spline cubique en temps réel sur DSP. Nous avons effectué cette validation pour une quantification sur 12 bits et pour un facteur de quantification temporelle q_T égal à 16.

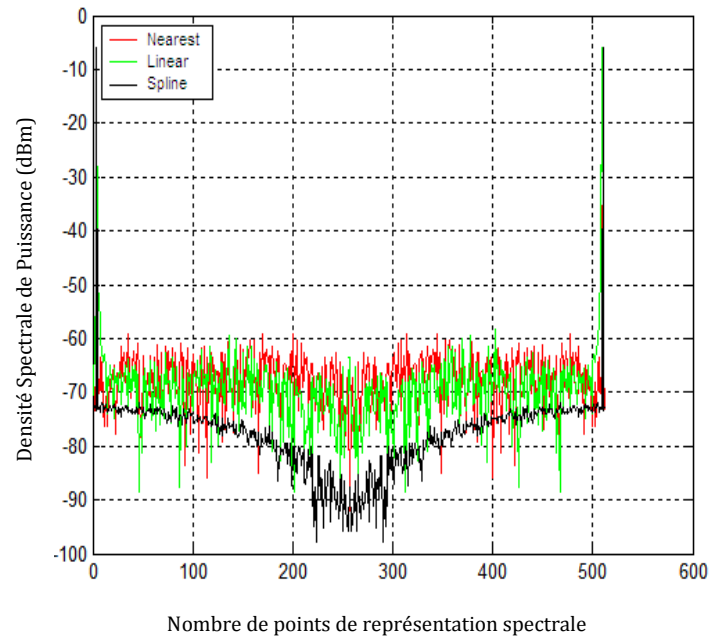


Figure 3. 8. Spectres du signal reconstruit pour différentes méthodes d'interpolation.

Tableau 3. 6. Performances des méthodes d'interpolation pour la conversion analogique numérique contrôlée par le NUS.

Interpolation	Nearest	Linear	Spline
Total Reconstruction Distortion TRD (dB)	-18.630	-20.725	-26.734
Signal-to-Noise Ratio SNR (dB)	44.15	48.9857	71.036
Complexité (cycles DSP)	995872	1061478	3001902

3.5. Conclusion

L'objectif des travaux présentés dans ce chapitre est l'exploitation des résultats obtenus dans le 2^{ème} chapitre, relatifs aux modes NUS, dans la conception et le dimensionnement d'un récepteur hybride homodyne/low-IF SDR multistandard. Dans ce cadre le mode d'échantillonnage non uniforme à temps quantifié a été utilisé pour contrôler l'étage ADC. Les études et le développement présentés dans ce chapitre ont permis d'apporter des améliorations significatives, par rapport aux travaux antérieurs, concernant la

réduction des contraintes sur l'ADC, le filtre anti-repliement ainsi que la possibilité d'élimination de l'étage de contrôle automatique du gain.

Nous considérons uniquement l'utilisation de filtre anti-repliement flexible. Les résultats de dimensionnement du récepteur, et plus particulièrement les circuits de l'étage de numérisation du signal, ont permis de montrer, dans le cas d'une numérisation par échantillonnage uniforme, qu'un ADC type Nyquist de résolution 15 bits contrôlé par une horloge aux fréquences 182 MHz pour le GSM, 76.8 MHz pour l'UMTS et 99.6 MHz pour l'IEEE802.11a sont nécessaires. Cet ADC doit être précédé par un filtre anti-repliement d'ordre 4. Dans le cas d'un ADC contrôlé par un échantillonnage non uniforme aux fréquences moyennes 112 MHz pour le GSM, 69.12 MHz pour l'UMTS et 99.6 MHz pour l'IEEE802.11a, l'opération de numérisation est équivalente à un échantillonnage avec un facteur de sur-échantillonnage implicite q_T égal à 16. Par conséquent, la fréquence de réjection du filtre anti-repliement devient moins importante à cause de la fréquence d'échantillonnage minimale utilisée. Cependant, bien que l'atténuation nécessaire, dans notre cas, s'accorde à un même niveau de bloqueur, en tenant compte des résultats de suppression du repliement du chapitre 2, l'atténuation minimale de l'AAF devient moins importante. Nous avons ainsi besoin d'un filtre anti-repliement de même ordre qu'en échantillonnage uniforme. Ce filtre est unique pour les 3 standards étudiés. De plus, nous disposons dans le commerce d'ADC 16 bits satisfaisant les fréquences d'échantillonnage de notre dimensionnement. Nous pouvons, par suite, se passer de l'utilisation de l'AGC pour diminuer la dynamique du signal à l'entrée de l'ADC.

Pour justifier le choix de la technique de reconstruction à utiliser, une étude des principales techniques proposées dans la littérature a été exposée. Cette étude a montré que la méthode matricielle est très coûteuse en termes de complexité matérielle et que les algorithmes d'interpolation d'ordre élevé retournent des erreurs de reconstruction importantes connues par le phénomène de Runge. Ce résultat a orienté le choix vers les techniques de reconstructions par interpolation de faible ordre. L'exploration des performances des techniques d'interpolation du plus proche voisin, linéaire, Hermite cubique PCHIP et spline cubique a montré que les meilleures performances de reconstruction en termes de SNR sont obtenues pour l'interpolation spline cubique. Avec une quantification du signal sur 12 bits et un facteur de quantification temporelle $q_T = 8$, le rapport signal à bruit est entre 69 dB et 74 dB pour différentes valeurs de σ/T_s pour la séquence ARS. Ce résultat a permis de vérifier le respect des dynamiques du récepteur requises par les normes GSM, UMTS et IEEE802.11a en utilisant un ADC contrôlé par un échantillonnage non uniforme.

Des résultats de performances et de l'étude de complexité des algorithmes de reconstruction en temps réel sur DSP ont été aussi présentés dans ce chapitre pour un facteur de quantification temporelle $q_T = 16$. Les résultats de performances sont similaires à ceux des résultats de simulation sur Matlab. La reconstruction par interpolation spline cubique requiert une complexité triple par rapport à celle d'une reconstruction par interpolation linéaire reconnue par sa faible complexité de calcul.

Après la conception et le dimensionnement du récepteur multistandard intégrant un ADC à échantillonnage non uniforme, nous allons nous intéresser dans le dernier chapitre à la proposition d'un nouveau circuit de générateur non uniforme et l'optimisation de son implémentation matérielle. Une plate-forme de test sera réalisée pour permettre la validation expérimentale de la solution originale proposée pour la numérisation des signaux radio à base de l'échantillonnage non uniforme.

Chapitre 4. Conception et validation expérimentale d'un générateur non uniforme

4.1. Introduction

Les résultats des travaux de recherche présentés dans les chapitres précédents ont conduit à la conception et au dimensionnement d'un récepteur SDR multistandard présentant l'originalité d'avoir un étage de numérisation contrôlé par un mode d'échantillonnage non uniforme. En considérant les spécifications des signaux radio multistandard et les contraintes d'implantation et de fonctionnement en temps réel, nous avons formulé analytiquement les conditions d'anti-repliement spectral de l'échantillonnage aléatoire selon le mode TQ-RS pour l'ARS ou le JRS en déterminant un paramètre statistique σ/T_s de l'ordre de 0.288 et pour un facteur de quantification temporelle égal à 16. Les résultats de dimensionnement de l'étage de numérisation ont permis de choisir d'échantillonner à une fréquence moyenne d'échantillonnage égale à 112 MHz pour le GSM, 69.12 MHz pour l'UMTS et 99.6 MHz pour l'IEEE802.11a pour un filtre anti-repliement unique d'ordre égal à 4 selon l'approximation de Butterworth.

Dans ce chapitre, nous considérons le cas de l'échantillonnage de Nyquist pour concevoir et réaliser d'abord un générateur de signaux non uniforme puis définir et mettre en œuvre une plate-forme expérimentale de test des performances de l'étage de numérisation à contrôle NUS.

Afin de justifier la nécessité de proposer un nouveau circuit de génération de signaux non uniforme, nous commençons par étudier les générateurs existants et analyser leurs adéquations aux spécifications de réception SDR multistandard. Cette étude bibliographique est suivie par une présentation des détails de conception et de validation d'un nouveau générateur non uniforme qui délivre un signal échantillonneur pseudo-aléatoire que nous appelons PSS (Pseudorandom Signal Sampler). L'étude conceptuelle du PSS sera complétée par une description de l'implantation et de la mesure des performances de la topologie du circuit proposé d'abord sur une cible FPGA (Field-Programmable Gate Array) puis sur une cible ASIC (Application-Specific Integrated Circuit).

La dernière section sera consacrée à la validation expérimentale des solutions proposées en présentant le banc de test et les résultats de caractérisation des performances du convertisseur analogique numérique à contrôle non uniforme.

4.2. Conception d'un générateur non uniforme

Ce travail de conception a pour objectif de définir un générateur d'horloge non uniforme capable de commander l'échantillonneur bloqueur du convertisseur analogique numérique. Le circuit à concevoir doit satisfaire, à la fois, la précision requise pour garantir l'anti-repliement spectral et les contraintes des applications de radiocommunications telles que la réduction de la surface et la diminution de la consommation de puissance. La sortie de ce circuit de génération d'horloge non uniforme doit atteindre une certaine fréquence moyenne d'échantillonnage indispensable pour satisfaire les spécifications de conception de l'architecture du récepteur multistandard prédéfinies dans le chapitre 3.

Nous commençons notre étude de conception par la présentation puis l'étude des performances, vis-à-vis des exigences du récepteur SDR-NUS multistandard, des circuits de génération d'horloge non uniformes proposés dans la littérature récente.

4.2.1. Etude des générateurs non uniformes existants

Des travaux antérieurs ont proposé quelques architectures de générateurs non uniformes dans le but d'ajouter un caractère aléatoire au traitement du signal.

4.2.1.1. Classification des circuits de génération d'horloge non uniforme existants

Nous présentons ici les différentes architectures d'oscillateurs aléatoires utilisées dans la littérature pour une éventuelle application aux convertisseurs analogique numérique.

L'oscillateur non uniforme en anneau, présenté à la Figure 4.1, a été proposé par Maggioni (107). Ce générateur est construit sous forme d'un oscillateur en anneau de longueur importante. Le caractère non uniforme de l'horloge est acquis suite au changement continu de la longueur active de l'anneau. En effet, un bloc de génération de nombres aléatoires par un LFSR (Linear Feedback Shift Register) commande la longueur de l'oscillateur en anneau.

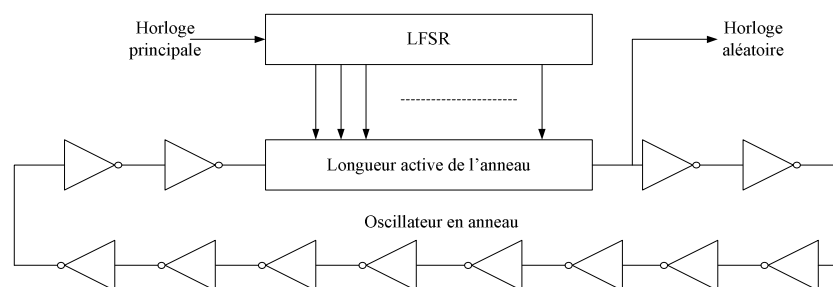


Figure 4. 1. Oscillateur non uniforme en anneau

Une autre topologie de générateur non uniforme, présentée à la Figure 4.2, consiste en l'ajout d'un retard contrôlé au signal généré (8). Les auteurs proposent d'utiliser ce genre de générateurs pour des analyseurs de spectre. Le générateur repose sur le contrôle aléatoire d'un bloc de délai. Il effectue une division pseudo-aléatoire de la fréquence, par un générateur pseudo-aléatoire (PRG, Pseudo-Random Generator), puis

ajoute un retard au signal à générer. Ce retard est généré par un bloc de délai discret et son contrôle est réalisé par un générateur de nombres pseudo-aléatoires. Le signal pseudo-aléatoire obtenu contrôle un ADC qui délivre des échantillons non uniforme qui sont stockés dans une FIFO pour réaliser le traitement du signal en aval en temps différé.

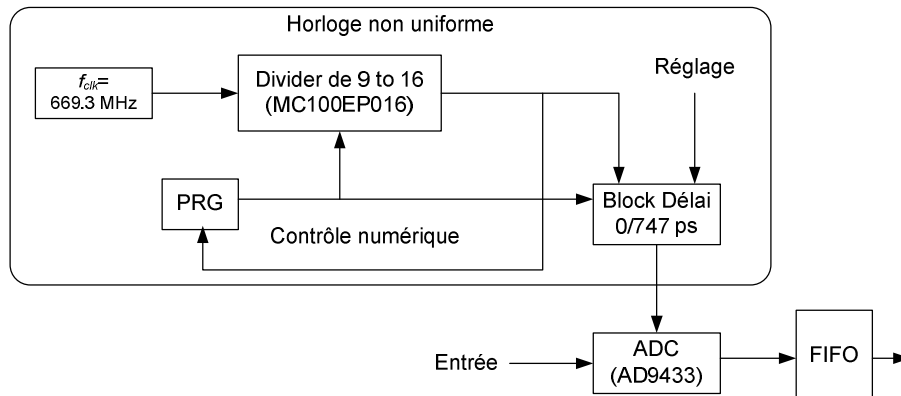


Figure 4. 2. Analyseur spectral par échantillonnage non uniforme

Une autre architecture d'oscillateur non uniforme a été présentée dans (108). Les auteurs proposent deux alternatives pour la conception des générateurs d'horloge non uniforme. Le premier circuit, présenté à la Figure 4.3, génère le signal en utilisant un convertisseur numérique analogique (DAC, Digital-to-Analog Converter) qui définit la précision du signal. Dans la seconde proposition, un circuit de comparaison avec un signal analogique aléatoire est utilisé en se basant sur un bruit thermique au lieu du générateur pseudo-aléatoire délivré par le PRG dans le premier circuit. La sortie du comparateur donne les impulsions de l'horloge non uniforme.

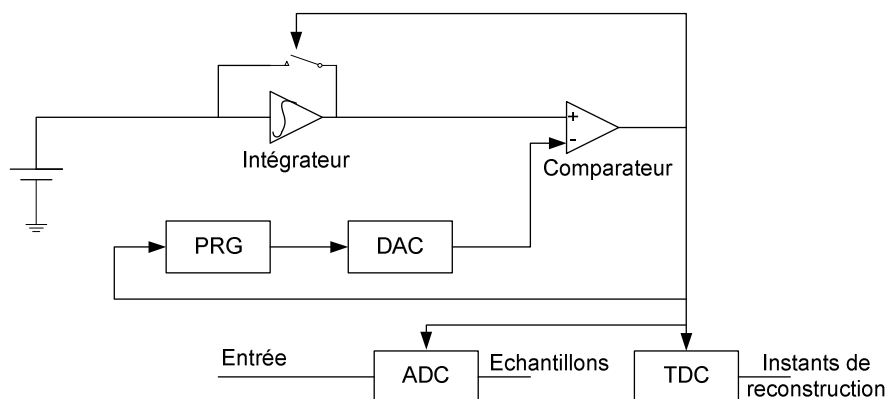


Figure 4. 3. Génération de signaux pseudo-aléatoire non quantifiés

Par ailleurs, dans la plupart des travaux traitant de la génération d'un signal à caractère aléatoire, certains se réfèrent à l'utilisation d'un oscillateur chaotique (109), (110), (111), (112), (64), (113). Dans (109), un générateur de nombre aléatoire est présenté. Ce circuit se compose de deux amplificateurs et d'un circuit hystérésis. Le signal généré est quantifié puis traité par une fonction de hachage. L'empreinte obtenue correspond à la graine du circuit de génération des nombres aléatoires. Les oscillateurs chaotiques ont particulièrement intéressé les chercheurs pour la génération de clés aléatoires pour

l'implantation des systèmes de cryptage. L'application de ces oscillateurs pour l'échantillonnage non uniforme a été introduite dans (64), (113). Les auteurs expliquent l'application d'un oscillateur non uniforme pour le contrôle de l'unité d'échantillonnage aléatoire qui mesure et corrige localement le rapport cyclique des signaux générés. Le circuit numérique qui réalise cette fonction est présenté à la Figure 4.4.

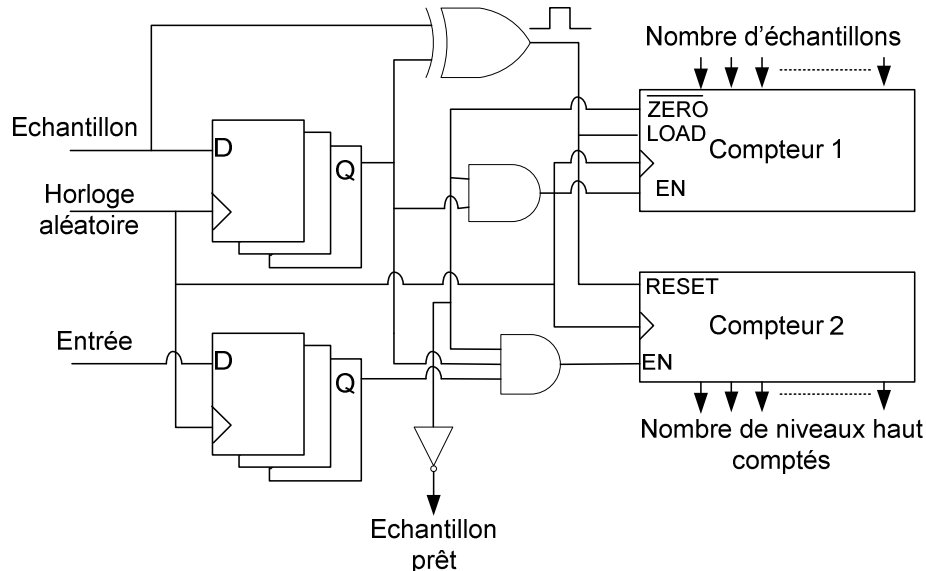


Figure 4. 4. Mesure et correction du rapport cyclique par échantillonnage non uniforme

Une nouvelle alternative d'oscillateurs chaotiques est introduite par Ozoguz. L'auteur propose dans (110) un oscillateur chaotique intégré afin de générer des bits aléatoirement. L'obtention d'une variable binaire aléatoire à partir des ondes d'un générateur chaotique ordinaire se fait par application de la représentation stroboscopique du plan de phase introduite par Poincaré.

4.2.1.2. Limites des générateurs existants pour l'application de l'échantillonnage non uniforme en bande de base

Les générateurs existants dans la littérature (8), (64), (107)-(113), présentés précédemment, permettent de générer une horloge non uniforme. Cependant, nous allons discuter la possibilité d'appliquer l'horloge non uniforme générée par chaque type de générateur au convertisseur analogique numérique.

Les oscillateurs en anneaux sont composés essentiellement d'un nombre impair d'inverseurs. L'ajout du caractère non uniforme à cette architecture se fait par le biais d'un générateur de nombres aléatoires LFSR (Linear Feedback Shift Register). Dans (107), les auteurs utilisent d'ailleurs un oscillateur en anneaux avec un nombre variable d'inverseurs activés qui dépend du nombre aléatoire généré. Cependant, dans le cadre du contrôle non uniforme de l'ADC, la génération du signal non uniforme peut manquer de précision et nuire à la qualité du signal échantillonné et rend ce genre d'oscillateurs inconvenable aux applications radio communications.

Le générateur proposé dans (8), utilisé dans l'application des analyseurs de spectre, a l'avantage de fournir des résultats proches aux spécifications de l'UMTS fixées au

préalable dans le cas du dimensionnement du récepteur homodyne multistandard basé sur le traitement NUS en bande de base. En effet, il permet de générer une fréquence d'échantillonnage moyenne égale à 53.546 MHz. Cependant, cette architecture nécessite un circuit discret composé d'inductances pour générer le retard aléatoire. Par suite, son utilisation en vue d'une architecture SDR demeure impossible. Pour la même raison d'utilisation de circuits discrets, la majorité des générateurs non uniformes basés sur les oscillateurs chaotiques sont à éviter (109), (111), (112). Même si l'oscillateur chaotique est intégrable (110), cette solution est aussi à écarter vu qu'elle ne satisfait pas les caractères de reconfigurabilité que nous cherchons dans le récepteur SDR multistandard. De plus, le signal généré suite à l'utilisation de cet oscillateur chaotique intégré doit être amplifié avec un faible bruit afin de répondre aux exigences requises de l'application.

