

Application du retournement temporel à l'hyperthermie ultrasonore du cerveau

Mickaël Tanter

▶ **To cite this version:**

Mickaël Tanter. Application du retournement temporel à l'hyperthermie ultrasonore du cerveau. Optique [physics.optics]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 1999. Français. NNT : . pastel-00650031

HAL Id: pastel-00650031
https://pastel.hal.science/pastel-00650031

Submitted on 9 Dec 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE de DOCTORAT de L'UNIVERSITE PARIS 7

Année 1999 *N° attribué par la bibliothèque :*

Spécialité :

Acoustique Physique

présentée par

Mickaël Tanter

Pour obtenir le grade de Docteur de l'Université Paris 7.

Sujet de la thèse :

Application du retournement temporel à l'hyperthermie ultrasonore du cerveau.

Sous la direction de Mathias Fink.

---

soutenue le Jeudi 27 Mai 1999 devant le jury composé de :

Pierre Alais	
Dominique Cathignol	Rapporteur
Mathias Fink	
Pascal Laugier	
Marc Lethiecq	Rapporteur
Jean Pergrale	
Jean-Louis Thomas	

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Mathias Fink, qui m'a proposé cette thèse puis a tout mis en oeuvre pour qu'elle se passe dans des conditions idéales. J'ai ainsi eu la chance de travailler sur un sujet de thèse passionnant dans un labo d'un dynamisme fou, labo abordant des applications aussi différentes que l'échographie et la thérapie médicale, l'acoustique sous-marine, l'acoustique audible, les aérogels, l'interférométrie acousto-optique, le contrôle non destructif... mais aussi des sujets théoriques tels que le chaos, la propagation en milieu multidiffuseurs, la sonolumisnescence, l'acoustique nonlinéaire...Ce foisonnement d'idées, ainsi que les conditions de travail dans lesquelles ces sujets peuvent être étudiés sont en grande partie l'oeuvre de Mathias. Un énorme Merci donc, pour m'avoir accueilli dans cette équipe et offert la chance de prendre part à cette aventure.

J'ai aussi eu l'énorme chance au cours de cette thèse d'être encadré par Jean-Louis Thomas. Ces remerciements resteront forcément bien fades par rapport à tout ce que m'apporté Jean-Louis au cours de ces trois années. C'est une personne dont je respecte profondément les qualités scientifiques. Il m'a peu à peu appris la rigueur et la curiosité nécessaire à tout chercheur, mais aussi et surtout la rigueur expérimentale. J'ai eu peu à peu l'impression d'apprendre mon métier au cours des innombrables discussions qui ont jalonnées cette thèse ainsi qu'au cours des expériences que nous avons montées ensemble. Cette thèse lui revient donc tout autant qu'à moi. Bien au delà de la science, je lui suis profondément reconnaissant pour ses qualités humaines. Une thèse étant bien souvent une succession de hauts et de bas, la constance de son aide et de son appui a été pour moi un immense facteur d'équilibre et m'a permis de me sentir toujours bien au sein du laboratoire.

Les professeurs D. Cathignol et M. Lethiecq ont eu la gentillesse d'accepter la tache de rapporteur de cette thèse. Je les remercie vivement pour l'intérêt qu'ils ont bien voulu accorder à ce travail.

Je remercie également le Professeur P. Alais d'avoir accepté d'être président de mon jury de thèse, ainsi que le professeur P. Laugier et Monsieur J. Pergrale, membres du jury, pour l'intérêt qu'ils ont accordé à ce travail.

Je remercie également le Professeur G. Charpak pour sa présence à la soutenance de thèse ainsi que pour l'intérêt qu'il a accordé à ce projet.

Je tiens aussi à remercier tout particulièrement Claire Prada pour son aide et ses encouragements constants. Les nombreuses discussions que nous avons eues, en particulier au sujet du chapitre II de cette thèse, nous ont permis d'aller plus loin lors de l'approche matricielle de l'opérateur de propagation. Un grand Merci à François Wu dont l'aide, la disponibilité et les conseils d'expérimentateur hors pair nous ont toujours été précieux. Merci à Didier Cassereau, notre informaticien préféré capable de lire un fichier binaire dans le texte, pour son aide quasi quotidienne et ces chèques non encaissés ...

Merci à Laurent, Julien et Sylvain pour leur participation au développement de la simulation numérique. Travailler avec vous fut à la fois un plaisir et un enrichissement.

Un énorme Merci à Stefan Catheline, le seul, l'unique, capable de faire le trajet "L.O.A" - "Café de la Poste" en moins de trente secondes, Arnaud Derode pour sa capacité à ne plus vouloir en sortir, et Laurent Sandrin pour ses connaissances avisées en laboratoires pharmaceutiques !!! sans oublier Arnaud Tourin, Philippe Roux, Julien De Rosny et Christophe Barrière tant pour leur aide scientifique que pour leur contribution à l'ambiance du labo. Tous ont contribué et contribuent à faire de cet endroit toujours plein de vie bien plus qu'un simple lieu de travail.

Pour finir, Merci à mes parents, sans qui tout cela n'aurait jamais eu lieu...

1. Introduction 1

1.1.Focalisation en milieu hétérogène 2

1.1.1.Distorsions du faisceau ultrasonore dans les milieux biologiques. 2

1.1.2.Méthodes de corrections d'aberrations de phase et limitations. 2

1.1.3.Propriétés acoustiques du crâne et conséquences. 4

1.2.Hyperthermie et ablathermie ultrasonore 4

1.3.Objectif de la thèse 5

2. Focalisation ultrasonore à travers le crâne par retournement temporel 9

2.1.Focalisation en émission à travers le crâne 9

2.1.1.Montage expérimental 9

2.1.2.Comparaison des différentes méthodes 12

2.1.3.Dissipation et invariance par renversement du temps 14

2.1.4.Correction des aberrations d'amplitude introduites par la dissipation 17

2.1.5. Optimisation de la compensation d'amplitude par un algorithme de repropagation numérique du champ ultrasonore 25

2.1.6.Influence de la distance réseau-crâne sur la focalisation 28

2.1.7.Simulation numérique 30

2.2.Angulation du faisceau ultrasonore 34

2.2.1.Limites de la formation de voie conventionnelle 35

2.2.2.Repropagation numérique et angulation conventionnelle : Avantages 37

2.2.3.Procédé d'angulation par retournement temporel à travers le crâne 39

2.2.4.Repropagation numérique et angulation : Résultats expérimentaux 40

2.3. Focalisation en émission-réception : imagerie ultrasonore du cerveau 45

2.3.1.Focalisation et angulation en réception 45

2.3.2.Perspective : Utilisation d'une source acoustique extérieure ? 48

2.4.Perspectives: Imagerie ultrasonore et Rayons-X 49

2.4.1.Caractérisation du crâne par imagerie Rayons-X. 51

2.4.2.Couplage Imagerie Rayons X – Simulation numérique 51

2.4.3.Résultats numériques: Le crâne comme cavité à retournement temporel 54

2.5.Conclusion 60

3. Limites de la focalisation par retournement temporel en milieu hétérogène.

Comparaison avec la focalisation par filtre inverse 61

3.1.Limitations et Avantages du retournement temporel 62

3.1.1.La perte d'information 62

3.1.2.Du filtre adapté au filtre inverse 65

3.2.Approche matricielle de la propagation 66
3.2.1.L'opérateur de propagation H 66
3.2.2.L'opérateur de propagation inverse H^{-1} 67
3.2.3.Décomposition en valeurs singulières de l'opérateur de propagation H 69
3.2.4.L'opérateur de focalisation par filtre inverse $\mathbf{H}\hat{\mathbf{H}}^{-1}$ 81
3.2.5.L'opérateur de retournement temporel $H.{}^tH^*$ 83

3.3. Comparaison expérimentale : méthode inverse - Focalisation pare retournement temporel 88
3.3.1.Cas d'un milieu absorbant : Focalisation à travers le crâne. 89
3.3.2.Cas d'un milieu fortement diffractant : Influence de l'ouverture du réseau 96

3.4.Conclusion 109

4. Focalisation et retournement temporel en régime non liné aire *111*

4.1.Réalisation d'un prototype de miroir à retournement temporel de forte puissance 112
4.1.1.Choix techniques 112
4.1.2.Simulation et résultats expérimentaux 115
4.1.3.Conclusions et perspectives 123

4.2.Retournement temporel et propagation non linéaire 125
4.2.1.Equation d'onde en régime non-linéaire 125
4.2.2.Une modélisation simple mono-dimensionnelle : l'équation de Burgers 126
4.2.3.Non-linéarité et invariance par renversement du temps dans un espace 1D 128
4.2.4.Réalisation expérimentale monodimensionnelle 133
4.2.5.Conclusion et perspectives 141

4.3.Focalisation en régime monochromatique non linéaire : effet de « lentille thermique » 143
4.3.1.Non-linéarité induite par chauffe acoustique 143
4.3.2.Mise en évidence expérimentale de l'effet de lentille thermique 145
4.3.3.Modélisation de l'effet de lentille thermique sur un faisceau ultrasonore de forte intensité 147
4.3.4.Résultats numériques 149
4.3.5.Conclusion et perspectives 157

4.4.Conclusion 157

Conclusion générale *159*

Annexe *163*

Références *170*

1. Introduction

De nouvelles techniques non-intrusives de thérapie médicale mettant en jeu différents types de rayonnement sont actuellement à l'étude. L'utilisation de faisceaux ultrasonores est l'une des techniques les plus prometteuses. L'émission de faisceau ultrasonore pulsé très intense permet, par exemple, de détruire des calculs rénaux par génération d'ondes de choc. Le développement des lithotriteurs extracorporels au début des années 80 a ainsi achevé d'apporter une reconnaissance aux ultrasons dans le domaine de la thérapie [1], [2]. D'autre part, l'utilisation de faisceaux ultrasonores focalisés monochromatiques de forte intensité permet de créer des élévations de température importantes, bien délimitées et rapides (plusieurs dizaines de degrés sur quelques millimètres) à des profondeurs de pénétration importantes dans les tissus. Cette technique, connue sous le nom d'ablathermie ultrasonore, fait actuellement l'objet de nombreuses recherches dans le monde entier. L'utilisation des effets thermiques induits par ultrasons de forte intensité est d'ores et déjà en phase de tests cliniques dans le cadre du traitement de la prostate [3], mais aussi à l'étude pour le traitement des tumeurs du foie.

La possibilité de chauffer les tumeurs cérébrales par ultrasons focalisés a aussi été entrevue depuis de nombreuses années. Cependant, les distorsions induites par le crâne sur le faisceau ultrasonore interdirent l'aboutissement de nombreux projets engagés dans cette direction depuis une trentaine d'années. Il était en effet très difficile d'assurer une qualité de focalisation suffisante du faisceau ultrasonore après la traversée de la paroi osseuse. Jusqu'à présent, pour pouvoir traiter une tumeur cérébrale, il semblait inévitable qu'une partie du crâne soit retirée afin de faciliter l'accès de la tumeur aux ultrasons. Ceci rendait la technique intrusive et particulièrement délicate. Pour la même raison, ces distorsions induites par le crâne sur le faisceau ultrasonore restent à l'origine de la qualité médiocre des images échographiques actuelles du cerveau.

L'objectif principal de cette thèse est de mettre au point un système d'ablathermie ultrasonore capable de traiter les tumeurs cérébrales[2] de petites tailles tout en évitant une trépanation traumatisante. Il s'agissait donc, dans un premier temps, de proposer une technique capable de corriger les distorsions importantes subies par le faisceau ultrasonore lors de la traversée de la paroi osseuse.

1.1. Focalisation en milieu hétérogène

1.1.1. Distorsions du faisceau ultrasonore dans les milieux biologiques.

La plupart des systèmes d'imagerie ou de thérapie médicales supposent la vitesse du son constante dans les tissus biologiques, typiquement de l'ordre de 1540 $m.s^{-1}$ lors de la focalisation dynamique de l'énergie acoustique. Cependant la vitesse de propagation varie approximativement de 10 % (entre 1440 $m.s^{-1}$ dans la graisse et 1540 $m.s^{-1}$ dans le muscle). Cette hétérogénéité du milieu introduit des distorsions d'amplitude et de phase du front d'onde se propageant dans le milieu. De telles distorsions sont connues sous le nom d'aberrations de phase et d'amplitude du faisceau ultrasonore. Leur influence sur la performance des systèmes d'imagerie ou de thérapie médicales a pour la première fois été prédite par Thurstone et McKinney en 1966 [4].

1.1.2. Méthodes de corrections d'aberrations de phase et limitations.

De nombreuses recherches ont été menées au cours des trente dernières années afin de corriger les aberrations introduites par les hétérogénéités des tissus biologiques sur la résolution des systèmes d'imagerie et de thérapie ultrasonores. En particulier, O'Donnell et Flax ont montré *in vivo* que les performances des systèmes ultrasonores étaient plus ou moins fortement dégradées d'un patient normal à un patient obèse [5]. Ils ont alors proposé de modéliser les aberrations introduites par le milieu comme un écran fin collé contre le réseau de transducteurs et introduisant des décalages de phase différents sur chaque transducteur.

De nombreuses méthodes ont alors été proposées pour calculer les décalages de phase à appliquer sur chacun des transducteurs du réseau pour corriger l'influence de cet écran fin. Karaman et al proposèrent en 1994 une méthode basée sur des corrélations entre les signaux reçus par des transducteurs voisins [6]. De leur côté, Trahey et Smith utilisèrent une méthode basée sur l'optimisation de contraste du speckle ultrasonore [7]. Mallart et Fink, à partir du théorème de Van

[2] L'utilisation de cet appareil pour le traitement moins problématique de tumeurs situées dans des d'organes profonds tels que les reins ou le foie serait toutefois possible.

Zittert-Zernike étudiant les corrélations spatiales du speckle en optique, proposèrent un autre critère de focalisation optimale. A la même époque, Zhu et Steinberg montrèrent, que la distorsion d'un front d'onde dans le sein ne pouvait pas être uniquement modélisée par un écran de phase [8]. Ainsi, bien que la correction des aberrations de phase améliore fortement la qualité des images, cette dernière restait cependant inférieure à celle obtenue en milieu homogène. Ils proposèrent alors de prendre aussi en compte une distorsion de l'amplitude du front d'onde. S'intéressant dans le même temps à la focalisation à travers la paroi abdominale, Liu et Waag choisirent de modéliser les aberrations du milieu comme un écran fin maintenant situé à une distance finie du réseau de transducteurs [9]. Après traversée d'un tel écran, supposé n'introduire que des décalages temporels, un front d'onde voit son amplitude et sa forme se modifier au cours de la propagation jusqu'au réseau de transducteurs. La méthode de correction proposée s'appuyait alors sur la présence dans le milieu d'une source acoustique pour connaître l'éloignement ainsi que la loi de retard de cet écran fin.

Dès 1989, le laboratoire Ondes et Acoustique a montré pourquoi l'application d'une simple loi de retards et d'amplitude sur l'ouverture du réseau ne suffisait pas, dans tous les cas, à corriger les aberrations du milieu [10], [11], [12]. En effet, cette technique de correction de phase reste purement monochromatique et ne prend donc pas en compte les modifications de la forme du signal lors de sa propagation à travers un milieu hétérogène. M. Fink et al proposèrent alors une technique capable de prendre en compte cette modification de la forme du signal. Connue sous le nom de focalisation par retournement temporel, elle est l'analogue, pour des signaux large-bande, de la technique de conjugaison de phase des signaux monochromatiques bien connue en optique. Cette technique de focalisation par retournement temporel permet d'obtenir en milieu hétérogène non dissipatif la même qualité de focalisation qu'en milieu homogène. Dans de nombreux cas, elle permet donc une correction totale des aberrations, mais nécessite cependant la présence à la focale désirée d'une source ou d'un réflecteur acoustique, sur lequel le système apprend à faire le point. Cette source ou ce réflecteur acoustique envoie ou renvoie une onde ultrasonore, qui après propagation à travers les hétérogénéités du milieu, est reçue, numérisée et enregistrée par chacun des transducteurs d'un réseau (*miroir à retournement temporel*). Ces signaux sont ensuite retournés temporellement puis réémis par chaque transducteur du réseau. Grâce à l'invariance par renversement du temps de l'équation d'onde en milieu hétérogène non dissipatif, nous savons que ce front d'onde émis par le miroir refocalise alors de manière optimale sur la source ou le réflecteur initial.

Finalement, une autre méthode connue sous le nom de méthode inverse a été proposée par Wang et Ebbini en 1994 [13]. Cette technique est cependant beaucoup plus lourde à mettre en place, puisqu'elle nécessite la présence d'un réseau de récepteurs acoustiques dans le milieu insonifié. Par résolution d'un problème inverse, la méthode proposée par Ebbini cherche à faire coïncider le faisceau ultrasonore avec un gabarit choisi à l'avance sur l'ensemble des récepteurs implantés dans le milieu.

1.1.3. Propriétés acoustiques du crâne et conséquences.

Dès 1951, T. F. Hueter envisagea la possibilité de détecter par ultrasons des tumeurs cancéreuses intracrâniennes [14]. Pourtant, les problèmes rencontrés dans les organes tels que le foie ou les reins deviennent encore plus difficiles à surmonter lorsqu'il s'agit de focaliser à travers le crâne. Dans ce cas, le contraste de vitesse du son atteint en effet 100 % (de l'ordre de 1500 $m.s^{-1}$ pour le tissu cérébral contre 3000 $m.s^{-1}$ pour l'os) et dégrade fortement le faisceau. Les aberrations introduites par ces hétérogénéités de vitesse du son furent mises en évidence expérimentalement par White et al en 1967. Ils montrèrent de plus qu'une importante absorption du son dans la paroi osseuse amplifiait très fortement cette dégradation [15]. Ces travaux furent complétés par d'autres expériences réalisées par Fry et Eggleton en 1974 [16]. Un an plus tard, D. J. Philips et S. W. Smith proposèrent une technique de compensation de phase afin d'améliorer la qualité des images échoencéphalographiques [17], [18]. En 1986, Fry mis au point un système à ultrasons focalisés pour l'ablation des tumeurs situées en profondeur dans le cerveau [19]. Afin de contourner le problème des distorsions induites par la paroi du crâne, la trépanation était réalisée. En 1994, Hynynen étudia les temps d'exposition nécessaires lors d'un traitement par ultrasons focalisés. Cette étude fut réalisée sur 160 lapins trépanés [20]. Il conclut que la destruction des tumeurs en profondeur dans le cerveau était réalisable sans causer d'effets mécaniques indésirables si les paramètres d'exposition étaient toutefois choisis proprement. La possibilité d'éviter la trépanation lors d'un traitement thérapeutique en corrigeant les aberrations du crâne semblait alors écartée. Pour les mêmes raisons, l'imagerie ultrasonore du cerveau restait de qualité médiocre [21]. Un pas important fut réalisé au L.O.A par J.-L. Thomas et *al* en 1996 [23]. Ils montrèrent que la focalisation à travers le crâne pourrait être fortement améliorée en compensant la dissipation ultrasonore introduite par la paroi osseuse.

1.2. Hyperthermie et ablathermie ultrasonore

Hormis l'importance de la focalisation du faisceau ultrasonore, d'autres paramètres doivent être maîtrisés, tels que le temps d'exposition mais aussi la fréquence et l'intensité d'émission ultrasonore. Certains facteurs, tels que la diffusion de la chaleur et sa conduction par le sang (perfusion), limitent l'échauffement du milieu. La diffusion comme la perfusion mettent plusieurs secondes, voire dizaines de secondes, avant de jouer un rôle significatif sur la carte de température. L'ensemble de ces paramètres permet de distinguer différents modes d'hyperthermie :

- Le premier mode d'hyperthermie étudié historiquement utilise un échauffement des tissus à 42°C, température de mort cellulaire, pendant plusieurs dizaines de minutes. Cette méthodologie, connue sous le nom d'***hyperthermie douce***, repose sur des essais expérimentaux *in vitro* ayant montré une sensibilité accrue des cellules malignes à l'élévation de la température. Ce traitement est donc en partie sélectif et ne nécessite pas une

très grande précision. Par contre, il est sensible à la perfusion et à la diffusion. La perfusion est ici critique dans la mesure où les cellules malignes sont généralement les plus irriguées (néovascularisation). Il nécessite un contrôle de la température en cours du traitement afin d'assurer une destruction complète des cellules malades. Il semble toutefois que ce mode d'hyperthermie ne donne pas les résultats escomptés, la néovascularisation entraînant même parfois une prolifération des cellules malignes.

- La technologie progressant de nouveaux types de traitement utilisant des ondes ultrasonores beaucoup plus intenses ont alors été proposés. Les puissances acoustiques au foyer atteignent ici plusieurs kilowatts par centimètres carrés mais les temps d'exposition ne sont plus que de quelques secondes. Ceci permet en particulier d'être complètement insensible aussi bien à la diffusion qu'à la perfusion. A de telles puissances, ces quelques secondes sont suffisantes pour faire monter localement la température à 60 ou 70°C détruisant ainsi les cellules par nécrose. On parle alors d'***Ablathermie***. D'ores et déjà, des appareils de thérapie pour le cancer de la prostate sont en test clinique [22]. Ces appareils utilisent une sonde placée à seulement quelques millimètres de la zone de traitement par voie transrectale. Ils s'affranchissent ainsi de nombreux problèmes rencontrés lorsque l'on veut focaliser l'onde ultrasonore profondément dans les tissus : défocalisation du faisceau ultrasonore par les hétérogénéités des tissus biologiques ou encore mouvement des organes au cours du traitement.

- Enfin, certains testent maintenant des expositions encore plus intenses, plusieurs centaines de kilowatts par centimètres carrés pendant quelques millisecondes. Ces appareils ont un fonctionnement proche de celui des lithotriteurs extracorporel développés pour la destruction des calculs rénaux et biliaires. L'effet recherché ici n'est plus directement thermique mais plutôt mécanique. Dans ce cas, le but est de tirer profit du phénomène de cavitation. Celle-ci implique la formation de bulles microscopiques lors de la détente des tissus et leurs implosions lors de la phase de compression. La dynamique de ces bulles est fortement non-linéaire et concentre encore plus l'énergie du champ acoustique. Cathignol et al ont récemment montré *in vitro* sur des foies de lapin, que la forme temporelle de l'impulsion ultrasonore d'excitation joue d'ailleurs un rôle prépondérant dans l'apparition de la cavitation [24]. Finalement, en plus de la destruction directe des tissus, la cavitation permet de rendre perméable les membranes cellulaires et semble donc prometteuse pour la thérapie génique.

1.3. Objectif de la thèse

L'objectif final de ce travail vise à développer un appareil pouvant traiter depuis l'extérieur et par hyperthermie les tumeurs situées dans des organes profonds comme les reins ou le foie mais aussi

le cerveau. Ceux-ci sont en effet très difficiles d'accès à la chirurgie classique. Les régimes d'hyperthermie envisagés sont les deux premiers cités ci-dessus, c'est à dire soit une hyperthermie « douce » avec des chauffes jusqu'à 45°C pendant quelques dizaines de minutes, soit une hyperthermie plus forte d'environ 60°C pendant quelques secondes. Alors que l'ablathermie serait un mode de thérapie à part entière, l'hyperthermie douce serait plutôt envisagée comme activateur dans le cadre d'une thérapie génique. Ce projet est en cours de réalisation en collaboration avec l'équipe de neurochirurgie du Val de Grâce.

Pour corriger les aberrations induites par la paroi osseuse du crâne et assurer une bonne qualité de focalisation du faisceau ultrasonore dans le cerveau, le système est basé tout d'abord sur la technique de focalisation par retournement temporel. Comme nous l'avons dit, cette technique de focalisation nécessite la présence dans la zone focale désirée d'une source acoustique ou d'un simple réflecteur (ce réflecteur se comportant comme une source acoustique après insonification par un faisceau large sondant le milieu). Dans notre cas, nous ne disposons pas de réflecteur suffisamment intense à l'intérieur du cerveau. Il faudra donc descendre une petite source acoustique à l'intérieur du cerveau, à proximité de la zone focale. La technique proposée reste ainsi pour l'instant légèrement intrusive. Il convient toutefois de noter, qu'après détection d'une tumeur cérébrale (par imagerie RMN,...), une biopsie[3] est systématiquement réalisée afin de déterminer la nécessité ou non d'une intervention neurochirurgicale plus lourde (impliquant le dégagement d'un champ opératoire plus large). La mise en place de la sonde acoustique, l'enregistrement du signal émis par celle-ci et reçu à l'extérieur sur le réseau de transducteurs seront réalisés pendant cette biopsie. A la fin de cette intervention, la source acoustique sera retirée en même temps qu'un échantillon de tissus cellulaires est prélevé. Le miroir à retournement temporel disposera alors de l'ensemble des données nécessaires pour calculer les signaux à émettre sur chaque transducteur du miroir pour créer un faisceau focalisé précis et étroit dans la zone tumorale.

Les algorithmes développés pour apprendre, à partir de ces données, à focaliser sur la position initiale de la source acoustique seront présentés au chapitre 2. Nous verrons en particulier que la technique de focalisation par retournement temporel n'est pas suffisante pour assurer seule une bonne qualité de focalisation. Il sera alors montré, théoriquement et expérimentalement, comment elle peut être corrigée. A partir de la cible "d'accrochage" sur laquelle le système apprend à "faire le point", le système apprendra ensuite à diriger le faisceau ultrasonore sur d'autres points entourant cette cible initiale et ainsi traiter, point par point, l'ensemble de la tumeur. Ces concepts de focalisation en

[3] La biopsie est une intervention bénigne au cours de laquelle le chirurgien réalise une minuscule ouverture dans le crâne et va prélever un échantillon de tissu cellulaire dans la zone tumorale afin de déterminer la malignité de la tumeur.

émission développés pour la thérapie seront finalement étendus à la focalisation en émission-réception pour l'imagerie ultrasonore du cerveau.

Le chapitre 3 abordera, sur un plan plus théorique, les problèmes de focalisation en milieu hétérogène dissipatif. Il permettra de mettre en évidence les limitations de la focalisation par retournement temporel. Pour cela, le concept d'opérateur de propagation sera introduit. Nous interprèterons en particulier le sens physique de la décomposition de cet opérateur sur la base de ces vecteurs singuliers. Cet outil original nous permettra, par la suite, de comparer la technique de focalisation par retournement temporel à la focalisation optimale pouvant être atteinte dans une configuration donnée. Deux exemples expérimentaux viendront illustrer l'exposé.

Après avoir abordé les problèmes de focalisation, nous nous intéresserons au chapitre 4, à la réalisation technique ainsi qu'aux performances d'un prototype de miroir à retournement temporel de forte puissance mis au point pour cette application médicale. Ce système devant émettre des signaux de forte amplitude pour créer un échauffement du milieu, la linéarité des phénomènes mis en jeu lors du traitement ne sera plus assurée. Deux types de non-linéarités seront alors étudiées. Nous nous intéresserons tout d'abord à la non-linéarité de la propagation acoustique. Nous verrons ainsi dans quelle mesure l'invariance par renversement du temps, sur laquelle se fondait le principe de retournement temporel en régime linéaire, est conservée dans ce nouveau régime. Une première expérience de retournement temporel en régime non-linéaire sera présentée. Finalement, nous aborderons un second type de non-linéarité, dû aux effets de lentilles thermiques apparaissant pendant le traitement d'hyperthermie.

2. Focalisation ultrasonore à travers le crâne par retournement temporel

Nous nous proposons dans ce chapitre de mettre en évidence les difficultés rencontrées lors de la focalisation d'une onde ultrasonore à travers la paroi osseuse du crâne. Pour surmonter ces difficultés, nous mettrons en pratique le principe de retournement temporel qui est actuellement étudié dans de nombreux milieux tels que les milieux multidiffuseurs [25], *les milieux à géométrie chaotique* [26], *ou encore les milieux en mouvement* [27]. *Redoutablement efficace dans de nombreuses configurations, la focalisation par retournement temporel ne donne pas les résultats escomptés dans le cas du crâne. En effet, bien que meilleure qu'une technique de focalisation classique, la focalisation par retournement temporel est en partie dégradée par le caractère fortement dissipatif du milieu de propagation. Dans la première partie de ce chapitre, nous verrons comment prendre en compte cette dissipation lors du retournement temporel des ondes ultrasonores. Il sera alors possible de corriger les aberrations introduites pour atteindre à nouveau une excellente qualité de focalisation en émission à travers le crâne. Par la suite, nous verrons comment apprendre à anguler le faisceau ultrasonore dans un domaine entourant le point cible de référence sans toutefois dégrader la qualité de focalisation. Nous constaterons que les résultats obtenus, en terme de résolution et de contraste, sont largement satisfaisants dans le cadre d'une application à l'hyperthermie des tumeurs cérébrales* [28]. *Nous montrerons finalement que l'extension des concepts développés dans ce chapitre à la focalisation en réception laisse entrevoir pour la première fois la possibilité de réaliser des images ultrasonores "temps-réel" de bonne qualité du cerveau.*

2.1. Focalisation en émission à travers le crâne

2.1.1. Montage expérimental

Le montage expérimental permettant de comparer les différents procédés de focalisation est présenté en Figure 1. Le miroir à retournement temporel consiste en un réseau cylindrique 1D de transducteurs. Les expériences réalisées sont donc des expériences de focalisation à 2 dimensions dans le plan *(x, y)* [Figure 1]. Les variations spatiales suivant l'axe vertical *(O, Z)* seront négligées. En particulier, on fera l'approximation que la structure du crâne est invariante suivant l'axe Z. Cependant, les concepts développés à 2 dimensions dans cette partie sont complètement transposables à un problème de focalisation en 3 dimensions lors de l'utilisation d'un réseau 2D de transducteurs.

Notre réseau est composé de 128 éléments piézo-électriques travaillant à une fréquence centrale[4] de 1,5 MHz (λ = 1 mm dans l'eau). Chaque élément est préfocalisé géométriquement suivant l'axe *(O, Z)* et son ouverture est de 1 mm en largeur et de 25 mm en hauteur. Le pas inter-élément du réseau est de 1,2 mm et les éléments sont disposés sur un backing sphérique de 100 mm de rayon de courbure. L'ouverture totale du réseau est ainsi égale à 140 mm. La source acoustique initiale utilisée lors d'une expérience de retournement temporel est un transducteur de 1 mm de largeur et de 10 mm de hauteur. Le réseau de transducteurs et le mono élément sont immergés dans une cuve d'eau.

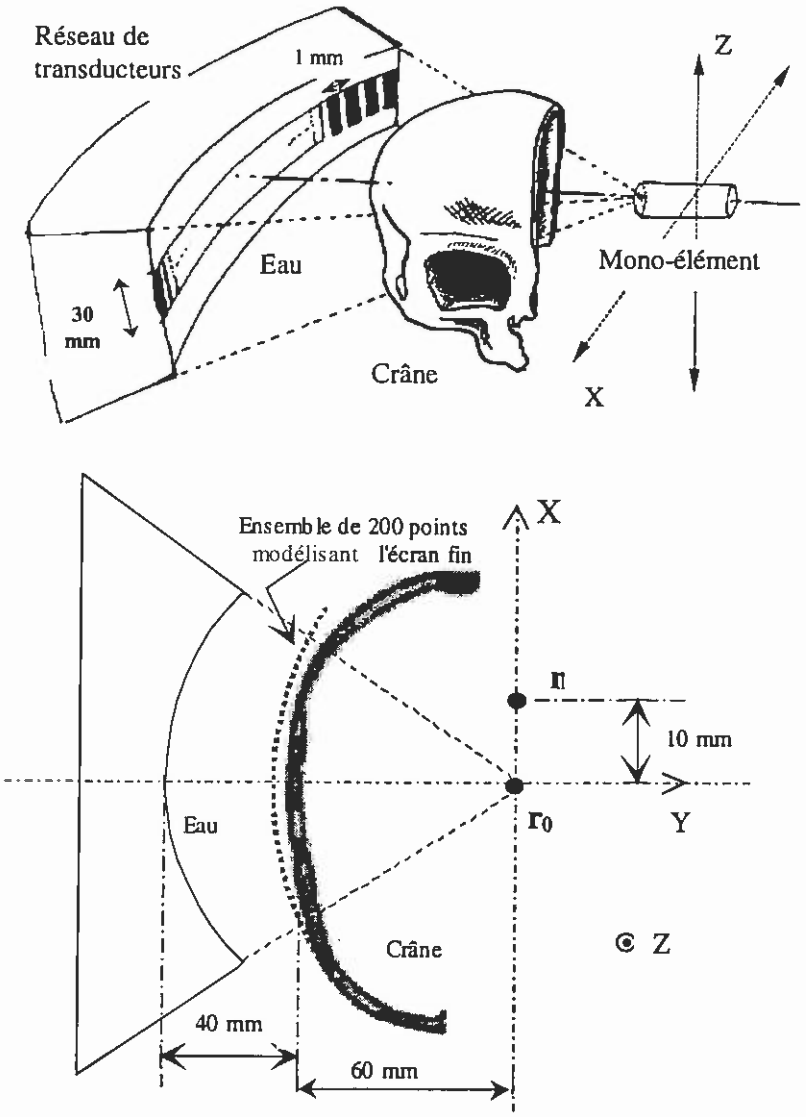


Figure 1. Montage expérimental

[4] Cette fréquence résulte d'un compromis. D'un côté, l'absorption dans le crâne augmente avec la fréquence. De l'autre, plus la fréquence diminue, plus la résolution spatiale du système est faible.

Dans une première expérience, nous mesurons la qualité de focalisation optimale de notre système en milieu homogène (eau). Dans ce cas, nous utilisons le processus de retournement temporel pour compenser la distorsion géométrique du réseau de transducteurs. Le processus de focalisation est réalisé en deux étapes :

- Dans un premier temps, le monoélément (placé au centre de courbure r_0 du réseau) émet un signal ultrasonore présenté en Figure 2. Le front d'onde généré par cette source est reçu par les 128 transducteurs du réseau après propagation dans le milieu, puis stocké en mémoire. Ce champ de pression, discrétisé spatialement sur l'ouverture du réseau, correspond à la fonction de Green associée à cette source initiale. Le front d'onde résultant est présenté sous forme de B-scan [Figure 3(a)] : l'axe horizontal correspond au numéro du transducteur et l'axe vertical au temps. L'amplitude du signal est présentée en niveau de couleurs. La source étant initialement placée au centre de courbure du réseau de transducteurs, le temps de parcours de l'onde entre la source et chacun des éléments du réseau est identique. Les signaux sont ainsi tous reçus en même temps par les éléments et le front d'onde semble donc être plan [Figure 3(a)]. Les éléments extrêmes du réseau reçoivent des signaux d'amplitude plus faible que les éléments centraux. Cette modulation d'amplitude du front d'onde enregistrée sur le réseau correspond à une apodisation de l'ouverture totale et est due, dans ce cas précis, à la directivité de la source acoustique initiale.

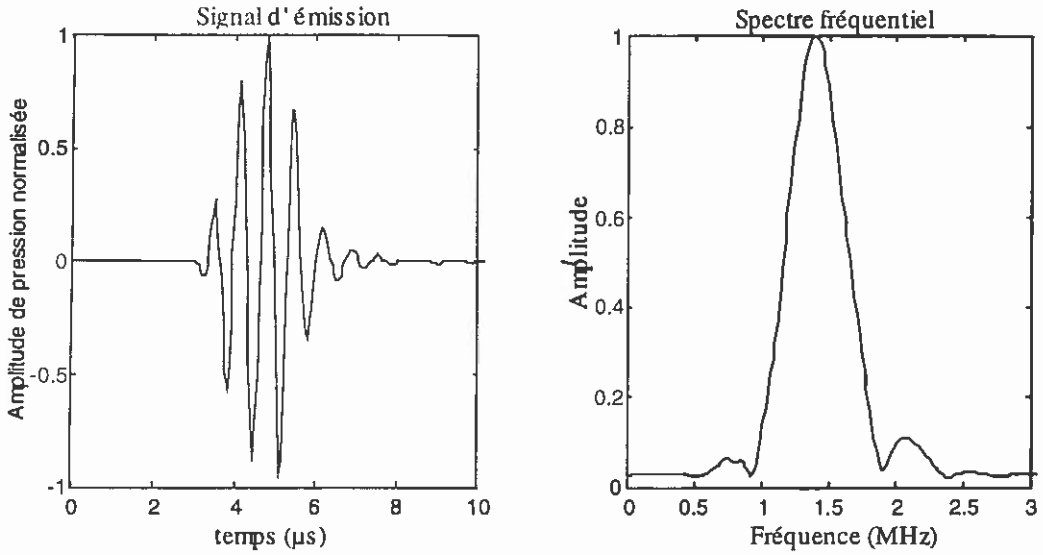
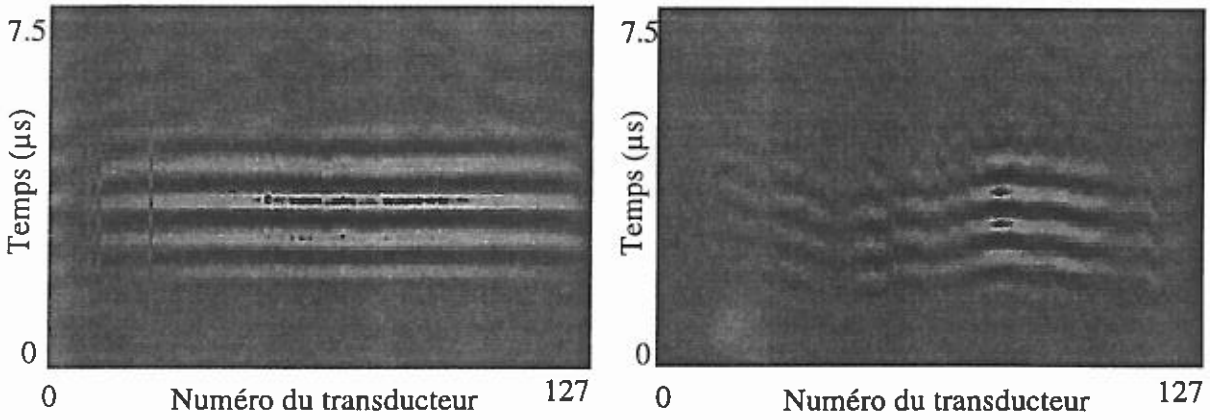


Figure 2. Spectre et forme temporelle du signal émis par la source acoustique.

- Dans un deuxième temps, les signaux reçus sur chaque élément du réseau sont retournés temporellement et réémis par le réseau. Le front d'onde convergeant ainsi créé refocalise sur la source qui lui avait donné naissance dans la première étape. Le monoélément est maintenant utilisé comme hydrophone pour mesurer le champ de pression généré par le réseau le long de l'axe

(r_0, X), [Figure 1]. Il est déplacé à l'aide d'un moteur pas à pas, 30 mm de part et d'autre de la position initiale de la source. Le pas du moteur est fixé à 0,3 mm. Cela nous permet de tracer une courbe de focalisation qui représente le maximum du champ de pression reçu au cours du temps à chaque position de l'hydrophone [Figure 4]. La courbe de focalisation obtenue en milieu homogène par ce procédé de retournement temporel est représentée sur la Figure 4 (ligne pleine noire). Elle correspond donc à la qualité de focalisation optimale qui puisse être atteinte par le réseau de transducteurs utilisé. Ce diagramme de focalisation servira donc de référence ultérieurement. La largeur de la tache focale à –6 dB (par rapport à l'amplitude maximale de pression) vaut 1,5 mm et le niveau des lobes secondaires descend très rapidement à –35 dB.



(a) en milieu homogène (b) à travers le crâne

Figure 3 Fronts d'onde reçus (a) dans l'eau et (b) à travers le crâne situé à 40 mm du réseau. L'amplitude du signal est montrée linéairement en niveau de couleur, l'axe horizontal correspond au numéro du transducteur, l'axe vertical à l'évolution en temps.

2.1.2. Comparaison des différentes méthodes

Dans la suite de l'expérience, la source est observée à travers un demi-crâne humain. Le crâne est coupé dans le plan mi-sagittal, puis dégazé et conservé dans une cuve d'eau. Il est placé entre la source et le réseau de transducteurs, la face externe de l'os étant située à environ 40 mm du réseau. Afin d'évaluer la dégradation du faisceau induite par le crâne, les signaux enregistrés lors de l'expérience précédente sont retournés temporellement, puis transmis une seconde fois. Le front résultant est alors déformé par le crâne et la courbe de focalisation obtenue est présentée en ligne pointillée [Figure 4]. Cette courbe quantifie la qualité de la focalisation obtenue à travers le crâne lorsqu'on utilise une méthode de focalisation classique. Cette méthode classique consiste pour un réseau 1D linéaire à appliquer électroniquement une loi de retard cylindrique[5] sur les éléments du

[5] Notre réseau étant préfocalisé géométriquement à 100 mm de profondeur, le point de focalisation désiré est équidistant de tous les éléments du réseau en milieu homogène et les signaux temporels doivent donc être émis simultanément sur tous les transducteurs du réseau.

réseau en supposant le milieu homogène, c'est-à-dire en supposant constante la vitesse de propagation des ondes ultrasonores dans le milieu. Dans ce cas, on peut remarquer que la focalisation par méthode classique est de qualité bien moindre que celle obtenue dans les mêmes conditions en l'absence de crâne. On observe en particulier un effet de décalage angulaire : le foyer est décalé d'environ 1,5 mm par rapport à la position désirée. De plus, le faisceau est fortement élargi. La résolution latérale à -6 dB est de 6 mm au lieu de 1,5 mm et le niveau de lobes secondaires est très élevé [Figure 4].

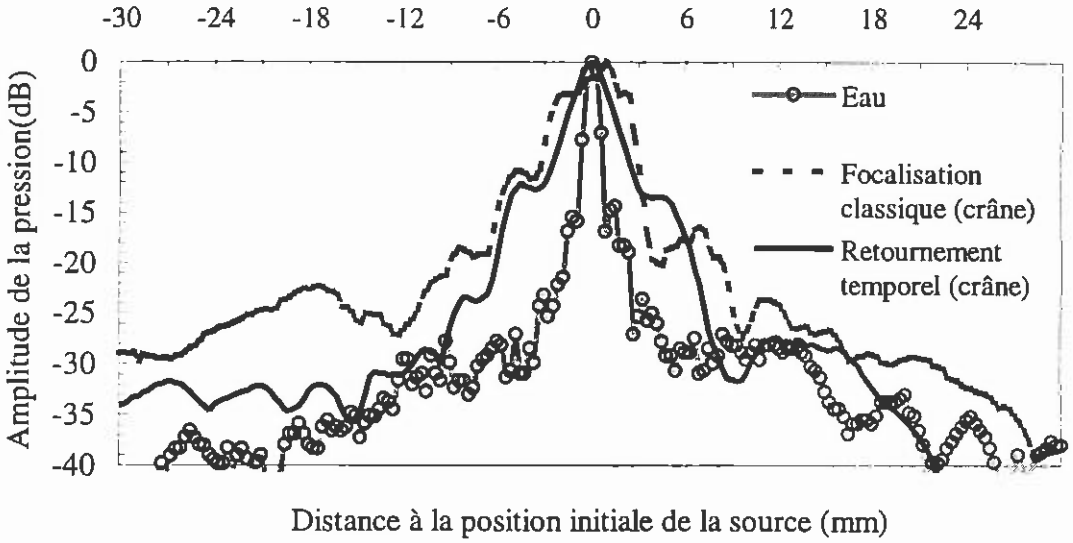


Figure 4. Focalisation en milieu homogène servant de référence (ligne grisée), focalisation à travers le crâne en supposant le milieu homogène (ligne pointillée) et focalisation par retournement temporel à travers le crâne (ligne pleine).

Finalement, une opération complète de retournement temporel est réalisée à travers le crâne [23]. Le monoélément est utilisé comme une source acoustique active. Le front d'onde généré par cette source se propage à travers le crâne, est déformé par ce dernier et est finalement reçu par l'ensemble des transducteurs du miroir à retournement temporel. Les signaux mesurés sur les 128 transducteurs sont présentés en mode *B-scan*, [Figure 3(b)]. En comparaison avec le front d'onde reçu en milieu homogène, on peut noter la forte aberration de phase mais aussi d'amplitude induite par le crâne[6]. Ce front d'onde est retourné temporellement et réémis par l'ensemble des transducteurs du

[6] Ces aberrations semblent être, en première approximation, fortement corrélées avec l'épaisseur d'os traversée. En effet, la vitesse de propagation du son dans l'os étant d'environ 3000 $m.s^{-1}$ (contre 1540 $m.s^{-1}$ dans l'eau), les signaux reçus en premier sur le réseau de transducteurs ont traversé une plus grande épaisseur de crâne. Or, comme on peut le constater sur la Figure 3(b), ils correspondent aussi aux signaux les plus atténués. Réciproquement, le signal le moins atténué est reçu en retard sur le réseau (sur le 75^{ième} transducteur [Figure 3(b)]).

réseau. Après propagation à travers le crâne, on obtient la courbe de focalisation par retournement temporel présentée en ligne pleine [Figure 4]. La largeur à -6 dB est d'environ 3,6 mm et les deux lobes secondaires ont été supprimés. Cette expérience montre que la focalisation par retournement temporel est légèrement meilleure que la focalisation de type classique à travers le crâne, mais demeure très éloignée de l'optimum. En particulier, on peut remarquer que l'utilisation du miroir à retournement temporel permet de focaliser exactement à la position de la source initiale et ainsi d'éviter l'effet de déviation du faisceau remarqué dans le cas d'une focalisation de type classique. Ceci illustre la propriété de filtre adapté spatio-temporel vérifiée par le principe de focalisation par retournement temporel, comme on le verra dans le chapitre suivant. Cette propriété de filtre adapté reste vraie en milieu dissipatif [cf. chapitre 3.2]. Par contre, nous allons voir que la propriété d'invariance par renversement du temps de l'équation d'onde sur laquelle s'appuie la focalisation par retournement temporel est brisée en milieu dissipatif.

2.1.3. Dissipation et invariance par renversement du temps

2.1.3.1. Interprétation théorique

Le principe de la focalisation par retournement temporel est basé sur l'invariance par renversement du temps de l'équation d'onde linéaire en milieu fluide hétérogène non dissipatif. Cette équation est simplement déduite des trois équations fondamentales linéarisées (respectivement conservation de la masse, équation d'Euler et équation d'état) :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial t}\rho_a(\vec{r},t) + \rho_0(\vec{r})\nabla\cdot\vec{v}_a(\vec{r},t)) = 0 & (a) \\ \rho_0(\vec{r})\dfrac{\partial}{\partial t}\vec{v}_a(\vec{r},t) = -\nabla p(\vec{r},t) & (b) \\ p(\vec{r},t) = c_0{}^2(\vec{r})\,\rho_a(\vec{r},t) & (c) \end{cases} \qquad (1)$$

Où ρ_a et p sont les densité et surpression acoustique et $v_a(\vec{r},t)$ la vitesse particulaire. De plus, $c_0(\vec{r})$ et $\rho_0(\vec{r})$ correspondent aux distributions spatiales de vitesse du son et de densité du milieu au repos.

Ainsi, en appliquant une dérivée temporelle à l'équation [1(a)] et un opérateur divergence à l'équation [1(b)], on obtient l'équation d'onde linéaire :

$$\rho_0(\vec{r})\nabla\cdot\left(\frac{1}{\rho_0(\vec{r})}\nabla p(\vec{r},t)\right) = \frac{1}{c_0(\vec{r})^2}\frac{\partial^2 p(\vec{r},t)}{\partial t^2} \qquad (2)$$

Cette équation ne contient que des dérivées temporelles d'ordre 2. Elle est donc invariante par changement de variable t en $-t$. Ainsi, si $p(r,t)$ est solution de l'équation (2), $p(r,-t)$ est aussi une solution de cette équation et représente l'évolution de la première solution dans sa chronologie inverse. C'est pourquoi on peut parler ici d'invariance par renversement du temps. La technique de focalisation par retournement temporel donne alors une qualité de focalisation optimale puisque l'onde divergente émise dans un premier temps par la source initiale est transformée en une onde convergente qui revit parfaitement la scène en chronologie inverse pour converger finalement vers la source qui lui avait donné naissance.

Pourquoi le principe de focalisation par retournement temporel donne-t-il alors des résultats peu satisfaisants lorsqu'on l'applique au crâne ? Tout simplement parce que l'os dissipe fortement les ondes ultrasonores. L'équation d'onde doit donc être modifiée pour prendre en compte ce phénomène.

Lorsqu'il n'y a pas de dissipation, le milieu répond instantanément à toute sollicitation : Ainsi, une surpression acoustique locale p entraîne immédiatement une variation locale de volume. P et ρ_a sont alors en phase conformément à l'équation d'état [1(c)] : $p = c_0^{\,2}\,\rho_a$. Lorsque le fluide n'est plus idéal, un moyen de prendre en compte les phénomènes d'absorption consiste à modifier l'équation d'état pour autoriser un certain temps de réponse entre l'application soudaine d'une surpression au milieu et l'atteinte d'un nouvel état d'équilibre décrit par l'équation [1(c)]. Stokes a introduit pour la première fois une nouvelle équation d'état décrivant ce phénomène [29] :

$$p(\vec{r},t) = c_0(\vec{r})^2 \left(1 + \tau(\vec{r}) \frac{\partial}{\partial t} \right) \rho_a(\vec{r},t) \tag{3}$$

où $\tau(\vec{r})$ est un temps de relaxation caractéristique de l'absorption dans le milieu[7]. Dès lors, en combinant cette nouvelle équation d'état avec les équations 1(a) et 1(b) et en supposant que les variations spatiales de $\tau(\vec{r})$ sont très lentes par rapport à la longueur d'onde, on obtient une nouvelle équation d'onde prenant en considération l'absorption :

$$(1 + \tau(\vec{r}) \frac{\partial}{\partial t} \cdot) \left[\rho_0(\vec{r}) \nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho_0(\vec{r})} \nabla p(\vec{r},t) \right) \right] = \frac{1}{c_0(\vec{r})^2} \frac{\partial^2 p(\vec{r},t)}{\partial t^2} \tag{4}$$

[7]Dans ce cas, le milieu réagit à une sollicitation avec un effet de *« traînage »*. Ainsi, une variation de pression en échelon unité $[p(\vec{r},t) = p_0(\vec{r})\Gamma(t)]$ engendre une variation de densité $\rho(r,t) = (p_0(\vec{r})/c_0(\vec{r})^2)(1 - e^{-t/\tau(\vec{r})})\Gamma(t)$.

Par la suite, Kirchhoff introduira une formulation plus poussée de l'absorption ultrasonore dans un fluide visqueux connue sous le nom d'*absorption classique du son* [30]. On aboutit à la même équation faisant cette fois intervenir un temps de relaxation $\tau = \tau_s + \tau_\kappa$, prenant en compte à la fois les phénomènes d'absorption liés à la conductivité thermique et ceux liés à la viscosité de cisaillement. D'autres phénomènes d'absorption ont été par la suite pris en compte pour rendre compte du comportement du son dans certains fluides (mouvement interne des molécules, processus chimiques,...). Il convient toutefois de noter que tous ces phénomènes sont de type relaxationnel et peuvent être englobés dans un temps de relaxation global, somme de chacun des temps de relaxation caractéristiques d'un phénomène d'absorption [31], [32].

Ainsi, l'équation (4) prenant en compte la dissipation contient une dérivée temporelle d'ordre 1. Elle n'est plus invariante par renversement du temps et la dissipation est donc source de dégradation de la focalisation par retournement temporel. Comment peut-elle se manifester lors d'une expérience de retournement temporel à travers le crâne ?

2.1.3.2. Interprétation physique

Intuitivement, on comprend bien que la partie du front divergent initial ayant traversée une zone fortement absorbante du crâne subira cette même absorption lors du trajet retour. La *scène retour* n'est donc plus équivalente à la chronologie inverse de la *scène aller* [8]. Il s'ensuit alors une dégradation de la tache focale obtenue par retournement temporel [Figure 5].

Cette dégradation de la tache focale obtenue par retournement temporel peut être illustrée sur un exemple simple. On ne s'intéressera ici qu'à l'influence de la dissipation sur la focalisation en négligeant les aberrations de phase introduites par les hétérogénéités de vitesse du son : la Figure 5 présente schématiquement une expérience de retournement temporel en milieu homogène, puis à travers un crâne dont l'absorption est très importante dans la zone correspondant aux bords de l'ouverture du réseau (zones sombres) et quasi nulle dans la zone centrale de l'ouverture du réseau. Dans le cadre de l'expérience de retournement temporel en milieu homogène non dissipatif, l'ouverture globale D du réseau participe à la focalisation au point initial r_0. Dans ce cas, la largeur δ de la tache focale à – 6 dB est reliée à l'ouverture D du réseau et la distance focale F par la relation :

$$\delta \approx \frac{\lambda F}{D} \tag{5}$$

[8] Pour cela, il faudrait que le milieu se transforme en un milieu *à gain* lors du trajet retour.

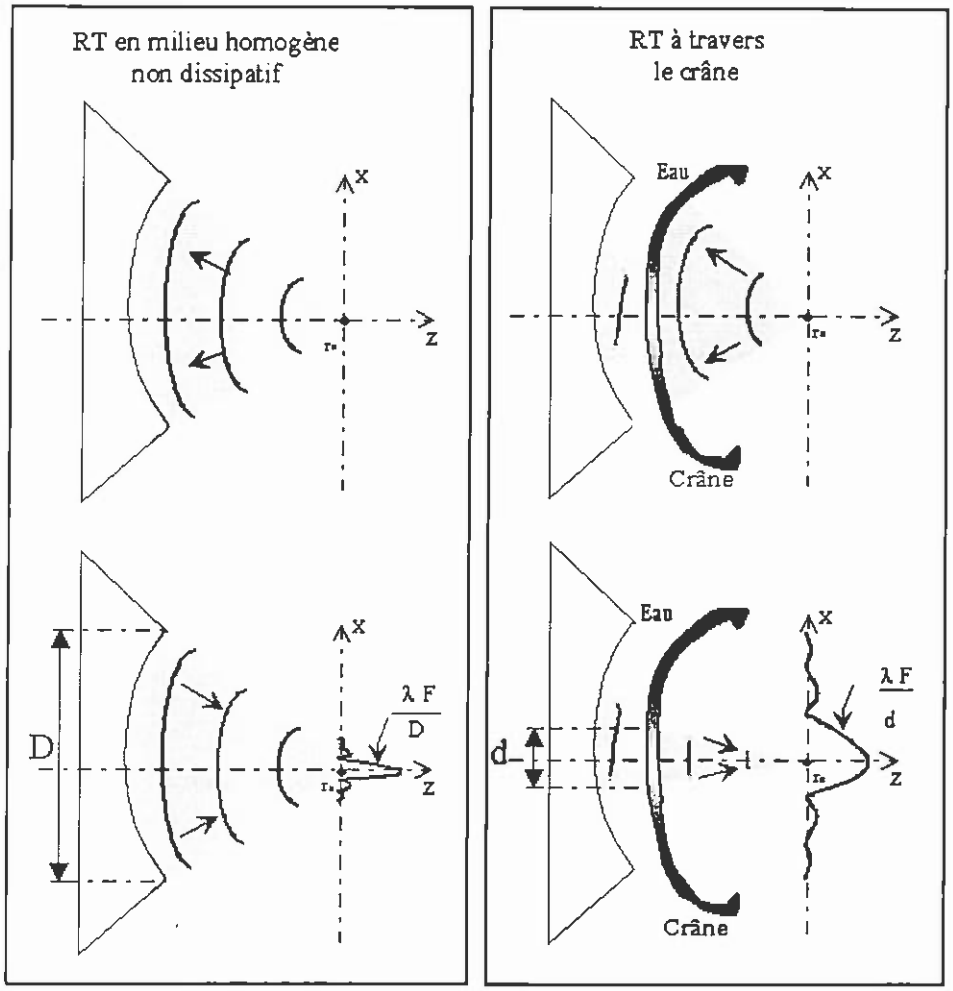


Figure 5. Exemple d'influence possible de la dissipation sur la qualité de focalisation obtenue par retournement temporel à travers le crâne.

Par contre, lorsque le crâne est situé entre le réseau et la source initiale, la portion de l'onde ayant traversée la zone la moins dissipative de l'os sera reçue sur le réseau avec une amplitude plus importante que celles correspondant aux bords du réseau. Le front d'onde réémis après retournement temporel subit une deuxième fois la dissipation et finalement, seule une portion d de l'ouverture du réseau participe activement aux interférences constructives donnant naissance à la tache focale en r_0. L'ouverture effective est plus petite à cause de l'absorption. Ceci entraîne un élargissement de la tache focale puisqu'on a maintenant $\delta \approx \lambda F / d$, avec $d<<D$. On peut noter qu'un tel effet d'élargissement du front d'onde a bien été constaté dans certaines configurations expérimentales [Rappel : Figure 4].

2.1.4. Correction des aberrations d'amplitude introduites par la dissipation

Pour compenser la dissipation subie pendant la propagation *aller*, on comprend intuitivement que le milieu absorbant lors de la propagation aller devrait être transformé en milieu amplificateur lors de la propagation inverse. Un artifice peut permettre dans certains cas de simuler l'effet d'un tel milieu à gain en combinant au procédé de retournement temporel un algorithme simple de compensation d'amplitude des signaux.

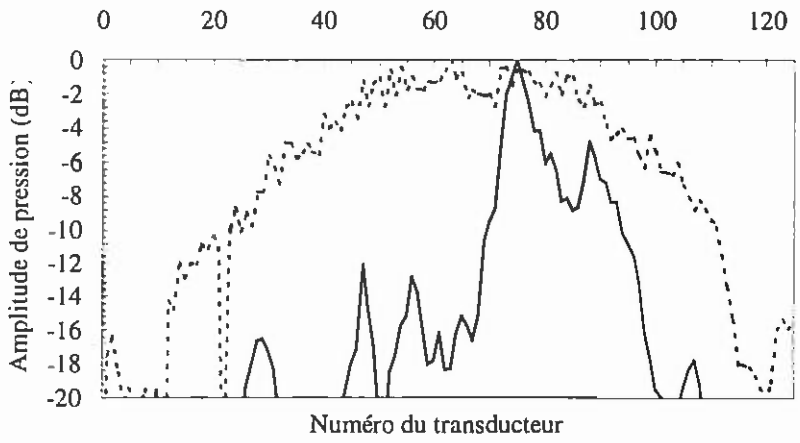


Figure 6. Modulation d'amplitude des fronts d'onde reçus sur le miroir à retournement temporel en milieu homogène (ligne pointillée) et à travers le crâne (ligne pleine). Les fronts d'ondes correspondants ont été présentés en Figure 3(a) et (b).

L'influence de la dissipation introduite par l'os sur la modulation d'amplitude du front d'onde reçu sur le réseau est illustrée par la Figure 6. Elle représente l'amplitude maximale de pression reçue sur chaque transducteur du réseau après propagation du signal acoustique dans l'eau ou à travers le crâne. La modulation d'amplitude du front d'onde dans le cas homogène est représentative de la directivité de la source. Dans le cas du crâne on peut constater que les variations d'amplitude de pression reçue sur chaque élément sont importantes. En particulier, une zone constituée d'une dizaine de transducteurs consécutifs [transducteurs 72 à 80, Figure 6] reçoit beaucoup plus d'énergie que les éléments adjacents.

Considérons que le crâne peut être modélisé par un écran fin absorbant et déphasant collé contre le réseau de transducteurs. Ce type d'approximation est souvent introduit dans la littérature sous le nom d'*approximation de lentilles minces* [33], [34], [35], [36] et nous généralisons ici cette notion à un écran de phase et d'amplitude. Considérons de plus que, dans la bande passante des transducteurs, l'absorption et les retards introduits par cet écran soient indépendants de la fréquence. Moyennant ces hypothèses, la forme temporelle du signal ultrasonore reçu sur chaque élément du réseau n'est pas modifiée par la traversée de l'os. Dans ces conditions, les signaux $s_i(t)$ reçus sur chaque transducteur i après propagation à travers le crâne correspondent aux signaux $s_i^h(t)$ qui seraient reçus sur le réseau en milieu homogène, mais décalés d'un temps τ_i et multipliés par un facteur a_i traduisant l'absorption dans le crâne :

$$s_i(t) = \left[a_i \, \delta(t - \tau_i) \right] \otimes s_i^h(t) \tag{6}$$

$$s_i(t) = a_i \; s_i^h(t - \tau_i) \tag{7}$$

Une comparaison qualitative des signaux reçus en milieu homogène [Figure 3(a)] et à travers le crâne [Figure 3(b)] montre que ces hypothèses sont en grande partie justifiées. En particulier, on n'observe pas de répliques du front d'onde et les réflexions multiples à l'intérieur du crâne peuvent donc être négligées.

Toutefois, on considère dans ce cas que l'absorption a_i et les décalages de phase τ_i sont identiques pour toutes les composantes fréquentielles du signal $s_i^h(t)$. En d'autres termes, on prend seulement en compte la dépendance spatiale de l'absorption et des hétérogénéités de vitesse du son induites par le crâne, tout en négligeant leur dépendance fréquentielle. Sans cette hypothèse forte, il conviendrait de compenser l'absorption et les décalages de phase à chaque fréquence : ceci reviendrait alors à réaliser une déconvolution dans le domaine temporel et cette méthode nécessiterait ma résolution de problèmes d'instabilité numérique rencontrés dans tout problème inverse.

Nous allons voir maintenant comment cette hypothèse d'indépendance vis à vis de la fréquence peut être justifiée dans la bande passante des transducteurs du réseau. Les hypothèses introduites se traduisent par l'équation (7). Si ces hypothèses introduites sont justifiées, cette équation est valide et peut être réécrite dans l'espace de Fourier :

$$\mathbf{S}_i(f) = a_i \mathbf{S}_i^h(f) . e^{j2\pi f \tau_i} \tag{8}$$

où $\mathbf{S}_i(f)$ et $\mathbf{S}_i^h(f)$ sont les transformées de Fourier respectives de $s_i(t)$ et $s_i^h(t)$.

Dans ce cas, on remarque que la phase $\phi_i(f)$ de la transformée de Fourier $\mathbf{S}_i(f)$ dépend linéairement de la fréquence en comparaison avec la phase $\phi_i^h(f)$ de la transformée de Fourier $\mathbf{S}_i^h(f)$ obtenue en milieu homogène :

$$\Delta\phi_i(f) = \phi_i(f) - \phi_i^h(f) = 2\pi f \; \tau_i \tag{9}$$

Cet écart de phase entre les composantes fréquentielles du signal reçu à travers le crâne et celles du signal de référence acquis dans l'eau a été mesuré expérimentalement sur chaque transducteur i dans la bande passante du réseau. La Figure 7 présente cet écart de phase $\Delta\phi_i(f)$ pour deux transducteurs l'un correspondant à une zone très absorbante du crâne (i=30), l'autre à une zone faiblement absorbante (i=77). On peut constater que ces mesures expérimentales suivent une loi quasi-linéaire.

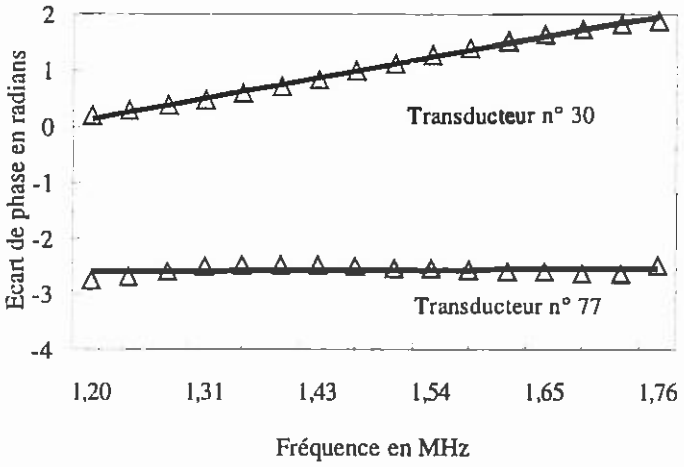


Figure 7. Ecart de phase $\Delta\phi_i(f)$ entre les composantes fréquentielles du signal $s_i(t)$ reçu sur le transducteur n° i après propagation à travers le crâne et celles du signal de référence $s_i^h(t)$ reçu sur le même transducteur après propagation dans l'eau. Les données expérimentales sont présentées pour deux transducteurs (i=30 et i=77) et l'interpolation linéaire correspondante est présentée en ligne pleine. Ces valeurs sont représentées en radians sur une étendue de 2π.

La déviation de cette loi de phase expérimentale par rapport à son interpolation linéaire, moyennée sur l'ensemble des transducteurs, reste très faible (~0.118 radians ou encore ~T/53, 1/T étant la fréquence centrale des transducteurs). De même, le rapport a_i entre l'amplitude de chaque composante fréquentielle de $\mathbf{S}_i(f)$ et celles de $\mathbf{S}_i^h(f)$ a été mesuré expérimentalement sur chaque transducteur i dans la bande passante du réseau. La Figure 8 présente ce rapport d'amplitude $a_i(f)$ pour deux transducteurs l'un correspondant à une zone très absorbante du crâne ($i=30$), l'autre à une zone faiblement absorbante ($i=77$). On peut constater que le facteur a_i décroit lentement lorsque la fréquence augmente, mais cette décroissance reste faible dans la bande passante utilisée par les transducteurs.

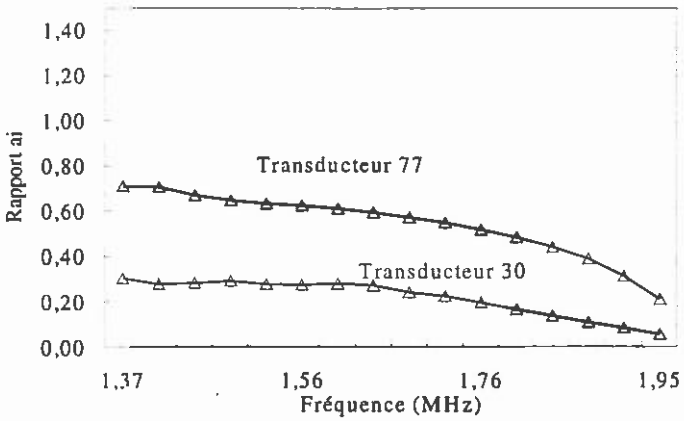


Figure 8. Rapport d'amplitude a_i entre les composantes fréquentielles du signal $s_i(t)$ reçu sur le transducteur n° i après propagation à travers le crâne et celles du signal de référence $s_i^h(t)$ reçu sur le même transducteur après propagation dans l'eau. Les données expérimentales sont présentées pour deux transducteurs (i=30 et i=77).

On peut donc considérer que les signaux reçus sur le réseau après propagation à travers le crâne ont une forme temporelle identique à ceux obtenus dans les mêmes conditions en milieu homogène. Le crâne se comporte donc comme un simple écran de phase et d'amplitude dont les paramètres sont indépendants de la fréquence (au moins dans la bande passante des transducteurs utilisés).

Cette hypothèse étant maintenant justifiée, comment peut-on corriger les aberrations (a_i, τ_i) induites par le crâne sur chaque transducteur n° i ? La loi de retard aberratrice introduite par l'écran est automatiquement compensée par le retournement temporel des signaux $s_i(t)$, qui agit comme un correcteur naturel des aberrations de phase. Ensuite, on peut prendre en compte l'atténuation en inversant la modulation d'amplitude du front d'onde reçu sur le réseau. Pour ce faire, il faut quantifier ce facteur de dissipation a_i sur chaque élément du réseau. A cette fin, on compare la modulation d'amplitude du front d'onde reçu après propagation à travers le crâne à celle du front d'onde de référence obtenu dans les mêmes conditions en milieu homogène. Ce facteur a_i, rapport d'amplitude des deux paquets d'ondes[9], est ainsi facilement déduit de l'équation (7) :

$$a_i = \frac{\max_t \left\{ \left| s_i(t) \right| \right\}}{\max_t \left\{ \left| s_i^{\,h}(t) \right| \right\}} \tag{10}$$

Ce paramètre a_i est estimé pour chaque élément du réseau et présenté en Figure 9. Cette loi a_i caractéristique de la dissipation dans l'os est utilisée pour inverser la modulation spatiale du front d'onde et on déduit donc après retournement temporel et correction d'amplitude un nouvel ensemble de signaux $s_i^c(t)$ corrigés à réémettre par le réseau :

$$s_i^c(t) = \overbrace{\frac{1}{a_i^{\,2}}}^{\text{correction d'amplitude}} \cdot \underbrace{s_i(T-t)}_{\text{retournement temporel}} = \frac{1}{a_i}\, s_i^h(T-\tau_i-t) \tag{11}$$

où la constante temporelle T, traduisant le temps de latence entre la phase de réception et la phase de réémission du processus de retournement temporel, est introduite pour assurer la causalité. Cependant, lorsque le signal reçu sur le transducteur i est très faible et noyé dans le bruit, a_i est très faible et le terme $1/a_i^2$ introduit lors de l'inversion devient très important. L'inversion d'amplitude a alors tendance à rehausser de manière excessive le bruit. On soulève ici la difficulté majeure liée à tout problème inverse : Il faut toujours introduire une étape dite de régulation avant de réaliser l'inversion

[9] Un autre choix possible pour a_i correspond à $\frac{\left|S_i(f=f_0)\right|}{\left|S_i^h(f=f_0)\right|}$, où f_0 est la fréquence centrale des transducteurs du réseau.

du problème [37]. Cette étape consiste à éliminer les données trop sensibles au bruit. Dans notre cas, on mesure l'amplitude maximale reçue au cours du temps par chaque transducteur. Un seuil est fixé empiriquement à –20 dB en dessous de l'amplitude maximale reçue sur la voie la plus forte. Les voies recevant un signal dont l'amplitude maximale est inférieure à ce seuil sont supprimées lors de l'inversion. Elles correspondent aux zones grisées sur la Figure 9.

Les voies conservées lors de l'inversion sont multipliées par le terme correctif de l'équation (11) et la Figure 10 présente ce front d'onde corrigé $s_i^c(t)$, déduit de l'ensemble de signaux $s_i(t)$ [présentés en mode *B-Scan* en Figure 3(b)].

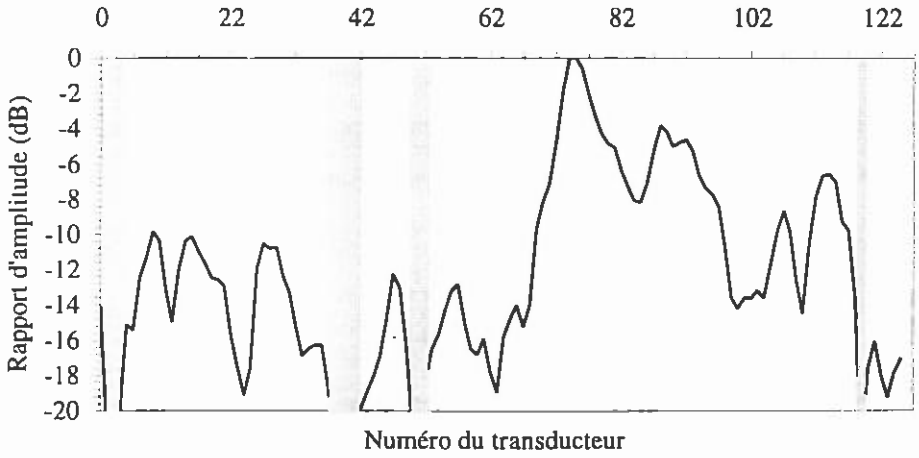


Figure 9. Rapport a_i entre la modulation d'amplitude du front d'onde reçu à travers le crâne et celle du front d'onde obtenu dans l'eau (présentées en Figure 6). Les zones grisées correspondent aux transducteurs recevant un signal trop faible pour être utilisé lors de l'inversion introduite par la correction d'amplitude.

