

# Développement d'un modèle d'interface acier-béton à haute température : modélisation des structures en béton exposées au feu

Nhu Cuong Tran

▶ **To cite this version:**

Nhu Cuong Tran. Développement d'un modèle d'interface acier-béton à haute température : modélisation des structures en béton exposées au feu. Autre. Université Paris-Est, 2011. Français. NNT : 2011PEST1124 . pastel-00657207

**HAL Id: pastel-00657207**
**https://pastel.hal.science/pastel-00657207**

Submitted on 6 Jan 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THESE DE DOCTORAT**

Présentée à l'Ecole des Ponts ParisTech par

**Nhu Cuong TRAN**

Pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITE PARIS-EST**

Spécialité : Génie Civil

Sujet de thèse

# Développement d'un modèle d'interface béton-acier à haute température. Modélisation des structures en béton exposées au feu.

Soutenue à Champs-sur-Marne, le 07 Octobre 2011, devant le jury composé de :

| | |
|---|---|
| **Gilles FORET**, Prof. - Directeur de Recherche, Ecole des Ponts ParisTech | Président du jury |
| **Adnan IBRAHIMBEGOVIC**, Professeur, ENS-Cachan | Rapporteur |
| **Fékri MEFTAH**, Professeur, Université Cergy Pontoise | Rapporteur |
| **Serge RIMLINGER**, Directeur de Recherche et d'Innovation, CERIB | Examinateur |
| **Karam SAB**, Prof. - Directeur de Recherche, Ecole des Ponts ParisTech | Directeur de thèse |

---

Thèse préparée au laboratoire Navier de l'Ecole des Ponts ParisTech, 77455 Champs sur Marne, et au Centre d'Etudes et de Recherches de l'Industrie du Béton, 28231 Epernon cedex

# Remerciements

Ce travail de recherche a été réalisé dans l'équipe Matériaux et Structures Architecturés, laboratoire Navier de l'Ecole des Ponts ParisTech et à la Direction de Recherche et d'Innovation du Centre d'Etudes et de Recherches de l'Industrie du Béton avec l'aide des personnes à qui je voudrais exprimer toute ma gratitude.

Je remercie profondément Professeur Karam SAB, mon directeur de thèse, qui a dirigé cette thèse avec énormément de patience, beaucoup d'enthousiasme et une dose d'exigence. Son expérience scientifique, ses conseils, ses encouragements et sa disponibilité ont été un soutien indispensable à la réalisation de cette thèse.

Je tiens à remercier vivement Monsieur Serge RIMLINGER, Monsieur Adel LACHIHAB et Madame Fabienne ROBERT, mes responsables au CERIB, qui m'ont permis de bien m'intégrer dans l'environnement industriel. Leur encadrement m'a permis de mener cette étude dans une bonne direction pour atteindre les objectifs demandés par l'entreprise.

Je souhaite ensuite manifester ma reconnaissance à Professeur Gilles FORET, qui m'a fait l'honneur de présider ce jury, ainsi qu'à Professeur Adnan IBRAHIMBEGOVIC et Professeur Fékri MEFTAH, qui ont été rapporteur de mon travail de thèse. Ils ont pris le temps d'examiner profondément mon travail et d'y apporter des critiques constructives.

Je voudrais exprimer toute ma gratitude à mes collègues du laboratoire Navier et du Centre d'Etudes et de Recherches de l'Industrie du Béton pour leur soutien et leur bonne humeur qui ont assuré le bon déroulement de ce travail. Les années passées parmi eux dans une ambiance amicale et chaleureuse m'ont apporté des souvenirs inoubliables.

Je n'oublie jamais les aides que mes amis m'ont apportées au cours des années de thèse. Sans eux, ma vie aurait été difficile. Je voudrais leur adresser un remerciement amical.

Enfin, je remercie du fond du coeur ma famille au Vietnam. Leur sentiment, leur encouragement et leur soutien m'ont donné du courage pour dépasser toutes difficultés, préparer et soutenir ma thèse avec succès.

## Résumé

Le comportement des structures en béton armé (BA) et en béton précontraint (BP) exposées au feu est une thématique de recherche importante en génie civil. Actuellement, le comportement de l'interface béton-acier à haute température et la simulation thermomécanique non linéaire des structures en béton sont des verrous à lever. Ces deux questions font l'objet de cette thèse. Après avoir fait un état de l'art sur le comportement à froid de l'interface béton-acier, un modèle à haute température est proposé ainsi que son intégration numérique dans le code de calcul ANSYS. Puis, les performances de plusieurs modèles non linéaires du béton ont été analysées. Finalement, des méthodologies de modélisation du transfert thermique et du comportement mécanique des structures exposées au feu ont été proposées et validées à travers des simulations d'essais.



***Mots clés :*** interface béton-acier, adhérence-glissement, béton armé, feu, transfert thermique, thermomécanique, nonlinéarité de matériau, plasticité, endommagement, modélisation de structure, MEF.



## Abstract

Behaviour of reinforced concrete and prestressed concrete structures subjected to fire is an important research theme in civil engineering. Currently, steel-concrete interface behaviour at high temperature and nonlinear thermomechanical simulation of concrete structures are obstacles we need to solve. These obstacles are the subject of this thesis. After doing a summary of all studies concerning the steel-concrete interface, a behaviour model of the interface at high temperature has been developed and a numerical integration method of this model has also been proposed. Subsequently, non linear material models for simulating concrete have been analyzed. Finally, methodologies of modeling thermal transfer and mechanical behaviour of structures have been proposed and validated through simulations of experimental tests.



***Keywords:*** steel-concrete interface, bond-slip, reinforced concrete, fire, thermal transfer, thermomechanical, material nonlinearity, plasticity, damage, structure modeling, FEM

# Table des matières

Introduction ..... 1

PARTIE I Modélisation de l'interface acier-béton ..... 4

Chapitre 1 Etat de l'art sur l'interface acier-béton à température ambiante ..... 5

1.1 Description phénoménologique et mécanismes intrinsèques ..... 5

1.1.1 Généralités sur l'interface acier-béton ..... 5

1.1.2 Mécanismes intrinsèques de l'interface ..... 6

1.2 Modèles de comportement de l'interface et paramètres d'influence ..... 20

1.2.1 Modèles de comportement ..... 20

1.2.2 Paramètres influençant sur l'interface ..... 33

1.3 Implémentation numérique du comportement de l'interface ..... 37

1.3.1 Utilisation de l'élément « bond-zone » ..... 37

1.3.2 Utilisation de l'élément bond-link ..... 38

1.3.3 Construction de nouveaux éléments finis intégrant le comportement de l'interface ..... 39

1.4 Impacts de l'activation de l'interface sur la structure ..... 43

1.4.1 Formation des fissures dans l'enrobage ..... 43

1.4.2 Perte d'adhérence au niveau de la zone d'ancrage ..... 44

1.4.3 Changement du comportement global à l'échelle de poutre ..... 46

1.5 Conclusion et orientation de développement ..... 46

Chapitre 2 Développement d'un modèle de l'interface à haute température ..... 48

2.1 Impact de la température sur l'adhérence dans la littérature ..... 48

2.1.1 Premières études ..... 48

2.1.2 Etude de Diederichs et al. [16] ..... 50

2.1.3 Etude de Morley et al. [17] ..... 54

2.1.4 Conclusions sur l'impact de la température sur l'interface ..... 58

2.2 Proposition d'un modèle de l'interface à haute température ..... 61

2.2.1 Développement du modèle à haute température ..... 62

2.2.2 Conclusion sur le modèle développé ..... 66
2.3 Intégration numérique du modèle de l'interface dans ANSYS ..... 67
2.3.1 Elément de ressort COMBIN39 dans l'ANSYS [19] ..... 67
2.3.2 Modélisation de l'interface à chaud ..... 69
2.4 Validation ..... 70
PARTIE II Modélisation du béton ..... 73
Chapitre 3 Modélisation du béton avec ANSYS ..... 74
3.1 Modèles plastiques ..... 75
3.1.1 Les modèles « Extended Drucker-Prager » (EDP) ..... 75
3.1.2 Modèle plastique Cast Iron ..... 85
3.1.3 Conclusion sur les modèles plastiques ..... 91
3.2 Modèles de rupture fragile ..... 91
3.2.1 Modèle « Cracking & Crushing » (Modèle « Concrete » de ANSYS) ..... 91
3.2.2 Modèle « Cracking & Plasticity » ..... 97
3.2.3 Conclusion sur les modèles de rupture fragile ..... 103
3.3 Evaluation des modèles pour le calcul d'une structure ..... 103
3.3.1 Caractéristiques de la structure à modéliser ..... 103
3.3.2 Caractéristiques particulières ..... 104
3.3.3 Comparaison des modèles plastiques ..... 106
3.3.4 Comparaison des modèles de rupture fragile ..... 109
3.3.5 Conclusion ..... 111
PARTIE III Modélisation de la structure au feu ..... 113
Chapitre 4 Modélisation thermique des structures ..... 114
4.1 Description de la structure testée au CERIB ..... 114
4.2 Généralités sur la modélisation ..... 116
4.3 Méthodes avancées de la modélisation thermique dans ANSYS ..... 119
4.3.1 Modélisation du feu ..... 119
4.3.2 Modélisation du transfert thermique dans l'alvéole ..... 122
4.4 Résultats et validation ..... 123

4.4.1 Résultats ..... 123
4.4.2 Validation ..... 125
Chapitre 5 Modélisation thermomécanique de la structure exposée au feu ..... 129
5.1 Description de l'essai à simuler ..... 129
5.2 Analyse du comportement global de la poutre avec interface béton-acier parfaite. 131
5.2.1 Généralités sur la méthode de modélisation utilisant ANSYS ..... 131
5.2.2 Méthode de stabilisation non linéaire ..... 138
5.2.3 Résultat thermique ..... 143
5.2.4 Résultat mécanique du calcul utilisant le modèle CPVM ..... 147
5.2.5 Résultats mécaniques du calcul utilisant le modèle CastIron ..... 149
5.3 Analyse de l'influence du comportement de l'interface béton-acier ..... 157
5.3.1 Identification des paramètres du comportement de l'interface ..... 157
5.3.2 Modélisation et résultats ..... 158
5.4 Conclusion ..... 160
Conclusions et perspectives ..... 161
Bibliographie ..... 165

# Introduction

## *Contexte et objectif*

L'étude de la tenue au feu des structures et des ouvrages est un axe de recherche majeur en génie civil depuis une vingtaine d'années. L'impact important de la ruine d'ouvrages sur les aspects humains et matériels ont stimulé cette recherche. Les connaissances obtenues dans ce domaine au niveau mondial sont aujourd'hui très importantes. Elles contribuent efficacement à la sécurité des personnes et des ouvrages lors incendie. Cependant, il y a encore des questions difficiles à résoudre pour optimiser la conception des ouvrages et la sécurité.

Dans le thème de recherche « comportement des structures en béton armé et en béton précontraint exposées au feu », il y a des questions qui ne sont pas encore bien résolues. On peut citer ici deux questions importantes :

- Premièrement, les connaissances sur le comportement de l'interface béton-acier à haute température et son impact sur le comportement de la structure ne sont pas encore suffisants.
- Deuxièmement, les logiciels de calcul standard ont une difficulté dans la modélisation du comportement des structures en béton armé et en béton précontraint au feu. En effet, sous l'action du feu, il y a des phénomènes complexes qui se produisent : l'écaillage du béton aux surfaces exposées, la dégradation des propriétés des matériaux et de l'interface béton-acier en fonction de la température, l'apparition de contraintes thermique dans la structure. De plus, le comportement du béton qui est à la fois élastique, plastique et endommageable n'est jamais facile à simuler. Toutes ces caractéristiques provoquent une grande difficulté dans la modélisation. Jusqu'à maintenant, seuls quelques logiciels spéciaux donnent des résultats satisfaisants mais ce sont des produits développés en interne dans les laboratoires et leur capacité est limitée à quelques types de structure.

Pour pouvoir résoudre ces deux questions, le Centre d'Etudes et de Recherches de l'Industrie du Béton a lancé un grand projet de recherche qui porte sur « développement d'un outil métier de l'analyse des structures en béton armé et en béton précontraint exposées au feu ». L'objectif final de ce projet est de disposer d'un outil numérique et d'une méthodologie d'analyse performante permettant de simuler plusieurs types de structure au feu. Concernant le logiciel utilisé dans la modélisation, l'objectif de CERIB est de se baser sur un logiciel d'éléments finis standard qui est fiable et le plus adapté au problème. Il faut aussi que ce logiciel permette de définir de nouvelles lois de comportement de matériau et de nouveaux éléments finis si l'exploitation de ses ressources ne permet pas d'avoir des modélisations optimales. Pour toutes ces raisons, ANSYS a finalement été choisi.

Dans le cadre de ce projet, les missions de notre thèse sont d'étudier l'interface entre le béton et l'armature à haute adhérence et d'exploiter toutes les ressources d'ANSYS pour construire

une méthodologie de modélisation des structures à haute température.

### *Synopsis du contenu de la thèse*

Les travaux de la thèse peuvent être groupés en trois grands problèmes : modélisation de l'interface béton-acier, modélisation du béton et modélisation de la structure au feu. La modélisation de l'interface est présentée dans les deux premiers chapitres. La modélisation du béton est présentée dans le chapitre 3 et la modélisation de la structure au feu est présentée dans les deux derniers chapitres.

Dans le chapitre 1, une étude bibliographique est faite sur plusieurs aspects du problème de l'interface : les mécanismes intrinsèques, les modèles de comportement, les essais de caractérisation, les méthodes de simulation et les impacts sur la tenue de structure… En analysant ces aspects, ce chapitre a pour le but d'en faire une synthèse claire, complète et systématique et de déterminer l'orientation de recherche pour la suite de l'étude.

Dans le chapitre 2, le développement d'un modèle de comportement de l'interface à haute température est présenté et une méthode d'intégration de ce modèle dans ANSYS est proposée. Notre approche est de se baser sur des modèles d'interface à température ambiante et de les adapter à la haute température en supposant le découplage entre l'impact de la haute température et celui des autres facteurs sur l'interface. Dans un premier temps, on étudie l'impact de la haute température sur le comportement de l'interface grâce aux résultats de la littérature. A partir de ces résultats, un modèle d'interface approprié est choisi et adapté à la haute température. Ensuite, une méthode d'intégration de ce modèle dans ANSYS est proposée. Enfin, la validation est faite par simulation d'un essai issu de la littérature.

Le chapitre 3 est dédié à l'adaptation des modèles de matériau d'ANSYS à la simulation du béton. Après la mise en évidence de la base théorique des modèles de matériau plastiques ou fragiles d'ANSYS, leurs paramètres sont déterminés pour s'adapter le mieux possible au comportement réel du béton. L'extension de ces modèles pour qu'ils s'adaptent aux prescriptions du comportement 1D du béton à haute température est aussi faite. Et puis, les avantages et les inconvénients des modèles sont évalués à l'aide des simulations des essais bi axiaux. Finalement, la simulation d'un essai de poutre issu de la littérature a permis de déterminer les meilleurs modèles pour le calcul des structures.

Le chapitre 4 est consacré à la proposition d'une méthodologie de modélisation thermique des structures exposées au feu. Cette méthodologie est capable de bien modéliser le transfert thermique transitoire dans des structures complexes. Elle se base sur l'utilisation d'un élément spécial d'ANSYS dont la base théorique est mise en évidence dans ce chapitre. La proposition et la validation de la méthodologie sont présentées à travers de la simulation d'un essai thermique de dalle alvéolée du CERIB.

Dans le chapitre 5, on propose une méthodologie de modélisation thermomécanique des

structures à travers de la simulation d'un essai de poutre au feu issu de la littérature. Cette méthodologie est capable de modéliser l'ensemble complexe d'une structure en béton armé (béton, armature active, armature de renforcement transversal, interface béton-acier), de prendre en compte le couplage thermomécanique et la nonlinéarité des matériaux et de l'interface béton-acier. Des recommandations d'utilisation de la méthode de stabilisation non linéaire d'ANSYS sont aussi établies pour optimiser la convergence de calcul. La comparaison des résultats numériques avec ceux de l'essai est ensuite faite pour valider la méthodologie proposée. En outre, les avantages de la méthodologie sont mis en évidence grâce à des résultats riches et importants fournis par la simulation : l'évolution de la flèche en fonction du temps, les zones fissurées et dégradées du béton, les glissements des armatures, l'impact du comportement de l'interface sur la structure…

A la fin de ce document, les conclusions de ce travail sont présentées et quelques perspectives sont déterminées pour compléter le projet de recherche du CERIB « développement d'un outil métier de l'analyse des structures en béton armé et en béton précontraint exposées au feu » dans lequel la thèse s'inscrit.

# PARTIE I Modélisation de l’interface acier-béton

# Chapitre 1 Etat de l’art sur l’interface acier-béton à température ambiante

Dans la littérature, plusieurs recherches sur l'interface béton-acier à température ambiante ont été réalisées. Ces recherches abordent les différents aspects liés à l'interface : mécanismes d'activation, modèles de comportement, implémentation numérique, impacts sur les structures réelles,... Ce chapitre a pour but d'analyser ces aspects afin d’en faire une synthèse complète et systématique en s’appuyant sur les résultats de recherche les plus importants.

## 1.1 Description phénoménologique et mécanismes intrinsèques

### 1.1.1 Généralités sur l’interface acier-béton

#### 1.1.1.1 Définition

***1) Interface acier-béton :*** C'est la zone de contact entre les deux matériaux. Cette zone se compose du béton autour de la barre d'acier et des nervures de l'acier.

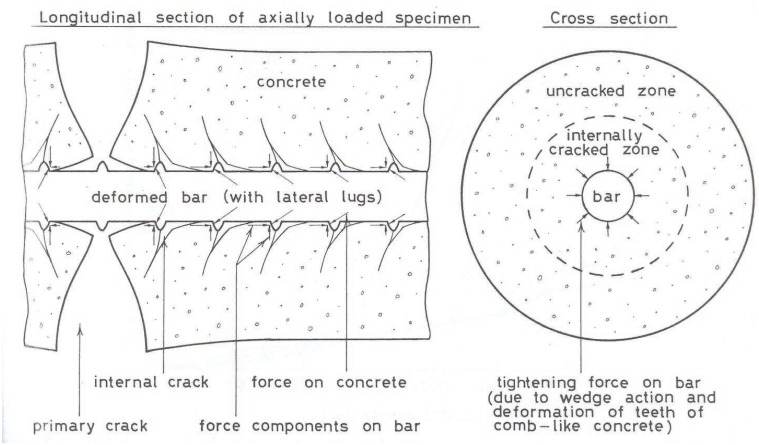



**Figure 1.1**

*Interface entre béton et armature [1]*

***2) Comportement de l'interface :*** c’est la relation entre la contrainte transférée et le déplacement relatif de la face du béton par rapport à celle de l’armature dans les directions tangentielle et radiale :

- Contrainte d’adhérence et glissement dans la direction tangentielle
- Contrainte normale et ouverture/pénétration entre la face de béton et celle d’acier dans la direction radiale

Ces contraintes résultent des interactions mécaniques entre les deux matériaux béton et acier.

Les lois de comportement de l'interface sont nécessaires pour intégrer l'impact de l'interface dans la modélisation des structures. La relation la plus importante pour décrire le comportement de l'interface est celle entre la contrainte tangentielle et le glissement relatif de l'armature.

#### 1.1.1.2 Rôle de l'interface

L'interface a pour rôle de permettre le transfert des efforts entre le béton et l'acier. Elle assure le bon fonctionnement de l'ensemble des deux matériaux afin d'obtenir la capacité portante de la structure.

#### 1.1.1.3 Dégradation de l'interface

C'est la dégradation de la zone du béton autour de la barre d'acier qui entraîne une diminution ou une perte de l'adhérence et une augmentation du déplacement relatif entre le béton dans la structure et l'armature.

### 1.1.2 Mécanismes intrinsèques de l'interface

Dans le but d'étudier l'impact de l'interface sur le comportement de la structure, seules les armatures actives sont considérées. Ainsi, on ne va s'intéresser qu'aux armatures de haute adhérence (HA) dans les structures en béton armé. Les armatures lisses ne sont pas considérées dans cette étude.

Les recherches sur les mécanismes intrinsèques de l'interface ont été réalisées depuis longtemps au travers d'études expérimentales et numériques. Elles ont pour but de déterminer :

- Les mécanismes de transfert des contraintes au niveau de l'interface.
- Les causes et l'évolution de la dégradation du béton dans la zone de l'interface.
- La taille de la zone d'activation de l'interface.
- Les paramètres mécaniques et géométriques influençant le comportement de l'interface.
- L'influence de l'endommagement de l'interface sur la rupture de la structure.

Parmi ces recherches, on peut citer les études suivantes :

#### 1.1.2.1 Essai de tirant avec la technique d'injection de l'encre de Goto [1]

Goto a employé un spécimen de forme parallélépipédique. Sa section est de 100 x 100 $mm^2$ et sa longueur est de 1 m. Au milieu, il a placé une barre nervurée standard de 19 mm de diamètre. Les deux extrémités de la barre d'acier ont été soumises aux efforts de traction jusqu'à un chargement maximal dont la valeur se rapproche du seuil de résistance de l'acier. Deux conduits ont été placés parallèlement à l'axe de la barre d'acier pour injecter de l'encre dans les fissures. Après le déchargement, le spécimen a été scié longitudinalement afin

d'examiner la distribution des fissures internes.

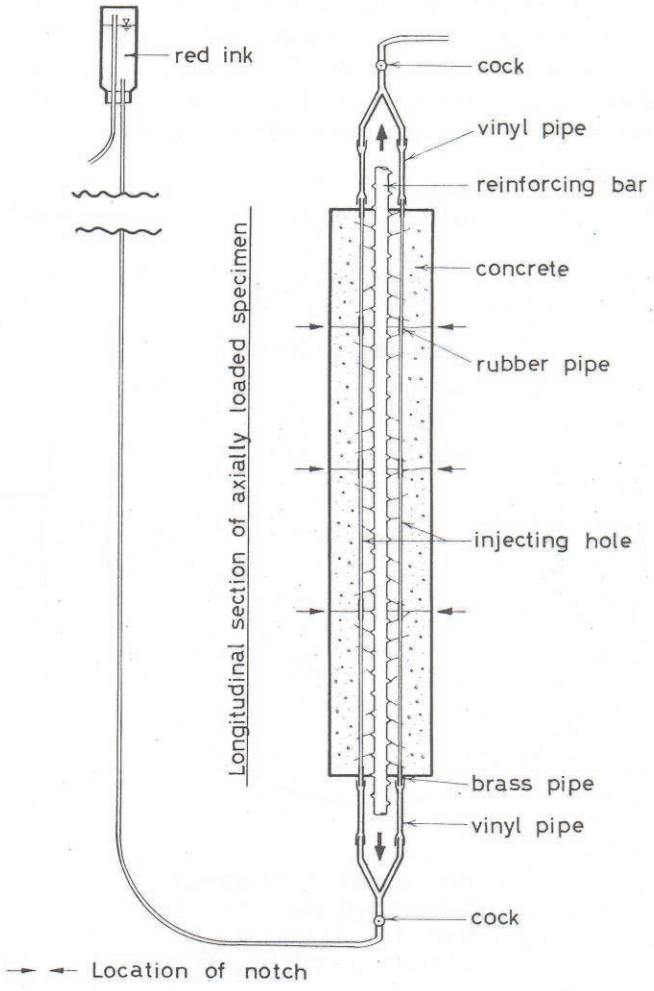



**Figure 1.2**

*Equipement pour l'injection de l'encre [1]*

Cette étude fournit plusieurs informations qualitatives sur la configuration des réseaux de fissures internes dus à l'activation de l'interface. Ce sont les fissures internes transversales qui causent l'endommagement du béton et diminuent la rigidité de l'interface alors que les fissures internes longitudinales qui se développent entraînent le fendage des éprouvettes.

Quand on applique des forces de traction aux deux extrémités de la barre, il y a tout d'abord des fissures transversales nommées fissures primaires qui divisent l'éprouvette en quelques petits tirants (sous-tirants) dont la longueur est environ de 25 cm. Ces fissures sont dues à la faible résistance de traction de la barre de béton.

Ensuite, on ne voit pas de nouvelles fissures primaires qui apparaissent parce que la longueur

de 25 cm de chaque segment n'est pas suffisante pour que la contrainte dans le béton dépasse sa résistance en traction. Pendant cette période, l'interaction entre le béton et l'acier au niveau de l'interface entraîne la formation de fissures internes transversales autour de la barre. Ces fissures internes se trouvent le plus près des surfaces libres aux deux extrémités de chaque petit tirant (sous-tirant). Elles forment un réseau de fissures internes avec une inclinaison moyenne de 60°. Plus le chargement augmente, plus les fissures internes se développent. Enfin, il y a des fissures transversales secondaires qui atteignent les surfaces extérieures de l'éprouvette.

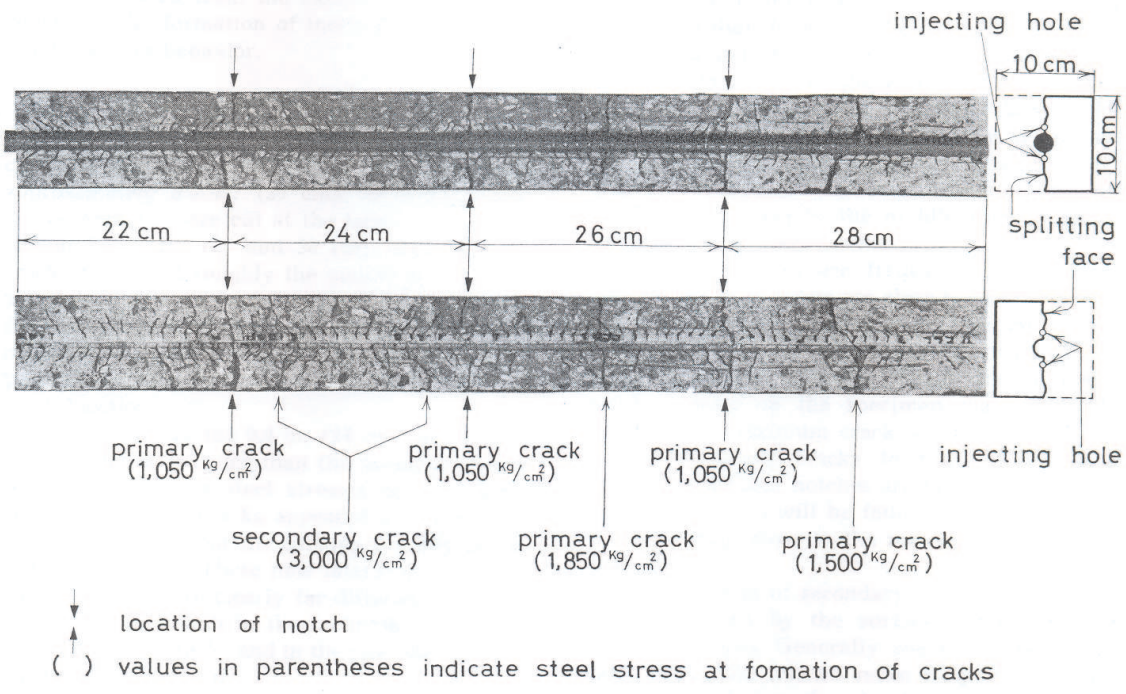



**Figure 1.3**

*Fissures internes et secondaires. Face de rupture longitudinale et section transversale [1]*

L'interaction mécanique entre le béton et l’acier provoque aussi des contraintes de traction circonférentielle. Si le béton n'est pas capable de résister à ce type de traction, les fissures internes longitudinales se formeront tout d'abord aux surfaces libres des fissures primaires et se développeront radialement et longitudinalement pour provoquer la rupture longitudinale de l'enrobage.

#### 1.1.2.2 Essai de tirant avec la technique Moiré cité par Gambarova et al. (cité dans [2])

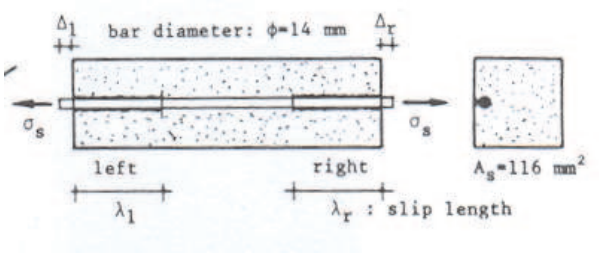



**Figure 1.4**

*Essai de tirant pour la technique Moiré (cité dans [2])*

Il s'agit de coller une grille de Moiré ayant 40 lignes par millimètre sur la surface de l'éprouvette. Une autre grille dite de "référence" non déformable a été posée sur la première grâce à un mince film d'huile de paraffine permettant une adhésion parfaite. Des photos ont été prises au cours de l'essai.

Avec cette technique, l'auteur a pu visualiser la micro-fissuration et le glissement relatif le long de la barre. En se basant sur les résultats obtenus, Gambarova et al. [2] ont prouvé l'importance de l'écrasement du béton devant les nervures dans l'augmentation du glissement relatif de l'interface. L'impact de l'écrasement est encore plus grand dans les essais d'arrachement.

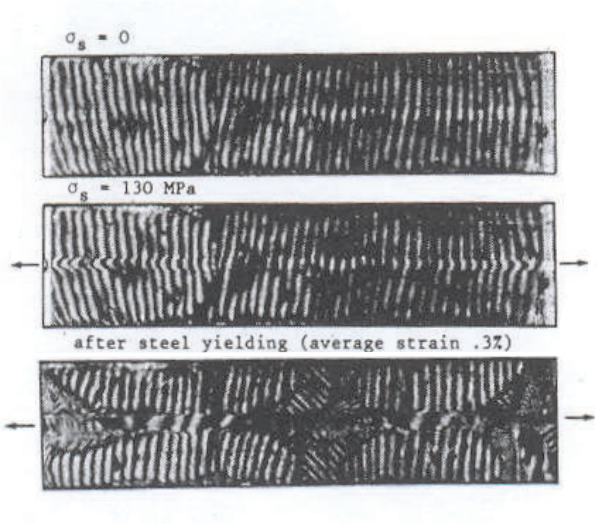



**Figure 1.5**

*Résultat de visualisation par la technique Moiré (cité dans [2])*

Les deux essais de tirant présentés ci-dessus nous montrent les causes de la dégradation de l'interface entre le béton et les nervures de l'acier. Toutefois, les essais de tirant ne permettent

pas de voir l'état ultime de l'interface béton-acier. Avec ce type d'essai, la ruine se produit soit par la rupture longitudinale de l'enrobage, soit par la plasticité de l'acier. Donc, l'extraction de la barre d'acier et les phénomènes qui la précèdent n'interviennent pas.

### 1.1.2.3 Essai d'arrachement classique

Contrairement à l'essai de tirant, l'état contrainte-déformation dans la zone d'interface pour l'essai d'arrachement est dû non seulement à l'activation de l'interface mais aussi à la condition limite (réaction des appuis sur la surface inférieure du béton). Donc, on n'utilise pas cet essai pour observer les phénomènes intrinsèques au cours de l'évolution du comportement de l'interface.

Cependant, avec un enrobage suffisamment grand, cet essai présente bien l'état ultime de l'interface : rupture cylindrique par extraction de la barre d'acier. Ainsi, les observations obtenues sur la ruine dans cet essai nous permettent d'identifier les phénomènes intrinsèques responsables de la diminution de la résistance et de la ruine de l'interface.

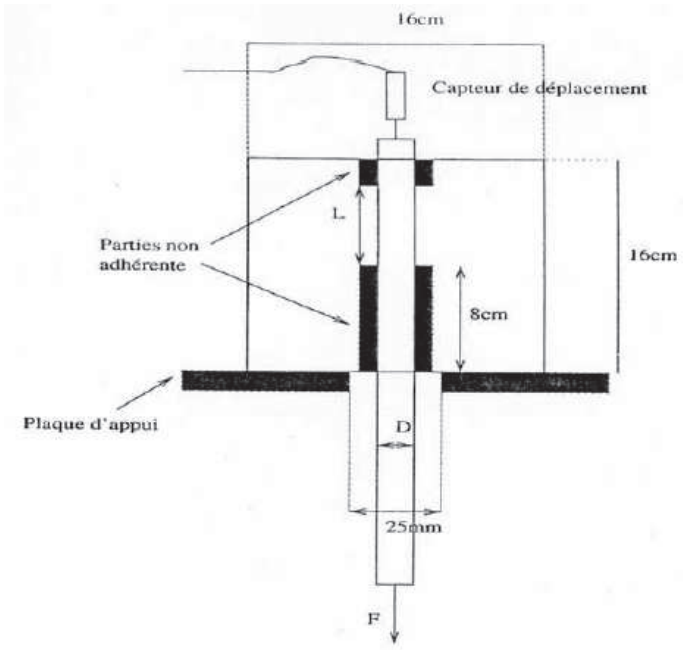



**Figure 1.6**

*Essai d'arrachement classique [3]*

Après une phase de fissuration interne et d'écrasement du béton devant les nervures, la zone d'interface est très endommagée. Cela favorise le cisaillement des "crans" du béton entre les nervures [4]. Il y a aussi le phénomène d'effritement du béton autour de la barre. Ces phénomènes diminuent la résistance d'adhérence de l'interface. Finalement, les fissures de

cisaillement coalescent pour créer une surface de rupture cylindrique [4]. A ce moment-là, les efforts entre les deux matériaux sont gérés par le frottement.

Tandis que la contrainte tangentielle de l'interface (et donc le glissement relatif) est très variable le long de l'armature dans l'essai de tirant, elle est presque uniforme dans l'essai d'arrachement avec une petite longueur d'ancrage. Donc, la relation force-déplacement issue des essais d'arrachement décrit de façon approximative le comportement de l'interface. Ce type d'essai est aussi utilisé pour étudier l'influence des paramètres géométriques (enrobage, diamètre de la barre,...) et mécaniques (résistance du béton, confinement latéral,...) sur la résistance de l'interface.

#### 1.1.2.4 Essai d'arrachement avec la technique des émissions acoustiques de Balàzs et al. [5]

Il a été montré que l'adhérence de l'interface dépend de l'endommagement du béton autour de la barre. Pour évaluer qualitativement et quantitativement le niveau d'endommagement du béton de l'interface, Balàzs et al. ont utilisé la technique des émissions acoustiques avec l'essai d'arrachement pour des chargements monotones et cycliques.

La description de l'essai est présentée sur la Figure 1.7

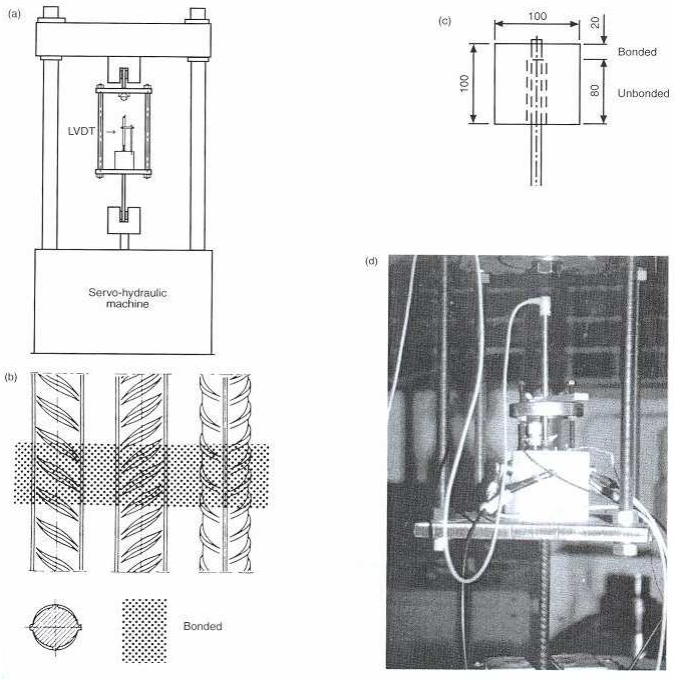



**Figure 1.7**

*Description de l'essai de Balàzs [5]*

***a) Pour le chargement monotone (voir Figure 1.8)***

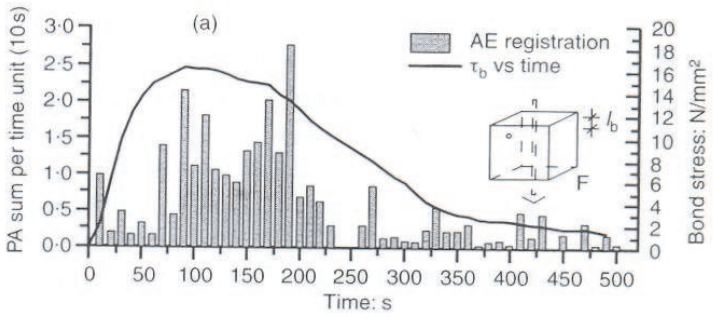



**Figure 1.8**

*Détection des signaux d'émissions acoustiques pour un chargement monotone :*

*(a) Somme des EA pour les intervalles 10s(colonne) et contrainte d'adhérence par rapport au temps(ligne) [5]*

La ligne continue de la Figure 1.8 indique la dépendance de la contrainte d'adhérence par rapport au temps et les colonnes de la figure montrent les amplitudes EA observées pour les intervalles de 10 s. Les deux méthodes de mesure complètement indépendantes indiquent des tendances similaires. Les amplitudes EA les plus élevées sont enregistrées dans la région des contraintes d'adhérence les plus élevées. Après, tous les deux commencent à décroître. Cela signifie que la région de la courbe contrainte-glissement autour de la contrainte maximale a la dissipation d'énergie maximale due à l'endommagement interne.

L'endommagement accumulé à un moment est déterminé comme la somme de toutes les amplitudes EA précédentes. Balàzs et al . ont trouvé que l'endommagement augmente rapidement dans la phase correspondant au mécanisme d'interaction mécanique entre les nervures d'acier et le béton.

***b) Pour le chargement cyclique (voir Figure 1.9)***

Sur la figure (a), la plupart des signaux EA sont enregistrés au cours du chargement monotone initial, puis au début du chargement cyclique et juste avant la ruine d'extraction. Toutefois, les signaux sont aussi détectés pendant le chargement cyclique avec des amplitudes constantes.

Figure (b) présente l'endommagement accumulé et le glissement relatif en fonction du temps. Les deux courbes indiquent des tendances similaires.

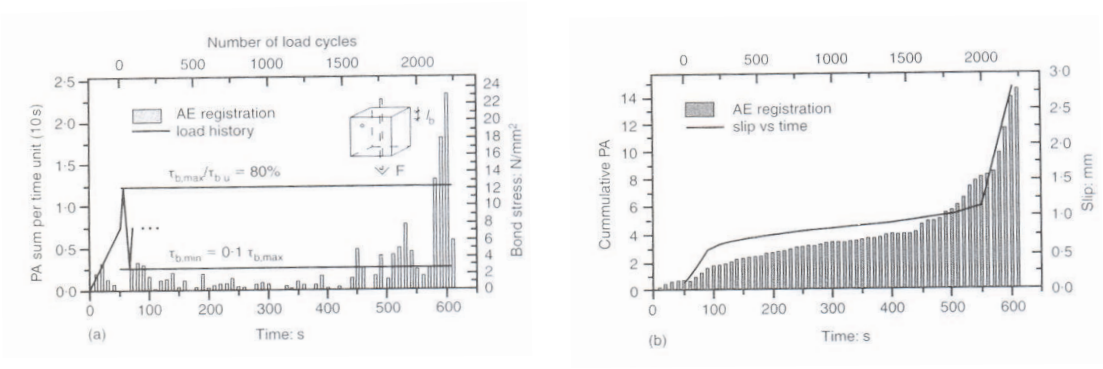



**Figure 1.9**

*Détection des signaux d'émissions acoustiques pour un chargement cyclique:*

*(a) Somme des EA pour les intervalles 10s (colonne) et contrainte d'adhérence par rapport au temps (ligne), (b) Amplitudes EA cumulées par rapport au temps et glissement par rapport au temps [5]*

### 1.1.2.5 Simulation numérique de Ben Romdhane [3]

Pour confirmer les observations expérimentales et compléter les connaissances sur les mécanismes internes, Ben Romdhane a réalisé des simulations numériques. Tout d'abord il a simulé l'essai de tirant de Goto pour comparer les résultats numériques à ceux de l'essai Goto. Puis, il a modélisé un tirant à enrobage variable et à longueur suffisamment petite pour éliminer toutes les fissures qui ne sont pas dues à l'activation de l'interface.

