



HAL
open science

Construction optimale de réseaux fixes et mobiles pour la surveillance opérationnelle des rejets accidentels atmosphériques

Rachid Abida

► **To cite this version:**

Rachid Abida. Construction optimale de réseaux fixes et mobiles pour la surveillance opérationnelle des rejets accidentels atmosphériques. Modélisation et simulation. Ecole des Ponts ParisTech, 2010. Français. NNT : 2010PEST1126 . pastel-00638050

HAL Id: pastel-00638050

<https://pastel.hal.science/pastel-00638050>

Submitted on 3 Nov 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse de Doctorat de l'École des Ponts ParisTech

présentée le 19 février 2010 par:

Rachid ABIDA

pour l'obtention du diplôme de docteur
de l'École des Ponts ParisTech

Spécialité: Sciences, Ingénierie et Environnement

Construction optimale de réseaux fixes et mobiles pour la surveillance opérationnelle des rejets accidentels atmosphériques

Jury composé de

D ^r Philippe Naveau	CNRS-LSCE	rapporteur
P ^r Hans Wackernagel	École des Mines ParisTech	rapporteur et président
P ^r Werner G. Müller	IFAS	directeur de thèse
D ^r Marc Bocquet	École des Ponts ParisTech-CEREA	directeur de thèse
D ^r Olivier Isnard	IRSN	examineur
D ^r Anda Ionescu	Université Paris 12	examinatrice

Remerciements

Je remercie l'institut de radioprotection et de sûreté nucléaire (IRSN) et l'École des Ponts ParisTech pour avoir financé mes travaux de thèse.

Je tiens à remercier Marc bocquet pour m'avoir proposé ce sujet de thèse et m'avoir accueilli au sein du laboratoire CEREa. J'ai eu la chance d'apprécier ses qualités scientifiques. J'ai également apprécié son dynamisme. Je le suis reconnaissant d'avoir su se rendre disponible tout au long de mon travail de thèse malgré son activité débordante.

Je remercie Werner G. Müller pour avoir accepté de diriger ma thèse.

Je profite de cette page pour remercier l'ensemble des membres du CEREa. Une pensée pour tous ceux avec qui j'ai partagé des moments agréables au labo.

J'aimerais aussi remercier tout ceux qui par leur compétence, leur amitié, leur soutien, leur encouragement out tout simplement leur présence ont contribué à la réalisation de ce travail. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma reconnaissance.

Résumé

Mon travail de thèse se situe dans le contexte général de l'optimisation de réseaux de mesure de pollution atmosphérique, mais plus spécifiquement centré sur la surveillance des rejets accidentels de radionucléides dans l'air. Le problème d'optimisation de réseaux de mesure de la qualité de l'air a été abordé dans la littérature. En revanche, il n'a pas été traité dans le contexte de la surveillance des rejets accidentels atmosphériques.

Au cours de cette thèse nous nous sommes intéressés dans un premier temps à l'optimisation du futur réseau de télésurveillance des aérosols radioactifs dans l'air, le réseau DESCARTES. Ce réseau sera mis en œuvre par l'Institut de Radioprotection et de Sécurité Nucléaire (IRSN), afin de renforcer son dispositif de surveillance de radionucléides en France métropolitaine. Plus précisément, l'objectif assigné à ce réseau est de pouvoir mesurer des rejets atmosphérique de radionucléides, provenant de l'ensemble des installations nucléaires françaises ou étrangères. Notre principal rôle était donc de formuler des recommandations vis-à-vis aux besoins exprimés par l'IRSN, concernant la construction optimale du futur réseau. À cette fin, l'approche que nous avons considérée pour optimiser le réseau (le futur réseau), vise à maximiser sa capacité à extrapoler les concentrations d'activité mesurées sur les stations du réseau sur tout le domaine d'intérêt. Cette capacité est évaluée quantitativement à travers une fonction de coût, qui mesure les écarts entre les champs de concentrations extrapolés et ceux de références. Ces derniers représentent des scénarios de dispersion accidentels provenant des 20 centrales nucléaires françaises et, calculés sur une année de météorologie. Nos résultats soulignent notamment l'importance du choix de la fonction coût dans la conception optimale du futur réseau de surveillance. Autrement dit, la configuration spatial du réseau optimal s'avère extrêmement sensible à la forme de la fonction coût utilisée.

La deuxième partie de mon travail s'intéresse essentiellement au problème du ciblage d'observations en cas d'un rejet accidentel de radionucléides, provenant d'une centrale nucléaire. En effet, en situation d'urgence, une prévision très précise en temps réel de la dispersion du panache radioactif est vivement exigée par les décideurs afin d'entreprendre des contre-mesures plus appropriées. Cependant, la précision de la prévision du panache est très dépendante de l'estimation du terme source de l'accident. À cet égard, les techniques d'assimilation de données et de modélisation inverse peuvent être appliquées. Toutefois, le nuage radioactif peut être localement très mince et pourrait s'échapper à une partie importante du réseau local, installé autour de la centrale nucléaire. Ainsi, un déploiement de stations de mesure mobiles en suivant l'évolution du nuage pourrait contribuer à améliorer l'estimation du terme source. À cet effet, nous avons exploré la possibilité d'améliorer la qualité de la prévision numérique du panache radioactif, en couplant une stratégie de déploiement optimal de stations mobiles avec un schéma d'assimilation de données pour la reconstruction séquentielle du panache radioactif. Nos résultats montrent que le gain d'information apporté par les observations ciblées est nettement mieux que l'information apportée par les observations fixes.

Table des matières

1	Introduction : le contexte	1
1.1	Rejets accidentel de radionucléides dans l'atmosphère	1
1.2	Surveillance de radionucléides	3
1.3	Cadre de la thèse	8
2	Construction optimale de réseaux de mesure : Théorie	13
2.1	Introduction	13
2.2	Géostatistique	16
2.2.1	Processus stochastiques	16
2.2.2	Structure de corrélation spatiale	17
2.2.3	Krigeage	19
2.2.4	Prédiction spatiale	21
2.3	Conception d'un réseau optimal de mesures	22
2.3.1	Théorie de l'optimal design	23
2.3.2	Optimalité basée sur la théorie de l'information	31
2.3.3	Autres critères d'optimalité	33
2.3.4	Conception optimale d'un réseau pour l'assimilation de données	40
2.3.5	Algorithmes stochastiques d'optimisation : Le recuit simulé	44
2.4	Conclusion	54

3 Exemple d'application à la qualité de l'air	55
3.1 Introduction	55
3.2 Optimisation du réseau lillois	56
3.3 Optimisation du réseau de la BDQA	58
3.3.1 Le réseau de la BDQA	59
3.3.2 Données d'ozone	60
3.3.3 Étude géostatistique	61
3.3.4 Interpolation spatiale	70
3.3.5 Optimisation du réseau de la BDQA	74
3.3.6 Redéploiement optimal du réseau de la BDQA	89
3.4 Conclusion	91
4 Surveillance de radionucléides en champ proche	93
4.1 Introduction	93
4.2 Météorologie locale sur le site nucléaire du Bugey	94
4.3 Base de scénarios de rejets accidentels	95
4.4 Modèle spatial de corrélation	98
4.5 Optimisation	99
4.5.1 Choix des sites potentiels	99
4.5.2 Fonction coût utilisée	100
4.6 Résultats	100
4.6.1 Minimisation de $J^{(2)}$ versus un seul scénario	100
4.6.2 Minimisation de $J^{(2)}$ versus la base d'accidents	103
4.7 Conclusion	108
5 Optimisation d'un réseau de surveillance de radionucléides sur la France	111
5.1 Résumé	111
5.2 Critère sur la capacité de détection	115
5.3 Article Atmospheric Environment	117

6 Ciblage d'observations en cas d'accident nucléaire	135
6.1 Résumé	135
6.2 Article Atmospheric Environment	142
7 Conclusions & Perspectives	161
7.1 Conclusions	161
7.2 Perspectives	164

Chapitre 1

Introduction : le contexte

1.1 Rejets accidentel de radionucléides dans l'atmosphère

Les activités nucléaires, civiles ou militaires, mettant en œuvre des substances radioactives sont susceptibles d'entraîner des rejets de radionucléides dans l'environnement, que ce soit dans des situations courantes ou accidentelles, ou de manière volontaires (essais nucléaires). Il faut savoir qu'une partie de la radioactivité présente dans l'environnement aujourd'hui, est due à des rejets importants de matières radioactives survenus dans le passé. Notamment ceux, dus aux essais de bombes atomiques et thermonucléaires des années 1950 et 1960 et à de vrais accidents nucléaires dont le principal est l'accident de Tchernobyl en 1986, en Ukraine.

La dispersion de radionucléides rejetées dans l'atmosphère, lors d'un rejet accidentel d'effluent radioactifs, dépendra de la hauteur du point d'émission et des conditions météorologiques sur le site de l'accident. Également, elle dépendra de la distribution de taille et de la forme chimique des substances libérées. En effet, les radionucléides vont se disperser dans l'atmosphère, être entraînés en fonction des vents et retomber au sol sous l'effet de la gravité et cela, sera de façon plus intense, en cas de pluie (phénomène de lessivage de la colonne d'air contaminée avec précipitation au sol des polluants radioactifs). En conséquence, la pollution radioactive de l'air est transférée aussi au sol. Les obstacles physiques à proximité du site de l'accident peuvent également affecter la dispersion initiale, en particulier dans le cas de rejets à faible hauteur. En revanche, cet effet devient insignifiant à des distances supérieures à quelques kilomètres de la source, et négligeable pour les rejets avec des hauteurs effectives élevées.

L'ampleur d'un rejet radioactif dépend de la nature de l'accident, et il est caractérisé par le **terme source de l'accident**. Ce dernier, est décrit par le débit d'émission pour chaque radionucléide et la composition isotopique du rejet, mais aussi par les paramètres pertinents pour la dispersion atmosphérique (la position de la source du rejet, la hauteur effective du rejet, le contenu de l'énergie et la vitesse du rejet). L'accident de Tchernobyl

constitue l'exemple typique d'une contamination à grande échelle de l'environnement. En effet, 100% des gaz nobles, 55% de l'iode-131 et 33% de césium-137 et -134 de l'inventaire du cœur du réacteur accidenté ont été relâchés dans l'atmosphère. La haute température du rejet a conduit à une augmentation significative de la hauteur effective du nuage radioactif (jusqu'à environ 1 000 m). Cela a conduit au transport de la radioactivité sur des distances très importantes, et des grandes parties de l'Europe ont été touchées. En France, l'Institut de Radioprotection et de Sécurité Nucléaire (IRSN) considère essentiellement deux scénarios typiques d'accidents. Un rejet d'ampleur bien moindre dont la durée est d'une heure, qui peut être dû à une rupture de tubes de générateur de vapeur. Le deuxième scénario d'accident est un rejet important dû à une perte de réfrigérant primaire conduisant à la fusion totale et rapide du cœur, et qui dure plusieurs jours.

L'irradiation du public, conséquence d'un rejet de matières radioactives dans l'environnement, peut survenir par un certain nombre de voies d'exposition différentes : l'immersion dans le panache radioactif dans l'atmosphère ou dans de l'eau contaminée, l'inhalation de matières radioactives aéroportées, l'irradiation à partir de radionucléides déposés et l'inhalation à la suite de leur remise en suspension dans l'air et l'ingestion d'aliments et d'eau contaminés. L'exposition par irradiation externe à partir de radionucléides aéroportés ne se produit que durant le passage du panache radioactif. La période d'exposition varie en fonction de la durée du rejet, des conditions atmosphériques et du temps de séjour des sujets exposés. Les matières déposées sur le sol peuvent donner lieu à une exposition durant et après le passage du panache radioactif. Les matières radioactives inhalées par des sujets immergés dans le panache radioactif peuvent être retenues dans l'organisme et être à l'origine d'une irradiation interne sur une période prolongée.

Dans des conditions d'exposition idéales (Cooper et al., 2003), le débit de dose efficace pour un sujet exposé à partir de sources externes, $E_{ext}(t)$ (en $\text{Sv}\cdot\text{s}^{-1}$), est généralement exprimé par l'équation suivante :

$$E_{ext}(t) = \chi(t) \times CD_{ext}, \quad (1.1)$$

où $\chi(t)$ est la concentration d'activité du radionucléide au temps t dans l'air (en $\text{Bq}\cdot\text{m}^{-3}$) ou déposé à la surface du sol (en $\text{Bq}\cdot\text{m}^{-2}$), et CD_{ext} est le facteur de débit de dose externe instantanée par unité de concentration d'activité, ou le coefficient de dose externe pour le radionucléide en cause (en $\text{Sv}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{Bq}^{-1}\cdot\text{m}^3$ pour une irradiation provenant du panache et en $\text{Sv}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{Bq}^{-1}\cdot\text{m}^2$ pour une irradiation provenant du sol).

Dans le cas de la dose inhalée, le débit de dose efficace engagée (en $\text{Sv}\cdot\text{s}^{-1}$) est égale à :

$$E_{int}(t) = \chi(t) \times B \times CD_{int}, \quad (1.2)$$

où $\chi(t)$ est la concentration dans l'air, B est le taux de ventilation, ou de respiration, du sujet (en $\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$) et CD_{int} est le coefficient de dose par unité de radioactivité inhalée, ou le coefficient de dose par inhalation (en $\text{Sv}\cdot\text{Bq}^{-1}$). La concentration du radionucléide est déterminée à partir de mesures dans l'environnement ou prédite à partir de modèles environnementaux.

1.2 Surveillance de radionucléides

En cas d'incident radiologique entraînant la dispersion des matières radioactives dans l'environnement, la mise en œuvre effective des mesures sécuritaires pour la protection du public dépendra largement du degré de préparation. Cela, devrait inclure l'élaboration de plans d'urgence pour contrôler et limiter les conséquences de l'accident.

L'Agence Internationale de l'Énergie Atomique (AIEA) a publié un guide d'exigences de sécurité intitulé *Preparedness and Response for a Nuclear or Radiological Emergency* (IAEA, 2002) dans lequel il est exigé la mise en place de critères opérationnels permettant d'évaluer rapidement les résultats de la surveillance environnementale en vue d'implémenter des mesures effectives d'urgence et à long terme pour protéger le public contre l'exposition aux radionucléides rejetés dans l'environnement lors d'accident nucléaire ou radiologique. En accord avec ces exigences et aussi de l'expérience acquise dans la plus part des pays européens touchés par l'accident de Tchernobyl, beaucoup d'États membres de l'AIEA ont établi des systèmes de surveillance pour détecter le passage d'un panache radioactif rejeté dans l'atmosphère lors d'un accident survenant sur une installation nucléaire. Généralement, ces systèmes de surveillance vise à surveiller les radionucléides sur deux échelles spatiales : à l'échelle locale, par le biais d'un réseau de stations installées autour une centrale nucléaire, et à l'échelle nationale, à travers un réseau de mesure couvrant le territoire du pays.

Par ailleurs, à l'échelle européenne la décision 87/600/Euratom du Conseil du 14 décembre 1987 exige des États membres l'échange rapide d'informations et de données en cas de situation d'urgence radiologique. Cette échange de données se fait par le biais d'un réseau automatisé de surveillance montré sur la figure 1.1 (voir Galmarini et al., 2008). En cas d'accident nucléaire, ce réseau sera indispensable pour surveiller le nuage radioactif à l'échelle régionale. L'exemple typique de la surveillance des radionucléides à l'échelle planétaire est celui du réseau de radionucléide de l'IMS (The International Monitoring System), mis en œuvre dans le cadre du *Comprehensive Nuclear-Test-Ban Treaty* (CTBT) pour détecter les radionucléides provenant d'un essai nucléaire. Aujourd'hui, ce réseau est constitué de 80 stations de mesure d'aérosols de radionucléides (Karhu, 2004). Leur répartition sur la globe est montré également sur la figure 1.1

Généralement, on distingue trois phases différentes en cas d'accident nucléaire :

- la phase initiale ; c'est-à-dire la phase avant rejets de substances radioactives dans l'atmosphère ;
- la phase accidentelle : lorsque les substances radioactives rejetées dans l'atmosphère sont entraînées par les vents dominants et donnent lieu à une exposition externe par le nuage radioactif et une exposition interne par des aérosols inhalés ;
- la phase post-accidentelle : cette phase peut perdurer des jours, mois, voir des années. Cette phase est caractérisée par l'exposition externe liée aux substances radioactives déposées au sol et par l'exposition interne par des denrées alimentaires contaminées.

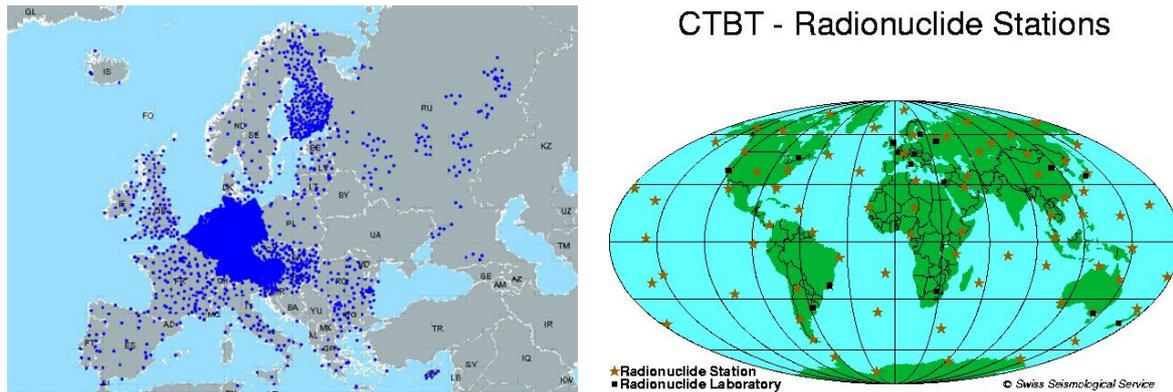


FIGURE 1.1 – La figure de droite représente le réseau automatisé pour l'échange de données de surveillance à l'échelle européenne. À gauche, la figure montre le réseau radionucléide de l'IMS.

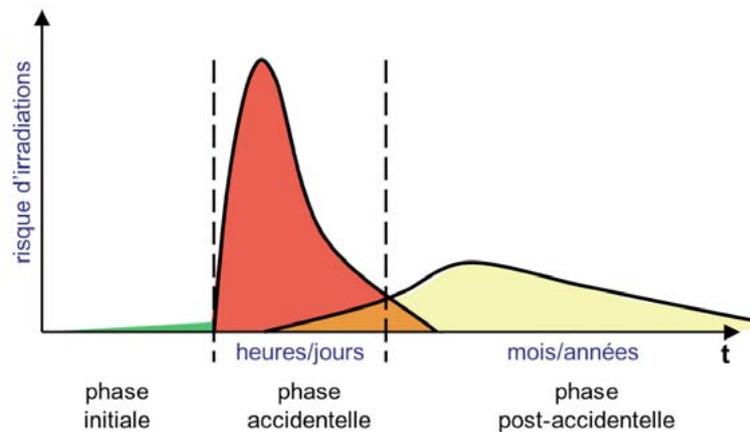


FIGURE 1.2 – Les trois phases caractérisant un accident nucléaire.

Les mesures de protection à entreprendre dans le but d'éviter l'exposition aux radiations due à un rejet dans l'atmosphère de matières radioactives sont souvent divisés en mesures préventives, d'urgence et de long terme, en fonction des trois phases de l'accident schématisées dans la Fig. 1.2.

L'objectif d'un réseau automatisé de surveillance de radionucléides est de fournir une alerte précoce d'accident nucléaire et/ou de fournir une estimation initiale, approximative de la situation radiologique dans le but d'introduire des mesures de protection dans la phase initial d'accident nucléaire. Généralement, un tel réseau est constitué de stations de mesure du débit de dose gamma, installées à proximité d'une centrale nucléaire, ou à une échelle plus large couvrant le territoire du pays concerné.

Les réseaux de surveillance basés uniquement sur les stations de mesure du débit de dose gamma ont une valeur limitée pour délimiter et surveiller l'évolution du nuage radioactif, parce qu'ils ne peuvent pas distinguer entre l'activité radioactive dans l'air et celle déposée au sol. Les stations de mesure en continu d'aérosols de radionucléides sont donc

préférés. Cependant, elles ont l'inconvénient d'un coût plus élevé initial et de maintenance (Janssens et al., 1993). Pour cette raison, seules quelques stations équipées d'un spectromètre gamma sont utilisés pour donner une information qualitative sur la composition du panache radioactif. Les stations de débit de dose gamma, en vue de leur coût d'installation et de maintenance relativement faible, et de leur large gamme de sensibilité, elles servent essentiellement à l'alerte précoce et à l'évaluation de la situation radiologique dans la phase d'urgence d'un accident. Cependant, elles ne peuvent pas constituer une base pour la mise en place de contre-mesures d'urgence dans la phase post-accidentelle parce que, dans cette phase, une carte relativement complète de la contamination radioactive exige de réaliser beaucoup de mesures supplémentaires à l'aide de stations mobiles.

En France, en cas d'urgence radiologique c'est l'IRSN (Institut de radioprotection et de sûreté nucléaire) qui est chargé de renseigner au mieux l'ASN (Autorité de Sûreté Nucléaire) sur le risque présent et à venir et ce, en temps réel.

L'IRSN a la responsabilité d'assurer une surveillance régulière de la radioactivité dans les différents compartiments de l'environnement (air, sol, eau, chaînes alimentaires). À l'échelle nationale, la mesure dans l'air est assurée principalement par deux réseaux automatisés de télésurveillance : le réseau TELERAY et le réseau SARA. Le premier, est constitué de 164 stations mesurant le débit de dose gamma : 38 autour des sites nucléaires, 120 réparties sur le territoire métropolitain et 6 dans les DOM TOM. Le deuxième réseau est constitué de 13 stations assurant la mesure en continu d'aérosols de radionucléides dans l'air. La figure 1.3 montre la répartition des installations nucléaires civiles en France et le réseau TELERAY.

La figure 1.4 schématise globalement les objectifs assignés à un système de télésurveillance de radionucléides dans l'atmosphère (Lauritzen et al., 2005). La branche "alarme" du diagramme montre que, si un panache radioactif passe par une station de mesure, une alerte relative à une contre-mesure spécifique ou une combinaison de contre-mesures peut être déclenchée. À ce stade, les contre-mesures de précaution pourraient être envisagées ou pas, en fonction d'autres informations qui pourraient être disponibles sur la situation. Des mesures supplémentaires par le biais de stations mobiles peuvent être faites en vue d'évaluer la situation. Dans la branche "estimation", la gravité de la situation radiologique évaluée, soit en se basant directement (uniquement) sur les données du réseau de surveillance, et en comparant avec les niveaux d'intervention opérationnelle prédéfinis (IAEA, 1997; Lauritzen and B'averstam, 1999), ou en utilisant un système d'assimilation de données dans lequel diverses données, par exemple à partir de mesures mobiles, sont optimalement combinées avec un modèle de dispersion numérique afin d'évaluer la situation (Krysta et al., 2006; Abida and Bocquet, 2009; Rojas-Palma et al., 2003; Drews et al., 2004). Le processus d'estimation de la situation radiologique peut être initié par une alerte, ou il peut être réalisé automatiquement sans dépendre d'une alarme initiale.

Le besoin des mesures de radioactivité dans l'environnement en cas d'accident ne se limite pas uniquement à obtenir des estimations rapides et détaillées pour la mise en œuvre des contre-mesures a priori, mais aussi en cas d'accident distant d'un rejet modéré,

il sera nécessaire d'effectuer un grand nombre de mesures en vue d'une évaluation précise a posteriori de l'impact radiologique. Une telle évaluation répond au besoin d'une information adéquate à l'égard du public et, peut servir à d'autres investigations scientifiques.



FIGURE 1.3 – La figure à gauche représente le réseau TELERAY. À droite, la photo d'une station de mesure du débit de dose gamma du réseau TELERAY. La figure d'en bas montre les installations nucléaires civiles de la France. Origine : IRSN

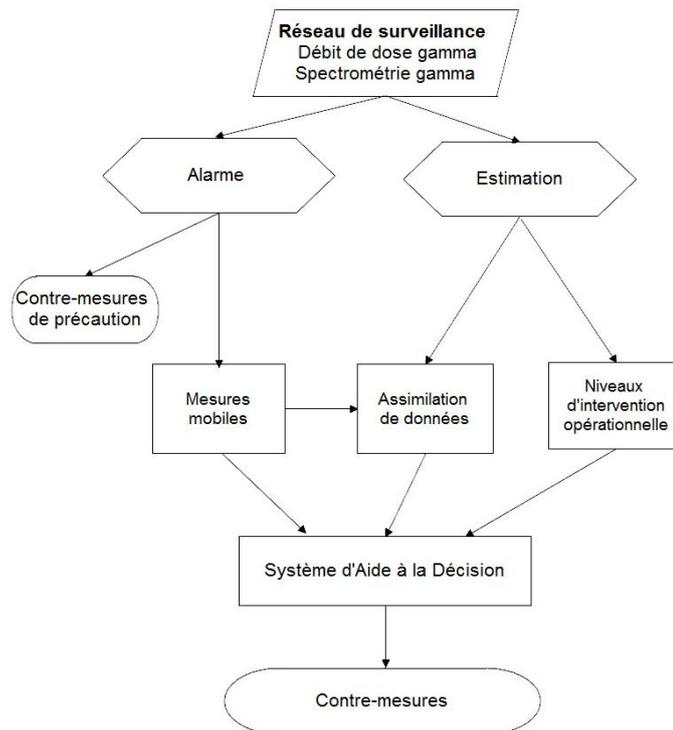


FIGURE 1.4 – Organigramme illustrant les procédures envisagées suite à une alerte précoce déclenchée par un réseau national de télésurveillance, comme le réseau TELERAY en France.

1.3 Cadre de la thèse

Problématique

En cas d'accident nucléaire, la capacité d'un réseau de surveillance de radionucléides, à identifier la source et de fournir des informations sur la vitesse, la direction et l'extension longitudinale du panache radioactif, dépendra essentiellement de sa densité et de la répartition spatiale des stations de mesure par rapport à l'évolution du nuage (Abida et al., 2008; Abida and Bocquet, 2009). En effet, un réseau, dont la distance moyenne entre les stations de mesure est inférieure comparée à l'extension transversale du nuage, sera moins performant pour repérer le passage du panache. Également, la capacité de détection d'un réseau de mesure dépend de son degré d'homogénéité spatiale (Raes et al., 1991; Brus and Heuvelin, 2007). Un réseau couvrant uniformément le territoire à surveiller, détecte plus le passage du nuage radioactif.

Par ailleurs, en cas d'urgence radiologique, les préoccupations principales sont, surtout durant la phase accidentelle : la détermination des régions, où les niveaux de radioactivité sont susceptibles de dépasser un seuil critique (les points chauds), les niveaux de contamination dans les zones où les gens vivent et travaillent, ainsi que de repérer les régions de transition définissant les limites entre le déclenchement ou non de contre-mesures. Pour ces raisons, la cartographie de la contamination en temps réel constitue un outil important pour les décideurs. Cependant, très souvent, les données fournies par les réseaux fixes de surveillance sont très éparpillées en espace. L'intégration et la conversion de ces données, à travers des méthodes d'interpolation spatiale appropriées, à des cartes de contamination radioactive en temps réel, s'avère difficile. Ainsi, dans telles situations, les outils statistiques avancés, comme les techniques de géostatistique peuvent être appliquées. En général, le principe de ces techniques est d'extraire le maximum d'information à partir des mesures de surveillance (en tenant compte non seulement de la valeur de mesure, mais aussi de sa position géographique) et, également de déterminer les valeurs de paramètres qui seront nécessaires pour les routines d'interpolation spatiale. Parmi ces techniques, plusieurs ont été appliquées pour cartographier la déposition du césium-137 à l'échelle européenne (Dubois et al., 2007). Néanmoins, indépendamment de l'approche utilisée, la qualité de ces cartes obtenues, restent fortement sensibles à la configuration spatiale du réseau ainsi qu'au nombre de stations de mesure (Brus and Heuvelin, 2007).

Même si une analyse adéquate des données de surveillance continue peut améliorer la précision sur le transport ultérieur et la dispersion du nuage radioactif, qui s'avère déterminante pour l'évaluation ultérieure de son impact possible et pour la préparation des contre-mesures adéquates, des moyens supplémentaires sont nécessaires en cas d'accident entraînant un rejet important de radionucléides dans l'air.

Dans le même ordre d'idées, des décisions précoces telles que exhorter la population à rester chez elle pourrait se baser directement sur la lecture des données de stations du débit dose gamma ou les stations d'aérosols. L'évacuation ou la distribution de comprimés

d'iode, d'autre part pourrait être considérée soit comme une mesure de précaution quand un rejet majeur est prévu, ou après le passage du panache radioactif. En revanche, les réseaux fixes de surveillance ne sont pas efficacement adaptés à cet objectif car les voies d'exposition dépendent dans une large mesure du dépôt au sol. En l'absence de pluie et dans le cas d'un nuage dont les bords sont bien délimités, la déposition au sol peut être précisément estimée. Cependant, l'accident de Tchernobyl nous a appris que en cas de pluie nous avons à faire face à un champ de dépôt au sol très épars en espace, ce qui ne peut être correctement évalué que à travers un déploiement de stations mobiles (Makhonko, 1996).

Compte tenu de ce qui précède, plusieurs questions se posent concernant la surveillance d'un panache radioactif : comment peut-on inférer les niveaux de radioactivité dans les endroits où on ne dispose pas de stations de mesure ? Quel est le nombre nécessaire de stations de surveillance et leurs positions optimales pour caractériser au mieux l'évolution du panache ? Qu'est-ce que signifie la capacité d'un réseau de mesure à caractériser le terme source de l'accident ? Comment peut-on la quantifier et quelle sera la configuration spatiale du réseau qui la maximise ? Dans les situations où des mesures supplémentaires sont nécessaires, comment peut-on alors définir une stratégie de surveillance mobile afin d'estimer au mieux l'évolution spatio-temporelle du nuage radioactif ? Comment choisir d'une façon optimale les endroits où il faut déployer les stations mobiles ? Comment quantifier l'apport d'information obtenue grâce au déploiement de stations mobiles ? Qu'est-ce que veut dire un réseau optimal ?

Telles sont donc les principales questions qui définissent le cadre général de mon travail de thèse.

La surveillance continue de radionucléides est très coûteuse surtout lorsque il s'agit de stations de mesure d'aérosols. Par conséquent, la densité spatiale de stations de mesure est limitée par les contraintes budgétaires. Néanmoins, elle devrait être déterminée en terme de la précision exigée. Ceci étant dit, l'optimisation d'un réseau de surveillance, par rapport un certain objectif spécifié (ou plusieurs objectifs), consiste donc à chercher uniquement les positions optimales des stations de mesure. Ainsi, l'optimisation d'un réseau devient un problème purement mathématique dans lequel il faut optimiser une certaine fonction coût (ou d'utilité) soumise à des contraintes (par exemple la densité du réseau est fixée). Il est clair que cette fonction coût doit représenter une mesure de l'information récupérable à partir d'une configuration spatiale particulière des stations de mesure. L'optimum de cette fonction définira alors le réseau optimal, qui permettra d'obtenir le maximum d'information sur le niveau de la radioactivité, dans n'importe quel endroit du domaine de surveillance, en utilisant les observations du réseau.

Également, il faut noter que le problème de l'optimisation d'un réseau est un problème combinatoire. Les approches d'optimisation naïves reposant sur une énumération exhaustive de toutes les combinaisons possibles seront complètement impraticables. Heureusement, il existe plusieurs algorithmes d'optimisation stochastique qui rend le problème traitable (voir par exemple Abida et al., 2008).

À la lumière de ce qui précède, nous pouvons dresser principalement trois objectifs par rapport auxquels un réseau de surveillance peut être optimisé :

(O-1) **détection** : l'objectif est de construire le réseau de telle sorte qu'il détecte rapidement le panache radioactif. À l'échelle locale, autour d'une centrale nucléaire ce rôle est efficacement assuré par un réseau de stations de mesure du débit de dose gamma, positionnées dans les directions des vents dominants. À l'échelle nationale, cet objectif peut nécessiter de modéliser la probabilité de détection attachée à une station de mesure. Cette probabilité dépend de l'extension spatio-temporelle et de la variabilité de la radioactivité dans le nuage, ainsi que aux conditions météorologiques courantes (voire Mason et al., 1995). D'autres auteurs, proposent d'utiliser la dimension fractale d'un réseau de mesure pour quantifier sa capacité à détecter un panache radioactif (Lovejoy et al., 1989; Raes et al., 1991). En effet, pour que le réseau puisse détecter un nuage radioactif, il faut que la somme des dimensions fractales du réseau et du nuage soit supérieure à 2.

(O-2) **cartographie** : l'objectif en l'occurrence est de déterminer le réseau qui reconstitue au mieux l'étendue du panache radioactif, en interpolant les mesures du réseau sur le domaine de surveillance (Abida et al., 2008).

(O-3) **assimilation de données** : l'objectif vise à utiliser les mesures de surveillance et un modèle numérique de dispersion, à travers un schéma d'assimilation de données, pour non seulement estimer l'étendue du panache, mais aussi de prévoir son évolution. Le problème de la conception d'un réseau de surveillance qui améliore l'efficacité de l'assimilation de données est une extension naturelle du processus d'assimilation lui-même. Dans cette perspective, le réseau de mesure est mobile et sa future configuration est déterminée en utilisant toute l'information disponible, afin de réduire au mieux l'incertitude dans la prévision du panache. Cette forme de surveillance constitue une stratégie de ciblage d'observations permettant une interaction constante entre la prévision du modèle et l'emplacement future des stations mobiles (Abida and Bocquet, 2009).

Le problème d'optimisation de réseaux de surveillance a été largement abordé dans le domaine de la qualité de l'air. En revanche, dans le contexte de rejets accidentels d'effluents radioactifs dans l'air, il a été rarement traité. Parmi les quelques rares travaux qui ont abordé le problème de construction optimale de réseaux de mesure pour la surveillance des radionucléides dans l'atmosphère, celui réalisé par Mason and Bohlin (1995) mérite particulièrement d'être mentionné. Ce travail a été effectué dans le cadre du traité CTBT (Comprehensive Nuclear-Test-Ban Treaty) pour la mise en place d'un réseau optimal pour surveiller la dispersion atmosphérique des radionucléides à l'échelle du globe. L'objectif qui a été assigné au réseau est d'atteindre une probabilité de détection de 90% dans les 14 jours après une explosion nucléaire de 1 kt (kilotonne de TNT). La probabilité de détection attachée à une station donnée, quantifie sa capacité à détecter un rejet de radionucléides. Cette probabilité est complètement déterminée par la concentration minimale détectable, la position de la station, les conditions météorologiques courantes. En prenant donc la

probabilité de détection comme un critère d'optimalité, un réseau constitué de 80 stations radionucléides aérosols a été retenu. La figure 1.1 montre la répartition de ces stations sur la globe. Ce réseau fait parti du réseau global de stations de l'IMS (The International Monitoring System) dont l'ultime objectif est d'appuyer l'application du CTBT. Également, nous pouvons citer un autre travail celui de Jiang et al. (2007). Les auteurs ont proposé une stratégie adaptive basée sur approche géostatistique. L'optimisation des positions des stations mobiles est obtenue en minimisant les régions de surestimation et de souestimation du nuage radioactif, définies par rapport une certaine valeur de seuil.

L'optimisation de réseaux de mesure pour la surveillance des rejets atmosphériques accidentels, constitue donc un terrain de recherche pratiquement vierge.

Projet DESCARTES

Les réseaux de surveillance des particules radioactives dans l'air (aérosols) actuellement exploités par l'institut de radioprotection et de sûreté nucléaire (IRSN) nécessitent un effort de modernisation important. Le réseau actuellement en place est formé de 70 stations de mesures d'aérosols exploitées manuellement. Cette exploitation permet d'obtenir une bonne connaissance de la contamination radiologique de l'air sur le territoire, a posteriori. Toutefois, dans le cas d'une situation accidentelle, cette méthode d'exploitation présente des limites évidentes. En particulier, celle-ci ne permet pas de détecter et de suivre de manière automatique la contamination en temps réel. Pour palier à ces différents manques ainsi que pour renforcer son degré de préparation à la gestion d'une situation de crise, l'IRSN a initié depuis 2006, un plan de modernisation de son système de surveillance. Principalement, ce plan de modernisation concerne la construction optimale d'un futur réseau automatisé de télésurveillance des aérosols radioactifs dans l'air, le réseau DESCARTES. Les principaux objectifs assignés à ce dernier sont :

- la surveillance en routine ainsi que lors d'un rejet radionucléides dans l'atmosphère,
- la contribution au dispositif d'alerte en liaison avec le réseau TELERAY,
- l'évaluation de l'impact à la population en cas de contamination atmosphérique,
- la prévision de l'ampleur des retombées au sol,
- la capacité de pouvoir mesurer des rejets provenant de l'ensemble des installations nucléaires françaises ou des pays avoisinants,
- la capacité de reconstituer le panache radioactif.

Le projet DESCARTES constitue la motivation principale de mon travail de thèse. En effet, le but majeur de mon travail de thèse est de fournir des réponses concrètes au besoin exprimé par le service des situations d'urgence et d'organisation de crise de la Direction de l'environnement et de l'intervention de l'IRSN, concernant l'optimisation du futur réseau DESCARTES.

Objectifs & Plan

Le potentiel d'une information rapide sur la dispersion accidentelle de la radioactivité d'origine anthropique sera en partie limité par des contraintes politiques/économiques imposées sur le système de surveillance. Une quantification de ces aspects est, toutefois, en dehors du champ de mon travail de thèse.

Tout au long de ce manuscrit nous allons essayer de répondre aux principales questions précédemment posées. Ce manuscrit est organisé en cinq chapitres.

Le chapitre 1 sera consacré à une présentation générale de la théorie de l'*Optimal Design* appliquée dans l'optimisation de réseaux de surveillance de l'environnement, et dans lequel nous allons passer en revue différentes approches, qui sont largement utilisées dans la littérature.

Le chapitre 2 abordera une application réelle sur la surveillance de la pollution de l'air. La motivation principale de ce chapitre est de se familiariser avec les approches d'optimisation de réseaux de mesure couramment utilisées.

Le chapitre 3 nous permettra d'aborder le problème d'optimisation d'un réseau de surveillance de radionucléides en champ proche, autour d'une centrale nucléaire. L'objectif auquel le réseau doit satisfaire est de reconstituer au mieux, en cas d'accident, le nuage radioactif.

Le chapitre 4 sera consacré au projet DESCARTES. Une méthodologie de l'optimisation du futur réseau de télésurveillance DESCARTES sera présentée, et des recommandations à l'égard de l'IRSN seront formulées.

Le chapitre 5 abordera le problème de ciblage des observations en cas d'un rejet de radionucléides dans l'atmosphère. Une méthode sera donc proposée pour construire une stratégie adaptative de surveillance, couplée avec un schéma séquentiel d'assimilation de données.

Les chapitres 4 et 5 représentent mon travail principal de thèse et une contribution originale à la thématique.

Enfin, une conclusion générale sera formulée et plusieurs perspectives possibles à nos travaux seront présentées et discutées.

Chapitre 2

Construction optimale de réseaux de mesure : Théorie

*Afin de mieux cadrer notre travail dans son contexte théorique, ce chapitre sera consacré à une présentation générale de la théorie du **spatial optimal design** appliquée à la construction optimale de réseaux de mesure. Ainsi, nous allons présenter brièvement quelques notions simples en géostatistique, ou statistiques spatiales visant à introduire et à formaliser le concept de la construction et de l'optimisation de réseaux de mesure. Puis, nous allons passer en revue différentes approches permettant de construire un réseau optimal dédié à la surveillance d'un phénomène environnemental comme par exemple la qualité de l'air.*

2.1 Introduction

La surveillance de la pollution atmosphérique s'effectue par l'intermédiaire de réseaux de mesure des concentrations des substances concernées. Ces réseaux de mesure, gérés en France par des associations agréées de surveillance de la qualité de l'air (AASQA), sont principalement situés dans les zones d'exposition des populations (agglomérations, zones industrielles,...). Ils sont constitués de capteurs terrestres fixes, de camions laboratoires et complétés par des outils de modélisation pour couvrir l'ensemble de la zone géographique concernée.

Généralement, la **conception optimale** d'un réseau de mesure consiste à déterminer le nombre de stations de mesure nécessaires ainsi que leur emplacement optimal. Elle peut également consister à mettre à jour un réseau de mesure déjà existant. Une agence chargée de la planification, l'implantation et la maintenance d'un réseau de surveillance doit alors s'assurer que celui-ci est capable de répondre à diverses utilisations des données. En effet, les objectifs assignés aux réseaux de mesure sont nombreux et diversifiés (Reay and Swift-Hook, 1979). Nous pouvons en citer quelques-uns :

- mesurer de façon représentative la qualité de l’atmosphère et suivre son évolution à long terme,
- contrôler les émissions, par exemple autour des sources industrielles de pollution, dans les rues concernant les polluants émis par le trafic routier,
- établir des liens entre les niveaux de contamination atmosphérique et les milieux récepteurs,
- diffuser en temps réel un indice de la qualité de l’air afin d’informer la population et l’amener à adopter les comportements sécuritaires et préventifs appropriés,
- constituer un système d’alerte précoce en cas d’urgence. Comme par exemple, la détection et la surveillance des substances radioactives en cas d’accident nucléaire,

Il est inévitable que les priorités conférées à un réseau de mesure changeront au fur et à mesure de la redéfinition des objectifs ou de l’adoption de nouvelles législations. Ce qui implique donc que les stratégies de surveillance doivent aussi changer. Le concepteur est alors confronté à la difficulté de concilier entre divers objectifs et contraintes qui pourront aussi évoluer avec le temps. Parfois, en sus des contraintes techniques, des contraintes économiques et politiques influent sur la décision de l’implantation ou la modification du réseau de mesure. Ce qui peut rendre le réseau moins performant vis-à-vis des objectifs assignés.

Dans les programmes de surveillance de l’environnement, l’optimisation des réseaux de mesure est souvent une question importante. Elle implique les quatre cas de figure :

- Construire un nouveau réseau de mesure.
- Réduire la taille d’un réseau de mesure déjà existant.
- Augmenter la taille d’un réseau de mesure déjà existant.
- Modifier la configuration spatiale d’un réseau de mesure déjà existant. En déplaçant une station de mesure d’un site vers un autre.

La plupart des réseaux de surveillance de la pollution atmosphérique ont été construits il y a longtemps. Par conséquent, il peut être nécessaire de réexaminer un réseau donné. En effet, parce que les processus physiques sous-jacents et les émissions ont pu changer entre temps, de telle sorte que les données recueillies ne répondent plus aux objectifs qui ont été fixés. Cette réexamination doit alors être abordée précautionneusement afin de minimiser la perte d’information et de maintenir la capacité d’inférence.

Le problème de la conception optimale d’un réseau de mesure pour la surveillance de l’environnement a été largement abordé dans la littérature. Il a été traité dans plusieurs articles en utilisant différentes approches (p. ex., Caselton and Zidek, 1984; Warrick and Myers, 1987; Cressie et al., 1990; Pardo-Igúzquita, 1998; Van Groenigen and Stein, 1998; Fedorov et al., 1999). Très souvent, l’objectif de l’optimisation d’un réseau de surveillance de l’environnement est lié à la précision de la prédiction et/ou la réduction des coûts financiers. En effet, un problème courant en prédiction spatiale consiste à observer un champ aléatoire Z sur un échantillon de sites d’observations $\mathbf{S} = \{s_1, \dots, s_n\} \subset \mathcal{D}$, pour ensuite estimer $Z(x)$ dans les endroits non instrumentés $x \in \mathcal{D}$, où $x \in \mathcal{D}$ est la région d’intérêt.

Alors, la question de la conception optimale d'un réseau de mesure consiste à sélectionner la meilleure configuration possible $\mathbf{S} \in \mathcal{D}$ d'un ensemble de sites d'observations, afin que l'on puisse avoir la prédiction plus précise (prédiction ponctuelle et/ou sur une région donnée) sur \mathcal{D} . Ou autrement dit, d'une façon plus générale, le problème consiste à déterminer un ensemble de sites d'observations satisfaisant un certain **critère d'optimalité**. La spécification d'un critère mathématique d'optimalité doit être faite pertinemment. En effet, celui-ci doit incorporer objectivement les objectifs assignés au réseau de mesure. De nombreuses applications dans la littérature de l'optimisation des réseaux de mesure, considèrent la minimisation d'une fonction coût (un critère d'optimalité) telle que l'erreur quadratique moyenne de prédiction donnée par la variance de krigeage (voir p. ex. Boer et al., 2002; Diggle and Lophaven, 2006; Pardo-Igúzquita, 1998; Trujillo-Ventura and Ellis, 1991). Une autre approche basée sur la théorie de l'information telle que proposée dans Caselton and Husain (1980) et Caselton and Zidek (1984), cherche à trouver le réseau qui maximise l'entropie du champ stochastique étudié sur les sites surveillés. La conception optimale des réseaux de mesure basée sur ce critère a été considérée dans Caselton et al. (1992); Guttorp et al. (1993); Wu and Zidek (1992); Le and Zidek (1994); Le et al. (2003); Zidek et al. (2000).

Indépendamment du critère d'optimalité utilisé, le calcul demeure toujours une considération pratique importante dans le problème de l'optimisation des réseaux de mesure, comme il a été souligné par Guttorp et al. (1993) et Le et al. (2003). Ko et al. (1995) ont montré que le problème d'optimisation d'un réseau de mesure est **NP-difficile**. Ce qui signifie qu'il est difficile qu'un algorithme, aussi efficace soit-il, puisse résoudre de manière optimale toutes les instances du problème. Dans la littérature, plusieurs algorithmes d'optimisation ont été proposés pour trouver la meilleure solution. Les plus simples consistent en une énumération complète de toutes les solutions possibles. Cependant, ces méthodes restent applicables uniquement dans les problèmes de petite taille. Pour remédier à ce problème, des algorithmes basés sur la recherche stochastique, comme le **recuit simulé** (Abida et al., 2008; Fuentes et al., 2005; Nunes et al., 2004; Ferreyra et al., 2002; Banjevic and Switzer, 2001; Ferri and Piccioni, 1992; Pardo-Igúzquita, 1998;) et les **algorithmes génétiques** (Reed et al., 2000; Wu et al., 2005), ont été récemment utilisés. Ces algorithmes ont fourni des solutions proches de l'optimalité dans de nombreux domaines d'application complexes.

Le problème de l'optimisation des réseaux de mesure pour la surveillance des radionucléides dues à un rejet accidentel d'effluents radioactifs dans l'atmosphère, a été très peu abordé dans la littérature comparé par exemple au domaine de la pollution atmosphérique. La construction d'un réseau de mesure dédié à la surveillance des radionucléides dans l'air est confrontée au problème de l'absence d'observations. En effet, dans la majorité des cas, les observations sont nécessaires afin de modéliser la covariance du champ physique étudié pour en déduire un critère d'optimalité approprié. Cela dit, les critères d'optimalité les plus utilisés, comme la variance du krigeage ou le maximum d'entropie ne seraient pas très adaptés pour la surveillance de radionucléides. Néanmoins, nous pouvons toujours de la non-existence d'observations réelles, en utilisant des observations simulées issues d'un

modèle numérique. De plus, la présence de forts gradients dans le champ de concentrations, généré par un rejet accidentel, peut compliquer davantage le choix d'un critère d'optimalité adéquat.

2.2 Géostatistique

La géostatistique est une discipline à la frontière entre les mathématiques/statistiques et les sciences de la Terre. Son principal domaine d'application a historiquement été l'estimation des gisements miniers, mais son champ d'étude actuel est beaucoup plus large et tout phénomène spatialisé peut être étudié en utilisant la géostatistique.

2.2.1 Processus stochastiques

Il est souvent difficile, voire impossible, d'analyser un phénomène spatio-temporel en utilisant des modèles déterministes. Dans de telles situations, les seules sources d'informations disponibles, définissant un phénomène, proviennent essentiellement d'un ensemble de mesures effectuées selon une certaine technique d'échantillonnage et d'une connaissance a priori sur le processus exploré lui-même. Toutes ces informations seront donc par la suite combinées convenablement afin d'en tirer un maximum d'information sur le phénomène physique examiné.

En géostatistique, la meilleure façon de formaliser notre incertitude sur un phénomène physique est de considérer que l'ensemble des mesures collectées constitue une réalisation ou des réalisations d'un processus stochastique. Chaque mesure z prise à une position spatiale s sera donc considérée comme étant une variable aléatoire $Z(s)$, possédant une densité de probabilité inconnue.

Considérons maintenant un processus aléatoire $\{Z(s), s \in \mathcal{D}\}$ où \mathcal{D} est une partie de \mathbb{R}^d , avec $d \geq 2$. Par exemple, $Z(s)$ peut présenter une concentration moyenne journalière de l'ozone à une position spécifique s . Soit

$$\mu(s) = E(Z(s)), \quad s \in \mathcal{D},$$

la valeur moyenne en s . E désigne l'espérance mathématique. Nous supposons aussi que la variance de $Z(s)$ existe pour tout $s \in \mathcal{D}$.

Le processus Z est dit d'être **strictement stationnaire** si pour tout $k \geq 1$ et pour tout $h \in \mathbb{R}^d$, $(Z(s_1), Z(s_2), \dots, Z(s_k))$ et $(Z(s_1 + h), Z(s_2 + h), \dots, Z(s_k + h))$ possèdent la même distribution jointe.

Le processus Z est dit **stationnaire de second ordre** (ou **au sens faible**, ou **en covariance**) si $\mu(s) = \mu$ (la moyenne est la même pour tout $s \in \mathcal{D}$) et la covariance entre deux points dans \mathcal{D} , ne dépend seulement que de la distance spatiale qui les sépare :

$$\text{Cov}(Z(s_1), Z(s_2)) = C(h), \quad \forall (s_1, s_2) \in \mathcal{D}^2,$$

avec $h = \|s_1 - s_2\|$ la distance spatiale, et C la fonction de covariance.

Une notion qui est largement exploitée en géostatistique est la propriété de gaussianité. Le processus Z est dit **gaussien** si pour tout $k \geq 1$ le vecteur $(Z(s_1), Z(s_2), \dots, Z(s_k))$ suit une gaussienne multivariée.

Un modèle largement utilisé en géostatistique pour décrire un ensemble de données z_i , $i = 1, \dots, n$ aux positions spatiales s_i (voir Cressie, 1993; Stein, 1999; Diggle et al., 2003) est formulé de la manière suivante :

$$Z_i = S(s_i) + \epsilon_i, \quad i = 1, \dots, n,$$

où $S(s)$ est un processus stationnaire gaussien avec une espérance $\mathbf{E}[S(s)] = \mu$. De plus, $S(s)$ a une variance $\text{Var}[S(s)] = \sigma^2$ et une fonction de corrélation $C(h) = \text{Cov}(Z(s_1), Z(s_2))$, et le résidu est une gaussienne $\epsilon_i \sim \mathbf{N}(0, \tau^2)$. Ainsi, la variabilité lente présente dans le jeu de données est représentée par S , alors que les fluctuations à petite échelle sont encodées dans le résidu ϵ .

2.2.2 Structure de corrélation spatiale

La nature n'est pas entièrement "imprévisible". Deux observations situées l'une près de l'autre devraient, en moyenne, être corrélées davantage que deux observations éloignées. Cette idée est fondamentale en géostatistique. Elle est basée sur le constat que l'influence d'un phénomène local décroît graduellement avec l'augmentation de la distance. Un exemple simple illustrant l'utilisation de cette notion est celui de la méthode d'interpolation inversement proportionnelle à la distance (Cressman, 1959) :

$$\hat{z}_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{z_i}{\|s_0 - s_i\|^r}, \quad r \geq 1,$$

Toutefois, cette méthode d'interpolation suppose que la corrélation spatiale est indépendante des données échantillonnées. En géostatistique, la corrélation spatiale présente dans un jeu de données est une propriété observable qu'on cherche à modéliser.

Variogramme expérimental

Afin de mesurer la corrélation spatiale Mathéron (1963) et Gandin (1963) ont proposé d'utiliser le **semi-variogramme** (ou simplement, variogramme) :

$$\gamma(\mathbf{h}) = \frac{1}{2} \mathbf{E} \left[(Z(s) - Z(s + \mathbf{h}))^2 \right], \quad (2.1)$$

avec $Z(x)$ et $Z(x + \mathbf{h})$ deux mesures quelconques séparées par le vecteur \mathbf{h} . Si le jeu de données est supposé stationnaire au sens faible, le variogramme γ peut s'exprimer

facilement à l'aide de la fonction de covariance :

$$\begin{aligned}\gamma(\mathbf{h}) &= \frac{1}{2} \mathbb{E} \left[(Z(s) - Z(s + \mathbf{h}))^2 \right] \\ &= \frac{1}{2} (\text{Var}(Z(s) + Z(s + \mathbf{h})) - \text{Cov}(Z(s), Z(s + \mathbf{h}))) \\ &= C(0) - C(h).\end{aligned}$$

L'estimateur le plus simple et le plus utilisé du semi-variogramme γ est celui obtenu par la méthode dite des moments, qui est donné par :

$$\tilde{\gamma}(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} (Z(s_i) - Z(s_i + \mathbf{h}))^2, \quad (2.2)$$

où $\tilde{\gamma}$ est appelé le **variogramme expérimental**, $N(h)$ est le nombre de paires (z_i, z_j) dans Z tel que $h = s_i - s_j$. Avec n observations, $z_i, i = 1, \dots, n$ de Z , le nombre des paires devient $\frac{n(n-1)}{2}$. Quand les données sont positionnées irrégulièrement dans l'espace, ce qui est souvent le cas, l'Eq. (2.2) prend la forme suivante :

$$\tilde{\gamma}(\mathbf{h}_k) = \frac{1}{2N(k)} \sum_{i=1}^{N(k)} (Z(s_1^l) - Z(s_2^l))^2. \quad (2.3)$$

Dans ce cas, les distances sont regroupées en k intervalles. Chaque intervalle k est caractérisé par un centre d_k est une tolérance ϵ . Nous avons donc :

$$\|s_1^l - s_2^l\| \in [d_k - \epsilon, d_k + \epsilon].$$

Afin de pouvoir exploiter le variogramme expérimental estimé à partir d'un jeu de données, il est nécessaire de l'ajuster à l'aide d'une fonction analytique continue qu'on l'appelle le **variogramme théorique** γ . Ainsi la semi-variance sera complètement caractérisée par le variogramme théorique en fonction de la distance entre les points. La méthode des moindres carrés est souvent utilisée pour ajuster le semi-variogramme. Cependant, il est parfois difficile d'ajuster le variogramme expérimental sous quelques contraintes (par exemple, la variance ne doit pas être négative). Le variogramme théorique doit être continu et continûment dérivable pour $\|\mathbf{h}\| \geq 0$, et doit également satisfaire la condition suivante :

$$\lim_{\|\mathbf{h}\| \rightarrow +\infty} \frac{\gamma(\mathbf{h})}{\|\mathbf{h}\|^2} = 0.$$

Dans la littérature, un bon nombre de modèles ont été proposés pour modéliser le variogramme théorique à partir des points du variogramme expérimental. Ces modèles, en plus de la condition de la continuité et la dérivabilité, satisfont la condition mentionnée ci-dessus. Généralement, ces modèles de variogramme sont définis par trois paramètres qui sont les suivants :

- **Portée** a : distance où deux observations ne se ressemblent plus du tout en moyenne, elles ne sont plus liées statistiquement (covariance presque nulle). Au-delà de cette distance, la valeur du variogramme correspond à la variance de la variable aléatoire.

- **Effet de pépite** $C(0) = \lim_{\|\mathbf{h}\| \rightarrow +0} \gamma(\mathbf{h})$: dû principalement aux variations à petites échelles, et aux erreurs dans les observations.
- **Palier** $\sigma^2 = \text{Var}(Z(\mathbf{x}))$: variance totale de la variable aléatoire.

Dans le tableau ci-dessous, on liste quelques exemples de modèles pour modéliser le variogramme théorique.

Modèle	$\gamma(\ \mathbf{h}\)$	$\ \mathbf{h}\ $
Sphérique	$\frac{3\ \mathbf{h}\ c}{2a} - \frac{c}{2} \left(\frac{\ \mathbf{h}\ }{a}\right)^3$ 1	$0 \leq \ \mathbf{h}\ \leq a$ $\ \mathbf{h}\ > a$
Exponentiel	$c \left(1 - \exp\left(\frac{-\ \mathbf{h}\ }{a}\right)\right)$	$\ \mathbf{h}\ \geq 0$
Gaussien	$c \left(1 - \exp\left(-\left(\frac{\ \mathbf{h}\ }{a}\right)^2\right)\right)$	$\ \mathbf{h}\ \geq 0$
Exposant	$c\ \mathbf{h}\ ^a$	$\ \mathbf{h}\ \geq 0, 0 \leq a \leq 2$
Périodique	$c \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi\ \mathbf{h}\ }{a}\right)\right)$	$\ \mathbf{h}\ \geq 0$

2.2.3 Krigeage

Une fois que le semi-variogramme est modélisé à partir d'un jeu d'observations $\{z_i = Z(s_i), i = 1, \dots, n\}$, le géostatisticien espère prédire ou estimer la valeur du processus Z en une nouvelle position $s_0 \in \mathcal{D}$. Mathéron (1963) et Gandin (1963) ont proposé d'utiliser le meilleur estimateur linéaire non biaisé. Autrement dit, ils ont suggéré d'estimer $Z(s_0)$ à partir d'une combinaison linéaire des observations :

$$\hat{Z}(s_0) = \sum_{i=1}^n \omega_i(s_0) Z(s_i), \tag{2.4}$$

où les poids $\omega_i(s_0), i = 1, \dots, n$, sont calculés de manière à minimiser la **variance d'erreur de prédiction** :

$$\begin{aligned} \sigma_k^2(s_0) &\doteq \text{Var}\left(\hat{Z}(s_0) - Z(s_0)\right) \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i(s_0) \omega_j(s_0) \text{Cov}(s_i, s_j) + \text{Var}(Z(s_0)) - 2 \sum_{i=1}^n \omega_i(s_0) \text{Cov}(s_i, s_0) \end{aligned} \tag{2.5}$$

sous la contrainte d'une erreur de prédiction non biaisée :

$$\text{E}\left[\hat{Z}(s_0) - Z(s_0)\right] = \sum_{i=1}^n \omega_i(s_0) \mu(s_i) - \mu(s_0) = 0,$$

où $\mu(s_i) = \text{E}[Z(s_i)]$ est l'espérance au point s_i . Notons qu'il ne faut pas confondre entre la variance d'erreur de prédiction et la variance de l'estimateur $\hat{Z}(s_0)$ elle-même définie par :

$$\text{Var}\left(\hat{Z}(s_0)\right) = \text{Var}\left(\sum_{i=1}^n \omega_i(s_0) Z(s_i)\right) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i(s_0) \omega_j(s_0) \text{Cov}(s_i, s_j)$$

En géostatistique, cette méthode d'interpolation spatiale est couramment utilisée. Elle est baptisée méthode d'interpolation par krigeage. La variance d'erreur de prédiction $\sigma_k^2(s_0)$, l'estimateur linéaire $\hat{Z}(s_0)$ sans biais, sont respectivement appelés la **variance du krigeage**, et l'**estimateur du krigeage**. Il existe trois types de krigeage univariés (c-à-d, à une seule variable) : le **krigeage simple**, le **krigeage ordinaire** et le **krigeage universel**. La différence entre ces types d'estimation réside dans la connaissance de la statistique de la variable à interpoler :

1. **Krigeage simple** : variable stationnaire au sens faible de moyenne connue et constante. Dans ce cas, les poids du krigeage sont donnés par la formule matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c(s_1, s_1) & \cdots & c(s_1, s_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c(s_n, s_1) & \cdots & c(s_n, s_n) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} c(s_1, s_0) \\ \vdots \\ c(s_n, s_0) \end{pmatrix}, \quad (2.7)$$

tandis que la variance d'erreur du krigeage est donnée par :

$$\sigma_k^2(s_0) = \underbrace{c(s_0, s_0)}_{\text{Var}(Z(s_0))} - \underbrace{\begin{pmatrix} c(s_1, s_0) \\ \vdots \\ c(s_n, s_0) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} c(s_1, s_1) & \cdots & c(s_1, s_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c(s_n, s_1) & \cdots & c(s_n, s_n) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} c(s_1, s_0) \\ \vdots \\ c(s_n, s_0) \end{pmatrix}}_{\text{Var}(\hat{Z}(s_0))} \quad (2.8)$$

où $c(s_i, s_j) = \text{Cov}(s_i, s_j)$. Notons que la formulation du krigeage simple est obtenue à l'aide de la fonction de covariance mais pas à travers le variogramme.

2. **Krigeage ordinaire** : variable stationnaire au sens faible, avec une moyenne inconnue mais constante. Dans ce cas, on suppose la connaissance du variogramme $\gamma(s_i, s_j) = \gamma(\|s_i - s_j\|)$. Les poids du krigeage vérifient la contrainte de non-biais :

$$\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$$

et ils sont solutions du système matriciel suivant :

$$\begin{pmatrix} \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_n \\ \ell \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma(s_1, s_1) & \cdots & \gamma(s_1, s_n) & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(s_n, s_1) & \cdots & \gamma(s_n, s_n) & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \gamma(s_1, s_0) \\ \vdots \\ \gamma(s_n, s_0) \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (2.9)$$

où ℓ est le multiplicateur de Lagrange utilisé dans la minimisation de la variance d'erreur du krigeage afin de satisfaire la contrainte de non-biais. La variance du

krigeage ordinaire est donnée par la formule suivante :

$$\sigma_k^2(s_0) = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_n \\ \ell \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} \gamma(s_1, s_0) \\ \vdots \\ \gamma(s_n, s_0) \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

3. **Krigeage universel** : variable non-stationnaire contenant une tendance $E[\mathbf{Z}] = \mathbf{F}\boldsymbol{\beta}$, où \mathbf{F} est une matrice $n \times p$ de régresseurs et $\boldsymbol{\beta}$ est un vecteur de p paramètres. Soit \mathbf{x}_0 un vecteur de régresseurs au point z_0 . Notons par $[\Sigma]_{ij} = \text{Cov}(s_i, s_j)$ la matrice de covariance, $[\boldsymbol{\tau}]_i = \text{Cov}(s_i, s_0)$ le vecteur de la covariance croisée, et par $\sigma_0^2 = \text{Var}(Z(s_0))$ la variance totale du champ Z au point s_0 . Dans ce cas, le vecteur $\hat{\boldsymbol{\omega}}$ des poids optimaux du krigage est donné par :

$$\hat{\boldsymbol{\omega}} = \Sigma^{-1}\boldsymbol{\tau} + \Sigma^{-1}\mathbf{F}(\mathbf{F}^T\Sigma^{-1}\mathbf{F})^{-1}(\mathbf{x}_0 - \mathbf{F}^T\Sigma^{-1}\boldsymbol{\tau}), \quad (2.11)$$

et la variance d'erreur du Krigeage universel est obtenue par :

$$\sigma_k^2(s_0) = \sigma_0^2 - \boldsymbol{\tau}^T\Sigma^{-1}\boldsymbol{\tau} + (\mathbf{x}_0 - \mathbf{F}^T\Sigma^{-1}\boldsymbol{\tau})^T(\mathbf{F}^T\Sigma^{-1}\mathbf{F})^{-1}(\mathbf{x}_0 - \mathbf{F}^T\Sigma^{-1}\boldsymbol{\tau}). \quad (2.12)$$

Le krigage universel est une généralisation des deux premiers types de krigage. Une propriété importante qu'il faut souligner est le fait que la variance d'erreur de prédiction $\sigma_k^2(s_0)$ pour les trois types de krigage est indépendante des observations aux points $\{s_i, i = 1, \dots, n\}$. En conséquence, la variance d'erreur de prédiction du krigage peut être exploitée comme étant une **fonction coût** évaluant l'utilité d'un réseau d'observations mesurant un certain phénomène environnemental.

2.2.4 Prédiction spatiale

Désignons par $\mathcal{S} = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ un réseau de mesure pour observer un champ physique Z dans une région d'intérêt \mathcal{D} . Supposons qu'on dispose des observations $Z(s_1), Z(s_2), \dots, Z(s_n)$ fournies par le réseau. Notons par \mathcal{D}_0 une sous-région de \mathcal{D} . La prédiction spatiale vise l'un des objectifs suivants :

(O-1) prédire (ou estimer) la valeur du champ $Z(s)$ au point $s \in \mathcal{D}$.

(O-2) prédire l'intégrale

$$I = \int_{\mathcal{D}_0} Z(s) ds$$

ou la moyenne, $I/|\mathcal{D}_0|$.

(O-3) prédire l'intégrale d'une fonction non linéaire du processus, c'est-à-dire

$$J = \int_{\mathcal{D}_0} g(Z(s)) ds.$$

Un exemple typique peut être $g(z) = \exp[z]$.

(O-4) prédire le maximum du processus Z sur la région \mathcal{D}_0 , c'est-à-dire

$$\max_{s \in \mathcal{D}_0} Z(s).$$

(O-5) estimer la sous-région de \mathcal{D} dans laquelle le champ Z dépasse un seuil donné, c'est-à-dire

$$\mathcal{D}(\lambda) = \{s : Z(s) \geq \lambda\}.$$

L'objectif (O-1) est le plus populaire en prédiction spatiale. Il est souvent utilisé pour produire des cartes de concentrations d'un champ physique. Objectifs (O-2), (O-3) se posent, par exemple dans les situations de contamination des sols, où on souhaite estimer la quantité totale du contaminant dans une certaine région. En revanche, la localisation des "points chauds" implique de déterminer le maximum du champ de concentration ou la région où il dépasse un certain seuil, c'est-à-dire les objectifs (O-4) et (O-5).

2.3 Conception d'un réseau optimal de mesures

Dans la section précédente, nous avons introduit quelques notions élémentaires de géostatistique afin de montrer comment estimer, à partir d'un nombre fini d'observations, la distribution spatiale d'une quantité physique. Dans cette partie, nous allons nous focaliser sur la conception d'un réseau dédié à la surveillance d'un champ physique (surveillance de la qualité de l'air, surveillance des radionucléides autour d'une centrale nucléaire, ...). Généralement, le formalisme mathématique mis en œuvre pour la construction d'un réseau optimal de mesure suit deux approches fondamentales, mais il en existe plusieurs qui sont plus spécifiques. La première approche est basée sur la théorie de l'*optimal experimental design* dont l'origine vient des travaux de Kiefer and Wolfowitz (1960) dans les années 1950. Cette théorie a été bien traitée dans un bon nombre d'excellents ouvrages, par exemple ceux de Fedorov (1972); Silvey (1980); Atkinson and Donev (1992). Toutefois, le lien avec les statistiques et la prédiction spatiale n'a pas été établi avant les travaux publiés par Fedorov and Müller (1988, 1989). De nouvelles études ont permis de considérablement développer cette approche, comme par exemple un livre récent de Müller (2007) qui est fortement recommandé vu qu'il couvre l'ensemble de cette théorie. La deuxième approche s'inspire du principe du maximum d'entropie. Cette technique a été particulièrement développée par Zidek et ses co-auteurs, par exemple, Caselton and Zidek (1984), Caselton et al. (1992), Zidek et al. (2000).

Outre les deux formalismes mathématiques précédemment mentionnés, de nombreuses autres approches ont été proposées dans la littérature pour la conception optimale d'un réseau de mesures. Parmi celles-ci, on trouve par exemple la méthode dite de *remplissage spatial* utilisée par Nychka and Saltzman (1998) pour construire un réseau optimal pour la surveillance de l'ozone dans la région de Midwestern United States. Le critère de construction est une fonction des positions géographiques des stations de mesures. L'avantage de

cette approche est qu'elle permet d'engendrer plus facilement des réseaux garantissant une très bonne couverture spatiale.

Un autre problème, mais connexe, est lié à l'assimilation de données. Il s'agit de choisir les observations les plus pertinentes, et de les intégrer ensuite dans un schéma d'assimilation de données pour améliorer la qualité de la prévision d'un modèle numérique donné. Un exemple typique de cette approche est celui traitant de l'expérience Fronts and Atlantic Storm-Track Experiment (FASTEX, Joly et al., 1997), où l'intérêt était d'optimiser les itinéraires des avions de mesures afin de maximiser l'utilité des observations collectées.

2.3.1 Théorie de l'optimal design

Cette partie donne un très bref aperçu des grands principes de la théorie de l'*optimal experimental design*, en mettant l'accent sur le fameux théorème de l'équivalence de Kiefer and Wolfowitz (1960).

La formulation traditionnelle de la théorie de l'*optimal experimental design* s'applique pour un problème de régression linéaire, dans lequel certaines variables x_i , $i = 1, \dots, n$ sont choisies par l'expérimentateur et p variables indépendantes sont des fonctions connues de x_i , notées par $f_1(x_i), \dots, f_p(x_i)$. Les réponses y_i sont donc données par :

$$y_i = \sum_{j=1}^p f_j(x_i) \beta_j + \epsilon_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (2.13)$$

où β_1, \dots, β_p sont des coefficients inconnus et, comme habituellement dans la théorie de la régression linéaire, ϵ_i sont des erreurs non-corrélées avec une moyenne nulle et une variance commune σ^2 . L'ensemble $\{x_i, i = 1, \dots, n\}$ est appelé un "*design*". Dans ce qui suit, ce terme sera utilisé pour se référer à un échantillon de points ou tout simplement à un réseau de mesure. L'objectif donc est de choisir un "bon" design garantissant le maximum d'inférences.

En écrivant :

$$\mathbf{Y}_n = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \mathbf{F}_n = \begin{pmatrix} f_1(x_1) & \cdots & f_p(x_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_1(x_n) & \cdots & f_p(x_n) \end{pmatrix}, \boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_n \end{pmatrix}, \quad (2.14)$$

le meilleur estimateur linéaire non biaisé $\hat{\boldsymbol{\beta}}_n$ du vecteur $\boldsymbol{\beta}$ peut s'obtenir aisément par exemple à travers la minimisation du problème variationnel associé :

$$\mathcal{J}(\boldsymbol{\beta}) = \frac{1}{2\sigma^2} (\mathbf{Y}_n - \mathbf{F}_n \boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{Y}_n - \mathbf{F}_n \boldsymbol{\beta}). \quad (2.15)$$

Donc l'estimateur optimal vérifie :

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_n = (\mathbf{F}_n^T \mathbf{F}_n)^{-1} \mathbf{F}_n^T \mathbf{Y}_n, \quad (2.16)$$

avec une matrice de covariance qui vaut $(\mathbf{F}_n^T \mathbf{F}_n)^{-1} \sigma^2$. Cette matrice quantifie l'incertitude dans le résultat de l'estimation. Notons aussi que cette matrice dépend uniquement du choix du design $\{x_i, i = 1, \dots, n\}$.

