



HAL
open science

Comportement mécanique des ouvrages en plaques de plâtre sur ossature métallique

Abdelhalim Benouis

► **To cite this version:**

Abdelhalim Benouis. Comportement mécanique des ouvrages en plaques de plâtre sur ossature métallique. Mécanique des structures [physics.class-ph]. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1995. Français. NNT: . pastel-00569016

HAL Id: pastel-00569016

<https://pastel.hal.science/pastel-00569016>

Submitted on 24 Feb 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

NS 19754 (3)

THESE

présentée à

L'ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES

par

Abdelhalim BENOUIS

pour obtenir le titre de :

**DOCTEUR DE L'ECOLE NATIONALE DES PONTS ET
CHAUSSEES**

spécialité : **Sciences et Techniques du Bâtiment**

Sujet de la thèse :

**COMPORTEMENT MECANIQUE DES OUVRAGES
EN PLAQUES DE PLATRE SUR OSSATURE
METALLIQUE**

Soutenue le 27 septembre 1995

devant le jury composé de :

MM.

D. FRANCOIS

Président, Rapporteur

J-M. REYNOUARD

Rapporteur

D. DALIGAND

Examineur

J-D. MERLET

Examineur

M-S. TIJANI

Examineur

H. THONIER

Examineur

G. MOUNAJED

Invité

ENPC.



INV03171

REMERCIEMENTS

Le travail présenté dans ce mémoire a été réalisé au Centre Scientifique et Techniques du Bâtiment (CSTB) à Marne-La-Vallée, service Parois et Structures Lourdes.

Je tiens à exprimer mes remerciements les plus sincères à mon directeur de thèse, Monsieur M-S. TIJANI, directeur adjoint au Centre de Géotechnique et d'Exploitation du Sous-sol à l'Ecole des Mines de Paris.

Mes remerciements vont également à Messieurs D. François, professeur à l'Ecole Centrale de Paris et J-M. REYNOUARD, professeur et directeur du département Génie Civil et Urbanisme de l'INSA de Lyon, qui ont bien voulu assurer la tâche de rapporteurs de cette thèse.

Je voudrais également remercier Monsieur H. THONIER, professeur à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées et monsieur D. DALIGAND, président du Syndicat National des Industries de Plâtre, pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail en acceptant d'être membres du jury.

Monsieur J-D. MERLET, chef du service Parois et Structures Lourdes du CSTB, a été à l'origine de ce travail. Je le remercie pour la confiance qu'il m'a accordée afin de mener à bien cette étude et pour ses judicieux conseils.

J'adresse ma plus profonde reconnaissance à Monsieur G. MOUNAJED, docteur ingénieur au service PSL, pour avoir suivi mon travail tout au long de ces quelques années, par les multiples et fructueux conseils aussi bien théoriques que numériques de programmation.

Mes remerciements vont aussi à l'ensemble des ingénieurs et techniciens du service PSL au CSTB, pour leurs aides et conseils à la réalisation de la partie expérimentale de ce travail.

RESUME

Dans cette recherche est étudié le comportement mécanique des ouvrages en plaques de plâtre sur ossature métallique. Cette étude est basée sur une analyse par la méthode des éléments finis, et a nécessité le développement de deux modules spécifiques intégrés au code de calcul "MARC".

L'alimentation du modèle en paramètres a nécessité une étude expérimentale importante. Les constituants de plaque de plâtre (cartons et plâtre) présentent des caractéristiques différentes entre leur état vierge et après passage par le processus de fabrication. Une stratégie d'identification globale pour la plaque composite a été adoptée, elle consiste à la considérer comme un matériau homogène équivalent et par conséquent le développement d'un modèle spécifique de plasticité généralisée "GENSTR" pour traiter la non linéarité matérielle.

La prise en compte des problèmes de conditions aux limites variables introduites d'une part par les assemblages vissés, et d'autre part par les phénomènes de contact et frottement aux interfaces "plaques-montants" ; a été effectuée en les modélisant par des ressorts qui intègrent les relations spécifiques ainsi que des conditions de pénalisation. Ceci a nécessité le développement d'un deuxième module nommé "USPRING".

L'ensemble de ces approches constitue un modèle adéquat pour simuler le comportement mécanique des cloisons en plaques de plâtre. Une validation du modèle a été effectuée en confrontant les résultats du calcul aux résultats expérimentaux, cette confrontation a donné une concordance assez satisfaisante. Ce travail servira de base à la proposition de méthodes de dimensionnement simplifiées pour ce type d'ouvrages et autres ouvrages similaires (contre-murs, plafonds suspendus,...) en plaques de plâtre.

Mots-clés

plaque de plâtre-montants métalliques-vis-anisotropie-plasticité généralisée-contact-
expérimentation-modélisation-éléments finis-validation

MECHANICAL BEHAVIOUR OF PLASTER PLATE PANELS ASSOCIATED TO STEEL STIFFENERS

ABSTRACT

In this research we have studied the mechanical behaviour of the plaster plate structures associated to steel stiffeners. A finite element analysis has been used in this study and two specific subprograms were developed in the "MARC" code.

A large campaign for an experimental study has been finalised to identification of the developed model parameters. The individual components of the plaster plate (cardboard and plaster) have different characteristics from their virgin state (before association) to the state after production process. Thus, a global approach was adopted to identify the plate as a homogeneous equivalent material. For this a global plasticity model has been developed to simulate the non linear material's behaviour of the plaster plate "GENSTR".

A second module "USPRING" based on the definition of spring elements has been developed to take into account the problems of variable boundary conditions caused by the screw's connection and by the interfaces (plate plaster and steel stiffeners).

These different approaches coupled with the developed subprogram constitute an appropriate model for the numerical simulation of the mechanical behaviour of the plaster plate structures.

The model has been validated by a comparison with experimental tests. This comparison gives consistency between experimental and theoretical results.

This study constitutes a fundamental design tool for this kind of structures.

Key words

plaster plate-steel stiffeners-screws-anisotropy -global plasticity-contact-experimentation-modelling-finite elements-validation

SOMMAIRE

CHAPITRE INTRODUCTION	1
I.1. Généralités : le plâtre un matériau millénaire	1
I.2. Description des cloisons en plaques de plâtre.....	4
I.2.1. Les cloisons de distribution.....	4
I.2.2. Les cloisons séparatives d'appartement.....	4
I.2.3. Les cloisons à hautes performances	5
I.2.4. Les constituants de la cloison.....	6
I.2.4.1. Plaques de parement en plâtre.....	6
I.2.4.2. Montants métalliques	8
I.2.4.2. Vis	9
I.3. Exigences réglementaires.....	9
I.3.1. Habitabilité.....	10
I.3.2. Durabilité.....	10
I.3.3. Sécurité.....	10
I.4. Méthodes de dimensionnement actuelles	11
I.5. Cadre et objectif de l'étude.....	13
I.5.1 Cadre de l'étude.....	13
I.5.2 Objectif de l'étude	13
CHAPITRE II ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE	15
II.1. Modélisation et schématisation des solides.....	16
II.1.1. Solides déformables.....	16
II.1.1.1 - Conditions limites.....	16
II.1.1.2 - Description du mouvement.....	17
II.1.1.3 - Equilibre du solide.....	18
II.1.2. Lois de comportement	19
II.1.2.1 - Postulats fondamentaux pour les lois de comportement.....	19
II.1.2.2 - Méthode de l'état local et variables d'état	19
II.1.2.3.- Potentiel thermodynamique	20
II.1.2.4 - Potentiel de dissipation.....	20
II.1.3. Modèles mathématiques et schématisation des solides	20
II.1.3.1. L'élasticité	20
II.1.3.2 - La plasticité.....	22
II.1.4. Matériaux standards généralisés	25
II.1.4.1 - Introduction.....	25
II.1.4.2 - Matériaux standards généralisés	26
II.1.4.3 - Milieux continus généralisés	28
II.3. Rappel sur la théorie des plaques	29
II.2.1. Hypothèses de base et relations cinématiques	29
II.2.2. Contraintes et efforts résultants	32

II.2.3. Equations d'équilibre	33
II.2.4. Energie de déformation.....	35
II.2.5 Cas des plaques composites.....	36
Rupture des stratifiés	37
II.3. Modes de rupture des profilés métalliques	40
II.3.1. Introduction.....	40
II.3.2. Ruine par plastification.....	41
II.3.3. Voilement global	41
II.4. Les assemblages semi-rigides.....	43
II.4.1. Introduction.....	43
II.4.2. Assemblages cloués	43
II.4.3 - Modélisation des assemblages bois cloués.....	45
III.4.3.2. - Modèles numériques.....	47
II.5. Conclusion.....	51
CHAPITRE III ETUDE EXPERIMENTALE	52
III.1. Introduction	52
III.2. Appareillage expérimental	52
III.2.1. Les presses.....	52
III.2.2. Les dispositifs de mesure	53
III.2.3. Dispositif d'acquisition et de traitement des données.....	53
III.3. Essais de caractérisation.....	55
III.3.1. But	55
III.3.2. La plaque de plâtre	55
III.3.2.2 Essais de flexion.....	57
III.3.2.3. Essais de compression	63
III.3.2.4. Essais de traction	69
a/ Mécanismes de rupture.....	73
b/ Détermination du module de cisaillement	75
III.3.2.5. Hypothèses explicatives de l'écart entre contrainte à la rupture par traction pure et par flexotraction.....	78
1.Modèle statistique de Weibull.....	79
a/ Distribution des contraintes à la rupture	79
b/ Détermination du module de Weibull	79
c/ Effet de taille.....	80
d/ Application aux plaques de plâtre	80
III.3.3.Les montants métalliques	86
III.4. Caractérisation de l'assemblage.....	88
La conception d'un assemblage vissé nécessite une approche rigoureuse et méthodique , afin d'éviter des erreurs qui peuvent avoir des conséquences non négligeables.....	88
Avant d'envisager un calcul simple ou complexe, il est donc important de bien connaître le comportement de l'assemblage.	88
- Sollicitation lors du montage : le serrage de l'assemblage entraîne une compression des pièces assemblées et une élongation de la vis. L'état de serrage de la vis sera caractérisée par l'effort de tension F_0 appliqué suivant son axe.	88
Cet effort , appelé "précharge" sera introduit au moyen d'un couple C_0 , exercé sur la tête de la vis.....	88

- Sollicitations de service : les efforts extérieurs appliqués sur l'assemblage sont décomposés en effort tangentiel T_e , et en effort axial F_e	88
III.4.1. Essais de cisaillement.....	89
III.4.2. Essais d'arrachement.....	93
III.4.3. Conclusion.....	95
III.5. Caractérisation de l'interface " plaque-montant ".....	95
III.5.1. Modalités des essais.....	95
Pour déterminer le critère de frottement à l'interface "plaque-montant", on a réalisé l'essai schématisé dans le tableau III.9 ainsi que le chargement effectué.....	95
III.5.2. Résultats des essais.....	96
III.5.3. Influence de la nature du contact "plaque-montant".....	97
III.5.3.1. Conclusion.....	100
III.6. Conclusions, commentaires.....	102
CHAPITRE IV MODELISATION ET DEVELOPPEMENT	103
IV.1. Introduction.....	103
IV.2. Généralités.....	104
IV.2.1. Discrétisation spatiale du domaine.....	104
IV.2.2 - Formulation variationnelle.....	104
IV.2.3 - Approximation de la solution.....	104
IV.2.4 - Solution.....	105
IV.3 Modèle proposé.....	105
IV.3.1. Choix des éléments de la modélisation.....	105
IV.3.1.1. Formulation classique des coques épaisses.....	107
IV.3.1.2. Formulations modifiées des coques épaisses.....	108
IV.3.1.3. Dérivation générale dans la formulation des coques épaisses.....	108
IV.3.1.4. L'élément de coque utilisé [MAR.94].....	109
IV.3.2. La structure type étudiée.....	110
IV.3.3. Modélisation de la plaque de plâtre.....	111
IV.3.3.1. Préliminaires.....	112
IV.3.3.2. Relations contraintes généralisées-déformations en élasticité.....	113
IV.3.3.3. Loi constitutive en élastoplasticité.....	113
IV.3.3.4. Loi d'écoulement généralisée.....	114
IV.3.3.5. Algorithme d'intégration de la loi de comportement.....	118
IV.3.3.6. Validation du modèle global (comparaison avec le modèle local).....	119
IV.3.4. Influence de l'opération formage sur les caractéristiques des montants métalliques.....	122
IV.3.4.1. Lois de contact et de frottement.....	123
IV.3.4.2. Modélisation de l'opération de profilage des montants.....	125
IV.3.4.3. Conclusion.....	126
IV.3.5. Modélisation des assemblages vissés.....	131
IV.3.5.1. Hypothèses cinématiques.....	131
IV.3.5.2. Modèles de comportement.....	132
IV.3.6. Résolution des problèmes d'interfaces "plaque-montant".....	135
IV.3.6.1. Calcul des réactions de contact.....	136
IV.3.6.2. Calcul de la matrice tangente de contact.....	138

IV.3.6.3. Etude comparative	140
IV.4. Conclusion	143
CHAPITRE V VALIDATION EXPERIMENTALE.....	145
V.1. INTRODUCTION.....	145
V.2. CLOISON "72/48-a"	146
V.2.1. Résultats comparatifs	148
V.3. MAILLAGE ADAPTATIF	149
V.3.1. La méthode de raffinement "h" : critère de Zienkiewicz-Zhu	150
V.4. COMPARAISON DES RESULTATS EXPERIMENTAUX ET CALCULES (cloison 72/48-a).....	154
V.4.1. Modes de rupture.....	157
V.4.2. Comportement des assemblages.....	161
V.5. CLOISON "72/48-b"	162
V.6. CLOISON "96/70-a"	165
V.6.1. Influence des rigidités des assemblages	166
V.7. CLOISON "96/70-b"	167
V.7.1. Influence du mode d'assemblage	168
V.8. POUTRE CLOISON "72/48"	169
V.8.1. Résultats comparatifs	170
V.8.2. Sensibilité au frottement à l'interface "plaque-montant"	171
V.9. CONCLUSION	172
CONCLUSIONS GENERALES ET PERSPECTIVES	173
REFERENCES.....	176
ANNEXES.....	183

TABLE DE MATIERE DES FIGURES

CHAPITRE I

Figure I.1 : Cloison de distribution	04
Figure I.2 : Cloison séparative alternée	05
Figure I.3 : Cloison de grande hauteur	05
Figure I.4 : La plaque de plâtre	07
Figure I.5 : Mur de doublage	07
Figure I.6 : Cloison alvéolée	07
Figure I.7 : Plafond enduit	08
Figure I.8 : Plafond suspendu	08
Figure I.9 : Montant métallique	09
Figure I.10 : Cloison en plaques de plâtre sur ossature métallique.....	14

CHAPITRE II

Figure II.1 : Equilibre du solide	17
Figure I.2 : Configuration initiale et configuration actuelle	18
Figure II.3 : Comportement unidimensionnel.....	22
Figure II.4 : Critère de Von-Mises	23
Figure II.5 : Repère local et repère principal	24
Figure II.6 : Règles d'écoulement et d'écrouissage	26
d'un matériau élastoplastique standard généralisé	
Figure II.7 : Charge plastique et décharge élastique pour	27
un matériau élastoplastique standard généralisé	
Figure II.8 : plaque en flexion (modèle de Kirchoff).....	28
Figure II.9 : structure de plaque	29
Figure II.10 : Déplacements et rotations	30
Figure II.11 : flexion avec cisaillement.....	31
Figure II.12 : Efforts résultants	33
Figure II.13 : Equilibre d'un élément dx dy	34
Figure II.14 : Plaque stratifiée.....	37
Figure II.15 : Mécanismes de rupture dans les stratifiés.....	38
Figure II.16 : Différents modes de rupture des profilés	40
Figure II.17 : Cas de voilement global.....	42
Figure II.18 : Essai de cisaillement	44
Figure II.19 : Essai d'arrachement.....	44
Figure II.20 : Modes de rupture des assemblages bois cloués ou boulonnés.....	45
Figure II.21 : Modèle élastique de déformation des assemblages cloués	46
Figure II.22 : Courbes charge-glisement des assemblages cloués.....	46
Figure II.23 : Elément de joint de fixation.....	48
Figure II.24 : La fixation dans l'état déformé.....	49
Figure II.25 : Forces agissantes sur la Sème connexion	50

CHAPITRE III

Figure III.1 : Homogénéisation de la plaque de plâtre	57
Figure III.2 : Essais de flexion	57
Figure III.3 : Courbes des essais monotones de flexion (sens longitudinal).....	58
Figure III.4 : Courbes des essais monotones de flexion (sens transversal).....	58
Figure III.5 : Courbes des essais cycliques de flexion (sens longitudinal)	60
Figure III.6 : Courbes des essais cycliques de flexion (sens transversal)	61
Figure III.7 : Eprouvette des essais de compression	64
Figure III.8 : Courbes des essais de compression	65
Figure III.9 : Variation du module d'élasticité en fonction	68
des volumes des éprouvettes	
Figure III.10 : Variation de la résistance en fonction.....	68
des volumes des éprouvettes	
Figure III.11 : Dimensions et instrumentation des éprouvettes de traction	69
Figure III.12 : Courbes des essais monotones dans la direction longitudinale	71
Figure III.13 : Courbes des essais cycliques dans la direction longitudinale.....	71
Figure III.14 : Courbes des essais monotones dans la direction transversale	72
Figure III.15 : Courbes des essais cycliques dans la direction transversale.....	72
Figure III.16 : Eprouvette sollicitée en traction à 45°	75
Figure III.17 : Courbes des essais de traction à 45°	78
Figure III.18 : Détermination du module de Weibull "m"	81
Figure III.19 : Variation du rapport $\frac{\sigma_f}{\sigma_{tr}}$ en fonction du module de Weibull "m".....	83
Figure III.20 : Plaque sandwich	83
Figure III.21 : Eprouvette de traction des montants métalliques	86
Figure III.22 : Courbe de l'essai de traction	87
Figure III.23 : Schéma qualitatif montrant la différence d'écroûissage entre	
la partie non emboutie et la partie emboutie.....	87
Figure III.24 : Efforts appliqués à un assemblages	88
Figure III.25 : Essai de cisaillement de l'assemblage.....	89
Figure III.26 : Courbes des essais de cisaillement	90
Figure III.27 : Loi de comportement des vissages au cisaillement	90
Figure III.28 : Mode de rupture des assemblages en cisaillement	91
Figure III.29 : Modes de rupture dans une configuration.....	91
d'assemblage symétrique	
Figure III.30 : Essai cyclique de cisaillement	92
Figure III.31 : Configuration des essais d'arrachement.....	93
Figure III.32 : Courbe moyenne des essais d'arrachement.....	94
Figure III.33 : Variation de la contrainte ultime de cisaillement	96
en fonction de la contrainte normale de compression	
Figure III.34 : Essai de flexion sur éprouvettes de cloison	97
Figure III.35 : Les trois configurations d'interface.....	98
Figure III.36 : Courbe de l'essai de flexion sur éprouvette de cloison.....	99
Figure III.37 : Courbes illustrant les causes de ruptures des éprouvettes	100

CHAPITRE IV

Figure IV.1 : Coordonnées paramétriques	107
Figure IV.2 : Elément de coque à 4 noeuds	110
Figure IV.3 : Maillage et isovalues de la déformée de la plaque.....	120
Figure IV.4 : Comparaison modèle GENSTR-modèle composite.....	120
Figure IV.5 : Distribution des déformations plastiques de la plaque composite	121
Figure IV.6 : Distribution des déformations plastiques de la plaque homogénéisée	121
Figure IV.7 : Procédé de profilage des montants métalliques	122
Figure IV.8 : Opération de formage des montants métalliques	123
Figure IV.9 : Non pénétration du solide dans la surface rigide	124
Figure IV.10 : Maillage de la structure	127
Figure IV.11 : Détail du maillage de la structure.....	127
Figure IV.12 : Déformées de la tôle.....	128
Figure IV.13 : Progression des déformations plastiques équivalentes.....	129
Figure IV.14 : Progression des contraintes équivalentes de Von-Mises.....	129
Figure IV.15 : Variation de la déformation plastique équivalente.....	130
en fonction du coefficient de frottement	
Figure IV.16 : Variation de contrainte équivalente de Von-Mises	130
en fonction du coefficient de frottement	
Figure IV.17 : Elément de joint de fixation	132
Figure IV.18 : Modèle des ressorts dans les directions tangentielles "x" et "y"	134
Figure IV.19 : Modèle des ressorts dans la direction "z"	134
Figure IV.20 : Réactions de contact.....	135
Figure IV.21 : Modèle de contact adopté.....	136
Figure IV.22 : Réactions de contact et de frottement.....	137
Figure IV.23 : Organigramme de résolution	139
Figure IV.24 : Contact entre deux solides.....	140
Figure IV.25 : Conditions de symétrie.....	141
Figure IV.26 : Maillage de la structure	141
Figure IV.27 : Distribution de la pression sur la surface de contact.....	142

CHAPITRE V

Figure V.1 : Essai de flexion sur cloison "72/48-a".....	146
Figure V.2 : Maillage initial de la cloison	147
Figure V.3 : Comparaison expérimentation-modèle (maillage initial).....	148
Figure V.4 : Subdivision des éléments lors du raffinement.....	150
Figure V.5 : Organigramme d'adaptation du maillage	153
Figure V.6 : Maillage 2 de la cloison.....	154
Figure V.7 : Maillage adaptatif (raffinement niveau 1).....	155
Figure V.8 : Comparaison expérimentation-modèle (sensibilité au maillage)	156
Figure V.9 : Progression des déformations plastiques dans.....	157
la plaque inférieure	
Figure V.10 : Progression des déformations plastiques dans.....	158
la plaque supérieure	
Figure V.11 : Zones de localisation de la plastification des montants.....	159
Figure V.12 : Mode de rupture de la cloison : modèle	160
Figure V.13 : Déplacements maximaux au niveau des assemblages.....	161

inférieurs et supérieurs	
Figure V.14 : Essai de flexion sur cloison "72/48-b"	162
Figure V.15 : Comparaison expérimentation-modélisation (cloison 72/48-b)	162
Figure V.16 : Début de fissuration de la plaque supérieure	163
Figure V.17 : Progression des zones de fissuration de la plaque supérieure	164
Figure V.18 : Essai de flexion sur la cloison 96/70-a	165
Figure V.19 : Comparaison expérimentation -modélisation (cloison 96/70-a)	165
Figure V.20 : Influence de la rigidité à la traction des vis	166
Figure V.21 : Comparaison expérimentation-modélisation	167
(cloison 96/70-b)	
Figure V.22 : Influence du mode d'assemblage "plaques-montants"	168
Figure V.23 : Essai de flexion sur la poutre cloison	169
Figure V.24 : Maillage initial de la poutre cloison	169
Figure V.25 : Comparaison expérimentation-modélisation (poutre cloison 72/48)	170
Figure V.26 : Déplacements maximaux au niveau des assemblages	170

NOTATIONS

ρ	:	masse volumique
ε	:	déformation
σ	:	contrainte
ε^e	:	déformation élastique
ε^p	:	déformation plastique
ε	:	déformation totale
γ	:	accélération
ν	:	coefficient de Poisson
λ	:	multiplicateur plastique
u, v, w	:	déplacements de la plaque
β_x, β_y	:	rotations de la plaque
ξ, η	:	coordonnées paramétriques usuelles
e	:	déformation de membrane de la plaque
χ	:	courbures de la plaque
σ_e	:	limite élastique
σ_r	:	contrainte de rupture
$\Delta\tau$:	pas de temps
$\hat{\sigma}$:	contraintes approchées
σ^*	:	contraintes lissées
e_σ	:	erreur sur les contraintes
Ψ	:	potentiel thermodynamique
Φ	:	potentiel de dissipation
$[K]$:	matrice de rigidité
$[D]$:	matrice de comportement du matériau
$[B]$:	matrice des relations déplacements-déformations
$[D^{ep}]$:	matrice élastoplastique généralisée
$ J $:	jacobien de la transformation isoparamétrique
E	:	module d'élasticité
G	:	module de cisaillement
f_s	:	force de surface
f_v	:	force de volume
V_e	:	volume élémentaire
N	:	efforts résultants de membrane
M	:	moments de flexion
U	:	énergie de déformation
a	:	coefficient de correction pour le cisaillement
P_u	:	charge ultime

t_w	:	épaisseur de l'âme des montants
b_{eff}	:	largeur efficace de l'âme des montants
h_w	:	hauteur efficace de l'âme des montants
F_e	:	charge élastique
F_r	:	charge à la rupture
f_e	:	flèche élastique
f_r	:	flèche à la rupture
N_i	:	fonction d'interpolation du noeud "i"
h	:	épaisseur de la plaque
H	:	module d'écroutissage
f_n, f_t	:	composantes normale et tangentielle de la réaction de contact
μ	:	coefficient de frottement de Coulomb
k_n, k_t	:	rigidités normale et tangentielle des ressorts
u_n, u_t	:	déplacements normal et tangentiel entre les noeuds du ressort

CHAPITRE I
INTRODUCTION

CHAPITRE I INTRODUCTION

I.1. Généralités : le plâtre un matériau millénaire

Si l'humanité connaît le plâtre depuis plus de quarante siècles, comme le prouvent les fouilles d'Egypte, de la Grèce antique et de Rome, la connaissance contemporaine du plâtre date cependant de la fin du XIXème siècle.

Le plâtre a pris un grand essor dans le monde entier grâce à ses propriétés physiques et chimiques qui lui réservent une place honorable dans la construction, la décoration, les applications chirurgicales et dentaires et la protection de l'environnement contre certaines nuisances telles que le bruit, la chaleur et le feu.

Le mot plâtre désigne à la fois le matériau de construction et la poudre qui permet de l'obtenir après hydratation par l'eau. Le processus d'hydratation fait intervenir la dissolution de la poudre (hémihydrate) et une recristallisation sous forme de gypse (dihydrate). Pour obtenir l'hémihydrate ($\text{Ca SO}_4, \frac{1}{2} \text{H}_2 \text{O}$) on commence par effectuer une cuisson du gypse naturel exploité en carrière où il se trouve sous forme d'une roche compacte et quelques fois sous forme de gros monocristaux.

Deux paramètres jouent un rôle prépondérant au cours de la cuisson du gypse : la pression de vapeur d'eau et la température.

Selon les conditions, on obtient différentes phases dont les principales caractéristiques sont répertoriées dans le tableau de l'annexe I.

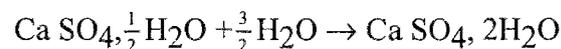
La cuisson du gypse à 110°C-140°C, conduit à deux hémihydrates de morphologies différentes selon la pression de vapeur d'eau du milieu de cuisson.

Si la déshydratation du gypse a lieu en autoclave, à une pression de vapeur d'eau supérieure à 0.1 MPa, la formation de l'hémihydrate est régie par un mécanisme de dissolution-

recristallisation en milieu liquide. On obtient la variété dite " α ", bien cristallisée, non poreuse.

Quand la cuisson se fait à pression inférieure à 0.1 MPa, l'eau du gypse s'élimine à l'état vapeur sèche. Le départ d'eau est violent et crée de nombreux défauts, tels que pores et dislocations On obtient un solide, l'hémihydrate " β ".

Le plâtre pris, est issu de la réhydratation de suspensions concentrées de hémihydrate dans l'eau selon la réaction :



Une quantité d'eau bien supérieure à celle suffisante à la stricte réaction chimique est nécessaire, pour que le mélange poudre de plâtre et eau soit homogène. Le taux de gâchage, en rapport massique initial entre eau et poudre de plâtre (E/P) est une grandeur de première importance dont dépendent en particulier la densité et la porosité du plâtre obtenu.

L'hémihydrate " α " nécessite un taux de gâchage faible (E/P \sim 0,4) [SNI.82] et donne lieu à des plâtres dits "durs" de faibles porosités ayant de bonnes résistances mécaniques (plâtre de moulage, ...).

L'hémihydrate " β " se gâche à E/P \cong 0,8 - 1. C'est le composé principal des plâtres courants, de faibles résistances, utilisés en tant que matériaux de construction.

Le plâtre pris se présente sous la forme d'un solide poreux à texture désordonnée (photos I.1 et I.2). Il s'agit en fait d'un assemblage de monocristaux de gypse renfermant environ 50% d'air.

Comme matériau de construction, le plâtre acquiert dans le monde chaque année une importance de plus en plus grande, soit comme matériau, soit sous forme d'éléments et pièces préfabriquées. Le progrès considérable des éléments préfabriqués s'explique par la facile adaptation du plâtre au moulage, sa facilité de travail sur chantiers, la légèreté des pièces préfabriquées en plâtre, leur bonne solidité, leur présentation avantageuse et leur prix peu élevé.

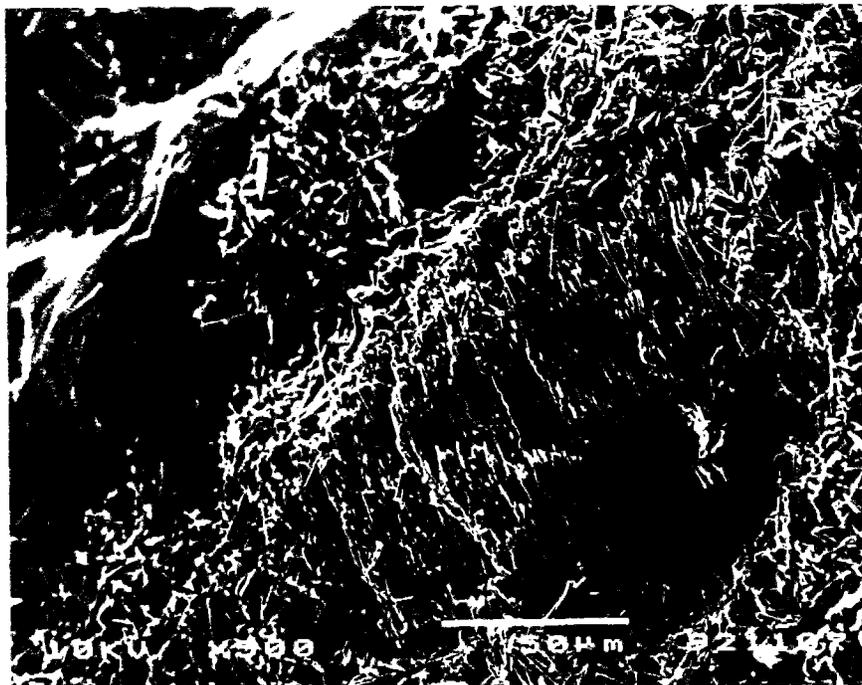


Photo I.1 : Vue au microscope électronique à balayage d'un plâtre E/P=70%

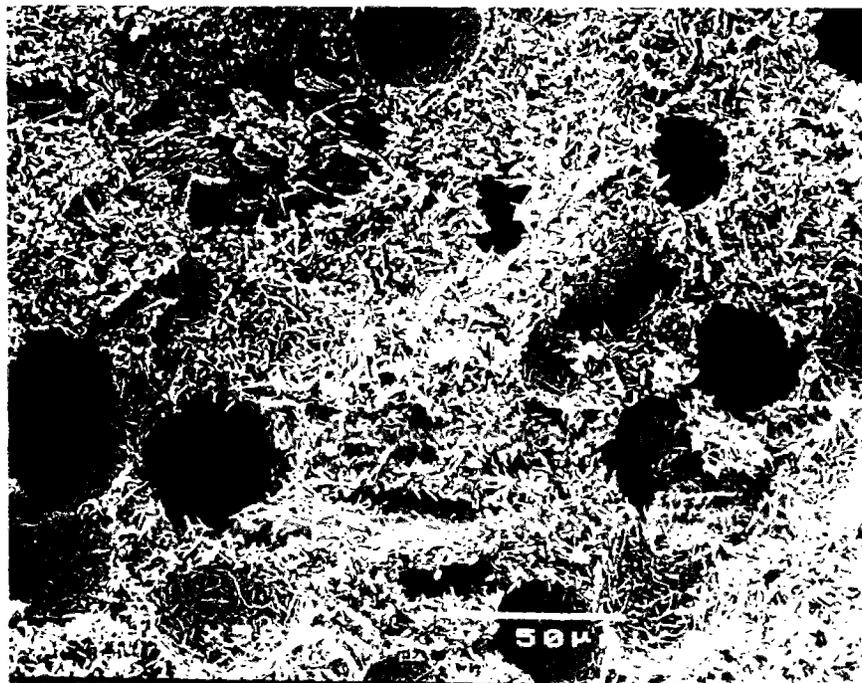


Photo I.2 : Vue au microscope électronique à balayage d'une plaque de plâtre (BA13)

I.2. Description des cloisons en plaques de plâtre

L'utilisation des cloisons de parement en plaques de plâtre sur ossature métallique se divise aujourd'hui en trois secteurs, qui sont les suivants :

- les cloisons de distribution,
- les cloisons séparatives d'appartement,
- les cloisons à hautes performances.

I.2.1. Les cloisons de distribution

Le type de cloisons de distribution le plus répandu a pour désignation, le code "x/d" :

- x représentant l'épaisseur finie de la cloison,
- d représentant la hauteur du profilé.

Le parement, c'est-à-dire le nombre de plaques de chaque côté de l'ossature, peut être soit simple, soit double, mais égal de chaque côté (cloison symétrique).

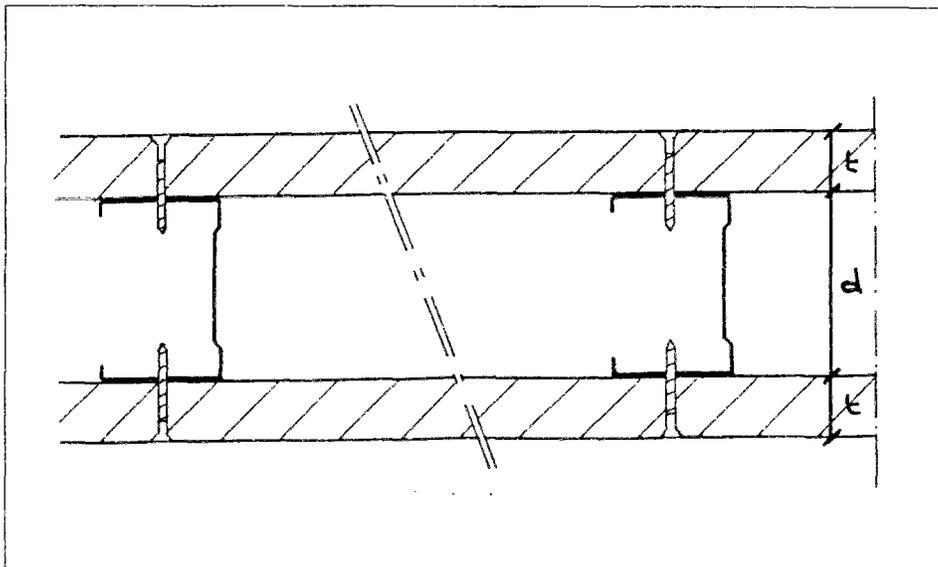


Figure I.1 : Cloison de distribution

I.2.2. Les cloisons séparatives d'appartement

Les parois séparatives sont généralement caractérisés par leur épaisseur totale finie; elles ont pour principale caractéristique leur ossature verticale alternée.

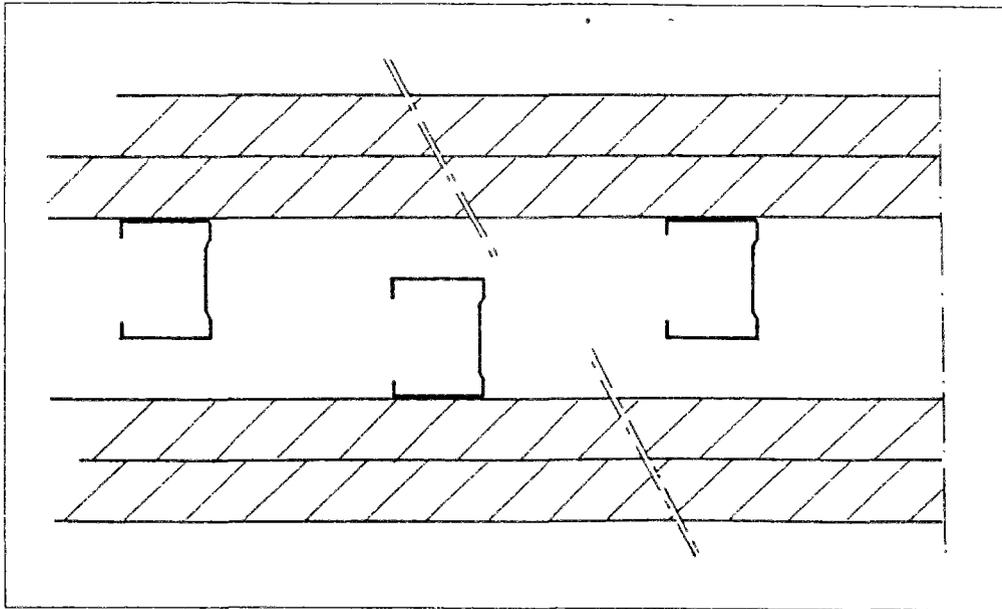


Figure I.2 : Cloison séparative alternée

I.2.3. Les cloisons à hautes performances

Celles-ci sont de deux types :

- les cloisons de grande hauteur, utilisées dans les bâtiments administratifs, halls d'exposition, cinéma ...elles peuvent atteindre plus de 10 m de hauteur.

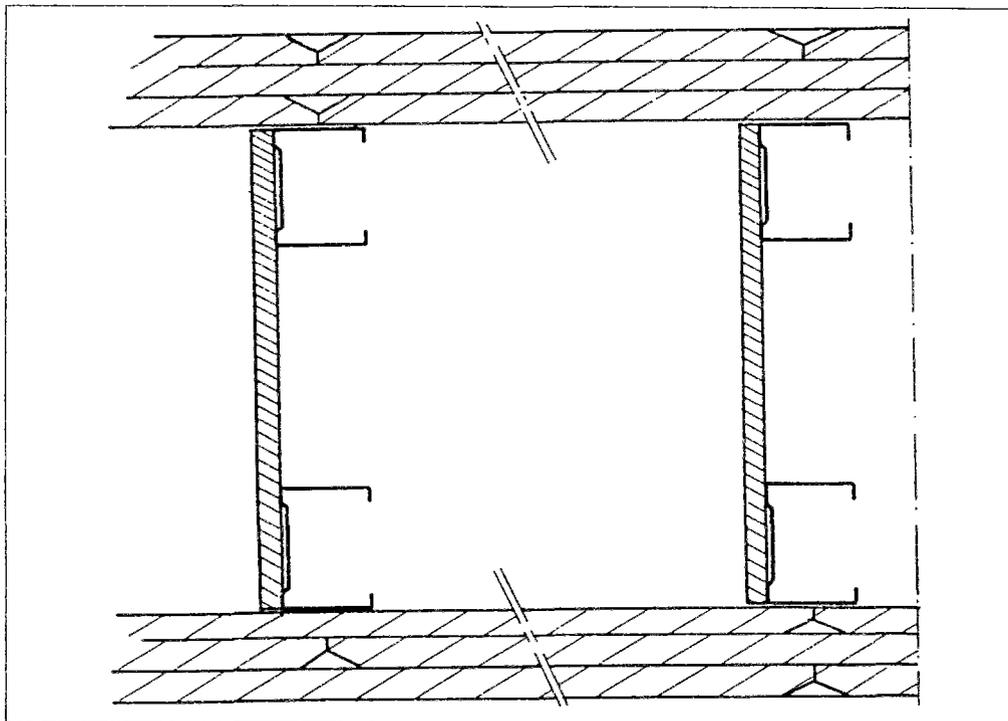


Figure I.3 : Cloison de grande hauteur

- les cloisons à hautes performances acoustiques et/ou thermiques, caractérisées par leur épaisseur totale et leur coefficient acoustique ou/et leur conductivité.

I.2.4. Les constituants de la cloison

I.2.4.1. Plaques de parement en plâtre

L'idée de mouler des éléments de plâtre et de les assembler ensuite pour constituer une paroi n'est pas nouvelle puisque cette technique était déjà pratiquée au III^{ème} siècle dans la région parisienne. Des carreaux de 50 x 28 x 28 cm et 45 x 28 x 6,5 cm ont été retrouvés à l'occasion des fouilles archéologiques du parvis de Notre Dame de Paris ainsi que dans les environs de Meaux [SNI.82].

Les produits préfabriqués en plâtre sont généralement des carreaux de plâtre avec des caractéristiques bien différentes les uns des autres (carreaux standards, alvéolés, de haute dureté, hydrofugés ...) et des plaques de parement en plâtre [SNI.91].

La plaque de plâtre a été inventée aux Etats-Unis en 1890 par la Compagnie New-yorkaise de charbons et de goudrons. Importée en Europe en 1917, la plaque de plâtre se développe partout où la technique de construction à partir d'ossatures est utilisée : au Royaume Uni, en Scandinavie et enfin, plus récemment en Allemagne, au Bénélux et en France.

La plaque de plâtre est composée d'un corps en plâtre coulé en usine entre deux feuilles de cartons constituants à la fois son parement et son armature (fig.I.4). Ses caractéristiques sont définies par la norme NF 72-302 [NF.81].

Les facteurs d'évolution du marché de la plaque sont très liés à la nécessité de construire, à qualité égale, à des coûts limités, dans des délais courts, avec une main d'oeuvre non spécialisée en plâtrerie traditionnelle.

Trois facteurs peuvent expliquer le développement de la plaque de plâtre [SNI.82] :

- son caractère composite permettant d'associer les qualités hygrothermiques du plâtre aux qualités mécaniques du carton,
- son caractère industrialisé entraînant gain de productivité, réduction des délais, sécurité dans le montage,
- son caractère universel permettant, avec un matériau de base identique, la réalisation des plafonds, des cloisons et des doublages.

La plaque de plâtre est destinée, pour l'essentiel, à la réalisation de plafonds, cloisons et doublages, elle se présente dans des dimensions permettant de couvrir en une fois la surface la plus grande possible tout en étant néanmoins manipulable à la main. C'est

pourquoi les dimensions les plus fréquentes sont 1,20 m pour la largeur, 2,50 m et plus pour la longueur.

En fonction des performances d'ouvrages que l'on cherchera à atteindre dans les domaines de résistance mécanique, de résistance au feu, de l'isolation phonique, on choisira des épaisseurs pouvant varier de 9,5 à 23 mm.

Les applications les plus courantes de la plaque de plâtre se situent dans le second oeuvre du bâtiment et concernent principalement les partitions ou cloisons et les contre-cloisons ou doublages, ainsi que les plafonds (voir figures I.5, I.6, I.7, I.8).



Figure I.4: La plaque de plâtre



Figure I.5 : mur de doublage

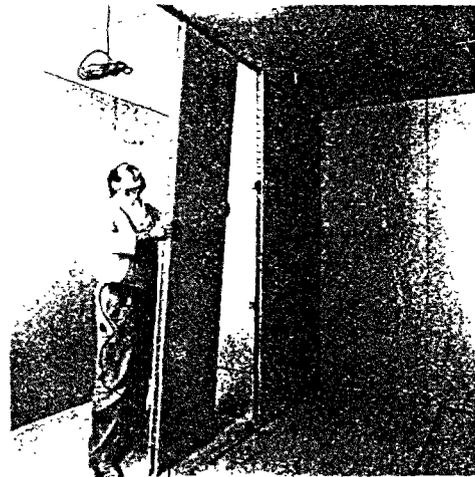


Figure I.6 : cloison alvéolée

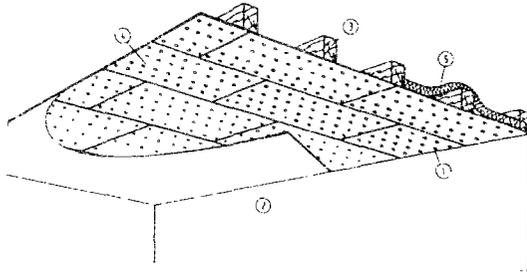


Figure I.7 : plafond enduit

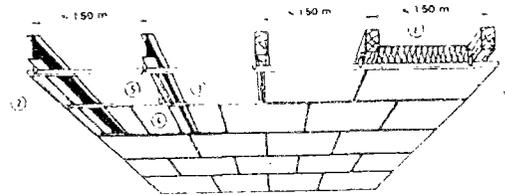


Figure I.8 : plafond suspendu

I.2.2. Montants métalliques

Les montants métalliques sont des profilés formés à froid, utilisés dans la réalisation des ouvrages non porteurs suivants :

- cloisons,
- plafonds,
- doublages de mur,
- habillages,
- parois de gaines réalisés à partir de plaques ou complexes.

Ces profilés peuvent être soit pris en compte dans les performances mécaniques des ouvrages soit ne remplir qu'une fonction de protection localisée ou décorative.

Les profilés formés à froid sont des profilés de formes diverses, dont la section droite est constante sur toute leur longueur. Les profilés d'usage courant ou standard sont par exemple en forme de L, de U ou de C.

Les montants métalliques utilisés dans les cloisons sont donc des profilés polyvalents permettant la fixation des plaques de parement en plâtre sur les ailes de ceux-ci.

- Caractéristiques des profilés

Les profilés sont fabriqués à froid conformément à la norme NF A37 101, à partir de tôles ou bobines en aciers conformes à la norme NF A36 322, ou toute autre spécification garantissant le même niveau de performances. Ils ont obtenus par les procédés de formage à froid (par exemple : profilage, pliage à la presse, etc...)

Les profilés doivent permettre une largeur d'appui minimale de 30 mm pour servir d'appui à la plaque. Les longueurs peuvent aller de 2 m jusqu'à 10 m et la valeur minimale de l'épaisseur nominale est 0.6 mm.

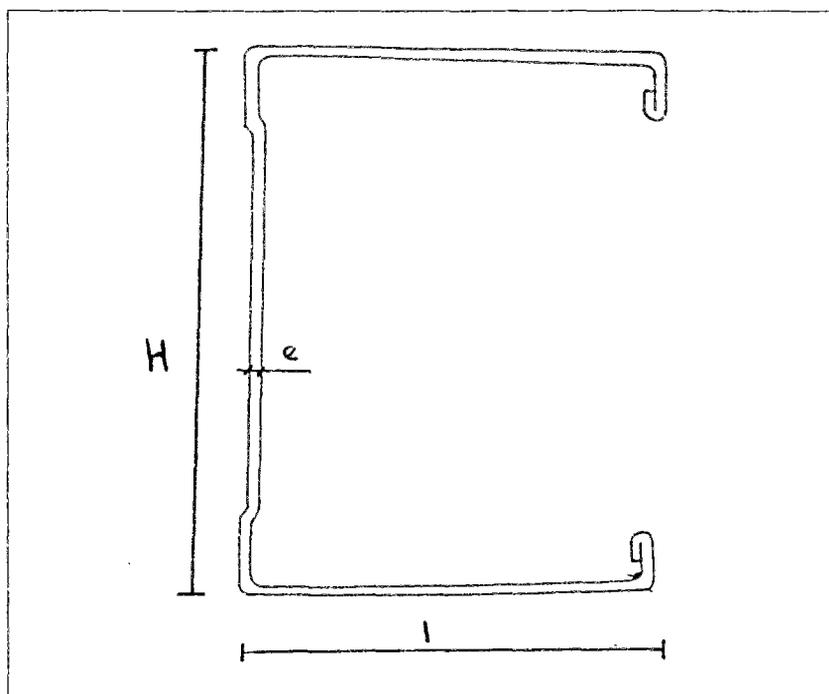


Figure I.9 : montant métallique

H, l, e : respectivement la hauteur, la largeur de l'aile et l'épaisseur du montant

I.2.4.2. Vis

Elles sont destinées à la fixation des plaques sur l'ossature métallique. Elles comportent une tête de profil adapté à cet usage. Ce profil permet une pénétration progressive dans la plaque et un affleurement satisfaisant sans toutefois couper le carton [DTU.81].

I.3. Exigences réglementaires

La cloison est définie comme étant un élément de construction [UEA.73] :

- n'intervenant pas dans la stabilité du bâtiment ;
- destiné à séparer à chaque étage les diverses pièces d'un même logement ou des locaux appartenant à un même usager ou à niveaux différents les pièces d'une maison unifamiliale ;
- dont le poids n'excède généralement pas 50 kg/m².

Ce genre d'ouvrage doit satisfaire certaines règles de qualité générales définies par les directives UEATc [UEA.82] :

I.3.1. Habitabilité

Sous l'action des divers agents mécaniques, hygrothermiques et de l'occupation normale, la cloison, y compris ses joints, ne doit pas présenter des dégradations, ni de déformations visibles à l'oeil, à l'habitabilité et le cas échéant aux finitions usuelles.

Déformabilité

* Les flèches permanentes ou définitives dues aux tolérances dimensionnelles de la cloison et aux charges provenant de la suspension d'objets : $f_{\max} \leq \min(h/500, 5 \text{ mm})$.

* Les flèches dues aux différences hygrothermiques :
la flèche en équilibre : $f_{\max} \leq \min(h/500, 5 \text{ mm})$

* Les flèches instantanées, perceptibles à l'oeil ou au toucher et dues :

- aux chocs :

* sous l'action du choc de corps mou de 120 J :
 $f_{\max} \leq \min(h/125, 20 \text{ mm})$

* sous l'action du choc de corps mou de 30 J :
 $f_{\max} \leq \min(h/500, 5 \text{ mm})$

- à une charge répartie de 20 daN/m² :
 $f_{\max} \leq (h/500), 5 \text{ mm})$

I.3.2. Durabilité

Pour assurer sa durabilité vis à vis des actions auxquelles elle serait soumise pendant son utilisation normale ; la cloison, y compris ses joints ne doit subir aucun désordre difficilement réparable, sous des essais de chocs.

Ces essais de chocs sont équivalents aux effets de chocs accidentels, dus à des personnes (chocs mous) ou des objets durs (chocs durs) et cela pour différentes énergies correspondantes à l'intensité des chocs [UEA.82].

I.3.3. Sécurité

Comme pour les conditions de durabilité, la cloison est soumise à des essais de chocs plus sévères ; sous lesquels, elle ne doit être traversée, ni se rompre ou se détériorer d'une façon dangereuse pour l'occupant [UEA.82].

I.4. Méthodes de dimensionnement actuelles

Le comportement des cloisons en plaques de plâtre est encore au stade de la prospection et dont l'appréciation des performances mécaniques est basée sur le comportement vis à vis d'essais expérimentaux réglementés par des normes [UEA.73], [UEA.82], [DTU.81].

Ce manque de connaissance rationnelle est du essentiellement à l'aspect non porteur de ces structures et surtout à la difficulté de mettre en oeuvre des règles de calcul pour le dimensionnement à cause des différences qui existent entre les lois rhéologiques des différents composants (plaque de plâtre, montants métalliques ...) et l'existence de conditions aux limites délicates à résoudre analytiquement (fixations par vissage).

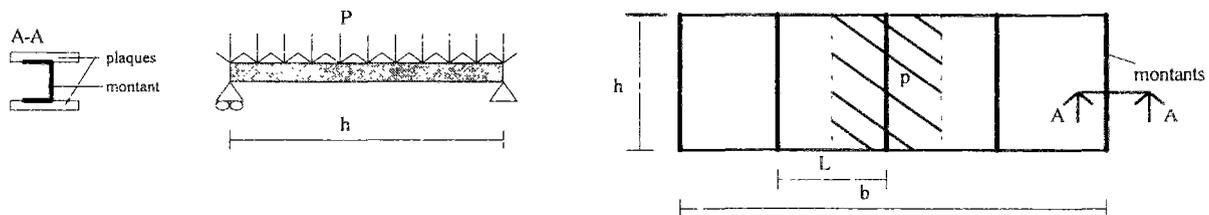
Les deux méthodes qu'on va présenter sont toutes les deux basées sur une comparaison des flèches maximales des cloisons à dimensionner (le dimensionnement consiste à déterminer juste la hauteur maximale) par rapport à la flèche d'une cloison de référence.

La cloison de référence aura au préalable satisfait aux conditions expérimentales et principalement les limites de la flèche sous une charge répartie de 20 daN/m² :

$$f_{\max} \leq \min \left(\frac{h}{500}, 5 \text{ mm} \right) \text{ avec } h : \text{ la hauteur de la cloison.}$$

Dans le cas des conditions d'habitabilité, c'est la limitation de la déformabilité sous une charge répartie de 20 daN/m² qui conditionne le dimensionnement de la cloison (DTU.25-41).

La flèche de la cloison est ramenée à celle d'une poutre sur appuis simples, avec comme entraxes des appuis la hauteur de la cloison et soumise à une pression répartie :



$$f = k \frac{P h^4}{E I} \quad (I.1)$$

avec : $P = p L$ p : pression répartie de 20 daN/m²
 L : entraxe des montants (raidisseurs)
 h : hauteur de la cloison
 b : largeur de la cloison

* La méthode du D.T.U. 25-41 [DTU.81]

soit : h et h_0 : les hauteurs des cloisons respectivement à dimensionner et de référence;

I_m et I_{mo} : l'inertie des montants des cloisons respectivement à dimensionner et de référence

En égalisant les flèches des deux cloisons, on arrive à

$$h = h_0 \sqrt[4]{\frac{I_m}{I_{mo}}} \quad (I.2)$$

Cette méthode ne fait intervenir dans la rigidité de la cloison que les montants métalliques, tout en omettant le rôle des plaques de plâtre.

* une autre méthode basée sur le même principe [BEN.91], tient compte du rôle des plaques de plâtre dans la rigidité globale de la cloison, sous forme d'une rigidité équivalente.

La rigidité équivalente prend en compte en plus du montant métallique, une certaine largeur collaborante de la plaque : $I = I_{\text{montant}} + I_{\text{plaque}}$

La détermination de cette largeur collaborante nécessite beaucoup d'essais expérimentaux et elle est fonction du type de montant utilisé.

Dans cette méthode, l'influence des entraxes des montants métalliques est prise aussi en compte. Suivant le même schéma comparatif, on arrive aux hauteurs maximales fonctions des hauteurs des cloisons de référence :

$$\begin{aligned} - \text{ si } h_0 < 2.50\text{m} \quad h &= \sqrt[4]{2.5} h_0^3 \sqrt[4]{\frac{L_0}{L}} \sqrt[4]{\frac{E}{E_0}} \sqrt[4]{\frac{I}{I_0}} \\ - \text{ si } h &\geq 2.50\text{m} \quad h = h_0 \sqrt[4]{\frac{L_0}{L}} \sqrt[4]{\frac{E}{E_0}} \sqrt[4]{\frac{I}{I_0}} \end{aligned} \quad (I.3)$$

I_0, I : modules d'inerties équivalents respectivement de la cloison de référence et de la cloison à dimensionner.

E_0, E : modules d'élasticité équivalents respectivement de la cloison de référence et de la cloison à dimensionner.

L_0, L : entraxes des montants respectivement de la cloison de référence et de la cloison à dimensionner.

Les inconvénients de ces deux méthodes sont les suivantes :

- elles nécessitent un nombre important d'essais expérimentaux,
- elles assimilent le comportement de la cloison à celui d'une poutre sur appuis simples. Cette approche est trop simplifiée à cause des conditions d'appuis réelles de la cloison,
- l'influence du mode d'assemblage et d'interaction entre les plaques et les montants est négligé,

- elles sont incapables de décrire le comportement évolutif de la structure, comportement qui va de la phase élastique jusqu'à la rupture, en passant par les différentes étapes de fissuration et d'endommagement locaux.

L'étude jusqu'à la rupture permettra de connaître le niveau des désordres engendrés. Ces désordres doivent vérifier certaines limitations pour des exigences de fonctionnalité. Cette étude permettra donc de connaître le comportement et l'influence de chaque constituant (plaque, montant, vis) de la structure aussi bien pour le dimensionnement aux différents états (service et ultime) que pour toute étude d'optimisation de ces structures.

I.5. Cadre et objectif de l'étude

Une connaissance suffisante et détaillée du comportement assez complexe des cloisons et de leurs constituants est nécessaire pour toute approche de dimensionnement et de conception.

Vu les limites évoquées des deux méthodes, ainsi que la diversité des composants de l'ouvrage (plaques de plâtre, montants métalliques, vis, ...) associés à des comportements rhéologiques différents, il est nécessaire de recourir à une méthode plus générale et plus adaptée.

La méthode des éléments finis, qui est un outil d'analyse puissant sera mieux adaptée à notre étude. La modélisation en éléments finis nous permettra de pouvoir traiter aussi bien le comportement global de la structure que des problèmes locaux de concentration de contraintes, ainsi que les problèmes de la non-linéarité matérielle et géométrique et l'évolution des conditions aux limites (fixations par vissage).

Un autre attrait de ce choix est l'adaptabilité de cette méthode vis à vis d'une étude de sensibilité concernant, soit les caractéristiques mécaniques des différents composants, soit leur géométrie.

I.5.1 Cadre de l'étude

La diversité des cloisons en plaques de plâtre sur ossature étant très importante, dans un souci de bien cerner cette étude, on se limitera au comportement des cloisons de distribution (fig.I.10) avec un parement simple (une seule plaque de part et d'autre des montants) et de dimensions modulaires, c'est-à-dire un panneau qui ne contient pas de joints (les joints constituent la continuité physique entre deux panneaux dans le cas de cloison de dimensions plus grandes).

Malgré que le choc est le mode de sollicitation le plus pénalisant, on s'est limité dans un premier temps au cas du chargement statique appliqué perpendiculairement au plan de la cloison.

On néglige l'effet de l'humidité, en supposant que les cloisons dans leur milieu ambiant d'utilisation normale, sont dans un état sec.

I.5.2 Objectif de l'étude

L'objectif de ce travail est donc la mise au point d'un modèle général de simulation des processus dans lesquels apparaissent tous les problèmes énumérés précédemment.

Ce ci nous permet de déterminer les niveaux de contraintes, de déformations et de charges maximales pour les cloisons.

Ce modèle nécessitera au préalable une étude expérimentale, pour fournir les caractéristiques et lois de comportement nécessaires (plaques de plâtre, montants métalliques, assemblages vissés et interfaces "plaques-montants").

Le modèle contribuera ultérieurement à l'établissement de méthodes de dimensionnement simples et de règles codificatives pour ce genre d'ouvrage et peut facilement être étendu à d'autres ouvrages similaires (contre-murs, ...).

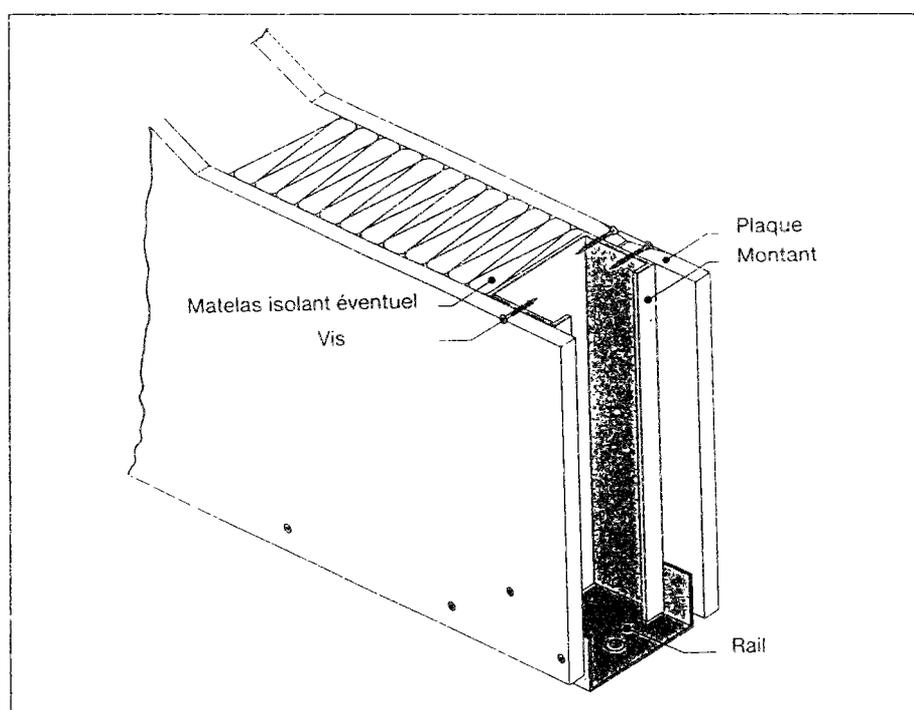


Figure I.10 : cloison de distribution en plaques de plâtre sur ossature métallique

CHAPITRE II

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

CHAPITRE II ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

La première difficulté rencontrée au début de notre étude est l'absence de travaux antérieurs sur les cloisons en plaques de plâtre. Les seules études disponibles se résument à des rapports d'essais expérimentaux décrits sommairement, avec comme seuls résultats les valeurs de flèches et des observations sur l'état des cloisons.

Notre démarche a été d'opter pour une étude bibliographique plus générale. Elle englobe les différents mécanismes qui interviennent dans le comportement mécanique de l'ouvrage de cloison.

Dans une première partie, après une présentation des principes fondamentaux des lois de comportement et la schématisation des solides par quelques modèles mathématiques (élasticité et plasticité) ; on donne la définition des matériaux standards élastoplastiques généralisés et l'application de cette notion aux cas particuliers des milieux continus (poutres et plaques).

La seconde partie sera consacrée au rappel des grandes lignes de la théorie des plaques. Après l'énoncé des hypothèses de base et des relations cinématiques, on donne les équations d'équilibre exprimées en terme des efforts résultants. Le calcul de l'énergie de déformation, comme les contraintes et les déformations est séparé en termes de membrane, de flexion et de cisaillement.

A la fin de cette partie, comme la plaque de plâtre est un composite multicouche ; on s'intéressera au cas particulier des multicouches, et cela en ce qui concerne le calcul de la rigidité globale à partir des rigidités des différentes couches et au calcul des efforts généralisés.

Une étude consacrée aux modes de rupture des profilés métalliques sera traitée dans la troisième partie. On expose les différents mécanismes de rupture, ces derniers sont groupés en trois cas possibles : la plastification de l'âme, le voilement local de l'âme ou encore son voilement global.

Les plaques de plâtre et profilés métalliques (montants) sont rendus solidaires par l'intermédiaire d'assemblages vissés. Ces assemblages semi-rigides font l'objet de la dernière partie de l'étude bibliographique.

Après le rappel des modes de fonctionnement des assemblages vissés ou cloués, on présentera d'abord les approches analytiques et qui sont basées sur des critères en déplacement de type puissance ou exponentielle, puis les modèles numériques.

II.1. Modélisation et schématisation des solides

II.1.1. Solides déformables

Une structure mécanique est considérée comme un solide occupant un volume V , la frontière de V est une surface S , si le solide est à trois dimensions et une courbe Γ s'il est à deux dimensions (fig.II.1).

L'étude du comportement statique ou dynamique d'une structure, nous amène à nous intéresser essentiellement aux trois champs suivants :

- Le champ de déplacements à 3 ou 6 composantes défini par les trois déplacements u, v, w et les trois rotations $\beta_x, \beta_y, \beta_z$ dans le repère orthonormé cartésien $Oxyz$.

- Le champs des déformations à 6 composantes : $\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{zz}, \epsilon_{xy}, \epsilon_{yz}, \epsilon_{zx}$

- Le champ des contraintes à 6 composantes : $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}$

Les trois champs ne sont pas indépendants les uns des autres, les déplacements et les déformations sont en dépendance dite géométrique, tandis que les déformations et les contraintes sont liées par la loi de comportement du matériau considéré.

Il existe par ailleurs une dépendance de la structure avec le milieu ambiant et qui se traduit par des conditions aux limites sur les déplacements ou sur les contraintes à la frontière de V .

II.1.1.1 - Conditions limites

Ce sont des conditions sur les contraintes ou sur les déplacements. Elles ne peuvent coexister sur la même partie du solide. S_u est la partie de S sur laquelle les déplacements sont imposés et S_σ sur celle où sont les contraintes (fig.II.1), le vecteur de contraintes internes doit équilibrer le vecteur des forces extérieures. Les conditions se traduisent par les relations :

$$\begin{cases} \{u\} = \{u_0\} & \text{sur } S_u \\ \{t\} = [\sigma] \{n\} & \text{sur } S_\sigma \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

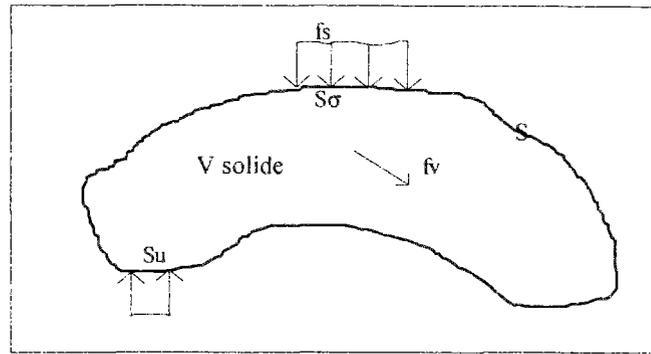


Figure II.1 : Equilibre du solide

II.1.1.2 - Description du mouvement

Il existe plusieurs manières de décrire les déplacements et les déformations d'un solide. Le plus souvent, la configuration initiale est essentielle, elle sert de référence. Elle est notée C^0 , en correspondance avec le temps $t = 0$, même si celui-ci n'intervient pas explicitement dans le cas d'une analyse statique.

Une particule qui occupait la position M_0 à l'instant initial occupe la position M à l'instant t . Les coordonnées du point M sont fonctions de M_0 et de t :

$$\begin{aligned} x &= x(M_0, t) \\ y &= y(M_0, t) \\ z &= z(M_0, t) \end{aligned} \quad (\text{II.2})$$

Toutes ces fonctions sont continûment différentiables par à l'espace (M_0) et au temps. Cette description du mouvement est dite lagrangienne. L'hypothèse des petites perturbations (HPP) consiste à ne pas différencier la configuration initiale de la configuration déformée (actuelle) cela permet d'utiliser le même référentiel d'origine pour décrire l'évolution de la structure.

Cette formulation est bien adaptée aux structures en petites déformations mais devient difficile à mettre en oeuvre dans le cas de grands déplacements.

La formulation lagrangienne corrigée (ou actualisée) à chaque pas ou chaque itération facilite l'utilisation d'hypothèses simplificatrices dans le cas de grandes rotations ou de grands déplacements, en particulier pour les structures minces (updated lagrangian formulation ULF) [LO.86], [FRE.78].

