

Identification expérimentale et modélisation micromécanique du comportement d'un multicristal en alliage à mémoire de forme

Tarek Merzouki

▶ **To cite this version:**

Tarek Merzouki. Identification expérimentale et modélisation micromécanique du comportement d'un multicristal en alliage à mémoire de forme. Sciences de l'ingénieur [physics]. Arts et Métiers ParisTech, 2008. Français. NNT : 2008ENAM0032 . pastel-00004954

HAL Id: pastel-00004954
https://pastel.hal.science/pastel-00004954

Submitted on 25 May 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N°: 2008 ENAM 0032

Ecole doctorale n° 432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

T H È S E

pour obtenir le grade de

Docteur
de
L'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers

Spécialité "Mécanique et Matériaux"

présentée et soutenue publiquement
par

Tarek MERZOUKI

le 28 11 2008

IDENTIFICATION EXPÉRIMENTALE ET MODÉLISATION MICROMECANIQUE DU COMPORTEMENT D'UN MULTICRISTAL EN ALLIAGE A MÉMOIRE DE FORME

Directeur de thèse : ***Fodil MERAGHNI***

Co- Directeur de thèse : ***Tarak BEN ZINEB***

Jury :

M. Michel BORNERT, Ingénieur, LMS, École Polytechnique de Paris ..... Président
Mme Suzanne DEGALLAIX, Professeur, LML, École Centrale de Lille ..... Rapporteur
M. Denis FAVIER, Professeur, 3S-R, Université Joseph Fourier, Grenoble ..... Rapporteur
M. Fodil MERAGHNI, Professeur, LPMM, ENSAM, Metz ..... Examinateur
M. Tarak BEN ZINEB, Professeur, LEMTA, Université Nancy I ..... Examinateur
Mme Nadine BOURGEOIS, Maître de Conférences, LPMM, Université Metz,... Examinateur
M. André EBERHARDT, Professeur, LPMM, ENIM, Metz..... Examinateur

Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux
ENSAM, CER de Metz

L'ENSAM est un Grand Etablissement dépendant du Ministère de l'Education Nationale, composé de huit centres :
AIX-EN-PROVENCE ANGERS BORDEAUX CHÂLONS-EN-CHAMPAGNE CLUNY LILLE METZ PARIS

Remerciements

A l'issue de ces trois années de thèse passées au Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux (LPMM) à l'Ecole d'Arts et Métiers (ENSAM) de Metz, Je tiens à remercier Etienne Patoor, Directeur du LPMM, pour m'avoir accueilli au sein de ce laboratoire.

Je tiens à remercier mon directeur de thèse Fodil MERAGHNI, Professeur, LPMM, ENSAM de Metz, pour toute la confiance qu'il m'a accordée au cours de cette thèse, pour sa disponibilité et sa proximité. Je remercie également Tarak Ben Zineb, Professeur, LEMTA, Université Henri Poincaré Nancy 1, co-directeur de cette thèse. Il a su m'accueillir chaleureusement lors de mes visites au Laboratoire d'Énergétique et de Mécanique Théorique et Appliquée à l'ESSTIN à Nancy.

Je suis reconnaissant envers mes rapporteurs, Monsieur Denis FAVIER, Professeur, 3S-R, Université Joseph Fourier, Grenoble et Madame Suzanne DEGALLAIX, Professeur, LML, École Centrale de Lille, qui m'ont fait l'honneur d'expertiser et juger mon travail en travers de ce manuscrit. Je les en remercie sincèrement, je remercie également Monsieur Michel BORNERT, qui m'a fait le plaisir d'examiner ma thèse et d'être le Président de mon jury de thèse.

Je tiens à distinguer plus particulièrement Madame Nadine BOURGEOIS, Monsieurs Christophe COLLARD et André EBERHARDT pour leur collaboration active et leur sympathie. J'exprime enfin toute ma reconnaissance à l'ensemble du personnel du LPMM et de l'ENSAM de Metz pour leur accueil, leur amitié, et pour l'aide qu'ils m'ont apporté.

***Merci à toutes les personnes qui ont contribué de prés ou de loin à l'avancée de ma thèse**.*

à ma mère et à mon père
à ma femme
à mes frères et mes sœurs
à toute ma famille

Table des matières

Introduction générale **XIII**

1 Etude Bibliographique : Alliages à mémoire de forme, mesures de champs et identification **1**

1.1 Introduction 2
1.2 Propriétés thermomécaniques des alliages à mémoire de forme 4
1.2.1 Transformation martensitique 4
1.2.2 Effet superélastique 8
1.2.3 Effet caoutchoutique 9
1.2.4 Effet mémoire simple sens 9
1.2.5 Effet mémoire double sens ou réversible 11
1.2.6 Caractéristiques des alliages à mémoire de forme à base de cuivre 11
1.3 Approches de description du comportement thermomécanique 15
1.3.1 Approches phénoménologiques 16
1.3.2 Approches micromécaniques 18
1.3.2.1 Modèle autocohérent 18
1.3.2.2 Méthode des éléments finis 20
1.4 Revue des techniques de mesure de champs cinématiques 23
1.4.1 Méthodes de moiré 24
1.4.1.1 Moiré interférométrique (interférométrie sur reseau) . 24
1.4.1.2 Moiré géométrique 25
1.4.2 Speckle interférométrique 26
1.4.3 Photoélasticimétrie 27
1.4.4 Méthodes d'interférométrie holographique 28
1.4.5 Méthodes d'analyse d'images 29
1.4.5.1 Méthode de grille 30
1.4.5.2 Méthode de corrélation d'images 32

1.4.6 Choix de la technique de mesure du champ cinématique 33
1.4.7 Principe détaillé de la méthode de corrélation d'images 35
1.4.8 Applications à l'échelle locale 37
1.5 Identification par analyse inverse 38
1.5.1 Position du problème inverse 40
1.5.1.1 Méthode de recalage par éléments finis 40
1.5.1.2 Méthode de l'erreur en relation de comportement . . 41
1.5.1.3 Méthode de l'écart à l'équilibre 44
1.5.1.4 Méthode des champs virtuels 44
1.5.2 Résolution du problème 46
1.6 Conclusion 48

2 Procédures et résultats expérimentaux 51
2.1 Introduction 52
2.2 Élaboration de l'éprouvette 53
2.3 Matériau étudié 53
2.4 Procédure expérimentale 54
2.4.1 Préparation de la surface de l'échantillon 54
2.4.2 Détermination de l'orientation cristallographique par EBSD . 57
2.4.3 Création d'un contraste local pour la corrélation d'images . . . 58
2.4.4 Essais mécaniques 59
2.4.5 Acquisition des images 63
2.5 Résultats expérimentaux 64
2.5.1 Orientation cristallographique 64
2.5.2 Observation de la transformation martensitique 66
2.5.3 Mesure des champs cinématiques par la méthode de corrélation d'images 69
2.5.4 Étude qualitative des déformations mesurées 71
2.6 Conclusion 77

3 Dialogue calcul numérique / expérience 79
3.1 Introduction 79
3.2 Loi de comportement d'un monocristal d'AMF 80
3.3 Implantation de la loi de comportement locale de l'AMF dans Aaqus® 85
3.4 Modélisation par éléments finis du comportement d'un multicristal en AMF 86

3.4.1 Paramètres matériau de l'alliage à base de cuivre 88
3.4.2 Conditions aux limites (CL) 89
3.4.2.1 Conditions aux limites homogènes 90
3.4.2.2 Conditions aux limites expérimentales 90
3.5 Analyse des résultats numériques 94
3.6 Comparaison qualitative 99
3.7 Comparaison entre variantes de martensite activées lors d'un calcul numérique et observées expérimentalement 100
3.8 Conclusion 109

4 Identification par la méthode de l'erreur en relation de comportement 111
4.1 Introduction 111
4.2 Principe de l'erreur en relation de comportement 113
4.3 Identification par minimisation de l'erreur en relation de comportement en élasticité 116
4.4 Application à l'identification d'un comportement orthotrope élastique 119
4.4.1 Formulation du problème d'identification 119
4.4.2 Résolution du problème inverse 122
4.4.3 Analyse de sensibilité 124
4.4.4 Validation numérique de la procédure d'identification 124
4.4.5 Convergence spatiale 127
4.4.6 Sensibilité de la procédure aux valeurs initiales 130
4.4.7 Etude de sensibilité à un bruit de mesure simulé 130
4.5 Conclusion 142

5 Identification des constantes élastiques de l'austénite 145
5.1 Introduction 145
5.2 Formulation du problème d'identification 146
5.3 Identification des paramètres d'élasticité de l'austénite 147
5.3.1 Mise en place de la procédure d'identification 147
5.3.2 Etude de la sensibilité aux valeurs initiales 154
5.3.3 Résultats d'identification 154
5.4 Conclusion 158

Conclusion générale 159

Bibliographie **162**

.1 Matrice d'interaction 177

.2 Rappel mathématique : passage du repère du grain au repère global . 178

Liste des tableaux

1.1 Normales aux plans d'habitat et directions de glissement de la transformation martensitique pour un AMF Cu-Al-Be [32, 41] 7
1.2 Constantes élastiques de l'austénite Cu-Al-Be [8], l'austénite Cu-Al-Ni [115] et de la martensite (18R) Cu-Zn-Al [112] 15

2.1 Composition chimique des solutions D31 et Mi14 55
2.2 Orientation des grains de l'éprouvette et facteur de Schmid de la direction de traction uniaxiale 65

3.1 Paramètres matériau [33,69,96], μ est le paramètre de cisaillement . . 89
3.2 Constantes élastiques dans le repère local du réseau cristallin [70] . . 89
3.3 Fraction volumique de martensite pour chaque grain pour une déformation globale $E_{11} = 2\%$, par ordre décroissant 99
3.4 Angles mesurés et calculés, facteur de Schmid pour les variantes activées lors du calcul numérique 103

4.1 Influence du maillage sur les valeurs identifiées 129
4.2 Identification des propriétés élastiques : sensibilité aux valeurs initiales 130
4.3 Identification avec le bruit blanc gaussien d'amplitude = 500 μdef pour 3 jeux de paramètres initiaux, (Tableau 4.2) 134
4.4 Identification avec le bruit biais d'amplitude = 500 μdef 137

5.1 Comparaison de la moyenne des déformations calculées, avec la simulation 3D et à partir de l'hypothèse de contraintes planes pour une déformation globale $E_{11} = 0{,}4\%$ 150
5.2 Identification des constantes élastiques de l'austénite : sensibilité aux valeurs initiales 155
5.3 Identification des constantes élastiques de l'austénite 156

Table des figures

1.1 Schéma de la décomposition d'une transformation martensitique, déformation de Bain, déformation à réseau invariant et rotation [32] . . 5
1.2 Transformation en variantes auto-accommodantes de martensite . . . 5
1.3 Transformation d'un élément de volume d'austénite en martensite . . 6
1.4 Diagramme de transformation type d'un alliage à mémoire de forme . 8
1.5 Comportement superélastique, définition dans les diagrammes (contrainte-température et contrainte-déformation) 9
1.6 Effet caoutchoutique 10
1.7 Effet mémoire de forme simple sens 10
1.8 Effet mémoire de forme double sens 11
1.9 Phase austénite du Cu-Al-Be [95] 13
1.10 Martensite du Cu-Al-Be [95] 14
1.11 Dodécaèdres rhombiques [92] 22
1.12 Interférométrie de moiré, extrait de [81] 25
1.13 Interferométrie de speckle, extrait de [127] 27
1.14 Principe d'un polariscope linéaire, extrait de [105] 28
1.15 Montage technique de l'interférométrie holographique, extrait de [110] 29
1.16 Différents motifs de grille [31] 31
1.17 Différents types de grille [31] 31
1.18 Montage de corrélation d'image bi-dimensionel [80] 33
1.19 Principe de la méthode de corrélation [31] 35
1.20 Comparaison entre les distributions du champ de déformation équivalente simulée et expérimentale [119] 39
1.21 Courbes contrainte-déformation macroscopique expérimentale et simulée à partir des paramètres identifiés pour une même déformation axiale macroscopique de 2,5 % [63] 42

1.22 Comparaison entre la déformation obtenue expérimentalement par la technique microextensomètrique et par simulation à partir des paramètres identifiés pour une même déformation axiale macroscopique de 2,5 % pour un multicristal fer-silicium (faible nombre de grain) de fer [63] 43

2.1 Géométrie de l'éprouvette, dimensions en mm 53
2.2 Mesure de la température de transformation par DSC [69] 54
2.3 Micrographie de l'éprouvette après attaque chimique par Mi14 56
2.4 Diffraction des électrons et formation des clichés 58
2.5 Exemple d'indexation de clichés de diffraction 59
2.6 Mouchetis aléatoire obtenu par vaporisation de peinture blanche . . . 60
2.7 Histogramme des niveaux de gris 60
2.8 Machine de traction 61
2.9 Fixation de l'éprouvette 61
2.10 Figures de pôles d'une des zones analysées 64
2.11 Facteur de Schmid suivant la direction de chargement 66
2.12 Cartographie de l'éprouvette, numérotation des grains 66
2.13 Evolution de la transformation martensitique au cours du chargement : essai 3 68
2.14 Éprouvette pour un déplacement macroscopique imposé de 0,220 mm : essai 1 sans mouchetis 68
2.15 Éprouvette pour un déplacement macroscopique imposé de 0,230 mm correspondant à une déformation longitudinale moyenne mesurée de 0,8 % : essai 2 68
2.16 Champs de déformations à 0,113 mm de déplacement imposé correspondant à une déformation longitudinale moyenne mesurée de 0,35 % (essai 3), suivant la direction de chargement (a), suivant la direction transversale (b), et en cisaillement (c) 72
2.17 Champs de déformations à 0,152 mm de déplacement imposé correspondant à une déformation longitudinale moyenne mesurée de 0,56 % (essai 3), suivant la direction de chargement (a), suivant la direction transversale (b), et en cisaillement (c) 73

2.18 Champs de déformations à 0,205 mm de déplacement imposé correspondant à une déformation longitudinale moyenne mesurée de 0,7 % (essai 3), suivant la direction de chargement (a), suivant la direction transversale (b), et en cisaillement (c) 74

2.19 Champs de déformations à 0,230 mm de déplacement imposé correspondant à une déformation longitudinale moyenne mesurée de 0,8 % (essai 2), suivant la direction de chargement (a), suivant la direction transversale (b), et en cisaillement (c) 75

3.1 Mécanisme de transformation martensitique 81

3.2 Comportement en traction σ_{11}-ε_{11} pour différentes orientations obtenu par le code Simula+ [1] considérant un état de déformation homogène dans le volume du grain 84

3.3 Comportement en traction σ_{11}-ε_{11} obtenu par le code Simula+ [1] considérant un état de déformation homogène dans le volume du grain (en rouge), et par le code élément fini Aaqus® (en noire) 86

3.4 Èprouvette, microstructure et modèle élément fini du multicristal . . 87

3.5 Maillage adopté (éléments de type C3D8 et C3D6), 12294 éléments . 88

3.6 Comparaison de la contrainte de Von Mises (déformation globale $E_{11} = 0{,}8\%$) 91

3.7 Comparaison de la transformation martensitique (déformation globale $E_{11} = 0{,}8\%$) 92

3.8 Influence des conditions aux limites sur le comportement global . . . 92

3.9 Influence des conditions aux limites sur la fraction martensitique global 93

3.10 Influence des conditions aux limites sur la fraction martensitique dans les grains 13 et 28 93

3.11 Evolution de la transformation martensitique pour 3 niveaux de chargements, (a) : déformation globale $E_{11} = 0{,}8\%$, (b) : déformation globale $E_{11} = 1{,}4\%$, (c) : déformation globale $E_{11} = 2\%$ 95

3.12 Déformée du multicristal pour une déformation globale $E_{11} = 2\%$ (facteur d'amplification 2,5) : Description des modulations de la surface libre 96

3.13 Fraction volumique de martensite par grain en fonction de la déformation globale 97

3.14 Contrainte équivalente de Von Mises en fonction de la déformation équivalente de Von Mises 98
3.15 Carte de transformation martensitique : confrontation qualitative entre les résultats expérimentaux et les résultats de la simulation avec les déplacements mesurés (déformation globale $E_{11} = 0{,}8\%$) 100
3.16 Fraction volumique des variantes de martensite activées numériquement dans les grains 13, 20, 26 et 28 pour une déformation globale $E_{11} = 0{,}8\%$ 101
3.17 Identification des variantes observées lors d'un essai de traction pour une déformation globale $E_{11} = 0{,}8\%$ 102
3.18 Fraction volumique de martensite des variantes activées numériquement dans les grains 13 et 20 pour une déformation globale $E_{11} = 0{,}8\%$ au niveau de la face avant (observée expérimentalement) 106
3.19 Fraction volumique de martensite des variantes activées numériquement dans les grains 13 et 20 pour une déformation globale $E_{11} = 0{,}8\%$ au niveau de la face arrière 107
3.20 Fraction volumique de martensite des variantes activées numériquement dans le grain 26 pour une déformation globale $E_{11} = 0{,}8\%$ au niveau de la face avant (observée expérimentalement) 108
3.21 Fraction volumique de martensite des variantes activées numériquement dans le grain 26 pour une déformation globale $E_{11} = 0{,}8\%$ au niveau de la face arrière 108
3.22 Profil des conditions aux limites expérimentales dans la largeur pour deux niveaux de chargement sur deux essais différents 110

4.1 Schéma synoptique de l'algorithme d'identification 125
4.2 Géométrie des éprouvettes utilisées lors de la procédure d'identification (dimensions en mm) 128
4.3 Erreur relative des paramètres identifiés dans le cas d'un bruit blanc gaussien pour 3 jeux de paramètres initiaux, (Tableau 4.2) 135
4.4 Dispersion des paramètres identifiés dans le cas d'un bruit blanc gaussien 136
4.5 Erreur relative des paramètres identifiés dans le cas d'un bruit biais . 138
4.6 Cartographies de déformation longitudinale ε_{xx} simulée, correspondant aux paramètres **(a)** de référence, **(b)** identifiés dans le cas d'un bruit blanc gaussien, **(c)** identifiés dans le cas d'un bruit biais 139

4.7 Cartographies de déformation transversale ε_{yy} simulée, correspondant aux paramètres **(a)** de référence, **(b)** identifiés dans le cas d'un bruit blanc gaussien, **(c)** identifiés dans le cas d'un bruit biais 140
4.8 Cartographies de déformation de cisaillement ε_{xy} simulée, correspondant aux paramètres **(a)** de référence, **(b)** identifiés dans le cas d'un bruit blanc gaussien, **(c)** identifiés dans le cas d'un bruit biais 141

5.1 Sélection des grains 149
5.2 Comparaison des déformations (ε_{33}^{cp}), avec la simulation 3D et l'hypothèse de contraintes planes pour une déformation globale $E_{11} = 0{,}4\%$ 151
5.3 Comparaison des déformations (ε_{23}^{cp}), avec la simulation 3D et l'hypothèse de contraintes planes pour une déformation globale $E_{11} = 0{,}4\%$ 152
5.4 Comparaison des déformations (ε_{13}^{cp}), avec la simulation 3D et l'hypothèse de contraintes planes pour une déformation globale $E_{11} = 0{,}4\%$ 153
5.5 Zone considérée pour l'identification des constantes 155

6 Les 3 rotations caractérisant les angles d'Euler [87] 179

Introduction générale

De nombreuses applications nécessitent l'utilisation des microsystèmes adaptatifs capables de se substituer à l'homme dans certaines tâches, dangereuses ou fastidieuses, en milieu technologique ou biologique. L'ingénierie des microsystèmes a connu des avancées considérables ces dernières années, elle constitue un enjeu scientifique, technologique et industriel. Les approches classiques de conception qui consistent en un passage aux échelles inférieures ont montré leurs limites pour certaines applications au niveau des technologies conventionnelles où le degré de miniaturisation est insuffisant. La réduction de la taille est devenue de façon courante un critère de performance des microsystèmes. Il est indispensable de développer des microsystèmes de faibles dimensions, capables de générer des mouvements et d'exécuter des tâches de manipulation compatibles avec des échelles très petites. Dans ce domaine, les alliages à mémoire de forme (AMF) semblent prometteurs en raison de leurs propriétés thermomécaniques inhabituelles. Aujourd'hui, ces propriétés les ont amenés à être classés parmi les matériaux intelligents. Ces alliages sont de plus en plus répandus car il existe un vaste domaine d'applications technologiques potentielles. Les propriétés des alliages à mémoire de forme ont pour origine la transformation martensitique. Cette transformation présente des caractéristiques particulières, notamment dans le domaine de la cristallographie, de la thermodynamique et des propriétés mécaniques induites. Ainsi, dans le but de dimensionner au mieux les performances des microsystèmes, il est nécessaire de disposer d'un certain nombre de connaissances microscopiques afin d'aboutir à une description et à une modélisation fiable du comportement mécanique de ces matériaux.

La caractérisation précise du comportement mécanique nécessite souvent une étude, à l'échelle microscopique, des phénomènes mécaniques et de leur répartition spatiale. Il s'agit donc de tenir compte des hétérogénéités matérielles dont la taille caractéristique est du même ordre de grandeur que celle du microcomposant en

AMF. La démarche s'appuie, la plupart du temps, sur des observations expérimentales. Cette caractérisation passe en général par deux étapes : la première consiste à choisir un modèle reliant les causes et les effets des phénomènes mécaniques étudiés, tandis que la deuxième consiste à identifier les paramètres régissant ce modèle. En effet, le comportement global d'un matériau peut être prédit à partir de paramètres microscopiques pertinents par l'intermédiaire de techniques de transition d'échelles. Néanmoins, la difficulté d'une telle approche est la connaissance des propriétés à l'échelle locale du matériau. Pour des applications miniaturisées en AMF, il est difficile d'évoquer ou d'admettre un effet homogène équivalent de certains phénomènes locaux. L'arrivée de la micromécanique des matériaux a permis de mettre en place certains outils fondamentaux pour éprouver, d'une part, les modèles mécaniques de prévision, et d'autre part, les outils expérimentaux de caractérisation des matériaux à différentes échelles. Les moyens d'observation in situ, les modèles de changement d'échelles, qui prennent mieux en compte la microstructure et les phénomènes physiques locaux, ont connu des avancées importantes permettant ainsi d'améliorer les prévisions du comportement mécanique. Cependant, pour certains comportements très complexes, les avancées restent insuffisantes face aux ambitions affichées. Elles restent partielles souvent par manque d'informations expérimentales quantitatives à l'échelle microscopique ; les confrontations sur le comportement global sont aussi insuffisantes. L'évaluation d'un modèle nécessite une confrontation modèle/expérience plus pertinente à l'échelle locale. Les mesures du champ cinématique, à l'échelle locale, constitue un outil très riche qui permet d'apporter une contribution à l'amélioration de la connaissance du comportement micromécanique. Des techniques de mesure de champs doivent donc être employées. Cependant, peu de ces techniques sont opérationnelles et applicables à l'échelle microscopique. Le développement de ces méthodes de mesure reste encore de nos jours un défi ouvert et un courant scientifique qui mobilise de nombreux chercheurs en France et dans le monde.

L'exploitation de la richesse des mesures de champs hétérogènes est particulièrement bien adaptée à l'identification des paramètres caractérisant le comportement de matériaux hétérogènes tels que les alliages à mémoire de forme. L'identification de paramètres pilotant une loi de comportement à partir d'une réponse mécanique mesurée constitue un problème inverse. Pour traiter ce problème, il est nécessaire de mettre en œuvre des techniques de mesure et de résolution adaptées. La démarche de l'identification consiste à minimiser un écart entre grandeurs mesurées et valeurs

correspondantes déterminées par le calcul éléments finis, non seulement à l'échelle macroscopique mais également à l'échelle de la microstructure.

L'objectif de ce travail est d'apporter une contribution à la meilleure compréhension du comportement local des alliages à mémoire de forme de type Cu-Al-Be. Ceci a requis la mise en œuvre d'une méthode d'identification basée sur la minimisation de l'erreur en relation du comportement à partir du champ cinématique mesuré par une technique de corrélation d'images à l'échelle du grain et la détermination des paramètres importants capables d'influencer le processus d'identification. L'approche développée a pour but d'identifier à terme les paramètres intervenant dans la loi de comportement du matériau à l'échelle du grain, c'est à dire les paramètres du monocristal. Les travaux présentés ici constituent une approche préliminaire en vue d'étendre cette méthode aux comportements complexes des alliages à mémoire de forme.

Ce mémoire s'articule autour de cinq chapitres :

• Le premier chapitre est consacré à une revue bibliographique qui se décompose en quatre parties :

- La première partie est consacrée aux caractéristiques générales des alliages à mémoire de forme de type Cu-Al-Be.

- La deuxième partie présente deux techniques de transition d'échelles qui sont applicables aux calculs des structures polycristallines : le modèle autocohérent et la méthode des éléments finis.

- La troisième partie se focalise sur une revue bibliographique des différentes techniques de mesure de champ cinématique, mettant en exergue l'applicabilité de chacune.

- Enfin, ce chapitre se termine par une présentation d'un certain nombre de méthodes d'identification permettant l'exploitation de données expérimentales.

• Le deuxième chapitre présente toutes les procédures expérimentales adoptées pour les essais de traction sur un matériau en AMF, de type Cu-Al-Be, depuis l'usinage de l'éprouvette et la préparation de surface jusqu'à la création du contraste local pour mesurer le champ des déplacements par corrélation d'images. Les calculs de déformations à partir du champ cinématique mesuré ont permis d'observer les hétérogénéités dans le multicristal.

• Le troisième chapitre traite de la simulation numérique du comportement du multicristal en AMF. Le couplage entre mesures de champs et calculs par éléments finis est ensuite présenté. Deux types de conditions aux limites sont introduits. Les observations de localisation des variantes permet de départager les deux types de conditions aux limites. Une confrontation plus fine de la nature des variantes apparues expérimentalement et dans le calcul est ensuite réalisée.

• Le quatrième chapitre expose en détails l'identification par la méthode de l'erreur en relation du comportement en élasticité. L'application de cette dernière à l'identification des paramètres du comportement élastique d'un matériau orthotrope en 2D, la sensibilité vis-à-vis des paramètres initiaux et la stabilité au bruit de mesure sont étudiés.

• Le cinquième chapitre présente une extension au cas 3D d'un multicristal en AMF de l'algorithme d'identification développé au chapitre précedent. Cette extension met en jeu les 6 composantes du tenseur des déformations. Trois composantes situées dans le plan de mesure sont mesurées expérimentalement. Afin d'évaluer les composantes hors plan, l'hypothèse de contrainte plane est adoptée.

• Le manuscrit se termine par une conclusion générale présentant une synthèse de cette étude. Des voies d'investigation sont présentées comme perspectives à ce travail.

Chapitre 1

Etude Bibliographique : Alliages à mémoire de forme, mesures de champs et identification

Sommaire

1.1 Introduction 2
1.2 Propriétés thermomécaniques des alliages à mémoire de forme 4
1.2.1 Transformation martensitique 4
1.2.2 Effet superélastique 8
1.2.3 Effet caoutchoutique 9
1.2.4 Effet mémoire simple sens 9
1.2.5 Effet mémoire double sens ou réversible 11
1.2.6 Caractéristiques des alliages à mémoire de forme à base de cuivre 11
1.3 Approches de description du comportement thermomécanique 15
1.3.1 Approches phénoménologiques 16
1.3.2 Approches micromécaniques 18
1.4 Revue des techniques de mesure de champs cinématiques 23
1.4.1 Méthodes de moiré 24
1.4.2 Speckle interférométrique 26
1.4.3 Photoélasticimétrie 27
1.4.4 Méthodes d'interférométrie holographique 28

1.4.5 Méthodes d'analyse d'images 29
1.4.6 Choix de la technique de mesure du champ cinématique . 33
1.4.7 Principe détaillé de la méthode de corrélation d'images . . 35
1.4.8 Applications à l'échelle locale 37
1.5 Identification par analyse inverse 38
1.5.1 Position du problème inverse 40
1.5.2 Résolution du problème 46
1.6 Conclusion 48

1.1 Introduction

Les alliages à mémoire de forme (AMF) présentent un comportement thermomécanique particulier et caractérisé par une transformation de phase. Ce sont des alliages métalliques qui possèdent la propriété remarquable de pouvoir récupérer leur forme initiale par simple chauffage ou par application d'une contrainte après avoir été déformés. Les principales propriétés des AMF sont : l'effet superélastique, l'effet de mémoire simple ou double sens, l'effet caoutchoutique et une capacité d'amortissement importante. Pour ces raisons, cette classe d'alliage est dite intelligente ou adaptative.

Les AMF présentent des caractéristiques spécifiques. Afin de décrire leur comportement thermomécanique, il convient de recourir à des méthodes de transition d'échelle pour obtenir une description et une modélisation assez représentatives du comportement thermomécanique des AMF à l'échelle du grain (monocristal) ou du polycristal. Pour cela, nous nous appuyons sur les informations microscopiques fournies par les techniques expérimentales, tout en couplant mesures à l'échelle de la microstructure et calculs numériques de manière à identifier les coefficients des lois de comportement intégrées dans le modèle adapté.

L'éprouvette étudiée présente un faible nombre de grains de longueur caractéristique importante. La notion de matériau homogène équivalent n'est pas adaptée à cette structure et il est nécessaire de modéliser l'hétérogénéité en prenant en compte la forme et l'orientation cristallographique de chaque grain. La méthode des éléments finis est la plus adaptée pour cette modélisation. Elle permet d'étudier plus finement

le comportement d'un multicristal en AMF. Au regard de la nécessité du couplage entre le calcul numérique et l'expérience, une revue bibliographique des différentes techniques de mesures de champ local applicables à la mécanique expérimentale est présentée au cours de ce chapitre, mettant en exergue l'applicabilité de chacune. Il convient, afin d'étudier le comportement de l'AMF à l'échelle microscopique ou macroscopique, d'identifier les paramètres du modèle utilisé dans le calcul par la méthode des éléments finis. La détermination de ces paramètres constitue un problème inverse, qui nécessite une stratégie d'identification. Cette dernière consiste à minimiser un écart entre grandeurs mesurées et valeurs correspondantes déterminées par le calcul éléments finis, les variables étant les paramètres recherchés. Dans ce contexte, une revue bibliographique de certaines méthodes d'identification est présentée.

Le premier chapitre de cette thèse présente quatre parties principales :

- Dans un premier temps, on présentera un état de l'art sur les caractéristiques générales des alliages à mémoire de forme (transformation de phase, cristallographie ...) ainsi que leurs propriétés thermomécaniques les plus connues : pseudo-élasticité, effet de mémoire simple, double sens et effet caoutchoutique.

- Par la suite, nous aborderons dans la deuxième partie deux techniques de transition d'échelles, permettant de déterminer le comportement effectif de l'agrégat polycristallin : le modèle autocohérent et la méthode des éléments finis.

- La troisième partie sera consacrée à la présentation de quelques techniques de mesures de champs applicables à la mécanique expérimentale des solides. On se focalisera sur celles permettant d'étudier le matériau à l'échelle de la microstructure afin de résoudre les problèmes d'identification.

- La quatrième partie présente les différentes méthodes, adoptées dans la littérature, exploitables pour la résolution du problème d'identification à partir de mesures de champs cinématiques.

1.2 Propriétés thermomécaniques des alliages à mémoire de forme

1.2.1 Transformation martensitique

La transformation martensitique correspond à un changement de phase à l'état solide. Elle est introduite par une distorsion du réseau cristallin induisant dans certains cas une déformation inélastique macroscopique [29]. C'est une transition structurale displacive du premier ordre, présentant une déformation homogène du réseau cristallographique, constituée essentiellement par un cisaillement [25]. Le changement de structure cristalline, entre la phase mère (Austénite) et la phase produite (Martensite), engendre une déformation homogène de la maille cristalline (cisaillement). Elle se produit sans diffusion par un mouvement coopératif des atomes sur des distances relativement faibles par rapport aux paramètres de maille du réseau cristallin. La transformation s'accompagne d'un léger changement de volume, elle se propage de façon indépendante du temps et se produit de façon telle que l'interface entre la martensite formée et la phase mère, en l'occurrence l'austénite, devient un plan invariant (plan d'habitat) afin de minimiser l'énergie d'interaction entre les deux phases. La transformation martensitique a lieu par germination et croissance, dans un intervalle de température où coexistent les phases austénitique et martensitique. Les deux phases sont nettement différenciées au cours de la transformation par la présence des interfaces (austénite/martensite), avec une hystérésis et une enthalpie de transformation. Tout ceci montre le caractère du premier ordre de la transformation (austénite/martensite).

D'un point de vue phénoménologique et cristallographique, la déformation de transformation est le résultat de la composition d'une déformation inélastique du réseau cristallin appelée déformation de BAIN, d'une transformation à réseau invariant (caractérisée par un glissement dans le cas des ferreux, et par un maclage pour les alliages Nickel-Titane, et les cuivreux), et d'une rotation pour accoler la partie transformée (la martensite) à la partie non transformée (l'austénite). Cette transformation donne naissance au plan d'habitat qui désigne le plan séparant la phase mère et la phase martensitique (Figure 1.1). La transformation martensitique est donc décomposée en trois opérations :

- une transformation du réseau cristallin (déformation de Bain),
- une transformation à réseau invariant (glissement, maclage),

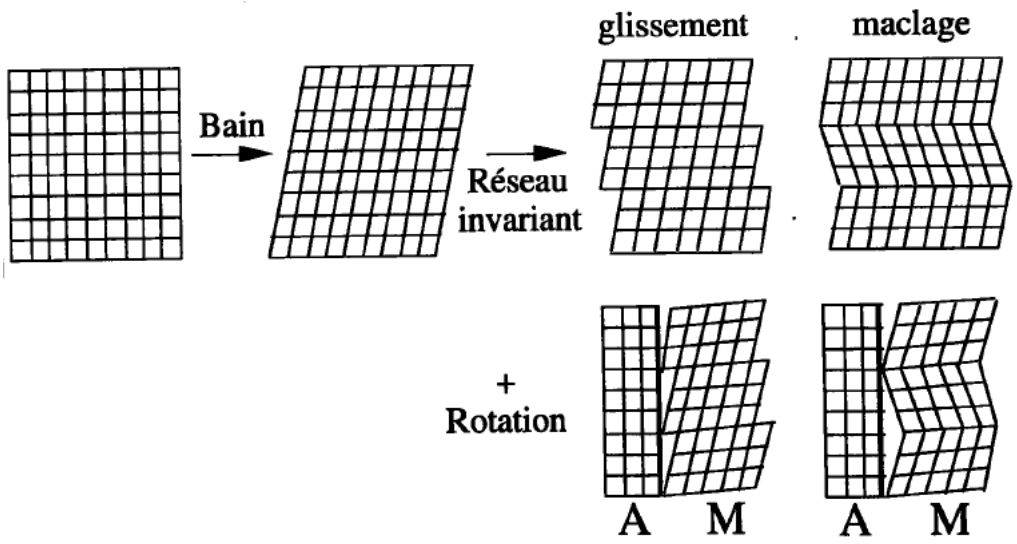


Figure 1.1 – *Schéma de la décomposition d'une transformation martensitique, déformation de Bain, déformation à réseau invariant et rotation [32]*

– une rotation.

Dans un monocristal d'austénite de structure cubique, il existe 24 possibilités d'orientation de la martensite, appelées variantes. Les variantes sont caractérisées par des plans d'habitat et des cisaillements d'orientations différentes, mais équivalentes du point de vue cristallographique. En l'absence de contrainte, ces variantes sont a priori équiprobables ; elles se forment de façon à accommoder leurs déformations respectives. La déformation macroscopique du cristal est nulle, au changement de volume près, car les cisaillements des variantes se compensent. On parle alors d'un groupe de variantes "auto-accommodantes" (Figure 1.2).

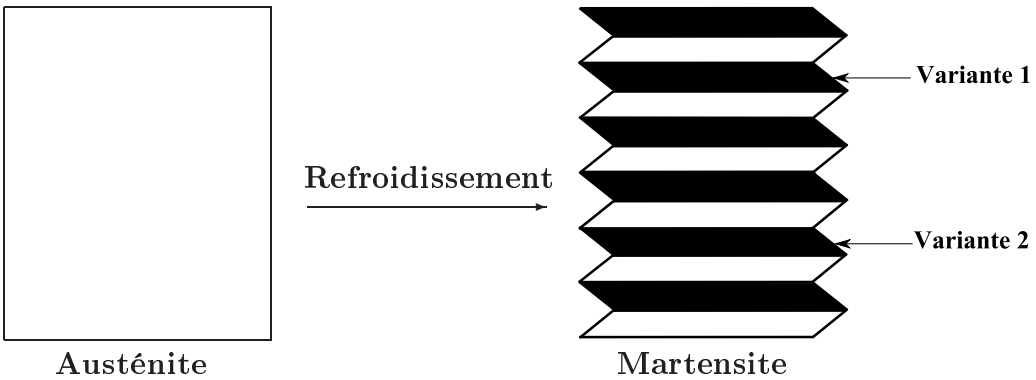


Figure 1.2 – *Transformation en variantes auto-accommodantes de martensite*

La transformation d'un volume élémentaire d'austénite en martensite est présentée dans la Figure 1.3. On note **n** la normale au plan d'habitat, **m** la direction

de transformation et g l'amplitude du glissement dans la direction **m**. Les vecteurs **n** et **m** sont non orthogonaux à cause de l'existence d'une très faible variation de volume. Chaque variante est caractérisée par le couple (**n**,**m**). Le Tableau 1.1 donne les coordonnées des vecteurs **n** et **m** des 24 variantes susceptibles d'être activées au cours du chargement d'un AMF de type Cu-Al-Be.

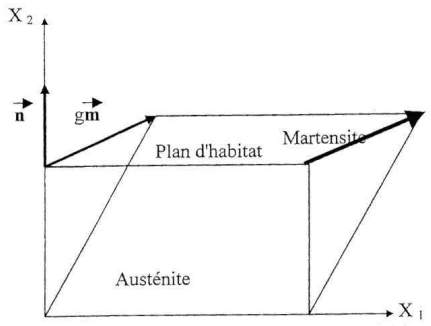


Figure 1.3 – *Transformation d'un élément de volume d'austénite en martensite*

La transformation martensitique peut être d'origine thermique ou induite par l'application d'une contrainte ou les deux à la fois. Si la contrainte est absente ou très faible pendant le refroidissement, on obtient des ensembles de plaquettes de martensite auto-accommodées et la transformation s'effectue sans déformation macroscopique. En revanche, si on applique une contrainte sur la martensite, il y aura croissance des variantes favorisées dans le sens de la contrainte. Le matériau présente alors une déformation macroscopique importante. On observe, également que la transformation martensitique d'un échantillon contraint se produit à des températures supérieures à celles d'un échantillon libre de contraintes. Autrement dit, plus la contrainte appliquée à l'alliage est importante, plus les températures de transformation sont élevées. La Figure 1.4 présente les températures de transformation caractérisant le matériau.

Ms : Température de début de la transformation directe (austénite - martensite).
Mf : Température de fin de la transformation directe.
As : Température de début de la transformation inverse (martensite - austénite).
Af : Température de fin de la transformation inverse.

L'hystérésis de transformation est caractérisée par les différences de températures entre début et fin de transformations directe et inverse (**As**→**Mf** et **Af** → **Ms**), et due à l'existence d'une certaine énergie dissipée [84].

Variante	n_1	n_2	n_3	m_1	m_2	m_3
1	0,1786	0,6628	0,7271	0,1606	-0,7448	0,6476
2	0,1786	0,7271	0,6628	0,1606	0,6476	-0,7448
3	-0,1786	0,6628	0,7271	-0,1606	-0,7448	0,6476
4	-0,1786	0,7271	0,6628	-0,1606	0,6476	-0,7448
5	-0,6628	0,1786	0,7271	0,7448	0,1606	0,6476
6	-0,7271	0,1786	0,6628	-0,6476	0,1606	-0,7448
7	-0,6628	-0,1786	0,7271	0,7448	-0,1606	0,6476
8	-0,7271	-0,1786	0,6628	-0,6476	-0,1606	-0,7448
9	0,1786	-0,6628	0,7271	0,1606	0,7448	0,6476
10	0,1786	-0,7271	0,6628	0,1606	-0,6476	-0,7448
11	-0,1786	-0,6628	0,7271	-0,1606	0,7448	0,6476
12	-0,1786	-0,7271	0,6628	-0,1606	-0,6476	-0,7448
13	0,7271	0,1786	0,6628	0,6476	0,1606	-0,7448
14	0,6628	0,1786	0,7271	-0,7448	0,1606	0,6476
15	0,7271	-0,1786	0,6628	0,6476	-0,1606	-0,7448
16	0,6628	-0,1786	0,7271	-0,7448	-0,1606	0,6476
17	0,6628	-0,7271	-0,1786	-0,7448	-0,6476	-0,1606
18	0,7271	-0,6628	-0,1786	0,6476	0,7448	-0,1606
19	-0,6628	0,7271	-0,1786	0,7448	0,6476	-0,1606
20	-0,7271	0,6628	-0,1786	-0,6476	-0,7448	-0,1606
21	-0,7271	-0,6628	-0,1786	-0,6476	0,7448	-0,1606
22	-0,6628	-0,7271	-0,1786	0,7448	-0,6476	-0,1606
23	0,7271	0,6628	-0,1786	0,6476	-0,7448	-0,1606
24	0,6628	0,7271	-0,1786	-0,7448	0,6476	-0,1606

Tableau 1.1 – *Normales aux plans d'habitat et directions de glissement de la transformation martensitique pour un AMF Cu-Al-Be [32, 41]*

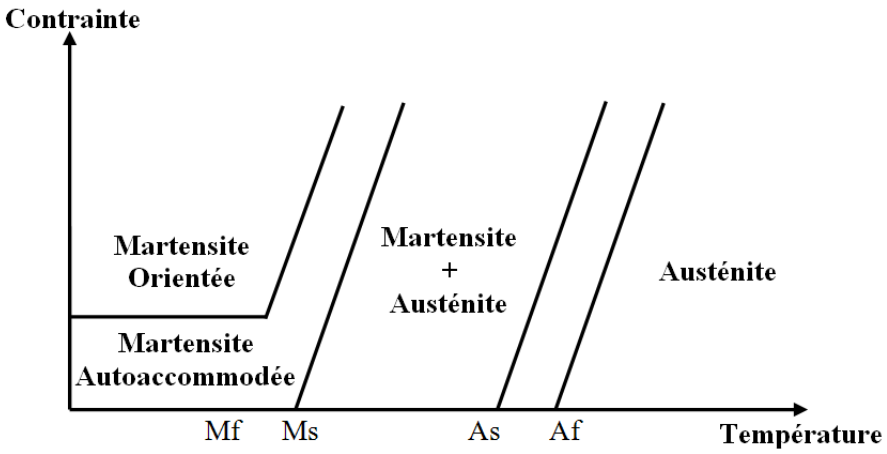


Figure 1.4 – *Diagramme de transformation type d'un alliage à mémoire de forme*

Le mécanisme de transformation de phase confère une ou plusieurs des propriétés intéressantes aux alliages à mèmoire de forme. Elles sont détaillées ci-après.

1.2.2 Effet superélastique

L'application d'une contrainte isotherme à l'alliage initialement austénitique induit dans un premier temps une déformation élastique (stade $1-2$), figure 1.5. L'augmentation de la contrainte (supérieure à la contrainte critique σ_c) entraîne et favorise la germination et la croissance de certaines variantes de martensite. La transformation sous contrainte s'accompagne d'une importante déformation macroscopique qui s'accompagne du déplacement des interfaces austénite/martensite (stade $2-3$). Dans le cas des monocristaux, une seule variante est généralement induite par la contrainte. Dans le cas des polycristaux, l'incompatibilité de déformation entre les grains induit des contraintes internes qui favorisent l'activation de plusieurs variantes. La contrainte augmente au cours de la transformation avec une faible déformation. Le relâchement de la contrainte conduit à une transformation inverse. La martensite se retransforme en austénite avec une hystérésis en contrainte (car la phase martensitique ne sera pas la plus stable sans contrainte) (stade $3-4-5$). L'échantillon reprend sa forme initiale lorsque toute la martensite s'est retransformée en austénite sans aucune déformation résiduelle (stade $5-1$). La Figure 1.5 schématise les différents stades de ce comportement pour un monocristal et un polycristal.

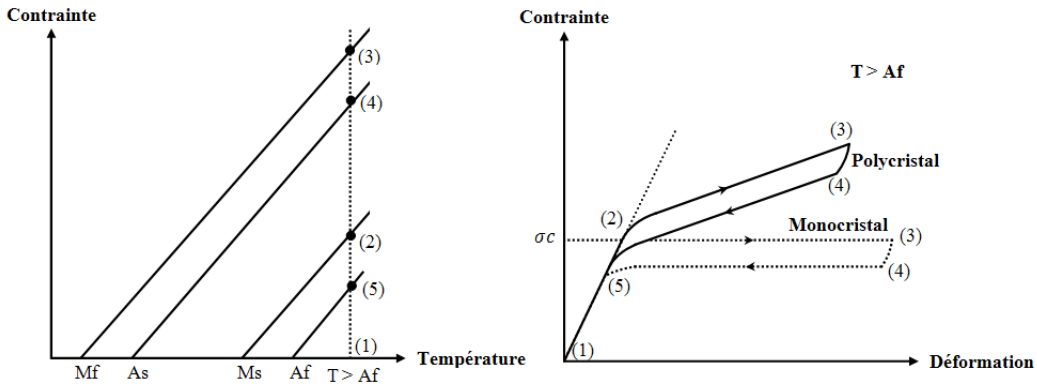


Figure 1.5 – *Comportement superélastique, définition dans les diagrammes (contrainte-température et contrainte-déformation)*

1.2.3 Effet caoutchoutique

Cette propriété est obtenue par l'application d'une contrainte isotherme en phase martensitique. La martensite d'autoaccommodation est déformée par déplacement des interfaces entre les variantes, (stade $1-2$), figure 1.6. Au retrait de la contrainte, la déformation se divise en une partie réversible par retour en arrière partiel des interfaces (la décharge mécanique), et une partie résiduelle due à la stabilisation de la martensite orientée (stade $2-3$). L'application d'un cycle de contraintes (stade $3-2-3$) induit un comportement réversible (ou caoutchoutique). L'effet caoutchoutique est associé au mouvement réversible des interfaces entre variantes de martensite. La Figure 1.6 schématise les différents stades de ce comportement.

1.2.4 Effet mémoire simple sens

Cet effet se réalise en quatre étapes (Figure 1.7) :

1. Refroidissement de l'échantillon sans contrainte, à partir d'une température $T > Af$ jusqu'à une température $T < Mf$. La transformation martensitique est réalisée par autoaccommodation des variantes.
2. Application d'une contrainte à température constante ($T < Mf$) permet de créer une déformation macroscopique par la réorientation des variantes.
3. Retrait de la contrainte laisse une déformation permanente.
4. Réchauffage de l'échantillon jusqu'à une température $T > Af$, la martensite orientée se retransforme en austénite, le matériau retrouve sa forme initiale.

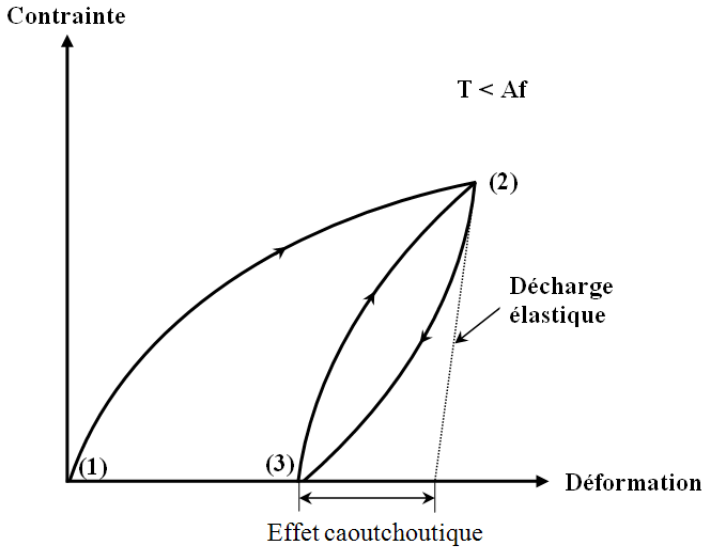


Figure 1.6 – *Effet caoutchoutique*

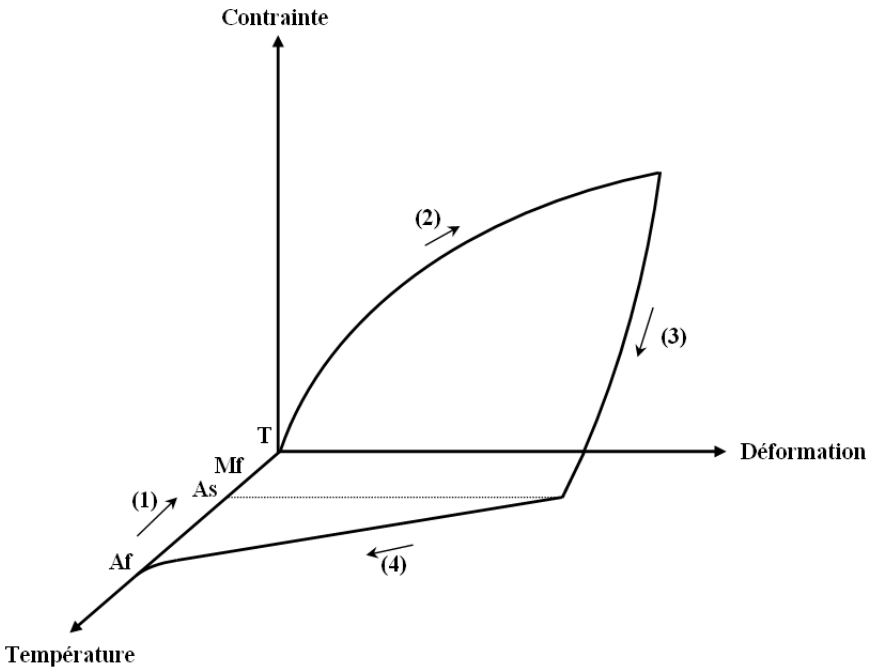


Figure 1.7 – *Effet mémoire de forme simple sens*

1.2.5 Effet mémoire double sens ou réversible

L'effet mémoire de forme double sens est le passage réversible d'une forme haute température à une forme basse température sous contraintes (Figure 1.8). Pour obtenir cet effet, il faut effectuer un traitement thermique cyclique appelé "éducation". L'éducation entraîne l'introduction de défauts au sein de l'alliage produisant un champ de contraintes internes. Ces contraintes orientent les variantes qui se forment lors du refroidissement, sans l'aide d'une sollicitation extérieure. Il existe plusieurs façons de réaliser un traitement d'éducation, par exemple :

1. Application d'une contrainte à haute température.
2. Refroidissement sous contrainte à $T < Mf$, le matériau prend une forme à basse température.
3. Réchauffement sous contrainte à $T > Af$, le matériau reprend sa forme à haute température.

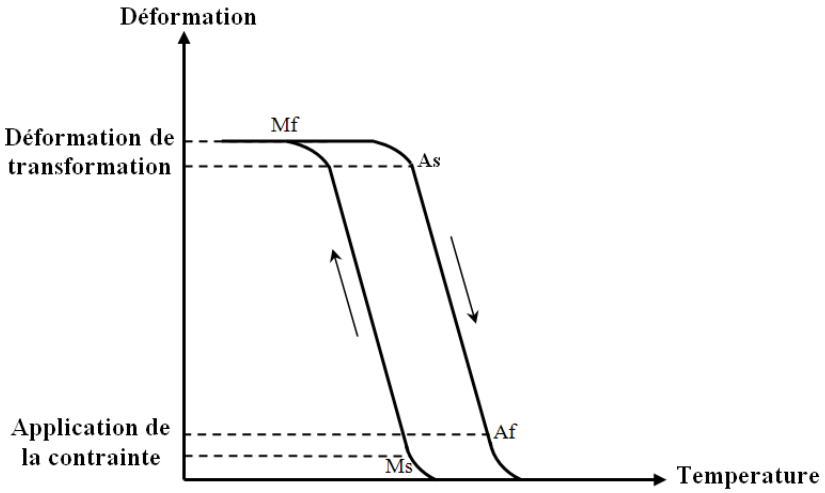


Figure 1.8 – *Effet mémoire de forme double sens*

1.2.6 Caractéristiques des alliages à mémoire de forme à base de cuivre

Dans ce travail l'AMF étudié appartient à la famille $Cu - Al$ avec un faible pourcentage de Be, sa composition chimique est : 12 $\%Al$ et 0,5 $\%Be$ (pourcentages massiques).

Il y a essentiellement trois familles d'alliages à mémoire de forme à base de cuivre : $Cu-Sn$, $Cu-Zn$, $Cu-Al$. Les alliages $Cu-Zn$ et $Cu-Al$ présentent des températures de transformation martensitique trop élevées. C'est pourquoi on ajoute un troisième élément qui permet d'avoir la température souhaitée. L'addition de béryllium dans le $Cu-Al$ a pour conséquence de faire diminuer la valeur de la température Ms. Belkahla [8] a donné l'évolution de la température Ms en fonction de la composition de l'alliage :

$$\textbf{Ms (°C)} = \textbf{1245 - 71 (\% Al) - 893 (\% Be)} \ (\%\text{pourcentage massique})$$

Ms dépend linéairement des taux d'aluminium et de béryllium. Cependant, comme il s'agit d'approximations, il existe une marge d'erreur pour chaque mesure de Ms ($\pm$ 10 °C) [8] et pour chaque mesure de concentration. Pour la même raison que précédemment, 0,1 % en masse de béryllium correspond à une variation de Ms de 90°C.

Les phases d'équilibre $Cu-Al$

L'alliage $Cu-Al$ dans la partie riche en cuivre montre quatre phases d'équilibre :

- α : solution solide de substitution d'atomes d'aluminium dans une matrice cubique à faces centrées de cuivre. Le paramètre de maille est fonction du pourcentage d'aluminium. Il est proche de 3,6 A°.
- $\gamma 2$: structure cubique complexe à 52 atomes par maille.
- β : phase haute température, de structure cubique centrée désordonnée.
- $\alpha 2$: structure proche de la structure cubique à faces centrées. C'est une structure ordonnée avec des parois d'antiphase périodiques.