Dans le but de développer la théorie de l'optimal design, il est utile de réécrire ce résultat sous une forme plus abstraite. Soit \mathcal{X} l'espace de toutes les positions possibles des points x_i , et notons ξ_n une mesure définie sur \mathcal{X} qui prend la valeur $\frac{1}{n}$ en chaque point x_i : $\xi_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta(x - x_i)$, où δ est la mesure de Dirac. Donc pour $f(x) = (f_1(x), \dots, f_p(x))^T$ nous obtenons :

$$\frac{1}{n} \mathbf{F}_n^T \mathbf{F}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(x_i) f(x_i)^T = \int_{\mathcal{X}} f(x) f(x)^T d\xi_n(x). \quad (2.17)$$

L'intégrale dans le troisième terme est interprété comme étant un intégral de Stieltjes suivant la mesure discrète ξ_n .

Notons par :

$$\mathbf{M}(\xi) = \int_{\mathcal{X}} f(x) f(x)^T d\xi(x), \quad (2.18)$$

la matrice de taille $p \times p$ définie pour toute mesure positive ξ , discrète ou continue, vérifiant les conditions usuelles de la mesurabilité. C'est une généralisation de la définition de $\mathbf{M}(\xi)$ sur des mesures discrètes définies sur n points avec des poids égaux. Cette matrice est appelée la matrice d'information. Dans le "jargon" de la théorie l'optimal design, un design est assimilé à une mesure ξ .

Pour le problème de la régression linéaire (2.13), avec ξ_n définie par (2.17), la matrice de covariance du meilleur estimateur linéaire non-biaisé $\hat{\boldsymbol{\beta}}_n$ est donnée par :

$$\mathbf{M}(\xi_n)^{-1} \frac{\sigma^2}{n}.$$

Notons donc que la matrice d'information caractérise la confiance que l'on porte au résultat de la régression. Par conséquent, le choix d'un bon design signifie rendre la matrice $\mathbf{M}(\xi_n)$ plus "grande" dans un certain sens convenablement choisi.

Classification des critères d'optimalité

Généralement, tous les critères standards pour la conception optimale d'un réseau de mesure sont de la forme : choisir une mesure ξ minimisant la quantité $\Psi\{\mathbf{M}(\xi)\}$, où $\Psi\{\cdot\}$ est une fonctionnelle définie sur l'espace des matrices symétriques définies non négatives de taille $p \times p$. Dans un vrai problème de conception d'un réseau de mesure avec un design $\{x_i, i = 1, \dots, n\}$, ξ se réduit à des mesures de probabilité discrètes dont les poids sont des

multiples de $\frac{1}{n}$. Mais dans le but de développer une théorie générale, nous permettons à ξ d'être une mesure de probabilité arbitraire définie sur \mathcal{X} .

Les critères optimaux typiques sont les suivants :

- **D-optimalité** : $\Psi\{\mathbf{M}(\xi)\} = -\log |\mathbf{M}(\xi)|$. Où $|\cdot|$ désigne déterminant matriciel. La géométrie dans \mathbb{R}^n nous dit que l'ensemble donné par :

$$\left\{ \beta : (\hat{\beta}_n - \beta)^T \mathbf{M}(\xi) (\hat{\beta}_n - \beta) \leq k \right\},$$

est un ellipsoïde dont le volume est proportionnel à la racine carrée du déterminant de la matrice $\mathbf{M}(\xi)^{-1}$. Donc à un niveau de confiance donné k , le réseau optimal ou le design optimal ξ^* est celui qui minimise le volume de confiance de cet ellipsoïde.

- **A-optimalité** : $\Psi\{\mathbf{M}(\xi)\} = \text{tr}\{\mathbf{M}(\xi)^{-1}\}$. Ici on minimise la trace de l'inverse de la matrice d'information. Donc le critère de A-optimalité minimise la variance moyenne des paramètres estimés.
- **E-optimalité** : Il s'agit de minimiser $\Psi\{\mathbf{M}(\xi)\} = \max\{\mathbf{L}^T \mathbf{M}(\xi)^{-1} \mathbf{L}, \mathbf{L}^T \mathbf{L} = 1\}$. Ce critère minimise la plus grande valeur propre de $\mathbf{M}(\xi)^{-1}$.
- **G-optimalité** : $\Psi\{\mathbf{M}(\xi)\} = \max_{x \in \mathcal{X}} d(x, \xi)$ où $d(x, \xi) = f(x)^T \mathbf{M}(\xi)^{-1} f(x) \sigma^2$ est la variance liée à l'estimation de la fonction réponse $f(x) \beta$ au point x . Ce qui veut dire que la G-optimalité est celle qui minimise cette variance sur tous les points $x \in \mathcal{X}$. Une propriété remarquable de ce critère est que la moyenne de $d(x, \xi)$ sur tous les points $x \in \mathcal{X}$ est égale à p :

$$\begin{aligned} \int_{\mathcal{X}} d(x, \xi) d\xi(x) &= \int_{\mathcal{X}} \text{tr} \left\{ \mathbf{M}(\xi)^{-1} f(x) f(x)^T \right\} d\xi(x) \\ &= \text{tr} \{ \mathbf{M}(\xi)^{-1} \mathbf{M}(\xi) \} \\ &= \text{tr}(\mathbf{I}_p) = p. \end{aligned}$$

Ainsi, nous constatons que pour tout design ξ , $\max_{x \in \mathcal{X}} d(x, \xi) \geq p$. En particulier, si nous pouvons trouver un design ξ^* pour lequel $\max_{x \in \mathcal{X}} d(x, \xi^*) = p$, alors ξ^* est la solution optimale selon la G-optimalité.

Relations entres critères

En considérant les valeurs propres $\lambda_i, i = 1 \dots, p$ de la matrice d'information $\mathbf{M}(\xi)$, les critères D-optimalité, A-optimalité et E-optimalité peuvent tous être réécrits sous les formes suivantes :

- D-optimalité : minimiser $\prod \frac{1}{\lambda_i}$,
- A-optimalité : minimiser $\sum \frac{1}{\lambda_i}$,
- E-optimalité : minimiser $\max_i \frac{1}{\lambda_i}$.

Ils peuvent donc être, comme proposé par Kiefer (1975), considérés comme étant des cas particuliers d'un critère plus général défini par :

$$\Psi_k\{\mathbf{M}(\xi)\} = \left(\frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \frac{1}{\lambda_i^k} \right)^{\frac{1}{k}}, \quad 0 < k < \infty. \quad (2.19)$$

On note donc que le A-optimalité correspond à $k = 1$, tandis que les limites $k \rightarrow 0$, $k \rightarrow \infty$ donnent respectivement les critères D-optimalité et E-optimalité. La définition de cette classe générale de critères montre qu'il existe, au moins en théorie, un continuum de critères pour la conception optimale d'un réseau de mesure.

Le théorème d'équivalence générale de Kiefer-Wolfowitz

Le théorème d'équivalence générale est originellement donné par Kiefer and Wolfowitz (1960). Il a été largement étendu par la suite notamment avec les travaux de Silvey (1980); Atkinson and Donev (1992).

Afin de présenter le théorème d'équivalence générale, nous devons tout d'abord définir la signification de la dérivée fonctionnelle de $\Psi\{\mathbf{M}(\xi)\}$ pour une mesure ξ . Soit $x \in \mathcal{X}$ un point physique représenté par une mesure de Dirac δ_x et considérons la mesure modifiée ξ' donnée par :

$$\xi' = (1 - \alpha)\xi + \alpha\delta_x,$$

où $0 < \alpha < 1$. Donc, par linéarité on obtient :

$$\mathbf{M}(\xi') = (1 - \alpha)\mathbf{M}(\xi) + \alpha\mathbf{M}(\delta_x).$$

La dérivée fonctionnelle de Ψ dans la direction de δ_x est définie par :

$$\phi(x, \xi) = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{1}{\alpha} [\Psi\{(1 - \alpha)\mathbf{M}(\xi) + \alpha\mathbf{M}(\delta_x)\} - \Psi\{\mathbf{M}(\xi)\}]. \quad (2.20)$$

La fonctionnelle $\phi(\cdot, \cdot)$ est appelée **fonction de sensibilité**. Elle peut aussi être réécrite en faisant apparaître le terme $\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{M}}$, sous la forme suivante :

$$\phi(x, \xi) = \Delta(\xi) - \psi(x, \xi), \quad (2.21)$$

où

$$\Delta(\xi) = \text{tr} \left(\mathbf{M} \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{M}} \right), \quad \psi(x, \xi) = f(x)^T \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{M}} f(x). \quad (2.22)$$

Le théorème d'équivalence générale énonce alors que les trois conditions d'optimalité sont équivalentes :

1. ξ^* minimise $\Psi\{\mathbf{M}(\xi)\}$,
2. $\phi(x, \xi^*) \geq 0$ pour tout x ,
3. $\phi(x, \xi^*)$ atteint son minimum aux points appartenant au design optimal ξ^* , c'est-à-dire aux points $x \in \mathcal{X}$ où la mesure ξ^* est strictement positive.

Ce théorème affirme via l'assertion (2) que la quantité $\Psi\{\cdot\}$ ne diminue pas par l'ajout infinitésimal d'une fonction de masse δ_x centrée sur le point physique x et ce, pour tout $x \in \mathcal{X}$. Ce qui veut dire que le réseau ou le design ξ^* est localement optimal. Toutefois, la plupart des fonctions que l'on considère, y compris la D-optimalité, sont convexes. Par conséquent, un design localement optimal est aussi un optimum global. Pour une démonstration complète, le lecteur est renvoyé à l'un des ouvrages de Atkinson and Donev (1992) ou celui de Silvey (1980).

Calcul des fonctions de sensibilité

Considérons le cas d'un réseau discret constitué des points x_1, \dots, x_n , et soit $\xi = \xi_n$ la mesure discrète associée qui affecte le poids $\frac{1}{n}$ à chaque point du réseau. Notons par ϕ_D la fonction de sensibilité associée au critère $\Psi\{\mathbf{M}(\xi)\} = -\ln |\mathbf{M}(\xi)|$. Soit $\mathbf{F}_n = (f(x_1), \dots, f(x_n))^T$ comme en (2.14). Supposons qu'un nouveau design ξ_{n+1} est engendré en rajoutant une fonction de masse centrée sur un point $x \in \mathcal{X}$ attaché au même poids $\frac{1}{n}$, de sorte que :

$$\mathbf{F}_{n+1} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_n \\ f(x) \end{pmatrix}$$

et

$$\xi_{n+1} = \frac{n}{n+1}\xi_n + \frac{1}{n+1}\delta_x.$$

Nous avons aussi :

$$\mathbf{F}_{n+1}^T \mathbf{F}_{n+1} = \mathbf{F}_n^T \mathbf{F}_n + f(x) f(x)^T.$$

On obtient :

$$\begin{aligned} |\mathbf{F}_{n+1}^T \mathbf{F}_{n+1}| &= |\mathbf{F}_n^T \mathbf{F}_n| \cdot |\mathbf{I}_p + (\mathbf{F}_n^T \mathbf{F}_n)^{-1} f(x) f(x)^T| \\ &= |\mathbf{F}_n^T \mathbf{F}_n| \{1 + f(x)^T (\mathbf{F}_n^T \mathbf{F}_n)^{-1} f(x)\}, \end{aligned}$$

où nous avons utilisé l'identité matricielle $|\mathbf{I}_n + \mathbf{B}^T \mathbf{C}| = |\mathbf{I}_m + \mathbf{C} \mathbf{B}^T|$ valable pour toutes les matrices \mathbf{B} et \mathbf{C} de taille $m \times n$ (voir par exemple, Mardia et al. (1979), section A.2.3, page 458). Puisque $|\mathbf{F}_n^T \mathbf{F}_n| = n^p |\mathbf{M}(\xi)|$, nous avons :

$$\Psi\{\mathbf{M}(\xi_{n+1})\} - p \log(n+1) = \Psi\{\mathbf{M}(\xi_n)\} - p \log(n) - \log\left(1 + \frac{\mathbf{f}(x)^T \mathbf{M}(\xi_n)^{-1} \mathbf{f}(x)}{n}\right).$$

Ce qui entraîne :

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} n [\Psi\{\mathbf{M}(\xi_{n+1})\} - \Psi\{\mathbf{M}(\xi_n)\}] &= \lim_{n \rightarrow \infty} np \log\left(\frac{n+1}{n}\right) - \lim_{n \rightarrow \infty} n \log\left\{1 + \frac{d(x, \xi)}{n}\right\} \\ &= p - d(x, \xi). \end{aligned}$$

En conséquence pour un n grand, tout design ξ peut être approché par un réseau discret constitué de n points physiques attachés à des poids égaux. Nous obtenons :

$$\phi_D(x, \xi) = p - d(x, \xi).$$

Mais la deuxième condition du théorème d'équivalence implique que pour un design optimum ξ^* , le critère de D-optimalité se réduit à :

$$d(x, \xi) \leq p \text{ pour tout } x \in \mathcal{X}, \quad (2.23)$$

et nous avons déjà vu que (2.23) implique la G-optimalité du design ξ . En conséquence, grâce à ce calcul asymptotique et au théorème d'équivalence, nous venons de montrer que la G-optimalité et la D-optimalité sont équivalentes, et leurs fonctions de sensibilité sont égales :

$$\phi_D(x, \xi) = \phi_G(x, \xi) = p - d(x, \xi).$$

Atkinson and Donev (1992) ont donné un tableau de fonctions de sensibilité $\phi(x, \xi)$ pour une variété de critères d'optimalité Ψ , parmi lesquelles on a :

- Pour A-optimalité, $\phi(x, \xi) = \text{tr}\{\mathbf{M}(\xi)\}^{-1} - \mathbf{f}(x)^T \mathbf{M}(\xi)^{-2} \mathbf{f}(x)$,
- Pour E-optimalité, $\phi(x, \xi) = \lambda_{\min} - \mathbf{f}(x)^T \mathbf{e} \mathbf{e}^T \mathbf{f}(x)$, où λ_{\min} est la plus petite valeur propre de $\mathbf{M}(\xi)$ et \mathbf{e} est le vecteur propre associé.

Une autre conséquence du théorème d'équivalence est qu'il suggère un **algorithme pour une construction séquentielle d'un design optimal**. En effet, supposons que nous ajoutons à chaque fois un seul point x . Désignons donc par ξ_n , le design courant constitué de n points auquel il faut en ajouter un. Le design ξ_{n+1} défini par (2.3.1) est construit de sorte que le point x à choisir minimise la fonction $\phi(x, \xi_n)$. Donc lorsque n devient de plus en plus grand, le design ξ_n converge vers le design optimal ξ^* . En revanche, cette stratégie n'assure pas généralement un taux de convergence rapide.

Il est important de souligner que, ni le théorème d'équivalence générale ni l'algorithme séquentiel qu'on vient de décrire, ne mènent nécessairement à la construction du réseau optimum ξ^* sur n points de données. Ils doivent être interprétés comme des résultats limites lorsque $n \rightarrow \infty$. Néanmoins, pour n très grand, il semble raisonnable de considérer que le design ξ_n engendré par l'algorithme est une approximation raisonnable de l'optimum ξ^* .

Application à la conception d'un réseau de mesures

Fedorov and Müller (1988, 1989) furent les premiers à faire le lien entre la théorie de l'optimal design et la construction optimale d'un réseau d'observations. Ils ont ouvert la possibilité d'appliquer cette théorie à des problèmes plus généraux de la prédiction spatiale d'un champ physique aléatoire.

Considérons donc le modèle des observations proposé par Fedorov et Müller :

$$\mathbf{y}_{it} = \mathbf{f}(x_i)^T \boldsymbol{\theta}_t + \epsilon_{it}, \quad 1 \leq i \leq n, \quad 1 \leq t \leq T, \quad (2.24)$$

où \mathbf{y}_{it} désigne l'observation d'un champ physique aléatoire \mathbf{Y} prise au temps t et à la position spatiale x_i , ϵ_{it} sont des erreurs aléatoires non corrélées, avec une moyenne nulle et une variance égale à 1. Chaque $\boldsymbol{\theta}_t$ est un vecteur de coefficients qui dépend du temps t . Pour chaque t , $\boldsymbol{\theta}$ est échantillonné d'une distribution de moyenne $\boldsymbol{\theta}_0$ et de matrice de covariance \mathbf{D}_0 . Donc en combinant toutes les observations \mathbf{y}_{it} prises au temps t dans un vecteur \mathbf{y}_t , et de même pour les vecteurs $\mathbf{f}(x_i)$ dans une matrice \mathbf{F} , ainsi pour les erreurs ϵ_{it} dans un vecteur $\boldsymbol{\epsilon}_t$, le modèle (2.24) peut aussi être réécrit sous la forme :

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{F}^T \boldsymbol{\theta}_t + \boldsymbol{\epsilon}_t, \quad \mathbb{E}\{\boldsymbol{\theta}_t\} = \boldsymbol{\theta}_0, \quad \text{Cov}\{\boldsymbol{\theta}_t\} = \mathbf{D}_0, \quad (2.25)$$

ou d'une façon équivalente :

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{F}^T \boldsymbol{\theta}_t + \boldsymbol{\epsilon}_t, \quad \mathbb{E}\{\mathbf{y}_t\} = \mathbf{F}^T \boldsymbol{\theta}_0, \quad \text{Cov}\{\mathbf{y}_t\} = \mathbf{I}_n + \mathbf{F}^T \mathbf{D}_0 \mathbf{F}. \quad (2.26)$$

Notons que Eq. (2.26) est de la forme d'un type très particulier de modèle de covariance spatiale, que l'on pourrait analyser d'un point de vue "geostatistique" sans considérations explicites de la régression.

Dans ce cadre de modèle, on peut s'intéresser à étudier les trois cas suivants :

- (a) $\boldsymbol{\theta}_0$, \mathbf{D}_0 sont connus, $\boldsymbol{\theta}_t$ est à estimer pour chaque t ,
- (b) \mathbf{D}_0 est connue, $\boldsymbol{\theta}_0$ et $\boldsymbol{\theta}_t$ sont à estimer pour chaque t ,
- (c) $\boldsymbol{\theta}_0$, \mathbf{D}_0 sont inconnus.

Sous l'hypothèse (a), l'estimateur optimal de $\boldsymbol{\theta}_t$ est obtenu à l'aide d'une analyse bayésienne :

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_t = (\mathbf{D}_0^{-1} + n\mathbf{M})^{-1} (\mathbf{D}_0^{-1}\boldsymbol{\theta}_0 + \mathbf{F}\mathbf{y}_t),$$

où $\mathbf{M} = n^{-1}\mathbf{F}\mathbf{F}^T = n^{-1}\sum_{i=1}^n \mathbf{f}(x_i)\mathbf{f}(x_i)^T$. Dans ce cas, la matrice de covariance associée est :

$$\mathbb{E}\left\{(\hat{\boldsymbol{\theta}}_t - \boldsymbol{\theta}_t)(\hat{\boldsymbol{\theta}}_t - \boldsymbol{\theta}_t)^T\right\} = (\mathbf{D}_0^{-1} + n\mathbf{M})^{-1}. \quad (2.27)$$

Dans le cas (b), l'estimateur optimal de $\boldsymbol{\theta}_t$ est justement le meilleur estimateur linéaire non biaisé :

$$\bar{\boldsymbol{\theta}}_t = (n\mathbf{M})^{-1} \mathbf{F}\mathbf{y}_t,$$

et l'estimateur optimal de $\boldsymbol{\theta}_0$ est :

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_0 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \bar{\boldsymbol{\theta}}_t.$$

Les matrices de covariance associées sont respectivement :

$$\mathbb{E} \left\{ (\bar{\boldsymbol{\theta}}_t - \boldsymbol{\theta}_t) (\bar{\boldsymbol{\theta}}_t - \boldsymbol{\theta}_t)^T \right\} = n^{-1} \mathbf{M}^{-1}, \quad (2.28)$$

$$\mathbb{E} \left\{ (\hat{\boldsymbol{\theta}}_0 - \boldsymbol{\theta}_0) (\hat{\boldsymbol{\theta}}_0 - \boldsymbol{\theta}_0)^T \right\} = T^{-1} (\mathbf{D}_0^{-1} + n^{-1} \mathbf{M}^{-1}). \quad (2.29)$$

Dans le cas (c), il n'y a aucune théorie exacte pour que les estimations de $\boldsymbol{\theta}_0$ et \mathbf{D}_0 existent, mais selon Fedorov et Müller, lorsque $T \rightarrow \infty$, l'hypothèse (c) sera similaire à celle du cas (a).

Le problème de la construction optimale d'un réseau d'observations, constitué de n stations de mesure, se réduit alors au choix optimum des positions spatiales x_1, \dots, x_n minimisant un certain critère d'optimalité basé sur l'un des (2.27), (2.28) ou (2.29). Si on considère seulement la D-optimalité, les trois variantes d'optimalité correspondant à chacune des trois matrices de covariance sont données par :

$$\Psi_1 = -\log |n\mathbf{M}|, \quad \Psi_2 = -\log |\mathbf{D}_0^{-1} + n\mathbf{M}|, \quad \Psi_3 = -\log |\mathbf{D}_0^{-1} + n^{-1}\mathbf{M}^{-1}|.$$

Le critère Ψ_3 serait approprié si notre objectif principal était d'estimer $\boldsymbol{\theta}_0$. Ceci sera le cas si le but est de caractériser la variabilité lente d'un champ aléatoire. Cependant, les critères d'optimalité Ψ_1 ou Ψ_2 seraient plus appropriés pour l'interpolation à un instant t .

En accord avec le théorème d'équivalence général, les stations de mesure constituant le réseau doivent donc être placées aux endroits x qui maximisent la fonctionnelle $\psi(x, \xi)$, où :

$$\begin{aligned} \Psi_1 : \psi(x, \xi) &= f(x)^T \mathbf{M}(\xi)^{-1} f(x), \\ \Psi_2 : \psi(x, \xi) &= f(x)^T \{ \mathbf{D}_0^{-1} + n\mathbf{M}(\xi) \}^{-1} f(x), \\ \Psi_3 : \psi(x, \xi) &= f(x)^T \mathbf{M}(\xi)^{-1} \{ \mathbf{D}_0 + n^{-1}\mathbf{M}(\xi)^{-1} \}^{-1} \mathbf{M}(\xi)^{-1} f(x). \end{aligned}$$

Passons maintenant au point de vue alternatif du problème, dans lequel nous regardons \mathbf{y}_t comme étant un champ aléatoire avec une matrice de covariance donnée par l'Eq. (2.26). Considérons le problème de la prédiction optimale à une nouvelle position x , et intéressons-nous uniquement au cas où $\boldsymbol{\theta}_0$ est connu. Dans ce cas, le prédicteur optimal au point x est $f(x)^T \hat{\boldsymbol{\theta}}_t$, avec une variance de prédiction égale à $1 + f(x)^T (\mathbf{D}_0^{-1} + n\mathbf{M})^{-1} f(x)$.

Par ailleurs, un critère rationnel lors de l'extension de la taille d'un réseau est de placer une nouvelle station de mesure à l'endroit où la variance de prédiction est la plus grande.

Ou alternativement, si l’objectif est de réduire la taille du réseau, il faut enlever la station de mesure installée sur le site où la variance de prédiction, connaissant les autres stations, est la plus petite. Ces deux approches correspondent alors à la construction d’un réseau contenant les positions x des sites pour lesquelles la quantité $f(x)^T (\mathbf{D}_0^{-1} + n\mathbf{M})^{-1} f(x)$ est large. Ainsi, via le théorème d’équivalence, une telle stratégie est cohérente avec le choix d’un réseau minimisant le critère Ψ_2 .

En conséquence, une équivalence formelle entre le critère de D-optimalité et un critère plus intuitif, basé sur le choix des sites à instrumenter dans les endroits où la variance de prédiction est maximisée, vient donc d’être établie.

2.3.2 Optimalité basée sur la théorie de l’information

Pour fixer les idées, considérons un champ stochastique, $\{Z(s) : s \in \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^d\}$ généré par un certain processus naturel ; nous prenons $d = 2$. Par simplicité, la région d’intérêt \mathcal{D} , est discrétisée sur une grille pas nécessairement régulière, constituée de m sites potentiels. L’objectif est donc de choisir parmi les m sites potentiels le meilleur sous-ensemble de n sites ($n < m$) afin de déterminer un réseau de mesure.

Le champ aléatoire $\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^m$ des observations évaluées sur tous les m sites potentiels peut être partitionné en deux vecteurs aléatoires \mathbf{Z}_1 et \mathbf{Z}_2 , $\mathbf{Z} = (\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2)$: \mathbf{Z}_1 est défini sur les $m - n$ sites non instrumentés, et \mathbf{Z}_2 est le vecteur des observations évaluées sur les sites instrumentés. Supposons également que \mathbf{Z} est caractérisé par la densité de probabilité jointe, $f(\mathbf{Z})$. L’incertitude totale sur \mathbf{Z} peut être exprimée par l’entropie de sa fonction de densité, c-à-d. $H(\mathbf{Z}) = \mathbb{E}\{-\log(f(\mathbf{Z}))\}$ et l’information totale contenue dans \mathbf{Z} est donnée par $I(\mathbf{Z}) = \mathbb{E}\{\log(f(\mathbf{Z}))\}$. Selon Caselton and Zidek (1984); Caselton et al. (1992), deux formulations, décrites ci-après, sont possibles pour approcher le problème de la construction optimale d’un réseau de mesure.

Optimalité basée sur l’information de Shannon

Il s’agit de choisir les n sites qui seront instrumentés (\mathbf{Z}_2) de sorte que la prédiction du champ total basé sur ces sites fournisse le maximum possible d’information sur les $m - n$ sites non instrumentés (\mathbf{Z}_1). Suivant Bernardo (1975), la mesure du **gain en information** sur \mathbf{Z}_1 en mesurant \mathbf{Z}_2 est donnée par :

$$I(\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2) = I(\mathbf{Z}_1 | \mathbf{Z}_2) - I(\mathbf{Z}_1), \quad (2.30)$$

qui est appelée l’**indice d’information de Shannon**. $I(\mathbf{Z}_1 | \mathbf{Z}_2)$ représente l’information conditionnelle de \mathbf{Z}_1 connaissant \mathbf{Z}_2 . En conséquence, l’inférence optimale sur \mathbf{Z}_1 est obtenue par la maximisation de $I(\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2)$. Dans le cas où \mathbf{Z} est un processus gaussien, $\mathbf{Z} \sim N_m(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$, la densité conditionnelle de \mathbf{Z}_1 connaissant \mathbf{Z}_2 est aussi une gaussienne dont la matrice de covariance $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{Z}_1|\mathbf{Z}_2}$ est donnée par :

$$\Sigma_{\mathbf{Z}_1|\mathbf{Z}_2} = \Sigma_{\mathbf{Z}_1} - \Sigma_{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2} \Sigma_{\mathbf{Z}_2}^{-1} \Sigma_{\mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_1},$$

où $\Sigma_{\mathbf{Z}_1}$, $\Sigma_{\mathbf{Z}_2}$ sont les matrices de covariances associées aux \mathbf{Z}_1 , \mathbf{Z}_2 . Les matrices de covariance croisées, entre les sites non instrumentés et instrumentés, et inversement, sont désignées respectivement par $\Sigma_{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2}$, $\Sigma_{\mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_1}$. On a aussi $\Sigma_{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2} = \Sigma_{\mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_1}^T$. De cela, nous obtenons :

$$\begin{aligned} I(\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2) &= -\frac{1}{2} \log |\Sigma_{\mathbf{Z}_1|\mathbf{Z}_2}| + \frac{1}{2} \log |\Sigma_{\mathbf{Z}_1}| \\ &= -\frac{1}{2} \log |\Sigma_{\mathbf{Z}_1}^{-1/2} \Sigma_{\mathbf{Z}_1|\mathbf{Z}_2} \Sigma_{\mathbf{Z}_1}^{-1/2}| \\ &= -\frac{1}{2} \log |\Sigma_{\mathbf{Z}_1}^{-1/2} (\Sigma_{\mathbf{Z}_1} - \Sigma_{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2} \Sigma_{\mathbf{Z}_2}^{-1} \Sigma_{\mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_1}) \Sigma_{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2} \Sigma_{\mathbf{Z}_2}^{-1} \Sigma_{\mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_1}| \\ &= -\frac{1}{2} \log |\mathbf{I}_m - \mathbf{R}| \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \log (1 - \rho_i^2), \end{aligned}$$

où $\mathbf{R} = \Sigma_{\mathbf{Z}_1}^{-1/2} \Sigma_{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2} \Sigma_{\mathbf{Z}_2}^{-1} \Sigma_{\mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_1} \Sigma_{\mathbf{Z}_1}^{-1/2}$, $|\cdot|$ présente le déterminant matriciel, \mathbf{I}_n est la matrice unité, les ρ_i^2 sont les valeurs propres de la matrice \mathbf{R} ou, autrement dit, les corrélations canoniques au carré entre \mathbf{Z}_1 et \mathbf{Z}_2 .

Donc plus précisément, le réseau optimal constitué de n sites, à choisir parmi les m sites potentiels, en prenant comme critère d'optimalité l'indice d'information de Shannon, est celui qui assure des larges corrélations canoniques entre les sites non instrumentés et ceux instrumentés.

Optimalité basée sur l'entropie

Ici, la construction optimale d'un réseau de mesures basée sur le concept de l'entropie vise plutôt à minimiser l'entropie conditionnelle $H(\mathbf{Z}_1 | \mathbf{Z}_2)$. Cette quantité mesure l'incertitude résiduelle restante après avoir observé \mathbf{Z}_2 . La quantité d'incertitude associée à la distribution jointe du champ \mathbf{Z} ou, en d'autres termes, l'entropie totale du système se décompose comme suit :

$$H(\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2) = H(\mathbf{Z}_1 | \mathbf{Z}_2) + \mathbf{H}(\mathbf{Z}_2). \quad (2.31)$$

Or, le fait que l'entropie totale du système soit une quantité fixe, la minimisation de l'entropie conditionnelle $H(\mathbf{Z}_1 | \mathbf{Z}_2)$ devient équivalente à la maximisation de l'entropie sur les sites instrumentés $\mathbf{H}(\mathbf{Z}_2)$. Pour le cas gaussien, ceci est équivalent alors à choisir les n sites qui maximisent le déterminant de la matrice de covariance $\Sigma_{\mathbf{Z}_2}$ ($\arg \max\{\log |\Sigma_{\mathbf{Z}_2}|\}$).

Selon Caselton and Zidek (1984), Le and Zidek (1994), les critères d’optimalité basés sur l’entropie visant à résoudre le problème de la conception d’un réseau de mesures, sont généralement considérés lorsqu’il y a plus d’objectifs auxquels le réseau doit répondre, ou dans le cas, où il est difficile de formuler un critère d’optimalité qui intègre à la fois des contraintes (qu’elles soient techniques, ou financières) et les objectifs assignés au réseau.

2.3.3 Autres critères d’optimalité

Dans cette section, nous allons présenter quelques d’autres exemples de critères d’optimalité, qui sont aussi largement utilisés pour la conception optimale d’un réseau de mesures dédié à l’observation et à la surveillance d’un champ physique généré par un certain phénomène environnemental.

Optimalité basée sur la variance de prédiction

Désignons par $\{Z(s) : s \in \mathcal{D}\}$ un champ aléatoire sur une certaine région d’intérêt $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^2$. Supposons que la dépendance spatiale de ce processus est complètement caractérisée par une fonction de covariance $\text{Cov}(Z(s), Z(s')) = \sigma^2 k(s, s')$, où k est une fonction connue qui ne dépend que de la distance séparant deux points.

Soit $\mathcal{R} = \{s_1, \dots, s_n\}$ un certain réseau d’observations constitué de n stations de mesures installées aux endroits s_i , $i = 1, \dots, n$. Le vecteur aléatoire des observations provenant de ce réseau est noté par $\mathbf{Z}_{\mathcal{R}}$, et sa matrice de covariance est $\text{Cov}(\mathbf{Z}_{\mathcal{R}}, \mathbf{Z}_{\mathcal{R}}) = \Sigma_{\mathcal{R}}$. Le vecteur de covariance entre le réseau \mathcal{R} et un point $s_0 \in \mathcal{D}$ auquel nous voulons prédire la valeur du champ Z est noté par $\mathbf{K}_{\mathcal{R}}$.

L’estimateur optimal du krigeage obtenu pour les trois cas de figures évoqués dans (2.2.3), peut être réécrit comme

$$\hat{Z}(s_0) = \mathbf{b}^T \mathbf{Z}_{\mathcal{R}},$$

pour un vecteur de poids \mathbf{b}^T choisi convenablement (voir Cressie (1993), p. 154). La variance d’erreur de prédiction $\sigma_k^2(s_0)$, qui mesure la précision de la prédiction au point s_0 est donnée par :

$$\sigma_k^2(s_0) = \text{E} \left[\left(\hat{Z}(s_0) - Z(s_0) \right)^2 \right] = \sigma^2 - 2\mathbf{b}^T \mathbf{K}_{\mathcal{R}} + \mathbf{b}^T \Sigma_{\mathcal{R}} \mathbf{b}. \quad (2.32)$$

Cette équation montre donc que la précision de la prédiction en un point donné ne dépend pas des observations issues du réseau \mathcal{R} , mais uniquement du positionnement spatial des sites du réseau et de la structure de la covariance du processus stochastique Z . Cette propriété si importante fait de la variance d’erreur de prédiction un critère potentiellement

utile pour la conception optimale d'un réseau de mesure. Deux critères largement utilisés sont la variance de prédiction moyenne sur la région d'intérêt \mathcal{D} , parfois appelée la **I-optimalité** :

$$\Psi_I(\mathbf{D}) = \frac{1}{|\mathcal{D}|} \int_{s \in \mathcal{D}} \sigma_k^2(s), \quad (2.33)$$

ou le maximum de la variance de prédiction (c'est la G-optimalité) :

$$\Psi_G(\mathbf{D}) = \max_{s \in \mathcal{D}} \sigma_k^2(s), \quad (2.34)$$

où $|\mathcal{D}|$ désigne le volume de la région d'intérêt. Donc, le réseau optimal \mathcal{R}^* minimise l'un des critères ci-dessus.

Nychka and Saltzman (1998) ont utilisé ces deux critères pour construire un réseau optimal pour la surveillance de l'ozone dans la région de Midwestern United States. Ils ont constaté que la variance d'erreur de prédiction engendre des réseaux ayant une bonne couverture spatiale sur la région d'étude. Ce constat les a donc motivés à comparer entre la performance d'un réseau construit à l'aide du critère de la variance de prédiction, avec celle d'un réseau optimal obtenu par un critère de remplissage spatiale, qui dépend uniquement des coordonnées géographiques des sites dans la région d'étude.

Optimalité basée sur la régression linéaire sous contraintes

Soit $\mathcal{R} = \{s_1, \dots, s_n\}$ un réseau constitué de n stations de mesure pour surveiller, par exemple, le champ d'ozone Z sur une certaine région d'intérêt \mathcal{D} . Supposons qu'on dispose de p observations journalières par station (maximum journalier de la moyenne sur 8 heures, maximum journalier d'ozone, ...). Notons par \mathbf{Y} la moyenne sur le réseau pour chaque jour, donnée par :

$$\mathbf{Y} = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Z(s_i, j_1), \dots, \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Z(s_i, j_p) \right)^T,$$

où $Z(s_i, j_k)$ est la mesure de l'ozone donnée par la station s_i au jour j_k . Désignons par \mathbf{X} la matrice $p \times n$ dont les colonnes sont les séries temporelles de chacune des stations du réseau. On suppose que les données sont normalisées de manière à ce que chaque colonne dans \mathbf{X} ait une moyenne nulle et une variance égale à 1.

Supposons qu'on veuille réduire la taille du réseau de la manière suivante : trouver un sous-ensemble de J stations donnant le meilleur prédicteur linéaire de la moyenne sur le réseau, \mathbf{Y} . Donc ce problème de réduction se réduit à un problème de régression linéaire :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}_J \boldsymbol{\beta}_J + \boldsymbol{\varepsilon},$$

où \mathbf{X}_J est une sous-matrice de \mathbf{X} . Les colonnes de cette matrice correspondent au sous-ensemble de J stations que nous cherchons.

Formulé ainsi, ce problème est équivalent à la régression par la méthode dite du **LASSO** (Least Absolute Shrinkage and Selection Operator) introduite par Tibshirani (1996) comme méthode de sélection de variables sous contraintes. La méthode du LASSO a été introduit par Nychka and Saltzman (1998) pour réduire la taille du réseau de surveillance de la qualité de l'air de la ville de Chicago. Le problème de la réduction de la taille du réseau revient à chercher une solution du problème du LASSO donné par :

$$\min_{\boldsymbol{\beta}} (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) : \text{ sous la contrainte } \sum_{i=1}^n |\beta_i| \leq t.$$

Ici $t \geq 0$ désigne une contrainte imposée sur les coefficients de régression β_i , $i = 1, \dots, n$. Essentiellement grâce aux propriétés de la fonction de la valeur absolue, la contrainte imposée forcera la solution $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ à contenir quelques composantes qui seront identiquement nulles. Le nombre des zéros dans la solution sous contrainte peut être diminué en accroissant la valeur de t . En conséquence, les coefficients de régression non nuls, correspondent au meilleur sous-ensemble choisi parmi toutes les stations du réseau. Il est évident que si t est assez grande, la solution de la régression linéaire ordinaire $\hat{\boldsymbol{\beta}}^o = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}$ satisfera le problème du LASSO. Notons par $t_0 = \sum_{i=1}^n |\hat{\beta}_i^o|$. Pour $t > t_0$ la solution du LASSO sera toujours $\hat{\boldsymbol{\beta}}^o$. Donc, au lieu de t , on préfère de considérer la contrainte normalisée $s = t / \sum_{i=1}^n |\hat{\beta}_i^o|$ qui prend des valeurs dans l'intervalle $[0, 1]$. Pour cela, il faut dimensionner les variables de la matrice \mathbf{X} de sorte que la solution dite **complète** $\hat{\boldsymbol{\beta}}^o$ corresponde à la contrainte $t = 1$. La solution au problème de LASSO est un problème de programmation quadratique avec contraintes d'inégalités linéaires. Dans la littérature, plusieurs algorithmes ont été suggérés pour résoudre ce problème. Le plus simple, consiste à décomposer les coefficients β_i , $i = 1, \dots, n$ comme suit :

$$\begin{aligned} \beta_i &= \beta_i^+ - \beta_i^-, \\ |\beta_i| &= \beta_i^+ + \beta_i^-, \end{aligned}$$

où β_i^+ , β_i^- sont des coefficients positifs. Donc, il faut résoudre le problème de la régression avec les contraintes $\beta_i^+ \geq 0$, $\beta_i^- \geq 0$ et $\sum_{j=1}^n \beta_j^+ + \sum_{j=1}^n \beta_j^- \leq s$.

Optimalité basée sur les méthodes de remplissage spatial

Dans certaines situations, il est difficile de modéliser raisonnablement la structure de corrélation spatiale d'un certain processus environnemental, ou il est parfois totalement impossible de construire un modèle spatial pour le phénomène étudié. En pareilles situations, les critères d'optimalité, définis par une certaine métrique géométrique, pourront constituer alors une alternative aux autres critères basés sur la connaissance de la fonction de covariance du phénomène étudié. Ces critères, sont formulés, en choisissant une

certaine métrique de distance, de telle sorte qu'ils engendrent des réseaux optimaux couvrant uniformément et entièrement la région d'intérêt. C'est pour cette raison qu'ils sont appelés **critères de remplissage spatial** pour *space-filling criteria* en anglais, ou parfois **critères géométriques**. En plus de cela, les réseaux optimaux obtenus par de tels critères sont facilement engendrés. En effet, leur calcul ne fait intervenir que les distances entre tous les sites qui peuvent d'être appareillés. Les critères de remplissage spatial sont particulièrement utiles lorsqu'il s'agit de construire un réseau de mesures pour la surveillance sur des régions très grandes (Royle and Nychka, 1997).

Supposons que la région d'intérêt sur laquelle nous voulons installer un réseau de mesure, est approchée par un ensemble large, mais fini, de sites potentiels, \mathcal{C} . Soit $\mathcal{R} \subset \mathcal{C}$ désignant un réseau constitué de n sites. Une classe générale de critères de remplissage spatial (voir Nychka and Saltzman, 1998) est définie par :

$$\mathbf{C}_{p,q}(\mathcal{R}) = \left(\sum_{x \in \mathcal{C}} d_p(x, \mathcal{R})^q \right)^{\frac{1}{q}}, \text{ pour } q > 0, \quad (2.35)$$

qui est une moyenne des distances entre les sites candidats et le réseau au sens de la norme L_q . Le paramètre p est utilisé dans la définition de la métrique d_p . Un choix possible pour d_p largement utilisé est :

$$d_p(x, \mathcal{R}) = \left(\sum_{u \in \mathcal{R}} \|x - u\|^p \right)^{\frac{1}{p}}. \quad (2.36)$$

Cette métrique mesure de combien le point x est couvert par le réseau \mathcal{R} . Pour $p < 0$, on peut montrer facilement que $d_p(x, \mathcal{R}) \rightarrow 0$, lorsque x converge vers un site de \mathcal{R} . Le réseau optimal \mathcal{R}^* de taille fixe n est celui qui minimise la quantité $\mathbf{C}_{p,q}$:

$$\mathcal{R}^* = \arg \min_{\mathcal{R} \subset \mathcal{C}} \mathbf{C}_{p,q}(\mathcal{R}).$$

Il est évident que l'optimum \mathcal{R}^* dépend des paramètres p et q , mais cette dépendance devient moins importante lorsque p prend des valeurs très négatives. On peut souligner aussi que lorsque $p \rightarrow -\infty$ et $q \rightarrow +\infty$, $\mathbf{C}_{p,q}$ converge vers un critère d'optimalité appelé **minimax**. Le critère appelé remplissage spatial uniforme prend $q = 1$ dans (2.35) et définit d_p comme suit :

$$d_p(x, \mathcal{R}) = \min_{u \in \mathcal{R}} \|x - u\|.$$

?, ont pris les valeurs $p = -5$ et $q = 5$ pour construire un réseau optimal dédié à la surveillance de l'ozone. Il ont aussi proposé de modifier le critère d'optimalité $\mathbf{C}_{p,q}$ afin de tenir compte de la fonction de covariance du champ de l'ozone. En effet, ils ont pris $p = -1$ et remplacé la distance euclidienne dans d_p par :

$$\text{Cov}(x, x) - \text{Cov}(x, u) = \sigma^2 (1 - k(x, u)), \quad (2.37)$$

où $\text{Cov}(x, u) = \sigma^2 k(x, u)$ est la fonction de corrélation du champ physique en deux positions. Plus particulièrement, dans le cas d'une fonction de covariance, isotropique et exponentielle, avec une échelle spatiale de corrélation θ , le critère de remplissage spatiale avec $q = 1$ est :

$$\left(\frac{1}{\sigma^2} \right) \sum_{u \in \mathcal{C}} \left[\sum_{x \in \mathcal{R}} \frac{1}{1 - e^{-\|u-x\|/\theta}} \right]^{-1}. \quad (2.38)$$

Nychka et Saltzman ont conclu que ce critère engendre des réseaux optimaux ayant des performances similaires à ceux générés par un critère basé sur la variance d'erreur de prédiction.

Un autre critère de remplissage spatial également important est celui proposé par Audze and Eglais (1977). Les auteurs ont assimilé un réseau $\mathcal{R} = \{s_1, \dots, s_n\}$ de mesures à un système physique de points avec une énergie potentielle U . Cette énergie est le résultat des forces répulsives entre les points, et, naturellement, le système évoluera vers un état physique avec une énergie potentielle minimale. (Bates et al., 2004) ont appliqué cette idée pour construire un réseau de mesures. Avec l'hypothèse que les forces répulsives sont inversement proportionnelles au carré des distances entre les points, le critère d'optimalité de Audze-Eglais est donné par :

$$U(D) = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{1}{\|s_i - s_j\|^2}. \quad (2.39)$$

Donc le réseau optimal \mathcal{R}^* de taille fixe n est celui qui est associé au minimum de U :

$$\mathcal{R}^* = \arg \min_{\mathcal{R} \subset \mathcal{C}} U(\mathcal{R})$$

Un exemple de critère géométrique tenant en compte explicitement de la densité de population est donné par :

$$f(r_1, \dots, r_p) = \int_{\mathcal{D}} \rho(r) \min_{i \in \{1 \dots p\}} \|r - r_i\| d^2r, \quad (2.40)$$

où $\rho(r)$ est la densité de population dans la région d'intérêt \mathcal{D} . Il s'agit donc de choisir un réseau de p sites minimisant la fonction f . Ce critère d'optimalité est un problème du p -médian^{†1}, qui est NP-difficile. Gastner and Newman (2006) ont utilisé ce critère pour traiter le problème de distribuer des installations (hôpitaux, aéroports,...) au travers d'un

†1. Généralement, le problème du p -médian consiste à distribuer p installations (hôpitaux, aéroports, centres commerciaux, antennes téléphoniques, ...) par rapport un ensemble de clients, de telle sorte que le coût pour servir tous les clients est réduit au minimum.

pays caractérisé par une densité de population non uniforme. Ils ont montré que si les sites du réseau sont distribués optimalement, alors leur densité devra croître avec la densité de la population :

$$\eta(r) \propto \rho(r)^{2/3}, \quad (2.41)$$

où $\eta(r)$ est la densité des sites dans l'endroit r . Cette relation de proportionnalité montre donc que ce critère favorise les régions de fortes densités de population.

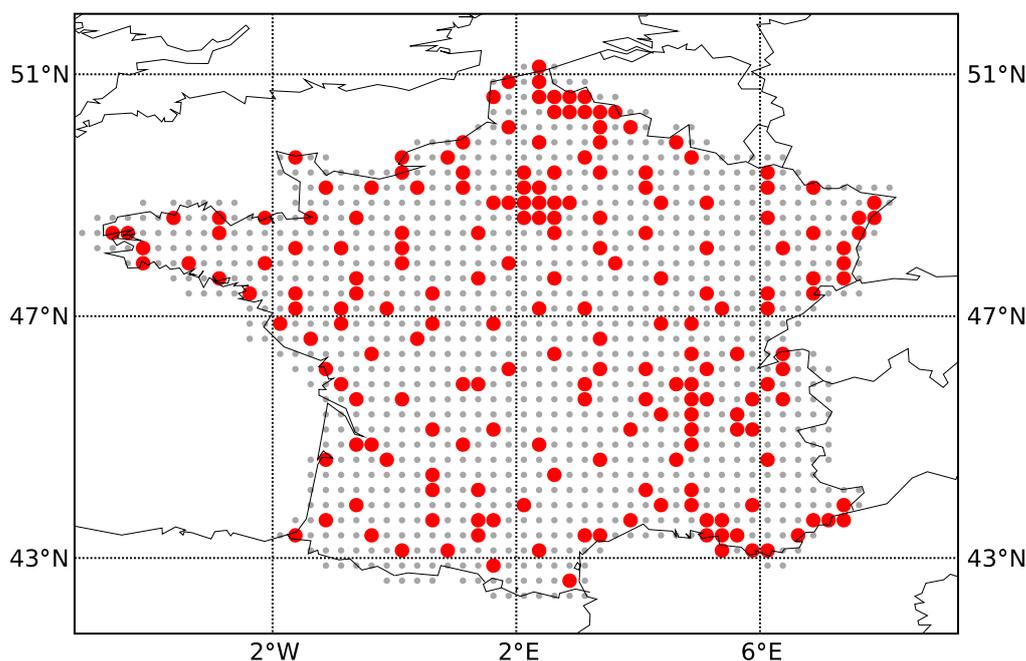


FIGURE 2.1 – Construction d'un réseau de mesure sur la France métropolitaine en tenant en compte de la densité de la population. Les disques rouges indiquent un réseau optimal de 200 stations, choisies parmi 1047 sites potentiels représentés par les disques gris. Les sites potentiels sont répartis uniformément avec une résolution de 0.25×0.25 deg lat/lon. L'optimisation a été effectuée en utilisant l'algorithme du recuit simulé (voir section 2.3.5).

Dans le cas de la surveillance de radionucléides à l'échelle nationale, par exemple sur la France, un réseau de mesure construit à partir de ce critère, confèrera une bonne surveillance aux régions de fortes densités de population. Ce qui est consistant avec l'objectif de protéger la population, par l'évaluation des impacts potentiels dans les grands centres de population. En revanche, les régions métropolitaines moins peuplées, seront moins couvertes par le réseau. En plus de cela, les sites du réseau seront trop rapprochés. En conséquence, en cas d'un accident radiologique se produisant sur l'une des installations nucléaires

en France ou provenant de l’un des pays avoisinants, ces sites fourniront peu d’information utile sur les caractéristiques du panache radioactif. La figure 2.1 illustre un exemple de construction d’un réseau de mesure de 200 stations sur la France métropolitaine, obtenu par la minimisation de la fonctionnelle $f(r_1, \dots, r_p)$. Comme attendu, la répartition des stations du réseau optimal est marquée par la présence de plusieurs *clusters*, notamment dans les régions métropolitaines de fortes populations.

Optimalité basée sur la dimension fractale d’un réseau de mesures

Le concept de **dimension fractale** a été introduit par Mandelbrot (1982) pour décrire des phénomènes physiques continus qui montrent des corrélations spatiales à différentes échelles. Lovejoy et al. (1989) ont appliqué la notion de fractale afin de quantifier le degré d’hétérogénéité d’un réseau de mesure. Lorsque l’hétérogénéité du réseau apparaît à différentes échelles dans un espace de dimension E , il peut être caractérisé par une dimension fractale D_m variant de 0 à E . Les auteurs ont également montré qu’un phénomène physique caractérisé par une dimension fractale D_p , telle que $D_p < E - D_m$, ne pourra pas être détecté/mesuré par le réseau même si la densité de celui-ci est infinie. D_m est défini par la variation du nombre moyen $n(r)$ des sites trouvés à l’intérieur d’un cercle d’un rayon variable r centré sur chaque site du réseau. Donc le réseau de mesure a une dimension fractale D_m s’il satisfait la condition suivante :

$$n(r) \propto r^{D_m}. \quad (2.42)$$

La quantité D_m est donc déduite de la pente de $\log(n(r))$ tracée en fonction de $\log(r)$. Pour une région d’étude définie sur la surface de la terre, la condition de détection d’un phénomène par un réseau de mesures devient : $D_p < 2 - D_m$. Le réseau de TELERAY (voir figure 1.3) a pour dimension fractale $D_m \approx 1.20$. En conséquence, aucun panache radioactif de dimension fractal $D_p < 0.80$ ne sera détecté par ce réseau.

Soit $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^2$ une région d’intérêt dans laquelle nous voulons installer un réseau d’observations \mathcal{R} . L’écart $2 - D_m$ mesure le degré d’irrégularité spatiale du réseau. Pour un réseau qui est uniformément réparti, cet écart prend une valeur très petite. Nous pouvons donc utiliser cette mesure comme étant un critère géométrique pour construire un réseau optimal. Par ailleurs, cette approche a été utilisée par Di Zio et al. (200) comme étant un critère géométrique de remplissage spatial pour le choix optimal d’un réseau de mesure. Si nous désignons par $D_m(\mathcal{R})$ la dimension fractale du réseau \mathcal{R} , le réseau optimum \mathcal{R}^* obtenu à partir du critère d’optimalité basé sur le concept du fractal est :

$$\mathcal{D}^* = \arg \min_{\mathcal{D} \subset \mathbb{C}} (2 - D_m(\mathcal{D})). \quad (2.43)$$

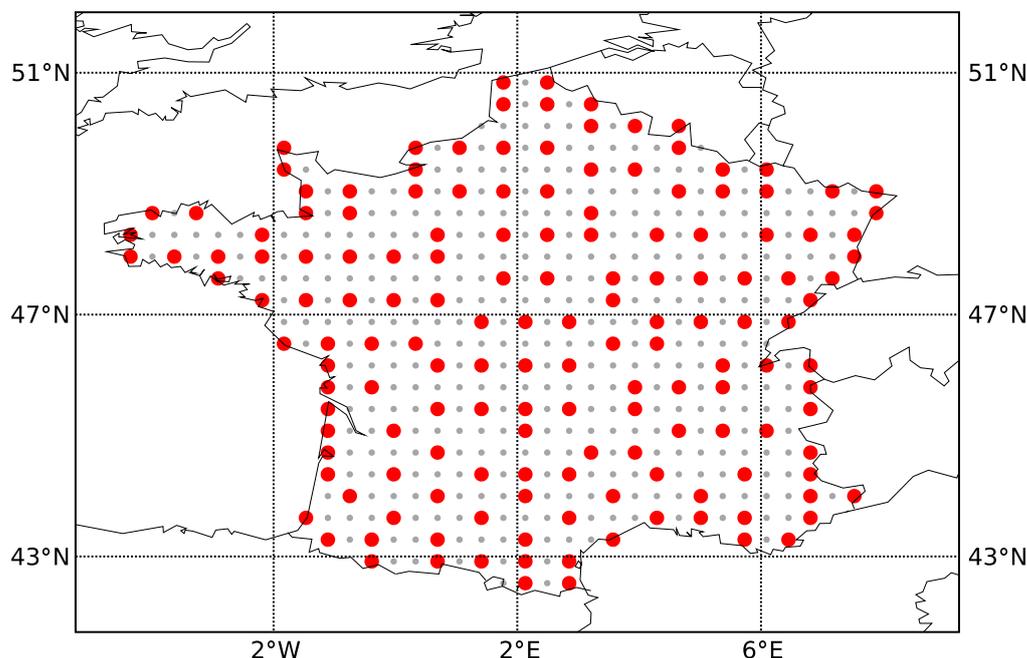


FIGURE 2.2 – Redéploiement du réseau TELERAY pour la surveillance de radionucléides en utilisant le critère basé sur la dimension fractale. Les disques rouges représentent le réseau optimal constitué de 155 stations, choisies parmi 495 sites potentiels, répartis uniformément avec une résolution de 0.36×0.36 deg lat/lon. Ils sont indiqués par les disques gris. L'optimisation a été effectuée en utilisant l'algorithme du recuit simulé (voir section 2.3.5).

La figure 2.2 montre l'allure que pourrait prendre le réseau Teleray, s'il avait été optimisé en utilisant le critère basé sur la notion de la dimension fractale. Le réseau optimal montré est de 155 stations sélectionnées parmi 495 sites potentiel répartis sur la France métropolitaine avec une résolution de 0.36×0.36 deg lat/lon. Le réseau optimal obtenu est d'une dimension fractale égale à 1.455 environ. Il couvre quasiment uniformément toute la France métropolitaine.

2.3.4 Conception optimale d'un réseau pour l'assimilation de données

Dans cette partie, nous donnons un bref aperçu sur la technique dite du **ciblage des observations** en temps réel, qui peut être considérée comme étant une extension naturelle du problème de l'assimilation de données. Il s'agit de définir une certaine stratégie

afin de choisir les meilleurs endroits pour collecter des observations supplémentaires. Ces observations seront donc assimilées ensemble avec d’autres observations issues d’un réseau fixe afin d’améliorer la qualité d’une prévision produite par un certain modèle numérique.

Le problème du ciblage des observations en temps réel a été largement étudié dans le contexte de la prévision numérique du temps. L’exemple typique où cette approche a constitué un outil pertinent, est celui de l’expérience FASTEX (Fronts and Tropical Storm-Tracks Experiment-Snyder (1996), Joly et al. (1997)). Cette expérience avait pour objectif de prévoir les conditions météorologiques favorisant le développement des tempêtes sur l’ouest de l’Europe, en se basant sur des observations collectées par des avions de mesures sur l’Atlantique Nord. Le problème était donc de définir au préalable les trajectoires de vol optimaux afin d’avoir le maximum d’information et d’améliorer ainsi la précision sur les prévisions météorologiques ultérieures. Dans ce qui suit, nous allons présenter le problème de ciblage d’observations en s’inspirant essentiellement du travail de Berliner et al. (1999).

Soit $\mathbf{X}_0 \in \mathbb{R}^p$ un vecteur p -dimensionnel représentant, par exemple l’état de l’atmosphère (ou d’un autre système dynamique) au temps t_0 . À un certain temps $t_1 > t_0$, nous prendrons des observations représentées par un vecteur q -dimensionnel $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^q$ dont la distribution dépendra de \mathbf{X}_1 , le vecteur d’état du système au temps t_1 . Ces observations à leur tour seront utilisées pour prévoir l’état \mathbf{X}_2 de l’atmosphère à un temps $t_2 > t_1$. Le problème du ciblage des observations est alors de déterminer le vecteur d’observations \mathbf{Y} , à partir d’un ensemble de choix possibles, afin d’optimiser la prévision de \mathbf{X}_2 . Dans l’atmosphère, l’implémentation d’un schéma de ciblage des observations est extrêmement compliqué principalement pour deux raisons. La première, vient du fait que les dimensions sont très grandes : $p \approx 10^7$, $q \approx 10^5$. Des techniques statistiques standards comme le filtre de Kalman ne sont pas facilement implémentables dans un tel contexte. La deuxième complication provient du fait que les systèmes observés sont en réalité non-linéaires et chaotiques. Il semble donc qu’une implémentation effective d’une stratégie de ciblage des observations pour la prévision du temps requiert de nouveaux développements en analyse numérique.

L’évolution de la dynamique entre le temps t_0 et t_1 peut être représentée par l’équation suivante :

$$\mathbf{X}_1 = f(\mathbf{X}_0), \quad (2.44)$$

où f est une fonction non-linéaire connue, déduite d’un certain modèle numérique. Nous supposons aussi que l’information totale disponible sur \mathbf{X}_0 est représentée par une distribution gaussienne multidimensionnelle d’une moyenne $\boldsymbol{\mu}_0$ et une matrice de covariance \mathbf{A}_0 :

$$\mathbf{X}_0 \sim \mathcal{N}_p(\boldsymbol{\mu}_0, \mathbf{A}_0). \quad (2.45)$$

Une linéarisation tangente de l’équation (2.44) donne l’approximation suivante :

$$\mathbf{X}_1 \approx f(\boldsymbol{\mu}_0) + \mathbf{F}(\boldsymbol{\mu}_0) \cdot (\mathbf{X}_0 - \boldsymbol{\mu}_0),$$

où \mathbf{F} désigne la matrice jacobienne de f évaluée au point $\boldsymbol{\mu}_0$. Donc, en combinant ces équations, nous obtenons que \mathbf{X}_1 a approximativement une distribution gaussienne donnée par :

$$\mathbf{X}_1 \sim \mathcal{N}_p(\boldsymbol{\mu}_1, \mathbf{B}_1), \quad (2.46)$$

où

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_1 &= f(\boldsymbol{\mu}_0), \\ \mathbf{B}_1 &= \mathbf{F}(\boldsymbol{\mu}_0) \mathbf{A}_0 \mathbf{F}(\boldsymbol{\mu}_0)^T. \end{aligned}$$

Au temps $t = t_0$, nous décidons d'effectuer une expérience qui aura lieu au temps $t = t_1$ afin de collecter de nouvelles observations. Désignons donc par $\mathbf{Y} = (\mathbf{Y}_1^T, \mathbf{Y}_2^T)^T$ le vecteur total des observations au temps t_1 : le vecteur \mathbf{Y}_1 de taille $q - d$ représente les observations de routine provenant d'un réseau d'observations fixe. Au contraire, le vecteur \mathbf{Y}_2 de dimension d représente la partie des observations supplémentaires issues d'un réseau mobile \mathcal{R} qui sera déployé au temps t_1 . Nous supposons aussi que le vecteur d'observations \mathbf{Y} est une fonction du vecteur d'état \mathbf{X}_1 suivant le modèle suivant :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{K}_{\mathcal{R}} \mathbf{X}_1 + \boldsymbol{\epsilon}, \quad (2.47)$$

où $\mathbf{K}_{\mathcal{R}}$ est une matrice de taille $q \times p$ connue. Nous supposons que le vecteur des erreurs d'observations $\boldsymbol{\epsilon}$ suit une loi gaussienne, $\boldsymbol{\epsilon} \sim \mathcal{N}_q(0, \mathbf{R}_{\mathcal{R}})$ où $\mathbf{R}_{\mathcal{R}}$ est la matrice de covariance d'erreur des observations. Il est important de noter la dépendance des matrices $\mathbf{K}_{\mathcal{R}}$, $\mathbf{R}_{\mathcal{R}}$ au réseau d'observations mobile \mathcal{R} . La matrice $\mathbf{K}_{\mathcal{R}}$ peut être considérée comme étant un opérateur linéaire d'observations permettant le passage de l'espace des vecteurs d'état vers l'espace des observations. Dans un contexte si simple, cette matrice peut être vue comme étant une matrice d'incidence, où chaque ligne ne contient que des valeurs nulles sauf une seule valant 1. En combinant (2.46) avec (2.47) nous obtenons :

$$\mathbf{Y} \sim \mathcal{N}_q(\mathbf{K}_{\mathcal{R}} \boldsymbol{\mu}_1, \mathbf{K}_{\mathcal{R}} \mathbf{B}_1 \mathbf{K}_{\mathcal{R}}^T). \quad (2.48)$$

Au temps $t = t_1$, nous pouvons faire une mise à jour de l'information totale disponible sur \mathbf{X}_1 , en combinant les observations \mathbf{Y} , avec toute l'information qu'on disposait avant, qui est résumée par (2.46). Cette phase de mise à jour correspond à ce qu'on appelle en assimilation de données une phase d'analyse. Donc, à l'aide d'un calcul bayésien standard, la distribution conditionnelle de \mathbf{X}_1 donnant les observations \mathbf{Y} est donnée par :

$$\mathbf{X}_1 | \mathbf{Y} \sim \mathcal{N}_p(\boldsymbol{\mu}^*, \mathbf{B}^*), \quad (2.49)$$

où

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\mu}^* &= \boldsymbol{\mu}_1 + \mathbf{B}_1 \mathbf{K}_{\mathcal{R}}^T (\mathbf{R}_{\mathcal{R}} + \mathbf{K}_{\mathcal{R}} \mathbf{B}_1 \mathbf{K}_{\mathcal{R}}^T)^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{K}_{\mathcal{R}} \boldsymbol{\mu}_1) \\ \mathbf{B}^* &= \mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_1 \mathbf{K}_{\mathcal{R}}^T (\mathbf{R}_{\mathcal{R}} + \mathbf{K}_{\mathcal{R}} \mathbf{B}_1 \mathbf{K}_{\mathcal{R}}^T)^{-1} \mathbf{K}_{\mathcal{R}} \mathbf{B}_1.\end{aligned}$$

Notons que la matrice de covariance \mathbf{B}^* mise à jour est indépendante des observations actuelles \mathbf{Y} . Par conséquent, que nous pouvons utiliser cette matrice comme un critère d'optimalité afin de chercher le meilleur réseau mobile \mathcal{R} permettant d'avoir la meilleure estimation du vecteur d'état \mathbf{X}_1 , au lieu de chercher à optimiser la prévision de \mathbf{X}_2 . En effet, ceci est complètement justifié du fait que, une meilleure estimation de \mathbf{X}_1 entraînera une prévision raisonnable de \mathbf{X}_2 .

À l'étape de prévision, la dynamique du système entre t_1 et t_2 est décrit par l'équation suivante :

$$\mathbf{X}_2 = g(\mathbf{X}_1), \quad (2.50)$$

où g est un opérateur non linéaire connue. Donc, si on applique de nouveau l'approximation tangente à cette équation, nous obtiendrons la distribution conditionnelle approximative de \mathbf{X}_2 sachant \mathbf{Y} :

$$\mathbf{X}_2 \sim \mathcal{N}_p(\boldsymbol{\mu}_2, \mathbf{B}_2), \quad (2.51)$$

où

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\mu}_2 &= g(\boldsymbol{\mu}^*) \\ \mathbf{B}_2 &= \mathbf{G}(\boldsymbol{\mu}^*) \mathbf{B}^* \mathbf{G}(\boldsymbol{\mu}^*)^T.\end{aligned}$$

La matrice \mathbf{G} est la matrice jacobienne de la fonction g évaluée au point $\boldsymbol{\mu}^*$. Ce qui signifie alors que la matrice de covariance d'erreur de prévision dépend des observations \mathbf{Y} à travers $\boldsymbol{\mu}^*$. Cela rend difficile la définition d'un certain critère d'optimalité Ψ basé directement sur cette matrice. Une solution est de considérer la quantité $\mathbf{G}(\boldsymbol{\mu}_1) \mathbf{B}_1 \mathbf{G}(\boldsymbol{\mu}_1)^T$ au lieu de \mathbf{B}_2 . Désignons par Ψ un certain critère d'optimalité convenablement choisi. Le problème du ciblage des observations se résume donc à chercher le meilleur réseau mobile \mathcal{R} optimisant la quantité :

$$\Psi(\mathbf{S}_{\mathcal{R}}) = \Psi(\mathbf{G}(\boldsymbol{\mu}_1) \mathbf{B}^* \mathbf{G}(\boldsymbol{\mu}_1)).$$

Si nous prenons le cas de D-optimalité, c'est-à-dire la minimisation du déterminant de la matrice $\mathbf{S}_{\mathcal{R}}$, nous obtenons :

$$|\mathbf{S}_{\mathcal{R}}| = |\mathbf{G}(\boldsymbol{\mu}_1) \mathbf{B}^* \mathbf{G}(\boldsymbol{\mu}_1)^T| = |\mathbf{B}^*| |\mathbf{G}(\boldsymbol{\mu}_1)^T \mathbf{G}(\boldsymbol{\mu}_1)|.$$

Comme la quantité $\mathbf{G}(\boldsymbol{\mu}_1)^T \mathbf{G}(\boldsymbol{\mu}_1)$ est constante, le problème d'optimisation est équivalent à celui de la minimisation du déterminant de la matrice \mathbf{B}^* . Cependant, ce n'est pas le cas par exemple pour la A-optimalité. En effet, on a :

$$\text{tr} \left(\mathbf{G}(\boldsymbol{\mu}_1) \mathbf{B}^* \mathbf{G}(\boldsymbol{\mu}_1)^T \right) = \text{tr} \left(\mathbf{B}^* \mathbf{G}(\boldsymbol{\mu}_1)^T \mathbf{G}(\boldsymbol{\mu}_1) \right). \quad (2.52)$$

Ce qui signifie que le problème d'optimisation par rapport à la meilleure prévision de \mathbf{X}_2 n'est pas équivalent à celui par rapport à la meilleure estimation de \mathbf{X}_1 .

Cette introduction au problème du ciblage des observations, a constitué une base théorique sur laquelle nous nous sommes basés afin de définir une stratégie de ciblage des observations, couplée avec un schéma séquentiel d'assimilation de données, adaptée pour la surveillance des radionucléides dans un contexte accidentel. Cela sera abordé succinctement dans le chapitre 5 de ce manuscrit.

2.3.5 Algorithmes stochastiques d'optimisation : Le recuit simulé

Tout au long des précédentes sous-parties, nous avons présenté divers choix de critères d'optimalité, qui pourraient être utilisés pour la conception optimale d'un réseau de mesure. Ici, nous allons décrire un algorithme stochastique d'optimisation, baptisé le recuit simulé, largement utilisé pour trouver les optimums d'un critère de construction d'un réseau de mesure.

Désignons par $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^2$ une région d'intérêt sur laquelle nous voulons installer un réseau de mesure \mathcal{R} pour observer un certain phénomène physique. Supposons que la région d'étude \mathcal{D} est raisonnablement approchée par un ensemble discret constitué de m sites potentiels, $\mathcal{C} = \{s_1, \dots, s_m\}$. L'objectif est de choisir parmi ces sites un réseau constitué de n stations ($n < m$) optimisant un certain critère d'optimalité Ψ dont on cherche les minimas. En conséquence, le problème d'optimisation est un problème purement combinatoire. Car, il y a exactement \mathbf{C}_m^n combinaisons à tester afin de trouver le réseau optimal :

$$\mathcal{R}^* = \arg \min_{\mathcal{R} \subset \mathcal{U}} (\Psi(\mathcal{R})), \text{ où Card}(\mathcal{R}) = n.$$

Afin d'avoir un ordre de grandeur de la taille de ce problème d'optimisation combinatoire, prenons le cas où la taille du réseau optimal à construire est égale à la moitié des sites potentiels disponibles. Supposons aussi que le coût en terme de temps de calcul pour déterminer la valeur prise par le critère Ψ pour un réseau donné de taille $\frac{m}{2}$ vaut 10^{-40} secondes. Pour un m assez grand nous pouvons établir à partir de la formule de Stirling que $\mathbf{C}_m^{m/2} \sim \sqrt{\frac{2}{\pi m}} 2^m$. Pour $m = 200$, on obtient environ 9.10^{58} configurations possibles. Si on numérote toutes ces configurations et on évalue à chaque fois la valeur de la fonction Ψ à chacune de ces combinaisons candidates, le réseau optimal sera déterminé, mais après un temps de l'ordre de 10^{11} ans qui dépasse de loin l'âge de l'univers ! En conséquence, les

algorithmes d'optimisation basés sur la technique de la recherche exhaustive, qui consiste à énumérer tous les candidats possibles, jusqu'à trouver le candidat qui satisfait au problème, ne sont pas applicables dans tel contexte. Pour palier cela, dans la littérature, plusieurs algorithmes stochastiques ont été suggérés permettant d'explorer raisonnablement et efficacement cet immense espace de configurations, qu'on appelle l'**espace de recherche** ou parfois l'**espace des états**.

Parmi les algorithmes stochastiques d'optimisation les plus importants, et largement utilisés dans la littérature, on trouve l'algorithme appelé le **recuit simulé**, dit en anglais, "**simulated annealing**". À la suite des travaux pionniers de Metropolis et al. (1953) et Kirkpatrick et al. (1983), le recuit simulé a été introduit comme étant un algorithme stochastique de recherche locale pour faire face à des problèmes complexes d'optimisation combinatoire. Il faut noter que, le recuit simulé est un algorithme stochastique itératif car, d'une part, il incorpore une technique de recherche probabiliste pour explorer l'espace de recherche, et d'autre part il progresse itérativement vers un optimum global. L'aspect stochastique de cet algorithme permet efficacement de réduire le risque d'être piégé dans des optimums locaux.