L'approche présentée dans (108) est une approche innovante. Cependant, les générateurs proposés dans ces travaux imposent la quantification des instants d'échantillonnage après la génération de l'horloge. Une telle architecture exige l'utilisation d'un convertisseur temps-numérique TDC (Time-to-Digital Converter) à très haute précision pour effectuer la reconstruction et le traitement numérique en aval. Dans l'un des deux générateurs proposés, c'est de la résolution et de la rapidité du convertisseur numérique-analogique (DAC, Digital-to-Analog Converter) que dépendent les performances du circuit générateur d'horloge non uniforme.

Afin de contourner les problèmes relevés lors de l'étude des solutions présentées dans la section 4.2.1, nous proposons, dans la sous-section suivante, un générateur d'horloge non uniforme capable de commander le convertisseur analogique numérique et d'effectuer correctement la reconstruction du signal en aval de l'ADC sans avoir besoin du TDC.

4.2.2. Démarche de conception d'un nouveau circuit de génération d'horloge non uniforme

Contrairement aux oscillateurs proposés dans 4.2.1, le générateur non uniforme que nous proposons dans ce travail de recherche repose directement sur la considération d'instantanés d'échantillonnage quantifiés au préalable selon le mode TQ-JPRS. Ce schéma nécessite, par définition, la discrétisation de l'axe du temps telle que le montre la Figure 2.6. Pour la génération d'horloge non uniforme, cette discrétisation se concrétise par la possibilité de génération de signaux selon des fronts espacés d'un multiple du pas Δ tel qu'exprimé par (E2.15).

En effet, nous considérons dès le début des phases d'échantillonnage, notées $\{\Phi_0, \Phi_1, \dots, \Phi_{q_T-1}\}$, au lieu des instants d'échantillonnage uniforme conventionnel selon une unique phase Φ_0 qui n'est autre que l'horloge d'échantillonnage. Le retard entre deux phases successives de la même horloge est formé par l'espacement minimal Δ , défini dans (E.2.14). Ces phases sont présentées à la Figure 4. 5.

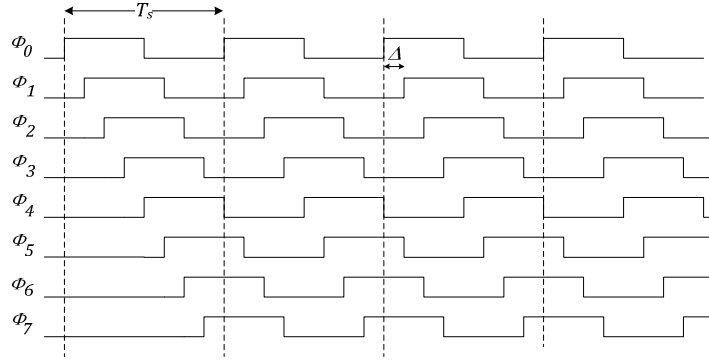


Figure 4. 5. Phases nécessaires pour la génération de l'horloge non uniforme selon le mode TQ-PRS pour $q_T=8$.

La sélection d'une phase parmi l'ensemble s'effectue grâce à un générateur de nombres pseudo-aléatoires parmi lesquels nous pouvons citer le registre à décalage à rétroaction linéaire (LFSR, Linear Feedback Shift Register). L'architecture du LFSR s'avère être la plus simple à réaliser [114]. Pour construire une séquence de nombres pseudo-aléatoires $L_{m-1} \dots L_1 L_0$ de période $N = 2^m - 1$ avec L_{m-1} le bit de poids fort, nous avons besoin d'un polynôme générateur primitif $G[x]$ de degré m . Un exemple d'un tel polynôme est donné par l'expression (E.4.1).

$$G[x] = x^m + x^n + 1, \quad 0 < n < m \quad (\text{E.4. 1})$$

Cet exemple de structure LFSR est illustré par la Figure 4. 6. Le polynôme $G[x]$ du LFSR doit être irréductible afin d'assurer l'équiprobabilité des nombres pseudo-aléatoires générés [115]. Le choix de n doit être effectué en conséquence. Pour q_T prenant les valeurs 8, 16 et 32, $G[x]$ est défini par les couples (m, n) respectivement égaux à (3,1), (4,1) et (5,2). Les blocs de retards z^{-1} sont réalisés par des bascules D qui doivent être synchronisées à une certaine fréquence. Le nombre 0 sur m bits n'est jamais généré car le registre LFSR doit être initialisé à une valeur non nulle pour réaliser le décalage et générer les nombres pseudo-aléatoires.

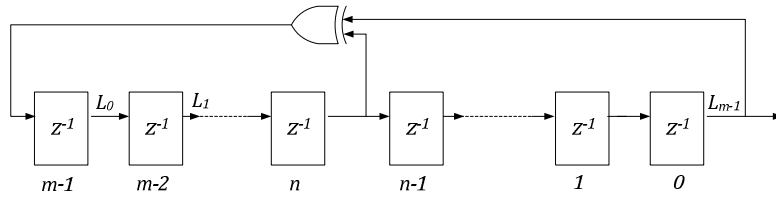


Figure 4. 6. Registre à décalage à rétroaction linéaire (LFSR).

La séquence binaire obtenue L_{m-1} à la sortie du registre numéro 0 représente un signal pseudo-aléatoire que nous pourrions utiliser pour échantillonner non uniformément. Mais il s'avère que nous disposons de plus d'aléas si nous utilisons les nombres pseudo-aléatoires $L_{m-1} \dots L_1 L_0$ pour la sélection d'une phase parmi l'ensemble $\{\Phi_0, \Phi_1, \dots, \Phi_{q_T-1}\}$ en prenant $m = \log_2(q_T)$. Le problème auquel nous faisons face est celui du chevauchement entre deux phases si nous voulons sélectionner une phase parmi $\{\Phi_0, \Phi_1, \dots, \Phi_{(q_T/2)-1}\}$ suivi immédiatement par une autre parmi l'ensemble

$\{\Phi_{q_T/2}, \dots, \Phi_{q_T-1}\}$. D'après la Figure 4. 5, pour q_T égal à 4, et si nous voulons sélectionner la phase Φ_6 puis la phase Φ_1 , nous pouvons vérifier ce problème de chevauchement. En fait, étant donnée que la phase Φ_6 n'est pas remise à zéro et que la phase Φ_1 est sélectionnée, un chevauchement se produit et l'instant d'échantillonnage devient imprécis et imprévisible. De plus, en utilisant les phases $\{\Phi_0, \Phi_1, \dots, \Phi_{q_T-1}\}$, telles que présentées dans la Figure 4. 5, $\Phi_{q_T/2}, \dots, \Phi_{q_T-1}$ engendrent chacune deux instants d'échantillonnage au lieu d'un seul : le premier instant à un multiple de T_s et le second instant à un multiple de T_s augmenté de $i\Delta$ avec i le nombre pseudo-aléatoire généré par le LFSR. L'utilisation de ces phases génère ainsi des instants d'échantillonnage inadaptés, d'une part, à l'application à un ADC car le temps d'établissement risque d'être inférieur à celui requis par l'ADC, et d'autre part, à la reconstruction du signal après numérisation.

Pour remédier au problème de chevauchement et générer convenablement le signal qui commande l'ADC, nous proposons de générer les phases telles qu'elles sont présentées dans la Figure 4. 7. Il est très important de ne pas avoir un chevauchement entre les phases $\{\Phi_1, \dots, \Phi_{q_T-1}\}$, la phase Φ_0 n'étant jamais sélectionnée par un LFSR sauf à l'état de remise-à-zéro.

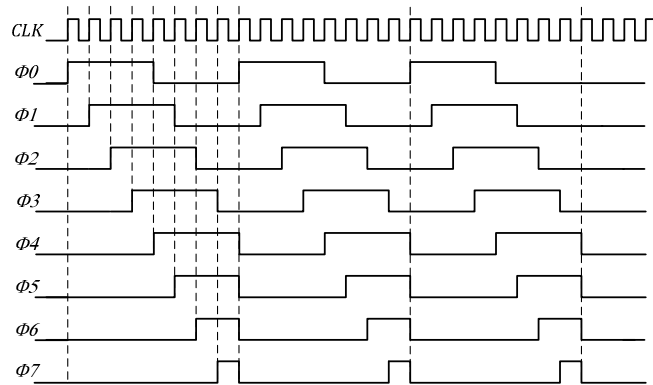


Figure 4. 7. Phases modifiées pour la génération de l'horloge non uniforme selon le mode TQ-PRS pour $q_T=8$.

Afin d'éviter d'éventuels parasites lors de la génération des phases, nous proposons d'effectuer une construction des signaux en se basant sur un compteur de Gray. Le compteur doit être contrôlé par une horloge principale uniforme de période Δ , décalage entre deux phases successives, et basé sur $m = \log_2(q_T)$ bascules D . Les signaux $\{G_0, G_1, \dots, G_{m-1}\}$ délivrés par ce compteur sont combinés afin de générer les q_T phases d'échantillonnage. L'utilisation du compteur de Gray réduit le nombre de sauts entre les signaux délivrés $\{G_0, G_1, \dots, G_{m-1}\}$ et permet ainsi de réduire les glitches pour la logique combinatoire en aval. Etant donné que les phases ont des rapports cycliques différents et que la sélection de l'une de ces phases est pseudo-aléatoire, nous obtenons un signal d'horloge non uniforme pour commander l'échantillonnage dans le convertisseur analogique numérique.

Nous proposons alors le circuit désigné par PSS : Pseudorandom Signal Sampler. Le schéma bloc du PSS est donné par la Figure 4. 8. Le PSS comporte un compteur de Gray qui délivre un code réfléchi sur m bits, un diviseur de fréquence, une fonction combinatoire pour la génération de phases, un LFSR et un multiplexeur. Le diviseur de fréquence génère, à partir de l'horloge principale de fréquence $f_{CLK} = 1/\Delta$, un signal d'horloge de fréquence f_{div} égale à une division de l'horloge principale par q_T . Le LFSR est alors contrôlé par l'horloge de période $T_s = 1/f_{div}$ et génère une séquence pseudo-aléatoire $L_{m-1} \dots L_1 L_0$. Le schéma synoptique du PSS est illustré par la Figure 4. 8.

Le multiplexeur MUX $q_T:1$ fonctionne comme un sélectionneur combinatoire. En effet, ce circuit permet de choisir la phase Φ_i adressée par le nombre pseudo-aléatoire i généré par le LFSR à chaque période de f_{div} . A chaque phase Φ_i sélectionnée, une fréquence est générée. La sortie du PSS est présentée par la Figure 4.9. A chaque valeur générée par le LFSR $(i)_{décimale} = (L_{m-1} \dots L_1 L_0)_{binaire}$, correspond une phase Φ_i . En sélectionnant une phase donnée, nous recopions le signal qui la caractérise. L'horloge PSS_{out} est donc la concaténation de parties correspondantes à différentes phases.

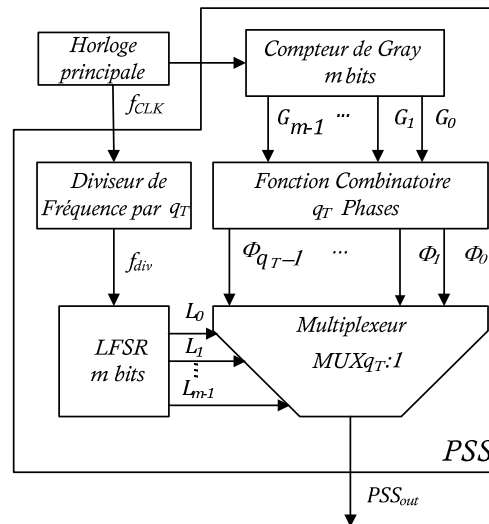


Figure 4. 8. Schéma synoptique du PSS.

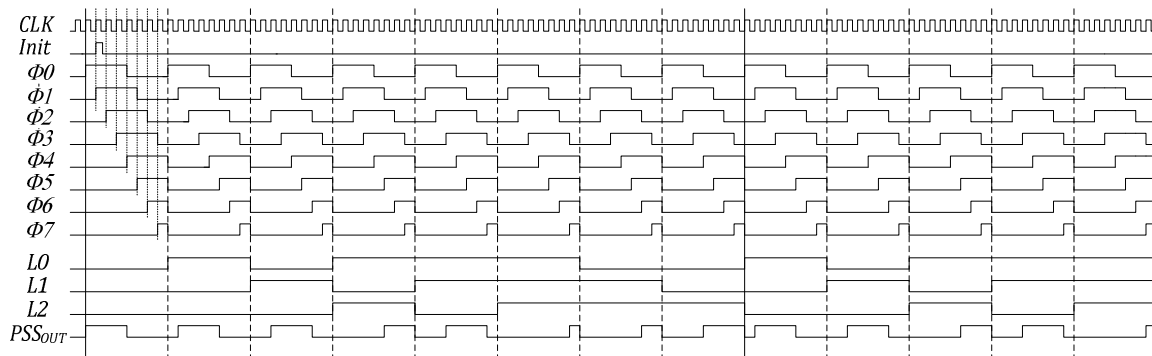


Figure 4. 9. Horloge non uniforme générée par le PSS pour $q_T=8$.

Le polynôme étant irréductible, nous assurons l'équiprobabilité des $q_T - 1$ phases d'échantillonnage $\{\Phi_1, \dots, \Phi_{q_T-1}\}$. Par suite, la sélection des phases suit une distribution uniforme sur toutes les périodes T_s . Cette génération est clairement effectuée selon le mode JRS car la sélection d'une phase, et par conséquent l'instant d'échantillonnage, n'est autre que la réalisation de cette phase à partir d'un ajout de retard multiple Δ à la phase Φ_0 . Ainsi, le générateur PSS est un générateur d'horloge pseudo-aléatoire qui suit un mode d'échantillonnage pseudo-aléatoire à temps quantifié selon le mode JRS avec un paramètre statistique au maximum égal à $\sigma/T_s = 0.2887$. Il s'agit finalement d'une modélisation du mode TQ-JPRS défini dans la Figure.2.6 et les équations (E2.2) et (E2.15). Pour ce mode, nous avons démontré que le paramètre statistique est donné par la formule (E 2.18). Dans le cas du PSS, étant donné qu'on ne considère pas la phase Φ_0 , (E 2.19) devient (E.4.2).

$$\frac{\sigma}{T_s} = \frac{1}{q_T} \sqrt{\frac{(q_T - 1)^2 - 1}{12}} \quad (\text{E.4. 2})$$

Pour une configuration à $q_T = 16$, la valeur du paramètre statistique qui caractérise le mode d'échantillonnage considéré, σ/T_s , est de 0.2795, proche de la valeur théorique du mode JRS égale à 0.2887. Dans ce qui suit, nous considérons les configurations avec un facteur de quantification temporelle q_T égal à 8, 16 et 32. La fréquence moyenne d'échantillonnage est $f_s = f_{div} = f_{CLK}/q_T$ avec f_{CLK} l'horloge principale. La fréquence d'échantillonnage instantanée f_i peut prendre ses valeurs entre les fréquences extrêmes données par (E.4.3).

$$\frac{f_{CLK}}{(2q_T - 1)} \leq f_i \leq f_{CLK} \quad (\text{E.4. 3})$$

Dans le cas du LFSR décrit par l'équation (E.4. 1), nous n'obtenons pas ces fréquences extrêmes. En effet, les valeurs des nombres pseudo-aléatoires générés par le LFSR dans les cas q_T égal à 8, 16 et 32 sont données dans les Tableaux 4.1 (a), (b) et (c) respectivement. Pour chaque nombre pseudo-aléatoire i , nous calculons le rapport cyclique instantané DC_i et la période instantanée T_i , donnés par (E.4.4), qui représente le nombre de pas Δ entre deux fronts montants successifs.

$$\begin{cases} DC_i = \frac{T_s - \Delta \max\left(i(k), \frac{q_T}{2}\right)}{T_i} \\ T_i = T_s + \Delta(i(k+1) - i(k)) \end{cases} \quad 1 \leq k \leq q_T - 1 \quad (\text{E.4. 4})$$

La fréquence d'échantillonnage instantanée f_i correspond à l'inverse de la période instantanée T_i . Nous avons aussi déterminé les fréquences d'échantillonnage minimale et maximale, f_{smin} et f_{smax} , dans chacun des cas q_T égal à 8, 16 et 32. En multipliant q_T par 2, il est nécessaire de doubler la fréquence f_{clk} de l'horloge principale pour obtenir la même fréquence d'échantillonnage moyenne f_s .

Tableau 4. 1. Fréquences et rapports cycliques générés dans les cas q_T égal à 8, 16 et 32.

(a) LFSR $q_T = 8$			
i	DC_i	T_i	f_i
1	44,44%	9Δ	$f_{CLK}/9$
2	36,36%	11Δ	$f_{CLK}/11$
5	50,00%	6Δ	$f_{CLK}/6$
3	33,33%	12Δ	$f_{smin} = f_{CLK}/12$
7	14,29%	7Δ	$f_{CLK}/7$
6	33,33%	6Δ	$f_{CLK}/6$
4	80,00%	5Δ	$f_{smax} = f_{CLK}/5$
Fréquence moyenne f_s			$f_{CLK}/8$

(b) LFSR $q_T = 16$			
i	DC_i	T_i	f_i
1	47,06%	17Δ	$f_{CLK}/17$
2	44,44%	18Δ	$f_{CLK}/18$
4	38,10%	21Δ	$f_{CLK}/21$
9	70,00%	10Δ	$f_{CLK}/10$
3	42,11%	19Δ	$f_{CLK}/19$
6	34,78%	23Δ	$f_{CLK}/23$
13	23,08%	13Δ	$f_{CLK}/13$
10	54,55%	11Δ	$f_{CLK}/11$
5	36,36%	22Δ	$f_{CLK}/22$
11	41,67%	12Δ	$f_{CLK}/12$
7	33,33%	24Δ	$f_{smin} = f_{CLK}/24$
15	6,67%	15Δ	$f_{CLK}/15$
14	14,29%	14Δ	$f_{CLK}/14$
12	33,33%	12Δ	$f_{CLK}/12$
8	88,89%	9Δ	$f_{smax} = f_{CLK}/9$
Fréquence moyenne f_s			$f_{CLK}/16$

(b) LFSR $q_T = 32$			
i	DC_i	T_i	f_i
1	48,48%	33Δ	$f_{CLK}/33$
2	47,06%	34Δ	$f_{CLK}/34$
4	36,36%	37Δ	$f_{CLK}/37$
9	47,06%	41Δ	$f_{CLK}/41$
18	73,68%	19Δ	$f_{CLK}/19$
5	42,11%	38Δ	$f_{CLK}/38$
11	37,21%	43Δ	$f_{CLK}/43$
22	45,45%	22Δ	$f_{CLK}/22$
12	35,56%	45Δ	$f_{CLK}/45$
25	26,92%	26Δ	$f_{CLK}/26$
19	65,00%	20Δ	$f_{CLK}/20$
7	40,00%	40Δ	$f_{CLK}/40$
15	33,33%	48Δ	$f_{smin} = f_{CLK}/48$
31	3,23%	31Δ	$f_{CLK}/31$
30	6,67%	30Δ	$f_{CLK}/30$
28	14,29%	28Δ	$f_{CLK}/28$
24	32,00%	25Δ	$f_{CLK}/25$
17	83,33%	18Δ	$f_{CLK}/18$
3	45,71%	35Δ	$f_{CLK}/35$
6	41,03%	39Δ	$f_{CLK}/39$
13	34,78%	46Δ	$f_{CLK}/46$
27	17,86%	28Δ	$f_{CLK}/28$
23	39,13%	23Δ	$f_{CLK}/23$
14	34,04%	47Δ	$f_{CLK}/47$
29	10,34%	29Δ	$f_{CLK}/29$
26	22,22%	27Δ	$f_{CLK}/27$
21	52,38%	21Δ	$f_{CLK}/21$
10	38,10%	42Δ	$f_{CLK}/42$
20	60,00%	20Δ	$f_{CLK}/20$
8	48,48%	40Δ	$f_{CLK}/40$
16	66,67%	17Δ	$f_{smax} = f_{CLK}/17$
Fréquence moyenne f_s			$f_{CLK}/32$

4.2.1. Circuit de génération d'horloge non uniforme proposé

Le convertisseur analogique numérique auquel nous appliquons PSS_{out} à son entrée $ENCODE$ doit être capable de convertir le signal analogique A_{in} sous plusieurs conditions pour délivrer une sortie D codée sur n bits. Nous définissons tout d'abord les paramètres temporels d'un ADC tels qu'illustrés à la Figure 4.10. Les temps des niveaux haut et bas du signal échantillonneur $ENCODE$ respectivement t_{EH} et t_{EL} doivent satisfaire (E.4.5).

$$DC_i \cdot T_i > t_{EH} \text{ et } (1 - DC_i) \cdot T_i > t_{EL} \quad (\text{E.4.5})$$

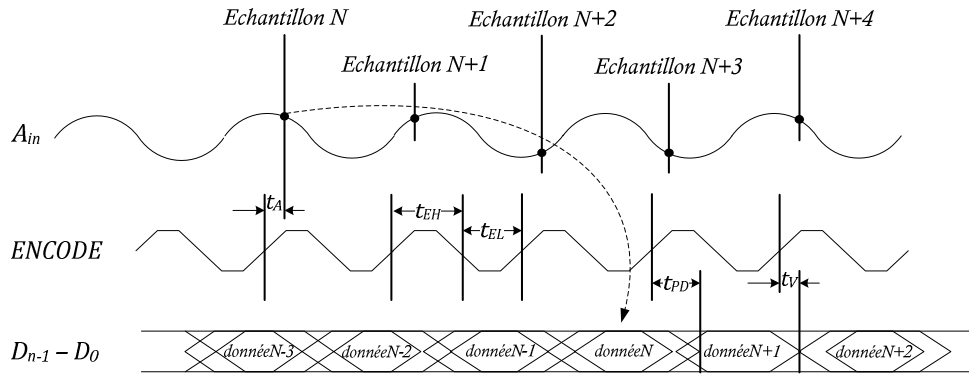


Figure 4. 10. Diagramme d'un ADC.