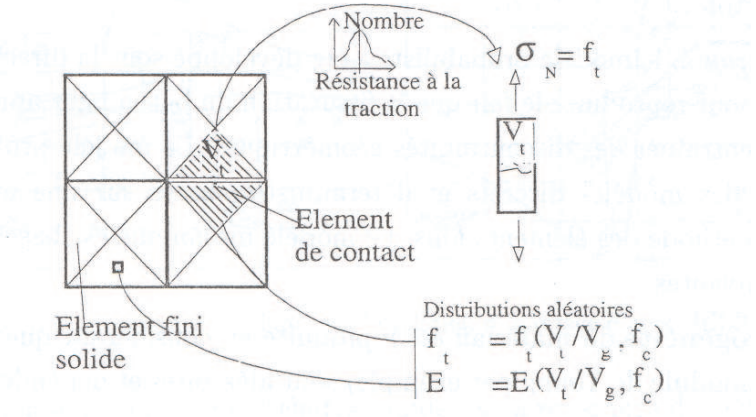



**Figure 1.10**

*Modèle probabiliste avec les éléments de contact simulant les fissures [3]*

Les caractéristiques de cette modélisation sont les suivantes:

- Modèle d'Eléments Finis:
    - En tenant compte du caractère axisymétrique de l'éprouvette, Ben Romdhane a fait une modélisation 2D axisymétrique avec le même enrobage du béton que dans l'essai de Goto.
    - Pour tenir compte de l'hétérogénéité du béton, de la formation des micro-fissures dans le béton et de l'impact mécanique des nervures d'acier sur le béton, la taille des éléments finis était très petite de sorte que les nervures et les crans du béton entre les nervures sont divisés en plusieurs éléments.
    - Le contact entre les éléments 2D du béton a été modélisé par les éléments de contact spéciaux qui permettent le glissement et l'ouverture pour représenter les fissures internes. Avec l'élément de contact entre béton et acier, seul le glissement relatif est autorisé.
- Modèle de matériaux :
    - L'acier était élastique homogène isotrope car les phénomènes de l'interface interviennent bien avant la plasticité de l'acier
    - Le béton a été modélisé par le modèle probabiliste pour simuler son hétérogénéité : Il est localement isotrope et élastique, chaque élément du béton a une distribution aléatoire du module Young et de la résistance.

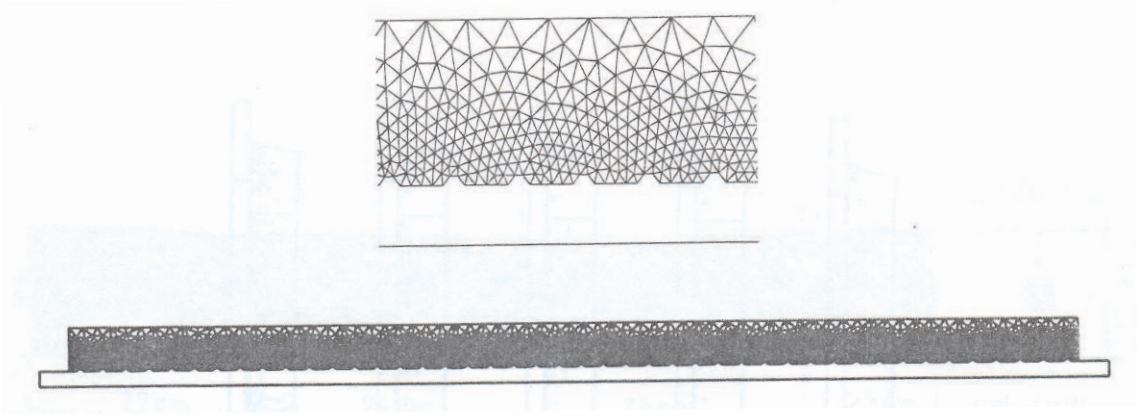


**Figure 1.11**

*Maillage de la modélisation numérique de l'essai Goto [3]*

Dans le cas de simulation de l'essai Goto, les résultats observés sur la configuration des fissures primaires, des fissures internes et des fissures secondaires sont identiques à ceux

obtenus par Goto (voir la Figure 1.12)

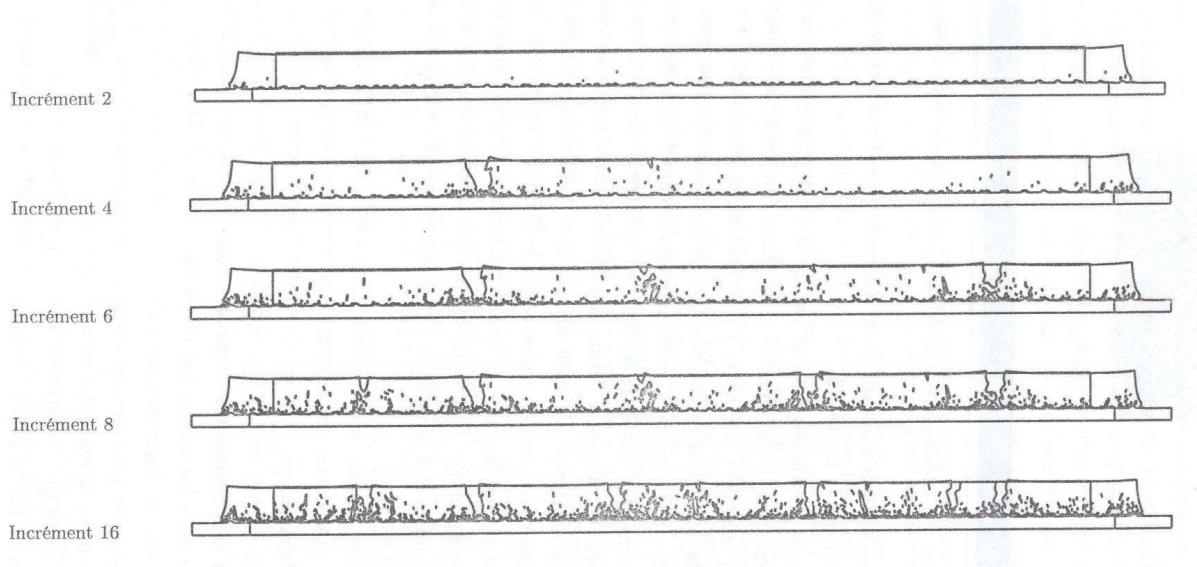



**Figure 1.12**

*Schéma de la fissuration issue de la simulation de l'essai Goto [3]*

Ben Romdhane a aussi modélisé cet essai avec différents enrobages. Pour les petits enrobages, les observations sont similaires à celles de l'essai Goto. Dans chaque sous-tirant, la configuration des fissures internes est symétrique par rapport au centre du sous-tirant. La plupart des fissures internes se concentrent près des extrémités. Pour des enrobages importants, les fissures primaires et secondaires sont absentes. Les fissures internes se trouvent dans les deux zones d'extrémité du tirant. La longueur caractéristique de la configuration des fissures internes est égale à la moitié de la longueur de chaque sous tirant pour le cas de petit enrobage ou à la longueur de la zone fissurée aux deux extrémités du tirant pour le cas de grand enrobage. Ces deux longueurs sont identiques (Figure 1.13).

A partir de ces observations, Ben Romdhane a pris cette longueur (correspondant à 8 nervures pour l'acier de ses études) pour proposer un modèle de tirant numérique (Figure 1.14).

Ce modèle nous donne des informations très intéressantes sur la configuration des fissures internes dues à l'interaction entre les nervures d'acier et le béton. Trois phénomènes ont été observés:

- ***Micro-fissuration:*** Tout d'abord, près des extrémités, dans une zone d'épaisseur d'environ un diamètre, il y a des micro-fissures qui sont inclinées d'un angle variant entre 45° et 80° par rapport à l'axe de la barre. Généralement orientées à 60°, elles sont aussi dirigées vers la direction du chargement. Ces micro-fissures n'influencent pas le comportement de

l'interface.

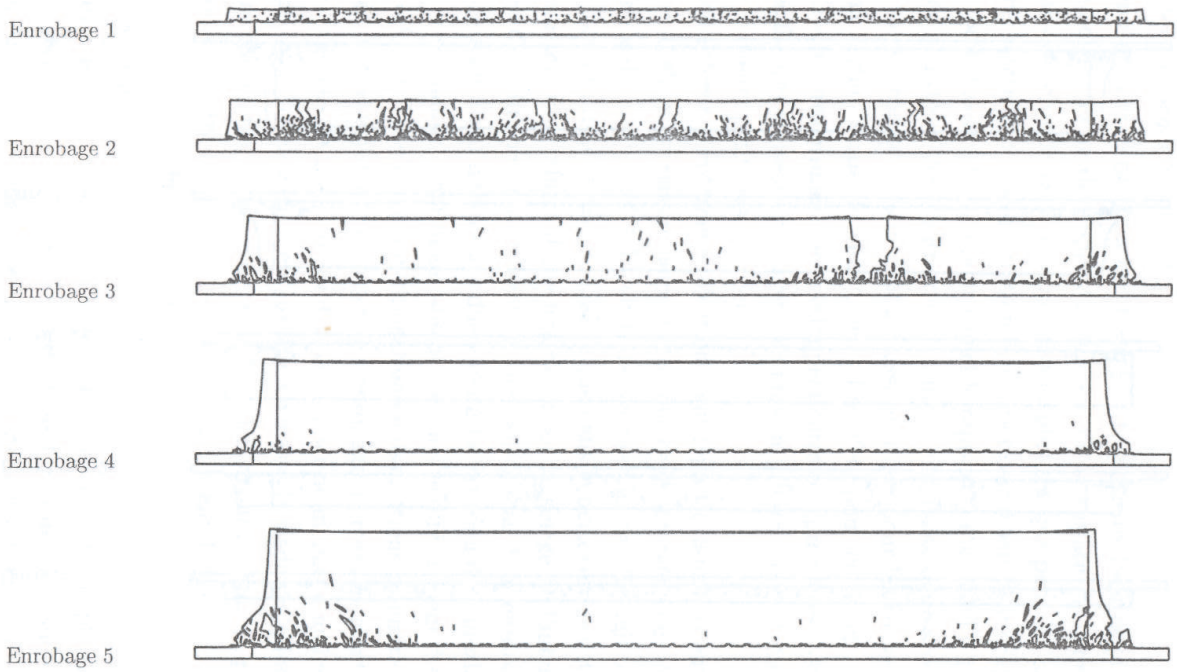



**Figure 1.13**

*Schéma de la fissuration à l'incrément ultime pour les enrobages différents [3]*

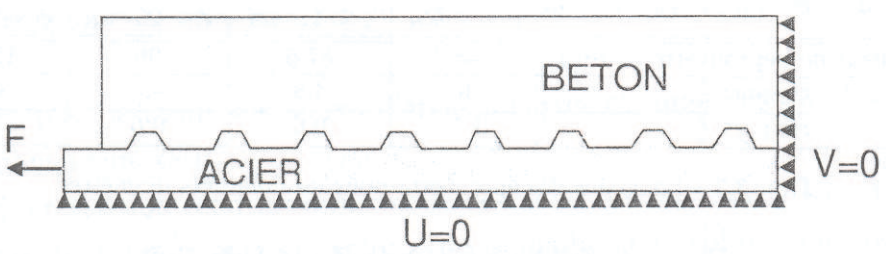



**Figure 1.14**

*Modèle numérique proposé par Ben Romdhane [3]*

- ***Localisation :*** Ensuite, avec l'augmentation du chargement, les micro-fissures se développent et se coalisent pour former des fissures internes plus grandes. En même temps, de nouvelles micro-fissures apparaissent dans une zone d'un diamètre d'acier au voisinage de l'interface.

- ***Macro-fissuration :*** Puis, on observe la formation d'un réseau de macro-fissures internes sous forme "d'arrêtes de poisson". Cependant, si l'enrobage est faible, ces macro-fissures se propagent à travers le béton jusqu'à la surface de l'éprouvette.

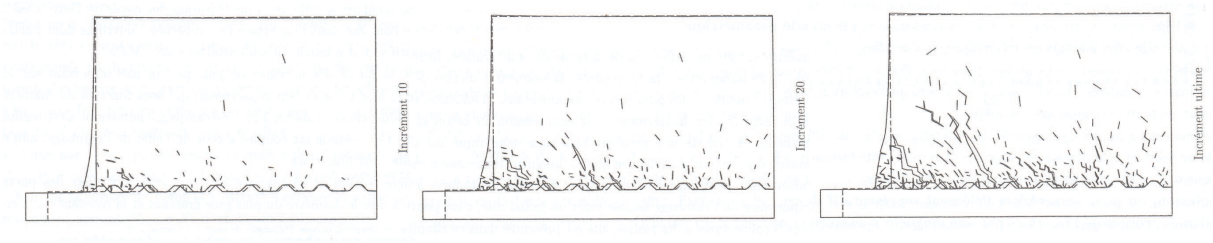



**Figure 1.15**

*Trois étapes de la fissuration interne [3]*

L'avantage de ce type d'essai numérique est qu'en variant les conditions géométriques (enrobage, diamètre de la barre) et mécaniques (résistance du béton, hétérogénéité) on peut évaluer l'influence de ces paramètres sur la configuration des fissures et la rigidité de l'interface. Les résultats principaux sont:

- Les mécanismes intrinsèques de l'interface sont indépendants de l'épaisseur du béton d'enrobage dès que cet épaisseur dépasse le double du diamètre de la barre. Cette conclusion rejoint les recommandations du BAEL. Dans le cas où la taille de l'enrobage est plus petite que le double du diamètre de la barre, plus la taille de l'enrobage diminue, plus la diffusion des fissures internes est large et plus la performance de l'interface baisse.
- L'augmentation du diamètre de la barre d'acier entraîne une réduction de la micro-fissuration mais les macro-fissures internes formées derrière les nervures sont plus nettes, plus franches. Plus le diamètre de la barre augmente, plus le processus de fissuration est retardé. A un enrobage fixe et à un chargement (incrément) fixe, la fissuration est plus importante dans les éprouvettes avec des barres à faible diamètre. Par conséquent des effets d'échelle, induits par la variation du diamètre de la barre, influencent le comportement intrinsèque de l'interface.
- La résistance en compression du béton influence la configuration des fissures internes : plus la résistance est faible, plus la micro-fissuration finale est importante. La localisation dépend bien de la résistance du béton. En effet, elle se fait généralement par le développement d'une seule macro-fissure pour $f_c = 25MPa$. Quand $f_c = 40MPa$, les éprouvettes ont plusieurs macro-fissures mais de taille moins importante. Elles ont des tailles encore moins importantes et elles sont plus proches de l'extrémité chargée si le béton a une résistance de $80MPa$. L'augmentation de la résistance du béton favorise donc

la réponse de l'interface. Cette amélioration est plus visible, plus nette si le diamètre des barres est plus grand.

- Ben Romdhane a fait varier l'hétérogénéité du béton en faisant varier le diamètre moyen de granulats. En particulier, l'effet de l'hétérogénéité du béton devient prépondérant si cette hétérogénéité dépasse le diamètre de la barre.

L'essai numérique réalisé par Ben Romdhane constitue un progrès dans la compréhension des mécanismes de la fissuration transversale au niveau de l'interface et des paramètres affectant cette fissuration. Son essai nous montre aussi la taille de la zone du béton où se trouvent les phénomènes de dégradation de l'interface. Toutefois elle ne permet pas d'observer d'autres phénomènes qui existent dans un essai de tirant et qui influencent aussi le comportement de l'interface comme : la fissuration longitudinale et la ruine du béton due à ces fissures. De plus, avec l'essai de tirant, la résistance de l'interface ne peut pas être exploitée jusqu'à l'état ultime. C'est pourquoi cette campagne numérique ne permet pas de définir quantitativement la loi de comportement de l'interface.

### 1.1.2.6 Conclusions sur les mécanismes de l'interface acier-béton

***a) Processus de l'activation de l'interface***

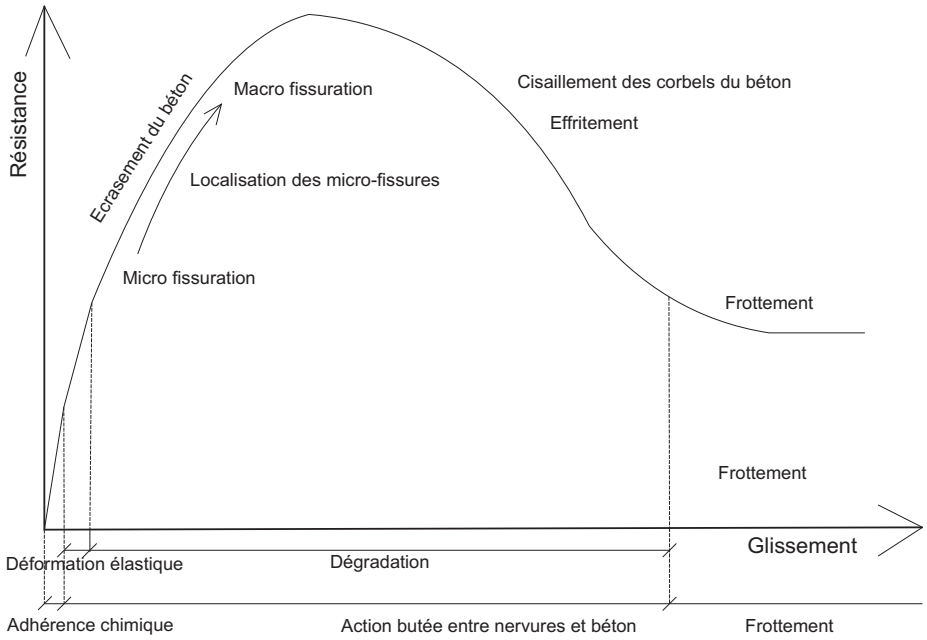



**Figure 1.16**

*Processus d'activation de l'interface*

Après avoir analysé les différentes études sur les phénomènes intrinsèques responsables de

l’endommagement de l'interface acier-béton, on peut tirer les conclusions suivantes qui sont illustrées sur la Figure 1.16:

Quand la structure en béton armé ou en béton précontraint subit un chargement, les contraintes en cisaillement ont tendance à dégrader l'adhérence béton-acier et faire glisser les armatures. Le premier mécanisme de transfert des efforts au niveau de l'interface est l'adhérence d'origine physico-chimique entre les deux matériaux. Le seuil de cette phase est petit.

Dès que la contrainte de cisaillement dépasse cette limite, le transfert des efforts à l'interface est due à l'action mécanique entre les nervures de l'armature et le béton. Tout d'abord, il y a une phase très courte de déformation élastique sans fissure du béton. Ensuite, la phase de fissuration interne apparaît avec le développement de la micro-fissuration à la macro-fissuration. Avec la formation des macro-fissures, il y a aussi l'écrasement du béton devant les nervures qui contribue à la dégradation de l'interface et à l'augmentation du glissement relatif. Sous certaines conditions (enrobage, confinement,...) il y aura peut-être des fissures internes longitudinales qui se développeront radialement, longitudinalement et entraîneront très tôt la rupture du béton autour de l'armature. Si ce n'est pas le cas, le comportement de l'interface peut atteindre le pic correspondant à la fin de la fissuration interne avec un réseau des macro-fissures internes autour de l'armature. Après cette phase, l'augmentation du chargement entraîne le cisaillement des crans du béton entre les nervures d'acier et l'effritement du béton de la zone d'interface. Avec ces deux phénomènes, la zone du béton autour de l'armature sera totalement dégradée. L’adhérence due à l'action mécanique entre les nervures d'acier et le béton s’annule.

Le mécanisme final de transfert des efforts avant la rupture de l'interface est le mécanisme de frottement entre les deux solides de béton et d’acier.

Dans le cas du chargement cyclique, la dégradation se produit principalement en trois étapes : le chargement monotone initial, le $1^{e}$ cycle du chargement cyclique et les cycles juste avant la rupture de l'interface.

Si le comportement de l'interface n'atteint pas encore le pic avec le chargement monotone initial, le béton dans la zone d'interface continue à être fortement endommagé pour les mêmes raisons que le chargement initial au $1^{e}$ cycle du chargement cyclique : la fissuration et l'écrasement du béton devant les nervures. Pour les cycles suivants, ces phénomènes baissent d’intensité. Le béton est de plus en plus endommagé jusqu'au moment où les crans du béton entre les nervures d'acier sont totalement sciés. Le comportement de l'interface passe à la phase de frottement qui entraîne la rupture cylindrique.

Si, en subissant le chargement monotone initial, le comportement de l’interface dépasse le pic et la dégradation est due au cisaillement cylindrique et à l’effritement, le béton est rapidement

scié et effrité sous l'action des cycles de chargement suivants. L'interface sera en ruine cylindrique.

***b) Ruptures dues à l'activation de l'interface***

Lors d'un chargement ultime, le béton de l'enrobage peut rompre selon différents types de rupture.

- Rupture par fissuration transversale : C'est le cas des enrobages peu épais (inférieurs au double du diamètre de la barre). Les macrofissures internes se développent jusqu'à la surface de l'enrobage. Par conséquent, le béton est divisé en plusieurs parties le long de l'armature.
- Rupture par fissuration longitudinale : Cette rupture a souvent lieu sous chargement monotone quand les conditions de confinement ne sont pas assurées. L'action radiale de l'armature sur le béton entraîne l'apparition des contraintes de traction circonférentielle. Si le béton n'est pas capable de résister à ce type de traction, des fissures internes longitudinales se forment. Ces fissures internes se développent radialement et longitudinalement pour créer des macro-fissures longitudinales. S'il n'y a pas de renforcement transversal, l'enrobage est fendu en plusieurs blocs, l'adhérence de l'interface est nulle, la structure est en ruine.
- Rupture par fissuration cylindrique : Avec de bonnes conditions d'enrobage et de confinement (confinement par des armatures de renforcement transversal, confinement par pression latérale), soit les fissures longitudinales n'existent pas, soit elles apparaissent mais sont contrôlées par les armatures transversales. Ainsi, la rupture longitudinale ne se produit pas. La résistance de l'interface est bien mobilisée jusqu'à la rupture par des fissures cylindriques de cisaillement.

## 1.2 Modèles de comportement de l'interface et paramètres d'influence

### 1.2.1 Modèles de comportement

Les phénomènes qui se produisent au niveau de l'interface sont compliqués et difficiles à modéliser au niveau local. De plus, le but de l'analyse des structures en génie civil est de déterminer le comportement macroscopique de la structure, d'obtenir l'état de contrainte-déformation dans l'acier et le béton (hors de la zone d'interface), de contrôler l'état de rupture de la structure. C'est pourquoi les phénomènes se produisant au niveau de l'interface sont pris en compte de façon implicite à travers des lois de comportement selon deux approches:

- Construire les lois 2D

  On remplace la zone compliquée de l'interface par une couche homogène équivalente ayant une épaisseur caractéristique. Le comportement de cette couche est décrit par les

relations entre:

- la contrainte tangentielle et la déformation tangentielle (ou le déplacement relatif tangentiel entre deux surfaces de la couche)
- la contrainte normale et la déformation radiale (ou le déplacement relatif radial entre deux surfaces de la couche).

- Construire les lois 1D

  Pour ce modèle, la zone de l'interface est éliminée. L'interface devient une ligne de discontinuité entre deux corps: l'acier (modélisé comme une barre 1D) et le béton massif. Pour que la structure se comporte comme dans le cas réel, il reste encore à caractériser cette interface imparfaite par la relation entre la contrainte tangentielle (ou l'effort tangentiel) et le déplacement relatif.

#### 1.2.1.1 Modèles de comportement 2D de l'interface

Les modèles de ce type sont essentiellement construits dans le cadre de la théorie thermodynamique (endommagement, plasticité, mécanique de rupture,...). Les relations analytiques développées contiennent des paramètres qui sont identifiés et validés par les essais. On cite ci-dessous les modèles les plus importants:

***a) Modèle "endommagement avec frottement des fissures" de Dominguez [4]***

En se référant aux mécanismes qui se produisent au niveau de l'interface, Dominguez a considéré l'interface comme une couche spéciale d'épaisseur très faible $h_{pen}$ autour de la barre ayant le comportement:

- Elasto-endommageable dans la direction normale
- Elasto-endommageable dans la direction tangentielle
- Pseudo-plastique dû au glissement entre les fissures dans la direction tangentielle

La détermination de $h_{pen}$ est décrite en détail dans *[4]*.

En découplant le comportement dans les 2 directions: normal et tangentiel, en séparant l'endommagement tangentiel et le glissement tangentiel entre les fissures, Dominguez a proposé dans le cadre thermodynamique le comportement de l'interface qui exprime la relation entre :

- La contrainte tangentielle et la déformation tangentielle
- La contrainte normale et la déformation normale

Le potentiel thermodynamique proposé se met sous la forme:

$$\rho.\Psi = \frac{1}{2}.[\ \langle \varepsilon_N \rangle^- * E * \langle \varepsilon_N \rangle^- + \langle \varepsilon_N \rangle^+ * E * (1-D_N) * \langle \varepsilon_N \rangle^+ + \varepsilon_T * G * (1-D_T) * \varepsilon_T + (\varepsilon_T - \varepsilon_T^f) * G * D_T * (\varepsilon_T - \varepsilon_T^f) + \gamma * \alpha^2\ ] + H(z) \quad \textbf{( 1.1)}$$

Dans cette expression, $\Psi$ correspond à l'énergie libre Helmholtz, $\rho$ est la densité.

Les variables observables sont les déformations normale $\varepsilon_N$ et tangentielle $\varepsilon_T$. Le symbole $\langle \varepsilon_N \rangle^-$ désigne la pénétration de l'interface et $\langle \varepsilon_N \rangle^+$ désigne l'ouverture de l'interface.

Les variables internes sont : la déformation induite par le glissement avec le frottement des fissures $\varepsilon_T^f$, les variables scalaires d'endommagement dans les directions normale et tangentielle $D_N$ et $D_T$, la variable d'écrouissage cinématique par le glissement entre les fissures $\alpha$, la variable d'écrouissage isotrope par endommagement $z$

Les lois d'état correspondant aux variables d'état ci-dessus et les forces thermodynamiques associées sont les suivantes:

La contrainte normale $\sigma_N$ :

$$\sigma_N = \rho.\frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon_N} = \begin{cases} E.\varepsilon_N & si \varepsilon_N \le 0 \\ (1-D_N).E.\varepsilon_N & si \varepsilon_N > 0 \end{cases} \quad \textbf{( 1.2)}$$

La contrainte tangentielle totale $\sigma_T$

$$\sigma_T = \rho.\frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon_T} = G.(1-D_T).\varepsilon_T + G.D_T.(\varepsilon_T - \varepsilon_T^f) \quad \textbf{( 1.3)}$$

La contrainte tangentielle par glissement $\sigma_T^f$

$$\sigma_T^f = -\rho.\frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon_T^f} = G.D_T.(\varepsilon_T - \varepsilon_T^f) \quad \textbf{( 1.4)}$$

Le taux d'énergie restituée par endommagement normal $Y_N$

$$-Y_N = -\rho.\frac{\partial \Psi}{\partial D_N} = \frac{1}{2}.\left[\langle \varepsilon_N \rangle^+.E.\langle \varepsilon_N \rangle^+\right] \quad \textbf{( 1.5)}$$

Le taux d'énergie restituée par endommagement/frottement tangentiel $Y_T$

$$-Y_T = -\rho.\frac{\partial \Psi}{\partial D_T} = \frac{1}{2}.[\varepsilon_T.G.\varepsilon_T] - \frac{1}{2}\left[(\varepsilon_T - \varepsilon_T^f).G.(\varepsilon_T - \varepsilon_T^f)\right] = -(Y_{DT} + Y_{fT}) \quad \textbf{( 1.6)}$$

Où, $Y_{DT}$ est le taux d'énergie restituée par endommagement tangentiel, $Y_{fT}$ est le taux d'énergie restituée par frottement des fissures.

La loi d'état de l'écrouissage cinématique amène à la définition de la contrainte de rappel:

$$X = \rho.\frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} = \gamma.\alpha \quad \textbf{( 1.7)}$$

Et finalement, la force associée à l'écrouissage de l'endommagement isotrope:

$$Z = \rho . \frac{\partial \Psi}{\partial z} \qquad \textbf{( 1.8)}$$

En supposant le découplage entre la direction tangentielle et celle normale et entre l'endommagement et le frottement, Dominguez a construit le potentiel dissipatif et les lois d'évolution des variables internes pour chaque comportement :

*i) Pour l'endommagement tangentiel*

Dans cette direction, l'évolution de l'endommagement est divisée en 3 étapes:

- Région d'adhérence parfaite. Le seuil d'adhérence parfaite: $\varepsilon_{T1}$
- Région de passage des petits glissements aux grands glissements, correspondant à une croissance stable des fissures transversales liées à la présence de nervures sur l'acier (écrouissage apparent positif de la loi d'évolution). La limite de cette phase: $\varepsilon_{T2}$
- Région de résistance maximale de la liaison et dégradation jusqu'à la résistance résiduelle ultime, où on ne fait plus intervenir que la coalescence de ces fissures transversales amenant à ne plus considérer que les mécanismes de frottement (écrouissage négatif vers une contrainte de frottement résiduelle)

  Le seuil d'endommagement et le potentiel dissipatif est suivant:

$$\Phi_{DT} = Y_{DT} - (Y_{DT}(\varepsilon_{T1}) + Z_T) \leq 0 \qquad \textbf{( 1.9)}$$

*ii) Pour l'endommagement normal*

Dans le cas de compression, on admet une petite pénétration de l'armature dans le corps du béton. Cela signifie que $\varepsilon_N \leq 0$. Dans le cas de traction, il y a le détachement entre le béton et la barre d'acier. Dominguez a considéré l'endommagement normal similaire à l'endommagement tangentiel sauf le fait qu'il n'y a pas d'écrouissage, le seuil d'endommagement et le potentiel dissipatif est suivant:

$$\Phi_{DN} = Y_{DN} - Y_{DN}(\varepsilon_{N1}) \leq 0 \qquad \textbf{( 1.10)}$$

*iii) Frottement entre les fissures par glissement*

Dominguez a supposé que c'est un comportement pseudo-plastique avec écrouissage cinématique non linéaire, ce qui permet de simuler les boucles d'hystérésis non linéaires produites lors du chargement et du déchargement en cas cyclique. Le critère de glissement prend la forme classique de la fonction de seuil de Drucker-Prager qui prend en compte l'effet du confinement radial sur le glissement:

$$\Phi_f = \left| \sigma_f - X \right| + c.I_1 \leq 0 \qquad \textbf{( 1.11)}$$

Les lois d'évolution des variables internes $D_T$, $D_N$, $Z_T$, $\varepsilon_T^f$, $\alpha$ sont aussi déterminées en se basant sur les paramètres du modèle à calibrer. En résumé, tous les paramètres du modèle

sont présentés dans le tableau suivant:

| Mécanisme | Dénomination | Paramètre |
|---|---|---|
| Cinématique du contact | Pénétration maximale | $h_{pen}$ |
| Elasticité | Module d'Young | $E$ |
| | Module de Poisson | $\upsilon$ |
| *Direction normale:* | | |
| Endommagement | Seuil d'adhérence parfaite | $\varepsilon_{N1}$ |
| | Fragilité en mode I | $A_{DN}$ |
| | Contrôleur de la pente en mode I | $B_{DN}$ |
| *Direction tangentielle:* | | |
| Endommagement | Seuil d'adhérence parfaite | $\varepsilon_{T1}$ |
| | Fragilité en région I | $A_{1DT}$ |
| | Contrôleur de la pente en région I | $B_{1DT}$ |
| | Seuil de grand glissement | $\varepsilon_{T2}$ |
| | Fragilité en région II | $A_{2DT}$ |
| | Contrôleur de la pente en région II | $B_{2DT}$ |
| Frottement des fissures | Paramètres du frottement des fissures | $\gamma$ |
| | Ecrouissage cinématique | $\alpha$ |
| | Effet du confinement radial | $c$ |

** Remarques:*

Le modèle développé par Dominguez est utilisable au cas où les fissures longitudinales de l'enrobage n'entraînent pas la chute totale de la résistance de l'interface. Elle est utile pour la modélisation en 2D ou en 3D des essais et des structures dont l'état de contrainte est multidirectionnel.

***b) Modèle "plasticité" de Cox et al. [6]***

Dans le concept de Cox et al., l'interface est considérée comme une couche à épaisseur infiniment petite afin que le comportement de la zone complexe réelle de l'interface à épaisseur $D_B$ (diamètre de barre) soit identique à celui du zone combinée ayant deux couches fictives: une couche du béton normal à même épaisseur $D_B$ et la couche de l'interface (voir la Figure 1.17). La couche spéciale de l'interface doit permettre de prendre en compte non seulement le glissement relatif entre le béton normal et l'armature mais aussi l'action butée des

nervures sur le corps du béton. Cox et al. ont proposé une relation entre les contraintes généralisées normale et tangentielle et les déformations généralisées correspondantes. Dans ce cas, l'épaisseur de la couche d'interface est infiniment petite, donc les déformations généralisées sont définies par les déplacements relatifs (normal et tangentiel) qui deviennent sans unité grâce à une valeur arbitraire ( $D_B$ ). Les contraintes et les déformations généralisées sont définies comme suit:

$$Q^T = (\tau, \sigma) \quad \text{et} \quad q^T = \frac{1}{D_b}(\delta_t, \delta_n) \qquad \textbf{( 1.12)}$$

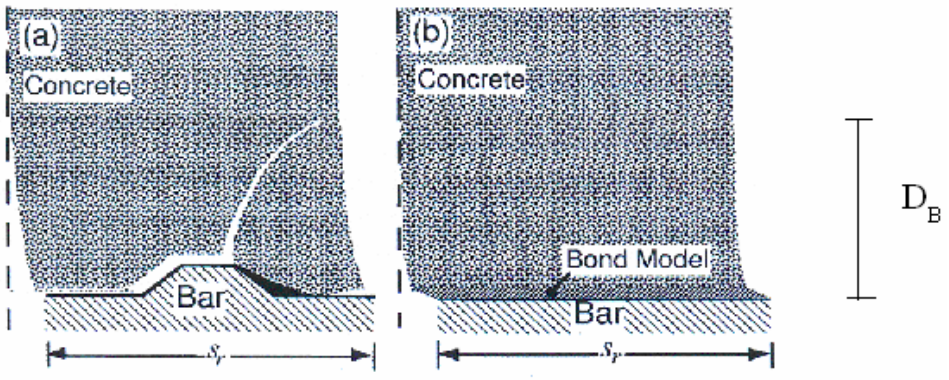



**Figure 1.17**

*Déplacement et déformation homogène de la zone d'interface [6]:*

*a) état réel ; b) modèle de Cox et al.*

Pour ce modèle, la traction dans la direction normale cause la perte totale de l'adhérence. En compression normale, l'action de butée des nervures sur le béton entraîne le déplacement relatif positif entre le béton et l'armature.

L'établissement des formulations de ce modèle est fait en se basant sur les travaux expérimentaux de Gambarova, Rosati, Zasso et de Malvar (voir la Figure 1.18) qui permettent de mesurer non seulement $\tau$ et $\delta_t$ mais aussi $\sigma$ et $\delta_n$.

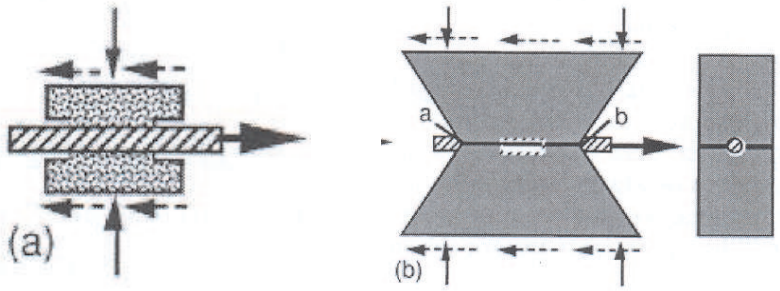



**Figure 1.18**

*Essais de Malvar (a) et de Gambarova et al. (b) [6]*

*i) Module élastique*

Les résultats expérimentaux de la contrainte et le déplacement relatif de l'interface dans la phase initiale permettent de déduire le module élastique :

$$D^e = E_c \cdot \begin{bmatrix} 0.1 & -0.0012.\mathrm{sgn}(\delta_t) \\ -0.0012.\mathrm{sgn}(\delta_t) & 0.04 \end{bmatrix} \quad \textbf{( 1.13)}$$

Ici,

$$\dot{Q} = D^e . \dot{q}^e \quad \textbf{( 1.14)}$$

*ii) Surface de charge*

Parce que le glissement plastique est beaucoup plus grand que la dilatation normale plastique, pour caractériser l'écrouissage, Cox et al. ont supposé que l'état interne de l'interface est caractérisé par l'évolution du glissement plastique à travers un coefficient $d$ :

$$d = \min\left(\frac{\delta_t^p}{s_r}; 1\right) \quad \textbf{( 1.15)}$$

Ici, $s_r$ est la distance entre les deux nervures successives. Quand le glissement plastique est égal à cette distance, le degré d'endommagement de l'interface est maximal. C'est à dire $d \leq 1$.

La construction de la surface de charge est comme suit (voir Figure 1.19 et Figure 1.20):

- Pour chaque $d$ donné, à partir des essais, on a des couples de contraintes (normale et tangentielle). Ces couples déterminent la surface de charge.
- Pour différentes valeurs de $d$, les surfaces de charge correspondantes permettent de déterminer la formulation de la loi d'écrouissage.

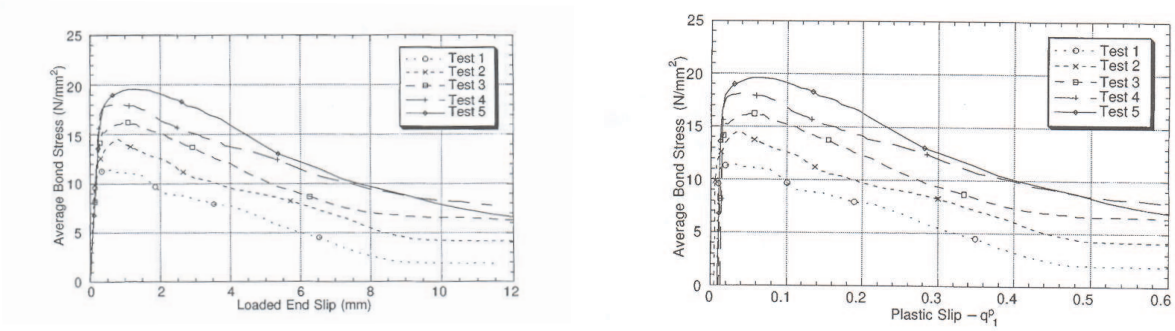



**Figure 1.19**

*Relation contrainte d'adhérence - glissement*

*a) glissement total ; b) glissement plastique [6]*

A partir des données ci-dessus, Cox et al. ont développé une formulation analytique de la surface de charge qui prend en compte : la contrainte tangentielle $\tau$, la contrainte normale $\sigma$ et l'écrouissage $d$ (voir la Figure 1.21). La formulation a aussi des paramètres à calibrer (voir dans *[6]*).