Réémettons ces signaux corrigés sur chaque transducteur du réseau. Comme l'aberrateur est collé contre le réseau, le signal réémis par chaque transducteur *i* est immédiatement modifié et devient le signal retour après propagation à travers le crâne $s_i^r(t)$:

$$s_i^r(t) = [a_i\,\delta(t-\tau_i)] \otimes s_i^c(t) = [a_i\,\delta(t-\tau_i)] \otimes \frac{1}{a_i} s_i^h(T-t-\tau_i) \qquad (12)$$

$$= s_i^h(T-t)$$

Ce signal $s_i^r(t)$ correspond à un front d'onde parfaitement sphérique (plus d'aberrations de phase) dont la modulation d'amplitude correspond à celle obtenue lors d'une expérience conduite dans l'eau (plus d'aberrations d'amplitude). Le front d'onde convergent ainsi recréé par les éléments du réseau se propage après traversée du crâne en milieu homogène et on se retrouve dans le cas d'une expérience de retournement temporel en milieu non dissipatif. Dès lors, conformément à l'invariance par renversement du temps de l'équation d'onde en milieu non dissipatif, ce front d'onde converge de

manière optimale vers la position de la source initiale. Ainsi, l'application du principe du retournement temporel permet de corriger les décalages temporels introduits par le passage à travers l'os, alors que la compensation d'amplitude permet de corriger les aberrations d'amplitude introduites par l'absorption au passage du crâne.

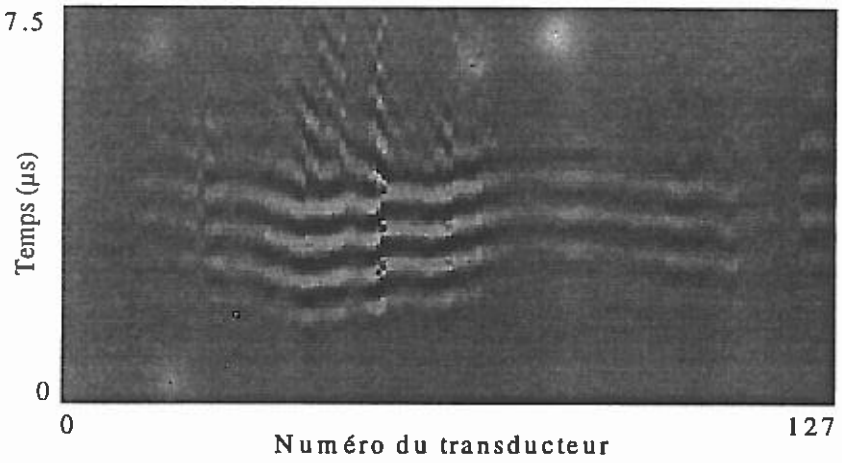


Figure 10. Front d'onde présenté en Figure 3(b) après correction d'amplitude.

Qu'en est-il de l'expérience ? Lorsqu'on émet le retourné temporel du front d'onde corrigé [Figure 10], on obtient dans le plan focal la courbe de directivité de la Figure 11 (ligne pleine noire). Comparée à la focalisation obtenue par simple retournement temporel (ligne pointillée), on constate que la compensation d'amplitude (*C. A.*) améliore énormément la qualité de focalisation à travers le crâne. Ainsi, la résolution spatiale à –6 dB est équivalente à la résolution optimale obtenue dans l'eau (ligne pleine grisée) et les premiers lobes secondaires apparaissent uniquement à partir de –15 dB.

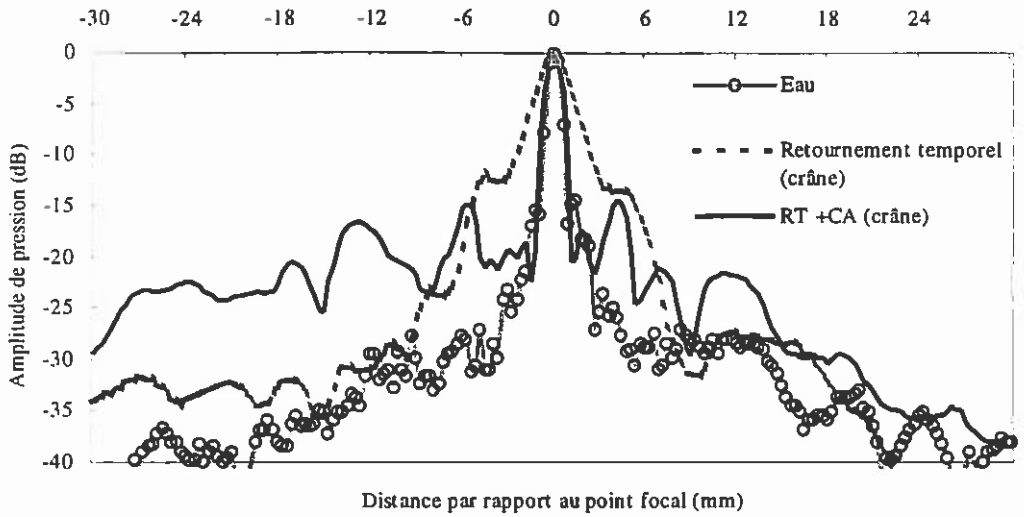


Figure 11. Focalisation en milieu homogène servant de référence (ligne grisée), focalisation transcrânienne par retournement temporel (ligne pointillée), focalisation transcrânienne par retournement temporel avec compensation d'amplitude (ligne pleine).

En particulier, le signal reçu au point focal (*en x = 0 mm*) correspond à la somme de la contribution de chaque transducteur du réseau. A cet égard, la Figure 12 représente le signal reçu au point focal lorsque chaque transducteur du réseau émet séparément sa contribution. La Figure 12(a) correspond à la technique de focalisation classique sans correction (chaque transducteur i émet alors le signal $s_i^h(T-t)$). On constate dans ce cas que les signaux n'arrivent pas tous en même temps au point focal. Ils n'interfèreront donc pas de manière optimale, ce qui explique les piètres résultats de la focalisation classique. On peut de plus constater que l'amplitude des contributions varie fortement d'un transducteur à l'autre.

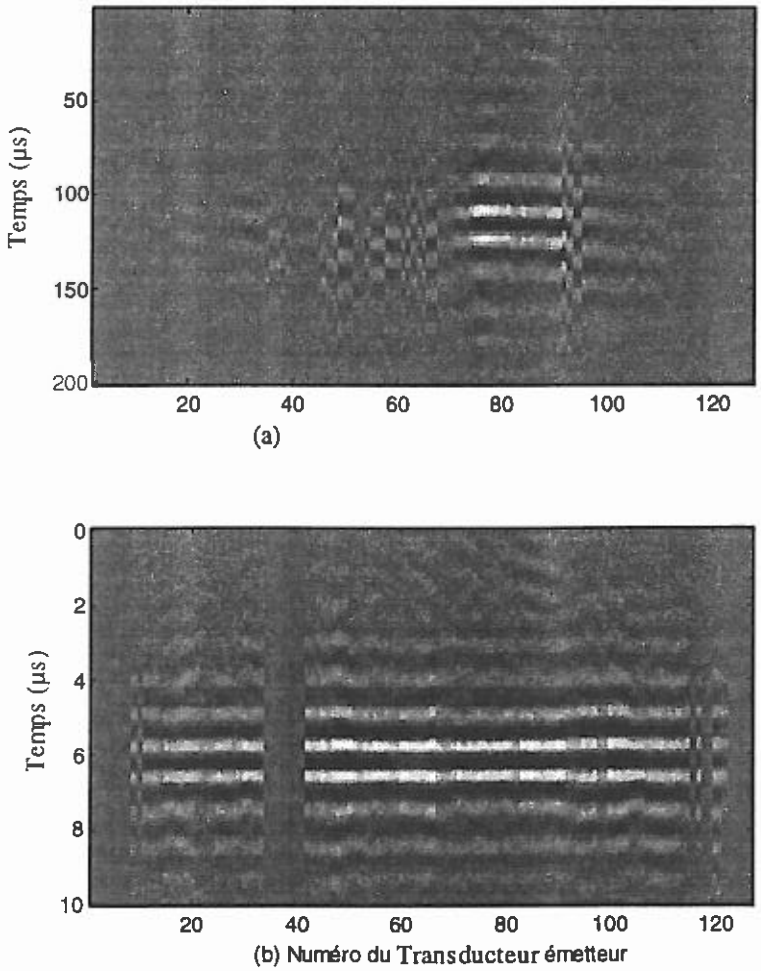


Figure 12. Signaux reçus au point focal lorsque chaque transducteur du réseau émet séparément. La figure (a) correspond à la focalisation de type classique, la figure (b) correspond à la focalisation par retournement temporel et correction d'amplitude.

La Figure 12(b), quant à elle, correspond à la focalisation par retournement temporel et correction d'amplitude (chaque transducteur i émet dans ce cas le signal $s_i^c(t)$ défini par l'équation (11)). On peut constater dans ce cas que les signaux émis par chaque transducteur arrivent en même

temps au point focal et interfèrent donc de manière optimale. On peut ainsi vérifier que le retournement temporel a permis de corriger les décalages temporels introduits par le crâne. De plus, les contributions individuelles des transducteurs sont à présent assez homogènes (hormis bien sûr celle des voies qui ont été supprimées lors de la correction d'amplitude), ce qui atteste de la validité de la correction d'amplitude proposée.

2.1.5. Optimisation de la compensation d'amplitude par un algorithme de repropagation numérique du champ ultrasonore

La compensation d'amplitude présentée au 2.1.4 est optimale uniquement lorsque l'écran aberrateur est localisé au voisinage du réseau de transducteurs. En effet, lorsque le crâne n'est plus collé contre le réseau (ce qui sera souvent le cas, afin d'éviter les phénomènes d'échauffement de la peau au contact des transducteurs), la modulation d'amplitude du front d'onde reçu sur le réseau est due à deux phénomènes différents :

- Tout d'abord, l'absorption induite lors de la traversée du crâne, qui est un phénomène *irréversible*, et devra donc être corrigée lors d'une expérience de renversement du temps.

- Puis, la propagation dans l'eau entre la surface externe du crâne et le réseau de transducteurs qui induit aussi une modulation d'amplitude avant la réception sur le réseau. Ce phénomène de diffraction est régi par l'équation des ondes en milieu non dissipatif et est donc *réversible*. Cette modulation d'amplitude du front d'onde ne doit donc pas être pris en compte lors de la correction d'amplitude, puisqu'elle est automatiquement compensé par l'opération de retournement temporel.

Ainsi, pour corriger uniquement la dissipation introduite par l'os, la compensation d'amplitude devrait s'appliquer au front d'onde immédiatement après sa traversée du crâne, avant que l'effet de la diffraction n'agisse. Ainsi, pour pouvoir discriminer ces deux phénomènes, il faut, à partir du front d'onde reçu sur le réseau, être capable d'en déduire sa modulation d'amplitude juste à la sortie du crâne. Pour ce faire, il faut donc recréer par simulation le contexte expérimental et repropager, dans l'ordinateur, le champ reçu sur la barette de transducteurs jusqu'à la surface externe du crâne. Ceci est réalisable de manière simple car le milieu de propagation entre le crâne et le réseau de transducteurs est homogène : on peut donc introduire une étape de repropagation numérique des signaux reçus par le réseau vers un ensemble de points modélisant au mieux la sortie du crâne. Cette étape numérique de repropagation a été pour la première fois introduite par C. Dorme et M. Fink [38]. Cette repropagation numérique permet, à partir des données reçues sur le réseau réel, de simuler un *réseau virtuel* collé contre l'écran aberrateur. On est alors ramené au cas décrit dans le paragraphe précédent. Afin d'approcher au mieux notre configuration expérimentale, la repropagation numérique est réalisée sur un ensemble de 200 points espacés de 0,5 mm, formant un arc de cercle concentrique à notre réseau et

situé à 40 mm de ce dernier [Figure 1]. En modélisant le crâne par un arc de cercle, nous réalisons ici une approximation assez grossière qui donne cependant de bons résultats comme nous allons le constater.

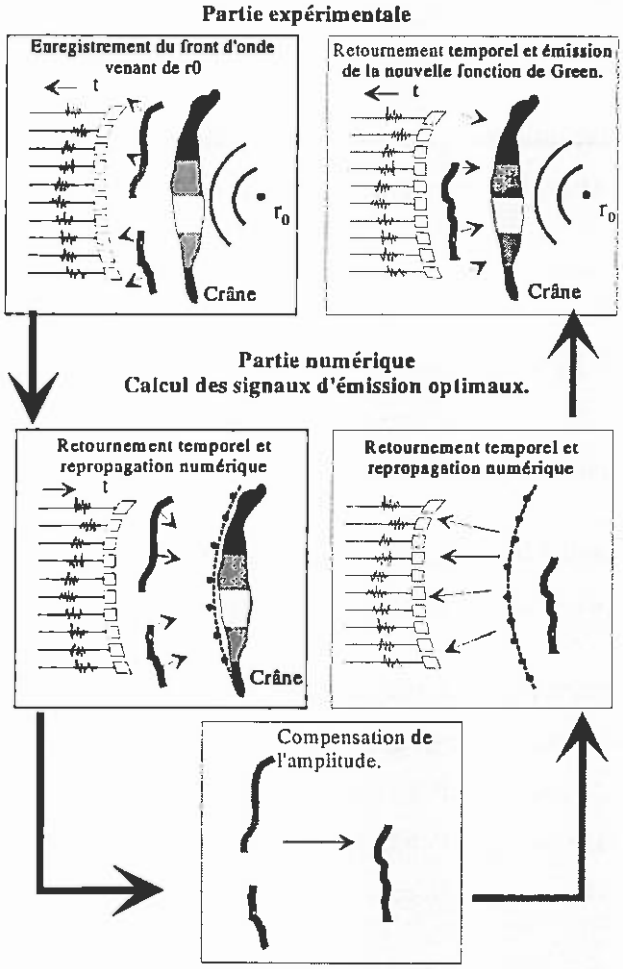


Figure 13. Construction de l'ensemble des signaux permettant d'obtenir une focalisation optimale au point r_0 à partir de la connaissance de la fonction de Green associée à ce point.

Dès lors, le procédé de focalisation par retournement temporel en milieu absorbant se décompose en cinq étapes [Figure 13].

- La première étape expérimentale du procédé de focalisation par retournement temporel reste inchangée : le réseau de transducteurs acquiert le signal provenant d'une source émettrice présente au point focal désiré.

- Une étape numérique de repropagation est ensuite réalisée dans l'ordinateur : le signal acquis expérimentalement sur chaque transducteur est retourné temporellement puis repropagé numériquement vers l'ensemble de points modélisant la surface du crâne. Cette repropagation peut être facilement implémentée en utilisant l'ensemble des fonctions de Green associant un transducteur du réseau à un point de la surface du crâne. On obtient ainsi l'ensemble des signaux

qui auraient été reçus sur un réseau « virtuel » de transducteurs (modélisés par l'ensemble de points) collé contre la surface du crâne.

- Ce nouvel ensemble de signaux est comparé à un ensemble de signaux de référence calculés par la même procédure dans l'eau en l'absence de crâne. On est alors ramené au cas défini au paragraphe précédent : la modulation d'amplitude des signaux reçus sur ce *réseau virtuel* n'est due qu'à la dissipation à travers le crâne. On réalise alors la compensation d'amplitude décrite par les équations (10) et (11).

- Cet ensemble de signaux corrigés est retourné temporellement puis repropagé numériquement de chaque point du réseau virtuel à tous les transducteurs du réseau réel. On obtient ainsi un ensemble de signaux « corrigés » provenant de la source acoustique initiale : il correspond à un front d'onde qui se serait propagé à travers un crâne amplificateur plutôt que dissipateur et aurait ensuite subi la diffraction entre le crâne et le réseau [Figure 14].

- La dernière étape est expérimentale : une fois retourné temporellement, cet ensemble de signaux calculés dans l'ordinateur peut maintenant être réémis par le réseau de transducteurs.

En ayant réussi à discriminer l'influence de la dissipation de celle de la diffraction sur la modulation d'amplitude spatiale du champ ultrasonore acquis expérimentalement, on a ainsi construit à partir de ces données un nouvel ensemble de 128 signaux adaptés pour focaliser à la position de la source initiale. Cet ensemble de signaux est présenté sur la Figure 14.

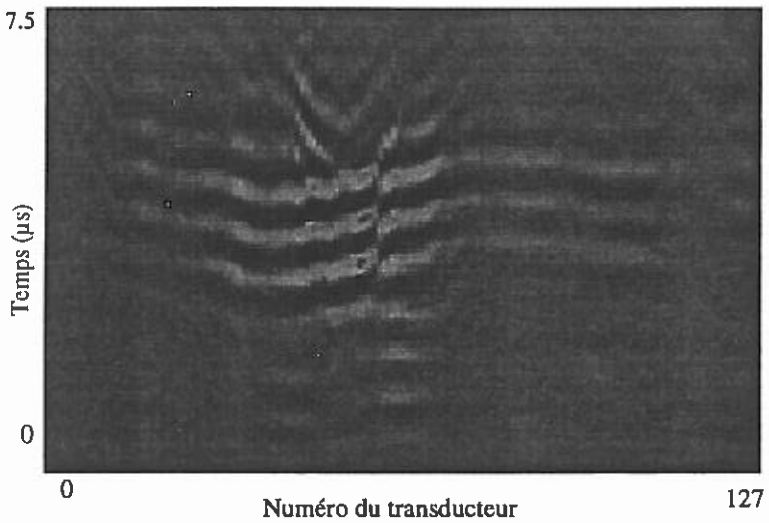


Figure 14. Front d'onde corrigé en utilisant à la fois l'algorithme de repropagation et la compensation d'amplitude.

La modulation d'amplitude de ce front d'onde est légèrement différente de celle du front d'onde corrigé sans repropagation numérique [Figure 10]. Une comparaison des diagrammes de focalisation

obtenus en réalisant la compensation d'amplitude au niveau du réseau de transducteurs ou après repropagation numérique jusqu'à la surface du crâne peut être faite; elle est présentée sur la Figure 15. La focalisation est maintenant optimale jusqu'à plus de –20 dB (ligne pleine) et le niveau des lobes secondaires a fortement diminué.

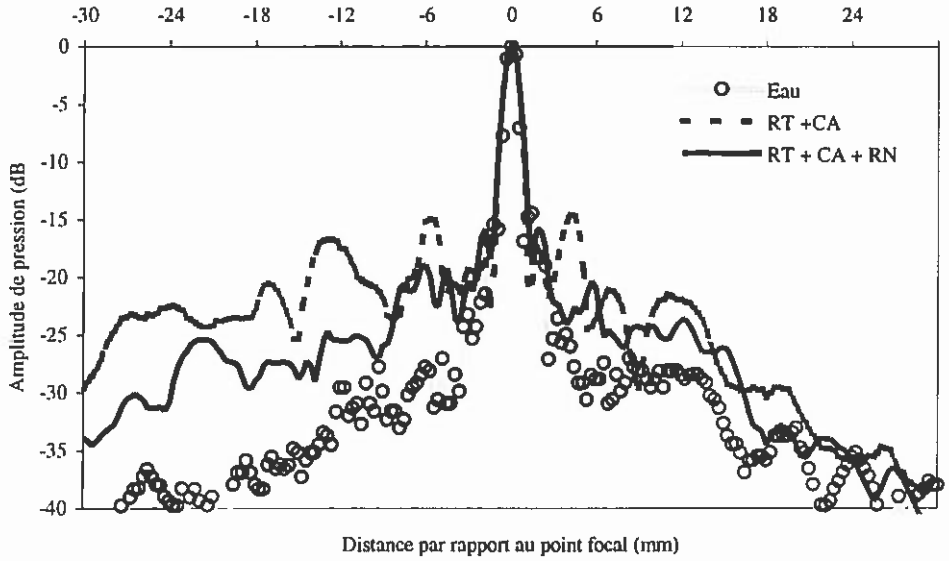


Figure 15. Courbe de focalisation obtenue par retournement temporel et compensation d'amplitude sans (ligne pointillée) et avec (ligne pleine noire) repropagation numérique. La qualité de focalisation optimale du réseau (obtenue dans l'eau) est présentée en ligne pleine grisée.

On pourra ici noter que la qualité de focalisation obtenue est excellente, bien qu'on ait totalement négligé les variations spatiales du crâne suivant l'axe vertical *(O, z)*. Le champ ultrasonore émis par le réseau de transducteurs ou reçu par ce dernier traverse pourtant le crâne sur une hauteur d'environ 20 mm et l'influence du crâne est donc moyennée sur cette hauteur. La longueur de corrélation du crâne suivant cet axe est cependant suffisamment grande pour que ce sous-échantillonnage spatial du champ ultrasonore par le réseau suivant l'axe *(O, Z)* ne soit pas préjudiciable, comme l'attestent les résultats expérimentaux.

2.1.6. Influence de la distance réseau-crâne sur la focalisation

On souhaite maintenant savoir dans quelle mesure la repropagation numérique améliore la qualité de la compensation d'amplitude et donc de la focalisation. Pour cela, dans la série d'expériences qui suivent, la distance *point focal–réseau* reste égale à 100 mm, alors le crâne est successivement placé à 5 mm, 15 mm puis 40 mm du réseau. Dans ce cas, lorsque la distance *réseau-crâne* augmente, il faut tenir compte de deux effets :

- La diffraction entre le crâne et le réseau modifie de manière plus importante la modulation d'amplitude du front d'onde, l'amélioration apportée par la repropagation numérique devrait donc être de plus en plus significative.

- La zone du crâne traversée par le faisceau ultrasonore devient plus petite et donc la modulation d'amplitude introduite par le crâne sur le réseau de transducteurs devient plus lente. La compensation d'amplitude perd alors une partie de son intérêt. De plus, la repropagation par calcul numérique du champ ultrasonore devient moins précise.

Le tableau récapitulatif suivant présente les qualités de focalisation obtenues par les différentes méthodes (retournement temporel seul, retournement temporel et compensation d'amplitude, retournement temporel et compensation d'amplitude après repropagation numérique) pour ces trois distances *réseau-crâne*. Dans chaque cas, on précise la résolution latérale Δr à – 6dB, le niveau des lobes secondaires et le niveau de bruit de fond.

	d = 5 mm			d = 15 mm			d = 40 mm		
	RT	RT+CA	RT+CA +RN	RT	RT+CA	RT+CA +RN	RT	RT+CA	RT+CA +RN
résolution latérale Δr(mm)	3.8	1.8	1.8	3.8	1.9	1.7	3.6	2.1	1.8
Niveau de lobes (dB)	-10	-19	-19	-10	-16	-20	-12	-15	-20
Niveau de bruit (dB)	-30	-28	-28	-32	-28	-35	-33	-30	-35

Tableau 1. Comparaison des différentes méthodes de focalisation pour une distance réseau-crâne variable. Dans tous les cas, la distance point focal-réseau vaut 100 mm.

Lorsque le crâne est situé à 5 mm du réseau de transducteurs, la technique de repropagation ne présente pas d'intérêt, compte tenu de la faible distance entre le réseau et le crâne (*d* est alors égal à 5 longueurs d'onde). Par contre, la compensation d'amplitude est primordiale puisque dans ce cas la surface de crâne « observée » par le réseau est maximale et de ce fait la modulation d'amplitude introduite par la dissipation dans l'os est alors la plus importante : c'est la situation la plus défavorable pour le retournement temporel non corrigé. Lorsque le crâne est situé à 15 mm et 40 mm du réseau, la correction d'amplitude avec repropagation donne les meilleurs résultats. En effet, bien que la correction d'amplitude permette à elle seule d'affiner la tache focale par rapport au retournement temporel classique, elle ne permet pas d'obtenir la résolution optimale et le niveau de lobes reste important. Au contraire la repropagation numérique dans ces deux cas redonne une bonne résolution

latérale ainsi qu'un niveau de lobes assez faible. Le niveau des lobes est ainsi abaissé de plus de 10 dB par endroits par rapport à la correction d'amplitude seule [Figure 15].

Ainsi, pour des distances intermédiaires entre la sonde et le crâne, la méthode de correction d'amplitude avec repropagation sur la surface du crâne est très efficace. Elle offre donc une plus grande souplesse quant au choix de la distance à laquelle on voudra placer *in vivo* le réseau par rapport au crâne.

2.1.7. Simulation numérique

Afin de mieux comprendre les phénomènes mis en jeu lors de la propagation ultrasonore à travers le crâne, nous avons développé un code de simulation par différences finies permettant de modéliser l'équation d'onde acoustique en milieu hétérogène dissipatif. Les particularités de ce code sont présentées en annexe AI. Le code est en particulier capable de modéliser les hétérogénéités spatiales de vitesse du son, de densité, mais aussi d'absorption. Les caractéristiques de la paroi osseuse traversée sont obtenues à partir d'images de scanner X du crâne utilisé préalablement en expérience. Le choix des paramètres acoustiques du milieu sera explicité au paragraphe 2.4. Ce code est ici utilisé pour illustrer, mais aussi interpréter les résultats expérimentaux présentés précédemment.

La Figure 16 présente la première étape d'une expérience de retournement temporel à travers le crâne. Chaque image correspond à la représentation spatiale du champ ultrasonore à un temps donné dans un plan de coupe horizontal. La taille réelle de l'image correspond à un rectangle de 164 x 58 mm. Les hétérogénéités de vitesse du son du crâne sont présentées en niveau de gris, le champ ultrasonore est, quant à lui, présenté en niveau de couleurs. Une source acoustique située à 100 mm d'un réseau linéaire de transducteurs (300 éléments, pas inter-élément de 0.5 mm, fréquence centrale 1 MHz, distance *réseau-crâne* 15 mm) émet à $t = 0\ \mu s$ un signal ultrasonore composé de quelques arches de sinusoïdes à 1 MHz. Le front d'onde sphérique divergent qui en résulte se propage à travers le cerveau jusqu'à la paroi interne du crâne [Figure 16, $t = 30\ \mu s$]. A la sortie du crâne, le front d'onde est enregistré sur le réseau. On peut noter l'importance des aberrations de phase et d'amplitude induites sur le front d'onde par la traversée de la couche osseuse [Figure 16, $t = 36\ \mu s$]. Le code de simulation donne des résultats qualitativement similaires à ceux présentés dans la partie expérimentale [Figure 3(b)].

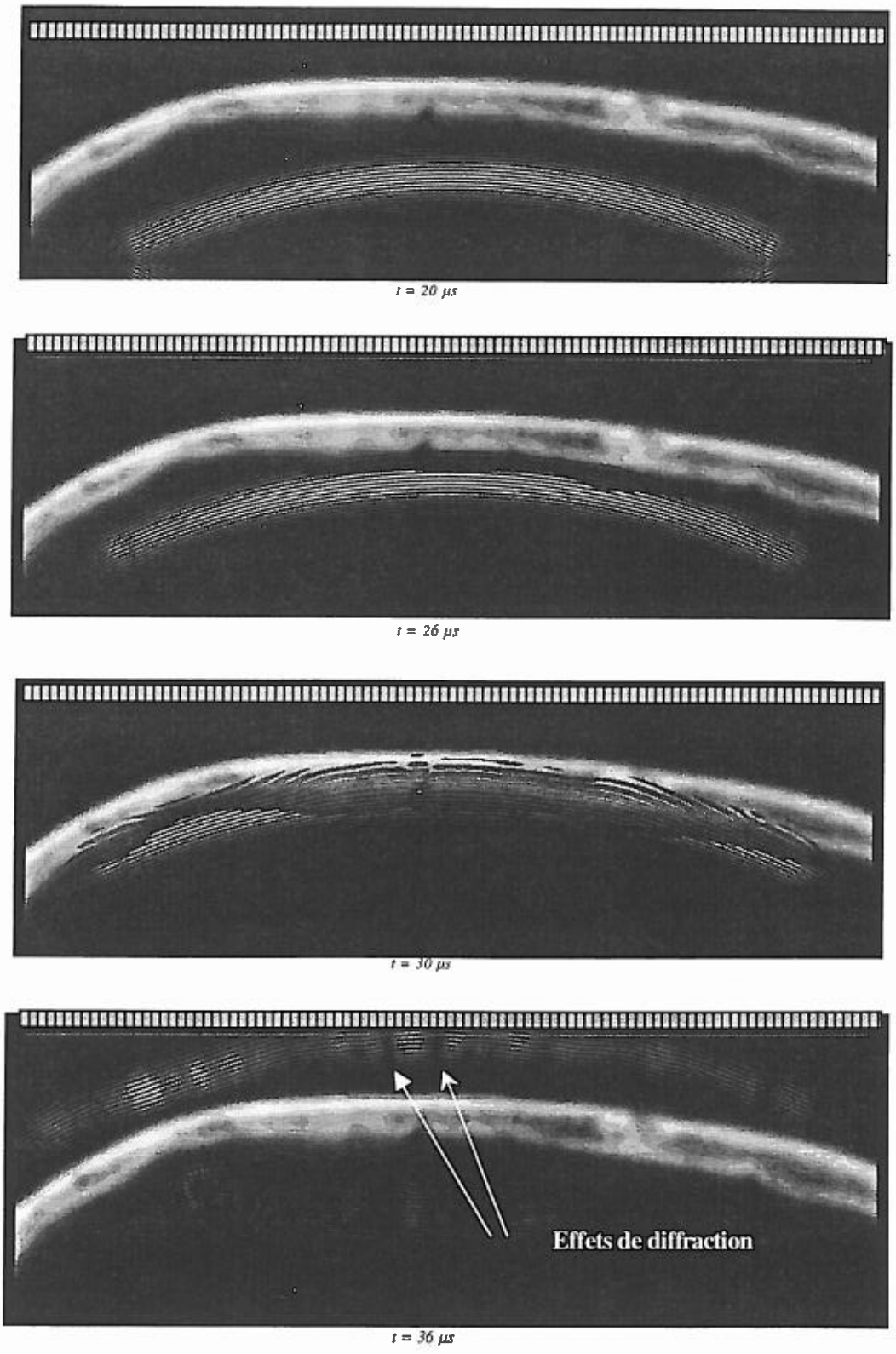
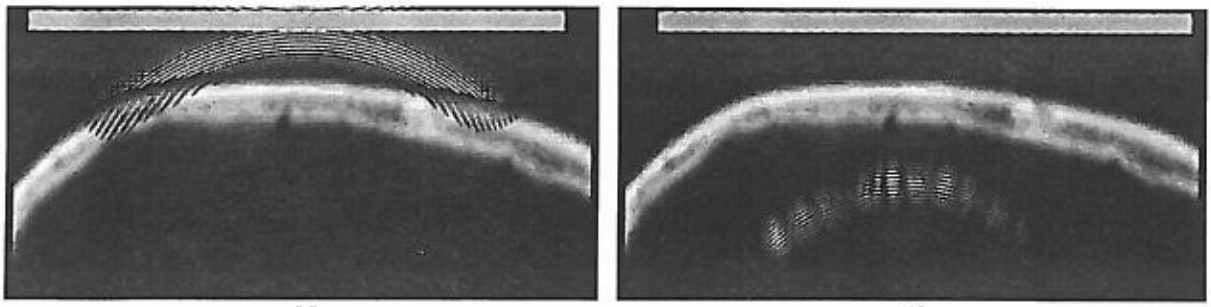


Figure 16. Simulation numérique par différences finies de la propagation d'une onde sphérique à travers le crâne : représentation spatiale du champ ultrasonore redressé à quatre instants différents (échelle linéaire). Le réseau de transducteurs utilisé est situé en haut de l'image (pointillés blancs). La source acoustique initiale est située à 100 mm de ce dernier hors du cadre représenté. Dimension du cadre : 164 x 58 mm.

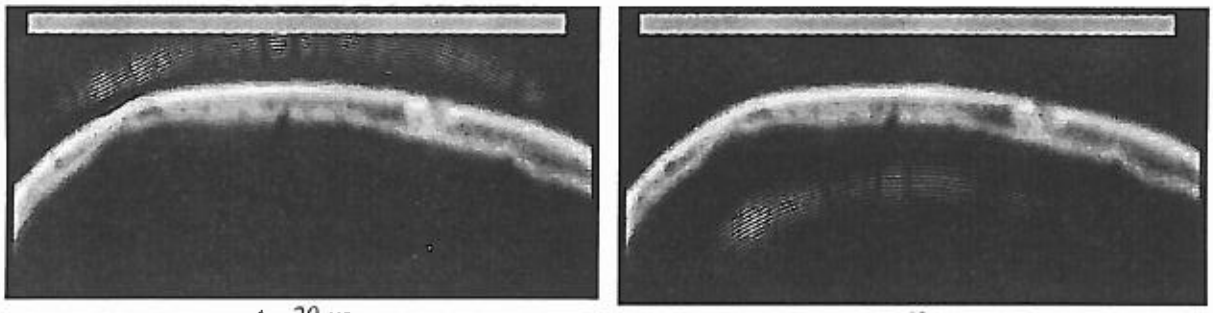
Les signaux reçus sont retournés temporellement puis réémis par le réseau avec ou sans correction d'amplitude [Figure 17 respectivement (b) et (c)]. Il sont comparés au front d'onde obtenu après traversée du crâne lorsque le réseau émet une loi de focalisation classique de type cylindrique [Figure 17(a)]. Dans le cas de la focalisation classique de type cylindrique, on constate une forte aberration de phase et d'amplitude après passage du crâne. Par contre, lors de la focalisation par retournement temporel, on peut constater que les aberrations de phase sont totalement corrigées [Figure 17(b), $t = 40\ \mu s$]. Il subsiste cependant dans ce cas une modulation d'amplitude importante du front d'onde (due à l'absorption) qui entraînera l'apparition de lobes secondaires dans le plan focal [Figure 17(b), $t = 40\ \mu s$].

Lorsqu'on applique une correction d'amplitude, la modulation d'amplitude du front d'onde résultant après traversée de l'os est plus faible [Figure 17(c), $t = 40\ \mu s$]. Il subsiste cependant dans ce cas une très légère aberration de phase introduite par la compensation d'amplitude. En effet, cette correction s'appuie sur l'hypothèse de crâne infiniment fin collé au réseau de transducteurs, hypothèse qui n'est pas vérifiée en réalité. Dans ce cas précis, l'influence de l'absorption sur la modulation d'amplitude du front d'onde n'a pu être complètement séparée de celle due à la diffraction entre le crâne et le réseau. En particulier lors de la phase *aller*, les deux zones présentant peu de signal [Figure 16 ($t = 36\ \mu s$)] ne sont pas dues à une absorption forte dans l'os mais à un effet de diffraction (deux lentilles convergentes) introduit par les hétérogénéités de vitesse du son dans le crâne, hétérogénéités qui localement peuvent devenir importantes. Lors de la correction d'amplitude, le niveau d'émission des voies correspondantes va alors être fortement rehaussé alors qu'il ne devrait pas l'être, puisque cet effet de diffraction est un phénomène réversible automatiquement corrigé par le retournement temporel. Il en résulte lors de la réémission du front d'onde corrigé, l'apparition de deux sources quasi ponctuelles de forte intensité dans les zones correspondantes [Figure 17(c), $t = 20\ \mu s$]. Ces sources vont donner naissance à des ondes parasites qui sont à l'origine des légères aberrations de phase constatées après le passage du crâne [Figure 17(c), $t = 40\ \mu s$].



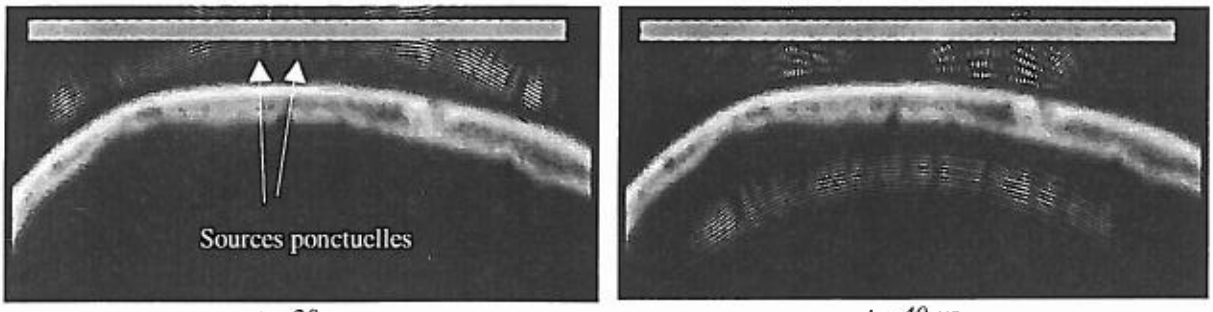
t = 20 µs *t = 40 µs*

(a) Loi de focalisation classique



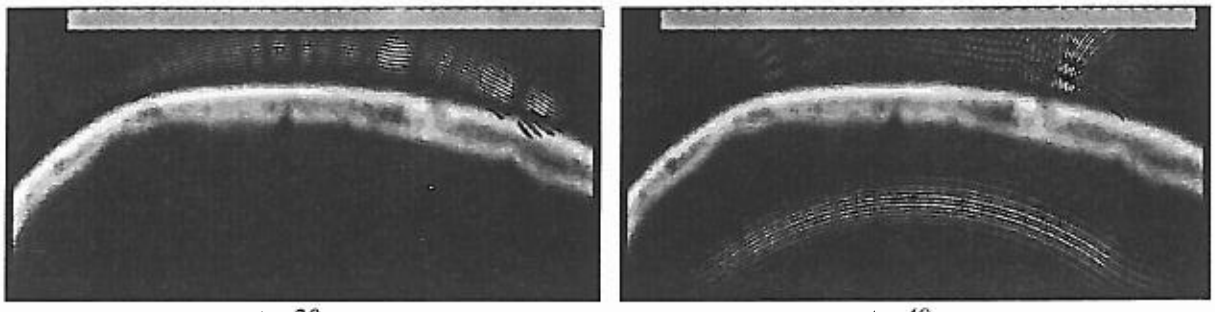
t = 20 µs *t = 40 µs*

(b) Retournement temporel



t = 20 µs *t = 40 µs*

(c) Retournement temporel avec compensation d'amplitude sur l'ouverture du réseau



t = 20 µs *t = 40 µs*

(d) Retournement temporel avec compensation d'amplitude et repropagation numérique

Figure 17. Seconde étape du retournement temporel à travers le crâne. Le réseau de transducteurs émet tout d'abord le retourné temporel du signal enregistré lors de la phase aller sans correction d'amplitude (b). La même expérience est réalisée en corrigeant l'amplitude du front d'onde avant réémission (c). Dans le dernier cas (d), la compensation d'amplitude du signal réémis a été optimisée en utilisant l'algorithme de repropagation défini au 2.1.5. On représente dans les trois cas la distribution spatiale du champ ultrasonore redressé à deux instants différents (échelle linéaire). Comparaison avec le front d'onde obtenu classiquement en émettant une loi de focalisation cylindrique adaptée à la focalisation en milieu homogène (a). Dimension du cadre : 164 x 58 mm.

Pour éviter d'introduire des biais en compensant de tels effets de diffraction, il va falloir repropager numériquement le champ jusqu'à la surface du crâne[10] avant de réaliser la correction d'amplitude, conformément à la procédure décrite au 2.1.5. On calcule ainsi un nouvel ensemble de signaux corrigés réémis par le réseau [Figure 17(d), $t = 20\ \mu s$]. Après propagation à travers l'os, on obtient alors un front d'onde sphérique fortement semblable à celui présenté précédemment [Figure 16, $t = 20\ \mu s$], mais cette fois-ci convergeant vers le point focal. Dans ce dernier cas, les aberrations de phase ont bien été corrigées par le retournement temporel. De même, la correction d'amplitude a bien corrigé les aberrations d'amplitude de l'os, sans toutefois introduire de nouvelles aberrations de phase. On a alors réussi à recréer presque parfaitement la scène dans sa chronologie inverse et la focalisation sera optimale.

La simulation nous permet ici de mieux comprendre les améliorations successives apportées par chaque technique de focalisation [Figure 17 (a), (b), (c), (d), $t = 40\ \mu s$]. Elle nous permet de plus de constater à quel point la repropagation numérique peut améliorer la qualité des corrections d'aberrations, en particulier dans les zones où les hétérogénéités de vitesse du son sont suffisamment importantes pour créer des effets de lentilles. Notons toutefois que lors des expériences présentées au 2.1, la repropagation numérique était réalisée vers une surface cylindrique modélisant seulement grossièrement la paroi osseuse. Fort des résultats obtenus par simulation, on peut donc penser qu'il serait possible d'améliorer encore d'avantage la qualité de focalisation expérimentale en adaptant la surface de repropagation à la géométrie de la paroi osseuse.

2.2. Angulation du faisceau ultrasonore

On vient de voir aux paragraphes 2.1.4 et 2.1.5 comment on peut, à partir de la connaissance de la fonction de Green associée à une source initiale, apprendre à refocaliser de manière optimale à travers le crâne sur ce point. La résolution latérale optimale atteinte dans ce cas avec notre réseau fonctionnat à 1,5 MHz est de 1,8 mm à – 6dB. On connaît donc maintenant l'ensemble des signaux à émettre sur le réseau pour focaliser sur cette position. La taille des tumeurs à traiter est cependant de l'ordre de quelques millimètres, voire du centimètre. Il faut donc être capable, à partir de ce point initial de focalisation, de déplacer le faisceau ultrasonore sur d'autres points entourant ce dernier afin de chauffer l'ensemble de la tumeur. Cette angulation du faisceau ultrasonore consiste à déduire de la connaissance de la fonction de Green associée à un point initial r_0 localisé à proximité de la tumeur l'ensemble des signaux à émettre par chaque transducteur du réseau pour focaliser en un nouveau point r_1.

[10] Dans notre cas, on repropage le champ jusqu'à une surface correspondant à la moyenne entre la surface interne et externe de l'os.

L'angulation conventionnelle d'un faisceau ultrasonore consiste à modifier les décalages temporels entre les voies de manière à compenser les différences de chemins acoustiques entre le nouveau foyer et les transducteurs du réseau [39]. Cette opération est facilement réalisable pour un milieu homogène dont on connaît la vitesse du son. Dans un milieu hétérogène le calcul des distances séparant le foyer et les transducteurs n'est plus suffisant et des hypothèses sont nécessaires : Dans notre application, cette opération sera effectuée pour des foyers situés au voisinage d'un point de référence dont on connaît la fonction de Green. De plus, nous pouvons dans un premier temps considérer que les hétérogénéités introduites par le crâne sont contenues dans une couche d'épaisseur faible collée contre le réseau de transducteurs (approximation de lentille mince absorbante et déphasante). Dans ce cas, les aberrations introduites par cette couche mince sur la fonction de Green du point de référence se retrouve à l'identique dans celle des autres points. Nous pouvons alors appliquer une méthode d'angulation similaire à celle utilisée en milieu homogène en partant toutefois ici d'une référence. Cette méthode donne effectivement de bons résultats lorsque le crâne est collé au réseau de transducteurs. Malheureusement, nous verrons dans les résultats expérimentaux présentés par la suite que, dès que la distance réseau-crâne augmente, cette méthode d'angulation n'est plus efficace que pour des cibles situées très près du point de référence. Afin d'augmenter la zone de balayage du faisceau ultrasonore, une seconde méthode qui permet de tenir compte de la distance entre l'aberrateur et le réseau de transducteurs a alors été développée à partir d'une technique mise au point au L.O.A par Christian Dorme pendant sa thèse [38].

2.2.1. Limites de la formation de voie conventionnelle

Lorsque les hétérogénéités du milieu peuvent être complètement modélisées par un écran de phase collé contre le réseau de transducteurs, le signal reçu sur chaque transducteur du réseau en provenance d'une source donnée r_0 est identique à un retard près à celui qui proviendrait d'une autre position r_1 dans le milieu [11]. Ce retard n'est autre que la différence de temps de trajet entre les deux chemins. Ainsi, si on connaît la fonction de Green reliant le point r_0 au réseau de transducteurs, on peut par simple angulation conventionnelle (ou encore *inclinaison*) de ce front d'onde en déduire la fonction de Green associée à r_1. Cependant, lorsque l'écran fin aberrateur n'est plus collé au réseau de transducteurs, le front d'onde provenant de la source r_0 n'est plus identique à une loi de retard près au front d'onde provenant d'une autre source r_1 : la propagation entre l'écran aberrateur et le réseau modifie de manière différente ces deux fronts d'ondes. Un front d'onde provenant de r_1 n'est donc plus une simple version inclinée d'un front d'onde provenant du point initial r_0.

[11] On néglige toutefois ici l'apodisation pouvant être introduite par la directivité du transducteur considéré.

Afin d'illustrer ces limites de l'angulation conventionnelle, nous nous plaçons dans la configuration expérimentale décrite au 2.1.1 : la distance réseau-crâne est alors égale à 40 mm et l'approximation d'écran fin ***collé*** contre le réseau de transducteurs n'est donc pas vérifiée. Nous réalisons tout d'abord l'acquisition de la fonction de Green associée à un nouveau point r_1 situé dans le plan focal initial à une distance de 10 mm de r_0, [Figure 1]. Ce front servira de référence dans la comparaison qui va suivre. Dans un second temps, ce front d'onde est calculé en inclinant par une loi de retard conventionnelle le front d'onde provenant de la source initiale r_0 [présenté en Figure 3(b)]. On peut ainsi comparer cet ensemble de signaux calculés avec la véritable fonction de Green associée à r_1 et ainsi tester la validité de l'angulation conventionnelle. En particulier, la modulation d'amplitude de ces deux fonctions de Green (réelle et calculée[12]) est présentée en Figure 18.

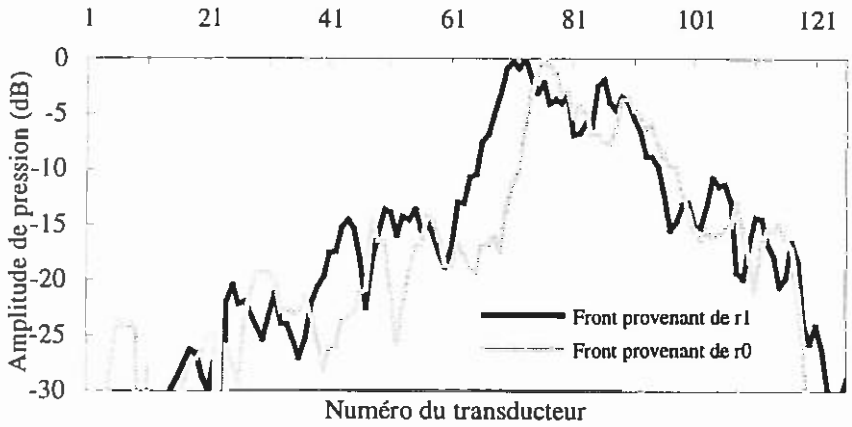


Figure 18. Modulation d'amplitude du front d'onde reçu sur le réseau lorsque la source est située en r_1 comparée à celle du front d'onde calculé à partir du front d'onde provenant de r_0.

On peut tout d'abord remarquer que ces modulations d'amplitude ne sont pas équivalentes : elles sont en première approximation translatées l'une par rapport à l'autre sur l'ouverture du réseau. Une analogie simple avec le procédé bien connu d' *« ombres chinoises »* permet de comprendre cette translation : supposons qu'une source de lumière est placée en r_0. Elle projette sur un écran correspondant à l'ouverture de notre réseau une ombre portée du crâne. Si cette source lumineuse est déplacée jusqu'en r_1, l'ombre portée du crâne sera translatée (voire déformée) sur l'écran. La modulation d'amplitude du front d'onde calculé sera donc translatée par rapport à celle de la fonction de Green réelle. Quant aux lois de retards respectives de ces deux fonctions de Green, elles sont, elles aussi, différentes : la courbe présentée en Figure 19 correspond à l'écart entre la loi de retards associée au front d'onde réel et celle du front d'onde calculé. Cet écart temporel est présenté en nombre de périodes à la fréquence centrale des transducteurs du réseau. Cet écart moyenné sur l'ensemble des

[12] La modulation d'amplitude du front d'onde calculé n'est autre que celle du front d'onde provenant de r_0, puisque l'angulation conventionnelle ne modifie ce dernier qu'en lui appliquant une loi de retards.

transducteurs représentés est égal à 0.16 µs, soit un écart relativement important [13] puisqu'il est de l'ordre d'un tiers de période.

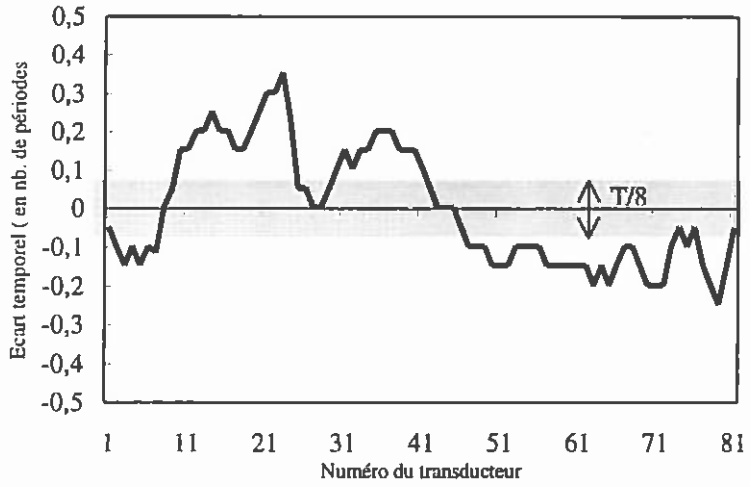


Figure 19. Ecart entre la loi de retards du front d'onde provenant de la source située en r_1 et celle calculée à partir de la connaissance de la fonction de Green associée à r_0. La zone grisée correspond à un décalage d'un huitième de période [13].

2.2.2. Repropagation numérique et angulation conventionnelle : Avantages

Ainsi, nous venons de voir que l'angulation conventionnelle d'un ensemble de signaux de référence provenant du *« point d'accrochage »* r_0 ne permet pas de déduire la fonction de Green associée à un autre point r_1, lorsque l'écran aberrateur est situé à une certaine distance du réseau. Cependant, dans ce cas, la repropagation par simulation numérique permet à partir des signaux reçus sur le réseau réel de recréer les signaux qui auraient été reçus par un réseau virtuel collé contre l'aberrateur. Sur ce réseau virtuel, l'angulation conventionnelle est valide et peut donc être appliquée. Enfin, une fois l'angulation réalisée, les signaux sont repropagés numériquement cette fois-ci du réseau virtuel au réseau réel. Cette procédure a été appliquée au front d'onde présenté en Figure 3(b) afin de calculer la fonction de Green associée au point r_1. Cette nouvelle fonction de Green calculée en associant la repropagation numérique à l'angulation peut être, elle aussi, comparée à la vraie fonction de Green associée au point r_1 acquise expérimentalement [Figure 20].

[13] On peut noter qu'une erreur maximale de T/8 sur les retards à appliquer sur les transducteurs est tolérable pour assurer une qualité de focalisation optimale [54].

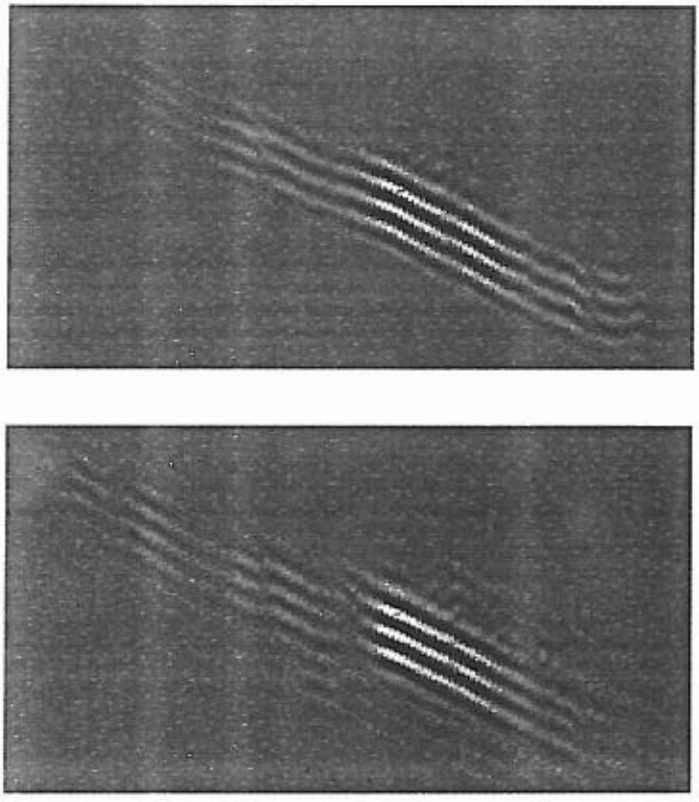


Figure 20. Fonction de Green associée au point r_1 : a) acquisition expérimentale, b) calcul à partir de la fonction de Green associée au point d'accrochage r_0

2.2.2.1. Amélioration de la modulation spatiale d'amplitude

En particulier, on peut constater en Figure 21 que la modulation d'amplitude du front d'onde calculé par cette méthode est pratiquement similaire à celle acquise expérimentalement : il n'y a plus d'effet de translation spatiale comme dans le cas de l'angulation conventionnelle présentée en Figure 18.

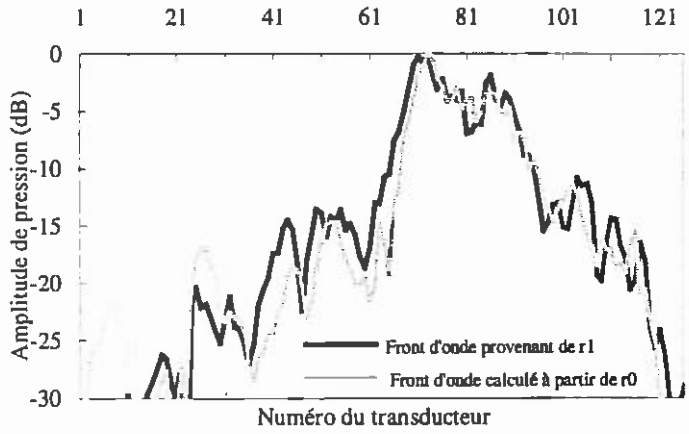


Figure 21. Modulation d'amplitude du front d'onde reçu sur le réseau lorsque la source est située en r_1 comparée à celle du front d'onde calculé par repropagation numérique puis angulation du front d'onde provenant du point d'accrochage r_0

2.2.2.2. Amélioration de la loi de retard

De même, la repropagation numérique améliore considérablement la loi de retard du front d'onde calculé et les lois de retards respectives de ces deux fonctions de Green (réelle et calculée) sont proches : la courbe noire présentée en Figure 22 correspond à l'écart entre la loi de retards du front d'onde réel et celle du front d'onde calculé à partir de la connaissance du front d'onde provenant de r_0. Cet écart temporel est présenté en nombre de périodes à la fréquence centrale des transducteurs du réseau. Cet écart moyenné sur l'ensemble des transducteurs représentés est égal à 0,05 µs, soit un écart très faible[13] (T/13 contre T/4 pour l'angulation conventionnelle).

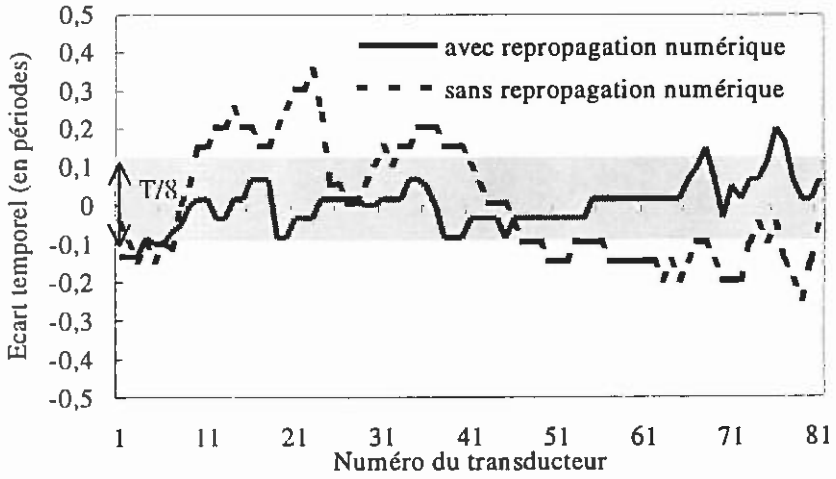


Figure 22. Ecart entre la loi de retards du front d'onde provenant de la source située en r_1 et celle calculée par repropagation numérique et angulation de la fonction de Green associée à r_0. La courbe pointillée rappelle le résultat obtenu au 2.2.1 par angulation conventionnelle de la fonction de Green associée à r_0.

Cet exemple illustre la capacité de l'algorithme de repropagation à retrouver avec une très bonne précision la fonction de Green associée au point r_1 à partir de la connaissance de celle associée au point r_0. On va maintenant voir comment utiliser cet algorithme de repropagation pour déplacer le point focal du réseau de transducteurs lors de la focalisation en émission à travers le crâne.

2.2.3. Procédé d'angulation par retournement temporel à travers le crâne

Dans la configuration expérimentale décrite au 2.1.1, nous avons vu que le crâne pouvait être correctement modélisé par un écran fin aberrateur localisé à 40 mm du réseau. Ainsi, lorsque le crâne est collé au réseau de transducteurs, l'angulation conventionnelle du faisceau donne de bons résultats et sera donc couplée à la compensation d'amplitude introduite au 2.1.4.

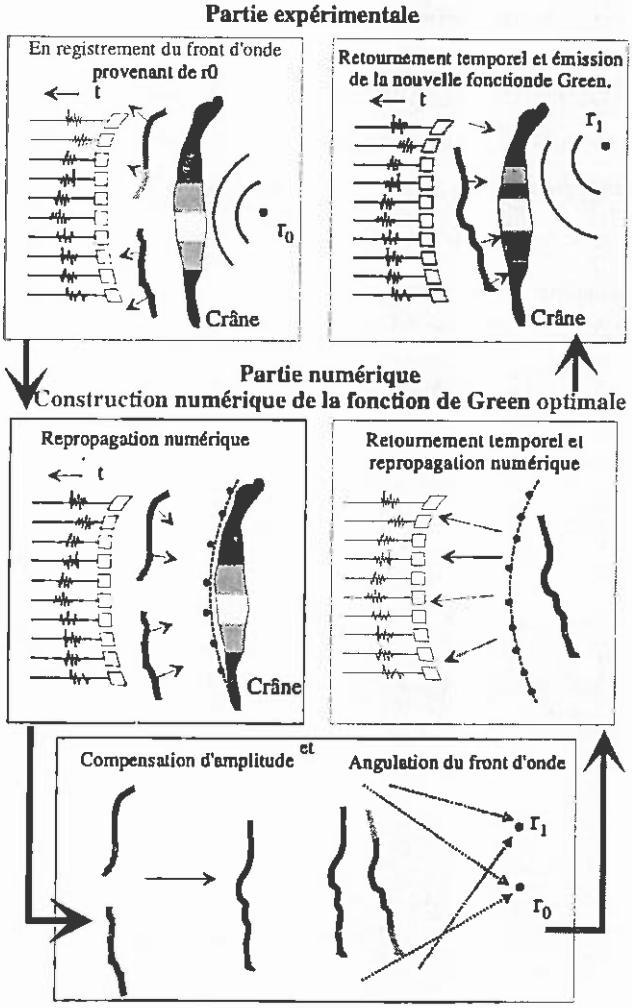


Figure 23. Construction de l'ensemble des signaux permettant d'obtenir une focalisation optimale en un point r_1 à partir de la connaissance de la fonction de Green associée à la source initiale r_0.

Par contre, lorsque le crâne est situé à une certaine distance des transducteurs, cette solution simple n'est plus envisageable et comme dans le cas de la compensation d'amplitude développée, nous introduirons à nouveau l'algorithme de repropagation pour recréer par simulation un *réseau virtuel* collé contre l'écran aberrateur. Sur ce réseau virtuel, l'angulation conventionnelle est valide et sera donc appliquée en même temps que la compensation d'amplitude des signaux. L'ensemble de la procédure numérique permettant de construire le signal optimal à émettre sur chaque transducteur pour focaliser de manière optimale en un point r_1 à partir du point d'accrochage r_0 est présenté en Figure 23.

2.2.4. Repropagation numérique et angulation : Résultats expérimentaux

La procédure introduisant l'algorithme de repropagation, décrite ci-dessus, augmente considérablement le volume cible entourant le point de référence dans lequel il est possible de focaliser l'onde ultrasonore. Elle est ici appliquée à l'angulation latérale, puis au balayage en profondeur du faisceau ultrasonore.

2.2.4.1. Angulation latérale

La procédure décrite précédemment [Figure 23] a été utilisée pour calculer l'ensemble des signaux permettant de focaliser à 5 mm, 10 mm et 15 mm (sur l'axe X défini en Figure 1) du point d'accrochage initial r_0. Les signaux calculés ont été réémis expérimentalement et les courbes de focalisation associées ont été mesurées et sont présentées en Figure 24.

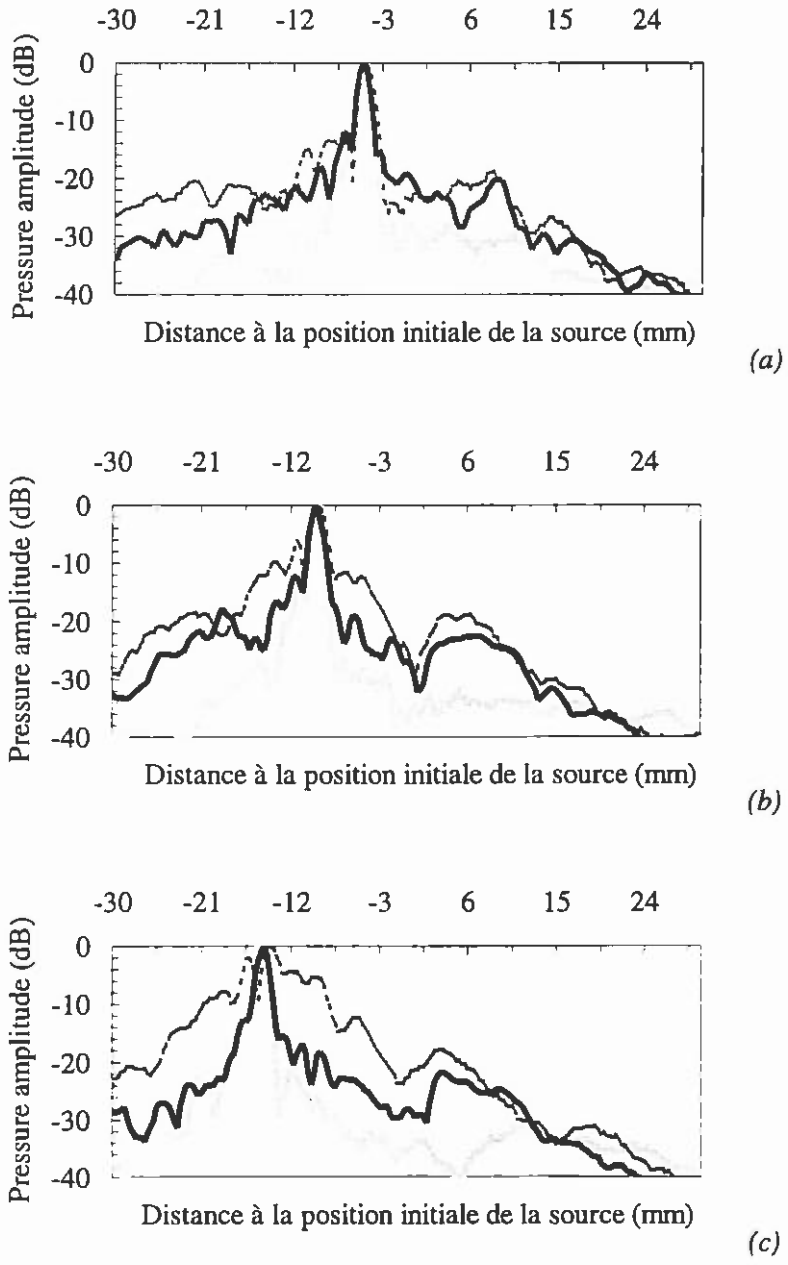


Figure 24. Focalisation en milieu homogène servant de référence (ligne grisée), focalisation par retournement temporel avec compensation d'amplitude (ligne pointillée), focalisation par retournement temporel avec compensation d'amplitude après repropagation du front d'onde jusqu'à la surface du crâne (ligne pleine). Les figures a, b et c correspondent respectivement à un décalage du foyer de 5, 10 et 15 mm.

Les courbes grisées présentées en Figure 24 correspondent à l'angulation réalisée en milieu homogène. Elles permettent de définir la qualité d'angulation optimale du réseau. On peut noter que

cette focalisation se dégrade très légèrement au fur et à mesure que l'angle imposé au réseau par rapport à son point de focalisation naturel (géométrique) augmente. Ceci est dû à la directivité des transducteurs qui impose un seuil limite d'angulation possible au réseau. Les courbes pointillées correspondent à la focalisation du faisceau ultrasonore à travers le crâne lorsque la compensation d'amplitude et l'angulation sont réalisées sans repropagation numérique. Plus l'angulation devient importante, moins cette solution donne des résultats satisfaisants. Cette expérience illustre clairement les limites de l'angulation conventionnelle. Finalement, la qualité de focalisation obtenue lorsqu'on applique la correction d'amplitude ainsi que l'angulation après repropagation numérique jusqu'au réseau virtuel reste très bonne puisqu'elle coïncide avec la qualité optimale obtenue en milieu homogène jusqu'à environ –20 dB. En conclusion, on pourra donc déplacer le faisceau ultrasonore sur une zone totale de 3 cm entourant le point d'accrochage sans dégrader la résolution latérale optimale du réseau (jusqu'à –20 dB).

2.2.4.2. Balayage en profondeur du point focal

De la même façon que pour l'angulation latérale, cette technique peut aussi permettre de modifier la profondeur de focalisation. L'expérience suivante [Figure 25] illustre cette possibilité de focaliser de manière optimale dans le plan *(r_1, X, Z)* malgré un point d'accrochage légèrement éloigné de la zone focale désirée.

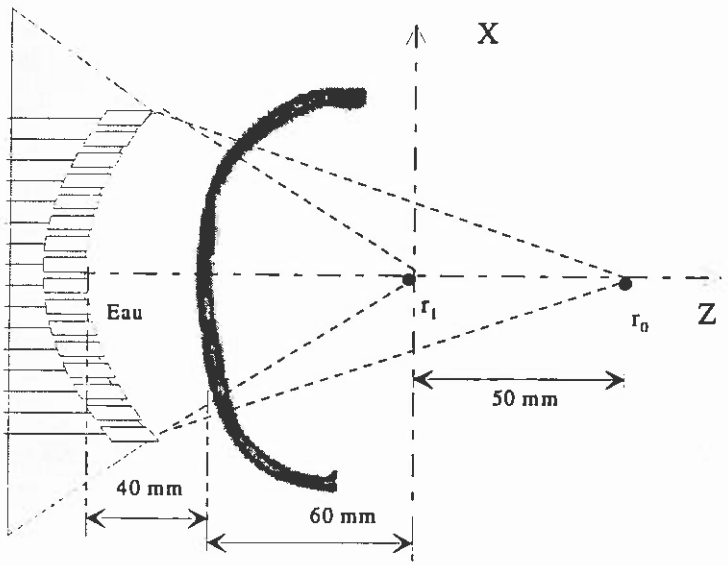


Figure 25. Configuration de l'expérience d'angulation axiale. Le point d'accrochage r_0 se trouve à 150 mm du réseau, le point de focalisation désiré r_1 se trouve à 100 mm du réseau.

On acquiert dans un premier temps la fonction de Green provenant d'une source acoustique située à 150 mm du réseau sur l'axe Z. Puis, conformément à la technique de retournement temporel et

compensation d'amplitude développée au 2.2.3, on calcule l'ensemble des signaux permettant de focaliser en un point r_1 situé à 100 mm du réseau sur l'axe Z. La Figure 26 présente la courbe de directivité latérale obtenue dans ce cas dans le plan (r_1, X, Y). Elle est comparée à la focalisation obtenue par retournement temporel et compensation d'amplitude à travers le crâne lorsque le point d'accrochage est situé à 100 mm du réseau (dans ce cas $r_0 = r_1$, il n'y pas d'angulation axiale), puis à la focalisation optimale obtenue en ce point lorsque l'expérience est menée en milieu homogène.

On peut constater que la modifcation de distance focale ne dégrade pas trop la qualité de focalisation latérale à travers le crâne. La résolution latérale à -6 dB est un peu moins bonne ($\delta \approx 2.2$ mm) que celle obtenue lorsque le point d'accrochage se trouve à 100 mm du réseau ($\delta \approx 1.8$ mm). La source acoustique initiale étant située à une distance non négligeable de la focale naturelle du réseau, les transducteurs extrêmes du réseau, limités par leur directivité, sont moins sensibles au signal provenant de cette source. Cela entraîne une apodisation plus importante du front d'onde reçu sur le réseau. L'ouverture utile du réseau est alors diminuée, ce qui entraîne une perte sensible de résolution lors de la phase de ré-émission. Le contraste, pour sa part, n'est quasiment pas dégradé. Le décalage de 15 cm à 10 cm de distance focale est très efficace.

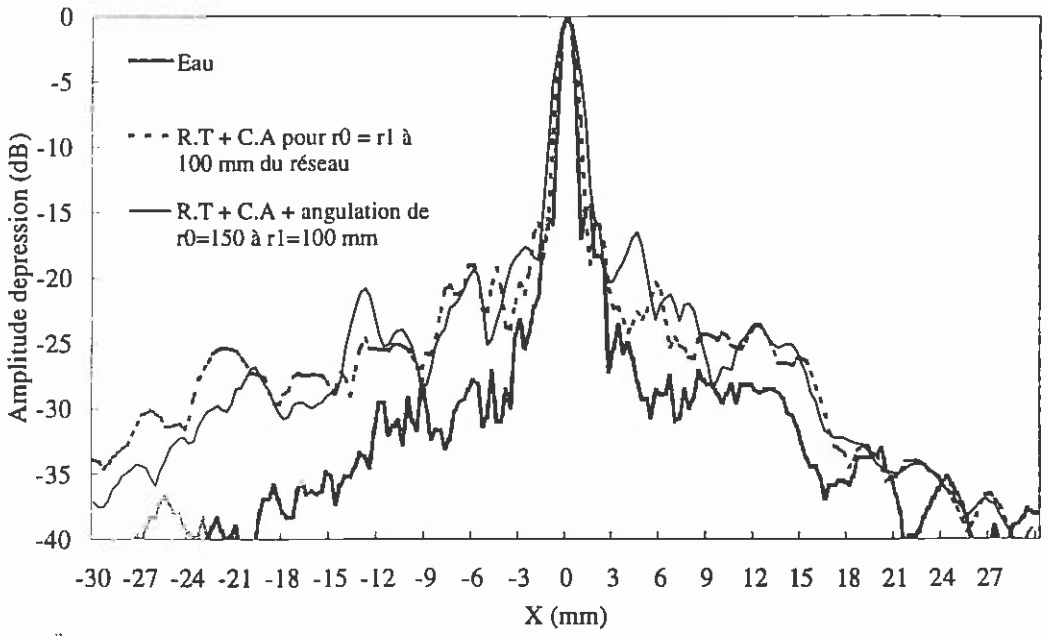


Figure 26. Diagrammes de directivité obtenus à travers le crâne dans le plan (r_1, X, Y), lorsque le point d'accrochage est situé au point focal (ligne pointillée) ou à 50 mm de ce dernier (ligne pleine). La courbe grisée correspond à la focalisation optimale obtenu en r_1 lorsque l'expérience est menée en milieu homogène.