De plus, le délai t_A entre le front montant d' *ENCODE* et l'instant de prise en compte de l'échantillon, la gigue d'horloge *Jitter*, le délai t_V d'une sortie numérique valide et le délai t_{PD} de la propagation de la sortie doivent être tous inférieurs à la période de l'horloge principale comme le décrit (E.4.6).

$$\max(t_A, \text{Jitter}, t_V, t_{PD}) < \Delta \quad (\text{E.4. 6})$$

Une autre condition sur la fréquence d'échantillonnage minimale est à satisfaire. Il s'agit de la condition (E.4.7) relative au théorème de Shannon.

$$f_{smin} \geq f_{Nyquist} \quad (\text{E.4. 7})$$

Afin d'améliorer les performances du PSS, deux modifications lui ont été attribuées. La première est l'utilisation de la phase Φ_0 pour l'horloge du générateur de nombres aléatoires. Cette solution est nécessaire pour la synchronisation entre les adresses et les entrées du multiplexeur. Le problème de décalage des deux données est produit par les retards engendrés par le compteur de Gray et la fonction combinatoire de génération des q_T phases. La deuxième modification a pour but d'éliminer le retard produit par le multiplexeur lors de la sélection de la phase d'échantillonnage. Ces retards dégradent la sortie du PSS. Des glitches de longueur inférieure à l'espacement minimal requis Δ s'introduisent dans la sortie finale du PSS. En présence de ces erreurs sur le signal de sortie du PSS, l'ADC pourrait échantillonner d'une manière incorrecte le signal d'entrée. La modification proposée est donc d'ajouter une bascule au niveau de la sortie du PSS afin d'éliminer les éventuels glitches. Le schéma synoptique proposé pour cette nouvelle architecture du PSS est donné à la Figure 4. 11.

L'échantillonnage à une fréquence moyenne diminue la consommation de puissance en conséquence directe de la diminution de la fréquence d'échantillonnage. Par contre, il faut maintenant évaluer la consommation de puissance du circuit PSS et vérifier les fréquences moyennes, minimales et maximales qu'il peut délivrer. Pour avoir un bilan de consommation de puissance moins important dans le cas de l'échantillonnage non uniforme par rapport à l'échantillonnage uniforme, il est nécessaire que la consommation du circuit PSS soit inférieure au gain de consommation de puissance en

passant de l'échantillonnage uniforme vers l'échantillonnage non uniforme à une fréquence moyenne f_{CLK}/q_T .

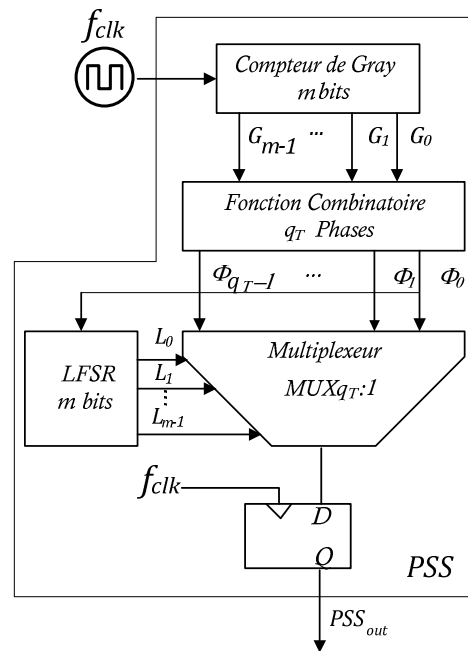


Figure 4. 11. Schéma synoptique du PSS modifié.

4.3. Implémentation et performances du générateur non uniforme

4.3.1. Synthèse et performances sur cible FPGA

Le circuit du PSS est codé et synthétisé en VHDL en utilisant QuartusII d'ALTERA. Trois valeurs de q_T sont considérées lors de l'implémentation VHDL du PSS à savoir 8, 16 et 32. La simulation, validation et analyse de la sortie de chaque configuration du PSS nous permettent de valider nos choix du 3^{ème} chapitre quant à la meilleure valeur expérimentale à prendre pour q_T . Deux familles FPGA sont considérées : la famille Stratix et la famille Cyclone. La synthèse des trois configurations du PSS sur le FPGA EP2C35F672C6 donne les résultats résumés dans le Tableau 4. 2. Nous remarquons que moins de 1% des ressources du FPGA sont utilisées. Un exemple de génération des signaux avec une horloge principale de 200 MHz est donné à la Figure 4. 12.

Tableau 4. 2. Résultats de synthèse du PSS sur le composant EP2C35F672C6.

	Eléments logiques (LEs, Logic Elements)	Bascules
$q_T = 8$	24	7
$q_T = 16$	49	15
$q_T = 32$	97	22

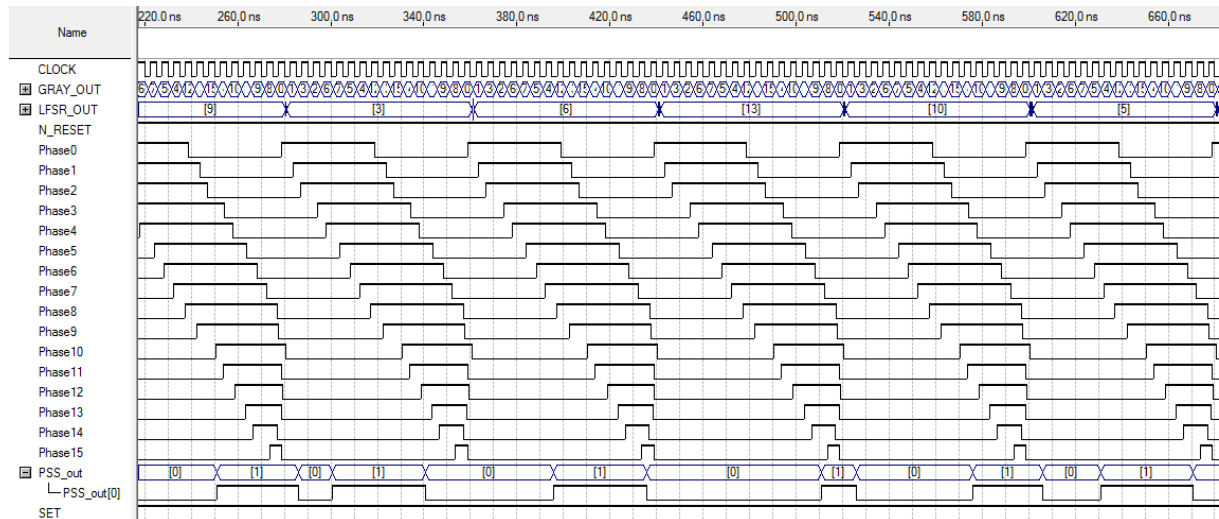


Figure 4. 12. Horloge non uniforme PSS_{out} générée par le PSS à $q_T=16$.

La famille Cyclone des FPGAs d'Altera est orientée pour la faible consommation de puissance alors que la famille Stratix est réputée avoir de meilleures performances. Notre objectif initial est de déterminer les performances en termes de fréquence maximale à l'entrée du PSS. Les résultats des fréquences maximales en fonction de quelques FPGAs pour la configuration q_T égal à 8 sont présentés à Figure 4. 13. Les FPGAs sur lesquels nous avons synthétisé le PSS sont classés dans le Tableau 4. 3.

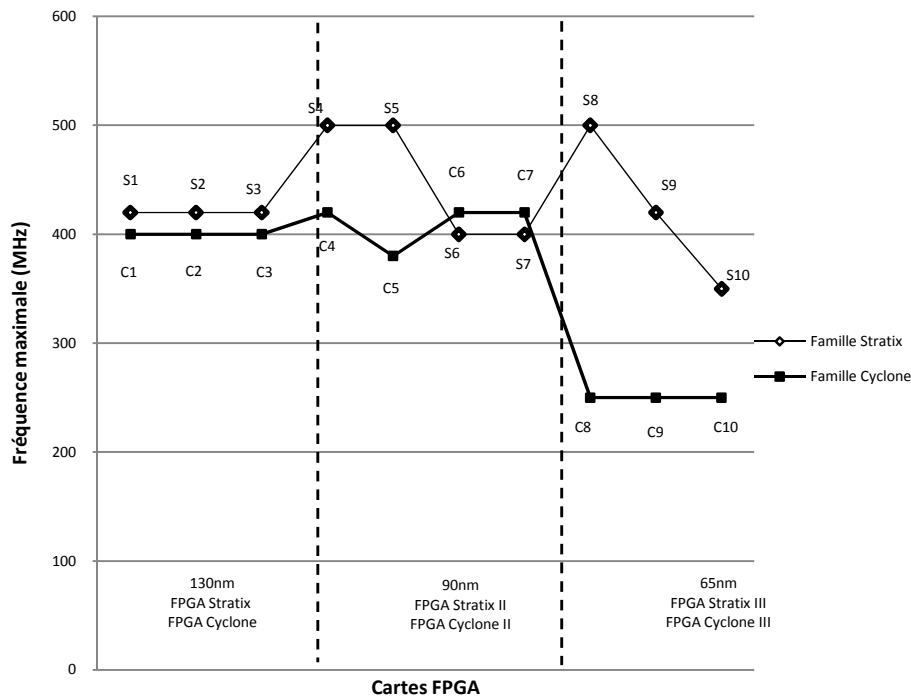


Figure 4. 13. Fréquence maximale des FPGA Stratix et Cyclone d'Altera pour f_{clk} du PSS à $q_T=8$.

Tableau 4. 3. Références des FPGA dans ce manuscrit.

	FPGA Altera	Références
Stratix	EP1S10F484C5	S1
	EP1S10F484C6	S2
	EP1S60F1020C5	S3
	EP2S15F484C3	S4
	EP2S15F484C4	S5
	EP2S15F484C5	S6
	EP2S60F672C5	S7
	EP3SL50F484C2	S8
	EP3SL50F484C3	S9
	EP3SL340H1152I3	S10
Cyclone	EP1C3T100C6	C1
	EP1C6C256C6	C2
	EP1C20C400C6	C3
	EP2C5T144C6	C4
	EP2C15AF256C6	C5
	EP2C35F672C6	C6
	EP2C70F672C6	C7
	EP3C5F256C6	C8
	EP3C5F256C7	C9
	EP3C120F484C7	C10

En outre, nous remarquons que la valeur de la fréquence critique de synthèse ne change pas en modifiant la valeur du nombre des phases à générer, autrement dit en passant à q_T égal à 16 ou 32. En fait, en doublant q_T , le traitement supplémentaire après ajout d'une bascule pour la génération des nombres pseudo-aléatoire et une autre pour la génération des phases, s'effectue en parallèle avec le reste de la logique du circuit. Ainsi, la longueur du chemin critique qui définit la fréquence critique ou maximale de synthèse ne change pas. C'est pour cette raison que nous ne présentons pas d'autres résultats se rapportant à la fréquence maximale des architectures PSS pour q_T égal à 16 ou 32.

Nous faisons de plus d'autres comparaisons entre les consommations de puissance du PSS sur une cible FPGA de la famille Cyclone ou Stratix. La Figure 4. 14 montre que, dans le cas de synthèse sur les FPGAs de la famille Cyclone, la dissipation de puissance dynamique est généralement inférieure ou égale à celle dans le cas de synthèse sur les FPGAs de la famille Stratix. Le gain en puissance est par contre beaucoup plus important pour la consommation de puissance statique. A ce propos, la Figure 4. 15 montre quelques résultats.

Les résultats de fréquences maximales et de puissances dissipées, jusque-là évaluées, sont uniquement pour l'architecture PSS avec une configuration q_T égal à 8. Une comparaison entre les architectures PSS, avec q_T égal à 8, 16 et 32, est donnée à la Figure 4. 16 uniquement pour le FPGA EP2C35F672C6, référencé dans ce manuscrit par C6. Nous remarquons que, pour la même fréquence, soit la fréquence maximale de ce FPGA 420 MHz, soit par exemple la fréquence 265.6 MHz, nous obtenons une augmentation de puissance dynamique de 0.5 mW en doublant le facteur de quantification temporelle q_T . Cependant, pour faire une meilleure comparaison, nous posons une fréquence moyenne à 16.6 MHz et nous déterminons la consommation de

puissance aux fréquences 132.8 MHz, 265.6 MHz et 531.2 MHz respectivement pour q_T égal à 8, 16 et 32. Nous obtenons alors les résultats de consommation présentés à la Figure 4. 16. Pour q_T égal à 8 et 16, nous obtenons les consommations respectives de 4.6 mW et 9.89 mW. Par contre dans le cas q_T égal à 32, la fréquence maximale 420 MHz du FPGA EP2C35F672C6 ne permet pas d'atteindre la fréquence 531.2 MHz.

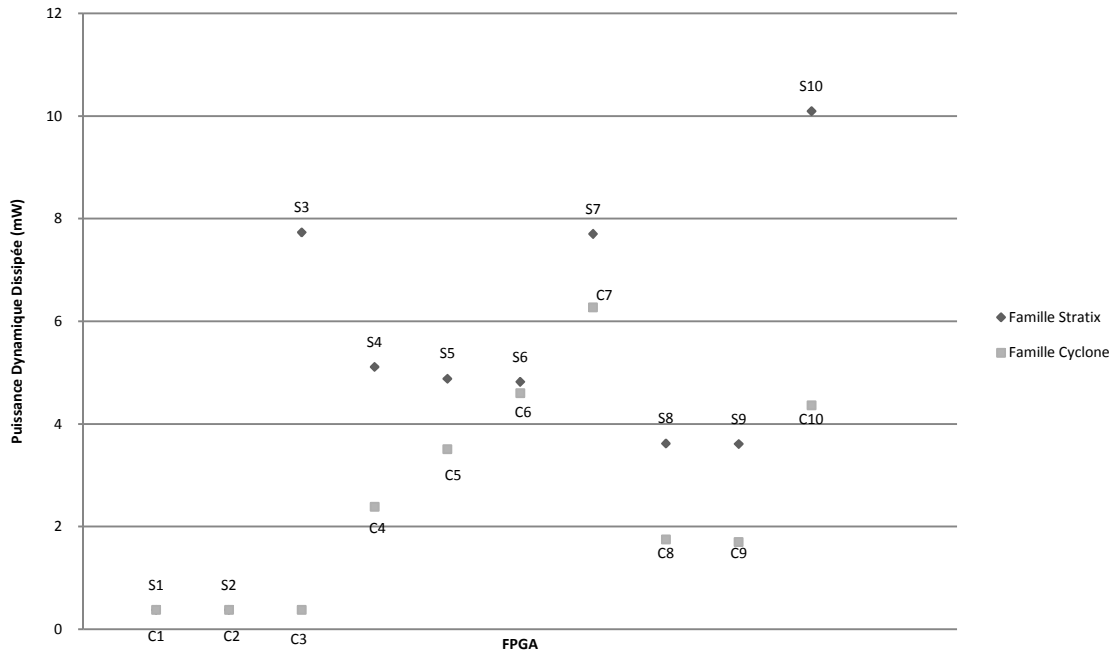


Figure 4. 14. Puissance dynamique dissipée du PSS à $q_T=8$ pour quelques composants FPGA.

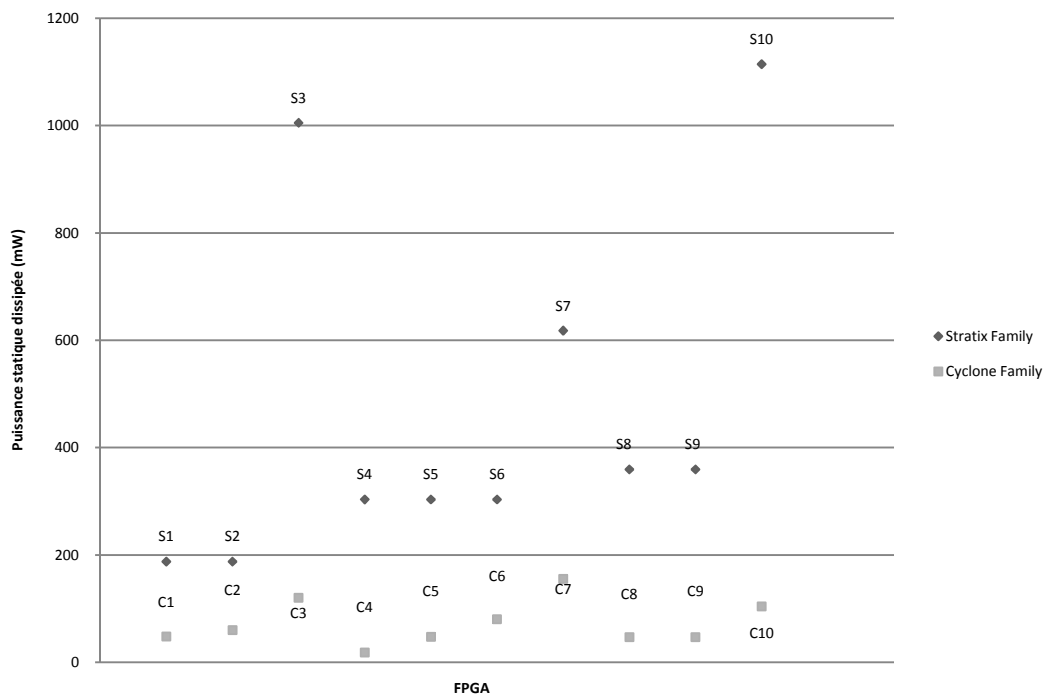


Figure 4. 15. Puissance statique dissipée en fonction du FPGA pour le PSS à $q_T=8$.

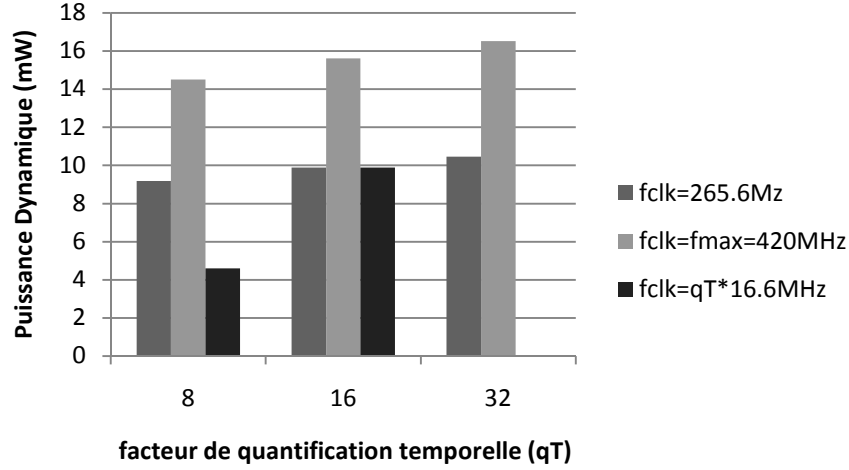


Figure 4. 16. Consommation de puissance dynamique en fonction de q_T pour le composant EP2C35F672C6.