Des études comparatives des ces formulations, appliquées aux structures minces telles que les plaques et les coques ont fait l'objet de différents travaux [JAM.86], [GUO.87].

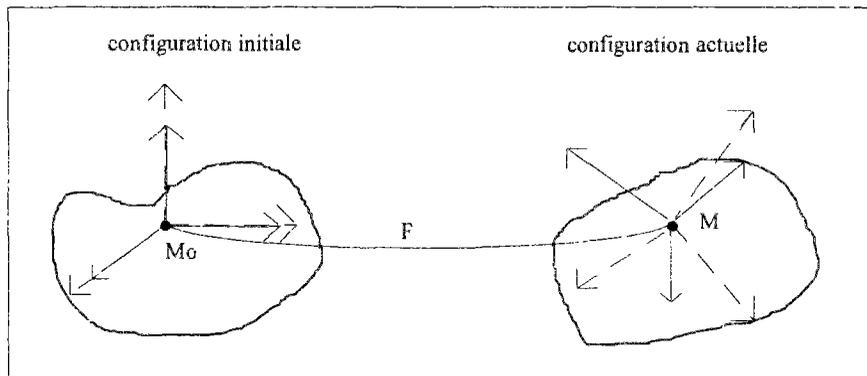


Figure II.2 : Configuration initiale et configuration actuelle

II.1.1.3 - Equilibre du solide

Les forces {F} qui s'exercent sur V sont de deux natures : les forces de volume f_v et les forces de surface f_s .

En désignant par γ le champ des accélérations et par σ le champ des tenseurs de contrainte de Cauchy, les équations d'équilibre (lois de mouvement) imposent la symétrie de σ et les trois équations différentielles :

$$\{f_v\} - \rho\{\gamma\} + \text{div}[\sigma] = 0 \quad (\text{II.3})$$

Les conditions aux limites sur la frontière S de V utilisent le vecteur normal unitaire n (normal extérieure à V) :

$$\sigma_n = f_s \quad (\text{II.4})$$

On a donc en tout point de V :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} + f_{vx} &= \rho \gamma_x \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} + f_{vy} &= \rho \gamma_y \\ \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + f_{vz} &= \rho \gamma_z \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

Et on a en tout point de S

$$\sigma_{xx}n_x + \sigma_{xy}n_y + \dots = f_{sx} \quad (\text{II.6})$$

II.1.2. Lois de comportement

Une méthode fondée sur des principes généraux gouvernant les variables représentatives de l'état du milieu matériel est nécessaire pour résoudre les problèmes de la mécanique des milieux continus.

L'état d'un milieu matériel dépend en général de toute l'histoire de ses variables mécaniques et on peut ainsi modéliser son comportement par des lois générales.

II.1.2.1 - Postulats fondamentaux pour les lois de comportement

La formulation des lois de comportement générales doit obéir à des principes fondamentaux :

- a) principe de déterminisme de contraintes :
les contraintes dans un corps sont déterminées par l'histoire de ce corps.
- b) principe de l'action locale :
l'état de contrainte en un point X ne dépend pas du mouvement des particules situées à l'extérieur d'un voisinage quelconque de X.
- c) principe d'objectivité :
les équations de la loi de comportements doivent être vérifiées quelque soit le référentiel choisi.

A ces trois postulats classiques, Malvern [MAL.69] ajoute le principe d'équiprésence.

- d) principe d'équiprésence :
une variable indépendante intervenant dans l'une des équations de comportement du matériau doit être considérée en première analyse dans toutes les autres équations de comportement de ce matériau.

II.1.2.2 - Méthode de l'état local et variables d'état

L'état thermodynamique d'un milieu matériel en un point (X) et à un instant (t) est complètement défini par la connaissance des valeurs d'un nombre de variables à cet instant [LEM.88].

Du choix de la nature et du nombre des variables d'état dépend la description plus ou moins fine des phénomènes physiques.

Les variables d'état, appelées aussi variables thermodynamiques ou variables indépendantes, se divisent en deux parties :

- a) variables observables : la température T, la déformation totale ϵ (en petites déformations).
- b) variables internes : elles sont utilisées pour les phénomènes dissipatifs où l'état actuel dépend de l'histoire. La plasticité et la viscoplasticité nécessitent l'introduction de la

variable déformation plastique ε^p (ou viscoplastique). D'autres phénomènes nécessitent l'introduction d'autres variables internes de nature plus cachée et qui peuvent être des variables scalaires ou tensorielles (variables d'érouissage).

II.1.2.3.- Potentiel thermodynamique

Le comportement thermodynamique est décrit à partir d'un potentiel thermodynamique Ψ .

$$\text{en élasticité on a : } \{\sigma\} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \{\varepsilon\}} \quad (\text{II.7})$$

$$\text{en élastoplasticité on a : } \varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p ; \sigma = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon^e} ; \sigma = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} ; \sigma = -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon^p} \quad (\text{II.8})$$

les déformations n'interviennent que sous la forme de leur partition $\varepsilon^e = \varepsilon - \varepsilon^p$

$$\text{soit } \Psi = \Psi(\varepsilon - \varepsilon^p) \text{ ce qui montre } \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon^e} = \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} = -\frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon^p}$$

où ρ est la masse volumique.

Ce qui montre que la contrainte est la variable associée à la déformation élastique et à la déformation totale.

Le potentiel thermodynamique permet de décrire les relations d'état entre les variables observables et leurs variables associées, mais il est insuffisant pour décrire les processus dissipatifs, en particulier l'évolution des variables internes. C'est l'objet du potentiel de dissipation.

II.1.2.4 - Potentiel de dissipation

Pour définir les lois complémentaires relatives aux processus dissipatifs, on postule l'existence d'un potentiel de dissipation Φ s'exprimant comme une fonction scalaire continue et convexe par rapport aux variables flux. Il va permettre la définition des lois d'évolution des variables internes [LEM.88].

II.1.3. Modèles mathématiques et schématisation des solides

Pour décrire le comportement d'un solide, on a souvent recours aux différents schémas suivants : l'élasticité, la thermoélasticité, la viscoélasticité, la plasticité, la fissuration, ... etc.

On détaillera les deux schémas qu'on va utiliser dans la suite de notre étude, en l'occurrence l'élasticité et la plasticité.

II.1.3.1. L'élasticité

La schématisation des solides élastiques suivant la méthode locale ne fait intervenir qu'une seule variable d'état la déformation élastique ε^e égale à la déformation totale ε .

Le potentiel thermodynamique s'écrit : $\psi = \frac{1}{2\rho} a:\varepsilon:\varepsilon$ (II.9)

où : ψ : potentiel thermodynamique

ρ : masse volumique

ε : déformation

a : tenseur de 4ème ordre (paramètres élastiques du matériau)

a) Matériau orthotrope

Définition : on appelle matériau orthotrope un matériau élastique homogène portant en tout point deux symétries de comportement, chacune par rapport à un plan, les deux plans étant orthogonaux.

La loi de comportement exprimée dans les axes dits d'orthotropie, peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{12}/E_2 & -\nu_{31}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ & 1/E_2 & -\nu_{32}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ & & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ & \text{sym} & & 1/G_{12} & 0 & 0 \\ & & & & 1/G_{23} & 0 \\ & & & & & 1/G_{31} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.10})$$

Les coefficients indépendants sont :

- E_1, E_2, E_3 (modules d'élasticité)
- G_{12}, G_{23}, G_{31} (modules de cisaillement)
- $\nu_{21}, \nu_{31}, \nu_{32}$ (coefficients de Poisson)

Les coefficients $\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$ se déduisent par la propriété de symétrie.

b) Matériau isotrope

Dans ce cas, toutes les directions et tous les plans sont élastiquement équivalents. Le nombre de 9 coefficients élastiques se réduit alors à deux : E et ν (avec $G=E/2(1+\nu)$)

II.1.3.2 - La plasticité

La plasticité est la propriété qu'ont les solides de se déformer de façon irréversible et indépendamment du temps lorsqu'un certain niveau de contrainte, connue sous le nom de limite d'écoulement, a été atteint [LEM.88] [TRE.64]. Il n'existe plus de relation univoque entre les contraintes et les déformations. Dans le cas des matériaux à base de matrice liante, ces déformations irréversibles sont essentiellement dues à des micro-fissures, pour le cas des métaux c'est plutôt des mouvements de dislocations qui sont à l'origine.

a) Comportement unidimensionnel

Le comportement unidimensionnel peut être complètement caractérisé par la courbe d'écrouissage en traction-compression (fig.II.3).

A tout instant, la déformation totale ε se décompose en deux termes :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (\text{II.12})$$

avec ε^e la déformation élastique et ε^p la déformation plastique.

La contrainte au point A est dite contrainte d'écoulement, le point A correspond à la notion de seuil de plasticité ou bien limite d'élasticité. Si cette limite d'élasticité évolue en fonction de l'amplitude de déformation, on dit que le matériau est écrouissable.

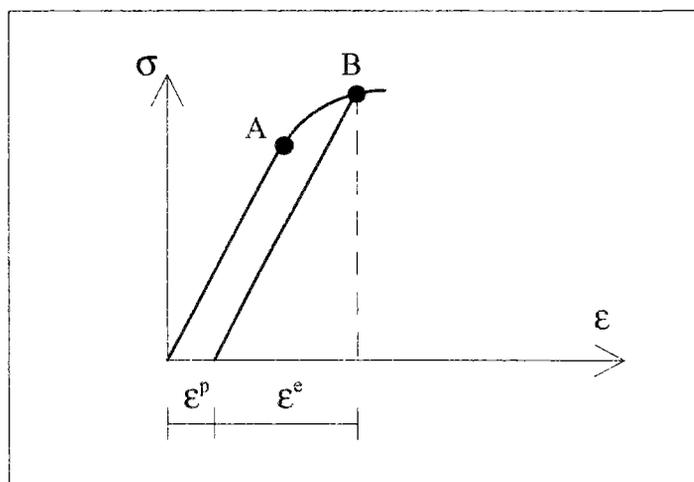


Figure II.3 : Comportement unidimensionnel

b: Critères de plasticité

Le critère de plasticité est la généralisation de la notion du seuil de plasticité. Il définit le domaine, dans l'espace des contraintes à six dimensions à l'intérieur duquel toute variation de contrainte n'engendre que des déformations élastiques.

La modélisation mathématique de ces domaines et leur évolution fait l'objet de nombreuses propositions, on peut les résumer en deux catégories :

* Critères isotropes :

L'équation de la frontière du domaine fait intervenir a priori toutes les composantes du tenseur des contraintes et la variable d'érouissage qui se réduit à une variable scalaire dans le cas d'un érouissage isotrope :

$$f(\sigma_{ij}, \sigma_{\text{seuil}}) = 0 \quad (\text{II.13})$$

Si le matériau est isotrope, la frontière du domaine est invariante par changement de repère; la fonction f ne dépend donc que des trois invariants du tenseur des contraintes σ :

$$f(\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}, \sigma_s) = 0 \quad (\text{II.14})$$

Exemple d'un critère isotrope : critère de Von Mises

Le critère de Von Mises [VON.13] est entièrement défini par un seul paramètre (σ_e), son interprétation physique est que la plastification se produit quand l'énergie élastique de distorsion emmagasinée atteint une valeur critique, caractéristique du matériau à un instant donné, l'expression du critère dans l'espace des contraintes à six dimensions est la suivante

$$\frac{1}{2} \left[(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{11})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2) \right] - \sigma_s^2 = 0 \quad (\text{II.15})$$

Son expression dans l'espace des contraintes principales :

$$\frac{1}{2} \left[(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2 \right] - \sigma_s^2 = 0 \quad (\text{II.16})$$

C'est l'équation d'un cylindre à base circulaire axé sur la trisectrice du repère $(\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III})$ et de rayon $r = \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_s$

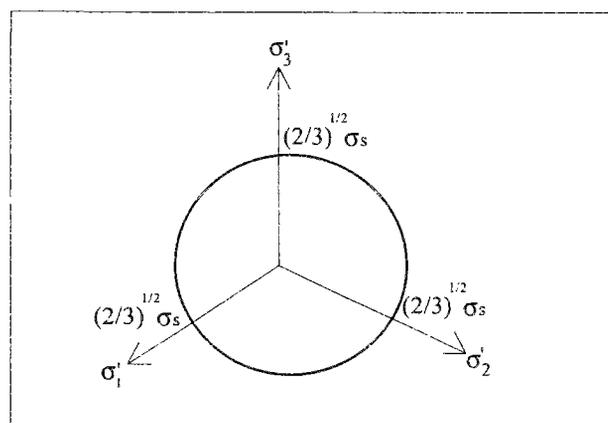


Figure II.4 : Critère de Von-Mises

* Critères Anisotropes :

Dans le cas le plus général, le critère de plasticité est défini par une relation :

$$f(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}) = 0 \quad (\text{II.17})$$

que vérifient les composantes du tenseur des contraintes à l'apparition d'une déformation plastique.

Cette relation peut aussi s'écrire : $f(\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}, \alpha, \beta, \eta) = 0$ (II.18)

où α, β et η décrivent l'orientation des directions principales par rapport aux axes x, y et z du repère choisi.

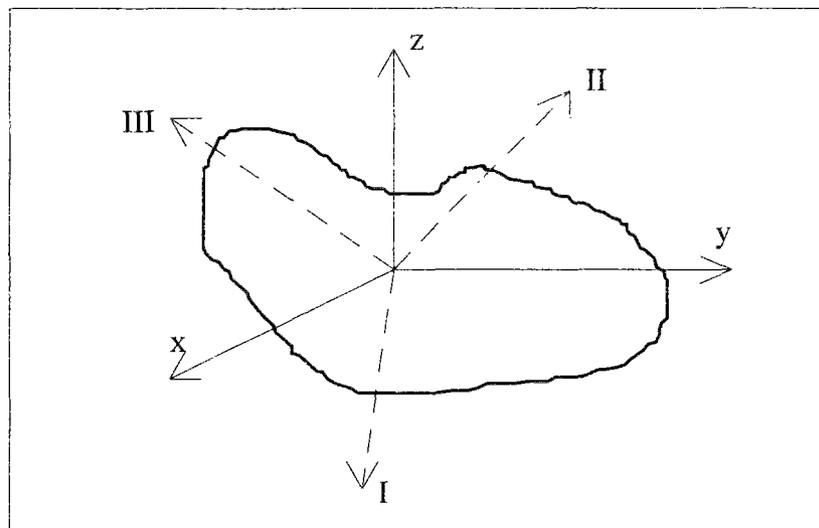


Figure II.5 : Repère local et repère principal

Dans ces types de critères, l'expression ne peut se réduire à une fonction des seuls invariants ; il faut faire intervenir les directions privilégiées d'anisotropie. Ce type de critère est considéré comme une généralisation du critère de Von Mises et s'écrit sous la forme : $(\mathbf{C}:\boldsymbol{\sigma}):\boldsymbol{\sigma}=1$

où \mathbf{C} est un tenseur d'ordre 4 dépendant du matériau et respectant la symétrie matérielle :

$$C_{ijkl} = C_{klij} = C_{jikl} = C_{ijlk} \quad \text{et} \quad C_{ijkk} = C_{iikl} = 0 \quad (\text{II.19})$$

Pour tenir compte de l'anisotropie de certains métaux, HILL [HIL.50] a proposé un critère indépendant de la contrainte moyenne, ce critère se réduit à celui de Von Mises pour le cas d'isotropie. Ce critère correspond à une anisotropie particulière qui conserve trois plans de symétrie (l'orthotropie).

Ce critère se déduit de l'expression générale avec :

$$\begin{aligned} C_{1111} &= F + H & C_{2222} &= F + G & C_{3333} &= G + H \\ C_{1122} &= -F & C_{2233} &= -G & C_{3311} &= -H \\ C_{1212} &= L/2 & C_{2323} &= M/2 & C_{3131} &= N/2 \end{aligned} \quad (\text{II.20})$$

$$F (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + G (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + H (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 2 (L \tau_{12}^2 + M \tau_{23}^2 + N \tau_{31}^2)$$

Après cet aperçu général sur les quelques principes fondamentaux des lois de comportement et modèles de schématisation des solides, on va s'intéresser aux cas des matériaux généralisés et particulièrement aux milieux continus généralisés. Ces derniers englobent des éléments tels que les poutres et les plaques.

La stratégie de la modélisation qu'on adoptera au chapitre IV sera fondée sur des éléments de plaques intégrant un critère d'endommagement par plasticité généralisée (modèle global).

II.1.4. Matériaux standards généralisés

II.1.4.1 - Introduction

Moreau [MOR.70], [MOR.71] a étudié l'hypothèse de l'existence d'un potentiel de dissipation, appelée dissipativité normale, à partir du principe d'orthogonalité et de convexité [ZIE.63].

La thermodynamique classique est étendue à des systèmes hors d'équilibre ; on admet la validité du second principe de la thermodynamique. Celui-ci postule que pour un système en évolution, la vitesse de production d'entropie interne spécifique est positive (nulle seulement si le processus est réversible).

$$\dot{S}_I = A_k a_k \geq 0 \quad k = 1, \dots, n \quad (\text{II.21})$$

où a_k : vitesses (ou flux)
 A_k : les forces généralisées

La loi de comportement la plus simple est donnée par une relation linéaire entre les vitesses et les forces généralisées et qui peut se mettre sous la forme [HAL.75] : $a_k = L_{ki} A_i$

$$a_k = \frac{\partial P}{\partial A_k} \quad \text{et} \quad A_k = \frac{\partial P^*}{\partial a_k} \quad (\text{II.22})$$

Les vitesses a_k et les forces généralisées A_k dérivent ainsi respectivement du potentiel de résistance $P(A)$ et du potentiel de dissipation $\Phi(a)$. L'état thermodynamique d'un élément de matière élastoplastique ou élastoviscoplastique est défini d'une part par la valeur de paramètres mécaniques ou thermiques, d'autre part par la valeur des paramètres internes

caractérisant son état physico-chimique. Dans le cas de monocristaux métalliques, de nombreux travaux (Kröner [KRO.61], Zarka [ZAR.73]), ont permis de préciser la nature des paramètres internes, leurs lois d'évolution et leur rôle dans la déformation plastique ; ce sont des paramètres liés à la distribution de dislocations.

Dans le cas des polycristaux (Zaoui [ZAO.70], il faut ajouter les paramètres géométriques définissant la position de grains les uns par rapport aux autres.

II.1.4.2 - Matériaux standards généralisés

Suivant Halphen et Nguyen [HAL.75], on appelle matériau standard élastoplastique généralisé un matériau élastoplastique pour lequel il existe une famille de paramètres d'écrouissage $\beta = \{\beta_i, i = 1, \dots, n\}$ et une fonction convexe de β , $\varphi(\beta)$, telles que, si on pose

$$\alpha = \frac{\partial \varphi}{\partial \beta} \quad (\text{II.23})$$

la vitesse généralisée $(\{\dot{\epsilon}^p\}, \dot{\beta})$ est une normale extérieure à un domaine convexe de l'espace, contenant l'origine dans cet espace, appelé domaine d'élasticité du matériau dans cet espace.

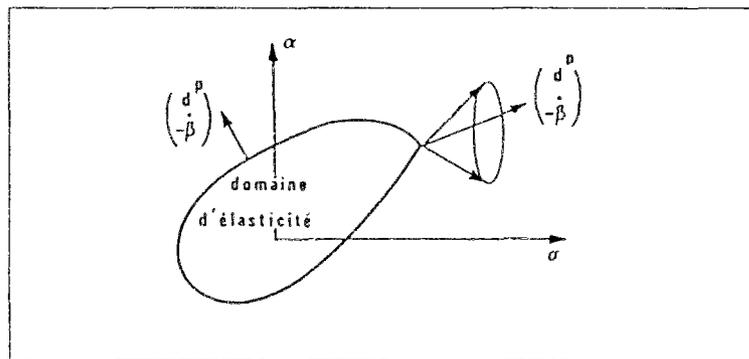


Figure II.6 : Règles d'écoulement et d'écrouissage d'un matériau élastoplastique standard généralisé

La condition d'appartenance à ce domaine est représentée par la condition :

$$f(\{\sigma\}, \alpha) \leq 0 \quad (\text{II.24})$$

où f est une fonction convexe de $(\{\sigma\}, \alpha)$.

La règle d'écoulement plastique et la règle d'écrouissage du matériau sont données par :

$$(\{\dot{\epsilon}^p\}, -\dot{\beta}) \in \dot{\lambda} \partial f(\{\sigma\}, \alpha) \quad \begin{cases} \dot{\lambda} \geq 0 & \text{si } f = 0 \text{ et } \dot{f} = 0 \\ \dot{\lambda} = 0 & \text{si } f < 0 \text{ ou } \dot{f} < 0 \end{cases} \quad (\text{II.25})$$

∂f représente le sous différentiel de la fonction convexe f par rapport au couple $(\{\sigma\}, \alpha)$. Comme l'indiquent Halphen et Salençon [HAL.87], les conditions de nullité du multiplicateur $\dot{\lambda}$ expriment que les vitesses de déformations plastiques $\{\dot{\epsilon}^p\}$ et d'écrouissage $\dot{\beta}$ ne peuvent être non nulles que si le point $(\{\sigma\}, \alpha)$ est sur la surface de charge et s'il y reste. Ceci est bien conforme au comportement élastoplastique écrouissable général.

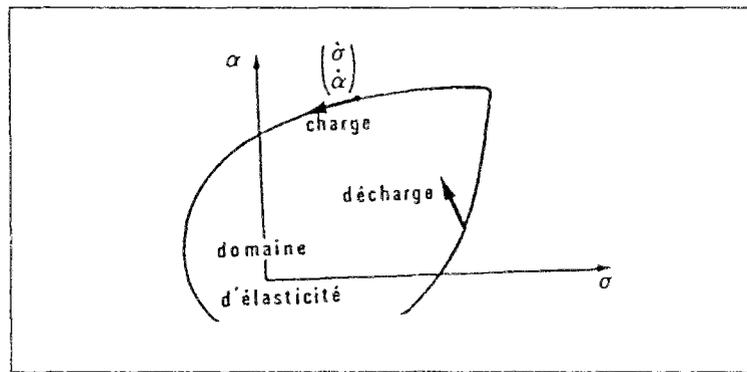


Figure II.7 : Charge plastique et décharge élastique pour un matériau élastoplastique standard généralisé

Lorsque la fonction f est différentiable par rapport à $(\{\sigma\}, \alpha)$, l'équation (II.25) s'écrit :

$$\{\dot{\epsilon}^p\} = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \{\sigma\}} \quad -\dot{\beta} = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \alpha} \quad \begin{cases} \dot{\lambda} \geq 0 & \text{si } f = 0 \text{ et } \dot{f} = 0 \\ \dot{\lambda} = 0 & \text{si } f < 0 \text{ ou } \dot{f} < 0 \end{cases} \quad (\text{II.26})$$

Pour retrouver la forme générale de la règle d'écoulement, en supposant que $f = 0$, après avoir examiné les conséquences des équations (II.24) et (II.26) suivant le signe de la quantité $\dot{f}_E = \frac{\partial f}{\partial \{\sigma\}} : \{\dot{\sigma}\}$, on arrive à la forme de la règle d'écoulement suivante [HAL.87] :

$$\{\dot{\epsilon}^p\} = \frac{1}{M(\{\sigma\}, \alpha)} \dot{f}_E \frac{\partial f}{\partial \{\sigma\}} \quad (\text{II.27})$$

avec $M(\{\sigma\}, \alpha) = \frac{1}{\frac{\partial f}{\partial \alpha_i} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \beta_i \partial \beta_j} \frac{\partial f}{\partial \alpha_j}}$: module d'écrouissage

En résumé, il est établi que si la fonction φ est strictement convexe, la règle d'écoulement du matériau est celle d'un matériau élastoplastique à écrouissage positif.

En revanche si φ n'est pas strictement convexe, l'écrouissage est soit positif (durcissant) soit négatif (radoucissant) soit nul (plasticité parfaite).

Maintenant, pour appliquer ce comportement à des solides comme les plaques ; on fait intervenir la notion de milieux continus généralisés.

II.1.4.3 - Milieux continus généralisés

La notion de milieux continus généralisés s'applique à des éléments tels que les poutres et les plaques. On a alors des milieux unidimensionnels ou bidimensionnels pour lesquels la puissance de déformation par élément dl ou ds est défini comme le produit des contraintes généralisées $\{S\}$ par les vitesses de déformations généralisées $\{\dot{d}\}$.

Par exemple, pour une plaque en flexion, dans le modèle de Kirchoff (fig.II.7), la contrainte généralisée est le tenseur $\{M\}$ des moments de flexion et la vitesse de déformation généralisée est le tenseur $\{\dot{\chi}\}$ des vitesses des courbures de composantes :

$$\dot{\chi}_{xx} = \frac{\partial^2 \dot{w}}{\partial x^2} \quad \dot{\chi}_{yy} = \frac{\partial^2 \dot{w}}{\partial y^2} \quad \dot{\chi}_{xy} = \frac{\partial^2 \dot{w}}{\partial x \partial y} \quad (\text{II.28})$$

où \dot{w} désigne la vitesse de flèche.

La puissance de déformation par unité de surface de plaque est : $(\{M\}:\{\dot{\chi}\})$

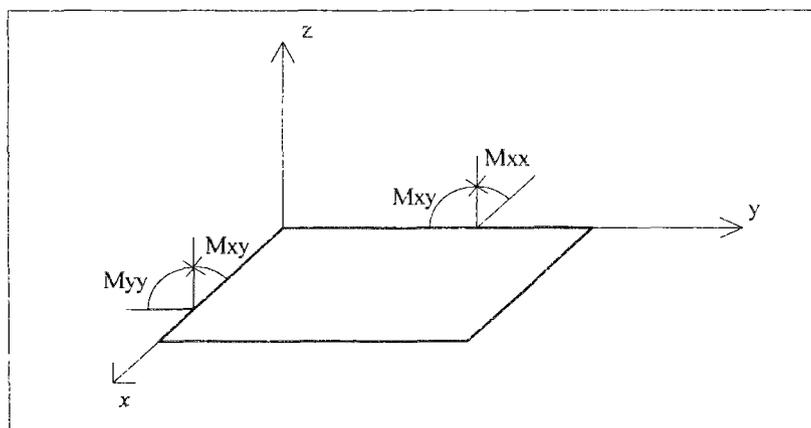


Figure II.8 : Plaque en flexion (modèle de Kirchoff : tenseur $[M]$)

Le comportement de tels milieux peut être établi dans certains cas par le calcul, à partir de la connaissance de celui du milieu continu tridimensionnel constitutif. Il peut aussi être déterminé a priori en variables généralisées à partir des résultats expérimentaux.

Critères de plasticité

On présente à titre d'exemple le critère de Von Mises en contraintes généralisées, qui est déterminé à partir du critère adopté pour le matériau constitutif (on détaillera la construction du modèle dans le chapitre IV).

En termes de flexion le critère s'écrit :

$$f(\{M\}) = M_{xx}^2 + M_{yy}^2 - M_{xx}M_{yy} + 3M_{xy}^2 - \frac{3}{4}M_p^2 \quad (\text{II.29})$$

ou encore :

$$f(\{M\}) = M_1^2 + M_2^2 - M_1M_2 - \frac{3}{4}M_p^2 \quad (\text{II.30})$$

M_1 et M_2 désignent les moments principaux

M_p désigne le moment limite de flexion

La règle d'écoulement associée par la règle de normalité s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{\chi}_1 &= \dot{\lambda}(2M_1 - M_2) \\ \dot{\chi}_2 &= \dot{\lambda}(2M_2 - M_1) \quad \text{si } f(\{M\}) = 0 \\ \dot{\lambda} &\geq 0 \end{aligned} \quad (\text{II.31})$$

Avant d'appliquer ces critères généralisés aux plaques, on a besoin de rappeler au préalable la théorie des plaques avec ses hypothèses, ses relations cinématiques et autres relations efforts-déformations.

II.3. Rappel sur la théorie des plaques

II.2.1. Hypothèses de base et relations cinématiques

Les plaques sont des structures tridimensionnelles dont une dimension, l'épaisseur "h" est petite en comparaison des deux autres.

L'hypothèse de base est donc que dans cette direction, la contrainte est nulle.

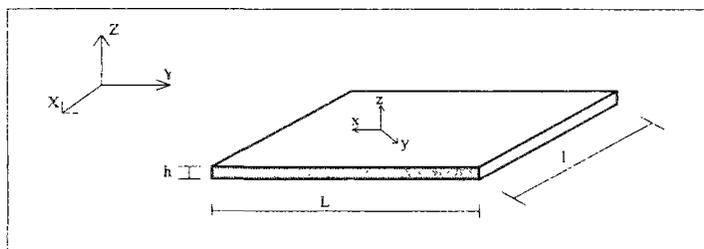


Figure II.9 : Structure de plaque

Les plaques sont classées en deux catégories :

- plaques épaisses, avec $1/20 < h/L < 1/4$
- plaques minces, avec $h/L < 1/20$

Dans la théorie des plaques homogènes, la référence est la surface moyenne "Sm". En tout point de cette surface et dans les axes absolus, les trois déplacements et les trois rotations usuels sont notés $u_x, u_y, u_z, \beta_{x,y,z}$

Dans les axes locaux ils deviennent $u, v, w, \beta_x, \beta_y$. La flèche w est une fonction de x et y seulement : $w = w(x, y)$ et les rotations sont celles de la normale au plan de la plaque. La rotation locale β_z dans le plan de la plaque est négligée.

Les sections droites sont supposées rester droites après déformation ; dans le système d'axes locaux, pour un point situé à z , cela se traduit par l'hypothèse que le déplacement total résulte de la superposition du déplacement de membrane de la surface moyenne et d'un déplacement de flexion, soit :

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u(x, y, 0) + z\beta_x(x, y) \\ v(x, y, z) &= v(x, y, 0) + z\beta_y(x, y) \\ w(x, y, z) &= w(x, y, 0) \end{aligned} \quad (\text{II.32})$$

C'est l'hypothèse la plus couramment admise (les phénomènes de membrane et de flexion sont découplés).

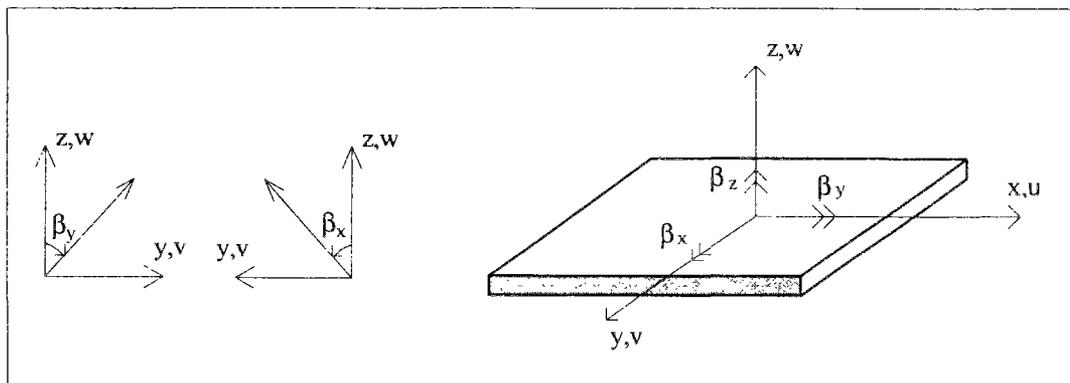


Figure II.10 : déplacements et rotations

Les déformations sont données par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 \epsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} + z \frac{\partial \beta_x}{\partial x} & 2\epsilon_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + z \left(\frac{\partial \beta_x}{\partial y} + \frac{\partial \beta_y}{\partial x} \right) \\
 \epsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} + z \frac{\partial \beta_y}{\partial y} & 2\epsilon_{xz} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \beta_x \\
 \epsilon_{zz} &= 0 & 2\epsilon_{yz} &= \frac{\partial w}{\partial y} + \beta_y
 \end{aligned}
 \tag{II.33}$$

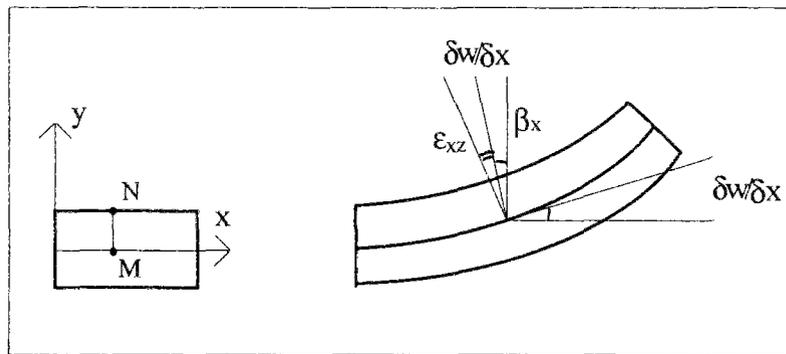


Figure II.11 : flexion avec cisaillement

Le vecteur déformation $\{\epsilon\}$ comprend deux parties, l'une traduit les déformations de membrane $\{\epsilon_m\}$, elle est indépendante de z :

$$\langle \epsilon_m \rangle = \left\langle \frac{\partial u}{\partial x} ; \frac{\partial v}{\partial y} ; \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right\rangle \tag{II.34}$$

L'autre représente les déformations de flexion et qui dépend de z :

$$\begin{aligned}
 \langle \epsilon_f \rangle &= z \langle \chi \rangle \\
 \langle \chi \rangle &= \left\langle \frac{\partial \beta_x}{\partial x} ; \frac{\partial \beta_y}{\partial y} ; \frac{\partial \beta_x}{\partial y} + \frac{\partial \beta_y}{\partial x} \right\rangle : \text{vecteur des courbures}
 \end{aligned}
 \tag{II.35}$$

Les déformations de cisaillement transverse s'expriment en fonction ϵ_c et de z :

$$\langle \epsilon_c \rangle = \left\langle \frac{\partial w}{\partial x} + \beta_x ; \frac{\partial w}{\partial y} + \beta_y \right\rangle \tag{II.36}$$

L'influence de z intervient de manière plus ou moins complexe selon le matériau. Pour un matériau homogène, isotrope, cette répartition est théoriquement parabolique. Ces considérations dont on tient compte en introduisant un coefficient correctif a (voir II.2.4) n'ont d'intérêt que dans les théories où le cisaillement n'est pas négligé (théorie de Midlin [MID.51]).

Négliger le cisaillement (théorie de Kirchoff [KIR.50]) revient à supposer que toute section droite reste droite après déformation :

$$\begin{aligned} 2\varepsilon_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \beta_x = 0 &\Rightarrow \beta_x = -\frac{\partial w}{\partial x} \\ 2\varepsilon_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \beta_y = 0 &\Rightarrow \beta_y = -\frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \quad (\text{II.37})$$

soit :

$$\langle \varepsilon_f \rangle = z \left\langle -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad -2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right\rangle \quad (\text{II.38})$$

Cette théorie permet d'exprimer le champ des déformations à partir des seuls déplacements u, v et w mais elle exige l'utilisation des dérivées secondes de w . Elle n'est valable que pour les plaques minces.

II.2.2. Contraintes et efforts résultants

Il est assez courant d'envisager dans le plan moyen de la plaque, les efforts plutôt que les contraintes, on peut distinguer :

- Les efforts de membrane $\{N\}$:

$$\{N\} = \begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} dz \quad (\text{II.39})$$

- Les efforts de flexion (moments des contraintes) $\{M\}$:

$$\{M\} = \begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} z dz \quad (\text{II.40})$$

- Les efforts tranchants (effet de cisaillement) $\{Q\}$:

$$\{Q\} = \begin{Bmatrix} Q_{xx} \\ Q_{yy} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{Bmatrix} dz \quad (\text{II.41})$$

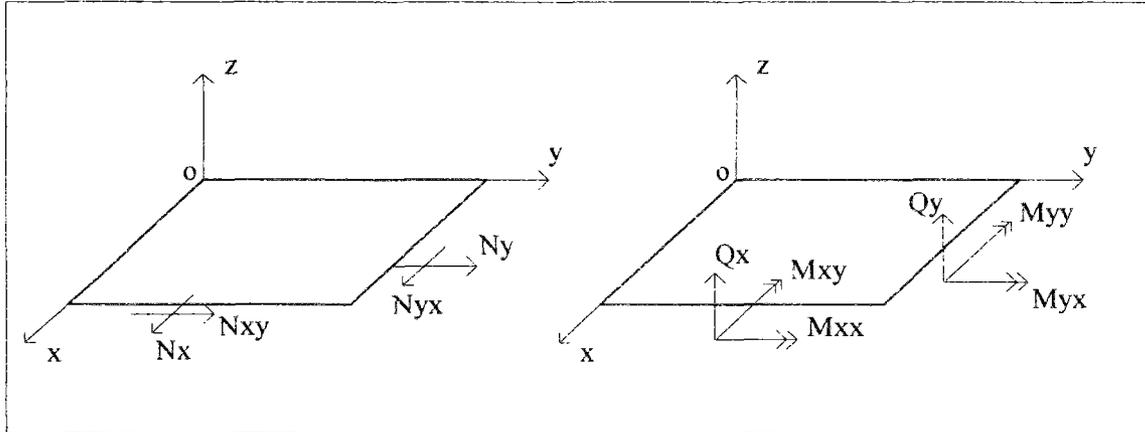


Figure II.12 : Efforts résultants

Les forces extérieures sont, elles aussi, intégrées dans la direction de l'épaisseur :

- forces de volume :

$$\{F_v\} = \begin{Bmatrix} F_{vx} \\ F_{vy} \\ F_{vxy} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} f_{vx} \\ f_{vy} \\ f_{vxy} \end{Bmatrix} dz \quad (\text{II.42})$$

- forces de surfaces :

$$\{N_s\} = \begin{Bmatrix} N_{sx} \\ N_{sy} \\ Q_s \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} f_{sx} \\ f_{sy} \\ f_{sz} \end{Bmatrix} dz \quad (\text{II.43})$$

$$\{M_s\} = \begin{Bmatrix} M_{sx} \\ M_{sy} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} f_{sx} \\ f_{sy} \end{Bmatrix} z dz$$

II.2.3. Equations d'équilibre

On peut écrire les équations d'équilibre, soit en termes de contraintes, soit en termes d'efforts. Dans ce dernier cas, les équations peuvent être établies directement en étudiant l'équilibre d'un élément de plaque d'épaisseur h et de surface $dx dy$.

Ces équations sont pour la membrane :

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} + F_{vx} &= 0 \\ \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_{yy}}{\partial y} + F_{vy} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{II.44})$$

Pour le cisaillement :

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + F_{vz} = 0 \quad (\text{II.46})$$

Pour la flexion :

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x &= 0 \\ \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_{yy}}{\partial y} - Q_y &= 0 \end{aligned} \quad (\text{II.47})$$

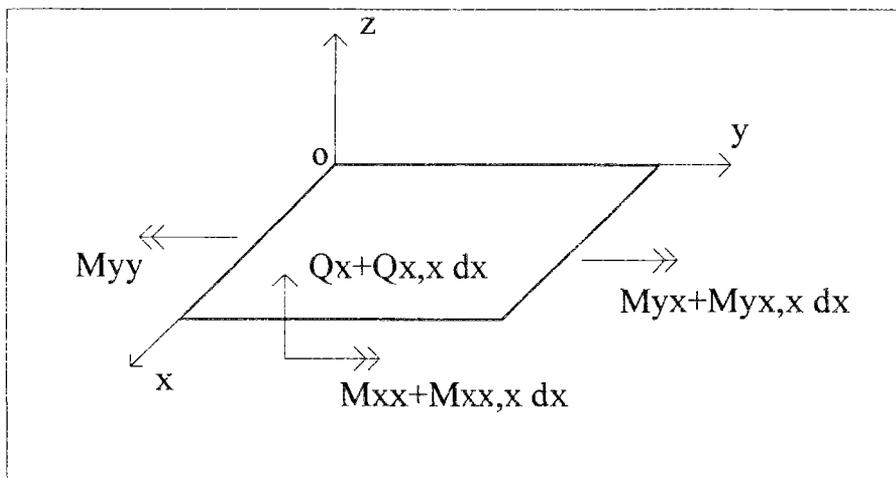


Figure II.13 : équilibre d'un élément $dx \cdot dy$

II.2.4. Energie de déformation

L'énergie de déformation, comme les contraintes et les déformations, est séparée en termes de membrane, de flexion et de cisaillement : $U_d = U_{dm} + U_{df} + U_{dc}$

$$U_d = \frac{1}{2} \int_v \langle \sigma \rangle \{ \epsilon \} dv = \frac{1}{2} \int_v \langle \sigma_{m+f} \quad \sigma_c \rangle \begin{Bmatrix} \epsilon_m + z\chi \\ \epsilon_c \end{Bmatrix} dv \quad (II.48)$$

Après intégration dans l'épaisseur :

$$U_d = \frac{1}{2} \int_v [\langle N \rangle \{ \epsilon_m \} + \langle M \rangle \{ \chi \} + \langle Q \rangle \{ \epsilon_c \}] ds \quad (II.49)$$

Dans le cas d'un matériau élastique on a :

$$U_d = \frac{1}{2} \int [\langle \epsilon_m \rangle [C_m] \{ \epsilon_m \} + \langle \chi \rangle [C_f] \{ \chi \} + \langle \epsilon_c \rangle [C_c] \{ \epsilon_c \}] ds \quad (II.50)$$

où $[C_m]$, $[C_f]$ et $[C_c]$ sont respectivement les matrices des coefficients élastiques de membrane, de flexion et de cisaillement.

Le couplage flexion-membrane est généralement nul, puisque l'intégrale sur $(-h/2 \text{ à } h/2)$ des termes en z est nulle, sauf dans le des plaques stratifiées non symétriques par rapport au plan moyen $z = 0$.

En termes de déplacements on a :

$$\begin{aligned} U_m &= \frac{1}{2} \int_{s_m} E_m \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1-\nu}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] ds \\ U_f &= \frac{1}{2} \int_{s_m} E_f \left[\left(\frac{\partial \beta_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \beta_y}{\partial y} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial \beta_x}{\partial x} \frac{\partial \beta_y}{\partial y} + \frac{1-\nu}{2} \left(\frac{\partial \beta_x}{\partial y} + \frac{\partial \beta_y}{\partial x} \right)^2 \right] ds \\ U_c &= \frac{1}{2} \int_{s_m} G h a \left[\left(\beta_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\beta_y + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] ds \end{aligned} \quad (II.51)$$

avec :

$$E_m = \frac{Eh}{2} (1 - \nu^2) : \text{raideur de membrane}$$

$$E_f = \frac{h^2}{6} E_m : \text{raideur de flexion}$$

G : module de cisaillement

a : coefficient de correction

h : épaisseur de la plaque

Les définitions de Em et de Ef montrent combien la raideur de flexion est beaucoup plus petite que la raideur de membrane, ce qui justifie que le plus souvent, ce sont les phénomènes de flexion qui prédominent.

Le potentiel des forces extérieures : $\tau_{ext} = \int_v \langle u \rangle \{ f \} dv$

$$\tau_{ext} = \int_{s_n} \langle u \rangle \{ F_v \} ds + \int_{s_n} \left[\langle u \ v \ w \rangle \begin{Bmatrix} N_{sx} \\ N_{sy} \\ Q_s \end{Bmatrix} + \langle \beta_x \ \beta_y \rangle \begin{Bmatrix} M_{sx} \\ M_{sy} \end{Bmatrix} \right] ds \quad (II.52)$$

Les conditions de stationnarité de la fonction énergie sont : $\delta(U_d - \tau_{ext}) = 0$ et conduisent aux mêmes équations que celles données par la théorie du travail virtuel et qui ne sont autres que les équations d'équilibre.

II.2.5 Cas des plaques composites

Les plaques de plâtre sont des composites formées par l'empilement de minces couches de carton et entre lesquelles se trouve une couche plus épaisse de plâtre.

Elles correspondent bien à des plaques multicouches, dont on donnera ci-après quelques généralités concernant le calcul des rigidités, les relations contraintes-déformations et l'évaluation des différents efforts. On n'a pas voulu trop s'attarder sur la théorie des composites car dans la suite de l'étude notre modèle global de plaque considère la plaque de plâtre comme homogène.

Le principe de leur étude simplifiée est de les considérer comme la superposition de plaques homogènes et isotropes ou orthotropes.

Une couche quelconque k orthotrope est caractérisée par une matrice de rigidité $[C]^{(k)}$ et pour laquelle on a : $\{\sigma\}^{(k)} = [C]^{(k)} \{\epsilon\}$.

La matrice $[C]^{(k)}$ regroupe les effets de membrane et les effets de cisaillement :

$$[C_m]^{(k)} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ & C_{22} & C_{23} \\ \text{sym} & & C_{33} \end{bmatrix}^{(k)} \quad [C_c]^{(k)} = \begin{bmatrix} C_{44} & C_{45} \\ \text{sym} & C_{55} \end{bmatrix}^{(k)}$$

Les couches sont toutes bien orientées dans la même direction (autrement, il faut tenir compte de la rotation des axes du tenseur des caractéristiques par rapport aux axes d'orthotropie).

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{E_l}{1 - \nu_{lt} \nu_{tl}} & C_{12} &= \frac{\nu_{lt} E_l}{1 - \nu_{lt} \nu_{tl}} & C_{22} &= \frac{E_t}{1 - \nu_{lt} \nu_{tl}} \\ C_{13} &= C_{23} = 0 & C_{33} &= G_{lt} & & \\ C_{44} &= a G_{tz} & C_{45} &= 0 & C_{55} &= a G_{lz} \end{aligned}$$

a : coefficient correcteur

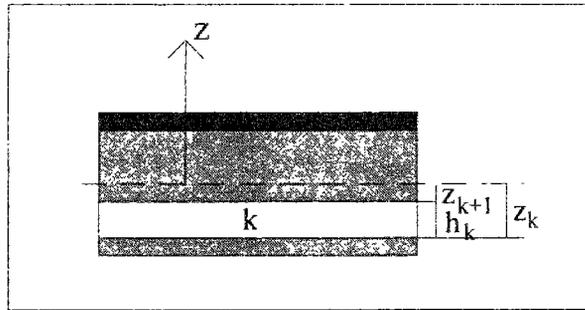


Figure II.14 : Plaque stratifiée

En intégrant dans la direction de l'épaisseur, on trouve :

$$\text{la raideur de membrane : } C_{ij}^{(m)} = \sum_{k=1}^n [C_{ij}^{(k)} (z_{k+1} - z_k)]$$

$$\text{la raideur de couplage flexion-membrane : } C_{ij}^{(fm)} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [C_{ij}^{(k)} (z_{k+1}^2 - z_k^2)]$$

$$\text{la raideur de flexion : } C_{ij}^{(f)} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n [C_{ij}^{(k)} (z_{k+1}^3 - z_k^3)]$$

La plaque composite diffère de la plaque homogène par l'effet de couplage flexion-membrane, dans le cas d'une symétrie du composite par rapport au plan $z=0$ ce couplage disparaît.

Si on suppose la variation des déformations linéaires en fonction de z , les efforts de membrane et les moments sont donnés par :

$$\begin{aligned} \{N\} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \{\sigma_m\} dz = \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k+1}} [C_m]^{(k)} \{\varepsilon_m + z\chi\} dz \\ \{M\} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \{\sigma_m\} z dz = \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k+1}} [C_m]^{(k)} \{z\varepsilon_m + z^2\chi\} dz \end{aligned} \quad (\text{II.53})$$

Rupture des stratifiés

Dans le cas des stratifiés, les mécanismes de dégradation qui peuvent être observés sont :

- La microfissuration transverse de la matrice,
- la dégradation de l'interface fibre-matrice (décohésion),
- la rupture longitudinale de la matrice et la rupture des fibres,
- la détérioration de la liaison interlaminaire entre couches.

Cette détérioration interlaminaire peut entraîner la séparation des couches. Cependant le délaminage est généralement le résultat des différentes dégradations [ALL.89]. En effet l'endommagement des plis peut amorcer la détérioration des interfaces ou entraîner le transfert des zones délaminées d'une interface à une autre.

Ce phénomène atteste l'influence de la dégradation des plis sur le délaminage, et ne permet pas d'attribuer cette dégradation à la seule détérioration de la liaison interlaminaire.

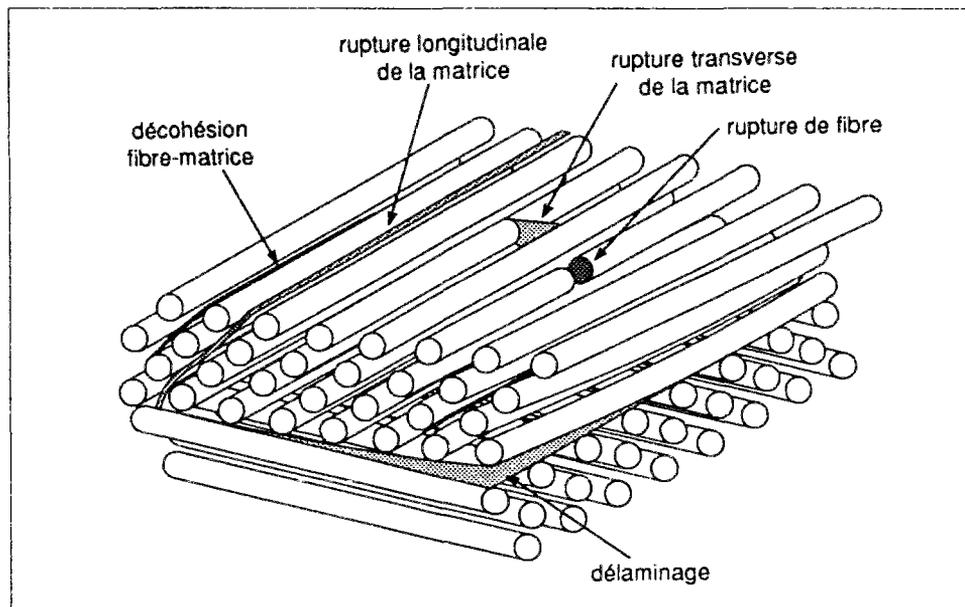


Figure II.15 : Mécanismes de rupture dans les stratifiés

Le suivi des mécanismes de rupture peut être effectué par diverses techniques dont on donne quelques éléments dans ce paragraphe.

- Observation par microscopie

La technique la plus simple à mettre en oeuvre est l'observation par un microscope optique, permettant éventuellement une observation continue des phénomènes de rupture au cours des essais. L'observation est ponctuelle et la profondeur de champ limitée.

- Visualisation par radiographie

La technique de visualisation par radiographie X consiste à imprégner l'éprouvette fissurée à l'aide d'un opacifiant (iodure du zinc) et à faire ensuite une radiographie X de l'éprouvette. La radiographie permet une visualisation très fine des fissures, et en particulier des fissures transverses à l'épaisseur de l'éprouvette.

Il faut noter qu'il est nécessaire pour chaque radiographie de démonter l'éprouvette, puis de la remonter sur la machine d'essai pour poursuivre l'essai. Il en résulte un alourdissement considérable des essais.

- Analyse par émission acoustique

Les techniques précédentes ne permettent que des observations en temps différé. Elles sont par ailleurs lourdes à mettre en oeuvre. En revanche, l'émission acoustique permet d'accéder en temps réel, à des informations sur les mécanismes de rupture mis en jeu.

La discontinuité créée par le mécanisme de rupture devient la source d'une onde qui se propage dans le matériau. A la surface du matériau, un capteur adapté traduit l'onde reçue en un signal électrique qui est ensuite amplifié, puis analysé.

En plus des plaques de plâtre, la cloison est constituée aussi de montants métalliques (profilés de tôle laminée en forme de U).

Les montants constituent l'ossature de la structure de cloison et par conséquent leur comportement et mode de rupture sont primordiaux pour le comportement global de la cloison et pour sa capacité résistante.

Dans ce qui suit, on s'intéressera aux différents modes de rupture susceptibles de se produire dans le cas des profilés utilisés.

II.3. Modes de rupture des profilés métalliques

II.3.1. Introduction

Le voilement des âmes métalliques chargées dans leur plan a attiré très tôt l'attention des chercheurs dont les travaux ont tout d'abord porté sur l'évaluation des charges critiques élastiques. Pendant les trente dernières années au contraire, les recherches ont été concentrées sur le comportement post-critique.

De nombreux essais ont été réalisés afin d'étudier le mode de ruine et de définir l'influence des paramètres géométriques et des caractéristiques de matériaux sur la charge ultime.

Lorsqu'une poutre à profilé en I (ou en U) est soumise à une charge (concentrée) qui agit dans le plan de l'âme, différents modes de ruine peuvent être observés en fonction de la hauteur de la poutre et de l'épaisseur des pièces, notamment de l'âme.

On peut distinguer trois phénomènes différents [SPI.90] :

- la plastification de l'âme sous la charge (fig.II.16-a)
- le voilement global de l'âme (fig.II.16-b)
- le voilement local de l'âme (fig.II.16-c)

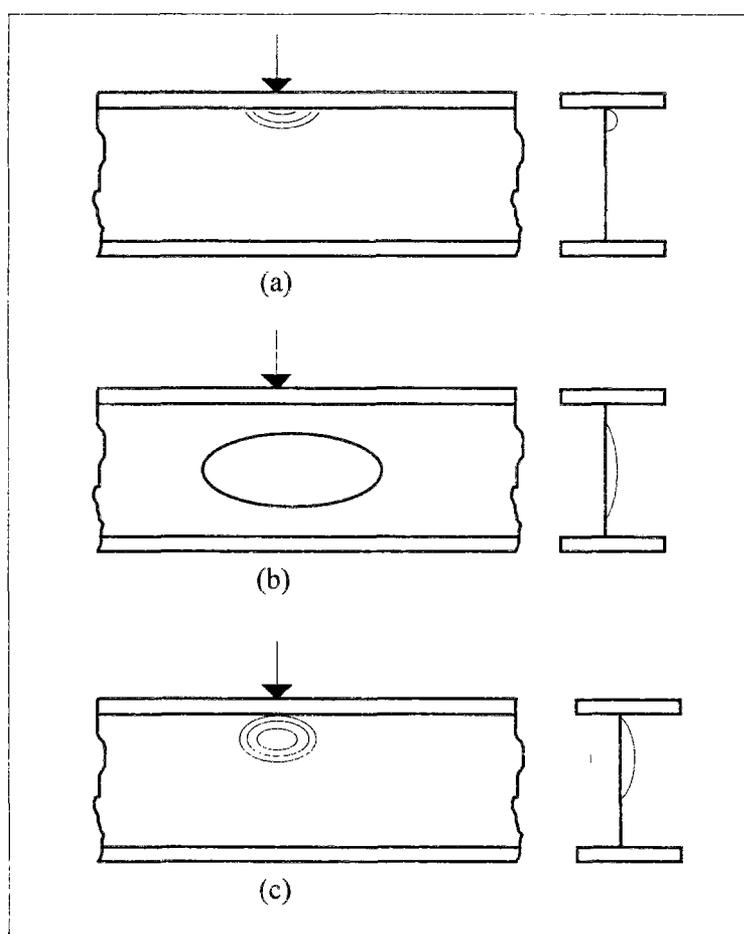


Figure II.16 : Différents modes de rupture des profilés

II.3.2. Ruine par plastification

La ruine se produit par plastification de l'âme sous la charge pour les poutres de faibles élancements (hauteur sur épaisseur de l'âme). L'âme reste parfaitement stable et plane lorsque la charge augmente, jusqu'à ce que la contrainte de compression atteigne la limite élastique.

Pour déterminer la charge ultime par une approche statique, l'EUROCODE 3 [EUR.89], propose la formule suivante pour l'évaluation de la charge ultime "Pu" :

$$P_u = (C + S_y) t_w \sigma_w \quad (\text{II.54})$$

où "C" est la longueur d'application de la charge, "t_w" est l'épaisseur de l'âme, "σ_w" est la limite élastique et "S_y" est donnée par l'équation suivante :

$$S_y = 2t_f \left(\frac{b_f}{t_w} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\sigma_f}{\sigma_w} \right)^{\frac{1}{2}} \left[\left(1 - \frac{\sigma_b}{\sigma_f} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{II.55})$$

où "σ_b" est la contrainte longitudinale dans la semelle, due au moment global de la poutre "t_f" est l'épaisseur de la semelle et b_f est la largeur de la semelle qui est plafonnée à 25 t_f. Ce mode de ruine est le plus courant dans les profilés laminés.

ARIBART et Al [ARI.90] ont fait une étude analytique de ce cas particulier et ont proposé une formule analogue à la précédente, mais avec :

$$S_y = \frac{5(t_f + r)}{1 + 2 \left(\frac{C}{5(t_f + r)} \right)} \quad (\text{II.56})$$

où "r" est le rayon du congé entre la semelle et l'âme.

Cette formule a également été introduite dans l'EUROCODE 3.

II.3.3. Voilement global

Le deuxième type de ruine qui peut être constaté est un voilement global de l'âme (fig.II.14), sur toute sa hauteur.

Dans ce mode de rupture, les efforts appliqués à une semelle se transmettent directement à travers l'âme à l'autre semelle. Il semble que ce mode de ruine corresponde essentiellement au cas d'un chargement appliqué de part et d'autre de l'âme (fig.II.17) [SPI.90].

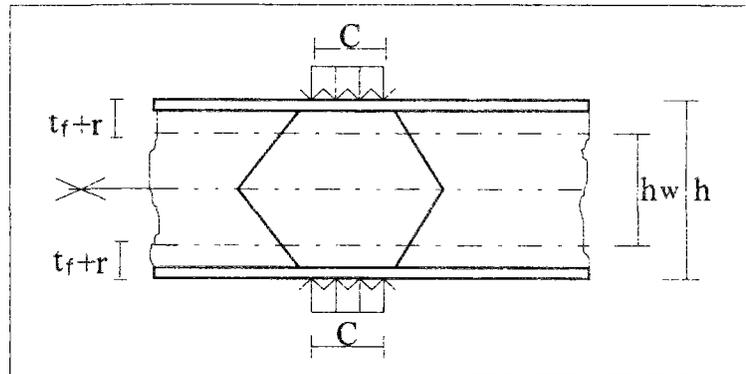


Figure II.17 : cas de voilement global (extrait de [SPI.90])

L'EUROCODE propose dans ce cas de vérifier la résistance au flambement de l'âme en la considérant comme une barre équivalente comprimée avec une largeur efficace égale à :

$$b_{\text{eff}} = \left(h_w^2 + C^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{II.57})$$

où " h_w " est la hauteur de l'âme et " C " la longueur d'application de la charge.

Une formule simple basée sur un modèle mécanique (numérique) a été proposée par ARIBERT et Al [ARI.90], qui exprime l'évolution du mode de ruine en fonction de l'élançement réduit de la plaque " $\bar{\lambda}$ ", donné par la relation :

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{P_{cy}}{P_{cr}}} \quad (\text{II.58})$$

où " P_{cr} " est la charge critique et " P_{cy} " est la résistance plastique de l'âme.

III.3.4 - Voilement local

Ce mode de rupture est généralement constaté dans le domaine des poutres reconstituées par soudage, et notamment des poutres de ponts, il est le résultat d'une instabilité locale qui se produit directement sous la charge. La transition entre le mode de voilement global et le mode de voilement local se produit lorsque l'élançement de l'âme (h_w/t_w) atteint une valeur qui est de l'ordre de 80 [DUB.86]

On peut remarquer que les profilés, dans leur utilisation comme raidisseurs des cloisons, ne sont pas sollicités de part et d'autre de leur âme et ne sont pas constitués par soudage ou autre moyen d'assemblage. Lors des essais (chap.III) réalisés sur les éprouvettes (plaques+profilés), on a constaté toutes les manifestations correspondantes au premier mode de rupture et qui a été conforté par le niveau de contrainte atteint au droit d'application de la charge. La non linéarité du comportement global des éprouvettes s'amorce bien à un niveau de contrainte dans les profilés qui correspond à la limite d'élasticité.

Un calcul simplifié des charges de rupture, suivant l'Eurocode 3, conduit à une prédominance du premier mode (annexe.IV).

Parmi les facteurs prédominants dans le comportement des cloisons étudiées, il y a le comportement des assemblages entre les plaques de plâtre et les montants métalliques.

Les plaques et les montants ont fait l'objet des deux précédentes parties.

Cette dernière partie sera consacrée à l'étude des assemblages vissés.

Les assemblages vissés (ou cloués) sont assimilés à des assemblages semi-rigides, faisant intervenir des matériaux de comportements rhéologiques différents.

Le comportement de ces assemblages est analogue à celui des assemblages cloués dans le domaine du bois, là où il y a eu l'essentiel des études concernant ce type particulier de fixation.

II.4. Les assemblages semi-rigides

II.4.1. Introduction

L'optimisation du fonctionnement des éléments de structures comportant un ou plusieurs systèmes d'assemblage dépend en particulier de la connaissance parfaite du comportement de ces assemblages. Dans les structures en bois, en plaques de plâtre, ..., le caractère semi-rigide et non linéaire des assemblages mécaniques en fait un paramètre déterminant et peut s'expliquer par les différences entre les caractéristiques mécaniques et rhéologiques des assembleurs d'une part (clous, boulons, vis ...) et des autres matériaux (bois, plaques de plâtre, ...) d'autre part.

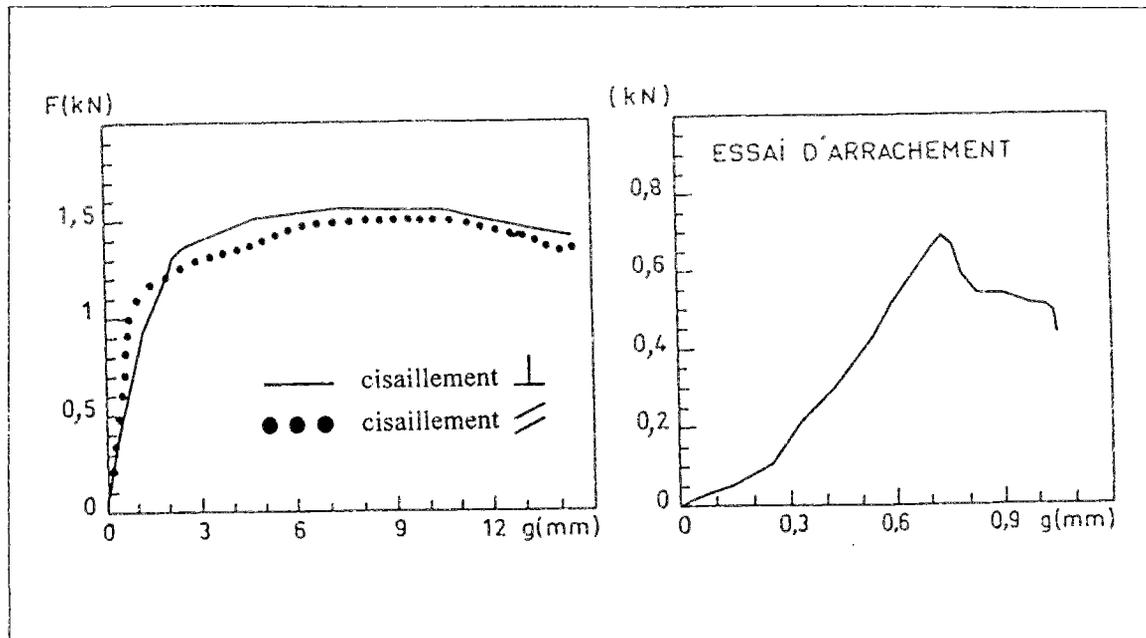
Ces assemblages ont fait depuis de nombreuses années l'objet d'études systématiques. Mais dans le cas des assemblages à l'aide de clous ou de vis, les travaux n'ont concerné que le domaine du bois [AND.90]. Ces études sont fondées sur des campagnes expérimentales pour déterminer des valeurs de résistance ou de déplacement maximal.

II.4.2. Assemblages cloués

Le fonctionnement de ces assemblages correspond à deux modes de sollicitation des pointes [RAC.92] :

- soit par simple cisaillement à l'interface des pièces assemblées,
- soit par arrachement des pointes.

Dans le premier cas, le comportement de l'assemblage dépend essentiellement des propriétés de compression du matériau bois, et de la rigidité en flexion des pointes. De ce fait, un comportement ductile est observé (fig.II.18). Pour le second mode de sollicitation, l'équilibre des efforts résulte du frottement bois/pointe. Ce fonctionnement se traduit par un comportement fragile (fig.II.19). L'état de surface des clous (lisses ou torsadés) conditionne la résistance de ce type de liaison.



(Extrait de [RAC.92])

Figure II.18 : essai de cisaillement Figure II.19 : essai d'arrachement

En considérant l'orthotropie du bois, les essais ont été réalisés suivant deux directions :

- cisaillement perpendiculaire à la direction des fibres,
- cisaillement parallèle à la direction des fibres.

Les modes de rupture en cisaillement correspondent principalement à deux types (fig.II.20)

- mode I : correspond à une rupture après plastification du matériau bois,
- modes II et III: correspondent à une plastification du boulon (clou) en une (mode II) ou plusieurs rotules plastiques (mode III).