Les parties 2.1 et 2.2 viennent de montrer que la qualité de focalisation et d'angulation obtenue en mode émission (optimale jusqu'à -20 dB) est excellente pour une application à l'hyperthermie. En effet, la chaleur apportée au milieu est proportionnelle au carré de la pression ultrasonore. Ainsi, en terme de chaleur déposée dans le plan focal, l'apport local des lobes parasites (dus aux aberrations

introduites par le crâne) est au pire 100 fois plus faible que la chaleur déposée au point focal et ne peut donc entraîner aucun endommagement des régions saines du cerveau situées autour de la tumeur. Tout se passe ainsi comme si l'obstacle crâne n'existait plus.

A ce point du chapitre, il convient de noter que toutes les expériences réalisées jusqu'à présent faisaient intervenir des signaux de type impulsionnels ne comportant que quelques arches de sinusoïdes. Lors de la chauffe des tumeurs par hyperthermie ultrasonore, l'insonification doit être continue pendant des temps allant de la milliseconde à la minute. On utilise donc dans ce cas des signaux quasi-monochromatiques et on travaillera alors sur la composante fréquentielle des signaux à la fréquence centrale d'utilisation des transducteurs. L'opération de retournement temporel se restreint alors à une opération de conjugaison de phase.

Les améliorations successives apportées à la focalisation trans-crânienne au cours de cette première partie du chapitre peuvent finalement être illustrées de manière éloquente par la figure comparative suivante [Figure 27]. La technique que nous nous proposons d'utiliser (RT+ CA + RN) est comparée à la courbe de focalisation classique (utilisée par les systèmes de thérapie et imagerie actuels) obtenue en utilisant la loi de retards cylindrique classique. Ces deux diagrammes de focalisation obtenus à travers le crâne sont comparés avec la qualité optimale de focalisation de notre système en milieu homogène.

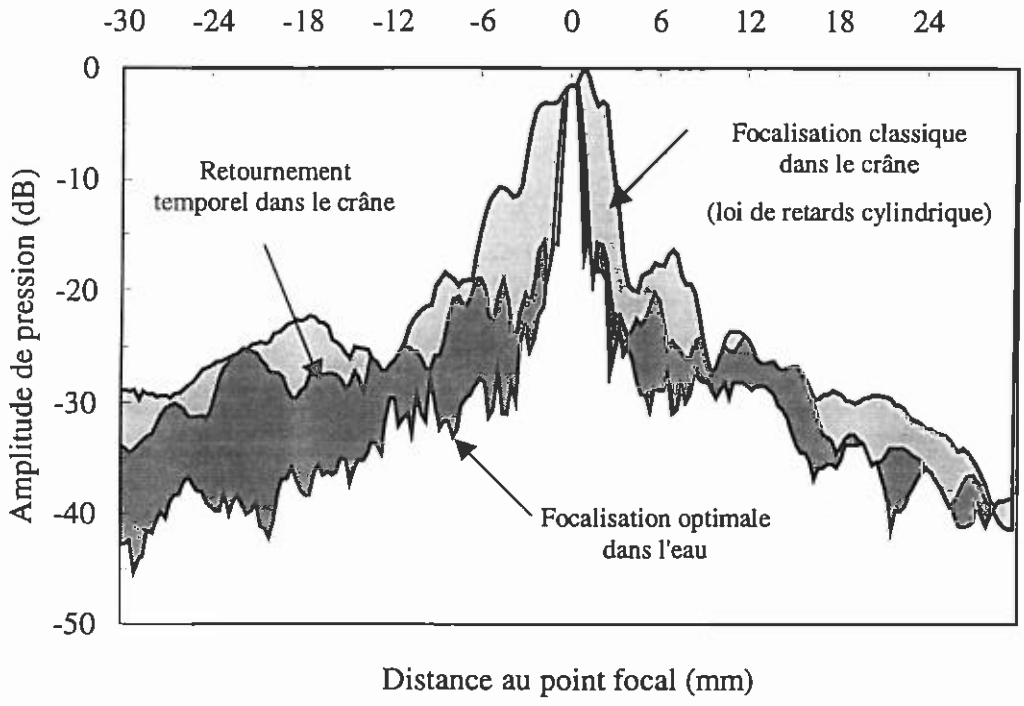


Figure 27. Amélioration apportée à la focalisation trans-crânienne par la technique de retournement temporel et compensation d'amplitude par rapport à la technique de focalisation classique.

2.3. Focalisation en émission-réception : imagerie ultrasonore du cerveau par retournement temporel

On vient de voir que le couplage de la technique de focalisation par retournement temporel à un algorithme de compensation d'amplitude et de repropagation numérique permettait d'améliorer de façon significative la focalisation en émission à travers le crâne. Cette technique nécessite uniquement la d'avoir accès au signal provenant d'une source située à proximité de la zone focale désirée (c'est à dire à la fonction de Green associée à ce point). Ces résultats très encourageants, à l'origine destinés à la thérapie, pourraient être élargis au domaine de l'imagerie du cerveau. Pour cela, il faut généraliser les concepts développés pour la focalisation en émission au mode de réception. La fonction de Green qui nous servait à interroger un point du milieu sur sa réflectivité lors de la phase d'émission doit maintenant nous servir à isoler en réception l'information provenant de ce point. Les concepts de focalisation en réception par retournement temporel en milieu inhomogène non dissipatif ont été introduits par C. Dorme [40] pendant sa thèse. Ces résultats sont ici appliqués et étendus au cas du milieu dissipatif.

2.3.1. Focalisation et angulation en réception

La focalisation en réception présente de nombreuses analogies avec la focalisation en émission. Ces similitudes peuvent être schématisées de la manière suivante [Figure 28] :

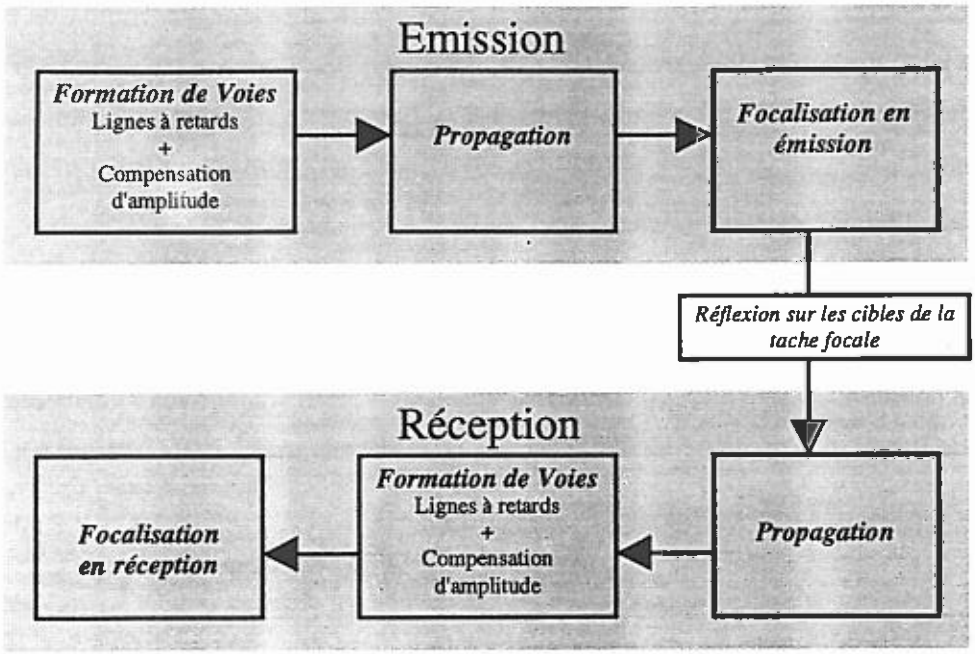


Figure 28. Similitudes entre focalisation en émission et en réception.

Lors de la phase d'émission, les signaux émis par chaque voie sont optimisés afin de compenser les différences de chemin acoustique et d'absorption qui interviendront lors de la propagation. En mode réception, les signaux rétrodiffusés par les réflecteurs subissent à nouveau des chemins acoustiques et des absorptions différentes. La focalisation en réception consiste alors à appliquer à ces signaux des retards inverses à ceux engendrés par la propagation ainsi qu'un gain correctif compensant la dissipation subie lors de la propagation. Ces nouveaux signaux, de même amplitude et recalés temporellement s'ils proviennent d'un réflecteur situé au point focal, sont ensuite additionnés pour créer une interférence constructive et ainsi isoler l'information provenant du point focal.

En milieu inhomogène, les signaux $s_i(t)$ que reçoivent les transducteurs en provenance du réflecteur sont équivalents à la convolution de la réponse impulsionnelle de diffraction du réflecteur avec le signal d'excitation de ce dernier [14]. On a vu précédemment que pour optimiser le filtrage d'un tel système, le signal d'entrée $s_i^c(t)$ à fournir correspond au retourné temporel de la réponse impulsionnelle du milieu auquel on a appliqué une compensation d'amplitude prenant en compte les phénomènes d'absorption dans le milieu[15] [équation 11]. En appliquant un tel filtrage au signal $s_i(t)$ reçu sur le réseau de transducteurs, on obtiendrait un signal filtré $r_i(t)$ sur chaque transducteur :

$$r_i(t) = s_i(t) \otimes \left[\frac{1}{a_i^2} \cdot s_i(T-t) \right] = s_i^h(t) \otimes s_i^h(T-t) \tag{13}$$

Ce signal est indépendant de la position du transducteur, symétrique et a son maximum en $t = T$. De plus, l'amplitude du signal $r_i(t)$ est la même pour chaque transducteur.

Notons ici que, dans le cas où le crâne est collé contre le réseau, l'opération de convolution précédente peut être remplacée par l'introduction d'un retard et d'une multiplication par un facteur d'amplitude, ce qui simplifie énormément la procédure. Lorsque le crâne est situé à une distance non nulle du crâne, les signaux à correler ne sont plus identiques à un retard et un facteur multiplicatif près et l'opération complète de convolution est nécessaire.

Si on considère la focalisation en réception indépendamment des autres étapes du processus d'imagerie, les signaux $s_i^c(t)$ à convoluer avec les signaux reçus sur le réseau pour accomplir la focalisation en réception sont à priori inconnus. Cependant, l'acquisition de ces signaux intervient lors de l'étape de focalisation en émission par retournement temporel. Ainsi, $s_i^c(t)$ correspond à la fonction

---

[14] On néglige ici la réponse impulsionnelle de transduction qui prend en compte les caractéristiques des transducteurs.

[15] Notons toutefois que cette solution correspond à la solution optimale uniquement lorsque les aberrations peuvent être modélisées spatialement par un écran de phase et d'amplitude infiniment fin n'introduisant pas de dispersion.

de Green associée au point focal désiré, retournée temporellement et corrigée en amplitude pour focaliser de manière optimale en ce point lors de l'émission. Il suffit donc de garder en mémoire cette banque de données $s_i^c(t)$ calculée lors de la phase d'émission pour la réutiliser lors de l'optimisation du processus de focalisation en réception. La Figure 29 illustre la séquence complète de focalisation en émission-réception par retournement temporel en milieu dissipatif.

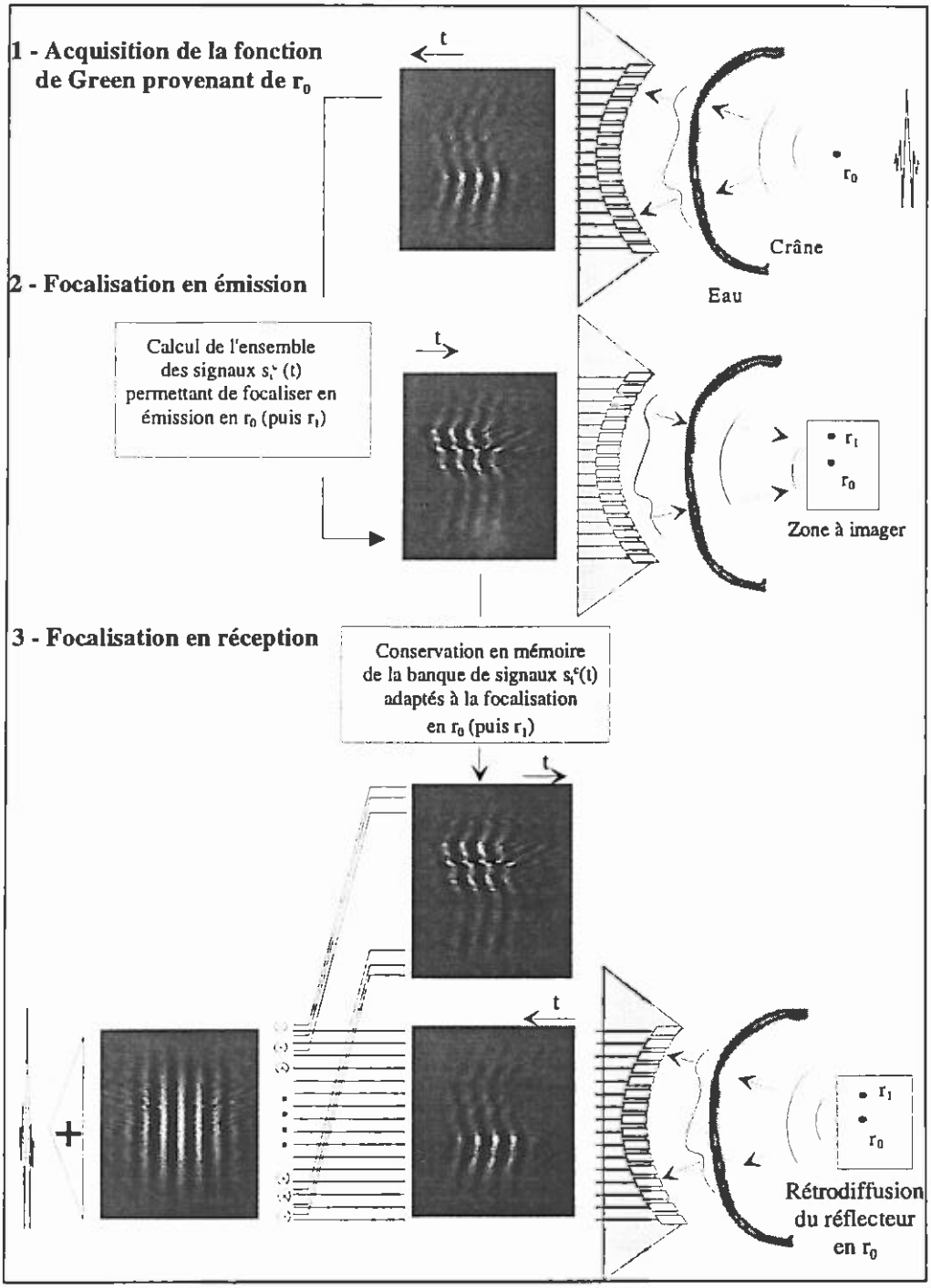


Figure 29. Séquence complète de focalisation en émission-réception par retournement temporel. On acquiert dans une première étape la fonction de Green associée à un point d'accrochage r_0. On en déduit les signaux permettant de focaliser en émission en ce point. Cette banque de données, utilisée initialement pour focaliser en émission, est ensuite conservée dans des mémoires. Lors de la réception, les signaux rétrodiffusés par les

réflecteurs sont convolués avec ceux de la banque adaptée pour produire un ensemble de signaux ayant tous leur maximum au même instant. Leur sommation est alors pleinement constructive. Par la suite, à partir de la fonction de Green acquise dans la première étape, on peut calculer la banque de données permettant de focaliser en d'autres points r_i entourant le point focal et répéter les deux étapes de focalisation en émisssion-réception pour ces nouveaux points afin de réaliser une image de la zone entourant le point d'accrochage.point. Dans un second temps, on remplace le monoélément par un phantom étalon à imager.

2.3.2. Perspective : Utilisation d'une source acoustique extérieure ?

Comme on vient de le voir, le retournement temporel nécessite la présence d'une source acoustique active (émetteur ultrasonore) ou passive (réflecteur suffisamment contrasté) à proximité de la zone focale désirée. Aucun réflecteur naturel suffisamment contrasté n'étant disponible dans le cerveau, l'opération de focalisation par retournement temporel nécessite la mise en place (puis le retrait) d'un petit émetteur ultrasonore dans la zone à traiter. Ceci interviendra lors de la biopsie réalisée avant toute intervention neurochirurgicale de ce type. Nous pouvons cependant étudier l'éventualité d'une intervention totalement non-intrusive.

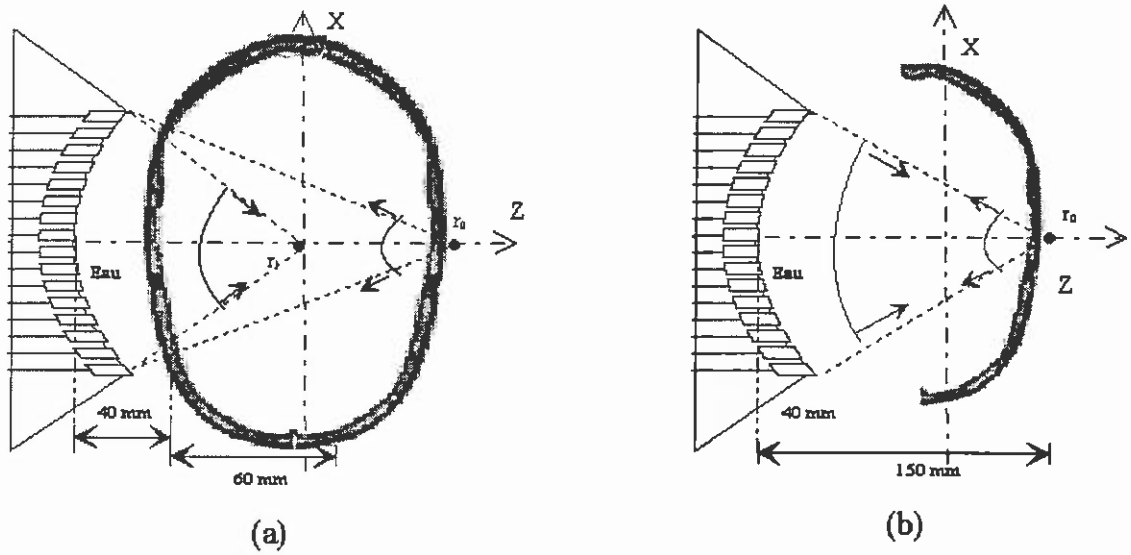


Figure 30. (a) Principe de focalisation à partir d'une source acoustique extérieure au crâne. (b) Configuration expérimentale lors de la mise en évidence de l'influence de la première paroi de crâne traversée sur le rayonnement de la source acoustique r_0.

On pourrait dans ce cas envisager de faire la mise au point grâce à un émetteur placé à l'extérieur du crâne, en vis à vis du réseau de transducteurs, comme le montre la Figure 30(a). Cette méthode d'*accrochage* serait toutefois uniquement valide si la première paroi de crâne (collée à la source acoustique r_0) ne déformait pas trop le front d'onde issu de r_0. En d'autres termes, il faudrait que la taille de la source soit petite devant la longueur de cohérence du crâne.

Pour vérifier si le front d'onde issu de la source est cohérent à la sortie de la première épaisseur de crâne, nous avons proposé l'expérience suivante [Figure 30(b)]. La source acoustique est placée à 150 mm du réseau de transducteurs contre la face externe du crâne et émet trois arches de sinusoïdes à

1,5 MHz. Le front d'onde traverse le crâne et se propage ensuite dans l'eau avant d'être enregistré sur le réseau de transducteurs. On retire alors le demi-crâne. Le front d'onde précédent est retourné temporellement puis réémis par le réseau. Si les aberrations introduites par le crâne sont faibles, le front d'onde réémis doit refocaliser sur la source initiale. Pour le vérifier, on mesure le diagramme de directivité latérale obtenu en r_0 [ligne pleine, Figure 31]. La tache focale obtenue est alors comparée à la tache focale optimale obtenue par retournement temporel dans l'eau [ligne pointillée, Figure 31]. Comme on peut le constater, la tache focale n'est pratiquement pas modifiée par la traversée de la première paroi du crâne. On a une légère perte (de 15 %) sur la résolution latérale et le contraste, pour sa part n'est quasiment pas dégradé (environ 17 dB). On peut constater un faible décalage axial (0,75 mm) de la tache focale, le crâne agissant comme un léger prisme vis à vis de la source acoustique. Cette technique semble donc être prometteuse et pourra à cet égard être étudiée plus en détail. Il faut toutefois noter que, dans cette technique, le signal émis par le transducteur devra être d'amplitude suffisante pour pouvoir traverser les deux parois du crâne.

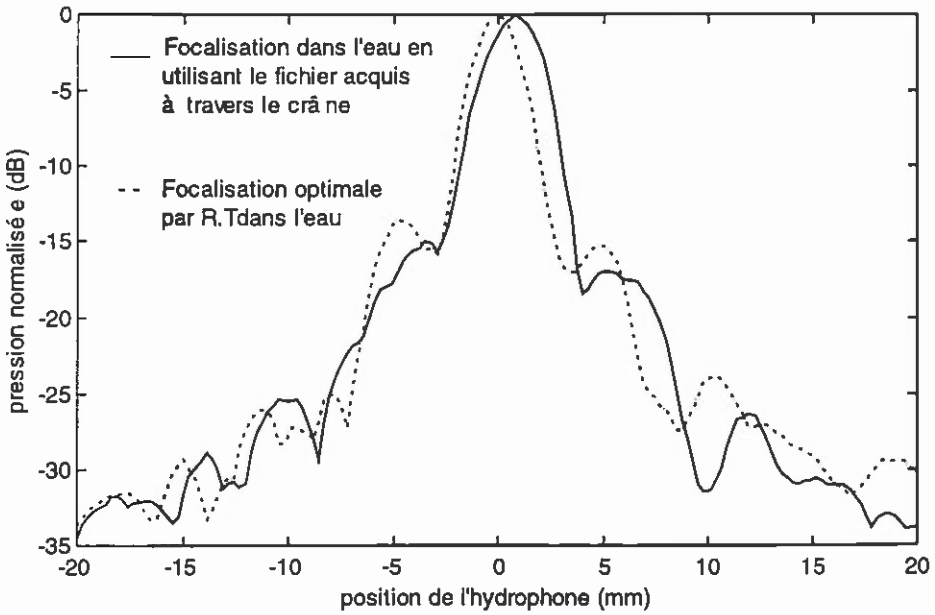


Figure 31. Diagramme de directivité obtenu en r_0 en émettant dans l'eau le retourné temporel du signal provenant de ce point [Figure 30(b)] et ayant subi les aberrations dues à la paroi externe du crâne (ligne pleine). Comparaison avec la même expérience réalisée en émettant le retourné temporel du signal acquis en l'absence de crâne.

2.4. Perspectives: Imagerie ultrasonore et Rayons-X

On a vu dans les parties précédentes comment la technique de focalisation par retournement temporel pouvait être utilisée afin de corriger les aberrations introduites par les hétérogénéités du milieu. Cette technique est *adaptative* puisqu'on n'a au départ aucune connaissance *à priori* du milieu aberrateur. En fait, les informations sur le milieu sont acquises lors de la première étape du processus : une fois reçu par le réseau de transducteurs, le champ ultrasonore provenant de la source acoustique

initiale "raconte" en quelque sorte l'histoire du milieu traversé. Cette étape constitue la principale limite du retournement temporel, puisqu'elle impose la présence d'une source acoustique dans la zone où l'on veut focaliser. On a vu que cette limite n'était pas vraiment un problème dans le cadre de notre application à l'hyperthermie puisque la source pourra être placée dans la zone tumorale, puis retirée, lors de la biopsie obligatoire avant toute intervention neurochirurgicale. Par contre, si nous voulons réaliser des images ultrasonores "temps réel" du cerveau (en particulier des écoulements sanguins par vélocimétrie Doppler), la méthode de focalisation employée devra devenir entièrement non intrusive. En particulier, la focalisation par retournement temporel devra pouvoir s'affranchir de la présence de ce "point d'accrochage" dans la zone à imager. L'étape du point source étant supprimée, on devra donc acquérir une connaissance des hétérogénéités du milieu par une autre méthode. On vient de voir au 2.3.2 qu'une solution envisageable serait de faire le point sur une source située à l'extérieur du crâne contre la paroi opposée au réseau de transducteurs. Une autre solution peut aussi être proposée en couplant notre système d'imagerie ultrasonore à un système d'imagerie de type scanner X.

Les scanners X apportent en effet une information précise et exhaustive sur les hétérogénéités spatiales de densité du crâne. A partir de la connaissance de ces hétérogénéités du milieu, nous nous sommes attachés à simuler par ordinateur la première étape du retournement temporel. Ceci a été réalisé en développant un code de simulation par différences finies modélisant la propagation d'ondes en milieu hétérogène dissipatif. Les caractéristiques de ce code sont précisées en annexe (AI).

Comme nous allons le voir par la suite, nous pouvons aussi coupler un scanner X à un code de simulation ultrasonore pour réaliser un imageur ultrasonore :

- La méthode non invasive d'imagerie scanner X permet d'acquérir une connaissance du milieu de propagation en cartographiant en trois dimensions sa densité.

- Une fois les caractéristiques du milieu connues, la simulation par différences finies s'appuie sur ces données pour prévoir leur influence sur la propagation ultrasonore. La première étape du procédé de retournement temporel ne serait alors plus réalisée *in vivo* mais dans l'ordinateur, ce qui rendrait l'imagerie ultrasonore par retournement temporel totalement non invasive. On pourrait ainsi déduire numériquement l'ensemble des signaux à émettre sur chaque transducteur du réseau pour focaliser de manière optimale en chaque point du cerveau.

- L'ensemble des signaux calculés par simulation pour corriger les aberrations du crâne est finalement utilisé expérimentalement par l'imageur ultrasonore à retournement temporel.

L'information sur les paramètres du milieu extraite des données acquises par scanner X reste pour l'instant qualitative, comme on va le voir au 2.4.1 et 2.4.2. Elle pourrait cependant dans un avenir proche être utilisée de manière quantitative et de ce fait rendre cette solution viable.

2.4.1. Caractérisation du crâne par imagerie Rayons-X.

L'équation (4) présentée au 2.1.3 décrit totalement la propagation des ondes ultrasonores en milieu hétérogène dissipatif. Le code aux différences finies à 2-dimensions développé pour résoudre cette équation est décrit en annexe. L'ensemble des hétérogénéités caractérisant le milieu de propagation doit être connu et constitue une partie des paramètres d'entrée de la simulation. Ainsi, pour pouvoir modéliser le plus finement possible la réalité, les hétérogénéités spatiales de la densité du milieu $\rho_0(\vec{r})$, mais aussi de la vitesse du son $c_0(\vec{r})$ et enfin de l'absorption $\tau(\vec{r})$ du milieu doivent être connues. Nous allons donc essayer de caractériser ces inconnues dans la couche osseuse (respectivement ρ_{cr}, v_{cr} et τ_{cr}) puisque c'est elle qui joue un rôle prépondérant lors de la dégradation de la focalisation ultrasonore. Cette tâche est loin d'être aisée, en particulier pour la caractérisation de la vitesse de propagation des ondes et de l'atténuation. Le crâne est en effet un milieu extrêmement complexe, constitué de deux parois (interne et externe) séparées par une zone poreuse saturée.

Les systèmes d'imagerie par rayons-X sont sensibles à la densité. Lors de l'acquisition des images rayons-X, le crâne utilisé dans nos expériences était sec, donc chaque image correspondait à la représentation spatiale de la densité du squelette osseux à sec $\rho_{sq}(\vec{r})$ donnée par :

$$\rho_{sq}(\vec{r}) = \rho_s\,(1-\phi(\vec{r})) \tag{14}$$

où $\phi(\vec{r})$ est la porosité de l'os et ρ_s la densité de l'os non poreux. Si on suppose le paramètre ρ_s connu, on a donc accès à la distribution spatiale de la porosité $\phi(\vec{r})$ de l'os.

A partir de la connaissance de la porosité $\phi(\vec{r})$ du crâne, mais aussi de quelques constantes caractéristiques des milieux osseux (*cf.* Tableau 2, *p. 53*), nous pouvons approximativement remonter aux hétérogénéités spatiales de densité $\rho_{cr}(\vec{r})$, de vitesse du son $v_{cr}(\vec{r})$, et d'absorption $\tau_{cr}(\vec{r})$ dans le crâne. Conformément au schéma de principe suivant [Figure 32], la propagation de l'onde ultrasonore dans le milieu peut donc être entièrement modélisée à partir de ces données.

2.4.2. Couplage Imagerie Rayons X – Simulation numérique

Le crâne utilisé lors de totalité des expériences présentées dans cette thèse a été imagé par une méthode rayons X en collaboration avec l'hôpital du Val-de-Grâce [16]. Les images ont été réalisées sur le crâne sec. Un ensemble de 80 coupes horizontales du demi-crâne, réalisées tous les deux

[16] Ces images ont été réalisées par le Docteur Hor et son équipe.

millimètres, a ainsi été acquis. Chaque coupe est une image 512 x 512 points de 1 mm de résolution. Chaque image a ensuite été interpolée pour atteindre une résolution de 0,2 mm, résolution utilisée lors de l'utilisation du code de simulation par différences finies.

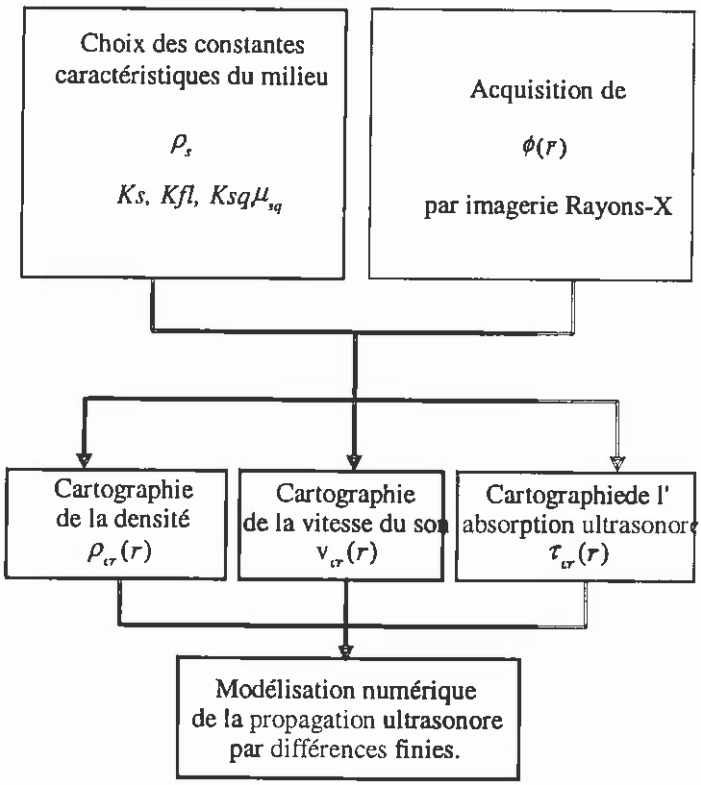


Figure 32. Couplage de l'imagerie par Rayons-X et de la modélisation de la propagation ultrasonore par différences finies.

La modélisation numérique d'une expérience de propagation ultrasonore à travers le crâne a été résumée par la Figure 32. Comme on peut le constater, l'adéquation totale entre simulation numérique et expérience dépendra à la fois de la qualité de la cartographie de $\phi(\vec{r})$ par l'imageur rayons-X mais aussi du choix des constantes ρ_s, K_s, K_{fl}, K_{sq} et η. Pour l'instant, ces constantes ont été choisies à partir de données couramment utilisées dans la littérature et ne sont donc pas totalement représentatives du crâne particulier utilisé en expérience. Pour cette raison, les simulations présentées au 2.1.7 et 2.4.3 ne donnent qu'une information qualitative sur la propagation à travers un *"crâne moyen"*. Une étude plus poussée du choix de ces paramètres en fonction du crâne de chaque patient devra être menée afin de faire coïncider expérience réelle et simulation numérique sur un crâne particulier. Afin de faire coïncider simulations et expériences, nous comptons dans les prochains mois adapter à notre problème une méthode d'inversion développée dans le domaine des ondes sismiques par A. Tarantola [41].

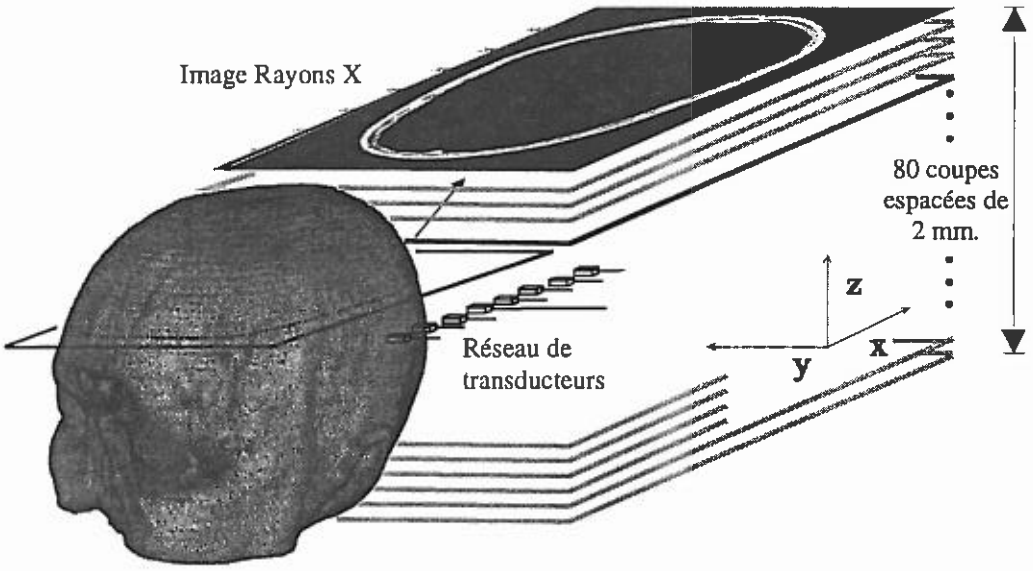


Figure 33. Acquisition d'un ensemble de coupes Rayons X du crâne. On déduit de chaque image la distribution des hétérogénéités du milieu à injecter dans la simulation par différences finies. La position du réseau de transducteurs au cours de cette simulation est précisée sur la figure.

Conformément à l'étude des propriétés acoustiques du crâne menée par Fry *et al* [42], mais aussi aux études menées par Hosokawa *et al* [43], [44], Rho *et al* [45], Mc Kelvie et Palmer [46], on choisit pour l'instant les paramètres présentés dans le tableau suivant :

Densité de la moelle osseuse ρ_{fl}	930 kg/m^3
Densité de l'os solide ρ_s	1960 kg/m^3
Module de compressibilité de la moelle osseuse K_{fl}	2,0 Gpa
Module de compressibilité de l'os solide K_s	22,0 Gpa
Module de compressibilité du squelette K_{sq}	12,0 Gpa
Module de cisaillement du squelette μ_{sq}	7,0 Gpa
Viscosité de la moelle osseuse η	1,8 N s/m^2
Perméabilité du squelette κ	2,0.10^{-10} m^2

Tableau 2. Paramètres acoustiques du crâne introduits dans la simulation.

L'utilisation de ces paramètres acoustiques permet de remonter à des valeurs de vitesse du son de l'ordre de 3000 m.s^{-1} dans les parois interne et externe du crâne et de l'ordre de 2600 m.s^{-1} dans la zone poreuse intermédiaire. On retrouve bien des valeurs correspondant aux données expérimentales fournies par Fry [42].

En raison des capacités mémoires limitées des ordinateurs actuels, le code de simulation ne peut traiter pour le moment qu'un problème à 2D (ou 3D-axisymétrique). Cependant, afin de tenir compte

des variations spatiales du crâne suivant l'axe vertical (on rappelle que le transducteur servant de source initiale utilisé a une hauteur de 10 mm), la simulation peut être accomplie couche par couche sur une hauteur de 10 mm (soit 5 couches), puis moyennée sur ces cinq réalisations.

2.4.3. Résultats numériques: Le crâne comme cavité à retournement temporel

Nous avons vu au paragraphe 2.1.7 comment la simulation numérique pouvait illustrer les concepts présentés au 2.1.4. En particulier, elle permet qualitativement de mieux comprendre l'importance primordiale de l'algorithme de repropagation numérique avant compensation d'amplitude. Nous allons voir maintenant comment le code a été utilisé pour simuler une configuration proche de la configuration *in vivo* finale mais difficile, voire impossible à mettre en place expérimentalement au sein de notre laboratoire.

On a montré expérimentalement qu'on arrivait à focaliser de manière optimale *in vitro* à travers le crâne. On peut cependant se demander ce que devient le front d'onde une fois qu'il a focalisé et plus particulièrement s'il ne risque pas, par le jeu de réflexions à l'intérieur du crâne, de créer de nouveau points focaux parasites. D'un autre côté, on peut se demander si la technique de focalisation par retournement temporel ne peut pas tirer profit de la cavité naturelle que forme le crâne. Il a en effet été montré par Carsten Draeger et Julien de Rosny que l'utilisation des réverbérations multiples du signal dans une cavité chaotique permettait de mimer une véritable cavité à retournement temporel et ainsi de focaliser avec une résolution optimale (de l'ordre de $\lambda/2$, limite de la diffraction), tout ceci à l'aide d'un seul transducteur fonctionnant tour à tour en émission-réception [26].

Ces deux idées sont difficiles à vérifier expérimentalement. En effet, d'un point de vue technique, il est difficilement envisageable d'aller cartographier le champ de pression créé à l'intérieur d'un crâne complet. De plus, le système de mesure introduit dans la cavité naturelle que forme le crâne perturberait fortement le champ ultrasonore se réverbérant dans la cavité. La simulation numérique apporte donc ici une aide précieuse.

Une expérience de retournement temporel est donc simulée à travers un crâne complet. On tente ici de modéliser une configuration réaliste proche d'une intervention *in vivo*. Le patient devant pouvoir respirer librement, seule une partie du crâne est immergée dans un bac d'eau dans lequel est placé un miroir à retournement temporel de 200 mm d'ouverture composé de 200 transducteurs [Figure 34]. On a donc une interface eau-crâne d'un côté de la tête mais aussi une interface crâne-air totalement réfléchissante de l'autre côté. La première étape du retournement temporel est présentée en Figure 35. La taille du maillage (*1250 x 820* points, pas spatial de 0,2 mm) correspond à un rectangle de *250 x 164* mm. Au temps $t = 55\ \mu s$, une première partie du front d'onde créé par la source initiale traverse le crâne. Pendant ce temps la seconde partie du front d'onde est réfléchie par l'interface

crâne-air, puis se propage à travers la totalité du cerveau pour finalement traverser la face immergée au temps $t = 120\ \mu s$. Au cours de la simulation, le réseau de transducteurs enregistre les deux fronts d'onde bien séparés dans le temps.

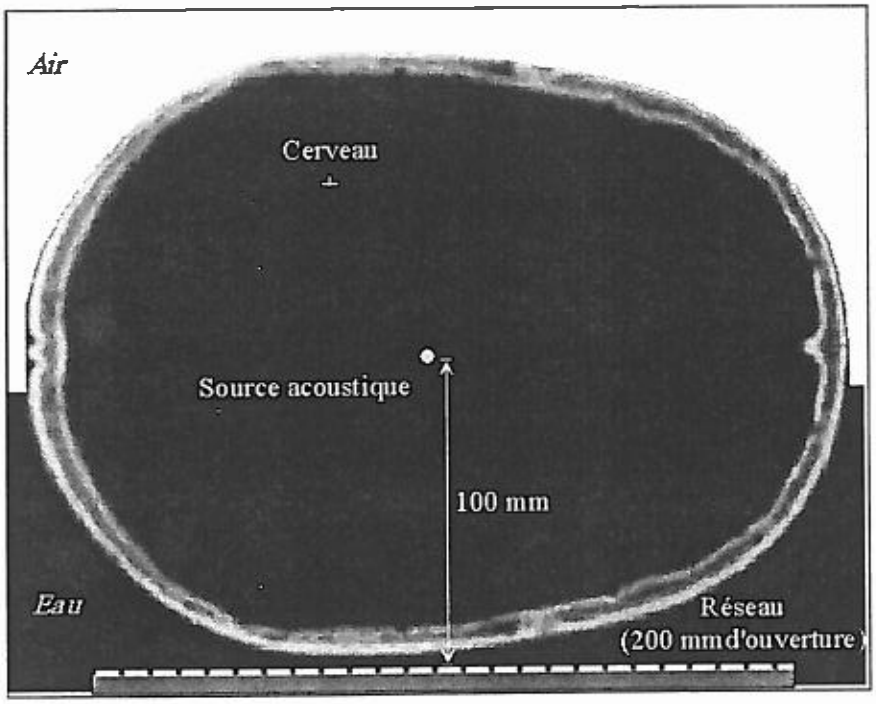


Figure 34. Configuration de la simulation numérique.

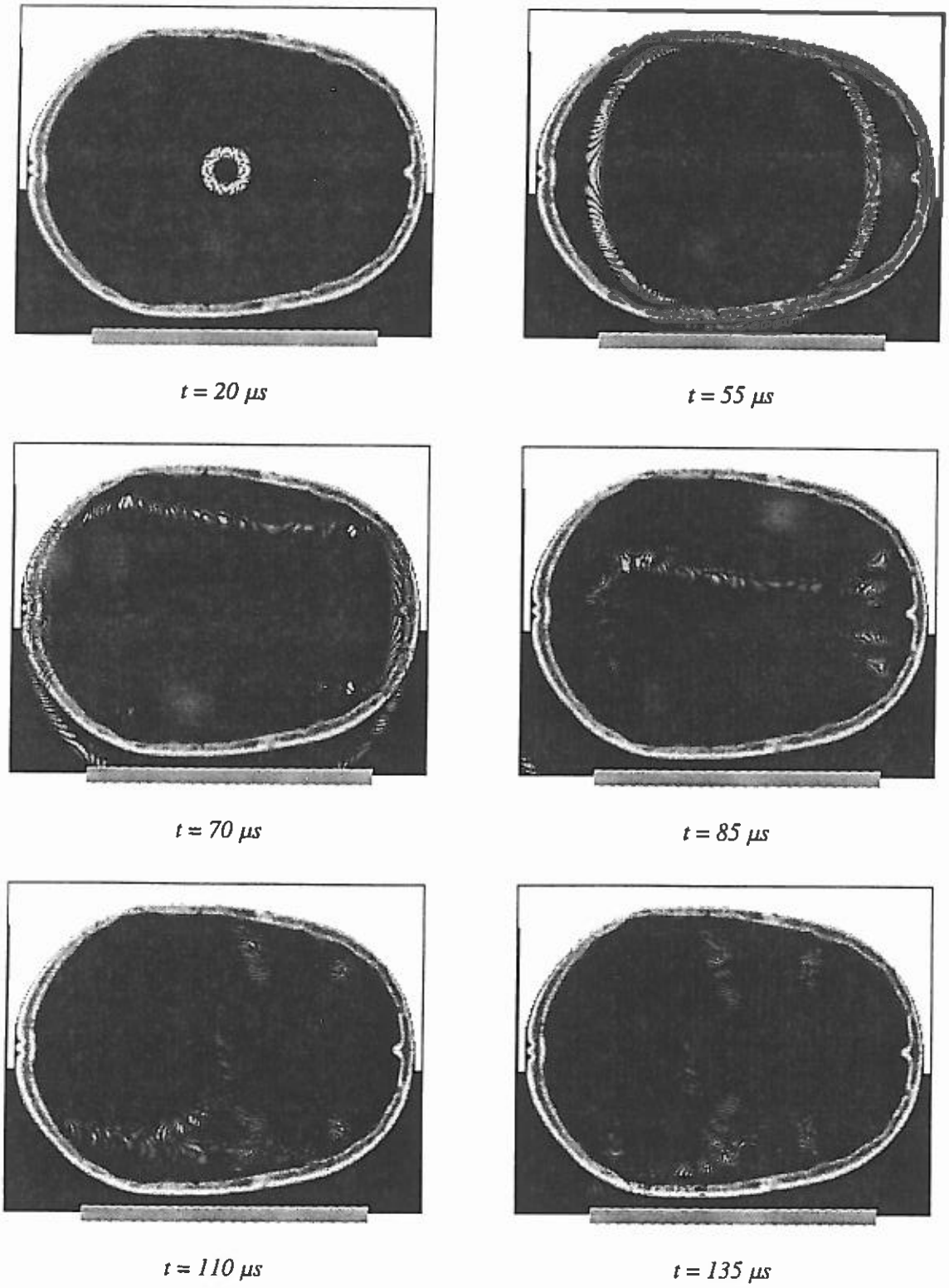


Figure 35. Propagation entre la source initiale et le réseau de transducteurs. Les transducteurs enregistrent le front d'onde direct, puis le second front d'onde ayant traversé l'ensemble du cerveau après réflexion sur l'interface crâne-air. Le champ ultrasonore est représenté en échelle logarithmique entre 0 et –60 dB. Dimensions du cadre : 250 x 164 mm.

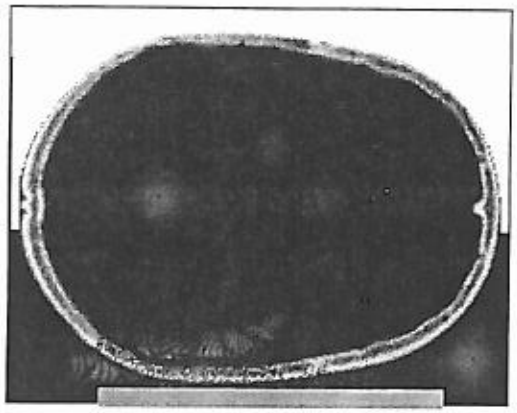
Le premier front reçu est alors corrigé en amplitude conformément à la méthode développée au 2.1.4. Le second front d'onde ne peut pas être corrigé par cette méthode, puisqu'il résulte de réflexions multiples à l'intérieur du crâne. On ne lui applique donc pas de compensation d'amplitude. Finalement, l'ensemble du signal reçu sur chaque voie est retourné temporellement et réémis. La Figure 36 présente la propagation retour de ce signal à travers le crâne. On constate que le front d'onde réémis en premier traverse la totalité du cerveau [$t = 90\ \mu s$], se réfléchit sur l'interface crâne-air [$t = 120\ \mu s$], puis revient focaliser à la position de la source initiale en même temps que le front d'onde corrigé en amplitude [$t = 160\ \mu s$]. On constate toutefois que l'amplitude du front d'onde ayant subi la réflexion sur l'air est bien plus faible puisqu'elle subit deux fois l'absorption de l'os. Le second front d'onde a ainsi une amplitude plus de 10 fois plus faible que celle du front d'onde direct [Figure 36, $t = 140\ \mu s$].

On pourrait penser qu'une utilisation astucieuse de cette réflexion sur l'air permettrait de diminuer la profondeur de champ de la focalisation. Cette réflexion sur l'air mimerait en quelque sorte la présence d'un second réseau de transducteurs sur l'autre face du crâne. Il faut cependant constater que cette hypothèse est très optimiste pour trois raisons principales :

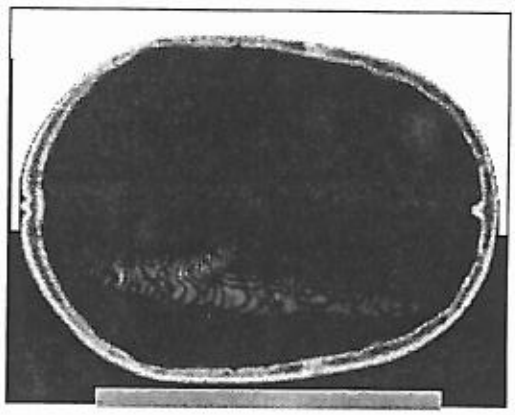
- Il faudrait rehausser fortement l'amplitude du second front reçu par rapport à celle du front direct lors de la réémission, ce qui risquerait lors de la réémission de créer un échauffement trop important au passage du crâne.

- De plus, on n'a pas tenu compte dans la simulation de l'absorption faible qui intervient dans le cerveau. Celle-ci est de l'ordre de $0{,}6\ dB.cm^{-1}.MHz^{-1}$ et n'est plus négligeable en ce qui concerne le second front d'onde. Ainsi lorsqu'il traverse l'ensemble du cerveau dans les deux directions, le signal ultrasonore (1 MHz) est atténué d'au moins 20 dB.

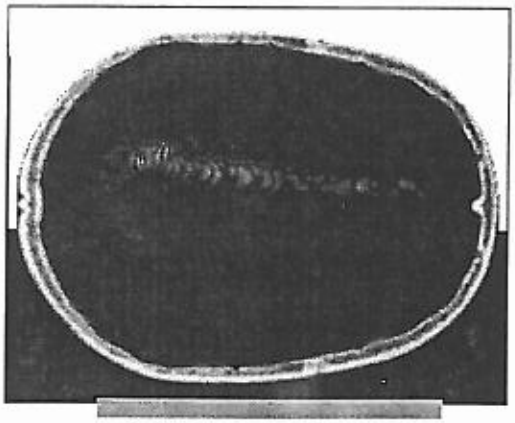
- On ne peut pas appliquer l'algorithme de compensation d'amplitude développé au 2.1.4 à ce second front d'onde résultant de réflexions multiples à travers le crâne. La qualité de focalisation obtenue ne serait donc pas maîtrisable, puisque les aberrations introduites par la paroi du crâne au contact de l'air ne seraient pas corrigées.



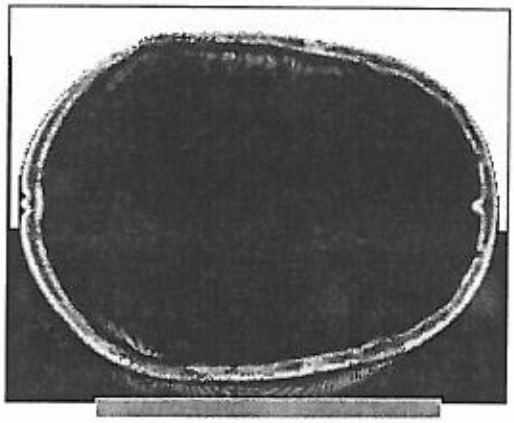
$t = 40\ \mu s$



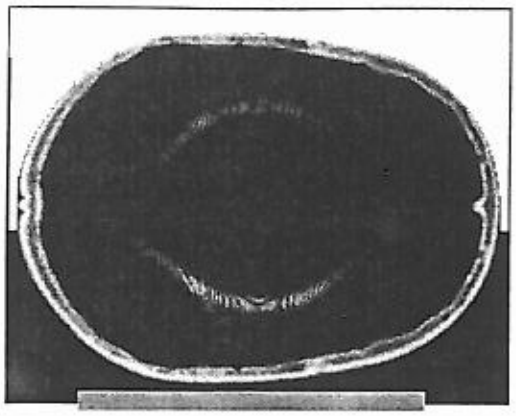
$t = 65\ \mu s$



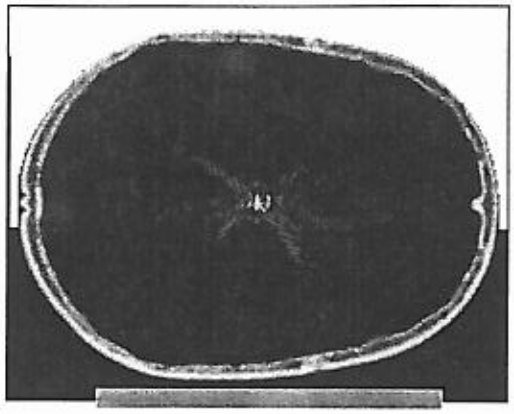
$t = 90\ \mu s$



$t = 120\ \mu s$



$t = 140\ \mu s$



$t = 160\ \mu s$

Figure 36. Propagation retour entre le réseau de transducteurs et le point focal. Le premier front d'onde réémis (correspondant à la réflexion sur l'air de la propagation aller) n'a pas été corrigé. Le second front d'onde réémis (correspondant au trajet direct de la Figure 35) a été pour sa part compensé en amplitude. Le champ de pression est normalisé par rapport à la surpression maximale de la simulation et représenté en échelle logarithmique entre –60 et 0 dB. Dimension du cadre : 250x164 mm.

Dans le cadre de l'hyperthermie, l'échauffement de la zone focale n'intervient que lorsque le temps d'insonification du milieu devient très grand devant la période du signal. Le temps de chauffe est en effet typiquement de l'ordre de la seconde, voire de la minute (la période du signal émis par les transducteurs est égale à 1 µs dans notre cas). On doit donc avoir une émission de type monochromatique et non pas impulsionnelle. Pour prévoir la carte du champ monochromatique, on ne conserve des signaux corrigés précédents que leur composante fréquentielle à la fréquence centrale d'utilisation des transducteurs. Seule cette composante est réémise. On peut alors se demander si les réflexions multiples sur les parois internes de la cavité osseuse peuvent créer des lobes parasites. Pour répondre à cette question, la simulation de la seconde phase du retournement temporel présentée en Figure 36 a été reconduite en ne réémettant (en régime continu) que la composante fréquentielle $f_0=1$ *MHz* du signal. Au bout d'un temps $t = 300\ \mu s$, la répartition spatiale de l'énergie ultrasonore dans le cerveau est quasi-stationnaire. On présente cette répartition spatiale de l'énergie ultrasonore au voisinage de la tache focale en Figure 37.

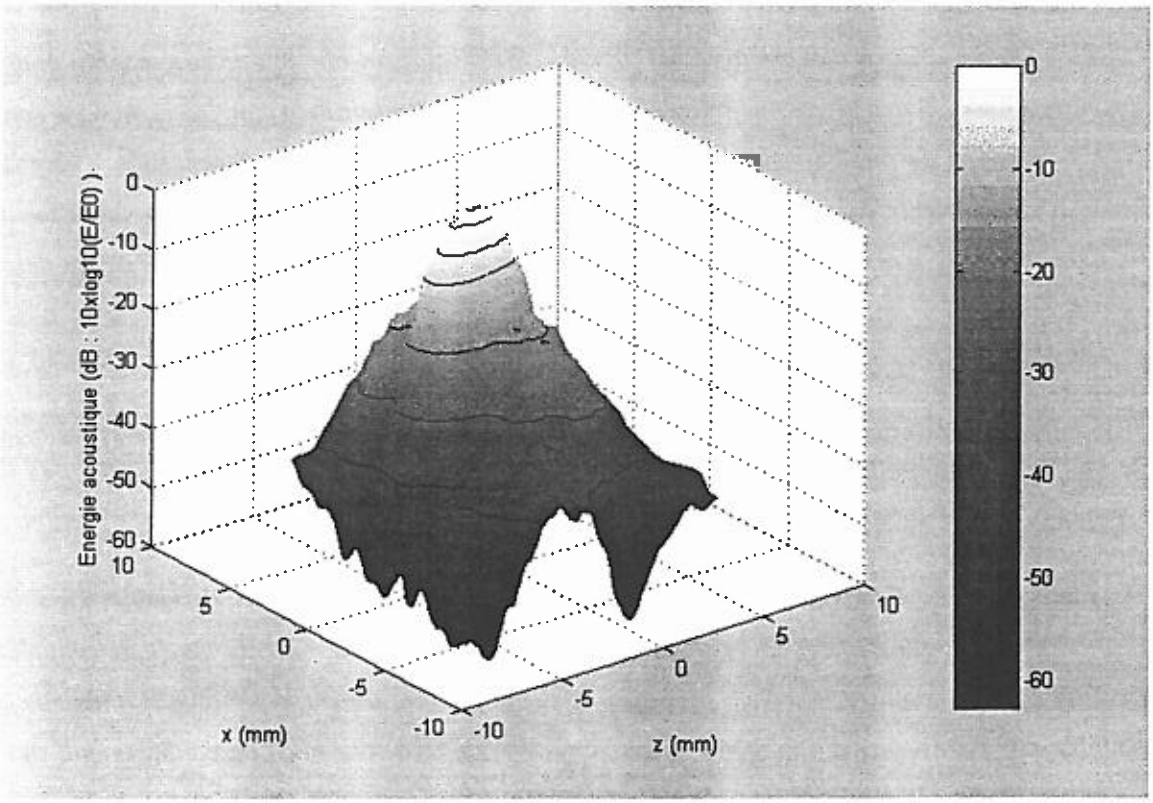


Figure 37. Répartition spatiale de l'énergie ultrasonore au voisinage du point focal lorsque le réseau émet de manière continue une seule composante fréquentielle du signal corrigé (celle correspondant à la fréquence centrale d'utilisation des transducteurs).

L'énergie reçue sur la cible est fortement focalisée : la résolution latérale à –6 dB vaut 1 mm, la profondeur de champ à –6 dB vaut 4 mm. On notera que la courbe de niveau à –20 dB (correspondant donc à un niveau d'énergie 100 fois plus faible que l'énergie maximale) a une largeur de 2 mm et une profondeur de 8 mm. On a donc ici une excellente qualité de focalisation (notamment en régime

d'ablathermie où la diffusion de la chaleur intervient peu) et la chaleur apportée au milieu est très localisée.

On vient de mettre en évidence l'apport de la simulation numérique qui permet à la fois d'illustrer les concepts définis au 2.1.4 et 2.1.5, mais aussi de simuler des configurations difficiles.

Une autre étude, à la fois expérimentale et numérique, devra être menée dans les mois à venir. Il faudra mesurer avec précision l'importance des réflexions multiples du signal entre la face externe du crâne et le réseau de transducteurs. Ces réflexions multiples ne sont pas modélisées dans les simulations présentées dans cette thèse. Comme l'insonification sera monochromatique lors du traitement des tumeurs cérébrales, ces réflexions multiples pourraient avoir une influence non négligeable sur la focalisation ultrasonore. Dans un tel cas, il faudra mettre au point une méthode permettant de diminuer leur influence.

2.5. Conclusion

Ce chapitre a permis de prouver que le crâne n'était pas un obstacle insurmontable pour les ondes ultrasonores. Il a ainsi été montré expérimentalement qu'à partir d'un point d'accrochage dans le milieu, le principe de retournement temporel couplé à un algorithme de compensation d'amplitude permettait de corriger les aberrations introduites par l'os. Finalement, on retrouve quasiment la résolution optimale du réseau en milieu homogène. Ainsi, en mode émission, jusqu'à 20 dB en dessous du pic de focalisation, tout se passe comme si l'obstacle crâne n'existait plus. De plus, il est possible par cette méthode d'anguler le faisceau ultrasonore pour aller focaliser en d'autres points entourant le point d'accrochage, sans toutefois dégrader la résolution du système. Lors de l'émission de signaux de forte intensité ultrasonore, il est donc d'ores et déjà possible de créer un échauffement maîtrisé dans des zones cibles très localisées du cerveau, sans toutefois endommager le reste du milieu insonifié.

Finalement, en élargissant cette technique à la focalisation en réception, il semble possible de réaliser des images ultrasonores du cerveau de bonne qualité dans une zone de plusieurs centimètres carrés entourant le point d'accrochage sur lequel le miroir à retournement temporel fait initialement le point. La perspective d'une imagerie ultrasonore du cerveau (et plus particulièrement de ses écoulements sanguins) devient donc envisageable. Celle-ci se heurtera toutefois à la limite intrinsèque du principe de focalisation par retournement temporel : la présence nécessaire d'une source acoustique passive ou active dans la zone insonifiée. Plusieurs voies d'étude sont actuellement explorées pour apprendre à se passer d'une telle source acoustique et viennent d'être ébauchées, en guise de perspective, à la fin de ce chapitre.

3. Limites de la focalisation par retournement temporel en milieu hétérogène. Comparaison avec la focalisation par filtre inverse

Le retournement temporel apporte une solution élégante au problème de focalisation en milieu hétérogène. Il s'appuie pour cela sur la présence dans le milieu d'une source acoustique, sur laquelle le système apprend à faire le point. Dans le cas d'une cavité à retournement temporel englobant un milieu hétérogène non dissipatif, le signal émis par cette source et capté sur les bords de la cavité contient une information suffisante sur le milieu pour obtenir une refocalisation optimale sur la source : il suffit pour cela de réémettre les signaux reçus sur les bords de la cavité dans leur chronologie inverse pour recréer exactement la scène ondulatoire inverse et ainsi refocaliser de manière optimale sur la source. Ceci traduit la propriété d'invariance par renversement du temps de l'équation d'onde en milieu non dissipatif. Le retournement temporel réalise alors naturellement un ***filtre inverse*** *de la propagation puisqu'il est capable à partir des signaux enregistrés de resynthétiser la source qui leur avait donné initialement naissance. En milieu dissipatif, nous avons vu qu'une simple opération de retournement temporel n'était plus suffisante pour réaliser un filtre inverse de la propagation. Le signal provenant de la source n'apporte plus dans ce cas qu'une information partielle sur le milieu. Toutefois, nous montrerons dans ce chapitre, que le retournement temporel tire toujours naturellement profit de cette information en maximisant l'amplitude du signal réémis à la position de la source initiale en un instant fixé. On parle dans ce cas de* ***filtre adapté*** *spatio-temporel. Cette propriété du retournement temporel assure une très grande robustesse au processus en imposant un champ maximum au point focal désiré. Par contre, comme on l'a vu dans le cas du crâne, aucune contrainte n'est imposée sur le champ acoustique entourant le point focal : un élargissement du lobe principal ainsi que des lobes secondaires, voire même de nouveaux points focaux peuvent apparaître. Le* ***Filtre adapté*** *que réalise l'opération de retournement temporel n'est alors plus équivalent au* ***filtre inverse*** *que nous cherchons à créer.*

Pour pouvoir créer une tache focale ayant des caractéristiques convenables autour d'un point à partir d'un réseau de transducteurs d'ouverture finie, il existe une autre approche qui consiste à connaitre non pas uniquement la fonction de Green associée au point focal, mais aussi toutes les fonctions de Green associées à l'ensemble des points du plan focal. On peut ainsi définir un ***filtre inverse*** *spatio-temporel qui assure une forme sélectionnée de tache focale. Cette approche de filtre inverse, courante dans le domaine du contrôle actif de bruit* [47]*, est beaucoup plus coûteuse et astreignante que la technique de retournement temporel puisqu'il faut disposer maintenant d'un ensemble de récepteurs dans le milieu, mais elle assure théoriquement la meilleure qualité de focalisation possible.*

Dans la première partie de ce chapitre, une comparaison théorique entre ces deux méthodes de focalisation que sont le ***filtre inverse*** *et le* ***filtre adapté*** *sera abordée. Dans un second temps, deux expériences viendront illustrer notre propos. Nous verrons en particulier que la technique de compensation d'amplitude proposée au chapitre précédent pour améliorer la focalisation par retournement temporel à travers le crâne nous avait bien permis de reconstruire le filtre inverse de la propagation à partir de la seule connaissance des données du filtre adapté. Lors d'une seconde expérience, nous verrons qu'en milieu non dissipatif, bien que l'invariance par renversement du temps soit assurée, le filtre adapté peut être mis en défaut dès lors que la focalisation est réalisée à partir de l'ouverture* ***limitée*** *d'un réseau. Il peut alors sembler qu'il existe une faille dans la robustesse de la focalisation par retournement temporel. Pourtant, nous verrons que l'utilisation du filtre inverse ne donne pas de meilleurs résultats dans ce cas.*

Pour comparer l'apporche filtre inverse et filtre adapté, nous introduirons dans ce chapitre le concept d'opérateur de propagation entre deux ouvertures de dimensions finies et nous expliciterons le sens physique de sa décomposition en valeurs singulières. La base de vecteurs singuliers introduite par cette décomposition sera comparée à celle bien connue des ondes planes. Cette décomposition en valeurs singulières de l'opérateur de propagation possède de nombreux avantages : elle permet en particulier d'estimer la meilleure qualité de focalisation pouvant être atteinte dans une configuration expérimentale donnée, mais aussi de séparer les données ayant réellement un sens physique du bruit expérimental.

3.1. Limitations et Avantages du retournement temporel

Nous introduisons ici les concepts qui seront étudiés au cours de ce chapitre. Nous étudierons en particulier deux limitations du principe de focalisation par retournement temporel. Ces limitations seront étudiées d'un point de vue théorique (par souci de clarté, sous forme matricielle) au 3.2, puis d'un point de vue expérimental au 3.3.

3.1.1. La perte d'information

Depuis quelques années, nous avons montré au Laboratoire Ondes et Acoustique comment l'invariance par renversement du temps de l'équation d'onde pouvait être utilisée pour focaliser des ondes ultrasonores en milieu hétérogène non dissipatif [48]. Ainsi, bien que le signal provenant d'une source située dans le milieu puisse être réfléchi et diffracté de manière complexe dans le milieu, il existe une onde qui retrace tous ces chemins possibles et finalement converge vers la position de la source initiale. Comme nous l'avons expliqué précédemment, cette onde n'est autre que la version retournée temporellement de l'onde initiale. On obtient donc une focalisation optimale en appliquant l'opération de retournement temporel sur une surface fermée entourant le milieu et tapissée de

transducteurs. D. Cassereau et M. Fink ont ainsi introduit le concept de cavité à retournement temporel [49], où une onde divergente issue d'un point source est échantillonnée sur la paroi de la cavité, retournée temporellement puis réémise par les éléments du réseau 2D [Figure 38].

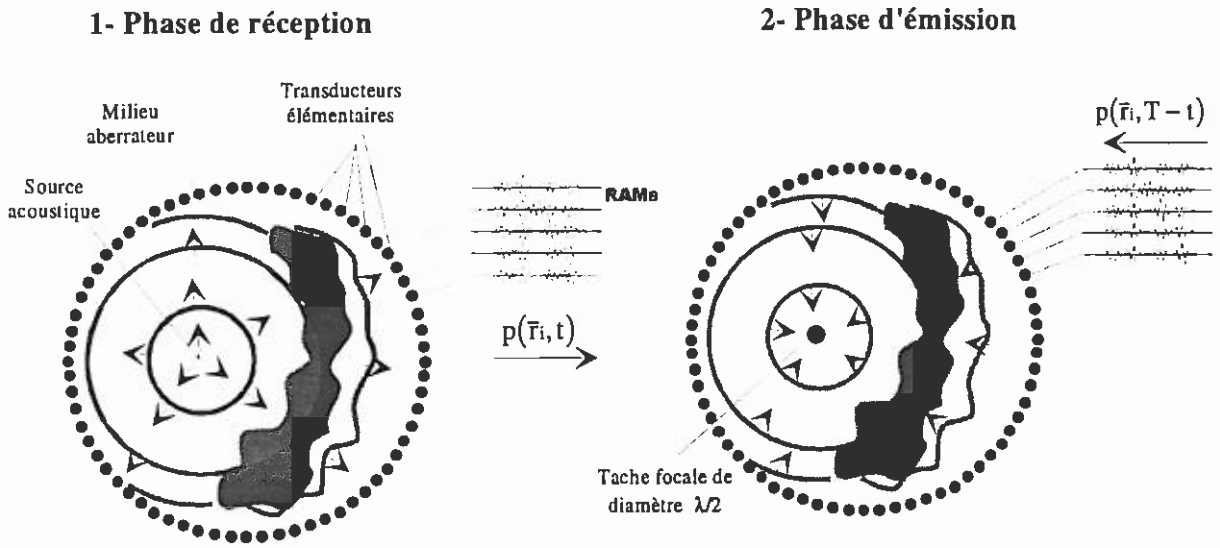


Figure 38. Concept de la cavité à retournement temporel.

Un tel processus agit alors comme un filtre inverse de la fonction de transfert de diffraction qui décrit la propagation de la source aux points de la surface fermée. Notons toutefois, que ce filtre inverse n'est pas parfait. En effet, les ondes évanescentes émises par la source ne sont pas propagatives et subissent une décroissance spatiale exponentielle très rapide [50]. Elles ne peuvent donc pas être enregistrées puis retournées temporellement sur la surface. Quant bien même le pourrait-on, ces ondes évanescentes ne sont pas réversibles puisqu'elles subiraient à nouveau une décroissance spatiale exponentielle après réémission. Ainsi, la diffraction agit comme un filtre passe-bas vis à vis des fréquences spatiales convoyées par l'onde puisque les fréquences spatiales correspondant aux ondes évanescentes ($>1/\lambda$) sont perdues lors de la propagation : On aboutit à la limite classique de diffraction qui interdit à la tache focale obtenue par retournement temporel de devenir plus petite que la demi-longueur d'onde[17]. Notons que, pour descendre sous cette limite, il faudrait être capable de recréer localement (au foyer) les ondes évanescentes et ainsi créer un véritable "puits acoustique". Ceci pourrait être fait en émettant au point focal le signal-source initial dans sa chronologie inverse[18].

---

[17] D. Cassereau propose d'expliquer cette limite classique de la diffraction dans le domaine temporel par l'interférence au point focal entre l'onde convergente juste avant le passage au foyer et la même onde cette fois-ci divergente juste après le passage du foyer.

[18] En toute rigueur, la réversibilité de l'expérience se traduit par l'invariance par renversement du temps de l'équation d'onde dans laquelle on tient compte du terme source $S_{m0}(t)$: $\Delta p - (1/c^2)(\partial^2 p / \partial t^2) = S_{m0}(t)$. Il faudrait donc logiquement avoir $S_{m0}(-t)=S_{m0}(t)$. Lors de la deuxième phase de l'expérience de retournement

En pratique, une cavité à retournement temporel serait difficile à réaliser et l'opération de retournement temporel est faite sur une ouverture limitée connue sous le nom de *miroir à retournement temporel* (MRT). Son ouverture angulaire limitée donne lieu à un autre filtre passe-bas pour les fréquences angulaires qui peuvent être émises par le réseau. Sa fréquence de coupure est plus restrictive que celle due aux ondes évanescentes.

- En milieu homogène, elle dépend de l'ouverture angulaire du réseau et il en résulte une tache focale de diffraction dont la largeur est proportionnelle au produit de la longueur d'onde λ par l'ouverture angulaire F/D du réseau [Figure 39].