Les phases métastables $Cu-Al$

La phase métastable est obtenue généralement par trempe. Lorsqu'un matériau présente une trempabilité élevée, un refroidissement à l'air suffit pour obtenir les phases métastables. L'alliage $Cu-Al$ présente les phases métastables suivantes :

- $\beta 1$: structure cubique centrée ordonnée, forme ordonnée de la phase β.
- β' : martensite désordonnée M9R obtenue par trempe de la phase β. Elle est constituée d'un empilement de 9 plans compacts.
- $\beta 1'$: martensite désordonnée M18R obtenue par trempe de la phase $\beta 1$. Sa

structure est la même que celle de la martensite β' mais elle est ordonnée ; c'est un empilement de 18 plans compacts.

Phase austénitique de Cu-Al-Be

La structure de l'austénite à la température ambiante est ordonnée, et appelée $\beta 1$ (cubique centrées). Sa maille cubique a une structure de paramètre double de celui de la maille cubique centrée désordonnée. L'ordre est de type $DO3$, elle est constituée de 8 mailles élémentaires cubiques centrées. Le béryllium est présent en faible quantité (5 %) et il est difficile de savoir sa position sur la maille (Figure 1.9) [95].

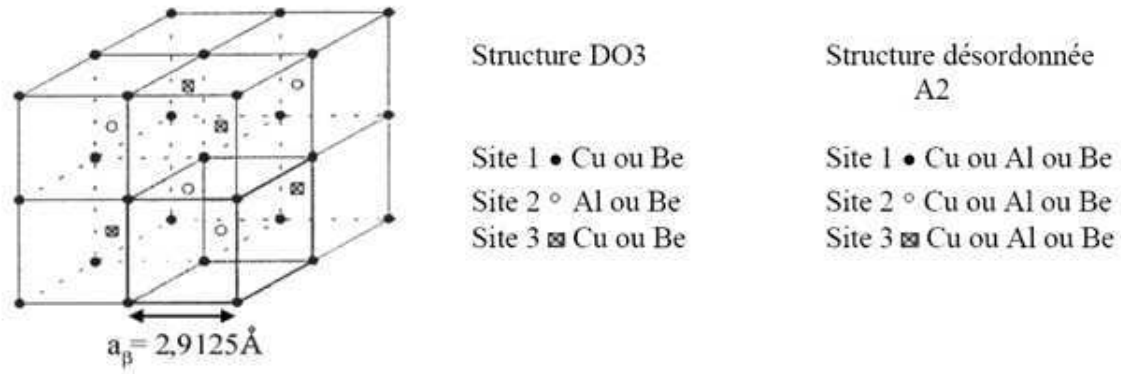


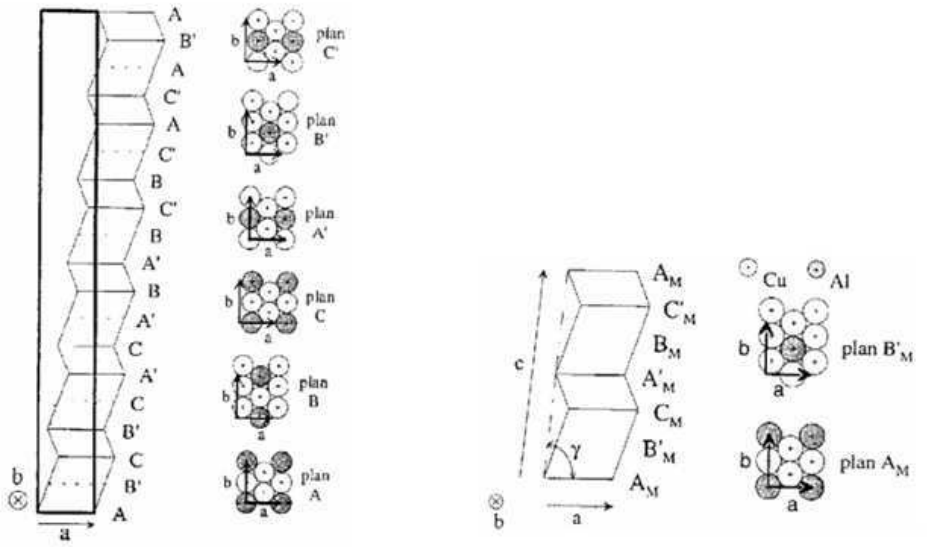
Figure 1.9 – *Phase austénite du Cu-Al-Be [95]*

Phase martensitique de Cu-Al-Be

La martensite hérite de la composition et de l'ordre de la phase austénitique [95]. Elle possède une structure compacte en défauts d'empilement de structure orthorhombique appelée 18R, (Figure 1.10.a). Sa maille est faite d'un empilement de 18 plans compacts. Le réseau cristallin de la martensite peut également être décrit par une maille monoclinique (Figure 1.10.b). Sa structure est trois fois plus petite que la maille orthorhombique.

Constantes d'élasticité de l'austénite et de la martensite

Trois constantes caractérisent le comportement élastique de la phase austénitique de l'AMF Cu-Al-Be. L'AMF Cu-Al-Be présente des constantes d'élasticité de la phase austénitique très proches de celles de l'AMF Cu-Al-Ni. Les constantes d'élasticité de ce dernier ont été déterminées par la technique ultrasonique d'impulsion-écho en utilisant de multiples éprouvettes issues d'un même monocristal [115].



(a) Maille orthorhombique de la martensite 18R

(b) Maille monoclinique de la martensite 18R

Figure 1.10 – *Martensite du Cu-Al-Be [95]*

Pour décrire le comportement de la phase martensitique, la structure cristallographique de la martensite de l'AMF Cu-Zn-Al (18R) est la même que celle de la martensite Cu-Al-Be. Nous considérons donc que leurs constantes d'élasticité sont très proches. Rodriguez [112] a déterminé onze constantes élastiques de la phase martensitique de l'AMF Cu-Zn-Al (18R) (Tableau 1.2).

$C_{ij}(GPa)$	Austénite Cu-Al-Be	Austénite Cu-Al-Ni	Martensite 18R Cu-Zn-Al
C_{11}	141,6	142,4	175
C_{22}			156
C_{33}			235
C_{44}	94,2	95,2	54
C_{55}			28
C_{66}			48
C_{12}	127.4	124,1	118
C_{13}			40
C_{23}			150
C_{15}			10
C_{46}			-10

Tableau 1.2 – *Constantes élastiques de l'austénite Cu-Al-Be [8], l'austénite Cu-Al-Ni [115] et de la martensite (18R) Cu-Zn-Al [112]*

Dans cette partie, nous avons vu que les AMF présentent des caractéristiques spécifiques, telles que la transformation martensitique et la réorientation des variantes. Il convient, afin de décrire le comportement de ce matériau, en tenant compte de l'effet du mécanisme de transformation au niveau de la microstructure sur le comportement thermomécanique global, de recourir à des méthodes de transition d'échelle que nous présentons dans le paragraphe suivant.

1.3 Approches de description du comportement thermomécanique

Le choix de l'échelle de description des mécanismes de déformation et les variables internes joue un role très important pour la construction des modèles de comportement des alliages à mémoire de forme. L'élaboration de ces modèles est difficile en raison du caractère complexe de la transformation martensitique et de la morphologie de la microstructure. Dans la littérature, on trouve deux grandes familles d'approches permettant de décrire le comportement thermomécanique des AMF.

1.3.1 Approches phénoménologiques

Les approches phénoménologiques décrivent le comportement à l'échelle macroscopique. Elles consistent à postuler a priori sur la base du formalisme de la thermodynamique des processus irréversibles, la loi de comportement et à identifier les paramètres par divers essais expérimentaux macroscopiques caractérisant le matériau. Ces paramètres sont ensuite introduits dans le modèle afin de prédire le comportement macroscopique du matériau. L'approche ne tient pas compte explicitement de la microstructure et ne permet pas de prévoir l'effet de l'évolution microstructurale sur les propriétés mécaniques. L'approche phénoménologique s'avère suffisante dans beaucoup de cas usuels (comportement unidimensionnel identifiable par une série d'expériences [121]). L'approche phénoménologique est insuffisante dans le cas des lois de comportement de matériaux un peu plus complexes et / ou de forme inconnue.

Dans ces approches, la fraction volumique de martensite est souvent décomposée en fraction volumique de martensite orientée et de martensite auto-accommodante, en fonction respectivement des effets de contrainte et de température [79, 82]. Peultier et *al.* [104] ont proposé une approche phénoménologique avec deux variables internes, une variable scalaire qui est la fraction volumique de la martensite induite pendant le chargement thermomécanique et une variable tensorielle correspondant à la déformation moyenne de transformation. Ce tenseur décrit l'orientation moyenne des variantes de martensite, on le lie non seulement à la transformation de phase induite sous un chargement mécanique et thermique, mais également à la réorientation des variantes due à un chargement mécanique dans l'état martensitique.

Plusieurs autres modèles phénoménologiques ont été développés afin de décrire le comportement macroscopique des alliages à mémoire de forme. Nous en présenterons brièvement ici quelques-uns, qui ont été proposés pour décrire le comportement phénoménologique des AMF. Ces modèles sont basés sur l'hypothèse que l'état du matériau ne dépend que de l'état initial et de l'état final et que les paramètres du modèle sont expérimentalement accessibles.

Le modèle de **Tanaka [121]** a été établi sur la base du formalisme de la thermodynamique des processus irréversibles. Tanaka a proposé des relations explicites donnant la fraction de transformation de phase directe (Austénite-Martensite) et inverse (Martensite-Austénite). Ces relations sont en fonction des quatre températures

de transformation sous contrainte nulle Ms, Mf, As, et Af ; les pentes des droites qui séparent les domaines d'existence des phases sont déterminées expérimentalement, et dépendent de la contrainte appliquée. Ce modèle a été conçu dès l'origine pour décrire le comportement superélastique en 1D.

Le modèle de **Liang et Rogers [85]** diffère de celui de Tanaka [121] uniquement par les relations choisies pour décrire l'évolution de la fraction volumique de martensite en fonction : des températures caractéristiques du matériau, les pentes des droites qui séparent les domaines, et en fonction de la contrainte pour la transformation de phase directe (Austénite - Martensite) et inverse (Martensite-Austénite).

Le modèle de **Brinson [13]** propose sur les mêmes hypothèses que le modèle de Tanaka, deux composantes de la martensite, une martensite autoaccommodée induite par une action purement thermique, dont les variantes sont réparties entre les orientations cristallographiquement possibles pour minimiser l'énergie élastique de déformation, et une martensite orientée induite par l'application de la contrainte. Cette partie de martensite, orientée par la déformation à froid, est à l'origine de l'effet mémoire. Des relations donnant la fraction de transformation martensitique de chaque composante ont été proposées.

Le modèle de **Lagoudas [12, 77]** permet de prédire le comportement thermomécanique des alliages à mémoire de forme dans un large domaine de températures et de contraintes. L'auteur a considéré la déformation de transformation de phase comme proportionnelle à la fraction de martensite. Cette dernière est calculée par une relation explicite. Il utilise une distribution statistique de Weibull pour décrire l'évolution de la fraction de transformation, de telle sorte que la variation dans le temps ressemble aux courbes données par une mesure par Differential Scanning Calorimetry (DSC).

L'approche phénoménologique est par nature incapable de fournir des informations microstructurales permettant d'étudier le comportement local. En effet, il n'existe pas de relations explicites entre les paramètres microstructuraux et les propriétés macroscopiques. Pour cela, une confrontation entre les observations microstructurales et les résultats expérimentaux macroscopiques est possible, mais les paramètres microstructuraux retenus restent impertinents ou ne sont pas garantis.

Ces constatations ont conduit au développement de modèles micromécaniques, basés sur des observations à l'échelle microscopique des mécanismes physiques.

1.3.2 Approches micromécaniques

Les approches micromécaniques considèrent le comportement du matériau à l'échelle microscopique (l'échelle du grain), les variables internes sont spécifiques à chaque grain. Cette approche vise à déduire la loi de comportement macroscopique à partir du comportement local, des mécanismes microscopiques, et de leur répartition spatiale, par une méthode de transition d'échelles. La première étape de l'approche micromécanique consiste à identifier les mécanismes locaux et les décrire par des lois adaptées. Ensuite on acquiert les informations utiles à la répartition spatiale de ces mécanismes. Ces informations sont issues de l'observation in situ des mécanismes microstructuraux au cours de la déformation. En tenant compte des interactions entre les phénomènes microscopiques, les relations entre les grandeurs macroscopiques et microstructurales sont établies à la base des lois physiques qui régit le matériau. Des hypothèses peuvent être considérées afin de simplifier la modélisation dans des situations particulières correspondant à l'étude réalisée. En intégrant le mieux possible les informations issues de l'observation des mécanismes locaux et de leur répartition spatiale dans la modélisation, la forme et les paramètres constituants la loi macroscopique globale sont alors déduites par transition d'échelles. C'est une difficulté majeure de toute approche micromécanique, puisque il n'y a pas de relation explicite pour la transition d'échelle. Plusieurs approches existent, chacune est adaptée pour une microstructure donnée. Dans le paragraphe suivant nous présenterons deux modèles de transition d'échelles le modèle autocohérent [101,102], et la méthode des éléments finis pour étudier les films minces multicristallins [96,130].

1.3.2.1 Modèle autocohérent

L'utilisation de ce modèle se fait en trois étapes. La première étape il s'agit de proposer une description du Volume Élémentaire Représentatif (VER) dont la structure hétérogène est constituée d'un nombre important de grains. Ces grains ont un comportement spécifique. Ensuite, la localisation qui permettre de determiner les grandeurs locaux, dans le cas d'une déformation imposée, (concentration dans le cas d'une contrainte imposée). En se basant sur les relations de localisation, on calcule les champs locaux associés aux grandeurs macroscopiques imposées. (Toute

information complémentaire concernant les relations de localisation pour différents comportements peut être obtenue dans les articles suivants (Krö ner [72], Hill [61], Berveiller et Zaoui [9])). Enfin, c'est l'étape d'homogénéisation qui consiste à déduire les grandeurs macroscopiques de celle imposée à l'étape précédente par une approche de moyenne des grandeurs microscopiques. Dans le cas d'une structure polycristalline, l'idée générale consiste à isoler un grain caractérisé par une géométrie sensiblement ellipsoïdale et à remplacer le milieu hétérogène qui l'entoure ce grain par un milieu homogène de comportement inconnu mais équivalent à celui du milieu réel. Le problème devient donc un problème dérivé de celui de l'inclusion équivalente d'Eshelby [73] : la déformation moyenne dans ce grain est supposée égale à la déformation homogène dans l'inclusion (le grain isolé) noyé dans un milieu infini ayant les propriétés du milieu homogène et soumis à un chargement homogène.

Considérant un AMF, soumis à une déformation macroscopique, la grandeur de déformation pertinente locale associée, est calculée par les relations de localisation. L'application de la loi de comportement locale donne ensuite la contrainte locale. Les variantes de martensite qui peuvent apparaître dans le grain sont détectées, la fraction volumique de chaque variante ainsi que la déformation de transformation induite sont évaluées. Cette opération est effectuée pour chaque grain. Après homogénéisation, la contrainte macroscopique de la structure polycristalline est calculée (classiquement en intégrant sur le volume du VER, par une opération de moyenne). Dans la démarche inverse où la contrainte est imposée, on préfère parler de concentration pour désigner l'opération permettant de déterminer les contrainte locales associées.

Le modèle autocohérent existe sous différentes formes selon le schéma de linéarisation utilisé pour le comportement local. La plupart des modèles autocohérents pour une structure polycristalline en AMF sont (Patoor et *al.* [101, 102] ; Falk et *al.* [35] ; Lu et *al.* [88] ; Gao et *al.* [42]).

Entemeyer et *al.* [33] ont modélisé le comportement thermomécanique lors d'un essai superélastique et de fluage anisotherme d'AMF à base de cuivre en particulier les Cu-Al-Be et Cu-Zn-Al. Arbab Chirani et *al.* [21] ont utilisé le modèle de Patoor [102] pour déterminer la surface de charge de début de transformation dans un AMF Cu-Zn-Al. Lexcellent et *al.* [83] ont déterminé la surface de charge de début de transformation de l'AMF Cu-Al-Be sous chargement biaxial par un modèle micro-macro, et par un modèle phénoménologique. Les résultats numériques obtenus sont

en bon accord avec les résultats expérimentaux. Niclaeys et *al.* [96, 97] proposent, dans le modèle de Entemeyer et *al.* [33], une nouvelle matrice d'interaction de 132 x 132 prend en compte les compatibilités ou les incompatibilités entre groupes de variantes. Les résultats obtenus avec la nouvelle matrice lors de la modélisation du fluage anisotrope d'un polycristal Cu-Al-Be et Cu-Zn-Al sont cohérents et quasi-identiques à ceux obtenus par Entemeyer et *al.* [33]. Bouvet et *al.* [11] ont étudié le comportement pseudoélastique macroscopique d'un polycristal en AMF Cu-Al-Be sous chargement multiaxial proportionnel et non proportionnel. Les résultats expérimentaux obtenus montrent que le comportement est influencé par l'état multiaxial de la contrainte. Lagoudas et al [78] ont comparé le comportement pseudoélastique d'un polycristal en AMF Cu-Zn-Al par les modèles de Patoor [102] et de Gao [42]. L'essai utilisé est un essai de traction-compression, les résultats obtenus sont en bon accord avec les résultats expérimentaux [124].

Le modèle autocohérent fournit une estimation précise du comportement du matériau homogène équivalent car il prend en compte, dans une certaine mesure, la morphologie polycristalline désordonnée. Toutefois, l'usage de ce modèle reste encore trop lourd pour une application directe aux calculs de structures mais plus fiable que celui des approches phénoménologiques. Il peut servir de base pour développer un modèle phénoménologique destiné à être introduit dans un code de calcul de structures [48]. Le modèle autocohérent se caractérise par son adaptabilité à une grande variété de problèmes de mécanique des matériaux hétérogènes. Sa principale limite est liée à l'abandon de toute description de la répartition spatiale des grains. Ceci est dû au fait que l'on assimile l'environnement de chaque inclusion à un milieu homogène infini.

Nous présentons dans le paragraphe suivant une méthode de transition d'échelle permettant d'étudier le comportement local et global d'une structure multicristalline à faible nombre de grains. Dans certains cas, cette méthode permet d'intégrer la microstructure réelle de la structure.

1.3.2.2 Méthode des éléments finis

Les matériaux polycristallins sont par nature localement très hétérogènes. La bonne prévision des phénomènes locaux par la méthode des éléments finis nécessite une description réaliste de la microstructure. L'utilisation de la méthode des élé-

ments finis permet une estimation rapide mais honorable des évolutions de texture par exemple. Une description précise des états de déformations et de contraintes intragranulaires est subordonnée à un raffinement suffisant des maillages. L'augmentation des capacités de résolution numérique permet de tenir compte, dans les simulations, de mécanismes physiques de plus en plus fidèles à la réalité et d'augmenter conjointement la taille physique des problèmes traités. La méthode de modélisation par éléments finis s'est avérée valable pour des configurations et des échelles largement explorées expérimentalement. A partir d'une description bien adaptée des grains d'un polycristal, une analyse à toutes les échelles de la modélisation est possible afin de caractériser le comportement d'un multicristal 3D et déduire des informations afin d'améliorer par exemple le modèle adopté et la description des grains. Une description précise des états de déformations et de contraintes intragranulaires est subordonnée à un raffinement suffisant des maillages, si l'on ajoute les conditions de représentativité des volumes polycristallins considérés, les calculs d'agrégats polycristallins réalistes sont de taille considérable, de l'ordre du million de degrés de liberté.

Nous présentons dans le paragraphe suivant deux descriptions différentes relativement à l'échelle de la taille des hétérogénéités.

Description régulière des grains

C'est une description simplifiée de la microstructure d'un polycristal. Chaque élément du maillage est de forme carrée, cubique ou hexagonale et correspond à une orientation cristallographique [7, 68]. Ces travaux permettent de prédire le comportement global de l'agrégat et l'évolution de la texture. Une telle méthode ne permet pas d'obtenir des données sur le comportement local si la microstructure réelle n'est pas prise en compte. Une modélisation plus réaliste de la forme des grains est de considérer des cylindres des sections hexagonales pour des calculs 3D [114], ou avec des cristaux sous forme de dodécaèdres rhombiques (arrangement de polyèdres à 12 faces en cube à faces centrées) discrétisés en éléments tétraédriques [92, 93]. Cette dernière description a fourni des résultats sensiblement meilleurs que la forme carrée ou cubique. Mika et Dawson [92] ont effectué une comparaison entre les effets d'interaction de grains avec des formes cubiques et ceux avec des formes dodécaédriques. Il en ressort que : si le grain dodécaédrique est discrétisé, le comportement est dépendant de l'orientation au détriment du voisinage. L'effet de voisinage est

altéré par l'utilisation des éléments cubiques, dû au faible nombre d'interfaces entre les grains. La Figure 1.11 représente la forme des dodécaèdres rhombiques.

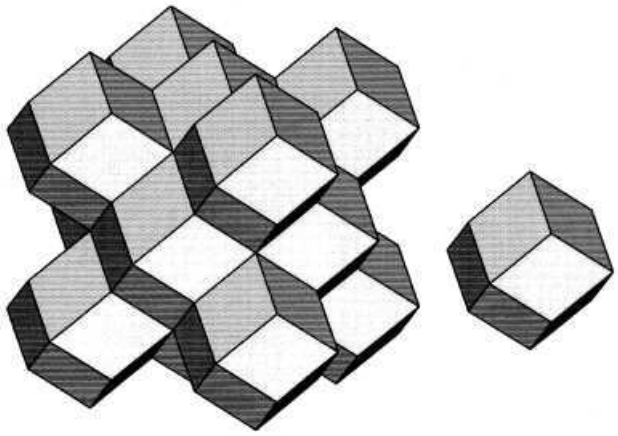


Figure 1.11 – *Dodécaèdres rhombiques [92]*

Description détaillée des grains

Cette description permet d'intégrer la taille et la morphologie de chaque grain de la microstructure réelle d'un polycristal, cette description est généralement limitée aux multicristaux [30,55,130]. Des éléments finis 2D en forme de cellules de Voronoï ont été développé par Ghosh et Moorthy [46,47]. Chaque élément fini d'un grain est une cellule de Voronoï. Cette forme de cellule permet de s'approcher au mieux de la microstructure réelle. La forme et la taille sont données pour chaque élément fini du grain d'un polycristal.

Niclaeys [96] a implanté une loi de comportement d'un monocristal dans le code éléments finis Aaqus® via une sub-routine UMAT. La loi constitutive remplace la matrice d'interaction classique 24×24 par une matrice 132×132 (la matrice d'interaction de 24×24 est présentée en annexe). Dans le même travail un film mince multicristallin, avec une orientation cristallographique différente d'un grain à l'autre, a été modélisé. La transformation est observée sur les zones qui regroupent les grains les mieux orientés. Harder [55] a modélisé un multicristal métallique composé de 12 grains avec des orientations cristallographiques différentes. Une loi de comportement viscoplastique est implantée dans le code éléments finis Aaqus® via la routine UMAT. L'originalité de ce modèle réside dans les lois de comportement prenant en compte les interactions entre dislocations. Héripré et al [64] ont implanté une loi de comportement élasto (visco) plastique avec écrouissage linéaire dans un code élé-

ments finis, la simulation numérique a été faite sur un agrégat polycristallin. Cette loi tient compte de l'orientation cristalline de chaque grain ainsi que des différents mécanismes de déformation présents : maclage et glissement plastique. Une similitude entre le champ de déformation mesuré et celui simulé est observée. Le calcul numérique permet d'étudier la localisation de la déformation. Les travaux de Hoc et al [63] portent sur l'identification du comportement du monocristal à partir d'un comportement élastoplastique macroscopique d'un multicristal de fer-silicium. Le comportement des monocristaux est considéré identique avec des orientations cristallographiques différentes. Ces orientations provoquent une réponse hétérogène de l'échantillon. Le modèle constitutif a été implanté dans le code Aaqus®. Le comportement macroscopique, l'évolution de l'orientation cristallographique au cours du chargement et l'hétérogénéité du champ de déformation calculé numériquement à partir des paramètres identifiés, ont été comparés avec les mesures expérimentales. Les résultats obtenus sont cohérents.

Dans le présent travail, on adopte la méthode des éléments finis qui permet d'étudier plus finement le comportement d'un multicristal en AMF. Des informations locales telles que les déformations à l'échelle des grains permettent d'identifier les paramètres du modèle local utilisé. Au regard de ces exigences, une revue bibliographique des différentes techniques de mesures de champs cinématiques à l'échelle de la microstructure est présentée dans le paragraphe suivant.

1.4 Revue des techniques de mesure de champs cinématiques

La connaissance du champ local de déformation dans les matériaux hétérogènes tels que les polycristaux est une information utile. Elle contribue à l'investigation des mécanismes microscopiques de déformation gouvernant le comportement mécanique macroscopique. Les moyens d'observation développés actuellement, couplés à des essais mécaniques In-situ (caméra, microscope optique ou électronique, source d'éclairage, moyens d'acquisitions), se sont révélés des outils puissants pour l'investigation qualitative. La mesure et l'analyse des déformations et leur évolution au cours du chargement donne accès à une évaluation quantitative des mécanismes locaux.

Depuis plusieurs années, les techniques de mesure de champ de déplacements se

sont développées pour mesurer les hétérogénéités de déformation dans les structures. La représentation des champs locaux de déformation sous forme de cartes permet une analyse spatiale des phénomènes étudiés.

Dans la littérature, il existe de nombreuses techniques de mesure de champ cinématique dont certaines conçues pour des applications spécifiques. Leur principe de mesure est basé sur des concepts physiques variés (interférométrie, imagerie optique...). On peut classer l'ensemble de ces techniques en cinq grandes classes par type de codage, domaines d'application, nature de la mesure, ou encore en fonction des principes physiques utilisés. Il s'agit des méthodes de moiré, speckle interférométrique, photoélasticimétrie, d'interférométrie holographique et des méthodes d'analyse d'images.

1.4.1 Méthodes de moiré

Les méthodes de moiré consistent à analyser les interférences spatiales entre deux réseaux. Le premier réseau sert de référence et le second est déposé à la surface de l'échantillon à étudier. Un dispositif optique permet de visualiser simultanément les deux réseaux et les franges. En fonction de la technique utilisée pour créer le réseau de référence, on distingue le moiré interférométrique et géométrique.

1.4.1.1 Moiré interférométrique (interférométrie sur reseau)

Les méthodes interférométriques utilisent les propriétés d'interférence et de réflexion de la lumière. Le réseau de référence est créé par deux faisceaux laser cohérents d'angles incidents opposés par rapport à la normale à la surface de l'échantillon. Lorsque la structure se déforme, les deux faisceaux constituent l'interférence, ils créent une grille virtuelle sur la surface de l'échantillon. Lors du chargement, la grille déformée liée à l'éprouvette et la grille virtuelle de référence interagissent pour former un motif de franges d'interférence qui est observé par un dispositif optique et numérisé par une caméra CCD (Charge-Coupled Device : détecteurs à couplage de charge). L'écartement entre ces franges permet de calculer un déplacement. Le moiré interférométrique a été développé par plusieurs auteurs [103, 107].

Plusieurs travaux dédiés aux développements et aux applications de la technique moiré interférométrique pour en extraire des mesures cinématiques ont été développés [81, 129]. Le moiré interférométrique a été appliqué à l'échelle micrométrique afin de détecter les hétérogénéités de déformation de polycristaux dans le domaine

plastique [98,108]. Une évolution de cette méthode est représentée sur la Figure 1.12, où l'ajout d'un interféromètre de Michelson réglé en "coin d'air" permet d'avoir une dérivation optique [81].

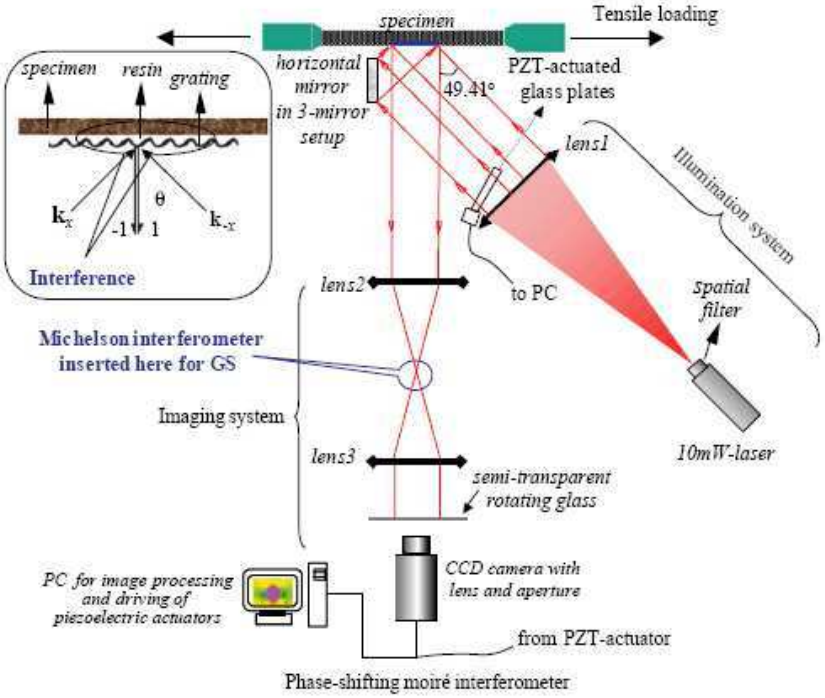


Figure 1.12 – *Interférométrie de moiré, extrait de [81]*

1.4.1.2 Moiré géométrique

Le principe du moiré géométrique est le même que celui du moiré interférométrique. Le réseau de référence est remplacé par un réseau d'échantillonnage d'une image obtenue avec une caméra CDD [111]. Des franges de moiré vont apparaître si l'échantillon se déforme. Ces franges représentent des lignes d'isovaleurs du déplacement selon une direction donnée. Cette technique permet d'utiliser des grilles de pas de 4 μm. Pour un pas plus faible, le moiré électronique est utilisé. Le réseau de référence peut être remplacé par un pilotage particulier pour lequel la grille de référence est constituée des lignes de balayage du faisceau électronique d'un MEB. Les pas de grille peuvent alors descendre jusqu'à 100 nm [28]. Les pas sub-nanométriques sont atteints par l'utilisation de la microscopie en champ proche (microscopes à force atomique ou à effet tunnel) [126, 128]. Les réseaux atomiques de certains substrats peuvent servir de grille d'échantillon. La grille de référence peut également

être générée numériquement : c'est la méthode de moiré assistée par ordinateur [4].

1.4.2 Speckle interférométrique

Les propriétés particulières de cohérence spatiale et temporelle de la lumière laser sont à l'origine du phénomène de speckle que l'on peut observer par réflexion en éclairant une surface rugueuse claire ou par transmission à travers un verre dépoli [16]. Ce phénomène est en général indésirable, surtout en holographie, mais il présente quelques propriétés physiques remarquables qu'il est facile d'observer et de mettre à profit dans des expériences d'interférométrie. Lorsqu'on éclaire une surface rugueuse ou un objet transparent diffusant par une source monochromatique cohérente (laser, diode laser), l'œil qui observe cette surface d'un endroit quelconque de l'espace voit une figure granulaire ou figure de speckle [49]. Cette figure résulte de l'interférence des vibrations cohérentes diffusées par les différents points de l'objet éclairé. La figure n'est pas localisée sur la surface qui l'a créée et apparaîtra contrastée quelle que soit la position de l'observateur. Cette granularité est constituée par de petites taches lumineuses, ou grains de speckle, d'intensités lumineuses différentes et réparties aléatoirement dans l'espace. La taille apparente des grains de speckle dépendra de la distance de l'observateur à la surface ou au dépoli mais aussi de l'inclinaison des rayons sur l'axe optique de l'œil. Cette technique permet d'accéder à une mesure globale, et sans contact, de micro-déplacements à la surface d'une pièce de manière très précise (résolution 0,1 μm). L'enregistrement étant fait directement sur caméra CCD, les visualisations en temps réel, pendant l'application d'un effort, sont possibles sur un moniteur vidéo. Lorsque l'objet diffusant est soumis à une contrainte, la figure d'interférence observée permet alors de déterminer la déformation subie.

L'interférométrie de speckle présente l'avantage d'être plus robuste que l'holographie et plus flexible que l'interférométrie de réseau. Par contre, les signaux sont grandement bruités, le montage de la technique est complexe et coûteux. De plus, l'inconvénient majeur de cette technique est la faible résolution spatiale, un lissage est nécessairement effectué sur plusieurs pixels. Ce phénomène est utilisé comme technique de mesure des déplacements dans le plan et hors plan de structures [109, 118]. Il existe une multitude de montages permettant de nombreuses applications. On peut notamment citer le montage dans le plan (en double éclairage ou en double observation) Figure 1.13 [127].

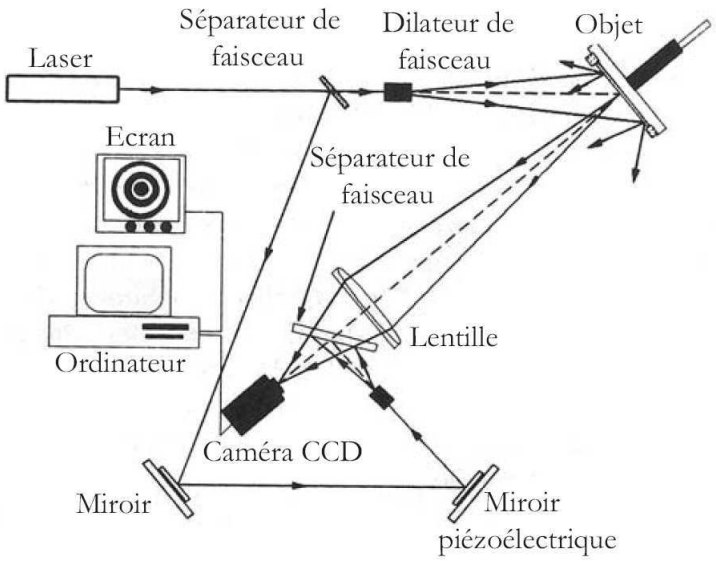


Figure 1.13 – *Interferométrie de speckle, extrait de [127]*

1.4.3 Photoélasticimétrie

La photoélasticimétrie est basée sur le phénomène de biréfringence provoqué par certains matériaux transparents, comme la résine époxyde. Quand un matériau isotrope est soumis à des contraintes mécaniques il peut devenir optiquement anisotrope. Dans le cas d'un matériau isotrope transparent, la vitesse de la lumière pour les ondes polarisées parallèlement ou perpendiculairement à la contrainte ne sont plus les mêmes, le matériau est devenu biréfringent, on parle de biréfringence accidentelle [15, 106]. La photoélasticimétrie recouvre l'ensemble des techniques de caractérisation et de mesure de la photoélasticité ; c'est principalement une méthode d'analyse optique des contraintes subies par les solides. Lorsqu'un échantillon constitué de matériau transparent est soumis à un chargement, les franges apparaissent, ils témoignent de la répartition de la déformation dans la structure. Grâce à l'analyse de ces franges par un polariscope dans un domaine élastique, le champ local de contrainte donne une vision de l'hétérogénéité du matériau. La photoélasticimétrie permet de déterminer en tout point de la surface d'une pièce soumise à des efforts : les directions principales des contraintes, et la différence des contraintes principales.

Tous les matériaux photoélastiques sont a priori susceptibles de présenter ce phénomène, mais certains ont une sensibilité supérieure aux autres ; ils sont alors dits photoélastiques. Différents traitements sont utilisés afin d'améliorer les performances de cette technique, comme l'analyse spectrale, la méthode de décalage de phase ou le recours aux transformées de Fourier. La précision de mesures est de l'ordre de

$\pm 0{,}005$ *frange* pour des hautes résolutions de caméra. La définition des franges et donc la résolution de la mesure dépend en partie de la résolution des caméras. La photoélasticimétrie a été appliquée plus particulièrement sur les capteurs à fibres optiques [14]. Le principe est représenté dans la Figure 1.14.

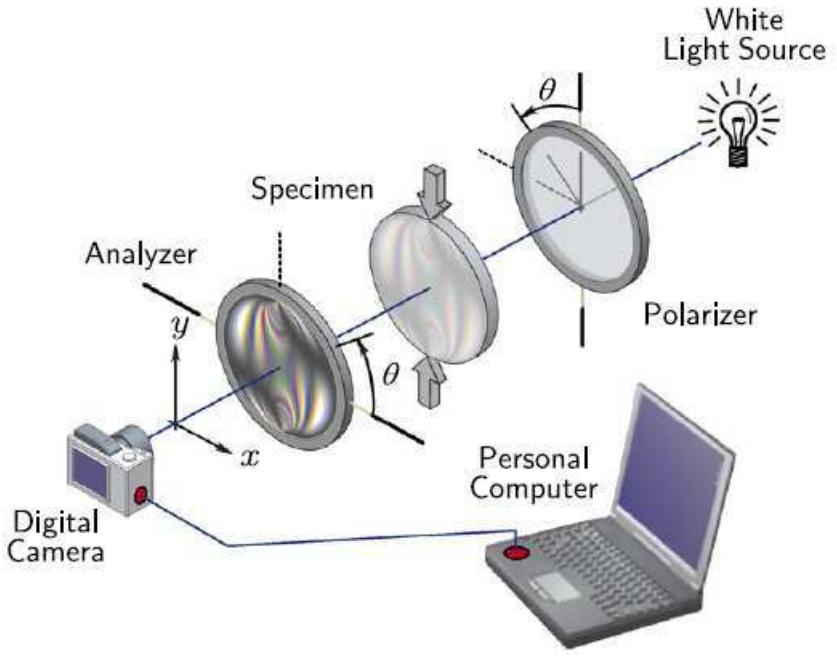


Figure 1.14 – *Principe d'un polariscope linéaire, extrait de [105]*

1.4.4 Méthodes d'interférométrie holographique

Les méthodes d'interférométrie holographique [6] sont basées sur le même principe que les méthodes de moiré. Elle se distinguent dans la création des franges. Pour les méthodes d'interférométrie holographique [40], les franges sont apparues sur la surface rugueuse d'un échantillon éclairé par les deux faisceaux de lumière cohérente d'orientations différentes. Les faisceaux sont issus de la même source laser, ils sont séparés par une lentille semi-réfléchissante. La mesure de la composante hors plan du déplacement est possible avec l'ajout d'un troisième faisceau. Les franges d'interférométrie sont enregistrées sur une plaque holographique [123].

L'holographie interférométrique associe les performances de l'holographie à la possibilité d'effectuer en temps réel des mesures de déformations ou de vibrations en comparant le front d'onde d'un faisceau lumineux après réflexion sur un échantillon à tester avec le front d'onde de ce même faisceau enregistré préalablement sur

un hologramme, dans une configuration de référence. Le montage expérimental est représenté dans la Figure 1.15.

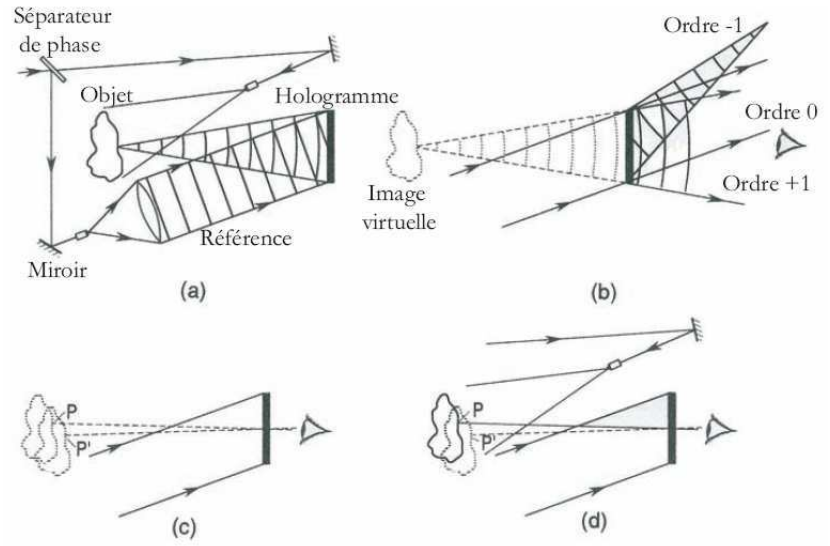


Figure 1.15 – *Montage technique de l'interférométrie holographique, extrait de [110]*

Les freins au développement de cette technique résident d'une part dans l'utilisation de sources lasers parfois délicates à mettre en œuvre, et d'autre part dans la procédure d'exploitation des résultats qui nécessite une phase d'enregistrement de l'hologramme et une phase de restitution. Les plaques holographiques sont considérées comme supports présentant les caractéristiques adaptées à ce type d'applications. Chaque mesure nécessitait alors l'enregistrement d'un hologramme puis une phase de développement du support holographique. L'holographie est en train de connaître un renouveau en raison des avancées technologiques dans le domaine des sources et des récepteurs, notamment de la révolution numérique et de l'acquisition des données sur des caméras CCD.

La principale limite au développement de l'holographie numérique réside dans la résolution spatiale des caméras CCD (nombres de pixels par ligne et par colonne), dont les pixels ont des tailles bien supérieures à celles des émulsions photographiques classiques.

1.4.5 Méthodes d'analyse d'images

Les méthodes d'analyse d'images sont basées sur l'analyse de deux configurations représentant les états initial et déformé. Elles nécessitent l'existence d'un contraste

permettant d'avoir un grand nombre de détails locaux à la surface de l'éprouvette pour reconnaitre clairement deux points homologues. Le champ de déplacement entre ces deux configurations est déterminé discrètement en évaluant le mouvement d'un certain nombre de points répartis sur la surface observée. Ces méthodes permettent d'avoir seulement les composantes du champ de déplacement dans le plan de la surface de l'éprouvette. Divers types de repères sont utilisés : des grilles régulières déposées, ou des motifs aléatoires. L'enregistrement de l'image s'effectue par une caméra CDD, ou à une échelle réduite, on utilise un microscope (optique, électronique à balayage).

Ces méthodes permettent des applications multiples, en particulier à tous types d'échelle en adaptant le système d'observation utilisé et le marquage de la surface en fonction du niveau d'observation souhaité. Ces méthodes ont connu une évolution importante grâce au développement des moyens de traitements informatiques et des capacités de numérisation et d'acquisition des images. La détermination du déplacement consiste donc à trouver la position d'un même point par l'utilisation des niveaux de gris de la configuration initiale et de la configuration déformée. Le traitement consiste à lier les niveaux de gris des deux configurations par des techniques de corrélation. Plusieurs techniques existent, parmi elles, on présentera deux familles : les méthodes de grille et les méthodes de corrélation.

1.4.5.1 Méthode de grille

Le principe consiste à suivre le déplacement entre les configurations initiale et déformée par analyse d'images numérisées en niveaux de gris puis traitées numériquement. La méthode de grille utilise un motif réparti régulièrement (grille). La grille est déposée à la surface de l'échantillon afin de créer le contraste suffisant détectable par le système d'observation, ceci permet de suivre le déplacement de l'ensemble des repères formés par la grille. Il existe plusieurs types de grille, des grilles de lignes, de points ou lignes cerclées [2, 17, 56, 57, 99, 119]. On rencontre plusieurs types de marquages en fonction du mode d'obtention (peinture, dépôts métalliques, gravage mécanique ou chimique).

Les Figures 1.16 et 1.17 présentent quelques types de grilles. Le type de marquage et le moyen d'observation sont à mettre en relation avec les performances souhaitées. La procédure nécessite souvent une supervision humaine afin d'identifier les pixels parasites erronées. La mesure locale est limitée par le pas des grilles qui ne permet pas une évaluation des déformations sur une dimension plus faible. Cette technique n'est

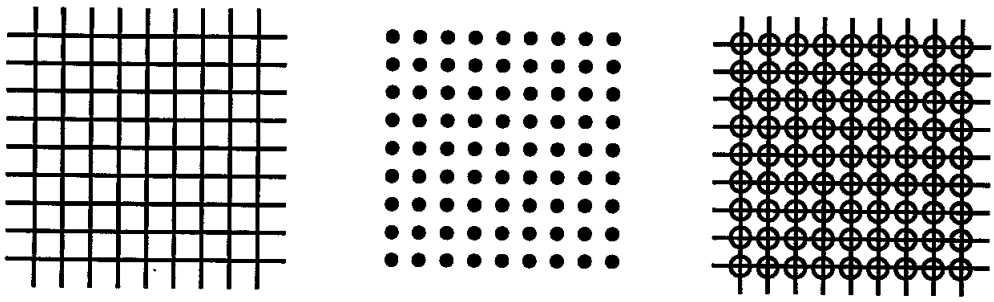
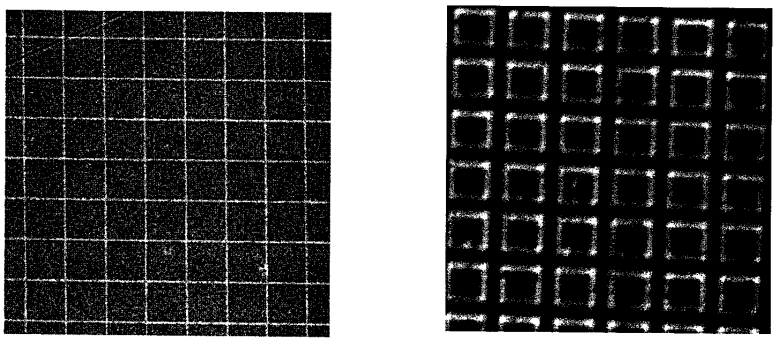


Figure 1.16 – *Différents motifs de grille [31]*



(a) Grille par microélectrolithographie

(b) Grille par attaque chimique

Figure 1.17 – *Différents types de grille [31]*

pas bien adaptée dans un matériau multiphasé qui présente un contraste différent, où l'utilisation d'un double seuillage est nécessaire. Ce dernier multiple les erreurs. Ces techniques restent peu fiables et imprécises par rapport aux nouvelles techniques où la mesure locale est très fiable, telle que la corrélation d'images.

1.4.5.2 Méthode de corrélation d'images

Le principe de cette technique consiste à déterminer le déplacement par corrélation d'images entre deux configurations prises à deux instants différents d'une même zone, une configuration initiale et l'autre déformée. Elle nécessite l'existence d'un grand nombre de détails locaux à la surface de l'éprouvette afin de reconnaitre clairement les points homologues les uns par rapport aux autres. Pour cela, on utilise un motif aléatoire que l'on appelle mouchetis. Le motif aléatoire peut être de nature variée : peinture, poudre de carbone, paillettes, speckle dû à un laser, ou la surface elle-même. Le choix dépend des performances attendues. En particulier, pour des applications à l'échelle microscopique, ou pour des matériaux qui ne présentent pas de contraste suffisant, on utilise un contraste artificiel, créé par le dépôt par vaporisation de peinture noire ou blanche. La détermination du déplacement s'effectue en appariant des points homologues par maximisation d'une fonction de corrélation [58, 59]. La recherche du maximum de la corrélation s'effectue incrémentalement sur une zone d'étude (imagette) à l'intérieur d'une image. Une approche multi-échelles a été mise au point afin d'améliorer la précision du calcul, elle consiste à appliquer la méthode en utilisant plusieurs échelles de l'image.

Les méthodes de corrélation présentent des performances intéressantes :

- La précision de la mesure est sub-pixel grâce à l'utilisation des fonctions d'interpolation ;
- La résolution spatiale de la méthode de corrélation est donnée dans le cas de la méthode de la grille par le pas de la grille alors que dans le cas d'un mouchetis aléatoire déposé, elle est limitée par la taille et l'espacement des taches ;
- La procédure est totalement automatique, le temps de dépouillement est court ;
- Parfois la surface ne demande pas la création d'un motif, son marquage naturel est suffisant pour la corrélation.

La technique de corrélation est limitée par le nombre de points et la taille du capteur de la caméra CCD utilisée.

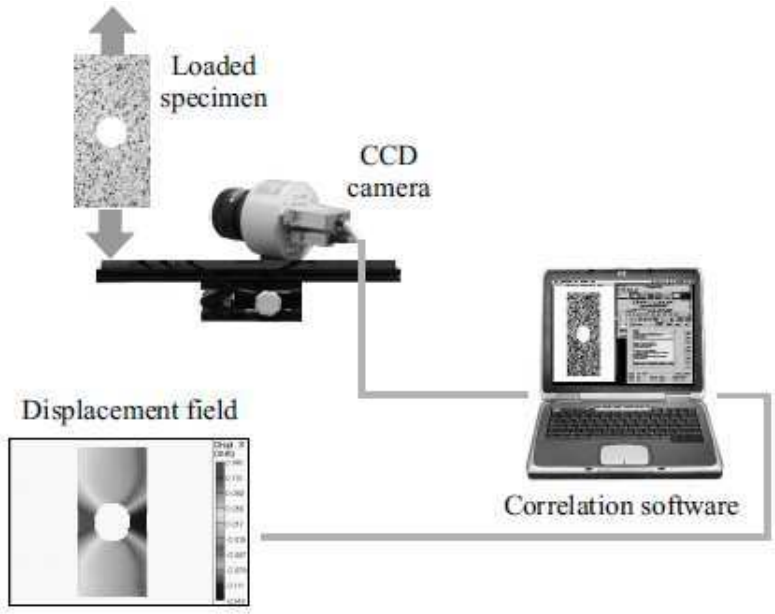


Figure 1.18 – *Montage de corrélation d'image bi-dimensionel [80]*

1.4.6 Choix de la technique de mesure du champ cinématique

Ce qui devrait en toute rigueur guider le choix de la technique de mesure de champ, c'est un ensemble de trois critères : la résolution spatiale et la résolution en déplacement souhaitées, et également la taille de la zone sur laquelle le champ est recherché. La résolution spatiale doit être suffisamment bonne pour décrire les gradients de déformations à l'intérieur des grains. Une mesure à l'échelle des variantes n'est pas forcément recherchée dans cette étude. Les grains sont ici millimétriques, la résolution spatiale de chacune des méthodes répertoriées ci-dessus est suffisante pour notre application. La résolution en déplacement, quant à elle, doit être la meilleure possible, puisqu'une partie de l'étude concerne le comportement élastique de l'austénite pour lequel les constantes élastiques (bien que connues) seront identifiées par méthode inverse. Pour atteindre les meilleures résolutions en déplacement, il est préférable d'opter pour les mesures de type interférométrique. Cependant, la zone, sur laquelle les mesures de champs sont effectuées, représente l'ensemble de la partie calibrée de l'éprouvette c'est-à-dire une surface de 9 x 3 mm. Il est difficile de conjuguer une résolution en déplacement très bonne et une zone de mesure aussi grande. Aux trois critères, qui viennent d'être énumérés, s'ajoutent d'autres considérations non chiffrables mais tout aussi importantes, la facilité de mise en place de la technique de mesure ainsi que la nécessité de toujours pouvoir observer l'évolution de la

microstructure au cours de la transformation martensitique. Il faut également tenir compte de la présence des variantes dans les grains qui peut venir perturber très localement la mesure de champ en venant créer des marches à la surface.

Parmi les techniques citées, la photoélasticimétrie est éliminée parce qu'elle nécessite de déposer à la surface de l'échantillon un film photoélastique qui perturbe la vision de la microstructure et qui localement subira la présence des variantes. Les déformations du film seront perturbées par le déplacement hors plan local généré par l'apparition d'une variante.

La résolution spatiale des méthodes utilisant des grilles sont limitées par le pas de la grille déposée. Les développements récents permettent d'avoir des pas de l'ordre de 5 μm [119], mais la taille de la grille est dans ce cas largement inférieure à la taille de notre zone d'étude. Les grilles micrométriques sont bien adaptées à une mesure microscopique, mais très délicate et très longue à réaliser, en particulier sur une grande surface. Elles ne seront pas utilisées dans cette étude.

La méthode de moiré est aussi limitée par le nombre de lignes par millimètre 1000 à 1200 lignes. Des systèmes particuliers développés récemment peuvent être utilisés afin de dépasser les limitations antérieures de cette technique. La résolution en déplacement peut être de l'ordre de quelques nanomètres avec un équipement adéquat [94]. Le reste des méthodes semblent donc être adaptées à condition d'utiliser un grossissement adapté. A type de capteur CCD donné, plus la zone de mesure est grande, c'est-à-dire le grossissement élevé, plus la résolution spatiale et la résolution en déplacement sont dégradées. Des limitations dans l'utilisation des différentes méthodes peuvent venir des valeurs de déformations locales qui seront atteintes.

Les méthodes de corrélation d'images, bien que moins performantes en terme de résolution en déplacement, sont pour nous les plus simples à mettre en œuvre, car déjà utilisées couramment dans le laboratoire. Les hétérogénéités de déformations élastiques seront peut-être difficiles à mesurer, car proches des limites de résolution de la méthode de corrélation. La révélation de la microstructure nécessite un polissage très fin de la surface, qui gomme toutes les aspérités de surface. Le contraste naturel de la surface n'est donc plus utilisable. Un mouchetis, adapté à l'échelle d'observation et à la résolution spatiale attendue, doit donc être déposé.

Les techniques de corrélation d'images se déroulent en quatre étapes successives :

- la préparation de la surface,
- l'acquisition des images de l'état non déformé et déformé par un système de numérisation,
- la détermination du champ de déplacement par une méthode de corrélation en fonction du motif déposé sur la surface (grille ou motif aléatoire),
- le calcul du champ de déformation, par une dérivation numérique, optique ou par des techniques spécifiques [34, 116, 117].

Dans la section suivante, nous présenterons le détail du principe de la technique de corrélation d'images retenue comme technique de mesure de champ cinématique, et ses applications à l'échelle microscopique.

1.4.7 Principe détaillé de la méthode de corrélation d'images

La technique de corrélation d'images consiste à faire coïncider deux configurations initiale et déformée de la surface plane observée. L'idée consiste à rechercher pour chaque imagette de l'image de la configuration non déformée, l'imagette la plus semblable dans l'image déformée en terme de niveaux de gris (Figure 1.19).