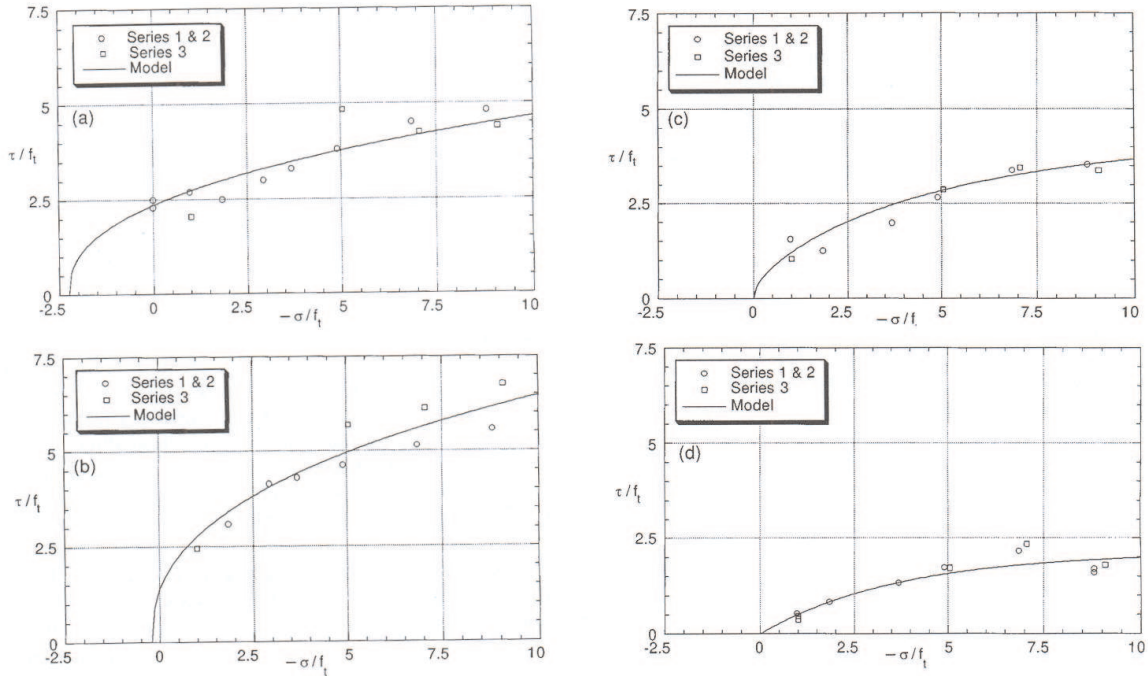



**Figure 1.20**

*Surface de charge retirée des résultats d'essai*

*a) plasticité initiale (d=0) ; b) au pic ; c) d=0.3 ; d) phase de frottement [6]*

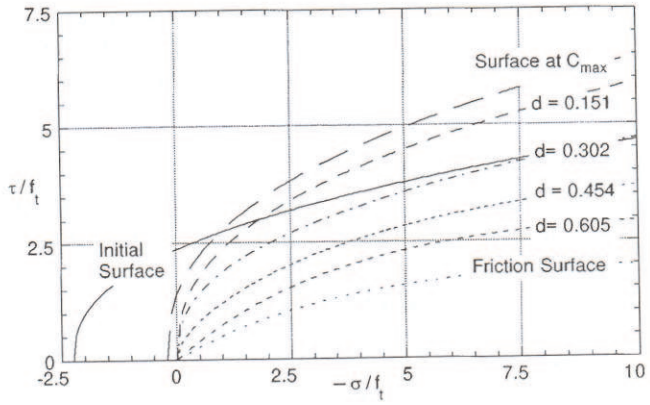



**Figure 1.21**

*Evolution analytique de la surface de charge [6]*

Les auteurs ont validé le modèle en comparant les résultats expérimentaux avec ceux obtenus par d'autres auteurs (voir la Figure 1.22).

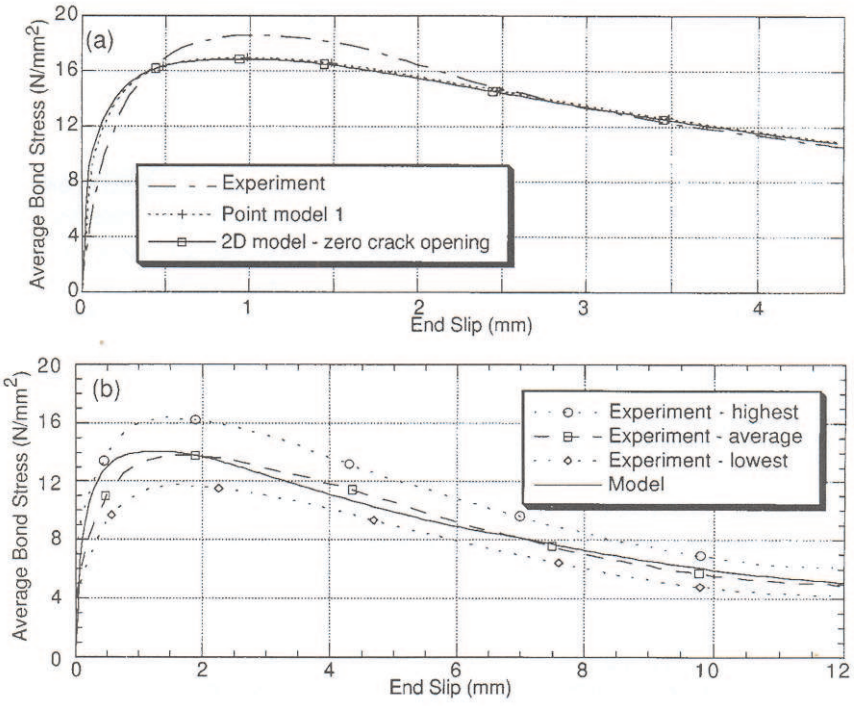



**Figure 1.22**

*Validation par comparaison avec des résultats des études*

*a) de Gambarova et al. b) de Eligehausen et al. [6]*

** Remarques:*

Ce modèle est utilisable dans l'analyse en 2D/3D des structures ou des éprouvettes d'essai. En particulier, il peut simuler l'action de butée des nervures d'acier sur le béton d'enrobage. Ainsi, dans une modélisation massive, il peut simuler la formation des fissures due au fendage de l'enrobage (fissures longitudinales). Toutefois, ces formulations qui sont compliquées pour le chargement monotone deviendront beaucoup plus compliquées pour le chargement cyclique.

#### 1.2.1.2 Modèle de comportement 1D de l'interface

En réalité, le comportement de l'interface dans la direction tangentielle est toujours plus prépondérant que celui dans la direction normale. De plus, la structure travaille principalement dans la direction longitudinale des armatures. C'est pourquoi, des modèles 1D de comportement de l'interface ont été proposés pour simplifier le problème et pour faciliter le calcul des structures. Dans la littérature, il existe différents modèles 1D: modèle de Rehm, modèle de Tassios,... Parmi eux, le modèle de Eligehausen et al. [7] est le plus performant parce qu'il s'adapte aux différentes conditions (chargement, confinement, caractéristiques de structure et de matériau). Ce modèle a été beaucoup utilisé par d'autres auteurs dans l'analyse des structures.

***a) Modèle de Eligehausen, Popov et Bertero [7]***

La relation adhérence-glissement de l'armature dans le béton confiné sous l'action des chargements monotone et cyclique a été largement étudiée grâce à des séries d'essai. Les résultats d'essai ont été ensuite utilisés pour déduire un modèle analytique du comportement de l'interface.

*i) Programme d'essais*

Les éprouvettes (voir la Figure 1.23) représentent la région confinée du joint poutre-colonne. La barre HA est ancrée dans le béton avec une petite longueur d'ancrage $5.d_b$. Pour prendre en compte l'existence possible des fissures longitudinales dans l'enrobage qui influencent sur le comportement de l'interface, une plaque fine en plastique est mise au plan horizontal traversant l'axe de la barre pour pré-créer ces fissures.

Dans les séries d'essais principales, les barres de 25,4 mm de diamètre sont ancrées dans le béton ( $f_c^{'} = 30N/mm^2$), l'espace entre les armatures passives ($\phi = 12mm$) est de $4.d_b$, l'influence de différentes histoires de chargement sur le comportement d'interface est examinée. Pour d'autres séries, l'influence des paramètres suivants est étudiée: pression transversale, confinement par renforcement passif, diamètre de la barre, résistance du béton, espace entre les armatures passives, taux d'augmentation du glissement.

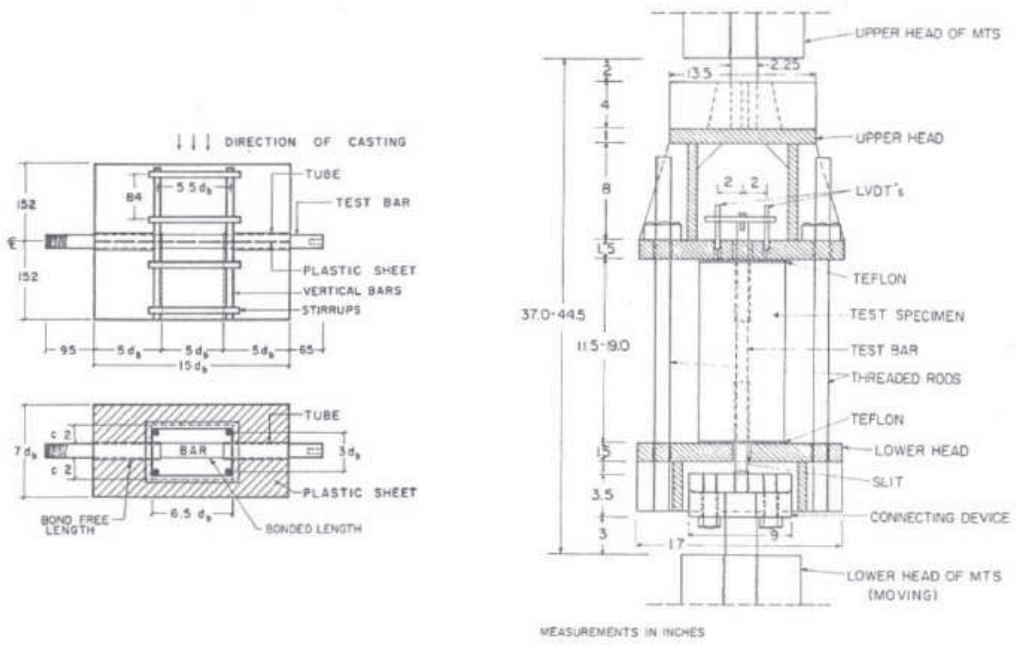



**Figure 1.23**

*Description de l'essai de Eligehausen et al. [7]*

*ii) Construction du modèle*

A partir des courbes expérimentales de la contrainte d'adhérence par rapport au glissement, Eligehausen et al. ont établi les formulations analytiques pour le comportement de l'interface. Dans le cas du chargement monotone, la courbe de comportement se compose de 4 parties (voir Figure 1.24):

$$\begin{aligned}
&\tau = \tau_1 . \left( \frac{s}{s_1} \right)^{\alpha} \quad \text{avec } s \le s_1 \\
&\tau = \tau_1 \quad \text{avec } s_1 \le s \le s_2 \\
&\tau = \tau_1 + \frac{\tau_3 - \tau_1}{s_3 - s_2} . (\tau - \tau_1) \quad \text{avec } s_2 \le s \le s_3 \\
&\tau = \tau_3 \quad \text{avec } s_3 \le s
\end{aligned} \qquad \textbf{( 1.16)}$$

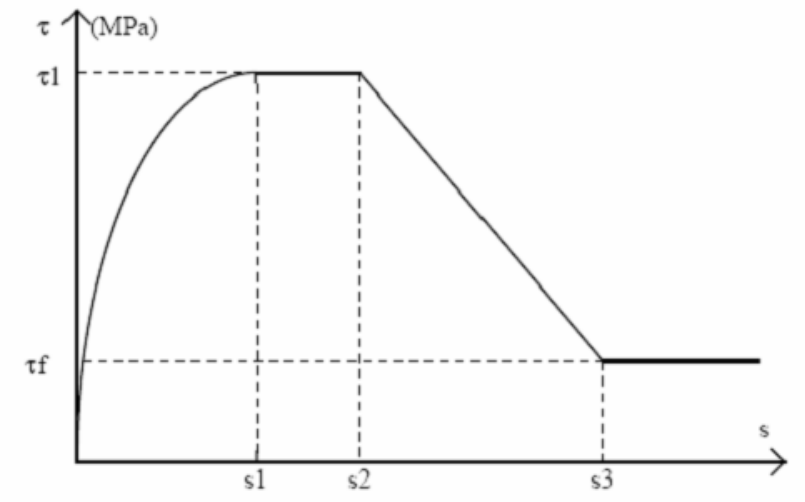



**Figure 1.24**

*Comportement de l'interface avec chargement monotone [7]*

Quand le chargement est cyclique, le comportement de l'interface évolue comme suit (voir Figure 1.25): Pour le chargement initial, la relation contrainte-glissement suit l'envelope monotone (trajets $OABCD$ ou $OA_1B_1C_1D_1$). Si on applique un chargement inverse, une branche de décharge rigide et une branche de frottement à $\tau = \tau_f$ se suivent successivement jusqu'à l'intersection avec la courbe $OA_1^{'}$ (trajet $EFGHI$). Ensuite, cette intersection est suivie par l'enveloppe réduite (courbe $OA_1^{'}B_1^{'}C_1^{'}D_1^{'}$) qui a une forme similaire à celle de l'enveloppe monotone initiale (trajet $IA_1^{'}J$). Quand on inverse de nouveau la direction du chargement au point $J$, la branche de déchargement, celle de frottement et celle de rechargement (à la même rigidité que la branche de déchargement) se suivent successivement jusqu'à l'intersection avec l'enveloppe réduite $OA^{'}B^{'}C^{'}D^{'}$ (trajet $JLNE^{'}$). Ce trajet est ensuite suivi par le trajet $E^{'}B^{'}C^{'}$.

Par ailleurs, au lieu d'augmenter le glissement imposé, si on applique des cycles répétés entre les deux valeurs de glissement correspondant aux points $N$ et $K$, la relation contrainte-glissement se répète par les branches "déchargement" et "frottement" et la résistance de frottement diminue avec l'augmentation du nombre de cycles. Concernant le taux de réduction de la résistance au pic après chaque cycle de chargement, Eligehausen et al. ont proposé de le calculer en fonction de l'énergie dissipée de l'interface (voir dans [7]).

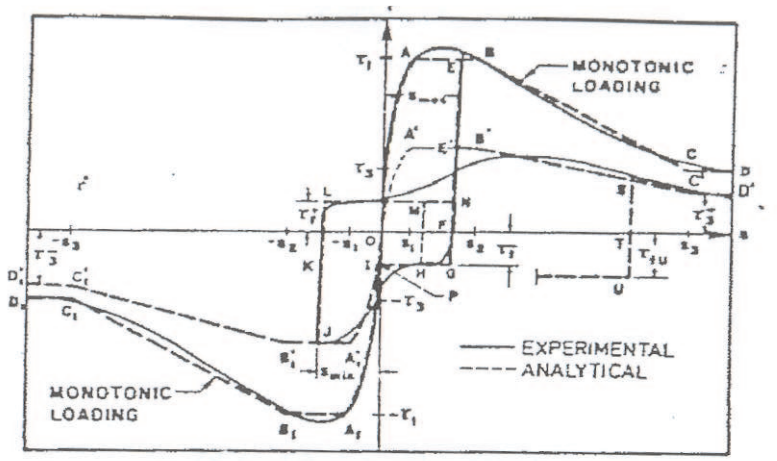



**Figure 1.25**

*Modèle d'interface pour chargement cyclique [7]*

*iii) Facteurs d'influence*

Pour avoir un bon modèle d'interface qui peut être utilisé dans différentes conditions de travail de la structure, Eligehausen et al. ont réalisé plusieurs tests en faisant varier :

- La résistance du béton
- Le diamètre de la barre d'acier
- La position de l'armature de renforcement par rapport à l'armature principale
- La pression latérale

A partir des résultats des tests ci-dessus, les auteurs ont pu déterminer la variation des paramètres du modèle d'interface en fonction des facteurs ci-dessus (voir dans [7]).

** Remarques*

Tout d'abord, l'idée de faire un test pull-out avec une barre ancrée dans un bloc du béton qui contient des armatures de renforcement, qui subit des pressions latérales et des fissures longitudinales pré-créées est très représentative de la réalité. Elle permet de simuler le comportement de l'interface de façon la plus proche de la réalité. En suite, le modèle analytique proposé est simple, effectif et facile à appliquer. Il permet de prendre en compte les mécanismes intrinsèques (fissuration, écrasement, frottement,..). De plus, ce modèle peut tenir compte de la variation de différents facteurs structuraux et matériels. Donc, il est applicable à plusieurs situations en réalité. Finalement, la performance de ce modèle a été confirmée dans la littérature. En fait, l'exactitude des résultats expérimentaux a été validée par l'étude de Cox et al [6]. Et puis, plusieurs auteurs ([8], [9], [10], [11], [12]…) ont utilisé ce modèle pour faire le calcul des structures. Ce modèle est aussi recommandé par CEB-FIP (selon [4]).

### 1.2.2 Paramètres influençant sur l'interface

Le comportement de l'interface au niveau local est influencé par différents facteurs et paramètres qui agissent à plusieurs échelles et à différentes étapes de dégradation de l'interface. Lors d'une première sollicitation, si le chargement ne dépasse pas le seuil d'adhérence parfaite, le comportement de la liaison est principalement contrôlé par des paramètres de type chimique et des interactions au niveau de la microstructure qui ne sont pas vraiment connus ni déterminés actuellement. Pendant la première phase d'endommagement de l'interface (après la perte d'adhérence parfaite), les propriétés géométriques et matérielles des deux matériaux en contact ainsi que les conditions de confinement sont les paramètres qui vont gérer la détérioration de l'interface. Après avoir atteint la résistance maximale de l'interface, la dégradation va dépendre plus des caractéristiques structurelles que des propriétés mécaniques des matériaux. Selon les différentes études dans la littérature, il y a plusieurs facteurs qui influencent l'interface. Cela complique l'étude de l'interface. On s'intéresse seulement aux facteurs principaux. Les autres facteurs moins importants comme l'effet d'échelle, la corrosion, la direction de coulage du béton,… ne sont pas abordés. La synthèse suivante se base sur les conclusions de Dominguez [4] et les études importantes dans la littérature :

- Etude de Eligehausen et al. [7]
- Etude de La Borderie et al. (cité à la page 14 de [4])
- Etude de Gambarova et al. [13]
- Etude de Romdhane [3]
- Bulletin 10 de fib [14]

***a) Caractéristiques de la barre d'acier***

Les caractéristiques géométriques de la barre d'acier sont primordiales pour l'évaluation de la résistance de la liaison. Le premier paramètre concerne la nature de la surface de la barre: les barres lisses assurent une moindre résistance de liaison que les barres nervurées. Pour ces dernières, à un diamètre fixe, plus la taille des nervures augmente, plus la résistance de l'interface croît. Au contraire, l'augmentation de l'espacement des nervures successives entraîne la diminution de la résistance du comportement de l'interface. L'influence des caractéristiques géométriques est représentée par un indice $\alpha_{SR}$ « surface relative des nervures » qui est calculée par :

$$\alpha_{SR} = \frac{F_R}{\pi.\phi.c_1} \qquad \textbf{( 1.17)}$$

Ici, $F_R$ est la surface de la projection de la nervure sur la section transversale, $\phi$ est le diamètre de la barre et $c_1$ est la distance entre deux nervures successives (voir la Figure 1.26).

Généralement, plus la valeur de $\alpha_{SR}$ est grande, plus la résistance de l'interface est élevée. Une bonne valeur de $\alpha_{SR}$ est dans la gamme de 0,05 à 0,10. En 1969, une étude de Rehm (citée à la page 7 dans [14]) a conclut que la relation entre la résistance de l'interface et $\alpha_{SR}$ est linéaire. D'autres études (citées à la page 7 dans [14]) ont affirmé que cette relation dépend encore du degré de confinement.

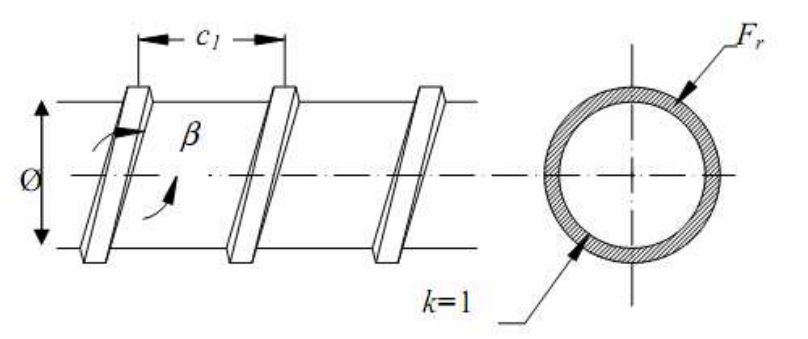



**Figure 1.26**

*Caractéristiques géométriques [14]*

D'autre part, en ce qui concerne le diamètre de la barre, il n'y a pas un véritable accord sur son influence entre les expérimentateurs parce que ses impacts sont directement liés à l'épaisseur d'enrobage du béton, ainsi qu'aux effets d'échelle. En général, l'influence du diamètre de barre n'est pas significative. Eligehausen et al. [7] confirment cela en disant qu'une variation du diamètre de la barre entre 19 mm et 32 mm a une faible influence sur le comportement de la liaison.

Finalement, on peut aussi éliminer l'influence de la contrainte dans l'armature HA. Plusieurs auteurs ont affirmé que le processus d'activation de l'interface se passe avant la phase de plasticité de l'acier. C'est pourquoi la déformation de l'acier est élastique, très petite et n'a pas d'impact sur l'interface.

***b) Espace entre les barres actives d'acier***

La résistance de l'interface s'améliore en augmentant la distance entre les barres (dans la limite de 1 à 4 diamètres de la barre) [4]. Cette influence est plus importante lors du développement des fissures longitudinales (voir Figure 1.27). Autrement, dans le cas où un bon confinement est fourni et la propagation des fissures longitudinales est évitée, l'influence de l'espacement entre les barres sur le comportement de l'interface devient insignifiante si cet espacement dépasse la zone d'activation de l'interface (> 2 diamètres de la barre).

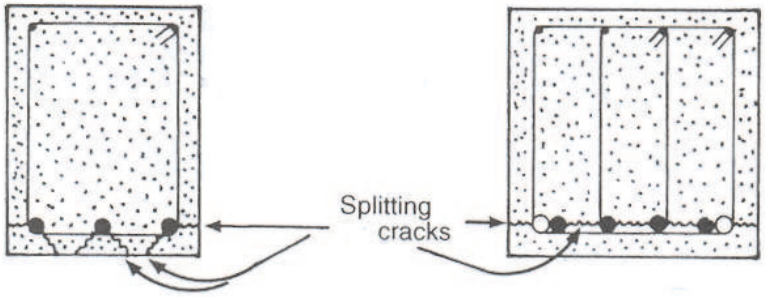



**Figure 1.27**

*Configuration des fissures longitudinales [14]*

***c) Caractéristiques du béton***

Parmi les caractéristiques du béton qui peuvent avoir une influence appréciable sur le comportement de l'interface, on peut mentionner:

- La résistance à la compression, qui détermine la rigidité de liaison, et par conséquent sa résistance. Selon Eligehausen et al. [7], la résistance de la liaison est proportionnelle à la racine carré de la résistance de compression du béton, tandis que le glissement est inversement proportionnelle à cette racine carrée.
- La résistance de traction, qui détermine le seuil d'adhérence parfaite de la liaison. Elle participe aussi à la formation des fissures longitudinales.
- L'épaisseur d'enrobage, qui détermine la potentialité d'avoir une rupture par fissuration longitudinale ou d'avoir une perte de la liaison par écaillage du béton. Dans le cas d'un bon confinement, l'enrobage (de plus de 2 diamètres de la barre) n'influence pas sur le comportement de l'interface. Pour des enrobages plus petits, la résistance de l'interface diminue avec la diminution d'enrobage.
- L'hétérogénéité du béton qui affecte directement la résistance de la liaison au niveau local, et par conséquent modifie la distribution de celle-ci sur la longueur de la barre d'acier.

***d) Confinement passif***

Le renforcement passif est constitué par des barres non sollicitées (barres transversales par exemple). Le comportement de la liaison dans une structure en béton sans renforcement varie énormément en comparaison à celui d'une structure avec renforcement additionnel. Typiquement, pour une structure ordinaire avec un enrobage de 2,5 à 3 diamètres de l'acier, le manque du renforcement cause plus facilement des fissures longitudinales et produit la chute presque immédiate de la résistance de la liaison après le seuil d'adhérence parfaite (résistance non supérieure à 6 MPa environ). Selon une série d'opérations mathématiques fournies dans le rapport de Eligehausen et al. [7] qui prend le Code ACI 318-77 comme référence, on peut

considérer que l'existence de renforcement passif augmente la résistance de la liaison de 20 % par rapport à une structure en béton partiellement confiné et l'augmentation est de 100% en comparaison avec le cas non confiné.

Eligehausen et al. affirment aussi que la résistance d'interface augmente légèrement quand les barres de renforcement sont loin de la barre sollicitée.

Il faut ajouter que le confinement par renforcement passif est très important dans la première phase de dégradation de la liaison puisqu'il évite la croissance des fissures longitudinales. Par contre, il n'a aucune influence dans la création de la rupture cylindrique, prépondérante dans la deuxième phase de dégradation.

***e) Pression latérale***

La deuxième source de confinement est la pression latérale ou transversale, qui agit sur la face extérieure de l'enrobage du béton. C'est le cas de la zone aux appuis d'une poutre ou de la zone au joint poutre-colonne. Elle influence également sur la propagation des fissures longitudinales dans le corps du béton. Les études importantes sur cette question sont celles de Borderie et Pijaudier Cabot (voir la Figure 1.28), de Malvar, de Gambarova et al. (voir la Figure 1.18)

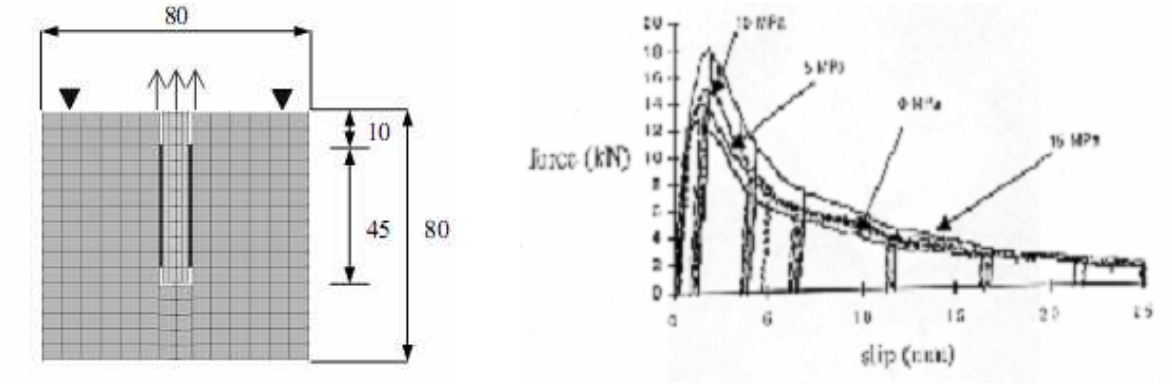



**Figure 1.28**

*Essai de Borderie et al. : description et courbes force-glissement (cité dans [4])*

Tous ces auteurs ont confirmé que la pression latérale augmente la résistance de la liaison pendant la première phase de dégradation de l'interface (fissuration + écrasement). Dans la phase post-pic du comportement de l'interface, Borderie et Pijaudier Cabot concluent que la pression n'a aucun effet sur la résistance de la liaison du au frottement après le pic. Cependant, l'étude de Malvar affirme une influence claire de la pression latérale sur la courbe post-pic du comportement de l'interface.

Toutes les remarques ci-dessus sont faciles à expliquer : En fait, pendant la 1$^{e}$ phase de

dégradation de l'interface, l'action des nervures d'acier sur le béton se développe et dilate l'enrobage. Elle cause l'endommagement de l'interface. Toutefois, cela est empêché par la présence de la pression latérale. C'est pourquoi la résistance de l'interface augmente avec la pression latérale. En revanche, dans la phase de frottement, l'action des nervures d'acier sur le béton disparaît. L'impact de la pression latérale existe si elle contribue à l'augmentation de contrainte normale compressive au niveau de l'interface qui entraîne la croissance de la résistance de frottement. C'est le cas de l'essai de Malvar où l'enrobage est petit et longitudinalement fissuré et donc la pression latérale est transférée à la face de l'armature. Par contre, l'essai de Borderie et Pijaudier Cabot a un grand enrobage sans fissure longitudinale. Donc, la pression latérale n'influence que l'état de contrainte du béton dans l'enrobage, elle n'augmente pas la résistance de frottement.

## 1.3 Implémentation numérique du comportement de l'interface

### 1.3.1 Utilisation de l'élément « bond-zone »

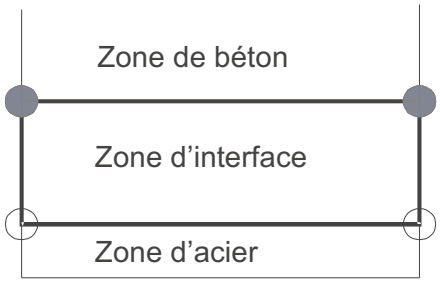



**Figure 1.29**

*Elément « bond-zone »*

Avec l'élément « bond-zone » (voir la Figure 1.29), l'interface est modélisée comme une couche de matériau à épaisseur finie $h$. Pour modéliser un comportement réel de l'interface qui exprime la relation entre la contrainte normale (tangentielle) $\sigma_n(\tau_t)$ et le déplacement normal (tangentiel) $u_n(u_t)$, le comportement du matériau fictif s'exprime par la relation entre $\sigma_n(\tau_t)$ & $\varepsilon_n(\varepsilon_t)$ avec $\varepsilon_n(\varepsilon_t)$ est calculé par l'équation ( 1.18) :

$$\varepsilon_{t(n)}^{\text{int}\,erface} = \frac{u_{t(n)}^{relatif}}{h} \qquad \textbf{( 1.18)}$$

Dans la définition du matériau de l'élément « bond-zone », le comportement axial en direction normale et celui de cisaillement en direction tangentielle sont considérés alors que dans les autres directions le comportement du matériau est considéré comme infiniment rigide.

En pratique, on prend une épaisseur très petite pour la couche d'interface pour ne pas

influencer sur la cinématique réelle de la structure. En particulier, pour simplifier le maillage d'éléments finis, l'épaisseur de la couche d'interface peut être prise à zéro, elle est prise en compte implicitement seulement dans la formulation de cet élément bond-zone spécial. Le logiciel Castem permet ce traitement avec son élément bond-zone à épaisseur nulle.

Ce type de modélisation de l'interface peut être utilisé dans les analyses 2D (plan, axisymétrique) ou 3D (massif) de la structure (voir la Figure 1.30).

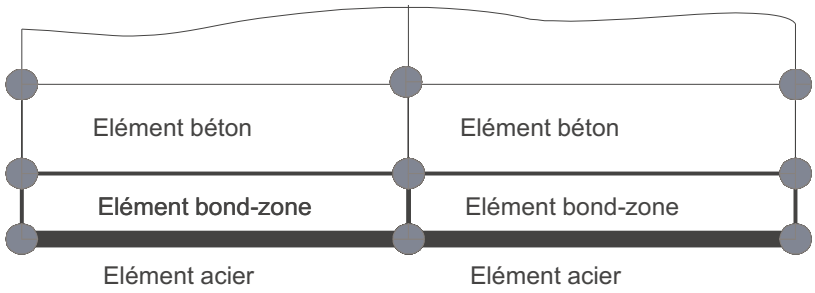



**Figure 1.30**

*Elément « bond-zone » dans le maillage de structure*

### 1.3.2 Utilisation de l'élément bond-link

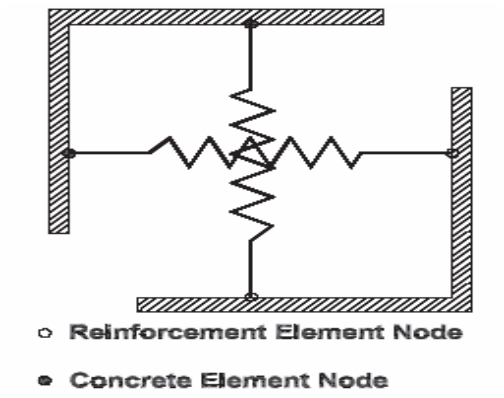



**Figure 1.31**

*Elément « bond-link »*

Avec l'élément bond-link (élément joint) (voir la Figure 1.31), le comportement continu de l'interface est discrétisé en plusieurs points le long de l'armature. Les modèles de comportement de l'interface 2D ou 1D sont transformés aux relations entre les forces aux

noeuds et les déplacements relatifs entre les deux noeuds. Dans le cas 1D, la rigidité en direction normale de l'élément bond-link est prise avec une très grande valeur. Dans les codes d'élément fini, ce type d'élément est concrétisé par les éléments du ressort.

Ce type de modélisation de l'interface est utilisable dans de différentes analyses: 1D (poutre, barre, colonne), 2D (plan, axisymétrique) ou 3D (massif) (voir la Figure 1.32).

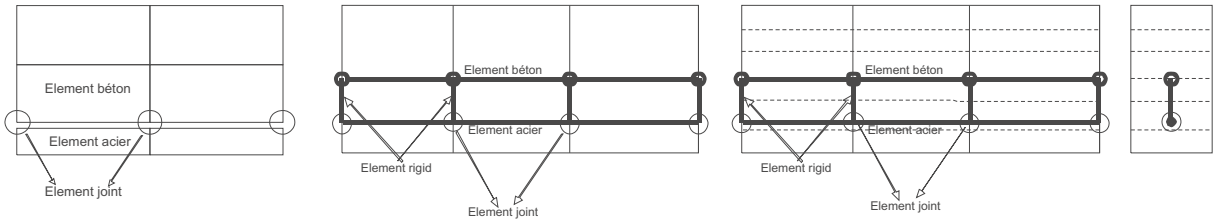



**Figure 1.32**

*Elément bond-link dans les analyses : a) échelle locale avec EF 2D, b) globale avec EF de poutre 1D, c) semi-globale avec EF de poutre multi-fibres*

### 1.3.3 Construction de nouveaux éléments finis intégrant le comportement de l'interface

Ce sont les éléments finis qui intègrent dans leurs formulations le comportement de l'acier, celui de l'interface et avec ou sans celui du béton. Les degrés de liberté de déplacement de ces nouveaux éléments finis représentent les cinématiques des différents composants.

#### 1.3.3.1 Elément de barre avec le glissement relatif

On peut combiner le comportement de l'acier et celui de l'interface pour former un nouvel élément fini appelé « élément de barre avec glissement relatif » (voir la Figure 1.33). Les degrés de liberté utilisés dans cette formulation sont les suivants :

i) Le champ de déplacement:

- Déplacements des points $U_x^a(s), U_y^a(s), U_z^a(s)$ en chaque point d'abscisse de la barre
- Déplacement tangentiel relatif entre la barre et le béton $U^r(s)$

ii) Le champ de déformation généralisée:

- Déformation axiale de la barre $\varepsilon^a(s) = \dfrac{dU^a(s)}{ds}$
- Déformation de l'interface $\varepsilon^r(s) = U^r(s)$

iii) Le champ de contrainte généralisée:

- Effort axial dans la barre $f^a(s)$
- Effort tangentiel au niveau de l'interface $f^r(s)$

iv) Les lois de comportement:

- Loi de comportement d'une barre exprimée par la relation $f^a(s) - \varepsilon^a(s)$
- Loi de comportement 1D de l'interface exprimée par la relation $f^r(s) - \varepsilon^r(s)$

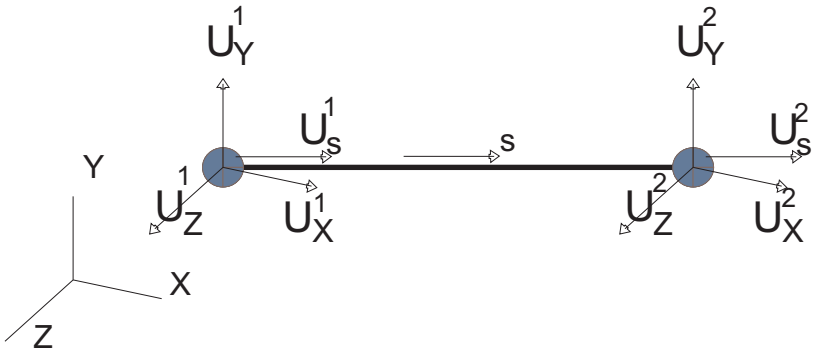



**Figure 1.33**

*Schéma d'élément fini de barre avec le glissement relatif*

Ce type d'élément fini spécial contient deux noeuds, chaque noeud a 4 degrés de liberté. On peut le combiner avec différents éléments finis du béton (élément de barre, élément de poutre, élément de plaque, élément 2D axisymétrique, et élément massif). Il peut être utilisé dans tous les types d'analyse de structure: 1D, 2D, 3D.

#### 1.3.3.2 Elément de poutre avec glissement relatif des armatures de Limkatanyu et al. [15]

Limkatanyu et al. ont créé un élément de poutre spécial en combinant le comportement de l'acier, du béton et celui de l'interface [15] (voir la Figure 1.34).

Les degrés de liberté sont les suivants :

i) Le champ de déplacement:

- Déplacements longitudinal et transversal des points de l'axe de la poutre $u_B(x), v_B(x)$
- Rotation transversale de la section $\theta_B(x)$
- Déplacement longitudinal de $n$ armatures : $\bar{u}_i(x)$ avec $i : 1-n$

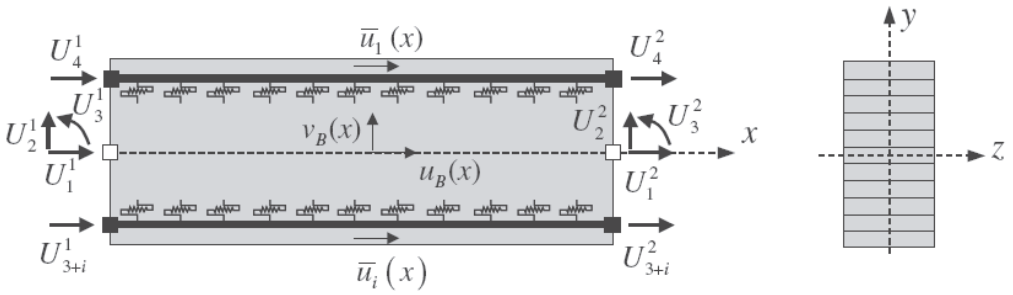



**Figure 1.34**

*Description de l'élément de poutre avec glissement relatif [15]*

ii) Le champ de déformation généralisée:

- Déformation axiale de l'axe de la poutre $d_1(x) = \dfrac{du_B(x)}{dx}$
- Gauchissement par cisaillement $d_2(x) = \dfrac{dv_B(x)}{dx} + \theta_B(x)$
- Courbure de flexion $d_3(x) = \dfrac{d\theta_B(x)}{dx}$
- Déformation axiale des armatures $d_i^a(x) = \dfrac{d\overline{u}_i(x)}{dx}$
- Déplacement relatif des barres d'acier par rapport au béton $d_i^r(x) = u_B(x) - y_i.\theta_B(x)$

iii) Le champ de contrainte généralisée:

- Efforts axial, transversal et moment fléchissant de la section en béton $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$
- Effort axial dans les armatures: $f_i^a(x)$, avec $i:1-n$
- Effort tangentiel au niveau de l'interface $f_i^r(x)$, avec $i:1-n$

iv) Les lois de comportement:

- Loi de comportement de la poutre en béton exprimant la relation $f_i(x) - d_i(x)$, avec $i:1-3$
- Loi de comportement d'une armature exprimant la relation $f_i^a(x) - d_i^a(x)$, avec $i:1-n$
- Loi de comportement 1*D* de l'interface exprimant la relation $f_i^r(x) - d_i^r(x)$, avec $i:1-n$

Ce type d'élément fini 1D contient deux noeuds, chaque noeud a (3+n) degrés de liberté. Cet élément est utile dans l'analyse 1D des structures typiques en génie civil comme des charpentes, des poutres, des colonnes...

