HAL
open science

Etude de nanojonctions Josephson à haute température critique en vue d'applications térahertz

Thomas Wolf

To cite this version:

Thomas Wolf. Etude de nanojonctions Josephson à haute température critique en vue d'applications térahertz. Science des matériaux [cond-mat.mtrl-sci]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2010. Français. NNT : . pastel-00575929

HAL Id: pastel-00575929

https://pastel.hal.science/pastel-00575929

Submitted on 11 Mar 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT DE
L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

Spécialité

Physique

Présentée par M. Thomas Wolf

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR de L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

Sujet de la thèse :

Étude de nanojonctions Josephson à haute température critique en vue d'applications térahertz

soutenue le 10 décembre 2010

devant le jury composé de :

M. Georges Alquié	-	L2E - UPMC (Paris)	*Président*
M. Jean-Claude Villégier	-	SPSMS - CEA (Grenoble)	*Rapporteur*
Mme. Laurence Méchin	-	GREYC - ENSICAEN (Caen)	*Rapporteur*
M. Jérôme Lesueur	-	LPEM - ESPCI (Paris)	*Directeur*
M. Pascal Febvre	-	IMEP - LAHC (Le Bourget-du-Lac)	*Directeur*
M. Javier Briatico	-	Unité Mixte - CNRS/THALES	
Mme. Sophie Guéron	-	LPS - Université Paris-Sud (Orsay)	
M. Xavier Grison	-	DGA	

Remerciements

Cette thèse s'est déroulée de septembre 2007 à décembre 2010 dans les locaux du Laboratoire de Physique et d'Étude des Matériaux (LPEM) situé dans les locaux de l'École Supérieure de Physique et Chimie Industrielle (ESPCI) de Paris. Ce travail n'a été possible que par la participation de nombreux laboratoires dont le laboratoire d'hyperfréquences et caractérisation (IMEP-LAHC) de l'université de Savoie à Chambéry, le Laboratoire Photonique et Nanostructures (LPN) de Marcoussis, l'Institut d'Électronique du Solide et des Systèmes (InESS) de Strasbourg et l'Unité Mixte de Physique CNRS/Thales (UMR 137) à Palaiseau. Je tiens tout d'abord à remercier les directeurs et les équipes administratives de ces laboratoires de m'avoir permis de réaliser mes travaux dans leurs locaux.

Je tenais aussi à remercier Jean-Claude Villégier et Laurence Méchin d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ce travail et Georges Alquié, Sophie Gueron, Javier Briatico et Xavier Grison de m'avoir fait l'honneur de participer à mon jury.

Merci enfin à la DGA d'avoir bien voulu financer ces travaux et d'avoir assuré le suivi qu'elle a fait.

Mes plus profonds remerciements vont à Jérôme Lesueur qui a assuré les fonctions conjointes de directeur du LPEM et de directeur de thèse (sans compter ses innombrables engagements dans l'enseignement, la vulgarisation et tous les champs que je n'aurai pas la place de nommer ici). Jérôme, tu as été un mentor exceptionnel par l'enthousiasme qui est le tien dans tous les domaines et la liberté incroyable que tu m'as laissée dans cette thèse. Je suis très heureux d'avoir pu partager ces trois années avec toi, j'ai appris énormément de choses à ton contact, tant sur le plan scientifique qu'humain. Ces leçons continueront à me définir pendant de nombreuses années, j'en suis persuadé. Je tenais en second lieu à remercier mon codirecteur de thèse, Pascal Febvre. Pascal, nous avons certainement manqué de temps pour mener à bien tout ce que nous aurions aimé pouvoir faire, les puces de RSFQ et les SQUIDs digitaux, mais je tenais à te remercier de m'avoir donné accès aux laboratoires de Grenoble et Chambéry, de m'avoir invité en douce aux réunions Hyperscan et surtout de m'avoir fourni le cryostat qui m'a permis de faire mes mesures optiques avec sa fameuse autonomie de 6h qui a raccourci tant de mes nuits !

Au sein du laboratoire LPEM, je voulais remercier Nicolas Bergeal, tout d'abord pour avoir accompli le travail formidable présenté dans sa thèse, dont la mienne est le prolongement, mais aussi pour tous ses conseils sur les mesures micro-ondes et supraconductrices. Tes compétences et ton intuition d'expérimentateur hors pair m'ont beaucoup aidé, tout particulièrement ta capacité à n'être jamais découragé quand je baissais si facilement les bras. J'ai aussi grandement apprécié de travailler avec Emmanuel Flurin, les mesures et les simulations que nous avons faites ensemble forment le cœur de cette thèse. Quand je pense que tu n'étais encore que stagiaire de M2, je te prédis une très belle carrière quelle que soit la voie que tu choisiras. Parmi les chercheurs, enfin, j'ai apprécié de travailler avec Alexandre Zimmers et Johan Biscarras, votre contact a été très plaisant et rendu mon séjour au LPEM fort agréable. Merci aux chercheurs du laboratoire, Benoît, Kamran, Ricardo, Hervé

et Lionel pour les discussions variées que nous avons pu avoir. On ne saurait finir sur le LPEM sans mentionner l'équipe «administrative», merci du fond du cœur à Marie-Claude pour son efficacité, son caractère et son humour que j'ai toujours prisé. Merci à Levi Haelman et Sophie Demonchaux d'avoir partagé mes journées et mes repas de midi, entre Bladeboard (dur quand même, hein ?) et repas sur la pelouse. Merci enfin à Josiane, un jour je passerai voir ta famille en Martinique et on mangera le poisson. Merci à Carole, tu as laissé un grand vide lorsque tu as quitté le labo, et pas seulement dans le bureau de Marie-Claude !

Au LPN de Marcoussis, c'est principalement Christian Ulysse que je tenais à remercier. J'ai pris un très grand plaisir à travailler avec toi, Christian, même si je n'ai toujours pas compris pourquoi nous devions en permanence nous retrouver à faire la techno les soirs précédents les vacances, sous la neige du Nouvel An ou pendant le pot de Noël ! Je te souhaite bien du plaisir à toi et à ta famille. Bonne techno aussi, j'étais très impressionné par tes dernières réalisations. Je tenais aussi à remercier Giancarlo Faini du LPN, maintenant appelé à de plus hautes fonctions pour m'avoir aidé dans les moments de crises et avoir toujours maintenu la porte du LPN ouverte à nos technologies peu orthodoxes.

À l'INESS de Strasbourg, mes remerciements vont à Yann Legall, toujours prêt à faire une implantation de dernière minute. Merci Yann de m'avoir transmis ta science et ta fascination pour les implanteurs, ces machines impressionnantes et gigantesques. J'espère qu'elles continueront longtemps encore à faire jaillir leurs ions de toutes natures à des énergies fantastiques. Merci aussi à toute l'équipe de l'INESS pour les repas de midi et les discussions variées. Le plaisir de revenir en Alsace sur mes terres d'origine a toujours rendu ces voyages très agréables.

Au sein du LEG, ce laboratoire si proche du LPEM et si exotique par ailleurs, je tenais à remercier chaleureusement Emmanuel Géron pour ses conseils micro-onde et le prêt de matériel (rendu parfois quelque peu fumant...), merci aussi à Thierry Ditchi et Stéphane Holé, tous les trois vous avez constitué ma principale source d'enseignements sur ce domaine envoûtant que sont les hyperfréquences et m'avez permis de surmonter mon appréhension initiale pour l'adaptation d'impédance et les lignes de transmission.

Dans l'unité mixte Thales-CNRS, je tenais à remercier Yves Lemaître pour son accueil très chaleureux, je suis heureux que nous ayons pu faire un peu de trajet ensemble, j'aurais aimé que nos projets communs se développent plus, mais le temps d'une thèse est toujours trop court pour pousser toutes les pistes. Je tenais aussi à remercier Javier Briatico et Javier Villegas, le premier pour sa personnalité et son contact souriant, le second pour son sérieux et les projets couronnés de succès que nous avons pu mener ensemble. Merci aussi à Denis Crété et Bruno Marcilhac pour les contacts et les discussions que nous avons eus.

Au sein de l'ENS, des remerciements sincère vont à Michael Rosticher, toujours prêt à rendre service que ce soit sur le masqueur électronique ou sur les technologies de lithographies.

Pour avoir fait de ma thèse ce travail auquel j'aimais me rendre tous les matins, je tenais à remercier l'équipe des pingouins de Madagascar : Bruno et Héléna.

Héléna, reviens ! Ta place est encore libre. Ou non, débrouille-toi plutôt pour nous faire venir à Toulouse, le soleil à l'air plus rieur chez vous. Quant à Bruno, je dirai simplement «Pourvu qu'il neige, mais si neige il n'y a pas, la bossa sera toujours là ! ».

Pour fini, je voudrais remercier ma famille qui m'a toujours soutenu durant ce travail et qui m'a donné le goût des sciences et de la réflexion.

Merci enfin à Amélie, certainement la plus belle chose qui me soit arrivée durant ces trois années et qui justifie, à elle seule, mon choix d'avoir fait un doctorat.

Table des matières

Introduction **ix**

1 L'effet Josephson **1**
1.1 L'effet tunnel à un électron 2
1.2 L'effet Josephson 3
1.2.1 Dérivation des équations Josephson 3
1.2.2 Les équations Josephson 5
1.3 Le modèle RSJ 6
1.3.1 L'équation du modèle RSJ 6
1.3.2 La normalisation du modèle 7
1.3.3 Les premiers résultats du modèle RSJ 9
1.3.4 Quelques mots sur le cas $\beta_C \neq 0$ 10
1.3.5 Le bruit thermique dans les jonctions 12

2 La fabrication des jonctions Josephson par irradiation ionique **15**
2.1 Les différents types de jonctions Josephson 15
2.1.1 Les jonctions à base de supraconducteurs à basse température critique 16
2.1.2 Les jonctions à base de supraconducteurs à haute température critique 16
2.2 Les jonctions fabriquées par irradiation ionique 19
2.2.1 L'irradiation ionique 19
2.2.2 L'effet de l'irradiation sur les cuprates supraconducteurs . . . 21
2.2.3 Les profils de défauts 23
2.2.4 Le processus de fabrication des jonctions Josephson 26

3 Approche quasi-classique et étude expérimentale des jonctions par irradiation **31**
3.1 Étude expérimentale de jonctions par irradiation 32
3.1.1 Fabrication de l'échantillon 32
3.1.2 Présentation du comportement général d'une jonction réalisée par irradiation 32
3.1.3 Caractéristiques des jonctions Josephson en fonction de la taille de la fente 34
3.2 Modèle de l'état supraconducteur des jonctions par irradiation basé sur une approche quasi classique de la supraconductivité 42
3.2.1 La théorie générale de la supraconductivité 43
3.2.2 L'approche quasi classique - les équations d'Eilenberger . . . 47
3.2.3 La limite sale - les équations d'Usadel 49
3.3 Simulation numérique des équations d'Usadel 50

3.3.1 L'équation d'Usadel avec un terme de brisure de paires . . . 50
3.3.2 Algorithme de calcul de l'équation d'Usadel 52
3.3.3 Remarques sur le modèle SS'S utilisé 53
3.3.4 Résultat des simulations 54
3.4 Le courant de dépairage 63
3.4.1 Le phénomène de dépairage par le supercourant 63
3.4.2 Le phénomène de dépairage dans les jonctions par irradiation 65
3.5 Conclusions sur la modélisation des jonctions par irradiation à partir d'une modèle quasi-classique 66

4 Mesures de l'inductance cinétique de supraconducteurs à l'aide d'un SQUID à injection directe 69
4.1 L'inductance d'une boucle supraconductrice 69
4.2 Le fonctionnement d'un SQUID 71
4.2.1 Modèle physique : le flux total dans un SQUID 71
4.2.2 Modèle électrique : le SQUID comme détecteur 73
4.3 Mesures de SQUIDs à injection directe 74
4.3.1 Fabrication et mesures 74
4.3.2 Résultats expérimentaux à basse température 75
4.3.3 Résultats expérimentaux entre 40 K et 65 K 78
4.3.4 Discussion des résultats pour une application à l'électronique supraconductrice 80

5 Revue des technologies d'émission et de détection de rayonnements térahertz 83
5.1 La gamme térahertz 83
5.2 Propriétés et applications des rayonnements térahertz 86
5.3 Les problèmes spécifiques de la gamme térahertz 89
5.3.1 La transmission atmosphérique 89
5.3.2 La résolution spatiale 89
5.3.3 Le contraste d'imagerie 90
5.4 Les dispositifs térahertz impulsionnels et continus 92
5.5 La génération de rayonnements térahertz 94
5.5.1 La conversion fréquentielle 94
5.5.2 Les faisceaux d'électrons 94
5.5.3 Les lasers térahertz 96
5.5.4 Les lampes à mercure 96
5.6 La détection des rayonnements térahertz 98
5.6.1 La détection incohérente ou directe 98
5.6.2 La puissance équivalente au bruit, NEP et NEΔT 101
5.6.3 La détection cohérente 109
5.6.4 Étude du bruit en détection cohérente continue 111

6 La détection micro-onde à l'aide d'une jonction Josephson : théorie et simulation 119
6.1 La jonction Josephson nue : les oscillations Josephson 120
6.1.1 Évolution temporelle de la tension aux bornes de la jonction 120
6.1.2 Densité spectrale des fluctuations de tension dans la jonction 122
6.2 La jonction Josephson couplée à un faible signal haute fréquence : vidéo-détection et auto-mélange 130
6.2.1 Les effets du premier ordre : mélangeur autopompé 131
6.2.2 Les effets du second ordre : vidéodétection et transformée de Hilbert 137
6.3 La jonction Josephson couplée à deux signaux : fonctionnement en mélangeur 141
6.3.1 L'apparition d'une marche de Shapiro 141
6.3.2 La multiplication des marches de Shapiro 142
6.3.3 Fréquence limite de fonctionnement et marches de Shapiro . . 144
6.3.4 Le mélangeur Josephson extérieurement pompé 144
6.4 Résumé des différents dispositifs de détection basés sur l'effet Josephson 153

7 Détection directe et cohérente de radiations micro-ondes à l'aide de jonctions par irradiation 157
7.1 Le montage expérimental : antennes et quasi optique 158
7.1.1 Les faisceaux gaussiens 158
7.1.2 Les sources micro-ondes 159
7.1.3 Le couplage à la jonction : lentilles et antennes large bande . 160
7.2 Mesures basse-fréquences : marches de Shapiro et transformation de Hilbert 166
7.2.1 Fabrication et propriétés dc des jonctions 166
7.2.2 Comportement sous irradiation micro-onde à 70 et 140 GHz . 175
7.2.3 Mélange à deux ondes : courbes I-V et réponse continue . . . 182
7.3 Mesures à haute fréquence : détection cohérente à quelques centaines de gigahertz 184
7.3.1 Le montage micro-onde 184
7.3.2 Les spectres de mélange 184
7.3.3 Évolution du signal de mélange avec la température 187
7.4 La résistance des jonctions par irradiation comme élément non linéaire 189
7.4.1 Une résistance normale dépendante du courant de polarisation 189
7.4.2 Simulations RSJ en présence d'une résistance normale dépendante du courant 190
7.4.3 Comparaison avec les mesures 192
7.4.4 Évolution en température 192
7.5 Résumé du comportement des jonctions Josephson fabriquées par irradiation 194

Conclusions et perspectives 197

Annexe 1 : Modélisation des antennes **201**

Annexe 2 : Résonateurs micro-ondes fabriqués par irradiation ionique **205**

Annexe 3 : Réseaux de jonctions Josephson fabriquées par irradiation ionique **207**

Bibliographie **209**

Introduction

Seul élément radiofréquence pouvant être à la fois non linéaire et non dissipatif, la jonction Josephson, malgré son quasi demi-siècle d'existence, reste un objet d'étude fascinant. Les équations la régissant sont à la fois assez simples pour être formulées avec des approximations réalistes, et suffisamment non linéaires pour être sources d'une variété impressionnante de phénomènes, et dont de nombreuses applications viennent seulement d'être proposées.

Durant les trois années de cette thèse, nous avons développé une technique de fabrication de jonctions Josephson dans des matériaux supraconducteurs à haute-température critique. Cette méthode emploie des outils de nanolithographie associés à des implantations ioniques, et permet d'obtenir des jonctions Josephson pouvant fonctionner à des températures allant jusqu'à 80 K. Nous avons caractérisé le comportement à basse fréquence de ces jonctions et développé un modèle théorique basé sur l'effet de proximité dans l'objectif de pouvoir prévoir leurs caractéristiques et les optimiser. La seconde partie de notre travail a consisté en l'étude du comportement de ces jonctions en présence de rayonnements micro-onde. Pour expliquer nos observations expérimentales, nous avons développé un modèle théorique fondé sur un régime de mélange particulier.

Le cours de ce manuscrit suit globalement ces travaux, la première partie étant consacrée au comportement basse fréquence des jonctions Josephson tandis que la seconde aborde les caractéristiques et les mesures réalisées autour de la centaine de gigahertz.

Nous commencerons par une introduction à l'effet Josephson, permettant de mettre en place les notations et le formalisme utilisé par la suite. Celle-ci sera suivie d'une présentation de l'effet d'une irradiation ionique sur un supraconducteur à haute température critique. Les deux derniers chapitres de cette première partie rapportent les expériences réalisées sur les jonctions Josephson par irradiation au travers d'une étude de leurs caractéristiques en fonction de la longueur de la jonction Josephson et d'une étude de SQUIDs (« Superconducting Quantum Interference Devices ») à injection directe basés sur de telles jonctions. Nous en profiterons pour développer un modèle stationnaire de nos jonctions, fondé sur l'effet de proximité décrit par les équations d'Usadel.

La seconde partie du manuscrit débute par une revue des techniques de génération et de détection térahertz, essayant de mettre en avant les contraintes et les mérites des différentes méthodes utilisées à l'heure actuelle. Nous continuerons par une présentation des dispositifs de détection envisageable à l'aide des jonctions Josephson et finissons par les mesures expérimentales réalisées sur les jonctions fabriquées par irradiation. Ce dernier chapitre présentera un modèle de mélange original à l'œuvre dans ces jonctions.

La supraconductivité forme la toile de fond de l'ensemble de ce manuscrit. Pourtant, nous avons choisi de ne pas consacrer de chapitre particulier à la présentation de ce phénomène fascinant. En effet, l'objet de ce manuscrit est la description de jonctions Josephson à haute température critique, et nous avons préféré concentrer notre attention sur les aspects spécifiques de la supraconductivité nécessaires à la compréhension de ces objets, plutôt qu'à des considérations générales que l'on peut trouver dans d'excellents ouvrages. De plus, la supraconductivité à haute température critique est encore l'objet de débats intenses dans la communauté scientifique ; en particulier, l'origine de la condensation en paires de Cooper n'est pas encore établie. Puisque le fonctionnement Josephson repose sur l'existence d'un condensat macroscopique cohérent et non sur les détails de la supraconductivité, il ne nous a pas semblé essentiel d'entrer dans les spécificités de la physique des cuprates. Le seul élément d'intérêt notoire pour notre étude est la supraconductivité « onde d » du paramètre d'ordre que nous présentons ci-après. C'est pourquoi nous allons consacrer le restant de cette introduction à une brève présentation de la supraconductivité. Celle-ci visera principalement à donner les expressions et significations des grandeurs que nous utiliserons par la suite.

La supraconductivité a été découverte en 1911, mais la véritable compréhension du mécanisme à l'œuvre est arrivée bien plus tard avec l'intuition remarquable de Ginzurg et Landau suivie par la formulation de la théorie microscopique par Bardeen, Cooper et Schrieffer. Par la suite vinrent encore des contributions importantes de Bogolyubov et Gor'kov que nous présenterons en partie dans le chapitre 3.

Le concept de base expliquant les propriétés originales des supraconducteurs est la cohérence macroscopique des porteurs de charges constitués de paires d'électrons appelés *paires de Cooper*. En dessous de la température de transition du supraconducteur, la fonction de base décrivant le comportement de ce système sera donc une fonction d'onde ou paramètre d'ordre macroscopique Ψ associée au condensat de paires de Cooper :

$$\Psi(\vec{r},t) = \Psi_0(\vec{r},t)\exp\left[i\varphi(\vec{r},t)\right]$$

où Ψ_0^2 est proportionnelle à la densité de paires dans le condensat tandis que φ traduit une propriété purement quantique du condensat : sa phase.

La première conséquence de l'existence d'une fonction macroscopique ayant une phase bien déterminée est *un supercourant persistant*. Les paires électroniques se comportant comme une seule et même entité, une fois que celles-ci ont acquis une impulsion non nulle, elles ne peuvent pas la perdre sous l'effet des mécanismes de diffusion inélastique, car ceux-ci ne concernent que les paires prises une par une et non l'ensemble du condensat. La résistance d'un supraconducteur est donc nulle en dessous de sa température critique.

La seconde conséquence importante est *la quantification du flux*. Si l'on se déplace sur un chemin fermé à l'intérieur d'un supraconducteur, la différence de phase entre le point de départ et d'arrivée (qui sont des points identiques) ne pourra être qu'un multiple de 2π car la fonction d'onde macroscopique doit être unique. Si

l'on écrit alors le gradient de phase en présence d'un champ magnétique comme

$$\vec{\nabla}\varphi = \frac{1}{\hbar}\left(m_p\vec{v}_p + q_p\vec{A}\right)$$

où m_p, n_p, q_p et v_p sont les masses, densités, charges et vitesses des paires de Coope, la différence de phase quantifiée sur un chemin fermé va être donnée par

$$2n\pi = \oint \vec{\nabla}\varphi\vec{dl} = \frac{m_p}{q_p n_p \hbar}\oint \vec{j_s}\vec{dl} + \frac{q_p}{\hbar}\oint \vec{A}\vec{dl}$$

où $n \in \mathbb{Z}$ et $\vec{j_s}$ est le super-courant, $\vec{j_s} = q_p n_p \vec{v_p}$. L'intégrale de droite est équivalente au flux magnétique à travers le contour fermé que l'on notera Φ. On peut extraire de cette équation deux grandeurs de dimensionnement de la supraconductivité qui apparaîtrons dans la plupart des phénomènes cohérents que celle-ci engendre :

- $\Phi_0 = h/q_p = h/2e$ est appelé *le quantum de flux.*
- $\lambda_L = (\mu_0 q_p^2 n_p/m_p)^{-1/2}$ est appelé *longueur de pénétration de London.*

En utilisant ces notations, l'équation précédente se réécrit alors de la façon suivante :

$$n\Phi_0 = \mu_0\lambda_L^2\oint \vec{j_s}\vec{dl} + \Phi$$

Considérons les deux cas suivants qui nous permettront de clarifier la signification de Φ_0 et λ_L :

1. Si le supercourant $\vec{j_s}$ est nul sur le contour, cette équation se ramène à une quantification du flux magnétique en multiples du *quantum de flux* : $\Phi = n\Phi_0$.
2. Si le super-courant est non-nul, sachant que l'équation précédente doit être vraie pour tout chemin d'intégration, $n = 0$ (on se place dans le cas d'un supraconducteur massif où Ψ est non-nul partout). Dans ce cas, on obtient alors $\mu_0\lambda_L^2\oint \vec{j_s}\vec{dl} = -\Phi = -\int \vec{B}\vec{dl}$. Cette dernière condition se réécrit $\vec{B} = -\mu_0\lambda_L^2 curl\vec{j_s}$ qui peut être comparée avec l'équation de Maxwell $\vec{B} = -\mu_0\vec{j}$ pour donner $\Delta\vec{B} = \vec{B}/\lambda_L^2$ (où Δ est l'opérateur de Laplace). On en conclut donc que le champ magnétique va décroître exponentiellement dans un supraconducteur sur une échelle de longueur donnée par *la longueur de pénétration de London* λ_L.

D'autres grandeurs caractéristiques comme la longueur de cohérence ξ ou le champ critique B_c sont essentielles pour étudier le comportement des supraconducteurs mais nous ferons l'économie de leur description. Ne les utilisant pas au long de cette thèse, nous renvoyons par exemple le lecteur à l'ouvrage de Tinkham (1975). Avant d'entrer dans le vif du sujet, introduisons une dernière caractéristique des supraconducteurs qui forme le cœur de notre méthode de fabrication de jonction : la symétrie du paramètre d'ordre.

Dans la plupart des supraconducteurs rencontrés (excepté certains composés à base de fermions lourds ou d'oxydes de ruthénium), les deux électrons d'une paire de Cooper adoptent une configuration de singulet de spin. Pour des raisons de symétrie, l'impulsion dans le centre de masse de ces électrons sera donc un multiple pair de $\hbar$, par exemple 0 (état s) ou $2\hbar$ (état d).

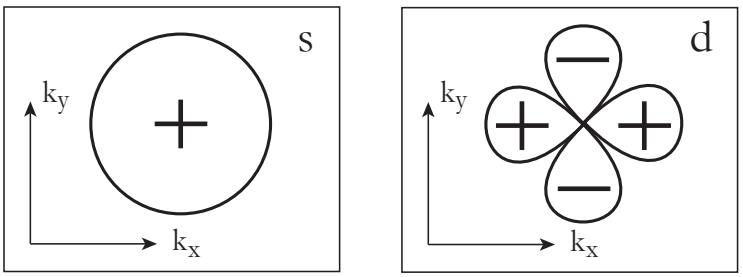


FIGURE 1 – Paramètre d'ordre supraconducteur dans l'espace réciproque. Symétrie de type s (gauche) et de type d (droite). Le paramètre d'ordre de type d change de signe lorsqu'il subit une rotation de 90 degrés (voir aussi le chapitre 2 de ce manuscrit) et possède des nœuds suivant les diagonales. Les valeurs maximales de ce paramètre sont orientées suivant les liens O-Cu-O dans les cuprates, dont font partie les composés que nous avons utilisés.

Les supraconducteurs conventionnels adoptent une symétrie s et leur paramètre d'ordre sera donc plus ou moins isotropique dans l'espace réciproque ; on les appelle alors des supraconducteurs de type « onde s ». Un large corpus de résultats montre en revanche que les supraconducteurs à haute température critique adoptent une symétrie $d_{x^2-y^2}$ dans l'espace réciproque (avec la possibilité d'ajouter d'autres composantes plus faibles) indiquée figure 1 ils seront donc appelés supraconducteurs de type « onde d ». Nous présenterons au cours des chapitres de cette thèse des conséquences de cette symétrie particulière, mais nous allons détailler rapidement ici les plus évidentes d'entre elles. Créer une excitation dans un supraconducteur revient à briser ou à créer une paire de Copper, mécanisme exigeant respectivement une énergie Δ et 2Δ, où Δ sera donc le gap du composé. On peut montrer que Δ est proportionnel au paramètre d'ordre Ψ_0, les énergies d'excitation seront alors qualitativement différentes selon les types de supraconducteurs. Dans un supraconducteur de type « onde s », le gap est bien défini dans toutes les directions de l'espace réciproque tandis que les nœuds du paramètre d'ordre d'un supraconducteur « onde d » impliquent que des quasi-particules puissent être créées pour un coût en énergie nul. La densité d'énergie d'un supraconducteur d ne s'annule donc pas en dessous du gap même si elle reste faible.

Chapitre 1

L'effet Josephson

Sommaire

1.1 L'effet tunnel à un électron **2**
1.2 L'effet Josephson **3**
1.2.1 Dérivation des équations Josephson 3
1.2.2 Les équations Josephson 5
1.3 Le modèle RSJ **6**
1.3.1 L'équation du modèle RSJ 6
1.3.2 La normalisation du modèle 7
1.3.3 Les premiers résultats du modèle RSJ 9
1.3.4 Quelques mots sur le cas $\beta_C \neq 0$ 10
1.3.5 Le bruit thermique dans les jonctions 12

L'effet tunnel est l'un des phénomènes les plus emblématiques de la mécanique quantique. Classiquement, une barrière d'énergie donnée est infranchissable par toute particule dont l'énergie en est inférieure. Quantiquement en revanche, la fonction d'onde de la particule ne s'annule pas au niveau de la barrière, mais décroît exponentiellement à l'intérieur de celle-ci. Pour une barrière de longueur finie, la probabilité de présence de la particule à l'autre extrémité est donc non nulle, la particule peut traverser cette barrière.

L'effet tunnel est très général et s'applique dans de nombreux domaines, de la physique nucléaire à la microscopie, de l'électronique des semiconducteurs à la biologie des enzymes. L'une de ses manifestations les plus simples d'accès expérimentalement est le passage d'un courant électrique lorsque deux conducteurs électriques se trouvent séparés par une mince barrière. Dans ce cas, l'effet tunnel possède la propriété intéressante de fournir de nombreuses informations, tant sur la barrière qui est à son origine que sur les métaux en contact, par exemple leur densité d'états.

Si ce sont deux supraconducteurs que l'on met en contact, on assiste alors, au-delà du passage par effet tunnel des électrons (ou plus précisément des quasi-particules), à la possibilité pour les paires de Cooper (Cooper, 1956) elles-mêmes de franchir la barrière. B. D. Josephson, dans sa thèse de doctorat à l'université de Cambridge fut le premier à prédire les conséquences de ce phénomène pour les condensats des deux supraconducteurs (Josephson, 1962, 1965) ce qui lui valut de partager le prix Nobel de physique de 1973 avec Leo Esaki et Ivar Giaever. La

première observation expérimentale de ce phénomène suivit de peu sa prédiction et fut réalisée par Anderson et Rowell (1963).

La première partie de ce chapitre présente l'effet tunnel à un électron dans les supraconducteurs, la seconde partie aborde le cas des paires de Cooper, enfin, dans la troisième partie, nous présentons une modélisation plus réaliste d'une jonction Josephson à travers le modèle RSJ.

1.1 L'effet tunnel à un électron

Considérons un hamiltonien de couplage H_T entre l'état $|g\rangle$ correspondant à un électron à gauche de la barrière et l'état $|d\rangle$, à droite de la barrière. L'élément de matrice couplant l'état $|g\rangle$ à l'état $|d\rangle$ est alors $T = \langle d|H_T|g\rangle$.

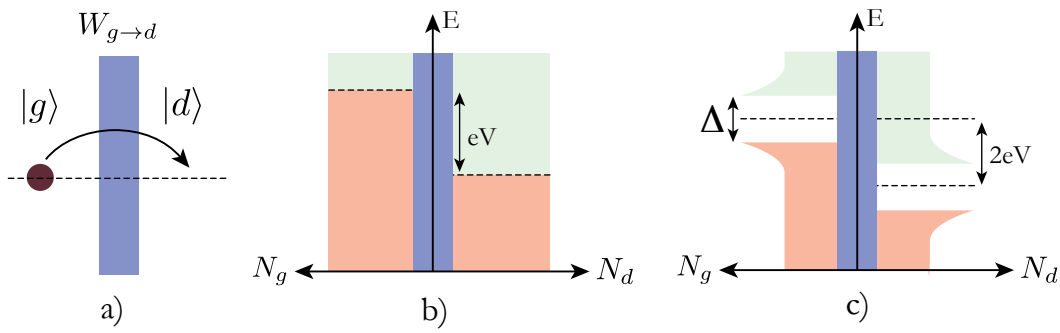


FIGURE 1.1 – (a) L'effet tunnel à travers une barrière isolante. $W_{g->d}$ est la probabilité de transition de gauche à droite, c'est-à-dire des états $|g\rangle$ à $|d\rangle$. (b) Le courant tunnel dépend de la densité d'état des deux matériaux en proximité. (c) Effet tunnel des quasiparticules entre deux supraconducteurs de même gap Δ. N_g et N_d représentent les densités d'état dans chacun des matériaux et V est la différence de potentiel appliquée aux bornes de la jonction.

Considérons, plus précisément, les mers de Fermi formées par les électrons situés de chaque côté de la barrière tunnel, elles peuvent être décrites par les densités d'états N_g et N_d à température nulle modulées par la fonction de Fermi-Dirac $f(E) = \frac{1}{1+e^{\frac{E-\mu}{k_B T}}}$. On peut alors évaluer la probabilité de transition $W_{g\to d}$ de $|g\rangle$ à $|d\rangle$ pour un électron d'énergie E en considérant l'hamiltonien H_T comme une perturbation du système et en appliquant la règle d'or de Fermi :

$$W_{g\to d} = \frac{2\pi}{\hbar}|\langle d|H_T|g\rangle|^2 N_d(E)(1-f(E))$$

La quantité $N_d(E)(1-f(E))$ exprime la densité d'états libres dans le matériau de droite. Pour obtenir le courant tunnel, on doit intégrer cette relation sur les états occupés du matériau de gauche, c'est-à-dire en tenant compte de la densité d'états $N_g(E)f(E)$.

On obtient alors la densité de courant tunnel de gauche à droite $J_{g\to d}$:

$$\begin{aligned} J_{g\to d} &= e\int W_{g\to d} N_g(E-eV) f(E-eV) dE \\ &= e\int \frac{2\pi}{\hbar} |\langle d|H_T|g\rangle|^2 N_g(E-eV) f(E-eV) N_d(E)(1-f(E)) dE \end{aligned}$$

où V est la différence de potentiel entre les matériaux de gauche et de droite, qui se traduit par un décalage eV de leurs niveaux de Fermi.

Le courant total I à travers une jonction d'aire A est alors donné par la somme des courants allant de gauche à droite et de droite à gauche :

$$I = \frac{2\pi e A}{\hbar} |T|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} N_g(E-eV) N_d(E) \left[f(E-eV) f(E)\right] dE$$

On remarque que le courant tunnel dépend fortement des densités d'états dans les matériaux de gauche et de droite. Cette dépendance permet la réalisation d'une sonde de densité d'états en utilisant le courant tunnel entre un matériau de densité d'états connue et un matériau à l'étude. C'est ce que l'on appelle la spectroscopie tunnel. On se reportera utilement au livre de Wolf (1985) pour une étude de l'effet tunnel. Ajoutons à présent les paires de Cooper à notre modèle.

1.2 L'effet Josephson

1.2.1 Dérivation des équations Josephson

Une dérivation simple des équations Josephson est présentée dans les lectures de Feynman (Feynman, Leighton, et Sands, 1965). Elle se présente comme suit.

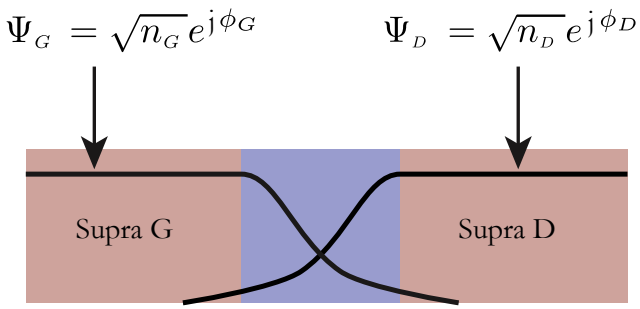


FIGURE 1.2 – Représentation schématique du couplage Josephson entre deux supraconducteurs. Ψ_G et Ψ_D sont les fonctions d'ondes des deux condensats supraconducteurs de densité de paires n_G et n_D et de phase ϕ_G et ϕ_G. On remarque la superposition des fonctions d'ondes dans la barrière.

Considérons à nouveau la structure Supraconducteur-Isolant-Supraconducteur (SIS) du paragraphe précédent ainsi que les fonctions d'ondes des paires de Cooper

dans les deux supraconducteurs : Ψ_G et Ψ_D. Appliquées aux états BCS $|G\rangle$ et $|D\rangle$, elles fournissent les densités de paires respectives dans ces deux supraconducteurs

$$\langle D|\Psi_D^*\Psi_D|D\rangle = |\Psi_D|^2 = n_D \qquad \langle G|\Psi_G^*\Psi_G|G\rangle = |\Psi_G|^2 = n_G$$

Si l'on tient compte du couplage entre les deux supraconducteurs lié au recouvrement des fonctions d'ondes de paires Ψ_G et Ψ_D, il peut exister des mécanismes de transition entre les états $|G\rangle$ et $|D\rangle$. L'état du système est alors décrit comme une combinaison linéaire des deux états $|G\rangle$ et $|D\rangle$:

$$|\psi\rangle = \psi_D|D\rangle + \psi_G|G\rangle$$

L'évolution du système dans le temps est régie par l'équation de Schrödinger :

$$j\hbar\frac{\partial|\psi\rangle}{\partial t} = H|\psi\rangle \tag{1.1}$$

On utilise ici la convention $j = \sqrt{-1}$, i étant réservé à la normalisation du courant que l'on verra dans la section suivante. H est l'hamiltonien total du système :

$$H = H_D + H_G + H_{couplage}$$

où $H_D = E_D|D\rangle\langle D|$ et $H_G = E_G|G\rangle\langle G|$ sont les hamiltoniens des états $|D\rangle$ et $|G\rangle$ non perturbés.

$$H_{couplage} = K[|G\rangle\langle D| + |D\rangle\langle G|]$$

représente l'hamiltonien tunnel entre les états de gauche et de droite. E_G et E_D sont les énergies des états fondamentaux des deux supraconducteurs non perturbés. K est la constante de couplage entre les deux états du système, qui dépend des caractéristiques de la barrière. En l'absence de potentiel vecteur, K sera supposée réelle. L'équation de Schrödinger (1.1) peut alors être décomposée sur les deux états $|D\rangle$ et $|G\rangle$

$$\begin{cases} j\hbar\frac{\partial\psi_D}{\partial t} &= E_D\psi_D + K\psi_G \\ j\hbar\frac{\partial\psi_G}{\partial t} &= E_G\psi_G + K\psi_D \end{cases}$$

Dans un supraconducteur isolé, l'énergie de l'état fondamental est donnée par $E = 2\mu$ où μ est le potentiel chimique. Lorsqu'une tension continue V est appliquée aux bornes de la jonction, les potentiels chimiques des deux supraconducteurs D et G vont être déplacés d'une énergie eV, $E_G - E_D = 2eV$. En choisissant comme origine des énergies la moyenne des énergies des deux supraconducteurs, les deux équations précédentes deviennent :

$$\begin{cases} j\hbar\frac{\partial\psi_D}{\partial t} &= -eV\psi_D + K\psi_G \\ j\hbar\frac{\partial\psi_G}{\partial t} &= eV\psi_G + K\psi_D \end{cases}$$

ψ_D et ψ_G peuvent être remplacées par leurs expressions données par Ginzburg et Landau (Tinkham, 1975) :

$$\psi_D = \sqrt{n_D} e^{j\phi_D} \qquad \psi_G = \sqrt{n_G} e^{j\phi_G}$$

En séparant les parties réelles et imaginaires et en posant $\phi = \phi_G - \phi_D$, on obtient le système d'équations couplées définissant l'évolution des densités de paires et des phases dans les supraconducteurs :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial n_G}{\partial t} = \dfrac{2}{\hbar} K \sqrt{n_G n_D} sin\phi \\ \dfrac{\partial n_D}{\partial t} = -\dfrac{2}{\hbar} K \sqrt{n_G n_D} sin\phi \\ \dfrac{\partial \phi_G}{\partial t} = \dfrac{K}{\hbar} \sqrt{\dfrac{n_G}{n_D}} cos\phi + \dfrac{eV}{\hbar} \\ \dfrac{\partial \phi_D}{\partial t} = \dfrac{K}{\hbar} \sqrt{\dfrac{n_G}{n_D}} cos\phi - \dfrac{eV}{\hbar} \end{cases} \tag{1.2}$$

1.2.2 Les équations Josephson

La densité de courant de paires étant donnée par :

$$J = \frac{\partial n_G}{\partial t} = -\frac{\partial n_D}{\partial t} \tag{1.3}$$

Le système précédent permet d'obtenir la densité de courant circulant dans la jonction $J = J_C \sin\phi$ que l'on peut intégrer sur la surface de la jonction pour obtenir la première équation Josephson

$$\boxed{I = I_C \sin\phi} \tag{1.4}$$

I_C est le courant maximal pouvant circuler dans la jonction sans dissipation et est proportionnel à la constante de couplage K. Cette dépendance périodique du courant avec la différence de phase s'appelle l'effet Josephson continu ou dc.

On déduit également de ce système la seconde équation Josephson qui décrit l'évolution de la différence de phase $\phi = \phi_G - \phi_D$ lorsqu'une tension est appliquée aux bornes de la jonction.

$$\boxed{\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{2e}{\hbar} V} \tag{1.5}$$

Cette équation gouverne l'effet Josephson alternatif ou ac. On remarque que lorsque $V = 0$, la phase ϕ est constante mais pas nécessairement nulle et d'après l'équation Josephson DC un courant peut circuler dans la jonction sous la forme de supercourant. On remarquera que le mécanime précis réalisant le couplage entre les condensats supraconducteurs n'intervient pas explicitement dans les équations

Josephson autrement que dans le courant critique I_C. Tant que le couplage n'est pas trop fort et ne déforme pas les fonctions d'ondes de part et d'autre de la jonction, cette dérivation reste valide. Les équations Josephson ont de fait été observées dans de très nombreux dispositifs, incluant les jonctions tunnel, mais aussi des jonctions supraconducteur-métal-supraconducteur (situation décrite dans ce travail de thèse), des liens faibles de différentes sortes, des micro-ponts, ... Des déviations de la relation sinusoïdale comme des termes du second ordre ou l'ajout d'une phase sont parfois observées et l'on se reportera par exemple aux monographies de Likharev (1979a, 1996) pour une présentation plus détaillée des différents types de liens faibles rencontrés ainsi qu'à la revue de Golubov, Kupriyanov, et Il'Ichev (2004a). Dans la section qui suit, nous allons utiliser ces deux équations pour dériver un modèle général décrivant le fonctionnement d'une jonction Josephson.

1.3 Le modèle RSJ

1.3.1 L'équation du modèle RSJ

Dans une jonction Josephson réelle, les deux phénomènes que nous venons de présenter, l'effet tunnel des quasiparticules et l'effet Josephson, peuvent avoir lieu simultanément. On doit alors tenir compte de leurs interactions. Une description simplifiée, mais donnant des résultats éclairants et souvent corrects, au moins qualitativement, consiste à modéliser deux canaux de transmission séparés ; l'un pour les quasiparticules, l'autre pour les paires de Cooper. C'est le modèle RSJ pour "resistively-shunted junction" introduit séparément par McCumber (1968), Johnson et Stewart (1968) en 1968 et qui a fait l'objet de nombreuses études depuis. Les réalisations pratiques des jonctions Josephson possèdent souvent certains aspects qui ne sont pas inclus dans ce modèle tels "l'excès de courant" ou les non-linéarités dues au passage des quasiparticules. La plupart des effets observés peuvent cependant être reproduits. Dans le cas des jonctions SIS court-circuitées par une résistance on arrive à un accord quantitatif, dans la plupart des autres cas dont le nôtre, l'accord sera plus qualitatif.

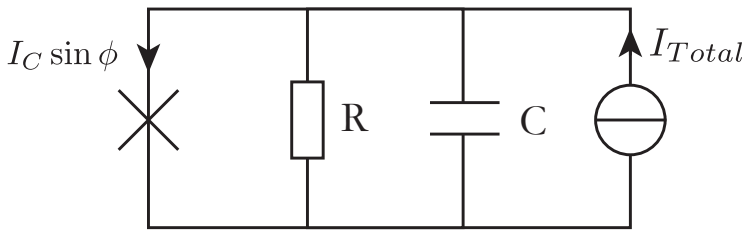


FIGURE 1.3 – Circuit équivalent du modèle "resistively-shunted junction" (RSJ)

Le circuit équivalent qui mène aux équations RSJ comporte une jonction Josephson décrite par les deux équations Josephson et symbolisée par une croix, en parallèle avec une résistance R traduisant les phénomènes dissipatifs dus au passage

des quasiparticules dans la jonction et une capacité C optionnelle modélisant l'accumulation de charges aux extrémités de la barrière, le tout alimenté par une source de courant. Dans le cas le plus général, cette équation ne peut pas être résolue analytiquement et on s'intéresse souvent aux cas limites de jonction "sur-amortie" et "sous-amortie" que nous préciserons dans la suite. Une jonction "sur-amortie" est une jonction dans laquelle l'effet de la capacité est faible devant celui de la résistance, à l'inverse, dans une jonction "sous-amortie", la capacité est élevée et peut par exemple emmagasiner de l'énergie. Pour simplifier les calculs, on suppose fréquemment que la résistance est un simple conducteur ohmique linéaire.

On rencontrera parfois dans la littérature la dénomination "RCSJ" qui fait explicitement référence au fait d'avoir une capacité non nulle dans la jonction. Enfin, il faut noter qu'un raffinement du modèle RSJ existe, appelé modèle "RSJN" (Likharev, 1996), dans lequel la résistance R est supposée non-linéaire et dépendante de la tension appliquée, ce modèle est théoriquement plus adapté aux jonctions SNS ou "liens faibles" dont font partie nos jonctions. En revanche, le modèle étant plus compliqué et le corpus de littérature moins abondant, nous nous contenterons la plupart du temps d'une description à l'aide du modèle RSJ.

Revenons au circuit de la figure 1.3, celui-ci nous permet d'écrire l'équation différentielle régissant l'évolution du courant :

$$I_{Total} = I_C \sin\phi + \frac{V}{R} + C\frac{dV}{dt}$$

La présence du terme non-linéaire $\sin\phi$ va créer une variété de phénomènes complexes à partir de cette équation d'apparence simple.

On peut éliminer la tension V à l'aide de la seconde équation Josephson ce qui nous donne l'équation du modèle RSJ régissant le comportement de la phase dans la jonction

$$I_{Total} = I_C \sin\phi + \frac{1}{R}\frac{d\phi}{dt} + C\frac{d^2\phi}{dt^2} \tag{1.6}$$

Le courant I_{Total} est fourni par les sources externes et peut comprendre des composants dc de polarisation, mais aussi des termes variables dans le temps et haute fréquence venant d'une antenne par exemple.

1.3.2 La normalisation du modèle

Pour simplifier la résolution et la compréhension de cette équation, on la réécrit souvent à l'aide d'un jeu de variables normalisées sans dimensions. Si ceci possède l'inconvénient de forcer la conversion des valeurs lors des comparaisons théorie-expérience, cela nous permet aussi de nous ramener à un petit échantillon de paramètres importants dont on pourra facilement évaluer et confronter les grandeurs respectives.

La normalisation des unités de courant, résistance et tension est accomplie respectivement par le courant critique I_C, la résistance normale R_N et leur produit $R_N I_C$. En observant la seconde équation Josephson, on déduit une normalisation du temps en

Table 1.1 – Unités normalisées

Quantité	Symbole dimensionné	Symbole normalisé	Normalisation
Courant	I	i	I_C
Tension	V	v	$I_C R_N$
Fréquence (angulaire)	ω	Ω	ω_C
Temps	t	τ	ω_C^{-1}
Impédance	Z	z	R_N

$$\tau = \frac{2e}{\hbar} I_C R_N t = \omega_C t$$

où $f_C = \omega_C / 2\pi$ est la fréquence caractéristique de la jonction. On remarque que c'est aussi la fréquence Josephson qui correspond à la tension $R_N I_C$. Le tableau 1.1 résume la normalisation adoptée dans cette thèse.

Les équations Josephsons se réécrivent alors de façon simple :

$$\begin{cases} i &= \sin\phi \quad \text{équation dc} \\ \dot{\phi} &= v \quad \text{équation ac} \end{cases} \tag{1.7}$$

Le point représente la dérivation par rapport au temps normalisé τ.

On peut aussi écrire l'équation RSJ dans ce jeu de variables :

$$i_T = \sin\phi + \dot{\phi} + \beta_C \ddot{\phi}$$

Le paramètre de McCumber β_c (McCumber, 1968) est défini comme :

$$\beta_C = \frac{2e}{\hbar} I_C R_N^2 C$$

Il définit l'influence de la capacité sur la dynamique de la jonction ; pour $\beta_C \gg 1$ la caractéristique courant-tension de la jonction devient hystérétique ou multivaluée. On notera aussi que la pulsation caractéristique de la jonction ω_C est égale au produit $I_C R_N$. Augmenter ce produit appréciera d'autant la fréquence maximale de fonctionnement de la jonction. Une autre paramétrisation fréquente dite de Johnson utilise le "paramètre de Johnson" ou facteur de qualité ; $\beta_J = \frac{1}{\sqrt{\beta_C}}$. Les paramètres importants du modèle RSJ sont résumés dans le tableau 1.2. Le paramètre Γ, appelé température normalisée sera explicité dans la section 1.3.5.

Deux autres paramètres sont souvent rencontrés même si nous ne les utilisons que peu dans cette thèse, ce sont l'énergie potentielle Josephson :

$$E_J = \frac{\hbar I_C}{2e}$$

et l'inductance Josephson :

$$L_J = \frac{\hbar}{2e I_C \cos\phi}$$

TABLE 1.2 – Paramètres importants du modèle RSJ

Paramètre	Symbole	Définition
Tension caractéristique	V_C	$I_C R_N$
Fréquence caractéristique	ω_C	$\frac{2e}{\hbar} I_C R_N$
Paramètre de McCumber	β_C	$\frac{2e}{\hbar} I_C R_N^2 C$
Température normalisée	Γ	$\frac{2e}{\hbar} \frac{k_B T}{I_C}$

On remarque que cette inductance peut prendre des valeurs négatives du fait de la présence du $\cos\phi$. La jonction Josephson peut se comporter comme une *réactance non-linéaire*, c'est-à-dire peut être utilisée comme un dispositif stockant de l'énergie.

1.3.3 Les premiers résultats du modèle RSJ

Les propriétés surprenantes du courant dans une jonction Josephson et l'impossibilité de trouver une solution analytique à l'équation la régissant ont amené de nombreuses personnes à rechercher des analogies mécaniques simples pour tenter d'en comprendre la dynamique. On peut citer deux analogies particulières qui sont souvent utilisées, l'analogie du pendule et l'analogie du potentiel ondulé ou "washboard". Dans l'équivalent mécanique du pendule, la phase ϕ équivaut à l'angle formé par le pendule avec la verticale, la résistance correspond à l'amortissement du pendule et la capacité, au moment d'inertie. Il a été montré dans ce modèle que le comportement du modèle RSJ peut être extrêmement complexe, incluant des doublements de période, des bifurcations et un chaos déterministe (voir par exemple les travaux de Kautz et Monaco (1985); Kautz (1996)). Cependant, ces dynamiques exotiques n'apparaissent qu'en présence d'une capacité non nulle. L'analogie du potentiel ondulé, quant à elle, sera détaillée plus loin dans ce chapitre.

Dans cette section, nous allons étudier le cas $C = 0$ (donc β_C nul) en supposant une excitation sous la forme d'un courant DC. Dans ce cas précis, on a accès à une solution analytique obtenue par Aslamazov, Larkin, Ovchinnikov, et Fiz (1969) qui permet de se familiariser avec le comportement de la jonction. Une excellente référence pour plus de détail est le livre de Likharev (1996).

Considérons donc l'équation :

$$i = \dot{\phi} + \sin\phi$$

Lorsque $i < 1$, une solution stationnaire est l'équation Josephson DC, d'où $\phi = \arcsin i$ et on trouve une tension $v = \dot{\phi}$ nulle aux bornes de la jonction. Tout le courant passe sous la forme de super-courant.

Lorsque $i > 1$, on peut résoudre l'équation pour obtenir

$$\phi(\tau) = 2\arctan\left[\sqrt{\frac{i-1}{i+1}}\tan\left(\sqrt{i^2-1}\frac{\tau}{2}\right)\right] - \frac{\pi}{2} \tag{1.8}$$

La tension DC est obtenue en intégrant la seconde équation Josephson $v = \dot{\phi}$ sur une période et on obtient l'équation simple de la courbe courant-tension (Stewart, 1968) tracée figure 1.4

$$\overline{v} = sign(i)\sqrt{i^2 - 1}$$

On observe que pour un courant de polarisation important ($i \gg 1$), la courbe I-V tend asymptotiquement vers la loi d'Ohm exprimée ici en unités normalisées comme $v = i$, c'est à dire une résistance égale à R_N.

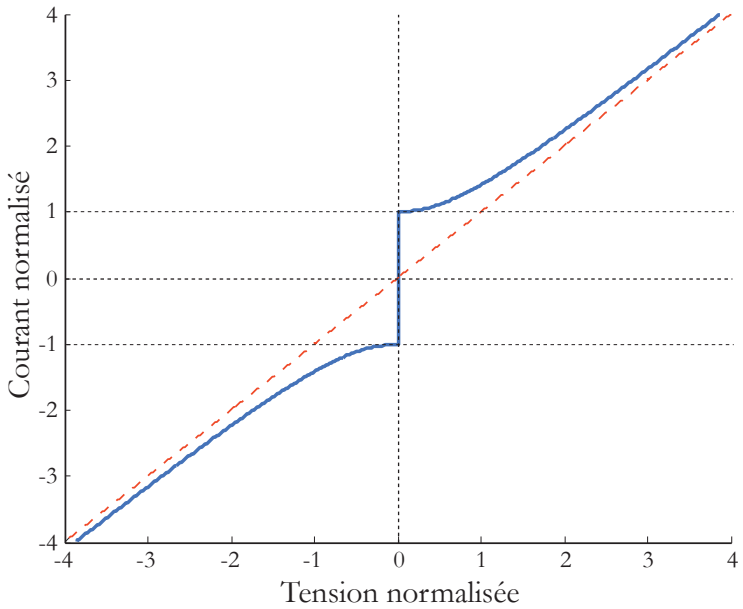


FIGURE 1.4 – Caractéristique I-V d'une jonction RSJ sur-amortie

1.3.4 Quelques mots sur le cas $\beta_C \neq 0$

Dans le cas d'une capacité non-nulle, la forme des courbes I-V peut changer considérablement par rapport au cas précédemment explicité. L'analogie du potentiel ondulé ou "Washboard" permet de décrire cette situation de façon relativement intuitive, on la trouvera détaillée, par exemple, dans l'ouvrage de Barone et Paterno (1982). Qu'on se figure une particule dotée d'une masse, se déplaçant dans un potentiel ondulé comme celui indiqué figure 1.5. On utilisera les identifications suivantes :

1. la position de la particule correspondra à la phase ϕ de la jonction
2. la vitesse de la particule sera alors $\dot{\phi}$, c'est à dire la tension v aux bornes de la jonction
3. le paramètre de McCumber β_C correspondra à la masse de la particule
4. enfin, la résistance traduira les frottements entre la particule et le milieu

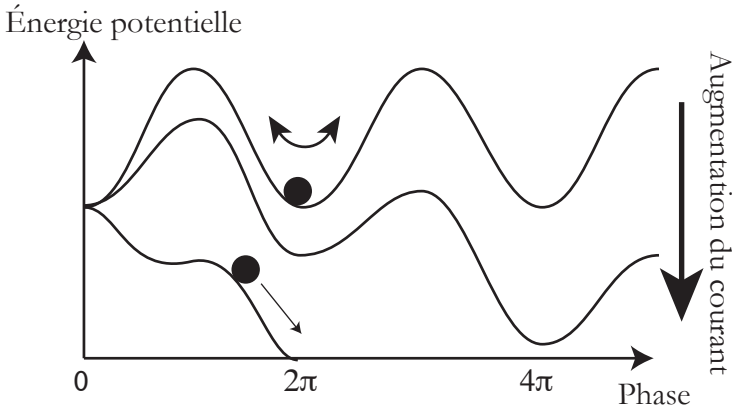


FIGURE 1.5 – Analogie du "washboard". Une particule dotée d'une masse se déplace avec frottements dans un potentiel ondulé controlé par le courant. La vitesse de la particule correspond à la tension aux bornes du dispositif

La forme de ce potentiel peut être plus précisément décrite par $U(\phi) = 1 - i\phi - \cos\phi$, c'est-à-dire qu'à un courant i donné correspond une pente $i\phi$ du potentiel ondulé. Dans cette image, on voit qu'un paramètre de McCumber nul correspond à une particule sans masse. Cette particule se déplace dès que le potentiel est assez incliné pour qu'elle puisse en franchir la barrière et, à l'inverse, arrête son mouvement dès que ce potentiel se redresse.

L'ajout d'une masse (un β_C non nul) change radicalement ce portrait. La particule peut maintenant continuer sur sa lancée une fois une certaine énergie cinétique acquise, alors même que le potentiel a été fortement redressé et que les minima du potentiel sont redevenus marginalement stables. La jonction reste dans un état de tension moyenne non nulle pour un courant inférieur au courant critique. La courbe I-V devient alors hystérétique comme illustré figure 1.6.

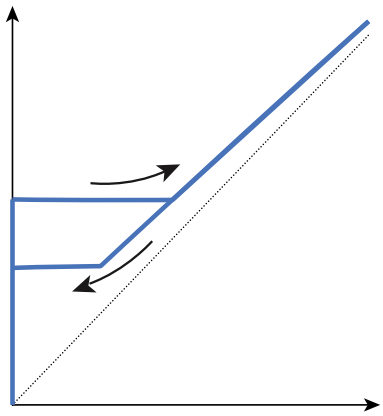


FIGURE 1.6 – Modification de la courbe I-V lors de l'ajout d'une capacité dans le modèle RSJ. La courbe I-V devient hystérétique, c'est ce que l'on appelle une jonction "sous-amortie"

1.3.5 Le bruit thermique dans les jonctions

La présence d'un élément dissipatif dans la jonction implique l'existence de fluctuations d'après le théorème fluctuation-dissipation de Callen et Welton (1951). La méthode de Langevin usuelle pour traiter ce problème consiste à inclure dans le système une force aléatoire. Pour les jonctions Josephson, l'équation du mouvement est trouvée en sommant les composantes du courant, nous allons donc simplement ajouter un courant de fluctuation i_f à notre équation. L'intensité de ce courant peut être caractérisée par les corrélations $< I_\omega I_\omega^* >$ de ses composantes de Fourier, la notation $< ... >$ définissant une moyenne sur les réalisations du processus stochastique. Nous prendrons comme définition de la transformation de Fourier les identités suivantes :

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(t)e^{j\omega t}dt; \qquad X(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega)e^{-j\omega t}d\omega$$

On en déduit la densité spectrale unilatérale (pour les fréquences positives) d'un processus stationnaire, exprimée en V^2/Hz ou A^2/Hz suivant les unités de X :

$$S_X(\nu)d\omega =< X_\omega X_{\omega'}^* >$$

On notera que pour que la transformation de Fourier soit définie, la fonction $X(t)$ doit être intégrable ce qui n'est pas assuré si X(t) est une variable aléatoire qui ne tend pas vers zéro avec le temps. Un moyen de définir malgré tout la densité spectrale est d'utiliser le théorème de Wiener-Khintchine qui définit la densité spectrale comme la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation du processus si celui-ci est stationnaire ce qui est notre cas. Une autre façon de circonvenir ce problème, plus pragmatique, consiste à définir des transformées de Fourier fenêtrées du type $X(\omega,\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(t)W(t,\tau)e^{j\omega t}dt$ où $W(t,\tau)$ est une fonction fenêtre de largeur τ dont on fera tendre la taille vers l'infini pour converger vers la densité spectrale. L'intérêt pédagogique de cette définition est qu'elle se rapproche du procédé utilisé pour extraire la densité spectrale d'une simulation (ou mesure) discrète de $X(t)$: la méthode de Welch. Pour appliquer celle-ci, on multiplie la série temporelle $X(t)$ par une fonction fenêtre avant de lui appliquer une transformée de Fourier discrète. Ces deux opérations créent ce que l'on appelle un Périodogramme. La méthode de Welch consiste ensuite à moyenner ces périodogrammes sur de multiples réalisations du désordre pour améliorer le rapport signal sur bruit. On consultera avec intérêt la présentation de Heinzel, Rüdiger, Schilling, et Hannover (2002) expliquant l'implémentation de cette méthode dans le cas d'un transformée de Fourier discrète.

Avec l'ajout du courant de fluctuation le modèle RSJ devient :

$$i_T + i_f = \sin\phi + \dot{\phi} + \beta_C\ddot{\phi}$$

Dans le cas le plus simple, on considérera un bruit Johnson (Johnson, 1928) associé à la résistance R. C'est un bruit blanc indépendant de la fréquence dont les

densités spectrales (unilatérales) de fluctuations pour la tension et pour le courant sont données par la formule de Nyquist (Nyquist, 1928)

$$S_V(\nu) = 4k_BTR \quad ; \quad S_I(\nu) = 4\frac{k_BT}{R}$$

Nous utiliserons au chapitre 6 les expressions normalisées de ces quantités :

$$S_v(\Omega) = S_i(\Omega) = 4\frac{2e}{\hbar}\frac{k_BT}{I_C} = 4\Gamma \tag{1.9}$$

où Γ est la température normalisée précédemment présentée dont on rappelle ici l'expression :

$$\Gamma = \frac{2e}{\hbar}\frac{k_BT}{I_C}$$

On peut la considérer comme le rapport entre l'énergie thermique k_BT et l'énergie Josephson E_J ou comme le rapport entre un courant de température $I_T = 2ek_BT/\hbar$ et le courant critique de la jonction I_C. Ce courant I_T vaut environ 3 μA à 80 K.

Pour intégrer numériquement l'équation RSJ, on va alors considérer un terme de bruit Johnson de type bruit blanc gaussien additif ("Additive White Gaussian Noise" ou AWGN). Dans le domaine temporel, le terme *bruit blanc* va se traduire par le fait que l'auto-corrélation du bruit est un pic de Dirac. L'auto-corrélation d'une variable aléatoire étant la transformée de Fourier de la densité spectrale bilatérale de cette variable, on trouve en effet $< I(t)I(t-\tau) >= TF\left\{S_I/2\right\} = \frac{2k_BT}{R}\delta(\tau)$ (le facteur 1/2 provient du fait que l'on considère la densité bilatérale). Quant au terme *gaussien*, il traduit le fait que le bruit Johnson à un instant t peut être décrit par une loi de probabilité de densité gaussienne. La fonction d'auto-corrélation nous permet d'en écrire la variance : $\sigma_I^2 = \frac{2k_BT}{R\Delta t}$ (où Δt est le pas de temps non normalisé). Dans nos unités normalisées, celle-ci s'exprime donc $\sigma_i^2 = 2\Gamma/\Delta\tau$ où $\Delta\tau$ est cette fois le pas de temps normalisé.

Les courbes de la figure 1.7 sont obtenues en moyennant les résultats pour différentes réalisations du processus stochastique.

Le bruit Johnson est valable dans la limite $k_BT \gg eV, \hbar\omega$. Si cette condition n'est pas vérifiée, on doit faire appel à deux autres types de fluctuations : les fluctuations quantiques si $\hbar\omega$ domine et le bruit de grenaille ou "shot-noise" si eV prend l'ascendant.

Le passage du régime classique au bruit quantique se fait autour de 1,6 THz pour une température de 77K et descend à 90GHz pour une température de 4,2K (hélium liquide). Quant au passage au bruit de grenaille, il se fait pour $V \gtrsim 10$ mV à 77 K et $0,5$ mV à la température de l'hélium liquide. Nous finirons ce chapitre en présentant succinctement les expressions de la densité de fluctuations dans ces deux cas.

Dans la limite où l'échelle des énergies est $\hbar\omega$, il faut faire appel à la mécanique quantique pour évaluer le spectre. Cette limite est atteinte par exemple aux basses

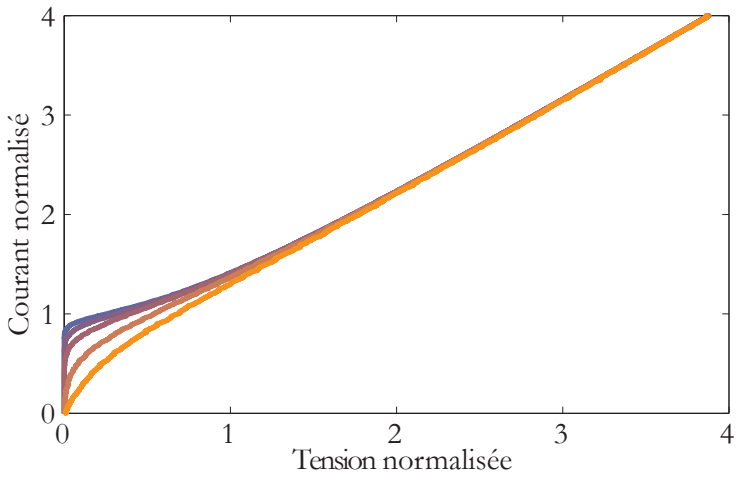


FIGURE 1.7 – Modification de la courbe I-V lors de l'ajout des fluctuations thermiques. Les courbes sont données pour une capacité C nulle et une température normalisée $\Gamma = 0.005$ (bleu), 0.01, 0.02, 0.05 et 0.1 (orange)

températures, mais aussi aux hautes fréquences. Le résultat correct est dû à Callen et Welton (1951) :

$$S_V(\nu) = 2h\nu R \coth\left[\frac{\hbar\omega}{2k_BT}\right] = 4h\nu R\left[\frac{1}{\exp(\hbar\omega/k_BT)-1} + \frac{1}{2}\right]$$

Dans la limite où eV devient l'énergie dominante, la formule de Schottky nous permet d'écrire le bruit de grenaille comme

$$S_I(\nu) = 2eI_{DC}$$

On remarquera que ce cas de figure se produit principalement dans les jonctions tunnels ou SIS ; dans nos jonctions de type SNS, il est difficile, du fait de la résistance faible, d'atteindre des tensions élevées. Nous n'utiliserons donc que rarement cette expression dans nos calculs et nous limiterons à la formule de Johnson qui traduit bien la réalité de nos jonctions (haute température et faible tension).

Chapitre 2

La fabrication des jonctions Josephson par irradiation ionique

Sommaire

2.1 Les différents types de jonctions Josephson 15
2.1.1 Les jonctions à base de supraconducteurs à basse température critique 16
2.1.2 Les jonctions à base de supraconducteurs à haute température critique 16
2.2 Les jonctions fabriquées par irradiation ionique 19
2.2.1 L'irradiation ionique 19
2.2.2 L'effet de l'irradiation sur les cuprates supraconducteurs . . . 21
2.2.3 Les profils de défauts 23
2.2.4 Le processus de fabrication des jonctions Josephson 26

2.1 Les différents types de jonctions Josephson

L'effet Josephson apparaît dès que deux supraconducteurs sont reliés ensemble par un "lien faible" de n'importe quelle nature physique. Celui-ci peut être par exemple une fine barrière isolante mais aussi un métal normal, plus ou moins désordonné, un semiconducteur, un métal ferromagnétique, ferroélectrique, un supraconducteur de température critique inférieure ou même une simple constriction géométrique (Likharev, 1996).

La plupart des résultats présentés dans les sections précédentes sont valables de manière générale. On peut cependant prouver théoriquement que la relation Josephson est de la forme $I = I_C \sin\phi$ uniquement dans certains cas précis, dont la barrière tunnel que nous avons considérée (Golubov *et al.*, 2004a). Nous montrerons au chapitre 3 que la relation Josephson de notre système peut s'écarter fortement de ce modèle. Nous préciserons au passage les lois générales sur cette relation courant-phase qui s'imposent dans tous les systèmes.

D'autres expériences, rapportées dans la littérature, font des termes d'ordre 2 ($\sin 2\phi$) ou, pour le cas très étudié des barrières ferromagnétiques, un décalage de

phase du type $\sin(\phi+\varphi)$ pouvant aller jusqu'à l'inversion de phase entre les deux supraconducteurs. Cette dernière situation possède des applications très intéressantes et une conséquence surprenante est l'apparition d'un supercourant spontané lorsque l'on cherche à minimiser l'énergie de la jonction.

On va chercher dans ce paragraphe à présenter succinctement les liens Josephson les plus représentatifs de l'état de l'art actuel des supraconducteurs à basse et haute température critique.

2.1.1 Les jonctions à base de supraconducteurs à basse température critique

Du point de vue des applications, la technologie des jonctions Josephson à basse température est maintenant établie depuis plusieurs décennies. Elle s'est essentiellement développée sur la base des jonctions SIS empilées $Nb - Al - Al_2O_3 - Nb$ développée initialement par Gurvitch, Washington, et Huggins (1983) qui peuvent être court-circuitées par une résistance pour abaisser le paramètre de McCumber et supprimer le comportement hystérétique. La fabrication de ces jonctions est bien maîtrisée et leurs caractéristiques sont très reproductibles. Elles sont utilisées dans de nombreuses applications ; les SQUIDs (« Superconducting Quantum Interference Devices ») (Clarke et Braginski, 2004a), l'électronique numérique de type RSFQ (« Rapid Single Flux Quantum ») (Bunyk, Leung, Spargo, et Dorojevets, 2003), l'électronique à base de bits quantiques (« qbit ») (Chen, 2008), les récepteurs hétérodynes (utilisant des jonctions sans résistance de court-circuit) (Zmuidzinas et Richards, 2004) et la définition du standard du volt, au travers des marches de Shapiro que nous présenterons au chapitre 6. En revanche l'utilisation de ces jonctions est limitée par la nécessité d'un système cryogénique fonctionnant avec de l'hélium liquide ou d'un cryogénérateur descendant en dessous de 10 K voire 4 K.

2.1.2 Les jonctions à base de supraconducteurs à haute température critique

La découverte des oxydes supraconducteurs à haute température critique a fait naître de nombreux espoirs en ouvrant le champ à des applications s'affranchissant de la contrainte de l'hélium liquide.

Pour l'instant une technologie de jonctions Josephson empilées similaire à la technologie $Nb - Al - Al_20_3 - Nb$ n'existe pas avec des supraconducteurs à haute température critique. Les cuprates sont des matériaux qui, ayant une structure cristallographique complexe, nécessitent des techniques de croissance particulières (Croissance par jets moléculaires, coévaporation réactive, ablation laser, pulvérisation par laser ou cathodique) sur des substrats cristallins à paramètres de maille adaptés. Il n'a donc pas été possible d'extrapoler facilement les techniques utilisées pour les supraconducteurs conventionnels (métaux et alliages).

En pratique, quelle que soit la technique utilisée, une couche mince d'oxyde supraconducteur est formée d'un assemblage polycristallin de grains. Les joints entre

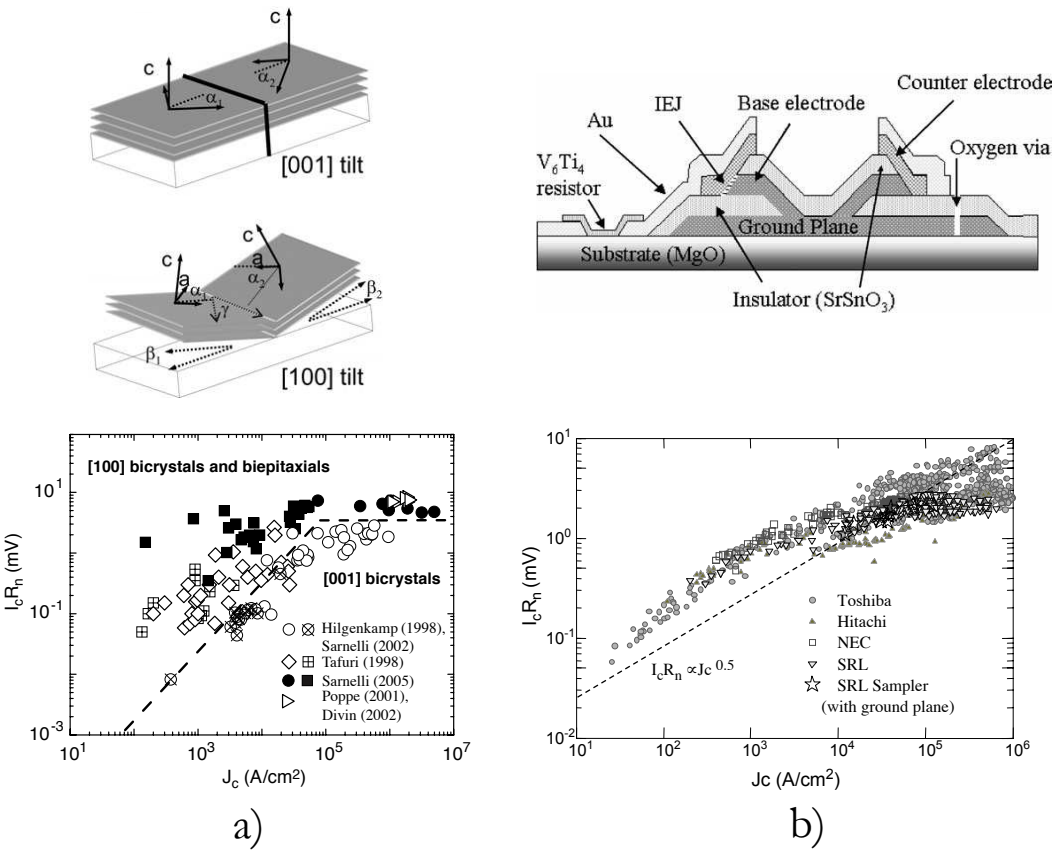


FIGURE 2.1 – Différents types de jonctions Josephson dans les supraconducteurs à haute température critique. (a) Jonctions « joints de grain » de différentes orientations (haut), comparaison des caractéristiques $I_C R_N$ de la littérature extrait de Sarnelli *et al.* (2005) (bas). (b) Jonctions Rampe ou « interface-engineered junctions » (IEJ) (haut), comparaisons des résultats obtenus par différents groupes, adapté de Suzuki *et al.* (2005) (bas). (Les données des graphiques sont à 4,2K sauf les cercles barrés de (a) qui sont mesurées à 77K)

les grains se comportent comme des jonctions Josephson naturelles qui altèrent les propriétés supraconductrices des couches. Ces difficultés techniques ont d'abord influencé les procédés d'élaboration des jonctions Josephson et les premières techniques de fabrication ont consisté à réaliser des constrictions de petites tailles (microniques) comprenant quelques joints de grains. Ces constrictions, bien que de tailles supérieures à la longueur de cohérence du supraconducteur (de l'ordre du nanomètre), se comportaient comme des liens Josephson et ont permis la réalisation de quelques dispositifs, notamment des SQUIDs.

La reproductibilité des jonctions fabriquées par cette méthode n'était pas satisfaisante car elle dépendait entièrement de la qualité des couches et de la répartition des joints de grains.

Cette technique a ensuite évolué vers l'utilisation de joints de grains crées artificiellement. Pour un aperçu des nombreuses techniques développées à ce jour, on se reportera à la revue de Tafuri et Kirtley (2005). Aujourd'hui, il semble néanmoins que deux méthodes de fabrication se détachent des autres, du point de vue de la qualité et de la reproductibilité des jonctions :

Jonctions Joint de Grain - « Grain Boundary » (Hilgenkamp et Mannhart, 2002; Sarnelli *et al.*, 2005) Le premier procédé consiste à souder deux substrats dont les axes cristallins sont désorientés dans le plan de base (fig 2.1 gauche). Un film supraconducteur est ensuite épitaxié sur ce substrat et un joint de grain se développe le long de la soudure. Les jonctions Josephson sont obtenues par gravure de microponts supraconducteurs disposés à cheval sur le joint de grain. Ces jonctions ont d'abord été très largement exploitées pour la fabrication de dispositifs simples tels que les SQUIDs DC, mais la technique n'autorise pas une grande intégration, nécessaire pour des circuits plus complexes, puisque les jonctions doivent toutes être disposées le long du joint de grains. On notera cependant les belles réalisations du groupe de Klushin, Prusseit, Sodtke, Borovitskii, Amatuni, et Kohlstedt (1996); Song, Müller, Behr, et Klushin (2009) dans le domaine du standard du volt ainsi que de l'émission micro-onde par un réseau de jonctions. Les jonctions par joint de grain semblent aussi bien adaptées à la détection et à la spectroscopie térahertz (Divin, Poppe, Volkov, et Pavlovskii, 2000; Lyatti, Divin, Poppe, et Urban, 2009).

Jonctions Rampe ou à interface gravée - « Ramp Edge » ou « Interface-Engineered Junction » (Moeckly, Char, Huang, et Merkle, 1999; Suzuki *et al.*, 2005) Le second procédé, aujourd'hui le plus activement développé, consiste à pratiquer une marche dans le substrat, la couche déposée ensuite présentera deux joints de grains localisés sur la marche (fig 2.1 droite). Cette technique permet de disposer plus librement les jonctions sur l'échantillon. Une amélioration qui donne aujourd'hui les résultats les plus prometteurs en terme de reproductibilité consiste à créer une mince barrière sur la rampe en endommageant l'électrode de base par un bombardement ionique (de faible énergie, on ne parle pas là d'implantation). Durant l'étape de dépôt de la contre-électrode, la surface va recristalliser. Différentes

techniques existent pour l'étape cruciale de création de la barrière. Des écarts type sur les produits IcRn de 7,3% sur 1000 jonctions et même 5,7% sur 100 jonctions ont été obtenus (Tafuri et Kirtley, 2005; Suzuki *et al.*, 2005). Les études détaillées de ces jonctions à l'aide entre autres des modulations de leurs courants critiques en fonction du champ magnétique appliqué semblent indiquer qu'elles doivent être considérées comme des réseaux de conduction filamentaire inclus dans une matrice isolante.

Dans la section suivante, nous présentons une méthode de fabrication de jonctions Josephson basée sur l'irradiation ionique, qui constitue une alternative intéressante aux techniques citées.

2.2 Les jonctions fabriquées par irradiation ionique

L'implantation ou irradiation ionique est une technique essentielle dans l'industrie des semi-conducteurs. La fabrication d'un circuit intégré utilise de multiples étapes d'irradiations pour former les différents composants (transistors, résistances, capacités, etc.) qui le constituent.

L'application de cet outil puissant aux supraconducteurs à haute température critique tire parti d'une particularité des cuprates : la symétrie d de leur paramètre d'ordre. Cette symétrie rend les cuprates très sensibles au désordre. La présence de défauts dans la structure cristallographique va affecter fortement la supraconductivité et se traduire notamment par une diminution de la température critique de transition et une augmentation de la résistivité à l'état normal. Lorsque la densité de défauts est suffisamment élevée, les défauts induiront même une transition de l'état supraconducteur vers un état isolant.

2.2.1 L'irradiation ionique

L'irradiation ionique est une technique d'implantation : les ions utilisés sont traditionnellement des éléments dopants du silicium. Ils ont une énergie suffisante (de 100 keV à 200 keV) pour pénétrer sur des longueurs de l'ordre de l'épaisseur typique des films minces ($\sim$ 100 nm). Contrairement aux techniques de gravure par faisceau d'ions (« Ion Beam Etching ») qui utilisent des ions d'énergie très inférieure (quelques centaines d'eV), il y a très peu d'ions arrachés à la surface du film. Dans notre cas, nous nous intéressons à un effet usuellement secondaire de l'irradiation ionique : la création de défauts localisés.

Lorsque les ions pénètrent dans le film, ils déplacent les atomes de leur site cristallographique qui peuvent à leur tour déplacer d'autres atomes de la cible, créant ainsi une cascade de défauts. De façon générale, plus un ion est lourd, plus il crée de défauts et moins il pénètre dans le matériau. Pour un ion donné, plus son énergie est importante, plus la profondeur de pénétration est grande. Le nombre d'ions implantés est généralement grand, de l'ordre de 10^{13} à 10^{16} ions/cm^2, ce qui permet de caractériser la distribution des ions implantés ou des défauts par des

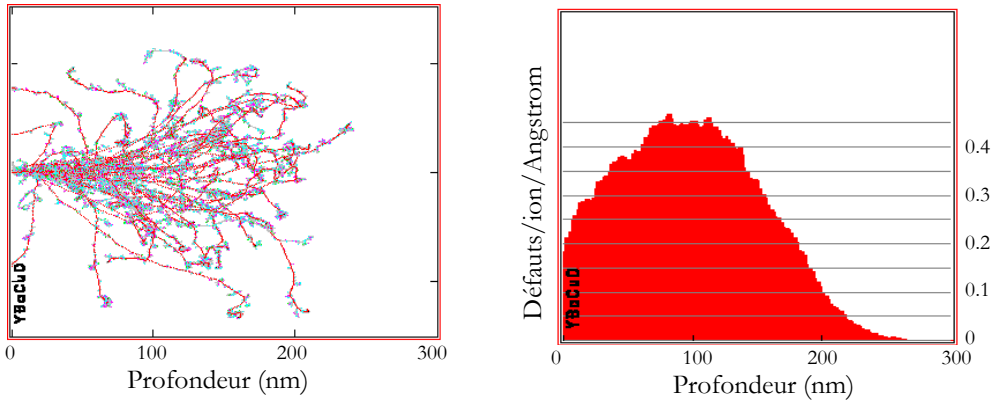


FIGURE 2.2 – (a) Trajectoire des ions oxygène de 100 keV en profondeur dans un film d'$YBa_2Cu_3O_7$. (b) Profil des défauts en fonction de la profondeur.

grandeurs statistiques. La figure 2.2 illustre le comportement des ions issus d'un faisceau infiniment fin, perpendiculaire à la cible.

La densité de défauts créée par les ions peut être simulée à l'aide de codes de calcul basés sur des algorithmes de Monte-Carlo telle SRIM 2010 (Stopping and Range of Ions in Matter) de J. F. Ziegler, J. P. Biersack et U. Littmark. Pour plus d'information sur la technique de l'implantation ionique on se reportera à la monographie de Ziegler (1992) ainsi qu'aux articles du même auteur concernant le code de calcul SRIM (Ziegler, Ziegler, et Biersack, 2010). Ces codes ont été développés pour l'industrie semi-conductrice et sont maintenant validés depuis des années. Le code SRIM prend comme données la densité du matériau et sa composition et calcule la trajectoire des ions et la position des défauts.