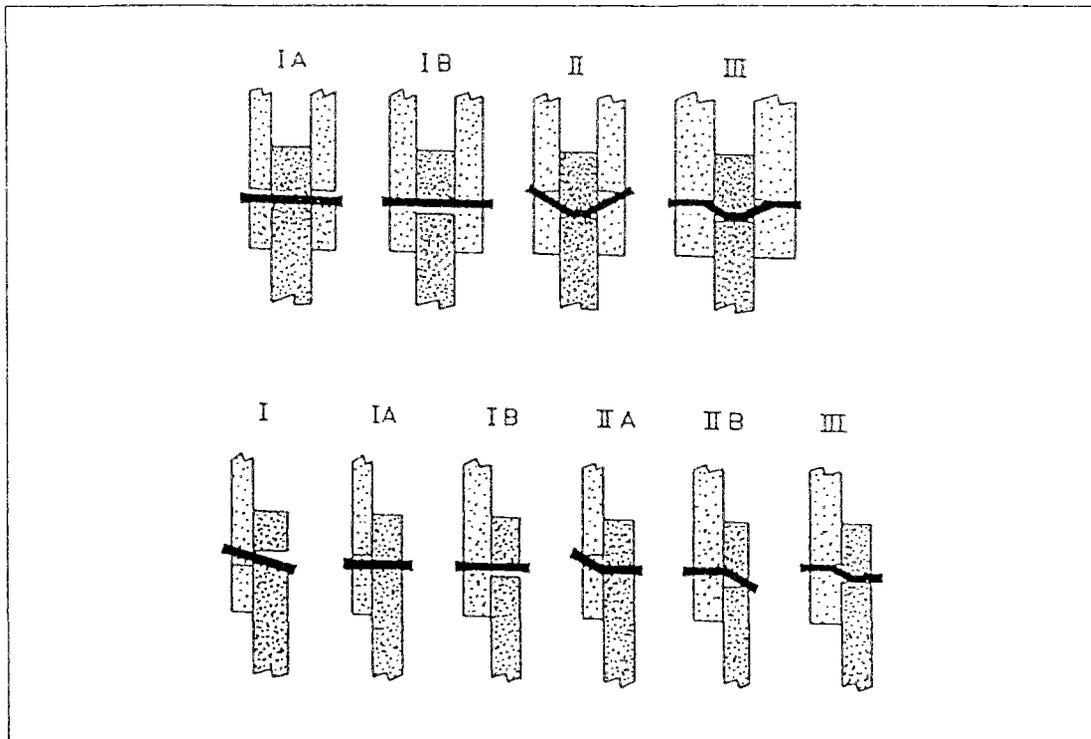


Figure II.20 : modes de rupture des assemblages bois cloués ou boulonnés

II.4.3 - Modélisation des assemblages bois cloués

Afin de formuler un critère en déplacement, de nombreux travaux abordent le développement d'une modélisation globale de la loi de comportement. Les modèles retenus sont de type puissance ou exponentielle. Pour décrire la courbe charge-glissement, les recherches initiales ont assimilé l'assemblage à une poutre élastique (clou) sur appui élastique (le bois sous la tige). SMITH [SMI.88] et WILKINSON [WIL.71] ont adopté cette approche pour étudier la raideur initiale de plusieurs configurations de joints. Le comportement de l'assemblage est alors régi par l'équation différentielle

$$E_c I_c \frac{d^4 y}{dx^4} = -k_b \cdot y \quad (\text{II.59})$$

dans laquelle :

- $E_c I_c$: rigidité de la poutre (clou)
- y : flèche à une abscisse "x"
- K_b : module de la fondation (bois)

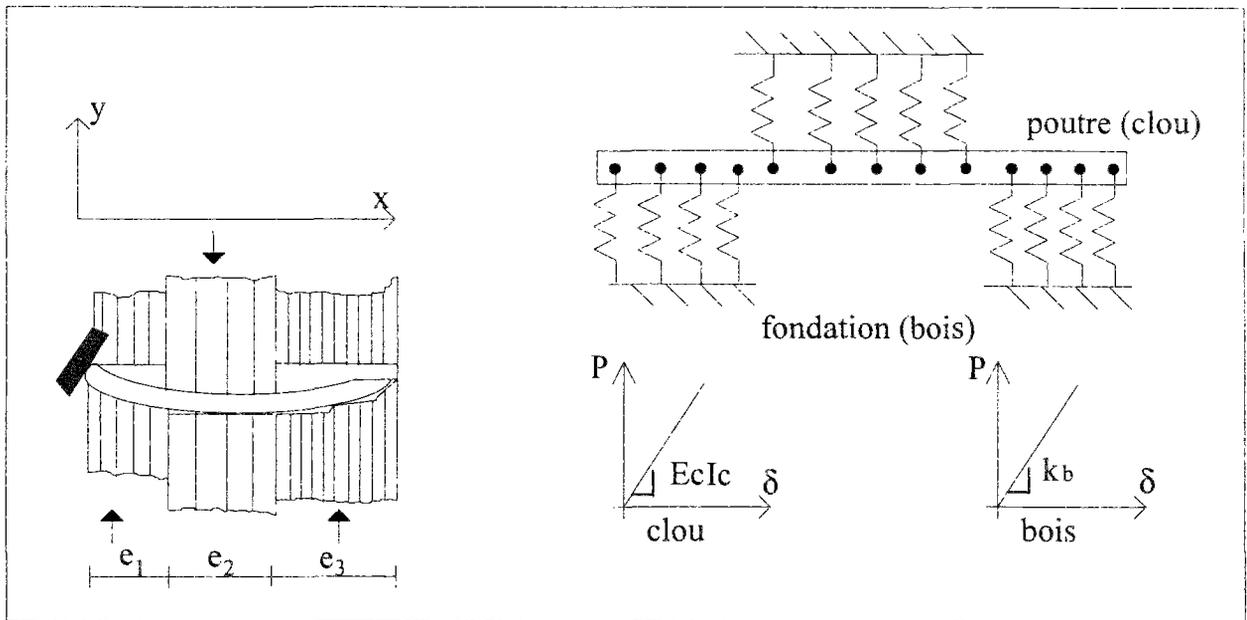


Figure II.21 : modèle élastique de déformation des assemblages cloués (extrait de [AND.90])

Ce modèle n'est applicable, d'après les hypothèses, que dans le domaine élastique, il ne permet de déterminer ni la limite d'élasticité, ni le comportement de l'assemblage au-delà de la phase élastique [AND.90].

FOSCHI [FOS.77] a étendu ces hypothèses en considérant que la tige est un solide élasto-plastique parfait. Il propose pour un joint à clou unique, l'équation exponentielle suivante :

$$P = (A + B \cdot d) \left(1 - \exp\left(\frac{-Cd}{A}\right) \right) \quad (II.60)$$

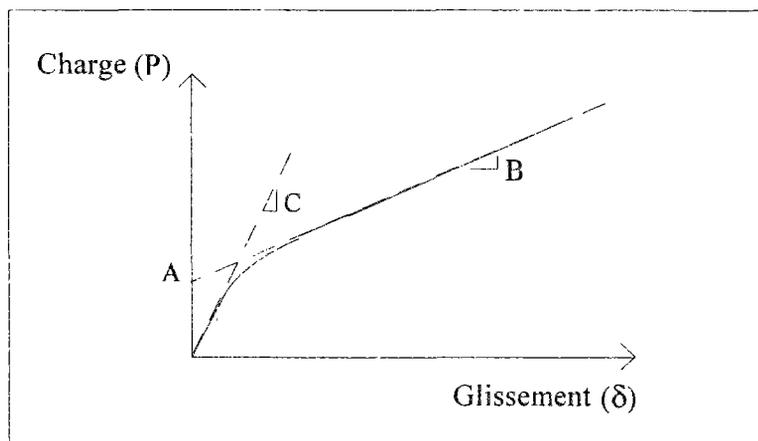


Figure II.22 : courbe charge-glissement des assemblages cloués

Ces méthodes de calcul des assemblages cloués en bois sont capables soit de décrire une partie de la courbe charge-déplacement, soit de prédire des valeurs ponctuelles (en particulier les charge limites) mais pas les deux.

Pour les faibles déplacements, l'estimation de la partie linéaire de cette courbe n'est pas toujours possible car celle ci peut présenter une certaine courbure dès le début de chargement, d'où impossibilité de déterminer expérimentalement un module de glissement initial.

III.4.3.2. - Modèles numériques

Autres que les modèles empiriques (ajustement de courbes analytiques) cités au chapitre précédent, il existe peu de modèles numériques par éléments finis et dont l'essentiel est résumé par le modèle développé par VERGNE et GALIMAR[GAL.92] et le modèle de JENSEN [JEN.92].

Modèle de VERGNE et GALIMAR

a) Hypothèses

Un élément numérique est formulé, qui tient compte du comportement d'un point de connection. Il utilise la procédure de la méthode des éléments finis, sa géométrie est ponctuelle, il gère le déplacement relatif entre deux noeuds. On peut ainsi simuler l'assemblage dans une structure, les forces nodales (N, T, M) et les déplacements (U, V, θ) sont contrôlés par introduction d'une loi.

b) Formulation numérique

Le comportement du joint dépend de la loi introduite à chaque inconnue nodale. Elle est considérée monotone croissante. La rigidité de l'élément de joint est considérée par une formulation éléments finis et lie les déplacements nodaux des deux noeuds assemblés.

$$\begin{aligned} \{F\} &= [K]\{U\} & [K] &= [R]^T [K_{loc}] [R] \\ \{F\} & : \text{vecteur des forces nodales} \\ \{U\} & : \text{vecteur de déplacements nodaux} \\ [K] & : \text{rigidité de l'élément dans le repère global} \\ [K_{loc}] & : \text{rigidité de l'élément dans le repère local} \\ [R] & : \text{matrice de passage entre les deux repères} \end{aligned} \quad (II.61)$$

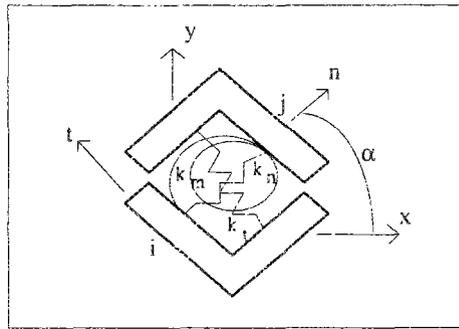


Figure II.23 : Elément de joint de fixation

$$\begin{Bmatrix} f_n^1 \\ f_t^1 \\ m^1 \\ f_n^2 \\ f_t^2 \\ m^2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_n & 0 & 0 & -k_n & 0 & 0 \\ & k_t & 0 & 0 & -k_t & 0 \\ & & k_m & 0 & 0 & -k_m \\ \text{sym} & & & k_n & 0 & 0 \\ & & & & k_t & 0 \\ & & & & & k_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \varphi_1 \\ u_1 \\ u_2 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} \quad (II.62)$$

Les coefficients k de rigidité dépendent du niveau de force et dans un repère local singulier, l'interaction M/N est négligée.

Modèle de JENSEN

Comme pour le modèle de GALIMAR et VERGNE, la manière d'introduire des joints d'assemblage flexibles dans les structures est de simuler leur comportement par des ressorts.

L'élément de joint de JENSEN [JEN.92] est un élément à deux noeuds, il tient compte du couplage entre le cisaillement et la rotation de la fixation.

a) Hypothèses cinématiques

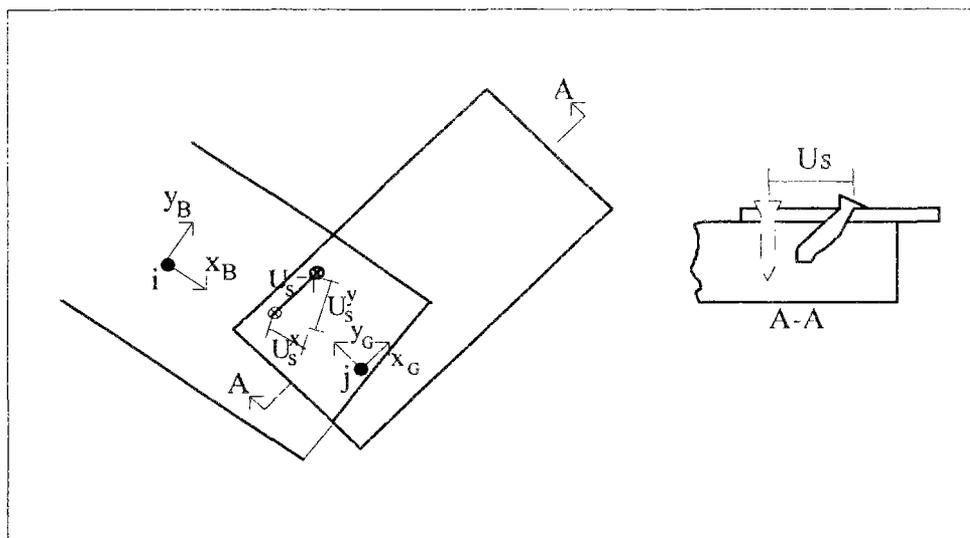


Figure II.24 : la fixation dans l'état déformé

Soient i et j les deux noeuds de la fixation respectivement attachés aux deux pièces assemblées.

Soient $\{v_i\}$ et $\{v_j\}$ les vecteurs déplacements des noeuds i et j .

$$\langle v_i \rangle = \langle v_1 \quad v_2 \quad v_3 \rangle \quad \langle v_j \rangle = \langle v_4 \quad v_5 \quad v_6 \rangle$$

où v_1, v_2 et v_3 sont respectivement les déplacements dans les directions initiales X et Y et la rotation du noeud i . De même pour le noeud j . En faisant l'hypothèse du mouvement des corps rigides (pièces assemblées), le vecteur déplacement relatif, $\{U_s\}$, de la Sème connection peut être exprimé en terme de déplacements nodaux :

$$\{U_s\} = \begin{Bmatrix} U_s^x \\ U_s^y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (v_4 - v_1) \cos v_3 + (v_5 - v_2) \sin v_3 + [\cos(v_6 - v_3) - 1]x_s - \sin(v_6 - v_3)y_s \\ -(v_4 - v_1) \sin v_3 + (v_5 - v_2) \cos v_3 + [\cos(v_6 - v_3) - 1]y_s - \sin(v_6 - v_3)x_s \end{Bmatrix}$$

b) Hypothèses constitutives

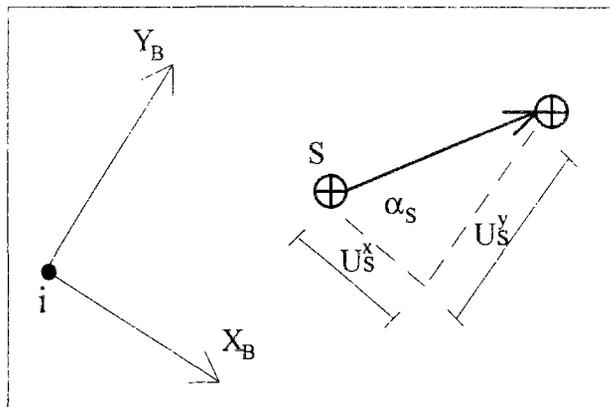


Figure II.25 : force agissante sur la Sème connexion

$$\{P_s\} = \begin{Bmatrix} P_s^x \\ P_s^y \end{Bmatrix} = P_s(U_s, \alpha_s) \begin{Bmatrix} \cos(\alpha_s) \\ \sin(\alpha_s) \end{Bmatrix} \quad (\text{II.63})$$

où P_s et U_s sont respectivement les normes de $\{P_s\}$ et $\{U_s\}$ et α_s l'angle entre le déplacement U_s et la direction des grains (orthotropie). La fonction $P_s(U_s, \alpha_s)$ est déterminée par lissage des courbes déduites expérimentalement ou à partir d'une analyse éléments finis [FOS.74] et [ERK.91].

Ces deux modèles sont construits à l'aide de la méthode des éléments finis. Le modèle de Vergne néglige l'interaction entre les moments (M) et les efforts (N), il ne considère pas l'influence de l'anisotropie du matériau bois.

Ces deux aspects sont bien intégrés dans le modèle de Jensen, par ailleurs ce dernier présente la spécificité d'être construit par une double connexion (fig.II.24).

On peut utiliser toute courbe pour simuler la réponse globale du joint d'assemblage dans ces deux procédures numériques. Les courbes sont déterminées par des essais expérimentaux.

Ces modèles peuvent être intégrés à tout code utilisant la méthode des éléments finis, pour simuler le comportement global d'une structure où interviennent les assemblages cloués ou vissés.

II.5. Conclusion

Lors de cette étude bibliographique, on a exposé les modèles consacrés au comportement élastoplastique dans le cadre de la théorie des plaques. Les critères sont construits en fonction des contraintes généralisées, efforts de membranes et moments de flexion.

Cette approche est adaptée quand l'information expérimentale concerne le comportement global de la plaque composite et non le comportement de chacun de ses composants. Elle ne nécessite que des essais sur éprouvettes de plaques entières.

La partie traitant les modes de rupture des profilés métalliques a mis en évidence trois modes possibles, soit la plastification, soit le flambement local ou global de l'âme. La nature de cette rupture, pour les montants métalliques utilisés, est à justifier expérimentalement par des essais adéquats.

Quant au comportement des assemblages vissés ou cloués, on peut distinguer d'un côté les modèles analytiques basés sur les relations entre efforts et déplacements, d'un autre côté les modèles numériques adaptés à être intégrés dans un code de calcul aux éléments finis.

Ces différentes approches vont servir de base à l'élaboration d'un modèle aux éléments finis pour l'étude du comportement mécanique des cloisons en plaques de plâtres sur ossature métallique.

Auparavant, on aborde une étude expérimentale pour déterminer les caractéristiques et les lois de comportement des différents composants : plaques de plâtre, montants métalliques et assemblages vissés.

CHAPITRE III

ETUDE EXPERIMENTALE

CHAPITRE III ETUDE EXPERIMENTALE

III.1. Introduction

Le choix de la méthode des éléments finis pour traiter le comportement mécanique des cloisons en plaques de plâtre sur ossature mécanique nécessite au préalable une étude expérimentale pour alimenter le modèle en paramètres nécessaires, à savoir les caractéristiques mécaniques intervenant dans les lois de comportement des différents matériaux.

Les études expérimentales ont trait, d'une part à la caractérisation mécanique des différents matériaux constituant l'ouvrage de cloison, et d'autre part à la détermination du comportement de l'interface entre ces matériaux.

Les essais de caractérisation concernent donc les plaques de plâtre et les montants métalliques selon plusieurs types de sollicitations et schémas de chargement en vue de déduire les caractéristiques élastiques et les lois de comportement nécessaires.

Vis à vis du comportement de l'interface, les essais concernent d'une part le comportement des assemblages par vissage, lesquels correspondent à des assemblages semi-rigides, d'autre part la détermination d'un critère de frottement entre les plaques de plâtre et les montants métalliques.

Outre les essais récités, on a procédé à des essais sur maquettes à échelle réelle, qui sont nécessaires pour valider le modèle. Ces derniers essais sont effectués sur des panneaux de cloison sollicités en flexion trois points d'appui.

Il faut noter que cette étude expérimentale est menée sur un seul type de plaques : plaques standards de 13 mm d'épaisseur BA13, qui sont les plaques les plus utilisées.

III.2. Appareillage expérimental

III.2.1. Les presses

Deux types de presses ont été utilisés, en fonction de la nature de l'essai et de la capacité nécessaire.

Les essais d'identification des caractéristiques mécaniques des plaques de plâtre et montants métalliques (essais de traction, compression et flexion) ainsi que les essais de cisaillement et d'arrachement des fixations ont été réalisés sur les presses INSTRON de 5 et 10kN.

Les essais de validation sur maquette à échelle réelle sont réalisés sur un banc d'essais utilisant un vérin pneumatique pour réaliser le chargement avec un capteur de force de marque BETA type N1370 de $\pm 10\text{kN}$ d'étendue de mesure.

III.2.2. Les dispositifs de mesure

a/ les déplacements:

La mesure des déplacements s'effectue à l'aide de capteurs linéaires à transformateurs différentiels CHAUVIN-ARNOUX TNC de $\pm 1\text{mm}$ à $\pm 25\text{mm}$ d'étendue de mesure, avec une erreur de mesure inférieure à $\pm 0.2\%$ de l'étendue de mesure.

b/ les déformations :

Les déformations sont mesurées soit par des jauges de déformation, soit par un extensomètre à billes. Les jauges ont une base de 15 et 30 mm pour les éprouvettes de plaques de plâtre et une base de 6 mm pour les éprouvettes de montants métalliques.

c/ les forces :

Les forces sont déterminées à l'aide de capteurs de forces de 5 et 10kN avec erreur de linéarité inférieure à 0.25% de l'étendue de mesure.

III.2.3. Dispositif d'acquisition et de traitement des données

Les signaux électriques, transmis par les instruments de mesure (capteur LVTD, capteur de force, jauges collées, jauges extensométriques, thermocouples, etc...) sont reçus et traités par la chaîne suivante :

- une centrale d'acquisition des données (HP 3421 A, HP 3497 A, HP 75000 VXI ou HP3852 A) assurant, sur ordre de l'ordinateur, la lecture et le stockage des mesures fournies par les différents capteurs (la vitesse d'acquisition varie, suivant les types de cartes employées, de 1 hertz à 100),
- un logiciel d'acquisition et de traitement des données (ADES),
- un micro-ordinateur assurant :
 - * la réception des données lues par cette centrale et leur traitement aboutissant aux valeurs des paramètres mesurés (déplacements, rotations...),
 - * le stockage, l'impression et l'enregistrement sur disquette et/ou sur disque dur en vue de l'exploitation ultérieure des paramètres calculés,
 - * la commande de la table traçante numérique donnant l'évolution des paramètres de pilotage de l'essai.

- une table traçante numérique reproduisant, en fonction des charges appliquées, pour les besoins de la conduite de l'essai, les déformations ou les déplacements nécessaires de la maquette.

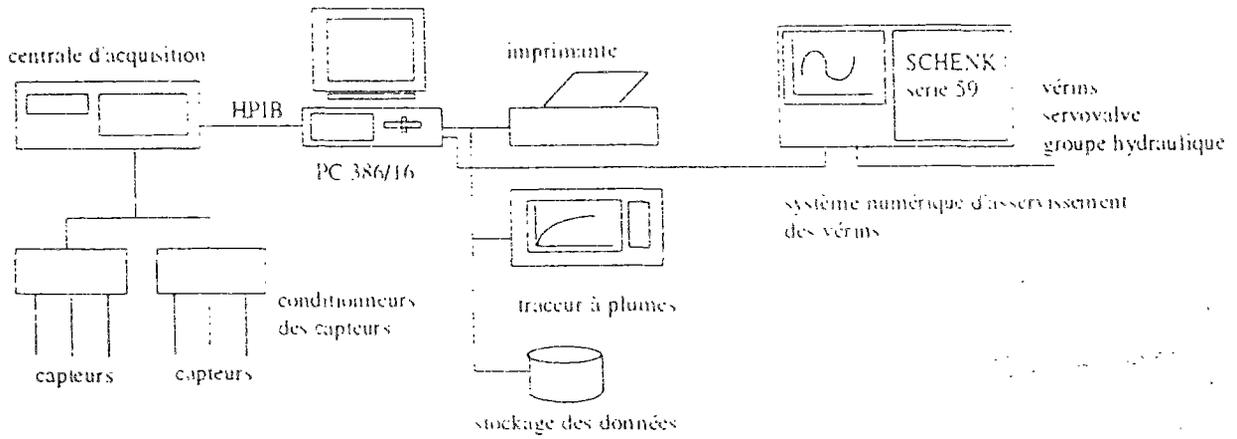


Schéma du système d'acquisition et de traitement des données

III.3. Essais de caractérisation

III.3.1. But

Ces essais permettent de déterminer les caractéristiques mécaniques des différents composants de la cloison (plaques de plâtre et montants métalliques).

Ces caractéristiques sont nécessaires pour tout calcul et essentiellement pour l'alimentation du modèle.

Les essais sont réalisés suivant plusieurs schémas de chargement et pour différentes directions.

III.3.2. La plaque de plâtre

La plaque de plâtre est un matériau composite multicouche. Elle est composée d'un corps en plâtre coulé en usine entre deux feuilles de carton constituant à la fois son parement et son armature.

On distingue les deux faces de la plaque selon la couleur du carton, la face de parement destinée à être peinte est revêtue d'un carton de couleur crème, l'autre face est revêtue d'un carton gris. Ce qui nous amène à distinguer le sens de sollicitation lors des essais de flexion (face crème tendue ou face grise tendue).

La plaque de plâtre présente une anisotropie de comportement suivant les directions longitudinale et transversale. Cette orthotropie est une conséquence de l'anisotropie des cartons, de ce fait les essais seront réalisés selon deux directions (parallèle ou perpendiculaire au sens de déroulement des bobines de cartons qui est celui des bords des plaques revêtues de carton).

III.3.2.1. Homogénéisation de plaque de plâtre

La modélisation de la plaque comme un composite multicouche ne pose pas de problème en elle-même. La difficulté réside dans la caractérisation de chaque matériau constituant la plaque, à savoir le plâtre et les cartons. Il existe une différence entre les caractéristiques de ces matériaux à l'état vierge et après passage par le processus de fabrication (assemblage, séchage,...)

Cette différence notable a été mise en évidence dans une étude sur la caractérisation des plaques de plâtre. Cette différence serait due à des réactions chimiques et à des problèmes de migration des constituants du cœur en plâtre et d'une partie des ajouts vers les cartons (principalement de l'amidon [TIJ.91]) durant le séchage.

Il faut aussi ajouter l'existence d'un gradient de densité dans l'épaisseur de la plaque, qui serait causé par l'ajout de produits moussants.

L'observation au microscope électronique à balayage de l'interface "cœur-carton" montre cette différence de densité



Photo III.1 : Vue au microscope électronique à balayage de l'interface " coeur-carton "

On remarque sur cette photo une différence de porosité du plâtre au voisinage du carton. Cette différence résulte d'une concentration de l'amidon contenu dans les 0.3 mm du plâtre situés sous le carton.

Procéder à des essais sur cartons prélevés sur une plaque est une opération laborieuse, que ce soit mécaniquement par rabotage ou chimiquement, en favorisant le décollement des cartons, et qui ne serait pas sans conséquence sur les caractéristiques des cartons. Ces deux méthodes induisent l'une comme l'autre des effets secondaires susceptibles de fausser les résultats des caractéristiques.

Par conséquent, une modélisation de la plaque composite comme un matériau homogène équivalent dont les propriétés seraient déduites d'essais sur éprouvettes de plaque entière (plâtre+cartons) s'est avérée préférable, tout en étant simple d'utilisation.

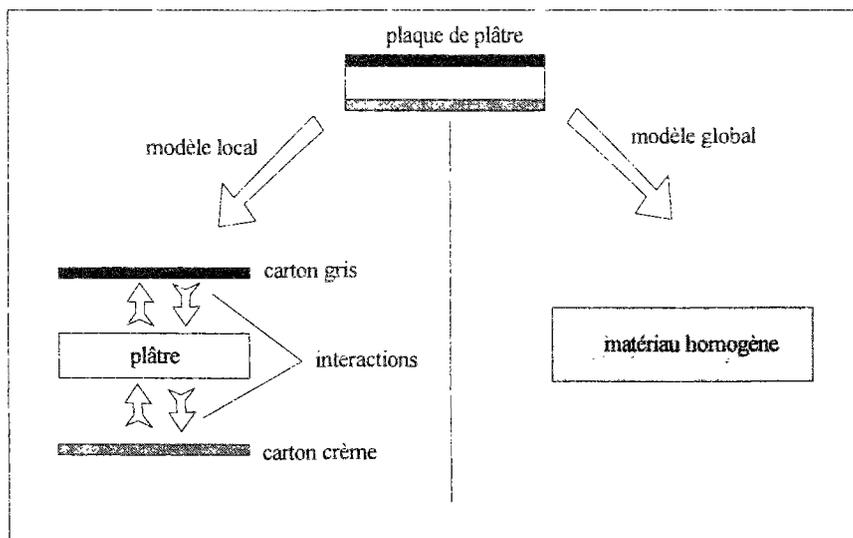


Figure III.1 : Homogénéisation de plaque de plâtre

III.3.2.2 Essais de flexion

Les essais de flexion ont été effectués suivant les directions longitudinale et transversale de la plaque et pour chaque direction deux configurations ont été testées : la première avec la face cartonnée en crème tendue et la seconde avec la face cartonnée grise tendue.

Les essais ont été effectués en flexion quatre points (fig.III.2) sur une presse INSTRON de charge maximale 5 kN asservie en déplacement avec une vitesse de 5mm/mn.

Les mesures obtenues sont la charge donnée par un capteur de force et la flèche au milieu de l'éprouvette donnée par un capteur de déplacement de ± 25 mm d'étendue de mesure.

Pour chaque configuration et chaque direction, on a testé cinq éprouvettes de dimension normalisée $L \times l \times e = 400 \times 300 \times 12.5$ mm.

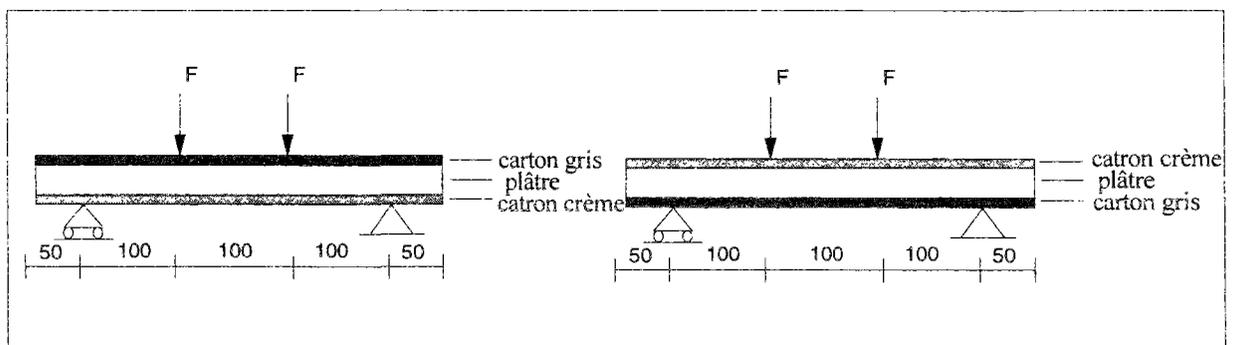


Figure III.2 : Essais de flexion

Les courbes types obtenues représentant la charge en fonction de la flèche sont données par les figures III.3 et III.4 respectivement pour la direction longitudinale et

la direction transversale. L'ensemble des résultats est résumé par les tableaux III.1 et III.2.

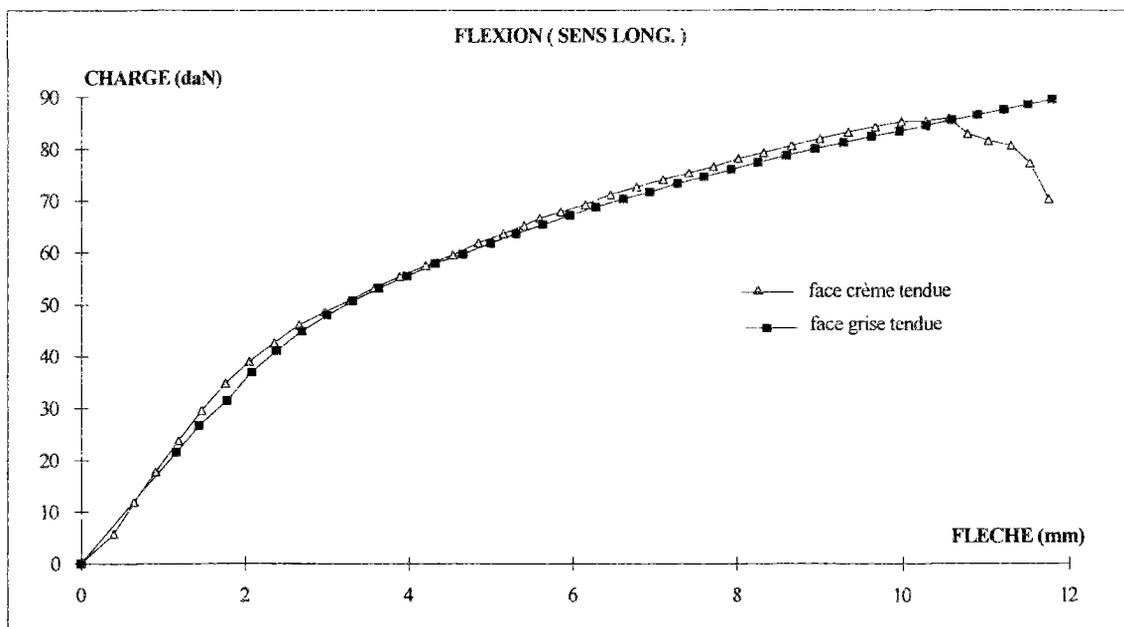


Figure III.3 : Courbes des essais monotones de flexion (sens longitudinal)

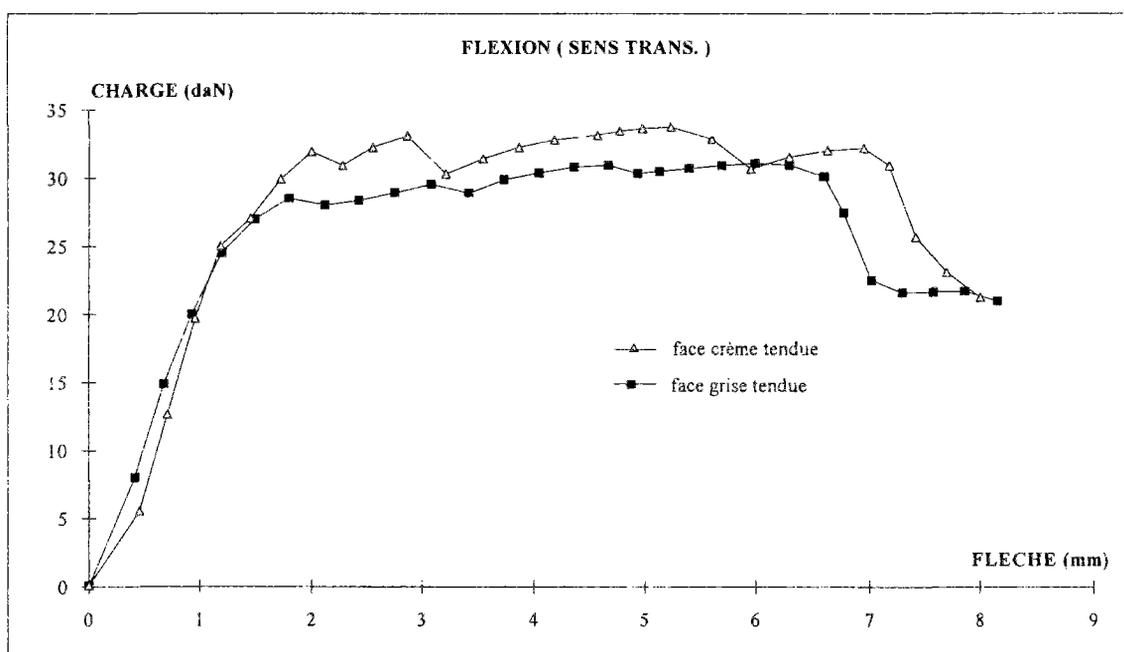


Figure III.4 : Courbes des essais monotones de flexion (sens transversal)

L'ensemble de tous les résultats obtenus montrent une homogénéité et une bonne répétitivité des essais (voir écart type : tab.III.1 et III.2).

On constate que l'influence de la position de l'éprouvette (face crème tendue ou comprimée) est négligeable (fig III.3 et III.4).

L'anisotropie de la plaque est mise en évidence et on remarque bien l'écart entre les directions longitudinale et transversale, et ce, aussi bien pour le module que pour les limites d'élasticité et de rupture (tab III.1 et III.2).

Les courbes effort/déformation présentent deux parties distinctes :

- une partie linéaire correspondant à un comportement élastique apparent au sens phénoménologique du terme confirmés par des essais charges-décharges (fig.III.5 et III.6);
- une partie non linéaire, amorcé par une rupture de pente et qu'on considère comme la phase plastique.

Dans la phase élastique, l'observation du coeur de la plaque ne laisse pas apparaître de fissure.

Au point de rupture de pente correspond l'apparition de la première fissure microscopique du plâtre (coeur de la plaque) au voisinage de la section la plus sollicitée, fissure qui s'ouvre à partir de la face tendue. Elle est accompagnée d'un réseau de fissures microscopiques se développant dans le coeur à proximité du carton tendu, et orientées presque parallèlement au plan de ce carton.

On note d'une part que la fissure ne se propage pas instantanément dans toute l'épaisseur et que d'autre part elle n'entraîne pas la rupture brusque de l'éprouvette, alors que dans le cas du plâtre seul on a une propagation instantanée de la fissure et donc rupture brutale du matériau.

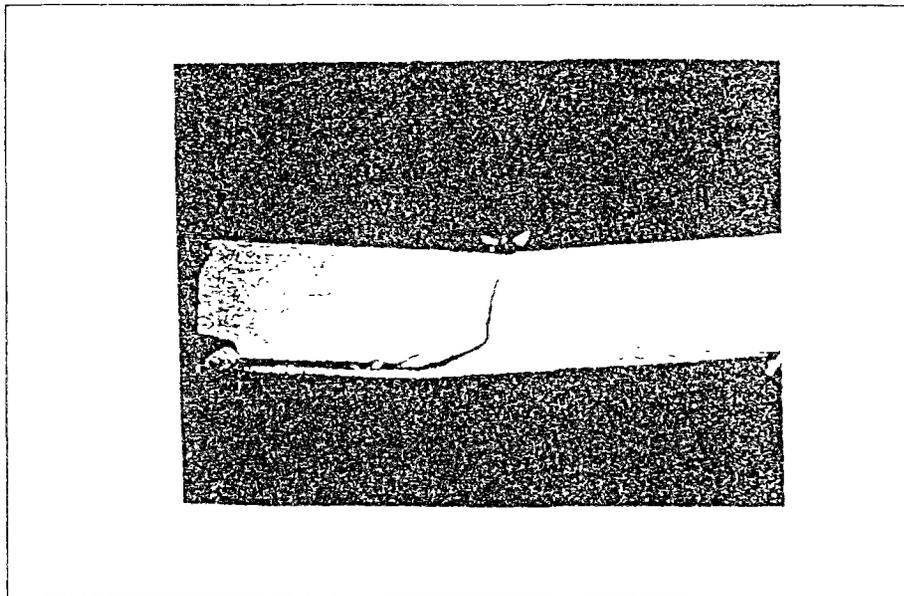


Photo III.2 : Rupture de la plaque en flexion

La présence du carton a pallié le caractère fragile du plâtre et a conféré à la plaque de plâtre une ductilité et une résistance plus importante.

Pour confirmer l'aspect ductile de la plaque, évaluer l'irréversibilité du comportement et déterminer le module d'élasticité, on a procédé à des essais de charges-décharges.

Pour déterminer le module d'élasticité, les essais de chargement-déchargement sont mieux adaptés car ils permettent une bonne mise au point des appuis et du dispositif d'essai en général lors du premier chargement.

Les deux courbes suivantes (Fig. III.5 et III.6) représentent les essais cycliques réalisés suivant les directions longitudinale et transversale.

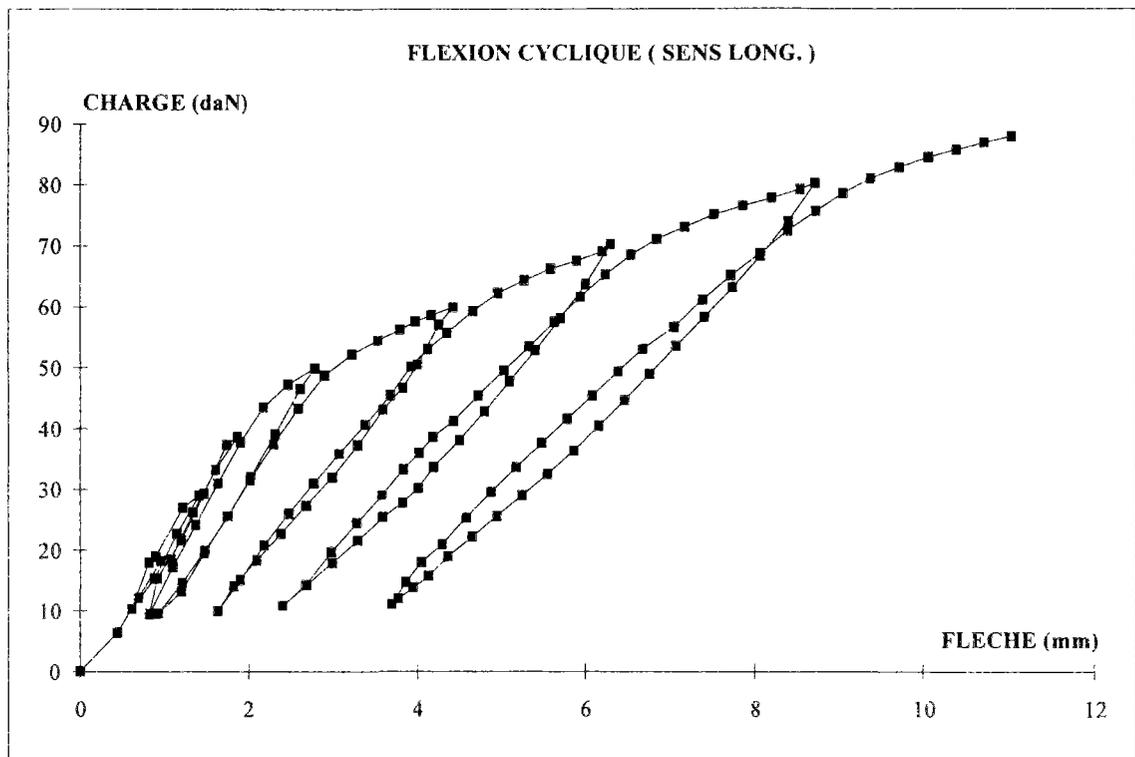


Figure III.5 : courbe d'essai cyclique de flexion (sens longitudinal)

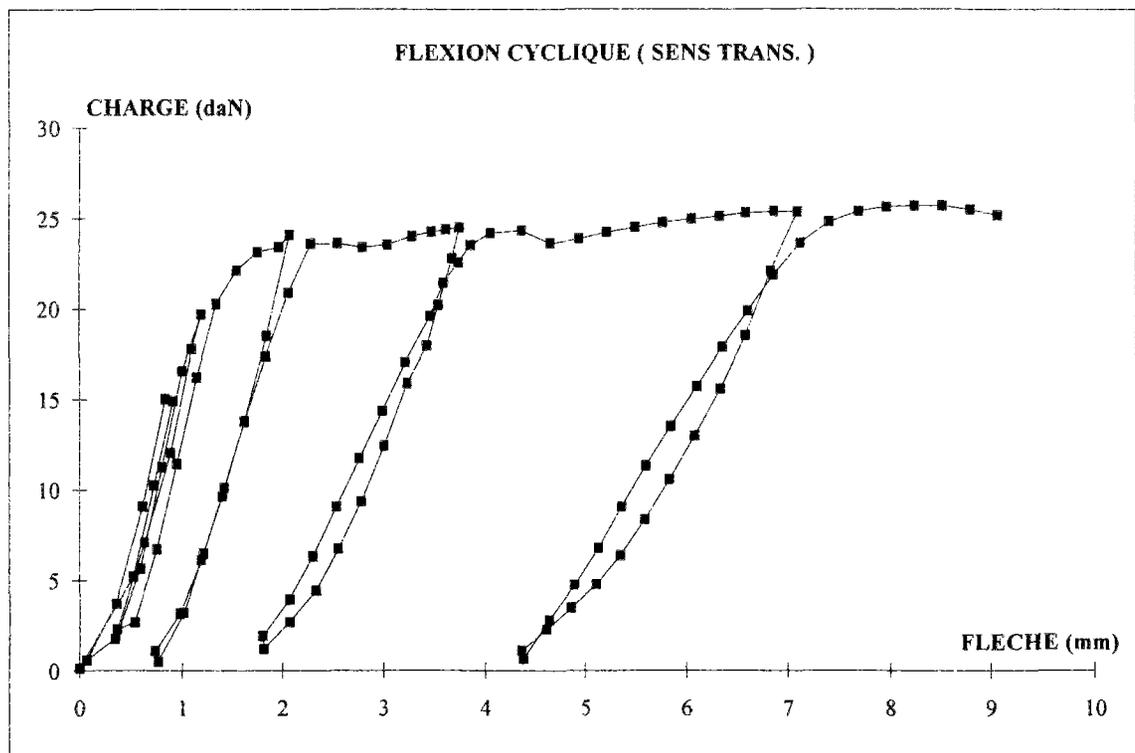


Figure III.6 : courbe d'essai cyclique de flexion (sens transversal)

On peut observer d'après ces essais cycliques en charge croissante que :

- la raideur apparente à la fin d'un cycle est équivalente à la raideur initiale du cycle suivant ;
- la limite d'élasticité apparente du cycle n+1 se situe précisément au niveau de la charge maximale du cycle précédent.

Pour savoir quel était le cheminement de la fissure dans le coeur de la plaque, on peut recouper les résultats de nos essais avec ceux réalisés par TIJ et Al [TIJ.89].

Dans ces derniers essais des éprouvettes dont un des cartons a été enlevé, subissent une première mise en charge, carton tendu, au delà de la zone provoquant les premières fissurations. Les éprouvettes subissent alors une deuxième mise en charge, après avoir été retournées de telle sorte que la face sans carton soit mise en tension.

Il a été observé que dans tous les cas une capacité de reprise de charge subsiste avant rupture brutale, qui démontre que la première mise en charge sur l'autre face n'avait pas provoqué de fissure traversante.

On peut donc conclure de ce qui précède que, dans le cas de la plaque de plâtre on a, grâce au carton, propagation lente de la fissure dans le coeur (plâtre).

On peut retenir d'après ces essais que le comportement en flexion des plaques de plâtre, selon les deux directions longitudinale et transversale est principalement régi:

- en phase élastique, par les caractéristiques mécaniques du plâtre (coeur de la plaque), le carton a une épaisseur égale à 0.35 mm et par conséquent sa participation à la rigidité de la plaque est très faible ;
- en phase plastique, par la résistance du carton pour ce qui concerne la résistance à la rupture (résistance du carton importante $\sigma_r = 28$ MPa) et à la fois par les caractéristiques du plâtre et le module d'élasticité du carton en ce qui concerne la déformation.

face carton crème tendue						
sens	épreuve	Fr (daN)	fr (mm)	Fe (daN)	Eo (MPa)	E1 (MPa)
long.	1	90	11,5	26,02	2650	662
	2	94	10,5	31,63	1400?	?
	3	86	12,2	35,15	3212	467
	4	84	10	26,36	2892	529
	5	89	17	38,17	2649	545
	moyenne	87.25 ±2.38	12.24 ±2.5	31.47 ±4.78	2851 ±231	551 ±70
trans.	1	31	2,3	18,47	2854	665
	2	31	2,1	21,71	2207	638
	3	29	5,8	20,6	2453	538
	4	31	5,6	20,05	2219	613
	5	28	5,3	19,73	2134	688
	moyenne	30 ±1.26	4.22 ±1.66	20.11 ±1.41	2373 ±263	628 ±52

Tableau III.1 : résultats des essais de flexion (face crème tendue)

avec : Fr et Fe respectivement la charge à la rupture et à la limité d'élasticité de l'éprouvette,
 fr et fe respectivement la flèche à la rupture et à la limité d'élasticité de l'éprouvette,
 Eo et E1 respectivement le module initial et la pente d'écrouissage.

face carton gris tendue						
sens	éprouvette	Fr (daN)	fr (mm)	Fe (daN)	Eo (MPa)	E1 (MPa)
long.	1	88	12,9	37,3	2835	503
	2	95	14,3	34,5	3261	412
	3	88	14,6	28,26	2755	484
	4	90	12,9	28	3078	503
	5	84	11,9	32,86	2442	557
	moyenne	89 ±3.6	13.32 ±0.99	32.18 ±1.48	2874 ±280	492 ±47
trans.	1	29	6,1	24	2355	573
	2	29	7,1	19,74	2747	595
	3	26	4,6	21	2795	623
	4	31	2,7	13,68	2955	516
	5	35	8,5	20,46	2253	713
	moyenne	30 ±1.26	5.8 ±2	19.78 ±3.42	2373 ±263	628 ±52

Tableau III.2 : résultats des essais de flexion (face grise tendue)

III.3.2.3. Essais de compression

L'épaisseur des plaques de plâtre est généralement comprise entre 9 et 23mm pour. Cette limitation d'épaisseur génère plusieurs difficultés :

- d'une part, l'impossibilité d'en tirer par découpe des éprouvettes prismatiques ou cylindriques conformes aux dimensions usuelles ;
- d'autre part, une incertitude quant à la représentativité des résultats, compte tenu de la taille des défauts, comparativement à l'épaisseur ;

Pour une meilleure représentativité des essais, on a découpé, dans différentes plaques et à différents endroits, des éprouvettes de trois volumes distincts. Un élancement permettant d'éviter des effets de flambement a été respecté :

type 1	$L \times h \times e = 2e \times 2e \times e$	$\lambda=2$
type 2	$L \times h \times e = 3e \times 2e \times e$	$\lambda=2$
type 3	$L \times h \times e = 4e \times 2e \times e$	$\lambda=2$

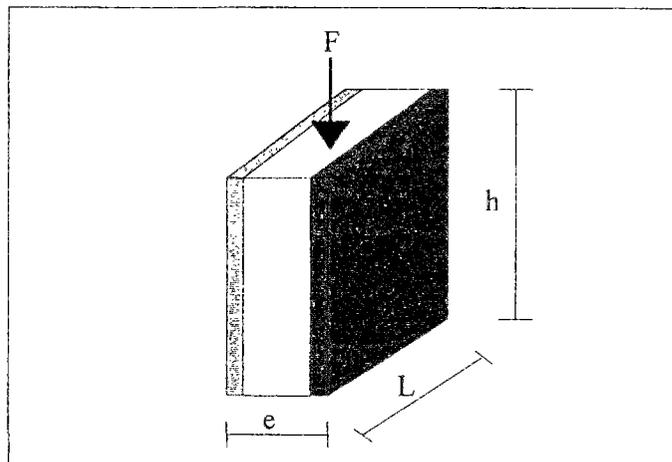


Figure III.7 : éprouvette des essais de compression

Les essais de compression ont été menés suivant la même procédure que les essais de flexion. On a testé les deux directions, longitudinale et transversale, aussi bien pour les essais monotones que cycliques.

Les essais sont réalisés sur la même presse INSTRON mais avec une vitesse de déplacement de 0.1mm/mn (voir photo.III.2).

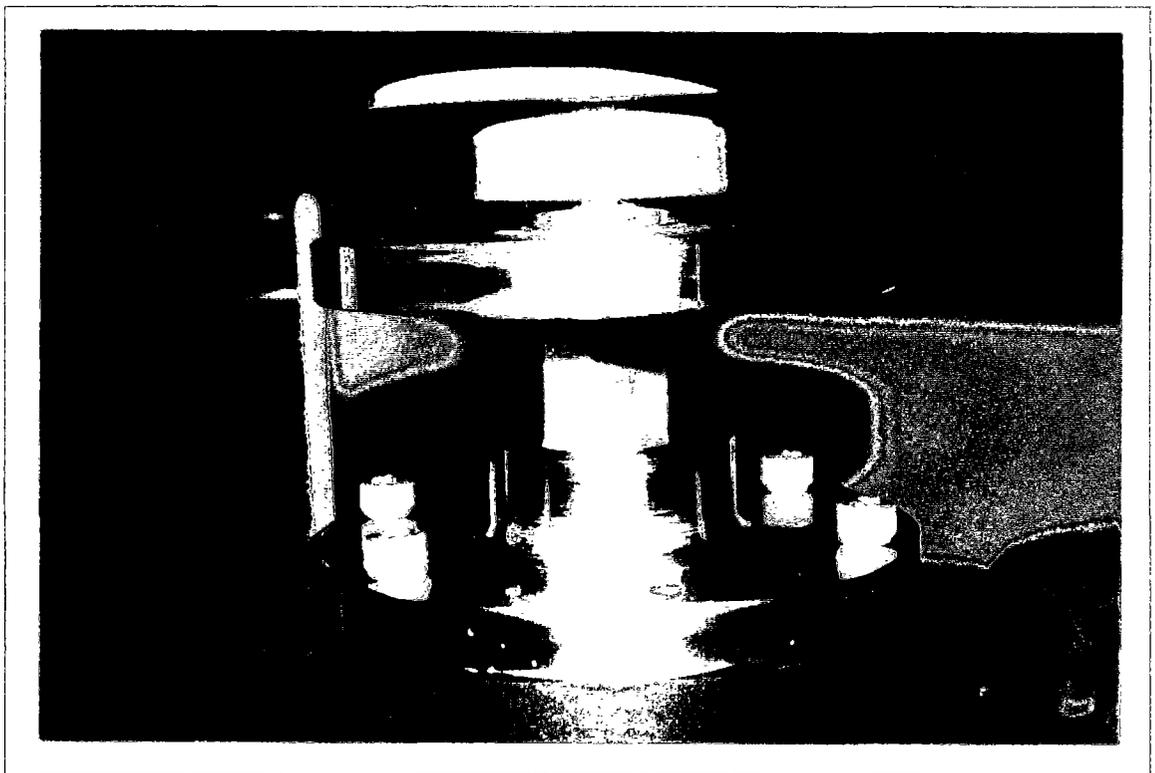


Photo III.3 : Mise en place de l'essai de compression

Les courbes types contraintes-déformations sont représentées sur la figure III.8, celles-ci représentent le comportement en compression selon les deux directions.

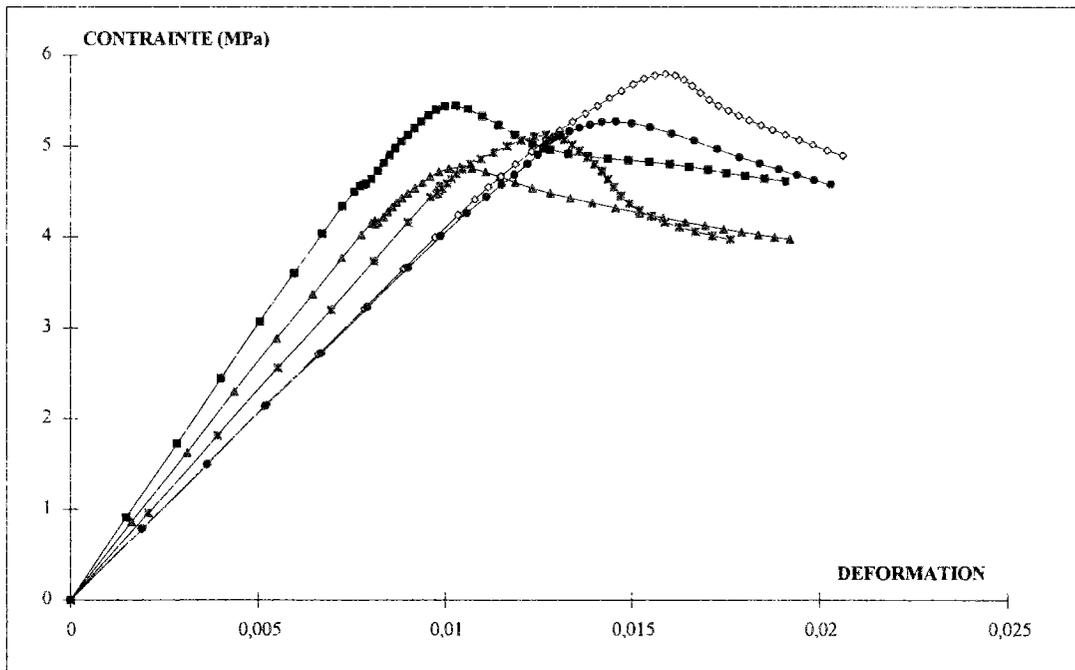


Figure III.8 : courbes des essais de compression (éprouvettes type 2)

On constate sur la figure III.8 un comportement presque linéaire jusqu'au pic, ce qui révèle un comportement fragile.

Ce comportement fragile était prévisible car la participation du carton en compression est négligeable. Le comportement de la plaque en compression est donc quasi équivalent à celui du plâtre seul, lequel présente bien sûr un comportement fragile (à l'état sec) [COQ.92].

Ce résultat confirme le fait que la ductilité du comportement de la plaque à la flexion est due essentiellement à son comportement ductile à la traction. On reviendra sur ce point lors des essais de traction.

L'ensemble des résultats est résumé par le tableau III.3 suivant :

serie 1					
sens	éprouvette	σ_r (MPa)	ϵ_r (%)	σ_c (MPa)	E (Mpa)
long.	1	5,5	1,37	3,84	1088
	2	5,25	1,5	3,66	986
	3	4,77	1,04	3,76	960
	4	5,79	1,59	3,65	960
	5	5,12	1,27	4,16	990
	moyenne	5.28 $\bar{\pm}0.34$	1.35 $\bar{\pm}0.19$	3.81 $\bar{\pm}0.18$	997 $\bar{\pm}47$
trans.	1	4,29	1,34	3,76	858
	2	4,35	1,13	3,63	922
	3	4,67	1,65	3,74	960
	4	4,19	1,04	3,01	960
	5	4,86	1,38	3,58	922
	moyenne	4.47 $\bar{\pm}0.25$	1.31 $\bar{\pm}0.21$	3.54 $\bar{\pm}0.27$	924 $\bar{\pm}37$

Tableau III.3 : résultats des essais de compression

On remarque sur les courbes de la figure III.8 un léger changement de pente qui correspond probablement au début d'apparition de fissures distribuées dans l'épaisseur et orientées dans la direction de la contrainte (photo III.4).

La présence du carton crée un état de confinement du plâtre et empêche une chute brutale de la capacité résistante (écrouissage négatif). Ce phénomène est encore accentué par les phénomènes d'interaction entre les plateaux de la presse et les faces des éprouvettes.

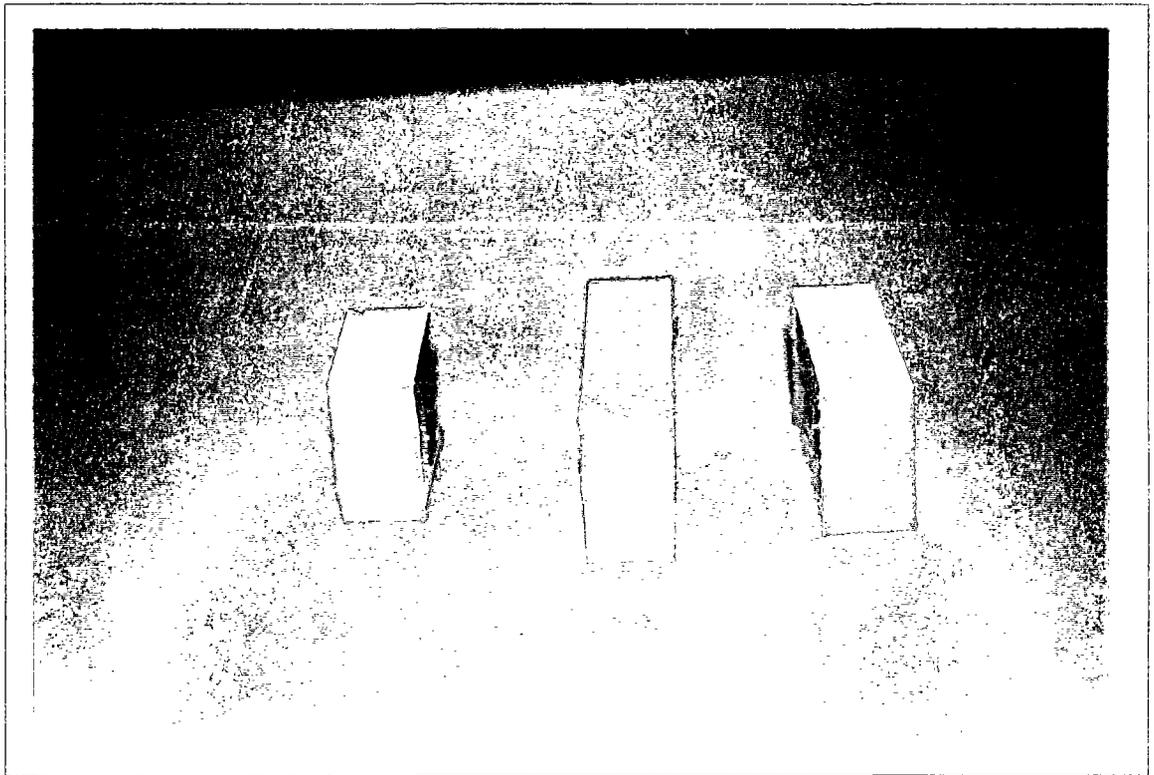


Photo III.4 : Modes de rupture des éprouvettes en compression

Les essais cycliques réalisés ont confirmé le comportement d'allure fragile de la plaque en compression.

On note que la plaque ne présente pas d'anisotropie notable en compression, la différence entre les modules dans les deux directions est inférieure à 10% (tab.III.3), quant à la différence entre les résistances, elle est de 15% (tab.III.3).

Si on considère donc le plâtre comme isotrope et la participation du carton à la compression négligeable on peut alors supposer que, l'anisotropie de la plaque dans son comportement en flexion est à relier à son comportement à la traction.

Il faut remarquer que cette légère anisotropie est aussi due d'autre part dans une moindre mesure à celle du plâtre même, cela a été mentionné lors d'une étude [TII.91] en réalisant des essais de compression sur des éprouvettes de plaque dénudées de leur carton. Cette anisotropie est due probablement au processus de fabrication, cependant ce résultat est à prendre avec précaution du fait de la dispersion des résultats, qui égale la différence mentionnée (8%).

Une différence de module pour les différents volumes d'éprouvettes existe : elle est causée essentiellement par les problèmes d'interface entre les plateaux de la presse et les éprouvettes, en revanche elle ne se manifeste pas en terme de résistance (Fig.III.9 et III.10). La découpe de ces petites éprouvettes a été réalisée manuellement à l'aide d'une scie, les faces des éprouvettes présentent alors des irrégularités qui augmentent avec le volume à découper et par conséquent on a plus de frottement entre l'éprouvette et les plateaux de la presse.

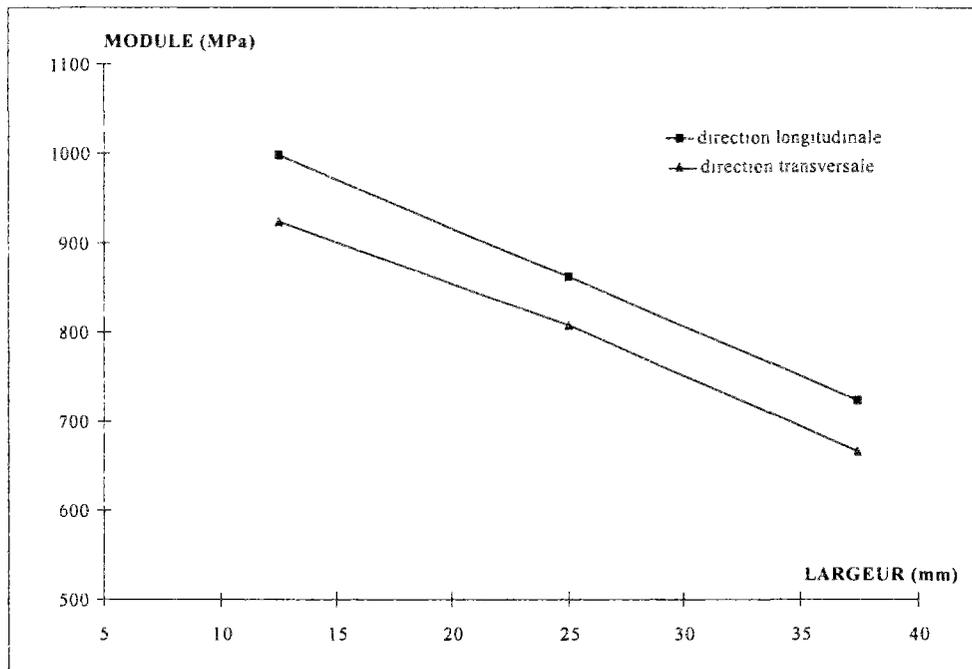


Figure III.9 : Variation du module d'élasticité en fonction des volumes des éprouvettes

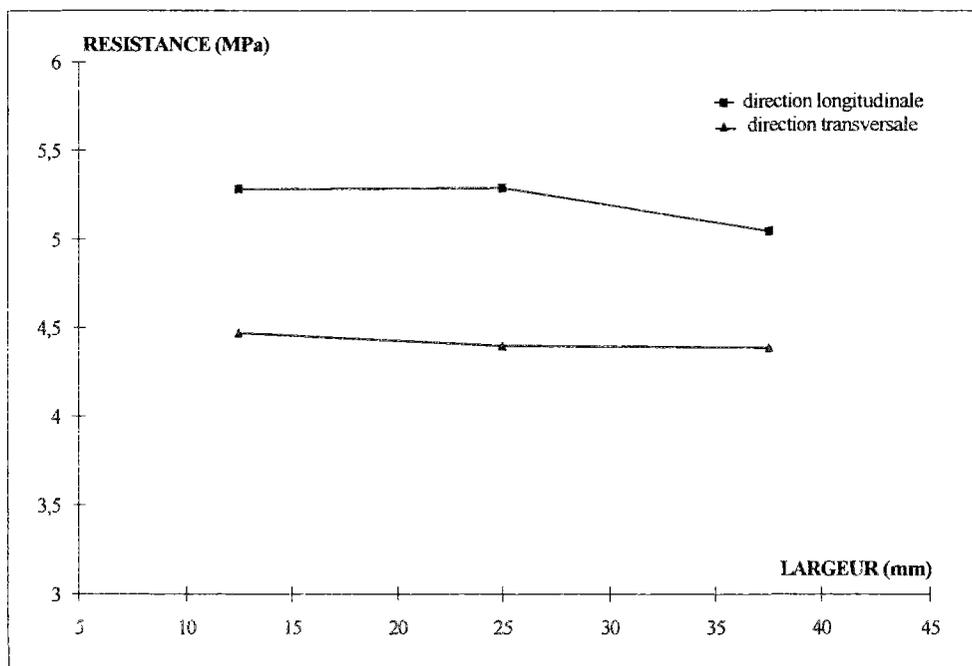


Figure III.10 : Variation de la résistance en fonction des volumes des éprouvettes

III.3.2.4. Essais de traction

En plus des caractéristiques semblables à celles déterminées lors des essais de compression et de flexion, à savoir les modules élastiques, la limite élastique et la résistance, le coefficient de Poisson a été mesuré.

La géométrie de l'éprouvette a nécessité une étude paramétrique préalable par éléments finis. Le but de cette étude était d'optimiser la géométrie des têtes de l'éprouvette pour éviter de grandes concentrations de contraintes au niveau des haltères et avoir ainsi un champ de contrainte le moins perturbé possible par l'application des efforts en tête d'éprouvette.

En considérant des éprouvettes en formes d'haltères avec des épaulements elliptiques dont on a fait varier l'excentricité, on détermine la forme optimale (fig.III.11), c'est-à-dire pour laquelle le champ des contraintes est le plus homogène possible (minimisation des valeurs extrêmes de la contrainte longitudinale).