### 1.3.3.3 Elément 2D (3D) BLA (Béton+Liaison+Acier) de Dominguez [4]

Pour intégrer un modèle 2D de l'interface dans les calculs 2D ou 3D des structures, Dominguez a développé un élément 2D (3D) particulier dont le comportement se compose de celui de l'interface, de l'élément de la barre d'acier et de l'élément de béton [4]. On présente ci-après les caractéristiques de cet élément en 2D (voir la Figure 1.35).

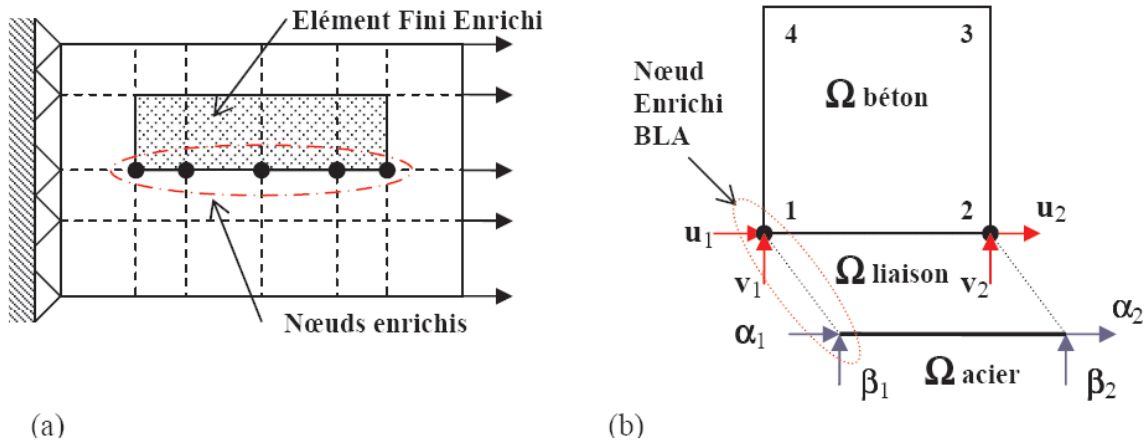



**Figure 1.35**

*Elément BLA: (a) dans le schéma du maillage de la structure, (b) description de l'élément BLA [4]*

Comme déjà dit ci-dessus, dans le modèle de Dominguez, l'interface est une couche à épaisseur $h_{pen}$. Toutefois, cette épaisseur n'est pas prise en compte dans le maillage de la structure, elle est prise en compte seulement dans les formules du comportement de l'interface. Donc, le nouvel élément se compose de : l'élément 2D du béton, l'élément 2D virtuel de l'interface et l'élément 1D de la barre. Il a douze degrés de liberté: huit degrés classiques pour décrire les déplacements du béton, quatre degrés de liberté additionnels aux noeuds de l'élément 2D en contact avec l'acier pour tenir compte des déplacements de l'interface et de la barre. Ce concept assure:

- La continuité de déplacement du béton en supposant que le comportement de l'interface est axisymétrique par rapport à l'axe de la barre, que la taille géométrique transversale de la barre et de l'interface est négligée par rapport aux dimensions du corps de béton.
- La représentation implicite du comportement de l'interface et de la barre d'acier à travers les degrés de liberté additionnels.
- La réduction de la complexité du maillage.

Les degrés de liberté de cet élément sont :

i) Le champ de déplacement:

- Déplacements des points du béton dans les deux directions $u(x,y), v(x,y)$
- Déplacements des points de la barre dans les deux directions $\alpha(x,y_A), \beta(x,y_A)$
- Déplacements relatifs de l'interface $r_t(x,y_A) = \alpha(x,y_A) - u(x,y_A)$; $r_n(x,y_A) = \beta(x,y_A) - v(x,y_A)$

ii) Le champ de déformation généralisée:

- Champ de déformation du béton $\underline{\underline{\varepsilon}}^B(x,y)$
- Déformation axiale de l'acier $\varepsilon^A(x)$
- Champ de déformation de l'interface: $\varepsilon_t^R(x,y_A) = \frac{r_t(x,y_A)}{h_{pen}}$, $\varepsilon_n^R(x,y_A) = \frac{r_n(x,y_A)}{h_{pen}}$

iii) Le champ de contrainte généralisée:

- Champ de contrainte du béton $\underline{\underline{\sigma}}^B(x,y)$
- Effort axial de l'acier $F^A(x,y_A)$
- Champ de contrainte de l'interface $\sigma_t^R(x,y_A)$, $\sigma_n^R(x,y_A)$

iv) Les lois de comportement:

- Loi de comportement 2D du béton exprimant la relation $\underline{\underline{\sigma}}^B(x,y)$ - $\underline{\underline{\varepsilon}}^B(x,y)$
- Loi de comportement d'une barre d'acier exprimant la relation $F^A(x,y_A)$ - $\varepsilon^A(x,y_A)$
- Loi de comportement de l'interface exprimant la relation $\{\sigma_t^R, \sigma_n^R\} - \{\varepsilon_t^R, \varepsilon_n^R\}$

## 1.4 Impacts de l'activation de l'interface sur la structure

### 1.4.1 Formation des fissures dans l'enrobage

En flexion ou en traction, sous l'action des charges extérieures, la poutre en BA est toujours fissurée dans la zone inférieure où le béton est en traction dans la direction longitudinale. La zone du béton qui se trouve entre les deux fissures primaires successives se comporte comme un tirant en traction de l'essai de tirant (Figure 1.36). Quand l'enrobage du béton est petit, il y aura des fissures secondaires du béton dues à l'activation de l'interface entre les deux fissures primaires. Parce que la capacité portante contre la flexion et la traction des zones fissurées du béton est négligeable, l'apparition des fissures secondaires n'influence pas sur le comportement de la structure.

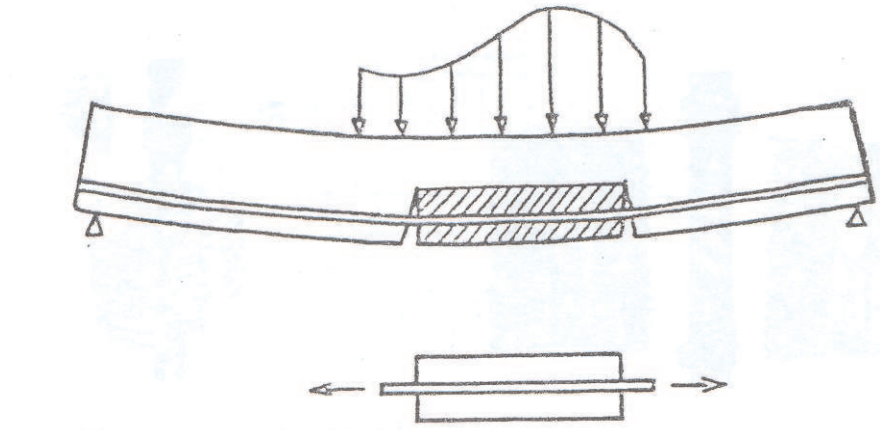


**Figure 1.36**

*Formation des tirants en traction [3]*

L’autre type de fissures sous l’activation de l’interface est la fissure longitudinale qui a tendance de fendre l’enrobage (voir Figure 1.37). Toutefois, pour les structures en BA, les armatures de renforcement empêchent l’éclatement de l’enrobage. Donc, l’influence de ces fissures est limitée à la réduction de la résistance de l’interface.

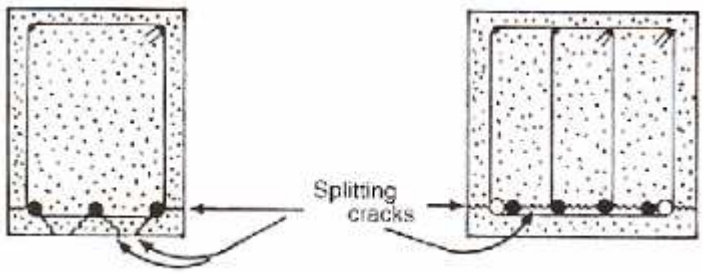



**Figure 1.37**

*Formation des fissures longitudinales [14]*

### 1.4.2 Perte d'adhérence au niveau de la zone d'ancrage

Pour une poutre en BA, ce phénomène peut se produire dans la zone du béton fissuré aux extrémités de la poutre. Dans ce cas, les armatures supportent une grande force de traction parce que les contraintes du béton au voisinage des fissures sont presques nulles. Ce phénomène est identique à l'essai d'arrachement de la barre d'acier dans un bloc du béton. Si une perte totale de l'adhérence entre l’acier et le béton se produit au niveau des zones au-dessus des appuis de la poutre, cette dernière se trouve en ruine parce que l'acier ne supporte

plus la charge.

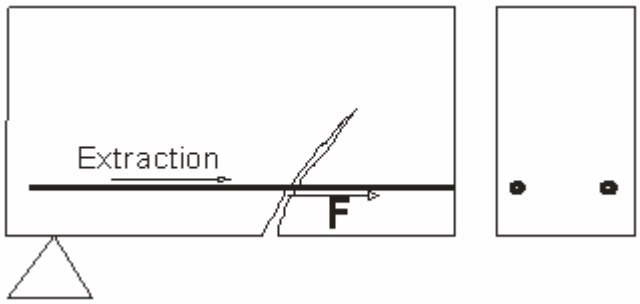



**Figure 1.38**

*Phénomène de la perte d'ancrage des armatures à l'extrémité des poutres*

Pour une poutre en BP de pré-tension, aux extrémités, la force de précontrainte dans les câbles est très grande. Elle peut provoquer des fissures dans le béton qui entraînent la perte totale de l'adhérence entre le toron et le béton aux zones d'appuis.

Une loi de comportement d'interface 2D est la plus utile pour modéliser ces phénomènes. Toutefois, une loi d'interface 1D est aussi utilisable pour simplifier la modélisation et pour donner des résultats acceptables dans un calcul de structures.

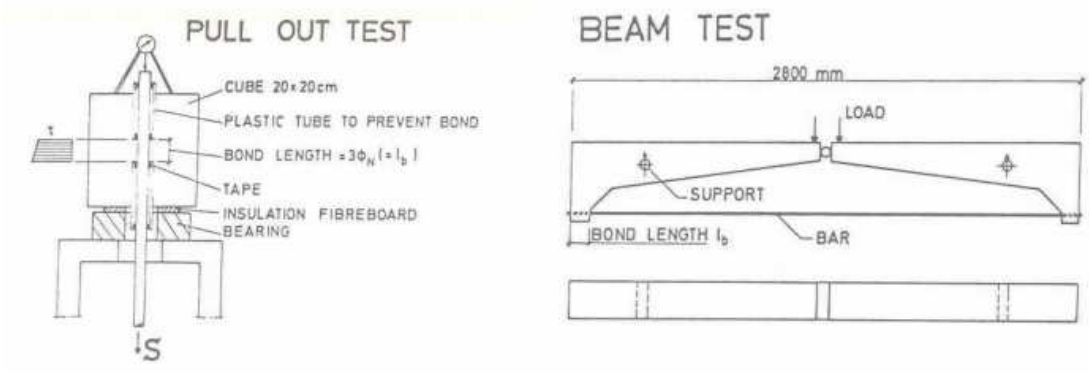



**Figure 1.39**

*Essais différents pour évaluer la perte d'ancrage des armatures à l'extrémité des poutres [3]*

Une approche alternative pour étudier cette influence est la voie expérimentale (voir la Figure 1.39). On peut faire des essais d'arrachement sur des éprouvettes dont la constitution est identique à celle de la partie d'extrémité de la poutre. On peut aussi réaliser des essais de poutre spéciaux pour étudier la capacité d'ancrage des armatures sous sollicitation réelle. De

là, on peut déduire les conditions nécessaires pour empêcher la perte totale de l'adhérence.

### 1.4.3 Changement du comportement global à l'échelle de poutre

Sous l'action du poids propre et des charges extérieures, la poutre/dalle est en flexion, les fibres inférieures sont en traction. Le long da la poutre/dalle, il y aura des macro-fissures du béton qui traversent ces fibres. La contrainte dans l'armature qui traverse ces fissures devient très grande. Cela entraîne une forte activation de l'interface dans les zones au voisinage de ces fissures. Ce phénomène provoque le changement du comportement de la structure.

Pour modéliser ce phénomène, une modélisation 3D avec des éléments massifs du béton ou une modélisation 1D avec des éléments de poutre ayant une section multifibre sont envisageables. Concernant la loi de l'interface, une loi 1D peut être acceptable grâce à sa simplicité et son efficacité.

## 1.5 Conclusion et orientation de développement

La première remarque tirée des études bibliographiques est qu'il n'y a pas une forte unanimité dans la littérature sur le problème de l'interface béton-acier. Ainsi, notre stratégie est de se baser sur les résultats les plus importants et les plus fiables et d'en sortir une synthèse claire et systématique sur les principaux aspects du comportement de l'interface béton-acier. Ces aspects permettront de définir l'orientation de recherche de la thèse.

Tout d'abord, la conclusion des mécanismes intrinsèques de l'interface a été présentée dans la section 1.1.2.6. En général, l'activation de l'interface consiste respectivement à mobiliser les mécanismes suivants : l'adhérence chimique, la fissuration & l'écrasement du béton, le cisaillement & l'effritement des corbels du béton et le frottement. Tous ces mécanismes se produisent dans la zone du béton autour de l'armature dont l'épaisseur est égale au diamètre de l'armature. Trois modes de rupture peuvent avoir lieu à cause de l'activation de l'interface : la rupture par fissuration transversale, la rupture par fissuration longitudinale et la rupture par fissuration cylindrique.

Pour caractériser le comportement de l'interface, des modèles de comportement ont été proposés. Les modèles 2D prennent en compte à la fois le comportement tangentiel et le comportement normal. Le comportement normal permet de modéliser l'influence de la pression latérale ou du renforcement transversal sur l'interface et de simuler l'action radiale de l'interface sur l'enrobage. C'est pourquoi, les modèles 2D sont performants dans la simulation des éprouvettes d'essai qui servent à identifier les facteurs influençant l'interface. En revanche, les modèles 1D, qui expriment le comportement tangentiel, sont souvent plus efficaces dans la modélisation à l'échelle de la structure. En effet, le comportement normal de l'interface a une influence très faible sauf lors de la perte d'ancrage de l'armature par fendage. Or, ce type de perte d'ancrage ne se produit pas en présence des armatures de renforcement transversal. En plus, l'intégration numérique d'un modèle 1D est beaucoup plus simple que

celle d'un modèle 2D. Concernant le développement des modèles d'interface à haute température, ce sera beaucoup plus facile avec un modèle 1D qu'avec un modèle 2D. Parmi les modèles 1D, celui d'Eligehausen et al. est le plus complet et le plus fiable.

Plusieurs méthodes pour intégrer le modèle de comportement de l'interface dans la modélisation numérique ont été présentées dans la section 1.3. Soit on utilise les éléments finis d'interface qui modélisent seulement le comportement de l'interface soit on utilise les éléments finis mixtes qui combinent le comportement de l'interface avec celui du béton et/ou de l'acier. Les éléments mixtes permettent de simplifier le maillage et le calcul mais ils ne sont pas encore conçus dans les codes de calcul standard pour le cas de la température élevée. Par conséquent, leur utilisation demande un travail énorme de développement numérique, ce qui est impossible dans le cadre d'une thèse. C'est pourquoi, dans notre étude, on s'intéresse à la méthode d'intégration utilisant les éléments d'interface et on se base sur les logiciels qui s'en disposent.

Les trois impacts de l'activation de l'interface sur la structure sont l'apparition des fissures secondaires dans l'enrobage, la perte d'ancrage des armatures et le changement du comportement global en présence des glissements des armatures. En réalité, l'apparition des fissures secondaires n'influence pas le comportement de la structure. En revanche, les deux autres impacts sont plus importants et il est nécessaire à les étudier. Pour le faire, un modèle d'interface 1D peut être suffisant.

A partir des conclusions ci-dessus, on a déterminé la stratégie de recherche de la thèse qui est comme suit :

- Développer un modèle 1D de comportement de l'interface à haute température. Ce développement peut se baser sur le modèle d'Eligehausen et al. à température ambiante.
- Intégrer le modèle développé dans la modélisation des structures à haute température. Cette intégration se base sur les éléments d'interface (élément de bond-zone, élement de bond-link) et sur le logiciel ANSYS.
- Construire une méthodologie de modélisation des structures en béton armé exposées au feu. Cette construction se composera des études sur la modélisation non linéaire du béton, sur le calcul de transfert thermique, sur le couplage thermomécanique et sur l'intégration du comportement de l'interface.

# Chapitre 2 Développement d'un modèle de l'interface à haute température

Dans le Chapitre 1, on constate que la question de l'interface béton-acier n'est pas encore complètement traitée même à température ambiante. En fait, le comportement de l'interface dépend à la fois des propriétés de matériaux et de plusieurs facteurs structuraux comme l'enrobage, l'espace entre les barres, le confinement…. Si on étend ce problème au cas de haute température, ce sera encore plus compliqué.

Notre approche est de partir des modèles fiables d'interface à température ambiante et de les adapter à la haute température. On suppose le découplage entre l'impact de la température et celui des autres facteurs structuraux parce que la compréhension du couplage de ces impacts entraînerait de grandes campagnes d'essais.

Dans ce chapitre, on va tout d'abord étudier comment la température influence le comportement de l'interface au travers des résultats de la littérature. Ensuite, un modèle d'interface convenable va être sélectionné et adapté à la haute température. Finalement, une méthode d'intégration numérique du modèle développé dans ANSYS.

## 2.1 Impact de la température sur l'adhérence dans la littérature

Dans les années 70s-80s, il y a eu quelques études sur ce sujet. Bien que les résultats obtenus soient différents l'un de l'autre, ils nous permettent de comprendre les différents aspects du problème de l'interface béton-acier à chaud.

### 2.1.1 Premières études

En 1975, Kasami et al. ont testé 120 éprouvettes de pull-out avec quatre différents mélanges du béton (selon [16]). Ces mélanges se composaient du ciment portland et des granulats de rive. Les éprouvettes contenaient une barre d'armature lisse. Toutes les éprouvettes ont été testées à froid après une période de réchauffement (à 10°C/h) et une période de refroidissement (à 10°C/h). Le résultat le plus important est que l'adhérence entre le béton et l'armature lisse diminue rapidement avec l'augmentation de la température.

Les investigations similaires à celles de Kasami et al. ont été réalisées par Milovanov et al. en 1954 (selon [16]) (voir la Figure 2.1). Ils ont testés des prismes (140mm x 140mm x 300mm) qui ont étés fabriqués avec du ciment Portland et des granulats de rive. Les armatures lisses et HA de diamètre 20 mm étaient mises dans les éprouvettes. La plupart des prismes ont été testés après refroidissement précédé par un réchauffement jusqu'à 100°C, 250°C, 350°C ou 450°C. Les résultats sur la Figure 2.1 montrent une grande diminution de l'adhérence pour les armatures lisses comme observée par Kasami et al. Cependant, pour l'armature HA une légère augmentation de la résistance d'adhérence est suivie par une baisse de celle-ci à partir de 300°C.

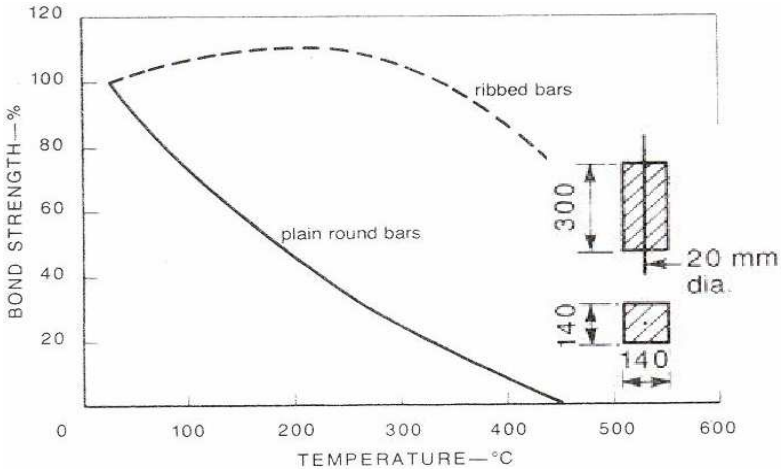



**Figure 2.1**

*Résistance de l'adhérence mesurée dans l'essai de Milovanov et al. [16]*

En particulier, en testant une éprouvette au moment du réchauffement à température maximale 250°C, les auteurs ont remarqué que l'adhérence de l'armature HA à haute température est plus grande que celle au moment du refroidissement.

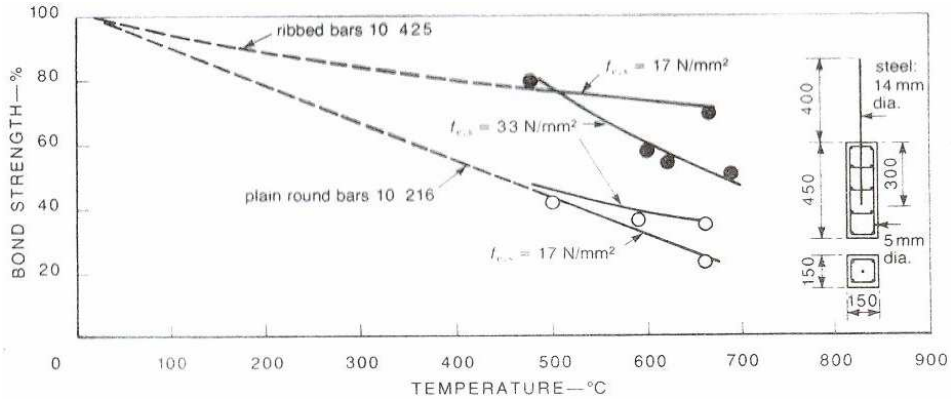



**Figure 2.2**

*Résistance de l'interface mesurée dans l'essai de Reichel [16]*

Dans le but d'évaluer l'influence de la température en présence des armatures de renforcement passif, Reichel a réalisé des essais avec des éprouvettes prismatiques 150mm x 150mm x 450mm [16]. Le diamètre de l'armature principale était de 14 mm et la longueur d'ancrage était de 300 mm. Quand aux granulats, il y avait des granulats de rive et du granit

écrasé. La résistance de l'adhérence était mesurée 24h après le refroidissement. Les résultats obtenus (voir la Figure 2.2) étaient vraiment différents de ceux de Milovanov et al. Ceci est peut-être expliqué par la présence des renforcements passifs, par l'augmentation de l'enrobage par rapport au diamètre de la barre et par le changement du type de granulat.

De plus, Reichel a montré que la variation de la résistance de l'adhérence en fonction de la température dépend de la résistance du béton.

### 2.1.2 Etude de Diederichs et al. [16]

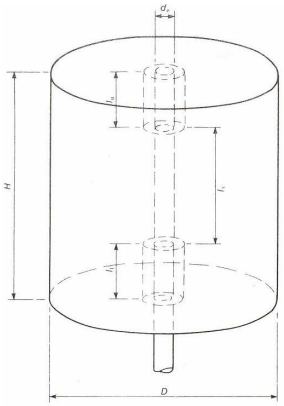



**Figure 2.3**

*Eprouvette [16]*

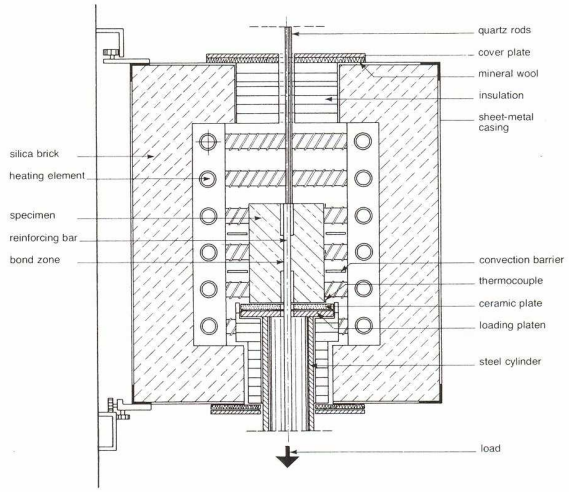



**Figure 2.4**

*Description du four thermique [16]*

Evidemment, il y a une divergence de point de vue parmi les auteurs sur la méthode et les procédures d'essais de l'adhérence. De plus, les résultats obtenus sont insuffisants et très différents l'un à l'autre. Face à ces difficultés, Diederichs et al. ont construit une méthode plus simple, plus fiable pour tester l'interface [16]. Comme les essais de l'interface à froid, les éprouvettes cylindriques ont été utilisées (voir la Figure 2.3). Trois types d'armature ont été testés : barre à haute adhérence à diamètre d = 16mm, barre lisse à diamètre d = 8mm,16mm, barre de précontrainte à diamètre d = 7,5mm. La géométrie de l'éprouvette a été déterminée en se référant aux recommandations de RILEM/CEB/FIP. Le diamètre de l'éprouvette D (D = 172mm > 10*d) favorise l'exploitation maximale de l'adhérence et permet une rupture ultime cylindrique au niveau de l'interface. Quand à la longueur d'ancrage, pour évaluer son influence sur le comportement de l'interface, trois valeurs ont été choisies : 40mm, 80mm et 110mm.

Pour diminuer l'influence du gradient thermique, le réchauffement des éprouvettes a été réalisé à 1°C/min. Le taux d'augmentation du chargement était à 1kN/s. Concernant les

matériaux, les auteurs ont utilisé le béton ordinaire avec des granulats siliceux avec une résistance (dans l'essai au cube) de 48-61N/mm$^2$. Diederichs et al. ont testé les éprouvettes au cours du réchauffement à température élevée. Il y avait deux différentes procédures d'essai achevées :

- Méthode I : L'éprouvette est échauffée jusqu'à une température maximale constante, puis elle est chargée jusqu'à la rupture. (voir la Figure 2.5 et la Figure 2.6*)*

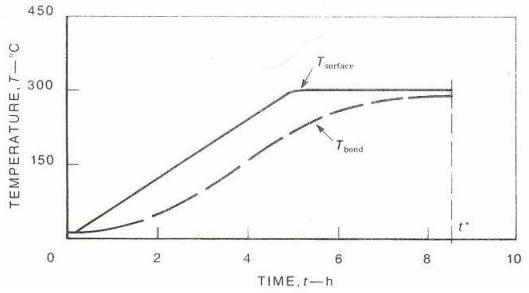



**Figure 2.5**

*Méthode I - Phase du réchauffement [16]*

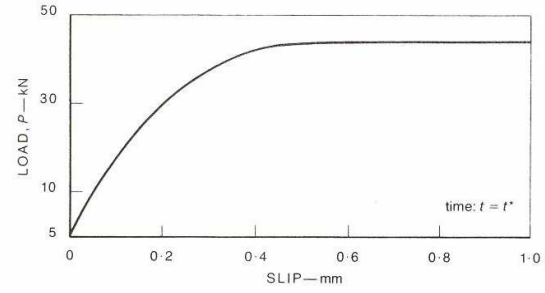



**Figure 2.6**

*Méthode I - Phase du chargement [16]*

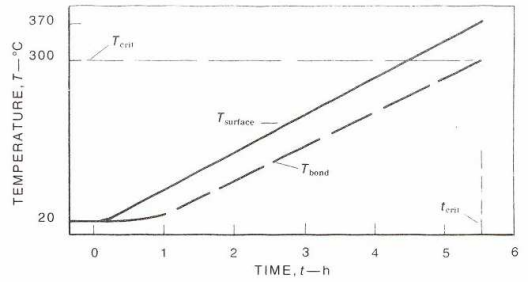



**Figure 2.7**

*Méthode II - Température lors du réchauffement à charge initiale constante [16]*

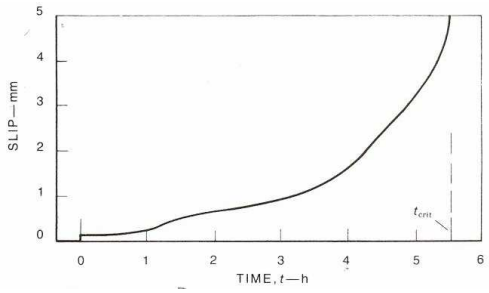



**Figure 2.8**

*Méthode II - Glissement en fonction du temps à charge initiale constante [16]*

- Méthode II : L'éprouvette est soumise à un certain niveau de charge au moment initial. Ensuite, elle subit un échauffement jusqu'à la rupture. (voir la Figure 2.7 et la Figure 2.8).

Pour les essais selon la méthode I, les résultats sur la Figure 2.9 pour l'adhérence de l'armature à haute adhérence (HA) montrent que la différence entre les diagrammes est petite quand la température est dans la gamme de 20°C à 300°C. Quand la température dépasse cette gamme, la baisse de résistance se passe rapidement et la forme des courbes varie aussi. La Figure 2.10 présente les résultats pour l'adhérence entre la barre de précontrainte (St 1500/1700) et le béton. Dans le cas des barres lisses (Figure 2.11), la rugosité joue un rôle

important. A 200°C, tandis que la résistance de l'interface ne diminue pas pour les barres très rouillées, elle devient très basse pour les barres plus lisses. En générale, l'adhérence des barres lisses diminue beaucoup plus que celle des barres HA.

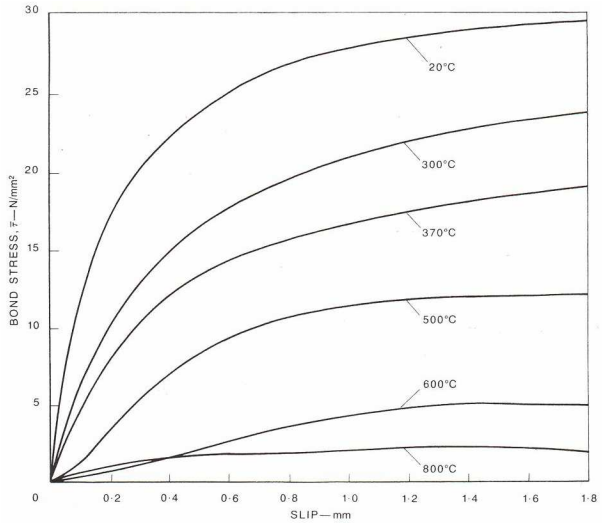



**Figure 2.9**

*Contrainte d'adhérence–glissement [16]*

*Armature à haute adhérence : d=16 ; l=80*

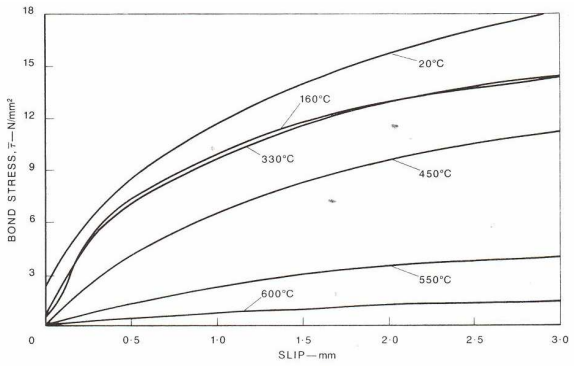



**Figure 2.10**

*Contrainte d'adhérence–glissement [16]*

*Acier de précontrainte : d=7.5 ; l=40, 80, 110*

La Figure 2.12 donne une illustration claire sur la variation de la résistance d'adhérence en fonction de la température pour les différents types d'armature. Outre les observations ci-dessus, les auteurs ont aussi constaté que l'influence du diamètre de la barre est incertaine. L'effet de la longueur d'ancrage est très faible sauf dans le cas où elle est longue (110mm).

Pour les essais selon la méthode II, la courbe glissement-température a été mesurée. La rupture s'est passée au moment où le glissement a augmenté très vite. La température correspondante est appelée la température d'adhérence critique. Sa valeur dépend de la charge initiale appliquée. Les courbes glissement-température aux différents niveaux de chargement sont présentées sur Figure 2.13, Figure 2.14 et Figure 2.15 pour les barres HA et les barres lisses.

La synthèse de la relation entre la température critique et la charge initiale appliquée pour les essais d'arrachement de la barre HA, de la barre lisse et aussi pour l'essai de compression du cube de béton est présentée sur la Figure 2.16.

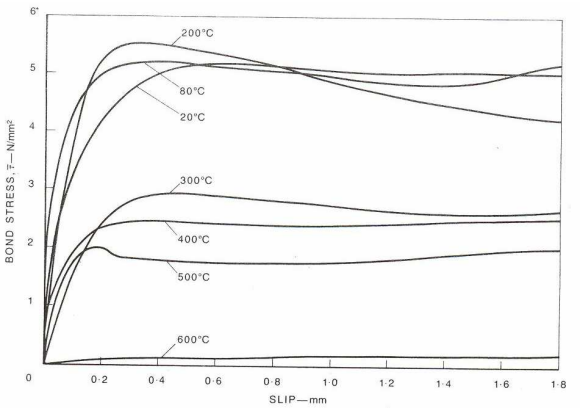



**Figure 2.11**

*Contrainte d'adhérence – glissement avec armature lisse : d=8 ; l=40 [16]*

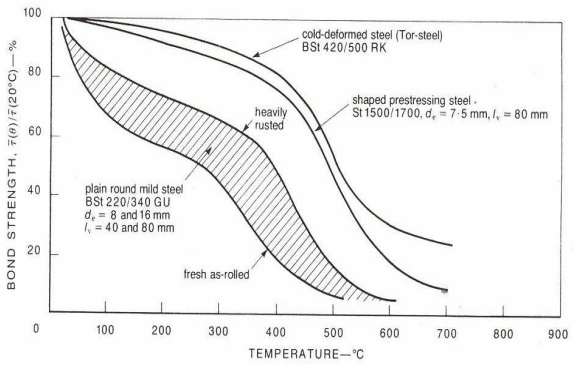



**Figure 2.12**

*Résistance d'adhérence des barres différentes en fonction de la température [16]*

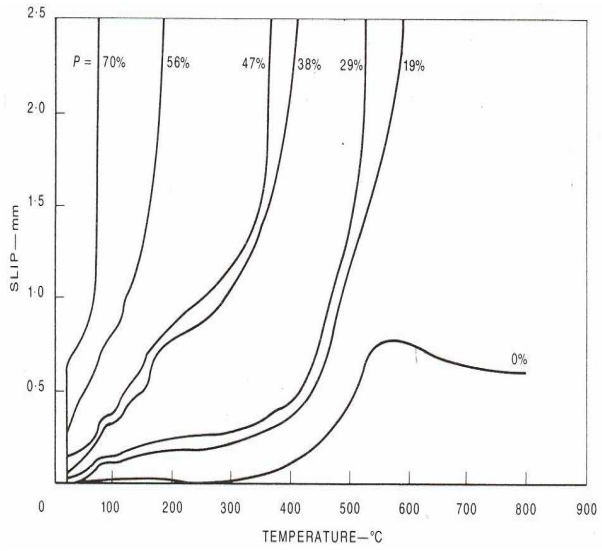



**Figure 2.13**

*Température – glissement avec armature à haute adhérence : d=16 ; l=80 [16]*

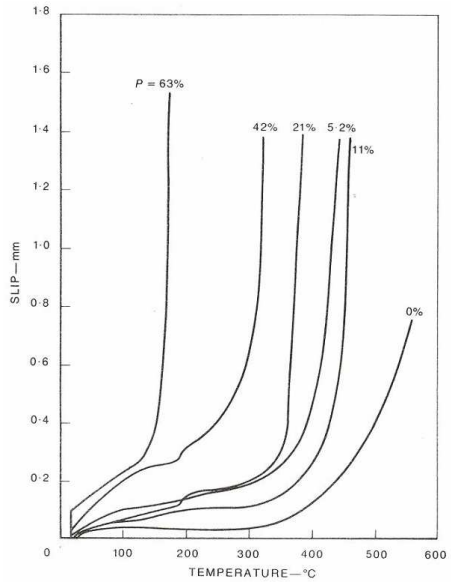



**Figure 2.14**

*Température – glissement avec armature lisse rouillée : d=8 ; l=40 [16]*

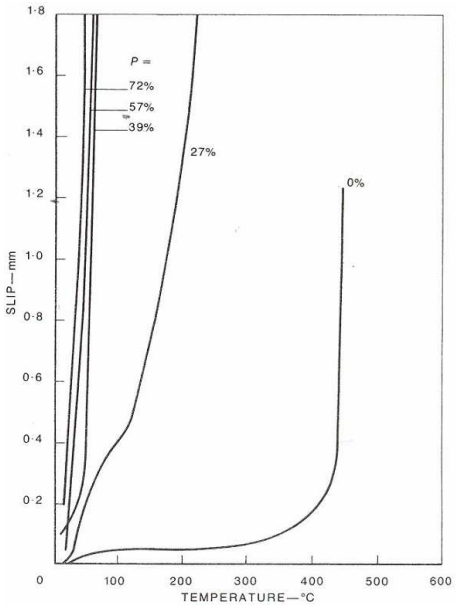



**Figure 2.15**

*Température – glissement avec armature lisse : d=8 ; l=40 [16]*

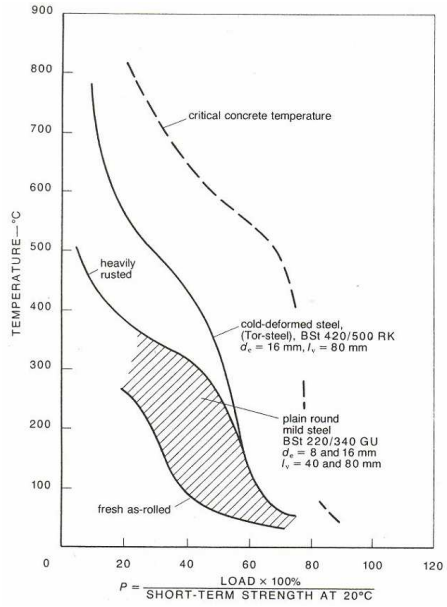



**Figure 2.16**

*Relation température critique & charge appliquée pour l'interface et le béton [16]*

A partir des résultats ci-dessus, une remarque importante s'impose : au moment de la rupture, la force appliquée de la méthode II est beaucoup plus petite que celle de la méthode I. Cela prouve que la résistance de l'interface dépend fortement de la méthode de chargement.

### 2.1.3 Etude de Morley et al. [17]

Une autre étude qui est aussi très importante a été réalisée par P. D. Morley et R. Royles en 1983 [17]. L'interface béton-acier HA a été examinée dans la gamme de température 20°C-750°C. Le béton ordinaire utilisé se compose des graviers naturels et du ciment Portland. En souhaitant vérifier le comportement de l'interface sous de différentes conditions, quatre procédures d'essai ont été réalisées :

- (1) Une contrainte initiale constante est appliquée pendant le réchauffement. Ensuite, l'éprouvette est chargée à chaud jusqu'à la rupture.
- (2) Une contrainte initiale constante est appliquée pendant le réchauffement. Ensuite, l'éprouvette est chargée jusqu'à la rupture après la phase de refroidissement.
- (3) Aucune contrainte initiale n'est appliquée pendant le réchauffement. L'éprouvette est chargée à chaud jusqu'à la rupture.
- (4) Aucune contrainte initiale n'est appliquée pendant le réchauffement. L'éprouvette est chargée jusqu'à la rupture après la phase de refroidissement.