L'inspiration du recuit simulé vient de la physique statistique. En effet, dans le processus de cet algorithme, chaque solution candidate s de l'espace de recherche, est considérée comme étant un état d'un certain système physique en évolution. La fonction objectif $J(s)$ qu'on souhaite minimiser est assimilée à l'énergie interne de ce système à cet état. Cet algorithme itératif cherche à faire évoluer le système d'un état arbitraire associé à une énergie interne élevée vers un état d'un minimum d'énergie. En physique statistique, la probabilité de transition d'un système physique dans un certain état initial s vers un nouveau état possible s' à une certaine température T est définie par :

$$P(\delta J) = \min \left(1, \exp \left(-\frac{\delta J}{k_B T} \right) \right), \quad \delta J = J(s') - J(s), \quad (2.53)$$

où k_B est la constante de Boltzmann qui n'a aucune signification dans l'algorithme du recuit simulé. La probabilité de transition montre que le système évoluera non seulement vers un nouveau état quand il y a une différence négative δJ dans l'énergie interne, mais, il peut également se trouver dans une configuration ayant une énergie interne plus grande ($\delta J > 0$). En fait, c'est cette caractéristique qui confère au recuit simulé une certaine flexibilité pour éviter d'être piégé dans des minima locaux. Également, il faut noter que la probabilité d'accepter un nouveau état du système diminue progressivement au fur à mesure que la température continue à diminuer de façon monotone.

Un schéma général de l'algorithme de recuit simulé adapté au contexte de l'optimisation d'un réseau de mesures de taille n , en minimisant un certain critère Ψ , opère de la manière suivante : l'algorithme commence par une configuration initiale aléatoire de n stations de mesures choisies parmi les m sites potentiels.

$$\mathcal{R}^{(0)} = \{s_1^{(0)}, s_2^{(0)}, \dots, s_n^{(0)}\}.$$

Les $m - n$ sites potentiels restant constituent l'ensemble des sites candidats :

$$\mathcal{C}^{(0)} = \{c_1^{(0)}, c_2^{(0)}, \dots, c_{m-n}^{(0)}\}.$$

On calcule la valeur de la fonction $\Psi(\mathcal{R}^{(0)})$. Puis on commence à perturber légèrement le réseau initial $\mathcal{R}^{(0)}$ pour construire un nouveau réseau $\mathcal{R}^{(1)}$ en échangeant une station de $\mathcal{R}^{(0)}$, choisie aléatoirement, par une autre de $\mathcal{C}^{(0)}$ sélectionnée de la même manière. Ensuite, la valeur de $\Psi(\mathcal{R}^{(1)})$ est évaluée et comparée à la précédente. Durant le processus du recuit simulé, une perturbation aléatoire assignée à une transition intermédiaire prograde : $\mathcal{R}^{(i)} \rightarrow \mathcal{R}^{(i+1)}$ possède une probabilité $\mathbf{P}(\mathcal{R}^{(i)} \rightarrow \mathcal{R}^{(i+1)})$ d'être acceptée. Cette probabilité de transition est donnée par l'algorithme de Metropolis comme suivant :

$$\mathbf{P}(D^{(i)} \rightarrow D^{(i+1)}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \Psi(\mathcal{R}^{(i+1)}) \leq \Psi(\mathcal{R}^{(i)}) \\ \exp\left(\frac{\Psi(\mathcal{R}^{(i)}) - \Psi(\mathcal{R}^{(i+1)})}{T_0}\right) & \text{sinon,} \end{cases} \quad (2.54)$$

où le paramètre T_0 est interprété comme étant une température fictive. Le paramètre de température reste constant durant un certain nombre fixe de transitions (une chaîne de Markov), puis il est graduellement diminué au cours du processus itératif. Dans la littérature, plusieurs modèles qu'on appelle **schémas de refroidissement** ont été proposés pour mettre à jour la température initiale T_0 . Le plus simple et d'ailleurs le plus couramment utilisé est celui qu'on appelle un schéma de refroidissement exponentiel :

$$\mathbf{T}_{i+1} = \alpha \mathbf{T}_i, \quad \mathbf{T}_0, \quad (2.55)$$

où α est un facteur de décroissance tel que $0 < \alpha < 1$. Si un réseau particulier $\mathbf{D}^{(i+1)}$ produit une amélioration par la réduction de la valeur de Ψ ($\delta\Psi < 0$), le réseau est accepté et il sert comme un point de départ pour la prochaine transition. Notons également que la chance d'accepter une nouvelle configuration décroît graduellement avec la température suivant le schéma de refroidissement exponentiel. En plus de la spécification du paramètre α , l'utilisateur doit spécifier trois autres éléments :

- La température initiale T_0 ;
- La température finale T_f ou un critère d'arrêt ;
- La longueur des chaînes de Markov L .

Il est évident que le choix de T_0 est un problème dépendant de l'ordre de grandeur Ψ . Kirkpatrick et al. (1983) ont suggéré qu'une température initiale convenable est celle qui aboutit à une probabilité moyenne χ_0 de 0.8 environ, pour qu'une solution qui augmente Ψ soit acceptée. Par conséquent, cette température peut être estimée en effectuant une première recherche dans laquelle tous les accroissements dans Ψ ($\delta\Psi > 0$) sont acceptés et en calculant la moyenne $\overline{\delta\Psi^+}$ de tous les accroissements observés. T_0 est alors donnée par :

$$T_0 = -\frac{\overline{\delta\Psi^+}}{\ln(\chi_0)}. \quad (2.56)$$

La température finale n'est pas directement spécifiée, mais elle l'est indirectement par le biais de la spécification du nombre de chaînes de Markov ou le nombre total des combinaisons à évaluer. Alternativement, un critère d'arrêt peut être spécifié pour arrêter le recuit simulé une fois qu'aucune amélioration dans la fonction coût Ψ n'est observée durant plusieurs combinaisons. Souvent, la longueur des chaînes de Markov, c'est-à-dire le nombre de transitions générées à une température constante, est choisie fixe. Néanmoins, elle peut être spécifiée de telle sorte qu'elle croisse au cours du processus itératif de l'algorithme. Il est crucial de noter que, en plus de ces spécifications, le recuit simulé est aussi sensible à la configuration initiale choisie aléatoirement.

Exemple : processus gaussien stationnaire

Soit $\mathcal{S} = \{s_1, \dots, s_m\}$ un ensemble de sites potentiels réparti sur une grille uniforme de 10×10 noeuds sur le carré $[-1, 1]^2 \in \mathbb{R}^2$ (voir Fig. 2.3). Désignons par $Z = (Z(s_1), \dots, Z(s_m))^T$ un certain processus aléatoire observé sur \mathcal{S} . Nous voulons engendrer Z de telle sorte que :

$$Z \sim \mathcal{N}_m(0, \Sigma), \quad (2.57)$$

où Σ est une matrice de covariance qui ne dépend que de la distance séparant deux sites potentiels et dont les éléments sont donnés par :

$$[\Sigma]_{i,j} = \exp(-\theta \|s_i - s_j\|), \quad (2.58)$$

où $\theta = 0.25$ est l'échelle de corrélation spatiale. La matrice Σ est une matrice réelle définie positive donc selon la factorisation de Cholesky, il existe une unique matrice réelle triangulaire inférieure \mathbf{L} telle que :

$$\Sigma = \mathbf{L}\mathbf{L}^T.$$

Considérons maintenant un processus aléatoire Z défini par :

$$Z = \mathbf{L}\mathbf{e},$$

où \mathbf{e} est un vecteur aléatoire gaussien, $\mathbf{e} \sim \mathcal{N}_m(0, \mathbf{I}_m)$. On constate rapidement que :

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}\{Z\} &= \mathbf{L}\mathbf{E}\{\mathbf{e}\} = 0 \\
\text{Cov}\{Z\} &= \mathbf{E}\{ZZ^T\} \\
&= \mathbf{L}\mathbf{E}\{ee^T\}\mathbf{L}^T \\
&= \mathbf{\Sigma}.
\end{aligned}$$

Par conséquent le champ Z généré est un processus spatial gaussien et stationnaire. Sa moyenne est nulle et sa matrice de covariance ne dépend que des distances entre les sites potentiels. La figure 2.3 illustre un exemple d'un tel champ.

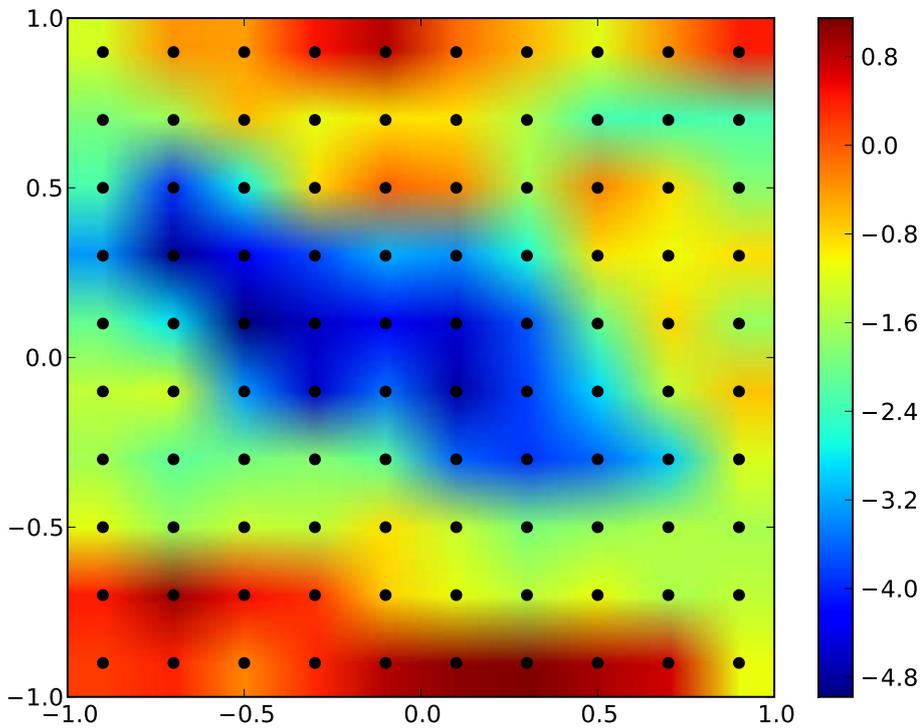


FIGURE 2.3 – Champ gaussien stationnaire généré par la méthode de la factorisation de Cholesky. Les disques noirs montrent les positions des sites potentiels.

Soit $\mathcal{R} = \{s_1^*, \dots, s_n^*\}$ un design contenant $n = 50$ sites choisis parmi les $m = 100$ sites potentiels. Notons par $Z_{\mathcal{R}} \sim \mathcal{N}_n(0, \mathbf{\Sigma}_{\mathcal{R}})$ le champ gaussien défini sur ce design. L'objectif désormais est d'utiliser l'algorithme de recuit simulé pour construire un réseau optimal \mathcal{R} afin de mieux prédire ou estimer le champ Z sur toute la région d'intérêt. Pour ce, nous avons considéré les trois critères suivants :

1. Ψ_0 : minimiser la variance d'erreur moyenne de prédiction. Dans le cas du krigeage simple, la variance d'erreur moyenne de prédiction est donnée par :

$$\frac{1}{m} \sum_{s \in \mathcal{S}} \left(1 - \sum_{s^* \in \mathcal{R}} \mathbf{\Gamma}^T \mathbf{\Sigma}_{\mathcal{R}} \mathbf{\Gamma} \right), \quad (2.59)$$

où $\mathbf{\Gamma}$ est le vecteur de covariance entre un site potentiel $s \in \mathcal{S}$ et le réseau \mathcal{R} : $\mathbf{\Gamma} = (\text{Cov}(s, s_1^*), \dots, \text{Cov}(s, s_n^*))^T$, avec $\text{Cov}(s, s_i^*) = \exp(-\theta \|s - s_i^*\|)$.

2. Ψ_1 : maximiser l'entropie associée au champ aléatoire $Z_{\mathcal{R}}$. C'est-à-dire maximiser la quantité $\frac{1}{2} \log |\mathbf{\Sigma}_{\mathcal{R}}|$.
3. Ψ_2 : minimiser un critère géométrique. Ici, nous avons choisi d'optimiser le critère géométrique $C_{p,q}$ avec $p=5$, $q=5$.

Pour chacun des ces trois critères, nous avons utilisé un schéma de refroidissement exponentiel pour la mise à jour de la température au cours des itérations de l'algorithme. Les paramètres du recuit simulé sont donnés dans le tableau ci-dessous :

paramètres du recuit simulé	Ψ_0	Ψ_1	Ψ_2
température initiale T_0	10^{-1}	10^2	10^{-1}
température finale T_f	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
facteur de décroissance α	0.998	0.998	0.9987
longueur des chaînes de Markov L	100	100	100

La figure 2.5 montre les fluctuations des trois fonctions de coût Ψ_0 , Ψ_1 et Ψ_2 au cours des itérations. On constate, pour chacun de ces critères, que les fluctuations sont plus importantes au début du recuit simulé où la température du système est plus élevée. Au fur et à mesure que la température diminue graduellement, l'amplitude de ces fluctuations continue à diminuer également, jusqu'à que le système converge vers un optimum global ou au moins une solution proche de l'optimalité. Sur une machine d'un processeur Quad-Core Xeon E5345/2.33 GHz avec 16G de RAM l'optimisation par recuit simulé prend environ 5 minutes pour chacun de ces trois critères. La figure 2.4 montre la configuration initiale aléatoire utilisée et les réseaux optimaux obtenus pour chacun des trois critères. On remarque tout d'abord que les trois réseaux optimaux engendrés sont parfaitement répartis uniformément sur la région d'intérêt. En conséquence, sur un plan qualitatif, ils montrent des configurations similaires, donc on peut dire qu'ils ont des performances qualitativement similaires pour l'estimation du champ Z . Plus particulièrement, on constate que le réseau optimal obtenu par la minimisation du critère géométrique est exactement le même réseau optimal obtenu par la minimisation de la variance d'erreur moyenne de prédiction. Il faut noter également que les stations constituant le réseau optimal se répartissent uniformément sur une grille uniforme triangulaire. Le réseau optimal engendré par le critère de l'entropie, lui aussi, se répartit sur une grille uniforme triangulaire, qui est différente de celle obtenue pour les deux précédents critères. La figure 2.6 montre la structure du champ de la variance d'erreur de prédiction (ou variance de krigeage) $\sigma_k^2(s \in \mathcal{S})$ associé au réseau aléatoire initial et aux réseaux optimaux obtenus par le critère de la variance de krigeage ou de l'entropie. Le champ de la variance de krigeage généré par le réseau choisi aléatoirement

révèle une estimation de mauvaise qualité du champ physique Z sur le domaine d'étude. En effet, on constate, que d'importantes régions sont caractérisées par des variances très élevées. En revanche, la structure du champ de la variance de krigeage engendré par l'un des deux réseaux optimaux montre une structure alternée et parfaitement organisée. En effet, le champ engendré est formé par une alternance entre des nœuds de fortes et faibles valeurs de variance. Il est important de souligner que, les stations dans chacun des réseaux optimaux, sont exactement au centre des nœuds attachés à des faibles valeurs de variance. Cela signifie que la qualité de la prédiction du champ Z sera bonne proche des régions instrumentées, et moins bonne près des régions non instrumentées.

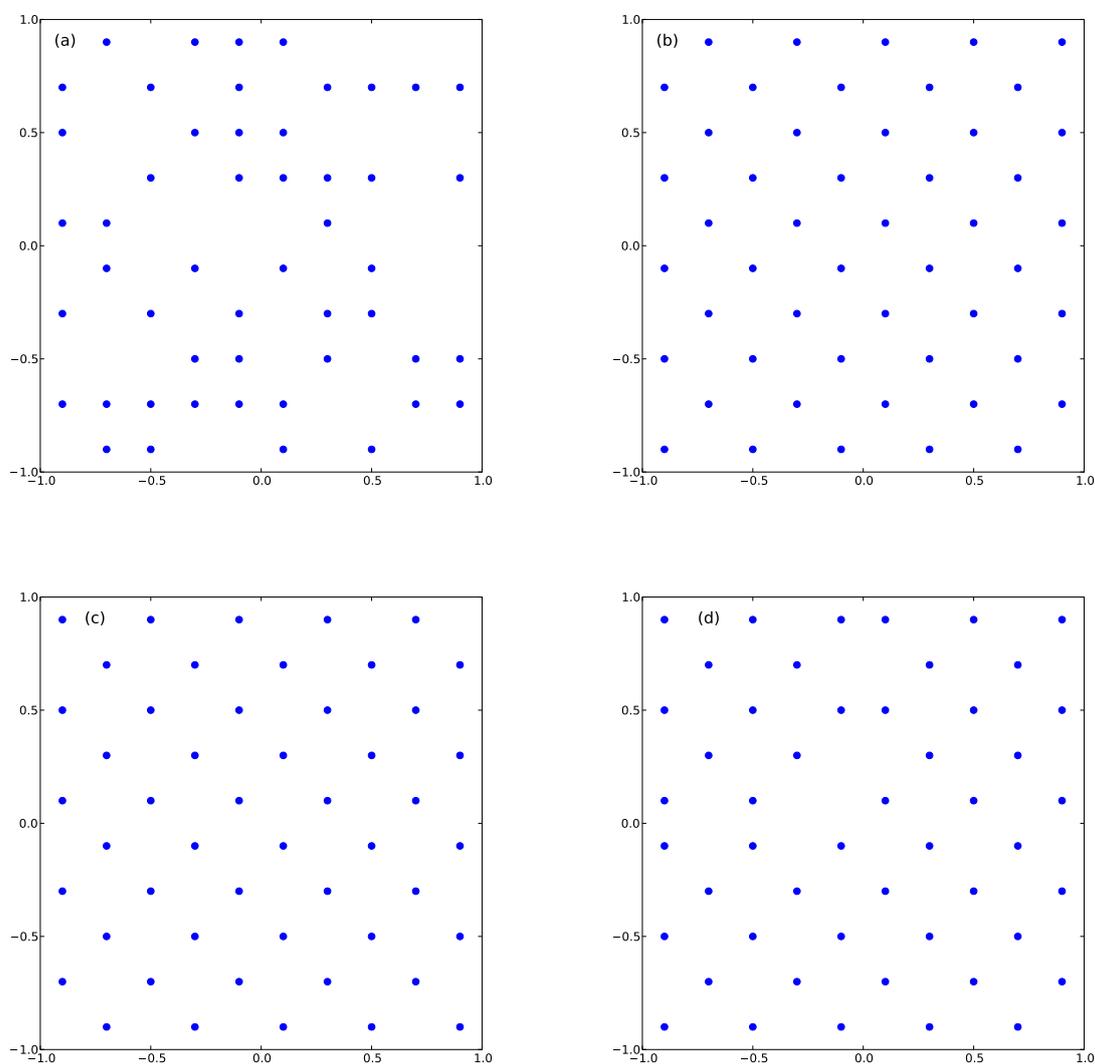


FIGURE 2.4 – Réseaux optimaux obtenus pour les différents critères : (a) désigne le réseau initial choisi aléatoirement. (b), (c) et (d) montrent les réseaux optimaux obtenus respectivement par la variance d'erreur moyenne, l'entropie et le critère géométrique.

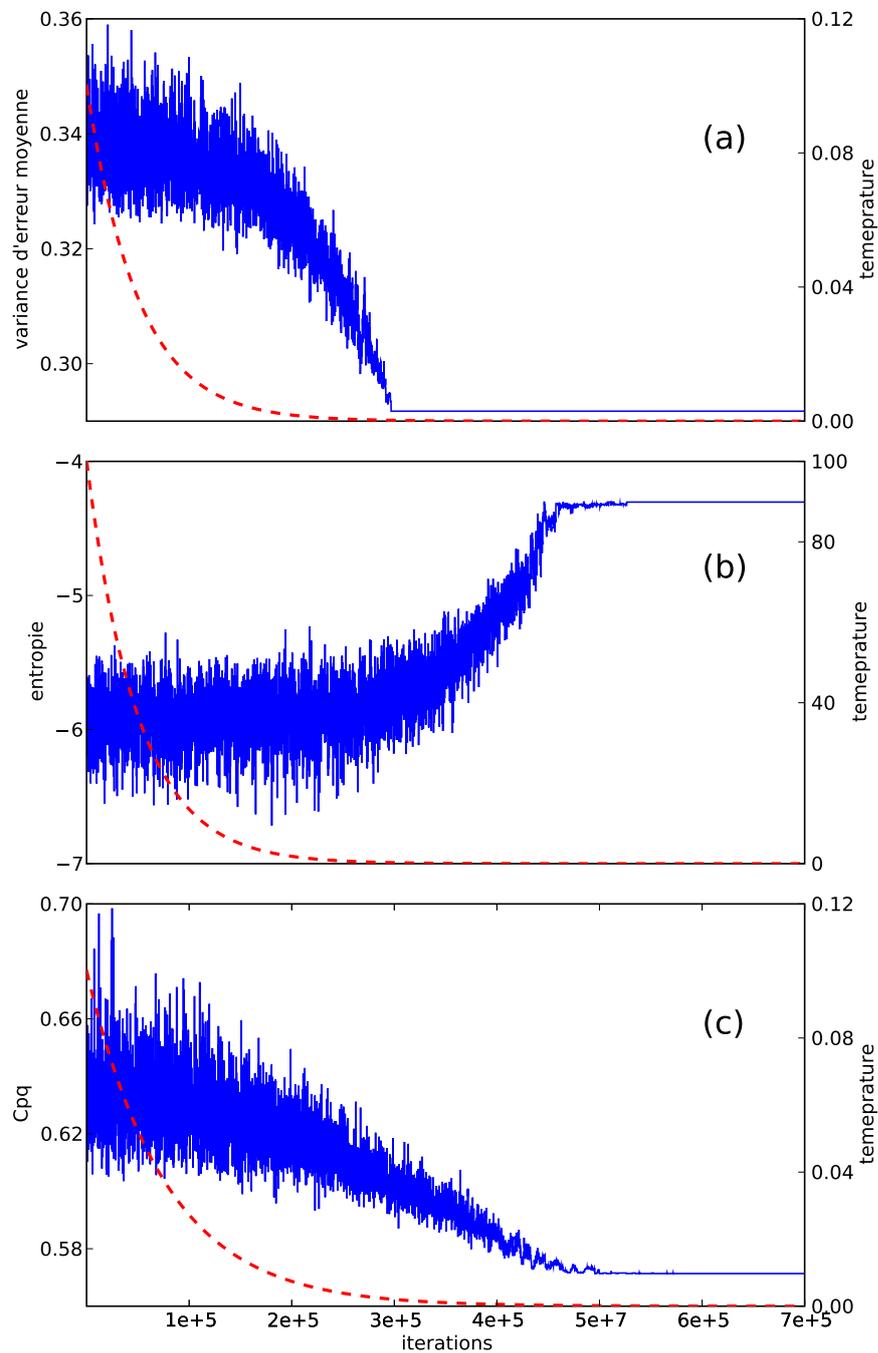
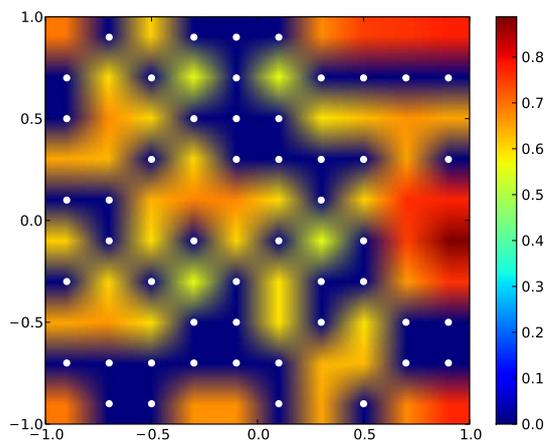
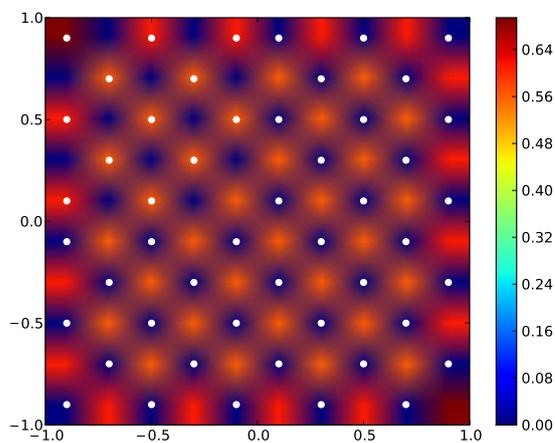


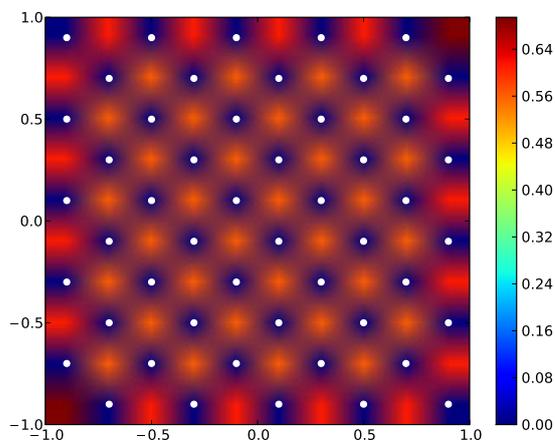
FIGURE 2.5 – fluctuations des fonctions de coût considérées : (a) désigne le cas de la variance d'erreur de prédiction moyenne, (b) le cas de l'entropie, et (c) montre le cas du critère géométrique. Pour chacune des fonctions coût, la courbe rouge discontinue représente la décroissance de la température au cours des itérations du recuit simulé.



(a)



(b)



(c)

FIGURE 2.6 – Champ de variance d’erreur moyenne associé à un réseau : (a) illustre le champ de variance d’erreur moyenne engendré par la configuration initiale du réseau. (b), (c) désignent respectivement le champ associé aux réseaux optimaux obtenus par le critère de la variance d’erreur moyenne et celui de l’entropie.

À partir de ce simple cas d’étude, nous constatons que généralement les critères dérivés d’un modèle de corrélation spatiale ayant pour but de prédire un certain champ physique, engendrent des réseaux optimaux qui tentent de couvrir uniformément la région d’intérêt. Cela assure par conséquent une bonne qualité d’interpolation et d’extrapolation du champ observé sur tout le domaine d’étude. Néanmoins, ce résultat n’est pas vérifié dans le contexte de rejets accidentels, comme nous allons découvrir dans le chapitre 4. Quant aux critères géométriques, qui ne dépendent que des interdistances entre les sites potentiels, ils engendrent eux aussi des réseaux optimaux dont les stations sont uniformément réparties sur toute la région d’étude. Ces critères pourront donc être utilisés comme une alternative adéquate aux autres nécessitant une connaissance statistique a priori du champ physique étudié. Ceci pourrait être intéressant dans les situations où la spécification d’un modèle de corrélation spatiale s’avère très délicate.

2.4 Conclusion

À travers ce chapitre, nous avons passé en revue différentes approches, qui sont utilisées dans la littérature de l'optimisation des réseaux de mesure de surveillance de l'environnement. Ainsi, nous avons présenté les critères d'optimalité classiquement obtenus dans le cadre de la **théorie de l'optimal design** et de la **théorie de l'information**. Ensuite, ceux basés sur la **variance de krigeage**, les méthodes dites de **remplissage spatial**, et le critère d'optimalité basé sur le problème de la **régression linéaire sous contraintes**. Une introduction au problème de **ciblage optimal des observations** pour la surveillance en temps réel d'un certain phénomène physique, a été donnée. Finalement, nous avons vu que le problème de construction optimale d'un réseau de mesure est un **problème combinatoire NP-difficile**. Pour cela, une description détaillée de l'algorithme de **recuit simulé** a été présentée. Il a été extrêmement dans mon travail de thèse.

Chapitre 3

Exemple d'application à la qualité de l'air

Il était inévitable, surtout au début de mon travail de thèse, que je me familiarise aux différentes approches couramment utilisées dans la littérature de l'optimisation de réseaux de mesure de surveillance de la pollution atmosphérique. Pour cette raison, je me suis intéressé au problème de l'optimisation de réseaux de mesure de la qualité de l'air à deux échelles différentes : sur la ville de Lille, et sur la France métropolitaine. Une étude, relativement complète, a été donc réalisée. Cette étude sera donc abordée en détails dans ce chapitre, qui peut être considéré comme une application du précédent.

3.1 Introduction

L'ozone est un polluant majeur. S'il est en excès, il peut présenter des effets indésirables sur la santé et la nature. La mesure continue de l'ozone in situ est relativement coûteuse. Par conséquent, le nombre et l'emplacement des stations de mesure doivent être judicieusement choisis.

Sous d'éventuelles contraintes budgétaires ou techniques, les agences qui opèrent les réseaux de surveillance de la qualité de l'air pourraient envisager de réduire la taille de leurs réseaux ou de redéployer les stations redondantes dans d'autres endroits. Néanmoins, cette réexamination devrait être réalisée d'une façon rigoureuse et objective pour ne pas diminuer sensiblement les performances du réseau (mesurer correctement le champ de l'ozone et de d'autres polluants par exemple). Nous allons nous intéresser uniquement au champ d'ozone.

Cette étude est constituée de deux parties : dans la première partie, nous examinons l'optimisation du réseau de surveillance de la qualité de l'air de la ville de Lille. Plus précisément, nous allons voir comment une réduction optimale de la taille du réseau affecte

la capacité de celui-ci à estimer la valeur moyenne d’ozone sur la ville de Lille. Dans la deuxième partie, nous abordons le problème de l’optimisation du réseau d’observation de la BDQA (Base de données sur la qualité de l’air) dont le rôle est la surveillance de la qualité de l’air sur la France métropolitaine.

3.2 Optimisation du réseau lillois

Dans cette partie, nous abordons la réduction optimale du réseau de surveillance de la qualité de l’air sur la métropole lilloise. Pour cela, nous avons essentiellement utilisé la technique du LASSO, décrite dans la section 2.3.3 du chapitre précédent, pour réduire la taille du réseau lillois. Pour le détail des notations utilisées par la suite, il faut se référer à la section 2.3.3.

Nychka and Saltzman (1998) furent les premiers à utiliser le LASSO pour optimiser un réseau de mesure dédié à la surveillance de la qualité de l’air. Le LASSO a été appliqué pour réduire la taille du réseau de surveillance de l’ozone de la ville de Chicago.

À l’instar d’eux, nous avons appliqué cette technique sur le réseau de la ville de Lille. En effet, le réseau lillois, pour la surveillance de la qualité de l’air, compte aujourd’hui 19 stations mesurant en continu l’ozone et d’autres polluants. Le rôle primordial de ce réseau est de mesurer l’exposition de la population lilloise à la pollution de l’air. Rappelons-le, la réduction optimale en utilisant le LASSO consiste à résoudre le problème suivant :

$$\min_{\boldsymbol{\beta}} (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) : \text{sous la contrainte } \sum_{i=1}^n |\beta_i| \leq t, \quad (3.1)$$

où \mathbf{Y} désigne la quantité moyenne d’ozone mesurée sur le réseau pour chaque jour. \mathbf{X} est une matrice $p \times n$ dont les colonnes sont les séries temporelles de chacune des stations du réseau. p représente le nombre total des observations journalières et n désigne le nombre total de stations de mesure. t est une contrainte imposée sur les coefficients de régressions β_i .

L’exposition à la pollution est directement liée à la moyenne spatiale \mathbf{Y} évaluée sur le réseau de mesure. Ici, nous nous sommes intéressés aux mesures de l’ozone sur la période juin-août de l’été de l’année 2001. On dispose donc de 92 observations journalières par station. Donc, la matrice \mathbf{X} et le vecteur \mathbf{Y} ont été formés. Ensuite, nous avons résolu le problème du LASSO en considérant différentes contraintes : $s = 0.2, 0.4, 0.6, 0.7, 0.85, 0.95$. La Figure 3.2 montre les sous-réseaux optimaux obtenus pour chacune des six contraintes appliquées. Nous remarquons que pour la contrainte $s = 0.2$, le sous-réseau optimal est constitué seulement de 3 stations. Cependant, au fur et à mesure que la valeur de la contrainte augmente, le sous-réseau optimal contiendra de plus en plus de stations. Pour $s = 0.95$, le sous-réseau optimal est constitué de 13 stations choisies parmi les 19 stations. Pour une contrainte s donnée, le meilleur estimateur linéaire de \mathbf{Y} est $\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}$. Figure 3.1

montre les séries temporelles \mathbf{Y} et $\hat{\mathbf{Y}}$ pour la contrainte $s = 0.7$. Le sous-réseau optimal obtenu est constitué de 8 stations. Le coefficient de corrélation entre les deux courbes est pratiquement égal à 1. En plus de cela, l'erreur quadratique moyenne vaut seulement environ $6 \mu\text{g m}^{-3}$. Ce qui veut dire qu'une réduction de la taille du réseau lillois de 42% environ n'aura que peu d'influence sur la capacité du réseau total à surveiller l'exposition à la pollution de l'air.

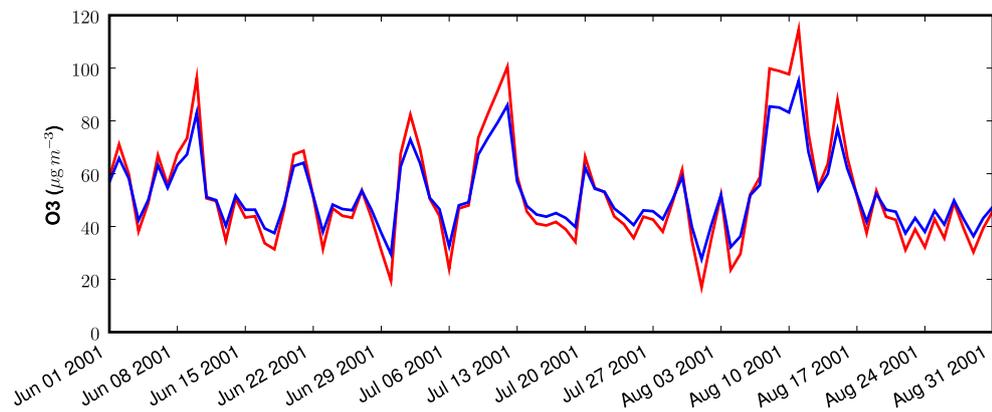


FIGURE 3.1 – Comparaison entre la moyenne journalière sur le réseau total avec celle obtenue par le LASSO. Le cas montré ici correspond à $s = 0.7$. La courbe rouge désigne \mathbf{Y} . La courbe en bleu représente le meilleur estimateur linéaire $\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}$.

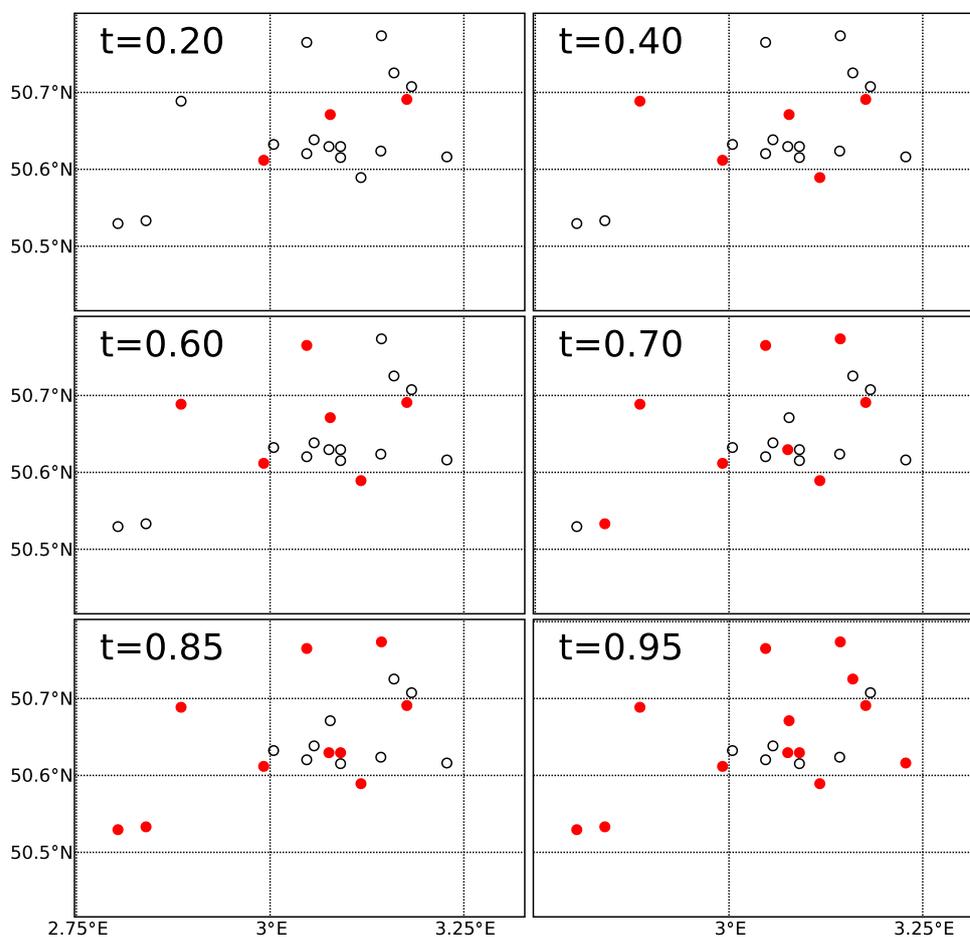


FIGURE 3.2 – Réduction du réseau lillois en utilisant la régression par LASSO. Le LASSO à été résolu avec six contraintes : $s = 0.2, 0.4, 0.6, 0.7, 0.85, 0.95$. Les disques en rouge désignent le sous-réseau optimal. Les cercles indiquent les stations de mesure à supprimer.

3.3 Optimisation du réseau de la BDQA

Dans cette partie, nous abordons le problème de l'optimisation du réseau de la BDQA. Différentes approches d'optimisation seront explorées et comparées entre elles.

3.3.1 Le réseau de la BDQA

Le réseau de la BDQA est géré par l'ADEME (Agence de l'Environnement et de la Maîtrise de l'Énergie) et par 40 agences agréées pour la surveillance de la qualité de l'air^{†1}. Depuis sa mise en place et au cours de son développement, ce réseau a contribué considérablement au renforcement de la surveillance de la qualité de l'air en France. Aujourd'hui, toutes les régions de fortes populations (plus de 100.000 habitants) sont surveillées de manière régulière. Les différents polluants mesurés par le réseau de la BDQA permettent de déterminer l'évolution de la qualité de l'air, notamment pour les agglomérations urbaines de grande tailles (Île-de-France, Côte d'Azur, Lille et Lyon).

Le réseau de la BDQA compte au total 659 stations de mesure qui sont réparties comme l'indique le tableau ci-dessous. Nous constatons que les stations urbaines et périurbaines représentent 58% environ des stations du réseau. Au contraire, les stations régionales et rurales ne représentent que environ 7% seulement. Les stations industrielles, qui sont placées près des installations industrielles où l'émission de différents polluants est plus importante, représentent à peu près 20% de la taille du réseau. Dans la problématique de la réduction optimale de la taille du réseau, il est capital de garder ces stations du fait qu'elles assurent la surveillance des fortes émissions de polluants.

Catégories des stations de la BDQA	
Type de stations	Nombre de stations
indéfinie	24
industrielle	129
périurbaine	120
rurale-régionale	45
trafic	71
urbaine	262
observation spécifique	8

TABLE 3.1 – Répartition des stations de la BDQA par type.

La figure 3.3 montre la répartition géographique des stations du réseau de la BDQA. On constate évidemment que les grandes agglomérations urbaines sont dotées d'une très

^{†1}. Agences agréées pour la surveillance de la qualité de l'air en France : AERFOM, AIRFOBEP, AIR-MARAIX, AIRPARIF, ALPA, AREMASSE, ATMO AUVERGNE, AIR LANGUEDOC ROUSSILLON, ATMO POITOU CHARENTES, OPALAIR, AREMA LILLE METROPOLE, ORAMIP, ARPAM, ATMO CHAMPAGNE ARDENNE, ASCOPARG, ASPA, ASQAB, ATMO PICARDIE, AIR BREIZH, COPARLY, AIRCOM, ESPOL, AIR PAYS DE LA LOIRE, QUALITAIR, REMAPPA, ATMOSFAIR BOURGOGNE CENTRE NORD, SUPAIRE, AREMARTOIS, AMPASEL, AIRLOR, AIRAQ, ATMOSFAIR BOURGOGNE SUD, L'AIR de l'Ain et des pays de SAVOIE, LIGAIR, LIMAIR, ASQUADRA, GWADAIR, ORA, MADININAIR, ORA de GUYANE

bonne couverture du réseau. Cependant, de larges régions demeurent moins surveillées par ce réseau. L'analyse fractale révèle que ce réseau est caractérisé par une dimension de 1.18 environ. Ce qui montre que la répartition spatiale des stations du réseau de la BDQA est irrégulière.

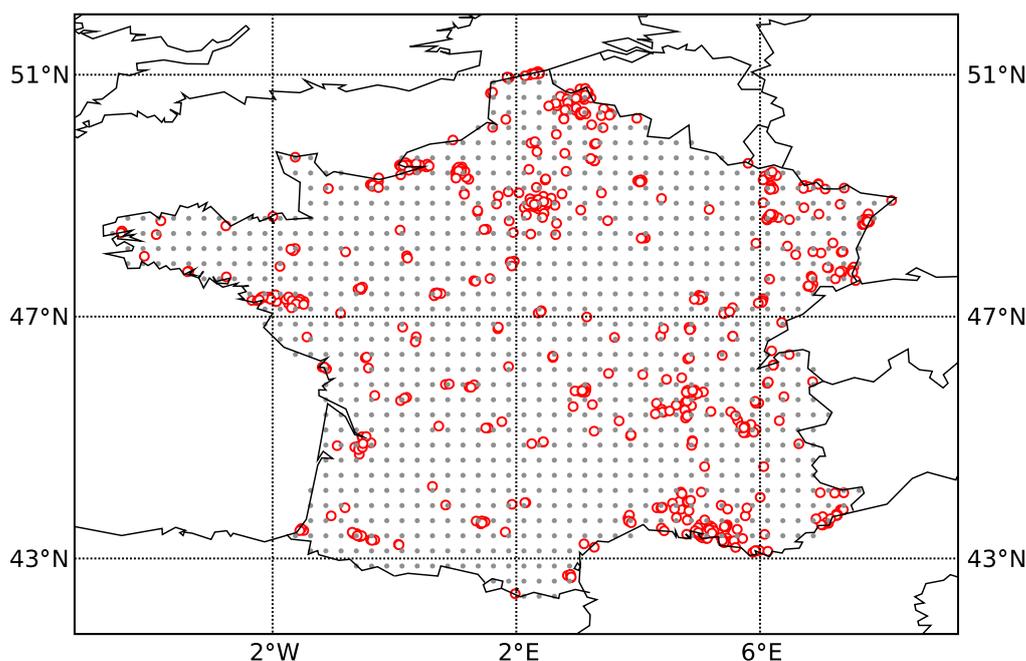


FIGURE 3.3 – Réseau de la BDQA. Les cercles en rouge représentent les positions des stations de la BDQA. Les points gris désignent 1045 sites potentiels répartis avec une résolution spatiale uniforme de 0.25×0.25 degré lat/lon.

3.3.2 Données d'ozone

Les stations de la BDQA donnent des mesures horaires de l'ozone. Souvent les mesures horaires à l'intérieur d'une journée donnée sont converties en une mesure journalière. Dans la littérature, le maximum journalier de la moyenne sur 8 heures est largement utilisé. Dans cette étude, nous avons considéré la moyenne sur 8 heures de 9 à 17h pour chaque jour. Cette moyenne journalière a été utilisée par Nychka and Saltzman (1998). Puisque les pics de l'ozone sont enregistrés dans le début de l'après-midi, le maximum journalier de la moyenne sur 8h se trouvera systématiquement dans la fenêtre temporelle 9 – 17 heures. La moyenne temporelle sur une fenêtre de 8h a l'avantage de permettre d'ajuster le transport

local de l’ozone. D’un point de vue statistique, un champ stochastique moyenné sur une fenêtre temporelle, relativement large comparée à l’échelle du temps caractéristique du champ, exhibe une densité de probabilité souvent proche de la normalité. En modélisation géostatistique, il est souvent très utile que le champ aléatoire soit distribué normalement.

Dans cette étude, nous nous sommes basés sur les données horaires de l’année 2004 sur la période du 1 juin au 31 août. Cette période est dominée par des jours longs avec une abondante radiation solaire. De plus, des systèmes météorologiques anticycloniques stationnaires sont plus fréquents durant cette période de l’année. Souvent, les enregistrements de l’ozone sur une station donnée contiennent des observations manquantes. Pour une étude plus rigoureuse de l’optimisation d’un réseau de surveillance basé sur des observations réelles, il faut donc tout d’abord chercher à remplir les valeurs manquantes. Ici, on’a considéré aucune technique pour remplir les valeurs manquantes, mais nous avons procédé de la manière suivante : pour une station donnée, et pour de chaque jour, si on repère une valeur manquante, encadrée immédiatement par deux valeurs existantes, alors on remplit la valeur manquante par la moyenne des deux valeurs. Sinon, si plusieurs valeurs manquantes sont repérées à l’intérieur d’un même jour, ce jour sera codé comme une valeur journalière manquante. D’après Nychka and Saltzman (1998), il n’est pas nécessaire de remplir les mesures journalières manquantes afin de dériver une information sur la structure spatiale de la covariance du champ. En effet, si le champ de l’ozone est supposé stationnaire dans le temps, nous pourrions estimer la covariance entre deux stations en exploitant toutes les données mutuellement disponibles sur ces deux stations. Procéder ainsi pour calculer les covariances entre les différentes stations, permet d’utiliser le maximum de données disponibles. Sur la période de 01 juin à 31 août, il y a 325 stations contenant chacune au moins 80 jours d’observations : 185 stations urbaines, 100 stations périurbaines et 40 stations rurale-régionales. Donc, pour l’estimation de la covariance du champ journalier de l’ozone moyenné sur la fenêtre 9 – 17 heures, on dispose au total d’au moins $325 \times 80 = 26000$ observations journalières.

3.3.3 Étude géostatistique

Champ d’ozone

Le champ $Z(x, t)$ d’ozone journalier moyenné sur la fenêtre 9 – 17 heures peut être présenté par le modèle spatio-temporel suivant :

$$Z(x, t) = \boldsymbol{\mu}(x, t) + \boldsymbol{\varepsilon}(x, t), \quad (3.2)$$

où $x \in \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^2$, \mathcal{D} désigne nôtre région d’intérêt présentée par une grille régulière d’une résolution spatiale de 0.25×0.25 degré. Elle contient 1045 sites potentiels couvrant la France métropolitaine (voir Fig. 3.3). Le paramètre t désigne le temps. La fonction $\boldsymbol{\mu}$ représente la surface moyenne de l’ozone. $\boldsymbol{\varepsilon}$ désigne un résidu supposé normalement distribué avec une moyenne nulle et une variance $\sigma^2(x, t)$. Si on suppose que Z est homogène dans le temps,

c'est-à-dire, que ses moments de premier et de second ordre sont invariants par translation temporelle, nous pouvons alors l'écrire sans l'indice du temps t :

$$Z(x) = \boldsymbol{\mu}(x) + \boldsymbol{\varepsilon}(x). \quad (3.3)$$

De plus, nous supposons que le champ d'ozone Z est stationnaire du second ordre :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[Z(x)] &= \mathbb{E}[Z(x')] &: \forall x, x' \in \mathcal{D} \\ \text{Var}[Z(x)] &= \sigma^2 &: \forall x, x' \in \mathcal{D} \\ \text{Cov}(Z(x), Z(x')) &= \sigma^2 \mathbf{k}(x, x') &: \forall x, x' \in \mathcal{D}, \end{aligned}$$

où le noyau \mathbf{k} ne dépend que de la distance géographique séparant les deux positions x et x' . Dans ce cas, on dit que le champ Z possède un modèle de covariance stationnaire et isotrope. La distance séparant les deux points x et x' de \mathcal{D} est donnée par la formule du grand cercle. Si $(\phi_x, \lambda_x), (\phi_{x'}, \lambda_{x'})$ désignent les coordonnées géographiques en latitude/longitude des deux points, alors la distance du grand cercle est donnée par :

$$\|x - x'\| = 2R \arcsin \left(\sqrt{\sin^2 \left(\frac{\Delta\phi}{2} \right) + \cos(\phi_x) \cos(\phi_{x'}) \sin^2 \left(\frac{\Delta\lambda}{2} \right)} \right),$$

avec $\Delta\phi = \phi_x - \phi_{x'}$, $\Delta\lambda = \lambda_x - \lambda_{x'}$. R désigne le rayon de la terre.

Description de la corrélation spatiale

Dans cette partie, nous allons estimer la structure de corrélation spatiale du champ d'ozone Z à partir des 325 stations de mesure. On note par $\sigma_{ij} = \text{Cov}(Z(s_i), Z(s_j))$ la covariance entre deux stations s_i et s_j , et par $\gamma_{ij} = \frac{1}{2} \mathbb{E} \left[(Z(s_i) - Z(s_j))^2 \right]$ la semivariance ou la dispersion entre elles. Sous l'hypothèse que Z est supposé stationnaire du second ordre, on a la relation suivante :

$$\gamma_{ij} = \sigma^2 - \sigma_{ij}. \quad (3.4)$$

La corrélation ρ_{ij} entre $Z(s_i)$ et $Z(s_j)$ est définie par :

$$\rho_{ij} = \sigma_{ij} / (\sigma_i \sigma_j), \quad (3.5)$$

où $\sigma_k^2 = \sigma_{kk}$ désigne la variance attachée à la station s_k . Les estimateurs usuels de σ_{ij} , γ_{ij} donnés par la méthode du maximum de vraisemblance, sont définis respectivement par :

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \frac{1}{n_{ij}} \sum_{t=1}^{n_{ij}} (z(s_i, t) - \bar{z}_i)(z(s_j, t) - \bar{z}_j) \quad (3.6)$$

$$\tilde{\gamma}_{ij} = \frac{1}{2n_{ij}} \sum_{t=1}^{n_{ij}} [z(s_i, t) - z(s_j, t)]^2, \quad (3.7)$$

où $z(s_i, t)$ désigne la valeur journalière du champ de l'ozone enregistrée sur la station s_i au temps t (c'est-à-dire au jour t). n_{ij} présente le nombre des observations journalières mutuellement disponibles pour le couple de stations (s_i, s_j) durant la période du 1 juin au 31 août. La moyenne de $Z(s_i)$ associée à la station s_i est estimée par :

$$\bar{z}_i = \frac{1}{n_{ij}} \sum_{t=1}^{n_{ij}} z(s_i, t). \quad (3.8)$$

En géostatistique, afin d'explorer la dépendance spatiale d'un champ stochastique donné, on étudie souvent l'une des trois quantités suivantes, appelées respectivement, nuage du covariogramme, nuage du variogramme et nuage du corrélogramme :

$$\begin{aligned} \{(d_{ij}, \tilde{\sigma}_{ij}) : i < j\} & : \text{ nuage du covariogramme} \\ \{(d_{ij}, \tilde{\gamma}_{ij}) : i < j\} & : \text{ nuage du variogramme} \\ \{(d_{ij}, \tilde{\rho}_{ij}) : i < j\} & : \text{ nuage du corrélogramme,} \end{aligned}$$

où d_{ij} est la distance géographique entre la station s_i et s_j . On dispose de $\frac{N(N-1)}{2}$ couples de stations avec $N = 325$. On note par \tilde{C} la matrice $N \times N$ de variance-covariance estimée du champ Z et par $\tilde{\Gamma}$ la matrice $N \times N$ de semi-variance estimée.

La Figure 3.5 montre le nuage du corrélogramme du champ d'ozone calculé à partir des 325 stations de mesure. On constate clairement que les corrélations entre les sites décroissent progressivement avec la distance. De plus, les corrélations entre les sites restent importantes même à des distances relativement grandes (de l'ordre de 500km). Aussi, il faut souligner que, lorsque la distance séparant deux stations devient grande, on peut observer la présence de corrélations négatives, montrées sur cette figure par une ligne rouge. Néanmoins, ces corrélations négatives restent très faibles en valeur absolue. Également, il est capital de noter que, pour des distances inférieurs à 30km, on observe des corrélations ρ_{ij} qui sont bien supérieurs à 0.80. Ce constat, révèle donc la présence d'un problème de redondance dans les mesures collectées par le réseau de la BDQA. Cela constitue une motivation importante pour songer à réduire la taille du réseau ou de déplacer des stations vers d'autres endroits. La figure 3.4 illustre un exemple de deux stations redondantes. Elles enregistrent pratiquement la même mesure de l'ozone. Ces stations sont séparées par une distance de 20km environ, et leur corrélation sur la période de l'été étudiée vaut 0.97 environ.

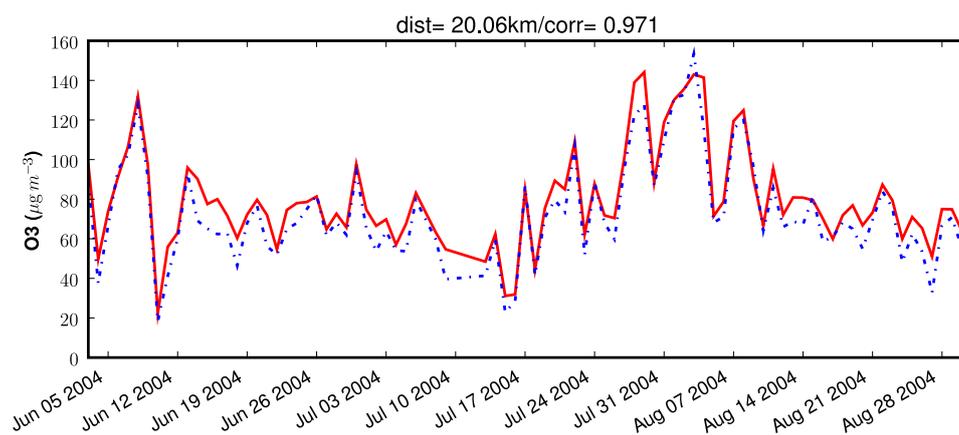


FIGURE 3.4 – Variation du champ de l’ozone moyenné sur 9-17 heures pour deux stations de mesures de type périurbaine. La courbe rouge représente la variation sur la station du code d’identifiant 11030. La courbe bleue donne la variation de l’ozone sur la station du code 11033. La distance entre ces deux stations est de 20km environ, et le coefficient de corrélation vaut 0.97. L’unité est le $\mu\text{g m}^{-3}$.

Figure 3.6 montre le nuage du covariogramme, et celui de la semi-variance ou du vario-gramme calculés à partir des mesures journalières issues des 325 stations durant la période de l’été de l’année 2004. On remarque que, pour des distances relativement grandes, le covariogramme peut montrer des valeurs négatives. Cela s’explique du fait que, dans l’estimation des covariances, les données sont centrées autour de leurs moyennes sur chaque station de mesure. Cependant, ce n’est pas le cas pour la semi-variance, qui prend toujours des valeurs positives. De toutes les façons, la partie négative du covariogramme ne sera pas prise en compte. Elle correspond, en effet, uniquement à des corrélations négatives de très faibles amplitudes.

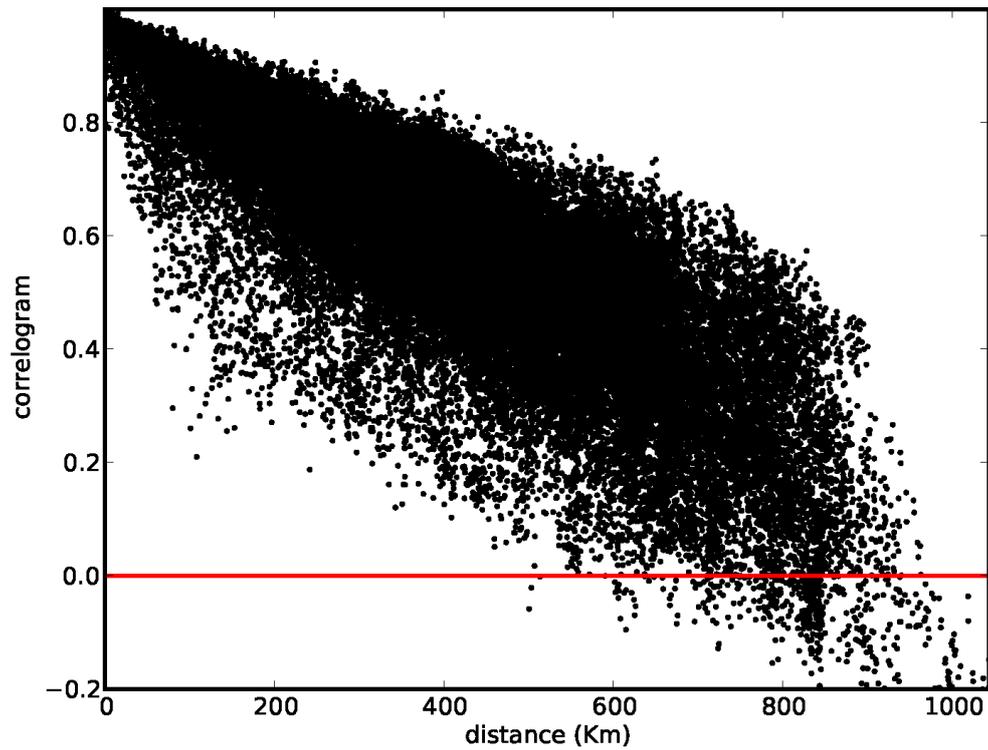
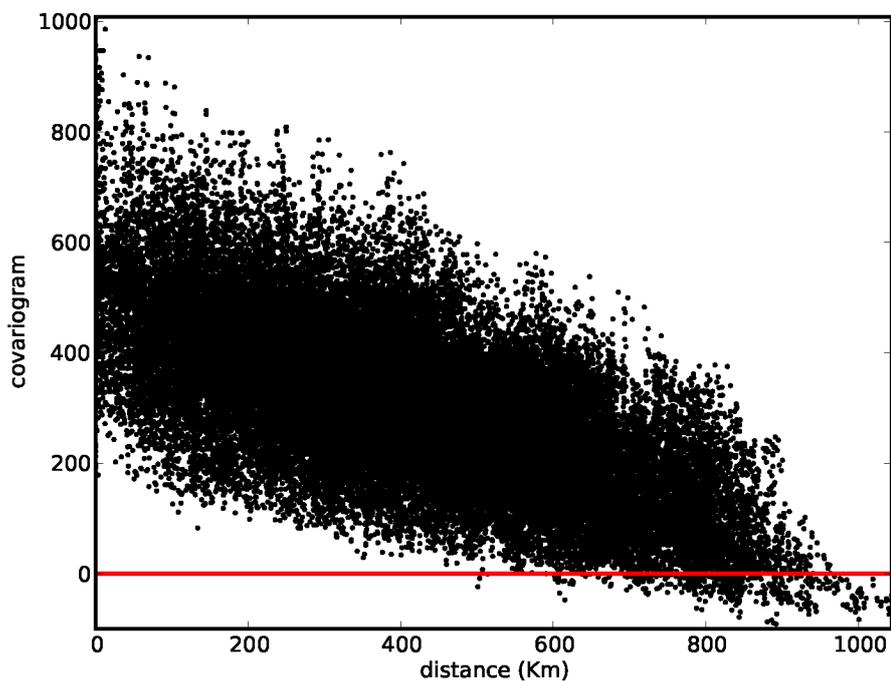
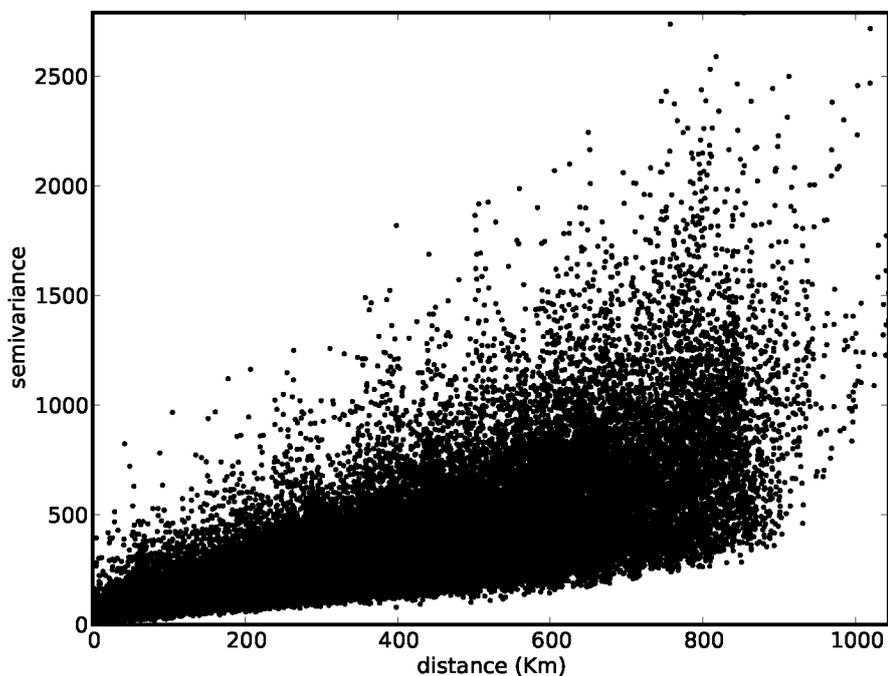


FIGURE 3.5 – Nuage du corrélogramme du champ d’ozone, moyenné sur la fenêtre 9-17h. Les paires des corrélations sont calculées à partir des 325 stations de mesure considérées. La ligne rouge montre la présence des corrélations négatives, mais qui restent faibles en amplitude : $|\rho_{ij}| < 0.2$. L’unité est le $(\mu\text{g m}^{-3})^2$



(a)



(b)

FIGURE 3.6 – (a) : désigne le covariogramme. La courbe rouge montre les covariances négatives. (b) : présente la semi-variance ou le variogramme. L'unité est le $(\mu\text{g m}^{-3})^2$

Construction d'un modèle de covariance

Après l'étape du calcul du covariogramme, variogramme et corrélogramme, vient l'étape la plus importante : ajuster chacune de ces quantités par une fonction continue. Pour cela, notons par D_{max} la distance maximale trouvée entre les 325 stations. Considérons maintenant la suite d'intervalles de distances $[L_k, U_k[$ définie par

$$\bigcup_{k=1}^{k_{max}} [L_k, U_k[= [0, D_{max}[,$$

où $(L_k, U_k) = (k\epsilon, (k+1)\epsilon)$, $k = 1, \dots, k_{max}$, avec ϵ désignant l'amplitude de ces intervalles de distances. La valeur de ϵ dépend de la taille du problème étudié. Pour notre cas, $D_{max} = 1020\text{km}$, et ϵ est fixé à 20km . On dispose donc de $k_{max} = 51$ intervalles. L'idée est de moyennner localement le covariogramme, le corrélogramme et le variogramme sur chacun de ces intervalles de distances. Soit $I_k(\delta)$ l'ensemble de tous les couples (i, j) , $i < j$ tel que la distance géographique δ_{ij} séparant deux sites soit comprise dans l'intervalle $[L_k, U_k[$. Notons par $|I_k(\delta)|$ son cardinal. Désignons par \tilde{d}_k , $k = 1, \dots, k_{max}$ les distances moyennes dans chaque intervalle de distances :

$$\tilde{d}_k = \frac{1}{|I_k(\delta)|} \sum_{|I_k(\delta)|} \delta_{ij}. \quad (3.9)$$

Les trois fonctions définies par :

$$c(\tilde{d}_k | k = 1, \dots, k_{max}) = \frac{1}{|I_k(\delta)|} \sum_{|I_k(\delta)|} \tilde{\sigma}_{ij}, \quad (3.10)$$

$$\gamma(\tilde{d}_k | k = 1, \dots, k_{max}) = \frac{1}{|I_k(\delta)|} \sum_{|I_k(\delta)|} \tilde{\gamma}_{ij}, \quad (3.11)$$

$$r(\tilde{d}_k | k = 1, \dots, k_{max}) = \frac{1}{|I_k(\delta)|} \sum_{|I_k(\delta)|} \tilde{\rho}_{ij}, \quad (3.12)$$

sont nommées respectivement, covariogramme expérimental, variogramme expérimental et corrélogramme expérimental. Ces trois quantités peuvent être vues comme étant des fonctions en escalier définies sur la suite des intervalles de distances considérées. La figure 3.7 donne la répartition du nombre de couples de stations à l'intérieur de chaque intervalle de distance, et la corrélation moyenne par intervalle de distances. On constate encore une fois, notamment dans les premiers intervalles de distances dont la limite supérieure est inférieure à 120km , la présence de plusieurs couples de stations redondantes. Ils sont associés à de très fortes corrélations ($r > 0.75$.)

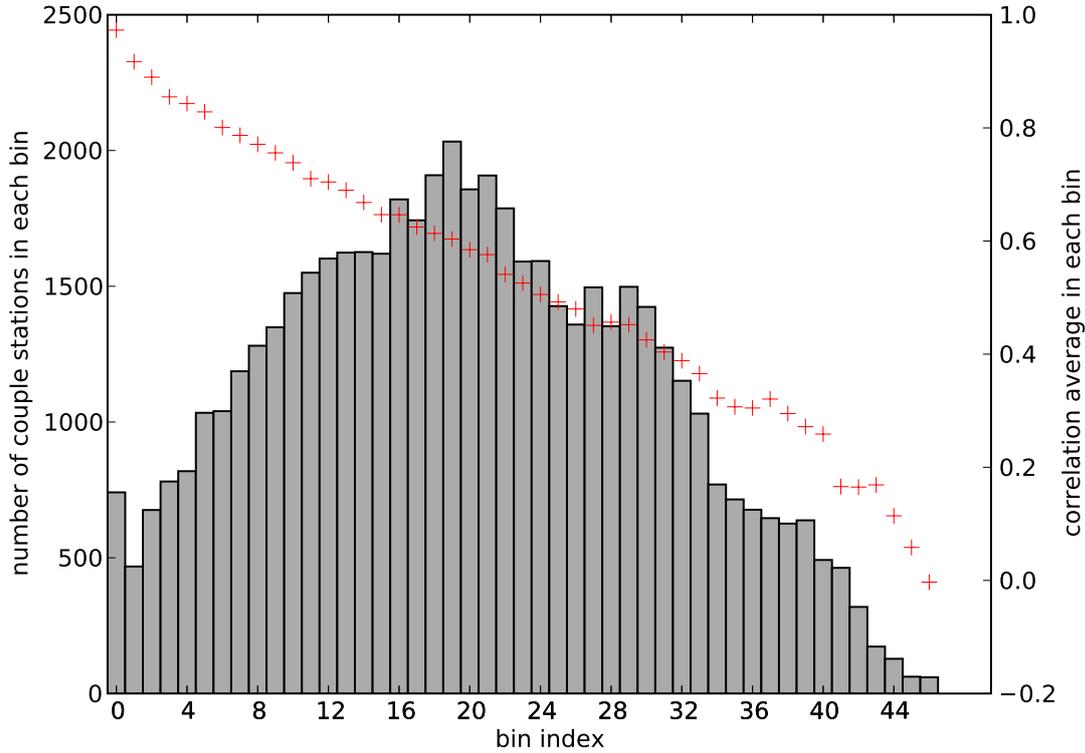


FIGURE 3.7 – Histogramme de la répartition du nombre de couples de stations à l'intérieur de chaque intervalle de distances. La ligne rouge en (+) montre la variation du corrélogramme expérimental r en fonction de la distance.

Maintenant, il faut choisir un modèle paramétrique approprié afin de l'ajuster à l'une de ces trois fonctions. Comme le covariogramme, le variogramme et le corrélogramme sont tous liés par l'hypothèse de la stationnarité du second ordre, nous allons nous focaliser plutôt sur l'ajustement du covariogramme expérimental. Pour cela, nous avons étudié deux modèles paramétriques de covariance, qui sont stationnaires et isotropes : un modèle exponentiel, et un modèle gaussien. Ces deux modèles sont largement utilisés, et ils sont donnés respectivement par :

$$c^*(h; \theta) = \sigma^2 \exp\left(-\frac{h}{L}\right), \quad \forall h > 0 \quad (3.13)$$

$$c^*(h; \theta) = \sigma^2 \exp\left(-\left(\frac{h}{L}\right)^2\right), \quad \forall h > 0, \quad (3.14)$$

où $\theta = (\sigma^2, L)$ désigne le vecteur de paramètres du modèle paramétrique. Le paramètre L donne la longueur de corrélation spatiale du champ étudié. Au delà de cette distance la corrélation entre deux positions géographiques devient presque négligeable. Le vecteur

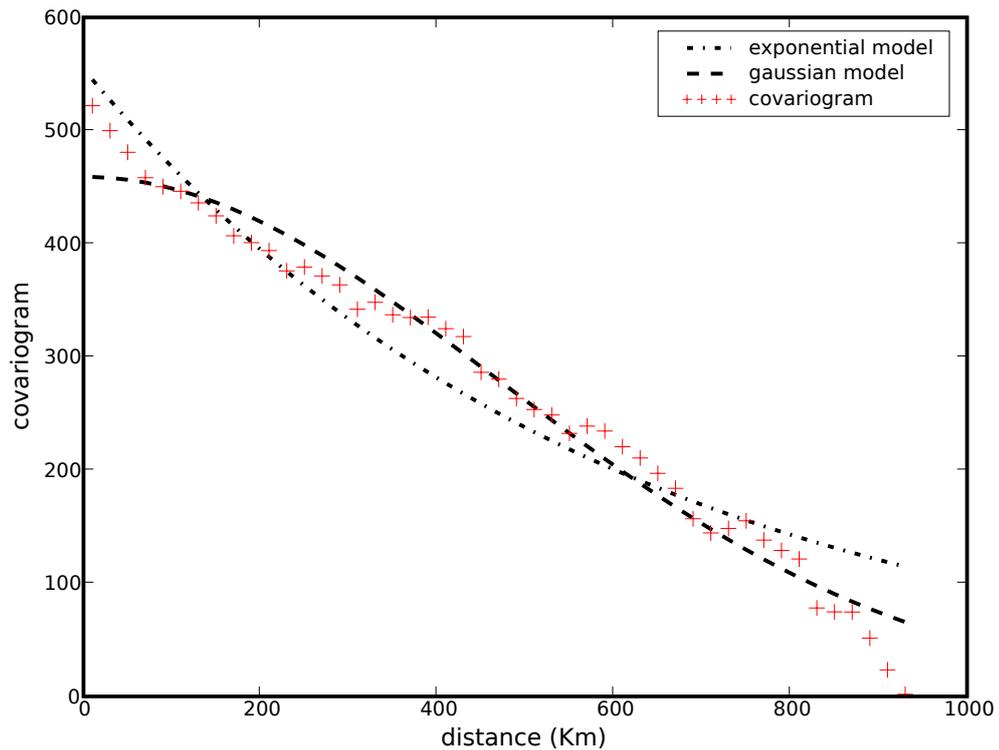


FIGURE 3.8 – Ajustement du covariogramme expérimental à un modèle de covariance stationnaire et isotrope. La courbe rouge en (+) désigne le covariogramme expérimental calculé à partir des données journalières issues des 325 stations de mesure. La courbe noire en tireté correspond au modèle de covariance gaussien. La longueur de corrélation est de 590km environ. La courbe noire alternée représente le modèle de covariance gaussien caractérisé par une échelle spatiale de 666km environ.