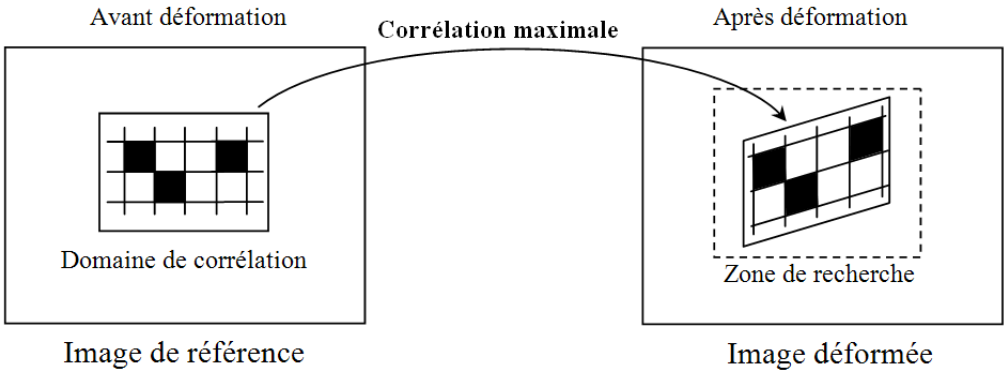


Figure 1.19 – *Principe de la méthode de corrélation [31]*

Les images sont discrétisées spatialement par un capteur CCD et on obtient pour chaque pixel, une valeur de niveau de gris. C'est le coefficient de corrélation qui permet de quantifier le niveau de ressemblance entre les deux imagettes dans les deux configurations. L'intercorrélation consiste donc à rechercher des ressemblances entre

les deux signaux. Le décalage entre ces deux signaux correspond au déplacement que l'on cherche à déterminer. Le déplacement d'une zone d'étude par rapport à celle de l'image de référence correspond à un décalage de l'intensité du signal numérisé par la caméra. Dans le cas unidimensionnel, pour identifier ce décalage, le signal de l'image déformée $g(x)$ peut être écrit comme une perturbation d'un signal décalé $f(x-u(x))$ par rapport à un signal de référence $f(x)$

$$g(x) = f(x - u(x)) + b(x) \tag{1.1}$$

où $b(x)$ est le bruit aléatoire de l'image déformée, u est l'opposé du déplacement réciproque (de l'image déformée vers l'image initiale). Le champ de déplacement peut être déterminé en utilisant des techniques d'intercorrélation qui consistent à maximiser la fonction $h(\tau)$ [113]

$$h(\tau) = (g \star f)(\tau) = \int_{\Omega} g(x) f(x - \tau) dx \tag{1.2}$$

où $\star$ est l'opérateur d'intercorrélation.

Le calcul du produit de corrélation peut être effectué soit dans l'espace réel, soit dans l'espace de Fourier en utilisant la transformée de Fourier rapide (Fast Fourier Transform : FFT), d'après la procédure décrite dans [59]. Le déplacement recherché u est le déplacement moyen de l'image déformée par rapport à l'image initiale dans une imagette.

Deux conditions doivent être respectées pour appliquer au mieux la corrélation d'images numériques bidimensionnelles :

1. La surface sur laquelle on souhaite mesurer les déplacements doit présenter un motif aléatoire avec une dynamique de niveaux de gris maximale.

2. L'alignement entre le plan focal de l'objectif et la surface sur laquelle on souhaite mesurer les déplacements doit être ajusté au mieux, et la distance entre les deux plans doit être constante.

L'appariement des points homologues passe par une procédure de maximisation d'une fonction d'intercorrélation calculée sur un voisinage autour des points de l'imagette. Le motif aléatoire permet de reconnaître les points homologues les uns par rapport aux autres. La recherche de ce maximum se fait donc par une procédure

d'optimisation accompagnée d'une interpolation de la fonction d'intercorrélation permettant d'améliorer la précision de mesure au niveau subpixel. Des améliorations ont été apportées par la suite et une approche multi-échelle a été développée en vue d'augmenter les performances de la méthode [20, 60].

Dans certains cas, il est nécessaire d'effectuer une opération de filtrage sur les données mesurées, lorsque le bruit de mesure qui entache le champ mesuré rend leur interprétation physique difficile. L'amplitude du bruit peut être de loin supérieure à l'amplitude du signal. C'est le cas lorsque l'on s'intéresse à de faibles sollicitations pour lesquelles le dispositif de mesure n'est pas suffisamment sensible aux faibles mesures. D'autres erreurs sont liées au calcul de la déformation par dérivation numérique du champ de déplacements mesuré. Une telle opération de filtrage doit être réalisée avec précaution car un filtrage mal adapté ou trop accentué peut altérer l'information mesurée, notamment lorsque le champ mesuré est hétérogène. Le filtrage peut être amélioré grâce à la connaissance à priori de certaines informations sur le chargement, sur l'essai, sur le matériau, ou sur la manière de prendre en compte la physique des phénomènes mécaniques observés, etc. Comme dans le cas d'identification par analyse inverse, le problème est reconnu à priori mal posé, il est donc très sensible aux perturbations de mesure, et un filtrage peut s'avérer intéressant.

1.4.8 Applications à l'échelle locale

La corrélation d'images numériques a été utilisée avec plusieurs types de contraste. Les images peuvent être acquises par une caméra CCD via un microscope (optique à grande distance focale; électronique).

On peut utiliser la granularité laser comme motif aléatoire [3].

Un bon contraste aléatoire est obtenu par projection sur la surface d'une poudre de titane de 5 μm de taille, mélangée avec un liquide plastique (Collodion, 2 % amyl acetate). Ce liquide se déforme avec la surface de l'échantillon testé [120]. Les images sont acquises par une caméra CCD, à travers un microscope optique (la résolution spatiale est limitée par la résolution optique).

Un grand nombre d'applications submicrométriques utilisent la surface rugueuse de l'échantillon comme motif aléatoire. Les images sont acquises par l'utilisation du microscope électronique à balayage [71], ou par microscopie à force atomique pour une résolution plus fine (la résolution en déplacement est de l'ordre de quelques

nanomètres) [19, 22].

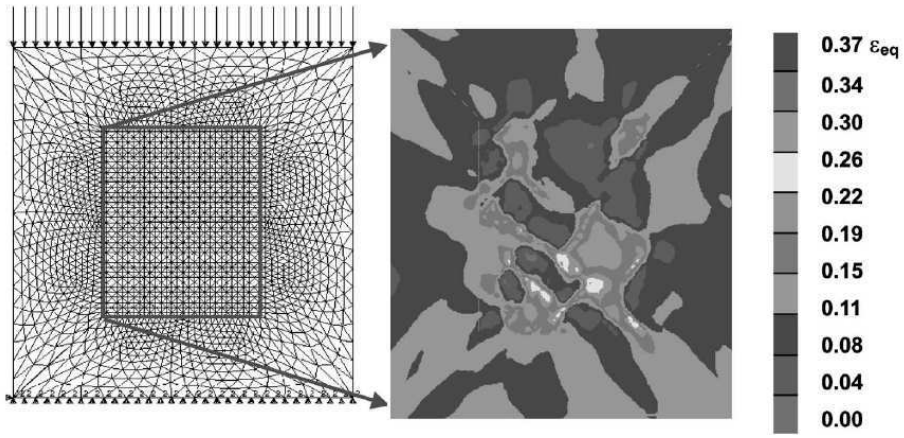
Liu *et al.* [86], ont mesuré les déformations locales dans un composite multiphasé à matrice métallique. La technique a été utilisée pour étudier le champ des déformations dans une microstructure hétérogène notamment dans les joints des grains. Liu *et al.* [86] ont étudié aussi la fissure dans un essai de type flexion trois points.

Les travaux de Soppa *et al.* [119], portent sur la caractérisation expérimentale et numérique de déformations dans le plan en matériaux biphasés Ag/Ni. Ils ont utilisé la méthode de corrélation d'image sur une grille de pas 5 μm (pas de suivi de marqueur) pour mesurer le champ de déplacement dans le plan afin de calculer le champ de déformation dans une microstructure. L'essai réalisé est un essai de compression macroscopique. La taille des images est 4096×3328 $pixels$, ce qui correspond à une surface de 1×1 mm^2. Une comparaison est faite entre le champ de déformation équivalent obtenu expérimentalement et celui calculé par la méthode des éléments finis Figure 1.20. Les résultats montrent une bonne concordance qualitative. On note, cependant, quelques différences, particulièrement dans les zones de forte hétérogénéité dans le matériau.

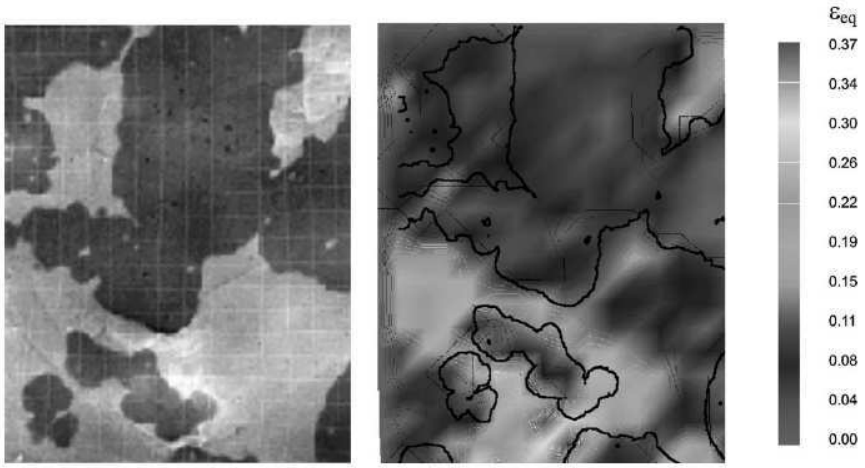
Après avoir présenté diverses techniques de mesures de champs dans la section précédente, des méthodes de caractérisation en rapport avec ces données expérimentales mesurées permettent l'identification du comportement local ou global du matériau. Pour cela, dans le paragraphe suivant, nous présenterons certaines méthodes d'identification. Une catégorie de méthodes s'applique à des problèmes d'identification qui font intervenir des mesures sur le domaine étudié. Une autre catégorie de méthodes concerne les problèmes inverses principalement liés aux mesures cinématiques à la frontière. Quelques méthodes regroupent les deux types de mesures.

1.5 Identification par analyse inverse

La richesse des mesures de champs (déplacements, déformations, températures...) est particulièrement bien adaptée à l'identification de grandeurs et de paramètres caractérisant des structures ou des matériaux tels que les paramètres de lois de comportement complexes en thermo-mécanique. Cette thématique de recherche constitue non seulement une préoccupation académique mais également un enjeu essentiel dans l'évolution des techniques originales de mesures de champs et leur exploitation pour l'identification de lois de comportement des matériaux multiphasés. Une étape



(a) Le maillage de la microstructure et la distribution de la déformation équivalente simulée



(b) La microstructure et la distribution de la déformation équivalente expérimentale

Figure 1.20 – *Comparaison entre les distributions du champ de déformation équivalente simulée et expérimentale [119]*

importante avant toute procédure d'identification concerne la position du problème inverse.

1.5.1 Position du problème inverse

Cette partie a pour objectif de présenter certaines méthodes d'identification basées sur la minimisation d'une fonction objectif définie par la somme des écarts quadratiques entre grandeurs calculées et mesurées. Dans la littérature, plusieurs méthodes ont été proposées pour l'identification des paramètres de lois de comportement à partir de champs cinématiques hétérogènes, des méthodes itératives et les méthodes non itératives. Le calcul par éléments finis a longtemps été la méthode la plus utilisée pour résoudre à la fois les problèmes direct et inverse par l'utilisation du recalage à l'équilibre. Mais des nouvelles méthodes ont été proposées ces dernières années comme celle de l'erreur en relation de comportement (Error in Constitutive Relation ECR [10, 27]), le recalage par éléments finis et la méthode des champs virtuels. Nous présenterons brièvement dans ce chapitre le principe de chacune de ces méthodes. La méthode de l'erreur en relation de comportement, adoptée dans cette étude, est détaillée au chapitre 4.

1.5.1.1 Méthode de recalage par éléments finis

La méthode du recalage consiste à minimiser une fonction objectif construite au sens des moindres carrées et traduisant la somme des écarts quadratiques entre grandeurs calculées par la méthode des éléments finis et grandeurs mesurées :

$$J(P) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{Npts}(M(P)_i - \overline{M}_i)^2 \tag{1.3}$$

Où :

Npts : est le nombre de points de mesure.

P : vecteur paramètres à identifier.

$M(P)_i$: grandeur calculée en fonction des paramètres à identifier P, au point i.

$\overline{M}_i$: grandeur mesurée au point i.

Lorsque le problème est mal posé, cette fonction objectif $J(P)$ peut être régularisée de la façon suivante :

$$J(P) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{Npts}((M(P)_i - \overline{M}_i)^T V(M(P)_i - \overline{M}_i)) + (P_0 - P)^T W(P_0 - P) \tag{1.4}$$

où V et W sont deux matrices de pondération définies positives. On utilise ces deux matrices pour rendre le problème adimensionnel, le terme $(P_0 - P)^T W (P_0 - P)$ régularise l'ajustement des paramètres P à partir du jeu de paramètres initial P_0. La fonction objectif est alors la somme de deux fonctions quadratiques [91].

Meuwissen et *al.* [91] ont utilisé cette méthode pour l'identification d'un comportement élastoplastique à partir d'un essai de traction sur des éprouvettes d'aluminium. La fonction objectif utilisée est de type (équation 1.4). La grandeur mesurée est le champ de déplacement dans le plan de la surface de l'éprouvette.

Les travaux de Lecompte et *al.* [80] ont conduit à l'identification du comportement élastique d'un matériau composite orthotrope. Les grandeurs calculées sont les déformations, celles connues sont les déformations calculées à partir d'un champ de déplacement mesuré sur la surface d'une éprouvette cruciforme.

Kajberg et Lindkvist [67] ont identifié les paramètres d'un comportement élastoplastique avec écrouissage isotrope multilinéaire ou parabolique en grandes déformations. La grandeur mesurée est le champ de déplacement obtenu par corrélation d'images numériques.

Hoc et *al.* [63] ont identifié le comportement élastoplastique d'un monocristal de fer. Les monocristaux ont des orientations cristallographiques différentes, ces orientations provoquent une réponse hétérogène de l'échantillon. Dans le même travail, Hoc et *al.* [63] ont vérifié le comportement macroscopique par la comparaison entre la courbe force-allongement expérimentale et celle calculée à partir des paramètres identifiés, Figure (1.21). Enfin les évolutions expérimentale et simulée de l'orientation cristallographique au cours du chargement sont comparées par l'intermédiaire des figures de pôles simulées par les paramètres identifiés, ou obtenues expérimentalement par EBSD (Electron Back-Scattered Diffraction). La Figure (1.22) présente une comparaison qualitative entre les champs de déformation obtenus expérimentalement et par simulation, à partir des paramètres du modèle identifié. La zone d'étude fait 100 $\times$100 μm et comporte 87 grains.

1.5.1.2 Méthode de l'erreur en relation de comportement

La méthode de l'erreur en relation de comportement (ERC) a été introduite par Ladevèze [75] pour le contrôle des calculs par la méthode des éléments finis. L'approche inverse fondée sur la minimisation d'une norme énergétique formulée par l'erreur en relation de comportement a été proposée par plusieurs auteurs pour l'identification des propriétés élastiques à partir d'un seul essai [10, 44]. En régime élastique,

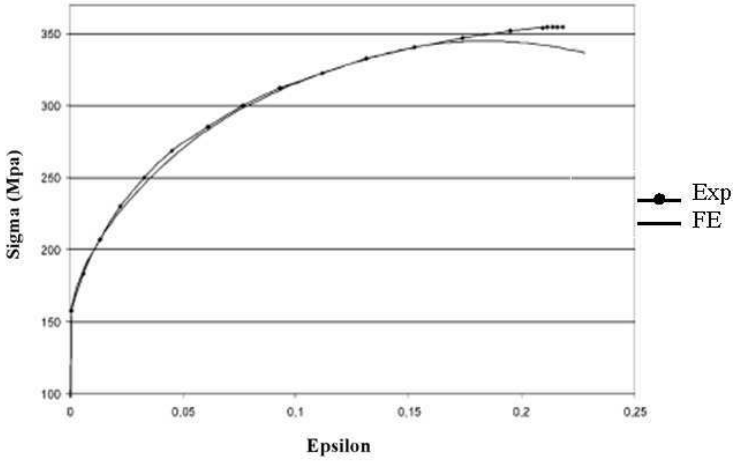


Figure 1.21 – *Courbes contrainte-déformation macroscopique expérimentale et simulée à partir des paramètres identifiés pour une même déformation axiale macroscopique de 2,5 % [63]*

l'erreur en relation de comportement est formulée par une fonction $E(u,\sigma,C)$ définie comme la somme des énergies potentielle et complémentaire :

$$E(u,\sigma,C) = \frac{1}{2}\int_\Omega (\varepsilon(u) : C : \varepsilon(u))d\Omega + \frac{1}{2}\int_\Omega (\sigma : C^{-1} : \sigma)d\Omega - \int_{\partial\Omega} (u.\sigma.n)ds \quad (1.5)$$

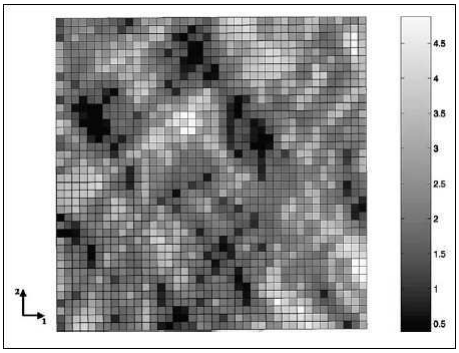
En l'absence des forces de volume, et en tenant compte des conditions aux limites, la fonction $E(u,\sigma,C)$ peut être réécrite pour des champs de contraintes σ statiquement admissibles et des champs de déplacements u cinématiquement admissibles de façon à faire apparaître l'écart en relation de comportement comme suit :

$$E(u,\sigma,C) = \frac{1}{2}\int_\Omega (\sigma - C : \varepsilon(u)) : C^{-1} : (\sigma - C : \varepsilon(u))d\Omega \quad (1.6)$$

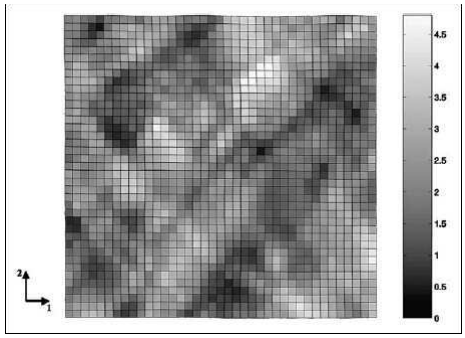
Les diverses grandeurs introduites dans la fonction sont définies comme suit. Le champ de déformation $\varepsilon(u)$ est mesuré par une technique de mesure de champ cinématique, ou calculé à partir d'un champ de déplacement mesuré u. Le champ de contrainte σ est calculé à partir d'un code éléments finis pour un tenseur d'élasticité C donné. Le terme à identifier est le tenseur d'élasticité C.

Une conséquence bien connue des principes variationnels de l'élasticité montre que l'on a pour un tenseur d'élasticité C donné :

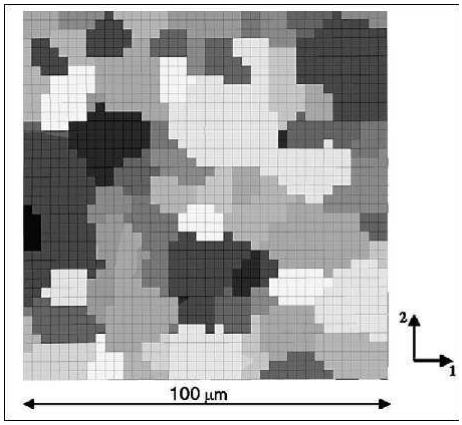
$$\min_{u_{CA},\sigma_{SA}} E(u,\sigma,C) = 0 \quad (1.7)$$



(a) ε_{11} éxpérimentale



(b) ε_{11} simulée



(c) Zone d'étude

Figure 1.22 – *Comparaison entre la déformation obtenue expérimentalement par la technique microextensomètrique et par simulation à partir des paramètres identifiés pour une même déformation axiale macroscopique de 2,5 % pour un multicristal fer-silicium (faible nombre de grain) de fer [63]*

Les paramètres définissant le tenseur $\boldsymbol{C}$ peuvent alors être identifiés via la minimisation de l'équation (1.6).

Une méthode similaire a été appliquée pour l'identification de paramètres élastiques par Constantinescu [27]. Elle consiste à faire intervenir des problèmes d'équilibres élastiques de deux types classiques, à déplacements imposés et à forces imposées. Pour simplifier la minimisation selon les directions des modules élastiques, une des méthodes consiste à décomposer le tenseur des modules élastiques dans ses vecteurs et valeurs propres.

D'autres méthodes basées sur l'erreur en relation de comportement consistent à rajouter une fonction d'écart à la mesure sur les frontières avec des facteurs de pondération [37, 44, 45].

1.5.1.3 Méthode de l'écart à l'équilibre

La méthode de l'écart à l'équilibre a été utilisée par Claire et *al.* [23] pour l'identification des paramètres d'un endommagement anisotrope ou isotrope, pour des essais de traction bi-axiale. L'endommagement est considéré discontinu sur la structure, la formulation du problème d'identification est alors associée à une représentation de type éléments finis où l'endommagement est considéré constant par élément (sous-domaines de la structure étudiée). L'identification de la distribution des paramètres se fait par la minimisation d'un écart à l'équilibre sur tous les sous-domaines à l'intérieur desquels ces paramètres sont constants. Après développement, un système surdimensionné est construit où les paramètres par élément sont les inconnues. Un système linéaire final est résolu par une méthode du gradient conjugué. Cette méthode a été appliquée pour l'identification des conductivités thermiques et des propriétés élastiques locales par analyse de champs [24]. Cette procédure a été également utilisée pour la détermination de champs d'endommagement à partir des champs de déplacement mesurés par la technique de corrélation d'images [58].

1.5.1.4 Méthode des champs virtuels

La méthode des champs virtuels permet d'identifier, directement et simultanément, des paramètres pilotant la loi de comportement. Cette méthode a été introduite par Grédiac [50, 54] et appliquée au comportement élastique endommageable des composites [18].

Elle est basée sur l'utilisation du principe des travaux virtuels. En l'absence de

force volumique extérieures, l'équilibre statique global du solide s'écrit :

$$-\int_{\Omega} \sigma\varepsilon(u^*)d\Omega = \int_{d\Omega_f} Tu^* dS \tag{1.8}$$

avec σ est le champ de contraintes, u^* champ de déplacement virtuel cinématiquement admissible, $\varepsilon(u^*)$ le champ de déformation associé à celui des déplacements virtuels, T le chargement surfacique sur la surface exterieure $d\Omega_f$.

Le principe de la méthode repose sur l'écriture du tenseur de contrainte σ en fonction du tenseur de déformation ε, connaissant la loi de comportement. Les déformations sont calculées à partir d'un champ de déplacement obtenu par une technique de mesure de champ cinématique telle que la corrélation d'images, ensuite il s'agit de choisir les bons champs de déplacement virtuel u^*, c'est à dire des champs faisant travailler les paramètres de la relation de comportement que l'on souhaite identifier. Le problème de l'identification est résolu en écrivant l'équation du principe des travaux virtuels (equation 1.8) avec les champs virtuels choisis, ce qui mène à un système d'équations linéaires dépendant des paramètres de comportement à identifier pouvant être résolus [54].

Une méthode est proposée pour construire des champs virtuels par morceaux, elle consiste à faire appel à des champs indépendants, judicieusement choisis afin de faire apparaître les paramètres à identifier dans le système d'équations découlant de l'équation (1.8) [52–54]. Une autre méthode permet de construire le champ virtuel à partir d'une famille de polynômes. Grédiac et *al.* [53] ont développé une précaution supplémentaire concernant le choix de ce champ virtuel. Avril et *al.* [5] ont ajouté d'une façon approfondie la sensibilité de la méthode.

Grédiac et *al.* [52], Avril et *al.* [5] ont appliqué la méthode des champs virtuels avec des champs virtuels spéciaux pour l'identification d'une loi de comportement élastique orthotrope. Quatre paramètres sont identifiés à partir d'un essai de flexion de type Iosipescu.

Les travaux de Chalal et *al.* [17, 18] présentent l'extension de la méthode des champs virtuels à un comportement élastique endommagable, où seul le module de cisaillement s'endommage. Ce module s'écrit en fonction du module de cisaillement non endommagé et d'une variable d'endommagement locale. L'identification a été réalisée sur un essai hétérogène de type Iosipescu. La mesure de champ sur ce type d'essai permet d'identifier, dans un premier temps les quatre modules du comportement élastique, et à chaque pas de chargement la variable d'endommagement locale qui affecte le module de cisaillement.

La méthode des champs virtuels non linéaire a été appliquée par Grédiac et *al.* [51]. Le comportement retenu est élastoplastique avec écrouissage isotrope linéaire de type Prandtl-Reuss. L'identification se fait à partir des données simulées numériquement sur une géométrie complexe utilisée dans les travaux de Meuwissen [91]. Dans ce travail les modules élastiques sont considérés connus. Seuls les paramètres plastiques sont à identifier. Dans la même problématique, Pannier [100] a appliqué cette méthode avec des données expérimentales. Le modèle d'écrouissage retenu dans ce travail est l'écrouissage isotrope non linéaire (modèle de Voce possédant un terme saturant exponentiel).

1.5.2 Résolution du problème

L'identification par analyse inverse revient donc, en quelque sorte, à déterminer l'ensemble des paramètres d'une loi de comportement pour lesquels on obtient la meilleure superposition entre les mesures expérimentales et les valeurs calculées par le modèle direct. Mis à part pour la méthode des champs virtuels qui est une méthode non itérative, cette superposition est quantifiée à l'aide de la minimisation d'une fonction objectif construite par une des méthodes décrites au paragraphe précédent. Plusieurs méthodes de résolution du problème inverse peuvent être utilisées pour résoudre ce problème de minimisation, on peut les classer dans les catégories suivantes :

- Méthode de régression linéaire, méthode utilisée si les grandeurs calculées sont linéaires par rapport aux paramètres recherchés, ou si une linéarisation est possible.
- Méthodes d'évaluations successives avec des critères de recherche linéaire (algorithme de type simplex), génétique ou statistique (méthode de Monte-Carlo).
- Méthode de type gradient, qui permet la détermination des paramètres à identifier par une méthode d'approximation itérative, à partir de la direction de recherche et d'une amplitude qui sont fonctions de la valeur du gradient et de la matrice hessienne de la fonction objectif. Cette méthode impose d'évaluer pour chaque itération de recherche, la fonction objectif et son gradient (méthode de la plus grande pente, méthode du gradient conjugué, méthode de Newton, méthode de Gauss-Newton, BFGS...).

La méthode de recherche est choisie en fonction du type de modèle à identifier, du degré de complexité de la résolution du problème d'identification, et des propriétés

de la fonction objectif : convexité, existence de plusieurs minima ou présence de paliers. Pour les modèles non-linéaires, il est généralement préférable d'utiliser des méthodes itératives de type gradient.

Dans cette étude la méthode de type gradient. Gauss Newton est appliquée pour la résolution du problème inverse. L'utilisation de cette méthode est limitée par le fait qu'elle peut causer des instabilités pour des problèmes mal conditionnés. Plusieurs méthodes de stabilisation sont proposées dans la littérature. Toutes ces méthodes ont pour but de borner la zone admissible de recherche des jeux optimaux de paramètres. Les méthodes à région de confiance généralisent la notion de méthodes à direction de descente. Dans ces méthodes on va interdire de chercher le jeu de paramètres optimal au delà d'une hypersphère pour laquelle la non-linéarité de la fonction objectif devient trop importante. La méthode de Levenberg-Marquardt peut être vue comme un cas particulier de méthode à région de confiance. Une autre approche est celle des statisticiens, qui stabilisent souvent le problème d'identification de paramètres en ajoutant de l'information a priori sur ces dernières. Augmenter la quantité d'informations a pour conséquence d'améliorer le conditionnement du problème d'identification de paramètres et donc de limiter les problèmes d'instabilité. Notre choix est basé sur la méthode de Levenberg-Marquardt. C'est une méthode facile à appliquer et souvent employée en identification par un algorithme itératif.

La résolution du problème inverse par la méthode Gauss-Newton nécessite le calcul d'une matrice notée dX_i/dP_j traduisant la sensibilité des variables mesurées (X_i) aux paramètres de la loi de comportement (P_j). Dans la littérature, il existe plusieurs méthodes de construction de cet opérateur de sensibilité. On peut citer les méthodes analytiques directes [43] ou la méthode de l'état adjoint [122]. Certains auteurs [39] proposent une technique mixte basée sur des méthodes semi-analytiques utilisant conjointement la méthode des différences finies pour la différentiation numérique et un calcul analytique. Dans le présent travail, le choix s'est porté sur une méthode semi-analytique combinant la méthode analytique directe et la méthode des différences finies pour le calcul du gradient et la construction de la matrice de sensibilité. La dérivation numérique est faite par la méthode des différences finies. Cette méthode, relativement stable, permet au modèle inverse d'être couplé à un code de calcul par éléments finis. Le code de calcul Aaqus® [62] est utilisé pour résoudre le problème direct.

1.6 Conclusion

Le matériau choisi dans ce travail est un alliage à mémoire de forme de type Cu-Al-Be. Nous avons présenté dans ce chapitre, les principales caractéristiques des AMF, en particulier la transformation martensitique. Les différents types de comportement dans ces alliages ont également été évoqués.

Le comportement d'un multicristal AMF de type Cu-Al-Be est étudié pour chargements superélastiques d'une part, par la simulation numérique grâce à la méthode des éléments finis et d'autre part par expérimentalement par la technique de corrélation d'images, Une méthodologie de couplage entre simulations numériques et les informations expérimentales à l'échelle de la microstructure a été mise en place. Ce couplage fait dialoguer les calculs par éléments finis avec les essais expérimentaux. Il intégre la forme, la taille et la morphologie de chaque grain, et les informations locales expérimentales. Il est donc nécessaire de disposer, au niveau du code éléments finis, d'une loi constitutive permettant de décrire le comportement de chaque grain. Nous présentons dans le chapitre 3, le dialogue calcul numérique / expérience, et dans le même chapitre, nous décrivons le comportement d'un monocristal [26].

La technique de corrélation d'images sera appliquée pour la mesure des champs de déplacement. Elle est rapide, précise, sensible, dotée d'une grande résolution spatiale, et permet l'utilisation de moyens de mesure non intrusifs et sans contact. Elle permet de se placer à différentes échelles d'observation en changeant d'optique. L'application de cette technique nécessite une préparation spécifique de la surface de l'éprouvette. Pour cela, nous présentons dans le chapitre 2, toutes les procédures expérimentales préliminaires à l'essai de traction sur un AMF, de type Cu-Al-Be, afin de caractériser le champ local de déformation dans cet alliage.

Plusieurs méthodes d'identification ont été présentées pour divers comportements. Le choix de la méthode est basé sur les grandeurs à identifier ou les paramètres caractérisant les structures ou les matériaux : champs de modules ou d'endommagement, présence de fissures et autres défauts, paramètres de comportement non linéaire, etc. Les méthodes de type recalage sont flexibles et peuvent s'adapter à un très grand nombre de problèmes. D'autres méthodes sont plus spécifiques. Dans ce travail, la méthode d'identification retenue est la méthode de l'erreur en

relation de comportement. L'avantage de cette méthode est que la fonction objectif construite est fondée sur une approche variationnelle. Elle est constituée de deux termes, l'énergie potentielle et l'énergie complémentaire. La fonction objectif est séparément convexe. La méthode de Gauss-Newton régularisée par la technique de Levenberg-Marquardt est choisie pour la résolution du problème inverse. Le calcul de la sensibilité est traité par la méthode des différences finies.

Dans le chapitre 4 on proposera le détail de la méthode de l'erreur en relation de comportement qui aboutit à la construction du problème inverse. Cette méthode est appliquée à titre d'exemple à l'identification du comportement élastique d'un matériau orthotrope. Une extension au cas 3D d'un multicristal en AMF de l'algorithme développé sera détaillée dans le chapitre 5. Dans le même chapitre, une application à l'identification des paramètres élastiques de la phase austénitique du matériau Cu-Al-Be sera présentée.

Chapitre 2

Procédures et résultats expérimentaux

Sommaire

2.1 Introduction 52
2.2 Élaboration de l'éprouvette 53
2.3 Matériau étudié 53
2.4 Procédure expérimentale 54
2.4.1 Préparation de la surface de l'échantillon 54
2.4.2 Détermination de l'orientation cristallographique par EBSD 57
2.4.3 Création d'un contraste local pour la corrélation d'images 58
2.4.4 Essais mécaniques 59
2.4.5 Acquisition des images 63
2.5 Résultats expérimentaux 64
2.5.1 Orientation cristallographique 64
2.5.2 Observation de la transformation martensitique 66
2.5.3 Mesure des champs cinématiques par la méthode de corrélation d'images 69
2.5.4 Étude qualitative des déformations mesurées 71
2.6 Conclusion 77

2.1 Introduction

Dans ce chapitre nous présentons la procédure expérimentale adoptée pour la réalisation des essais de traction uniaxiale sur le multicristal en AMF. Ces essais ont pour but d'observer l'évolution du champ de déformation local au cours du chargement sur la quasi totalité des grains du multicristal. Cette procédure comprend l'obtention de l'éprouvette, son traitement thermique, la préparation de sa surface, l'analyse par EBSD, la création du mouchetis, l'obtention des images et leur traitement par corrélation d'images. Les deux étapes essentielles sont l'analyse EBSD et la corrélation d'images.

L'analyse de la surface de l'éprouvette par EBSD a pour objectif principal de déterminer l'orientation cristallographique de chacun des grains de surface de l'éprouvette. Ces orientations serviront à alimenter la loi de comportement du multicristal utilisée dans les simulations numériques par éléments finis.

Quant à la corrélation d'images, elle permet d'obtenir les champs de déplacement dans le plan de surface de l'éprouvette à partir de deux images de l'éprouvette prises respectivement avant et après déformation. Pour chaque couple d'images enregistrées, les champs de déplacement puis de déformation sont extraits par un traitement numérique grâce au logiciel de corrélation d'images CORRELI-Q4. Les résultats expérimentaux ainsi accessibles par corrélation d'images sont les champs de déplacement et de déformation en surface sur l'ensemble des grains constituant la zone d'étude. Un post-traitement permet de calculer les valeurs des déplacements aux extrémités de la zone observée constituée de plusieurs images. Les déplacements aux extrémités de la zone observée serviront eux-aussi à alimenter la simulation numérique.

Seule la procédure expérimentale est présentée dans ce chapitre ; les résultats auxquels elle a conduit figureront dans le chapitre 3.

2.2 Élaboration de l'éprouvette

Le matériau étudié a été fourni sous forme de billette (cylindre) de diamètre 70 mm. Cette billette a été découpée en rondelles de 4 mm d'épaisseur. Dans une rondelle ont été découpées des bandes de 15 mm de largeur qui ont été laminées à chaud pour ramener l'épaisseur entre 1 et 2 mm. Plusieurs éprouvettes ont été usinées dans les tôles laminées selon la géométrie présentée dans la Figure 2.1. Pour éliminer les précipités α et $\gamma 2$ ainsi que la martensite résiduelle qui peuvent être formés au cours du laminage ou de l'usinage des éprouvettes, il est indispensable de réaliser un traitement thermique au dessus de 650 $°C$ une fois que les éprouvettes ont été usinées. Cela permet de retrouver un matériau 100 % austénitique. Ce traitement thermique permet également d'augmenter la taille des grains pour pouvoir effectuer la mesure du champ cinématique par corrélation d'images dans les grains. Pour cela, une éprouvette a été maintenue dans un four à 750 $°C$ pendant 1 h. Cette opération est aussi réalisée afin d'obtenir des gros grains (Figure 2.3). La taille de grains adoptée pour cette étude est entre 500 μm et 1 mm. L'épaisseur de l'éprouvette a été réduite à une valeur voisine de 0,3 mm par polissage mécanique. La tranche de l'éprouvette a également été légèrement polie. La largeur de l'éprouvette a été mesurée avant les essais mécaniques, la côte réelle est de 2,76 mm.

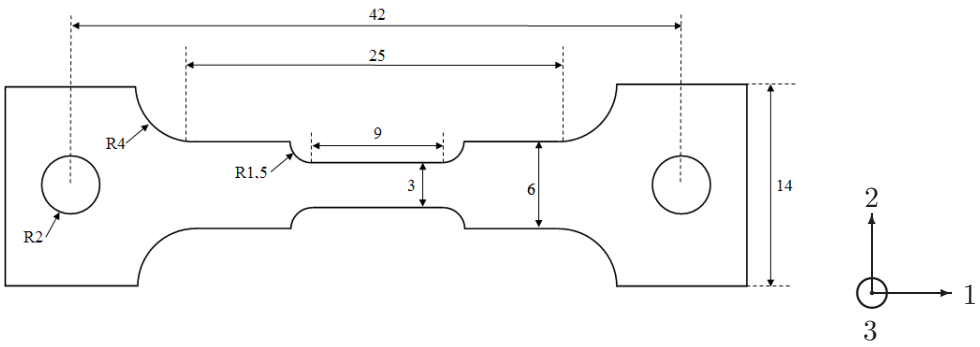


Figure 2.1 – *Géométrie de l'éprouvette, dimensions en mm*

2.3 Matériau étudié

Le matériau étudié est un alliage à mémoire de forme à base de cuivre, alliage Cu-Al-Be fourni par la société " Tréfimétaux ". Ce type d'alliage possède de bonnes propriétés thermomécaniques. Belkahla [8] a montré que l'alliage Cu-Al-Be possède une bonne stabilité de la phase β au vieillissement et présente une bonne stabilité

à haute température. La composition chimique du matériau, donnée par le fournisseur, est de 12 % Al et 0,5 %Be (pourcentages massiques).

La température de début de transformation Ms a été mesurée par DSC dans le cadre de la thèse de Kaouache [69], elle est comprise entre -70 $°C$ et -85 $°C$ (Figure 2.2). Le matériau est 100 % austénitique à la température ambiante. Les essais de traction réalisés dans cette même thèse ont permis d'estimer la contrainte seuil de transformation à température ambiante : elle se situe entre 160MPa et 190MPa [69].

D'aprés [69] : " *Dans ce matériau, la contrainte de transformation est moyenne, c'est à dire, ni trop élevée ni trop faible, si la contrainte de transformation est trop élevée, le matériau devient fragile et il est difficile de détecter le début de la transformation martensitique au cours du chargement. Si cette contrainte est trop faible, il est très difficile d'éviter l'apparition de la martensite lors d'une simple manipulation de l'éprouvette ou lors de la préparation d'état de surface par le polissage mécanique*".

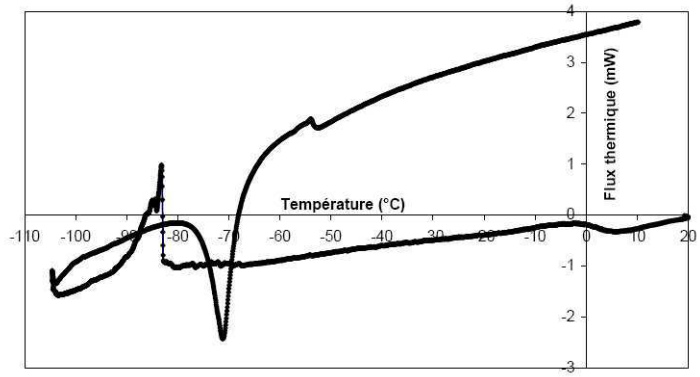


Figure 2.2 – *Mesure de la température de transformation par DSC [69]*

2.4 Procédure expérimentale

2.4.1 Préparation de la surface de l'échantillon

Le mode de préparation d'un échantillon dépend de l'information recherchée sur la microstructure et bien sûr de la nature de l'échantillon et de la forme dans laquelle il se présente : échantillon dur et massif, échantillon biologique, poudre, etc...

La clé d'une bonne observation ou d'une analyse correcte réside dans une préparation adéquate de son échantillon. Avant tout, il faut se poser la question de savoir quels sont les raisons ou les buts de cette observation (observation topographique, micrographique, microanalyse, EBSD...). C'est ce qui déterminera l'ensemble des opérations nécessaires. Selon la nature des observations ou des caractérisations à effectuer, l'éprouvette exige une préparation spécifique de sa surface de telle sorte qu'aucun artéfact de préparation ne vienne perturber l'observation.

Après la découpe et le traitement thermique de l'échantillon, les différentes étapes de polissage sont : le polissage grossier avec des papiers abrasifs de granulométrie décroissante de 200 μm à 8 μm, suivi d'un polissage à la pâte diamantée de granulométries 6 μm, 3 μm et 1 μm. Toutes ces opérations ont en commun le fait de mettre en contact des particules abrasives avec l'échantillon en présence d'un lubrifiant qui assure simultanément le refroidissement de l'échantillon et de l'abrasif. Ces différentes étapes sont destinées à obtenir un très bon état de surface et à avoir l'épaisseur souhaitée. Le polissage électrolytique avec la solution de $D31$ (Solution électrolytique) est nécessaire pour la suppression des rayures de polissage, qui introduisent du relief, et pour la diminution des contraintes résiduelles, néfastes à l'analyse par EBSD. L'attaque chimique par la solution $Mi14$ permet de révéler la microstructure, ici les joints de grain pour l'observation microscopique. L'échantillon est attaqué seulement après l'analyse EBSD.

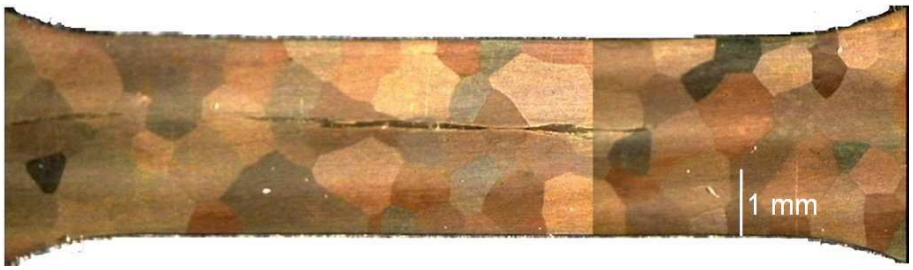
Le Tableau 2.1 donne les compositions chimiques des solutions D31 et Mi14 utilisées pour la préparation de la surface de l'éprouvette.

D31	Mi14
250 ml d'acide orthophosphorique	10 ml d'acide chlorydrique
5 g d'urée	5 g de chlorure de fer
250 ml d'éthanol	100 ml d'eau distillée
50 ml d'isopropanol	
500 ml d'eau distillée	

Tableau 2.1 – *Composition chimique des solutions D31 et Mi14*

Dans cette étude, l'éprouvette a été polie mécaniquement sur les deux cotés jusqu'à une épaisseur proche de 0,3 mm. Les deux faces sont présentées dans la Fi-

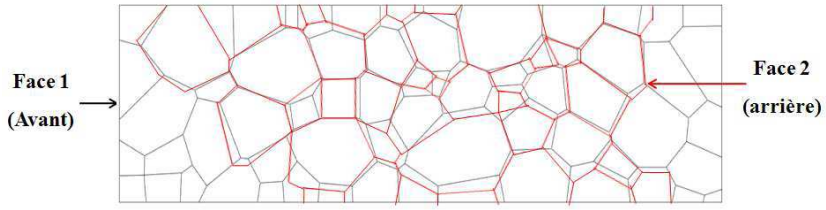
gure 2.3. La taille millimétrique des grains, très supérieure à l'épaisseur de l'éprouvette, donne des joints de grains dont la géométrie varie assez peu entre les deux faces de l'éprouvette. Les grains sont traversants, les joints ne sont pas tout à fait perpendiculaires à la surface de l'éprouvette, pas tout à fait "verticaux", ils sont légèrement inclinés. Cependant, l'hypothèse qui sera faite de considérer des joints de grains perpendiculaires aux faces de l'éprouvette paraît raisonnable.



(a) La première face



(b) La deuxième face



(c) La superposition des faces

Figure 2.3 – *Micrographie de l'éprouvette après attaque chimique par Mi14*

2.4.2 Détermination de l'orientation cristallographique par EBSD

Le principe de l'EBSD (Electron Back Scatter Diffraction ou "diffraction des électrons rétrodiffusés") est d'analyser dans un MEB, la surface d'un échantillon en indexant, point par point, les lignes de diffraction des électrons rétrodiffusés ou diagrammes de Kikuchi. Cette technique permet de remonter très localement aux orientations cristallographiques au sein du matériau.

Les diagrammes de Kikuchi sont obtenus en bombardant la surface du matériau par un faisceau d'électrons incident. Cette surface est inclinée d'un angle de 70° (pour des conditions de rendement des électrons). Les électrons sont alors diffusés dans toutes les directions au sein du matériau avec une certaine énergie. Pour chaque famille de plans d'un système cristallin, il y aura des électrons qui satisferont à la loi de Bragg et qui seront donc réfléchis avec une forte énergie. Ces faisceaux d'électrons rétrodiffusés relatifs à un plan (hkl) de diffraction appartiennent à deux cônes dont les axes sont perpendiculaires au plan et séparés par un angle correspondant à deux fois l'angle de Bragg.

Les clichés de diffraction sont alors obtenus en intercalant un écran (écran photoluminescent et une camera CDD, comme dans notre cas) Figure 2.4. Les cônes peuvent être approximés par des plans dont les intersections avec le plan donnent deux lignes définissant une bande. Les intersections entre ces bandes sont appelées axes de zones. Ces derniers correspondent aux directions cristallographiques particulières du système cristallin. Il suffit alors d'indexer l'écran et les directions et de déterminer les distances entre les axes de zones et le centre du cliché pour connaître exactement l'orientation cristallographique du cristal au point étudié (Figure 2.5). La précision de la mesure est de l'ordre de 1°.

Avec la connaissance de la maille élémentaire du matériau, il est possible par comparaison entre le cliché de diffraction expérimental obtenu et le cliché de simulation théorique, d'obtenir des informations de nature cristallographique sur le matériau analysé : orientations des grains, texture, etc...

Le principal intérêt du système EBSD est de pouvoir travailler en mode automatique. L'acquisition des diagrammes, leur indexation et la détermination de l'orientation cristalline sont réalisées de manière automatique. Le faisceau incident piloté par le MEB balaye la zone à analyser afin d'obtenir une cartographie des orientations pour l'ensemble des points balayés.

Dans cette étude, le microscope utilisé est un microscope "Leica S440" équipé d'un analyseur X numérique et d'une caméra CCD pour effectuer les analyses EBSD. Après la mise en œuvre, l'indexation des lignes de Kikuchi est effectuée par le système Channel5 (technologie de HKL). Les zones analysées couvrent presque toute la partie calibrée de l'échantillon : trois zones de 2,8 × 2,8 mm^2 ont été balayées avec un pas de 1 μm. La tension du faisceau est de 30 kV, la distance de travail est de 15 mm, le courant du faisceau est entre 20 et 30 nA. Les résultats de l'analyse par EBSD sur notre éprouvette d'alliage Cu-Al-Be sont donnés dans le Tableau 2.2.

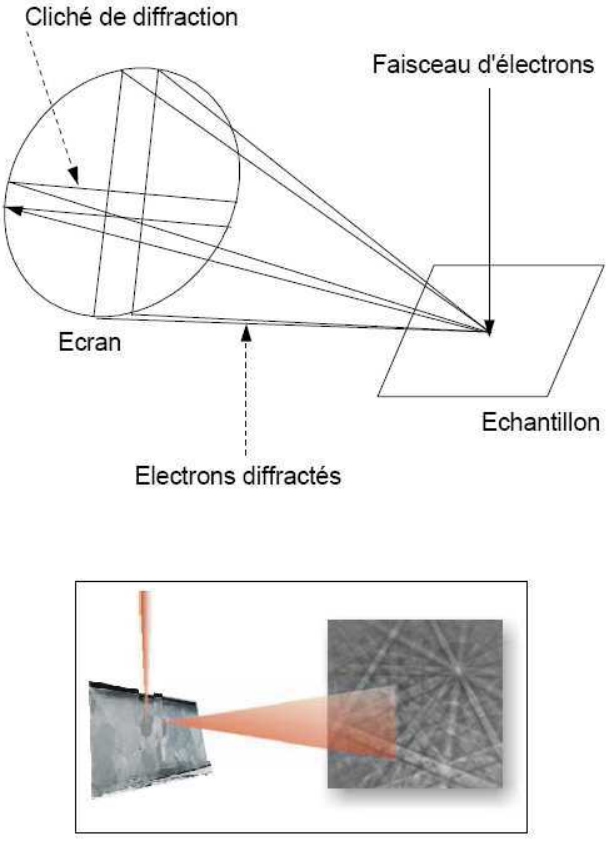


Figure 2.4 – *Diffraction des électrons et formation des clichés*

2.4.3 Création d'un contraste local pour la corrélation d'images

Afin d'appliquer la méthode de corrélation d'images, les images doivent posséder un contraste suffisant. Ceci signifie que les images doivent avoir des différences locales de niveaux de gris telles que la nouvelle position d'un point donné puisse être trouvée

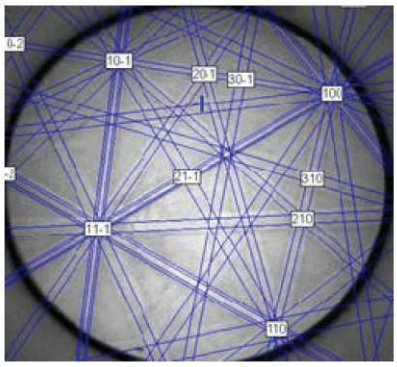


Figure 2.5 – *Exemple d'indexation de clichés de diffraction*

grâce aux pixels voisins. Quelques matériaux sont naturellement texturés rendant la corrélation possible sans préparation particulière de la surface. Dans notre cas, le contraste naturel de la surface est uniquement celui généré par les traces de polissage. Ces dernières ne sont pas suffisantes pour obtenir un bon contraste. D'autre part, certaines stries de polissage pourraient être confondues avec des variantes de martensite. Il est nécessaire de rajouter de l'information en terme de niveaux de gris : il est indispensable de déposer un mouchetis. Ce dernier peut être de nature variée : peinture, poudre de carbone, paillettes. Le choix et les dimensions caractéristiques du mouchetis dépendent de la résolution spatiale souhaitée. La précision de la méthode est étroitement liée à la qualité du motif déposé. Dans cette étude, nous avons vaporisé de la peinture blanche sur l'échantillon afin d'avoir une répartition relativement homogène mais aléatoire de petites taches. Le mouchetis ne doit pas trop masquer la microstucture, il est important de toujours savoir où sont les grains.

La taille des taches dépend de la technique de vaporisation, et parfois plusieurs tentatives sont nécessaires pour obtenir un bon mouchetis (taille et espacement des taches adaptés à l'échelle d'observation).

La quantité et la taille optimales des taches, l'éclairage de la surface de l'échantillon ont été ajustés afin d'avoir une distribution large et plutôt uniforme des niveaux de gris comme illustré dans la Figure 2.6 et la Figure 2.7. La Figure 2.7 représente l'histogramme des niveaux de gris qui correspond à la photo de la Figure 2.6.

2.4.4 Essais mécaniques

Après la préparation de la surface de l'éprouvette, les essais de traction ont été réalisés à l'aide d'une micro machine de traction (Figure 2.8). L'éprouvette est fixée

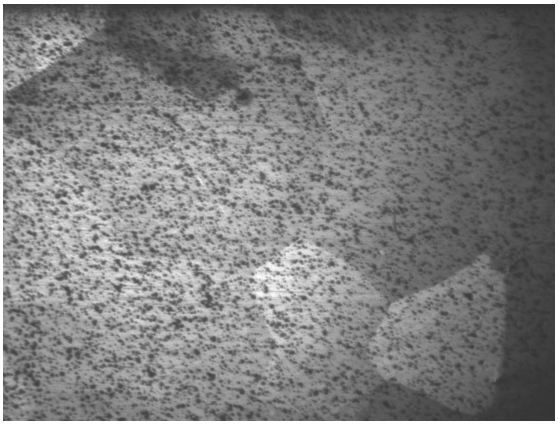


Figure 2.6 – *Mouchetis aléatoire obtenu par vaporisation de peinture blanche*

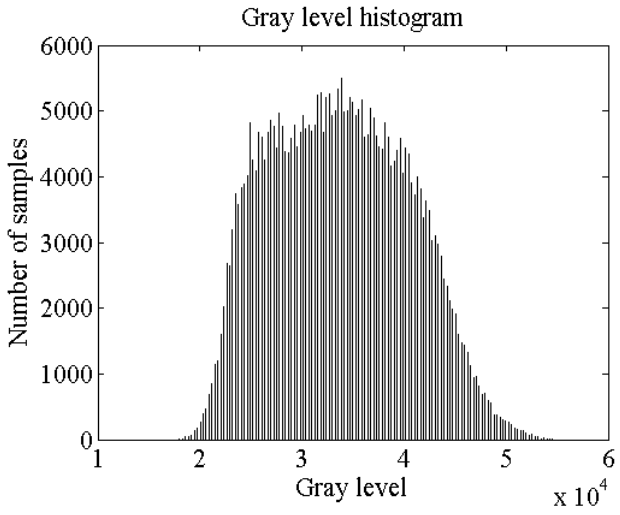


Figure 2.7 – *Histogramme des niveaux de gris*

dans la machine comme est indiqué dans la Figure 2.9. La machine a été fixée sur un trépied installé devant un microscope à grande distance frontale (QM100-Questar). Cela permet d'accéder à plusieurs informations en temps réel : la caractérisation mécanique et l'observation locale de la microstructure.