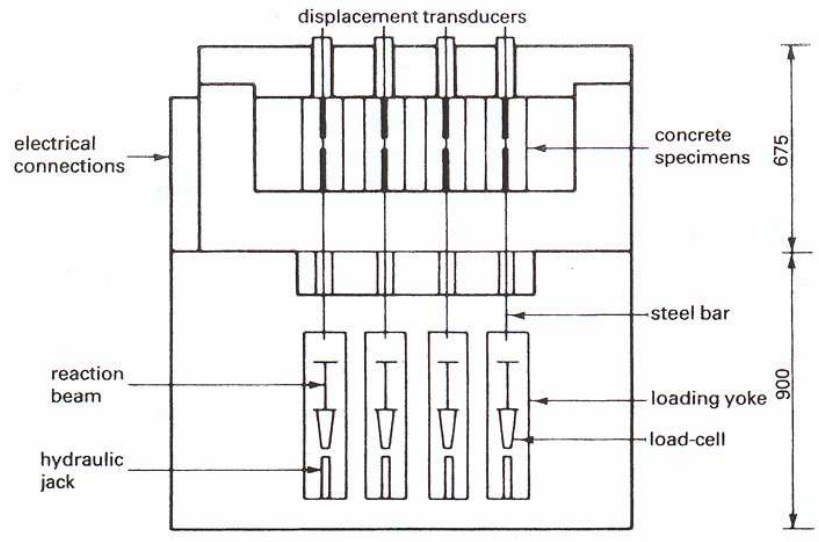



**Figure 2.17**

*Disposition des quatre éprouvettes dans le four thermique [17]*

Durant l'essai (voir la Figure 2.17), la vitesse du réchauffement était de 2°C/min. Les éprouvettes étaient cylindriques à hauteur de 300 mm. Quatre valeurs de l'épaisseur de l'enrobage ont été testées : 25mm, 32mm, 46mm et 55mm. La barre avait le diamètre de 16 mm. Longueur d'ancrage a été conçue à 32mm. C'est-à-dire qu'elle est égale à deux fois du diamètre de la barre. Tandis que l'enrobage 55 mm a été utilisé pour tous les quatre procédures d'essai citées ci-dessus, les autres enrobages n'ont été utilisés que pour les essais selon la 2$^{e}$ procédure.

En parallèle, les cubes du béton ont été aussi fabriqués pour tester la résistance de compression du béton à chaud. Après que les éprouvettes de pull-out soient testées, elles subissent ensuite à un test de traction indirecte pour mesurer la résistance de traction du béton.

Le 1$^{e}$ résultat observé est la forme des courbes contrainte d'adhérence – glissement. La Figure 2.18 présente les courbes contrainte-glissement pour la 2$^{e}$ procédure d'essai. Pour les autres procédures, les courbes ont une forme similaire à la 2$^{e}$ procédure. En général, chaque courbe se compose de trois parties : la 1$^{e}$ partie présente une grande rigidité et se termine par une valeur critique de contrainte d'adhérence, la 2$^{e}$ présente une augmentation de contrainte plus graduelle et le taux d'augmentation est en voie de diminution, la 3$^{e}$ est la phase limite avant la rupture. Parce que les essais sont pilotés par une force appliquée, il est impossible d'observer la branche descendante et la branche correspondant à la résistance résiduelle.

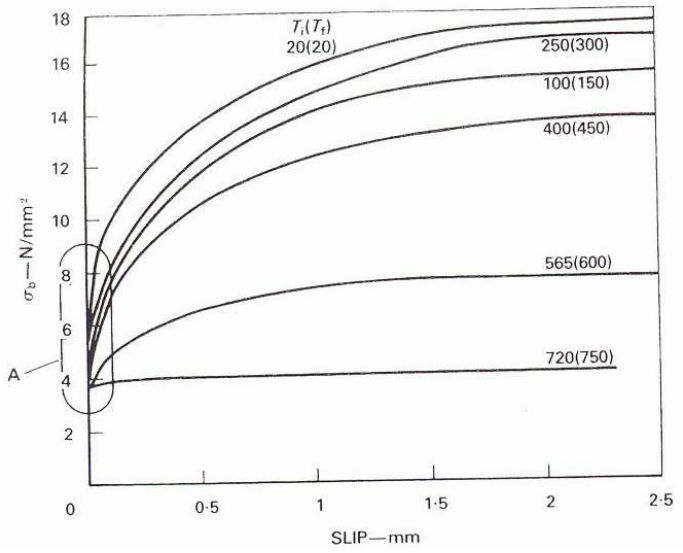



**Figure 2.18**

*Contrainte d'adhérence–glissement.*

*Procédure d'essai (2) ; barre d=16 mm ; enrobage 55 mm [17]*

L'évaluation de la différence entre les résultats des quatre procédures d'essai s'est faite en observant la relation contrainte maximale – température. Les observations montrent une petite différence sur la résistance de l'adhérence entre le cas où il y a une contrainte appliquée et celui où il n'y a pas de contrainte appliquée pendant le réchauffement (voir Figure 2.19 et Figure 2.20). La présence d'une contrainte initiale permet en général d'augmenter un peu la résistance de l'adhérence. Cette conclusion est aussi valable pour la résistance du béton. Ce phénomène peut être expliqué par le fait que le chargement initial contribue à diminuer la formation des fissures dans le béton due à l'effet thermique. Quand il y a moins de fissures, la résistance de l'interface augmente.

On peut constater aussi que la différence entre la résistance de l'interface des éprouvettes chaudes et celle résiduelle des éprouvettes testées après traitement thermique est assez importante (voir Figure 2.21 et Figure 2.22). Tandis que la résistance de l'adhérence des éprouvettes après traitement thermique est plus grande que celle des éprouvettes chaudes dans la gamme de température 20-250°C, la situation s'inverse pour les températures plus élevées. D'après l'explication de Morley et al. [17], pour l'essai à chaud, il y a à la fois la contrainte due au chargement et celle due à l'effet thermique entre le béton et l'acier. Cela entraîne une rupture de l'interface plus tôt que pour l'essai à froid. Toutefois, selon ces auteurs, quand la température dépasse 250°C, le mouvement matériel dû au refroidissement du béton entraîne un développement des fissures du béton au niveau de l'interface. Cet effet domine l'impact de la contrainte thermique. C'est la raison pour laquelle la résistance d'adhérence des éprouvettes après traitement thermique diminue plus vite quand la température de réchauffement est

supérieure à 250°C.

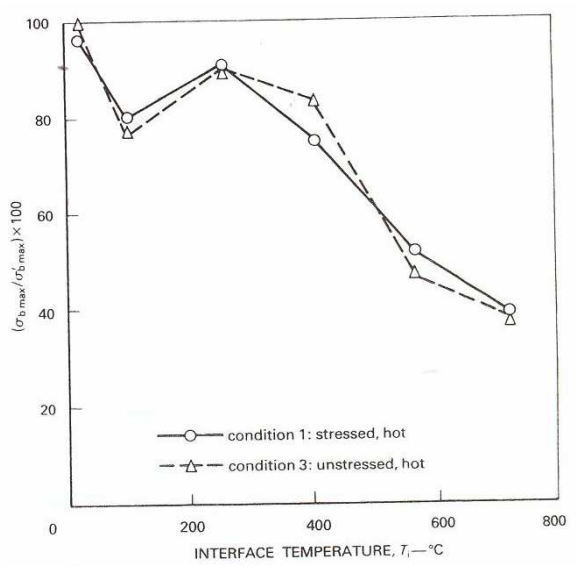



**Figure 2.19**

*Résistance d'adhérence – température*

*Barre d=16 mm ; enrobage 55 mm [17]*

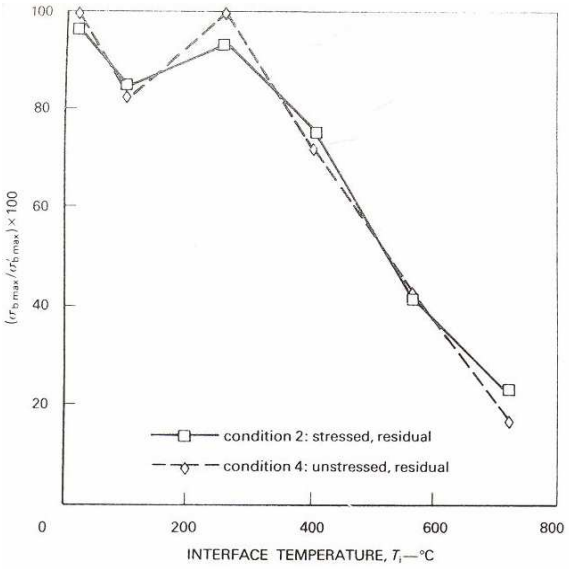



**Figure 2.20**

*Résistance d'adhérence-température*

*Barre d=16 mm ; enrobage 55 mm [17]*

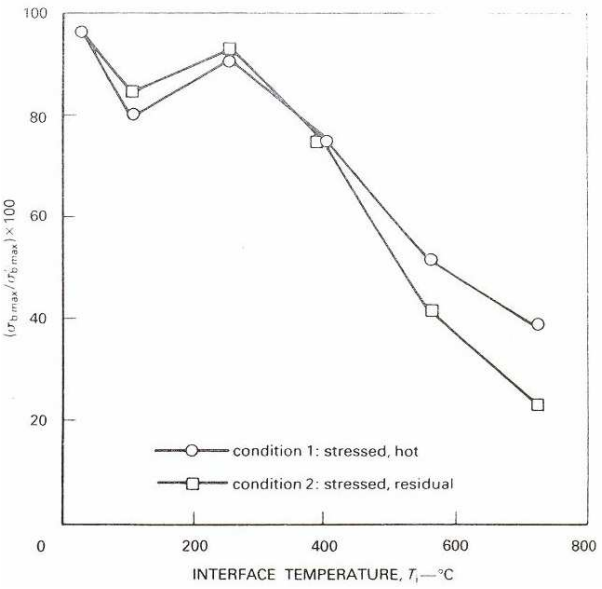



**Figure 2.21**

*Résistance d'adhérence – température*

*Barre d=16 mm ; enrobage 55 mm [17]*

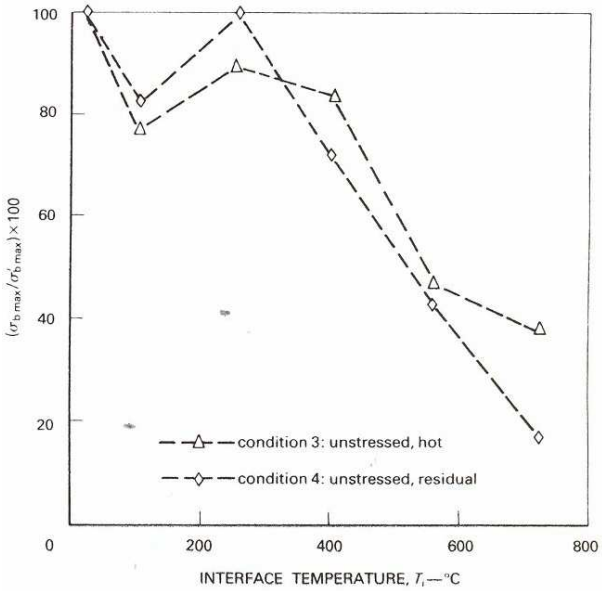



**Figure 2.22**

*Résistance d'adhérence – température*

*Barre d=16 mm ; enrobage 55 mm [17]*

Finalement, l'effet de l'enrobage a été aussi évalué. Plus l'enrobage diminue, plus la

contrainte d'adhérence maximale baisse (Figure 2.24). Avec un petit enrobage (25mm, 32 mm <2*diamètre de la barre), la rupture de l'interface se fait par fendage de l'enrobage. C'est pourquoi, l'évolution de la résistance d'interface en fonction de la température pour les petits enrobages est similaire à celle de la résistance de traction du béton (voir Figure 2.23 et Figure 2.24). En revanche, pour les enrobages plus importants (46, 55 mm) les essais se terminent par une rupture de l'adhérence au niveau de l'interface. Cette rupture dépend de la résistance de compression du béton au tour des nervures de la barre. C'est la raison pour laquelle l'évolution de la résistance d'adhérence avec la température dans ce cas a la même forme que celle de la résistance de compression du béton (voir Figure 2.23 et Figure 2.24).

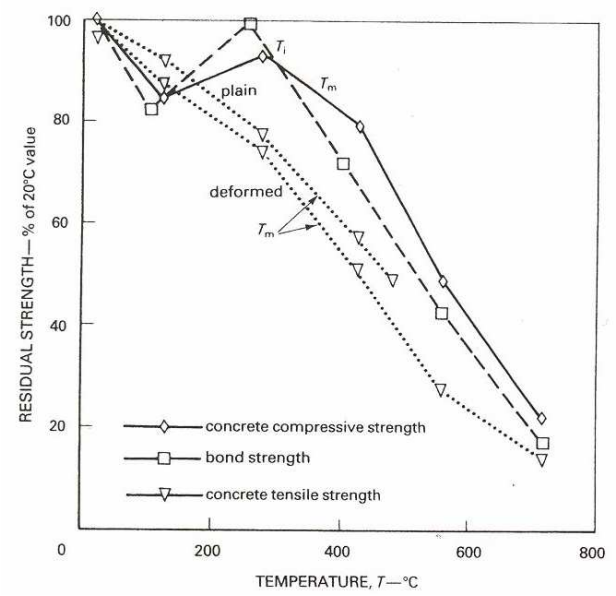



**Figure 2.23**

*Résistance d'adhérence et résistance du béton en fonction de la température [17]*

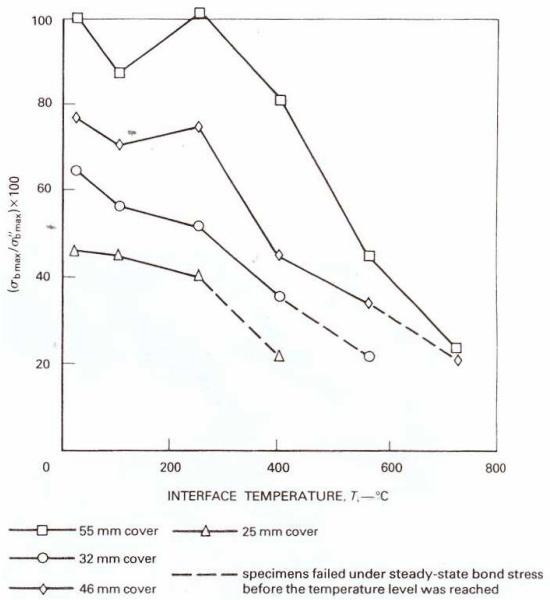



**Figure 2.24**

*Résistance d'adhérence aux enrobages différents [17]*

## 2.1.4 Conclusions sur l'impact de la température sur l'interface

### 2.1.4.1 Raisons de la dégradation de l'interface due à la température élevée

Tous les auteurs de la littérature sont d'accord sur la raison principale de la baisse de l'adhérence : c'est la dégradation du ciment et des granulats due aux effets thermiques. Concrètement, cette dégradation est due aux raisons suivantes :

- L'expulsion de l'eau : tout d'abord, c'est l'évaporation de l'eau dans le béton saturé. Ensuite, il y a la déshydratation de l'eau dans le ciment quand la température atteint 300°C [18]. A 500°C, l'eau dans les capillaires est aussi libéré.
- Le changement dans la composition chimique du ciment et des granulats [18]: A partir de

500°C, le calcium hydroxyde et le calcium silicate hydrate commencent à se décomposer dans la matrice de ciment et l'écroulement se passe à 900°C. Par ailleurs, tandis que les granulats siliceux se décomposent à peu près de 500°C, les granulats calcaires se décomposent à une température considérablement plus élevée.

- La dilatation volumique hétérogène des ingrédients du béton lors du réchauffement et la contraction lors de la phase de refroidissement.

Toutes ces raisons entraînent un état de contraintes thermiques internes, un réseau des micro-fissures dans le béton et baissent les propriétés mécaniques du béton au tour de l'interface. La Figure 2.25 présente une image des réseaux « spider » des fissures thermiques. Ce sont les résultats de l'étude de [18]. Ces fissures sont marquées en noire avant d'être photographiées.

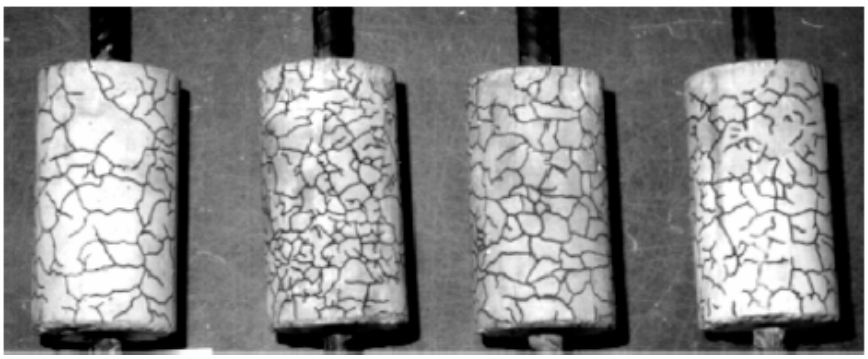


**Figure 2.25**

*Configuration des micro-fissures thermiques [18]*

### 2.1.4.2 Variation du comportement de l'interface en fonction de température

- Généralement, la résistance de l'interface diminue avec la température. Dans la gamme de température 20°C-300°C, cette réduction est légère (< 25%). Elle augmente très vite quand la température dépasse 500°C. Elle peut atteindre 70-80% à 700°C, 800°C. En particulier, Morley et al. ont conclut que l'évolution de la résistance de l'adhérence en fonction de la température est similaire à celle de la résistance du béton.
- L'autre point important, c'est que la résistance de l'interface dépend beaucoup de la procédure d'essai. Morley et al. ont prouvé clairement la différence entre la résistance au moment de réchauffement et celle après la phase de refroidissement. Diederichs et al. [16] ont montré une grande différence de la résistance entre leurs deux méthodes de chargement.
- Le changement du glissement de l'interface à haute température n'est pas considérable. Les résultats de l'étude de P. D. Morley et al. ont montré que le glissement de l'acier à haute température est presque invariable par rapport à température ambiante [17].
- Toutes les études dans la littérature sont réalisées avec un pilotage en force. Donc, il est impossible d'observer la branche descendante du comportement de l'interface.
- Finalement, les résultats de différents auteurs ne sont pas encore en bon accord entre eux à cause de la différence entre les procédures d'essai. Cependant, il apparaît que les

éprouvettes à petite longueur d'ancrage et à grand enrobage sont les plus représentatifs et les plus utilisées pour étudier le comportement de l'interface.

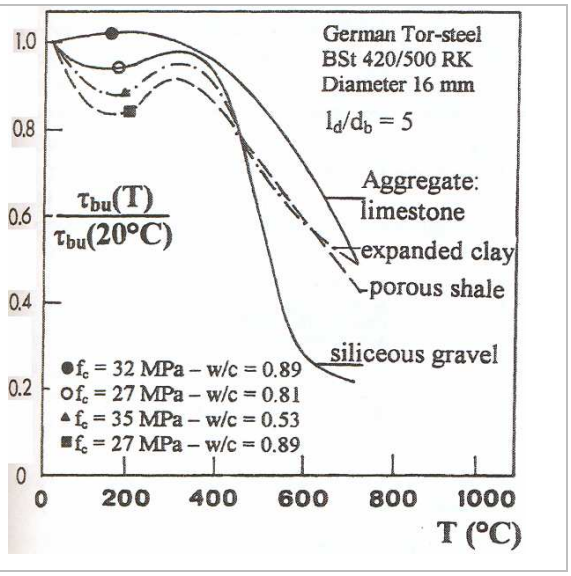
### 2.1.4.3 Les facteurs influençant l'adhérence à chaud

Dans cette partie, on aborde les facteurs qui peuvent influencer le taux de variation de la résistance de l'interface à haute température, c'est-à-dire le taux $\frac{\tau(T)}{\tau(20°C)}$

- *Type de granulat* : il influence beaucoup le comportement de l'interface. La réduction de la résistance de l'adhérence pour les granulats siliceux est considérablement plus grande que pour les granulats calcaires notamment quand la température dépasse 500°C [14]. Cette influence a bien été évaluée de façon quantitative. C'est une référence importante pour appliquer au cas des granulats mixtes (voir Figure 2.26).

**Figure 2.26**

*Résistance d'interface à haute température pour des types de béton différents [14]*




- *Résistance initiale à froid du béton* : son influence est incertaine (voir Figure 2.26). La résistance à froid du béton est déterminée par le rapport entre ses composants (granulats, sables, ciment, eau) et par la taille des granulats. D'après les observations de la littérature [14], il parait que cette influence est incertaine et difficile à caractériser.
- *Impact du taux eau/ciment* : Il n'est pas encore compris [14]. L'évaporation de l'eau joue un rôle important sur la résistance d'interface. C'est pourquoi, cet impact peut être considérable.
- *Géométrie de l'armature :* Concernant la rugosité de la surface de la barre, une barre lisse est plus sensible qu'une barre HA. En effet, une fois que la petite couche d'adhérence chimique entre béton et la surface de la barre est endommagée par la chaleur, la résistance de l'interface diminue rapidement pour les barres lisses. Par ailleurs, l'influence du diamètre de la barre est petite et incertaine [14]. Ceci est en bon accord avec ce qui existe dans la littérature en température ambiante.
- *Enrobage du béton* : Ce facteur affecte beaucoup l'adhérence. A faible enrobage, l'éprouvette a une rupture par fendage de l'enrobage et la résistance de l'interface à chaud dépend de la résistance de traction du béton à haute température. Pour d'importants enrobages, l'éprouvette a une rupture cylindrique au tour de la barre et l'évolution de la

résistance de l'interface en fonction de la température est similaire à celle de la résistance de compression du béton. Quand on observe les résultats de P. D. Morley & al. [17] et de Rami H. Haddad & al. [18], il y a une divergence. Tandis que P. D. Morley affirme que, pour de petits enrobages, la résistance de l'interface augmente avec la croissance de l'épaisseur de l'enrobage, Rami H. Haddad et al. [18] disent le contraire. Cette divergence peut être due à une grande différence entre les deux longueurs d'ancrage (2*d et 9*d) et aussi entre les deux types du béton utilisés. Pour des enrobages plus grands, si son épaisseur dépasse la zone du béton influencée par l'activation de l'interface, on peut supposer que l'influence de l'enrobage est négligeable. L'épaisseur minimale dans ce cas peut être de 4 à 5 fois diamètre de la barre.

## 2.2 Proposition d'un modèle de l'interface à haute température

Le développement d'un modèle d'interface à haute température nécessite deux conditions :

- Il faut avoir un modèle d'interface performant à température ambiante
- Il faut avoir des informations suffisantes sur l'impact de la température sur le comportement de l'interface

Concernant l'impact de la température sur le comportement de l'interface, les auteurs dans la littérature ne peuvent pas encore obtenir une conclusion complète. Parmi les études présentées ci-dessus, celles de Diederichs & al. [16] et de Morley & al. [17] sont les plus fiables.

Concernant le modèle d'interface à température ambiante qui sera développé à haute température, parmi les modèles d'interface dans littérature, on choisit le modèle d'Eligehausen et al. [7] (voir Figure 1.24) pour les raisons suivantes :

- Ce modèle a une grande fiabilité : Tout d'abord, le modèle d'Eligehausen et al. [7] est déduit à partir d'une importante campagne expérimentale. Plusieurs séries de test ont été réalisées et plusieurs paramètres ont été considérés. En plus, la forme de la courbe de comportement du modèle d'Eligehausen et al. décrit très bien les mécanismes intrinsèques de l'interface. Enfin, les résultats expérimentaux ont été validée par l'étude de Cox et al [6] et plusieurs auteurs ([8], [9], [10], [11], [12]…) ont utilisé ce modèle dans leur calcul des structures. Ce modèle est aussi recommandé par la norme de CEB-FIP (selon [4]).
- Ce modèle est le plus convenable pour l'analyse du comportement macroscopique des structures. Les éprouvettes utilisées par Eligehausen et al. ont une constitution très proche de celle des structures en béton armé : présence des armatures de renforcement passif, pré-création des fissures longitudinales, présence des pressions latérales,… De plus, le modèle d'Eligehausen peut aussi considérer l'influence de plusieurs paramètres. Cela est très utile pour une application aux structures réelles où les paramètres structuraux et les propriétés de matériau sont variés.
- Enfin, ce modèle est simple : il n'a que 5 paramètres à identifier : $\tau_1$, $\tau_2$, $s_1$, $s_2$ et $s_3$.

### 2.2.1 Développement du modèle à haute température

En ce qui concerne la forme de la courbe de comportement de l'interface, les observations de Diederichs & al. [16] et de Morley & al. [17] montrent que les courbes à différentes températures ont des formes similaires. On peut donc supposer qu'elles utilisent les mêmes formules. La différence entre ces courbes vient du changement des cinq paramètres du modèle en fonction de la température.

***a) Détermination de la résistance de l'interface $\tau_1$ :***

Le premier paramètre du modèle de Eligehausen et al. est la résistance de l'interface $\tau_1$, le paramètre le plus important. Tous les auteurs s'accordent sur le fait que c'est la variation des propriétés thermiques, mécaniques, physiques du béton qui entraîne le changement de résistance de l'interface. Tandis que les premières études dans les années 70s ont donné quelques conclusions qualitatives générales, celles de Diederichs & al. [16] et de Morley & al. [17] sont quantitatives (voir Figure 2.12, Figure 2.19, Figure 2.20, Figure 2.21 et Figure 2.22). Ces figures montrent que la résistance de l'interface à haute température dépend nettement des facteurs comme la géométrie des éprouvettes, le béton, la procédure d'essai… Les résultats de Morley & al. [17], montrent aussi que les différences dues à la présence des contraintes initiales existent mais ne sont pas grandes et que les formes des courbes sont encore similaires. Avec la même procédure d'essai (contrainte initiale nulle, arrachement fait à température élevée et uniforme), l'impact des facteurs de géométrie et de matériau est clairement illustré quand on compare les études [16] et [17] dans le cas de l'armature HA. Cette comparaison est présentée sur la Figure 2.27. On trouve une différence entre les deux courbes. La différence est due à la combinaison de :

- la différence de l'enrobage (78 mm et 55 mm)
- la différence de la longueur d'ancrage (80 mm et 32 mm)
- la différence du type de granulat et de la résistance du béton

Malgré cette différence, ces deux courbes sont assez proches l'une de l'autre. Cela prouve que les facteurs de géométrie et de matériau existent mais ne sont pas prépondérants.

Evidemment, considérer le couplage entre la température et d'autres facteurs (géométrie, matériaux, procédure d'essai) est très compliqué et difficile dans le cadre d'une thèse. En faisant la comparaison entre le taux de variation de la résistance d'interface et celui de la résistance de béton (voir la Figure 2.23), Morley & al. nous ont fourni une conclusion importante : les deux variations sont très similaires. Dans le cas où l'enrobage de l'éprouvette est petit (éclatement de l'enrobage), la variation de la résistance d'interface est similaire à celle de la résistance de traction du béton. Quand l'enrobage est grand ou quand le confinement est assuré (éclatement de l'enrobage empêché), la variation de la résistance d'interface est donc similaire à celle de la résistance compressive du béton à haute

température. Cette conclusion est confirmée en comparant les observations de Diederichs & al. [16] et de Morley & al. [17] avec la variation de la résistance du béton dans l'Eurocode. Par efficacité, simplicité et fiabilité, on prend le taux de variation de la résistance du béton comme la solution approximative du taux de variation de la résistance d'interface à température élevée.

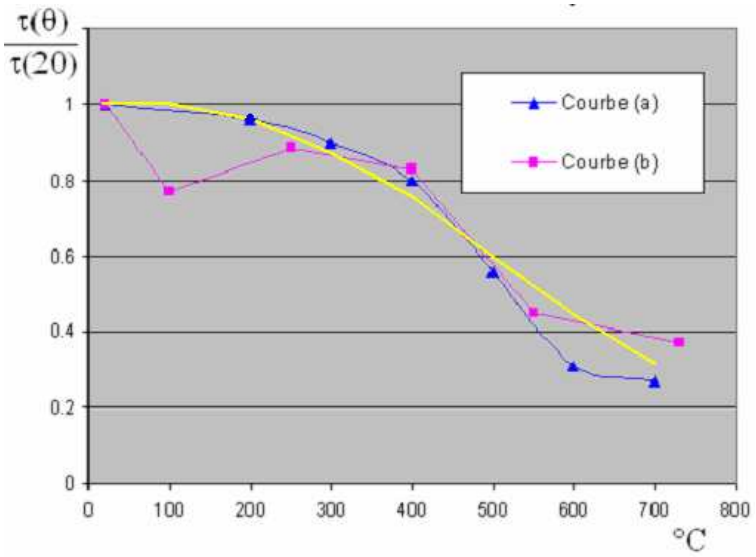



**Figure 2.27**

*Courbes de réduction de la résistance d'interface et celle du béton à haute température*

*Courbe jaune de réduction de la résistance du béton à chaud définie dans l'Eurocode*

*Courbes bleu et rose de réduction de la résistance de l'interface observées par Diederichs & al. [16] et par Morley & al. [17], obtenues par la procédure d'essai: pas de contrainte initiale, teste à haute température uniforme*

En se basant sur les figures de Figure 2.19 à Figure 2.23 et Figure 2.27, on peut constater que l'erreur de cette solution approximative est de 5% à 15 % quand la température est inférieure à $700^0$C. Pour le calcul en génie civil et pour un problème complexe comme l'interface, cette erreur est acceptable.

***b) Détermination des glissements*** $s_1$ ***et*** $s_2$ ***:***

Dans le modèle d'Eligehausen & al. [7], ces deux valeurs déterminent la phase où la résistance de l'interface est atteinte et reste constante. Cette branche $s_1 - s_2$ est une simplification du tronçon au tour du pic de la courbe de comportement réel (voir la Figure 2.28). Si on suppose que le glissement réel au pic est $s_p$, on a la relation :

$$s_p \approx (s_1 + s_2)/2 \qquad \textbf{( 2.1)}$$

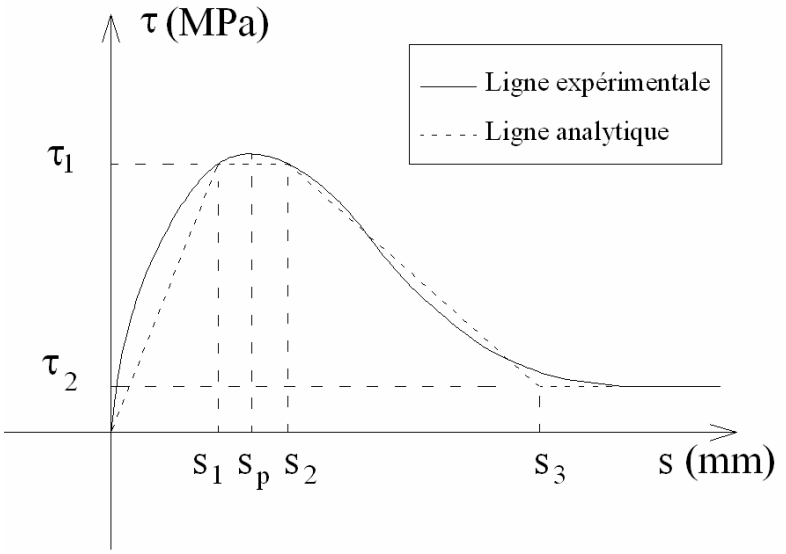



**Figure 2.28**

*Déduction analytique du modèle d'Eligehausen*

Dans les études de Diederichs & al. [16]et de Morley & al. [17], les essais ont été pilotés par la force imposée, donc seule la partie du comportement de l'interface avant le pic est sortie comme résultat. En se basant sur les diagrammes issus de leurs études (voir la Figure 2.9 et la Figure 2.18), on constate que le glissement correspondant à la contrainte d'adhérence maximale ne change pas beaucoup avec la température. Ces résultats nous permettent de conclure que la valeur $s_p$ ne varie pas à chaud. De plus, on peut trouver que les formes des courbes de comportement à températures différentes sont similaires l'une à l'autre sur ces diagrammes. A partir de ces observations, on peut choisir la valeur $s_1$ constante (voir la Figure 2.29). Et puis, quand $s_p$ et $s_1$ sont constantes, la valeur de $s_2$ est aussi constante.

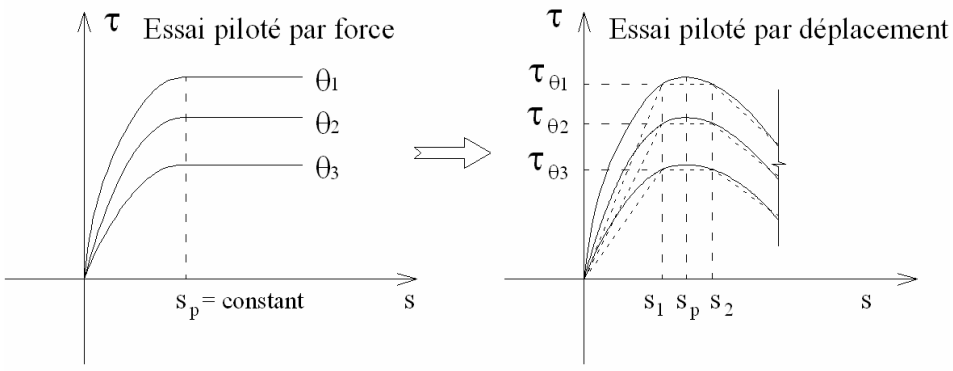



**Figure 2.29**

*Détermination de $s_1$ et $s_2$ à haute température*

***c) Détermination du glissement $s_3$ :***

Le paramètre $s_3$ est le glissement à partir duquel la phase de frottement commence à se développer. Evidemment, ce phénomène se passe quand tous les crans du béton entre les nervures sont totalement cisaillés. C'est pourquoi, Eligehausen & al. [7] ont conclut que la valeur de $s_3$ doit être égale à la distance entre deux nervures successives. Et les résultats de leurs essais l'ont confirmé. Evidemment, cette conclusion est aussi vraie à haute température et $s_3$ reste donc constant.

***d) Détermination de la résistance résiduelle $\tau_2$ :***

Le dernier paramètre à considérer est la résistance résiduelle $\tau_2$ de la phase de frottement. On n'a pas d'information dans la littérature pour déduire sa valeur à chaud. Théoriquement, sa valeur dépend du coefficient de frottement et de la contrainte normale au niveau de l'interface. Comme aucun résultats expérimentaux n'est disponible pour déterminer $\tau_2$, on doit se baser sur les considérations suivantes :

- Quand le béton est dégradé à cause de la haute température, l'effritement du béton autour de l'armature est plus important et plus fin. Cela entraîne la diminution du coefficient de frottement. C'est-à-dire le glissement se produit plus facilement. (voir la Figure 2.30)
- Plus la température est élevée, plus la dégradation (écrasement, effritement, cisaillement, déshydratation) du béton augmente, plus l'interaction mécanique entre le béton et l'armature à la phase de frottement baisse. Cela entraîne la baisse de la contrainte normale à la phase de frottement.

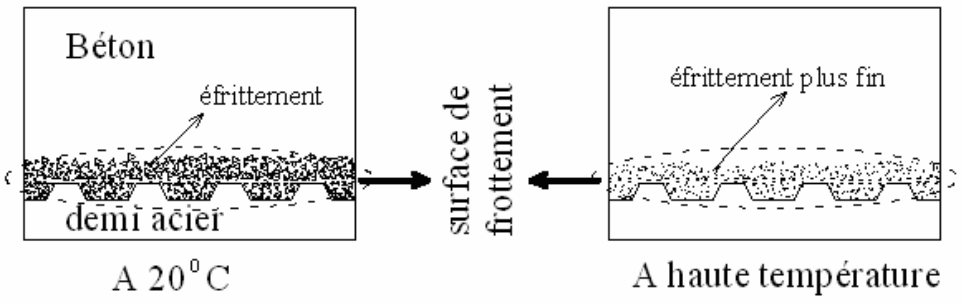



**Figure 2.30**

*Etat interne de l'interface à la phase de frottement*

Pour toutes ces raisons, on peut conclure que la résistance résiduelle $\tau_2$ diminue avec la température. Toutefois, la quantification de sa valeur est difficile. On fait une hypothèse forte : le taux de diminution de $\tau_2$ est similaire à celui de la résistance de l'interface $\tau_1$. Dans le calcul, la phase de frottement se produit tardivement, la valeur de $\tau_2$ est petite, donc elle

n'influence pas beaucoup sur le comportement de la structure.

A partir de toutes les analyses ci-dessus, on peut trouver le modèle d'interface 1D à haute température en illustration sur la Figure 2.31.

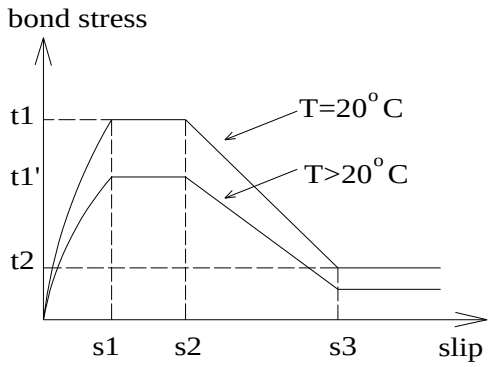



**Figure 2.31**

*Illustration du modèle de comportement d'interface à haute température*

## 2.2.2 Conclusion sur le modèle développé

Le développement dans la section 2.2.1 a permis de compléter le modèle de Eligehausen et al. Maintenant, le modèle proposé peut prendre en compte non seulement l'influence de plusieurs facteurs de géométrie et de matériau mais aussi celle de la température.

Les facteurs de géométrie et de matériau ont été bien présentés par Eligehausen et al. dans [7]. Ils peuvent être classés en trois facteurs principaux : la résistance de compression du béton $f_c^{'}$, le diamètre de l'armature principale $d_b$ et le niveau de renforcement transversal. Le dernier dépend à la fois de l'épaisseur d'enrobage, de la position des armatures de renforcement passif et de la pression latérale. Pour faciliter la déduction des paramètres du comportement de l'interface à différents cas, on définit quatre niveaux de renforcement transversal :

- Niveau 1 (très faible) : le fendage de l'enrobage se produit. Ce niveau correspond au cas où il n'y a pas d'armature de renforcement passif et la pression latérale est nulle
- Niveau 2 (assez faible) : l'enrobage est très fissuré mais son fendage ne se produit pas. Ce niveau correspond au cas où l'armature de renforcement passif est présente, l'enrobage est faible ($< 1{,}5.d_b$) et la pression latérale est nulle.
- Niveau 3 (normal) : l'enrobage a quelques fissures mais elles sont petites. C'est le cas où l'armature de renforcement passif est présente, l'épaisseur de l'enrobage est de $1{,}5.d_b$ à $4.d_b$ et la pression latérale est nulle. Ce niveau correspond à celui de la série

expérimentale principale de Eligehausen et al.

- Niveau 4 (fort) : soit l'enrobage n'est pas fissuré, soit il est fissuré mais les fissures sont fermées. Ce niveau correspond à un des cas suivants :
    - L'armature de renforcement passif est présente, l'épaisseur de l'enrobage est grande ($> 4.d_b$) et la pression latérale est nulle.
    - L'armature de renforcement passif est présente, l'épaisseur de l'enrobage est de $2.d_b$ à $4.d_b$ et la pression latérale est appliquée ($> 5\ N/mm^2$)

A partir de ces niveaux, on peut ensuite se référer aux observations expérimentales de Eligehausen et al. [7] pour déterminer les paramètres appropriés du comportement de l'interface. Quand aux impacts de la résistance de compression du béton et du diamètre de l'armature, ils ont bien été quantifiés par Eligehausen et al. [7].