Des algorithmes optimisés permettent à l'ion de faire des sauts entre les collisions calculées en moyennant le résultat de la collision sur l'espace du saut tandis que les collisions sont calculées sur la base d'un traitement quantique de l'interaction ion-atome comprenant le potentiel d'écrantage de Coulomb (avec les termes d'échange et de corrélation électronique).

Les interactions à longue distance des ions créant des plasmons et des excitations électroniques sont aussi prises en compte en utilisant une structure électronique tabulée.

Enfin, l'état d'excitation de l'ion à l'intérieur de la cible est décrit par le concept de charge effective qui considère un état de charge dépendant de la vitesse et d'écrantage à longue distance dû aux électrons de conduction dans la cible.

Les simulations SRIM permettent de déterminer la distribution des ions à l'intérieur du matériau mais aussi, ce qui nous intéresse davantage, la distribution des défauts créés par ces ions. Elle est caractérisée par les grandeurs suivantes, illustrées figure 2.3

– la profondeur de pénétration qui mesure la profondeur du maximum de défauts

– l'écart type en profondeur
– l'écart type latéral (lateral straggling)

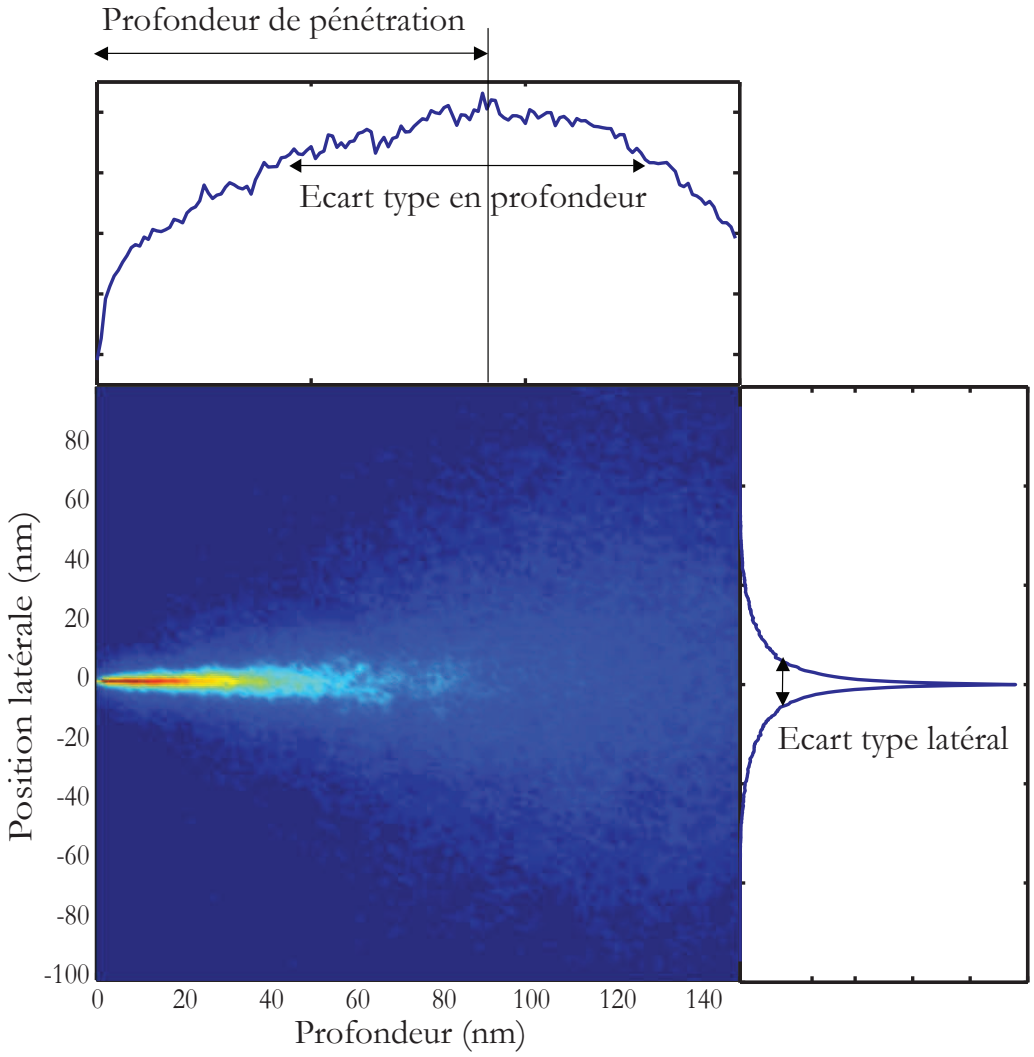


FIGURE 2.3 – Extraction du profil de défauts à l'aide des simulations de Monte-Carlo (SRIM) pour une source ponctuelle d'ions oxygène à 110 keV. En haut et à droite : intégration du profil de défauts dans la direction verticale et (resp.) horizontale.

2.2.2 L'effet de l'irradiation sur les cuprates supraconducteurs

Pour analyser l'effet de l'irradiation, le paramètre le plus pertinent est le nombre moyen d'atomes déplacés ou déplacement par atomes (dpa). Dans le cas de $YBa_2Cu_3O_7$, le dpa nécessaire pour réduire la température critique à zéro est 0,037 et le matériau devient isolant pour un dpa de l'ordre de 0,1.

Depuis la découverte des cuprates en 1986, plusieurs études portant sur l'effet du désordre induit par irradiation ionique, ont été réalisées. Les mesures de transport

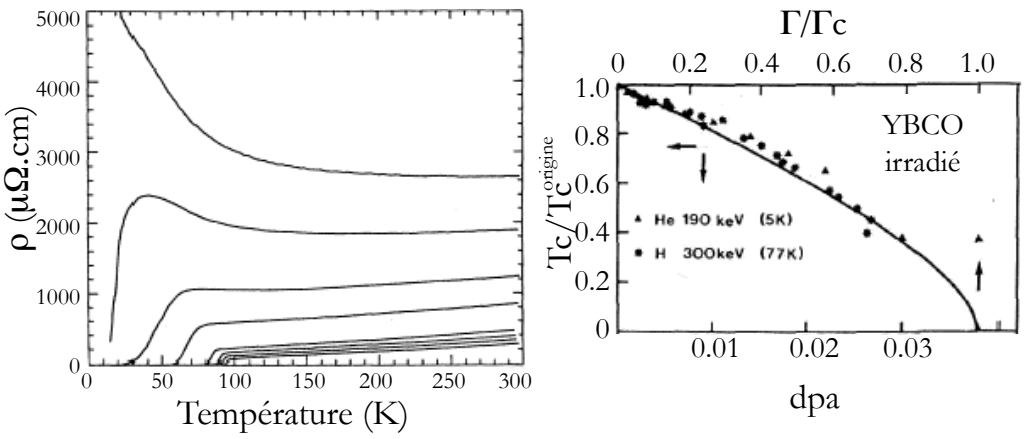


FIGURE 2.4 – (a) Évolution des caractéristiques $\rho(T)$ de films d'$YBa_2Cu_3O_7$ irradiés avec des ions Ne, en fonction de la dose. (Jr *et al.*, 1989) (b) Évolution de la T_C en fonction du terme de brisure de paires pour différentes expériences d'irradiation. Le trait plein représente l'ajustement avec la loi d'Abrikosov-Gorkov correspondant à l'équation 2.3(Lesueur *et al.*, 1993)

montrent que la résistivité ρ évolue tout d'abord faiblement avec le dpa et conserve une dépendance linéaire avec la température (fig 2.4 a)(Jr *et al.*, 1989; Lesueur, Nedellec, Bernas, Burger, et Dumoulin, 1990; Lesueur *et al.*, 1993). à plus forte dose, l'augmentation de la résistance est plus importante et la dérivée $\frac{d\rho}{dT}$ devient négative à basse température ce qui est caractéristique d'une transition vers un état isolant.

Dans le régime linéaire, on peut déduire des données expérimentales, les lois suivantes :

$$\rho(\text{dpa}) = \rho_0(1 + 100 \times \text{dpa} + 4000 \times \text{dpa}^2) \tag{2.1}$$

$$\frac{d\rho}{dT} = \alpha_0(1 + 9,8 \times \text{dpa}) \tag{2.2}$$

où ρ et α_0 sont respectivement la résistivité et la dérivée de la résistivité d'un film d'$YBa_2Cu_3O_7$ non irradié prises à 100 K.

La réduction de la température critique est également linéaire à faible dose puis s'accentue lorsque la dose est plus importante (fig 2.4). Bien que l'énergie des ions incidents soit suffisante pour déplacer les différents types d'ions de la structure de l'$YBa_2Cu_3O_7$, il a d'abord été supposé que la principale contribution à la baisse de T_C soit l'effet du désordre dans les chaînes cuivre-oxygène. En effet, les énergies de déplacement des atomes de cuivre et d'oxygène des chaînes sont respectivement de 10 eV et 15 eV, ce qui est inférieur aux autres atomes (Legris, Rullier-Albenque, Radeva, et Lejay, 1993). Une étude théorique de Gupta et Gupta (1991) a montré que des chaînes de CuO complétement désordonnées suppriment le transfert de charges vers les plans CuO_2, induisant ainsi une transition vers l'état isolant. Cependant,

d'après Lesueur *et al.* (1993) le dpa nécessaire pour réduire la T_C de $YBa_2Cu_3O_7$ à zéro est de l'ordre de 0,037, ce qui est trop faible pour désordonner toutes les chaînes CuO. Il existe donc un autre mécanisme plus efficace pour expliquer les baisses importantes de T_C observées expérimentalement.

Dans un supraconducteur anisotrope « onde d », les impuretés non magnétiques produisent des effets similaires à des impuretés magnétiques dans les supraconducteurs conventionnels « onde s ». La diffusion isotrope modifie le vecteur d'onde initial et peut l'amener dans une direction correspondant à un déphasage de π du potentiel de paires ce qui a pour effet de briser les paires de Cooper. Il en résulte une baisse rapide de Δ et de T_C avec le nombre de défauts.

Lesueur *et al.* (1990) ont proposé de traduire l'effet des défauts en introduisant un temps de vie fini pour les paires de Cooper. La démarche suivie est analogue à la formulation d'Abrikosov et Gor'kov (Abrikosov et Gor'Kov, 1961) du traitement des impuretés magnétiques dans les supraconducteurs de symétrie s.

La variation de T_C suit alors une loi de brisure de paires (« pair-breaking ») indiquée sur la figure 2.4

$$\ln\left(\frac{T_C^{\text{origine}}}{T_C}\right) = \Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4\pi T_C \tau}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2}\right) \tag{2.3}$$

où Ψ est la fonction digamma, T_C^{origine} la température de transition du matériau non irradié et τ, le taux de diffusion.

La figure 2.4 b) rassemble les variations de T_C obtenues par différents groupes en irradiant l'$YBa_2Cu_3O_7$ avec des ions ou des électrons. Les résultats sont en accord avec une loi de brisure de paires.

2.2.3 Les profils de défauts

Les simulations SRIM (Ziegler *et al.*, 2010) permettent d'évaluer l'importance de différents paramètres, dont deux qui vont nous intéresser plus particulièrement : l'énergie des ions utilisés pour l'irradiation et la largeur de la fente. Ce sont les paramètres les plus aisément contrôlables expérimentalement.

2.2.3.1 L'irradiation pleine plaque

Commençons par considérer une irradiation pleine plaque, ce qui est le cas le plus simple. On peut alors simplement jouer sur l'énergie des ions incidents. La figure 2.5 présente le profil de défauts dans l'épaisseur du film lorsque nous faisons varier cette énergie. Plus cette dernière augmente, plus les ions vont pénétrer et s'arrêter en profondeur dans le film. On remarque alors que le maximum de défauts se décale vers les zones plus profondes jusqu'à passer dans le substrat. On va créer moins de défauts dans le film.

Pour une dose de 10^{14} ions/cm^2 (qui est celle de la figure 2.5), le dpa maximal dans la couche est à peu près égal au dpa nécessaire pour ramener la température critique de l'$YBa_2Cu_3O_7$ à zéro. Une dose cinquante fois supérieure

(5×10^{15} ions/cm^2) comme celle utilisée lors de la première irradiation de notre processus de fabrication (cf. section 2.2.4) va donc nous amener à un dpa supérieur à un, c'est-à-dire un matériau amorphe et donc isolant.

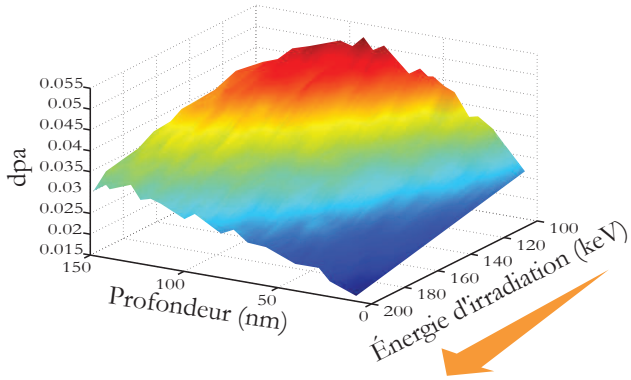


FIGURE 2.5 – Nombre de défauts par atomes (dpa) en fonction de la profondeur dans le film pour une dose de 1×10^{14} ions/cm^2 et une énergie allant de 100 keV à 200 keV. Lorsque l'énergie d'irradiation augmente, le maximum de défauts se déplace à une profondeur plus grande et le dpa moyen diminue.

2.2.3.2 L'irradiation à travers un masque

Lorsque l'on irradie le supraconducteur à travers une fente comme dans la seconde irradiation de notre processus (cf. section suivante) on peut jouer sur les deux paramètres, la largeur de la fente et l'énergie des ions.

La largeur de la fente Augmenter la taille de la fente n'augmente pas seulement la largeur du profil de défauts mais aussi le dpa maximum, comme l'indique la figure 2.6. Cet effet est important ; passer d'une fente de 20 nm à une fente de 50 nm accroît le dpa au centre de la fente de plus de 50 %. L'augmentation du dpa finit par saturer, rejoignant la valeur pleine plaque pour une fente d'environ 300 nm de large (c'est la largeur du profil de défauts présenté figure 2.3).

L'énergie des ions incidents Faire varier l'énergie d'irradiation va influer sur trois composantes principales du profil de défauts dans le film. Lorsque l'énergie des ions augmente,

1. le dpa maximal est réduit, la température critique de la jonction va être plus élevée (figure 2.7)
2. la distribution latérale des défauts dans la fente se resserre (figure 2.7). On obtient donc une jonction plus fine.
3. enfin, le maximum de défauts dans la fente recule à l'intérieur de la couche, ce qui donne un profil de défauts plus uniforme.

Il faut cependant préciser que l'énergie d'irradiation maximale utilisable lors de notre processus de fabrication est limitée par l'épaisseur de la résine protégeant les parties du dispositif qui doivent rester supraconductrices. Une énergie trop élevée risque d'endommager l'ensemble du dispositif et l'on se limitera en pratique à des énergies de 110 à 130 keV pour une résine de protection de 600 nm d'épaisseur.

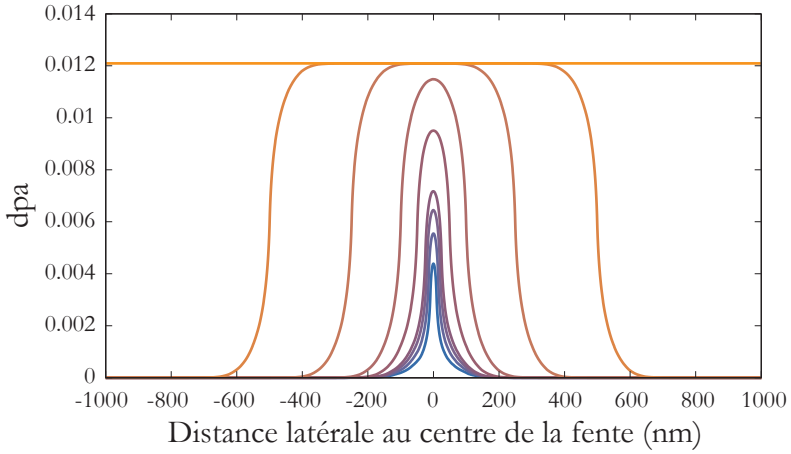


FIGURE 2.6 – Profils de dpa moyennés sur l'épaisseur de la couche pour une irradiation de 3×10^{13} ions/cm^2 et différentes largeurs de fentes : 20 nm (bleu), 30 nm, 40 nm, 50 nm, 100 nm, 200 nm, 500 nm, 1000 nm et pleine plaque (orange)

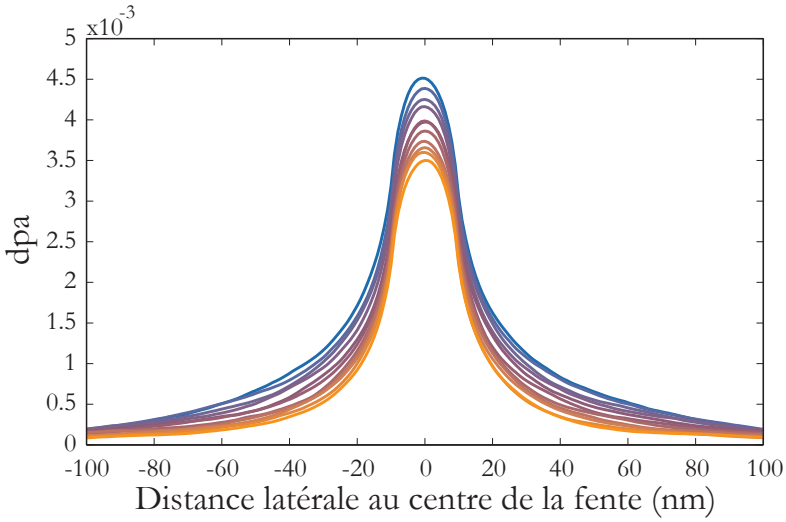


FIGURE 2.7 – Profils de dpa moyennés sur l'épaisseur de la couche (150 nm) pour différentes énergies d'irradiation allant de 100 keV (bleu) à 200 keV (orange) et une dose de 3×10^{13} ions/cm^2

2.2.4 Le processus de fabrication des jonctions Josephson

Cette section décrit la méthode de fabrication de jonctions Josephson par irradiation ionique mise au point durant les thèses de Xavier Grison et Nicolas Bergeal (Bergeal, Grison, Lesueur, Faini, Aprili, et Contour, 2005; Lesueur, Bergeal, Sirena, Grison, Faini, Aprili, et Contour, 2007; Sirena, Matzen, Bergeal, Lesueur, Faini, Bernard, Briatico, et Crete, 2007; Bergeal, Lesueur, Sirena, Faini, Aprili, Contour, et Leridon, 2007a) et modifiée pendant cette thèse.

Les films minces sont des films commerciaux fournis par l'entreprise THEVA GmbH, les étapes de microfabrication ont été réalisées avec Christian Ulysse du Laboratoire de Photonique et Nanostructures de Marcoussis sous la direction de Giancarlo Faini et les irradiations ioniques ont été réalisées avec Yann Legall à l'Institut d'électronique du Solide et des Systèmes (InESS) de Strasbourg.

Nous sommes partis de films d'$YBa_2Cu_3O_7$ de 70 nm et 150 nm, déposés sur un substrat de saphir (Al_2O_3) pour minimiser les pertes hyper fréquence (nous préciserons cela dans le chapitre 7), et recouverts d'une couche tampon de 40 nm d'oxyde de cérium (CeO_2) nécessaire à la bonne croissance du film. Les films sont déposés par épitaxie par jets moléculaires (MBE) et une couche de 100 nm d'or est ajoutée in situ à la fin de la croissance du film. Le dépôt sans rupture du vide de cette couche est essentiel à l'obtention d'un bon contact ohmique avec l'échantillon. Le procédé de fabrication est détaillé graphiquement figure 2.8.

Etape 1 – figure 2.8 (a)–(b) La première étape consiste à lithographier les motifs correspondant aux futurs plots de contact en or sur une résine négative AZ5214 d'une épaisseur d'environ 1,4 μm . Pour référence, voici les étapes précises à suivre pour réaliser cette opération

1. Nettoyer l'échantillon à l'aide d'acétone puis d'isopropanol.
2. Déshydrater l'échantillon en le plaçant 2 minutes sur une plaque chauffante à 110 °C.
3. Déposer la résine AZ5214 dans une tournette avec les paramètre suivants : vitesse 4000 tr/min, accélération 4000 tr/min^2, durée 30 secondes.
4. Cuire la résine pendant 3 minutes à 110 °C sur une plaque chauffante.
5. Insoler à l'aide du masqueur électronique. Courant : 70 nA, dose 200 μC/cm^2 et fracturation de 30 nm.
6. Recuire la résine pendant 3 minutes à 110 °C sur une plaque chauffante.
7. Inverser la résine par une insolation (« flood ») UV de 40 secondes réalisée dans notre cas sur un aligneur de masque MJB4 (SUSS MICROTEC).
8. Développer dans un mélange AZ400K / eau désionisée (1/3) pendant 12 secondes suivi d'un nettoyage dans l'eau désionisée.

Etape 2 – figure 2.8 (c)–(d) La seconde étape consiste à graver l'or aux endroits dépourvus de résine. On utilise pour cela une gravure par faisceau d'ions (« IBE »)

utilisant des ions argon (Ar) à 500 eV envoyés sous un angle de 10 ° qui optimise la gravure de l'or. Si possible, la gravure est observée à l'aide d'un SIMS (« Secondary Ion Monitor System »), qui permet de contrôler l'élément chimique en train d'être gravé. Si cela n'est pas possible, on peut noter que la gravure de 100 nm d'or prend environ 120 secondes.

Etape 3 – figure 2.8 (e) La troisième étape consiste à lithographier les motifs supraconducteurs à l'aide de la même résine qu'à l'étape 1. On répétera les mêmes étapes en veillant cependant à ne pas trop déshydrater l'échantillon pour éviter de détériorer ses caractéristiques supraconductrices (se limiter à une minute). Les paramètres du masqueur sont cette fois : courant de 20 nA, dose de 200 μC/cm^2 et fracturation de 20 nm.

Etape 4 – figure 2.8 (e)–(f) La quatrième étape est réalisée à l'INESS, à Strasbourg. Les échantillons, protégés aux endroits voulus par la résine déposée à l'étape 3 sont irradiés par des ions oxygène O^+ à une énergie de 110 keV et une dose de 5×10^{15} ions/cm^2. Pour limiter l'échauffement des échantillons, on évitera de dépasser un courant de plus de 0,5 μA/cm^2.

Etape 5 – figure 2.8 (g) L'étape 5 consiste à lithographier les jonctions Josephson sous la forme de fentes de 20 nm de large dans une résine d'environ 600 nm d'épaisseur. On utilise comme résine du poly(methylmetacrylate) (PMMA) de masse volumique 50 g/L et on procèdera comme suit

1. Nettoyer l'échantillon à l'aide d'acétone et d'ultrasons puis d'isopropanol. Ce nettoyage peut prendre un certain temps si la résine a été polymérisée par l'irradiation ionique. On procédera à des bain d'acétone prolongés (plus de 60 minutes) et sous ultrasons. (Attention à l'évaporation de l'acétone au cours de cette étape si les durées sont importantes).
2. Pas besoin de déshydratation, car nous utilisons une résine électronique.
3. Déposer la résine dans une tournette avec les paramètres suivants : vitesse 4000 tr/min, accélération 4000 tr/min^2, durée 30 secondes.
4. Cuire la résine pendant 5 minutes à 120 °C.
5. Insoler à l'aide du masqueur électronique. Courant : 500 pA ou 1 nA, dose 9000 μC/cm^2 et fracturation de 2,5 nm.
6. Développer 45 secondes dans du MIBK dilué dans l'isopropanol (1/3).

Etape 6 – figure 2.8 (g)–(h) Enfin, la dernière étape consiste à former des jonctions proprement dites. On utilise à nouveau des ions oxygène simplement chargés et dotés d'une énergie de 110 keV. On prendra garde à placer l'échantillon orthogonalement au faisceau, car le rapport d'aspect des fentes est important (20 nm de large pour 600 nm de profondeur ce qui correspond à un angle de moins de 1,5 °). À

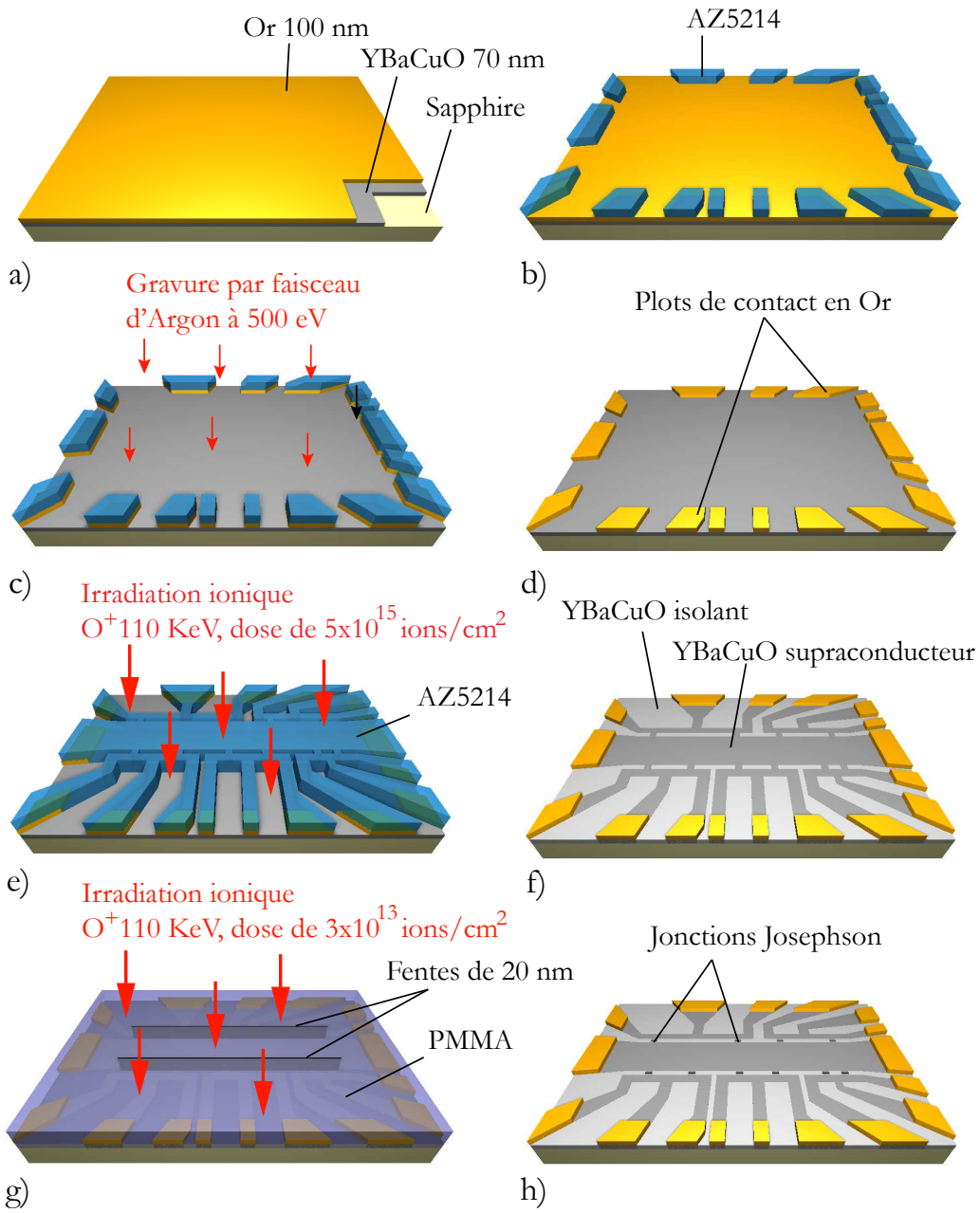


FIGURE 2.8 – Processus de fabrication (voir texte)

l'INESS cela consiste à placer soigneusement l'échantillon au centre de la cible. La dose appliquée est de quelques 1×10^{13} ions/cm^2, couramment 3×10^{13} ions/cm^2.

Plusieurs groupes ont tenté de développer des méthodes de fabrication de jonctions par irradiation ionique avec des différences plus ou moins marquées par rapport à la méthode décrite ici (utilisation de masque suspendu pour l'irradiation, fente dans un tricouche de résine, utilisation d'un faisceau d'ions focalisés (FIB), etc.).

À notre connaissance, seuls quelques autres groupes sont réellement parvenus à fabriquer des jonctions Josephson par irradiation présentant des caractéristiques de bonne qualité (c.-à-d. de niveau comparable aux techniques standards de fabrication) ; le groupe de Tinchev en Bulgarie (Tinchev, 1996, 2002, 2007), l'équipe de Dynes à l'Université de San Diego en Californie (Katz, Woods, et Dynes, 2000; Chen, Cybart, et Dynes, 2004; Cybart, Anton, Wu, Clarke, et Dynes, 2009) et une équipe de Jülich en Allemagne (Strikovski, Kahlmann, Schubert, Zander, Glyantsev, Ockenfuss, et Jia, 1995; Kahlmann, Engelhardt, Schubert, Zander, Buchal, et Hollkott, 1998).

Chapitre 3

Approche quasi-classique et étude expérimentale des jonctions par irradiation

Sommaire

3.1 Étude expérimentale de jonctions par irradiation 32

3.1.1 Fabrication de l'échantillon 32

3.1.2 Présentation du comportement général d'une jonction réalisée par irradiation 32

3.1.3 Caractéristiques des jonctions Josephson en fonction de la taille de la fente 34

3.2 Modèle de l'état supraconducteur des jonctions par irradiation basé sur une approche quasi classique de la supraconductivité 42

3.2.1 La théorie générale de la supraconductivité 43

3.2.2 L'approche quasi classique - les équations d'Eilenberger . . . 47

3.2.3 La limite sale - les équations d'Usadel 49

3.3 Simulation numérique des équations d'Usadel 50

3.3.1 L'équation d'Usadel avec un terme de brisure de paires . . . 50

3.3.2 Algorithme de calcul de l'équation d'Usadel 52

3.3.3 Remarques sur le modèle SS'S utilisé 53

3.3.4 Résultat des simulations 54

3.4 Le courant de dépairage 63

3.4.1 Le phénomène de dépairage par le supercourant 63

3.4.2 Le phénomène de dépairage dans les jonctions par irradiation 65

3.5 Conclusions sur la modélisation des jonctions par irradiation à partir d'une modèle quasi-classique 66

Dans ce chapitre, nous allons réaliser une première approche du comportement des jonctions par irradiation de façon expérimentale, par une étude des caractéristiques supraconductrices, puis de façon théorique par le développement d'un modèle basé sur l'effet de proximité pour expliquer certaines de leurs caractéristiques.

3.1 Étude expérimentale de jonctions par irradiation

Le premier échantillon fabriqué avec succès suivant la méthode de fabrication des jonctions par irradiation comportait des jonctions de différentes tailles : une longueur allant de 20 nm à 5 μm pour une largeur de 5 μm. Cette échantillon a été conçu dans le but d'étudier les variations des propriétés des jonctions fabriquées par irradiation avec la longueur de la fente. L'étude de ces jonctions va nous permettre d'introduire au passage les caractéristiques propres aux jonctions Josephson réalisées par irradiation, comme la transition Josephson ou la dépendance en température du courant critique.

3.1.1 Fabrication de l'échantillon

L'échantillon a été réalisé à l'aide de la technique de fabrication que nous venons de décrire. Les jonctions ont été fabriquées dans des microponts supraconducteurs d'une longueur de 10 μm et d'une largeur de 5 μm. La taille des fentes utilisées était de 20, 30, 40, 50, 100, 200, 500, 1000 et 5000 nm. Chacun des microponts contenant une jonction est muni de quatre électrodes pour permettre une mesure de résistance à quatre points, deux contacts amenant le courant et deux autres contacts permettant la mesure de la tension. L'échantillon a été irradié avec des ions O^+ et une dose de 3×10^{13} ions/cm^2.

Les mesures de résistance DC sont réalisées en injectant un courant basse fréquence autour de 30 Hz puis en réalisant une mesure de la tension par une détection synchrone. Les courants critiques sont obtenus par acquisition de la courbe I-V et en considérant une tension de 1 μV comme seuil de détection minimal. Le courant le plus faible entraînant un dépassement du seuil est enregistré comme courant critique.

3.1.2 Présentation du comportement général d'une jonction réalisée par irradiation

La figure 3.1 présente la variation de la résistance d'un dispositif comportant une jonction de 40 nm de longueur lors du refroidissement.

La résistance au-dessus de 100 K est linéairement croissante avec la température (le matériau étant optimalement dopé, voir par exemple Takagi, Batlogg, Kao, Kwo, Cava, Krajewski, et Peck (1992)) et n'est pas montrée sur cette figure. La courbe comporte deux transitions d'amplitude et de température différentes. La première transition est située à la température de transition du film supraconducteur vierge à environ 86 K. Elle correspond à la transition des amenées de courant et de tension : son amplitude importante correspond à leur longueur. On remarque que le dispositif possède une résistance résiduelle qui est due à la résistance de la jonction Josephson elle-même. Lorsque la température est abaissée, le potentiel de paire croît dans les électrodes (et dans la jonction comme nous le verrons dans la seconde partie de ce chapitre), et les fonctions d'onde des condensats supraconducteurs situés de part et

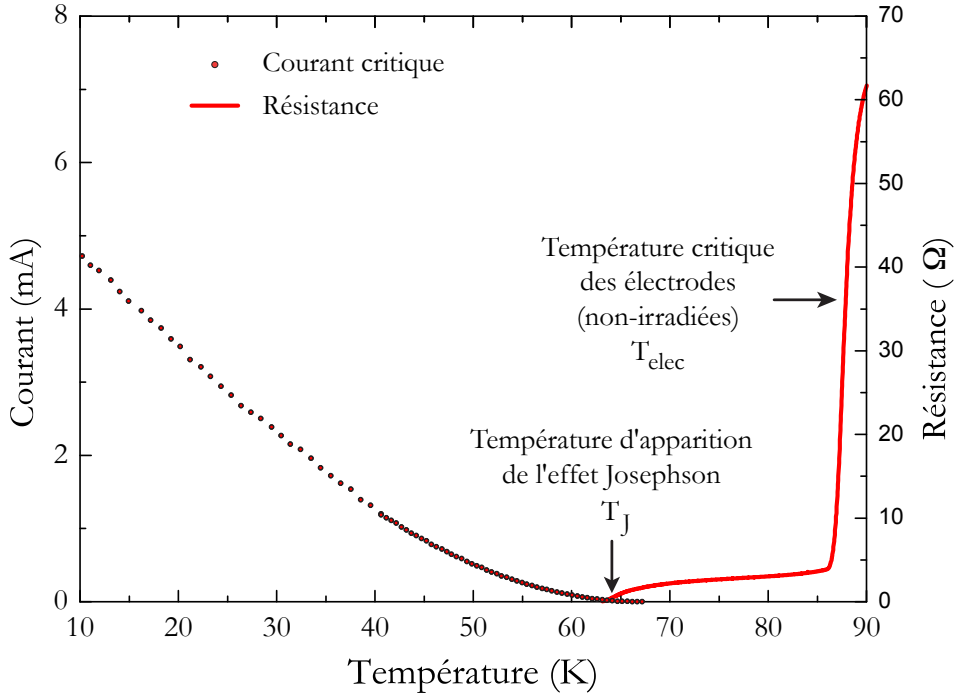


FIGURE 3.1 – Variation typique de la résistance et du courant critique avec la température pour une jonction par irradiation. La jonction est réalisée par irradiation à travers une fente de 40 nm de longueur.

d'autre de la jonction vont finir par se superposer dans la jonction. À partir de ce moment, le passage du supercourant Josephson dans la jonction est possible et la résistance s'annule, produisant la seconde transition appelée *transition Josephson* qui est la température de début de l'effet Josephson.

Le courant critique, quant à lui, devient non nul au niveau de la transition Josephson et croît, d'abord de façon quadratique puis linéairement à plus basse température. Nous n'avons pas observé de saturation de ce courant critique jusqu'à 4 K.

Résumons donc les trois températures critiques observées sur nos dispositifs :

1. La température de transition des électrodes non irradiées, notée T_{elec} est située autour de 90 K pour l'$YBa_2Cu_3O_7$ et varie faiblement avec l'épaisseur du film (plus les films sont minces, plus cette transition est basse). Elle vaut 86 K dans notre cas (voir figure 3.1).
2. La température à laquelle apparaît l'effet Josephson, T_J, est la température à laquelle le supercourant s'établit à travers la jonction. Cette température peut être ajustée de 75 K à 0 K en variant la dose et l'énergie d'irradiation. L'évolution du courant critique est cependant reliée à la valeur de T_J. Comme nous allons le voir, plus la température Josephson est basse, plus le courant critique croît faiblement.
3. Enfin, T^* est la température à laquelle la résistance normale (qui peut être mesurée même dans l'état supraconducteur) s'annule. Nous préciserons la mesure et la nature de cette transition dans le chapitre 7. Elle est située typiquement quelques dizaines de kelvins en dessous de T_J.

Pour tenter d'éclaircir le mécanisme exact régissant l'effet Josephson dans nos jonctions, nous avons commencé par étudier la variation de leurs caractéristiques avec la taille de la fente utilisée pour définir la jonction.

3.1.3 Caractéristiques des jonctions Josephson en fonction de la taille de la fente

La figure 3.2 présente les variations des résistances et des courants critiques avec la température, pour des jonctions fabriquées à l'aide de fentes de différentes dimensions.

On note tout d'abord une baisse des propriétés supraconductrices des jonctions lorsque la taille de la fente croît ; la température Josephson est de plus en plus basse et le courant critique de plus en plus faible, tout comme son augmentation à basse température. Le courant critique à 10 K par exemple passe de 8 mA à 1 mA environ. Les températures critiques des jonctions s'échelonnent de 68 K environ pour la fente la plus fine à 45 K pour les fentes de plus de 1 μm de large. Notons que ces deux quantités, I_C et T_J, évoluent progressivement pour des tailles de fente inférieures à 500 nm puis semblent saturer pour des fentes de dimensions supérieures.

Pour étudier ce phénomène de façon plus précise, commençons par détailler l'évolution de la résistance normale à 80 K présentée figure 3.3.

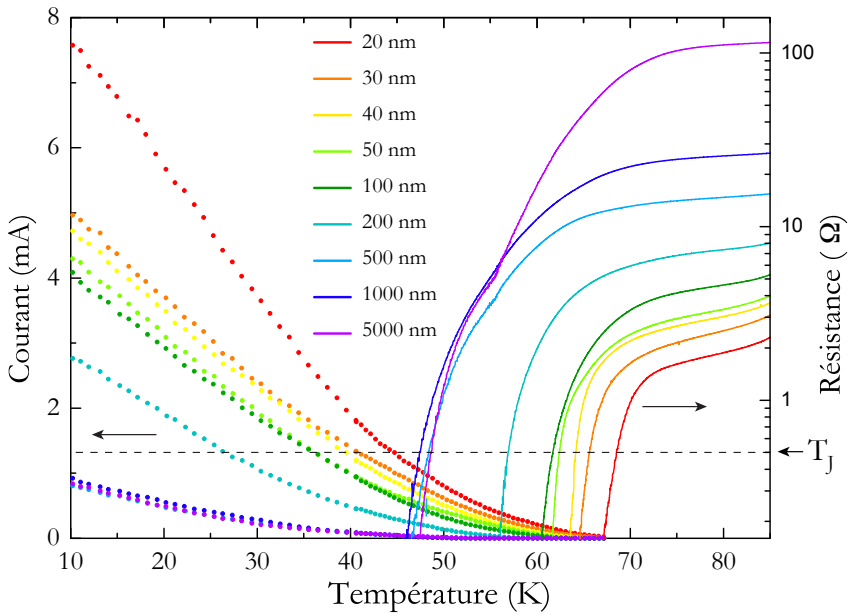


FIGURE 3.2 – Variation de la résistance avec la température pour des jonctions fabriquées à l'aide de fentes de différentes longueurs (courbes continues). La température de transition T_J est prise comme la température à laquelle la résistance passe en dessous de 0,5 Ω, indiqué par le trait pointillé noir sur la figure. Variation du courant critique avec la température pour ces mêmes jonctions (symboles).

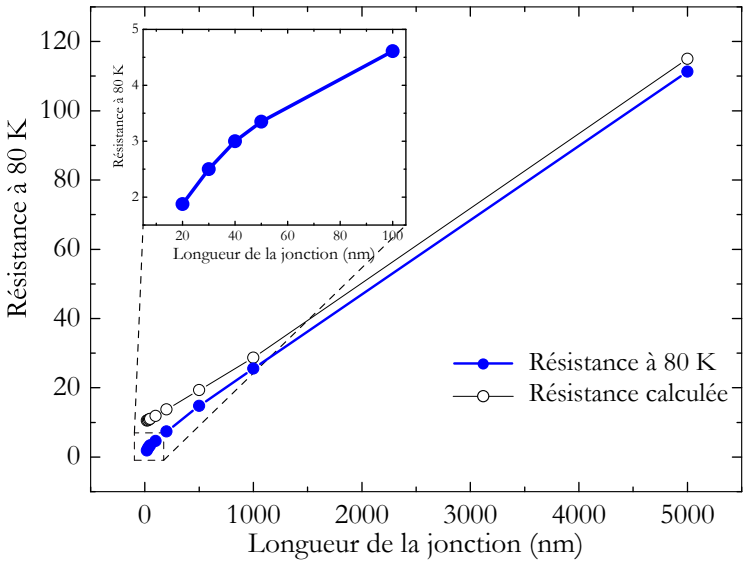


FIGURE 3.3 – (bleu) Variation de la résistance mesurée à 80 K (au dessus de la température de transition Josephson) en fonction de la longueur de la fente. (noir) Calcul en supposant une résistivité du film vierge de 90 $\mu\Omega$·cm à 80 K et la relation entre l'augmentation de résistivité et le dpa donnée par la formule 2.2, le dpa étant extrait des simulations de Monte-Carlo indiquées figure 3.4. Encart : Agrandissement pour les petites jonctions.

3.1.3.1 Résistance normale et dpa

La mesure de la résistance normale au-dessus de la transition Josephson fournit des indications, d'une part sur l'effet de l'irradiation sur le supraconducteur en lui-même (la variation de sa résistivité avec le taux de défauts) et d'autre part sur les caractéristiques des jonctions Josephson. En effet, nous avons vu que la résistance normale d'une jonction était une grandeur de normalisation essentielle pour définir le comportement de cette dernière.

Pour comprendre cette évolution, il est utile de considérer les profils de défauts (exprimés en dpa) le long de la jonction indiqués figure 3.4. La densité de défauts calculée dans la jonction croît avec la longueur de la fente et finit par saturer à une valeur qui correspond à une irradiation pleine plaque de l'échantillon. Ces simulations nous indiquent que la valeur pleine plaque est atteinte pour une longueur de la fente d'environ 200 nm.

Pour rapprocher ces simulations des mesures de la figure 3.3, on peut considérer deux cas de figure. Si la jonction est de grande dimension, l'évolution de la résistance avec la taille de la jonction est uniquement régie par l'accroissement de la longueur, car la majeure partie du profil de défauts est saturée à la valeur pleine plaque. Dans le cas d'une jonction de petite taille, deux phénomènes seront en revanche à considérer, l'accroissement de la longueur de la jonction et l'accroissement du dpa dans la jonction.

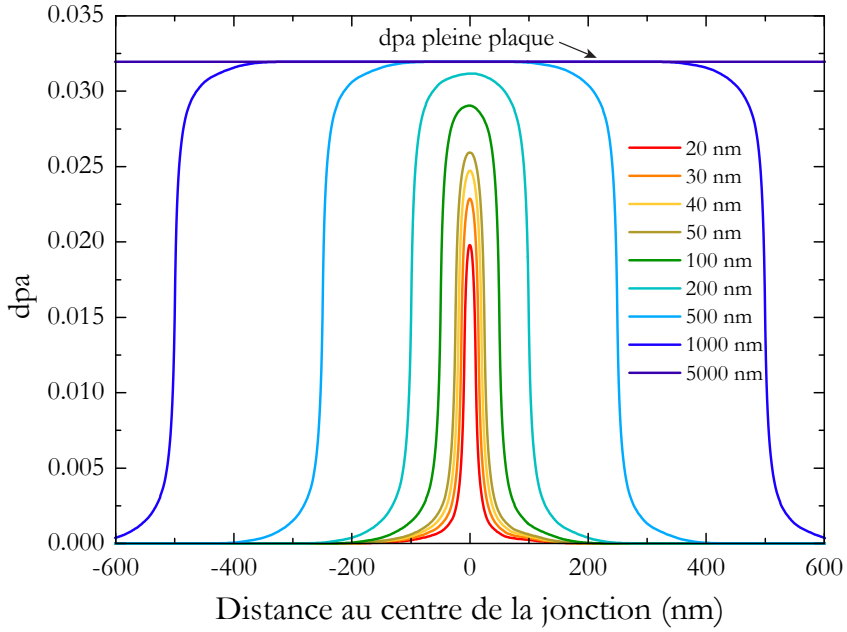


FIGURE 3.4 – Forme du dpa dans la jonction extraite des simulations de Monte-Carlo (SRIM) présentées au chapitre précédent. Le film est un film d'YBaCuO de 70 nm d'épaisseur, placé sur un substrat de saphir. Les profils de dpa sont différents de ceux de la figure 2.6 du fait de l'épaisseur plus faible du film (70 nm au lieu de 150 nm) qui donne une jonction mieux définie. Lorsque la taille de la fente devient suffisamment grande, on obtient la valeur du dpa pleine plaque qui vaut ici 0,032.

La pente de la courbe lorsque la jonction devient grande nous permet donc d'extraire la résistivité intrinsèque du matériau irradié avec une dose de 3×10^{13} ions/cm^2 :

$$\rho = S\frac{\Delta R}{\Delta L}$$

où $S = 5\,\mu\text{m} \times 70\,\text{nm} = 3{,}5 \times 10^{-9}\,\text{cm}^2$ est l'aire de la jonction. On trouve une résistivité de $750\,\mu\Omega\cdot$cm soit un peu plus de 8 fois la résistivité d'un film d'$YBa_2Cu_3O_7$ non irradié à 80 K (estimée à $80 - 90\,\mu\Omega\cdot$cm). L'équation 2.2 du chapitre précédent reliant l'augmentation de résistivité au dpa nous permet d'en déduire une estimation du dpa pleine plaque de 0,031 défauts/atomes. Cette estimation est en bon accord avec le dpa pleine plaque donné par les simulations de Monte-Carlo, indiqué figure 3.4, qui est de 0,032. On rappelle que cette valeur de dpa est spécifique de nos conditions de fabrication : une irradiation par des ions oxygène O^+ avec une énergie de 110 keV et une dose de 3×10^{13} ions/cm^2, fait sur un film d'$YBa_2Cu_3O_7$ de 70 nm d'épaisseur placé sur un substrat de saphir.

En ce qui concerne les petites jonctions (de tailles inférieures à 100 nm), on remarque sur l'encart de la figure 3.3 que les valeurs de résistance à 80 K sont plus faibles qu'attendu. Trois explications peuvent être avancées pour expliquer ce fait.

- Un problème de lithographie. L'écart semble cependant progressif sur les cinq premières jonctions, ce qui est peu compatible avec une erreur de fabrication liée à une incertitude sur la lithographie.
- La forme quadratique de l'équation reliant le dpa à la résistivité donnée en 2.2. Si cette équation était linéaire de type $\rho = \rho_0(\alpha + \beta\text{dpa})$, la résistance serait simplement proportionnelle à la taille de la jonction. Le terme quadratique peut induire une forme incurvée. Cependant, nous pouvons voir sur la figure 3.3 que la forme de la courbe donnée par cette équation est convexe et non concave comme le sont les mesures expérimentales.
- Enfin, l'effet de proximité, que nous allons détailler dans la seconde partie de ce chapitre peut expliquer cette observation : la présence du supraconducteur à proximité de la zone normale influe sur cette dernière et la densité de paires de Cooper dans la zone normale est finie alors même que le potentiel d'appariement y est nul. La zone résistive apparente est donc réduite, donnant une résistance plus faible qu'attendu.

La courbe 3.5 indique l'évolution de la dérivée de la résistivité avec la température en fonction de la longueur de la fente. On remarque à nouveau que le comportement est progressif et cohérent, ce qui infirme l'hypothèse d'une incertitude aléatoire sur la taille des fentes. L'équation 2.2 donne une dépendance linéaire entre le dpa et la dérivée de la résistivité, ce qui est confirmé par la relation directe entre la variation de dpa (au centre de la fente) indiquée en bleu figure 3.5 et la dérivée de la résistivité.

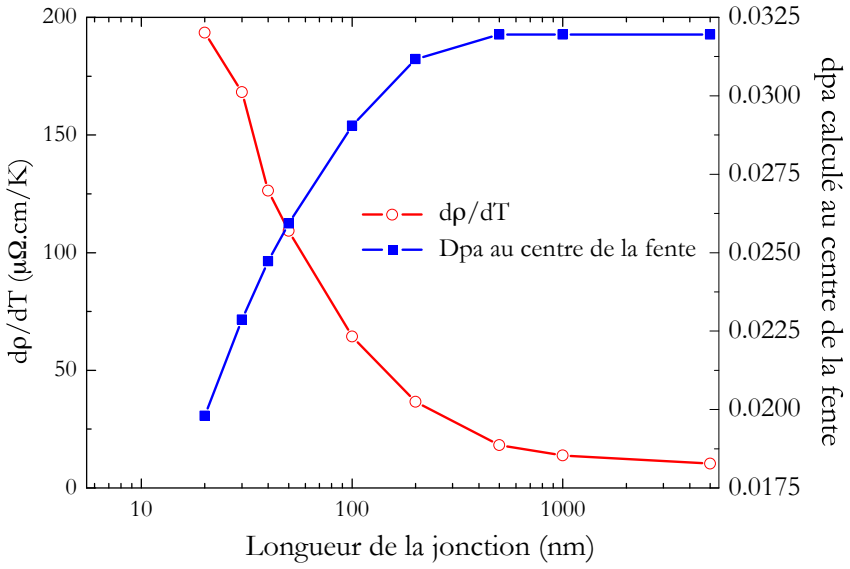


FIGURE 3.5 – (rouge) Variation de $d\rho/dT$ pris à 80 K et normalisé par la longueur de la jonction (prise comme la taille de la fente utilisée pour l'irradiation). Ceci revient donc à considérer les variation avec la température d'une résistance linéique moyenne sur la longueur de la jonction. (bleu) dpa extrait des simulation de Monte-Carlo. Le dpa est pris au centre de la jonction et moyennée sur la profondeur du film.

3.1.3.2 Propriétés supraconductrices : température Josephson et tension caractéristique

Intéressons-nous à présent aux propriétés supraconductrices des jonctions et tout d'abord à leur température critique T_J (correspondant à la température à laquelle la résistance devient inférieure à 0,5 Ω comme précisé figure 3.2). Sur la figure 3.6, sont comparée les évolutions de T_J et du dpa au milieu de la fente en fonction de la taille nominale de celle-ci. Même si l'évolution de T_J est un peu plus bruitée que celle de la résistance normale, on observe une corrélation très nette entre la baisse progressive de T_J et l'augmentation de dpa, avec une saturation de leurs valeurs pour une épaisseur supérieure à 1 μm. T_J vaut alors 45 K, ce qui correspond à la température de transition d'un film irradié pleine plaque avec une dose de 3×10^{13} ions/cm^2.

Le fait que la courbe de température critique soit plus complexe que les courbes de résistivité n'est pas surprenant, car c'est une grandeur beaucoup plus sensible à la microstructure originelle du matériau. On peut d'ailleurs s'en rendre compte à l'examen des courbes de résistance de la figure 3.2. Des accidents sont visibles sur ces courbes qui dépendent visiblement du détail de la microstructure.

Ceci est un inconvénient inhérent aux films de supraconducteurs à haute température critique (Sarnelli *et al.*, 2005; Suzuki *et al.*, 2005) et la technique de fabrication des jonctions Josephson par irradiation n'y fait pas défaut. La résistance

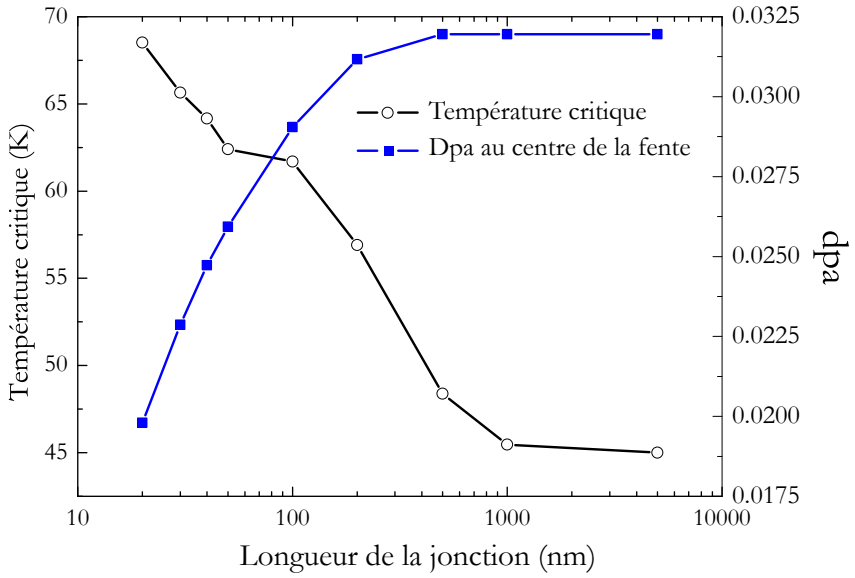


FIGURE 3.6 – (noir) Évolution de la température critique T_J en fonction de la longueur de la jonction. La température critique est prise comme la température à laquelle la résistance de la jonction passe en dessous de 0,5 Ω. (bleu) Défauts par atome (dpa) extrait des simulations de Monte-Carlo, pris au centre de la jonction et moyenné sur la profondeur du film.

normale des jonctions est très reproductible, mais les températures de transition et les courants critiques qui en dépendent sont plus sensibles à la qualité du film et donc plus difficiles à maîtriser de façon précise.

Pour conclure cette section, présentons la grandeur de dimensionnement essentielle des jonctions Josephson : la tension caractéristique.

Nous avons vu que le courant critique des jonctions devenait de plus en plus faible à mesure que leur taille était augmentée. Cependant, la résistance normale devient dans le même temps de plus en plus importante. Nous verrons au chapitre 7 que la résistance normale à courant de polarisation nul peut être obtenue par un simple prolongement linéaire de la résistance normale de la jonction au-dessus de la transition Josephson. Ainsi, nous pouvons obtenir la valeur de R_N dans l'état supraconducteur pour différentes tailles de jonctions et en déduire les courbes de tensions caractéristiques données figure 3.7. La relation directe entre ces courbes et le comportement de la jonction sera abordée dans les chapitres 6 et 7 qui détaillent le fonctionnement et les mesures à haute fréquence des jonctions Josephson. Contentons-nous ici de remarquer que le produit $I_C R_N$ croît en effet avec la taille de la jonction, mais se décale aussi vers les basses températures, un optimum est donc à rechercher en fonction de la température de travail et de la fréquence de fonctionnement du dispositif. On remarque qu'au-delà d'une certaine taille, d'environ 200 nm, la résistance normale et donc le produit $I_C R_N$ ne s'annulent plus. Ils deviennent donc très élevés à basse température (axe de droite sur le graphique).

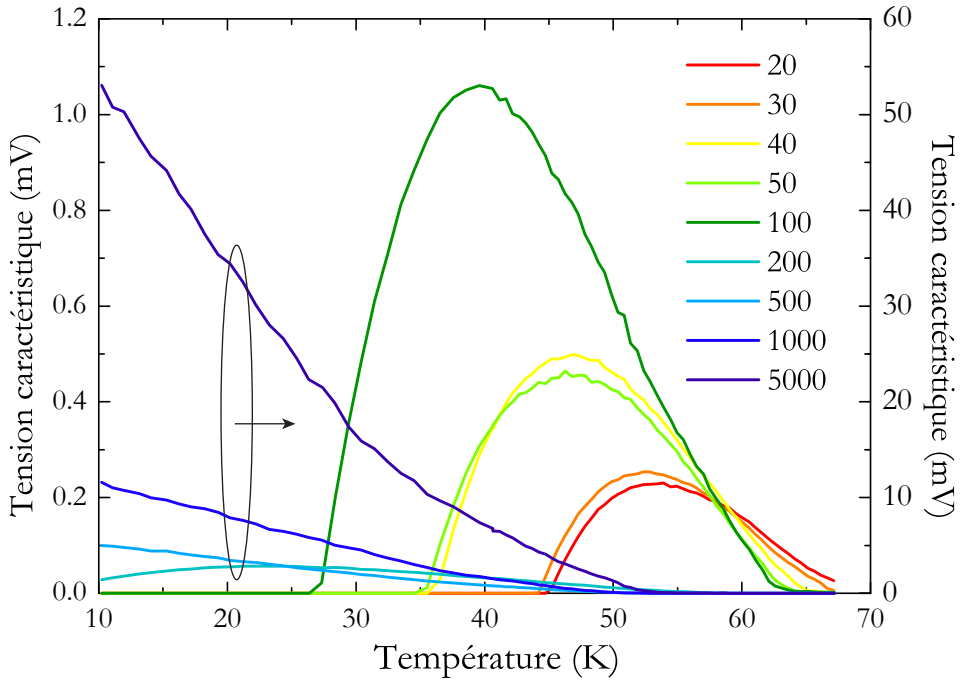


FIGURE 3.7 – Tension caractéristique en fonction de la température pour les différentes tailles de jonctions. La résistance normale est prise comme le prolongement linéaire de la baisse de la résistance normale au minimum de $d\rho/dT$, c'est-à-dire autour de 80 K (nous devons nous intéresser au minimum de $d\rho/dT$ du fait des fluctuations thermiques qui élargissent la transition des électrodes et la transition Josephson). Ceci est justifié de façon plus détaillée dans le chapitre 7.

À des longueurs de jonctions aussi grandes (¿ 200 nm), on peut se demander si la jonction peut encore être décrite par deux supraconducteurs reliés par un métal normal dans lequel l'effet de proximité permet le recouvrement des fonctions d'ondes. Dans la section qui suit, nous avons cherché à préciser le comportement des jonctions et à caractériser la transition d'un régime proche d'une jonction « Supraconducteur-métal Normal-Supraconducteur » (SNS) à haute température à un régime de type SS'S (c'est-à-dire deux supraconducteurs reliés par un supraconducteur) à basse température.

3.2 Modèle de l'état supraconducteur des jonctions par irradiation basé sur une approche quasi classique de la supraconductivité

Lors de l'étude du fonctionnement des jonctions Josephson réalisées par la technique de l'irradiation ionique, le modèle simplifié de l'effet Josephson comme effet tunnel entre deux supraconducteurs, présenté au chapitre 1, montre rapidement ses limites. À la différence des jonctions tunnel, en effet, les jonctions utilisant un métal normal ou un supraconducteur comme barrière possèdent un mécanisme de transport spécifique, nommé réflexion d'Andreev (Andreev, 1964), permettant la conversion d'un courant normal en courant supraconducteur. La réflexion d'Andreev a pour conséquence une extension des propriétés du supraconducteur dans la barrière, nommé *effet de proximité direct* et une réduction de la densité de paires dans le supraconducteur appelée *effet de proximité inverse* (Gennes, 1964). Ces deux phénomènes vont affecter profondément le comportement de la jonction. Présentons rapidement ce mécanisme.

Lorsqu'un électron d'énergie inférieure au gap supraconducteur atteint l'interface entre un métal normal et un supraconducteur, il ne peut pas pénétrer dans le supraconducteur sous la forme d'une quasi-particule, car son énergie est trop faible, il existe cependant un mécanisme à deux particules par lequel l'électron peut entrer dans le supraconducteur, mais sous la forme d'une paire de Cooper. Un trou de spin et d'énergie opposés est alors réfléchi dans le métal normal avec un vecteur d'onde légèrement déphasé. Ce processus convertit un courant d'électrons en supercourant et vice-versa, le mécanisme identique étant concevable pour les paires de Cooper arrivant à l'interface avec un métal normal.

La cohérence des quasiparticules incidente et réfléchie s'étend sur les longueurs typiques de l'ordre des longueurs de cohérence ξ_S dans le supraconducteur et ξ_N dans le métal normal, qui sont donc les longueurs caractéristiques d'extensions des phénomènes de proximité dans les deux matériaux. En particulier, dans le cas où la conductivité du métal normal est suffisamment faible devant celle du supraconducteur, c'est-à-dire si (Ivanov, Kupriyanov, Likharev, et Snigirev, 1978) :

$$\frac{\sigma_N}{\xi_N} \ll \frac{\sigma_S}{\xi_S}$$

on pourra négliger les effets de cette réduction de la densité de paires dans les électrodes de la jonction Josephson.

Pour étudier le phénomène de proximité, la théorie BCS n'est malheureusement d'aucun secours, car elle suppose une invariance spatiale du paramètre d'ordre. Il faut considérer la théorie générale de la supraconductivité dans l'état stationnaire développée par Gor'kov. Celle-ci est difficile à résoudre, mais peut être simplifiée dans plusieurs cas d'intérêt pratique comme le cas des systèmes diffusifs et l'approximation quasi classique. Présentons-en donc rapidement les concepts nécessaires pour arriver aux équations quasi classiques.

3.2.1 La théorie générale de la supraconductivité

Les équations de Gor'kov (Gor'Kov, 1958, 1959; Abrikosov et Gor'kov, 1959) sont issues d'une reformulation de la théorie BCS à l'aide des fonctions de Green de la théorie des champs :

$$G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_1,\tau_1;\mathbf{r}_2,\tau_2) = \left\langle T_\tau \tilde{\Psi}_\alpha(\mathbf{r}_1,\tau_1)\tilde{\Psi}^\dagger_\beta(\mathbf{r}_2,\tau_2)\right\rangle_{st} \tag{3.1}$$

où $< ... >_{st}$ dénote une moyenne statistique de Gibbs, T_τ est l'opérateur de mise en ordre temporelle vis-à-vis de τ et $\tilde{\Psi}_\alpha(\mathbf{r},\tau)$ est l'opérateur d'Heisenberg associé à l'opérateur de Schrödinger $\Psi_\alpha(\mathbf{r})$ créant une particule de spin α au point $\mathbf{r}$ (on rappelle que ces opérateurs sont définis par $\tilde{\Psi}_\alpha(\mathbf{r},\tau) = e^{(\hat{\mathcal{H}}-\mu\hat{\mathcal{N}})\tau}\Psi_\alpha(\mathbf{r})e^{-(\hat{\mathcal{H}}-\mu\hat{\mathcal{N}})\tau}$, $\hat{\mathcal{N}}$ étant l'opérateur nombre de particules et μ le potentiel chimique).

3.2.1.1 L'hamiltonien BCS et l'évolution des fonctions de Green

L'hamiltonien BCS peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\hat{\mathcal{H}}_{\mathrm{BCS}} = \int -\Psi^\dagger_\alpha \frac{\nabla^2}{2m}\Psi_\alpha + \frac{g}{2}\Psi^\dagger_\beta\Psi^\dagger_\alpha\Psi_\alpha\Psi_\beta d^3r \tag{3.2}$$

Dans cet hamiltonien, nous avons considéré une interaction ponctuelle entre les électrons de la forme $U(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2) = \frac{g}{2}\delta(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)$. On remarquera que g est telle qu'une interaction attractive correspondra à $g<0$ et la limite de couplage faible (petite interaction) sera valide dans la limite $gN_0 \ll 1$ si N_0 est la densité d'états au niveau de Fermi.

La dérivée temporelle des opérateurs d'Heisenberg $\tilde{\Psi}$ s'obtient par l'écriture usuelle $\partial\tilde{\Psi}_\alpha/\partial\tau = (\hat{\mathcal{H}}-\mu\hat{\mathcal{N}})\tilde{\Psi}_\alpha - \tilde{\Psi}_\alpha(\hat{\mathcal{H}}-\mu\hat{\mathcal{N}})$ et permet d'écrire la dérivée temporelle des fonctions de Green :

$$\begin{aligned}\frac{\partial G_{\alpha\beta}(x_1,x_2)}{\partial\tau_1} &= \delta_{\alpha\beta}\delta(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)\delta(\tau_1-\tau_2) + \left(\frac{\nabla^2}{2m}+\mu\right)G_{\alpha\beta}(x_1,x_2)\\ &\quad - g\left\langle T_\tau\tilde{\Psi}^\dagger_\gamma(x_1)\tilde{\Psi}_\gamma(x_1)\tilde{\Psi}_\alpha(x_1)\tilde{\Psi}^\dagger_\beta(x_2)\right\rangle_{st}\end{aligned}$$

où nous avons allégé l'écriture en notant x l'ensemble des coordonnées spatio-temporelles $(\mathbf{r},\tau)$. À ce niveau-là, il semble intéressant d'utiliser le théorème de Wick pour développer le dernier membre de notre équation.

Quelques considérations s'imposent néanmoins avant de réaliser cette opération. D'une part, le théorème de Wick ne s'applique strictement qu'à des particules sans interaction ce qui n'est justement pas notre cas. Dans le cas d'un couplage faible, on peut cependant développer ce terme en puissance du paramètre g et réaliser une moyenne de chaque terme à l'aide du théorème de Wick. On remarquera, d'autre part, que différents types d'interactions apparaissent que l'on peut regrouper en deux catégories : les interactions impliquant des paires supraconductrices et les interactions ne créant pas de supraconductivité. Dans notre modèle, nous allons négliger les secondes (ceci devra bien sûr être remis en cause dans certains cas, par exemple pour les systèmes fortement corrélés). La plupart des termes du développement obtenu sont des termes d'énergie propre (« self-energie ») et peuvent être inclus dans le potentiel chimique. Seul un terme subsiste et l'équation de la dérivée temporelle de la fonction de Green se réécrit alors :

$$\left(\frac{\partial}{\partial\tau_1} - \frac{\nabla^2}{2m} - \mu\right) G_{\alpha\beta}(x_1,x_2) - g\left\langle T_\tau \tilde{\Psi}_\alpha(x_1)\tilde{\Psi}_\gamma(x_1)\right\rangle_{st}\left\langle T_\tau \tilde{\Psi}^\dagger_\gamma(x_1)\tilde{\Psi}^\dagger_\beta(x_2)\right\rangle_{st}$$
$$= \delta_{\alpha\beta}\delta(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)\delta(\tau_1-\tau_2)$$

3.2.1.2 Les fonctions de Green « anormales » et les équations de Gor'kov

Il est intéressant d'introduire ici quelques notations qui vont prendre rapidement une signification physique précise. Posons :

$$F^\dagger_{\alpha\beta}(x_1,x_2) =< T_\tau \tilde{\Psi}^\dagger_\alpha(x_1)\tilde{\Psi}^\dagger_\beta(x_2) >_{st}$$
$$F_{\alpha\beta}(x_1,x_2) =< T_\tau \tilde{\Psi}_\alpha(x_1)\tilde{\Psi}_\beta(x_2) >_{st}$$

qui seront appelé fonctions « anormale » ou fonctions de Gor'kov. Et définissons

$$\Delta_{\alpha\beta}(x) = |g| F_{\alpha\beta}(x,x) \tag{3.3}$$

Cherchons maintenant à simplifier quelque peu nos notations en étudiant les dépendances en spin de ces fonctions. Du fait de la statistique de Fermi des électrons, la fonction $F_{\alpha\beta}(x_1,x_2)$ est impaire vis-à-vis de l'échange des spins. On en déduit que $\Delta_{\alpha\beta}(x) = -\Delta_{\beta\alpha}(x)$. Nous pouvons donc introduire une fonction $\Delta(x)$ telle que :

$$\Delta_{\alpha\beta} = j\sigma^{(2)}_{\alpha\beta}\Delta(x) \quad \text{et} \quad \Delta^\dagger_{\alpha\beta} = -j\sigma^{(2)}_{\alpha\beta}\Delta^*(x)$$

où $\sigma^{(2)}_{\alpha\beta}$ est l'élément d'indices α,β de la seconde matrice de Pauli :

$$\sigma^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 & -j \\ j & 0 \end{pmatrix}$$

De la même façon, on peut introduire une fonction $F(x_1,x_2)$ telle que :

$$F_{\alpha\beta}(x_1,x_2) = j\sigma^{(2)}_{\alpha\beta}F(x_1,x_2) \quad \text{et} \quad F^\dagger_{\alpha\beta}(x_1,x_2) = -j\sigma^{(2)}_{\alpha\beta}F^\dagger(x_1,x_2)$$

Concernant la dépendance de la fonction de Green, considérant que notre interaction ne dépend pas du spin, G est proportionnelle à la matrice unité en indices de spin : $G_{\alpha\beta}(x_1, x_2) = \delta_{\alpha\beta} G(x_1, x_2)$.

La dérivée de la fonction de Green, fil conducteur de notre raisonnement, se réécrit alors de la façon compacte :

$$\left(\frac{\partial}{\partial \tau_1} - \frac{\nabla^2}{2m} - \mu\right) G(x_1, x_2) + \Delta(x_1) F^\dagger(x_1, x_2) = \delta(x_1 - x_2) \tag{3.4}$$

À ce stade de nos réflexions, deux remarques peuvent être faites. D'une part, nos nouvelles variables, $\Delta(x)$ et $F^\dagger(x_1, x_2)$, nécessitent pour être définies d'autres équations. En résonnant comme pour les fonctions de Green G, une équation donnant $F^\dagger$ peut être obtenue à partir des dérivées temporelles des opérateurs d'Heisenberg. Concernant $\Delta(x)$, une équation peut aussi être obtenue en utilisant cette fois la fonction de Green des trous : $\bar{G}(x_1, x_2) = G(x_2, x_1)$. Enfin on comprendra, au vu des matrices de Pauli, qu'une notation matricielle des équations se révélera nettement plus maniable. Les équations d'Eilenberger et d'Usadel que nous dériverons dans la section suivante seront aussi plus compactes dans cette écriture.

Introduisons donc la matrice des fonctions de Green écrite dans un espace, combinant les degrés de spin et la symétrie particule-trou, appelé *espace de Nambu* :

$$\check{G}(x_1, x_2) = \begin{pmatrix} G(x_1, x_2) & F(x_1, x_2) \\ -F^\dagger(x_1, x_2) & \bar{G}(x_1, x_2) \end{pmatrix}$$

on peut aussi y écrire la matrice de l'Hamiltonien :

$$\check{\mathcal{H}} = \begin{pmatrix} -\frac{\nabla^2}{2m} - \mu & -\Delta \\ \Delta^* & -\frac{\nabla^2}{2m} - \mu \end{pmatrix}$$

Et nous obtenons donc finalement les équations de Gor'kov sous leur écriture matricielle :

$$\left(\check{\tau}_3 \frac{\partial}{\partial \tau} + \check{\mathcal{H}}\right) \check{G}(x_1, x_2) = \check{1}\delta(x_1, x_2) \tag{3.5}$$

où $\check{\tau}_3$ est la troisième matrice de Pauli définie comme :

$$\check{\tau}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

La quantité Δ est appelé *paramètre d'ordre*. C'est une généralisation du paramètre d'ordre BCS au cas d'un système sans invariance par translation. La fonction G est la fonction de Green à une particule, tandis que F traduit l'existence des paires de Cooper. On remarque que F et Δ sont liées par la définition de Δ donnée en 3.3.

3.2.1.3 Représentation fréquentielle des fonctions de Green et des équations de Gor'kov

Il est souvent intéressant d'utiliser les versions fréquentielles de ces opérateurs et équations, afin d'avoir accès au formalisme de Matsubara et de pouvoir obtenir les grandeurs thermodynamiques par de simples sommations.

En posant $\tau = \tau_1 - \tau_2$, la transformée de Fourier de la fonction de Green est :

$$\check{G}_{\omega_n}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \int_0^{1/T} e^{j\omega_n \tau} \check{G}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \tau) d\tau$$

où T est la température et les ω_n sont les fréquences de Matsubara [1] $\omega_n = (2n+1)\pi T$. On peut réecrire l'équations de Gor'kov 3.5 comme :

$$\left(-j\omega_n \check{\tau}_3 + \check{\mathcal{H}}\right) \check{G}_{\omega_n}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \check{1}\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \tag{3.6}$$

L'équation autoconsistante 3.3 définissant le paramètre d'ordre $\Delta(\mathbf{r})$ devient :

$$\Delta(\mathbf{r}) = |g| T \sum_{\omega_n} F_{\omega_n}(\mathbf{r}, \mathbf{r})$$

où la somme est effectuée sur tout les entiers $n \in \mathbb{Z}$.

3.2.1.4 Représentation dans l'espace réciproque

Avant de présenter l'approche quasi classique, nous allons aborder une dernière reformulation des fonctions de Green, cette fois dans l'espace réciproque. L'approximation quasi classique consistant en une intégration de ces fonctions sur la surface de Fermi, le procédé sera grandement simplifié si ces dernières sont exprimées en fonction des vecteurs d'onde $\mathbf{p}$ et non de la position $\mathbf{r}$.

La représentation réciproque des fonctions de Green est définie comme :

$$\check{G}_{\omega_n}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \check{G}_{\omega_n}(\mathbf{p} + \mathbf{k}/\mathbf{2}, \mathbf{p} - \mathbf{k}/\mathbf{2}) e^{j\mathbf{p}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + j(\mathbf{k})(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2} \tag{3.7}$$

On remarquera que le vecteur d'onde ($\mathbf{k}$ est associé à la position du centre de masse $(\mathbf{k})(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$ et que la symétrie particule-trou implique que

$$\check{G}_{\omega_n}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = \bar{\check{G}}_{-\omega_n}(-\mathbf{p}_2, -\mathbf{p}_1)$$

Dans le cas d'un supraconducteur homogène avec un gap isotrope « onde s » l'intégration sur $\mathbf{k}$ de l'équation 3.7 disparaît, la fonction de Green n'est alors plus fonction que de $\mathbf{p}$ et les équations de Gor'kov 3.6 deviennent (nous donnons seulement la première colonne, correspondant aux particules) :

$$(-j\omega_n + \xi_{\mathbf{p}})G + \Delta F^\dagger = 1$$
$$(-j\omega_n + \xi_{\mathbf{p}})F^\dagger + \Delta^* G = 0$$

où $\xi_{\mathbf{p}} = p^2/2m - \mu$ est l'énergie par rapport au niveau de Fermi (on néglige ici tous les effets de structure de bande pour ne conserver qu'une relation quadratique). On peut alors aisément en déduire les solutions comme :

$$G = \frac{\xi_{\mathbf{p}} + j\omega_n}{\xi_{\mathbf{p}}^2 + \omega_n^2 + |\Delta|^2} \text{ et } F^\dagger = \frac{\Delta^*}{\xi_{\mathbf{p}}^2 + \omega_n^2 + |\Delta|^2} \tag{3.8}$$

1. Dans cette section, nous avons considéré $k_B = \hbar = 1$ pour simplifier les notations. Lors de la dérivation des équations d'Usadel, nous reviendrons aux écritures réelles

3.2.2 L'approche quasi classique - les équations d'Eilenberger

L'échelle des énergies de la supraconductivité est donnée par Δ, le potentiel de paire, qui est bien inférieur à l'énergie de Fermi E_F des matériaux constituant la jonction. L'idée de base de l'approximation quasi classique est donc de réaliser un développement perturbatif des équations de Gor'kov par rapport au petit paramètre Δ/E_F. Toutes les variations des grandeurs physiques sur une échelle inférieure à la longueur de cohérence seront donc intégrées et cette approximation ne permettra pas, par exemple, de décrire les phénomènes d'interférence à un électron comme la localisation faible. Les supraconducteurs conventionnels ont un petit gap et $\Delta/E_F \approx 10^{-3}$ ce qui justifie l'approximation quasi classique. Dans le cas des supraconducteurs à haute température critique, $\Delta/E_F \approx 10^{-2} - 10^{-1}$ et l'approximation reste valable si l'on ne s'éloigne pas trop de la température de transition. Pour une présentation détaillée du formalisme quasi classique, on se reportera à Belzig, Wilhelm, Bruder, Schon, et Zaikin (1999); Kopnin (2001).

Les fonctions de Green quasi classiques des états à une particule f et des états de paires g seront donc obtenues par intégration des fonctions de Green de Gor'kov F et G sur le voisinage de la surface de Fermi. Dans le cas le plus simple, d'une surface de Fermi sphérique, on peut paramétrer l'intégrale sur l'espace réciproque de la façon suivante :

$$\frac{d^3p}{(2\pi)^3} = d\xi_{\mathbf{p}} \frac{dS_F}{(2\pi)^3 v_F}$$

où $d\xi_{\mathbf{p}}/v_F$ est la variation de l'impulsion dans la direction perpendiculaire à la surface de Fermi et dS_F est l'aire de l'élément de surface de Fermi qui vaut donc, dans le cas d'une surface sphérique : $dS_F = p_F^2 d\Omega_{\mathbf{p}}$. On peut aisément généraliser cette relation à d'autres formes de la surface de Fermi.

Commençons donc notre intégration des fonctions de Green par les fonctions « anormales » F. Nous avons vu en 3.8 que celles-ci décroissaient en $\xi_{\mathbf{p}}^{-2}$, on peut donc correctement définir leurs intégrales :

$$\int \frac{d\xi_{\mathbf{p}}}{j\pi} F_{\omega_n}(\mathbf{p}_+, \mathbf{p}_-) = \oint \frac{d\xi_{\mathbf{p}}}{j\pi} F_{\omega_n}(\mathbf{p}_+, \mathbf{p}_-) = f_{\omega_n}(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{k})$$
$$\int \frac{d\xi_{\mathbf{p}}}{j\pi} F^\dagger_{\omega_n}(\mathbf{p}_+, \mathbf{p}_-) = \oint \frac{d\xi_{\mathbf{p}}}{j\pi} F^\dagger_{\omega_n}(\mathbf{p}_+, \mathbf{p}_-) = f^\dagger_{\omega_n}(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{k})$$

où $\mathbf{p}_\pm = \mathbf{p} \pm \mathbf{k}/2$, $\hat{\mathbf{p}}$ est un vecteur unitaire dans la direction de $\mathbf{p}$ et $\oint$ est la contribution des pôles de la fonction de Green proches de la surface de Fermi. Cette dernière approximation est de l'ordre de Δ/E_F comme nous nous y attendions.

Pour la fonction G, l'intégration est moins évidente. D'après 3.8, leur intégrale sur $d\xi_{\mathbf{p}}$ diverge, car G contient une partie normale qui décroît faiblement, comme $\xi_{\mathbf{p}}^{-1}$. Nous allons donc séparer les deux contributions. La partie normale, que l'on note $G^{(n)}_{\omega_n}$ est donnée par $G^{(n)}_{\omega_n} = (\xi_{\mathbf{p}} - j\omega_n)^{-1}$ et l'on peut considérer les deux contributions séparément :

$$\int \frac{p^2 dp}{2\pi^2} G_{\omega_n}(\mathbf{p}_+, \mathbf{p}_-) = \int \frac{p^2 dp}{2\pi^2} G^{(n)}_{\omega_n} + \nu_0 \oint d\xi_{\mathbf{p}} (G_{\omega_n} - G^{(n)}_{\omega_n}) \tag{3.9}$$

où $\nu_0 = mp_f/2\pi^2$ est la densité d'état à un spin dans l'état normal. À nouveau, l'intégration $\oint$ est prise sur les pôles proches de la surface de Fermi ce qui conduit à une erreur de l'ordre de Δ/E_F.

Nous allons donc, comme pour la fonction « anormale », pouvoir poser :

$$\oint \frac{d\xi_{\mathbf{p}}}{j\pi} G_{\omega_n}(\mathbf{p}_+, \mathbf{p}_-) = g_{\omega_n}(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{k})$$

Une étude attentive des deux termes comportant la fonction de Green de l'état normal dans l'équation 3.9 montre que nous pouvons les regrouper pour obtenir finalement :

$$\int \frac{p^2 dp}{2\pi^2} G_{\omega_n}(\mathbf{p}_+, \mathbf{p}_-) = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{k}) \mathcal{P} \int \frac{p^2 dp}{2\pi^2} \frac{1}{\xi_{\mathbf{p}}} + j\nu_0 \pi g_{\omega_n}(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{k})$$

On obtient de la même façon la fonction de Green quasi classique des trous, $\bar{g}$.

Nous avons donc défini les fonctions g, f, $f^\dagger$ et $\bar{g}$ qui sont appellées *fonctions de Green quasi-classiques.*

Après cette intégration sur $\xi_{\mathbf{p}}$, les fonctions de Green ne dépendent plus que la direction du moment $\hat{\mathbf{p}}$ et de l'impulsion $\mathbf{k}$ qui est en réalité la position du centre de masse $\mathbf{r}$ transposée dans l'espace réciproque. On utilise donc souvent une représentation mixte, donnée par :

$$\check{g}_{\omega_n}(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{r}) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} e^{j\mathbf{kr}} \check{g}_{\omega_n}(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{k})$$

qui permet de paramétrer la fonction de Green par la position du centre de masse des particules et la direction du moment.

Le formalisme de Nambu permet de noter ces fonctions sous la forme d'une matrice :

$$\check{g}_{\omega_n} = \begin{pmatrix} g_{\omega_n} & f_{\omega_n} \\ f^\dagger_{\omega_n} & \bar{g}_{\omega_n} \end{pmatrix}$$

qui doit satisfaire la condition de normalisation $\check{g}^2_{\omega_n} = \check{1}$.