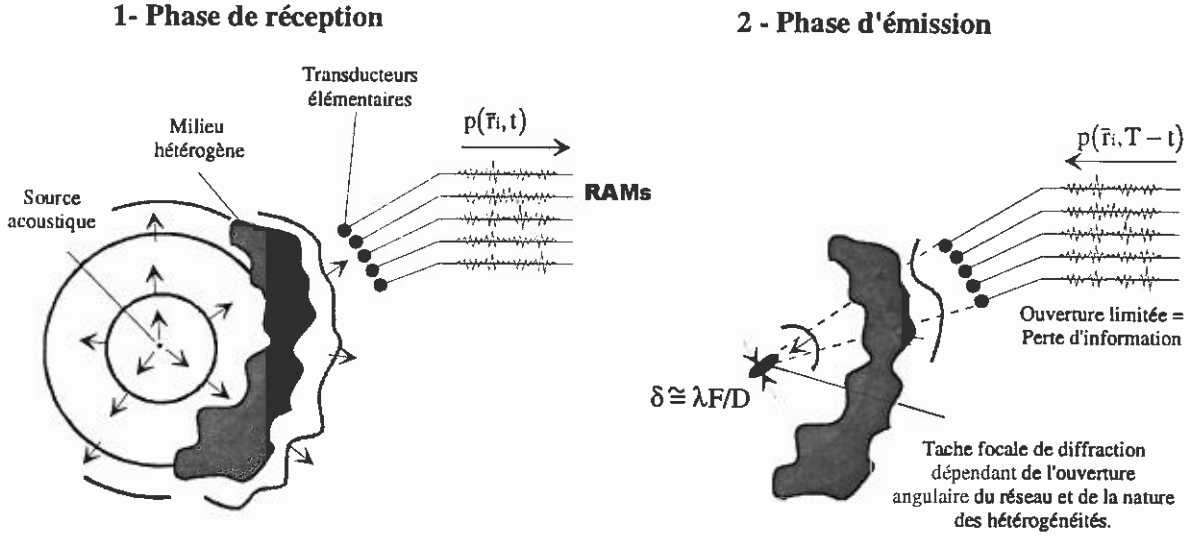


Figure 39. Principe de focalisation par retournement temporel sur une ouverture limitée.

- En milieu hétérogène, la décomposition en ondes planes n'est plus vraiment adaptée et il devient souvent difficile de prédire le comportement du MRT. Il dépend fortement de la nature des hétérogénéités du milieu. Ainsi, dans un premier exemple, A. Derode et al ont montré que la tache focale de diffraction obtenue par retournement temporel peut devenir plus étroite qu'en milieu homogène lorsqu'une myriade de diffuseurs aléatoires est placée entre le MRT et la zone focale [51]. Dans un autre exemple, présenté dans ce chapitre, nous mettons en évidence l'effet opposé, lorsqu'un milieu fortement diffractant est placé entre le réseau et le point focal désiré [52]. Dans ce cas, on verra que la tache focale peut être fortement dégradée bien que le milieu de propagation soit non dissipatif. De tels exemples montrent bien que lorsque l'opération de retournement temporel est effectuée en milieu hétérogène sur une ouverture limitée, la tache focale est difficile à prévoir. Les

---

temporel, il faudrait non seulement réémettre p(r,-t) sur les frontières de la cavité mais aussi réémettre $S_{m0}(-t)$ au foyer.

hétérogénéités du milieu peuvent induire soit une dégradation soit au contraire une amélioration de la focalisation par retournement temporel.

Rappelons de plus que le principe de focalisation par retournement temporel est basé sur l'invariance par renversement du temps de l'équation d'onde. Lorsque cette dernière est brisée, la focalisation est dégradée. La dissipation est donc une autre source de pertes d'information.

3.1.2. Du filtre adapté au filtre inverse

Ainsi, lorsqu'une opération complète de renversement du temps ne peut être réalisée à cause de pertes d'informations, nous ne pouvons plus nous appuyer sur la propriété d'invariance par renversement du temps pour prédire le comportement du MRT. Dès lors, paradoxalement, l'opération de retournement temporel ne semble plus être la meilleure approche pour décrire une véritable opération de renversement du temps. Toutefois, tant que la linéarité et la réciprocité spatiale[19] restent valides dans le milieu, l'opération de retournement temporel réalise un filtre adapté spatio-temporel. Pour une énergie totale d'émission fixée, on est ainsi assuré de maximiser l'amplitude du signal reçu au point focal désiré à un temps donné. Nous verrons au paragraphe 3.2.5 que cette propriété de filtre adapté du retournement temporel, lui assurent une très grande robustesse. Cependant, ceci n'est toutefois pas suffisant pour assurer une bonne qualité de focalisation : le retournement temporel optimise *seulement* l'amplitude du signal reçu au point focal. Au contraire, en utilisant une approche filtre inverse, on peut ajouter de nouvelles contraintes sur la valeur du champ autour de la zone focale et ainsi ajuster, en partie, le niveau des lobes.

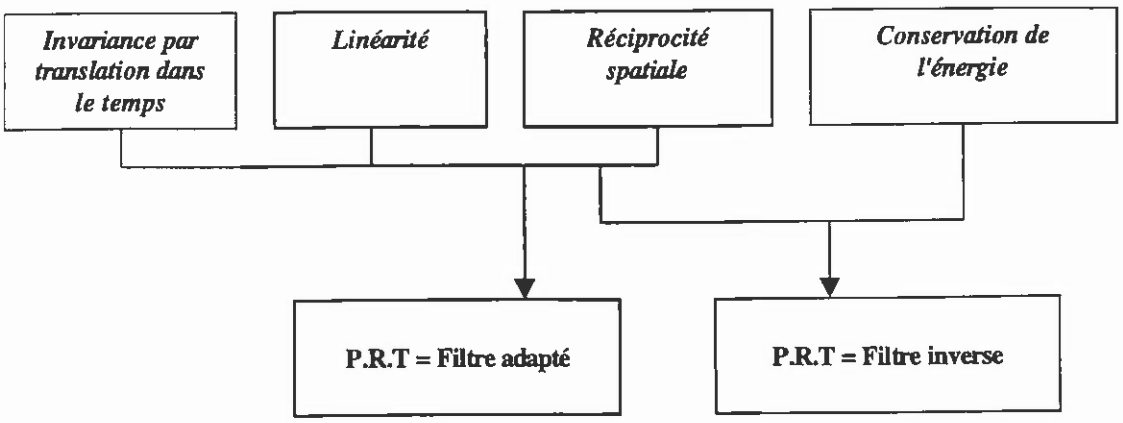


Figure 40. Propriétés du principe de focalisation par retournement temporel.

[19] On peut ici noter que la réciprocité spatiale du milieu n'a pas de lien biunivoque avec la réversibilité temporelle de l'expérience. En effet, alors que la conservation de l'énergie est nécessaire à la réversibilité de l'expérience, la réciprocité spatiale, conséquence directe de la symétrie entre causes et effets, reste valide en milieu absorbant (il y a par exemple réciprocité spatiale de l'équation de diffusion de la chaleur).

3.2. Approche matricielle de la propagation

3.2.1. L'opérateur de propagation H

Afin de comparer la focalisation par filtrage inverse et la focalisation par retournement temporel, nous devons définir l'opérateur linéaire reliant chaque transducteur du réseau à un ensemble de *points de contrôle* disséminés dans le milieu insonifié. Les signaux appliqués sur les éléments du réseau correspondent aux signaux d'entrée du filtre et les signaux mesurés sur les points de contrôle au signaux de sortie du filtre.

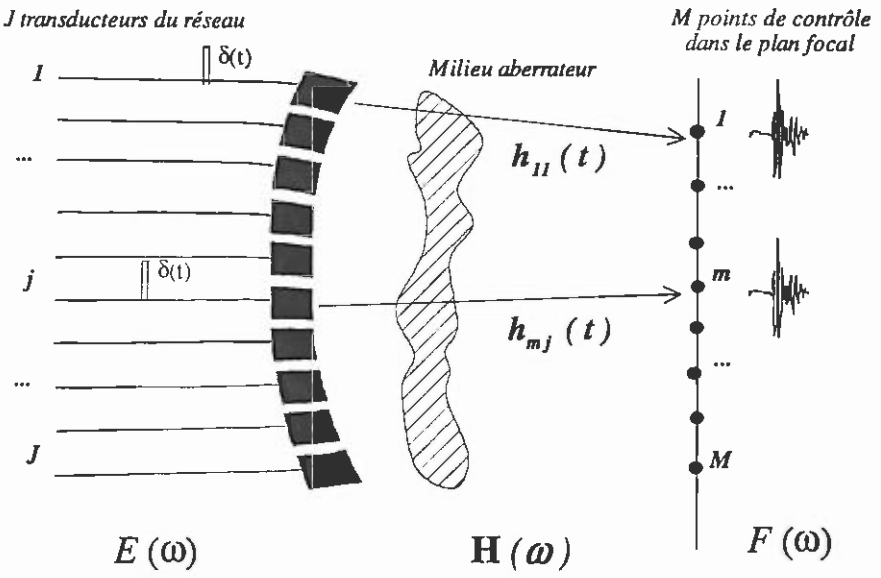


*Figure 41. Réponses impulsionnelles transducteur-point de contrôle et opérateur de propagation **H**.*

Par souci de simplicité, on se restreint à un réseau 1-D de transducteurs et l'ensemble des points de contrôle est disséminé le long d'une ligne parallèle à l'ouverture du réseau [Figure 41]. On définit une réponse impulsionnelle, $h_{mj}(t)$, pour chaque couple (m,j) formé d'un point de contrôle et d'un élément du réseau. Cette réponse impulsionnelle $h_{mj}(t)$ correspond au signal reçu sur le $m^{ième}$ point de contrôle après qu'une impulsion de Dirac temporelle ait été appliquée sur le $j^{ième}$ transducteur du réseau. Cette réponse impulsionnelle prend en compte l'ensemble des effets de propagation dans le milieu observé, mais aussi les réponses acousto-électriques des transducteurs. Comme les transformations sont supposées linéaires et invariantes par translation dans le temps, les M x J fonctions temporelles $h_{mj}(t)$ (pour $1 \leq m \leq M$ et $1 \leq j \leq J$) peuvent décrire n'importe quelle opération d'émission-réception dans une telle configuration. Dans le domaine de Fourier, cet ensemble de réponses impulsionnelles peut être représenté par une matrice de transfert **H** caractérisant la propagation de chaque composante monochromatique du champ entre le réseau de transducteurs et l'ensemble de points de contrôle.

Ainsi, prenons $e_j(t)$, $1 \leq j \leq J$, les J signaux d'entrée émis par chacun des transducteurs du réseau. Les signaux de sortie $f_m(t)$, $1 \leq m \leq M$, reçus dans l'espace de contrôle sont donnés par :

$$f_m(t) = \sum_{j=1}^{J} h_{mj}(t) *_t e_j(t) \qquad 1 \leq m \leq M \tag{15}$$

où * est l'opérateur de convolution temporelle.

Une transformée de Fourier de l'équation précédente mène à :

$$F_m(\omega) = \sum_{j=1}^{J} \mathbf{H}_{mj}(\omega) E_j(\omega) \qquad 1 \leq m \leq M \tag{16}$$

Finalement, l'équation (16) peut aussi s'écrire sous forme matricielle:

$$F(\omega) = \mathbf{H}(\omega) E(\omega) \tag{17}$$

où $E(\omega) = (\mathrm{E_j}(\omega))_{1 \leq j \leq J}$ est le vecteur colonne de la transformée de Fourier des signaux émis et $F(\omega) = (\mathrm{F_m}(\omega))_{1 \leq m \leq M}$, le vecteur colonne de la transformée de Fourier des signaux reçus. La matrice de transfert $\mathbf{H}(\omega) = (\mathrm{H_{mj}}(\omega))_{1 \leq m \leq M, 1 \leq j \leq J}$ décrit la propagation dans le milieu du réseau de transducteurs à l'ensemble des points de contrôle et est, pour cette raison, appelé *opérateur de propagation.*

3.2.2. L'opérateur de propagation inverse $\mathbf{H^{-1}}$

Dans notre cas, nous sommes confrontés à une expérience de diffraction inverse : le but est ici de déterminer le champ d'émission E sur le réseau de transducteurs qui donnerait naissance après propagation dans le milieu à un champ F dans le plan de contrôle . Comme le but est de focaliser dans le plan de contrôle, le vecteur F choisi comme objectif est fixé et correspond à la focalisation optimale obtenue en milieu homogène. Afin de résoudre ce problème, il faut tout d'abord acquérir l'opérateur de propagation direct **H** entre le réseau de transducteurs et le plan de contrôle. E et F sont alors reliés par :

$$F = \mathbf{H}E \quad \Leftrightarrow \quad E = \mathbf{H}^{-1}F \tag{18}$$

Pour obtenir le vecteur E à émettre sur le réseau, il faut donc inverser la matrice de propagation **H**. Cependant, comme cela est le cas dans tout problème inverse, l'inversion de l'opérateur de propagation **H** correspond à un problème *mal conditionné* [53]. En effet, numériquement, la solution à l'inversion ne dépend pas continuement des données mesurées, mais au contraire de très faibles erreurs dans la mesure de **H** produisent d'énormes erreurs sur la solution inversée $\mathbf{H^{-1}}$. Afin d'éviter un tel

problème, on réalise une décomposition en valeurs singulières (S.V.D, *Singular Value Decomposition*) de la matrice **H** avant de réaliser l'inversion :

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\,\mathbf{D}\,{}^{t}\mathbf{V}^{*} \tag{19}$$

- dim(**H**) = M x J.
- **U** est une matrice *M* x *J* unitaire ($\mathbf{U}.{}^{t}\mathbf{U}^{*} = \mathbf{I}$).
- **V** est une matrice *J* x *J* unitaire ($\mathbf{V}.{}^{t}\mathbf{V}^{*} = \mathbf{I}$).
- **D** est une matrice *J* x *J* diagonale ($D = [\,\lambda_i \delta_{i,j}\,]_{i,j}$ où $\delta_{i,j}$ est le symbole de Kronecker). Les éléments diagonaux (λ_i) de **D** sont rangés en ordre décroissants.

L'inverse de **H** est alors directement relié à l'inverse de **D** par :

$$\mathbf{H}^{-1} = \mathbf{V}\,\mathbf{D}^{-1}\,{}^{t}\mathbf{U}^{*} = \mathbf{V}\left[\frac{1}{\lambda_i}\delta_{i,j}\right]_{i,j}{}^{t}\mathbf{U}^{*} \tag{20}$$

Comme **H** est proche d'être singulière, certaines valeurs singulières λ_i sont très faibles et de ce fait très sensibles au bruit. Lors de l'inversion, $1/\lambda_i$ tend alors vers l'infini et entraîne d'importantes erreurs. Ainsi, seules les valeurs singulières les plus fortes, peu sensibles au bruit, devraient être utilisées lors de l'inversion. Cette idée constitue le coeur de l'inversion matricielle par S.V.D. Elle consiste à remplacer $1/\lambda_i$ par zéro, lorsque λ_i est trop faible. On opère ainsi une régularisation de **H** avant son inversion. Cette étape rend ce problème mal conditionné moins sensible au bruit en créant une matrice régularisée $\hat{\mathbf{H}}$ très proche de **H**, dans laquelle on conserve uniquement les informations ayant un ***sens physique*** :

$$\hat{\mathbf{H}} = \mathbf{U}\,\hat{\mathbf{D}}\,{}^{t}\mathbf{V}^{*} = \mathbf{U}\begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & \\ & & \lambda_N & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 & \\ & & & \ddots & 0 \\ 0 & & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}{}^{t}\mathbf{V}^{*} \tag{21}$$

L'inversion de matrice est alors appliquée à $\hat{\mathbf{H}}$ au lieu de **H**. et on obtient ainsi une matrice inverse approximée $\hat{\mathbf{H}}^{-1}$:

$$\hat{\mathbf{H}}^{-1} = \mathbf{V}\,\hat{\mathbf{D}}^{-1}\,{}^{t}\mathbf{U}^{*} = \mathbf{V}\begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda_1} & 0 & & \cdots & & 0 \\ 0 & \ddots & & & & \\ & & \frac{1}{\lambda_N} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 & & \\ & & & & \ddots & 0 \\ 0 & & \cdots & & 0 & 0 \end{bmatrix}{}^{t}\mathbf{U}^{*} \qquad (22)$$

où N est le nombre de valeurs singulières utilisées lors de l'inversion. Comment peut-on prédire ce nombre limité de valeurs singulières caractérisant les données du problème ayant un sens physique ? A quoi correspondent alors les vecteurs propres associés ?

3.2.3. Décomposition en valeurs singulières de l'opérateur de propagation H

D'un point de vue matriciel, la distribution de valeurs singulières divise l'espace en deux sous-espaces. D'un côté, les valeurs singulières très faibles correspondent au noyau de **H,** qui est relié au bruit. De l'autre, les valeurs singulières fortes caractérisent l'image de **H**, dont la dimension est appelée rang de **H.** Ce rang indique le nombre minimum de paramètres indépendants nécessaire pour définir totalement le champ qui peut être créer par le réseau dans le plan image formé des points de contrôle. Lorsque le milieu est homogène, en utilisant la décomposition en ondes planes du champ, ce nombre peut être vu comme le nombre de composantes indépendantes du spectre angulaire, qui peuvent être créées par le réseau dans le plan de contrôle. D'un point de vue matriciel, ce nombre correspond au nombre de vecteurs singuliers[20] indépendants de **H** de valeurs singulières significatives.

3.2.3.1. Solutions propres de l'opérateur de propagation

Tout d'abord, pour mieux comprendre le sens physique des vecteurs propres (*ie* des invariants) de l'opérateur de propagation **H**, il est utile de se rappeler le formalisme général de la propagation d'une onde monochromatique en milieu homogène entre deux plans de référence $(z = 0)$ et $(z = z_0)$ Nous savons [54] que, du fait de l'invariance par translation suivant x et y, l'opérateur faisant passer du

[20] Il convient toutefois ici de noter que la décomposition en valeurs propres de **H** n'est pas équivalente à la décomposition en valeurs singulières de **H** : Alors que les vecteurs propres V_p de **H** vérifient l'équation $\mathbf{H}V_p = \lambda_p V_p$, les vecteurs singuliers V_s de **H** vérifient pour leur part l'équation ${}^{t}\mathbf{H}^{*}\mathbf{H}V_s = \lambda_s{}^{2}V_s$. Voir 3.2.3.3.

plan $(z = 0)$ au plan $(z = z_0)$ possède une série d'invariants, qui correspondent à la trace des ondes planes $e^{j\vec{k}\vec{r}}$ dans le plan $(z = 0)$:

$$A_{Z=0}(x,y) = \exp(\, j2\pi(f_x x + f_y y)) \tag{23}$$

où f_x et f_y sont appelées fréquences spatiales suivant x et y. Dans le plan $z = z_0$, les ondes planes $e^{j\vec{k}\vec{r}}$ s'écrivent :

$$A_{Z=Z_0} \exp(\, j2\pi(f_x x + f_y y)) \,.\, \exp(j\, k_z z) \tag{24}$$

où k_z s'écrit du fait de la relation de dispersion $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \omega^2 / c^2$ sous la forme :

$$k_z = \frac{\omega}{c}\sqrt{1 - \lambda^2(f_x^2 + f_y^2)} \tag{25}$$

Les vecteurs propres de l'opérateur de propagation sont donc bien les fonctions $e^{j\,2\pi(f_x x + f_y y)}$ et les valeurs propres associées valent $\exp(\, j\sqrt{1-(f_x^2+f_y^2)/\lambda^2}.z)$. Le module de ces valeurs propres est égal à 1, tant que les fréquences spatiales sont inférieures à une fréquence de coupure :

$$\sqrt{f_x^2 + f_y^2} < \frac{1}{\lambda} \tag{26}$$

Au delà, les valeurs propres chutent exponentiellement et s'écrivent sous la forme $\exp(-\sqrt{(f_x^2+f_y^2)/\lambda^2 - 1}.z)$: On est alors dans le domaine des ondes évanescentes qui ne peuvent plus se propager.

A travers cette approche, nous voyons que nous avons ici un nombre ***infini*** de vecteurs propres correspondant à la trace des ondes planes dans le plan (x,y) et une fréquence de coupure qui dépend de la longueur d'onde [50]. Lorsque z_0 est suffisamment grand pour pouvoir négliger les vecteurs propres évanescents, on en déduit que toute champ ondulatoire observé sur le plan $(z = z_0)$ pourra s'écrire sous la forme d'une décomposition sur le spectre des ondes planes propagatives [21].

Dans le problème que nous traitons ici, la propagation est étudiée entre un réseau de transducteurs dans le plan d'entrée et un réseau de points de contrôle dans le plan de sortie. On s'attend

[21] Il a ainsi été montré en milieu homogène par Gabor que le nombre de paramètres qui sont nécessaires pour décrire le champ ultrasonore d'émission E est associé au nombre de solutions propres de l'équation d'Helmholtz [53].

à ce que, du fait de l'ouverture limitée des deux réseaux, le nombre d'invariants de l'opérateur de propagation devienne ***fini***. Le réseau d'émission en raison de son ouverture finie n'est plus capable d'émettre des ondes planes pures et le contenu maximal d'informations qui peuvent être convoyées par le champ émis est alors diminué. Au lieu d'une onde plane unique, il émettra un spectre angulaire large (qui est relié en champ lointain à la transformée de Fourier de sa fonction d'ouverture). Ainsi, en un point de contrôle, les composantes du spectre angulaire du champ émis par le réseau constituent un éventail d'ondes planes incluses à l'intérieur d'un cône reliant le point de contrôle à l'ouverture du réseau [Figure 42]. L'ouverture finie du réseau introduit donc une coupure encore plus restrictive que les ondes évanescentes dans le spectre angulaire du champ reçu en chaque point du milieu insonifié.

3.2.3.2. Degrés de liberté de l'opérateur de propagation

Considérons par exemple le réseau linéaire utilisé dans nos expériences composé de 128 transducteurs travaillant à une fréquence centrale de 3,2 MHz (λ= 0,47 mm) dans le plan $z = 0$. L'ouverture du réseau D est égale à 53 mm et le pas inter-élément est égal à 0,42 mm [Figure 42]. Un ensemble de 128 points de contrôle est situé le long d'une ligne parallèle à l'ouverture du réseau dans le plan $z = F = 190$ *mm*. Le pas spatial δ du plan de contrôle est égal à 0,24 mm et l'ensemble est immergé dans l'eau, ce qui assure au milieu d'insonification d'être homogène.

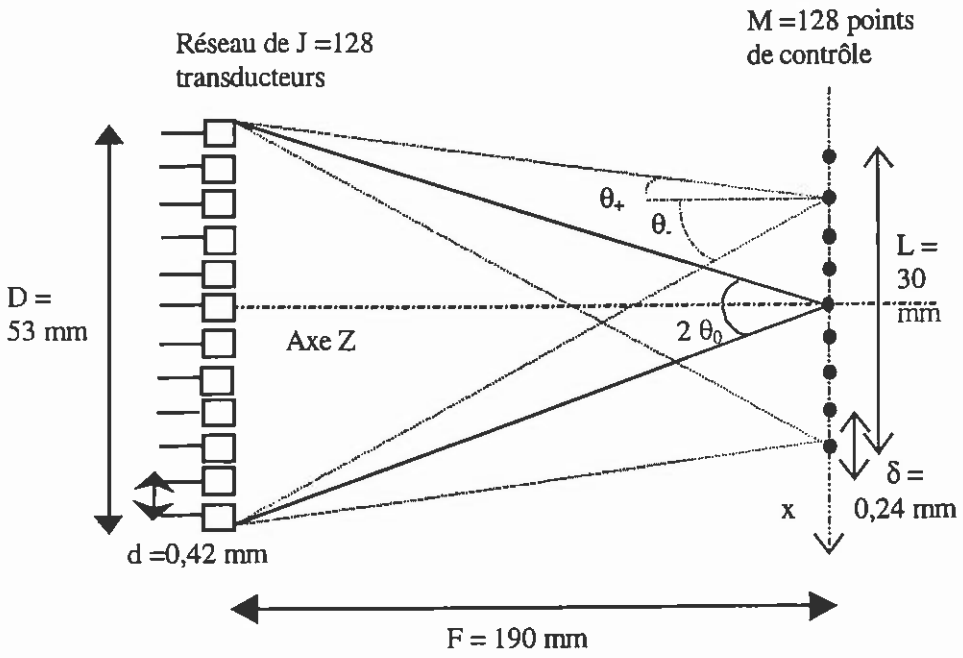


Figure 42. Configuration théorique puis expérimentale.

Du fait de l'ouverture limitée du réseau, la décomposition en ondes planes du champ émis par le réseau et reçu en chaque point de contrôle constitue un "éventail" d'ondes planes contenues dans un cône. Pour un point de contrôle donné, ce cône est limité entre un angle θ_- et θ_+ [Figure 42]. La

fréquence spatiale de l'onde plane arrivant avec une incidence θ étant égale à sinθ/λ, la largeur de bande B des fréquences spatiales qui peuvent être créées par le réseau en ce point de contrôle est donc égale à :

$$B = f_+ - f_- = \frac{\sin\theta_+ - \sin\theta_-}{\lambda} \tag{27}$$

Cette largeur de bande B (ouverture angulaire du cône correspondant) varie pour chaque point du plan de contrôle. La plus grande largeur de bande B_{max} est atteinte pour le point de contrôle central. Dans ce cas, B_{max} est égal à :

$$B_{max} = f_0 - (-f_0) = 2\frac{\sin\theta_0}{\lambda} = 2\frac{\sin\left(\tan^{-1}\frac{D}{2F}\right)}{\lambda} \tag{28}$$

où θ_0 correspond au demi-angle du cône défini en Figure 42. De même, la plus petite largeur de bande est atteinte pour les points de contrôle extrêmes et correspond à :

$$B_{min} = f_+ - (-f_-) = \frac{\sin\theta_+ - \sin\theta_-}{\lambda} = \frac{\sin\left(\tan^{-1}\frac{D-L}{2F}\right) + \sin\left(\tan^{-1}\frac{D+L}{2F}\right)}{\lambda} \tag{29}$$

Le théorème d'échantillonnage de Shannon nous apprend que l'échantillonnage spatial δ_x suffisant pour décrire totalement un signal est égal à l'inverse de la bande passante. Comme nous venons de le voir, cette bande passante varie sur l'ouverture du plan de contrôle entre deux valeurs B_{min} et B_{max}. Ainsi, le pas d'échantillonnage spatial δ_x nécessaire pour définir totalement le champ varie et devient maximal *localement* [22] autour du point particulier m_0 (point central) dans le plan de contrôle :

$$\delta_x^{max} = \frac{1}{B_{max}} = \frac{\lambda}{2\sin\left(\tan^{-1}\frac{D}{2F}\right)} \tag{30}$$

On peut remarquer que δ_x^{max} n'est d'ailleurs rien d'autre que la dimension de la tache focale qui serait obtenue par un réseau d'ouverture D. De même l'échantillonnage spatial suffisant pour définir totalement le champ atteint une valeur minimale *localement* aux points de contrôle extrêmes du plan image :

[22] Ceci traduit le fait que la qualité de focalisation d'un réseau linéaire est meilleure lorsqu'on focalise le long de la normale à l'ouverture du réseau plutôt qu'à l'extérieur de cet axe.

$$\delta_x^{\min} = \frac{1}{B_{\min}} = \frac{\lambda}{\sin\left(\tan^{-1}\frac{D-L}{2F}\right)+\sin\left(\tan^{-1}\frac{D+L}{2F}\right)} \tag{31}$$

Ainsi, une estimation du nombre N de degrés de liberté spatiaux nécessaires pour définir le champ reçu dans le plan de contrôle correspondra au rapport entre l'ouverture L du plan de contrôle et la résolution δ_x suffisante pour échantillonner la distribution spatiale du champ dans le plan de contrôle. Ce nombre N est donc compris entre deux estimateurs limites :

$$\frac{L}{\delta_x^{\min}} \leq N \leq \frac{L}{\delta_x^{\max}} \tag{32}$$

Mis à part les configurations où L>>D, on peut faire l'hypothèse que $\delta_x^{\min} \cong \delta_x^{\max}$ et donc N a une valeur égale à [55], [56]:

$$\boxed{N = 2\frac{L}{\lambda}\sin\left(\tan^{-1}\frac{D}{2F}\right)} \tag{33}$$

De plus, en champ lointain, lorsque $D/2F << 1$, on obtient $\delta_x^{\min} = \delta_x^{\max}$ et N vérifie alors la relation simple :

$$N \approx \frac{DL}{\lambda F} \tag{34}$$

Dans ce cas, une interprétation physique simple de ce nombre N peut être donnée : ce dernier correspond alors au ***nombre de taches focales indépendantes*** *(de résolution latérale à –6dB : λF/D)* ***pouvant être créées par le réseau sur l'ouverture L du plan de contrôle.***

Cette définition de N donne une valeur de 17 dans notre cas numérique ($17,7<N<17,8$). Ce nombre, correspondant au rang de H, doit aussi être égal au nombre de valeurs singulières significatives. Pour vérifier la validité d'une telle formule, nous pouvons modéliser l'opérateur de propagation **H** dans la configuration expérimentale présentée en Figure 42. En effet, si l'on considère que les points de contrôle sont situés dans le champ lointain du réseau, les transducteurs, vus du plan de contrôle, peuvent être considérés comme des sources ponctuelles et l'opérateur de propagation **H** en milieu homogène est donné par:

$$\forall\{m,j\} \in [1,M]x[1,J] \qquad H_{m,j}(\omega) \propto \frac{1}{d_{mj}} e^{ikd_{mj}} \tag{35}$$

où d_{mj} est la distance entre le m^{ième} point de contrôle et le j^{ième} transducteur. Nous pouvons alors réaliser numériquement la décomposition en valeurs singulières de cette matrice et observer le nombre

de valeurs singulières non nulles. La Figure 43 présente la distribution de valeurs singulières obtenue. Le nombre N de valeurs singulières utiles est alors trouvé égal à 17 et confirme le nombre de valeurs propres trouvées à l'aide de l'équation (34). Si on ne veut pas se restreindre à l'hypothèse de champ lointain, on peut aussi prendre en compte la directivité des transducteurs et des points de contrôle, en introduisant un facteur de directivité angulaire lors de l'écriture de la matrice. Dans ce cas, le nombre de valeurs singulières utiles reste le même mais on peut constater que ces dernières n'ont plus toutes le même poids.

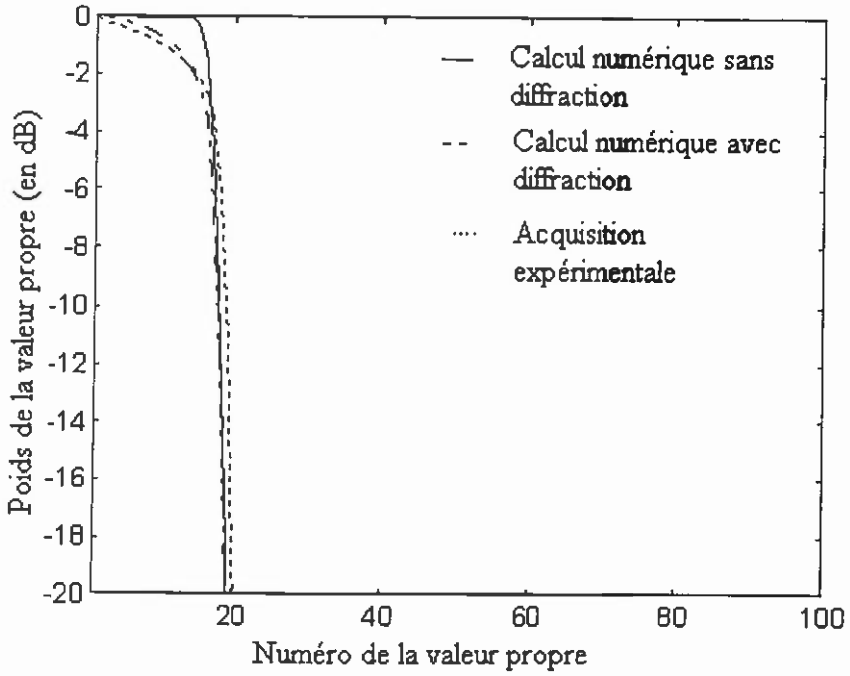


Figure 43. Distribution des valeurs singulières de **H** *calculée numériquement pour la configuration décrite : (a) en ne prenant pas en compte la directivité des transducteurs (ligne solide) et (b) en prenant en compte la directivité des transducteurs (ligne hachurée). Le nombre de degrés de liberté est égal à 17. Il est comparé avec la distribution de valeurs propres trouvée expérimentalement dans la même configuration (ligne pointillée).*

3.2.3.3. Solutions singulières de l'opérateur de propagation

Nous savons que le nombre de valeurs singulières non nulles est égal au nombre de degrés de liberté de **H**. Une question s'impose maintenant. Quel est le sens physique des vecteurs singuliers de l'opérateur de propagation possédant une valeur singulière non nulle ?

Nous pouvons tout d'abord constater que chaque vecteur singulier V_i de **H** (de valeur singulières associée λ_i) vérifie l'équation :

$$ {}^{t}\mathbf{H}^{*}\mathbf{H}V_i = (\mathbf{V}\,\mathbf{D}\,{}^{t}\mathbf{U}^{*}\,\mathbf{U}\,\mathbf{D}\,{}^{t}\mathbf{V}^{*})V_i = (\mathbf{V}\,\mathbf{D}^{2}\,{}^{t}\mathbf{V}^{*})V_i = \lambda_i^{2}V_i \qquad (36) $$

Ainsi, les vecteurs singuliers de **H** correspondent aux vecteurs propres de l'opérateur ${}^{t}\mathbf{H}^{*}\mathbf{H}$. Cet opérateur, connu sous le nom d'*opérateur de retournement temporel* a été introduit par C. Prada-Julia

dans le cadre de la méthode *D.O.R.T* permettant la détection de cibles en mode échographique [57], [58]. Dans notre cas on peut donner un sens physique différent à l'opérateur $^t\mathbf{H}^*\mathbf{H}$ en introduisant l'expérience de pensée suivante : émettons un vecteur singulier V_i sur le réseau de transducteurs (plan d'entrée). Après propagation dans le milieu, le plan de contrôle reçoit un vecteur $\mathbf{H}V_i$. Ce vecteur est retourné temporellement puis réémis dans le plan de contrôle. On obtient alors après propagation dans le milieu le vecteur $^t\mathbf{H}\mathbf{H}^* V_i^* = \lambda_i^2 V_i^*$ sur le réseau de transducteurs. Ce vecteur peut finalement être retourné temporellement pour achever une première "itération" d'une phase de retournement temporel entre deux réseaux et on obtient finalement le vecteur $\lambda_i^2 V_i$. Ainsi, Un vecteur singulier de **H** reste invariant (à un facteur multiplicatif réel λ_i^2 près) lors d'une opération de retournement temporel entre deux réseaux de transducteurs [Figure 44]. Notons ici que cette propriété est vraie dès lors que le milieu de propagation vérifie la propriété de réciprocité spatiale (en particulier dans un milieu hétérogène dissipatif). Enfin, on pourra remarquer ici que les vecteurs propres de **H** n'ont, pour leur part, à priori aucune raison d'être des invariants de $^t\mathbf{H}^*\mathbf{H}$.

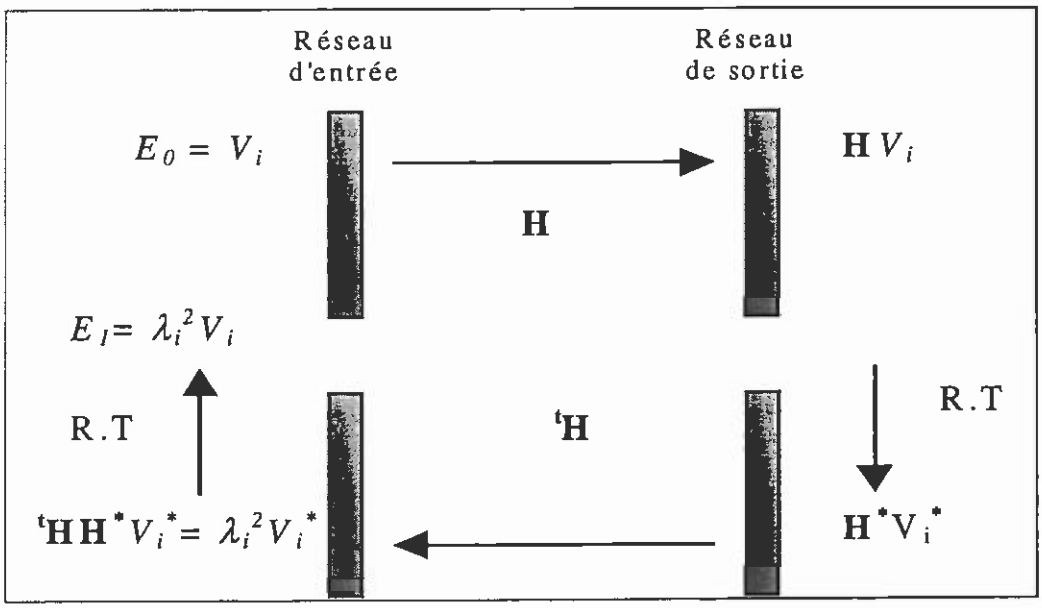


Figure 44. Une itération de l'opération de retournement temporel entre deux réseaux de transducteurs. Si lors de la première itération, on émet le vecteur $E_0 = Vi$, on émet alors $E_1 = \lambda_i^2 V_i$ au début de la seconde itération : V_i est un invariant d'un tel processus.

Nous savons de plus, par définition de la décomposition en valeurs singulières, que l'émission d'un vecteur singulier V_i sur le réseau de transducteurs donnera toujours naissance après propagation dans le milieu au vecteur $\mathbf{H}V_i = \lambda_i U_i$. Considérons alors le cas simple où le nombre et la répartition des transducteurs du réseau sont les mêmes que ceux des points du plan de contrôle. Dans ce cas, l'ensemble des points de contrôle correspond seulement à une translation de la position des transducteurs suivant l'axe Z [Figure 42]. Supposons de plus que le milieu de propagation est

homogène. La réciprocité spatiale assure alors que réseau et plan de contrôle sont interchangeables, donc plus particulièrement que :

$$\mathbf{H} = {}^{t}\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{D}\,{}^{t}\mathbf{V}^{*} = \mathbf{V}^{*}\mathbf{D}\,{}^{t}\mathbf{U} \tag{37}$$

Ainsi, on a dans ce cas particulier $\mathbf{U} = \mathbf{V}^{*}$ et $\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{D}\,{}^{t}\mathbf{U}$. On sait de plus que la matrice $\mathbf{U}$ est unitaire, donc ${}^{t}\mathbf{U}\mathbf{U}^{*} = \mathbf{I}$. Il en découle donc que chaque vecteur singulier V_i de $\mathbf{H}$ vérifie :

$$\boxed{\mathbf{H}V_i = \lambda_i V_i^{*}} \tag{38}$$

Ainsi, les vecteurs singuliers de $\mathbf{H}$ ont dans ce cas la particularité d'être transformés après propagation en leur conjugué. Quelles formes peuvent prendre des vecteurs vérifiant une telle propriété ?

Pour répondre à cette question nous utilisons la matrice $\mathbf{H}$ définie par l'équation (35) et les paramètres définis pour la Figure 42 (L est par contre choisi égal à $D = 40\ mm$). Après décomposition en valeurs singulières de cette matrice, on constate que le nombre de valeurs singulières significatives est égal à 17. Nous représentons en Figure 45 l'amplitude et la phase de quelques-uns des vecteurs singuliers de la décomposition.

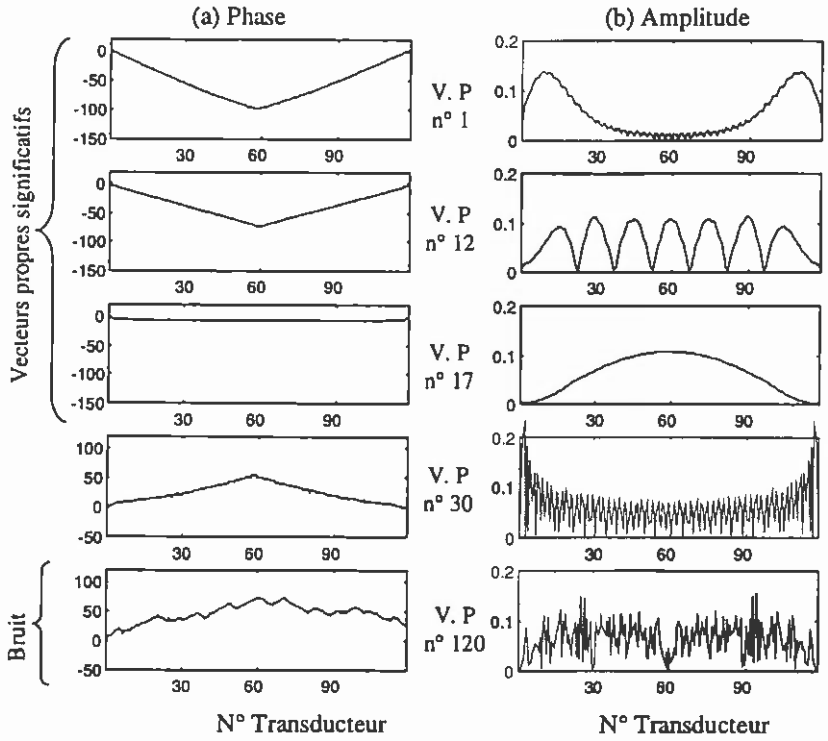


Figure 45. Représentation en amplitude (a) et en phase (b) de quelques vecteurs singuliers de H. Le nombre de valeur singulières significatives est égal à 17 dans notre cas.

Les Figure 45*(a)* et *(b)* permettent d'interpréter les vecteurs singuliers significatifs V_i $(i < N=17)$ comme des **portions d'ondes planes qui vont se croiser au cours de la propagation et finalement se transformer en leur complexe conjugué dans le plan de contrôle** [Figure 46]. Ainsi, nous constatons ici que chacun des vecteurs singuliers de **H** ne correspond pas exactement à une onde plane, mais plutôt à des combinaisons paires de deux ondes planes. Ceci provient du fait qu'en introduisant deux plans identiques d'ouverture finie, nous ajoutons une condition de symétrie par rapport à l'axe *z*, symétrie que doivent vérifier les vecteurs singuliers de l'opérateur.

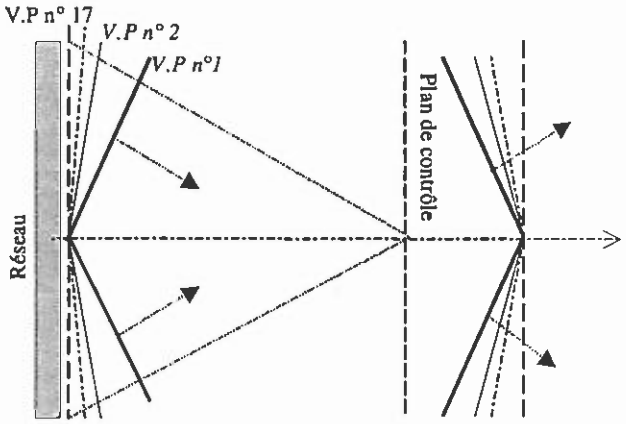


*Figure 46. Parcours réalisé par un des vecteurs principaux de la décomposition en valeurs singulières de **H**. Les deux portions d'ondes planes qui composent le vecteur singulier se croisent et on reçoit dans le plan de réception le complexe conjugué du vecteur singulier d'émission.*

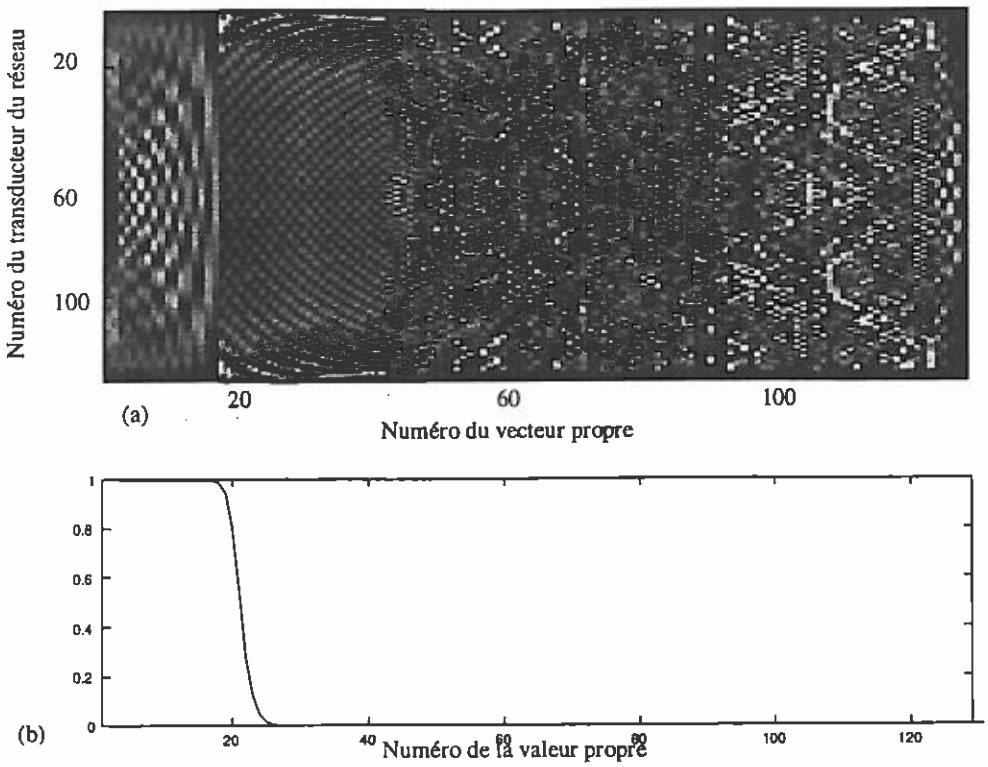
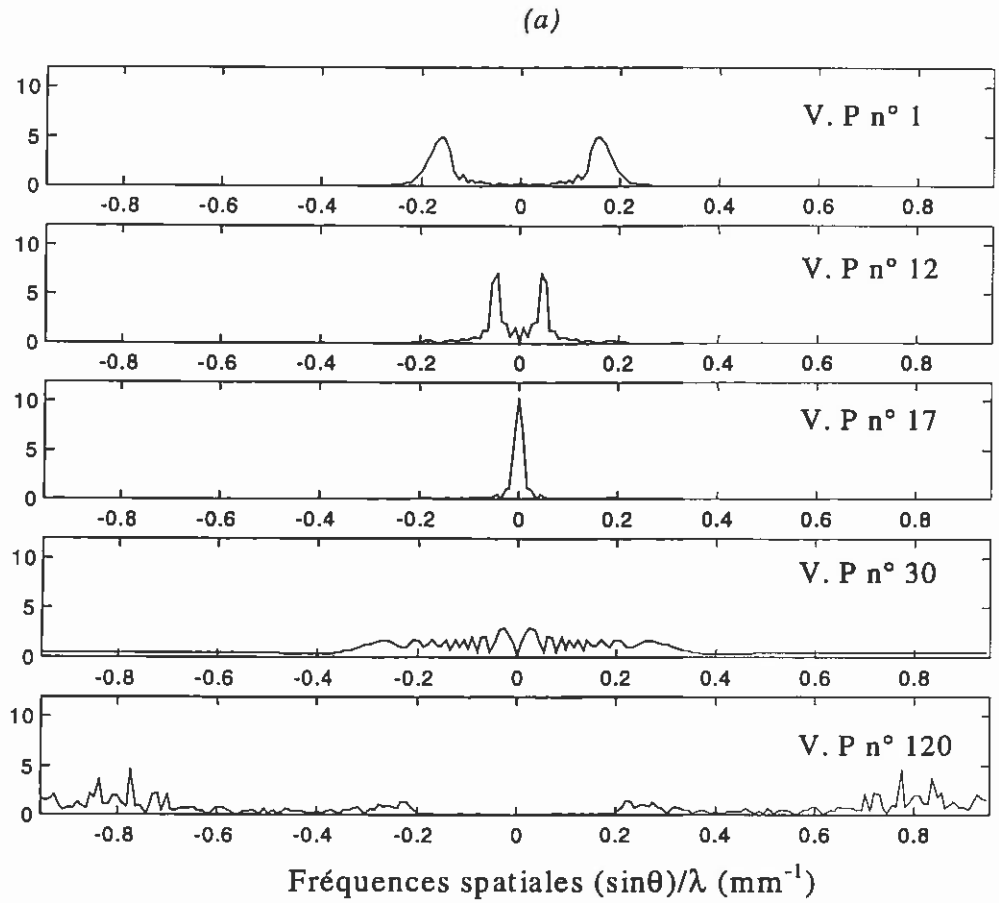


*Figure 47. Représentation matricielle de l'amplitude de l'ensemble de la matrice **V** (en abscisse, le numéro du*

vecteur singulier, en ordonnée le numéro du transducteur du réseau). (b) La distribution des valeurs singulières associée à ces vecteurs singuliers.

Si maintenant nous représentons l'amplitude de la totalité de la matrice des vecteurs singuliers **V** [Figure 47], nous pouvons constater que l'espace des vecteurs singuliers est séparé en trois parties. Les 17 premiers vecteurs singuliers donnent le rang de la matrice. Une zone intermédiaire apparaît entre l'espace bruit (*17<i<42*) et l'espace image (*1<i<17*) de **V**, dans laquelle le poids des valeurs singulières chute très fortement. Les vecteurs singuliers de cette zone intermédiaire correspondent, quant à eux, à des signaux émis à partir des bords du réseau et sont, comme nous le verrons par la suite, extrêmement sensibles au bruit.

En réalisant alors la transformée de Fourier spatiale (sur le réseau de transducteurs) de chacun des vecteurs singuliers de **V**, nous pouvons clairement vérifier que les vecteurs singuliers significatifs correspondent à des fréquences spatiales bien définies [Figure 48]. En particulier, la valeur singulière n° 17 correspond à la fréquence spatiale nulle, c'est à dire une portion d'onde plane se propageant suivant l'axe du réseau.



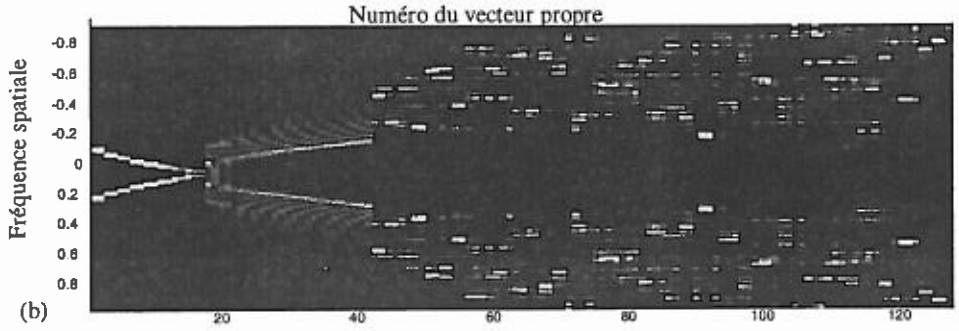


Figure 48. (a) Représentation de l'amplitude de la transformée de Fourier spatiale de quelques vecteurs singuliers de H. (b) Représentation matricielle des transformées de Fourier de l'ensemble des vecteurs singuliers formant V (en abscisse, le numéro du vecteur singulier; en ordonnée, les fréquences spatiales $\sin\theta/\lambda$ en mm^{-1}).

3.2.3.4. Comparaison expérimentale en milieu homogène

Finalement, pour illustrer ces résultats, la matrice de propagation **H** a été acquise expérimentalement. Chaque terme de la matrice est obtenu en déplaçant un transducteur élémentaire sur chaque position des points de contrôle. En chaque point, le transducteur travaille en mode réception et enregistre successivement le signal émis par chaque transducteur du réseau. On garde uniquement l'information de phase et d'amplitude du signal reçu à la fréquence centrale des transducteurs émetteurs. Une ligne de la matrice **H** ayant ainsi été acquise, le monoélément est ensuite déplacé sur le point de contrôle voisin et l'opération est répétée pour acquérir la ligne suivante de la matrice. Une fois la totalité de la matrice acquise, sa distribution de valeurs singulières est comparée avec le cas numérique présenté précédemment [Figure 43]. On peut constater que le rang des matrices expérimentales et numériques sont en adéquation. De plus, l'hypothèse de champ lointain faite dans le cas numérique négligeant la directivité des transducteurs est responsable de la décroissance plus lente du poids respectif des différentes valeurs singulières principales. On constate par contre que, lorsqu'on prend en compte cette directivité dans le cas numérique, on obtient bien une distribution de valeurs singulières quasiment identique au cas expérimental.

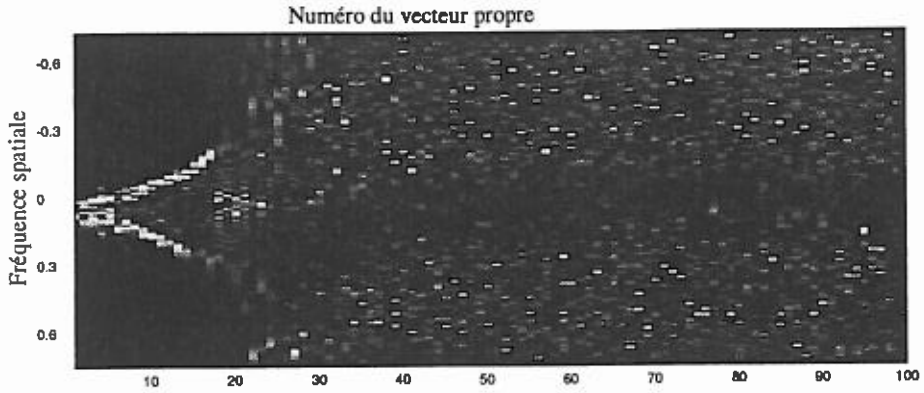


*Figure 49. Acquisition expérimentale : représentation matricielle des transformées de Fourier de l'ensemble des vecteurs singuliers de la matrice **H** acquise expérimentalement.*

(en abscisse, le numéro du vecteur singulier; en ordonnée, les fréquences spatiales en $\sin\theta/\lambda$).

La Figure 49 présente l'amplitude des transformées de Fourier spatiales de chaque vecteur singulier V_i obtenu à partir de la matrice expérimentale. Comme nous pouvons le constater, il existe une très bonne concordance entre cette matrice et la matrice théorique présentée dans la Figure 48(b). On peut toutefois noter qu'à la différence du cas théorique, le vecteur singulier significatif de plus grande valeur singulière correspond ici à la fréquence spatiale nulle. La directivité des transducteurs du réseau donne dans le cas expérimental une préférence à l'onde plane de fréquence angulaire nulle, puisqu'il est plus facile pour les transducteurs d'émettre vers l'avant. On peut le vérifier lorsqu'on modifie la matrice théorique **H** définie à l'équation (35) en ajoutant un terme multiplicatif prenant en compte la directivité des transducteurs du réseau. On obtient dans ce cas après décomposition S.V.D et transformée de Fourier spatiale la Figure 50(a).

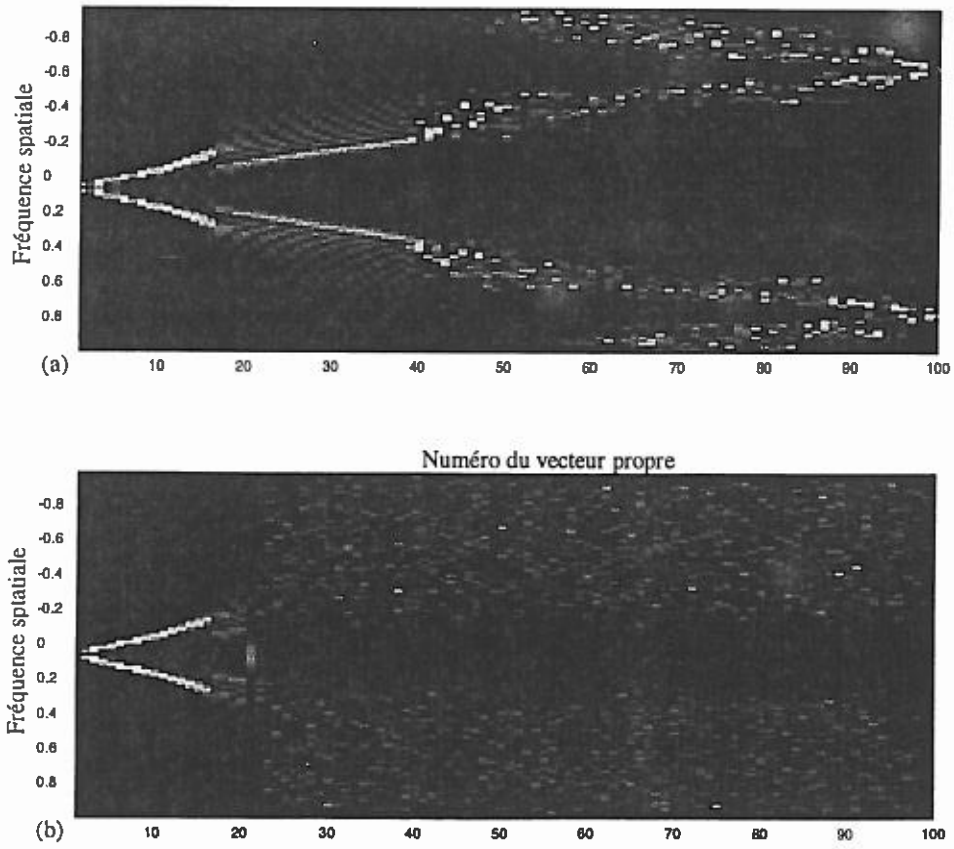


*Figure 50. Représentation matricielle des transformées de Fourier des vecteurs singuliers de la matrice de propagation théorique **H** prenant en compte la directivité des éléments. (a) **H** est non bruitée. (b) 1% de bruit a été ajouté à **H**. (en abscisse, le numéro du vecteur singulier; en ordonnée, les fréquences spatiales en mm^{-1}).*

Nous voyons bien dans ce cas que la fréquence spatiale nulle correspond à la valeur singulière de plus fort poids. Il subsiste toutefois une dernière discordance entre l'expérience et la théorie dans la zone intermédiaire ($17<i<42$). On ne peut cependant pas tirer profit des vecteurs singuliers de cette zone. Cette dernière est en effet extrèmement sensible aux perturbations : En ajoutant seulement 1%

de bruit à la matrice théorique de propagation précédente **H**, nous obtenons après S.V.D et transformée de Fourier la Figure 50(b). Nous pouvons alors constater que la concordance entre expérience et simulation est alors quasiment parfaite.

3.2.4. L'opérateur de focalisation par filtre inverse $\mathbf{H}\hat{\mathbf{H}}^{-1}$

Le nombre N de vecteurs singuliers significatifs de **H** caractérise la totalité de l'information qui peut être propagée par le champ jusqu'aux points de contrôles et donc, ces vecteurs singuliers doivent être conservés lors de l'inversion matricielle. Par contre, les autres vecteurs singuliers ne contiennent pas d'information et sont de plus extrêmement sensibles au bruit lors de l'inversion. Ils ne sont donc pas pris en compte. La matrice de propagation inverse $\hat{\mathbf{H}}^{-1}$ est alors déduite de l'équation (22). Conformément à l'équation (18), on peut maintenant trouver le champ E à émettre sur le réseau pour obtenir un champ ultrasonore choisi F dans le plan de contrôle après propagation dans le milieu. Comme on cherche à résoudre un problème de focalisation en un point de contrôle m_0, on peut choisir comme objectif le gabarit de focalisation idéal F_{m0}. Ce gabarit de focalisation idéal est défini par :

$$F = F_{m0} = {}^{t}\{0, \quad ..., \quad 0, \quad 1, \quad 0, \quad ..., \quad 0\} \tag{39}$$

Conformément aux équations (18) et (22), le vecteur d'émission E_{inv} est déduit directement de F_{m0} :

$$E_{inv} = \hat{\mathbf{H}}^{-1} F_{m0} \tag{40}$$

Ce vecteur calculé par une méthode de filtrage inverse peut maintenant être réémis expérimentalement par le réseau de transducteurs. Il donnera naissance après propagation dans le milieu à une distribution spatiale F_{inv} du champ dans le plan de contrôle définie par :

$$F_{inv} = \mathbf{H} E_{inv} = \mathbf{H}\hat{\mathbf{H}}^{-1} F_{m0} \tag{41}$$

On fera par la suite référence à cet opérateur $\mathbf{H}\hat{\mathbf{H}}^{-1}$ sous le nom d'*opérateur de focalisation inverse*. Chaque colonne m de cette matrice correspond en effet à un diagramme de focalisation obtenu dans le plan de contrôle en appliquant cette technique de filtre inverse au point m. A cause de l'ouverture limité du réseau, $\mathbf{H}\hat{\mathbf{H}}^{-1}$ n'est pas égal à la matrice identité $\mathbf{I}_{MxM}$, comme le montre la Figure 51.

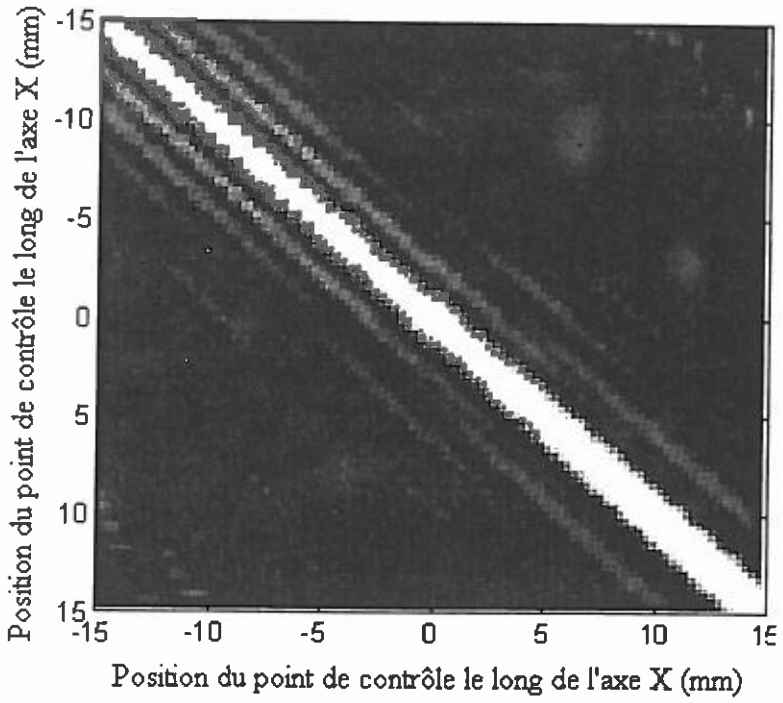


Figure 51. Représentation en niveau de gris de l'amplitude de la matrice de focalisation inverse $\mathbf{H}\hat{\mathbf{H}}^{-1}$ *déduite de la matrice* $\mathbf{H}$ *acquise expérimentalement dans l'eau.*

Ainsi, F_{inv} n'est pas exactement égal à F_{m0} :

$$F_{inv} = \mathbf{H}\hat{\mathbf{H}}^{-1} F_{m0} = \mathbf{U}\,\mathbf{D}\hat{\mathbf{D}}^{-1}\,\tilde{\mathbf{U}} F_{m0} = \mathbf{U}\begin{bmatrix} \mathrm{I}_{N\times N} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & \cdots & & 0 \end{bmatrix}\tilde{\mathbf{U}} F_{m0} \qquad (42)$$

L'équation (42) montre clairement que F_{inv} correspond seulement à la projection de notre objectif F_{m0} sur les N vecteurs principaux de **U**. Chacun de ces vecteurs caractérise la propagation jusqu'au plan de contrôle d'un des N vecteurs singuliers de **H** [23].

La Figure 52 présente l'objectif idéal de focalisation F_{m0}, sa projection F_{inv} sur les vecteurs singuliers principaux de la matrice **H** expérimentale, et finalement la réalisation expérimentale obtenue par cette technique de filtrage inverse. Deux remarques s'imposent :

- On peut noter que la technique de focalisation par filtre inverse n'est pas capable de reconstruire totalement l'objectif idéal F_{m0} à cause du rang limité de **H** et que l'on obtient la tache focale classique de diffraction en sinus cardinal d'un réseau linéaire.

[23] Nous savons en effet par définition de la décomposition en valeurs singulières que $\mathbf{H}V_i = \lambda_i U_i$.

- De plus on peut noter sur la Figure 52 que la focalisation obtenue expérimentalement par cette technique inverse est pratiquement égale à la projection numérique de l'objectif F_{m0} sur la propagation des N vecteurs singuliers principaux de **H**.

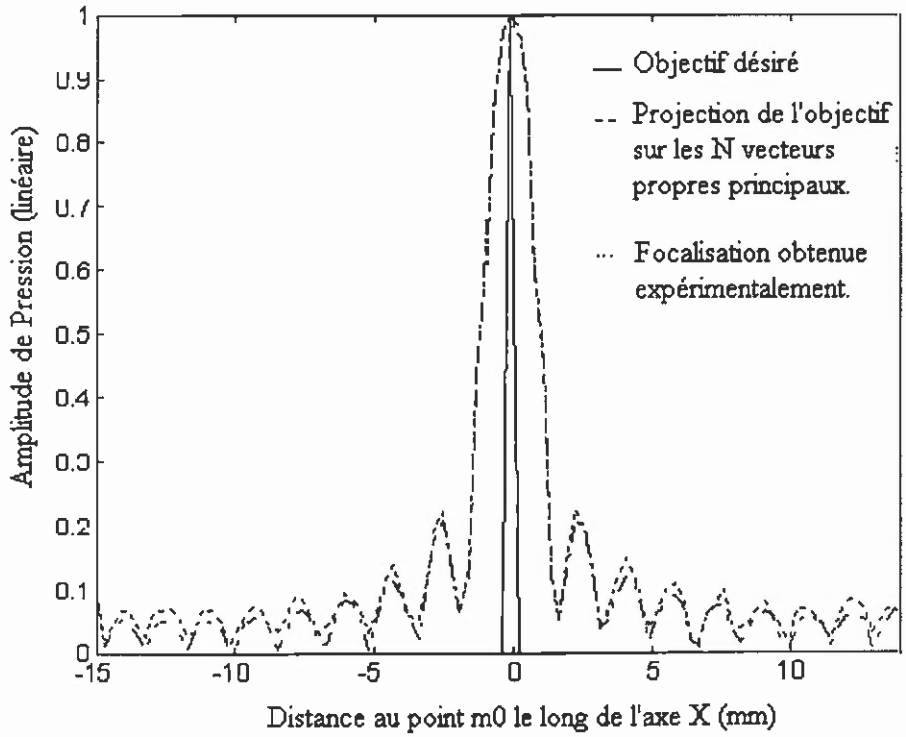


*Figure 52. Distribution spatiale dans le plan de contrôle, d'une part de l'objectif idéal de focalisation F_{m0}, et d'autre part de sa projection numérique F_{inv} sur les 18 vecteurs obtenus dans le plan de contrôle par propagation de chacun des 18 vecteurs singuliers principaux de **H**. Finalement, ces vecteurs sont comparés à la focalisation obtenue expérimentalement par la technique de filtrage inverse (en émettant expérimentalement E_{inv} sur le réseau).*

3.2.5. L'opérateur de retournement temporel $\mathbf{H.{}^t\overline{H}^*}$

A la différence d'une technique de filtrage inverse, une opération de focalisation par retournement temporel ne nécessite pas l'acquisition de la totalité de la matrice de propagation **H**. Dans le cas de la focalisation par retournement temporel, on utilise comme vecteur d'émission la version retournée temporellement de l'ensemble des signaux mesurés par le réseau quand le point de contrôle m_0 se comporte comme une source acoustique.

Grâce à la relation de réciprocité spatiale, on sait que $h_{mj}(t)$ est aussi le signal mesuré par le $j^{ième}$ transducteur du réseau (travaillant cette fois en mode réception) quand une impulsion de Dirac temporelle est appliquée à une source acoustique située au $m^{ième}$ point de contrôle. Ainsi, la réciprocité

spatiale implique que $^t\mathbf{H}$, la matrice transposée de **H**, correspond à la matrice de propagation cette fois-ci du plan de contrôle vers le réseau de transducteurs.

Lors de la première étape d'une expérience de renversement du temps, un des points de contrôle agit comme une source acoustique. Considérons que cette source est placée à la position du point de contrôle m_0 dans le plan image. Cette source crée une distribution spatiale du champ dans ce plan image définie par le vecteur colonne $F_{m0} = {}^t\{0, ...,0,1,0,...,0\}$. Le champ E_0 reçu par le réseau après propagation du champ F_{m0} du plan de contrôle jusqu'aux transducteurs est donné par :

$$E_0 = {}^t\mathbf{H}\, F_{m0} \tag{43}$$

où $^t\mathbf{H}(\omega) = (h_{jm}(\omega))_{1\le j\le J,1\le m\le M}$ est la matrice de transfert reliant les points de contrôle aux éléments du réseau. Ainsi, E_0 peut être vu comme :

$$\mathrm{E}_0 = \{\mathbf{H}\}_{m0} = {}^t\mathbf{H}F_{m0} \tag{44}$$

où $\{\mathbf{H}\}_{m0}$ est la $m_0{}^{ième}$ ligne de **H**.

Nous avons déjà montré au laboratoire que le procédé de focalisation par retournement temporel réalise un filtre adapté dans le domaine temporel [59]. Un filtre adapté maximise le rapport entre l'amplitude de la sortie du filtre et la racine carré de l'énergie émise en entrée du filtre. Dans le domaine temporel, le résultat observé à la sortie du filtre de réponse impulsionnelle *h(t)* est alors égal à l'autocorrélation de la fonction *h(t)*. La démonstration de cette propriété nécessite uniquement que l'opérateur de Green soit linéaire, invariant par translation dans le temps et qu'il satisfasse la relation de réciprocité spatiale. On voit donc que cette propriété reste vraie quand le milieu est absorbant. Cette démonstration ne porte cependant que sur la dépendance temporelle du signal transmis et ne dit rien sur la distribution spatiale du champ.

Par la suite, Jean-Louis Thomas a montré que le principe de retournement temporel réalise aussi un filtre adapté spatial. Un filtre adapté spatial à une position m_0 dans le milieu donne comme solution le vecteur colonne E à émettre sur le réseau qui engendrera l'amplitude maximale au point m_0 pour une énergie transmise donnée $\|E\|^2$. En d'autres termes, E doit maximiser la fonction :

$$J(E) = \frac{\langle \mathbf{H}E | F_{m0} \rangle}{\|E\|} \tag{45}$$

où $\langle \cdot | \cdot \rangle$ correspond au produit scalaire classique associé à un vecteur complexe, $\langle \mathbf{H}E | F_{m0} \rangle$ est l'amplitude du champ reçu dans le plan focal au point m_0 et $\|E\|$ est la racine carré de l'énergie transmise. Soit $\bar{\mathbf{H}}$ l'opérateur adjoint de **H**. Par définition de $\bar{\mathbf{H}}$:

$$\left\langle \mathbf{H}E \middle| F_{m0} \right\rangle = \left\langle E \middle| \tilde{\mathbf{H}} F_{m0} \right\rangle \tag{46}$$

où $\tilde{\mathbf{H}} = {}^{t}\mathbf{H}^{*}$ et * correspond à l'opérateur de conjugaison.