## 2.3 Intégration numérique du modèle de l'interface dans ANSYS

Parmi les méthodes d'intégration numérique présentées dans le 0, la méthode « bond-link element » est utilisée dans ANSYS. Elle consiste à l'utilisation de l'élément de ressort COMBIN39 qui est déjà défini dans le logiciel. Cette méthode a montré son utilité et sa performance dans la modélisation de l'interface à température ambiante. Cependant, son inconvénient unique est qu'il ne peut pas modéliser le comportement de l'interface à haute température parce que la déclaration de plusieurs courbes de comportement correspondant aux différentes températures est impossible avec COMBIN39. Pour dépasser cette difficulté, on a trouvé une méthode simple et efficace pour remplacer l'élément de ressort COMBIN39.

### 2.3.1 Elément de ressort COMBIN39 dans l'ANSYS [19]

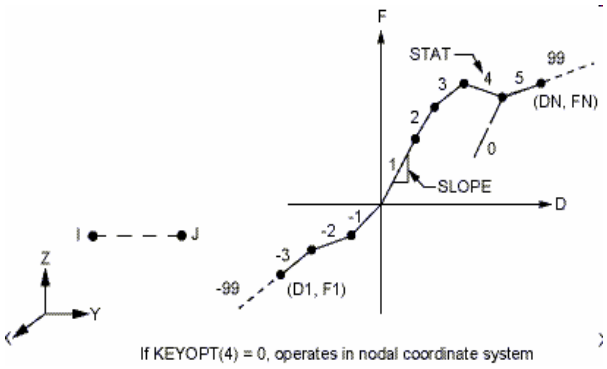



**Figure 2.32**

*Elément de ressort non linéaire COMBIN39 [19]*

Il s'agit d'un ressort non-linéaire dont le comportement exprime la relation entre la force

nodale transmise à travers l'élément et le déplacement relatif entre ses deux nœuds. Les deux nœuds sont peut-être coïncidents ou séparés (voir la Figure 2.32). La direction de travail de l'élément est déterminée en déclarant les axes du système nodal de coordonnées.

Cet élément accepte des formes très variées de la courbe du comportement de l'interface. La courbe est multilinéaire et elle peut avoir une pente négative. Elle peut accepter un comportement de compression différent à celui de traction. Si l'élément est en déchargement, il y a deux choix pour la branche de déchargement :

- Soit elle est coïncidente à la branche de chargement
- Soit elle est parallèle à la pente initiale de la courbe de comportement (Figure 2.33)

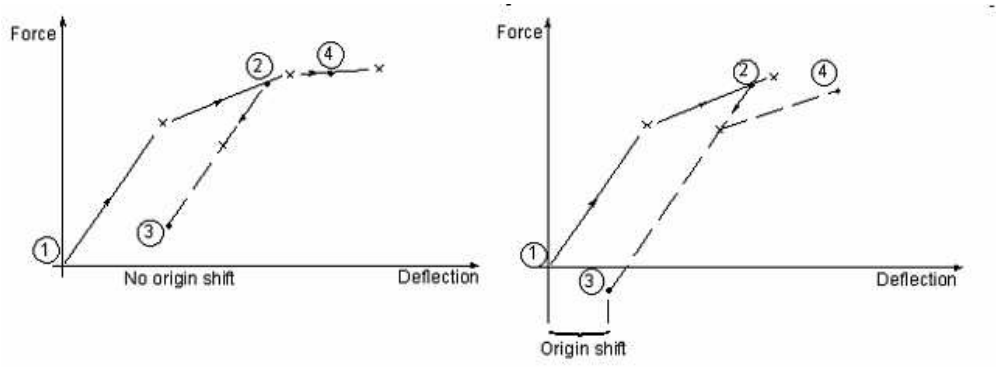



**Figure 2.33**

*Branche de déchargement*

*A gauche : petit déchargement ; A droite : déchargement total [19]*

Appliquant cet élément dans la modélisation de l'interface, l'interface continue est discrétisée en plusieurs couples de nœuds (un noeud du béton et un noeud de l'acier). Pour chaque couple, il faut définir deux éléments COMBIN39 selon deux différentes directions :

- Direction normale à la surface de l'interface.
- Direction qui est tangentielle à la surface de l'armature et qui est parallèle à l'axe de l'armature.

Dans notre cas d'étude, le comportement de l'interface à modéliser est 1D, donc la direction normale est aussi considérée comme infiniment rigide. On a donc besoin d'un élément unique COMBIN39 pour simuler le comportement de l'interface dans la direction longitudinale de l'armature. Dans l'autre direction, on définit aussi une condition limite qui contraint les déplacements des deux nœuds à la même valeur.

### 2.3.2 Modélisation de l'interface à chaud

On a décrit dans la partie précédente l'élément COMBIN39 et son utilité dans la modélisation de l'interface à température ambiante. A haute température, il faut chercher une autre méthode pour intégrer le comportement 1D de l'interface. En constatant qu'un ressort et une barre ont la même nature mécanique, on essayera dans cette section d'utiliser l'élément barre au lieu de l'élément ressort.

Dans ce cas, un élément de barre va relier le nœud du béton et celui de l'acier. Différent du cas de COMBIN39, ces deux nœuds ne doivent pas être coïncidents. On suppose que la longueur de l'élément est $\Delta l$, l'aire de sa section transversale est $\omega$. Il faut que $\Delta l$ soit très petit pour qu'on puisse considérer ces deux noeuds presques coïncidents. Dans le test de validation présenté à la section 2.4, on prend $\Delta l$ = 0,1 mm. La distance entre deux éléments d'interface successifs est $d$ qui est aussi le pas de discrétisation de l'interface le long de l'armature. Le périmètre de l'armature est $\varsigma$.

Supposons qu'il faille intégrer le comportement de l'interface suivant :

$$t = f(s) \qquad \textbf{( 2.2)}$$

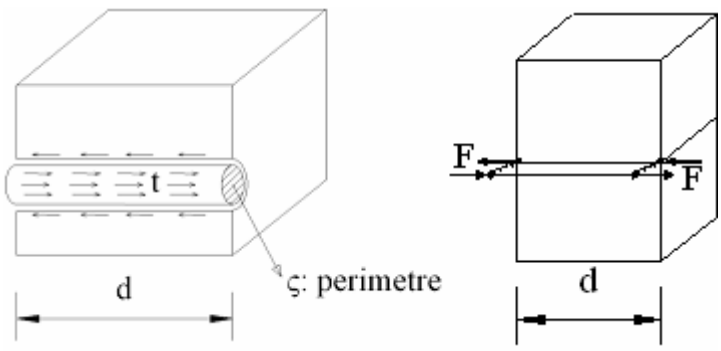



**Figure 2.34**

*Discrétisation du comportement de l'interface*

L'utilisation du modèle d'interface 1D nous permet de modéliser l'acier simplement par un élément de barre. Le comportement continu de l'interface sur la longueur $d$ et sur le périmètre $\varsigma$ est transformé en relation entre la force nodale $F$ et le déplacement relatif $s$ à chaque élément représentant l'interface (voir la Figure 2.34):

$$F = t.\varsigma.d = \varsigma.d.f(s) \qquad \textbf{( 2.3)}$$

Si on utilise l'élément COMBIN39, la formule ( 2.3) est exactement le comportement de COMBIN39 à déclarer. A partir de cette formule, on peut déduire le comportement

contrainte-déformation de l'élément de barre modélisant l'interface (voir la Figure 2.35):

$$\sigma = F / \omega = t.\varsigma.d / \omega = (\varsigma.d / \omega).f(s) = (\varsigma.d / \omega).f(\Delta l.\varepsilon) \qquad (2.4)$$

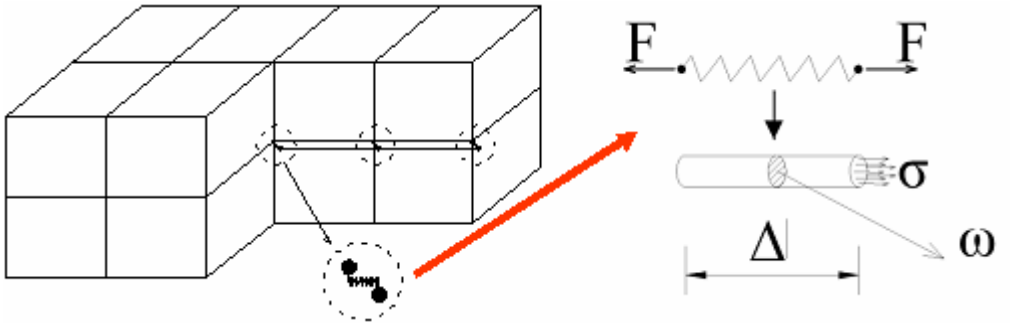



**Figure 2.35**

*Transfert du ressort à l'élément de barre*

La formule ( 2.4) est le comportement à déclarer pour le matériau fictif de l'élément de barre modélisant l'interface. Dans la modélisation, ce comportement varie le long de l'armature parce qu'il dépend de $d$ . C'est-à-dire qu'on doit déclarer plusieurs modèles de matériaux pour simuler toute l'interface le long de l'armature. C'est une tâche très compliquée.

Pour la simplifier, on peut varier la valeur de l'aire de la section transversale de l'élément d'interface en la définissant comme suit:

$$\omega = \varsigma.d \qquad (2.5)$$

Ce choix permet d'obtenir la formule simple du comportement de matériau de l'élément d'interface :

$$\sigma = f(\Delta l.\varepsilon) = g(\varepsilon) \qquad (2.6)$$

Ce comportement est constant sur toute la longueur de l'armature, donc on a besoin d'un seul modèle de matériau pour l'élément d'interface.

En conclusion, pour intégrer le comportement de l'interface $\tau = f(s)$, on peut utiliser les éléments de barre pour simuler l'interface de façon discrétisée. Dans ce cas, le comportement de matériau à déclarer pour ces éléments est $\sigma = f(\Delta l.\varepsilon) = g(\varepsilon)$.

## 2.4 Validation

Comme on a dit dans les parties précédentes, le comportement de l'interface dépend de plusieurs paramètres de matériau et de géométrie. Ainsi, bien que le modèle de Eligehausen et al.[7] soit le plus performant, son application peut conduire à des erreurs de calcul. Dans cette

partie, on va évaluer l'erreur de calcul quand on simule l'essai de Morley et al. en utilisant le modèle d'interface de Eligehausen et al. Cette simulation permet aussi de montrer le bon fonctionnement de la méthode d'intégration proposée ci-dessus.

***a) Modèle de l'interface à entrer***

Contrairement à l'essai de Eligehausen et al. [7], dans l'essai de Morley et al. [17] l'enrobage du béton est épais et il n'y a pas de fissure de fendage grâce à un fort niveau du renforcement transversal dans le béton. La résistance de l'interface dans ce cas est similaire à celle de l'essai de Eligehausen et al. dans le cas où une grande pression latérale est appliquée. En effet, avec une grande pression latérale, la fissure de fendage qui est pré créée dans l'éprouvette est toujours bien fermée (voir les détails dans [7]).

Les conclusions sur l'influence de la pression latérale dans [7] (voir la Figure 2.36) permettent de trouver les paramètres nécessaires du modèle de l'interface de Eligehausen et al. appliqué au cas de l'essai de Morley et al. : $\tau_1 = 17\ \mathrm{N/mm^2}$, $\tau_1 = 6\mathrm{N/mm^2}$, $s_1 = 1\mathrm{mm}$, $s_2 = 3\mathrm{mm}$ $s_3 = 11\mathrm{mm}$.

Ce modèle est ensuite développé à haute température selon la méthode présentée dans la section 2.2.1. La loi de la variation de la résistance du béton en fonction de la température dans [17] est utilisée pour cet extension.

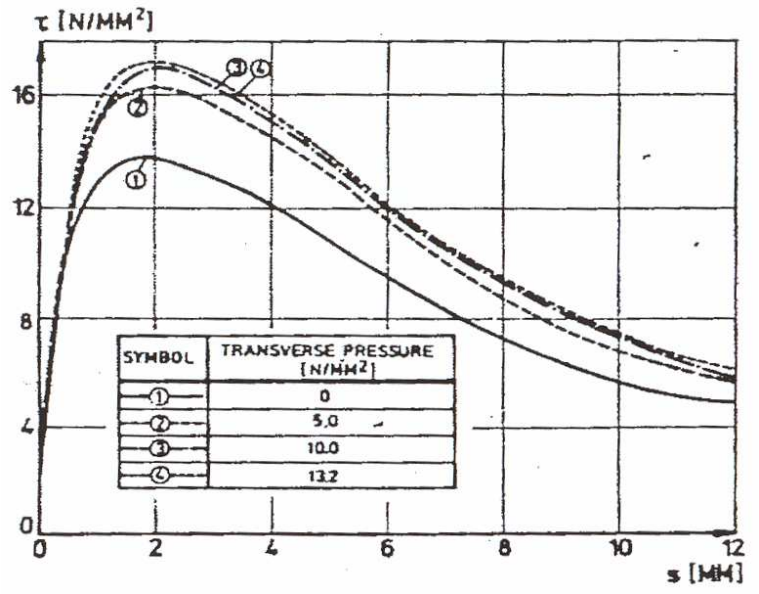



**Figure 2.36**

*Comportement de l'interface sous l'influence de la pression latérale [7]*

***b) Résultats de calcul***

En utilisant la méthode d'intégration présentée dans la section 2.3.2, l'essai de Morley et al. a été simulé dans ANSYS 11.0. La Figure 2.37 compare les résultats de calcul avec les résultats de l'essai de Morley et al. On trouve que le modèle proposé simule bien le comportement de l'interface à différentes températures. Ces résultats de calcul permettent aussi d'affirmer que la méthode d'intégration de l'interface proposée fonctionne bien dans ANSYS et est utile pour la modélisation de l'interface à température élevée.

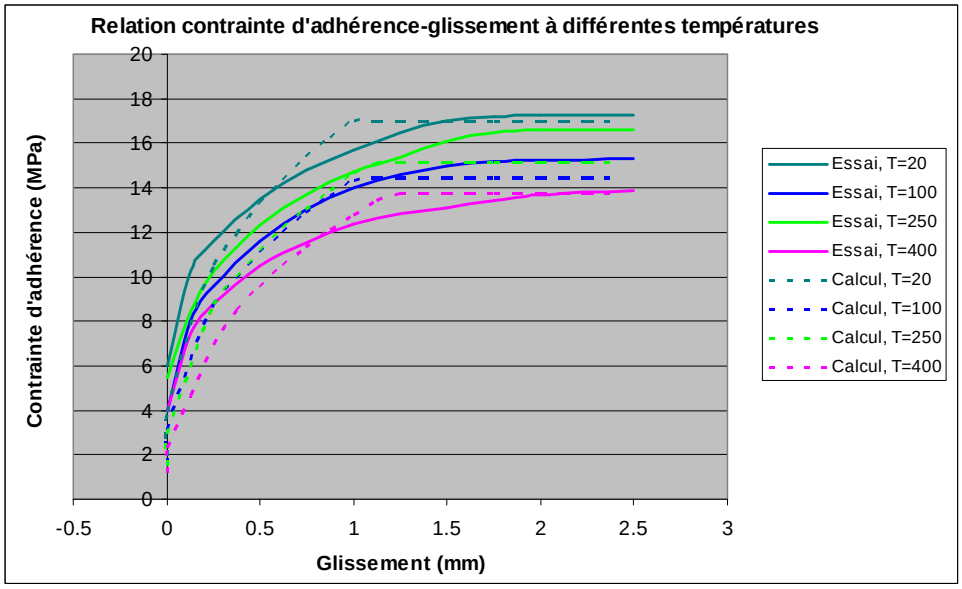



**Figure 2.37**

*Comparaison entre les résultats de calcul utilisant le modèle de l'interface développé et ceux de l'essai de Morley et al. (dans la Figure 2.18)*

# PARTIE II Modélisation du béton

# Chapitre 3 Modélisation du béton avec ANSYS

A part la question de l'interface acier-béton, la simulation du comportement des structures en béton armé (BA) et en béton précontraint (BP) nécessite aussi un modèle performant du béton. En réalité, la modélisation du béton est une question difficile. Cette difficulté est due à la différence entre le comportement en traction et celui en compression, à la fissuration et à la nature de la surface de limite élastique 3D. Actuellement, les logiciels d'éléments finis populaires comme ABAQUS, ANSYS, Castem… disposent de quelques modèles du béton mais aucun n'est totalement satisfaisant.

Ce chapitre a pour but d'analyser et d'évaluer la capacité des différents modèles de ANSYS pour la modélisation du béton. En considérant les avantages et les inconvénients de chaque modèle, les meilleurs modèles seront sélectionnés pour répondre les critères suivants :

- Reproduire la description du comportement 1D du béton dans l'Eurocode II.
- Simuler le comportement 3D du béton (la nonlinéarité, la fissuration, la différence entre la traction et la compression)
- Modéliser le comportement global des structures (relation force-flèche, mode de rupture, position de rupture)
- Être capable de prendre en compte la variation des propriétés mécaniques du béton en fonction de la température.

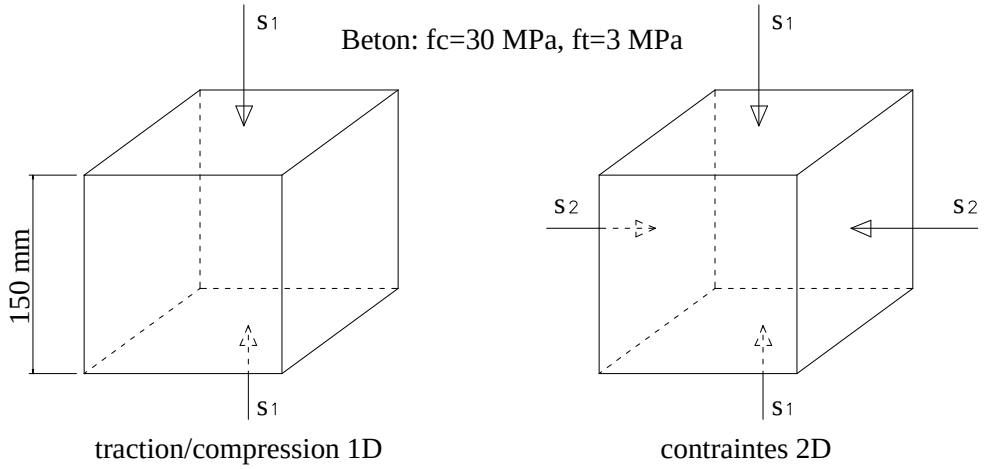



**Figure 3.1**

*Eprouvette du béton et les schémas de chargement appliqué dans la simulation*

Dans les sections suivantes, on va présenter des modèles de matériau non linéaires qui peuvent être utilisés pour le béton. Et puis, on aborde l'adaptation de chaque modèle à la simulation du béton. Ensuite, les avantages et les inconvénients des modèles sont mis en

évidence par la simulation numérique d'un cube du béton chargé selon la Figure 3.1. Enfin, les bons modèles sont appliqués à l'analyse d'une poutre en béton armé pour trouver les meilleurs modèles pour le calcul des structures.

## 3.1 Modèles plastiques

Dans la simulation numérique non linéaire, les modèles de matériau développés dans le cadre de la théorie de plasticité sont souvent plus stables que ceux développés dans le cadre de la théorie de l'endommagement. C'est pourquoi, on étudie tout d'abord les modèles plastiques du code ANSYS.

### 3.1.1 Les modèles « Extended Drucker-Prager » (EDP)

Le modèle de Drucker-Prager et les modèles dérivés du critère de Drucker-Prager sont beaucoup utilisés dans la modélisation des géo-matériaux. Dans ANSYS, les modèles «EDP» résultent d'une extension du modèle de Drucker Prager classique. Leur surface de charge et leur potentiel plastique peuvent avoir une forme linéaire ou curviligne. En plus, ils tiennent compte d'un écrouissage non linéaire isotrope.

#### 3.1.1.1 Caractéristiques des modèles EDP du code ANSYS [19]

***a) Modèles EDP avec surface de charge linéaire et hyperbolique [19]***

Les deux formes de la surface de charge sont les suivantes :

- Forme linéaire

$$F = q + \alpha.\sigma_m - \sigma_y\left(\hat{\varepsilon}_{pl}\right) = 0 \qquad \textbf{( 3.1)}$$

avec

$q = \sqrt{3J_2}$ ; $J_2$ est le 2e invariant du tenseur déviatorique $\underline{\underline{S}}$

$\alpha = \dfrac{6\sin(\varphi)}{3-\sin(\varphi)}$ ; $\varphi$ est l'angle de frottement interne

$\sigma_y\left(\hat{\varepsilon}_{pl}\right)$ est la limite plastique de matériau

$\hat{\varepsilon}_{pl}$ est la déformation plastique équivalente

- Forme hyperbolique

$$F = \sqrt{a^2 + q^2} + \alpha\sigma_m - \sigma_y\left(\hat{\varepsilon}_{pl}\right) = 0 \qquad \textbf{( 3.2)}$$

avec

$a > 0$ coefficient lié à la forme de surface

L'écoulement plastique peut être associé ou non associé. En cas de plasticité non associée, le

potentiel plastique est respectivement:

$$Q = q + \alpha_f .\sigma_m - \sigma_y\left(\hat{\varepsilon}_{pl}\right) = 0 \qquad \textbf{( 3.3)}$$

dans le cas linéaire, et

$$Q = \sqrt{a^2 + q^2} + \alpha_f .\sigma_m - \sigma_y\left(\hat{\varepsilon}_{pl}\right) = 0 \qquad \textbf{( 3.4)}$$

dans le cas hyperbolique, avec $\alpha_f \neq \alpha$

Ces modèles peuvent reproduire la plasticité parfaite ou l'écrouissage multi linéaire exprimé par la relation entre $\sigma_y\left(\hat{\varepsilon}_{pl}\right)$ et $\hat{\varepsilon}_{pl}$ .

***b) Modèle EDP CAP [19]***

Contrairement aux deux modèles précédents, la surface de charge EDP de ce modèle est limitée par deux « caps » : « cap » de traction et « cap » de compression. Les paramètres et les formulations de ce modèle sont exprimés en fonction des invariants du tenseur de contrainte : $I_1$ , $J_2$ , $J_3$ .

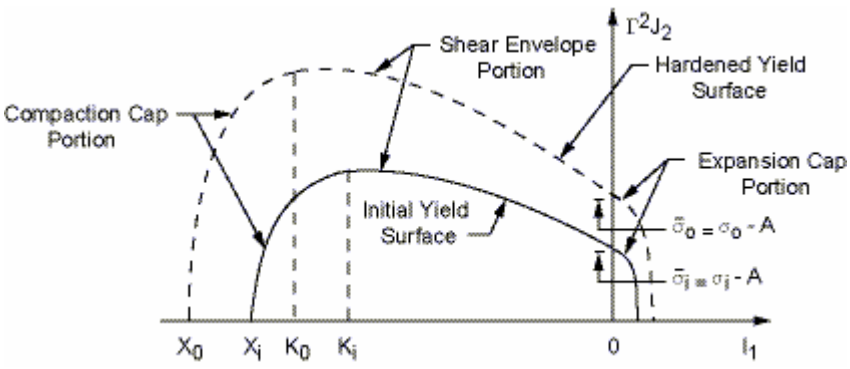



**Figure 3.2**

*Section méridienne de la surface de charge du modèle « CAP » [19]*

La section méridienne de la surface de charge mixte est illustrée sur la Figure 3.2. Elle se compose de trois parties : enveloppe de cisaillement, « cap » de compression et « cap » de traction. La formule combinée de la surface de charge est présentée dans l'équation ( 3.5). Ici, $\Gamma, Y_C, Y_T, Y_S$ sont les fonctions qui caractérisent la forme de la surface de charge.

$$\begin{aligned} Y\left(\sigma, K_0, \sigma_0\right) &= Y(I_1, J_2, J_3, K_0, \sigma_0) \\ &= \Gamma^2\left(J_2, J_3, \psi\right).J_2 - Y_C(I_1, K_0, \sigma_0).Y_T(I_1, \sigma_0).Y_S^2(I_1, \sigma_0) = 0 \end{aligned} \qquad \textbf{( 3.5)}$$

La fonction de l'enveloppe de cisaillement EDP est présentée dans l'équation ( 3.6). La géométrie de cette surface est illustrée sur la Figure 3.3. Dans le cas où $A = 0$ , elle exprime

exactement le critère de Drucker Prager. Le terme $A.e^{\beta^Y.I_1}$ a pour but de courber la surface de Drucker Prager pour la faire conformer à la fois au cas de cisaillement simple et au cas de compression bi axiale:

$$Y_S(I_1,\sigma_0) = \sigma_0 - \alpha^Y.I_1 - A.e^{\beta^Y.I_1} \quad \textbf{( 3.6)}$$

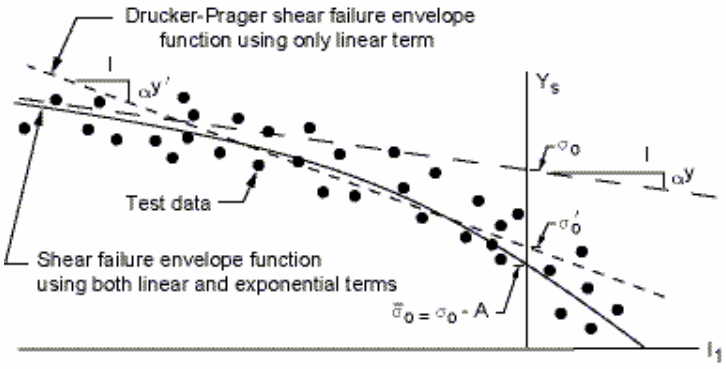



**Figure 3.3**

*Fonction de l'enveloppe de cisaillement [19]*

Les fonctions du « cap » de compression et de celui de traction sont données dans les équations ( 3.7), ( 3.8) . Elles sont illustrées sur la Figure 3.4 La plasticité se produit sur le « cap » de compression quand $I_1 < K_0$ et sur le « cap » de traction quand $I_1 > 0$.

$$Y_C(I_1,K_0,\sigma_0) = 1 - H(K_0 - I_1).\left(\frac{I_1 - K_0}{R_C^Y.Y_S(K_0,\sigma_0)}\right)^2 \quad \textbf{( 3.7)}$$

$$Y_T(I_1,\sigma_0) = 1 - H(I_1).\left(\frac{I_1}{R_T^Y.Y_S(0,\sigma_0)}\right)^2 \quad \textbf{( 3.8)}$$

avec

$H$ : Heaviside fonction

$R_C^Y$ : taux de $K_0 - X_0$ par rapport à $Y_S(K_0,\sigma_0)$

$R_T^Y$ : taux de $f_T^{triaxiale}$ par rapport à $Y_S(0,\sigma_0)$

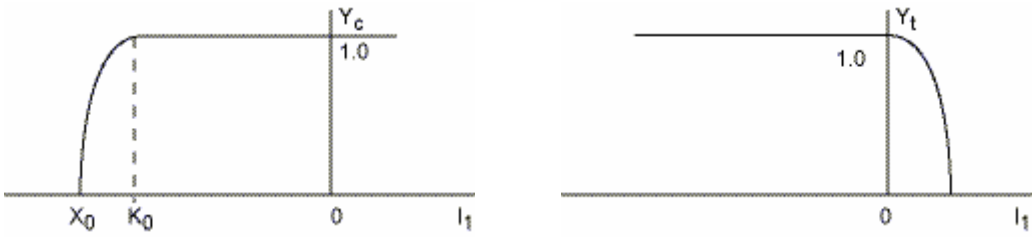



**Figure 3.4**

*Fonctions du « cap » de compression (à gauche) et du « cap » de traction (à droite) [19]*

La forme de la section transversale est déterminée par l'équation ( 3.9). Cette fonction prend en compte la dépendance de la limite plastique en fonction du déviateur de contrainte et du troisième invariant. Cette dépendance est illustrée clairement sur la Figure 3.5.

$$\Gamma(\beta,\psi)=\frac{1}{2}.\left(1+\sin(3\beta)+\frac{1}{\psi}.(1-\sin 3\beta)\right) \qquad \textbf{( 3.9)}$$

avec

$$\beta=-\frac{1}{3}\sin^{-1}\left(\frac{3.\sqrt{3}.J_3}{2.J_2^{3/2}}\right)$$

$\psi$ est le taux de la résistance de traction tri axiale par rapport à la résistance de compression

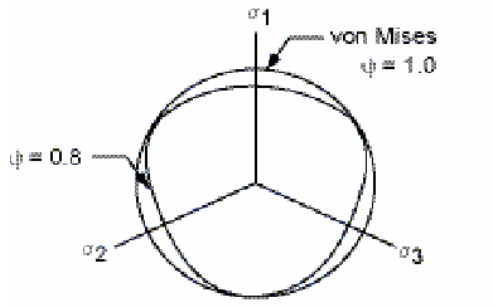



**Figure 3.5**

*Section transversale de la surface de charge [19]*

Ce modèle permet aussi de modéliser l'écrouissage de la surface de charge. Cela est fait d'une part, avec la loi $\overline{\sigma}_0\left(\gamma^p\right)$ qui exprime la variation de la résistance de cisaillement simple $\overline{\sigma}_0$ en fonction de la déformation plastique déviatorique effective $\gamma^p$ et d'autre part, avec la loi

qui exprime la variation de la résistance de compression tri axiale $X_0$ en fonction de la déformation plastique volumique $\varepsilon_v^p$ selon la formule ( 3.10) :

$$\varepsilon_v^p = W_1^c . \left( e^{\left(D_1^c - D_2^c (X_0 - X_i)\right)(X_0 - X_i)} - 1 \right) \quad \textbf{( 3.10)}$$

avec

$W_1^c$ déformation plastique volumique maximale possible

$X_i$ résistance compressive tri axiale initiale

$D_1^c, D_2^c$ sont les constants à déclarer du modèle

### 3.1.1.2 Evaluation

***a) Modèle EDP avec la surface de charge linéaire***

Avec la forme linéaire, la surface de charge n'a que deux paramètres $\sigma_Y$ et $\alpha$. Elle ne peut pas bien simuler tous les états de contrainte à la fois.

On considère tout d'abord la traction uni axiale et la compression uni axiale. Pour que le modèle simule bien la résistance dans ces cas, il faut :

$$f_c - \alpha . \frac{f_c}{3} - \sigma_Y = 0 \quad \textbf{( 3.11)}$$

$$f_t + \alpha . \frac{f_t}{3} - \sigma_Y = 0 \quad \textbf{( 3.12)}$$

Ces équations permettent de trouver :

$$\sigma_Y = \left( 1 - \frac{\alpha}{3} \right) . f_c \quad \textbf{( 3.13)}$$

$$\alpha = \frac{3(f_c - f_t)}{f_c + f_t} \quad \textbf{( 3.14)}$$

Pour le béton, $f_t = 6 \text{ à } 10\% f_c$. Ainsi, la valeur de $\alpha$ varie de $2{,}45$ à $2{,}66$ et la valeur de l'angle de frottement $\varphi$ varie de $60°$ à $70°$. Malheureusement, avec ces valeurs, la surface de charge ne peut pas modéliser la résistance en compression bi axiale. En effet, l'état de contrainte dans ce cas est suivant:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} -\sigma_{cb} & 0 & 0 \\ 0 & -\sigma_{cb} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \textbf{( 3.15)}$$

$$\Rightarrow q = \sqrt{3.J_2} = \sigma_{cb},\ \sigma_m = -2\sigma_{cb}/3$$

La surface de charge dans ce cas est suivante:

$$\sigma_{cb} - \alpha.\frac{2.\sigma_{cb}}{3} - \sigma_Y = 0 \qquad \textbf{( 3.16)}$$

$$\Leftrightarrow \left(1 - \frac{2\alpha}{3}\right).\sigma_{cb} - \sigma_Y = 0$$

Evidemment, avec $\alpha = 2{,}45$ à $2{,}66$, la partie gauche de l'équation ( 3.16) n'est jamais égale à zéro. C'est-à-dire, la plasticité en compression 2D ne se produit jamais, ce qui n'est pas vrai en réalité. Cela peut être expliqué de façon géométrique : quand l'angle de frottement $\varphi = 60°$ à $70°$, la surface de cône de Drucker Prager n'a pas d'intersection avec la plan ($\sigma_1$, $\sigma_2$, $0$) dans l'espace des contraintes principales. La plasticité n'a donc pas lieu quand les contraintes sont en état 2D.

Si on veut que le modèle simule bien le comportement 2D du béton en compression, l'équation ( 3.16) nous permet de trouver la condition de $\alpha$ :

$$\left(1 - \frac{\alpha.2}{3}\right) > 0 \Leftrightarrow \alpha < 1{,}5 \qquad \textbf{( 3.17)}$$

La valeur raisonnable de $\alpha$ est souvent de 1,2 et l'angle de frottement correspondant est de $30°$. Cependant, ces valeurs entraînent une grande valeur de la résistance de traction. Par exemple, si $f_c = 60MPa$, la résistance de traction $f_t = 17MPa$, qui est fausse pour le béton.

En conclusion, ce modèle n'est pas convenable pour le béton.

***b) Modèle EDP avec la surface de charge hyperbolique***

Contrairement au modèle précédent, la forme hyperbolique de ce modèle dispose d'un paramètre de plus $a$ pour courber le sommet du cône Drucker-Prager. Cela permet d'obtenir une résistance $f_t$ petite sans imposer une grande valeur de $\alpha$. Les conditions de charge en compression et traction uni axiales sont respectivement,

$$F = \sqrt{a^2 + f_c^{\,2}} - \frac{\alpha}{3}.f_c - \sigma_y = 0 \qquad \textbf{( 3.18)}$$

et

$$F = \sqrt{a^2 + f_t^{\,2}} + \frac{\alpha}{3}.f_t - \sigma_y = 0 \qquad \textbf{( 3.19)}$$

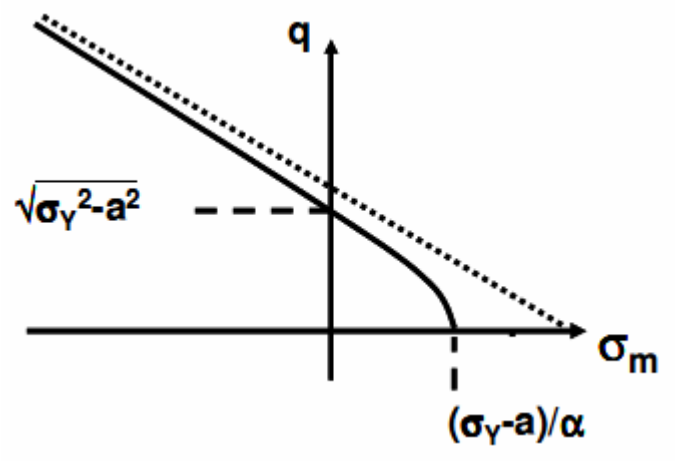



**Figure 3.6**

*Section méridienne de la surface de charge EDP hyperbolique*

Les équations ( 3.18) et ( 3.19) permettent de déterminer les deux paramètres $\sigma_Y$ et $a$ en fonction de $f_c$, de $f_t$ et de $\alpha$ :

$$\sigma_Y = \frac{\left(3-\frac{\alpha^2}{3}\right).(f_c^2 - f_t^2)}{2.\alpha.(f_c - f_t)} \quad \textbf{( 3.20)}$$

$$a = \sqrt{\left(\sigma_Y + \frac{\alpha}{3}.f_c\right)^2 - f_c^2} \quad \textbf{( 3.21)}$$

La question restante est de trouver la valeur de $\alpha$ pour que la surface de charge modélise bien d'autres états de contrainte. Considérons la compression bi axiale : la condition de charge est la suivante:

$$F = \sqrt{a^2 + f_{cb}^{\ 2}} - \frac{2\alpha}{3}.f_{cb} - \sigma_y = 0 \quad \textbf{( 3.22)}$$

Comme discuté dans la partie (a), il faut tout d'abord que $\alpha \leq 1{,}5$ . Et puis, avec chaque valeur de $\alpha$ , les paramètres $\sigma_Y$ et $a$ sont déterminés à l'aide des équations ( 3.20), ( 3.21). La résistance $f_{cb}$ est ensuite calculée grâce à l'équation ( 3.22). Tous ces calculs ont été faits dans Excel pour deux types du béton : le premier a $f_c = 60MPa$ et $f_t = 4MPa$ , le deuxième a $f_c = 30MPa$ et $f_t = 3MPa$ . La résistance en compression bi axiale calculée est représentée sur la Figure 3.7. On trouve que la résistance en compression bi axiale modélisée est beaucoup plus grande que la valeur réelle. L'erreur minimale de calcul possible est de $\frac{114-72}{72} = 58\%$ pour le 1$^e$ cas et de $\frac{57-36}{36} = 58\%$ pour le 2$^e$ cas. En conclusion, le

modèle EDP avec la forme hyperbolique n'est pas non plus convenable à la simulation du béton.

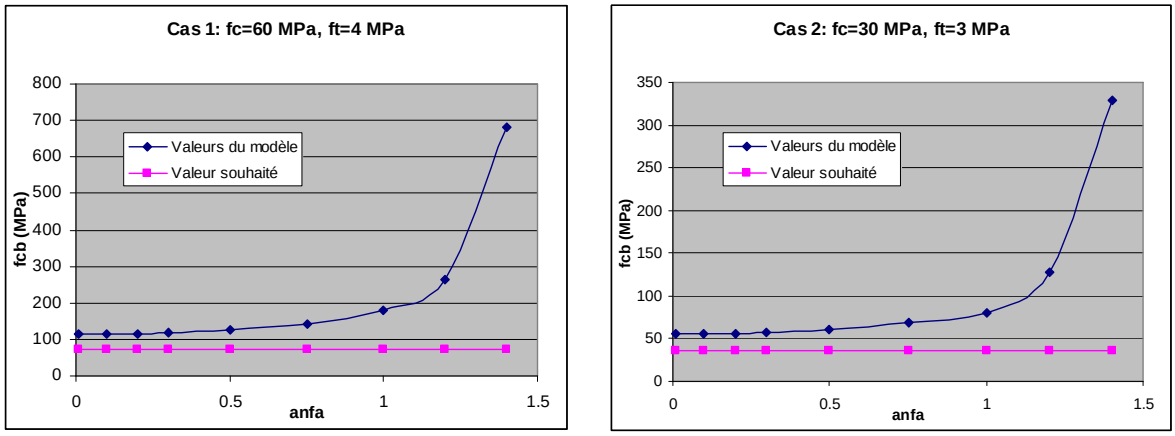



**Figure 3.7**

*Résistance bi axiale calculée comparée avec valeur réelle*

### *c) Modèle EDP CAP*

Contrairement aux modèles précédents, la formulation du modèle EDP CAP permet de prendre en compte la résistance de plusieurs états de contrainte : compression uni axiale, compression bi axiale et tri axiale, traction, cisaillement simple.

Considérons tout d'abord la zone $K_0 \le I_1 \le 0$ où la surface de charge est l'enveloppe EDP. Elle a des paramètres : $\beta^Y$, $A$, $\alpha^Y$, $\sigma_0$. En mettant $\psi = 1 \Rightarrow \Gamma = 1$, la condition de charge est comme suivante :

$$Y(\sigma, K_0, \sigma_0) = J_2 - Y_S^2(I_1, \sigma_0) = 0 \qquad \textbf{( 3.23)}$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{J_2} = Y_S(I_1, \sigma_0) = \sigma_0 - \alpha^Y . I_1 - A.e^{\beta . I_1}$$
$$\Leftrightarrow F = \sqrt{J_2} + \alpha^Y . I_1 + A.e^{\beta . I_1} - \sigma_0 = 0$$

Dans cette zone, la surface de charge doit prendre en compte la résistance de compression uni axiale $f_c$, la résistance de compression bi axiale $f_{cb}$ et la résistance de cisaillement simple $f_Y$. En appliquant la condition de charge à ces trois cas, on a :

$$\frac{f_c}{\sqrt{3}} - \alpha^Y . f_c + A.e^{-\beta^y . f_c} - \sigma_0 = 0 \qquad \textbf{( 3.24)}$$

$$\frac{f_{cb}}{\sqrt{3}} - 2.\alpha^Y . f_{cb} + A.e^{-2.\beta^Y . f_{cb}} - \sigma_0 = 0 \quad \textbf{( 3.25)}$$

$$f_Y + A - \sigma_0 = 0 \quad \textbf{( 3.26)}$$

Le paramètre $\alpha^Y$ décrit la forme de la surface de charge dans la zone où la contrainte hydrostatique est grande. Pour le béton, la surface de charge dans cette zone est assez proche de celle de Von-Mises. Ainsi, la valeur raisonnable de $\alpha^Y$ se trouve dans la gamme $0° < \alpha^Y < 10°$. Avec chaque valeur de $\alpha^Y$, les trois équations ( 3.24), ( 3.25) et ( 3.26) permettent de trouver les trois autres paramètres $\beta^Y$, $A$, $\sigma_0$.