Les équations de Gor'kov ont été reformulées par Eilenberger (1968) dans l'approximation quasi classique en négligeant les termes petit devant l'énergie de Fermi. On obtient une équation du mouvement :

$$-j\mathbf{v}_F \hat{\nabla} \check{g} + \check{H}_0 \check{g} - \check{g} \check{H}_0 = \check{I} \tag{3.10}$$

où l'on a posé les matrices :

$$\hat{\nabla}\check{g} = \begin{pmatrix} \nabla g & (\nabla - \frac{2je}{c}\mathbf{A}) f \\ -(\nabla + \frac{2je}{c}\mathbf{A}) f^\dagger & -\nabla g \end{pmatrix}, \check{H}_0 = \begin{pmatrix} -j\omega_n & -\Delta \\ \Delta^* & j\omega_n \end{pmatrix}, \check{I} = \begin{pmatrix} I_1 & I_2 \\ -I_2^\dagger & \bar{I}_1 \end{pmatrix}$$

$\check{I}$ est la matrice des collisions contenant les termes d'énergie propre (« self-energy ») dus aux collisions.

3.2.3 La limite sale - les équations d'Usadel

Dans la limite sale, lorsque le libre parcours moyen l devient plus petit que la longueur de cohérence ξ_0, on peut encore simplifier la paramétrisation des fonctions de Green quasi classiques en les intégrant sur la direction du vecteur d'onde $\hat{\mathbf{p}}$ pour quelles ne dépendent plus finalement que de la position du centre de masse :

$$\check{g}(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{r}) = g_0(\mathbf{r}) + \hat{\mathbf{v}}_F \check{\mathbf{g}}(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{r}) \tag{3.11}$$

où $|\check{\mathbf{g}}| \ll g_0$ et $\hat{\mathbf{v}}_F$ est le vecteur unitaire dans la direction de propagation. Comme $< \check{g} >= \check{g}_0$, la condition de normalisation des la matrice de Nambu nous donne la condition $\check{g}_0^2 = \check{1}$.

L'équation 3.10 s'écrit alors sous la forme d'une équation de diffusion appelée équation d'Usadel (Usadel, 1970) :

$$jD\hat{\nabla}(\check{g}_0\hat{\nabla}\check{g}_0) + \check{H}_0\check{g}_0 - \check{g}_0\check{H}_0 = 0$$

où $D = \frac{v_F l}{3}$ est le coefficient de diffusion tridimensionnel.

Le supercourant est donné par

$$j_S = j\frac{\pi\sigma_N}{e}T\sum_{n\geqslant 0} Tr\left(\tau_3\check{g}_0\hat{\nabla}\check{g}_0\right)$$

où $\sigma_N = 2e^2\nu_0 D$ est la conductivité de Drude à l'état normal (ν_0 est la densité d'états de quasiparticules) (on prendra garde à ne pas confondre le supercourant j_S et $j = \sqrt{-1}$).

L'équation autoconsistante définissant le potentiel de paire peut s'écrire sous la forme :

$$\Delta = \lambda 2\pi T\sum_n \check{f}_0$$

avec la constante de couplage $\lambda = \nu_0|g|$.

3.2.3.1 Paramétrisation par l'angle d'appariement θ

Nous avons vu que f_0 et g_0 obéissaient à la condition de normalisation

$$f_0^2 + g_0^2 = 1$$

Celle-ci traduit le fait que le nombre total d'électrons du système est fixé.

Cette propriété permet d'effectuer une paramétrisation des équations d'Usadel en fonction d'un angle d'appariement $\theta(\mathbf{r})$ et de la phase $\chi(\mathbf{r})$

$$\begin{aligned} g_0(\mathbf{r}) &= \cos\theta(\mathbf{r}) \\ f_0(\mathbf{r}) &= \sin\theta(\mathbf{r})e^{i\chi(\mathbf{r})} \end{aligned}$$

et d'écrire la matrice des fonctions de Green comme :

$$\check{g}_0 = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta e^{i\chi} \\ \sin\theta e^{-i\chi} & \cos\theta \end{pmatrix}$$

Ces notations nous conduisent à une forme pratique des équations d'Usadel [2] :

$$\frac{\hbar D}{2}\frac{\partial^2\theta_n}{\partial x^2}(x) - \omega_n \sin\theta_n(x) + \Delta(x)\cos\theta_n(x) + \frac{\hbar D}{2}\left(\frac{\partial\chi_n}{\partial x}(x)\right)^2 \sin\theta_n(x)\cos\theta_n(x) = 0 \tag{3.12}$$

Nous avons explicité ici les dépendances en x et en fréquences de Matsubabra (indice n). L'équation de conservation du courant dans cette notation est exprimée sous la forme suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial\chi_n}{\partial x}(x)\sin^2\theta_n(x)\right] = 0 \tag{3.13}$$

On remarquera que c'est une équation de conservation du *courant spectral*, car χ et θ sont indexés par la fréquence de Matsubara. L'équation autoconsistante du potentiel de paire peut s'écrire de la façon suivante :

$$\Delta(x) = \lambda 2\pi k_B T \sum_{\omega_n} \sin\theta_n(x) \tag{3.14}$$

Enfin, le supercourant est lui aussi obtenu par sommation sur les fréquences de Matsubara et s'écrit sous la forme simple :

$$j_S = -\pi e \nu_0 D T \sum_{\omega} \frac{\partial\chi_n}{\partial x}\sin^2\theta_n \tag{3.15}$$

D'après l'équation 3.13, j_S est indépendant de la position x.

Résoudre l'équation différentielle 3.12 nécessite de donner des conditions aux limites pour le paramètre θ. Pour un supraconducteur BCS loin d'une interface, cette condition est donnée par :

$$\tan\theta = \frac{\Delta}{\omega_n} \tag{3.16}$$

3.3 Simulation numérique des équations d'Usadel

3.3.1 L'équation d'Usadel avec un terme de brisure de paires

L'application des équations d'Usadel à la supraconductivité de type « onde d » n'est en théorie pas justifiée, car le paramètre d'ordre est fonction du vecteur d'onde des particules. Une méthode possible serait l'utilisation des équations d'Eilenberger qui conservent cette dépendance en k. L'intégration des équations d'Eilenberger est cependant compliquée par la non-localité des fonctions de Green retardées et avancées. Celle-ci impose l'utilisation d'un algorithme de « lancer de rayons » calculant la propagation de chacune d'entre elles pour une série de vecteurs d'onde, ceci à partir de chaque point de l'espace simulé. Les calculs en sont donc fortement alourdis et nous avons cherché, pour commencer, à développer un modèle qualitatif de nos jonctions basé sur l'équation d'Usadel.

2. À partir de ce point, nous redonnons à $\hbar$ et k_B leur valeurs réelles

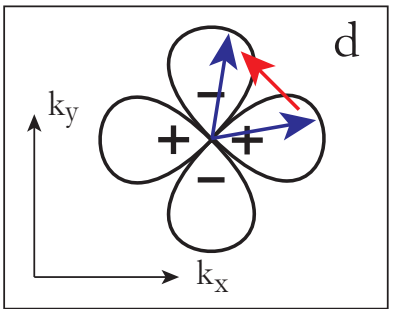


FIGURE 3.8 – La diffusion élastique est un processus de destruction des paires de Cooper dans un supraconducteur « onde d »

Les processus de collision dans un supraconducteur d conduisent à un processus intrinsèque de brisure de paires (voir figure 3.8). En effet, si un électron de vecteur k est diffusé en k' selon une direction correspondant à un changement de signe du paramètre d'ordre de l'état initial la paire de Cooper associée n'est plus solution du problème et « disparaît ». Elle est donc brisée : ceci est un processus de brisure de paires.

Les résultats des calculs analytiques basés sur les théories de Gor'kov et Eilenberger montrent que les supraconducteurs « onde d » mis en présence d'impuretés non magnétiques se comportent de façon très similaire à des supraconducteurs « onde s » comprenant des impuretés magnétiques. Nous avons donc cherché à simuler un supraconducteur « onde s » désordonné en présence d'impuretés magnétiques. On peut utiliser pour cela l'équation d'Usadel en ajoutant un terme de brisure de paires $\Gamma(x)$ assurant la conversion des paires de Cooper en électrons libres.

Dans la paramétrisation par l'angle d'appariement θ, ce terme sera proportionnel à $\sin\theta\cos\theta$ et nous obtenons donc une équation d'Usadel sous la forme :

$$\frac{\hbar D}{2}\frac{\partial^2\theta_n}{\partial x^2}(x) - \omega_n \sin\theta_n(x) + \Delta(x)\cos\theta_n(x) + \left(\Gamma(x) + \frac{\hbar D}{2}\left(\frac{\partial\chi_n}{\partial x}(x)\right)^2\right)\sin\theta_n(x)\cos\theta_n(x) = 0 \tag{3.17}$$

Par analogie avec la théorie d'Abrikosov et Gor'kov (Abrikosov et Gor'Kov, 1961) et d'après les résultats de (Lesueur *et al.*, 1993) donnés dans l'équation 2.3, on peut relier le terme de brisure de paire au gap supraconducteur et à la densité de défauts comme :

$$\Gamma(x) = \frac{\mathrm{dpa}(x)}{\mathrm{dpa}_{\text{ critique}}}\Gamma_{\text{ critique}} \tag{3.18}$$

où l'on considérera $\mathrm{dpa}_{\text{ critique}} = 0.037$ et $\Gamma_{\text{ critique}} = \Delta(T \to 0)$ ($\Delta(T \to 0)$ est le gap supraconducteur à température nulle). Dans notre cas, nous avons pris comme valeur du gap la valeur moyenne sur la surface de Fermi de la valeur absolue du gap supraconducteur comme indiqué dans le tableau 3.1.

Cette équation est fortement non linéaire en θ à cause des termes en $\sin\theta$ et

$\cos\theta$. Pour l'intégrer, il va falloir avoir recours à une méthode relaxation. Présentons rapidement l'implémentation que nous en avons faite.

3.3.2 Algorithme de calcul de l'équation d'Usadel

L'équation 3.17 peut se réécrire comme $f(\theta) = 0$. La fonction f obtenue est dérivable en tout points par rapport à θ (comme somme de cosinus et sinus), nous pouvons donc utiliser la méthode de relaxation de Newton ou Newton-Raphson pour trouver son zéro. Celle-ci consiste à construire une approximation du zéro en utilisant le développement de Taylor de la fonction f : $f(\theta + d\theta) = f(\theta) + \frac{df}{d\theta}(\theta).d\theta$ où $d\theta$ est une petite variation de θ. Le zéro de cette linéarisation de f est obtenu en calculant $d\theta$ tel que :

$$f(\theta) + \frac{df}{d\theta}(\theta).d\theta = 0 \tag{3.19}$$

Le nouveau point $\theta' = \theta + d\theta$ est plus proche du véritable zéro de f que θ, la convergence étant quadratique dans les cas simples comme le notre.

Dans notre intégration numérique, l'espace est discrétisé, θ, $d\theta$ et $f(\theta)$ sont alors des vecteurs colonnes comportant autant de valeurs qu'il y a de points dans l'espace et $\frac{df}{d\theta}(\theta)$ est une matrice carrée dont la taille sera donnée par le nombre de points de l'espace porté au carré. Pour inverser cette dernière et obtenir $d\theta$, nous allons avoir recours à une méthode de décomposition de type LU (voir par exemple le cours de Ciarlet, Miara, et Thomas (1989)). Le calcul de $d\theta$ sera ensuite répété en partant de $\theta' = \theta + d\theta$ jusqu'à ce que la convergence de la distribution $\theta(x)$ soit considérée comme convenable (on fixe un critère arbitraire sur $max(\theta' - \theta)$). On notera que, comme dans toute méthode de relaxation, le minimum d'énergie dans lequel le système finit par converger peut être différent du minimum d'énergie global, c'est-à-dire que l'on converge vers un zéro de la fonction f qui n'est pas forcément le zéro de moindre énergie. De plus, cette méthode permet seulement de converger vers les points stable de f vis-à-vis de θ (c'est à nouveau une propriété générale des techniques de relaxation).

Une fois $\theta(x)$ obtenu, nous pouvons en déduire le supercourant dans la jonction à partir de l'équation de conservation du courant 3.13. Il faut pour cela ajouter une condition initiale qui est la différence de phase prise entre deux points fixes du supraconducteur. Rappelons tout d'abord que l'équation 3.13 implique la conservation d'un courant spectral que l'on notera $Q(\omega_n)$:

$$Q(\omega_n) = \frac{d\chi_n}{dx}(x)\sin^2\theta_n(x) \tag{3.20}$$

Si l'on note ϕ la différence de phase imposée et $\pm x_\phi$ la position des points entre lesquels nous imposons cette différence de phase, le courant spectral sera donné par la relation suivante :

$$\phi = \int_{-x_\phi}^{+x_\phi} \frac{d\chi_n}{dx}(x)dx = \int_{-x_\phi}^{+x_\phi} \frac{Q(\omega_n)}{\sin^2\theta_n(x)}dx$$

Une fois le courant spectral $Q(\omega_n)$ déterminé, la relation 3.20 nous permet d'obtenir la dérivée de la phase dans le supraconducteur en tout point x : $d\chi/dx(x)$ et donc, par intégration la phase $\chi(x)$ dans le supraconducteur.

Le potentiel de paire $\Delta(x)$ sera, quand à lui, obtenu à partir de $\theta(x)$ à l'aide de l'équation 3.14 :

$$\Delta(x) = \lambda 2\pi k_B T \sum_{\omega_n} \sin\theta_n(x)$$

Arrivé à cette étape, on évalue la variation du potentiel de paire par rapport à l'itération précédente pour voir si celui-ci a convergé vers une valeur stable (à nouveau on fixe un critère arbitraire sur $max(\Delta' - \Delta)$). Dans le cas contraire, il faut alors recommencer une relaxation de $\theta(x)$ en utilisant les nouvelles distributions de $\Delta(x)$ et $\partial\chi/\partial x(x)$.

Une fois que les distributions $\theta(x)$, $\Delta(x)$ et $\frac{d\chi_n}{dx}(x)$ ont convergé, le supercourant est donné par une sommation sur les fréquences de Matsubara :

$$j_S = -\pi e \nu_0 D T \sum_n \frac{\partial \chi_n}{\partial x} \sin^2\theta_n \tag{3.21}$$

On peut donc obtenir, à partir des simulations, la courbe $j_S(\phi, T)$, et donc $I_C(T)$, ainsi qu'une idée des phénomènes à l'œuvre en examinant les profils du potentiel de paire et du gradient de phase.

Dans toutes nos simulations, les dimensions sont normalisées par la longueur de la fente d_J et les énergies par l'énergie de Thouless du système $E_{Th} = \hbar D/d_J^2$. Nous avons regroupé dans le tableau 3.1 les valeurs des paramètres physiques utilisés dans les simulations. Enfin, le coefficient de diffusion est pris sous sa forme tridimensionnelle $D = v_F l/3$ comme justifié dans (Delin et Kleinsasser, 1996).

3.3.3 Remarques sur le modèle SS'S utilisé

Avant de présenter les résultats de nos simulations, quelques remarques s'imposent sur le modèle utilisé.

Le modèle le plus abondamment étudié dans la littérature relative aux équations quasi-classiques de la supraconductivité est le modèle dit SNS, c'est-à-dire formé de deux supraconducteurs séparés par un métal normal. Sa particularité est que l'interaction attractive, à l'origine de la formation des paires de Cooper, est absente de la région normale qui forme la barrière Josephson. Pour autant, l'effet de proximité créé par les supraconducteurs situés de part et d'autre de la jonction peut entraîner l'apparition d'un gap dans le spectre des excitations électronique de la zone normale.

Dans notre cas, l'interaction attractive créant les paires de Cooper est présente et constante tout au long de la jonction Josephson. Nous nous plaçons dans le cas dit SS'S, dans lequel toute la jonction est supraconductrice. En revanche, le gap de la densité d'états va varier quand à lui au long de la jonction, du fait de la présence d'impuretés magnétiques en plus ou moins grande proportion.

Table 3.1 – Grandeurs physiques utilisées dans les simulations[a]

Quantité	Unité	Valeur
Densité de porteurs de charge	m^{-3}	5×10^{27}
Vitesse de Fermi dans les plans ab	$m{\cdot}s^{-2}$	$1{,}4 \times 10^{5}$
Densité d'états	$eV^{-1}{\cdot}m^{-3}$	$1{,}5 \times 10^{28}$
Masse effective dans les plans ab	kg	$5 \times 9{,}109 \times 10^{-31}$
Résistivité de l'$YBa_2Cu_3O_7$ vierge (100 K)	$\mu\Omega{\cdot}cm$	150
Dérivée de la résistivité par rapport à la température	$\mu\Omega{\cdot}cm/K$	$1{,}2 \times 10^{-4}$
Température critique du film vierge	K	90
Potentiel d'appariement (Δ)[b]	meV	12
Potentiel de dépairage (Γ_{critique})	meV	12

[a] Les valeurs numériques sont, pour la plupart, extraites de la revue de Delin et Kleinsasser (1996).
[b] Nous considérons la valeur absolue moyenne sur la surface de Fermi, c'est-à-dire la moitié du gap maximal situé aux alentours de $25 - 30$ meV.

Des références de bases concernant les comportements comparés des jonctions SNS, SS'S et plus généralement des différents types de liens faibles sont les articles de Likharev (1979b) et Golubov *et al.* (2004a).

Nous reviendrons sur ce point lors de l'examen de la dépendance du courant critique avec la température, laquelle est un indicateur simple à confronter à notre choix de modèle.

3.3.4 Résultat des simulations

3.3.4.1 L'effet de proximité

La figure 3.9 présente le résultat d'une simulation réalisée à partir de la distribution de dpa indiquée en rouge. Cette distribution est extraite des profils de défauts donnés par le logiciel SRIM intégrés sur la longueur de la fente. Le potentiel de paire dans les électrodes est fixé loin de la jonction (plusieurs microns) à la valeur BCS. La différence de phase appliquée au supraconducteur étant nulle, on observe simplement une élévation du potentiel de paire dans la jonction alors que la température diminue. On remarque cependant que la forme du potentiel elle-même évolue, l'inhomogénéité formée par la jonction tendant à s'amenuiser à mesure que le potentiel des électrodes s'accroît. Ceci est dû à l'effet de proximité dans les électrodes qui tend à « renforcer » la supraconductivité dans la zone de défauts.

En posant un terme de diffusion D nul (on suppose $v_F = 0$), on peut annuler l'effet de proximité ($\xi_N = \sqrt{\hbar D/2\pi k_B T}$) et obtenir les courbes en pointillé de la figure 3.9. Ces courbes permettent de mettre en avant les deux effets de proximité. L'effet de proximité direct qui tend à accroître le potentiel de paire dans la barrière

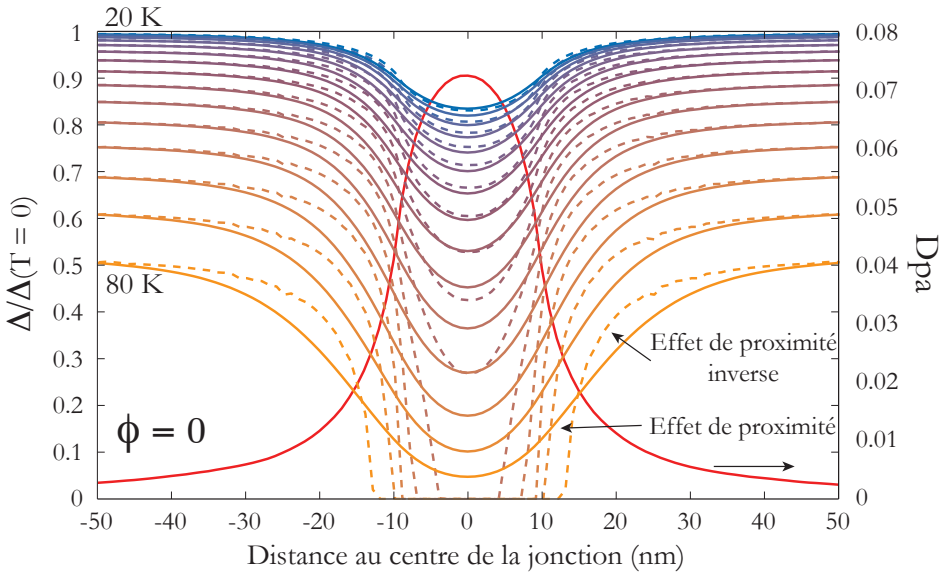


FIGURE 3.9 – Distribution spatiale du potentiel de paire pour des températures allant de 80 K à 20 K et une différence de phase nulle dans le supraconducteur (plein). Distribution obtenue en posant $v_F = 0$ (pointillés). Le profil de dpa utilisé est indiqué en rouge. La simulation a été réalisée sur une zone de 4 μm de longueur, mais nous ne présentons que la partie centrale, autour de la jonction.

et l'effet de proximité inverse qui abaisse ce même potentiel dans les électrodes. On remarque qu'à haute température, ceci implique l'apparition de corrélations entre les deux supraconducteurs à des températures où la partie centrale de la barrière ne devrait pas être supraconductrice ($\Delta = 0$ quand on pose $v_F = 0$).

À partir de ces courbes, on peut étudier l'évolution du potentiel de paire $\Delta(x = 0, T)$ au centre de la jonction en fonction de la température présentée figure 3.10.

- Pour des fentes très larges, le comportement de $\Delta(x = 0, T)$ à haute température est proche du comportement du potentiel de paire dans le supraconducteur vierge en postulant simplement une valeur $\Delta(T = 0)$ à température nulle diminuée. À basse température, l'effet de proximité prend de l'ampleur et $\Delta(x = 0, T)$ tend vers le potentiel de paire des électrodes.
- Lorsque la fente est plus fine et que l'effet de proximité prend de l'importance, l'évolution de $\Delta(x = 0, T)$ à haute température devient différente. Elle est lissée par l'influence des électrodes dont nous avons indiqué le profil de potentiel de paire en noir.
- Les courbes en pointillés indiquent les évolutions de $\Delta(x = 0, T)$ pour un coefficient de diffusion nul. Elles correspondent, comme on pourrait s'y attendre à des profils BCS en supposant un potentiel de paire à température nulle abaissé par rapport au film vierge.

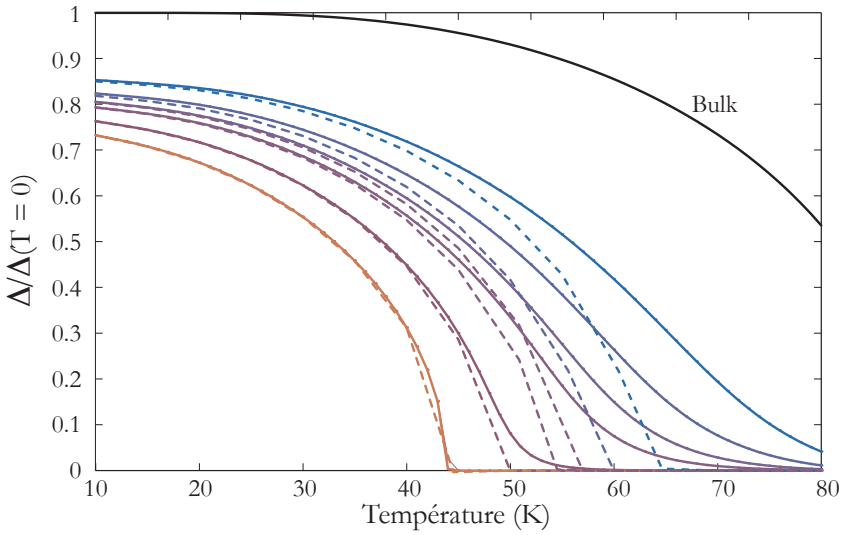


FIGURE 3.10 – Évolution du potentiel de paire $\Delta(x = 0, T)$ au centre de la fente avec la température pour des longueurs de fente de 20 nm (bleu), 30 nm, 40 nm, 50 nm, 100 nm, 200 nm et au-delà (orange). Les courbes pointillées sont les valeurs obtenues pour un coefficient de diffusion nul ($v_F = 0$). Potentiel de pair BCS dans les électrodes (noir).

3.3.4.2 L'application d'un gradient de phase

Pour étudier le passage d'un courant, nous imposons donc une différence de phase ϕ entre deux points $\pm x_\phi$ du supraconducteur. La figure 3.11 présente le comportement du potentiel de paire lors de l'application d'une telle différence de phase dans le supraconducteur. Le choix des points $\pm x_\phi$ où est appliquée la différence de phase n'a pas d'importance ; la variation de la phase étant déterminée de façon autoconsistante, il est simplement important de choisir des points suffisamment rapprochés pour pouvoir balayer toute la relation courant phase comme nous le précisons dans la suite.

Nous pouvons remarquer que le potentiel de paire réagit à la présence du gradient de phase en s'abaissant. Lorsque la différence de phase atteint π, il y a formation d'une zone normale au centre de la jonction associée à un saut de phase. Cette solution, de type « phase-slip » apparaît du fait de notre simulation unidimensionnelle.

Intéressons-nous à présent à l'évolution de la phase du supraconducteur au long de la jonction. Deux phénomènes sont ici importants à distinguer :

- d'une part, la présence d'une distribution du potentiel de brisure de paires va avoir tendance à localiser le gradient de phase dans la zone de défauts. C'est ce qui crée l'effet Josephson.
- d'autre part, la circulation du supercourant induite par ce déséquilibre va introduire un accroissement linéaire de la phase dans le supraconducteur, car nous avions vu dans l'introduction que $\partial\chi/\partial x = j_s m_p/(n_p q_p \hbar)$ (m_p, n_p et

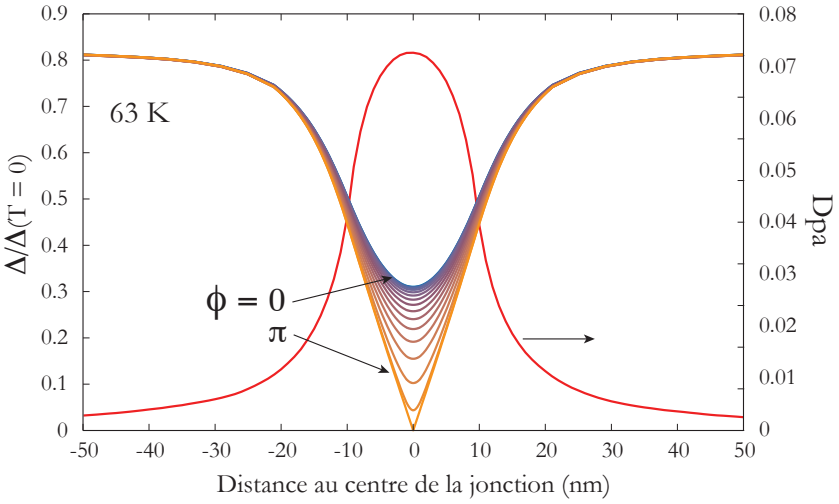


FIGURE 3.11 – Évolution de la distribution spatiale de Δ lors de l'application d'une différence de phase finie dans le supraconducteur. La différence de phase est appliquée entre les points situés symétriquement de part et d'autre du centre de la jonction et espacés de ce dernier d'une distance de 20 nm. On remarque que le potentiel de paire est affecté par le gradient de phase. À partir de $\phi = \pi$, un nœud apparaît au centre de la jonction.

q_p sont les masses, densités et charges des paires de Cooper). Ce gradient constant va donc se superposer à la non-linéarité spatiale de l'effet Josephson et impose de choisir des points d'application de la différence de phase suffisamment rapprochés pour éviter que l'essentiel de la variation de phase se trouve dans les électrodes et non dans la jonction.

La figure 3.12 illustre ces deux phénomènes. Nous y avons présenté la variation de la phase χ_d causée par le profil de défauts, tandis que l'encart présente la phase χ totale telle qu'extraite de la résolution numérique de l'équation d'Usadel. Pour obtenir χ_d à partir de χ, il faut simplement soustraire la contribution linéaire du supercourant dans le supraconducteur.

On remarque que, loin de la jonction, la différence de phase normalisée χ_d tends vers la moitié de la différence de phase imposée ϕ car nous avons pris notre origine des phases au centre de la jonction. Dans la suite de la discussion nous utiliserons parfois indifféremment l'un et l'autre, on comprendra à chaque fois que nous parlons de $\chi_d(x \to \infty) = \phi/2$.

3.3.4.3 La relation courant-phase

Pour obtenir le courant critique des jonctions, nous avons étudié la relation courant-phase : $j_s(\chi_d)$. Celle-ci est présentée figure 3.13 pour une fente de 50 nm et des températures allant de 20 K à 80 K.

À haute température, la relation est proche d'un sinus, indiqué en pointillés noirs sur la figure, tandis que des déviations apparaissent lorsque la température

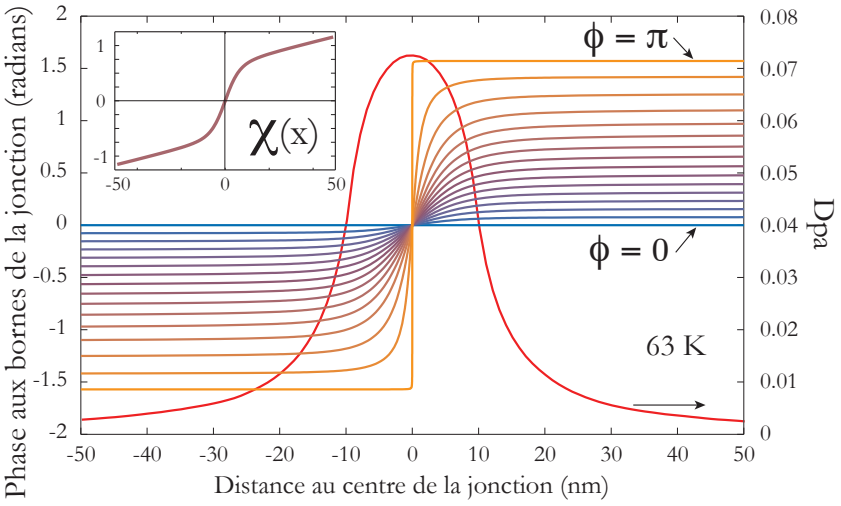


FIGURE 3.12 – Phase $\chi_d(x) = \chi(x) - j_s m_p/(q_p n_p \hbar)$ au long de la jonction pour différentes différences de phase appliquée. Encart : Phase $\chi(x)$ dans le supraconducteur. À la phase induite χ_d induite par la jonction se superpose le gradient constant dû au supercourant qui circule dans le supraconducteur.

baisse. Le maximum de la courbe se décale cependant vers des phases de plus en plus élevées et, en dessous d'une certaine température qui vaut ici environ 44 K, la relation courant-phase devient multivaluée, signe de la fin de l'effet Josephson (Likharev, 1979a).

De façon générale, on peut d'ailleurs faire quelques observations sur la relation courant-phase d'un lien Josephson, sans postuler aucun mécanisme physique spécifique de couplage :

- la phase du paramètre d'ordre des supraconducteurs étant définie modulo 2π, la relation courant-phase doit être 2π-périodique.
- la circulation du supercourant n'est possible qu'en présence d'un gradient de *phase* au long de la jonction. Le cas $\phi = \pi$ est donc particulier, car les paramètres d'ordre sont l'opposé l'un de l'autre, il n'est alors pas nécessaire d'avoir un gradient de phase pour passer de l'un à l'autre. Le super-courant sera donc toujours nul pour $\phi = \pi$ et par extension, pour $\phi = n\pi$ où $n \in \mathbb{Z}$.
- enfin, dans un supraconducteur conventionnel, en l'absence de champ magnétique, les courants opposés sont équivalents et la relation courant-phase sera donc impaire : $j_s(-\phi) = -j_s(\phi)$.

Les simulations des équations d'Usadel reproduisent bien ces aspects généraux de la relation courant-phase. Ceci explique aussi pourquoi nous n'avons étudié que le segment $\phi \in [0; \pi]$ de cette courbe, les autres s'en déduisant par des relations de symétrie.

Étudions donc les caractéristiques de cette transition d'un régime Josephson à un régime multivalué en fonction de la longueur de la fente. Les figures 3.14 et 3.15 permettent d'étudier l'évolution des relations courant-phase, normalisées par

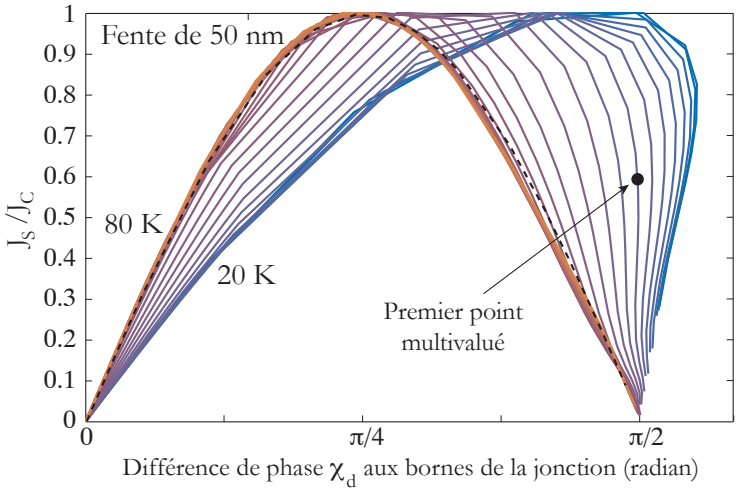


FIGURE 3.13 – Relation courant-phase d'une jonction de 50 nm de large pour de températures allant de 80 K (orange) à 30 K (bleu). Courbe sinusoïdale (noir).

le courant critique pour différentes longueurs de fentes.

Plus le dpa est important, plus la température de multivaluation est élevée. Celle-ci sature vers 45 K pour les jonctions les plus larges, ce qui est aussi la température de transition de telles jonctions comme nous l'avons vu dans la section précédente. L'effet Josephson n'existe donc plus dans ces dispositifs. Lorsque la fente est plus fine et le profil de défauts plus doux, l'effet Josephson qui existe à haute température se transforme progressivement en une fonction multivaluée. À la limite de basse température, cette évolution tend vers la relation linéaire attendue pour un supraconducteur homogène.

La figure 3.15 présente une façon de mesurer l'évolution de ces relations courant-phase. Nous avons suivi la position d'un point de phase tel que le supercourant soit la moitié du courant critique (la méthode est précisée en encart). La transition entre le régime univalué et le régime multivalué est indiquée par la ligne continue noire. En dessous d'une certaine longueur, qui vaut ici entre 30 et 40 nm, la relation courant-phase ne devient plus multivaluée à basse température, c'est-à-dire que l'effet Josephson existe jusqu'à une température nulle. On notera que ce critère n'est qu'indicatif, une meilleure façon de quantifier ce décalage de la relation courant-phase consisterait à suivre le maximum du sinus. Malheureusement, la discrétisation des valeurs de ϕ imposée par le calcul numérique fait que ce maximum n'est pas toujours précisément obtenu (comme on peut le voir sur la figure 3.14).

3.3.4.4 Le courant critique et la température de transition

Les relations courant-phase permettent d'obtenir le courant critique de la jonction donné comme le maximum de $J_S(\chi_d)$. L'évolution en température de ce courant critique est présentée figure 3.16 pour les différentes tailles de jonction. À nouveau on observe deux régimes, un régime dans lequel le courant croît de façon quadra-

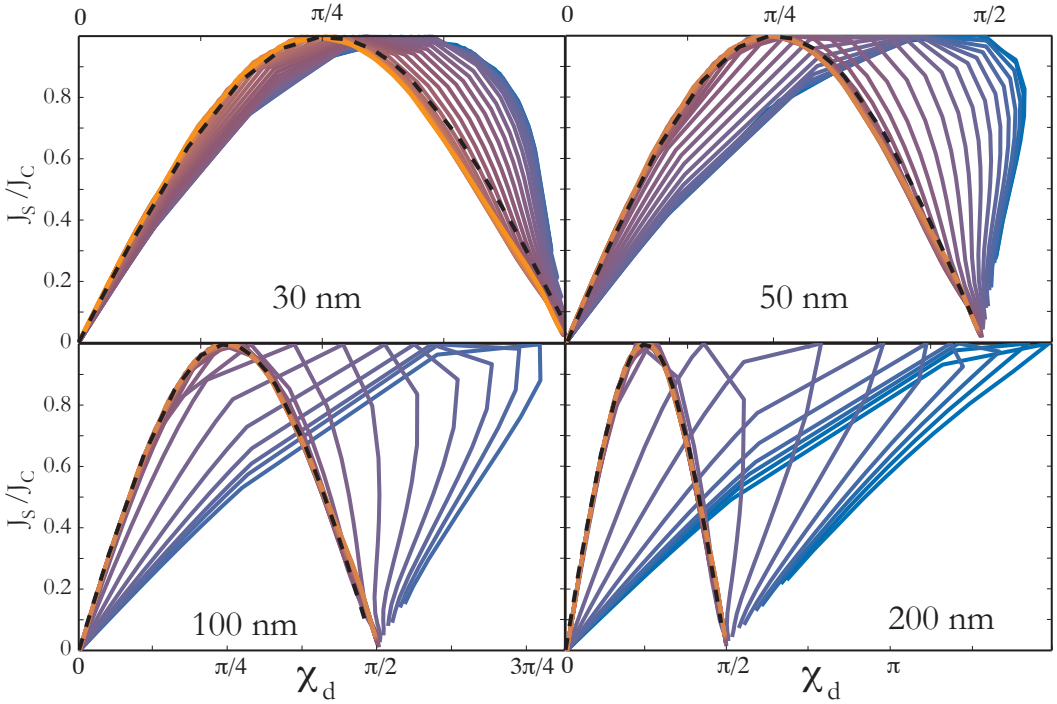


FIGURE 3.14 – Évolution de la relation courant-phase avec la température entre 80 K (orange) et 20 K (bleu) pour différentes longueurs de fentes. Plus la fente est large, plus la température de transition vers le régime multivalué est haute et plus la transition est abrupte.

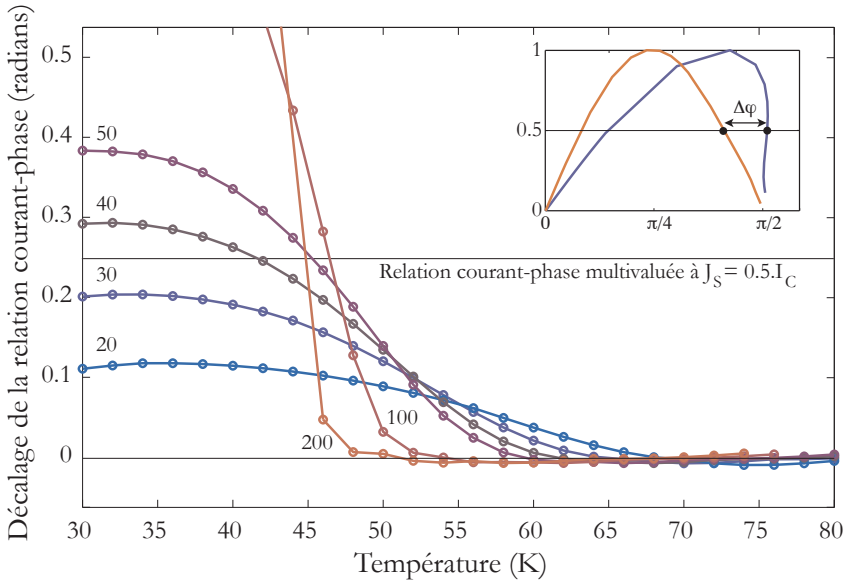


FIGURE 3.15 – Déplacement de la relation courant-phase avec la température mesuré en suivant un point de phase tel que le supercourant soit moitié du courant critique. Encart : Détail de la méthode utilisée. La ligne horizontale située à $\chi_d = \arcsin(0{,}5)$ permet d'observer la transition vers le régime multivalué (au point $j_s = I_C/2$).

tique avec l'abaissement de la température (haute température) puis un régime dans lequel la variation du courant critique est plus linéaire (basse température).

Pour expliquer ce comportement, on peut faire appel à la théorie développée par Likharev et Yakobson (1976) qui n'est formellement valide qu'à proximité de la température critique car elle est basée sur les équations de Ginzburg-Landau

La partie quadratique de la courbe semble se rapprocher de l'évolution observée expérimentalement, la courbure du courant critique étant de moins en moins accentuée à mesure que la longueur de la jonction est augmentée. En revanche la partie linéaire s'écarte plus nettement des mesures expérimentales, en effet, celle-ci est globalement de pente constante quelle que soit la longueur de la fente contrairement aux observations expérimentales.

Les ordres de grandeur des densités de courant sont corrects, mais il est difficile de faire la comparaison quantitative directe avec les mesures expérimentales du début de ce chapitre, en effet, la profondeur de pénétration exacte dans notre géométrie de film mince (micropont de 70 nm par 5 μm) n'est pas connue. Le rapport des courbes de courant critique mesurées et des courbes de densité de courant critique simulées nous donne une surface équivalente qui vaut environ $1{,}2 \times 10^{-10}\,\mathrm{cm}^2$, à comparer avec la surface réelle de la jonction $S = 3{,}5 \times 10^{-9}\,\mathrm{cm}^2$, ce qui nous donne un facteur 30. Ceci n'est pas aberrant étant donné la distribution du supercourant, élevée aux bords du micropont et décroissant exponentiellement sur la longueur de pénétration de London.

Pour calculer la température Josephson T_J, nous allons considérer qu'elle cor-

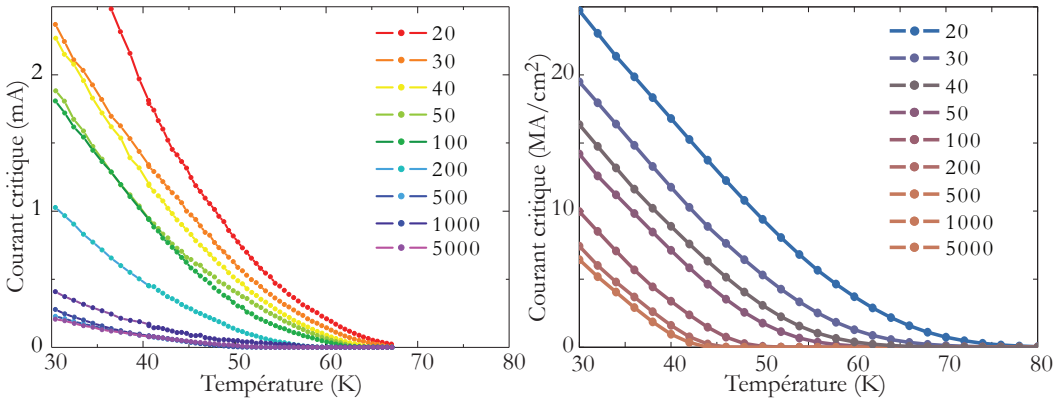


FIGURE 3.16 – Comparaison entre les mesures (gauche) et les simulations (droite) des courants critiques en fonction de la température pour des jonctions de longueurs allant de 20 à 5000 nm. On remarque l'évolution quadratique puis linéaire à plus basse température.

respond à la température à laquelle le courant « thermique » égale le supercourant calculé. Physiquement, cela revient à dire que les fluctuations thermiques brouillent la phase du supraconducteur et détruisent l'effet Josephson.

En considérant un courant thermique dont nous avons déjà parlé à la fin du chapitre 1, donné par la relation :

$$I_{th}(T) = \frac{2e}{\hbar} k_B T \tag{3.22}$$

nous pouvons extraire de ces courbes une estimation de la température de couplage Josephson qui est présentée figure 3.17 avec les données expérimentales (notons cependant que les températures Josephson expérimentales sont obtenues à l'aide d'un critère sur la résistance et non sur le courant). Une première remarque est que l'ordre de grandeur de cette température est correct, ce qui est déjà remarquable au vu des simplifications du modèle d'Usadel et en particulier de l'absence de considération de toute la physique des cuprates à l'exception du processus de brisure de paires des collisions élastiques.

Une étude plus attentive révèle néanmoins un écart au modèle dans l'évolution de la température Josephson avec la taille de la fente. L'effet de proximité est ici clairement surestimé. Cette observation se retrouve sur la figure 3.10. En effet, nous pouvons y voir que les températures critiques obtenues en l'absence de diffusion sont notablement plus proches des températures Josephson expérimentalement observées. La diffusion semble donc surévaluée dans notre modèle.

Une explication simple peut cependant rendre compte de ce phénomène : le recuit des défauts. Les simulations SRIM nous donnent en effet une distribution de défauts à température nulle ; cette distribution étant uniquement causée par les collisions et les cascades créées par les ions lors de l'irradiation ionique. En réalité, l'opération se déroulant à 300 K, les défauts recuisent instantanément ce qui a pour conséquence d'élargir la distribution de défauts. Sur les simulations SRIM

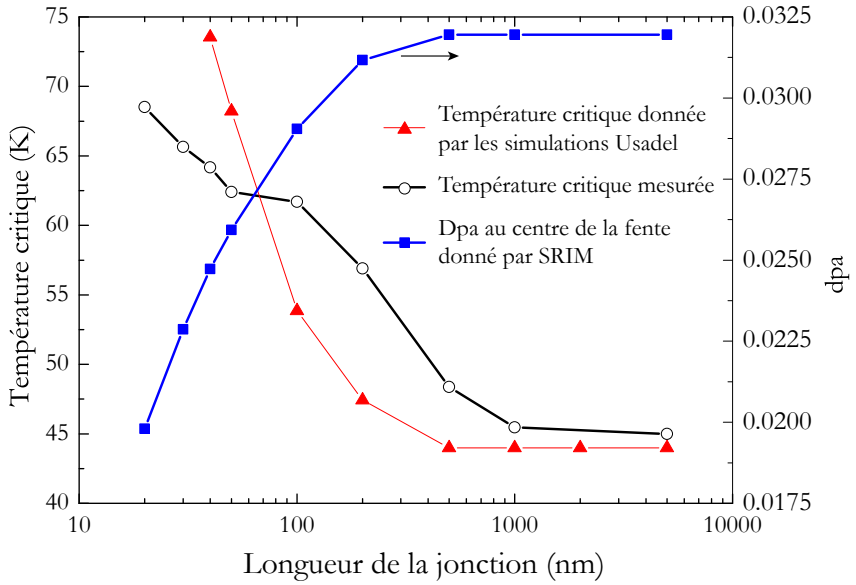


FIGURE 3.17 – Comparaison entre les températures critiques données par les simulations des équations d'Usadel et les températures critiques mesurées. Le taux de défauts (dpa) au centre de la fente donné par les simulations SRIM est aussi indiqué pour permettre d'observer la saturation à la valeur pleine plaque.

de la figure 3.17, on remarque que le dpa au centre de la fente sature à sa valeur pleine plaque à partir de 500 nm de longueur de fente environ. Ceci implique que la distribution de défauts donnée par SRIM fait environ 500 nm de large. Or les températures critiques données par les simulations des équations d'Usadel saturent elles aussi à partir de 500 nm de large. On peut donc être tenté de relier la largeur de la distribution donnée par SRIM et la température de saturation des équations d'Usadel. Si l'on étudie maintenant les courbes expérimentales, on remarque que la température critique ne sature qu'à partir de 1000 nm environ. Ceci plaide alors pour une distribution de défauts plus large qui pourrait être causée par le recuit de ces derniers. Une autre conséquence d'une distribution de défauts élargie est une difficulté plus grande à coupler les électrodes pour de petites tailles de jonction cette fois (leur taille effective étant alors plus grande) ce qui impliquerait des températures Josephson plus basses à faible longueur de fente, phénomène observé lui aussi sur les mesures expérimentales.

3.4 Le courant de dépairage

3.4.1 Le phénomène de dépairage par le supercourant

Dans un supraconducteur homogène (sans profile de défauts), le supercourant maximal pouvant circuler est limité par le phénomène de dépairage. Au delà d'une certaine vélocité du condensat supraconducteur, appelée velocité de dépairage, des

excitations peuvent apparaître à faible énergie et limitent le supercourant maximal (le supraconducteur devient un supraconducteur sans gap). On peut voir cela aisément sur l'équation 3.17 où le terme proportionnel à la vélocité du condensat, $\hbar D(\partial\chi/\partial x)^2/2$, se présente sous la forme d'un terme de dépairage identique au terme Γ.

Le courant de dépairage d'un supraconducteur a été évalué à l'aide de l'équation d'Usadel pour toutes les températures et les libres parcours moyens dans la revue de Kupriyanov et Lukichev (1980). On peut le calculer analytiquement pour deux gammes de températures : à température nulle et à proximité de la température critique. Dans le cas d'un supraconducteur désordonné à température nulle, Maki (1963) l'évalue comme [3] :

$$j_d(0) = 1{,}419 e N(0) D^{1/2} \Delta_{T=0\,\mathrm{K}}^{3/2} \tag{3.23}$$

À proximité de la température critique, la théorie de Ginzburg-Landau donne une expression analytique du courant de dépairage pour un supraconducteur pure et indique que celui-ci évolue comme $(1 - T/T_c)^{3/2}$.

Dans le cas d'un supraconducteur désordonné, on a plus précisément (Maki, 1963) [4] :

$$j_d(T \approx T_c) = 1{,}00 \frac{2eN(0)}{\sqrt{3}} D^{1/2} (\pi T_c)^{3/2} \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{3/2} \tag{3.24}$$

La théorie microscopique BCS a été appliquée par Bardeen (1962) près de la température critique et donne un exposant légèrement modifié. Dans le cas général, on se reportera à Kupriyanov et Lukichev (1980), dans lequel tous les cas de température et de désordre ont été étudié, à partir des équations quasi-classiques d'Eilenberger.

Des simulations, basées sur le code de calcul que nous avons présenté dans ce chapitre, peuvent être utilisées pour prédire le comportement d'un supraconducteur homogène irradié et extraire le courant de dépairage ainsi que l'évolution de ce dernier avec la température.

Le courant de dépairage que l'on obtient par cette méthode (simulations non présentées ici) est identique au courant critique que nous avions calculé dans le cas des jonctions par irradiations fabriquées à partir de grandes fentes. Ceci confirme que ces jonctions fonctionnent suivant un mode de type courant de dépairage, c'est-à-dire qu'elles sont inutilisable en tant que jonctions Josephson. Elle sont formellement identiques à une ligne supraconductrice de température critique et gap abaissés par l'irradiation.

Pour les jonctions de taille inférieure, il faut expliciter la taille caractéristique à laquelle on va devoir comparer la longueur de la jonction. C'est ce que nous allons faire dans le paragraphe suivant.

3. le préfacteur est ici corrigé, suivant Kupriyanov et Lukichev (1980)

4. Pour obtenir l'expression ci-dessous, nous avons utiliser la relation $n = \frac{2}{3} m N(0) v_F^2$ et $D = v_F^2 \tau/3$, soit $l = 3/2 e^2 N(0) v_F$

3.4.2 Le phénomène de dépairage dans les jonctions par irradiation

À haute température, les jonctions par irradiation sont du type SNS, c'est à dire deux supraconducteurs séparés par un métal normal. Lorsque la température passe en deçà de T_c', elles deviennent supraconductrices et tendent vers un fonctionnement proche d'un supraconducteur homogène, c'est-à-dire que le phénomène de dépairage va devenir prépondérant dans leur fonctionnement.

L'étude d'un tel système, composé d'une barrière normale à haute température et supraconductrice à plus faible température a été réalisée par Kupriyanov, Likharev, et Lukichev (1982), à partir de l'équation d'Usadel. On en trouve une version résumée dans la revue récente de Golubov, Kupriyanov, et Il'Ichev (2004b).

Si l'on note T_c' la température critique du matériau irradié, on va distinguer deux cas :

3.4.2.1 $T > T_c'$: La jonction est de type SNS

Dans ce cas la longueur caractéristique d'étude est liée à la distance de propagation de l'effet de proximité dans un métal normal ($\sqrt{\hbar D/k_B T}$) mais aussi à la longueur de Ginzburg-Landau, car notre métal normal est potentiellement un supraconducteur. À proximité de T_c', cette longueur caractéristique peut être estimée comme :

$$\xi(T) = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{\hbar D}{2\pi k_B T}}\sqrt{\frac{T_c'}{|T - T_c'|}} \tag{3.25}$$

Pour des température grandes devant T_c', cette expression dévie légèrement de la valeur exacte et l'on pourra se reporter à Kupriyanov *et al.* (1982) pour plus de précisions.

Si l'on étudie l'évolution du comportement du courant critique avec la longueur de la jonctions, on retrouve les comportements bien connus des jonctions SNS, notamment la décroissance exponentielle de ce courant avec la longueur de la jonction et l'on pourra se reporter, par exemple à l'excellente discussion de Dubos, Courtois, Pannetier, Wilhelm, Zaikin, et Schon (2001). Lors de l'étude de l'abondant corpus de littérature relatif aux jonctions SNS, on prendra néanmoins garde au fait que notre "métal normal" n'en est pas un, c'est-à-dire que la longueur caractéristique diverge lorsque l'on approche la température T_c', comme indiqué dans l'équation 3.25.

3.4.2.2 $T < T_c'$: La jonction est de type SS'S

Dans ce cas, la grandeur caractéristique est la longueur de corrélation du supraconducteur irradié. À température nulle, celle-ci est donnée par la relation :

$$\xi(0) = \sqrt{\frac{\hbar D}{2\pi k_B T_c'}} \tag{3.26}$$

À proximité de la T_c', elle est donnée par la relation habituelle de Ginzburg-Landau et est donc proche de la relation 3.25, on pourra par exemple se référer à Likharev et Yakobson (1976).

3.4.2.3 Jonction longue ou jonction courte ?

On remarque que les deux longueurs caractéristiques présentées ci-dessus divergent à T_c', on se trouvera donc toujours dans un régime de jonction courte au voisinage de T_c'. Lorsque la température décroît en dessous de cette température, la jonction entre dans un régime de dépairage plus ou moins fort suivant la valeur du rapport entre la longueur de la jonction et la longueur de corrélation à température nulle.

3.4.2.4 Quelques ordres de grandeurs

En guise de conclusion à cette discussion de notre modèle, tentons d'évaluer la longueur de corrélation à température nulle. Pour cela, il faut calculer le coefficient de diffusion, qui peut être déduit d'un paramètre que nous avons mesuré, la résistivité, par la formule :

$$\rho^{-1} = 2e^2 N(0) D = 2e^2 N(0) \frac{v_F l_e}{3} \tag{3.27}$$

où v_F est la vitesse de Fermi, $N(0)$ la densité d'états au niveau de Fermi, ρ la résistivité et l_e le libre parcours moyen que l'on peut donc exprimer à partir de la résistivité comme :

$$l_e = \frac{3}{2N(0)e^2 v_F \rho} \tag{3.28}$$

Pour une irradiation plein plaque avec une dose de 3×10^{13} ions/cm^2 d'ions oxygène à une énergie de 110 keV sur des films de 70 nm, nous avions mesuré au début de ce chapitre une résistivité de 750 $\mu\Omega$·cm.

On peut en déduire le libre parcours moyen $l_e = 0{,}6$ nm et le coefficient de diffusion $D = 0{,}28\,\mathrm{cm}^2/\mathrm{s}$. La longueur de corrélation à température nulle sera alors $\xi(0) \approx 0{,}9$ nm. Comme on peut le voir, cette longueur impliquerait que toutes les jonctions par irradiations soient de type jonction longue à basse température.

3.5 Conclusions sur la modélisation des jonctions par irradiation à partir d'une modèle quasi-classique

L'analogie entre les jonctions par irradiation et un supraconducteur conventionnel fortement dopé en impuretés magnétiques permet donc d'apporter quelques indices sur le comportement des jonctions Josephson réalisées par irradiation. On notera cependant quelques points à conserver à l'esprit lors de l'interprétation des résultats :

- le modèle ne tient pas compte de la physique des cuprates, autrement que par l'identification entre les processus de destruction des paires par des impuretés magnétiques et non magnétiques. En particulier, les grandeurs sont isotropiques dans l'espace des k.
- ce modèle est uni-dimensionnel. Les résultats sont donc plus qualitatifs que quantitatifs. On notera aussi que toute perturbation bi ou tridimensionnel, comme des vortex, n'est pas prise en compte.
- enfin, nous avons ici modélisé une jonction Josephson à l'équilibre, c'est-à-dire en l'absence de champs électromagnétiques et de distribution électronique hors équilibre. En d'autres termes, notre étude ne concerne que l'état supraconducteur de la jonction Josephson, quand le courant de polarisation est inférieur au courant critique. Dans le cas où la tension aux bornes de la jonction devient finie, il faudra avoir recours à d'autres outils plus complexes comme l'équation de Ginzburg-Landau dépendante du temps ou le formalisme de Keldysh.

Chapitre 4

Mesures de l'inductance cinétique de supraconducteurs à l'aide d'un SQUID à injection directe

Sommaire

4.1 L'inductance d'une boucle supraconductrice 69
4.2 Le fonctionnement d'un SQUID 71
4.2.1 Modèle physique : le flux total dans un SQUID 71
4.2.2 Modèle électrique : le SQUID comme détecteur 73
4.3 Mesures de SQUIDs à injection directe 74
4.3.1 Fabrication et mesures 74
4.3.2 Résultats expérimentaux à basse température 75
4.3.3 Résultats expérimentaux entre 40 K et 65 K 78
4.3.4 Discussion des résultats pour une application à l'électronique supraconductrice 80

Les premières puces réalisées par la technique d'irradiation ionique ont été conçues pour obtenir les paramètres essentiels de ces systèmes. Nous avons commencé par mesurer l'inductance des lignes supraconductrices. C'est une grandeur de dimensionnement essentielle, l'impédance $jL\omega$ devenant prépondérante dans les calculs et les simulations dès que la fréquence du système dépasse quelques gigahertz. Dans l'optique de développer des composants pour la détection térahertz et l'électronique supraconductrice (fonctionnant autour de quelques dizaines de gigahertz), nous avons donc mesuré ce paramètre ainsi que sa variation avec la température.

4.1 L'inductance d'une boucle supraconductrice

Considérons un circuit supraconducteur en forme de boucle comme indiqué sur la figure 4.1. Le flux magnétique Φ créé dans cette boucle peut être relié au courant I qui y circule par la formule $\Phi = LI$ qui définit l'inductance L de la boucle supraconductrice.

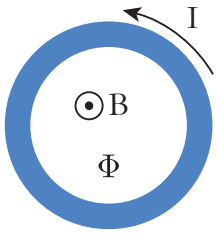


FIGURE 4.1 – Boucle supraconductrice

On distingue deux composantes à cette inductance, la composante « géométrique » fonction uniquement de la géométrie de la boucle et la composante « cinétique » qui dépend du champ magnétique et des caractéristiques du supraconducteur comme la profondeur de pénétration.

L'inductance géométrique L'inductance géométrique dans un supraconducteur est définie de la même façon que pour tout autre conducteur et on doit prendre en compte le phénomène de concentration du flux (« flux focusing »). En effet, le supraconducteur expulsant les lignes de champ, celles-ci vont se trouver concentrées dans la boucle et la formule usuelle $\Phi = BA$ où B est le champ magnétique et A la surface de la boucle va devoir être modifiée en $\Phi = BA_{eff}$ où A_{eff} est une aire effective supérieure à l'aire réelle comprise dans la boucle supraconductrice. Le calcul exact de cette aire effective va dépendre de la géométrie de la boucle (Grover, 1946).

Si l'on considère par exemple une boucle supraconductrice carrée de dimension extérieure D et intérieure d. L'aire effective sera dD et l'inductance géométrique sera proportionnelle à la dimension extérieure.

L'inductance cinétique L'inductance cinétique est une conséquence de la masse des porteurs de charges (VanDuzer et Turner, 1998). Elle peut être vue comme l'énergie cinétique stockée dans les électrons qui contribuent au courant. Changer le courant $j = qnv$ dans un conducteur impose de modifier la vitesse v des porteurs de charge. Leur inertie va s'opposer à ce changement comme un changement de courant dans une bobine est freiné par le taux de variation fini du champ magnétique.

La conséquence de ces deux phénomènes est identique : un retard de phase du courant par rapport à la tension d'où leur dénomination commune d'*inductance*, cinétique pour l'un et géométrique pour l'autre.

Dans les métaux courants, le temps moyen entre deux collisions pour un électron n'est que de l'ordre de 10^{-14} s. Pour les fréquences inférieures à la centaine de gigahertz, le terme cinétique est alors négligeable car les électrons n'ont pas le temps d'emmagasiner de l'énergie. L'inductance cinétique ne devient prépondérante que dans quelques cas : les très hautes fréquences, les conducteurs dont la mobilité est très élevée et les matériaux (ferro)magnétiques. Dans le cas des supraconducteurs, la mobilité des paires de Cooper est infinie, ce terme est donc important.

On dispose de plusieurs moyens pour mesurer l'inductance d'un supraconducteur impliquant des mesures à haute ou à basse fréquence. La première méthode consiste à se placer à quelques dizaines de gigahertz pour mesurer la fréquence de résonance d'un résonateur supraconducteur. C'est une technique très employée, mais qui nécessite la fabrication et la caractérisation préalable d'une cavité résonnante. La seconde méthode va utiliser des jonctions Josephson insérées dans une boucle supraconductrice et formant un « SQUID à injection directe » (Hasegawa, Tarutani, Fukazawa, Kabasawa, et Takagi, 1995; Ilichev, Dörrer, Schmidl, Zakosarenko, Seidel, et Hildebrandt, 1996; Fuke, Saitoh, Utagawa, et Enomoto, 1996; Terai, Hidaka, Satoh, et Tahara, 1997; Johansson, Cedergren, Bauch, et Lombardi, 2009). Cette technique possède l'avantage de ne pas nécessiter de matériel haute fréquence. C'est celle que nous avons choisi de mettre en œuvre.

4.2 Le fonctionnement d'un SQUID

4.2.1 Modèle physique : le flux total dans un SQUID

Un SQUID (Superconducting Quantum Interference Device) est une boucle supraconductrice comme celle de la figure 4.1, interrompue par deux jonctions Josephson et munie de contacts de courant et tension. Nous avons présenté figure 4.2 (a) le modèle physique d'un SQUID. Pour une étude approfondie du fonctionnement et des applications multiples du SQUID, on se reportera au livre édité par Clarke et Braginski (Clarke et Braginski, 2004b).

Dans un tel dispositif, les différences de phase aux bornes des deux jonctions Josephson peuvent être reliées au flux dans la boucle supraconductrice d'une façon que nous allons rappeler.

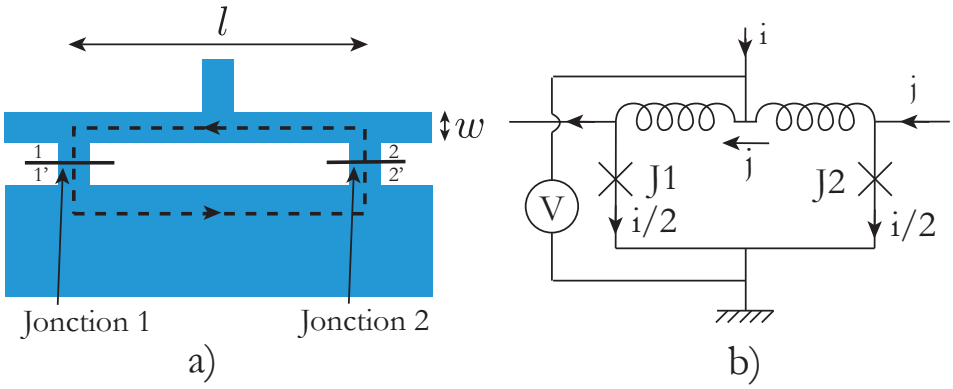


FIGURE 4.2 – Schéma physique (a) et électrique (b) d'un SQUID à injection directe. En pointillé est indiqué le chemin d'intégration de la phase supra conductrice.

Si l'on note m_p la masse des paires de Cooper, v_p leur vélocité, $q_p = 2e$ leur charge, n_p leur densité volumique et $\vec{A}$ le potentiel vecteur, le gradient de phase

dans un supraconducteur peut s'écrire :

$$\vec{\nabla}\varphi = \frac{1}{\hbar}(m_p\vec{v}_p + q_p\vec{A}) = \frac{m_p}{q_p n_p \hbar}\vec{j}_s + \frac{2e}{\hbar}\vec{A}$$

où $\vec{j}_s = q_p n_p \vec{v}_p$ est la densité de super-courant. On peut encore réécrire cette équation pour lui donner plus de signification en utilisant la profondeur de pénétration de London λ_L et le quantum de flux Φ_0 donnés respectivement par :

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m_p}{\mu_0 q_p^2 n_p}} \quad \text{et} \quad \Phi_0 = \frac{h}{2e}$$

On obtient alors :

$$\vec{\nabla}\varphi = \frac{2\pi}{\Phi_0}\left(\mu_0\lambda_L^2\vec{j}_s + \vec{A}\right) \tag{4.1}$$

L'intégration de cette équation sur un contour fermé, sachant que la phase ne peut varier que d'un multiple de 2π sur un tel parcours, nous donne la célèbre condition de quantification du flux dans un supraconducteur :

$$n2\pi = \oint \vec{\nabla}\varphi\vec{dl} \quad \text{soit} \quad n\Phi_0 = \mu_0\lambda_L^2\oint \vec{j}_s\vec{dl} + \Phi$$

où l'on a noté Φ le flux total à travers le contour fermé, $\Phi = \oint \vec{A}\vec{dl}$.

Dans le cas de notre SQUID indiqué figure 4.2, nous allons devoir intégrer la phase en deux fois du fait de la présence des deux jonctions Josephson :

$$\text{de 2 à 1} \quad \varphi(1) - \varphi(2) = \frac{2\pi}{\Phi_0}\left(\mu_0\lambda_L^2\int_2^1 \vec{j}_s\vec{dl} + \int_2^1 \vec{A}\vec{dl}\right)$$

$$\text{de 1' à 2'} \quad \varphi(2') - \varphi(1') = \frac{2\pi}{\Phi_0}\left(\mu_0\lambda_L^2\int_{1'}^{2'} \vec{j}_s\vec{dl} + \int_{1'}^{2'} \vec{A}\vec{dl}\right)$$

Posons $\phi_1 = \varphi(1') - \varphi(1)$ et $\phi_2 = \varphi(2') - \varphi(2)$ les différences de phases aux bornes de chacune des jonctions. En supposant les jonctions petites devant la taille du SQUID, on peut considérer que le potentiel vecteur et le supercourant évoluent peu de 1 à 1' et de 2 à 2' et donc que $\Phi = \oint \vec{A}\vec{dl} = \int_2^1 \vec{A}\vec{dl} + \int_{1'}^{2'} \vec{A}\vec{dl}$ et $J = \oint \vec{j}_s\vec{dl} = \int_2^1 \vec{j}_s\vec{dl} + \int_{1'}^{2'} \vec{j}_s\vec{dl}$. On trouve alors, en additionnant les deux équations ci-dessus :

$$\phi_2 - \phi_1 = \frac{2\pi}{\Phi_0}\left(\mu_0\lambda_L^2 J + \Phi\right) = \frac{2\pi}{\Phi_0}\Phi_T \tag{4.2}$$

Le flux Φ dans la boucle est la somme du flux appliqué $\Phi_a = BA_{eff}$, c'est-à-dire du champ magnétique multiplié par la surface effective, et du flux induit par le courant circulant $\vec{j}$: $\Phi_g = L_g J$ (voir figure 4.2 (b)). Φ_T, le flux total dans le SQUID, s'écrit donc :

$$\Phi_T = BA_{eff} + (L_g + L_{cin})J = LJ$$

où l'inductance cinétique L_{cin} est proportionnelle à $\mu_0\lambda_L^2$. Dans le cas très simple d'une bande supraconductrice de largeur w, d'épaisseur t et de longueur l, on trouve que l'inductance cinétique s'écrit :

$$L_{cin} = \mu_0\lambda_L^2\frac{l}{wt} \tag{4.3}$$

Il faut remarquer que ce résultat peut être fortement modifié lorsque la géométrie n'est plus aussi basique comme nous le verrons dans la suite de ce chapitre.

Nous pouvons considérer deux limites pour étudier le fonctionnement d'un SQUID :

- La limite où le supercourant est négligeable devant le flux appliqué. C'est le fonctionnement d'un SQUID classique, sensible au champ appliqué. Cette limite est atteinte quand l'aire effective et la largeur des lignes du SQUID sont grandes. Dans ce cas, la composante BA_{eff} est importante et l'inductance cinétique est faible, car sur le chemin d'intégration indiqué figure 4.2 (a), la densité de supercourant est faible.
- La limite où le flux appliqué est négligeable devant l'inductance du SQUID. C'est le mode de fonctionnement d'un SQUID à injection directe, permettant de mesurer l'inductance d'une boucle supraconductrice. On se placera dans cette limite en réduisant l'aire et la largeur des lignes du SQUID.

Dans ces deux limites, le flux total s'écrira respectivement

$$\begin{array}{rl} \text{Super-courant négligeable} & \Phi_T = BA_{eff} \\ \text{Flux appliqué négligeable} & \Phi_T = (L_g + L_{cin})J = LJ \end{array}$$

4.2.2 Modèle électrique : le SQUID comme détecteur

Considérons maintenant un SQUID du point de vue du schéma électrique, représenté figure 4.2 (b). On suppose que les deux jonctions Josephson sont identiques. En régime stationnaire, on peut écrire le système régissant le comportement de ce SQUID à partir des équations Josephson normalisées vues au chapitre 1 :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \frac{i}{2} + j & = & \sin\phi_1 \\ \frac{i}{2} - j & = & \sin\phi_2 \end{array} \right.$$

Nous venons de voir que $\phi_2 - \phi_1 = 2\pi\frac{\Phi_T}{\Phi_0}$. Si l'on note γ le barycentre de ϕ_1 et ϕ_2, $\gamma = \frac{\phi_1+\phi_2}{2} = \phi_1 + \pi\frac{\Phi_T}{\Phi_0}$, le système ci-dessus implique :

$$i = \sin\phi_1 + sin\phi_2 = 2\sin(\gamma)\cos(\pi\frac{\Phi_T}{\Phi_0})$$

Le courant i maximum qui pourra circuler dans le SQUID est obtenu pour $\sin\gamma = \pm 1$ ce qui donne $i_c = 2|\cos(\pi\frac{\Phi_T}{\Phi_0})|$, soit, en unités non normalisées :

$$I_c^{SQUID} = 2I_c^{jonction}\left|\cos\left(\pi\frac{\Phi_T}{\Phi_0}\right)\right| \tag{4.4}$$

Lorsque le flux total dans le SQUID varie, son courant critique est donc modulé avec une périodicité égale à Φ_0 comme on peut le voir sur la figure 4.3 (a). Il varie ici entre 0 et $2I_c^{jonction}$. Dans le cas où les jonctions Josephson ne sont pas identiques, les modulations du courant critique seront moins profondes, mais la périodicité sera toujours Φ_0.

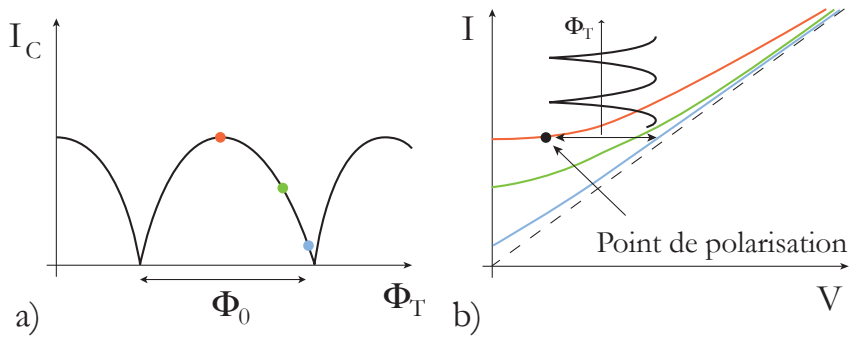


FIGURE 4.3 – Fonctionnement d'un SQUID. a) Relation entre le courant critique et le flux total dans le SQUID. b) Courbe I-V du SQUID pour différents flux. Une polarisation en courant traduit les oscillations du courant critique en oscillations de tension aux bornes du SQUID.

Une façon simple de mesurer la modification du courant critique consiste à polariser le SQUID au dessus de son courant critique. Un changement du courant critique entraînera alors une variation de la tension. On remarque sur la figure 4.3 (b) que la conversion de ΔI_C en ΔV sera d'autant plus efficace que l'on sera proche du courant critique. En pratique, on restera néanmoins quelque peu au-dessus de I_C, typiquement $1,1 \times I_C$ pour éviter les fluctuations thermiques du courant critique que nous avions présenté à la section 1.3.5.

L'expression 4.4 s'applique dans les deux cas limite que nous avions présentés pour Φ_T et permet de réaliser un détecteur sensible, soit au champ magnétique (SQUID dc classique), soit à l'inductance de la boucle (SQUID à injection directe).

Dans les sections qui suivent, nous présentons des mesures réalisées sur un SQUID à injection directe.

4.3 Mesures de SQUIDs à injection directe

4.3.1 Fabrication et mesures

Nous avons fabriqué plusieurs SQUIDs à injection en faisant varier la géométrie de la branche portant le courant d'injection : une largeur w de 4 et 10 μm et cinq longueurs l différentes pour chaque largeur : 10, 20, 30, 50 et 80 μm.

La figure 4.4 présente l'image d'un dispositif typique montrant cinq SQUIDs différents (lignes d'injection de largeur 10 μm et de longueur de 10 à 80 μm) partageant une même électrode de masse. Deux puces ont été fabriquées pour permettre d'irradier les jonctions à deux doses différentes : 3×10^{13} ions/cm^2 et $4{,}5 \times 10^{13}$ ions/cm^2. Ces doses nous permettent d'accéder à deux régimes de température de fonctionnement pour les jonctions : de 40 K à 75 K pour la première dose, en dessous de 15 K pour la seconde.

La technique de fabrication utilisée est celle décrite au chapitre 2. Les mesures ont été effectuées dans un module VTI (« Variable Temperature Insert ») de la

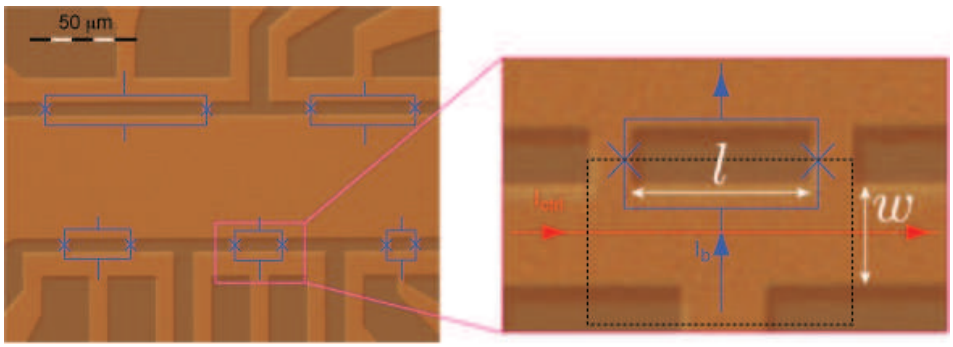


FIGURE 4.4 – Image d'un dispositif de cinq SQUIDs prise en cours de fabrication (avant la définition des jonctions) à l'aide d'un microscope optique.

marque Oxford Instruments inséré dans une bouteille d'hélium liquide. Une technique de mesure à quatre points a été utilisée, nous permettant de nous affranchir de la résistance des fils de mesure tandis que deux fils supplémentaires permettaient d'amener le courant d'injection.

La première étape a consisté à mesurer les températures de transition Josephson des SQUIDs ainsi que la dépendance en température du courant critique. La figure 4.5 présente ces résultats préliminaires à la mesure des inductances.

Dans une seconde étape, nous nous sommes placés, pour chaque température, au courant de polarisation optimal pour le fonctionnement du SQUID (approximativement $1,1 \times I_c$) et avons enregistré les modulations de la tension aux bornes du SQUID en fonction du courant d'injection. On peut voir en encart dans la figure 4.5 les courbes permettant de déterminer le courant de polarisation optimal pour le fonctionnement du SQUID, c.-à-d. le courant de polarisation pour lequel ΔV est maximal. On retrouve en effet une valeur proche de $1.1 \times I_C$.

4.3.2 Résultats expérimentaux à basse température

Un premier jeu de données a été extrait des dispositifs irradiés à forte dose et mesurés à 4 K. Il a permis d'obtenir une valeur pour la profondeur de pénétration à température nulle $\lambda(0)$. En faisant varier le courant d'injection de -1 mA à 1 mA, on obtient entre 20 et 50 oscillations de tension ce qui est suffisant pour pouvoir obtenir un pic net dans la transformée de Fourier du signal. La figure 4.6 présente un exemple des oscillations obtenues pour les cinq SQUIDs de largeur 10 μm ainsi que les transformées de Fourier correspondantes.

Les inductances totales (géométriques plus cinétiques) sont extraites à l'aide la formule $L = \Phi_0 F_{injection}$ où $F_{injection}$ est la fréquence du courant d'injection en A^{-1} extraite des transformées de Fourier. La figure 4.7 présente les inductances mesurées pour les cinq longueurs de SQUID et les deux largeurs différentes.

L'inductance totale augmente légèrement plus que linéairement ce qui était attendu, car elle est la somme du terme cinétique proportionnel à la longueur (VanDuzer et Turner, 1998) et du terme géométrique dont une expression pour un simple

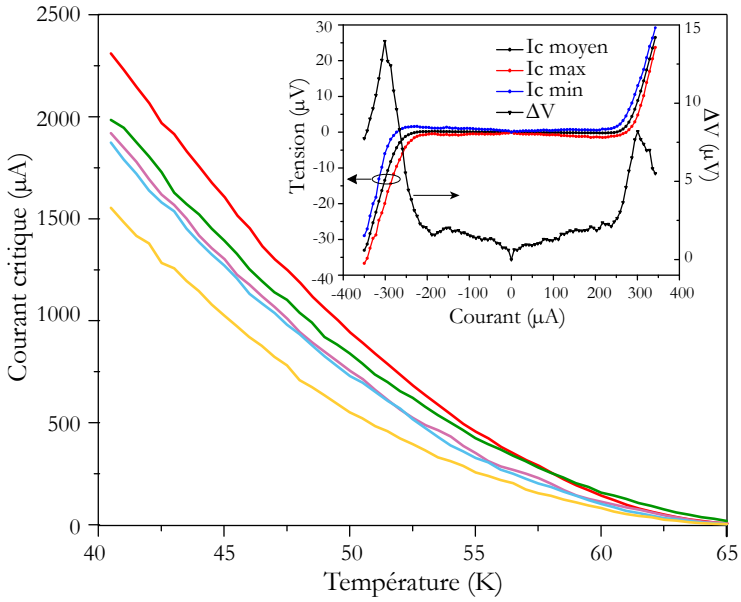


FIGURE 4.5 – Courbes de courant critique de cinq SQUIDs d'une largeur de 10 μm. Encart : Détermination du courant de polarisation optimal. C'est le point où la modulation de la tension avec le courant d'injection est maximale. Les courbes des courants critiques I_c moyen, I_c max et I_c min sont déterminées à partir de mesures des oscillations telles que celles de la figure 4.6 (a).

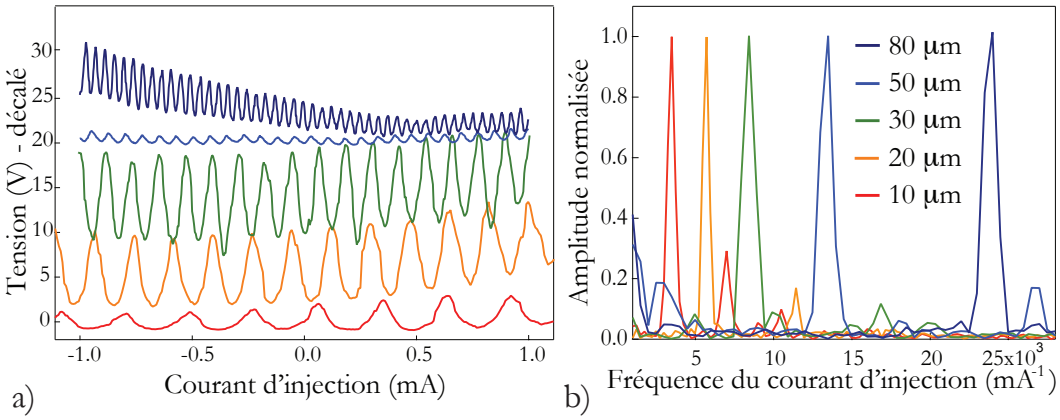


FIGURE 4.6 – (a) Oscillations de la tension aux bornes des SQUIDs à injection directe de largeur 10 μm en fonction du courant d'injection pour un courant de polarisation optimal. Les longueurs des SQUIDs sont 80 μm (noir), 50 μm (bleu), 30 μm (vert), 20 μm (orange) et 10 μm (rouge). (b) Transformées de Fourier de ces courbes. Les mesures sont réalisées à 4 K.