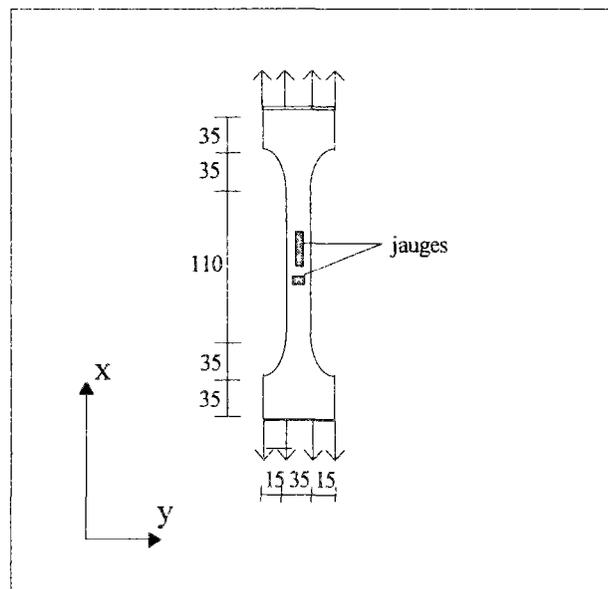


Figure III.11 : Dimensions et instrumentation des éprouvettes de traction

La charge est appliquée sur la tête de l'éprouvette par l'intermédiaire de mâchoires. Les éprouvettes ont été équipées de jauges d'extensométrie collées dans les directions longitudinale et transversale (mesure du coefficient de Poisson).

La presse est asservie en déplacement avec une vitesse de 0.5mm/mn.

Les tableaux III.5 et III.6 récapitulent les résultats obtenues pour les deux directions longitudinale et transversale, dont on donne aussi les courbes types (fig. III.12, III.13, III.14, III.15).

épreuve	σ_r (MPa)	σ_e (MPa)	E (MPa)	ν
1	1,87	0,94	1090	0,11
2	1,8	1,25	1000	0,23
3	1,83	0,8	850	0,1
4	1,78	1,45	1100	0,22
5	1,94	0,97	1080	0,14
moyenne	1.84 +0.05	1.08 +0.23	1007 +98	0.16 +0.05

Tableau III.4 : résultats des essais de traction dans la direction longitudinale

épreuve	σ_r (MPa)	σ_e (MPa)	E (MPa)
1	0,73	0,43	2167
2	0,71	0,52	1970
3	0,7	0,46	2307
4	0,92	0,73	2407
5	0,74	0,52	2240
moyenne	0.76 ±0.08	0.53 ±0.10	2218 ±147

Tableau III.5 : résultats des essais de traction dans la direction transversale

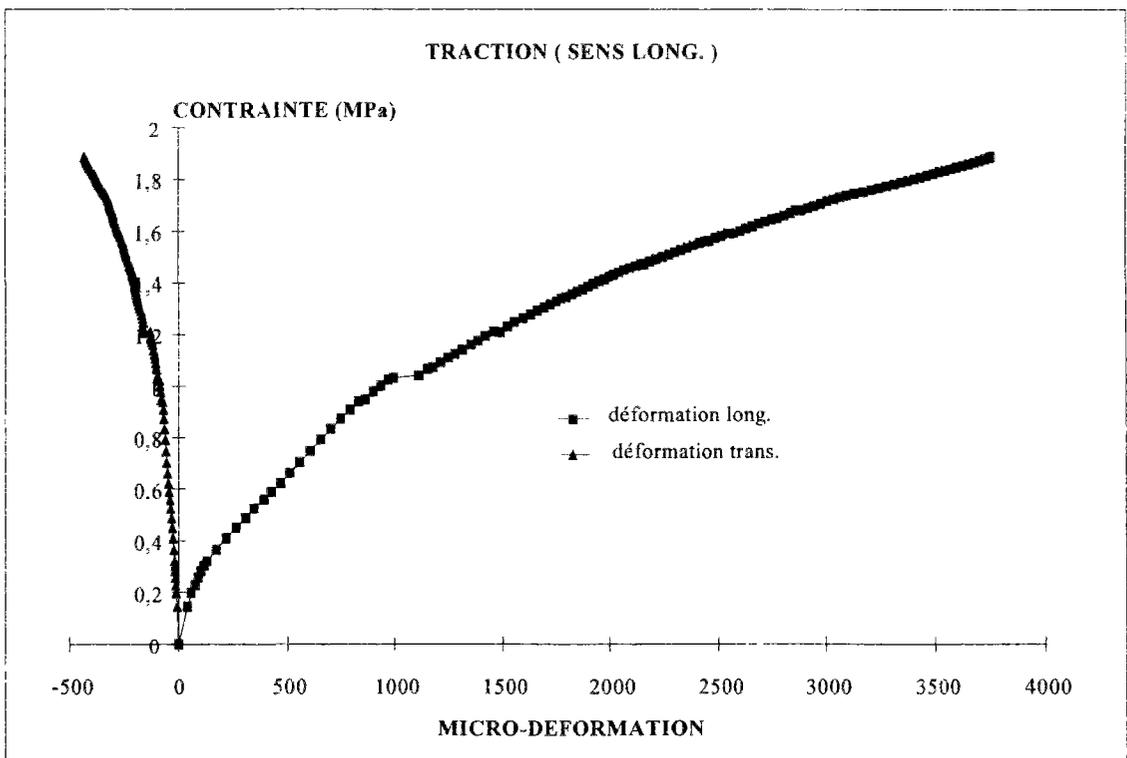


Figure III.12 : courbes de l'essai monotone dans la direction longitudinale

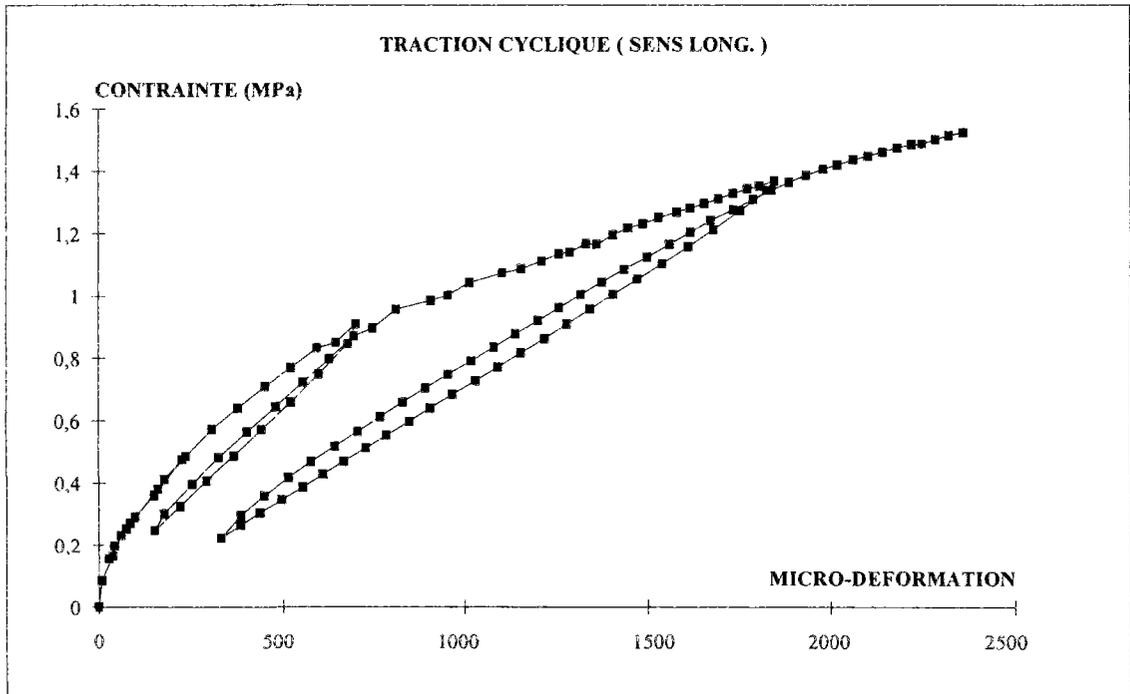


Figure III.13 : courbes de l'essai cyclique dans la direction longitudinale

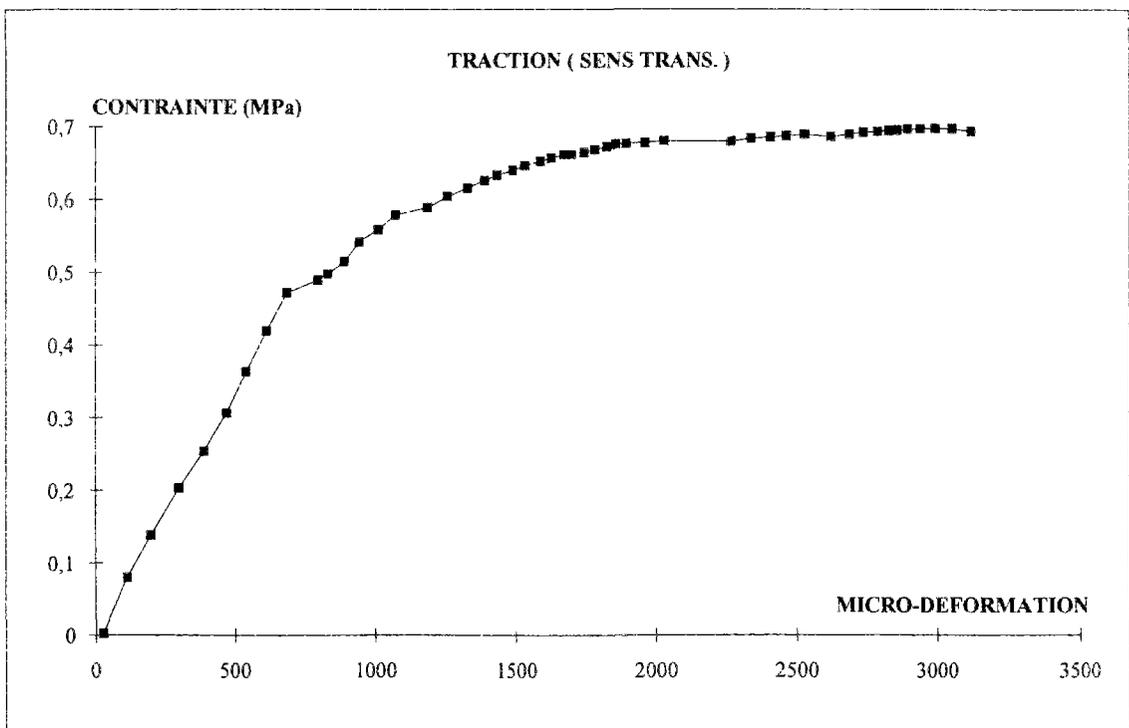


Figure III.14 : courbes de l'essai monotone dans la direction transversale

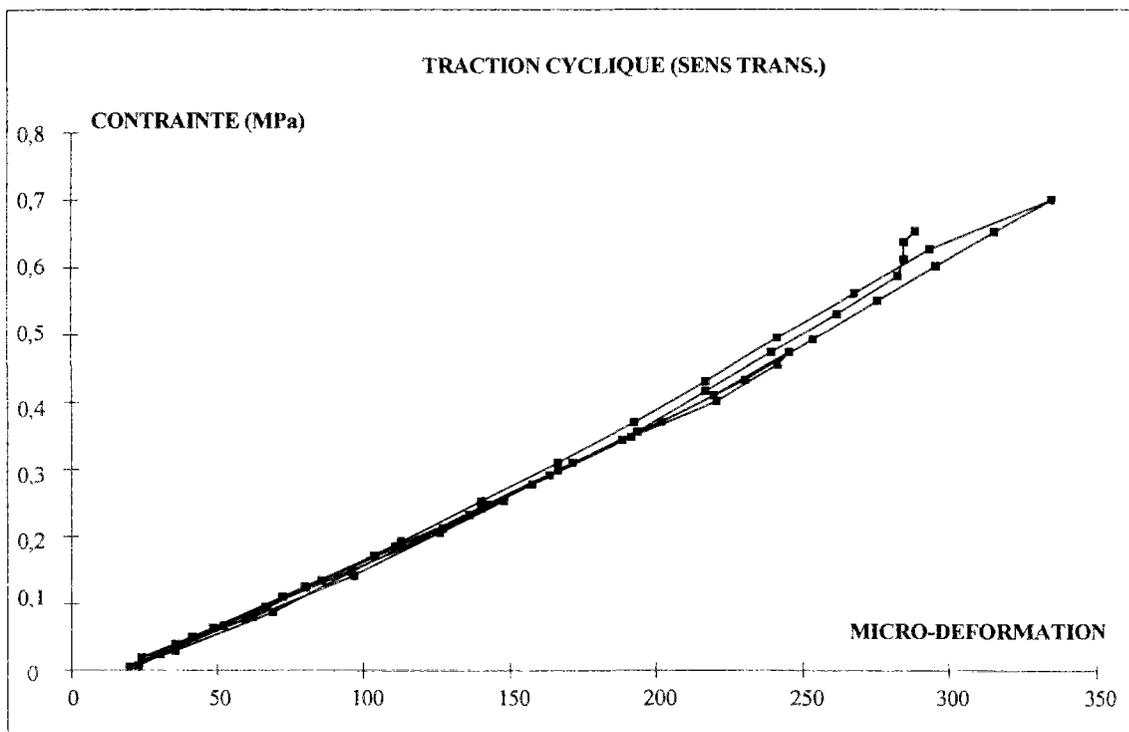


Figure III.15 : courbes de l'essai cyclique dans la direction transversale

Au vue des résultats précédents, on peut faire les constatations suivantes :

- le caractère anisotrope est bien vérifié, ce qui conforte l'hypothèse de l'anisotropie du carton qui est à l'origine de celle de la plaque car les essais ont montré une faible anisotropie du plâtre;
- la plaque a un comportement ductile en traction dans la direction longitudinale, en revanche dans la direction transversale, les essais charges-décharges montrent plutôt une fragilité du comportement ;

On note que l'écart entre les modules d'Young suivant les deux directions se trouve inversé par rapport aux essais de flexion. Autrement dit, en traction, le module longitudinal est inférieur au module transversal alors que l'on aurait dû avoir exactement le résultat contraire compte tenu de l'isotropie du plâtre et du fait que les cartons anisotropes, ont un module longitudinal supérieur au module transversal (cartons vierges).

Une explication plausible à cette apparente contradiction est la superposition de deux phénomènes générés, l'un par le mode de fabrication des plaques de plâtre et l'autre par les conditions des essais.

Le processus de fabrication à la chaîne donne au plâtre une structure pseudo fibreuse analogue à un matériau composite unidirectionnel, dans la direction longitudinale (direction de la chaîne : annexe II).

De ce fait un désaxement dans l'application de la charge, même faible, peut entraîner des valeurs nettement plus faibles que les valeurs réelles du module d'Young. Ce problème n'est pas aussi critique dans le cas d'un essai de traction transversale [BER.92].

a/ Mécanismes de rupture

Un mécanisme de rupture est le processus mécanique responsable de la fissuration ou de l'endommagement de la matière. Cette rupture commence par l'apparition de microfissures et leur propagation à l'échelle macroscopique.

Dans le cas de la plaque de plâtre soumise à une traction longitudinale, on observe d'abord une première phase d'amorce de fissures dans le plâtre perpendiculairement à la direction de la sollicitation. Ces fissures sont localisées, soit au niveau de l'épaulement de l'éprouvette, soit à son milieu selon le cas.

Une deuxième phase d'apparition d'autres fissures et leur distribution sur presque toute la longueur utile de l'éprouvette.

Une troisième phase de délaminage entre cartons et plâtre, suivi de la rupture des cartons et conduisant à la rupture finale de la plaque.

Quand l'éprouvette est affectée par une traction transversale, le processus de rupture se manifeste par l'apparition de microfissures (comme dans le cas longitudinal) dans le plâtre, suivi de sa propagation et de la rupture brusque (fragilité) de la plaque.

On note l'absence de délaminage entre les cartons et le plâtre. Ce ci arrive lorsque la contrainte à la rupture est inférieure à la contrainte de décohéation à l'interface cartons-plâtre, et ce contrairement à la direction longitudinale.

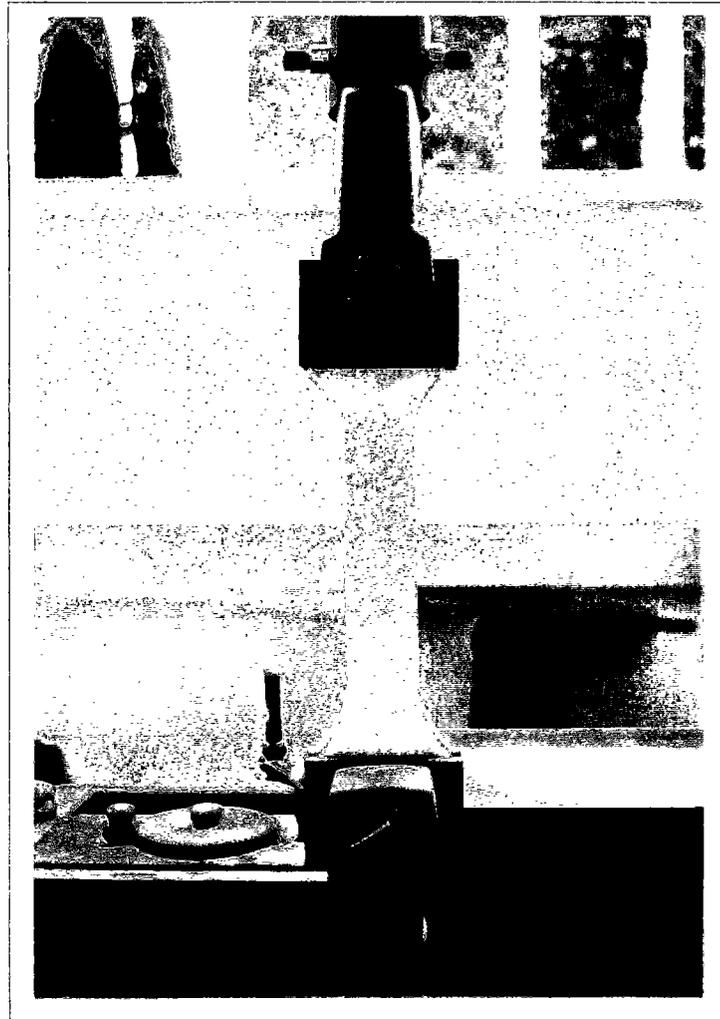


Photo III.5 : rupture de l'éprouvette en traction

b/ Détermination du module de cisaillement G_{tt}

Les essais réalisés et décrits ci-dessus ont permis de déterminer les modules d'élasticité E_1 et E_t dans les deux directions ainsi que le coefficient de Poisson ν_{1t} . Or ces coefficients ne sont pas suffisants pour déterminer l'ensemble des caractéristiques d'un matériau orthotrope dans un état de contrainte bidimensionnelle.

Le module de cisaillement G_{tt} doit être déterminé expérimentalement puisqu'il s'agit d'un coefficient indépendant.

Un essai de cisaillement direct sur une éprouvette découpée dans la plaque est difficilement réalisable, à cause de la faible épaisseur de la plaque, qui est de l'ordre d'une dizaine de millimètres.

Pour déterminer le module de cisaillement, une méthode indirecte utilisée souvent pour l'identification des matériaux composites a été adoptée.

Soit Σ le tenseur de contraintes dans le repère d'anisotropie du matériau (l,t,z) et faisant un angle α avec les directions principales :

$$[\Sigma] = \sigma_0 \begin{bmatrix} \cos^2(\alpha) & -\cos(\alpha)\sin(\alpha) & 0 \\ \text{sym} & \sin^2(\alpha) & 0 \\ & & 0 \end{bmatrix}$$

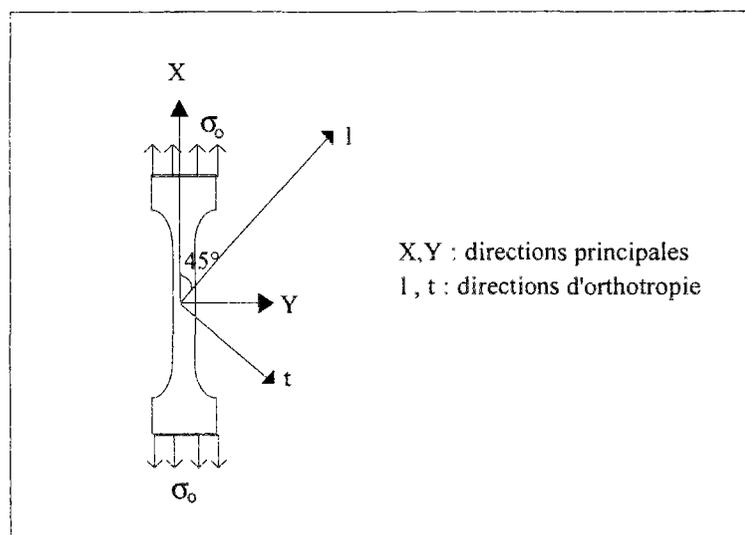


Figure III.16 : Eprouvette sollicitée en traction à 45° par rapport aux directions d'orthotropie

Pour un matériau en contrainte plane, la matrice de souplesse [S] s'écrit :

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_l} & -\frac{\nu_{lt}}{E_t} & 0 \\ & \frac{1}{E_t} & 0 \\ & & \frac{1}{G_{lt}} \end{bmatrix}$$

Le tenseur de déformation dans le repère (l,t) est :

$$[\varepsilon] = \sigma_0 \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{E_l} \cos^2(\alpha) - \frac{\nu_{lt}}{E_t} \sin^2(\alpha) \right) & \left(-\frac{1}{2G_{lt}} \cos(\alpha) \sin(\alpha) \right) & 0 \\ \text{sym} & \left(-\frac{\nu_{lt}}{E_l} \cos^2(\alpha) + \frac{1}{E_t} \sin^2(\alpha) \right) & 0 \\ & & \left(\frac{\nu_{lt}}{E_l} \cos^2(\alpha) - \frac{\nu_{zt}}{E_t} \sin^2(\alpha) \right) \end{bmatrix}$$

par un nouveau changement de repère, on peut obtenir le tenseur des déformations dans le repère (o,x,y,z) :

$$\varepsilon_{(x,y,z)}^i = T_k^i T_m^j \varepsilon_{(l,t,z)}^{km} \quad \text{avec} \quad [T] = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \text{sym} & \cos(\alpha) & 0 \\ & & 0 \end{bmatrix}$$

Le vecteur des déformations dans le repère (o,x,y,z) de l'éprouvette soumise à une traction simple dans la direction de "l" est :

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{(x,y,z)}^{11} \\ \varepsilon_{(x,y,z)}^{22} \\ \varepsilon_{(x,y,z)}^{12} \end{Bmatrix} = \sigma_0 \begin{bmatrix} \left[\frac{1}{E_l} \cos^4(\alpha) - \frac{\nu_{lt}}{E_t} \sin^2(\alpha) \cos^2(\alpha) + \frac{1}{G_{lt}} \sin^2(\alpha) \cos^2(\alpha) + \frac{1}{E_t} \sin^2(\alpha) - \frac{\nu_{lt}}{E_l} \sin^2(\alpha) \cos^2(\alpha) \right] \\ \left[-\frac{\nu_{lt}}{E_l} \cos^4(\alpha) + \frac{1}{E_t} \sin^2(\alpha) \cos^2(\alpha) - \frac{1}{G_{lt}} \sin^2(\alpha) \cos^2(\alpha) + \frac{1}{E_x} \sin^2(\alpha) \cos^2(\alpha) - \frac{\nu_{lt}}{E_l} \sin^2(\alpha) \right] \\ \left[\frac{1}{E_l} \cos^3(\alpha) \sin(\alpha) - \frac{\nu_{lt}}{E_t} \sin^3(\alpha) \cos(\alpha) + \frac{\nu_{lt}}{E_l} \sin^3(\alpha) \cos(\alpha) - \frac{1}{E_t} \sin^3(\alpha) \cos(\alpha) - (\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)) \frac{1}{2G_{lt}} \sin(\alpha) \cos(\alpha) \right] \end{bmatrix}$$

La mesure de la déformation dans la direction de "x" permet d'obtenir le module de cisaillement "G_{lt}".

On obtient pour α=45° :

$$\epsilon_{xx} = \frac{\sigma_0}{4} \left[\frac{1}{E_l} - \frac{2\nu_{lt}}{E_t} + \frac{1}{E_t} + \frac{1}{G_{lt}} \right]$$

dans cette formule tout est connu sauf G_{lt}.

La mesure de la déformation "ε_{xx}" est obtenue par des jauges collées sur des éprouvettes découpées dans une direction faisant un angle de 45° avec les directions d'orthotropie de la plaque et sollicitée en traction suivant cette direction "xx". L'ensemble des résultats est donné dans le tableau III.6 et la courbe de comportement par la figure III.17.

éprouvette	Rés (MPa)	Contr-élas (MPa)	G (MPa)
1	1,03	0,65	406
2	0,97	0,65	468
3	1	0,73	508
4	0,97	0,7	694
moyenne	0.99 +0.02	0.68 +0.03	519 +91

Tableau III.6 : Résultats des essais de traction à 45°

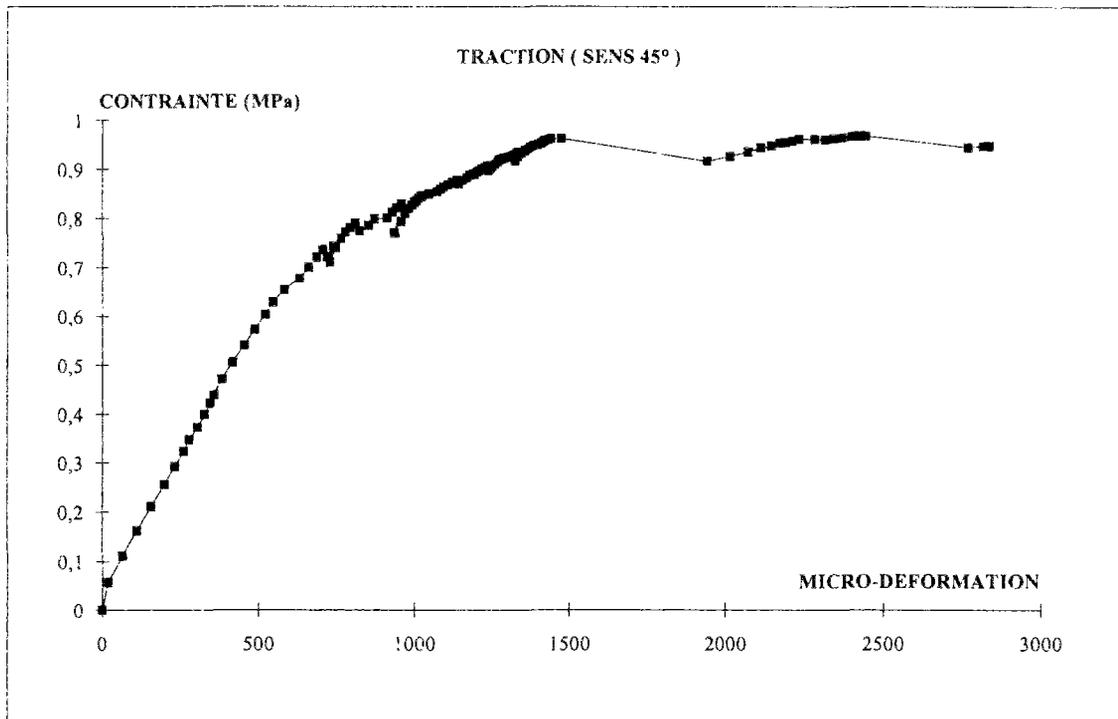


Figure III.17 : courbe de l'essai de traction à 45°

Les éprouvettes présentent une résistance comprise entre celle des directions longitudinale et transversale, il en est de même pour la limite d'élasticité. Un comportement ductile est observé mais moindre que dans la direction longitudinale.

III.3.2.5. Hypothèses explicatives de l'écart entre contrainte à la rupture par traction pure et par flexotraction

Au vue des résultats concernant la rupture par traction, on note un écart important entre contrainte à la rupture en traction directe et en flexotraction.

Cet écart est de $\frac{\sigma_{fl}^r}{\sigma_{tr}^r} \approx 3$ pour la direction longitudinale et $\frac{\sigma_{fl}^r}{\sigma_{tr}^r} \approx 2$ pour la direction

transversale.

Pour expliquer cet écart, on a émis plusieurs hypothèses et les causes de cette différence sont d'ailleurs probablement multiples avec des effets qui se superposent.

1. Modèle statistique de Weibull

La première hypothèse retenue est celle reposant sur l'analyse de Weibull [WEI.51]. Le plâtre répond bien aux hypothèses de Weibull, un matériau fragile contenant des défauts (bulles d'air, fissures,...: cf photos I.1 et I.2).

Selon Weibull, la distribution des défauts rend compte de la distribution des valeurs de résistance à la rupture observées dans les matériaux fragiles.

L'approche statistique permet de décrire la distribution des contraintes à la rupture pour des échantillons de géométrie et de compositions données.

Ce modèle empirique, aussi appelé théorie du maillon le plus faible, prend en compte l'existence de défauts dans le matériau.

a/ Distribution des contraintes à la rupture

Soit un matériau de volume V , soumis à une contrainte uniforme " σ ", la fonction de distribution de Weibull est de la forme :

$$P_f = 1 - \exp \left[\int_v \left(\frac{\sigma - \sigma_u}{\sigma_0} \right)^m dv \right]$$

avec :

P_f : la probabilité de rupture correspondant à la contrainte σ ;

σ_u : contrainte seuil ($\sigma_u = 0$ pour des matériaux très fragiles) ;

σ_0 : facteur de normalisation ;

m : paramètre empirique, appelé module de Weibull ; plus " m " est faible, plus les résistances à la rupture sont dispersées [ASH.91].

b/ Détermination du module de Weibull

Il existe plusieurs techniques pour déterminer le module de Weibull [TRU.79], mais la plus utilisée est celle qui consiste à effectuer une régression linéaire sur les valeurs expérimentales.

Dans le cas d'une contrainte de traction, la fonction de distribution est :

$$P_f = 1 - \exp \left[-V \left(\frac{\sigma - \sigma_u}{\sigma_0} \right)^m \right]$$

Ce qui conduit à la forme linéaire (avec $\sigma_u = 0$) :

$$\log \left[\log \left(\frac{1}{1 - P_f} \right) \right] = m \log(\sigma) + \log \left(\frac{V}{\sigma_0^m} \right)$$

Le graphe $Y = m \log(\sigma) + Cte$ est une droite de pente " m ".

c/ Effet de taille

L'hypothèse du lieu le plus faible conduit à une dépendance de la résistance à la rupture avec le volume testé : plus le volume est important, plus la probabilité de trouver des défauts critiques augmente, et donc plus faible est la résistance à la rupture.

Si σ_i^m et σ_j^m sont les contraintes moyennes de deux séries d'échantillons de volumes respectives V_i et V_j , le formalisme de Weibull conduit à l'équation :

$$\frac{\sigma_i^m}{\sigma_j^m} = \left(\frac{V_j}{V_i} \right)^{\frac{1}{m}}$$

d/ Application aux plaques de plâtre

Pour déterminer le module de Weibull, on dispose de 9 valeurs de la contrainte à la rupture (essais de traction). Ces valeurs correspondent à des échantillons identiques et sont rangées par ordre croissant.

* direction longitudinale : 1.52-1.77-1.79-1.80-1.82-1.83-1.84-1.87-1.97 MPa

* direction transversale : 0.70-0.71-0.74-0.77-0.82-0.86-0.92-0.94-1.09 MPa

La probabilité pour avoir la rupture à la $i^{ème}$ valeur de la contrainte est donnée par :

$$P_f(\sigma_i) = \frac{i}{n+1} \text{ ou } P_f(\sigma_i) = \frac{i-0.5}{n}$$

On utilise l'estimation suivante pour déterminer le module de Weibull [TRU.79] à partir du modèle linéaire :

$$m = \frac{\sum_{i=1}^3 y_i - \sum_{i=\frac{2n}{3}}^n y_i}{\sum_{i=1}^3 \ln(\sigma_i) - \sum_{i=\frac{2n}{3}}^n \ln(\sigma_i)} \quad \text{avec } y_i = \ln \ln \left(\frac{1}{1 - P_f(\sigma_i)} \right)$$

qui est obtenu en divisant les observations $(\ln \sigma_i, y_i)$ en trois groupes égaux, le module "m" est la pente de la courbe joignant les centres de gravité des deux groupes extrêmes.

Cette estimation, permet un calcul simple du module de Weibull et elle est recommandée quand les hypothèses usuelles du modèle linéaire ne sont pas satisfaites [KEN.73].

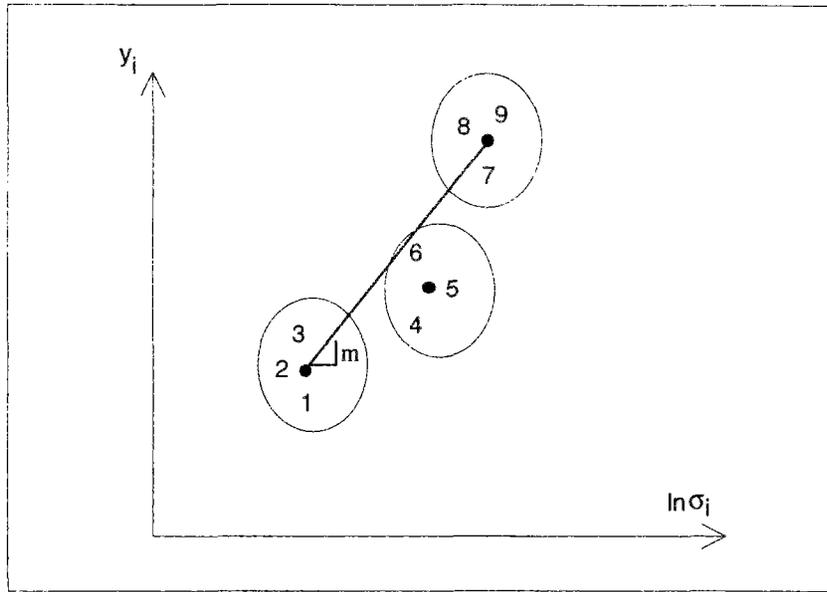
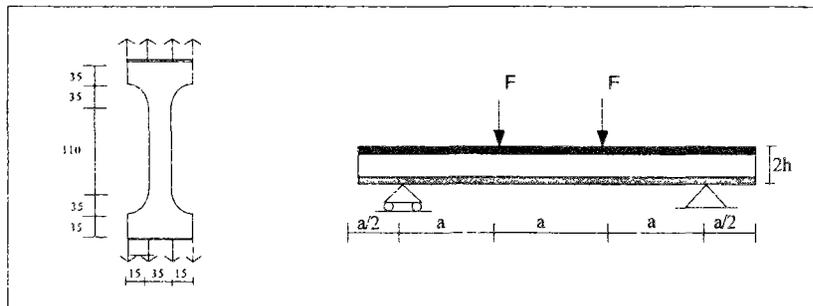


Figure III.18 : Détermination du module de Weibull

Avec $P_f(\sigma_i) = \frac{i}{n+1}$ on obtient : direction longitudinale $m=12.22$
 direction transversale $m=4.42$

Calcul de la fonction de probabilité de rupture



$$P_f(\sigma_i) = 1 - \exp \int_v - \left(\frac{\sigma - \sigma_u}{\sigma_o} \right)^m dv$$

E supposant $\sigma_u = 0$ (pour un matériau très fragile)
 on obtient :

$$\text{traction : } P_f(\sigma_i) = 1 - \exp \left(- \left(\frac{\sigma}{\sigma_o} \right)^m 2 h b L \right)$$

$$\text{flexion 4 points : } 1 - \exp \left(- \left(\frac{\sigma}{\sigma_o} \right)^m \frac{(m+3)}{(m+1)^2} h l a \right)$$

Le rapport des contraintes à la rupture est alors:

$$\frac{\sigma_{fl}}{\sigma_{tr}} = \left(\frac{2 b L (m+1)^2}{1 a (m+3)} \right)^{\frac{1}{m}}$$

avec :

b : largeur de l'éprouvette de traction (35 mm)

L : longueur concernée par des contraintes uniaxiales de traction dans la zone rétrécie : on considère les deux valeurs extrêmes

L=110 mm longueur de la partie droite de l'éprouvette

L=180 mm longueur de l'éprouvette incluant les amorces elliptiques

a : entraxe des appuis pour l'essai de flexion (100mm)

l : largeur de l'éprouvette de flexion (300mm)

Soient les rapports suivants :

$$\text{direction longitudinale } \frac{\sigma_{fl}}{\sigma_{tr}} = 1.09 \quad \text{pour } L = 110\text{mm}$$

$$\frac{\sigma_{fl}}{\sigma_{tr}} = 1.14 \quad \text{pour } L = 180\text{mm}$$

$$\text{direction transversale } \frac{\sigma_{fl}}{\sigma_{tr}} = 1.004 \quad \text{pour } L = 110\text{mm}$$

$$\frac{\sigma_{fl}}{\sigma_{tr}} = 1.12 \quad \text{pour } L = 180\text{mm}$$

On remarque que dans le meilleur des cas le rapport des contraintes de rupture est inférieur à 15%.

Le nombre d'éprouvettes utilisées pour l'étude statistique est bien sûr insuffisant et l'estimation du module "m" est peut être erronée. Mais cela n'explique pas l'écart trouvé expérimentalement car avec la géométrie des éprouvettes utilisées pour les

essais de flexion et de traction le rapport $\frac{\sigma_{fl}}{\sigma_{tr}}$ reste inférieur à 1,2 pour des valeurs

de m variant de 0 à 50 (fig.III.19), alors dans la réalité ce rapport varie de 2 jusqu'à 3.

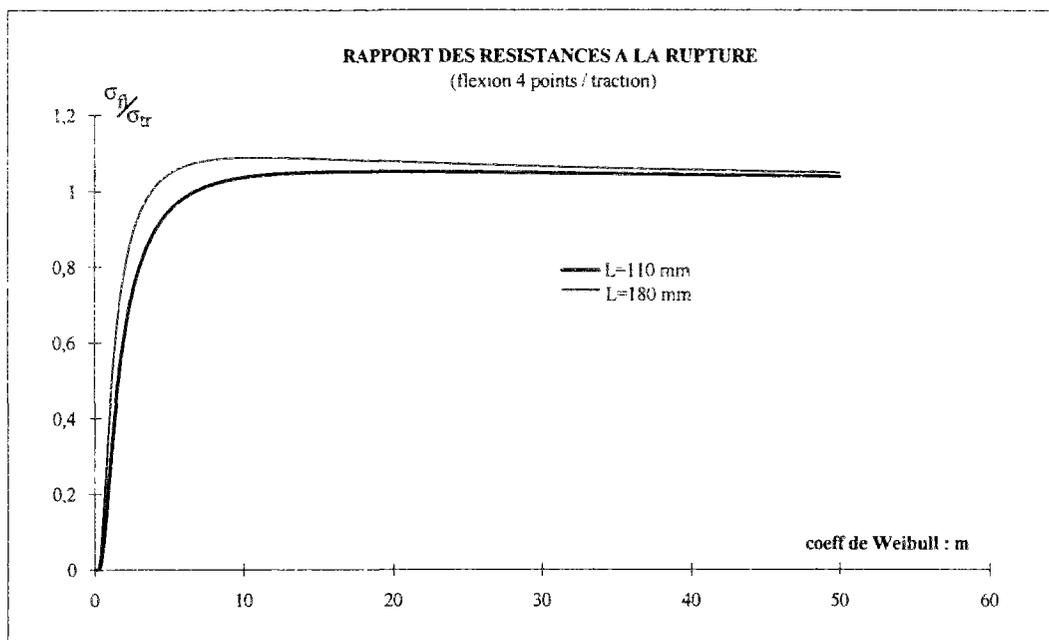


Figure III.19 : Variation du rapport $\frac{\sigma_f}{\sigma_{tr}}$ en fonction du module de Weibull "m"

2. Deuxième hypothèse

La deuxième hypothèse émise pour expliquer cet écart entre les contraintes à la rupture est de supposer que le comportement de la plaque en phase de rupture est celui d'une plaque "sandwich", et qui est constituée par une âme (le plâtre fissuré) et les deux peaux (cartons). La fonction essentielle de l'âme du "sandwich" est donc de transmettre, par cisaillement, les actions d'une peau à l'autre.

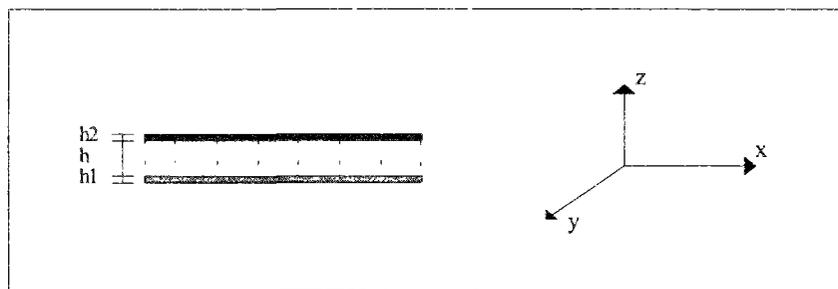


Figure III.20 : Plaque sandwich

La théorie des plaques "sandwichs" est essentiellement fondée sur les hypothèses suivantes :

- l'épaisseur de l'âme est plus élevée que celle des peaux : $h \gg \max(h_1, h_2)$;
- les contraintes σ_{xx} , σ_{xy} et σ_{yy} sont uniformes dans l'épaisseur des peaux ;
- l'âme ne transmet que les contraintes de cisaillement σ_{xz} et σ_{yz} , les autres contraintes sont négligées.

Les efforts de membrane et les moments sont alors donnés par :

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-(h_1+\frac{h}{2})}^{-\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} dz + \int_{\frac{h}{2}}^{(h_2+\frac{h}{2})} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} dz$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-(h_1+\frac{h}{2})}^{-\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} z dz + \int_{\frac{h}{2}}^{(h_2+\frac{h}{2})} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} z dz$$

En appliquant cette théorie à la plaque de plâtre fissurée, on obtient :

- en traction : $N_{xx} = \sigma_{xx} (h_1 + h_2)$ soit $\sigma_{xx} = \frac{N_{xx}}{(h_1 + h_2)}$

- en flexion, si on considère que la peau comprimée (carton) comme négligeable, on

obtient : $M_{xx} = \int_{-(h_1+\frac{h}{2})}^{-\frac{h}{2}} \sigma_{xx} z dz = \frac{\sigma_{xx}}{2} (h h_1 + h_1^2)$ soit $\sigma_{xx} = \frac{2M_{xx}}{(h h_1 + h_1^2)}$

En remplaçant N_{xx} et M_{xx} par leur valeurs à la rupture, on trouve :

- direction longitudinale : $\sigma_{tr} = 31.25 \text{ MPa}$ et $\sigma_{fl} = 67.21 \text{ MPa} \Rightarrow \frac{\sigma_{fl}}{\sigma_{tr}} = 2.15$

- direction transversale : $\sigma_{tr} = 17.01 \text{ MPa}$ et $\sigma_{fl} = 22.86 \text{ MPa} \Rightarrow \frac{\sigma_{fl}}{\sigma_{tr}} = 1.34$

On arrive à des rapports inférieurs à ceux calculés en supposant l'homogénéité de toute l'épaisseur de la plaque jusqu'à la rupture. Ces rapports restent importants, surtout dans la direction longitudinale d'où la troisième hypothèse.

3. Troisième hypothèse

Cette dernière hypothèse fait suite aux constatations concernant la cinétique de la propagation de la fissuration dans le plâtre.

On a bien remarqué que la propagation de la fissure ne se fait pas d'une manière instantanée lors des essais de flexion.

L'hypothèse retenue est qu'en flexion, il y a une certaine épaisseur du plâtre tendu qui continue à participer avec le carton à la résistance de la plaque. Ce qui se traduit par des efforts à la rupture plus importants.

Enfin, il faut noter que l'éprouvette en forme d'haltères conduit généralement à des amorces de fissures au voisinage de l'épaule, conduisant à des erreurs sur l'estimation des caractéristiques à la rupture de la plaque.

Ce sont là, les hypothèses qu'on a retenues pour expliquer l'écart entre les résistances en traction et en flexotraction.

Une expérimentation plus précise et plus ciblée permettrait de mieux vérifier ces hypothèses. Cette expérimentation pourrait être une observation en continue des mécanismes de rupture au cours des essais avec l'acquisition des contraintes pour les différents matériaux (plâtre et carton) Elle serait lourde à mettre en oeuvre et coûteuse (observation par microscope, visualisation par radiographie,...).

III.3.3. Les montants métalliques

Les essais de traction ont été réalisés sur des éprouvettes découpées dans l'aile des profilés métalliques (montant 48x35x0.6) comme indiqué sur la figure III.21. Cette figure montre aussi la géométrie des éprouvettes et leur instrumentation.

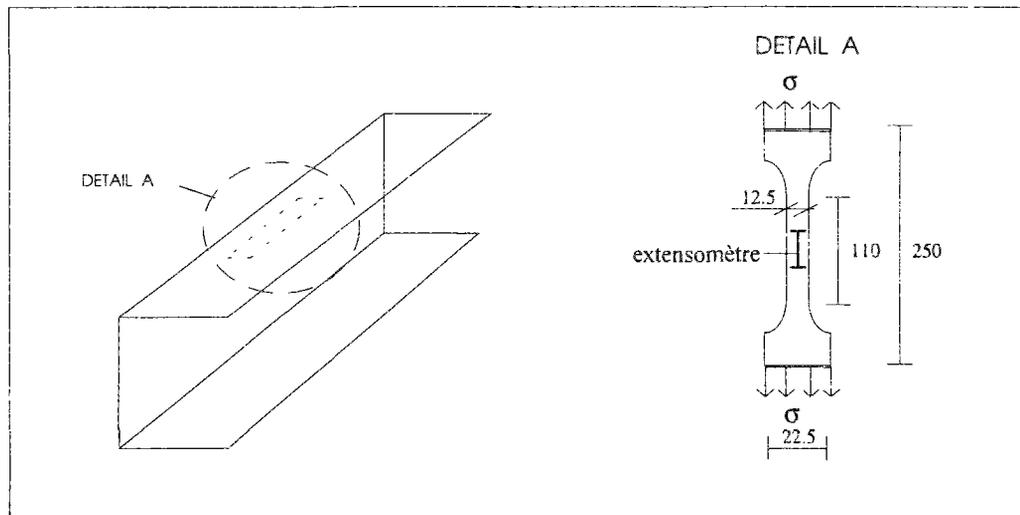


Figure III.21 : Eprouvette de traction des montants métalliques

L'appareillage qui a servi aux essais est un vérin type SCHENK.HYDROPULS piloté en déplacement avec une vitesse de 1.5mm/mn. La fixation de l'éprouvette est réalisée à l'aide de mâchoires autosserrantes. La déformation est donnée par un extensomètre HBM avec un déplacement maximal de 2mm sur une base de 50mm (une déformation max de 4%).

Les résultats des essais et une courbe type sont donnés par le tableau et la figure suivants :

éprouvette	σ_e (MPa)	ϵ_e (%)	σ_r (MPa)	ϵ_r (%)	E (MPa)
1	240	0.12	395	18	200000
2	250	0.14	398	21	178000
3	243	0.12	416	14	202500
4	260	0.13	418	17	200000
5	228	0.12	400	18.5	190000
moyenne	244.2±10.62	0.126±0.008	405.4±9.62	17.7±2.27	194100±9124

Tableau III.7 : Résultats des essais de traction sur montant métallique

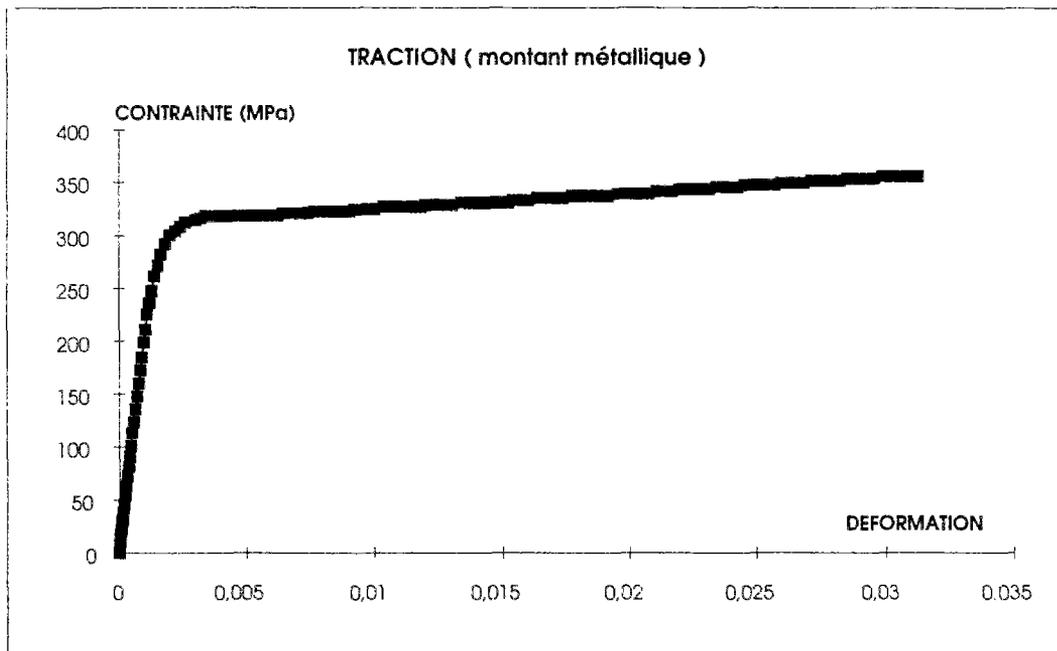


Figure III.22 : courbe de l'essai de traction

Le comportement des montants est bien celui d'un acier doux, avec une phase d'écroutissage importante (un coefficient de ductilité de 150 : rapport entre la déformation plastique et la déformation élastique).

Le module d'élasticité, la limite élastique et la résistance se situent bien au niveau des valeurs usuelles pour l'acier.

Il faut cependant noter que ces caractéristiques concernent une partie du montant n'ayant pas subi d'emboutissage, comme c'est le cas pour la partie pliée.

Cette partie emboutie, suite même au procédé de fabrication, a subi de grandes déformations permanentes. Le matériau (acier) qui la constitue n'est donc plus dans le même état thermodynamique que le reste du montant. Il aura ainsi des caractéristiques différentes induites par le phénomène d'écroutissage conduisant à une limite élastique plus élevée et une phase d'écroutissage plus courte comme le montre schématiquement la figure qualitative III.23. Nous reviendrons ultérieurement sur la qualification de la zone emboutie en faisant appel à une modélisation.

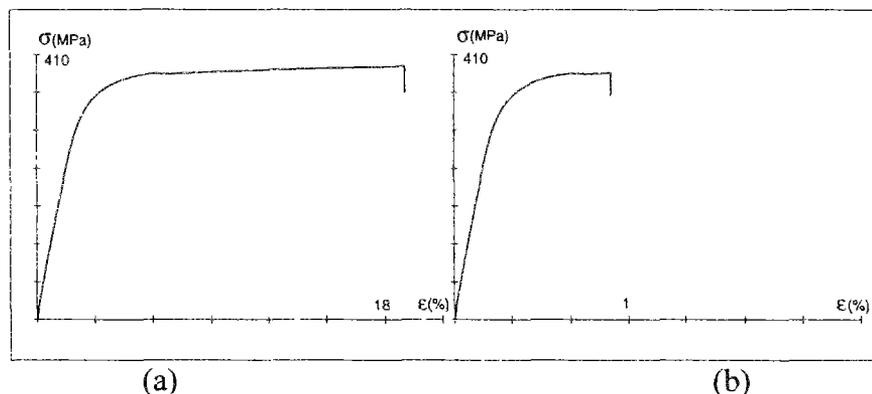


Figure III.23 : Schéma qualitatif montrant la différence d'écroutissage entre la partie non emboutie (a) et la partie emboutie (b) du montant

Pour déterminer l'état de déformation dans la partie emboutie du montant générée par le profilage du montant, une modélisation de cette opération a été réalisée (chap.IV) et cela à partir des caractéristiques déterminées expérimentalement sur la première partie (aile non emboutie). Une étude expérimentale sur la partie emboutie du montant est en effet difficilement réalisable à cause de ses dimensions et de sa géométrie qui ne permettent pas une découpe d'éprouvettes adéquates pour des essais expérimentaux.

III.4. Caractérisation de l'assemblage

La conception d'un assemblage vissé nécessite une approche rigoureuse et méthodique, afin d'éviter des erreurs qui peuvent avoir des conséquences non négligeables.

Avant d'envisager un calcul simple ou complexe, il est donc important de bien connaître le comportement de l'assemblage.

- Sollicitation lors du montage : le serrage de l'assemblage entraîne une compression des pièces assemblées et une élévation de la vis. L'état de serrage de la vis sera caractérisé par l'effort de tension F_0 appliqué suivant son axe.

Cet effort, appelé "précharge" sera introduit au moyen d'un couple C_0 , exercé sur la tête de la vis.

- Sollicitations de service : les efforts extérieurs appliqués sur l'assemblage sont décomposés en effort tangentiel T_e , et en effort axial F_e .

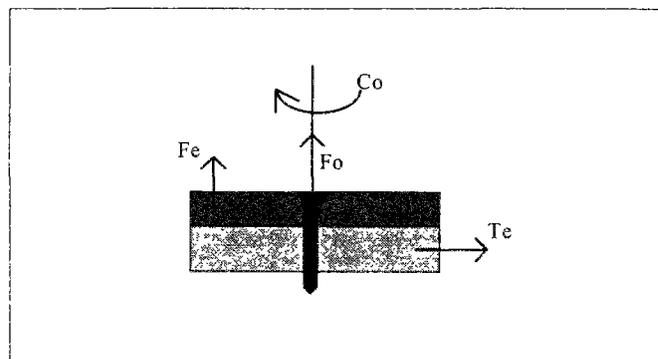


Figure III.24 : efforts appliqués à un assemblage

Concernant les cloisons de plaques de plâtre, la fixation par vissage est réalisée entre les plaques et les montants métalliques (ou en bois).

La forme des vis (tête et tige) ainsi que le couple de serrage ont été définis de manière à prendre en considération plusieurs paramètres : facilité dans la réalisation, bonne finition, considérations acoustiques,...

Au delà de l'aspect technologique, la conception des assemblages constitue une étape essentielle pour l'optimisation et la pérennité des structures de cloisons.

En effet, deux constats s'imposent :

- d'une part, les règles de mise en oeuvre des assemblages conditionnent le dimensionnement des éléments de structures ;

- et, d'autre part, les caractéristiques des matériaux plâtre, métal et des assembleurs, confèrent un caractère semi-rigide aux liaisons qui influent sur le comportement global des ouvrages.

Les essais réalisés sur les assemblages correspondent à deux modes de sollicitations

- simple cisaillement à l'interface des pièces assemblées ;
- arrachement des vis.

III.4.1. Essais de cisaillement

La géométrie des éprouvettes est donnée par la figure III.25. Les essais ont été réalisés avec une vitesse de déplacement de 5mm/mn et suivant deux modes de chargement : monotone et cyclique.

Les essais cycliques sont destinés à déterminer l'influence sur la résistance des assemblages des actions répétées.

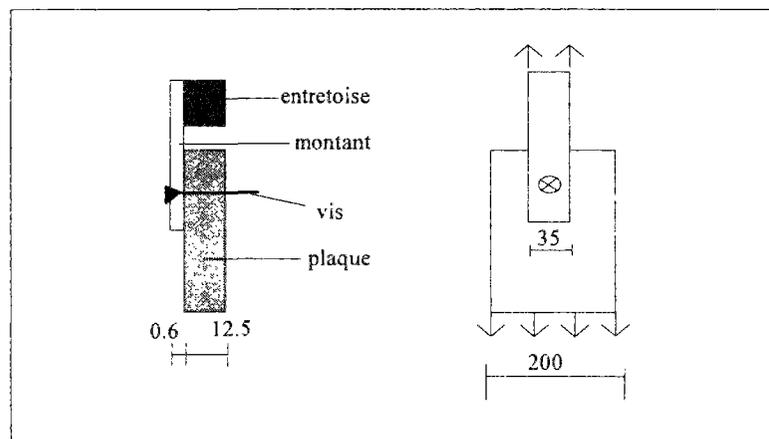


Figure III.25 : essai de cisaillement de l'assemblage
(dimensions en mm)

a/ Essais monotones

Des essais monotones dans les deux directions longitudinale et transversale ont montré que la direction de la sollicitation n'influe pas sur le comportement de l'assemblage.

L'ensemble des résultats est donné par les courbes de la figure III.26.

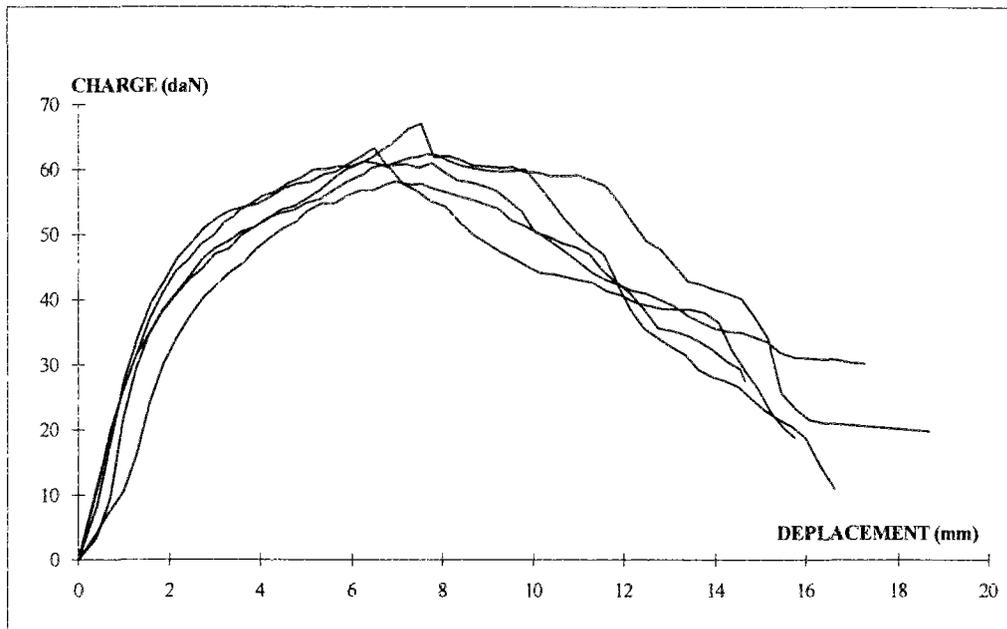


Figure III.26 : courbes des essais de cisaillement

Le comportement de l'assemblage présente une non linéarité dès le début du chargement. La fonction polynomiale suivante permet un lissage correcte des résultats expérimentaux :

$$F = 20.76 d - 1.75 d^2$$

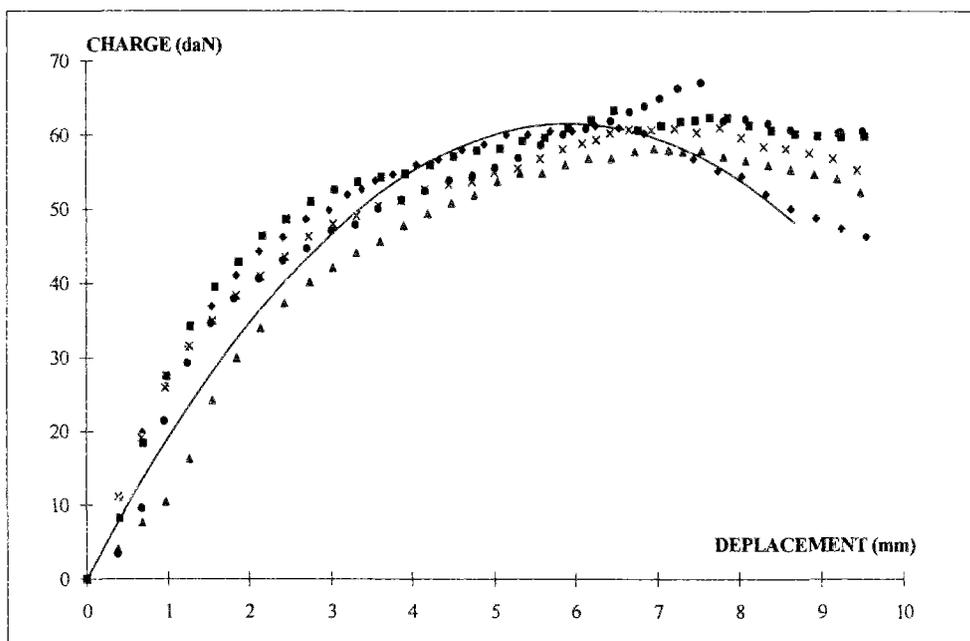


Figure III.27 : Loi de comportement des vissages au cisaillement (lissage)

On remarque que le comportement dépend beaucoup des propriétés en compression de la plaque plus que de la rigidité en flexion des vis.

En effet le mode de rupture observé correspond à une ovalisation de la plaque, alors que la vis n'a pas subi de déformations notables. Le mode de rupture correspond au mode I décrit dans le chapitre II et qui concerne les assemblages bois cloués.

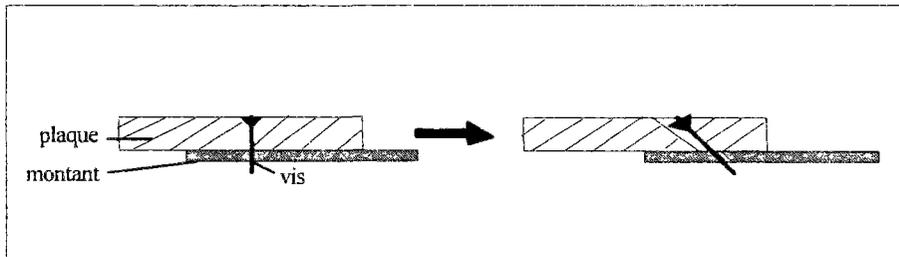


Figure III.28 : Mode de rupture des assemblages en cisaillement

Un effet de moment existe et qui est dû à l'asymétrie de la géométrie des éprouvettes. Cet effet n'a pas été pris en compte.

Une géométrie symétrique (qui élimine cet effet du moment) a des inconvénients plus importants. En effet, cela nécessiterait au moins deux fixations, la rupture dans l'une des fixations entraînera la rupture de l'ensemble de l'assemblage. Le résultat obtenu n'est alors plus représentatif de la moyenne du comportement des deux fixations.

La figure III.29 schématise ce qu'on vient de dire. Si on suppose les courbes 1 et 2 représentatives du comportement des fixations 1 et 2 sollicitées individuellement, théoriquement la courbe 3 serait la courbe moyenne des deux précédentes.

Les essais réalisés sur des éprouvettes symétriques ont montré qu'une fois que la rupture s'amorce dans l'une des fixations, le comportement de cette dernière est le plus prédominant et conduit à la rupture de l'éprouvette. On a pu observer que les autres fixations n'ont pas subi de dégradations notables.

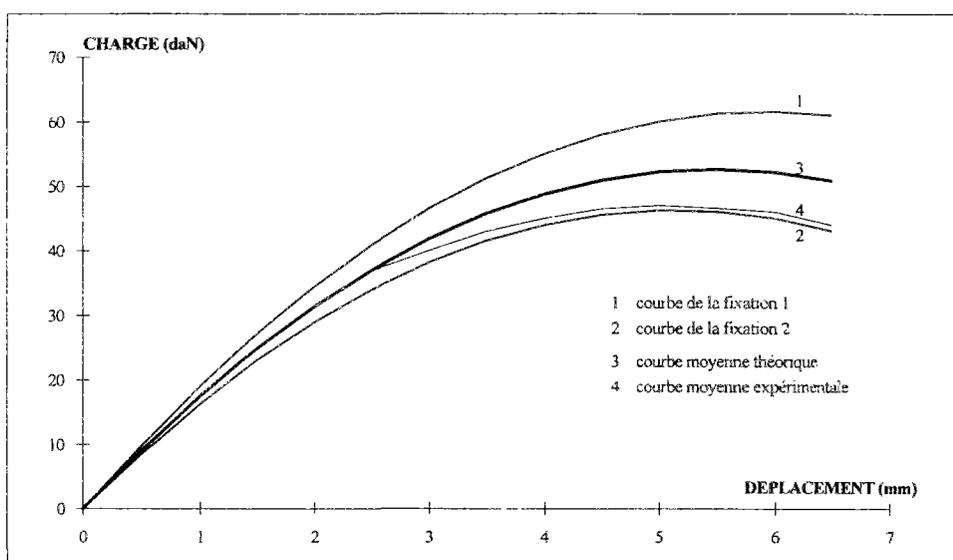


Figure III.29 : Schéma du mode de rupture dans une configuration d'assemblage symétrique

b/ Essais cycliques

Deux séries d'essais ont été réalisés :

série 1	nombre de cycles : 200	$F_{max}=0.5Fr$	$F_{min}=0.1Fr$
série 2	nombre de cycles : 100	$F_{max}=0.7Fr$	$F_{min}=0.1Fr$

avec Fr : charge à la rupture

A la fin du nombre de cycles de chargement, on continue à appliquer une charge ascendante jusqu'à la rupture de l'éprouvette.

Une fois la phase cyclique terminée on a constaté que l'état des fixations ne présente pas de dégradations notables. Les courbes présentent des déplacements résiduels faibles comparés aux déplacements maximaux et la charge à la rupture ($Fr=60$ daN) n'a pas été affectée par les cycles effectués auparavant (fig.II.30).

Le nombre de cycles est faible comparé à la durée de vie d'une cloison. Mais on peut remarquer que des actions répétées d'une intensité moyenne n'implique pas de limitations pour les applications pratiques des plaques vissées dans les structures de bâtiment.