En utilisant l'inégalité de Schwartz, nous savons que :

$$\frac{\left\langle E \middle| \tilde{\mathbf{H}} F_{m0} \right\rangle}{\|E\|} \leq \left\| \tilde{\mathbf{H}} F_{m0} \right\| \tag{47}$$

L'égalité est atteinte si E est proportionnelle à $\tilde{\mathbf{H}}F_{m0}$, c'est à dire si $E = k(\omega)\tilde{\mathbf{H}}F_{m0}$. Comme F_{m0} est réel :

$$E = k(\omega)\left({}^{t}\mathbf{H}F_{m0}\right)^{*} = k(\omega)\{\mathbf{H}\}^{*}_{m0} \tag{48}$$

Le sens physique de $\left({}^{t}\mathbf{H}F_{m0}\right)^{*}$ est immédiat : une source située au point m_0 engendrera un champ ${}^{t}\mathbf{H}F_{m0}$ sur le réseau après propagation dans le milieu et la conjugaison de ce vecteur dans le domaine de Fourier correspond à l'opération de retournement temporel de ce signal. Ainsi, le principe de focalisation par retournement temporel réalise bien un filtre adapté spatial à chaque fréquence et à nouveau il convient de noter qu'hormis la linéarité de la propagation, seule la relation de réciprocité spatiale est requise. Etant donné que le retournement temporel réalise aussi un filtre adapté temporel, $k(\omega)$ est constant. Après réémission du champ E sur le réseau, la focalisation obtenue dans le plan image est donnée par :

$$\mathrm{F} = \mathbf{H}\left({}^{t}\mathbf{H}F_{m0}\right)^{*} = \mathbf{H}{}^{t}\mathbf{H}^{*}\mathrm{F}_{m0} \tag{49}$$

où $\mathbf{H}{}^{t}\mathbf{H}^{*}$ est appelé l'*opérateur de retournement temporel* introduit par C. Prada-Julia [60]. Il peut être comparé à l'*opérateur de focalisation inverse*, défini par l'équation (41), pour la technique de filtrage inverse. L'invariance par renversement de l'équation d'onde en milieu non dissipatif n'implique pas que cet opérateur de retournement temporel soit égal à la matrice identité $\mathbf{I}_{M\times M}$. En fait, chaque colonne m_0 de la matrice correspond au diagramme de focalisation obtenu dans le plan image lorsqu'on applique le principe de focalisation par retournement temporel à une source acoustique initialement située en m_0. Comme le réseau possède une ouverture limitée, le diagramme de focalisation obtenu est une fonction en sinus cardinal et sa largeur est reliée au rapport *ouverture du réseau / distance focale*. Les hautes fréquences spatiales de notre objectif F_{m0} sont perdues lors de la propagation. Ainsi, tout comme l'opérateur de focalisation inverse $\mathbf{H}\hat{\mathbf{H}}^{-1}$, $\mathbf{H}{}^{t}\mathbf{H}^{*}$ en milieu homogène non dissipatif tend seulement

vers la matrice identité [Figure 53] : La diagonale de cette matrice reste élargie à cause de l'ouverture angulaire limitée du réseau.

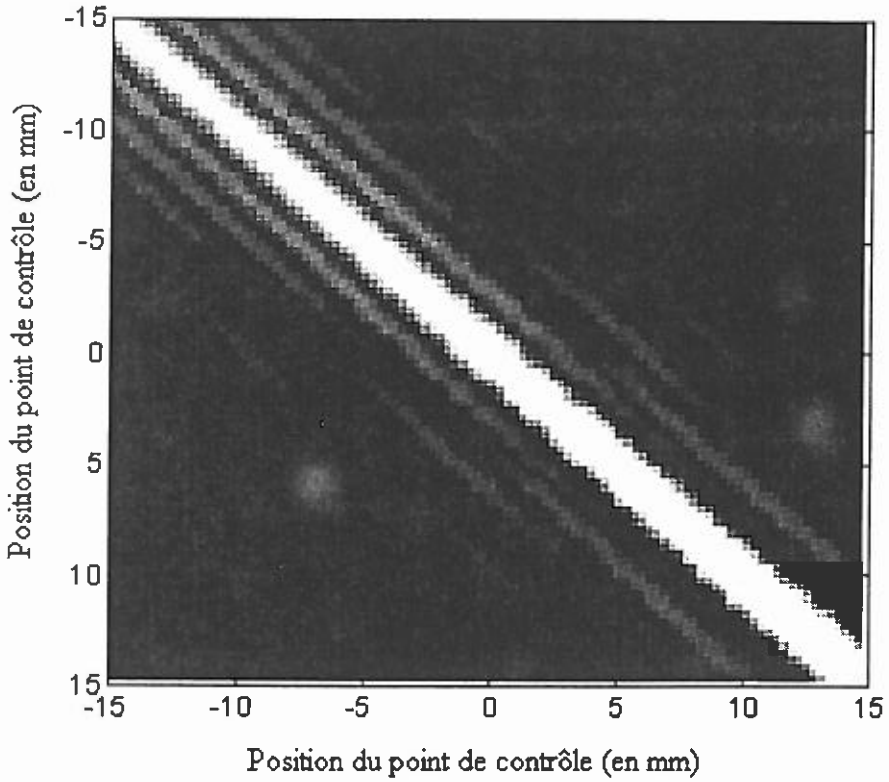


Figure 53. Représentation matricielle de l'amplitude de l'opérateur $\mathbf{H}^{t}\mathbf{H}^{*}$ *déduit de la matrice H acquise expérimentalement dans l'eau.*

De plus, conformément aux équations (19) et (49), le diagramme de focalisation par retournement temporel F_{RT} peut être réécrit :

$$F_{RT} = \mathbf{H}^{t}\mathbf{H}^{*}\, F_{m0} = \mathbf{U}\mathbf{D}^{t}\mathbf{D}^{*t}\mathbf{U}^{*}\, F_{m0} = \mathbf{U}\begin{bmatrix} \lambda_1^{\,2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \lambda_M^{\,2} \end{bmatrix}{}^{t}\mathbf{U}^{*} F_{m0} \qquad (50)$$

Comme dans le cas de la focalisation par filtrage inverse, le diagramme de focalisation F_{RT} obtenu par retournement temporel peut être vu comme la projection de l'objectif idéal F_{m0}, mais cette fois-ci sur l'ensemble des vecteurs singuliers de **H** après propagation jusqu'au plan de contrôle et pondérés par le carré de leur valeur singulière associée. Notons cependant qu'à cause de leur poids prépondérant, seul les N vecteurs singuliers principaux ont une contribution non négligeable à la construction de F_{RT}.

Ainsi, en résumé, on peut comparer le diagramme de focalisation par retournement temporel à celui obtenu par filtrage inverse sur la base des vecteurs singuliers de **H** :

$$F_{inv} = \mathbf{U}\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & \\ & & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots\ 0 & \\ & & & \ddots\ 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} {}^{t}\mathbf{U}^{*} F_{m0} \qquad (51)$$

$$F_{RT} = \mathbf{U}\begin{bmatrix} \lambda_1^{\,2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \lambda_M^{\,2} \end{bmatrix} {}^{t}\mathbf{U}^{*} F_{m0}$$

On peut constater ci-dessus, que F_{RT} est seulement très proche de F_{inv} lorsque les N valeurs singulières significatives de **H** sont égales. Une comparaison entre les diagrammes de directivités obtenus par ces deux méthodes peut être faite pour une propagation en milieu homogène. Dans ce cas, comme nous l'avons vu en Figure 43, la directivité des transducteurs introduit une décroissance lente dans la distribution des N valeurs singulières significatives de **H** et F_{RT} n'est pas équivalent à F_{inv}. Que se passe-t-il physiquement? Lors d'une expérience de focalisation par retournement temporel, la directivité des transducteurs introduit sur le réseau une apodisation du champ provenant de la source initiale. Le champ retourné temporellement et réémis par le réseau subit une seconde fois cette modulation d'amplitude et l'opération de retournement temporel ne correspond plus exactement au filtre inverse. Ainsi, même en milieu homogène, si on voulait faire correspondre exactement filtre inverse et retournement temporel, il faudrait ***"anti-apodiser"*** [24] le signal avant l'opération de retournement temporel pour compenser la directivité des éléments du réseau.

[24] C'est à dire augmenter l'amplitude du signal émis par les voies extrêmes du réseau par rapport à celle des voies centrales.

3.3. Comparaison expérimentale : méthode inverse - focalisation par retournement temporel

Nous venons d'introduire au 3.2 deux opérateurs matriciels distincts $\mathbf{H}\hat{\mathbf{H}}^{-1}$ et $\mathbf{H}\tilde{\mathbf{H}}$ qui permettent de quantifier la qualité de focalisation optimale qui peut être atteinte par filtrage inverse et par retournement temporel. Alors que la technique de filtrage inverse requiert l'acquisition de l'ensemble de la matrice **H**, la technique de retournement temporel ne nécessite quant à elle que l'acquisition d'une seule ligne de la matrice. S'appuyant sur un nombre plus restreint de données, cette technique doit donc être moins robuste que la technique de filtrage inverse. On a vu en tous cas qu'en milieu homogène ces deux techniques étaient quasiment équivalentes. Qu'en est-il en milieu hétérogène ? Pour répondre à cette question, nous allons maintenant comparer le comportement de ces deux méthodes de focalisation dans deux configurations expérimentales différentes.

Nous avons choisi deux configurations expérimentales qui introduisent toutes les deux une importante perte d'information au niveau du réseau de réception. Dans un cas, la perte d'information est due à une forte dissipation, dans l'autre cas à la forme particulière d'un aberrateur qui dévie le spectre angulaire émis par un point source en dehors du réseau. Nous verrons que, dans ces deux cas, la qualité de focalisation par retournement temporel est fortement dégradée (moins bonne qu'en milieu homogène). Puis, dans un deuxième temps, afin de tester ses limites, nous comparerons cette technique de focalisation à celle obtenue par filtre inverse.

Dans la première expérience présentée, la perte d'information est due à l'absorption des ondes ultrasonores dans le crâne. Dans ce cas, la technique de filtrage inverse donne un bien meilleur résultat que le retournement temporel, puisqu'elle est capable de donner une qualité de focalisation quasiment parfaite. Bien que le retournement temporel permette toujours de focaliser au bon endroit, filtre adapté et filtre inverse ont donc ici des comportements très différents. Cependant, comme on l'a vu au chapitre précédent, l'amélioration de la technique de focalisation par retournement temporel à l'aide d'une compensation d'amplitude permet à cette dernière de redonner une bonne qualité de focalisation. Ainsi, la compensation d'amplitude permet corriger le filtre adapté réalisé naturellement par le retournement temporel pour qu'il réalise à nouveau un filtre inverse.

Dans la seconde expérience, la perte d'information est due à l'ouverture limitée du réseau, combinée à un comportement fortement diffractant d'un aberrateur. On verra que la focalisation par retournement temporel est à nouveau fortement dégradée. Cependant, dans cette configuration, la technique de filtrage inverse n'est pas capable de donner de meilleurs résultats. On verra finalement comment, à l'aide d'une astuce expérimentale, la focalisation par retournement temporel peut être à nouveau améliorée de façon spectaculaire et redonner une qualité de focalisation optimale.

3.3.1. Cas d'un milieu absorbant : Focalisation à travers le crâne.

3.3.1.1. L'opérateur de retournement temporel à travers le crâne

Lors de la première expérience, un demi-crâne est situé entre le réseau de transducteurs et le plan image. L'absorption des ondes ultrasonores dans la paroi osseuse brise alors l'invariance par renversement du temps de l'équation d'onde et la qualité de focalisation par retournement temporel est fortement dégradée comme on l'a vu au 2.1.

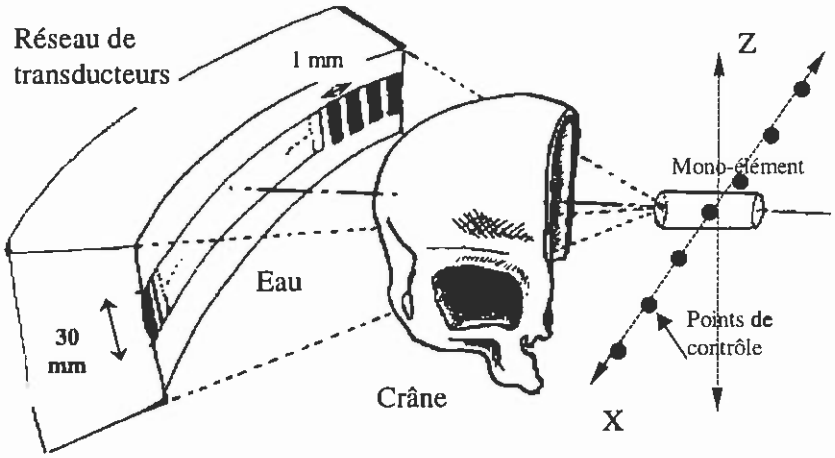
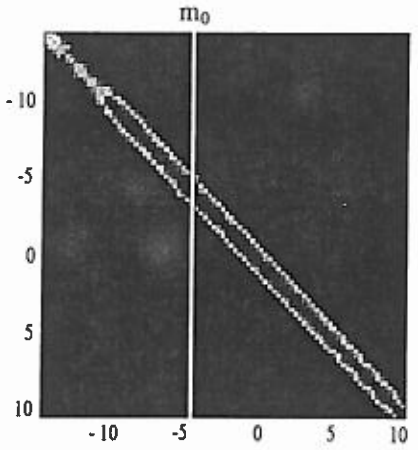


Figure 54. Configuration de la première expérience : L'hydrophone est déplacé le long de l'axe X de point en point lors de l'acquisition de la matrice de propagation ***H****.*

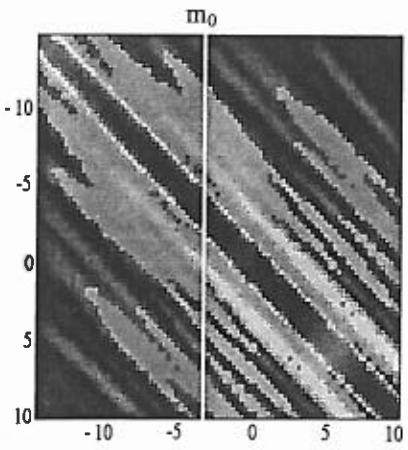
La Figure 54 présente la configuration de la première expérience. Les caractéristiques du réseau sont présentées au 2.1.1. A la différence de l'expérience présentée au chapitre précédent, le crâne est situé à 20 mm du réseau de transducteurs (plus près du réseau) et la dégradation induite par l'os sur la focalisation par retournement temporel est donc plus importante. Le plan de contrôle est composé de 100 points de contrôle situés le long d'une ligne orthogonale à la direction axiale du réseau et passant par la focale géométrique du réseau. Cette ligne correspond à l'axe X [Figure 54]. Le pas spatial du réseau de contrôle est égal à 0,3 mm et l'ensemble des points échantillonne donc la ligne entre $x = -15$ *mm* et $x = +15$ *mm*. La matrice de propagation **H** est acquise expérimentalement, dans un premier temps en milieu homogène (eau), puis à travers le crâne suivant la procédure décrite au 3.2.3.4 : Dans un premier temps, un monoélément travaillant en mode réception (hydrophone) enregistre les signaux émis successivement par chacun des transducteurs du réseau. Après transformée de Fourier, on ne garde que l'information de phase et d'amplitude de chaque signal reçu à la fréquence centrale des transducteurs. On obtient ainsi un ensemble de J amplitudes et phases qui correspondent à une ligne de la matrice **H**. Cet ensemble de J valeurs complexes caractérise la fonction de Green associée à ce point de contrôle. Le monoélément est ensuite déplacé successivement sur chacune des positions de contrôle

afin d'enregistrer toutes les lignes de la matrice **H**. Il est clair que cette technique est très contraignante et restrictive puisqu'il faut pouvoir disposer d'un ensemble de points de mesure dans le milieu insonifié. Elle ne pourrait bien sûr pas être appliquée en pratique à l'hyperthermie de tumeurs cérébrales, puisqu'il est difficilement envisageable de déplacer un récepteur à l'intérieur du cerveau. On peut cependant remarquer que R Seip et E. Ebbini ont proposé récemment d'utiliser une technique équivalente pour le traitement des tumeurs par hyperthermie ultrasonore dans des zones moins critiques que le cerveau. Ils se proposaient de réaliser une focalisation dynamique en réalisant l'acquisition de l'opérateur de propagation **H** à l'aide d'une petite sonde implantable dans le milieu, sur laquelle était placée un réseau d'hydrophones permettant de contrôler le champ ultrasonore [61].

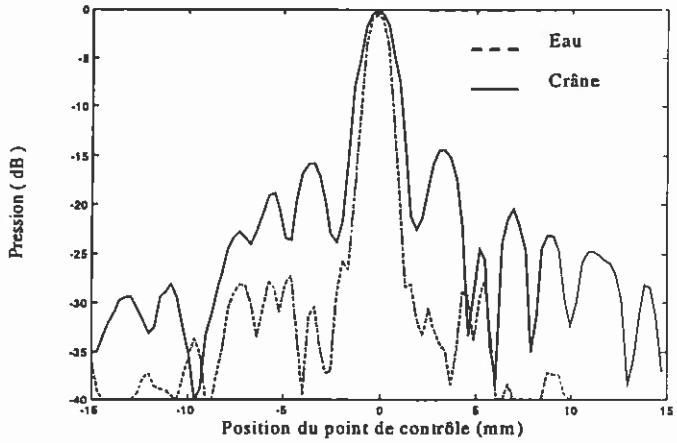
Afin d'illustrer l'influence du crâne sur la réversibilité de l'expérience, l'amplitude de l'opérateur de retournement temporel $\mathbf{H}^t\mathbf{H}^*$ est alors présentée en Figure 55, à la fois en milieu homogène et lorsque le crâne est situé contre le réseau.



(a) H^tH^* en milieu homogène.



(b) H^tH^* à travers le crâne.



(c) $m_0^{ième}$ ligne des deux matrices présentées en (a) et (b).

Figure 55. Expérience en milieu fortement dissipatif : représentation de l'amplitude de la matrice H^tH^* (a) en milieu homogène, (b) à travers le crâne, et (c) les diagrammes de focalisation que l'on obtiendrait dans les deux cas en appliquant le processus de focalisation par retournement temporel à une source initialement située en m_0.

L'amplitude de la matrice est représentée en niveau de gris sur une échelle logarithmique. Comme expliqué précédemment, la $m_0^{ième}$ colonne de l'opérateur de retournement temporel correspond au diagramme de focalisation obtenu par retournement temporel à partir d'une source acoustique initialement positionnée en m_0 dans le plan de contrôle. On constate bien que la focalisation par retournement temporel à travers le crâne est fortement dégradée en comparaison avec la même expérience effectuée en milieu homogène [Figure 55(c)].

Comme le retournement temporel réalise un filtre spatial adapté en dépit de l'absorption dans le milieu, il n'y a pas de déviation du faisceau ultrasonore par le crâne. Comme on peut le constater sur la diagonale de la matrice, l'amplitude maximale du champ dans le plan de contrôle est bien reçue au point m_0. Cependant, le retournement temporel n'impose aucune contrainte sur les autres points du plan image : En particulier, le faisceau est élargi en comparaison avec celui obtenu en milieu homogène et des lobes secondaires apparaissent.

Nous avons vu au chapitre précédent (2.1.4 et 2.1.5) que l'introduction d'une compensation d'amplitude permettait à partir du procédé de focalisation par retournement temporel de retrouver une très bonne qualité de focalisation dans le crâne. Cette compensation d'amplitude permet de corriger les phénomènes d'absorption en inversant l'amplitude du front d'onde reçu sur le réseau avant de réaliser l'opération de retournement temporel. Ainsi, le nouveau champ synthétisé correspond au signal qui proviendrait de la même source acoustique initiale après propagation cette fois-ci dans un milieu à gain. Ce milieu virtuel est exactement le même que le milieu réel, à l'exception des pertes acoustiques qui sont remplacées par un gain. Par cette compensation d'amplitude, on tente finalement de recréer l'inverse du milieu réel de propagation. Normalement, comme on peut agir uniquement sur les conditions aux frontières, c'est à dire les signaux à émettre par le réseau, les pertes doivent pouvoir être modélisées par un écran fin situé contre le réseau de transducteurs. Nous avons vu au paragraphe 2.1.5 que cette méthode pouvait être étendue au cas où les aberrations étaient contenues dans un écran fin situé à une distance quelconque du réseau. En dépit de cette hypothèse restrictive d'aberrations contenues dans un écran fin, nous avons vu que cette méthode donne d'excellents résultats et l'amélioration de la focalisation est significative. Mais pourrait-on faire encore mieux ?

En effet, lors d'une expérience de retournement temporel, seule une ligne de la matrice de propagation **H** est connue et l'information contenue dans cette ligne n'est pas suffisante quand les pertes acoustiques ne sont plus localisées dans un écran fin, mais plutôt disséminées sur l'ensemble du milieu insonifié. Il faut alors connaître l'ensemble de la matrice de propagation **H** pour avoir une chance de caractériser totalement le milieu. Nous pourrons alors dans ce cas uniquement déduire le vecteur d'émission optimal en réalisant l'inversion de **H**, comme nous l'avons vu au 3.2.2. Nous allons maintenant comparer cette solution optimale obtenue par filtrage inverse à celle que nous avons proposée en couplant le retournement temporel à un algorithme de compensation d'amplitude.

3.3.1.2. *L'opérateur de focalisation par filtre inverse à travers le crâne*

Nous comparons ici les vecteurs E à émettre sur le réseau obtenus par les deux différentes méthodes : retournement temporel amélioré par compensation d'amplitude et solution $E_{inv} = \hat{\mathbf{H}}^{-1}F$ obtenue par filtre inverse. L'inversion numérique est réalisée sur le sous-espace défini par les vecteurs singuliers significatifs de **H**. A cet égard, les distributions de valeurs singulières des matrices **H** acquises expérimentalement dans l'eau et à travers le crâne sont comparées en Figure 56. Comme on peut le constater, le nombre de valeurs singulières significatives n'est pas altéré par le crâne. Dans notre configuration, il est égal à 45 à la fois en milieu homogène[25] et à travers le crâne.

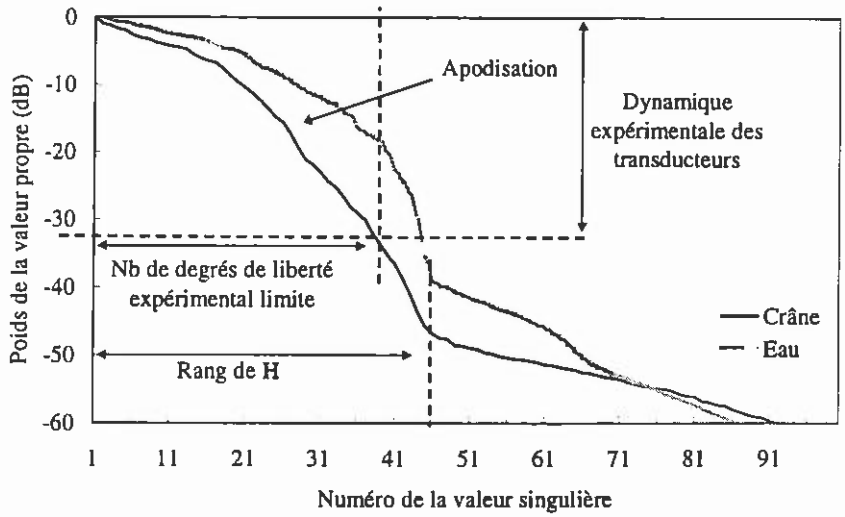


*Figure 56. Distribution de valeurs singulières de la matrice **H** acquise expérimentalemnt en milieu homogène (ligne grisée) et à travers le crâne (ligne noire).*

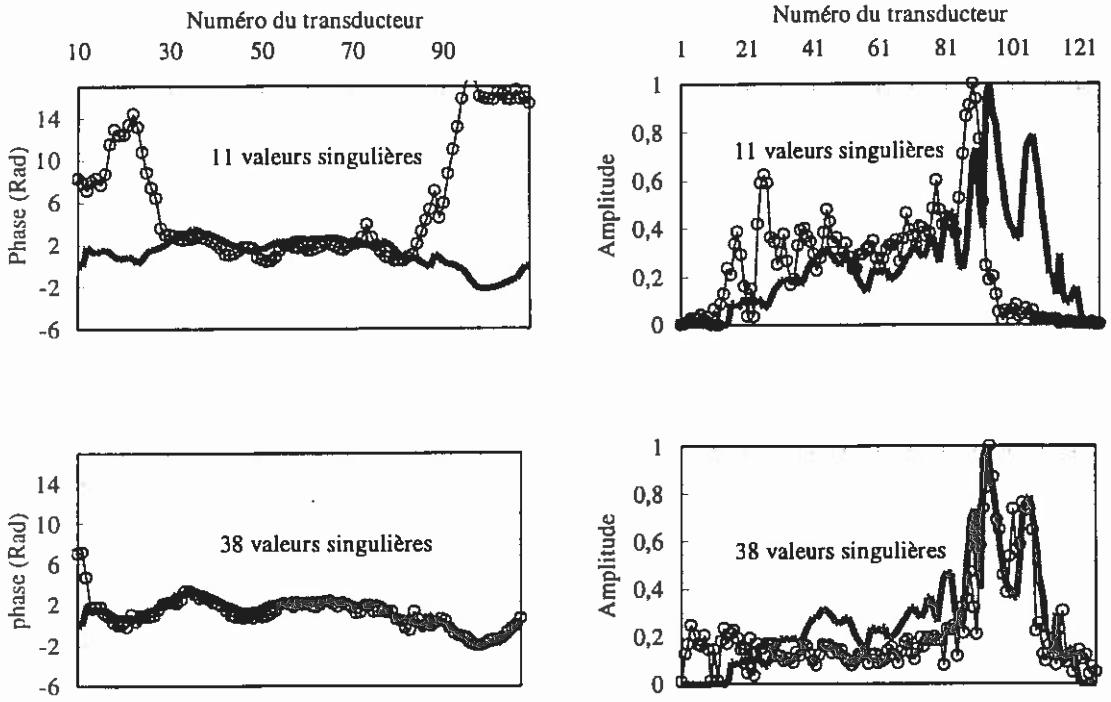
La focalisation optimale obtenue dans l'eau par le réseau est choisie comme vecteur objectif F_{eau} de la méthode inverse. On calcule alors $E_{inv} = \hat{\mathbf{H}}^{-1}F_{eau}$ en augmentant progressivement le nombre de vecteurs singuliers utilisés dans l'inversion. On compare alors la phase [Figure 57*(a)*] et l'amplitude [Figure 57*(b)*] du vecteur obtenu avec celles obtenues par retournement temporel et compensation d'amplitude.

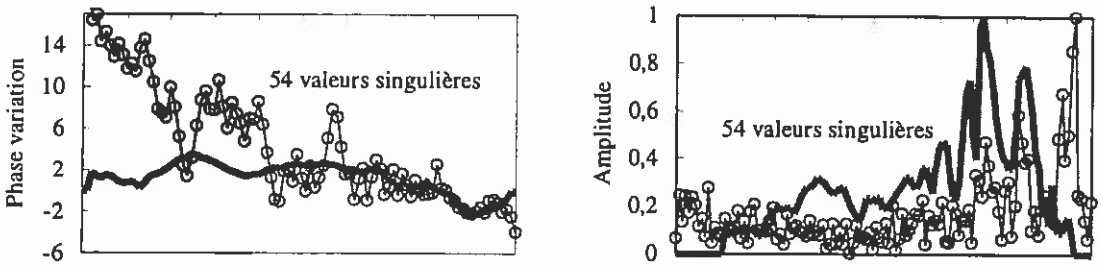
- Lorsqu'on utilise seulement 11 vecteurs singuliers pour le calcul de $\hat{\mathbf{H}}^{-1}$, le nombre total de degrés de liberté de la matrice **H** n'est pas utilisé et la solution proposée par filtre inverse n'est donc pas optimale. En particulier, on peut constater sur la modulation d'amplitude de cette solution, qu'un grand nombre de transducteurs du réseau ne seront pas utilisés.

[25] L'équation (33) proposée au 3.2.2 prédit un nombre de degrés de liberté N égal à 43 proche de l'acquisition expérimentale.

- Lorsque 38 vecteurs singuliers de la décomposition sont utilisés, la quasi-totalité des vecteurs singuliers significatifs de la décomposition interviennent dans l'inversion. On peut alors constater que la solution obtenue par filtrage inverse converge vers la solution donnée par le procédé de retournement temporel couplé à la compensation d'amplitude. Dans ce cas précis, l'écart type entre les lois de phase trouvées par les deux différentes méthodes est très faible ($\approx \pi/13$). De plus, les lois d'amplitude proposées sont, elles aussi, très similaires. Ce résultat est ***primordial***, puisqu'il montre que le retournement temporel amélioré par compensation d'amplitude est capable de calculer le signal optimal à émettre sur le réseau (c'est à dire la solution obtenue par filtrage inverse) sans toutefois être obligé d'acquérir l'ensemble de la matrice **H**.

- Pour finir, on a calculé la solution obtenue par filtre inverse en utilisant cette fois ci un nombre de vecteurs singuliers supérieur au nombre de degrés de liberté de la matrice **H**. Dans ce dernier cas, la solution trouvée est fortement bruitée, voire aberrante, puisque les vecteurs singuliers de l'espace bruit sont prépondérants au moment de l'inversion et rehaussent donc considérablement le bruit dans cette solution.





(a) *(b)*

*Figure 57. Lois de (a) phase et (b) d'amplitude appliquées sur le réseau par les deux méthodes : En bleu (trait + marque), la solution par filtrage inverse obtenue en réalisant la décomposition en valeurs singulières de la matrice de propagation **H**. Cette solution est présentée en utilisant un nombre croissant de vecteurs singuliers lors de l'inversion de l'opérateur (11, 38 et finalement 54 vecteurs). En rouge (trait fort), la solution obtenue par retournement temporel et compensation d'amplitude est rappelée trois fois.*

Nous venons de nous intéresser aux solutions proposées par ces deux méthodes. On peut maintenant se demander quelle qualité de focalisation ces vecteurs sont susceptibles de donner s'ils sont réémis par le réseau ?

Pour répondre à cette question, les vecteurs sont réémis expérimentalement par le réseau et le champ ultrasonore ainsi engendré est mesuré dans le plan focal, le long de l'axe X [Figure 54]. Les diagrammes de focalisation obtenus sont alors comparés à la focalisation optimale obtenue en milieu homogène [Figure 58]. Les deux méthodes donnent un diagramme de focalisation similaire. Comparée au diagramme obtenu dans l'eau, la focalisation à travers le crâne reste optimale jusqu'à –20 dB dans les deux cas. En dessous de cette limite, la qualité de focalisation obtenue par filtrage inverse est légèrement meilleure que celle obtenue par retournement temporel et compensation d'amplitude. Ce très léger avantage du filtre inverse sur notre solution peut être expliqué par trois raisons[26]:

- tout d'abord, le vecteur calculé par retournement temporel et compensation d'amplitude se base sur l'hypothèse que le crâne puisse être modélisé par un écran de phase et d'amplitude infiniment fin.

- De plus, lors de la repropagation numérique mise en oeuvre au 2.1.5, cet écran fin modélisant le crâne a été approximé grossièrement par un arc de cercle concentrique au

[26] La simulation numérique présentée au 2.1.7 a permis de montrer que la seconde raison joue un rôle prépondérant. En effet, comme le montre la simulation [Figure 17*(d)*], si le crâne était modélisé plus précisément par un écran fin donné par la moyenne entre la paroi interne et externe du crâne, les aberrations seraient alors parfaitement corrigées par la solution issue du retournement temporel. L'hypothèse d'écran fin est donc valide mais il faudrait optimiser sa forme.

réseau et de ce fait, les corrections apportées au retournement temporel ne sont donc pas optimales.

- Lors de la première étape du retournement temporel, quelques transducteurs n'ont pas reçu de signal à cause d'une absorption trop importante dans une zone du crâne. Ils ne sont donc pas utilisés lors de la réémission.

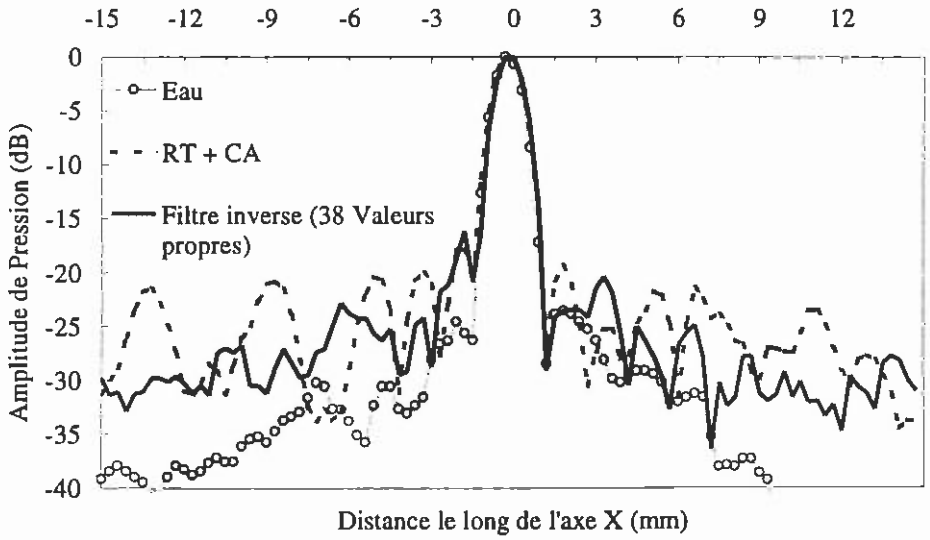


Figure 58. Diagrammes de focalisation expérimentaux : Focalisation optimale du réseau dans l'eau (en gris), focalisation par retournement temporel et compensation d'amplitude à travers le crâne (en pointillé), focalisation par filtre inverse à travers le crâne (en noir).

On peut toutefois constater que même le filtre inverse n'est pas capable de redonner la focalisation optimale obtenue dans l'eau. En fait, comme on peut le constater sur la Figure 56, le rang de la matrice **H** acquise à travers le crâne est égal à 48. Or, en raison de la dynamique limitée de nos transducteurs, nous ne pouvons utiliser que les 38 vecteurs singuliers principaux lors du calcul de l'inversion de la matrice. La focalisation qui en résulte correspond à la projection numérique du vecteur de focalisation désiré F_{eau} sur l'espace limité formé par ces 38 vecteurs singuliers. Si les transducteurs disposaient d'une plus grande dynamique, les 10 vecteurs singuliers supplémentaires permettant d'atteindre le rang de la matrice **H** pourraient être utilisés et l'inversion serait alors optimale. L'expérience associée ne peut être réalisée, mais on peut prévoir la qualité de focalisation que l'on obtiendrait dans ce cas en projetant le vecteur F_{eau} sur ces 48 vecteurs singuliers formant l'image de la matrice [Figure 59]. Comme on peut le constater en comparant cette figure avec la figure précédente, la focalisation obtenue expérimentalement par la technique inverse avec 38 vecteurs singuliers est très proche de la prédiction, obtenue simplement en projetant l'objectif initial F_{eau} sur le sous-espace formé par ces 38 vecteurs singuliers propagés jusqu'au plan de contrôle. Par contre, on peut constater que la projection de l'objectif sur l'ensemble des 48 vecteurs singuliers formant l'image de **H** redonne bien F_{eau}.

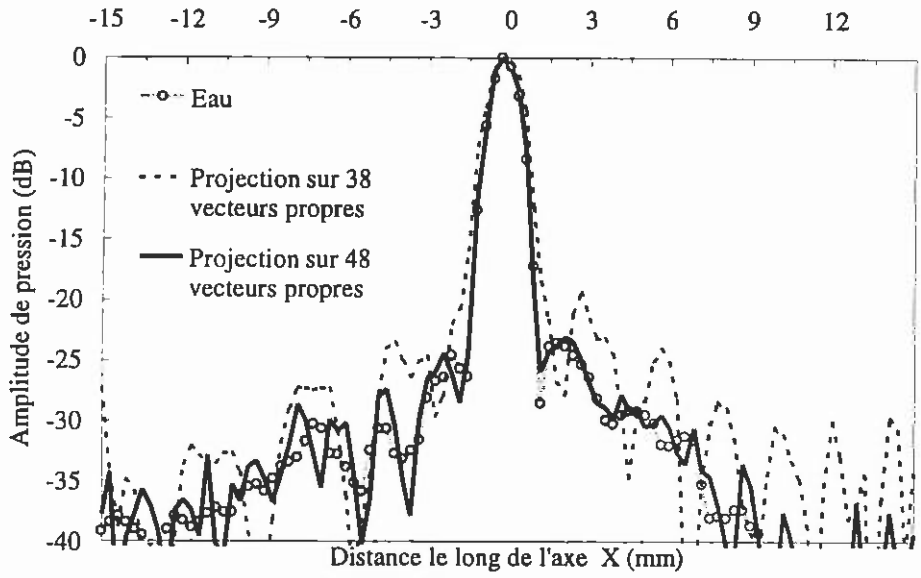


*Figure 59. Prédiction de la qualité de focalisation par filtre inverse : En ligne grisée, le vecteur focalisation désiré F_{eau} (correspondant à la focalisation optimale obtenue expérimentalement dans l'eau). En ligne pointillée, la projection numérique de cet objectif F_{eau} sur les 38 premiers vecteurs singuliers de **H**. En ligne pleine, la projection numérique de F_{eau} sur les 48 vecteurs singuliers significatifs de **H**.*

Au cours de la propagation à travers le crâne, une partie de l'information convoyée par le champ et nécessaire pour obtenir une bonne focalisation est partiellement, voire totalement, absorbée. Nous venons de voir ici que l'information partiellement perdue peut être recupérée lors de la résolution du problème inverse. De même, nous venons de voir qu'en utilisant pourtant un nombre beaucoup plus faible de données, la technique de focalisation par retournement temporel est capable, grâce à l'algorithme de compensation d'amplitude introduit au chapitre précédent, de récupérer, elle aussi, cette information partiellement perdue.

L'absorption est une des causes de perte d'information dans le milieu. Elle n'est bien sûr pas la seule. Nous allons voir dans l'exemple suivant que certains milieux non dissipatifs peuvent fortement dégrader la focalisation par retournement temporel à partir d'un réseau d'ouverture finie.

3.3.2. Cas d'un milieu fortement diffractant : Influence de l'ouverture limitée du réseau de transducteurs.

Dans cette seconde expérience, le but est de focaliser à travers une couche aberratrice non dissipative située entre le réseau de transducteurs et le plan de contrôle. Le principe de focalisation par retournement temporel résoud généralement bien ce genre de problème. La configuration expérimentale est présentée en Figure 60. Le réseau linéaire 1D est composé de 128 transducteurs travaillant à une fréquence centrale de 3,3 MHz. Le pas inter-élément est égal à 0,41 mm. L'aberrateur est situé à 170 mm du réseau. Cet aberrateur est une couche mince non dissipative rectangulaire de 6 mm d'épaisseur (ρ_l=1000 $kg.m^{-3}$, c_l=900 $m.s^{-1}$), dont une des faces (celle en vis à vis du plan de

contrôle) est rugueuse et donc responsable des aberrations introduites. Les aberrations sont créées par la forme lenticulaire de $h = 0,7\ mm$ d'épaisseur se répétant périodiquement tous les $d = 7\ mm$ sur cette surface. Le rayon de courbure de chacune des lentilles est égal à 3 mm. Le plan de contrôle est situé à $l = 10\ mm$ derrière cet aberrateur.

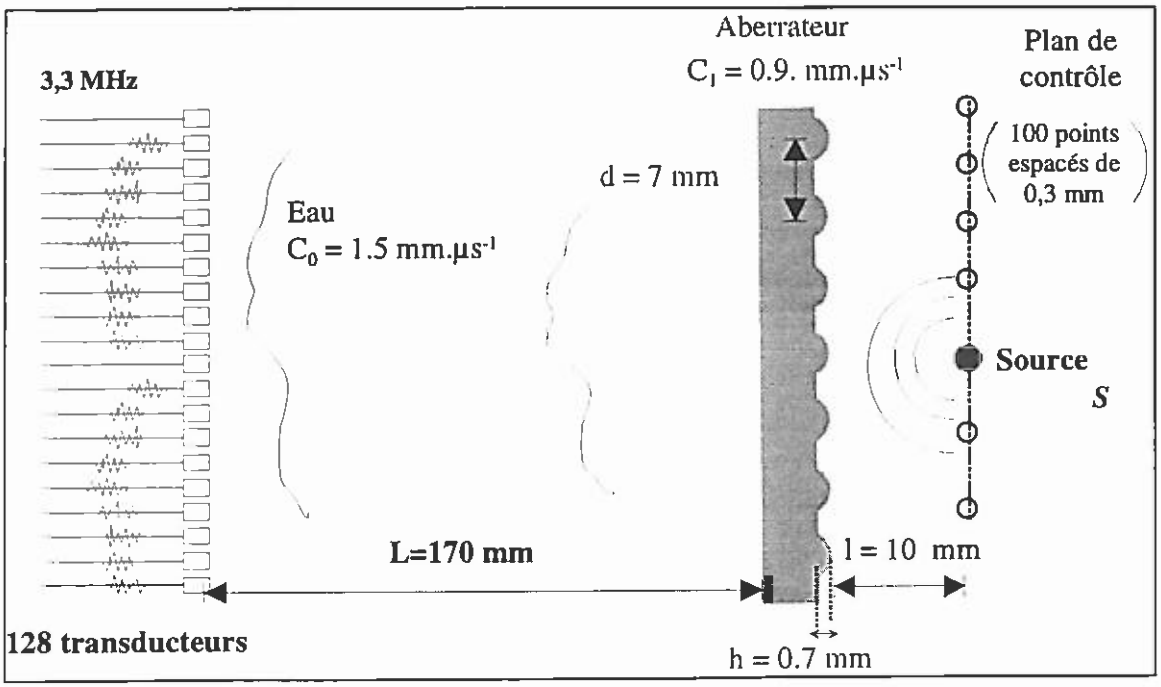
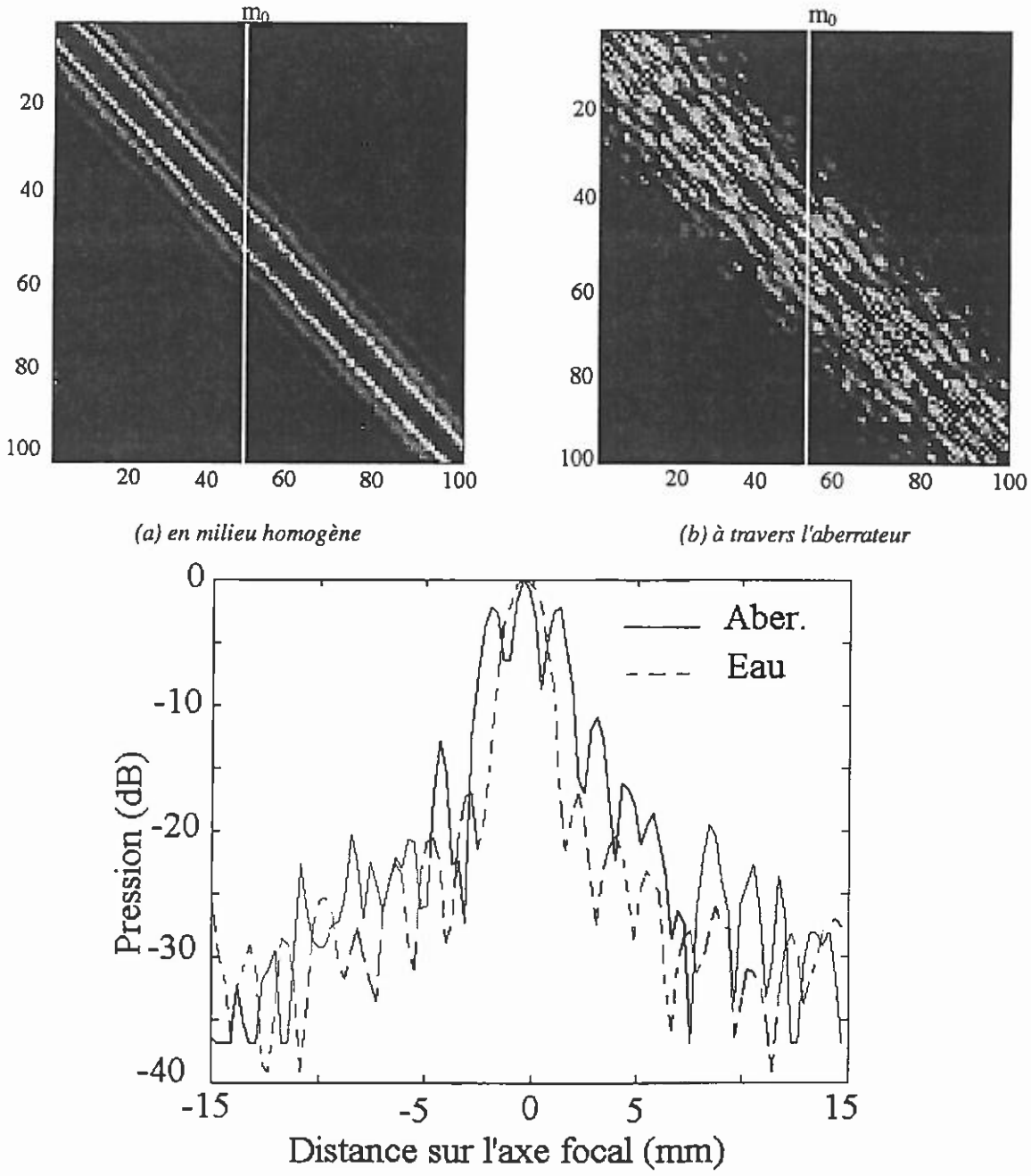


Figure 60. Seconde configuration expérimentale.

3.3.2.1. L'opérateur de focalisation par retournement temporel

La matrice de propagation **H** a été à nouveau acquise expérimentalement, à la fois en milieu homogène, puis à travers l'aberrateur. Cette acquisition est réalisée conformément à la procédure décrite précédemment (3.2.3.4) à partir du plan de contrôle composé de 100 points espacés de 0,3 mm. L'amplitude des deux opérateurs de retournement temporel associés peut alors être comparée [Figure 61 (a) et (b)]. En représentant une seule colonne m_0 de chacune des matrices[27], on peut remarquer que l'aberrateur, bien que non dissipatif, dégrade fortement la focalisation par retournement temporel en comparaison avec la focalisation optimale obtenue dans l'eau [Figure 61 (c)].

[27] Comme on l'a vu précédemment, une colonne m_0 de la matrice correspond au diagramme de focalisation obtenu lorsqu'on applique le principe de focalisation par retournement temporel à une source située initialement en m_0.



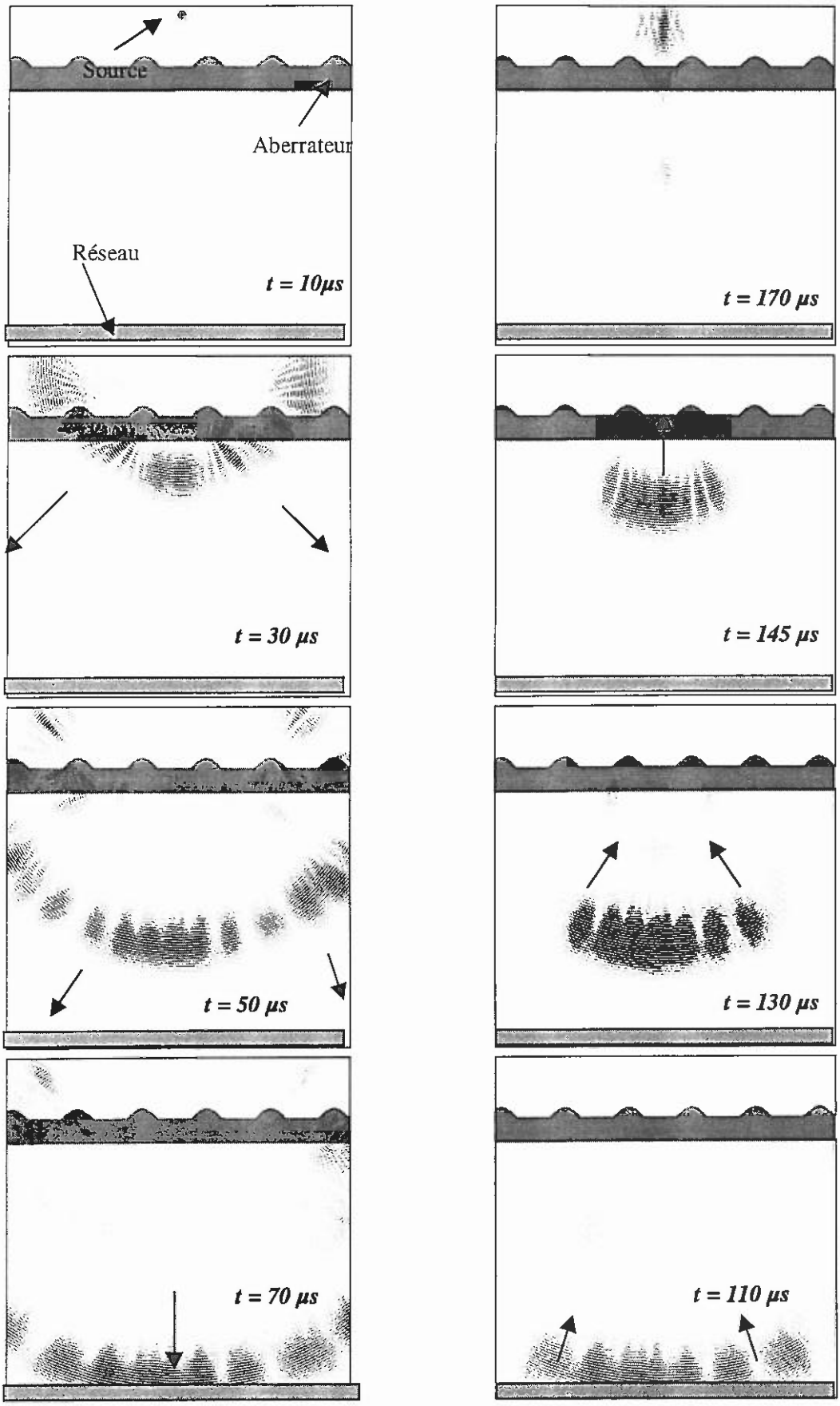
(a) en milieu homogène

(b) à travers l'aberrateur

(c) $m_0^{ième}$ ligne des deux matrices.

Figure 61. Expérience à travers un aberrateur non dissipatif et fortement diffractant : Représentation de l'amplitude de la matrice $\mathbf{H'H^*}$*, (a) en milieu homogène, (b) à travers l'aberrateur. Les axes verticaux et horizontaux correspondent au numéro du point de contrôle dans le plan focal. En (c), la* $m_0^{ième}$ *colonne de chaque matrice correspondant aux diagrammes de focalisation que l'on obtiendrait dans les deux cas en appliquant le processus de focalisation par retournement temporel à une source initialement située en* $S = m_0$ *dans le plan de contrôle.*

Afin d'illustrer ce résultat, une expérience de focalisation par retournement temporel en régime impulsionnel a été simulée par notre code de différences finies à travers cet aberrateur. Elle confirme la dégradation de la focalisation par retournement temporel. La Figure 62 présente ainsi la répartition spatiale du champ ultrasonore à différents instants de l'expérience numérique lors des phases *(a) aller* et *(b) retour* du processus de focalisation par retournement temporel.



(a) Phase aller *(b) Phase retour*

Figure 62. Expérience numérique de retournement temporel à travers l'aberrateur non dissipatif :

(a) La source acoustique émet un signal composé de quelques arches de sinusoïdes (f = 3,2 MHz). (b) Le réseau (rectangle grisé) réémet la version retournée temporellement du front d'onde initial.

Comme on peut le constater, la réversibilité de l'expérience par renversement du temps est brisée [Figure 62(a) $t = 10\ \mu s$ et (b) $t = 170\ \mu s$] : Lors de la phase aller, une partie non négligeable du champ est fortement diffractée par l'aberrateur hors de l'ouverture limitée du réseau. Cette information est définitivement perdue et ne sera pas recréée lors de la phase retour [comparaison des images : (a) $t = 30\ \mu s$ et (b) $t = 145\ \mu s$].

3.3.2.2. L'opérateur de focalisation inverse

Pouvons-nous cependant trouver un vecteur d'émission à appliquer sur le réseau et pouvant donner une meilleur qualité de focalisation que celle obtenue par retournement temporel ?

Pour répondre à cette question, il faut appliquer la technique de focalisation par filtrage inverse au point m_0. On réalise donc la décomposition en valeurs singulières de la matrice **H** acquise à travers l'aberrateur. La distribution de valeurs singulières est représentée en Figure 63.

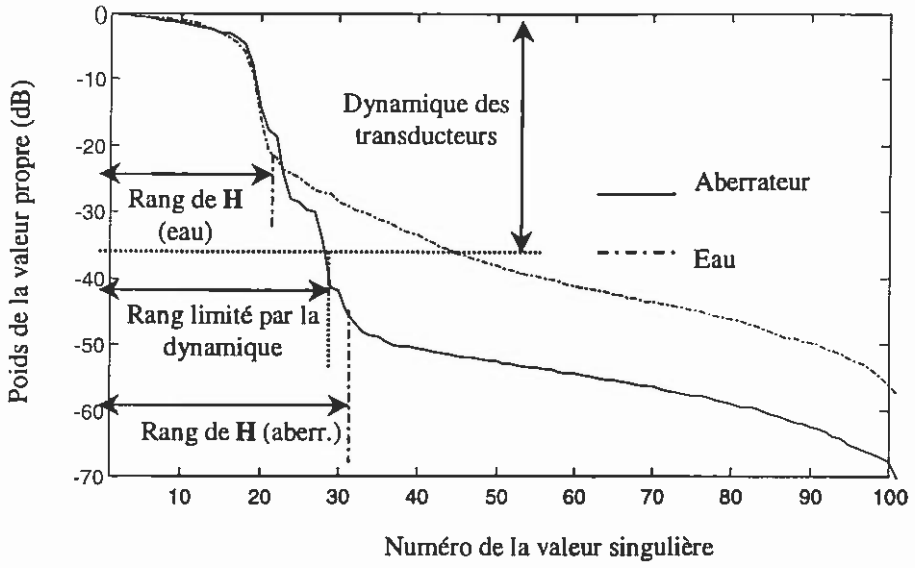


*Figure 63. distribution de valeurs singulières de la SVD de **H** acquise expérimemtalement dans l'eau (ligne pointillée) et à travers l'aberrateur diffractant (ligne pleine).*

Comme on peut tout d'abord le constater, le rang de la matrice **H** acquise à travers l'aberrateur est plus élevé que celui de la matrice acquise en milieu homogène: ainsi, le rang de la matrice acquise dans l'eau est environ égal[28] à $N=20$, alors que celui de la matrice acquise à travers l'aberrateur semble

[28] Ce nombre N de valeurs singulières significatives correspond bien approximativement à la prédiction de 19,5 valeurs singulières donnée par l'équation (33).

proche de $N=32$. Ce résultat surprenant peut être expliqué par le fait que certaines composantes angulaires qui ne pourraient être reçues dans le plan de contrôle en milieu homogène peuvent être redirigées par les lentilles de l'aberrateur vers le réseau de transducteurs [Figure 64]. Ainsi, en même temps qu'on perd certaines fréquences spatiales du champ à cause de la diffraction à travers les lentilles de l'aberrateur, on en récupère d'autres qui n'auraient pas été présentes en milieu homogène. On a donc finalement gagné quelques valeurs singulières par rapport à la matrice acquise en milieu homogène, mais ces valeurs singulières sont ici d'amplitude très faible. Limités par la dynamique des transducteurs, nous ne pouvons utiliser au mieux que les 27 premiers vecteurs singuliers de la décomposition.

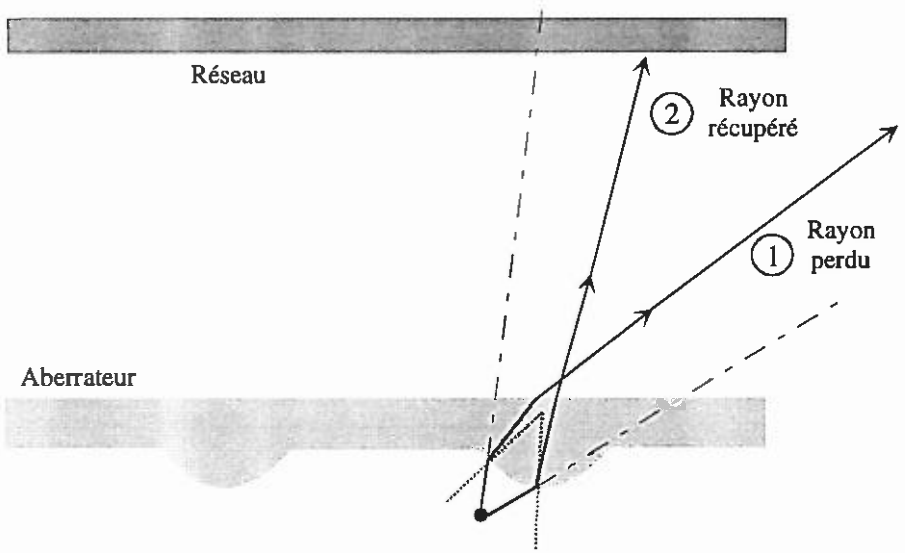


Figure 64. Modèle de tracé de rayon à travers l'aberrateur sinusoïdal : le rayon (1), reçu sur le réseau en milieu homogène, est dévié hors de l'ouverture de ce dernier par l'aberrateur. Le rayon (2), pour sa part, n'aurait pas été reçu sur le réseau en milieu homogène mais il est rabattu par l'aberrateur sur l'ouverture finie.

Le vecteur E_{inv} résultant de la technique de focalisation par filtre inverse est réémis expérimentalement par le réseau et la qualité de focalisation résultante est mesurée par l'hydrophone dans le plan focal [Figure 65]. Comme on peut le constater ici, le filtre inverse ne donne pas de meilleurs résultats que le retournement temporel. Toutefois, les deux méthodes réagissent différemment vis à vis du milieu aberrateur:

- Le retournement temporel maximise uniquement l'énergie reçue au point focal. Ceci peut se faire au détriment des points voisins. Ainsi on constate que deux pics secondaires importants apparaissent.

- Comme l'inversion par décomposition en valeurs singulières résout un problème de minimisation par moindres carrés, la technique de filtre inverse permet de minimiser la distance entre l'objectif (la tache focale en milieu homogène) et sa solution. Elle lisse donc

les deux pics secondaires introduits par le retournement temporel, au détriment cependant du niveau de bruit.

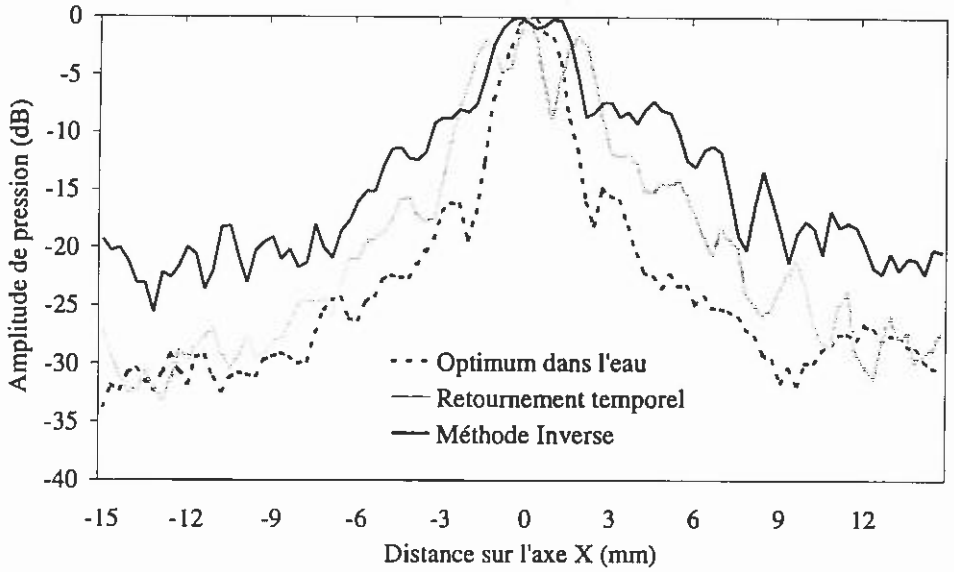


Figure 65. Diagrammes de focalisation expérimentaux : Focalisation optimale en milieu homogène (ligne pointillée), focalisation obtenue à travers l'aberrateur par filtre inverse (27 valeurs singulières, ligne pleine) et focalisation par retournement temporel à travers l'aberrateur (ligne grisée).

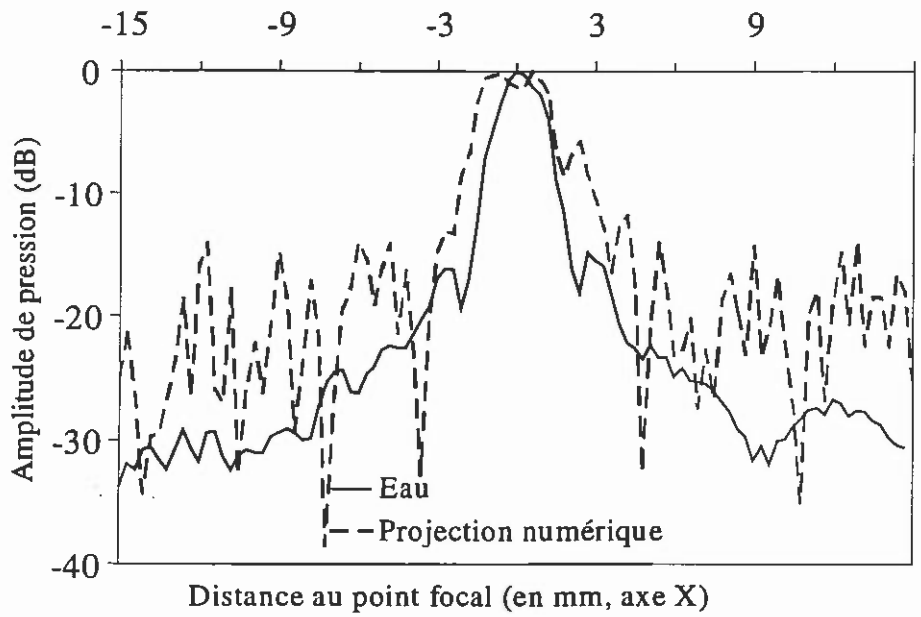


*Figure 66. Diagramme de focalisation désiré F_{opt} dans le plan de contrôle correspondant à la focalisation optimale obtenue expérimentalement par le réseau dans l'eau (ligne pleine) et projection numérique de ce vecteur F_{opt} sur les 32 vecteurs singuliers non nuls de la matrice **H** acquise à travers l'aberrateur (ligne pointillée).*

La méthode inverse n'est donc pas capable de redonner une qualité de focalisation optimale en m_0 à travers l'aberrateur. Cependant, cette dégradation n'est pas liée à la dynamique limitée de nos transducteurs. En effet, la projection numérique de notre vecteur objectif F_{m0} sur l'ensemble des 32

vecteurs singuliers significatifs de la matrice **H** permet de prédire la qualité de focalisation optimale pouvant être atteinte au point m_0 par filtre inverse. Or, cette projection correspond à une focalisation qui reste aussi loin de l'optimum [Figure 66]. Ceci montre clairement que la dégradation de la focalisation n'est en aucun cas due à la dynamique du réseau de transducteurs. Nous pouvons noter au passage que la focalisation obtenue expérimentalement par filtre inverse [Figure 65] est très proche de sa prédiction numérique [Figure 66, projection de F_{m0} sur les 32 vecteurs singuliers du rang de **H**]. Comme nous avons pu le comprendre lors de la simulation par différences finies [Figure 62], le champ provenant d'une source acoustique située dans le plan de contrôle est en grande partie diffracté hors de l'ouverture du réseau. Ainsi, lors de l'acquisition de la matrice **H**, on constate une perte d'information sur certaines fréquences spatiales associées aux différents points-sources. Afin d'illustrer cette perte d'information de la matrice **H**, la Figure 67 présente le spectre des fréquences spatiales du champ ultrasonore reçues sur le réseau lorsque que le 50 ^{ième} point de contrôle agit comme une source acoustique. Nous rappelons que ce champ correspond alors à la 50 ^{ième} colonne de la matrice **H** et que le spectre des fréquences spatiales de ce dernier correpond à la transformée de Fourier spatiale de ce vecteur-colonne.

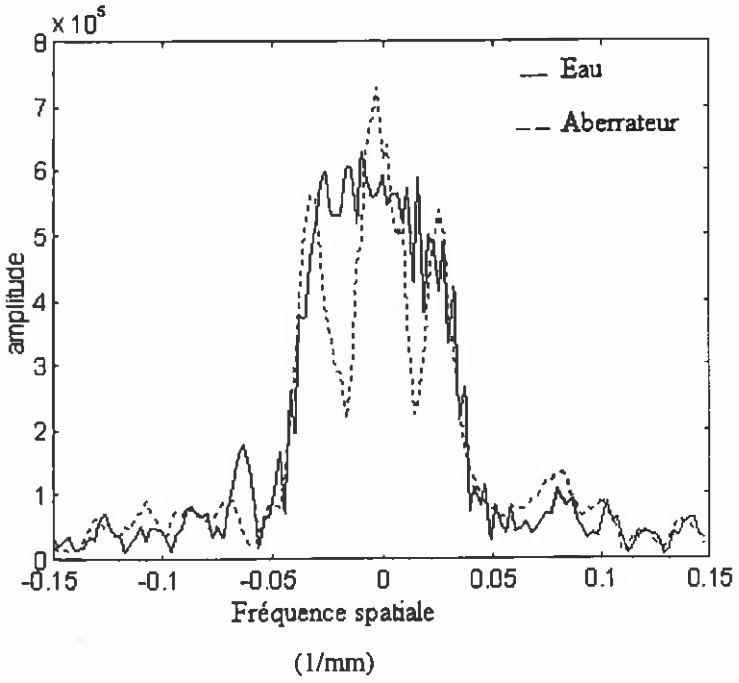


Figure 67. Spectre des fréquences spatiales du champ ultrasonore reçu sur le réseau après propagation dans l'eau (ligne pleine) ou à travers l'aberrateur (ligne pointillée), lorsque le 50 ^{ième} point de contrôle agit en tant que source acoustique.

Nous pouvons constater que la propagation à travers l'aberrateur fait disparaitre une partie des fréquences spatiales qui sont obtenues normalement en milieu homogène. Chacune des lentilles de l'aberrateur a tendance à masquer ou au contraire à amplifier certaines fréquences spatiales [Figure 67]. Contrairement au cas du crâne où les fréquences spatiales étaient seulement fortement atténuées et

pouvaient donc être récupérées par amplification, une partie des fréquences spatiales est ici ***définitivement*** perdue, car les ondes planes qui leur sont associées sont redirigées en dehors du réseau. Dans ce cas, il est clair que la technique de filtre inverse est aussi mise en défaut. Ceci confirme finalement le très bon comportement du retournement temporel, puisque, bien que soumis à une configuration expérimentale extrême, il donne des résultats semblables à ceux du filtre inverse à partir d'un nombre de données beaucoup plus restreint.

3.3.2.3. Amélioration du R.T par introduction de nouvelles conditions aux limites

Nous venons de voir que le principe de focalisation par retournement temporel, appliqué sur l'ouverture limitée d'un réseau, pouvait donner des résultats décevants dans certaines configurations expérimentales, et ce bien que le milieu soit non dissipatif. Nous avons aussi vu que, dans ce cas, la résolution du problème inverse ne donnait pas de meilleurs résultats. Nous montrerons que cette limitation du processus de retournement temporel peut être surmontée [52] en modifiant les conditions aux limites de notre expérience. L'introduction de parois réfléchissantes disposées autour du réseau de transducteurs et du milieu aberrateur [Figure 68] peut en effet résoudre le problème en redirigeant tout le spectre angulaire de la source vers le réseau de transducteurs : comme nous allons le voir, en confinant le champ ultrasonore sur l'ouverture limitée du réseau, ces nouvelles conditions aux frontières permettent de redonner au retournement temporel une qualité de focalisation optimale. L'introduction de parois réfléchissantes modifie complètement l'opérateur de propagation et le nombre de degrés de liberté de l'opérateur de propagation **H** décrivant cette configuration est alors augmenté.

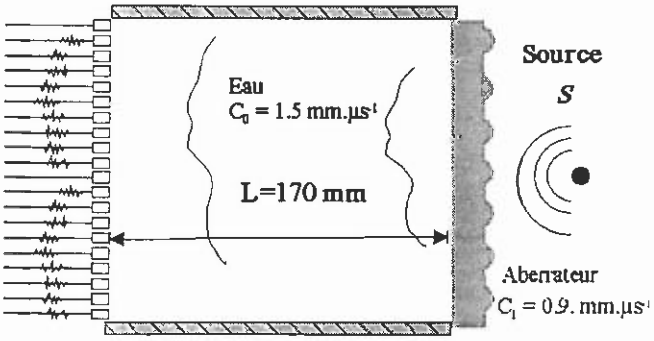


Figure 68. Nouvelle configuration expérimentale. Deux parois en acier sont introduites entre le réseau de transducteurs et le milieu aberrateur, créant ainsi un guide d'ondes.

La Figure 68 illustre l'expérience. Une source *S* initialement située 10 mm derrière la paroi interne de la couche aberratrice émet un signal. Dans un premier temps, le réseau de transducteurs enregistre ce signal. Le réseau reçoit d'abord un premier front d'onde direct qui correspondrait au signal reçu en l'absence de parois, puis le signal résultant des réflexions multiples sur les parois du guide d'onde [Figure 69]. L'inclinaison des différents fronts d'ondes augmente avec le nombre de

réflexions et la directivité limitée de nos transducteurs permet ici d'enregistrer uniquement le signal résultant de la première réflexion sur les parois.

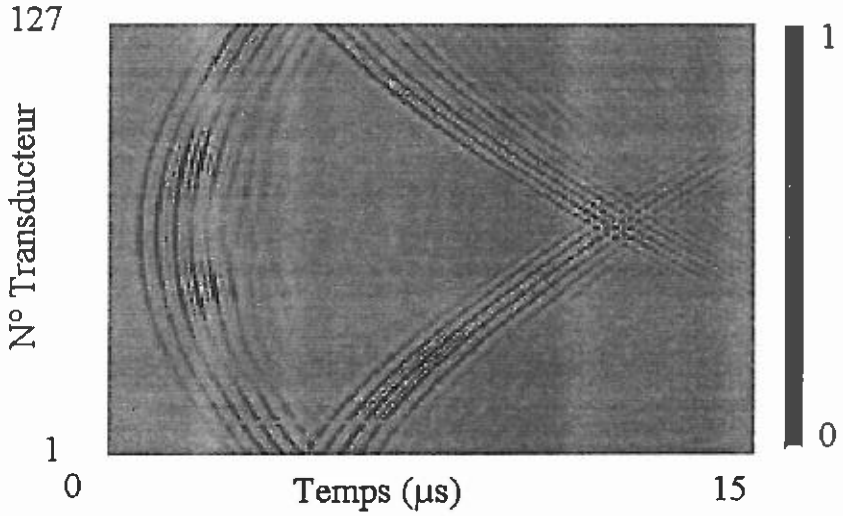


Figure 69. Signaux reçus sur le réseau de transducteurs après traversée de l'aberrateur et propagation guidée par les parois réfléchissantes.