Après avoir fixé la valeur de q_T , la valeur moyenne de la fréquence d'échantillonnage non uniforme que le circuit peut atteindre est déduite. Comme indiqué au préalable, $f_s = f_{CLK}/q_T$, avec f_{CLK} la fréquence de l'horloge principale du circuit PSS. Nous fixons alors f_{CLK} à la fréquence maximale que peut atteindre le FPGA en question. Pour le composant STRATIX II EP2S60C672C5, référencé dans ce manuscrit par S7, il s'agit d'une fréquence maximale de 400 MHz et ainsi une fréquence moyenne d'échantillonnage de 25 MHz pour q_T égal à 16. Pour le composant CYCLONE II EP2C35F672C6, la fréquence maximale est de 420 MHz, et donc la fréquence moyenne d'échantillonnage est de 26.25 MHz pour q_T égal à 16. Ces deux composants FPGA ne permettent pas alors de réaliser nos tests pour valider les résultats de dimensionnement présentés dans le chapitre 3 et qui requièrent une fréquence moyenne d'échantillonnage de 112 MHz pour le GSM, 69.12 MHz pour l'UMTS et 99.6 MHz pour l'IEEE802.11a. L'implémentation sur une cible ASIC est indispensable pour connaître les limites technologiques du PSS.

4.3.2. Implémentation et performances sur cible ASIC

Après implémentation du PSS sur FPGA pour 3 configurations, nous utilisons une technologie digitale CMOS 65 nm et implémentons le circuit proposé PSS à q_T égal à 16 sur CADENCE. La simulation électrique sur CADENCE du circuit PSS, présentée à la Figure 4. 17, permet de montrer les signaux à l'entrée et à la sortie de la bascule représentant le traitement final du PSS, tel que décrit à la Figure 4. 11.

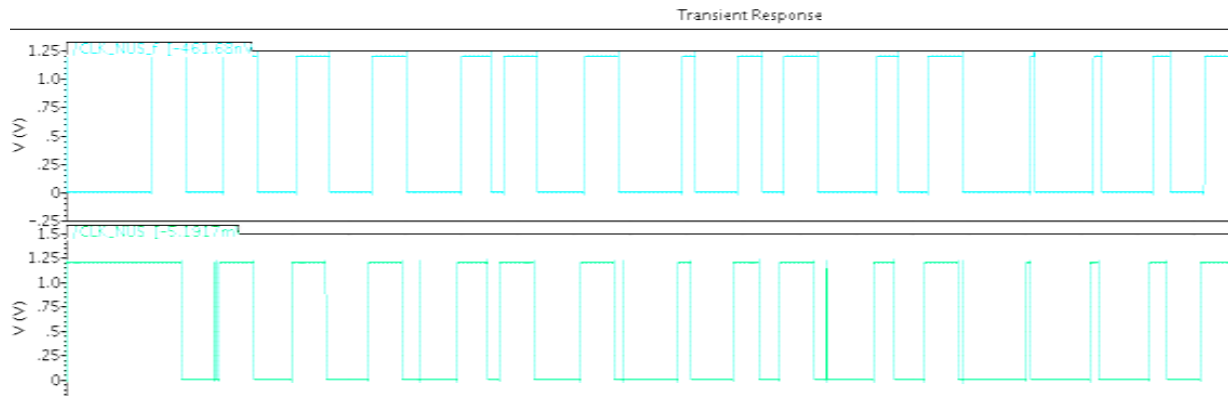


Figure 4. 17. Elimination des glitches par l'ajout d'une bascule en sortie du PSS (en haut) résultat à la sortie de la bascule, (en bas) résultat à l'entrée de la bascule.

La Figure 4. 17 montre bien la différence entre la sortie du PSS avant la bascule (en bas) et la sortie corrigée du PSS par l'ajout d'une bascule (en haut). Nous remarquons bien que les glitches disparaissent après application de la bascule. Cette bascule sert d'une part à éliminer ces glitches et d'autre part à synchroniser l'horloge non uniforme à la sortie du PSS sur l'horloge principale f_{CLK} .

La technologie utilisée a un impact direct sur la fréquence du circuit implémenté (116). En effet, la fréquence de transition diffère d'une technologie à une autre. Le Tableau 4. 4 présente les valeurs de cette fréquence pour quelques technologies. La fréquence de transition augmente de 13% d'une génération de technologie à la suivante (116), (117). Dans la pratique, à partir des fréquences de transition, nous pouvons évaluer qualitativement la fréquence maximale à l'entrée du transistor. Elle est de l'ordre du dixième de la fréquence de transition de la technologie considérée.

Tableau 4. 4. Fréquences de transition pour différentes technologies.

Technologie	180 nm	130 nm	90 nm	65 nm	45 nm
Fréquence de Transition (GHz)	29	70	100	150	200

La fréquence de transition de la technologie CMOS 65 nm étant de 150 GHz, nous testons un circuit simple pour vérifier son fonctionnement jusqu'à 15 GHz. Avec un circuit à uniquement 4 inverseurs en cascade, nous pouvons vérifier le bon fonctionnement en déterminant le temps de transition à la sortie du 3^{ème} inverseur. Les deux premiers inverseurs sont nécessaires pour générer un signal de type CMOS et le quatrième inverseur représente le circuit de charge. Le temps de transition d'un signal carré n'est autre que le temps de montée du signal. Pour le test avec des fréquences allant jusqu'à 8 GHz, l'horloge est prise avec un temps de transition égal au cinquième de la période. Pour le test avec les fréquences 10 GHz et 15 GHz, les temps de transition de l'horloge sont respectivement 1/10 et à 1/13 de la période de l'horloge. Nous montrons alors qu'il est possible d'atteindre une fréquence à l'entrée du circuit à 4 inverseurs égale à 15 GHz. Cette fréquence maximale correspond bien au dixième de la fréquence de transition de

la technologie considérée. La Figure 4.18 présente les résultats des temps de transition en fonction de la fréquence du signal d'horloge, signal d'entrée du circuit à 4 inverseurs.

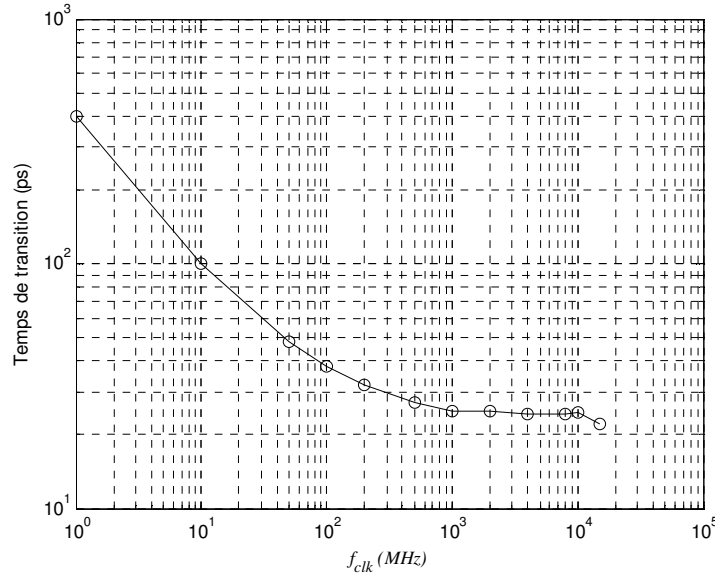


Figure 4. 18. Temps de transition en fonction de la fréquence de l'horloge principale pour le circuit d'inverseurs.

Puis, quelques autres simulations sont faites pour déterminer la limite de l'utilisation du circuit PSS à q_T égal à 16 en évaluant le temps de transition. Il s'avère que la limite maximale de la fréquence d'horloge principale f_{CLK} est de 3.2 GHz. Nous n'atteignons pas la fréquence maximale de 15 GHz car le temps de transition dépend de la capacité de charge de l'horloge principale f_{CLK} , c'est-à-dire la capacité équivalente du circuit PSS. Une fréquence d'horloge principale f_{CLK} de 3.2 GHz permet de générer une horloge non uniforme de fréquence moyenne 200 MHz.

Par ailleurs, le résultat de l'implémentation sur CADENCE, en technologie 65 nm, montre que la surface du PSS à q_T égal à 16 est estimée à $470 (\mu m)^2$. Nous nous intéressons aussi à l'évaluation de la consommation de puissance du circuit PSS. La consommation de puissance dépend étroitement de la fréquence moyenne. La Figure 4.19 donne la courbe représentative de la consommation de puissance en fonction de la fréquence moyenne générée par le PSS. Pour des fréquences d'échantillonnage moyennes allant de 1MHz à 200MHz, nous avons obtenu une relation empirique (E.4.8) linéaire entre la puissance consommée en μW et la fréquence moyenne générée en MHz.

$$P_{cons} (\mu W) = 1.45 f_s (MHz) \quad (E.4.8)$$

Pour une meilleure lecture de la courbe, la Figure 4.19 a été cependant présentée en une échelle logarithmique.

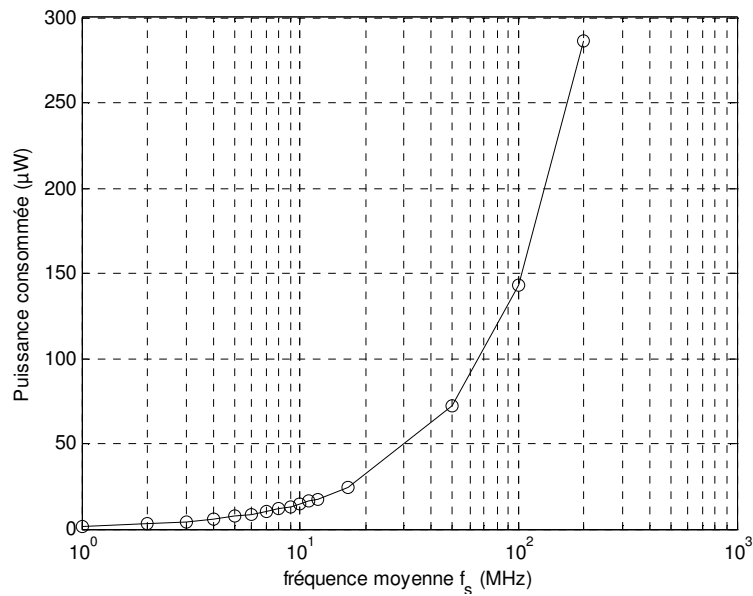


Figure 4. 19. Puissance consommée du circuit PSS en technologie 65 nm en fonction de la fréquence moyenne d'échantillonnage.

Ainsi, la fréquence moyenne de l'horloge non uniforme générée par le PSS est 200 MHz au maximum pour une quantification temporelle q_T égal à 16, valeur qui satisfait largement le dimensionnement effectué dans la section 3.1. L'architecture hybride homodyne/low-IF proposée pour le récepteur multistandard à conversion de données basée sur l'échantillonnage non uniforme utilise un ADC de résolution 16 bits opérant à des fréquences moyennes f_s égale à 112 MHz pour le GSM, 69.12 MHz pour l'UMTS et 99.6 MHz pour l'IEEE802.11a. De plus, étant donné son caractère numérique, le circuit PSS, tel que proposé à la Figure 4. 11, n'occupe que $470 (\mu m)^2$ et ne consomme qu'une puissance de 1.5 μW à 286 μW pour des fréquences moyennes générées entre 1 MHz et 200 MHz. Le PSS consomme 162.4 μW pour le GSM, 100.224 μW pour l'UMTS et 144.43 μW pour l'IEEE802.11a. Dans le Tableau 4. 5, nos résultats sont confrontés aux résultats des travaux présentés à la section 4.2. Il s'avère que le circuit PSS proposé présente de meilleures performances du point de vue surface, consommation et fréquence maximale.

Tableau 4. 5. Comparaison des résultats des générateurs existants avec le circuit proposé PSS de configuration q_T égal à 16.

Références	f_s (MHz)	Surface	Puissance dissipée	Technologie
(8)	53.546	185mm x 162 mm	8.25 W	PCB (Printed Circuit Board)
(64)	N.C.	3264 $(\mu m)^2$	N.C.	Objectif 130nm IBM Cu-11
(113)	N.C.	3350 $(\mu m)^2$	N.C.	Objectif 130nm IBM Cu-11
(110)	43.7	N.C.	2.7 mW	Résultats obtenus par simulation sur Spice AMS SiGe 0.35 μm BiCMOS
Ce travail	1 to 200	470 $(\mu m)^2$	1.45 μW à 1MHz jusqu'à 290.4 μW à 200 MHz	Objectif 65 nm digital CMOS

4.3.3. Caractéristiques post-layout de la séquence non uniforme

Après l'implémentation du générateur PSS sur FPGA, nous récupérons la séquence générée par le PSS pour l'appliquer au modèle Matlab/Simulink présenté dans le chapitre 3. La Figure 4. 20 représente la séquence du PSS et un signal sinusoïdal échantillonné selon cette séquence en utilisant l'échantillonneur bloqueur du modèle.

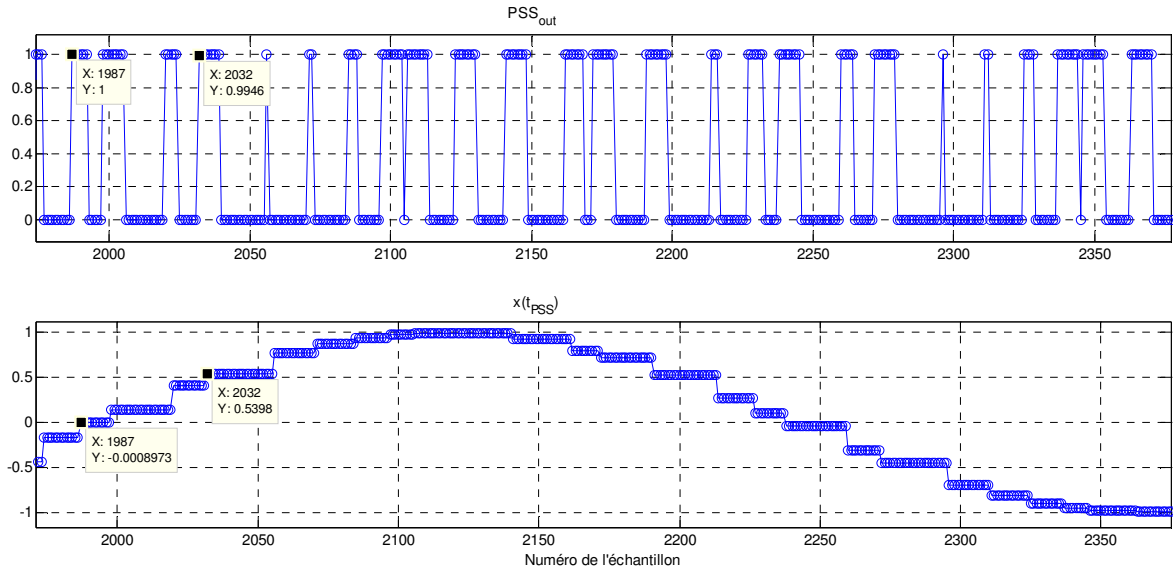


Figure 4. 20. Séquence générée par le PSS et son application au modèle Matlab/Simulink.

L'analyse de la qualité de sortie du signal d'horloge non uniforme se fait par l'estimation de la valeur du paramètre statistique σ/T_s . La valeur théorique dans le cas d'un échantillonnage aléatoire selon le mode JRS à distribution uniforme est de 0.2887. Les résultats du calcul donné par l'équation (E.4. 2) et ceux de l'implémentation et de la simulation sur cible FPGA EP2S60F672C5 sont donnés dans le Tableau 4. 6. Nous remarquons que les valeurs sont très proches et nous pouvons déjà valider notre architecture du point de vue génération pseudo-aléatoire.

Tableau 4. 6. Résultats de mesure du paramètre σ/T_s après synthèse du PSS sur EP2S60F672C5.

	Calcul	Simulation
$q_T = 8$	0.25	0.2503
$q_T = 16$	0.27	0.2703
$q_T = 32$	0.2795	0.2796

Une fois que les signaux post-layout du PSS sont générés et validés, nous effectuons l'analyse spectrale avant et après reconstruction pour valider notre système. Pour un signal sinusoïdal en entrée, la Figure 4. 21 présente une comparaison entre le spectre dans le cas de l'échantillonnage uniforme et deux spectres avec la méthode du *zero-padding* dans le cas de l'échantillonnage non uniforme pour des fréquences allant jusqu'à $f_s/2 = f_{clk}/(2q_T)$. La fréquence de l'horloge principale f_{clk} utilisée est de 50 MHz. Le signal échantillonné est quantifié sur 10 bits pour que nous puissions

confronter les résultats à ceux de l'ADC que nous avons utilisé dans la plate-forme de test. Nous remarquons, dans le cas d'un échantillonnage non uniforme en utilisant une séquence générée sur Matlab selon le mode ARS, que les raies normalement présentes à des fréquences autour des fréquences multiples de la fréquence moyenne $f_s = 3.125 \text{ MHz}$ sont étalées grâce au caractère aléatoire et représentent alors un plancher de bruit. Le calcul des niveaux de bruit donne des valeurs similaires. Dans le cas où nous utilisons la séquence d'échantillonnage générée par le PSS après l'étape de synthèse sur FPGA, nous obtenons un spectre intermédiaire entre celui de l'échantillonnage avec la séquence ARS et celui de l'échantillonnage uniforme à la fréquence 3.125 MHz .

Les résultats de reconstruction, présentés à la Figure 4. 22, montrent que nous avons une conformité entre les résultats de l'échantillonnage uniforme et de l'échantillonnage non uniforme par la séquence PSS après synthèse sur FPGA.

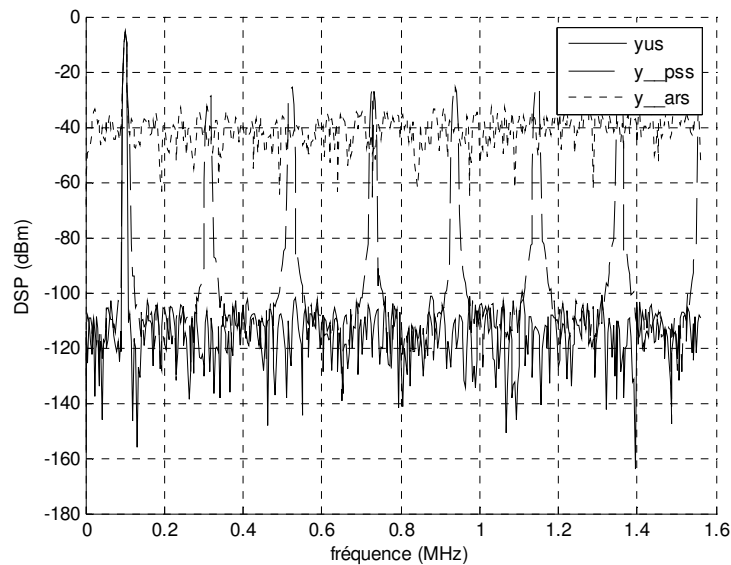


Figure 4. 21. Spectres d'une sinusoïde échantillonnée uniformément (yus), non uniformément par la séquence PSS générée sur QuartusII (y_pss) et par la séquence ARS générée par Matlab (y_ars).