Modèles paramétriques de covariance

vecteur θ	$\sigma^2 \left((\mu\text{g m}^{-3})^2 \right)$	L (km)
exponentiel	$\simeq 554$	$\simeq 590$
gaussien	$\simeq 459$	$\simeq 666$

TABLE 3.2 – Paramètres des modèles de covariance utilisés.

θ optimal au sens de la méthode ordinaire des moindres carrés est celui qui minimise la quantité :

$$\mathcal{L}(\theta) = \sum_{k=1}^{k_{max}} \left(c(\tilde{d}_k) - c^*(\tilde{d}_k; \theta) \right)^2. \quad (3.15)$$

La minimisation de cette fonctionnelle non-linéaire a été réalisée par l'algorithme de Levenberg-Marquardt. Les paramètres obtenus pour ces deux modèles de covariance sont donnés dans le tableau 3.2. On remarque que la longueur de corrélation obtenue pour le cas du modèle exponentiel est plus importante que celle dans le cas gaussien. Néanmoins, les deux échelles obtenues révèlent que la structure spatiale de corrélation caractérisant le champ d'ozone, moyenné sur la fenêtre 9 – 17 heures, reste importante même à des distances relativement grandes, de l'ordre de ~ 600 km.

Notons par c la fonction du covariogramme ajustée à l'un des deux modèles considérés, et par γ , r celles du variogramme et du corrélogramme. Comme le champ d'ozone Z est supposé stationnaire du second ordre, nous avons les liens suivants entre ces trois fonctions :

$$\gamma(h) = \sigma^2 - c(h), \quad (3.16)$$

$$r(h) = \frac{c(h)}{\sigma^2}, \quad (3.17)$$

où $h = \|s - s'\|$ désigne la distance géographique séparant deux positions (s, s') quelconques de la région d'intérêt. La fonction de covariance du champ Z en deux endroits est donnée alors par la fonction ajustée du covariogramme :

$$\text{Cov}(Z(s), Z(s')) = c(\|s - s'\|), \quad \forall (s - s') \in \mathcal{D}. \quad (3.18)$$

3.3.4 Interpolation spatiale

Une fois que la structure spatiale de la corrélation a été modélisée, il faut passer au problème de la prédiction ou de l'estimation du champ d'ozone Z aux endroits où on ne dispose pas de stations de mesure. À cet effet, dans cette étude, nous avons utilisé le Krigeage

ordinaire comme méthode d'interpolation spatiale. Ce type de krigeage est formulé pour un champ stationnaire du second ordre possédant une moyenne constante mais inconnue. Il possède l'avantage de tenir compte de l'incertitude liée à l'absence d'information sur la valeur de la moyenne. Pour fixer les idées, rappelons que la région d'intérêt \mathcal{D} illustrée dans la Fig. 3.3 est constituée de 1045 sites potentiels, répartis uniformément avec une résolution spatiale de 0.25×0.25 degré. Désignons par $\mathcal{R} = \{s_1, \dots, s_n\}$ un sous-réseau de la BDQA constitué de n stations de mesures. L'objectif est donc, en utilisant les mesures collectées par le réseau \mathcal{R} , d'estimer le champ d'ozone Z aux endroits où il n'y pas d'observations.

Le champ de l'ozone \hat{Z} prédit par le réseau \mathcal{R} au point $s_0 \in \mathcal{D}$ est donné par :

$$\hat{Z}(s_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i). \quad (3.19)$$

Le vecteur $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_n)^T$ est solution du système d'équations :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1}' & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\lambda} \\ m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{c} \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (3.20)$$

où \mathbf{C} désigne la matrice $n \times n$ de covariance associée au réseau \mathcal{R} dont les éléments sont $[\mathbf{C}]_{i,j} = \text{Cov}(Z(s_i), Z(s_j))$. \mathbf{c} est le vecteur colonne de dimension n des covariances entre la position s_0 et les positions des stations du réseau, $[\mathbf{c}]_i = \text{Cov}(Z(s_0), Z(s_i))$. Le paramètre m est un multiplicateur de Lagrange. $\mathbf{1}$ désigne un vecteur colonne de dimension n , dont les éléments sont tous égaux à 1. La qualité de la prédiction au point s_0 est mesurée par la variance de l'erreur de prédiction donnée par :

$$\sigma_k^2(s_0) = \mathbf{E} \left[\left(Z(s_0) - \hat{Z}(s_0) \right)^2 \right] = \sigma^2 - 2\boldsymbol{\lambda}'\mathbf{c} + \boldsymbol{\lambda}'\mathbf{C}\boldsymbol{\lambda}. \quad (3.21)$$

Si on utilise les semi-variances à la place des covariances, le vecteur $\boldsymbol{\lambda}$ des poids sera cette fois-ci solution du système d'équations :

$$\begin{pmatrix} -\boldsymbol{\Gamma} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1}' & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\lambda} \\ m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\boldsymbol{\gamma} \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (3.22)$$

où $\boldsymbol{\Gamma}$ est la matrice des semivariances entre les stations du réseau. Les éléments de cette matrice sont $[\boldsymbol{\Gamma}]_{i,j} = \gamma(\|s_i - s_j\|)$. $\boldsymbol{\gamma}$ est le vecteur des semivariances entre le point s_0 et les stations du réseau, et dont les éléments sont $[\boldsymbol{\gamma}]_i = \gamma(\|s_i - s_0\|)$. γ désigne le variogramme ajusté. Dans ce cas, la variance de l'erreur de prédiction est donnée par :

$$\sigma_k^2(s_0) = 2\boldsymbol{\lambda}'\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{\lambda}'\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\lambda}.$$

Si on estime indépendamment le covariogramme et le variogramme, et qu'on utilise les deux formulations du Krigeage ordinaire pour prédire le champ en une position donnée, le résultat ne sera généralement pas le même. Il va dépendre plutôt de la variabilité dans l'estimation du covariogramme ou du variogramme. Pour notre cas, ce problème ne se pose guère. En effet, comme le covariogramme et variogramme sont liés, les deux formulations sont équivalentes. La Figure 3.9 montre le champ de l'ozone moyenné sur la fenêtre 9 – 17h, interpolé sur la région d'étude \mathcal{D} par les 325 stations de mesure utilisées pour l'estimation du covariogramme. Les deux cartes sur cette figure, qui correspondent au champ d'ozone krigé au 31/07/2004 et au 31/08/2004, sont en bon accord avec les cartes analysées du champ d'ozone (maximum journalier) données par le système PREV'AIR (voir le lien :http://www.prevair.org/fr/analyse_o3.php) pour les mêmes jours.

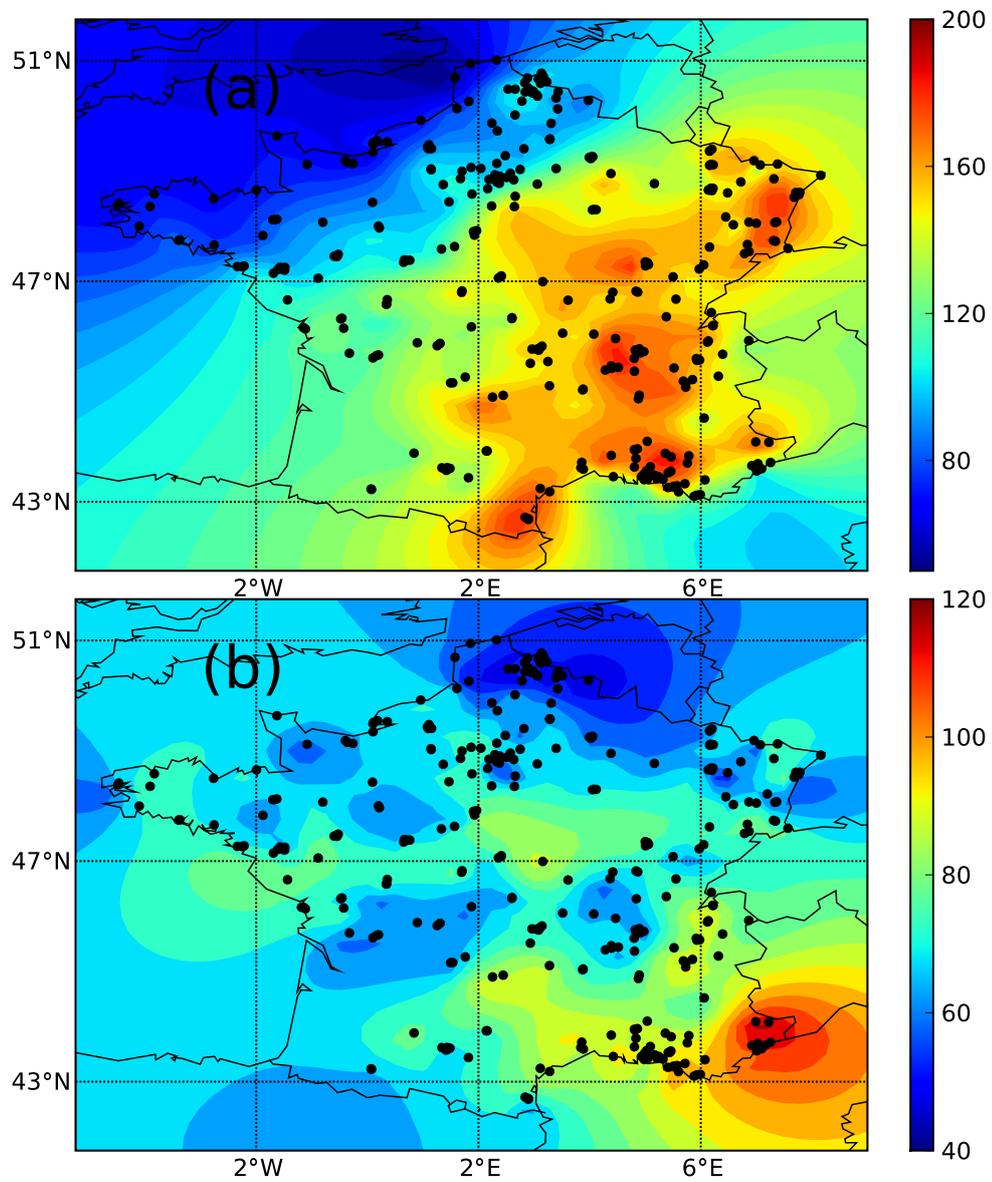


FIGURE 3.9 – Champ de l’ozone Z (moyenné sur 9 – 17h) interpolé sur \mathcal{D} par le réseau de mesures constitué par les 325 stations utilisées dans l’estimation du covariogramme : (a) champ d’ozone krigé, le 31/07/2004. (b) champ d’ozone krigé, le 31/08/2004.

3.3.5 Optimisation du réseau de la BDQA

Dans cette partie, nous allons examiner l'optimisation du réseau de la BDQA, afin de prédire au mieux le champ d'ozone sur la région d'intérêt \mathcal{D} . En premier lieu, nous allons aborder la réduction optimale du réseau. Il s'agit de réduire la taille du réseau de la BDQA sans altérer considérablement sa capacité à estimer le champ d'ozone dans les endroits dépourvus de stations de mesure. Puis, nous allons étudier une stratégie de redéploiement optimale qui consiste à deux étapes :

- réduire la taille du réseau afin d'éliminer les stations redondantes.
- réinstaller les stations redondantes (ou une partie d'elles) dans d'autres sites sélectionnés optimalement.

Choix de fonctions coût

Très récemment, Wu and Bocquet (2009) ont étudié le problème de la réduction optimale du réseau de la BDQA. Ils se sont basés sur les données du mois de juillet de l'année 2007. Ils ont considéré le champ d'ozone horaire. La structure de la corrélation spatiale a été modélisée par un modèle exponentiel. La réduction optimale de la taille du réseau de la BDQA est effectuée à partir de la fonction coût suivante :

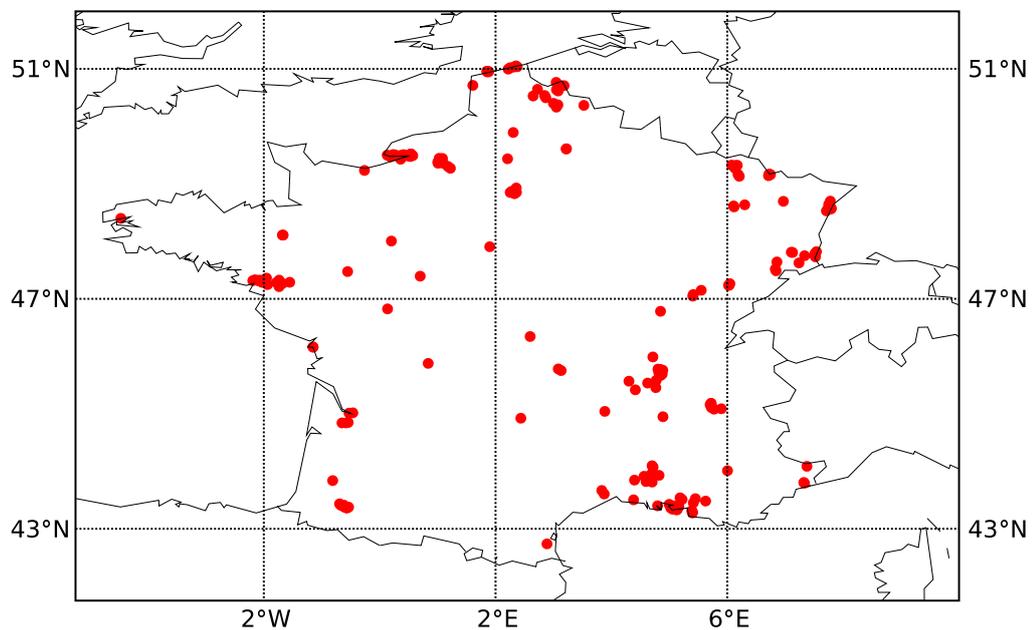
$$J(\mathcal{R}) = \left(\frac{1}{N_t N_s} \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{i=1}^{N_s} (z(t, y_i) - z^*(t, y_i))^2 \right)^{\frac{1}{2}},$$

où $\{z(t, y_i), t = 1, \dots, N_t\}$ désigne les mesures horaires de l'ozone dans une certaine période, sur les stations $y_i, i = 1, \dots, N_s$. $z^*(t, y_i)$ présente les observations interpolées par krigeage à partir des mesures issues d'un réseau \mathcal{R} . La première remarque qu'on peut faire est que cette fonction coût mesure la faculté du réseau à interpoler au mieux le champ d'ozone sur les sites du réseau de la BDQA, mais pas sur une région d'intérêt couvrant uniformément et entièrement la France. La deuxième remarque est que la fonction coût dépend des observations sur le réseau \mathcal{R} .

Tout au long de notre étude, la capacité d'un réseau à interpoler le champ d'ozone sur la région d'intérêt est quantifiée essentiellement par la variance d'erreur moyenne de prédiction. Cette dernière constitue alors notre fonction coût de référence pour mesurer l'utilité d'un réseau, elle sera notée par Ψ_0 . En outre, trois autres fonctions coût notées par Ψ_1 , Ψ_2 et Ψ_3 ont été considérées. La première mesure l'incertitude exprimée par l'entropie associée au champ d'ozone. La deuxième mesure le degré d'homogénéité spatiale donnée par la dimension fractale d'un réseau. La dernière est un critère géométrique quantifiant la couverture spatiale de la région d'intérêt par un réseau donné.

Désignons par \mathcal{B} le réseau total de la BDQA constitué de 627 stations. Les sites pour les observations spécifiques et les sites indéfinis sont exclus. Rappelons que parmi les 627

stations, on dispose de 127 stations de type industriel et de 71 de type trafic. Ces stations de mesure jouent un rôle primordial pour surveiller la qualité de l'air près des installations industrielles et près du trafic où règne de fortes émissions de polluants. Il est donc important de garder ces deux types de stations. On note par \mathcal{R}_{fixe} , le réseau constitué de ces stations et illustré par la Fig.3.10. La réduction optimale portera donc uniquement sur les 429 stations restantes : 262 stations urbaines, 122 périurbaines et 71 de type rural-régional. On note par \mathcal{C} le réseau constitué de ces 429 stations de mesure. Dans les algorithmes de recuit-simulé utilisés, les stations du \mathcal{R}_{fixe} restent fixes. Elles participent à l'évaluation de la fonction coût sans qu'elles soient échangées au cours des itérations.

FIGURE 3.10 – Configuration du réseau \mathcal{R}_{fixe} .

Soit $\mathcal{R} = \{s_1, \dots, s_n\} \subset \mathcal{C}$ un réseau de mesure de n stations caractérisé par une dimension fractale $d(\mathcal{R})$. Désignons respectivement par $Z_{\mathcal{R}}, Z_{\mathcal{D}}$ les champs d'ozone associés au réseau \mathcal{R} et à la région d'intérêt \mathcal{D} . Leurs matrices de covariance associées sont notées respectivement par $\Sigma_{\mathcal{R}}$ et $\Sigma_{\mathcal{D}}$. On note aussi par $\Sigma_{\mathcal{D}\mathcal{R}}$ la matrice de covariance croisée entre les sites de \mathcal{D} et ceux de \mathcal{R} . Les éléments de ces matrices sont donnés par le modèle paramétrique choisi pour modéliser la fonction de covariance. Ici, nous avons utilisé le modèle gaussien.

La fonction coût de référence Ψ_0 , basée sur la variance d'erreur moyenne de prédiction ainsi que les trois autres Ψ_1, Ψ_2 et Ψ_3 , sont décrites respectivement ci-dessous :

- Ψ_0 : la fonction coût de référence est formulée par :

$$\Psi_0(\mathcal{R}) = \frac{1}{|\mathcal{D}|} \int_{s \in \mathcal{D}} \sigma_k^2(s), \quad (3.23)$$

où $|\mathcal{D}| = 1045$ est le nombre de sites potentiels dans la région d'intérêt \mathcal{D} . Cette fonction coût ne dépend pas des observations sur le réseau \mathcal{R} . Elle dépend uniquement de la structure de la corrélation spatiale caractérisant le champ d'ozone Z et des positions des stations $s_i, i = 1, \dots, n$. Dans la communauté du *spatial network design*, cette fonction est largement utilisée. Le réseau optimal \mathcal{R}_{opt} cherché est celui qui minimise cette fonction coût.

- Ψ_1 : la fonction coût Ψ_1 , basée sur la notion de l'entropie, vise à minimiser l'entropie conditionnelle, donnée dans le cas gaussien (Bueso et al., 2005), par le déterminant matriciel suivant :

$$H(Z_{\mathcal{D}} | Z_{\mathcal{R}}) = |\Sigma_{\mathcal{D}} - \Sigma_{\mathcal{D}\mathcal{R}} \Sigma_{\mathcal{R}}^{-1} \Sigma_{\mathcal{R}\mathcal{D}}|. \quad (3.24)$$

En grande dimension, le calcul de ce déterminant peut s'avérer très lourd. En effet, il implique premièrement le calcul de l'inversion de la matrice de covariance associée au réseau \mathcal{R} , puis le calcul du déterminant de la matrice de covariance du champ conditionnel $Z_{\mathcal{D}} | Z_{\mathcal{R}}$. Étant donné que le réseau \mathcal{B} de la BDQA couvre plus au moins toute la France métropolitaine, il est tout à fait raisonnable de le considérer comme étant notre région d'intérêt. Dans ce cas, le critère d'entropie vise plutôt à maximiser le déterminant de la matrice de covariance $\Sigma_{\mathcal{R}}$ associée au réseau \mathcal{R} (Ramiro Ruiz and Marco, 2009). Donc, la fonction coût basée sur le principe de l'entropie est donnée par :

$$\Psi_1 = \frac{1}{2} |\Sigma_{\mathcal{R}}|, \quad (3.25)$$

où $[\Sigma_{\mathcal{R}}]_{i,j} = \text{Cov}(Z(s_i), Z(s_j)), \forall i, j = 1, \dots, n$.

- Ψ_2 : Cette fonction coût quantifie l'irrégularité spatiale du réseau de mesure \mathcal{R} . en fonction de sa dimension fractale $d(\mathcal{R})$. Elle définie par :

$$\Psi_2 = 2 - d(\mathcal{R}). \quad (3.26)$$

Un réseau de mesure uniformément réparti sur la région d'intérêt \mathcal{D} est caractérisé par une dimension fractale proche de 2. En conséquence la minimisation de cette fonctionnelle mène à des réseaux ayant une bonne homogénéité spatiale.

- Ψ_3 : Le critère géométrique qu'on a utilisé est celui proposé par Nychka and Saltzman (1998). Ce critère est souvent noté $C_{p,q}$. Il mesure la couverture de la région d'intérêt par le réseau \mathcal{R} couvre la région d'intérêt \mathcal{D} . La fonction coût est définie par :

$$\Psi_2 = C_{p,q}(\mathcal{R}) = \left(\sum_{u \in \mathcal{D}} \left(\sum_{s \in \mathcal{R}} \|s - u\| \right)^{q/p} \right)^{(1/q)}.$$

Dans cette étude nous avons pris $p = -5.$, $q = 5.$. Donc le réseau qui couvre au mieux la région \mathcal{D} est donc celui qui minimise cette fonction coût.

Réduction optimale

L'optimisation des quatre fonctions coût a été effectuée à l'aide de l'algorithme de recuit simulé. Pour chaque fonction coût, six réseaux de taille respective, 50, 100, 150, 200, 250 et 300 ont été optimisés. Le but est d'évaluer les performances de réseaux dont le nombre de stations diminue par rapport au réseau total \mathcal{B} . La Fig. 3.11 montre la variation de la variance d'erreur moyenne de prédiction en fonction des tailles des réseaux optimisés. Aussi, nous avons présenté sur cette figure la valeur correspondant au réseau total de la BDQA. On constate donc qu'on passe rapidement de la valeur $47.27 (\mu\text{g m}^{-3})^2$, qui correspond au réseau optimal de taille 50, vers la valeur $30.33 (\mu\text{g m}^{-3})^2$ du réseau optimal de taille 300. Également, on remarque qu'en réduisant la taille du réseau total à 50 stations, la performance pour prédire le champ d'ozone sur la région d'intérêt \mathcal{D} est réduite de 38.4% environ. De plus, elle est réduite de 17.1% pour un réseau de taille 100 et seulement de 3.9% environ pour un réseau optimisé de 300 stations. Autrement dit, par exemple, pour le réseau optimal de 100 stations, la suppression de 329 stations dans le réseau de la BDQA, diminuera la performance du réseau \mathcal{B} uniquement de 17.1% environ. De plus, cela signifie que le réseau optimal de 100 stations, prédit le champ d'ozone avec une performance de 82.8% par rapport à la performance du réseau total \mathcal{B} .

Ces résultats s'avèrent être importants dans cette étude. En effet, ils révèlent que la réduction de la taille du réseau de la BDQA affecte peu sa performance globale. Cela s'explique par la présence de plusieurs clusters et de plusieurs stations redondantes dans le réseau total. Ces résultats confirment la conclusion de Wu and Bocquet (2009). Une décision portant sur la réduction du réseau de la BDQA est donc tout à fait justifiable.

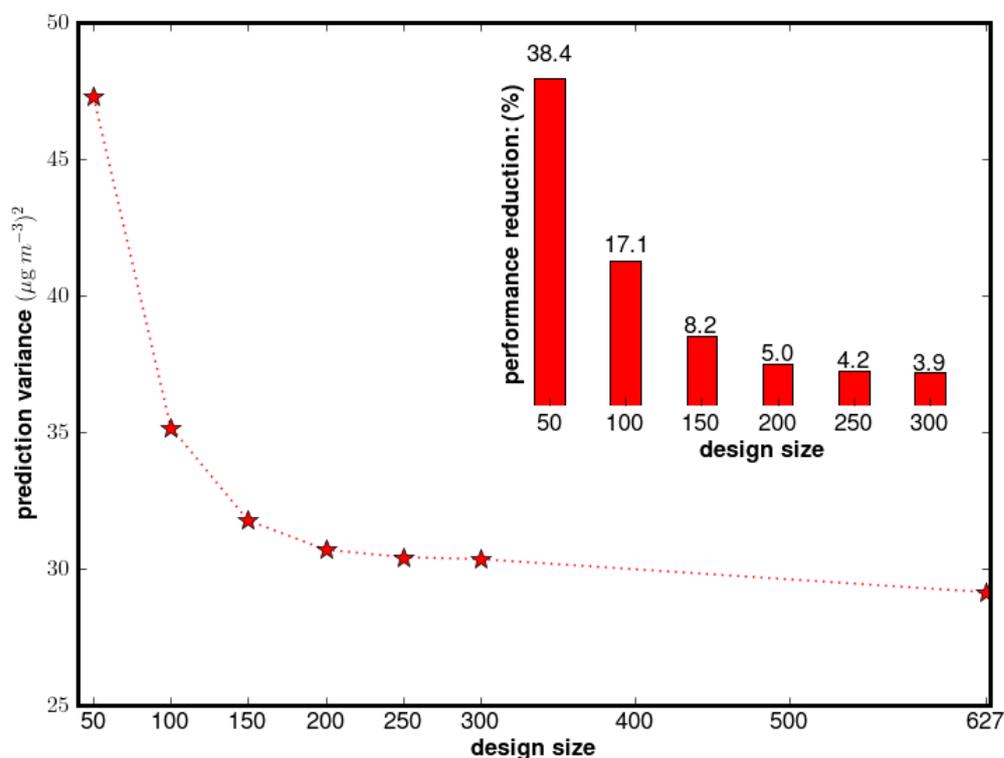


FIGURE 3.11 – Variance d'erreur moyenne de prédiction et réduction en performance en fonction de la taille du réseau optimisé.

Les résultats de l'optimisation de chacune des fonctions coûts, Ψ_0 , Ψ_1 , Ψ_2 et Ψ_3 sont illustrés respectivement par les figures 3.12, 3.13, 3.14 et 3.15. Qualitativement, nous constatons que les réseaux obtenus sont similaires même pour différents critères utilisés. De plus, on remarque que les réseaux se répartissent uniformément sur la région d'intérêt \mathcal{D} . Cette tendance est en accord avec les fonctions coût Ψ_2 , Ψ_3 qui, par définition, engendrent des réseaux de mesure couvrant uniformément la région d'intérêt. Concernant la variance d'erreur moyenne de prédiction, la répartition uniforme des stations de mesure sur \mathcal{D} provient du fait que l'interpolation du champ d'ozone sur \mathcal{D} est meilleure à partir d'un réseau de mesure uniformément réparti sur la région d'intérêt. Également, un réseau uniformément réparti sera plus informatif au sens de l'entropie (Bueso et al., 1998). Ces ressemblances observées, nous ont incités à comparer deux à deux les performances des différents réseaux obtenus.

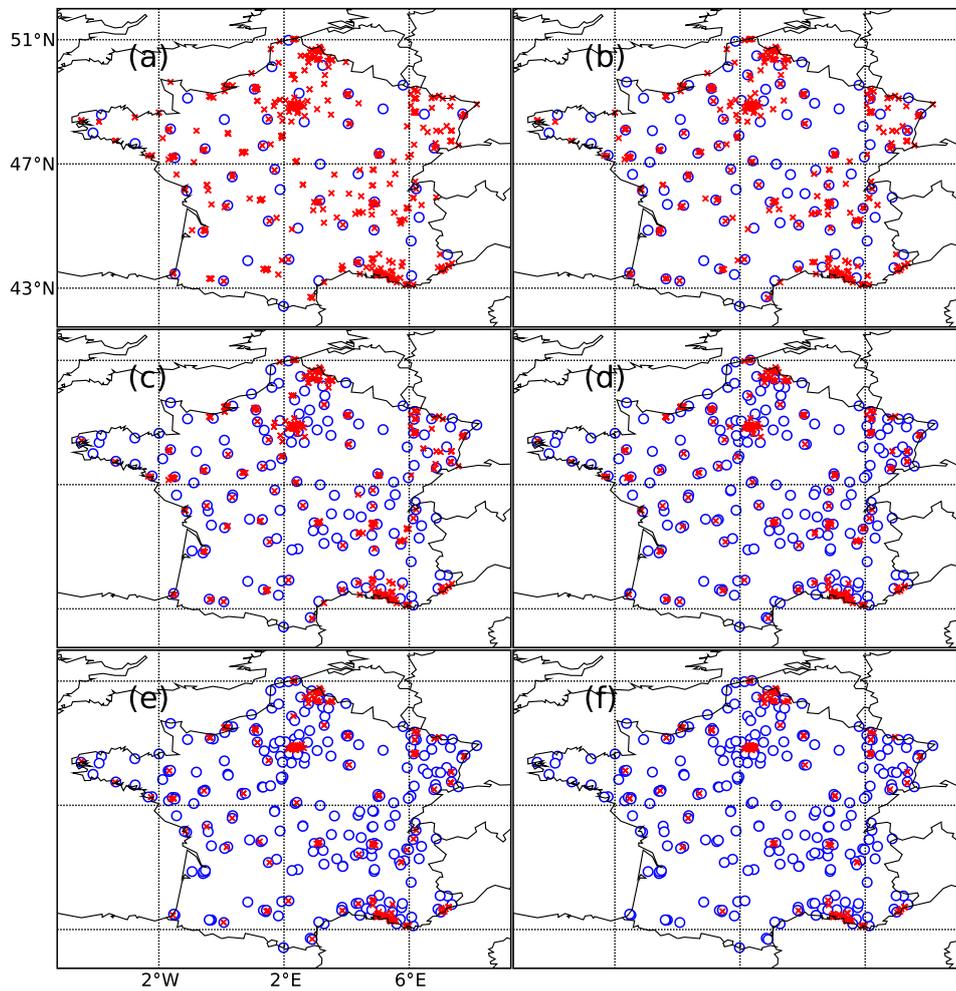


FIGURE 3.12 – Réseaux optimaux de différentes tailles obtenus en minimisant le critère Ψ_0 . (a), (b), (c), (d), (e) et (f) désignent respectivement les réseaux optimisés de tailles 50, 100, 150, 200, 250 et 300. Les cercles représentent les stations du réseau optimal. Les croix (\times) désignent les stations à supprimer du réseau total \mathcal{B} .

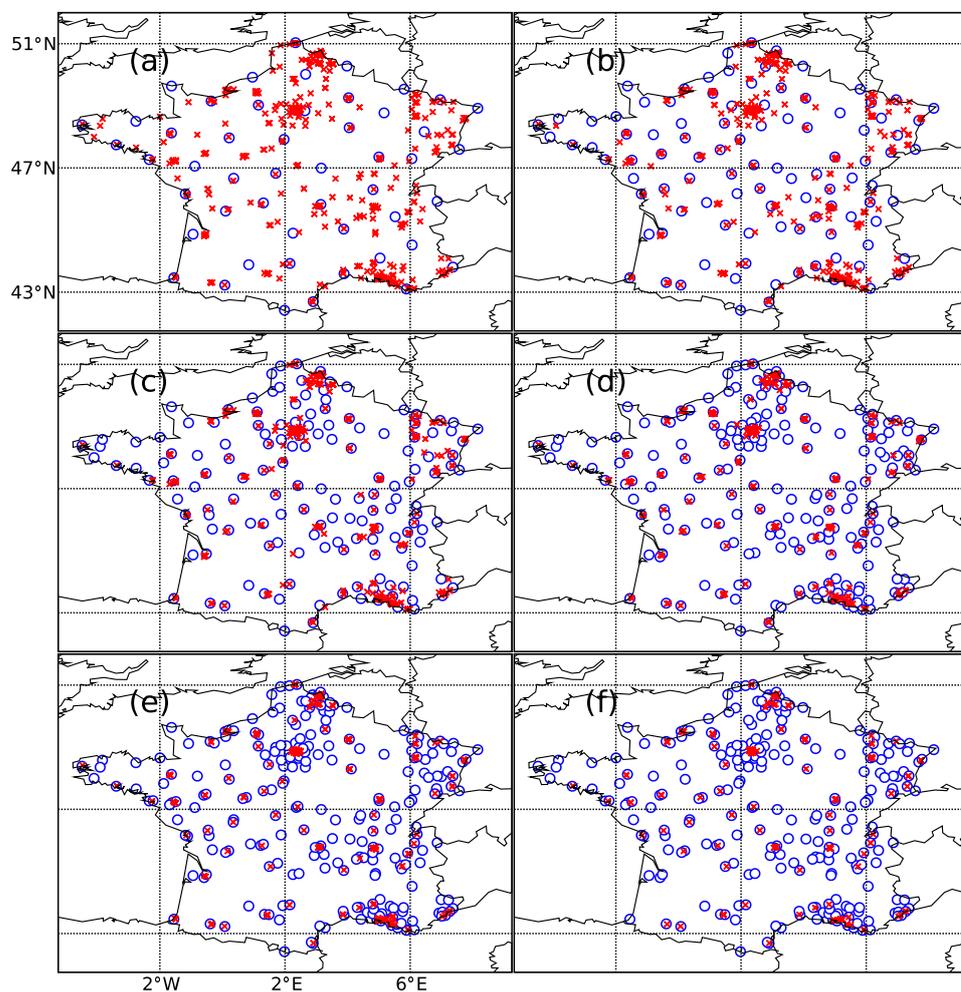


FIGURE 3.13 – Réseaux optimaux de différentes tailles obtenus en minimisant le critère Ψ_1 . (a), (b), (c), (d), (e) et (f) désignent respectivement les réseaux optimisés de tailles 50, 100, 150, 200, 250 et 300. Les cercles représentent les stations du réseau optimal. Les croix (\times) désignent les stations à supprimer du réseau total \mathcal{B} .

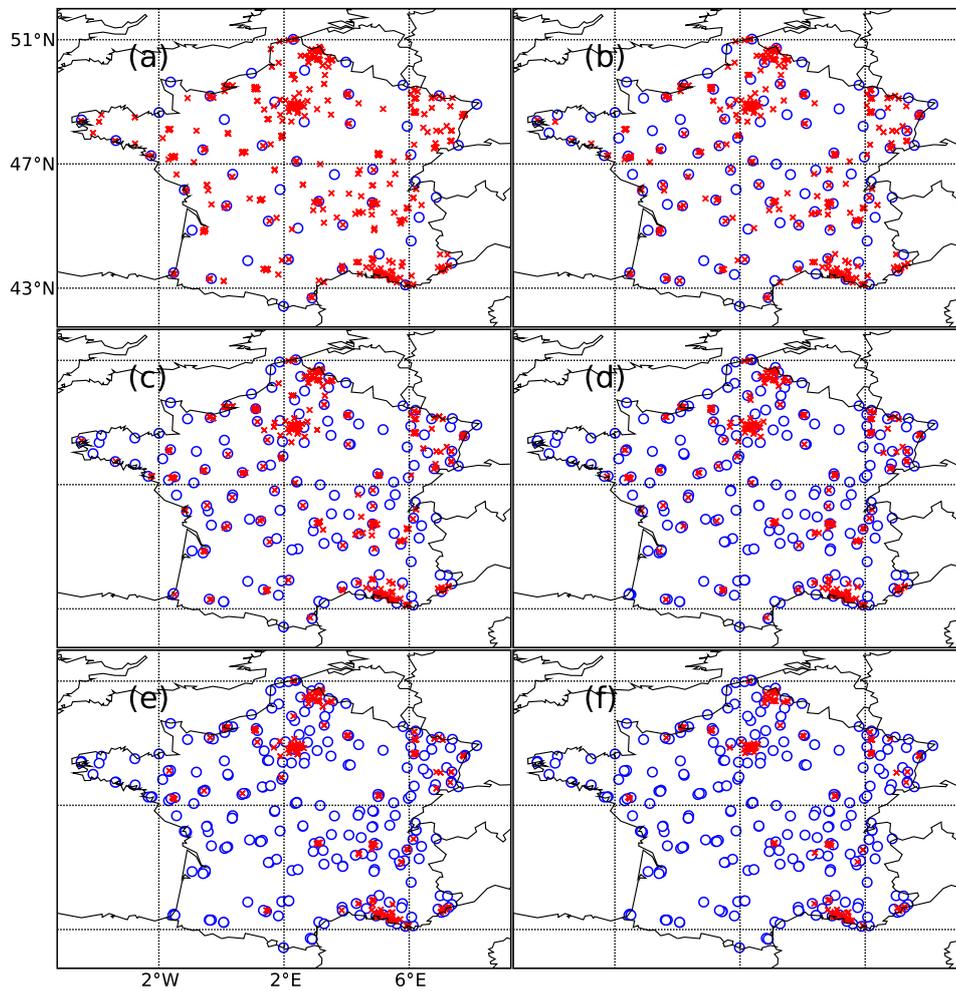


FIGURE 3.14 – Réseaux optimaux de différentes tailles obtenus en minimisant le critère Ψ_2 . (a), (b), (c), (d), (e) et (f) désignent respectivement les réseaux optimisés de tailles 50, 100, 150, 200, 250 et 300. Les cercles représentent les stations du réseau optimal. Les croix (\times) désignent les stations à supprimer du réseau total \mathcal{B} .

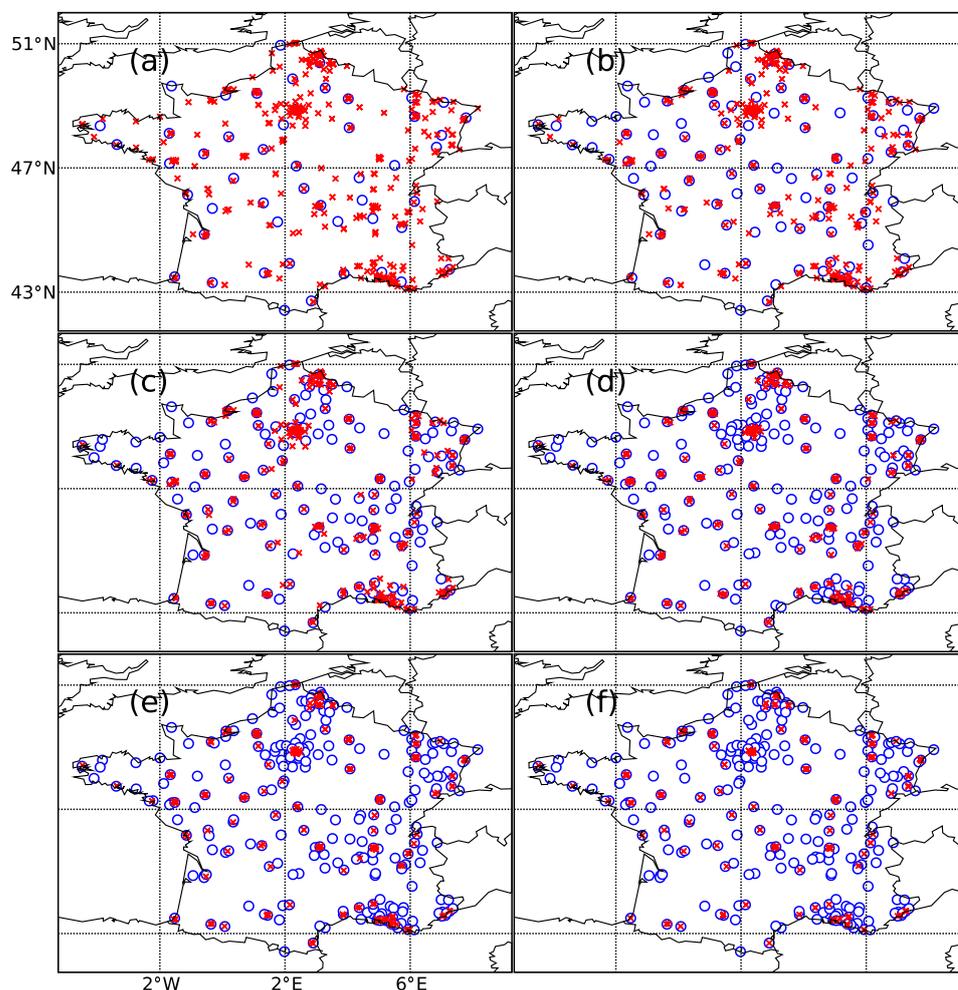


FIGURE 3.15 – Réseaux optimaux de différentes tailles obtenus en minimisant le critère Ψ_3 . (a), (b), (c), (d), (e) et (f) désignent respectivement les réseaux optimisés de tailles 50, 100, 150, 200, 250 et 300. Les cercles représentent les stations du réseau optimal. Les croix (\times) désignent les stations à supprimer du réseau total \mathcal{B} .

L'algorithme du recuit simulé étant sensible à la configuration initiale du réseau à optimiser, une comparaison rigoureuse des performances entre réseaux optimisés impose de calculer, pour chaque critère et pour le même nombre de stations, plusieurs recuits simulés (Royle and Nychka, 1997). Puis, le réseau sélectionné est celui qui possède la meilleure note. Cela permet en quelque sorte d'obtenir un réseau proche de l'optimum global. Ici, nous avons procédé ainsi pour optimiser un réseau de taille 100 pour chacune des fonctions

étudiées. Pour chaque critère, nous avons calculé 100 recuits simulés en partant à chaque fois d'une configuration initiale différente choisie aléatoirement.

La figure 3.16 montre les fluctuations des fonctions coût en fonction des itérations au cours de l'optimisation par le recuit simulé. Dans les quatre cas, on remarque que les fluctuations diminuent graduellement au cours des itérations jusqu'à ce qu'elles disparaissent quasiment. La Figure 3.17 donne les configurations de ces solutions optimales obtenues. La tableau ci-dessous donne la répartition des stations par type pour les réseaux optimaux. On remarque que pour les quatre réseaux optimisés, il y a environ 52% des stations qui sont de type urbain. Wu and Bocquet (2009) ont obtenu quasiment le même résultat.

	Ψ_0	Ψ_1	Ψ_2	Ψ_3
urbaine	53	54	52	57
périurbaine	33	31	31	27
rurale-régionale	14	15	17	16

TABLE 3.3 – Répartition des stations par type pour chaque réseau optimal.

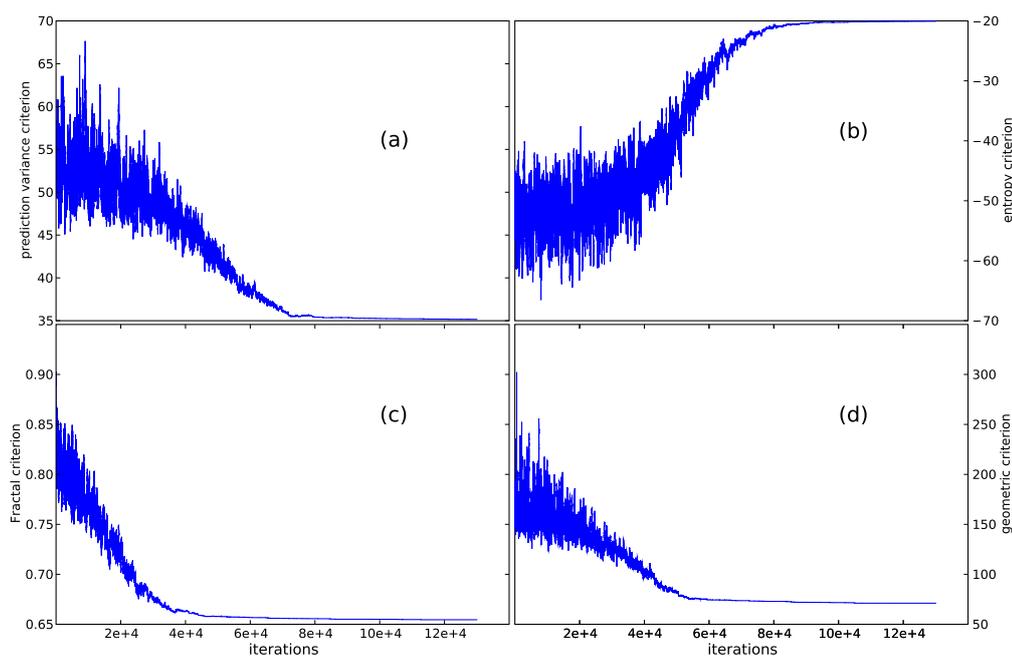


FIGURE 3.16 – Fluctuations des fonctions coût en fonction des itérations au cours du recuit simulé. (a), (b), (c) et (d) correspondent aux meilleurs réseaux choisis parmi 100 réseaux optimisés respectivement par les critères Ψ_0 , Ψ_1 , Ψ_2 et Ψ_3 .

Par ailleurs, nous avons interpolé le champ d'ozone Z sur la région d'intérêt \mathcal{D} à partir de chaque réseau optimal. La figure 3.18 montre les champs interpolés par krigeage ordinaire au 31 juillet 2004. À première vue, les champs interpolés à partir des réseaux optimisés par

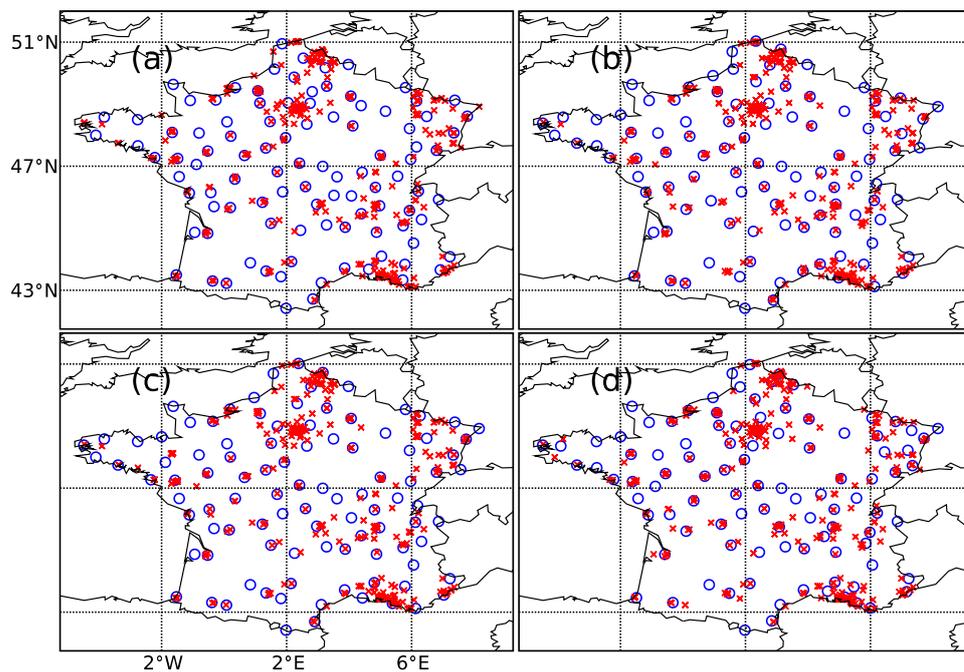


FIGURE 3.17 – Meilleurs réseaux de 100 stations calculés dans un ensemble de 100 réseaux optimisés. (a), (b), (c) et (d) désignent les meilleurs réseaux de 100 stations calculés dans un ensemble de 100 réseaux optimisés. (a), (b), (c) et (d) désignent les meilleurs réseaux choisis parmi 100 réseaux optimisés respectivement par les critères Ψ_0 , Ψ_1 , Ψ_2 et Ψ_3 .

Ψ_1 , Ψ_2 , Ψ_3 , sont très similaires à ceux calculés à partir du réseau obtenu par le critère de la variance de prédiction. Si on se réfère à la Fig. 3.9, on constate que les champs interpolés sont proches de ceux interpolés à partir du réseau total de la BDQA (ou plus précisément à partir des 325 stations utilisées pour estimer le covariogramme).

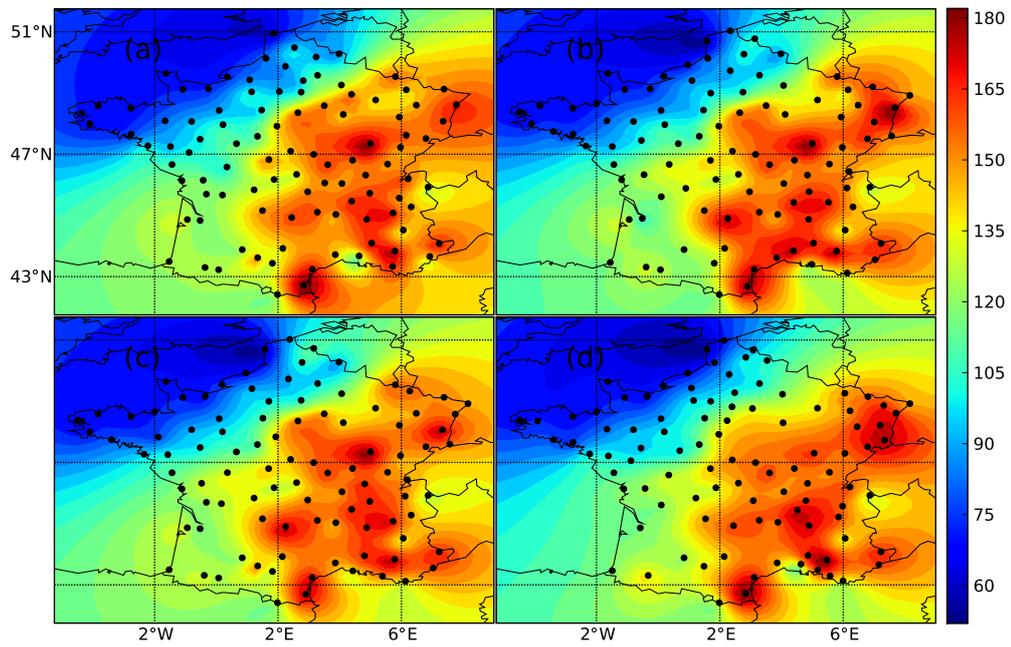


FIGURE 3.18 – Interpolation du champ d’ozone sur \mathcal{D} à partir d’un réseau optimal. Dans cet exemple, les observations utilisées sont pour le jour 31 juillet 2004. (a), (b), (c) et (d) désignent les champs interpolés, à partir du réseaux optimaux, respectivement obtenus par les critères Ψ_0 , Ψ_1 , Ψ_2 , Ψ_3 .

Comparaison quantitative

Notons par $\mathcal{R}_{(i)}^*$ et $\mathcal{R}_{(j)}^*$ les réseaux optimisés respectivement par les critères Ψ_i et Ψ_j . Le ratio positif défini par :

$$r\left(\mathcal{R}_{(j)}^* \mid \mathcal{R}_{(i)}^*\right) = \frac{\Psi_i\left(\mathcal{R}_{(j)}^*\right)}{\Psi_i\left(\mathcal{R}_{(i)}^*\right)},$$

compare la performance du réseau $\mathcal{R}_{(j)}^*$ par rapport au critère Ψ_i avec celle du réseau $\mathcal{R}_{(i)}^*$. Cela a été introduit dans Abida et al. (2008). Il faut souligner que, si le réseau $\mathcal{R}_{(j)}^*$ montre une performance (relative au critère Ψ_i) très comparable à celle du $\mathcal{R}_{(i)}^*$, la réciproque n'est pas nécessairement vraie.

Le tableau 3.4 ci-dessous résume les différentes valeurs du ratio r pour les quatre critères et les six tailles optimisées. Pour les différentes tailles considérées, nous pouvons constater que les réseaux obtenus par les fonctions coût Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3 montrent des performances quasiment similaires à celles des réseaux optimisés en utilisant la variance d'erreur moyenne de prédiction. En effet, les valeurs du ratio $\Psi_0\left(\mathcal{R}_{(k)}^*\right) / \Psi_0\left(\mathcal{R}_{(0)}^*\right)$ sont supérieures à 0.95. Remarquons aussi que les réseaux optimisés à partir de Ψ_2, Ψ_3 restent performants par rapport aux critères Ψ_0, Ψ_1 . Cela constitue un résultat intéressant. En effet, il confirme que les critères géométriques peuvent constituer des alternatives appropriées aux fonctions coût basées sur le modèle spatial de covariance du champ d'ozone. Cela peut être très utile dans les situations où l'estimation du modèle de covariance s'avère difficile. Ce résultat a été également obtenu par Nychka and Saltzman (1998).

Dans la même manière, il faut noter que les réseaux optimisés à partir de la variance de prédiction restent quasiment performants par rapport à ceux optimisés à partir des critères Ψ_1, Ψ_2 . Cependant, ce n'est plus le cas par rapport au critère géométrique Ψ_3 . Puisque, les performances des réseaux obtenus par la variance de prédiction décroissent en fonction de l'augmentation de la taille du réseau.

	N=50				N=100			
	Ψ_0	Ψ_1	Ψ_2	Ψ_3	Ψ_0	Ψ_1	Ψ_2	Ψ_3
Ψ_0	1.	0.952	0.944	0.925	1.	0.973	0.970	0.940
Ψ_1	0.935	1.	0.992	0.913	0.869	1.	0.985	0.757
Ψ_2	0.978	0.998	1.	0.952	0.973	0.995	1.	0.958
Ψ_3	0.81	0.819	0.804	1.	0.751	0.808	0.802	1.
	N=150				N=200			
	Ψ_0	Ψ_1	Ψ_2	Ψ_3	Ψ_0	Ψ_1	Ψ_2	Ψ_3
Ψ_0	1.	0.982	0.977	0.959	1.	0.985	0.978	0.971
Ψ_1	0.948	1.	0.879	0.952	0.930	1.	0.836	0.960
Ψ_2	0.969	0.974	1.	0.948	0.961	0.934	1.	0.899
Ψ_3	0.650	0.791	0.639	1.	0.447	0.780	0.410	1.
	N=250				N=300			
	Ψ_0	Ψ_1	Ψ_2	Ψ_3	Ψ_0	Ψ_1	Ψ_2	Ψ_3
Ψ_0	1.	0.991	0.987	0.981	1.	0.996	0.993	0.990
Ψ_1	0.921	1.	0.839	0.966	0.912	1.	0.863	0.976
Ψ_2	0.957	0.909	1.	0.86	0.972	0.895	1.	0.852
Ψ_3	0.299	0.755	0.297	1.	0.259	0.801	0.237	1.

TABLE 3.4 – Comparaison deux à deux entre les performances des réseaux optimaux et ce, pour les quatres critères utilisés et les six tailles considérées. Les valeurs sont celles du ratio r . Le tableau se lit de la manière suivante : pour une taille donnée, la valeur positionnée à la ligne i et à la colonne j correspond au ratio $\Psi_i(\mathcal{R}_{(j)}^*) / \Psi_i(\mathcal{R}_{(i)}^*)$.

Comparaison qualitative

En plus de la comparaison quantitative introduite précédemment, basée sur la fonction coût, nous pouvons aussi mesurer qualitativement le degré de similarité entre deux réseaux. Dans cette étude, nous avons utilisé une méthode qualitative proposée par Saunier and Bocquet (2009). Elle se définit comme suit : fixer un certain rayon R . Puis, pour chaque site $s \in \mathcal{D}$, on calcule la différence entre le nombre de stations, qui se trouvent dans le cercle de centre s et de rayon R , pour les deux réseaux à comparer. La précision de la comparaison dépend de la valeur de R . Ici, nous avons pris $R = 100\text{km}$. La Figure 3.19 montre les différences qualitatives entre le réseau optimal de 100 stations, obtenu par le critère Ψ_0 et ceux calculés par Ψ_1 , Ψ_2 et Ψ_3 . Cette approche qualitative montre que le réseau optimisé par le critère de la variance de prédiction est quasiment similaire aux autres réseaux optimaux. Cela confirme l'homogénéité spatiale des réseaux obtenus. Cette méthode de comparaison sera très efficace plutôt dans le cas des réseaux irréguliers.

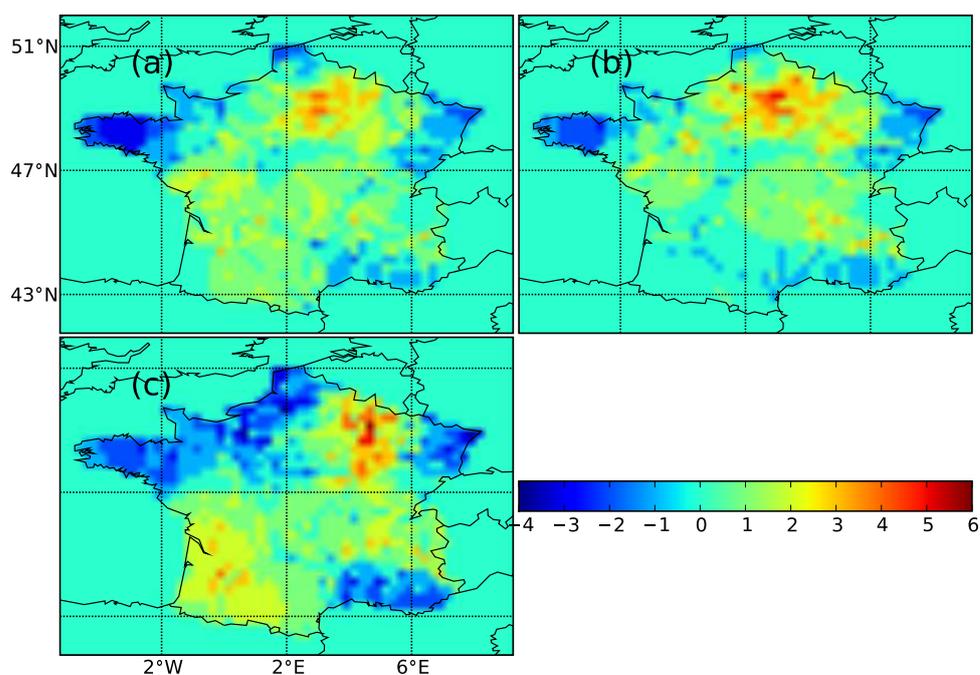


FIGURE 3.19 – Comparaison qualitative entre le réseau optimisé par la variance de prédiction avec les autres optimisés à partir des critères Ψ_1 , Ψ_2 et Ψ_3 . L'unité est en nombre de stations.

3.3.6 Redéploiement optimal du réseau de la BDQA

Une stratégie de réduction optimale du réseau de la BDQA peut être suivie par une étape de redéploiement, qui consiste à réinstaller une partie des stations à supprimer dans de nouveaux sites. Ces derniers doivent être choisis de telle sorte à optimiser la performance de prédiction du réseau réduit. Cela est tout à fait justifiable pour le cas du réseau de la BDQA car, il contient plusieurs couples de stations redondantes, qu'on a pu éliminer à l'étape de la réduction.

Pour le cas du réseau optimal de 100 stations obtenu par la variance de prédiction, il y a 329 stations de mesures à réduire. L'étape de redéploiement vise à en déplacer une partie vers d'autres sites choisis dans la région d'intérêt. Cela consiste donc à augmenter la taille du réseau optimal. Afin de montrer de combien on améliore la performance du réseau optimal par l'ajout de stations, nous avons considéré un redéploiement de 10, 20, 30 et 40 stations. Les gains en performances obtenus sont respectivement de, 10.61%, 16.59%, 21.41% et 25.55%. La Fig. 3.20 montre les positions optimales des sites choisis dans la région d'intérêt pour accueillir les stations à redéployer. On constate alors, que l'augmentation du réseau optimal est faite de telle sorte qu'elle rend le réseau encore plus uniforme.

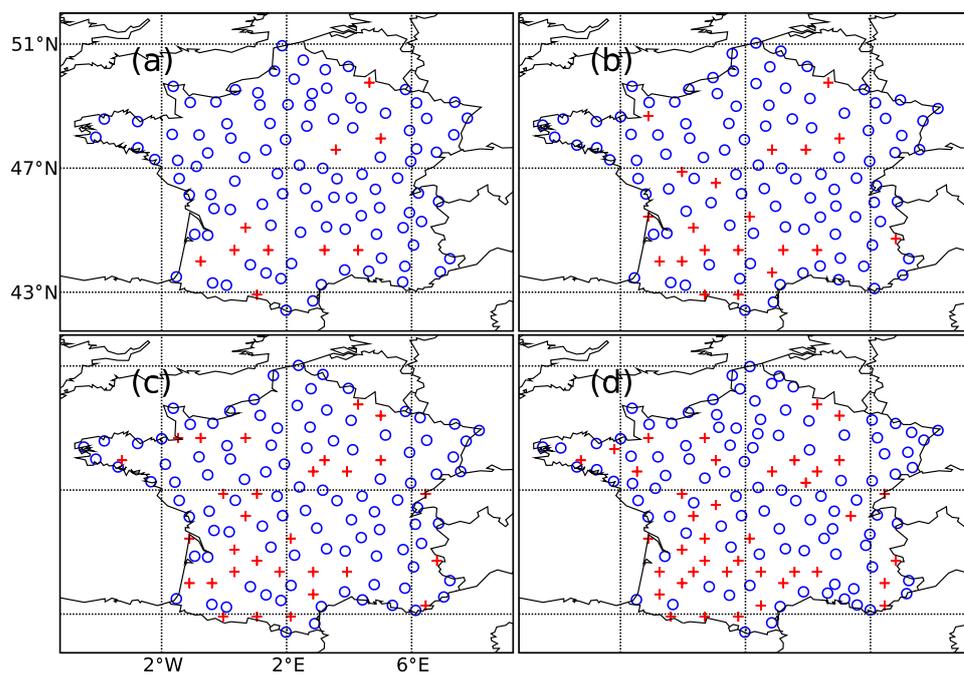


FIGURE 3.20 – Augmentation par redéploiement de la taille du réseau optimisé par la variance de prédiction. (a), (b), (c) et (d) correspondent respectivement à un déploiement de 10, 20, 30 et 40 stations. Les cercles représentent les stations du réseau optimal de 100 stations. Les (+) désignent les sites optimaux où il faut installer les stations à déployer.

3.4 Conclusion

Le but de cette étude a été d’aborder d’une manière objective le problème de l’optimisation d’un réseau de surveillance de la pollution atmosphérique. Cette étude a été centrée sur deux exemples d’applications. Le premier, concerne la réduction optimale du réseau de surveillance de Lille. Le deuxième exemple, aborde l’optimisation du réseau de la BDQA sur la France métropolitaine.

Concernant la réduction optimale du réseau lillois, nous avons appliqué la méthode du LASSO aux données d’ozone sur la période juin-août de l’année 2001. Nous avons trouvé qu’une réduction de la taille du réseau de mesure de 42% environ, n’affecte que peu la capacité de celui-ci à estimer la concentration moyenne d’ozone sur la métropole lilloise. Plus précisément, nous avons trouvé que l’erreur quadratique moyenne entre la moyenne journalière d’ozone évaluée sur le réseau total et celle du réseau réduit optimalement, vaut seulement que $6 \mu\text{gm}^{-3}$ environ.

Le travail abordant l’optimisation du réseau de la BDQA, est censé de fournir des réponses quantitatives aidant à établir une stratégie complète pour l’optimisation du réseau. Durant ce travail, l’objectif qui a été assigné au réseau de la BDQA est de prédire correctement le champ d’ozone sur la France métropolitaine. Le but était, pour un meilleur coût/performance, de réduire la taille du réseau sans que sa performance de prédiction ne soit considérablement détériorée. Dans la littérature du *optimal network design* en qualité de l’air, plusieurs fonctions coût ont été proposées afin de quantifier la performance de prédiction d’un réseau de mesure donné. Dans cette étude, nous avons essentiellement choisis la variance d’erreur de prédiction comme mesure de performance. Celle-ci a été confrontée à trois autres fonctions coût. La première est dérivée du principe du maximum de l’entropie (notée Ψ_1). La deuxième est définie par la dimension fractale d’un réseau de mesure (notée Ψ_2). La dernière est une métrique géométrique (notée Ψ_3).

Les données horaires de l’ozone du réseau de la BDQA, sur la période de juin à août de l’été de l’année 2004, ont été utilisées. Ces données ont été converties à des observations journalières, en faisant un moyennage sur la fenêtre 9 – 17 heures pour chaque jour d’observations. En se basant donc sur ces données, la fonction de covariance du champ d’ozone moyenné sur 9 – 17 heures, a été caractérisée par deux modèles de covariance, qui sont stationnaires et isotropes. Le premier est un modèle exponentiel d’une échelle spatiale de corrélation de 554km environ. Le deuxième, un modèle gaussien avec une échelle de corrélation plus grande, de 666km environ. Ce qui veut dire que les corrélations dans le champ d’ozone restent importantes même à des grandes distances. En plus, il a été constaté qu’à des échelles de corrélation inférieures à 30km, plusieurs couples de stations du réseau montrent de fortes corrélations. Ceci constitue un signe évocateur d’un problème de redondance dans le réseau de la BDQA. Une réduction de la taille du réseau s’avère donc possible afin d’éliminer les stations redondantes.

Ce travail, a permis de montrer que la performance de prédiction du réseau de la

BDQA est diminuée seulement de 17%, si la taille du réseau est réduite de 50% environ. La réduction alors de la taille du réseau affecte très peu sa performance. Cela, s'explique par la large valeur de l'échelle de corrélation estimée. Ce qui engendre par la suite des sous-réseaux ayant des performances similaires à celle du réseau total. Les sous-réseaux optimisés par l'une des fonctions coût utilisées, montrent des configurations couvrant plus ou moins uniformément la région d'intérêt.

La comparaison de performance de la variance de prédiction avec les autres critères utilisés, a mis en relief que les sous-réseaux optimisés par l'une des fonctions coût notées précédemment par Ψ_1 , Ψ_2 et Ψ_3 , montrent des performances très similaires à ceux obtenus par le critère de la variance de prédiction. En conséquence, dans les situations où il est difficile d'estimer raisonnablement la structure de la fonction de covariance, les critères géométriques (ici c'est Ψ_2 et Ψ_3) peuvent être des alternatives à ceux basés sur des modèles de covariance.

Dans ce travail, la fonction de covariance du champ d'ozone a été modélisée par un modèle stationnaire et isotrope. Ceci constitue une simplification très forte dans cette étude. En effet, généralement, le champ d'ozone et plusieurs d'autres champs de polluants, montrent des structures de corrélations non stationnaires et non isotropes. En effet, la violation de l'isotropie est justifiée physiquement par le fait que l'ozone est souvent transporté par le vent dans une direction dominante. Ce travail peut être refait alors en utilisant un modèle de covariance plus adéquat. Nychka and Saltzman (1998) ont proposé une approche multirésolution basée sur une décomposition en ondelettes, afin de dériver une fonction de covariance non stationnaire pour le champ d'ozone.

Par ailleurs, les réseaux optimaux montrent des configurations plus ou moins uniformes sur la région d'intérêt. Même si cela pourrait être la meilleure stratégie pour rendre la variance de prédiction plus petite, les réseaux obtenus ne seront pas plus appropriés pour détecter la structure de covariance à petite et à moyenne échelle. En conséquence, les réseaux optimisés par la variance de prédiction, seront plus efficaces pour la prédiction, mais n'auront qu'une faible capacité pour vérifier un modèle de covariance. En particulier, ils ne seront pas bien adaptés pour valider les moments du second ordre d'un modèle numérique. Cette étude donc peut être étendue en cherchant à optimiser le réseau de la BDQA afin de bien estimer la structure de covariance à différentes échelles.

Chapitre 4

Surveillance de radionucléides en champ proche

4.1 Introduction

Dans cette étude, nous abordons la construction optimale d'un réseau fixe de surveillance de radionucléides en champ-proche (dans un rayon de ≤ 10 km autour d'une centrale nucléaire). Un réseau local de mesure, implanté dans le voisinage immédiat autour d'une centrale nucléaire, joue un rôle déterminant pour la détection précoce d'une contamination radiologique provenant d'un rejet accidentel d'effluents radioactifs dans l'air. En situation de crise, ce réseau sera indispensable pour caractériser l'ampleur du rejet accidentel et d'évaluer ainsi les contres-mesures adéquates à envisager par les autorités pour mieux gérer la première phase accidentelle.

Compte tenue ce rôle vital, le réseau local doit être réparti de façon optimale autour du site nucléaire. En cas d'un rejet accidentel, la dispersion des radionucléides dans l'atmosphère sera essentiellement pilotée par les conditions météorologiques locales (vent local, stabilité de l'atmosphère, humidité de l'air,...) régnant dans les environs du site de l'accident. Par conséquent, la construction optimale d'un réseau local de mesure doit intégrer l'effet de la météorologie locale prédominante.

Dans cette étude, nous nous intéressons au site nucléaire du Bugey en France. La construction optimale du réseau sera basée sur la précision de la cartographie d'un rejet de radionucléides en cas d'alerte. Autrement dit, le réseau optimal doit reconstituer avec une bonne précision, à partir d'une certaine méthode d'interpolation spatiale, le panache radioactif dans les alentours du site. Afin de prendre en compte l'effet de la météorologie locale autour du site, nous considérons la rose des vents et la répartition de la stabilité atmosphérique sur le site du Bugey. Puis, nous utilisons un modèle gaussien de dispersion afin d'engendrer une base de scénarios de rejets accidentels. La détermination du réseau

optimal sera donc fondée sur cette base d'accidents hypothétiques. Il faut signaler que la méthodologie suivie dans cette étude est inspirée de Bocquet (2006-2009).

4.2 Météorologie locale sur le site nucléaire du Bugey

Le site nucléaire du Bugey est situé dans la vallée du Rhône dont la topographie est complexe. Il se trouve à 35km de l'est de Lyon, et il occupe une superficie de 100 hectares sur la rive droite du Rhône. Dans un rayon de 100 km environ, le site est entouré par le Massif central dans le Sud-ouest/Nord-ouest et par les Alpes et Jura, respectivement dans le Sud-est/Est et le Nord-est. Les conditions ambiantes météorologiques dans les environs du site, sont donc non stationnaires et non homogènes. Ce qui veut dire que différentes conditions de dispersion sont possibles dans la même journée. La Figure 4.1 ci-dessous donne une vue aérienne du site nucléaire du Bugey.