Dans un second temps, les signaux sont retournés temporellement, puis réémis par les transducteurs. La Figure 70 présente la qualité de focalisation obtenue à travers l'aberrateur, lorsque seul le front d'onde direct est réémis, puis lorsqu'on tire profit des réflexions multiples en réémettant la totalité du signal reçu sur chaque transducteur. Cette focalisation est comparée à la focalisation obtenue dans les mêmes conditions en milieu homogène. Les résultats expérimentaux sont alors éloquents. L'introduction des parois réfléchissantes redonne au retournement temporel une qualité de focalisation équivalente à celle qui serait obtenue dans les mêmes conditions en milieu homogène. Mieux, en introduisant le guide d'onde, la résolution latérale du faisceau ultrasonore obtenu par retournement temporel à travers l'aberrateur a été améliorée d'un facteur 2 par rapport à la focalisation obtenue dans l'eau sans parois. Cette amélioration de la résolution d'un réseau par utilisation d'un guide d'onde a été mise en évidence par Philippe Roux en milieu homogène [62]. Il montre que l'utilisation des réflexions multiples à l'intérieur d'un guide d'onde permet d'améliorer la résolution spatiale mais aussi temporelle d'un miroir à retournement temporel. La technique de retournement temporel permettrait en particulier d'améliorer la qualité des transmissions sonar en acoustique sous-marine en eaux peu profondes, pour lesquelles on pourrait tirer profit du guide d'onde naturel créé par les interfaces *eau-air* et *eau-sol* [63]. Nous montrons ici que le guide d'onde tout en améliorant la résolution de notre système permet aussi de corriger les aberrations introduites par le milieu.

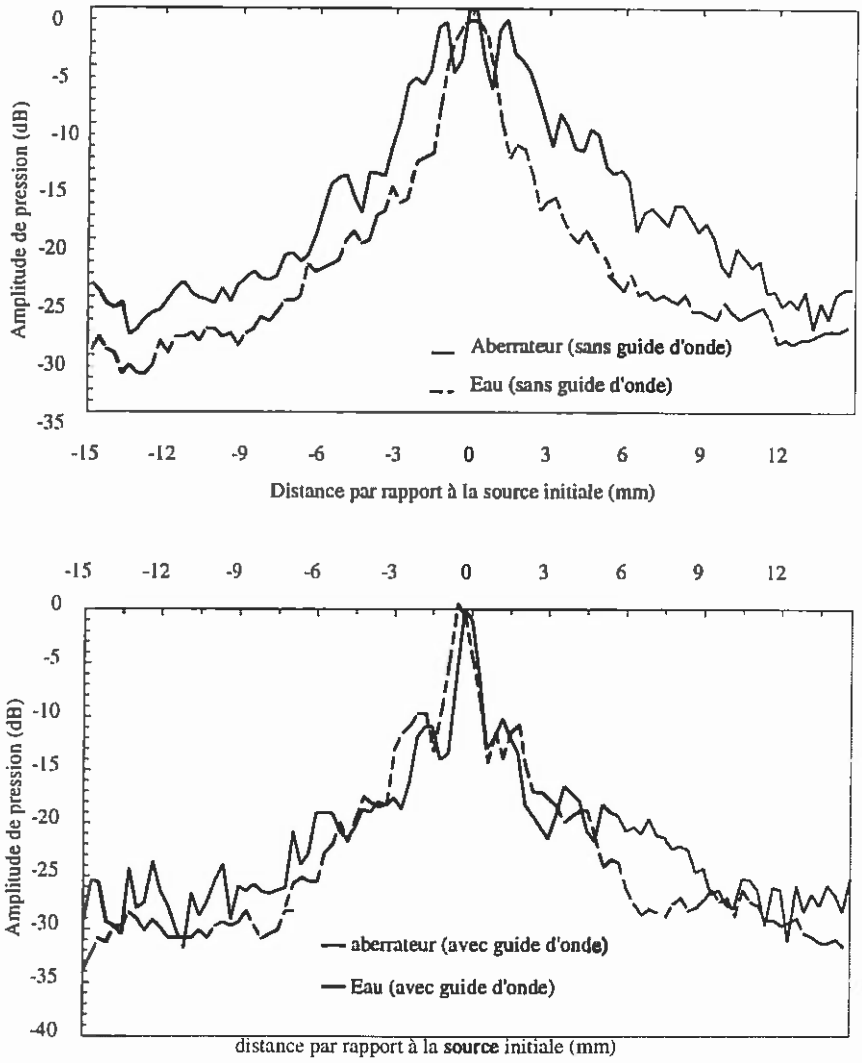
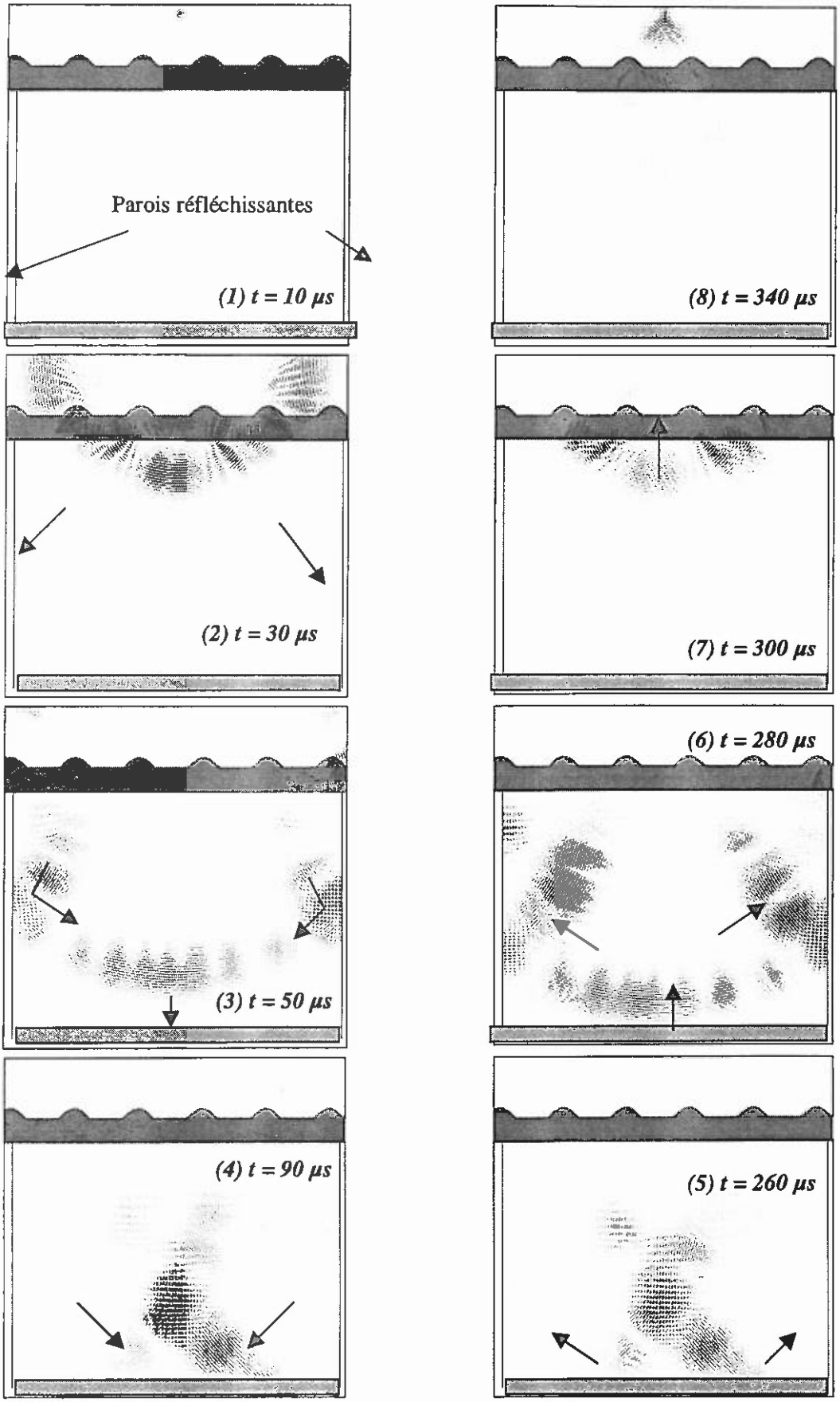


Figure 70. Diagramme de focalisation expérimentaux obtenus à travers l'aberrateur avec et sans parois réfléchissantes. Comparaison avec les diagrammes de focalisation optimaux obtenus dans l'eau, à la fois avec et sans parois réfléchissantes.

Une expérience numérique de propagation dans un milieu comportant des hétérogénéités similaires de vitesse du son a de plus été réalisée (différences finies). Ceci permet de suivre l'évolution temporelle du champ ultrasonore pendant la propagation dans le guide d'onde. Comme nous pouvons le constater par comparaisons successives [Figure 71 *: (2) et (7), (3) et (6), (4) et (5)*], l'expérience de focalisation par retournement temporel permet bien de recréer, à partir d'un front d'onde divergent provenant de la source initiale, sa réplique quasi-identique cette fois-ci convergente vers la source initiale : Il y a bien à nouveau réversibilité de l'expérience par renversement du temps. La largeur à –6 dB de la tache focale obtenue [Figure 71, (8)] est de l'ordre de $\lambda/2$.



(a) Phase aller (b) Phase retour

Figure 71. Expérience numérique de retournement temporel à travers l'aberrateur :

introduction de parois réfléchissantes faisant office de guide d'onde. De (1) à (4), la phase aller : émission par la source réflexion sur les parois et enregistrement du signal reçu sur le réseau de transducteurs. De (5) à (8), la phase retour : émission des signaux retournés temporels par le réseau et refocalisation sur la source. Dimensions du Maillage 1000x1000. pas spatial Δx = 0,06 mm.

L'introduction de parois réfléchissantes augmente la résolution du réseau de transducteurs relativement à sa résolution optimale en milieu libre. Ceci se comprend aisément en utilisant le principe des images appliqué aux miroirs que forment les parois du guide vis à vis du champ ultrasonore : Un observateur situé en S ne voit pas seulement le réseau réel de transducteurs, mais aussi ses images virtuelles périodiques à travers les miroirs [Figure 72]. Ainsi, l'ouverture virtuelle du réseau est augmentée par le nombre de réflexions sur les miroirs.

Ainsi, lorsque le réseau réémet le front d'onde présenté en Figure 69, on obtient un résultat similaire à la réémission du front direct par le réseau réel, combinée à la réémission par les images virtuelles du réseau des deux fronts d'ondes issus des réflexions [Figure 72]. On obtient ainsi une focalisation comparable à celle obtenue en utilisant un réseau d'ouverture plus grande émettant un seul front d'onde *"déplié"*. En prenant en compte uniquement la première réflexion sur les miroirs, l'ouverture du réseau devrait théoriquement être multipliée par un facteur trois et par conséquent, la résolution devrait être améliorée d'un même facteur. Expérimentalement, la largeur de la tache focale est seulement deux fois plus petite que celle obtenue en eau libre. Ce gain plus faible que la prédiction théorique est du à l'apodisation introduite sur le signal par la directivité angulaire limitée des transducteurs.

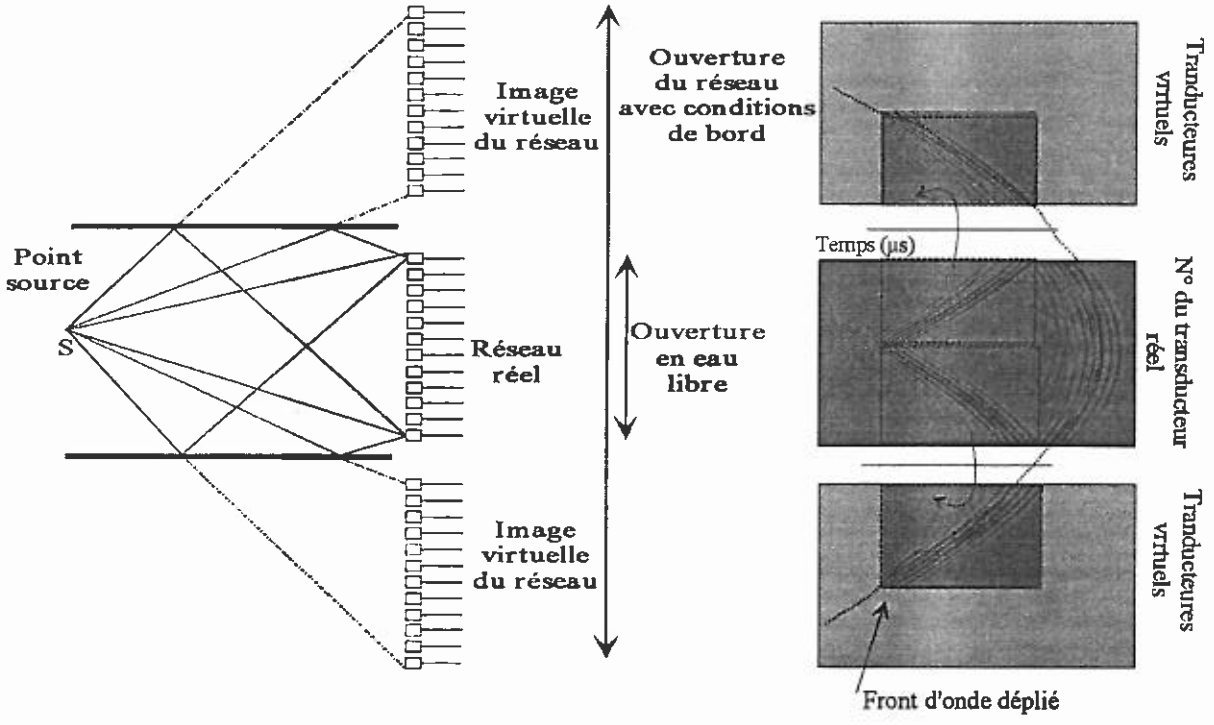


Figure 72. Augmentation de la résolution spatiale du réseau par introduction de miroirs plans infiniment réfléchissants.

Ainsi, dès que l'ouverture du réseau de transducteurs est suffisante pour éviter toute perte d'information par diffraction dans le milieu, la technique de filtrage adapté réalisée par le processus de retournement temporel donne à nouveau une qualité de focalisation optimale en milieu hétérogène non dissipatif. Ceci est aisément compréhensible, puisque l'équation d'onde dans un tel milieu est invariante par renversement du temps. Si les pertes dues à la restriction de notre ouverture sont évitées, la technique de focalisation par retournement temporel résout alors le problème inverse et la focalisation redevient optimale.

3.4. Conclusion

Nous avons comparé au cours de ce chapitre, tant d'un point de vue expérimental que théorique, la technique de focalisation par retournement temporel à celle de filtre inverse. Cette technique de filtre inverse est très gourmande en données, puisqu'elle s'appuie sur la connaissance exacte de l'opérateur de propagation entre le réseau d'émission et un ensemble de récepteurs acoustiques disséminés dans le plan focal désiré (le problème direct est alors entièrement connu). Le principe de focalisation par retournement temporel s'appuie quant à lui uniquement sur la présence d'une source acoustique au foyer. Lorsqu'aucune perte d'information n'intervient au cours de la propagation entre cette source et le réseau d'émetteurs, l'opération de retournement temporel suffit à recréer le filtre inverse de la propagation et refocaliser de manière optimale dans le milieu. Dans le cas contraire, le retournement temporel ne suffit plus à recréer une focalisation optimale.

Nous avons présenté deux exemples illustrant une telle perte d'information. Malgré cette perte d'information, la technique de focalisation par retournement temporel reste très efficace, puisqu'elle maximise toujours l'amplitude du signal reçu au foyer en un temps donné. La perte d'information se fait par contre sentir sur les autres points du milieu et peut entraîner un élargissement de la tache focale ainsi que l'apparition de lobes secondaires. Dans les deux cas présentés, nous avons pu récupérer l'information perdue (par compensation d'amplitude lorsque les pertes sont dues à la dissipation et par introduction de nouvelles conditions aux frontières lorsque les pertes sont dues à la diffraction) et redonner au retournement temporel une qualité de focalisation optimale.

Nous avons aussi introduit un formalisme matriciel décrivant la propagation et explicité le sens de la décomposition de cet opérateur sur la base de ces vecteurs singuliers. Cette décomposition particulière nous a en particulier permis de quantifier la focalisation optimale associée à une configuration expérimentale. Celle-ci correspond à la projection d'un vecteur objectif sur l'espace formé par les vecteurs singuliers principaux de l'opérateur de propagation. Le sens physique de ces vecteurs singuliers a été explicité en milieu homogène et peut être relié étroitement à la décomposition en ondes planes du champ incident. En milieu hétérogène, nous avons vu qu'il était une source d'informations sur la nature du milieu de propagation. Ce formalisme pourrait s'avérer très utile lors de

l'étude d'autres problèmes de focalisation, par exemple en milieu multidiffuseur. Il pourrait de plus être étudié dans le cas de milieux en mouvement pour lesquels la propriété de réciprocité spatiale n'est plus assurée.

4. Focalisation et retournement temporel en régime non linéaire

Dans les chapitres II et III, nous avons étudié l'aptitude du procédé de retournement temporel à corriger les aberrations introduites par les hétérogénéités du milieu. Les signaux étaient alors d'amplitude faible et la linéarité de la propagation était ainsi assurée. L'application de cette technique prometteuse à l'ablathermie nécessitait toutefois la réalisation d'un miroir à retournement temporel capable d'émettre des signaux de forte amplitude. Dans la première partie de ce chapitre, nous présentons les caractéristiques techniques, puis les performances du prototype réalisé. En particulier, les algorithmes de focalisation développés au chapitre II sont appliqués à ce nouveau miroir de forte puissance. Nous constatons bien qu'ils permettent d'obtenir avec ce nouveau système de forte puissance une qualité de focalisation à travers le crâne comparable à celle obtenue en milieu homogène. Une expérience in vitro *d'ablathermie est de plus présentée, montrant clairement l'aptitude du système à réaliser des zones de nécrose très localisées.*

Les signaux ultrasonores émis par ce miroir à retournement temporel atteignant maintenant des amplitudes relativement importantes (de quelques bars à quelques dizaines de bars), la linéarité de la propagation de l'onde n'est plus rigoureusement assurée. Plusieurs types de non-linéarités peuvent dès lors apparaître suivant la nature du milieu. Deux d'entre elles seront en particulier étudiées dans la suite du chapitre.

Disposant d'un système multi-sondes performant et extrêmement flexible, nous avons tout d'abord cherché à répondre à une question d'ordre "fondamental", souvent abordée au cours de discussions, mais à laquelle nous n'avions pu apporter de preuve expérimentale. Le principe du retournement temporel reste-t-il valide en régime non-linéaire ? La deuxième partie de ce chapitre s'intéresse alors à l'influence de la non-linéarité intrinsèque du milieu sur la propagation d'une onde ultrasonore. Nous verrons en particulier, à la fois théoriquement et expérimentalement, que la propagation non linéaire dans un fluide peu visqueux tel que l'eau reste un phénomène réversible tant que la distance caractéristique d'apparition de choc n'est pas franchie. Ainsi, tout comme elle permettait de corriger les aberrations induites par les hétérogénéités du milieu dans le domaine linéaire, l'opération de retournement temporel corrige aussi les effets non-linéaires de la propagation acoustique. Afin d'illustrer cette propriété d'invariance par renversement du temps des équations régissant la propagation en régime non linéaire, une première expérience de retournement temporel sur des signaux de forte amplitude a été mise au point.

Dans la troisième partie de ce chapitre, nous revenons à l'application médicale en mettant expérimentalement en évidence un autre phénomène non-linéaire pouvant apparaitre lors de l'utilisation de faisceaux ultrasonores focalisés de forte intensité. Dans ce cas, l'échauffement local du milieu par le faisceau ultrasonore crée une hétérogénéité de la vitesse du son dans le milieu lors du

traitement. Cette hétérogénéité se comporte alors comme un aberrateur vis-à-vis du faisceau et entraîne l'apparition d'un phénomène de "lentille thermique". Alors que les non-linéarités intrinsèques du milieu intervenaient sur une échelle de temps de l'ordre de quelques centaines de microsecondes aux puissances acoustiques mises en jeu lors de nos expériences, cette nouvelle non-linéarité connue sous le nom de chauffe acoustique ("acoustic heating") intervient sur une échelle de temps bien plus lente (de l'ordre de la seconde). Afin de mieux comprendre les répercussions possibles d'un tel phénomène lors d'un traitement par ablathermie ultrasonore, nous avons développé un code numérique couplant l'équation d'onde à l'équation de diffusion de la chaleur. Cette simulation met en évidence des effets spectaculaires d'auto-défocalisation du faisceau ultrasonore qui devront être pris en compte à l'avenir lors des traitements par hyperthermie ou ablathermie ultrasonore.

4.1. Réalisation d'un prototype de miroir à retournement temporel de forte puissance

Dans cette première partie, nous présentons le prototype de miroir à retournement temporel de forte puissance réalisé dans le cadre du projet hyperthermie du Laboratoire Ondes et Acoustique. Les choix techniques sont expliqués et les résultats expérimentaux obtenus sont présentés.

4.1.1. Choix techniques

4.1.1.1. Réalisation des transducteurs piézo-électriques

Le choix de la fréquence d'émission des transducteurs a été crucial. Il résulte en effet d'un compromis :

- La résolution latérale à – 6dB, δ, d'un réseau de transducteurs pour une ouverture angulaire fixée D/F est reliée à la longueur d'onde par la relation $\delta \approx \lambda F / D$. Ainsi, plus la fréquence d'utilisation des transducteurs est élevée, plus la résolution de notre réseau sera bonne. Pour une ouverture angulaire égale à 1 (classique pour les systèmes d'hyperthermie et d'ablathermie), nous voulions être capables d'atteindre une résolution de l'ordre de 2 mm au foyer. Ceci nous imposait donc de choisir une fréquence d'émission supérieure à 750 kHz.

- L'absorption dans la paroi osseuse augmente avec la fréquence. Ainsi le crâne devient particulièrement difficile à franchir pour des fréquences supérieures à 3 MHz. La fréquence d'émission doit donc être la plus basse possible de manière à minimiser les pertes acoustiques.

Nous avons finalement opté pour une fréquence d'émission de 900 KHz, ce qui limite les pertes par absorption dans la paroi osseuse en assurant une résolution inférieure à 2mm. Le choix de la dimension des sondes fut lui aussi délicat. En effet, celui-ci résulte à nouveau d'un compromis entre la divergence du faisceau ultrasonore, l'échantillonnage spatial du réseau et l'impédance électrique.

- Plus l'élément est petit, plus le faisceau qu'il engendre est capable de balayer un large volume. Par contre, le nombre d'éléments nécessaires pour remplir une surface fixée augmente, ce qui, pour des raisons de coût financier, doit aussi être pris en compte.

- Plus l'élément est petit, plus l'impédance électrique de ce dernier croît et il devient rapidement très difficile à adapter.

Nous avons finalement opté pour des sondes cylindriques avec une partie active circulaire de 8 mm de diamètre et une dimension totale (bords compris) de 9 mm de diamètre. La réalisation de 64 sondes piézo-électriques a été sous traitée à la société *IMASONIC* et l'adaptation d'impédance à la société *CORELEC*.

4.1.1.2. Réalisation du réseau de transducteurs

La technologie multi-sondes a été adoptée car elle est plus souple et permet de construire des réseaux de différentes géométries en ne changeant que la structure reliant les monosondes entre elles. Il est ainsi possible d'adapter la géométrie du réseau, ouverture, rayon de courbure, à la position de la zone à traiter. De plus, une sonde dégradée peut aisément être remplacée, ce qui assure une grande souplesse de maintenance du réseau.

Ces sondes indépendantes ont été assemblées pour former une matrice de 64 éléments. La première matrice réalisée avait une ouverture plane et, compte tenu de la directivité intrinsèque de chaque sonde, la puissance acoustique était trop faible pour obtenir les puissances nécessaires à l'hyperthermie. Une nouvelle structure permettant de disposer 91 sondes sur une calotte sphérique de 10 cm de rayon de courbure a été réalisée. La structure moulée est constituée d'un matériau en polyuréthane (Uréol®), matériau fortement absorbant pour les ultrasons et d'impédance proche de l'eau. On minimise ainsi le couplage entre les sondes et les échos multiples entre le réseau et le crâne. La tenue mécanique de ce matériau est bonne et l'étanchéité a été assurée.

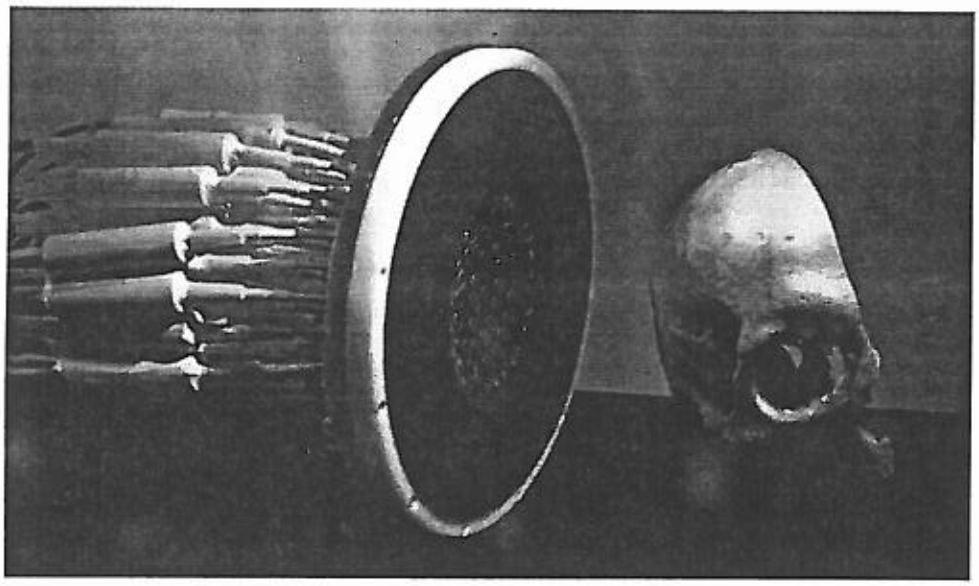


Figure 73. Photographie du prototype de miroir à retournement temporel de forte puissance.

Le résultat final correspond à un prototype présenté en Figure 73, où l'on distingue bien les 64 transducteurs montés dans la structure moulée en polyuréthane (Uréol). La face arrière du prototype est ici enlevée pour laisser apparentes les adaptations d'impédance de chacune des 64 sondes.

4.1.1.3. Réalisation de l'électronique

Une électronique de 64 voies indépendantes (pouvant en contenir à terme 96) a été commandée [Figure 74]. En ce qui concerne la partie réception, l'électronique est identique à celle déjà utilisée au laboratoire pour d'autres MRTs fonctionnant à basse puissance. La partie numérique a par contre été revue et améliorée. La fréquence d'échantillonnage est passé de 20 à 30 MHz, la profondeur mémoire atteint 128 koctets par voie, la bande passante est agrandie et la partie numérique programmable a été complètement reprise. Ces améliorations ont pour objectif de permettre la réalisation d'images échographiques temps réel. En particulier la construction a été prévue pour accueillir un module de focalisation en réception. Ce type d'imagerie n'a pas la prétention de rivaliser avec la qualité des images obtenues par scanner X ou encore IRM. Par contre une image échographique interventionnelle de qualité moyenne serait une aide précieuse pour les neurochirurgiens. D'autre part l'imagerie des écoulements deviendrait possible par échographie Doppler.

La partie émission a été revue de manière à fournir 18 Watts électriques par canal au lieu des 700 mW obtenus précédemment. Par ailleurs, les voies peuvent maintenant émettre une sinusoïde à cette puissance pendant plusieurs secondes d'affilées.

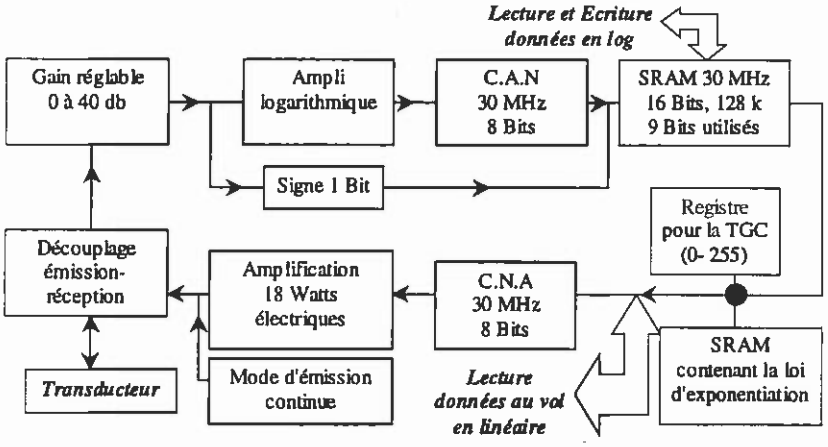


Figure 74. Electronique associée à chaque transducteur du miroir à retournement temporel (MRT).

4.1.2. Simulation et résultats expérimentaux

4.1.2.1. Test des sondes piézo-électriques

Les mesures de pression ont été réalisées avec deux techniques différentes. Nous avons tout d'abord utilisé un hydrophone bilaminaire calibré de la société MARCONI. Ces mesures ont ensuite été confirmées en utilisant un interféromètre hétérodyne développé au laboratoire par D. Royer [64]. Les deux types de mesure sont en parfait accord.

Les transducteurs du réseau ont une perte d'insertion de 3 à 4 dB et une impédance de 35 Ohms lorsqu'ils sont connectés à l'électronique de puissance (cette impédance moyenne a été mesurée à l'analyseur de réseau pour chacun des transducteurs équipés de leur adaptation électrique). Soumis à une tension électrique d'excitation de 71 Volts crête à crête à 900 kHz ($P_{él}$ = 18 Watts), ils engendrent donc une puissance de l'ordre de 9 Watts acoustiques. Leur surface active correspond à 0,5 cm^2 et la pression estimée à la sortie du transducteur est donc de l'ordre de 7,3 bars dans une approximation d'onde plane [Figure 75]. Ces calculs sont cohérents : en effet, il a été mesuré expérimentalement une pression de 7,3 bars à 1 cm du transducteur (distance de Fresnel) et une pression de 2 bars à 10 cm.

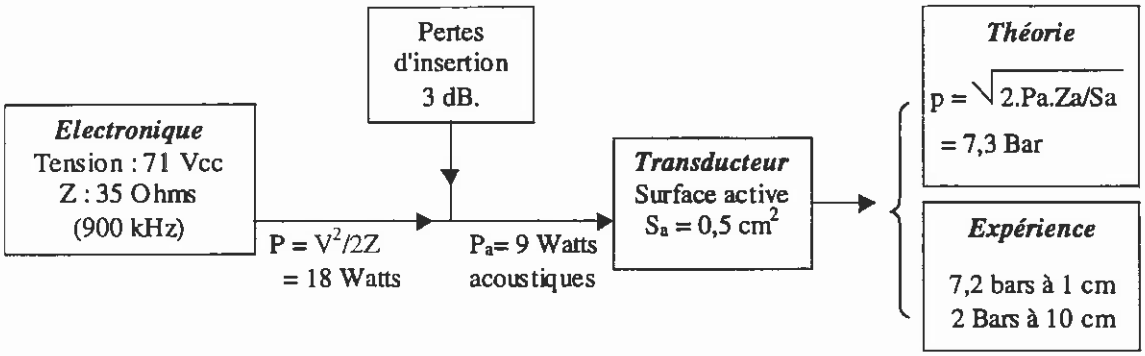


Figure 75. Performances de la chaîne d'émission.

La pression acoustique peut être augmentée d'environ 20% en remplaçant l'excitation sinusoïdale par des créneaux de même fréquence. Dans ces conditions, la pression obtenue à 10 cm est de 2,4 bars. Sur la Figure 76, on présente une mesure du champ rayonné par l'un des éléments sur une profondeur de 4 cm (de 2,5 cm à 6,5 cm de la face avant de l'élément). On peut y observer que la divergence du faisceau est relativement faible. La zone balayée par angulation électronique ne pourra donc guère excéder 10 mm de part et d'autre de l'axe du réseau sans déplacer mécaniquement le réseau de transducteurs.

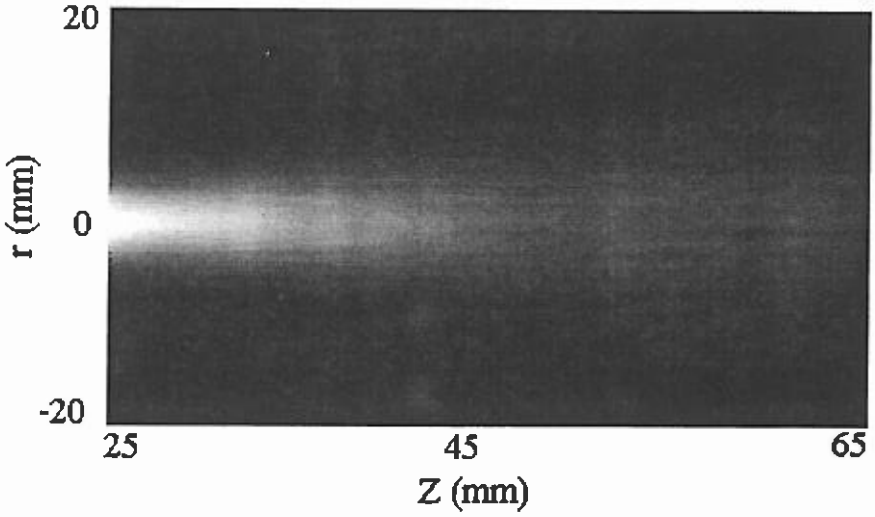


Figure 76. Champ de pression rayonné par un transducteur pour une profondeur variant de 2,5 cm à 6,5 cm et sur une largeur de 4 cm.

4.1.2.2. Test de la matrice de transducteurs

Les monosondes piézo-électriques ont été implantées sur une calotte sphérique de 10 cm de rayon de courbure réalisée en polyuréthane (Uréol®). Les transducteurs sont arrangés en couronnes de 1, 6, 12, 18, 24, 30 éléments [Figure 73]. La structure pourra contenir à terme 91 transducteurs. Le pas interélément est égal à 11 mm et l'ouverture totale à 100 mm pour les 6 couronnes et 85 mm pour 5 couronnes soit 61 éléments.

Des mesures de pression dans le plan focal ont été réalisées. La pression au foyer est de 135 bars (ou encore 6 kW/cm²) pour 61 transducteurs excités par un train d'onde sinusoïdale de fréquence 900 kHz. Cette pression au foyer est inférieure de 11 bars (61 x 2,4 bars) à celle prévue en extrapolant les résultats obtenus pour un transducteur. Cette différence s'explique principalement par des défaillances de certains des transducteurs (élévation de température ou champ électrique trop important).

Des mesures de la distribution de pression dans le plan focal ont été réalisées. Ces mesures ont mis en évidence les lobes secondaires du réseau positionnés aux sommets d'un hexagone inscrit dans

un cercle de 1,7 cm de rayon [Figure 77 et Figure 78]. Ces lobes sont un peu plus de quatre fois plus faibles en amplitude et donc donneraient 16 fois moins de chaleur ce qui reste relativement important. Ces lobes sont cependant d'autant plus gênant que l'on veut focaliser en dehors du centre de courbure du réseau. Différentes techniques ont été testées pour réduire l'amplitude de ces lobes.

On a dans un premier temps essayé de changer régulièrement la phase de l'onde afin de diminuer sa longueur de cohérence. Cette technique revient à envoyer un code aléatoire. Les résultats sont décevants car la bande passante des transducteurs, d'environ 60%, ne permet pas de réduire suffisamment la longueur de cohérence tout en gardant un bon rendement. En effet pour ces transducteurs le régime transitoire dure 5 à 6 périodes.

Une seconde possibilité consiste à modifier la disposition des transducteurs. La distance des lobes par rapport au foyer est fonction du pas du réseau qui est donné par la taille des éléments et de la fréquence. Elle ne peut guère être modifiée tout en gardant un taux de remplissage maximum de l'ouverture du réseau et la fréquence à laquelle le rendement est optimum. Par contre, il est possible de réarranger la disposition des couronnes entre elles. Le résultat a été simulé et on obtient une distribution plus homogène et d'amplitude maximale moins forte sur ce cercle de rayon 1,7 cm. Cependant le gain reste faible.

La fréquence peut être changée régulièrement afin d'étaler les lobes sur des cercles de différents rayons au cours de la chauffe. On ne diminue pas l'amplitude des lobes à un instant donné mais on diminue l'élévation de température en l'étalant au cours du temps. Une fois de plus, le gain risque d'être faible car la bande passante des éléments piézo-électriques est faible.

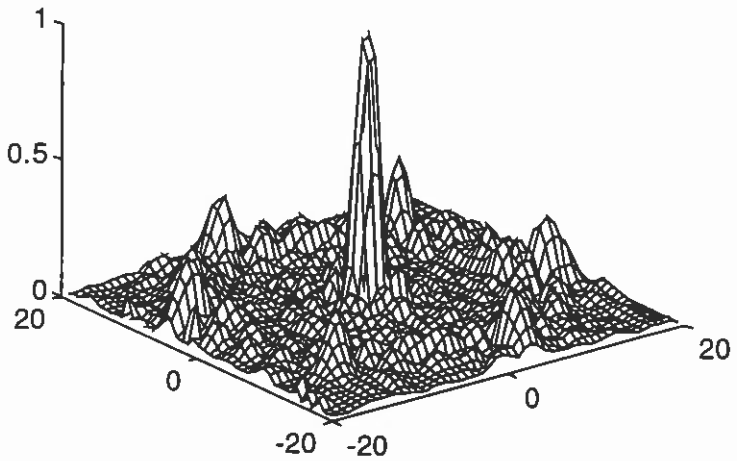


Figure 77. Champ de pression dans le plan focal (10 cm de profondeur), en échelle linéaire et sur une ouverture de 40x40 mm.

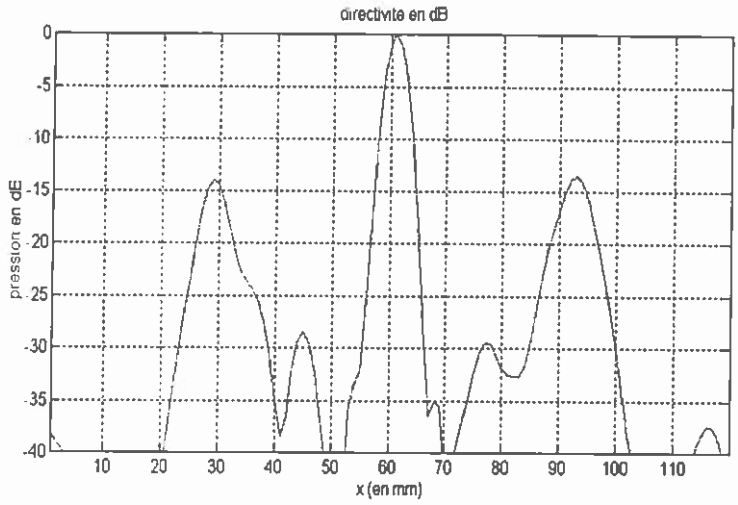


Figure 78. Diagramme de directivité en dB de la pression acoustique à une profondeur de 10 cm le long d'un des axes de symétrie.

Nous avons vu sur la Figure 77 que les transducteurs sont distribués en couronne sur l'ouverture. Une disposition hexagonale aurait donné un taux de remplissage meilleur mais la complexité de réalisation du moule aurait été augmentée. Si le nombre de voies disponibles devient plus important un tel arrangement des voies permettrait toutefois, à ouverture égale, d'améliorer l'homogénéité du champ acoustique. On diminuerait ainsi l'élévation de température sur le trajet. Par contre, les lobes de réseaux dans le plan focal seraient d'amplitude plus importante puisque la symétrie du réseau serait plus importante. Cette configuration a été simulée et le résultat est présenté sur la Figure 82.

4.1.2.3. Résultats numériques

Un logiciel de simulation numérique de champs acoustiques par diffraction impulsionnelle développé au sein du laboratoire par Didier Cassereau a été utilisé pour modéliser le champ créé par notre réseau de transducteurs. Les résultats obtenus sont en adéquation avec les données expérimentales [Figure 79 et Figure 80]. En particulier, on retrouve bien une symétrie d'ordre 6 et les lobes de réseau sont situés à une distance de 17 mm du lobe principal et atteignent une amplitude maximale de –15 dB par rapport au point focal, comme le montraient les résultats expérimentaux.

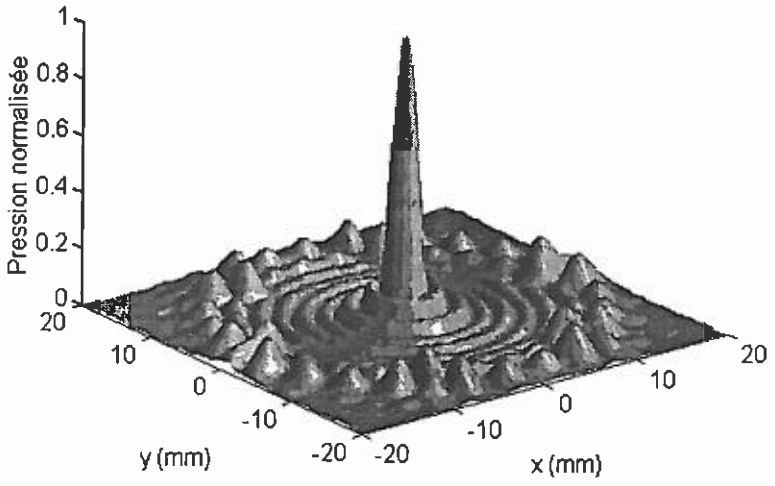


Figure 79. Simulation numérique du faisceau ultrasonore créé par le réseau dans le plan focal z =100 mm.

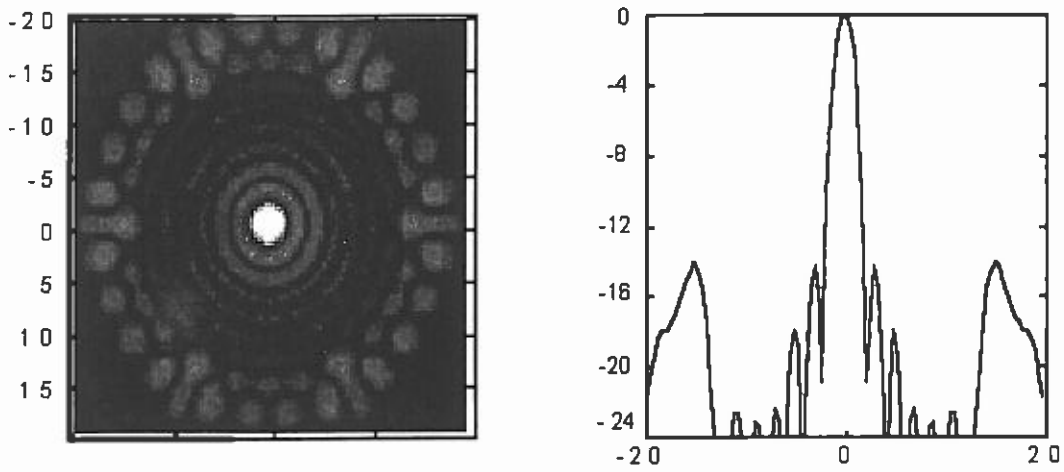


Figure 80. Simulation numérique du faisceau ultrasonore créé par le réseau dans le plan focal z =100 mm. Les lobes de réseau atteignent –15 dB.

D'autre part, le champ ultrasonore dans un plan de coupe contenant l'axe du faisceau a été simulé. Il prédit une profondeur de champ de 16 mm à –3 dB, comme on peut le voir sur la Figure 81. Cette profondeur de champ sera considérablement améliorée avec l'utilisation d'un réseau contenant plus d'éléments et donc disposant d'une ouverture plus importante. La profondeur de champ est en effet proportionnelle au carré du nombre d'ouverture (rapport entre la distance focale et l'ouverture).

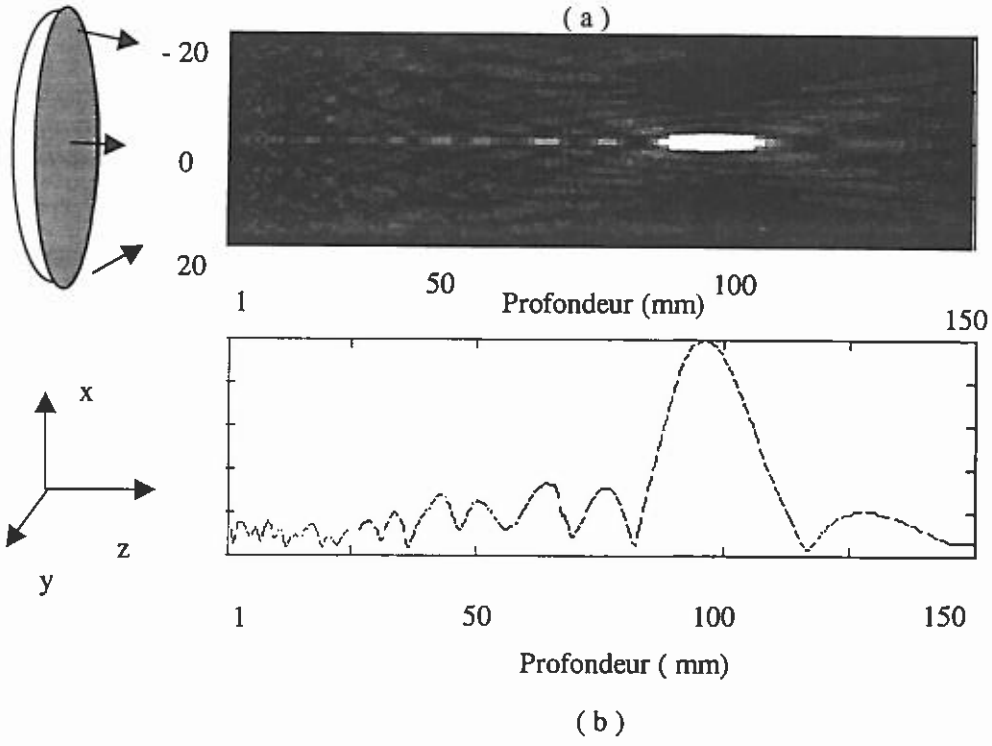


Figure 81. Simulation par diffraction impulsionnelle : Champ ultrasonore créé par le réseau (a) dans le plan y=0 et (b) le long de l'axe z du faisceau. La résolution axiale à –3 dB est de 16 mm.

Chaque transducteur étant peu directif, une partie non négligeable de l'énergie émise par chacun des transducteurs ne vient pas contribuer à l'énergie reçue au point focal et se retrouve répartie dans les lobes de réseau. Une diminution du niveau des lobes de réseau est donc envisageable si chaque transducteur est préfocalisé. La simulation numérique a été utilisée pour quantifier l'amélioration apportée par cette solution. On aurait dans ce cas un gain de puissance absolue au point focal de 10 % par rapport à la puissance actuelle et les lobes de réseau recevraient moins d'énergie, ce qui permettrait d'abaisser le seuil des lobes de réseau à – 15,5 dB par rapport au lobe principal. Il faut toutefois noter que ce gain de puissance au point focal et cette diminution des lobes de réseau se fera au détriment de la faculté d'angulation du faisceau, qui nécessite au contraire des transducteurs peu directifs. La simulation apporte donc une amélioration d'uniquement 1 dB sur le niveau des lobes de réseaux, et ce gain est trop faible pour envisager de préfocaliser les transducteurs, ce qui nécessiterait un changement de technologie de fabrication des transducteurs.

Lorsque le nombre de transducteurs sera plus important, il deviendra intéressant d'augmenter le taux de remplissage de la surface active de notre réseau. Le remplissage maximum est obtenu avec une disposition des éléments aux sommets d'hexagones de 10 mm de coté. Un tel réseau a été simulé et le résultat est présenté sur la Figure 82. On peut remarquer que les lobes de réseau ont une amplitude encore plus importante et se retrouve précisément au sommet d'un hexagone entourant le foyer. Ce

résultat est prévisible puisque la symétrie du réseau est augmentée par rapport à une disposition en couronne. Cette disposition hexagonale ne peut donc être retenue. Une disposition en couronnes, décalées d'un angle approprié les unes par rapport aux autres, sera plus judicieuse.

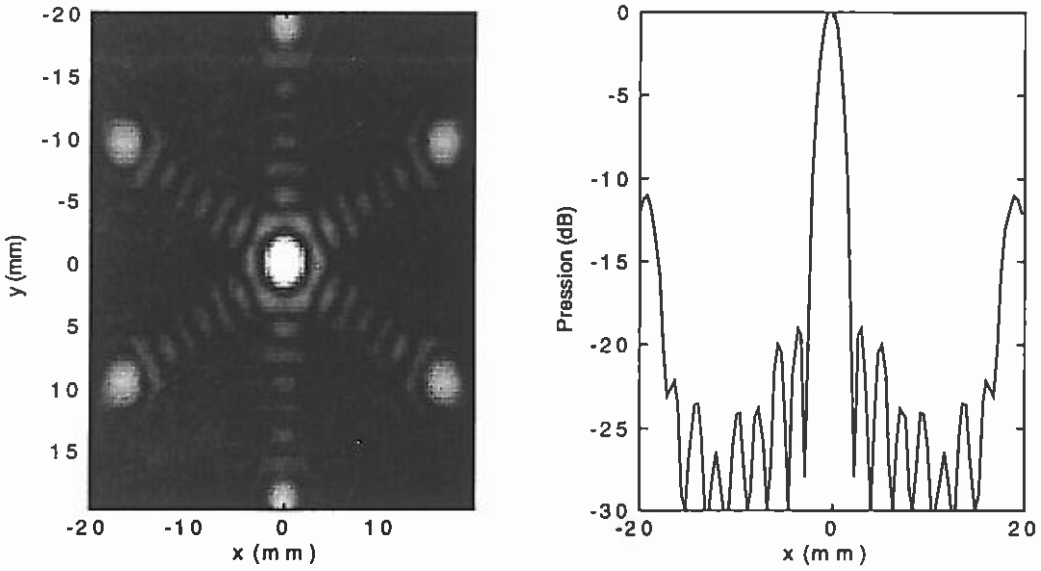


Figure 82. Simulation numérique du faisceau ultrasonore créé par le réseau composé d'éléments disposés suivant un pavage hexagonal dans le plan focal z =100 mm. Les lobes de réseau atteignent –11 dB.

4.1.2.4. Résultats in vitro

Deux types d'expériences ont été réalisées *in vitro* à l'heure actuelle. Les premières reproduisent avec ce nouveau réseau de transducteurs les expériences présentées au chapitre II. A cette fin, les techniques de compensation d'amplitude et d'angulation ont été adaptées à la géométrie bidimensionnelle de ce réseau. La Figure 83 présente la tache focale réalisée avec ce nouveau réseau à travers la crâne. On remarque que les lobes sont moins marqués comparativement au cas présenté en milieu homogène sur la Figure 77. Le milieu est ici hétérogène et brise en partie les symétries du réseau. La Figure 84 est une coupe médiane et permet de comparer les qualités de focalisation obtenue à travers le crâne et en milieu homogène. On constate que les qualités de focalisation sont pratiquement identiques dans les deux cas. Par contre les amplitudes au foyer sont nettement différentes. Ainsi la pression au foyer à travers le crâne est quatre fois plus faible que dans l'eau. Cette perte de puissance lors de la traversée de l'os nous interdit donc pour l'instant d'effectuer des expériences d'hyperthermie forte à travers l'os. Pour de telles expériences, il faudrait disposer d'au moins 3 fois plus de voies.

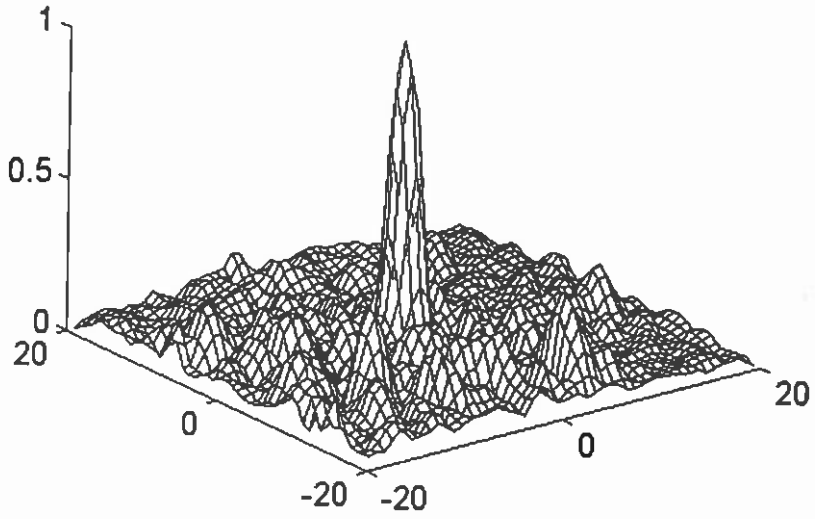


Figure 83. Champ de pression expérimental dans le plan focal (10 cm de profondeur) après traversée du crâne, en échelle linéaire et sur une ouverture de 40x40 mm.

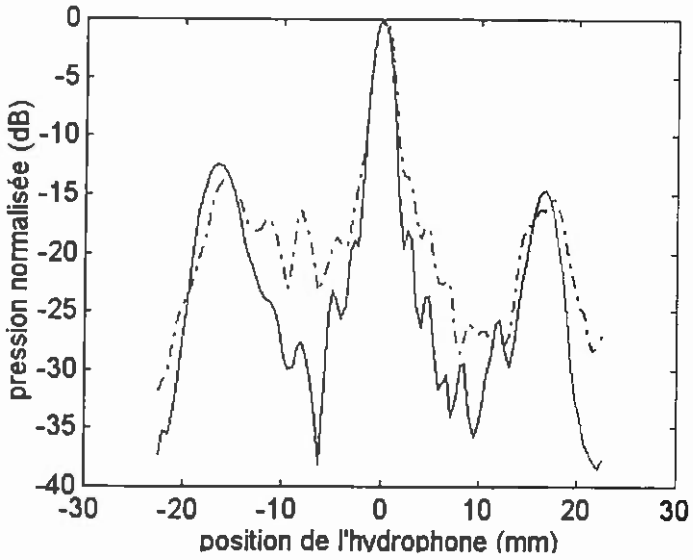


Figure 84. Diagrammes de directivité en dB à une profondeur de 10 cm dans l'axe des lobes secondaires, ligne solide dans l'eau et à travers le crâne en hachuré.

Le deuxième type d'expérience consiste à réaliser des élévations de température dans des tissus biologiques. Des expériences ont été réalisées sur des morceaux de porcs et de dinde. Nous avons procédé de la manière suivante. Le réseau est placé de telle manière que son foyer soit situé à quelques millimètres sous la surface de l'échantillon. Chaque élément du réseau émet un train d'onde d'amplitude maximale à la fréquence de 900 kHz et ceci pendant une durée de 4 secondes. Ces trains d'ondes sont déphasés entre eux afin de compenser les éventuelles imperfections de la disposition des éléments sur la calotte sphérique.

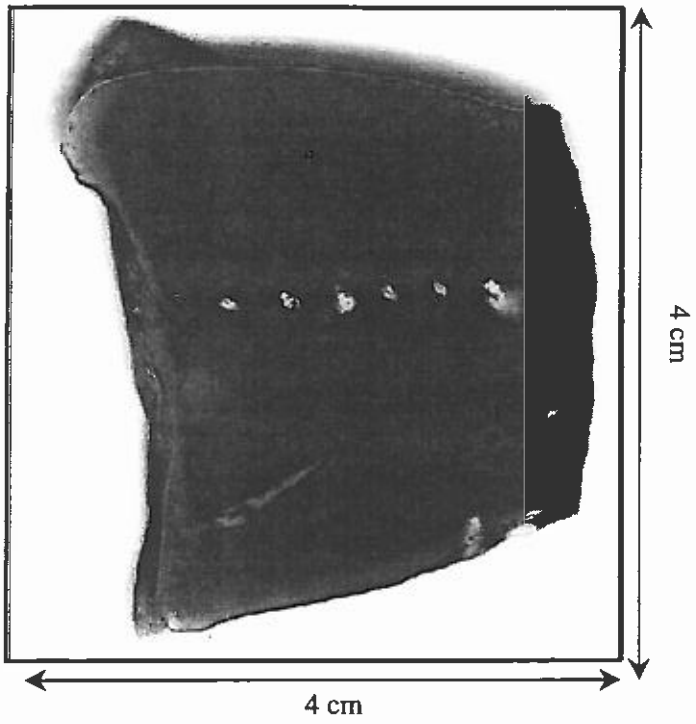


Figure 85. Photographie d'un blanc de poulet après 5 insonifications de 4 secondes à 5 mm d'intervalle.

La Figure 85 montre le résultat de six tirs espacés de 5 mm dans un morceau d'escalope de dinde. Le faisceau ultrasonore traverse deux centimètres d'épaisseur avant de focaliser sur la paroi opposée [paroi photographiée]. On distingue bien les zones de nécrose qui ont un rayon de l'ordre du millimètre.

Des expériences d'ablathermie sur des échantillons d'épaisseur plus importante (de l'ordre de 6 à 10 cm) nécessiteraient un plus grand nombre de voies. En effet en plus de la perte d'énergie par réflexion aux interfaces il faut ajouter l'absorption des tissus biologiques qui est d'environ 0,7 dB par cm à 1 MHz soit une perte d'un facteur 2 en amplitude pour une profondeur de 10 cm.

4.1.3. Conclusions et perspectives

Comme nous venons de le voir, deux résultats importants ont été obtenus. Dans un premier temps, nous avons pu vérifier que la qualité de focalisation du système de forte puissance n'était pas dégradée par la traversée du crâne, lorsqu'on lui applique la technique de retournement temporel corrigée en amplitude (décrite au chapitre I). De plus, les premières expériences *in vivo* ont montré l'aptitude du système multivoies à réaliser des zones de nécrose très localisées pour des temps d'insonification de l'ordre de 4 secondes à pleine puissance. La bonne tenue des sondes lors d'une insonification prolongée (10 secondes) s'est peu à peu dégradée lors des diverses expérimentations. De nouveaux mono-éléments proposés par la société *IMASONIC* sont actuellement à l'étude. Nous

espérons disposer dans les prochains mois d'un système composé de 150 mono-éléments, ce qui permettra d'augmenter de manière significative le gain d'antenne et, par conséquent, d'atteindre en profondeur les élévations de température souhaitées pour l'ablathermie.

4.2. Retournement temporel et propagation non linéaire

Lorsque les grandeurs acoustiques sont d'amplitudes non négligeables par rapport aux grandeurs à l'équilibre, les termes non-linéaires des équations régissant la propagation de l'onde ne peuvent plus être négligés.

L'équation d'onde reste-elle alors invariante par renversement du temps ? Qu'advient-il lors d'une expérience de retournement temporel ?

4.2.1. Equation d'onde en régime non-linéaire

En régime linéaire, nous supposions que l'ensemble des quantités acoustiques (pression, densité et vitesse particulaire) produites par l'onde ultrasonore étaient suffisamment petites en comparaison avec leurs valeurs à l'état d'équilibre. Les équations de conservation et l'équation d'état peuvent alors être linéarisées. Lorsque ces grandeurs acoustiques ne sont plus infinitésimales, plusieurs termes négligeables au premier ordre doivent être pris en compte.

En milieu fluide idéal, deux types de non-linéarités peuvent être distingués. On doit ainsi prendre en compte les termes non-linéaires contenus dans les équations d'Euler et de conservation de la masse (termes d'advection caractérisant l'entraînement du milieu au passage de l'onde). On doit aussi tenir compte de la réponse non-linéaire du milieu aux sollicitations de l'onde acoustique, sollicitations décrites par l'équation d'état. L'équation d'état traduit la dépendance de la pression p vis-à-vis des variables d'état : densité ρ et entropie s. Nous supposerons ici que les transformations ont un caractère isentropique (viscosité et conduction thermique négligeables). Les échanges de chaleur avec le milieu sont négligés et p dépend donc uniquement de la densité ρ :

$$p - p_0 = A\left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}\right) + \frac{B}{2}\left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}\right)^2 + \cdots \tag{52}$$

Où $A = \rho_0 c_0^2$. Le rapport B/A est appelé *paramètre de non-linéarité du fluide* (Beyer 1960 [65]). L'équation (52) peut finalement être réécrite pour faire intervenir les variables acoustiques $p_a = p - p_0$ et $\rho_a = \rho - \rho_0$:

$$p_a = c_o^2 \rho_a + \rho_0 c_0^2 \frac{B}{2A}\frac{\rho_a^2}{\rho_0^2} + \cdots \tag{53}$$

En gardant uniquement le premier terme de cette équation, on retombe bien sur l'équation d'état en milieu linéaire $p_a = c_0^2 \rho_a$. L'utilisation du second terme (approximation du second ordre) permet de prendre en compte le caractère non-linéaire de la propagation et permet de décrire avec précision un

grand nombre de problèmes d'acoustique non-linéaire. En milieu fluide idéal (sans dissipation thermique et visqueuse), la combinaison de cette nouvelle équation d'état du second ordre avec les équations d'Euler et de conservation de la masse permet d'aboutir, en l'absence de discontinuités du champ, à l'équation de Westervelt dans un fluide idéal [66]:

$$\Delta p(\vec{r},t) - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 p(\vec{r},t)}{\partial t^2} + \frac{2\beta}{\rho c_0^4}\frac{\partial^2 p^2}{\partial t^2} = 0 \tag{54}$$

Où $\beta = 1+B/2A$ est le coefficient de non-linéarité du milieu (~3.5 dans l'eau). Cette équation correspond toutefois à une approximation de type champ lointain.

4.2.2. Une modélisation simple mono-dimensionnelle : l'équation de Burgers

Dans un espace à une dimension, en négligeant l'interaction entre les ondes se propageant dans des directions opposées, l'équation de propagation peut se réduire à la factorisation de deux opérateurs:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{c_0}\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\beta}{\rho_0 c_0^3} p\frac{\partial p}{\partial t}\right)\cdot\left(\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{c_0}\frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\beta}{\rho_0 c_0^3} p\frac{\partial p}{\partial t}\right) = 0 \tag{55}$$

où l'opérateur de gauche traduit la propagation dans la direction des x positifs et l'opérateur de droite la propagation dans celle des x négatifs. Chaque opérateur est connu sous le nom d'*équation de Burgers*.

A partir de l'équation de Burgers, nous pouvons constater que la vitesse de propagation c, à une position x et un instant t, est fonction de la pression acoustique en ce point [65]:

$$c(x,t) = c_0 + v_a(x,t) + c_0\frac{B}{2A}\frac{\rho_a(x,t)}{\rho_0} \tag{56}$$

Le premier terme supplémentaire de la vitesse du son caractérise l'advection de l'onde alors que le dernier terme traduit la non-linéarité intrinsèque du milieu. Cette équation peut être réécrite sous la forme :

$$c(x,t) = c_0 + \beta\, v_a(x,t) = c_0 + \frac{\beta}{\rho_0 c_0} p_a(x,t) \tag{57}$$

La vitesse de propagation de l'onde dépend alors de la surpression acoustique : elle devient "supersonique" durant la phase de compression et "subsonique" durant la phase de détente. Il en résulte une distorsion *progressive* et *cumulative* du signal au cours de sa propagation [Figure 86]. Lorsque les surpressions positives rattrapent les dépressions, on atteint la distance de choc L_c :

$$L_c = \frac{\lambda c_0}{2\pi\beta v_0} \tag{58}$$

où v_0 correspond à l'amplitude de variation de la vitesse particulaire. A cette distance, le signal présente une discontinuité forte.

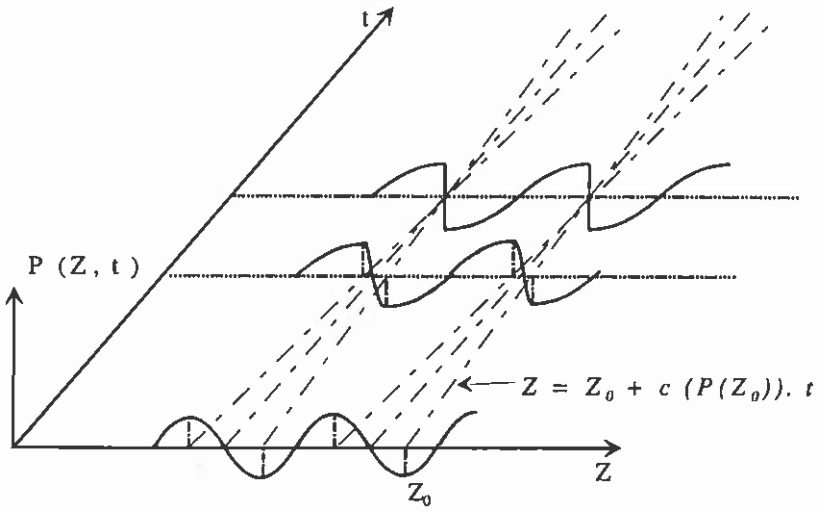


Figure 86. Distorsion progressive d'un signal monochromatique en régime non-linéaire.

Au-delà de cette distance, la surpression ne peut pas continuer à se propager plus rapidement que la dépression : un signal représenté par une fonction multivaluée n'aurait pas de sens physique [Figure 86 & Figure 87]. Il y a formation d'une onde de choc. L'existence d'une telle onde donne alors lieu à un accroissement de l'entropie (relations de Rankine-Hugoniot). Ainsi, les discontinuités constituent un mécanisme de dissipation de l'énergie lors de l'écoulement d'un fluide parfait [67]. L'équation de Burgers en milieu fluide idéal ne suffit plus à traduire la propagation au-delà de la distance de choc. L'accroissement d'entropie à la discontinuité implique l'irréversibilité de l'écoulement, irréversibilité non prise en compte par l'équation de Burgers. La position du choc est alors donnée simplement par la "loi des aires égales" découlant de l'application des relations de Rankine-Hugoniot [Figure 87]. Ainsi, la connaissance des mécanismes de dissipation n'est pas nécessaire pour décrire la dissipation au choc [29]. Le fluide est considéré idéal dans tout l'espace sauf à la discontinuité, où la loi des aires égales suffit à traduire complètement le mécanisme de dissipation.

Une simulation numérique basée sur les travaux de MacDonald et Ambrosiano [68] a été développée pour modéliser la propagation non linéaire 1D en milieu fluide. Cette simulation suit la même démarche que la démarche théorique présentée ci-dessus. Elle correspond tout d'abord à un

[29] Le mécanisme réel déterminant l'accroissement d'entropie dans les ondes de choc est lié aux processus de dissipation ayant lieu dans les couches minces de matière constituant l'onde de choc physique : viscosité et conduction thermique.

schéma aux différences finies décentré (« upwind ») traitant simplement l'équation de Burgers en milieu fluide *idéal* avant la formation du choc. Après l'apparition du choc, le code de simulation est augmenté d'un module prenant en compte la loi des aires égales et connu sous le nom d'algorithme de capture de choc (« Shock capturing »). Ce code modélise donc totalement la propagation non linéaire 1D puisqu'il prend en compte les phénomènes de dissipation apparaissant aux discontinuités du champ ultrasonore.

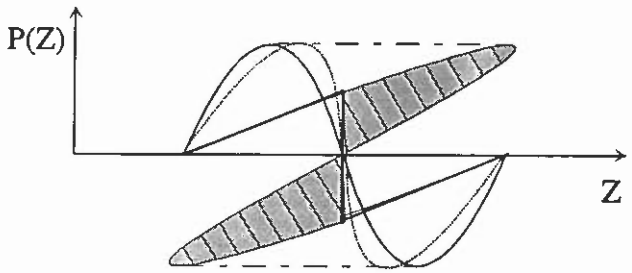


Figure 87. La position du choc est entièrement déterminée par la loi des aires égales découlant des relations de Rankine-Hugoniot.

4.2.3. Non-linéarité et invariance par renversement du temps dans un espace 1D

Comme nous venons de le voir, deux cas peuvent se présenter, suivant que l'on se trouve avant ou après l'apparition d'un choc.

4.2.3.1. Avant le franchissement de la distance de choc

Avant la formation d'un choc, le champ ultrasonore ne présente pas de discontinuités fortes. La propagation en régime non-linéaire dans un milieu fluide non visqueux est alors régie par l'équation (54). On peut alors remarquer que, si $p(r,t)$ est solution de cette équation, $p(r,-t)$ est aussi solution de cette équation. L'équation de Westervelt, traduisant la propagation dans un milieu fluide idéal, est donc invariante par renversement du temps[30].

Il en est de même pour l'équation (55) qui en découle : si $p(x,t)$ est solution de la première partie de cette équation (onde se propageant vers les x positifs), alors $p(x,-t)$ est solution de la seconde partie de l'équation (onde se propageant vers les x négatifs). Une onde se propageant initialement dans la direction des x positifs, vivra, après retournement temporel, la même évolution dans la chronologie inverse (en se propageant dans la direction des x négatifs). L'équation de Burgers est donc invariante par renversement du temps. La modélisation de cette équation grâce au schéma hybride proposé par

[30] Une équation, prenant en compte les phénomènes de diffraction en champ proche, donc plus juste que l'équation (54), a été proposée par Kuznetsov pour le potentiel ϕ. Cette équation est, elle aussi, invariante par renversement du temps. Dans ce cas, le changement de direction du temps s'écrit ($t \rightarrow -t$, $\phi \rightarrow -\phi$).

Mc Donald et Ambrosiano nous a permis de vérifier cette propriété d'invariance dans le cas de la propagation d'une onde plane [Figure 88]. La Figure 88(a) représente la forme temporelle du signal en différentes positions au cours de la propagation. Le signal reçu à la position $L=0,9L_c$ est retourné temporellement , puis réémis à cette position dans la direction opposée. La Figure 88(b) présente l'évolution de la forme temporelle du signal au cours de la propagation retour.