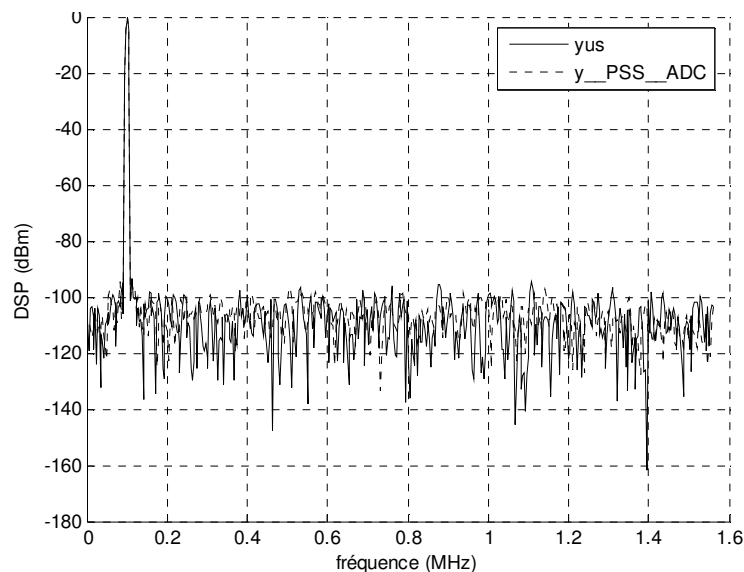


Figure 4. 22. Reconstruction du signal après échantillonnages uniforme et non uniforme avec PSS implémenté sur FPGA.

signal PSS en binaire, le signal ADC en binaire et les temps d'acquisition en enregistrant les données affichées par le mode LISTING.

Pour ces deux méthodes, dans le cas de l'échantillonnage non uniforme, nous avons utilisé l'horloge principale comme signal de synchronisation pour pouvoir récupérer des échantillons toutes les périodes Δ défini par l'équation (E 2.14). Dans ce cas, l'échantillon est répété un nombre de fois égal à celui de périodes Δ entre deux fronts successifs de l'horloge non uniforme. Ainsi, les instants d'échantillonnage non uniforme et les échantillons correspondants vont à la même cadence. A chaque front montant du signal PSS_{out} , la valeur de l'échantillon change.

Avec ces deux méthodes d'acquisition, nous avons besoin d'une reconstruction soit celle sur Matlab soit celle implémentée sur DSP. Le traitement s'effectue selon les étapes suivantes. Nous commençons par le calcul des temps d'échantillonnage à partir du signal PSS binaire. Puis il s'agit de convertir le signal à la sortie de l'ADC en un signal décimal, de vérifier l'existence de glitches et d'effectuer une reconstruction par interpolation spline cubique de Matlab ou par interpolation spline cubique en temps réel présentées dans le chapitre 3.

4.4.2. Plate-forme de validation expérimentale

Le schéma synoptique de la plate-forme de test mise en œuvre est illustré par la Figure 4. 24. La plate-forme de test est composée d'un composant FPGA sur lequel est synthétisé le code VHDL du générateur PSS et la méthode d'acquisition par FIFO, d'un convertisseur analogique numérique ADC contrôlé par le signal en sortie du PSS, d'un générateur de signaux arbitraires pour l'entrée sinusoïdale du convertisseur, d'un l'analyseur logique ainsi que d'un PC pour l'acquisition par FIFO mais aussi pour le traitement des données. Dans le cas où nous n'utilisons pas le quartz et la PLL du FPGA, nous aurons besoin d'un deuxième générateur de signaux d'horloge pour l'horloge principale de fréquence f_{clk} à l'entrée du PSS.

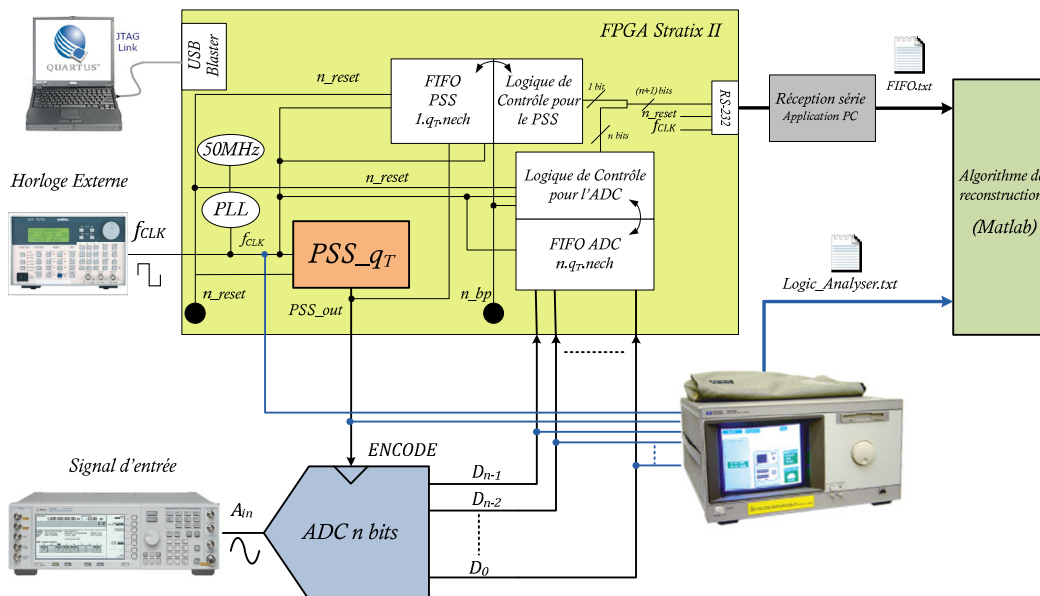


Figure 4. 24. Schéma synoptique de la plate-forme de test.

Outre l'acquisition et le traitement des données, l'objectif de la validation est la mesure de la variation de la consommation de puissance entre le cas de l'échantillonnage non uniforme et celui de l'échantillonnage uniforme. D'après le Tableau 4.7, ces résultats de consommation correspondent aux prévisions théoriques. En effet, dans le cas du sur-échantillonnage, la puissance augmente linéairement avec le facteur de sur-échantillonnage. Dans notre cas, l'échantillonnage non uniforme avec un facteur q_T correspond à un sur-échantillonnage implicite et nous obtenons alors une diminution de consommation comme dans le cas de l'échantillonnage uniforme à la fréquence moyenne de l'échantillonnage non uniforme (120).

Tableau 4. 7. Consommation de puissance de l'ADC pour l'échantillonnage uniforme à 50 MHz et pour l'échantillonnage non uniforme à 3.125 MHz.

	Echantillonnage uniforme	Echantillonnage non uniforme
Fréquence d'échantillonnage (MHz)	$f_{clk} = 50$	$f_s = \frac{f_{clk}}{q_T} = 3.125$
Courant d'alimentation (mA)	56.25	115.2
Consommation de puissance de l'ADC (mW)	185.625	113.355
Diminution de la consommation par rapport au cas du sur-échantillonnage	-	38.93%

4.4.3. Résultats et discussion

Les résultats de l'analyse spectrale de la plateforme expérimentale devraient être exactement pareils que dans le cas de la simulation. Cependant en comparant les Figure 4. 21 et Figure 4. 25 ainsi que les Figure 4. 22 et Figure 4. 26, nous remarquons que nous avons un problème au niveau des échantillons récupérés de l'ADC. Cet ADC est un ADC type pipeline AD9214 de chez Analog Devices, de résolution 10 bits et de fréquence d'échantillonnage 105 MHz. Avec la méthode du *zero-padding*, nous pouvons remarquer, de la comparaison entre le spectre, Figure 4. 21, d'une sinusoïde échantillonnée non uniformément par la séquence PSS générée sur QuartusII (y_{pss}) et le spectre, Figure 4. 25, de la sortie de l'ADC avec échantillonnage non uniforme par le PSS (y_{PSS_ADC}), que nous sommes en présence de plus de raies parasites dans le cas de l'application de la séquence à l'AD9214.

Après application de la reconstruction par spline cubique, nous affirmons notre précédente comparaison par la comparaison du spectre, Figure 4. 22, d'une sinusoïde échantillonnée non uniformément par la séquence PSS générée sur QuartusII et reconstruite (y_{pss}) avec le spectre, Figure 4. 26, de la sortie de l'ADC avec échantillonnage non uniforme par le PSS et reconstruite (y_{PSS_ADC}). Il s'avère que les résultats sont caractérisés par de mauvaises performances tant en termes de rapport signal à bruit qu'en termes de dynamique. Le problème qui provient de l'utilisation de l'architecture du AD9214 est, en fait, une fausse application du signal à la sortie du PSS aux étages du convertisseur pipeline. La Figure 4. 27 illustre le fonctionnement général

du convertisseur AD9214 tel que présenté dans la fiche technique d'Analog Devices. Un étage *timing* effectue réellement une correction du rapport cyclique et essaie d'uniformiser l'horloge à l'entrée avant son application au convertisseur. Le signal ENCODE, qui correspond dans notre cas au signal PSS_{out} est donc modifié et le résultat à la sortie du convertisseur devient erroné par rapport aux instants d'échantillonnage initialement appliqués.

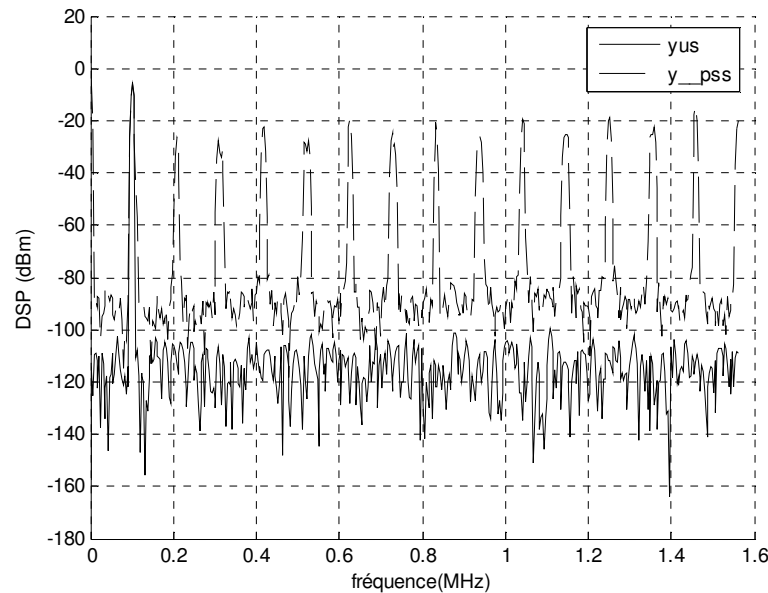


Figure 4. 25. Spectre de la sortie de l'ADC échantillonnée uniformément (yus) et non uniformément par le PSS (y_PSS_ADC).

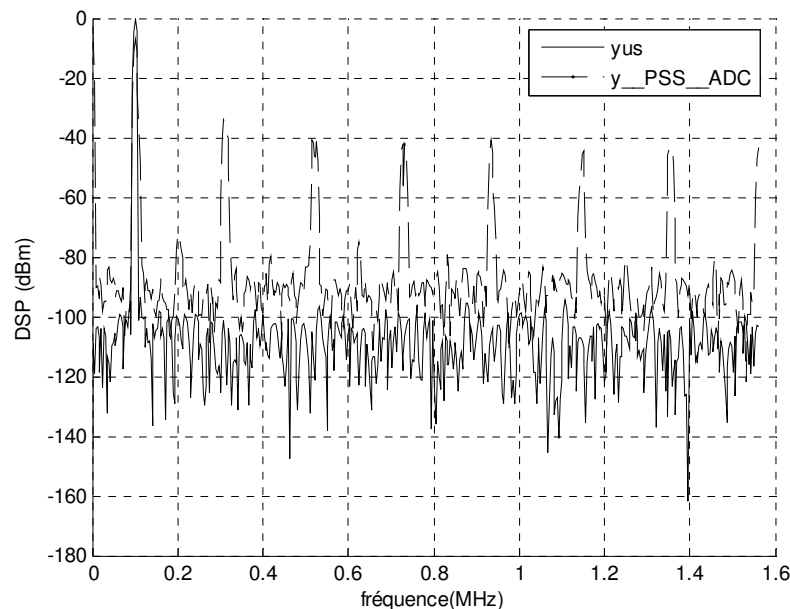


Figure 4. 26. Reconstruction de la sortie de l'ADC après échantillonnage uniforme et non uniforme.

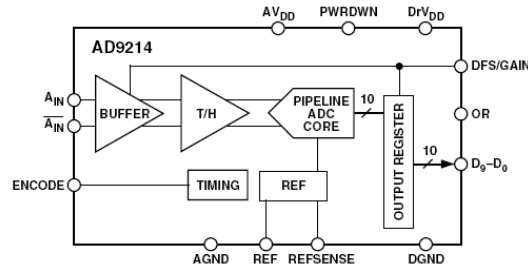


Figure 4. 27. Schéma bloc fonctionnel du AD9214.

Nous proposons alors de refaire tous les tests en utilisant un ADC type full-flash qui ne fait généralement intervenir aucune correction sur les délais et ne rajoute aucun délai de correction ou de décalage des résultats numériques.

4.5. Conclusion

Les travaux de ce chapitre ont concerné le volet implantation matérielle et validation expérimentale des résultats des contributions développées tout au long de ce travail de thèse.

Pour bien positionner notre contribution de recherche à ce niveau, nous avons commencé dans ce dernier chapitre par une analyse des travaux antérieurs relatifs aux circuits de génération d'horloge aléatoire. Dans le cadre de cette étude, nous avons analysé les oscillateurs non uniformes en anneau, ceux avec ajout de retard ainsi que les oscillateurs chaotiques. Notre étude a permis de dégager la non adéquation de ces types d'oscillateurs à la numérisation des signaux radio vu la limitation, soit en termes de précision, soit en termes d'intégrabilité à cause de la nécessité de circuits discrets, soit en termes d'ajout d'un convertisseur temps-numérique (TDC, Time-to-Digital Converter) à très haute précision pour améliorer les performances après la reconstruction du signal.

Pour obtenir les performances requises tout en s'affranchissant des contraintes des oscillateurs proposés dans la littérature, nous avons proposé dans ce travail de recherche une nouvelle architecture de générateur non uniforme qui repose directement sur la considération d'instantanés d'échantillonnage quantifiés au préalable selon le mode TQ-JPRS. La discrétisation de l'axe du temps nécessité par ce schéma d'oscillateur a été concrétisée par la génération de signaux d'horloge selon des fronts espacés d'un multiple d'un pas Δ dont l'expression de calcul a été établie analytiquement. Ainsi, des phases d'échantillonnage, notées $\{\Phi_0, \Phi_1, \dots, \Phi_{q_T-1}\}$, ont été considérées au lieu des instantanés d'échantillonnage uniforme conventionnel selon une unique phase Φ_0 qui représente l'horloge d'échantillonnage uniforme à la fréquence moyenne.

La sélection d'une phase parmi l'ensemble s'effectue grâce à un générateur de nombres pseudo-aléatoires implanté par un registre à décalage à rétroaction linéaire (LFSR, Linear Feedback Shift Register). Les signaux sont construits en se basant sur un

compteur de Gray pour éviter les parasites lors de la génération des phases qui a été réalisée sans chevauchement.

En considérant cette démarche de conception nous avons défini une nouvelle topologie du circuit PSS : Pseudorandom Signal Sampler. L'établissement de conditions analytiques sur les paramètres temporels a permis un dimensionnement correct du PSS pour adapter sa sortie aux caractéristiques du convertisseur analogique numérique.

Le circuit conçu du PSS a été implanté d'abord sur cible FPGA puis sur cible ASIC. Les résultats d'implantation sur FPGA en considérant, par exemple, une fréquence moyenne à 16.6 MHz ont montré une consommation de puissance de 4.6 mW et 9.89 mW respectivement aux fréquences 132.8 MHz, 265.6 MHz pour q_T égal à 8 et 16. Par contre dans le cas q_T égal à 32, il a été observé que la fréquence maximale 420 MHz du FPGA EP2C35F672C6 ne permet pas d'atteindre la fréquence 531.2 MHz. C'est pour cette raison que l'implantation sur cible ASIC a été envisagée.

Le circuit PSS sur cible ASIC génère une fréquence moyenne de l'horloge non uniforme égale à 200 MHz au maximum pour une quantification temporelle q_T égale à 16, valeur qui satisfait largement le dimensionnement du récepteur SDR multistandard. Ce circuit PSS implanté en technologie CMOS 65 nm n'occupe que $470 (\mu\text{m})^2$ et ne consomme qu'une puissance de 1.5 μW à 286 μW pour des fréquences moyennes générées entre 1 MHz et 200 MHz. Ces résultats obtenus particulièrement en termes de surface et de fréquence moyenne maximale montrent de meilleures performances pour le PSS proposé par rapport aux circuits de la littérature.

La validation expérimentale de l'étage de numérisation proposé a nécessité la mise en œuvre d'une plate-forme de test composée d'un composant FPGA sur lequel est synthétisé le code VHDL du générateur PSS et de la méthode d'acquisition par FIFO, d'un convertisseur analogique numérique ADC contrôlé par le signal en sortie du PSS, d'un générateur de signaux arbitraires pour l'entrée sinusoïdale du convertisseur, d'un analyseur logique ainsi que d'un PC pour l'acquisition par FIFO mais aussi pour le traitement de données. Les résultats des tests expérimentaux en termes de consommation du circuit correspondent bien aux résultats théoriques. En effet, dans le cas du sur-échantillonnage, la puissance augmente linéairement avec le facteur de sur-échantillonnage. Une diminution de la consommation de puissance est mesurée en passant de l'échantillonnage uniforme à l'échantillonnage non uniforme à la même fréquence d'échantillonnage. Cependant, les résultats expérimentaux ont montré jusque là qu'il n'est pas convenable d'utiliser un ADC type pipeline du marché car il y aurait certainement un bloc de correction de l'horloge ce qui fausserait nos résultats. De nouveaux résultats expérimentaux sont en cours d'extraction avec un ADC type full-flash.

Conclusion générale

Le travail de recherche conduit dans le cadre de cette thèse de Doctorat en co-tutelle entre l'Ecole Supérieure des Communications de Tunis (SUP'COM) et l'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications de Paris (TELECOM ParisTech), s'inscrit dans le cadre des travaux de recherche portant sur les nouvelles architectures de réception radio logicielle multistandard. A la quête de nouvelles idées non encore explorées par la communauté scientifique, nous avons proposé dans notre travail d'appliquer l'échantillonnage non uniforme (NUS) à la numérisation des signaux radio multistandard.

L'étude de faisabilité de cette approche originale, dans le cadre de cette thèse, a nécessité d'aborder des aspects théoriques, de dimensionnement niveau système, de conception de circuits, de simulation, d'implantation matériel et de tests expérimentaux.

Du point de vue théorique, les travaux de recherche menés ont concerné dans un premier temps l'approfondissement puis l'apport de nouveaux compléments analytiques à la théorie de l'échantillonnage non uniforme en considérant le contexte des signaux radio multistandard. L'objectif de cette étude était de définir les conditions et les propriétés statistiques nécessaires pour étendre, pour la première fois, aux applications du traitement des signaux radio l'avantage d'anti-repliement spectral de la technique NUS.

Du point de vue pratique, nous avons cherché à proposer une conception originale de l'étage de numérisation d'un récepteur SDR multistandard en adoptant une architecture hybride homodyne/low-IF. L'objectif à ce niveau était d'apporter une nette amélioration des performances d'un tel récepteur radio par rapport aux travaux antérieurs qui n'ont pas réussi à intégrer dans le même récepteur les traitements des standards qui couvrent les différentes possibilités de fréquences porteuses de 900 MHz à 5 GHz et de canaux de largeur de bande entre 200 kHz et 20 MHz.

Dans le but d'apporter une contribution scientifique à ce type de problématique dans le domaine de la réception multistandard, nous nous sommes particulièrement attachés à analyser tous les aspects pour l'établissement et la mise en œuvre de l'application originale de la technique d'échantillonnage non uniforme à la conversion de données. A travers une étude bibliographique, nous avons d'abord dégagé que les modes d'échantillonnage aléatoire, JRS et ARS avec les distributions uniforme et gaussienne et une quantification du temps (TQ-RS) sont les plus adaptés aux objectifs de numérisation des signaux radio multistandard. Nous avons par la suite validé le fondement mathématique de l'échantillonnage non uniforme à travers l'établissement d'une démonstration plus générale de la condition de stationnarité de Bilinskis et Mikelsons. Les formulations analytiques relatives à cette condition de stationnarité s'appuient sur

le paramètre de caractérisation de la séquence aléatoire qui est le paramètre statistique σ/T_s , où σ est l'écart type de la distribution choisie et T_s est la période moyenne d'échantillonnage. Nous avons aussi formulé la densité spectrale d'énergie dans le cas d'échantillonnage non uniforme d'un signal déterministe. La densité spectrale de puissance d'un signal aléatoire échantillonné aléatoirement du signal aléatoire est déjà connue dans la littérature. Nous nous sommes aussi intéressés aux atténuations dues à l'échantillonnage non uniforme ainsi qu'à l'analyse spectrale d'un signal échantillonné non uniformément. Nous avons établi une estimation basée sur la méthode du *zero-padding* et la quantification temporelle des instants d'échantillonnage. Cette estimation a été utilisée pour valider la suppression des répliques de repliement dans un spectre, pour déterminer le profil spectral d'atténuation de l'échantillonnage non uniforme et pour valider les expressions démontrées par Bilinskis et Mikelsons.