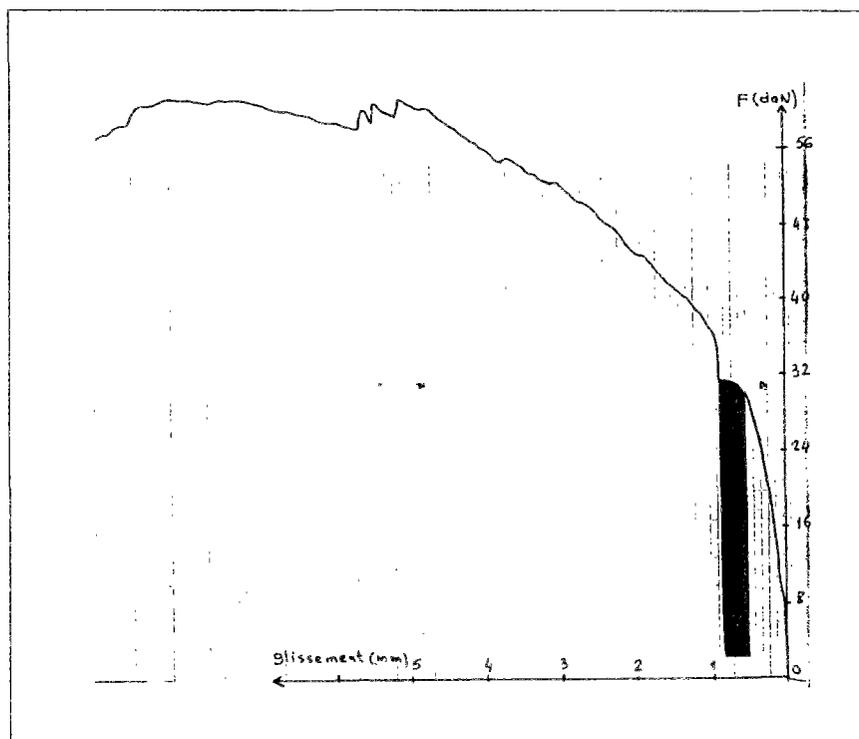


Figure III.30 : Essai cyclique de cisaillement

III.4.2. Essais d'arrachement

En plus des essais de cisaillement, des essais d'arrachement de la vis étaient nécessaires pour une caractérisation de l'assemblage.

La réalisation de l'essai s'est déroulée suivant le schéma de la figure III.31.

Un montage spécial a été nécessaire pour la bonne conduite de l'essai, la plaque métallique rigide constitue une butée pour la plaque de plâtre.

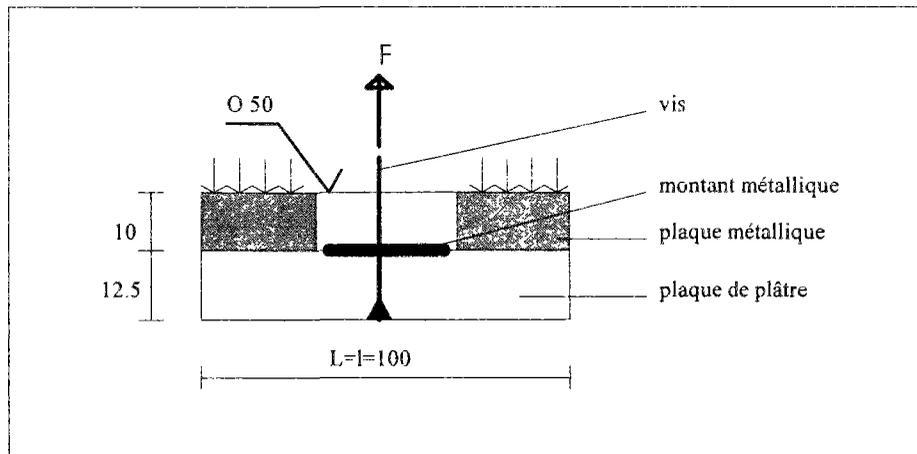


Figure III.31 : Configuration des essais d'arrachement
(dimensions en mm)

Les essais ont été réalisés sur la même presse INSTRON avec une vitesse de déplacement de 5mm/mn. Le chargement est appliqué en tirant sur la vis à l'aide mords autosserrants.

La courbe type des essais est donné par la figure III.32 et l'ensemble des résultats est récapitulé dans le tableau III.8.

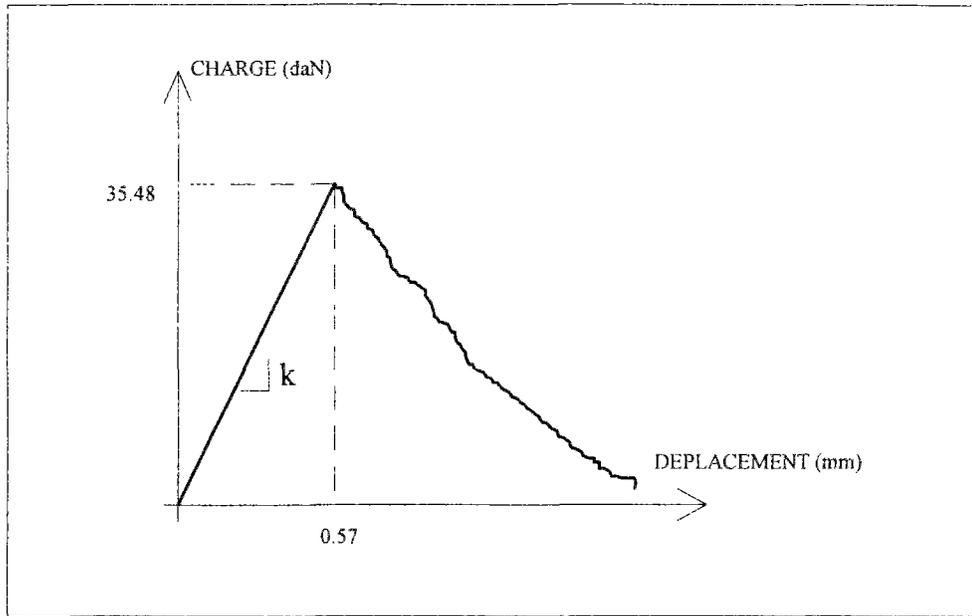


Fig.III.32.: courbe type des essais d'arrachement

éprouvette	Fr (daN)	d_r (mm)	Fe (daN)	d_e (mm)	K (daN/mm)
1	36	0,7	36	0,7	51,42
2	39	0,58	39	0,58	67,24
3	31,6	0,46	31,6	0,46	68,69
4	32,8	0,56	32,8	0,56	58,57
5	38	0,54	38	0,54	70,37
moyenne	35.48 ± 2.86	0.57 ± 0.08	35.48 ± 2.86	0.57 ± 0.08	63.26 ± 7.18

Tableau.III.8 : Résultats des essais d'arrachement

Lors des essais expérimentaux d'arrachement de la vis, on a constaté qu'une fois la valeur maximale de charge atteinte, la vis est complètement sortie du plâtre et elle ne tient que par sa tête en contact avec le carton supérieur.

Le comportement au delà de cette phase se traduit par la partie descendante de la courbe (fig.III.32) jusqu'à la rupture finale. Cette rupture fait apparaître l'arrachement d'un certain volume de plâtre (cône) autour de la fixation.

Dans la modélisation du comportement de la vis à l'arrachement on ne tiendra compte que de la première partie linéaire avec un coefficient de glissement $K=63\text{daN/mm}$ et un déplacement à la rupture $d_r=0.57\text{mm}$.

III.4.3. Conclusion

Cette étude simplifiée du comportement des assemblages par vissage des plaques de plâtre sur montants métalliques a mis en évidence deux types de comportement :

- en cisaillement : un comportement ductile présentant des non-linéarités dès le début de chargement. Ce comportement fait plus intervenir les caractéristiques de la plaque que celles de la vis ;
- et en arrachement : un comportement fragile , dont l'équilibre des efforts résulte du frottement plaque/vis dans la phase linéaire ascendante et de la butée de la tête de la vis au niveau du carton dans la phase descendante de la courbe.

Dans cette étude, les effets de quelques paramètres qui peuvent influencer d'une manière notable le comportement des assemblages vissés n'ont pas été étudiés. Parmi ces paramètres :

- le nombre des assembleurs et leur interaction ;
- l'effet de bord sur les efforts de rupture ;
- l'influence des variations d'humidité.
- l'influence des variations de température.

III.5. Caractérisation de l'interface " plaque-montant "

III.5.1. Modalités des essais

En plus des assemblages, les problèmes d'interface entre plaques et montants concernent aussi le frottement entre ces deux matériaux.

Pour déterminer le critère de frottement à l'interface "plaque-montant", on a réalisé l'essai schématisé dans le tableau III.9 ainsi que le chargement effectué.

ESSAI	Contrainte σ_n (Mpa) E-03 (sous charge N)	Contrainte τ (Mpa) E-03 (sous charge T)	Schéma de l'essai (cotes en mm)
1	8.25	AUGMENTATION	
2	15.15	JUSQU'AU	
3	21.94		
4	28.73		
5	35.62	GLISSEMENT	
6	44.53		
7	49.90	(rupture d'équilibre)	
8	67.73		

Tableau III.9 : essais de frottement

III.5.2. Résultats des essais

Les résultats des essais sont récapitulé dans le tableau III.10, qui donne les charges et les modes de rupture. Les contraintes sont calculées en supposant qu'elles sont réparties uniformément à l'interface.

ESSAI	σ_n (E-03 MPa)	τ (E-03 MPa)	Schéma de l'essai
1	8.25	2.02	GLISSEMENT à L'INTERFACE " PLAQUE-MONTANT "
2	15.15	4.80	
3	21.94	7.12	
4	28.73	9.00	
5	35.62	10.46	
6	44.53	12.53	
7	49.90	15.42	
8	67.73	20.38	

Tableau III.10 : résultats des essais de frottement

La figure III.30 montre la courbe $\tau_{ultime} = f(\sigma)$ correspondant à une droite. Elle représente bien un critère de Coulomb avec un coefficient de frottement égal à 0.3 et une cohésion nulle.

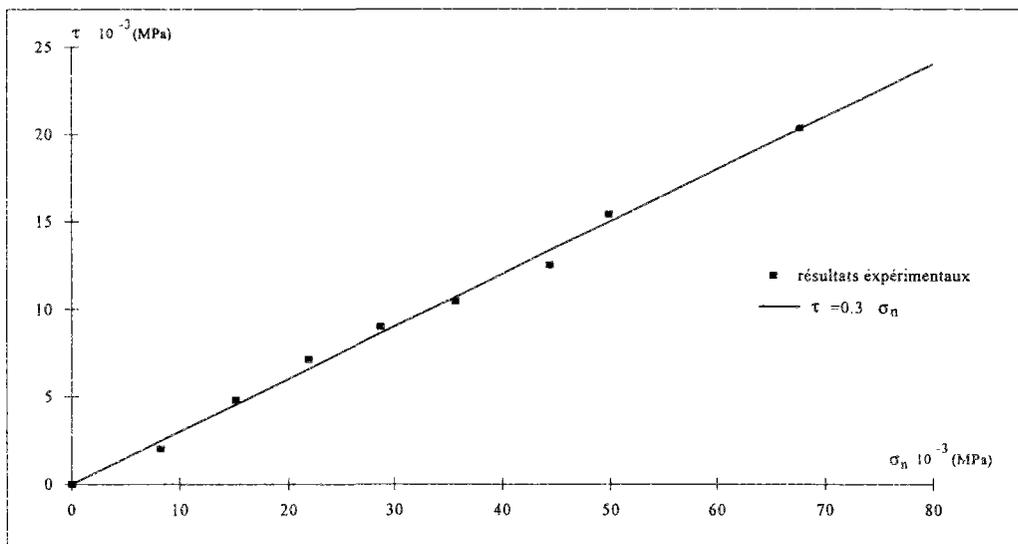


Figure III.33 : variation de la contrainte ultime de cisaillement en fonction de la contrainte normale de compression

Notons que cette forme linéaire du comportement de l'interface "plaque-montant" est valable pour des valeurs de contraintes faibles (10^{-2} MPa). On fait l'hypothèse que la courbe est extrapolée linéairement pour des valeurs plus importantes.

Une vérification expérimentale de cette hypothèse serait complexe, à cause des dimensions géométriques des éprouvettes.

III.5.3. Influence de la nature du contact "plaque-montant"

Après l'étude expérimentale menée sur la caractérisation de l'interface "plaque-montant", et qui a concerné le comportement des assemblages et le critère de frottement, ont été déterminées :

- d'une part l'influence de la nature du frottement sur le comportement global ;
- et d'autre part la zone d'influence de la fixation sur le frottement ;

et cela pour des sollicitations de flexion, engendrées par un chargement perpendiculaire au plan de la cloison.

Les essais nécessaires ont été réalisés sur des éprouvettes constituées par des plaques vissées sur des montants métalliques (fig.III.34).

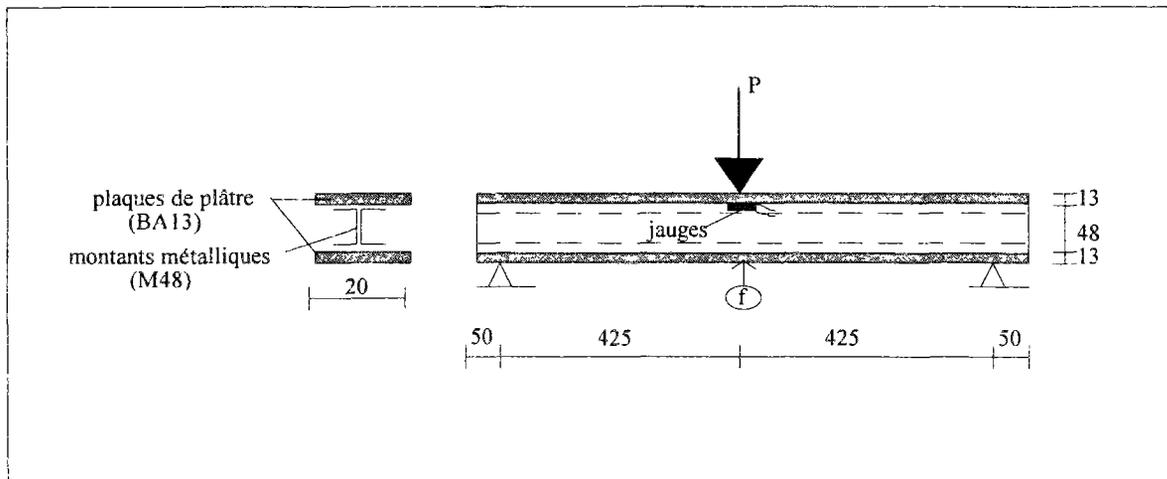


Figure III.34 : Essai de flexion sur éprouvettes de cloison
(dimensions en mm)

Trois configurations concernant l'interface "plaques-montants", ont été testées :

- Interfaces normales (fig.III.35-a)
- Interfaces séparés complètement avec du Téflon : coefficient de frottement négligeable (fig.III.35-b)
- Interfaces séparés partiellement avec du Téflon (fig.III.35-c).

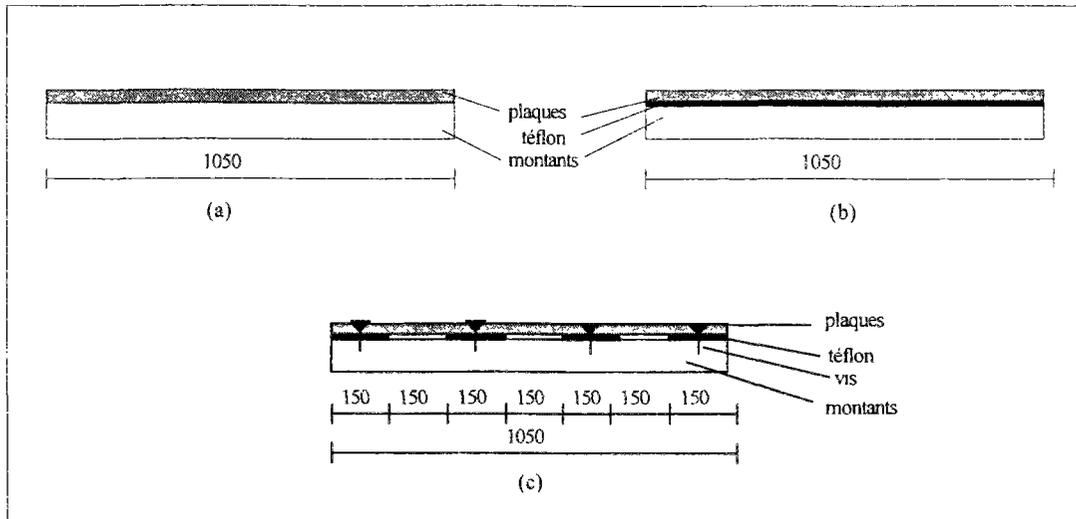


Figure III.35 : Les trois configurations d'interfaces (dimensions en mm)

Le tableau III.11 résume les moyennes des résultats pour les trois configurations, ces moyennes sont calculées sur le nombre de cinq éprouvettes.

cas	Fe(daN)	fe (mm)	Fr (daN)	fr (mm)
1	200.6 ± 3	3.70 ±0.11	253 ±8.90	6.02 +0.37
2	187 ±18.25	3.77 ±0.46	238 ±4.33	5.99 ±0.6
3	189 ±3.4	3.65 ±0.06	250 ±9.41	5.98 ±0.52

Tableau III.11 : récapitulatif des résultats des essais sur éprouvettes de cloison

Il ressort de cette étude comparative, que la nature du frottement entre les plaques et les montants a une certaine influence sur la rigidité globale à la flexion (10% environ). Donc des montants avec une surface de contact plus rugueuse contribueraient plus à la rigidité de la cloison.

La rupture des éprouvettes est causée par la rupture des montants métalliques, celle des plaques intervient à un stade plus avancé de la perte de la capacité résistante de l'ensemble (fig.III.36).

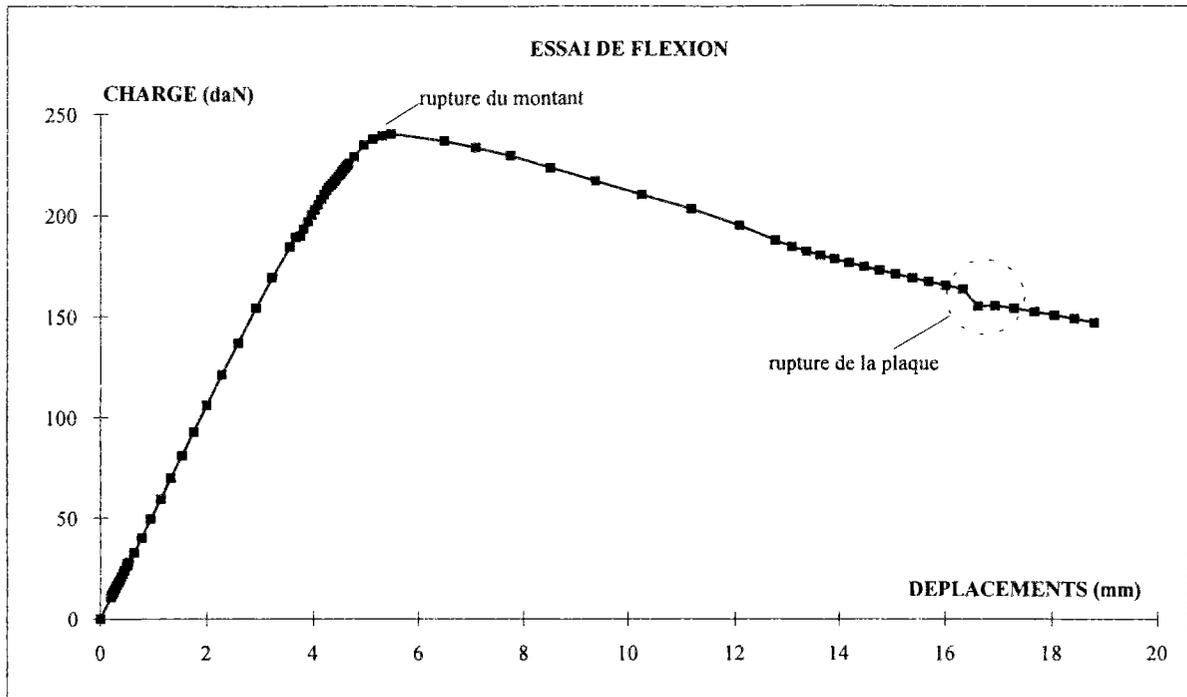


Figure III.36 : courbe de l'essai de flexion sur éprouvette de cloison

Pour vérifier la cause de rupture des montants métalliques (chapitre II), on a placé des jauges de déformations sur l'aile comprimé des montants au droit de l'application de la charge. Cela nous a permis de quantifier le niveau de contraintes.

La figure III.34 donne les courbes de comportement effort/flèche et effort/déformation.

On remarque sur la courbe effort/déformation que le point de changement de pente est situé à un niveau de déformation correspondant à une contrainte de 400MPa, qui est la limite de la tôle écrouie des montants. Ce même point correspond aussi au changement de pente pour la courbe effort/flèche, ce qui permet de conclure que la chute de rigidité globale est causée par une plastification des montants métalliques.

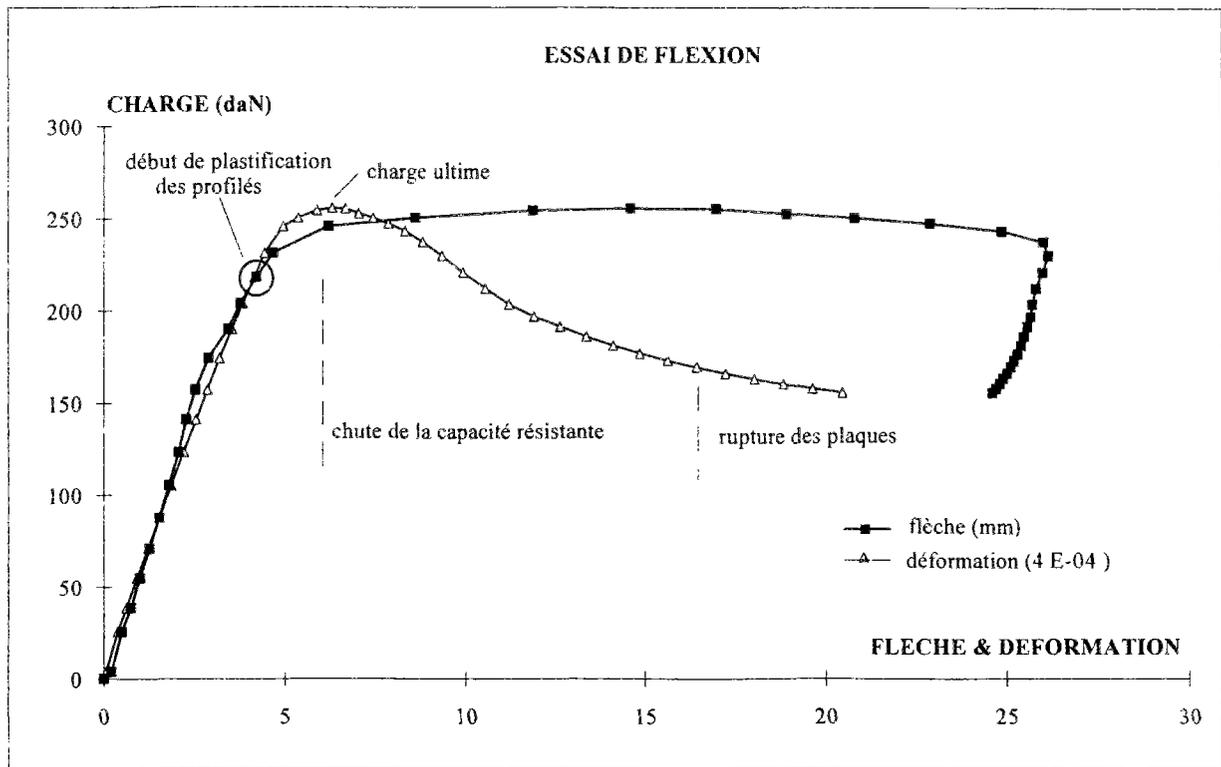


Figure III.37 : courbes illustrant les causes de rupture des éprouvettes

III.5.3.1. Conclusion

Le comportement des éprouvettes de cloison, sollicitées en flexion par un chargement ponctuel perpendiculaire à leur plan présente les caractéristiques suivantes :

- la nature du frottement à l'interface influe sur la rigidité globale de la cloison ;
- la ruine se produit par l'apparition de déformations plastiques dans l'âme des montants métalliques, sous la zone chargée ;
- la plastification de l'âme est suivie de la formation de rotules plastiques dans la semelle chargée (comprimée) ;
- l'instabilité de l'âme sous la charge apparaît lorsqu'on atteint la charge ultime. Cette instabilité a comme conséquence l'amplification rapide du déplacement transversal de l'âme et du déplacement vertical de la semelle, ainsi que la chute de la capacité résistante de l'ensemble ;
- la rupture des plaques de plâtre intervient bien après la chute de résistance.

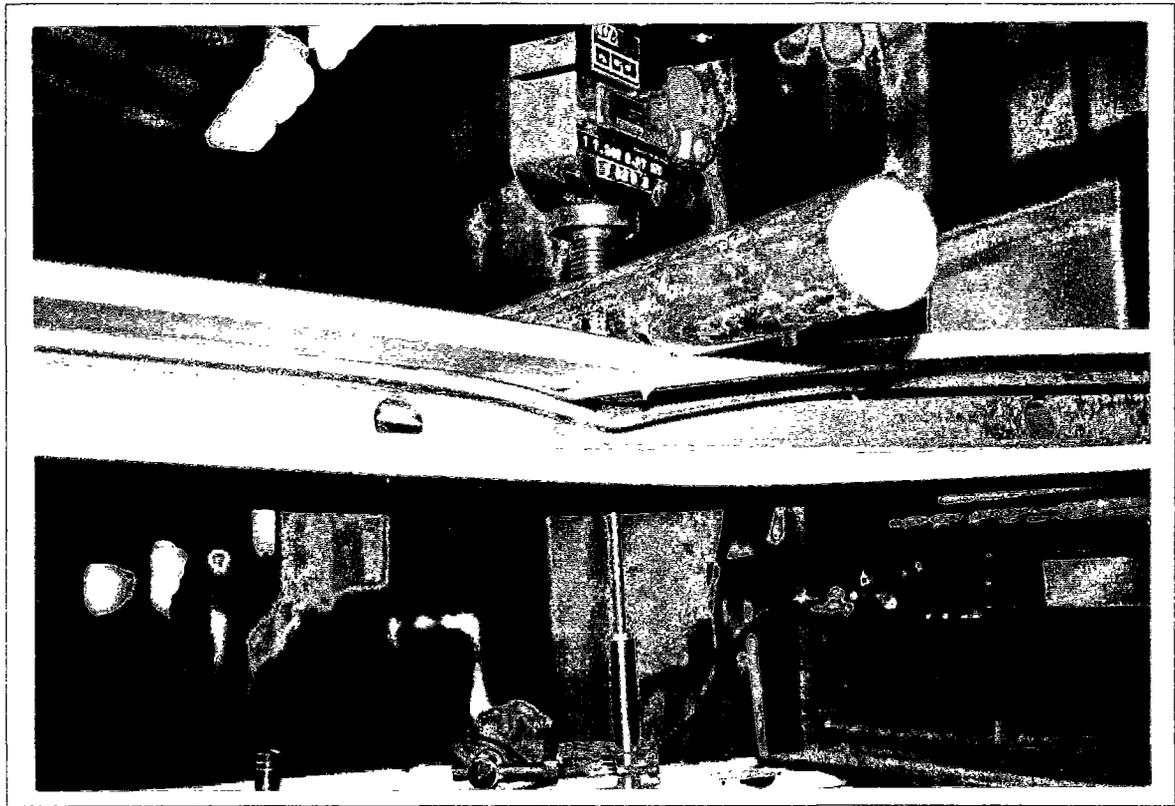


Photo III.6 : modes de rupture des éprouvettes en flexion

III.6. Conclusions, commentaires

Dans ce qui précède, on a exposé les résultats expérimentaux. On peut d'ores et déjà tirer quelques conclusions quant au comportement global des cloisons et des différents matériaux les constituant, ainsi que les conditions d'interfaces entre eux.

L'expérimentation menée sur la plaque de plâtre, en tant que matériau homogène équivalent a permis de mettre en évidence le caractère orthotrope de la plaque, qui est une conséquence du comportement des cartons à la traction. La présence des cartons a bien diminué le caractère fragile du plâtre et rempli son rôle en donnant à la plaque une résistance plus importante.

On remarque des différences entre les valeurs du module d'élasticité selon le type de sollicitation (flexion, membrane), dont la cause est le comportement du carton vis à vis de la traction et de la compression. Quant à la différence de résistance à la rupture en flexion et en traction, l'explication plausible est qu'en plus du formalisme de Weibull où la probabilité de rupture s'exprime bien en fonction du type de la sollicitation et du volume de l'éprouvette (le plâtre étant bien un matériau fragile), on a retenu d'autres hypothèses.

L'une de ces hypothèses concerne l'assimilation du comportement de la plaque à la rupture à un matériau "sandwich", l'autre suppose la participation, après l'initiation de la fissure, d'une partie du plâtre tendu à la résistance de la plaque lors des essais de flexion.

Les montants métalliques présentent bien les caractéristiques usuelles des aciers doux. Quant à la partie emboutie (angle droit entre l'âme et les semelles), elle a subi des effets importants d'écrouissage lors du formage. Ce phénomène se traduit par une diminution du palier d'écrouissage (un palier presque nul).

Les essais réalisés sur les assemblages vissés ont permis de dégager deux types de comportement :

- en cisaillement un comportement ductile non linéaire dès le début du chargement ; il se traduit par une loi globale en déplacement de forme parabolique.
- en arrachement un comportement fragile.

Le comportement de l'interface "plaque-montant" vérifie un critère de Coulomb avec un coefficient de frottement égal à 0.3 et une cohésion nulle.

Le phénomène de frottement a une certaine influence sur la rigidité globale en flexion de la cloison.

La rupture des éprouvettes de cloison sollicitées perpendiculairement à leur plan est causée par la formation de rotule plastique dans l'âme du montant, et cela au niveau de la semelle comprimée au droit d'application de la charge.

La rupture des plaques intervient à un stade bien après la perte de stabilité et de la résistance de l'ensemble.

CHAPITRE IV

MODELISATION ET DEVELOPPEMENT

CHAPITRE IV MODELISATION ET DEVELOPPEMENT

IV.1. Introduction

Dans ce chapitre, on traite la modélisation du comportement mécanique des cloisons.

Le modèle est basé sur la méthode des éléments finis en utilisant, le code de calcul MARC, dont on donne une description dans l'annexe.III. On a développé des modules spécifiques fondés sur les résultats expérimentaux et en utilisant certaines hypothèses simplificatrices. Ces modules ont été intégrés au code de calcul par éléments finis MARC.

Après un rappel sommaire de la théorie de la méthode des éléments fins, la première partie de ce chapitre est consacré au choix des éléments pour modéliser la structure de cloison. Les plaques de plâtre, ainsi que les montants métalliques sont modélisés par des éléments de coques à 4 noeuds.

La seconde partie porte sur le développement d'un modèle élastoplastique pour le comportement des plaques de plâtre et qui est construit dans le cadre de la plasticité généralisée. Ce modèle est basé sur les relations constitutives entre les efforts résultants et les déformations généralisées et dont l'algorithme de résolution utilise la méthode de la rigidité tangente.

La troisième partie a pour cadre l'hétérogénéité des montants métalliques causée par le formage des profilés. On procède à une modélisation de l'opération de profilage des montants pour déduire les caractéristiques de la partie emboutie (angle du montant) et cela à partir des caractéristiques des parties non embouties, les quelles sont déterminées expérimentalement.

Le chapitre se termine par une présentation des méthodes adoptées pour la résolution des problèmes d'assemblages semi-rigides générés par les fixations vissées entre les plaques et les montants et des problèmes de frottement et de contact aux interfaces "plaques-montants".

IV.2. Généralités

La méthode des éléments finis est un outil d'analyse puissant et convivial, elle a notablement amélioré la prévision du comportement statique et dynamique des structures. Son emploi est en outre facilité par le développement de pré- et de post-processeurs de plus en plus performants. Cette méthode convient parfaitement à l'étude qu'on a été amené à réaliser sur les ouvrages de cloisons en plaques de plâtre sur ossatures, lesquels présentent des difficultés quant à l'utilisation de méthodes analytiques.

Ces difficultés résident principalement dans la multitude des composants de la structure, ces derniers ont des caractéristiques géométriques et rhéologiques différentes (plaques de plâtre et montants métalliques) d'une part ainsi que la nature de leur assemblage (fixation par vissage) d'autre part.

Sans revenir sur la théorie des éléments finis pour laquelle nombre d'ouvrages font référence G. Dhatt et G. Thouzot [DHA.84], R.H. Ghallagear [GHA.], O.C. Zienkiewicz [ZIE.77], on en résume ici les grandes étapes :

IV.2.1. Discrétisation spatiale du domaine

Etant donné un domaine D où l'équation d'état doit être résolue, il faut représenter ce domaine par un ensemble de sous domaines de dimensions finies (éléments finis). Cette étape s'appelle le maillage. Le nombre, le type et la forme des éléments finis choisis dépendent du type de problème à résoudre.

IV.2.2 - Formulation variationnelle

L'équation aux dérivées partielles, ou l'équation différentielle à résoudre doit être mise sous forme variationnelle. Dans cette formulation, des intégrations par parties peuvent être nécessaires pour réduire l'ordre des dérivations de la fonction inconnue.

IV.2.3 - Approximation de la solution

Dans chaque élément, la fonction recherchée est remplacée par son approximation nodale. Les inconnues du problème deviennent alors les valeurs nodales de l'approximation. Les calculs sont menés séparément pour chaque élément. La sommation des effets élémentaires ou assemblage conduit à minimiser une forme bilinéaire symétrique des inconnues.

IV.2.4 - Solution

Les équations algébriques déduites de l'étape précédente ne sont résolues qu'après avoir tenu compte des conditions aux limites du problème. La solution est un ensemble de valeurs nodales. L'interpolation dans chaque élément permet de connaître la solution partout. Le champ interpolé est partout continu, mais il n'est dérivable que par morceaux (dans chaque élément).

IV.3 Modèle proposé

IV.3.1. Choix des éléments de la modélisation

En raison des dimensions géométriques des éléments de l'ouvrage cloison, une modélisation en éléments de coques (ou plaques) s'est avérée plus adaptée (épaisseur des plaques 12,5 mm pour une largeur de 2,50 m, épaisseur des montants métalliques (ossature) 0,6 mm).

Des éléments de coques, dans la librairie du logiciel utilisé "MARC" (annexe III) conviennent à notre étude, ces éléments font référence aux considérations suivantes (G. Laschet et H. Gilman [LAS.83]) :

- Ce sont des éléments isoparamétriques de type déplacement pur ;
- Ils ont un champ de déplacement polynomial, qui assure la continuité des déformations à l'intérieur d'un élément (mais pas celle des contraintes car les caractéristiques élastiques peuvent varier d'une couche à l'autre) ;
- Chaque couche est supposée orthotrope homogène ;
- Dans ces éléments, on effectue l'intégration numérique par la méthode de Gauss d'une grandeur physique pour chaque couche de l'élément puis on somme les différentes contributions des couches.

Cette méthode d'intégration par couche conduit notamment à une homogénéisation implicite lors de l'évaluation de la rigidité de l'élément, en effet on a l'expression suivante :

$$[K] = \int_{V_e} [B]^T [D] [B] dv \quad (IV.1)$$

où

[K] est la matrice de rigidité de l'élément.

[B] est la matrice définissant les relations entre déplacements nodaux et déformations, ne dépendant que de la géométrie de l'élément (fonctions de forme et coordonnées des noeuds).

$[D]$ est la matrice de comportement du matériau ne dépendant pas de la géométrie.

V_e est le volume de l'élément.

Ce que l'on peut encore écrire sous la forme :

$$[K] = \int_{V^0} [B]^T [D] [B] |J| dv \quad (IV.2)$$

où :

V^0 est le volume de l'élément de référence.

$|J|$ est le Jacobien de la transformation isoparamétrique.

Numériquement cette intégration se traduit par :

$$[K] = \sum_k ([B]^T [D] [B])_k \cdot w_k \cdot |J|_k \quad (IV.3)$$

k : représente les points de Gauss de l'élément de référence.

$w(k)$ est le poids associé au point de Gauss k .

Pour un élément multicouche, l'intégration a lieu par couche, ce qui conduit à :

$$[K] = \sum_n \left\{ \sum_k ([B]^T [D] [B])_k \cdot w_k \cdot |J|_k \right\}_n \quad (IV.4)$$

où : n représente l'ensemble des couches.

Dans la sommation précédente :

$|J|$ dépend de n et k

$[D]$ dépend de n

w et $[B]$ dépendent de k .

Ce que l'on peut écrire :

$$[K] = \sum_{k,n} [B]_k^T \cdot [D]_k \cdot w(k) \cdot [B]_k |J|_{k,n} \quad (IV.5)$$

qui est l'expression de la matrice de rigidité de l'élément "homogénéisé".

IV.3.1.1. Formulation classique des coques épaisses

Dans la formulation classique des éléments de coques épaisses, des fonctions classiques d'interpolation sont utilisées pour l'interpolation des coordonnées, des déplacements et des rotations :

$$x = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta) x_i \quad u = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta) u_i \quad \phi = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta) \phi_i \quad (\text{IV.6})$$

avec ξ, η : les coordonnées paramétriques usuelles

n : le nombre des noeuds de l'élément

N_i : fonction d'interpolation classique du noeud "i"

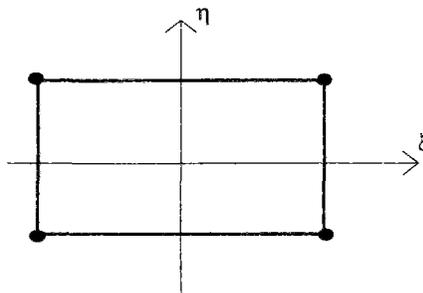


Figure IV.1 : Coordonnées paramétriques

Les déformations de cisaillement transverse sont calculées à partir des déplacements et des rotations. Pour cela, on définit des directions locales orthogonales à chaque point utile de la coque, $e_{\bar{x}}, e_{\bar{y}}$ et $e_{\bar{z}}$ avec $e_{\bar{z}}$ normale à la surface de la coque. Avec \bar{x}, \bar{y} et \bar{z} les valeurs des coordonnées d'un point dans ce repère, les déformations de cisaillement transverse peuvent être exprimées sous la forme :

$$\gamma_t = \sum_{i=1}^n [B_{t_i} u_i - N_{t_i} \phi_i] \quad (\text{IV.7})$$

$$\text{avec : } B_{t_i} = \begin{bmatrix} N_{i,\bar{y}} e_{\bar{z}} \\ N_{i,\bar{x}} e_{\bar{z}} \end{bmatrix} \quad N_{t_i} = \begin{bmatrix} N_i e_{\bar{x}} \\ -N_i e_{\bar{y}} \end{bmatrix}$$

En plus, on a besoin d'introduire quelques termes de couplage pour tenir compte de l'indétermination du vecteur rotation par rapport à la normale de la coque.

Les déformations de membranes peuvent être déduites des déplacements et des changements de courbures des rotations.

Cette formulation présente quelques problèmes [MOT]. Si les déformations de cisaillement transverse sont calculées dans un schéma d'intégration complète, les déformations de l'élément sont sévèrement gênées. Par conséquent, beaucoup d'éléments présentent un

blocage. La manière de résoudre ce problème, introduite en premier par Zienkiewicz et Al. [ZIE.71], est de réduire l'intégration.

Cependant, cette manière a l'inconvénient que l'élément peut présenter plusieurs comportements différents sous ses modes propres, ce qui conduit parfois à plusieurs degrés de blocage. Il est souhaité de construire des éléments d'une simplicité analogue, ces éléments ont été formulés par Motaham et Al. [MOT].

IV.3.1.2. Formulations modifiées des coques épaisses

Dans les années récentes, un progrès considérable a été fait dans la formulation d'éléments de coques épaisses qui ne se sont pas affectés des problèmes cités plus haut. Le choix classique dans cette direction est l'élément "Heterosis-T" à 4 noeuds développé par Hughes et Tezduar [HUG.81], dans lequel une composante du cisaillement transverse est pris au milieu de chaque arête de l'élément. Une interpolation du cisaillement est créée à travers l'élément à partir de ces points d'une manière indirecte.

Cet élément a son propre mode et ne présente pas de blocage, il apparaît comme l'un des éléments robustes de coques disponibles.

D'une manière similaire, des éléments à 8 et à 9 noeuds ont été développés par Huang et Hinton [HUA.84]. Similairement à la procédure suivie par Hugues et Tezduar, ils prennent les composantes de cisaillement le long des arêtes ainsi qu'à l'intérieur de l'élément et interpolent celles-ci directement avec des fonctions spéciales.

Motaham T et Al. [MOT] proposent une approche systématique pour générer des éléments de coques épaisses. Au lieu d'utiliser des points spéciaux pour calculer certaines composantes de cisaillement transverse et interpoler à partir d'eux, ils ont développé des fonctions d'interpolation incompatibles à partir des rotations, seulement pour calculer les déformations de cisaillement transverse.

En conséquence, l'expression des déformations de cisaillement transverse devient :

$$\gamma_t = \sum [B_{ti} u_i - \bar{N}_{ti} \phi_t] \quad (IV.8)$$

où la matrice d'interpolation \bar{N}_{ti} est différente de la matrice définie usuellement [HUG.81]. La procédure de détermination de cette matrice \bar{N}_{ti} , et l'application de la procédure pour un élément à 8 noeuds, est donnée ci-après.

IV.3.1.3. Dérivation générale dans la formulation des coques épaisses

Considérant un élément de coque avec comme degrés de liberté, les déplacements et les rotations globaux à chaque noeud. Pour la dérivation des déplacements orthogonaux à la coque en un point, l'expression standard est utilisée :

$$\frac{\partial w}{\partial \xi} = e_z \sum u_i \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \text{ et similairement pour } \frac{\partial w}{\partial \eta} \quad (\text{IV.9})$$

Cette expression peut être écrite, en exprimant $\frac{\partial N_i}{\partial \xi}$ en termes de ses valeurs nodales et en notant $\frac{\partial N_i}{\partial \xi_j}$ la valeur prise par $\frac{\partial N_i}{\partial \xi}$ lorsque $\xi = \xi_j$

$$\frac{\partial w}{\partial \xi} = e_z \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n u_i \frac{\partial N_i}{\partial \xi_j} L_j = \sum_{j=1}^n L_j \frac{\partial w}{\partial \xi_j} \quad (\text{IV.10})$$

où la fonction d'interpolation $L_j(\xi, \eta)$ est alors incomplètement déterminée mais qui doit satisfaire la relation : $\frac{\partial N_i}{\partial \xi} = \sum_{j=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \xi_j} L_j$ (IV.11)

Pour avoir le même degré concernant les dérivations des déplacements et les rotations, Motaharu et Al. définissent les composantes des rotations nodales transformées :

$$\phi_{\xi_j} \equiv \phi_j t_{\xi_j} \equiv \phi_j \left(\frac{\partial x}{\partial \xi_j} e_z \right) = \sum_{i=1}^n \phi_j(x_i e_z) \frac{\partial N_i}{\partial \xi_j} \quad (\text{IV.12})$$

qui sont interpolées avec les mêmes fonctions d'interpolations $L_j(\xi, \eta)$:

$$\phi_{\xi} = \sum_{j=1}^n L_j \phi_{\xi_j} \quad (\text{IV.13})$$

Les déformations de cisaillement transverses sont proportionnelles à la différence entre (IV.10) et (IV.13). Pour les modes n'impliquant pas de cisaillement transverse, (IV.10) et (IV.13) produisent les mêmes résultats.

IV.3.1.4. L'élément de coque utilisé [MAR.94]

L'élément utilisé est un élément de coque à 4 noeuds, avec les déplacements et rotations globaux : les composantes des déplacements dans le repère global cartésien x, y, z sont u, v et w .

Les rotations par rapports aux axes globaux x, y, z sont respectivement ϕ_x, ϕ_y et ϕ_z .

On utilise une interpolation bilinéaire pour les coordonnées, les déplacements et les rotations.

Les déformations de membrane sont obtenues à partir du champ de déplacement, les courbures à partir du champ de rotation. Les déformations de cisaillement transverse sont calculées aux milieux des cotés et interpolées aux points d'intégration. L'élément peut être

utilisé aussi bien pour l'analyse des coques courbées, comme pour les structures plates compliquées. En outre l'élément est d'une utilisation facile pour la modélisation de l'intersection des plaques sans avoir recours à des conditions supplémentaires pour relier leurs degrés de liberté.

L'élément est défini géométriquement par les coordonnées (x, y, z) des 4 noeuds d'angle. A cause de l'interpolation bilinéaire, la surface forme une parabolôïde hyperbolique qui peut dégénérer en plan.

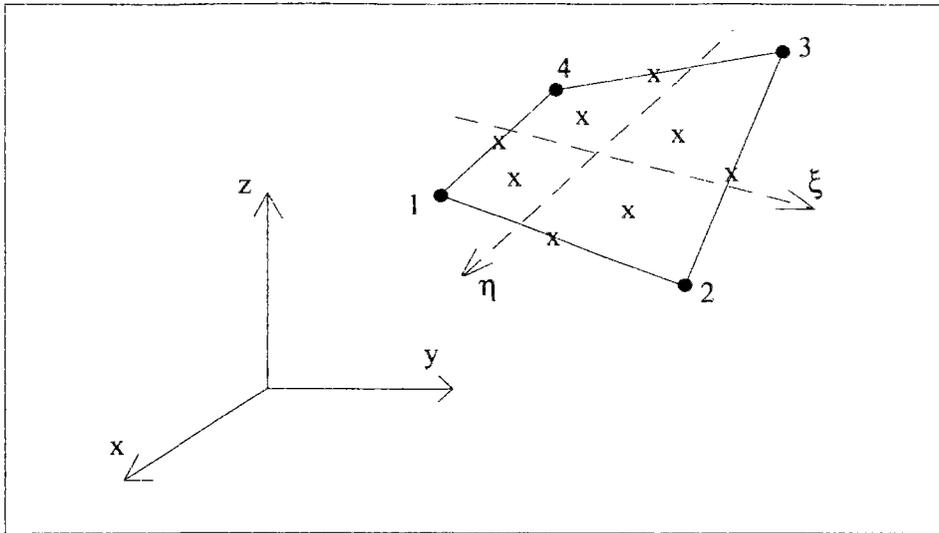


Figure IV.2 : Elément de coque à 4 noeuds

Les points d'intégration d'intérieur concernent le calcul des déformations : ϵ_{xx} , ϵ_{yy} et ϵ_{xy} . Les points d'intégration au milieu des côtes, celles des déformations de cisaillement ϵ_{xz} et ϵ_{yz} . Cet élément est l'élément "Hétérosis-T" décrit ci-dessus.

IV.3.2. La structure type étudiée

La structure étudiée consiste en un panneau de cloison "72/48". Le panneau est constitué de plaques de 12.5 mm d'épaisseur situées de part et d'autre de trois montants de 48 mm de hauteur, avec des ailes de 35 mm. L'entraxe des montants est égal à 600 mm et la longueur du panneau est 2.50 m. Les plaques et les montants sont assemblés par des vis disposés à des entraxes de 300mm. La photo IV.1 montre la cloison étudiée.

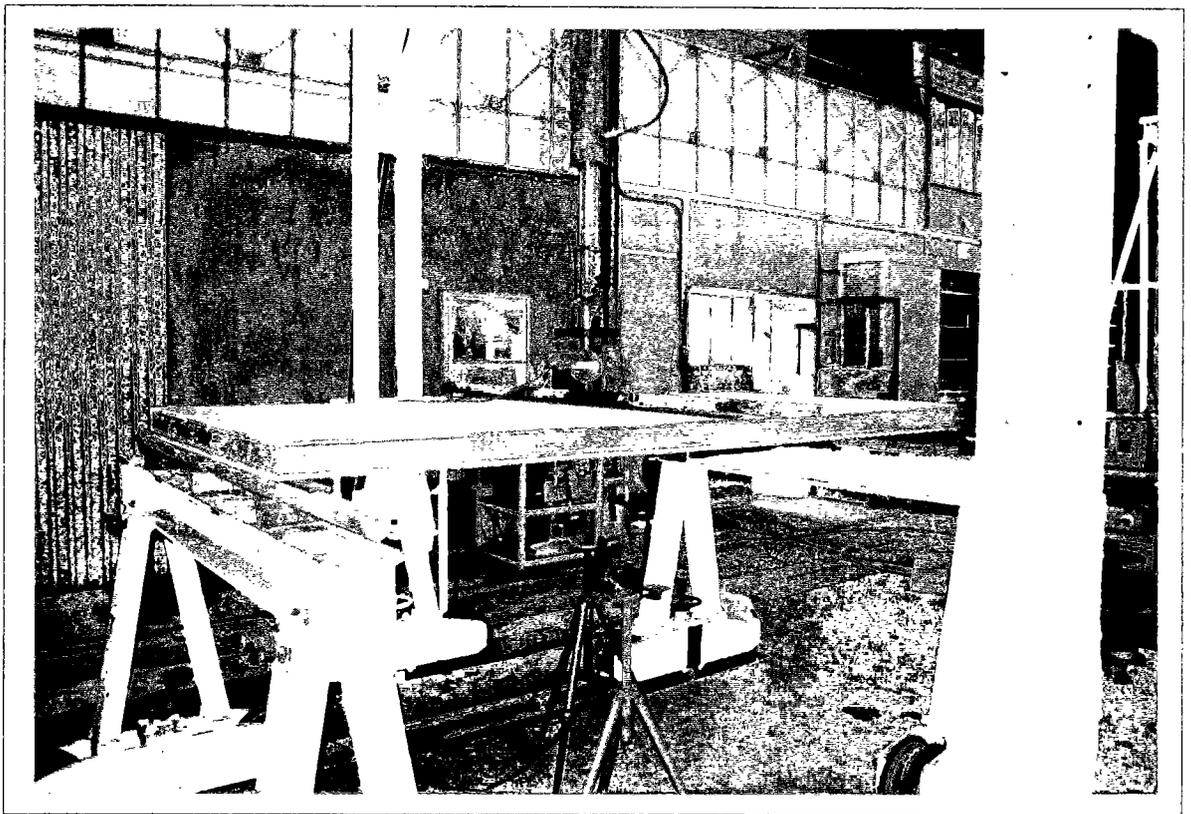


Photo IV.1 : Cloison type étudiée

IV.3.3. Modélisation de la plaque de plâtre

En mécanique des milieux continus, la manière appropriée pour étudier la réponse d'un corps est l'analyse tridimensionnelle. Cependant, certaines analyses peuvent s'avérer du point de vue modélisation non optimales notamment pour les méthodes approchées de calcul numérique (méthode des éléments finis) en ce qui concerne le coût de génération du maillage et du temps de calcul ainsi que la précision de la solution, spécialement si on considère des non linéarités (matérielles ou géométriques) associées à des cas de charges complexes.

Dans un souci de simplification, la théorie bidimensionnelle des plaques et coques semble appropriée pour des corps de géométrie particulières.

La théorie de la plasticité des plaques (ou coques) peut être abordée de deux manières. La première consiste à considérer les relations contraintes-déformations et d'écoulement plastique en chaque point de l'épaisseur.

En dépit de sa rigueur apparente, elle ne tient pas compte de la variation des propriétés dans l'épaisseur (sauf si on considère la plaque comme un composite) où une certaine hétérogénéité peut exister selon la direction transverse. Dans le cas des plaques de plâtre, une caractérisation expérimentale des différents matériaux (plâtre et cartons) de la plaque composite comme il a été constaté au chapitre précédent n'est pas toujours évidente, à cause de la différence des propriétés des matériaux entre l'état vierge et après passage par

le processus de fabrication (séchage, ...). Par ailleurs la caractérisation expérimentale de la plaque de plâtre en tant que matériau homogène équivalent a mis en évidence quelques phénomènes particuliers de comportement. Ces derniers concernent essentiellement les caractéristiques élastiques et les résistances à la rupture, qui présentent des différences en rapport avec les divers schémas de sollicitation (flexion, traction, et compression).

Ces différences sont engendrées par le caractère multicouche de la plaque, d'où la nécessité d'un modèle capable d'intégrer ces différences.

Une méthode plus globale, considérant l'élément de plaque composite comme un seul matériau homogène équivalent qui intègre explicitement les différences constatées semble adaptée à notre matériau, tout en étant simple d'utilisation. Les paramètres nécessaires à ce modèle global seraient déduits d'essais simples sur éprouvettes de plaque entière.

IV.3.3.1. Préliminaires

Une plaque est un solide mince occupant un domaine V

$$V = \left\{ (x, y, z) \in R^3, z \in \left[-\frac{h}{2}, +\frac{h}{2} \right], (x, y) \in A \subset R^2 \right\} \quad (IV.14)$$

avec le plan $z=0$, qui constitue le plan moyen dans l'état indéformé et dont la dimension transversale ou épaisseur "h" est petite comparée aux deux autres .

En considérant la théorie des plaques minces [KIR.50] dans le cas des déformations infinitésimales, on a les champs de déplacement suivants :

$$\begin{aligned} u &= u(x, y, z) \quad v = v(x, y, z) \quad w = w(x, y) \\ \beta_x &= \beta_x(x, y) = -\frac{\partial w}{\partial x} \quad \beta_y = \beta_y(x, y) = -\frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \quad (IV.15)$$

Le vecteur de déplacement généralisé est : $\{U\}^T = \langle u \quad v \quad w \quad \beta_x \quad \beta_y \rangle$. (IV.16)

Les gradients cinématiques de base sont la déformation de membrane et la courbure, $\{e\}$ et $\{\chi\}$ définies par :

$$\{e\} = \begin{Bmatrix} e_{xx} \\ e_{yy} \\ e_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad \{\chi\} = \begin{Bmatrix} \chi_{xx} \\ \chi_{yy} \\ \chi_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (IV.17)$$

ce qui donne la déformation généralisée $\{\epsilon\}$:

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} e \\ \chi \end{Bmatrix} \quad (IV.18)$$

IV.3.3.2. Relations contraintes généralisées-déformations en élasticité

Si on considère qu'il y a une symétrie matérielle par rapport au plan z=0, alors il n'y a pas de couplage entre les effets de membrane et de flexion (des efforts de membrane appliqués dans le plan neutre ne produisent aucune courbure et, réciproquement, des efforts de flexion ne produisent aucune déformation de membrane).

On obtient alors pour un matériau homogène orthotrope :

$$\{S\} = \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_m & 0 \\ 0 & D_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} e \\ \chi \end{Bmatrix} \quad (IV.19)$$

avec :

$$\{N\} = \begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{efforts de membrane}$$

$$\{M\} = \begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{moments de flexion}$$

$$[D_m] = \begin{bmatrix} \frac{E_{xx} h}{1 - \nu_{xy} \nu_{yx}} & \frac{\nu_{yx} E_{yy} h}{1 - \nu_{xy} \nu_{yx}} & 0 \\ \text{sym} & \frac{E_{yy} h}{1 - \nu_{xy} \nu_{yx}} & 0 \\ & & G_{xy} h \end{bmatrix} \quad [D_f] = \begin{bmatrix} \frac{E_{xx} h^3}{12(1 - \nu_{xy} \nu_{yx})} & \frac{\nu_{yx} E_{yy} h^3}{12(1 - \nu_{xy} \nu_{yx})} & 0 \\ \text{sym} & \frac{E_{yy} h^3}{12(1 - \nu_{xy} \nu_{yx})} & 0 \\ & & \frac{G_{xy} h^3}{12} \end{bmatrix}$$

IV.3.3.3. Loi constitutive en élastoplasticité

Dans le cas des plaques élastoplastiques, la déformation généralisée $\{\epsilon\}$ est déterminée à partir des efforts résultants $\{S\}$ et quelques variables cachées ou adimensionnelles.

Le modèle étant global, le critère de plasticité s'exprime en fonction des efforts résultants :

$$F(N_{xx}, N_{yy}, N_{xy}, M_{xx}, M_{yy}, M_{xy}, \text{variables cachées}) = 0 \quad (IV.20)$$

L'espace des contraintes n'étant pas homogène en ce qui concerne les composantes de membrane et de flexion, on introduit deux variables (au moins) N^* et M^* caractéristiques de l'état du matériau et de son histoire, ce qui donne :

$$F(N_{xx}, N_{yy}, N_{xy}, M_{xx}, M_{yy}, M_{xy}, N^*, M^*) \leq 0 \quad (IV.21)$$

N^* et M^* peuvent être choisis de façon à normer les composantes N_{ij} et M_{ij} ($i = x, y$), d'où la loi d'écoulement : $F(\bar{N}_i, \bar{M}_i, \alpha^*) - 1 \leq 0$ avec $\bar{N}_i = \frac{N_i}{N^*}$ $\bar{M}_i = \frac{M_i}{M^*}$ $\alpha^* = \alpha^*(N^*, M^*)$

De ce fait, le comportement inélastique peut être traité dans le cadre de la plasticité généralisée de la théorie des plaques.

Pour généraliser le critère de Von-Mises, ILIOUCHINE [ILI.56] a introduit les invariants des contraintes résultantes normalisées suivants :

$$\begin{aligned} I_N &= \bar{N}_{xx}^2 + \bar{N}_{yy}^2 - \bar{N}_{xx}\bar{N}_{yy} + 3\bar{N}_{xy}^2 \\ I_M &= \bar{M}_{xx}^2 + \bar{M}_{yy}^2 - \bar{M}_{xx}\bar{M}_{yy} + 3\bar{M}_{xy}^2 \\ I_{MN} &= \bar{N}_{xx}\bar{M}_{xx} + \bar{N}_{yy}\bar{M}_{yy} - \frac{1}{2}\bar{N}_{xx}\bar{M}_{yy} - \frac{1}{2}\bar{N}_{yy}\bar{M}_{xx} + 3\bar{N}_{xy}\bar{M}_{xy} \end{aligned} \quad \text{IV.22}$$

avec : $\bar{N}_{ij} = \frac{N_{ij}}{\sigma_e \cdot h}$ $\bar{M}_{ij} = 4 \frac{M_{ij}}{\sigma_e \cdot h^2}$

h : épaisseur de la plaque

σ_e : limite d'élasticité

La simplification de la formulation précédente, en négligeant le troisième invariant, revient à écrire comme loi :

$$F(N_i, M_i) = I_N + I_M - 1 \leq 0 \quad (\text{IV.23})$$

D'autres formes de critères sont décrites dans les travaux de SHAPIRO [SHA.90] et IVANOV [IVA.67].

IV.3.3.4. Loi d'écoulement généralisée

La plaque de plâtre est un matériau composite. Elle présente une anisotropie suivant les sens longitudinal et transversal, cette anisotropie est principalement une conséquence de l'orthotropie des cartons.

L'hypothèse de l'irréversibilité de la déformation a été mise en évidence par différents types d'essais de (flexion, traction), ainsi que la ductilité du comportement (chapitre III).

Pour cela on formule un critère orthotrope, incorporant le phénomène d'écrouissage observé expérimentalement.

En faisant l'hypothèse de l'isotropie d'écrouissage, on impose que la surface de charge soit gouvernée par une seule variable scalaire qui est le travail plastique : $\dot{k} = \langle S \rangle \{ \dot{\epsilon}^p \}$

Pour des raisons de simplification d'écriture, on posera :

$$\begin{aligned} N_{xx} &= N_1 & N_{yy} &= N_2 & N_{xy} &= N_3 \\ M_{xx} &= M_1 & M_{yy} &= M_2 & M_{xy} &= M_3 \end{aligned} \quad (\text{IV.24})$$

La fonction critère est alors :

$$F(N, M, k) = \left[\left(\frac{N_1}{N_1^*} \right)^2 + \left(\frac{N_2}{N_2^*} \right)^2 - \left(\frac{N_1 N_2}{N_1^* N_2^*} \right) + 3 \left(\frac{N_3}{N_3^*} \right)^2 + \left(\frac{M_1}{M_1^*} \right)^2 + \left(\frac{M_2}{M_2^*} \right)^2 - \left(\frac{M_1 M_2}{M_1^* M_2^*} \right) + 3 \left(\frac{M_3}{M_3^*} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - 1 \leq 0 \quad (\text{IV.25})$$

avec :

N_i^* : limites d'élasticité généralisées de membrane

M_i^* : limites d'élasticité généralisées de flexion

On postule que les limites d'élasticité sont indépendantes et on les détermine expérimentalement .

Il faut noter que l'expression ci-dessus $F(N, M, k)$ est exprimée dans le repère particulier d'orthotropie dans les axes "x" et "y".

Relation constitutive

Dans le cas des déformations infinitésimales, la déformation $\{\epsilon\}$ peut être décomposée en une partie élastique et une partie plastique [NAG.] : $\{\epsilon\} = \{\epsilon^e\} + \{\epsilon^p\}$

$$\text{ou encore : } \{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} e \\ \chi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} e^e \\ \chi^e \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} e^p \\ \chi^p \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.26})$$

La déformation élastique est fonction seulement des contraintes :

$$\{\epsilon^e\} = [D^e]^{-1} \{S\} \Rightarrow \{S\} = [D^e] \{\epsilon^e\} = [D^e] (\{\epsilon\} - \{\epsilon^p\}) \quad (\text{IV.27})$$

$$\text{qu'on peut écrire : } \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_m^e & 0 \\ 0 & D_f^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} e^e \\ \chi^e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} D_m^e (e - e^p) \\ D_f^e (\chi - \chi^p) \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.28})$$

En admettant la loi de normalité (principe du travail maximal), on peut écrire :

$$\{\dot{\epsilon}^p\} = \dot{\lambda} \left\{ \frac{\partial F}{\partial S} \right\} \quad \text{et} \quad \dot{\lambda} \geq 0 \quad (\text{IV.29})$$

$\dot{\lambda}$ est une quantité scalaire non négative et qui représente la caractéristique de la vitesse plastique du modèle et qu'on appelle le paramètre de consistance ou encore le multiplicateur plastique .

La condition de consistance fait que durant l'écoulement plastique la contrainte résultante reste sur la surface de charge . Sous cette condition on a : $\dot{F} = 0$

$$\text{soit : } \dot{F} = \left\{ \frac{\partial F}{\partial S} \right\}^T \{ \dot{S} \} + \frac{\partial F}{\partial k} \dot{k} = 0 \quad (\text{IV.30})$$

$$\text{or } \dot{k} = \langle S \rangle \{ \dot{\epsilon}^p \} = \langle S \rangle \lambda \left\{ \frac{\partial F}{\partial S} \right\} \text{ et } \langle S \rangle \left\{ \frac{\partial F}{\partial S} \right\} = 1$$

$$\text{d'où : } \left\{ \frac{\partial F}{\partial S} \right\}^T \{ \dot{S} \} - H \lambda = 0 \quad \text{avec } H = - \frac{\partial F}{\partial k} : \text{ "module" d'écrouissage (IV.31)}$$

On introduit alors les fonctions suivantes du travail plastique k :

$$H_{N_i} = N_i^* \frac{\partial N_i^*}{\partial k} \text{ et } H_{M_i} = M_i^* \frac{\partial M_i^*}{\partial k} \quad (\text{IV.32})$$

Il vient :

$$\begin{aligned} H = & \left(\sum_{i=1}^3 \frac{N_i^2}{N_i^{*4}(k)} H_{N_i} \right) + 2 \frac{N_3^2}{N_3^{*4}(k)} \frac{N_1 N_2}{N_1^{*3}(k) N_2^*(k)} H_{N_1^*} - \frac{N_1 N_2}{N_2^{*3}(k) N_1^*(k)} H_{N_2^*} \\ & + \left(\sum_{i=1}^3 \frac{M_i^2}{M_i^{*4}(k)} H_{M_i} \right) + 2 \frac{M_3^2}{M_3^{*4}(k)} \frac{M_1 M_2}{M_1^{*3}(k) M_2^*(k)} H_{M_1^*} - \frac{M_1 M_2}{M_2^{*3}(k) M_1^*(k)} H_{M_2^*} \end{aligned} \quad (\text{IV.33})$$

Calcul de la matrice élastoplastique $[D^{ep}]$

En remplaçant dans l'équation (IV.30) $\{\dot{S}\}$ par $[D^e]\{\dot{\epsilon}\} - [D^e]\{\dot{\epsilon}^p\}$

On obtient :

$$\left\{ \frac{\partial F}{\partial S} \right\}^T [D^e]\{\dot{\epsilon}\} - \left\{ \frac{\partial F}{\partial S} \right\}^T [D^e]\{\dot{\epsilon}^p\} - \dot{\lambda} H = 0 \quad (IV.34)$$

$$\left\{ \frac{\partial F}{\partial S} \right\}^T [D^e]\{\dot{\epsilon}\} - \dot{\lambda} \left\{ \frac{\partial F}{\partial S} \right\}^T [D^e] \left\{ \frac{\partial F}{\partial S} \right\} - \dot{\lambda} H = 0 \quad (IV.35)$$

Soit l'expression du paramètre de consistance :

$$\dot{\lambda} = \frac{\left\{ \frac{\partial F}{\partial S} \right\}^T [D^e]\{\dot{\epsilon}\}}{H + \left\{ \frac{\partial F}{\partial S} \right\}^T [D^e] \left\{ \frac{\partial F}{\partial S} \right\}} \quad (IV.36)$$

d'où la déformation plastique généralisée :

$$\{\dot{\epsilon}^p\} = \left[H + \left\{ \frac{\partial F}{\partial S} \right\}^T [D^e] \left\{ \frac{\partial F}{\partial S} \right\} \right]^{-1} \left\{ \frac{\partial F}{\partial S} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial S} \right\}^T [D^e]\{\dot{\epsilon}\} \quad (IV.37)$$

On a alors : $\{\dot{S}\} = [D^{ep}]\{\dot{\epsilon}\}$

$$\text{où : } [D^{ep}] = [D^e] - \frac{[D^e] \left\{ \frac{\partial F}{\partial S} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial S} \right\}^T [D^e]}{H + \left\{ \frac{\partial F}{\partial S} \right\}^T [D^e] \left\{ \frac{\partial F}{\partial S} \right\}} \quad (IV.38)$$

$[D^{ep}]$ est la matrice élastoplastique généralisée.

$$\frac{\partial F}{\partial N_1} = \frac{N_1}{N_1^{*2}} - \frac{N_2}{2N_1^*N_2^*} \quad \frac{\partial F}{\partial N_2} = \frac{N_2}{N_2^{*2}} - \frac{N_1}{2N_1^*N_2^*} \quad \frac{\partial F}{\partial N_3} = \frac{3N_3}{N_3^{*2}} \quad (IV.39)$$

$$\frac{\partial F}{\partial M_1} = \frac{M_1}{M_1^{*2}} - \frac{M_2}{2M_1^*M_2^*} \quad \frac{\partial F}{\partial M_2} = \frac{M_2}{M_2^{*2}} - \frac{M_1}{2M_1^*M_2^*} \quad \frac{\partial F}{\partial M_3} = \frac{3M_3}{M_3^{*2}}$$

IV.3.3.5. Algorithme d'intégration de la loi de comportement

La résolution numérique du problème a été abordée par la méthode de la rigidité tangente qui utilise un schéma implicite pour la résolution des équations d'équilibre en petites déformations, Zienkiewicz [ZIE.77].