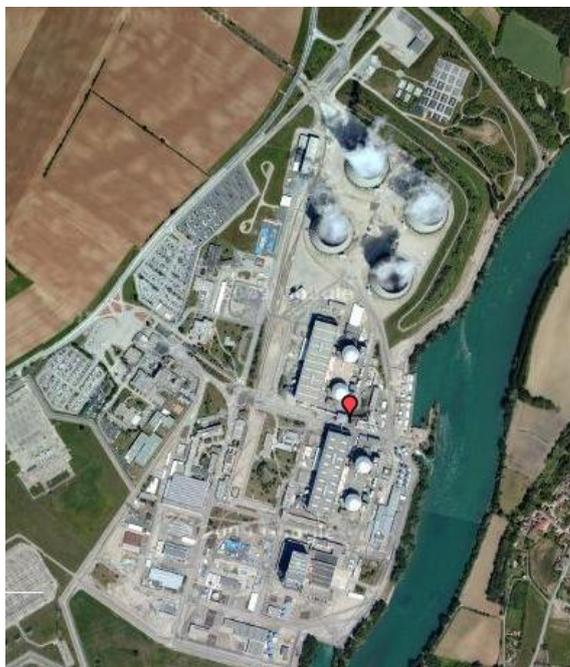


FIGURE 4.1 – Le site nucléaire du Bugey. Origine : Google Maps

Les deux principaux paramètres météorologiques conditionnant la dispersion des rejets sont le vent (direction et vitesse) et la stabilité atmosphérique. Nous avons considéré les six classes de stabilité de Pasquill. La figure 4.2 donne les fréquences d'apparition des différentes classes de stabilité sur le site du Bugey. Nous constatons que la classe D (atmosphère neutre) est la plus fréquemment observée (39%) sur le site. Les conditions de dispersions sont globalement favorables puisque 60% des observations (A :Très instable, B : Instable, C : Légèrement instable, D : Neutre) présentent une atmosphère stable ou neutre. Toutefois il est intéressant de constater qu'une atmosphère très stable (classe F) est observée dans 24% des cas.

La figure 4.3 représente la rose des vents sur le site nucléaire du Bugey sur la période 1995-2002. Nous remarquons que, sur le site, le vent souffle principalement de deux secteurs : Nord/Nord-ouest et Sud-est/Sud. La vitesse moyenne du vent dans chacun de ces secteurs vaut respectivement 5.1 m s^{-1} et 5.3 m s^{-1} . La raison pour la quelle, nous constatons que la répartition des vents sur le site est essentiellement confinée dans ces deux secteurs, est due à l'action dynamique des reliefs entourant le site.

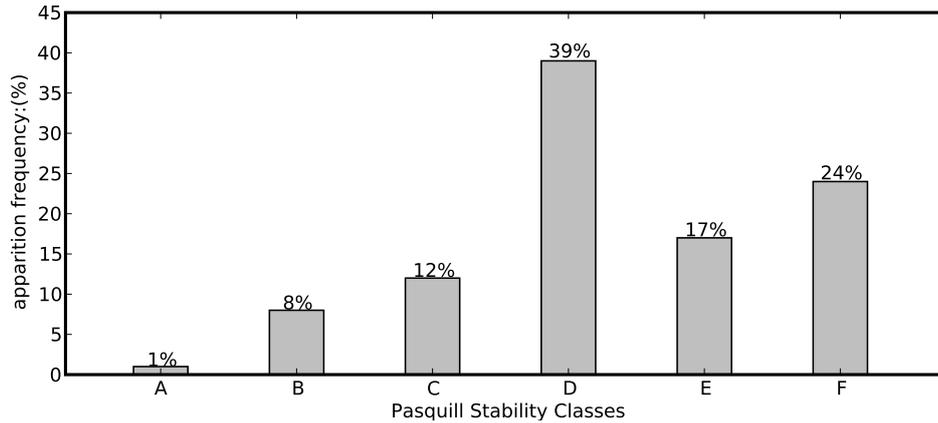


FIGURE 4.2 – Fréquences d'apparition des classes de stabilité de Pasquill sur le site du Bugey.

4.3 Base de scénarios de rejets accidentels

La dispersion des radionucléides rejetés à l'atmosphère par l'unes des cheminées de la centrale, sera représentée par un modèle gaussien. On suppose que le rejet atteint rapidement un régime permanent et que la réflexion du panache au sommet de la couche limite est négligée. Le système de coordonnées spatiales est choisi pour chaque accident de telle manière que \mathbf{Ox} désigne la direction du vent, après rotation appropriée du système de coordonnées. Alors le champ de l'activité volumique d'un radionucléide en un point (x, y, z) est estimé par :

$$A(x, y, z; H_e) = \frac{Q}{2\pi\sigma_y\sigma_zU} \exp\left[\frac{-y^2}{2\sigma_y^2}\right] \left\{ \exp\left[\frac{-(z - H_e)^2}{2\sigma_z^2}\right] + \exp\left[\frac{-(z + H_e)^2}{2\sigma_z^2}\right] \right\}, \quad (4.1)$$

H_e est la hauteur effective du rejet, Q le débit du rejet en Bq.s^{-1} , U la vitesse du vent. σ_y , σ_z sont respectivement les coefficients de dispersion transversal et vertical. Dans cette étude, ils sont estimés par la paramétrisation de Briggs. Pour la classe D (atmosphère neutre) la plus fréquemment observée sur le site du Bugey, les écarts-types de dispersion sont donnés par :

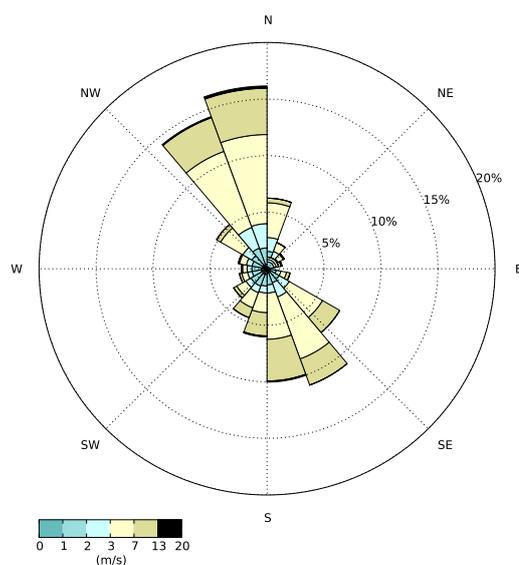


FIGURE 4.3 – La rose des vents sur le site nucléaire du Bugey sur la période 1995-2002. Les données utilisées sont fournies par Météo-France.

$$\sigma_y = 0.16x(1 + 0.0004x)^{-1/2} \quad (4.2)$$

$$\sigma_z = 0.14x(1 + 0.0003x)^{-1/2} \quad (4.3)$$

Le modèle gaussien a été donc discrétisé sur un domaine rectangulaire, d'une superficie de 36 km^2 , avec une résolution spatiale de 50 m. Le site nucléaire est pris au centre du domaine. Un rejet de l'iode 131, avec un débit $Q = 10^{12} \text{ Bq.s}^{-1}$, à une hauteur effective de $H_e = 80 \text{ m}$ a été considéré. La figure 4.4 illustre un exemple d'accident correspondant à un vent modéré (2m/s) du sud-ouest et à une atmosphère neutre.

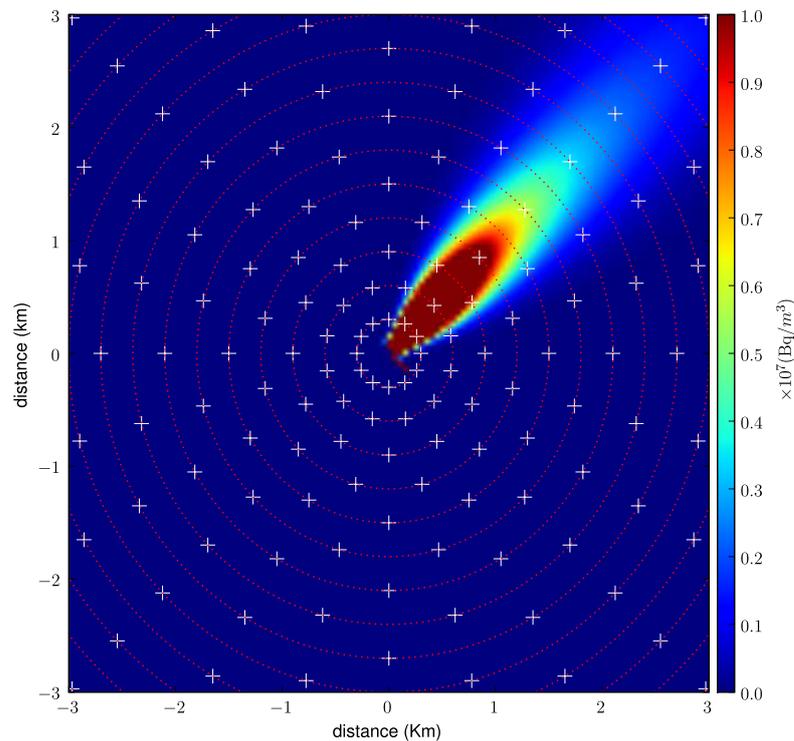


FIGURE 4.4 – Domaine d'étude autour du site nucléaire. Les lignes en pointillé représentent des cercles concentriques autour du site. Le plus petit rayon est de 0.3 km, le plus grand est de 4.24 km environ, et la différence entre deux rayons consécutifs vaut 0.3 km. Les (+) désignent les 136 sites potentiels qui peuvent accueillir une éventuelle station de mesure. Hormis quatre cercles, on dispose de 12 sites potentiels répartis uniformément sur chaque cercle. Le panache illustre un rejet accidentel, qui correspond à un vent modéré (2 m/s) du sud-ouest et à une atmosphère neutre.

Afin de constituer la base de scénarios d'accidents, sur laquelle nous allons nous baser pour construire le réseau optimal, 1000 rejets ont été calculés. Ils correspondent aux données de la rose des vents pour 1000 observations. Ces données sont réparties sur 9 secteurs de directions, comme le montre le tableau ci-dessous. À l'intérieur de chaque secteur, le nombre de scénarios d'accidents est réparti sur les différentes classes de stabilité en tenant compte de leurs fréquences d'apparition (voir 4.2).

Secteur en degré	Vitesse moyenne (m/s) par secteur	Nombre de scénarios par secteur
0-40	3.32	86
40-80	2.87	31
80-120	3.06	30
120-160	4.9	182
160-200	5.61	159
200-240	3.59	79
240-280	2.65	47
280-320	3.14	78
320-360	5.10	308

4.4 Modèle spatial de corrélation

Dans cette partie, nous modélisons la structure de corrélation spatiale caractérisant un champ de concentrations engendré par un rejet accidentel. Pour cela, nous avons calculé le variogramme associé aux conditions les plus fréquemment observées sur le site : un vent modéré de $2\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ du nord-nord ouest et une atmosphère neutre (classe D). La figure 4.5 montre le variogramme empirique ajusté à un modèle exponentiel de variogramme donné par :

$$\gamma(h) = \sigma^2 (1 - \exp(-h/L)) ; h = \|x - x'\|, \quad (4.4)$$

où $\sigma^2 = 4.6810^{12} (\text{Bq m}^{-3})^2$, $L = 1.16\text{km}$.

Nous constatons que le modèle exponentiel et le variogramme empirique sont en parfait accord. Nous concluons que le champ d'activité volumique, représenté par un modèle gaussien, peut être modélisé comme étant un processus isotrope et stationnaire du second ordre, et dont la fonction de covariance est donnée par

$$\text{Cov}(A(x), A(x')) = \sigma^2 \exp(-h/L), \quad (4.5)$$

où h est la distance séparant les deux positions x, x' .

En champ proche, la dynamique de la dispersion devient très sensible à l'effet dû à la présence des obstacles physiques et de la topographie dans les environs (MAZZOLDI et al., 2008). En conséquence de cela, la structure de corrélation spatiale dans le panache, devient non stationnaire et non isotrope. Hughes-Oliver et al. (1998) ont présenté un modèle de corrélation pour les processus physiques engendrés par une ou plusieurs sources ponctuelles. Leur modèle pour une source ponctuelle placée à la position $c = (0, 0, H_c)$ est

$$\text{Corr}(A(s_i), A(s_j)) = \exp(-\theta_1 \|s_i - s_j\| \exp\{\theta_2 \|c_i - c_j\| + \theta_3 \min[c_i, c_j]\}), \quad (4.6)$$

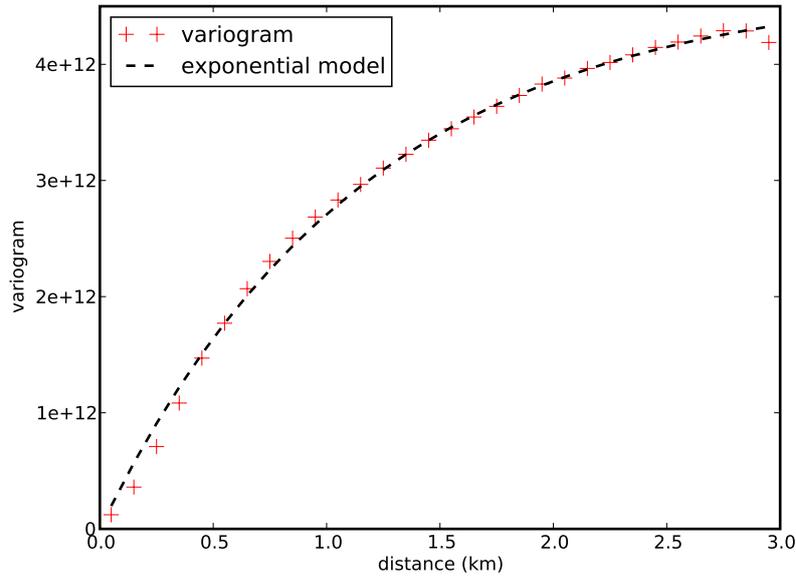


FIGURE 4.5 – Variogramme empirique. La courbe pleine représente le modèle exponentiel de variogramme. La courbe en (+) désigne le variogramme empirique. Le variogramme empirique est calculé pour les conditions locales les plus fréquemment observées sur le site : un vent modéré de 2 m.s^{-1} et une atmosphère neutre (classe D).

où $c_i = \|s_i - c\|$ et $c_j = \|s_j - c\|$ sont les distances entre les sites et la source ponctuelle. Ce modèle est non stationnaire. Car, la corrélation entre les sites s_i , s_j dépend aussi de leurs distances à la source ponctuelle. Ce modèle est une généralisation des modèles exponentiels de corrélation. Il faut noter également, que ce modèle de corrélation suppose que l'effet de la source de rejet sur la structure de la corrélation est circulaire. Dans notre cas d'étude, nous avons aussi utilisé ce modèle de corrélation avec les paramètres $\theta_1 = 0.86$, $\theta_2 = 0.00021$, $\theta_3 = 0.00065$ exprimés en km^{-1} .

4.5 Optimisation

4.5.1 Choix des sites potentiels

Nous avons choisi une grille angulaire sur laquelle il faut implanter le réseau de mesure. Cette grille (voir figure 4.4) est formée de cercles concentriques centrés sur le site nucléaire et dont les rayons sont consécutifs de 0.3 à 4.24 km environ, avec un pas de 0.3 km. Sur chacun des cercles, il y a 12 sites potentiels uniformément répartis. En plus, afin de détecter au mieux le panache radioactif, les répartitions des sites potentiels sur deux cercles consécutifs ont été déphasées d'un angle de $\pi/12$. On dispose donc au total de 136 sites potentiels. Parmi lesquels il faut sélectionner un certain nombre pour implanter le réseau

de mesure.

4.5.2 Fonction coût utilisée

Soit $\mathcal{R} = \{s_1, \dots, s_n\}$ un réseau de mesure, constitué de n sites choisis parmi les 136 sites potentiels. En cas d'un rejet de radionucléides, les mesures collectées par ce réseau seront utilisées, à travers une méthode d'interpolation spatiale appropriée, pour reconstituer le panache radioactif dans les alentours du site de l'accident. Nous avons utilisé la méthode d'interpolation par krigeage simple.

Dans un contexte similaire, Abida et al. (2008), ont utilisé la classe de fonctions de coût donnée par :

$$J^{(\alpha)}(D) = \left(\frac{1}{N_a N_s} \sum_{i=1}^{N_a} \sum_{k=1}^{N_s} |A_k^i - \bar{A}_k^i|^\alpha \right)^{\frac{1}{\alpha}} : \alpha > 0. \quad (4.7)$$

Cette classe de fonctions de coût mesurent la différence entre le champ d'activité \bar{A} (au niveau du sol) reconstitué et celui de référence, A , et ce pour tout les scénarios de rejet accidentel indexés par $i = 1, \dots, N_a$. $k = 1, \dots, 136$ désigne l'ensemble des sites potentiels. Abida et al. (2008) ont montré que la configuration du réseau optimal est essentiellement affectée par la valeur du paramètre α que par la méthode d'interpolation utilisée. Ils ont trouvé que les $\alpha > 2$ engendrent des réseaux optimaux favorisant principalement les régions de fortes concentrations. Au contraire, les réseaux obtenus pour les $\alpha < 1$ tendent à couvrir uniformément tout le domaine de surveillance. Pour notre étude, nous avons choisi la fonction coût $\alpha = 2$ pour mesurer la capacité d'un réseau de mesure. Elle correspond à l'écart quadratique moyen entre les champs reconstitués grâce aux observations du réseau \mathcal{R} et les champs de référence. Le réseau optimal qu'on cherche est celui qui minimisera cette fonction coût.

4.6 Résultats

La minimisation de la fonction coût $J^{(2)}$ a été effectuée en utilisant l'algorithme stochastique de recuit simulé. Afin de déterminer le nombre de stations appropriée du réseau de mesure à implanter autour du site, nous avons calculé 8 réseaux optimaux de tailles différentes. Les tailles considérées sont : $12 \times i$, $i = 1, \dots, 8$.

4.6.1 Minimisation de $J^{(2)}$ versus un seul scénario

Au lieu de considérer toute la base d'accidents, nous avons tout d'abord calculé un réseau optimal de 23 stations, en minimisant $J^{(2)}$ par rapport à un seul scénario de rejet.

Ce dernier est montré sur la figure 4.4. Cela permet de voir comment sont réparties les stations du réseau optimal par rapport au panache radioactif.

La figure 4.6 montre les fluctuations de la fonction coût $J^{(2)}$ lors du recuit simulé. L'amplitude de ces fluctuations diminue progressivement jusqu'à obtenir une valeur constante de la fonction coût. Ce qui signifie que le recuit simulé a bien convergé vers un optimum global. Également, on constate qu'on a un rapport de réduction de 12.2 environ entre la note affectée au réseau initial, choisi aléatoirement, et celle du réseau optimal. La figure 4.7 révèle que la configuration du réseau optimal obtenu est symétrique par rapport à la direction du vent. Par conséquent, elle épouse parfaitement la forme du panache de référence. En effet, on note que 10 stations se trouvent sur les bords intérieurs du panache, qui sont caractérisés par de forts gradients dans le champ d'activité. Dans l'axe centrale du panache, on trouve 7 stations. Cependant, dans un rayon de 0.3km de la source du rejet, on trouve 4 stations. Également, il faut constater que dans un rayon de 1.5km autour du site, il y a 16 stations de mesure parmi les 23. Cela veut dire (au sens de la fonction coût $J^{(2)}$) qu'il faut plus de stations installées près de la source afin de contrôler les fortes concentrations. Le panache reconstitué par le réseau optimal montre une forme très comparable à celle du panache de référence. Néanmoins, on observe une nette sous-estimation des concentrations près de la source dans le panache reconstitué.

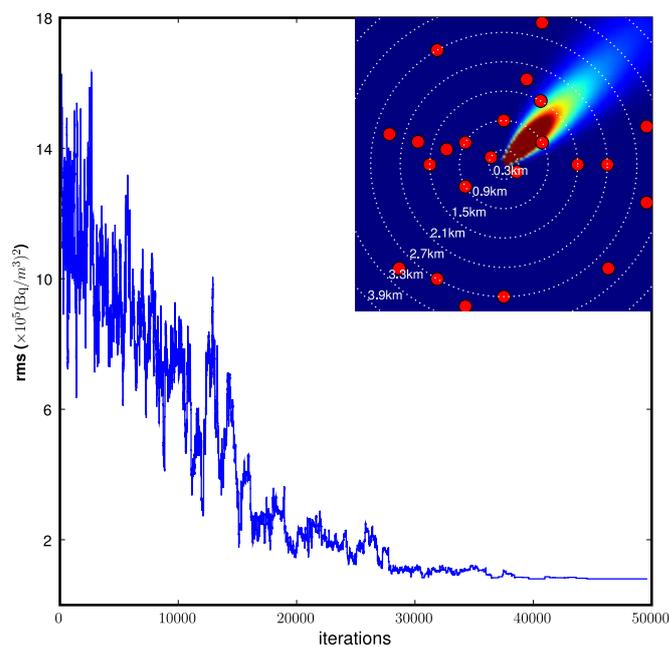


FIGURE 4.6 – évolution de $J^{(2)}$ lors du recuit simulé, pour le cas d'un réseau de 23 stations évalué par rapport à un seul scénario. En insert est représenté la configuration initiale du réseau et la panache de référence.

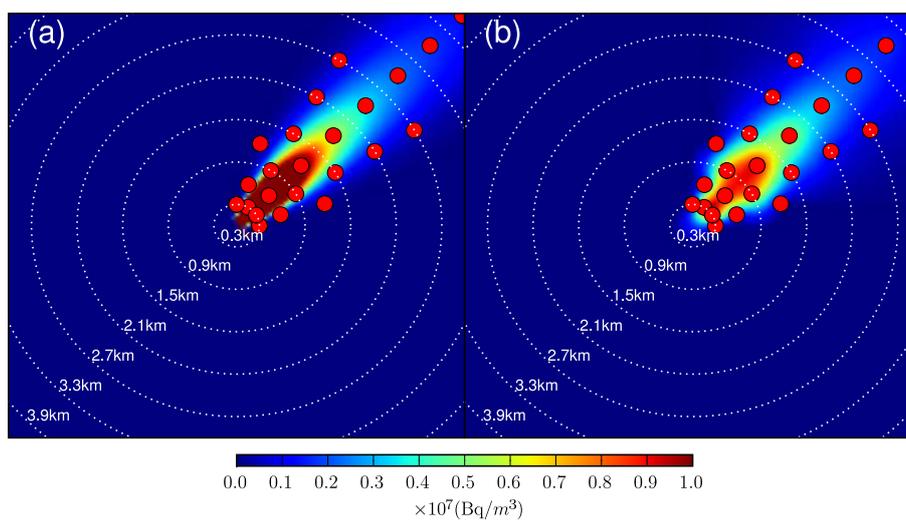


FIGURE 4.7 – Comparaison entre le panache de référence et celui reconstruit par le réseau optimal. (a) panache de référence, (b) panache reconstitué. Le réseau optimal est représenté par les disques rouges.

4.6.2 Minimisation de $J^{(2)}$ versus la base d'accidents

Dans cette sous-partie, nous allons montrer les réseaux optimaux évalués par rapport à la totalité de la base d'accidents. La figure 4.8 donne les notes des réseaux optimaux obtenus en fonction de leurs tailles. On remarque que la note du réseau optimal décroît avec la croissance du nombre de stations de mesure. Cela est attendu. En effet, le panache reconstitué sera plus caractérisé si le réseau de mesure contient plus de stations. Le gain en information dû à l'extension d'un réseau de taille n par l'ajout d'un certain nombre de stations δn est quantifié par :

$$G(\%) = 100 \times \left(1 - \frac{J^{(2)}(n + \delta n)}{J^{(2)}(n)} \right).$$

Ce ratio prend 28%, 37% et 47%, en ajoutant respectivement au réseau de taille 12, 24, 36 et 48 stations de mesure.

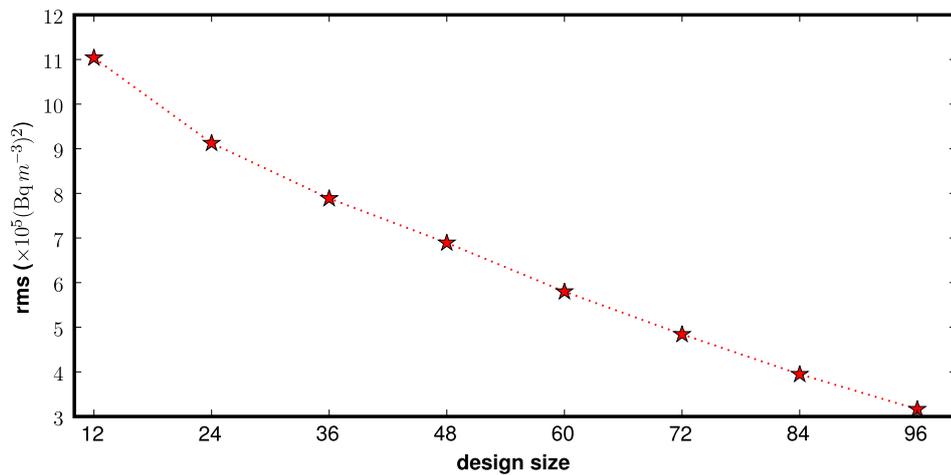


FIGURE 4.8 – Notes des réseaux optimaux obtenus en fonction de leurs tailles.

Les figures 4.9, 4.10 montrent les réseaux optimaux obtenus pour les différentes tailles considérées. Nous constatons que, les configurations obtenus révèlent des géométries en parfaite symétrie par rapport aux axes suivants : nord-sud, ouest-est, nord-ouest/sud-est et nord-est/sud-ouest. Il faut de noter que, au fur et à mesure la taille du réseau augmente, le nombre de stations près de la source augmente aussi. En effet, on constate que, dans un rayon de 1.5 km autour du site, on trouve 36 stations pour le cas du réseau optimal de taille 60. En revanche, pour le réseau optimal de taille 96, on dispose de 60 stations près de la source. Ce constat s'explique par le fait qu'il faut plus de stations de mesure près de la source afin de raisonnablement reconstituer les fortes concentrations. En effet, les grands écarts entre les champs reconstitués grâce à un réseau de mesure \mathcal{R} et les champs de référence sont plutôt observés près de la source du rejet et que, au sens de la fonction

coût considérée (l'erreur quadratique moyenne), les réseaux optimaux obtenus couvrent principalement les environs immédiats du site nucléaire. En ce qui concerne la surveillance des radionucléides à des échelles plus grandes, par exemple sur la France métropolitaine, Abida et al. (2008) ont trouvé que la fonction coût $\alpha = 2$ ne présente pas un choix approprié. Ils ont plutôt recommandé de choisir des fonctions coûts avec α entre 0.5 et 1. Par ailleurs, ils ont suggéré d'utiliser la fonction coût $\alpha = 2$ pour la surveillance à l'échelle locale. Pour le panache de référence correspondant à un vent de 2 m s^{-1} du sud-ouest et à une atmosphère neutre, la figure 4.11 donne les panaches reconstitués à partir des observations fournies par les réseaux optimaux de tailles 12, 48, 60 et 96. On constate alors que, la forme du panache reconstitué s'améliore au fur et à mesure que le rejet radioactif est intercepté par plus de stations. En effet, on observe que le panache reconstitué à partir du réseau optimal de taille 12 est nettement plus large que le panache de référence. Ce qui veut dire, que la région contaminée prédite par ce réseau est beaucoup plus étendue qu'elle ne l'est en réalité. Par contre, dans le rayon de 1.5km de la source du rejet, où règnent de fortes concentrations, le champ d'activité reconstitué est sous-estimé comparé à celui de référence. Au contraire, le panache reconstitué par un réseau optimal possédant plus de stations de mesure montre une forme très comparable à la référence. Ceci est très clair pour le cas du réseau optimal de taille 96.

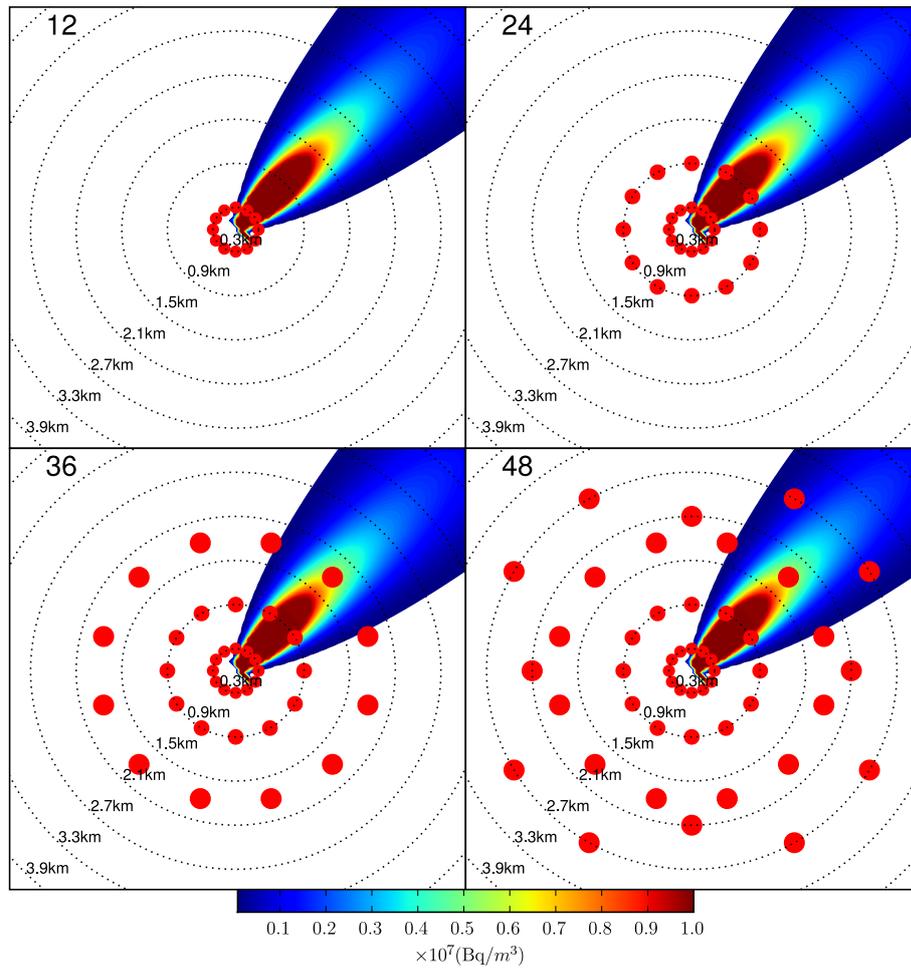


FIGURE 4.9 – Réseaux optimaux obtenus de taille 12, 24, 36 et 48. Les réseaux sont montrés par les disques rouges. Le panache représente un rejet qui correspond à un vent de 2ms^{-1} du sud-ouest et à une atmosphère neutre.

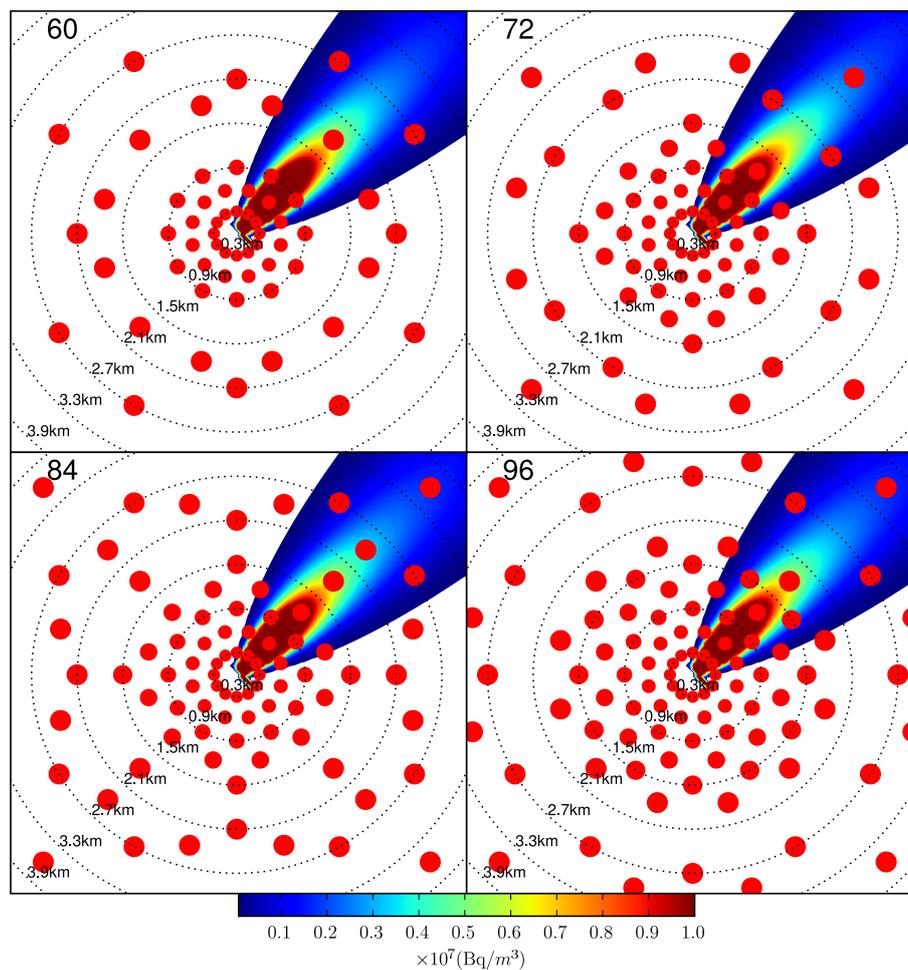


FIGURE 4.10 – Réseaux optimaux obtenus de taille 60, 72, 84 et 96. Les réseaux sont montrés par les disques rouges. Le panache représente un rejet qui correspond à un vent de 2ms^{-1} du sud-ouest et à une atmosphère neutre.

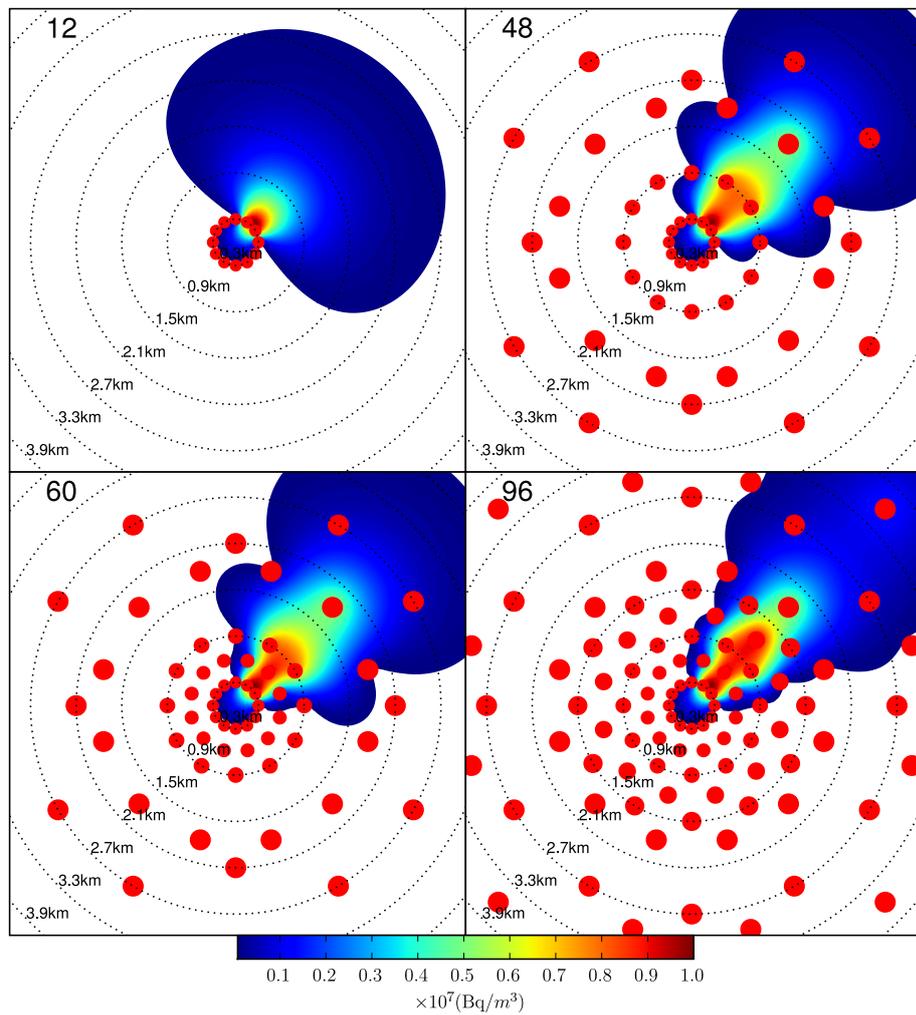


FIGURE 4.11 – Les panaches reconstitués par les réseaux optimaux de taille 12, 48, 60 et 96. Les réseaux sont montrés par les disques rouges. Le panache de référence correspond à un vent de 2ms^{-1} du sud-ouest et à une atmosphère neutre.

4.7 Conclusion

L'objectif de cette étude a été la construction optimale d'un réseau de surveillance de radionucléides en champ proche (dans un rayon de 10km autour d'une centrale nucléaire). Pour cela, une base de scénarios de rejets accidentels sur le site nucléaire du Bugey a été engendrée. Un modèle gaussien de dispersion a été utilisé pour simuler les rejets dans différentes conditions météorologiques sur le site du Bugey. La configuration optimale d'un réseau de mesure, auquel on a assigné l'objectif d'estimer au mieux le champ d'activité en situation de crise, a été donc évaluée sur la base de l'ensemble des scénarios de rejets calculés.

La reconstitution d'un rejet de radionucléides, à partir des observations issues d'un réseau de mesure, a été effectuée à l'aide d'interpolation par krigeage simple. Pour cela, la structure de corrélation spatiale associée à un rejet de radionucléides a été modélisée par un modèle exponentiel de corrélation, qui est stationnaire et isotrope. Néanmoins, le modèle de corrélation non stationnaire de Hughes-Oliver et al. (1998) a été essentiellement utilisé. La fonction coût, utilisé pour noter la performance d'un réseau à reconstituer un panache radioactif, correspond à l'écart quadratique moyen entre les champs reconstitués grâce aux observations d'un réseau donné et les champs de référence dans la base d'accidents.

La minimisation de la fonction coût a été effectuée en utilisant le recuit simulé. Les réseaux optimaux obtenus, montrent des configurations parfaitement symétriques par rapport au site nucléaire. Cette symétrie observée est évidemment due aux formes régulières et symétriques (par rapport à la direction du vent) que possèdent les panaches calculés par le modèle gaussien. Il a été aussi constaté que les réseaux optimaux obtenus, concentrent plus de stations près de la source du rejet. Ceci, est essentiellement attribué à la nature de la fonction coût utilisé. En effet, au sens de cette fonction coût, on aura besoin de plus de stations près de la source du rejet, et ce, afin de réduire au mieux les larges écarts observés principalement près de la source, entre les concentrations retrouvées par un réseau donné et celle de référence. En ce qui concerne la taille appropriée pour le réseau optimal, elle devrait être choisie pertinemment en faisant un compromis entre les contraintes financières et le niveau de précision exigé.

Les modèles gaussiens sont basés sur l'hypothèse de l'état stationnaire. Ils requièrent que l'écoulement soit homogène et en état de turbulence stationnaire (Zannetti, 1990). En champ proche, la dynamique de la dispersion devient très sensible aux effets des obstacles physiques et à la topographie. En conséquence, ces modèles ne pourront pas être très valides et fiables aux applications où les effets non homogènes, par exemple la dissipation turbulente près des obstacles physiques sont présents. Dans telles situations, il faut que le réseau de mesure à implanter autour du site nucléaire soit évalué sur des scénarios de rejets les plus réalistes possibles. Pour cela, cette étude pourra être étendue d'une part, en utilisant un modèle CFD tridimensionnel (Computational Fluid Dynamics) au lieu d'un modèle gaussien simplifié, et d'autre part, en modélisant la corrélation spatiale dans le champ d'activité par un modèle de corrélation non stationnaire et anisotrope. Pour cela,

nous recommandons d'utiliser le modèle suggéré par Hughes-Oliver et al. (1998) car, il incorpore l'effet de l'anisotropie induite par la source du rejet.

Chapitre 5

Optimisation d'un réseau de surveillance de radionucléides sur la France

Ce chapitre est un résumé de l'article (Abida et al., 2008), publié en février 2008 dans la revue Atmospheric Environment.

5.1 Résumé

Notre étude (Abida et al. 2008) vise à fournir un début de réponse aux besoins exprimés par le service des situations d'urgence et d'organisation de crise de la direction de l'environnement et de l'intervention de l'IRSN, concernant l'optimisation du futur réseau automatisé de télésurveillance des aérosols radioactifs dans l'air, **le réseau DESCARTES**, qui sera mis en œuvre par l'IRSN et dont l'objectif est de pouvoir mesurer des rejets provenant de l'ensemble des installations nucléaires françaises ou étrangères. En effet, le but majeur de l'étude est de déterminer quelles configurations de réseaux permettent une connaissance d'une précision acceptable du niveau de contamination atmosphérique et au sol. Ces configurations doivent également permettre à terme de positionner l'origine d'une source indéterminée d'émission d'une pollution radioactive importante, pourvu que l'on dispose d'un système de modélisation inverse adéquat.

L'évaluation d'une configuration de réseau répondant aux besoins de l'IRSN a nécessité d'engendrer au préalable une base suffisamment représentative des scénarios probables en cas d'accident. Pour cela, nous avons choisi un an de météorologie (l'année 2004), à partir de laquelle nous avons simulé, sur une période de 10 jours, la dispersion de radionucléides provenant d'un rejet accidentel à une des centrales nucléaires françaises. À cette fin, nous avons utilisé le modèle POLAIR3D forcé par les analyses d'ECMWF($0.36^\circ \times 0.36^\circ$), et

considéré deux cinétiques de rejet différentes. La première situation correspond à une perte de réfrigérant primaire conduisant à une fusion totale et rapide du cœur. Elle dure 7 jours. La seconde correspond à une rupture d'un tube de générateur de vapeur, phénomène moins rare et d'ampleur bien moindre. Le rejet dure alors 1h20. Dans les deux cas, nous nous sommes intéressés à trois radioéléments : ^{131}I , ^{137}Cs et ^{137}Xe . Au total, la base compte 43800 scénarios de dispersion. Dans le cas du rejet long, Les profils temporels de ces trois espèces sont montrés sur la Fig.5.1.

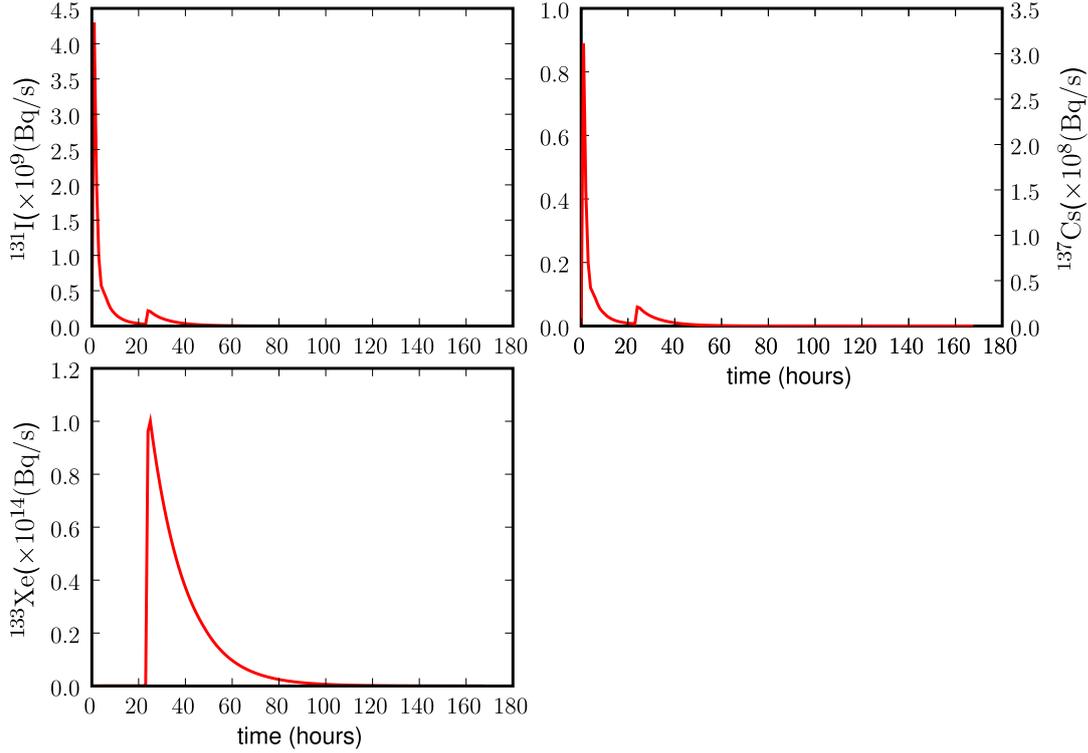


FIGURE 5.1 – Rejet long calculé et fourni par l'IRSN avec l'application SESAME. Profils temporels des trois radioéléments ^{131}I , ^{137}Cs et ^{137}Xe .

La base d'accidents est ensuite utilisée pour déterminer la capacité d'un réseau de surveillance à détecter une situation accidentelle, et à reconstituer spatialement la contamination. En effet, pour mesurer la capacité d'un réseau $\mathcal{R} = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}$ contenant m stations, nous avons considéré la classe générale de fonctions coût définie par :

$$L_\alpha(\mathcal{R}) = \left(\frac{1}{q \times n} \sum_{i=1}^q \sum_{k=1}^n |\bar{c}_k^i - c_k^i|^\alpha \right)^{\frac{1}{\alpha}}, \text{ avec } \alpha > 0, \quad (5.1)$$

où $i = 1, \dots, q$ indexe l'ensemble des accidents. c^i et \bar{c}^i sont respectivement le champ de concentrations de référence (calculé par POLAIR3D) et celui reconstitué grâce aux observations fournies par le réseau \mathcal{R} . $k = 1, \dots, n$ parcourt l'ensemble des point du maillage

spatio-temporel du domaine d'étude. Les stations du réseau sont placées sur un ensemble de 507 sites potentiels, répartis uniformément sur le territoire français à la résolution $0.36^\circ \times 0.36^\circ$. Pour une valeur de α , la fonction coût attribue donc une note au réseau \mathcal{R} , basée sur les différences, sur les 507 sites potentiels, entre les concentrations de radio-nucléides obtenues lors des simulations et les concentrations retrouvées par le réseau. Pour évaluer les concentrations aux positions en dehors du réseau, nous avons utilisé principalement deux méthodes d'interpolation spatiale. La première est l'interpolation par le point le plus proche. À un point du maillage est assignée la concentration mesurée par la station du réseau la plus proche. La deuxième est l'interpolation par krigeage simple. La figure 5.2 compare, pour un accident particulier, le nuage de ^{131}I simulé avec ceux reconstitués par un réseau de 100 stations en utilisant les deux techniques d'interpolation.

L'optimisation du réseau \mathcal{R} consiste donc à chercher la configuration des stations, choisies parmi les 507 positions, qui minimise la fonction coût L_α . Ce problème d'optimisation combinatoire est connu pour être **NP-difficile**. Il ne peut être efficacement abordé qu'à l'aide d'un algorithme de recherche stochastique. Pour cela, nous avons choisi l'algorithme de recuit simulé. Son grand avantage réside dans sa capacité à éviter les optima locaux. La convergence de l'algorithme vers le minimum global n'est pas garantie. Cependant, il n'est pas nécessaire de l'atteindre. L'objectif est d'obtenir un bon réseau, pas nécessairement le meilleur. L'optimisation donne lieu à des calculs très lourds, difficilement réalisables sur une machine standard. C'est pourquoi nous n'avons considéré que les scénarios du rejet long de ^{131}I . En plus, nous avons parallélisé le calcul de la fonction coût L_α sur un système distribué de type cluster.

Afin d'explorer l'effet du choix de la fonction coût sur la configuration du réseau optimal, nous avons optimisé un réseau de 100 stations en le notant par les trois fonctions coût $\alpha = 0.5$, 1 et 2, et en utilisant les deux techniques d'interpolation. $\alpha = 2$ correspond à l'écart quadratique moyen (RMSE) et $\alpha = 1$ à l'erreur absolue moyenne (MAE). En examinant les résultats obtenus, nous avons constaté que la configuration du réseau optimal (au sens de la fonction coût L_α) est qualitativement peu sensible à la méthode d'interpolation utilisée. Par conséquent, nous pouvons évaluer la fonction coût en utilisant l'interpolation par le point le plus proche car, d'une part, elle reste suffisante en dépit de sa simplicité pour reconstituer la variabilité mesoéchelle du nuage radioactif, et d'autre part elle est moins coûteuse en temps de calcul comparée au krigeage. En revanche, nous avons constaté que la configuration du réseau optimal est extrêmement affectée par le choix de la fonction coût. En effet, nous avons trouvé que la fonction coût $\alpha = 2$ engendre des réseaux optimaux concentrant les stations de mesure autour des sources (les centrales nucléaires). Au contraire, les réseaux optimisés par la norme $\alpha = 0.5$ possèdent des configurations couvrant, de façon plus au moins uniforme, tout le territoire. La norme $\alpha = 1$ elle constitue un choix intermédiaire entre les deux précédents, car elle produit des réseaux qui placent des stations loin des sources, tout en concentrant plus de stations autour des centrales, mais d'une intensité moindre que la norme $\alpha = 2$. Lorsque le paramètre α varie de 0.5 à 2, cela renforce le *clustering* autour des centrales nucléaires, et cela, de manière asymétrique, dû principalement à la non-homogénéité de la météorologie.

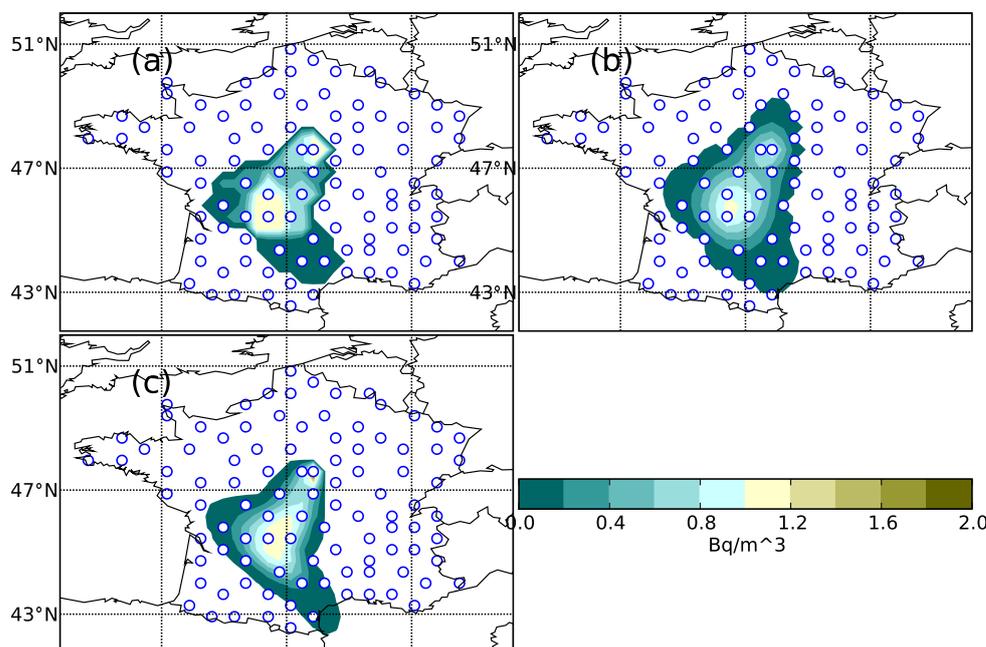


FIGURE 5.2 – Champ des concentrations d'iode-131 simulé et ceux reconstitués par un réseau de 100 stations. (a) le nuage reconstitué par le point le plus proche. (b) le nuage reconstitué par le krigeage simple. (c) le nuage simulé. Les cercles représentent les stations du réseau utilisé.

La dépendance de la configuration optimale d'un réseau au paramètre α constitue un résultat central dans notre étude. Cette dépendance met en évidence que le choix approprié d'une norme α est complètement défini par rapport aux objectifs auxquels le réseau doit répondre. En effet, Les normes $\alpha \geq 2$ sont plus adéquates pour la surveillance des fortes concentrations dans les alentours du site de l'accident, ainsi que pour caractériser les changements rapides de concentrations à forts gradients à proximité des installations nucléaires. Autour d'une centrale nucléaire, un réseau engendré à partir de telles normes, sera plus efficace pour délimiter précisément les régions où des contre-mesures seront entreprises. De plus, ces normes semblent offrir un autre avantage. En effet, les mesures fournies par les stations immédiatement localisées dans les endroits les plus affectés, pourront être utilisées afin de paramétrer la dispersion atmosphérique en vue d'évaluer l'impact de l'accident sur une échelle plus large. Au contraire, les normes $\alpha \leq 0.5$ sont plus appropriées si l'objectif est d'engendrer des réseaux couvrant uniformément le territoire afin de surveiller les faibles concentrations. De telles réseaux seront inefficaces en vue de caractériser les *points chauds* de contamination.

En ce qui concerne la densité du futur réseau à construire, elle devrait être considérée en

terme de niveau de détail et de la précision exigés. Nous avons montré que l'augmentation de la taille d'un réseau améliore nettement la faculté de celui-ci à reconstituer une contamination radioactive. D'après nos calculs, nous avons suggéré des tailles allant de 75 à 100 stations comme choix pertinents pour dimensionner le futur réseau de mesure. Ce nombre doit être ramené à la résolution désirée pour la représentation spatiale des concentrations, qui est ici de $0.36^\circ \times 0.36^\circ$.

Dans notre étude, nous avons aussi comparé entre les performances des réseaux engendrés par les normes α avec celles des réseaux obtenus à partir d'un critère de remplissage spatial. Ce dernier consiste à maximiser la quantité suivante :

$$G(\mathcal{R}) = \min\{d(s_i, s_j); 1 \leq i < j \leq m\}, \quad (5.2)$$

où d désigne la distance géographique entre deux sites potentiels. Les réseaux optimisés à partir de ce critère montrent des configurations couvrant uniformément le territoire Français. Nous avons mis en évidence que, en terme de performance à reconstituer le panache radioactif, un réseau engendré par la norme $\alpha = 0.5$ est similaire à celui obtenu par le critère G . Par conséquent, l'approche de remplissage spatial peut constituer une alternative pour construire un réseau optimal s'étalant uniformément sur la totalité du territoire français.

5.2 Critère sur la capacité de détection

Dans ce qui suit, nous présentons un critère géométrique qui incorpore également la capacité de détection du réseau. Il faut signaler que ce critère n'a pas été introduit dans Abida et al. (2008).

En général, les critères de remplissage spatial ne font intervenir aucune connaissance a priori sur le phénomène physique étudié. Pour pallier à ce problème, nous pouvons modifier le critère G afin qu'on puisse tenir compte de l'ensemble des scénarios de dispersion. Pour cela, nous allons introduire la quantité r attachée à un site potentiel s :

$$\xi_i(s, t) = \begin{cases} 1 & \text{si } c^i(s, t) \geq C_{\text{ref}} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (5.3)$$

$$r(s) = \frac{1}{q \times nt} \sum_{i=1}^q \sum_{t=1}^{nt} \xi_i(s, t), \quad (5.4)$$

où $c^i(s, t)$ est la concentration au site s et au temps t relatif à l'accident i . C_{ref} représente un seuil de référence. nt est le nombre de pas temps. La quantité $r(s)$ représente le nombre relatif de détections attaché au site s . Elle ne peut pas être considérée comme étant une probabilité conditionnelle de trouver une concentration au site s supérieure à la valeur

du seuil, connaissant les concentrations sur les sites avoisinants. Le critère de remplissage spatial modifié que nous proposons est donné par :

$$G^*(\mathcal{R}) = \left(\sum_{s \in \mathcal{R}} r(s) \right) G(\mathcal{R}). \quad (5.5)$$

Le réseau optimal est alors obtenu en maximisant ce critère. Ce dernier, a l'avantage d'engendrer des réseaux couvrant la région d'intérêt, mais en donnant plus d'importance aux régions de fortes concentrations. Ceci est tout à fait clair sur la figure 5.3, qui montre un réseau de 100 stations obtenu par le critère de remplissage spatial modifié, en prenant comme seuil de référence $C_{\text{ref}} = 0.1 \text{Bq}/m^3$. Il est évident que les clusters observés autour des installations nucléaires vont se renforcer si on considère une valeur de seuil plus grande. Il faut signaler que critère n'a pas été exploré dans Abida et al. (2008).

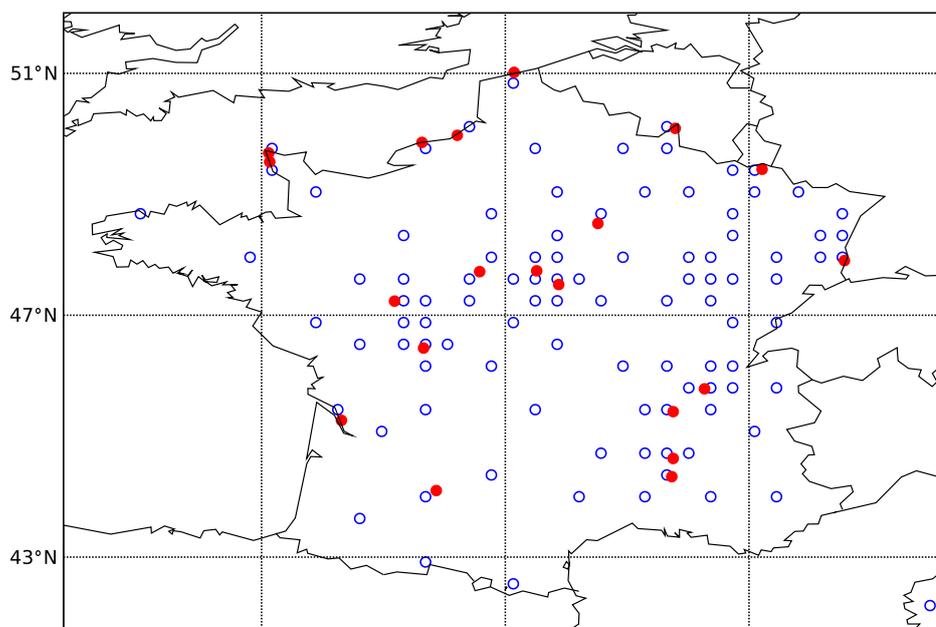


FIGURE 5.3 – Optimisation d'un réseau de 100 stations en utilisant le critère de remplissage spatial modifié.

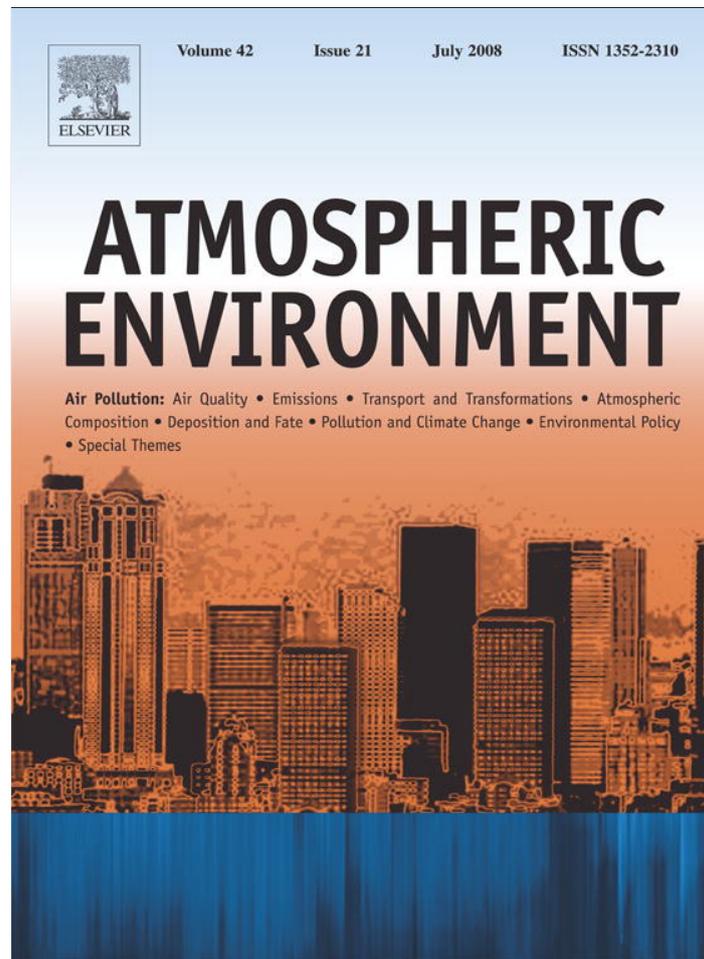
La difficulté majeure à la quelle nous sommes affrontés le long de notre étude est la lenteur des calculs. En effet, malgré la parallélisation du calcul de la fonction coût, l'optimisation par le recuit simulé demeure excessivement coûteuse en temps de calcul. Nos résultats peuvent être facilement étendus à une résolution spatiale plus fine et en considérant d'autres scénarios de dispersion émanant des centrales nucléaires des pays

avoisinants. Cela a été donc l'objectif de l'étude réalisée par Saunier and Bocquet (2009). Leur étude est considérée comme complémentaire à la nôtre. Les auteurs ont considéré les 20 installations nucléaires françaises en plus de 34 centrales nucléaires situées dans les pays avoisinants. Ils ont simulé les scénarios de dispersion à la résolution spatiale $0.25^\circ \times 0.25^\circ$. Afin d'aborder le problème du temps de calcul, ils ont proposé une méthode de réduction basée sur l'analyse en composantes principales (ACP) pour réduire la taille de la base d'accidents en retenant que les scénarios plus significatifs (ACP). Par ailleurs, ils ont discuté plusieurs stratégies de redéploiement séquentiel du futur réseau. En effet, du fait des contraintes techniques et financières, il ne sera pas possible sur la plan pratique de placer en même temps toutes les stations du réseau. Le déploiement sera donc effectué en plusieurs phases, qui seront définies en fonction de la capacité des équipes de l'IRSN.

Une part de l'originalité de notre étude réside dans le fait qu'il a été trouvé que la configuration d'un réseau optimal dédié pour la surveillance des radionucléides est principalement liée au choix de la fonction coût choisie. Ceci ne serait vraisemblablement le cas pour un réseau dédié à la mesure de polluants récurrents (ozone, oxydes d'azote, etc) que dans une bien moindre mesure, comme nous avons pu le noter dans le cadre du chapitre 2. En conséquence, ce choix devrait être fait soigneusement afin de répondre à l'ensemble des contraintes liées à l'installation du réseau DESCARTES.

5.3 Article Atmospheric Environment

Provided for non-commercial research and education use.
Not for reproduction, distribution or commercial use.



This article appeared in a journal published by Elsevier. The attached copy is furnished to the author for internal non-commercial research and education use, including for instruction at the authors institution and sharing with colleagues.

Other uses, including reproduction and distribution, or selling or licensing copies, or posting to personal, institutional or third party websites are prohibited.

In most cases authors are permitted to post their version of the article (e.g. in Word or Tex form) to their personal website or institutional repository. Authors requiring further information regarding Elsevier's archiving and manuscript policies are encouraged to visit:

<http://www.elsevier.com/copyright>



Design of a monitoring network over France in case of a radiological accidental release

Rachid Abida^{a,b}, Marc Bocquet^{a,b,*}, Nikki Vercauteren^a, Olivier Isnard^c

^a*CEREA, Joint Laboratory École Nationale des Ponts et Chaussées/EDF R&D, Université Paris-Est, Avenue Blaise Pascal, 77455 Champs sur Marne, France*

^b*INRIA, Paris-Rocquencourt Research Centre, France*

^c*Institute of Radiation Protection and Nuclear Safety, BP 17, 92262 Fontenay-aux-Roses, France*

Received 26 September 2007; received in revised form 25 February 2008; accepted 29 February 2008

Abstract

The Institute of Radiation Protection and Nuclear Safety (France) is planning the set-up of an automatic nuclear aerosol monitoring network over the French territory. Each of the stations will be able to automatically sample the air aerosol content and provide activity concentration measurements on several radionuclides. This should help monitor the French and neighbouring countries nuclear power plants set. It would help evaluate the impact of a radiological incident occurring at one of these nuclear facilities. This paper is devoted to the spatial design of such a network. Here, any potential network is judged on its ability to extrapolate activity concentrations measured on the network stations over the whole domain. The performance of a network is quantitatively assessed through a cost function that measures the discrepancy between the extrapolation and the *true* concentration fields. These *true* fields are obtained through the computation of a database of dispersion accidents over one year of meteorology and originating from 20 French nuclear sites. A close to optimal network is then looked for using a simulated annealing optimisation. The results emphasise the importance of the cost function in the design of a network aimed at monitoring an accidental dispersion. Several choices of norm used in the cost function are studied and give way to different designs. The influence of the number of stations is discussed. A comparison with a purely geometric approach which does not involve simulations with a chemistry-transport model is performed.

© 2008 Elsevier Ltd. All rights reserved.

Keywords: Radionuclides dispersion; Accidental release modelling; Network design; Simulated annealing; Geostatistics

1. Introduction

1.1. Needs

The covering of radiological monitoring stations over Europe is rather inhomogeneous. It can be visualised at a glance on the EURDEP project website (<http://eurdep.jrc.it>). Countries like Germany, Austria, The Netherlands, Belgium and Finland have a very dense surveillance network.

*Corresponding author at: CEREA, Joint Laboratory École Nationale des Ponts et Chaussées/EDF R&D, Université Paris-Est, Avenue Blaise Pascal, 77455 Champs sur Marne, France. Tel.: +33 164 152 162; fax: +33 164 152 170.

E-mail address: bocquet@cerea.enpc.fr (M. Bocquet).

Others have a sparser one. France possesses a 180-station gamma-dose monitoring network (Teleray), operated by the Institute of Radiation Protection and Nuclear Safety (IRSN). Its primary goal is alerting the French nuclear authority in case of an emergency. IRSN is now planning to make the covering denser by setting-up new automatic aerosol stations (Descartes project). They should be able to measure activity concentrations of various aerosol radionuclides. Possible sources of radionuclides, whose surveillance is part of the IRSN prerogatives, are the 19 nuclear French power plants in activity. On this list was added the La Hague recycling plant, because the recycled fuel has a similar radionuclides signature to a possible accidental release from an active power reactor. Twenty possible sources have therefore been selected. Their locations are plotted in Fig. 1, and their names and types are listed in Table 1.

The primary purpose of such network is to alert the authorities of a possible threat by radionuclides dispersion in the atmosphere. In that case gamma-dose stations are efficient enough, though the observation/reporting system should be automatic. Note that the issue with such network is the elimination of false events (often due to lightning or the deposition of airborne radon progeny on the ground by rain). However, to obtain physical characterisation of the radionuclides, and in particular activity concentrations of the main radionuclides, an aerosol station would be preferable. Ideally it would also be automatic. Because of the difference in nature of the observables monitored by the Teleray and Descartes networks (gamma-dose and activity concentrations, respectively), the two

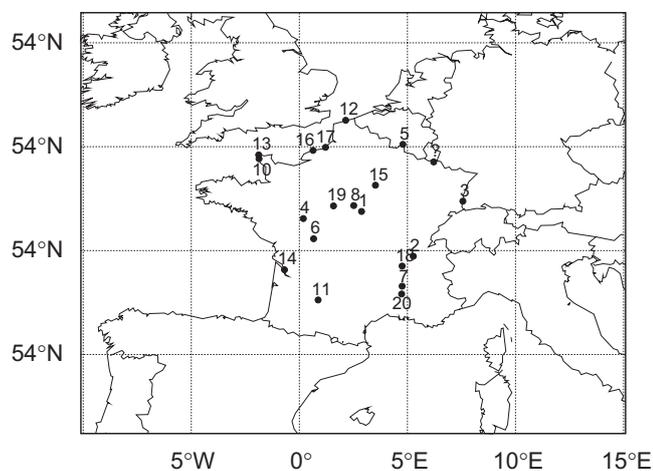


Fig. 1. Locations of the 20 selected nuclear sites in France.

Table 1

Name of the 20 selected nuclear sites in France

	Site	Type
1	Belleville	NPP
2	Bugey	NPP
3	Cattenom	NPP
4	Chinon	NPP
5	Chooz	NPP
6	Civaux	NPP
7	Cruas	NPP
8	Dampierre	NPP
9	Fessenheim	NPP
10	Flamanville	NPP
11	Golfech	NPP
12	Gravelines	NPP
13	La Hague	FRP
14	Le Blayais	NPP
15	Nogent	NPP
16	Paluel	NPP
17	Penly	NPP
18	Saint Alban	NPP
19	Saint Laurent	NPP
20	Tricastin	NPP

NPP stands for nuclear power point and FRP stands for fuel recycling plant.

networks are considered independently in this study.

A secondary purpose is to help assess the extent of the plume on the basis of the sole measurements, and possibly to some statistical tools. This can be achieved by the use of geostatistics, or splines techniques. Instead of low-level models of the event based on statistics (such as semi-variogram), one can use a numerical model of dispersion in conjunction with the data. This ranges from geostatistics to data assimilation.

A third purpose is the use of the data and the numerical model, through data assimilation techniques, to not only assess the extent of the plume but also forecast the plume evolution. Moreover thanks to inverse modelling (another version of data assimilation), both data and models can help infer parameters on the source (location, release rate), (Krysta and Bocquet, 2007; Bocquet, 2007).

Now, trying to assess the performance of a network for these three purposes involve different computational burdens. For a significant number of stations, optimising a network on the third purpose (data assimilation/inverse modelling) is still a very demanding task. Nevertheless, the primary and secondary purposes have already been used in the construction or extension/deletion of monitoring

networks. In the realm of atmospheric chemistry, such works have essentially focussed on the chemistry of ozone and its precursors (Nychka and Saltzman, 1998; Banjevic, 2004). This particular topic is only emerging in the radionuclides monitoring community. However, this very subject has been central to the work of Comprehensive Test-Ban Treaty Organisation (see for instance Ramaker, 2003), though at global scale and for military monitoring applications.

There are several scales to monitor an accidental release, over which to set up a network. The near field is about 30 km around the source. Around nuclear power plant, several gamma-dose instruments are installed at fixed locations (Krysta et al., 2006). Emergency plans involve measurements via mobile devices (protected vehicle/dropsonde from helicopters). This leads to adaptive design strategies (Jiang et al., 2007).