Les résultats de dimensionnement du récepteur SDR multistandard, pour les normes GSM, UMTS et IEEE 802.11a, et plus particulièrement les circuits de l'étage de numérisation du signal ont permis de montrer que dans le cas d'une numérisation par échantillonnage non uniforme, à une fréquence moyenne d'échantillonnage inférieure à celle dans le cas d'échantillonnage uniforme, l'ADC nécessite un filtre anti-repliement d'ordre identique à celui du filtre anti-repliement dans le cas d'échantillonnage uniforme. La complexité de l'étage de numérisation peut être simplifiée grâce à la suppression du contrôle automatique du gain qui était indispensable dans le cas d'un échantillonnage uniforme. De même l'utilisation d'une fréquence d'échantillonnage moyenne inférieure a permis de réduire les contraintes d'échantillonnage sur le convertisseur analogique numérique et par conséquent sa consommation de puissance dynamique.

L'étude des méthodes de reconstruction a fait l'objet d'une autre contribution de recherche. Nous avons présenté et étudié la complexité et les performances de la reconstruction matricielle par la méthode SVD et par de différentes méthodes de reconstruction par interpolation. Le résultat de cette étude a orienté notre choix vers les techniques de reconstructions par interpolation. L'exploration des performances des techniques d'interpolation du plus proche voisin, linéaire, Hermite cubique PCHIP et spline cubique a montré que les meilleures performances de reconstruction en termes de SNR sont obtenues pour l'interpolation spline cubique qui s'implémente avec un algorithme temps réel impérativement nécessaire pour les communications radio. Avec une quantification du signal sur 12 bits et un facteur de quantification temporelle $q_T = 8$, le rapport signal à bruit est entre 69 dB et 74 dB pour différentes valeurs de σ/T_s pour une séquence ARS. Ce résultat a permis de vérifier le respect des dynamiques du récepteur requises par les normes GSM, UMTS et IEEE802.11a en utilisant un ADC contrôlé par un échantillonnage non uniforme.

Dans le but de confirmer les résultats analytiques et simulés obtenus dans le premier volet de notre travail de recherche, nous avons complété nos travaux par des implantations matérielles et des tests expérimentaux. Dans ce cadre, nous avons cherché d'abord à définir une réalisation matérielle du circuit de génération d'horloge aléatoire.

Etant donné les limitations des différents générateurs non uniformes proposés dans la bibliographie, nous avons conçu une nouvelle architecture de générateur non uniforme qui repose directement sur la considération d'instants d'échantillonnage quantifiés au préalable selon le mode TQ-JPRS. La topologie proposée du circuit PSS (Pseudorandom Signal Sampler) comporte un compteur de Gray délivrant un code réfléchi sur m bits, une fonction combinatoire pour la génération de phases, un LFSR et un multiplexeur et enfin une bascule au niveau de la sortie du PSS pour éliminer les éventuels glitches. L'établissement de conditions analytiques sur les paramètres temporels a permis un dimensionnement correct du PSS pour adapter sa sortie aux caractéristiques du convertisseur analogique numérique. Ce PSS a été synthétisé sur une cible FPGA et la fréquence moyenne d'échantillonnage maximale est de l'ordre de 31.25 MHz et de 15.625 MHz pour un facteur de quantification temporelle respectivement égal à 16 et 32. Son implantation sur cible ASIC a permis de générer une fréquence moyenne de l'horloge non uniforme égale à 200 MHz au maximum pour une quantification temporelle q_T égale à 16, valeur qui satisfait largement le dimensionnement du récepteur SDR multistandard. Ce circuit PSS implanté en technologie CMOS 65 nm n'occupe que $470 (\mu\text{m})^2$ et ne consomme qu'une puissance de 1.5 μW à 286 μW pour des fréquences moyennes générées entre 1 MHz et 200 MHz. Ces résultats obtenus en termes de surface et de fréquence moyenne d'échantillonnage maximale montrent de meilleures performances pour le PSS proposé comparé aux circuits de la littérature.

La dernière contribution est la réalisation du banc de test pour valider notre proposition d'application de l'échantillonnage non uniforme à la conversion de données. Le but était de vérifier le bon fonctionnement d'un ADC avec un générateur non uniforme et de mesurer la consommation de puissance. En fait, nous avons effectué les résultats expérimentaux avec un ADC type pipeline. Il s'avère que les circuits ADCs de type pipeline disponibles sur le marché ne sont pas adaptés à une horloge variable. Cependant, les résultats avec un convertisseur full-flash devraient être nettement mieux. Quant à la consommation de puissance, elle diminue quand le facteur de quantification temporelle augmente.

A l'issue des résultats encourageants obtenus tout au long de ce travail de recherche, nous proposons de continuer ces travaux par la conception et la réalisation d'un ADC de type pipeline à logique asynchrone. Puis, nous tenons à valoriser les résultats obtenus au cours de cette thèse par une intégration de l'étage de numérisation, composé du AAF, PSS et ADC, en technologie CMOS 65 nm et vérification des performances en termes de SNR et de consommation de puissance.

Par ailleurs, les études menées et résultats présentés, dans le cadre de cette thèse, ont permis de mettre en évidence à la fois au niveau analytique et au niveau pratique l'apport de l'application de l'échantillonnage non uniforme à la numérisation des signaux radio multistandard dans le cas d'une architecture hybride homodyne/low-IF. Nous proposons de rajouter une nouveauté à notre étude système qui consiste en l'introduction du filtrage non uniforme et du traitement non uniforme en DSP. En outre, à partir des résultats de la partie théorique, nous pouvons aussi conclure que

l'échantillonnage non uniforme peut être appliqué aux récepteurs multistandard soit pour la conversion de données, soit pour la conversion de fréquence. Cependant, vu les nouvelles tendances de remplacer les mélangeurs analogiques par la translation de fréquences par sous-échantillonnage RF, nous avons proposé dans d'autres travaux, ne faisant pas partie de l'objectif de cette thèse, l'étude des avantages d'une combinaison entre la technique d'échantillonnage non uniforme et la technique de sous-échantillonnage RF, ou communément connu par échantillonnage passe-bande (121), (122).

Annexe A : Etat de l'art des ADCs du commerce

Institution	Part	Resolution	f_{smp} (MHz)	Architecture	P (mW) @ f_{smp}	FPBW (MHz)
Analog Devices	AD9066	6	60	Flash	400	100
Maxim	MAX1011	6	90	flash	215	55
Maxim	MAX1003	6	90	flash	350	50
Maxim	MAX107	6	400	flash	2600	400
Maxim	MAX105	6	800	flash	2600	400
Analog Devices	AD7829-1	8	2	Half-flash	24	-
National Semiconductor	ADC1173	8	15	pipeline	33	270
Analog Devices	AD775	8	20	Subranging flash	60	-
National Semiconductor	ADC1175	8	20	pipeline	60	120
National Semiconductor	ADC08100	8	20	pipeline	147	200
Texas Instrument	TLC5510	8	20	Semi-flash	127.5	14
Texas Instrument	TLC5510A	8	20	Semi-flash	150	14
Analog Devices	AD9281	8	28	pipeline	225	240
Texas Instrument	TLC5540	8	40	Semi-flash	85	75
National Semiconductor	ADC08351	8	42	pipeline	40	120
National Semiconductor	ADC1175-50	8	50	pipeline	125	120
Analog Devices	AD9059	8	60	MagAmp	400	120
National Semiconductor	ADC08L060	8	10/60	pipeline	53	500
Analog Devices	AD9057	8	40/60/80	MagAmp	200	120
Analog Devices	AD9283	8	50/80/100	pipeline	90	475
Analog Devices	AD9288	8	40/80/100	pipeline	90	475
Analog Devices	AD9054A	8	200	MagAmp	500	350
National Semiconductor	ADC08B200	8	200	pipeline	306	500
National Semiconductor	ADC08200	8	20/200	pipeline	210	500
Maxim	MAX1121	8	250	pipeline	477	600
ComLinear	ASD0321	8	250	interpolation	310	220
ComLinear	ASD0322	8	250	interpolation	425	350
Maxim	MAX106	8	600	flash	5250	2200

Institution	Part	Resolution	f_{samp} (MHz)	Architecture	P (mW) @ f_{samp}	FPBW (MHz)
ComLinear	ASD0355	8	750	flash	5500	900
ComLinear	ASD0360	8	1000	flash	5500	900
Maxim	MAX104	8	1000	flash	5250	2200
Maxim	MAX108	8	1500	flash	5250	2200
Maxim	MAX109	8	2200	flash	6500	2800
Analog Devices	AD7933/7934	10/12	1.5	SAR	6	50
Analog Devices	AD7273/7274	10/12	3	SAR	11,4	55
STMicroelectronics	TSA1005	10	20/40	pipeline	218.6	1000
Texas Instrument	ADS823/ADS826	10	60	pipeline	265	300
Analog Devices	AD9212	10	40/65	pipeline	100	325
Analog Devices	AD9212	10	40/65	pipeline	100	325
Maxim	MAX1182	10	65	pipeline	240	400
Analog Devices	AD9214	10	65/80/105	pipeline	285	300
Analog Devices	AD9218	10	40/65/80/105	pipeline	275	300
Maxim	MAX1122	10	170	pipeline	460	600
Maxim	MAX1123	10	210	pipeline	400	600
Maxim	MAX1124	10	250	pipeline	477	600
Maxim	MAX1422	12	20	pipeline	137	150
Texas Instrument	ADS805	12	20	pipeline	300	270
Analog Devices	AD9042	12	41	pipeline	595	100
Analog Devices	AD9235	12	20/40/65	pipeline	300	500
Analog Devices	AD9238	12	20/40/65	pipeline	300	500
Analog Devices	AD10200	12	105	pipeline	850	250
Analog Devices	AD9233	12	80/105/125	pipeline	395	650
Analog Devices	AD9433	12	105/125	pipeline	1.35	750
Maxim	MAX1213N	12	170	pipeline	720	700
Maxim	MAX1218	12	170	pipeline	1400	800
Maxim	MAX1213	12	170	pipeline	800	700
Texas Instrument	ADS5525	12	170	pipeline	1150	500
Analog Devices	AD9230-170 (SDR mode)	12	170	pipeline	349	700
Analog Devices	AD9230-170 (DDR mode)	12	170	pipeline	315	700
Analog Devices	AD9430-170 (LVDS mode)	12	170	pipeline	1100	700
Analog Devices	AD9430-170 (CMOS mode)	12	170	pipeline	1290	700
Analog Devices	AD9230-210 (SDR mode)	12	210	pipeline	380	700

Institution	Part	Resolution	f_{samp} (MHz)	Architecture	P (mW) @ f_{samp}	FPBW (MHz)
Analog Devices	AD9230-210 (DDR mode)	12	210	pipeline	349	700
Texas Instrument	ADS5527	12	210	pipeline	1230	800
Maxim	MAX1214	12	210	pipeline	812	700
Analog Devices	AD9430-210 (LVDS mode)	12	210	pipeline	1300	700
Analog Devices	AD9430-210 (CMOS mode)	12	210	pipeline	1500	700
Maxim	MAX1215	12	250	pipeline	1002	700
Analog Devices	AD9626	12	170/210/250	pipeline	364	700
Analog Devices	AD9230-250 (SDR mode)	12	250	pipeline	434	700
Analog Devices	AD9230-250 (DDR mode)	12	250	pipeline	400	700
Analog Devices	AD12401	12	400	Time-interleaved ADC	5700	480
Atmel	AT84AS001	12	500	pipeline	2400	1000
Texas Instrument	ADS5463	12	500	pipeline	2200	2000
STMicroelectronics	TSA1401	14	20	Pipeline	85	1000
Analog Devices	AD9252	14	50	pipeline	93.5	325
Analog Devices	AD9246	14	80/105/125	pipeline	395	650
Analog Devices	AD9254	14	150	pipeline	430	650
Texas Instrument	ADS5545	14	170	pipeline	1150	500
Texas Instrument	ADS5546	14	190	pipeline	1170	500
Texas Instrument	ADS5547	14	210	pipeline	1230	800
Analog Devices	AD9460	16	105	pipeline	1700	615
Analog Devices	AD9461	16	130	pipeline	2000	615
Analog Devices	AD9261	16	160	Continuous-Time Sigma-Delta	375	10

Annexe B : Théorème de l'anti-repliement spectral

Théorème de l'anti-repliement spectral : Soit l'ensemble des variables aléatoires $\{t_k, k \in \mathbb{N}\}$ de moyennes kT_s de densités de probabilité $\{p_k(t), k \in \mathbb{N}\}$ telles que (E.B 1) est satisfaite.

$$p(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} p_k(t) = \frac{1}{T_s} \quad (\text{E.B 1})$$

La séquence d'échantillonnage à temps continu $s(t, t_k)$ est le signal correspondant à une seule réalisation des variables aléatoires $\{t_k, k \in \mathbb{Z}\}$. Soient $x(t)$ le signal sur lequel nous appliquons la séquence $s(t, t_k)$ et $x_s(t, t_k)$, donné par (E.B 2), le signal résultant de l'opération d'échantillonnage.

$$x_s(t, t_k) = x(t) \cdot s(t, t_k) = x(t) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - t_k) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(t_k) \delta(t - t_k) \quad (\text{E.B 2})$$

Chaque échantillon correspond à (E.B 3).

$$x(t_k) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \delta(t - t_k) dt \quad (\text{E.B 3})$$

Alors l'estimation de la transformée de Fourier (E.B 4) du signal échantillonné aléatoirement par la séquence $\{t_k, k \in \mathbb{N}\}$ est composé uniquement de la transformée de Fourier en temps continue de $x(t)$ notée $X(f)$:

$$\hat{X}_s(f) = E \left[\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(t_k) e^{-j2\pi f t_k} \right] = \frac{1}{T_s} X(f) \quad (\text{E.B 4})$$

Preuve :

Soit $\{t_k, k \in \mathbb{Z}\}$ une variable aléatoire continue de dimension infinie définie sur l'espace probabilisable $(W^\infty, \mathbb{R}^\infty, P^\infty)$ et de densité de probabilité $\{p_k(x), k \in \mathbb{Z}\}$ avec (E.B 5).

$$W^\infty = \dots \times W_0 \times W_1 \times W_2 \times \dots \times W_i \times \dots, W_i = W = \mathbb{R}, i \in \mathbb{Z} \quad (\text{E.B 5})$$

Définition : Soit $X = \{X_k, k \in \mathbb{Z}\}$ une variable aléatoire continue de dimension infinie définie sur l'espace probabilisable $(W^\infty, \mathbb{R}^\infty, P^\infty)$ et de densité de probabilité $p(x)$. Nous définissons l'espérance mathématique de X comme (E.B 6).

$$E[X] = \int \dots \int_{W^\infty} X dP = \int \dots \int_{\mathbb{R}^\infty} x dP^\infty = \int \dots \int_{x \in \mathbb{R}^\infty} x p(x) dx \quad (\text{E.B 6})$$

Analogiquement à (E.1.13) dans le cas d'échantillonnage uniforme, le calcul de l'espérance de $x_s(t, U)$, donné par l'équation (E.B 2) où U est le représentant de la variable aléatoire t_k , donne (E.B 7) pour l'échantillonnage non uniforme :

$$X_s(f) = E \left[\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(t_k) e^{-j2\pi f t_k} \right] \quad (\text{E.B 7})$$

Les équations (E.B 3) et (E.B 6) permettent d'écrire la transformée de Fourier d'un signal échantillonné aléatoirement comme le montre (E.B 8).

$$\begin{aligned} X_s(f) &= E \left[\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \delta(t - t_k) dt \right] e^{-j2\pi f t_k} \right] \\ &= E \left[\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \delta(t - t_k) e^{-j2\pi f t_k} dt \right] \right] \\ &= E \left[\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \delta(t - t_k) e^{-j2\pi f t} dt \right] \right] \\ &= \int \dots \int_{W^\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \delta(t - t_k) e^{-j2\pi f t} dt \right] dP^\infty \end{aligned} \quad (\text{E.B 8})$$

Définition : Soit l'espace probabilisable $(W^\infty, \mathbb{R}^\infty, P^\infty)$, nous posons W_k^∞ l'espace W^∞ privé de la $k^{\text{ième}}$ coordonnée. Nous définissons la probabilité marginale par (E.B 9).

$$dP_k^{(1)} = \int_{W_k^\infty} dP^\infty \quad (\text{E.B 9})$$

Théorème : soient $[a, b]$ un intervalle compact de $\mathbb{R}$, F un espace de Banach et $\sum f_n$ une série d'applications toutes intégrables de $[a, b]$ dans F .

Si la série $\sum f_n$ converge uniformément sur $[a, b]$ l'application somme de cette série est intégrable sur $[a, b]$ et l'on a (E.B 10).

$$\int_a^b \sum_{n=0}^{+\infty} f_n = \sum_{n=0}^{+\infty} \int_a^b f_n \quad (\text{E.B 10})$$

D'après la définition (E.B 9) et le théorème (E.B 10), l'équation (E.B 8) devient (E.B 11).

$$\begin{aligned} X_s(f) &= \int_W \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \delta(t - t_k) e^{-j2\pi f t} dt \right] dP_k^{(1)} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_W x(t) \delta(t - t_k) e^{-j2\pi f t} dP_k^{(1)} dt \end{aligned} \quad (\text{E.B 11})$$

Comme $p_k(t)$ est la densité de probabilité du $k^{ième}$ instant d'échantillonnage (ou de l'intervalle $[t_0, t_k]$), nous obtenons (E.B 12).

$$\begin{aligned}
X_s(f) &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \int_{t=-\infty}^{+\infty} \left[\int_{t_k=-\infty}^{+\infty} x(t) \delta(t - t_k) e^{-j2\pi f t} p_k(t_k) dt_k \right] dt \\
&= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \int_{t=-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} \left[\int_{t_k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - t_k) p_k(t_k) dt_k \right] dt \\
&= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \int_{t=-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} p_k(t) dt \quad \text{(E.B 12)} \\
&= \int_{t=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} p_k(t) dt \\
&= \int_{t=-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p_k(t) dt
\end{aligned}$$

La condition de stationnarité de Bilinskis et Mikelsons est obtenue en choisissant des densités de probabilité $p_k(t)$ qui satisfont la condition (E.B 1) avec T_s est la période d'échantillonnage moyenne.

Ainsi, le précédent développement mathématique (E.B 12) permet d'écrire (E.B 13).

$$\begin{aligned}
X_s(f) &= \frac{1}{T_s} \int_{t=-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt \\
&= \frac{1}{T_s} X(f) \quad \text{(E.B 13)}
\end{aligned}$$

où $X(f)$ étant la transformée de Fourier en temps continue de $x(t)$. $X_s(f)$ est ici uniquement proportionnelle au signal original $X(f)$.

Annexe C : Estimation de la transformée de Fourier d'un signal déterministe échantillonné selon le mode JRS

Nous nous intéressons dans cette partie à la détermination de la densité spectrale d'énergie (ESD) dans le cas de l'échantillonnage d'un signal déterministe par une séquence d'échantillonnage selon le mode JRS. Nous allons donc déterminer l'estimation de la transformée de Fourier $\hat{X}_{JRS}(f)$ donnée par (E.2. 37) puis il faut évaluer l'ESD en utilisant (E.2. 34). Ces résultats sont utilisés dans la sous-section 2.3.4 en fonction des distributions utilisées. De plus, nous utiliserons les équations (E.B 5) et (E.B 6) pour la détermination de $\hat{X}_{JRS}(f)$.