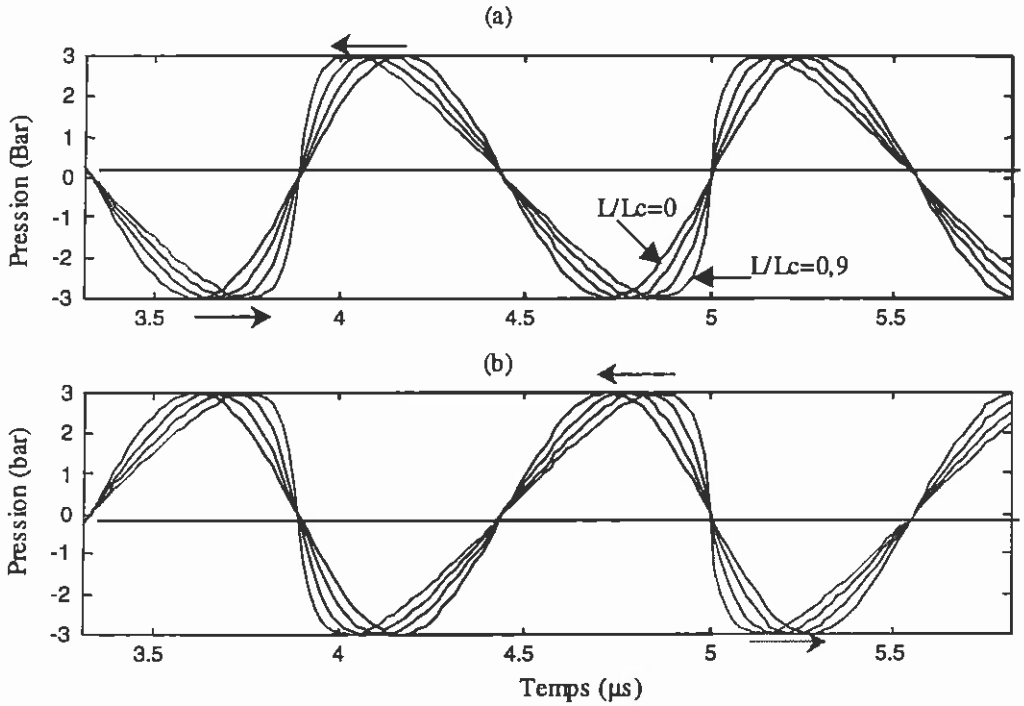


Figure 88. Propagation d'une onde plane initialement monochromatique: (a) le signal temporel est représenté en différents points au cours de la propagation (en L = 0, L = 0.3xLc, L = 0.6xLc et L = 0.9xLc). (b) Après retournement temporel, le signal se propage dans la direction opposée et passe à nouveau par les positions précédentes pour finalement reformer la sinusoïde initiale.

Après retournement temporel, les surpressions sont en retard par rapport aux dépressions. Lors de la propagation retour, elles finissent par rattraper ces dernières, reformant ainsi la sinusoïde initiale [Figure 88(b)]. La distorsion de l'onde dans le domaine temporel se traduit dans le spectre fréquentiel par l'apparition d'harmoniques au cours de la propagation. Après retournement temporel, ces harmoniques disparaissent progressivement. Elles finissent par retransférer totalement leur contribution au fondamental en revenant à la position initiale [Figure 89].

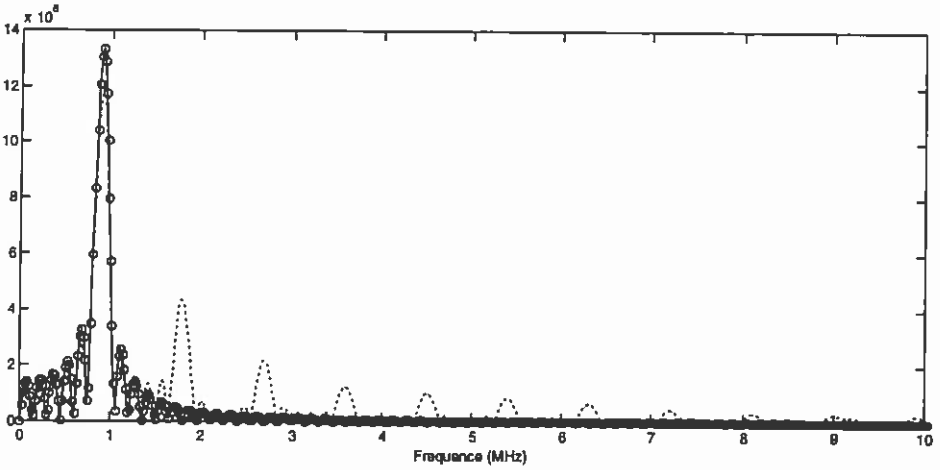


Figure 89. Contenu spectral du signal lors de la propagation : (a) en trait plein, le signal émis. En pointillés, après propagation lors de la phase aller. (b) après retournement temporel et repropagation jusqu'à la source initiale, le spectre est confondu avec le spectre initial (ronds). L'axe des abscisses correspond à la fréquence en MHz.

4.2.3.2. Après le franchissement de la distance de choc

Lorsque l'opération de retournement temporel est réalisée après la formation du choc, l'invariance par renversement du temps est brisée, puisque la propagation de l'onde choquée est dissipative. En particulier, l'opération de retournement temporel transforme le choc de compression en un choc d'expansion. Une diminution d'entropie étant interdite par le second principe de la thermodynamique, ce choc de détente ne peut donc pas garder une forme stable au cours de la propagation : la vitesse dépendant linéairement de la pression, le front vertical se transforme en un segment de droite dont la pente décroît au cours de la propagation retour [Figure 90(b)].

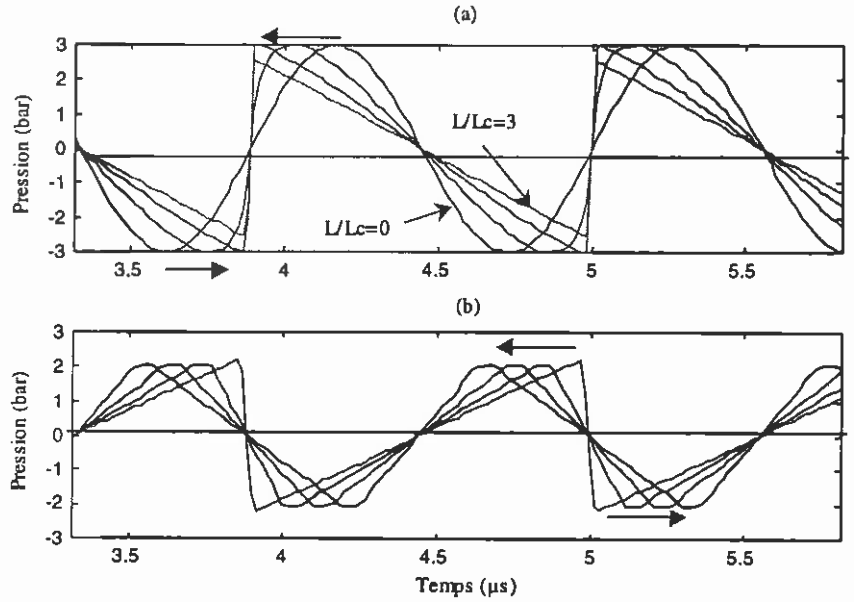


Figure 90. Simulation d'une expérience de retournement temporel lorsque la distance de choc a été franchie. (a) signal en diffférentes positions au cours de la propagation (en L=0, L=L_c, L=2L_c et L=3L_c). (b) Trajet retour de l'onde inversée temporellement aux mêmes positions.

La réversibilité de l'expérience ayant été brisée, l'onde retournée temporellement n'est pas capable de reformer le signal sinusoïdal initial. En particulier, après un aller-retour complet, nous pouvons noter que l'amplitude du signal a fortement diminué et que la phase de compression du signal est déjà plus brève que la phase de détente : le signal a déjà commencé à se déformer dans la direction opposée [Figure 90(b)]. D'un point de vue fréquentiel, le contenu spectral du signal à la fin de l'expérience numérique n'est plus identique au spectre du signal émis [Figure 91].

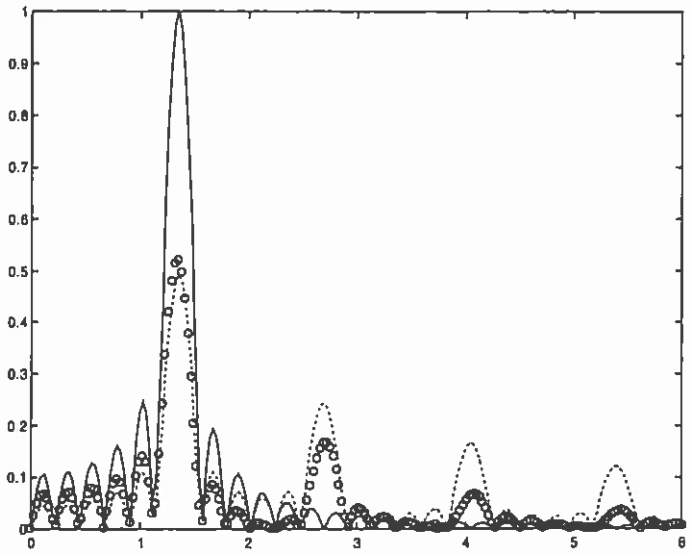


Figure 91. Contenu spectral du signal en plusieurs positions lors de la propagation : en trait plein, le signal d'émission, en trait pointillé le signal après propagation et finalement, en cercles, le signal après retournement temporel et repropagation jusqu'à la source initiale (La distance de choc a ici été franchie : $L/L_c = 3$).

La Figure 92 représente l'évolution de l'amplitude de chaque harmonique du signal au cours de la propagation pour différentes puissances d'émission. Chaque courbe est divisée en deux parties. La première moitié de la courbe représente la propagation du point d'émission *(z = -0,7 m)* jusqu'à la position à laquelle l'opération de retournement temporel est effectuée *(z = 0)*. La seconde partie de la courbe correspond à la propagation retour de cette position *(z = 0 m)*, où l'opération de retournement temporel a été réalisée, jusqu'à la position initiale d'émission. La distance de propagation aller-retour est donc constante et fixée à $2L = 1,4$ *m*. En faisant varier l'amplitude du signal émis, c'est à dire la distance à laquelle apparait le choc, on peut clairement distinguer l'apparition de l'irréversibilité :

- Lorsque $L<L_c$, les courbes d'évolution des harmoniques sont symétriques par rapport à la position *(z = 0)* du miroir à retournement temporel. Ceci caractérise la réversibilité de l'expérience de retournement temporel. L'amplitude des harmoniques supérieurs croît au cours de la propagation aller et diminue de manière réversible au cours de la propagation retour.

- lorsque $L>L_c$,, les courbes présentées perdent leur symétrie et les harmoniques retombent à zéro avant que le signal ne soit revenu à sa source. Cette dissymétrie devient de plus en plus marquée pour les harmoniques supérieures. Des phénomènes de "rebond" apparaissent sur l'évolution des harmoniques supérieures du signal. En effet, chaque harmonique ayant été en partie dissipée lors de la phase aller, son amplitude juste après retournement temporel ne sera pas suffisante. Une distance inférieure à la distance totale parcourue à l'aller sera alors suffisante pour que celle-ci retombe à zéro lors de la propagation retour. A partir de cette distance, l'onde continuant à se propager de manière non-linéaire, l'amplitude de cette harmonique recommencera à augmenter pendant une certaine distance. Puis, l'harmonique commence à nouveau à décroître par dissipation ou transfert en cascade sur les harmoniques inférieures. On pourrait penser que chaque rebond est dès lors un compromis entre enrichissement en harmonique, dû à la propagation non linéaire et appauvrissement en harmonique dû à la dissipation.

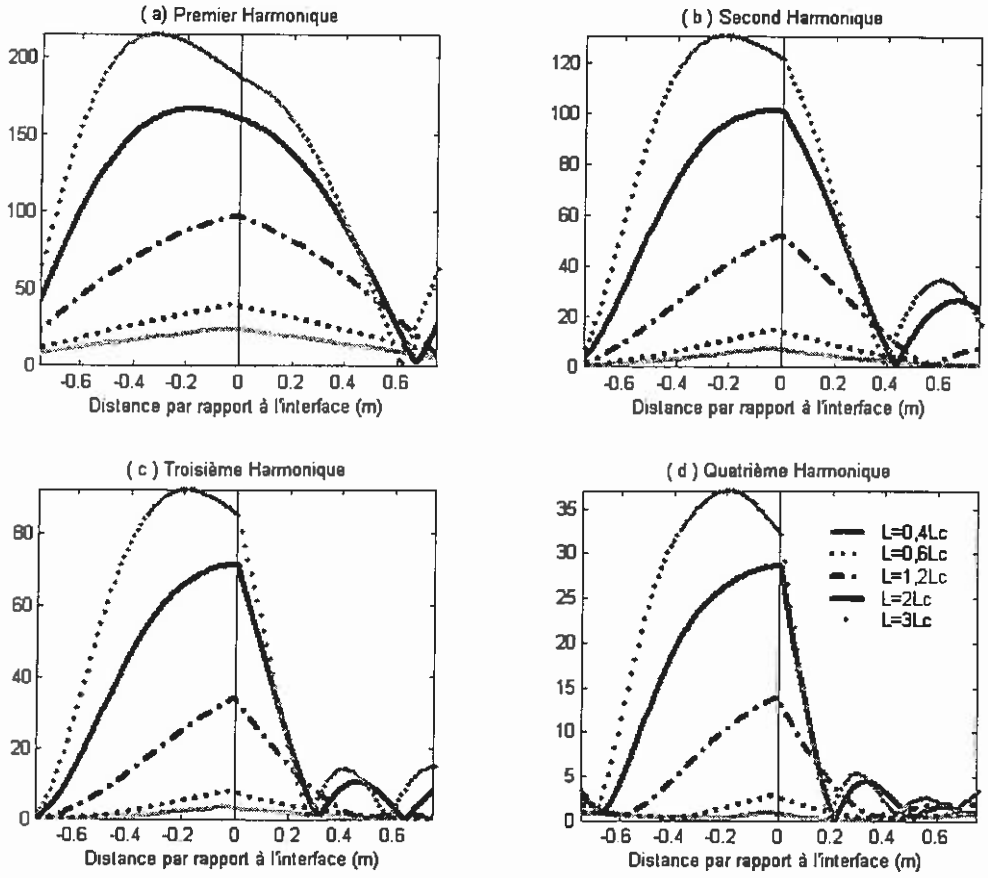


Figure 92. Evolution de l'amplitude du (a) premier, (b) second, (c) troisième, et (d) quatrième harmonique au cours de la propagation, en fonction de la distance par rapport l'interface où l'opération de retournement temporel est effectuée. La propagation aller correspond à l'évolution en z = -0,7 m et z = 0. La proagation retour correspond à l'évolution entre z = 0 et z = +0,7 m. La distance de propagation aller-retour est donc constante et

égale à 2L = 1,4 m. Chaque courbe correspond à une amplitude d'émission différente (i.e à une distance de choc Lc différente).

4.2.4. Réalisation expérimentale monodimensionnelle

Afin d'illustrer les concepts décrits au paragraphe précédent, nous avons réalisé l'expérience de propagation puis de retournement temporel d'une onde plane en régime non-linéaire. Pour cela, il a fallu créer une onde restant quasi-plane sur une distance de propagation de l'ordre de quelques longueurs de choc et trouver une astuce afin de réaliser expérimentalement l'opération de retournement temporel d'un signal à large bande passante.

4.2.4.1. Influence de la diffraction

Sous l'effet de la diffraction, l'amplitude du signal créé par un piston circulaire plan de dimension finie (diamètre D) n'est pas constante. En champ lontain, elle décroît selon une loi en *1/z*, où l'axe z correspond à l'axe de propagation. En champ proche, en dessous de la distance de Fresnel $D^2/4\lambda$, l'amplitude maximale de surpression reçue en un point situé sur l'axe du piston varie fortement. Les phénomènes non-linéaires dépendant totalement de l'amplitude du signal, ces derniers sont donc fortement influencés par la diffraction [Figure 93] :

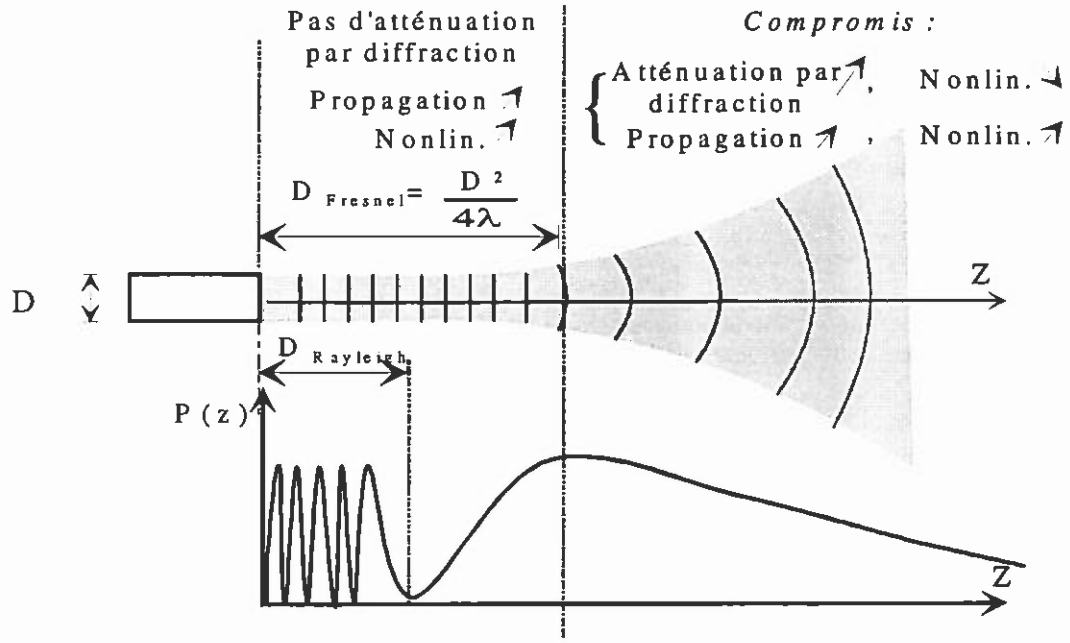


Figure 93. Influence de la diffraction sur la propagation d'une onde plane engendrée par un piston plan de dimension finie en régime non linéaire.

Afin d'éviter la décroissance progressive de l'amplitude du signal en champ lointain, la distance de propagation sur laquelle seront étudiés les phénomènes doit être comparable à la distance de

Fresnel du réseau. Souhaitant étudier la propagation sur un nombre maximal de longueurs de choc, Il fallait donc que l'ouverture D de notre réseau soit la plus grande possible. Le signal ultrasonore est ainsi créé par les 60 monoéléments du prototype décrit au 4.1 [Figure 73]. Pour cette expérience particulière, une matrice plane en Uréol permettant de recevoir les 60 transducteurs ($f_c = 0{,}9\ MHz$) sur un pavage hexagonal a été réalisée. On atteint ainsi un taux de remplissage maximal d'environ 60% sur une ouverture totale $D = 90\ mm$. L'ouverture du réseau étant légèrement apodisée, la distance de Fresnel est égale à 0,7 m. Ceci correspond environ à 2,5 longueurs de choc à la puissance maximale d'émission du réseau.

Les monoéléments n'étant pas rigoureusement situés dans le même plan, il a fallu synthétiser l'ensemble des signaux à émettre sur chaque élément pour corriger les possibles distorsions géométriques du réseau et créer ainsi une onde quasiment plane. Pour cela, nous avons utilisé le principe du retournement temporel en régime linéaire [Figure 94].

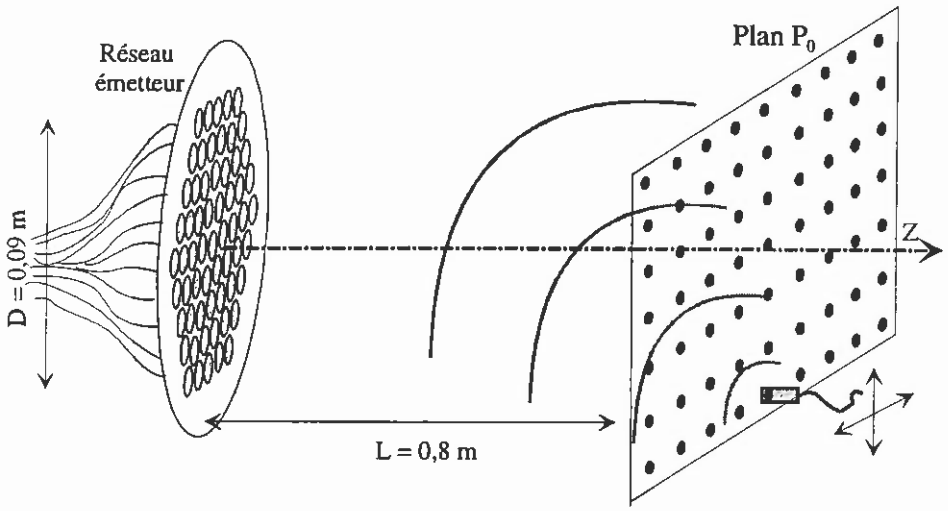


Figure 94. Mise en application du principe d'Huygens et du principe de retournement temporel en régime linéaire pour synthétiser une onde plane dans un plan situé à la distance de Fresnel du réseau.

Une source acoustique située initialement dans un plan P_0 distant de $L = 0{,}8\ m$ du réseau émet tout d'abord un signal acoustique de faible amplitude (assurant la linéarité de la propagation jusqu'au réseau). Après propagation dans l'eau, le front d'onde engendré par la source est enregistré sur chacun des transducteurs du réseau. On acquiert ainsi la fonction de Green associée à la position de la source. La source acoustique est ensuite déplacée successivement en chaque point d'un maillage carré de 30 x 30 positions (60 x 60 mm^2) modélisant le plan P_0. Le réseau acquiert ainsi successivement les fonctions de Green associées à chacun de ces points du maillage. Ces fonctions de Green sont ensuite sommées. La somme obtenue représente la fonction de Green associée à ce « carré » de sources. Cette fonction de Green de l'ouverture P_0 est retournée temporellement. Par application du principe de retournement temporel en régime linéaire, ce nouvel ensemble de signaux, une fois réémis par le réseau, reconstituera l'onde plane désirée en P_0.

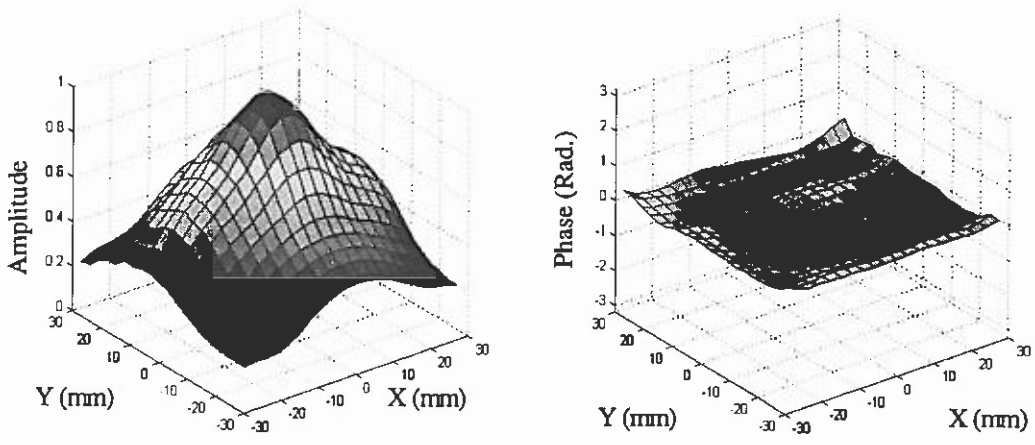


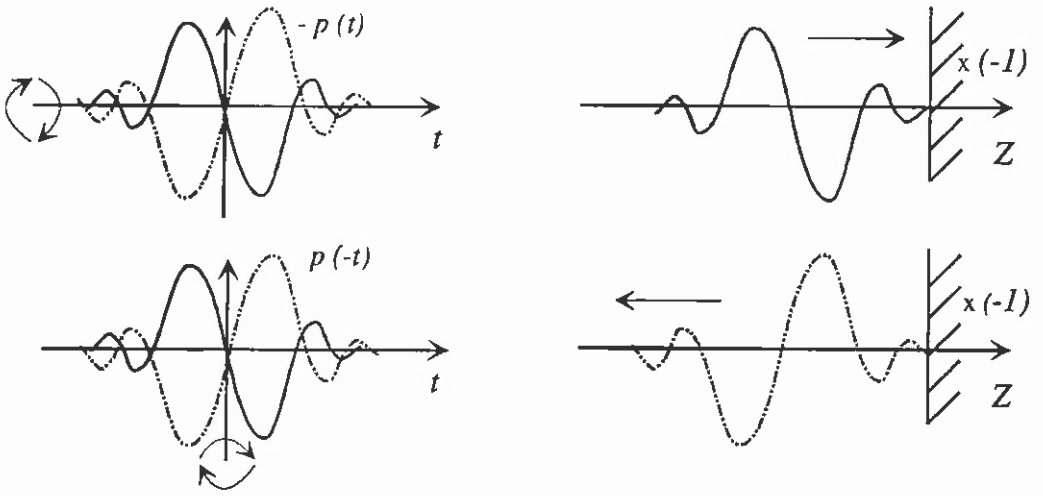
Figure 95. Amplitude et Phase (à la fréquence centrale d'excitation des transducteurs) de l'onde plane créée dans le plan P_0.

Afin de vérifier la qualité de l'onde plane synthétisée, nous avons mesuré la distribution spatiale d'amplitude et de phase du champ engendré par cette technique dans le plan P_0 en déplaçant un hydrophone en chacune des positions de ce plan [Figure 95]. Comme nous pouvons le constater, la variation spatiale de la phase de cette onde est très faible, de l'ordre de $\pi/8$ (échelle verticale en radians entre $-\pi$ et π).

4.2.4.2. L'opération de retournement temporel 1D mimée par une réflexion sur une interface plane eau-air.

Ayant appris à propager une onde quasi-plane à l'aide du réseau multi-éléments, nous devons maintenant réaliser l'opération de retournement temporel d'une telle onde plane. On pourrait penser qu'il suffit de placer un autre réseau multi-éléments de forte puissance en face du précédent. Ce réseau enregistrerait et retournerait temporellement les signaux pour finalement les réémettre. Ceci n'est pourtant pas envisageable. En effet, il n'existe pas de transducteurs disposant d'une bande passante suffisante pour enregistrer puis réémettre sans filtrage les harmoniques créés lors de la propagation non-linéaire.

Cette limitation technologique peut être surmontée, dans le cas d'un faisceau plan, en utilisant une astuce simple : la multiplication d'un signal temporel antisymétrique par un facteur –1 est équivalente à une opération de retournement temporel [Figure 96]. Ainsi, en utilisant un signal d'émission anti-symétrique, nous pourrions mimer l'opération de retournement temporel de l'onde plane par une simple réflexion sur une interface plane eau-air (la réflexion d'un signal faiblement non-linéaire sur une interface eau-air a été étudiée dans les années 1970 par Van Buren, sans toutefois être reliée à l'invariance par renversement du temps de l'équation d'onde [69], [70]).



(a) Représentation temporelle (b) Représentation spatiale

Figure 96. la multiplication d'un signal antisymétrique par –1 est équivalente à une opération de retournement temporel de ce signal.

Cette interface eau-air a été réalisée expérimentalement en utilisant un « tambour » rempli d'air dont la membrane [31] en mylar a une épaisseur de 13 µm. Cette interface a été ensuite placée dans une cuve remplie d'eau à une distance L = 0,8 m du réseau émetteur. Un hydrophone bilaminaire MARCONI a été placé le long de l'axe de propagation, afin de mesurer en tout point Z_0 le signal ultrasonore lors de la propagation aller, puis le signal réfléchi par le miroir lors de la propagation retour [Figure 97]. Cet hydrophone a été choisi en raison de sa très grande bande passante (0-25 MHz), de sa mesure *calibrée* des surpressions, mais aussi parce qu'il ne perturbe pas le champ ultrasonore qu'il mesure : ainsi, le faisceau ultrasonore plan qui traverse la membrane de l'hydrophone lors de la phase aller n'est pas perturbé par ce dernier et le signal réfléchi par le miroir d'air peut être à nouveau correctement mesuré par l'hydrophone lors de la propagation retour.

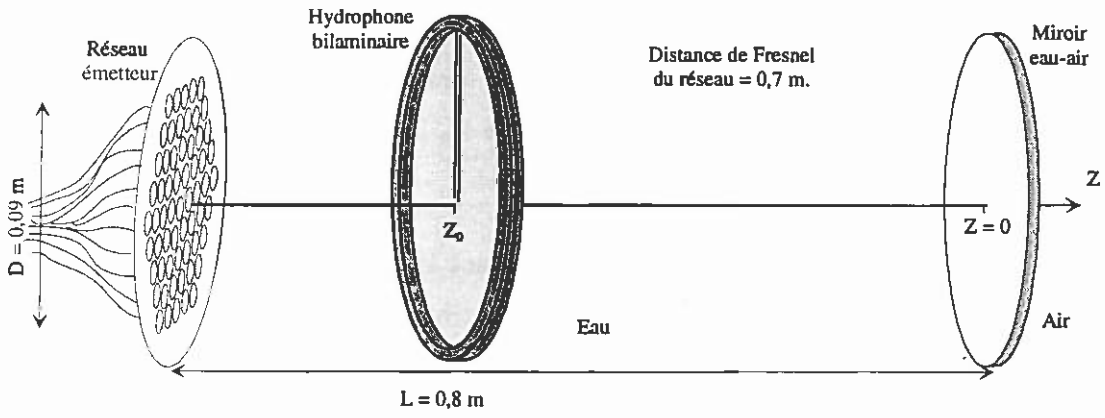


Figure 97. Configuration expérimentale.

Afin de vérifier la qualité de la réflexion sur le miroir, l'hydrophone a dans un premier temps été placé le plus près possible de l'interface eau-air. La Figure 98 présente alors le signal reçu sur l'hydrophone juste avant, puis immédiatement après la réflexion. Comme nous pouvons le constater, le signal réfléchi correspond bien à l'opposé du signal incident et les chocs de compression sont transformés après réflexion en des chocs de détente. Nous pouvons noter ici que la pointe du pic de compression n'est pas complètement reconstituée. Ceci est dû à un léger phénomène de filtrage des hautes fréquences ($f > 20\ MHz$) par la membrane de l'hydrophone Marconi.

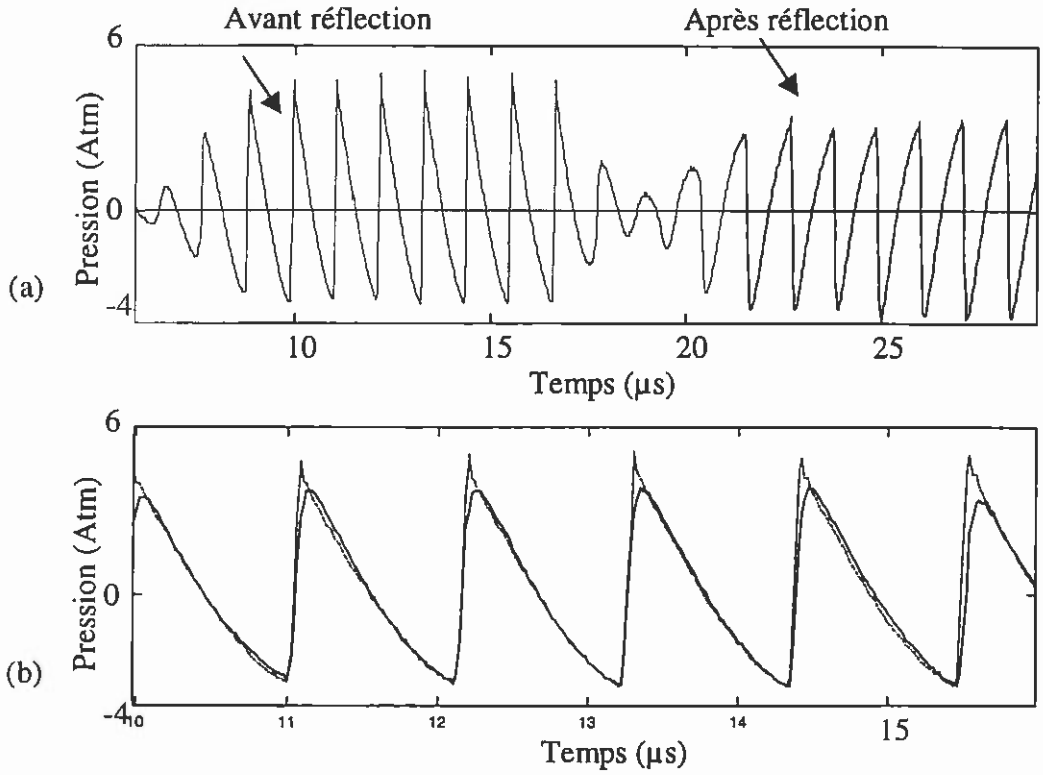


Figure 98. Mesures expérimentales à 1 cm du miroir : (a) Signal incident 1 cm avant réflection sur l'interface eau-air suivi temporellement par le signal après réflection sur le miroir. (b) Le signal incident est comparé à l'opposé du signal réfléchi.

4.2.4.3. Réversibilité de la propagation avant la formation du choc

Lors de cette première expérience menée dans la configuration expérimentale décrite en Figure 97, l'amplitude de surpression acoustique créée par le réseau est égale à 1,7 Atm, ce qui correspond à une distance de choc $L_c = 1\ m$. Nous avons donc, dans ce cas, $L/L_c = 0{,}75$. L'onde se déforme sous l'influence des non-linéarités, mais n'a donc pas le temps de se "choquer" avant d'être retournée temporellement par la membrane.

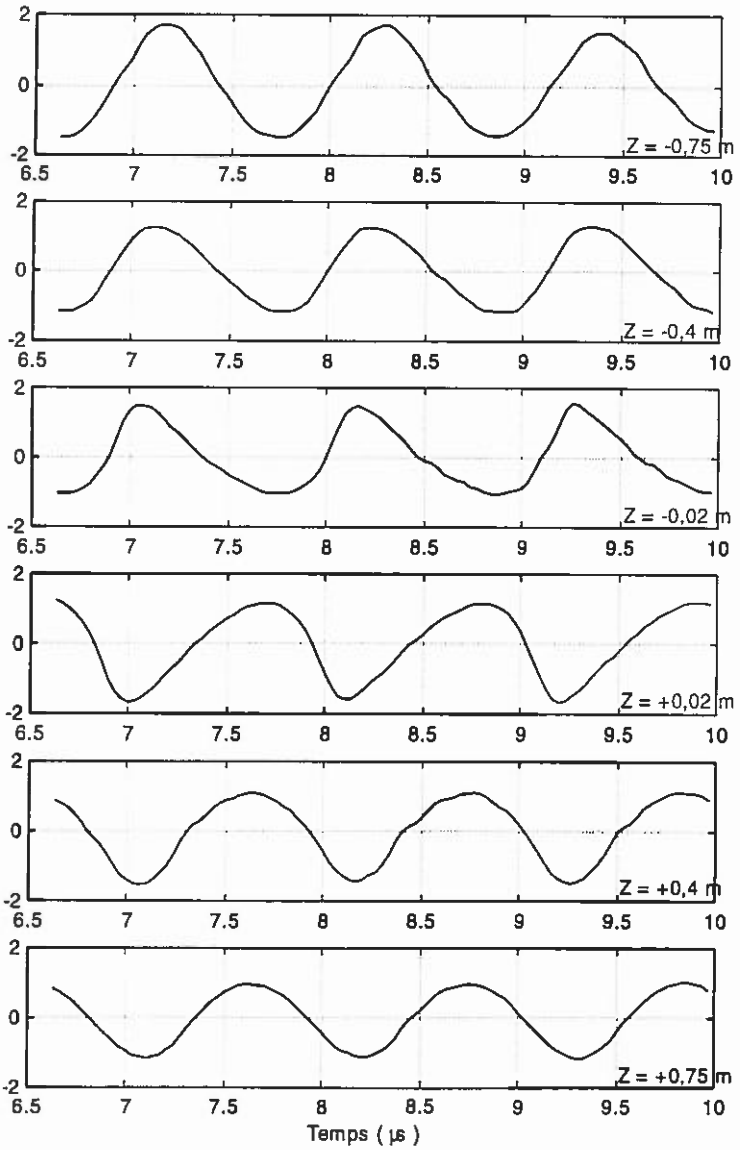


Figure 99. Signal expérimental reçu en différentes positions le long de l'axe de propagation de l'onde avant, puis après réflexion sur l'interface eau-air. Dans ce cas, L/L_c=0,75.

L'hydrophone à membrane est déplacé par un moteur pas à pas le long de l'axe Z et mesure successivement, en chacune de ces positions, le signal incident et le signal réfléchi par le miroir. La Figure 99 présente ainsi l'évolution de la forme temporelle du signal au cours de la propagation du réseau à l'interface puis de l'interface au réseau. Nous pouvons constater que, lors de la propagation retour, le signal retourné temporellement redevient bien sinusoïdal à la position initiale du réseau. Son amplitude est légèrement plus faible que celle du signal d'émission initial car la diffraction commence à intervenir (La distance de propagation aller-retour vaut 2L= 1,6 m alors que la distance de Fresnel de l'ouverture d'émission est de l'ordre de 0,8 m).

4.2.4.4. *Irréversibilité de la propagation après la formation du choc*

Dans une seconde expérience, l'amplitude d'émission des transducteurs du réseau était maximale. Dans ce cas, la surpression acoustique obtenue le long de l'axe de propagation de l'onde était égal à 5 Bars, ce qui correspond à une distance de choc L_c = 0,33 m. L/L_c est donc égal à 2,3 et l'onde atteignant l'interface eau-air est ainsi fortement choquée.

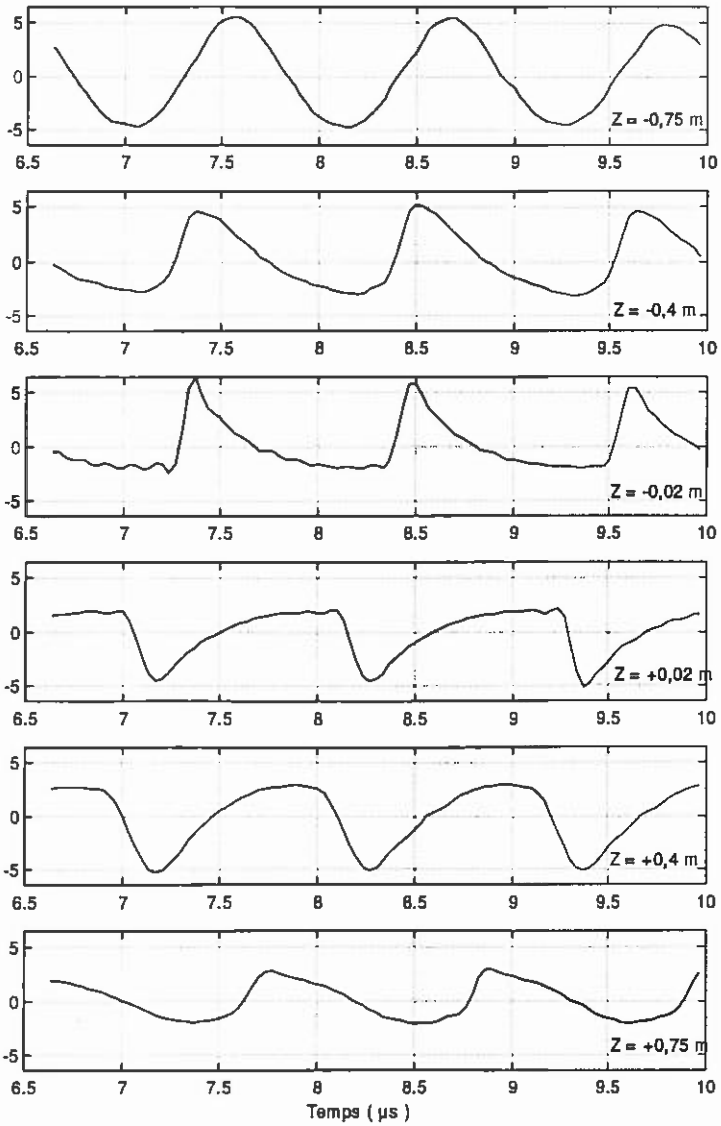


Figure 100. Signal expérimental reçu en différentes positions le long de l'axe de propagation de l'onde avant, puis après réflexion sur l'interface eau-air. Dans ce cas, L/L_c= 2,3.

La Figure 100 présente l'évolution de la forme temporelle du signal au cours de la propagation du réseau à l'interface puis de l'interface au réseau. Lors de la propagation retour, nous pouvons constater que le signal retourné temporellement se déchoque plus rapidement que lors de la

propagation aller et commence même à ce rechoquer du côté opposé avant d'atteindre le réseau de transducteurs. De plus, son amplitude a fortement diminué. Ceci illustre bien le caractère irréversible de la propagation d'une onde choquée.

4.2.4.5. Evolution des harmoniques

Par la suite, nous avons comparé, dans le domaine de Fourier, les données expérimentales à la simulation mono-dimensionnelle de l'équation de Burgers [32]. Pour cela, l'amplitude de surpression acoustique mesurée expérimentalement près du miroir à chaque puissance d'émission a été utilisée comme paramètre d'entrée de la simulation. Il n'y a donc eu *aucun* ajustement de paramètres entre simulation et expérience. La Figure 101 présente alors l'évolution de l'amplitude de chaque harmonique en fonction de la distance par rapport à l'interface eau-air, lors de la propagation aller, puis retour. Pour chaque figure [(a), (b), (c), (d)] correspondant à une harmonique donnée, plusieurs courbes sont présentées pour lesquelles l'amplitude du signal d'émission varie de 1,7 bars à 5 bars (i.e $L/L_c = 0,75$ à $L/L_c = 2,3$). Les courbes en traits pleins correspondent à la simulation numérique alors que les courbes pointillées correspondent aux données expérimentales. Le mode de présentation choisi a été défini et expliqué précédemment pour la Figure 92. La position $(z = 0)$ correspond ici à l'interface eau-air mimant l'opération de retournement temporel 1D.

Comme nous pouvons le constater sur l'évolution du fondamental (a), l'amplitude reste très homogène lors de la propagation du réseau au miroir à retournemente temporel puis du miroir au réseau. En particulier, en régime faiblement non-linéaire ($L/L_c < 1$), l'amplitude du fondamental reste pratiquement constante lors de la propagation : notre faisceau correspond bien à une onde quasi-plane au voisinage de l'axe du faisceau. De plus, en régime faiblement non-linéaire ($L/L_c < 1$), l'expérience donne, pour l'ensemble des harmoniques, un excellent accord avec la simulation numérique de l'équation de Burgers. Il y a bien réversibilité de l'expérience : L'amplitude de chaque harmonique croissante lors de la phase aller diminue bien lors de la phase retour en formant une courbe symétrique par rapport à la ligne verticale $z = 0$ représentant le miroir eau-air.

Lorsque les effets non-linéaires sont plus importants ($L/L_c < 1$), la non-linéarité a tendance à amplifier les phénomènes de diffraction et l'écart entre simulation et expérience devient plus significatif puisque la diffraction n'est pas prise en compte par la simulation. En particulier, la simulation et l'expérience diffèrent lorsqu'on atteint la distance de Rayleigh du réseau, où l'amplitude de chacune des harmoniques chute naturellement. Il convient cependant de noter qu'à part cet écart du à la diffraction entre simulation et expérience, l'accord reste très bon en régime fortement non-linéaire.

---

[32] Code de différences finies hybride à capture de choc proposé par Mac Donald et Ambrosiano.

On constate bien expérimentalement que, lorsque $L/L_c>1$, la décroissance des harmoniques lors du trajet retour est plus rapide que la croissance de ces derniers lors du trajet aller. Nous pouvons aussi vérifier sur les courbes expérimentales que ce phénomène s'accentue pour les harmoniques supérieures. De plus, les positions des rebonds des harmoniques n°2 et n°3, prédites par la simulation de l'équation de Burgers, sont confirmées par l'expérience. Il est ici intéressant de noter que la simulation simple de l'équation de Burgers par Mac Donald et Ambrosiano en milieu fluide *idéal,* agrémentée de la loi des aires égales traduisant la dissipation au choc, permet de rendre compte très précisément des phénomènes mis en jeu au cours de l'expérience.

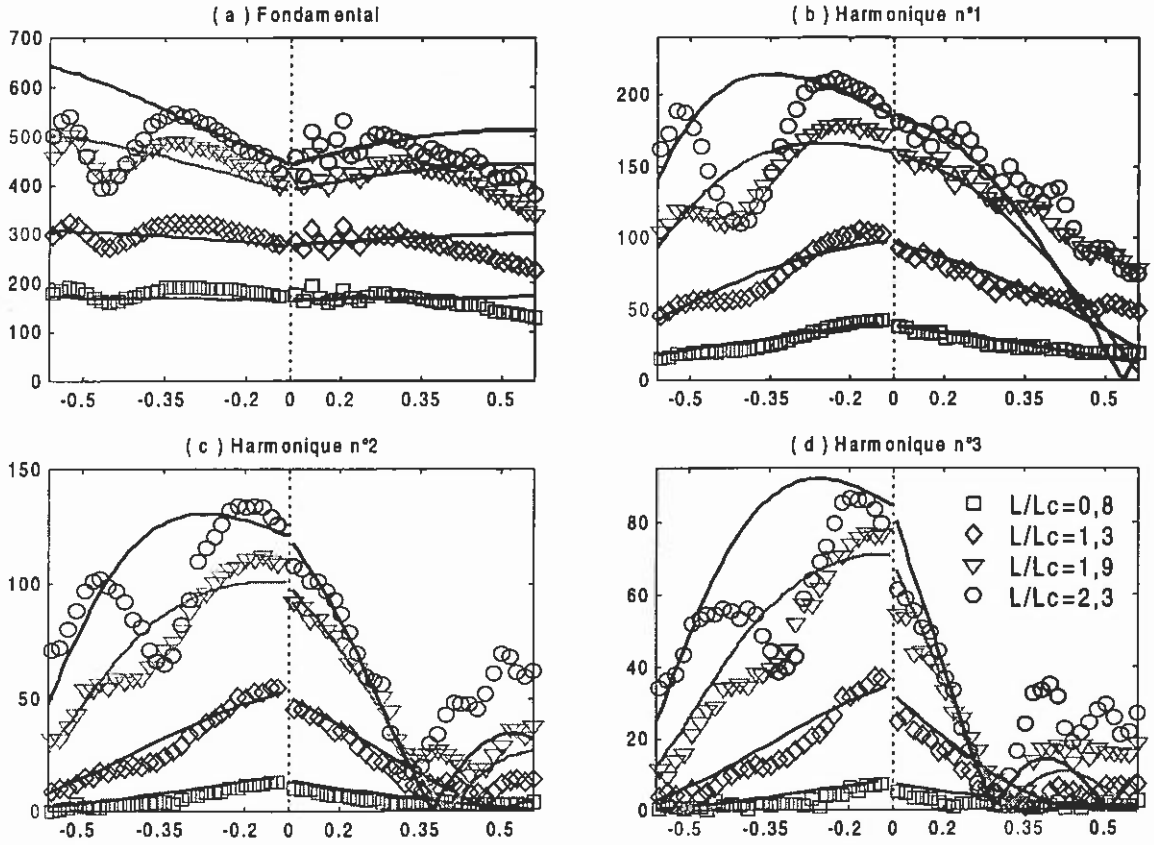


Figure 101. Evolution au cours de la propagation aller, puis retour de l'amplitude (a) du fondamental, (b) du premier, (c) du second, (d) du troisième harmonique. Chaque courbe correspond à un rapport L/Lc différent. Les courbes en trait plein correspondent à la simulation numérique. Les courbes en pointillés correspondent aux données expérimentales.

4.2.5. Conclusion et perspectives

Nous avons présenté une première expérience de retournement temporel en régime non-linéaire. L'expérience montre que la réversibilité de la propagation est conservée tant que la distance de formation de choc n'est pas franchie. Ainsi, tout comme elle permet de corriger les aberrations introduites par les hétérogénéités du milieu en régime linéaire, l'opération de retournement temporel est capable de compenser les effets non-linéaires de la propagation. De plus, il a été montré

expérimentalement que la réversibilité de l'expérience est brisée par la dissipation qui intervient lorsque l'onde franchit la distance de choc.

Utilisé au cours de cette expérience dans une configuration simple, ce miroir à retournement temporel de forte puissance est extrêmement flexible et pourra s'adapter à de nombreuses configurations expérimentales. En particulier, lors d'études ultérieures, cet outil permettra d'étudier expérimentalement le comportement non-linéaire d'une onde au voisinage de caustiques.

4.3. Focalisation en régime monochromatique non linéaire : l'effet de « lentille thermique »

Lors d'un traitement par ablathermie ou hyperthermie ultrasonore, l'élévation de température induite est non négligeable le long du parcours du faisceau, puis importante dans la zone focale. Cette élévation de température provoque une modification de la vitesse du son dans le milieu. Cette hétérogénéité se comporte alors comme un aberrateur vis-à-vis du faisceau ultrasonore. Nous allons maintenant nous intéresser aux répercussions que peut entraîner ce phénomène lors de l'insonification.

4.3.1. Non-linéarité induite par chauffe acoustique

Lorsqu'une variation de la température intervient localement dans le milieu, l'entropie de celui-ci augmente de manière irréversible. L'équation d'état permettant de relier la pression à la densité doit être modifiée pour prendre en compte ce changement irréversible d'entropie:

$$p = p_0 + A\left(\frac{\rho-\rho_0}{\rho_0}\right)+\frac{B}{2}\left(\frac{\rho-\rho_0}{\rho_0}\right)^2+\left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_{s_0}(s-s_0)+\left(\frac{\partial^2 p}{\partial\rho\partial s}\right)_{\rho_0,s_0}(s-s_0)(\rho-\rho_0) \tag{59}$$

Sachant que la variation d'entropie est reliée à l'augmentation de température $\delta T = \delta T(x,t)$ dans le fluide par la relation $s-s_0=\left(C_p/T_0\right)\delta T$, l'équation (59) peut finalement être réécrite sous la forme [71]:

$$p_a = A\frac{\rho_a}{\rho_0}+\frac{B}{2}\left(\frac{\rho_a}{\rho_0}\right)^2+\frac{B}{A}\tau_1\,\delta T+\tau_2\delta T\frac{\rho_a}{\rho_0} \tag{60}$$

où τ_1 et τ_2 sont deux temps caractéristiques définis par :

$$\tau_1=\frac{C_p}{T_0}\left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_{s_0}\text{ et }\tau_2=2\rho_0 c_0\left(\frac{\partial c}{\partial T}\right)_{T_0} \tag{61}$$

Dans les milieux biologiques, nous pouvons considérer que $\tau_2 >> \tau_1\frac{B}{A}$ [71]. L'équation d'état peut alors s'écrire :

$$p_a = {c_0}^2\rho_a+{c_0}^2\frac{B}{2A}\frac{{\rho_a}^2}{\rho_0}+2c_0\left(\frac{\partial c}{\partial T}\right)\delta T\ \rho_a \tag{62}$$

Lorsque la viscosité du milieu est suffisamment importante, l'influence du dernier terme caractérisant la diffraction du son par les fluctuations de température moyenne est prépondérante par

rapport à celle du second terme caractéristique de la non-linéarité intrinsèque du milieu (étudié au 4.2.3). On a donc finalement une équation d'état simple :

$$p_a = \left({c_0}^2 + 2c_0 \left(\frac{\partial c}{\partial T} \right) \delta T(\vec{r},t) \right) \rho_a \tag{63}$$

Nous voyons ici que cette équation peut prendre la même forme que l'équation d'état linéaire isentropique $p_a = c^2 \rho_a$, pour laquelle la vitesse de propagation c_0 à l'équilibre serait modifiée afin de prendre en compte les fluctuations de température moyenne :

$$c = c_0 + \left(\frac{\partial c}{\partial T} \right)_{T_0} \delta T(\vec{r},t) \tag{64}$$

Notons cependant que cet incrément irréversible de température n'est pas au sens strict du terme une grandeur acoustique. Il doit être trouvé *séparément* en utilisant l'équation de diffusion de la chaleur contenant un terme source additionnel. Lors d'un traitement par hyperthermie ou ablathermie ultrasonore, ce terme source est dû au dépôt de chaleur par pertes acoustiques du faisceau. Cette variation de la vitesse du son avec la température peut entraîner des effets spectaculaires, en particulier quand l'élevation de température est engendrée par le faisceau acoustique lui même. Dans ce cas, des phénomènes d'auto-focalisation ou de défocalisation du faisceau peuvent apparaître.

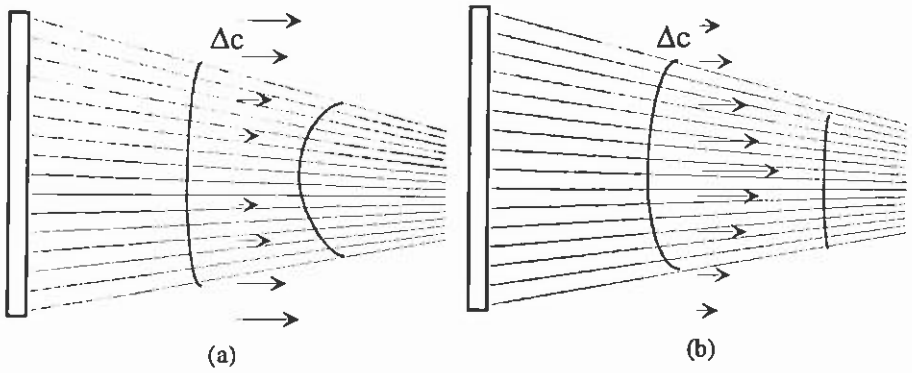


Figure 102. (a) Auto-focalisation d'un faisceau ultrasonore. Un effet de lentille thermique apparaît à cause du changement de vitesse Δc. On fixe Δc = 0 le long de l'axe du faisceau par convention. (b) effet de défocalisation du faisceau dans un milieu pour lequel $(\partial c / \partial T) > 0$.

Un critère d'auto-focalisation d'un faisceau acoustique a été proposé par Bakhvalov en 1987 :

$$\left(\frac{\partial c}{\partial T} \right)_{p,T=T_0} < 0 \tag{65}$$

Cette condition rend possible l'apparition d'une auto-focalisation de l'onde, comme le montre schématiquement la Figure 102(a). La vitesse de propagation de l'onde est moins rapide au centre que sur les bords du faisceau. Il y a donc apparition d'une lentille convergente, dont les caractéristiques

dépendent de la forme de la tache focale. Par contre, dans un milieu dont la vitesse du son augmente avec la température, il y a création d'une lentille divergente au voisinage de la tache focale [Figure 102(b)].

4.3.2. Mise en évidence expérimentale de l'effet de lentille thermique

Afin d'observer comment un front d'onde ultrasonore peut être déformé par les variations de température du milieu, nous avons réalisé une expérience, dont la configuration est présentée en Figure 103. Un transducteur ultrasonore émet un front d'onde sphérique (quelques arches de sinusoïdes à 5 MHz). Après propagation à travers un fantôme en polyuréthane, ce front d'onde est enregistré par les éléments d'un réseau d'imagerie (fonctionnant à une fréquence centrale de 5 MHz). Une sonde [33] constituée de quatre anneaux concentriques en piézocomposite (fréquence centrale *1 MHz*) émet un faisceau ultrasonore focalisé de forte intensité et induit pendant quelques secondes un changement de température dans le milieu. La Figure 104 présente les fronts d'onde enregistrés après traversée du fantôme pour des élevations de température d'environ 0 °C, 10 °C, 30 °C et 100 °C à la focale, correspondant à des temps d'insonification respectifs de 0 s, 10 s, 30 s et 3 minutes. Notons cependant que ces valeurs de température sont données uniquement à titre indicatif, le but de cette expérience étant simplement de mettre en évidence qualitativement les déformations du front d'onde lors de l'élévation de température.

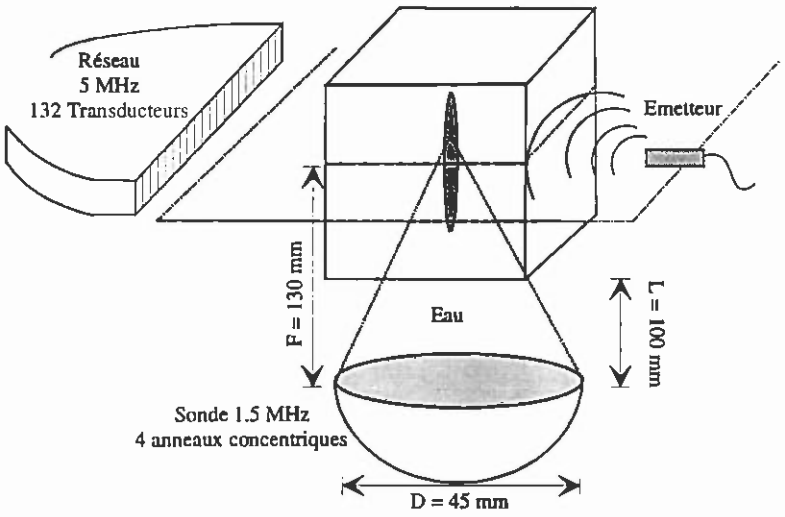


Figure 103. Configuration expérimentale. Un réseau de transducteurs enregistre le signal émis par une source acoustique après propagation à travers un bloc de poyluréthane (Uréol). Un faisceau ultrasonore de forte intensité modifie localement la température dans le matériau au cours de l'acquistion.

[33] La distance focale de cette sonde est égale à 130 mm et l'ouverture du réseau est égale à 45 mm. La zone focale engendrée par cette sonde a ainsi une largeur de 3 mm et une longueur de 55 mm. La puissance déposée dans la zone focale est de plus égale à 420 $W.cm^{-2}$.

Nous pouvons constater que la partie centrale du front d'onde enregistré par le réseau de transducteurs est fortement déformée au cours de l'insonification. Le tracé de l'amplitude maximale des signaux reçus sur chacun des éléments montre que l'onde initialement divergente se déforme au point de focaliser sur un des éléments de la barette après 3 minutes d'insonification [Figure 105].

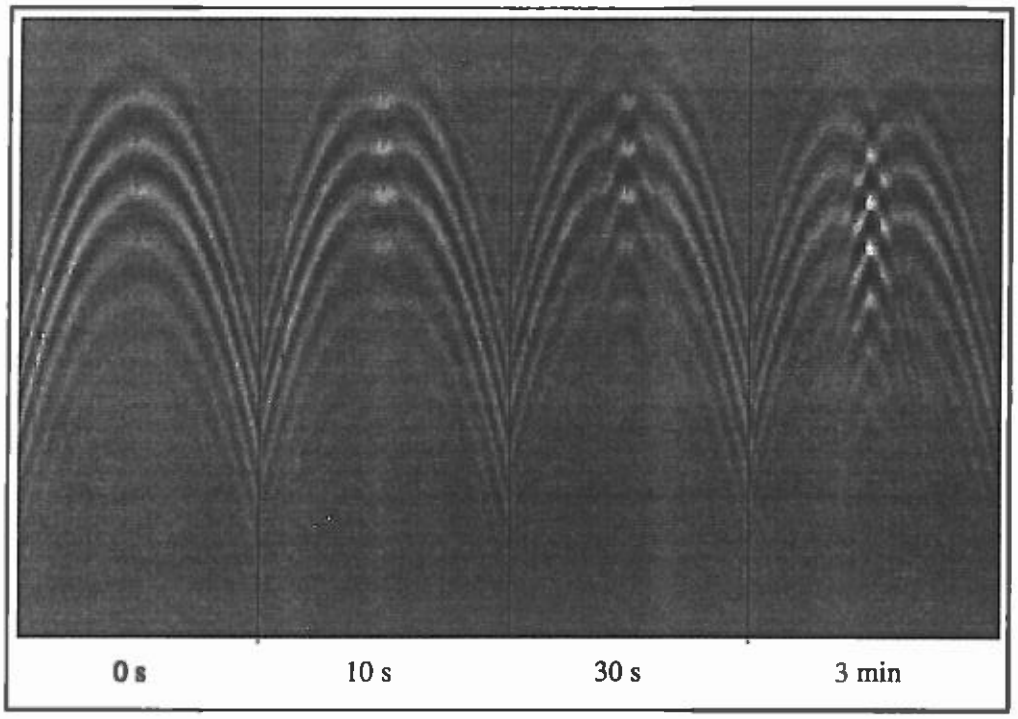


Figure 104. Evolution du front d'onde au cours de la chauffe dans un fantôme d'Uréol. L'axe des abscisses correspond au numéro du transducteur du réseau. L'axe des ordonnées correspond au temps en µs.

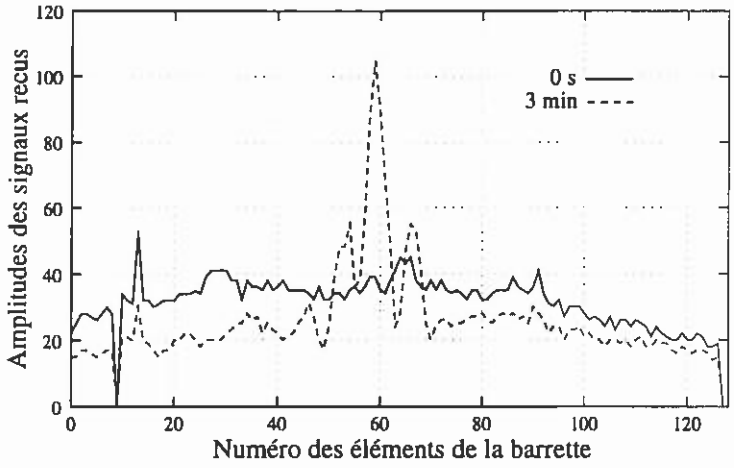


Figure 105. Amplitude maximale des signaux reçus sur chaque élément du réseau au début puis à la fin de la chauffe.

Etant donné que $(\partial c / \partial T)_{T=T_0} < 0$ dans l'Uréol® (même comportement que dans la graisse), l'hétérogénéité de température agit ici comme une lentille convergente. Des phénomènes du même type peuvent être observés dans les milieux pour lesquels la vitesse de propagation augmente avec la

température (les muscles, par exemple). L'élevation de température agit dans ce cas comme une lentille divergente. Ainsi, on a création d'une lentille thermo-acoustique, dont les propriétés vont varier suivant le milieu traversé, au cours de l'insonification.

4.3.3. Modélisation de l'effet de lentille thermique sur un faisceau ultrasonore de forte intensité

Lors de l'expérience précédente, l'onde acoustique déformée après propagation à travers les hétérogénéités de température était totalement indépendante du faisceau ultrasonore de forte intensité qui apportait la chaleur au milieu. Nous pouvons maintenant nous demander si l'effet de lentille thermique illustré au cours de cette expérience n'agit pas aussi sur le faisceau source, puisqu'il traverse lui aussi un milieu dont la distribution de température varie au cours du temps. Pour répondre à cette question, nous avons développé un code de simulation par différences finies permettant de modéliser l'évolution temporelle du faisceau ultrasonore au cours de l'expérience.

4.3.3.1. Couplage des équations d'onde et de diffusion de la chaleur

A partir de l'équation d'état (59) prenant en compte les variations de température dans le milieu, mais aussi des équations linéarisées d'Euler et conservation de la masse, l'équation d'onde linéarisée peut être maintenant réécrite sous la forme :

$$(1+\tau(\vec{r})\frac{\partial}{\partial t}\cdot)\left[\rho_0(\vec{r})\nabla\cdot\left(\frac{1}{\rho_0(\vec{r})}\nabla p(\vec{r},t)\right)\right]-\frac{1}{c(\vec{r},T)^2}\frac{\partial^2 p(\vec{r},t)}{\partial t^2}=S(\vec{r},t) \tag{66}$$

où $\rho_0(\vec{r})$ correspond à la densité du milieu au repos, $\rho_0(\vec{r})$ au temps de relaxation du milieu caractérisant l'absorption de l'onde sur le trajet du faisceau et $S(\vec{r},t)$ aux sources acoustiques présentes dans le milieu. La dépendance $c(\vec{r},T)$ de la vitesse du son en fonction de la température est donnée par la fonction :

$$c(r,T)=c_0(\vec{r})+\left(\frac{\partial c}{\partial T}\right)_{T=T_0}\delta T(\vec{r},t)=f(\vec{r},T(\vec{r},t)) \tag{67}$$

La modification de la température dans le milieu est due à l'apport de chaleur au milieu par le faisceau ultrasonore. Son évolution temporelle et spatiale est régie par l'équation de diffusion :

$$\rho c_p\frac{\partial T(\vec{r},t)}{\partial t}-K\ \Delta T(\vec{r},t)=\mu\frac{p^2(\vec{r},t)}{\rho_0(\vec{r})c_0(\vec{r})} \tag{68}$$

où c_p représente la capacité calorifique du milieu, K sa conductivité thermique et μ son coefficient d'absorption. Le terme source de l'équation de diffusion correspond au dépôt de chaleur apporté dans le milieu par le champ de pression.

Le champ de pression dépendant de la température, les équations (66) et (68) ne peuvent plus être résolues séparément : elles forment un système couplé d'équations, dont les inconnues sont $p(r,t)$ et $T(r,t)$.

4.3.3.2. Simulation numérique du système d'équations

Le sytème couplé formé par les équations (66), (67) et (68) a été résolu par différences finies. Un problème se pose d'emblée. Les temps caractéristiques régissant chacune des deux équations sont extrêmement différents. Alors que l'équation de diffusion met en jeu des phénomènes variant sur une échelle de temps de l'ordre de la seconde, l'équation d'onde doit être discrétisée temporellement avec un pas bien inférieur à la microseconde (*i.e* à la période du signal d'émission). Cette discrétisation temporelle de l'équation d'onde n'est donc pas compatible avec celle de l'équation de diffusion. Toutefois, en remarquant que la température est une fonction dont les variations temporelles sont *lentes* par rapport aux oscillations du champ de pression dans le milieu, les deux équations peuvent en partie être découplées :

(a) En effet, la distribution de température dans le milieu peut être considérée comme stationnaire par rapport au champ acoustique. A tout instant, le champ de pression peut donc être calculé indépendamment de l'équation de diffusion. Les hétérogénéités spatiales de vitesse du son restent stationnaires pendant le temps requis par l'onde pour les traverser.

(b) De même, le terme source d'apport de chaleur (*ie* le champ ultrasonore) de l'équation de diffusion peut être considéré comme stationnaire, si l'équation de diffusion de la chaleur est résolue pendant une période suffisamment brève. L'équation de diffusion peut dans ce cas être traitée indépendemment de l'équation d'onde.

Les équations (66) et (68) ont été discrétisées en coordonnées cylindriques avec un pas spatial de 0,1 mm sur un maillage de 41x160 mm^2. Le couplage entre les deux équations discrétisées est décrit par la Figure 106. En particulier, le code de simulation[34] que nous avions développé afin de

[34] Voir Annexe 1.

modéliser la propagation ultrasonore à travers la paroi osseuse du crâne, est ici réutilisé pour traiter l'équation d'onde (66).

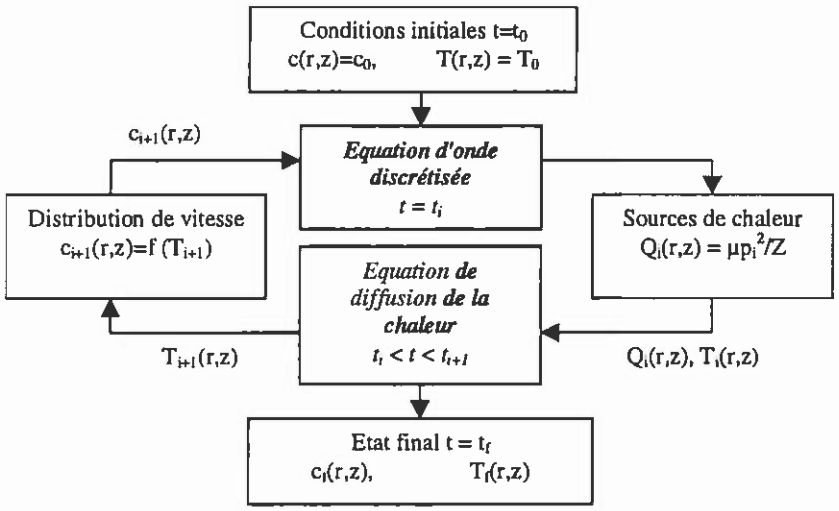


Figure 106. Simulation numérique du couplage entre équation d'onde et équation de la diffusion de la chaleur.

Le champ de pression, solution de l'équation d'onde est ensuite utilisé comme terme source dans la simulation de différences finies modélisant l'équation de diffusion. Cette équation permet alors de calculer la nouvelle distribution de température dans le milieu après un temps d'insonification suffisamment bref pour satisfaire la condition (b). La nouvelle distribution de température permet alors de déduire une nouvelle distribution spatiale de vitesse du son à partir de la connaissance de l'équation (67). Cette nouvelle ditribution spatiale de vitesse du son est ensuite réinjectée dans l'équation d'onde, qui permet de calculer une nouvelle distribution spatiale du champ de pression. Une boucle entre équation d'onde et équation de diffusion se met ainsi en place jusqu'à ce que le temps final t_f de simulation soit atteint.

4.3.4. Résultats numériques

Le code numérique que nous venons de présenter a été utilisé pour modéliser le champ de température dans le milieu au cours de l'insonification dans deux types de milieux : La graisse, pour laquelle $(\partial c / \partial T)_{T_0} < 0$, puis le muscle, pour lequel $(\partial c / \partial T)_{T_0} > 0$. Les paramètres acoustiques et thermiques des deux milieux insonifiés sont présentés dans le tableau suivant. Dans un premier temps, nous simulons le comportement de la sonde annulaire d'ouverture *F/D = 2,5* utilisée pour réaliser l'expérience présentée au 4.3.2.

	Graisse	Muscle
Vitesse à 20 °C	1460 ms^{-1}	1540 ms^{-1}
Absorption	12 Nepers.m^{-1}	8 Nepers.m^{-1}
Variation de vitesse $(\partial c / \partial T)_{T_0}$	- 2.0 $m.s^{-1}.°C^{-1}$	+ 1.5 $m.s^{-1}.°C^{-1}$
Capacité calorifique	3500 $J.kg^{-1}.°C^{-1}$	3500 $J.kg^{-1}.°C^{-1}$
Conductivité thermique	0.55 $W.m^{-1}.°C^{-1}$	0.55 $W.m^{-1}.°C^{-1}$
Masse volumique	1020 kg.m-3	1050 kg.m-3

- *Simulation dans un morceau de graisse*

La Figure 107 présente l'évolution de la température dans la graisse au cours d'une insonification continue de 30 secondes. Chaque image représente un plan *(z,r)* de taille 90 x 41 mm. La sonde annulaire est située dans le plan $z = 0$. L'échantillon de graisse commence à partir du plan $z = 100\ mm$. Les deux lignes blanches indiquent la position de la focale géométrique de la sonde dans l'eau. Comme nous pouvons le constater, au début de l'insonification, la température augmente à légèrement avant la position de la focale géométrique[35]. Cependant, au lieu de diffuser simplement à partir de cette position, la tache focale se décale progressivement le long de l'axe du faisceau. Initialement positionnée en $z = 120\ mm$, l'amplitude maximale du champ de température est localisée après un temps d'insonification de 13 secondes en $z = 105\ mm$: la tache focale de température s'est ainsi déplacée de *1,5 cm* lors des 13 premières secondes de l'insonification. Par la suite, la position du point focal de la distribution de température n'évolue plus trop, le processus de rapprochement du point focal étant stoppé par l'interface entre la graisse et l'eau. En fin d'insonification, le point focal a même tendance à s'éloigner légèrement de l'interface, le champ de température donnant l'impression d'avoir subi une "réflexion thermique" sur l'interface eau-graisse [Figure 108].

[35] En fait, 10 mm plus près de la sonde que la focale géométrique, ceci en raison de l'atténuation du faisceau le long du parcours dans le muscle.