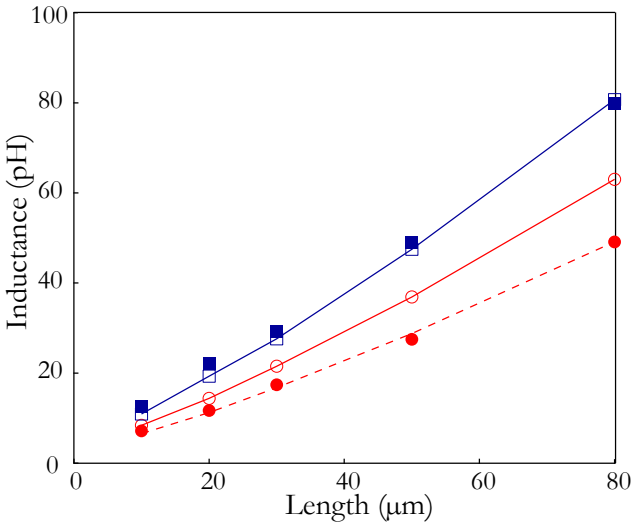


FIGURE 4.7 – Variation de l'inductance totale (géométrique et cinétique) en fonction de la longueur nominale de l'électrode d'injection pour une largeur de $4\,\mu$m (carrés pleins bleuS) et $10\,\mu$m (cercles pleins rouges). Les inductances sont mesurées à 4 K pour un échantillon irradié avec une dose de $4{,}5 \times 10^{13}$ ions/cm^2. Les symboles vides reliés par une ligne continue sont les valeurs calculées par le logiciel 3D-MLSI en utilisant $\lambda(0) = 0{,}135\,\mu$m. La ligne pointillée correspond au calcul incluant un paramètre de correction $G = 0,78$.

ruban supraconducteur de longueur l, de largeur w et d'épaisseur t est (Grover, 1946) :

$$L_g = 0,2l\left(\frac{1}{2} + \log\left(\frac{2l}{w+t}\right)\right)$$

Pour obtenir une estimation plus précise de l'inductance du système, il faut simuler la structure numériquement en considérant le champ magnétique créé par la distribution de courant dans le dispositif. Nous avons utilisé pour cela le logiciel 3D-MLSI développé par M. Khapaev (Khapaev, Kupriyanov, Goldobin, et Siegel, 2003) qui tient compte de spécificités des supraconducteurs comme la profondeur de pénétration limitée du champ magnétique.

Les résultats sont présentés figure 4.7 et font apparaître un très bon accord pour les structures d'une largeur de $4\,\mu$m mais un écart de 20 % environ dans les structures de 10 microns de large qui se traduit par un facteur correctif $G = 0,78$. La profondeur de pénétration étant l'un des paramètres de ces simulations (l'autre est la structure du SQUID elle-même), nous pouvons, par une démarche d'essais successifs, converger vers la valeur donnant les inductances que nous avons mesurées. La profondeur de pénétration que l'on extrait de ces données est $\lambda(0) = 0{,}135\,\mu$m, ce qui est exactement la valeur donnée par THEVA, le fournisseur des films.

4.3.3 Résultats expérimentaux entre 40 K et 65 K

Le second jeu de dispositifs, irradiés à une dose de 3×10^{13} ions/cm^2 nous a permis d'extraire la variation de la profondeur de pénétration avec la température. Le courant d'injection a cette fois été modulé entre -10 mA et 10 mA pour donner un grand nombre d'oscillations et permettre d'accéder aux variations subtiles de l'inductance avec la température. La figure 4.8 montre les résultats de mesures ainsi que des courbes d'ajustement en température de l'inductance.

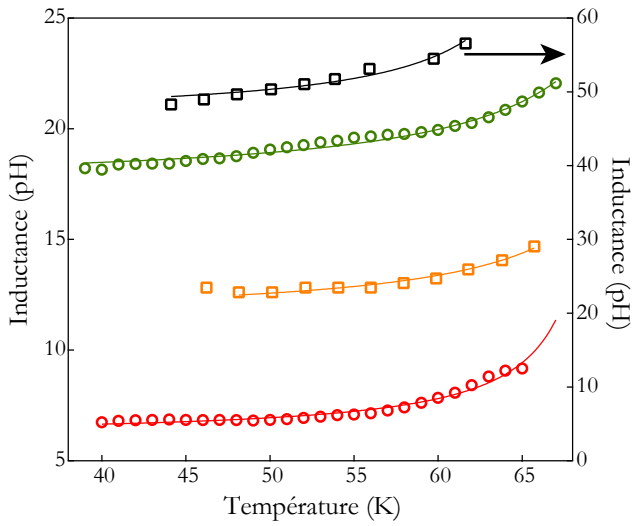


FIGURE 4.8 – Variation de l'inductance totale (géométrique et cinétique) en fonction de la température pour une électrode de 10 μm de large et une longueur de 10, 20, 30, et 80 μm (de bas en haut). L'échantillon a été irradié avec une dose de 3×10^{13} ions/cm^2. Les courbes correspondent aux ajustements avec $\lambda(0) = 0{,}135\,\mu$m, un facteur de correction $G = 0,78$ et une température critique de 70,5 K (rouge), 75,5 K (orange), 75,5 K (vert) et 69 K (haut).

La variation de l'inductance avec la température est reliée à la variation de la profondeur de pénétration par la formule 4.3. Nous avons utilisé le modèle à deux fluides de Gorter-Casimir pour fournir la dépendance de λ_L avec T près de T_c :

$$\lambda(T) = \lambda(0) \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^{\alpha}}}$$

La théorie BCS donne $\alpha = 4$ mais expérimentalement, on trouve des valeurs proches de 2 (Vendik, 2000; Johansson *et al.*, 2009). Nous avons donc imposé $\alpha = 2$ dans nos ajustements de la profondeur de pénétration. La valeur de T_c a elle été laissée flottante. Ceci peut paraître surprenant au premier abord, mais il faut se rappeler que les courants circulant dans nos SQUIDs pouvaient atteindre 10 mA pour une section de 10 μm $\times$ 70 nm ce qui correspond à des densités de courant excédant 10^6 A/cm^2, c'est-à-dire proche de la densité de courant critique de nos

TABLE 4.1 – Paramètres des courbes ajustant la variation d'inductance en fonction de la température

			SQUIDs			
Symbole	Signification	Type	10 μm	20 μm	30 μm	80 μm
$\lambda(0)$	Prof. de pénétration (nm)	Fixe	135	135	135	135
α	Exposant	Fixe	2	2	2	2
l	Longueur effective (μm)	Fixe	18	25	33	74
w	Largeur (μm)	Fixe	10	10	10	10
t	Epaisseur (nm)	Fixe	70	70	70	70
T_c	Température critique (K)	Libre	70,5	75,4	72,6	69
A	Coefficient multiplicatif	Libre	0,92	1,05	1,00	0,96

échantillons à 77 K. Il n'est donc pas surprenant que leur température critique se soit trouvée affaiblie.

La formule exacte utilisée pour les ajustements de l'inductance est :

$$L = A\left[0,2l\left(\frac{1}{2}+\log\left(\frac{2l}{w+t}\right)\right)+\mu_0\lambda(0)^2\frac{l}{(1-(T/T_c)^\alpha)\,wt}\right] \tag{4.5}$$

Le tableau 4.1 résume les paramètres utilisés pour chacun des SQUIDs dans les ajustements de la figure 4.8.

Un paramètre mérite une explication plus détaillée : la longueur effective.

La formule analytique 4.5 n'est pas correcte, car elle suppose une électrode sous la forme d'un ruban supraconducteur parfait, ce que celle-ci n'est pas, à cause, entres autres, des effets de bord au niveau du raccordement avec les jonctions et au niveau du centre de l'électrode où viennent se connecter les arrivées de courant de polarisation et de mesure de la tension. Pour tenter d'améliorer le fit obtenu par cette formule, on considère une « longueur effective », différente de la longueur réelle de la jonction, et qui est obtenue en ajustant la longueur de la formule à 4 K pour qu'elle fournisse une valeur d'inductance en accord avec les simulations 3D-MLSI.

Le régime Josephson accessible à l'aide des jonctions fabriquées par irradiation étant limité en température à une gamme allant de 40 K à 65 K (Bergeal *et al.*, 2005), la sensibilité de la mesure n'est pas optimale. La profondeur de pénétration divergeant autour de T_c, une mesure plus précise nécessiterait des jonctions capables de fonctionner à plus haute température.

Les mesures ci-dessus donnent une valeur d'inductance de 0,6 pH/μm pour les lignes de 10 μm de large et 0,9 pH/μm pour les lignes de 4 μm de large. Les résultats obtenus sont proches des résultats publiés par les différentes équipes qui travaillent sur le développement de circuits électroniques à base de supraconducteurs (RSFQ) dans le monde(Hasegawa *et al.*, 1995; Ilichev *et al.*, 1996; Fuke *et al.*, 1996; Terai *et al.*, 1997). Ils ne sont pas modifiés si l'on ajoute un plan de masse supérieur, symétrique de l'électrode masse, pour former un guide d'onde coplanaire, tant que

la distance de ce nouveau plan de masse est supérieure à quelques microns (4 μm pour le cas que nous avons testé). Ce qui est confirmé par les simulations 3D-MLSI. En revanche, une amélioration d'un facteur trois environ est attendue en présence d'un plan de masse inférieur, situé entre le substrat et le SQUID, proche de quelques centaines de nanomètres (Forrester, Davidson, Talvacchio, Gavaler, et Przybysz, 1994; Terai *et al.*, 1997). Une adaptation du procédé de fabrication par irradiation est possible dans ce cas, comme cela a déjà été réalisé lors de la thèse de Bergeal, Lesueur, Sirena, Faini, Aprili, Contour, et Leridon (2007b); Bergeal, Lesueur, Aprili, Faini, Contour, et Leridon (2008).

4.3.4 Discussion des résultats pour une application à l'électronique supraconductrice

L'électronique supraconductrice de type « Rapid-Single-Flux Quantum » (RSFQ), développée par Likharev et Semenov (1991), et que nous présenterons un peu plus au chapitre 6 permet théoriquement d'atteindre des fréquences de fonctionnement de plus de 100 GHz pour une consommation d'énergie extrêmement faible. Pour une vue d'ensemble des perspectives offertes par la RSFQ, on se reportera à (NSA, 2005; Silver, Kleinsasser, Kerber, Herr, Dorojevets, Bunyk, et Abelson, 2003; Brake, Buchholz, Burnell, Claeson, Crété, Febvre, Gerritsma, Hilgenkamp, Humphreys, et Ivanov, 2006) et pour des exemples de réalisation, on lira par exemple (Tanaka, Kondo, Nakajima, Kawamoto, Yamanashi, Kamiya, Akimoto, Fujimaki, Hayakawa, Yoshikawa, Terai, Hashimoto, et Yorozu, 2005; Fujimaki, Tanaka, Yamada, Yamanashi, Park, et Yoshikawa, 2008). Elle est basée sur une logique dynamique et non plus statique comme la logique CMOS. Les données sont représentées par des impulsions de tension quantifiées de quelques picosecondes au lieu de niveaux de tension.

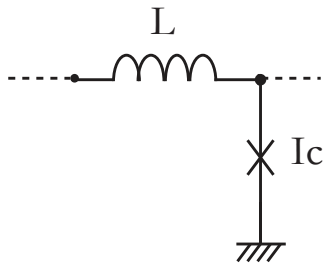


FIGURE 4.9 – Cellule élémentaire de logique RSFQ.

L'élément de base est une jonction Josephson sur-amortie reliée à une inductance (figure 4.9). Pour obtenir un fonctionnement optimal, on doit respecter la règle de dimensionnement suivante (où I_c est le courant critique de la jonction et L l'inductance de la section inductive) :

$$I_c L \approx \Phi_0 = \frac{h}{2e} \approx 2{,}07\,\mathrm{mA{\cdot}pH} \tag{4.6}$$

Les choix de courants critiques et d'inductances sont contraints par deux nécessités :

- le courant critique doit être suffisamment élevé pour garantir un faible taux d'erreur dû aux fluctuations thermiques
- l'inductance doit être suffisamment grande pour être compatible avec le procédé de fabrication

Plus précisément, si l'on reconsidère la température normalisée $\Gamma = \frac{2ek_BT}{\hbar I_C}$ présentée au chapitre 1, la contrainte sur le courant critique va se traduire en :

$$\Gamma \ll 1 \text{ soit } I_C \gg \frac{2ek_BT}{\hbar}$$

Pour une température de 60 K, cela implique $I_c \gg 2{,}5\,\mu$A.

Une étude plus soigneuse du taux d'erreur dans un système « jonction Josephson + inductance » (Toepfer, Ortlepp, Uhlmann, Cassel, et Siegel, 2003; Toepfer et Ortlepp, 2009) fournit une estimation du courant critique minimal en

$$I_c = 60.\frac{2ek_BT}{\hbar}$$

L'équation 4.6 nous permet d'en déduire l'inductance maximale compatible avec un bon fonctionnement de la cellule RSFQ :

$$L_{max}(60\,\text{K}) \approx 13,7 \text{ pH}$$

Les résultats concernant notre processus de fabrication présentés dans ce chapitre sont donc compatibles avec ces contraintes : si l'on considère une ligne de 10 μm de large qui possède, comme nous l'avons mesuré, une inductance de 0,6 pH/μm, on emploiera des lignes d'une longueur de 20 μm pour obtenir les inductances nécessaires.

Un courant critique de 150 μA pour les jonctions étant lui aussi compatible avec la technique des jonctions irradiées (voir figure 4.5), on peut en conclure le caractère prometteur de cette technologie pour l'électronique supraconductrice.

Ces résultats sont soumis pour publications et peuvent être consultés sur le site arXiv (Wolf, Bergeal, Ulysse, Faini, Febvre, et Lesueur, 2010).

Chapitre 5

Revue des technologies d'émission et de détection de rayonnements térahertz

Sommaire

5.1 La gamme térahertz **83**
5.2 Propriétés et applications des rayonnements térahertz . . . **86**
5.3 Les problèmes spécifiques de la gamme térahertz **89**
5.3.1 La transmission atmosphérique 89
5.3.2 La résolution spatiale 89
5.3.3 Le contraste d'imagerie 90
5.4 Les dispositifs térahertz impulsionnels et continus **92**
5.5 La génération de rayonnements térahertz **94**
5.5.1 La conversion fréquentielle 94
5.5.2 Les faisceaux d'électrons 94
5.5.3 Les lasers térahertz 96
5.5.4 Les lampes à mercure 96
5.6 La détection des rayonnements térahertz **98**
5.6.1 La détection incohérente ou directe 98
5.6.2 La puissance équivalente au bruit, NEP et NEΔT 101
5.6.3 La détection cohérente 109
5.6.4 Étude du bruit en détection cohérente continue 111

5.1 La gamme térahertz

La gamme térahertz est une plage du spectre électromagnétique située entre les micro-ondes et l'infrarouge (voir Figure 5.1). Les rayonnements térahertz (THz) sont invisibles à l'œil, mais nous pouvons, en revanche, en sentir la chaleur car ils partagent de nombreuses caractéristiques avec le rayonnement infrarouge. Omniprésents dans notre environnement naturel, les ondes térahertz baignent l'univers sous la forme, par exemple, de rayonnement de fond cosmologique. Malgré cela c'est l'une des parties du spectre électromagnétique les moins explorées ; la raison en tenant principalement à l'absence historique de technologies que ce soit pour la détection ou l'émission.

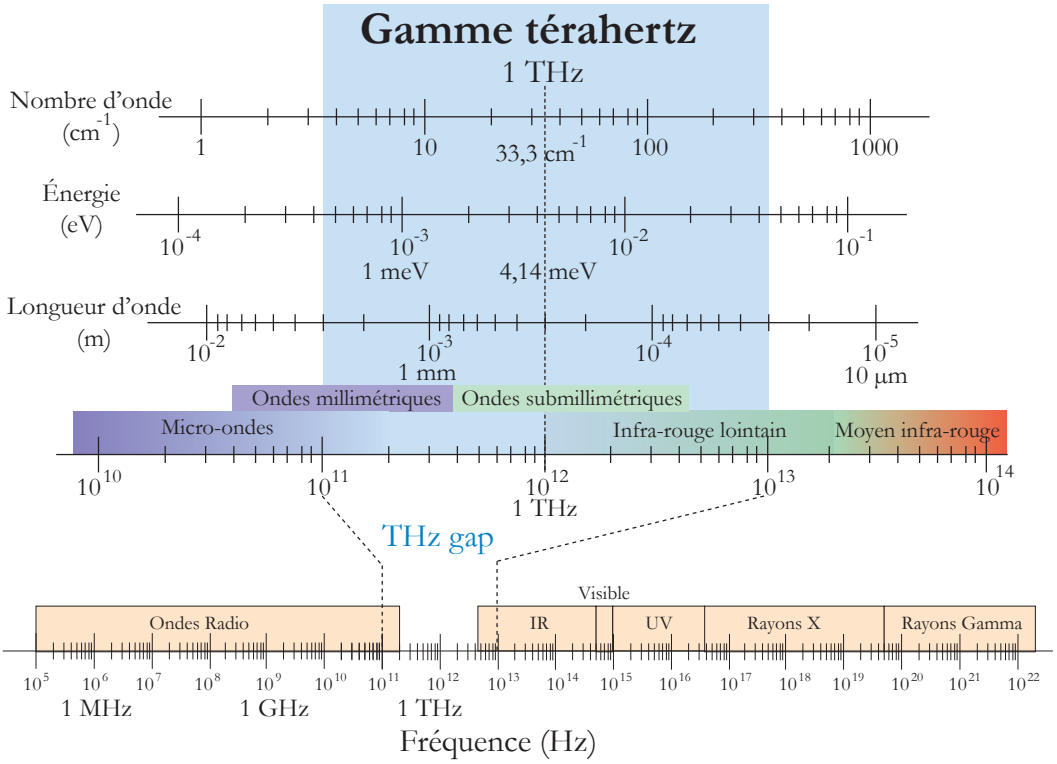


FIGURE 5.1 – La gamme térahertz dans le spectre électromagnétique. Adapté de Lee (2008).

Ce fossé technologique, qui a longtemps promu l'appellation « THz gap » pour parler de la gamme térahertz, est en train d'être comblé suite aux importants efforts de recherche entrepris dans ce domaine depuis une vingtaine d'années. Les avancées se sont produites sur les deux fronts ; du côté des hautes fréquences, les améliorations des technologies optiques ont étendu la sensibilité vers un infrarouge de plus en plus lointain tandis que les dispositifs micro-ondes montaient en fréquence depuis l'extrémité basse de la gamme.

Les technologies THz ont été développées par des chercheurs originaires de disciplines variées : opticiens, radioastronomes, spectroscopistes, chimistes, biologistes... Ces communautés utilisent souvent des unités différentes pour désigner cette gamme spectrale. Notre travail au cours de cette thèse s'étant déroulé dans la partie basse fréquence de cette gamme, à partir de la centaine de gigahertz, nous parlerons le plus souvent en hertz, gigahertz et térahertz. Pour mémoire, on rappelle cependant ici des conversions utiles entre les unités de fréquence et de longueurs d'onde les plus courantes :

- Fréquence : $\nu = 1\,\mathrm{THz} = 1000\,\mathrm{GHz}$
- Periode : $\tau = 1/\nu = 1\,\mathrm{ps}$
- Longueur d'onde : $\lambda = c/\nu = 0{,}3\,\mathrm{mm} = 300\,\mu\mathrm{m}$
- Nombre d'onde : $\bar{k} = k/2\pi = 1/\lambda = 33{,}3\,\mathrm{cm}^{-1}$
- Energie d'un photon : $h\nu = \hbar\omega = 4{,}14\,\mathrm{meV}$
- Température : $T = h\nu/k_B = 48\,\mathrm{K}$ ($10 - 20\,\mathrm{K}$ selon la loi de Planck)

Les trois dernières équivalences sont correctes dans le cas d'équipartition de l'énergie (c'est-à-dire à l'équilibre thermique). Dans le cas contraire, on utilisera la loi de Plank, ce que nous utiliserons par ailleurs dans la suite de ce chapitre.

Les limites de la gamme térahertz ne sont pas clairement définies, on parle le plus couramment de la région allant de 100 GHz à 10 THz. En dessous de 100 GHz, la gamme térahertz rejoint la bande des ondes millimétriques (MMW) qui est la bande radiofréquence la plus élevée, s'étendant de 30 à 300 GHz. Au-delà de 10 THz, elle se fond dans la gamme de l'infrarouge lointain (Far-IR) s'étendant de 7,5 à 12 THz.

Les bandes encadrant le domaine térahertz sont traditionnellement le siège de deux types de technologies fondamentalement différentes ; les émetteurs micro-onde sont des dispositifs à l'état solide basés sur des diodes ou des résonateurs diélectriques alors que les applications dans l'infrarouge lointain sont basées sur des méthodes optiques et thermiques.

Les fréquences d'utilisation des dispositifs semi-conducteurs (transistors, oscillateurs à effet Gunn, dispositif IMPATT, diodes Schottky, multiplicateurs de fréquences à base de diodes Schottky ou photomélangeurs) sont typiquement limitées par les temps de parcours des porteurs de charges ou les constantes de temps RC intrinsèques. En conséquence, la puissance de sortie générée par ces dispositifs décroît usuellement en $1/f^4$ ou même plus vite lorsque la fréquence dépasse le THz (Linden, Neal, Waldman, Gatesman, et Danylov, 2006).

À l'inverse, dans le domaine infrarouge, l'optoélectronique semi-conductrice, basée sur les transitions interbandes décrites par la mécanique quantique, est limitée à des fréquences supérieures à celle du gap semi-conducteur, c'est-à-dire au-delà de

4 THz pour le matériau à plus faible gap connu.

Ainsi, le domaine s'étendant de 0,3 THz à 4 THz est généralement inaccessible aux technologies usuelles micro-ondes et infrarouges. La figure 5.2 présente les dispositifs d'émissions traditionnels et novateurs dans la gamme térahertz. On détaillera dans la section 5.5 les moyens qui ont été développés pour générer des rayonnements dans ce fossé technologique.

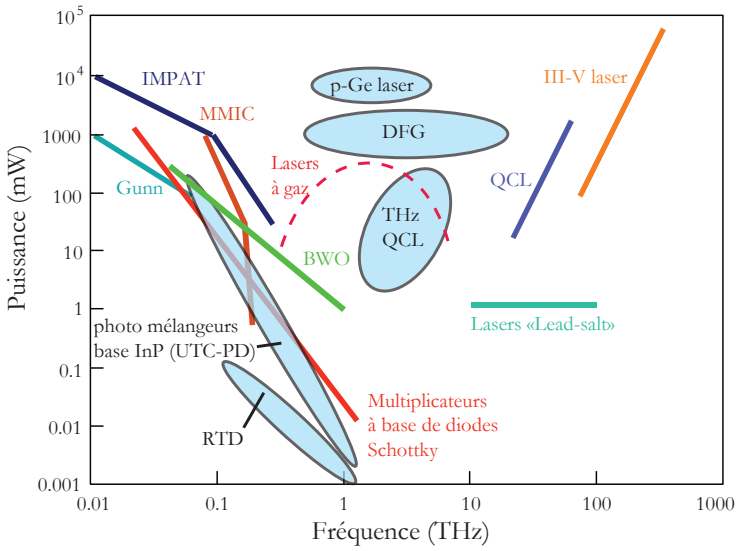


FIGURE 5.2 – Puissance des différentes sources THz en fonction de la fréquence. Les lignes correspondent aux sources classiques, les ovales indiquent les techniques plus récentes. IMPATT : « Impact Ionization Avalanche Transit-Time diode ». MMIC : « Microwave Monolithic Integrated Circuit ». RTD : « Resonant Tunneling Diode ». QCL : « Quantum Cascade Laser ». DFG : « Dual-Frequency Generation ». BWO : « Backward-Wave Oscillator ». Adapté de Tonouchi (2007).

5.2 Propriétés et applications des rayonnements térahertz

Les ondes térahertz possèdent plusieurs caractéristiques qui les rendent uniques dans le spectre électromagnétique et sont à l'origine de l'engouement de la communauté scientifique pour cette gamme.

Leur grande longueur d'onde les rend plus pénétrants que les rayonnements visibles ou infrarouges. La plupart des matériaux diélectriques secs comme les habits, le papier, le bois ou le plastique sont donc transparents dans cette gamme de fréquences. La longueur d'onde des THz reste cependant suffisamment courte pour permettre une résolution spatiale correcte, il est donc possible de réaliser de l'imagerie à travers des objets. On notera que, par des techniques de champ proche,

on peut aussi atteindre les résolutions spatiales de l'ordre du nanomètre.

De nombreuses molécules présentent des raies d'absorption dans la gamme térahertz. Ces raies sont dues aux modes propres de rotation et de vibration des molécules et sont donc spécifiques d'une espèce chimique. Elles permettent d'identifier des composés chimiques à distance. Combinée aux techniques d'imagerie, la maîtrise des rayonnements térahertz peut donner à la fois des informations sur le profil et la composition chimique d'un objet.

Enfin, les techniques de détection cohérente du rayonnement térahertz peuvent donner accès à toutes les caractéristiques du champ électrique : amplitude et phase. On peut alors réaliser une spectroscopie en absorption et dispersion d'un composé.

Ces caractéristiques peuvent permettre de produire des avancées significatives dans plusieurs domaines qui sont présentés figure 5.3. Les méthodes de caractérisation des composés chimiques ou biologiques permettent de détecter des agents chimiques ou bactériologiques et de contrôler la qualité des aliments dans une chaîne de production. Il est aussi possible de détecter des explosifs dans une valise (si ceux-ci ne sont pas entourés de liquide !), des armes sous des vêtements. Les rayonnements THz permettent d'observer l'hybridation d'ADN ou d'ARN sur une puce ADN sans nécessiter de marqueur fluorescent. L'imagerie térahertz présente aussi la capacité de fournir un contraste de composition, par exemple le pourcentage d'eau dans des tissus. Pour une présentation des applications potentielles issues des recherches sur les THz, on se reportera aux ouvrages et articles de Tonouchi (2007); Lee (2008); Mueller (2003); Zhang et Xu (2009).

Si les premières études concernant cette gamme se sont concentrées sur le développement des technologies de détection et d'émission, l'intérêt est plus focalisé aujourd'hui sur les applications pratiques et les contraintes afférentes. On prend dorénavant aussi en compte la complexité du dispositif de mesure, sa rapidité, sa résolution, etc.

Nous allons chercher dans la suite de ce chapitre à lister les dispositifs existant sans forcément entrer dans les détails de leur principe de fonctionnement, mais en veillant à les mettre en perspective les uns par rapport aux autres. Nous avons essayé, autant que possible, de mettre des chiffres sur les facteurs de mérite tout en gardant à l'esprit, d'une part, qu'il n'est pas toujours possible de comparer des principes de fonctionnement différents et d'autre part, que ces chiffres sont souvent fonction du montage expérimental complet et qu'un générateur et un détecteur s'insèrent toujours dans un montage optique qui va influer notablement sur les caractéristiques de la mesure.

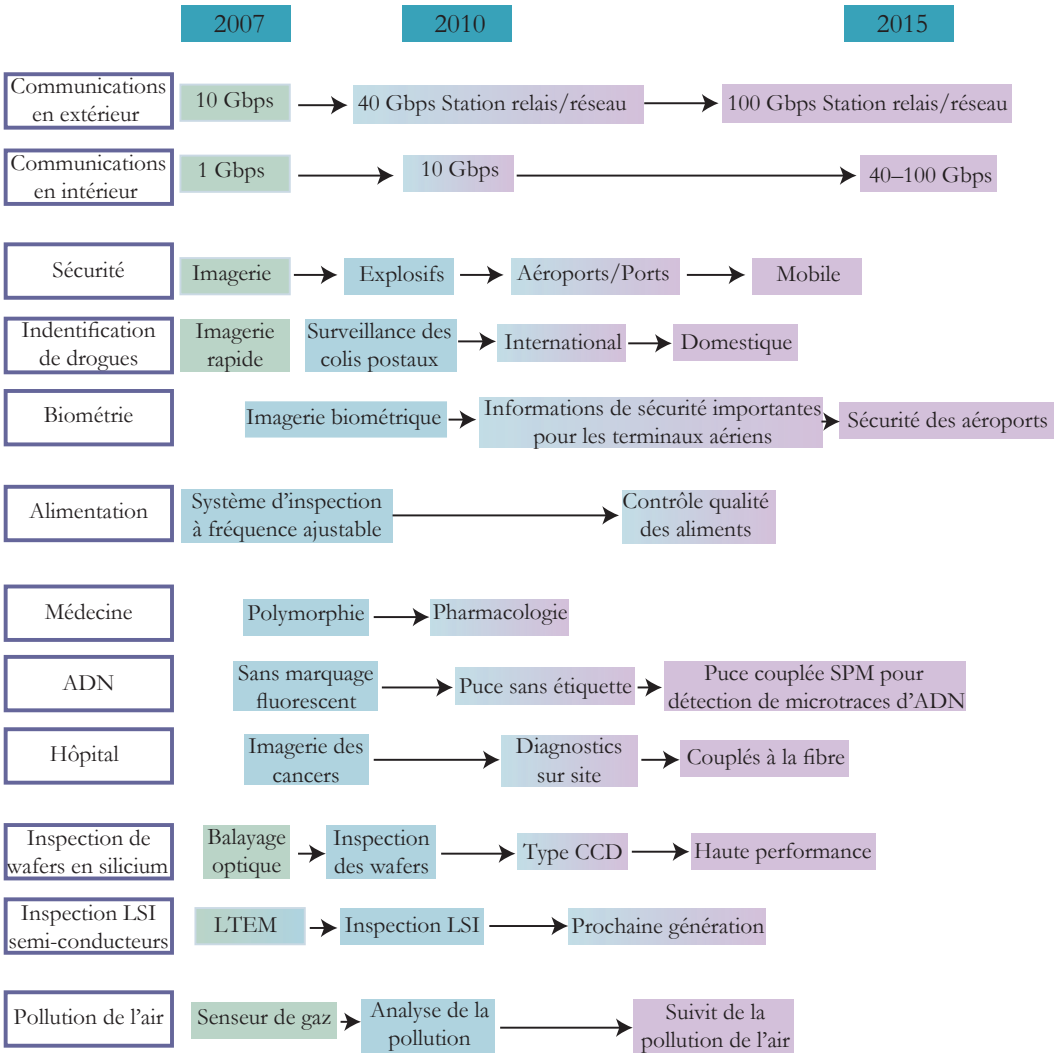


FIGURE 5.3 – Calendrier de quelques applications des rayonnements térahertz. LTEM : Laser-THz emission microscope. LSI : Large-Scale Integrated. Adapté de Tonouchi (2007).

5.3 Les problèmes spécifiques de la gamme térahertz

Avant de présenter les différents montages et instruments permettant de détecter les rayonnements térahertz, nous allons rapidement présenter ici quelques particularités intrinsèques à la gamme de fréquences térahertz qui contraignent les dispositifs fonctionnant dans cette gamme. Cette section concerne plus particulièrement les dispositifs d'imagerie, pour lesquels les contraintes sont les plus fortes.

5.3.1 La transmission atmosphérique

Nous avons parlé un peu plus haut de l'intérêt de la gamme térahertz pour l'étude des modes propres de rotation et vibration des molécules. Une conséquence néfaste en est que l'atmosphère transmet mal dans cette gamme. Le spectre de molécules comme H_2O peuple la gamme de raies d'absorption et limite les possibilités de communiquer et détecter à longue distance. Seules quelques fenêtres de fréquences restent ouvertes comme on peut le voir sur la figure 5.4.

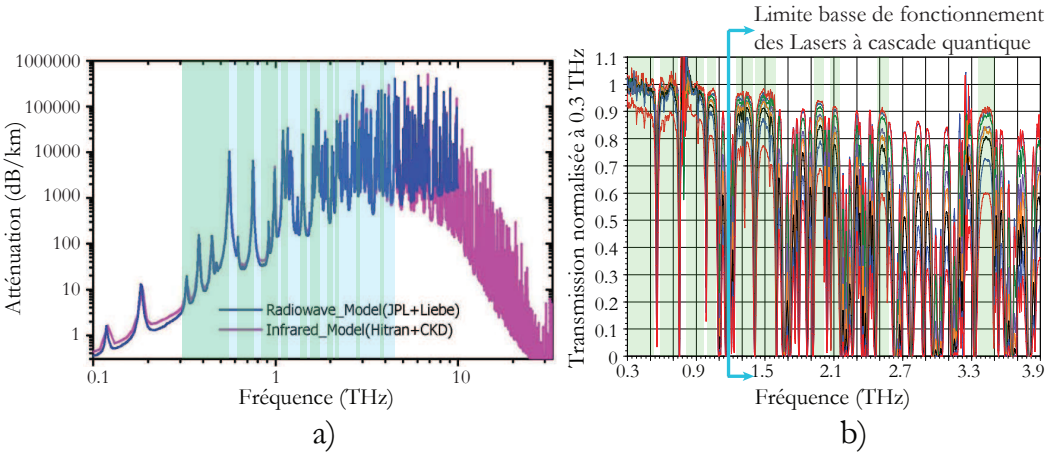


FIGURE 5.4 – (a) *Absorption* atmosphérique en dB/km sur l'ensemble de la gamme térahertz. (b) Détail entre 0,3 et 4 THz (en bleu figure de gauche). On considère cette fois la *transmission*, normalisée à 1 à 0,3 THz, pour différentes humidités relatives de l'atmosphère : de 0,5% (courbe du haut) à 58 % (courbe du bas). On a figuré en vert les fenêtres de transmission atmosphérique les plus intéressantes. On remarquera que ces fenêtres se raréfient à mesure que l'on monte en fréquence. Dans les fréquences accessibles par les lasers à cascades quantiques, seules quelques gammes de fréquences sont utilisables à grande distance. Adapté de Yasuko et Takamasa; Linden *et al.* (2006).

5.3.2 La résolution spatiale

Les ondes térahertz ont une grande longueur d'onde comparée aux rayonnements visibles usuels. Elles sont donc fortement diffractées lors de leur propagation

et la résolution atteignable par une caméra sera limitée. La propagation de telles ondes est de type « quasi optique ». Si l'on note R la distance à l'objet observé, D le diamètre du miroir ou de la lentille d'observation et λ la longueur d'onde du rayonnement utilisé, la résolution peut être exprimée comme (Grossman, Miller, et Luukanen, 2005) :

$$Res = \frac{R\lambda}{D} = \frac{Rc}{D\nu}$$

Si l'on utilise une fréquence d'observation de 100 GHz et un miroir ou une antenne de un mètre de diamètre, on peut obtenir une résolution de

- 2,5 cm à 8 m de distance
- 6 cm à 20 m de distance
- 15 cm à 50 m de distance

Au-delà de quelques dizaines de mètres, la résolution maximale limite les possibilités d'utilisation. Cette limite diminue cependant linéairement avec la fréquence de rayonnement ; il suffit d'opérer à 1 THz pour que la résolution soit améliorée d'un facteur 10.

Un compromis sera alors à trouver suivant la puissance de la source disponible, la sensibilité du détecteur et les fenêtres de transmission atmosphérique.

Dans le cas d'une observation à travers des matériaux tels que les habits ou le papier, il faudra aussi tenir compte de la transmission des matériaux à traverser. Habituellement celle-ci diminue lorsque la fréquence augmente.

5.3.3 Le contraste d'imagerie

Dans un dispositif d'imagerie, l'utilisateur est le plus souvent intéressé par l'obtention d'une image présentant un fort contraste pour identifier des éléments d'intérêt, que ce soit une tumeur pour une imagerie médicale ou un explosif dans le cas de la sécurité. Tentons ici de mettre quelques chiffres sur la sensibilité requise pour une utilisation *passive*, c'est-à-dire sans source externe ajoutée.

La puissance émise par un corps noir à température T peut être évaluée à l'aide de la loi de Planck (Planck, 1901). La luminance énergétique d'un corps noir à la température T, exprimé par unité de surface du corps noir, par unité d'angle solide d'émission et par unité de bande spectrale, c'est-à-dire en W.m^{-2}.Hz^{-1}.sr^{-1} s'écrit :

$$L_{\Omega\nu}(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp \frac{h\nu}{k_B T} - 1}$$

Comme on peut le voir sur la figure 5.5, pour des corps autour de 300 K, les fréquences térahertz sont situées dans la queue de la distribution de Planck, pour lesquelles $h\nu \ll k_B T$, nommée limite de Rayleigh-Jeans, où l'on trouve la formule simplifiée :

$$L_{\Omega\nu}(\nu, T) = \frac{2\nu^2 k_B T}{c^2} = \frac{2k_B T}{\lambda^2}$$

La qualité du contraste d'une imagerie THz dépend fortement des conditions. En extérieur, le ciel rayonne à une température qui peut descendre jusqu'à 100 K mais

en intérieur, les murs sont proches de la température humaine et le contraste est fortement réduit. Pour un dispositif de détection fonctionnant autour de 100 GHz et disposant d'une bande passante de 100 GHz (on parle ici de détection directe ce qui sera explicité section 5.6), la puissance totale reçue (intégrée sur le lobe de l'antenne) en extérieure est d'environ 400 pW (Grossman *et al.*, 2005). Dans cette puissance, on va chercher à exploiter des contrastes entre un être humain et son environnement de l'ordre de 200 pW. En intérieur, les contrastes sont ramenés à moins de 10 pW.

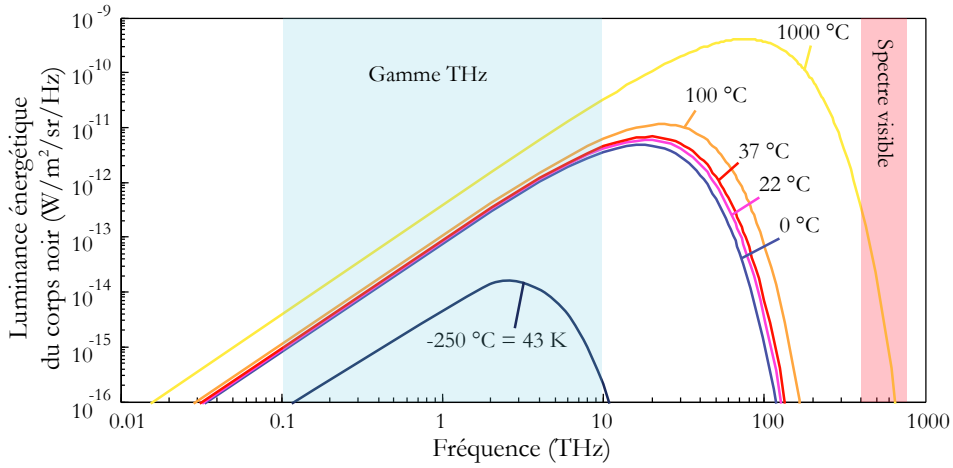


FIGURE 5.5 – Spectre de Planck dans la gamme THz et visible pour le rayonnement de corps noirs à -250, 0, 22, 37, 100 et 1000 degrés Celsius.

La limite théorique sur le contraste que l'on peut obtenir vient des fluctuations dans le rayonnement incident. Ces fluctuations peuvent être associées à deux formes extrêmes : les fluctuations classiques dans la limite des grandes longueurs d'onde (bruit thermique du champ électromagnétique) et les fluctuations corpusculaires dans la limite des petites longueurs d'onde (bruit de grenaille des photons). Dans la région THz, ces deux types de bruits sont présents et prendrons une importance diverse en fonction des caractéristiques du détecteur et de la fréquence d'intérêt.

Intéressons-nous un moment au bruit thermique qui domine souvent les observations terrestres. La fluctuation du nombre de photons est donnée dans la limite de Rayleigh-Jeans par leur statistique de Boltzmann, soit $< (\Delta n)^2 >= f_P(f_P+1) \approx (k_B T/h\nu)^2$ (où f_P est la fonction de Planck). Cette fluctuation peut être très élevée à température ambiante dans la gamme THz. Si l'on considère un détecteur recevant un bruit thermique contenu dans M modes spatiaux d'efficacité de couplage η_m sur une bande passante $\Delta\nu$ autour de ν_0, on peut alors évaluer le bruit sur la puissance absorbée (Brown, 2004) :

$$< (\Delta P_{abs}^2 >= \left[\sum_m^M \eta_m\right] (h\nu_0 \Delta\nu)^2 f_P(f_P+1) \approx \left[\sum_m^M \eta_m\right] (k_B T \Delta\nu)^2 \qquad (5.1)$$

Cette équation forme la base des considérations que nous ferons lors de l'étude

des détecteurs directs dans la section 5.6. Elle permet de définir le plancher de bruit dans une observation THz. Les calculs de bruit de ce chapitre sont adaptés de la monographie de Brown (2004).

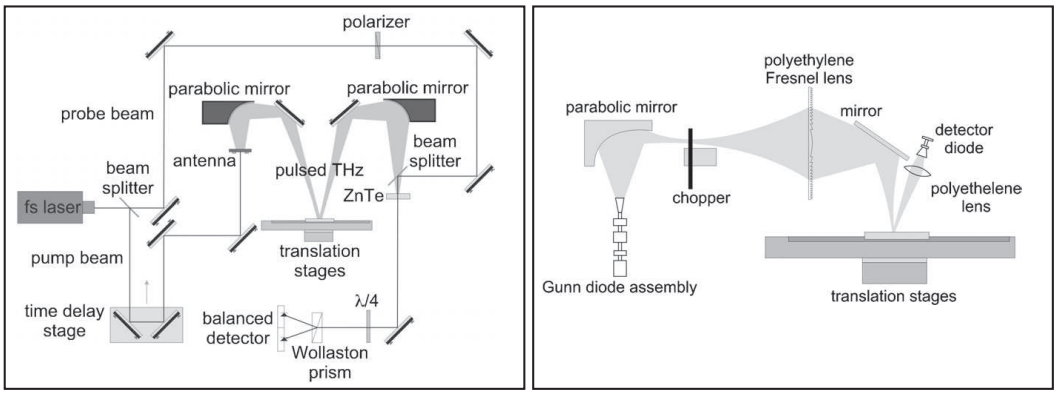
Nous verrons que pour détecter un contraste inférieur à 1 pW en moins d'un trentième de seconde (image vidéo) avec un rapport signal sur bruit (SNR) de dix, il faut un détecteur très peu bruité, c'est-à-dire un détecteur cryogénique ou une détection cohérente.

5.4 Les dispositifs térahertz impulsionnels et continus

De façon, générale, les dispositifs THz peuvent se classer suivant deux grandes familles de techniques :

- Les techniques impulsionnelles ou large bande. Basées sur des impulsions courtes contenant un large spectre.
- Les techniques en mode continu ou à bande étroite. Basées sur un rayonnement continu de très faible largeur spectrale.

Chacune de ces approches possède des avantages et des inconvénients : puissance, efficacité, largeur de bande, échelle dynamique ou rapport signal sur bruit. Suivant que l'utilisateur s'intéresse à la spectroscopie dans la gamme THz ou qu'il cherche à faire de l'imagerie, il va alors falloir se porter vers l'une ou l'autre de ces techniques.



Système pulsé Système continu

FIGURE 5.6 – Les deux approches possibles dans la conception d'un dispositif térahertz : impulsionnelle et continue. Adapté de Karpowicz *et al.* (2005).

Les techniques utilisant des rayonnements continus (« continuous wave » ou CW) sont historiquement les premiers dispositifs développés spécifiquement dans la gamme térahertz, principalement pour l'observation spatiale (Zmuidzinas et Richards, 2004).

Les vingt dernières années ont vu apparaître les dispositifs impulsionnels électro-optiques ou à base de détecteurs et d'émetteurs photoconducteurs qui ont connu un fort développement avec la mise au point des techniques de spectroscopie dans le domaine temporel (« THz Time-Domain Spectroscopy » ou THz-TDS) basées sur la

Table 5.1 – Comparaison des méthodes d'imagerie et spectroscopie impulsionnelles et continues

Approche	Avantages	Inconvénients
Impulsionnelle	– Large bande (jusqu'à 0.3-10 THz, i.e. toute la gamme THz) – Détection cohérente, permettant d'extraire phase et amplitude du signal – Fonctionne à température ambiante	– Faible puissance – Complexité – Taille (en amélioration) – Faible rapport signal-sur-bruit – Le balayage mécanique du délai temporel ralentit la mesure
Continue	– Forte puissance disponible – Simplicité d'utilisation et petite taille pour la plupart des sources – Sensibilité inégalée en utilisant une détection hétérodyne – Forte résolution spectrale	– Faible bande spectrale – La plupart des détecteurs et sources doivent être refroidis – Les techniques les plus courantes sont incohérentes – Constantes de temps élevées pour les détecteurs bolométriques

détection cohérente d'un rayonnement large bande. Par la suite, le développement des techniques d'imagerie impulsionnelles à plusieurs dimensions comme la tomographie THz (en profondeur) ou l'imagerie à l'aide de cristaux électro-optiques (permettant d'imager suivant deux dimensions sans déplacement mécanique) ont transformé le domaine en profondeur et attiré une communauté exponentiellement croissante (Mittleman, 2005; Zhang et Xu, 2009).

Récemment, l'imagerie CW a connu un regain d'intérêt lorsque l'on a découvert ses avantages en comparaison avec les techniques pulsées dans certains domaines comme les applications pour la défense et la sécurité (Dobroiu, Yamashita, Ohshima, Morita, Otani, et Kawase, 2004; Liu, Zhong, Karpowicz, Chen, et Zhang, 2007; Jansen, Wietzke, Peters, Scheller, Vieweg, Salhi, Krumbholz, Jördens, Hochrein, et Koch, 2010).

Le tableau 5.1 résume quelques avantages et inconvénients des deux systèmes (nous avons ignoré les synchrotrons, lasers à électrons libres et autres grands instruments de mesure, inutilisables en laboratoires). Le choix de l'une ou l'autre des méthodes va dépendre en grande partie du choix des sources et détecteurs et des considérations précises de la mesure. Que l'on cherche à faire une spectroscopie précise d'un matériau, déterminer sa constante diélectrique ou à imager le plus rapidement possible des objets, on va devoir établir un cahier des charges précis des besoins pour faire le choix du dispositif.

5.5 La génération de rayonnements térahertz

Commençons par examiner les différentes méthodes utilisées pour générer des rayonnements dans la gamme térahertz. On peut classer les émetteurs THz suivant trois grands principes de fonctionnements :

1. la conversion en fréquence d'un signal vers le haut ou vers le bas (« frequency up-conversion/down-conversion »)
2. l'utilisation de rayonnements issus d'un faisceau d'électrons accélérés
3. l'utilisation d'un laser THz

5.5.1 La conversion fréquentielle

La première façon de générer un rayonnement térahertz consiste à employer un milieu ou un dispositif non linéaire dans lesquels une onde électromagnétique incidente va subir une conversion non linéaire de fréquence (doublement ou division par deux). La rectification optique et la génération par battement sont des processus non linéaires du second ordre dans lesquels un photon est créé dont la fréquence est la différence des fréquences de deux photons entrants. Ces processus prennent place dans des cristaux non linéaires. Les multiplicateurs de fréquences micro-ondes sont quant à eux basés sur des diodes schottky dont les caractéristiques I-V non linéaires permettent la conversion de fréquences vers le haut, par multiplication de la fréquence cette fois. Ces méthodes sont résumées figure 5.7.

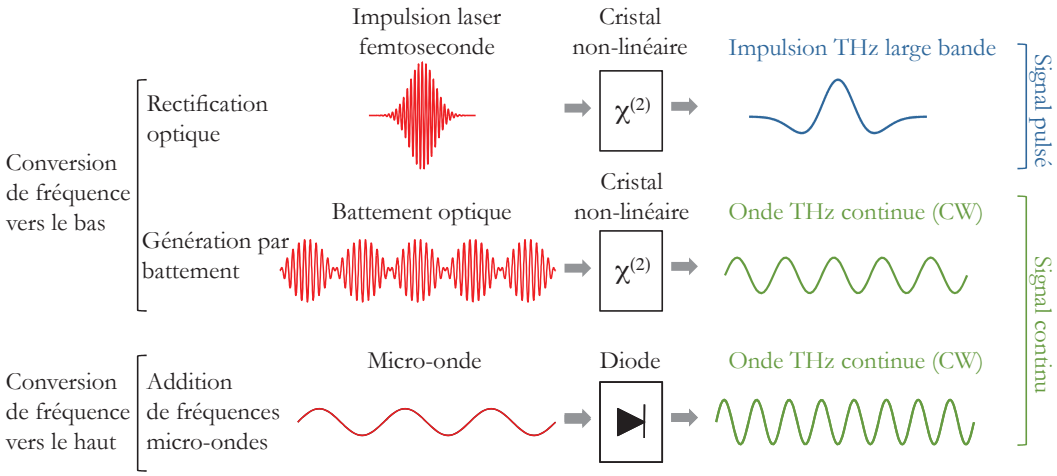


FIGURE 5.7 – Génération de rayonnements térahertz par conversion de fréquence. Adapté de Lee (2008).

5.5.2 Les faisceaux d'électrons

Une deuxième façon de générer des rayonnements THz consiste à utiliser des électrons accélérés. Deux grands principes de fonctionnement sont utilisés suivant

que les électrons sont dans un semi-conducteur (photo-conducteur) ou dans le vide (synchrotron et tubes) :

- une antenne photoconductrice excitée peut générer un signal térahertz. L'excitation peut être une impulsion laser ou un rayonnement optique continu comportant deux fréquences dont la fréquence de battement se situe dans la gamme THz.
- un faisceau ou un paquet d'électrons modulé périodiquement ou simplement dévié par un champ magnétique vont eux aussi générer des radiations par rayonnement synchrotron. Le rayonnement synchrotron peut être particulièrement intense. Ce sont aujourd'hui les sources térahertz les plus brillantes que l'on connaisse. Le même principe de fonctionnement est à la base de dispositifs plus compacts : les Carcinotrons (le nom est déposé par l'entreprise Thalès) ou « Backward-Wave Oscilllator » (BWO). Ces dispositifs, dont nous avons utilisé un exemplaire durant les expériences de cette thèse, possèdent en outre l'avantage d'être aisément accordables en fréquence.

Ces méthodes sont indiquées figure 5.8.

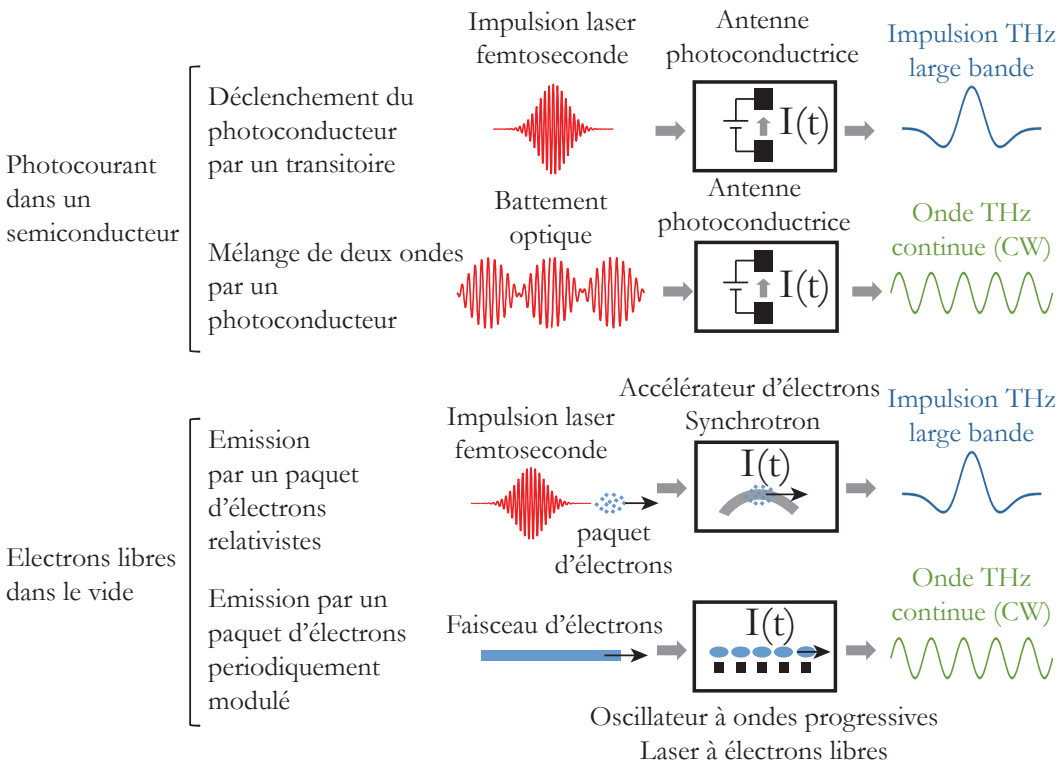


FIGURE 5.8 – Génération de rayonnements térahertz par faisceaux d'électrons. Adapté de Lee (2008).

5.5.3 Les lasers térahertz

Les lasers térahertz (figure 5.9), enfin, subissent actuellement un regain d'intérêt du fait des caractéristiques très prometteuses des nouveaux lasers térahertz à cascades quantiques (« Quantum Cascade Laser » ou THz-QCL) qui sont des dispositifs à l'état solide émettant un rayonnement cohérent. Ils sont formés d'une alternance de couches de semi-conducteurs dissemblables. Des transitions entre les sous-bandes de ces semi-conducteurs impliquent des photons THz qui sont émis de façon cohérente, comme dans un laser classique.

D'autres lasers émettent aussi dans la gamme térahertz comme les lasers à germanium ou les lasers à gaz (qui utilisent les transitions entre niveaux d'énergie de rotation des molécules), ce sont des sources monochromatiques puissantes, mais qui ont l'inconvénient d'être difficilement miniaturisables.

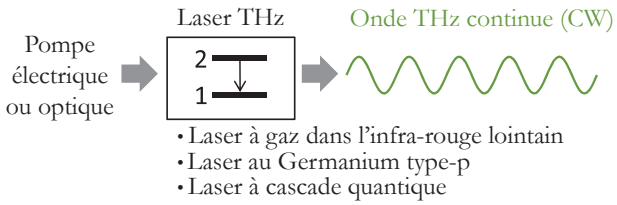


FIGURE 5.9 – Génération de rayonnements térahertz par laser. Adapté de Lee (2008).

5.5.4 Les lampes à mercure

Enfin, on notera qu'une source très utilisée en spectroscopie dans l'infrarouge lointain est la lampe à mercure qui utilise un tube sous vide rempli de vapeur de mercure mélangé à de l'argon. Ces lampes émettent un spectre large dont une grande partie dans la gamme térahertz.

Les sources de rayonnements dans la gamme térahertz sont donc très diverses. Dans le tableau 5.2, on a cherché à résumer la situation actuelle en comparant quelques caractéristiques des différentes sources disponibles à l'heure actuelle. On se reportera aussi utilement à la figure 5.2 pour les caractéristiques de puissance et fréquences maximales de certaines de ces sources.

	Source	Principe	Performances/Commentaires
Conversion fréquentielle	Matériaux photoconducteurs	InGaAs pompé par un laser Nd :YAG synchronisé	Permet de faire de l'imagerie entre 0,1 et 3 THz. Disponible commercialement. Faible densité de puissance moyenne.
	Photomélange de lasers infra-rouge	Photomélangeurs en ErAs :GaAs pour mélange à quatre ondes (a) ou diodes 835 nm deux-couleurs (b)	Température ambiante. Fréquence ajustable. puissance ¡ 1 μW pour (a). ¡ 1 nW et entre 2 − 3,5 THz pour (b).
	Oscillateur paramétrique optique (OPO)	Ajustement de phase dans du GaP entre un laser YAG et un OPO (a). Battement optique dans un cristal de GaSe à l'aide d'un laser Nd :YAG/OPO (b)	Non commercial. Puissance 480 mW à 1,3 THz pour (a). Fréquence ajustable entre 0,1 et 5,17 THz. Sortie pulsée de 209 W pour (b).
Faisceaux d'électrons	Micro-ondes multipliées en fréquence	Diodes Schottky. Permet d'accéder au bas de la gamme THz	Puissance de qlq microwatts. Disponible commercialement. Cohérent, utilisé comme oscillateur local en détection hétérodyne pour la radio-astronomie.
	Cristal de Ge pompé électriquement	Un champ électrique injecte des électrons, un champ magnétique sépare les niveaux pour obtenir des transitions de faible énergie	Nécessite des champs électriques et magnétiques. Génère qlq 100 mW, cryogénique. multi-modal.
	Transistor	HEMT à base d'InGaAs et une porte de 60nm. Les ondes plasma créent des radiations THz	Développé à l'IEMN de Lille (France) et U. Illinois (USA). Fonctionne à 600 – 650 GHz
	Carcinotron ou BWO	Tubes sous vide, nécessitant des champs magnétiques homogènes de 10 kG	Fréquence ajustable. Difficulté à obtenir un champ bien homogène. Disponibles commercialement.
	Tubes à ondes progressives ou TWT	Difficile à miniaturiser. La possibilité d'utiliser des MEMS dans du Silicium est explorée.	Théorique. 1 − 100 mW à 500 GHz. Université du Wisconsin.
	Laser à électrons libres	Exemples à Brookhaven, Lawrence Berkeley, Jefferson. Miniaturisation proposée par l'Université d'Essex	Ajustable sur l'ensemble de la gamme THz, Puissance 20 W. Grands instruments de mesure.
	Synchrotron	Lumière cohérente de très forte brillance.	Source très large bande. Pulsée. Grands instruments de mesure.
Lasers	Laser à gaz pompé optiquement	Laser à CO2 et laser à infrarouge lointain. Dispositifs matures	Puissance ¿ 100 mW, 0,3 − 10 THz, lignes discrètes, continu ou pulsé. Disponible dans le commerce, radiation cohérente, encombrant.
	Laser à cascade quantique	Depuis 2002. A base de semi-conducteurs AlGaAs/GaAs fabriqué par épitaxie	De 1,2 à 4,5 THz, puissance de l'ordre de 10 mW. Cryogénique (100 K). Cohérent.
	Lampe à Mercure	Lampe à arc de mercure refroidie. Fonctionne à basse pression (mTorr). Puissance 75 − 100 W	ScienceTech SPS-200, 300. Faible densité de puissance spectrale. Faible coût. Utilisé en spectroscopie THz

Table 5.2 – Quelques critères et informations pour comparer les différentes sources THz existantes. Adapté de (Linden *et al.*, 2006).

5.6 La détection des rayonnements térahertz

Les détecteurs THz peuvent être regroupés en deux grandes catégories : les détecteurs cohérents et incohérents. Une détection incohérente ne mesure que l'intensité du signal tandis qu'une détection cohérente mesure l'amplitude et la phase du signal.

5.6.1 La détection incohérente ou directe

Les détecteurs directs que l'on nomme aussi détecteurs incohérents ou détecteurs quadratiques (« square-law detectors ») car ils mesurent le carré de l'amplitude du signal sont les composants les plus simples pour la réalisation d'une caméra térahertz. Ce sont pour la plupart des senseurs thermiques, l'élément de base étant formé par un absorbeur thermique relié à un évacuateur de chaleur. L'énergie de la radiation incidente est mesurée en enregistrant l'élévation de température de l'absorbeur. On rencontre plusieurs types de détecteurs utilisant différents principes pour mesurer l'élévation de température :

1. **une résistance** formée par un semi-conducteur fortement dopé comme du silicium ou du germanium pour les *bolomètres*.
2. **un fil en Indium-Antimoine (InSb)** pour les *bolomètres à électrons chauds* (« Hot Electron Bolometers » ou HEB).
3. **un fil supraconducteur de Niobium ou Nitrure de Niobium** pour les *bolomètres supraconducteurs à électrons chauds* (« Hot Electron Bolometers » ou HEB) et les *détecteurs à transition supraconductrice* (« Transition Edge Sensor » ou TES).
4. **un matériau pyroélectrique** dans lequel un changement de température génère une polarisation électrique spontanée pour les *détecteurs pyroélectriques*.
5. **une chambre réfléchissante gonflée par un gaz** dont la dilatation est controlée optiquement pour les *cellules de Golay*.
6. **une jonction Josephson** permet de réaliser un détecteur direct qui n'est pas basé sur un effet thermique. Elle est utilisée dans les détecteurs SIS (Supraconducteur-Isolant-Supraconducteur), STJ (« Superconducting Tunnel Junction »), Josephson et des détecteurs plus récemment développés : les bolomètres à électrons froids (« Superconducting Cold-Electron Bolometer »). Nous présenterons en détail le fonctionnement d'un détecteur Josephson au chapitre suivant.

Nous invitons le lecteur intéressé par des précisions sur les principes de fonctionnement et les caractéristiques de chacun de ces détecteurs à se reporter aux revues de Richards (1999) pour les bolomètres thermiques, Irwin et Hilton (2005) pour les détecteurs à transition supraconductrice, Zmuidzinas et Richards (2004) pour les détecteurs supraconducteurs ainsi que Kuzmin (2003, 2008) pour les détecteurs à électrons froids, très prometteurs.

Pour essayer de comparer entre eux ces différents types de détecteurs, nous avons cependant synthétisé dans le tableau 5.3 quelques caractéristiques importantes. Nous reviendrons dans la section suivante sur la notion essentielle de NEP, la *puissance équivalente au bruit* mais nous allons commencer par quelques remarques générales.

On note tout d'abord que ces dispositifs possèdent, pour la plupart, une étendue spectrale extrêmement large, c'est-à-dire qu'ils sont sensibles aux radiations provenant d'une gamme allant de la dizaine de GHz à l'infrarouge voire au-delà. En revanche, ils sont dénués de résolution spectrale et sont donc peu adaptés à la spectroscopie (pour une utilisation en détection directe).

Leur bande passante étant limitée par le temps de retour à l'équilibre thermique, ces détecteurs restent relativement lents comparés aux techniques cohérentes, mais on dépasse aujourd'hui la centaine de MHz sur les bolomètres supraconducteurs ce qui permet d'observer des phénomènes rapides (Reese, Santavicca, Prober, True, et Schmuttenmaer, 2007).

Enfin, il faut préciser que ces détecteurs peuvent être utilisés dans un montage cohérent, appelé montage hétérodyne que nous présentons dans la section sur les détecteurs cohérents. Dans ces montages on restreint la bande passante pour obtenir des informations précises sur le spectre du signal. Du même coup, le bruit du dispositif et le rapport signal sur bruit se retrouvent nettement améliorés, ceci au dépend de la simplicité et du coût du système (on notera cependant que le filtrage amont d'un détecteur direct peut aussi être coûteux).

La bande passante se trouve cependant toujours limitée par les temps de relaxation thermique et l'un des objectifs actuels est de développer des systèmes avec une bande passante accrue.

TABLE 5.3 – Comparaison des détecteurs directs fonctionnant dans la gamme térahertz. NEP : « Noise Equivalent Power », puissance équivalente au bruit (e) désigne le bruit électrique dans le détecteur, (o) désigne le bruit optique tenant compte de toute la chaîne de détection ainsi que du bruit dans le rayonnement incident. SIS : Jonction Supraconducteur-Isolant-Supraconducteur

	Détecteur Pyroélectrique[a]	Golay Cells[a]	Diode Schottky[b]	Nb HEB[c]	Bolomètre Silicium[d]	InSb HEB[d]	Détecteur SIS[e]
Étendue spectrale (THz)	0,02 – 3	0,02 – 20	0,08 – 1,7	0,8 – 1,6 (jusqu'à 10)	0,07 – 20	0,07 – 1,5	
Température (K)	ambiante	ambiante	ambiante	3 – 5,2	1,6 – 4,2	1,5 – 4,2	0,8
NEP ($pW{\cdot}Hz^{-1/2}$)	1100 (o) 300 (e)	120	1 – 2	0,02 (e) 0,11 (o)	0,2 (e) 2 (o)	0,5 (o)	10^{-4} (e)
NEP limité par le bruit	thermique	thermique	thermique	thermique	thermique	thermique	de grenaille
Réponse (V/W)	$1{,}5 - 3{,}7 \times 10^5$	$1{,}5 \times 10^5$	3000 (100 GHz) - 300 (1,5 THz)	4×10^5	$2{,}4 - 100 \times 10^5$	5500	10^9
Temps de réponse	μs à ms	25 ms	$\leqslant$ 1 ns	0,7 ns	1 ms	1 00 – 200 ns	$\leqslant \mu$s
Échelle dynamique	1 μW – 10 mW	100 nW – 10 μW	0,1 μW – 30 μW	10 pW – 100 nW			0,1 pW – 10 μW

[a] Voir par exemple Spectrum Detector Inc. (http ://www.spectrumdetectorinc.com) ou Microtech Instruments, Inc. (http ://www.mtinstruments.com
[b] Pour une revue, on consultera (Siegel, 2002) et ses références. Pour un état de l'art, on peut voir (Hübers, 2010).
[c] Voir (Reese *et al.*, 2007) et (Grossman *et al.*, 2005)
[d] Infrared Laboratories (http ://www.infraredlaboratories.com) et Collimage International Co. (http ://www.collimage.com.tw/)
[e] Voir par exemple (Matsuo, 2006; Ariyoshi *et al.*, 2006a,b, 2009)

La plupart de ces caractéristiques sont intuitives sauf la notion de *puissance équivalente au bruit* ou « Noise Equivalent Power » (NEP) qui est pourtant la caractéristique limitante dans la plupart des cas ! Nous allons donc, dans la section qui suit prendre le temps de la préciser et quantifier les besoins pour une détection térahertz.

5.6.2 La puissance équivalente au bruit, NEP et NEΔT

5.6.2.1 Définition de la NEP

Le premier facteur de mérite qui peut venir à l'esprit pour caractériser la qualité du signal sortant d'un détecteur est a priori le rapport signal sur bruit. Si le signal est plus intense que le bruit, on peut le détecter, s'il ne l'est pas, la détection n'est pas possible. Cependant, cette grandeur dépend de l'intensité du signal reçu, elle n'est donc pas par elle-même une bonne métrique. Sur cette base, on peut construire un indicateur fiable du bruit dans un dispositif de mesure, la puissance équivalente au bruit.

La *puissance équivalente au bruit* (« Noise Equivalent Power » ou NEP) est définie comme la puissance du signal donnant un rapport signal sur bruit égal à l'unité ($S/N = 1$), c'est donc une mesure du signal le plus faible pouvant être détecté. Le problème de cette définition est que la NEP ne peut être donnée que pour une bande passante précise. Chaque détecteur ayant un temps d'intégration spécifique, on donne plus souvent la NEP comme la puissance minimale détectable *par racine carrée de bande passante* ce qui permet de comparer différents détecteurs entre eux. Si l'on note $\mathrm{NEP}_{\sqrt{\Delta\nu}}$ la NEP par unité de bande passante, on a la conversion suivante :

$$\left(\mathrm{NEP}_{\sqrt{\Delta\nu}}\right)^2 = \frac{\mathrm{NEP}^2}{\Delta\nu} = \frac{\overline{P^2_{opt|S/N=1}}}{\Delta\nu}$$

Dans le tableau comparatif 5.3, nous avons utilisé $\mathrm{NEP}_{\sqrt{\Delta\nu}}$ pour pouvoir comparer plus aisément les différents détecteurs.

On notera cependant que cette notion dépend de la fréquence de fonctionnement du détecteur de façon intrinsèque (réponse en fréquence du détecteur) et extrinsèque (bruit de photon dans la gamme de rayonnement mesurée) et que les auteurs peuvent choisir de prendre en compte ou non la chaîne de mesure dans le système (on parle alors de *puissance équivalente au bruit* (resp.) optique ou électrique). Nous montrerons par la suite que plusieurs autres paramètres influent sur la NEP d'une chaîne de mesure par exemple les bandes passantes d'entrée et de sortie ou le couplage aux différents modes spatiaux.

La NEP optique d'un détecteur va prendre en compte toutes les sources de bruit dans le système de détection ainsi que dans le champ électromagnétique observé. Lorsque ces sources de bruit sont décorrélées, on peut simplement sommer les NEP portées au carrée (d'où l'utilisation de la racine carrée de la bande passante dans la définition donnée ci-dessus). Dans la plupart des cas, le bruit est limité par le bruit de photon du rayonnement incident, les fluctuations énergétiques du détecteur et le

bruit Johnson ou le bruit de l'amplificateur, on peut alors écrire (formule (23) de Richards (1999) corrigée) :

$$(\mathrm{NEP})^2 = (\mathrm{NEP})^2_{photons} + 4k_BT^2G/\eta^2 + \left(4k_BTR + V_A^2 + I_A^2R^2\right)/|S|^2$$

Dans cette équation, G est la conductance thermique dynamique dP/dT à la température T (moyenne !) du détecteur, η est l'absorptivité du détecteur. R est la résistance du détecteur, V_A et I_A représentent les bruits en tension et courant provenant de l'amplificateur situé après le détecteur dans la chaîne de mesure. Enfin S est la réponse optique du détecteur en V/W (parfois exprimée en A/W).

Le premier terme correspond au bruit de photon dans le rayonnement incident, le second au bruit en énergie dans le détecteur (aussi appelé bruit des fluctuations thermiques ou bruit de phonons), le troisième au bruit Johnson dans le détecteur ainsi que le bruit dans la chaîne d'amplification dans lequel on considère le bruit en $1/f$.

Un détecteur idéal n'est limité que par le premier terme, c'est ce que l'on appelle parfois un BLIP, un *détecteur limité par le bruit de fond* ou « background-limited infrared detector ». Les détecteurs thermiques comme les bolomètres sont souvent limités par le second terme. Une bonne réponse du détecteur permet de réduire le troisième terme.

La figure 5.10 présente quelques puissances équivalentes de bruit pour des détecteurs actuels. On remarque que les détecteurs les plus sensibles sont les plus froids et qu'on peut atteindre aujourd'hui des NEP de l'ordre de $10^{-20}\,\mathrm{W{\cdot}Hz^{-1/2}}$. Cette course au bruit minimal est principalement motivée par la possibilité théorique pour des NEP $\leqslant 10^{-19} - 10^{-20}\,\mathrm{W{\cdot}Hz^{-1/2}}$ de détecter des photons uniques de fréquences THz. Nous avions parlé dans la section 5.3 de la sensibilité requise par l'imagerie THz, on peut alors se demander jusqu'à quelle valeur de bruit il faut descendre pour pouvoir faire de l'imagerie dans de bonnes conditions. On remarquera aussi sur la figure 5.10 que le prix des cryogénérateurs augmente fortement lorsque l'on descend en température. Se pose alors la question de l'optimum qu'un dispositif peut atteindre.

5.6.2.2 Caractériser le contraste dans un dispositif de détection directe passif : la NETD

Un dispositif de détection passif est présenté de façon schématique figure 5.12.

En supposant que les M modes spatiaux du champ électromagnétique sont couplés avec la même constante η au détecteur, la fluctuation du bruit de photon peut s'écrire à l'aide de l'équation 5.1 comme :

$$\overline{(\Delta P_{photon})^2} \approx M.\eta.\left(k_BT_{eff}.\Delta\nu\right)^2$$

où la température effective T_{eff} vaut $T_{eff} = \tau T_S + (1-\tau)T_M$ (cette notation explicité figure 5.12 est valide dans la limite de Rayleigh-Jeans). $\Delta\nu$ est la bande passante du bruit, c'est à dire la bande passante *d'entrée* du détecteur. Pour un

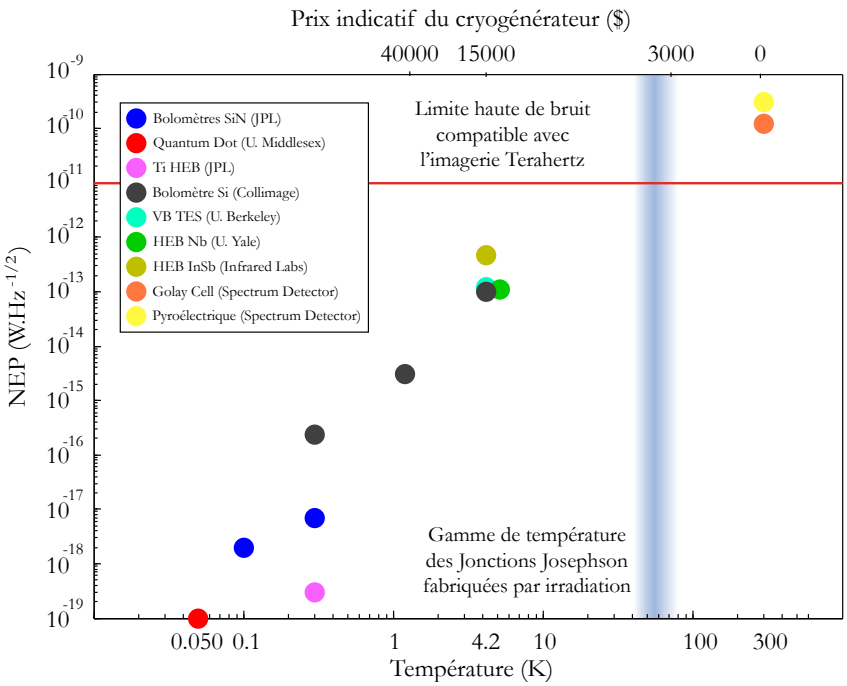


FIGURE 5.10 – NEP en fonction de la température de fonctionnement des dispositifs. L'axe supérieur présente le prix indicatif d'un cryogénérateur fournissant entre 0,3 et 1 W de puissance à la température utile du détecteur (Brake et Wiegerinck, 2002). La ligne rouge pour NEP $= 1 \times 10^{-11}$ W·Hz$^{-1/2}$ représente la valeur maximale du bruit dans le détecteur compatible avec une imagerie directe passive dans la gamme THz (voir texte). La zone bleue indique la gamme de température dans laquelle fonctionnent les jonctions Josephson fabriquées par irradiation. Données extraites de `http://www.spectrumdetector.com`; `http://www.infraredlaboratories.com`; `http://www.collimage.com.tw`; Reese *et al.* (2007); Lee *et al.* (2003); Karasik *et al.* (2007); Hashiba *et al.* (2006); Koch *et al.* (2002); Bock *et al.* (2002)

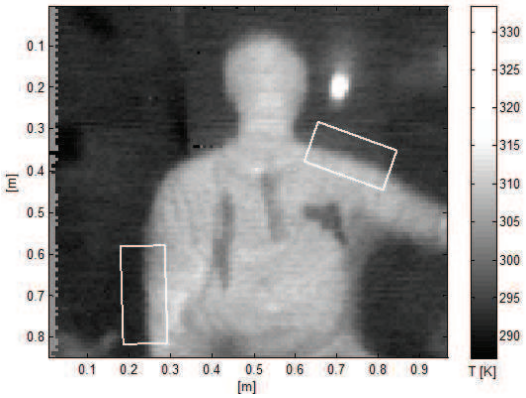


FIGURE 5.11 – Le contraste de température dans une image THz. Le détecteur est formé de microbolomètres de bande passante 0,1 – 1,2 THz. Les microbolomètres sont déplacés mécaniquement pour reconstituer une image (Grossman *et al.*, 2007).

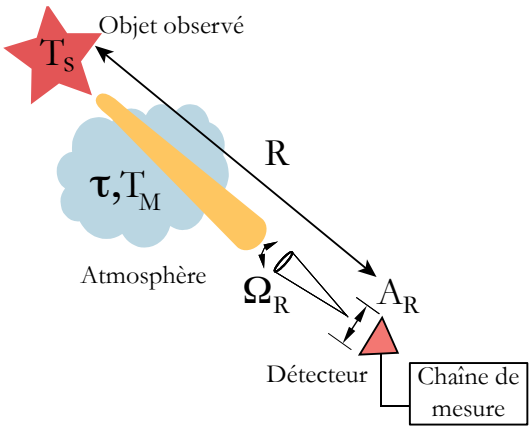


FIGURE 5.12 – Dispositif passif de détection térahertz. T_S est la température de la source, T_M et τ sont les températures et transmission de l'atmosphère. Ω_R est l'angle solide d'ouverture du détecteur et A_R est son aire. Adapté de (Brown, 2004).

détecteur quadratique de bande passante *d'entrée* $\Delta\nu$ et de *sortie* Δf, la NEP en sortie peut être reliée à la NEP en entrée comme $\mathrm{NEP}_{out} = \mathrm{NEP}_{in}\sqrt{2\Delta f/\Delta\nu}$. Le facteur 2 vient ici du processus quadratique de conversion entre les différentes composantes du bruit aux différentes fréquences d'entrée. On consultera à cet égard la page 51 ou section V.A. du chapitre de Brown (2004). On peut en déduire la NEP optique de notre détecteur, en plaçant dans le terme NEP_{elec} les sources de bruit autres que le rayonnement :

$$\begin{aligned}(\mathrm{NEP})^2 &\approx \frac{1}{\eta^2}\left(\overline{(\Delta P_{photon})^2}.2\Delta f/\Delta\nu + (\mathrm{NEP}_{elect})^2\right) \\ &\approx 2.\left(k_B T_{eff}\right)^2.M.\Delta f.\Delta\nu/\eta + \left(\mathrm{NEP}_{elect}/\eta\right)^2\end{aligned} \tag{5.2}$$

Dans le cas d'une imagerie passive, il est plus approprié de considérer une autre métrique de sensibilité : *La différence de température équivalente au bruit* que l'on écrit NETD pour « Noise Equivalent Temperature Difference » ou NEΔT pour « Noise Equivalent Delta Temperature ». Dans la limite de Rayleigh-Jeans, elle s'écrit simplement :

$$\mathrm{NETD} = \frac{\mathrm{NEP}}{dP_{photon}/dT_S} \approx \frac{\mathrm{NEP}}{M.k_B.\tau.\Delta\nu}$$

On peut la voir comme la plus petite différence de température que le détecteur peut mesurer, c'est une grandeur dont on comprend l'intérêt dans le cas de l'imagerie directe térahertz comme on peut voir un exemple sur la figure 5.11. Dans notre cas, elle va donc se réécrire :

$$\mathrm{NETD} = \frac{1}{\tau}\sqrt{2.T_{eff}^2\Delta f/\left(M.\eta.\Delta\nu\right) + \left[\mathrm{NEP}_{elect}/\left(\eta.M.k_B.\Delta\nu\right)\right]^2} \tag{5.3}$$

5.6.2.3 Le nombre de modes collecté par un détecteur

Le nombre de modes collectés par le détecteur M est un paramètre important du système ; hélas il est délicat à estimer et encore plus difficile à mesurer. Essayons ici d'en faire une évaluation approximative.

Un résultat de théorie électromagnétique appelé « théorème de l'antenne » nous permet d'écrire que la largeur minimale du faisceau gaussien arrivant sur un détecteur d'aire A_R et de directivité maximale est $\Omega_{Faisceau} = \lambda^2/A_R$, ceci correspond au mode spatial fondamental de l'antenne. Le détecteur opérant dans un certain angle solide Ω_R (voir figure 5.12), le nombre de modes spatiaux sera alors :

$$M = \frac{\Omega_R}{\Omega_{Faisceau}} \propto \nu^2$$

La constante de proportionnalité va dépendre des caractéristiques optiques précises du montage considéré. Pour les lentilles et les guides d'ondes qui sont les dispositifs de couplages les plus courants, un décompte précis des modes permet d'extraire un ajustement par une courbe du type :

$$M = \left(E\left[\frac{\nu}{\nu_R}\right]\right)^2 + 1 \tag{5.4}$$

où E désigne la partie entière et ν_R est une fréquence d'ajustement quelque peu supérieure à la fréquence de coupure du montage optique. Par exemple 85 GHz pour un guide d'onde WR-10 et 125 GHz pour la lentille de 6 mm de diamètre d'une cellule de Golay. Dans les calculs qui suivent nous allons supposer une fréquence d'ajustement ν_R de 75 GHz.

Considérons un couplage $\eta = 0{,}5$ identique pour tous les modes et une bande passante de sortie du détecteur $\Delta f = 30$ Hz, c'est à dire permettant de faire une détection vidéo. Nous allons essayer d'étudier la variation de notre sensibilité de mesure NETD en fonction du bruit dans le détecteur (sa NEP_{elec}) et de sa fréquence centrale d'opération. Les paramètres sur lesquels nous pouvons jouer sont la bande passante d'entrée Δf et la transmission de l'atmosphère dans cette gamme de fréquences τ. La figure 5.13 présente le résultat des calculs sur la base de l'équation 5.3.