Quand $0 \le I_1$, la surface de charge est le « cap » de traction qui a un paramètre $R_T^Y$. Il est déterminé en appliquant la condition de charge à la traction uni axiale. On a :

$$Y(\sigma, K_0, \sigma_0) = J_2 - \left(1 - \left(\frac{I_1}{R_T^Y . Y_S(0, \sigma_0)}\right)^2\right) . Y_S^2(I_1, \sigma_0) = 0 \quad \textbf{( 3.27)}$$

avec

$$J_2 = \frac{f_t^{\,2}}{3}$$

$$I_1 = f_t$$

$$Y_S(I_1, \sigma_0) = \sigma_0 - \alpha^Y . f_t - A.e^{\beta^Y . f_t}$$

$$Y_S(0, \sigma_0) = \sigma_0 - A$$

Quand $I_1 \le K_0$, la surface de charge est le « cap » de compression qui a les paramètres $X_i$ et $R_C^Y$. Ces valeurs sont déterminées en se basant sur les données expérimentales de la compression tri axiale. Elles ne sont pas nécessaires dans le cadre de cette thèse où des poutres et des dalles en béton sont les objets d'analyse. La contrainte dans ces structures est principalement en état 2D.

Dans la simulation numérique du cube de béton (voir la Figure 3.1) pour tester le modèle, les propriétés du béton sont : $f_c = 30MPa$, $f_{cb} = 1{,}15.f_c$, $f_t = 3MPa$ et $\varepsilon_{c1} = 0{,}0025$. Pour la résistance de cisaillement, elle est souvent un peu plus inférieure à $f_t$. Dans cette simulation, elle est prise à $f_Y = 3MPa$. Les démarches de calcul présentées ci-dessus permettent de trouver les paramètres du modèle: $\alpha^Y = 0{,}05$, $\beta^Y = 0{,}1$, $A = 13{,}48$, $\sigma_0 = 16{,}48$ et $R_T^Y = 2{,}47$.

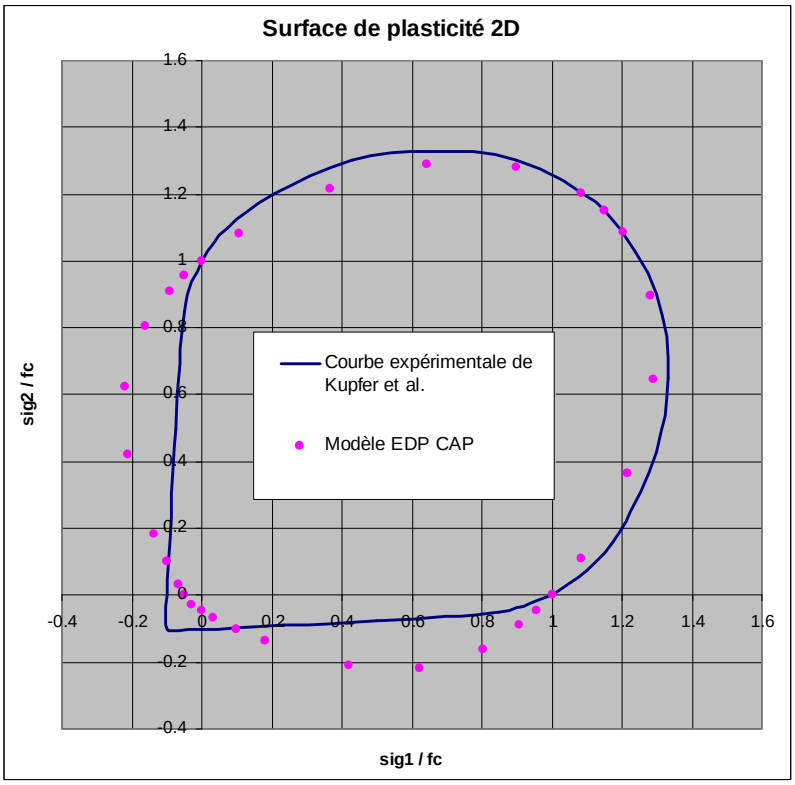



**Figure 3.8**

*Résistance du béton en état de contrainte 2D*

Les résultats de la simulation sur la Figure 3.8 montrent la résistance du béton selon différents scénarios de chargement 2D. On trouve que le modèle marche très bien quand les deux contraintes sont en compression.

En revanche, les résultats de calcul sont moins bons quand une ou deux directions sont en traction. Les deux points de calcul qui coïncident avec les résultats d'essai sont les point de coordonnées $(0{,}1;-0{,}1)$ et $(-0{,}1;0{,}1)$. Ils correspondent à l'état de contrainte en cisaillement simple. Pour les autres points, l'erreur de calcul par rapport aux données expérimentales est très grande.

Concernant la loi d'écrouissage $\overline{\sigma}_0\left(\gamma^p\right)$, les résultats de simulation ont prouvé qu'elle ne convient pas à l'écrouissage du béton. Ainsi, dans la modélisation du béton, ce modèle est limité à un comportement élastique parfaitement plastique.

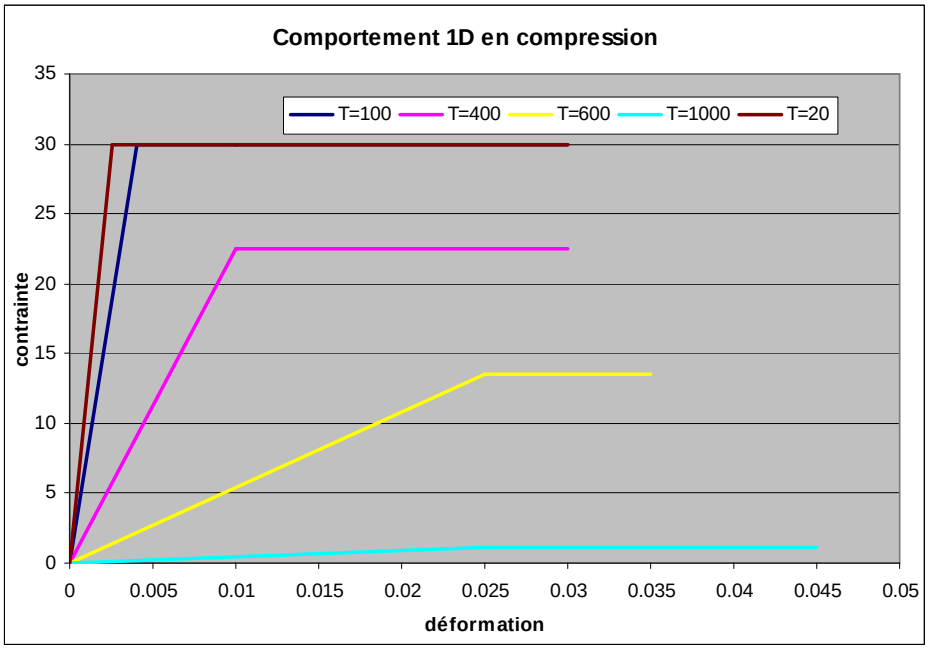



**Figure 3.9**

*Comportement du béton en compression 1D à différentes températures*

La Figure 3.9 confirme une bonne capacité du modèle dans la prise en compte de la variation des propriétés (la résistance et le module d'Young) du béton à haute température.

En conclusion, ce modèle est le plus performant parmi les modèles plastiques EDP. Toutefois, ses inconvénients peuvent causer de grandes erreurs dans le calcul des structures. Sa performance va être évaluée dans la section 3.3.

## 3.1.2 Modèle plastique Cast Iron

### 3.1.2.1 Caractéristiques du modèle

Ce modèle a une surface de charge mixte pour prendre en compte la différence entre le comportement en traction et celui en compression. Le comportement en traction est dépendant de la contrainte hydrostatique et respecte le critère de contrainte maximale de Rankine. Le comportement en compression est indépendant de la contrainte hydrostatique et respecte le critère de Von-Mises.

Les fonctions pour le critère de Rankine et pour le critère de Von Mises sont respectivement suivantes :

$$\frac{2}{3}\cos(\theta).\sigma_e + p + \sigma_t = 0 \qquad \textbf{( 3.28)}$$

$$\sigma_e - \sigma_c = 0 \qquad \textbf{( 3.29)}$$

avec

$$p = \frac{I_1}{3}$$

$$\sigma_e = \sqrt{3.J_2}$$

$$\theta = \frac{1}{3}\arccos\left(\frac{3.\sqrt{3}}{2}.\frac{J_3}{J_2^{3/2}}\right)$$

$J_2, J_3$ sont les invariants du tenseur dévia torique $\underline{\underline{S}}$

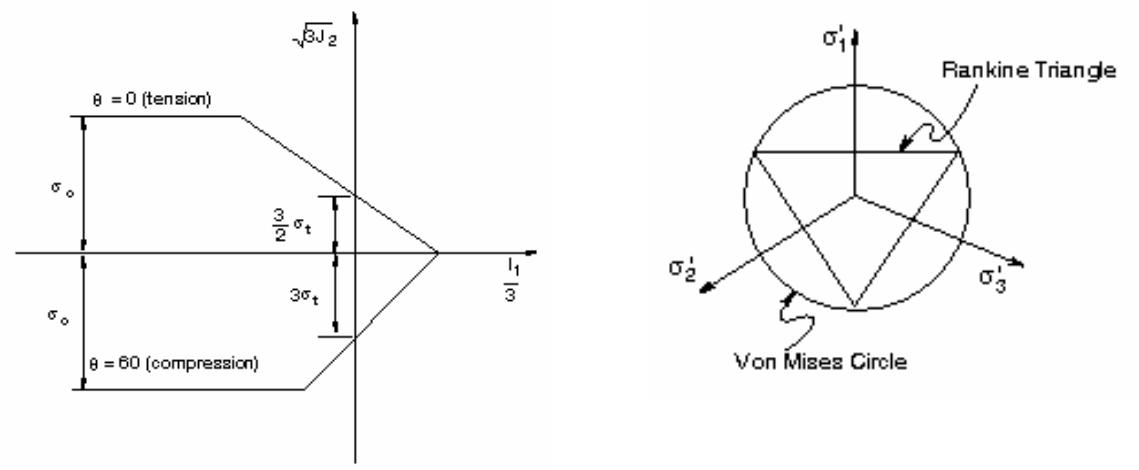



**Figure 3.10**

*Section méridienne et transversale de la surface de charge [19]*

Le potentiel plastique est défini selon les équations ( 3.30), ( 3.31). Ce modèle permet aussi de définir deux différentes lois d'écrouissage : l'une pour la compression et l'autre pour la traction (voir la Figure 3.11).

$$\frac{(p-Q)^2}{c^2}+\sigma_e^2=9.Q^2, \text{ for } p\geq-\frac{\sigma_c}{3} \quad \textbf{( 3.30)}$$

$$Q=\sigma_e-\sigma_c=0, \text{ for } p<-\frac{\sigma_c}{3} \quad \textbf{( 3.31)}$$

avec

$$c=\sqrt{\frac{9.(1-2\upsilon^{pl})}{5+2\upsilon^{pl}}}$$

$\upsilon^{pl}$ est le coefficient de Poisson plastique $\upsilon^{pl} < 0{,}5$

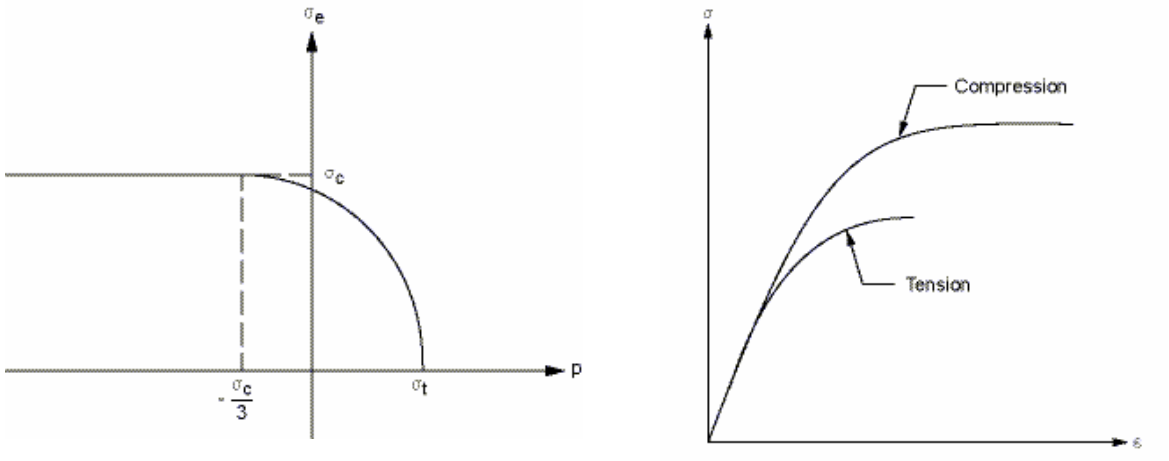



**Figure 3.11**

*Potentiel plastique (gauche) et lois d'écrouissage (droite) [19]*

### 3.1.2.2 Adaptation à la simulation du béton

Il s'agit d'identifier les lois d'écrouissage en traction et en compression et de définir le coefficient de Poisson plastique.

En compression, la loi d'écrouissage exprime la relation entre la contrainte de compression uni axiale $\sigma_c$ et la déformation plastique équivalente $\hat{\varepsilon}^{pl}$. Tout d'abord, on va déterminer la relation entre $\hat{\varepsilon}^{pl}$ et la déformation compressive plastique uni axiale $\varepsilon_{11}^{pl}$. Au cours de la phase de plasticité, on a :

$$\Delta\underline{\underline{\varepsilon}}^{pl} = \lambda\frac{\partial F}{\partial\underline{\underline{\sigma}}} = \lambda\frac{1}{\partial\underline{\underline{\sigma}}}\partial\left(\sqrt{\frac{3}{2}.\underline{\underline{s}}:\underline{\underline{s}}} - \sigma_c\left(\hat{\varepsilon}^{pl}\right)\right) = \lambda.\left(\frac{3}{2}.\frac{1}{\sqrt{\frac{3}{2}.\underline{\underline{s}}:\underline{\underline{s}}}}.\underline{\underline{s}}\right) \quad \textbf{( 3.32)}$$

Dans le cas de compression uni axiale, le tenseur de déformation a la forme suivante :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad \textbf{( 3.33)}$$

A partir de l'équation ( 3.23) on a :

$$\Rightarrow \Delta\underline{\underline{\varepsilon}}^{pl} = \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_{11}^{pl} & 0 & 0 \\ 0 & \Delta\varepsilon_{22}^{pl} & 0 \\ 0 & 0 & \Delta\varepsilon_{33}^{pl} \end{bmatrix} \quad \textbf{( 3.34)}$$

A partir de l'équation ( 3.32), on peut déduire :

$$\Rightarrow \Delta\underline{\underline{\varepsilon}}^{pl} = \lambda.\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix} \quad \textbf{( 3.35)}$$

Combinant les équations ( 3.34) et ( 3.35), on obtient la relation suivante :

$$\Delta\hat{\varepsilon}^{pl} = \sqrt{\frac{2}{3}\Delta\underline{\underline{\varepsilon}}^{pl} : \Delta\underline{\underline{\varepsilon}}^{pl}} = \Delta\varepsilon_{11}^{pl} \quad \textbf{( 3.36)}$$

$$\Rightarrow \hat{\varepsilon}^{pl} = \varepsilon_{11}^{pl}$$

Ce résultat nous permet de conclure que la loi d'écrouissage en compression à considérer est exactement la loi du comportement 1D du béton $\sigma_c\left(\varepsilon_{11}^{pl}\right)$.

En traction, on peut supposer que le béton est élastique avant d'atteindre la limite plastique.

La variation des propriétés du béton à haute température est prise en compte en déclarant les deux lois ci-dessus à différents points de température.

### 3.1.2.3 Evaluation

Tout d'abord, après la simulation, on peut affirmer qu'un écrouissage négatif donne des

résultats incorrects. C'est-à-dire, comme les autres modèles plastiques, ce modèle ne peut pas simuler la rupture du béton.

Le premier avantage du modèle est qu'il modélise bien le comportement du béton en traction ainsi qu'en compression avant d'atteindre la résistance maximale. La Figure 3.12 montre cet avantage pour le cas 1D.

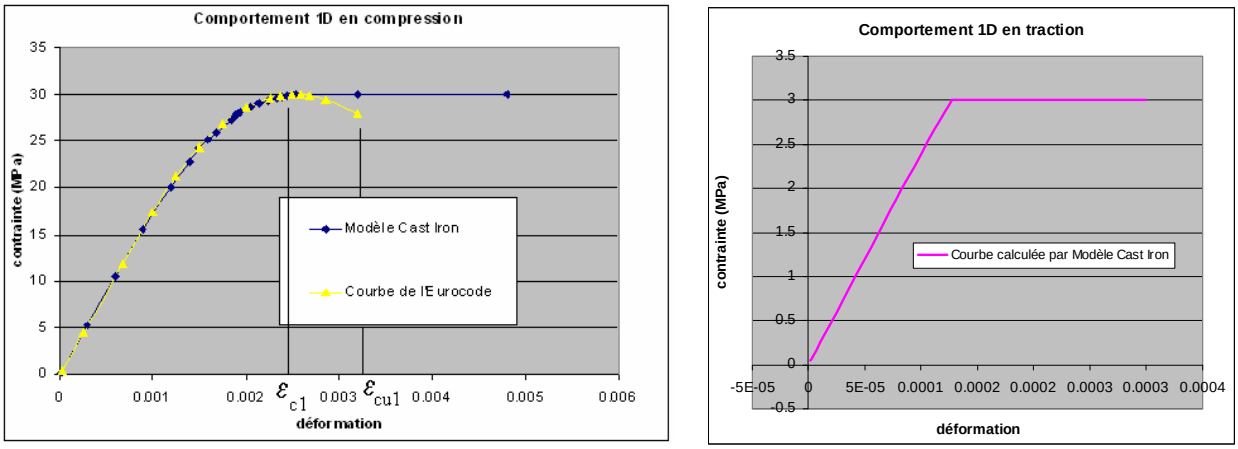



**Figure 3.12**

*Relation contrainte-déformation 1D*

Après avoir atteint sa résistance maximale, le béton est en plasticité parfaite. Cela permet de modéliser approximativement la phase de ductilité du béton en compression qui se produit de la déformation $\varepsilon_{c1}$ à la déformation $\varepsilon_{cu1}$. Par ailleurs, en traction, malgré que cette phase de plasticité parfaite n'est pas vraie mais elle n'influence pas beaucoup le comportement global de la structure parce que la contribution de la résistance de traction du béton à la capacité portante de la structure est très petite par rapport à la contribution de l'acier.

Pour le modèle Cast Iron, son grand avantage, qui n'existe pas dans tous les modèles plastiques précédents, est qu'il modélise bien la résistance du béton en état de contraintes 2D. La Figure 3.13 présente un bon accord entre les valeurs simulées et celles de l'essai de Kupfer et al. [20]. Quand les deux contraintes sont en compression, la résistance calculée est différente de 0% à 15% par rapport à la valeur expérimentale. Pour d'autres cas, la résistance est exactement simulée.

Finalement, les résultats sur la Figure 3.14 montrent la capacité du modèle dans la modélisation du béton à haute température. Les courbes de comportement ainsi que les résistances calculées par la simulation se conforment bien aux descriptions dans l'Eurocode II-1-2.

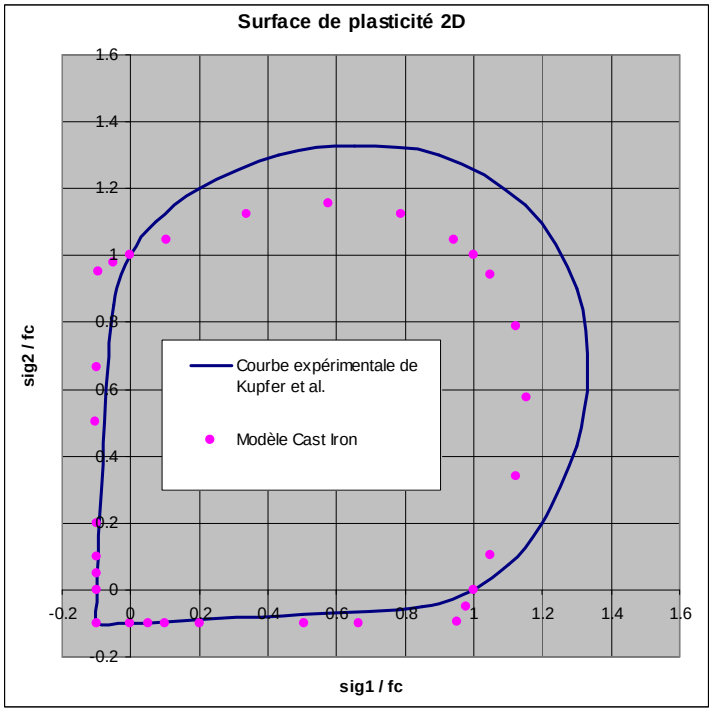



**Figure 3.13**

*Résistance du béton en état de contrainte 2D (calcul & essai)*

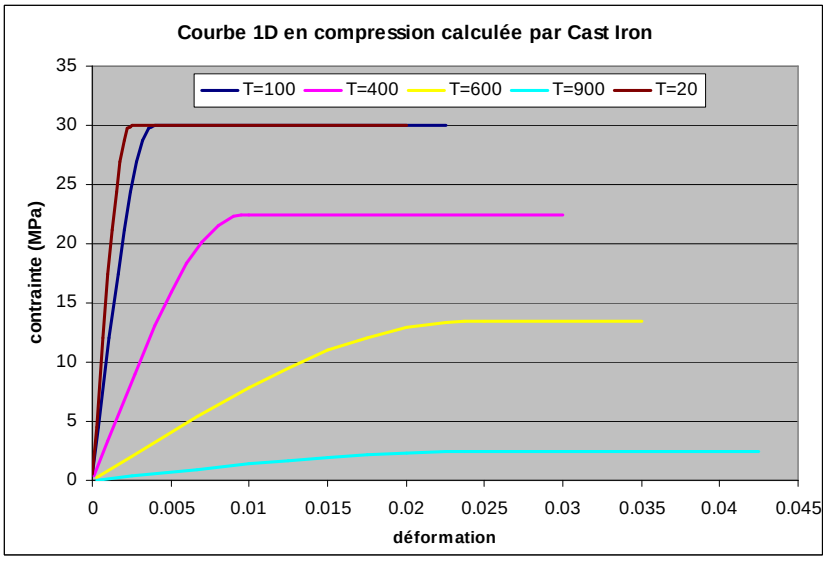



**Figure 3.14**

*Courbes de comportement de calcul à différentes températures*

En conclusion, ce modèle a des avantages et des inconvénients :

- Avantages :
    - Bien modéliser la nonlinéarité du comportement du béton avant d'atteindre sa résistance en compression
    - Prendre en compte la ductilité du béton après avoir atteint sa résistance
    - Bien modéliser la résistance quand les contraintes sont 2D.
    - Bien modéliser la variation de la résistance du béton à haute température
- Inconvénients :
    - L'erreur de calcul de la résistance en compression 2D varie de 0% à 15%.
    - Ne pas modéliser la rupture ultime du béton en traction ainsi qu'en compression

### 3.1.3 Conclusion sur les modèles plastiques

Parmi tous les modèles plastiques étudiés, le meilleur modèle est Cast Iron. Il permet de définir deux différentes courbes de comportement en compression et en traction, de bien modéliser la résistance du béton en état de contraintes 2D.

Le deuxième est le modèle EDP-CAP. Bien qu'en compression 2D, il modélise la résistance du béton mieux que le modèle Cast Iron, il donne de mauvais résultats quand l'état de contrainte est « compression-traction » ou « traction-traction ». Ainsi, l'application de ce modèle dans la modélisation des structures ne donnera peut-être pas de bons résultats.

La performance de ces deux modèles va être évaluée dans la section 3.3 où ils sont appliqués à la modélisation d'une poutre en béton armé. Cette section comparera aussi la performance des modèles plastiques avec celle des modèles de rupture fragile abordés dans la section 3.2.

## 3.2 Modèles de rupture fragile

Pour mieux simuler la rupture fragile du béton en traction ainsi que son comportement anisotrope après la fissuration du béton, ANSYS dispose des modèles de matériau qui peuvent prendre en compte la rupture fragile en traction et la correction de la matrice de rigidité après la fissuration. Concernant la compression, ces modèles peuvent reproduire un comportement fragile ou plastique. Dans les sections suivantes, on les appelle simplement « modèle de rupture fragile » pour les différentier des modèles totalement plastiques présentés ci-dessus.

### 3.2.1 Modèle « Cracking & Crushing » (Modèle « Concrete » de ANSYS)

#### 3.2.1.1 Caractéristiques du modèle

Ce modèle, appelé « concrete » dans ANSYS, considère que le béton est purement fragile en traction ainsi qu'en compression. La phase d'élasticité est suivie par la rupture fragile qui cause la chute totale de la rigidité du matériau.

Deux types de rupture sont pris en compte :

- Ecrasement en compression
- Fissuration en traction

L'apparition de l'écrasement ou de la fissuration dépend de l'état de contrainte. Si on appelle les trois contraintes principales $\sigma_1$, $\sigma_2$, $\sigma_3$ avec l'ordre $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, les modes de rupture possibles peuvent apparaître selon les 4 cas :

- $0 \geq \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ : écrasement
- $\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ : écrasement et/ou fissuration
- $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0 \geq \sigma_3$ : écrasement et/ou fissuration
- $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0$ : fissuration

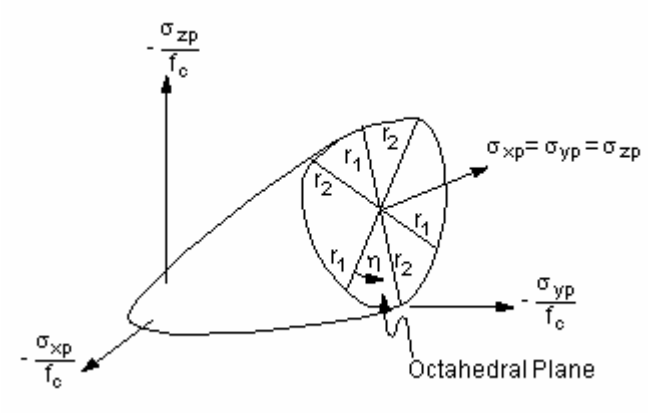



**Figure 3.15**

*Surface de rupture de Willam & Warnke [19]*

Le critère d'écrasement utilisé est celui de Willam & Warnke. La formulation du critère est la suivante :

$$\frac{F}{f_c} - S \geq 0 \qquad \textbf{( 3.37)}$$

Avec,

$$F = \frac{1}{\sqrt{15}}.\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right]^{\frac{1}{2}} \qquad \textbf{( 3.38)}$$

$$S = \frac{2.r_2.\left(r_2^2 - r_1^2\right).\cos\eta + r_2.(2.r_1 - r_2)\left[4.\left(r_2^2 - r_1^2\right).\cos^2\eta + 5.r_1^2 - 4.r_1.r_2\right]^{\frac{1}{2}}}{4.\left(r_2^2 - r_1^2\right).\cos^2\eta + (2.r_1 - r_2)^2} \quad \textbf{( 3.39)}$$

Ici, cos $\eta$ et $r_1$, $r_2$ sont les fonctions des variables $\sigma_1$, $\sigma_2$ et $\sigma_3$. Leur sens physique dans le modèle est illustré sur la Figure 3.16.

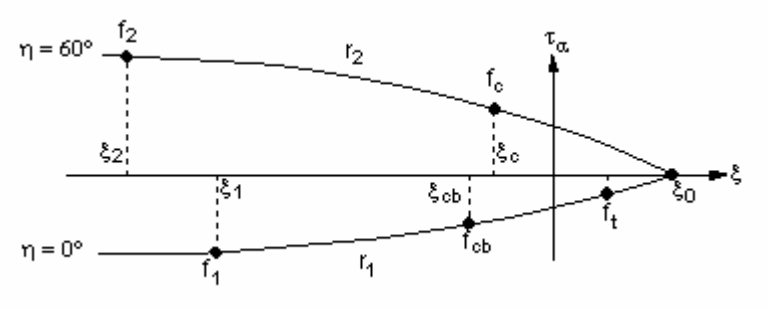



**Figure 3.16**

*Section méridienne de la surface de Willam & Warnke [19]*

En traction, le modèle prévoit la fissuration selon les trois directions de contraintes principales. La rigidité de cisaillement qui permet la transmission de la contrainte tangentielle à travers les faces de la fissure est réduite totalement ou partiellement selon la valeur du coefficient de réduction qui varie de 0 à 1. Le critère de rupture en traction se base sur la limitation de la contrainte maximale. Il est varié pour les trois cas :

- Pour l'état de contrainte $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0$, la formulation du critère est la suivante:

$$\sigma_i - f_t \geq 0, \quad \text{avec } i = 1, 2, 3 \quad \textbf{( 3.40)}$$

- Pour l'état de contrainte $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0 \geq \sigma_3$, la formulation du critère est la suivante :

$$\sigma_i - f_t.(1 + \frac{\sigma_3}{f_c}) \geq 0, \quad \text{avec } i = 1, 2 \quad \textbf{( 3.41)}$$

- Pour l'état de contrainte $\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, la formulation du critère est plus complexe. La fissuration selon la direction $\sigma_1$ est décidée par les formules ( 3.42), ( 3.43) et ( 3.44). Dans ces formules, $p_1$, $p_2$ sont les fonctions de $\sigma_1$, $\sigma_2$, $\sigma_3$ (voir dans [19]):

$$\frac{F}{f_c} - S \geq 0 \quad \textbf{( 3.42)}$$

avec

$$F = \frac{1}{\sqrt{15}}.\left[(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + \sigma_2{}^2 + \sigma_3{}^2\right]^{\frac{1}{2}} \quad \textbf{( 3.43)}$$

$$S = \left(1 - \frac{\sigma_1}{f_t}\right).\frac{2.p_2.\left(p_2^2 - p_1^2\right).\cos\eta + p_2.(2.p_1 - p_2)\left[4.\left(p_2^2 - p_1^2\right).\cos^2\eta + 5.p_1^2 - 4.p_1.p_2\right]^{\frac{1}{2}}}{4.\left(p_2^2 - p_1^2\right).\cos^2\eta + (2.p_1 - p_2)^2} \quad \textbf{( 3.44)}$$

### 3.2.1.2 Adaptation du modèle à la simulation du béton

Ce modèle ne requiert aucune adaptation spéciale. Il faut seulement déclarer ses six paramètres qui sont liés directement aux caractéristiques du béton : la résistance de traction uni axiale $f_t$, la résistance de compression uni axiale $f_c$, la résistance de compression bi axiale $f_{cb}$, la contrainte hydrostatique de l'ambiance $\sigma_h^a$, la résistance de compression uni axiale $f_1$ en présence de $\sigma_h^a$, la résistance de compression bi axiale $f_2$ en présence de $\sigma_h^a$.

Selon Willam & Warnke, dans le cas où la contrainte hydrostatique est faible $|\sigma_h| \leq \sqrt{3}.f_c$, il faut déclarer seulement les deux paramètres principaux $f_t$ et $f_c$. Les autres sont liés à ces deux paramètres par les formules :

$$f_{cb} = 1{,}2 \,.\, f_c \quad \textbf{( 3.45)}$$

$$f_1 = 1{,}45 \,.\, f_c \quad \textbf{( 3.46)}$$

$$f_2 = 1{,}725 \,.\, f_c \quad \textbf{( 3.47)}$$

### 3.2.1.3 Evaluation

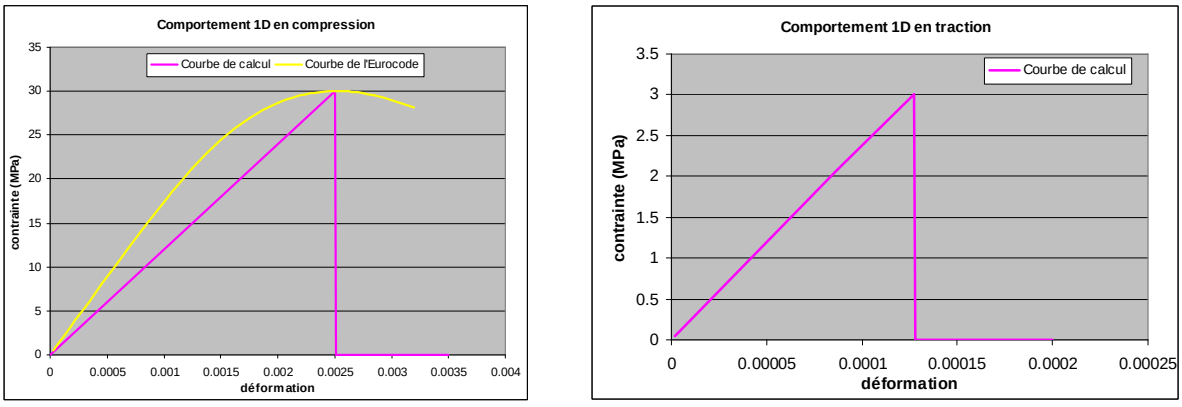



**Figure 3.17**

*Comparaison du comportement 1D entre le calcul et l'Eurocode*

Tout d'abord, on peut affirmer que le modèle « concrete » simule un comportement qui est

élastique jusqu'à la rupture fragile. Evidemment, ce comportement est conforme à celui du béton en traction (voir la Figure 3.17). Cette figure présente aussi la comparaison entre la relation contrainte-déformation en compression obtenue du calcul et la courbe 1D dans l'Eurocode II-1-1. L'inconvénient principal du modèle en compression est qu'il ne peut pas prendre en compte un comportement non linéaire du béton avant le pic et qu'il ne permet pas une phase de ductilité du béton après avoir atteint sa résistance maximale.

Quand les contraintes sont en état 2D, la Figure 3.18 présente un très bon accord entre le résultat numérique et celui de l'essai expérimental réalisé par Kupfer et al. [20]. Cela prouve que la surface de rupture de ce modèle décrit très bien la limite de rupture du béton.

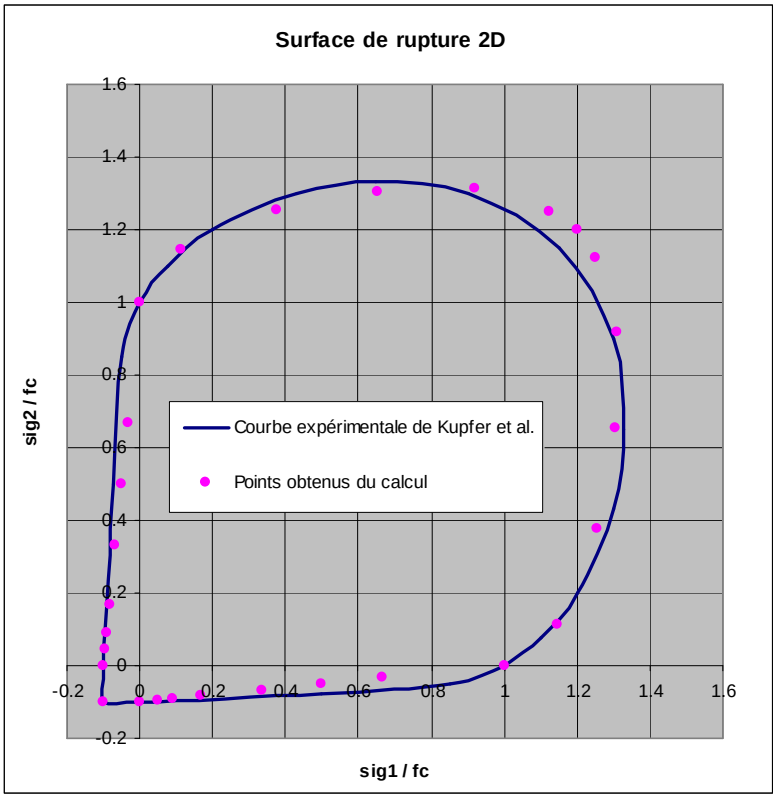



**Figure 3.18**

*Surfaces de rupture par la simulation et par l'essai*

A haute température, les résultats sur la Figure 3.19 prouvent que le modèle prend en compte très bien la variation de la résistance du béton en fonction de la température.

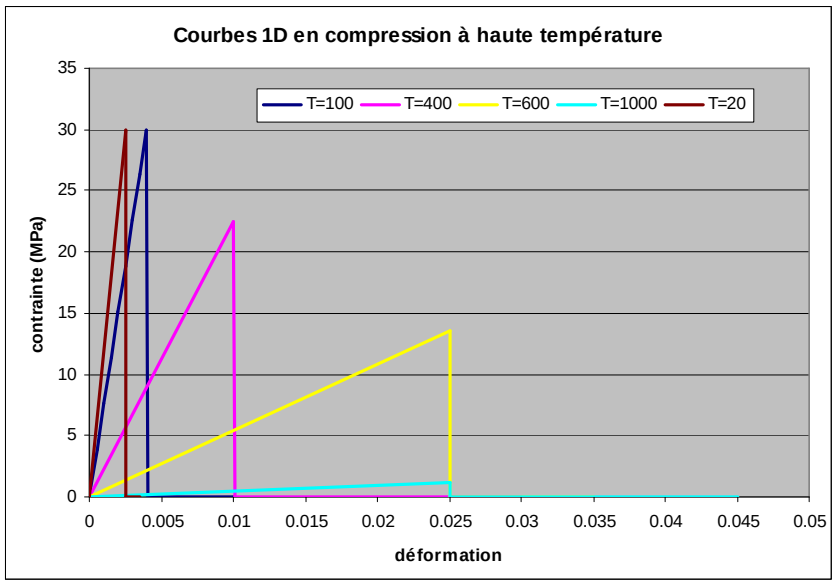



**Figure 3.19**

*Courbes 1D du béton obtenues de la simulation à températures variées*

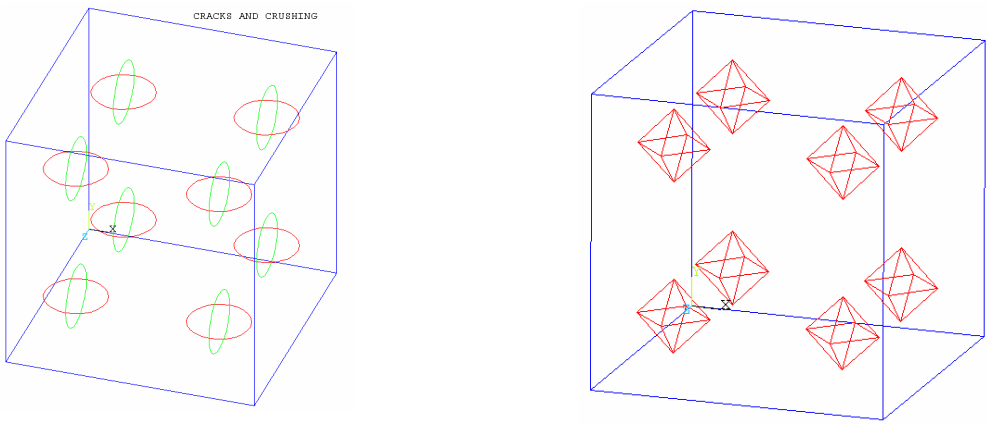



**Figure 3.20**

*Illustration des fissures (gauche) et de l'écrasement (droite)*

Enfin, ce modèle permet aussi de simuler la configuration du réseau des fissures du béton en traction. La fissure est formée à la position des points Gauss et perpendiculaire à la direction des contraintes principales. A la gauche de la Figure 3.20, dans un élément SOLID65, la position et la direction des fissures sont présentées par les petits cercles en couleur verte et rouge aux 8 points Gauss. Les verts présentent les fissures dans le plan Y0Z, les rouges présentent les fissures dans le plan X0Z. Ces résultats ont permis de confirmer que, une fois une fissure est créée, sa direction est fixée durant toute la simulation et la rigidité dans cette direction est zéro. Les fissures dans les deux directions restantes seront perpendiculaires à la

première si elles se produisent. En plus, quand le béton est écrasé, la position d'écrasement est présentée par un tétraèdre à chaque point Gauss (voir la figure droite de la Figure 3.20).