Soient $x(t)$ le signal déterministe en entrée de l'échantillonneur et $x_s(t, t_k)$, donné par (E.C 1), le signal en sortie de l'échantillonneur.

$$x_s(t, t_k) = x(t) \cdot s(t, t_k) = x(t) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - t_k) = x(t) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT_s - \tau_k) \quad (\text{E.C 1})$$

Par suite, l'espérance de $s(t, t_k)$ sur l'ensemble W^∞ donne (E.C 2).

$$\begin{aligned} s(t) &= \int_{W^\infty} s(t, t_k) dP^\infty \\ &= \int_{W^\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT_s - \tau_k) dP^\infty \\ &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \int_{W^\infty} \delta(t - kT_s - \tau_k) dP^\infty \\ &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \int_W \delta(t - kT_s - \tau_k) dP_k^{(1)} \end{aligned} \quad (\text{E.C 2})$$

Avec $P_k^{(1)} = \int_{W_k^\infty} dP^\infty$, W_k^∞ représente l'espace W^∞ privé de la $k^{\text{ième}}$ coordonnée.

D'après le théorème (E.B 10), nous pouvons écrire la fonction d'échantillonnage non uniforme sous forme de somme de $s_k(t)$ telle que décrite par (E.C 3).

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s_k(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \int_{\mathbb{R}} \delta(t - kT_s - \tau_k) p_k(\tau_k) d\tau_k \quad (\text{E.C 3})$$

Comme $t_k = kT_s + \tau_k$, la fonction de densité de probabilité du $k^{\text{ième}}$ instant d'échantillonnage est $p_k(t) = p_1(t - kT_s)$. Nous prenons $p_0(t) = \delta(t)$.

Pour $k = 0$, $s_0(t)$ est donné par (E.C 4).

$$s_0(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t - \tau_0) p_0(\tau_0) d\tau_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t - \tau_0) \delta(\tau_0) d\tau_0 = \delta(t) \quad (\text{E.C 4})$$

Pour $k \neq 0$, $s_k(t)$ sont donnés par (E.C 5).

$$s_k(t) = \int_{\mathbb{R}} \delta(t - kT_s - \tau_k) p_k(\tau_k) d\tau_k = p_k(t - kT_s) \quad (\text{E.C 5})$$

Ainsi, nous obtenons (E.C 6).

$$x_s(t) = x(t) \left[\delta(t) + \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{+\infty} p_k(t - kT_s) \right] \quad (\text{E.C 6})$$

L'estimation de la transformée de Fourier donne (E.C 7).

$$\hat{X}_s(f) = X(f) \odot TF \left[\delta(t) + \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{+\infty} p_k(t - kT_s) \right] \quad (\text{E.C 7})$$

La transformée de Fourier de $p_k(t - kT_s)$ pour $k \neq 0$ est donnée par (E.C 8).

$$\begin{aligned} \mathcal{TF}[p_k(t - kT_s)] &= \int_{-\infty}^{+\infty} p_k(t - kT_s) e^{-j2\pi f t} dt \\ &= e^{-j2\pi f kT_s} \mathcal{TF}[p(t)] \\ &= e^{-j2\pi f kT_s} \Phi(-f) \end{aligned} \quad (\text{E.C 8})$$

$X_s(f)$ s'écrit donc comme le montre (E.C 9).

$$\begin{aligned} X_s(f) &= X(f) \odot \left[1 + \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{+\infty} e^{-j2\pi f kT_s} \Phi(-f) \right] \\ &= X(f) \odot \left[1 - \Phi(-f) + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-j2\pi f kT_s} \Phi(-f) \right] \\ &= X(f) \odot \left[1 - \Phi(-f) + \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{k}{T_s}\right) \Phi(-f) \right] \\ &= X(f) \odot \left[1 - \Phi(-f) + \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{k}{T_s}\right) \Phi\left(-\frac{k}{T_s}\right) \right] \end{aligned} \quad (\text{E.C 9})$$

Annexe D : Estimation de la transformée de Fourier d'un signal déterministe échantillonné selon le mode ARS

En faisant le calcul précédant pour le schéma JRS, nous posons la variable aléatoire T_k analogiquement à la variable aléatoire τ_k dans le cas JRS. Pour le schéma ARS (Additive Random Sampling), le signal échantillonné est donné par (E.D 1).

$$x_s(t, t_k) = x(t)s(t, t_k) = x(t) \cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - t_k) = x(t) \cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - t_{k-1} - \tau_k) \quad (\text{E.D 1})$$

Nous avons T_k tel que le décrit (E.D 2).

$$\begin{aligned} T_k &= t_k - kT_s \\ &= t_{k-1} + \tau_k - kT_s \\ &= t_0 + \sum_{i=1}^k (\tau_i - T_s) \end{aligned} \quad (\text{E.D 2})$$

Nous supposons que $t_0 = 0$ et nous lui associons la densité de probabilité $p_0(t) = \delta(t)$.

Pour $k \neq 0$, l'instant d'échantillonnage est donné par (E.D 3).

$$t_k = \sum_{i=1}^k \tau_i \quad (\text{E.D 3})$$

Donc la fonction de densité de probabilité du $k^{\text{ième}}$ instant d'échantillonnage est donnée par (E.D 4).

$$p_k(t_k) = \bigotimes_{i=1}^k p(\tau_i) \quad (\text{E.D 4})$$

En posant, pour $k=0$, $\tau'_k = \tau_k - T_s$, nous pouvons écrire $T_k = \sum_{i=1}^k \tau'_i$. Soient les fonctions $\hat{p}_k(T)$ et $\hat{p}_{\tau'}(\tau')$ sont les translations respectives des fonctions $p_k(t)$ de kT_s et $p_{\tau}(\tau)$ de T_s . Nous pouvons alors écrire :

$$\begin{aligned} \hat{p}_k(T_k) &= \hat{p}_k(t_k - kT_s) = p_k(t_k) \\ \hat{p}_{\tau'}(\tau'_i) &= \hat{p}_{\tau'}(\tau_i - T_s) = p_{\tau}(\tau_i) \end{aligned}$$

Par la suite la fonction de densité de probabilité de la variable aléatoire T_k est obtenue comme (E.D 5).

$$\hat{p}_k(T_k) = \bigotimes_{i=1}^k \hat{p}_{\tau'}(\tau'_i) \quad (\text{E.D 5})$$

$s(t)$ s'écrit donc comme (E.D 6).

$$\begin{aligned} s(t) &= \sum_{k=0}^{+\infty} \int_{\mathbb{R}} \delta(t - kT_s - T_k) \hat{p}_k(T_k) dT_k \\ &= \delta(t) + \sum_{k=1}^{+\infty} \hat{p}_k(t - kT_s) \\ &= \delta(t) + \sum_{k=1}^{+\infty} \hat{p}_k(T), \quad \text{avec } T = t - kT_s \end{aligned} \quad (\text{E.D 6})$$

Pour $k \neq 0$, nous obtenons (E.D 7).

$$\begin{aligned} \mathcal{TF}[\hat{p}_k(T)] &= \mathcal{TF} \left[\bigotimes_{i=1}^k \hat{p}(\tau') \right] \\ &= \prod_{i=1}^k \mathcal{TF}[\hat{p}_{\tau'}(\tau')] \\ &= \prod_{i=1}^k \mathcal{TF}[p_{\tau}(\tau)] \\ &= \prod_{i=1}^k \Phi(-f) \end{aligned} \quad (\text{E.D 7})$$

Ainsi, pour un schéma ARS, nous obtenons (E.D 8).

$$X_s(f) = X(f) \bigotimes \left[1 + \sum_{i=1}^{+\infty} [\Phi(-f)]^i \right] = X(f) \bigotimes \sum_{i=0}^{+\infty} [\Phi(-f)]^i \quad (\text{E.D 8})$$

Par définition, la fonction caractéristique prend la valeur 1 pour $f = 0$ et vérifie la propriété $|\Phi(-f)| < 1$ ailleurs, nous obtenons alors (E.D 9).

$$X_s(f) = X(f) \bigotimes \frac{1}{1 - \Phi(-f)} \text{ pour } f \neq 0 \quad (\text{E.D 9})$$

Il existe donc une singularité à l'origine de l'axe de fréquence qui est nécessaire pour reproduire la composante discrète $X(f)$.

Nous posons la fonction suivante pour $\Phi(-f) = re^{j2\pi f T_s}$, $r > 0$. Ce choix correspond au fait que nous avons utilisé la forme de Poisson Kernel (E.D 10) pour $\theta = 2\pi f T_s$.

$$P(r, \theta) = \sum_{i=0}^{+\infty} r^i e^{j2\pi f i T_s} = \frac{1}{1 - re^{j2\pi f T_s}} = \frac{1}{1 - \Phi(-f)} \quad (\text{E.D 10})$$

Etant donnée $\Phi(-f) = 1$ pour $f = 0$, par définition de la fonction caractéristique, en utilisant la formule de Poisson, nous avons l'expression de $P(r, \theta)$ pour $r = 1$ (E.D 11).

$$P(1, \theta) = \sum_{i=0}^{+\infty} e^{j2\pi f k T_s} = \frac{1}{T_s} \sum_{i=0}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{k}{T_s}\right) \quad \text{(E.D 11)}$$

Donc la singularité en $f = 0$ est décrite par (E.D 12).

$$P(1, \theta)|_{\theta \cong 0} = \frac{1}{T_s} \delta(f) \quad \text{(E.D 12)}$$

Ainsi, le résultat de la densité spectrale d'énergie est celui de (E.D 13).

$$X_s(f) = X(f) \odot \frac{1}{1 - \Phi(-f)} + \frac{1}{T_s} X(f) \quad \text{(E.D 13)}$$

1. J. Mitola. Software radios: survey, critical evaluation and future directions. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*. April 1993, Vol. 8, no. 4, pp. 25-36.
2. A.J. Jerri. The Shannon Sampling Theorem - Its Various Extensions and Applications : A tutorial Review. *Proceedings of the IEEE*. 1977, Vol. 65, no. 11, pp. 1565-1596.
3. F. Marvasti. Nonuniform Sampling: Theory and Practice. Kluwer Academic/Plenum Publishers, 2001, ISBN 0-306-46445-4.
4. R.J. Martin. Irregularly Sampled Signals: Theories and Techniques for Analysis. *PhD Thesis*. University College, 1998.
5. J.J. Wojtiuk. Randomized Sampling for Radio Design. *PhD Thesis* . University of South Australia, School of Electrical and Information Engineering, March 2000.
6. C. Berenguer. Estimation Fréquentielle et Filtrage de Signaux Non-Uniformément Echantillonnés: Application à l'Estimation Doppler Radar Non Ambiguë. *Thèse de Doctorat*. Université de Nice, 1994.
7. Y. Rahmat-Samii, R.L.T. Cheung. Nonuniform Sampling Technique for Antenna Applications. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. March 1987, Vol. AP-35, no.3.
8. Y. Artyukh, I. Bilinskis, E. Boole, A. Rybakov, V. Vedin. Wideband RF Signal Digitizing for High Purity Spectral Analysis. *The 2005 International Workshop on Spectral Methods and Multirate Signal Processing*. June 2005.
9. H.S. Shapiro, R.A. Silverman. Alias-Free Sampling of Random Noise. *Journal Society for Industrial and Applied Mathematics*. June 1960, Vol. 8, no. 2, pp. 225-248.
10. F.J. Beutler, O.A.Z. Leneman. The Spectral Analysis of Impulse Processes. *Information and Control*. 1968, Vol. 12, pp. 236-258.
11. O.A.Z. Leneman. Random Sampling of Random Processes: Impulse Processes. *Information and Control*. 1966, Vol. 9, no.4, pp. 347-363.
12. I. Bilinskis, A. Mikelsons. Randomized Signal Processing. Prentice Hall, 1992, ISBN 0137510748.
13. J.G. Proakis. Digital Signal Processing. Prentice Hall, Edition 4, 2006, ISBN 0131873741.
14. P. Burns. Software Defined Radio for 3G. Artech House, 2002, ISBN 978-1-58053-347-8.
15. W. Tuttlebee. Software Defined Radio. Wiley, 2002, ISBN 0-470-84318-7.

16. E. Buracchini. The software radio concept. *IEEE Communications Magazine*. September 2000, Vol. 38, no. 9, pp. 138-143.
17. GSM. Radio Transmission and Reception GSM 05.05. ETSI, 1996.
18. UMTS. UE. Radio Transmission and Reception (FDD), 3GPP TS 25.101, Version 5.2.0 Release 5. ETSI, 2002.
19. IEEE Standard 802.16. Part 16: Air Interface for Fixed Broadband Wireless Access Systems. IEEE, 2004.
20. IEEE802.15.1. Part 15.1: Wireless medium access control (MAC) and physical layer (PHY) specifications for wireless personal area networks (WPANs). IEEE, June 2005, Version 1.0B.
21. IEEE802.11a. Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications, Amendment1 High Speed Physical Layer in the 5 GHz Band. IEEE, 1999.
22. IEEE802.11g. Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) specifications, Amendment 4: Further Higher Data Rate Extension in the 2.4 GHz Band. IEEE, June 2003.
23. A.A. Abidi. The path of the Software Defined Radio receiver. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*. May 2007, Vol. 42, no.5, pp. 954-966.
24. MAX106. $\pm 5V$, 600Msps, 8-Bit ADC with On-Chip 2.2GHz Bandwidth Track/Hold Amplifier. Maxim Corporation, November 2001.
25. B. Razavi. RF Microelectronics. Prentice Hall, 1998, ISBN 0-13-887571-5.
26. R. Barrak. Récepteur radio multistandard à conversion de fréquence par sous-échantillonnage RF. *Thèse de Doctorat à CIRTACOM*. Février 2007.
27. A. Latiri. Architecture and design of a reconfigurable RF sampling receiver for multistandard applications. *PhD Thesis*. Crolles, TELECOM ParisTech and STMicroelectronics, July 2008.
28. L. Dermentzoglou, A. Arapoyanni, A. Pneumatikakis. A direct conversion receiver analysis for multistandard wireless applications. *10th Mediterranean Electrotechnical Conference*. May 2000, Vol. 1, pp. 318 – 321.
29. P. Rykaczewski, D. Pienkowski, R.Circa, B. Steinke. Signal path optimization in software-defined radio systems. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. March 2005, Vol. 53, no. 3, pp. 1056 - 1064.
30. M. Brandolini, P. Rossi, D. Manstretta, F. Svelto. Toward Multistandard Mobile Terminals—Fully Integrated Receivers Requirements and Architectures. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. March 2005, Vol. 53, no.3, pp. 1026-1038.

31. J. Ryyänen, K. Kivekäs, J. Jussila, L. Sumanen, A. Pärssinen, K.A.I. Halonen. A single-chip multimode receiver for GSM900, DCS1800, PCS1900, and WCDMA. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*. April 2003, Vol. 38, pp. 594 - 602.
32. Z. Xu, S. Jiang, Y. Wu, H.Y. Jian, G. Chu, K. Ku, P. Wang, N. Tran, Q. Gu, M.Z. Lai, C. Chien, M.F. Chang, P.D. Chow. A Compact Dual-Band Direct-Conversion CMOS Transceiver for 802.11a/b/g WLAN. *2005 IEEE International Solid-State Circuits Conference*. February 2005, Vol. 1, pp. (98-99, 586).
33. M. Ingels, C. Soens, J. Craninckx, V. Giannini, T. Kim², B. Debaillie, M. Libois, M. Goffioul, J. Van Driessche. A CMOS 100 MHz to 6 GHz Software Defined Radio analog front-end with integrated Pre-Power Amplifier. *33rd European Solid State Circuits Conference*. IEEE, September 2007, pp. 436-439.
34. K. Muhammad, Y.C. Ho, T.L. Mayhugh, C.M. Hung, T. Jung, I. Elahi, C. Lin, I. Deng, C. Fernando, J.L. Wallberg, S.K. Vemulapalli, S. Larson, T. Murphy, D. Leipold, P. Cruise, J. Jaehnig, M.C. Lee, R.B. Staszewski, R. Staszewski, K. Maggio. The First Fully Integrated Quad-Band GSM/GPRS Receiver in a 90-nm Digital CMOS Process. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*. August 2006, Vol. 41, no.8, pp. 1772–1783.
35. K. Muhammad, D. Leipold, B. Staszewski, Y.C. Ho, C.M. Hung, K.J. Maggio, C. Fernando, T. Jung, J. Wallberg, J.-S. Koh, S. John, I. Deng, O. Moreira, R. Staszewski, R. Karz, O. Friedman. A Discrete-Time Bluetooth in a 0.13 μ m Digital CMOS Process. *IEEE Journal of Solid State Circuits*. December 2004, Vol. 39, no. 12, pp. 2278-2291.
36. D. Jakonis, K. Folkesson, J. Dabrowski, P. Eriksson, C. Svensson. A 2.4-GHz RF Sampling Receiver Front-End in 0.18- μ m CMOS. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*. June 2005, Vol. 40, no. 6, pp. 1265-1277.
37. R. Bagheri, A. Mirzaei, S. Chehrazai, M. Heidari, M. Lee, M. Mikhemar, W. Tang, A. Abidi. An 800MHz to 5GHz Software-Defined Radio Receiver in 90nm CMOS. *IEEE International Solid-State Circuits Conference*. February 2006, pp. 1932- 1941.
38. L. Joet, A. Dezzani, F. Montaudon, F. Badets, F. Sibille, C. Corre, L. Chabert, R. Mina, F. Bailleuil, D. Saias, F. Paillardet, E. Perea. Advanced 'fs/2' discrete-time GSM receiver in 90-nm CMOS. *Proceedings of IEEE Asian Solid-State Circuits Conference*. November 2006, pp. 371–374.
39. F. Montaudon, R. Mina, S. Le Tual, L. Joet, D. Saias, R. Hossain, F. Sibille, C. Corre, V. Carrat, E. Chataigner, J. Lajoinie, S. Dedieu, F. Paillardet, E. Perea. A scalable 2.4-to-2.7ghz Wi-Fi/WiMAX discrete-time receiver in 65nm CMOS. *IEEE International Solid-State Circuits Conference*. February 2008, pp. 362–619.
40. R. Darragi. Conception et implémentation en technologie CMOS 65nm d'un circuit de conversion de fréquence radio multistandard par sous-échantillonnage RF. *Master en Télécommunications*. CIRTA'COM de SUP'COM, Juin 2008.

41. A. Koukab, Y. Lei and M. J. Declercq. A GSM-GPRS/UMTS FDD-TDD/WLAN 802.11a-b-g multi-standard carrier generation system. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*. July 2006, Vol. 41, no. 7, pp. 1513-1521.
42. A. Abeda, **M. Ben-Romdhane**, C. Rebai. High Order Single-bit Delta Sigma Modulator for Fractional-N Frequency Synthesis in Multi-Standard Transceiver. *The 2008 International conference on Signals, Circuits & Systems*. IEEE, November 2008.
43. A. Abeda. Conception et optimisation d'un modulateur $\Sigma\Delta$ numérique pour la synthèse de fréquence fractionnelle dans un récepteur multistandard. *Maîtrise en Télécommunications*. Ecole Supérieure de Communications Sup'Com, Novembre 2008.
44. J. Jussila, J. Rärssinen, K. Halonen. A Channel Selection Filter for a WCDMA Direct Conversion Receiver. *Proceedings of the 26th European Solid-State Circuits Conference*. IEEE, September 2000, pp. 264 - 267.
45. K. Grati. Architecture d'un récepteur radio multistandard à sélection numérique des canaux. *Thèse de Doctorat*. CIRTA'COM de SUP'COM Tunis et COMELEC de TELECOM ParisTech, Juin 2005.
46. B. Manaï. Méthode de dimensionnement de récepteurs radiomobiles à conversion directe. Application au filtrage à sélection de canal UMTS par la technique des capacités commutées. *Thèse de Doctorat*. COMELEC à TELECOM ParisTech, Juin 2002.
47. E. Colin. Architecture reconfigurable pour la numérisation du signal radio de récepteurs mobiles multistandards. *Thèse de Doctorat*. TELECOM ParisTech, 2003.
48. T. Soorapanth. CMOS RF Filtering at GHz Frequency. *PhD Thesis*. Stanford University, August 2002.
49. Application Note 928. Filter Basics: Anti-Aliasing. Dallas Semiconductor Maxim Integrated Products, January 2002.
50. R. Welaratna, S. Jose. Effects of Sampling and Aliasing on the Conversion of Analog Signals to Digital Format. *Data Physics Corporation Sound and Vibration*. December 2002, pp. 12-13.
51. H.A. Alzaher, H.O. Elwan, M. Ismail. A CMOS Highly Linear Channel-Select Filter for 3G Multistandard Integrated Wireless Receivers. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*. January 2002, Vol. 37, no.1, pp. 27-37.
52. F. Baillieu, Y. Blanchard, P. Loumeau, H. Petit, J. Porte. Capacités Commutées et Applications : Filtrage, Conversion, Microsystème. DUNOD, 1996, ISBN 2100026542.
53. C. Rus, L. Festila, G. Csipkes, S. Hintea, D. Csipkes. A reconfigurable and programmable filter for Software Defined Radio based on a transconductor-capacitor analog array. *IEEE Second International Design and Test Workshop*. December 2007, pp. 27-32.
54. J.A. Kilpatrick, R.J. Cyr, E.L. Org, G. Dawe. New SDR architecture enables ubiquitous data connectivity. *RF and Microwave Technology for Design Engineers*. January 2006.