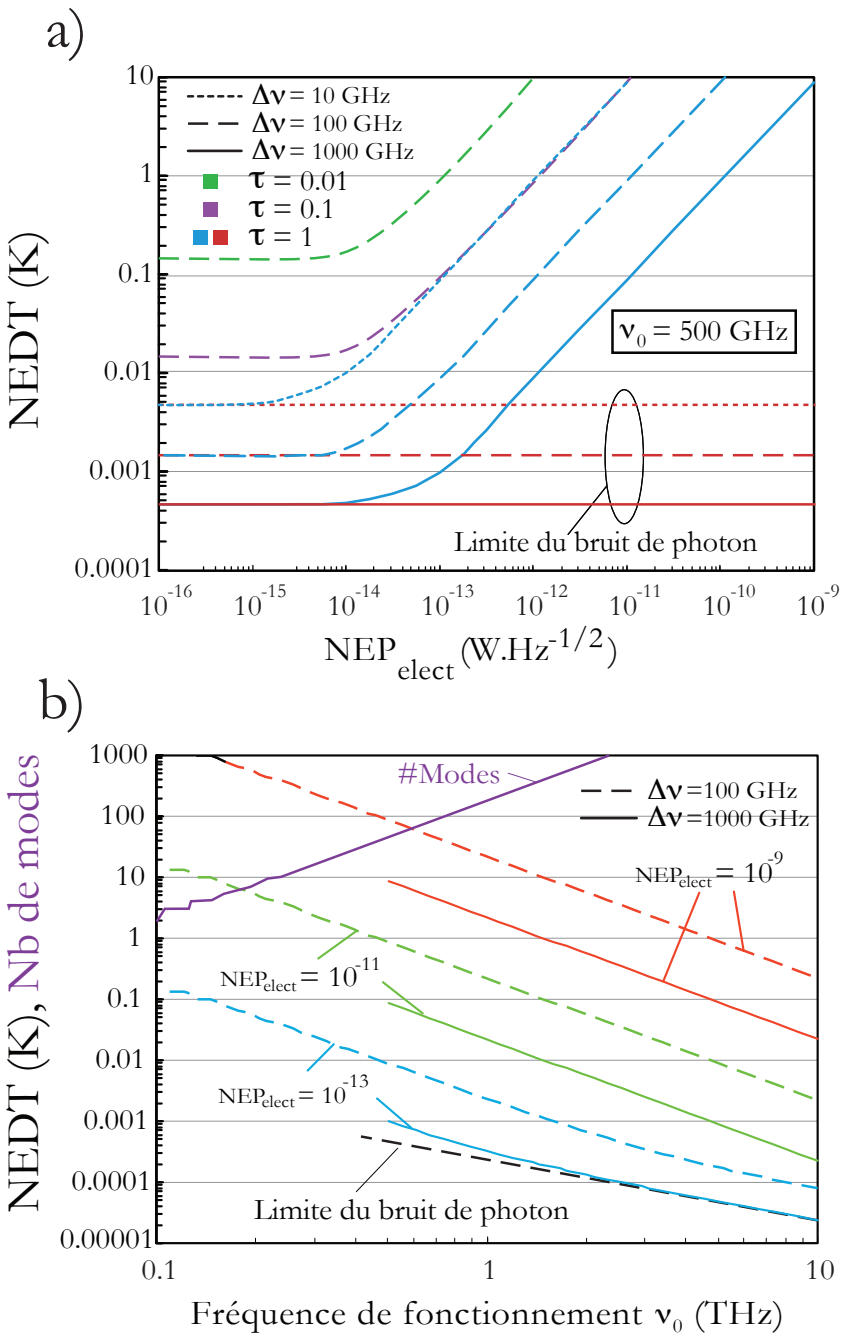


FIGURE 5.13 – (a) NEDT en fonction de la NEP_{elect} du détecteur pour différentes valeurs de la transmission de l'air τ et la bande passante en entrée du détecteur $\Delta\nu$. Les autres paramètres essentiels sont : la fréquence centrale de fonctionnement $\nu_0 = 500\,\mathrm{GHz}$, la bande passante en sortie $\Delta f = 30\,\mathrm{Hz}$, le couplage des modes du champ électromagnétique $\eta = 0{,}5$ pour tous les modes, le nombre de modes $M = 45$ et les températures de la source et de l'atmosphère $T_S = T_M = 290\,\mathrm{K}$. (b) Courbes de NEDT en fonction de la fréquence de fonctionnement ν_0 pour différents paramètres NEP_{elect} et $\Delta\nu$. On a aussi indiqué le nombre de modes spatiaux couplés au détecteur en supposant $\nu_R = 75\,\mathrm{GHz}$. Les autres variables fixées sont $\Delta f = 30\,\mathrm{Hz}$ (détection vidéo), $\tau = 1$, $\eta = 0,5$ pour tous les modes et $T_S = T_M = 290\,\mathrm{K}$. Adapté de (Brown, 2004).

5.6.2.4 Les valeurs minimales de NEP compatibles avec une observation passive.

Pour réaliser une imagerie avec un contraste correct dans la gamme térahertz, il est généralement admis que l'on doit pouvoir mesurer au minimum une différence de température de 0,1 K. Considérons un détecteur fonctionnant autour de 500 GHz. Si l'on trace la NEDT de ce détecteur en fonction de sa NEP_{elect} comme sur la figure 5.13 (a), on constate que celle-ci diminue en tendant asymptotiquement vers la limite du bruit fixée par le bruit de photon, cette limite étant quasiment atteinte pour $\mathrm{NEP}_{elect} \leqslant 10^{-13}\,\mathrm{W{\cdot}Hz^{-1/2}}$. Pour avoir un bon contraste, c'est-à-dire une NETD $\leqslant 0{,}1\,\mathrm{K}$ dans une fenêtre atmosphérique de bonne qualité ($\tau = 1$), la NEP_{elect} du détecteur ne doit pas être supérieure à $10^{-11}\,\mathrm{W{\cdot}Hz^{-1/2}}$ ce qui est la limite que nous avons indiquée figure 5.10. C'est une performance difficile à atteindre à température ambiante si l'on veut aussi $M = 45$ et $\eta = 0{,}5$.

Quand la transparence de la fenêtre atmosphérique se dégrade, les exigences du point de vue de la NEP_{elect} du détecteur augmentent jusqu'à $\tau \sim 0.01$ ($-20\,\mathrm{dB}$) où le plancher de bruit dû aux radiations empêche d'avoir un contraste NETD $\leqslant 0{,}1\,\mathrm{K}$ quelle que soit la qualité électrique du détecteur. Si l'on se rappelle des courbes de transmission atmosphérique figure 5.4, on comprendra que le choix de la fenêtre de transmission et donc de la fréquence de fonctionnement du détecteur est un paramètre essentiel du montage.

Quelques éléments supplémentaires concernant le choix de la fréquence de fonctionnement sont présentés figure 5.13 (b). On a tracé les NEDT pour des détecteurs de différentes NEP_{elect} et différentes bandes passantes d'entrée. Dans tous les cas, le contraste s'améliore (la NETD diminue) quand on augmente la fréquence d'opération. Ceci provient simplement de l'augmentation quadratique du nombre de modes captés avec la fréquence (équation 5.4). Comme sur la figure (a), on remarque que la NEDT diminue lorsque l'on diminue la NEP_{elect} du détecteur avec une saturation autour de $10^{-13}\,\mathrm{W{\cdot}Hz^{-1/2}}$ à cause du bruit à 290 K de l'atmosphère. On notera que l'on trouve dans la littérature de nombreux détecteurs opérants avec des NEP sensiblement inférieures (figure 5.10). Ces détecteurs sont conçus pour fonctionner dans des environnements où le bruit de fond est très inférieur au scénario que nous étudions : haute-atmosphère, détection spatiale...

Une dernière remarque concernant la fréquence de fonctionnement. D'après la figure 5.13 (b), un détecteur disposant d'une NEP_{elect} de $10^{-9}\,\mathrm{W{\cdot}Hz^{-1/2}}$, c'est à dire un détecteur standard à température ambiante, offrira une sensibilité NETD entre 1 K et 20 K à 1 THz ce qui n'est généralement pas considéré comme suffisant pour les applications qui nous intéressent. Mais si on utilise ce même détecteur à une fréquence de 10 THz, il offrira alors une NETD entre 0,01 K et 0,2 K. L'explication en est, ici encore, l'augmentation du nombre de modes spatiaux couplés au détecteur. Ceci explique pourquoi des détecteurs à température ambiante peuvent être utilisés comme base pour des caméras sensibles dans les longueurs d'onde $\lambda \leqslant 10\,\mu\mathrm{m}$ ($\geqslant 30\,\mathrm{THz}$). On notera cependant que notre analyse suppose que tous les modes spatiaux contribuent à la fois au bruit et au signal, ce qui est de plus en plus difficile

à accomplir lorsque l'on se rapproche de l'infrarouge.

En conclusion, pour réaliser une imagerie directe passive dans dans le domaine térahertz, on doit réaliser un équilibre entre les besoins en NEP_{elect}, le nombre de modes couplés (la fréquence de fonctionnement) et la transmission de l'atmosphère. Depuis les premières tentatives de détection THz la question du bruit à été le facteur limitant de la mesure. Les approches traditionnelles pour dépasser cet obstacle ont été l'utilisation de détecteurs cryogéniques ou la détection hétérodyne. La figure 5.14 présente un exemple de détecteur refroidi : la diode Schottky. On remarque que lorsque la température diminue, la réponse du détecteur s'améliore et la NEP diminue. Cette figure démontre aussi une réalité importante concernant les détecteurs directs : il est difficile d'obtenir que le bruit dans le détecteur domine le bruit électronique de la chaîne de mesure qui le suit, et il est encore plus difficile d'obtenir que le bruit du détecteur domine le bruit de photon. La section suivante présente une alternative permettant un fonctionnement à haute température : la détection cohérente.

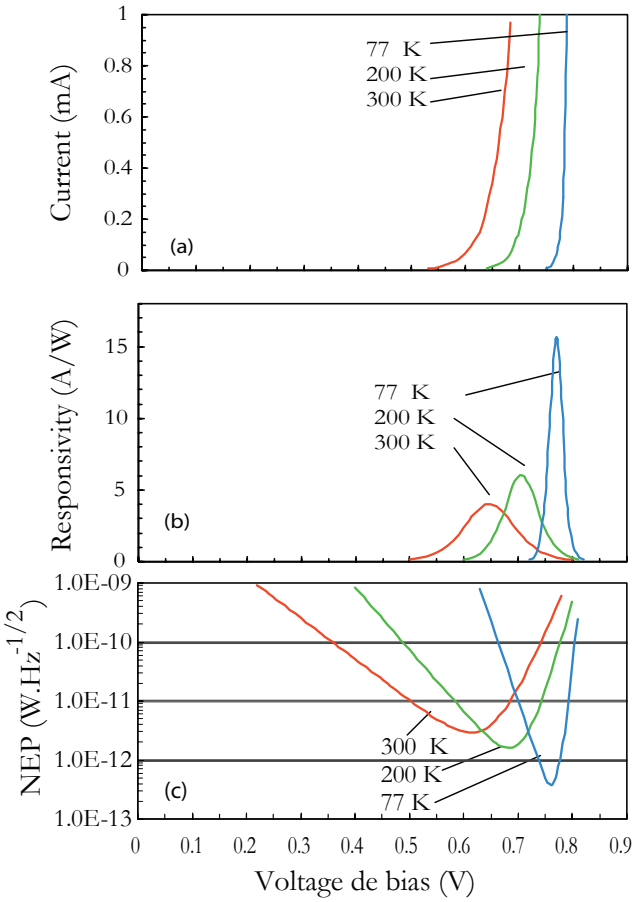


FIGURE 5.14 – Améliorer le bruit dans le détecteur par un refroidissement cryogénique. L'exemple d'une diode Schottky. Adapté de (Brown, 2004).

5.6.3 La détection cohérente

Un moyen d'améliorer la sensibilité de la détection consiste à employer une méthode de détection cohérente. Deux grandes communautés sont présentes dans ce domaine : la communauté optique et la communauté micro-onde.

- Les premiers sont regroupés autour des techniques THz-TDS que nous allons détailler par la suite. Ces techniques sont principalement utilisées pour réaliser la spectroscopie de composés. Elles tirent parti de la détection cohérente pour extraire des informations sur l'absorption et la dispersion spectrale dans un composé (Jansen *et al.*, 2010; Zhang et Xu, 2009).
- Les seconds sont regroupés autour des techniques d'imagerie, principalement bolométrique. Ils utilisent des détecteurs quadratiques comme éléments de mélange dans une détection hétérodyne. La détection cohérente permet ici principalement d'améliorer de façon spectaculaire la sensibilité de la mesure ainsi que sa résolution spectrale (Sizov, 2010).

La figure 5.15 présente les principaux schémas de détection cohérente.

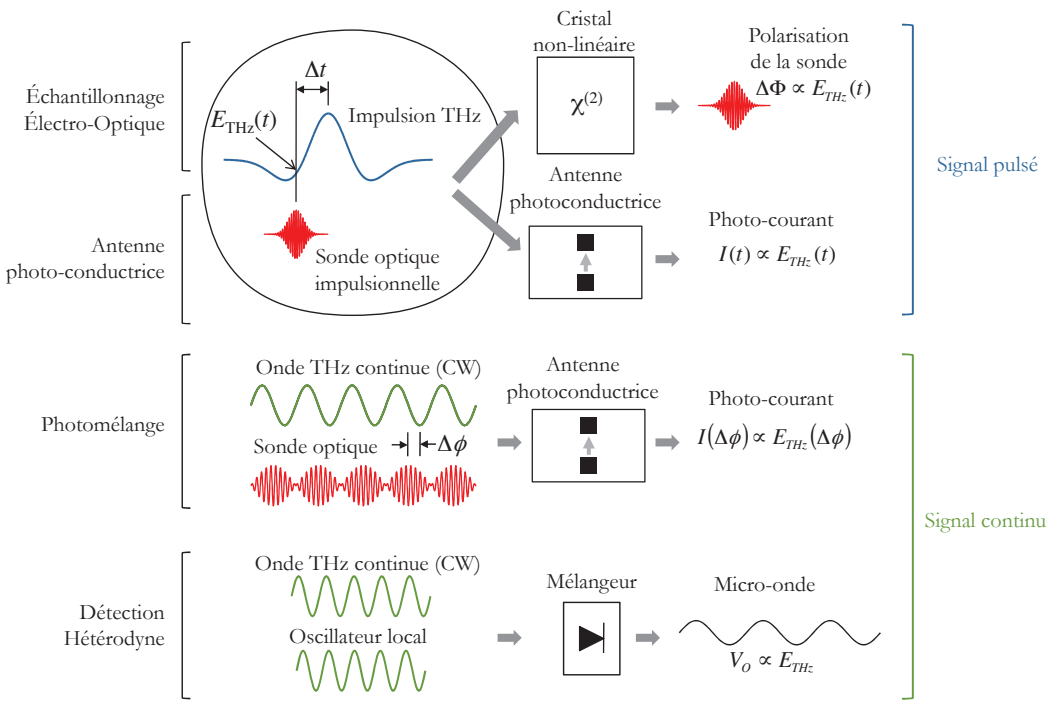


FIGURE 5.15 – Les techniques de détection cohérentes. Adapté de (Lee, 2008).

5.6.3.1 L'échantillonnage électro-optique (EOS)

Cette technique est basée sur l'effet Pockels qui est proche de la rectification optique. Une impulsion THz va induire une biréfringence proportionnelle à l'amplitude du champ dans un cristal optique non linéaire. La forme de l'impulsion est mesurée à l'aide d'un faisceau sonde de faible amplitude dont la polarisation sera

liée à la biréfringence du cristal. On utilise usuellement le même faisceau pour la génération du pulse THz (voir figure 5.7) et pour l'échantillonnage électro-optique. Varier le délai entre émission et détection nous permet d'accéder à la phase et à l'amplitude du signal d'où le terme de détection cohérente. Un exemple de montage électro-optique a été présenté figure 5.6 (a).

Les cristaux optiques utilisés sont couramment du Telenium de Zinc, ZnTe, mais on a aussi observé le processus de rectification optique dans des cristaux de CdTe, GaAs, GaP, InP, GaSe, $LiNbO_3$ et $LiTaO_3$.

5.6.3.2 Les antennes photoconductrices (PC)

Les antennes semi-conductrices peuvent elles aussi permettre de mesurer une impulsion térahertz. La combinaison d'une impulsion optique excitant les porteurs de charges et d'une impulsion THz les mettant en mouvement dans l'antenne va générer un photocourant dont l'intensité sera proportionnelle à l'amplitude du champ térahertz. Une technique dite de « pompe-sonde » utilisant le même faisceau pour l'émission et la détection permettra d'obtenir phase et amplitude du signal comme pour l'EOS.

Les antennes photoconductrices actuelles sont faites à partir d'arséniure de gallium déposé à basse température (« Low temperature grown Gallium Arsenide » ou LT-GaAs), de silicium irradié sur saphir (« radiation damaged silicon-on-sapphire » ou RD-SOS), d'arséniure de gallium dopé au chrome (« Chromium doped Gallium Arsenide » ou Cr-GaAs), de phosphure d'indium (« Indium Phosphide » ou InP) et de silicium amorphe.

Les techniques de détection précédentes, basées sur l'émission et la détection d'une impulsion THz à partir d'une même impulsion optique permettent d'obtenir assez d'informations pour mesurer simultanément l'absorption et la dispersion d'un échantillon placé sur la trajectoire du rayonnement. On appelle cette technique de mesure la spectroscopie THz dans le domaine temporel ou « THz time-domain spectroscopy » (THz-TDS). C'est une méthode de caractérisation d'échantillons aujourd'hui couramment utilisée. On trouvera des présentations détaillée de ces méthodes dans les ouvrages de Lee (2008); Zhang et Xu (2009) et des comparatifs des méthodes électro-optiques et photoconductrices dans (Kono, Tani, et Sakai, 2001; Cai, Brener, Lopata, Wynn, Pfeiffer, Stark, Wu, Zhang, et Federici, 1998; Tonouchi, 2007)

5.6.3.3 Le photomélange

Le photomélange est une méthode dérivée de la précédente qui permet d'obtenir des informations sur une onde térahertz continue en mélangeant sur une antenne photoconductrice un signal optique modulé périodiquement avec le rayonnement THz étudié. De façon similaire à la technique présentée juste au dessus, l'onde optique va exciter des porteurs de charges qui seront ensuite mis en mouvement

par l'onde THz, le photocourant étant alors proportionnel à l'amplitude du champ THz. La phase est obtenue à l'aide de la modulation du signal optique.

Les antennes photoconductrices sont identiques à la technique précédente.

5.6.3.4 La détection hétérodyne ou homodyne à l'aide d'un mélangeur

Ce sont les méthodes que nous avons employées dans cette thèse. On utilise un dispositif non linéaire qui réalisera le mélange de l'onde THz à mesurer avec un rayonnement de fréquence connue généré par un oscillateur local. Le signal de sortie se situe à la fréquence de battement des deux signaux, typiquement dans les gammes radio-fréquences, autour de quelques gigahertz. Ces signaux peuvent ensuite être amplifiés à l'aide d'amplificateurs micro-ondes et lus sur un analyseur de spectre. Cette méthode est souvent utilisée pour lire des signaux incohérents, par exemple thermiques. Elle permet une très bonne résolution spectrale tout en s'approchant de la limite quantique du bruit.

On utilise principalement des diodes Schottky, des bolomètres à électrons chauds (pour avoir une large bande passante) et des jonctions Supraconducteur-Isolant-Supraconducteur.

5.6.4 Étude du bruit en détection cohérente continue

5.6.4.1 Les détecteurs hétérodyne et homodyne

Nous avons vu dans la section 5.4 les avantages et inconvénients des techniques pulsées et continues. Dans cette section, nous allons nous concentrer sur les dispositifs à signal continu, c'est-à-dire les deux dernières techniques de la figure 5.15. La détection cohérente d'un signal continu utilise un dispositif appelé mélangeur pour ramener le signal dans une gamme de fréquences où il pourra être mesuré sans perte d'information. On peut distinguer deux cas de figure :

- La détection homodyne : les signaux mélangés sont de même fréquence. Le signal de sortie est alors un signal DC. *C'est le cas le plus employé dans la détection par photomélange*
- La détection hétérodyne : les signaux mélangés sont de fréquences différentes. Le signal de sortie est alors à une fréquence intermédiaire de quelques gigahertz. *C'est le cas le plus employé dans les mélangeurs à base de bolomètres, cellules de Golay ou SIS*

On veillera à ne pas confondre détection homodyne et directe. Dans les deux cas le signal en sortie du détecteur est DC mais dans le cas de la détection homodyne on conserve l'information sur la phase du signal d'entrée.

Le mélangeur est usuellement un dispositif qui, s'il n'est pas régi par une relation quadratique, possède en tout cas un terme quadratique suffisamment important pour que le courant ou la tension sur le port de sortie soit proportionnel au courant ou à la tension d'entrée portée au carré : $X_{out} = AX_{in}^2$ ou A est une constante de proportionnalité. Pour un mélangeur, nous aurons en entrée $X_{in} + X_{OL}$ où $X_{in} = B\cos(\omega_{in}t)$ est le signal qui nous intéresse et $X_{OL} = C\cos(\omega_{OL}t)$ est l'oscillateur

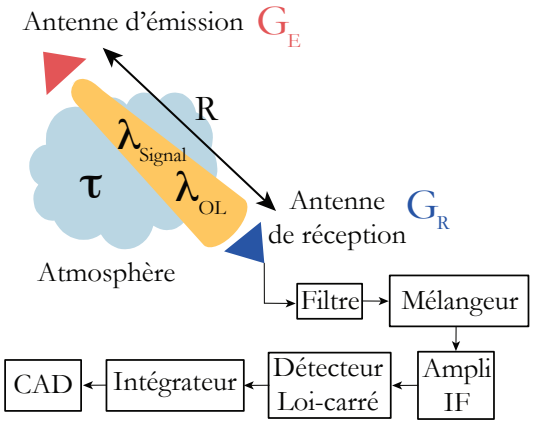


FIGURE 5.16 – Schéma de principe d'une détection cohérente hétérodyne. G_E est le gain de l'antenne d'émission, G_R est le gain de l'antenne de réception et τ la transmission de l'atmosphère.

local. On obtient alors :

$$X_{out}(t) = A\left[\frac{B^2}{2}\left(1+\cos 2\omega_{in}t\right) + \frac{C^2}{2}\left(1+\cos 2\omega_{OL}t\right) + BC\cos\left(\omega_{OL}-\omega_{in}\right)t + BC\cos\left(\omega_{OL}+\omega_{in}\right)t\right] \quad (5.5)$$

Le terme en $\cos(\omega_{OL}-\omega_{in})t$ est le terme à la fréquence intermédiaire. Dans le domaine THz, les mélangeurs sont généralement utilisés de telle sorte que $\omega_{OL} \gg |\omega_{OL}-\omega_{in}|$ et $\omega_{OL}+\omega_{in} \gg |\omega_{OL}-\omega_{in}|$ ainsi les seuls termes restants à basse fréquence sont

$$\begin{aligned} X_{out}(t) &= A\left[\frac{B^2}{2}+\frac{C^2}{2}+BC\cos\left(\omega_{OL}-\omega_{in}\right)t\right] \\ &= \eta\Re\left[P_{in}+P_{OL}+2\sqrt{P_{in}P_{OL}}\cos\left(\omega_{OL}-\omega_{in}\right)t\right] \end{aligned}$$

où P_{in} est la puissance du signal, P_{OL} est la puissance fournie par l'oscillateur local, η est la fraction de chacune qui est absorbée par le détecteur (le couplage) et $\Re$ est la réponse du détecteur, usuellement exprimée en V/W ou A/W. La puissance de sortie à la fréquence intermédiaire est donnée par :

$$\overline{P_{out}} = D.\overline{X_{out}^2} = D.(\eta\Re)^2.2\overline{P_{in}}.\overline{P_{OL}} \quad (5.6)$$

La quantité D rend compte du couplage des impédances entre le détecteur et le circuit de sorite fonctionnant à la fréquence intermédiaire (FI). Usuellement on regroupe dans une quantité nommée *gain de conversion du mélangeur* (« Mixer Conversion Gain » noté G_{mix}) tous les termes autres que P_{in} et η.

$$\overline{P_{out}} = \eta^2.G_{mix}.\overline{P_{in}} \quad (5.7)$$

On remarque ici la relation linéaire entre la puissance d'entrée et la puissance de sortie. Nous noterons qu'un mélangeur est considéré comme un composant *linéaire* vis-à-vis de la chaîne de mesure même s'il est basé sur un élément non linéaire. En effet, dans la limite des petits signaux, le signal de sortie X_{out} à la fréquence intermédiaire est proportionnel au signal d'entrée X_{in}. G_{mix} représente la fraction de toute la puissance absorbée dans une « bande satellite » qui se retrouve convertie à la fréquence intermédiaire.

Dans le cas homodyne où $\omega_{in} = \omega_{OL}$, on trouve à nouveau une relation linéaire entre entrée et sortie, qui s'écrit cette fois :

$$\overline{P_{out}} = 2.\eta^2 G_{mix}.\overline{P_{in}} \tag{5.8}$$

5.6.4.2 Le bruit de photon en détection cohérente

Évaluer le bruit dans un détecteur cohérent est plus subtil. On doit considérer les fluctuations dans les deux termes directs de l'équation 5.6. Dans la plupart sinon tous les cas, $P_{OL} \gg P_{in}$, on trouve alors, par intégration du bruit sur la bande passante de sortie B_{IF} :

$$(\Delta X_{out})^2 = 2\Re.(\Delta P_{OL})^2.B_{IF}/\Delta\nu$$

Pour des raisons pratiques, le rayonnement issu de l'oscillateur local est très souvent unimodal. Ses fluctuations peuvent alors être décrites par $< (\Delta P_{OL})^2 >= \eta h\nu_{OL} P_{OL} \Delta\nu$ et on peut écrire le bruit en puissance :

$$\sqrt{< (\Delta P_{out})^2 >} = D < (\Delta X_{out})^2 >= G_{mix}.\eta.h\nu_{OL}.B_{IF} \tag{5.9}$$

En divisant les équation 5.7 ou 5.8 par 5.9 on obtient le rapport signal sur bruit des récepteurs hétérodynes et homodynes. En égalant à un ce rapport, on peut obtenir les *puissances équivalentes au bruit* de ces récepteurs :

$$\mathrm{NEP}^{\mathrm{HET}} = \frac{h\nu_0 B_{IF}}{\eta} \qquad \text{pour le cas hétérodyne}$$

$$\mathrm{NEP}^{\mathrm{HOM}} = \frac{h\nu_0 B_{IF}}{2\eta} \qquad \text{pour le cas homodyne}$$

Cette NEP particulière, rapportée au mélangeur, est ici exprimée en watts. On remarque que la puissance de l'oscillateur local n'apparaît plus dans ces équations. Ces équations sont célèbres dans la théorie de la détection à distance, d'une part car elles forment la limite fondamentale de la détection hétérodyne, mais aussi, car elles sont directement issues des postulats de la mécanique quantique. Tous les détecteurs, même les radars micro-ondes, mesurent les radiations en extrayant des photons du champ électromagnétique. Ce processus possède une granularité intrinsèque dont le « quanta de mesure » est $h\nu/\eta$. La théorie de l'information nous enseigne que le taux d'occurrence de cet événement corresponds simplement à la bande passante de la mesure B_{IF}, d'où la puissance de bruit que nous venons de retrouver.

Cette limite fondamentale, liée à la mesure simultanée de l'amplitude et la phase du signal, n'existe pas en détection directe ce qui est la raison pour laquelle les détecteurs directs sont intrinsèquement plus sensibles, malgré les inconvénients que nous avons mentionnés.

5.6.4.3 Puissance de bruit dans un détecteur hétérodyne et température de bruit

La chaîne de mesure qui suit le mélangeur, indiquée figure 5.16, est typiquement formée d'un amplificateur micro-onde puis d'un détecteur à loi-carré (détectant dans la bande intermédiaire cette fois-ci !). On peut prendre en compte le gain de l'amplificateur par un facteur G_{IF}. La détection sera considérée en portant au carré le signal et en posant la réponse du détecteur $\Re_D$. Le bruit électrique dans le mélangeur et la chaîne de mesure est ajouté au travers d'une NEP_{elec}. On peut alors écrire le rapport signal sur bruit comme :

$$\begin{aligned}\left(\frac{S}{N}\right) &= \frac{\left(\Re_D G_{IF}\eta^2 G_{mix} P_{inc}\right)^2}{2\Re_D\left(G_{IF}\eta G_{mix} h\nu_{OL} B_{IF} + \eta^2 G_{mix} B_{IF} G_{IF}\mathrm{NEP}_{elec}\right)^2.(\Delta f/B_{IF})} \\ &= \frac{(\eta^2.P_{inc})^2}{2\left(\eta h\nu_{OL} + \eta^2\mathrm{NEP}_{elec}\right)^2.(B_{IF}.\Delta f)}\end{aligned}$$

Ce qui nous permet décrire la NEP d'un détecteur hétérodyne actif (signal cohérent en entrée) :

$$\mathrm{NEP}^2 = \left[\left(\frac{h\nu_{OL}}{\eta}\right)^2 + \mathrm{NEP}^2_{elec}\right].(2B_{IF})$$

Et la NETD pour une détection hétérodyne passive (en supposant un signal thermique en entrée) :

$$\mathrm{NETD} = \frac{\mathrm{NEP}}{dP_{inc}/dT} = \frac{h\nu_{OL}}{\eta^{\mathrm{HET}}.k_B}\sqrt{2/B_{IF}} \tag{5.10}$$

On peut définir un paramètre η^{HET} pour quantifier la dégradation de la sensibilité causée par le bruit dans le mélangeur, le couplage imparfait des impédances et le bruit électronique dans la bande intermédiaire comme :

$$\mathrm{NEP} = \frac{h\nu_{OL}}{\eta^{\mathrm{HET}}}.\sqrt{2B_{IF}}$$

Dans la communauté des ondes millimétriques et sous-millimétriques, on utilise couramment le terme *température de bruit* ou « noise temperature » qui est simplement la température d'une charge générant la puissance de bruit que nous venons de calculer. On trouve alors :

$$T_{bruit} = \frac{1}{k_B}\left(\frac{h\nu_{OL}}{\eta} + \mathrm{NEP}_{mixer}\right) \tag{5.11}$$

Dans la limite de Raleigh-Jeans, cette température de bruit correspond aussi aux NETD que nous avions définies pour les détecteurs directs.

Nous avons tracé figure 5.17 l'évolution de la température de bruit et de la NETD avec la fréquence indiquées par les équations 5.10 et 5.11. Ces courbes sont données pour différentes valeurs de l'efficacité de conversion η^{HET}.

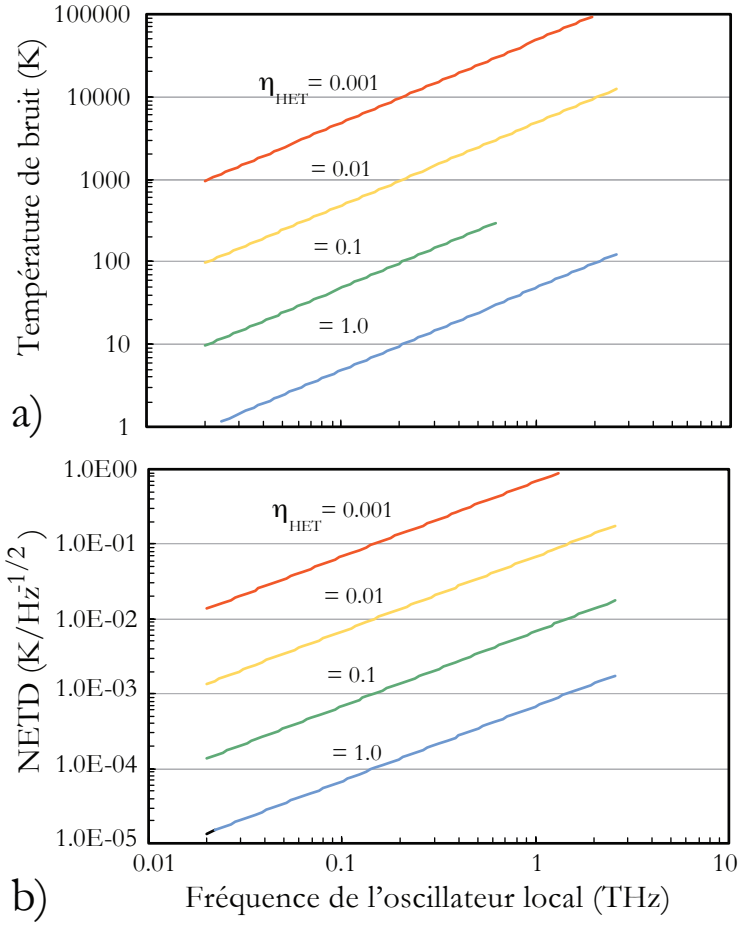


FIGURE 5.17 – Température de bruit DSB (a) et NEDT (b) en fonction de la fréquence de l'oscillateur local pour un récepteur hétérodyne ayant une bande passante de 10 GHz. Adapté de (Brown, 2004).

Les mélangeurs utilisés pour la radioastronomie, qui sont actuellement les dispositifs les plus performants en termes de bruit sont quasiment à la limite quantique. La figure 5.18 compare certains de ces dispositifs.

5.6.4.4 Une relation entre l'utilisation directe et hétérodyne d'un détecteur

On peut définir une puissance équivalente au bruit pour le mélangeur. Elle s'écrit

$$\mathrm{NEP}^{\mathrm{HET}} = \left[\left(\frac{h\nu_{OL}}{\eta} \right)^2 + \mathrm{NEP}_{elec}^2 \right]^{1/2}$$

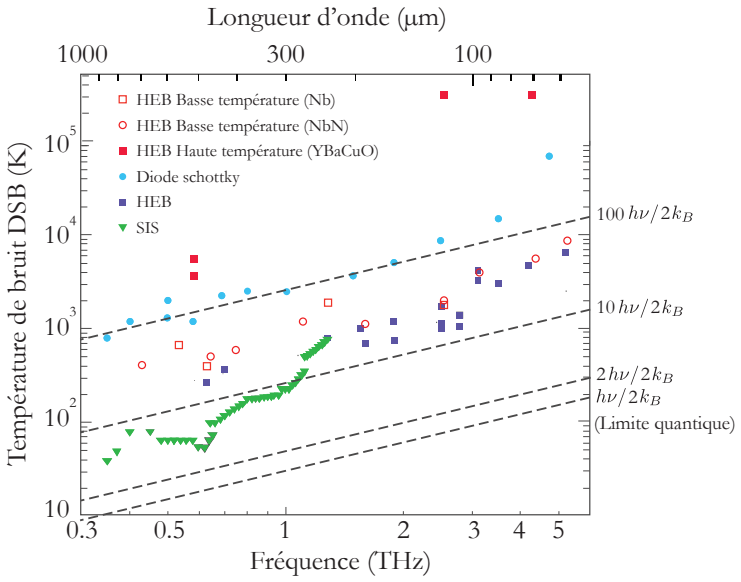


FIGURE 5.18 – Comparatif des différents détecteurs hétérodynes. HEB : Bolomètre à électrons chauds. SIS : Jonction Supraconducteur Isolant Supraconducteur. Adapté de (Kreisler et Gaugue, 2000; Kreisler *et al.*, 2007; Sizov, 2010)

Et s'exprime en W/Hz et non pas W·Hz$^{-1/2}$ car le mélangeur se comporte de façon linéaire par rapport à la puissance d'entrée. Si l'on se rappelle l'équation 5.2 donnant la NEP d'un détecteur direct. On peut écrire une analogie en se rappelant que $< (\Delta P_{OL})^2 >= \eta h\nu_{OL} P_{OL} \Delta\nu$, ce qui nous donne une relation approximative entre les NEP en détection directe d'un dispositif et la NEP^{HET} : NEP$^{\text{HET}} \approx (\text{NET}^{direct})^2/P_{OL}$. Par exemple, considérons comme indiqué figure 5.14 une diode Schottky ayant une NEP à température ambiante en détection directe d'environ 3×10^{-12} W·Hz$^{-1/2}$ à 300 GHz. Si l'on utilise un oscillateur local de puissance $P_{OL} = 1$ mW, cette relation prédirait une NEP^{HET} de 9×10^{-21} W·Hz^{-1}, un coefficient η^{HET} de 0,02 et donc une NEP optique du détecteur de NEP = NEP$^{\text{HET}}.\sqrt{2B_{IF}} \approx 10^{-15}$ W·Hz$^{-1/2}$. Ces nombres sont tous relativement proche de la réalité expérimentale indiquée tableau 5.4.

5.6.4.5 Quelques éléments de comparaison sur les différentes techniques de détection cohérente

Pour finir, nous avons tenté, comme pour les détecteurs directs, de rassembler dans le tableau 5.4 quelques caractéristiques des détecteurs cohérents. On notera que les figures de bruit usuellement utilisées pour les mélangeurs sont les températures de bruit, nous les avons ici converties en NEP pour nous rapprocher du tableau 5.3. Ce tableau est à prendre à titre indicatif, les performances des systèmes pulsés et continus étant difficilement comparables sur des critères communs. On gardera à l'esprit que la sensibilité et la réponse ultime d'un système dépendent en majeur partie du montage optique et de la source utilisés.

Table 5.4 – Comparaison des techniques cohérentes. On notera que les paramètres donnés ici sont valables pour un montage optique complet ; ils dépendent donc aussi de la source de rayonnement, en particulier concernant l'étendue spectrale et la NEP. La sensibilité d'un détecteur cohérent est normalement exprimée en terme de sa température de bruit. Pour faciliter la comparaison avec les détecteurs directs présentés tableau 5.3 nous avons converti cette grandeur en puissance équivalente au bruit (NEP) : NEP $= 2k_B T_{bruit}\sqrt{B_{IF}/\tau}$. La bande passante B_{IF} est indiquée entre parenthèses et le temps d'intégration τ est pris égal à une seconde. On notera que si réduire la bande passante améliore la sensibilité du détecteur, cela diminue d'autant la caractéristique NETD car NETD $= 2T_{bruit}/\sqrt{B_{IF}\tau}$.

	Pulsé		Continu			
	ZnTe (EO)[a]	LT-GaAs (PC)[a]	Diode Schottky[b]	Photomélange[c]	HEB[d]	SIS[e]
Température de fonctionnement (K)	ambiante	ambiante	ambiante	ambiante	4,2	4,2
Étendue spectrale (THz)	0,2 – 3,5 jusqu'à 30	0,1 – 3,5	0,01 – 2,5	0,2 – 2,0	0,4 – 3	0,01 – 1,6
Résolution spectrale (GHz)	5	5		0,2	0,001	0,001
Facteur limitant de la résolution spectrale	Ligne de délai	Ligne de délai	Laser/OL	Laser	Laser/OL	Laser/OL
Rapport Signal sur bruit (dB/Hz)	70	60	–	80 – 30	–	–
Bande passante IF	–	–	7 – 21 GHz	Homodyne	4 GHz	4 – 20 GHz
NEP	–	–	2×10^{-14} (8,4 GHz)	10^{-14} (100 GHz)	2×10^{-15} (4 GHz) 3×10^{-18} (10 kHz)	10^{-19} (10 kHz)
Facteur limitant du bruit	–	–	Bruit thermique	Bruit OL	Bruit quantique	Bruit quantique
Puissance d'oscillateur local requise	100 mW	10 mW	0,5 – 5 mW	10 mW	0,5 – 5 μW	qlq μW

[a] Voir par exemple (Brown *et al.*, 2007)
[b] Pour des résultats récents, voir (Kreisler *et al.*, 2007; Federici et Moeller, 2010; Hübers, 2010; Sizov, 2010)
[c] Voir (Pearson *et al.*, 2003; Brown *et al.*, 2004; Bjarnason et Brown, 2005; Demers *et al.*, 2007; Brown *et al.*, 2007)
[d] Voir (Bock *et al.*, 2002; Zmuidzinas et Richards, 2004; Hajenius *et al.*, 2006; Sheng-Cai, 2008; Sizov, 2010)
[e] Voir (Zmuidzinas et Richards, 2004; Sheng-Cai, 2008; Sizov, 2010)

Chapitre 6

La détection micro-onde à l'aide d'une jonction Josephson : théorie et simulation

Sommaire

6.1 La jonction Josephson nue : les oscillations Josephson . . . 120
6.1.1 Évolution temporelle de la tension aux bornes de la jonction 120
6.1.2 Densité spectrale des fluctuations de tension dans la jonction 122
6.2 La jonction Josephson couplée à un faible signal haute fréquence : vidéo-détection et auto-mélange 130
6.2.1 Les effets du premier ordre : mélangeur autopompé 131
6.2.2 Les effets du second ordre : vidéodétection et transformée de Hilbert 137
6.3 La jonction Josephson couplée à deux signaux : fonctionnement en mélangeur 141
6.3.1 L'apparition d'une marche de Shapiro 141
6.3.2 La multiplication des marches de Shapiro 142
6.3.3 Fréquence limite de fonctionnement et marches de Shapiro . . 144
6.3.4 Le mélangeur Josephson extérieurement pompé 144
6.4 Résumé des différents dispositifs de détection basés sur l'effet Josephson 153

Dans le chapitre 1, nous avons présenté les deux équations Josephson régissant le comportement d'une jonction. La seconde équation

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{2e}{\hbar} V$$

avait été nommée « effet Josephson AC » sans pour autant que nous précisions cette appellation. En effet, nous considérions comme résultats des calculs et simulations *les valeurs moyennes* de courant et de tension et l'effet de cette équation n'était perceptible que par ses conséquences indirectes.

Pourtant, si l'on examine cette équation, on note que la présence d'une tension continue aux bornes de la jonction va faire tourner la phase de la jonction avec une fréquence égale à $2e/h = 483{,}597\,\mathrm{GHz/mV}$. C'est-à-dire que la présence d'une tension de 2 mV aux bornes de la jonction implique la présence d'une oscillation de fréquence proche de 1 THz dans celle-ci.

Table 6.1 – Unités normalisées

Quantité	Symbole dimensionné	Symbole normalisé	Normalisation
Courant	I	i	I_C
Tension	V	v	$I_C R_N$
Fréquence	ω	Ω	ω_C
Temps	t	τ	ω_C^{-1}
Impédance	Z	z	R_N

Table 6.2 – Paramètres importants du modèle RSJ

Paramètre	Symbole	Définition
Tension caractéristique	V_C	$I_C R_N$
Fréquence caractéristique	ω_C	$\frac{2e}{\hbar} I_C R_N$
McCumber	β_C	$\frac{2e}{\hbar} I_C R_N^2 C$
Température normalisée	Γ	$\frac{2e}{\hbar} \frac{k_B T}{I_C}$

Dans ce chapitre, nous allons progressivement aborder le comportement haute fréquence des jonctions en commençant par étudier les oscillations Josephson dans une jonction isolée pour ensuite considérer l'interaction de la jonction avec un signal micro-onde et finir par l'étude du comportement en présence de deux signaux, l'un assurant la fonction de pompage. Lors de l'étude de chaque cas, nous nous attacherons à détailler les dispositifs de détection envisageables ainsi que leurs facteurs de mérite. La base de ce chapitre est l'excellente monographie de Likharev (1996).

6.1 La jonction Josephson nue : les oscillations Josephson

6.1.1 Évolution temporelle de la tension aux bornes de la jonction

Reprenons l'équation du modèle RSJ dérivée dans le chapitre 1 en supposant $\beta_C = 0$

$$i_T = \sin\phi + \dot{\phi} \tag{6.1}$$

Nous rappelons aussi la normalisation (tableau 6.1) et les paramètres (tableau 6.2) employés dans cette thèse.

D'après la section 1.3.3 cette équation admet une solution analytique de l'évolution temporelle de la différence de phase aux bornes de la jonction (Asla-

mazov *et al.*, 1969) :

$$\begin{aligned} &\text{lorsque } i \leqslant 1 \qquad \phi(\tau) = \arcsin i \text{ est constante} \\ &\text{lorsque } i > 1 \qquad \phi(\tau) = 2\arctan\left[\frac{\overline{v}}{i+1}\tan\left(\overline{v}\frac{\tau}{2}\right)\right] - \frac{\pi}{2} \end{aligned} \tag{6.2}$$

On peut en déduire le comportement de la tension moyenne $\overline{v}$ aux bornes de la jonction qui est présentée figure 6.1 (a). Si l'on étudie maintenant l'évolution temporelle de la tension aux bornes de la jonction, c'est-à-dire si l'on trace $v(\tau) = \dot{\phi}(\tau)$ pour différents courants de polarisation, on obtient les courbes de la figure 6.1 (b). Ce sont des courbes périodiques, de période

$$T = 2\pi/\overline{v} = 2\pi/\sqrt{i^2 - 1} \tag{6.3}$$

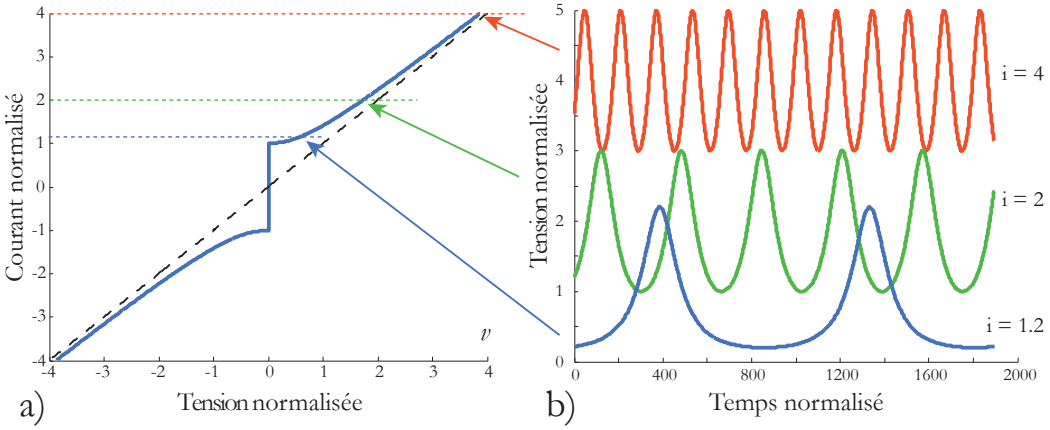


FIGURE 6.1 – (a) Courbe I-V d'une jonction Josephson en notations normalisées. Le trait pointillé est la loi d'Ohm $i = v$. (b) Évolution temporelle de la tension pour différentes valeurs du courant de polarisation. On observe des oscillations périodiques dont la fréquence dépend de la polarisation.

Nous pouvons remarquer plusieurs choses sur la figure 6.1 b) :

- la valeur moyenne de la tension croît avec le courant de polarisation ce qui nous permet de retrouver les résultats de la figure 6.1 (a).
- la courbe oscille périodiquement pour $i > 1$, sa période étant reliée à la tension moyenne par l'équation 6.3.
- les oscillations s'apparentent à des impulsions brèves pour $i \gtrsim 1$ et tendent vers une courbe sinusoïdale lorsque $i \gg 1$.

À faible courant, $i \approx 1$, l'évolution de la phase $\phi(\tau)$ dans l'équation 6.2 se rapproche en effet d'une fonction de Heaviside ou fonction échelon. Dans ce cas, l'évolution de la tension avec le temps prend la forme d'impulsions étroites de fréquence $2\pi/T$ et de forme lorentzienne :

$$v(\tau) = \frac{i}{1 + (i\tau/2)^2} \tag{6.4}$$

Ces impulsions sont la base de la logique ultra rapide « Rapid Single Flux Quantum » déjà présentée au chapitre 4. Elles sont quantifiées par la seconde équation Josephson :

$$\int_t^{t+T} V dt = \int_0^{2\pi} \frac{\hbar}{2e} d\phi = \frac{h}{2e} = \Phi_0 = 2{,}07 \times 10^{-15}\,\text{Vs ou Wb.}$$

On peut ainsi manipuler ces impulsions, les mémoriser, les transporter sans perte d'information. Il a été montré que toutes les opérations logiques usuelles pouvaient être réalisées à l'aide de jonctions Josephson en utilisant une logique dynamique basée sur les impulsions de tension. La monographie de Likharev et Semenov (1991) contient une explication détaillée de la logique RSFQ. Celle-ci offre un potentiel de vitesse et d'économie d'énergie impressionnant. Elle a par exemple été employée pour réaliser des micro-processeurs cadencés autour d'une vingtaine de GHz et consommant seulement quelques milliwatts (Tanaka *et al.*, 2005; Bunyk *et al.*, 2003; Dorojevets, 2010), ainsi que des convertisseurs analogique-numérique ultra rapides (Mukhanov, Gupta, Kadin, et Semenov, 2004).

6.1.2 Densité spectrale des fluctuations de tension dans la jonction

6.1.2.1 L'oscillation Josephson et ses harmoniques

Pour comprendre réellement ce qui se passe dans la jonction Josephson, nous allons examiner plus avant le contenu spectral des courbes temporelles indiquées figure 6.1 et plus précisément leur densité spectrale de fluctuations que l'on a définie à la section 1.3.5.

Commençons par ajouter le bruit i_f déjà mentionné à la fin du chapitre 1 pour obtenir l'équation

$$i_T + i_f = \sin\phi + \dot{\phi}$$

que l'on va intégrer numériquement par une méthode d'Euler. Nous obtenons une suite temporelle de valeurs de la tension (environ 2^{15} valeurs) à laquelle il faut appliquer la méthode de Welch (Heinzel *et al.*, 2002) présentée à la section 1.3.5 pour obtenir la densité spectrale des fluctuations de tension ou densité spectrale de puissance normalisée : $S_v(\Omega)$. On rappelle que celle-ci s'exprime en V^2/Hz et que, dans nos unités normalisées, la densité spectrale de fluctuations du bruit Johnson s'écrit simplement comme :

$$S_v^{\text{Johnson}}(\Omega) = 4\Gamma \tag{6.5}$$

Le résultat des simulations pour deux valeurs de la température normalisée Γ, 10^{-3} et 10^{-2} est présenté figure 6.2.

On remarque tout d'abord sur ces figures la forte densité spectrale de tension pour $\Omega = \overline{v}$, indiqué en pointillés noirs. Cette densité importante correspond à l'oscillation propre générée dans la jonction par la présence d'une tension moyenne $\overline{v}$ non nulle à ses bornes. Elle correspond à la fréquence calculée à l'équation 6.3.

Les harmoniques de cette oscillation propre apparaissent aussi, plus nettement sur la figure 6.2 (a), qui correspond à une température plus faible. Ces harmoniques

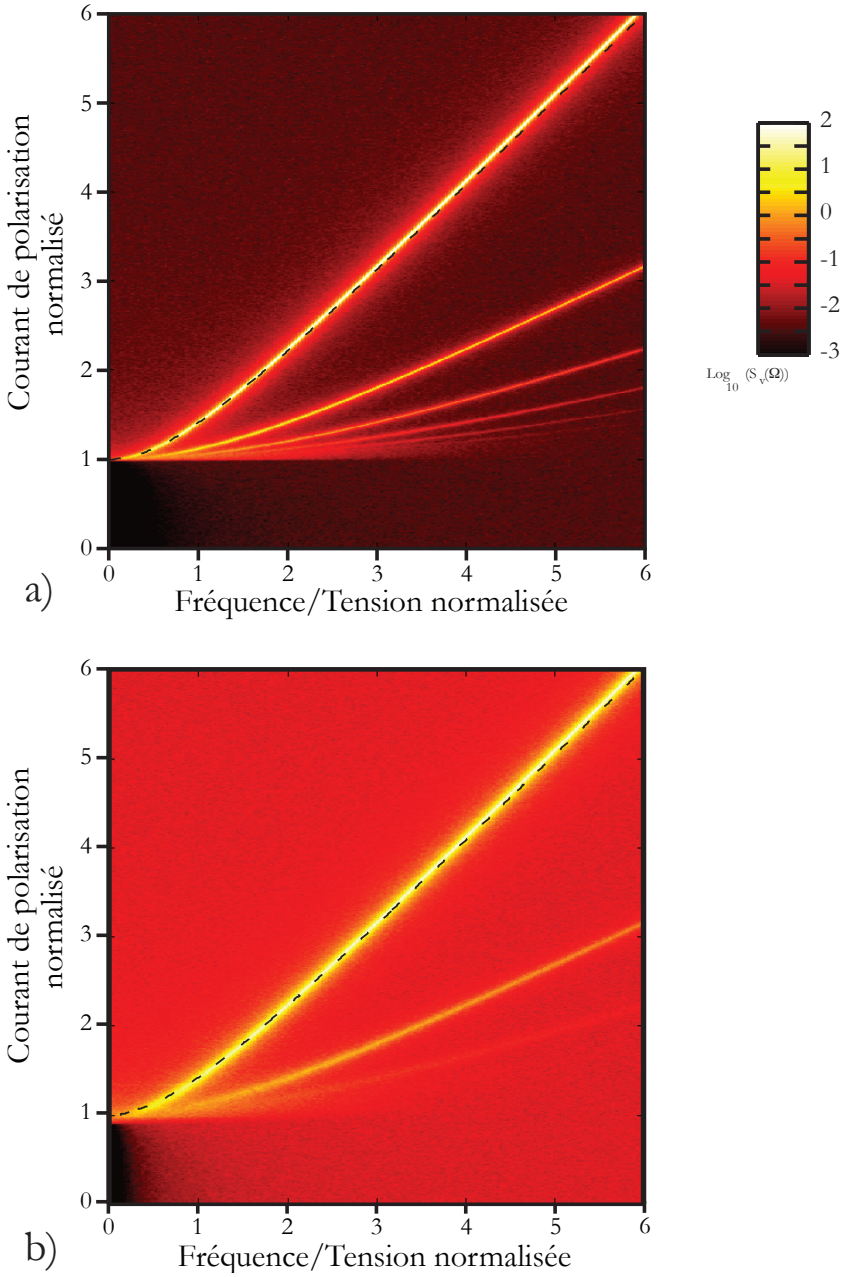


FIGURE 6.2 – Densité spectrale des fluctuations de la tension $S_v(\Omega)$ en fonction de la fréquence normalisée Ω pour deux valeurs de la température normalisée Γ : 0,001 (a) et 0,01 (b). Les couleurs représentent le logarithme de la densité spectrale et l'échelle des couleurs est identique pour les deux figures. La courbe en pointillés noirs est la courbe I-V. On remarque que le niveau moyen de bruit spectral augmente avec la température et que les harmoniques de l'oscillation propre de la jonction disparaissent.

sont fortement présentes juste au-dessus du courant critique ce qui se voit analytiquement dans l'approximation 6.4 de la tension à faible polarisation. La forme de lorentzienne que prend la tension dans ce cas contient de nombreuses harmoniques.

Pour tenter de comprendre comment évoluent ces oscillations avec la température et le courant de polarisation, nous allons examiner quelques coupes de ces graphiques bidimensionnels

6.1.2.2 Quelques propriétés des oscillations Josephson

Des coupes horizontales des figures 6.2, réalisées donc à courant constant, sont présentées figure 6.3. Elles sont obtenues pour trois valeurs de la température normalisée, $\Gamma = 0{,}01$, 0,001 et 0,0001, en choisissant à chaque fois le courant de polarisation qui donne une oscillation Josephson de fréquence $\Omega_J = 0{,}5$.

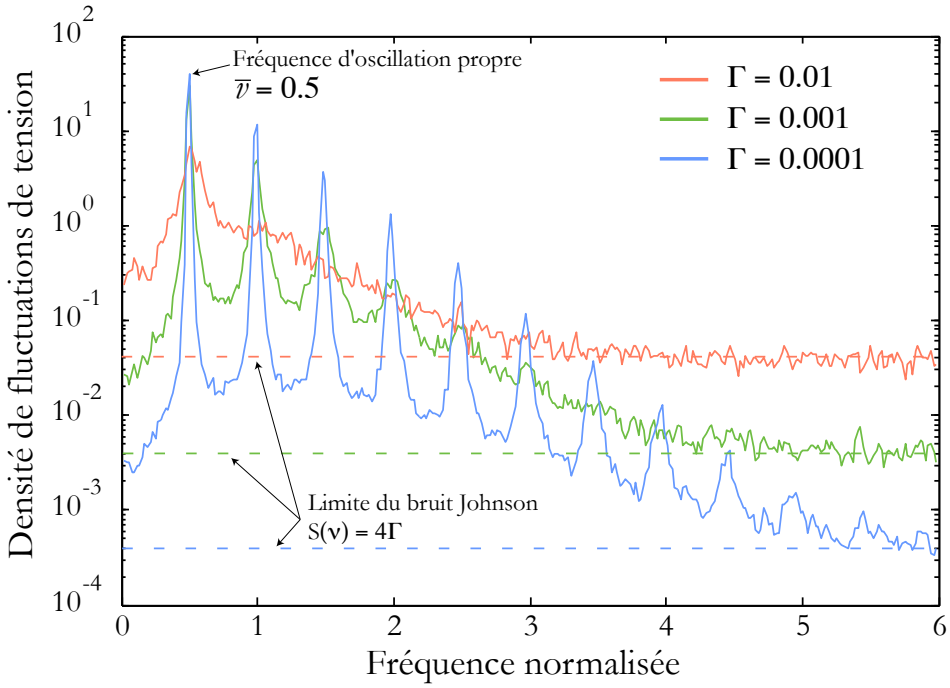


FIGURE 6.3 – Courbes de densité spectrale de fluctuations $S_v(\Omega)$ pour trois valeurs de la température normalisée : Γ=0,01 (rouge), 0,001 (vert) et 0,0001 (bleu). Le courant de polarisation est choisi tel que $\overline{v} = 0{,}5$. On a indiqué le bruit thermique $S_v = 4\Gamma$ calculé section 1.3.5.

On peut faire plusieurs constatations :

- le maximum de l'oscillation Josephson augmente lorsque la température diminue.
- sa largeur de bande augmente avec la température.
- les harmoniques se fondent entre elles avec l'élévation de la température et finissent par former simplement un fond continu de bruit à basse fréquence.

– dans chaque courbe, les maxima des harmoniques successives sont de moins en moins élevés et finissent par se noyer dans le bruit thermique résiduel à haute fréquence.

Il semble donc y avoir une corrélation entre largeur de bande, amplitude et température ; corrélation que nous mettrons en évidence dans la section suivante.

Examinons maintenant comment évolue le spectre de puissance avec le courant de polarisation ou (de façon similaire) avec la tension moyenne aux bornes de la jonction. La figure 6.4 présente les spectres de fluctuations pour différentes valeurs du courant de polarisation correspondant à des tensions moyennes $\overline{v}$ = 0,25, 0,5, 1,1 et 2,3.

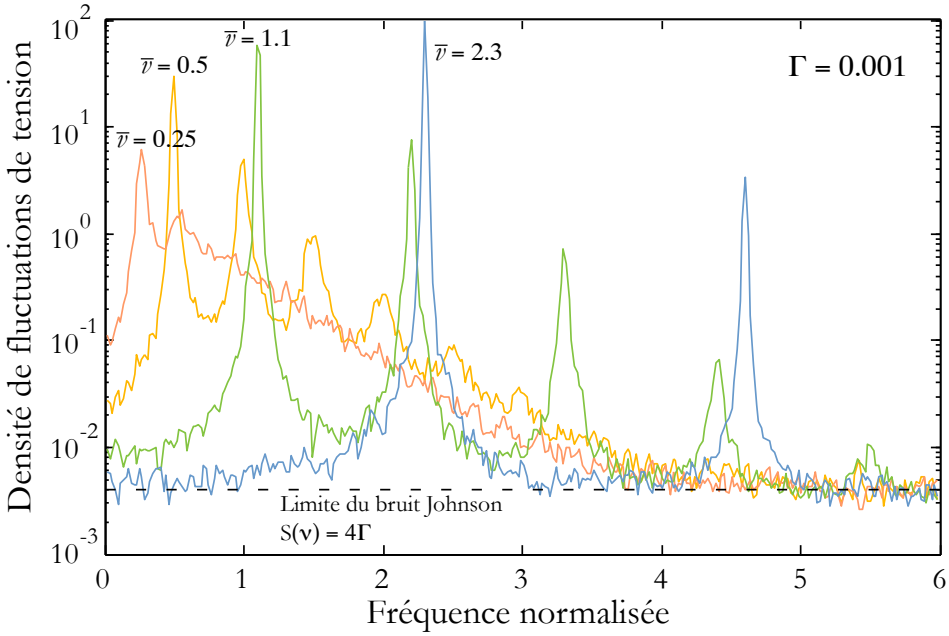


FIGURE 6.4 – Courbes de densité spectrale de fluctuations $S_v(\Omega)$ pour quatre valeurs du courant de polarisation. Les quatre courants de polarisation sont tels que $\overline{v}$ = 0,25 (rouge), 0,5 (orange), 1,1 (vert) et 2,3 (bleu). La température normalisée est Γ = 0,001. On a indiqué la limite du bruit thermique $S_v = 4\Gamma$ = 0,004 dans notre cas.

On peut à nouveau faire une série de remarques qualitatives sur ce graphique :

– l'amplitude des oscillations augmente avec le courant de polarisation et donc la fréquence.
– leur largeur de bande diminue.
– le comportement des harmoniques est similaire : en augmentant le courant de polarisation leur amplitude s'apprécie tandis que leur largeur de bande s'amenuise.
– à basse polarisation les harmoniques sont confondues et forment un large bloc de densité spectrale élevée à basse fréquence.
– le bruit à fréquence nulle $S_v(0)$, élevé à faible polarisation, diminue quand

on augmente celle-ci jusqu'à atteindre le plancher de bruit formé par le bruit Johnson.

À nouveau, on remarque un comportement d'ensemble du spectre, tendant vers plus de définition lorsque la fréquence d'oscillation Josephson augmente.

Nous allons essayer, dans la section qui suit, de donner des expressions analytiques pour les amplitudes et largeurs des oscillations Josephson afin d'en extraire les paramètres expérimentaux importants.

6.1.2.3 Les amplitudes et largeurs de bande des oscillations Josephson

Considérons l'équation RSJ 6.1 sans fluctuations ($\Gamma = i_f = 0$). Nous avons déjà vu au chapitre 1 que l'évolution de la phase était donnée par :

$$\phi(\tau) = 2\arctan\left[\sqrt{\frac{i-1}{i+1}}\tan\left(\sqrt{i^2-1}\frac{\tau}{2}\right)\right] - \frac{\pi}{2}$$

On peut en déduire une expression de la tension sous forme de série de Fourier :

$$v(\tau) = \overline{v} + \Im m\left[\sum_{k>0} v_k e^{jk\Omega\tau}\right]$$

où les amplitudes des harmoniques v_k sont données par la formule (Stewart, 1968; Aslamazov *et al.*, 1969) :

$$v_k = \frac{2\overline{v}}{(i+\overline{v})^k} \tag{6.6}$$

Le contenu des harmoniques croît donc lorsque la tension tend vers zéro ou, de façon similaire, lorsque le courant de polarisation tend vers le courant critique de la jonction, comme nous l'avons déjà noté. Cette expression nous donne une première estimation de l'amplitude des oscillations Josephson. Elle est valide à température nulle mais qualitativement correcte pour Γ petit comme nous le verrons par la suite.

Évaluer la largeur de bande des oscillations Josephson et de leurs harmoniques est plus subtil. Intuitivement, la présence de fluctuations thermiques va induire des fluctuations dans la tension aux bornes de la jonction et donc des fluctuations dans la fréquence Josephson des oscillations propres. On peut montrer qu'une oscillation sinusoïdale dans le domaine temporel à laquelle on ajoute des fluctuations de faible amplitude ayant une densité spectrale indépendante de la fréquence (un bruit large bande) se transforme en une lorentzienne dans le domaine fréquentiel (Stratonovich, 1963). Dans le cas des oscillations Josephson, on trouve alors une densité de fluctuations de tension de la forme :

$$S_v^k(\Omega) = v_k^2 \frac{k^2\delta}{(\Omega - k\Omega_J)^2 + (k^2\delta)^2} \tag{6.7}$$

pour la k-ième harmonique Josephson dans la jonction. Ω_J est la fréquence de l'oscillation propre, c'est-à-dire dans nos unités normalisées $\Omega_J = \overline{v}$. $k^2\delta$ est la

demi-largeur à mi-hauteur en unités de fréquence angulaire où δ est donnée par l'expression :

$$\delta = \frac{1}{4} S_v \left(\Omega = 0\right) \tag{6.8}$$

Ceci permet de faire une constatation importante : la largeur des oscillations est directement proportionnelle à la densité spectrale de fluctuations de tension à basse fréquence $S_v(0)$. Évaluer la largeur de bande des oscillations revient donc à évaluer la densité spectrale de puissance à basse fréquence. On notera que le bruit spectral à basse fréquence étant causé en partie par les queues des fonctions lorentziennes des oscillations Josephson, le calcul devra être autoconsistant.

Supposons que ces fluctuations soient uniquement dues au bruit thermique Johnson, en utilisant l'expression 6.5, on trouve :

$$\delta = \Gamma \quad \text{soit en unités non normalisées :} \quad \Delta = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{2e}{\hbar}\right)^2 k_B T R_N \quad \text{(Hz)}$$

Ce qui représente une largeur à mi-hauteur (FWHM) de 40 MHz/Ω/K considérée par ohm de résistance et par kelvin de température. Ceci constitue une oscillation de largeur de bande relativement importante même à basse température. C'est un inconvénient majeur des oscillateurs basés sur l'effet Josephson, aggravé encore par le fait que le bruit à fréquence nul est en réalité plus élevé que le bruit Johnson comme nous l'avons vu par exemple sur la figure 6.3.

On peut partir de l'équation 6.7 pour tenter d'ajuster les courbes extraites de nos simulations. La figure 6.5 présente la densité de fluctuations de tension simulée à $\overline{v} = 0{,}5$ et $\Gamma = 0{,}001$ ainsi qu'une courbe théorique formée de la somme des six premières harmoniques Josephson définies par l'équation 6.7 ainsi que d'un bruit Johnson $S_v(\Omega) = 4\Gamma$. La largeur de bande est tirée de l'équation 6.8 en considérant la valeur de $S_v(0)$ obtenue dans les simulations RSJ. L'encart indique deux autres ajustements pour des fréquences de l'oscillation Josephson plus élevées, $\overline{v} = 2$ et $\overline{v} = 4$. Dans ces cas, on peut prendre pour $S_v(0)$ le bruit thermique 4Γ car les oscillations sont plus hautes en fréquence et influent donc peu sur la densité de bruit à fréquence nulle. L'accord entre les simulations et la théorie donnée par 6.6-6.8 est donc très bon à condition que l'on utilise, aux faibles courants de polarisation, la valeur corrigée de $S_v(0)$ donnée par les simulations.

Pour référence, les valeurs des amplitudes et largeurs de bandes extraites des équations 6.6 et 6.8 sont données tableau 6.3.

On peut donc utiliser les simulations RSJ pour construire une courbe du bruit à basse fréquence $S_v(0)$, indiquée figure 6.6 (a), cette courbe nous donnant toute l'information dont nous avons besoin pour reproduire les spectres de puissance de façon analytique. Partant de cette courbe nous pouvons comparer les maxima des spectres de densité de fluctuations au niveau de l'oscillation Josephson. Ces maxima sont donnés par l'équation 6.7 comme $\mathrm{Max}(v) = v_k^2/\delta = 4v_k^2/S_v(0)$. Ces maxima sont directement la valeur des points sous la courbe en pointillés noirs figure 6.2. La figure 6.6 (b) compare cette équation aux valeurs extraites des simulations. À nouveau, l'accord est satisfaisant.

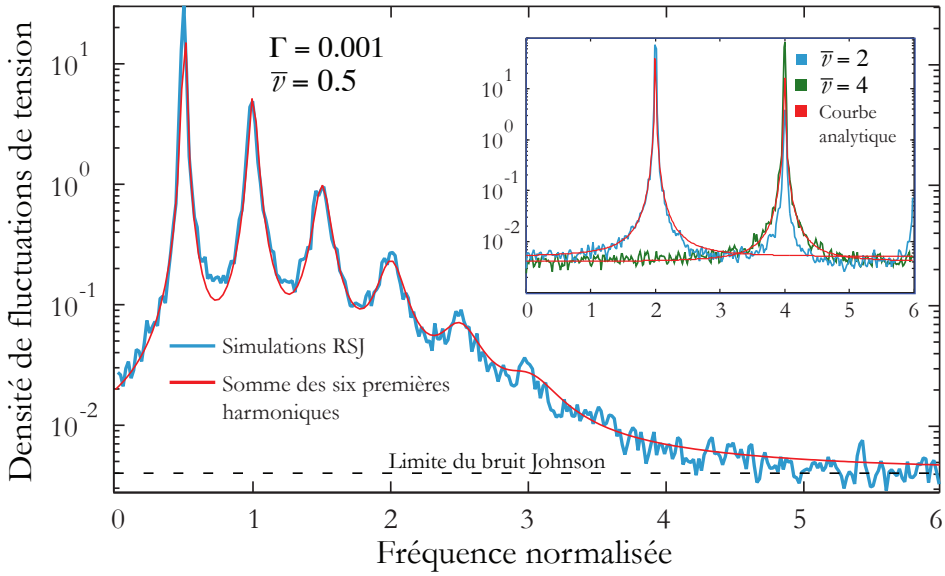


FIGURE 6.5 – Densité spectrale de fluctuations de tensions $S_v(\Omega)$ à $\overline{v} = 0{,}5$ et $\Gamma = 0{,}001$ (bleu) et courbe théorique (rouge) formée de la somme des six premières harmoniques Josephson ainsi que d'un terme de bruit Johnson. Les amplitudes et largeurs de bande des lorentziennes sont données par les équations 6.6 et 6.8 en utilisant la valeur de $S_v(0)$ donnée par les simulations. Encart : Deux autres comparaisons pour $\overline{v} = 2$ (bleu) et $\overline{v} = 4$ (vert). Les amplitudes et largeurs de bande des courbes théoriques sont directement extraites des équations 6.6 et 6.8 en considérant cette fois $S_v(0) = 4\Gamma$.

TABLE 6.3 – Modèle théorique de la densité de fluctuations de tensions présentée figure 6.5

		Harmoniques				
	Fond.	1	2	3	4	5
Fréquence	0,5	1	1,5	2	2,5	3
Amplitude[a]	0,3784	0,1457	0,0561	0,0216	0,0083	0,0032
Largeur de bande[b]	0,0065	0,0261	0,0586	0,1042	0,1629	0,2345

[a] v_k^2 donné par l'équation 6.6.
[b] δ_k donné par l'équation 6.8.

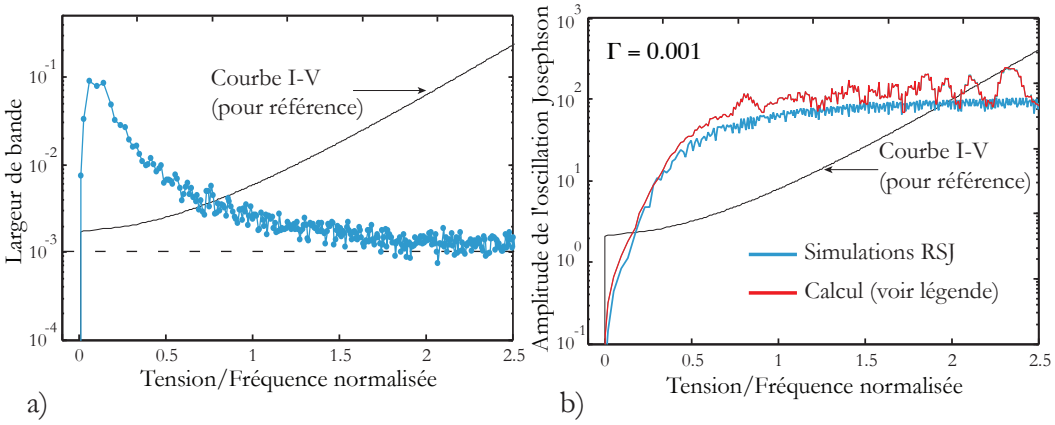


FIGURE 6.6 – a) Largeur de bande extraite des simulations RSJ comme $\delta = S_v(0)/4$. On a tracé la courbe I-V pour référence. b) Amplitude des oscillations Josephson en V^2/Hz extraite des simulations RSJ (bleu) et de l'expression $\mathrm{Max}(v) = v_k^2/\delta = 4v_k^2/S_v(0)$ (rouge). À nouveau, on a représenté la courbe I-V pour référence.

Ces considérations nous amènent à rechercher une expression analytique de la densité de bruit à fréquence nulle.

6.1.2.4 Expression analytique de la densité de bruit à fréquence nulle

Rappelons brièvement le principe du calcul : les jonctions étant polarisées en courant, on va injecter un bruit en courant connu : $S_i = 4\Gamma$ et chercher à calculer le bruit en tension S_v.Likharev et Semenov (1972) ont pu obtenir une expression complète du spectre des fluctuations de tension dans la jonction dans le cas de petites perturbations du courant, cas pour lequel il est possible de linéariser l'équation RSJ pour lui appliquer une transformation de Fourier. Ceci permet d'introduire les coefficients du mélange z_k que nous utiliserons souvent par la suite. Ce sont les coefficients qui relient la tension au courant (dans nos normalisations, $\Omega_J = \overline{v}$) :

$$v(\Omega) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} z_k(\Omega - k\Omega_J) i(\Omega - k\Omega_J)$$

Les $z_k(\Omega - k\Omega_J)$ comprennent les impédances (terme $k = 0$) et les coefficients de mélange (termes $k \neq 0$) de la jonction. Ils sont donnés par l'expression suivante :

$$z_k(\Omega) = \delta_{k,0} + \frac{ik}{\Omega(i+\overline{v})^{|k|}} - \frac{1}{2}\left[\frac{k-1}{(i+\overline{v})^{|k-1|}(\Omega+\Omega_J)} + \frac{k+1}{(i+\overline{v})^{|k+1|}(\Omega-\Omega_J)}\right] \quad (6.9)$$

Les carrés des fluctuations indépendantes étant sommables, on peut en déduire l'expression de la densité de fluctuations de tension :

$$S_v(\Omega) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |z_k(\Omega - k\overline{v})|^2 S_i(\Omega - k\overline{v})$$

L'expression obtenue est complexe, mais se simplifie lorsque l'on considère les fréquences petites devant la fréquence de l'oscillation dans la jonction, c'est-à-dire le cas $\Omega \ll \Omega_J$ qui nous intéresse ($S_v(\Omega \to 0)$), car nous pouvons en déduire la largeur des oscillations :

$$S_v(\Omega \ll \Omega_J) = r_d^2 \left[S_i(0) + \frac{1}{2i^2} S_i(\Omega_J) \right]$$

r_d est la résistance différentielle au point de polarisation. Dans le cas où l'équation de la courbe I-V s'écrit suivant la relation RSJ $\overline{v} = \sqrt{i^2 - 1}$ ($\Gamma \ll 1$), la résistance différentielle s'évalue simplement comme :

$$r_d = \frac{\partial \overline{v}}{\partial i} = \frac{\sqrt{\overline{v}^2 + 1}}{\overline{v}} = \frac{i}{\overline{v}}$$

En supposant à nouveau un bruit en courant dans la jonction issu d'un simple bruit Johnson donné par l'équation 6.5, on trouve l'expression :

$$S_v(0) = 4\Gamma r_d^2 \left(1 + 1/2i^2\right) \qquad \text{d'où} \qquad \delta = \Gamma r_d^2 (1 + 1/2i^2) \tag{6.10}$$

Il est intéressant de transformer cette expression en unités non normalisées, elle devient alors :

$$S_V(\nu) = R_d^2 \left[\frac{4k_B T}{R_N} + \frac{I_C^2}{2I^2} S_I(\omega_J) \right] = R_d^2 \left[1 + \frac{I_C^2}{2I^2} \right] \frac{4k_B T}{R_N}$$

Le bruit à basse fréquence est donc proportionnel à la résistance différentielle portée au carré, multipliée par le bruit thermique en courant. S'ajoute une contribution du bruit en courant à la fréquence de l'oscillation Josephson ramené à basse fréquence avec un facteur de mélange $I_C^2/2I^2$. On peut montrer que les phénomènes quantiques doivent être pris en compte si la jonction possède un produit $I_C R_N$ supérieur à quelques mV à nos températures de fonctionnement (Koch, Vanharligen, et Clarke, 1982). Nous ne prendrons donc pas en compte les corrections quantiques dans nos considérations. Pour conclure notre étude de la largeur des oscillations Josephson, précisons que celle-ci est fortement influencée par le circuit extérieur. En particulier, il est possible de fortement réduire cette largeur par deux moyens : inclure la jonction dans un résonateur de facteur de qualité important ou réaliser un réseau de jonctions Josephson synchronisées.

6.2 La jonction Josephson couplée à un faible signal haute fréquence : vidéodétection [1] et automélange

Ajoutons à présent un signal alternatif $i^s(\Omega_s)$ au courant reçu par notre jonction. Comme pour la polarisation, on remarquera que l'impédance de la jonction est la

1. Le terme « vidéodétection » est utilisé indifféremment avec « détection quadratique ». L'origine de cette identification provient du mode de fonctionnement des capteurs vidéo.

plupart du temps très petite devant l'impédance des sources hautes fréquences. On se contentera donc de considérer le cas d'une source de courant alternatif superposée à la polarisation continue de la jonction Josephson.

On peut développer les effets d'un petit signal sous forme de série de Taylor par rapport à $i^s(\Omega_s)$. On considérera donc d'abord les effets linéaires en $i^s(\Omega_s)$ puis les termes quadratiques.

La jonction développant toujours une oscillation Josephson de fréquence $\Omega_J = \overline{v}$ ainsi que ses harmoniques, nous étudierons donc principalement l'interaction de ces oscillations avec le signal $i_s(\Omega)$.

6.2.1 Les effets du premier ordre : mélangeur autopompé

Les coefficients de mélange que nous venons de présenter équation 6.9 permettent d'écrire l'équation reliant la tension au courant dans le domaine fréquentiel :

$$v(\Omega) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} z_k(\Omega - k\Omega_J) i(\Omega - k\Omega_J) \tag{6.11}$$

La réponse de la jonction va donc comporter toutes les combinaisons possibles de fréquences $\Omega + k\Omega_J$ issues du mélange entre le signal entrant et les oscillations Josephson. La jonction réalise donc une *conversion paramétrique* du signal entrant et possède en outre une propriété d'*autopompage* de par ses oscillations propres ; caractéristique absente des dispositifs paramétriques usuels.

6.2.1.1 Impédance haute fréquence de la jonction

Examinons de plus près les coefficients $z_k(\Omega)$ en commençant par le plus simple : l'impédance $z_0(\Omega)$. L'équation 6.9 nous donne l'expression suivante, réelle pour $\Omega \neq \Omega_J$ et tracée figure 6.7 :

$$z(\Omega) = z_0(\Omega) = 1 + frac12(i + \overline{v}) \left[\frac{1}{\Omega_J - \Omega} + \frac{1}{\Omega_J + \Omega} \right] \tag{6.12}$$

Cette expression appelle deux remarques :

- l'impédance de la jonction est négative à des fréquences Ω proches, mais inférieures à Ω_J. Cet effet est absent des systèmes paramétriques usuels. Il est lié au changement de signe de l'inductance Josephson L_J sur une partie de son cycle et est nommé *Régénération paramétrique non dégénérée à une seule fréquence* (« Single Frequency Nondegenerate Parametric Regeneration » ou SFNPR). On notera que c'est bien ici d'impédance haute fréquence dont il est question, la résistance différentielle r_d reste elle toujours positive.
- l'impédance de la jonction diverge pour $\Omega = \Omega_J$. Cette divergence correspond à une synchronisation (« phase-locking ») de l'oscillation Josephson avec le signal entrant.

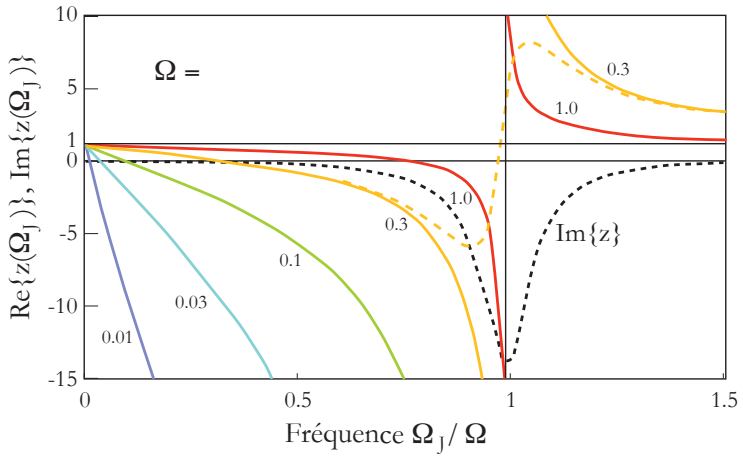


FIGURE 6.7 – Partie réelle et complexe de l'impédance en fonction du courant de polarisation (axe $\Omega_J = \vec{v}$ normalisé par la fréquence d'irradiation Ω) pour différentes fréquences d'irradiation correspondant à $\Omega = 0{,}01$ (bleu foncé), 0,03 (cyan), 0,1 (vert), 0,3 (orange) et 1,0 (rouge). La courbe en pointillés orange est la modification de la courbe pour $\Omega = 0{,}3$ en présence de fluctuations. La courbe en pointillés noirs est la partie imaginaire de l'impédance correspondante.

Les expressions des $z_k(\Omega)$ ne faisant pas intervenir Γ il faudra faire appel à l'équation de Fokker-Planck (Likharev et Semenov, 1972; Likharev et Ulrich, 1978) pour inclure l'effet des fluctuations (nous omettons les moyennes sur les réalisations pour plus de concision). On obtient dans le cas $|\Omega - \Omega_J| \ll \Omega_J$:

$$z(\Omega) = 1 - \frac{1}{2(i+\overline{v})} \frac{(\Omega - \Omega_J) - j\delta}{(\Omega - \Omega_J)^2 + \delta^2}$$

La divergence de la partie réelle de l'impédance a disparu et les singularités se sont trouvées ramenées à plus faible mesure. (courbe pointillée orange (partie réelle) et noire (partie imaginaire) sur la figure 6.7).

6.2.1.2 Facteurs de conversion dans la jonction : le modèle à trois accès

Examinons à présent les facteurs de conversion z_k pour $k \neq 0$.

Nous allons noter $\Omega_d = |\Omega_s - \Omega_J|$ la différence de fréquence entre l'oscillation Josephson et le signal i_s. La question se pose de savoir combien de termes z_k il va falloir considérer pour comprendre les mécanismes à l'œuvre. Pour préciser cela, nous allons faire un détour en présentant la théorie des matrices à trois accès (« Three-Port Model » dans la langue de Shakespeare) qui est une méthode courante d'étude des problèmes de mélange (Torrey et Whitmer, 1948; Taur, 1980; Schoelkopf, 1995) et qui nous permettra d'extraire les paramètres pertinents de notre jonction. L'idée de base de cette analyse est de considérer une matrice décrivant la réponse *linéaire* du système à un petit signal. Cette matrice est obtenue en résolvant le problème *non linéaire* de l'interaction du mélangeur avec le signal de pompe. Dans notre cas, c'est

ce que nous avons effectué dans la section précédente en considérant l'interaction de la jonction Josephson avec sa propre oscillation. Une fois cette étape réalisée, le problème se ramène à un réseau linéaire dont les différents accès correspondent aux différentes fréquences d'intérêt. La matrice reliant les signaux présents à un accès aux signaux présents à un autre accès est appelée *matrice de conversion*. Elle contient les informations décrivant la manière dont les fréquences sont converties l'une en l'autre par le processus non linéaire à l'œuvre dans le mélangeur. L'autre matrice utile est la *matrice de corrélation du bruit*. Celle-ci décrit les densités spectrales de bruit à chacun des accès et leurs corrélations respectives. Une fois les matrices de conversion et de corrélation de bruit déterminées, l'analyse du mélangeur se conduit à l'aide d'une simple théorie linéaire et permet d'obtenir l'efficacité de conversion et la température de bruit en fonction des impédances du circuit externe et des caractéristiques du mélangeur.