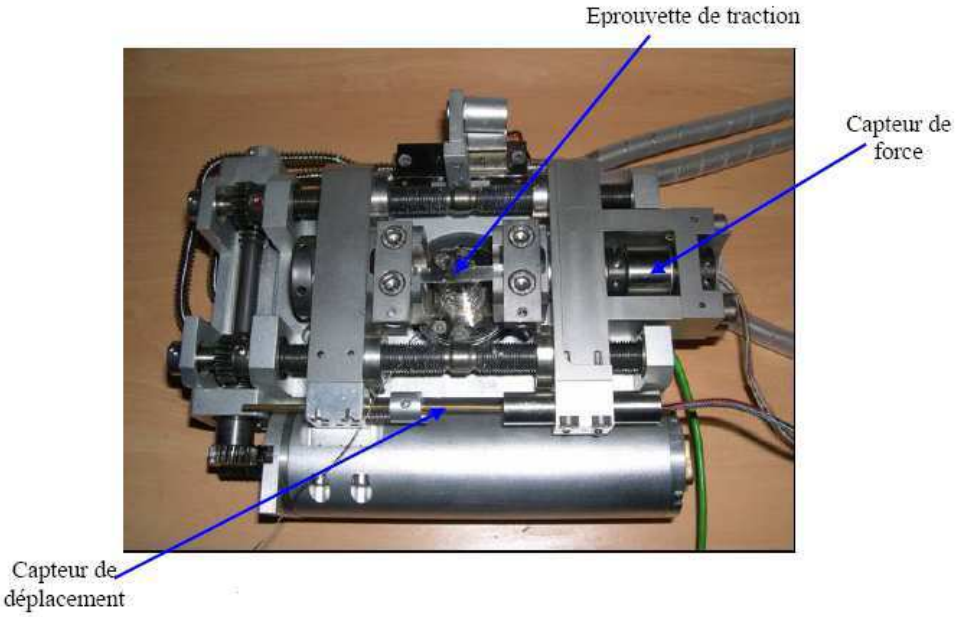


Figure 2.8 – *Machine de traction*

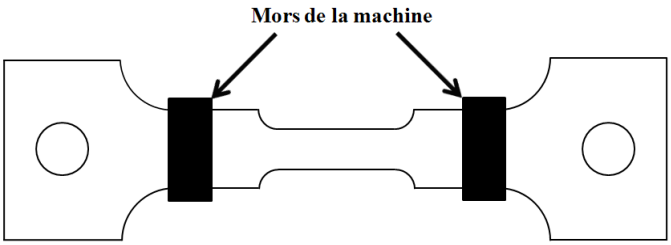


Figure 2.9 – *Fixation de l'éprouvette*

La machine est équipée d'un capteur de force piézoélectrique et d'un capteur de déplacement donnant le déplacement relatif des mors. Les essais ont été réalisés à température ambiante, où le matériau est austénitique à l'état libre de contrainte. La force appliquée par cette machine peut atteindre 5 kN, avec des vitesses de déplacement de traverse comprises entre 0,2 $\mu m/s$ et 100 $\mu m/s$. Des incréments de déplacement des mors de l'ordre 10 μm sont en général utilisés dans ces essais, mais

des images ne sont pas enregistrées systématiquement.

La surface de l'éprouvette est perpendiculaire à l'axe optique du microscope. Ce dernier est fixé sur une platine motorisée. Toute la partie centrale de l'échantillon est observée. La distance de travail, c'est-à-dire la distance entre l'échantillon et le microscope, doit rester constante pendant l'essai. C'est un point important qui affecte la qualité de mesure du déplacement dans le plan.

Plusieurs essais mécaniques ont été réalisés sur la même éprouvette : des essais avec ou sans mouchetis. Les essais sans mouchetis permettent de bien observer l'évolution de la transformation martensitique dans le but de repérer les grains qui se transforment et les variantes qui s'y développent. Les essais avec mouchetis sont ceux qui donnent les mesures de champs de déplacement et de déformation. Le comportement pseudo élastique du matériau donne une souplesse au niveau de la réalisation des essais que n'offre pas d'autres matériaux. La répétitivité des phénomènes observés est un gage de la validité des essais et de la procédure expérimentale. Sur les nombreux essais de traction réalisés, seuls trois essais, sur une même éprouvette, sont référencés dans cette thèse. L'essai 1 est un essai de traction sur éprouvette polie et attaquée (sans mouchetis). Cet essai a servi à observer précisément l'évolution de la transformation et à identifier les variantes (voir Chapitre suivant). L'essai 2 est un essai de traction sur éprouvette polie, attaquée et mouchetée. Le déplacement final imposé est d'environ 0,23 mm. Seules les photos de cet état final couvrent entièrement la zone d'intérêt de notre étude. Les états de chargement intermédiaires certes nombreux ne sont connus que partiellement (4 photos sur les 12 nécessaires pour couvrir l'éprouvette). L'essai 3 est un essai de traction avec un mouchetis différent de l'essai 2 et un déplacement final légèrement plus faible, environ 0,2 mm. Pour cet essai, sensiblement plus récent que les deux autres, nous disposons de trois séries complètes d'images pour trois états de chargement intermédiaires. Pour les trois essais de traction, les forces mises en jeu étaient trop faibles pour que les indications du capteur de force soient exploitables. Pour l'ensemble des essais nous sommes restés à des niveaux de déformation pas trop élevées, dans le but de conserver une transformation réversible.

Pour les différents essais, la prise dans les mors n'était sans doute pas identique. Il est donc difficile de comparer directement les déplacements mesurés par le capteur LVDT entre les mors. D'autre part, les images (et les champs de déplacement mesurés) ont mis en évidence une légère rotation de l'échantillon en début de chargement. Cependant, aux déplacements de corps rigide près, les chargements imposés doivent

être très voisins puisque les variantes qui sont apparues sont visiblement les mêmes. Elles sont apparues dans le même ordre et dans les mêmes grains.

2.4.5 Acquisition des images

La qualité des images est l'un des paramètres clés pour l'évaluation des performances de la méthode de corrélation d'images. Un certain nombre de paramètres expérimentaux influent sur la qualité des images : les performances de la caméra CCD (qualité de numérisation, bruit de photon), la position et l'intensité de la source lumineuse et de la caméra CCD par rapport à la surface de l'éprouvette. Les images numériques sont enregistrées à travers un microscope à grande distance frontale (QM100 - Questar) et avec une caméra CCD (sensicam qe) numérisant sur 12 bits grâce à un capteur 1376 $\times$ 1040 *pixels* (2/3"). Les images sont automatiquement converties en images 16 bits, format tiff. La zone observée correspondant à une seule image est d'environ 2,6 $\times$ 2 mm^2 avec une résolution de 1,9 $\mu m/pixel$. Dix images sont nécessaires pour couvrir entièrement la partie centrale de l'éprouvette de 10 $\times$ 2,76 mm^2. Le microscope est fixé sur un pied, associé à une platine motorisée, permettant un réglage en translation bi-directionnelle. La distance de travail entre le microscope et la surface a été fixée à environ 350 mm, c'est cette distance qui fixe le grossissement.

De légers mouvements hors plan ont été constatés lors des essais, surtout lors des premiers stades de l'essai (mise en place de l'échantillon dans les mors en début de sollicitation). Le microscope à grande distance frontale est très sensible aux déplacements hors plan. La profondeur de champ est assez faible. Nous nous sommes servis de cette sensibilité pour corriger les déplacements hors plan. La distance de travail a été réajustée à l'aide de la platine motorisée en s'assurant que la focalisation des images est conservée tout au long de l'essai. Le déplacement de l'ensemble microscope plus caméra par rapport à l'échantillon assure un grossissement constant, ce qui ne serait pas le cas si la focalisation était obtenue par la vis de réglage du microscope.

Pour bien révéler correctement les points homologues (obtenir un appariement) et afin d'optimiser le contraste, il est nécessaire au moment de la prise d'images de s'assurer que ce contraste est bien représenté sur la totalité des niveaux de gris disponibles pour le codage des images. Celui-ci ne doit être ni concentré sur très peu de niveaux (trop serré), ni atteindre les limites extrêmes : pas de saturation.

Afin d'éviter la saturation dans le noir ou le blanc, il faut tracer l'histogramme des niveaux de gris de chaque image et à s'assurer que celui-ci est réparti correctement. S'il ne l'est pas, il faut ajuster l'intensité de l'éclairage ou le temps d'ouverture. En général, si le réglage des paramètres est bien fait, cette procédure n'a lieu qu'une seule fois en début d'expérience. Pour les images suivantes, la procédure nécessite une vérification. Dans notre cas il nous est arrivé à plusieurs reprises de devoir jouer sur l'éclairage en passant d'une image à l'autre, en raison d'une forte variation de la réflexion des grains avec leur orientation cristallographique.

2.5 Résultats expérimentaux

2.5.1 Orientation cristallographique

Les analyses EBSD ont été effectuées au LPMM. Nous présentons à titre d'exemple (Figure 2.10) les figures de pôles d'une des zones balayées correspondant à la partie droite de l'échantillon.

Le Tableau 2.2 contient les valeurs mesurées des trois angles d'Euler (φ_1°, ϕ°,φ_2°) et le facteur de Schmid (R_{11}) associé à la direction de chargement pour l'ensemble des grains, calculé de la façon suivante : $R_{ij} = \frac{1}{2}P_{ik}(n_k m_l + n_l m_k)P_{lj}$, avec n et m qui sont respectivement la normale au plan d'habitat et la direction de la transformation martensitique. P est la matrice de passage de la base locale vers la base globale pour chaque grain. Elle est donnée en fonction de l'orientation cristallographique (voir annexe 1). Les grains sont numérotés sur la Figure 2.12.

La Figure 2.11 présente une cartographie des facteurs de Schmid dans la direction de chargement. Cette figure permet de localiser les grains les mieux orientés ; ceux qui sont susceptibles de se transformer en premier lors des essais de traction.

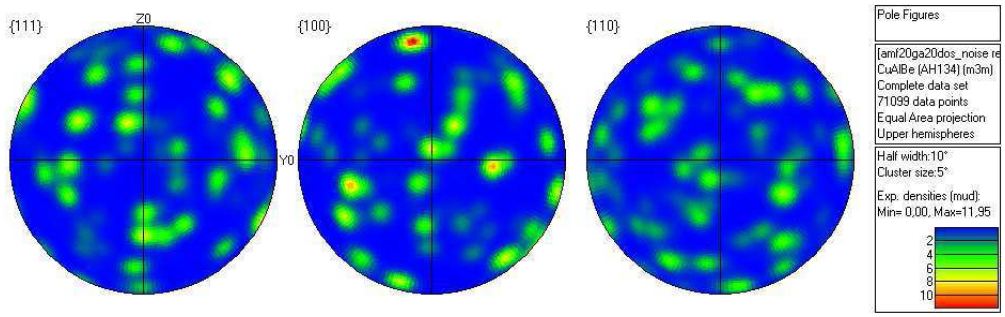


Figure 2.10 – *Figures de pôles d'une des zones analysées*

Grain	φ_1	ϕ	φ_2	R_{11}	Grain	φ_1	ϕ	φ_2	R_{11}
1	242,3	22,3	54,9	0,36	34	0,1	49,9	50,4	0,39
2	341,1	37,1	17,2	0,50	35	257,4	30,3	46,6	0,25
3	355,7	31,1	84,2	0,50	36	123,2	38,6	46,2	0,44
4	99,3	27,5	76,4	0,46	37	71,8	42,5	2,2	0,32
5	59,3	29,3	31,9	0,47	38	272,2	14,8	82,5	0,49
6	294,9	41,1	52,2	0,41	39	34,8	42,3	44,0	0,41
7	77,5	38,2	19,8	0,41	40	190,3	39,2	61,2	0,48
8	3,7	22,1	79,2	0,50	41	199,3	36,1	77,8	0,50
9	32,9	14,4	46,0	0,49	42	160,1	24,4	66,1	0,36
10	64,3	45,7	31,0	0,39	43	111,7	49,9	43,4	0,34
11	228,7	30,8	50,1	0,48	44	354,8	30,3	66,2	0,46
12	307,9	27,3	46,1	0,49	45	231,2	8,4	78,7	0,37
13	344,7	21,0	17,0	0,49	46	47,6	43,8	48,2	0,45
14	270,3	46,4	28,8	0,31	47	344,8	37,9	35,3	0,46
15	156,6	34,0	7,2	0,47	48	11,7	45,7	72,8	0,48
16	250,1	32,4	6,1	0,40	49	6,3	45,2	69,5	0,49
17	336,4	18,9	49,3	0,46	50	266,7	34,9	20,2	0,38
18	29,8	31,7	80,9	0,43	51	349,9	42,3	38,6	0,44
19	12,6	38,1	22,3	0,43	52	295,6	47,3	27,0	0,27
20	174,8	7,2	6,9	0,48	53	311,8	34,2	18,8	0,35
21	152,2	44,0	37,4	0,43	54	34,0	51,9	45,8	0,37
22	152,2	44,0	37,4	0,43	55	205,5	16,1	62,5	0,50
23	343,9	42,2	61,4	0,36	56	137,4	41,2	87,9	0,25
24	267,4	32,8	64,3	0,29	57	44,3	14,9	1,6	0,33
25	20,9	44,1	8,8	0,43	58	52,0	15,0	75,7	0,37
26	351,3	17,7	24,3	0,49	59	67,3	42,4	13,3	0,36
27	256,1	40,9	19,7	0,39	60	170,9	46,6	55,5	0,38
28	7,1	38,7	24,6	0,45	61	160,9	35,9	57,6	0,35
29	208,2	45,7	55,8	0,45	62	167,2	36,7	9,2	0,50
30	117,6	22,6	73,6	0,45	63	184,1	36,1	14,8	0,49
31	167,2	46,2	52,3	0,35	64	185,5	33,5	86,1	0,49
32	26,7	33,4	27,1	0,35	65	19,4	43,9	50,3	0,43
33	6,2	32,9	51,2	0,43					

Tableau 2.2 – *Orientation des grains de l'éprouvette et facteur de Schmid de la direction de traction uniaxiale*

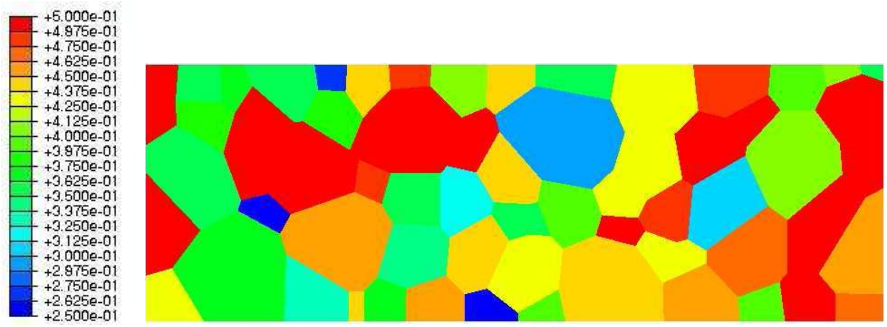


Figure 2.11 – *Facteur de Schmid suivant la direction de chargement*

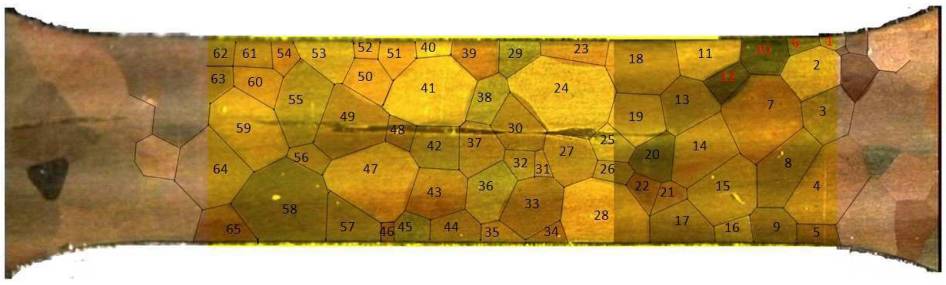


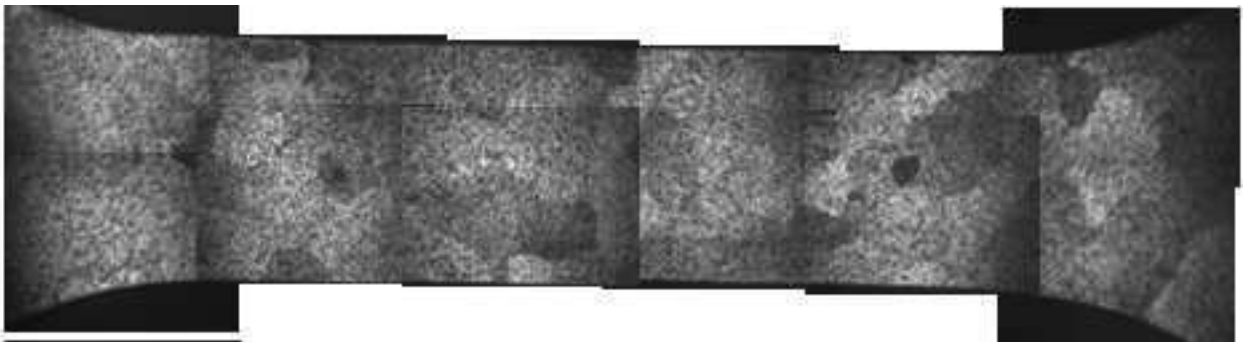
Figure 2.12 – *Cartographie de l'éprouvette, numérotation des grains*

2.5.2 Observation de la transformation martensitique

Les essais mécaniques ont été réalisés devant un microscope à grande distance frontale, à température ambiante. Plusieurs séries d'images ont été enregistrées pendant chaque essai afin de couvrir totalement ou partiellement la zone d'intérêt à différents niveaux de chargement. La Figure 2.13.a présente l'état de l'éprouvette pour un déplacement imposé de 0,113 mm, lors de l'essai 3. A ce niveau de chargement, l'éprouvette est entièrement austénitique. Les Figures 2.13.b et 2.13.c présentent l'évolution de la transformation martensitique pour deux autres niveaux de chargements. La transformation commence avec une seule variante de martensite dans un puis plusieurs grains les mieux orientés par rapport à la direction du chargement (13, 28). Elle s'étend des grains aux coefficients de Schmid les plus élevés vers d'autres grains assez bien orientés (17, 18, 19, 20, 25, 26) (Figures 2.13.b et 2.13.c). Aux niveaux de chargement les plus élevés (Figures 2.13 pour l'essai 3, Figures 2.14 et 2.15 pour les essais 1 et 2) atteints lors de nos essais, d'autres variantes de martensite se sont activées afin de mieux accommoder les déformations au niveau des grains déjà partiellement transformés. Une localisation préférentielle de la transformation

suivant une bande regroupant les grains les mieux orientés (Figure 2.14 ou 2.15) est observée (11, 13, 17, 18, 20, 21, 22, 26, 28). Un grand nombre de grains demeurent quasi-élastiques jusqu'à la fin des chargements observés. Il s'agit généralement des grains les moins bien orientés par rapport à la direction du chargement.

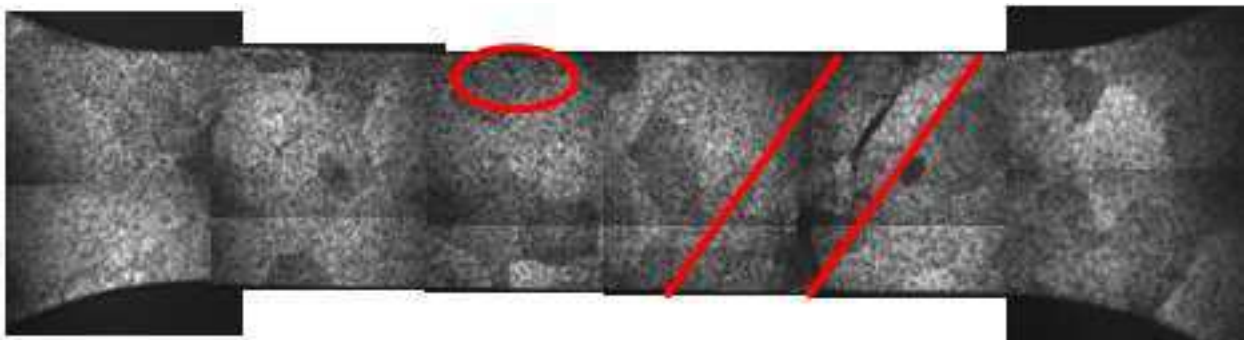
La localisation de la transformation empêche d'exploiter de manière optimale toute la matière formant le multicristal. D'où la nécessité, en fonction de l'application recherchée, d'optimiser l'orientation cristallographique des différents grains.



(a) Éprouvette pour un déplacement macroscopique imposé de 0,113 *mm* correspondant à une déformation longitudinale moyenne mesurée de 0,35 %



(b) Éprouvette pour un déplacement macroscopique imposé de 0,152 *mm* correspondant à une déformation longitudinale moyenne mesurée de 0,56 %



(c) Éprouvette pour un déplacement macroscopique imposé de 0,205 *mm* correspondant à une déformation longitudinale moyenne mesurée de 0,7 %

Figure 2.13 – *Evolution de la transformation martensitique au cours du chargement : essai 3*



Figure 2.14 – *Éprouvette pour un déplacement macroscopique imposé de 0,220 mm : essai 1 sans mouchetis*

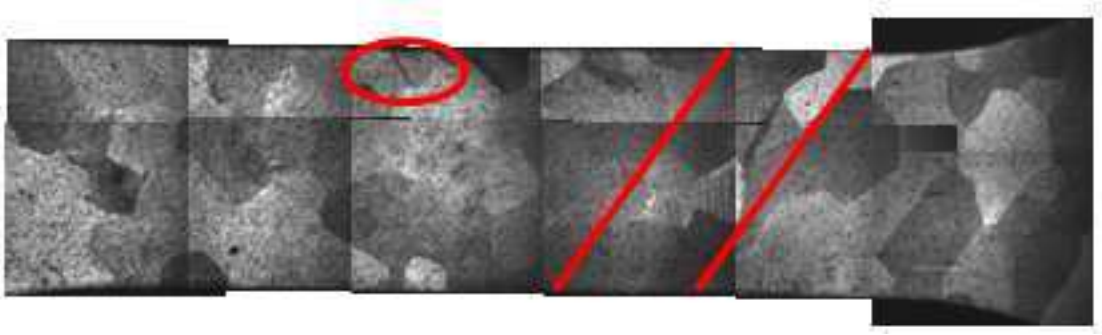


Figure 2.15 – *Éprouvette pour un déplacement macroscopique imposé de 0,230 mm correspondant à une déformation longitudinale moyenne mesurée de 0,8 % : essai 2*

2.5.3 Mesure des champs cinématiques par la méthode de corrélation d'images

Afin de prendre les images nécessaires pour la corrélation sur toute la zone centrale de la surface observée de l'échantillon, le système d'observation (le microscope à grande distance frontale associé à la caméra) est déplacé dans deux directions. Le déplacement horizontal est obtenu grâce à la platine motorisée et le déplacement vertical grâce à un chariot mis en mouvement manuellement par une vis de réglage. Ces déplacements sont nécessaires à chaque niveau de chargement pour lequel les images sont enregistrées. Une fois le protocole expérimental établi et le montage effectué, des images de la surface à l'état non déformé (référence) et des images correspondant aux différents niveaux de chargements sont enregistrées. Les champs de déplacement sont extraits grâce au logiciel de corrélation d'images $CORRELI-Q4$ développé par Hild *et al.* [58, 59] implanté dans le logiciel Matlab.

Par la méthode de corrélation d'images, la mesure proprement dite est celle du champ local de déplacement. Le déplacement est calculé indépendamment sur chacun des patterns qui constituent l'image. Les quantités mesurées sont donc en nombre fini. Les différences essentielles qui peuvent exister entre les logiciels de corrélation d'images résident en particulier dans les hypothèses faites sur la forme du champ de déplacement sur le pattern (déplacements homogènes, linéaires ou bi-linéaires). Cette forme a des conséquences directes sur les déformations mesurées qui sont simplement calculées en général par dérivation des déplacements. Dans cette étude, le logiciel CORRELI-Q4 utilise des fonctions bi-linéaires inspirées des fonctions de forme utilisées dans la méthode des éléments finis pour des éléments à 4 nœuds. Dans le formalisme adopté par CORRELI-Q4 les déformations sur le pattern sont donc linéaires.

L'utilisateur impose la taille de l'imagette (zone d'étude) en choisissant une valeur de telle manière que la taille de la zone vaut $2^p \times 2^p$ $pixels$, afin de recouvrir toute l'image enregistrée à travers la caméra. Un deuxième paramètre est le décalage entre deux imagettes consécutives $\delta = \|\delta x\| = \|\delta y\|$: en général, $1 < \delta < 2^p$ $pixels$, ce paramètre définit le maillage formé par les centres de chaque imagette utilisée pour déterminer le champ de déplacement. La technique de corrélation d'images numériques permet de mesurer des petites déformations de l'ordre de 10^{-4} ainsi

que des très grandes déformations (de l'ordre de 0,1 et plus [20]) entre deux images consécutives.

Une fois que l'essai est mené et que les images représentatives des différents états de chargement sont enregistrées, les champs de déplacement sont extraits grâce à un logiciel de corrélation d'images $CORRELI - Q4$ développé par Hild *et al.* [58, 59]. Les déplacements sont décrits par des fonctions de forme de type bilinéaire à quatre nœuds, *i.e.* Q4, utilisées en déscritisation par éléments finis.

La taille du motif de corrélation (ou imagette) choisie est de 32×32 *pixels*. Il est important de noter que, plus la taille de l'imagette est grande, plus l'incertitude sur le déplacement mesuré est petite. Néanmoins, en augmentant la taille de l'imagette, la résolution spatiale est dégradée. Dans cette étude, la taille de 32 *pixels* correspond à 61,2 μm. En conséquence, la résolution spatiale de la technique de corrélation d'images est ici égale à 61,2 μm.

$CORRELI - Q4$ utilise une procédure d'analyse de texture du mouchetis qui permet d'estimer la résolution en déplacement de la procédure de corrélation. Cette résolution est estimée numériquement par l'application d'un déplacement artificiel constant sur l'image, prenant des valeurs entre 0 et 1 *pixel*, par incrément de 0,1 *pixel*. La valeur maximale du déplacement moyen est une évaluation de l'erreur maximale. Cette valeur est égale $3{,}10^{-4}$ *pixel*. L'écart type entre les valeurs calculées et imposées correspond à la résolution en déplacement de la méthode : elle est égale à $6{,}10^{-3}$ *pixel*.

Une attention toute particulière doit être portée au montage et à la mise en place de la méthode de corrélation d'images. En effet, les mesures peuvent être affectées par :

- les erreurs de positionnement,
- les erreurs initiées par la procédure d'enregistrement,
- les erreurs dues aux vibrations extérieures,
- les erreurs dues aux variations de l'éclairage,
- les erreurs dues au mouvement de corps rigide et au déplacement hors plan,
- les erreurs dans les traitements des données.

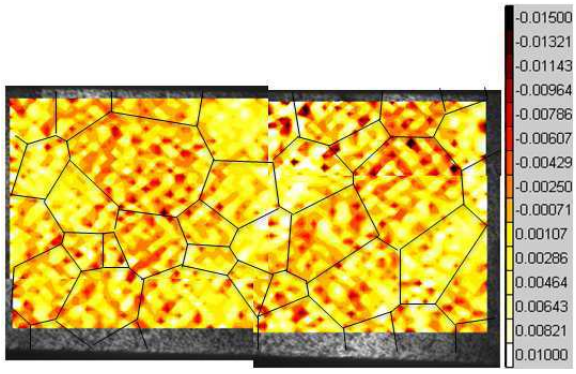
Ces erreurs peuvent être quantifiées en faisant une corrélation de deux images d'une même zone prises à deux instants différents et correspondant au même état mécanique. Les légères modifications dans les conditions de prise d'image génèrent des déformations apparentes qui permettent de quantifier le bruit de mesure, soit la précision sur la base de mesure considérée, (de préférence dans des conditions où il n'y a aucun déplacement de platine ni aucune variation de grandissement).

2.5.4 Étude qualitative des déformations mesurées

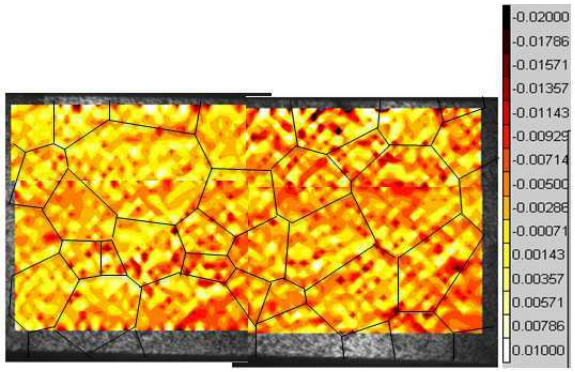
Comme l'alliage à mémoire de forme est un matériau hétérogène, les champs de déplacements et de déformations à l'échelle de la microstructure dépendent fortement des hétérogénéités et des caractéristiques cristallographiques locales (taille de grain, orientation). L'hétérogénéité des champs de déplacements et de déformations doit être mises en évidence par les mesures de corrélation d'images sur les différentes zones de l'éprouvette. Nous nous sommes intéressés à l'évolution des hétérogénéités au cours du chargement, avant et au cours du développement des variantes de martensite.

Les champs de déformation présentés dans les Figures (2.16, 2.17, 2.18) concernent l'essai 3, alors que la Figure 2.19 est obtenue à partir de l'essai 2. Les Figures (2.16, 2.17, 2.18) concernent une zone de quatre images, qui couvrent entre autre la bande où la transformation s'est le plus développée. Il y a trois niveaux de chargement pour l'essai 3, respectivement pour des déplacements macroscopiques imposés de 0,113 mm, 0,152 mm, 0,205 mm. Pour la Figure 2.19 un seul niveau de chargement est présenté, mais les champs sont présentés sur l'ensemble de l'éprouvette (essai 2 et déplacement imposé de 0,230 mm). Dans le cas du déplacement imposé de 0,113 mm, l'éprouvette est encore entièrement austénitique. Les hétérogénéités sont donc uniquement liées à l'anisotropie élastique de l'austénite. A chaque orientation d'un grain d'austénite est associée un module dans la direction de traction (et dans les autres directions de l'espace) caractéristique de cette orientation. Les hétérogénéités de déformations élastiques existent, mais sont bien entendu moins importantes que les hétérogénéités atteintes dans la phase de transformation du matériau. Comme attendu, les déformations sont particulièrement importantes dans les zones transformées.

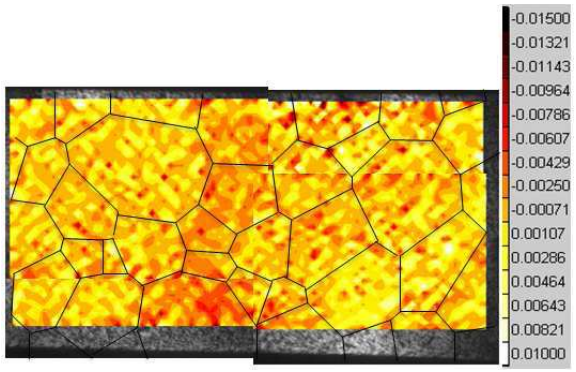
Les Figures (2.16, 2.17, 2.18) et 2.19 présentent les cartographies de chacune

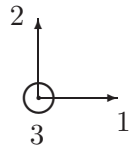


(a) ε_{11}



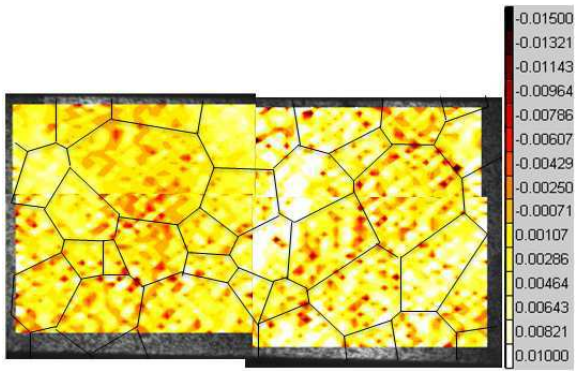
(b) ε_{22}



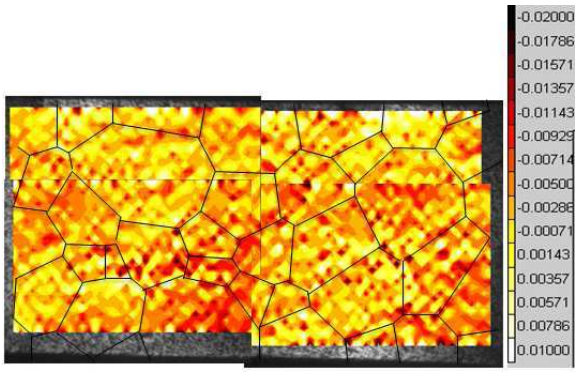


(c) ε_{12}

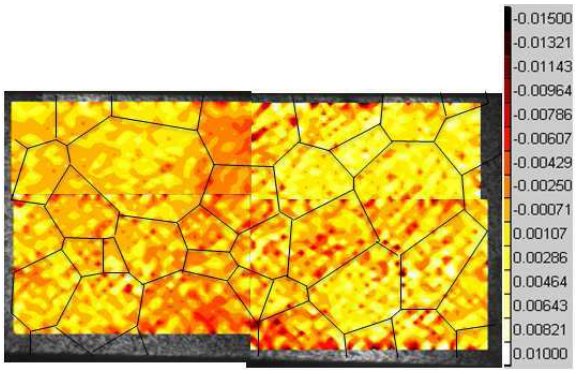
Figure 2.16 – *Champs de déformations à 0,113 mm de déplacement imposé correspondant à une déformation longitudinale moyenne mesurée de 0,35 % (essai 3), suivant la direction de chargement (a), suivant la direction transversale (b), et en cisaillement (c)*



(a) ε_{11}



(b) ε_{22}



(c) ε_{12}

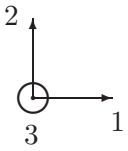
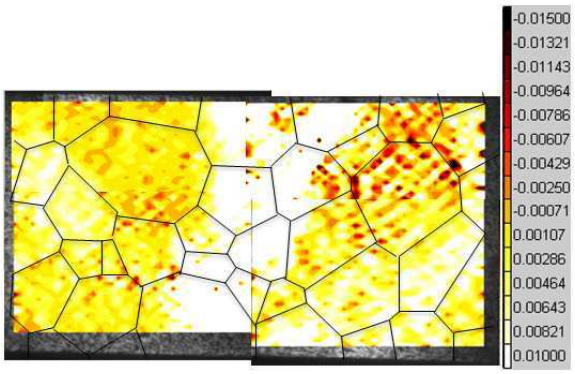
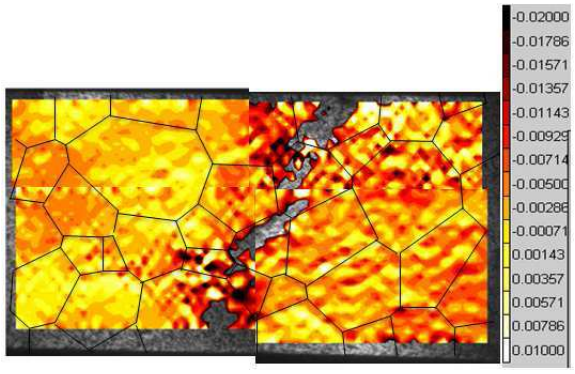


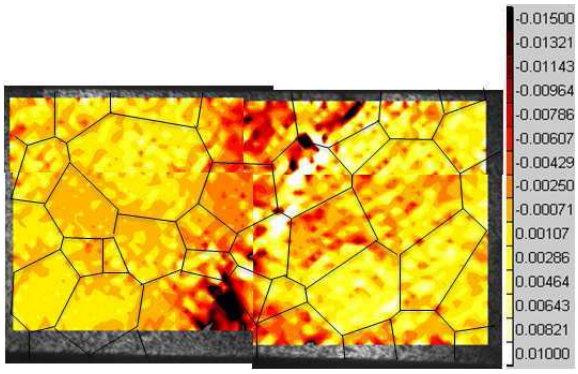
Figure 2.17 – *Champs de déformations à 0,152 mm de déplacement imposé correspondant à une déformation longitudinale moyenne mesurée de 0,56 % (essai 3), suivant la direction de chargement (a), suivant la direction transversale (b), et en cisaillement (c)*



(a) ε_{11}



(b) ε_{22}



(c) ε_{12}

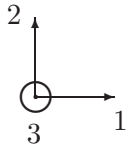
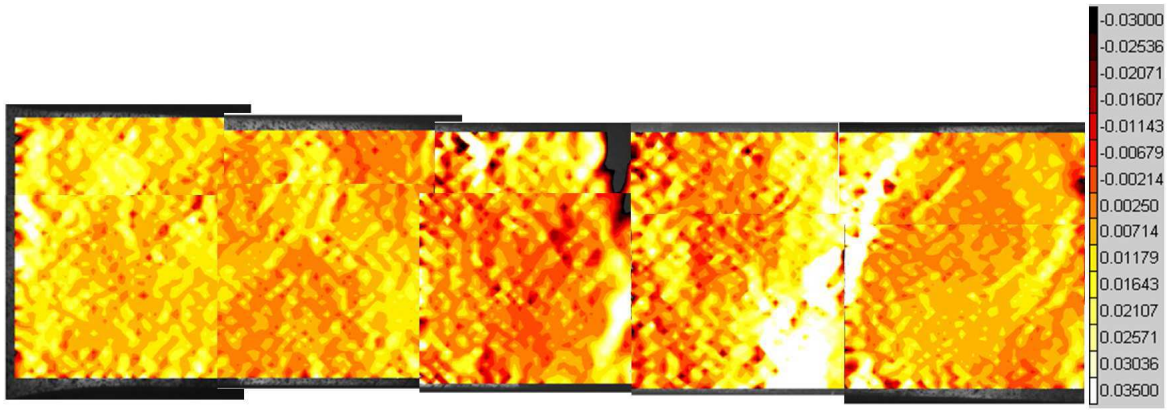
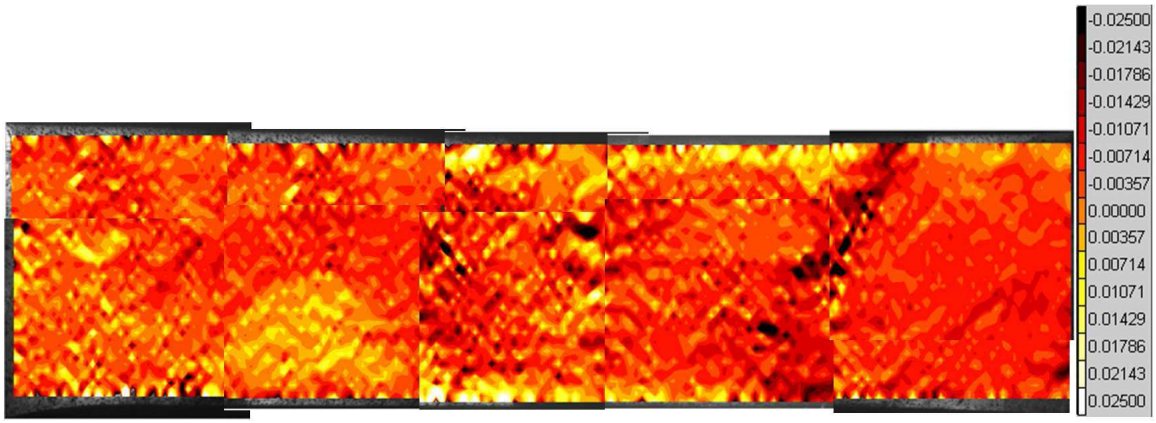


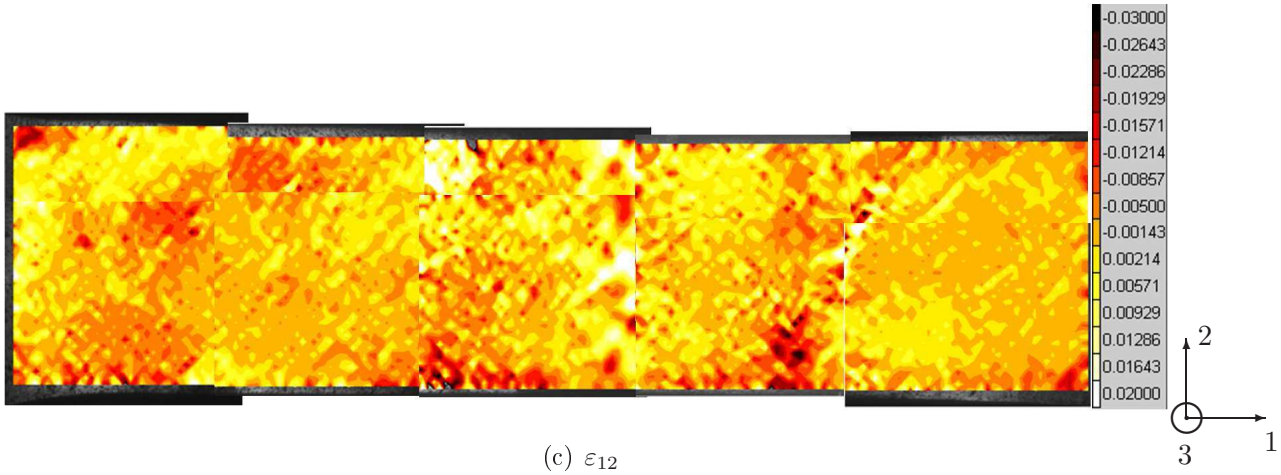
Figure 2.18 – *Champs de déformations à 0,205 mm de déplacement imposé correspondant à une déformation longitudinale moyenne mesurée de 0,7 % (essai 3), suivant la direction de chargement (a), suivant la direction transversale (b), et en cisaillement (c)*



(a) ε_{11}



(b) ε_{22}



(c) ε_{12}

Figure 2.19 – *Champs de déformations à 0,230 mm de déplacement imposé correspondant à une déformation longitudinale moyenne mesurée de 0,8 % (essai 2), suivant la direction de chargement (a), suivant la direction transversale (b), et en cisaillement (c)*

des trois composantes de déformation plane calculées à partir des déplacements mesurés par corrélation d'images. Les champs montrent bien des hétérogénéités à la fois dans les phases de comportement où le matériau est austénitique (Figures 2.16) (déplacement imposé de 0,113mm) et dans celles où il y a transformation martensitique (Figures 2.17, 2.18 et 2.19). Ces hétérogénéités touchent des zones beaucoup plus grandes quand le niveau de chargement augmente, elles peuvent couvrir tout le volume d'un grain, comme elle peut être localisée au voisinage des joints de grains.

Une localisation des déformations sous forme de bandes est observée sur les différentes cartographies, la bande la plus importante englobe deux grains en largeur et traverse toute la largeur de l'éprouvette. Elle est légèrement inclinée et comprend un ensemble de grains pratiquement tous bien orientés. La zone de localisation des déformations est aussi celle où les fractions de variantes les plus élevées ont été observées expérimentalement.

La Figures 2.19, montre l'hétérogénéité des déformations sur toute l'éprouvette, cette hétérogénéité touche des zones beaucoup plus grandes quand la transformations est importante.

Cette étude, a permis de valider au moins qualitativement la méthode de mesure de champ par corrélation d'images. Ces mesures pourront donc être exploitées dans une procédure d'identification des paramètres régissant le comportement élastique de l'alliage à mémoire de forme.

2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, toute la procédure expérimentale nécessaire pour réaliser les essais de traction sur notre éprouvette d'AMF Cu-Al-Be a été détaillée. Les essais ont été réalisés à température ambiante où l'alliage est initialement à l'état austénitique. Une préparation spécifique de la surface de l'éprouvette a été effectuée.

L'analyse de la surface par EBSD a donné les orientations cristallographiques de chaque grain. Après l'analyse par EBSD, un mouchetis de peinture blanche a été déposé sur la surface, ce mouchetis a permis d'avoir le contraste nécessaire pour la corrélation d'images. La corrélation d'images est l'outil qui donne accès aux déplacements aux bords de la zone d'étude ainsi qu'aux champs de déplacement et de déformation sur l'ensemble de cette zone d'étude.

Un essai de traction avant déposition du mouchetis a permis d'observer le développement de la transformation martensitique dans le multicristal.

Les résultats expérimentaux vont alimenter le chapitre suivant dans lequel sont présentés simultanément les champs obtenus par simulation numérique et ceux résultant des essais et calculés par corrélation d'images. L'étude expérimentale a fourni : la géométrie des grains, leur orientation ainsi que certaines conditions aux limites en déplacement.

Chapitre 3

Dialogue calcul numérique / expérience

Sommaire

3.1 Introduction 79
3.2 Loi de comportement d'un monocristal d'AMF 80
3.3 Implantation de la loi de comportement locale de l'AMF dans Aaqus® 85
3.4 Modélisation par éléments finis du comportement d'un multicristal en AMF 86
3.4.1 Paramètres matériau de l'alliage à base de cuivre 88
3.4.2 Conditions aux limites (CL) 89
3.5 Analyse des résultats numériques 94
3.6 Comparaison qualitative 99
3.7 Comparaison entre variantes de martensite activées lors d'un calcul numérique et observées expérimentalement . 100
3.8 Conclusion 109

3.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de faire dialoguer le calcul numérique et l'expérience afin de comparer au moins qualitativement les résultats obtenus par les deux voies. Après la présentation de la procédure expérimentale dans le chapitre précédent, ce

chapitre aborde donc la modélisation du comportement thermomécanique de notre multicristal d'AMF. Dans une première partie, nous parlons du modèle monocristallin adopté. La loi de comportement du monocristal est choisie pour décrire le comportement local de chaque grain du multicristal. L'implantation de cette loi de comportement dans le code de calcul par éléments finis Abaqus® est abordée dans une deuxième partie. Le but des calculs par éléments finis étant l'analyse du comportement du multicristal, la géométrie du maillage et un certain nombre de paramètres matériau sont choisis pour être en conformité avec nos mesures et observations expérimentales ou avec les données de la littérature. Deux types de conditions aux limites sont introduits et leur influence sur le résultat de la simulation est analysée. Les résultats de la simulation numérique permettent d'effectuer une comparaison entre certains phénomènes observés expérimentalement et leur reproduction ou non à travers la simulation : localisation des zones de transformation martensitique, natures des variantes de martensite activées, etc.

3.2 Loi de comportement d'un monocristal d'AMF

La loi décrivant le comportement thermomécanique du monocristal, est basée sur la description de la transformation martensitique à l'échelle du réseau cristallin. Cette loi a été développée par Collard et *al.* [26] en s'appuyant sur les outils numériques du code Simula+ [1]. La déformation totale est supposée s'écrire comme la somme d'une contribution inélastique liée à la transformation martensitique, d'une contribution thermique, correspondant à la dilatation thermique et d'une partie élastique assurant la compatibilité. La déformation inélastique est supposée induite seulement par la transformation de l'austénite en diverses variantes de martensite et/ou par la réorientation des variantes de martensite :

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon^{e}_{ij} + \varepsilon^{th}_{ij} + \varepsilon^{tr}_{ij} \tag{3.1}$$

La transformation martensitique à l'échelle du grain est induite par un chargement thermomécanique et dépend de la structure et de l'orientation cristallographique du grain. Cette transformation est caractérisée par une distorsion suivant des directions caractéristiques et dans des plans appelés plans d'habitat. Chaque variante de martensite est définie par le couple de vecteurs $(\overrightarrow{m}, \overrightarrow{n})$ correspondant respectivement à la direction de transformation et à la normale au plan d'habitat, Figure 3.1. Ces vecteurs peuvent être identifiés expérimentalement. Par exemple, dans

le cas d'un AMF de type Cu-Al-Be, il y a 24 variantes de martensite susceptibles d'être activées au cours d'un chargement thermomécanique.

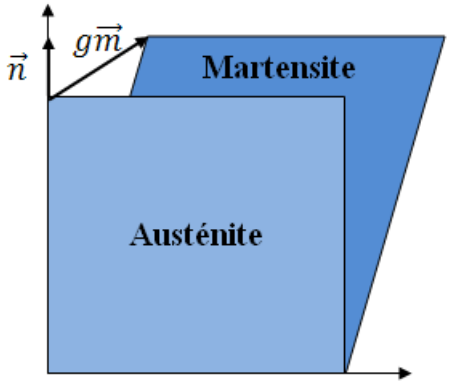


Figure 3.1 – *Mécanisme de transformation martensitique*

A chaque variante (n) de martensite est associée une fraction volumique f^n. L'orientation de la déformation de transformation de chaque variante est définie par la partie symétrique du tenseur de Schmid $R^n_{ij} = \frac{1}{2}(n^n_i m^n_j + n^n_j m^n_i)$. La déformation de transformation pour la variante n s'écrit : $\varepsilon^n_{ij} = gR^n_{ij}$, g est l'intensité de cette déformation qui est la même pour toutes les variantes. La déformation ε^{tr} de transformation au niveau du monocristal correspond à la résultante des déformations des différentes variantes actives pondérées par leurs fractions volumiques $f^n = \frac{V_n}{V_g}$, où V_n est le volume de la martensite pour la $n^{\text{ème}}$ variante et V_g est le volume du grain :

$$\varepsilon^{tr}_{ij} = \sum_n \varepsilon^n_{ij} f^n \tag{3.2}$$

Où :

$$0 \leq f^n \leq 1 \; et \; \sum_n f^n \leq 1 \tag{3.3}$$

La déformation thermique est liée au coefficient de dilatation thermique et à la variation de température. La dilatation est supposée isotrope :

$$\varepsilon^{th}_{ij} = \alpha \delta_{ij} (\Delta T) \tag{3.4}$$

Le comportement élastique du matériau est décrit par la loi de Hooke :

$$\varepsilon^e_{ij} = S_{ijkl} \sigma_{kl} \tag{3.5}$$

où S_{ijkl} est le tenseur de souplesse d'ordre 4, il est supposé uniforme dans les deux phases et indépendant de la fraction martensitique.

La loi de comportement d'un monocristal dérive d'une formulation thermodynamique. L'énergie libre de Gibbs est explicitée en intégrant les différentes énergies (chimiques, potentielles, élastiques et d'interactions). Son expression est développée dans [96] :

$$\psi(\sigma,T,f^n) = \frac{1}{2}\sigma_{ij}S_{ijkl}\sigma_{kl}+\alpha\delta_{ij}\sigma_{ij}\Delta T+\sum_n \sigma_{ij}\varepsilon^n_{ij}f^n-B(T-T_0)\sum_n f^n-\sum_{n,m}\frac{1}{2}H^{nm}f^n f^m \tag{3.6}$$

H est la matrice d'interaction consteruite à partir de deux coefficients : un coefficient de compatibilité (H1) et un coefficient d'incompatibilité (H2), B est un paramètre chimique, T_0 est la température d'équilibre thermodynamique entre l'austénite et la martensite $T_0 = \dfrac{Ms+Af}{2}$, g est l'intensité de la déformation de transformation, ΔT est l'écart entre la température du grain et la température ambiante. La force motrice de transformation est obtenue à partir de l'énergie libre de Gibbs par la relation suivante :

$$F^n = \frac{\partial\psi}{\partial f^n} = \sigma_{ij}\varepsilon^n_{ij} - B(T-T_0)e^n - \sum_m H^{nm}f^m \tag{3.7}$$

où $(e^1,...,e^n)$ est une base de $\mathbb{R}^n$. Une variante de martensite est activée quand sa force motrice F^n atteint une force critique F^n_c. Nous supposons qu'elle est constante et égale à F_c pour toutes les variantes de martensite. Afin de tenir compte de l'hysteresis, la fraction volumique de martensite augmentera quand $F^n = F_c$ et diminuera quand $F^n = -F'_c$.

Avec :

$F_c = -B(Ms-T_0)$ et $F'_c = -B(Af-T_0)$

En écrivant la condition de cohérence et en tenant compte de l'indépendance par rapport au chargement de la force critique, on obtient l'expression incrémentale de la force motrice de chaque variante. Elle permet de déterminer l'évolution de la fraction volumique de chaque variante en fonction du chargement.

$$\dot{F}^n = \frac{\partial F^n}{\partial t} = \varepsilon^n_{ij}\dot{\sigma}_{ij} - B\dot{T}e^n - \sum_m H^{nm}\dot{f}^m = 0 \tag{3.8}$$

Nous introduisons les équations (3.1), (3.2) et (3.4) dans l'équation (3.5), sous

leur forme incrémentale pour obtenir :

$$\dot{\sigma}_{ij} = C_{ijkl}\dot{\varepsilon}^{e}_{kl} = C_{ijkl}\left(\dot{\varepsilon}_{kl} - \dot{\varepsilon}^{th}_{kl} - \dot{\varepsilon}^{tr}_{kl}\right) = C_{ijkl}\left(\dot{\varepsilon}_{kl} - \alpha\delta_{kl}\dot{T} - g\sum_{n} R^{n}_{kl}\dot{f}^{n}\right) \tag{3.9}$$

où $C_{ijkl} = (S_{ijkl})^{-1}$.

La combinaison des équations (3.8) et (3.9) aboutit à l'expression du taux de fraction volumique de chaque variante active en fonction des taux de déformation et de température :

$$\dot{f}^{n} = \sum_{m}(\hat{H}^{-1})^{nm}\left(\varepsilon^{m}_{ij}C_{ijkl}\dot{\varepsilon}_{kl} - (\varepsilon^{m}_{ij}C_{ijkl}\alpha\delta_{kl} + Be^{m})\dot{T}\right) \tag{3.10}$$

Dans l'équation (3.10) $\hat{H}^{nm} = H^{nm} + g^{2}R^{n}_{ij}C_{ijkl}R^{m}_{kl}$ est une matrice 24×24. En combinant les équations (3.9) et (3.10), on obtient l'expression de la loi de comportement du monocristal sous la forme suivante :

$$\dot{\sigma}_{ij} = l_{ijkl}\dot{\varepsilon}_{kl} - m_{ij}\dot{T} \tag{3.11}$$

Avec :

$$\begin{cases} l_{ijkl} = C_{ijkl} - \displaystyle\sum_{n,m} C_{ijrs}\varepsilon^{n}_{rs}(\hat{H}^{-1})^{nm}\varepsilon^{m}_{pq}C_{pqkl} \\ \\ m_{ij} = \alpha C_{ijkl}\delta_{kl} - \displaystyle\sum_{n,m} C_{ijrs}\varepsilon^{n}_{rs}(\hat{H}^{-1})^{nm}\left(Be^{m} + \varepsilon^{m}_{pq}C_{klpq}\alpha\delta_{kl}\right) \end{cases} \tag{3.12}$$

Avant d'implantater la loi du comportement dans le code éléments finis Aaqus®, des simulations ont été effectuées pour vérifier cette loi. Afin d'étudier l'influence de l'orientation cristallographique sur le comportement du monocristal, la Figure 3.2 montre les résultats obtenus par le code Simula+ [1] pour un monocristal de Cu-Al-Be avec l'hypothèse de déformation homogène dans le grain. Cette figure prouve que le comportement du monocristal est bien décrit par le modèle présenté.