The mesoscale (from 20 to 2000 km) is related to timescales of a few hours to several days. This study is focussed on this scale.

1.2. Objectives

As mentioned earlier, one can assign purposes to the network which should be decided, at least partially, on objective grounds. Among them are the three types of purposes described earlier. Among the second type of criteria is the ability for the network to give a faithful representation of the concentration field over the domain to be monitored (mapping). This will be the objective assigned to the network studied here. For a fixed and given network, several works have emphasised the importance and difficulty of mapping in case of an accidental release dispersion.

Assessing this ability for a given network makes use of a hidden reference map of concentration. Concentrations on the network stations are disclosed and statistical tools (splines, kriging) are used to reconstruct the whole map. An inter-comparison exercise was performed by the European Joint Research Centre (Dubois et al., 2005) to evaluate these techniques (accidental context). The main conclusions are that splines and kriging techniques are comparable, the overall performance being rather weak because of the point-wise nature of the source. Indeed the dispersion is non-stationary and exhibits sharp gradients so that statistical models (at the heart of mapping techniques) are not a very good representation of such a dispersion

event. INTAMAP, a specific targeted research project under the sixth European Research Framework Program, has been partly built up to achieve a better performance of those tools in this context <http://www.intamap.org/>.

For our purpose of designing a fixed network, assessing this ability should be based on a large database of accident scenarios. An alternative is to build a smaller database of statistically representative accidents. This is certainly a clever choice, but involves significant additional statistical studies. We will therefore pursue with the first possibility. The dispersion event attached to each scenario will be simulated thanks to a chemistry-transport model.

1.3. Methodological outline

On the basis of the previous remarks, the construction of a close to optimal monitoring network should be based on the following schedule:

- Construct a database of accidents for each day of a typical year and each possible source.
- Choose an interpolation technique to extrapolate the observations to an activity concentration field over the whole domain (France here).
- Define a cost function which quantitatively measures the discrepancy between the extrapolation of the measurements to the complete domain and the concentration field reference from the database, for each of the accident in the database.
- For a fixed number of stations, optimise the network using simulated annealing (SA).

Section 2 describes how the database is constructed. In Section 3, the cost functions and the interpolation techniques used in this work are discussed. The optimisation technique is then presented in Section 4. The main results are detailed in the sensitivity study of Section 5, while conclusions and practical recommendations are given in Section 6.

2. The simulation database

2.1. Designing the database

To encompass a large number of meteorological configurations, for each possible source and type of accident, a simulation is performed every day at 12:00 UTC of the calendar year. As mentioned

earlier 20 possible sources have been considered. Two types of accidents have been retained. The first is a core melt-down accident. The second one, of lesser impact, is a breakdown of a vapour generating tube, leading to a preventive release into the atmosphere of overpressure through an exhaust pipe. Three representative species have been selected: a purely gaseous species ^{133}Xe without any removal processes, except radioactive decay, a radionuclide (particulate form) ^{137}Cs with a long half-life (30 years) and removal by dry deposition and wet scavenging, and a radionuclide (gaseous then aerosol form) ^{131}I with a short half-life (8 days), removed by dry deposition and wet scavenging. Overall, 45 990 simulations should have been generated. To reduce this number, only one species was ultimately retained for this study: ^{131}I , which may have a strong sanitary impact (e.g. Chernobyl). Hence the number of simulations actually performed was 14 600. Besides, the two types of accident have been considered but most of the computations have been performed on the core melt-down case, so that for the optimisation, only half of the database has been used (7300 simulations).

The meteorological data used in the simulation are based on the ECMWF operational meteorological field over Europe for the year 2004 (analysis and forecast). The spatial resolution is $0.36^\circ \times 0.36^\circ$. The domain of simulation is $[15^\circ 30' \text{W}, 34^\circ 53' \text{E}]$, $[33^\circ 33' \text{N}, 71^\circ 21' \text{N}]$. The simulations were actually saved on a smaller domain encompassing France $([10^\circ 06' \text{W}, 15^\circ 05' \text{E}], [38^\circ 57' \text{N}, 55^\circ 09' \text{N}])$. These two

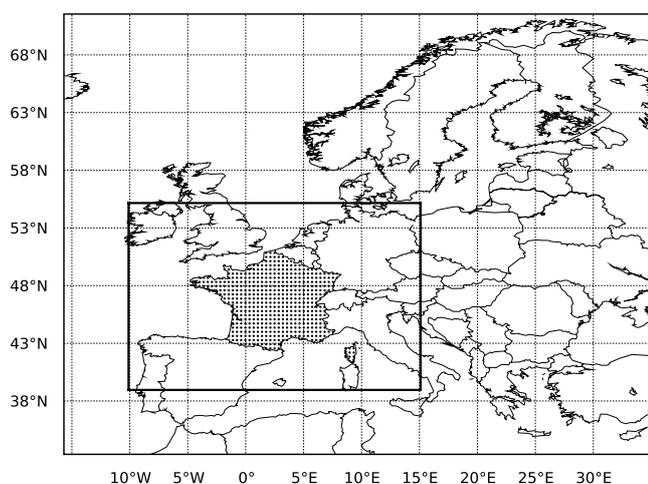


Fig. 2. Domain of simulation and domain where the simulation is stored. The dots are the potential grid-cells which could welcome a station at a resolution of $0.36^\circ \times 0.36^\circ$.

domains are represented in Fig. 2. Eleven vertical layers are used in all simulations. For each accident, the simulated dispersion time length is 10 days (core melt-down) or 7 days (generator vapour tube breakdown). The saving period is 1 h. The generated database for 14 600 accidents weighs more than 330 Go.

2.2. The chemistry-transport model and parametrisations

The numerical chemical-transport model used in this study is POLAIR3D, part of the Polyphemus platform. It has been validated on ETEX-I, Algeciras and Chernobyl (Quélo et al., 2007). It integrates the concentration field c_i of species i , following the transport equation:

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{u}c_i) = \text{div}\left(\rho \mathbf{K} \nabla \left(\frac{c_i}{\rho}\right)\right) - A_i^s c_i - A_i^d c_i + S_i, \quad (1)$$

where A_i^s is the wet scavenging coefficient, A_i^d represents the radioactive decay and S_i is the point-wise source for species i . \mathbf{K} is the matrix of turbulent diffusion, diagonal in practice. The vertical component is given by K_z . Its parametrisation follows Louis (1979). The horizontal component is of uniform and constant value K_H . All boundary conditions are taken null (in particular incoming mass fluxes are null). The boundary condition on the ground is

$$-K_z \nabla c_i \cdot \mathbf{n} = -v_i^{\text{dep}} c_i, \quad (2)$$

where \mathbf{n} is the unitary vector upward oriented. v_i^{dep} is the dry deposition velocity of species i .

The advection is implemented thanks to a third-order explicit scheme, with a Koren–Sweby flux limiter function. Because of the sharp gradients found, it is important to use such a limiter.

The diffusion scheme is integrated through an implicit second-order Rosenbröck scheme, with a three-steps spatial scheme. Directional operator splitting is used.

Except for decay and removal processes, all three considered species (^{131}I , ^{137}Cs and ^{133}Xe) are behaving like tracers. Iodine and caesium are deposited using the simplest scheme with a constant deposition velocity: $v^{\text{dep}} = 0.5 \text{ cm s}^{-1}$. The parametrisation used in this study is Belot of the form $A_i^s = ap_0^b$, with $a = 8 \times 10^{-5}$ and $b = 0.8$. p_0 is the rain intensity, in mm h^{-1} (Baklanov and Sorensen, 2001).

3. Evaluating a design

3.1. Interpolation

The primary purpose assigned in this work to a monitoring network, is to establish maps of activity concentrations, on the basis of the measurements obtained from the monitoring stations. On principle, the technical tools capable of carrying such a task should extrapolate the measurements to the rest of the domain (they are often called interpolation schemes). As mentioned earlier, the complexity of such tools ranges from trivial algorithms (based on geometry) to algorithms based on a numerical CTM (inverse modelling/data assimilation), through a statistical model (kriging). In this work, two approaches are considered: closest point and simple kriging.

3.1.1. Closest point

The first one is the closest point approximation. An activity concentration on an arbitrary point on the domain is given by the closest monitoring station measurement (at a fixed time). It is arguably very simple, but, as will be shown, manages to capture many of the qualitative features of this study. Because of its simplicity, the algorithm is fast (only a search in a look-up table is needed).

3.1.2. Simple kriging

The second scheme that we shall use is simple kriging. It makes use of some knowledge on the correlation between activity concentrations at any two points of the domain. In our case, this statistical information can conveniently be obtained from the simulation database, provided one trusts this database to simulate real accidents well enough.

To do so, an empirical correlogram is computed. The correlation should ultimately be reduced to a function of distance between any two points in the domain. Besides, to account for the non-stationarity of an accidental dispersion event, we assume that the correlogram depends on time (though we do not compute any correlation between different times). At a fixed time t after the start of a release, the empirical correlation related to points separated by a distance ranging from d_k to d_{k+1} is given by

$$\hat{\Gamma}_t([d_k, d_{k+1}]) = \frac{1}{N_t([d_k, d_{k+1}])\hat{\sigma}} \sum_{\substack{\text{accidents} \\ \text{sources}}} \sum_{\substack{i,j \\ d_{ij} \in [d_k, d_{k+1}]}} c(\mathbf{x}_i, t)c(\mathbf{x}_j, t), \quad (3)$$

where $\hat{\sigma}$ is an average estimator of the activity concentrations variances, $N_t([d_k, d_{k+1}])$ is the number of pairs such that the distance between the two points lies in $[d_k, d_{k+1}]$. Note that the summation is performed on all accidents available in the database (that is for all days and for each source).

To smooth out these empirical correlations, an exponential model is chosen. The correlations are assumed to be of the form

$$\Gamma_t(d) = A_t \exp\left(-\frac{d}{L_t}\right), \quad (4)$$

where d is the distance between any two points. L_t is a correlation length, which measures how fast the correlations are damped. In our context, it depends on time and L_t , as well as the normalisation constant A_t , should be estimated from the empirical correlogram.

Once the statistical model is determined, there is no need to compute it again, and it is not a numerical burden any more.

The simple kriging provide an estimation of the concentration $c(\mathbf{x})$ at \mathbf{x} , given the concentrations $c(\mathbf{x}_i)$ at the monitoring stations located at \mathbf{x}_i , $i = 1, \dots, n$. For each time t , the estimation is assumed linear in the concentrations

$$c(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n w_i c(\mathbf{x}_i). \quad (5)$$

The correlation matrix between two concentrations at any two stations at \mathbf{x}_i and \mathbf{x}_j of the network, and between two concentrations at \mathbf{x} and any station from the network at \mathbf{x}_i is given by

$$[\mathbf{K}]_{ij} = \Gamma_t(d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)) \quad [y]_i = \Gamma_t(d(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)). \quad (6)$$

The weight w_i , collected in the n -rank vector \mathbf{w} , are then obtained when solving the linear system

$$\mathbf{K}\mathbf{w} = \mathbf{y}. \quad (7)$$

The correlogram and fitted exponential model are presented in Fig. 3. Because the correlogram depends on time, it is important to provide an information as to when a set of measurements took place in the sequence of events. We have assumed that once an activity concentration is measured above the threshold for the first time, it marks what is believed to be the start of the release. This sets the correlation schedule.

The correlation length L_t is expected to increase with time after an accident, and on average. The inverse of the correlation length has therefore been

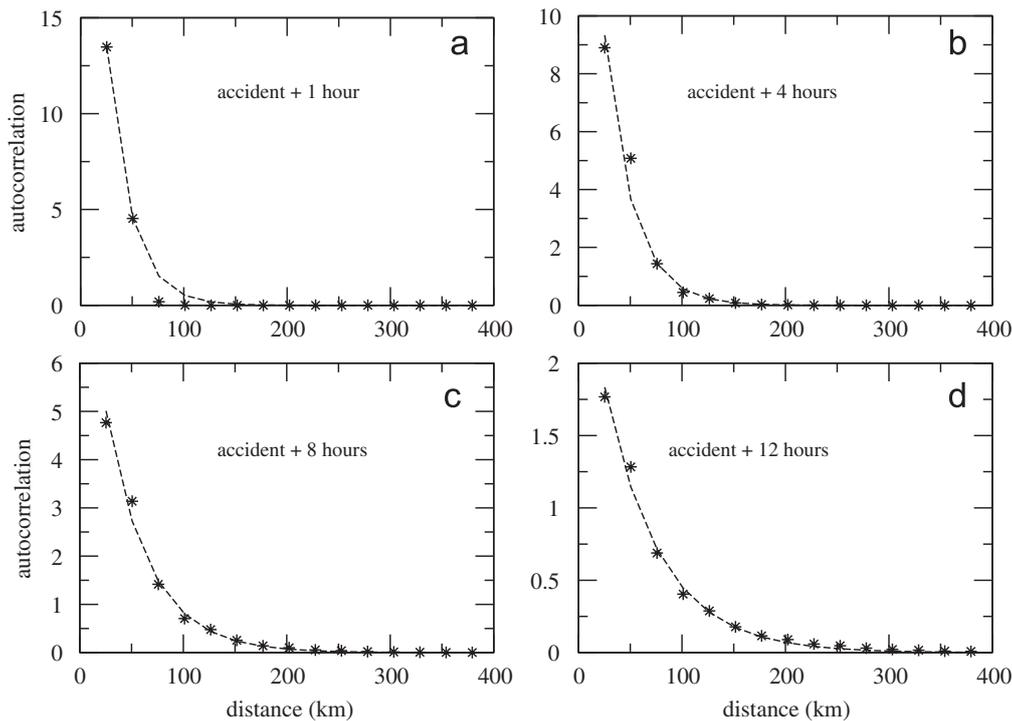


Fig. 3. Empirical autocorrelation (*) derived from the simulations database for (a) 1, (b) 4, (c) 8, and (d) 12 h after an accident. The segmented line is the result of the fit to the exponential model Eq. (4).

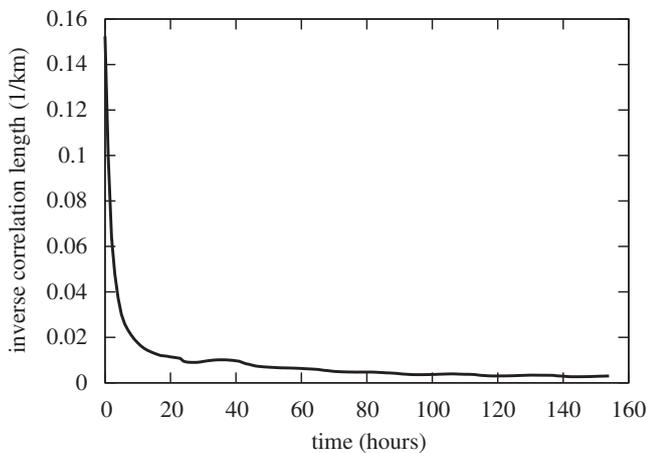


Fig. 4. Inverse of the fitted correlation length (as defined by Eq. (4)), and its average dependence on time after an accident.

plotted in graph Fig. 4, and as expected decreases with time.

3.2. Cost functions

The cost function allows to rank the performance of a given network by a scalar. Given the primary objective assigned to the network, it should be a measure of the discrepancy between the interpolated map obtained from the observations, and the

simulation concentration map, which stands as a reference.

A measure which was used in Jiang et al. (2007) counts the difference between the positive detections of the plume and the false detections (positive and false are defined relatively to a fixed threshold). This mainly focusses on detection, whereas the network we intend to design here should be able to give reliable map of the activity concentration fields at mesoscale. An extensive discussion on various design criteria and their relationship to the monitoring network purpose can be found in Müller (2001).

So a global objective function is needed, such as the square of all discrepancies. It will become clear later that a more general class of cost functions should be investigated. That is why it was chosen to consider the Hölder norm cost functions:

$$J_\alpha = \left(\frac{1}{M} \sum_{k=1}^M |\bar{c}_{x_k} - c_{x_k}|^\alpha \right)^{1/\alpha}, \quad (8)$$

where \bar{c}_{x_k} is the concentration extrapolated on site k , and c_{x_k} is the concentration simulated on site k . The sum runs on all points in the domain and times and over all accidental scenarios. In the absence of modelled observation errors, the discrepancies vanish at the source monitoring stations, so that

these discrepancies do not have to be calculated. The time window over which the sum runs for one single accident is seven days (168 h). One has $M \simeq 6 \times 10^8$. To alleviate the computation, one day out of two will be selected in the one-year database, and in a few cases one every four days. In such a way, one still hopes to capture some of the meteorological conditions variability.

4. Optimisation

The construction of an optimal monitoring network of size n consists in finding the “best” configuration among all $\binom{N}{n}$ possible sampling combinations, where N is the total number of potential sites. It seems clear that if N is large, the number of combinations may be high and naive optimisation will be computationally prohibitive, so that a clever enough search algorithm is needed.

One of the most important local search algorithm applied to solve well-known combinatorial optimisation problems, and one that reduces the risk of falling into local minima is known as SA. The inspiration of SA comes from statistical physics. That is, in SA process, each point s of search space is considered as a state of some physical system, and the objective function $J(s)$ to be minimised is interpreted as the internal energy of the system in this state. Therefore, this iterative procedure aims to bring the system from some arbitrary initial state to a state with the minimum possible energy. In the framework of statistical physics, the transition probability of a system from some initial state s to a new candidate state s' at certain temperature T is defined by

$$P(\delta J) = \min\left(1, \exp\left(-\frac{\delta J}{k_b T}\right)\right), \quad (9)$$

where k_b is the Boltzmann constant which would have no meaning in SA algorithm. This formulae reveals that the system will move not only to a new configuration state when a negative change in internal energy has occurred, but also to a state even when it is worse (has a higher energy) than the current one. It is this feature that reduces the risk of being trapped into local minima. Also we can derive that the odds of accepting a new candidate configuration of the system will decrease gradually as the temperature continues to decrease monotonically.

Following the pioneering work of Metropolis et al. (1953) and Kirkpatrick et al. (1983) SA was

introduced as a local search algorithm to deal with combinatorial optimisation problems. A general set up of SA algorithm adapted to our context operates in the following way. The algorithm starts with an initial random configuration of monitoring stations

$$D^{(0)} = \{s_1^{(0)}, s_2^{(0)}, \dots, s_n^{(0)}\}, \quad (10)$$

where n is the size of the design. The radionuclides data gathered by this network will be used to reconstruct the whole map of radioactive particles over France’s territory via a spatial interpolation method. The discrepancy between the simulated map (the true map) and extrapolated map is quantified by the cost function value $J_\alpha(D^{(0)})$ assigned to the current design $D^{(0)}$. The next new design $D^{(1)}$ is obtained by swapping one randomly chosen station of $D^{(0)}$ with another one picked from the discrete candidate set $C = \{c_1, c_2, \dots, c_N\}$ of the area S of interest, where N is larger than n . After that, the $J_\alpha(D^{(1)})$ value is computed and compared with the previous value. In general, during the SA process, the random perturbation assigned to an intermediate “upward”: $D^{(i)} \rightarrow D^{(i+1)}$ has a probability $P(D^{(i)} \rightarrow D^{(i+1)})$ of being accepted. This transition probability is given by the Metropolis criterion as follows:

$$P(D^{(i)} \rightarrow D^{(i+1)}) = \begin{cases} 1 & \text{if } J_\alpha(D^{(i+1)}) \leq J_\alpha(D^{(i)}) \\ \exp\left(\frac{J_\alpha(D^{(i)}) - J_\alpha(D^{(i+1)})}{T}\right) & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (11)$$

where T is interpreted as a fictive temperature parameter which must be lowered gradually as the SA evolves. There are several schemes in literature called *cooling schedules* applied to update the temperature parameter. The most simple and widely used is the exponential cooling schedule given by

$$T_{i+1} = RT_i, \quad (12)$$

where T_0 is the initial temperature and R is a discount factor. If a particular design $D^{(i+1)}$ produces improvement by reducing the $J_\alpha(D^{(i+1)})$ value, the network is accepted and it serves as starting point for the next step. Notice that the chance of accepting a new configuration decreases with temperature according to the cooling schedule. The SA process continues so on until some stopping criterion is met.

It is worthnoting that SA is very sensitive to the chosen cooling schedule and the starting initial

design. So the choice of updating cooling schedule must be done more carefully. In this study, we opted for an exponential cooling schedule with initial temperature $T_0 = 10^{-3}$ and a discount factor $R = 0.98$. With such a strong cooling, there is no guarantee in the convergence of the algorithm (see for instance Cohn and Fielding, 1999). However, chances are that a *near-optimal* network configuration can be reached.

Recalling that in our work the number of candidate sites is 507 which are uniformly covering the whole of France's territory at a resolution of $0.36^\circ \times 0.36^\circ$, and the main goal is to extract from this set an optimal network assigned to the radionuclide monitoring emergency.

Another point is that nuclear power plants considered in this study are all equipped with several near-field monitoring stations. It is therefore mandatory to model this significant source of information. In order to do so, it was chosen to attach to each of the 20 sites a fixed monitoring station that, from the regional scale point of view, represents the group of local stations surrounding the plant. The fixed stations are a priori given as part of the optimal network. That is, for a network of size n , only $n - 20$ stations will be considered for swapping with the rest of the $507 - n$ candidate sites.

5. Sensitivity study and results

The aim of this section is threefold. Firstly, we will explore the effect of cost function choice on the configuration of a monitoring design. Secondly, the importance of the number of monitoring stations will be discussed. Thirdly, we investigate another approach aimed at designing a monitoring network taking into account only the spatial positions of points.

5.1. The importance of the cost function choice

In the context of spatial design the choice of a cost function or a design criterion is a practical problem which plays a crucial role in defining the mission of the monitoring network. In literature, many design criteria based on random field models are widely studied and used in many environmental disciplines (see Cressie, 1993).

In our study, the design criterion is defined by the objective function J_α which measures only the discrepancies between simulated radioactive map

and its reconstructed map achieved by an extrapolation from a monitoring design. Needless to mention that this objective criterion depends also on the parameter α . Thus, different values of this parameter generate different design criteria. This feature allows us to shed insight into the effect of cost function choice on monitoring network configuration.

To tackle this issue in case of radionuclides accidental release we evaluate the cost function J_α for three values of α : 0.5, 1 and 2. The choice of this set of values results from trial and error experimentation.

In order to isolate “only” the effect of the design criterion, we generated designs using kriging and the closest point as interpolation methods. As we can see in Fig. 5, the designs obtained by kriging and the closest point for the three values of α are qualitatively similar. This result is very important and constitutes a key point in our work. As the process of SA is more demanding in time calculation using kriging compared to closest point, we chose then to achieve our study using the closest point approach. Fig. 6 represents fluctuations of J_α for the three values of α during SA iteration process. If we refer again to Fig. 5 which shows the corresponding obtained optimal designs of size $n = 100$, we can see in the case of $\alpha = 2$ that this design criterion clusters more stations around nuclear sites. So that the quality of interpolation will not be good enough globally. Consequently the radioactive field will not be reconstructed accurately far away from the source. This criterion may be useful if our focus is only monitoring strong radioactive concentrations recorded nearby power plants. Yet, designs generated for $\alpha = 0.5$ and 1 show obvious discrepancies with the case $\alpha = 2$. That is, for $\alpha = 1$, the obtained design starts putting some stations far from sources. This behaviour is evident for the design criterion $\alpha = 0.5$: the network tends to cover the whole area of interest. Also it can be noticed that, as α parameter moves from 0.5 to 2, there is not only an increase in clustering around the nuclear sites but it does so in an asymmetric fashion in response to the norms and typical variance of meteorology. Conversely, there is little impact of meteorology in the vicinity of particular clusters of nuclear facilities in the $\alpha = 0.5$ design.

Fig. 7 illustrates a scenario of an accidental radionuclide release. The simulated concentrations field of ^{131}I and the reconstructed field captured by a monitoring network optimised for $\alpha = 0.5$ discloses an acceptable degree of conformity. It is observed that during the radioactive plume passage over

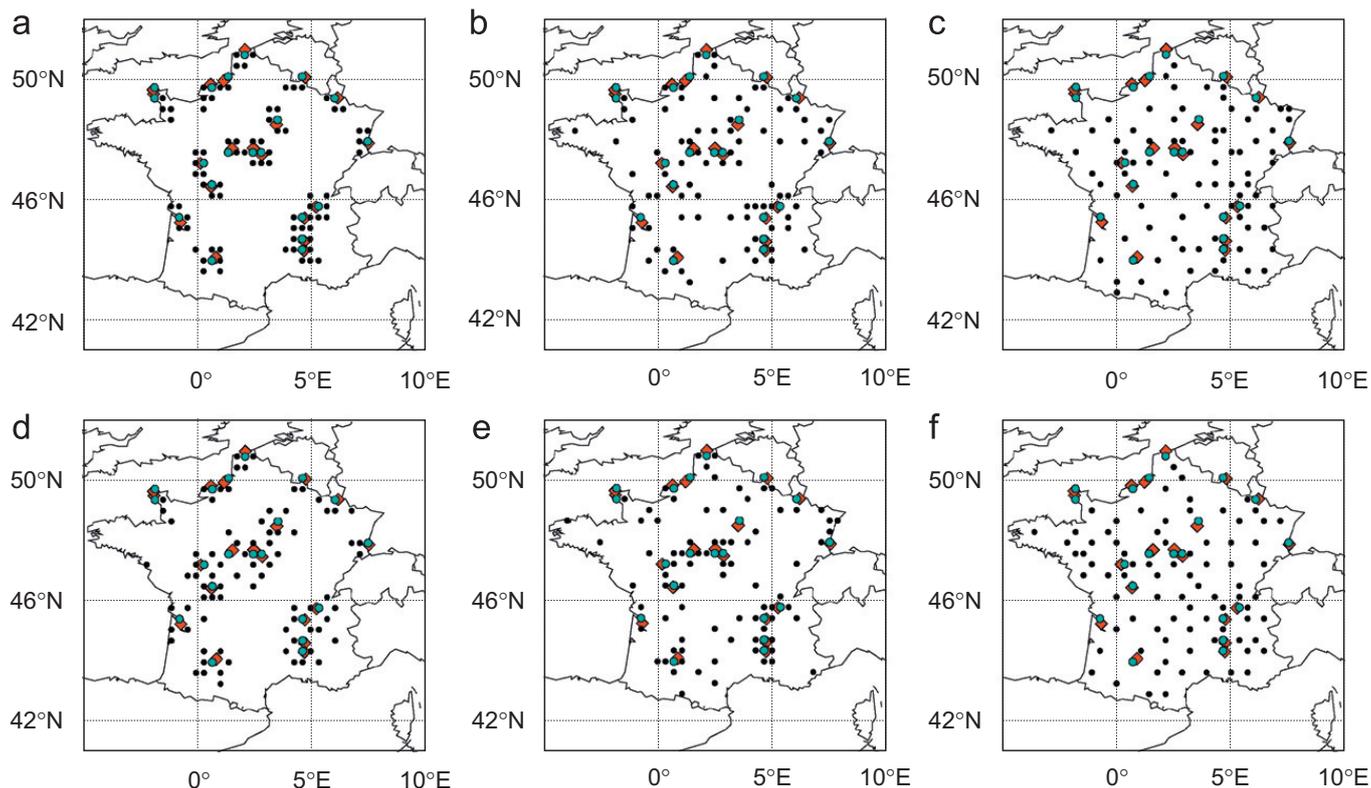


Fig. 5. Optimal design of size $n = 100$ obtained by SA using kriging (upper line) and closest point (lower line). (a) Optimal design obtained for $\alpha = 2$. (b) Optimal design obtained for $\alpha = 1$. (c) Optimal design obtained for $\alpha = 0.5$. (d) Optimal design obtained for $\alpha = 2$. (e) Optimal design obtained for $\alpha = 1$. (f) Optimal design obtained for $\alpha = 0.5$. The monitoring stations are depicted with dots, fixed stations are marked with disks, rhombus show nuclear sites locations.

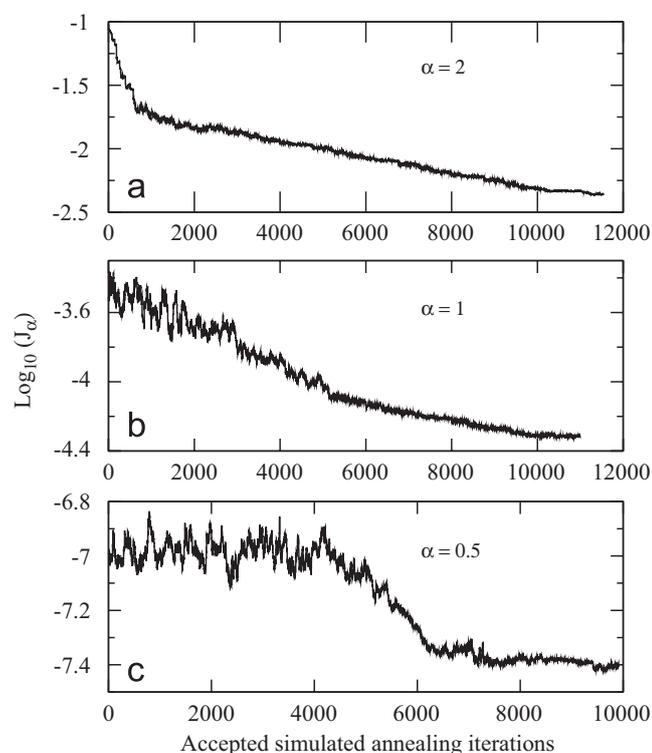


Fig. 6. Logarithm of the cost function fluctuations during the simulated annealing for three values of α .

France, strong and weak concentrations are detected by the monitoring network, which can be ascribed to the choice of the design criterion $\alpha = 0.5$ which ensures a good spatial coverage.

5.2. How many stations in the network?

A practical problem in optimal design is the choice of the size of the monitoring network. That is, besides financial, economical and political constraints, the required density of a network should be considered in terms of the level of detail and accuracy required. The assignment of the future IRSN monitoring network is to provide an adequate tool to detect and follow the space–time evolution of any initial radioactive contamination over the French territory. It is clear then that the less dense the monitoring network, the poorer the spatial representativity of radionuclides field will be. In contrast, financial constraints apart, designing a dense monitoring network may introduce some redundancy in the data in the sense that some concentration measurements will yield redundant information. Hence a compromise must be reached.

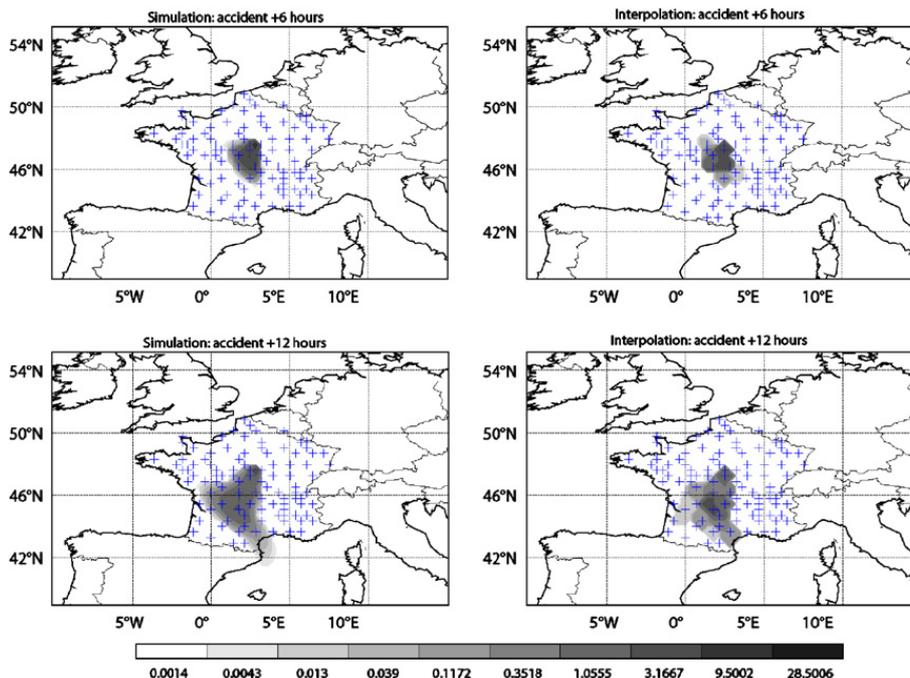


Fig. 7. Simulated and reconstructed ^{131}I field by a monitoring network (+) of size $n = 100$ obtained by a SA minimising the design criterion $\alpha = 0.5$, and using closest point as interpolation method. Units are in Bq m^{-3} .

One possibility is to encompass criteria of different nature into a single cost function. However, confusion may result from the interpretation of the outcome. Indeed criteria resulting solely from a statistical approach already generated not so obvious results, as seen in the previous section.

This is why we restrict ourselves to statistical criteria in this study, letting IRSN decide how much it would be worth investing (how many stations) on the basis of our results.

Nonetheless, as a general guidance, we did use the economical constraints of IRSN. In particular the range of stations number was determined by a very preliminary estimation of the available budget for the stations to be deployed. As a consequence, the smallest and biggest monitoring network sizes have been set, respectively, to 50 and 125.

In this section, we study the mapping quality of the designs depending on their size within the mentioned range. It must be kept in mind that all considerations are relative to the underlying spatial resolution at hand ($0.36^\circ \times 0.36^\circ$ in our case).

Since the SA is computationally very demanding, we calculated only three supplementary designs with size $n = 50, 75, 125$ for each α value. Besides, only one simulation every four days is considered from the one year database, though it is still hoped that most of the meteorological variability will be retained.

Figs. 8(a), (b) and (c) display the network of size $n = 50$ obtained for $\alpha = 2, 1, 0.5$. One notices here, especially in the case of $\alpha = 2$, that almost all the monitoring stations of the design are clustered around nuclear sites. Designing a monitoring network of size $n = 50$ for radionuclides based on the cost function J_α with $\alpha = 2$ may then become problematic. Indeed we are now confronted to a discretisation effect: the optimised density is too thin away from the sites so that none of the 50 stations is representative of the areas far from the potential sources. These areas will be not sampled at all.

These networks total numbers can only be understood when considering the underlying resolution. Numbers would be different for a different grid resolution. Concerning the size $n = 75$, Figs. 8(d), (e) and (f) present the different configurations of the obtained design according to α values. It can be observed there is some improvement in terms of spatial coverage which is obvious in the case of $\alpha = 0.5$. Indeed, the configuration design for $\alpha = 0.5$ shows a tendency to be more uniform over the area of study. Yet for $\alpha = 1$ and 2 we observe similar features as in the case of design with size $n = 100$. As a result, a network of size $n = 75$ may constitute a plausible choice to sampling a design over a discrete area at resolution $0.36^\circ \times 0.36^\circ$. The optimal design of size $n = 125$, presented in Figs. 8(g), (h), and (i) exhibits

qualitatively the same configurations as the design with size $n = 100$.

The *information gain* associated with increasing network size by Δn may be defined as follows:

$$G (\%) = 100 \times \left(1 - \frac{J_\alpha(n + \Delta n)}{J_\alpha(n)} \right). \quad (13)$$

Table 2 gives the G values obtained by adding 25, 50 and 75 stations to a network of $n = 50$ points, and when α takes values 0.5, 1 and 2. It is clear that increasing the size of a network improves its performance in detecting more accurately a radioactive contamination. There is no pronounced saturation in the increase of the accuracy as the number of station increases, for all three values of α .

Putting aside economical reasons for clarity, regarding $n = 125$ as a good choice is problematic. Indeed any choice is on the basis of the phenomenon discretisation, at resolution $0.36^\circ \times 0.36^\circ$ here. This means that one out of four cells here would be gaged, which would make the design methodology less and less useful since spatial interpolation would be less and less relevant.

Therefore, at a given resolution, it may be unwise to make use of a too dense network (say above 100 here). Alternatively, if it is obvious from the start of the study that for economical reasons, many more stations can be deployed, then an adequately finer resolution should be used for the optimisation study.

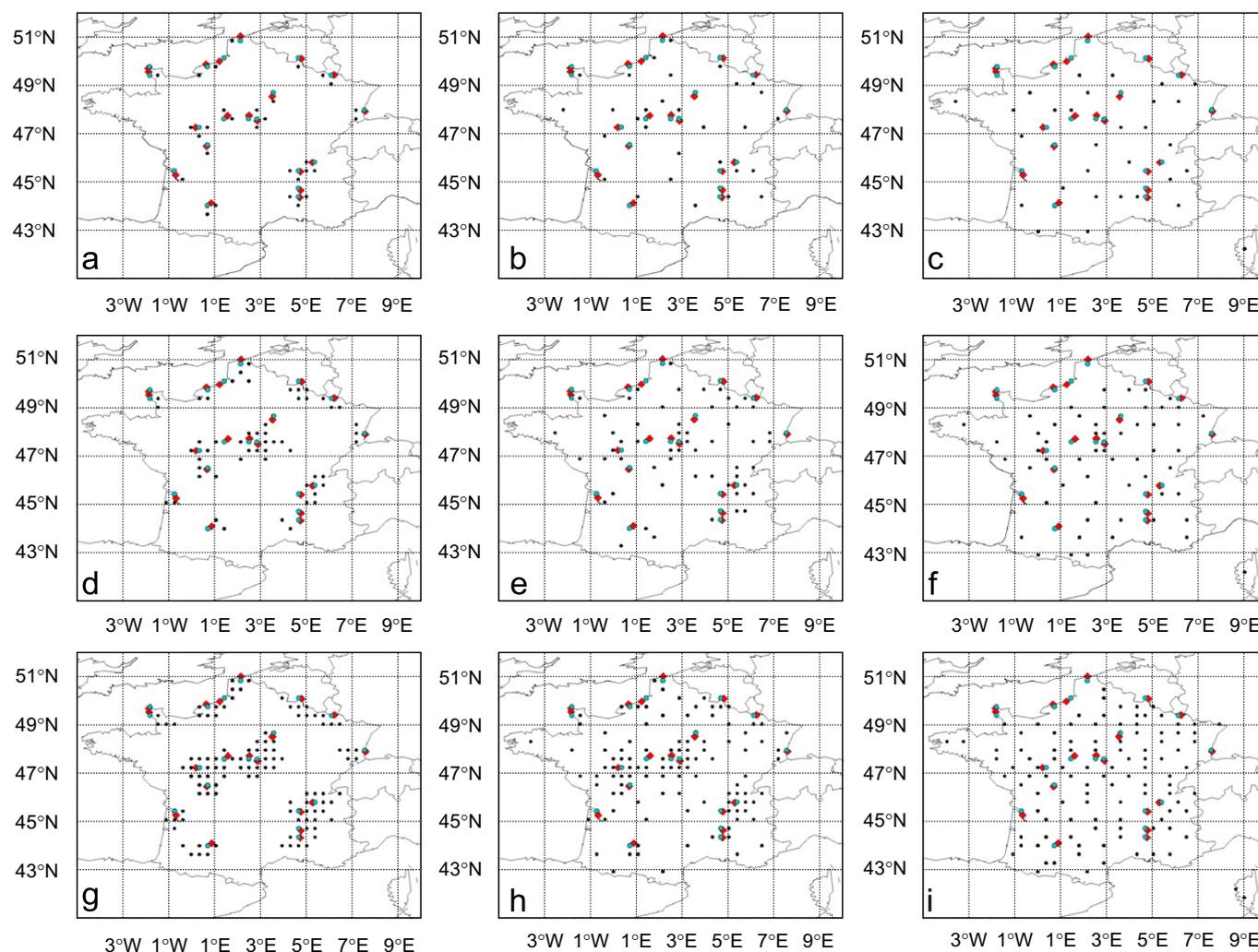


Fig. 8. (a) Optimal design of size 50 obtained for $\alpha = 2$. (b) Optimal design of size 50 obtained for $\alpha = 1$. (c) Optimal design of size 50 obtained for $\alpha = 0.5$. (d) Optimal design of size 75 obtained for $\alpha = 2$. (e) Optimal design of size 75 obtained for $\alpha = 1$. (f) Optimal design of size 75 obtained for $\alpha = 0.5$. (g) Optimal design of size 125 obtained for $\alpha = 2$. (h) Optimal design of size 125 obtained for $\alpha = 1$. (i) Optimal design of size 125 obtained for $\alpha = 0.5$. The monitoring stations are depicted with dots, fixed stations are marked with disks, rhombus show nuclear sites locations.

Given these objective results, it is now up to the operational centres to decide the adequate density, depending on the budget and scientific expectations. But it was showed that a 75-station network represents a good trade-off for this study. We also showed that if 100 or even 125 stations can be afforded, the performance would improve significantly, though 125 stations starts questioning the choice in the resolution mesh.

Note that there are often good reasons to augment an optimally determined number of stations: getting more measurements to cope with situations of extreme meteorology, getting independent data for cross-validation of the mapping process, or compensating for stations that are down or which need re-calibration.

5.3. Performance comparison with geometric design

Construction of space-filling coverage designs consists in the optimisation of some distance-based criterion. Because they do not depend on the covariance function of the physical process to be sampled, coverage designs are more efficiently and easily computed than designs which are optimal for others cost functions taking into account the statistical features of the studied process.

Space-filling design (Nychka and Saltzman, 1998; Di Zio et al., 2004) may present an appropriate alternative in situations where only a little prior knowledge of the physical field is available. An example of such situation are environmental accidental events (release of radionuclides or others material) which is our present context.

In general, space-filling criteria are based on a metric measuring how well a given design covers the area of interest. The most simple criterion is called *max–min* and defined as follows. Let C denote the candidate set points and $D = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ the design. The criterion is determined by maximising the quantity

$$\min_{\substack{1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq n}} d(s_i, s_j), \quad (14)$$

Table 2
Gain of information when adding Δn stations to $n = 50$ stations

G (%)	$\Delta n = 25$ (%)	$\Delta n = 50$ (%)	$\Delta n = 75$ (%)
$\alpha = 2$	42	52	73
$\alpha = 1$	47	54	75
$\alpha = 0.5$	41	49	73

where d is the great-circle distance between two points of the design D . The optimisation of this criterion was achieved by SA algorithm using Lundy's cooling schedule ($T_{i+1}^{-1} = T_i^{-1} + b$). We generated three optimal geometric designs with sizes 50, 75 and 100 so as to compare their performance with others three designs already obtained by minimising J_α for the three values of α . Let us call a design generated by optimising the space-filling criterion a geometric design and by physical design the other one computed by minimising the cost function J_α . Yet, this is not the purpose assigned to the monitoring network. Figs. 9–11 illustrate the three geometric designs, as we can see, the three optimal designs fill uniformly the whole of France's territory. Thus in terms of spatial coverage such designs are better than physical ones.

Fig. 12 represents a scenario of an accidental release of radionuclides (^{131}I). As can be seen, the simulated radioactive plume and its reconstructed field by the geometric network of size $n = 100$ using the closest point as interpolation method, are in good agreement. That is, the large scales of the simulated radioactive plume are well represented by this design even if using a very simple interpolation method. This is explained by the fact that space-filling approach generates designs with monitoring sites uniformly positioned into the area of interest which improve the quality of interpolation. To compare the performance of a geometric design D_g against a physical design D_p with the same size n , we calculated the $J_\alpha(D_g)$ for $\alpha = 0.5, 1$ and 2 . Table 3 summarises the cost function values for three design sizes $n = 50, 75$ and 125 . As it was expected the physical designs generated for $\alpha = 0.5$ are comparable with geometrical designs. Yet for $\alpha = 1$ or 2 discrepancies of cost function values are more important. The reason for this is the fact that the cost function for $\alpha = 1$ or 2 generates optimal designs which are more clustered around nuclear sites. Therefore designs resulting from *sharp* cost functions (typically α large enough) cannot be replaced by space-filling designs without degrading performances.

6. Summary and conclusions

The Institute of Radiation Protection and Nuclear Safety (France) is planning to modernise its radiological monitoring network. This project has been initiated following two stages. The first stage is the design phase (2006–2007), and the other one

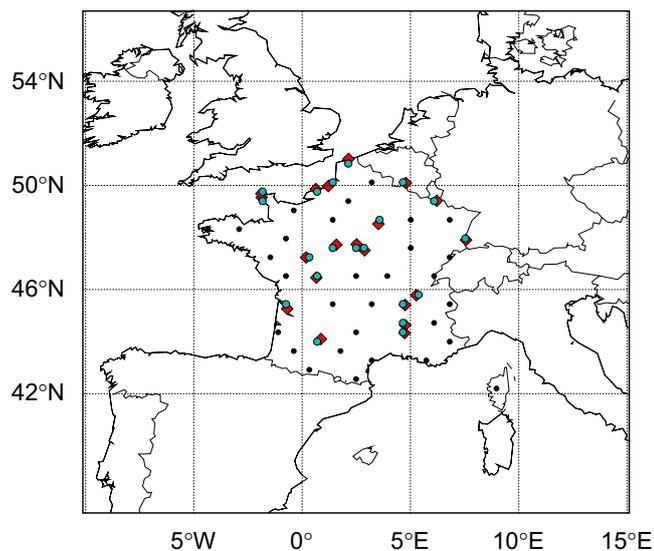


Fig. 9. Optimal geometric design of size $n = 50$ obtained by simulated annealing. The monitoring stations are depicted with dots, fixed stations are marked with disks, rhombus show nuclear sites locations.

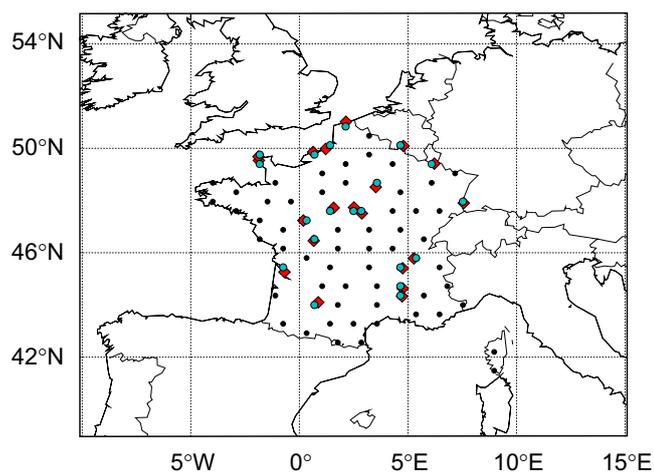


Fig. 10. Optimal geometric design of size $n = 75$ obtained by simulated annealing. The monitoring stations are depicted with dots, fixed stations are marked with disks, rhombus show nuclear sites locations.

constitutes the deployment phase (2007 and following years). The main goal of this project is to provide with reliable information on the state of a potential radiological air contamination over the French territory. Our aim during this study was to yield preliminary answers to the needs expressed by IRSN on the potential gain that could be offered by the future monitoring network. More generally, our intent was to issue recommendations on the design of monitoring networks whose purpose is the monitoring of potential accidental releases of pollutant in the atmosphere.

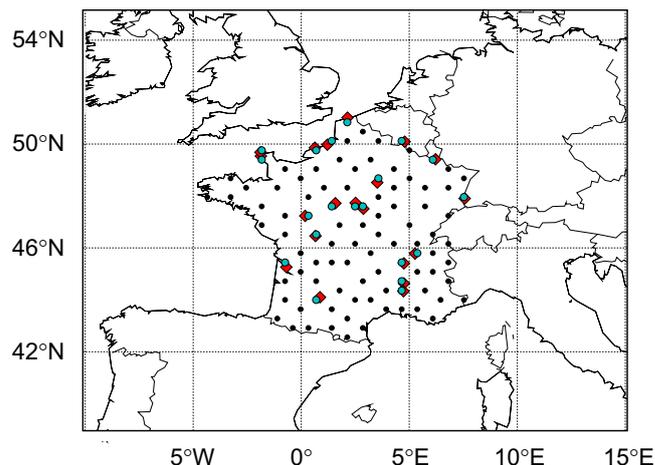


Fig. 11. Optimal geometric design of size $n = 100$ obtained by simulated annealing. The monitoring stations are depicted with dots, fixed stations are marked with disks, rhombus show nuclear sites locations.

This work can be divided into two main parts. The first one was devoted to the creation of a database of radiological concentrations from accidental release simulations. The chemical-transport model POLAIR3D forced by one year (2004) of ECMWF reanalysis has been used so as to compute dispersion accidents originating from the 20 French nuclear sites. One year of meteorology data was considered sufficient to capture different meteorological synoptic scales responsible for long-range atmospheric transport of radionuclides.

The second part of this study was focussed on spatial optimal design that attempts to cope with the problem of accidental release monitoring. A cost function J_α that measures the discrepancy between the extrapolated map obtained from observations given by a network, and the simulation concentration map from the database was therefore defined. The extrapolated maps were computed using spatial interpolation techniques. Here, we have used two methods of interpolation: a very simple one which is the closest point method, the other is the simple kriging with a time-varying variogram. A preliminary reason for this was telling how the interpolation method would affect the pattern of the optimal monitoring network. Moreover, to highlight the design criterion effect on the global configurations of an optimal design, we have considered three norms by giving the parameter α the values 2, 1 and 0.5. The optimisation of a network with fixed size was performed by simulated annealing algorithm, using a swapping algorithm.

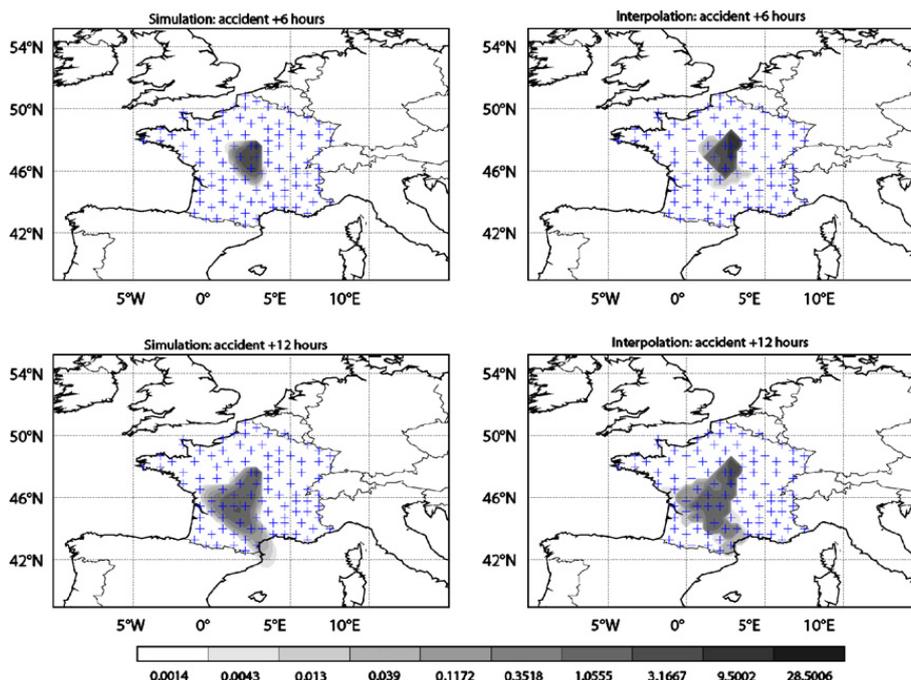


Fig. 12. Simulated and reconstructed ^{131}I field by a geometric monitoring network of size (+) 100 using closest point as interpolation method. Units are in Bq m^{-3} .

Table 3
Performance comparison between geometric and physical designs

J_α	$\alpha = 0.5$			$\alpha = 1$			$\alpha = 2$			
	size	50	75	100	50	75	100	50	75	100
$\log_{10} J_\alpha(D_p)$		-7.29	-7.34	-7.40	-3.97	-4.25	-4.31	-2.01	-2.25	-2.33
$\log_{10} J_\alpha(D_g)$		-7.19	-7.22	-7.29	-3.58	-3.84	-3.96	-1.18	-1.55	-1.69
$J_\alpha(D_p)/J_\alpha(D_g)$		0.80	0.75	0.79	0.41	0.39	0.45	0.15	0.20	0.23

As a first result, we showed that the differences stemming from the choice of interpolation scheme were definitively minor. This result had a practical consequence: in most calculations the faster closest point method approach has been chosen whereas the kriging method which is very demanding has often been avoided.

The second and the most striking result along this work is that the cost function choice affects very significantly the design pattern. That is, we found that the design criterion with $\alpha = 2$ generates networks which cluster practically all stations in the immediate vicinity of the nuclear sites. This may be useful if the goal of the network is only focused on the detection of strong radiological concentrations and sharp gradients of the concentration field. But it would not allow to extrapolate properly any radiological contamination recorded far from sources. Yet, designs optimised for $\alpha = 1$ and 0.5

showed evident discrepancies with the first case. It was noticed that for $\alpha = 1$ the obtained design places several stations far from the potential sources. This behaviour is obvious in the case $\alpha = 0.5$ which produces more uniform design configurations covering the whole area of interest. Higher α designs put strong emphasis on the vicinity of the sites, where the levels of activity concentrations are much stronger. The cost function ultimate choice would then strongly depend on the scale on which the plume is to be monitored and on priorities in the level of contamination monitoring.

The required density of the monitoring network constitutes another important choice in addition to the cost function one. By generating three designs of different sizes for each norm α we showed that increasing the size of a network improves significantly its performance, relatively to an underlying spatial resolution. Consequently, it was

recommended in this study that sizes of $n = 75$ or 100 were suitable densities for the design of a monitoring network at resolution $0.36^\circ \times 0.36^\circ$. Given their respective performance, external criteria, such as economical constraints, should now help decide which one should be retained.

The geometric designs which depend only on inter-distance criterion show some concordance with designs performed by minimising the cost function J_α with $\alpha = 0.5$. This similarity originates from the fact that the norm $\alpha = 0.5$ forces the design to be more uniform over the sampling area. These designs are therefore competitive in the low α case but they were shown to be less effective otherwise.

As a major teaching from this study, we concluded that in the context of environmental accidental release monitoring, and besides political, economical and technical constraints (geographical accessibility,...) the cost function choice plays a major role in the construction of a physically driven optimal network, in contrast with the monitoring of other diffusive pollutants (such as ozone and its precursors, aerosols).

Finally, the future of this study takes two forms. On the one hand, we plan to explain, using mathematical arguments, why the cost function is bound to affect the spatial design in this particular accidental context and how to quantify this effect. On the other hand, we plan to extend the results of the Descartes project to a higher resolution. For example passing from the resolution $0.36^\circ \times 0.36^\circ$ to the currently available meteorological fields resolution at ECMWF $0.25^\circ \times 0.25^\circ$ would roughly double the number of available potential sites. Finer physical processes could then be needed while the optimisation would certainly need improvement (because the number of possible designs grows exponentially with the degrees of freedom).

Acknowledgements

R. Abida acknowledges partial financial support from IRSN. He thanks J.-P. Benoit and A. Mathieu for their decisive help in the setup of optimisations with the IRSN computing facility. R. Abida and M. Bocquet thank W.G. Müller for his support and advice. M. Bocquet thanks N. Regnault for his welcome help on conceiving the parallel architecture used in the optimisation code. M. Bocquet and O. Isnard acknowledge interesting discussions with their colleagues from the DETECT consortium.

Finally the authors thank both reviewers for their suggestions.

References

- Baklanov, B., Sorensen, J.H., 2001. Parameterisation of radionuclides deposition in atmospheric long-range transport modelling. *Physics and Chemistry of the Earth (B)* 26, 787–799.
- Banjevic, M., 2004. Optimal network designs in spatial statistics. Ph.D. Thesis, Stanford University.
- Bocquet, M., 2007. High resolution reconstruction of a tracer dispersion event: application to ETEX. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 133, 1013–1026.
- Cohn, H., Fielding, M., 1999. Simulated annealing: searching for an optimal temperature schedule. *SIAM Journal on Optimization* 9, 779–802.
- Cressie, N., 1993. *Statistics for Spatial Data*. Wiley, New York.
- Di Zio, S., Fontanella, L., Ippoliti, L., 2004. Optimal spatial sampling schemes for environmental surveys. *Environmental and Ecological Statistics* 11, 397–414.
- Dubois, G. (Ed.), (2005). *Automatic Mapping Algorithms for Routine and Emergency Monitoring Data, Spatial Interpolation Intercomparison 2004*. Joint Research Centre, European Commission.
- Jiang, Z., de Bruin, S., Heuvelink, G.B.M., Twenhöfel, C.J.W., 2007. Optimization of mobile radioactivity monitoring networks, Fifth International Symposium on Spatial Data Quality, Enschede, The Netherlands, 2007-06-13/2007-06-15.
- Kirkpatrick, S., Gelatt Jr., C.D., Vecchi, M.P., 1983. Optimization by simulated annealing. *Science* 220 (4598), 671–680.
- Krysta, M., Bocquet, M., 2007. Source reconstruction of an accidental radionuclide release at European scale. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 133, 529–544.
- Krysta, M., Bocquet, M., Sportisse, B., Isnard, O., 2006. Data assimilation for short-range dispersion of radionuclides: an application to wind tunnel data. *Atmospheric Environment* 40, 7267–7279.
- Louis, J.F., 1979. A parametric model of vertical eddy fluxes in the atmosphere. *Boundary Layer Meteorology* 17, 197–202.
- Metropolis, N., Rosenbluth, A.W., Rosenbluth, M.N., Teller, A.H., Teller, E., 1953. Equations of state calculations by fast computing machines. *Journal of Chemical Physics* 21, 1087–1092.
- Müller, W.G., 2001. *Collecting Spatial Data: Optimum Design of Experiments for Spatial Data*. Physica-Verlag.
- Nychka, D., Saltzman, N., 1998. Design of air quality monitoring networks. In: Nychka, D., Piegorsch, W., Cox, L.H. (Eds.), *Case Studies in Environmental Statistics*. Springer Lecture Notes in Statistics, vol. 132. Springer, New York, pp. 51–76 (Chapter 4).
- Quélo, D., Monika, K., Bocquet, M., Isnard, O., Minier, Y., Sportisse, B., 2007. Validation of the Polyphemus platform on the ETEX, Chernobyl and Algeciras cases. *Atmospheric Environment* 41, 5300–5315.
- Ramaker, J., 2003. The final test a history of the comprehensive nuclear-test-ban treaty negotiations. Provisional Technical Secretariat of the Preparatory Commission for the CTBTO.

Chapitre 6

Ciblage d'observations en cas d'accident nucléaire

Ce chapitre est un résumé de l'article (Abida and Bocquet, 2009), publié en septembre 2009 dans la revue Atmospheric Environment.

6.1 Résumé

En cas d'un rejet accidentel de radionucléides dans l'atmosphère se produisant sur une centrale nucléaire, la prévision précise en temps réel de l'activité volumique des radionucléides dans l'air, est requise par les décideurs afin d'adopter les contre-mesures les plus appropriées. Cependant, la prévision du panache radioactif est fortement dépendante de l'estimation du terme source du rejet. Les techniques de la modélisation inverse et de l'assimilation de données, qui consistent à combiner optimalement le modèle de prévision et les observations radiologiques fournies par un réseau de mesure, peuvent être appliquées à cet égard. Toutefois, le panache peut être localement mince et pourrait ainsi être invisible à une importante partie du réseau de surveillance radiologique environnant la centrale nucléaire. C'est pourquoi, le déploiement de stations mobiles de mesure suivant l'accident pourrait contribuer à améliorer l'estimation du terme source.

Récemment, en 2008, les centres de crise de l'IRSN et d'EDF (Électricité De France) qui exploite les centrales nucléaires de la France, ont réalisé ensemble un exercice visant à optimiser leur coordination en cas d'un d'incident radiologique. Pour la première fois, ils ont déployé un réseau d'observation mobile constitué de 7 stations de mesure du débit de dose gamma et de 12 stations fictives, autour du lieu de l'accident (le scénario de l'accident a été simulé sur le site nucléaire du Bugey). Le déploiement des stations a été effectué par hélicoptère durant une seule journée. Dans cet exercice, le *design* du réseau mobile a été fondé uniquement sur : les données de vents, la densité de la population et un modèle gaussien de prévision de la dispersion du panache pendant la journée de

l'expérience. Par conséquent, aucune technique d'optimisation de réseaux de mesure n'a été appliquée afin de déterminer l'emplacement optimal des stations mobiles. Plus tard, une association commune entre EDF, AREVA et le CEA, en charge d'un tel déploiement, pourrait posséder jusqu'à 20 stations mobiles de dose gamma à déployer. Cette expérience menée par l'IRSN et l'EDF, a constitué pour nous une motivation principale pour aborder le problème du ciblage d'observations en cas d'accident nucléaire dans un contexte plus rigoureux.

Dans notre étude (Abida and Bocquet, 2009), nous avons proposé une méthode de reconstruction séquentielle du panache radioactif, en couplant un schéma séquentiel d'assimilation de données basé sur la modélisation inverse avec une stratégie de ciblage des observations. Cette dernière consiste à chercher les positions optimales des stations mobiles pour l'assimilation de données au temps $t + 1$, en se basant sur toutes les observations disponibles jusqu'au temps t . Le design du réseau mobile à déployer au temps $t + 1$ est donc obtenu à travers la satisfaction d'un certain critère d'optimalité. Dans notre étude nous avons exploré deux critères d'optimalité : la **A-optimalité** et la **D-optimalité**. Le premier, consiste à minimiser la **trace** de la matrice de covariance d'erreur de prédiction au temps $t + 1$, soit par rapport au champ de concentrations du panache ou du terme source. Le deuxième vise plutôt à minimiser son **déterminant**.

Nous avons évalué la performance de la reconstruction séquentielle du panache avec ou sans le ciblage des observations dans un contexte plus réaliste. En effet, nous avons construit un OSSE (Observing System Simulation Experiment) sur un domaine $100 \text{ km} \times 100 \text{ km}$ entourant la centrale nucléaire du Bugey. Nous avons simulé un rejet accidentel à l'aide du modèle POLAIR3D, forcé par les champs météorologiques fournis par le modèle mesoéchelle MM5 à la résolution spatiale $2 \text{ km} \times 2 \text{ km}$. Nous avons utilisé 21 stations fixes autour de la centrale nucléaire. Les observations synthétiques sur les stations fixes sont fournies à une fréquence de 30 minutes. Elles sont perturbées multiplicativement par une loi log-normale dont la loi normale a pour déviation standard 0.5. Nous avons considéré le déploiement simultané de 10 stations mobiles. Tous les deux heures, une analyse de la source est obtenue en assimilant à la fois les 84 observations fixes, et les 10 observations mobiles. Cela mène par la suite à une analyse du panache radioactif, dont l'évolution sera prédite au cours des deux prochaines heures. Cette analyse est suivie immédiatement par une décision de redéploiement des 10 stations mobiles, dont leurs observations seront assimilées à l'étape suivante de l'analyse.

Dans notre étude, nous avons appliqué la méthode proposée sur deux conditions de vent : un vent fort et un vent faible à modéré. Dans les deux situations, le schéma de ciblage conduit à une meilleure estimation du terme source, ainsi que pour les concentrations d'activité dans le domaine d'étude. Les stations mobiles ont tendance à être déployées le long des contours du panache, où les gradients de concentration d'activité sont importants. L'information apportée par les observations ciblées est très significative, par rapport au contenu de l'information que apporte les observations fournies par le réseau fixe. D'une façon quantitative, nous avons trouvé que les observations ciblées sont 3 à 7 fois plus infor-

matives que les observations du réseau fixe. Également, nous avons montré que la stratégie de ciblage reste performante même dans un contexte plus incertain, où l'incertitude dans les champs météorologiques est prise en compte.

Les figures (1), (2) montrent respectivement la reconstruction séquentielle du panache, en considérant la A-optimalité par rapport à la covariance d'erreur de prédiction de la source pour les deux conditions de vents. Les figures (3), (4) donnent respectivement les résultats de la reconstruction séquentielle en utilisant la D-optimalité. Ces figures ne sont pas montrées dans Abida and Bocquet (2009). Ces figures se lisent de la façon suivante : Le *design* du réseau mobile montré au temps t a été déterminé deux heures auparavant, c'est à dire au temps $t - 2h$. Au temps t , on effectue une analyse en assimilant simultanément les observations ciblées données par les stations mobiles et celles fournies par les stations fixes. À partir de cette analyse, on réalise une prévision valable jusqu'au temps $t + 2h$, et on procède ainsi jusqu'à la fin de l'expérience. En ce qui concerne la A-optimalité par rapport au terme source, nous constatons que, dans les conditions de vent fort, certaines stations mobiles sont localisées près de la source. Toutefois, cela n'est pas le cas pour les conditions de vent faible à modéré. Ceci s'explique par le fait que dans le cas des vents faibles, le panache radioactif est détecté quasiment par tout le réseau fixe. Également, nous constatons que les réseaux mobiles engendrés par les différentes approches, longent les bords du panache, mais ils montrent des différences entre eux. Quantitativement, nous avons constaté des différences négligeables en comparant la performance de la A-optimalité (par rapport au terme source ou au champ de concentrations) à celle de la D-optimalité.

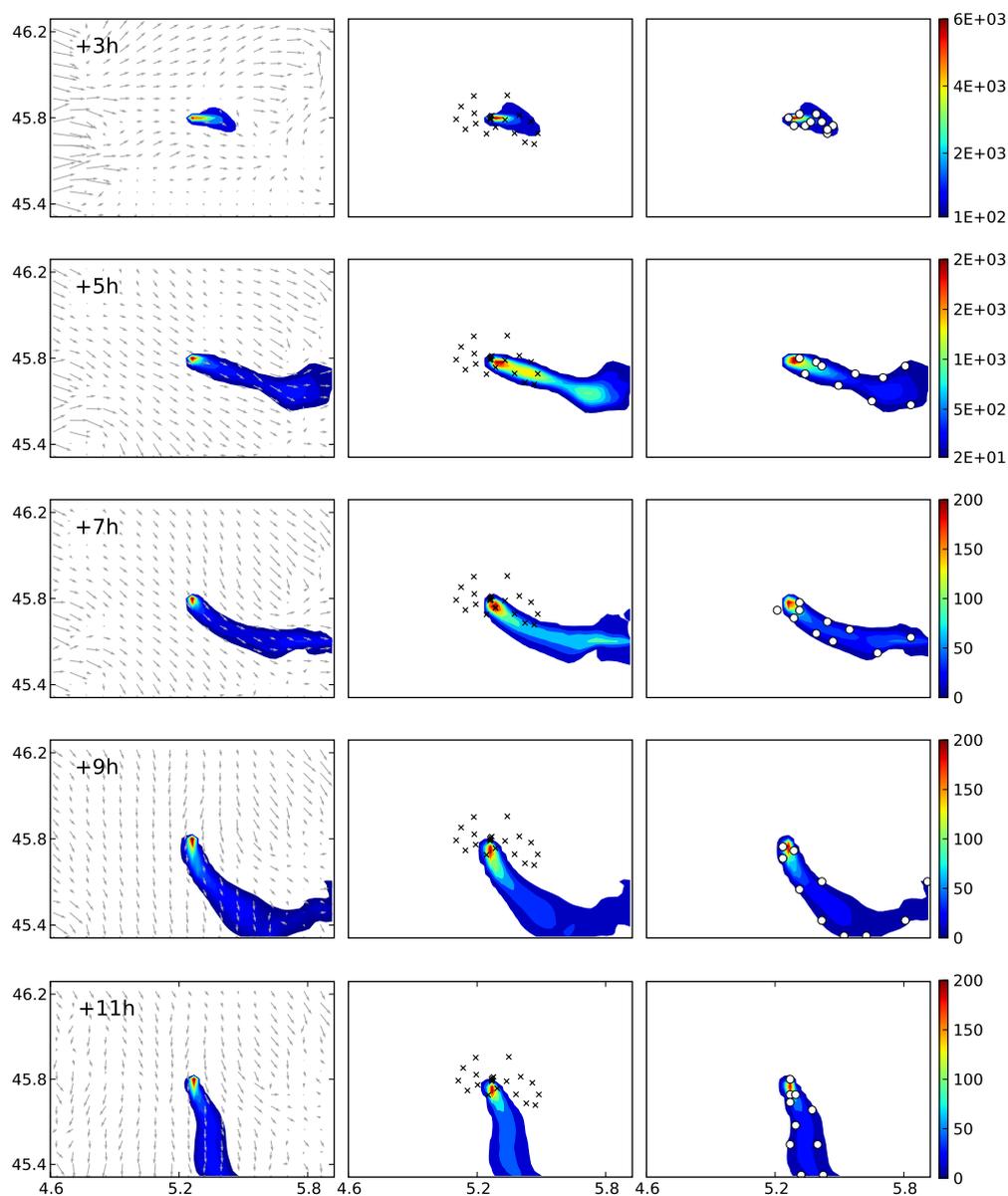


FIGURE 6.1 – Reconstruction séquentielle du panache de ^{131}I pour des conditions d'un vent fort. Le critère d'optimalité pour le ciblage des observations est la A-optimalité par rapport au terme source. La première colonne montre les instantanés du panache de référence (connaissant la vraie source) à 3h, 5h, 7h, 9h et 11h après le début du rejet. Sur la deuxième colonne, se trouvent les instantanés du panache prédit à partir d'une analyse où seulement les observations du réseau fixe sont assimilées. La troisième colonne représente les instantanés du panache prédit à partir d'une analyse où les observations fournies par le réseau fixe et les observations ciblées sont assimilées en même temps. Les stations fixes sont montrées par \times . Les stations mobiles sont désignées par les disques. L'unité est le Bq m^{-3} .