55. C. Rebai. Contribution à la Caractérisation des Convertisseurs Analogiques Numériques haute performances : Mise en oeuvre de nouveaux systèmes de traitement du signal pour le test in-situ. *Thèse de Doctorat*. Décembre 2002.
56. A. Rusu, D. Rodríguez, M. Ismail. Reconfigurable ADCs Enable Smart Radios for 4G Wireless Connectivity. *IEEE Circuits and Devices Magazine*. May/June 2006, pp. 6-11.
57. A. Gerosa, A. Xotta, A. Bevilacqua, A. Neviani. An A/D Converter for Multimode Wireless Receivers, Based on the Cascade of a Double-Sampling Sigma-Delta Modulator and a Flash Converter. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I : Regular Papers*. October 2006, Vol. 53, no.10, pp. 2109- 2124.
58. P.B. Kenington, L. Astier. Power Consumption of A/D Converters for Software Radio Applications. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*. March 2000, Vol. 49, no.2, pp. 643-650.
59. C.E. Shannon. Communication in the Presence of Noise. *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*. 1949, Vol. 37, no. 1, pp. 10-21.
60. R.E. Paley, N. Wiener. Fourier Transform in the Complex Domain. 1934, ISBN 0-679-41308-1.
61. R.J. Martin, D.A. Castelow. Reconstruction of Multiband Signals using Irregular Sampling. *The General Electric Company Journal of Technology*. 1997, Vol. 14, no. 3, pp. 180-185.
62. Y.-R. Sun. Generalized Bandpass Sampling Receivers for Software Defined Radio. *PhD Thesis at the School of Information and Communication Technology (ICT)*. Royal Institute of Technology, 2006.
63. J. Artjuhs, I. Bilinskis. Method and Apparatus for Alias Suppressed Digitizing of High Frequency Analog Signal. *European Patent Application*. app. num. 02001249.8, Bulletin 2003/30, July 2003.
64. R.Z. Bhatti, M. Denneau, J. Draper. Duty Cycle Measurement and Correction Using Random Sampling Technique. *Proceedings of the 48th IEEE International Midwest Symposium on Circuits and Systems*. August 2005, pp. 1043-1046.
65. Y-C. Jenq. Digital Spectra of Nonuniformly Sampled Signals : Fundamentals and High-Speed Waveform Digitizers. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements*. June 1988, Vol. 37, no. 2, pp. 245-251.
66. —. Digital Spectra of Nonuniformly Sampled Signals : Robust Sampling Time Offset Estimation Algorithm for Ultra High-Speed Waveform Digitizers Using Interleaving. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements*. June 1990, Vol. 39, no. 1, pp. 71-75.
67. —. Perfect Reconstruction of Digital Spectrum from Nonuniformly Sampled Signals. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements*. June 1997, Vol. 46, no. 3, pp. 649-652.

68. R.S. Prendergast, B.C. Levy, P.J. Hurst. Reconstruction of Band-Limited Periodic Nonuniformly Sampled Signals Through Multirate Filter Banks. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Regular Papers*. August 2004, Vol. 51, no. 8, pp. 1612-1622.
69. H.Q. Liu. ADS82x ADC with non-uniform sampling clock. *Analog Applications Journal*. 2003, pp. 5-10.
70. L. Fontaine. Traitement des Signaux à Echantillonnage Irrégulier. Application au Suivi Temporel de Paramètres Cardiaques. *Thèse de Doctorat*. Institut National Polytechnique de Lorraine, 1999.
71. J.W. Mark, T.D. Todd. A Nonuniform Sampling Approach to Data Compression. *IEEE Transactions on Communications*. January 1981, Vol. 29, no. 1, pp. 24-32.
72. E. Allier. Interface Analogique Numérique Asynchrone : Une Nouvelle Classe de Convertisseurs Basés sur la Quantification du Temps. *Thèse de Doctorat au laboratoire TIMA*. Institut National Polytechnique de Grenoble INPG, Novembre 2003.
73. G. Tapang, B.A. Wooley. A 15-b Pipelined CMOS Floating-Point A/D Converter. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*. 2002, Vol. 49, no. 1, pp. 42-47.
74. J.L. Yen. On Nonuniform Sampling of Bandwidth-Limited Signals. *IRE Transactions on Circuit Theory*. December 1956, Vol. 3, no. 4, pp. 251-257.
75. K.C. Lo, A. Purvis. Hybrid Additive Random Sampling and its Realization. *Proceedings of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems*. June 1994, Vol. 2, pp. 105-108.
76. F. Papenfuss, Y. Artyukh, E. Boole, D. Timmermann. Optimal Sampling Functions in Nonuniform Sampling Driver Designs to Overcome the Nyquist Limit. *International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*. April 2003, Vol. 6, pp. 257-260.
77. **M. Ben-Romdhane**, C. Rebai, A. Ghazel, P. Desgreys, P. Loumeau. Pseudorandom clock signal generation for data conversion in a multistandard receiver. *The 3rd International Conference on Design and Technology of Integrated Systems in Nanoscale Era*. March 2008, pp. 1-4.
78. D.M.Bland, T.I. Laakso, A. Tarczynski. Analysis of algorithms for nonuniform time discrete Fourier transform. *IEEE International Symposium on Circuits and Systems ISCAS*. 1996, pp. 453-456.
79. S. Bagchi, S.K. Mitra. The nonuniform discrete Fourier transform and its applications in signal processing. Kluwer Academic Publishers, 1999, ISBN 0792382811.
80. **M. Ben-Romdhane**, P. Desgreys, P. Loumeau, C. Rebai, A. Ghazel. Intérêt et Applications de l'Echantillonnage Non-Uniforme pour les Récepteurs Radio Multistandard. *le 8ème Colloque sur le Traitement Analogique de l'Information du Signal et ses Applications*. Octobre 2007, pp. 117 – 120.

81. I. Sohn, E. Jeong, Y.H. Lee. Data-aided approach to I/Q mismatch and DC offset compensation in communication receivers. *IEEE Communications Letters*. December 2002, Vol. 6, pp. 547- 549.
82. H. Tsurumi, Y. Suzuki. Broadband RF Stage Architecture For Software-defined Radio in Handheld Terminal Applications. *IEEE Communications Magazine*. February 1999, Vol. 37, no. 2, pp. 90-95.
83. J. Costantine, K. Kabalan, A. El-Hajj and M. Rammal. New multi-band microstrip antenna design for wireless communications. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*. December 2007, Vol. 49, no.6, pp. 181-186.
84. S. Yoshimoto, Y. Yamamoto, Y. Takahashi and E. Otsuka. Multi-Band RF SAW Filter for Mobile Phone using Surface Mount Plastic Package. *IEEE Ultrasonics Symposium*. October 2002, Vol. 1, pp. 113-118.
85. V. K. Dao, Q. D. Bui, C. S. Park. A multi-band 900MHz/1.8GHz /5.2GHz LNA for reconfigurable radio. *IEEE Radio Frequency Integrated Circuits Symposium*. June 2007, pp. 69-72.
86. M.S.J. Steyaert, J. Janssens, B. De Muer, M. Borremans, N. Itoh. A 2-V CMOS Cellular Transceiver Front-End. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*. December 2000, Vol. 35, no.12, pp. 1895-1907.
87. **M. Ben-Romdhane**, P. Desgreys, P. Loumeau, C. Rebai, K. Grati, A. Ghazel. Vers les Convertisseurs Analogique Numérique à Echantillonnage Non-Uniforme. *Colloque du GDR System On chip and System In package*. Juin 2007.
88. H. Farès, **M. Ben-Romdhane**, C. Rebai. Non Uniform Sampled Signal Reconstruction for Software Defined Radio Applications. *International conference on Signals, Circuits & Systems*. IEEE, November 2008.
89. **M. Ben-Romdhane**, P. Loumeau. Analog to Digital Conversion specifications for Ultra Wide Band reception. *Proceedings of the Fourth IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology*. December 2004, pp. pp 157-160.
90. C. Rebai, **M. Ben-Romdhane**, P. Desgreys, P. Loumeau, A. Ghazel. Pseudorandom signal sampler for relaxed design of multistandard Radio Receiver. *Microelectronics Journal*. Elsevier. Article accepté en cours de publication.
91. AD9461. 16-Bit, 130 MSPS IF Sampling ADC. Analog Devices, Inc, 2006. Disponible en ligne : http://www.analog.com/static/imported-files/data_sheets/AD9461.pdf.
92. AD9261. 16-Bit, 10 MHz Bandwidth, 30 MSPS to 160 MSPS Continuous Time Sigma-Delta ADC. Analog Devices, Inc, November 2008. Disponible en ligne : http://www.analog.com/static/imported-files/data_sheets/AD9261.pdf.
93. J.R. Higgins. A Sampling Theorem for Irregularly Spaced Sample Points. *IEEE Transactions on Information Theory*. September 1976, Vol. 22, no.5, pp. 621 - 622.

94. F. Marvasti, M. Analoui, M. Gamshadzahi. Recovery of Signals from Nonuniform Samples using Iterative Methods. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 1991, Vol. 39, no. 4, pp. 872-878.
95. H. G. Feichtinger, K. Grochenig, T. Strohmer. Efficient Numerical Methods in Non-Uniform Sampling Theory. *Numerische Mathematik*. Springer, 1995, Vol. 69, no. 4, pp. 423-440.
96. G.E. Forsythe, M.A. Malcolm, C.B. Moler. Computer Methods for Mathematical Computations. Prentice-Hall series in automatic computation, 1977, ISBN-13 : 978-0131653320.
97. W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, B.P. Flannery. Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing. Cambridge University Press, Second Edition, 1992, ISBN 0521750334.
98. P. Marziliano, M. Vetterli. Reconstruction of Irregularly Sampled Discrete-Time Bandlimited Signals with Unknown Sampling Locations. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 2000, Vol. 48, no.12, pp. 3462-3471.
99. G. Farin. Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design. Academic Press, 2nd Edition, 1990, ISBN 0-12-249051-7.
100. A. Quarteroni, R. Sacco, F. Saleri. Méthodes numériques pour le calcul scientifique, Programme en Matlab. Springer, 2000, ISBN 9782287597015.
101. **M. Ben-Romdhane**, C. Rebai, A. Ghazel, P. Desgreys, P. Loumeau. Non-Uniform Sampling Schemes For IF Sampling Radio Receiver. *IEEE International Conference on Design and Test of Integrated Systems in Nanoscale Technology*. September 2006, pp. 15-20.
102. H. Farès. Conception d'un système de reconstruction du signal non uniformément échantillonné pour un récepteur multistandards. *Mastère de Recherche à CIRTACOM*. Ecole Supérieure des Communications de Tunis SUP'COM, Septembre 2008.
103. Y.-R. Sun, S. Signell. Algorithms for nonuniform bandpass sampling in radio receiver. *International Symposium on Circuits and Systems*. 2003, Vol. 1, pp. I.1-I.4.
104. **M. Ben-Romdhane**, C. Rebai, K. Grati, A. Ghazel, G. Hechmi, P. Desgreys, P. Loumeau. Non-uniform sampled signal reconstruction for multistandard WIMAX/WIFI receiver. *International Conference on Signal Processing and Communications*. IEEE, November 2007.
105. H. Dammak Milk. Etude et réalisation d'un étage de traitement numérique dans un récepteur radio à échantillonnage non-uniforme. *Projet de Fin d'Etudes à CIRTACOM*. Ecole Supérieure des Communications de Tunis SUP'COM, Juin 2008.
106. H. Dammak, **M. Ben-Romdhane**, K. Grati. Software Embedded Implementation of Real Time Non Uniform Sampling Filter. *The 4th IEEE International Conference on Design & Technology of Integrated Systems in Nanoscale Era*. April 2009. Accepté.

107. S. Maggioni, A. Veggetti, A. Bogliolo, L. Croce. Random Sampling for on-chip characterization of standard-cell propagation delay. *Fourth International Symposium on Quality Electronic Design*. IEEE Computer Society, 2003.
108. N. Michael, S. Shah, J. Das, M.M. Sandeep, C. Vijaykumar. Non uniform digitizer for alias-free sampling of wideband analog signals. *IEEE Region 10 Conference, TENCON 2007*. Oct.-Nov 2007, pp. 1-4.
109. A. J. Johansson, H. Floberg. Random number generation by chaotic double scroll oscillator on chip. *Proceedings of the 1999 IEEE International Symposium on Circuits and Systems*. 1999, Vol. 5, pp. 407-409.
110. S. Ozoguz, S. Ergün. A non-autonomous IC chaotic oscillator and its application for random bit generation. *Proceedings of the 2005 European Conference on Circuit Theory and Design*. Aug.-Sep. 2005, Vol. 2, pp. II/165- II/168.
111. A. Namajunas, A. Tamasevicius. Simple RC chaotic oscillator. *Electronic Letters*. May 1996, Vol. 32, no. 11, pp. 945-946.
112. F. Han, X. Yu, Y. Wang, Y. Feng, G. Chen. N-scroll chaotic oscillators by second-order systems and double-hysteresis blocks. *Electronic Letters*. Novembre 2003, Vol. 39, no. 23, pp. 1636-1638.
113. R. Z. Bhatti, M. Denneau, J. Draper. Phase measurement and adjustment of digital signals using random sampling technique. *Int. Symposium on Circuits and Systems*. May 2006, pp. 3886-3889.
114. A. Ahmad. Development of State Model Theory for External Exclusive NOR Type LFSR Structures. *Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology*. December 2005, Vol. 10, ISSN 1307-6884, pp. 125-129.
115. E. Boutillon, J.-L. Danger, A. Ghazel. Design of high speed AWGN communication channel emulator. *Analog Integrated Circuits and Signal Processing*. Kluwer Academic Publishers, February 2003, Vol. 34, no.2, pp. 133-142.
116. H. Hassan, M. Anis, M. Elmasry. Impact of technology scaling and process variations on RF CMOS devices. *ELSEVIER Microelectronics Journal*. 2006, Vol. 37, pp. 275-282.
117. H.M.J. Boots, G. Doornbos, A. Heringa. Scaling of Characteristic Frequencies in RF CMOS. *IEEE Transactions on Electron Devices*. December 2004, Vol. 51, no.12.
118. M. Ben Romdhane, C. Rebai, A. Ghazel, P. Degreyes, P. Loumeau. Test Setup and measurement of non uniform sampling based ADC for Multistandard receiver. *The 6th IEEE International Multi-Conferences on Systems, Signals and Devices*. March 2009. Accepté.
119. D. Camarero, K. Ben Kalaia, J.-F. Naviner, P. Loumeau. Mixed-signal clock-skew calibration technique for Time-Interleaved ADCs. *IEEE Transactions on Circuits and Systems — I: Regular papers*. December 2008, Vol. 55, no. 11, pp. 3676-3687.

120. **M. Ben-Romdhane**, C. Rebai, A. Ghazel, P. Desgreys and P. Loumeau. Low Power Data Conversion based on Non Uniform Sampling for Multistandard Receiver. *IEEE Int. Conference on Design and Technology of Integrated Systems in Nanoscale Era*. April 2009. Accepté.
121. A. Maalej, C. Rebai, **M. Ben-Romdhane**, A. Ghazel. Pseudo-random Direct Sampler for Frequency Down-Conversion in a Multi-standard Receiver. *International Conference on Signals, Circuits & Systems*. November 2008, ISBN 978-1-4244-2628-7.
122. A. Maalej, **M. Ben-Romdhane**, C. Rebai, A. Ghazel. Pseudo-random Oscillator Design for Multistandard RF non Uniformly Sampling Receiver. *The IEEE International Conference on Design and Technology of Integrated Systems*. April 2009. Accepté.

Résumé - Cette thèse de Doctorat s'inscrit dans le domaine de la conception de circuits innovants pour la numérisation des signaux radio multistandard. La nouveauté dans ce travail de recherche provient de l'exploration, pour la première fois dans le domaine des systèmes radio, de l'apport de l'utilisation des techniques d'échantillonnage non uniforme (NUS, Non Uniform Sampling). L'innovation de recherche apportée concerne l'établissement de formulations analytiques pour le calcul des métriques d'évaluation des performances de la technique NUS et pour le dimensionnement d'un nouveau récepteur radio multistandard avec un convertisseur analogique numérique (ADC, Analog-to-Digital Converter) contrôlé par une horloge non uniforme. Les résultats de cette étude ont conduit à la synthèse d'un filtre anti-repliement unique pour les standards GSM/UMTS/WiFi et à la diminution la fréquence moyenne d'échantillonnage de l'ADC ce qui a permis de diminuer la consommation de puissance de l'ADC et d'éliminer le circuit du contrôle automatique de gain (AGC). L'étude analytique et la conception niveau système ont été complétées par la proposition d'une architecture numérique originale de génération d'horloge non uniforme permettant de s'affranchir des contraintes et limitations des oscillateurs non uniformes proposés dans la littérature. Ce circuit Pseudorandom Signal Sampler (PSS) a fait l'objet d'une synthèse et d'une validation préliminaire sur FPGA puis la conception d'un circuit VLSI en technologie CMOS numérique 65 nm. Les résultats d'implémentation du PSS ont permis d'obtenir, pour un facteur de quantification temporelle égal à 16, une surface active de $470\ (\mu\text{m})^2$, des fréquences moyennes d'échantillonnage pouvant atteindre 200 MHz basées sur un synthétiseur de fréquence qui offre des fréquences jusqu'à 3.2 GHz et enfin une consommation de puissance de 1.45 à 290.4 μW pour des fréquences d'échantillonnage moyennes allant de 1 MHz à 200 MHz. Une validation expérimentale de l'étape de numérisation proposé a été effectuée grâce à la réalisation d'une plate-forme de test composée du circuit générateur PSS dont la sortie contrôle un ADC auquel est appliqué en entrée un signal sinusoïdal de test et d'un PC pour l'acquisition par FIFO mais aussi pour le traitement des données. Les résultats des tests expérimentaux obtenus ont permis de confirmer les résultats théoriques en termes de diminution de la consommation de l'ADC.

Mots clefs - Radio logicielle, réception radio multistandard, numérisation des signaux, échantillonnage non uniforme, génération d'horloge

Abstract - Research activities of this Doctorate thesis deal with the design of innovative circuits for multistandard signals digitalization. The originality of this research work comes from the use for the first time of Non Uniform Sampling (NUS) techniques for radio systems design and implementation. Presented research innovation is relative to the establishment of analytical formulations for NUS technique performance evaluation metrics to design a novel multistandard radio receiver topology with an Analog-to-Digital Converter (ADC) controlled by a non uniform clock. Results of this study have led to the synthesis of a single anti-aliasing filter for GSM/UMTS/WiFi standards and the reduction of ADC mean sampling frequency that allows the ADC power consumption reduction and the elimination of the Automatic Gain Control (AGC) circuit. The analytical study and the system level design have been completed by the proposal of an original digital architecture for a Pseudorandom Signal Sampler (PSS) circuit designed to overcome previous non uniform generators constraints. This PSS circuit experimental validation have been first achieved thanks to a preliminarily FPGA-based implementation then by a VLSI circuit design on 65 nm Digital CMOS technology. The PSS implementation results lead, for a time quantizer factor of 16, to a $470\ (\mu\text{m})^2$ active area occupation, mean sampling frequencies reaching 200 MHz based on frequency synthesiser offering frequencies until 3.2 GHz and finally a power consumption from 1.45 to 290.4 μW for mean sampling frequencies ranging from 1 MHz to 200 MHz. An experimental validation of proposed digitalization stage have been achieved thanks to the development of a test setup composed by the PSS generator delivering ADC control clock signals. A test sine wave is applied to the ADC input and its output is processed by a PC-based software created for sampled data processing. Obtained experimental results confirmed theoretical results in terms of ADC power consumption reduction.

Keywords - Software Radio, multistandard radio receiver, signals digitalization, non uniform sampling, clock generation