La méthode de la rigidité tangente nécessite le calcul de la matrice élastoplastique $[D^{ep}] = [D^e] - [D^p]$, définie par l'équation (IV.38). Cette matrice est directement utilisée pour le calcul de la matrice tangente du schéma de Newton-Raphson utilisé pour la résolution des équations d'équilibre.

Les contraintes finales sont obtenues par la relation :

$$\sigma_f = \sigma_c + D^{ep}(\sigma_c) \dot{\epsilon} \Delta t \quad (IV.40)$$

σ_c : contrainte correspondant au passage d'un point du matériau de l'état élastique à l'état plastique

Des erreurs sur l'état des contraintes, inhérentes à cette méthode, sont inévitables et exigent des corrections.

Les déformations plastiques cumulées finales ϵ_f^p peuvent être calculées à partir des contraintes σ_f et σ_c par la relation : $\epsilon_f^p = \epsilon_c^p + \Delta \epsilon^p$.

La méthode de la rigidité tangente est conditionnellement stable. Pour une loi parfaitement plastique, Nagatagaal.J.C et De Jong.J.E [NAG.] ont montré que le schéma est stable à condition que la taille du pas Δt soit inférieure à deux fois la taille du pas Δt^e provoquant la première plastification du matériau : $\Delta t < 2\Delta t^e$.

Ce schéma nécessite donc de petits pas pour assurer la stabilité. La précision souhaitable sur les contraintes et les déformations plastiques nécessite des pas encore plus petits.

Plusieurs auteurs proposent de découper le pas de temps Δt en sous pas équidistants

$$\text{de taille } \delta\tau_n = \frac{\Delta t}{m} \text{ pour améliorer la précision et la stabilité.},$$

Les contraintes à la fin de chaque sous pas sont données par :

$$\sigma_n = \sigma_c + \sum_{i=1}^n D^{ep}(\sigma_i) \dot{\epsilon} \frac{\Delta t}{m} \quad (IV.41)$$

avec la condition initiale $\sigma_1 = \sigma_c$, la contrainte finale σ_f est alors égale à $\sigma_{n=m}$.

Le modèle est introduit dans le code de calcul MARC dans un sous programme développé en Fortran (modèle GENSTR).

IV.3.3.6. Validation du modèle global (comparaison avec le modèle local)

On présente sur un exemple de simulation, l'application du modèle à une plaque simplement appuyée sur deux cotés et soumise à une charge répartie sur la médiane parallèle aux appuis, agissant perpendiculairement au plan moyen "z=0" (flexion trois points). Les caractéristiques géométriques sont : $l=300\text{mm}$ $h=12.5\text{mm}$ avec un entraxe des appuis égale à 400mm .

On compare les résultats donnés par le modèle global (GENSTR) développé aux résultats de la plasticité classique pour la même plaque en tant que composite multicouche.

Les caractéristiques de la plaque homogène sont déduites par des essais sur la plaque de plâtre entière, tandis que pour la plaque multicouche, on utilise les caractéristiques de chaque constituant (cartons et plâtre) prélevé mécaniquement à partir de la plaque.

Ces résultats ont été déterminés lors d'une étude de caractérisation d'autres plaques [TIJ.89] que celles utilisées dans notre étude.

Caractéristiques des plaques :

1°/ plaque homogène : (modèle global : GENSTR)

$$E_{xx} = 3000 \text{ MPa} \quad E_{yy} = 2100 \text{ MPa}$$

$$s_{xx}^e = 3.90 \text{ MPa} \quad s_{yy}^e = 2.81 \text{ MPa}$$

2°/ plaque composite multicouche : (modèle local)

plâtre : $E_{xx} = E_{yy} = 2500 \text{ MPa} \quad \sigma^e = 1.94 \text{ MPa}$

cartons : $E_{xx} = 4975 \text{ MPa} \quad E_{yy} = 1645 \text{ MPa} \quad \sigma_{xx}^e = 28 \text{ MPa} \quad \sigma_{yy}^e = 17 \text{ MPa}$

Dans ce dernier cas la plaque est considérée composée de trois couches. On a deux couches de carton d'une épaisseur de 0.36 mm chacune et une couche intermédiaire de plâtre de 11.78 mm d'épaisseur. Les points d'intégration à travers l'épaisseur de la plaque sont situés au milieu de chaque couche et la loi de comportement est déterminée par une intégration numérique dans l'épaisseur.

La figure IV.3 représente le maillage et la déformée du quart de la plaque (symétrie par rapport aux deux axes "x" et "y"). On donne sur la figure IV.4 la comparaison entre les deux modèles, de l'évolution de la flèche au milieu de la plaque en fonction du chargement. Les figures IV.5 et IV.6 représentent la distribution des zones plastifiées.

Au vue de ces résultats comparatifs, on peut remarquer la bonne concordance entre les deux modèles, en ce qui concerne le comportement évolutif de la déformation et de la plastification.

Quant à la différence entre les rigidités (35%), elle est due probablement à une sous estimation des caractéristiques élastiques des constituants (coeur en plâtre et cartons) du modèle composite. Les cartons et le plâtre ont sûrement subi des détériorations lors de l'opération de prélèvement et par conséquent on obtient des valeurs faibles comparées aux valeurs réelles. Dans le modèle global, la déformation plastique équivalente est séparée en termes de flexion et de membrane.

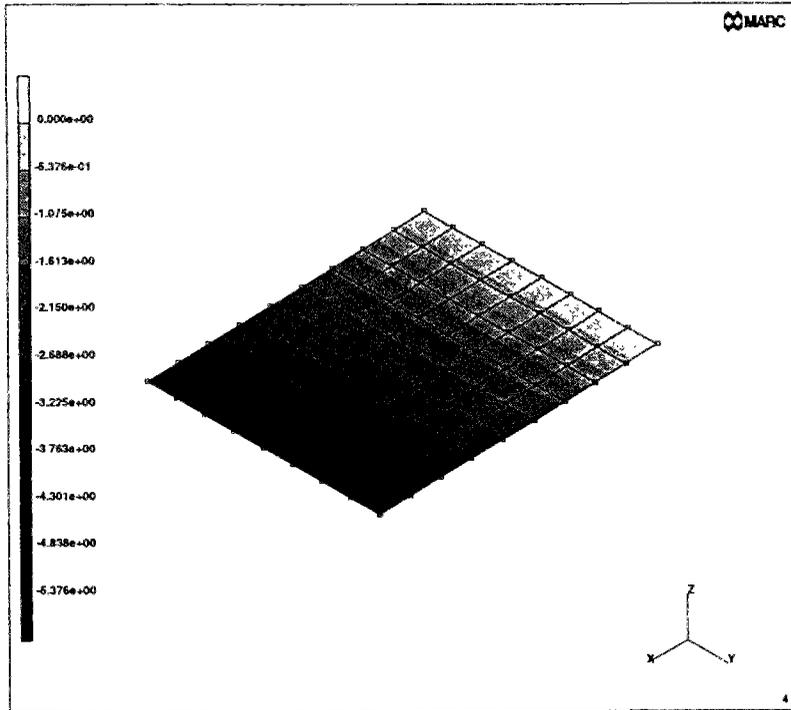


Figure IV.3 : Maillage et isovaleurs de la déformée de la plaque

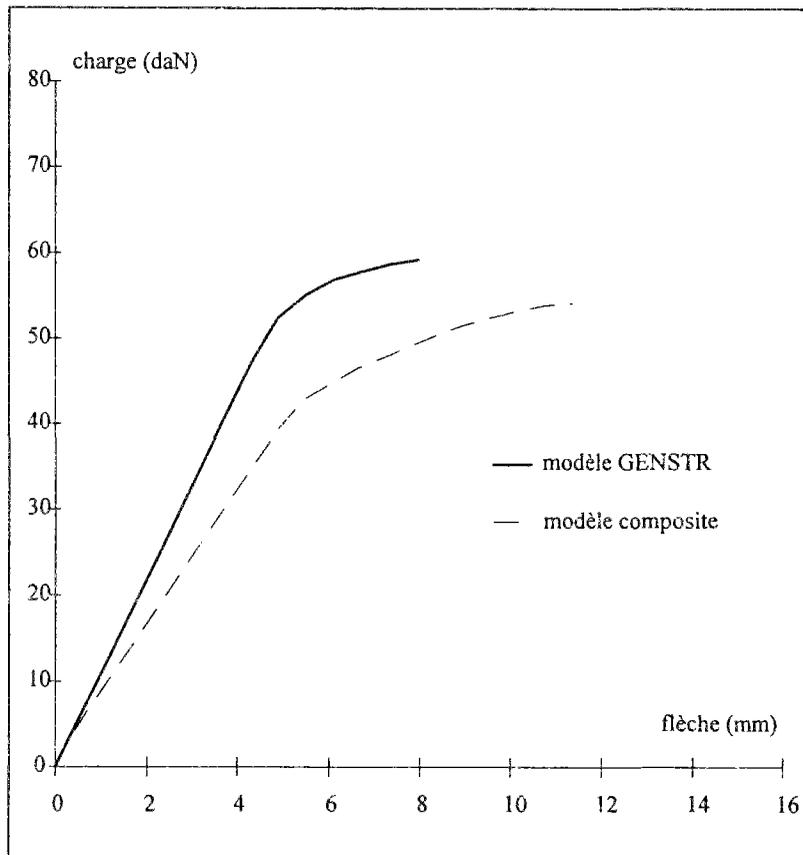


Figure IV.4 : Comparaison modèle GENSTR-modèle composite

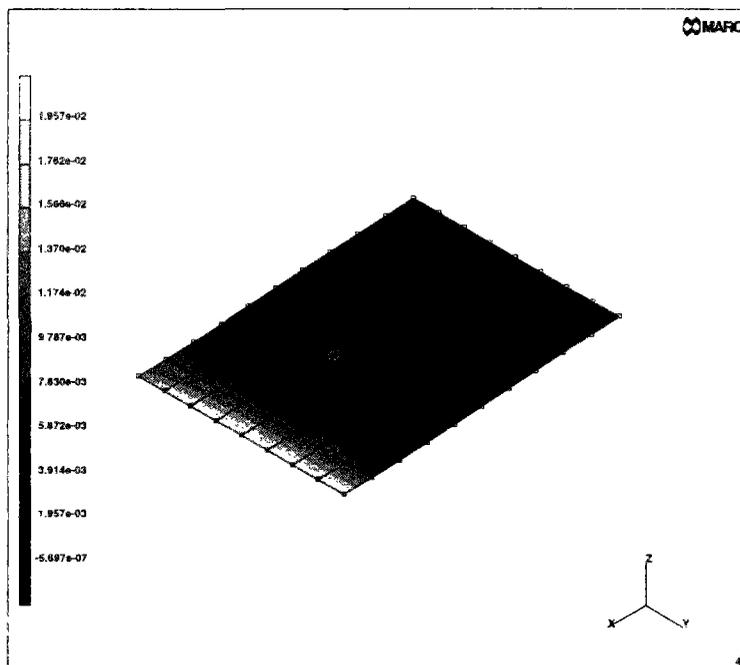


Figure IV.5 : Distribution des déformations plastiques de la plaque composite

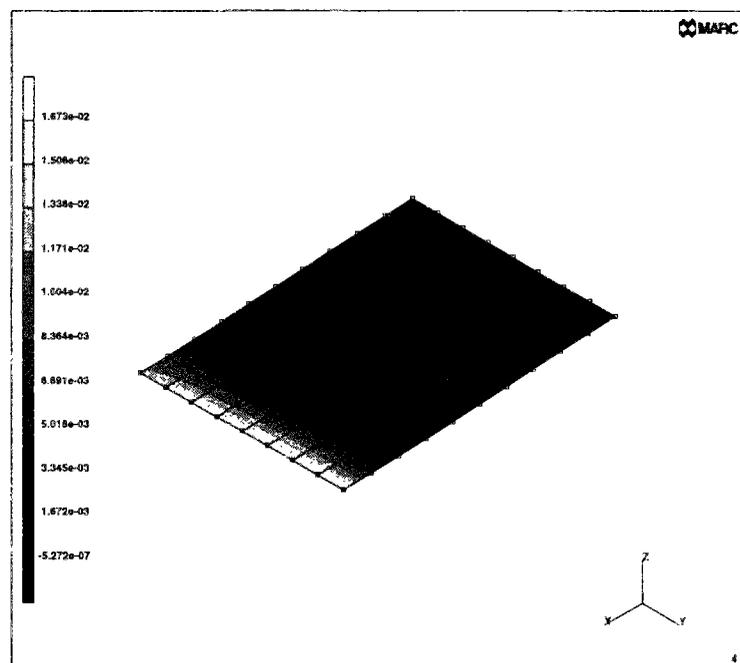


Figure IV.6 : Distribution des déformations plastiques de la plaque homogénéisée

IV.3.4. Influence de l'opération formage sur les caractéristiques des montants métalliques

Le procédé de mise en forme des montants métalliques est l'opération type où apparaissent les multiples non linéarités rencontrées en mécanique telles que les non linéarités matérielles dues à la loi de comportement du solide, les non linéarités géométriques qui se manifestent dans l'analyse des problèmes qui font apparaître de grands déplacements, de grandes rotations et de grandes déformations, et les non linéarités liées à l'évolution des conditions aux limites. Ce dernier type de non linéarité apparaît en particulier dans les problèmes de contact avec ou sans frottement entre solides.

IV.3.4.1. Processus de l'opération de formage

Comme, on l'a vu au chapitre III, traitant l'identification du comportement des montants métalliques, les caractéristiques mécaniques déterminées ne représentent pas toutes les parties des montants.

La partie pliée des montants (angles droits) a subi de grandes déformations irréversibles, qui influent sur son comportement post élastique.

Pour déterminer ces influences, on procède à la modélisation de l'opération de formage des montants afin d'estimer la valeur de la prédéformation engendrée par le processus de fabrication.

Le procédé réel de fabrication des montants consiste à faire passer de la tôle à travers un ensemble de galets (fig.VI.7) mais la modélisation ne vise pas à simuler explicitement cette opération de profilage des montants. Elle nous permet juste une estimation du niveau de contrainte et de déformation atteint quand on procède à un pliage d'un angle de 90° .

Les seules données retenues de l'opération réelle de formage sont la géométrie finale et le fait que la transformation subie par la pièce est monotone.

La détermination exacte des caractéristiques de la partie emboutie reste à faire, elle nécessite des moyens expérimentaux bien adaptés et ceci sort du cadre de cette étude.

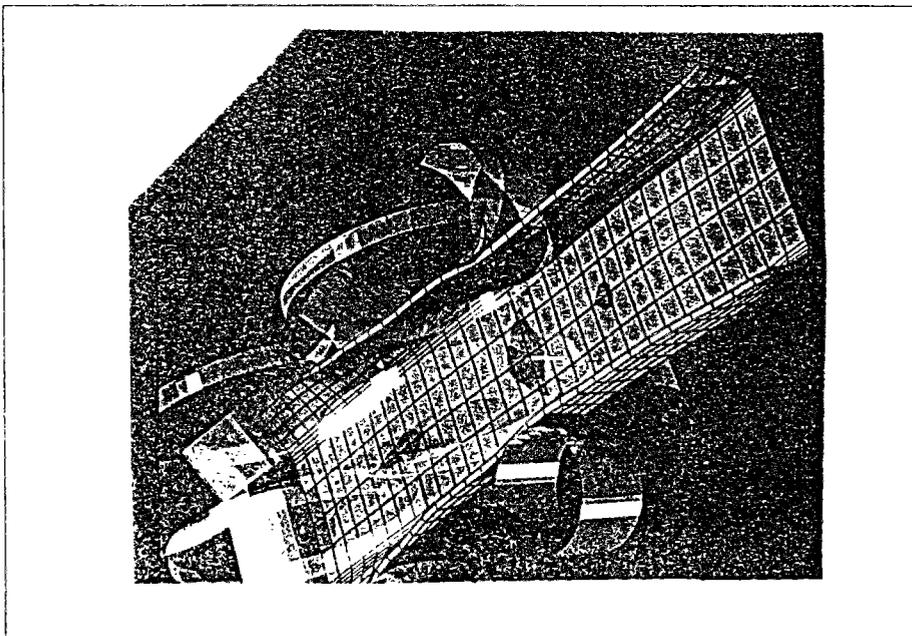


Figure VI. : Procédé de profilage des montants

Le montant est schématisé par un modèle 2D représentant une tôle de 0.6 mm d'épaisseur, on fait subir à une partie de la tôle, représentant l'aile, une rotation de 90° par l'intermédiaire de la surface rigide mobile autour d'un centre de courbure "o" de la surface rigide fixe, cette dernière a un rayon de courbure égal à 1.5mm (fig.IV.8).

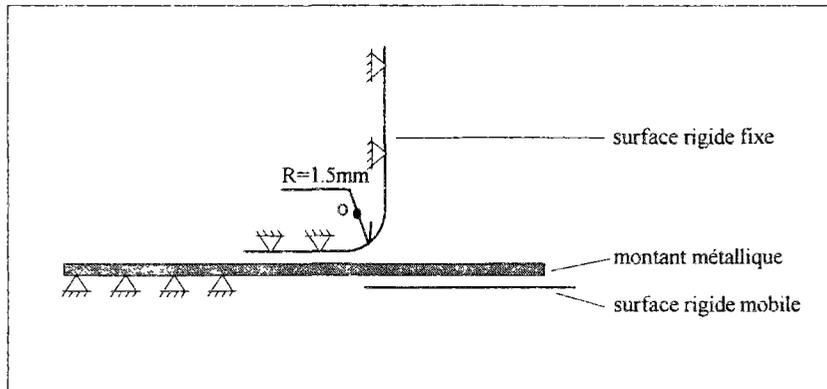


Fig.IV.8 : Opération de formage des montants métalliques

Les interfaces "surfaces-montant" sont traités dans le cadre des non linéarités introduites par les problèmes de contact. On considère un frottement parfait et sans cohésion entre les surfaces rigides et la tôle. La tôle est simplement appuyée sur la partie non pliée.

IV.3.4.1. Lois de contact et de frottement

Les problèmes de contact avec ou sans frottement entre solides sont fréquents dans les domaines de la construction mécanique, du génie civil et à un degré moindre dans le domaine du bâtiment.

Les phénomènes de contact et de frottement sont représentés par des inéquations non linéaires qui font intervenir les déplacements (ou vitesses de déplacements) d'une partie de la frontière des solides et les réactions de contact. Ces surfaces de contact et les réactions sont a priori inconnues.

La loi de frottement couramment utilisée en génie civil est celle de Coulomb. Des recherches qui ont pour but l'élaboration des lois caractérisant mieux le phénomène de frottement ont été réalisés par Oden J.T et Pires E.B [ODE.], [MOU].

a/ Loi de contact

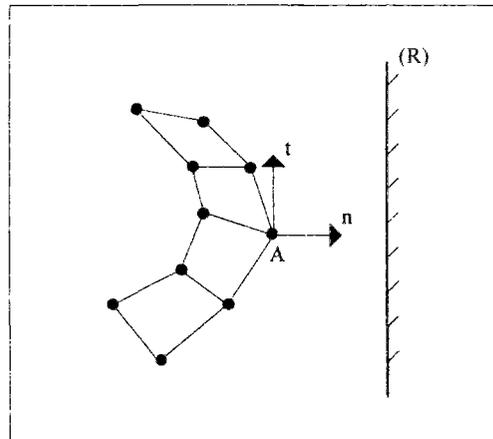


Figure IV.9 : Non pénétration du solide dans la surface rigide

La condition de non pénétration du solide avec la surface rigide (R), dite condition de contact cinématique s'exprime en fonction de la coordonnée normale du déplacement par :

$$x_n = x_R - x_A \geq 0 \quad (\text{IV.42})$$

La condition de non adhésion ou de contact statique, exprime que le noeud "A" du solide ne doit pas coller à la surface rigide. Elle s'écrit dans le repère local, en fonction de la composante normale de la réaction exercée par la surface (R) sur le noeud "A" du solide:

$$R_n \geq 0 \quad (\text{IV.43})$$

Quand le noeud "A" se trouve à l'extérieur de la surface (R) ($x_n > 0$), la réaction R_n doit être nulle, et quand elle ne l'est pas le noeud "A" doit être en contact et par conséquent la distance x_n est nulle. Cette condition s'écrit $x_n R_n = 0$.

La formulation cinématique statique du contact doit être complétée par une loi de frottement tangential pour rendre le problème de contact déterminé.

b/ Lois de frottement

Les lois de frottement les plus utilisées dérivent souvent soit du modèle de Coulomb, où la contrainte limite tangentielle est proportionnelle à la pression normale, soit du modèle de Tresca, où la contrainte tangentielle limite est indépendante de la pression normale.

On trouve encore des modèles utilisant des lois de frottement non locales développées par Oden J.T et Pises E.B [ODE.83] ou des modèles avec surface seuil de frottement par Fredriksson B [FRE.] et Curier A. [CUR.].

La loi de frottement dans le modèle de Coulomb pour lequel on a opté s'écrit :

$$\begin{cases} |f_t| \leq \mu f_n & \text{si } v_t = 0 \\ f_t = -\mu f_n \frac{v_t}{|v_t|} & \text{si } |v_t| \neq 0 \end{cases} \quad (\text{IV.44})$$

où f_t et f_n : la composante tangentielle et la composante normale de la réaction de la surface sur le solide.

μ : coefficient de frottement de Coulomb.

v_t : vitesse tangentielle relative du noeud "A" par rapport à la surface.

IV.3.4.2. Modélisation de l'opération de profilage des montants

Les caractéristiques initiales du montant (tôle) sont celles déterminées expérimentalement par les essais de traction sur des éprouvettes découpées dans la partie non emboutie :

module de Young : $E = 194100$ MPa	$\nu = 0,3$
Limite élastique : $\sigma_e = 244$ MPa	$\epsilon_e = 0,13\%$
Résistance à la rupture : $\sigma_r = 405$ MPa	$\epsilon_r = 18\%$

Les figure IV.10 et IV.11 montrent le maillage de la structures (248 éléments à 4 noeuds et 4 points d'intégration). Les surfaces de contact sont décrites par des lignes, dont le coefficient de frottement et la cohésion sont nuls (critère de Coulomb).

La loi de comportement du solide (tôle) est une loi élastoplastique avec écrouissage isotrope linéaire, il s'agit d'un matériau standard dont le critère est celui de Von-Mises. Les grandes rotations engendrées par le procédé de profilage nécessite de travailler dans le cadre de la théorie des transformations finies.

Le chargement est appliqué par accroissement de la rotation d'un pas de $\Delta\theta_z = \frac{\Pi}{100}$ de la surface rigide mobile autour du centre de courbure "o" de la surface rigide fixe.

Les figures IV.12-a et IV.12-b montrent les déformées successives de la structure au cours du chargement. Les figures IV.13 et IV.14 montrent la progression de la déformation plastique équivalente, dont la valeur maximale atteinte est de l'ordre de 20%, et les contraintes équivalentes de Von-Mises correspondantes.

L'influence du coefficient de frottement entre les surfaces rigides et la structure, sur les valeurs des déformations plastiques et les contraintes équivalentes, est négligeable, comme le montre les courbes de variation des figures IV.15 et IV.16.

IV.3.4.3. Conclusion

L'opération de profilage de la tôle (formage) pour lui donner la forme des montants engendre des déformations importantes au niveau de la partie angulaire.

Ce ci se traduit par une diminution très importante de la déformation plastique avant rupture et une augmentation de la limite d'élasticité ($\sigma_e \cong \sigma_r = 405 \text{ MPa}$) par l'effet d'écroutissage.

De ce fait, on est amené à distinguer deux parties distinctes du montant, avec des caractéristiques différentes. Ces caractéristiques sont déterminées soit expérimentalement pour la partie non emboutie, soit par simulation pour la partie emboutie.

La partie non emboutie $\sigma_e = 244 \text{ MPa}$ $\sigma_r = 405 \text{ MPa}$ $\varepsilon_r = 18\%$.

La partie emboutie $\sigma_e = 405 \text{ MPa}$ $\sigma_r = 405 \text{ MPa}$ $\varepsilon_p \cong 1\%$

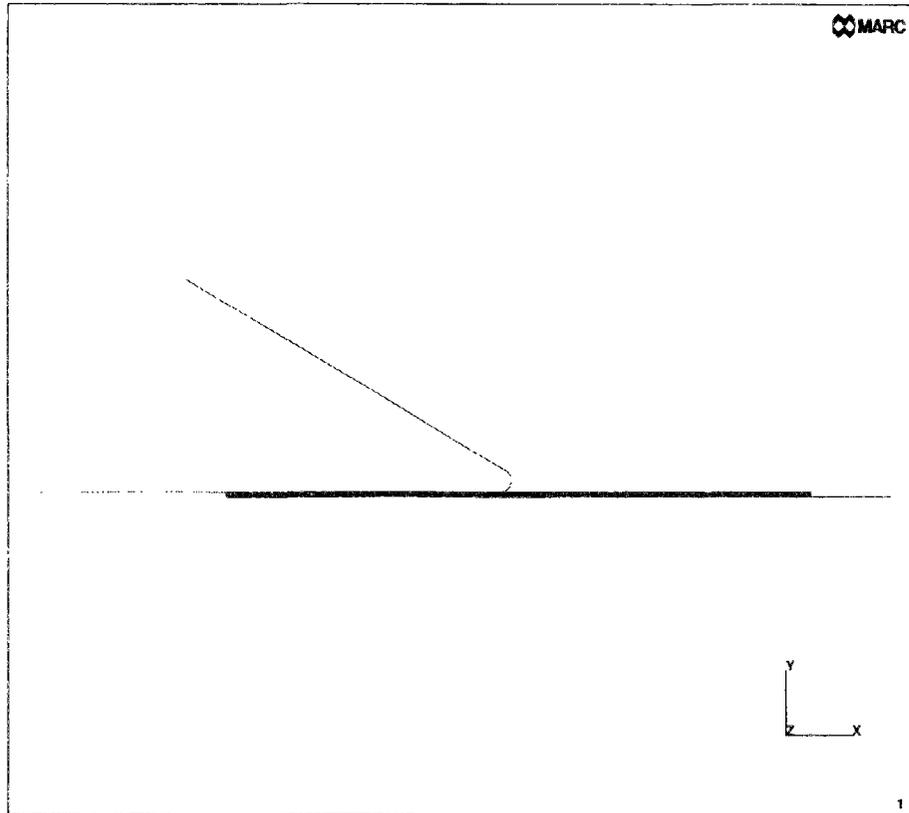


Figure IV.10 : Maillage de la structure

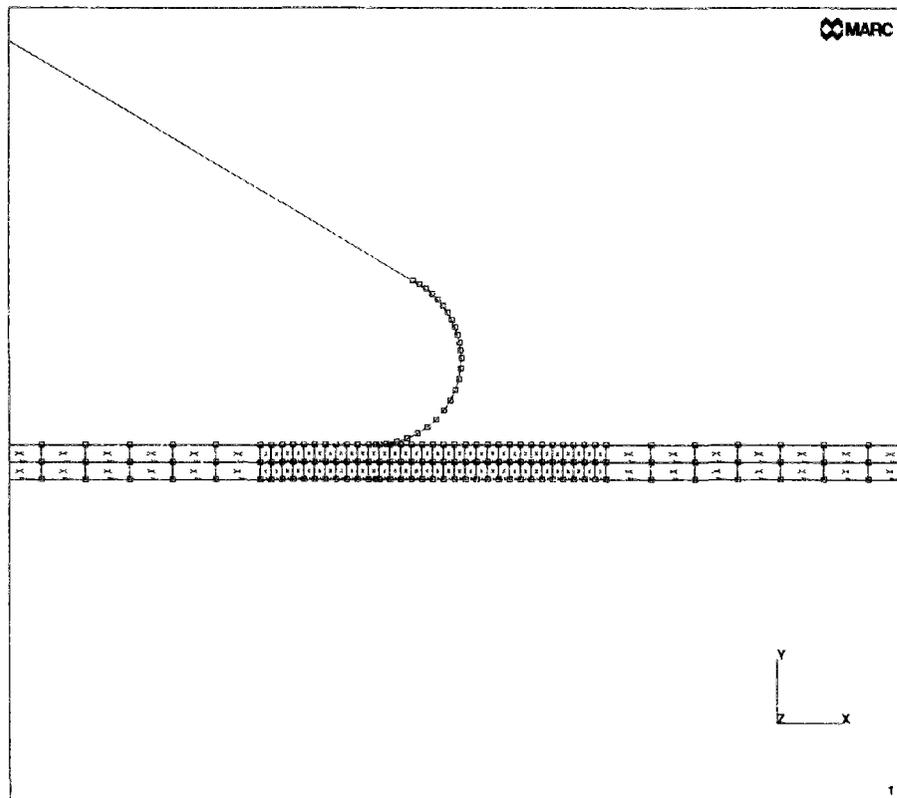


Figure IV.11 : Détail du maillage de la structure

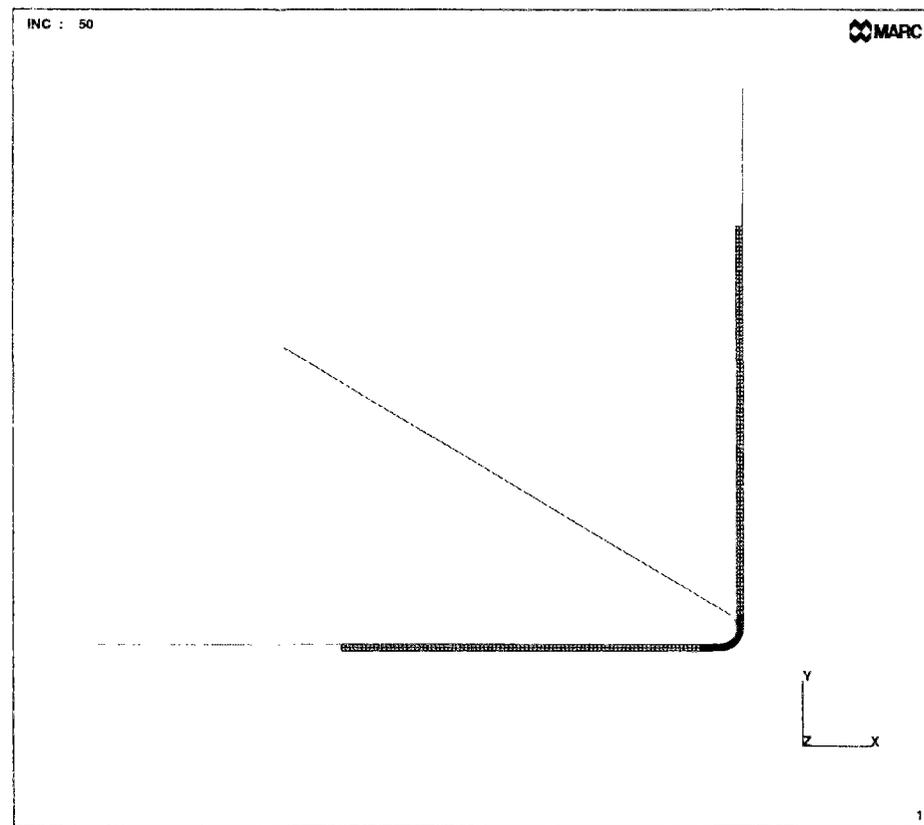
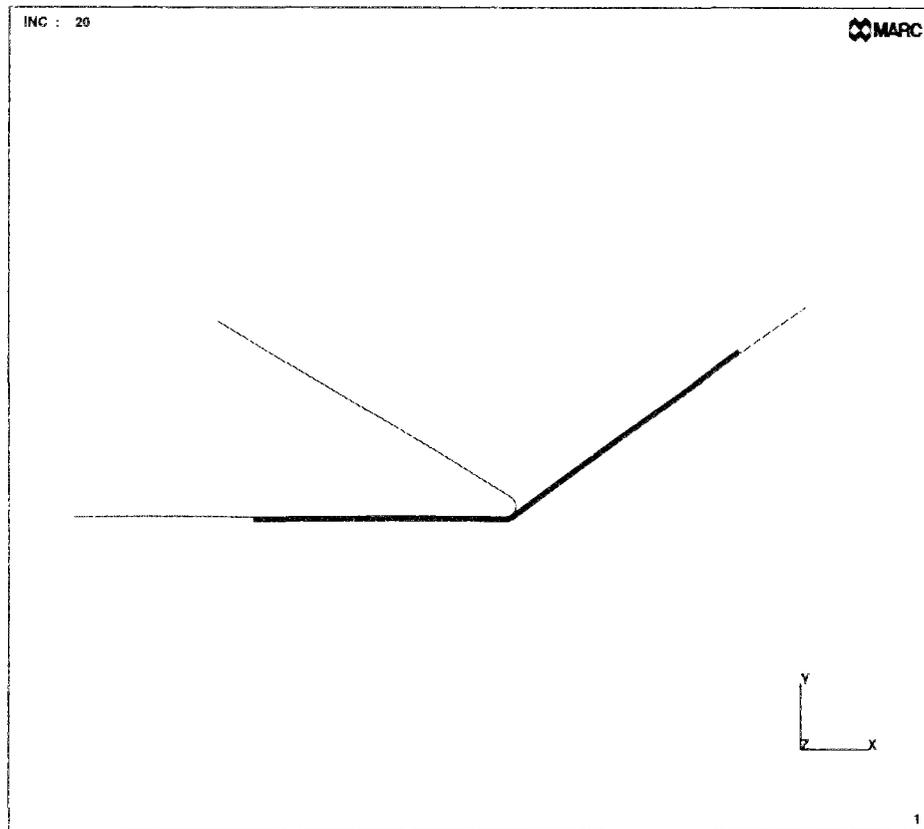


Figure IV.12 : Déformées de la tôle

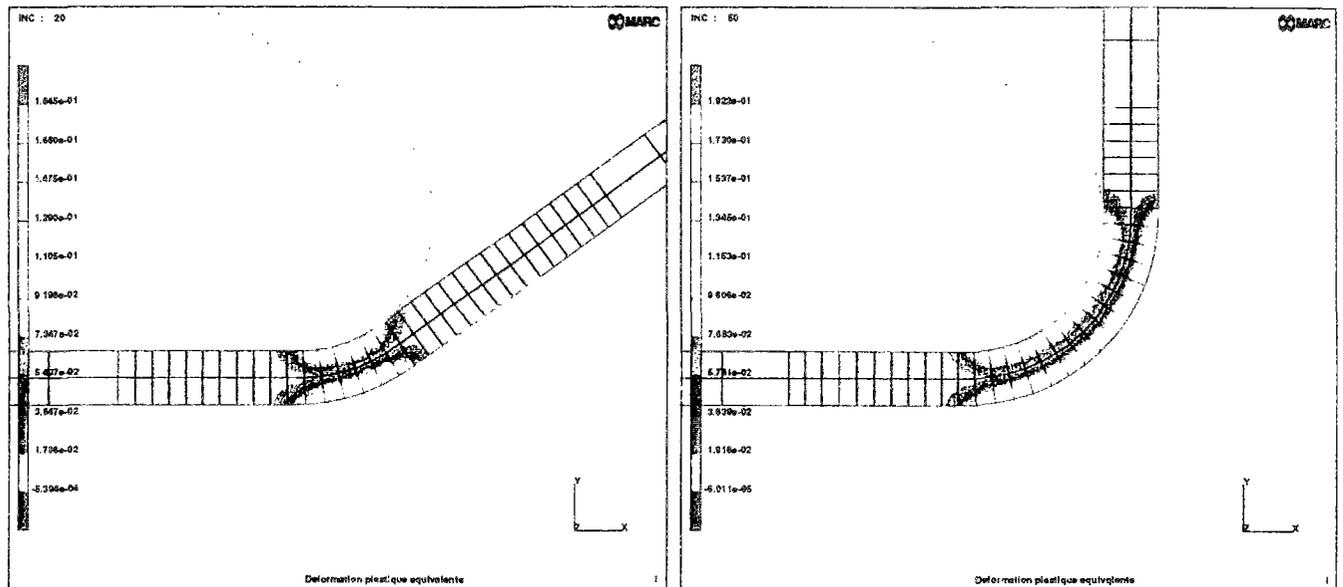


Figure IV.13 : Progression des déformations plastiques équivalentes

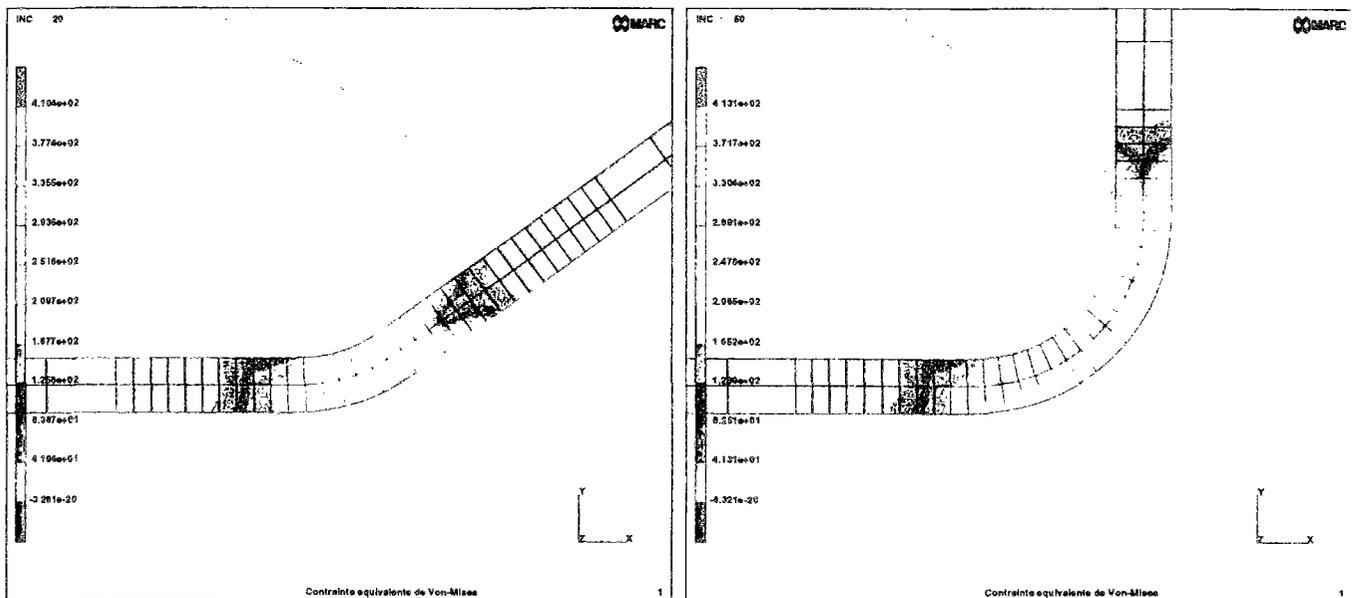


Figure IV.14 : Progression des contraintes équivalente de Von-Mises

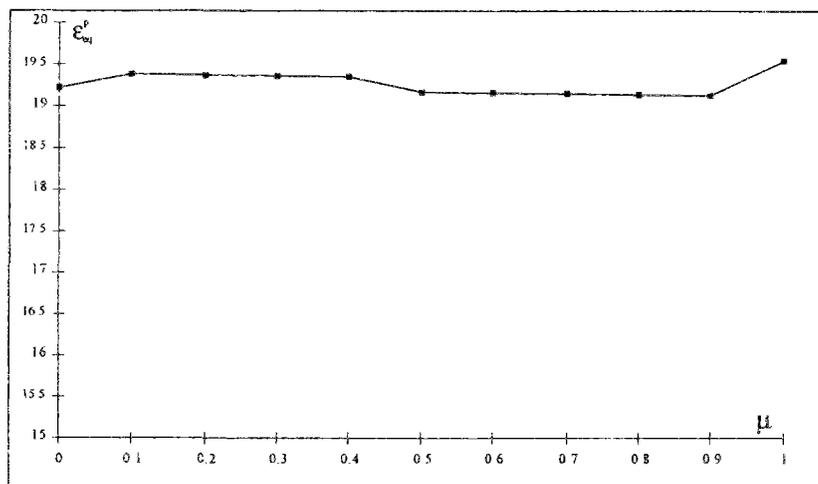


Figure IV.15 : Variation de la déformation plastique équivalente en fonction du coefficient de frottement.

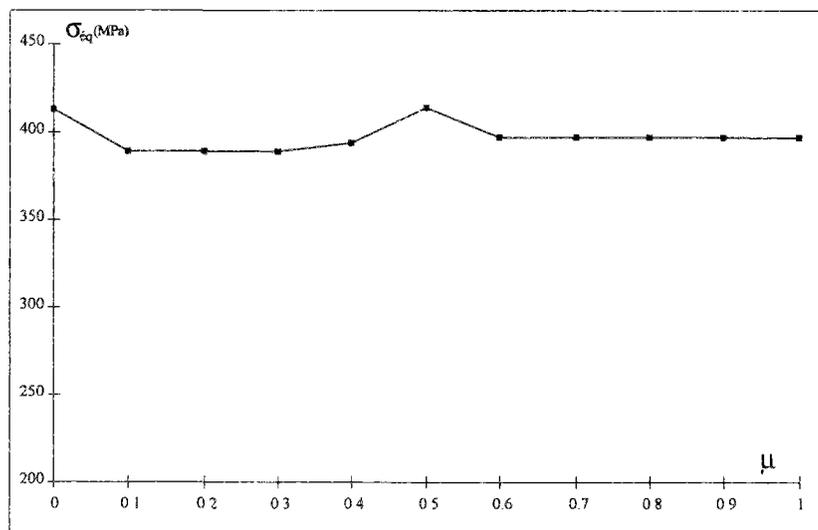


Figure IV.16 : Variation de la contrainte de Von-Mises en fonction du coefficient de frottement.

IV.3.5. Modélisation des assemblages vissés

Les assemblages vissés sont considérés comme des assemblages semi-rigides entre des matériaux de rhéologies différentes (plaques de plâtre et montants métalliques). Les deux approches pour résoudre ce problème de conditions aux limites variables, sont ce qu'on appelle l'approche implicite et l'approche explicite.

L'approche implicite consiste à formuler un critère de rupture par plastification locale au niveau de la fixation. La première difficulté de cette approche réside dans la formulation de ce critère à partir de la loi globale du comportement de la fixation. Cette loi traduit la relation entre effort et déplacement des deux noeuds de la fixation. La seconde difficulté concerne le comportement élastoplastique des solides liaisonnés. Ce comportement supporte mal les variations brusques de plastification et provoque la divergence du schéma numérique, en plus ce schéma implicite ne tient pas compte des détériorations éventuelles des vis.

La seconde approche qui est une approche explicite, se traduit par la prise en compte directement dans le modèle de la relation globale "effort-déplacement", déduite des essais expérimentaux. La détérioration de la fixation se traduit par la non-linéarité de la relation introduite.

Cette approche est facile à incorporer dans le modèle global de cloison en éléments finis et ses paramètres sont facilement déterminés expérimentalement.

La modélisation se fait par l'intermédiaire d'éléments de ressorts non linéaires qui gèrent les déplacements relatifs entre les deux noeuds de la fixation.

C'est cette dernière approche qu'on utilise pour simuler le comportement flexible des assemblages vissés entre les plaques de plâtres et les montants métalliques.

IV.3.5.1. Hypothèses cinématiques

La formulation de l'élément de joint (fixation) tient compte des lois de comportement suivant les deux directions, normale et tangentielle. Le comportement rotationnel du joint est négligé et l'interaction entre les directions normale et tangentielle est prise en compte seulement à la rupture du joint par l'intermédiaire du critère en déplacement suivant :

$$\text{si } u_n > \bar{u}_n \Rightarrow k_t = 0 \text{ rupture par arrachement}$$

$$\text{et si } u_t > \bar{u}_t \Rightarrow k_n = 0 \text{ rupture par cisaillement} \quad (\text{IV.46})$$

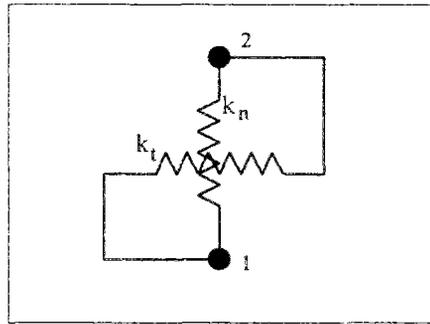


Figure IV.17 : Elément de joint de fixation

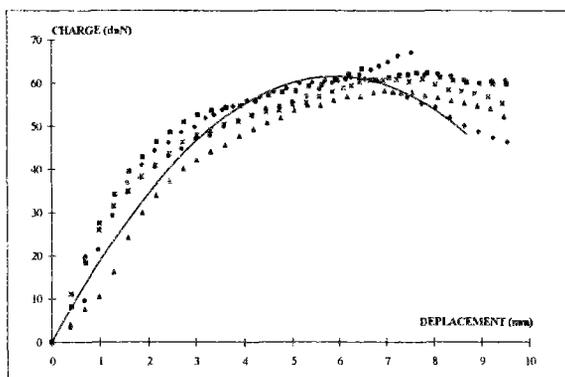
Le vecteur des forces nodales dans le repère local est exprimé par : $\{F\} = [K]\{U\}$

$$\begin{Bmatrix} F_1^x \\ F_1^y \\ F_1^z \\ F_2^x \\ F_2^y \\ F_2^z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_t & 0 & 0 & -k_t & 0 & 0 \\ & k_t & 0 & 0 & -k_t & 0 \\ & & k_n & 0 & 0 & -k_n \\ & & & k_t & 0 & 0 \\ & & & & k_t & 0 \\ & & & & & k_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ w_2 \end{Bmatrix} \quad (IV.47)$$

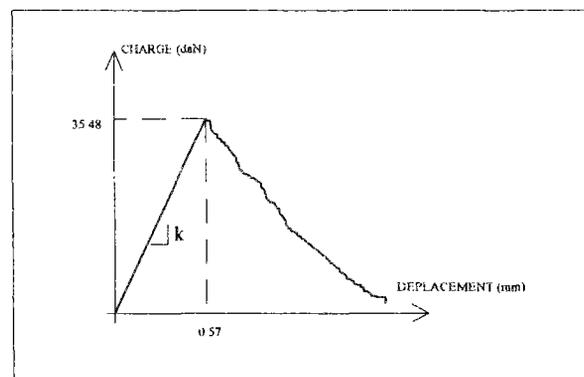
avec k_t et k_n : les rigidités respectivement tangentielle et normale déduites des essais de cisaillement et d'arrachement de la fixation.
 1 et 2 : les deux noeuds du joint du ressort.

IV.3.5.2. Modèles de comportement

Les courbes de comportement global déterminées par les essais expérimentaux (chap.III), essais de cisaillement et d'arrachement, vont alimenter notre modèle numérique.



essais de cisaillement



essais d'arrachement

Dans les deux directions tangentiels x et y , le comportement de la fixation au cisaillement est décrit par la loi globale "effort-déplacement" suivante (fig.IV.18) :

$$F = A.d^2 + B.d$$

$$d = U_x \text{ ou } U_y \text{ selon le cas}$$

$$A = -1.75 \qquad B = 20.7$$

A et B paramètres de lissage des résultats expérimentaux de cisaillement

Quand à la direction normale, le comportement est linéaire élastique dont la rigidité est de 700daN/mm en traction et est infinie en compression. En compression, pour satisfaire la condition de non pénétration, on incorpore une condition de pénalisation sous forme d'une rigidité G du ressort relativement grande ($G = 10^4$ à $10^{10} k_n$) (fig.IV.19).

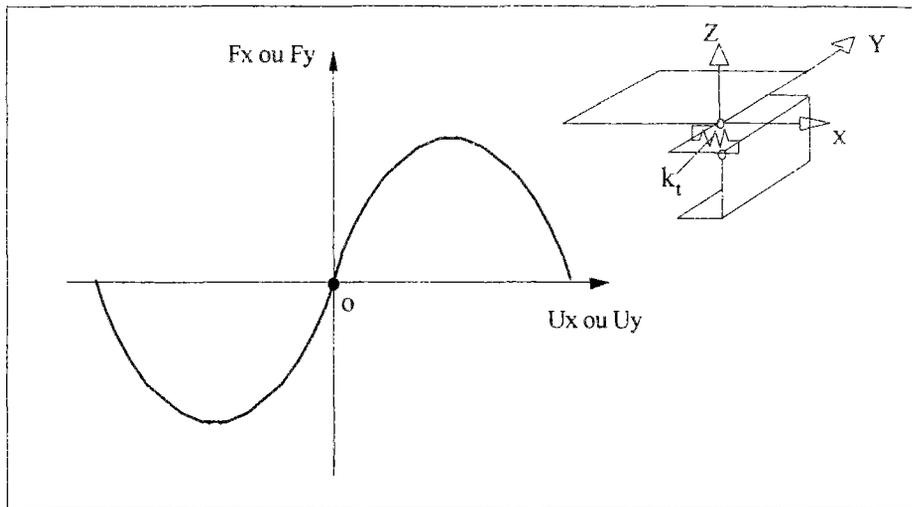


Figure IV.18: Modèle des ressorts dans les directions tangentielle "x" et "y"

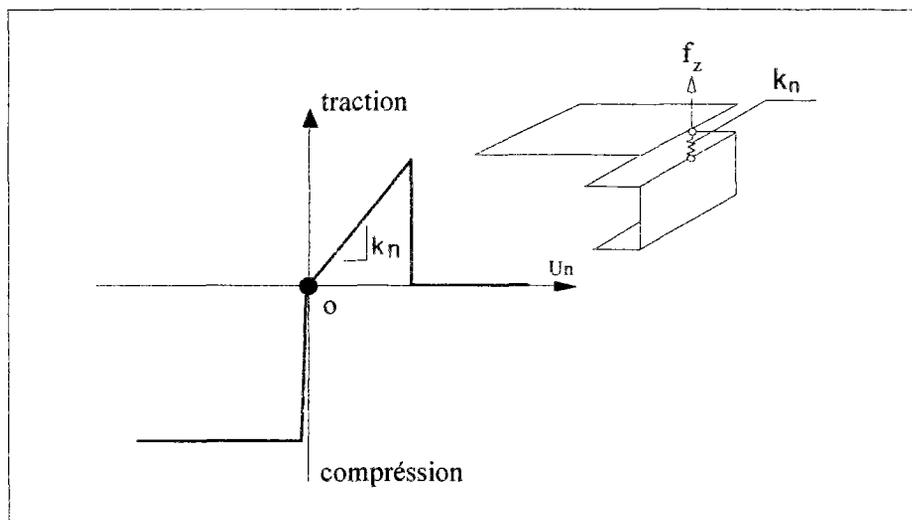


Figure IV.19 : Modèle des ressorts dans la direction normale "z"

IV.3.6. Résolution des problèmes d'interfaces "plaque-montant"

L'approche analytique pour résoudre les problèmes de contact est limitée à la résolution des problèmes simples, où la plupart des solutions supposent un contact sans frottement et des zones de contact connues à priori.

La méthode des éléments finis, en permettant la discrétisation des surfaces en formes quelconques et la prise en compte facile des conditions aux limites, est donc la mieux adaptée pour résoudre les problèmes de contact.

Comme pour les conditions d'assemblages vissés, on traite les conditions de contact et de frottement à l'interface "plaque-montant" par des conditions bilatérales (éléments de ressorts).

L'objectif est la mise au point d'un algorithme qui permet de résoudre les relations introduites par les problèmes d'interface en utilisant des éléments de ressorts.

Le contact peut être adhérent ou glissant, avec frottement ($\mu=0.3$). Le calcul des réactions de contact, nécessaires pour les équations d'équilibre, est très délicat, à cause des inéquations définissant les lois de contact et de frottement (chap.IV.2).

Les réactions de contact sont définies en fonction de la distance de pénétration (pour la réaction normale) et de la vitesse relative (pour la réaction tangentielle).

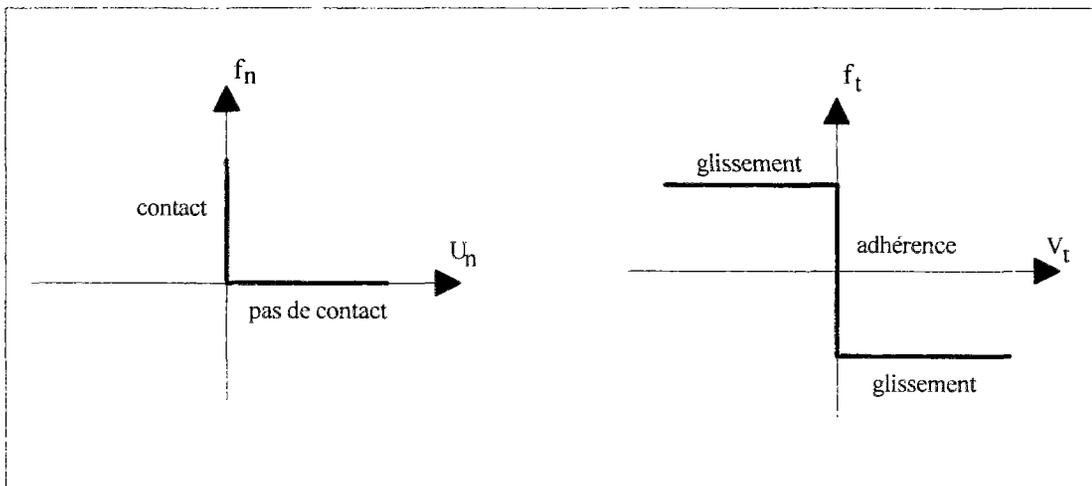


Figure IV.20 : Réactions de contact

$$\begin{cases} f_n = 0 & \text{si } u_n > 0 \\ f_n = ? & \text{si } u_n = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} f_t = \mu f_n \frac{v_t}{|v_t|} & \text{si } |v_t| > 0 \\ f_t = ? & \text{si } |v_t| = 0 \end{cases} \quad (\text{IV.48})$$

Le caractère non univoque et non différentiable des relations entre f_n et u_n d'une part et f_t et v_t d'autre part, constitue une difficulté majeure dans les problèmes de contact avec frottement.

La force résiduelle globale d'équilibre dépend alors des inconnues d'une manière non différentielle (réactions normales et tangentielles). La linéarisation du résidu permet de résoudre les équations d'équilibre [ELM.89].

IV.3.6.1. Calcul des réactions de contact

La méthode consiste à approcher les graphes non différentiables de la figure IV.20 par les graphes différentiables par morceaux de la figure IV.21.

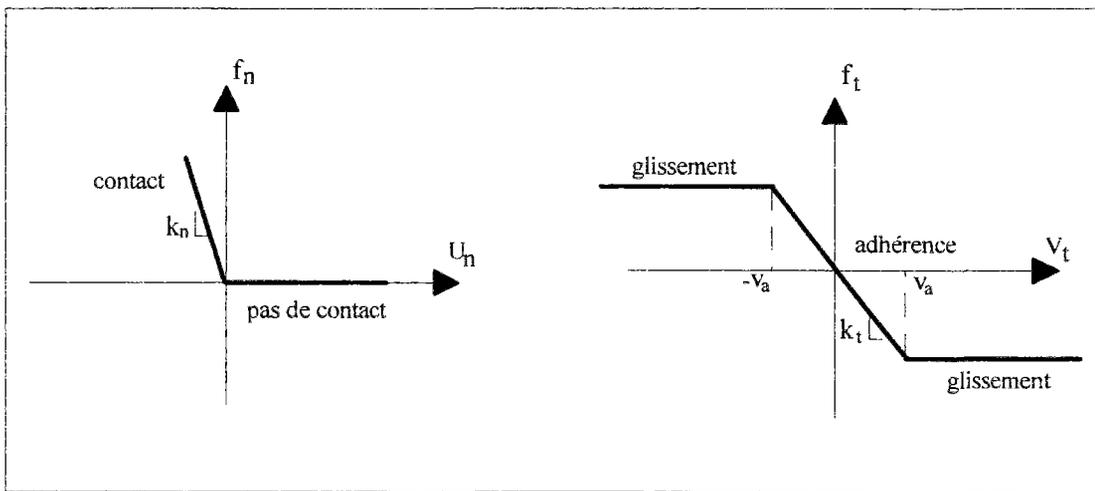


Figure IV.21 : Modèle de contact adopté

on a alors :

$$\begin{cases} f_n = 0 & \text{si } u_n \geq 0 \\ f_n = k_n u_n & \text{si } u_n < 0 \end{cases} \text{ et } \begin{cases} f_t = \mu f_n \frac{v_t}{|v_t|} & \text{si } |v_t| \geq v_a \\ f_t = k_t v_t & \text{si } |v_t| < v_a \end{cases} \quad (IV.49)$$

Les coefficients k_n et k_t sont les coefficients de pénalisation, ils représentent les rigidités des ressorts orientés dans les directions normale et tangentielle.

Choix des rigidités k_n et k_t

Les rigidités k_n et k_t doivent être d'une part suffisamment importantes pour que l'interpénétration et le glissement adhérent entre les solides en contact soient faibles et d'autre part assez faibles pour que la matrice de rigidité reste bien conditionnée.

La vérification des positions des noeuds des différents ressorts est effectuée à chaque itération du schéma de Newton-Raphson, puis on effectue des tests sur le statut de chaque ressort du contact :

$$\begin{cases} \text{si } u_n \geq 0 & \Rightarrow \text{pas de contact} \Rightarrow f_n = 0 \text{ (} k_n = 0 \text{) et } f_t = 0 \text{ (d\u00e9collement)} \\ \text{si } u_n < 0 & \Rightarrow \text{contact} \Rightarrow f_n = k_n u_n \end{cases} \quad \text{(IV.50)}$$

$$f_t = k_t u_t$$

$$\begin{cases} \text{si } |f_t| < \mu |f_n| & \Rightarrow \text{contact ad\u00e9rent (pas de glissement)} \Rightarrow f = k_t u_t \\ \text{si } |f_t| \geq \mu |f_n| & \Rightarrow \text{contact glissant} \Rightarrow f_t = \mu \frac{v_t}{|v_t|} \end{cases}$$

L'un des inconv\u00e9nients de cette m\u00e9thode de p\u00e9nalit\u00e9 est qu'elle ne satisfait les conditions de contact qu'approximativement car elle tol\u00e8re des interp\u00e9n\u00e9tration de l'ordre de $u_n = -\frac{f_n}{k_n}$ et des glissements, dans le cas du contact ad\u00e9rent, de l'ordre de $u_t = -\frac{f_t}{k_t}$.

La contribution des r\u00e9actions de contact et de frottement dans le r\u00e9sidu d'\u00e9quilibre global est :

$$\{R_{ct}\} = \sum_{i=1}^N \{R_{ct}^i\} = \sum_{i=1}^N (f_n^i c_n^i + f_t^i c_t^i) \quad \text{(IV.51)}$$

o\u00f9 : N nombre total des noeuds des ressorts

c_n et c_t vecteurs d\u00e9finis au noeud "i" par

$$\langle c_n \rangle = \langle -\sin\theta \quad \cos\theta \rangle \text{ et } \langle c_t \rangle = \langle \cos\theta \quad \sin\theta \rangle$$

θ est l'angle form\u00e9 par le vecteur tangent $\{t\}$ et l'axe "x" (fig.IV.22).

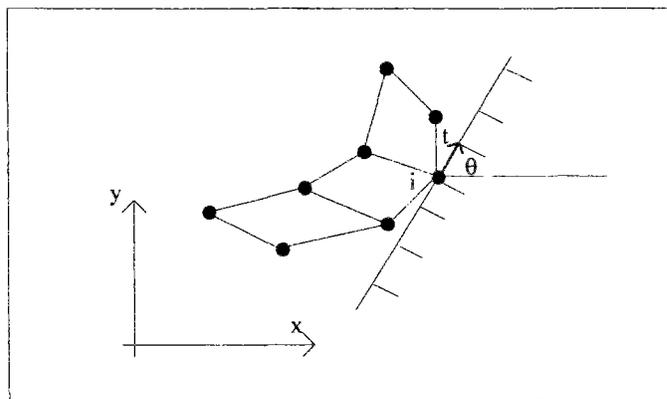


Figure IV.22 : R\u00e9actions de contact et de frottement

IV.3.6.2. Calcul de la matrice tangente de contact

La matrice de rigidité tangente de contact s'écrit :

$$[K_c] = \sum_{i=1}^n [k_c^i] \quad (\text{IV.52})$$

$$[k_c^i] = [k_n] \{c_n^i\} \langle c_n^i \rangle + [k_t] \{c_t^i\} \langle c_t^i \rangle \quad \text{contact adhérent}$$

avec :

$$[k_c^i] = [k_n] \{c_n^i\} \langle c_n^i \rangle \quad \text{contact glissant}$$

La matrice $[k_c^i]$ peut s'écrire aussi, par un changement de repère :

$$[k_c^i] = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_t & 0 \\ 0 & k_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}^T \quad \text{contact adhérent}$$

$$[k_c^i] = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & k_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}^T \quad \text{contact glissant}$$

Comme pour le modèle "GENSTR", ce modèle de comportement des fixations et des interfaces est introduit dans le code MARC par l'intermédiaire d'une sous-routine "USPRING" dont la figure IV.23 présente un organigramme simplifié.

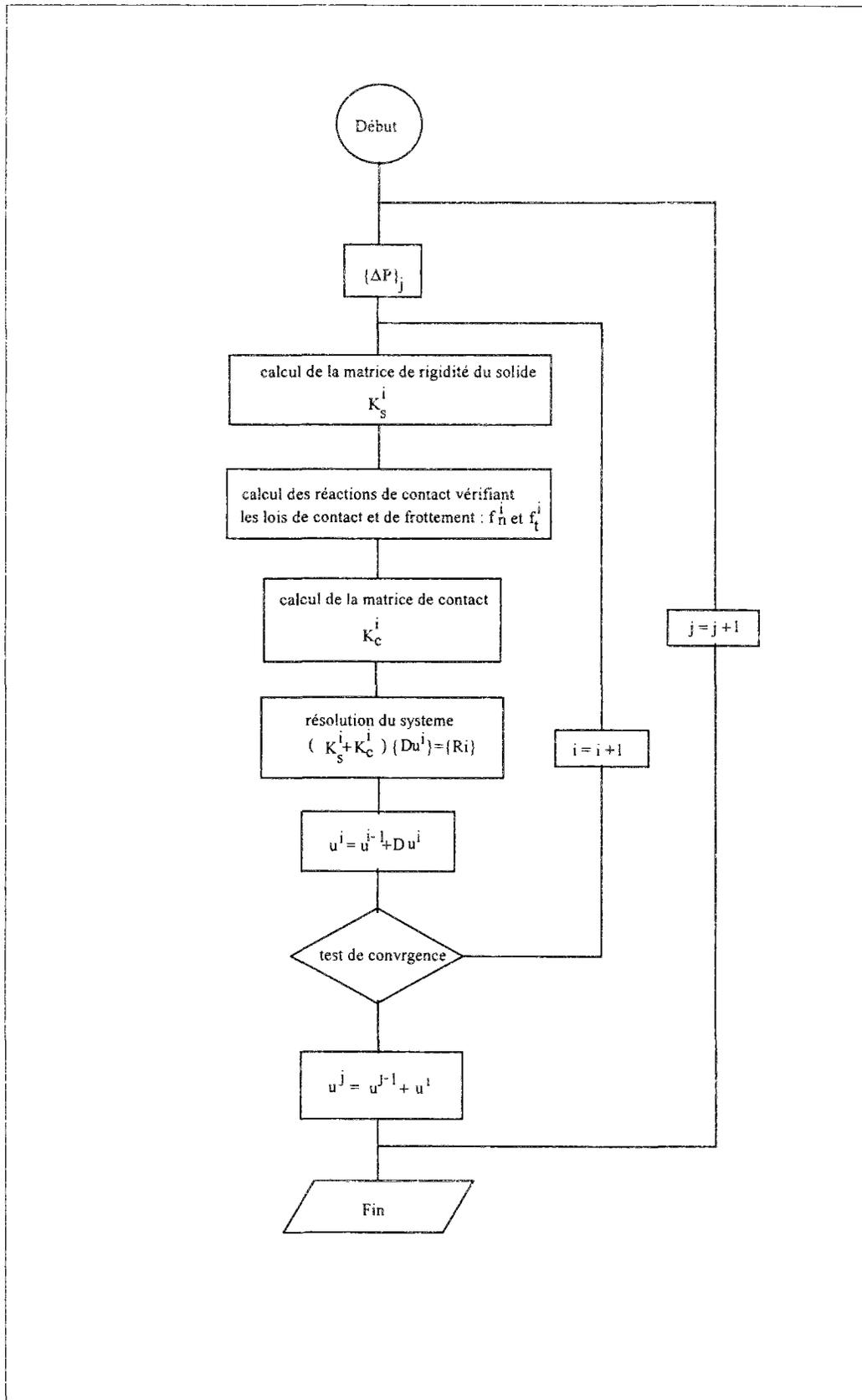


Figure IV.23 : Organigramme de résolution

IV.3.6.3. Etude comparative

Pour vérifier la validité du modèle USPRING, on procède à une comparaison avec les résultats analytiques et avec les résultats numériques donnés par le code d'éléments finis CESAR utilisant des éléments de contact pour traiter les problèmes d'interfaces.

La comparaison porte sur le problème de contact entre deux corps élastiques en contraintes planes. Le corps supérieur est soumis à une pression uniforme sur la face supérieure (fig.IV.24).

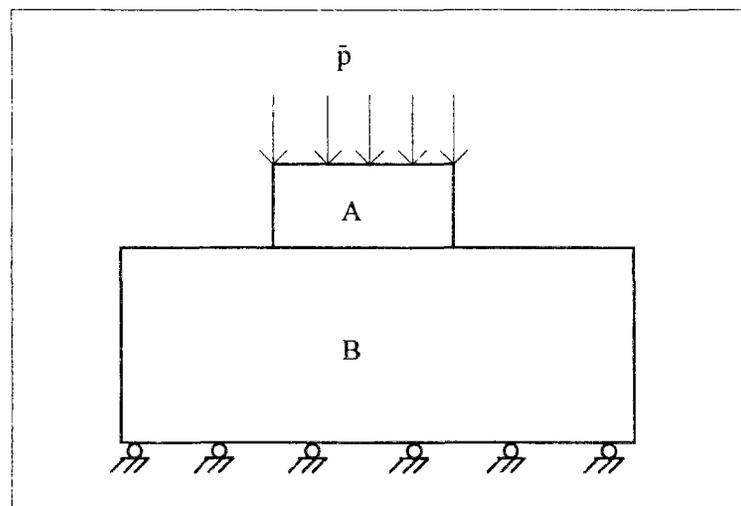


Figure IV.24 : Contact entre deux solides

Cet exemple a été résolu analytiquement dans le cas du glissement parfait entre solides par OKUBO [OKU.51], la résolution numérique du même problème a été réalisée par RICHER [RIC.85] en utilisant des éléments de contact (code CESAR).