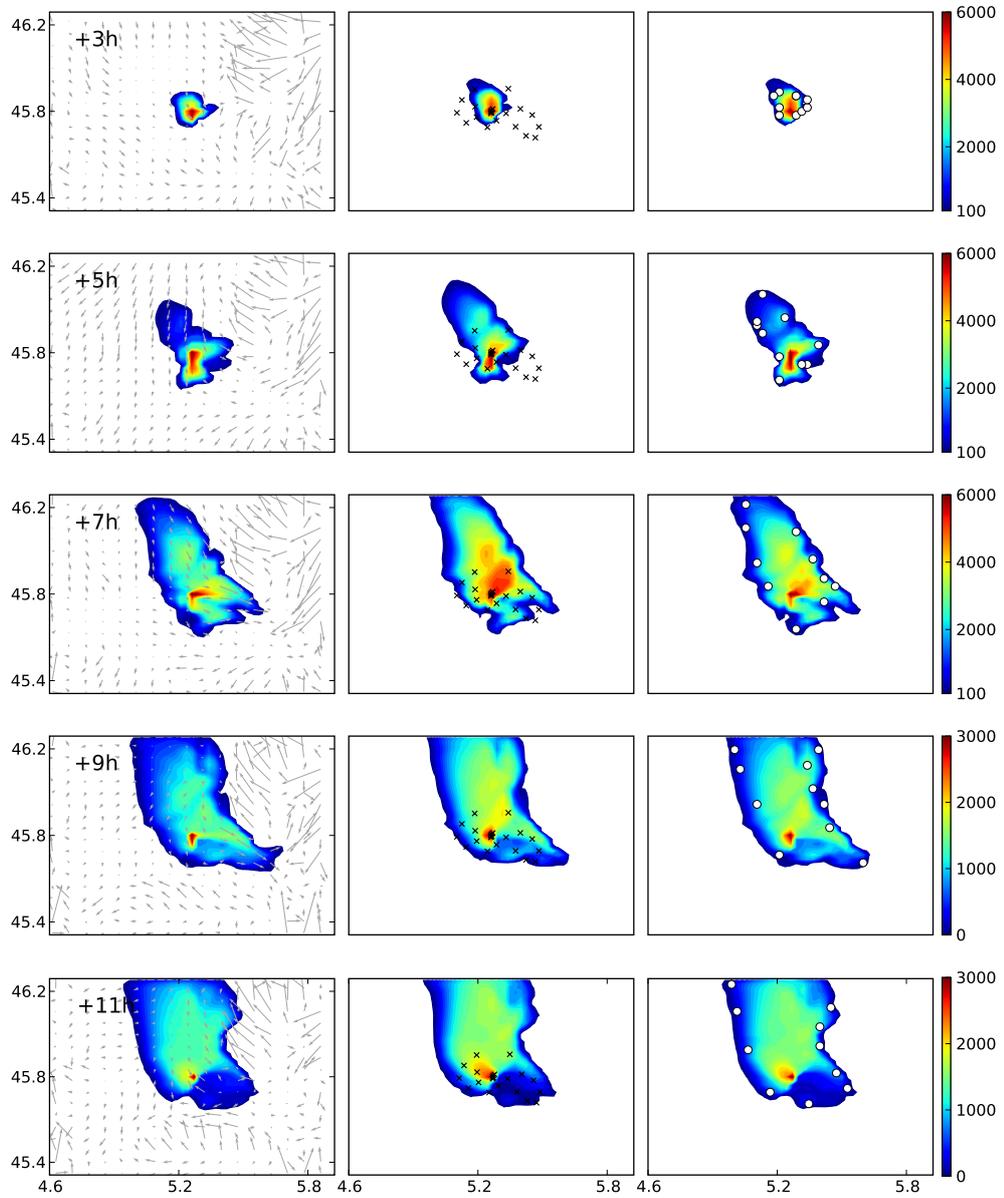


FIGURE 6.2 – Reconstruction séquentielle du panache de ^{131}I pour des conditions d'un vent faible à modéré. Le critère d'optimalité pour le ciblage des observations est la A-optimalité par rapport au terme source.

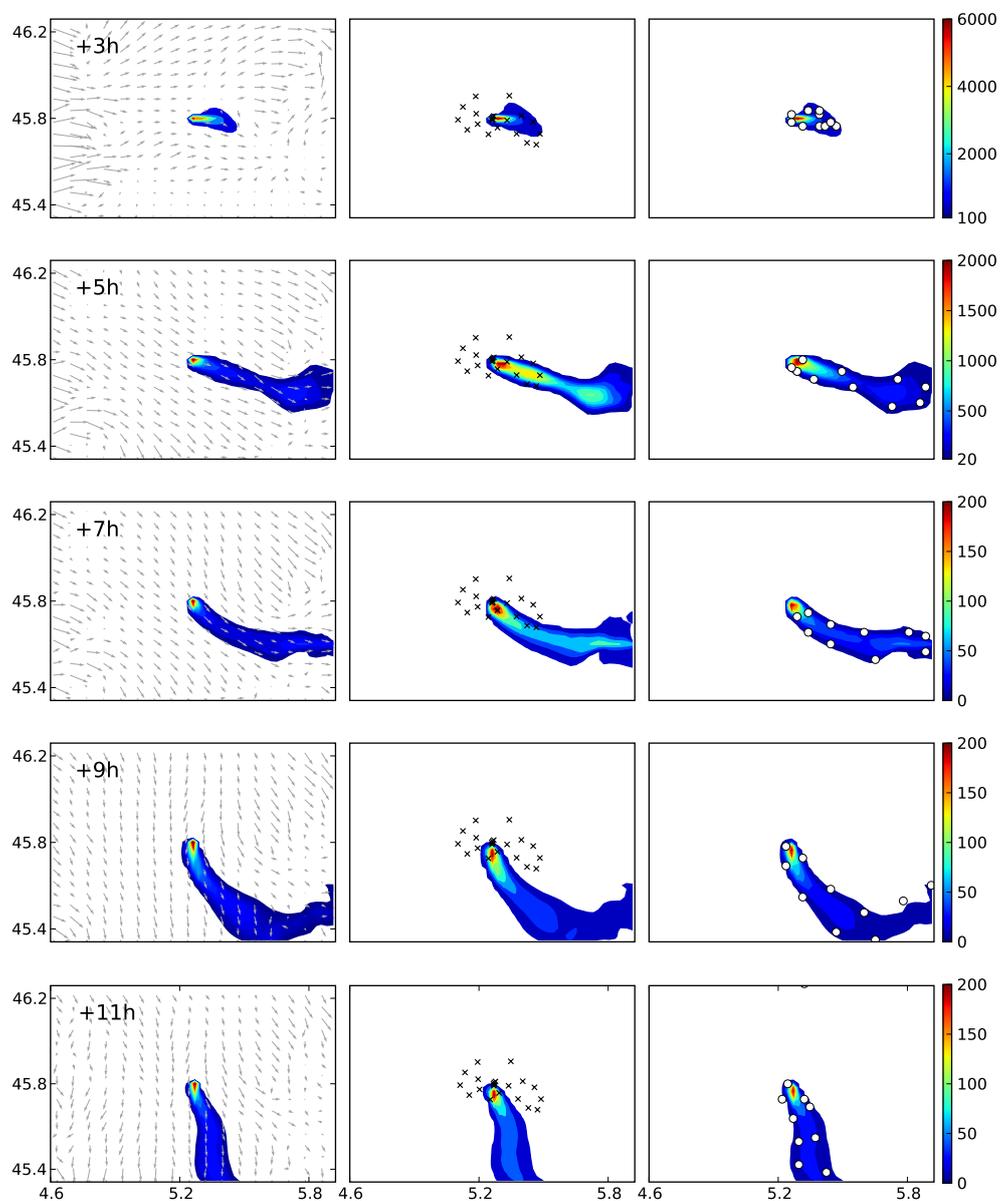


FIGURE 6.3 – Reconstruction séquentielle du panache de ^{131}I pour des conditions d'un vent fort. Le critère d'optimalité pour le ciblage des observations est la D-optimalité. Pour le cas de la D-optimalité, le *design* par rapport au terme source est équivalent à celui par rapport au champ de concentrations.

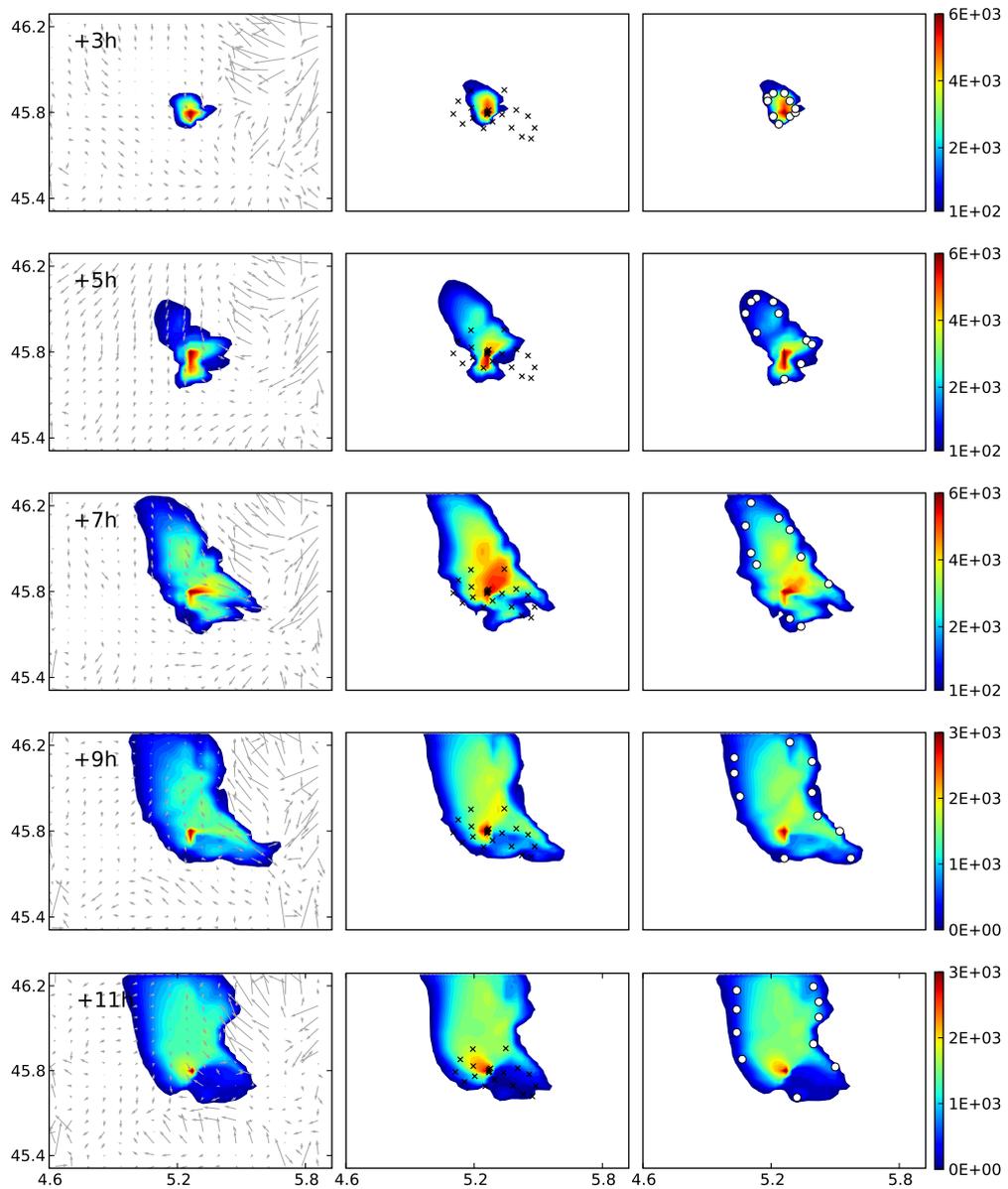
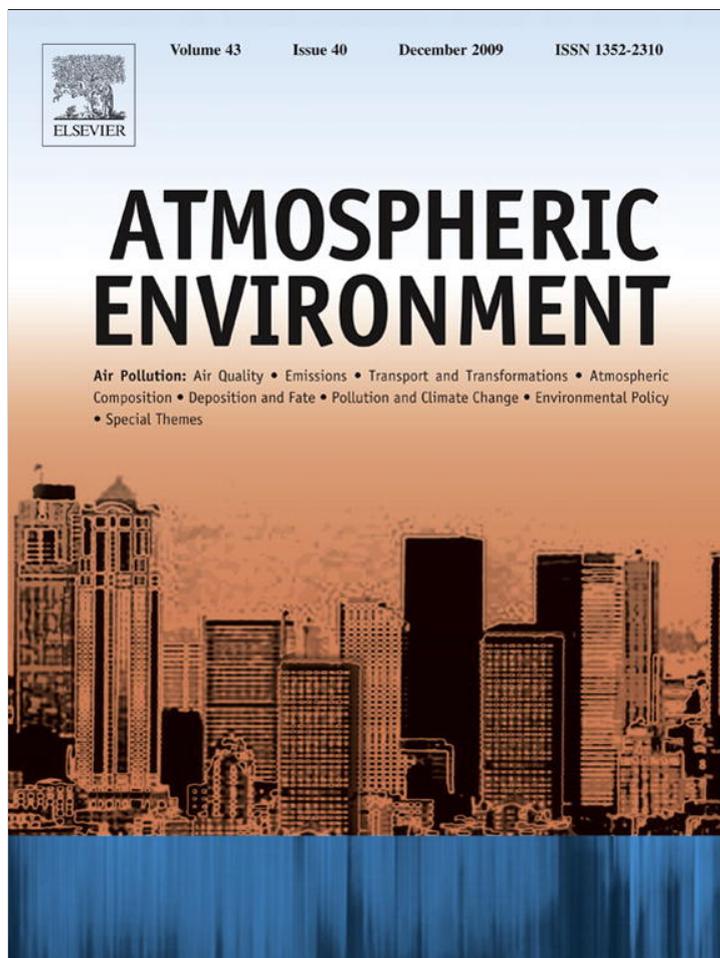


FIGURE 6.4 – Reconstruction séquentielle du panache de ^{131}I pour des conditions d'un vent faible à modéré. Le critère d'optimalité pour le ciblage des observations est la D-optimalité. Pour le cas de la D-optimalité, le *design* par rapport au terme source est équivalent à celui par rapport au champ de concentrations.

6.2 Article Atmospheric Environment

Provided for non-commercial research and education use.
Not for reproduction, distribution or commercial use.



This article appeared in a journal published by Elsevier. The attached copy is furnished to the author for internal non-commercial research and education use, including for instruction at the authors institution and sharing with colleagues.

Other uses, including reproduction and distribution, or selling or licensing copies, or posting to personal, institutional or third party websites are prohibited.

In most cases authors are permitted to post their version of the article (e.g. in Word or Tex form) to their personal website or institutional repository. Authors requiring further information regarding Elsevier's archiving and manuscript policies are encouraged to visit:

<http://www.elsevier.com/copyright>



Contents lists available at ScienceDirect

Atmospheric Environment

journal homepage: www.elsevier.com/locate/atmosenv

Targeting of observations for accidental atmospheric release monitoring

Rachid Abida^{a,b}, Marc Bocquet^{a,b,*}^a Université Paris-Est, CERE, Joint Laboratory École des Ponts ParisTech and EDF R&D, Champs-sur-Marne, France^b INRIA, Paris-Rocquencourt research centre, France

ARTICLE INFO

Article history:

Received 17 June 2009

Received in revised form

10 September 2009

Accepted 16 September 2009

Keywords:

Radionuclides dispersion

Accidental release modelling

Data assimilation

Inverse modelling

Network design

ABSTRACT

In the event of an accidental atmospheric release of radionuclides from a nuclear power plant, accurate real-time forecasting of the activity concentrations of radionuclides is acutely required by the decision makers for the preparation of adequate countermeasures. Yet, the accuracy of the forecasted plume is highly dependent on the source term estimation. Inverse modelling and data assimilation techniques should help in that respect. However the plume can locally be thin and could avoid a significant part of the radiological monitoring network surrounding the plant. Deploying mobile measuring stations following the accident could help to improve the source term estimation. In this paper, a method is proposed for the sequential reconstruction of the plume, by coupling a sequential data assimilation algorithm based on inverse modelling with an observation targeting strategy. The targeting design strategy consists in seeking the optimal locations of the mobile monitors at time $t + 1$ based on all available observations up to time t .

The performance of the sequential assimilation with and without targeting of observations has been assessed in a realistic framework. It focuses on the Bugey nuclear power plant (France) and its surroundings within 50 km from the plant. The existing surveillance network is used and realistic observational errors are assumed. The targeting scheme leads to a better estimation of the source term as well as the activity concentrations in the domain. The mobile stations tend to be deployed along plume contours, where activity concentration gradients are important. It is shown that the information carried by the targeted observations is very significant, as compared to the information content of fixed observations. A simple test on the impact of model error from meteorology shows that the targeting strategy is still very useful in a more uncertain context.

© 2009 Elsevier Ltd. All rights reserved.

1. Introduction

From the experience gained in European countries after the Chernobyl accident, and in accordance with the International Atomic Energy Agency (IAEA) recommendations (IAEA, 1980) as well as the European Union (EU) 87/600 Council Decision, many EU and/or IAEA member states have increased their efforts in operational systems for early warning and monitoring of radioactivity in the environment (see for instance Galmarini et al., 2008). In France, The Institute of Radiation Protection and Nuclear Safety (IRSN), whose primary mission is to alert the French Nuclear Safety Authority, operates an automatic gamma ambient dose rate monitoring network (Telera) composed of 164 stations covering uniformly the country. This automatic gamma-dose monitoring system has been established to detect potential radioactive releases from foreign and domestic sources

* Corresponding author at: CERE, Ecole des Ponts ParisTech, 6-8 avenue Blaise Pascal, Cité Descartes, Champs-sur-Marne, 77455 Marne la Vallée, France.
E-mail address: bocquet@cerea.enpc.fr (M. Bocquet).

(in France, there are 20 civil nuclear facilities). In routine monitoring situation, measurements of ambient dose rate are transmitted together with data on local rainfall at 10-min intervals to the IRSN. Hourly and daily average measurements are calculated and stored in a database. If a critical threshold value of gamma ambient dose rate is exceeded, an alarm is raised immediately and the agency issues a warning to the national and local authorities. Recently, aiming to enhance its automatic monitoring system, the IRSN has decided to setup a network of new automatic aerosol stations (Descartes project). The instruments should be able to measure activity concentrations of various aerosol radionuclides. A study was carried out by Abida et al. (2008) and Saunier et al. (2009) to issue recommendations on the design of such monitoring network.

In case of a regional to large scale release of radioactive materials in the environment, Telera and Descartes networks will play a central role in the monitoring strategy during the response phase of a nuclear accident. Yet, such monitoring networks are designed to cover the whole country. They will not be very informative in describing a radioactive release at near-field scale occurring at one of the country's nuclear power plants. So to cope with this issue,

many gamma-dose monitoring stations are installed in the vicinity of each nuclear facility, within a typical radius of 22 km.

Early decisions such as exhorting the population to seek shelter, taking iodine tablets, could be based directly on the reading of gamma-dose detectors or aerosol radionuclides monitors. The static or stationary networks such as Teleray and those installed in the vicinity of a nuclear power plant will be inappropriate for this purpose because the exposure pathways depend to a large extent on ground deposition. In the absence of rain and in case of a well circumscribed cloud, calculated values for the ground deposition may be available (Levi, 1991). However the Chernobyl accident has taught that in case of rainfall one must cope with a patchy pattern (Clark and Smith, 1988), which can be assessed only by portable and preferably mobile equipment. Furthermore, in the early phase of an accident, decision makers wish to rely on high resolution and accurate information about the spatial distribution of the radioactive materials in the local environment around the accident site in order to issue adequate protective countermeasures. Nevertheless, in general, the density of the monitoring stations in the vicinity of a nuclear power plant is not enough to cover homogeneously the contaminated area around the accident site. In such circumstances, an adaptive monitoring strategy will increase the measurements density during the accidental event by adding new in-situ measurements from mobile devices. These data can be then ingested into an assimilation scheme so as to improve the dispersion model predictions and to obtain a real-time estimation of the radioactive plume spread.

In 2008, the crisis centres of the IRSN and of Électricité De France (EDF) which operates most of France's nuclear power plants, have carried out together an exercise aiming to optimise the coordination between the two centres. For the first time they deployed a mobile monitoring network of 7 gamma-dose monitoring stations, plus 12 fictitious stations, around the site accident by helicopter, within a single day. In this exercise, the design of the mobile network was based only on the main wind information, population density, and Gaussian dispersion model forecast during the day of the experiment. Consequently, the design was not obtained from optimal spatial design considerations. Later on, a joint venture between EDF, AREVA and CEA, in charge of such a deployment, may own up to 20 mobile dose measurement instruments.

After the start of the release, the question of where the mobile measuring devices should be placed is naturally raised. The design problem is solved by deciding at time t where mobile stations should be located at time $t + 1$ using some design criterion. This criterion could make use of the combined information given by the previous observations and an analysis state of the plume derived from a dispersion model and the use of data assimilation techniques. A widely used design criterion is to consider the prediction error covariance at time $t + 1$. In the spatial statistics community, the construction of time-varying designs is known as targeting design, dynamic design, adaptive design or sometimes as space-time dynamic design.

In the recent years, great efforts have been devoted to examining optimal spatial designs for environmental process (e.g. Cressie and Cassie, 1993; Fedorov and Hackl, 1997; Arbia and Lafratta, 1997; Nychka and Saltzman, 1998; Müller, 2007). However, given that most environmental processes are dynamic, static designs will not be as efficient as designs that are allowed to evolve over time. Wikle and Royle (1999) have used a space-time Kalman filter based on a measurement equation and a state equation in order to design a mobile network for the ozone monitoring in the Chicago area.

In the meteorological context, adaptive (or targeted) observations strategies in connection with a data assimilation system were used in order to reduce the uncertainty in the forecast of a numerical weather prediction system (e.g. Daescu and Navon, 2004; Carrassi et al., 2007). Berliner et al. (1999), Fourrié et al. (2006) (and references therein) have introduced several methodologies of adaptive

observations that have been tested during the Fronts and Atlantic Storm-Track Experiment (FASTEX), or in the framework of The Observing System Research and Predictability Experiment (THORPEX). Although very successful, these techniques are of limited interest because of the number of adaptive observations compared to the constant flux of synoptical meteorological observations.

The present work is intended to investigate the possibility, in the event of a nuclear or radiological emergency, to improve our knowledge about radioactive materials spread around a nuclear power plant by using a targeting monitoring strategy feeding a sequential data assimilation scheme. This goes beyond the simpler objective consisting in trying to obtain the best mapping of the contaminant field. Quantitatively, the goal is to optimally reduce the uncertainty of the current analyses and predictions.

To do so, we will perform an observing system simulation experiment [OSSE], in a $100 \text{ km} \times 100 \text{ km}$ domain around the Bugey nuclear power plant. In Section 2, the complete setup about the OSSE is described: the meteorological model, the chemistry and transport models, the existing monitoring network around the plant, the local meteorological conditions. A typical release rate sequence of an accident (the so-called *source term*) will be described. In Section 3, the data assimilation scheme, that relies on inverse modelling, is detailed. A discussion on error modelling is then needed. Examples of inverse modelling are given by twin experiments with realistic errors. In Section 4, our targeting scheme is presented. Details are given on the mathematical and numerical aspects. In Section 5, the targeting strategy is illustrated on several experiments built on the OSSE. The benefits of observation targeting are discussed. Conclusions are drawn in Section 6.

2. Setup

2.1. Meteorological input data

In this study, the mesoscale atmospheric model MM5 (Anthes and Warner, 1978) is used to drive a chemistry-transport model by an off-line coupling. For the present study, MM5 is implemented with three nested domains with horizontal resolution 18, 6 and 2 km. The outer first domain covers entirely France with other major parts of the surrounding countries. The second one is mainly fixed on the southeast region of France whereas the inner third domain covers an area of $40,000 \text{ km}^2$ around the Bugey nuclear site between $4^{\circ}01'E$, $44^{\circ}55'N$ and $6^{\circ}31'E$, $46^{\circ}41'N$. This nesting design is depicted in Fig. 1. All domains have 100×100 grid points and contain 31 vertical σ levels of which nine levels (pressure levels 990, 980, 970, 950, 925, 900 hPa) are chosen near to the surface. The initial meteorological conditions are taken from the $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ Final Analysis (FNL) data of the National Center for Environmental Prediction (NCEP). The model is initialised at 00:00 UTC on 01 Jun 2007 and 20 Dec 2007, then is integrated for one week for each of the two starting dates. At first we performed one week run with only two domains nesting for the outer domain and the second one (18 and 6 km horizontal resolution). Terrain elevation, and land use data are provided by the United States Geological Survey. For the second nest, these data are incorporated at a horizontal resolution of 0.9 km (for the second and third domains the topography data resolution is 0.9 km). The analysis nudging four-dimensional data assimilation (FDDA), which blends FNL analysis (the first guess) with observations coming from NCEP operational global surface and upper-air observations subsets, is performed on the first and second domains to produce additional mesoscale analyses.

2.2. The chemistry-transport model and parametrisations

The numerical chemical-transport model used in this study is POLAIR3D, part of the Polyphemus platform. It has been validated on

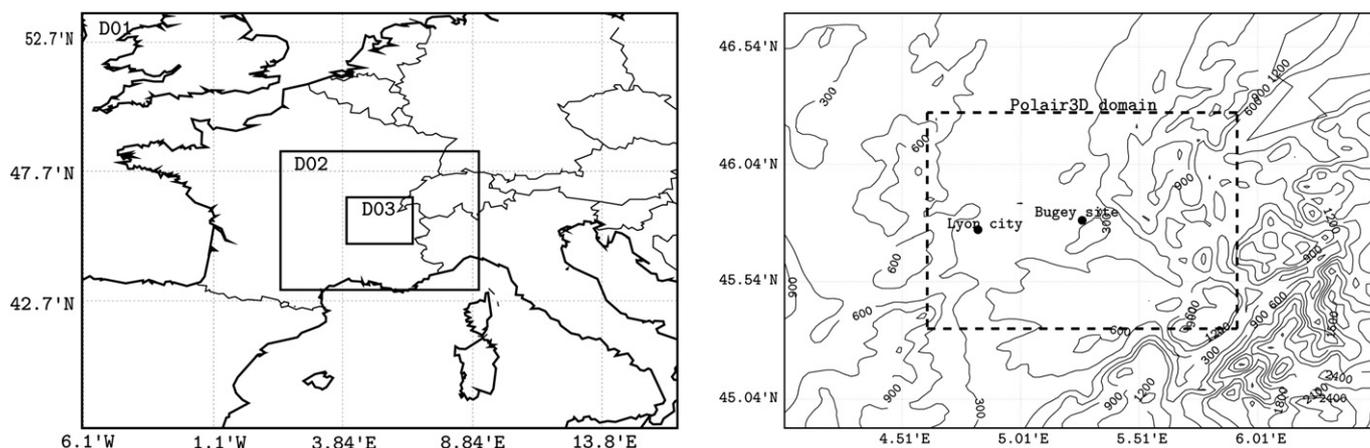


Fig. 1. MM5 nesting design: the three nested domains are represented on the left. The third domain D03 is enlarged on the right, where the domain chosen for the transport model is plotted, and where the local topography is shown.

the European Tracer Experiment, Algeciras and Chernobyl (Quélo et al., 2007). As discussed later, iodine-131 will be chosen as the species of interest representative of a typical dispersion in case of a nuclear accident. The model integrates the concentration field c of ^{131}I , following the transport equation

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{u}c) = \text{div}\left(\rho \mathbf{K} \nabla \left(\frac{c}{\rho}\right)\right) - \Lambda^s c - \Lambda^d c + \sigma \quad (1)$$

where Λ^s is the wet scavenging coefficient, Λ^d represents the radioactive decay and σ is the point-wise source for ^{131}I , \mathbf{u} is the wind velocity, ρ is the air density, and \mathbf{K} is the matrix of turbulent diffusion, diagonal in practice. Later on, these fields will be obtained or diagnosed from MM5 simulations. The vertical component is given by K_z . Its parametrisation follows Louis (Louis, 1979). The horizontal component is of uniform and constant value K_H . All boundary conditions are taken null (in particular incoming mass fluxes are null). The boundary condition on the ground is

$$-K_z \nabla c \cdot \mathbf{n} = -v^{\text{dep}} c \quad (2)$$

where \mathbf{n} is the unitary vector upward oriented. v^{dep} is the dry deposition velocity of ^{131}I .

The advection is implemented thanks to a third-order explicit scheme, with a Koren–Sweby flux limiter function. Because of the sharp gradients found, it is important that such a limiter be used. The diffusion scheme is integrated through an implicit second-order Rosenbröck scheme, with a three-step spatial scheme.

Iodine is deposited using a simple scheme with a constant deposition velocity: $v^{\text{dep}} = 0.5 \text{ cm s}^{-1}$. The parametrisation used in this study is Belot of the form $\Lambda^s = ap_0^b$, with $a = 8 \times 10^{-5}$ and $b = 0.8$. p_0 is the rain intensity, in mm h^{-1} (Baklanov and Sorensen, 2001).

The transport model POLAIR3D is then integrated in the domain surrounding the Bugey site with a spatial resolution of 2 km by 2 km. The number of grid points in the domain simulation is 50×50 ($100 \text{ km} \times 100 \text{ km}$) and the model has 11 vertical levels ranging from 0 to 3500 m.

2.3. Monitoring networks around the Bugey site

The nuclear power plant of Bugey belongs to EDF. EDF has the obligation to detect and measure any presence of radionuclides activity recorded in the immediate vicinity of the site. The gamma ambient dose rate is automatically measured at a total of 31 locations, all within a radius of 22 km from the nuclear power plant.

These locations are distributed in the following manner: 1) a network of 10 gamma-dose monitoring stations is setup in the closest border of the site over a range of less than 1 km from the site; 2) four additional gamma-dose monitoring stations are installed within a radius of 1 km around the power plant; 3) four gamma-dose stations are over a range of 6 km from the site; 4) a network of 13 monitoring gamma-dose stations are located within a range of 22 km from the site. Besides, three gamma-dose monitoring stations from the Teleray Network which is operated by the IRSN, are added to the 31 monitoring stations. These stations are located within a radius of 18 km from the site. Four other Teleray stations will be added to the set of monitoring stations within a radius 50 km from the site, as our dispersion domain encompasses them. Eventually, 38 monitoring stations are surrounding the site.

In routine monitoring situations, the measured gamma ambient dose rate are transmitted in real time at 10-min intervals to the IRSN. The frequency of data acquisition can be lowered down to a range of 1–5 min in an emergency situation. These monitoring stations are equipped with an alarm system. If a critical threshold value of gamma ambient dose rate is exceeded, the alarm is raised immediately and the IRSN issues a warning to the national and local authorities. Within a radius of 12 km around the Bugey power plant, 109 monitoring locations (PPI points) were identified by the IRSN as potential sites where the IRSN can rapidly deploy monitoring stations in order to operate supplementary measurements. These points are located in open terrains to be easily accessed. The PPI point and the monitoring stations are depicted on Fig. 2. Table 1 summarises additional information on the monitoring stations around the Bugey nuclear site.

During this study we have hypothesised that all the monitoring stations installed around the Bugey power plant are homogeneous, in the sense that measurements are performed with the same type of instrument, which gives volumetric activity concentrations over a range of 10^{-5} – 10^9 Bq m^{-3} instead of gamma ambient dose. This assumption simplifies the problem considerably since the assimilation of ambient dose would additionally require a spatial model integration, and would require to properly account for contamination effects of dose instruments.

2.4. Local meteorological conditions at the Bugey nuclear power plant

The study area is focused around the Bugey nuclear power plant within a radius of 50 km (Fig. 1). The plant is located in the Ain plain at

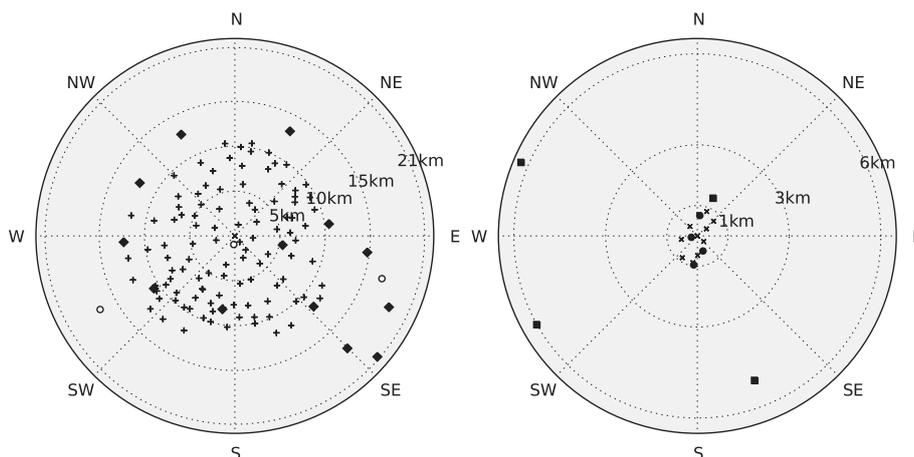


Fig. 2. Locations of gamma-dose monitoring stations and PPI points around the Bugey power plant. Diamonds (◆) are gamma-dose stations. Plus signs (+) correspond to PPI points (virtual stations). White disks (○) depict three gamma-dose stations from the Teleray network. On the right: enlargement emphasising the border sondes around the site. The squares (■) denote close gamma-dose stations. Crosses (×) mark the site border stations. Black bullets (●) correspond to balises within a radius of 1 km.

5°16'E, 45°47'N. It is 30 km from the Swiss border and about 35 km away from Lyon city in the western side. It is on the edge of Rhône river, from where the site gets its cooling water. Moreover, the site is inside a basin surrounded by mountains in the SW–NW (Massif central) and by the Alps and Jura mountains in the SE–E, NE respectively.

As a consequence of this complex topography around the site (within a radius of 100 km) the local meteorological conditions at Bugey site on mesoscale are non-stationary and non-homogeneous (Zhao et al., 1983). Therefore a wide range of dispersion conditions is possible on a single day scale. Also, at synoptic scale, many meteorological configurations could affect extensively the micro-meteorology around the site. A typical frequent situation is the Mistral wind, which blows from the northwest or north of France through the Rhône Valley river.

Fig. 3 depicts the windrose of Bugey nuclear power plant at 100 m height over the period 1995–2002. As we can notice, the wind is blowing mainly from two different directions: the first direction which is the most common wind direction is from the north–northwest (slightly more than 15% of time), the second one is from the south–southeast (more than 10% of time). The average wind speed values within these two directions are respectively of 5.1 m s^{-1} and 5.3 m s^{-1} . The reason to have a wind direction confined essentially into two opposite directions is the dynamic effect of the mountains (Alpes and Massif Central) surrounding the site.

The efficiency of a targeting design following a radioactive release occurring at the Bugey site will be strongly constrained by local wind conditions. In case of strong wind speeds (more than 5 m s^{-1}) a radioactive leak from the site will move swiftly and reach the border of the targeted area within less than 3 h. Therefore, in such an extreme situation, the setup of a mobile network within this domain, may start losing its interest, because the plume may be out of reach before any effective deployment. Relying on the level

of emergency preparedness of the IRSN, we estimated that the necessary intervention time needed for installing a mobile station (by sending vans or helicopters) within a radius of 50 km around the Bugey site is about 1 h. Conversely, at weak and normal wind speeds (0.5 m s^{-1} – 2 m s^{-1} – 4 m s^{-1}) the radioactive plume will stay longer inside the targeting area (more than 4 h) before reaching the border.

For the sake of demonstrating the potential of a targeting approach with respect to different local wind conditions, and by investigating meteorological data of a synoptical tower installed near the site, we have chosen two different meteorological situations around the Bugey nuclear site. The first lasts one week starting 1 June 2007. It is characterised by moderate to strong wind speeds. The peculiar feature of this situation is that the wind direction changes considerably, so that the radioactive plume rotates around the site. The second one lasts one week from 20 December 2007. The surface wind field speed is weak to moderate. Fig. 4 depicts temporal profile of the surface wind module (at 10 m height) calculated by MM5 model on the Bugey nuclear power plant.

2.5. Source term

The *source term* is a technical expression used to describe the accidental release of radioactive material from a nuclear facility to the environment. Not only are the levels of radioactivity released important, but also their distribution in time as well as their chemical and physical forms.

The estimation of a release scenario pattern over time is a complex task, depending on the nature of the accident occurring at a nuclear facility. It is characterised by a release rate as a function of time for each radionuclide and the parameters relevant for the dispersion in the environment (such as position, height, energy content and volumetric flow of the release). Aerosol size and chemical form have a direct impact on the deposition and plume

Table 1
Specifications of the monitoring stations around Bugey site.

Name	Type	Unit	Range	Frequency	Number of stations
Balise Teleray	Genitron	Gamma-dose	$5 \cdot 10^{-9}$ – 10 Gy h^{-1}	10 min	7
Sonde cloture	Genitron	Gamma-dose	10^{-8} – $10^{-2} \text{ Gy h}^{-1}$	10 min	10
Balise 1 km	Genitron	Gamma-dose	10^{-8} – $10^{-4} \text{ Gy h}^{-1}$	10 min	4
Balise 5 km	Genitron	Gamma-dose	10^{-8} – 0.5 Gy h^{-1}	10 min	4
Sonde 10 km	Genitron	Gamma-dose	10^{-8} – $10^{-2} \text{ Gy h}^{-1}$	10 min	13
PPI point	–	–	–	–	109

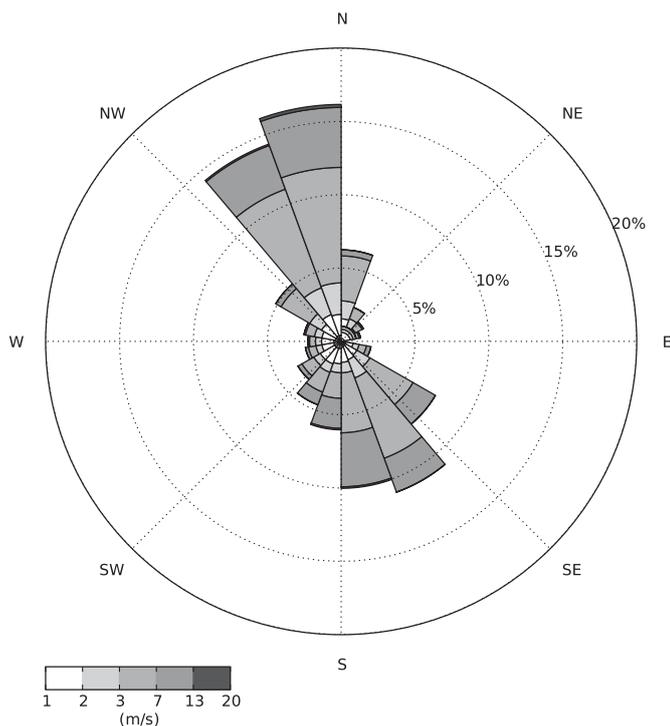


Fig. 3. Windrose at the Bugey nuclear power plant over the period 1995–2002.

depletion. Here in France, the emergency plans of IRSN contemplate two types of accidents. The first is a severe nuclear reactor accident consisting of a core meltdown, but without major hull breach. The second one, of lesser impact, is a breakdown of a vapour generating tube, leading to a preventive release into the atmosphere of over-pressure through an exhaust pipe.

In this study we have considered a hypothetical scenario of a core meltdown occurring at the Bugey plant. From the radiological point of view, the radionuclides ^{131}I , ^{137}Cs are the most important radionuclides to consider, because they are responsible for most of the radiation exposure received by the general population. As mentioned earlier, species ^{131}I was selected for this study.

Relying on data of emission rates (ground release) of different isotopes issued by the IRSN from internal estimates of the release of radioactivity to the environment under a hypothetical core meltdown accident at the Bugey site, a simplified temporal profile of ^{131}I during one week of release is assumed to take the form depicted on Fig. 5.

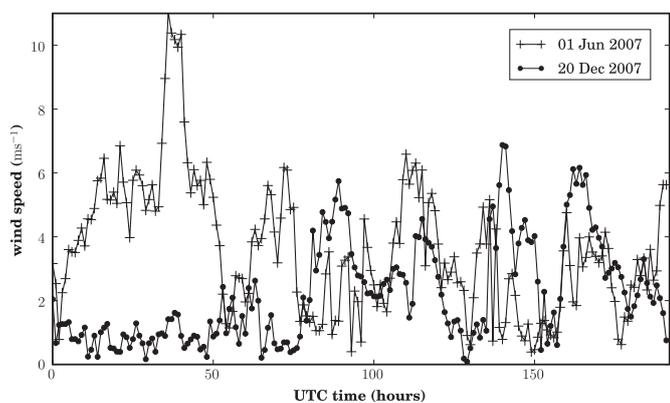


Fig. 4. Surface wind speed temporal profile for one week MM5 run at Bugey site, for the two meteorological configurations.

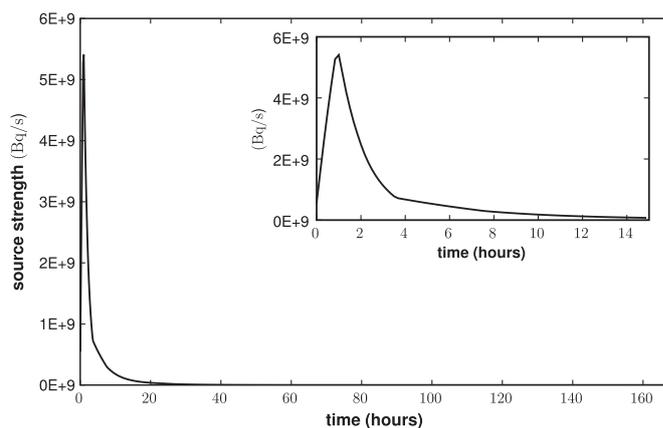


Fig. 5. A hypothetical source term temporal profile for ^{131}I . The inset zooms on the first 14 h.

Since no hull breach is hypothesised, the release height is chosen to be 15 m. Heat plume rise is neglected here merely because it entails too many unknown parameters. Besides, the source height or local rise is not that significant for the demonstration of the paper. However this issue would matter if the plume rises swiftly above the boundary layer, since the information from ground detectors might not be enough for a reliable data assimilation.

3. Data assimilation

The targeting which will be developed should provide observations to be assimilated in the forecast of the plume. The main task of the assimilation is to identify the source and correctly estimate its release rate, as it is the main forcing of the plume (Politis and Robertson, 2004; Bocquet, 2007). Any other type of uncertainty (such as meteorological field errors) is secondary. That is why our inverse modelling procedure will be described first.

3.1. Inverse modelling

The source–receptor equation relates the activity concentration measurement μ_i (in Bq m^{-3}) to the source field $\sigma(x, t)$, thanks to the solution of Eq. (1). In a discretised form, it reads

$$\mu = H\sigma + \varepsilon. \tag{3}$$

$\mu \in \mathbb{R}^d$ stands for the measurements vector. $\sigma \in \mathbb{R}^N$ is the discretised source vector. We shall denote Δt its discretisation time step. H is the Jacobian or source–receptor matrix. It embodies the model of dispersion as well as the observation operator. The vector error $\varepsilon \in \mathbb{R}^d$ represents a combined model-representativity-instrumental error. Eventually, the inverse problem to be resolved is completely summarised by this equation. The computation of H will be detailed in the next section.

3.2. Control parameters and source–receptor matrix computing

The location of the source is in the centre of a grid cell which itself is located in the centre of the spatial grid of the experiment. Contrary to Krysta and Bocquet (2007) and Krysta et al. (2008), but similarly to Davoine and Bocquet (2007), the location of the release is supposed to be known since an alert is assumed to have been issued after the start of the release, or preventively. Therefore, the control parameter space is reduced to a one-dimensional grid along time.

The time resolution Δt for source inversion must be defined according to the space and time scales of the phenomenon, and has

to be enough to reconstruct the source term with a reasonable precision. Yet, the precision inversion is constrained by both the availability and the quality of the observations.

Ideally, the time resolution could be chosen equal to the data acquisition time interval of the monitoring networks installed around the nuclear Bugey site. In an emergency situation, the frequency of data acquisition of the monitoring stations can be reduced to 1 min. However, to avoid that the inverse problem be ill-posed, the finest time resolution should still integrate a sufficient number of data.

The finest time resolution Δt is defined here to be 10 min, which corresponds to the time interval data acquisition in a routine situation. Also, the time resolution must take into account the variability of the ambient meteorological conditions. It is therefore irrelevant to resolve the source term with a time interval much lower than 1 h, which is the frequency of MM5 input data. That is why a time resolution of 30 min is chosen here. Hence, the number of variables to be inverted over a period of one week will be $N = 336$. Yet, the number of measurements over the same period, gathered by a monitoring network of n stations at 10 min interval, will be much greater than the number of unknowns, whatever their quality or their relevant information content to this inverse problem. Consequently, in our case the inverse problem turns out to be well-posed.

In general the matrix \mathbf{H} can be computed by two methods. The first one is to calculate the source–receptor matrix row-by-row. In this case, one calculates the adjoint solution of each measurement μ_i . That may be the case when the number of measurements is smaller compared to the number of variables to resolve. The second one is to proceed column-by-column. Each column is a solution of the transport equation for an elementary source represented in the canonical basis of \mathbb{R}^N . Since there is a greater number of measurements than unknown variables here, this latter method is retained. In our case, each elementary source has a temporal extent of $\Delta t = 30$ min. Thus, we have calculated the matrix \mathbf{H} by integrating POLAIR3D model $N = 336$ times.

3.3. Solving the inverse problem

Using Gaussian assumptions on the errors and background information on the source, elementary Bayes inference leads to the following cost function (see for instance Krysta et al., 2006, in a very similar context):

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\mu} - \mathbf{H}\boldsymbol{\sigma})^T \mathbf{R}^{-1}(\boldsymbol{\mu} - \mathbf{H}\boldsymbol{\sigma}) + \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{B}^{-1}\boldsymbol{\sigma}, \quad (4)$$

where \mathbf{R} is the observation error covariance matrix. \mathbf{B} is the background error covariance matrix which contains known prior statistical information on the source and is necessary to regularise ill-posed problems. Here, however, the information content of the observations is supposed to be sufficient to resolve the unknown variables. That is why the background term is dropped, and the cost function takes the simpler form

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\mu} - \mathbf{H}\boldsymbol{\sigma})^T \mathbf{R}^{-1}(\boldsymbol{\mu} - \mathbf{H}\boldsymbol{\sigma}), \quad (5)$$

which leads to the estimated source term $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ given by (generalised inverse)

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = (\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \boldsymbol{\mu}, \quad (6)$$

with an error covariance matrix \mathbf{R} which is assumed diagonal.

3.4. Error modelling

In the absence of specific measurement campaigns, assumptions must be made on errors. In this study, two forms of errors are considered:

Gaussian and non-Gaussian errors. In order to obtain realistic generated measurement sets which will be considered as the truth, we have firstly generated a set of synthetic measurements spanning over the experiment one week duration, and this, for all the monitoring stations around the Bugey site. This set is derived from the reference simulation, or via the noiseless source–measurement equation

$$\boldsymbol{\mu}^s = \mathbf{H}\boldsymbol{\sigma}^t, \quad (7)$$

where $\boldsymbol{\sigma}^t$ is the true source (see Fig. 5).

In order to take into account realistically important dispersion modelling errors, the concentrations measurements error are assumed to follow a log-normal law. More than instrumental errors, they are meant to account for representativeness errors. The perturbed observations are $\mu_i = r_i \mu_i^s$, where r_i follows a log-normal law:

$$r_i \sim \exp(\mathcal{N}(0, \lambda_i^2)). \quad (8)$$

where λ_i is the standard deviation of the related Gaussian law $\mathcal{N}(0, \lambda_i^2)$. It is assumed here that the perturbed measurements have an unbiased median (as many overestimations as underestimations on average), whereas their mean is biased by a factor $\exp(\frac{1}{2}\lambda_i^2)$, which could easily be removed.

In the absence of information about the true errors, prior statistics are supposed to be additive and multiplicative Gaussian. They are respectively of the forms: $\boldsymbol{\mu}^s + \mathcal{N}(\mathbf{0}, \lambda_g^2 \mathbf{I})$ and $\boldsymbol{\mu}^s + \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{R})$, where λ_g is the standard deviation of the additive error, \mathbf{I} is the identity matrix in observation space, and \mathbf{R} is a diagonal error covariance matrix, whose entries χ_i are $(r \mu_i^s)^2$, with r a factor to be chosen a priori. Note that in both cases, observation error is additive in the sense of Eq. (3). Multiplicative means here that the error standard deviation is a fraction of the measurement.

A Gaussian additive prior with a uniform variance ($\chi_i = \chi$) grants high confidence to greater measurements, and lesser confidence to smaller measurements. In that case the inverse problem estimate will not be sensitive to the variance χ (see Eq. (6)). A Gaussian multiplicative error prior was therefore chosen instead. The variances χ_i are chosen then to be a priori a fraction of the measurement μ_i^s .

Another possible prior, more consistent with our modelling of the perturbations, is to choose a log-normal one. However, this non-Gaussian approach will not be easily generalised to the targeting mathematical formalism. We have nevertheless performed inversion tests with the related prior. The corresponding multivariate probability density $p(\boldsymbol{\mu}|\boldsymbol{\sigma})$ associated with the observed measurements $\boldsymbol{\mu}$ given the source term $\boldsymbol{\sigma}$, follows:

$$p(\boldsymbol{\mu}|\boldsymbol{\sigma}) = \prod_{i=1}^d \frac{1}{\mu_i \lambda_i \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln \mu_i - \ln[\mathbf{H}\boldsymbol{\sigma}]_i)^2}{2\lambda_i^2}\right). \quad (9)$$

Consequently, the cost function related to this likelihood is

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\sigma}) = \sum_{i=1}^d \frac{(\ln \mu_i - \ln[\mathbf{H}\boldsymbol{\sigma}]_i)^2}{2\lambda_i^2}. \quad (10)$$

The retrieval of the source term $\boldsymbol{\sigma}$ is carried out through the minimisation of the cost function Eq. (10), using the L-BFGS-B limited-memory quasi-Newton minimiser (Liu and Nocedal, 1989).

To illustrate the choice of priors in the case of the log-normal generated errors (with a realistic $\lambda_i = 0.5$), a set of 10^5 source inversions was performed. Fig. 6 shows the source profile retrieval density sampled over 10^5 reconstructed sources, for several priors: Gaussian additive and uniform, Gaussian multiplicative and measurement-dependent, and log-normal. The relative error is set to 50% (i.e. $r = 0.5$ in rough accordance with $\lambda_i = 0.5$). The Gaussian additive inversions demonstrate a large overestimation of the true

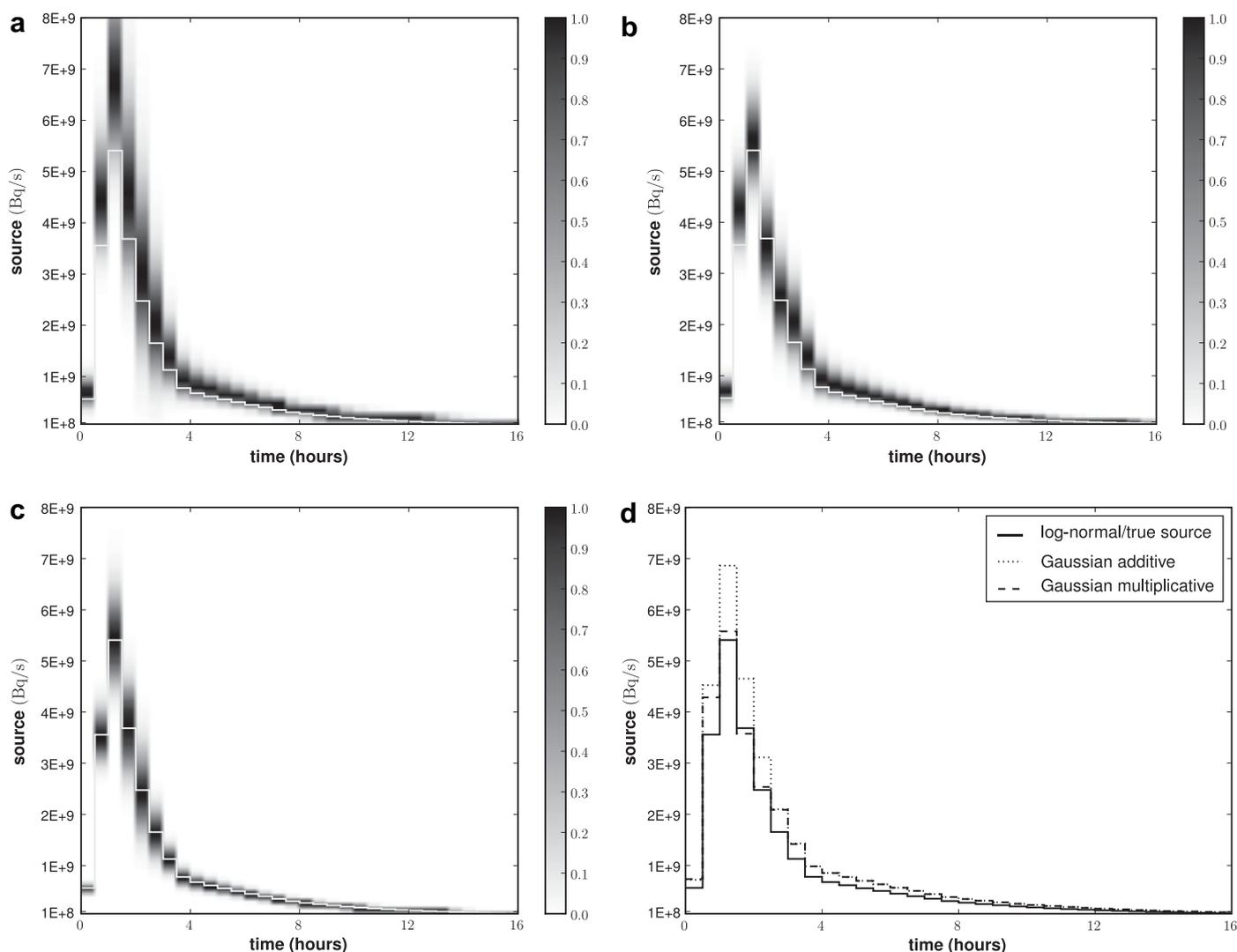


Fig. 6. The top left panel (a) displays the result of 10^5 inversions with log-normal perturbations ($\lambda_l = 0.5$) and a Gaussian additive and uniform prior. The top right panel (b) displays the result of 10^5 inversions with log-normal perturbations and a Gaussian multiplicative measurements-dependent prior. The bottom left panel (c) displays the result of 10^5 inversions with log-normal perturbations and a log-normal prior. In each case, the density of the inversion results is displayed (shades of grey), the true source is represented by a light grey line. On the bottom-right panel (d), are plotted the median inversion estimates for these three configurations and the true source.

source, consistent with the existence of the mean bias. The Gaussian multiplicative inversions demonstrates a moderate overestimation of the true source. Ultimately we will choose the latter for our prior since the overestimation is less pronounced. Because it is Gaussian, it remains easily analytically tractable, contrary to the log-normal prior case. Note that for emergency centres, a moderate overestimation in the data assimilation analysis is not a flaw because the main danger is to underestimate the risk.

3.5. Plume data assimilation

By using a sequential data assimilation approach, data from the Bugey surrounding network can be assimilated in order to improve, not only the source term, but also the dispersion model predictions and to obtain a real-time estimation of the dispersion plume.

In this section the data assimilation scheme used to reconstruct the plume is described. It has been tested using partial or all observations on the fixed Bugey network. The assimilation interval is noted Δt_f , and we took it to be the same as the forecast interval. It has also been tested for several values $\Delta t_f = 1, 2, 3$ h.

In an emergency situation, and at a current time t_n the sequential approach algorithm reads:

1. *Preprocessing step:* All available data in the interval $[t_n - \Delta t_f, t_n]$ are collected. Screening and quality control should be applied to this set of measurement in order to eliminate for example the artificial gamma-dose rates. This does not arise in our case because we supposed that all observations data are *true*. Subsequently, the elementary solutions corresponding to this time interval are computed using the chemistry and transport model. Since the source time resolution is half an hour, then we have to compute $2\Delta t_f$ elementary solutions and store them.
2. *Analysis step:* We construct the source–receptor matrix \mathbf{H}_{t_n} associated to the stationary monitoring network. This matrix is computed column-by-column using all the elementary solutions calculated from t_0 till t_n . The measurements vector $\boldsymbol{\mu}_n$ containing all the perturbed observations between t_0 and t_n are built up. Then an estimation of the source term σ_n is obtained by using Eq. (6).
3. *Forecast step:* A forecast of Δt_f hours from t_n to $t_{n+1} = t_n + \Delta t_f$ is performed using the chemistry and transport model. For this,

we carry out a forward simulation from t_0 to t_{n+1} forced by the source σ_n between t_0 and t_n , and by the last retrieved component of σ_n , between t_n and t_{n+1} . This means that we supposed that the source term is persistent. This hypothesis sounds more adequate in case of an accidental radioactive releases. Indeed, given the shape of typical radiological source terms, persistence mostly leads to an overestimation of the radionuclides released. This is considered a safer assumption by risks agencies, such as the IRSN.

The performance of data assimilation will be assessed later altogether with the targeting scheme.

4. Targeting

This section develops a formalism for the targeting of observations suited to the emergency context presented in the introduction.

4.1. Targeting theory

We have seen that all monitoring stations lie within a radius of 22 km from the nuclear facility site. Thus, in case of emergency, this fixed network can become less informative on the evolution of the plume in regions away from the source site. This situation could occur if the wind fields are strong enough and advect swiftly radioactive materials far from the source.

In such situations, deploying mobile measuring devices constitutes an adequate monitoring strategy that allows to follow the spatiotemporal evolution of the plume. Here, the collected measurements from the mobile network and the static monitoring network will be both assimilated in order to enhance our knowledge about the radioactive plume. This raises the question as to where the mobile monitors should be located at time $t + 1$ given the information based on measurements collected up to time t . The targeting design consists in seeking the spatial locations at time $t + 1$ that optimise some design criterion.

In the present context, a targeting design schedule needs a decision time t_1 . Given all available information from $t_0 = 0$ the starting time of the accident up to time t_1 , we decide how to collect additional measurements at time $t_2 > t_1$ so as to reduce the uncertainty on the future state of the radioactive plume. This decision should be taken according to the design criterion. At time t_2 , the design will be carried out. Mobile measuring devices will have been deployed, and the new observations will be assimilated to get a better forecast, following Section 3. From t_2 on, a forecast step is performed till $t_3 > t_2$. But t_2 is also a decision time for a deployment at t_3 . The schedule goes on following these steps till the end of the experiment.

4.2. Nature of the design criterion

In this study our targeting design problem is defined in order to have both an efficient estimation of the source term at time t_2 and to get the most precise plume forecast. As suggested earlier, a necessary condition to get a reasonable plume forecast is to get a good estimate of the source term. Thus the design criterion may consist in reducing the uncertainty on the source term analysis, that is minimising a measure of the source error covariance matrix (rather than the forecast error covariance matrix at time t_3).

The alternative is to perform the design in order to reduce the uncertainty on the plume activity concentrations at time t_2 (or possibly reduce a forecast uncertainty at time t_3). Because the source term and the concentration field are linearly related, the source error covariance matrix can easily be related to the concentration error covariance matrix.

Let \mathcal{H} be the total Jacobian matrix linking the source to the concentration field on the domain computed over the whole POLAIR3D domain grid. The source–receptor matrix associated to both static and mobile networks is denoted by \mathbf{H} . Let $\bar{\sigma}$ denotes the reconstructed source term from the set of measurements, and σ^t be the true source term. Denote respectively by \bar{c} and c^t the analysed field activity concentrations and its true state. The covariance matrix error of the source term and of the plume concentrations are given respectively by:

$$\mathbf{P}^\sigma = \mathbb{E}[(\bar{\sigma} - \sigma^t)(\bar{\sigma} - \sigma^t)^T], \mathbf{P}^c = \mathbb{E}[(\bar{c} - c^t)(\bar{c} - c^t)^T] \quad (11)$$

where \mathbb{E} indicates the expectation, so that

$$\mathbf{P}^c = \mathcal{H}\mathbf{P}^\sigma\mathcal{H}^T + \mathbf{Q} \quad (12)$$

where the \mathbf{Q} term denotes the model error covariance matrix, which is neglected in this study. This equation tells how the uncertainty on the source term propagates to the concentrations space via the full Jacobian \mathcal{H} operator. Note that \mathbf{P}^c depends on the station locations through \mathbf{P}^σ (which depends on \mathbf{H}). The total Jacobian matrix \mathcal{H} , that maps \mathbf{P}^σ to \mathbf{P}^c does not add extra dependence on the network. Therefore, apart from the impact of model error that is possibly design dependent, a good criterion based on the source analysis would qualitatively yield a good design on the concentration field analysis. Obviously, the precise correspondence between the two criteria depends on how dispersion is amplifying the uncertainty.

4.3. Decision time analysis

At the design decision time (say t_1), the future plume status at t_2 and even more the future source term on $[t_1, t_2]$ are unknown, as well as the future observations. We can only forecast them, or make an assumption for the source (persistence here).

Using all available information from t_0 up to t_1 through the data assimilation process, our best knowledge about the source term is given by a Gaussian probability distribution,

$$\sigma_{t_1^+} \sim \mathcal{N}(\bar{\sigma}_{t_1^+}, \mathbf{P}_{t_1^+}^\sigma), \quad (13)$$

where the $+$ sign means at time t_1 after the analysis. We now define a forecasted source $\sigma_{t_2}^\star$ which is equal to the analysed source term $\bar{\sigma}_{t_1^+}$ on $[t_0, t_1]$, and is defined on $[t_1, t_2]$ using the persistence assumption. A plume forecast is then carried out from t_1 to t_2 by integrating the transport model from the time t_0 until t_2 and using this source. A complete set of observations is then obtained: all observations up to t_1 and the forecasted fixed observations in $[t_1, t_2]$. Hence, the forecasted source covariance matrix error at t_2 is given by

$$\mathbf{P}_{t_2}^{\star\sigma} = (\mathbf{H}_{t_2}^T(\mathbf{R}_{t_2}^\star)^{-1}\mathbf{H}_{t_2})^{-1}, \quad (14)$$

where \mathbf{H}_{t_2} is the source–receptor matrix for these observations and the source term up to time t_2 . The future targeted observations at t_2 are not included yet. $\mathbf{R}_{t_2}^\star$ is a measurement covariance matrix error. This matrix combines the errors obtained from the actual measurements available from t_0 to t_1 and from the forecasted concentrations from t_1 to t_2 , and mapped to the locations of the monitoring stations. Recall that the measurement errors standard deviations are taken as a prior fraction of the measurements amplitude, and that $\mathbf{R}_{t_2}^\star$ is assumed diagonal. The \star symbol qualifies a parameter related to a forecasted analysis. Note that with an inversion resolution of Δt , the matrix \mathbf{H}_{t_2} is made of $(t_2 - t_0)/\Delta t$ elementary solutions (columns). In principle this source–receptor matrix is also forecasted for the $[t_1, t_2]$ part. But, in the absence of model error, the forecasted $\mathbf{H}_{t_2}^\star$ coincide with \mathbf{H}_{t_2} , that is effectively obtained at t_2 before the inclusion of the targeting observations.

The (forecasted) targeted observations $\mu_{t_2}^*$ taken from mobile monitors that will be installed at time t_2 , abide to

$$\mu_{t_2}^* = \mathbf{h}\sigma_{t_2}^* + \varepsilon \quad (15)$$

where \mathbf{h} is a sub-matrix of the Jacobian matrix \mathcal{H} corresponding to the additional observations, and ε is the measurement error vector, $\varepsilon \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{r}_{t_2}^*)$. The error covariance matrix of the targeted observation $\mathbf{r}_{t_2}^*$ is assumed diagonal (uncorrelated observations). Note that each line of matrix \mathbf{h} corresponds to a targeted observation.

At decision time t_1 , the forecasted update of σ at time t_2 , including the assimilation of the forecasted targeted observations, follows

$$\sigma_{t_2}^* \sim \mathcal{N}(\bar{\sigma}_{t_2}^*, \mathbf{P}_{t_2}^{\sigma*}). \quad (16)$$

Standard Bayesian analysis leads to

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{t_2}^{\sigma*} &= \left((\mathbf{P}_{t_2}^{\sigma})^{-1} + \mathbf{h}^T (\mathbf{r}_{t_2}^*)^{-1} \mathbf{h} \right)^{-1} \\ &= \mathbf{P}_{t_2}^{\sigma} - \mathbf{P}_{t_2}^{\sigma} \mathbf{h}^T \left(\mathbf{r}_{t_2}^* + \mathbf{h} \mathbf{P}_{t_2}^{\sigma} \mathbf{h}^T \right)^{-1} \mathbf{h} \mathbf{P}_{t_2}^{\sigma}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\bar{\sigma}_{t_2}^* = \bar{\sigma}_{t_2} + \mathbf{P}_{t_2}^{\sigma} \mathbf{h}^T \left(\mathbf{r}_{t_2}^* + \mathbf{h} \mathbf{P}_{t_2}^{\sigma} \mathbf{h}^T \right)^{-1} \left(\mu_{t_2}^* - \mathbf{h} \bar{\sigma}_{t_2} \right). \quad (18)$$

It may seem that the stationary observations, then the adaptive ones were sequentially assimilated. But it is actually equivalent to assimilating them altogether, thanks to the assumed independence of the observation errors. It is judicious to carry out the splitting because, in the optimisation scheme (Section 4.6), Eq. (20) is often evaluated with different mobile stations configurations. Thanks to this splitting, the inverse operator is defined in the smaller space of the adaptive observations rather than in the full observation space. This is the key to the numerical efficiency of the scheme.

4.4. Quantitative design criterion

The targeting design problem consists in finding optima of functions of $\mathbf{P}_{t_2}^{\sigma}$. Let Ψ be a scalar convex decreasing function of any non-singular non-negative symmetric matrix. Many choices are possible in the context of optimal design (Fedorov and Hackl, 1997) such as

- The determinant function, which is called D-optimality. From Eq. (17) we obtain

$$\begin{aligned} \ln \det(\mathbf{P}_{t_2}^{\sigma*}) &= \ln \det(\mathbf{P}_{t_2}^{\sigma}) \\ &\quad - \ln \det(\mathbf{I}_p + (\mathbf{r}_{t_2}^*)^{-1} \mathbf{h} \mathbf{P}_{t_2}^{\sigma} \mathbf{h}^T). \end{aligned} \quad (19)$$

Thus the D-optimality criterion maximises the quantity $\ln \det(\mathbf{I}_p + (\mathbf{r}_{t_2}^*)^{-1} \mathbf{h} \mathbf{P}_{t_2}^{\sigma} \mathbf{h}^T)$. By using Eq. (12), and in the absence of model error, one checks that $\det(\mathbf{P}^c) = \det(\mathbf{P}^\sigma) \det(\mathcal{H}^T \mathcal{H})$. Since the matrix $\mathcal{H}^T \mathcal{H}$ does not depend on the design, we can then conclude that one can reason equivalently on the error covariance matrix of either the source or the activity concentrations.

- The trace function, or A-optimality. Taking the trace of Eq. (17) one obtains

$$\begin{aligned} \text{Tr}(\mathbf{P}_{t_2}^{\sigma*}) &= \text{Tr}(\mathbf{P}_{t_2}^{\sigma}) \\ &\quad - \text{Tr} \left(\left(\mathbf{r}_{t_2}^* + \mathbf{h} \mathbf{P}_{t_2}^{\sigma} \mathbf{h}^T \right)^{-1} \mathbf{h} (\mathbf{P}_{t_2}^{\sigma})^2 \mathbf{h}^T \right). \end{aligned} \quad (20)$$

Hence minimising $\text{Tr}(\mathbf{P}_{t_2}^{\sigma*})$ is equivalent to maximising the second term in this equation. Note that $\text{Tr}(\mathbf{P}^c) = \text{Tr}(\mathbf{P}^\sigma \mathcal{H}^T \mathcal{H})$. In this case design with respect to the source term and to the field plume concentrations are not equivalent.

In our study we will focus on designs obtained from A-optimality (and to a lesser extent D-optimality).

4.5. Plume data assimilation with targeting

In Section 3 we have introduced a data assimilation scheme without adaptive observation strategy. The new one incorporates this additional strategy. The algorithm is an augmented version of the original data assimilation one. The major difference is that, at decision time t_n , a *forecasted analysis* is performed according to the previous section. It leads to the maximisation of $\text{Tr}(\mathbf{P}_{t_2}^{\sigma*}) - \text{Tr}(\mathbf{P}_{t_1}^{\sigma*})$, using Eq. (20). As a result, the optimal locations of the targeted observations are obtained. Then the data assimilation scheme is performed between t_1 and t_2 , using the fixed and targeted observations on $[t_1, t_2]$, leading to a posterior uncertainty of $\mathbf{P}_{t_2}^c$.

4.6. Simulated annealing algorithm

With a number of mobile network configurations increasing exponentially with both the number of mobile devices and the number of potential sites to welcome these devices, we have chosen an optimisation based on a stochastic algorithm. Following Abida et al. (2008) where details can be found, a swap simulated annealing algorithm is adopted. At each iteration, an ungauged station is selected while a previously selected one is removed. This network configuration is then evaluated through the cost function J_{proposal} . If it is lower than the current network J_{current} , it is accepted. If its cost is higher, it is still accepted with a probability that depends on a Boltzmann weight of the form $e^{-\Delta J/T}$, with $\Delta J = J_{\text{proposal}} - J_{\text{current}}$ the cost function difference between the proposal and the current configurations. T is a fictitious temperature parameter. In order to avoid being trapped in local minima, the temperature T is decreased, and the system is progressively cooled down.

The optimisation time depends on one hand on the algorithmic complexity, and on the other hand linearly on the time taken to evaluate the cost function. The complexity depends on the number of combinations which is of the order of the number of mobile devices (10 in the following) that can be dispatched on 50×50 potential sites. This leads to roughly 10^{27} configurations which is still tractable and leads to a typical optimisation time for one targeting decision of 5 to 10 min on a single processor machine.

5. Results and discussion

This section is aiming to show how an adaptive observation strategy connected to a sequential data assimilation scheme could reduce the uncertainty in the estimation of the present and future state of a radioactive plume.

5.1. Targeting experiments

We have considered that around the Bugey nuclear site, the static monitoring network is composed of 21 off-site gamma-dose stations (13 stations denoted by diamonds, 8 stations denoted by black circles and squares, referring to Fig. 2). It is also assumed that observations coming from this monitoring network are available every 30 min rather than every 10 min. This represents only a fraction of the theoretical capabilities of the current network. We have chosen to do so in order to strengthen the relative impact of targeted observations but, most of all, because the fixed observations would unlikely be all available and quality-controlled in case of crisis. This should also compensate for the fact that many stations are gamma dose instruments. They do not measure directly activity concentrations and are prone to contamination effects, so that the

information content of those observations is weaker for the data assimilation system.

Following Section 3.4, an observation is generated from the perfect model, and is multiplicatively perturbed by a log-normal law with $\lambda_l = 0.5$. The data assimilation system assumes these observations have Gaussian errors with a relative standard deviation of 50%, according to the error modelling of Section 3.4.