Dans l'absolu, nous devrions tenir compte d'un nombre considérable d'accès, correspondant à chacune des fréquences présente dans l'expression 6.9. Traditionnellement, on se contente néanmoins des termes de plus bas ordre, les harmoniques disparaissant souvent par le fait de couplages capacitifs parasites ou d'autres aspects expérimentaux. On considère donc une matrice à trois accès, formée de deux accès haute fréquence et un accès basse fréquence. Celle-ci décrit un mélangeur dit bi-bande (« Double-sideband mixer ») sensible aux fréquences situées de part et d'autre de celle de l'oscillateur local que l'on appellera aussi indifféremment « pompe » (figure 6.8) et qui est, dans le cas particulier du mélangeur Josephson auto-pompé, la fréquence de l'oscillation Josephson.

Dans notre cas, ces trois accès correspondent à *la fréquence supérieure*, la *différence des fréquences* et *la fréquence inférieure* : ($\Omega_J+\Omega_d$, Ω_d, $\Omega_J-\Omega_d$) abrégées en (S, D, I). On remarque que la première et la troisième fréquence sont élevées alors que la fréquence du milieu est basse. Dans cette notation, on peut écrire les équations formelles :

$$\tilde{V} = \tilde{\tilde{Z}}\tilde{I} \quad \text{soit} \quad \begin{pmatrix} V_S \\ V_D \\ V_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{SS} & Z_{SD} & Z_{SI} \\ Z_{DS} & Z_{DD} & Z_{DI} \\ Z_{IS} & Z_{ID} & Z_{II} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_S \\ I_D \\ I_I \end{pmatrix} \tag{6.13}$$

En utilisant les expressions 6.9 des termes de mélanges à faibles fluctuations, on peut expliciter la matrice $\tilde{\tilde{Z}}$ dans le cas $\Omega_d \ll \Omega, \Omega_J$ (Vystavkin, Gubankov, Kuzmin, Likharev, Migulin, et Semenov, 1974) :

$$\tilde{\tilde{Z}} = \begin{pmatrix} 1-(2\Omega_d(i+v))^{-1} & i(2\Omega_d(i+v))^{-1} & -(2\Omega_d(i+v))^{-1} \\ -1/2v & i/v & -1/2v \\ (2\Omega_d(i+v))^{-1} & -i(2\Omega_d(i+v))^{-1} & 1+(2\Omega_d(i+v))^{-1} \end{pmatrix} \tag{6.14}$$

Un circuit linéaire est décrit par une matrice diagonale et ne peut donc pas faire de conversion de fréquence. Un circuit symétrique par rapport à la diagonale est dit réciproque et est alors stable par retournement temporel. Les jonctions Josephson ne sont ni linéaires ni réciproques comme nous pouvons le voir. Les coefficients de

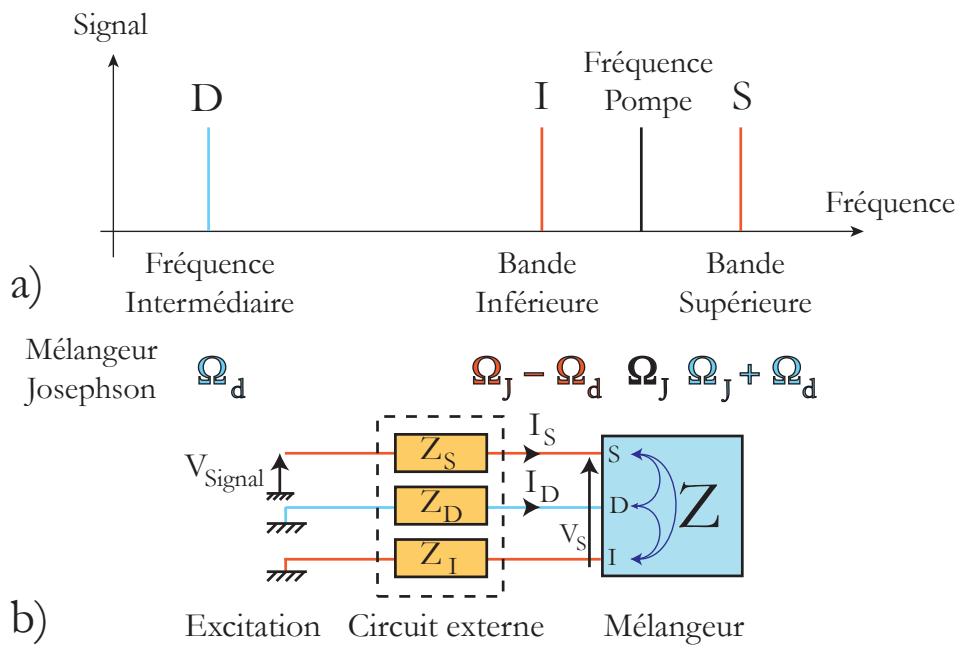


FIGURE 6.8 – Le modèle des matrices à trois accès. (a) Fréquences d'intérêt dans le cas général et l'application aux mélangeurs Josephson autopompés. (b) Représentation matricielle.

conversion vers le bas et vers le haut ne sont donc pas identiques ($Z_{DS} \neq Z_{SD}$). On note cependant des symétries dans la matrice qui sont dues à la limite $\Omega_d \ll \Omega, \Omega_J$ dans laquelle nous nous sommes placés. Une fois cette matrice déterminée, l'analyse linéaire va consister à connecter au mélangeur un circuit externe décrit par ses impédances aux trois fréquences Z_S, Z_I et Z_D puis ajouter en série un générateur de tension d'amplitude V_{Signal} à l'accès supérieur. La somme des tensions s'écrit formellement $\tilde{V} + \tilde{\tilde{Z}}_{ext}\tilde{I} = \tilde{V}_{Signal}$ où $\tilde{V}$ comprends le terme non-linéaire du mélangeur et est donné par l'expression 6.13. Nous pouvons réécrire ceci en notation matricielle comme :

$$\begin{pmatrix} V_S \\ V_D \\ V_I \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Z_S & 0 & 0 \\ 0 & Z_D & 0 \\ 0 & 0 & Z_I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_S \\ I_D \\ I_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{Signal} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Cette expression est représentée schématiquement sur la figure 6.8 (b). On peut ensuite inverser la matrice de conversion globale pour trouver le courant : $\tilde{I} = (\tilde{\tilde{Z}}_{ext} + \tilde{\tilde{Z}})^{-1}.\tilde{V}_{Signal} = \tilde{\tilde{Y}}\tilde{V}_{Signal}$ où $\tilde{\tilde{Y}}$ est la matrice totale des admittances. Les puissances haute fréquence en entrée, P_S, et dans la charge de sortie à la fréquence intermédiaire, P_D, sont données par

$$P_S = \frac{|V_{Signal}|^2}{8\Re e(Z_S)} \qquad \text{et} \qquad P_D = \frac{|I_D|^2\Re e(Z_D)}{2} = \frac{1}{2}|Y_{DS}V_{Signal}|^2\Re e(Z_D)$$

où Y_{DS} est l'élément de la matrice $\tilde{\tilde{Y}}$ indexée comme en 6.13.

Le rapport de ces deux grandeurs nous donne l'efficacité de conversion du mélangeur (Schoelkopf, 1995) :

$$\eta_C = 4\Re e(Z_D)\Re e(Z_S)|Y_{DS}|^2 \tag{6.15}$$

6.2.1.3 Le bruit dans le mélangeur : température de bruit, facteur Y et matrice de corrélations

Pour évaluer le bruit dans le mélangeur, nous allons définir la matrice de corrélations de bruit $\tilde{\tilde{S}}$:

$$\tilde{\tilde{S}} = \begin{pmatrix} S_{SS} & S_{SD} & S_{SI} \\ S_{DS} & S_{DD} & S_{DI} \\ S_{IS} & S_{ID} & S_{II} \end{pmatrix} = \widetilde{\delta V}.^T\widetilde{\delta V}^*/B$$

où B est la bande de fréquence sur laquelle on considère les fluctuations de tension. Sur la diagonale de $\tilde{\tilde{S}}$ on retrouve la densité spectrale de fluctuations de tension étudiée à la section 6.1.2 prise aux fréquences S, D et I. Les termes extradiagonaux représentent les corrélations entre les bruits à ces différentes fréquences qui sont introduites par la non-linéarité du mélangeur. Le courant dû à ces fluctuations de tension est exprimé simplement comme $\tilde{\delta I} = \tilde{\tilde{Y}}.\widetilde{\delta V}$. Et l'amplitude moyenne carrée du bruit de courant au port de sortie D sera donc écrite comme :

$$|\widetilde{\delta I}_D|^2 = \widetilde{Y_D}.\tilde{\tilde{S}}.^T\widetilde{Y_D}^*$$

où $\widetilde{Y_D}$ est le vecteur ligne correspondant à l'admittance de sortie sur le port D, $\widetilde{Y_D} = (Y_{DS}, Y_{DD}, Y_{DI})$.

La température de bruit est définie par la méthode du facteur Y (« Y-factor noise measurement technique »), aussi appelé méthode « hot-cold », présentée à la figure 6.9.

Dans la limite de Raleigh-jeans où les fluctuations de point zéro sont négligeables, on peut donner deux interprétations physiques équivalentes de cette température comme :

- la température de bruit d'une résistance qui, placée à l'entrée d'un récepteur idéal sans bruit mais par ailleurs identique au récepteur réel (en rouge figure 6.9), donnerai la même densité de puissance de sortie que celle du récepteur réel connecté à une source à température nulle.
- la température de bruit d'une résistance qui, connectée à l'entrée du récepteur réel, doublerai exactement la puissance de sortie de ce récepteur connecté à une source de température nulle.

On peut voir grâce aux triangles de la figure 6.9 que ces deux définitions sont équivalentes. Pour toute précision sur les notions de température de bruit à simple ou à double bande et la méthode du facteur Y, on lira avec intérêt les mémos de référence de A. Kerr (Kerr, Feldman, et Pan; Kerr, 1997, 1998).

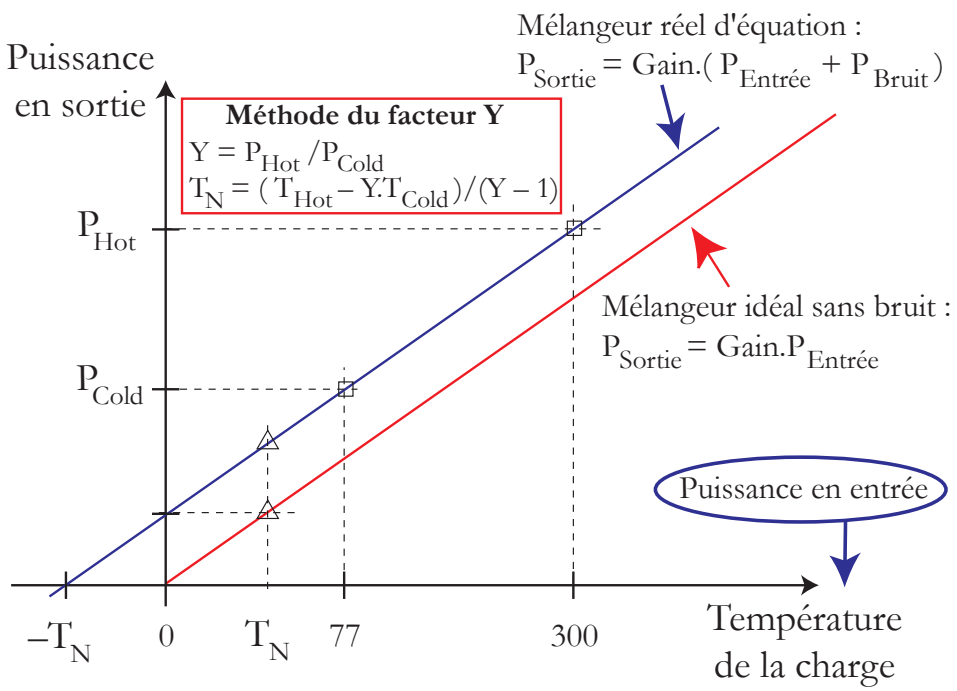


FIGURE 6.9 – La température de bruit T_N et la méthode du facteur Y.

On notera, pour la suite de nos réflexions, que cette température ou puissance de bruit est toujours ramenée en entrée, c'est à dire que l'on note :

$$P_{\text{Sortie}} = \text{Gain} \times (P_{\text{Entrée}} + P_{\text{Bruit}}) \quad \text{et non} \quad P_{\text{Sortie}} = \text{Gain} \times P_{\text{Entrée}} + P_{\text{Bruit}}$$

On doit donc, dans notre cas, ramener à l'entrée du mélangeur la puissance $\frac{1}{2}\Re e(Z_D)|\widetilde{\delta I}_D|^2$ qui est la puissance de bruit en sortie extraite de la matrice de corrélation de bruit ci-dessus. Ceci se fait en la divisant par l'efficacité de conversion que nous avons calculée plus haut et on trouve :

$$T_N = \frac{\Re e(Z_D)}{k_B B}\frac{|\tilde{\delta I}_D|^2}{\eta_C} = \frac{\widetilde{Y_D}.\widetilde{\tilde{S}}.^T\widetilde{Y_D}^*}{4k_B B|Y_{DS}|^2\Re e(Z_S)}$$

où l'on remarque que l'impédance de la charge Z_D s'est simplifiée. En effet, une désadaptation d'impédance au port de sortie D affectera de la même façon le signal et le bruit, conservant donc le rapport signal sur bruit, c'est-à-dire la température de bruit du mélangeur. On notera cependant que dans un système réel, une telle désadaptation réduit l'efficacité de conversion et accroît par là même la contribution au bruit provenant de l'amplificateur situé après le mélangeur dans la chaîne de mesure, ce qui diminue les performances du système.

6.2.1.4 Évaluations des performances d'un mélangeur Josephson autopompé

Disposant maintenant des outils adéquats pour étudier les propriétés d'un mélangeur Josephson autopompé, nous pouvons utiliser la matrice de conversion 6.14 et écrire la matrice de corrélation du bruit à l'aide de l'expression 6.7. L'adaptation d'impédance du circuit extérieur à basse fréquence est aisément identifiable sur la matrice 6.14 comme $Z_D = R_d$ où R_d est toujours la résistance différentielle au point de polarisation. Concernant les hautes fréquences, on note la divergence artificielle de l'impédance autour de la fréquence Josephson dont nous avons déjà parlé. Cette divergence est éliminée pour des fluctuations thermiques non nulles. Cependant, nous pouvons aussi, ce qui correspond à la réalité expérimentale, nous placer dans un régime *large bande*, c'est-à-dire dans lequel la bande passante du circuit micro-onde connecté à la jonction, aux fréquences S et I, notée B_{HF} est grande devant l'écart entre les fréquences S et I, et devant la largeur des oscillations Josephson c.-à-d. $B_{HF} \gg \Omega_d, \delta$. Dans ce cas, les impédances S et I se trouvent connectées à la même impédance pour le circuit que l'on prendra donc égal à leur moyenne : $Z_S = Z_I \approx R_N$. Dans ces conditions d'adaptation idéale, on trouve le facteur de conversion du mélangeur (Vystavkin *et al.*, 1974) :

$$\eta_C = \frac{1}{4\Omega^2} \quad \text{soit, en unités non normalisées} \quad \eta_C = \left(\frac{\omega_C}{2\omega}\right)^2$$

et la température de bruit, dans le cas où les oscillations Josephson ont une faible largeur de bande, $\delta \ll \Omega_D$ (Likharev, 1996) :

$$T_N = T \times \begin{cases} 1, & \text{pour } \omega \lesssim \omega_C/3 \\ 8(\omega/\omega_C)^2, & \text{pour } \omega \gtrsim \omega_C \end{cases} \tag{6.16}$$

où T est la température. La température de bruit d'un tel mélangeur peut être fort basse, on notera cependant que ceci nécessite d'obtenir des oscillations Josephson de faible largeur de bande. L'étude que nous avons conduite dans la section précédente nous permet de conclure qu'il faut, pour ceci, une résistance normale de la jonction aussi faible que possible. Hélas, cette nécessité est en contradiction avec le besoin d'accorder l'impédance de la jonction avec celle du circuit micro-onde qui la suit, typiquement à 50 ohms. Une résolution possible de cette contradiction consisterait en l'emploi de réseaux de jonctions Josephson. Une autre possibilité est l'utilisation d'un circuit d'adaptation qui aura par contre l'inconvénient de réduire la bande passante.

6.2.2 Les effets du second ordre : vidéodétection et transformée de Hilbert

Intéressons-nons maintenant aux effets du second ordre dans la jonction, c'est-à-dire proportionnels à i_s^2. D'après la théorie linéaire que nous venons de développer, résumée dans l'équation 6.11, la réponse de la jonction au signal haute fréquence ne contient pas de composantes continues pour $\Omega \neq \Omega_J$. Ainsi, dans une approximation

au premier ordre, un signal micro-onde de faible amplitude ne devrait pas changer la forme de la courbe I-V. Pour trouver la réponse continue $\Delta\overline{v}$ ou Δi à un signal i_s, nous allons donc devoir considérer les effets quadratiques et calculer la réponse $\rho_i = \Delta i / i_s^2$.

6.2.2.1 Réponse à une radiation monochromatique

En incluant les séries de Taylor de ϕ et i dans l'équation RSJ, Likharev (1996) a obtenu l'expression donnant la réponse continue de la jonction à un signal de fréquence Ω en l'absence de fluctuations :

$$\rho_i = \frac{1}{4i(\Omega_J^2 - \Omega^2)}$$

On peut en déduire la réponse en tension $\rho_v = \Delta\overline{v}/i_s^2$ en multipliant cette expression par $-r_d$.

$$\rho_v = \frac{1}{4\Omega_J(\Omega^2 - \Omega_J^2)}$$

On remarque la divergence pour $\Omega = \Omega_J$ qui rappelle le comportement de l'impédance de la jonction. Cette résonance est liée à la formation future d'une marche de Shapiro pour des signaux plus intenses. De la même façon que nous l'avons fait pour l'impédance de la jonction, l'ajout de fluctuations, même faibles, va adoucir ce comportement et supprimer la divergence. Si l'on pose à nouveau $\Omega_d = |\Omega - \Omega_J|$, on peut écrire pour $\Omega_d, \delta \ll \Omega$:

$$\rho_v = \frac{\Omega_d}{8\Omega_J^2(\Omega_d^2 + \delta^2)} \tag{6.17}$$

Cette réponse continue pour $\Omega = \Omega_J$ forme le début de ce que l'on va appeler *la marche de Shapiro* (à ce niveau de petits signaux, la marche n'est pas encore visible dans la courbe I-V). On remarque qu'elle est proportionnelle à i_s^2 pour de petits signaux.

6.2.2.2 Vidéodétection

Imaginons utiliser cette réponse quadratique pour $\Omega = \Omega_J$ pour réaliser un détecteur quadratique résolu en fréquence.

Considérons un signal $i_s(\Omega) = i_s \cos(\Omega t)$ reçu par la jonction. Le signal effectif à l'intérieur de la jonction en tenant compte du couplage avec l'extérieur et des effets non linéaires dans celle-ci peut être déterminé à l'aide de la matrice à trois accès de conversion 6.14. Le signal entre sur l'accès S dans la matrice $\tilde{\tilde{Z}} + \tilde{\tilde{Z}}_{ext}$ et, après simplification de l'expression, sachant que seules les hautes fréquences nous intéressent (Vystavkin *et al.*, 1974), on trouve :

$$i_s^{jonction} = \frac{i_s}{1 + \Re e(z_S)} \cos(\Omega t) + \frac{i_s}{(i+v)\Omega_d(1 + \Re e(z_S))^2} \cos(\Omega_J t)\cos(\Omega_d t)$$

En remplaçant cette expression dans la réponse quadratique 6.17 nous trouvons :

$$\Delta\overline{v} = \frac{|i_s|^2\Omega_d}{8\Omega^2(\Omega_d^2+\delta^2)(\Re e(z_S)+1)^2}$$

La puissance du signal entrant est donnée par $P_S = |I_S|^2/8\Re e(Z_S)$. Dans les conditions de couplage optimal $Z_S = R_N$ et $\Omega_d = \pm\delta$, la réponse du détecteur $\eta = \Delta\overline{v}/P_S$ en unités non normalisées (V/W) s'écrira alors :

$$\eta = \frac{\Re e(Z_S)R_N}{(\Re e(Z_S)+R_N)^2}\frac{\omega-\omega_J}{(\omega-\omega_J)^2+\Delta^2}\left(\frac{\omega_C}{\omega}\right)^2\frac{2eR_N}{\hbar}$$

Le premier terme de cette expression est le facteur de couplage de l'impédance externe qui est optimisée pour $\Re e(Z_S) = R_N$. Le second terme nous donne la variation de la réponse du détecteur en fonction de la fréquence du signal entrant ω. On observe que celle-ci forme une fonction résonnante autour de la fréquence Josephson avec une largeur de bande égale à δ ; c'est pourquoi on appelle cette méthode de détection *détection quadratique autoajustée*. Elle permet de faire une détection directe résolue en fréquence.

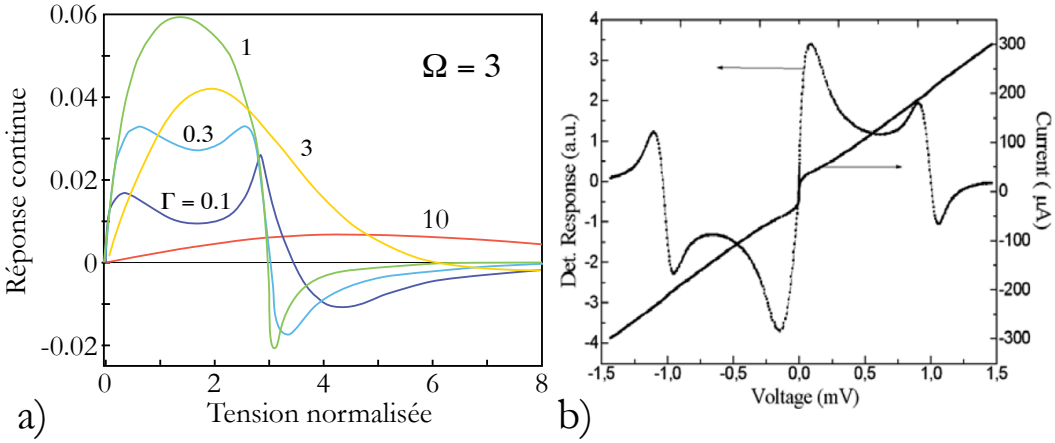


FIGURE 6.10 – (a) Réponse continue η d'une jonction à un signal micro-onde en fonction de la température (Likharev, 1996). (b) Réponse expérimentale à un signal de 500 GHz (Ovsyannikov *et al.*, 2005).

La réponse du détecteur est optimisée pour $\omega - \omega_J = \pm\Delta$ comme on peut le voir sur la figure 6.10. Dans ce cas, la puissance équivalente au bruit minimal est :

$$\mathrm{NEP}_{min} = \sqrt{S_V(0)}/\eta\sqrt{(2\Delta\nu/\Delta f)} = k_B T_N\sqrt{2\Delta}$$

où T_N est une température effective du dispositif qui s'avère être relativement faible, elle est exprimée par 6.16 avec un préfacteur $2\sqrt{\pi}$. La bande passante effective est alors 2Δ.

L'intérêt du détecteur sélectif réside dans sa résolution spectrale. Pour la même raison que le mélangeur autopompé ne pouvait fonctionner que dans le cas où

$\delta \ll 1$, on cherchera à avoir une oscillation Josephson aussi piquée que possible, cette contrainte étant difficilement compatible avec un bon accord des impédances micro-ondes comme nous l'avons déjà mentionné.

Une autre possibilité consiste à utiliser le détecteur vidéo en régime large bande. Dans ce cas là, on cherche justement à obtenir une oscillation Josephson extrêmement large, l'embryon de marche de Shapiro étant complètement effacé par les fluctuations comme indiqué figure 6.10 (a). La sensibilité d'un tel détecteur, de type bolométrique peut être caractérisée par la grandeur usuelle NETD. On trouve NETD $= 2{,}2 \times T_e\sqrt{2\pi/\omega_C}$ où T_e est la température du corps que l'on est en train d'observer (Likharev, 1996). La forte dépendance de cette réponse avec la température du corps observé est un inconvénient majeur de ce type de détection.

6.2.2.3 Réponse à un spectre étendu : la transformée de Hilbert

Lorsque le signal incident sur la jonction est polychromatique, celle-ci se comporte d'une façon intéressante. Reprenons l'expression de la réponse autour de l'embryon de marche de Shapiro 6.17 que l'on exprime cette fois en courant : $\rho_i = -\rho_v/r_d$:

$$\rho_i(\overline{v}, \Omega) = \frac{-1}{8i\overline{v}} \frac{\Omega - \overline{v}}{(\Omega - \overline{v})^2 + \delta^2}$$

Si l'on intègre cette expression sur le spectre entrant pour obtenir la forme de la variation de courant continu, on obtient l'expression :

$$\Delta i(\overline{v}) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_i(\Omega)\rho_i(\overline{v}, \Omega)d\Omega = \frac{-1}{8i\overline{v}} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} S_i(\Omega)\frac{\Omega - \overline{v}}{(\Omega - \overline{v})^2 + \delta^2}d\Omega\right] \tag{6.18}$$

Le membre de droite de notre expression tend vers la *transformée de Hilbert* du signal incident dans la limite $\delta \to 0$ (Divin, Polyanskii, et Shul'man, 1980). On rappelle que la transformée de Hilbert $\hat{s}(t) = \mathcal{H}(s)$ d'un signal est définie comme sa convolution par la fonction $1/\pi t$, soit :

$$\widehat{s}(t) = \frac{1}{\pi}\fint_{-\infty}^{\infty} \frac{s(\tau)}{t - \tau}\, d\tau$$

où $\fint$ est la partie principale de Cauchy qui permet de définir la transformation dans le cas de certaines intégrales impropres. La transformée de Hilbert possède la propriété d'être aisément inversée : $s(t) = -\mathcal{H}\{\hat{s}\}(t)$. Corrigeons donc les préfacteurs de l'expression 6.18 en considérant la fonction :

$$g(\overline{v}) = \frac{8}{\pi} i\overline{v}\Delta i(\overline{v})$$

et appliquons une transformation de Hilbert inverse à cette fonction

$$\hat{S}(\Omega) = \mathcal{H}\{g\} = \frac{1}{\pi}\fint_{-\infty}^{+\infty} \frac{g(\overline{v})}{\overline{v} - \Omega}d\overline{v}$$

Après échange des intégrales et sachant que $\mathcal{H}\{t/(t^2+1)\} = 1/(t^2+1)$ nous obtenons une estimation du spectre comme

$$\hat{S}(\Omega) = \frac{1}{\pi}\fint_{-\infty}^{+\infty} S_i(\Omega')\frac{\delta}{(\Omega'-\Omega)^2+\delta^2}d\Omega'$$

On reconnaît dans cette dernière expression la convolution du spectre du signal avec une lorentzienne qui n'est autre que le spectre d'une oscillation Josephson que nous avions trouvé en 6.7. Si le spectre S_i que nous observons varie lentement sur un intervalle de largeur δ on peut remplacer cette distribution par $\pi\delta(\Omega-\Omega')$ et la fonction $\hat{S}$ devient alors égale au spectre recherché. Dans le cas inverse, si l'on mesure un signal de largeur spectrale très petite devant la largeur de bande des oscillations Josephson, on mesure alors le spectre de l'oscillation Josephson. On peut mettre en évidence cet effet par l'écriture (Kosarev, Shul'man, Tarasov, et Lindstroem, 2003)

$$\hat{S}(\Omega) = \frac{1}{\pi}\fint_{\infty}^{+\infty} S_i(\Omega')J(\Omega'-\Omega,\overline{v})d\Omega'$$

où $J(\Omega,\overline{v})$ est le spectre en Ω de l'oscillation Josephson de fréquence $\Omega_J = \overline{v}$. Si l'on se rappelle notre étude des propriétés des oscillations Josephson, on pourrait faire la remarque que la largeur de bande δ de ces oscillations varie avec la tension $\overline{v}$ ou de façon similaire avec le courant de polarisation du fait de la variation de la résistance différentielle (voir la figure 6.4 et l'équation 6.10). Dans le cas où cet effet est important, l'utilisation de la transformée de Hilbert est discutable (Kosarev *et al.*, 2003).

6.3 La jonction Josephson couplée à deux signaux : fonctionnement en mélangeur

6.3.1 L'apparition d'une marche de Shapiro

Avant d'étudier le couplage à deux signaux de fréquences différentes, nous allons commencer par étendre l'analyse de la section précédente au cas où le signal reçu devient plus intense. Nous avions noté toute une série d'indices montrant une résonance de la jonction à la fréquence Josephson. Lorsque le signal incident devient important, l'oscillation Josephson va finir par se synchroniser avec le signal reçu dans une certaine plage de courant de polarisation. D'après l'équation Josephson AC, cela signifie que la tension aux bornes de la jonction sera constante sur cette plage. Il y a apparition d'une marche de courant, indiquée figure 6.11, appelée *marche de Shapiro* à la valeur $\overline{v} = \Omega_s$ soit, en unités non normalisées :

$$\overline{V_s} = \frac{\hbar}{2e}\omega$$

Cherchons à présent à évaluer l'amplitude de cette marche i_m définie telle que la plage de courant à tension constante s'étende de $-i_\mathrm{m}$ à $+i_\mathrm{m}$. En moyennant les

séries de Taylor des tensions et courants aux bornes de la jonction sur une durée $\Delta\tau$ intermédiaire telle que $\Omega^{-1}, \Omega_J^{-1} \ll \Delta\tau \ll |\Omega - \Omega_J|^{-1}, \delta$ on peut obtenir une équation RSJ par la méthode de la phase lentement variable (« Slowly Varying Phase » ou SVP) donnée par Likharev (1996).

La conclusion de cette méthode est que l'on retrouve une courbe de type RSJ mais centrée cette fois sur la marche de Shapiro. Plus précisément, on peut faire les identifications suivantes :

- $I'_C = I_C I_s / 2I_{marche}$ pour le nouveau courant critique
- $R'_N = R_d$ pour la nouvelle résistance normale
- $\omega'_C = (2e/\hbar) I'_C R'_N$ pour la nouvelle fréquence caractéristique
- $\Gamma' = \Delta/\omega'_C$ pour la nouvelle température normalisée
- l'origine du courant I' et de la tension V' sera prise au centre de la marche

Dans notre normalisation, on remarque que le nouveau paramètre de température s'écrit (en supposant $\delta = \Gamma$) :

$$\Gamma' = \Gamma \frac{2i}{i_s} r_d \gg \Gamma$$

Les marches de Shapiro disparaissent donc pour des fluctuations beaucoup plus faibles que la courbe I-V totale. La nouvelle valeur du courant critique étant proportionnelle au signal reçu, la réponse continue du système est donc maintenant linéaire et non plus quadratique comme pour les petits signaux de la section précédente.

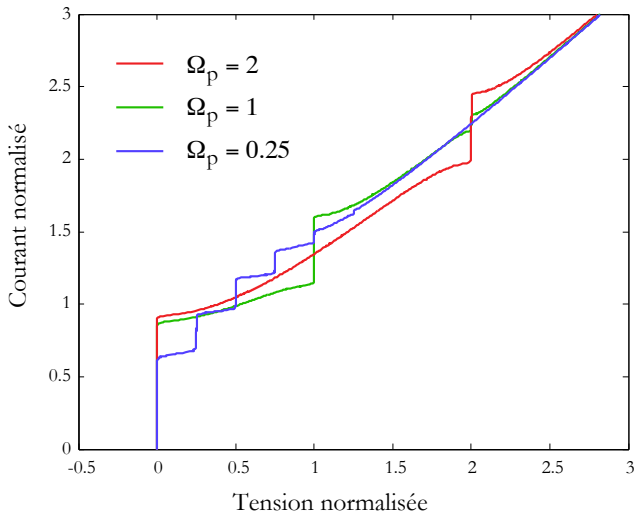


FIGURE 6.11 – Les marches de Shapiro à différentes fréquences de pompe.

6.3.2 La multiplication des marches de Shapiro

Lorsque le signal continue à augmenter plusieurs marches de Shapiro se dessinent progressivement aux tensions multiples de V_s, lorsque

$$V_n = nV_s = n\frac{\hbar}{2e}\omega$$

Les hauteurs $2i_n$ de ces marches peuvent être évaluées dans quelques cas limites. Le plus simple est le cas dit haute fréquence (Likharev, 1996), dans lequel $\omega, \omega_J \gg \omega_C$, ce qui signifie que le signal incident est de fréquence élevée devant la fréquence caractéristique et que la jonction est polarisée dans la partie quasi ohmique de sa courbe I-V.

Dans ce cas de figure, si l'on se rappelle les oscillations temporelles du courant données figure 6.1 (b), la composante oscillante due au supercourant dans la jonction est petite comparée au courant total, principalement donné par sa composante dissipative. On peut alors linéariser les équations RSJ par rapport au courant oscillant, c'est-à-dire séparer les contributions du supercourant et du courant normal.

Notons ϕ_s l'amplitude de l'oscillation de phase créée par le signal incident. On peut réécrire la phase dans la jonction comme :

$$\begin{aligned} &\phi(t) = \Theta(t) + \phi_s \sin(\Omega t) \\ &\Theta(t) \text{ est la phase liée à l'oscillation Josephson } \dot{\Theta} = \Omega_J = \overline{v} \end{aligned} \tag{6.19}$$

L'équation Josephson AC nous donnant en notation fréquentielle $\Omega\phi_s = v_s = z(\Omega)i_s$ on peut relier ϕ_s au signal incident : $\phi_s = z(\Omega)i_s/\Omega$. En utilisant l'expression de la phase 6.19 dans l'équation Josephson DC, on obtient l'expression du supercourant :

$$i_{supra} = \sin\left[\Theta(t) + \phi_s \sin(\Omega t)\right] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_k(\phi_s) \sin\left[(\Omega_J + k\Omega)t\right] \tag{6.20}$$

où les $J_k(x)$ sont les fonctions de Bessel du premier ordre dont nous avons utilisé une identité bien connue en théorie du signal. La valeur moyenne du supercourant est donc nulle partout sauf pour $\Omega_J + k\Omega = 0$, c'est-à-dire au niveau des tensions V_n. Les hauteurs des marches de Shapiro sont alors les amplitudes des supercourants aux différentes fréquences $k\Omega$, on trouve :

$$i_n = |J_{-n}(\phi_s)| = |J_n(\phi_s)|$$

Les propriétés des fonctions de Bessel, dont les premières sont indiquées sur la figure 6.12, font que l'amplitude de la nième marche de Shapiro va croître comme ϕ_s^n jusqu'à atteindre son amplitude maximale pour $\phi_s \approx n+1$, amplitude valant alors approximativement $i_n \approx 0.065(n+1)^{-1/3}$ puis décroîtra lentement comme $\phi_s^{-1/2}$ tout en oscillant avec une période d'environ 2π.

Dans le cas où l'évolution du supercourant n'est plus quasi sinusoïdale, c'est à dire où l'approximation de haute fréquence n'est plus valide, la détermination analytique des marches de Shapiro n'est plus possible et l'on en est réduit aux simulations numériques. On retrouve en fait la loi de Bessel dans la plupart des cas. Elle n'est mise en échec que dans le cas d'un signal de faible amplitude, faible fréquence et générant peu d'harmoniques.

On remarquera cependant que notre analyse ne prend pas en compte l'interaction du circuit extérieur avec la jonction. Celle-ci peut considérablement modifier le comportement que nous venons de décrire, en particulier si le supercourant à certaines harmoniques n'est plus confiné à la jonction mais s'échange avec le circuit extérieur.

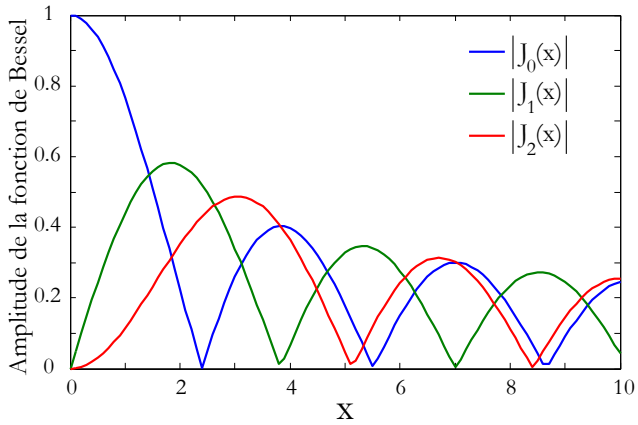


FIGURE 6.12 – Valeur absolue des trois premières fonctions de Bessel, J_0, J_1 et J_2.

6.3.3 Fréquence limite de fonctionnement et marches de Shapiro

Avant de clore notre étude des marches de Shapiro, précisons un point important et qui peut parfois prêter à confusion : la présence d'une marche de Shapiro à la tension V_n signifie-t-elle que le supercourant dans la jonction oscille à la fréquence $n\Omega$? La réponse est non, cette condition est suffisante mais pas nécessaire. L'explication provient du mécanisme précis de formation des marches de Shapiro explicité par Likharev (1979a) et que nous allons préciser ici.

Plaçons-nous sur une marche de Shapiro, $\Omega_J = n\Omega$, à son maximum d'amplitude $\phi_s = n$ et reprenons l'équation de la phase 6.19. L'évolution de la phase est la somme d'un terme linéaire croissant rapidement $\dot{\Theta} = n\Omega$ et d'un terme oscillant lentement avec la fréquence Ω :

$$\phi(t) = n\Omega t + n\sin(\Omega t)$$

Comme on peut le voir sur la figure 6.13, la valeur moyenne non nulle du supercourant au niveau de la marche est principalement créée par le terme oscillant à la fréquence Ω et non par le terme haute fréquence $n\Omega$. Si l'on considère une jonction présentant une forte dispersion du supercourant, c'est-à-dire dans laquelle celui est fortement amorti à haute fréquence (courbe pointillée figure 6.13), la marche de Shapiro est toujours présente.

En revanche, la présence de la première marche de Shapiro à la fréquence Ω témoigne bien de la bonne amplitude du supercourant à la fréquence Ω.

6.3.4 Le mélangeur Josephson extérieurement pompé

Après avoir explicité le comportement d'une jonction Josephson en présence d'un signal de forte amplitude, nous pouvons nous demander s'il n'est pas possible d'utiliser la non-linéarité Josephson pour réaliser le mélange d'un petit signal avec ce signal intense et obtenir ainsi un mélangeur pompé extérieurement, de fonctionnement plus traditionnel, donc, que le mélangeur autopompé que nous avons présenté plus haut.

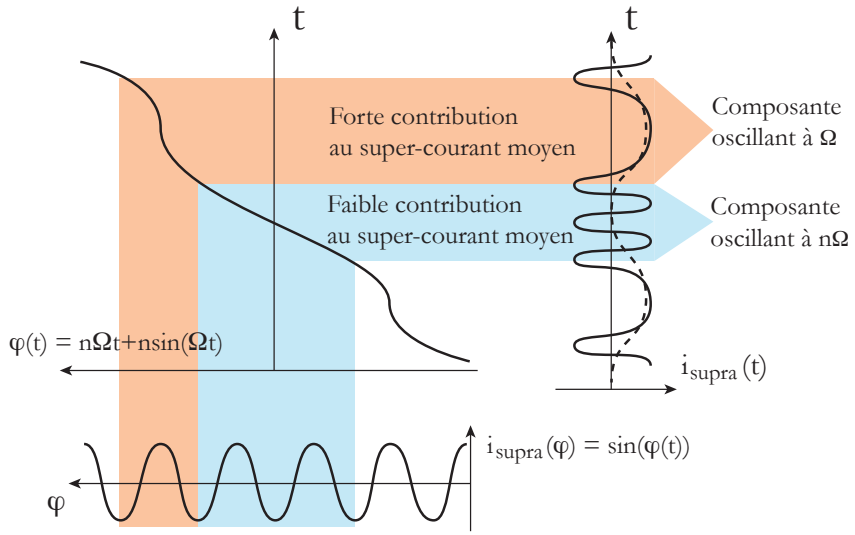


FIGURE 6.13 – Création des marches de Shapiro. Évolution de la phase dans la limite haute fréquence et évolution temporelle du supercourant. La courbe pointillée représente le supercourant dans une jonction présentant un supercourant fortement atténué à haute fréquence, on remarque que les termes importants dans le supercourant moyen sont à la fréquence Ω et non pas $n\Omega$.

L'étude du comportement de la jonction n'est alors pas des plus simples. Si l'on résume ce que nous venons de voir, il y aura dans la jonction trois signaux : l'oscillation Josephson, le signal de pompe et le signal faible, ainsi que toutes leurs harmoniques et mélanges de fréquences possibles. Notons comme toujours Ω_J la fréquence Josephson, Ω_p sera la fréquence du signal intense jouant le rôle de pompe et Ω_s sera la fréquence du petit signal pour lequel nous pourrons utiliser le principe de superposition.

La réponse de la jonction consiste donc en une somme de réponses aux fréquences :

$$\Omega_{m,k} = \Omega_s + m\Omega_p + k\Omega_J$$

Les amplitudes étant proportionnelles à l'amplitude du petit signal i_s :

$$v_s = \sum_{m,k=-\infty}^{+\infty} v_{m,k} \sin\left(\Omega_{m,k} t\right) = \sum_{m,k=-\infty}^{+\infty} z_{m,k} i_s \sin\left(\Omega_{m,k} t\right)$$

Les $z_{m,k}$ sont les coefficients de conversion vers les différentes fréquences $\Omega_{m,k}$. Les coefficients $z_{m,0}$ pour $k = 0$ sont intéressants, car les fréquences $\Omega_{m,0}$ sont indépendantes de l'oscillation Josephson et la conversion à ces fréquences ne souffrira donc pas de l'élargissement excessif de celle-ci, lié aux fluctuations, que nous avons étudiées au début de ce chapitre.

6.3.4.1 Approche intuitive du mélangeur Josephson

Il existe une façon simple de se figurer comment fonctionne un mélangeur Josephson pompé extérieurement (VanDuzer et Turner, 1998). Considérons le signal reçu par la jonction qui est formé par la somme du signal de pompe et du signal faible :

$$\begin{aligned} i(t) &= \Im m\left[i_p e^{j\Omega_p t} + i_s e^{j\Omega_s t}\right] \\ &= \Im m\left[i_p e^{j\Omega_p t} + i_s e^{j\Omega_p t + j\Omega_d t}\right] \\ &= \Im m\left[\left(i_p + i_s e^{j\Omega_d t}\right) e^{j\Omega_p t}\right] \end{aligned}$$

Celui-ci peut donc être vu comme un signal à la fréquence de pompe dont l'intensité est modulée à la différence de fréquence $\Omega_d = \Omega_s - \Omega_p$. Si l'on examine maintenant les courbes I-V pour différentes intensités du signal de pompe présentées figure 6.14, on remarque que la portion de courbe reliant le courant critique à la première marche de Sharpiro se déplace en fonction de la puissance de pompe.

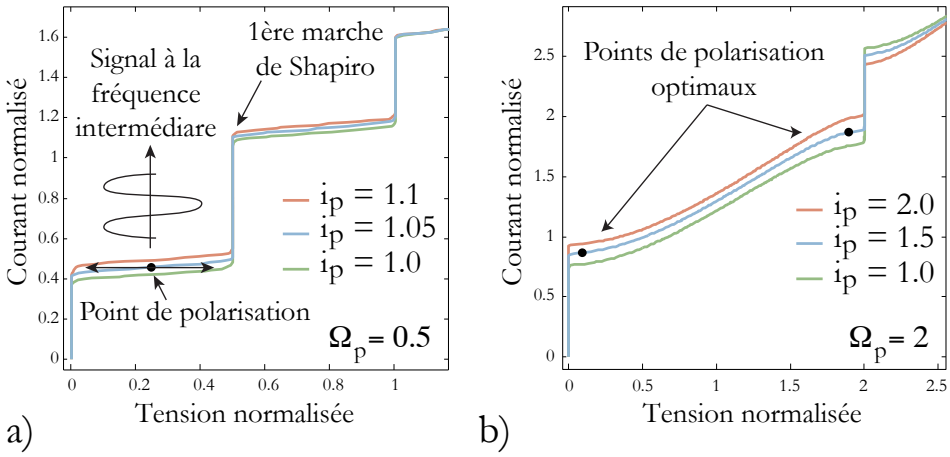


FIGURE 6.14 – Fonctionnement d'un mélangeur Josephson pour une fréquence de fonctionnement inférieure (a) et supérieure (b) à la fréquence caractéristique de la jonction.

En polarisant la jonction sur cette portion de courbe (appelée « riser »), on obtient un signal en tension à la fréquence intermédiaire Ω_d. La position générale du point optimal de polarisation va dépendre de la fréquence de la pompe. Pour $\Omega_p < 1$, l'optimum est au milieu du « riser » (figure 6.14 (a)). Lorsque la fréquence caractéristique de la jonction dépasse la fréquence caractéristique, $\Omega_p > 1$, les points optimaux vont se déplacer aux deux extrémités du « riser » (figure 6.14 (b)).

On peut utiliser cette image simplifiée du fonctionnement du mélangeur pour obtenir une estimation du facteur de conversion et des paramètres importants. Rappelons que l'efficacité de conversion d'un mélangeur est simplement le rapport entre la puissance disponible à haute fréquence P_S et la puissance fournie à la fréquence intermédiaire P_D. On peut trouver le traitement suivant dans VanDuzer et Turner (1998); Schoelkopf (1995). Considérons une jonction insérée dans un circuit

radio-fréquence adapté en entrée et en sortie. L'amplitude de l'oscillation de tension indiquée figure 6.14 peut s'estimer comme :

$$V_D = R_d I_D = R_d \frac{I_s}{2} \frac{\partial I_C}{\partial I_P} \tag{6.21}$$

où I_D est l'amplitude de l'oscillation de courant à la différence de fréquences et $\partial I_C / \partial I_P$ est le déplacement vertical de la courbe I-V au point de polarisation. La puissance fournie à haute fréquence est exprimée par :

$$P_S = \frac{1}{8} I_s^2 R_s$$

Et la puissance à la différence des fréquences se déduit de l'estimation 6.21 comme :

$$P_D = \frac{V_D^2}{2R_d} = \frac{R_d I_s^2}{8} \left(\frac{\partial I_C}{\partial I_P} \right)^2$$

On obtient donc le facteur de conversion en faisant le rapport de ces deux grandeurs :

$$\eta_C = \frac{R_d}{R_s} \left(\frac{\partial I_C}{\partial I_P} \right)^2 \tag{6.22}$$

Dans cette estimation simple, le calcul du facteur de conversion se ramène donc au calcul des courbes I-V pour différentes intensités de signal RF. Malheureusement, comme nous venons de le voir, il n'existe pas d'expression analytique de la courbe I-V d'une jonction pompée par un signal arbitraire. Les études des mélangeurs Josephson ont donc été principalement effectuées en réalisant une simulation numérique des équations RSJ pour déterminer les matrices à trois accès de ces mélangeurs en fonction du courant de polarisation et de la fréquence de pompage. Le traitement linéaire que nous avons présenté dans la section 6.2.1.2 permet ensuite d'en déduire facteur de conversion et températures de bruit du mélangeur. Avant de présenter le résultat de telles simulations, essayons d'obtenir un ordre de grandeur de l'efficacité de conversion que l'on peut attendre d'un mélangeur Josephson en utilisant le résultat 6.22 (Schoelkopf, 1995).

Nous avons vu que la hauteur des marches de Shapiro était fonction du paramètre $\phi_s = z(\Omega) i_P / \Omega_P$. D'après la forme de la première fonction de Bessel J_0, le courant critique normalisé va varier de un à zéro quand le paramètre ϕ_s variera de zéro à environ deux. On obtient une estimation de $\Delta I_C / \Delta I_P$ pour un point de polarisation situé entre le courant critique et la première marche : $\Delta I_P \approx I_C \Omega_P / z(\Omega_P) \approx I_C \Omega_P$ (si $z(\Omega_P) \approx 1$). Le facteur de conversion s'en déduit alors comme :

$$\eta_C \approx \frac{R_d}{R_s} \left(\frac{\omega_C}{\omega_P} \right)^2 \tag{6.23}$$

Cette expression est intéressante en ce qu'elle contient qualitativement l'essentiel de la physique du mélangeur Josephson. Synthétisons donc quelques points :

- lorsque la fréquence de la pompe (l'oscillateur local) devient grande devant la fréquence critique de la jonction, le facteur de conversion décroît comme $(\omega_C / \omega_P)^2$. Ceci se retrouve sur les simulations du modèle RSJ.

- le facteur de conversion dépend de façon critique du rapport R_d/R_s. Ce rapport peut dépasser l'unité (R_s est de l'ordre de grandeur de R_N mais R_d peut être beaucoup plus grand), les mélangeurs Josephson sont donc théoriquement capable de fournir un gain de conversion même si, en pratique, cette configuration est souvent associée à une impédance de sortie négative et un gain de réflexion à la fréquence intermédiaire causant des oscillations indésirables.
- l'évolution de la résistance différentielle R_d est facilement visible sur une courbe I-V, par exemple celle des figures 6.14 (a) et (b), et l'on note que les régions de résistances différentielles maximales correspondent bien aux régions de conversion maximale données par l'image intuitive que nous avons présentée plus haut. Les marches de Shapiro étant des zones de résistances différentielles nulles, le facteur de conversion est nul pour ces plages de polarisation.

6.3.4.2 Simulations RSJ du mélangeur Josephson

De la même façon que nous avons employé des simulations du modèle RSJ pour étudier le comportement des oscillations Josephson au début de ce chapitre, les simulations sont un bon moyen d'étudier le comportement d'un mélangeur Josephson.

Celles-ci sont réalisées en considérant trois stimuli, aux fréquences Ω_S, Ω_D et Ω_I, en sus de l'oscillateur local à la fréquence Ω_P. L'équation RSJ est intégrée par une méthode d'Euler pour donner des suites temporelles de valeurs de la tension qui, après transformation de Fourier permettent d'obtenir les éléments de la matrice $\tilde{\tilde{Z}}$. Ces coefficients Z_{ij} sont simplement le rapport entre l'intensité appliquée à la fréquence j et la tension induite à la fréquence i et sont donc normalisés par R_N. En pratique, on pourra réaliser un seul calcul en choisissant des signaux à des fréquences proches, mais non commensurables pour séparer facilement les combinaisons issues de différentes fréquences.

Les intensités des signaux autres que l'oscillateur local sont faibles devant le courant critique, typiquement 1-2% ce qui oblige à réaliser des moyennes sur les réalisations pour obtenir un rapport signal sur bruit satisfaisant. Nos séries temporelles comprennent typiquement 10^4 points et sont moyennées sur une centaine de réalisations, ceci pour quelques 10^2 valeurs du courant de polarisation. Ces simulations sont donc rapidement lourdes en temps de calcul et l'espace des paramètres : I_C, R_N, I_P, Ω_P... est en pratique impossible à explorer en totalité. Nous présentons donc rapidement, pour finir ce chapitre, quelques simulations exemplaires ainsi que les tendances observées lors de la variation des paramètres.

Les figures des pages suivantes, 6.15 à 6.19, présentent le résultat de simulations réalisées pour $\Omega_p < 1$ (figure 6.15 et 6.16) et pour $\Omega_p > 1$ (figure 6.17 et 6.18). La figure 6.19 permet de comparer les facteurs de conversion η_C obtenus dans les deux cas. Pour ces simulations, nous avons fixé la température normalisée égale à 2×10^{-3}.

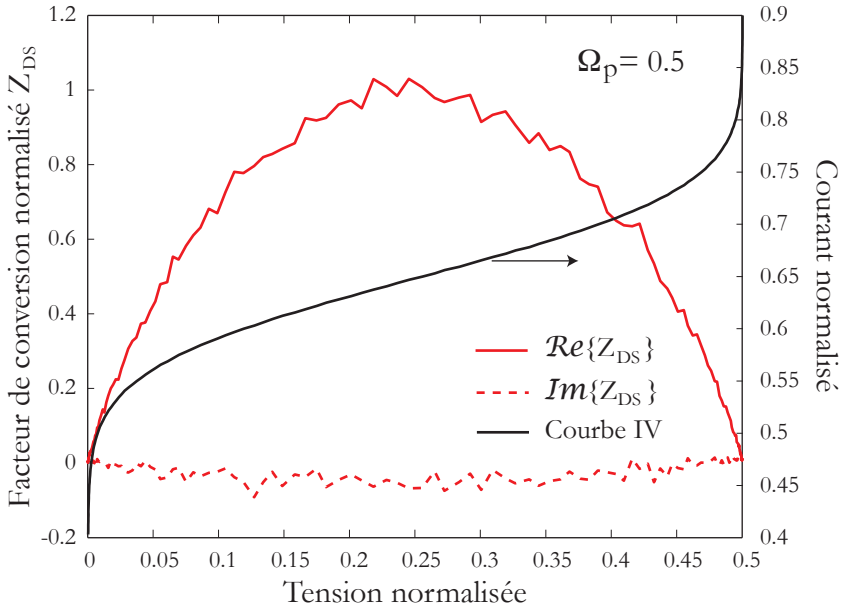


FIGURE 6.15 – Cas $\Omega_p < 1$. Courbe I-V du « riser » entre le courant critique et la première marche de Shapiro (noir). Parties réelles et imaginaires du facteur de conversion Z_{DS}. L'optimum de conversion est au centre de la marche.

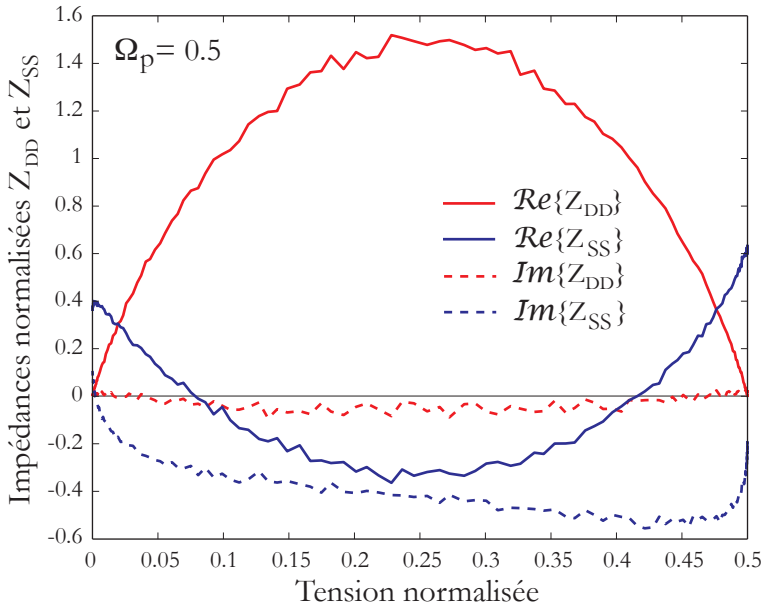


FIGURE 6.16 – Cas $\Omega_p < 1$. Impédances à haute fréquence, Z_{SS} et à la fréquence intermédiaire Z_{DD} en fonction de la tension aux bornes de la jonction. L'impédance Z_{DD} est proche de la résistance différentielle, $1,5R_N$ au centre de la marche. (car $\Omega_d \ll \Omega_S, \Omega_p, \Omega_I$).

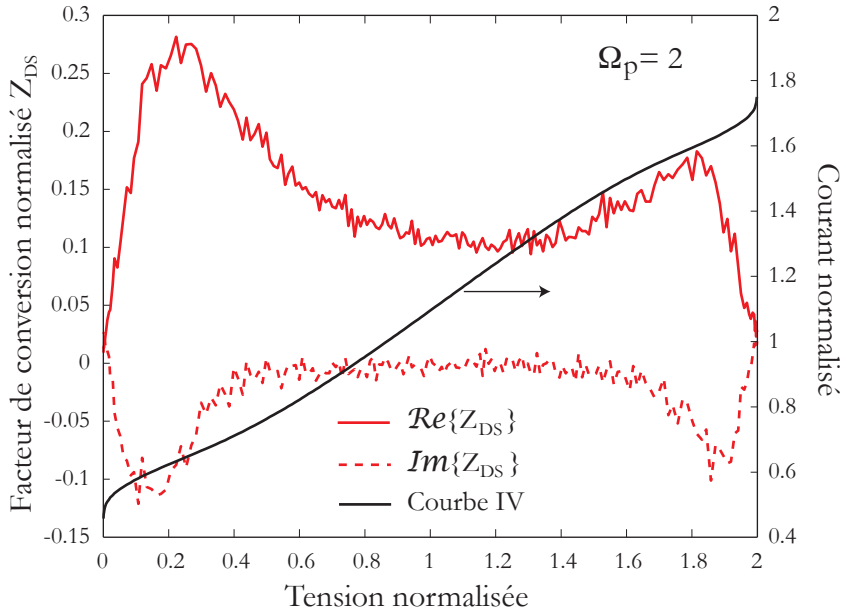


FIGURE 6.17 – Cas $\Omega_p > 1$. Courbe I-V du « riser » entre le courant critique et la première marche de Shapiro (noir). Parties réelles et imaginaires du facteur de conversion Z_{DS}. L'optimum de conversion s'est déplacé vers les extrémités du « riser ».

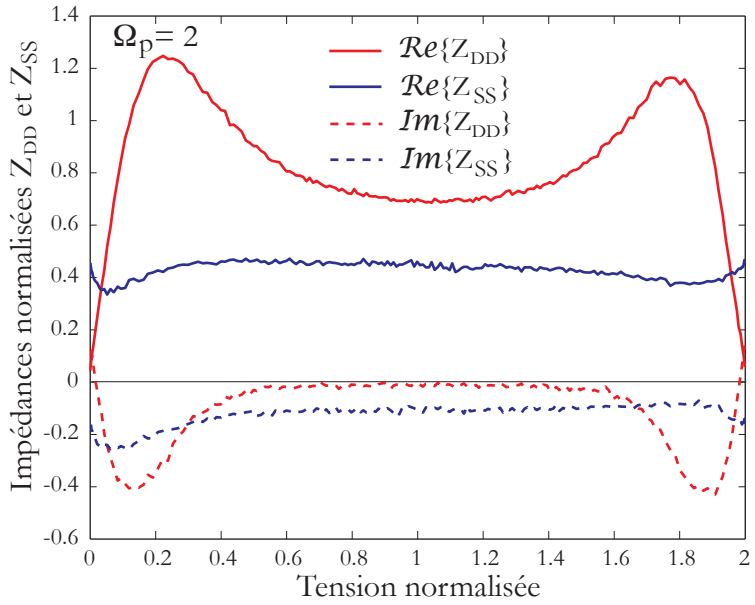


FIGURE 6.18 – Cas $\Omega_p > 1$. Impédances à haute fréquence, Z_{SS} et à la fréquence intermédiaire Z_{DD} en fonction de la tension aux bornes de la jonction. L'impédance Z_{DD} est inférieure à la résistance différentielle, $0,75R_N$ au centre de la marche. (car $\Omega_d \ll \Omega_S, \Omega_p, \Omega_I$).

Précisions sur le choix de la puissance de l'oscillateur local : une étude exhaustive de l'efficacité de conversion en fonction de la puissance de l'oscillateur local n'a pas été réalisée, mais (Taur, 1980; Schoelkopf, 1995) donne la puissance optimale comme la puissance à laquelle le courant critique a été réduit de moitié, c'est donc la puissance que nous avons utilisée pour nos simulations. Il faut aussi réaliser que l'impédance de la jonction à la fréquence de l'oscillateur local va fortement varier avec le courant de polarisation comme on peut s'en convaincre en se reportant à la figure 6.7 (pointillés). Si l'impédance varie, le courant i_P généré dans la jonction va lui aussi varier. Les courbes I-V extraites des simulations calculées avec un courant i_P constant sont donc, dans l'absolu, fausses. Pour observer les courbes I-V réelles, il est nécessaire de réaliser la simulation de façon itérative, en postulant un courant i_P puis en extrayant la valeur de Z_P des simulations, cette dernière valeur permettant d'ajuster i_P et ainsi de suite jusqu'à converger vers la bonne valeur de i_P. Une telle méthode est cependant lourde en temps de calcul et, même si les courbes I-V obtenues par notre méthode ne correspondent pas forcément à des courbes réalisées expérimentalement, chaque point de ces courbes I-V est néanmoins théoriquement atteignable par une combinaison appropriée de puissance de pompe et de tension aux bornes de la jonction (ceci suppose que l'on puisse stabiliser convenablement le circuit de polarisation dans le cas possible d'une résistance négative). Pour information, nous avons présenté sur la figure 6.20 à la fin de ce chapitre les courbes d'impédance Z_P dans les deux cas présentés ici, et l'on remarquera sur ces figures que l'impédance est faiblement variable sur le domaine qui nous intéresse.

Une méthode alternative, permettant de tenir compte de cette variation de l'impédance de la jonction à la fréquence de l'oscillateur local au cours du balayage de la courbe courant-tension serait intéressante à évaluer même si nous ne l'avons pas réalisé dans cette thèse. Cette méthode consiste à modéliser le mélangeur en intégrant la source externe sous forme d'un générateur de Thévenin ou de Norton.

6.3.4.3 Facteur de conversion du mélangeur Josephson

Comme nous venons de le voir intuitivement, le mélangeur Josephson possède deux régimes de comportements fort différents suivant que la fréquence de l'oscillateur local (ou pompe) est supérieure ou inférieure à la fréquence caractéristique de la jonction. Dans le cas $\Omega_p < 1$, le maximum de conversion est situé au milieu du « riser » tandis qu'il se décale vers les extrémités de ce dernier quand la fréquence augmente. On remarque aussi que l'efficacité de conversion (figure 6.19) est plus grande dans le premier cas qui correspond aux conditions idéales de fonctionnement du mélangeur Josephson.

Enfin une étude du bruit dans le mélangeur peut aussi être réalisée par les simulations RSJ et l'on se reportera utilement aux travaux de doctorat de Schoelkopf (1995) pour plus d'informations.

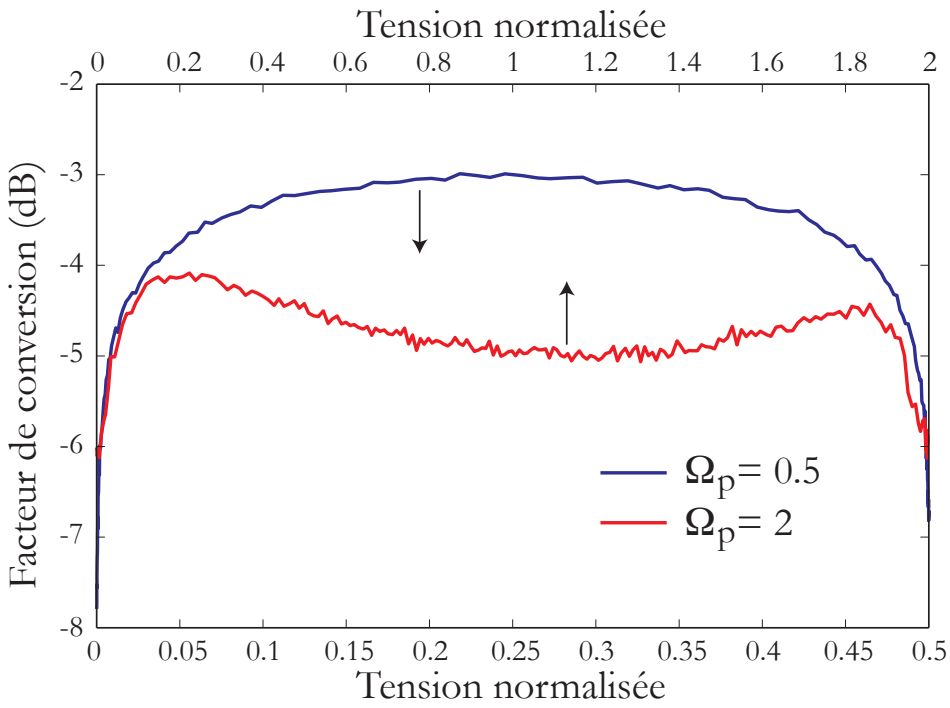


FIGURE 6.19 – Comparaison entre les facteurs de conversion η_C des deux cas présentés dans les figures 6.15 à 6.18. On remarque une dégradation des performances du mélangeur lorsque la fréquence de pompage dépasse la fréquence caractéristique.

6.4 Résumé des différents dispositifs de détection basés sur l'effet Josephson

Avant de passer à l'étude expérimentale du comportement micro-onde des jonctions réalisées par irradiation ionique, nous avons synthétisé les résultats de ce chapitre dans le tableau 6.4, en résumant l'influence et le choix optimal des différentes caractéristiques de la jonction. On gardera à l'esprit que dans la normalisation RSJ, les grandeurs de normalisation sont liées entre elles, ainsi faire varier, par exemple, R_N va aussi modifier ω_C et V_C.

Table 6.4 – Résumé des modes de détection micro-ondes utilisant une jonction Josephson

Mode de détection	Influence et choix optimal des paramètres			Remarques
	ω_C	R_N	R_d	
Détection directe[a] sélective en fréquence (et transformée de Hilbert)	On se place à $\omega > \omega_C$ pour diminuer R_d (voir la colonne suivante), cependant la NEP croît comme $(\omega/\omega_C)^2$	à haute fréquence, $R_d \approx R_N$, une bonne résolution spectrale ($\Delta \propto R_d$) nécessite donc une faible résistance normale	Voir la discussion de R_N. On cherche à minimiser R_d.	Difficulté d'adapter en entrée une jonction de faible impédance RF ($Z_S \approx R_N$)
Détection directe[a] large bande	Peu d'influence. La NET décroît comme $\omega_C^{-1/2}$.	Forte résistance pour avoir une large oscillation Josephson et une réponse large bande	Voir la colonne précédente. On cherche à maximiser R_d.	Facile à adapter mais la sensibilité dépend de la température du corps observé.
Mélangeur Josephson auto-pompé	Conditions optimales : $\omega < \omega_C$, sinon η_C décroît comme $(\omega/\omega_C)^{-2}$ et T_N croît comme $(\omega/\omega_C)^2$	Contrôle l'impédance RF	Contrôle l'impédance FI (doit être grande) et la largueur de l'oscillation locale (doit être petite)	Compromis nécessaire concernant R_d. Utilisation d'un circuit d'adaptation d'impédances FI.
Mélangeur Josephson pompé extérieurement	idem ci-dessus	idem ci-dessus	Doit être grande pour faciliter l'adaptation à la fréquence intermédiaire	Facile à adapter, mais une forte R_d peut néanmoins dégrader le bruit (voir discussion sur $S_v(\Omega \to 0)$ en début de chapitre)

[a] Appelée aussi vidéodétection ou détection quadratique

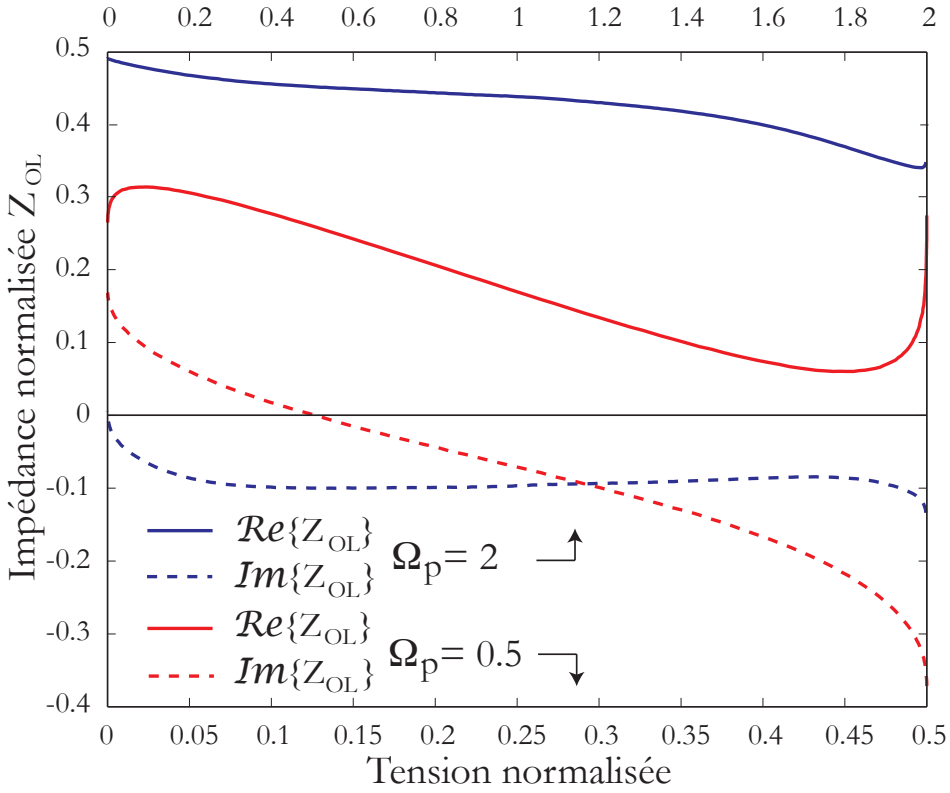


FIGURE 6.20 – Impédance de la jonction à la fréquence de l'oscillateur local pour deux fréquences de ce dernier : supérieure et inférieure à la fréquence caractéristique de la jonction. Cette impédance varie de façon importante pour $\Omega_P < 1$ mais moins quand $\Omega_P > 1$. Un calcul autoconsistant des courbes I-V utiliserait ces résultats pour définir un nouveau courant I_P et ainsi de suite jusqu'à obtenir la convergence avec le courant fourni par l'oscillateur local.

Chapitre 7

Détection directe et cohérente de radiations micro-ondes à l'aide de jonctions par irradiation

Sommaire

7.1 Le montage expérimental : antennes et quasi optique 158

7.1.1 Les faisceaux gaussiens 158

7.1.2 Les sources micro-ondes 159

7.1.3 Le couplage à la jonction : lentilles et antennes large bande . 160

7.2 Mesures basse-fréquences : marches de Shapiro et transformation de Hilbert 166

7.2.1 Fabrication et propriétés dc des jonctions 166

7.2.2 Comportement sous irradiation micro-onde à 70 et 140 GHz . 175

7.2.3 Mélange à deux ondes : courbes I-V et réponse continue . . . 182

7.3 Mesures à haute fréquence : détection cohérente à quelques centaines de gigahertz 184

7.3.1 Le montage micro-onde 184

7.3.2 Les spectres de mélange 184

7.3.3 Évolution du signal de mélange avec la température 187

7.4 La résistance des jonctions par irradiation comme élément non linéaire 189

7.4.1 Une résistance normale dépendante du courant de polarisation 189

7.4.2 Simulations RSJ en présence d'une résistance normale dépendante du courant 190

7.4.3 Comparaison avec les mesures 192

7.4.4 Évolution en température 192

7.5 Résumé du comportement des jonctions Josephson fabriquées par irradiation 194

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats obtenus sur la seconde série d'échantillons conçus pour permettre une détection large bande de quelques dizaines de gigahertz à quelques térahertz.

7.1 Le montage expérimental : antennes et quasi optique

La gamme de rayonnement qui nous intéresse (de la centaine de gigahertz au térahertz) est souvent dénommée *ondes millimétriques et submillimétriques*. En effet, si l'on se réfère à la figure 5.1, ces fréquences impliquent des longueurs d'onde allant de 30 μm à 3 mm. La taille des sources et des détecteurs utilisés est donc proche de la longueur d'onde du faisceau et l'approximation de l'optique géométrique, consistant à se placer dans la limite $\lambda \to 0$ n'est plus valide. Dans la limite inverse, où la diffraction est dominante, on utilise des méthodes de champ proche.

Les ondes térahertz seront plus ou moins divergentes suivant leur fréquence et se situent donc entre ces deux limites. Pour décrire leur propagation, on peut faire appel à la théorie élégante des faisceaux gaussiens que l'on appelle couramment *quasi optique* (voir par exemple l'ouvrage de Goldsmith (1998)).

7.1.1 Les faisceaux gaussiens

Un faisceau gaussien est représenté figure 7.1. C'est un faisceau divergent mais relativement collimaté dont le profil à une distance fixée de la source est gaussien.

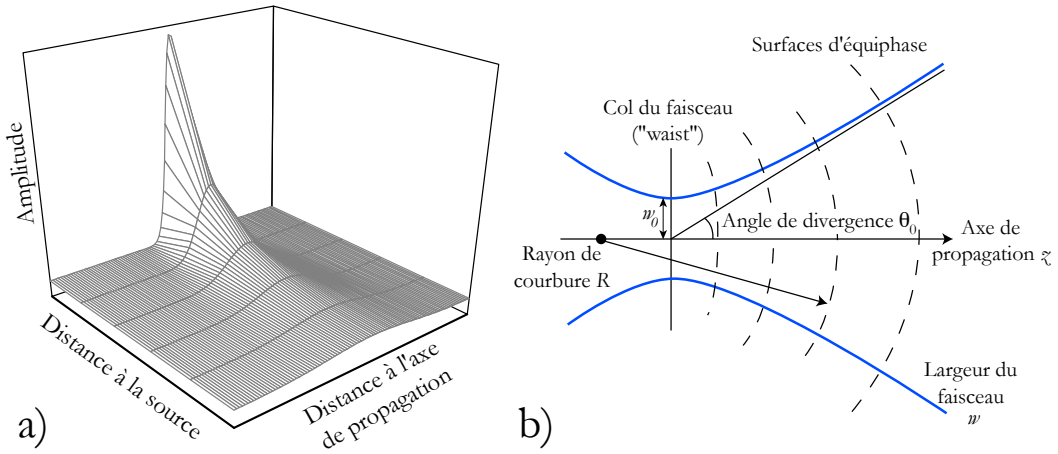


FIGURE 7.1 – (a) Représentation spatiale de l'intensité d'un faisceau gaussien. (b) Notations utilisées pour décrire un faisceau gaussien. z est la coordonnée longitudinale et r la coordonnée radiale.

La forme générale d'un tel faisceau est solution de l'équation de Helmoltz $(\nabla^2 + k^2)\psi = 0$ dans l'approximation para-axiale qui postule que les variations du faisceau suivant l'axe de propagation sont petites sur une distance de l'ordre de la longueur d'onde. Cette approximation est valide tant que la divergence du faisceau est inférieure à 30 degrés (environ 0,5 radian). Les solutions de l'équation de propagation para-axiale sont alors données par les modes gaussiens qui forment la base de la quasi optique. En coordonnées cylindriques, le mode fondamental du

champ électrique s'écrit :

$$E(r,z) = \sqrt{\frac{2}{\pi w^2(z)}} \exp\left[\frac{-r^2}{w^2(z)} - jkz - \frac{j\pi r^2}{\lambda R(z)} + j\phi_0(z)\right] \tag{7.1}$$

La *largeur* w du faisceau gaussien est la distance, relative à l'axe de propagation, à laquelle l'intensité du faisceau est divisée par e par rapport à sa valeur sur l'axe. On remarque un point particulier sur l'axe de propagation où la largeur du faisceau est minimale, appelé *col du faisceau* (« waist ») et indiqué figure 7.1 b). En champ lointain, la largeur du faisceau croît linéairement avec la distance, et l'on peut définir un angle de divergence Θ_0, utile pour caractériser le comportement du faisceau.

La largeur du faisceau, son angle de divergence, son rayon de courbure et l'évolution de sa phase peuvent être respectivement exprimés comme :

$$\begin{aligned} w(z) &= w_0\sqrt{1+\left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2}\right)^2} \\ \Theta_0 &= \frac{\lambda}{\pi w_0} \\ R(z) &= z + \frac{(\pi w_0^2/\lambda)^2}{z} \\ \phi_0(z) &= \tan^{-1}\left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2}\right) \end{aligned}$$

Un faisceau gaussien est donc totalement défini par sa longueur d'onde λ et la largeur à son col w_0. Plus le rapport entre ces deux variables est grand et plus le faisceau sera divergent. Inversement, une largeur de col importante par rapport à la longueur d'onde garantit un faisceau bien collimaté.

L'un des principaux problèmes causés par les faisceaux gaussiens, outre leur divergence importante, est ce que l'on appelle la *troncature*. La forme exponentielle du faisceau implique une densité de puissance s'étendant à l'infini depuis l'axe de propagation. Dans un montage optique, malheureusement, les lentilles, miroirs et fenêtres imposent une largeur finie au faisceau.

La densité de puissance du faisceau s'exprimant comme

$$\frac{P(r)}{P(0)} = \exp\left[-2\left(\frac{r}{w}\right)^2\right]$$

on peut montrer qu'une troncature du faisceau à une largeur de $4w$ permet de conserver 99,97 % de la puissance, ce qui est généralement suffisant pour s'affranchir des effets indésirables.

7.1.2 Les sources micro-ondes

Nous avons utilisé deux types de sources radio-fréquences au cours de cette thèse, une diode Gunn et un carcinotron (« Backward-Wave Oscillator » ou BWO par la suite).

La diode Gunn (fabricant Radiometer Physics GmbH) fournit un signal à 70 GHz qui est synchronisé par un mélangeur harmonique (à base de diode Schottky) sur la trentième harmonique d'une référence synthétisée autour de 2,37 GHz. On obtient ainsi une fréquence fondamentale extrêmement stable et une source de faible largeur de bande. Le signal peut ensuite être multiplié par des doubleurs ($\times 2$) et des tripleurs ($\times 3$) de fréquence, eux aussi basés sur des diodes Schottky, pour accéder aux plages de fréquences données ci-dessous :

- 70 − 72,5 GHz (puissance 78 mW)
- 1 40 − 145 GHz (puissance 20 mW) ($\times 2$)
- 2 80 − 290 GHz (puissance 2 mW) ($\times 2 \times 2 = \times 4$)
- 4 20 − 435 GHz (puissance 1 mW) ($\times 2 \times 3 = \times 6$)

Le BWO est une source de la marque Elmika. Elle offre une sortie ajustable en fréquence dans la plage 1 10 − 190 GHz avec une puissance d'environ 20 mW au centre de cette plage (vers 150 GHz). La source peut être utilisée pour générer un signal continu (CW) ou modulé, ce qui permet alors de réaliser une détection synchrone. La précision sur la fréquence est de ±1,5 % et la largeur de bande inférieure à 6 MHz. Les caractéristiques sont donc inférieures à celle du montage à base de diode Gunn mais cette source possède l'avantage d'être contrôlable par ordinateur et donc de permettre la réalisation de balayages fréquentiels automatisés.

La transformation du rayonnement créé par ces deux instruments en un faisceau se propageant à l'air libre est réalisée par un cornet (« horn »). À la sortie de ce dernier, on peut montrer analytiquement que le rayonnement est très proche du mode fondamental d'un faisceau gaussien de largeur de col $w_0 = 0{,}64a$ où a est le rayon de sortie du cornet (Goldsmith, 1998).

Le rayon de courbure du champ est infini à la sortie du cornet (le champ électrique étant tangent à la paroi du cornet, qui forme un cylindre sur la dernière portion du cornet), on se trouve donc au col du faisceau gaussien (figure 7.1). Connaissant ainsi λ et w_0, on peut en déduire la divergence θ_0 du faisceau qui est de 23 degrés à 70 GHz. Elle est proportionnelle à l'inverse de la fréquence et décroîtra donc lorsque cette dernière augmentera.

7.1.3 Le couplage à la jonction : lentilles et antennes large bande

Coupler convenablement une jonction Josephson au rayonnement micro-onde implique de considérer deux problèmes.

D'une part, la jonction est très petite devant les longueurs d'onde qui nous intéressent. Il va donc falloir commencer par l'intégrer dans une antenne. Ceci pose la question, déjà mentionnée, de l'adaptation d'impédance entre une antenne dont l'impédance peut aller de quelques dizaines à une centaine d'ohms, et une jonction Josephson dont l'impédance aux fréquences nous intéressant est de moins d'un ohm.

Le second point à prendre en considération est le substrat sur lequel est fabriquée la jonction. Pour minimiser les pertes micro-ondes, nous avons choisi un substrat de saphir possédant une tangente de perte très faible et une constante diélectrique $\varepsilon = 10$. La valeur élevée de cette constante tend à confiner le rayonne-

ment de l'antenne dans le substrat. Pour résoudre ce problème, on place une lentille hyperhémisphérique sur l'autre face du substrat dont la fonction sera de coupler le faisceau divergent et confiné au substrat de l'antenne avec une propagation à l'air libre.

7.1.3.1 Lentille hyperhémisphérique et substrat hyperfréquences

À nos fréquences, il existe deux moyens principaux de coupler le rayonnement incident à une antenne (Kooi, 2008) : intégrer celle-ci dans un guide d'onde ou utiliser une lentille diélectrique. Pour obtenir un couplage large bande, nous avons choisi un dispositif optique à base de lentille, appelé usuellement « montage quasi optique ».