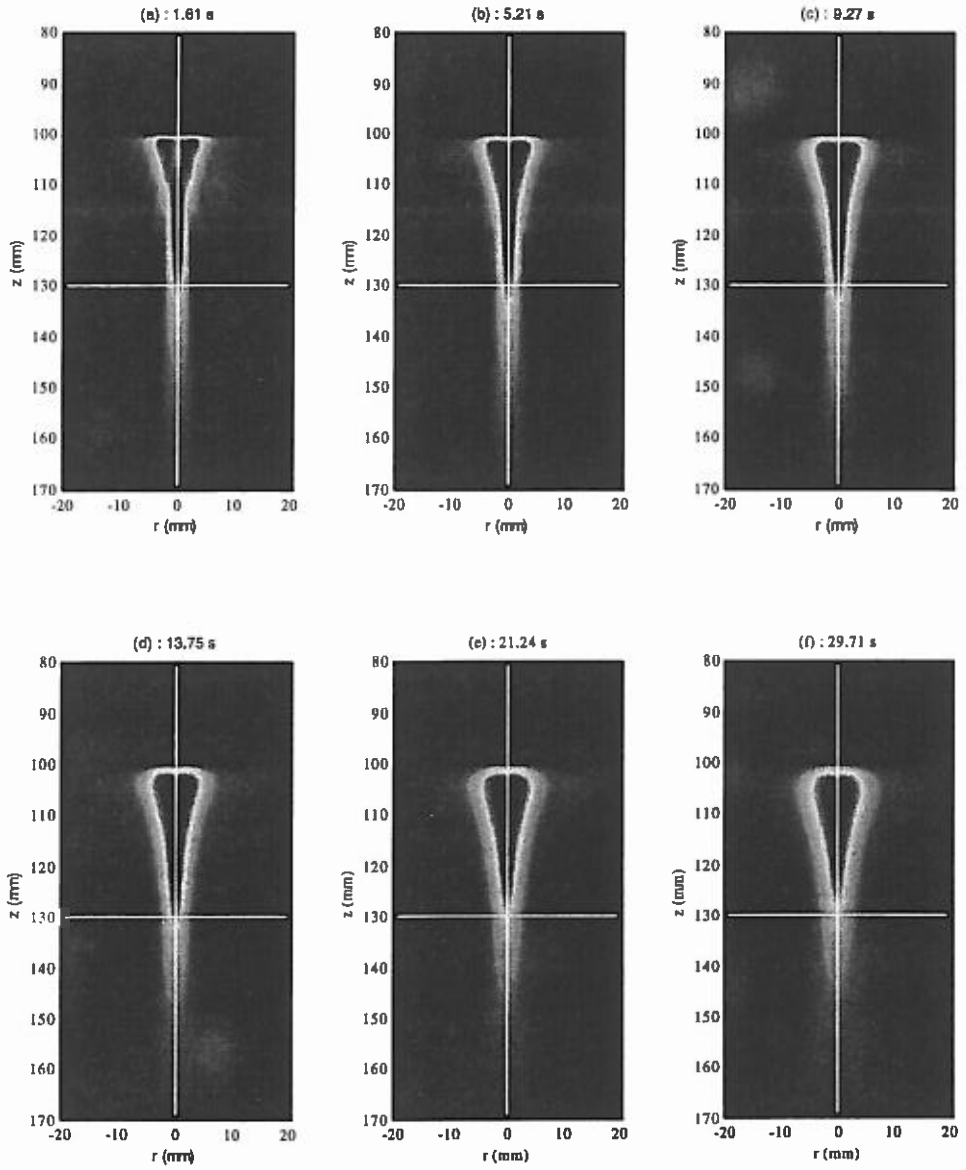


Figure 107. Simulation de l'évolution du champ de température dans la graisse pendant un insonification de 30 s pour un rapport F/D = 2,5. Chaque image représente un plan de 90 x 41 mm. L'échantillon de graisse est situé entre z = 100 mm et z= 170 mm. La dynamique des couleurs est propre à chaque image.

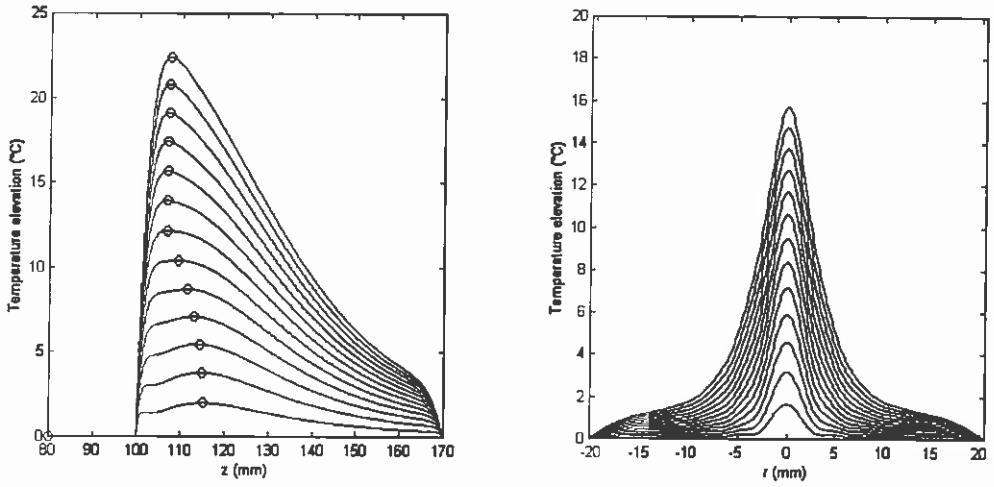


Figure 108. Profils de température axiaux et latéraux (plan focal géométrique) dans la graisse à différents instants de l'insonification. La tache focale se déplace peu à peu le long de l'axe du faisceau, se rapprochant finalement de 15 mm dans la direction du réseau.

La compréhension du phénomène mis en évidence par cette simulation est simple. Dans ce milieu de type graisse, la vitesse du son diminue progressivement dans la zone focale au cours de l'insonification. Le milieu se comporte alors comme une lentille convergente vis-à-vis du faisceau ultrasonore. Ce dernier a donc tendance à focaliser à une profondeur plus faible. La profondeur de la tache focale de température diminue peu à peu. De plus, son ouverture angulaire devenant plus importante au cours de la chauffe, le faisceau ultrasonore a tendance à "surfocaliser". Comme nous pouvons l'observer sur la Figure 109, la résolution latérale du champ de pression augmente effectivement au cours de l'insonification. De même, nous pouvons remarquer que la profondeur de champ du faisceau ultrasonore diminue au cours de l'insonification [Figure 109].

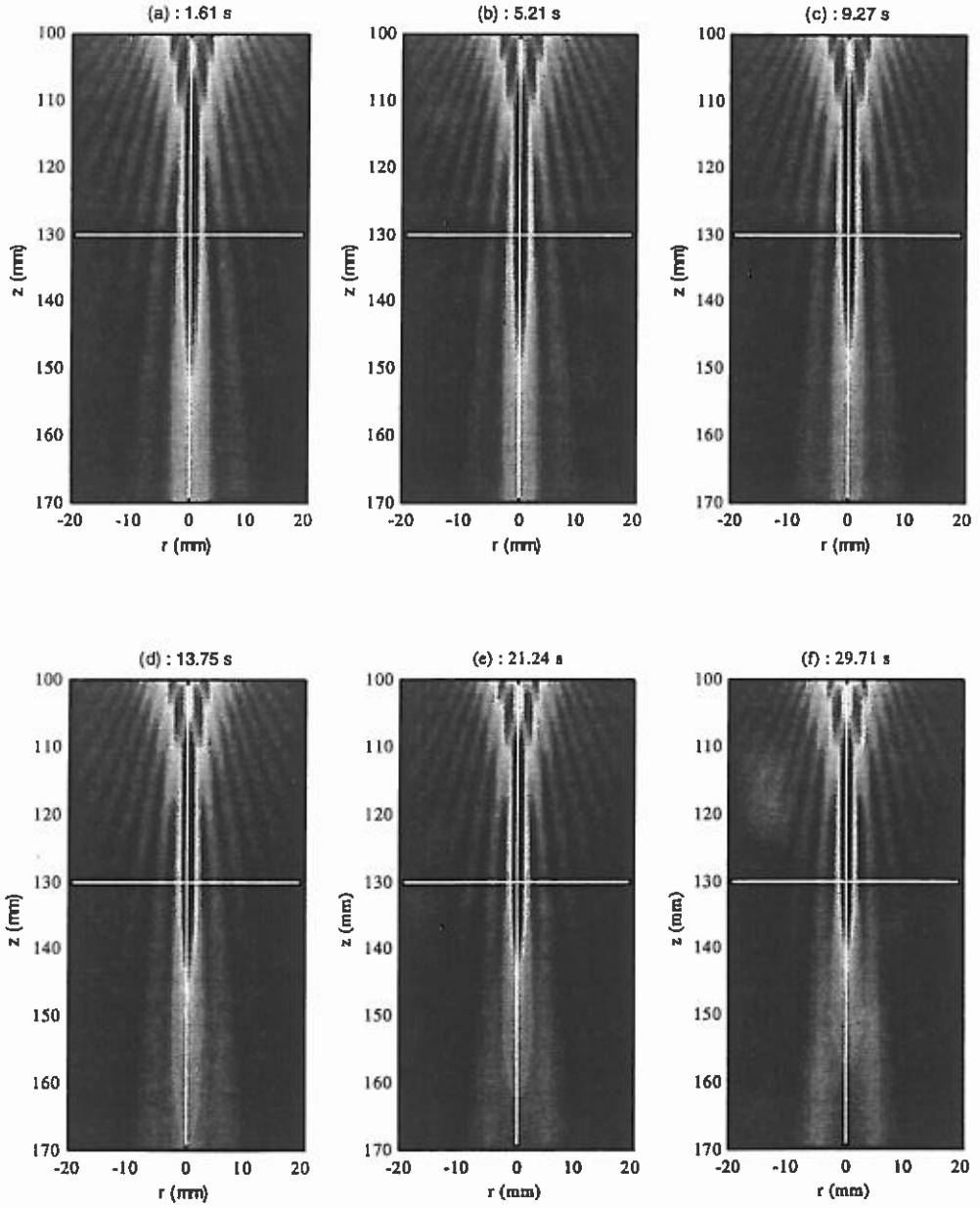


Figure 109. Simulation de l'évolution du champ de pression dans la graisse pendant un insonification de 30 s pour un rapport F/D = 2,5. Chaque image représente un plan de 90 x 41 mm. L'échantillon de graisse est situé entre z = 100 mm et z= 170 mm. La dynamique des couleurs est propre à chaque image. On constate un effet de déplacement en profondeur ainsi qu'une surrésolution du faisceau au cours de la chauffe.

- *Simulation dans un morceau de muscle*

La Figure 110 présente l'évolution de la température dans le muscle au cours d'une insonification continue de 45 secondes. Chaque image représente un plan *(z,r)* de taille 90 x 41 mm. La sonde annulaire est située dans le plan $z = 0$. L'échantillon de viande commence à partir du plan $z = 90$ *mm*. Les deux lignes blanches indiquent la position de la focale géométrique de la sonde dans l'eau.

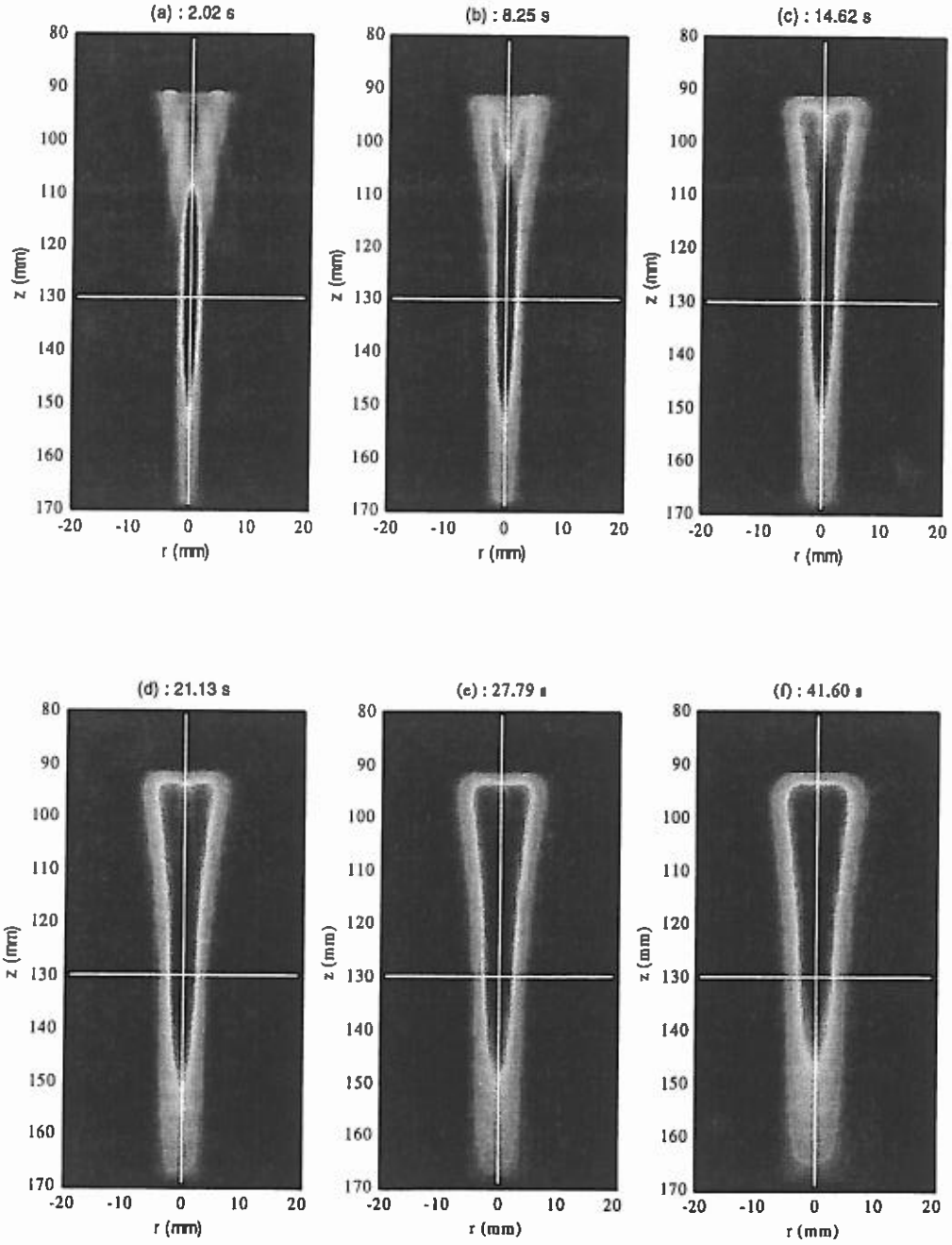


Figure 110. Simulation de l'évolution du champ de température dans le muscle pendant un insonification de 41 s pour un rapport F/D = 2,5. Chaque image représente un plan de 90 x 41 mm. L'échantillon de viande est situé entre z = 90 mm et z= 170 mm. La dynamique des couleurs est propre à chaque image.

Au début de l'insonification, la température augmente légèrement avant la position de la focale géométrique en raison de l'absorption du faisceau ultrasonore le long du trajet acoustique. Au lieu de diffuser simplement à partir de cette position, la tache focale se décale alors progressivement le long de l'axe du faisceau. Initialement positionnée en $z = 128\ mm$, l'amplitude maximale du champ de

température est localisée après un temps d'insonification de 41 secondes en $z = 113\ mm$: la tache focale de température s'est déplacée de $1,5\ cm$ au cours de l'insonification [Figure 111].

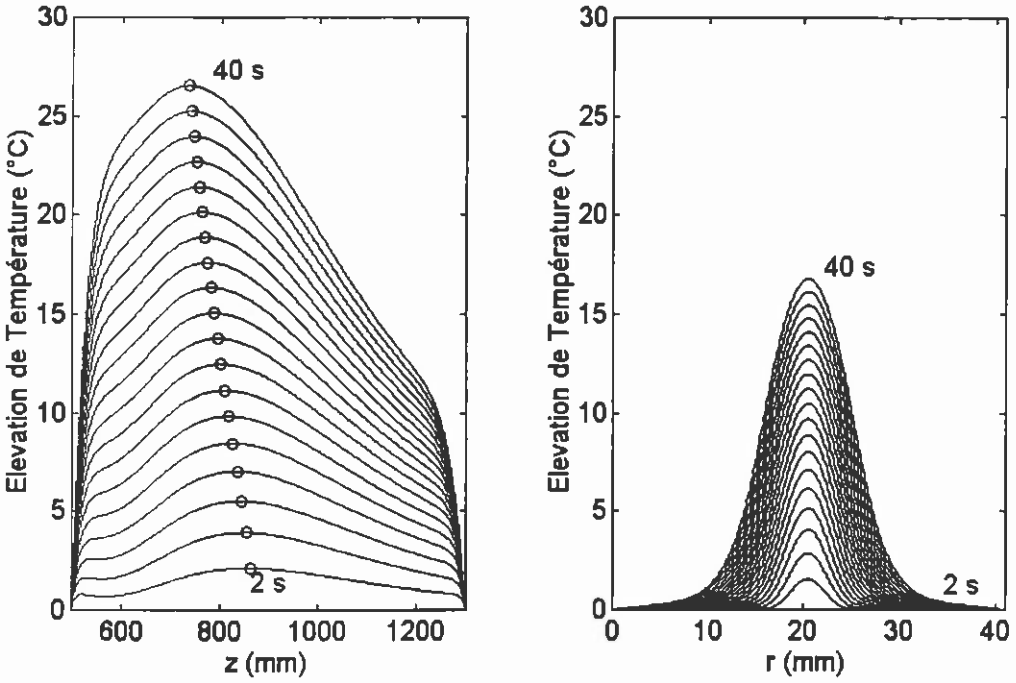


Figure 111. Profils de température axiaux et latéraux (plan focal géométrique) à différents instants de l'insonification. La tache focale se déplace peu à peu le long de l'axe du faisceau, se rapprochant finalement de 15 mm dans la direction du réseau.

Bien que la vitesse de propagation augmente avec la température dans le muscle, on observe à nouveau un effet de rapprochement de la tache focale. Pourtant, l'hétérogénéité joue ici le rôle d'une lentille divergente et on s'attend donc à voir le faisceau ultrasonore s'éloigner. Pour comprendre le phénomène, nous pouvons observer l'évolution du champ de pression au cours de la chauffe. La Figure 112 présente la distribution spatiale du champ de pression simulé à différents instants au cours de l'insonification. Le faisceau diverge peu à peu au cours de l'insonification et les hétérogénéités de température jouent bien le rôle d'une lentille divergente. Le faisceau étant moins focalisé, l'énergie reçue à la focale géométrique diminue au cours de l'insonification. Par contre, le champ de pression compris entre la sonde et la focale est peu perturbé par la lentille. Il varie donc moins au cours de l'insonification et sa contribution relative à l'apport de chaleur augmente sensiblement par rapport à celle du champ de pression reçu à la focale géométrique. La zone chauffée se rapproche donc peu à peu du réseau émetteur, les hétérogénéités de température empêchant le faisceau ultrasonore de focaliser à la focale géométrique [Figure 112].

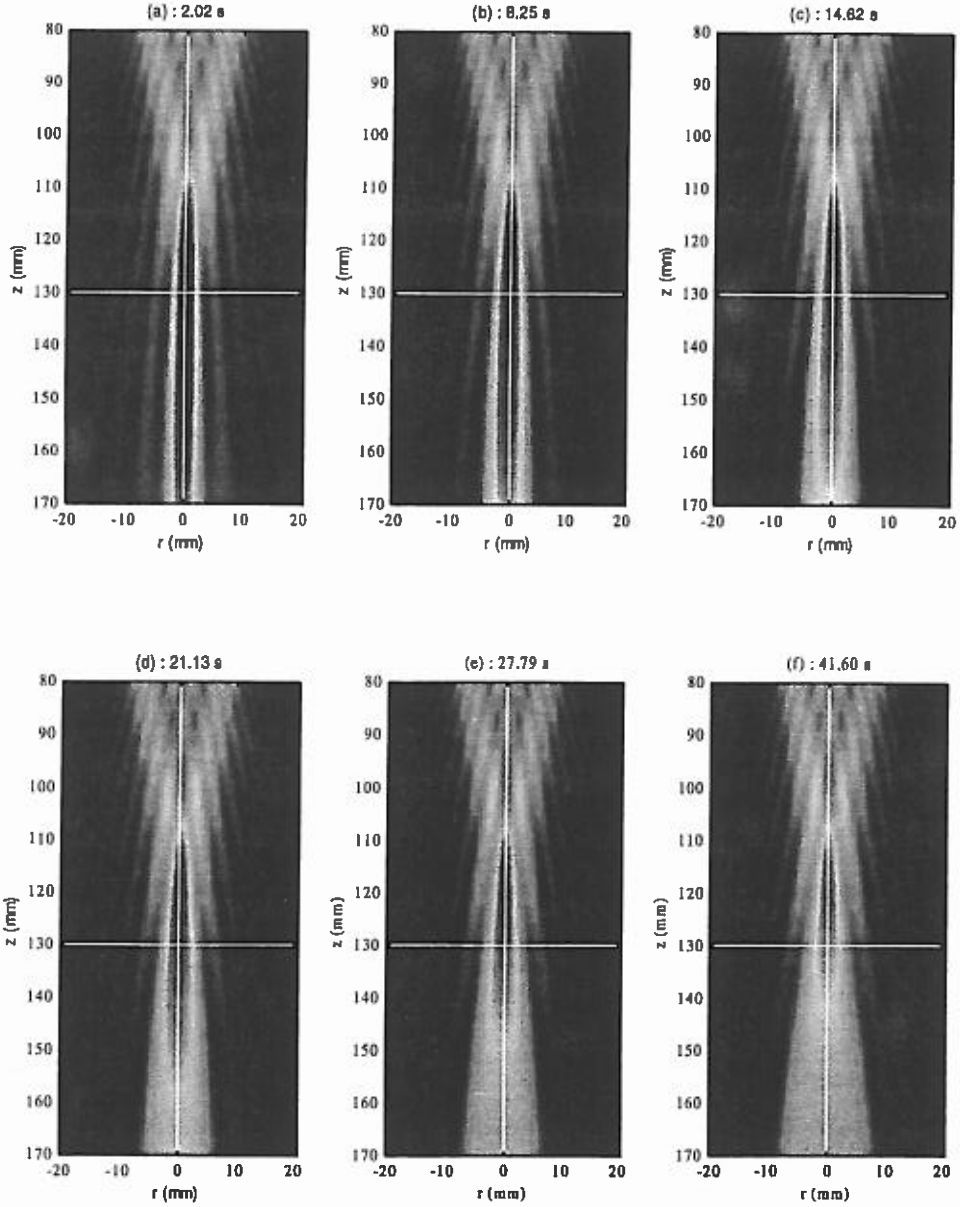


Figure 112. Simulation de l'évolution du champ de pression dans le muscle pendant un insonification de 41 s pour un rapport F/D = 2,5. Chaque image représente un plan de 90 x 41 mm. L'échantillon de viande est situé entre z = 90 mm et z= 170 mm. La dynamique des couleurs est commune à toutes les images.

Des expériences menées en collaboration avec le LEP PHILIPS dans les mêmes configurations expérimentales n'ont pas permis de corroborer les simulations [72]. L'hypothèse la plus problable pour expliquer les divergences entre simulations et expériences réside dans l'apparition de phénomènes de cavitation lors des expériences. De tels phénomènes d'apparition de bulles au cours de la chauffe ne sont pas pris en compte par la simulation numérique.

- *Simulations pour un réseau tel que F/D = 1*

Les mêmes simulations ont été réalisées pour un réseau possédant un F/D =1. La plupart des sytèmes conçus pour une application in vivo possèdent en effet une ouverture importante. Ceci permet d'augmenter la résolution spatiale du système, mais surtout d'augmenter le gain d'antenne diminuant ainsi les risques d'échauffement des tissus sains sur le trajet acoustique. Les simulations prédisent dans ce cas un déplacement du point focal beaucoup moins important (de 2 à 3 mm) pour une même durée d'insonification. Pour ce rapport F/D =1, les dimensions de la tache focale sont plus petites. Le faisceau rencontre donc au cours de la propagation une zone d'hétérogénéité de température plus petite et l'aberration introduite sur le faisceau acoustique est donc beaucoup moins importante.

4.3.5. Conclusion et perspectives

L'élevation de température créée au cours d'un traitement ablathermique par un faisceau ultrasonore modifie localement la vitesse du son. Cette hétérogénéité de vitesse du son se comporte comme un aberrateur vis-à-vis du faisceau ultrasonore. Comme nous avons pu le constater, la graisse et les muscles ont un comportement différent lors de l'insonification : alors que la vitesse du son augmente dans la graisse, entraînant ainsi une surfocalisation du faisceau ultrasonore, elle diminue dans le muscle et défocalise donc le faisceau. Pourtant, dans les deux cas, l'évolution de la tache focale de température est analogue : il y a diminution progressive de la profondeur de la tache focale de température au cours de l'insonification. Ce décalage axial de la zone de chauffe est particulièrement spectaculaire pour des ouvertures faibles (F/D >> 1). Par contre, pour des systèmes possédant une plus grande ouverture angulaire (F/D ≤1), l'importance de ce phénomène semble moins évidente. De nouvelles expériences vont être réalisées en l'absence de phénomènes de cavitation afin de valider les résultats numériques.

4.4. Conclusion

Un miroir à retournement temporel capable d'émettre des signaux de forte amplitude a été réalisé en vue d'une application médicale d'ablathermie ultrasonore des tumeurs cérébrales. Ce système a montré son aptitude à focaliser un faisceau ultrasonore de forte intensité à travers le crâne sans subir les dégradations habituellement introduites lors du passage de la paroi osseuse. Une première expérience in vivo *d'ablathermie réalisée par ce miroir à retournement temporel a de plus été présentée dans ce chapitre. La finalisation du projet nécessitera cependant l'acquisition d'un nombre plus important de transducteurs afin d'obtenir la puissance requise pour pouvoir traiter les tumeurs du cerveau.*

Sortant du cadre de l'application médicale pour laquelle il a été conçu, ce système performant nous a aussi permis de réaliser la première expérience de retournement temporel en régime non-

linéaire. Cette expérience illustre bien la réversibilité de la propagation en régime non-linéaire dans un fluide idéal, tant que la distance de choc n'est pas franchie. Elle met également en évidence l'apparition d'un irréversibilité dès que l'opération de retournement temporel est réalisée sur une onde choquée.

Dans la dernière partie de ce chapitre, nous nous sommes intéressé à un autre type de non-linéarité pouvant intervenir lors de l'utilisation de faisceaux focalisés de forte intensité. La zone chauffée agit comme une lentille thermique vis-à-vis du faisceau ultrasonore. Suivant le type de milieu biologique traversé, graisse ou muscle, cette élévation de température se traduit respectivement par une effet de surfocalisation ou de défocalisation du faisceau ultrasonore. Dans les deux cas, il en résulte un déplacement du point focal de température, ce dernier se rapprochant progressivement du réseau d'émission. Nous avons développé un code numérique permettant de simuler ces phénomènes. Celui-ci prédit des déplacements du point focal supérieur à 1 cm dans certaines configurations. Des expériences sont actuellement en cours pour valider ces simulations et prédire les configurations optimales permettant de contrôler et d'éviter l'apparition de ce phénomène.

Conclusion et perspectives

L'utilisation de faisceaux ultrasonores focalisés de forte intensité pour le traitement des tumeurs cérébrales fait l'objet de nombreuses recherches depuis plus d'une trentaine d'années. L'aboutissement d'une telle méthode non-intrusive de chirurgie était jusqu'alors interdit à cause de l'importante dégradation du faisceau lors de la traversée de la paroi osseuse du crâne. Nous avons vu que les aberrations introduites par l'os pouvaient être corrigées en utilisant la technique de focalisation par retournement temporel. Cette technique a dû toutefois être améliorée afin de prendre en compte l'importante dissipation ultrasonore dans la paroi crânienne. Les résultats expérimentaux montrent que la qualité de focalisation est énormément améliorée par cette technique. On retrouve même à travers le crâne la résolution optimale de 1,5 mm à –6 dB obtenue par le réseau en milieu homogène. En mode émission, jusqu'à 20 dB en dessous du pic de focalisation ultrasonore, tout se passe finalement comme si l'obstacle crâne n'existait plus. Par la suite, il a aussi été montré qu'à partir d'algorithmes simples de traitements de signaux il était possible de diriger le faisceau ultrasonore, ce dernier pouvant alors balayer une zone de 1,5 cm de part et d'autre du point de focalisation initial.

Lors de la résolution de ce problème de focalisation à travers le crâne, le retournement temporel a montré une de ses limites : la dissipation introduisait une perte d'information dans le processus et dégradait la qualité de la focalisation. A travers cette application médicale, nous nous sommes alors intéressés au problème plus vaste de focalisation en milieu hétérogène. Nous avons vu en particulier qu'une dégradation de la focalisation par retournement temporel apparaissait dès lors qu'une perte d'information intervenait au cours du processus. Cette perte d'information peut avoir différentes origines. A côté de la dissipation, la restriction de l'opération de retournement temporel à l'ouverture finie d'un réseau de transducteurs peut aussi être responsable d'une perte d'information importante, lorsque le milieu insonifié est fortement diffractant. Nous avons alors été amenés à montrer que la technique de focalisation par retournement temporel peut être interprétée en terme de filtre adapté spatio-temporel. Cette propriété reste vraie en présence de pertes d'information et assure au retournement temporel sa grande fiabilité.

Nous avons ensuite cherché à savoir, s'il était possible de proposer une solution meilleure que celle obtenue par retournement temporel dans deux configurations expérimentales critiques. Ceci nous a amené à comparer la technique de focalisation par retournement temporel avec la technique de filtre inverse. Cette approche par filtre inverse correspond à la technique la plus fiable, mais elle serait cependant extrêmement difficile voire impossible à mettre en place *in vivo* dans le cadre d'une application médicale. Elle nécessite en effet la présence d'un ensemble de récepteurs acoustiques disséminés dans le plan focal désiré, permettant ainsi de connaître exactement l'opérateur de

propagation entre le réseau d'émission et le plan focal (le problème direct de propagation est alors entièrement connu).

Afin de mieux cerner théoriquement et expérimentalement les différences ou similitudes entre ces deux techniques de focalisation, le concept d'opérateur de propagation a été introduit et présenté dans un formalisme matriciel. Le sens physique de la décomposition de cet opérateur sur la base de ses vecteurs singuliers a alors été explicité. Grâce à cet outil original, nous avons ainsi pu montrer dans le cas du crâne que la technique de focalisation par retournement temporel, combinée à un algorithme de compensation d'amplitude, permettait d'aboutir approximativement à la même qualité de focalisation que celle obtenue par résolution globale du problème inverse.

Après avoir abordé et résolu les problèmes de focalisation, nous avons présenté le prototype de miroir à retournement temporel de forte puissance développé pour le traitement des tumeurs cérébrales. Les algorithmes de focalisation développés et testés sur des miroirs à retournement temporel "basse puissance" ont été adaptés et validés sur ce nouveau prototype "forte puissance". Cet appareil émettant des signaux de forte amplitude, nous nous sommes alors intéressés au caractère non-linéaire des phénomènes mis en jeu au cours de la propagation ultrasonore. Une première expérience académique de retournement temporel en régime non-linéaire a ainsi pu être réalisée, mettant en évidence le caractère réversible puis irréversible de la propagation dans un fluide idéal. Un deuxième type de non-linéarité pouvant apparaître au cours d'un traitement par hyperthermie ultrasonore a finalement été mis en évidence numériquement et expérimentalement. Ce phénomène connu sous le nom d' "effet de lentille thermique", ainsi que ces possibles répercussions lors d'un traitement thérapeutique, font actuellement l'objet de nombreuses études.

Le miroir à retournement temporel développé pour cette application médicale est à l'heure actuelle limité par le nombre insuffisant de transducteurs qui le composent. Celui-ci devra être accru pour pouvoir atteindre les élévations de température escomptées à travers la paroi osseuse. Au cours des prochains mois, ce prototype devrait ainsi voir son nombre de transducteurs passer de 64 à 200, et les premières expériences de chauffe acoustique transcrânienne pourront d'ici peu être réalisées. La mise au point d'un prototype final composé d'environ 400 transducteurs reste cependant inévitable pour pouvoir atteindre des élévations de température de l'ordre de quelques dizaines de degrés en quelques secondes à des profondeurs de pénétration importantes.

Les algorithmes développés afin d'améliorer la qualité de focalisation en émission à travers le crâne ont donné de très bons résultats. Leur extension à la focalisation en mode réception permettra certainement dans un avenir proche de réaliser une imagerie fonctionnelle "temps réel" du cerveau de bonne qualité.

Annexe

Code de simulation par différences finies de l'équation d'onde : *ACEL*

Ce code de simulation par différences finies permet, à partir d'une interface graphique, de modéliser totalement un grand nombre de problèmes de propagation d'ondes en milieu complexe 2D ou 3D-axisymétrique. Par souci de facilité d'évolution, ce programme est séparé en plusieurs parties, certaines se comportant comme des "boites noires" vis-à-vis de l'utilisateur, d'autres étant totalement modifiables par ce dernier pour pouvoir adapter la simulation à un problème particulier. L'interface graphique ainsi que la gestion des entrées-sorties du programme ne sont pas modifiables par l'utilisateur. Les sources du noyau de calcul, en d'autres termes, la discrétisation de l'équation d'onde à traiter, sont par contre accessibles et modifiables par tous. Ceci a permis de commencer à créer une banque de noyaux de calcul différents qui ne demande qu'à être complétée [Figure 113].

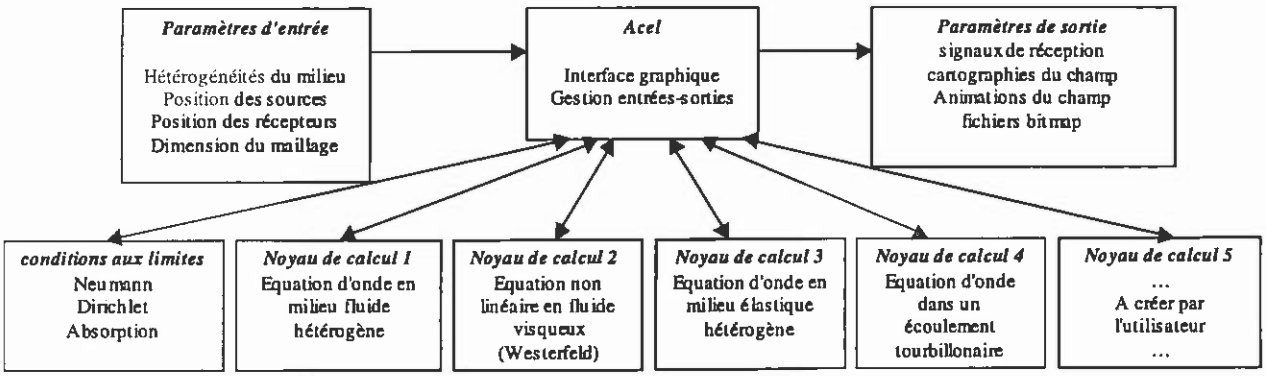


Figure 113. Architecture du code de simulation ACEL.

Ce programme a été écrit à l'origine pour mieux comprendre les problèmes de focalisation en milieu hétérogène, en particulier à travers le crâne. Il a été ensuite amélioré et modifié pour pouvoir traiter d'autres problèmes de propagation d'onde. Une interface graphique (Windows 95,98,NT) a été mise au point en collaboration avec Laurent Sandrin et Julien De Rosny. De nouveaux noyaux de calcul sont venus enrichir la version initiale du programme. En particulier, Laurent Sandrin a étendu le programme à la résolution de l'équation d'onde en milieu élastique, les conditions de bords absorbantes étant alors traitées avec la méthode d'ordre élevé proposée par Higdon [73]. Sébastien Manneville a écrit un noyau de calcul permettant de simuler la propagation d'une onde acoustique dans un milieu mobile (équation de Lighthill [76]).

- ***Noyau de calcul 1***

Nous nous intéresserons ici uniquement à la discrétisation de l'équation d'onde en milieu fluide hétérogène absorbant utilisée dans le cadre de cette thèse :

$$(1+\tau_0(\bar{r})\frac{\partial}{\partial t}\cdot)\left[\rho_0(\bar{r})\nabla\cdot\left(\frac{1}{\rho_0(\bar{r})}\nabla p(\bar{r},t)\right)\right]-\frac{1}{c_0(\bar{r})^2}\frac{\partial^2 p(\bar{r},t)}{\partial t^2}=S_0(\bar{r},t) \tag{69}$$

Le domaine sur lequel l'équation est traitée consiste en un maillage rectangulaire, dont les dimensions et le pas spatial doivent être adaptés au problème traité. La discrétisation adoptée consiste en un schéma de différences finies centrées d'ordre 2. L'ensemble des paramètres d'entrée à définir consiste en la cartographie des hétérogénéités de densité $\rho_0(\bar{r})$, de vitesse du son $c_0(\bar{r})$ et d'absorption $\rho_0(\bar{r})$ dans le milieu. Le pas spatial conseillé Δx doit vérifier la relation d'échantillonnage :

$$\Delta x<\frac{\lambda}{10} \tag{70}$$

Où λ correspond à la plus petite longueur d'onde des signaux se propageant dans le domaine discrétisé. Ceci assure d'avoir une dispersion et atténuation numérique faible sur des distances de propagation raisonnables. Le pas temporel Δt est relié au pas spatial Δx par le critère de stabilité de Von Neumann :

$$\Delta t<\frac{\Delta x}{\max_{\bar{r}}(c_0(\bar{r}))\sqrt{2}} \tag{71}$$

- ***Conditions d'absorption***

Des conditions d'absorption d'ordre élevé ont été mises au point sur les bords du maillage, afin de pouvoir simuler une propagation en espace libre tout en évitant des réflexions indésirables sur les bords du maillage. L'algorithme adopté est basé sur les travaux de Collino [74].

Dans un espace mono-dimensionnel *(O,x)*, la condition d'absorption aux frontières est simple à comprendre. L'équation d'onde peut en effet être factorisée en deux opérateurs, l'un traduisant la propagation dans la direction des *x* croissants, l'autre dans la direction des *x* décroissants :

$$\left(\frac{\partial\cdot}{\partial x}-\frac{1}{c}\frac{\partial\cdot}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial\cdot}{\partial x}+\frac{1}{c}\frac{\partial\cdot}{\partial t}\right)u=0 \tag{72}$$

Supposons que le domaine sur lequel la propagation est étudié correspond au segment [-L, L] et que nous souhaitons écrire une condition d'absorption des ondes à la frontière $(x = L)$. Nous souhaitons donc annuler en $(x = L)$ l'ensemble des ondes se propageant dans la direction des x croissants et conserver uniquement les ondes se propageant dans la direction des x décroissants. La condition d'absorption s'écrit donc simplement :

$$\boxed{\frac{\partial u}{\partial x}(x,t)+\frac{1}{c}\frac{\partial u}{\partial t}(x,t)=0 \quad en \quad x=L} \tag{73}$$

En dimension 2, il est beaucoup plus difficile de factoriser l'opérateur de propagation. Supposons que l'on veuille écrire la condition d'absorption le long du bord $(y = 0)$ pour l'ensemble des ondes contenues dans le domaine $(x \in \Re, y < 0)$. Après transformée de Fourier $(x, y, t) \rightarrow (k_x, y, \omega)$, l'équation d'onde peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} F\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)-\dfrac{\omega^2}{c^2}\sqrt{1-\dfrac{k_x^{\,2}}{\omega^2}}Fu=0 \\ avec\ F(v)(k_x,y,\omega)=\iint v(x,y,t)\exp^{i(k_x x-\omega t)}dxdt. \end{cases} \tag{74}$$

Dans ce nouvel espace de Fourier, l'équation d'onde est plus simple à factoriser et la condition d'absorption peut facilement s'écrire :

$$F\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)+i\frac{\omega}{c}\sqrt{1-\frac{k_x^{\,2}}{\omega^2}}Fu=0 \tag{75}$$

Dans le domaine temporel, cette équation pourrait s'écrire sous la forme d'un opérateur connu sous le nom d'opérateur "pseudo-différentiel":

$$\left(\frac{\partial \cdot}{\partial y}+\frac{1}{c}\sqrt{\frac{\partial^2 \cdot}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 \cdot}{\partial x^2}}\right)u=0 \tag{76}$$

A partir de l'approximation de Padé de la fonction $z \rightarrow \sqrt{1-z}$ dans l'équation (75), Engquist et Majda ont proposé une famille de conditions d'absorptions. Les deux premières sont :

$$\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{1}{c}\frac{\partial u}{\partial t}=0 \text{ (premier ordre)} \quad \text{et} \quad \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+\frac{1}{c}\frac{\partial^2 u}{\partial t \partial y}-\frac{1}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=0 \text{ (second ordre)} \tag{77}$$

Ces conditions souvent utilisées ne donnent pas de résultats satisfaisants dans le cas de longs temps de propagation, mais aussi lorsque la dimension du maillage est petite par rapport à la longueur

d'onde. Il faut alors augmenter l'ordre de l'approximation et on obtient les conditions d'absorption d'ordre élevé :

$$F\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)+i\,\frac{\omega}{c}\left(1-\sum_{m=1}^{L}\beta_m\,\frac{{k_x}^2}{\omega^2-\alpha_m{k_x}^2}\right)Fu=0 \tag{78}$$

où α_m et β_m sont les coefficients de Padé approximant la fonction $z \rightarrow \sqrt{1-z}$:

$$\sqrt{1-z} \approx 1-\sum_{m=1}^{L}\beta_m\,\frac{z}{1-\alpha_m} \text{ pour } z \in [0,1] \tag{79}$$

L a été fixé à 10 dans le code de calcul développé. Cet ordre très élevé assure d'avoir une absorption quasi-totale pour des angles d'incidences par rapport à la normale de la frontière allant de 0 à 89 degrés.

Pour résoudre l'équation (78) sur la frontière $(y = 0)$, il faut revenir dans l'espace (x,y,t). Ceci peut se faire en introduisant un ensemble de fonctions $\varphi_l(x,t)$ pour chacun des ordres $l = 1,...,L$. Ces fonctions sont définies sur la frontière $(y = 0)$ et choisies pour vérifier :

$$F\varphi_l(k_x,\omega)=\frac{{k_x}^2}{\omega^2-{k_x}^2}.Fu(k_x,0,\omega) \tag{80}$$

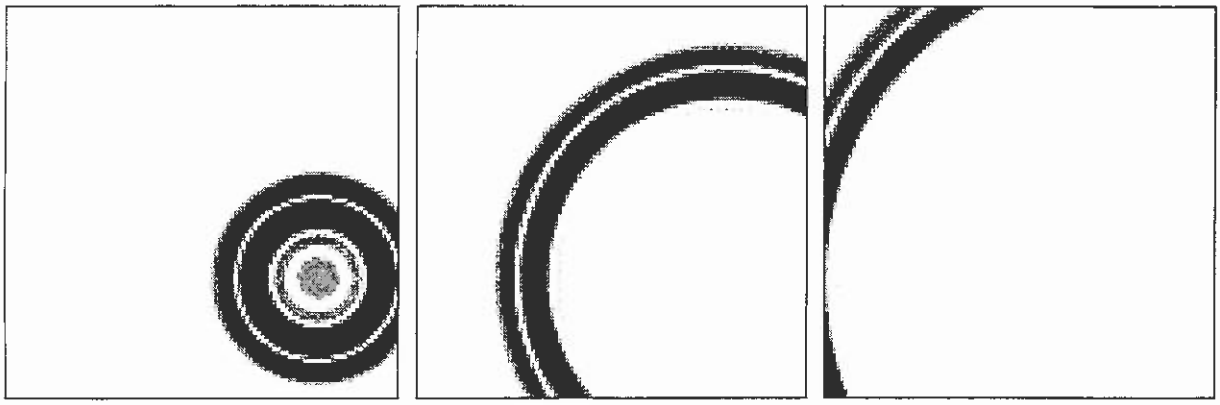
L'équation (78) peut alors se réécrire sous la forme :

$$\begin{cases}\dfrac{d\,Fu}{dy}+i\omega Fu-\displaystyle\sum_{m=1}^{L}i\omega\beta_m F\varphi_m=0\\[2ex](\omega^2-\alpha_m{k_x}^2)F\varphi_m={k_x}^2Fu(y=0)\end{cases} \tag{81}$$

Après transformée de Fourier inverse, on obtient la condition d'absorption qui a été discrétisée puis implémentée dans le code de calcul :

$$\boxed{\begin{cases}\dfrac{\partial u}{\partial y}(x,0,t)+\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial u}{\partial t}(x,0,t)-\dfrac{1}{c}\displaystyle\sum_{m=1}^{L}\beta_m\,\dfrac{\partial\varphi_m}{\partial t}(x,t)=0\\[2ex]\dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2\varphi_m}{\partial t^2}(x,t)-\alpha_m\dfrac{\partial^2\varphi_m}{\partial x^2}(x,t)-\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,0,t)=0\end{cases}} \tag{82}$$

Ce système consiste en une équation de transport dans la direction normale à la frontière absorbante et une équation de propagation à 1D, le long de la frontière $y = 0$, de vitesse de propagation $c\sqrt{\alpha_m}$. Par rapport à la condition d'absorption du premier ordre [équation (77)], chaque terme additionnel correspond à une correction prenant en compte la variation de l'onde incidente le long de l'axe de la frontière absorbante. Ce système d'équations a été réécrit et discrétisé sur chacun des quatre bords[36] du maillage rectangulaire.



(a) t = 10 µs (b) t= 14 µs (c) t= 18 µs

Figure 114. Illustration des conditions d'absorption d'ordre 10 : simulation sur un maillage 100x100 points de la propagation d'une onde à partir d'une source ponctuelle. Les bords du maillage sont absorbants. Chaque image correspond à la cartographie du champ à différents instants de la propagation. La dynamique de niveau de gris évolue entre – 25 dB et 0 dB. Le pas spatial vaut ici λ/10.

Comme le montre la Figure 114, l'absorption de l'onde sur les bords du maillage est quasi-totale. On peut toutefois noter qu'il reste une réflexion très faible de l'onde, non visible sur la figure, puisque son amplitude est à -40 dB en dessous de celle du signal incident (1% de réflexion).

- ***Exemples d'applications***

Hormis les simulations de focalisation à travers les parois osseuses du crâne, d'autres problèmes abordés au Laboratoire Ondes et Acoustique ont été simulés numériquement par ACEL. Deux d'entre elles sont illustrées ci-dessous.

[36] Le traitement de chaque coin du maillage est réalisé en combinant les 2 équations d'absorption aux frontières associées.

- Simulation d'une expérience de focalisation par retournement temporel en milieu multidiffuseur [75].

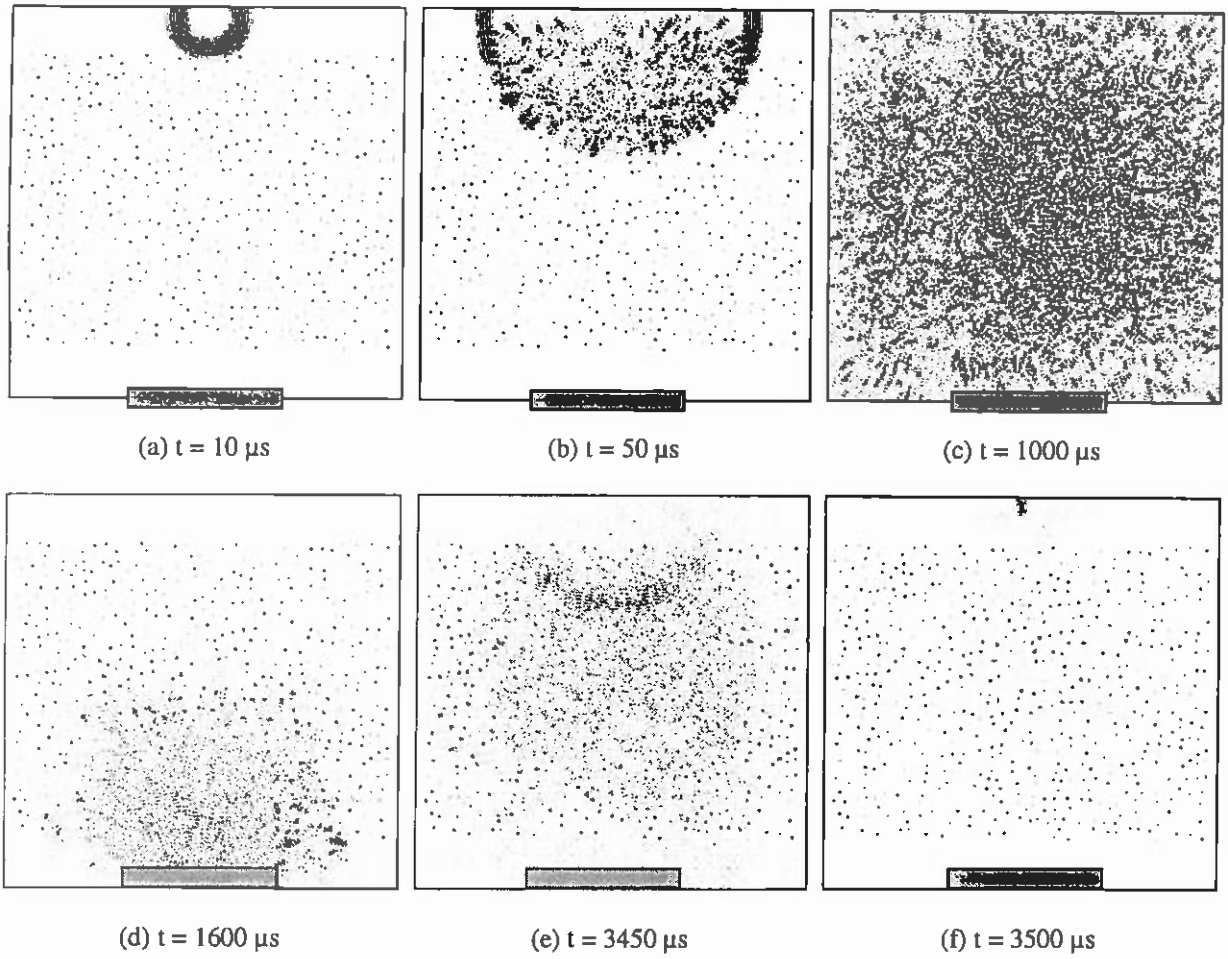
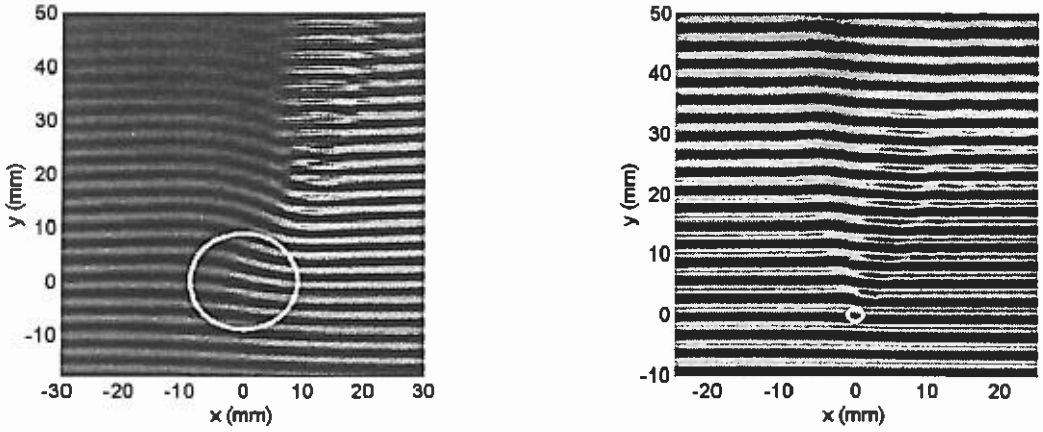


Figure 115. Expérience de focalisation par retournement temporel à travers une myriade de réflecteurs parfaits : (a) la source émet un signal composé de quelques arches de sinusoïdes à 1,5 MHz. (b), (c) : propagation à travers le milieu multi-diffuseur jusqu'au réseau. (d), (e), (f) : après retournement temporel, le signal est réémis par chacun des éléments du réseau. (e) Un front d'onde cohérent se reforme. (f) Le signal refocalise sur le point source initial. Dimensions du maillage : 800x800 points = 8x8 cm^2.

- Simulation de propagation d'une onde plane à travers un vortex de Burgers [27].

Cet exemple illustre la propagation ultrasonore à travers un milieu en mouvement. Dans ce cas, une onde plane traverse un vortex (symbolisé par le cercle blanc). La déformation du front d'onde dépend de la taille du vortex : pour une grande taille de coeur, l'onde est advectée par le champ de vitesse du vortex; lorsque la taille du coeur est de l'ordre de la longueur d'onde, on observe la diffusion du son par le vortex.



(a) Vortex de rayon 17 mm. Mach 0,1.

(b) Vortex de rayon 2 mm. Mach 0,1.

Figure 116. Propagation d'une onde plane (f = 500 kHz) à travers un vortex fluide de Burgers. (a) Vortex de 17 mm de diamètre (6 longueurs d'onde) de nombre de Mach 0,1. L'onde plane est déformée par le vortex. Elle est respectivement accélérée et freinée de part et d'autre du vortex. En y = 20 mm, une dislocation du front d'onde apparaît. (b) Vortex de 2 mm de diamètre. On voit apparaître, en plus de la déformation du front d'onde incident, une onde diffusée par le coeur du vortex. Cette onde diffusée interfère avec l'onde plane incidente,ce qui se traduit par un phénomène de sur-oscillations sur l'onde transmise.

- ***Perspectives***

De nouveaux noyaux de calcul vont être mis au point. En particulier, la possibilité de raffiner automatiquement le maillage dans certaines zones de la grille spatiale initiale serait une amélioration intéressante à apporter au programme. Celui-ci pourrait ainsi s'adapter aux problèmes de propagation non linéaire en milieu hétérogène. La mise au point d'un mode de calcul 3D est aussi envisageable.

Références

[1] D. M. Wilbert. "New generation shock wave lithotripsy", J. Urol.,138, pp563-565.

[2] J.-L. Thomas, F. Wu, M. Fink. "Time Reversal Mirror applied to litotripsy ", *Ultrasonic Imaging* 18, p 106-121, 1996.

[3] Chapelon JY, Margonari J, Bouvier R, Cathignol D, Gorry F, Gelet A. "Ablation tissulaire par ultrasons focalisés (ATUF)." Progrés en Urologie, 1991, 1 : 231-243.

[4] F.L Thurstone et W. M. McKinney. 'Resolution enhancement in scanning of tissue'. *Ultrasonics* Vol 4., pp 25-27, 1966.

[5] M. O'Donnell et S. W. Flax." Phase aberration measurements in medical ultrasound : Human studies". *Ultrasonic Imaging*, Vol. 10, n° 1, pp 1-11, 1988.

[6] M. Karaman, A. Atalar, H. Köymen et M. O'Donnell. "A phase aberrations correction method for ultrasound imaging". *IEEE Trans. Ultrason. Ferroel. Freq. Control* **40**, 4, pp 275-281, 1993.

[7] L. Nock, G. E. Trahey et S. W. Smith. « Phase aberration correction in medical ultrasound using speckle brightness as a quality factor ». *J. Acoust. Soc. Am*, Vol. 85, **5**, pp 1819-1833, 1989.

[8] Q. Zhu and B. D. Steinberg, "Wavefront amplitude distortion in the female breast". *J. acoust. Soc. Am.*, vol. 96, n° 1, pp 1-9, 1994.

[9] D.-L. Liu et R. C. Waag. « Correction of ultrasonic wavefront distortion using backpropagation and a reference waveform method for time-shift compensation ». *J. Acoust. Soc. Am.*, **96**, pp 649-660, 1994.

[10] M. Fink. "Time reversal of ultrasonic fields- Part I : Basic Principles". *IEEE Trans. Ultrason. Ferroel. Freq. Control* **39**, pp 555-567, 1992.

[11] F. Wu, M. Fink, R. Mallart, J.-L. Thomas, N. Chakroun, D. Cassereau et C. Prada. "Optimal focusing through aberrating media : A comparison between time reversal mirror and time delay correction technique' *Proc. IEEE 1991 Ultrason. Symp.* **2**, 1195-1199, 1991.

[12] F. Wu, J.-L. Thomas et M. Fink. "Time reversal of ultrasonic fields- Part II : Experimental results". *IEEE Trans. Ultrason. Ferroel. Freq. Control* **39**, pp 567-578, 1992.

[13] H. Wang, E. S. Ebbini, M. O'Donnell et C. A. Chain. « Phase aberration correction and motion compensation for ultrasonic hyperthermia phased arrays : experimental results ». *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelec., Freq. Contr.*, 1994, vol. 41, n° 1, pp 34-43.

[14] T. F. Hueter. 'The detection of intracranial tumors by use of ultrasound ». Q. Prog. Rep., Acoustics laboratory, Massachussetts Institute of Technology, Cambridge, MA, pp 23-24, Jan.- Mar. 1951.

[15] D. N. White et al. "The deformation of ultrasonic field in passage across the living and cadaver head". *Med. Biol. Engng.*, Vol **7**, pp 607-618,1969.

[16] F. J. Fry , R. C. Eggleton et R. F. Heimburger. « Transkull visualization of brain using ultrasound : an experimental model study ». Ultrasound in Medicine, pp 97-101, Excerpta Medica, Amsterdam, 1974.

[17] D. J. Philips , S. W. Smith, O. T. Von Ramm et F. L. Thurstone, « A phase compensation technique for B-Mode echoencephalography ». Ultrasound in Medicine, Vol. 1, pp 345-404 (Plenum, New York, 1975).

[18] S. W. Smith, E. B. Miller, O. T. Von Ramm et F. L. Thurstone, « Signal processing techniques for improving B-Mode echoencephalography ». Ultrasound in Medicine, Vol. 1, pp 345-404 (Plenum, New York, 1975).

[19] F. J. Fry, N. T. Sanghi et al. "A focused ultrasound system for tissue volume abalation in deep seated brain sites". *Proceedings of IEEE 1986 Ultrasonics Symposium*, Vol. **2**, pp 1001-1004, 1986.

[20] N. I. Vykhodtseva, K. Hynynen et C. Damianou. " Pulse duration and peak intensity during focused ultrasound surgery : Theoritical and experimental effects in brain rabbits *in vivo". Ultrasound in Med. and Biol.*, Vol. 20, **9**, pp 987-1000, 1994.

[21] J. Ylitalo et J. Koivukangas. « Ultrasonic echo tomography through skullbone ». *Ultrasonics Symposium*, 1989, pp 1019-1022.

[22] A. Gelet, J. Y. Chapelon, R. Bouvier, R. Souchon, C. Pangaud,A. F. Abdelrahim,D. Cathignol, J. M. Dubernard. "Treatment of prostate cancer with transrectal focused ultrasound: early clinical experience". *European Urology*, 29,pp 174-183, 1996.

[23] J.-L. Thomas et M. Fink, « Ultrasonic beam focusing through tissue inhomogeneities with a time reversal mirror: Application to transskull therapy », *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelec., Freq. Contr.*, Vol. 43, N° 6, pp. 1122-1129, 1996.

[24] D. Cathignol, J. Tavakkoli, A. Birer et A. Arefiev. "Comparison between the effects of cavitation induced by two different pressure-time shock waveform Pulses". *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* , 45, pp 788-799, Mai 1998.

[25] A. Derode, P. Roux, M. Fink. « Robust Acoustic time reversal with high order multiple scattering». *Physical Review Letters*, Décembre 1995, Vol 75, 23, p 4206-4209.

[26] C. Draeger, M. Fink. « One channel time-reversal of elastic waves in a chaotic 2D-silicon cavity » . *Physical Review Letters* , 79 (3), p.407-410, Juillet 1997 .

[27] P. Roux, J. De Rosny, M. Tanter, M. Fink. « The Aharonov-Bohm effect revisited by an acoustic time-reversal mirror». *Physical Review Letters* , 79 (17), p.3170-3173, Octobre 1997.

[28] M. Tanter, J.-L. Thomas and M. Fink, « Focusing and steering through absorbing and aberrating layers: Application to ultrasonic propagation through skull », J. Acoust. Soc. America, Vol. 103, N° 5, pp. 2403-2410, 1998.

[29] Stockes, *Trans. Cambridge Phil Soc.* **8**, 287 (1845).

[30] Kirchhoff, Pogg. Ann. Phys., **134**, 177 (1868).

[31] Markham, Beyer et Lindsay, *Review of Modern Physics*, **23**, 533, (1951).

[32] Herzfeld et Litovitz, "Absorption and dispersion of ultrasonic waves", *Academic Press*, 1959.

[33] D.L. Liu and R. C. Waag. "Correction of ultrasonic wavefront distortions using bakpropagation and a reference waveform for time-shift compensation", *J. Acoust. Soc. America*, Vol. **96**, pp 649-660 , Août 1994.

[34] S. W. Smith, G. E. Trahey and O. T. Von Ramm. "Phased array ultrasound imaging through planar tissue layers". *Ultrasound in Med. Biol.*, Vol **12-3**, pp 229-243, 1986.

[35] M. Hirama, O. Ideka et T. Sato. "Adaptive ultrasonic array imaging system through an inhomogeneous layer". *J. of Acoust. Soc. of America*, Vol **71-1**, pp 100-109, 1982.

[36] M. Bilgen and M. Insana. « Effects of phase aberration on tissue heat generation and temperature elevation using therapeutic ultrasound », *IEEE Trans. On Ultrasonics, Ferroel., and Freq. Contr.*, Vol **43**, n° 6, Novembre 1996.

[37] W. H. Press et al. "Numerical recipes. The art of scientific computing", *Cambridge University Press*, 1986.

[38] C. Dorme and Mathias Fink, « Ultrasonic beam steering through inhomogeneous layers with a time reversal mirror », IEEE Trans. Ultrason., Ferroelec., Freq. Contr., Vol. 43, N° 1, pp. 167-175, 1996.

[39] F. L. Thurstone et O. T. Von Ramm. "Electronic beam steering for ultrasonic imaging". 2nd Congress on Ultrasonics in medicine, Rotterdam-Netherlands, *Excerpta Medica*, Amsterdam, pp 43-48, 1974.

[40] C.Dorme, M. Fink. «Focusing in transmit-receive mode through inhomogeneous media : the time reversal matched filter approach». *J. of Acoust. Soc. of America*, **98** (2), p 1155-1162, Aout 1995.

[41] A. Tarantola. « Theoretical background for the inversion of seismic waveforms including elasticity and attenuation ». PAGEOPH, Vol **128**-1, 1988.

[42] F. J. Fry et J. E. Barger. « Acoustical properties of the human skull ». *J. Acoust. Soc. America*, Vol **63**(5), pp 1576-1590, mai 1978.

[43] A. Hosokawa and T. Otani. « Ultrasonic wave propagation in bovine cancellous bone »,)". *J. Acoust. Soc. America*, Vol 101(1),pp 558-562, Janvier 1997.

[44] A. Hosokawa et al. « Influences of trabecular structure on ultrasonic wave propagation in bovine cancellous bone ». Jpn. J. Appl. Phys, Vol **36**, pp 3233-3237, 1997.

[45] J. Y Rho , R. B. Ashman et C. H. Turner..« Young's Modulus of trabecular and cortical bone material : Ultrasonic and microtensile measurements ».*J. Biomechanics*, Vol **26**-2,pp111-119 , 1993.

[46] M. L. McKelvie et S. B. Palmer. « The interaction of ultrasound with cancellous bone ». *Phys. Med. Biol.* **36**, pp 1331-1340, 1991.

[47] V. Martin et A. Bodrero. "An introduction to the control of sound fields by optimising impedance locations on the wall of an acoustic cavity". *Journal of sound and Vibration,* 1997, 204 (2), pp 331-357.

[48] M. Fink. « Time reversed Acoustics ». Physics Today, 20, pp.34-40, Mars 1997.

[49] D. Cassereau et M.Fink. "Time reversal of ultrasonic fields. Part III: Theory of the closed time-reversal cavity". *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.* **39**, pp 579-593, 1992.

[50] M. Nieto-Vesperinas. "Scaterring and diffraction in physical optics", *Ed. J. Wiley and sons*, 1991.

[51] A. Derode, P. Roux, M. Fink. "Robust Acoustic time reversal with high order multiple scattering". Physical Review Letters, Décembre 1995, Vol 75, 23, p 4206-4209.

[52] M. Tanter, J-L. Thomas, M. Fink. "Influence of Boundary Conditions on Time Reversal Focusing through Heterogeneous Media". Applied Physics Letters, 72(20), 18 Mai 1998, p.2511-2513

[53] D. Gabor, in Proceedings of the symposium on Astronomical optics, Z. Kopal ed., Holland, Amsterdam 1956, p 17.

[54] J. W. Goodman. "Statistical Optics", *Ed. J. Wiley and Sons*, 1985.

[55] M. Tanter, J-L. Thomas, M. Fink. "Stability of time reversal focusing under loss of information.Comparison with inverse filter focusing". Soumis à J.A.S.A en Octobre 1998.

[56] M. Tanter, J-L. Thomas, M. Fink. « Comparison between time reversal focusing in absorbing medium and inverse filtering » IEEE Ultrasonics Symposium proceedings, Toronto, CANADA, Octobre 1997, p.1741-1745, Vol **2**.

[57] C. Prada, S. Manneville, D. Spoliansky, M. Fink. « Decomposition of the time reversal operator : detection and selective focusing on two scatterers ».*Journal of Acoustical Society of America*, Avril 1996, **99** (4), p 2067-2076.

[58] C. Prada, M. Tanter et M. Fink. « Flaw detection in solid with the D.O.R.T. method ». IEEE Ultrasonics Symposium proceedings, Toronto, CANADA, Octobre 1997, p.679-683, Vol **1**.

[59] J.-L. Thomas, F. Wu, M. Fink. "Time reversal focusing applied to lithotripsy". *Ultrasonic Imaging*, Vol. 18 pp. 106-121, avril 1996

[60] N. Mordant, C. Prada, M. Fink. "Highly resolved detection and selective focusing in a waveguide using the D.O.R.T. method". A paraitre dans *J. A. S. A.* en mai 1999.

[61] R. Seip, P. VanBaren and E. Ebbini, "Dynamic focusing in ultrasound hyperthermia using implantable hydrophone arrays", *IEEE Trans. Ultrason. Ferro-elec. Freq. Control*, 1994, **41**, 5, 706-713.

[62] P. Roux, B. Roman, M. Fink. " Time-reversal in an ultrasonic waveguide ". *Appl. Phys. Lett.*,70 (14), p.1811-1813, Avril 1997.

[63] P. Roux et M. Fink. "Time reversal in a waveguide : study of the temporal and spatial focusing". Soumis au *Journal of Acoustical Society of America*, Janvier 1999.

[64] D. Royer et E. Dieulesaint. "Optical probing of the mechanical impulse response of a transducer". *Applied Physics letters*, 1986, **49** (17), pp 1056-1058.

[65] R.T. Beyer "Non linear acoustics". Naval Ship systems command, Department of the navy, 1974.

[66] P. J. Westervelt. "parametric acoustic array". *Journal of Acoustical Society of America*, 1963, **35**, pp. 535-537.

[67] L. D. Landau. Cours de Physique Théorique – 6. Fluid mechanisms , pp 466-467.

[68] B. E. MacDonald et J. Ambrosiano. « High-order upwind flux correction methods for hyperbolic conservation laws ». Journal of computational physics, 1984, **56**, pp 448-460.

[69] A. L. Van Buren et M. A. Breazeale. « Reflection of finite amplitude ultrasonic waves. I. Phase shift ». J.A.S.A, Vol 44-**4**, pp 1014-1020, 1968.

[70] A. L. Van Buren et M. A. Breazeale. « Reflection of finite amplitude ultrasonic waves. II. Propagation». J.A.S.A, Vol 44-**4**, pp 1021-1027, 1968.

[71] S. Makarov and M. Ochmann. "Nonlinear and thermoviscous phenomena in acoustics, part I-II". Acta acustica, Vol. 82, 1996, pp 579-606.

[72] C. Le Floch, M. Tanter, M. Fink. « Self defocusing in ultrasonic hyperthermia: Experiment and simulation ». *Applied Physics Letters* , 17 Mai 1999.

[73] R. L. Higdon. "Absorbing boundary conditions for elastic waves". Geophysics, 56(2), pp 231-241, 1991.

[74] F. Collino. "Conditions absorbantes d'ordre élevé pour des modèles de propagation d'onde dans des domaines rectangulaires". I.N.R.I.A Report, Number 1790, 1993.

[75] M. Tanter, A. Tourin, A. Derode et M. Fink. "Numerical and experimental time-reversal of acoustic waves in random media". International conference on theoritical and computational acoustics, Mai 1999.

[76] M. J. Lighthill. "On sound generated aerodynamically. I General Theory". *Proc. Roy. Soc. (London)*, Vol. A211, pp 564-587, 1952.

Résumé

Le but de cette thèse était de développer un appareil de « chirurgie » ultrasonore extracorporel traitant par hyperthermie les tumeurs cancéreuses et en particulier celles du cerveau pour lesquelles la chirurgie classique est souvent délicate. Son fonctionnement repose sur l'utilisation d'une onde ultrasonore focalisée afin de créer au foyer acoustique une élévation de température suffisante pour détruire les cellules. Cette onde ultrasonore focalisée est engendrée par un réseau constitué d'un grand nombre de transducteurs piézo-électriques répartis sur une surface entourant la boite crânienne.

Toutefois la réalisation d'un tel faisceau ultrasonore focalisé est rendue difficile par les hétérogénéités des tissus biologiques traversés. Dans cette application, les difficultés sont accentuées par la grande différence entre les vitesses ultrasonores de l'os et celles des tissus mous, mais aussi par la perte importante d'énergie lors de la traversée de l'os. Ceci entraîne une dégradation importante, voire une déviation du faisceau. Cette contrainte implique une focalisation qui s'adapte au milieu et requiert donc l'utilisation d'un réseau de transducteurs piézo-électriques fonctionnant à l'aide d'une focalisation électronique. La technique de focalisation envisagée est basée sur le principe du retournement temporel qui met à profit l'invariance par renversement du temps de l'équation d'onde en milieux non dissipatifs. Modifiée afin de prendre en compte les phénomènes d'absorption dans la paroi osseuse, cette technique permet d'atteindre à travers le crâne une résolution pratiquement équivalente à la résolution maximale obtenue en milieu homogène. Les signaux émis atteignant des amplitudes importantes, les non-linéarités mises en jeu lors de la propagation de l'onde ont de plus été étudiées. Les concepts de focalisation développés pour cette application thérapeutique pourraient dans un avenir proche être appliqués à l'imagerie "temps réel" du cerveau.

Discipline

Acoustique Physique.

Mots clés

Ultrasons, retournement temporel, hyperthermie, focalisation, propagation d'ondes, simulations par différences finies, acoustique non-linéaire, effet de lentille thermique, problèmes inverses, imagerie médicale, échographie.

Laboratoire Ondes et Acoustique, E. S. P. C. I., 10 rue Vauquelin 75005 PARIS.