Pour la modélisation numérique par le modèle USPRING, on utilise la symétrie du problème pour ne représenter que la moitié de la structure.

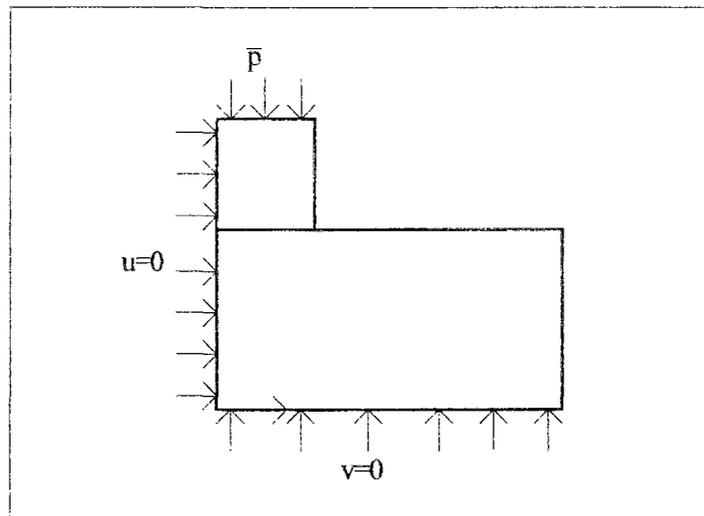


Figure IV.25 : Conditions de symétrie

Les caractéristiques géométriques et mécaniques du problème sont les suivantes :

$$L_A = 10 \quad L_B = H_B = 4L_A \quad H_A = 2L_A \quad I_A = I_B = L_A$$

$$E_A = E_B = 3000 \quad \nu_A = \nu_B = 0.3$$

Interface : $C = 0$ $\mu = 0$ $R_t = 0$ (conditions de contact entre les deux solides)

Le maillage comporte 234 noeuds et composé de 192 éléments quadratiques à 4 noeuds.

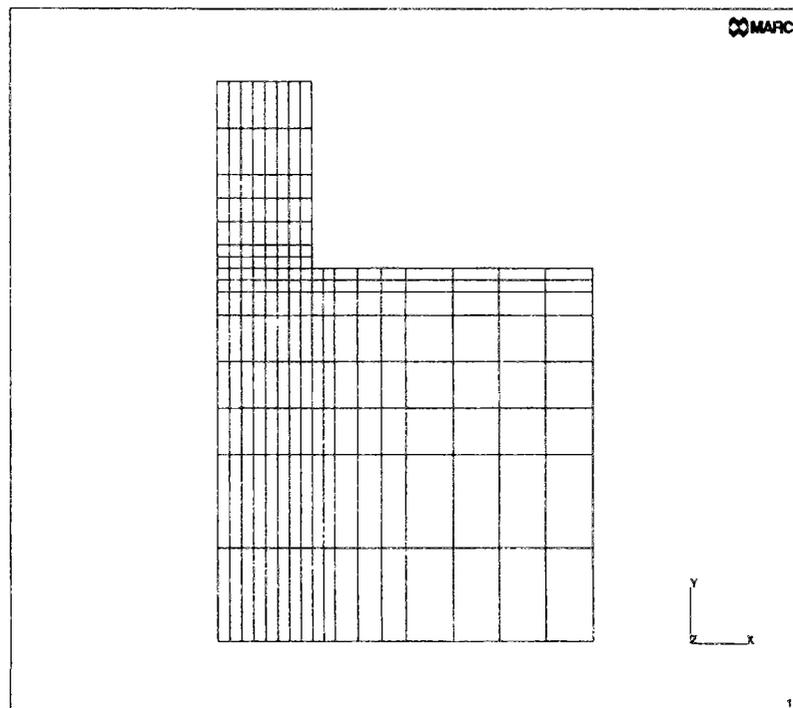


Figure IV.26 : Maillage de la structure

On présente sur la figure IV.27, dans le cas du glissement parfait la distribution de la pression le long de la surface de contact. La comparaison des résultats montre que les solutions (celle proposée par RICHER et celle obtenue avec le modèle USPRING) s'écartent de la même façon de la solution analytique d'OKUBO.

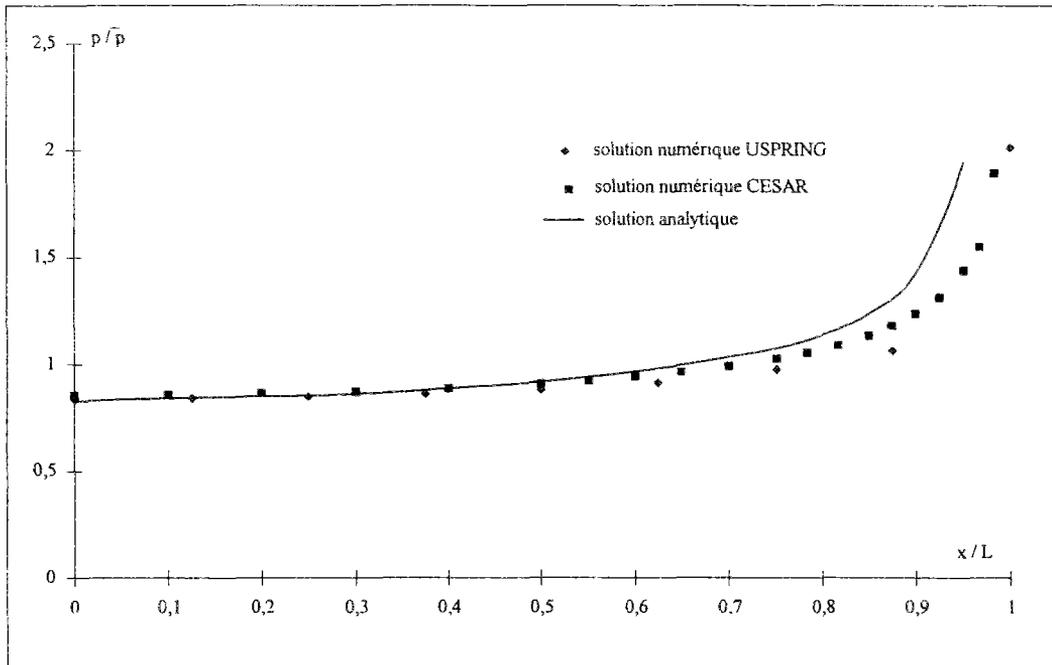
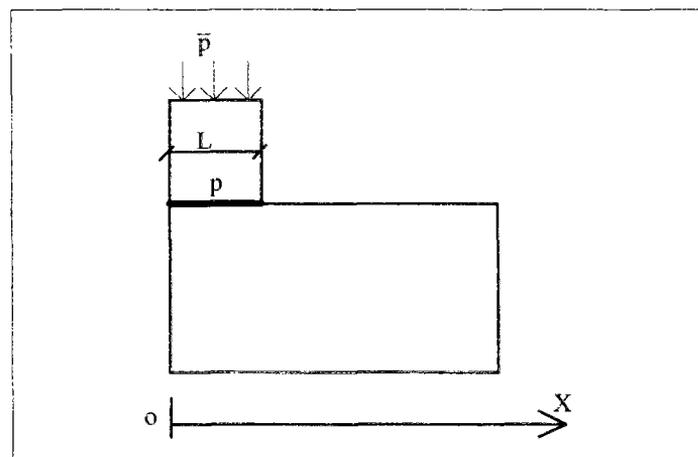


Figure IV.27 : Distribution de la pression sur la surface de contact

avec :



L : demi longueur du solide supérieur A

x : abscisse selon l'axe X

\bar{p} : pression appliquée sur le solide A

p : pression de contact entre les deux solides à l'abscisse " x "

IV.4. Conclusion

Dans ce chapitre, on a développé des modèles pour la simulation numérique du comportement mécanique des différents composants de la cloison ainsi que pour les problèmes d'assemblages et d'interfaces entre eux.

On a considéré la plaque de plâtre comme un seul matériau homogène équivalent pour éviter les difficultés liées à la détermination des caractéristiques des différents constituants (coeur de plâtre et cartons).

Pour traiter la non linéarité matérielle de la plaque et des montants, on a proposé un modèle de plasticité globale, basé sur les relations constitutives entre les contraintes généralisées et les déformations. Ce modèle prend en compte l'aspect orthotrope de la plaque. Ses paramètres sont facilement déduits d'essais sur des éprouvettes découpées dans la plaque entière.

La simulation de l'opération de profilage des montants, nous a permis de déterminer les caractéristiques de la partie emboutie (angle du montant), ce qui était difficile à obtenir expérimentalement.

On est donc amené à distinguer dans les montants deux parties ayant des caractéristiques différentes.

La modélisation des assemblages vissés entre les plaques de plâtre et les montants métalliques, ainsi que les problèmes d'interface, est effectuée à l'aide d'éléments ressorts qui gèrent les relations bilatérales entre les différents noeuds considérés.

Les assemblages vissés correspondent donc à des joints ayant dans les directions tangentielles des ressorts non linéaires décrivant la relation globale parabolique "effort-déplacement", et dans la direction normale, des ressorts linéaires fragiles en traction et un comportement très rigide (condition de pénalisation) pour éviter des interpénétrations en compression.

Quant aux problèmes des interfaces, ils sont également traités par des éléments ressorts. Pour palier la difficulté posée par la non différentiabilité des relations efforts-déplacements, on utilise une méthode de pénalité en donnant des rigidités assez importantes aux différents ressorts. Le modèle utilise le critère de frottement de Coulomb.

L'ensemble de ces lois déduites de l'analyse des résultats expérimentaux constitue un modèle adéquat pour simuler le comportement mécanique des cloisons en plaques de plâtre sur ossature métallique. En effet ce modèle permet de suivre l'évolution du comportement de la structure de cloison au cours de l'histoire de sollicitation jusqu'à la phase ultime de ruine, tout en passant par les étapes intermédiaires de microfissuration des plaques de plâtre, de plastification dans les montants métalliques ou encore des détériorations des assemblages.

Toutes ces lois ont été introduites dans le logiciel MARC en incorporant aussi les algorithmes spécifiques pour tenir compte des particularités des problèmes numériques

qu'elles soulèvent. Le code ainsi obtenu a été testé sur des cas simples (validation élémentaire).

La validation complète du modèle fait l'objet du chapitre suivant consacré à la comparaison entre les prévisions du modèle et les résultats des essais de laboratoire effectués sur des cloisons à échelle réelle.

CHAPITRE V

VALIDATION EXPERIMENTALE

CHAPITRE V VALIDATION EXPERIMENTALE

V.1. INTRODUCTION

Le logiciel obtenu en introduisant dans le code numérique MARC les lois spécifiques de la structure étudiée et les algorithmes associés doit être validé avant d'en faire un outil de prévision. On a avancé certaines hypothèses, qui concernent aussi bien le comportement des différents matériaux constituant la cloison (plaques de plâtre et montants métalliques), que les problèmes d'interfaces et d'assemblages entre ces matériaux. Ces hypothèses doivent donc être mise à l'épreuve par une confrontation des résultats du modèle avec les résultats expérimentaux.

Deux types d'essais ont été mis à profit dans cette comparaison :

- essais sur poutres de cloisons, décrites précédemment dans le chapitre III et qui ont servi à l'étude de sensibilité vis à vis du frottement entre plaques et montants.
- essais sur maquettes à échelle réelle (panneaux) de dimension 1.20x2.50 m.

Les corps d'épreuve sont sollicités en flexion trois points pour le premier cas et en flexion trois points et quatre points pour le second. Les essais ont été réalisés au CSTB au laboratoire du service PSL.

Les matériaux utilisés pour les cloisons "72/48" proviennent du même lot qui a servi aux essais d'identification dans le chapitre III. Pour les autres cloisons, les matériaux proviennent d'autres lot et même d'une autre marque pour les montants métalliques.

Il faut donc tenir compte d'une certaine influence de ce paramètre de dispersion sur les résultats.

L'ensemble des essais est récapitulé dans le tableau V.1 suivant :

Type de calcul	Dimensions	Plaques	Montants	Mode d'assemblage	Sollicitations
cloison 72/48-a	2500 x 1200	BA 13	M 48	vissage	
cloison 72/48-b	2500 x 1200	BA 13	M 48	vissage	
cloison 96/70-a	2500 x 1200	BA 13	M 70	vissage	
cloison 96/70-b	2500 x 1200	BA 13	M 70	collage	
poutre 72/48	950 x 200	BA 13	M 48 (double)	vissage	

Tableau V.1 : Récapitulatif des essais de validation

V.2. CLOISON "72/48-a"

La cloison "72/48" est constituée de plaques de plâtres de 12.5 mm d'épaisseur, vissées sur les ailes de montants métalliques de 48 mm de hauteur. L'entraxe des vissages est égal à 300 mm. La cloison est sollicitée en flexion trois points comme indiquée sur la figure V.1.

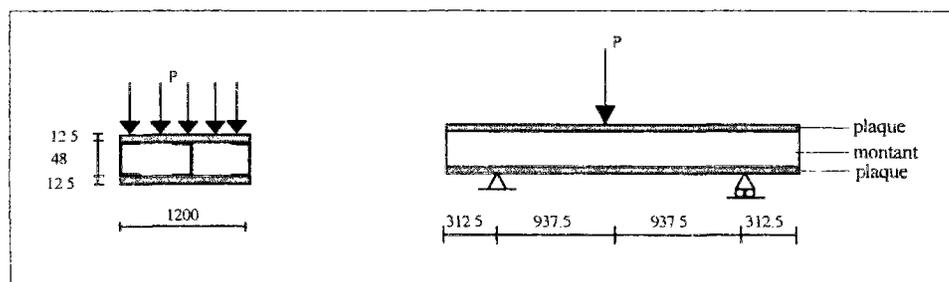
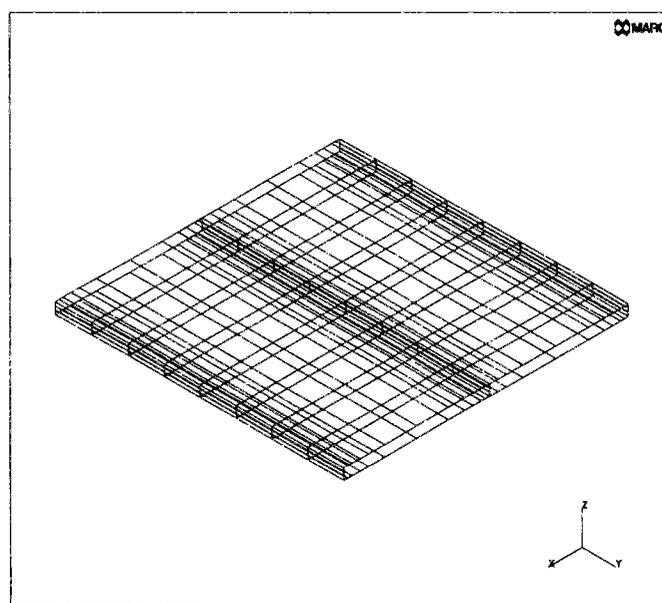


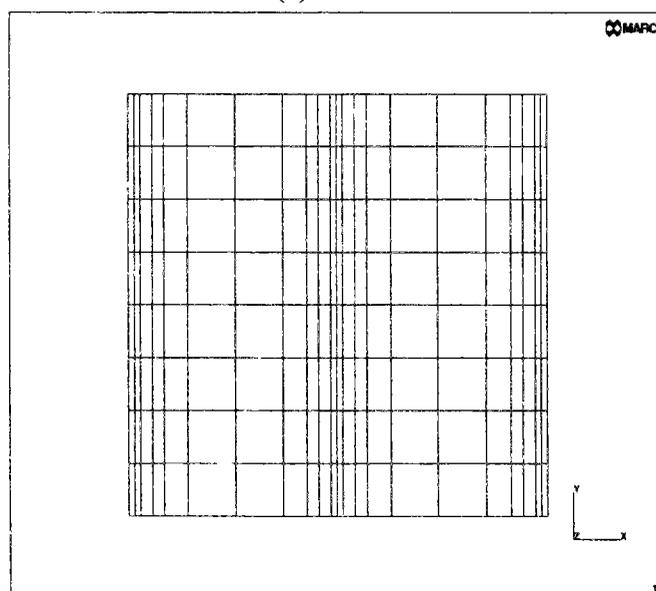
Figure V.1 : Essai de flexion sur la cloison "72/48-a"
(dimensions en mm)

L'acquisition des résultats est effectuée en continu et concerne la charge P appliquée, les flèches f_1 et f_2 respectivement au milieu et au quart de la cloison.

On modélise seulement la moitié de la structure pour des considérations de symétrie. Les lois de comportement des différents matériaux, les lois de comportement des interfaces "plaques-montants" et des fixations sont celles déduites expérimentalement dans le chapitre III et intégrés au code "MARC" à l'aide des deux modèles "GENSTR" et "USPRINGS". Les figures V.2-a et V.2-b représentent respectivement une vue perspective et une vue de dessus du maillage utilisé dans la première série de simulations.



(a)



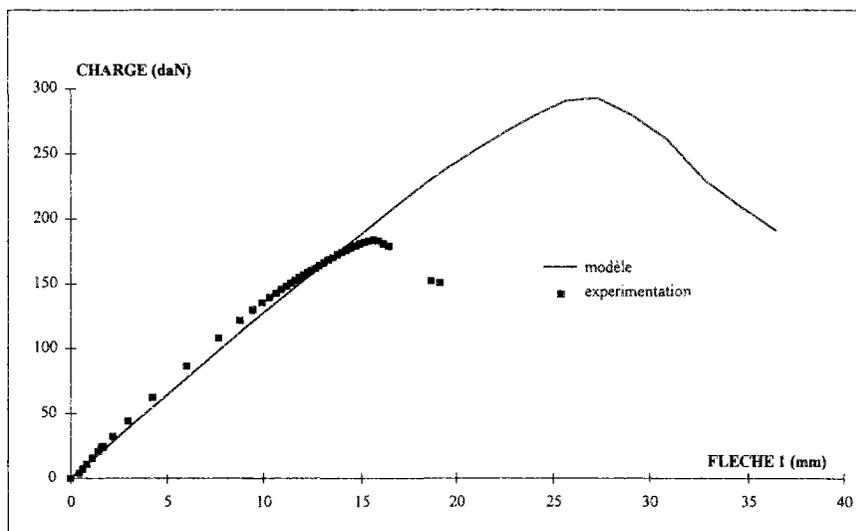
(b)

Figure V.2 : Maillage initial de la cloison

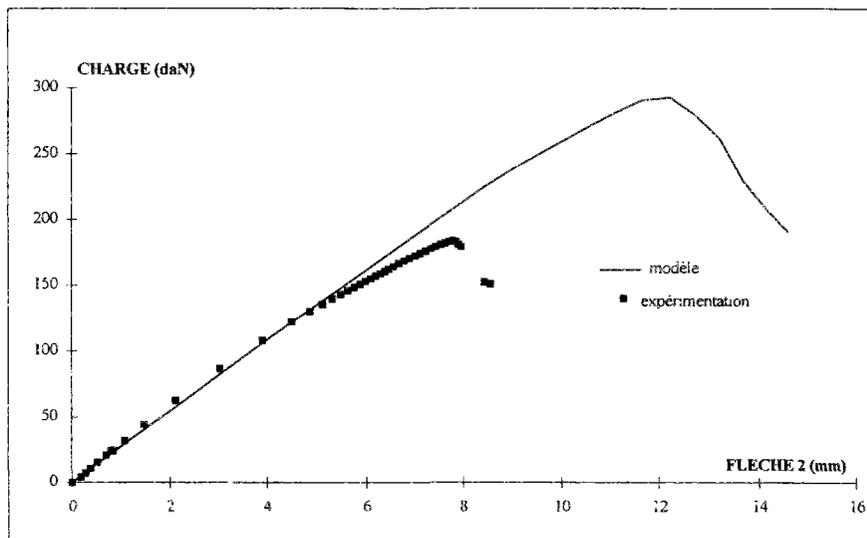
V.2.1. Résultats comparatifs

Les résultats expérimentaux montrent un comportement global non-linéaire de la structure, traduit par la relation "charge-flèche" à mi-portée de la poutre. On retrouve ce comportement non-linéaire par les calculs avec le modèle.

Les figure.V.3-a et V.3-b représentent les relations "charge-flèche" expérimentaux et numériques au milieu et au quart de la cloison, respectivement la charge en fonction de la flèche 1 et de la flèche 2.



(a)



(b)

Figure V.3 : Comparaison expérimentation-modèle (maillage initial)

Au vu de ces comparaisons, on note une bonne concordance entre les résultats expérimentaux et les résultats de calcul seulement pour la partie correspondant au domaine linéaire du comportement. Quant à la partie en dehors du domaine linéaire et principalement la prévision de la capacité portante (résistance), la comparaison est loin d'être satisfaisante.

La détermination des charge limites et par conséquent le dimensionnement pour ce genre de structure est très influencé par le phénomène de localisation des contraintes. Comme la méthode des éléments finis ne fournit qu'une approximation de la solution exacte pour un problème posé mathématiquement, la précision de cette approximation est liée à la finesse du maillage. Dans ce cas une étude d'objectivité vis à vis du maillage est nécessaire.

On effectue une étude comparative entre les résultats du modèle utilisant deux densités de maillage différentes et les résultats du modèle utilisant une procédure de maillage adaptatif. Cette procédure de maillage adaptatif est disponible dans le code de calcul "MARC". Elle utilise le critère de Zienkiewicz-Zhu [ZIE.87].

On donne auparavant une étude bibliographique sur la procédure du maillage adaptatif, axée principalement sur le critère Zienkiewicz-Zhu utilisé.

V.3. MAILLAGE ADAPTATIF

Pour assurer une bonne approximation, surtout dans les zones de fortes variations des solutions, il faut des éléments de taille petite ou que les polynômes utilisés soient d'ordre élevés.

Des travaux récents ont ouvert des perspectives pour construire des maillages assurant un pourcentage donné d'erreur et qui sont basés sur deux aspects importants :

- estimation a posteriori de l'erreur
- la manière de raffiner pour une précision donnée.

Les deux méthodes les plus utilisées actuellement sont :

- la méthode "**h**" : on raffine le maillage au niveau des éléments où la tolérance de l'erreur est dépassée (en introduisant des éléments de même type mais de taille plus petite)
- la méthode "**p**" : on augmente l'ordre des fonctions polynomiales en introduisant de nouveaux noeuds dans les éléments où le critère n'est pas vérifié.

Une combinaison de ces deux méthodes est possible. Aux deux méthodes précédentes, on peut ajouter une troisième technique [TIE.93], qui consiste à déplacer les noeuds des

éléments pour vérifier le critère d'adaptation (redistribution de la densité de maillage). Cette méthode est connue sous le nom de la méthode "r".

Dans la suite, on va s'intéresser à la méthode de raffinement "h", qui est utilisée dans notre étude.

V.3.1. La méthode de raffinement "h" : critère de Zienkiewicz-Zhu

La méthode "h" consiste à subdiviser les éléments ayant une erreur supérieure à une certaine tolérance en quatre sous éléments (fig.V.4).

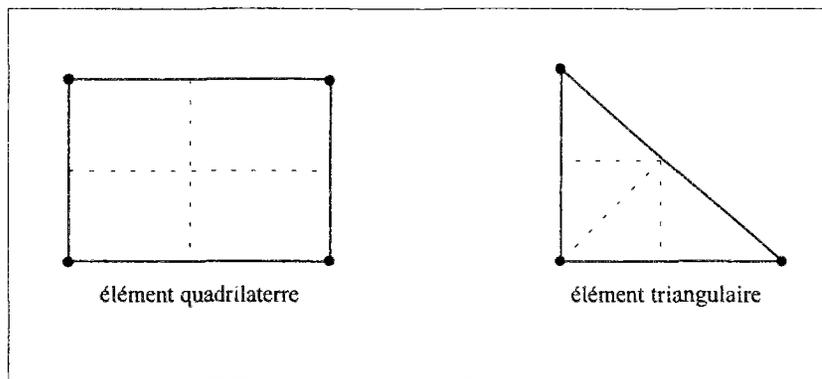


Figure V.4 : Subdivision des éléments lors du raffinement

Cette procédure nécessite de déterminer auparavant l'estimation a posteriori de l'erreur.

L'erreur entre la solution exacte et la solution approchée est :

$$\begin{aligned} e_u &= u - \hat{u} && \text{en termes de déplacements} \\ \text{et } \sigma_u &= \sigma - \hat{\sigma} && \text{en termes de contraintes} \end{aligned}$$

avec :

$$\begin{aligned} u \text{ et } \sigma &: \text{ solutions exactes} \\ \hat{u} \text{ et } \hat{\sigma} &: \text{ solutions approchées} \end{aligned}$$

Le calcul de l'erreur présenté sous cette forme n'est pas pratique et on introduit souvent, pour mesurer l'erreur, des normes représentant des quantités scalaires intégrales. Par exemple la norme dite L_2 de l'erreur de déplacement ou de la contraintes peut s'écrire :

$$\|e_u\|_{L_2}^2 = \int_{\Omega} (u - \hat{u})^T (u - \hat{u}) d\Omega$$

$$\|e_\sigma\|_{L_2}^2 = \int_{\Omega} (\sigma - \hat{\sigma})^T (\sigma - \hat{\sigma}) d\Omega$$

Dans ce qui précède, on utilise la notion de valeurs des déplacements ou des contraintes exactes, seulement ces valeurs exactes ne sont pas connues, ce qui revient à les remplacer par d'autres valeurs.

Les approximations de calcul des déplacements \hat{u} sont de continuité C^0 , ce qui implique que les contraintes $\hat{\sigma}$, obtenues à partir des déplacements, sont discontinues. L'estimation d'erreur à posteriori de Zienkiewicz-Zhu est basée sur le fait qu'il existe certains opérateurs de lissage, qui permettent d'avoir des contraintes σ^* , à partir des contraintes $\hat{\sigma}$, plus précises et qui sont utilisés dans le calcul de l'erreur.

Si σ^* est un champ de continuité C^0 , interpolé par les mêmes fonctions de forme que celles utilisées pour représenter le champ \hat{u} , soit :

$$\hat{u} = N \bar{u} \quad \hat{\sigma} = N \bar{\sigma}^*$$

L'équation approchée est obtenue par une égalité de résidus pondérés entre σ^* et $\hat{\sigma}$, c'est à dire :

$$\int_{\Omega} N^T (\sigma^* - \hat{\sigma}) d\Omega$$

Ce qui donne :

$$\bar{\sigma}^* = A^{-1} \left(\int_{\Omega} N^T \hat{\sigma} d\Omega \right)$$

avec :

$$\hat{\sigma} = D B \bar{u} \quad \text{et} \quad A = \int_{\Omega} N^T N d\Omega$$

L'estimation de l'erreur sur les contraintes peut être estimée avec une bonne approximation par : $e_\sigma = \sigma^* - \hat{\sigma}$

Comme les valeurs des normes peuvent être différentes d'une structure à l'autre, certains auteurs recommandent de l'utiliser sous forme adimensionnelle.

L'idée la plus simple est de se caler sur la valeur moyenne de la norme prise sur la structure. Quand les variations de $\|e_\sigma\|$ sont importantes, la moyenne de la norme prise sur toute la structure n'a plus beaucoup de signification, la valeur moyenne de l'énergie totale de déformation est alors plus adaptée, ou une combinaison des valeurs moyennes.

Pour raffiner le maillage, on définit un critère global de précision et un seuil local de l'erreur :

- sur le maillage final, l'erreur totale permise est fixée par : $\bar{\eta}^2 (\|\hat{u}\|^2 + \|e\|^2)$

soit le critère global suivant : $\frac{\|e\|^2}{\|\hat{u}\|^2 + \|e\|^2} \leq \bar{\eta}^2$

avec :

$\bar{\eta}$: précision globale souhaitée (généralement , on adopte 5%)

\hat{u} : la solution approchée sur le maillage finale

e : estimation globale d ' erreur

Si ce critère est vérifié, on ne génère plus un autre niveau de maillage.

- En plus, l'erreur dans chaque élément "i" doit satisfaire l'inéquation suivante :

$$\|e\|_i^2 \leq \bar{\eta}^2 \frac{\|\hat{u}\|^2 + \|e\|^2}{m} = \bar{e}_m^2 \quad \text{où } m \text{ est le nombre des éléments considérés.}$$

La technique de raffinement consiste à subdiviser tous les éléments dans lesquels $\|e\|_i$ est supérieure à la limite \bar{e}_m et de leur faire hériter tout ce qui a été calculé dans l'élément subdivisé.

Ce processus de recherche de la discrétisation spatiale (maillage adaptatif) dont la figure V.6 donne l'organigramme est, bien entendu, mise en oeuvre à chaque calcul donc en particulier à chaque étape de tout processus incrémental.

Par conséquent, une courbe effort-déplacement réponse d'une structure est en fait un ensemble de points représentant des résultats obtenus avec des maillages différents avec un nombre d'éléments finis fonction non décroissante du temps (l'algorithme ne permet pas de "déaffiner").

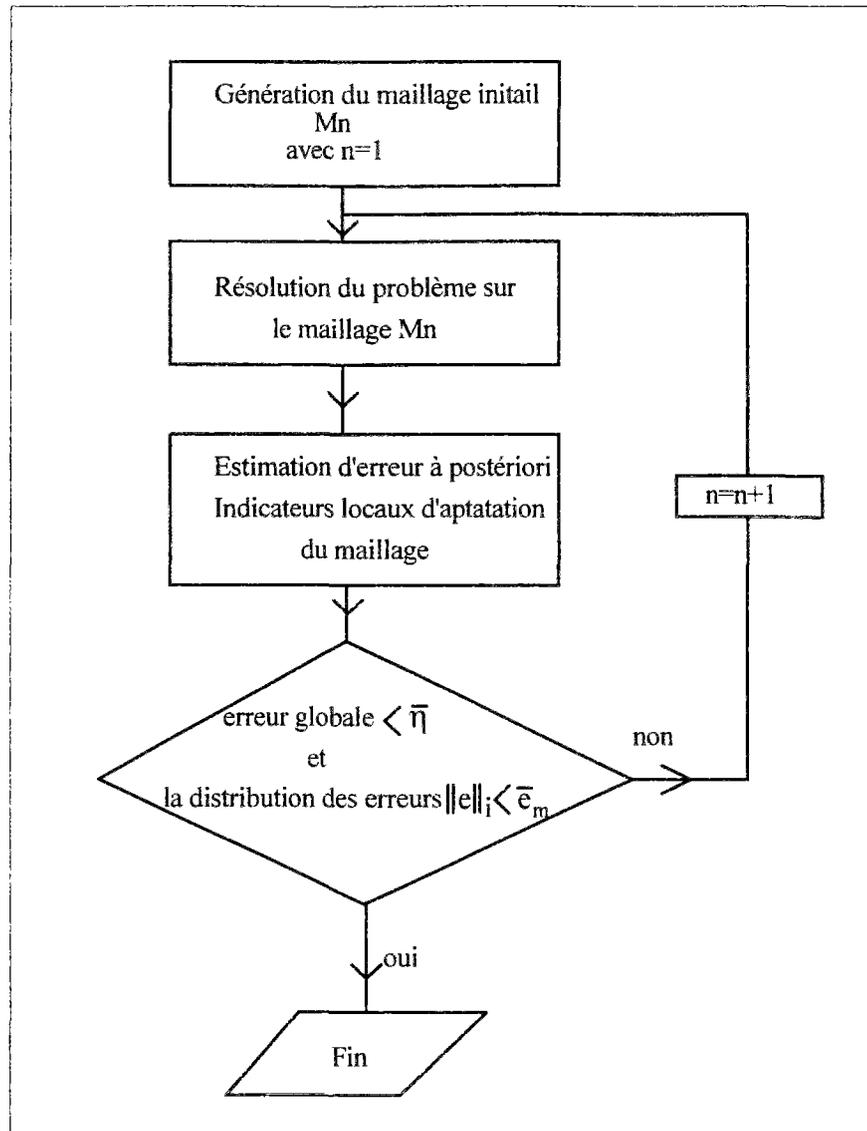


Figure V.5 : Organigramme d'adaptation du maillage [TIE.93]

V.4. COMPARAISON DES RESULTATS EXPERIMENTAUX ET CALCULES (cloison 72/48-a)

Une étude de sensibilité au maillage est réalisée en effectuant des calculs, en plus du maillage initial, avec un maillage raffiné au niveau d'application de la charge et un autre avec une procédure de maillage adaptatif.

La figure V.6 représente le second maillage, tandis que la figure V.7 concerne le maillage adaptatif au premier niveau de raffinement.

L'ensemble des calculs, aussi bien dans ce paragraphe que dans les autres paragraphes suivants, sont effectués avec la procédure adaptative du maillage.

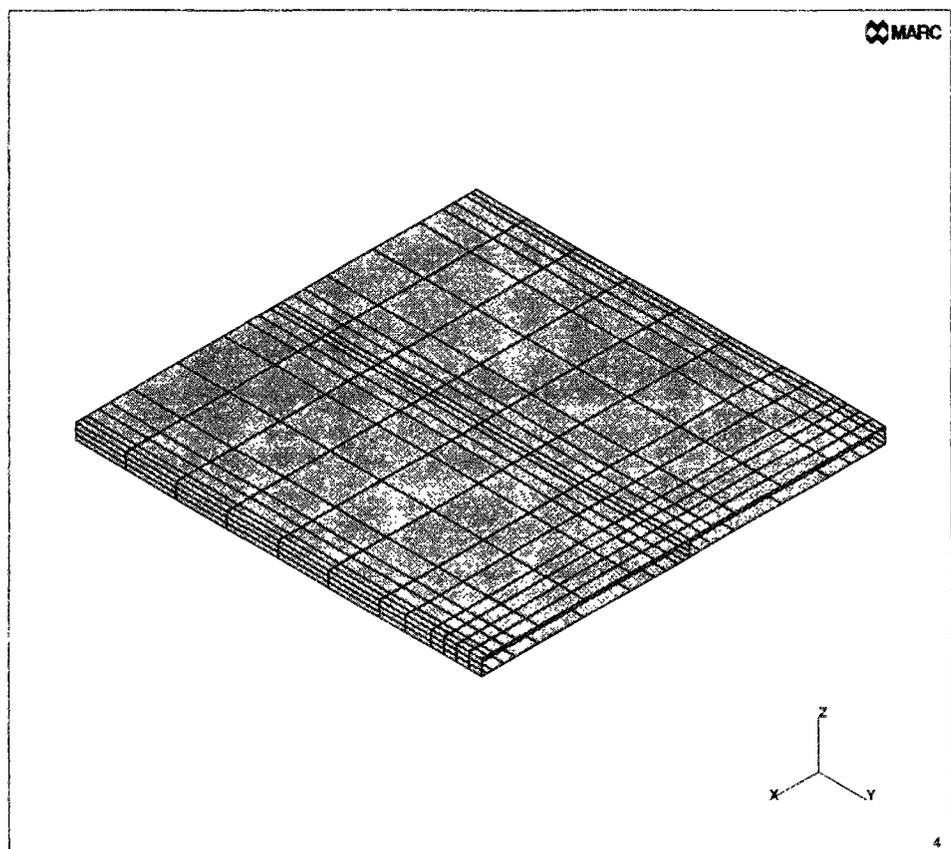


Figure V.6 : Maillage 2 de cloison

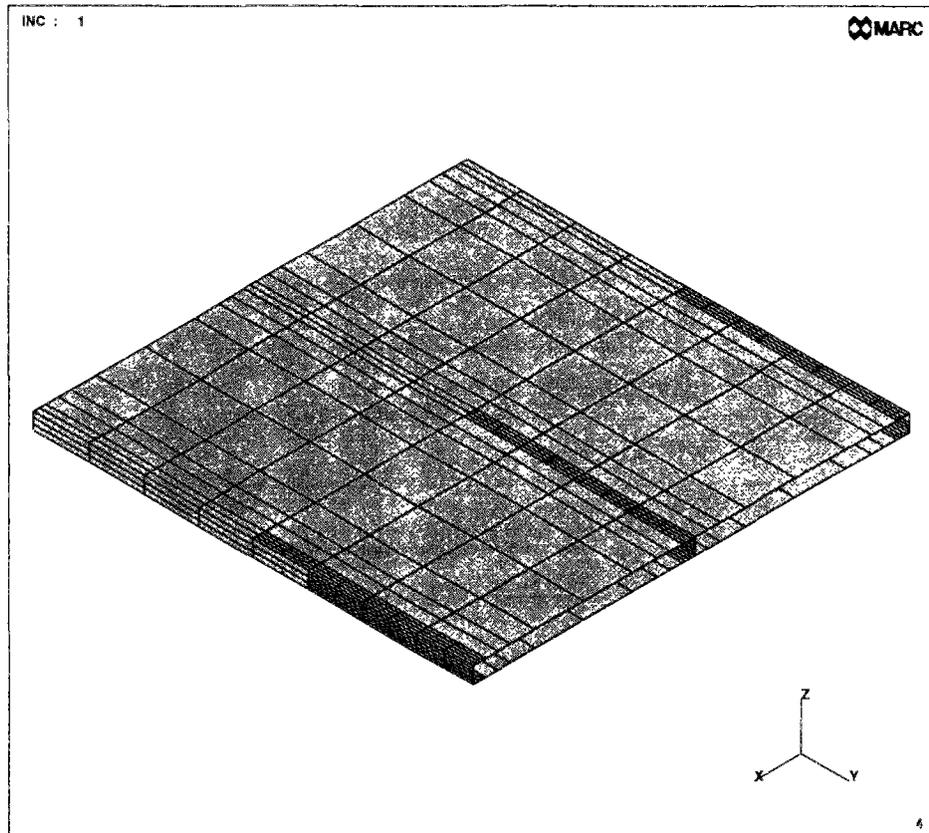
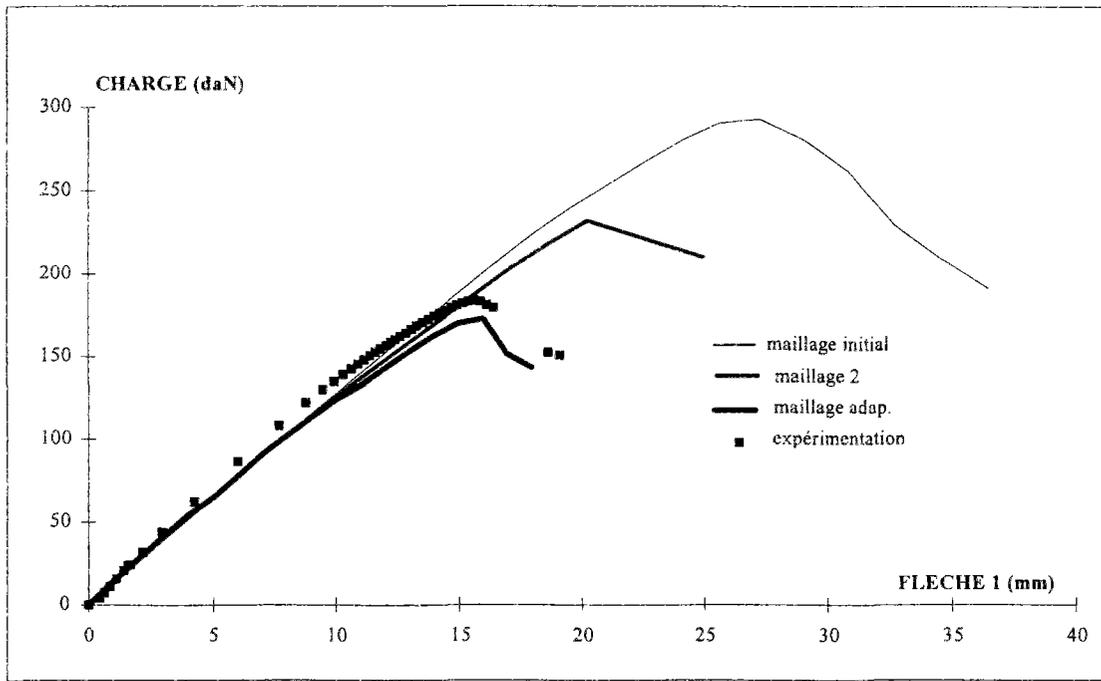


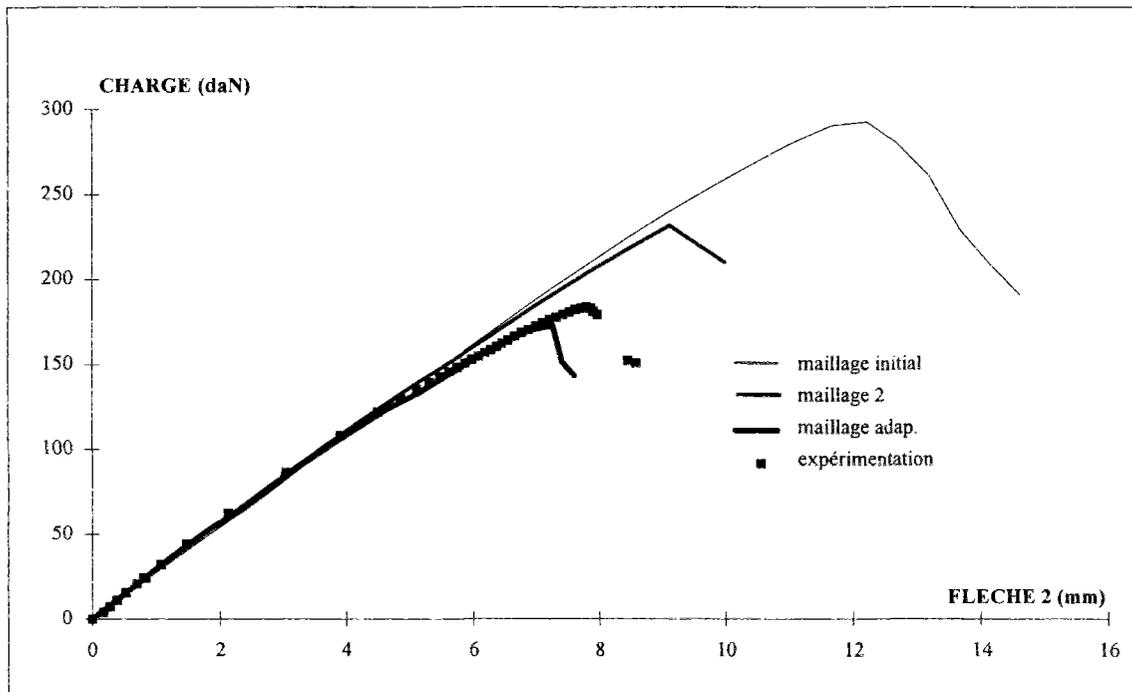
Figure V.7 : maillage adaptatif (raffinement au niveau. 1)

La figures V.8-a et V.8-b représentent les relations "charge-flèche" données par les trois types de maillages et comparées avec les résultats expérimentaux. On peut remarquer l'influence du maillage sur le résultat obtenu, surtout en ce qui concerne la phase post élastique et la limite de résistance de la structure.

La comparaison des résultats calculés avec les résultats expérimentaux reflètent une bonne concordance, où la différence est inférieure à 8% aussi bien en ce qui concerne la rigidité globale que la résistance de la cloison.



(a)



(b)

Figure V.8 : Comparaison expérimentation-modèle (sensibilité au maillage)

V.4.1. Modes de rupture

On remarque sur les figures V.8-a et V.8-b le gain progressif de résistance et en même temps la perte progressive de la rigidité globale, qui est causée par la plastification du montant et la formation de fissures dans la plaque et leur propagation.

Les figures V.9 , V.10 et V.11 montrent les zones les plus sollicitées des plaques et du montant.

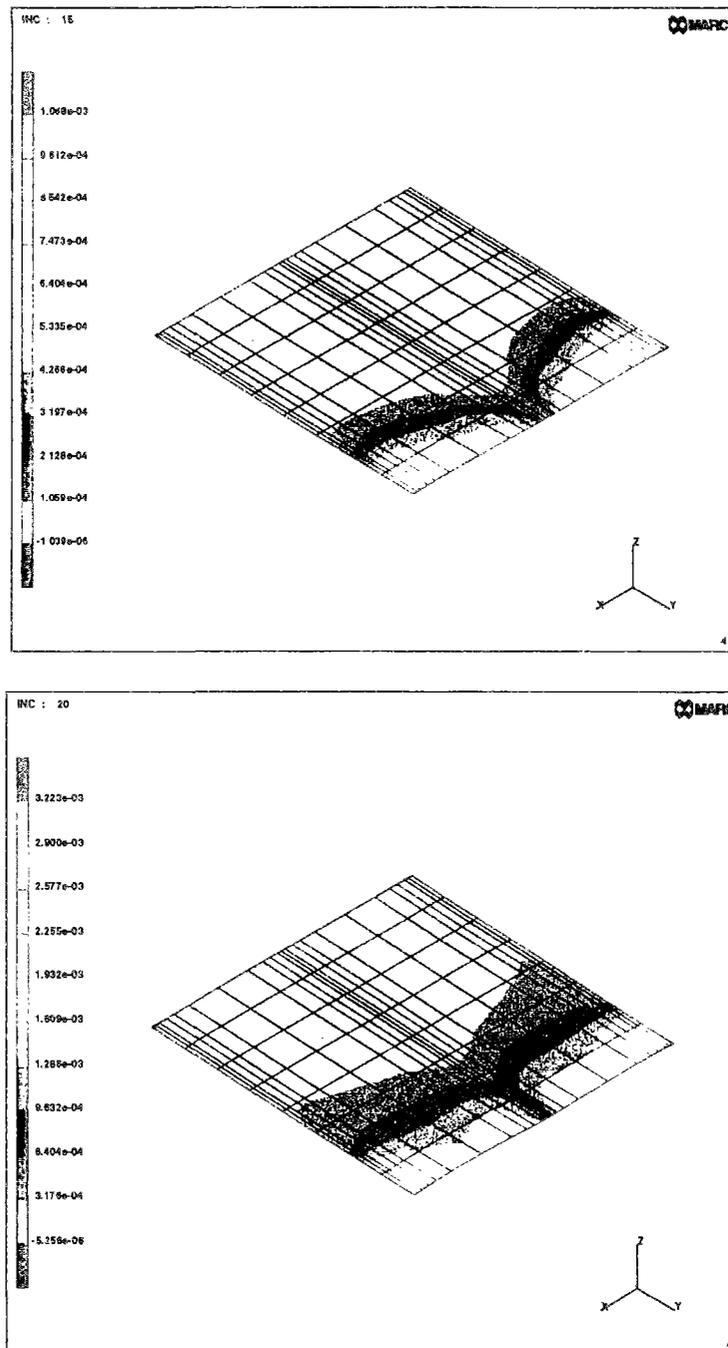


Figure V.9 : Progression des déformations plastiques dans la plaque inférieure

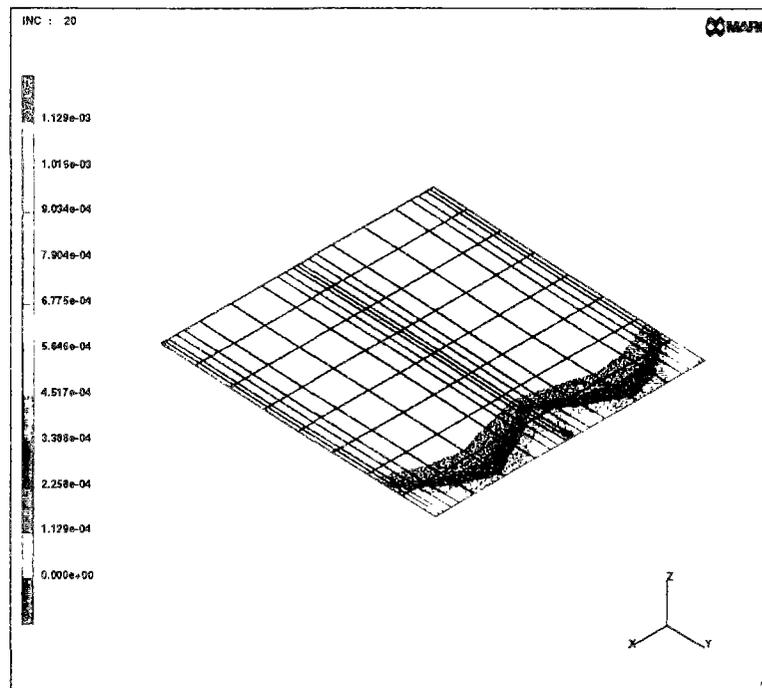
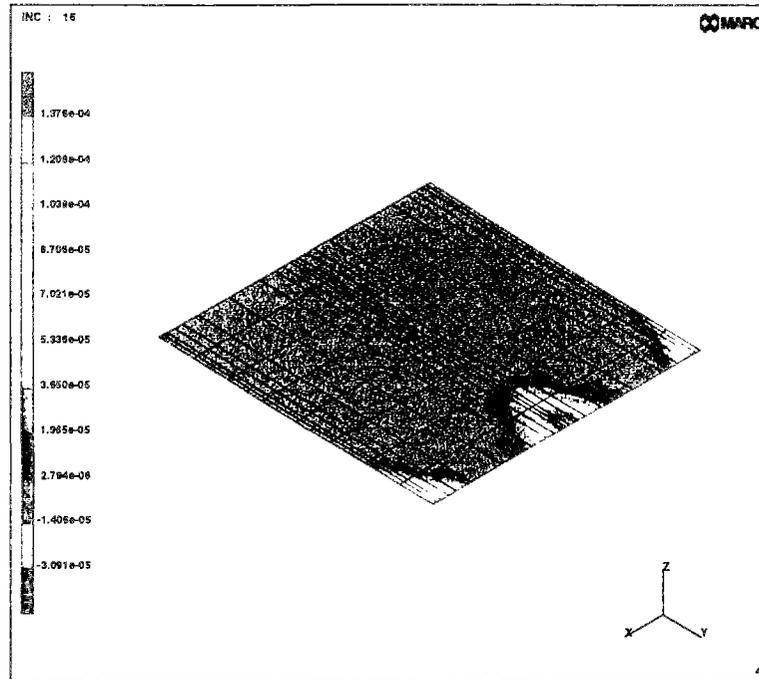


Figure V.10 : Déformations plastiques dans la plaque supérieure

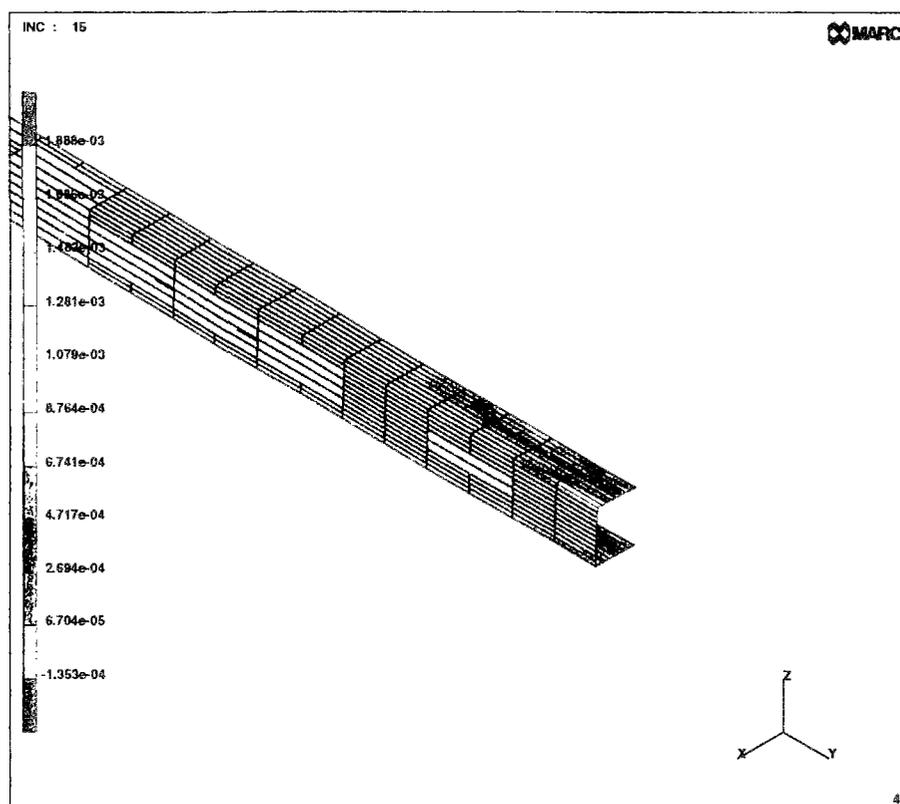


Figure V.11 : Zones de localisation de la plastification des montants

Le mode de rupture constaté expérimentalement correspond à une plastification des montants, suivi d'une instabilité de l'ensemble de la cloison avec la rupture des plaques. Ce mode de rupture est reproduit par le calcul, où on observe sur la photo V.1 et la figure V.12 la similitude des modes de rupture donnés par l'expérimentation et par le modèle.

Ce phénomène de localisation de contraintes (fig.V.11) est caractérisé par une forte concentration de déformations dans des bandes très étroites et simultanément peu d'augmentation de déformations pour le reste de la structure.

Le phénomène de concentration de contraintes est donc très important pour l'analyse correcte des charges limites et par conséquent pour le dimensionnement des structures.

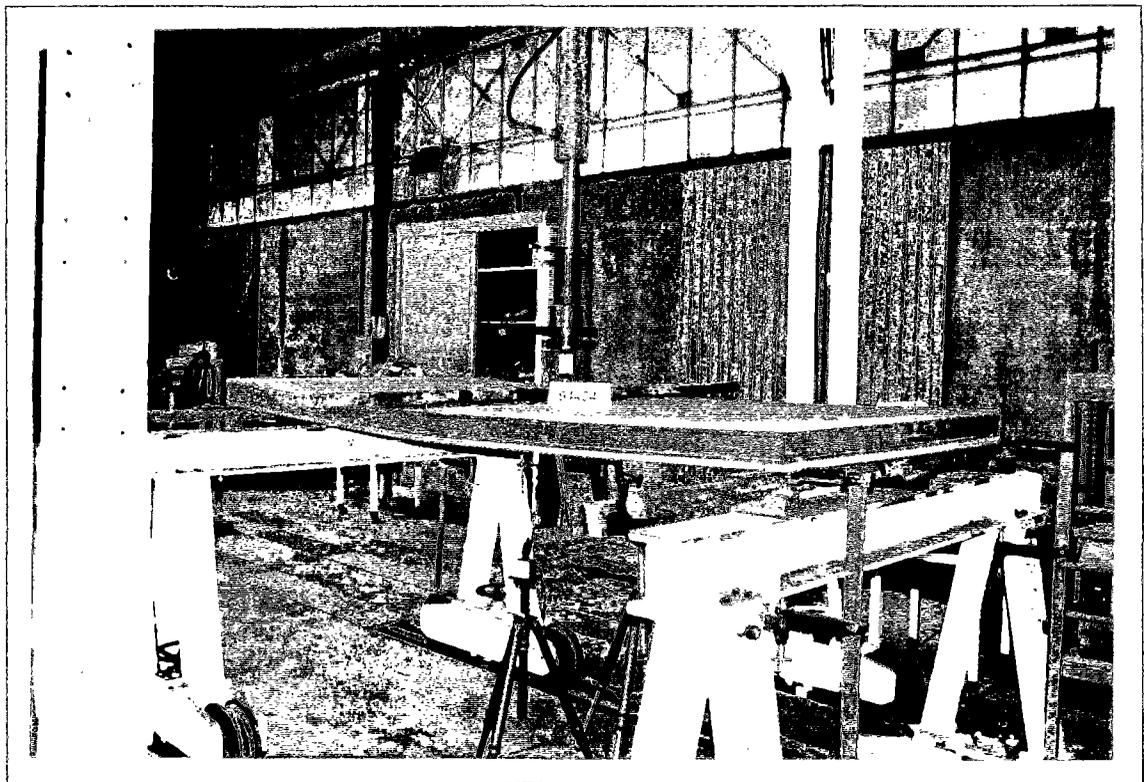


Photo V.1 : modes de rupture de la cloison : expérimentation

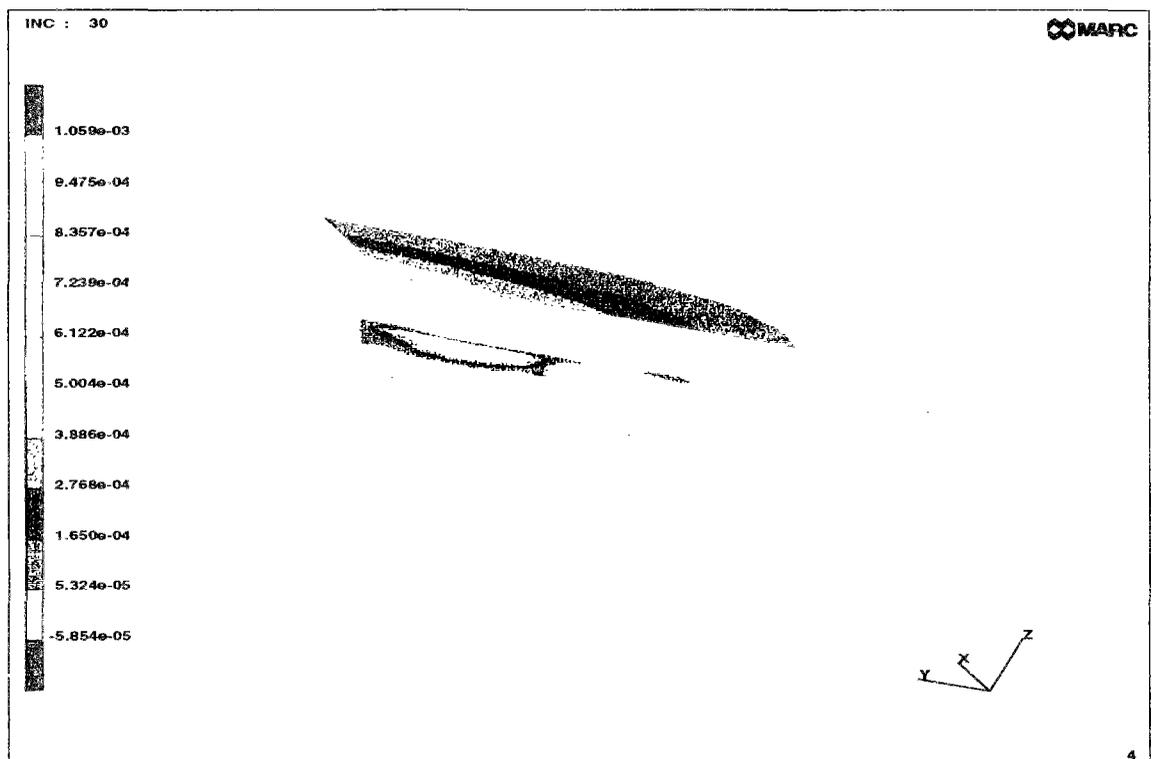


Figure V.12 : modes de rupture de la cloison : modèle

V.4.2. Comportement des assemblages

Les points d'assemblage les plus sollicités se situent aux niveaux des appuis, où le déplacement entre plaques et montants est maximal.

La figure V.13 représente la variation des déplacements maximaux au niveau des fixations inférieures et supérieures au cours du chargement.

On peut remarquer que jusqu'à la rupture de la structure, les assemblages ne sont sollicités que faiblement ($d_{max}=0.6 \text{ mm} < d_r=7 \text{ mm}$).

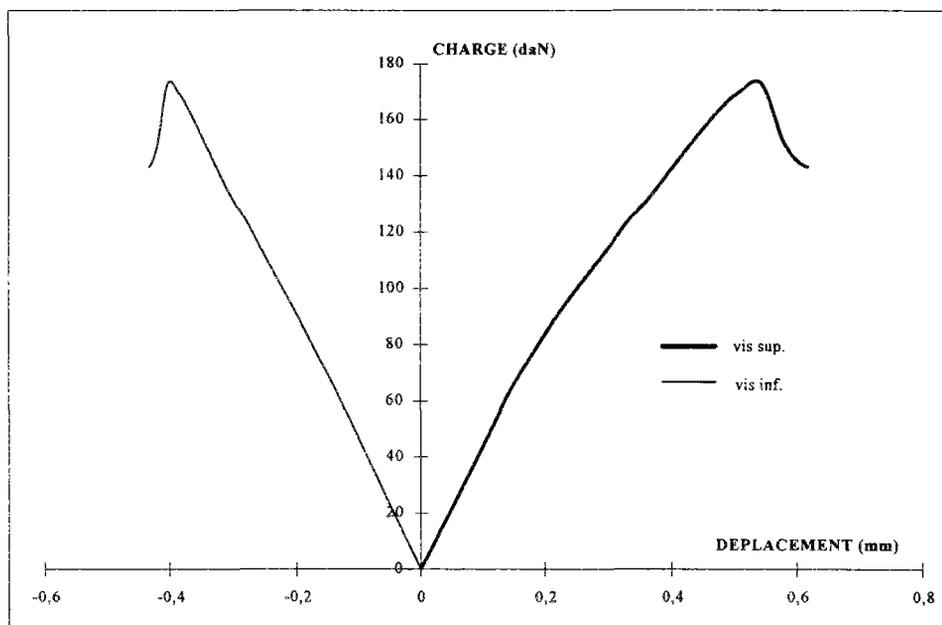


Figure V.13 : Déplacements maximaux au niveau des assemblages inférieurs et supérieurs

Les résultats du modèle concordent bien avec les observations expérimentales, où aucune fixation n'a fait l'objet d'une rupture.

Malgré que les fixations n'ont pas subi de détériorations notables, des études de sensibilité plus larges (rigidité, adhérence, résistance à l'arrachement) sont nécessaires pour une meilleure conception des vis et ceci en regardant leur influence sur le comportement aussi bien local que global de la cloison.

V.5. CLOISON "72/48-b"

La cloison "72/48-b" est identique à la cloison précédemment testée. Elle est sollicitée en flexion quatre points avec des charges réparties (150x150 mm) comme indiquée sur la figure V.14.

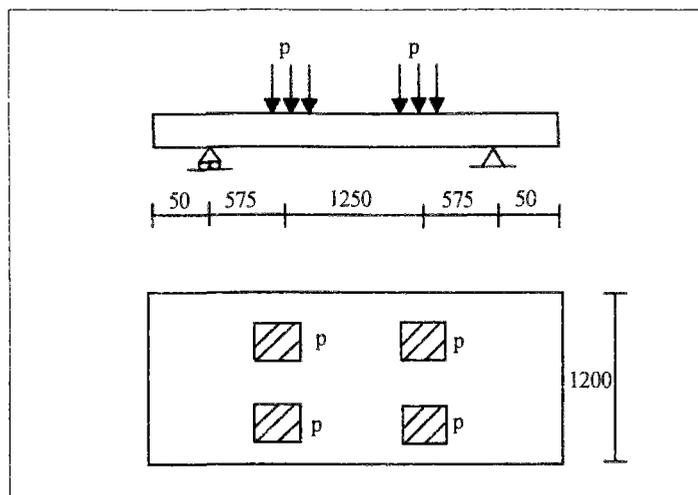


Figure V.14 : Essai de flexion sur cloison "72/48-b"

Les données géométriques, mécaniques ainsi que les conditions aux limites sont identiques. La figure V.15 montre la comparaison des résultats de calcul et les résultats expérimentaux, où on constate une bonne concordance.

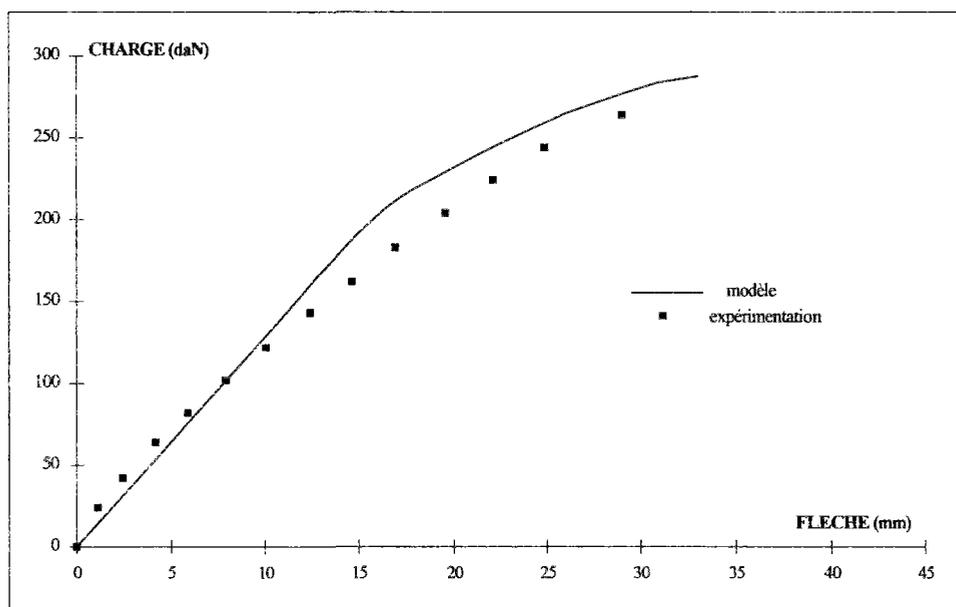


Figure V.15 : Comparaison modélisation-expérimentation (cloison 72/28-a) (dimensions en mm)

Le mode de rupture observé expérimentalement est identique à celui donné par le calcul, où on constate, après apparition des fissures dans la plaque supérieure au niveau des vis du montant intermédiaire, au droit des charges (fig.V.16) et leur propagation (fig.V.17), la plastification des montants suivie de la rupture de la cloison.