The forecast horizon for the sequential data assimilation scheme is chosen to be $\Delta t_f = 2$ h. According to the targeting decision time analysis described in Section 4, the first design time t_1 (or decision time) is taken to be 1 h after the start of the accident. So the first analysis window for the sequential updating algorithm ranges from $t_0 = 0$ to $t_1 = 1$ h. The number of mobile stations is set to 10 stations, delivering one targeted observation each. First targeted observations will be carried out at time $t_2 = t_1 + \Delta t_f$. When the analysis window reaches time t_2 , the observations from both the static and adaptive networks will be assimilated. From this will be carried out a new design for time $t_2 + \Delta t_f$. During the complete trajectory of the sequential updating process, the time-lag between the targeting decision time and the targeted observations time (when mobile observations are carried out) is taken to be equal to the forecast window.

Herein, we have explored the two meteorological conditions of 20th December 2007 and 1st June 2007 (weak to moderate wind, and moderate to strong wind). Both A-design and D-design criteria have been investigated. Here only the results obtained for the A-design will be described.

For each studied case (December and June 2007) we have performed a sequential reconstruction of the plume field by (i) assimilating only the observations from the static monitoring network without any targeting strategy and (ii) assimilating both the stationary observations and the optimally targeted observations during the complete window of the assimilation process. In order to highlight the performance provided by assimilating optimal targeted observations, and so as to make (i) and (ii) comparable, we have computed on top of case (i) an ensemble of data assimilation trajectories by adding 10 observations selected randomly at each decision time.

5.2. Statistical indicators

In order to compare between the reference plume and the reconstructed plume obtained through the sequential data assimilation scheme (with or without a targeting strategy) we have merely used two statistical indicators following (Bocquet, 2007): the correlation coefficient ρ and a specific figure of merit indicator fm. They are defined respectively at some time τ as follows:

$$\rho = \frac{\sum_{h \in S} [\bar{\mathbf{c}}]_h [\mathbf{c}^t]_h}{\sqrt{\left(\sum_{h \in S} [\bar{\mathbf{c}}]_h^2 \right) \left(\sum_{h \in S} [\mathbf{c}^t]_h^2 \right)}} \quad (21)$$

$$\text{fm} = \frac{\sum_{h \in S} \min([\bar{\mathbf{c}}]_h, [\mathbf{c}^t]_h)}{\sum_{h \in S} \max([\bar{\mathbf{c}}]_h, [\mathbf{c}^t]_h)} \quad (22)$$

where S denotes the set of the spatial grid cell indices, \mathbf{c}^t is the true concentration field at time τ , and $\bar{\mathbf{c}}$ represents the reconstructed plume field at the same time.

Note that in the definition of the correlation coefficient, the reference and the estimated fields are not centred about their means, in view of the fact that the mean value in an accidental release context is not a relevant indicator.

In addition to these two indicators we have considered also the root mean square error (rmse) essentially to compare between

the source term reference and the estimated source at some time τ . The rmse indicator is given by:

$$\text{rmse} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N ([\sigma^t]_i - [\bar{\sigma}]_i)^2} \quad (23)$$

where σ^t , $\bar{\sigma}$ are respectively the source reference and the estimated source at time τ . N denotes the size of the vector source.

5.3. Locations of the mobile stations

As a first result, we have noticed that, for the two meteorological cases, A-designs with respect to the source term or with respect to the plume concentration field lead qualitatively to similar designs. In particular, both designs dispatch stations near the plume contour so as to control the spread of the radioactive cloud. The plume boundaries also correspond to high gradients of activity concentrations, where the activity concentration field is uncertain. This can be explained by the fact that since we are estimating a temporally decreasing source term, observations coming from the static network from t_0 to $t_2 = 3$ h and targeted measurements taken at $t_2 = 3$ h are enough to reasonably estimate the magnitude of the source term.

Some discrepancies are noticeable between the two types of A-design especially near the release site. More precisely, the design obtained with respect to the source term always allocates a few stations to the source neighbourhood. Obviously, this can be explained by the fact that an accurate estimation of the source term requires more monitoring stations close to the release site, in addition to the stationary stations close-by. Conversely, the concentration uncertainty based design puts mobile stations on the plume boundary only.

It is noticeable that the approach used by Jiang et al. (2007) to optimise the locations of 25 mobile devices by minimising a cost function counting the expected weighted sum of false positives and false negatives areas (relatively to a fixed threshold), leads to the same result: the 25 mobile devices are found located close to the plume boundaries. A sequential updating algorithm using a static Kalman Filter that relies only on a measurement equation was used by Herrera and Pinder (2005) to define a targeting strategy for the monitoring of contaminated ground-water aquifers. Each time, the algorithm chooses a single observation that reduces the most the total error variance of the plume estimate. Since stationary stations near the release site are not considered, the algorithm starts putting stations near the source, before choosing many others close to the plume boundary.

On the practical and applicative side, the fact that the targeted observations are located on the boundary of the radioactive plume has advantages. Measurement points will be reachable and more easily performed with terrestrial equipments outside the higher activity concentration zone, although past deposition should also be taken into account. Furthermore, it's worth noting that in case of a substantial accident, the stationary stations surrounding the site can become contaminated, leading to incorrect measurements. Yet, the observations derived from mobile devices placed inside the plume boundaries will be of good quality.

In the following, we present only the A-design criterion results obtained with respect to the concentration field. According to Subsection 4.4, and Eq. (12) together with Eq. (17), the cost function of this design criterion is formulated as

$$J(\mathbf{h}) = \text{Tr} \left(\left(\mathbf{r}_{t_n}^* + \mathbf{h} \mathbf{P}_{t_n}^* \sigma \mathbf{h}^T \right)^{-1} \mathbf{h} \mathbf{P}_{t_n}^* \sigma \mathcal{H}^T \mathcal{H} \mathbf{P}_{t_n}^* \sigma \mathbf{h}^T \right) \quad (24)$$

This cost function measures the uncertainty reduction in the concentration field after adding new observations mapped by the sub-matrix \mathbf{h} chosen from the global Jacobian matrix \mathcal{H} . Therefore it should be maximised.

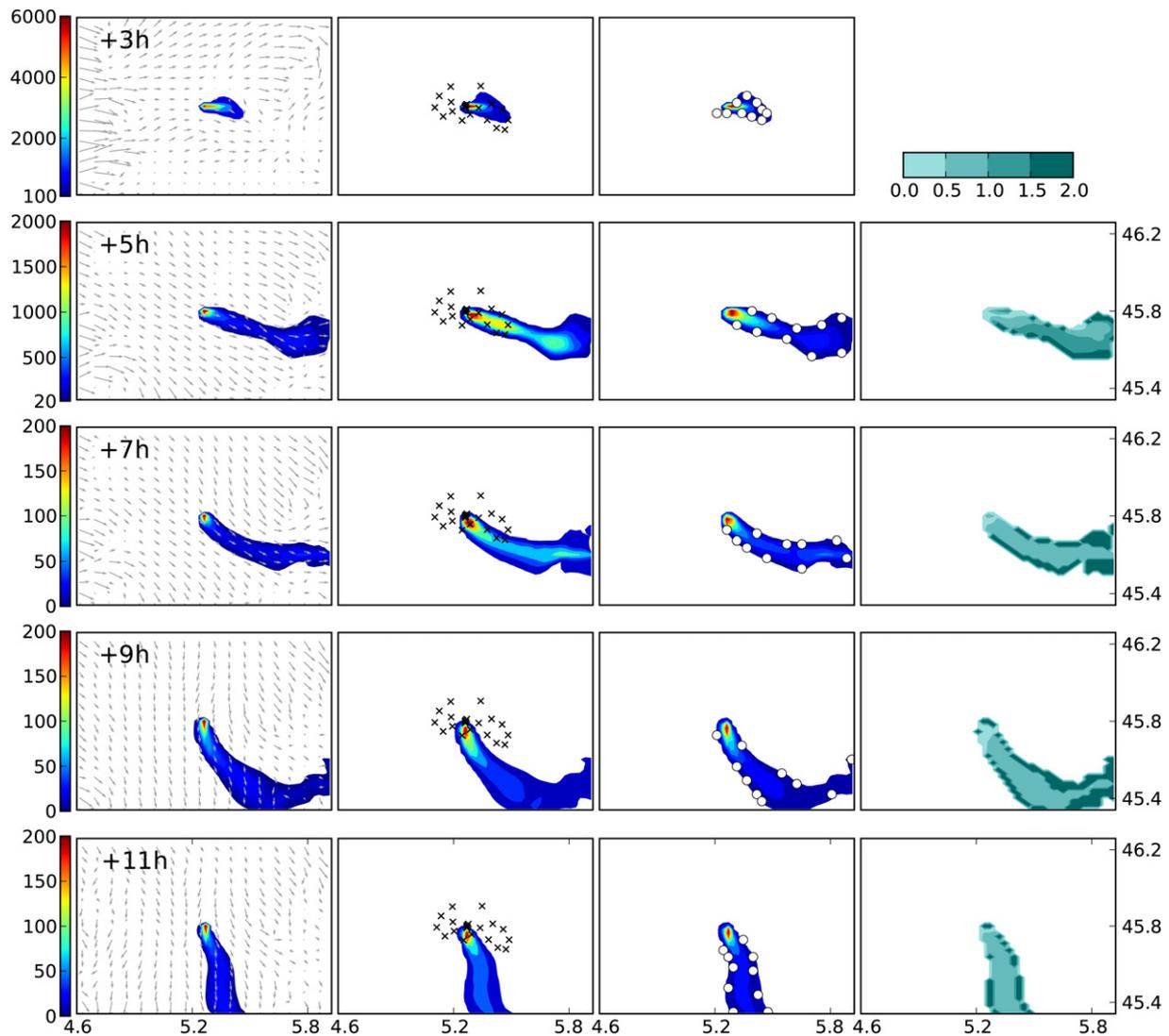


Fig. 7. Sequential plume reconstruction for strong wind conditions. The first column gives the reference plume knowing the true source term. The second column gives the forecasted plume from an analysis assimilating only the stationary observations. In the third is the forecasted plume from an analysis assimilating simultaneously the stationary and the targeted observations. The unit is Bq m^{-3} . The evolution of the plume is given at times +3 h, +5 h, +7 h, +9 h and +11 h. The fixed stations are depicted by cross marks. The mobile stations are marked with white disks. The fourth column indicates the contrast factor between the forecasts with and without targeting.

Figs. 7 and 8 show the sequential plume reconstruction of radionuclide ^{131}I under strong wind and weak to moderate wind conditions, respectively. The dynamical evolution of the cloud is given at times +3, +5, +7, +9 and +11 h after the start of the release occurring at time $t_0 = 00$ UTC. For both figures, the first column presents the reference plume knowing the true source term. The wind field on the ground at 10 m high is superimposed. The second column gives the forecasted plume obtained by the forecast of the analysis at time $t - \Delta t_f$, which was obtained by assimilating only the observations gathered by the fixed monitoring network around the site. The fixed network is displayed on these panels. The third column shows the targeted plume resulting from the forecast of the analysis from an assimilation at time $t - \Delta t_f$ of both stationary and targeted observations. The locations of these targeted observations are drawn on the plume field. Each deployment at one of these dates t , was computed based on all available observations from t_0 to $t - \Delta t_f$, in order to carry out a forecast from t to $t + \Delta t_f$ by assimilating the new targeted observations obtained at time t . Also, the first targeted observations are performed at time $t = +3$ h. So the top panels of the second and third columns represent the same

forecasted plume from the same analysis with the observations obtained from the static network at $t = +1$ h. A fourth column displays the contrast $2|[\mathbf{c}_{\text{with}}]_h - [\mathbf{c}_{\text{without}}]_h| / ([\mathbf{c}_{\text{with}}]_h + [\mathbf{c}_{\text{without}}]_h)$ between the field forecasts, with and without targeting, for each grid cell h . The relative improvement due to targeting is stronger on the plume contour, where adaptive observations are located.

5.4. Calm and strong wind conditions

For the strong wind conditions case, and within the 10-h window after the beginning of the release, the radioactive plume is moving from the west to the south following the clockwise rotation of the local wind around the Bugey power plant. The plume is mainly advected downwind. The crosswind and vertical dispersion is much smaller compared to the downwind transport. Consequently, the contaminated area is strongly confined along downwind direction and reaches swiftly the domain borders around the site, within a radius of 50 km. Notice that as the plume is moving around the site, many of the static monitoring stations notably those that are outside a radius of 4 km, do not catch the plume.

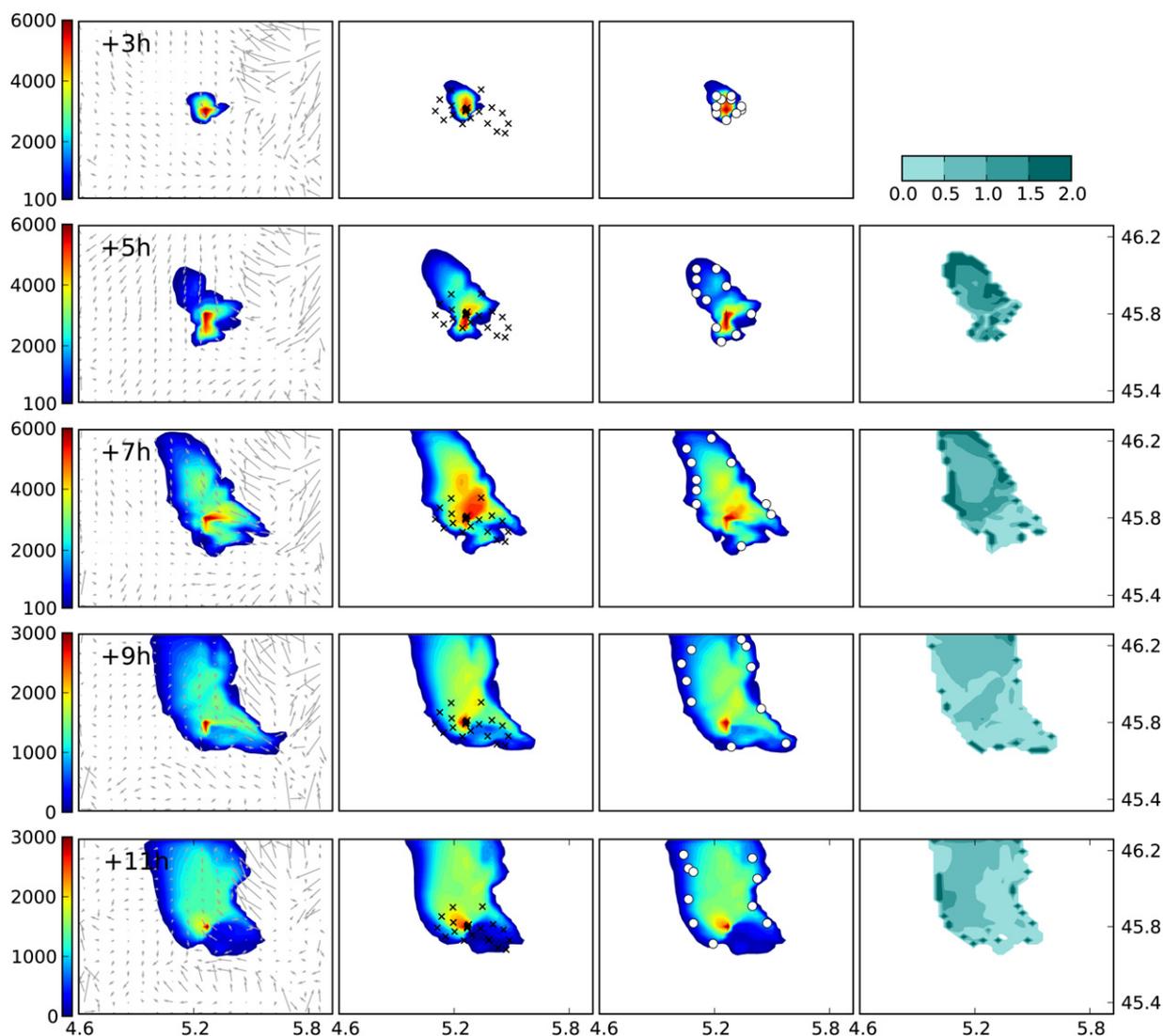


Fig. 8. Sequential plume reconstruction for weak wind conditions. The conventions and units are the same as in Fig. 7.

Hence when the wind intensity is strong, deploying mobile measurement could provide significant information as compared to the static network.

As for the weak to moderate wind conditions, the circulation of the wind field around the accident site is much more complex than in the first case. Within 10 km from the plant, the wind remains weak to moderate. As a result, the radioactive cloud diffuses in the vicinity of the plant, leading to large concentration values in the plant surroundings. Far away from the site, essentially in the East and South directions, the evolution of the plume is dynamically blocked by mountains (The Alps). The spread of the radioactive plume is much larger than in the first case, and the contaminated area is getting bigger and bigger with time. Contrary to the first case, the plume is observed by almost all the fixed stations. In addition, because the winds are weak in the vicinity of the plant, the contaminated air parcels close to the release source will be observed several times before leaving the site. As a result, the source term will be much more characterised than in the first case, in which the contaminated parcels near the source are transported away quickly by the wind. The statistical indicators will later confirm that the reconstruction performance is indeed better than in the strong wind conditions case. A comparable inverse modelling experiment though at continental scale led to similar results to

Krysta and Bocquet (2007) on the strong and calm meteorological conditions.

5.5. Quantitative performance of the targeting scheme

Let us now compare between the reference plume and the plume analyses for the two wind conditions. Globally the boundary of the plume, which is defined up to some reference activity, is well forecast. However the uncertainty coming from the wind field is neglected in the sequential updating approach. Its presence, as in real conditions, could degrade this performance. This model error issue will be discussed later. The main discrepancies with the truth are observed nearby the source and along the central axis of the plume. In fact, the reconstruction of the plumes from the static observations, or by assimilating static and mobile observations simultaneously, leads to an overestimation of the ground activity concentrations during the whole experiment duration (7 days). This excess of activity is due mainly to the source persistence hypothesis, and also to the log-normal perturbation method, which is asymmetric. However note that, near the plume boundaries where most of the adaptive observations are located, this overestimation is strongly reduced.

As expected, the performance of the sequential reconstruction is improved by assimilating the targeted observations. The retrieval of

the plume including the targeted observations is in better agreement with the reference plume.

Fig. 9 gives the total uncertainty estimated by $\text{Tr}(\mathbf{P}_{t_n}^{c,c})$ during the whole experiment. The reduction of uncertainty

$$J(\mathbf{h}) = \text{Tr}(\mathbf{P}_{t_n}^{*c}) - \text{Tr}(\mathbf{P}_{t_n}^{*c}) \quad (25)$$

is also plotted at targeting times $t_n = 3h + n \cdot \Delta t_f$, for $n = 0, 1, 2, \dots, 82$.

The total uncertainty is decreasing due to the gain of information from fixed and targeted observations that overwhelm the increase in the source unknowns. Beyond a few days, it reaches a plateau which corresponds to a drop in the information gain. This is understood by the fact that the contribution of targeted observations is more important in the beginning of the experiment as there are relatively less available observations. With time, the number of observations derived both from static and mobile stations increases. So the sequential reconstruction is getting gradually less and less sensitive to the assimilation of new targeted observations, until reaching a saturation regime in which the reduction of uncertainty becomes practically unchanged. Then the assimilation strategy becomes unnecessary. Notice that for the calm wind conditions, the saturation regime is reached after 3 days. However, in strong wind conditions the regime is reached nearly after 6 days.

In insert of Fig. 9 is plotted the following ratio:

$$\text{QF} = \frac{\text{Tr}(\mathbf{P}_{t_{n+1}}^{*c}) - \text{Tr}(\mathbf{P}_{t_{n+1}}^{*c})}{\text{Tr}(\mathbf{P}_{t_n}^{c,c}) - \text{Tr}(\mathbf{P}_{t_{n+1}}^{c,c})} \quad (26)$$

As before, $\mathbf{P}_{t_n}^{*c}$ and $\mathbf{P}_{t_{n+1}}^{*c}$ are the analysis error covariance matrix error at time t_n and t_{n+1} after both fixed and targeted observations have been assimilated. $\mathbf{P}_{t_{n+1}}^{*c}$ is the forecasted analysis error covariance matrix error at time t_{n+1} after fixed forecasted observations have been assimilated and before the assimilation of targeted observations. The difference $\text{Tr}(\mathbf{P}_{t_{n+1}}^{*c}) - \text{Tr}(\mathbf{P}_{t_n}^{*c})$ is a measure of the total reduction of uncertainty (gain of information) obtained from the targeted observations only. (Actually it is only a forecasted reduction of uncertainty, which is easily accessible in the implementation, but should be close to the actual one.) The difference $\text{Tr}(\mathbf{P}_{t_n}^{c,c}) - \text{Tr}(\mathbf{P}_{t_{n+1}}^{c,c})$ measures the total reduction of uncertainty

between two analysis times. It is the composition of three terms: an increase of uncertainty due the new unknown variables of the source between t_n and t_{n+1} (four scalars here), a reduction of uncertainty due to the assimilation of fixed observations, and the reduction of uncertainty due to the assimilation of targeted observations. This ratio is therefore a measure of the quality of the targeted observations. In this experiment, recall that the ratio of targeted observation to the total number of observations is 10–94. Yet the QF factor is very significantly above 40%, indicating that the targeting observations have a much higher informational content. It is especially high in the first 40 h after the beginning of the accident. As expected earlier, QF is higher on average for the strong wind configuration.

In Fig. 10 the total reconstructed activity within a radius of 50 km from the accident site is shown at each date t_n . The total activity is obtained by summing the activity in all the 11 vertical layers of the model domain. As expected, the reconstructed activity obtained by the targeting strategy lies between the activity of the reference and the reconstructed activity by assimilating only the stationary observations. Besides the total activity for strong wind conditions is much more important than in the case of calm wind conditions.

Fig. 11 gives the rmse and ρ indicators computed with respect to the source term, for strong and calm wind conditions. The grey shaded area correspond to an ensemble of 100 trajectories obtained by assimilating at each time t_n 10 targeted observations chosen randomly, rather than optimally. For the two cases we notice that the rmse is decreasing gradually with time as expected, and the rmse trajectory obtained by using targeting strategy performs systematically better than the trajectory reconstructed only by assimilating the static observations. Moreover, these two trajectories form an envelope for the trajectories based on random targeted stations. Indeed, adding new observations, even randomly distributed, always increases the available information content, from a very poor content to an optimal one (optimal targeting). The same logic applies to the correlation curves. Here also, and for both cases, the effect of the saturation regime discussed previously is obvious.

At the first targeting time $t = +3$ h the rmse value is about 10^4 Bq^{-1} , and in the end of the sequential assimilation process, it gets the value of 100 Bq s^{-1} for the strong wind conditions and about 20 Bq s^{-1} for the case of weak wind conditions. Whatever the case, the correlation coefficient between the true source and the

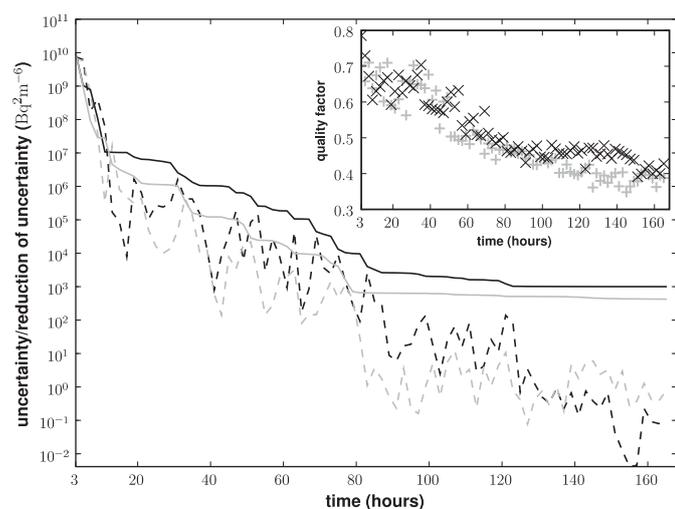


Fig. 9. The main figure shows the absolute uncertainty and the reduction of uncertainty as a function of time. The full lines show the absolute uncertainty, given by the trace of the total analysis error covariance matrix $\text{Tr}(\mathbf{P}_{t_n}^{c,c})$. The dashed lines correspond to the reduction of uncertainty $J(\mathbf{h})$. The light grey lines are related to the calm meteorological conditions, while the dark ones are related to the strong wind conditions. In the inset is plotted the relative reduction of uncertainty due to targeting over time interval $[t_n, t_{n+1}]$, QF, in percentage. The + are related to the calm winds, while the x are related to the strong winds.

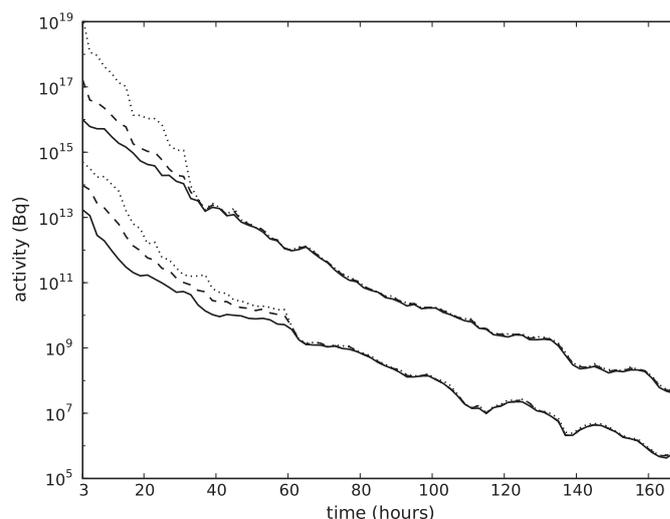


Fig. 10. Reconstructed activity around the site. The full line gives the total activity computed from the reference plume. The dotted line gives the activity from the reconstructed plume by using only the stationary observations. The dashed line gives the activity from the reconstructed plume using stationary and fixed observations together. The three bottom lines give the total retrieved activity profile for strong wind conditions. The three top lines correspond to the calm wind conditions.

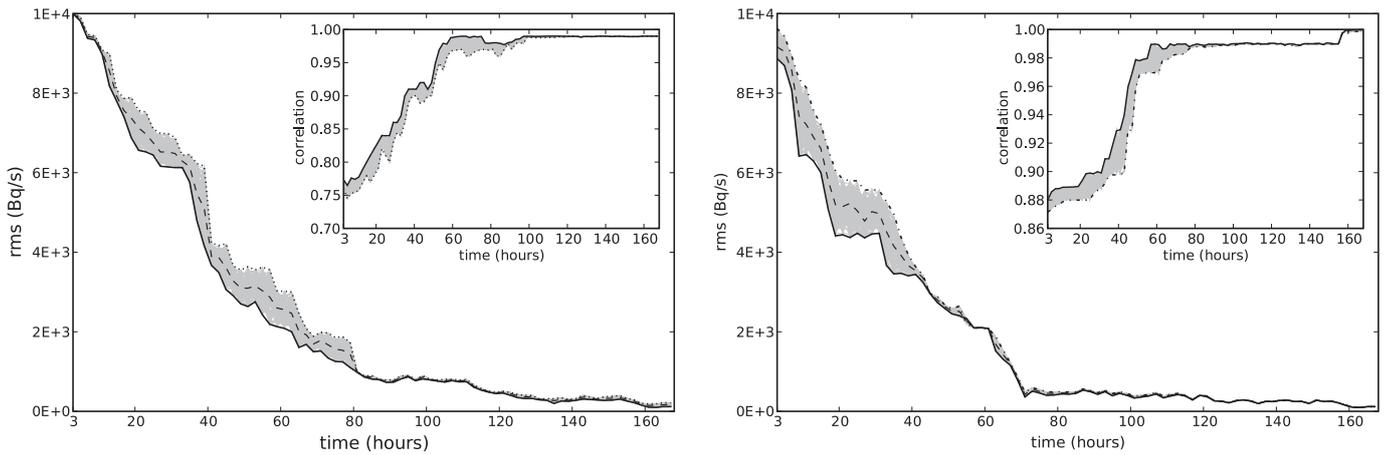


Fig. 11. Source root mean square error for strong (left) and calm (right) wind conditions. The solid line gives the rmse between the true source and the reconstructed source using the stationary and targeted observations. The dotted line gives the rmse between the true source and the reconstructed source using only the static observations. In the shaded grey area are plotted 100 trajectories with random targeted observations. The dashed line gives the median of these trajectories. The nested figure displays the correlation coefficient.

reconstructed source takes quickly values close to 1. This means that the decreasing shape of the source term is correctly resolved. Therefore the correlation coefficient may not be a very stringent statistical indicator to quantify the performance of analysed fields. The figure of merit indicator *fm* is more thorough, because it allows a comparison between the magnitude of the reference plume and the reconstructed plume, at each point of the domain.

To shed some light on the optimality of the targeting algorithm, we have computed 10^4 assimilation trajectories (against 100 previously). For a given trajectory, 10 targeted observations are selected randomly and are assimilated at each time $t_n = 3 \text{ h} + n \cdot \Delta t_f$, and so on until reaching the end of the assimilation window. So there are $10 \times 83 = 830$ targeted observations in total in a complete trajectory, where 83 is the number of targeting times. This random ensemble was binned into 100 bins, for each date. This allows to compute a (marginal) probability density map. Fig. 12 represents the maps of probability density obtained respectively for strong wind conditions and calm wind conditions.

For each density map, three trajectories are plotted. The dashed line is the optimal trajectory obtained by assimilating the mobile observations, selected by minimising the total error variance with respect to the concentration field. The full line is optimal with respect to the total error variance of the source term. The dotted line is the optimal trajectory by assimilating only the stationary observations.

First of all, the targeted observations chosen with respect to the concentration field covariance error matrix perform better than those selected with respect to the source term, and this for the whole experiment window. Although expected, it was not guaranteed since the figure of merit and the minimum variance criteria are not identical.

Note that the figure of merit indicator is gradually increasing with time as the number of assimilated observations is growing, until reaching a saturation regime in which the values of *fm* become close to 1, similarly to what was obtained by Bocquet (2007). In any case, the optimised trajectories are above the trajectory obtained by assimilating only the static observations.

The assimilation trajectories, with or without optimal targeting, shape an envelope for the ensemble. Note that the mode trajectory of the ensemble is located well in the centre of this envelope. The optimal deployment appears as a rare event. This stresses the importance of the optimisation. Again, the correlation coefficient between the reconstructed plume and the reference takes values near to 1 during the whole experiment window. In contrast, the figure of merit indicator is increasing slightly from values about 0.1 to the values near to 1 at the end of the experiment.

Finally, the density plot of Fig. 12 demonstrates that the optimal targeting strategy is not trivial since it is in the wake of the distribution.

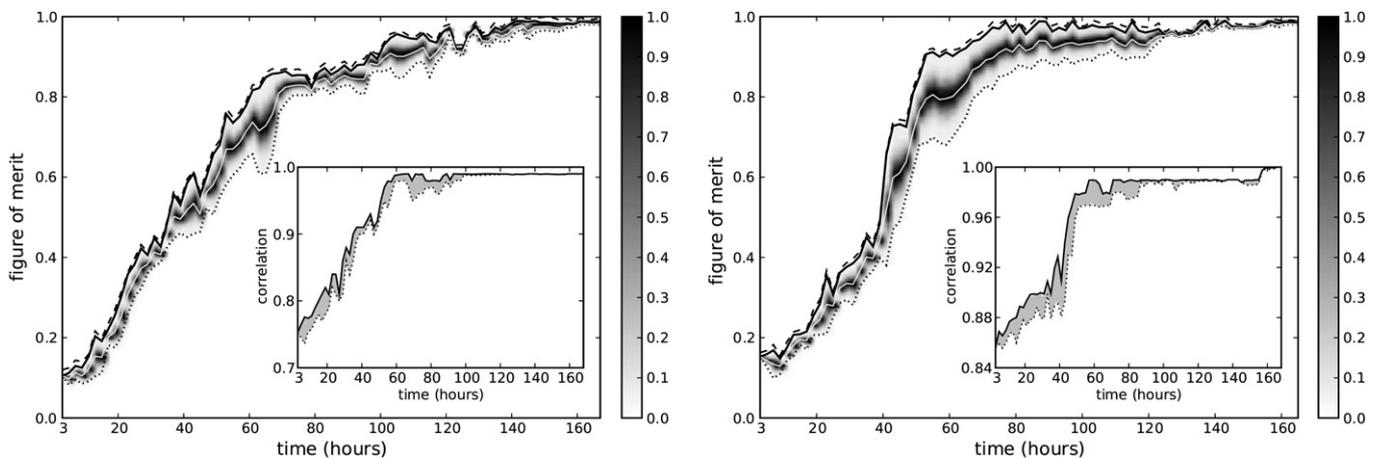


Fig. 12. Figure of merit: strong (left) and calm (right) wind conditions. The light grey line gives the median of the 10^4 random assimilation trajectories. In insert is plotted the correlation coefficient. Details are given in the text.

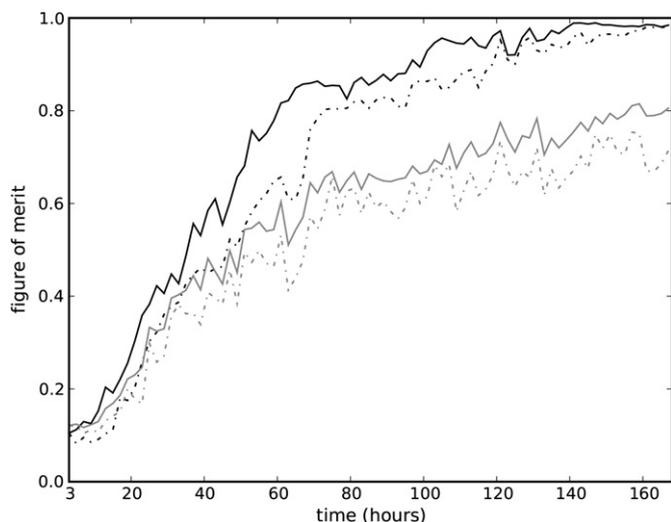


Fig. 13. Figure of merit of the data assimilation schemes with and without model error ($Q = 0$) in the strong wind conditions. The dark curves are related to data assimilation with a perfect model, while the grey curves are related to data assimilation with a time shift in the meteorological fields, as an Ersatz for a possible source of model error. The full lines correspond to the case of data assimilation with targeting, while dashed curves correspond to data assimilation without targeting.

5.6. Impact of meteorological conditions errors

In such accidental release data assimilation scheme, the first source of errors is the uncertainty on the source term. This source of errors should be partially removed by inverse modelling. The second source of errors in magnitude is the uncertainty in the input wind field data, and on the other meteorological fields used in the diagnostic of the vertical turbulent diffusion. For pollutant such as iodine-131, this is the main contribution to model error (Quélo et al., 2007) after the uncertainty on the source.

Taking into account these errors is still a difficult topic that goes beyond the aim of this paper. However, in order to assess how this whole study would be affected by these errors, we have carried out the following test.

The Jacobian matrix \mathcal{H} has been perturbed by shifting back the meteorological fields by 15 min. The shifted meteorological fields are what we assumed as the best available estimate and are provided to the chemistry and transport model. Then, we have performed a sequential plume reconstruction by assimilating only the stationary observations. Fig. 13 gives the assimilation trajectory of this reconstruction. Model error seriously decreases the performance of sequential data assimilation in the long term (beyond 40 h in our example). What is important here, is that the targeting strategy still improves significantly data assimilation in a proportion which is comparable to the perfect model study, as can be observed in Fig. 13. Therefore, in presence of model error, the targeting strategy should still be relevant, even though the targeting scheme becomes suboptimal.

6. Conclusions

In the event of an accident on a nuclear power plant resulting in the dispersion of radioactive materials into the environment, decision makers need to rely on high resolution and accurate information on the spatial distribution of the radioactive contamination around the accident site, in order to issue adequate protective countermeasures. Fixed monitoring networks in the vicinity of nuclear power plants are designed to provide an early warning and/or to provide a first, rough assessment of the release magnitude.

The primary goal of this paper was to explore the possibility of an optimal deployment of mobile stations at mesoscale, in the event of a release. The targeting of observations is optimal when maximising the information content of observations forwarded to the plume data assimilation system operated after the release.

For that, the chemical-transport model POLAIR3D forced by MM5 meteorological input data was used to build an OSSE in a radius of 50 km around the Bugey nuclear power plant. An hypothetical dispersion scenario of a core meltdown nuclear accident occurring at the Bugey site, was performed under strong and calm local wind conditions.

The modelling of the uncertainties in the observations, possibly non-Gaussian, was discussed, and its impact on inverse modelling of the source term was studied. A realistic set of measurements, with significant log-normal errors, was generated to drive a sequential data assimilation based on inverse modelling. The proposed targeting strategy of observations, to be used to enhance the sequential data assimilation, was based on minimising the total error variance with respect to either the plume field, or to the source term.

As hoped for, the targeted observations that are assimilated improve clearly the performance of the plume estimation. The targeted observations are found being located near the plume boundaries, where strong gradients of the activity concentration field hold. The lateral spread of the plume is much more characterised by the assimilated targeted observations, while the source and the plume magnitude estimates are controlled by the observations from the fixed network surrounding the plant. On a practical side, that should make easier the monitoring of the plume boundary by mobile terrestrial equipments (such as vans), rather than performing in-situ measurement near the source release, with high levels of contamination.

It was shown that the difference between optimal targeting strategies based on the plume concentrations or on the source is very faint, though qualitative differences in the positioning of the mobile devices could be noticed.

The optimal reduction of uncertainty was also shown to be very significant as compared to a random deployment of the same set of devices. The information content of targeted observations was proven to be far better than the information content of fixed observations, during the whole release and especially at the beginning: the targeted observations represent 30–70% of the information gain, though they stand for only 10% of all observations.

As for model error stemming from uncertainties in the meteorological input data, a simple test was carried out. The wind field was shifted by 15 min so as to perturb the source–receptor matrix. As expected, the performance of the plume data assimilation is degraded, especially in the long term. However, it was shown on this example that the targeting scheme is still very beneficial to the reconstruction of the source and plume.

A natural extension of this study is to properly take into account model error of meteorological origin, which is identified as the second source of uncertainty after the source term uncertainty. This work can also be extended by assimilating targeted observations driven from an aerial mapping at higher altitudes, namely above the mixing boundary layer (e.g. 1500 m), or at low altitude in order to characterise well the three-dimensional aspect of the plume. This would especially be relevant if the local plume rise is significant, lowering the importance of ground monitoring.

Acknowledgements

R. Abida acknowledges partial financial support from the IRSN. The authors thank A. Mathieu and O. Isnard for useful discussions and the monitoring networks data, W.G. Müller for his support and advice, L. Wu and O. Saunier for interesting discussions. This paper is also

a contribution to the INSU/LEFE-ASSIM project 2007-21: "Application of advanced data assimilation techniques to the dispersion of accidental release of pollutants in case of emergency".

The authors thank A. Carrassi for his in-depth review as well as another reviewer.

References

- Abida, R., Bocquet, M., Vercauteren, N., Isnard, O., 2008. Design of a monitoring network over France in case of a radiological accidental release. *Atmos. Environ.* 42, 5205–5219.
- Anthes, R.A., Warner, T.T., 1978. Development of hydrodynamic models suitable for air pollution and mesometeorological studies. *Mon. Weather Rev.* 106, 1045–1078.
- Arbia, G., Lafratta, G., 1997. Evaluating and updating the sample design in repeated environmental surveys: monitoring air quality in padua. *J. Agric. Biol. Environ. Stat.* 2 (4), 451–466.
- Baklanov, B., Sorensen, J.H., 2001. Parameterisation of radionuclides deposition in atmospheric long-range transport modelling. *Phys. Chem. Earth Pt B.* 26, 787–799.
- Berliner, L.M., Lu, Z.Q., Snyder, C., 1999. Statistical design for adaptive weather observations. *J. Atmos. Sci.* 56, 2536–2552.
- Bocquet, M., 2007. High resolution reconstruction of a tracer dispersion event: application to ETEX. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 133, 1013–1026.
- Carrassi, A., Trevisan, A., Ubaldi, F., 2007. Adaptive observations and assimilation in the unstable subspace by breeding on the data-assimilation system. *Tellus A* 59, 101–113.
- Clark, M.J., Smith, F.B., 1988. Wet and dry deposition of Chernobyl releases. *Nature* 332, 245–249.
- Cressie, N.A.C., Cassie, N.A., 1993. *Statistics for Spatial Data*. Wiley, John & Sons, New-York.
- Daescu, D.N., Navon, I.M., 2004. Adaptive observations in the context of 4D-Var data assimilation. *Meteorol. Atmos. Phys.* 85, 205–226.
- Davoine, X., Bocquet, M., 2007. Inverse modelling-based reconstruction of the Chernobyl source term available for long-range transport. *Atmos. Chem. Phys.* 7, 1549–1564.
- Fedorov, V.V., Hackl, P., 1997. *Model-oriented Design of Experiments*, Number 125 in Lecture Notes in Statistics. Springer Verlag.
- Fourrié, N., Marchal, D., Rabier, F., Chapnik, B., Desroziers, G., 2006. Impact study of the 2003 North Atlantic THORPEX regional campaign. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 132, 275–295.
- Galmarini, S., Bianconi, R., de Vries, G., Bellasio, R., 2008. Real-time monitoring data for real-time multi-model validation: coupling ENSEMBLE and EURDEP. *J. Environ. Radioact.* 99, 1233–1241.
- Herrera, G.S., Pinder, G.F., 2005. Space-time optimization of groundwater quality sampling networks. *Water Resour. Res.* 41, W12407. doi:10.1029/2004WR003626.
- IAEA: Atmospheric Dispersion in Nuclear Power Plant: a Safety Guide, Safety Series, No. 50-SG-S3, 1980.
- Jiang, Z., de Bruin, S., Heuvelink, G.B.M., Twenhöfel, C.J.W. Optimization of mobile radioactivity monitoring networks. In: *Proceedings of the Fifth International Symposium on Spatial Data Quality*, Enschede, The Netherlands, 13–15 June, 2007.
- Krysta, M., Bocquet, M., 2007. Source reconstruction of an accidental radionuclide release at European scale. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 133, 529–544.
- Krysta, M., Bocquet, M., Sportisse, B., Isnard, O., 2006. Data assimilation for short-range dispersion of radionuclides: an application to wind tunnel data. *Atmos. Environ.* 40, 7267–7279.
- Krysta, M., Bocquet, M., Brandt, J., 2008. Probing ETEX-II data set with inverse modelling. *Atmos. Chem. Phys.* 8, 3963–3971.
- Levi, H.W., 1991. Radioactive deposition in Europe after the Chernobyl accident and its long-term consequences. *Ecol. Res.* 6 (2), 201–216.
- Liu, D.C., Nocedal, J., 1989. On the limited memory method for large scale optimization. *Math. Program. B.* 45 (3), 503–528.
- Louis, J.F., 1979. A parametric model of vertical eddy fluxes in the atmosphere. *Boundary-Layer Meteorol.* 17, 197–202.
- Müller, W.G., 2007. *Collecting Spatial Data: Optimum Design of Experiments for Spatial Data*, 3rd Rev. Physica-Verlag Heidelberg, Germany.
- Nychka, D., Saltzman, N., 1998. Design of air quality monitoring networks, chapter 4 of case studies in environmental statistics. In: Nychka, D., Piegorisch, W., Cox, L.H. (Eds.), *Springer Lecture Notes in Statistics*, Number 132. Springer Verlag, New-York, pp. 51–76.
- Politis, K., Robertson, L., 2004. Bayesian updating of atmospheric dispersion after a nuclear accident. *J. R. Stat. Soc. C-APP* 53, 583–600.
- Quélo, D., Krysta, M., Bocquet, M., Isnard, O., Minier, Y., Sportisse, B., 2007. Validation of the Polyphemus platform on the ETEX, Chernobyl and Algeciras cases. *Atmos. Environ.* 41, 5300–5315.
- Saunier, O., Bocquet, M., Matthieu, A., Isnard, O., 2009. Model reduction via principal component truncation for the optimal design of atmospheric monitoring networks. *Atmos. Environ.* 43, 4940–4950.
- Wikle, C.K., Royle, J.A., 1999. Space-Time dynamic design of environmental monitoring networks. *J. Agric. Biol. Environ. Stat.* 4, 489–507.
- Zhao, M., Ming, Z., Panofsky, H.A., Ball, R., 1983. Wind profiles over complex terrain. *Boundary-Layer Meteorol.* 25 (3), 221–228.

Chapitre 7

Conclusions & Perspectives

7.1 Conclusions

L'objectif principal d'un système de télésurveillance de radionucléides à l'échelle nationale est de détecter rapidement la présence d'une pollution radioactive dans l'environnement, ainsi que de fournir une évaluation initiale pour déterminer si des contre-mesures d'urgence seront nécessaires pour protéger le public contre l'exposition aux radionucléides. Pour renforcer cet objectif et aller au delà, l'IRSN a initié depuis 2006 le projet DESCARTES. Il s'agit du développement d'un nouveau réseau automatisé de télésurveillance des aérosols radioactifs dans l'air. La motivation principale de notre travail, s'inscrit dans le cadre de ce projet. En effet, il s'agit de fournir des réponses concrètes aux besoins exprimés par l'IRSN par rapport au gain potentiel qui pourrait être apporté par le futur réseau de surveillance. Plus généralement, notre principal objectif est de formuler des recommandations concernant la conception optimale du futur réseau dont l'objectif est la surveillance des rejets accidentels potentiels de radionucléides sur la France métropolitaine.

Mon travail de thèse a été principalement axé autour deux thèmes importants. Le premier, concerne l'optimisation du futur réseau DESCARTES. Le deuxième vise à aborder le problème de ciblage des observations en situation de crise.

En ce qui concerne la première étude, nous avons utilisé la norme de Hölder généralisée L_α , comme une classe de fonctions de coût pour évaluer la capacité d'un réseau à reconstituer un panache radioactif, dû à un rejet accidentel survenant dans une centrale nucléaire sur le territoire français. La norme de Hölder L_α , mesure les écarts entre les panaches extrapolés à partir des observations du réseau à construire, et les panaches de référence simulés. La capacité totale du réseau à reconstituer un nuage radioactif, a été évaluée par rapport à une base de scénarios de dispersion, se produisant sur l'un des 20 sites nucléaires français. Nous avons utilisé deux techniques d'interpolation pour extrapoler les observations d'un réseau au domaine d'étude : une très simple, c'est la méthode du point le plus proche, l'autre est le krigeage simple, avec un variogramme spatio-temporel. La raison principale

pour cela est d'explorer qualitativement, l'impact de la méthode d'interpolation utilisée sur la configuration globale du réseau optimal. En outre, afin de mettre en évidence l'effet du choix de la fonction de coût sur la conception optimale du futur réseau de surveillance, nous avons considéré trois normes de Hölder : $\alpha = 0.5$, $\alpha = 1$ et $\alpha = 2$. Nous avons utilisé l'algorithme de recherche stochastique d'optimisation du recuit simulé, pour calculer les réseaux optimaux sous la seule contrainte d'un nombre fixe de stations de mesure.

Nous avons d'abord trouvé que les différences, résultant du choix de la technique d'interpolation, sont globalement mineures. Ce résultat a une conséquence pratique importante. En effet, dans la plupart des calculs, la méthode rapide du point le plus proche a été choisie. En revanche, l'interpolation par krigeage, qui est très coûteuse en temps de calcul (dans notre contexte) a été souvent évitée.

Le deuxième résultat, qui est le plus important dans cette étude, montre que le choix de la fonction de coût affecte de manière extrêmement forte la configuration spatiale du réseau optimal. En d'autres termes, nous avons trouvé que la norme $\alpha = 2$ engendre des réseaux optimaux regroupant pratiquement toutes les stations de surveillance dans les voisinages immédiats des sites nucléaires. Partant de ce fait, cette norme (ou généralement toute norme avec $\alpha > 2$) sera bien adaptée pour optimiser un réseau de mesure dont l'objectif est la surveillance des fortes concentrations de radioactivité, ainsi que de caractériser les forts gradients de concentrations à proximité des sources de rejet. De plus, elle semble offrir un autre avantage. En effet, les mesures fournies par les stations immédiatement localisées dans les régions les plus affectées, pourront être utilisées, à travers un système d'assimilation de données basé sur la modélisation inverse, afin d'extraire les paramètres pertinents pour la dispersion atmosphérique en vue d'évaluer l'impact de l'accident sur une échelle plus large. Cependant, il est évident que cette norme ne sera pas appropriée pour surveiller les faibles concentrations de radionucléides, souvent enregistrées loin des sources de rejet.

En revanche, nous avons constaté que les réseaux optimaux obtenus à partir des normes $\alpha = 1$ et 0.5 , montrent des différences très notables avec ceux optimisés par la norme $\alpha = 2$. En effet, la norme $\alpha = 0.5$ engendre des réseaux optimaux, qui couvrent de façon plus ou moins uniforme, tout le territoire de surveillance. Par ailleurs, et plus particulièrement concernant cette norme, nous avons mis en évidence que, en terme de performance à reconstituer le panache radioactif, celle-ci engendre des réseaux optimaux très similaires à ceux obtenus à partir d'un critère géométrique. La norme $\alpha = 1$ présente un choix intermédiaire entre les deux précédents. En effet, elle produit des réseaux qui placent les stations loin des sources, mais tout en concentrant plus de stations autour des sites nucléaires, avec une intensité moindre que la norme $\alpha = 2$. Ainsi peut-on dire que la paramètre α mesure l'intensité du *clustering* autour les sites nucléaires, et contrôle aussi les niveaux de concentrations de radioactivité qui seront potentiellement mesurés par le réseau optimal. De ce fait, le choix de la fonction de coût dépendra essentiellement de l'échelle spatiale sur laquelle nous voulons mesurer le panache radioactif, mais également des priorités par rapport aux niveaux de la contamination à surveiller.

En plus de la fonction de coût, la densité du futur réseau constitue un autre choix

important. Nous avons montré que l'augmentation de la taille d'un réseau améliore significativement la capacité de celui-ci à reconstituer un panache radioactif. Néanmoins, le nombre de stations de surveillance pour dimensionner le futur réseau doit être ramené à la résolution spatiale désirée pour représenter les concentrations. Nous avons recommandé un nombre de densités entre 75 et 100.

Tout bien considéré, une part de l'originalité de cette étude réside dans le fait que la configuration spatiale du futur réseau de surveillance de radionucléides est essentiellement liée au choix de la fonction coût. Ceci ne serait vraisemblablement le cas pour un réseau de surveillance de polluants récurrents (ozone, oxydes d'azote, ...) que dans une bien moindre mesure.

La deuxième étude a concerné la mise en œuvre d'une stratégie de ciblage des observations en cas d'accident nucléaire. Notre objectif était d'explorer la possibilité d'un déploiement optimal de stations de mesure mobiles à méso-échelle (plus précisément dans un rayon de 50 km), en cas d'un rejet de radionucléides dans l'atmosphère. La stratégie de ciblage des observations proposée est optimale lorsque elle est couplée à un processus d'assimilation de données du panache, démarré après le début du rejet.

Ainsi donc, nous avons utilisé le modèle de chimie-transport POLAIR3D forcé par le modèle atmosphérique MM5, pour construire un OSSE (Observing System Simulation Experiment) dans un rayon de 50 km autour de la centrale nucléaire du Bugey. En effet, nous avons simulé un scénario de dispersion dû à une fusion du cœur survenue sur le site du Bugey, dans des conditions de vents forts et calmes. Par ailleurs, nous avons discuté la modélisation des incertitudes dans les observations, éventuellement non gaussiennes. Nous avons déterminé son impact sur la modélisation inverse du terme source. Afin d'alimenter le processus séquentiel d'assimilation de données, basé sur la modélisation inverse du terme source, par des observations réalistes, nous avons engendré un jeu de mesures avec des erreurs suivant une loi log-normale. La stratégie de ciblage d'observations proposée pour améliorer l'assimilation de données séquentielle, est basée sur la minimisation de la variance d'erreur totale par rapport au champ de concentrations ou au terme source.

Comme nous l'espérons, l'assimilation des observations ciblées améliore nettement la performance de l'estimation du panache radioactif. Les observations ciblées se trouvent être situées à proximité des bords du panache, où règnent de forts gradients de concentration d'activité. L'évolution latérale du panache est beaucoup plus caractérisée par l'assimilation des observations ciblées. Cependant, l'estimation de la source et de l'étendue du panache semblent être contrôlées plutôt par l'assimilation des observations du réseau fixe, entourant le site du Bugey. Le fait que les stations mobiles longent les bords du panache radioactif, est intéressant sur le plan pratique. En effet, il serait plus facile de déployer des stations mobiles à proximité des bords du panache, que de les positionner près de la source du rejet, où il existe de forts niveaux de contamination.

Par ailleurs, nous avons montré que les différences entre les stratégies optimales de ciblage par rapport, soit au champ de concentrations ou au terme source, sont quantitative-

ment négligeables. Néanmoins des différences dans le positionnement des stations mobiles pourraient être remarquées.

Nous avons également montré que la réduction optimale de l'incertitude est très significative comparée à un déploiement aléatoire de stations mobiles. En outre, nous avons constaté que le gain d'information apporté par les observations ciblées est nettement mieux que l'information apportée par les observations fixes, surtout au début du rejet. En effet, les observations ciblées représentent 30–70% du gain d'information, bien qu'elles représentent seulement que 10% de toutes les observations.

Dans le même ordre d'idées, afin d'explorer l'effet de l'erreur modèle résultant des incertitudes dans les données météorologiques, nous avons effectué un simple test. En effet, nous avons décalé les champs météorologiques d'entrée dans le temps de 15 min, de manière à perturber la matrice source-récepteur. Comme prévu, le rendement de l'assimilation de données du panache est dégradé. Toutefois, le ciblage optimal reste encore plus performant pour la reconstruction séquentielle de la source et du panache.

7.2 Perspectives

Ces travaux ont donc permis de mettre en évidence, l'apport significatif de l'optimisation d'un réseau de surveillance de radionucléides dans l'air, en se basant sur des critères scientifiques. Il serait intéressant à l'avenir de poursuivre cet effort de recherche dans plusieurs directions parallèles et complémentaires.

Concernant le projet DESCARTES, le calcul des configurations optimales du futur réseau a été basé uniquement sur une seule année de météorologie. Ce qui implique que des scénarios météorologiques rares, mais qui sont susceptibles de se produire annuellement, seront probablement moins représentés. En conséquence de cela, une première perspective consiste à optimiser le réseau en tenant compte des situations météorologiques extrêmes, comme par exemple la tempête de 1999 sur le nord-ouest de la France. Également, il serait intéressant de comprendre, à travers des calculs purement analytiques, pourquoi la fonction de coût affecte le réseau optimal de manière aussi importante, ainsi que de quantifier cet effet. Une autre perspective intéressante, est d'explorer la capacité du futur réseau à estimer correctement l'emplacement et l'ampleur d'une source accidentelle de radionucléides indéterminée. Pour cela un système de modélisation inverse adéquat sera nécessaire. Il est tout à fait possible, dans le cadre de cette étude, de considérer le coût d'installation et de maintenance des stations de mesures dans l'optimisation du futur réseau. Pour cela, il suffit de modifier la fonction coût pour qu'elle puisse tenir compte du coût financier relatif à chaque site potentiel. Il est évident que les sites potentiels difficilement accessibles seront attachés à des coûts de maintenance (par exemple annuelle) très élevés. Cette perspective s'avère intéressante surtout si le coût financier change beaucoup d'un site géographique à un autre. Le coût relatif à chaque site potentiel peut être évalué à l'aide d'un système d'information géographique et le jugement d'un expert. Une autre piste pour notre étude

est d'optimiser le futur réseau par rapport à plusieurs objectifs de surveillance. En effet, dans notre étude, l'objectif assigné au réseau était principalement l'interpolation spatiale. Cela dit, nous aurions pu aussi exiger du réseau qu'il satisfasse à un autre objectif (ou plusieurs) comme par exemple : mesurer les valeurs extrêmes de concentrations (repérage des points chauds), ou positionner l'origine d'une source accidentelle et estimer son ampleur. Dans ce cas, le problème devient mathématiquement plus difficile car, il s'agit d'optimiser simultanément plusieurs fonctions de coût.

La perspective importante concernant le ciblage d'observations en cas d'accident nucléaire, consiste à prendre en compte correctement l'incertitude sur les champs météorologiques, qui est identifiée comme la deuxième source d'incertitude après l'incertitude sur le terme source. Ce travail peut être également étendu, en assimilant aussi des observations ciblées à haute altitude, notamment au-dessus de la couche limite, ou à basse altitude afin de bien caractériser l'aspect tridimensionnel du panache radioactif. Cela serait particulièrement pertinent si la hauteur effective du rejet accidentel est très élevée. En outre, il serait aussi intéressant de tester l'efficacité de la méthode du ciblage proposée sur une échelle spatiale plus grande.

Bibliographie

,????? : .

- Abida, R. and M. Bocquet, 2009 : Targeting of observations for accidental atmospheric release monitoring. *Atmospheric Environment*, **43**, 6312–6327, doi :10.1016/j.atmosenv.2009.09.029.
- Abida, R., M. Bocquet, N. Vercauteren, and O. Isnard, 2008 : Design of a monitoring network over france in case of a radiological accidental release. *Atmospheric Environment*, **42**, 5205–5219, doi :10.1016/j.atmosenv.2008.02.065.
- Atkinson, A. C. and A. N. Donev, 1992 : *Optimum experimental designs*. Oxford University Press, Oxford.
- Audze, P. and V. Eglais, 1977 : New approach for planning out of experiments. *Problems of Dynamics and Strengths*, **35**, 104–107.
- Banjevic, M. and P. Switzer, 2001 : Optimal network designs in spatial statistics. *Royal Statistical Society Conference on Spatial Modelling, Glasgow*.
- Bates, S., J. Sienz, and V. Toropov, 2004 : Formulation of the optimal latin hypercube design of experiments using a permutation genetic algorithm. *AIAA 2004-2011*, 1-7.
- Berliner, L. M., Z. Lu, and C. Snyder, 1999 : Statistical design for adaptive weather observations. *J. Atmos. Sci*, **56**, 2536–2552.
- Bernardo, J. M., 1975 : Information theory and decision making. *Theories of Decision in Practice*, White, D. J, and Bowen, K. C (Eds). London : Hodder and Stoughton, 247-251.
- Bocquet, M., 2006-2009 : Construction optimale de réseaux de mesure : application à la surveillance des polluants aériens. notes de cours de l'École nationale supérieure des techniques avancées. Tech. rep., CEREA, École des Ponts ParisTech Université Paris-Est et INRIA.
- Boer, E. P. J., L. M. Dekkers, and A. Stein, 2002 : *J. Environ. Qual.*, **31**, 121–128.
- Brus, D. J. and G. B. M. Heuvelin, 2007 : Optimization of sample patterns for universal kriging of environmental variables. *Geoderma*, **138**, 86–95.

- Bueso, M. C., J. M. Angulo, and F. J. Alonso, 1998 : A state-space model approach to optimum spatial sampling design based on entropy. *Environmental and Ecological Statistics*, **5**, 29–44.
- Bueso, M. C., J. M. Angulo, F. J. Alonso, and M. D. Ruiz-Medina, 2005 : A study on sensitivity of spatial sampling designs to a priori discretization schemes. *Environmental Modelling & Software*, **20**, 891–902.
- Caselton, W. and T. Husain, 1980 : Hydrologic networks : information transmission. *J. Water Resources Planning and Management*, **106**, 503–529.
- Caselton, W. F., L. Kan, and J. V. Zidek, 1992 : Quality data networks that minimize entropy. *Statistics in the Environmental and Earth Sciences*, Walden, A. T, Guttorp, P., Eds. Edward Arnold, London.
- Caselton, W. F. and J. V. Zidek, 1984 : Optimal monitoring network designs. *Stat. Prob. Lett*, **2**, 223–227.
- Cooper, J. R., K. Randle, and R. S. Sokhi, 2003 : *Radioactive Releases in the Environment : Impact and Assessment*. Hardcover.
- Cressie, N., 1993 : *Statistics for spatial data*. Wiley, New York.
- Cressie, N., C. A. Gotway, and M. O. Grondona, 1990 : Spatial prediction from networks. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, **7**, 251–271.
- Cressman, 1959 : An operational objective analysis system. *Monthly Weather Rev*, **87**, 367–374.
- Di Zio, S., L. Fontanella, and L. Ippoliti, 200 : Optimal spatial sampling schemes for environmental surveys. *Environmental and Ecological Statistics*, **10**, 397–414.
- Diggle, P. and S. Lophaven, 2006 : Bayesian geostatistical design. *Scandinavian Journal of Statistics*, **33**, 55–64.
- Diggle, P. J., P. J. Ribeiro, and O. F. Christensen, 2003 : *Spatial statistics and computational methods*, chap. An introduction to model-based geostatistics, 43–86. Springer, New York.
- Drews, M., B. Lauritzen, H. Madsen, and J. Q. Smith, 2004 : Kalman filtration of radiation monitoring data from atmospheric dispersion of radioactive materials. *Rad. Prot. Dos*, **111**, 257 – 269.
- Dubois, G., E. J. Pebesma, and P. Bossew, 2007 : Automatic mapping in emergency : a geostatistical perspective. *International Journal of Emergency Management*, **4**, 455–467.
- Fedorov, V. V., 1972 : *Theory of Optimal Experiments*. Academic Press, New York.
- Fedorov, V. V., G. Montepiedra, and C. J. Nachtsheim, 1999 : Design of experiments for locally weighted regression. *J. Stat. Plan. Inference*, **81**, 363–382.

- Fedorov, V. V. and W. G. Müller, 1988 : Two approaches in optimization of observing networks. *Optimal Design and Analysis of Experiments*, Dodge, Y., and Fedorov, V. V., and Wynn, H. P., New York, : North-Holland.
- Fedorov, V. V. and W. G. Müller, 1989 : Comparison of two approaches in the optimal design of an observation network'. *Statistics*, **20**, 339–351.
- Ferreira, R. A., H. P. Apezteguía, R. Sereno, and J. W. Jones, 2002 : Reduction of soil water spatial sampling density using scaled semivariograms and simulated annealing. *Geoderma*, **110**, 265–289.
- Ferri, M. and M. Piccioni, 1992 : Optimal selection of statistical units : an approach via simulated annealing. *Computational statistics and data analysis*, **13**, 47–61.
- Fuentes, M., A. Chaudhuri, and D. M. Holland, 2005 : Bayesian entropy for spatial sampling design of environmental data. Tech. rep., Institute of Statistics Mimeo Series No. 2571.
- Galmarini, S., R. Bianconi, G. de Vries, and R. Bellasio, 2008 : Real-time monitoring data for real-time multi-model validation : coupling ensemble and eurdep. *Journal of Environmental Radioactivity*, **99**, 1233–1241.
- Gandin, L. S., 1963 : Objective analysis of meteorological fields. *Gidrometeorologicheskoe Izdatel'stvo*.
- Gastner, M. T. and M. E. J. Newman, 2006 : Optimal design of spatial distribution networks. *Phys. Rev. E.*, **74**.
- Guttorp, P., N. D. Le, P. D. Sampson, and J. V. Zidek, 1993 : Using entropy in the redesign of an environmental monitoring network. *Multivariate Environmental Statistics*, Eds, Patil, G. P., Rao, C. R., New York : North Holland/Elsevier Science, 175–202.
- Hughes-Oliver, J. M., G. Gonzalez-Faria, J. C. Lu, and D. Chen, 1998 : Parametric non-stationary spatial correlation models. *Statistics and Probability Letters*, **40**, 267–278.
- IAEA, 1997 : Generic assessment procedures for determining protective actions during a reactor accident. Tech. rep., IAEATECDOC-955, IAEA Vienna.
- IAEA, 2002 : Preparedness and response for a nuclear or radiological emergency. safety requirements. Tech. rep., Safety Requirements, Safety Standards Series No. GS-R-2, IAEA Vienna.
- Janssens, A., F. Raes, and M. De Cort, 1993 : Off-site emergency response to nuclear accidents. *Environmental Monitoring Peer Reviewed Journal*.
- Joly, A., et al., 1997 : The fronts and atlantic storm-track experiment (fastex) : scientific objectives and experimental design. *Bull. Am. Meteorol. Soc.*, **78**, 1917–1940.
- Karhu, P., 2004 : Radionuclide monitoring as part of the verification regime for the comprehensive nuclear-test-ban treaty. *Radiochemistry*, 455–457.

- Kiefer, J., 1975 : Construction and optimality of generalized youden designs. *A survey of Statistical Design and Linear Models*, Srivastava, J. N (Ed), Amsterdam : North-Holland, 333-353.
- Kiefer, J. and J. Wolfowitz, 1960 : The equivalence of two extremum problems. *Canadian Journal of Mathematics*, **12**, 363–366.
- Ko, C.-W., J. Lee, and M. Queyranne, 1995 : An exact algorithm for maximum entropy sampling. *Operations Research*, **43**, 684–691.
- Krysta, M., M. Bocquet, B. Sportisse, and O. Isnard, 2006 : Data assimilation for short-range dispersion of radionuclides : an application to wind tunnel data. *Atmos. Env*, **40**, 7267–7279.
- Lauritzen, B. and U. B'averstam, 1999 : Probabilistic approach to derive operational intervention levels for nuclear emergency preparedness. *Health Physics*, **77**.
- Lauritzen, B., P. H. Jensen, and F. Nielsen, 2005 : Requirements to a norwegian national automatic gamma monitoring system. Tech. rep., Risø National Laboratory : Risø-R-1514.
- Le, N. D., L. Sun, and J. V. Zidek, 2003 : Designing networks for monitoring multivariate environmental fields using data with monotone pattern. Tech. rep., Statistical and Applied Mathematical Sciences Institute, RTP, NC.
- Le, N. D. and J. V. Zidek, 1994 : Network designs for monitoring multivariate random spatial fields. *Recent. Adv. in Statist. and Prob*, Eds., Vilaplana, J. P., Puri, M. L., 191-206.
- Lovejoy, S., D. Schertzer, and P. Ladoy, 1989 : Fractal characterization of inhomogeneous geophysical measuring networks. *Nature*, **319**, 43 – 44.
- Makhon'ko, K. P., 1996 : Some results of radiation monitoring after the chernobyl accident. *Radiation Protection Dosimetry*, **64**, 61–68.
- Mandelbrot, B. B., 1982 : *The Fractal Geometry of Nature*. W.H. Freeman and Company.
- Mardia, K. V., J. T. Kent, and J. M. Bibby, 1979 : *Multivariate Analysis*.
- Mason, L. R. and J. B. Bohlin, 1995 : Network optimization of a radionuclide monitoring system for the comprehensive nuclear test ban treaty. Tech. rep., Pacific-Sierra Research Corporation, PSR Technical Report 2585.
- Mathéron, G., 1963 : Principles of geostatistics. *Economic Geology*, **35**, 1246–1266.
- MAZZOLDI, A., T. HILL, and J. J. CALLS, 2008 : Cfd and gaussian atmospheric dispersion models : A comparison for leak from carbon dioxide transportation and storage facilities. *Atmospheric environment*, **42**, 8046–8054.
- Müller, W. G., 2007 : *Collecting Spatial Data*.

- Nunes, L. M., E. Paralta, M. C. Cunha, and L. Ribeiro, 2004 : Groundwater nitrate monitoring network optimization with missing data. *Water Resour. Res.*, **40**.
- Nychka, D. and N. Saltzman, 1998 : Design of air quality monitoring networks. *Case studies in environmental statistics*, Nychka, D., and Cox, L., and Piegorsch, W., Springer-Verlag.
- Pardo-Igúzquita, E., 1998 : Optimal selection of number and location of rainfall gauges for areal rainfall estimation using geostatistics and simulated annealing. *J. Hydrol.*, **210**, 206–220.
- Raes, F., M. De Cort, and G. Graziani, 1991 : The multi-fractal nature of radioactivity deposition on soil after the chernobyl accident. *Health physics*, **61**, 271–274.
- Ramiro Ruiz, C. and A. R. F. Marco, 2009 : Stochastic search algorithms for optimal design of monitoring networks. *Environmetrics*.
- Reay, J. S. S. and D. T. Swift-Hook, 1979 : The philosophy of monitoring [and discussion]. *Phil. Trans. of the Royal Soc A*, **290**, 609–623.
- Reed, P., B. Minsker, and A. J. Valocchi, 2000 : Cost-effective long-term groundwater monitoring design using a genetic algorithm and global mass interpolation. *Water Resour. Res.*, **36**, 3731–3741.
- Rojas-Palma, C., et al., 2003 : Data assimilation in the decision support system rodos. *Rad. Prot Dos*, **104**, 31–40.
- Royle, J. A. and D. Nychka, 1997 : An algorithm for the construction of spatial designs with an implementation in splus. *Computers and Geosciences*, **24**, 479–488.
- Saunier, O. and M. Bocquet, 2009 : Model reduction via principal component truncation for the optimal design of atmospheric monitoring networks. *Atmospheric Environment*, **43**, 4940–4950.
- Silvey, S. D., 1980 : *Optimal design*. Chapman and Hall, London.
- Stein, M. L., 1999 : *Interpolation of Spatial Data : Some Theory for Kriging*. Springer, New York.
- Tibshirani, R., 1996 : Regression shrinkage and selection via the lasso. *J. Royal. Statist. Soc B.*, **58**, 267–288.
- Trujillo-Ventura, A. and J. H. Ellis, 1991 : Multiobjective air pollution monitoring network design. *Atmospheric Environment*, **25**, 469–479.
- Van Groenigen, J. and A. Stein, 1998 : Constrained optimisation of spatial sampling, a geostatistical approach. *J. Environ. Qual.*, **27**, 1078–1086.
- Warrick, A. W. and D. E. Myers, 1987 : Optimization of sampling locations for variogram calculations. *Water Resources Research*, **23**, 496–500.

- Wu, J., C. Zheng, and C. C. Chien, 2005 : Cost-effective sampling network design for contaminant plume monitoring under general hydrogeological conditions. *Journal of Contaminant Hydrology*, **77**, 41–65.
- Wu, L. and M. Bocquet, 2009 : Optimal reduction of the ozone monitoring network over france. *submitted to Atmospheric Chemistry and Physics*.
- Wu, S. and J. V. Zidek, 1992 : An entropy-based analysis of data from selected nadp/ntn network sites for 1983-1986. *Atmospheric Environment : Part A*, **26**, 2089–2103.
- Zannetti, P., 1990 : *Air pollution modeling : theories, computational methods, and available software*. Van Nostrand Reinhold, New York.
- Zidek, J. V., W. Sun, and N. D. Le, 2000 : Designing and integrating composite networks for monitoring multivariate (gaussian) pollution fields. *Journal of Applied Statistics*, **49**, 63–79.