Cette loi de comportement est implantée dans le code de calcul par éléments finis Aaqus®, afin de simuler le comportement des multicristaux en AMF. La procédure d'implantation est détaillée dans le paragraphe suivant.

Notons que la loi de comportement adoptée ici ne permet pas de reproduire la véritable nature physique des variantes. Elles ne sont vues que d'une manière qui doit

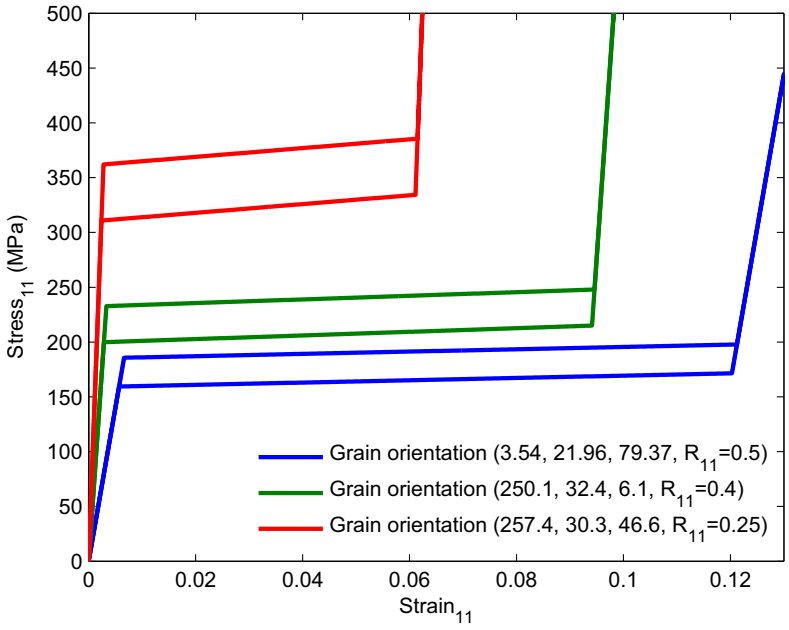


Figure 3.2 – *Comportement en traction σ_{11}-ε_{11} pour différentes orientations obtenu par le code Simula+ [1] considérant un état de déformation homogène dans le volume du grain*

être qualifiée de moyenne. Une variante est en fait une discontinuité de déplacement de forme plane qui se propage. La forme et l'emplacement précis de ces discontinuités ne sont pas reproduits. Il sera donc possible de reproduire les hétérogénéités à l'échelle du multicristal, mais les hétérogénéités à une échelle inférieure, dans les grains, pourront être faussées.

3.3 Implantation de la loi de comportement locale de l'AMF dans Aaqus®

La loi de comportement du monocristal a été implantée dans le code de calcul par éléments finis Aaqus® via la routine UMAT. Cette dernière peut se substituer aux lois de comportement pré-intégrées. La routine utilisée pour simuler la réponse du matériau permet de calculer aux points de Gauss de chaque élément fini, pour un incrément de chargement imposé, les contraintes et les variables internes ainsi que les opérateurs tangents cohérents. Ces derniers sont exploités afin d'actualiser la matrice de rigidité de chaque élément fini. Le code détermine par la suite la matrice de rigidité globale et vérifie la forme faible de l'équilibre de la structure. Les opérateurs tangents sont déduits de la loi de comportement thermomécanique monocristalline décrite dans la section précédente. Ces opérateurs prennent en compte l'histoire du chargement par leur dépendance par rapport à la contrainte et aux variables internes. Le passage d'une formulation en vitesse à une formulation incrémentale est effectué en utilisant la technique d'intégration explicite d'Euler. Ces opérateurs sont explicités par les deux modules locaux suivants :

$$DDSDDE_{ijkl} = \frac{\partial \triangle \sigma_{ij}}{\partial \triangle \varepsilon_{kl}}$$

$$DDSDDT_{ij} = \frac{\partial \triangle \sigma_{ij}}{\partial \triangle T}$$

$\triangle \sigma_{ij}$ est un tenseur d'ordre 2 traduisant l'incrément de contrainte calculé en fonction de l'accroissement de déformation $\triangle \varepsilon_{kl}$ (estimé à chaque pas de calcul) et de l'incrément de la température $\triangle T$. L'état de contrainte est alors réactualisé à chaque pas de calcul (k) en fonction des incréments de déformation et de température, en actualisant également les variables internes (fractions volumiques de martensite).

Afin de vérifier la technique d'implantation, des simulations numériques ont été effectuées dans le code éléments finis Aaqus® en utilisant un seul élément fini avec un chargement homogène et avec le code Simula+ [1] en utilisant l'hypothèse de

déformation homogène dans le grain. L'élément fini utilisé avec UMAT est solide, tridimensionnel, isoparamétrique, à interpolation linéaire et à intégration sélective (intégration complète de la partie déviatorique et intégration réduite de la partie hydrostatique). La Figure 3.3 présente les résultats obtenus pour un monocristal Cu-Al-Be. Une légère différence est observée entre les résultats. Cette différence peut être dûe au choix des conditions du chargement qui sont légèrement différentes dans les deux cas. Cette figure prouve que le comportement du monocristal est bien décrit.

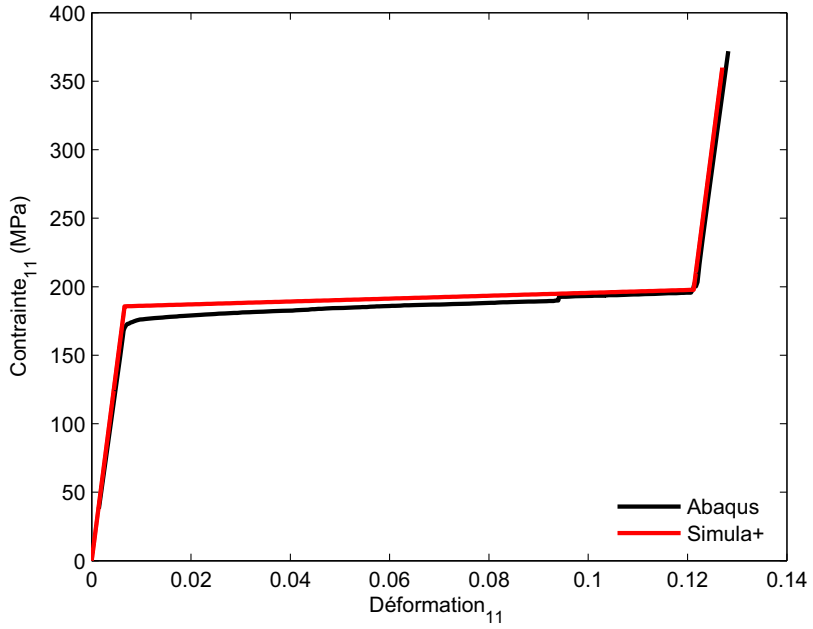
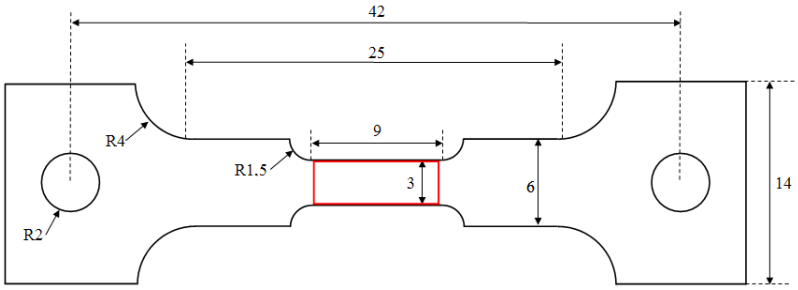


Figure 3.3 – *Comportement en traction σ_{11}-ε_{11} obtenu par le code Simula+ [1] considérant un état de déformation homogène dans le volume du grain (en rouge), et par le code élément fini Aaqus® (en noire)*

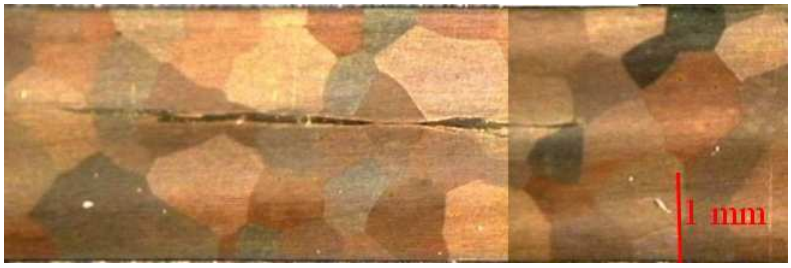
3.4 Modélisation par éléments finis du comportement d'un multicristal en AMF

La forme originale de l'échantillon est présentée dans la Figure 3.4.a. Seule la partie centrale de l'échantillon est modélisée, Figure 3.4.b. Le choix de ce maillage "partiel" correspond à notre volonté d'éviter la zone proche des rayons de raccordement, lieu de potentielles concentrations de contraintes. Les conditions aux limites

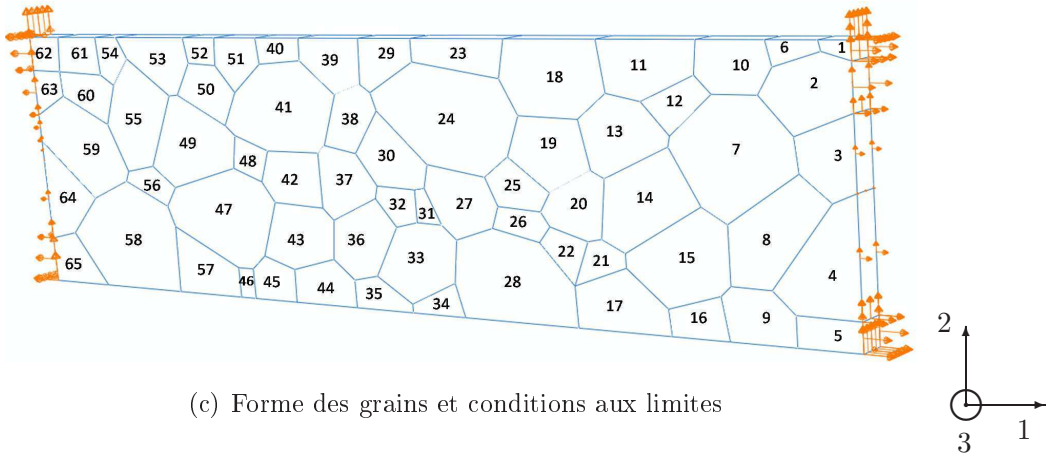
de la partie modélisée devront être adaptées pour reproduire au mieux le chargement réel de la zone modélisée. Ce point est développé dans le paragraphe suivant. Le domaine étudié comporte 65 grains. Ces grains traversent l'épaisseur avec des frontières perpendiculaires aux deux surfaces. Les dimensions de la partie maillée sont : 8,34 mm de longueur, 2,76 mm de largeur pour une épaisseur de 0,27 mm.



(a) Forme de l'éprouvette de traction du multicristal Cu-Al-Be



(b) Zoom de la zone étudiée



(c) Forme des grains et conditions aux limites

Figure 3.4 – *Èprouvette, microstructure et modèle élément fini du multicristal*

Afin de simuler le comportement thermomécanique de ce multicristal à gros grains, il n'est pas possible de considérer un milieu homogène équivalent. L'éprou-

vette ne constitue pas un volume élémentaire représentatif du comportement du matériau. Il est donc nécessaire de prendre en compte la forme et l'orientation cristallographique de chaque grain. Le modèle géométrique des grains est construit à partir de la caractérisation expérimentale. L'orientation cristallographique de chaque grain a été obtenue expérimentalement.

Le maillage de chaque grain est constitué d'éléments cubiques (C3D8) et tétraédriques (C3D6) isoparamétriques à interpolation linéaire : Figure 3.5. Ils utilisent une méthode d'intégration sélective (Intégration complète de la partie déviatorique et réduite de la partie hydrostatique). Trois éléments sont introduits suivant l'épaisseur. L'échantillon est maillé avec 12294 éléments. Le chargement est effectué à température constante. Seul le comportement superélastique est exploité. Plusieurs itérations ont été effectuées afin d'aboutir à ce modèle géométrique optimum en terme de rapport précision-temps de calcul.

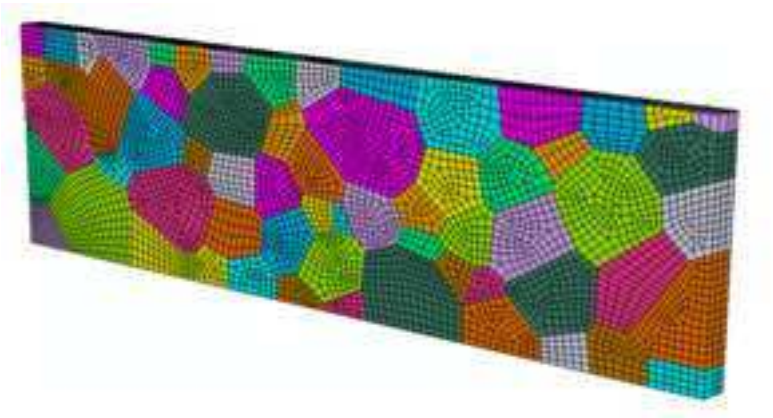


Figure 3.5 – *Maillage adopté (éléments de type C3D8 et C3D6),* 12294 *éléments*

3.4.1 Paramètres matériau de l'alliage à base de cuivre

Le multicristal est fabriqué avec un alliage de Cu-Al-Be. Les caractéristiques matériau issues de la littérature sont données dans le Tableau 3.1. Les paramètres cristallographiques des variantes de martensite ainsi que leur matrice d'interaction sont décrits dans la thèse de Niclaeys [96].

B (MPa/°C)	Ms(°C)	Af (°C)	g
0.2	- 85	- 70	0.23
Coefficient de compatibilité (H1)	Coefficient d'incompatibilité (H2)		
μ /350	μ /70		

Tableau 3.1 – *Paramètres matériau [33, 69, 96], μ est le paramètre de cisaillement*

Constantes élastiques

On considère que la structure cubique de l'AMF Cu-Al-Be est identique dans les deux phases, l'austénite et la martensite. Trois constantes élastiques caractérisent ce comportement élastique linéaire à symétrie cubique : Tableau 3.2.

C_{11}(GPa)	C_{12}(GPa)	C_{44}(GPa)
142,38	124,1	95,24

Tableau 3.2 – *Constantes élastiques dans le repère local du réseau cristallin [70]*

Orientations cristallographiques et facteurs de Schmid

Les orientations cristallographiques de tous les grains ont été déterminées par la technique EBSD, les résultats ont été présentés dans le chapitre précédent.

3.4.2 Conditions aux limites (CL)

Seule la partie centrale de l'éprouvette est simulée. Ses extrémités sont assez éloignées de la zone maintenue dans les mors par l'intermédiaire desquels est imposé le déplacement. Ceci nous a amené à envisager deux types de conditions aux limites. Dans un premier temps, des conditions aux limites homogènes en déplacement sont appliquées. Il s'agit d'un déplacement dans la direction longitudinale uniforme appliqué sur le bord droit de la région simulée ; l'autre bord est bloqué dans la même direction. Il est connu que ce type de conditions aux limites peut mener à des résultats numériques assez éloignés de ce qui est observé expérimentalement. C'est pourquoi, dans un deuxième temps, afin d'approcher au mieux les conditions d'essai, les conditions aux limites appliquées sont celles mesurées aux extrémités de la zone simulée. Cela permet de prendre en compte d'une certaine manière l'interaction des grains voisins, proches de la zone simulée, mais en dehors de celle-ci. Les champs de déplacements mesurés en surface par corrélation d'images sont appliqués sur les deux bords de la partie simulée.

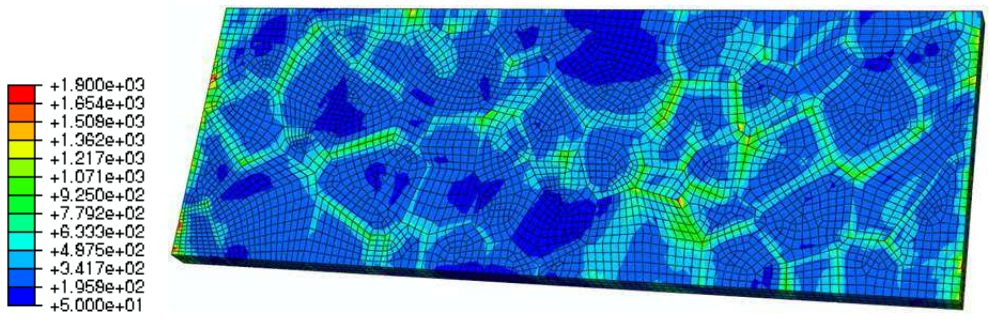
3.4.2.1 Conditions aux limites homogènes

Dans la direction longitudinale, un déplacement uniforme est appliqué sur l'ensemble des nœuds appartenant à la section droite située à un des bords de la partie simulée de l'échantillon. L'évolution de ce déplacement en fonction du temps est imposée comme linéaire. Dans ce cas, nous considérons en quelque sorte que le déplacement imposé correspond au déplacement des mors mesuré par le capteur de déplacement lors de l'essai de traction. Les nœuds appartenant à la section située à l'opposé sont bloqués dans la même direction. Afin d'éviter le mouvement de corps rigide, les déplacements dans la direction transverse et le long de l'épaisseur sont bloqués pour un seul nœud, choisi sur l'une des sections. Si l'on utilise des conditions aux limites homogènes, les grains situés à proximité de ces bords ne pourront pas être pris en considération lors de l'analyse des phénomènes locaux, car leur réponse mécanique est influencée par des conditions aux limites non réalistes [119]. Avec ce type de conditions aux limites, les sections extérieures restent planes au cours du chargement. En réalité, elles devraient gauchir si on tient compte de l'effet des grains voisins en dehors de la zone modélisée.

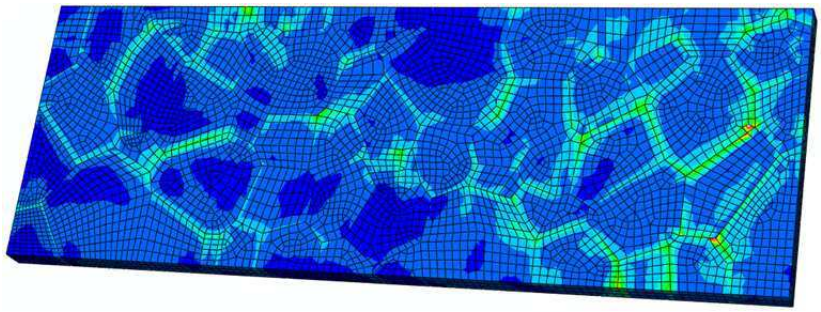
3.4.2.2 Conditions aux limites expérimentales

Dans ce cas, deux déplacements non-uniformes sont appliqués sur chacune des deux sections. Les déplacements imposés sont dans les directions 1 et 2 (direction de chargement et direction transversale respectivement). Le déplacement imposé est toujours supposé uniforme dans l'épaisseur. Les déplacements dans le plan (1,2) des deux bords (gauche et droit) de la partie simulée ont été obtenus expérimentalement par corrélation d'images à partir de l'état final de l'essai 2. Ceux-ci sont alors appliqués comme conditions aux limites. Les positions des nœuds du maillage ne correspondent pas nécessairement aux points de mesures. En conséquence, une interpolation linéaire est effectuée entre les points de mesure afin d'obtenir les déplacements à l'emplacement des nœuds des deux bords. Afin d'éviter le déplacement de corps rigide, un seul nœud est fixé dans la direction de l'épaisseur (3). Par l'application du déplacement expérimental en chaque nœud des deux bords (gauche et droit), il est possible de tenir compte de l'effet des grains voisins sur le comportement de la partie maillée. La variation dans le temps des conditions aux limites expérimentales est une nouvelle fois supposée linéaire.

Afin d'étudier l'intérêt de l'application des conditions aux limites expérimentales, nous analyserons dans le paragraphe suivant les résultats obtenus par l'application des deux types de conditions aux limites, expérimentales et homogènes.



(a) Conditions aux limites expérimentales

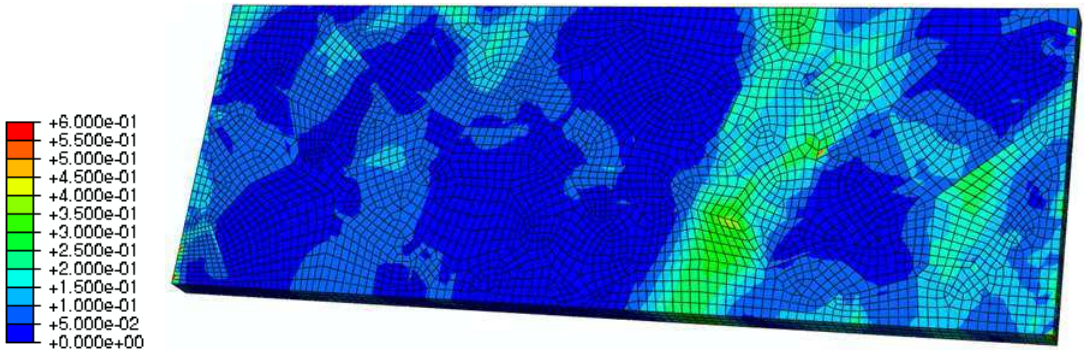


(b) Conditions aux limites homogènes

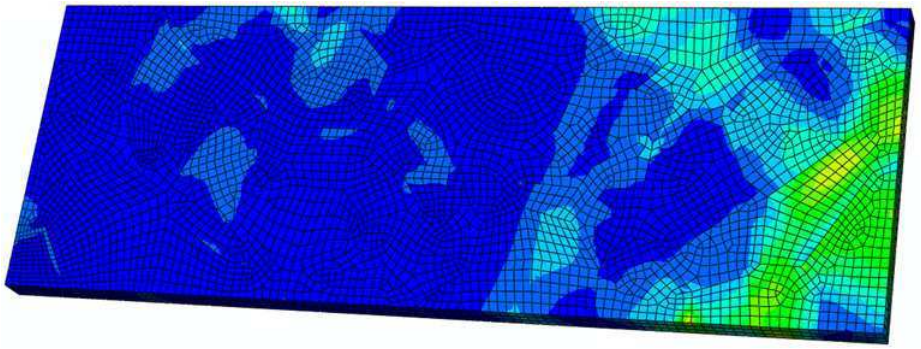
Figure 3.6 – *Comparaison de la contrainte de Von Mises (déformation globale* $E_{11} = 0{,}8\%$*)*

Les Figures 3.6 et 3.7 présentent la comparaison de la contrainte de Von Mises et de la répartition de la transformation martensitique calculées avec les deux types de conditions aux limites pour un même déplacement moyen imposé. La première simulation utilise le gradient de déplacement expérimental mesuré par corrélation d'images, alors que la deuxième, utilise les conditions aux limites homogènes en déplacement. Ces résultats montrent l'importance de choisir des conditions aux limites correctes, car il est évident que les conditions aux limites choisies ont une influence significative sur la distribution des contraintes de von Mises et par conséquent sur le développement de la transformation martensitique et cela pas seulement près des bords où sont imposés les déplacements.

Les Figures 3.8 et 3.9 présentent la comparaison entre le comportement global et la fraction martensitique globale obtenues par l'application des deux conditions aux



(a) Conditions aux limites expérimentales



(b) Conditions aux limites homogènes

Figure 3.7 – *Comparaison de la transformation martensitique (déformation globale* $E_{11} = 0{,}8\%$*)*

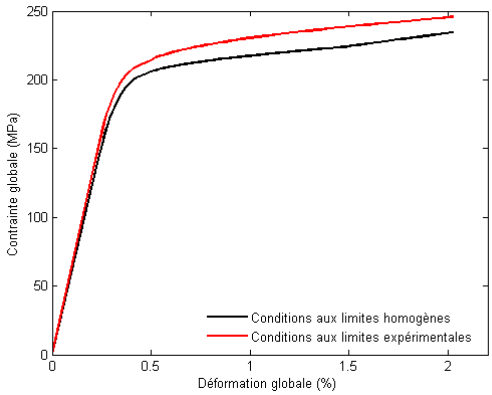


Figure 3.8 – *Influence des conditions aux limites sur le comportement global*

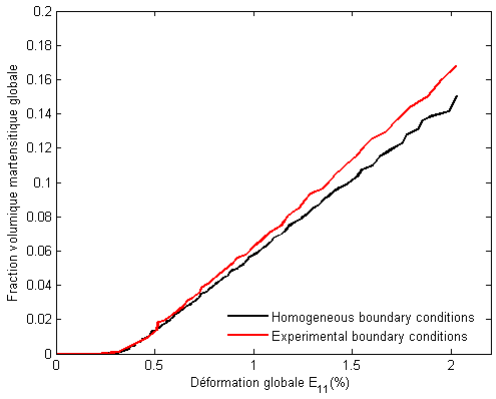
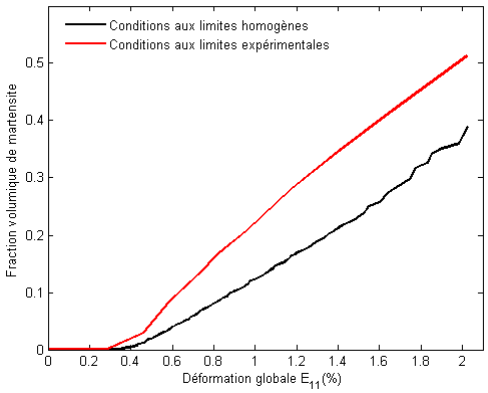
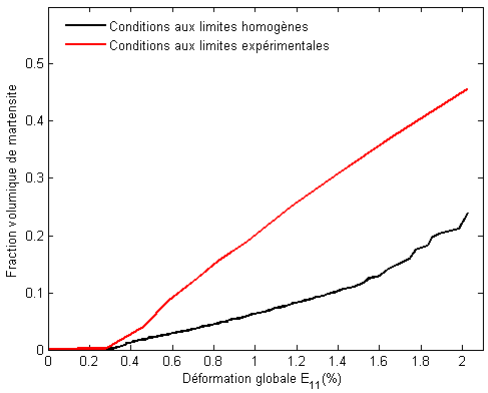


Figure 3.9 – *Influence des conditions aux limites sur la fraction martensitique global*



(a) Grain 13



(b) Grain 28

Figure 3.10 – *Influence des conditions aux limites sur la fraction martensitique dans les grains 13 et 28*

limites. La Figure 3.10 concerne la comparaison de la fraction martensitique dans les grains 13 et 28. Les figures montrent un écart entre les résultats au cours du chargement, cette variation augmente quand le chargement progresse.

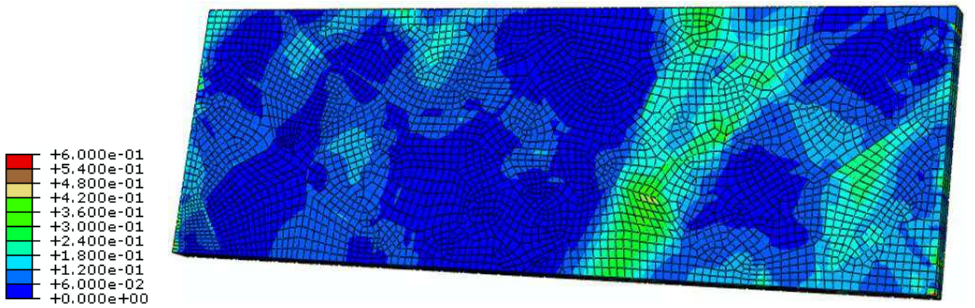
Les conditions aux limites (CL) homogènes et les conditions aux limites expérimentales donnent des champs de contrainte d'autant plus différents que l'on regarde ce qui se passe près de la zone où sont imposées les conditions aux limites. En outre, les CL expérimentales donnent des résultats de transformation martensitique semblables qualitativement aux résultats expérimentaux, ce qui n'est pas le cas avec les conditions aux limites homogènes. Pour plus de détails, on pourra se référer au paragraphe 3.6 "comparaison qualitative".

3.5 Analyse des résultats numériques

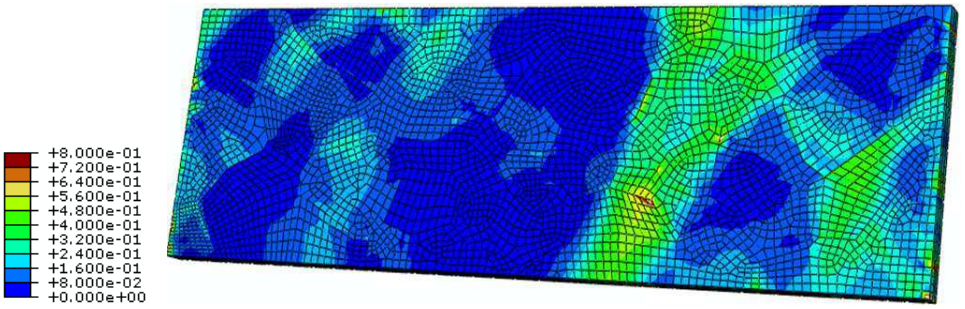
Cette section présente les résultats obtenus en appliquant les conditions aux limites dites expérimentales. Le même gradient de déplacement mesuré a été appliqué tout au long du chargement, mais un "facteur d'amplification" a été appliqué aux déplacements mesurés. Nous sommes intéressés par l'évolution de la transformation martensitique dans le multicristal.

La Figure 3.11 présente l'évolution de la fraction volumique locale totale de martensite pour trois niveaux de chargement sur la face supérieure de l'éprouvette. Cette fraction est obtenue comme la somme des fractions volumiques de toutes les variantes activées au point d'intégration considéré. Le modèle permet une assez bonne description des phénomènes expérimentalement observés. La transformation se propage du grain où le coefficient de Schmid est le plus élevé vers les autres grains moins biens orientés (11, 12, 13, 20, 26, 28). La transformation se développe avec principalement une bande de localisation regroupant des grains bien orientés par rapport à la direction du chargement ($R_{11} > 0{,}4$), Figure 3.11.a. Pour un chargement plus élevé, Figure 3.11.c, plusieurs bandes de localisation sont apparues afin de mieux accommoder les déformations au niveau de ces grains. On observe une saturation de la transformation suivant une bande regroupant les grains biens orientés. D'autres grains demeurent quasi-élastiques (grain 23, 24, 29 et 35). Il s'agit des grains les moins bien orientés par rapport à la direction du chargement. Ils ont une fraction volumique de martensite très faible. Il s'agit d'une localisation de la transforma-

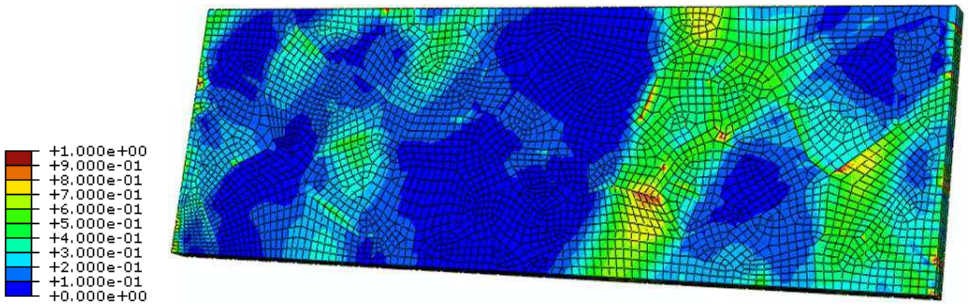
tion empêchant d'exploiter de manière optimale le multicristal. D'où la nécessité, en fonction de l'application recherchée, d'optimiser l'orientation cristallographique des différents grains et la géométrie de la pièce.



(a)



(b)



(c)

Figure 3.11 – *Evolution de la transformation martensitique pour 3 niveaux de chargements, (a) : déformation globale* $E_{11} = 0{,}8\%$ *, (b) : déformation globale* $E_{11} = 1{,}4\%$*, (c) : déformation globale* $E_{11} = 2\%$

La Figure 3.12 montre l'hétérogénéité des déformations suivant l'épaisseur du multicristal. La face supérieure du volume représenté, correspond à la surface libre de l'éprouvette. L'hétérogénéité et l'anisotropie des déformations engendre ce qu'on appelle "un effet peau d'orange" : ondulation de la surface libre. Cet effet peau

d'orange peut engendrer des erreurs supplémentaires sur les déformations mesurées dans le plan.

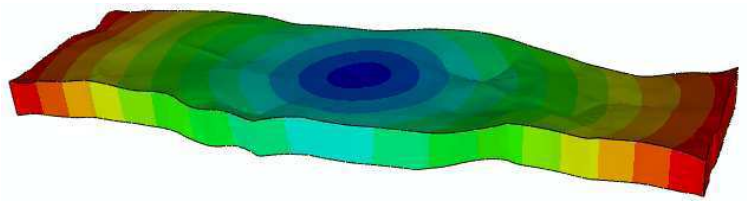


Figure 3.12 – *Déformée du multicristal pour une déformation globale* $E_{11} = 2\%$ *(facteur d'amplification* 2,5*) : Description des modulations de la surface libre*

Intéressons nous parallèlement au comportement global du multicristal et à ce qui se passe dans ses différents grains.

Le comportement global du multicristal est représenté par sa courbe contrainte globale - déformation globale Figure 3.8. La contrainte globale est calculée à partir de la résultante des réactions aux nœuds d'une section, dans la direction de chargement. La déformation globale est obtenue à partir de la moyenne sur la section des allongements dans la direction de chargement.

La Figure 3.9 représente la fraction volumique totale de martensite dans le multicristal en fonction de la déformation globale : l'évolution est quasi linéaire. Afin de mieux comprendre l'évolution de la transformation dans chaque grain, la fraction volumique de martensite par grain est tracée en fonction de la déformation globale du multicristal (Figure 3.13). Les observations évoquées précédemment sont confirmées par cette figure : la fraction volumique présente généralement une valeur plus élevée dans les grains les mieux orientés par exemple dans les grains 13, 20, 21, 22, 28. La localisation de la transformation se situe dans les grains les mieux orientés. Il est à noter que pour une déformation globale d'environ de 1 %, quelques grains ont un taux de transformation martensitique proche de 20 % (par exemple les grains 8, 13, 20, 22, 26 et 28), tandis que d'autres restent dans un état austénitique (grain 23, 24, 29, 33, 35, 36, 43 et 56).

Enfin, si la fraction volumique de martensite dans le multicristal est d'environ 15 % pour une déformation globale E_{11}=2 % (Figure 3.9), elle est proche de 50 % dans les grains 8, 13, 20, 22 et 26. Le Tableau 3.3 donne la fraction de martensite pour chaque grain du multicristal par ordre décroissant pour cette déformation globale E_{11}=2 %.

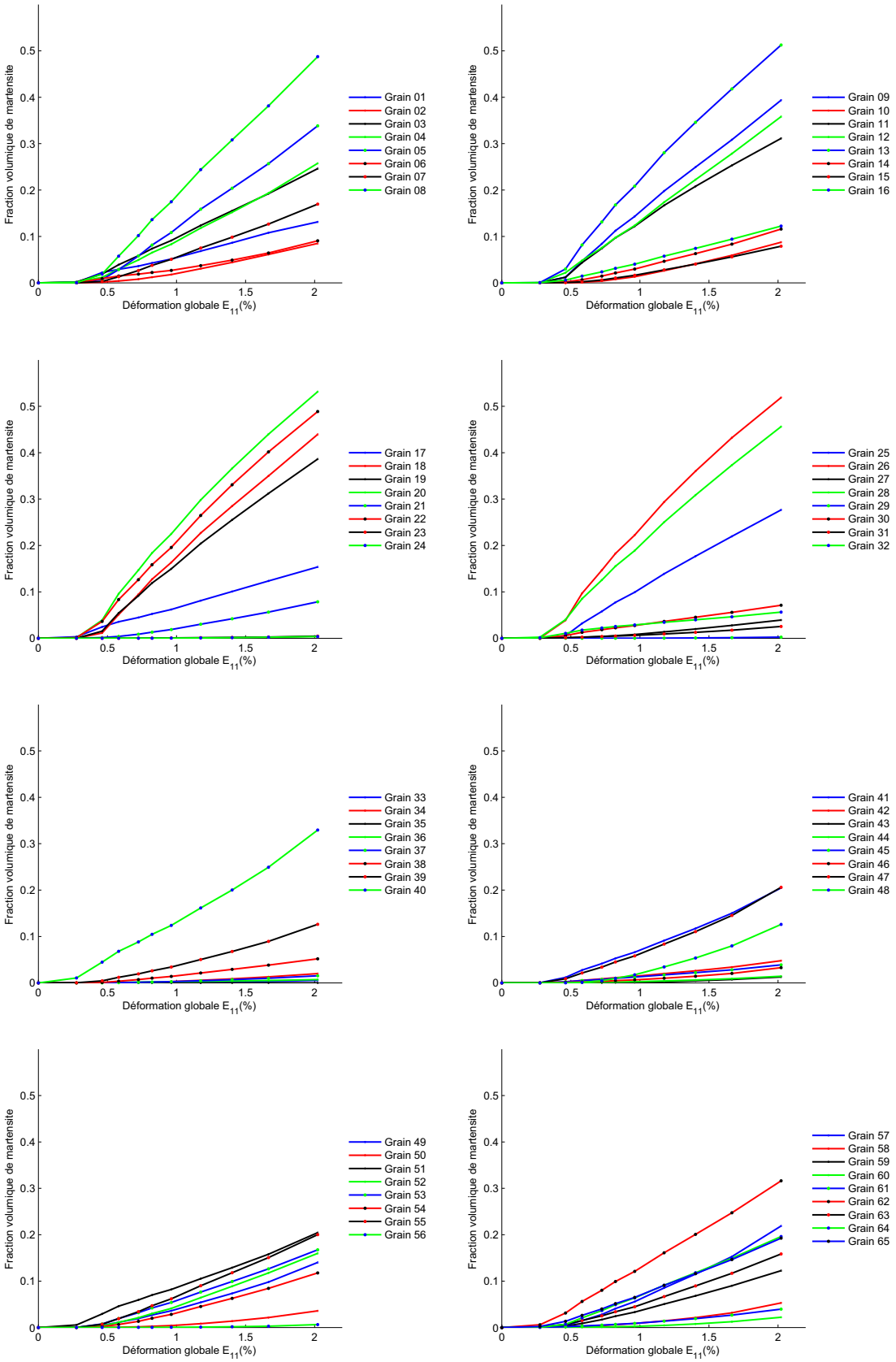


Figure 3.13 – *Fraction volumique de martensite par grain en fonction de la déformation globale*

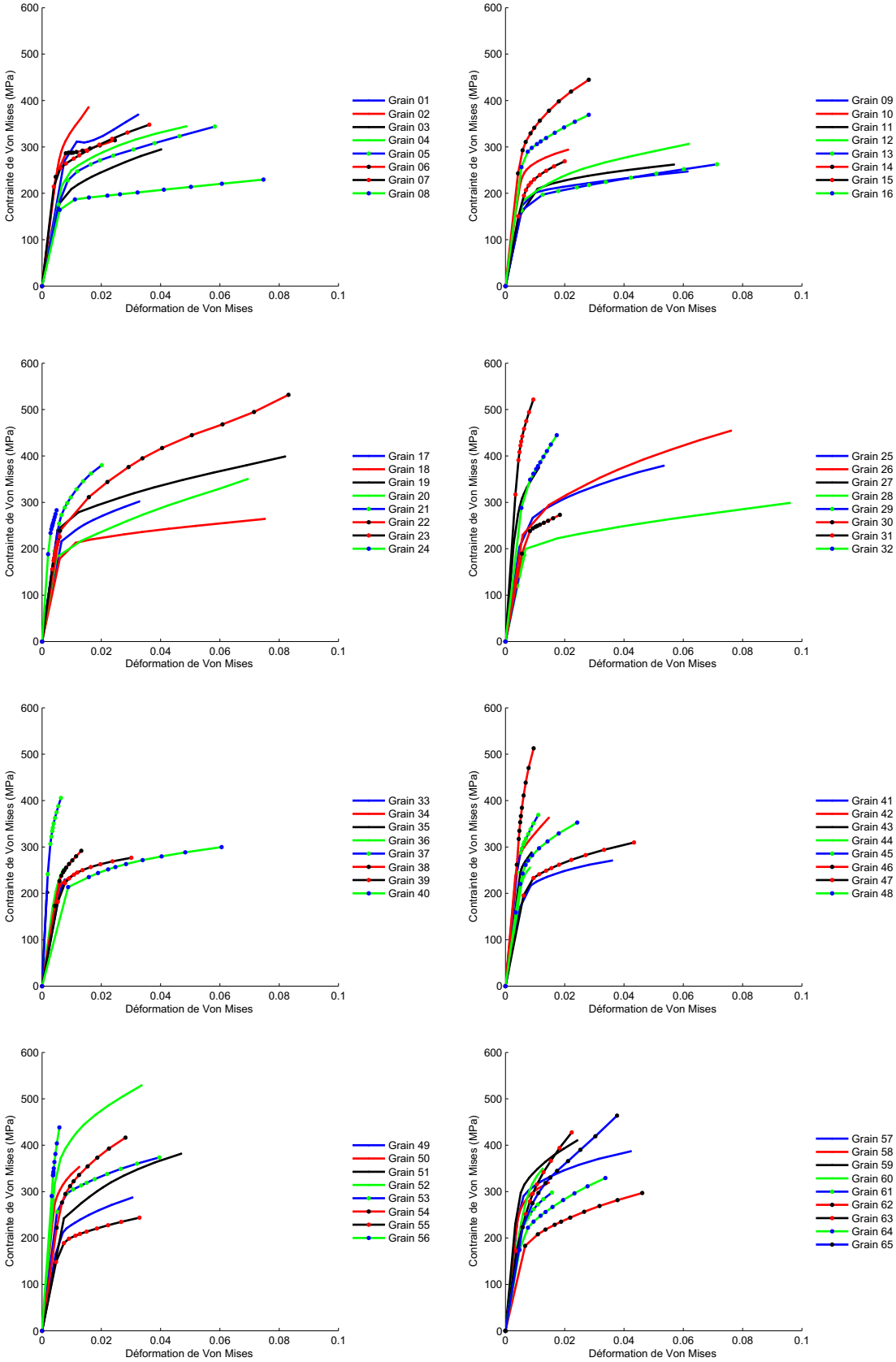


Figure 3.14 – *Contrainte équivalente de Von Mises en fonction de la déformation équivalente de Von Mises*

Grain	Fraction	Grain	Fraction	Grain	Fraction	Grain	Fraction	Grain	Fraction
20	0,52	11	0,31	52	0,16	2	0,08	31	0,02
26	0,51	25	0,27	63	0,15	15	0,08	60	0,02
13	0,50	4	0,25	17	0,15	21	0,08	34	0,02
22	0,48	3	0,24	49	0,14	30	0,07	37	0,01
8	0,48	57	0,21	1	0,13	32	0,06	44	0,01
28	0,45	51	0,20	39	0,12	38	0,05	43	0,01
18	0,43	47	0,20	48	0,12	58	0,05	36	0,01
9	0,39	41	0,20	16	0,12	42	0,05	56	0,01
19	0,38	55	0,20	59	0,12	61	0,04	33	0,01
12	0,35	64	0,19	54	0,11	27	0,04	23	0,00
5	0,33	65	0,19	14	0,11	45	0,04	24	0,00
40	0,32	7	0,17	6	0,09	50	0,03	29	0,00
62	0,31	53	0,16	10	0,08	46	0,03	35	0,00

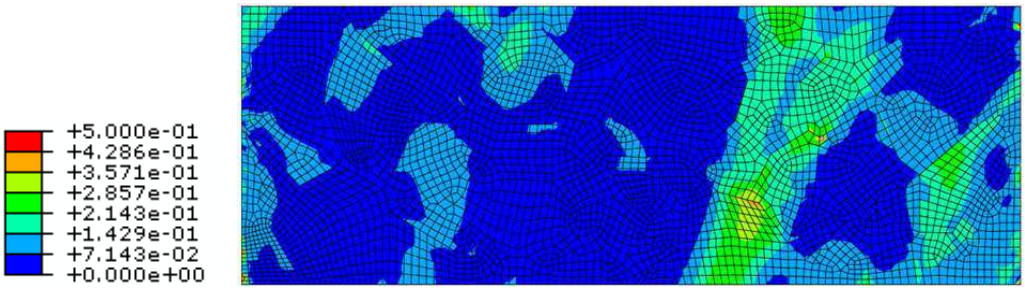
Tableau 3.3 – *Fraction volumique de martensite pour chaque grain pour une déformation globale $E_{11} = 2\%$, par ordre décroissant*

Le comportement de chaque grain au cours de la transformation du multicristal est observé par l'intermédiaire des variations de la contrainte équivalente de Von Mises en fonction de la déformation équivalente de Von Mises. Ces contraintes et déformations sont obtenues à partir de la moyenne sur tous les éléments appartenant à un grain donné.

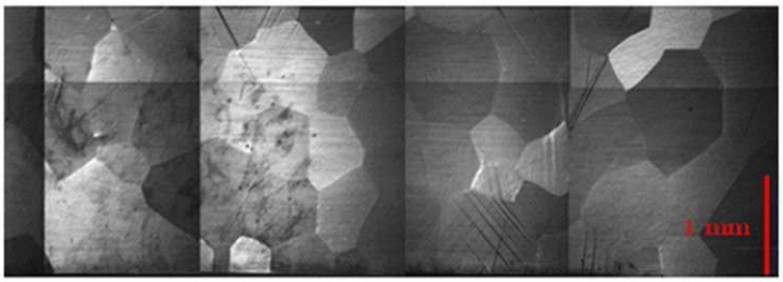
Pour les quelques grains d'orientations cristallographiques assez proches, la pente de la partie pseudoélastique du comportement est quasi-identique, par exemple les grains 9, 13, 15, 17. etc. On observe une déformation assez faible dans quelques grains, (par exemple : les grains 29, 33, 36, 44 et 46) même s'ils sont bien orientés par rapport à la direction du chargement. Ceci est lié aux effets de l'orientation des grains voisins.

3.6 Comparaison qualitative

La Figure 3.15 présente une comparaison entre les résultats expérimentaux et le calcul numérique effectué en appliquant les conditions aux limites mesurées expérimentalement par corrélation d'images. Cette fois se sont les valeurs réelles des déplacements qui sont appliquées, sans facteur d'amplification.



(a) Calcul numérique



(b) Observation expérimentale

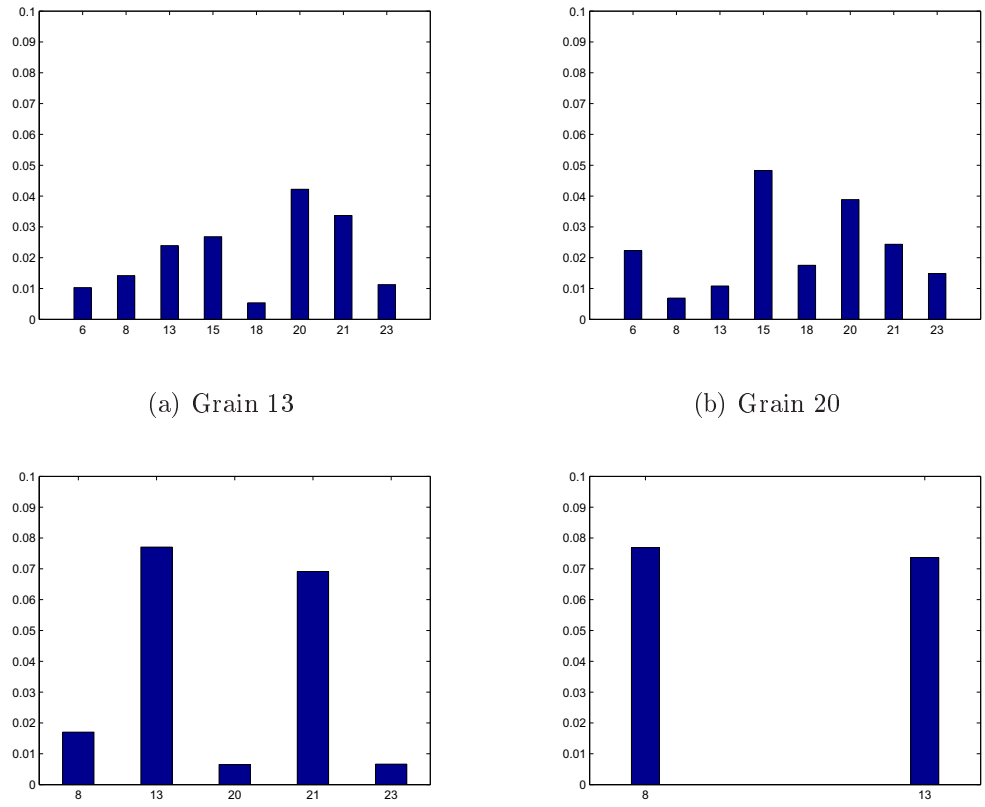
Figure 3.15 – *Carte de transformation martensitique : confrontation qualitative entre les résultats expérimentaux et les résultats de la simulation avec les déplacements mesurés (déformation globale* $E_{11} = 0{,}8\%$*)*

On constate que, la localisation des bandes de transformation obtenues avec le calcul par EF est semblable à celle observée expérimentalement. Les conditions aux limites expérimentales respectent davantage les interactions locales des grains situés sur les bords de la partie maillée. Elles permettent également de simuler de façon plus réaliste le comportement global du multicristal par l'intermédiaire des interactions entre les grains.

3.7 Comparaison entre variantes de martensite activées lors d'un calcul numérique et observées expérimentalement

Dans un monocristal cubique centré, 24 variantes sont susceptibles de s'activer. Elles sont caractérisées par des plans d'habitat et le plan de cisaillement d'orientations différentes, mais équivalents du point de vue cristallographique. En l'absence de contraintes, l'activation de ces variantes est à priori équiprobable. Les variantes se

forment de façon à accommoder localement les déformations. L'objet du paragraphe suivant est de comparer les variantes de martensite activées lors d'un calcul numérique avec les variantes observées expérimentalement dans quelques grains pour un niveau de déformation globale de 0,8 %. Pour cela, 4 grains sont choisis, ces grains sont (13, 20, 26 et 28), ils sont situés dans la bande de transformation observée, Figure 3.15.



(a) Grain 13

(b) Grain 20

(c) Grain 26

(d) Grain 28

Figure 3.16 – *Fraction volumique des variantes de martensite activées numériquement dans les grains 13, 20, 26 et 28 pour une déformation globale* $E_{11} = 0{,}8\%$

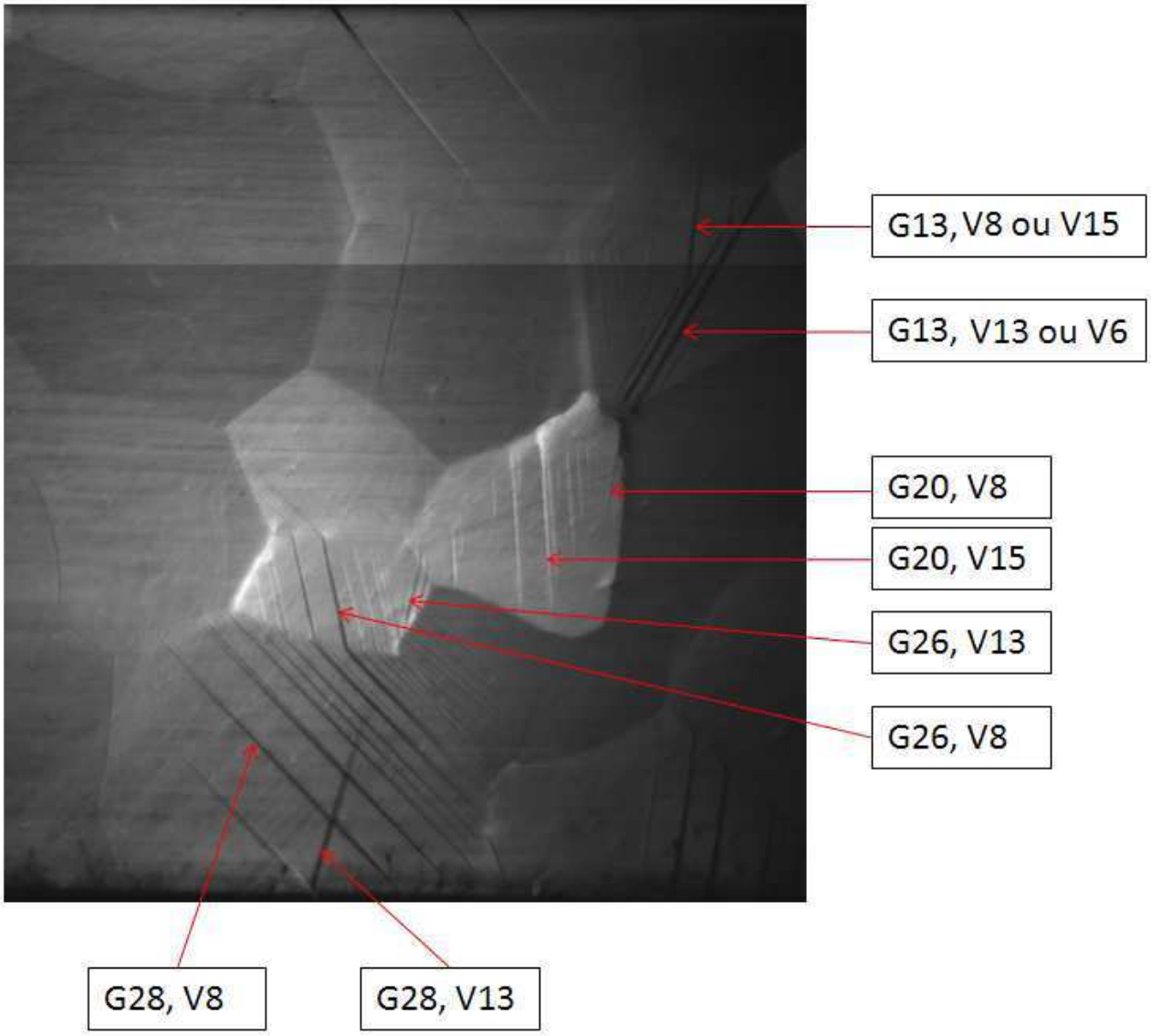


Figure 3.17 – *Identification des variantes observées lors d'un essai de traction pour une déformation globale* $E_{11} = 0{,}8\%$

Grain 13								
variantes	6	8	13	15	18	20	21	23
Facteur de Schmid	0.46	0.47	0.48	0.46	0.46	0.49	0.49	0.46
Angle mesuré (°)	60	86	60	86	/	/	/	/
Angle calculé (°)	62	83.5	59	83.5	45.9	52.3	43.87	47.6

Grain 20								
variantes	6	8	13	15	18	20	21	23
Facteur de Schmid	0.47	0.48	0.48	0.47	0.47	0.48	0.48	0.48
Angle mesuré (^{o})	/	85	/	82	/	/	/	/
Angle calculé (^{o})	68.94	85.16	71.62	81.78	46.6	48.57	43.51	45.07

Grain 26					
variantes	8	13	20	21	23
Facteur de Schmid	0.47	0.49	0.41	0.43	0.39
Angle mesuré (^{o})	78	79	/	/	/
Angle calculé (^{o})	77.17	75.63	63.76	30.46	30.87

Grain 28		
variantes	8	13
Facteur de Schmid	0.45	0.44
Angle mesuré (^{o})	46	74
Angle calculé (^{o})	45.68	72.85

Tableau 3.4 – *Angles mesurés et calculés, facteur de Schmid pour les variantes activées lors du calcul numérique*

La Figure 3.16 représente la fraction volumique des variantes de martensite activées numériquement dans les grains 13, 20, 26 et 28 pour une déformation globale E_{11}=0,8 %. La Figure 3.17 représente les variantes observées en microscopie sur la zone contenant les grains 13, 20, 26 et 28 lors d'un essai de traction.