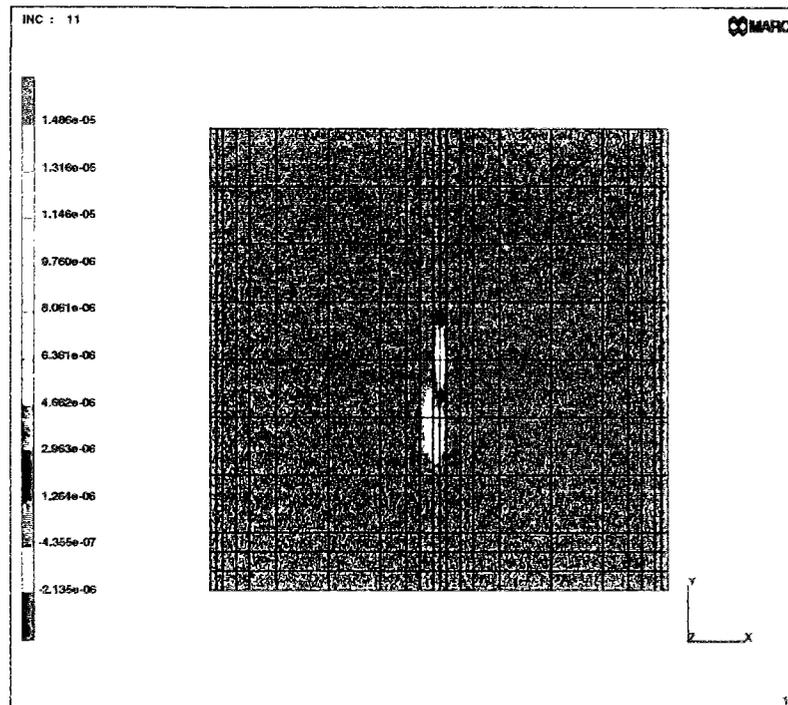


Figure V.16 : Début de fissuration de la plaque supérieure

Les figures V.16 et V.17 représentent seulement la moitié de la plaque (symétrie). Les vis constituent des points faibles favorisant l'amorce des fissures lors d'un chargement entre montants (cas de ce calcul).

La propagation des ces premières fissures se fait de part et d'autre des vis au droit du chargement. A un stade plus avancé du chargement, d'autres fissures apparaissent au niveau des vis extrêmes mais situées toujours au niveau du montant intermédiaire.

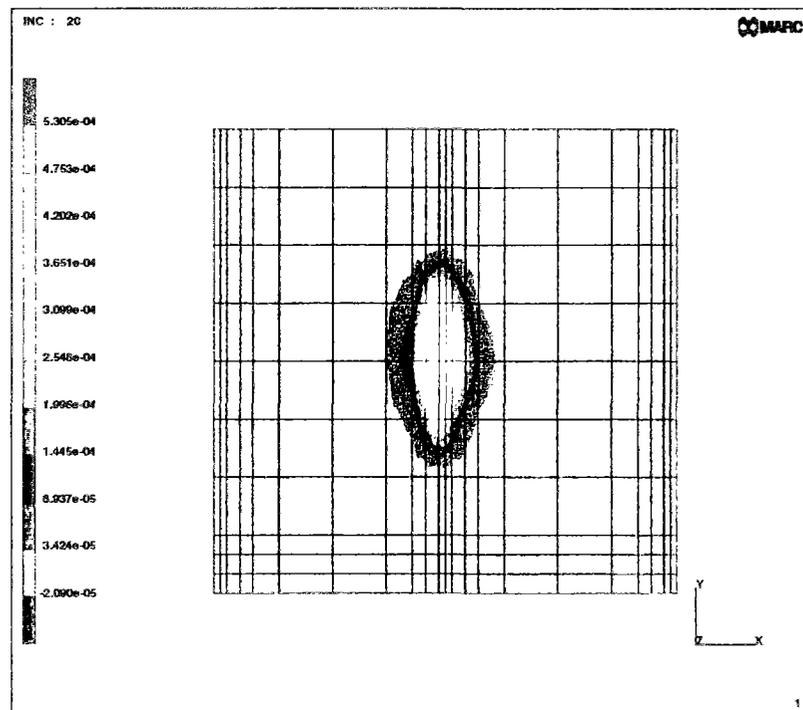
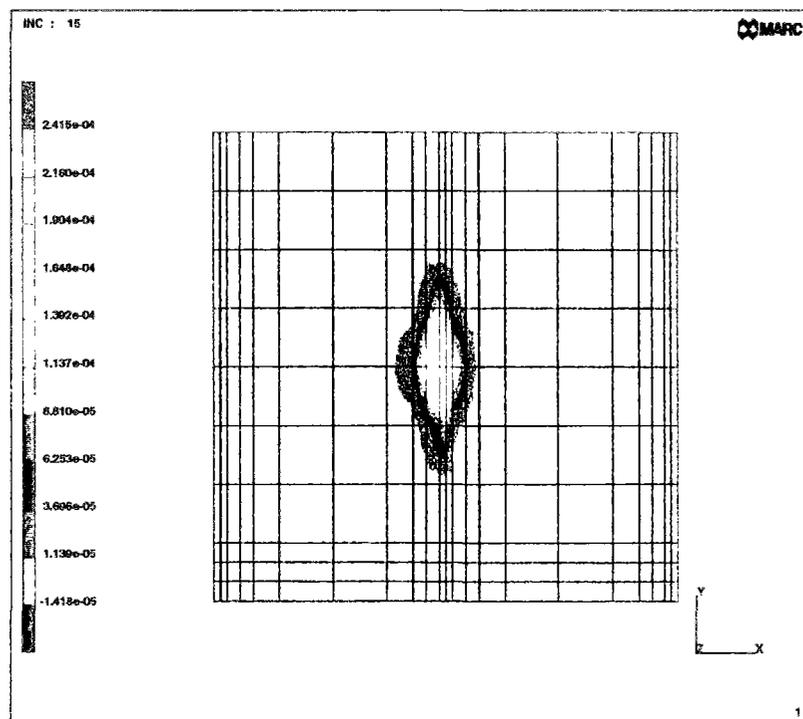


Figure V.16 : Progression des zones de fissuration de la plaque supérieure

V.6. CLOISON "96/70-a"

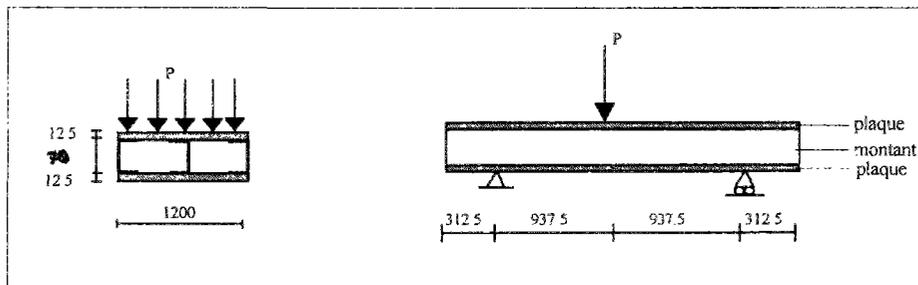


Figure V.18 : Essai de flexion sur la cloison "96/70-a"
(dimensions en mm)

Cette cloison est constituée identiquement comme les précédentes, sauf que la hauteur des montants est égale à 70mm. Les données géométriques, mécaniques et les conditions aux limites sont identiques. Elle est sollicitée en flexion trois points, comme pour la cloison "72/48-a".

La figure V.19 représente les résultats du calcul comparés à l'expérimentation où on constate une bonne concordance de la rigidité globale. La résistance calculée de la cloison est un peu surestimée. Elle est supérieure de 20% à la résistance donnée par les essais.

Cela est dû probablement à une différence des caractéristiques des montants métalliques, qui ne font pas partie du même lot (une autre marque de montants) qui a servi à la caractérisation. Un autre paramètre qui peut expliquer cette différence est le flambement de ces montants "70" qui sont plus élancés que les montants "48". Ce phénomène n'est pas intégré au modèle de calcul. Cette différence reste assez acceptable en prenant en compte l'influence des paramètres cités précédemment.

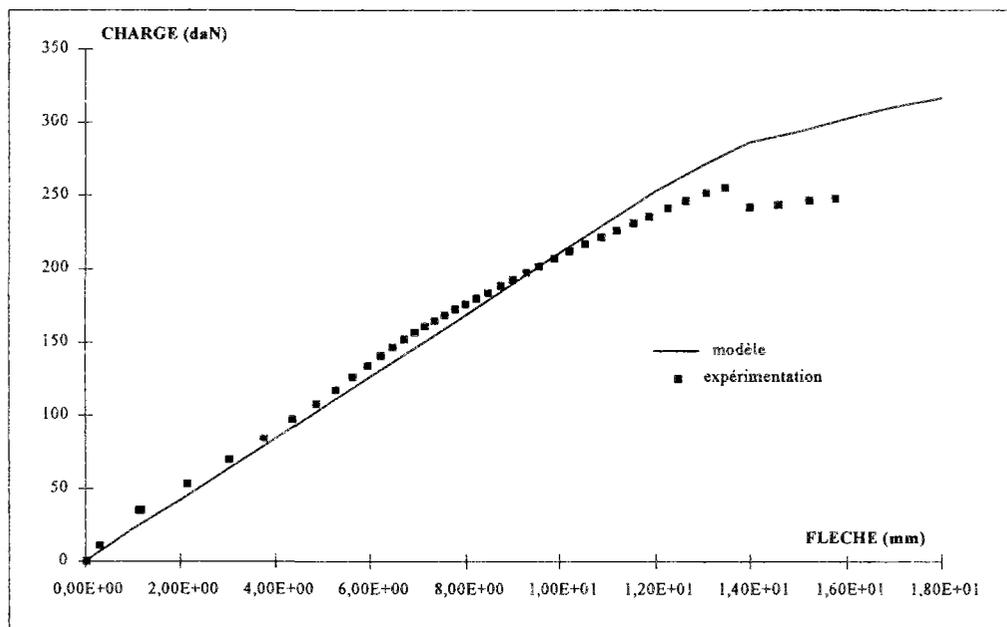


Figure V.19 : Comparaison modélisation-expérimentation (cloison 96/70-a)

V.6.1. Influence des rigidités des assemblages

Le comportement des assemblages vissés constituent un paramètre influant dans le comportement global et local de la cloison. On explore dans cette partie l'impact de la variation de la rigidité des assemblages .

Cette étude de sensibilité concerne la variation de la rigidité à la traction des vis (en conservant le même comportement au cisaillement). Dans la réalité les comportements dans les deux directions, tangentielle et normale, sont dépendants. Les résultats de calcul montrant l'influence du comportement à la traction des vis sur la déformabilité globale et sur la résistance de la cloison sont représentés sur la figure V.20 suivante :

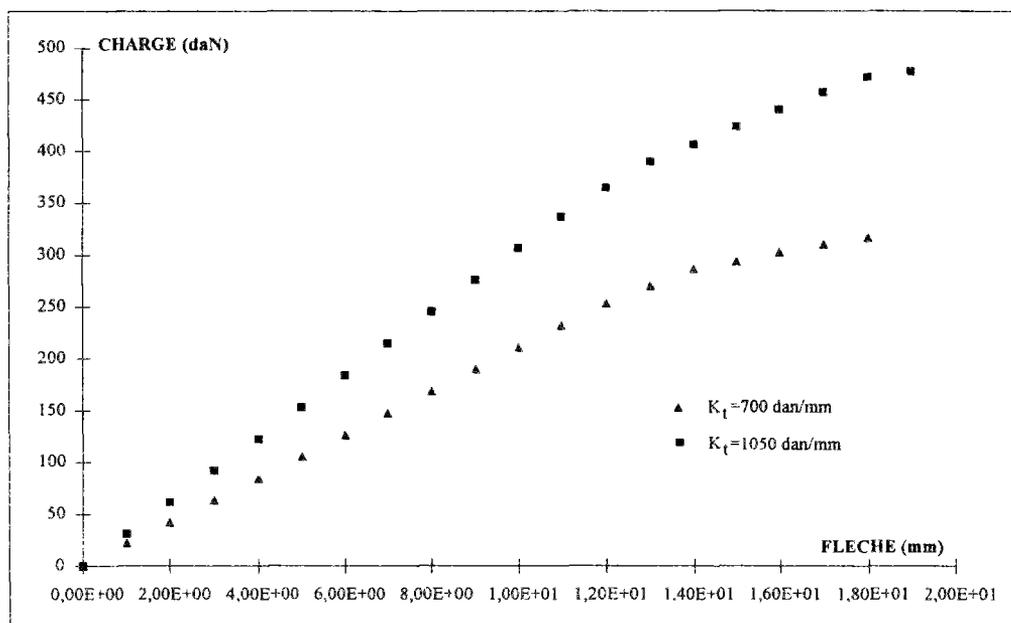


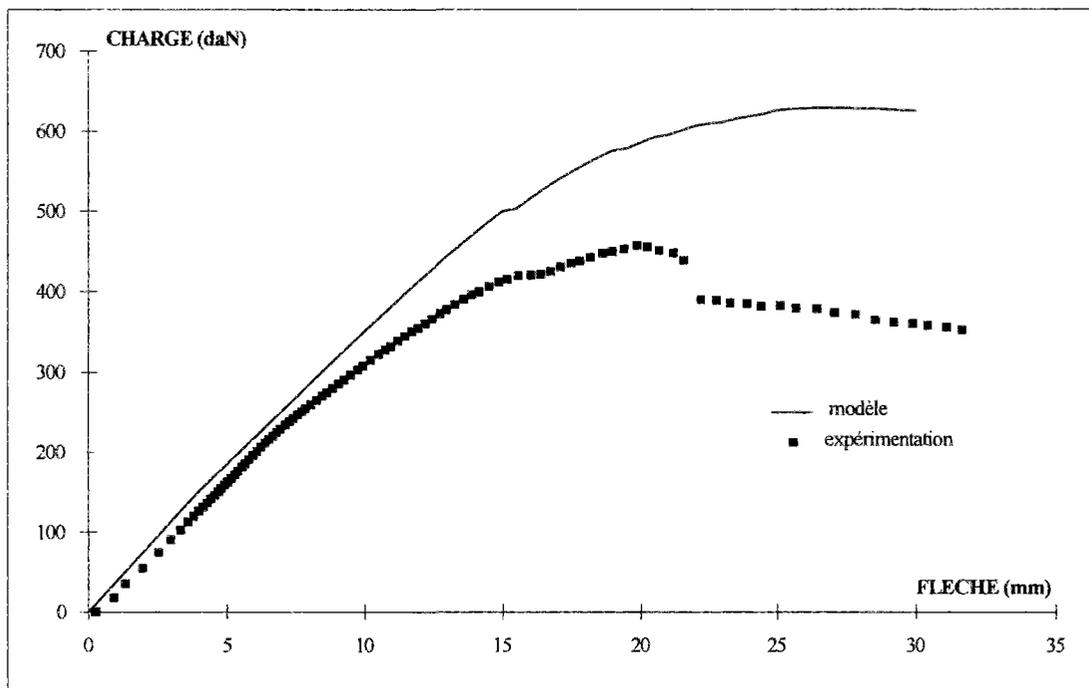
Figure V.20 : Influence de la rigidité à la traction des vis

Une variation de la rigidité de 50% se manifeste par une augmentation de la rigidité globale de la structure de plus de 50% et un accroissement de 40% de la résistance limite.

On remarque ainsi l'influence du comportement des fixations, la nécessité d'une étude d'optimisation du type des vis est justifiée.

V.7. CLOISON "96/70-b"

Cette cloison diffère de la précédente par le mode d'assemblage entre les plaques de plâtre et les montants métalliques. Au lieu d'un assemblage par vissage, comme pour les précédentes cloisons, on procède à un assemblage par collage sur toute la surface des interfaces "plaques-montants". La figure V.20 représente la comparaison des courbes charge et flèche à mi-portée de la cloison.



La figure V.21 : Comparaison expérimentation-modélisation
(cloison 96/70-b)

On a fait comme hypothèse, pour simuler le collage, d'une adhérence parfaite entre les plaques et le montants et sans endommagement de cet interface, ce qui revient à une surestimation de la rigidité et de la résistance de la cloison.

La conséquence de cette hypothèse est bien reflétée par la comparaison des résultats expérimentaux aux résultats de calcul, où la différence est d'environ 30 %. La prise en compte d'un critère d'endommagement pour ce genre d'interface collé est nécessaire pour refléter la réalité des essais.

V.7.1. Influence du mode d'assemblage

L'influence du mode de fixation "plaques-montants", aussi bien sur la rigidité globale que sur la résistance est bien illustrée par la comparaison des résultats expérimentaux des deux cas (fig.V.22). La rigidité globale (domaine élastique) et la résistance sont supérieures respectivement de 54% et 77% dans le cas d'assemblage par collage.

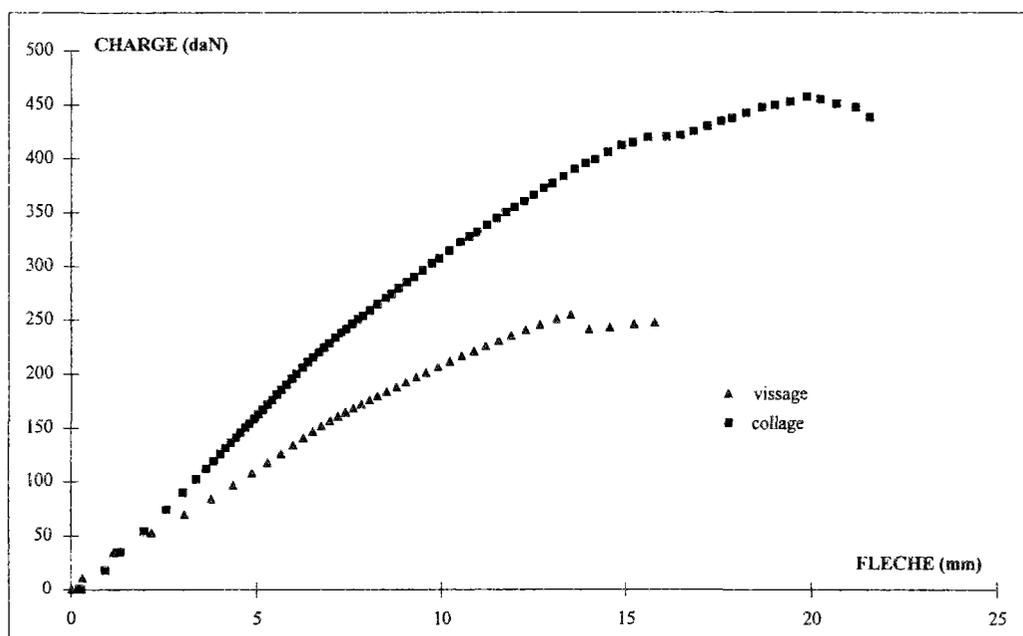


Figure V.22 : Influence du mode d'assemblage "plaques-montants"

V.8. POUTRE CLOISON "72/48"

Ces essais ont été mentionnés dans le chapitre III. La géométrie des poutres est indiquée par la figure V.23. On sollicite le corps d'épreuve en flexion trois points, le chargement est appliquée à l'aide d'un vérin commandé par une pompe électrique.

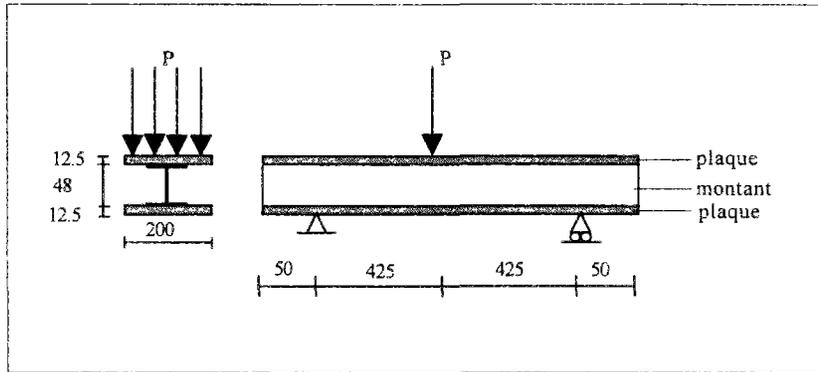


Figure V.23 : Essai de flexion sur la poutre de cloison
(dimensions en mm)

L'acquisition des résultats est effectuée en continu et concerne la charge P appliquée, la flèche au milieu de la poutre et les déformations sur l'aile supérieure du montant au droit d'application de la charge. On modélise seulement le quart de la structure pour des considérations de symétrie (fig.V.24).

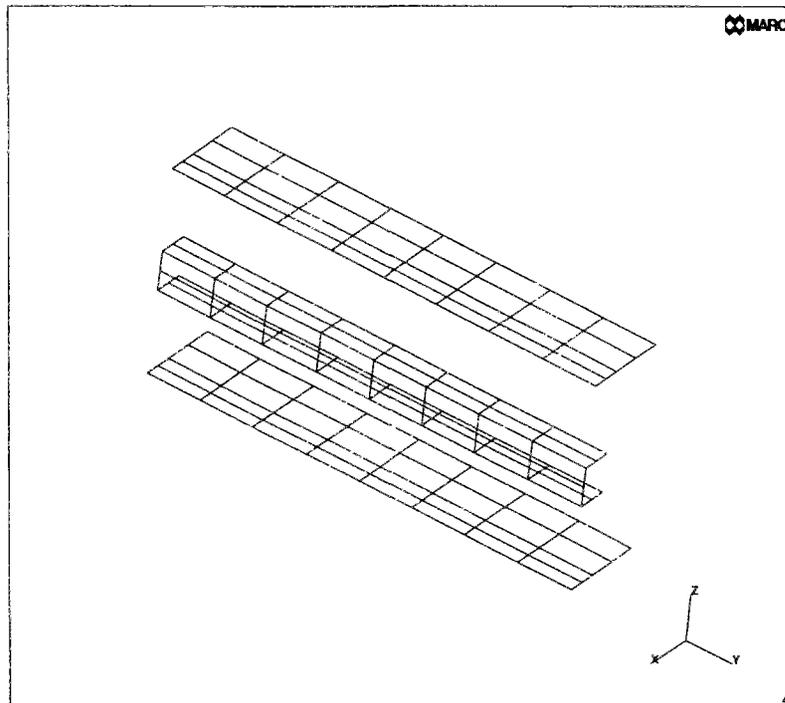


Figure V.24 : Maillage initial de la poutre cloison

V.8.1. Résultats comparatifs

Les essais expérimentaux ont concerné trois cas de figures et cela suivant le type d'interface "plaques-montants" :

- cas 1 : interfaces sans Téflon, ce qui implique un frottement $\mu=0.3$
- cas 2 : interfaces avec Téflon, on peut considérer qu'on a un frottement négligeable ($\mu=0$)
- cas 3 : interfaces partiellement avec Téflon (voir chap.III), donc on a deux types d'interfaces ($\mu=0.3$ et $\mu=0$).

Dans les trois cas de figure, les résultats expérimentaux montrent un comportement global non-linéaire de la structure, traduit par la relation "charge-flèche" à mi-portée de la poutre. On retrouve ce comportement non-linéaire par les calculs avec le modèle.

La figure.V.25 représente les relations "charge-flèche" expérimentaux et numériques pour le premier cas.

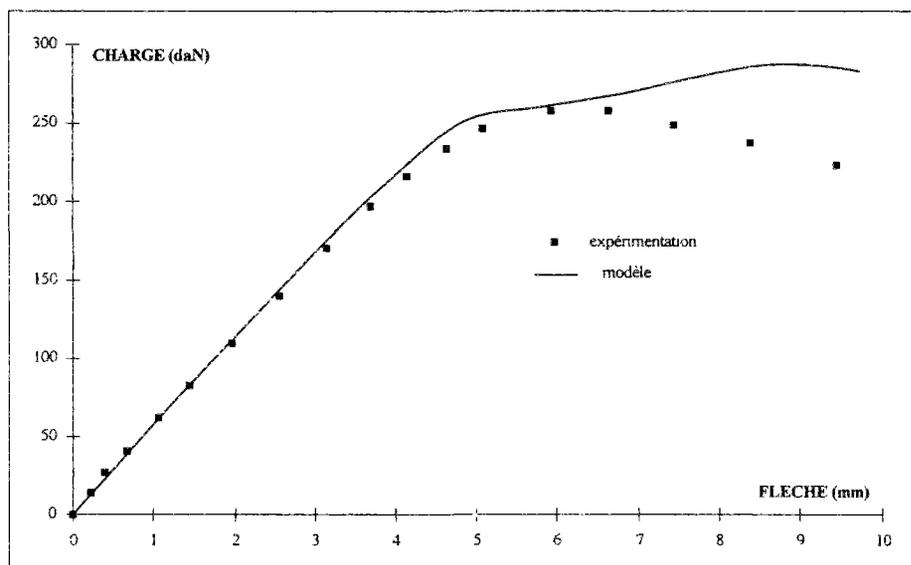


Figure V.25 : Comparaison expérimentation-modélisation (poutre cloison "72/48")

La comparaison des résultats calculés avec les résultats expérimentaux est satisfaisante. On remarque toutefois une différence pour la partie post élastique et qui se traduit par une résistance et une déformation avant rupture calculées plus importantes. Cette différence peut s'expliquer par l'hypothèse concernant le mode d'assemblage des montants doubles. Ces montants doubles sont constitués par des

montants simples vissés dos à dos mais dans la modélisation par le fait de la symétrie de la structure, on a opté pour une hypothèse d'adhérence parfaite.

V.8.2. Sensibilité au frottement à l'interface "plaque-montant"

Les trois types d'interfaces "plaques-montants" utilisés expérimentalement ont montré une certaine influence du paramètre frottement sur le comportement global des poutres de cloison. L'étude de sensibilité du modèle concernant ce point ne reflète pas cette influence (on remarque qu'il n'existe pas de différence appréciable). On peut penser que l'écart mentionné lors de l'étude expérimentale est dû plus à une dispersion des résultats, qu'à une influence du frottement sur la déformabilité de la poutre cloison sollicitée en flexion. Cette dispersion des résultats concerne plutôt les essais identiques réalisés avec du Téflon sur tout l'interface "plaques-montants", elle est bien située dans la plage des 10% de différence avancée.

Quant aux déplacements maximaux des vis, ils restent très inférieurs aux valeurs de rupture (fig.V.26).

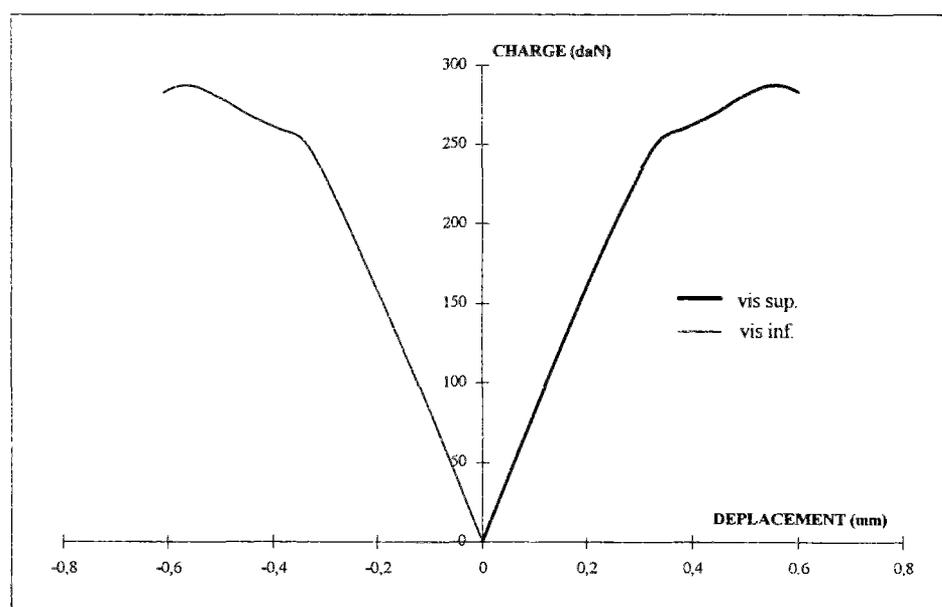


Figure V.26 : Déplacements maximaux au niveau des assemblages

V.9. CONCLUSION

Cette campagne de validation expérimentale nous a permis de conclure que la concordance entre les premiers résultats du modèle et les résultats expérimentaux est satisfaisante.

La plupart des écarts relatifs entre résultats calculés et résultats expérimentaux ne dépassent pas 20%.

Ce modèle constitue donc un outil de simulation du comportement global et d'estimation des charges de rupture pour les structures de cloisons.

Le comportement non-linéaire de la cloison, dont l'amorce de la non linéarité est causée par la plastification des montants métalliques, est bien reproduit par le modèle où on observe la concentration des contraintes au niveau des angles des montants. La consommation du palier plastique de cette partie angulaire conduit à la rupture de la cloison.

Quant aux plaques, leur début de fissuration n'influe que faiblement sur le comportement global et leur rupture n'intervient que pendant la rupture finale de la cloison.

L'étude d'objectivité vis à vis du maillage a montré l'influence de ce dernier sur les résultats de calcul, essentiellement en ce qui concerne l'estimation de la charge limite supportée par la cloison. Dans le cas où on ne s'intéresse qu'à la déformabilité dans la phase élastique, le maillage grossier est suffisant pour obtenir des résultats corrects.

Les assemblages vissés sont faiblement sollicités en cisaillement, on constate que leur déplacement maximal à la rupture de la cloison est inférieur au 1/10 du déplacement de rupture en cisaillement.

Ils constituent des points d'amorce de fissures dans les plaques et leur comportement (rigidité) influe d'une manière non négligeable sur le comportement global de la cloison.

Cette influence est bien représentée par les comparaisons entre divers vissages et entre vissage et collage où la différence pour cette dernière comparaison est de 54% en terme de rigidité globale et 77 % en terme de résistance en faveur de l'assemblage par collage.

Lors de cette étude de validation, les calculs sur poutres de cloisons sollicitées en flexion ont indiqué que le frottement entre les plaques et les montants n'a pas d'influence importante alors que les résultats expérimentaux indiquent une différence de rigidité de 10% entre interfaces sans frottement et avec un frottement normal. On peut penser que cette différence est le résultat d'une dispersion des résultats d'essais et principalement les essais avec Téflon à l'interface dont la dispersion des résultats est située dans cette plage.

Cette première validation du modèle a donné des résultats très satisfaisants, toutefois il est souhaitable de procéder à d'autres validations sous divers schémas de sollicitations et conditions d'appuis pour d'avantage que ce modèle peut devenir un outil fiable de prévision et de dimensionnement des ouvrages en plaques de plâtre sur ossature métallique.

CONCLUSIONS GENERALES ET PERSPECTIVES

Dans ce travail, un modèle de simulation du comportement mécanique des ouvrages en plaques de plâtre sur ossature a été développé.

Le premier chapitre de ce mémoire décrit le contexte et les objectifs de cette étude. Le dimensionnement des structures de cloisons sur ossatures métalliques exige au préalable une bonne connaissance du comportement mécanique de ces ouvrages. L'hétérogénéité des différents composants, qu'elle soit géométrique ou rhéologique constitue une difficulté quant à l'utilisation de méthodes analytiques pour toute approche de résolution. Les conditions aux limites variables, dont les plus influentes sont liées au fort caractère semi-rigide des assemblages vissés entre les plaques et les montants contribuent aussi à cette difficulté.

Dans le deuxième chapitre, consacré à une étude bibliographique, nous avons cherché à cerner le comportement des différents composants de la structure : plaques , montants et vis. Après un rappel des principes fondamentaux des lois de comportement et des modèles mathématiques de schématisation des solides, l'analyse de la théorie des plaques, on s'est intéressé au comportement des profilés métalliques et les différents modes de rupture susceptibles de se produire sous des sollicitations de flexion. Les assemblages vissés ou cloués font l'objet de la dernière partie de ce chapitre, où on expose les différentes approches de modélisation analytiques et numériques.

Le troisième chapitre expose l'étude expérimentale menée en vue de caractériser les différents composants et déduire les critères de comportement des assemblages vissés et de frottement et contact des interfaces "plaques-montants". L'identification de la plaque de plâtre, en la supposant comme un matériau homogène équivalent, a mis en évidence un caractère orthotrope qui est une conséquence du comportement à la traction du carton. La présence du carton a bien diminué le caractère fragile du plâtre et empêche une progression brutale des fissures dans l'épaisseur de la plaque lors de sollicitations de flexion.

L'opération de profilage des montants engendre d'importantes déformations de la partie angulaire, il en résulte une hétérogénéité des montants et on est amené à distinguer les deux parties de caractéristiques différentes (partie emboutie et partie non emboutie).

Les essais réalisés sur les assemblages vissés ont mis en évidence deux comportements différents suivant le type de sollicitation :

- un comportement non linéaire ductile en cisaillement ;
- un comportement linéaire fragile en traction.

Quant au comportement des interfaces "plaques-montants", il vérifie bien un critère de Coulomb non cohésif avec un coefficient de frottement de 0,3.

En nous inspirant des remarques formulées dans les chapitres précédents, le quatrième chapitre est consacré à la construction d'un modèle en éléments finis qui permet de suivre l'évolution du comportement mécanique des structures de cloisons au cours du chargement jusqu'à leur rupture. Pour ce faire, nous avons axé le développement du modèle sur deux lois spécifiques. La première loi régit le comportement et l'altération des plaques de plâtre dans le cadre d'un modèle de plasticité généralisée qui prend en compte l'orthotropie de la plaque et dont les paramètres nécessaires sont à déduire d'essais simples sur éprouvettes. De ce fait on évite une identification difficile et pas toujours fiable du comportement séparé des différents composants de la plaque (cœur de plâtre et cartons), ces derniers présentent des caractéristiques différentes entre leur état vierge et après passage par le processus de fabrication. Quant aux montants métalliques, la modélisation de l'opération de profilage nous a permis de quantifier le niveau de contrainte et de déformation dans la partie emboutie.

La seconde loi concerne les problèmes liés aux assemblages vissés et interfaces "plaques-montants". Dans les deux cas, on utilise des éléments de ressorts linéaires ou non linéaires pour gérer les relations bilatérales entre les différents noeuds considérés. Les assemblages sont modélisés par des joints de ressorts dont les relations globales efforts-déplacements sont déterminées expérimentalement par des essais en cisaillement et en arrachement. Le même principe est utilisé pour le traitement des problèmes d'interfaces. La difficulté posée par la non différentiabilité des relations efforts-déplacements est surmontée par une méthode de pénalisation, en donnant une rigidité assez importante aux ressorts dans le cas du contact adhérent.

Le dernier chapitre de cette étude est consacré à la validation du modèle développé, en procédant à une comparaison entre les résultats calculés et les résultats expérimentaux. Cette comparaison a concerné plusieurs types de cloisons sous diverses sollicitations de flexion. Elle reflète une concordance très satisfaisante pour les cloisons 72/48, tandis que pour les cloisons 96/70 où les montants sont plus élancés, on a une très bonne concordance dans le domaine élastique alors qu'en dehors on note une surestimation (10%) de la résistance.

Nous espérons avoir ainsi obtenu un outil adéquat pour résoudre les problèmes de dimensionnement des ouvrages de cloisons. Le modèle devrait autoriser, de part sa conception ouverte, une extension à d'autres ouvrages similaires, comme les contres-murs et plafonds suspendus en plaques de plâtre. En outre la prise en compte des phénomènes de flambement pour les montants élancés permettra de diminuer la surestimation de la résistance calculée.

D'un point de vue expérimental, concernant la plaque de plâtre, des essais de flexion à plusieurs vitesses de déplacement et avec un suivi de la propagation des fissures dans l'épaisseur et mesure de contraintes permettront une meilleure compréhension des phénomènes physiques et l'explication des écarts des contraintes à la rupture entre flexion et traction.

Les perspectives de cette étude concernent, à notre avis, après une validation plus vaste (différents types de chargement et de conditions d'appuis) et une étude expérimentale de caractérisation des différentes plaques existantes, la proposition de formules simples de dimensionnement pour ces structures, dégagées grâce à une exploitation systématique de l'outil numérique développé. Une étude de sensibilité vis à vis des caractéristiques géométriques et mécaniques permettra une meilleure optimisation de la structure de cloison. Les principales améliorations concerneront la forme géométrique des montants et le mode d'assemblage, en optant soit pour une combinaison collage-vissage soit pour un espacement des vis adéquat. Une optimisation de la forme des vis (meilleur comportement à l'arrachement) constitue une autre piste à prospecter pour l'amélioration du comportement des cloisons en plaques de plâtre.

REFERENCES

REFERENCES

- [ALL.89] ALLIX.O., "Modélisation du comportement des composites stratifiés : application à l'analyse du délaminage", Doctorat de l'université PARIS 6., 1991., Paris.
- [AND.90] ANDRIAMITANTSOA.L., "Analyse des modélisations des assemblages cloués", Annales ITBTP, n°484., 1990., France.
- [ARI.90] ARIBERT.J.M. et Al., "Interaction du voilement et de la résistance plastique de l'âme d'un profilé laminé soumis à une compression locale", construction métallique. , n°2., 1990.
- [ASH.91] ASHBY.M.F. et JONES.D.R.H., "Matériaux : microstructure et mise en oeuvre", Dunod., 1991., Paris
- [BAT.90] BATOZ.J-L.et.DHATT.G., "Modélisation des structures par éléments finis", Vol.1., Hermes., 1990., Paris.
- [BEN.91] BENOUIS.A., " Dimensionnement des ouvrages verticaux en plaques de plâtre sur ossature métallique", DEA de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées., 1991., Paris.
- [BER.92] BERTHELOT.J-M., "Matériaux composites", Masson., 1992., Paris.
- [COQ.91] COQUARD.P., "Résistance mécanique des plâtres secs et humides", Doctorat de l'université d'Aix-Marseille III., 1992., France.
- [CUR.84] CURIER.A., "A theory of friction", Int.J.Str., Vol.20., N°7., pp.637-647.
- [DHA.84] DHATT.G et THOUZOT.D., "Une présentation de la méthode des éléments finis", Maloine S.A.Editeur., 1984., France.

- [DTU.81] **D.T.U.25-41.**, "Ouvrages verticaux en plaques de parement en plâtre sur ossature", 1981., CSTB., France.
- [DUB.86] **DUBAS.P. et Al.**, "Behavior and design of steel plated structures , ECCS Publ., n°44., TWG83., banstatik und stahlban ETHZ, Zurich., 1986.
- [ELM.89] **EL-MOUATASSIM.M.**, "Modélisation en grandes transformations des solides massifs par éléments finis"., Doctorat de l'université de technologie de compiègne., 1989., France.
- [ERK.91] **ERKI.M.A.**, "Modelling the load-slip behavior of timber joints with mechanical fasteners", Can.J.Civ.Eng.18 , 1991.
- [EUR.89] **EUROCODE 3.**, "Design of steel structures" , vol.1.and.2; 1989.
- [FOS.74] **FOSCHL.R.O.**, "Load-slip characteristics of nails", Wood sciences., Vol.7., n°1, 1974.
- [FOS.77] **FOSCHL.R.O. et BONAC.T.**, "Load-slip characteristics for connections with common nails", 1977.
- [FRE.] **FREDIRIKSSON.B.**, "Finite element solution of surface non linearities in structural mechanics with special emphasis to contact and fracture mechanics problems", Comp.and.str., Vol.6., pp.281-290.
- [FRE.78] **FREY.F.**, "L'analyse statique non-linéaire des structures par la méthode des éléments finis et son application à la construction métallurgique", Doctorat de l'université de Liège., 1978., Belgique.
- [GAL.92] **GALIMARD.PH. et VERGNE.A.**, "Numerical modelling of timber connections", COST C1.Workshop., Strasbourg ., October 28-30., 1992.
- [GHA.89] **GHALLA.et.NEVILLE.A.M.**, "Structural analysis a unified classical and matrix approach", Thin edition., Chapman and Hall., London New-York., 1989.
- [GHA.] **GHALLAGAR.R.H.**, "Introduction aux éléments finis", Pluralis., Paris.

- [GUO.87] **GUO.Y.Q.**, "Analyse non linéaire statique et dynamique des poutres tridimensionnelles élastoplastiques", Doctorat de l'université de technologie de Compiègne., 1987., France.
- [HAL.75] **HALPHEN.B. et NGUYEN.Q.S.**, "Sur les matériaux standards généralisés", J.mec., Vol.14., n°1., 1975.
- [HAL.87] **HALPHEN.B. et SALENCON.**, "Elasto-plasticité", Presses ENPC., 1987., Paris.
- [HIL.50] **HILL.R.**, "The mathematical theory of plasticity", Oxford University Press., 1950., London.
- [HOF.] **HOFFMAN. et AL.**, "Analyse des coques de forme quelconque dans le domaine plastique par la méthode des éléments finis", CEA., France.
- [HUA.84] **HUANG. et HINTON.**, "A 9-node lagrangian midlin plate element with enhanced shear interpolation", Eng.Comput.,1.,pp.369-379.,1984.
- [HUG.81] **HUGHES.T.T.R et TEZDUAR.T.E.**, "Finite elements based upon midlin plate theory with particular references to 4-node bilinear isoparametric element", J.Appl.Mech., 48., pp.587-596., 1981.
- [ILI.56] **ILLIOUCHINE.**, "Plasticité", Eyrolles., 1956., Paris.
- [IVA.67] **IVANOV.G.V.**, "Approximating the final relationship between the forces and the moments of shells under plasticity conditions"., Mekhanika., 2., pp.74-75., 1967.
- [JAM.86] **JAMELS.**, "Etude de différentes formulations lagrangiennes pour l'analyse non linéaire des plaques et des coques minces élasto-plastiques en grands déplacements et grandes rotations", Doctorat de l'université de technologie de Compiègne., 1986., France.

- [JEN.92] JENSEN.J.L., "Non-linear static analysis of plane framed timber structures with dowel type fastener connections", COST C1 Workshop., Strasbourg ., October.28-30., 1992.,France.
- [KEN.73] KENDALL.M.G. et STUART.A., "The advanced theory of statistics", Vol.2., p.420., Griffin., 1973., London.
- [KIR.50] KIRCHOFF.G., "Uber das Gleichgewicht und die bevegung einer elastischen scheibe", J.reine angew.math., vol.40, p.51-58 , 1850.
- [KRO.61] KRONER.E., "Zur plastischen verformung des viel kristalls", acta metallurgica., Vol.9, pp.155-167., 1961.
- [LAS.83] LASCHET.G. et GILMAM.H., "Description d'un élément multicouche tridimensionnel spécialisé pour l'étude des coques", Rapport LTASSF-98., Université de Liege., 1983.
- [LEM.88] LEMAITRE.J. et CHABOCHE.J.L., "Mécanique des matériaux solides", Dunod., 1988., Paris.
- [LO.86] LO.S., "Traitement des problèmes de grandes déformations élastoplastiques par la méthode des éléments finis", doctorat de l'école des ponts et chaussées., 1986., Paris.
- [MAC.] MACK.J.J., "The load-displacement curve for nailed joints", C.S.I.R.O.Aust. Div.For.Prod.Technol.
- [MAL.69] MALVERN.L.E., "Introduction to the mechanics of continuous medium", Prentice-hall inc., 1969.
- [MAS.68] MASSONET.CH., "Elasto-plastic membrane plates", Engineering plasticity., pp.456-459., 1968., Cambridge.
- [MAR.90] MARC., "User information manual", Vol.A., 1990., USA.
- [MAR.94] MARC., "Element library", Vol.B., Marc Analysis Corporation., 1994., Palo-Alto., USA.

- [MID.51] **MIDLIN.R.D.**, "Influence of rotary inertia and shear on flexural motions of isotropic elastic plates", JAM. , vol.18., p.31-38. , 1951.
- [MOU.92] **MOUNAJED.G.**, "La modélisation de la maçonnerie armée par la méthode des éléments finis", Doctorat de l'école des ponts et chaussées., 1992., France.
- [MOR.70] **MOREAU.JJ.**, "Sur les lois de frottement , de plasticité et de viscosité", C.R.Acad.Sc. t.271., série A., PP 608-611., 1970.
- [MOR.71] **MOREAU.JJ.**, "Fonctions de résistance et fonctions de dissipation", Séminaire d'analyse convexe., 1971., Montpellier.
- [MOR.73] **MORRIS.E.N.**, "The application of the slip modulus in the design of nailed joints", J.Inst.Wood.Sc., Vol.6., n°2., pp.17-21., 1973.
- [MOT.] **MOTOHARU.T et AL.**, "Thick shell elements with optimal transverse shear interaction", Nippon Marc Company ., Ltd Tokyo., Japon.
- [NAG.] **NAGATAGAAL.J.C. et DE.JONG.J.E.**, "Somme computational aspects of elastic-plastic strain analysis", Int.Num.Meth.,Eng., 17.
- [ODE.83] **ODEN.J.T et PIRES.E.B.**, "Non local and non linear friction laws and variational principales for contact problems in elasticity", J.App.Mech., Vol.50., pp.421-432., 1983
- [OKU.51] **OKUBO.H.**, Trans.,Japan Soc.Mech.Engrs., Vol.18., N°65., 1951.
- [RAC.92] **RACHER.P et GALIMARD.P**, "Les assemblages de structures bois", Annales ITBTP, n°504. , juin.1992., Paris.
- [RIC.85] **RICHER.S.**, "Résolution des problèmes de contact entre solides élastiques par la méthode des éléments finis", Doctorat de l'école des ponts et chaussées., 1985., France.
- [SHA.90] **SHAPIRO.G.S.**, "On yield surfaces for ideally plastic shells", J.App.Math.Phy., (ZAMP)., pp.315-359., 1990.

- [SMI.88] SMITH.J. et AL., "Design properties of lateraly loaded nailed or bolted wood joints", Can.J.Eng. , 15., PP.633-648., 1988., Canada.
- [SNI.82] SNIP., "Le plâtre", 1982., Paris.
- [SNI.91] SNIP., "Le plâtre abrite la vie", cahiers techniques ., Nov.1991., France.
- [SPI.90] SPINASSAS.I., "Etude du comportement d'une poutre métallique sous l'action d'une force concentrée exercée dans le plan de son âme", Doctorat de l'école des ponts et chaussées., 1990. , Paris., France.
- [TRO.92] TROMPETTE.P., "Mécanique des structures par la méthode des éléments finis", Masson., 1992., Paris.
- [TIE.93] TIE.B., "Eléments finis adaptatifs et hiérarchiques en élastoplasticité-localisation des déformations", Doctorat de l'école centrale de Paris., 1993., France.
- [TIJ.91] TIJANI.M.S. et AL., "Application des techniques de modélisation mathématique et d'imagerie micro-ondes à l'optimisation des multimatériaux à base de plâtre", Communication personnelle., 1991.,Paris.
- [TIM.59] TIMOCHENKO. et WOINOWSKY., "Theory of plates and shells" , Mc GRAW Hill., 1959.
- [TRE.64] TRESCA.H., "Memoire sur l'écoulement des corps solides soumis à une forte préssion", C.R.Academie des sciences de Paris., 1864.
- [TRU.79] TRUSTRUM.K et JAYATILAKA.A.DES., "On estimating the Weibull modulus for a brittle material" , J.Mat.Sc., n°14., pp.1080-1084., 1979.
- [UEA.73] UEATc., "Directives communes pour l'agrément des cloisons légères", Cahiers du CSTB., n°1215., 1973., Paris.
- [UEA.82] UEATc., "Directives en matières de choc sur ouvrages verticaux opaques", Cahiers du CSTB., n°1768., 1982., Paris.

- [VON.13] **VON MISES.R.**, "Méchanik der festen koeper in plastisch deformblen zustant", 1913.
- [WEI.51] **WEIBULL.W.**, "A statical distribution function of wide applicability", J.App.Mech., pp.295-296., Sept., 1951.
- [WIL.71] **WILKINSON.T.L.**, "Theoretical lateral resistance of nailed joints", J.Str.Div., ASCE., Vol.97., n°ST5., PP.1381-1398., 1971.
- [ZAO.70] **ZAOUI.A.**, "Etude de l'influence propre de la désorientation des grains sur le comportement viscoélastique de métaux polycristallins", Thèse de doctorat ., mémorial de l'artillerie Française ., 1970., Paris.
- [ZAR.73] **ZARKA.J.**, "Etude du comportement des monocristaux métalliques : Application à la traction du monocristal C.F.C", J.mec., Vol.12., n°2; pp.275-318., 1973.
- [ZIE.63] **ZIEGLER.H.**, "Some extremum principales in irreversible thermodynamics with application to continuum mechanics", Progress in solid., Tome IV., north holland pub., Cie , 1963., Amsterdam.
- [ZIE.71] **ZIENKIEWICZ.O.C. et AL.**, "Reduced integration techniques in general analysis of plates and shells", Int.J.Meth.Eng., 3., pp.275-290., 1971.
- [ZIE.89] **ZIENKIEWICZ.O.C.**, "The finite element methode", 3rd edition., Mc Graw Hill., 1989.
- [ZIE.87] **ZIENKIEWICZ.O.C. et ZHU.J.Z.**, "A simple error estimator and adaptative procedure for practical engineering analysis", Int.J.Num.Meth., Vol.24., pp.337-357., 1987.

ANNEXES

Transformation	110-140°		200°		350°		1200°	
	CaSO ₄ .2H ₂ O Gypse	→ CaSO ₄ $\frac{1}{2}$ H ₂ O Hémihydrate	→ CaSO ₄ . $\frac{1}{2}$ H ₂ O Anhydrite III $\epsilon < 0,15$	→ CaSO ₄ . ϵ H ₂ O Anhydrite II	→ CaSO ₄ Anhydrite I			
Eau (% poids)	20,92	6,21	<1	0	0	0	0	0
Masse molaire (g)	172,17	145,15	136,14 (+18 ϵ)	136,14	136,14	136,14	136,14	136,14
Volume molaire (cm ³)	74,5	55,2	52,8	46,4 à 45,8				
Masse volumique (g/cm ³)	2,31	2,63	2,58	2,93-2,97				
Système cristallin	Monoclinique	Monoclinique	Hexagonal	Orthorhombique				Cubique Faces centrées

Caractéristiques des principales phases du sulfate de calcium

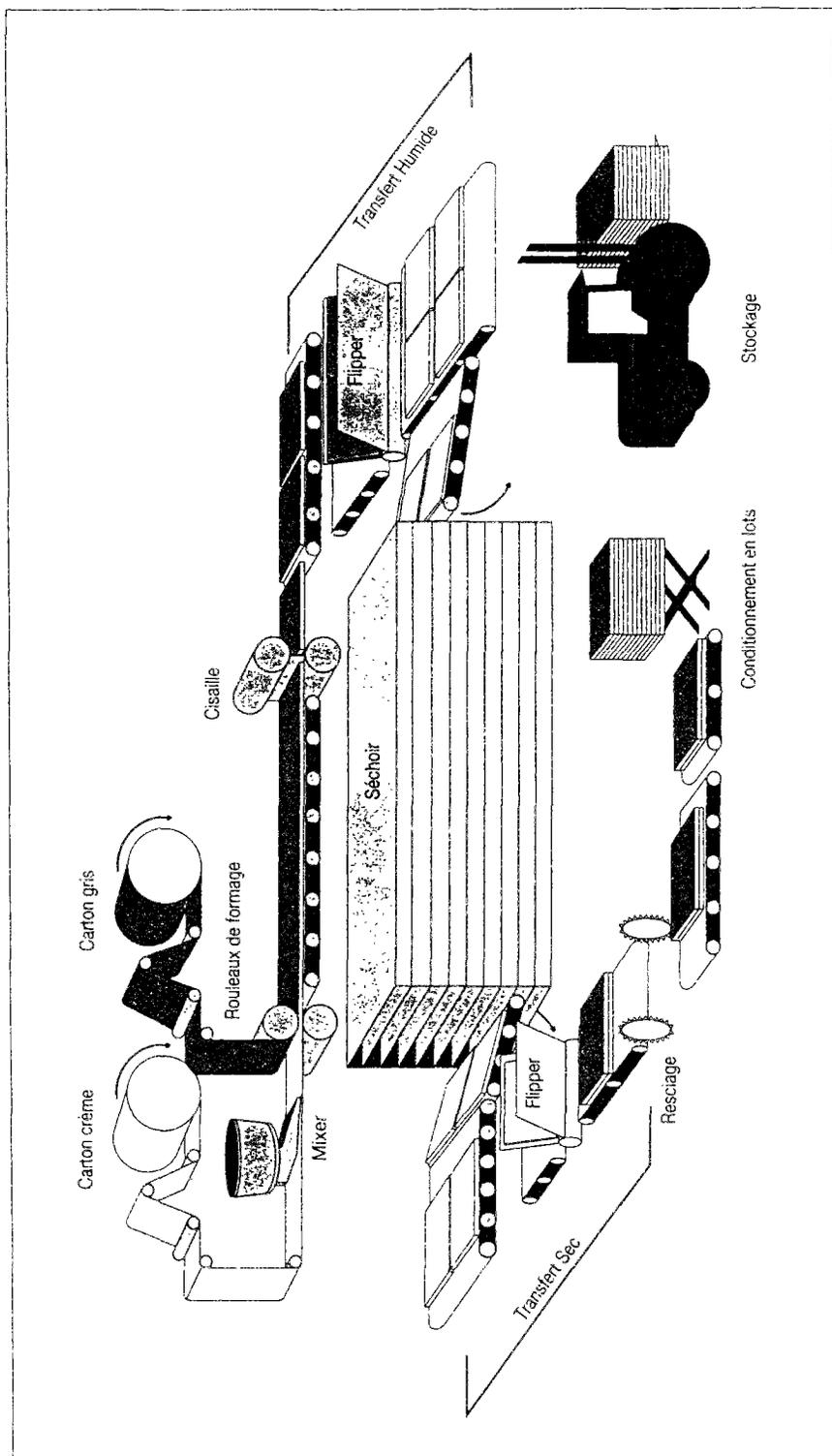


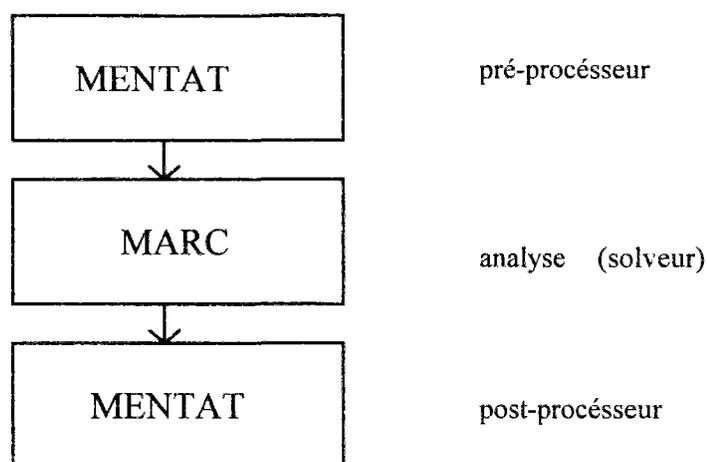
Schéma de fabrication des plaques de plâtre

Le code de calcul "MARC"

"MARC" est un code de calcul fondé sur la méthode des éléments finis dont la première version est apparue en 1972, suite aux travaux du Dr Pedro MARCAL et un groupe de chercheurs à l'université de Londres puis à l'université de Brown.

Le siège principal de MARC (MARC ANALYSIS RESEARCH CORPORATION) se situe à PALO ALTO en Californie, avec des filiales partout dans le monde, Pays Bas, Allemagne, Italie et Japon.

Le système de "MARC" contient une série de programmes intégrés qui facilitent l'analyse des problèmes d'ingénierie dans différents champs de la mécanique des structures, du transfert de chaleur, ...



1 - Les programmes de "MARC"

MARC : Marc est utilisé pour l'analyse linéaire et non linéaire en régime statique et dynamique ainsi que pour les analyses du transfert de chaleur. Il permet une représentation correcte des non-linéarités matérielle et géométrique.

Des problèmes physiques à une, deux ou trois dimensions peuvent être modélisés en utilisant les éléments variés disponibles dans la librairie de MARC (éléments de poutres, coques et solides).

MENTAT : est un pré et post-processeur graphique, interactif, qui facilite l'introduction des données nécessaires au calcul par éléments finis.

MENTAT permet la génération du maillage en deux et trois dimensions. Les fichiers générés par MENTAT en tant que pré-processeurs contiennent :

- les coordonnées des noeuds;
- la connectivité aux limites des noeuds;
- les propriétés matérielles et géométriques des éléments;
- les charges;
- regroupement des éléments dans des ensembles (entités).

2 - Les structures de "MARC"

MARC dispose de quatre librairies distinctes [MAR.90], qui permettent une large utilisation du code. Ces librairies contiennent des procédures de structure, de matériaux, des éléments et des fonctions de programme.

* librairie des procédures

Elle contient des procédures comme l'analyse statique, l'analyse dynamique, fluage, flambement et le transfert de chaleur.

* librairie des matériaux

Cette librairie contient plusieurs modèles représentant la plupart des matériaux utilisés en ingénierie (élastoplasticité, viscoélasticité, hypoélasticité, dont toutes les propriétés peuvent dépendre de la température).

* librairie des éléments

La librairie des éléments contient près de 140 éléments. Elle permet la description des différentes géométries avec des conditions de chargement linéaires ou non linéaires.

* librairie des fonctions de programme

Les fonctions de programme comme les sélections d'ensembles, l'utilisation de sous-programmes permettent une simplification du travail et son accélération.

MARC permet ainsi de combiner n'importe quel composant des différentes librairies pour résoudre tout problème de structure mécanique.

Résistance des âmes aux charges transversales (Eurocode 3)

1. Bases

La résistance d'une âme non raidie aux charges transversales transmises à travers une semelle est gouvernée par l'un des modes suivants :

- écrasement de l'âme (plastification), à proximité immédiate de la semelle, accompagné d'une déformation plastique de la semelle,
- enfoncement local de l'âme sous forme de voilement localisé et écrasement de l'âme à proximité immédiate de la semelle accompagné d'une déformation plastique de celle-ci,
- voilement de l'âme sur la plus grande partie de sa hauteur.

2. Longueur d'appui rigide

La longueur d'appui rigide sur la semelle est la distance sur laquelle la charge appliquée est répartie de manière effective.

La résistance de l'âme aux charges transversales est influencée par la longueur d'appui rigide.

La longueur d'appui rigide S_s est déterminée en supposant une diffusion à 45° à travers le matériau acier plein (fig.A.IV.2).

3. Résistances à l'écrasement

La résistance de calcul à l'écrasement de l'âme pour notre profilé est :

$$P_u = (S_s + S_y) t_w \sigma_w$$

$$S_y = 2 t_f \left(\frac{b_f}{t_f} \right)^{0.5} \left(\frac{\sigma_f}{\sigma_w} \right)^{0.5} \left[\left(1 - \frac{\sigma_b}{\sigma_f} \right)^2 \right]$$

$\sigma_w = \sigma_f = 244$ MPa et $t_w = t_f = 0.6$ mm (épaisseurs de l'âme et de la semelle du profilé)

b_f : largeur de la semelle qui est plafonnée à $25 t_f$ (soit $b_f = 15$ mm)

En prenant σ_b la contrainte longitudinale dans la semelle égale à la contrainte limite d'élasticité σ_f et S_s la longueur d'application de la charge égale à 1.2 mm, on obtient :

$$P_u = 176 \text{ N}$$

4. Résistance à l'enfoncement local

La résistance de calcul à l'enfoncement local d'une âme de section en I, h ou U est déterminée par la formule :

$$P_{loc} = 0.5 t_w^2 (E \sigma_w)^{0.5} \left[\left(\frac{t_f}{t_w} \right)^{0.5} + 3(t_w + t_f)(S_s / d) \right]$$

S_s / d ne doit pas être pris supérieur à 0.2.

Si on prend $S_s / d = 0$ (valeur minimale), $E = 200000 \text{ Mpa}$, on obtient $P_{loc} = 1257 \text{ N}$

5. Résistance au voilement

La résistance de calcul au voilement d'un profilé est déterminée en étudiant le flambement de l'âme considérée comme un élément virtuel ayant une largeur efficace $b_{eff} = (h^2 + S_s^2)^{0.5}$ avec $h = 48 \text{ mm}$.

La résistance au flambement est donnée par la formule suivante : $P_{cr} = \chi \beta_A A \sigma_w$.

la valeur du facteur de réduction χ est donnée par la courbe c en fonction de l'élanement réduit $\bar{\lambda}$.

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} \beta_A^{0.5} \quad \text{avec} \quad \lambda_1 = \Pi \left(\frac{E}{\sigma_w} \right)^{0.5}$$

En adoptant la courbe c (fig.A.IV.1) et $\beta_A = 1$ [EUR.92], on obtient $P_{cr} = 4216 \text{ N}$.

6. Conclusion

Ce calcul simplifié d'après l'Eurocode 3 montre que pour la même contrainte dans la semelle " $\sigma_b = 244 \text{ Mpa}$ " le premier mode est le plus prépondérant, la charge de rupture calculée est très inférieure à celles nécessaires pour provoquer les deux derniers modes.

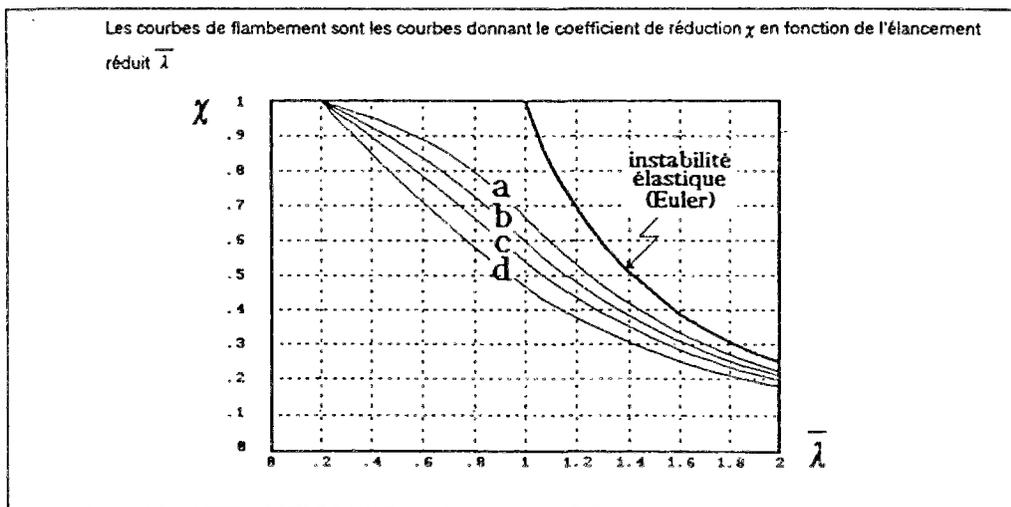


Figure A.IV.1 : Coefficient de réduction χ en fonction de l'élanement réduit $\bar{\lambda}$

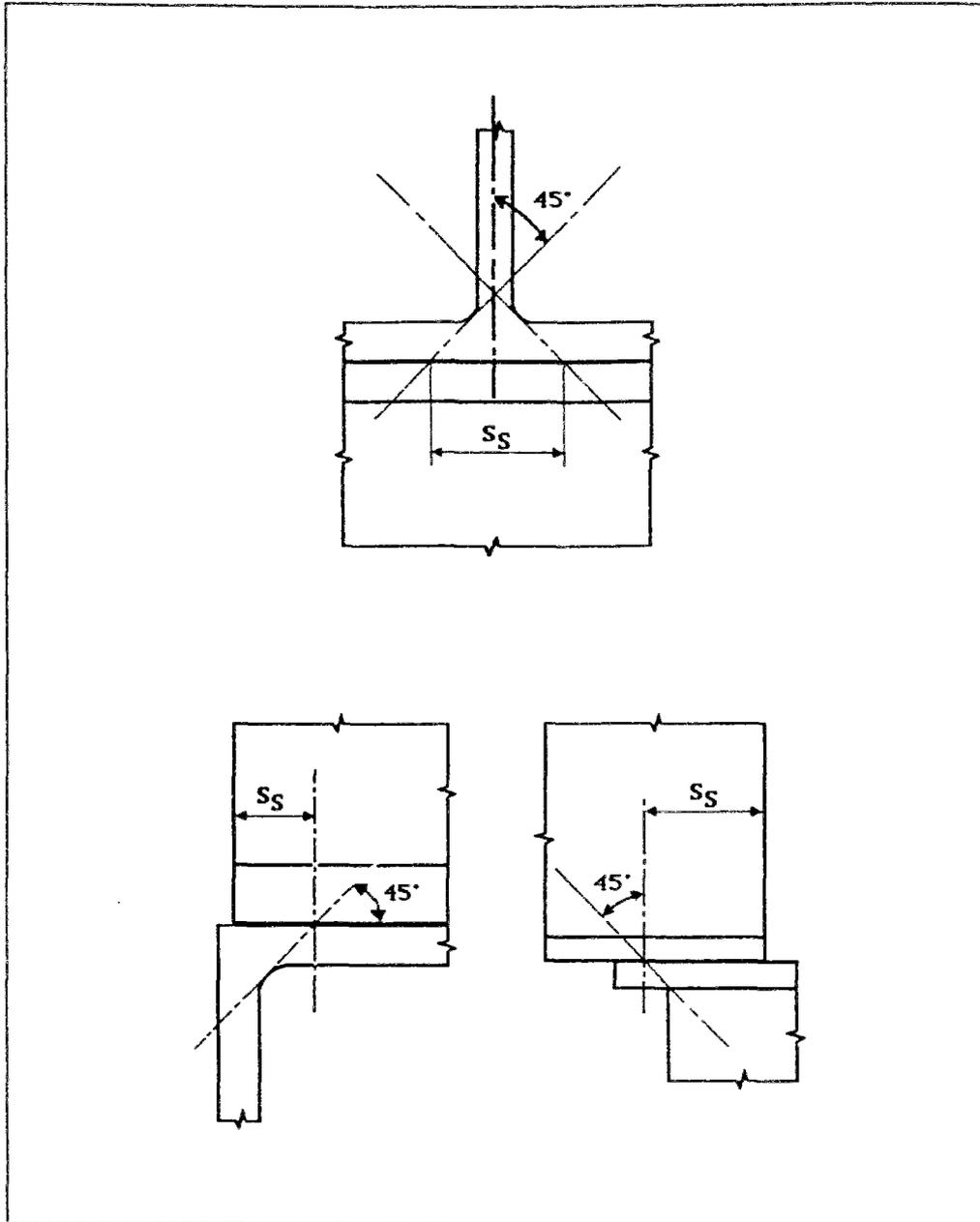


Figure A.IV.2 : Longueur d'appui rigide