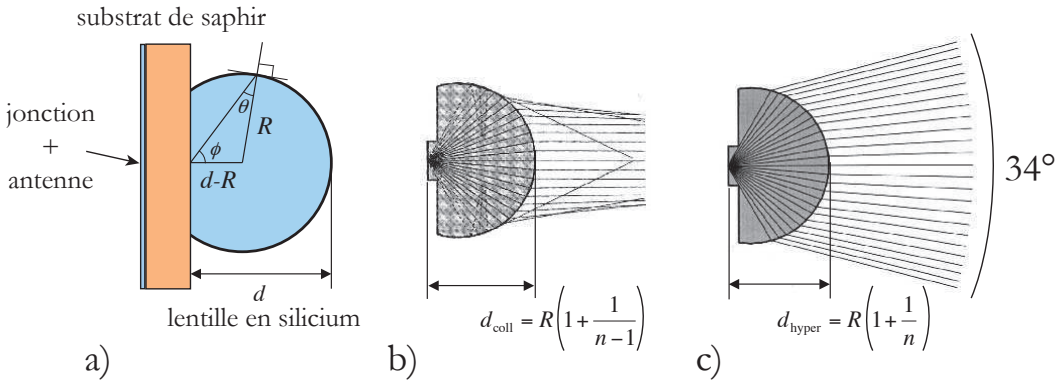


FIGURE 7.2 – (a) Schéma d'une lentille hémisphérique placée derrière un substrat. (b) Lentille collimatrice et tracé de rayons. (c) Lentille hyperhémisphérique avec le chemin des rayons. Adapté de (Lee, 2008).

La figure 7.2 présente le schéma d'un montage utilisant une lentille hémisphérique d'indice n. Celle-ci peut être collimatrice ou hyperhémisphérique, suivant que l'on cherche à collimater le faisceau de sortie ou non. On remarque que la lentille collimatrice introduit des pertes dans le couplage, car certains des rayons sont piégés par réflexion interne dans la lentille. Nous avons donc choisi d'utiliser la lentille hyperhémisphérique qui n'entraîne ni aberration sphérique ni pertes, l'angle de réflexion critique étant de 90 degrés. D'après la figure 7.2 (a), en effet, on peut relier l'angle d'émission ϕ à l'angle d'incidence interne θ par l'équation simple : $(d-R)\sin\phi = R\sin\theta$. Sachant que l'angle d'incidence critique est $\theta_C = \sin^{-1}(1/n)$, on en déduit l'angle d'émission critique (Lee, 2008; Goldsmith, 1998) :

$$\phi_C = \sin^{-1}\left(\frac{R}{d-R}.\frac{1}{n}\right)$$

Dans le cas d'une lentille hyperhémisphérique, on choisit la distance d entre le foyer du rayonnement et l'apex de la lentille, indiquée figure 7.2, telle que :

$$d = R\left(1+\frac{1}{n}\right)$$

On trouve alors un angle critique $\phi_C = 90$ degrés, c'est-à-dire que tout le rayonnement émis par l'antenne quitte la lentille.

On peut ajouter un traitement antireflet sur la lentille de constante diélectrique égale à la racine carrée de la constante diélectrique de la lentille et d'épaisseur égale à un quart de longueur d'onde du rayonnement incident. L'inconvénient d'un tel traitement est qu'il restreint la bande passante du montage optique et impose de choisir une gamme de fréquences de travail limitée.

Les matériaux constituant la lentille doivent posséder une constante diélectrique proche de celle du substrat ainsi qu'une bonne transparence dans la gamme térahertz. Ceci implique d'avoir le moins de porteurs de charge possible dans le matériau, car ceux-ci sont aisément mis en mouvement dans cette gamme de fréquences. Nous avons donc choisi d'utiliser du silicium à haute résistivité fabriqué par la méthode de croissance cristalline « float-zone ». Un tel matériau possède une concentration de porteurs de charge remarquablement faible, inférieure à $4 \times 10^{11}\,\mathrm{cm}^{-3}$ et une résistivité supérieure à $10\,\mathrm{k\Omega{\cdot}cm}$. Ceci permet d'obtenir un coefficient d'absorption inférieur à $0{,}2\,\mathrm{cm}^{-1}$ dans la gamme 10 GHz – 10 THz, et une tangente de perte mesurée de 9×10^{-4}. Son indice de réfraction est quasi-constant sur notre plage de fréquence $n = 3{,}414$ ce qui est proche de celui du saphir ($n = 3{,}06$ – 3,7), assurant un bon couplage entre la lentille et le substrat (Lee, 2008).

Le substrat sur lequel nous avons choisi de faire croître nos couches est un substrat de saphir (Al_2O_3), de très faible tangente de perte, $\tan\delta < 10^{-6}$ ($60 - 400\,\mathrm{GHz}$). Il est légèrement anisotrope ; un cristal de saphir « r-cut » possède une constante diélectrique $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{zz} = 9{,}4$ et $\varepsilon_{yy} = 11{,}6$ (y est l'axe orthogonal à la surface du substrat). Nous utiliserons dans nos calculs une constante diélectrique effective égale à 10,0556. Le saphir possède l'intérêt, non-négligeable pour notre montage cryogénique, d'avoir une bonne conductivité thermique $K \approx 0{,}4\,\mathrm{W/cm{\cdot}K}$ à température ambiante. La qualité de surface des substrats de saphir est extrêmement bonne, avec une rugosité de surface entre 5 et 25 nm. En utilisant une couche tampon de quelques nanomètres de CeO_2 sur le saphir, on peut faire croître des films supraconducteurs à haute température critique de bonne qualité (jusqu'à 350 nm d'épaisseur pour les films de Theva GmbH).

7.1.3.2 Les antennes large bande

S'il est impossible d'obtenir une antenne dont les caractéristiques seraient totalement indépendantes de la fréquence, Rumsey (1966) donne deux conditions pour que celle-ci se comporte de façon convenable dans une gamme de fréquences arbitrairement large.

La première condition est imposée par le principe géométrique d'invariance d'échelle électromagnétique qui stipule que l'impédance et les caractéristiques de rayonnement d'une antenne sont uniquement fonction de sa géométrie exprimée en longueurs d'onde. Une antenne dont la géométrie est invariante par changement d'échelle offre donc les mêmes impédances et diagrammes de rayonnement à toutes les fréquences.

La seconde condition est appelée principe de troncature et se trouve imposée par la taille finie de l'antenne. Le principe de Rumsey que nous venons de donner requiert une taille infinie pour l'antenne. Cependant, une approximation de cette antenne, de taille finie, peut toujours avoir une bande passante arbitrairement large si elle se trouve rayonner de la même façon que l'antenne infinie. Ceci impose que la majorité du courant dans la structure soit concentrée dans une région finie de l'antenne.

On remarque donc qu'une antenne vérifiant ces deux conditions, bien que ne pouvant pas formellement être nommée *indépendante de la fréquence* présente néanmoins un fonctionnement constant dans une bande de fréquences arbitrairement large. La fréquence maximale de fonctionnement sera fixée par la troncature *intérieure* tandis que la fréquence minimale sera donnée par la troncature *extérieure*.

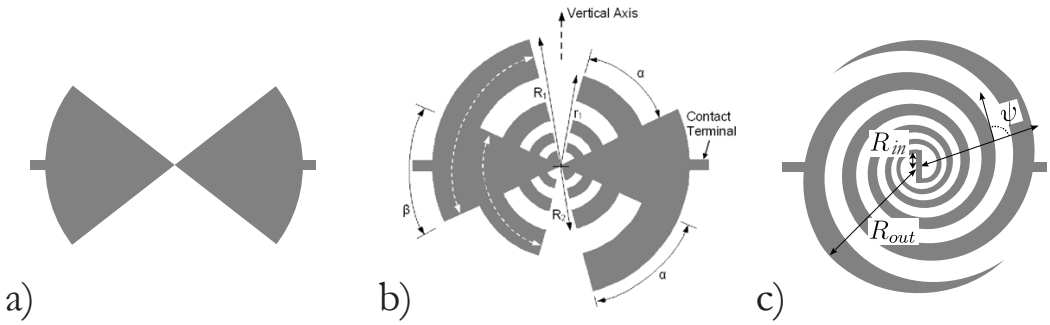


FIGURE 7.3 – (a) Antenne papillon. (b) Antenne log-périodique. (c) Antenne spirale.

Une première antenne à laquelle on peut songer à la vue de ces considérations est une antenne angulaire ou conique, par exemple une antenne papillon (« bow-tie antenna ») indiquée figure 7.3 (a). Malheureusement, les courants circulant sur cette antenne décroissent lentement avec la distance au centre : une terminaison résistive est donc nécessaire, qui ajoute des pertes et invalide le principe d'invariance d'échelle mentionné plus haut. Ces antennes possèdent en outre un diagramme de rayonnement peu gaussien et une directivité très faible, sans lobe principal précis (COMPTON, MCPHEDRAN, POPOVIC, REBEIZ, TONG, et RUTLEDGE, 1987).

Deux autres types d'antennes planaires large bande ont été proposés, vérifiant approximativement les principes de Rumsey : l'antenne spirale (figure 7.3 (c)) qui est polarisée circulairement et l'antenne log-périodique (figure 7.3 (b)) qui est polarisée linéairement (on peut aussi imaginer des antennes fractales, mais celles-ci sont difficiles à alimenter).

L'antenne spirale est issue d'une relaxation de la première contrainte que nous avons mentionnée, on permet à l'antenne d'être modifiée lors d'une transformation d'échelle, mais uniquement par une rotation. Ceci laisse l'impédance de l'antenne inchangée et, si le diagramme de rayonnement possède une symétrie axiale, on peut considérer que cette antenne est indépendante vis-à-vis de la fréquence.

La courbe maîtresse d'une antenne spirale est donnée par :

$$r(\theta) = \rho_0 \exp(a\theta) \tag{7.2}$$

où ρ_0 est le rayon de départ de l'antenne et la constante a détermine le taux d'expansion de l'antenne. Celle-ci peut être relié à l'angle ψ entre la tangente à la courbe et le rayon de la spirale (figure 7.3) par la relation $\tan\psi = 1/a$. Pour obtenir l'antenne de la figure 7.3 (c), on crée quatre spirales identiques d'équation 7.2 en pivotant l'origine des θ de $\pi/2$ à chaque fois. On obtient une antenne autocomplémentaire, c'est-à-dire que l'espace situé entre les bras de la spirale est équivalent à l'espace formé par les bras de la spirale.

D'après le principe de Babinet (ou la relation de Brooker pour les anglophones), l'impédance d'une antenne autocomplémentaire est indépendante de sa géométrie et donnée par la relation (pour une antenne planaire) :

$$Z = \frac{Z_0}{2\sqrt{\varepsilon_{eff}}} = \frac{Z_0}{2}\sqrt{\frac{2}{\varepsilon_r + 1}} \tag{7.3}$$

où $Z_0 = 120\pi \approx 377\Omega$ est l'impédance du vide et ε_r est la constante diélectrique du substrat.

On peut montrer que le courant rayonnant à une longueur d'onde λ dans une antenne spirale de faible taux d'expansion se trouve au rayon r tel que $2\pi r = \lambda$. On en déduit les fréquences de coupure haute et basse de notre antenne dont nous avons rassemblé toutes les caractéristiques dans le tableau 7.1.

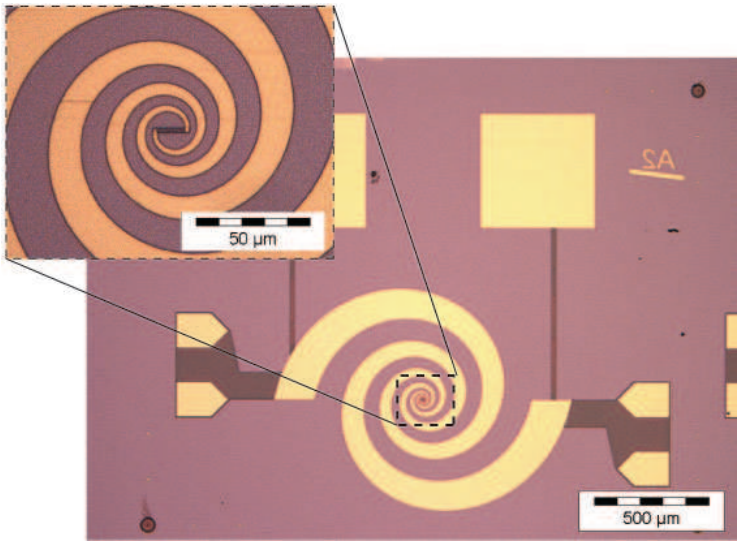


FIGURE 7.4 – Image d'une antenne spirale prise au microscope avant l'ajout de la jonction Josephson. Encart : Agrandissement de la partie centrale.

L'antenne log-périodique est une amélioration de l'antenne papillon. L'ajout de dents perpendiculaires permet de perturber le trajet du courant et donc de le

Table 7.1 – Caractéristiques des antennes spirales fabriquées

Paramètre	Valeur
Taux d'expansion a	0,2
Rayon minimal	7 μm
Rayon maximal	560 μm
Fréquence de coupure basse[a]	85 GHz
Fréquence de coupure haute[a]	6,8 THz
Impédance	80 Ω
Largeur du micro-pont contenant la jonction	2 μm

[a] Nous avons utilisé la relation approximative $\lambda = 2\pi r$.

Table 7.2 – Caractéristiques des antennes log-périodiques fabriquées

Paramètre	Valeur
Facteur d'échelle τ	2
Rayon moyen du premier arc[a]	19 μm
Rayon moyen du dernier arc[a]	345 μm
Première fréquence de résonance[b]	120 GHz
Dernière fréquence de résonance[b]	2,1 THz
Impédance	80 Ω
Largeur du micropont contenant la jonction	6 μm

[a] Le rayon moyen est donné par $r = (r_n + R_n)/2$.
[b] Nous avons utilisé la relation approximative $\lambda = \pi r$, différente de la relation utilisée pour les antennes spirales.

concentrer, évitant les désagréments que nous avions mentionnés pour l'antenne papillon.

En choisissant les angles α et β tels que $\alpha + \beta = 90$ degrés, l'antenne formée est autocomplémentaire et son impédance est à nouveau donnée par le principe de Babinet (équation 7.3).

Le rapport entre les distances aux angles successifs des dents est constant et donné par le facteur d'échelle τ :

$$\tau = \frac{R_{n+1}}{R_n}$$

Ce type d'antenne présente une série de résonances à chaque fois que la longueur moyenne de l'un des arc, $\pi(r_n + R_n)/4$ devient égale à $\lambda/2$ (Gonzalez et Boreman, 2005). On en déduit une estimation de la plage de fréquence accessible qui est donnée avec les paramètres de l'antenne dans le tableau 7.2.

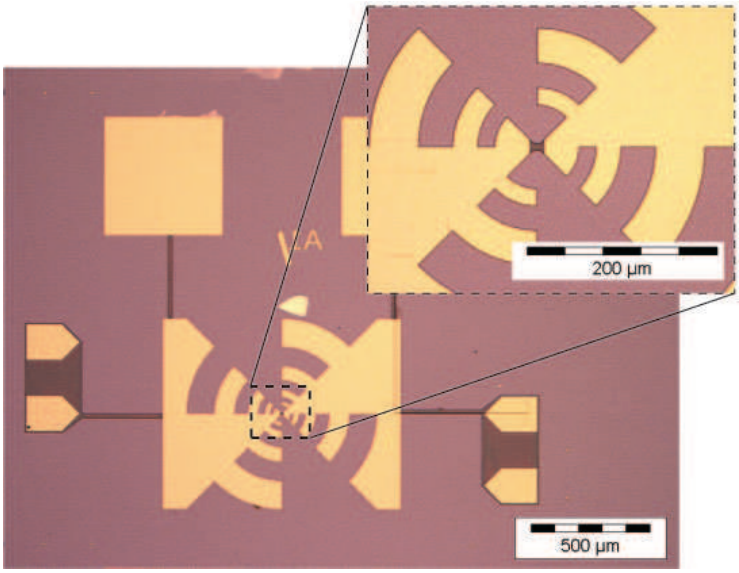


FIGURE 7.5 – Image d'une antenne log-périodique prise au microscope avant l'ajout de la jonction Josephson. Encart : Agrandissement de la partie centrale.

7.2 Mesures basse-fréquences : marches de Shapiro et transformation de Hilbert

7.2.1 Fabrication et propriétés dc des jonctions

Nous avons étudié le comportement de jonctions Josephson intégrées dans des antennes spirales et log-périodiques. Ces dispositifs ont été fabriqués par la méthode décrite au chapitre 2 en partant de couches supraconductrices de deux épaisseurs différentes : 70 nm et 150 nm. Pour créer les jonctions Josephson, les couches de 150 nm ont été irradiées avec une dose de $4{,}5 \times 10^{13}$ ions/cm^2 et les couches de 70 nm par une dose plus faible, de 3×10^{13} ions/cm^2. En effet, nous avons vu au chapitre 2 et 3 que les défauts créés par l'implantation ionique étaient plus importants à proximité de la surface du matériau. Nous avons donc cherché à compenser cet effet pour obtenir des caractéristiques comparables entre les deux types de couches. La largeur des fentes utilisées pour définir les jonctions Josephson était de 20 nm dans tous les cas.

7.2.1.1 Résistance normale et transition supraconductrice

Les variations de la résistance avec la température pour quelques dispositifs sont présentées figure 7.6, la résistance étant normalisée par l'inverse de la section du micropont contenant la jonction (section différente selon le type de dispositif comme indiqué tableau 7.1 et 7.2).

Nous pouvons faire quelques remarques :

– la température critique des films diffère d'un Kelvin environ. Ceci correspond

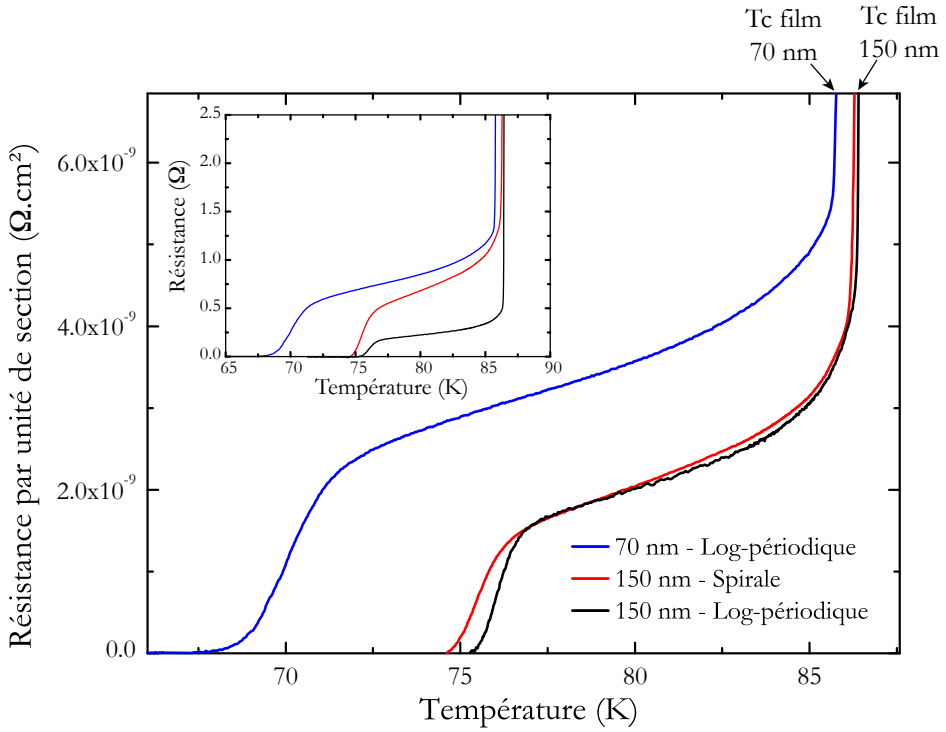


FIGURE 7.6 – Courbe de résistance normalisée par la section en fonction de la température pour trois jonctions. Film de 70 nm d'épaisseur, antenne log-périodique (bleu). Film de 150 nm d'épaisseur, antenne spirale (rouge). Film de 150 nm d'épaisseur, antenne log-périodique (noir). Encart : Résistance non normalisée.

effectivement aux données du fournisseur Theva : la température critique des films diminue pour des épaisseurs inférieures à 100 nm environ.
- les caractéristiques des jonctions réalisées à partir des films de 150 nm d'épaisseur sont très proches puisque les courbes $\rho(T)$ se superposent parfaitement. La température de couplage Josephson de 75 K environ correspond aux calculs SRIM.
- en revanche, les caractéristiques des jonctions réalisées à partir de films de 70 nm d'épaisseur sont sensiblement différentes malgré la compensation en dose que nous avons faite. Il sera nécessaire d'affiner cette correction de dose pour tenir compte de l'épaisseur initiale des films.

7.2.1.2 Courbes courant-tension

Les caractéristiques supraconductrices dc des jonctions sont accessibles par une étude des courbes I-V mesurées à différentes températures. La figure 7.7 présente un exemple de courbes mesurées sur le dispositif intégré dans une antenne log-périodique. On peut en déduire l'évolution du courant critique avec la température, et la variation de la résistance différentielle avec le courant de polarisation.

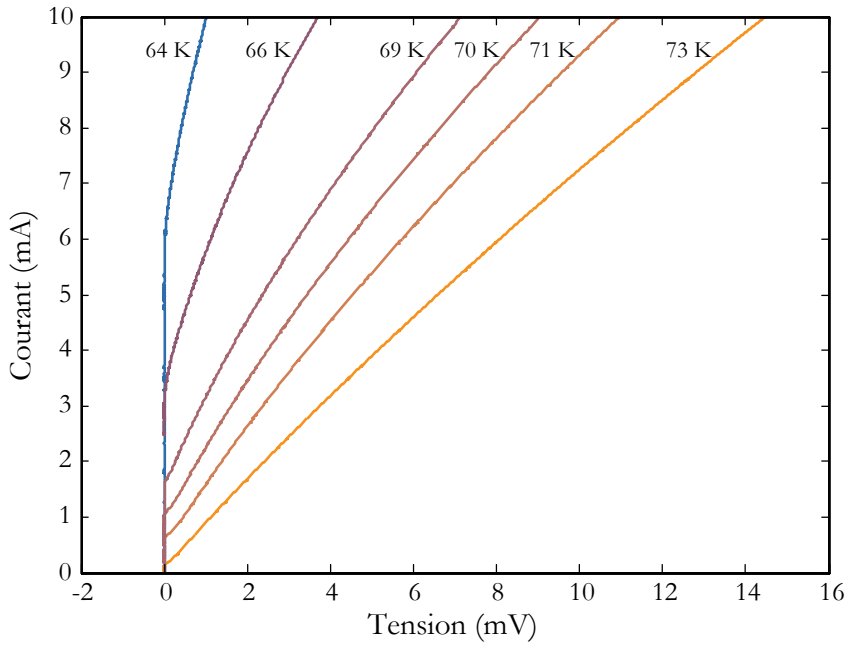


FIGURE 7.7 – Courbes I-V à différentes températures pour le dispositif intégré dans une antenne log-périodique.

Commençons par présenter la variation de courant critique pour les deux types de dispositifs (figure 7.8). Les courbes sont correctement ajustées, à haute température, par une variation quadratique de $I_C(T)$ comme prévu par la théorie de l'effet de proximité présentée dans le chapitre 3. Des déviations apparaissent néanmoins à plus basse température, déviations plus marquées pour le dispositif à

base d'antenne spirale, probablement du fait d'un micropont plus fin, 2 μm contre 6 μm pour les dispositifs à base d'antenne log-périodique. À température égale, la densité de courant est plus fort dans le micropont de 2 μm. Le phénomène de dépairage que nous présenterons à la fin de ce chapitre peut expliquer qualitativement la déviation à basse température de la loi quadratique.

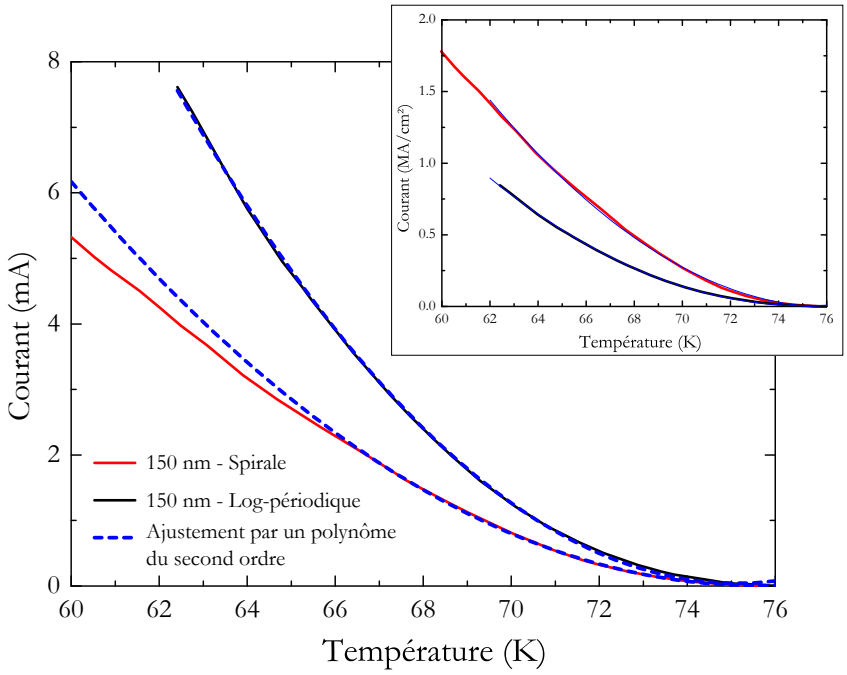


FIGURE 7.8 – Variation du courant critique avec la température pour deux dispositifs, intégrés dans une antenne log-périodique (noir) et d'une antenne spirale (rouge). Encart : Densité de courant critique pour ces mêmes dispositifs.

7.2.1.3 Résistance différentielle

Par différentiation des courbes I-V, nous pouvons aussi avoir accès à la résistance différentielle des jonctions qui est présentée figure 7.9.

Nous avons vu dans le chapitre précédent que la résistance différentielle était une caractéristique essentielle pour décrire le comportement des jonctions Josephson en présence de radiations hautefréquence. Explicitons donc quelque peu ces courbes.

Commençons par rappeler que la courbe de résistance différentielle attendue par le modèle RSJ est constituée d'un pic autour du courant critique, dont l'amplitude et la largeur dépendent principalement des fluctuations thermiques. Pour des courants inférieurs à I_C, la résistance différentielle est nulle (état supraconducteur de la jonction) ; à plus forte polarisation, la courbe tend vers une valeur constante, égale à R_N la résistance normale de la jonction.

Si l'on commence par étudier les courbes de la figure 7.9 correspondantes aux hautes températures, on constate que les jonctions par irradiation suivent correc-

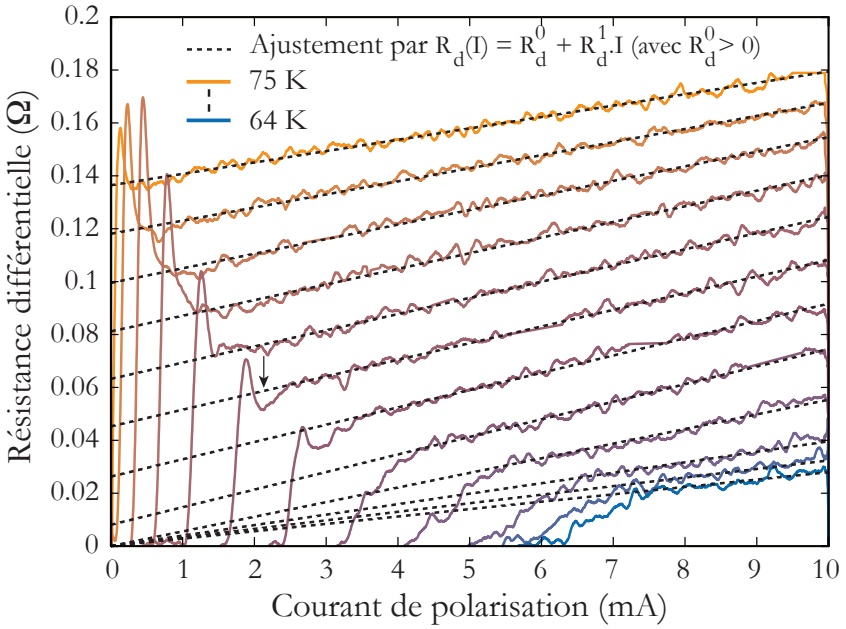


FIGURE 7.9 – Ajustement des résistances différentielles permettant d'extraire la résistance différentielle à courant nul : $R_d^0 = R_d(I = 0) = R_N$ et la variation de résistance différentielle avec le courant $R_d^1 = \partial R_d / \partial I$ exprimée en Ω/A. La flèche indique la température de début du « creux » de résistance différentielle explicité dans le texte.

tement le modèle RSJ à l'exception d'une augmentation constante de la résistance différentielle avec le courant de polarisation. Ceci se comprend dans le cadre du modèle que nous avons développé au chapitre 3 ; lorsque le courant augmente, le potentiel de paires Δ diminue aux bornes de la jonction ce qui accroît donc sa longueur apparente et entraîne une augmentation de résistance.

Lorsque la température diminue, un premier effet commence à apparaître, autour de 70 K, qui s'éloigne plus sensiblement des prédictions RSJ : la présence d'un creux à la suite du pic de courant critique dont l'apparition est indiquée par une flèche figure 7.9. Ce creux peut s'expliquer par l'accroissement du potentiel de paires dans les électrodes. La supraconductivité aux bornes de la jonction étant de plus en plus robuste, le courant nécessaire pour affaiblir la supraconductivité des électrodes augmente. Nous présenterons d'une manière plus détaillée cet effet dans la section 7.3 en étudiant les propriétés de mélange.

Enfin, lorsque la température devient encore plus basse, en dessous de la température T^* de la jonction définie au chapitre 3, $R_d^0 \to 0$ et la forme de la forme de la courbe $R_d(I)$ à forte polarisation changent qualitativement : elle tend vers une parabole.

Cette évolution particulière de la résistance normale et différentielle va avoir de profondes conséquences sur le comportement de la jonction sous irradiation micro-onde comme nous allons le voir dans la suite de ce chapitre.

Les courbes de résistance différentielle permettent d'obtenir l'évolution de la résistance normale de la jonction prise comme $R_N(I = 0) = R_d^0$, c'est-à-dire la résistance normale à courant de polarisation nul, et présentée, conjointement avec R_d^1 sur la figure 7.10. On remarque que les valeurs extraites des courbes I-V sont en accord avec les valeurs mesurées de façon plus conventionnelle au-dessus de la température Josephson. Le courant de polarisation utilisé lors de la mesure de la résistance au dessus de la température critique étant faible (1 μA), la résistance mesurée correspondait à la résistance à faible polarisation R_d^0, ce qui est bien confirmé sur la figure 7.10.

La figure 7.10 permet aussi d'observer la température T^* que nous avions déjà explicitée au chapitre 3 et qui marque la température de transition de la jonction et la fin de l'effet Josephson de type S-N-S, la jonction étant alors de type S-S'-S. L'évolution du terme R_d^1 traduit aussi cette transition vers un régime de fonctionnement différent. T^* vaut 66,2 K pour le dispositif log-périodique et 67,3 K pour le dispositif spiral.

7.2.1.4 Fréquence caractéristique et température normalisée

Ayant extrait la variation de la résistance normale et du courant critique avec la température, nous pouvons en déduire la tension caractéristique $I_C R_N$ et son comportement en fonction de la température (figure 7.11). Nous avons considéré la valeur de R_N dans deux cas : un courant de polarisation nul et un courant de polarisation élevé, de 10 mA, changeant notablement la résistance. En utilisant les ajustements linéaires de la figure 7.9, on peut en déduire une évaluation de la

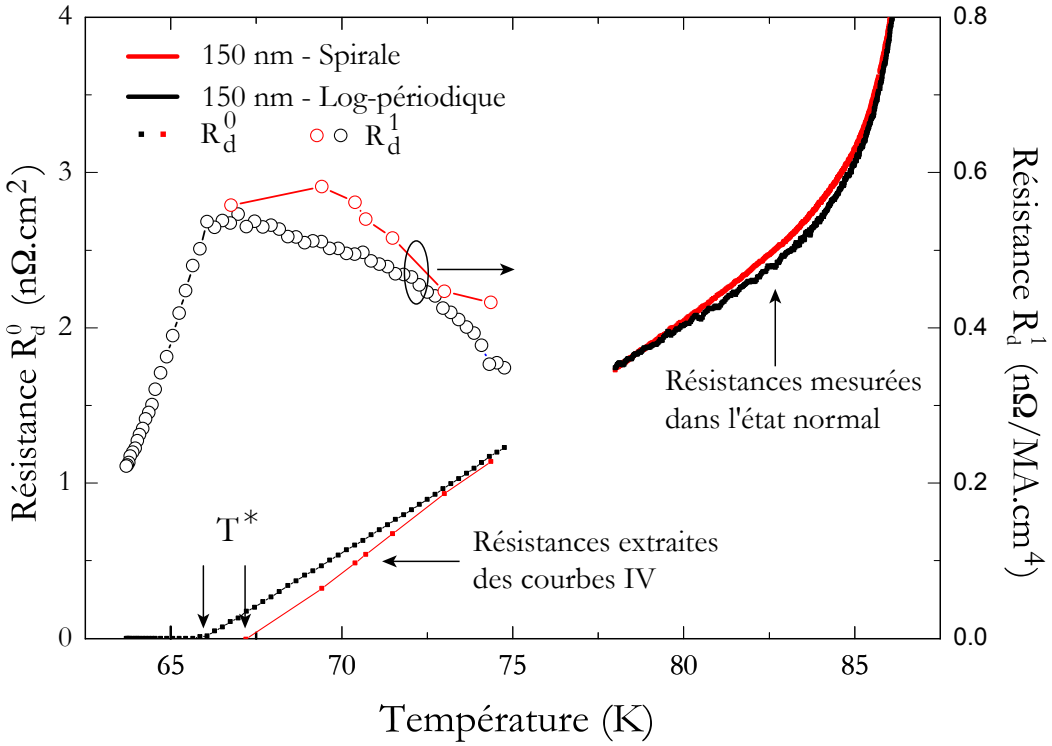


FIGURE 7.10 – Évolution des paramètres de la résistance différentielle, R_d^0 et R_d^1, avec la température. Ces paramètres sont normalisés par les surfaces adéquates pour permettre une comparaison des dispositifs spiral et log-périodique, de sections différentes. La température T^* à laquelle $R_d^0 = 0$ marque la limite basse de validité du modèle S-N-S pour décrire la jonction.

résistance normale en fonction du courant de polarisation comme :

$$R_N(I) = \frac{V}{I} = \frac{1}{I}\int_0^I \frac{\partial V}{\partial I} dI = R_d^0 + \frac{R_d^1}{2} I$$

On remarque que l'effet sur la tension caractéristique est important. Les tensions caractéristiques sont de quelques 10^{-4} V vers 69 K à polarisation nulle ce qui correspond à des fréquences caractéristiques $\omega_C/2\pi$ de $40 - 50$ GHz, indiquées sur l'axe de droite, en revanche ces fréquences peuvent dépasser la centaine de gigahertz lorsque la résistance normale augmente à forte polarisation. On rappellera cependant que le facteur de conversion des mélangeurs Josephson décroît comme Ω_p^{-2} lorsque $\Omega_p > 1$ (voir l'équation 6.23), les jonctions Josephson peuvent donc fonctionner jusqu'à plusieurs fois leur fréquence caractéristique (en pratique jusqu'à dix fois ω_C).

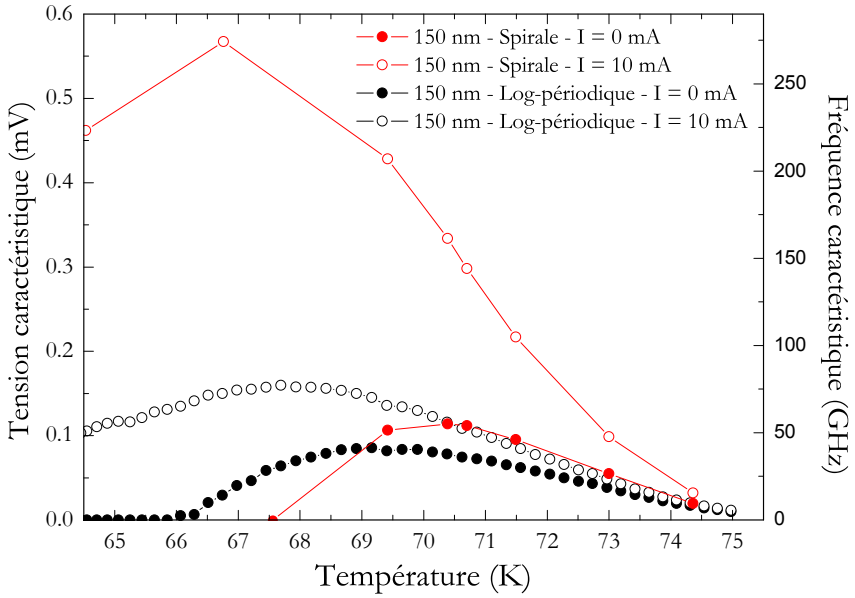


FIGURE 7.11 – Variation de la tension caractéristique $I_C R_N$ avec la température pour un courant de polarisation nul, indiqué comme $I = 0$ mA sur la figure (ronds pleins), et un courant de polarisation simulé de 10 mA (ronds vides). Pour $I = 10$ mA, on a supposé une résistance normale $R_N = R_d^0 + IR_d^1/2$. C'est à dire en supposant une variation de la résistance différentielle de la forme $R_d(I) = R_d^0 + IR_d^1$.

Le dernier paramètre que l'on peut évaluer à partir de ces informations est la température normalisée Γ qui est obtenue par l'équation $\Gamma = (2e/\hbar)k_B T/I_C$ et présentée figure 7.12.

7.2.1.5 Conclusion des mesures dc

Remarquons, pour conclure cette présentation du comportement dc des jonctions, que l'ensemble de ces caractéristiques : résistances normales, courants critiques, tensions caractéristiques et températures normalisées, est très proche pour

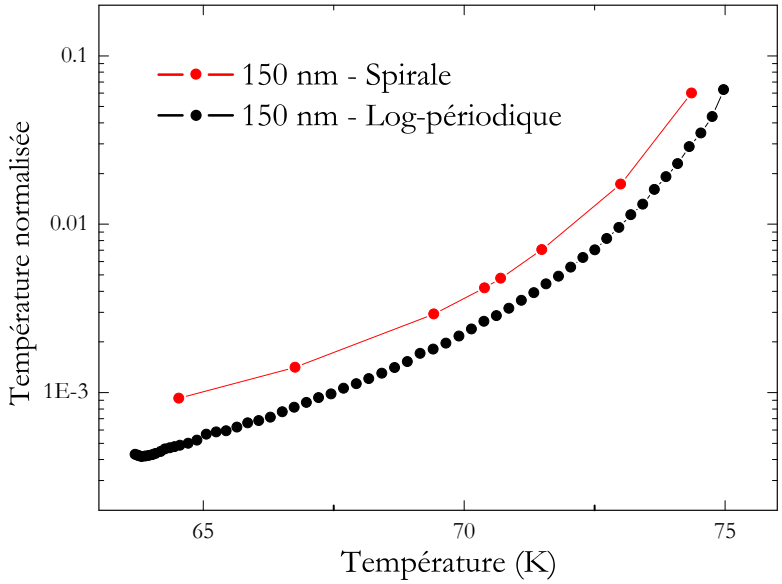


FIGURE 7.12 – Variation de la température normalisée $\Gamma = (2e/\hbar)k_BT/I_C$ avec la température.

les deux types de dispositifs malgré les sections et les géométries très différentes utilisées. On notera, comme nous l'avions déjà signalé au chapitre 3, que les caractéristiques de résistances sont quasiment identiques tandis que les courants critiques présentent des comportements plus sensibles aux petites variations (ici, l'effet de la géométrie spirale ou log-périodique a probablement un effet notoire).

Avant de passer à la présentation du comportement des jonctions en présence d'un signal hautefréquence, tentons de préciser les modifications qui s'opèrent dans la jonction lorsque le courant de polarisation augmente en rappelant l'effet des résistances normales et différentielles :

La résistance différentielle : En s'appuyant sur le chapitre précédent, nous pouvons anticiper le comportement de la jonction lorsque le courant de polarisation augmente :

- la largeur des oscillations Josephson et le bruit à basse fréquence dans la jonction augmentent (voir les équations 6.10).
- l'impédance à la fréquence intermédiaire Z_{DD} d'un mélangeur Josephson augmente ; la jonction sera donc plus facile à coupler et l'efficacité de conversion en sera d'autant meilleure.

La résistance normale : La résistance différentielle augmentant, la résistance normale va elle aussi croître. Or cette dernière est à la base des normalisations V_C et ω_C du modèle RSJ : ceci va donc avoir de nombreuses conséquences dont nous présentons ici quelques exemples :

- la fréquence caractéristique de la jonction s'appréciant, son fonctionnement global va s'améliorer dans les hautes fréquences. Le facteur de conversion pour un mélangeur Josephson ou la réponse directe pour un vidéodétecteur vont donc augmenter .
- la résistance normale nous donne aussi les impédances à haute fréquence : Z_{SS}, Z_{II} et Z_{OL}. Celles-ci vont croître avec le courant de polarisation ce qui permettra d'obtenir un meilleur couplage au rayonnement extérieur.
- un dernier effet, lié à la présence d'un terme $\partial R_N/\partial I$ non nul, va devenir prépondérant lorsque la température s'abaissera. Il sera présenté plus en détail dans la section 7.3.

Ces effets vont tous dans le sens d'une amélioration globale de l'efficacité de conversion de la jonction avec la polarisation. La température de bruit, principalement liée à la largeur des oscillations Josephson, va en revanche elle aussi augmenter avec la polarisation.

7.2.2 Comportement sous irradiation micro-onde à 70 et 140 GHz

7.2.2.1 Évolution des marches de Shapiro avec la puissance micro-onde et la température

Commençons notre étude expérimentale du comportement hyperfréquence des jonctions par l'observation des marches de Shapiro. La figure 7.13 présente les marches induites par une irradiation à une fréquence de 70 GHz.

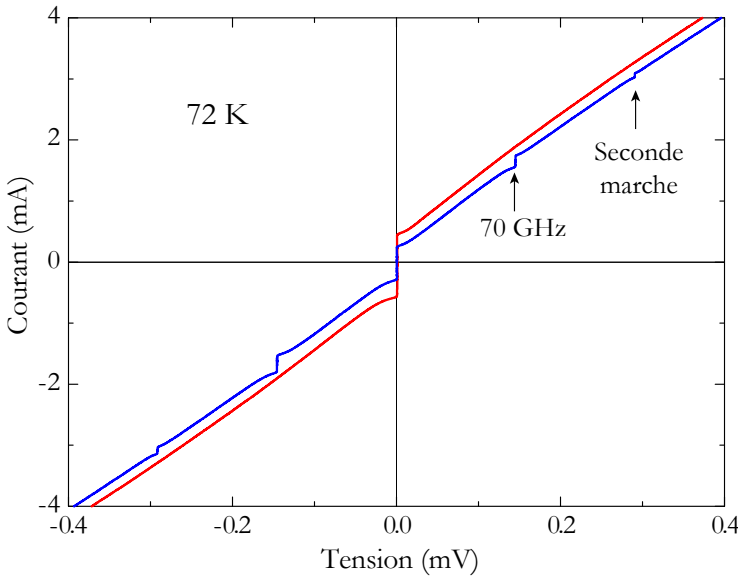


FIGURE 7.13 – Apparition de marches de Shapiro sous irradiation par un rayonnement à 70 GHz. La mesure a été conduite à une température de 72 K sur le dispositif intégré dans une antenne log-périodique et réalisé à partir d'un film de 150 nm d'épaisseur.

Moduler la puissance de la source micro-onde entraîne une variation de la hauteur des marches. Nous présentons sur la figure 7.14 le résultat d'une telle opération pour deux températures différentes. On peut en extraire l'évolution de la hauteur des premières marches en fonction de l'intensité du signal RF qui est indiquée dans les courbes de la figure 7.15. On remarque une forme proche des fonctions de Bessel avec quelques différences.

Malgré plusieurs tentatives, nous ne sommes pas parvenus à observer des oscillations des marches de Shapiro ou du courant critique, même à proximité immédiate de la température critique, c'est-à-dire pour de faibles densités de courant et un comportement à priori proche du modèle RSJ. Plusieurs explications peuvent être avancées pour expliquer ce fait parmi lesquelles :

- un manque de puissance de la source RF qui serait lié, soit au fait d'être hors de la bande passante de l'antenne, soit à la désadaptation importante d'impédance entre la jonction et l'antenne.
- une rupture de l'hypothèse de polarisation en courant de la jonction, liée par exemple à une résonance entre la jonction et l'antenne ou entre la jonction et le circuit FI qui est relié à la jonction même s'il n'est pas utilisé dans ces mesures. Ces phénomènes sont cependant souvent indiqués par des déviations de la courbe courant-tension.
- enfin, il est possible que le fonctionnement des jonctions par irradiation soit plus éloigné que nous ne le supposons du modèle RSJ et que les fonctions de Bessel ne soient plus solutions même approximatives de l'équation donnant la hauteur des marches. Nous présentons à la fin de ce chapitre un mécanisme de mélange non Josephson dans nos jonctions qui pourrait être à l'origine du comportement anormal des marches de Shapiro. On notera cependant que le comportement à haute fréquence des jonctions est plus aisé à modéliser que les courbes dc, la gamme de fréquences d'intérêt à simuler étant finie tandis que la simulation des courbes continues implique de faire varier la fréquence de l'oscillation Josephson de zéro à plusieurs centaines de gigahertz.

Nous avons aussi observé l'évolution des hauteurs de marche avec la température à puissance RF constante (ce qui ne veut pas dire que l'intensité du courant RF générée dans la jonction soit constante, car l'impédance de la jonction va varier comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent). Les courbes I-V pour quelques températures sont donnée figure 7.16 (haut). En dessous d'une certaine température, on observe l'apparition puis la disparition d'une marche à la moitié de la tension attendue pour notre fréquence d'irradiation de 70 GHz. Cette marche est due à une synchronisation de la première harmonique de l'oscillation Josephson, à la fréquence $2\Omega_J$. Sur la figure 7.16 (bas) nous avons extrait des données la variation des hauteurs des premières et secondes marches (rouge et bleu) ainsi que les hauteurs des marches négatives, c'est-à-dire à la tension $-V_\omega$. Les variations des marches et du courant critique pour les polarisations positives et négatives ne sont pas identiques ce qui s'explique par un piégeage de flux magnétique dans le supraconducteur.

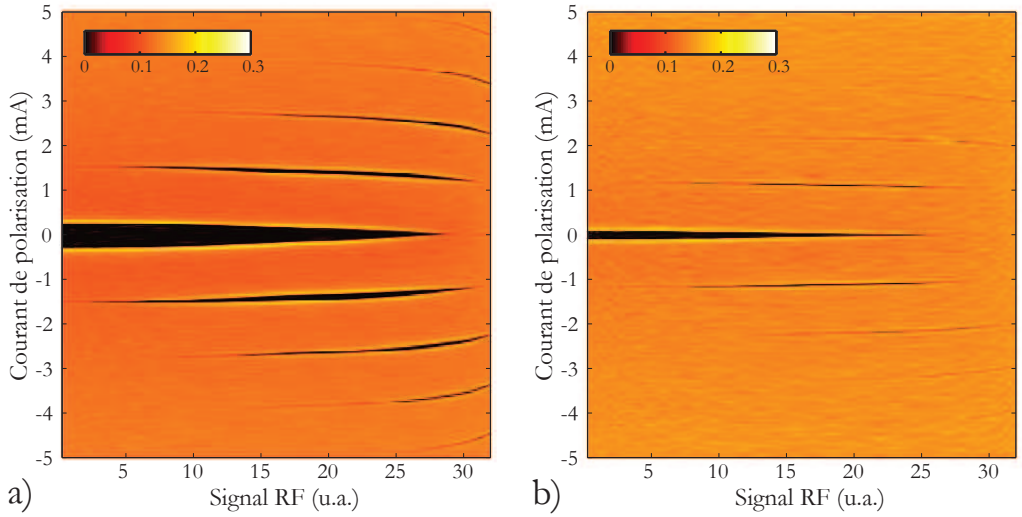


FIGURE 7.14 – Résistance dynamique dV/dI de la jonction en fonction du courant de polarisation et du signal RF pour deux températures : 73 K (a) et 74,25 K (b). Le signal à 70 GHz est donné en unité arbitraire équivalente à un courant RF I_ω, c'est-à-dire en fonction de la racine carrée de la puissance à la sortie de l'atténuateur.

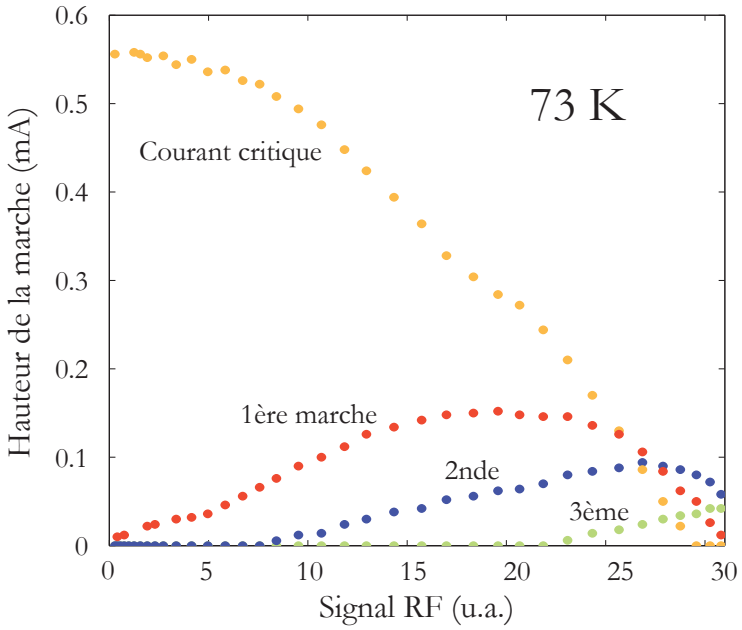


FIGURE 7.15 – Variation de la hauteur du courant critique et des marches de Shapiro en fonction de l'intensité du signal RF. La mesure a été conduite à une température de 73 K (figure 7.14 (a)).

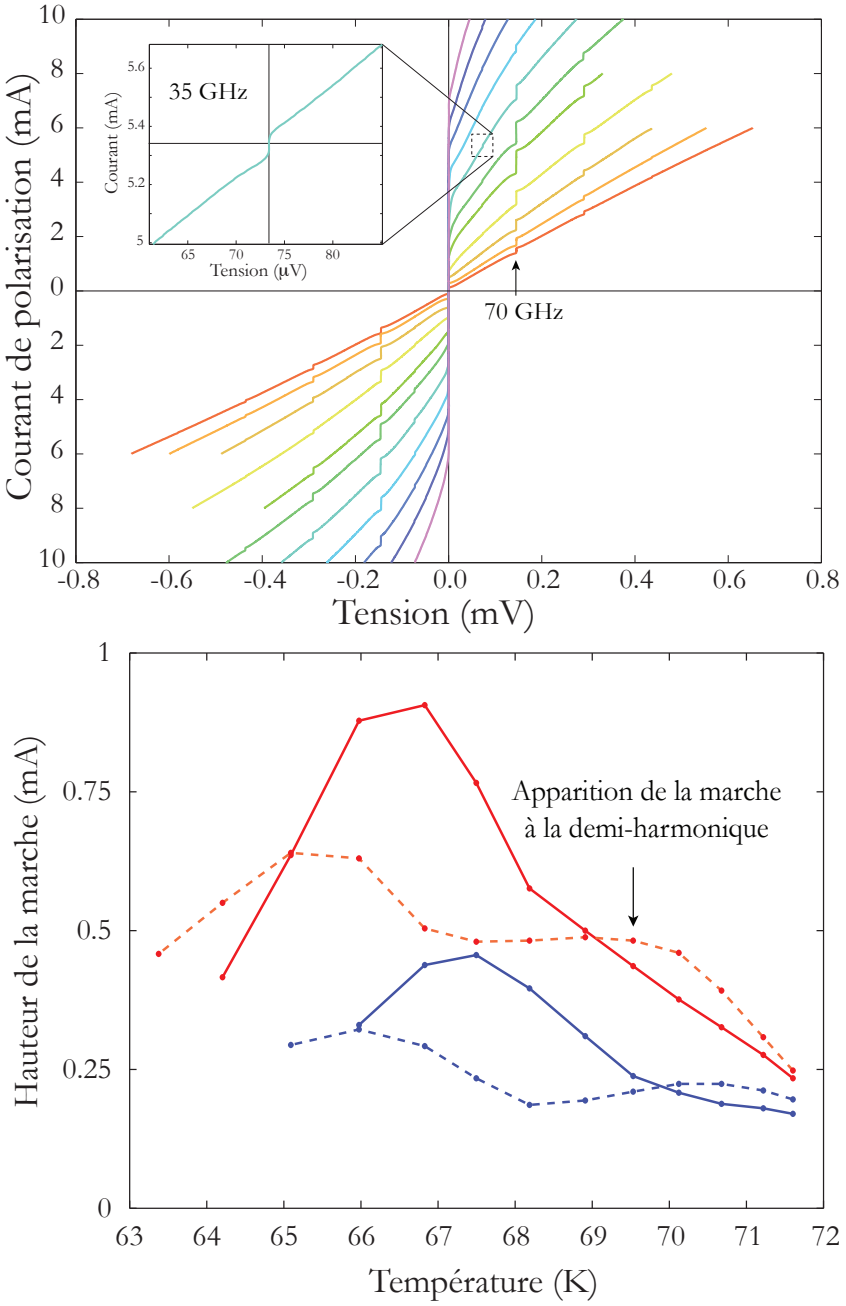


FIGURE 7.16 – (haut) évolution des marches de Shapiro avec la température sous irradiation par un rayonnement à 70 GHz. La température va de 71,5 K (rouge) à 61,5 K (violet). En deçà d'une certaine température, on voit apparaître une marche à une tension équivalente à une irradiation à 35 GHz. Encart : Agrandissement de la marche située à la demi-harmonique pour une température de 65 K. (bas) Hauteur du courant critique et des premières (rouge) et secondes marches (bleu) en fonction de la température pour les courants de polarisation positifs (plein) et négatifs (pointillés). Le dispositif étudié est intégré dans une antenne log-périodique et constitué d'un film de 150 nm d'épaisseur.

7.2.2.2 Réponse continue à une radiation à 140 GHz

L'utilisation d'une source pulsée associée à une détection synchrone permet d'extraire la réponse directe de notre détecteur Josephson. Le BWO ajusté pour donner une fréquence de sortie de 140 GHz et la puissance du signal est modulée à 3 kHz tandis que la réponse dc et la réponse synchrone à 3 kHz sont enregistrées à la sortie de deux pré-amplificateurs à bas bruit réalisant la séparation en fréquence du signal (schéma figure 7.17). La courbe I-V est utilisée pour obtenir la résistance différentielle de la jonction ainsi que l'équivalence courant-tension. La courbe mesurée au détecteur synchrone (« lock-in ») donne la réponse dc en tension que nous avons définie au chapitre précédent et qui peut ensuite être transformée en réponse spectrale par une transformation de Hilbert.

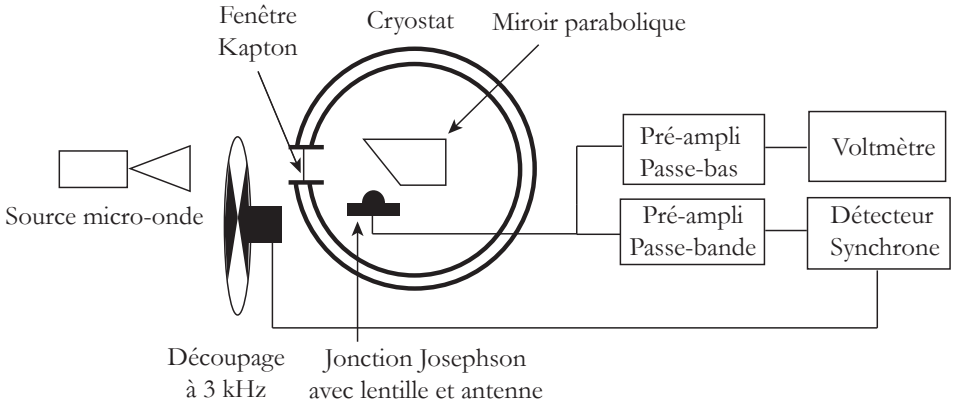


FIGURE 7.17 – Schéma électrique du dispositif de mesure de la réponse dc à une radiation micro-onde.

Les courbes de réponse continue à différentes températures sont présentées figure 7.18 (haut) ainsi que des coupes à certaines valeurs spécifiques de la tension (bas). Ces courbes diffèrent du résultat donné par le simple modèle RSJ figure 6.10. La réponse continue ne s'annule pas et ne devient pas non plus négative. À la courbe attendue se superpose un fond continu indiqué en pointillés rouges sur la figure 7.18 (haut). Lorsque la température diminue et que la jonction s'éloigne de plus en plus du modèle RSJ, le fond devient prépondérant. La figure 7.18 (bas) présente les réponses continues en fonction de la température pour quelques valeurs de la tension ; au courant critique, juste avant la marche de Shapiro et juste après la marche de Shapiro. On remarque une évolution semblable à l'évolution de la hauteur de marche donnée figure 7.16. La température T^* marque la fin du pic de réponse dc au courant critique ce qui est attendu, la résistance étant alors quasi nulle à faible courant, l'effet Josephson est détruit. Lorsque le courant augmente, la résistance croît et, avec elle, la réponse dc de la jonction.

À haute température, quand la courbe de réponse continue est relativement proche du modèle RSJ, nous avons réalisé une transformation de Hilbert telle que décrite dans la section 6.2.2.3 après avoir retiré le fond continu en soustrayant un

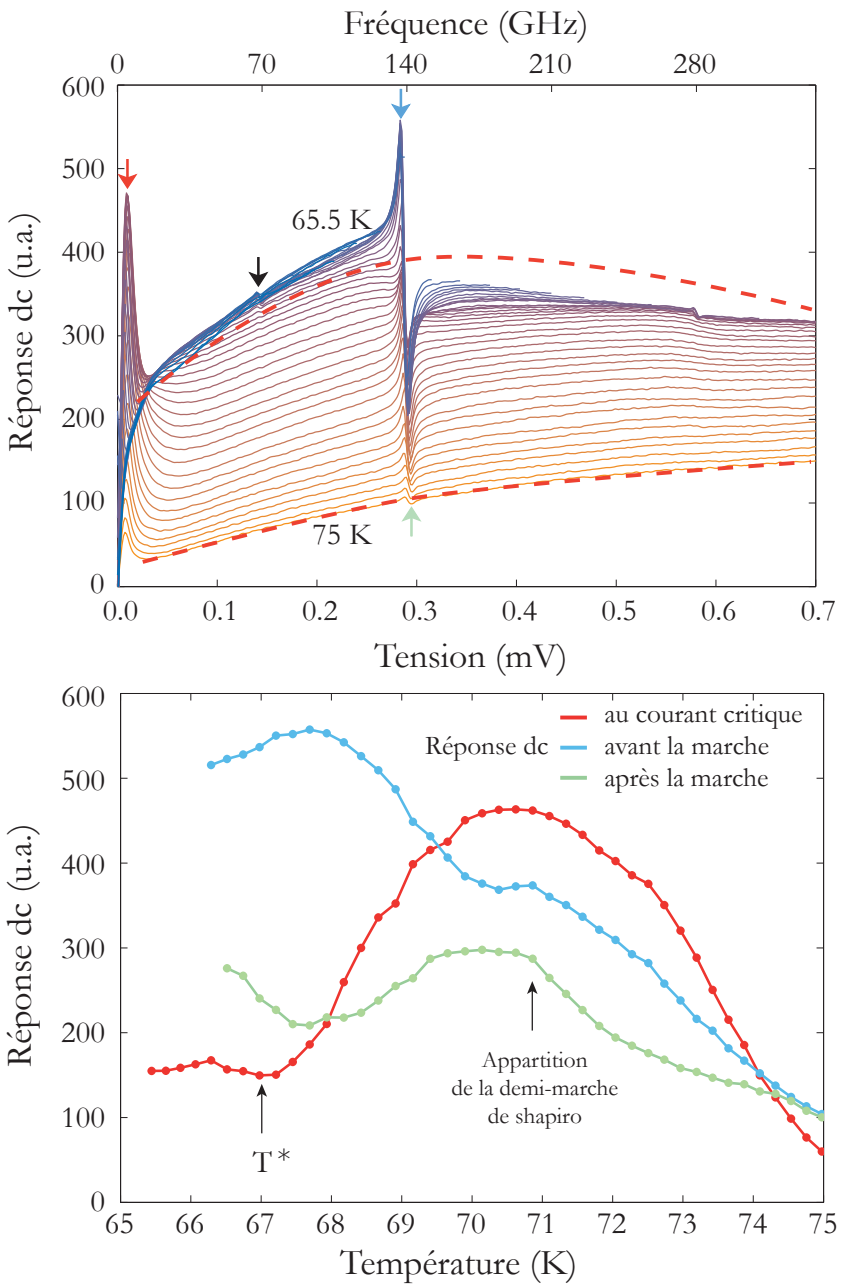


FIGURE 7.18 – (haut) Réponse dc en tension à une radiation à 140 GHz pour différentes températures allant de 75 K (orange) à 65,5 K (bleu). (bas) Coupes en fonction de la température pour trois valeurs de la tension aux bornes de la jonction indiquées sur la figure du haut. Les flèches noires indiquent l'apparition d'une marche à la demi-fréquence.

ajustement de la courbe de réponse par un polynôme de degré quatre. Les spectres obtenus sont présentés figure 7.19 et présentent une forme convenable. En particulier, la hauteur du pic est bien proportionnelle à la puissance du signal incident comme indiqué dans l'encart. La largeur à mi-hauteur du pic de signal est relativement indépendante de la puissance du signal incident et vaut 1,8 – 1,9 GHz. La largeur des oscillations Josephson donnée par l'équation 6.8 peut être évaluée, dans nos conditions ($R_N \approx 0{,}15\,\Omega$ et $T = 73\,\mathrm{K}$), à environ 450 MHz. En supposant que la largeur du spectre est principalement donnée par la largeur de l'oscillation Josephson, ce qui est probable sachant que la largeur de bande du BWO est inférieure à 6 MHz, on trouve une largeur des oscillations quatre fois plus grande que celle donnée par un simple bruit Josephson. On notera cependant que la soustraction du fond avant transformée de Hilbert n'est justifiée par aucun argument théorique et ces résultats sont donc à prendre avec précautions. Le modèle de mélange comprenant un terme non Josephson, développé à la fin de ce chapitre, peut être utilisé pour expliquer la forme de la réponse continue. Une étude théorique plus approfondie serait néanmoins nécessaire avant de songer à l'appliquer à l'étude de la réponse dc. Ajoutons pour finir que l'augmentation de la résistance différentielle avec le courant que nous avons étudiée figure 7.9 implique une augmentation de la largeur des oscillations Josephson au long de la courbe I-V. Une implémentation quantitative de la transformée de Hilbert, visant à l'extraction du spectre du signal incident, devrait aussi tenir compte de ce phénomène (voir la section sur la transformée de Hilbert dans le chapitre précédent).

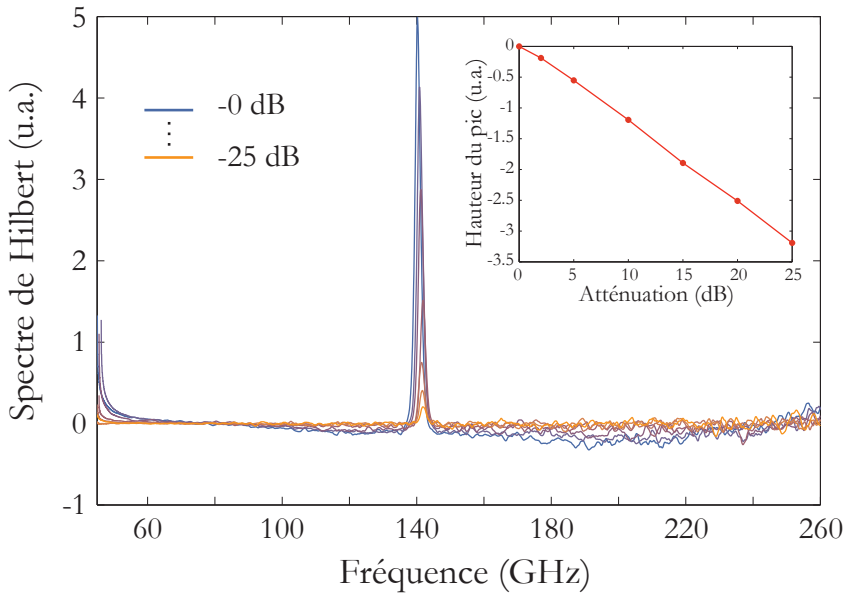


FIGURE 7.19 – Spectre de Hilbert du signal incident pour différentes puissances d'atténuation à une température de 73 K. Encart : Linéarité de la réponse avec la puissance incidente.

7.2.3 Mélange à deux ondes : courbes I-V et réponse continue

Le comportement de la jonction Josephson en présence de deux radiations de fréquences proches a été examiné en commençant par étudier les modifications dans les courbes I-V et la réponse continue.

Une courbe I-V sous irradiation conjointe par des radiations à 141 GHz et 146 GHz est présentée figure 7.20. Elle a été mesurée à une température de 65 K à laquelle la réponse dc et l'amplitude des marches est importante. On observe, outre les deux marches de Shapiro aux tensions attendues, différentes marches provenant des combinaisons possibles entre ces deux fréquences et mises en évidence sur la dérivée de la courbe I-V.

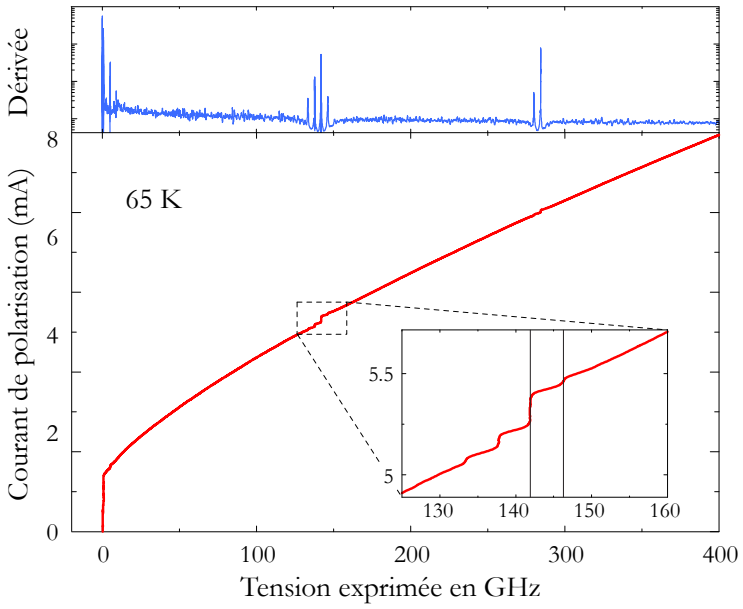


FIGURE 7.20 – Courbe I-V à 65 K sous irradiation par deux fréquences différentes : 141 GHz et 146 GHz. On observe une succession de marches de Shapiro à différentes fréquences, combinaisons des deux fréquences injectées. (haut) Dérivée de la courbe I-V. L'axe des abscisses est exprimé en hertz en normalisant par $2e/h$.

Il est aussi possible d'observer le mélange des deux radiations dans la réponse continue présentée figure 7.21. Une réponse spécifique apparaît à la fréquence de battement, différente de la simple somme des réponses comme précisé dans la figure du bas. La figure du haut présente l'évolution de cette réponse avec la fréquence. En dessous de 15 GHz environ, la réponse se fond dans le pic dû au courant critique et le seul moyen d'observer le mélange est alors de réaliser une mesure à haute fréquence, c'est-à-dire une mesure cohérente

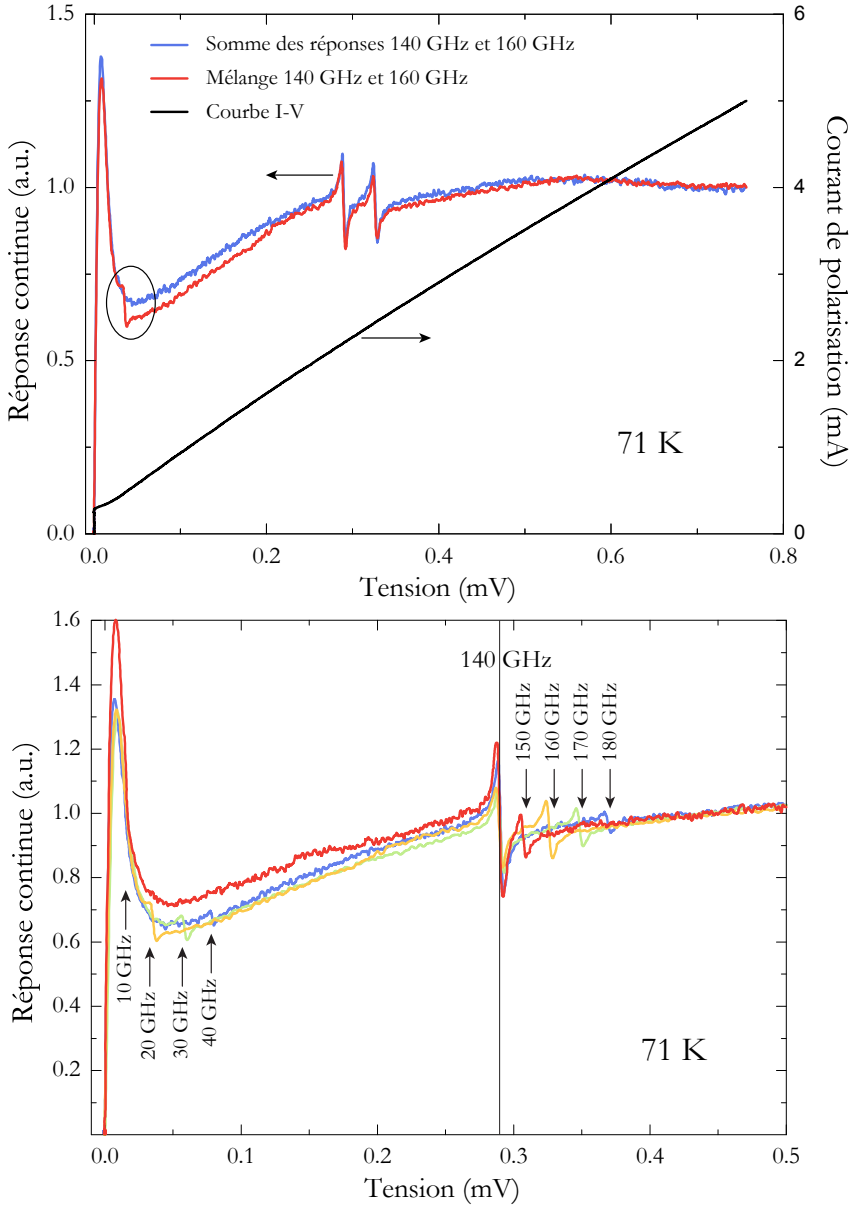


FIGURE 7.21 – (haut) Comparaison entre la réponse de la jonction à la somme de deux signaux, à des fréquences de 140 GHz et 160 GHz, et la somme des réponses de la jonction à chacun des deux signaux émis séparément. On remarque un pic supplémentaire à basse tension (c'est-à-dire à basse fréquence) traduisant le mélange à l'œuvre dans la jonction. Ces mesures sont réalisées à une température de 71 K. (bas) Réponse continue en tension à une superposition de deux radiations, l'une à 140 GHz, l'autre à 150 GHz (rouge), 160 GHz (orange), 170 GHz (vert) et 180 GHz (bleu).

7.3 Mesures à haute fréquence : détection cohérente à quelques centaines de gigahertz

7.3.1 Le montage micro-onde

Réaliser une mesure cohérente impose de coupler le signal de la jonction vers l'extérieur dans une certaine bande passante. Les longueurs d'onde étant nettement plus grandes à quelques gigahertz qu'au térahertz, l'antenne et le circuit de couplage peuvent être considérés comme petits (« lumped ») vis-à-vis du signal ce qui simplifie la mise en œuvre de la mesure.

Nous avons utilisé un amplificateur cryogénique (fabriquant : « Low-Noise Factory ») de bande passante $4 - 8$ GHz offrant un gain supérieur à 40 dB dans cette plage de fréquence et une température de bruit de quelques kelvins (2,5 K à 10 K, probablement un peu plus à 80 K). Cet amplificateur à bas bruit est placé à la sortie à la fréquence intermédiaire de la jonction, comme présenté figure 7.22, le couplage étant réalisé par un circuit micro-onde lithographié dans une plaque de Duroïd (Fabriquant : Rogers Corporation) de constante diélectrique $\varepsilon \approx 10$. Nous n'avons pas utilisé de circulateurs ou d'atténuateurs dans le circuit de mesure, la sortie de l'amplificateur cryogénique étant directement reliée à l'entrée d'un analyseur de spectre fonctionnant dans la gamme $4 - 8$ GHz.

Les deux sources micro-onde, l'une à 141 GHz et l'autre dans la gamme $1\,45 - 149$ GHz sont combinées en un unique faisceau par un film de mylar offrant 16 % de réflexion à un angle de 45 degrés. Le schéma du montage expérimental est donné figure 7.22, la paroi et l'écran à chaleur du cryostat étant masqués pour permettre de suivre le trajet des différents signaux.

7.3.2 Les spectres de mélange

La figure 7.24 (haut) présente un spectre de mélange typique, obtenu pour une différence entre les fréquences d'irradiation des deux sources de 4,51 GHz. Le pic de signal est environ 20 dB au-dessus du bruit de fond donné par l'analyseur de spectre. La largeur à mi-hauteur (-3 dB) de ce pic est d'environ 1,2 MHz. Sur cette figure, elle est causée par la résolution limitée en bande passante de l'analyseur (« resolution bandwidth » de 1 MHz) et non par la jonction. Une résolution plus fine sur l'analyseur permet d'observer que ce pic est constitué de plusieurs pics fluctuants avec des constantes de temps de l'ordre de la seconde, qui sont dues à des oscillations dans le plasma du BWO. Comme on s'y attendait, l'oscillation Josephson ne joue donc aucun rôle, les largeurs de bande des signaux étant de toute façon bien inférieures à la largeur thermique de 450 MHz.

L'évolution de ce pic avec la polarisation en courant est présentée pour deux températures, 71 K et 64 K figure 7.24 (bas). La figure de gauche correspond à une température à laquelle la jonction est relativement proche du modèle RSJ tandis qu'à la température de droite, des déviations importantes apparaissent.

À la température de 71 K, un signal de mélange commence à apparaître en

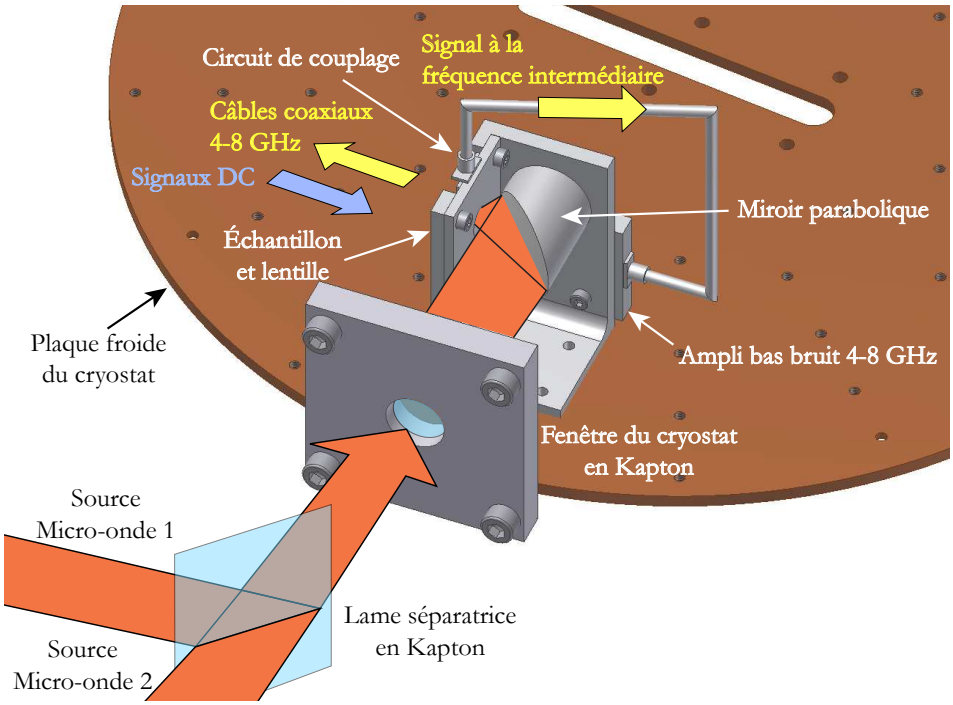


FIGURE 7.22 – Montage expérimental du mélangeur micro-onde et de certains éléments du cryostat. Les sondes de températures, les dispositifs de contrôle de la température ainsi que les parois du cryostat sont omis. Les connectiques de mesure au-delà du porte-échantillon sont symbolisées par des flèches.

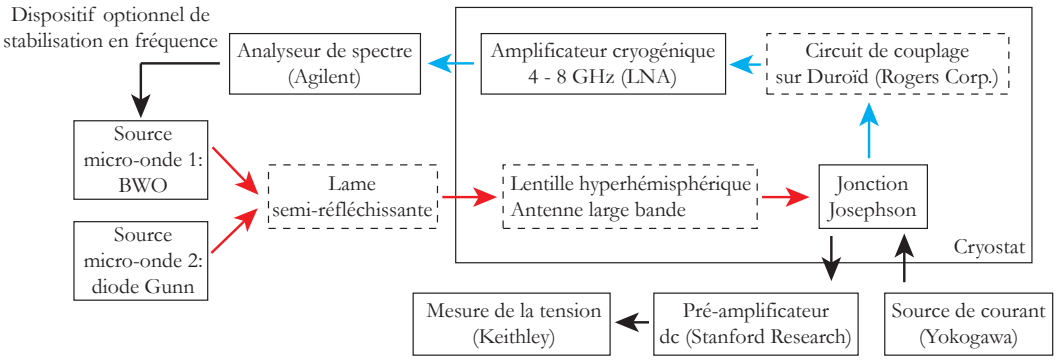


FIGURE 7.23 – Schéma électrique du dispositif de mesure. Les cadres pointillés indiquent les dispositifs de couplage. Les flèches rouges correspondent aux signaux haute fréquence (autour de 140 GHz), les bleues aux signaux à la fréquence intermédiaire et les noires aux signaux continus.

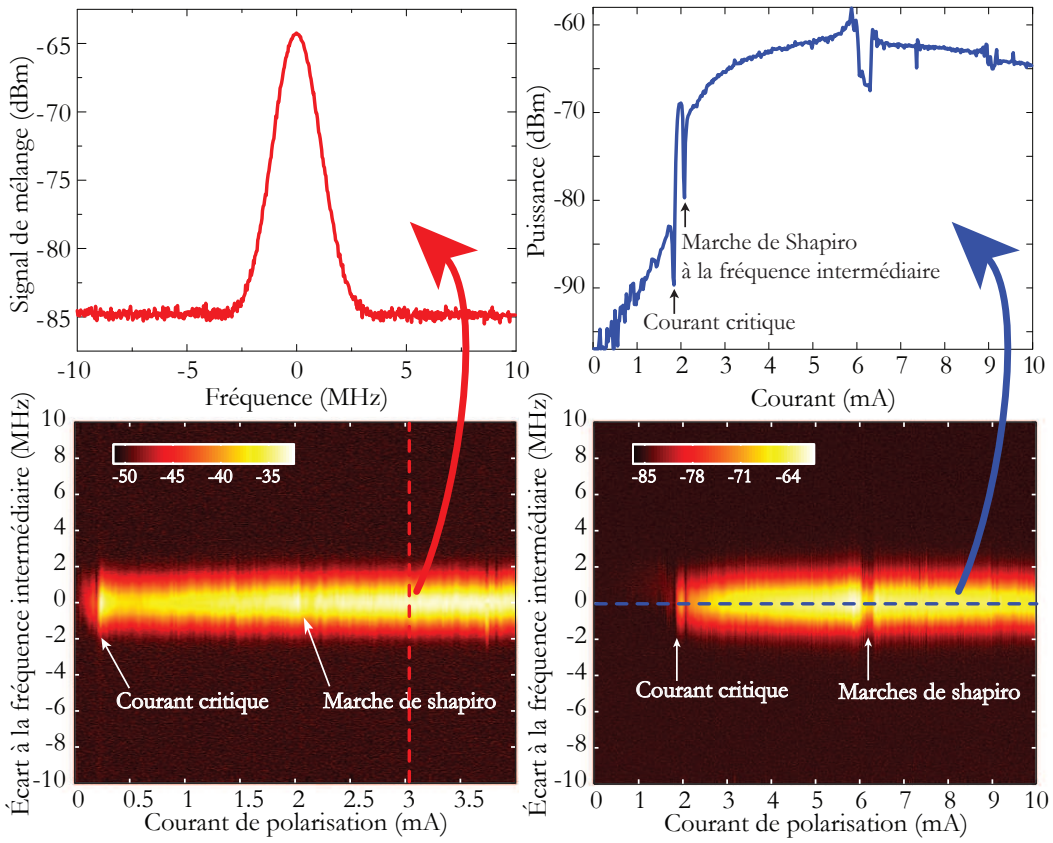


FIGURE 7.24 – (haut-gauche) Spectre du mélange autour de la différence de fréquence à 4,51 GHz. Le pic est 20 dB au dessus du bruit de fond donné par l'analyseur de spectre et la largeur à mi-hauteur (FWHM) est de 1,2 MHz, limitée par la résolution de bande de 1 MHz choisie sur l'analyseur de spectre. (haut-droit) Puissance en fonction du courant de polarisation à 65 K. (bas) Spectres à la fréquence intermédiaire en fonction du courant de polarisation à 71 K (gauche) et 64 K (droite).

dessous du courant critique, passe par un maximum pour $I = I_C$ puis décroît avant d'augmenter à nouveau à la première marche de Shapiro. La largeur du spectre est constante sur toute la mesure, ce qui est attendu si celle-ci est dominée par la résolution de l'analyseur de spectre. L'apparition d'un terme de mélange croissant lorsque la jonction est dans l'état supraconducteur (en dessous de I_C sur la figure 7.24 en haut à droite) est attendue : selon les simulations RSJ présentées plus bas, il correspond à la divergence de l'admittance de la jonction au courant critique. La diminution du signal au niveau de la marche de Shapiro est causée par la diminution de la résistance dynamique qui, comme nous l'avions vu dans le chapitre précédent, correspond à l'impédance de la jonction à la fréquence intermédiaire. Celle-ci se couple donc moins bien au circuit de mesure pour des courants de polarisation situés dans la marche de Shapiro. Ce phénomène est plus nettement visible sur la courbe à 64 K (figure 7.24 droite) du fait d'une marche de Shapiro plus marquée (voir aussi la figure 7.20).