Le Tableau 3.4 donne le facteur de Schmid par rapport à la direction de chargement pour les variantes activées numériquement et l'angle calculé entre la trace des variantes dans le plan d'observation et la direction du chargement. Pour les variantes observées lors de l'essai l'angle est mesuré par rapport à la même référence.

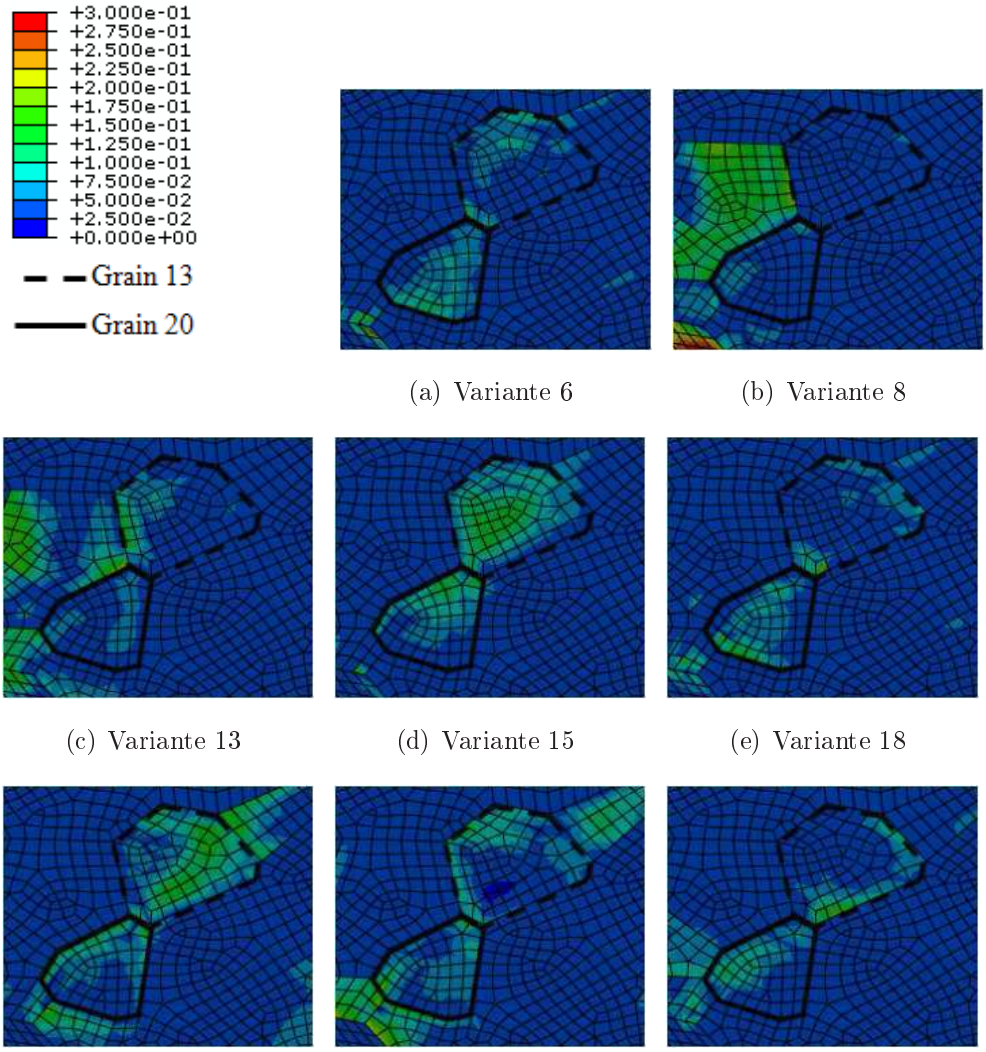
Dans le grain 28, deux variantes principales sont activées. Le calcul numérique donne des fractions de martensite particulièrement importantes pour les variantes 8 et 13. Sur le plan expérimental, l'observation montre l'existence de ces deux variantes. La mesure des angles (Tableau 3.4) a permis de confirmer l'existence des variantes 8 et 13.

Nous nous concentrons maintenant sur le grain 13. Lors du calcul numérique, 8 variantes ont été activées : 6, 8, 13, 15, 18, 20, 21 et 23, (Figure 3.16). Le Tableau 3.4 montre que quelques variantes ayant des facteurs de Schmid du même ordre de grandeur, peuvent laisser des traces d'orientations voisines (mêmes angles formés entre les variantes et le bord horizontal de l'échantillon). Ceci peut se traduire par une activation de plusieurs variantes dans le grain 13 sans qu'il soit possible de les distinguer entre elles. On propose de classifier ces variantes en quatre groupes. Le premier groupe contient les variantes 6 et 13, le second contient les variantes 8 et 15, le troisième contient les variantes 18 et 21, et le dernier contient les variantes 20 et 23. Sur le plan expérimental, on observe deux "ensembles" de variantes activées (Figure 3.17). Les angles mesurés expérimentalement montrent que ces variantes peuvent appartenir aux deux premiers groupes précédemment définis. Les variantes des troisième et quatrième groupes (variantes 18, 20, 21 et 23) n'ont pas été identifiées expérimentalement, malgré leurs facteurs de Schmid importants. Pourtant les fractions volumiques des variantes 20 et 21 sont du même ordre de grandeur que celle de la variante 8. La Figure 3.18 présente la localisation des variantes activées lors du calcul numérique sur la face avant de l'éprouvette (face observée). La Figure 3.19 présente la seconde face de l'éprouvette. Une comparaison des résultats met rapidement en évidence que les fractions d'une même variante peuvent être sensiblement différentes d'une face à l'autre : variante 15 dans le grain 13, par exemple.

Les variantes 15 et/ou 8 et 13 et/ou 6 ont été observées expérimentalement sur la face avant. Malheureusement, nous n'avons pas vérifié si ces variantes étaient présentes sur l'autre face. L'épaisseur de l'éprouvette étant faible, nous pensons que les variantes traversent de part en part l'éprouvette.

Dans le grain 20 deux variantes avec des angles quasiment opposés sont visibles. Ces variantes peuvent correspondre aux 8 et 15. Aucune autre variante n'a pu être observée. Pour les variantes (6 et 20), les fractions calculées sont du même ordre de grandeur que celle de la variante 15. La variante 8 est observée sur une zone très petite, proche du joint avec le grain 13 et très près de l'extrémité des variantes existantes dans le grain 13. Le plan de la variante n'est pas perpendiculaire aux deux surfaces libres de l'éprouvette. Son orientation dépend de l'orientation cristallographique du grain par rapport à la direction de chargement. L'intersection de la variante avec chacune des deux surfaces libres n'est donc pas au même endroit. Les Figures 3.18 et 3.19 présentent la localisation des variantes activées lors du calcul numérique sur les deux faces de l'éprouvette.

Dans le grain 26, plusieurs variantes sont activées, deux variantes distinctes faisant un angle voisin mais de signes opposés avec le bord de l'éprouvette ont été observées. Les angles mesurés sont proches de ceux que doivent faire les variantes 8 et 13 ayant les coefficients de Schmid les plus élevés. Aucune autre variante n'a été observée, bien que la fraction volumique de la variante 21 soit du même ordre de grandeur que celle de la variante 13. Les Figures 3.20 et 3.21 montrent la localisation des différentes variantes activées dans le voisinage de ce grain.

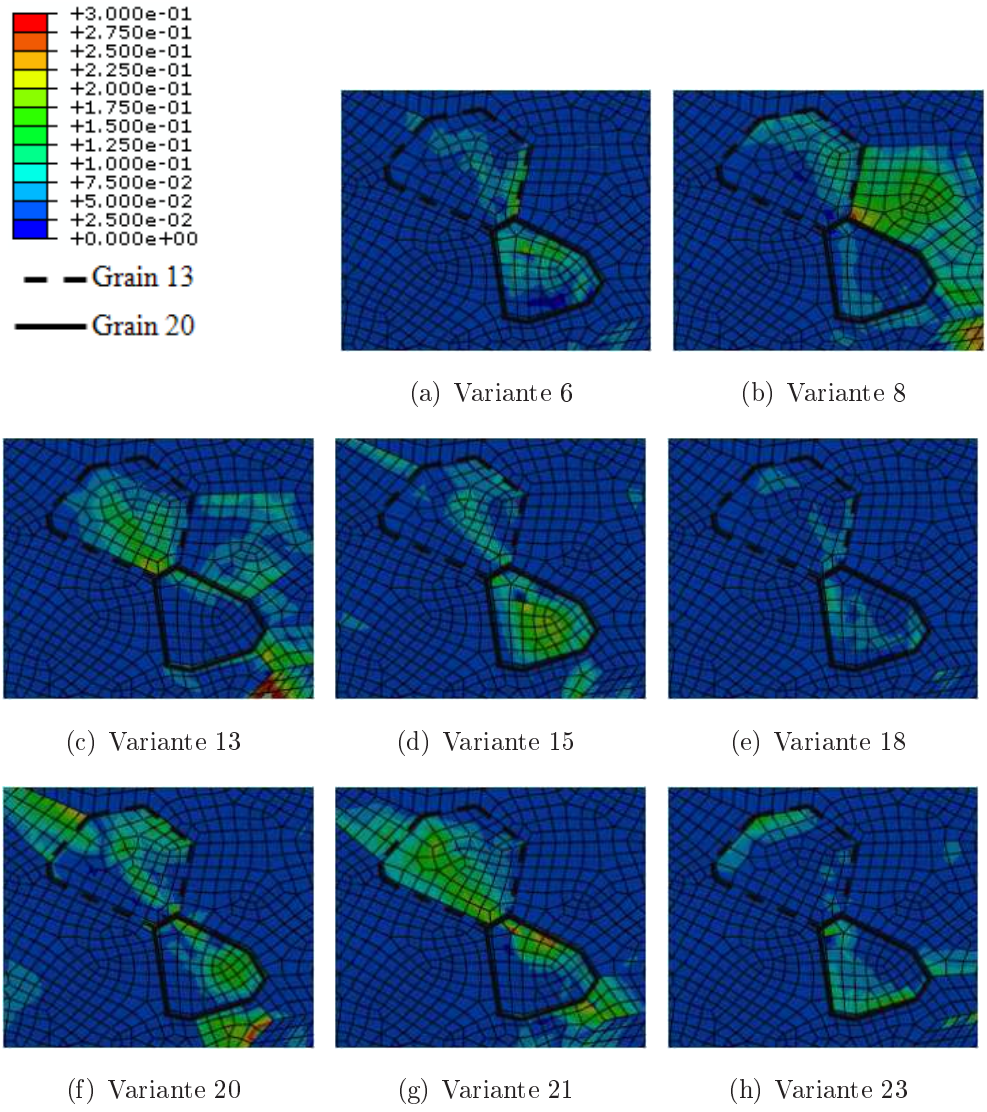


(a) Variante 6 (b) Variante 8

(c) Variante 13 (d) Variante 15 (e) Variante 18

(f) Variante 20 (g) Variante 21 (h) Variante 23

Figure 3.18 – *Fraction volumique de martensite des variantes activées numériquement dans les grains 13 et 20 pour une déformation globale* $E_{11} = 0{,}8\%$ *au niveau de la face avant (observée expérimentalement)*

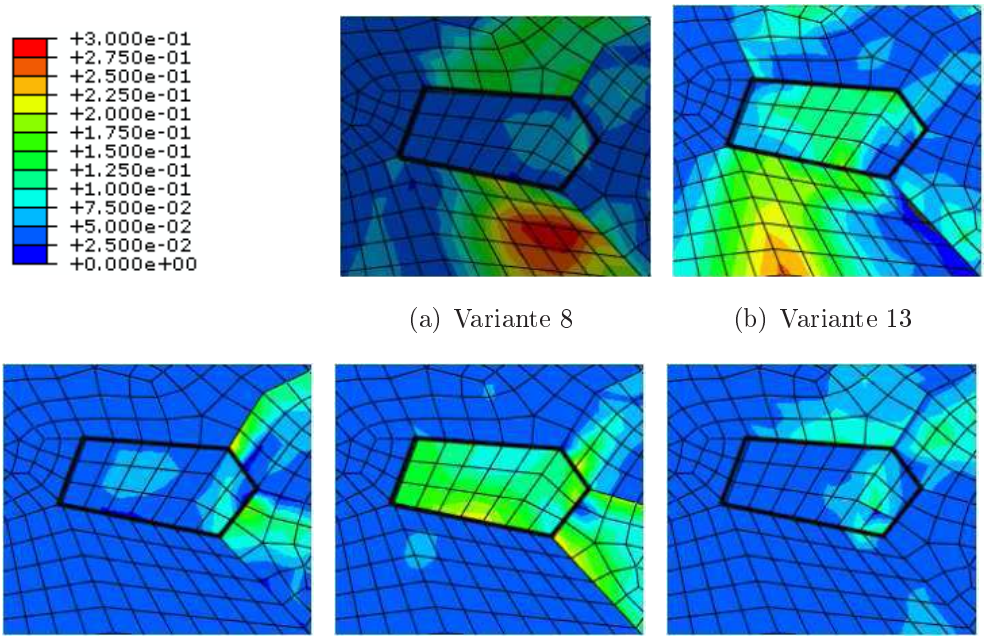


(a) Variante 6 (b) Variante 8

(c) Variante 13 (d) Variante 15 (e) Variante 18

(f) Variante 20 (g) Variante 21 (h) Variante 23

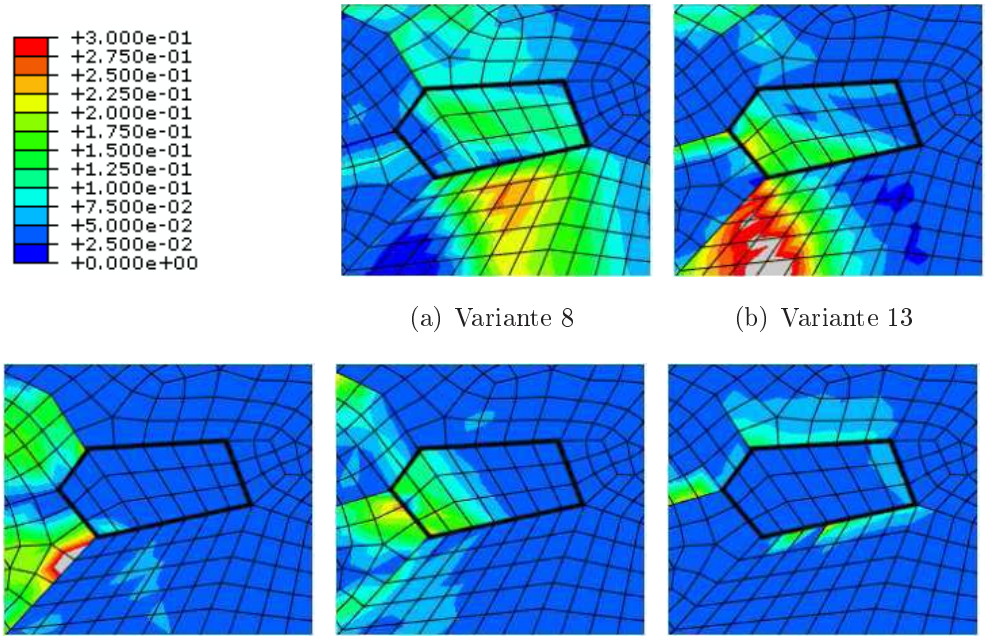
Figure 3.19 – *Fraction volumique de martensite des variantes activées numériquement dans les grains 13 et 20 pour une déformation globale* $E_{11} = 0{,}8\%$ *au niveau de la face arrière*



(a) Variante 8 (b) Variante 13

(c) Variante 20 (d) Variante 21 (e) Variante 23

Figure 3.20 – *Fraction volumique de martensite des variantes activées numériquement dans le grain 26 pour une déformation globale* $E_{11} = 0{,}8\%$ *au niveau de la face avant (observée expérimentalement)*



(a) Variante 8 (b) Variante 13

(c) Variante 20 (d) Variante 21 (e) Variante 23

Figure 3.21 – *Fraction volumique de martensite des variantes activées numériquement dans le grain 26 pour une déformation globale* $E_{11} = 0{,}8\%$ *au niveau de la face arrière*

3.8 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons détaillé le dialogue entre calculs et expériences. Nous avons vu d'une part comment l'expérience nous a fournis certains renseignements indispensables à la simulation du comportement du multicristal et d'autre part, dans quelle mesure l'expérience a pu être reproduite par simulation. Nous nous sommes pour l'instant contentés de comparaisons plutôt qualitatives entre expérience et simulation.

Les formes des grains observées en microscope optique ont été reproduites sur le maillage éléments finis. Un seul grain a été considéré dans l'épaisseur : la géométrie des grains est la même dans toute l'épaisseur. L'orientation cristallographique de chaque grain, mesurée par EBSD, a été introduite dans la loi de comportement local. Les autres paramètres de la loi de comportement sont conformes à la littérature. Une étude sur l'importance du choix des conditions aux limites a été présentée. Deux types de conditions aux limites ont été appliquées : des conditions aux limites homogènes et des conditions aux limites dites expérimentales et résultant des mesures par corrélation d'images. Les résultats montrent les avantages qu'il y a à appliquer les conditions aux limites expérimentales. Les résultats de la simulation s'approchent alors incontestablement davantage des observations expérimentales. Ceci s'explique par la petite taille de l'échantillon : le volume simulé n'est pas représentatif du comportement moyen du matériau. Les hétérogénéités du comportement ne peuvent être négligées, même au niveau de la prise en compte des conditions aux limites, surtout si on veut regarder près des zones où sont appliquées ces conditions aux limites.

Il est à noter que les résultats numériques obtenus sont calculés sur la base de paramètres issus de la littérature [69,96]. Afin d'affiner ces résultats numériques, les paramètres du matériau doivent être identifiés à partir d'une base de données expérimentales. Étant donné qu'expérimentalement, nous n'avons pas accès à la contrainte locale, il est difficile de comparer les comportements expérimental et numérique local d'un grain.

Cependant, pour une analyse plus fine des résultats obtenus par simulation et leur comparaison avec les mesures de champs, il ne faut pas oublier un certain nombre d'hypothèses. En particulier, n'oublions pas que nous avons utilisé une évolution

des conditions aux limites linéaire en fonction du temps et uniforme suivant l'épaisseur. Ces hypothèses, fortement restrictives, ont montré leurs limites en générant un comportement inapproprié avec l'apparition d'un champ de contraintes transversales non négligeables [65].

La Figure 3.22 présente les variations suivant la largeur des deux déplacements mesurés aux limites de la zone maillée. Ces déplacements ont été calculés sur deux essais différents et deux niveaux de chargement eux-aussi différents. Ces résultats obtenus, ne permettent pas de séparer les effets éventuellement dus à une variation avec le chargement global du gradient de déplacement et les effets dus à une différence dans la mise en place de l'échantillon (mouvement de corps rigide).

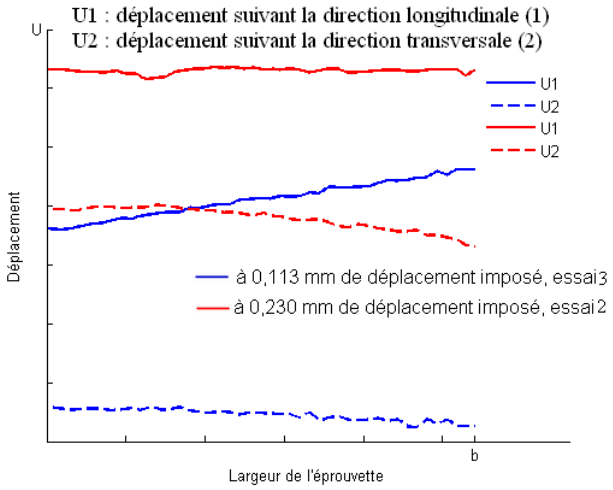


Figure 3.22 – *Profil des conditions aux limites expérimentales dans la largeur pour deux niveaux de chargement sur deux essais différents*

Malgré nos hypothèses, les résultats numériques obtenus par le modèle développé dans ce chapitre sont qualitativement proches de ceux obtenus expérimentalement. Dans le but de valider le modèle, une confrontation plus poussée entre les résultats numériques et les résultats expérimentaux est nécessaire. Les paramètres régissant la loi de comportement utilisée pourraient ainsi être validés. Dans cette optique, une technique d'identification basée sur l'erreur en relation de comportement est décrite dans le chapitre suivant et est appliquée dans le cas 2D pour un matériau orthotrope.

Chapitre 4

Identification par la méthode de l'erreur en relation de comportement

Sommaire

4.1 Introduction 111
4.2 Principe de l'erreur en relation de comportement 113
4.3 Identification par minimisation de l'erreur en relation de comportement en élasticité 116
4.4 Application à l'identification d'un comportement orthotrope élastique 119
4.4.1 Formulation du problème d'identification 119
4.4.2 Résolution du problème inverse 122
4.4.3 Analyse de sensibilité 124
4.4.4 Validation numérique de la procédure d'identification . . . 124
4.4.5 Convergence spatiale 127
4.4.6 Sensibilité de la procédure aux valeurs initiales 130
4.4.7 Etude de sensibilité à un bruit de mesure simulé 130
4.5 Conclusion 142

4.1 Introduction

Les méthodes d'identification inverse exploitant la richesse des mesures de champs cinématiques amènent le mécanicien à concevoir de nouvelles configurations d'essais

mécaniques. Celles-ci utilisent des éprouvettes de géométrie complexe sollicitées par des chargements « simples ». L'idée consiste à concevoir et à optimiser des montages, des géométries et des trajets de chargement afin de solliciter « l'éprouvette – structure » en générant des champs de contraintes hétérogènes dans l'espace et dans le temps. Les essais hétérogènes sont généralement non standards et sont optimisés en vue d'améliorer l'identification des paramètres régissant la loi de comportement. Il serait alors possible d'identifier des lois de comportement complexes en exploitant un nombre réduit d'essais. Outre les difficultés inhérentes à la mise en œuvre de mesures de champs, l'exploitation quantitative de ces mesures, à travers une approche inverse, constitue un verrou scientifique important. Dans ce sens, le problème d'identification consiste donc à définir une fonction objectif régularisée, souvent choisie de type "moindres carrés" par commodité. Les techniques fondées sur la minimisation de fonctions objectif de ce type présentent l'avantage de la flexibilité [10]. Elles permettent en particulier de traiter des mesures d'origines physiques variées (déformation, déplacement, force...). Elles sont en revanche assez "aveugles" au sens où la définition de la fonction objectif repose sur un choix arbitraire et parfois peu physique de distance (l'écart entre la grandeur mesurée et celle calculée). C'est pourquoi, il peut être intéressant de proposer d'autres fonctions objectifs à contenu physique plus fort regroupant des grandeurs mesurées et des paramètres intrinsèques du matériau à identifier telle que l'erreur en relation de comportement [10, 27, 37].

Ce chapitre constitue une contribution au développement théorique de stratégies d'extraction de paramètres inconnus caractérisant le comportement élastique d'un matériau orthotrope. Ces stratégies sont basées sur des approches inverses du fait de l'absence de formulations directes entre les champs cinématiques et les sollicitations appliquées. Une technique inverse fondée sur une approche variationnelle est utilisée pour l'identification des paramètres du comportement élastique d'un matériau orthotrope. Celle-ci est basée sur la minimisation d'une norme énergétique formulée par l'erreur en relation de comportement [10, 27]. L'erreur en relation de comportement est reformulée de façon à introduire l'écart entre le champ de déformations théoriques et les déformations expérimentales obtenues par une technique de mesure de champs cinématiques [10]. L'identification des paramètres du comportement est effectuée par une minimisation d'une fonction objectif. Le problème d'identification est défini comme un problème mal posé. En effet, la loi de comportement ne tient pas compte nécessairement des conditions aux limites. Afin de régulariser ce problème,

cet manque d'informations sur les bords est quantifié et ajouté à la fonction objectif.

La méthode de Levenberg-Marquardt [66, 125] est utilisée pour la résolution du problème inverse. Cette dernière nécessite le calcul d'une matrice traduisant la sensibilité des variables mesurées aux paramètres de la loi de comportement à identifier. Plusieurs méthodes existent dans la littérature pour calculer cet opérateur de sensibilité. Parmi ces méthodes on peut citer les méthodes analytiques directes [43] ou la méthode de l'état adjoint [122]. Certains auteurs [38] proposent une technique mixte basée sur les méthodes semi-analytiques utilisant conjointement la méthode des différences finies pour la différentiation numérique et un calcul analytique. Dans ce travail, le choix s'est porté sur la méthode des différences finies pour le calcul de la sensibilité. Cette méthode permet au modèle inverse d'être couplé à un code de calcul par éléments finis. Le code Aaqus® est utilisé pour résoudre le problème direct.

La procédure d'identification est illustrée pour un comportement élastique d'un matériau orthotrope. Dans ces conditions, nous avons testé la robustesse de la technique sur quatre configurations d'essais. Les essais hétérogènes sont conçus afin de comparer l'identification des paramètres régissant la loi de comportement et afin de choisir les meilleurs résultats. L'analyse de l'identifiabilité est menée sur la base de la comparaison de la stabilité des valeurs identifiées par rapport au choix du jeu de paramètres initiaux et sur la robustesse quant au traitement des données expérimentales bruitées. Deux types de bruit simulant les erreurs de mesures ont été testées : un bruit blanc aléatoire et un biais uniforme.

4.2 Principe de l'erreur en relation de comportement

Le problème mécanique est discrétisé classiquement par la méthode des éléments finis en déplacement. Pour évaluer la qualité d'un calcul éléments finis, il faut définir :

- La notion d'erreur,
- La mesure de cette erreur.

La définition même de l'erreur est intimement liée à la définition de la notion de solution approchée. Dans le cadre des méthodes d'éléments finis en déplacement, le champ de déplacement joue un rôle privilégié et l'erreur sur le déplacement est

définie par la différence entre la solution exacte du problème et la solution approchée calculée par la méthode des éléments finis. Il est possible d'en déduire une erreur sur les contraintes ou sur d'autres grandeurs. Le problème de référence repose sur un partitionnement des équations en deux groupes :

- Les conditions d'admissibilité : les équations de liaison, les équations d'équilibre et les conditions aux limites,
- La relation de comportement :

$$\sigma = C : \varepsilon(u) \tag{4.1}$$

Avec :
σ est le tenseur de contrainte,
ε est le tenseur de déformation associé au vecteur de déplacement u,
C est le tenseur d'élasticité de la structure.

La relation de comportement a en effet un statut particulier dans la pratique, elle est souvent la moins fiable des équations du problème. Aussi, il est naturel d'isoler cette équation et de faire en sorte qu'une solution approchée déplacement-contrainte vérifie exactement le groupe d'équations le plus fiable, c'est-à-dire celui des conditions d'admissibilité [76].

D'un point de vue mécanique, **l'inconvénient majeur** de cette démarche est de considérer comme approximation du couple exact un couple approché dont la partie contrainte ne vérifie pas les équations d'équilibre, équations qui constituent pourtant un des fondements de l'édifice. Cette remarque est à la base de l'introduction de la notion d'erreur en relation de comportement présentée pour la première fois par Ladevèze [74]. Ainsi, la qualité de l'approximation peut être appréciée par la façon dont cette relation de comportement est vérifiée. Pour quantifier cette erreur, des normes de type énergétique, s'appuyant sur des bases physiques fortes, sont utilisées. La difficulté, est d'élaborer des solutions approchées admissibles c'est-à-dire, vérifiant exactement les conditions d'admissibilité. Les approximations usuelles, notamment celles issues de la méthode des éléments finis, ne vérifient pas ces conditions puisque la contrainte approchée n'est pas en équilibre avec les charges données.

Définition

On définit le couple (u_{CA}, σ_{SA}) représentant respectivement le champ de déplacement cinématiquement admissible (CA) et le champ de contrainte statiquement admissible (SA). Ce couple est la solution exacte du problème mécanique si et seulement si, il permet de satisfaire la relation de comportement (4.1) : $\sigma_{SA} = C : \varepsilon(u_{CA})$, soit $u_{CA} = u_{ex}$ et $\sigma_{SA} = \sigma_{ex}$.

Dans le cas où cette égalité n'est pas satisfaite, c'est-à-dire $\sigma_{SA} - C : \varepsilon(u_{CA}) \neq 0$, le couple ($u_{CA}$, σ_{SA}) est une solution approximative du problème mécanique. On appelle alors erreur en relation de comportement e_{RDC}, associée au couple admissible (u_{CA}, σ_{SA}) [76], la quantité définie en chaque point de la structure Ω par :

$$e_{RDC} = \sigma_{SA} - C : \varepsilon(u_{CA}) \tag{4.2}$$

La quantité $\sigma_{SA} - C : \varepsilon(u_{CA})$ est donc une grandeur dont la dimension est homogène à une contrainte. Elle est choisie pour évaluer la pertinence du couple (u_{CA}, σ_{SA}) et permet de quantifier l'écart à la solution exacte en terme de relation de comportement. L'erreur en relation de comportement (e_{RDC}) présente un avantage principal : elle fait porter le doute sur la relation de comportement considérée comme étant la moins fiable en résolvant le problème mécanique (4.1). Classiquement, on mesure l'erreur en relation de comportement dans un problème linéaire, en utilisant la norme en énergie sur la structure considérée. L'erreur absolue globale est définie ainsi par :

$$e_{RDC} = \|\sigma_{SA} - C : \varepsilon(u_{CA})\|_\Omega \tag{4.3}$$

Avec :

$$(\| \bullet \|_\Omega)^2 = \int_\Omega (\bullet : C^{-1} : \bullet) d\Omega \tag{4.4}$$

À partir de cette erreur globale, l'erreur relative est définie par :

$$\epsilon = \frac{\|\sigma_{SA} - C : \varepsilon(u_{CA})\|_\Omega}{\|\sigma_{SA} + C : \varepsilon(u_{CA})\|_\Omega} \tag{4.5}$$

ϵ traduit ainsi une précision permettant d'estimer la pertinence de l'approximation (u_{CA},σ_{SA}) sur la globalité de la structure Ω.

Il est également facile de définir la contribution à la précision globale d'une partie E de la structure Ω (en pratique E sera un élément quelconque du maillage) par :

$$\epsilon_E = \frac{\|\sigma_{SA} - C : \varepsilon(u_{CA})\|_E}{\|\sigma_{SA} + C : \varepsilon(u_{CA})\|_\Omega} \tag{4.6}$$

Remarque

L'erreur en relation de comportement et, plus précisément la norme en énergie de cette erreur, est un outil très commode pour introduire les théorèmes classiques de l'énergie potentielle et de l'énergie complémentaire. Dans la section suivante, nous détaillons la relation entre les différents termes.

4.3 Identification par minimisation de l'erreur en relation de comportement en élasticité

Soit une structure Ω, constituée d'un matériau linéairement élastique, homogène ou non, et dont on cherche à identifier les caractéristiques élastiques. L'identification se fait sur la minimisation d'une fonction objectif construite sur la base de l'erreur en relation du comportement. Considérons la somme des énergies potentielle et complémentaire, pour un couple de déplacement et de contrainte ($\varepsilon(u)$,σ), en régime élastique :

$$\psi(u,\sigma,C) = \frac{1}{2}\int_{\Omega}(\varepsilon(u) : C : \varepsilon(u))d\Omega + \frac{1}{2}\int_{\Omega}(\sigma : C^{-1} : \sigma)d\Omega - \int_{\partial\Omega}(u.\sigma.n)ds \quad (4.7)$$

Une conséquence bien connue des principes variationnels de l'élasticité montre que l'on a pour un tenseur d'élasticité C donné [10] :

$$\min_{C,u_{CA},\sigma_{SA}} \psi(u,\sigma,C) = 0 \quad (4.8)$$

En l'absence des forces de volume, et en tenant compte des conditions aux limites, la fonction $\psi(u,\sigma,C)$ peut être réécrite pour des champs de contraintes σ statiquement admissibles (SA) et des champs de déplacements u cinématiquement admissibles (CA) de façon à faire apparaître l'écart en relation de comportement comme suit :

$$\psi(u_{CA},\sigma_{SA},C) = \frac{1}{2}\int_{\Omega}(\sigma_{SA} - C : \varepsilon(u_{CA})) : C^{-1} : (\sigma_{SA} - C : \varepsilon(u_{CA}))d\Omega \quad (4.9)$$

Remarque

À partir des équations (4.3), (4.4) et (4.7), la fonction $\psi(u,\sigma,C)$ peut être exprimée par :

$$\psi(u_{CA},\sigma_{SA},C) = \frac{1}{2}e^2_{RDC} \quad (4.10)$$

Cet aspect met en évidence la positivité de $\psi(u_{CA},\sigma_{SA},C)$. Cela suggère pour le problème d'identification du tenseur de rigidité C de définir la fonction d'erreur en

relation de comportement $\psi(u_{CA},\sigma_{SA},C)$ associée aux données (u_{CA}, σ_{SA}) du problème de la structure Ω.

En dualisant les conditions d'admissibilité, il est aisé de démontrer que la forme de la fonction de l'erreur en relation de comportement s'exprime de trois manières différentes, équivalentes. En termes des champs u_{CA}, u_{SA} [10] :

$$\psi(C) = \frac{1}{2}\int_{\Omega}(\sigma(u_{SA}) - \sigma(u_{CA})) : C^{-1} : (\sigma(u_{SA}) - \sigma(u_{CA}))d\Omega \tag{4.11}$$

$$\psi(C) = \frac{1}{2}\int_{\Omega}(\varepsilon(u_{SA}) - \varepsilon(u_{CA})) : C : (\varepsilon(u_{SA}) - \varepsilon(u_{CA}))d\Omega \tag{4.12}$$

$$\psi(C) = \frac{1}{2}\int_{\partial\Omega}(\sigma(u_{CA}).\underline{n} - \varphi)(\xi - u_{SA})dS \tag{4.13}$$

où ξ est le déplacement connu sur Ω résultant de l'application de l'effort surfacique φ également connu sur tout $\partial\Omega$ (selon le point de vue considéré, le champ mesuré est donc, soit ξ soit φ). Les différentes composantes de ces trois formes sont définies comme suit :

$u_{CA} = \xi$ sur Ω

$[C : \varepsilon(u_{SA})] .\underline{n} = \varphi$ sur $\partial\Omega$

$\varepsilon(u_{SA}) = C^{-1} : \sigma_{SA}$, $\sigma(u_{CA}) = C : \varepsilon(u_{CA})$

Les paramètres, définissant le comportement élastique du matériau, peuvent alors être identifiés via la minimisation de la fonction de l'erreur en relation de comportement $\psi(C)$. Cette minimisation est particulièrement avantageuse dans la direction des champs de déformations cinématiquement admissibles et celle des champs de contraintes statiquement admissibles car la fonctionnelle est une somme des énergies potentielle et complémentaire et conduit ainsi à faire intervenir des problèmes classiques d'équilibre élastique de deux types (à déplacements imposés et/ou à forces imposées).

Ce problème d'identification est en général mal posé pour les raisons suivantes :

- La redondance des conditions aux limites sur la frontière de la structure est responsable le plus souvent de la non existence de la solution, à moins que les conditions aux limites redondantes soient compatibles avec la relation de

comportement. Cette compatibilité signifie que les déplacements imposés correspondent aux déplacements obtenus par la résolution du problème où ne sont conservés que les efforts sur une partie de la frontière [36].

– L'absence de conditions aux limites sur une partie de la frontière peut amener à la non-unicité de la solution. Puisque toute condition aux limites en effort ou en déplacement imposé complète le problème en un problème bien posé admettant une solution unique, l'absence de conditions aux limites sur une partie de la frontière peut être responsable de la non-unicité de la solution. La prise en compte de cette partie de la frontière est donc un problème délicat [36]. Il existe des méthodes afin de compléter les conditions aux limites manquantes, de façon optimale vis-à-vis d'un certain critère. Une technique consiste, par exemple, à rajouter les erreurs sur des mesures à la frontière en effort et en déplacement aboutissant alors à construire un problème d'identification sous contraintes.

Le problème de base est donc défini comme un problème mal posé : en règle générale, il n'admet pas de solution. En fait, il en admet une lorsque la loi de comportement est compatible avec les conditions aux limites. Afin de bien formuler le problème, l'identification consiste en fait à se baser sur une quantification de cette non-compatibilité des paramètres vis-à-vis des conditions aux limites pour les identifier. Le problème est donc composé de deux parties : une partie concernant la fonction de l'erreur en relation de comportement, l'autre concerne les termes de l'erreur de mesures à la frontière qui jouent un rôle de régularisation. Ces termes sont très importants surtout dans le cas de mesures fortement perturbées. Dans le cadre général de l'identification des paramètres matériau en élasticité, la formulation du problème est comme suit :

$$\left\{\begin{array}{l} \textit{Trouver } C \textit{ minimisant la fonction} : \\ \Phi(C) = \psi(C) + A\left(\displaystyle\int_{\partial\Omega u} d_u(u,\widetilde{u}_m)ds\right) + B\left(\displaystyle\int_{\partial\Omega f} d_f(\sigma,\widetilde{f}_m)ds\right) \\ \textit{sous les conditions} : \\ u \in U_{CA}(u_m), \sigma \in \sigma_{SA}(f_m) \end{array}\right. \tag{4.14}$$

Les espaces introduits sont définis comme suit :

– $U_{CA}(\widetilde{u}_m)$: Champ de déplacement Cinématiquement Admissible (CA).

– $\sigma_{SA}(\widetilde{f}_m)$: Champ de contraintes Statiquement Admissible (SA).

$\psi(C)$ est la fonction erreur en relation de comportement.

d_f représente l'erreur en effort entre $\widetilde{f}_m$ mesurée et les conditions aux limites du calcul. Typiquement :

$$d_f(\sigma,\widetilde{f}_m) = (\sigma.n - \widetilde{f}_m)^2$$

d_u est l'erreur en déplacement, définie de façon analogue :

$$d_u(u,\widetilde{u}_m) = (u - \widetilde{u}_m)^2$$

Les paramètres A et B, compris entre 0 à 1, jouent un rôle de coefficients de pondération entre les termes de la nouvelle fonction objectif. Pour de petites valeurs de A et de B, l'erreur sur la mesure à la frontière est relâchée, c'est à-dire que la confiance est portée sur le terme de l'erreur en relation de comportement du modèle. A l'inverse, si A ou B est grand, nous faisons confiance à la mesure de la frontière en relâchant l'erreur en relation de comportement du modèle. Aux limites, si A = 0 , B = 0 ou A =1, B = 1, le problème devient trivial, une infinité de solutions est trouvée car toutes les entrées sont dans la fonction objectif. Il faut donc choisir un poids raisonnable pour bien identifier les paramètres du modèle [37].

4.4 Application à l'identification d'un comportement orthotrope élastique

4.4.1 Formulation du problème d'identification

Dans cette section, la procédure d'identification basée sur l'erreur en relation de comportement est appliquée pour identifier le comportement élastique d'un matériau orthotrope en contraintes planes. Le problème général 3D est déduit par l'extrapolation de la formulation.

Utilisant la notation conventionnelle pour les indices contractés ($xx \rightarrow x$, $yy \rightarrow y$, $xy \rightarrow s$), le comportement orthotrope en contraintes planes du matériau est donné dans son repère d'orthotropie par la relation suivante :

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & 0 \\ Q_{xy} & Q_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{ss} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_s \end{pmatrix} \tag{4.15}$$

L'objectif est d'identifier les quatre paramètres d'élasticité du matériau : Q_{xx}, Q_{yy}, Q_{xy} et Q_{ss} par analyse inverse à partir de mesures des champs de déformations ε^{exp}. Ces champs de déformations sont mesurés par une technique optique à la surface de l'échantillon testée. L'approche inverse est souvent considérée comme une procédure d'optimisation visant à réduire un écart quadratique entre les valeurs expérimentales et les grandeurs calculées. Cette approche nécessite de connaître en chaque point de la zone étudiée et à chaque incrément de chargement les champs de déformation mesurés (ε^{exp}) et les champs de déformation calculés par la méthode des éléments finis (ε^{num}) par exemple.

Dans cette application le problème de base est défini par un déplacement imposé, c'est donc l'effort qui est mesuré à la frontière. Le terme multiplié par A dans l'équation (4.14) est nul, puisque le même déplacement est appliqué au calcul, la fonction objectif s'écrit :

$$\Phi(C) = \frac{1}{2}\left(\int_\Omega (\varepsilon^{num}(C) - \varepsilon^{exp})^T C(\varepsilon^{num}(C) - \varepsilon^{exp}) d\Omega\right) + B\left(\int_{\partial\Omega f} d_f(\sigma, \widetilde{f}_m) ds\right) \tag{4.16}$$

Cette fonction est séparément convexe et toujours définie positive.

Des tests sont réalisés afin d'étudier l'influence du choix du paramètre B sur la qualité du résultat de minimisation de la fonction objectif. Dans cette application, le fait de choisir B = 0,5 donne une moindre sensibilité de la fonction objectif aux perturbations des paramètres à identifier.

$\varepsilon^{exp} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_s \end{pmatrix}^{exp}$ représente le champ de déformations mesuré expérimentalement sur la surface de l'éprouvette,

$\varepsilon^{num} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_s \end{pmatrix}^{num}$ représente le champ de déformations calculé par la méthode

des éléments finis pour un tenseur d'élasticité donné,

$C = \begin{pmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & 0 \\ Q_{xy} & Q_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{ss} \end{pmatrix}$ représente le tenseur d'élasticité en contraintes planes.

Ω est le volume considéré lors de l'écriture de l'erreur en relation de comportement.

$\partial\Omega f$ est la frontière où l'effort est mesuré.

Les paramètres définissant la loi de comportement peuvent alors être identifiés via la minimisation de la fonction de l'erreur en relation de comportement régularisée $\Phi(C)$, équation (4.16).

Le problème d'identification est défini comme suit :

il faut trouver le tenseur d'élasticité C à partir des champs de déformation ε^{exp} et de $\widetilde{f}_m$ mesurés, tel que :

$$\begin{cases} C^{opt} = \arg\, min\Phi(C) \\ \Phi(C) = \dfrac{1}{2}\left(\displaystyle\int_\Omega \|L(\varepsilon^{num}(C) - \varepsilon^{exp})\|^2 d\Omega\right) + B\left(\displaystyle\int_{\partial\Omega f} \|(\sigma.n - \widetilde{f}_m)\|^2 ds\right) \\ C = L^T L \end{cases} \quad (4.17)$$

La décomposition de C en un produit $L^T L$ (décomposition de Cholesky) dans l'équation (4.17) permet d'améliorer le conditionnement du problème notamment la matrice Hessienne.

La matrice L s'écrit de la façon suivante :

$$L = \begin{pmatrix} L_{11} & 0 & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

Les différents termes sont donnés en fonction des paramètres à identifier :

$$\begin{cases} L_{11} = \sqrt{Q_{xx}} \\ L_{22} = \sqrt{Q_{yy} - \frac{Q_{xy}^2}{Q_{xx}}} \\ L_{33} = \sqrt{Q_{ss}} \\ L_{21} = \frac{Q_{xy}}{\sqrt{Q_{xx}}} \\ L_{31} = 0 \\ L_{32} = 0 \end{cases} \tag{4.19}$$

4.4.2 Résolution du problème inverse

Le choix de la méthode de résolution se fait en fonction du type de modèle du calcul, du degré de complexité de la loi de comportement, du nombre de paramètres à identifier et de l'existence de plusieurs minima locaux en présence de paliers. Pour un comportement non-linéaire il est préférable d'utiliser les méthodes itératives de type gradient [43].

Dans ce travail, la méthode de Gauss-Newton est utilisée pour résoudre le problème de minimisation, équation (4.17). En fait, la matrice de Gauss-Newton est une approximation de la matrice Hessienne de la fonction objectif dans un voisinage de l'optimum si l'on considère que l'écart entre le modèle et les mesures est suffisamment faible. Dans ce cas, la matrice de Gauss - Newton représente la courbure de la fonction objectif. Lorsque la matrice de Gauss-Newton dégénère, la fonction objectif présente localement une vallée. Il est donc possible d'associer la non-identifiabilité d'un problème inverse à la présence d'une vallée dans un voisinage du jeu de paramètres optimal. L'utilisation de la méthode de Gauss-Newton nécessite de calculer la direction et l'amplitude de descente en utilisant la valeur du gradient (G) et la matrice hessienne (H). L'évaluation de ces grandeurs est obtenue par un schéma semi analytique. Il suffit alors de déterminer les dérivées premières qui définissent la matrice de sensibilité M à chaque itération :

$$M = \frac{d\varepsilon(p)}{dP} \tag{4.20}$$

où (P) est un vecteur dont les composantes sont les paramètres inconnus du tenseur de la matrice d'élasticité à identifier : Q_{ij}.

L'utilisation de l'algorithme de Gauss-Newton est limitée par le fait que des instabilités peuvent apparaître pour les problèmes mal conditionnés. Pour cela, la méthode de régularisation a pour but de borner la zone admissible de recherche du

jeu de paramètres optimal. Dans ce travail la méthode de Levenberg-Marquardt a été utilisée afin de régulariser le problème d'optimisation. Il s'agit de rajouter une matrice diagonale dont les termes diagonaux sont égaux à une valeur λ, cette dernière étant comprise entre 0 et 1. Toute la difficulté de la méthode réside dans la détermination du paramètre λ optimal à chaque itération k. Si λ^k est trop important, la méthode de Levenberg-Marquardt dégénère vers une méthode de plus forte pente. Si λ^k est trop faible, la méthode se rapproche de la méthode de Gauss- Newton et peut être instable.

Dans le cadre de ce travail, l'algorithme de minimisation du problème inverse est le suivant :

$$\left|\begin{array}{l} P^0 \ : \text{ donné (Jeu de paramètres initiaux)} \\ \text{Tant que } (\|\Delta P\| < \xi) avec \|\Delta P\|^2 = \Delta P.\Delta P^T \\ g(C) = \sigma.n - \widetilde{f}_m \\ J_1 = \dfrac{dL}{dP}\left[\varepsilon^{num}(C) - \varepsilon^{exp}\right] + LM \ \ , \ \ J_2 = \dfrac{dg(C)}{dP}, \ \ M = \dfrac{d\varepsilon}{dP} \\ G = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_\Omega (J_1^T L(\varepsilon^{num}(C) - \varepsilon^{exp}))d\Omega + 2B\int_{\partial\Omega f} J_2^T g(C) ds \\ H = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_\Omega J_1^T J_1 d\Omega + 2B\int_{\partial\Omega f} J_2^T J_2 ds \\ \Delta P = -\left(H + \lambda I\right)^{-1} G \\ P^{k+1} = P^k + \Delta P \end{array}\right. \tag{4.21}$$

Où :

$J_{1,2}$ les matrices jacobiennes pour chaque terme,
M la matrice de sensibilité,
G le gradient de la fonction $\psi(C)$,
H la matrice hessienne (la matrice de Gauss-Newton),
I la matrice identité,
ξ est un seuil fixé à une faible valeur (10^{-5}) ,
λ est le paramètre de régularisation de Levenberg-Marquardt.

Un test de convergence est mis en place afin d'arrêter l'algorithme de recherche. Il consiste à fixer une valeur seuil ξ et à vérifier si la condition $\|\Delta P\| < \xi$ est satisfaite. La méthode de Gauss-Newton converge à la condition que la matrice de sensibilité soit injective. Autrement dit, les dérivées de la grandeur mesurée par rapport aux

paramètres doivent être linéairement indépendantes. Dans le cas contraire, il est impossible de discriminer les effets des paramètres à identifier sur le système physique. Une interprétation de l'interaction des différents paramètres entre eux est donnée comme suit :

$$R_{ij} = \frac{H_{ij}}{\sqrt{H_{ii}H_{jj}}} \tag{4.22}$$

Si R_{ij} est proche de 1 ou de -1, H_{ij} est la matrice Hessienne, alors le problème risque d'être mal conditionné car les effets des paramètres P_i et de P_j sur la fonction objectif ne sont pas discriminés [39, 91]. Dans ce cas, il est difficile de donner une interprétation physique aux paramètres identifiés. La matrice de Gauss-Newton (la matrice hessienne) contient donc une information fondamentale sur les effets croisés entre les paramètres.

4.4.3 Analyse de sensibilité

La minimisation de la fonction objectif, équation (4.16) selon l'algorithme de Levenberg-Marquardt nécessite le calcul de la matrice de sensibilité M par rapport aux paramètres recherchés. Cette matrice est déterminée par le calcul du gradient et de la matrice Hessienne de la fonction objectif. La matrice de sensibilité M est définie comme suit, pour une dérivée à droite ($\delta P > 0$) ou à gauche ($\delta P < 0$),

$$M_{ij} = \frac{\varepsilon_i(C + \delta P_j e_j) - \varepsilon_i(C)}{\delta P_j} \tag{4.23}$$

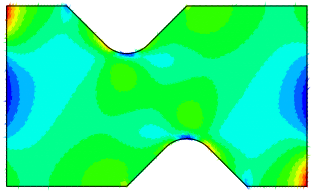
où δP_j est une perturbation du paramètre à identifier P_j, et e_j un vecteur unitaire.

La matrice M, donnée par l'équation (4.23), traduit la sensibilité des trois composantes de déformation (ε) par rapport aux paramètres inconnus (P) pour chaque point de Gauss. Les composantes de la matrice M sont calculées à chaque itération (k) de l'algorithme par la méthode des différences finies.

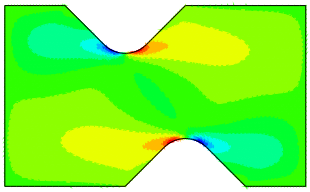
Du point de vue numérique, il faut choisir le niveau de perturbation de manière à ce que la précision soit la plus grande possible. Généralement, le choix de ce paramètre est donné par : $10^{-5}P_j \leq \delta P_j \leq 10^{-3}P_j$ [90,91]. Dans ce travail, la valeur de la perturbation a été choisie égale à 0,1 % du paramètre ($P^{(k)}$) à l'itération (k).

4.4.4 Validation numérique de la procédure d'identification

Dans le cadre de ce travail, des simulations numériques par éléments finis sur un matériau au comportement élastique orthotrope ont été réalisées sur des éprouvettes



Champ de déformation mesuré
par corrélation d'images



Champ de déformation simulé
par le code AAQUS®

Jeu de paramètres
initiaux P^0

Minimisation de la fonction de l'erreur en relation
de comportement $\Phi(C)$
par l'algorithme de Levenberg - Marquardt
• calcul de la matrice de sensibilité M
• calcul du gradient G
• calcul de la matrice hessienne H
$P^{k+1} = P^k + \Delta P$

Nouveau jeu
de paramètres
$P \leftarrow P + \Delta P$

Condition de convergence

Non

Oui

Fin

Figure 4.1 – *Schéma synoptique de l'algorithme d'identification*

de formes diverses. Quatre géométries ont été retenues : elles permettent d'avoir des champs de déformations suffisamment hétérogènes pour que chaque paramètre de la loi de comportement intervienne de manière sensiblement équivalente dans la réponse mécanique. La Figure 4.2 présente les quatre configurations d'éprouvettes retenues. Elles serviront à l'étude de l'amélioration de l'identifiabilité des paramètres de la loi de comportement étudiée. Le choix de la géométrie de ces éprouvettes est basé sur le degré d'hétérogénéité des champs de déformation et la simplicité de leur fabrication.

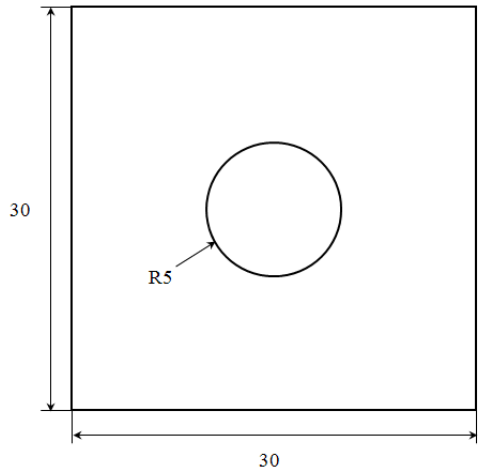
Dans la suite du travail, la procédure d'identification décrite plus haut est testée en présence de bruits de mesure simulant des données expérimentales. Pour une valeur de chargement identique appliquée aux quatre géométries différentes, le niveau de déformation atteint est différent d'une éprouvette à l'autre. Le rapport signal sur bruit est également différent pour chaque configuration. Afin de mener une étude comparative dans les mêmes conditions (même niveau de déformation atteint et même rapport signal sur bruit), un chargement différent est appliqué à chaque configuration de manière à obtenir des niveaux de déformation moyenne équivalents pour les quatre configurations analysées avec des valeurs de paramètres initiaux identiques.

Dans cette partie, seuls les aspects théoriques liés à la méthode d'identification et les aspects numériques sont abordés. La procédure d'identification est appliquée sur des champs de déformations fournis par un code de calcul par éléments finis. L'objectif est de retrouver les propriétés mécaniques entrées dans le modèle numérique, qui sont considérées par la suite comme valeurs de référence. Le calcul par éléments finis a été mené à l'aide du code Aaqus®. Les essais mécaniques choisis correspondent à un chargement de traction uniaxial sur trois éprouvettes de géométries différentes et à un essai de traction bi-axiale sur une éprouvette cruciforme (Figure 4.2). Ces configurations permettent d'obtenir un état de contraintes et de déformations hétérogènes pour lequel il n'existe pas de relation explicite entre le chargement appliqué et les déformations mesurées.

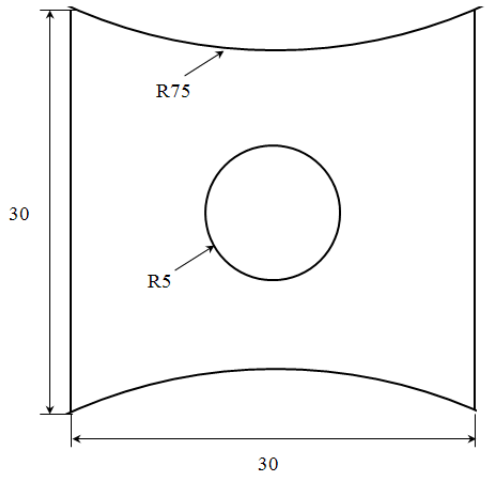
Cette étude permettra de valider numériquement l'algorithme d'identification afin que ce dernier soit appliqué à des champs de déformations mesurés expérimentalement.

Les simulations ont été conduites, pour un matériau orthotrope, sur les géométries données dans la Figure 4.2. L'objectif des paragraphes suivants consiste à étudier les aspects numériques inhérents à la sensibilité de la procédure d'identification

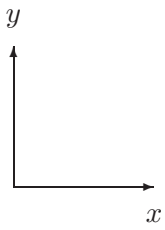
en termes de précision et de stabilité.



(a) Plaque trouée

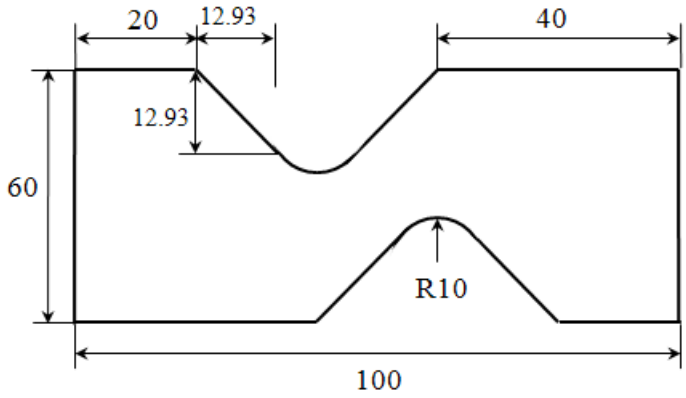


(b) Plaque trouée à section variable

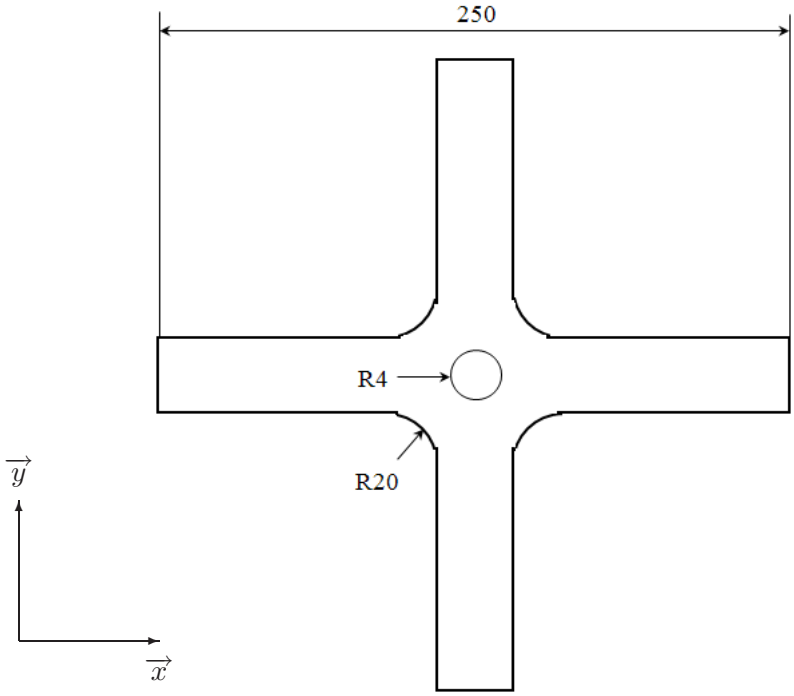


4.4.5 Convergence spatiale

Dans une simulation par éléments finis (EF), la discrétisation géométrique de l'éprouvette est un facteur essentiel contrôlant l'erreur de calcul. Un bon choix de la taille de l'élément fini contribue donc à une meilleure description des gradients de déformation dans la zone étudiée. Pour cela, plusieurs simulations numériques par EF ont été menées en faisant varier la densité du maillage. Cette étude est menée seulement sur l'éprouvette rectangulaire trouée (Figure 4.2). Le calcul est réalisé en utilisant des éléments finis quatre nœuds à interpolation linéaire en contraintes planes (CPS4). Les paramètres de référence qui doivent être retrouvés par l'algo-



(c) Éprouvette à géométrie complexe [91]



(d) Éprouvette cruciforme trouée

Figure 4.2 – *Géométrie des éprouvettes utilisées lors de la procédure d'identification (dimensions en mm)*

rithme d'identification sont donnés dans le Tableau 4.1 :

	Q_{xx}(GPa)	Q_{yy}(GPa)	Q_{xy}(GPa)	Q_{ss}(GPa)
Valeurs de référence:	25,93	10,37	3,11	4,00
Valeurs initiales:	50,0	25,0	1,5	5,3
Type de maillage: cas 1 taille $\approx 5.6\ mm$ Valeurs identifiées:	25,93	10,37	3,11	4,00
Type de maillage: cas 2 taille $\approx 2.2\ mm$ Valeurs identifiées:	25,93	10,37	3,11	4,00
Type de maillage: cas 3 taille $\approx 0.9\ mm$ Valeurs identifiées:	25,93	10,37	3,11	4,00
Type de maillage: cas 4 taille $\approx 0.15\ mm$ Valeurs identifiées:	25,93	10,37	3,11	4,00

Tableau 4.1 – *Influence du maillage sur les valeurs identifiées*

Les résultats d'identification sont donnés dans le Tableau 4.1. Avec un jeu de paramètres initial identique à chaque simulation, les valeurs des coefficients élastiques identifiées sont exactement les mêmes que les valeurs de référence quelque soit le maillage. Ce résultat montre clairement que le calcul direct s'est bien déroulé et que la procédure d'identification s'est révélée insensible dans l'intervalle de variation étudié. Pour la suite du travail, un compromis entre une faible densité du maillage décrivant mal les gradients de déformation et une forte densité du maillage nécessitant un temps de calcul important est adopté. Une taille moyenne de 0,8 mm de l'élément CPS4 a été choisie pour l'ensemble des configurations testées [89].

4.4.6 Sensibilité de la procédure aux valeurs initiales

La procédure d'identification décrite plus haut est itérative. Elle nécessite des conditions initiales pour démarrer le processus d'identification. Afin d'étudier l'influence des valeurs initiales sur l'identifiabilité des paramètres, seul le résultat de l'identification pour la configuration avec une plaque rectangulaire trouée au milieu est présenté dans ce paragraphe. Pour cette analyse, trois jeux de paramètres simulant des conditions initiales différentes ont été utilisés. Pour chaque cas, les propriétés élastiques du matériau sont identifiées. Le résultat de l'identification est donné dans le Tableau 4.2. Pour ces trois cas, les valeurs des rigidités identifiées correspondent exactement aux valeurs de référence. Ces résultats montrent que l'algorithme d'identification converge vers la solution optimale en minimisant la fonction objectif basée sur l'erreur en relation de comportement, (équation (4.16)). Ceci est dû au fait que la fonction objectif est séparément convexe et toujours définie positive.

	Q_{xx} (GPa)	Q_{yy} (GPa)	Q_{xy} (GPa)	Q_{ss} (GPa)
Valeurs de référence:	25,9	10,3	3,11	4,00
Valeurs initiales: cas 1	50,0	25,0	1,5	5,3
Valeurs identifiées:	25,9	10,3	3,11	4,00
Valeurs initiales: cas 2	12,0	7,0	4,5	2,5
Valeurs identifiées:	25,9	10,3	3,11	4,00
Valeurs initiales: cas 3	42,0	5,0	5,8	1,5
Valeurs identifiées:	25,9	10,3	3,11	4,00

Tableau 4.2 – *Identification des propriétés élastiques : sensibilité aux valeurs initiales*

4.4.7 Etude de sensibilité à un bruit de mesure simulé

En pratique, la procédure d'identification est appliquée sur des champs de déformations obtenus expérimentalement par une technique optique. Ces mesures expérimentales sont inévitablement entachées de bruits de mesure (bruit électronique, d'acquisition, intensité de lumière, déplacements hors-plan, etc...). Afin d'étudier la stabilité et la robustesse de la procédure d'identification en présence de données

bruitées, deux types de bruits sont simulés :

1. Le premier est un bruit blanc gaussien simulant une distribution aléatoire du bruit réel. Ce bruit, de moyenne nulle et d'écart type fixé à 500 μdéformations, est ajouté aux valeurs des déformations obtenues par le calcul EF de référence. Un traitement statistique permet de calculer la moyenne des paramètres sur 30 identifications successives conduites avec des données bruitées différentes pour chaque calcul ;

2. Le deuxième est un bruit de type biais ajouté aux valeurs des déformations obtenues par le calcul EF de référence. Il s'agit en fait d'un décalage uniforme de 500 μdef sur toutes les valeurs de déformation. Ce bruit peut simuler une erreur systématique qui provoque des déformations parasites dues à un déplacement hors plan de l'éprouvette pendant l'essai et/ou à un mauvais positionnement de la caméra.

En tenant compte des deux types de bruit, la procédure d'identification est menée sur les quatre éprouvettes (Figure. 4.2) à chaque fois avec les trois jeux différents de paramètres initiaux (paragraphe 4.4.6).

Bruit blanc gaussien

Les valeurs identifiées pour ce type de bruit sont données dans le Tableau 4.4.7. La Figure 4.3 représente l'erreur relative entre la moyenne des valeurs identifiées et les valeurs de référence pour les quatre configurations testées. Pour chaque coefficient élastique, l'erreur relative montre que les valeurs identifiées sont relativement indépendantes des valeurs initiales. Ce résultat montre encore une fois que l'algorithme d'identification est insensible aux valeurs initiales même en présence d'un bruit aléatoire. La Figure 4.3 présente également une comparaison entre le résultat d'identification obtenu à partir des quatre configurations choisies. Cette comparaison montre que c'est la configuration avec une éprouvette cruciforme trouée qui présente les plus faibles écarts entre les valeurs identifiées et les valeurs de référence sur l'ensemble des paramètres (erreur relative < 1 %). Pour cette configuration d'éprouvette, l'identifiabilité des paramètres Q_{yy} et Q_{xy} a été donc améliorée par rapport aux autres configurations étudiées.

La stabilité de la procédure vis-à-vis du bruit aléatoire ajouté est représentée ici par le coefficient de variation (rapport entre l'écart-type et la valeur moyenne).

Pour les quatre configurations, une grande stabilité est constatée sur l'ensemble des grandeurs identifiées et pour chaque cas de valeurs initiales considérées (Figure 4.4).

	Q_{xx}(GPa)	Q_{yy}(GPa)	Q_{xy}(GPa)	Q_{ss}(GPa)
Valeurs de référence :	25,93	10,37	3,11	4,00
Plaque trouée				
Valeurs initiales : cas 1	50,0	25,0	1,5	5,3
Valeurs moyennes identifiées	25,91	10,22	3,07	3,99
Erreur relative (%)	0,08	1,45	1,29	0,25
Coefficient de variation (%)	0,10	0,37	0,42	0,09
Valeurs initiales : cas 2	12,0	7,0	4,5	2,5
Valeurs moyennes identifiées	25,90	10,22	3,07	4,00
Erreur relative (%)	0,12	1,45	1,29	0,00
Coefficient de variation (%)	0,14	0,39	0,54	0,113
Valeurs initiales : cas 3	42,0	5,0	5,8	1,5
Valeurs moyennes identifiées	25,90	10,23	3,07	4,00
Erreur relative (%)	0,12	1,35	1,29	0,00
Coefficient de variation (%)	0,13	0,31	0,45	0,13
Plaque trouée à section variable				
Valeurs initiale : cas 1	50,0	25,0	1,5	5,3
Valeurs moyennes identifiées	25,89	10,20	3,06	3,99
Erreur relative (%)	0,15	1,64	1,61	0,25
Coefficient de variation (%)	0,11	0,31	0,42	0,11
Valeurs initiales : cas 2	12,0	7,0	4,5	2,5
Valeurs moyennes identifiées	25,89	10,21	3,07	3,99
Erreur relative (%)	0,15	1,54	1,29	0,25
Coefficient de variation (%)	0,11	0,30	0,39	0,12
Valeurs initiales : cas 3	42,0	5,0	5,8	1,5
Valeurs moyennes identifiées	25,89	10,22	3,07	3,99
Erreur relative (%)	0,15	1,45	1,29	0,25
Coefficient de variation (%)	0,15	1,45	1,29	0,25

	Q_{xx}(GPa)	Q_{yy}(GPa)	Q_{xy}(GPa)	Q_{ss}(GPa)
Éprouvette à géométrie complexe [90]				
Valeurs initiales : cas 1	50,0	25,0	1,5	5,3
Valeurs moyennes identifiées	25,91	10,07	3,13	3,99
Erreur relative (%)	0,08	2,89	0,64	0,25
Coefficient de variation (%)	0,11	0,47	0,51	0,16
Valeurs initiales : cas 2	12,0	7,0	4,5	2,5
Valeurs moyennes identifiées	25,91	10,06	3,13	3,99
Erreur relative (%)	0,08	2,99	0,64	0,25
Coefficient de variation (%)	0,13	0,49	0,50	0,10
Valeurs initiales : cas 3	42,0	5,0	5,8	1,5
Valeurs moyennes identifiées	25,91	10,07	3,13	3,99
Erreur relative (%)	0,08	2,89	0,64	0,25
Coefficient de variation (%)	0,11	0,49	0,51	0,16
Éprouvette cruciforme trouée				
Valeurs initiales : cas 1	50,0	25,0	1,5	5,3
Valeurs moyennes identifiées	25,74	10,35	3,12	4,00
Erreur relative (%)	0,73	0,19	0,32	0,00
Coefficient de variation (%)	0,34	0,12	0,83	0,24
Valeurs initiales : cas 2	12,0	7,0	4,5	2,5
Valeurs moyennes identifiées	25,73	10,35	3,12	4,00
Erreur relative (%)	0,77	0,19	0,32	0,00
Coefficient de variation (%)	0,32	0,11	0,82	0,25
Valeurs initiales : cas 3	42,0	5,0	5,8	1,5
Valeurs moyennes identifiées	25,73	10,36	3,12	4,00
Erreur relative (%)	0,77	0,10	0,32	0,00
Coefficient de variation (%)	0,33	0,12	0,82	0,25

Tableau 4.3 – *Identification avec le bruit blanc gaussien d'amplitude = 500 μdef pour 3 jeux de paramètres initiaux, (Tableau 4.2)*

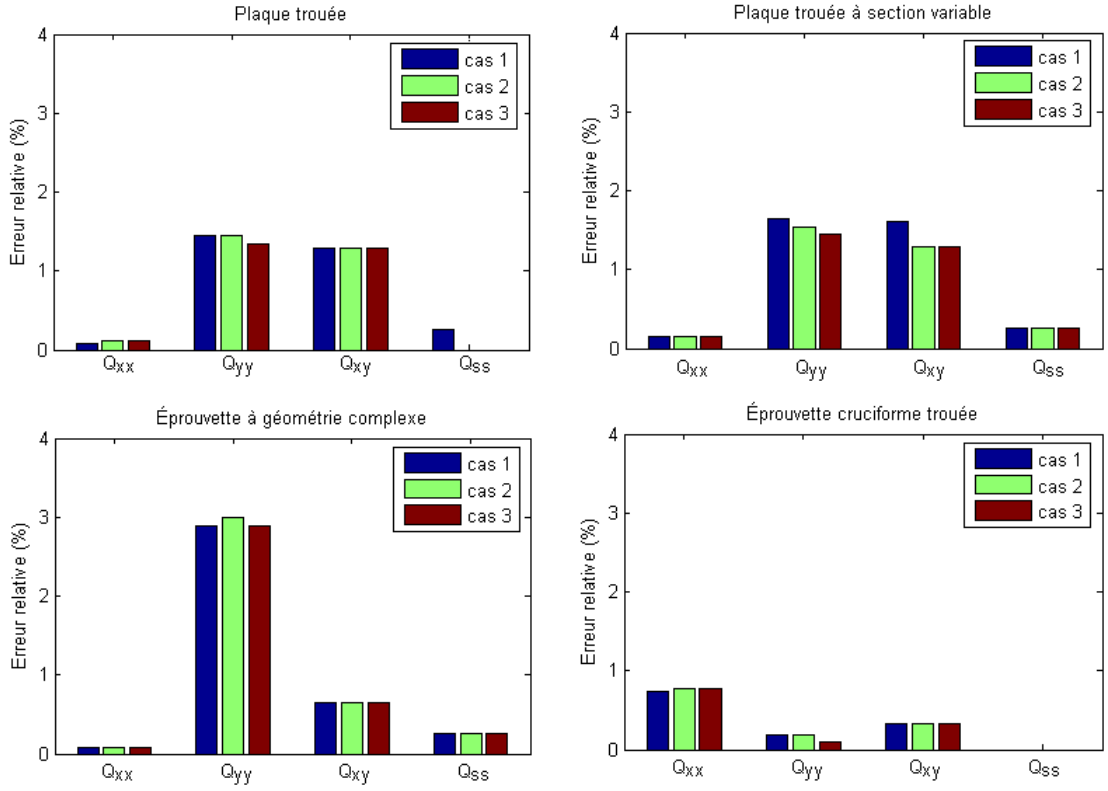


Figure 4.3 – *Erreur relative des paramètres identifiés dans le cas d'un bruit blanc gaussien pour 3 jeux de paramètres initiaux, (Tableau 4.2)*

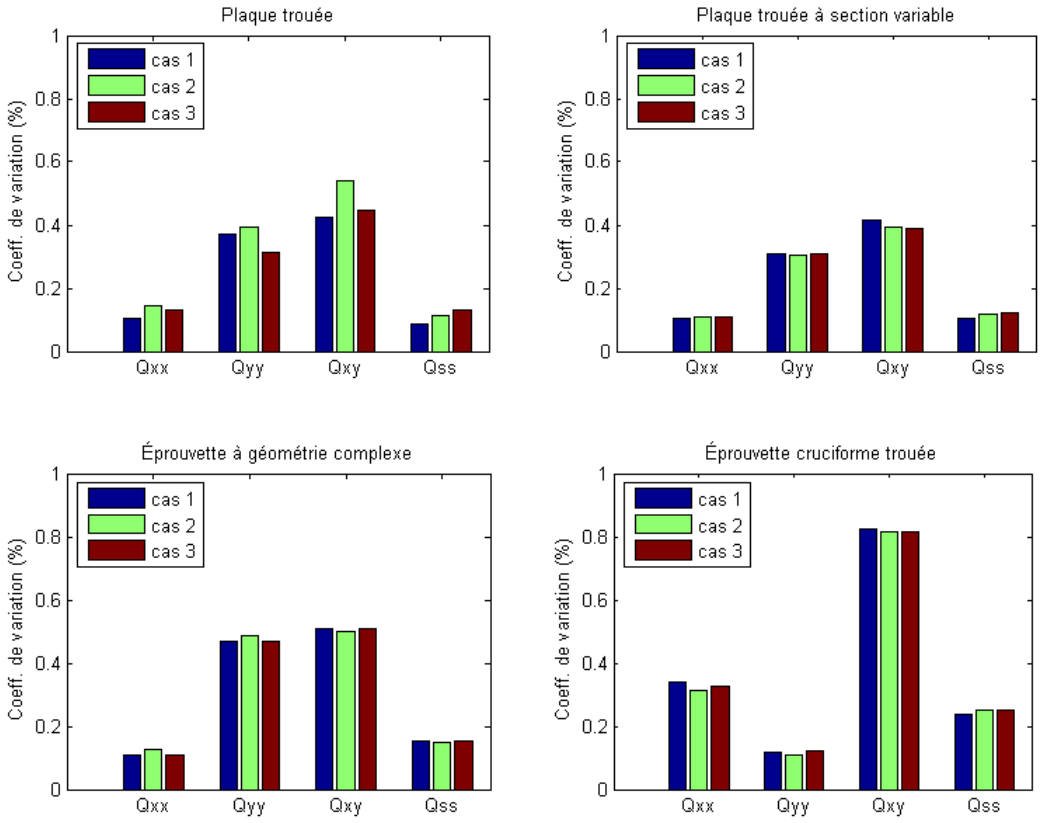


Figure 4.4 – *Dispersion des paramètres identifiés dans le cas d'un bruit blanc gaussien*

Bruit biais

Pour ce type de bruit, les valeurs identifiées sont les mêmes pour les trois cas de valeurs initiales à chaque configuration. Les résultats sont donnés dans le Tableau 4.4, le résultat de l'identification en terme d'erreurs relatives entre les paramètres identifiés et les paramètres de référence est présenté sur la Figure 4.5. Les erreurs relatives sont plus importantes que celles observées dans le cas d'un bruit à distribution aléatoire. L'erreur relative pour le paramètre Q_{xy} est la plus importante, indiquant que ce paramètre influence peu la réponse mécanique de l'éprouvette pour les quatre configurations testées. Inversement, la rigidité de cisaillement est la plus stable, ce qui traduit la prédominance du cisaillement dans ces configurations d'essais.

	Q_{xx}(GPa)	Q_{yy}(GPa)	Q_{xy}(GPa)	Q_{ss}(GPa)
Valeurs de référence	25,93	10,37	3,11	4,00
Plaque trouée				
Valeurs identifiées	24,55	11,12	2,74	4,01
Erreur relative (%)	5,32	7,23	11,90	0,25
Plaque trouée à section variable				
Valeurs identifiées	24,61	11,08	2,73	4,01
Erreur relative (%)	5,09	6,85	12,22	0,25
Éprouvette à géométrie complexe [90]				
Valeurs identifiées	24,91	10,37	2,70	4,00
Erreur relative (%)	3,93	0,00	13,18	0,00
Éprouvette cruciforme trouée				
Valeurs identifiées	24,15	9,99	2,32	4,02
Erreur relative (%)	6,86	3,66	25,40	0,50

Tableau 4.4 – *Identification avec le bruit biais d'amplitude = 500 μdef*

À partir de l'analyse de sensibilité aux valeurs initiales et aux deux types de bruit ajoutés, la configuration d'essai notée géométrie complexe [91] donne le meilleur résultat d'identification pour l'ensemble des paramètres de la loi de comportement.

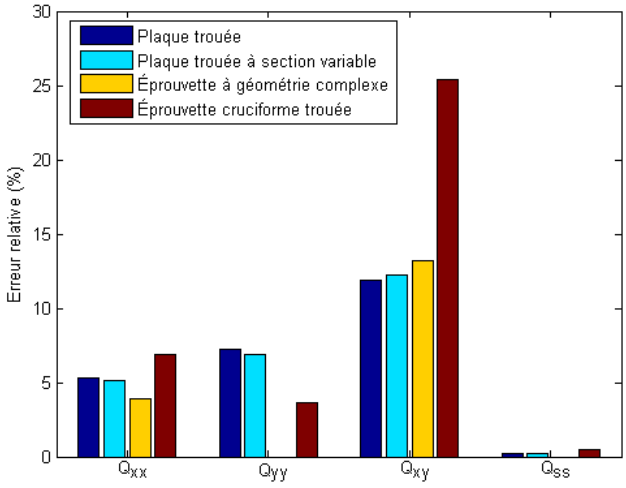


Figure 4.5 – *Erreur relative des paramètres identifiés dans le cas d'un bruit biais*

En effet, dans le cas d'un bruit aléatoire, cette configuration a permis d'obtenir un résultat d'identification proche de celui trouvé dans les trois autres configurations. Néanmoins, le résultat obtenu dans le cas d'un bruit biais montre que les résultats sont les moins sensibles à ce type de bruit. Cette étude a permis d'améliorer la géométrie pour laquelle l'identification des paramètres de la loi de comportement considérée est améliorée.

Les Figures (4.6, 4.7 et 4.8) présentent les champs de déformations de la configuration à géométrie complexe. Ces champs correspondent aux paramètres identifiés pour les deux types de bruit ajoutés, et sont comparés aux champs obtenus à partir des paramètres de référence, pour les mêmes conditions d'essai. Les champs présentés montrent la grande similitude entre les trois champs, ceci peut s'expliquer par le fait que les paramètres identifiés sont très proches des paramètres de référence.

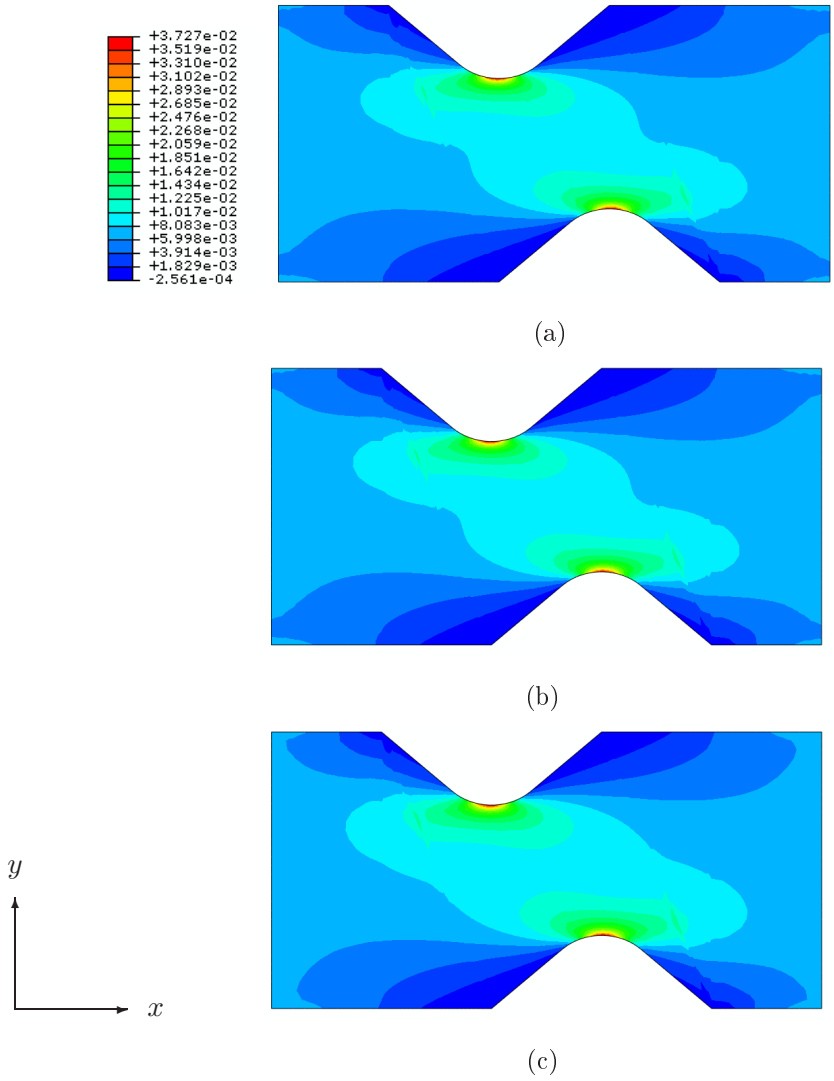


Figure 4.6 – *Cartographies de déformation longitudinale ε_{xx} simulée, correspondant aux paramètres* ***(a)*** *de référence,* ***(b)*** *identifiés dans le cas d'un bruit blanc gaussien,* ***(c)*** *identifiés dans le cas d'un bruit biais*

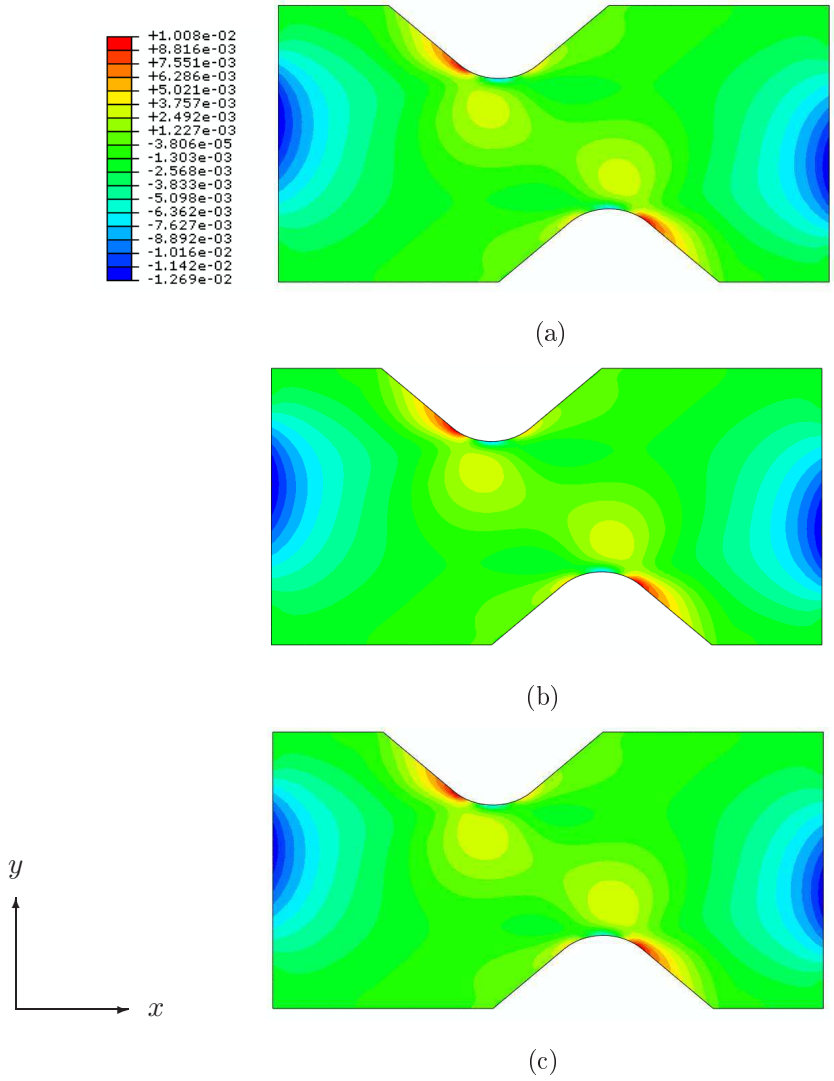


Figure 4.7 – *Cartographies de déformation transversale ε_{yy} simulée, correspondant aux paramètres* ***(a)*** *de référence,* ***(b)*** *identifiés dans le cas d'un bruit blanc gaussien,* ***(c)*** *identifiés dans le cas d'un bruit biais*

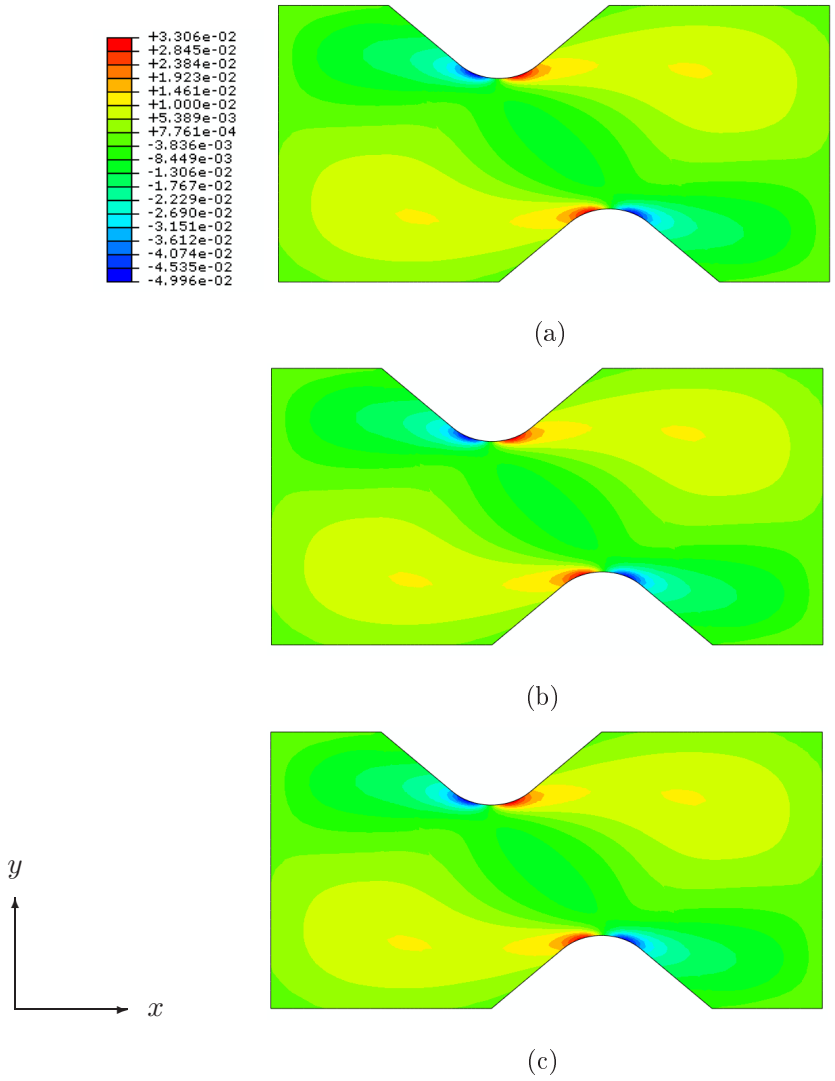


Figure 4.8 – *Cartographies de déformation de cisaillement ε_{xy} simulée, correspondant aux paramètres* ***(a)*** *de référence,* ***(b)*** *identifiés dans le cas d'un bruit blanc gaussien,* ***(c)*** *identifiés dans le cas d'un bruit biais*

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, une procédure d'identification par analyse inverse a été utilisée afin de déterminer les paramètres caractéristiques du comportement élastique d'un matériau orthotrope. La méthode d'identification a été construite sur la base d'une approche variationnelle conduisant à la minimisation d'une fonction objectif basée sur une norme énergétique formulée par l'erreur en relation de comportement. Cette dernière est régularisée par des termes traduisant l'erreur sur les conditions aux limites en déplacement et en effort. La robustesse et l'efficacité de l'algorithme d'identification développé ont été étudiées en comparant les résultats d'identification de quatre configurations d'essais mécaniques hétérogènes. Celles-ci diffèrent par les géométries d'éprouvette. L'analyse de stabilité de l'algorithme et la comparaison des résultats ont été menées sur des champs de déformation simulés considérés comme espace de données expérimentales.

Globalement, la robustesse de la méthode d'identification proposée a été démontrée notamment au regard du choix du jeu de paramètres initiaux et en terme de stabilité de la convergence dans le cas de données expérimentales bruitées. Compte tenu de la formulation variationnelle de l'algorithme d'identification par l'erreur en relation de comportement, les résultats obtenus montrent qu'en l'absence de bruit de mesure, l'algorithme d'identification converge vers une solution unique. Cette stabilité est conforme au fait que la fonction objectif est séparément convexe, traduisant l'erreur en relation de comportement (somme des énergies potentielle et complémentaire).

En ce qui concerne la sensibilité de l'algorithme d'identification vis-à-vis de données bruitées, deux types de bruit ont été étudiés : un bruit blanc gaussien et un bruit biais. Dans le cas d'un bruit blanc gaussien, les valeurs moyennes identifiées sont proches des paramètres de référence et présentent des faibles dispersions. Dans le cas d'un bruit de biais, les résultats obtenus montrent l'importance de ce type de bruit dû à des erreurs systématiques telles que les déplacements hors-plan. En effet, ces déplacements introduisent des mouvements parasites interprétés comme des déformations par le système de mesure (caméra CCD, ...). Une attention particulière doit être portée lors de la validation expérimentale de la méthode d'identification afin d'améliorer la qualité de mesure.

Les simulations numériques de champs de déformations ont contribué à analyser la sensibilité des résultats à la densité de maillage et aux paramètres initiaux. Cette analyse a permis également d'étudier la stabilité numérique de la méthode d'identification vis-à-vis d'un bruit de mesure. Les écarts obtenus entre les valeurs identifiées et celles de références sont faibles et montrent les performances de la méthode d'identification en termes de précision.

Dans ce chapitre, l'identification a été appliquée au cas d'un matériau orthothrope en 2D. Le chapitre suivant est consacré à l'application de la technique d'identification dans le cas d'un multicristal en AMF.

Chapitre 5

Identification des constantes élastiques de l'austénite

Sommaire

5.1 Introduction 145
5.2 Formulation du problème d'identification 146
5.3 Identification des paramètres d'élasticité de l'austénite . 147
5.3.1 Mise en place de la procédure d'identification 147
5.3.2 Etude de la sensibilité aux valeurs initiales 154
5.3.3 Résultats d'identification 154
5.4 Conclusion 158

5.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons une extension de l'algorithme développé au chapitre précédent au cas 3D d'un multicristal en AMF. L'éprouvette étudiée présente une soixantaine de grains de taille importante par rapport à l'épaisseur de l'échantillon.

Précisons que dans le cas 3D, l'écriture de l'erreur en relation de comportement met en jeu les 6 composantes du tenseur des déformations. Cependant, la technique expérimentale utilisée dans cette étude (corrélation d'images) ne permet de mesurer que les trois composantes situées dans le plan de mesure. Afin d'évaluer les

composantes hors plan, nous adoptons l'hypothèse de contraintes planes dont nous vérifierons la validité par la suite.

Finalement, nous appliquons l'algorithme à l'identification des constantes élastiques de la phase austénitique à l'échelle du grain de l'alliage étudié dans cette thèse.

5.2 Formulation du problème d'identification

Dans un premier temps, dans l'annexe, nous proposons un bref rappel des outils mathématiques permettant de relier les grandeurs observées dans le repère du grain à celles exprimées dans le repère global de l'échantillon.

La technique d'identification adoptée est basée sur la minimisation d'une fonction objectif construite à partir de l'erreur en relation de comportement qui s'écrit en norme énergétique :

$$e_{RDC} = \|\sigma_{SA} - \left(FC^cF^T\right)\varepsilon(u_{CA})\|_\Omega \tag{5.1}$$

Rappelons que, F désigne la matrice de passage de la matrice d'élasticité C^c dans la base cristalline vers la base globale (Annexe).

où u_{CA} et σ_{SA} représentent respectivement le champ de déplacement cinématiquement admissible (CA) et le champ de contrainte statiquement (SA) admissible dans le repère global R. Ω est le volume considéré lors de l'écriture de l'erreur en relation de comportement.

Précisons que (u_{CA}, σ_{SA}) est une solution approchée du problème et ne vérifie pas la loi de comportement.

Notons les similitudes entre l'équation (5.1) valable pour le cas 3D, et l'equation (4.3) du chapitre précédent développée pour le cas 2D. La matrice d'élasticité C dans l'équation (4.3) est remplacée par (FC^cF^T) dans l'équation (5.1).

La fonction objectif s'exprime de la même façon que dans le cas 2D traité dans le chapitre précédent (4.12) et on a :

$$\psi(C^c) = \frac{1}{2}\int_\Omega (\varepsilon(u_{SA}) - \varepsilon(u_{CA}))\left(FC^cF^T\right)(\varepsilon(u_{SA}) - \varepsilon(u_{CA}))d\Omega \tag{5.2}$$

Le problème d'identification à résoudre est alors :

$$\begin{cases} \textit{Trouver } C^c \textit{ minimisant la fonction :} \\ \Phi(C^c) = \psi(C^c) + A\left(\int_{\partial\Omega u} \|u - \widetilde{u}_m\|^2 ds\right) + B\left(\int_{\partial\Omega f} \|\sigma.n - \widetilde{f}_m\|^2 ds\right) \\ \textit{sous les contraintes :} \\ u \in U_{CA},\ \ \sigma \in \sigma_{SA} \end{cases} \tag{5.3}$$

Où :
$\widetilde{u}_m$ représente le déplacement et $\widetilde{f}_m$ l'effort mesurés à la frontière.

5.3 Identification des paramètres d'élasticité de l'austénite

5.3.1 Mise en place de la procédure d'identification

Soit une structure Ω constituée de plusieurs grains austénitiques, la démarche d'identification décrite précédemment est appliquée pour déterminer les constantes élastiques de l'austénite.

Hypothèse :
On suppose que le comportement élastique de l'austénite est le même dans le repère local de chaque grain (repère lié au réseau cristallin).

Rappelons que pour la phase austénitique, l'AMF Cu-Al-Be a une structure cristallographique cubique à faces centrée, trois constantes indépendantes sont donc nécessaires pour décrire le comportement élastique orthotrope de chaque grain. La loi de comportement est écrite avec la matrice d'élasticité C^c donnée par :

$$C^c = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{pmatrix} \tag{5.4}$$

où C_{11}, C_{12} et C_{44} sont les paramètres à identifier à partir des mesures de champs de déformation ε^{exp}.

L'identification de ces paramètres revient donc à minimiser la fonction objectif (5.3). Le champ $\varepsilon(u_{CA})$ est le champ de déformations mesurées (ε^{exp}), le champ (ε^{num}) est calculé par la simulation par EF (Aaqus®).

Dans cette application, le problème est défini par un déplacement imposé, tandis que l'effort est mesuré à la frontière de la structure. Ainsi, le terme multiplié par A dans l'équation (5.3) est nul et la fonction objectif s'écrit alors comme suit :

$$\begin{aligned}\Phi(C^c) = &\frac{1}{2}\left(\int_\Omega (\varepsilon^{num}(C^c) - \varepsilon^{exp})^T \left(FC^cF^T\right)(\varepsilon^{num}(C^c) - \varepsilon^{exp})d\Omega\right) \\ &+ B\left(\int_{\partial\Omega f} \|\sigma.n - \widetilde{f}_m\|^2 ds\right)\end{aligned} \tag{5.5}$$

Le problème d'identification devient alors :

$$\begin{cases} Trouver\ C^c\ minimisant\ la\ fonction\ : \\ \Phi(C^c) = \dfrac{1}{2}\left(\displaystyle\int_\Omega \|LF^T(\varepsilon^{num}(C^c) - \varepsilon^{exp})\|^2 d\Omega\right) + B\left(\int_{\partial\Omega f} \|(\sigma.n - \widetilde{f}_m)\|^2 ds\right) \\ C^c = L^TL \end{cases} \tag{5.6}$$

Dans ce problème d'identification, il est nécessaire de connaître toutes les composantes du tenseur des déformations expérimental, or nous n'avons accès, compte tenu de la technique expérimentale utilisée, qu'aux composantes (ε_{11}, ε_{22}, ε_{12}) mesurées dans le plan d'observation (surface libre de l'éprouvette). À cet effet, nous adoptons l'hypothèse de contraintes planes (CP) afin d'évaluer les composantes hors plan du tenseur des déformations. Cette hypothèse se justifie par la taille de l'épaisseur comparée à la taille de l'éprouvette et également par la présence d'un seul grain suivant l'épaisseur. En effet, dans ce cas ($\sigma_{33} = \sigma_{23} = \sigma_{13} = 0$), à partir de l'équation du comportement dans le repère global (équation 17 dans l'annexe) il est possible d'estimer (ε_{33}, ε_{23}, ε_{13}) :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \end{pmatrix} = [X] \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{pmatrix}^{exp} \tag{5.7}$$

où $[X]$ est une matrice (3×3) liée à la matrice d'élasticité C^c et à l'orientation cristallographique du grain considéré à travers l'expression de la matrice de passage P.

On se propose de vérifier la validité de l'hypothèse contraintes planes à partir d'une simulation numérique avec le code d'éléments finis Aaqus®. On considère que les déformations mesurées dans le plan sont simulées, ensuite, les composantes $(\varepsilon_{33}, \varepsilon_{23}, \varepsilon_{13})$ sont calculées en utilisant la relation 5.7. La géométrie, les conditions aux limites et les données du problème sont identiques à celles utilisées dans le chapitre 3 lors du calcul numérique du comportement du multicristal.

Sur la Figure 5.1, on repère 7 grains. Dans chaque grain, on sélectionne une zone située suffisamment loin du joint de grain, repérée en rouge sur la Figure 5.1. On compare ensuite les déformations, moyennées dans les zones sélectionnées, calculées d'une part avec la simulation 3D $(\varepsilon_{33}, \varepsilon_{23}, \varepsilon_{13})$ et d'autre part à partir de l'hypothèse de contraintes planes (relation 5.7) notées $(\varepsilon_{33}^{cp}, \varepsilon_{23}^{cp}, \varepsilon_{13}^{cp})$. Le calcul a été effectué à partir de paramètres de la littérature [8]. Les résultats sont représentés dans le Tableau 5.1.

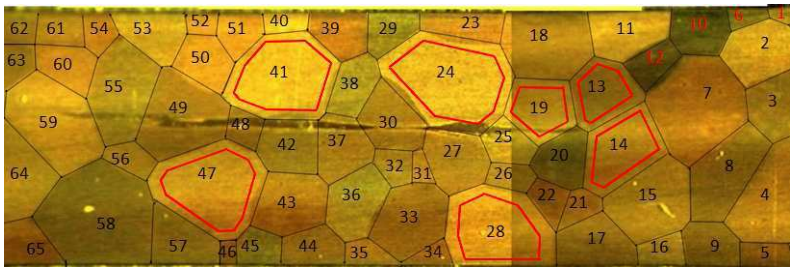


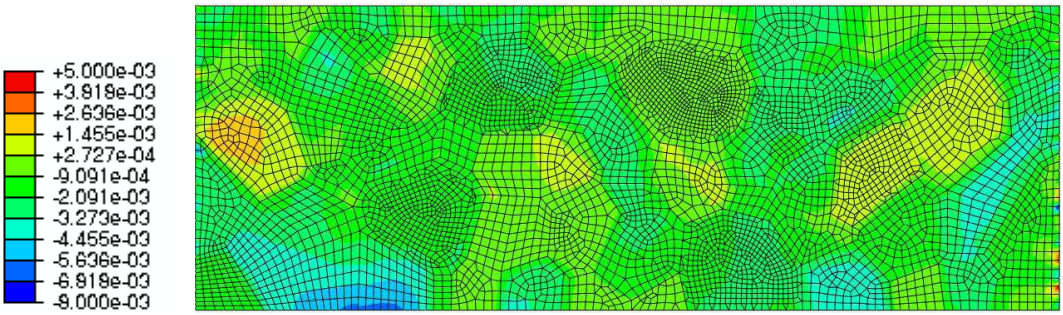
Figure 5.1 – *Sélection des grains*

On remarque que les valeurs restent très proches, quel que soit le grain et quelle que soit la déformation considérée. On note que la différence maximale est de l'ordre de 10 % et correspond à la composante ε_{13} pour le grain 19.

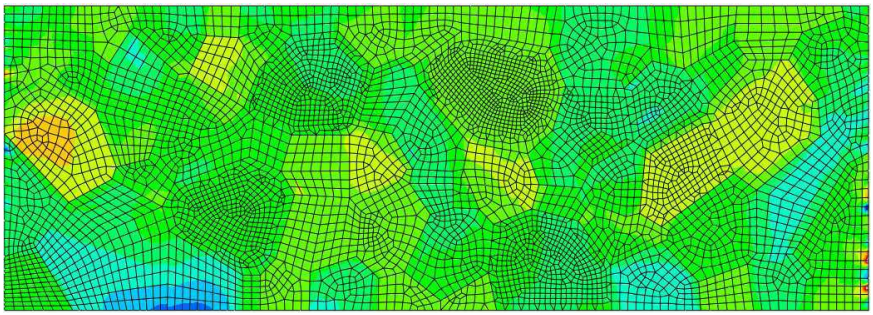
Les Figures 5.2, 5.3 et 5.4 présentent une comparaison entre les déformations $(\varepsilon_{33}, \varepsilon_{23}, \varepsilon_{13})$ résultant de la simulation numérique 3D, et celles déduites de $(\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{12})$ par l'hypothèse de contraintes planes (relation 5.7) pour une déformation globale $E_{11} = 0{,}4\%$.

Grain	$\overline{\varepsilon_{33}}$	$\overline{\varepsilon_{33}^{cp}}$	Écart relatif(%) $\lvert\frac{\overline{\varepsilon_{33}}-\overline{\varepsilon_{33}^{cp}}}{\overline{\varepsilon_{33}}}\rvert$
13	-0,00311560	-0,00318600	2,26
14	0,00091565	0,00089973	1,74
19	-0,00237510	-0,00239530	0,85
24	-0,00043224	-0,00044366	2,64
28	-0,00213180	-0,00213510	0,16
41	-0,00197220	-0,00197510	0,15
47	-0,00186800	-0,00186290	0,27
Grain	$\overline{\varepsilon_{23}}$	$\overline{\varepsilon_{23}^{cp}}$	Écart relatif(%) $\lvert\frac{\overline{\varepsilon_{23}}-\overline{\varepsilon_{23}^{cp}}}{\overline{\varepsilon_{23}}}\rvert$
13	0,00338750	0,00353070	4,23
14	0,00256880	0,00255020	0,73
19	0,00415490	0,00430140	3,53
24	-0,00078452	-0,00082290	4,90
28	0,00391780	0,00396040	1,09
41	0,00076338	0,00073715	3,44
47	0,00246950	0,00268335	7,66
Grain	$\overline{\varepsilon_{13}}$	$\overline{\varepsilon_{13}^{cp}}$	Écart relatif(%) $\lvert\frac{\overline{\varepsilon_{13}}-\overline{\varepsilon_{13}^{cp}}}{\overline{\varepsilon_{13}}}\rvert$
13	0,00081540	0,00089643	9,94
14	-0,00263990	-0,00284280	7,69
19	0,00091492	0,00099697	8,97
24	0,00136930	0,00142390	4.00
28	0,00092895	0,00089097	4,09
41	0,00131970	0,00139390	5,62
47	0,00475390	0,00478610	0,66

Tableau 5.1 – *Comparaison de la moyenne des déformations calculées, avec la simulation 3D et à partir de l'hypothèse de contraintes planes pour une déformation globale* $E_{11} = 0{,}4\%$

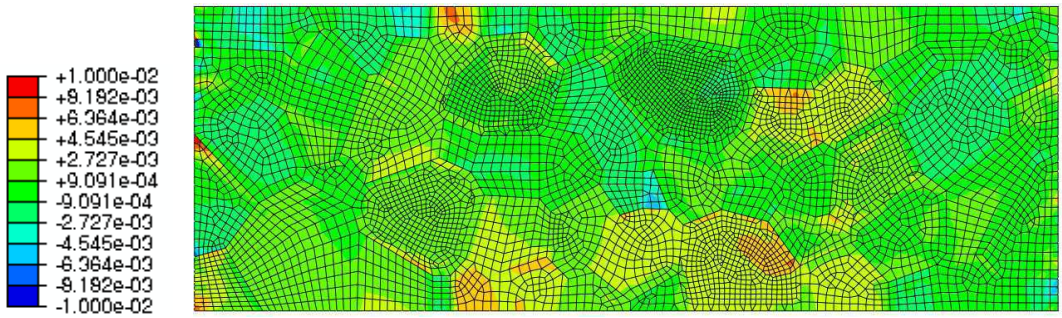


(a) ε_{33}

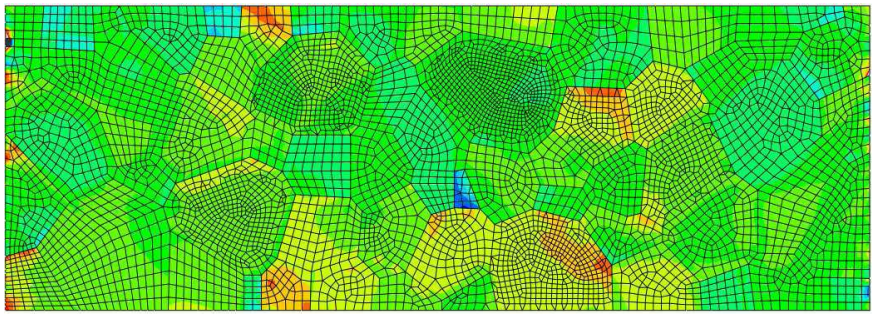


(b) ε_{33}^{cp}

Figure 5.2 – *Comparaison des déformations (ε_{33}^{cp}), avec la simulation 3D et l'hypothèse de contraintes planes pour une déformation globale* $E_{11} = 0{,}4\%$

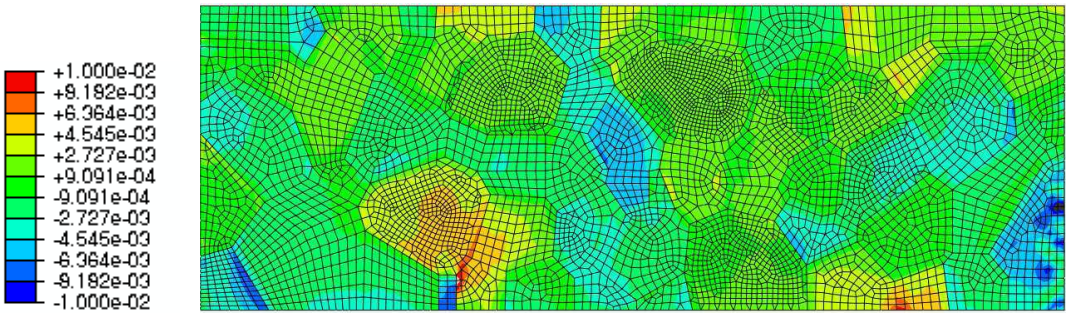


(a) ε_{23}

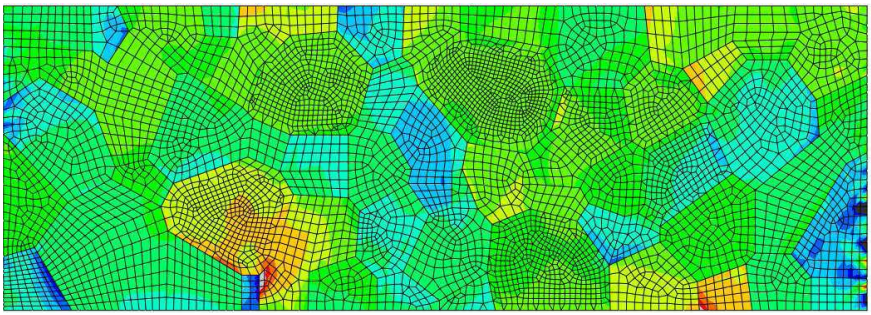


(b) ε_{23}^{cp}

Figure 5.3 – *Comparaison des déformations (ε_{23}^{cp}), avec la simulation 3D et l'hypothèse de contraintes planes pour une déformation globale* $E_{11} = 0{,}4\%$



(a) ε_{13}



(b) ε_{13}^{cp}

Figure 5.4 – *Comparaison des déformations (ε_{13}^{cp}), avec la simulation 3D et l'hypothèse de contraintes planes pour une déformation globale* $E_{11} = 0{,}4\%$

Sur la Figure 5.2, on remarque que les champs de déformation sont très similaires, notamment dans les grains de taille importante, ainsi que dans des zones suffisamment loin des joints de grains. Ceci peut s'expliquer par le fait que les joints de grains sont la cause de fortes hétérogénéités pouvant perturber les déformations. D'autre part, on remarque également, que si le grain est bien orienté (le facteur de Schmid est important dans la direction du chargement), les résultats sont perturbés. En revanche, lorsque le grain est moins bien orienté, on observe une bonne similitude entre les résultats. Les mêmes remarques s'appliquent sur les Figures 5.3 et 5.4.