La puissance totale extraite de la jonction peut être obtenue par intégration du spectre sur la largeur du pic. Les courbes de puissance en fonction de la polarisation sont données sur la figure 7.25 pour des températures allant de 71 K à 64 K.

La fréquence d'irradiation étant supérieure à la fréquence caractéristique de la jonction ($\Omega_p > 1$), la présence des pics au niveau des marches de Shapiro est attendue. À haute température, la courbe est donc proche des courbes RSJ présentées chapitre précédent (Z_{DS} indiqué figure 6.17 ou η_C tracée en rouge figure 6.19).

Lorsque la température diminue, un fond continu se superpose au signal attendu. Les maxima de mélange au niveau des marches de Shapiro sont toujours visibles et indiquent qu'une partie de la réponse peut toujours s'expliquer par le modèle RSJ et en particulier que nous nous trouvons toujours dans le cas $\Omega_p > 1$. Cependant, la réponse continue qui s'y superpose et possède un maximum large et éloigné de la marche de Shapiro ne peut pas être expliquée dans le cadre du modèle RSJ. Dans la section suivante, nous proposons une explication de ce phénomène dans laquelle celui-ci correspond à une autre forme de mélange présent dans les jonctions Josephson par irradiation.

La linéarité de la réponse du mélangeur Josephson a été vérifiée en atténuant le faible signal comme présenté figure 7.26 (droite). La forme des courbes puissance-courant indiquée figure 7.26 (gauche) est aussi relativement indépendante de la puissance du signal de pompe, dans une certaine limite. On note que lorsque le signal de pompe devient important, les marches de Shapiro ainsi que la marche qui apparait à la différence des fréquences créent des baisses de couplage de la jonction et donc des discontinuités croissantes dans les courbes puissance-courant.

7.3.3 Évolution du signal de mélange avec la température

En stabilisant dynamiquement la tension aux bornes de la jonction, nous avons mesuré l'évolution de la puissance fournie par la jonction à la fréquence intermédiaire en fonction de la température. La courbe 7.27 présente le résultat d'une telle opération, la tension étant stabilisée à la moitié de la tension de la marche de

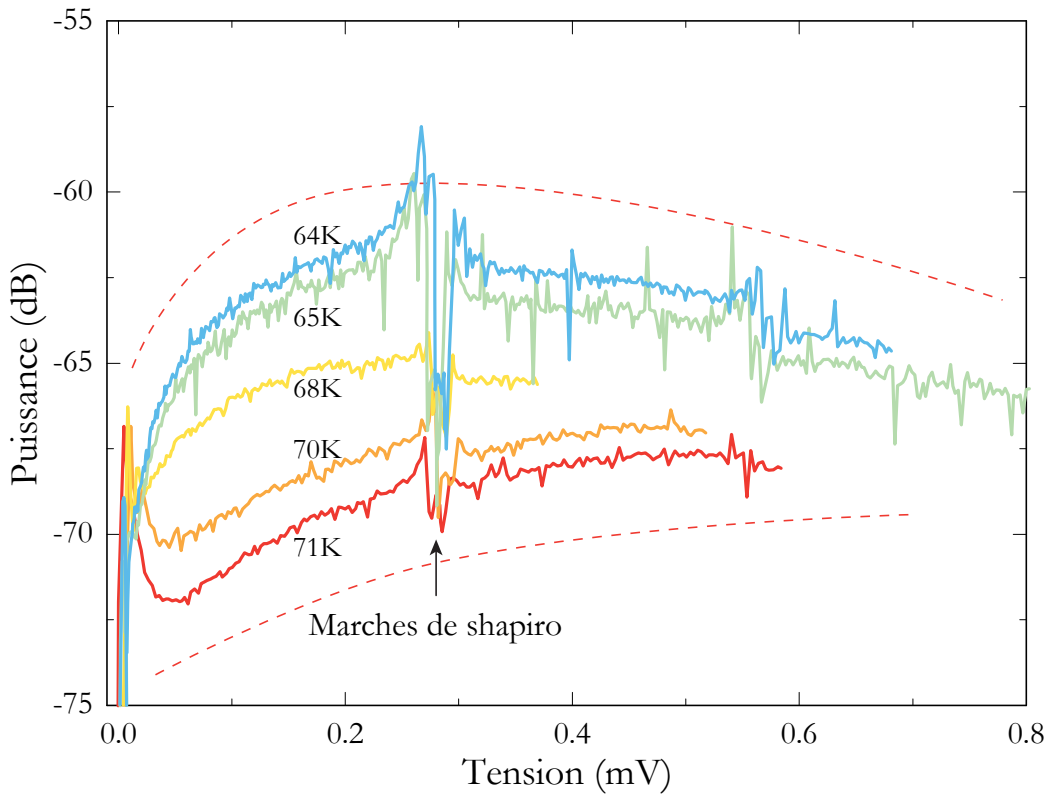


FIGURE 7.25 – Puissance fournie par la jonction à la fréquence intermédiaire obtenue par intégration du spectre du signal de mélange présenté figure 7.24. La puissance est mesurée pour différents courants de polarisation et présentée en fonction de la tension aux bornes de la jonction. (pointillés rouges) Indication de la forme du fond continu superposé à la réponse RSJ.

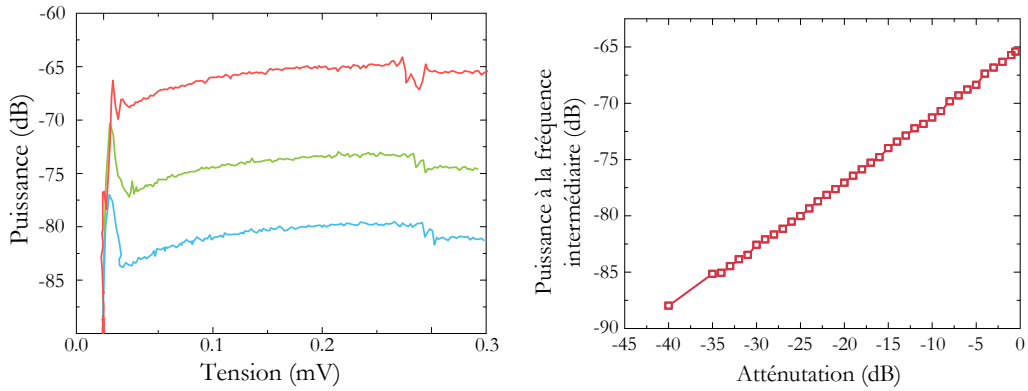


FIGURE 7.26 – (gauche) Puissance à la fréquence intermédiaire en fonction du courant de polarisation pour différentes puissances de pompe. (droite) Puissance à tension stabilisée (à la demi-marche) en fonction de l'atténuation en entrée. On vérifie que la réponse de la jonction comme mélangeur est bien linéaire.

Shapiro ($V = 0{,}146\,56\,\mathrm{mV} = (2e/h) \times 70\,\mathrm{GHz}$).

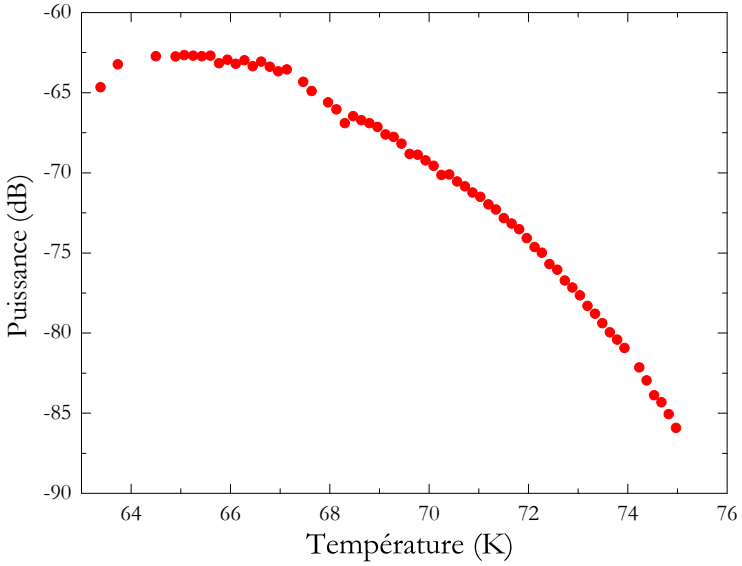


FIGURE 7.27 – Puissance du signal de mélange fourni par la jonction en fonction de la température. Le dispositif est stabilisé à la tension correspondant à la demi-marche de Shapiro.

La courbe présente une augmentation continue lorsque la température s'abaisse avec une stabilisation à basse température. Ce comportement est différent de celui attendu pour une simple jonction Josephson déterminée par le produit $I_C R_N$ à courant de polarisation nul indiqué figure 7.11.

7.4 La résistance des jonctions par irradiation comme élément non linéaire

Dans la théorie des matrices à trois accès développée au chapitre précédent, les termes importants pour le facteur de conversion sont principalement Z_{SS}, Z_{DD} et Z_{DS}. Les deux premiers termes permettent d'évaluer l'adaptation de l'accès d'entrée et de celui de sortie, mais le terme essentiel qui permet la conversion est le terme hors diagonal Z_{DS}. Ce terme est évalué en pratique en imposant un signal en courant à la fréquence Ω_S et en mesurant la réponse en tension à la fréquence Ω_D.

7.4.1 Une résistance normale dépendante du courant de polarisation

Supposons $\Omega_{OL}, \Omega_S > 1$. Hors des marches de Shapiro, le terme de mélange dû à la non-linéarité RSJ est alors faible. Plaçons-nous à un courant de polarisation I_0 éloigné d'une marche de Shapiro. Si l'on considère à présent une résistance normale de la jonction dépendant du courant au point de polarisation, nous pouvons la

développer pour des petites oscillations du courant comme :

$$R_N(I) = R_N(I_0) + \frac{\partial R_N(I_0)}{\partial I}.(I - I_0)$$

où $\partial R_N/\partial I(I_0)$ est la dérivée de la résistance normale par rapport au courant prise au point de polarisation I_0. L'équation RSJ nous permet d'écrire la tension aux bornes de la jonction dans le cas d'une résistance variable (en unités non normalisées) :

$$\begin{aligned} V(t) &= R_N(I)\left[I_0 + I_f(t) - I_C\sin(\phi(t)) + I_{OL}\sin(\omega_{OL}t) + I_S\sin(\omega_S t)\right] \\ &= R_N(I_0).I_0 - \frac{\partial R_N(I_0)^2}{\partial I}.(I_0) + R_N(I_0).I(t) + \frac{\partial R_N(I_0)}{\partial I}[I(t)]^2 \end{aligned}$$

où $I(t) = I_f(t) - I_C\sin(\phi(t)) + I_{OL}\sin(\omega_{OL}t) + I_S\sin(\omega_S t)$ est le courant normal à l'instant t.

Comme tout élément dont la résistance est fonction du courant, la jonction Josephson par irradiation comprend donc un terme quadratique en courant permettant de réaliser un mélange alors même que les conditions sont telles que la non linéarité Josephson est ineffective (par exemple au milieu d'un « riser » dans le cas $\Omega_{OL}, \Omega_S > 1$). Le coefficient donnant cette non linéarité est la dérivée de la résistance normale par rapport au courant : $\partial R_N/\partial I(I_0)$.

La particularité de la jonction Josephson par rapport à une simple résistance variable (par exemple un photoconducteur) est le mélange de cette non-linéarité avec la non-linéarité Josephson qui implique un comportement difficile à prévoir analytiquement. En effet, le terme $I(t)$ de l'équation précédente comprend le terme Josephson $I_C\sin(\phi(t))$ dans lequel la phase est déterminée par la tension $V(t)$ et la seconde équation Josephson.

7.4.2 Simulations RSJ en présence d'une résistance normale dépendante du courant

Nous pouvons confirmer cette sensibilité de Z_{DS} à la variation de résistance grâce aux simulations du modèle RSJ en présence d'une résistance variable. Une fonction test simple comportant un terme $\partial R_N/\partial I$ non nul dans une plage de courant est une sigmoïde d'équation

$$R_N(I) = \alpha \times \left[1 + \exp(-(I - I_0)/\lambda)\right]^{-1}$$

où α est la hauteur de la sigmoïde, I_0 la position du point de dérivée maximale et λ donne l'extension latérale de la zone de non-linéarité. La figure 7.28 présente le résultat des simulations pour deux conditions. Dans le premier cas, nous avons considéré une résistance normale constante égale à 0,083 Ω, valeur choisie pour pouvoir comparer la courbe avec les données expérimentales à 68 K. Dans le second cas, nous avons soustrait une sigmoïde à cette résistance normale, introduisant donc un pic de $\partial R_N/\partial I$ à une valeur du courant, choisie comme étant 2,2 mA dans cet exemple. Pour réaliser le mélange, un oscillateur local dont la fréquence non

normalisée est 140 GHz est ajouté dans les deux simulations ainsi qu'un signal à une fréquence 4 à 5 GHz plus élevée. Le courant critique vaut ici $I_C = 0{,}7\,\mathrm{mA}$.

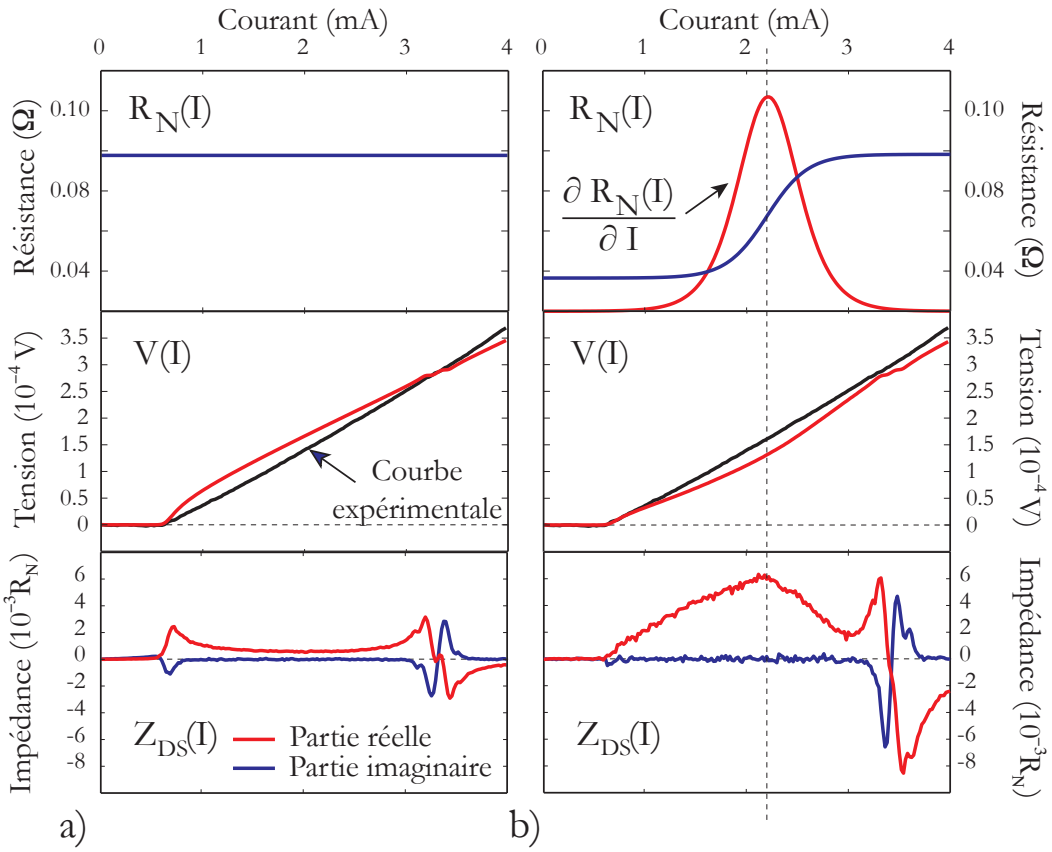


FIGURE 7.28 – (a) Simulation RSJ du facteur de conversion Z_{DS} en supposant une résistance normale constante. Le courant critique et la résistance normale sont ajustés pour se rapprocher de la courbe expérimentale mesurée à 68 K (en noir). (b) Simulations en présence d'un terme $\partial R_N/\partial I$ non nul. Nous avons pris comme fonction test une sigmoïde de hauteur 0,05 Ω centrée en $I_0 = 2{,}2\,\mathrm{mA}$ et de largeur 0,5 mA.

Nous observons bien sur la figure b) un accroissement de Z_{DS} lié à la valeur de $\partial R_N/\partial I$. L'intrication des non-linéarités de résistance et Josephson entraîne par ailleurs une augmentation de la conversion Josephson classique située à proximité de la marche de Shapiro. On remarque finalement que l'abaissement de la résistance à bas courant supprime la réponse Josephson au niveau du courant critique. Ces remarques correspondent de façon qualitative à la description que nous avons faite du comportement des jonctions étudiées ce qui appuie le modèle simple que nous venons de donner.

7.4.3 Comparaison avec les mesures

Dans l'exemple de la figure 7.28, la non-linéarité a été grossie artificiellement pour mettre en avant le phénomène de conversion. Des variations plus douces de la résistance normale permettent d'obtenir des courbes I-V et η_C-V proches des résultats expérimentaux. Nous avons indiqué figure 7.29 des simulations et des mesures comparées aux températures de 68 et 70 K. On notera que la dépendance simultanée des courbes vis-à-vis de R_N et de $\partial R_N/\partial I$ complique fortement l'ajustement de la mesure.

Dans les courbes de la figure 7.29, la forme de la résistance normale est prise comme :

$$R_N(I) = R_d^0 + \frac{R_d^1}{2}.I + \alpha\left(\frac{1}{1+\exp(-(I-\beta)/\gamma)} - 1\right)$$

où R_d^0 et R_d^1 sont les résistance différentielles extraites des courbes I-V comme nous l'avons vu plus haut et α, β et γ sont les trois paramètres permettant d'ajuster la sigmoïde. Ce modèle permet d'obtenir les courbes de résistances différentielles linéaires que nous avons présentées dans la section 7.2.1.3 et la sigmoïde permet en outre d'expliquer le creux de résistance différentielle que nous avions indiqué sur la figure 7.9. Cette modélisation, développée pour les mesures RF, est donc tout à fait cohérente avec les mesures dc que nous avions faites auparavant.

La figure 7.29 indique les courbes de résistance normales obtenues en bleu en haut. À une température de 68 K, l'ajustement par une simple sigmoïde montre ses limites pour les mesures dc ; la résistance à faible polarisation devrait être plus faible que celle que nous posons. On rappelle cependant que ce modèle ne repose sur aucune justification concernant l'emploi d'une sigmoïde plutôt que telle ou telle autre forme de courbe et seul un travail de compréhension du modèle de l'effet de proximité permettrait de postuler une forme particulière pour la résistance normale. Il faut aussi se rappeler que le calcul des courbes dc est toujours plus complexe que celui des caractéristiques RF à cause de la plage importante de fréquences à simuler (l'oscillation Josephson va de zéro à plusieurs centaines de gigahertz lorsque le courant varie de zéro à quelques milliampères).

7.4.4 Évolution en température

Le phénomène de mélange par la résistance non linéaire n'est a priori pas dépendant de l'évolution du courant critique. Cependant, nous avons constaté que les non-linéarités provenant de la résistance et de l'effet Josephson étaient fortement liées par l'équation RSJ. Il est donc possible qu'il existe un lien entre l'accroissement du produit $I_C R_N$ à forte polarisation et basse température (symboles vides de la figure 7.11) et l'accroissement du mélange à la demi-marche présenté figure 7.27. Si le phénomène de dépairage s'affaiblit probablement à basse température, du fait de l'élevation du potentiel de paire dans les électrodes et dans la jonction, il faut cependant garder à l'esprit que la grandeur caractéristique n'est pas ici $R_N(I_0)$ mais sa dérivée par rapport à I, dont l'évolution avec la température est plus difficile à estimer.

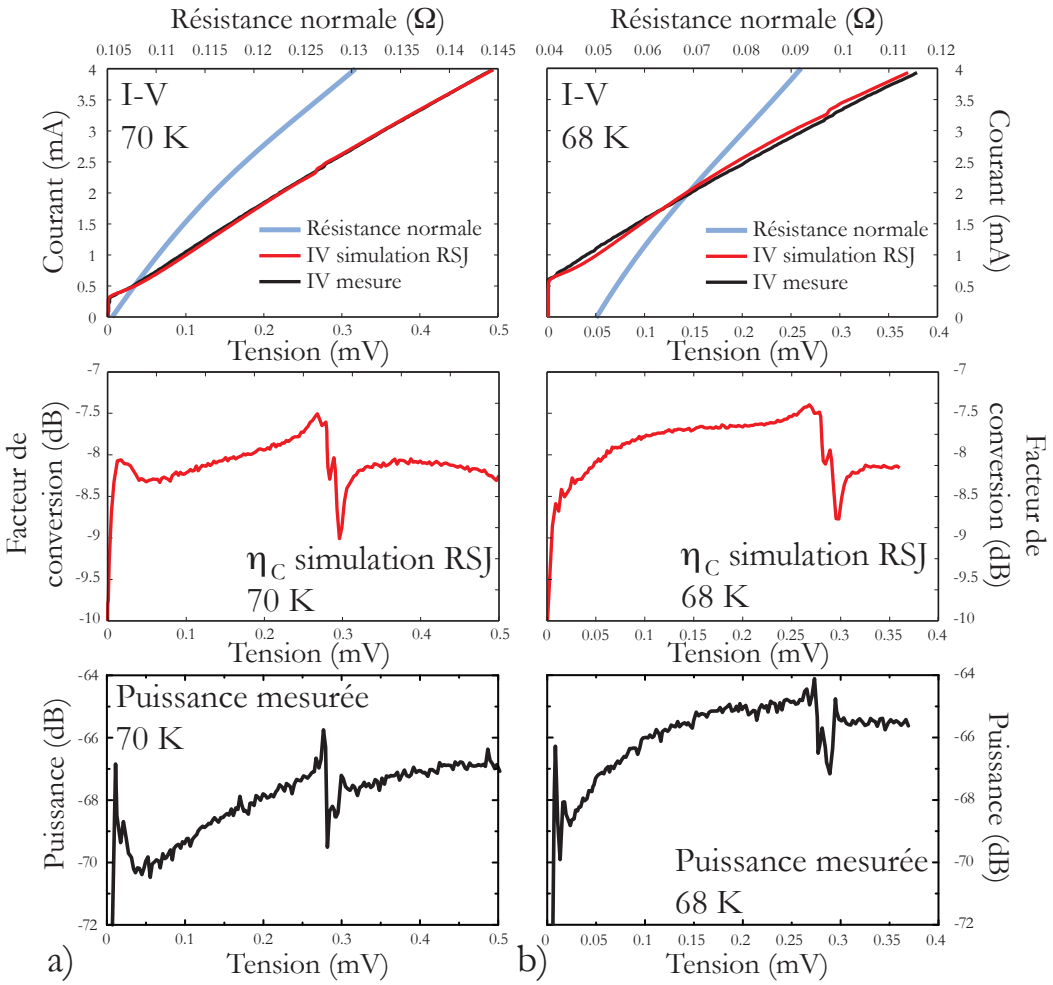


FIGURE 7.29 – Comparaison entre les simulations RSJ incluant des résistances normales non linéaires et les mesures à 70 K (a) et 68 K (b). La forme de la résistance employée dans chaque cas est indiquée dans les figures du haut (bleu) ainsi que la comparaison entre les courbes I-V simulées (rouge) et mesurées (noir). Les figures centrales indiquent les facteurs de conversion obtenus en supposant une impédance d'antenne de 80 Ω et une impédance du circuit à la fréquence intermédiaire de 50 Ω. Les courbes du bas sont les puissances, mesurées aux deux températures respectives, obtenues par intégration du spectre autour de la fréquence intermédiaire.

Avant de conclure ce chapitre par un résumé succinct de nos résultats, faisons une dernière remarque sur le processus de dépairage. On admet communément que la principale conséquence de ce phénomène dans une jonction Josephson par lien faible (« weak link ») est un abaissement du courant critique de la jonction. Nous ne l'avons pas mentionné ici pour plusieurs raisons. D'une part, le courant critique n'intervient pas dans l'équation RSJ sous une forme propice à créer une non-linéarité affectant un signal HF extérieur à la jonction. D'autre part, le courant critique des jonctions par irradiation est élevé alors que leur résistance normale est très faible, une petite variation en valeur absolue de la résistance normale a donc un effet plus important sur le comportement de la jonction qu'une variation du courant critique. Ces hypothèses ont été vérifiées par des simulations RSJ. Inclure une distribution de courant critique dépendant de la polarisation produit un effet faible comparé à une distribution de résistance normale à moins d'arriver à une annulation ou un amortissement disproportionné du courant critique. En outre, ces effets sont principalement visibles sur les caractéristiques dc et peu marqués sur les facteurs de conversion.

On notera cependant que cet abaissement du courant critique dû au dépairage peut expliquer les déviations du courant critique de la loi quadratique à basse température que nous avons indiquées figure 7.7.

Terminons ce chapitre par un résumé des particularités que nous avons observées dans notre étude des jonctions Josephson fabriquées par irradiation.

7.5 Résumé du comportement des jonctions Josephson fabriquées par irradiation

À des températures proches de la température Josephson, ces jonctions sont décrites de façon convenable par la physique du modèle RSJ, à la fois dans leurs propriétés de mélange à haute fréquence mais aussi dans leurs propriétés continues (qui sont plus contraignantes comme nous l'avons mentionné à plusieurs reprises).

Lorsque la température s'abaisse, un phénomène non RSJ commence à prendre de l'importance et se manifeste dans la plupart des mesures réalisées. Nous avons proposé d'expliquer ces différents écarts au modèle RSJ par la présence d'une variation de la résistance normale avec le courant de polarisation. Celle-ci s'explique dans le cadre de la description théorique des jonctions par l'effet de proximité présentée au chapitre 3. Deux conséquences fondamentales peuvent être déduites de la présence de ce processus :

- d'une part, les grandeurs caractéristiques de la jonction vont évoluer avec le courant de polarisation dans des proportions qui peuvent être importantes comme l'illustre la figure 7.11. Il n'est donc pas aisé de définir une fréquence caractéristique et à l'inverse, la fréquence caractéristique à courant de polarisation nul sous-estime fortement les qualités réelles de la jonction ;
- d'autre part, la présence d'un terme $\partial R_N/\partial I$ non nul va engendrer un phénomène de mélange nouveau dans ces jonctions qui, comme on peut le voir

sur les figures 7.27 ou 7.25, prend de plus en plus d'ampleur avec l'abaissement de la température. La forme de l'équation RSJ implique que ce phénomène est fortement lié à la non-linéarité Josephson ce qui complique son étude.

Conclusions et perspectives

Arrivés à ce point de notre discussion, il est temps de résumer brièvement le travail accompli pour présenter les perspectives de ces recherches.

Au cours de cette thèse, nous avons commencé par développer la technique de fabrication présentée au chapitre 2 et aboutir à une méthode reproductible et simple avant de l'appliquer à quelques dispositifs simples décrits dans les chapitres 3 et 4. L'étude de ces dispositifs nous a amenés à réaliser une modélisation de leur comportement en régime stationnaire basé sur les équations d'Usadel permettant d'acquérir une intuition des phénomènes à l'œuvre dans ce type de jonctions Josephson. Cette modélisation apporte des outils particulièrement utiles pour le développement et l'optimisation de ce type de jonctions Josephson. La seconde partie de notre travail a consisté à caractériser le comportement de ces jonctions lors de leur interaction avec des rayonnements à haute fréquence, ceci dans le but de réaliser un dispositif de détection micro-onde. Après une étude théorique au travers de simulations du modèle RSJ présentées au chapitre 6 qui a permis d'éclaircir le fonctionnement particulier des mélangeurs Josephson ainsi que les nombreuses possibilités d'utilisation des jonctions Josephson, nous avons mesuré par différents moyens (réponse continue, mélange radio-fréquence...) l'interaction de ces jonctions avec des rayonnements d'une centaine de gigahertz. Les mesures présentées au chapitre 7 nous ont amenés à postuler un mécanisme de mélange nouveau dans les jonctions, lié à l'effet de proximité que nous avions présenté plus tôt.

L'étude de ces dispositifs n'est bien évidemment pas terminée et les prochains travaux vont explorer principalement trois axes : la mesure absolue des paramètres des jonctions par irradiation, l'optimisation du couplage micro-onde et la compréhension plus fine de l'interaction entre la non-linéarité Josephson et la non-linéarité liée à l'effet de proximité.

Le développement d'un système de mesure absolu des paramètres de la jonction. La mesure du bruit dans les jonctions, que nous avions présentée comme essentielle au chapitre 5, n'est pourtant pas abordée dans nos mesures. Il y a plusieurs raisons à cet état de fait que nous allons résumer ici. La mesure du bruit dans un détecteur hétérodyne n'est pas une opération triviale. Obtenir des résultats quantitatifs implique notamment d'être certain que l'on mesure uniquement le terme de mélange et non pas la réponse directe du détecteur. Une réponse directe importante, en modifiant la forme de la courbe I-V, va introduire des effets parasites dans la réponse hétérodyne. Il a malheureusement été montré que les jonctions Josephson à base de supraconducteurs à haute température critique sont particulièrement prônes à ce type de défauts Blaney, Cross, et Jones (1982); Grossman et Vale (1994), et la mesure de la température de bruit dans ces dispositifs en est

donc compliquée. Ajoutons qu'au début de notre étude, le mécanisme de mélange réellement à l'œuvre dans nos jonctions était sujet à caution et la forte réponse continue que nous avions observée (voir la figure 7.18) nous incitait à commencer par éclaircir ce phénomène avant d'aller plus avant dans une étude quantitative. Ceci étant dit, des mesures calibrées de la température de bruit et de la réponse micro-onde seront essentielles, ne serait-ce que pour pouvoir comparer les performances de nos détecteurs à la littérature, et il serait certainement très intéressant du point de vue physique d'avoir une estimation du bruit dans la jonction lorsqu'elle se trouve dans le régime de mélange non standard que nous avons décrit.

L'amélioration du couplage micro-onde de la jonction. La résistance normale des jonctions utilisées pour les mesures micro-ondes est de l'ordre de $10^{-2}\,\Omega$ ce qui est très faible et rend impossible l'obtention d'un couplage convenable aux circuits HF et FI dans une bande passante raisonnable. Nous avons cependant présenté au chapitre 3 des dispositifs dans lesquels la largeur de la jonction avait été augmentée allant de 20 nm jusqu'à 5 microns et qui possédaient des résistances normales pouvant dépasser la centaine d'Ohms à 80 K (même si ce dernier cas semblait s'éloigner fortement du régime Josephson). L'étude présentée figure 3.7, indique une amélioration importante de la fréquence caractéristique $I_C R_N$ lorsque l'on accroît la largeur de ces jonctions Josephson. Les résultats de l'étude des équations d'Usadel réalisée à la fin de ce même chapitre indiquent cependant une limite maximale à la taille de la jonction pour conserver une relation courant-phase monovaluée : on cherchera alors l'optimum compte tenu de ces contraintes. Cette piste d'optimisation semble particulièrement prometteuse et la jonction de 100 nm de large étudiée au chapitre 3 présente par exemple un produit $I_C R_N$ évalué à 1 mV à 40 K suffisant pour donner une fréquence caractéristique d'environ 500 GHz (on rappelle qu'un mélangeur Josephson peut fonctionner jusqu'à plusieurs fois sa fréquence caractéristique). Cette piste n'a pas été explorée à l'origine, car la dépendance du courant critique avec la largeur de la jonction était supposée exponentiellement décroissante, ce qui décourageait tout espoir de gain. C'est aujourd'hui une possibilité d'amélioration sérieusement considérée.

L'exploration de l'interaction entre la non-linéarité Josephson et la non-linéarité liée à la résistance variable. Nous avons déjà mentionné le couplage important entre les deux non linéarités réalisé par l'équation RSJ. Celle-ci rend l'étude de ces deux phénomènes relativement complexe à réaliser et il serait probablement intéressant de l'aborder en séparant deux objectifs : une étude type *physique du solide* tentant d'éclaircir les conditions de maximisation du terme $\partial R_N/\partial I$ par une approche non stationnaire de l'effet de proximité (au travers par exemple des équations de Ginzburg-Landau dépendant du temps ou d'une implémentation de la technique de Keldysh) et une étude de type *dynamique* consistant à postuler une distribution de la résistance normale avec le courant puis à tenter d'en dériver le comportement de la jonction lors du mélange des non-linéarités à partir de si-

mulations ou de dérivations analytiques des équations RSJ. Une étude de ce type permettrait de dégager les conditions d'optimisation du mélange et de préciser la viabilité des modes de détection fondés sur les jonctions Josephson réalisées par la technique d'irradiation ionique.

Annexe 1 : Modélisation des antennes

Les propriétés des antennes larges bandes que nous avons présentés dans le chapitre 7 peuvent être simulées à l'aide de logiciels de calculs. Ces logiciels résolvent les équations de Maxwell

- sous forme intégrée, en utilisant les conditions aux limites. Ce sont par exemple les techniques basées sur la méthode des moments (« Method of moments » ou « Boundary element method ») pour les logiciels comme *Sonnet*, *Agilent Momentum*, *Zeland IE3D* ou *AWR Emsight*.
- sous forme différentielle, par des méthodes d'éléments finis. Cette approche est adoptée, par exemple dans des logiciels comme *Ansoft HFSS* ou *CST*

Les mérites comparés de ces différentes méthodes peuvent être trouvés dans des livres comme Microwave Circuit Modeling Using EM Field Simulators, Artech House, 2003. La méthode des moments serait à priori l'approche la plus rapide et la mieux adaptée dans notre cas (antenne en espace libre). Ne disposant cependant que du logiciel HFSS, c'est à l'aide de ce dernier que nous avons réalisé notre modélisation.

La modélisation tridimensionnelle des deux types d'antennes est présentée figure . L'antenne est modélisée aux dimensions nominales indiquée dans le chapitre 7, en or, et placée sur un substrat de saphir. Elle est alimentée par un élément ponctuel (« lumped element ») et émet, d'un côté dans un espace d'air, de l'autre dans le substrat de saphir. Les conditions aux limites de ces deux espaces sont absorbantes.

On peut extraire de ces simulations plusieurs caractéristiques : l'impédance de l'antenne en fonction de la fréquence, le coefficient de réflexion S_{11}, le coefficient de transmission S_{12} et les diagrammes de rayonnement. Dans les figures 30 à 33 nous présentons les impédances et coefficients de réflexions extraits de ces simulations. On remarquera en particulier que les coefficients de réflexions sont fortement dégradés lorsque l'impédance de la jonction est prise égale à $0{,}15\,\Omega$ au lieu de $80\,\Omega$, c'est-à-dire lorsque la jonction et l'antenne sont fortement désadaptées.

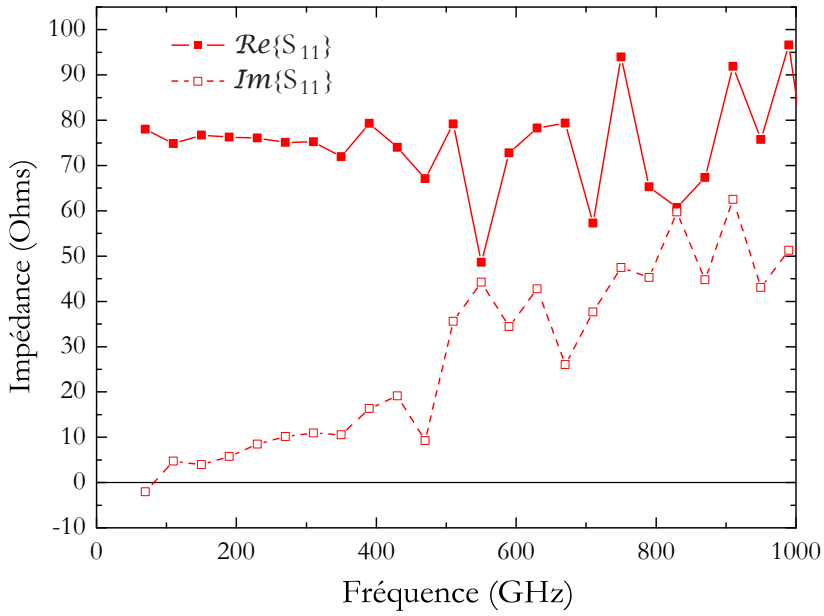


FIGURE 30 – Simulation à l'aide du logiciel HFSS des parties réelle et complexe de l'impédance d'une antenne spirale telle que présentée au chapitre 7.

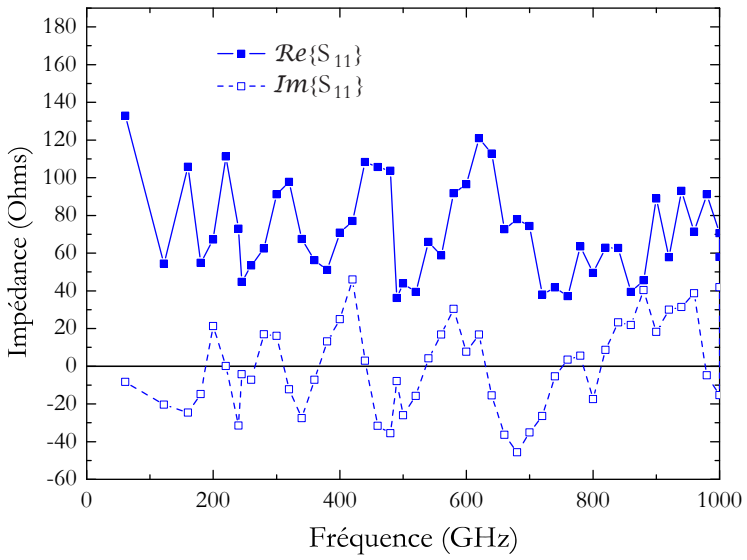


FIGURE 31 – Simulation à l'aide du logiciel HFSS des parties réelle et complexe de l'impédance d'une antenne log-périodique telle que présentée au chapitre 7.

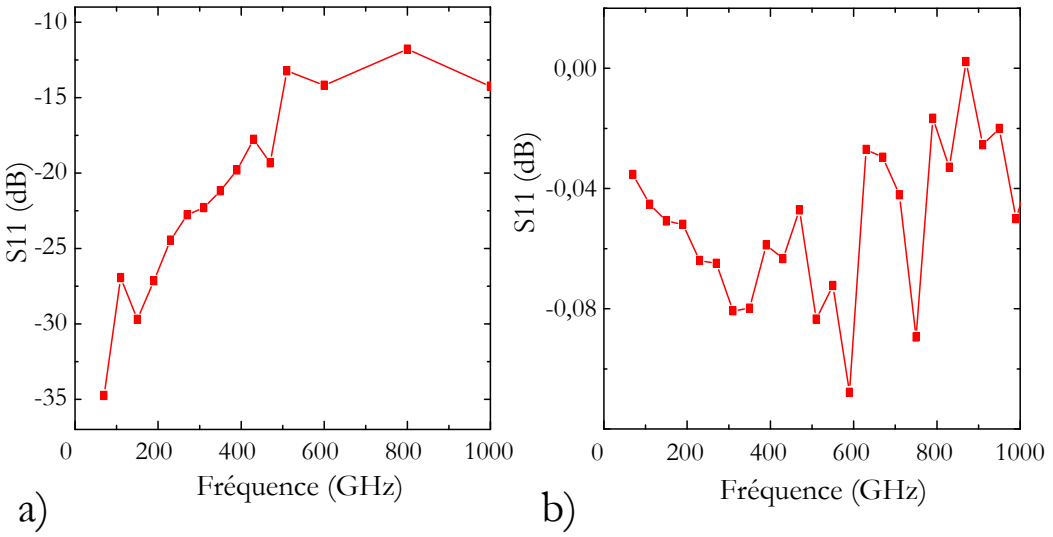


FIGURE 32 – Simulation à l'aide du logiciel HFSS du coefficient de réflexion S11 pour une antenne spirale, telle que présentée au chapitre 7, alimentée par une jonction Josephson (« lumped element ») d'impédance réelle égale à 80 Ω (a) ou 0,15 Ω (b).

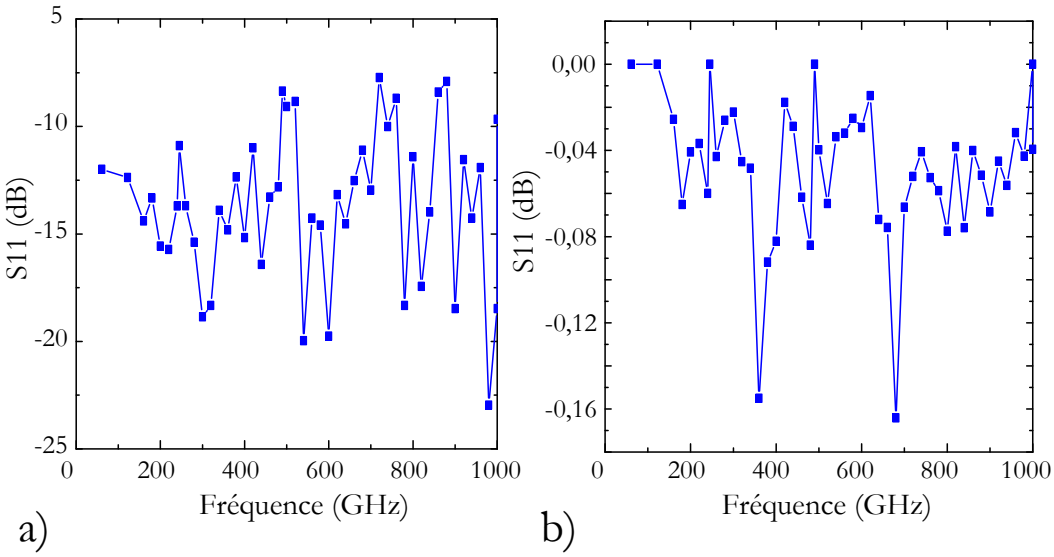


FIGURE 33 – Simulation à l'aide du logiciel HFSS du coefficient de réflexion S11 pour une antenne log-périodique, telle que présentée au chapitre 7, alimentée par une jonction Josephson (« lumped element ») d'impédance réelle égale à 80 Ω (a) ou 0,15 Ω (b).

Annexe 2 : Résonateurs micro-ondes fabriqués par irradiation ionique

En association avec l'unité Mixte de Physique CNRS/Thales, nous avons réalisé des résonateurs micro-onde dans des supraconducteurs à haute température critique à l'aide de la technique d'irradiation ionique. Un résonateur peigne à 6 GHz en $YBa_2Cu_3O_7$ sur $LaAlO_3$ a été conçut par Bruno Marcihlac et réalisé par Yves Lemaître et moi-même.

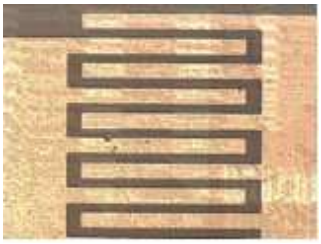


FIGURE 34 – Résonateur peigne à 6 GHz en $YBa_2Cu_3O_7$ recouvert de nickel.

Dans ce cas, du fait de l'épaisseur importante de la couche de supraconducteur, une irradiation avec des ions oxygène d'énergie plus élevée (200 keV) a due être employée. Par conséquent, il ne nous a pas été possible de recourir à un masque en résine comme pour la méthode de fabrication des jonction Josephson présentée au chapitre 2. Nous avons choisit d'utiliser une couche d'or comme masque lors de l'irradiation. La masse atomique de l'or est élevée, c'est donc un très bon choix pour un matériau de masquage.

Le problème se pose à l'étape du retrait du masque. Différentes méthodes peuvent être employée (gravure chimique par $EDI/KI/I_2$ ou gravure sèche par un faisceau d'argon comme au chapitre 2) mais on devra prendre garde à ne pas détériorer la couche supraconductrice, en particulier pour des dispositifs micro-ondes, fortement sensible à la qualité de la surface.

Dans notre cas, l'or a put être retiré convenablement par une attaque chimique, la couche d'accrochage en nickel est cependant restée présente sur le résonateur et empêche une comparaison convenable des facteurs de qualité mesurés et simulés.

Une solution simple à ce problème serait l'emploi de multi-couches $Au/YBa_2Cu_3O_7$ réalisés in-situ tel ceux que nous avons employé dans le reste de cette thèse (fournis par l'entreprise Theva GmbH) qui n'utilisent pas de couche d'accrochage pour l'or.

Annexe 3 : Réseaux de jonctions Josephson fabriquées par irradiation ionique

Les réseaux de jonctions Josephson présentent de multiples intérêts et la littérature les concernant est extrêmement vaste. Depuis la définition du standard du Volt à l'utilisation comme source de rayonnements térahertz, ils ont suscité des recherches dans les domaines théoriques (étude des différents régimes de synchronisation des jonctions Josephson) et expérimentales (standards du Volt de NIST, travaux du groupe de Alexander M. Klushin à Jülich (Klushin, He, Yan, et Klein, 2006; Song *et al.*, 2009)).

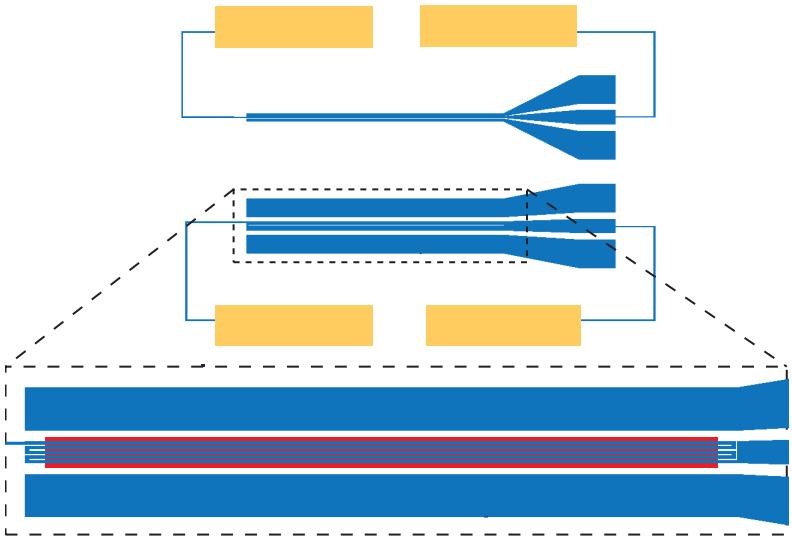


FIGURE 35 – Schéma du réseau de jonctions Josephson fabriqué par la technique d'irradiation ionique. On peut observer sur le schéma du haut deux dispositifs intégrés dans les guides d'ondes coplanaires. Le dispositif supérieur comprend 966 jonctions et le dispositif inférieur $966 \times 5 = 4830$. L'encart inférieur permet de distinguer comment les jonctions (trais verticaux rouge très rapprochés qui apparaissent comme un rectangle) sont inclues dans une ligne en zig-zag. Celle-ci permet de réduire la longueur de la ligne coplanaire requise. Les contacts de mesure DC sont figurés en orange.

Nous avons fabriqué des réseaux de jonctions Josephson en employant la tech-

nique d'irradiation ionique. Plusieurs approches sont envisageables, basées sur des réseaux séries ou en parallèles, sachant que l'on peut choisir de polariser les jonctions en parallèle tout en connectant les signaux micro-ondes en série. Dans une optique « standard du Volt » nous avons considéré une approche série indiquée figure 35. Celle-ci permet de réduire le courant de polarisation nécessaire tout en augmentant la tension dc obtenue en sortie du réseau.

Pour réaliser un dispositif de standard du Volt, on amène un signal micro-onde jusqu'au réseau grâce à la ligne coplanaire dans laquelle celui-ci est incorporé. Ce signal fera apparaître une marche de Shapiro dans chaque jonction à la tensions usuelle. La tension mesurée aux bornes du réseau de jonctions sera la somme des tensions aux bornes de chaque jonction. On cherchera donc à accumuler le plus grand nombre de jonctions possible dans le réseau pour obtenir une tension élevée pour la marche de Shapiro du réseau. Les dispositifs développés dans les laboratoire de métrologie offrent des tensions de sortie de 1 V ou 10 V et fonctionnent à partir de fréquences d'irradiation micro-ondes allant de 10 à 70 GHz.

Bibliographie

A Abrikosov et L Gor'Kov : Contribution to the theory of superconducting alloys with paramagnetic impurities. *Sov Phys Jetp-Ussr*, 12(6):1243–1253, Jan 1961. 23, 51

A Abrikosov et LP Gor'kov : Superconducting alloys at finite temperatures. *Sov Phys Jetp-Ussr*, 9(1):220–221, Jan 1959. 43

P Anderson et J Rowell : Probable observation of the josephson superconducting tunneling effect. *Phys. Rev. Lett.*, 10(6):pp. 230, Jan 1963. 2

A Andreev : Thermal conductivity of the intermediate state of superconductors. *Sov Phys Jetp-Ussr*, 19(5):1228–1231, Jan 1964. 42

S Ariyoshi, C Otani, A Dobroiu, H Matsuo, H Sato, T Taino, K Kawase et HM Shimizu : Superconducting detector array for terahertz imaging applications. *Japanese Journal of Applied Physics*, 45(37):L1004–L1006, 2006a. 100

S Ariyoshi, C Otani, A Dobroiu, H Sato, K Kawase, HM Shimizu, T Taino et H Matsuo : Terahertz imaging with a direct detector based on superconducting tunnel junctions. *Appl. Phys. Lett.*, 88:203503, 2006b. 100

S Ariyoshi, T Taino, A Dobroiu, H Sato, H Matsuo et C Otani : Terahertz detector based on a superconducting tunnel junction coupled to a thin superconductor film. *Appl. Phys. Lett.*, 95:193504, 2009. 100

L Aslamazov, A Larkin, Y Ovchinnikov et Z Fiz : Josephson effect in superconductors separated by a normal metal. *Sov. Phys. JETP*, 28(1):171, Jan 1969. 9, 120, 126

J Bardeen : Critical fields and currents in superconductors. *Rev. Mod. Phys.*, 34 (4):667–681, Jan 1962. 64

A Barone et G Paterno : *Physics and applications of the Josephson effect*. Jan 1982. 10

W Belzig, FK Wilhelm, C Bruder, G Schon et AD Zaikin : Quasiclassical green's function approach to mesoscopic superconductivity. *Superlattice Microst*, 25(5-6):1251–1288, Jan 1999. 47

N Bergeal, X Grison, J Lesueur, G Faini, M Aprili et JP Contour : High-quality planar high-t-c josephson junctions. *Appl. Phys. Lett.*, 87(10):102502, Jan 2005. 26, 79

N Bergeal, J Lesueur, M Aprili, G Faini, J. P Contour et B Leridon : Pairing fluctuations in the pseudogap state of copper-oxide superconductors probed by the josephson effect. *Nat Phys*, 4(8):608–611, Jan 2008. 80

N Bergeal, J Lesueur, M Sirena, G Faini, M Aprili, J. P Contour et B Leridon : Using ion irradiation to make high-t-c josephson junctions. *Journal of Applied Physics*, 102(8):083903, Jan 2007a. 26

N Bergeal, J Lesueur, M Sirena, G Faini, M Aprili, JP Contour et B Leridon : Using ion irradiation to make high-t josephson junctions. *Journal of Applied Physics*, 102:083903, 2007b. 80

JE Bjarnason et ER Brown : Sensitivity measurement and analysis of an eras : Gaas coherent photomixing transceiver. *Appl. Phys. Lett.*, 87:134105, 2005. 117

T Blaney, N Cross et R Jones : The properties of a heterodyne receiver at 450 ghz using a josephson point-contact mixer and an external local oscillator. *Journal of Physics D*, 15(11):2103–2124, Jan 1982. 197

JJ Bock, P Day, A Goldin, HG LeDuc, C Hunt, A Lange, A Vayonakis et J Zmuidzinas : Antenna-coupled bolometer arrays for astrophysics. *Proc. Far-IR, SubMM & MM Detector Technology Workshop, April 1-3, 2002, Monterey, CA*, pages 224–229, 2002. 103, 117

HJM Ter Brake, FI Buchholz, G Burnell, T Claeson, D Crété, P Febvre, GJ Gerritsma, H Hilgenkamp, R Humphreys et Z Ivanov : Scenet roadmap for superconductor digital electronics. *Physica C : Superconductivity*, 439(1):1–41, 2006. 80

HJM Ter Brake et GFM Wiegerinck : Low-power cryocooler survey. *Cryogenics*, 42(11):705–718, 2002. 103

E R Brown, J E Bjarnason, A M Fedor et T M Korter : On the strong and narrow absorption signature in lactose at 0.53 thz. *Appl. Phys. Lett.*, 90 (6):061908, Jan 2007. 117

ER Brown : *Fundamentals of terrestrial millimeter-wave and THz remote sensing.* 2004. 91, 92, 104, 106, 108, 115

ER Brown, J Bjarnason, TLJ Chan, DC Driscoll, M Hanson et AC Gossard : Room temperature, thz photomixing sweep oscillator and its application to spectroscopic transmission through organic materials. *Review of Scientific Instruments*, 75:5333, 2004. 117

P Bunyk, M Leung, J Spargo et M Dorojevets : Flux-1 rsfq microprocessor : Physical design and test results. *Ieee T Appl Supercon*, 13(2):433–436, Jan 2003. 16, 122

Y Cai, I Brener, J Lopata, J Wynn, L Pfeiffer, JB Stark, Q Wu, XC Zhang et JF Federici : Coherent terahertz radiation detection : Direct comparison between free-space electro-optic sampling and antenna detection. *Appl. Phys. Lett.*, 73:444, 1998. 110

H Callen et T Welton : Irreversibility and generalized noise. *Phys Rev*, 83 (1):34–40, Jan 1951. 12, 14

K Chen, S Cybart et R Dynes : Planar thin film yba2cu3o7-delta josephson junction pairs and arrays via nanolithography and ion damage. *Appl. Phys. Lett.*, 85(14):2863–2865, Jan 2004. 29

Yueh-Nan Chen : Solid-state quantum computing : proceedings of the 2nd international workshop on solid-state quantum computing & mini-school on quantum information science. *AIP Conference Proceedings*, page 122, Jan 2008. 16

PG Ciarlet, B Miara et JM Thomas : *Introduction to numerical linear algebra and optimisation*. 1989. 52

J Clarke et AI Braginski : *The SQUID Handbook : Applications of SQUIDs and SQUID systems*. Jan 2004a. 16

J Clarke et AI Braginski : *The SQUID Handbook : Fundamentals and Technology of SQUIDs and SQUID Systems*. Jan 2004b. 71

RC COMPTON, RC MCPHEDRAN, Z POPOVIC, GM REBEIZ, PP TONG et DB RUTLEDGE : Bow-tie antennas on a dielectric half-space - theory and experiment. *Ieee T Antenn Propag*, 35(6):622–631, Jan 1987. 163

L Cooper : Bound electron pairs in a degenerate fermi gas. *Phys Rev*, 104(4):1189–1190, Jan 1956. 1

S Cybart, S Anton, S Wu, J Clarke et R Dynes : Very large scale integration of nanopatterned yba2cu3o7-delta josephson junctions in a two-dimensional array. *Nano letters*, 9(10):3581–3585, Jan 2009. 29

KA Delin et AW Kleinsasser : Stationary properties of high-critical-temperature proximity effect josephson junctions. *Superconductor Science and Technology*, 9:227, 1996. 53, 54

JR Demers, RT Logan et ER Brown : An optically integrated coherent frequency-domain thz spectrometer with signal-to-noise ratio up to 80 db. *Microwave Photonics, 2007 IEEE International Topical Meeting on*, pages 92–95, 2007. 117

Y Divin, OY Polyanskii et AY Shul'man : Incoherent radiation spectroscopy by means of the josephson effect. *Sov. Tech. Phys. Lett.*, 6(9):454, Jan 1980. 140

Y Divin, U Poppe, O Volkov et V Pavlovskii : Frequency-selective incoherent detection of terahertz radiation by high-tc josephson junctions. *Appl. Phys. Lett.*, 76(20):2826–2828, Jan 2000. 18

A Dobroiu, M Yamashita, YN Ohshima, Y Morita, C Otani et K Kawase : Terahertz imaging system based on a backward-wave oscillator. *Applied optics*, 43(30):5637–5646, 2004. 93

M Dorojevets : Current status and recent developments in rsfq processor design. *Future Trends in Microelectronics : From Nanophotonics to Sensors to Energy*, Jan 2010. 122

P Dubos, H Courtois, B Pannetier, FK Wilhelm, AD Zaikin et G Schon : Josephson critical current in a long mesoscopic s-n-s junction. *Phys. Rev. B*, 63 (6):064502, Jan 2001. 65

G Eilenberger : Transformation of gorkov's equation for type ii superconductors into transport-like equations. *Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei*, 214 (2):195, Jan 1968. 48

J Federici et L Moeller : Review of terahertz and subterahertz wireless communications. *Journal of Applied Physics*, 107(11):111101, Jan 2010. 117

R P. Feynman, R B. Leighton et M Sands : The feynman lectures on physics. 3 : Quantum mechanics : Lectures on physics. *Addison-Wesley*, III, Jan 1965. 3

MG Forrester, A Davidson, J Talvacchio, JR Gavaler et JX Przybysz : Inductance measurements in multilevel high t step-edge grain boundary squids. *Appl. Phys. Lett.*, 65:1835, 1994. 80

A Fujimaki, M Tanaka, T Yamada, Y Yamanashi, H Park et N Yoshikawa : Bit-serial single flux quantum microprocessor core. *Ieice T Electron*, E91C(3): 342–349, Jan 2008. 80

H Fuke, K Saitoh, T Utagawa et Y Enomoto : Estimation of inductance for high-t-c dc-squid's in coplanar waveguide. *Jpn J Appl Phys 2*, 35(12A):L1582–L1584, 1996. 71, 79

P De Gennes : Boundary effects in superconductors. *Rev. Mod. Phys.*, 36(1P1):225, Jan 1964. 42

PF Goldsmith : *Quasioptical systems : Gaussian beam quasioptical propagation and applications*. Jan 1998. 158, 160, 161

A Golubov, M Kupriyanov et E Il'Ichev : The current-phase relation in josephson junctions. *Rev. Mod. Phys.*, 76(2):411–469, Jan 2004a. 6, 15, 54

A Golubov, M Yu Kupriyanov et E Il'Ichev : The current-phase relation in josephson junctions. *Rev. Mod. Phys.*, 76:411–469, Jan 2004b. 65

FJ Gonzalez et GD Boreman : Comparison of dipole, bowtie, spiral and log-periodic ir antennas. *Infrared Phys Techn*, 46(5):418–428, Jan 2005. 165

L Gor'Kov : On the theory of superconducting alloys. i. the electrodynamics of alloys at absolute zero. *Sov Phys Jetp-Ussr*, 8(6):1090–1098, Jan 1958. 43

L Gor'Kov : Microscopic derivation of the ginzburg-landau equations in the theory of superconductivity. *Sov. Phys. JETP*, 9(6):1364–1367, Jan 1959. 43

E Grossman, C Dietlein, J Chisum et A Luukanen : Spectral decomposition of ultra-wide-band terahertz imagery (proceedings paper). *spie.org*, Jan 2007. 103

E Grossman, AJ Miller et A Luukanen : Terahertz imaging and security applications. *Bulletin of the American Physical Society*, 2005. 90, 91, 100

E Grossman et L Vale : Heterodyne mixing and direct detection in high temperature josephson junctions. *Proceedings of the Fifth International Symposium on Space Terahertz Technology*, page 245, Jan 1994. 197

F Grover : Inductance calculations - working formulas and tables. *New York : Dover Publications*, Inductance calculations - Working Formulas and Tables, Jul 1946. 70, 77

R Gupta et M Gupta : Order-disorder-driven change in hole concentration and superconductivity in yba2cu3o6. 5. *Phys. Rev. B*, 44(6):2739–2746, Jan 1991. 22

M Gurvitch, M Washington et H Huggins : High quality refractory josephson tunnel junctions utilizing thin aluminum layers. *Appl. Phys. Lett.*, 42(5):472–474, Jan 1983. 16

M Hajenius, JJA Baselmans, A Baryshev, JR Gao, TM Klapwijk, JW Kooi, W Jellema et ZQ Yang : Full characterization and analysis of a terahertz heterodyne receiver based on a nbn hot electron bolometer. *Journal of Applied Physics*, 100:074507, 2006. 117

H Hasegawa, Y Tarutani, T Fukazawa, U Kabasawa et K Takagi : Ybacuo step-edge dc squid with coplanar control lines. *Appl. Phys. Lett.*, 67:3177, 1995. 71, 79

H Hashiba, V Antonov, L Kulik, A Tzalenchuk, P Kleinschmid, S Giblin et S Komiyama : Isolated quantum dot in application to terahertz photon counting. *Phys. Rev. B*, 73(8):081310, Jan 2006. 103

G Heinzel, A Rüdiger, R Schilling et T Hannover : Spectrum and spectral density estimation by the discrete fourier transform (dft), including a comprehensive list of window functions and some new flat-top windows. *Max Plank Institute*, 2002. 12, 122

H Hilgenkamp et J Mannhart : Grain boundaries in high-tc superconductors. *Rev. Mod. Phys.*, 74(2):485–549, Jan 2002. 18

HW Hübers : Terahertz technology : Towards thz integrated photonics. *Nature photonics*, 4(8):503–504, Jan 2010. 100, 117

E Ilichev, L Dörrer, F Schmidl, V Zakosarenko, P Seidel et G Hildebrandt : Current resolution, noise, and inductance measurements on high-tc dc squid galvanometers. *Appl. Phys. Lett.*, 68(5):708, Jan 1996. 71, 79

K Irwin et G Hilton : Transition-edge sensors. *Topics Appl. Phys.*, 99:63–149, Jan 2005. 98

Z Ivanov, MY Kupriyanov, KK Likharev et OV Snigirev : Boundary conditions for the usadel equations and properties of dirty sns sandwiches. *Journal de Physique*, 39(8):C6–556, Jan 1978. 42

C Jansen, S Wietzke, O Peters, M Scheller, N Vieweg, M Salhi, N Krumbholz, C Jördens, T Hochrein et M Koch : Terahertz imaging : applications and perspectives. *Applied optics*, 49(19):E48–E57, 2010. 93, 109

J Johansson, K Cedergren, T Bauch et F Lombardi : Properties of inductance and magnetic penetration depth in (103)-oriented yba2cu3o7-delta thin films. *Phys. Rev. B*, 79(21):214513, Jun 2009. 71, 78

J Johnson : Thermal agitation of electricity in conductors. *Phys Rev*, 32(1):97–109, Jan 1928. 12

B Josephson : Possible new effects in superconductive tunnelling. *Physics Letters*, 1(7):251–253, Jan 1962. 1

B Josephson : Supercurrents through barriers. *Advances in Physics*, 14(56):419, Jan 1965. 1

JM Valles Jr, AE White, KT Short, RC Dynes, JP Garno, AFJ Levi, M Anzlowar et K Baldwin : Ion-beam-induced metal-insulator transition in yba2cu3o7-delta : A mobility edge. *Phys. Rev. B*, 39:71065, 1989. 22

F Kahlmann, A Engelhardt, J Schubert, W Zander, C Buchal et J Hollkott : Superconductor–normal–superconductor josephson junctions fabricated by oxygen implantation into ybacuo. *Appl. Phys. Lett.*, 73:2354, 1998. 29

BS Karasik, D Olaya, J Wei, S Pereverzev, ME Gershenson, JH Kawamura, WR McGrath et AV Sergeev : Record-low nep in hot-electron titanium nanobolometers. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, 17 (2):293–297, 2007. 103

N Karpowicz, H Zhong, J Xu, KI Lin, JS Hwang et XC Zhang : Comparison between pulsed terahertz time-domain imaging and continuous wave terahertz imaging. *Semiconductor Science and Technology*, 20:S293, 2005. 92

A Katz, S Woods et R Dynes : Transport properties of high-tc planar josephson junctions fabricated by nanolithography and ion implantation. *Journal of Applied Physics*, 87(6):2978–2983, Jan 2000. 29

R Kautz : Noise, chaos, and the josephson voltage standard. *Rep Prog Phys*, 59 (8):935–992, Jan 1996. 9

R Kautz et R Monaco : Survey of chaos in the rf-biased josephson junction. *Journal of Applied Physics*, 57(3):875–889, Jan 1985. 9

A Kerr : Mma memo 168 : Relative sensitivities of single and double sideband receivers for the mma. *mma.nrao.edu*, Jan 1997. 135

A Kerr : Mma memo no. 236 suggestions for revised definitions of noise quantities, including quantum effects. *mma.nrao.edu*, Jan 1998. 135

A Kerr, MJ Feldman et S-K Pan : Mma memo 161 : Receiver noise temperature, the quantum noise limit, and the role of the zero-point fluctuations. *alma.nrao.edu*. 135

MM Khapaev, MY Kupriyanov, E Goldobin et M Siegel : Current distribution simulation for superconducting multi-layered structures. *Superconductor Science and Technology*, 16:24, 2003. 77

A Klushin, W Prusseit, E Sodtke, S Borovitskii, LE Amatuni et H Kohlstedt : Shunted bicrystal josephson junctions arrays for voltage standards. *Appl. Phys. Lett.*, 69(11):1634–1636, Jan 1996. 18

AM Klushin, M He, SL Yan et N Klein : Arrays of high-t josephson junctions in open millimeter wave resonators. *Appl. Phys. Lett.*, 89:232505, 2006. 207

R H Koch, D.J Vanharligen et J Clarke : Measurements of quantum noise in resistively shunted josephson-junctions. *Phys. Rev. B*, 26(1):74–87, Jan 1982. 130

T Koch, C Paine, L Husted, M Yun, A Lange, J Bock, B Jones, P Ade et R Sudiwala : Bolometric detectors for the high frequency instrument on the planck surveyor. *2002 IEEE Aerospace Conference Proceedings*, Jan 2002. 103

S Kono, M Tani et K Sakai : Ultrabroadband photoconductive detection : Comparison with free-space electro-optic sampling. *Appl. Phys. Lett.*, 79:898, 2001. 110

JW Kooi : Advanced receivers for submillimeter and far infrared astronomy. Jan 2008. 161

N B. Kopnin : *Theory of nonequilibrium superconductivity.* 2001. 47

EL Kosarev, AY Shul'man, MA Tarasov et T Lindstroem : Deconvolution problems and superresolution in hilbert-transform spectroscopy based on ac josephson effect* 1. *Computer Physics Communications*, 151(2):171–186, 2003. 141

Kreisler, AJ Degardin, AF Aurino, M Peroz, C Villegier, J-C Beaudin, G Delorme, Y Redon, M Sentz et A : New trend in thz detection : High tc superconducting hot electron bolometer technology may exhibit advantage vs low tc devices. *Microwave Symposium, 2007. IEEE/MTT-S International*, pages 345–348, Jun 2007. 116, 117

AJ Kreisler et A Gaugue : Recent progress in high-temperature superconductor bolometric detectors : from the mid-infrared to the far-infrared (thz) range. *Superconductor Science and Technology*, 13:1235, 2000. 116

M Kupriyanov, K K Likharev et V F Lukichev : Influence of effective electron interaction on critical current of josephson weak links. *Sov. Phys. JETP*, 56 (1):235–240, Jan 1982. 65

M Yu Kupriyanov et V F Lukichev : Temperature dependence of pair-breaking current in superconductors. *Sov. J. Low Temp. Phys. (Engl. Transl.)*, 6(4):210–214, Jan 1980. 64

L Kuzmin : Superconducting cold-electron bolometer with proximity traps, Jan 2003. 98

Leonid Kuzmin : A superconducting cold-electron bolometer with sis' and josephson tunnel junctions, Jan 2008. 98

A Lee, S Cho, J Gildemeister, N Halverson, W Holzapfel, J Mehl, M Myers, T lanting, P Richards, E Rittweger, D Schwan, H Spieler et H Tran : Voltage-biased tes bolometers for the far-infrared to millimeter wavelength range. *Millimeter and Submillimeter Detectors for Astronomy. Edited by Phillips, Thomas G. ; Zmuidzinas, Jonas. Proceedings of the SPIE*, 4855:129, Jan 2003. 103

Yun-Shik Lee : *Principles of Terahertz Science and Technology.* 2008. 84, 87, 94, 95, 96, 109, 110, 161, 162

A Legris, F Rullier-Albenque, E Radeva et P Lejay : Effects of electron-irradiation on yba2cu3o7-delta superconductor. *Journal de physique I*, 3(7):1605–1615, Jan 1993. 22

J Lesueur, N Bergeal, M Sirena, X Grison, G Faini, M Aprili et JP Contour : High tc josephson nanojunctions made by ion irradiation : Characteristics and reproducibility, Jan 2007. 26

J Lesueur, L Dumoulin, S Quillet et J Radcliffe : Ion-beam induced metal insulator transition in ybco films. *Journal of Alloys and Compounds*, 195(1-2):527–530, Jan 1993. 22, 23, 51

J Lesueur, P Nedellec, H Bernas, J Burger et L Dumoulin : Depairing-like variation of tc in yba2cu3o7-delta. *Physica C*, 167(1-2):1–5, Jan 1990. 22, 23

K Likharev : *Dynamics of Josephson junctions and circuits.* 1996. 6, 7, 9, 15, 120, 137, 138, 139, 140, 142, 143

K Likharev et V Semenov : Rsfq logic/memory family-a new josephson-junction technology for sub-terahertz-clock-frequency digital systems. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, 1(1):3–28, Jan 1991. 80, 122

K K Likharev et L A Yakobson : Steady-state properties of superconducting bridges. *Sov. Phys.-Tech. Phys. (Engl. Transl.)*, 20(7):950–953, Jan 1976. 61, 66

KK Likharev : Superconducting weak links. *Rev. Mod. Phys.*, 51(1):101–159, 1979a. 6, 58, 144

KK Likharev : Superconducting weak links. *Rev. Mod. Phys.*, 51(1):101–159, 1979b. 54

KK Likharev et VK Semenov : Fluctuation spectrum in superconducting point junctions. *Jetp Lett-Ussr*, 15(10):442–&, Jan 1972. 129, 132

KK Likharev et BT Ulrich : *Systems with Josephson junctions - Theoretical principles*. 1978. 132

KJ Linden, WR Neal, J Waldman, AJ Gatesman et A Danylov : Terahertz laser based standoff imaging system. *Applied Imagery and Pattern Recognition Workshop, 2005. Proceedings. 34th*, pages 8–14, 2006. 85, 89, 97

HB Liu, H Zhong, N Karpowicz, Y Chen et XC Zhang : Terahertz spectroscopy and imaging for defense and security applications. *P Ieee*, 95(8):1514–1527, 2007. 93

M Lyatti, Y Divin, U Poppe et K Urban : Liquid identification by hilbert spectroscopy, Jan 2009. 18

K Maki : On persistent currents in a superconducting alloy. ii. *Prog Theor Phys*, 29(3):333–340, Jan 1963. 64

H Matsuo : Future prospects of superconducting direct detectors in terahertz frequency range. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A : Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 559(2): 748–750, 2006. 100

D McCumber : Effect of ac impedance on dc voltage-current characteristics of superconductor weak-link junctions. *Journal of Applied Physics*, 39(7):3113, Jan 1968. 6, 8

DM Mittleman : Imaging and sensing with terahertz radiation. *AIP Conference Proceedings*, 760(1):25, 2005. 93

BH Moeckly, K Char, Y Huang et KL Merkle : Interface-engineered ybco edge junctions, Jan 1999. 18

Eric R Mueller : Terahertz radiation : Applications and sources. *The Industrial Physicist*, 9(4):27, 2003. 87

O Mukhanov, D Gupta, A Kadin et VK Semenov : Superconductor analog-to-digital converters. *P Ieee*, 92(10):1564–1584, Jan 2004. 122

NSA : Superconducting technology assessment. *oai.dtic.mil*, Jan 2005. 80

H Nyquist : Thermal agitation of electric charge in conductors. *Phys. Rev.*, 32 (1):110–113, Jan 1928. 13

GA Ovsyannikov, IV Borisenko, KY Constantinian, YV Kislinski, AA Hakhoumian, NG Pogosyan, T Zakaryan, NF Pedersen, J Mygind et N Uzunoglu : Bandwidth and noise of submillimeter wave cuprate bicrystal josephson junction detectors. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, 15(2):533–536, 2005. 139

J Pearson, P Chen et H Pickett : Photomixer systems as submillimeter oscillators and coherent test sources (proceedings paper). *spie.org*, Jan 2003. 117

M Planck : On the law of the energy distribution in the normal spectrum. *Ann. Phys*, 4:553, Jan 1901. 90

MO Reese, DF Santavicca, DE Prober, AB True et CA Schmuttenmaer : Niobium direct detectors for fast and sensitive terahertz spectroscopy. *Review of Scientific Instruments*, 78:086111, 2007. 99, 100, 103

P L Richards : Bolometers for infrared and millimeter waves. *Journal of Applied Physics*, 76(1):1–24, May 1999. 98, 102

Victor Henry Rumsey : *Frequency independent antennas*. 1966. 162

E Sarnelli, G Testa, D Crimaldi, A Monaco et MA Navacerrada : A class of high-t-c yba2cu3o7-x grain boundary junctions with high-icrn products. *Superconductor Science and Technology*, 18(6):L35–L39, Jan 2005. 17, 18, 39

Robert J. Schoelkopf : Studies of noise in josephson-effect mixers and their potential for submillimeter heterodyne detection. Jan 1995. 132, 135, 146, 147, 151

SHI Sheng-Cai : Superconducting thz detectors and their applications in radio astronomy. *Terahertz Science and Technology*, 1(4):190–206, 2008. 117

PH Siegel : Terahertz technology. *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, 50(3):910–928, 2002. 100

A Silver, A Kleinsasser, G Kerber, Q Herr, M Dorojevets, P Bunyk et L Abelson : Development of superconductor electronics technology for high-end computing. *Superconductor Science and Technology*, 16(12):1368–1374, Jan 2003. 80

M Sirena, S Matzen, N Bergeal, J Lesueur, G Faini, R Bernard, J Briatico et D. G Crete : Improving ion irradiated high t-c josephson junctions by annealing : The role of vacancy-interstitial annihilation. *Appl. Phys. Lett.*, 91 (14):142506, Jan 2007. 26

F Sizov : Thz radiation sensors. *Opto-Electronics Review*, 18(1):10–36, 2010. 109, 116, 117

F Song, F Müller, R Behr et A. M Klushin : Coherent emission from large arrays of discrete josephson junctions. *Appl. Phys. Lett.*, 95(17):172501, Jan 2009. 18, 207

W Stewart : Current-voltage characteristics of josephson junctions. *Appl. Phys. Lett.*, 12:277, Jan 1968. 6, 10, 126

R Stratonovich : *Topics in the theory of random noise.* 1963. 126

M Strikovski, F Kahlmann, J Schubert, W Zander, V Glyantsev, G Ockenfuss et CL Jia : Fabrication of ybacuo thin-film flux transformers using a novel microshadow mask technique for in situ patterning. *Appl. Phys. Lett.*, 66(25):3521–3523, Jan 1995. 29

H Suzuki, T Hato, M Maruyama, H Wakana, K Nakayama, Y Ishimaru, O Horibe, S Adachi, A Kamitani, K Suzuki, Y Oshikubo, Y Tarutani, K Tanabe, T Konno, K Uekusa, N Sato et H Miyamoto : Progress in hts sampler development, Jan 2005. 17, 18, 19, 39

F Tafuri et JR Kirtley : Weak links in high critical temperature superconductors, Jan 2005. 18, 19

H Takagi, B Batlogg, H Kao, J Kwo, RJ Cava, JJ Krajewski et WF Peck : Systematic evolution of temperature-dependent resistivity in la(2-x)sr(x)cuo4. *Phys. Rev. Lett.*, 69(20):2975–2978, Jan 1992. 32

M Tanaka, T Kondo, N Nakajima, T Kawamoto, Y Yamanashi, Y Kamiya, A Akimoto, A Fujimaki, H Hayakawa, N Yoshikawa, H Terai, Y Hashimoto et S Yorozu : Demonstration of a single-flux-quantum microprocessor using passive transmission lines. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, 15(2):400–404, Jan 2005. 80, 122

Y Taur : Josephson-junction mixer analysis using frequency-conversion and noise-correlation matrices. *Ieee T Electron Dev*, 27(10):1921–1928, Jan 1980. 132, 151

H Terai, M Hidaka, T Satoh et S Tahara : Direct-injection high-t dc-squid with an upper ybacuo ground plane. *Appl. Phys. Lett.*, 70:2690, 1997. 71, 79, 80

S Tinchev : Properties of ybco weak links prepared by local oxygen-ion induced modification. *Physica C*, 256(1-2):191–198, Jan 1996. 29

S Tinchev : Application of ion beam techniques in superconducting electronics. *Vacuum*, 69(1-3):17–25, Jan 2002. 29

SS Tinchev : Mechanism of operation of josephson junctions made from htc materials by ion modification. *Physica C : Superconductivity*, 460:1477–1478, 2007. 29

Michael Tinkham : *Introduction to superconductivity.* 1975. xi, 5

H Toepfer et T Ortlepp : Design infrastructure for rapid single flux quantum circuits. *Cryogenics*, 49(11):643–647, 2009. 81

H Toepfer, T Ortlepp, HF Uhlmann, D Cassel et M Siegel : Design of hts rsfq circuits. *Physica C : Superconductivity*, 392:1420–1425, 2003. 81

M Tonouchi : Cutting-edge terahertz technology. *Nature photonics*, 1(2):97–105, 2007. 86, 87, 88, 110

H Torrey et C Whitmer : *Crystal rectifiers.* 1948. 132

K Usadel : Generalized diffusion equation for superconducting alloys. *Phys. Rev. Lett.*, 25(8):507–509, Jan 1970. 49

T VanDuzer et C Turner : Principles of superconductive devices and circuits. *New York : Elsevier North Holland*, Principles of Superconductive Devices and Circuits, Aug 1998. 70, 75, 146

I Vendik : Phenomenological model of the microwave surface impedance of high-t-c superconducting films. *Supercond Sci Tech*, 13(7):974–982, Jan 2000. 78

AN Vystavkin, VN Gubankov, LS Kuzmin, KK Likharev, VV Migulin et VK Semenov : Scs junctions as nonlinear elements of microwave receiving devices. *Revue de Physique Appliquée*, 9(1):79–109, 1974. 133, 137, 138

E L. Wolf : *Principles of electron tunneling spectroscopy.* 1985. 3

T Wolf, N Bergeal, C Ulysse, G Faini, P Febvre et J Lesueur : Inductance measurement of ybco strip-lines made by ion irradiation. *arXiv*, cond-mat.supr-con, Aug 2010. 81

K Yasuko et S Takamasa : 6 terahertz-wave propagation model 6-1 atmospheric propagation model of terahertz-wave. *Journal of the National Institute of Information and Communications Technology Vol*, 55(1):200S. 89

Xi-Cheng Zhang et Jingzhou Xu : *Introduction to THz Wave Photonics.* 2009. 87, 93, 109, 110

James F Ziegler : *Handbook of ion implantation technology.* 1992. 20

JF Ziegler, MD Ziegler et JP Biersack : Srim-the stopping and range of ions in matter (2010). *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B : Beam Interactions with Materials and Atoms*, 268(11-12):1818–1823, 2010. 20, 23

J Zmuidzinas et PL Richards : Superconducting detectors and mixers for millimeter and submillimeter astrophysics. *P Ieee*, 92(10):1597–1616, 2004. 16, 92, 98, 117