Ainsi, l'hypothèse de contraintes planes est validée pour les grains de taille importante et mal orientés. Dans cette étude la procédure d'identification sera alors appliquée dans une zone suffisamment éloignée de joints de grains, et située à l'intérieur d'un grain de taille importante et mal orienté.

5.3.2 Etude de la sensibilité aux valeurs initiales

Dans un premier temps, nous cherchons à identifier les constantes élastiques de l'austénite à partir d'un calcul de référence obtenu à l'aide d'un jeu de paramètres de référence issu de la littérature [8]. Cette démarche nous permettra de verifier et de valider l'algorithme d'identification. Le calcul numérique est effectué avec les conditions aux limites mesurées expérimentalement par la technique de corrélation d'images pour un déplacement imposé de 0,113 mm, l'éprouvette est encore entièrement austénitique (détaillé dans le chapitre 2). L'algorithme d'identification a été appliqué dans une zone à l'intérieur d'un grain de taille importante et loin des joints. La Figure 5.5 présente la zone où l'identification est effectuée. Nous avons choisi le grain 24 pour lequel l'hypothèse de CP est vérifiée (voir Figures(5.2, 5.3 et 5.4).

Le Tableau 5.2 présente les résultats d'identification. Pour trois jeux de paramètres initiaux, l'erreur relative sur chaque constante montre que les valeurs identifiées sont relatives aux valeurs initiales. Ce résultat montre que l'algorithme d'identification est stable vis-à-vis des valeurs initiales.

5.3.3 Résultats d'identification

Les champs de déformation (ε_{11}^{exp}, ε_{22}^{exp}, ε_{12}^{exp}) sont déterminés à partir des champs de déplacements mesurés pour un déplacement macroscopique imposé de 0,113 mm sur les bords de l'échantillon. Précisons que, à ce niveau de chargement, l'éprouvette reste 100 % austénitique. Les composantes de déformations hors plan sont obtenues

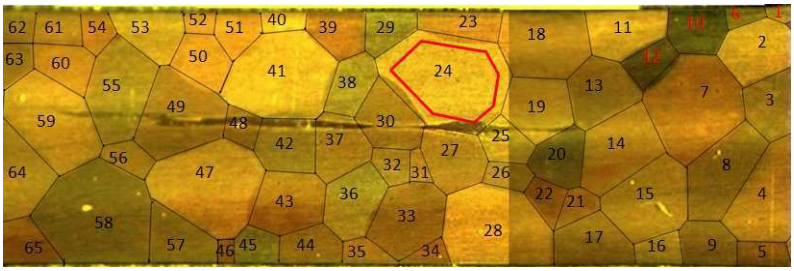


Figure 5.5 – *Zone considérée pour l'identification des constantes*

	C_{11} (GPa)	C_{12} (GPa)	C_{44} (GPa)
Valeurs de références :	142,38	124,10	95,24
Valeurs initiales : cas 1	220,00	80,00	150,00
Valeurs identifiées :	144,43	126,44	97,89
Erreur relative (%) :	1,44	1,88	2,79
Valeurs initiales : cas 2	182,38	74,10	125,24
Valeurs identifiées :	140,95	122,67	95,58
Erreur relative (%) :	1,01	1,16	2,35
Valeurs initiales : cas 3	300,00	50,00	200,00
Valeurs identifiées :	137,76	118,72	86,07
Erreur relative (%) :	3,24	4,33	9,64

Tableau 5.2 – *Identification des constantes élastiques de l'austénite : sensibilité aux valeurs initiales*

à l'aide de l'hypothèse CP (relation 5.7). Les résultats de l'identification pour les différents jeux de valeurs initiales sont présentés dans le Tableau 5.3.

	C_{11}(GPa)	C_{12} (GPa)	C_{44} (GPa)
Valeurs initiales: cas 1	220,00	80,00	150,00
Valeurs identifiées:	136,83	113,01	16,54
Valeurs initiales: cas 2	182,38	74,10	125,24
Valeurs identifiées:	119,69	93,54	11,63
Valeurs initiales: cas 3	300,00	50,00	200,00
Valeurs identifiées:	115,55	104,17	80,62

Tableau 5.3 – *Identification des constantes élastiques de l'austénite*

Une première lecture des paramètres identifiés, nous indique que les valeurs identifiées dépendent fortement des valeurs initiales. Cela signifie que la procédure d'identification est très sensible aux valeurs initiales même si on observe des résultats probants lors de l'analyse de sensibilité (Tableau 5.2). En effet, la valeur C_{44} présente une dispersion importante, plus que les autres paramètres. Ceci est probablement lié au fait que cette constante élastique est celle qui a la plus faible contribution dans les composantes de déformation.

Les résultats d'identification obtenus montrent une importante dispersion des valeurs identifiées, indiquant que l'ensemble des incertitudes expérimentales et numériques empêche une identification correcte des constantes de l'austénite. Une étude de l'influence de chaque terme de la fonction objectif sur la procédure d'identification, pourrait être envisagée, cela signifie que, si les mesures à la surface sont trop bruitées, l'utilisation du terme macroscopique pourrait permettre d'identifier les constantes. Cependant, les incertitudes expérimentales et numériques n'ont pas été prises en compte lors de l'identification. Suivant leur intensité, ceux-ci pourraient rendre impossible la procédure d'identification. Il est à noter que, pour un matériau hétérogène, une variation dans les paramètres de la loi de comportement influence inévitablement la repense locale de la microstructure.

Une étude de sensibilité de la procédure d'identification vis-à-vis du bruit de mesure peut être réalisée en bruitant chaque terme mesuré qui constituant la fonction objectif. Par exemple, en bruitant les déplacements mesurés sur la surface de l'éprouvette par un bruit blanc gaussien. De la même manière, en bruitant la force

mesurée par un bruit biais. Ceci permettrait de connaitre l'influence de ces dernières sur la réponse locale afin d'avoir une idée de l'influence du bruit de mesure sur les résultats de l'identification. Une autre étude pouvant être envisagée à la suite de ces résultats, elle consisterait à changer le type de la fonction objectif qui exploite uniquement les grandeurs intrinsèques mesurées à la surface. Cette fonction pourrait alors donner une identification correcte des constants élastiques de l'austénite.

5.4 Conclusion

Une extension de l'algorithme d'identification au cas 3D d'un multicristal en AMF est abordée au cours de ce chapitre. La procédure d'identification met en jeu les 6 composantes du tenseur des déformations. Cependant, la méthode de corrélation d'images utilisée dans cette thèse ne permet de mesurer que les 3 composantes dans le plan à la surface libre de l'éprouvette. L'hypothèse de contraintes planes est appliquée afin d'évaluer les composantes hors plan. La comparaison entre les résultats simulés avec Aaqus® et les résultats calculés par cette hypothèse, nous a permis de la valider.

L'algorithme d'identification est appliqué à l'identification des paramètres élastiques de la phase austénitique du matériau Cu-Al-Be. Pour ce faire, nous utilisons un champ de déformations extrait d'un champ cinématique mesuré dans le plan à la surface de l'éprouvette. Les résultats d'identification obtenus montrent une grande dispersion des valeurs identifiées, ce qui indique que l'ensemble des incertitudes expérimentales et numériques empêche une identification correcte des constantes élastiques de l'austénite.

Une perspective est d'étendre la procédure d'identification des coefficients élastiques au cas de la martensite. Ici, dans le cadre de ce travail, cette identification n'a pas été menée en raison du temps de calcul important.

Conclusion générale

Un dialogue entre les simulations numériques du comportement d'un multicristal Cu-Al-Be en AMF et la mesure de champs cinématiques à l'échelle de la microstructure a été introduite au cours de la thèse. Les orientations cristallographiques obtenues par EBSD, les champs cinématiques mesurés par la technique de corrélation d'images et le calcul numérique par éléments finis sont coordonnés. La forme réelle de chaque grain, mesurée par microscope optique, est introduite dans le code de calcul par éléments finis Aaqus®. Une loi constitutive locale correspondant au comportement d'un monocristal en AMF a été implantée dans le code afin de simuler et d'analyser le comportement du multicristal. Une étude sur l'importance du choix des conditions aux limites a montré l'importance de se rapprocher des conditions expérimentales réelles, afin de prendre en compte l'interaction des grains voisins. Dans cette étude, l'évolution des conditions aux limites au cours du temps a été considérée linéaire. Les résultats obtenus lors de la modélisation numérique par éléments finis ont permis d'apporter des informations sur le comportement du multicristal à l'échelle du grain.

La comparaison quantitative sur la localisation des zones de transformation martensitique, et l'identification des variantes activées de martensite, a permis de montrer l'importance d'appliquer les conditions aux limites les plus représentatives possibles de la réalité. Les conditions aux limites expérimentales sont mesurées par la technique de corrélation d'images. Cependant, la mesure de champs cinématiques par cette technique ne permet d'accéder qu'au champ de déplacement dans le plan.

Une procédure d'identification par analyse inverse a été développée. La méthode d'identification a été construite sur la base d'une approche variationnelle conduisant à la minimisation d'une norme énergétique formulée par l'erreur en relation de comportement. Cette dernière a été utilisée pour déterminer les paramètres pilotant le

comportement d'un matériau élastique orthotrope. Une comparaison de l'identifiabilité de quatre configurations d'essais mécaniques hétérogènes a été présentée au cours du chapitre 4. Une extension de l'algorithme développé au cas 3D d'un multicristal en AMF a été étudiée. L'algorithme d'identification construit met en jeu les six composantes du tenseur des déformations, tandis que la technique de corrélation d'images numériques ne permet de mesurer que les trois composantes dans le plan à la surface de l'éprouvette. L'hypothèse de contraintes planes, dont nous avons vérifié la validité, permet d'évaluer les composantes hors plan.

L'algorithme d'identification a été appliqué afin d'identifier les paramètres élastiques de la phase austénitique du matériau étudié. Pour cela, les champs de déplacements dans le plan de la surface libre de l'éprouvette ont été mesurés par la méthode de corrélation d'images. Les champs de déformations ont été obtenus par dérivation numérique des champs de déplacement. A partir de ces champs, les constantes d'élasticité de la phase austénitique ont été identifiées avec une dispersion importante. L'algorithme d'identification a donc été utilisé pour des problèmes plans, pour lesquels l'hypothèse de contraintes planes s'applique. Les paramètres élastiques sont alors identifiées à partir des mesures dans le plan de la surface de l'éprouvette, et non à partir des mesures dans le volume, ce qui pourrait être une perspective intéressante d'identifier ces paramètres à partir des mesures dans le volume. Pour traiter ce problème, il faudrait une mesure tridimensionnelle du champ cinématique. De telles mesures sont rendues possibles par des techniques de tomographie qui commencent à être utilisées lors d'essais mécaniques mais restent délicates à mettre en œuvre. Une étude de la sensibilité de la fonction coût devra également être réalisée en intégrant les incertitudes sur les mesures expérimentales. Ainsi, on pourrait minimiser l'influence des erreurs expérimentales, en ne prenant pas en compte les points proches des joints de grains par exemple, ou encore en moyennant les informations dans chaque grain.

Une perspective intéressante est donc de considérer l'évolution réelle des conditions aux limites au cours du temps. Cette évolution est mesurable expérimentalement, au moins partiellement. Pour chaque état de chargement où nous possédons l'ensemble des images de l'éprouvette déformée, il est possible de calculer par corrélation d'images les déplacements aux deux extrémités de l'éprouvette. Ces valeurs mesurées peuvent être utilisées successivement comme conditions aux limites.

Une autre perspective est d'étendre la procédure d'identification au comportement élastique de la martensite. Il s'agit de mettre en place la procédure d'identification dans le domaine purement martensitique. La difficulté à ce niveau là est d'ordre expérimental, il faut solliciter l'éprouvette jusqu'à obtenir au moins un grain totalement martensitique.

Une autre perspective ambitieuse serait de s'intéresser à l'identification du comportement sous sollicitations complexes des alliages à mémoire de forme. Dans un premier temps, il s'agirait d'identifier dans un domaine biphasé (austénite et martensite) les paramètres régissant la loi de comportement détaillée dans le chapitre 3.

Bibliographie

[1] « Simula + : est un code scientifique développer en C++ au Laboratoire de Physique et Mécanique de Matériaux, Metz, France, et au Laboratoire de Mathématiques et ses Applications deValenciennes, Valenciennes, France ». *site Web : http://www.univ-valenciennes.fr/lamav/Simula+/.*

[2] L. Allais, M. Bornert, T. Bretheau et D. Caldemaison. « Experimental characterization of the local strain field in a heterogeneous elastoplastic material ». *Acta Metallurgica et Materialia*, 42(11):3865–3880, 1994.

[3] D. Amodio, G.B. Broggiato, F. Campana et G.M. Newaz. « Digital speckle correlation for strain measurement by image analysis ». *Experimental Mechanics*, 43(3):396–402, 2003.

[4] A. Asundi. « Computer Aided Moiré Methods ». *Optics and Lasers in Engineering*, 18:213–238, 1993.

[5] S. Avril, F. Pierron et M. Grédiac. « Evaluation de l'identifiabilité d'une loi de comportement anisotrope par la méthode des champs virtuels ». *Proceedings Colloque Photomécanique*, pages 57–64, 2004.

[6] L. Barham, C. Baher et E. Conley. « Speckle-photography study of nuclear-waste vault deformations ». *Experimental Mechanics*, 36(1):42–48, 1996.

[7] R. Becker et S. Panchanadeeswaran. « Effects of grain interactions on deformation and local texture in polycrystals ». *Acta Metallurgica et Materialia*, 43:2701–2719, 1994.

[8] S. Belkahla. « *Elaboration et caractérisation de nouveaux alliages à mémoire de forme basse température type Cu-Al-Be* ». Thèse de doctorat, INSA- Lyon, 1990.

[9] M. Berveiller et A. Zaoui. « an extension of the self-consistent scheme to plastically-flowing polycristals ». *Journal Mech of Phys Solids*, 26:325–344, 1979.

[10] M. Bonnet, H.D. Bui et A. Constantinescu. « Principes variationnels et exploitation de mesures de champs en élasticité ». *Mécanique et Industrie*, 4:687–697, 2003.

[11] C. Bouvet, S. Calloch et C. Lexcellent. « A phenomenological model for pseudoelasticity of shape memory alloys under multiaxial proportional and nonproportional loadings ». *European Journal of Mechanics A / Solids*, 23:37–61, 2004.

[12] J. G. Boyd et D. C. Lagoudas. « A thermodynamical constitutive model for shape memory materials. part i. the monolithic shape memory alloy ». *International Journal of Plasticity*, 12:805–842, 1996.

[13] L.C. Brinson. « Simplification and comparisons of shape memory alloy constitutive models ». *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures*, 7:108–114, 1996.

[14] L. Bruno, L. Pagnotta et A. Poggialini. « A full-field method for measuring residual stresses in optical fiber ». *Optics and Lasers in Engineering*, 44(6):577–588, 2006.

[15] C.P. Burger. *Photoelasticity*. Handbook on experimental mechanics. Prentice-hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1987.

[16] J. N. Butters et J. A. Leendertz. « Speckle pattern and holographic techniques in engineering metrology ». *Optics and Laser Technology*, 3:26–30, 1971.

[17] H. Chalal. « *Identification numérique et expérimentale de lois de comportement non-linéaires de matériaux composites à partir de mesures de champs cinématiques* ». Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Centre de Châlons en Champagne, 2005.

[18] H. Chalal, S. Avril, F. Pierron et F. Meraghni. « Experimental identification of a nonlinear model for composites using the grid technique coupled to the virtual fields method ». *Composite Part A*, 37:315–325, 2006.

[19] J. Chen, G. Xia, K. Zhou, G. Xia et Y. Qin. « Two-step digital image correlation for micro-region measurement ». *Optics and Laser in Engineering*, 43:836–846, 2005.

[20] L. Chevalier, S. Calloch, F. Hild et Y. Marco. « Digital image correlation used to analyze the multiaxial behavior of rubber-like materials ». *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 20(2):169–187, 2001.

[21] S. Arbab Chirani et E. Patoor. « Influence of the cristallographic texture on transformation surfaces in shape memory alloy ». *3rd Japan-France Seminar on Intelligent Materials and Structures*, pages 188–192, 2000.

[22] S.W. Cho et I. Chasiotis. « Elastic properties and representative volume element of polycrystalline silicon for MEMS ». *Experimental Mechanics*, 47:37–49, 2007.

[23] D. Claire, F. Hild et S. Roux. « Identification of damage fields using kinematic measurements ». *Comptes rendus Mécanique*, 330:729–734, 2002.

[24] D. Claire, S. Roux et F. Hild. « Identification de conductivités thermiques et de propriétés élastiques locales par analyse de champs- Identification of thermal conductivities and elastic properties by field analyses ». *Mecanique et Industries*, 4(6):655–665, 2003.

[25] M. Cohen, G.B. Olson et P.C. Clapp. « On the classification of displacive phase transformation ». *In proceedings of the international conference on the martensitic transformation. Cambridge-Massachussetes (USA)*, 1979.

[26] C. Collard, T. Ben Zineb, E. Patoor et M.O. Ben Salah. « Micromechanical analysis of precipitate effects on shape memory alloys behaviour ». *Materials Science and Engineering: A*, 481-482:366–370, 2008.

[27] A. Constantinescu. « On the identification of elastic moduli from displacement-force boundary measurements ». *Inverse Problems in Engineering*, 1:293–315, 1995.

[28] J.W. Dally et D.T. Read. « Electron beam moiré ». *Experimental Mechanics*, 33:270–277, 1993.

[29] L. Delaey, R.V. Krishnanr, H. Tas. et H. Warlimont. « Thermoelasticity, pseudoelasticity and the memory effects associated with martensite transformation ». *Journal of Materials Science. Cambridge-Massachussetes (USA)*, 9:1521–1555, 1974.

[30] F. Delaire, J.L. Raphanel et C. Rey. « Plastic heterogeneities of a copper multicrystal deformed in uniaxial tension: experimental study and finite element simulations ». *Acta Materialia*, 48:1075–1087, 2000.

[31] P. Doumalin. « *Microextensométrie Locale par Corrélation d'Images Numériques* ». Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique, 2000.

[32] D. Entemeyer. « *Etude micromécanique du comportement thermomécanique des alliages à mémoire de forme* ». Thèse de doctorat, université de

Metz, 1996.

[33] D. Entemeyer, E. Patoor, A. Eberhardt et M. Berveiller. « Strain rate sensitivity in superelasticity ». Rapport Technique, 2000.

[34] R. W. Fail et C. E. Taylor. « An application of pattern mapping to plane motion ». *Experimental Mechanics*, 30(4):404–410, 1990.

[35] F. Falk. « Pseudoelastic stress-strain curves of polycrystalline shape memory alloys calculated from single crystal data ». *Int. J. Eng. Sci*, 27(3):277–284, 1990.

[36] P. Feissel. « *Vers une stratégie diidentification en dynamique rapide pour des données incertaines* ». Thèse de doctorat, Eole normale Supérieure de cachan, 2003.

[37] P. Feissel et O. Allix. « Modified constitutive relation error identification strategy for transient dynamics with corrupted data: The elastic case ». *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*, 196:1968–1983, 2007.

[38] R. Forestier. « *Développement d'une méthode d'identification de paramètres par analyse inverse couplée avec un modèle éléments finis 3D* ». Thèse de doctorat, Ecole Nationale Superieure des Mines de Paris, 2004.

[39] R. Forestier, E. Massoni et Y. Chastel. « Estimation of constitutive parameters using an inverse method coupled to a 3D finite element software ». *Journal of Materials Processing Technology*, 125-126:594–601, 2002.

[40] J.C. Fouéré. « Holographic interferometers for optical testing ». *Optics and Laser Technology*, 6(4):181–183, 1974.

[41] M. Fremond et S. Miyazaki. « Shape memory alloys ». *Edition Springer*, 1996.

[42] X. Gao et L.C. Brinson. « A multivariant micromechanical model for SMAs Part 1. Crystallographic issues for single crystal model ». *International Journal of Plasticity*, 16:1345–1369, 2000.

[43] A. Gavrus, E. Massoni et J L. Chenot. « The rheological parameter identification formulated as an inverse finite element problem ». *Inverse Problem in Engineering*, 7:1–41, 1999.

[44] G. Geymonat, F. Hild et S. Pagano. « Identification of elastic parameters by displacement field measurement ». *Compte Rendu de l'Académie des Sciences - Mécanique*, 330:403–408, 2002.

[45] G. Geymonat et S. Pagano. « Identification of mechanical properties by displacement field measurement : a variational approach ». *Mecanica*, 38:535–545, 2003.

[46] S. Ghosh, K. Lee et S. Moorthy. « Multiple scale analysis of heterogeneous elastic structures using homogenization theory and Voronoï Cell finite element method ». *Int J Sol Struct*, 32(1):27–62, 1995.

[47] S. Ghosh et S. Moorthy. « Elastic-plastic analysis of arbitrary heterogeneous materials with the Voronoï Cell finite element method ». *Comput Meth Appl Mech Engng*, 121:373–409, 1995.

[48] Y. Gillet, E. Patoor et M. Berveiller. « Du micro au calcul de structure, le cas de la superélasticité ». *Revue européenne des éléments finis*, 7(8):137–164, 1998.

[49] J. W. Goodman. « Statistical properties of laser speckle patterns, in : Dainty J.C. (eds.) ». *Laser speckle and related phenomena, Springer Verlag,*, 9:9–75, 1975.

[50] M. Grédiac. « On the direct determination of invariant parameters governing anisotropic plate bending problems ». *International Journal of Solids and Structures*, 33(27):3969–3982, 1996.

[51] M. Grédiac et F. Pierron. « Applying the Virtual Fields Method to the identification of elasto-plastic constitutive parameters ». *International Journal of Plasticity*, 22(4):602–627, 2006.

[52] M. Grédiac, E. Toussaint et F. Pierron. « Special virtual fields for the direct determination of material parameters with the virtual fields method. Part 1- Principle and definition ». *International Journal of Solids and Structures*, 39:2691–2705, 2002.

[53] M. Grédiac, E. Toussaint et F. Pierron. « Special virtual fields for the direct determination of material parameters with the virtual fields method. Part 2- Application to in-plane properties ». *International Journal of Solids and Structures*, 39:2707–2730, 2002.

[54] M. Grédiac. « Principe des travaux virtuels et identification ». *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, II(309):1–5, 1989.

[55] J. Harder. « A crystallographic model for the study of local deformation processes in polycrystals ». *International Journal of Plasticity*, 15:231–236, 2005.

[56] K. Hatanaka, T. Fujimitsu et H. Inoue. « A measurement of three-dimensional strains around a creep-crack tip ». *Optics and Lasers in Engineering*, 32(3):211–217, 1992.

[57] S. Heraud. « *Du polycristal au multicristal : élaboration d 'un mesoscope numeriqu e pour une analyse locale en elastoviscoplasticite* ». Thèse de doctorat, Ecole polytechnique, 1998.

[58] F. Hild. « CORRELI^{LMT}: A Software for displacement field measurements by digital image correlation ». report 254, LMT-Cachan, 2002.

[59] F. Hild, J.-N. Périé et M. Coret. « Mesure de champs de déplacements 2D par intercorrélation d'images : CORRELI^{2D} ». report 230, LMT-Cachan, 1999.

[60] F. Hild, B. Raka, M. Baudequin, S. Roux et F. Cantelaube. « Multiscale displacement field measurements of compressed mineral-wool samples by digital image correlation ». *Applied Optics*, 41(32):6815–6828, 2002.

[61] R. Hill. « A self consistent mechanics of composite materials ». *Z. Mech. Phys. Solids*, 13:213–222, 1965.

[62] Inc HKS. *ABAQUS Theory and Users Manuals*. V. 6.7, 2007.

[63] T. Hoc, J. Crepin, L. Gelebart et A. Zaoui. « A procedure for identifying the plastic behavior of single crystals from the local response of polycrystals ». *Acta Materialia*, 51(18):5477–5488, 2003.

[64] E. Héripré, M. Dexet, J. Crépin, L. Gélébart, M. Bornert A. Roos et D. Caldemaison. « Coupling between experimental measurements and polycrystal finite element calculations for micromechanical study of metallic materials ». *International Journal of Plasticity*, 23:1512–1539, 2007.

[65] E. Héripre, M. Dexet, J. Crépin, L. Gélébart, A. Roos, M. Bornert et D. Caldemaison. « Coupling between experimental measurements and polycrystal finite element calculations for micromechanical study of metallic materials ». *International Journal of Plasticity*, 23:1512–1539, 2007.

[66] Levenberg K. « A method for the solution of certain nonlinear problems in least squares ». *Questions of Applied Mathematics*, 2:164–168, 1944.

[67] J. Kajberg et G. Lindkvist. « Characterisation of materials subjected to large strains by inverse modeling based on in-plane displacement fields ». *International Journal of Solids and Structures*, 41(13):3439–3459, 2004.

[68] S. R. Kalidindi. « Modeling the strain hardening response of low SFE FCC alloys ». *International Journal of Plasticity*, 14:1265–1277, 1998.

[69] B. Kaouache. « *analyse multi-échelles de la transformation martensitique induite par contrainte dans les alliages a mémoire de forme corrélation contraintes-microstructure* ». Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Centre de Metz, 2006.

[70] B. Kaouache, S. Berveiller, K. Inal, A. Eberhardt et P. Patoor. « Stress analysis of martensitic transformation in Cu-Al-Be polycrystalline and single-crystalline shape memory alloy ». *Materials Science and Engineering A*, 378:232–237, 2004.

[71] W.G. Knauss, I. Chasiotis et Y. Huang. « Mechanical measurements at the micron and nanometer scales ». *Mechanics of Materials*, 35:217–231, 2003.

[72] E. Kröner. « Berechnung der elastischen Konstanten des Vielkristalls aus den Konstanten des Einkristalls ». *Z. Phys.*, 151:504–518, 1958.

[73] E. Kröner. « Elastic inclusion and inhomogeneities ». *Prog. In Solids Mech.*, 2:89–144, 1961.

[74] P. Ladevèze. « *Comparaison de modèles de milieux continus* ». Thèse d'etat, Université P et M. Curie, Paris (France), 1975.

[75] P. Ladevèze et D. Leguillon. « Error estimate in the finite element method and applications ». *Numerical Analysis*, 20:485–509, 1983.

[76] P. Ladevèze et J.P. Pelle. *La maitrise du calcul en mécanique linéaire et non linéaire*. Hermès, 2001.

[77] D. C. Lagoudas et Z. Bo. « Thermomechanical modeling of polycrystalline SMAs under cyclic loading, Part II: material characterization and experimental results for a stable transformation cycle ». *International Journal of Engineering Science*, 37:1141–1173, 1999.

[78] D.C. Lagoudas, P. B. Entchev, P. Peter, E. Patoor, L. C. Brinson et X. Gao. « Shape memory alloys, Part II: Modeling of polycrystals ». *Mechanics of Materials*, 38:430–462, 2006.

[79] S. Leclercq et C. Lexcellent. « A general macroscopic description of the thermomechanical behavior of shape memory alloys ». *J. Mech. Phys. Solids,*, 44(6):953–980, 1996.

[80] D. Lecompte. « *Elastic and Elasto-Plastic Material Parameter Identification by Inverse Modeling of Static Tests using Digital Image Correlation* ». Phd thesis, Vrije Universiteit Brussel, 2007.

[81] J.R. Lee, J. Molimard, A. Vautrin et Y. Surrel. « Diffraction grating interferometers for mechanical characterisations of advanced fabric laminates ». *Optics and Laser Technology*, 38(1):51–66, 2006.

[82] C. Lexcellent, S. Leclercq, B. Gabry et G. Bourbon. « The two way shape memory effect of shape memory alloys: an experimental study and a phenomenological model ». *International Journal of Plasticity*, 16:1155–1168, 2000.

[83] C. Lexcellent, A. Vivet, C. Bouvet, C. Calloch et P. Blanc. « Experimental and numerical determinations of the initial surface of phase transformations under biaxial loading in some polycrystalline shape-memory alloys ». *J. Mech. Phys. Solids*, 50(12):2717–2735, 2002.

[84] L. Li et E. Abrnoudt. « Hysteresis effects of martensite transformation during thermomechanical cycling ». *Scripta Metallurgica*, 22:1435–1440, 1988.

[85] C. Liang et C.A. Rogers. « One-dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory materials ». *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures*, 1(2):207–234, 1990.

[86] Y.L. Liu et G. Fische. « In situ measurement of local strain in a metal matrix composite by the objectgrating technique ». *Scripta Materialia*, 36(10):1187–1194, 1997.

[87] J P. Lorrain. « *Critère de ductilité basé sur la perte d'ellipticité du module tangent élastoplastique déduit d'un modèle autocohérent* ». Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Centre de Metz, 2005.

[88] Z.K. Lu et G.J. Weng. « self-consistent model for the stress-strain behavior of shape-memory alloy polycrystal ». *Acta Metall*, 46(15):5423–5433, 1998.

[89] T. Merzouki, F. Meraghni, H. Chalal et T. Ben-Zineb. « Comparaison de configurations d'essais hétérogènes en vue d'améliorer l'identification du comportement élastique orthotrope par l'erreur en relation de comportement ». *Mécanique et Industrie-soumis*, 2008.

[90] M.H.H. Meuwissen. « *An Inverse Method for the Mechanical Characterization of Metals* ». Thèse de doctorat, Eindhoven University of Technology, the Netherlands, 1998.

[91] M.H.H. Meuwissen, C.W.J. Oomens, F.P.T. Baaijens, R. Petterson et J.D. Janssen. « Determination of the elasto-plastic properties of aluminium using a mixed numerical-experimental method ». *Journal of Materials Processing Technology*, 75:204–211, 1998.

[92] D.P. Mika et P.R. Dawson. « Effects of grain interaction on deformation in polycrystals ». *Materials Science and Engineering: A*, 257:62–76, 1998.

[93] D.P. Mika et P.R. Dawson. « Polycrystal plasticity modeling of intracrystalline boundary textures ». *Acta Materialia*, 47:1355–1369, 1999.

[94] R. M. Miller, I. Mohammed et P. S. Ho. « Quantitative strain analysis of flip-chip electronic packages using phase-shifting moiré interferometry ». *Optics and Lasers in Engineering*, 36:127–139, 2001.

[95] F. Moreau. « *Etude par diffraction des rayons X des effets du cyclage pseudoélastique de l'alliage à mémoire de forme Cu-Al-Be* ». Thèse de doctorat, université de Metz, 1998.

[96] C. Niclaeys. « *Comportement des monocristaux en AMF. Application au comportement des polycristaux* ». Thèse de doctorat, Université de Metz, 2002.

[97] C. Niclaeys, T. Ben Zineb, S. Arbab-Chirani et E. Patoor. « Determination of the interaction energy in the martensitic state ». *International Journal of Plasticity*, 18:1619–1647, 2002.

[98] G. Nicoletto. « On the visualization of heterogeneous plastic strains by moiré interferometry ». *Optics and Lasers in Engineering*, 37:433–442, 2002.

[99] M. Obata, H. Shimada et A. Kawasaki. « Fine-grid method for large-strain analysis near a notch Ti ». *Experimental Mechanics*, 23:146–151, 1983.

[100] Y. Pannier. « *Identification de paramètres élastoplastiques par des essais statiquement indéterminés : mise en oeuvre expérimentale et validation de la méthode des champs virtuels* ». Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Centre de Châlons en Champagne, 2006.

[101] E. Patoor, A. Eberhardt et M. Berveiller. « Potentiel pseudoélastique et plasticité de transformation martensitique dans les mono et polycristaux métalliques ». *Acta Metall*, 35:2779–2789, 1987.

[102] E. Patoor, A. Eberhardt et M. Berveiller. « Micromechanical modelling of superelasticity in shape memory alloys ». *J. Phys*, IV 6:C1–277–292, 1996.

[103] K. Patorski. « Moiré methods in interferometry ». *Optics and Lasers in Engineering*, 8:147–170, 1988.

[104] B. Peultier, T. Ben Zineb et E. Patoor. « Macroscopic constitutive law of shape memory alloy thermomechanical behaviour. Application to structure computation by FEM ». *Mechanics of Materials*, 38:510–524, 2006.

[105] P. Pinit et E. Umezaki. « Digitally whole-field analysis of isoclinic parameter in photoelasticity by four-step color phase-shifting technique ». *Optics and Lasers in Engineering*, 45:795–807, 2007.

[106] D. Post. « Photoelasticity ». *Society for Experimental Stress Analysis*, pages 29–48, 1965.

[107] D. Post, B. Han et P. Ifju. « *Moiré methods for engineering and science - Moiré interferometry and shadow moiré: Photomechanics* », Chapitre V, pages 151–196. Topics in Applied Physics. Springer, 1999.

[108] X. Qing, Y. Qin et F. Dai. « Experimental investigation of micromechanical behavior of advanced materials by moiré interferometry ». *Optics and Lasers in Engineering*, 25:179–189, 1996.

[109] P. Rastogi, éditeur. *Photomechanics*. Topics in Applied Physics. Springer, 2000.

[110] P. K. Rastogi. « Holographic interferometry-An important tool in nondestructive measurement and testing, in : Rastogi P. K. (eds.) ». *Optical measurement techniques and applications, Artech House Inc., London*, pages 111–150, 1997.

[111] D.T. Read, J.W. Dally et M. Szanto. « canning moiré at high magnification using optical methods ». *Experimental Mechanics*, 33(2):110–116, 1993.

[112] L. P.L. Rodriguez, F.C. Lovey, G. Guenin, J.L. Pelegrina, M. Sade et M. Morin. « Elastic constants of the monoclinic 18R martensite of a

Cu-Zn-Al alloy ». *Acta Metallurgica*, 41:3307–3310, 1993.

[113] S. Roux, F. Hild et Y. Berthaud. « Correlation image velocimetry : a spectral approach ». *Applied Optics*, 41(1):108–115, 2002.

[114] M. Sauzay. « Effet de l'anisotropie élastique cristalline sur la distribution des facteurs de Schmid à la surface des polycristaux ». *C. R. Mecanique*, 334:353–361, 2006.

[115] L. P. Sedlák, H. Seiner, M. Landa, V. Novák, P. Sittner et L. Mañosa. « Elastic constants of bcc austenite and 2H orthorhombic martensite in CuAlNi shape memory alloy ». *Acta Materialia*, 53:3643–3661, 2005.

[116] J. S. Sirkis et T. J. Lim. « Displacement and strain measurement with automated grid methods ». *Experimental Mechanics*, 31(4):382–388, 1991.

[117] J. S. Sirkis et C. E. Taylor. « Displacement pattern matching and boundary-element methods for elastic-plastic stress analysis ». *Experimental Mechanics*, 30(1):26–33, 1990.

[118] R.S. Sirohi. *Speckle methods in experimental mechanics.* Chapitre 3 de Speckle metrology. Marcel Dekker Inc., 1993.

[119] E. Soppa, P. Doumalin, P. Binkele, T. Wiesendanger, M. Bornert et S. Schmauder. « Experimental and numerical characterisation of in-plane deformation in two-phase materials ». *Computational Materials Science*, 21(3):261–275, 2001.

[120] D Z. Sun, J.S. Lyons et S.R. Mcneill. « Measuring microscopic deformations with digital image correlation ». *Optics and Laser in Engineering*, 27:409–428, 1997.

[121] K. Tanaka. « thermomechanical scketch of shape memory effect : One-dimensional tensile behaviour ». *Res. Mechanica*, 18:251–263, 1986.

[122] D. A. Tortorelli et P. Michaleris. « Design sensitivity analysis: overview and review ». *Inverse Problems in Engineering*, 1:71–105, 1994.

[123] M. Tu, P. J. Gielisse et W. Xu. « Grating holographic interferometr ». *Experimental Mechanics*, 37(2):188–196, 1997.

[124] P. Vacher et C. Lexcellent. « Study of pseudoelastic behavior of polycrystalline shape memory alloys by resistivity measurement and acoustic emission ». *In: Proceedings of ICM 6. Kyoto, Japan*, pages 231–236, 1991.

[125] Marquardt D W. « An algorithm for least-squares estimation of non-linear parameters ». *Journal on Applied mathematics*, 11(2):431–441, 1963.

[126] H. Xie, A. Asundi, C.G. Boay, L. Yunguang, J. Yu, Z. Zhaowi et B.K.A. Ngoi. « High resolution AFM scanning Moiré method and its application to the micro-deformation in the BGA electronic package ». *Microelectronics Reliability*, 42:1219–1227, 2002.

[127] L. X. Yang, W. Steinchen, M. Schuth et G. Kupfer. « Precision measurement and nondestructive testing by means of digital phase shifting speckle pattern and speckle pattern shearing interferometry ». *Measurement*, 16(3):149–160, 1995.

[128] Z.W. Zhong et Y.G. Lu. « An AFM scanning moiré technique for the inspection of surface deformations ». *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 23:462–466, 2004.

[129] Z.W. Zhong, X. Shi et K. Wong. « Measurements of deformations and strains of a Si-epoxy-FR4 structure during thermal testing ». *NDT and E International*, 38:719–725, 2005.

[130] T. Ben Zineb, S. Berveiller, F. Meraghni et E. Patoor. « Identification du comportement local d'un grain dans un multicristal en alliages à mémoire de forme ». *17ème Congrès Français de Mécanique*, 2005.

Annexe

.1 Matrice d'interaction

La matrice d'interaction de 24×24 pour un alliage à base de cuivre est donnée sous la forme suivante [97] :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1	C	C	C	C	I	I	C	I	C	I	C	I	I	C	I	I	I	I	I	C	C	I	I	I
2	C	C	C	C	I	I	I	C	I	C	I	C	C	I	I	I	I	I	C	I	I	C	I	I
3	C	C	C	C	C	I	I	I	C	I	C	I	I	I	I	C	I	C	I	I	I	I	C	I
4	C	C	C	C	I	C	I	I	I	C		C	I	I	C	I	C	I	I	I	I	I	I	C
5					C	C	C	C	C	I	I	I	I	C	I	C	C	I	I	I	I	C	I	I
6					C	C	C	C	I	C	I	I	C	I	C	I	I	C	I	I	C	I	I	I
7					C	C	C	C	I	I	C	I	I	C	I	C	I	I	C	I	I	I	I	C
8					C	C	C	C	I	I	I	C	C	I	C	I	I	I	I	C	I	I	C	I
9									C	C	C	C	I	I	I	C	I	I	I	C	C	I	I	I
10									C	C	C	C	I	I	C	I	I	I	C	I	I	C	I	I
11									C	C	C	C	I	C	I	I	I	C	I	I	I	I	C	I
12									C	C	C	C	C	I	I	I	C	I	I	I	I	I	I	C
13													C	C	C	C	I	C	I	I	C	I	I	I
14													C	C	C	C	C	I	I	I	I	C	I	I
15													C	C	C	C	I	I	I	C	I	I	C	I
16													C	C	C	C	I	I	C	I	I	I	I	C
17																	C	C	C	C	I	C	I	C
18																	C	C	C	C	C	I	C	I
19																	C	C	C	C	I	C	I	C
20																	C	C	C	C	C	I	C	I
21																					C	C	C	C
22																					C	C	C	C
23																					C	C	C	C
24																					C	C	C	C

Où :

$I = \mu/70$ et $C = \mu/350$ sont les coefficients d'incompatibilité et de compatibilité respectivement, μ est le paramètre de cisaillement [33].

.2 Rappel mathématique : passage du repère du grain au repère global

L'orientation d'un grain peut être définie dans l'espace grâce à trois angles, notés φ_1, ϕ et φ_2, et appelés angles d'Euler. Cette orientation peut être définie comme l'opération qui permet de faire coïncider la base cristalline notée B^c $(x_1^c x_2^c x_3^c)$ et la base de l'échantillon noté B $(X_1 X_2 X_3)$.

Quelques notations

(i) La base de l'échantillon (Référentiel échantillon)

Il est définie par la normale $\overrightarrow{X_3}$ au plan de l'échantillon, une direction repérée sur l'échantillon $\overrightarrow{X_1}$ et une troisième $\overrightarrow{X_2}$ de sorte que le repère soit orthonormé direct. Par exemple, pour des échantillons laminés, on peut définir :
$\overrightarrow{X_1}$ représente la direction de laminage (DL)
$\overrightarrow{X_2}$ représente la direction transverse (DT)
$\overrightarrow{X_3}$ la normale au plan de l'échantillon (DN)

(ii) La base cristalline (Référentiel cristal)

Notons que le choix de cette base n'est pas unique et dépend de la symétrie cristalline considérée. Les axes sont généralement choisis parallèlement aux directions crystallographiques liées à la symétrie cristalline. Par exemple, pour un système cubique on a :
$\overrightarrow{x_1^c} = [100]$, $\overrightarrow{x_2^c} = [010]$, $\overrightarrow{x_3^c} = [001]$. Ce référentiel est attaché au grain dans sa position actuelle.

Passage du le base du grain à la base globale

La Figure 6 résume le passage d'une base à l'autre caractérisé par trois rotations à partir de la base de l'échantillon :

- Une première rotation d'angle φ_1 autour de l'axe $\overrightarrow{X_3}$ (noté $\overrightarrow{DN}$ sur la figure), cette rotation mène la base $B(\overrightarrow{DL}\ \overrightarrow{DT}\ \overrightarrow{DN})$ à la base $B^1(\overrightarrow{DL_1}\ \overrightarrow{DT_1}\ \overrightarrow{DN})$,
- Une deuxième rotation d'angle ϕ autour de la nouvelle direction de laminage

$\overrightarrow{DL_1}$ amenant la base B^1 à la base $B^2(\overrightarrow{DL_1}\ \overrightarrow{DT_2}\ \overrightarrow{DN_2})$,

– Une troisième rotation d'angle φ_2 autour de la direction normale $\overrightarrow{DN_2}$. Cette dernière rotation mène finalement à la base du cristal B^c $(\overrightarrow{x_1^c}\overrightarrow{x_2^c}\overrightarrow{x_3^c})$.

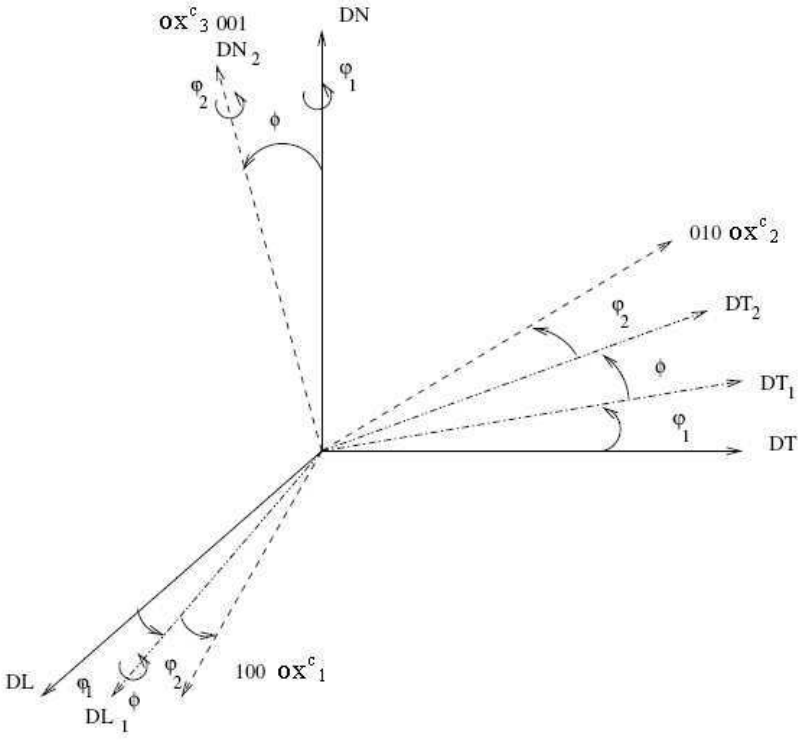


Figure 6 – *Les 3 rotations caractérisant les angles d'Euler [87]*

Soient, à présent, les matrices de passage $P_1(\varphi_1)$, $P_2(\phi)$, $P_3(\varphi_2)$ permettant de passer de la base B à la base B^1, de B^1 à B^2 et de B^2 à B^c respectivement.

Notons P la matrice de passage de la base cristalline B^c vers la base globale de l'échantillon B. Elle est donnée comme suit :

$$P = P_1P_2P_3 = \begin{bmatrix} c_1c_2 - cs_1s_2 & -s_1cc_2 - c_1s_2 & s_1s \\ cs_2c_1 + c_2s_1 & c_1cc_2 - s_1s_2 & -sc_1 \\ ss_2 & sc_2 & c \end{bmatrix} \tag{8}$$

Avec :

$$\begin{pmatrix} c_1 = cos\varphi_1 & , & s_1 = sin\varphi_1 \\ c = cos\phi & , & s = sin\phi \\ c_2 = cos\varphi_2 & , & s_2 = sin\varphi_2 \end{pmatrix} \tag{9}$$

Considérons 2 bases orthonomées, $(\overrightarrow{e_1}\overrightarrow{e_2}\overrightarrow{e_3})$ dans la base globale B, et $(\overrightarrow{e_1^c}\overrightarrow{e_2^c}\overrightarrow{e_3^c})$ dans la base cristalline B^c. On a :

$$\begin{cases} \overrightarrow{e_i}(B) = P_{ik}\overrightarrow{e_k^c}(B^c) \\ \overrightarrow{e_l^c}(B^c) = [P^T]_{lj}\overrightarrow{e_j}(B) \end{cases} \tag{10}$$

où P désigne la matrice de passage définie en (9)

Supposons que le comportement est élastique dans la base cristalline, la loi de comportement est définie par :

$$\sigma_{ij}^c = C_{ijkl}^c \varepsilon_{lk}^c \tag{11}$$

où:

ε_{lk}^c désigne les composantes de déformation dans la base cristalline B^c. C_{ijkl}^c est le tenseur d'élasticité d'ordre 4. Si on note ε_{ij} les composantes de déformation dans la base globale B, on a :

$$\varepsilon_{lk}^c \overrightarrow{e_k^c} \otimes \overrightarrow{e_l^c} = \varepsilon_{ij}\overrightarrow{e_j} \otimes \overrightarrow{e_i} \tag{12}$$

d'où :

$$\varepsilon_{lk}^c [P^T]_{ki}[P^T]_{lj}\overrightarrow{e_j} \otimes \overrightarrow{e_i} = \varepsilon_{ij}\overrightarrow{e_j} \otimes \overrightarrow{e_i} \tag{13}$$

Ainsi :

$$\varepsilon_{ij} = P_{ik}P_{jl}\varepsilon_{kl}^c \tag{14}$$

De la même manière, pour les composantes de contraintes, on a :

$$\sigma_{ij} = P_{ik}P_{jl}\sigma_{kl}^c \tag{15}$$

En utilisant la loi de comportement (11) et les relations (14), et (15), on aboutit à la loi de comportement dans la base globale :

$$\sigma_{ij} = (P_{ki}P_{lj})\, C^c_{kltr}\, (P_{tm}P_{rn})\, \varepsilon_{mn} \tag{16}$$

La formule (16) fait une relation explicite entre les déformations ε_{ij} et les contraintes σ_{ij} dans la base globale par la relation suivante :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = FC^cF^T \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{pmatrix} \tag{17}$$

C^c est la matrice d'élasticité dans la base cristalline.

F désigne la matrice de passage de la matrice d'élasticité C^c dans la base cristalline B^c vers la base globale B. Elle s'obtient à partir des composantes de la matrice de passage P définie en (9), et s'écrit :

$$F = \begin{pmatrix} P_{11}P_{11} & P_{12}P_{12} & P_{13}P_{13} & 2P_{12}P_{13} & 2P_{13}P_{11} & 2P_{11}P_{12} \\ P_{21}P_{21} & P_{22}P_{22} & P_{23}P_{23} & 2P_{22}P_{23} & 2P_{23}P_{21} & 2P_{21}P_{22} \\ P_{31}P_{31} & P_{32}P_{32} & P_{33}P_{33} & 2P_{32}P_{33} & 2P_{33}P_{31} & 2P_{31}P_{32} \\ P_{21}P_{31} & P_{22}P_{32} & P_{23}P_{33} & P_{22}P_{33}+P_{23}P_{32} & P_{23}P_{31}+P_{21}P_{33} & P_{21}P_{32}+P_{22}P_{31} \\ P_{31}P_{11} & P_{32}P_{12} & P_{33}P_{13} & P_{32}P_{13}+P_{33}P_{12} & P_{33}P_{11}+P_{31}P_{13} & P_{31}P_{12}+P_{32}P_{11} \\ P_{11}P_{21} & P_{12}P_{22} & P_{13}P_{23} & P_{12}P_{23}+P_{13}P_{22} & P_{13}P_{21}+P_{11}P_{23} & P_{11}P_{22}+P_{12}P_{11} \end{pmatrix} \tag{18}$$

En effet, le terme (FC^cF^T) représente la matrice de d'élasticité dans la base globale.

IDENTIFICATION EXPÉRIMENTALE ET MODÉLISATION MICROMECANIQUE DU COMPORTEMENT D'UN MULTICRISTAL EN ALLIAGE A MÉMOIRE DE FORME

RESUME: Le présent travail de thèse est une contribution à l'analyse et à la modélisation du comportement micromécanique d'un multicristal en AMF. Il est fondé sur l'exploitation de la richesse des mesures de champs cinématiques locaux dans le multicristal en vue de l'investigation des mécanismes gouvernant le comportement mécanique à l'échelle microscopique : transformation de phases, ... L'analyse et la modélisation de ces micromécanismes ont contribué, d'une part, à la mise en place du modèle à fort contenu physique reliant les causes et les effets des phénomènes mécaniques étudiés et d'autre part, à l'identification des paramètres régissant le modèle rhéologique. Le travail de thèse présente trois objectifs : le premier est le développement d'une approche expérimentale dédiée à la mesure de champs cinématiques à l'échelle microscopique sur un multicristal en alliage à mémoire de forme de type Cu-Al-Be. La mesure cinématique est réalisée par la technique de corrélation d'images numériques. Les champs de déplacement puis de déformation sont ensuite extraits par un traitement numérique à l'aide du logiciel de corrélation d'images CORRELI-Q4. Le deuxième objectif est la mise en place d'une méthodologie de couplage entre simulations numériques du comportement du multicristal et la mesure des champs cinématiques à l'échelle de la microstructure. Le troisième but visé dans ce travail est la mise en œuvre d'une méthode d'identification basée sur la minimisation d'une norme énergétique formulée par l'erreur en relation de comportement. La méthode d'identification est appliquée à l'échelle de la microstructure afin d'estimer les paramètres du comportement mécanique du multicristal à partir du champ cinématique mesuré.

Mots-clés: *Corrélation d'images, alliages à mémoire de forme, calcul éléments finis, erreur en relation de comportement, principes variationnels, problème inverse, minimisation*

EXPERIMENTAL IDENTIFICATION AND MICROMECHANICAL MODELING OF THE BEHAVIOR OF A MULTICRYSTAL IN SHAPE MEMORY ALLOY

ABSTRACT: This work of thesis is a contribution to the analysis and the modeling of the micromechanical behavior of a multicrystal in SMA. It is founded on the goodness of local measured kinematic fields in the multicrystal for the investigation of the mechanisms controlling the mechanical behavior on a microscopic scale: transformation of phases… The analysis and the modeling of these micromechanisms contributed, on one hand, to the installation of the model with strong physical contents relating the causes and the effects of studied mechanical phenomena, and on the other hand, to the identification of the parameters governing the rheological model. This work presents three aims: the first is the development of an experimental approach for measurement of the kinematic fields on a microscopic scale on a multicrystal Cu-Al-Be shape memory alloy. The kinematic measurement is obtained by digital image correlation. The displacement fields and the strain fields are extracted by a digital processing using the image correlation software CORRELI-Q4. The second aim is the installation of a methodology for coupling between numerical simulation of the multicrystal behavior and kinematic field measurements at the microscopic scale. The third is to implement an identification method based on the minimization of an energy norm formulated by the error in constitutive relation. The identification method is applied at the microscopic scale in order to estimate the multicrystal mechanical behavior parameters from the measured kinematic fields.

Keywords: *Digital image correlation, shape memory alloy, finite element calculation, error in constitutive relation, variational principle, inverse problem, minimisation*

ARTS ET MÉTIERS ParisTech