En conclusion, ce modèle a des avantages et des inconvénients :

- Avantages :
    - Bien modéliser le comportement en traction du béton
    - Bien simuler la surface de rupture quand les états de contrainte complexes
    - Bien modéliser la variation des résistances du béton à haute température
- Inconvénients :
    - Ne pas prendre en compte la nonlinéarité du béton avant d'atteindre sa résistance
    - Être incapable de tenir compte de la phase de ductilité du béton

### 3.2.2 Modèle « Cracking & Plasticity »

Pour dépasser les deux inconvénients du modèle « concrete », ANSYS permet d'allier le modèle « concrete » avec les critères plastiques Von-Mises ou Drucker-Prager pour former un modèle mixte. On l'appelle modèle CP (Cracking & Plasticity) dans les sections suivantes.

#### 3.2.2.1 Caractéristiques du modèle

Le modèle CP permet de modéliser la traction fragile comme le modèle « concrete » et de simuler la compression plastique dont la surface de charge est Von-Mises ou Drucker-Prager.

La rupture fragile en traction est décidée par le critère de contrainte maximale :

$$\sigma_i - f_t \geq 0, \quad \text{avec } i = 1, 2, 3 \qquad \textbf{( 3.48)}$$

Pour la plasticité Von-Mises, la surface de charge en compression et le potentiel plastique partagent la même formule ( 3.49). Le modèle permet aussi de modéliser l'écrouissage multilinéaire qui exprime la relation entre la contrainte équivalente $\sigma_k$ et la déformation plastique équivalente $\hat{\varepsilon}^{pl}$ (voir Figure 3.21).

$$F = \sqrt{3.J_2} - \sigma_k = 0 \qquad \textbf{( 3.49)}$$

avec:

$$J_2 = \frac{1}{2}.\underline{\underline{s}} : \underline{\underline{s}}$$

$\underline{\underline{s}}$ : tenseur déviatorique du tenseur de contrainte

$\sigma_k$ : contrainte de limite plastique

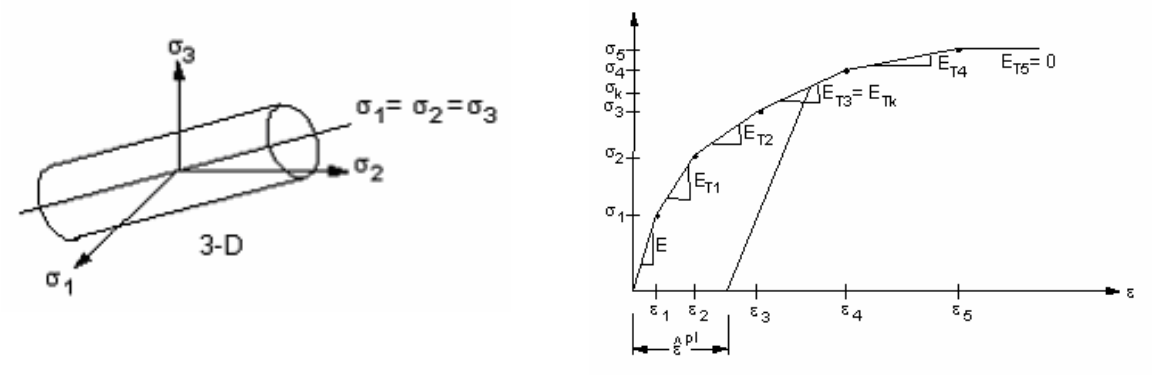



**Figure 3.21**

*Surface de charge Von-Mises et loi d'écrouissage [19]*

Pour la plasticité Drucker-Prager, la surface de charge en compression est présentée dans l'équation ( 3.50). Une loi d'écoulement non associée est aussi permise. Dans ce cas, le potentiel plastique prend la même formule ( 3.50) mais avec deux autres paramètres : $\varphi^f$ et $c^f$.

$$F = 3.\beta.\sigma_m + \sqrt{J_2} - \sigma_Y = 0 \qquad \textbf{( 3.50)}$$

avec

$$\beta = \frac{2.\sin\varphi}{\sqrt{3}.(3-\sin\varphi)} \qquad \textbf{( 3.51)}$$

$$\sigma_Y = \frac{6.c.\cos\varphi}{\sqrt{3}.(3-\sin\varphi)} \qquad \textbf{( 3.52)}$$

$$\sigma_m = \frac{1}{3}.(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \qquad \textbf{( 3.53)}$$

$c$ : cohésion du béton

$\varphi$ : angle de frottement interne

$\sigma_Y$ : contrainte de limite plastique

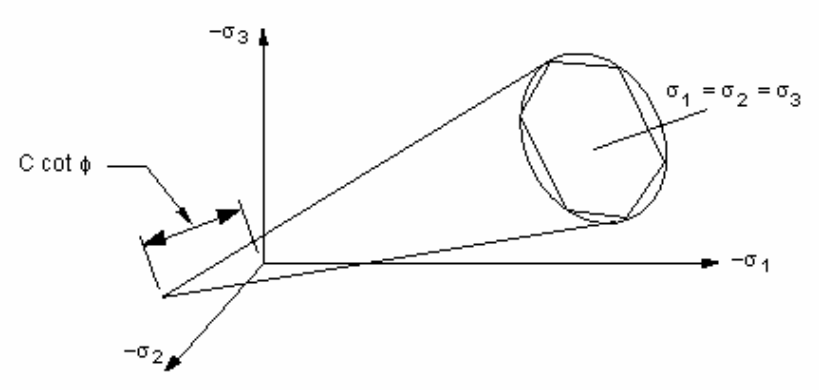



**Figure 3.22**

*Surface de charge Drucker-Prager [19]*

### 3.2.2.2 Méthode d'adaptation du modèle à la simulation du béton

***a) Pour la rupture fragile***

Les paramètres concernant le comportement de rupture fragile sont les mêmes que dans le cas du modèle « concrete ». Ce sont la résistance de traction $f_t$ et les deux coefficients $\beta_t$ et $\beta_c$ exprimant la réduction de la rigidité de cisaillement à travers les faces de la fissure. La valeur de ces deux valeurs sera discutée dans la section 3.3.2.

***b) Pour la compression plastique Von-Mises :***

Il faut déclarer la courbe d'écrouissage $\sigma_k$ - $\hat{\varepsilon}^{pl}$. Cette courbe doit se baser sur le comportement du béton en compression 1D. Les calculs dans la section du modèle Cast Iron ont prouvé que $\hat{\varepsilon}^{pl} = \varepsilon_{11}^{pl}$. L'adaptation de la surface de charge à la compression 1D (voir ( 3.54)) permet de conclure que $\sigma_k = \sigma_{11}$.

$$F = \sqrt{3.J_2} - \sigma_k\left(\hat{\varepsilon}^{pl}\right) = \sigma_{11}\left(\varepsilon_{11}^{pl}\right) - \sigma_k\left(\varepsilon_{11}^{pl}\right) = 0 \qquad \textbf{( 3.54)}$$

Ainsi, la courbe d'écrouissage dans ce cas est exactement la courbe du comportement en compression uni axiale du béton.

***c) Pour la compression parfaitement plastique Drucker-Prager :***

Il faut déterminer la cohésion $c$, l'angle de frottement $\varphi$. Les données connues sont la résistance du béton en compression unie axiale et bi axiale : $f_c$ et $f_{cb}$.

La condition de charge en compression uni axiale est la suivante :

$$F = 3.\beta.\sigma_m + \sqrt{J_2} - \sigma_Y = -3\beta.\frac{f_c}{3} + \frac{f_c}{\sqrt{3}} - \sigma_Y = 0 \qquad \textbf{( 3.55)}$$

La condition de charge en compression bi axiale est la suivante :

$$F = 3.\beta.\sigma_m + \sqrt{J_2} - \sigma_Y = -3\beta.\frac{2f_{cb}}{3} + \frac{f_{cb}}{\sqrt{3}} - \sigma_Y = 0 \qquad \textbf{( 3.56)}$$

De ( 3.55) et ( 3.56), on obtient :

$$\beta = \frac{f_{cb} - f_c}{\sqrt{3}.(2f_{cb} - f_c)} \qquad \textbf{( 3.57)}$$

$$\sigma_Y = f_c.\left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \beta\right) \qquad \textbf{( 3.58)}$$

Ces deux valeurs permettent de trouver $\varphi$ et $c$ selon les formules ( 3.51), ( 3.52).

***d) Modélisation à haute température :***

Le critère Drucker-Prager de l'ANSYS ne permet pas de prendre en compte la variation des paramètres en fonction de la température. Le modèle CP Drucker-Prager n'est donc utilisable qu'à la température ambiante.

La plasticité Von-Mises prend très bien en compte l'influence de la température. Elle permet de déclarer la courbe $\sigma_k$ - $\hat{\varepsilon}^{pl}$ à 20 points de température, ce qui exprime exactement la variation des résistances en traction et en compression du béton en fonction de la température.

### 3.2.2.3 Evaluation

Les avantages du modèle dans la modélisation du comportement du béton en traction ont été déjà présentés dans la section 3.2.1.

La Figure 3.23 présente la courbe contrainte-déformation obtenue par simulation du cube de béton en compression uni axiale. Les deux modèles CP Von-Mises et CP Drucker-Prager sont capables de modéliser la phase de ductilité du béton après avoir atteint sa résistance maximale. Un autre avantage du modèle CP Von-Mises est sa capacité à prendre en compte la nonlinéarité de la loi de comportement du béton.

Sa capacité de simuler la plasticité du béton en état de contrainte complexe est illustrée sur la Figure 3.24 qui présente les résultats de simulation quand les contraintes sont 2D. Le modèle CP Drucker-Prager simule mieux la limite plastique que celui de CP Von-Mises. La limite plastique calculée par le modèle CP Von-Mises est 0%-15% plus petite que la valeur expérimentale.

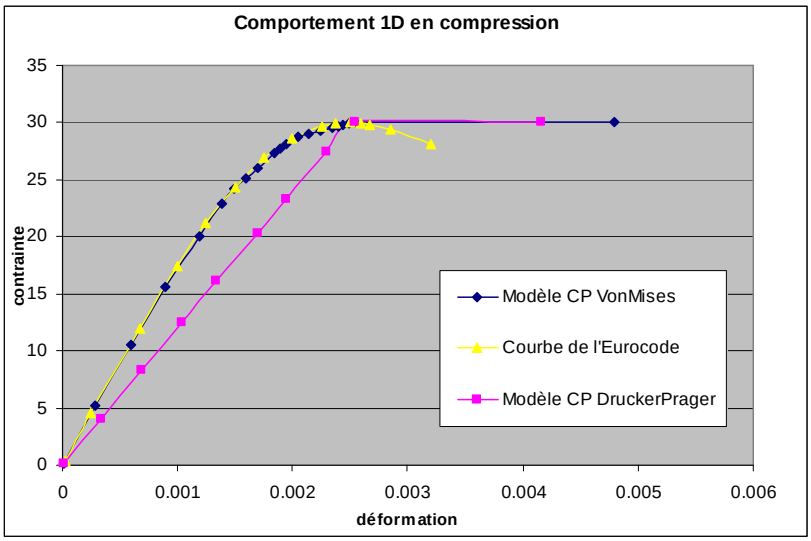



**Figure 3.23**

*Relation contrainte-déformation en compression 1D*

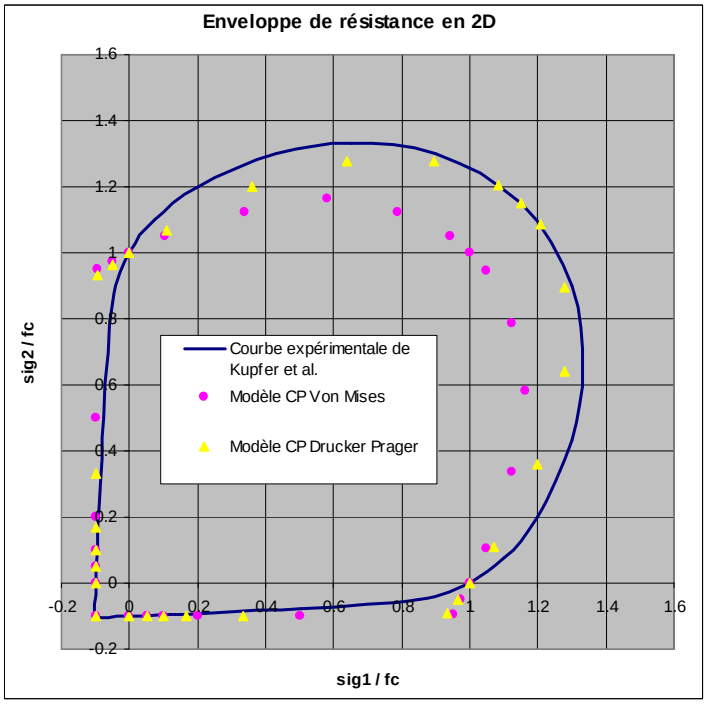



**Figure 3.24**

*Enveloppe de résistance en 2D*

Concernant l'écrouissage négatif, le modèle CP Von-Mises peut le simuler en compression uni axiale, mais il ne fonctionne plus très bien en compression bi axiale. Ces résultats permettent de conclure que l'écrouissage négatif n'est pas bien pris en compte dans le modèle

CP Von-Mises.

Finalement, avec le modèle CP Von-Mises, la variation des propriétés du béton à température élevée est bien modélisée. La Figure 3.25 présente la relation contrainte-déformation 1D obtenue pour différentes températures.

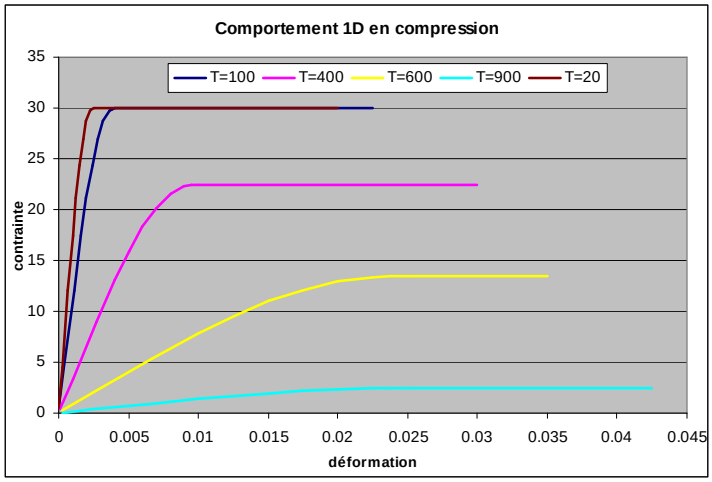



**Figure 3.25**

*Relation contrainte-déformation en compression 1D à température élevée*

En conclusion,

Pour le modèle CP Von-Mises :

- Avantages :
    - Bien modéliser le comportement en traction
    - Bien prédire la configuration du réseau des fissures
    - Être capable de prendre en compte la nonlinéarité, la ductilité du comportement en compression.
    - Bien modéliser la variation des propriétés du béton à haute température.
- Inconvénient :
    - L'erreur de calcul de la résistance en compression 2D varie de 0% à 15%.
    - Ne pas modéliser la rupture ultime du béton en compression

Pour le modèle CP Drucker-Prager :

- Avantages :
    - Bien modéliser le comportement en traction

- Bien prédire la configuration du réseau des fissures
- Bien modéliser la résistance du béton quand les contraintes sont 2D
- Prendre en compte la ductilité du comportement en compression.

- Inconvénient :
  - La nonlinéarité du comportement du béton avant d'atteindre sa résistance en compression n'est pas prise en compte.
  - L'utilisation du modèle à haute température n'est pas permise.
  - Ne pas modéliser la rupture ultime du béton en compression

### 3.2.3 Conclusion sur les modèles de rupture fragile

Tout d'abord, on peut affirmer que le modèle « Cracking-Crushing » est le moins performant parmi les trois modèles. Ce modèle ne prend en compte pas la phase de ductilité du béton. Le béton est écrasé à une déformation élastique très petite. Son utilisation entraînera donc la rupture prématurée des structures. Cette conclusion est similaire à celle de Parvanova et al. [21].

En revanche, les deux modèles CP Drucker-Prager et CP Von-Mises peuvent simuler la phase de ductilité du béton. Cette possibilité permet de reproduire plus fidèlement les phases post-élastiques du comportement de la structure ainsi que la charge de rupture de la structure. Leur inconvénient principal est qu'ils ne peuvent pas simuler la réduction de la résistance en compression ainsi que l'écrasement du béton après la phase de ductilité parfaite. Toutefois, en réalité, toutes les structures sont conçues pour avoir une rupture soit par la plasticité d'acier soit par les grandes fissures du béton. La zone du béton écrasée due à une grande compression est souvent très petite. Ainsi, les modèles CP sont suffisamment performants dans la modélisation des structures. Leur performance sera testée dans la section 3.3 où ils seront utilisés pour modéliser une poutre en béton armé

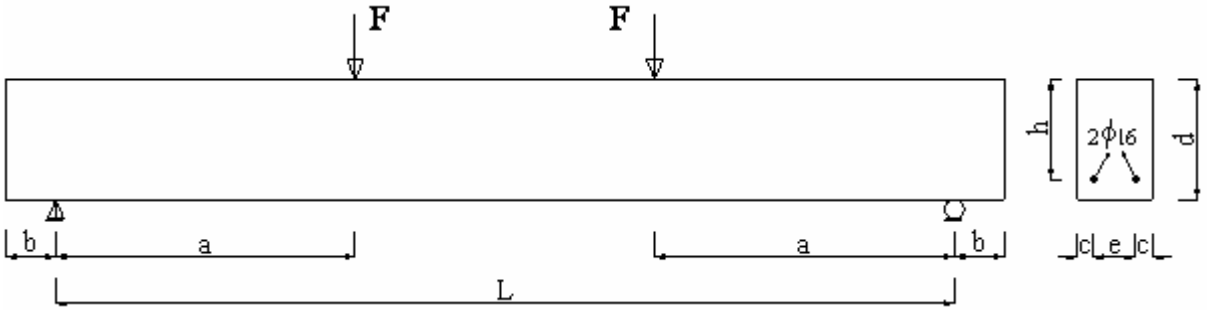
## 3.3 Evaluation des modèles pour le calcul d'une structure

### 3.3.1 Caractéristiques de la structure à modéliser

L'objectif de l'étude numérique est de proposer au CERIB une méthode efficace de la modélisation des structures en béton, notamment les poutres et les dalles. C'est pourquoi, dans cette section, les modèles sont utilisés pour simuler un essai de poutre BA issu de la littérature. Pour bien évaluer la capacité des modèles dans la modélisation du béton, le choix d'un essai du comportement de cisaillement d'une poutre sans armatures transversales semble raisonnable.

On utilise en particulier l'essai de Hibino et al. [22] comme référence. La description de la

géométrie de la poutre et des matériaux est présentée sur la Figure 3.26.




Data : L=1800mm ; a=600mm ; b=100mm ; d=240mm ; h=200mm ; c=33mm ; e=84mm

Béton : $E_c$= 35500 MPa ; fc= 26,7 MPa ; ft= 2,88 MPa

Acier : Es= 206000 MPa ; fy= 396 MPa ; fu= 601 MPa

**Figure 3.26**

*Description de l'essai de Hibino et al. [22]*

## 3.3.2 Caractéristiques particulières

### 3.3.2.1 Résistance de cisaillement du béton fissuré

La poutre modélisée n'a pas d'armature de renforcement transversal, la résistance en cisaillement du béton est donc un paramètre très important car elle influence beaucoup la rupture par cisaillement de la poutre.

Après la formation d'une fissure, la rigidité en traction dans la direction perpendiculaire à la fissure est perdue mais le béton peut supporter encore une contrainte de cisaillement transférée à travers les deux surfaces de la fissure. En effet, la rigidité de cisaillement du béton fissuré est réduite de 0% à 100% en fonction de l'ouverture des fissures. Cela entraîne aussi la réduction de la résistance de cisaillement du béton. La prise en compte de ce phénomène est différente pour chaque type de modèle.

***a) Prise en compte dans les modèles plastiques :***

En n'acceptant pas l'écrouissage négatif, les modèles plastiques EDP-CAP et Cast Iron ne peuvent pas prendre en compte à la fois la résistance de cisaillement initiale et celle du béton fissuré. Tandis que la première détermine la limite de la phase d'élasticité qui est très courte, la dernière est la résistance durant toute la période dès la formation d'une fissure jusqu'à la rupture de la structure. C'est pourquoi, la résistance du béton fissuré a un rôle majeur concernant le comportement global de la structure et sa rupture par cisaillement. Il faut donc

utiliser la résistance en cisaillement du béton fissuré comme donnée d'entrée des modèles plastiques. Comme sa valeur varie en fonction de l'ouverture de la fissure, d'une façon approximative, on peut utiliser une valeur moyenne (50% de la résistance de cisaillement initiale).

***b) Prise en compte dans les modèles de rupture fragile :***

L'avantage des modèles de rupture fragile CP Drucker-Prager et CP Von-Mises est qu'ils peuvent prendre en compte la réduction de la rigidité de cisaillement du béton fissuré. En effet, la réduction de la rigidité du cisaillement à travers les faces d'une fissure ouverte ou fermée est prise en compte respectivement grâce aux coefficients $\beta_t$ et $\beta_c$ . Ils sont égaux à 0 pour la perte totale de la résistance de cisaillement ou à 1 si il n'y a aucune réduction. Les études de Kachlakev & al. [23], de Hollaway & al. [24], de Özcan & al. [25] et de Ibrahim & al [26] permettent d'encadrer la gamme de valeur de ces coefficients : pour avoir de bons résultats de modélisation, il faut que leurs valeurs soient entre 0,2 et 0,3. Hollaway & al. [24] ont aussi recommandé de prendre la même valeur pour les deux coefficients pour faciliter la convergence du calcul. Leur valeur est prise à 0,2 dans notre calcul.

#### 3.3.2.2 Comportement élastique parfaitement plastique

Parmi les modèles du béton testés, ceux de EDP-CAP et de CP Drucker-Prager modélisent le béton comme un matériau élastique parfaitement plastique. Or, le comportement du béton en compression est non linéaire. Ainsi, l'utilisation de ces modèles nécessite de définir une bonne valeur du module d'Young pour que le comportement de la structure modélisée avec ces modèles soit le plus proche possible de celui issu d'une loi non linéaire.

La méthode la plus raisonnable est d'identifier un module d'Young pour que le travail des efforts externes dans les deux cas soit identique. Au niveau local, sur la Figure 3.27, le travail des efforts externes est illustré par les superficies $A_1$ et $A_2$ correspondant respectivement à la loi plastique avec écrouissage non linéaire et à la loi parfaitement plastique. En mettant $A_1 = A_2$, le module d'Young du modèle parfaitement plastique est identifié. Approximativement, sa valeur est $\varepsilon'_{c1} \approx \frac{2}{3}\varepsilon_{c1}$ et on a $E'_c = \frac{f_c}{\varepsilon'_{c1}}$ .

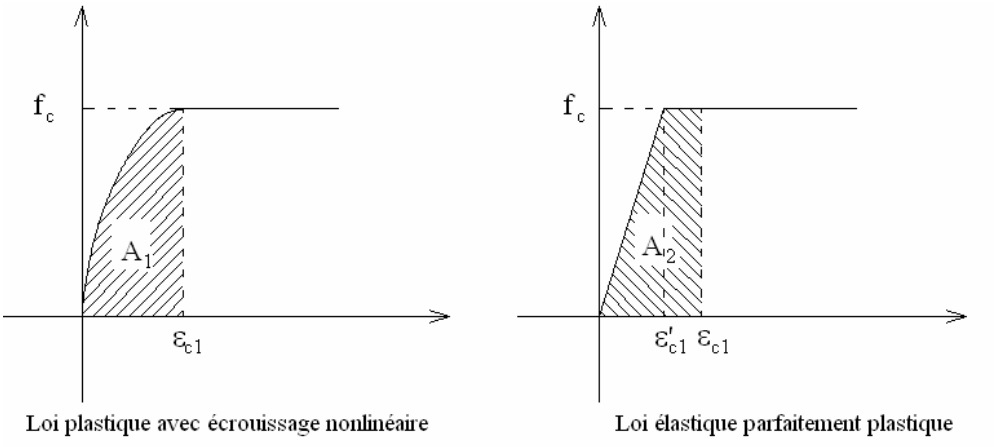



**Figure 3.27**

*Illustration du travail des efforts externes en cas 1D au niveau local*

### 3.3.3 Comparaison des modèles plastiques

#### 3.3.3.1 Comportement global de la structure

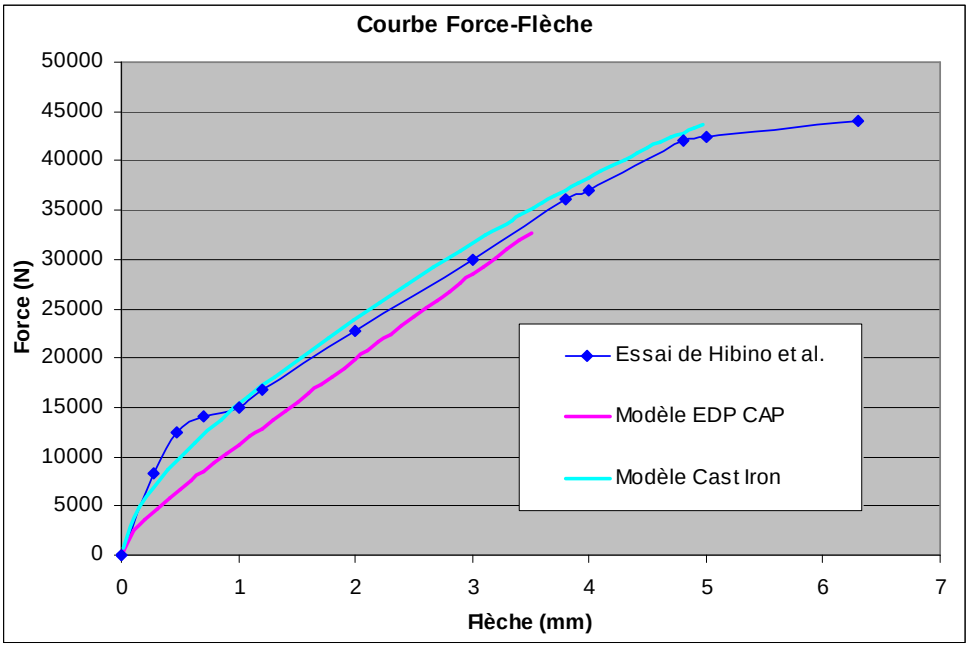



**Figure 3.28**

*Relation force-flèche*

Les résultats sur la Figure 3.28 montrent que l'utilisation du modèle Cast Iron permet d'obtenir une courbe force-flèche très proche du résultat de l'essai. La rupture de la poutre a

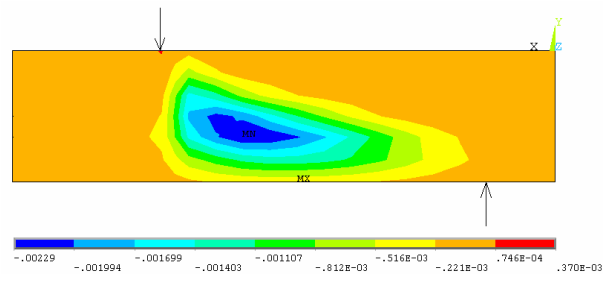
lieu un peu plus tôt que l'essai. Toutefois, la force ultime est bien simulée. Elle est de 43700N.

Le résultat de calcul avec le modèle EDP-CAP n'est pas bon. Il est moins proche du résultat expérimental que celui de la modélisation avec Cast Iron. En plus, la rupture se produit très tôt.

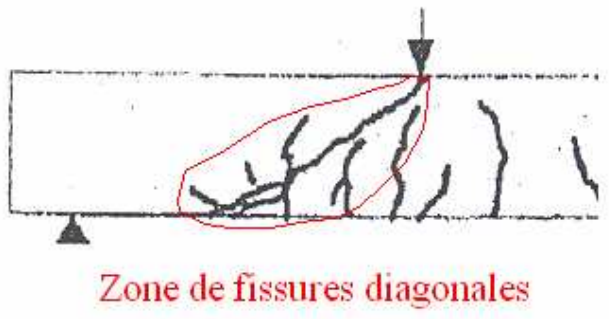
### 3.3.3.2 Visualisation du mode de rupture

***a) Modèle Cast Iron***

Le mode de rupture par cisaillement de la poutre est bien reproduit avec le modèle Cast Iron. Ce type de rupture se produit quand il y a de grandes fissures diagonales qui traversent la poutre dans la zone entre l'appui et le point de chargement. Dans la modélisation, ces fissures sont illustrées par de grandes déformations plastiques de cisaillement $\varepsilon_{XY}^{pl}$ . Sur la Figure 3.29 le champ de déformation $\varepsilon_{XY}^{pl}$ est en bon accord avec la configuration des fissures obtenue de l'essai.




Champs de $\varepsilon_{XY}^{pl}$ modélisé

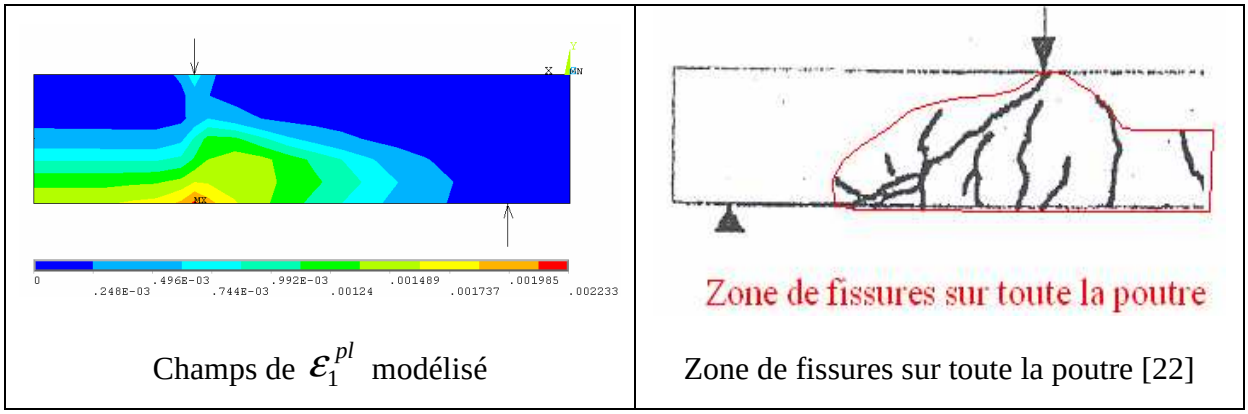



Zone de fissures diagonales expérimentales [22]

**Figure 3.29**

*Visualisation de la rupture par cisaillement à la phase ultime avec le modèle Cast Iron*

Le modèle Cast Iron permet aussi de bien simuler les zones de fissuration sur toute la poutre. La fissuration en toutes les directions est illustrée par la première déformation plastique principale $\varepsilon_1^{pl}$ . La Figure 3.30 présente un bon accord entre le calcul et l'essai.




Champs de $\varepsilon_1^{pl}$ modélisé | Zone de fissures sur toute la poutre [22]

**Figure 3.30**

*Visualisation de la zone fissurée sur toute la poutre à la phase ultime avec Cast Iron*

### *b) Modèle EDP-CAP*

Le modèle EDP-CAP n'arrive pas à reproduire le mode de rupture de la poutre. La Figure 3.31 montre que les déformations plastiques $\varepsilon_{XY}^{pl}$ et $\varepsilon_1^{pl}$ sont localisées dans la partie inférieure de la zone entre l'appui et le point de chargement. C'est-à-dire, la fissuration n'atteint jamais les fibres supérieures, contrairement à la réalité.

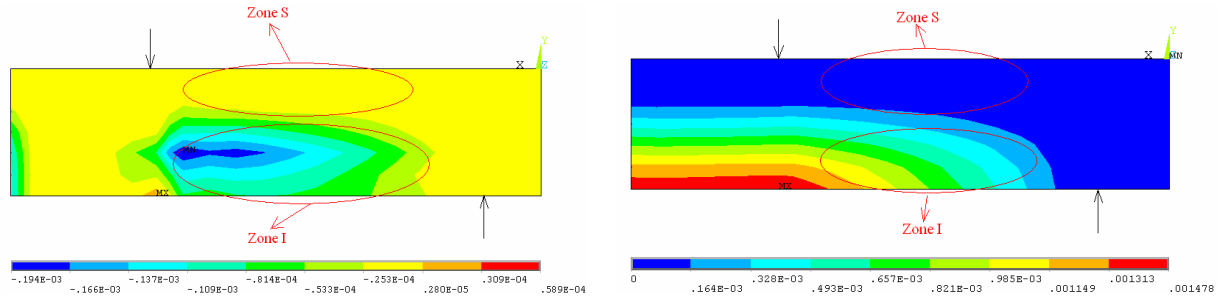



**Figure 3.31**

*Champs de déformation plastique $\varepsilon_{XY}^{pl}$ dans la zone entre l'appui et la charge*

Ceci peut être facilement expliqué. Dans la zone entre l'appui et le point de chargement, en dehors de la contrainte de cisaillement $\tau_{XY}$, les fibres supérieures (zone S) subissent encore la contrainte normale de compression $\sigma_X$. Ainsi, dans l'espace des contraintes principales, la valeur de la contrainte principale de traction $\sigma_1$ est plus petite que celle de la contrainte principale de compression $\sigma_2$. En revanche, pour les fibres inférieures (zone I), $\sigma_1$ est plus grande que $\sigma_2$. Avec ces états de contraintes, en observant la surface de plasticité 2D du

modèle EDP-CAP sur la Figure 3.8, on peut trouver que la limite plastique pour les fibres supérieures est beaucoup plus grande que celle pour les fibres inférieures. Autrement dit, avec le modèle EDP-CAP, l'état de contraintes dans les fibres supérieures ne favorisent pas la plasticité aussi facilement que dans les fibres inférieures. C'est la raison pour laquelle la fissuration a tendance à se développer rapidement dans toute la partie inférieure de la poutre, ce qui donne les résultats sur la Figure 3.31.

### 3.3.4 Comparaison des modèles de rupture fragile

#### 3.3.4.1 Comportement global de la structure

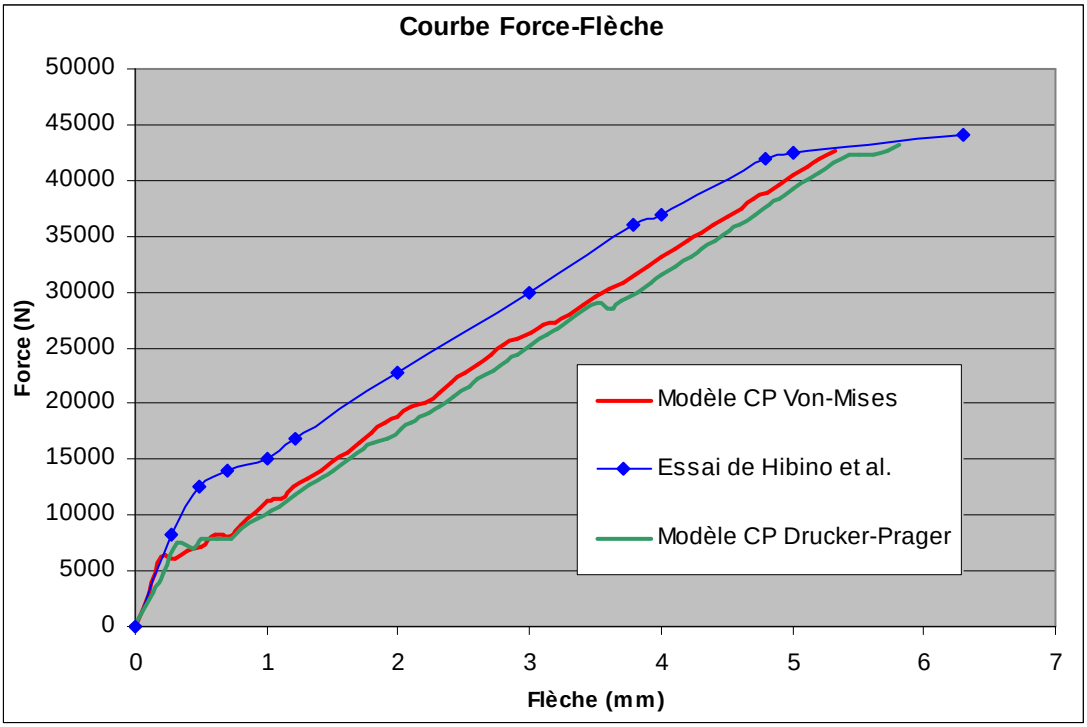



**Figure 3.32**

*Relation force-flèche de la poutre*

Sur la Figure 3.32 les résultats de la modélisation sont assez proches de la courbe de l'essai de Hibino et al. En général, les courbes de calcul sont un peu plus inférieures à celle de l'essai. Cela est expliqué par le fait que, avec les modèles de rupture fragile, la fissuration du béton est sensible, la zone fissurée est donc un peu plus importante qu'en réalité.

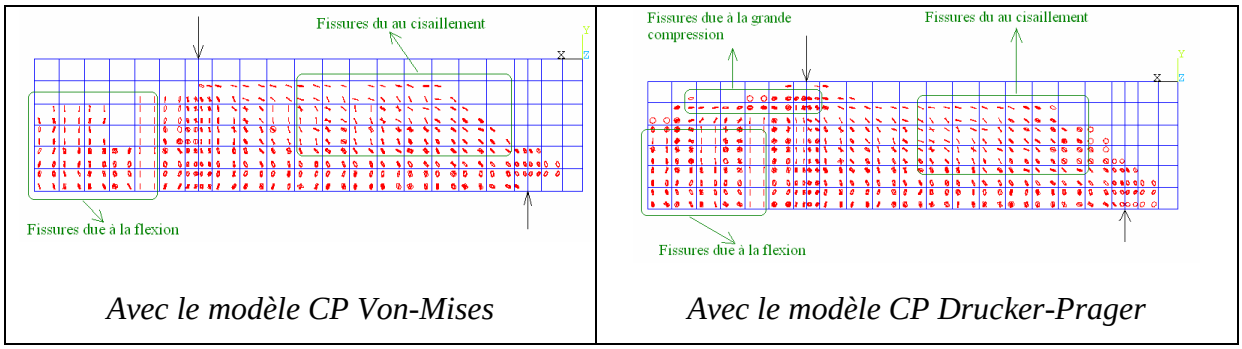
La charge ultime est bien reproduite avec les deux modèles CP Drucker-Prager et CP Von-Mises. Sa valeur varie de 43 à 44 kN. Et puis, il y a une très petite différence sur la flèche ultime entre les trois courbes. Elle est de 5,3 mm avec CP Von-Mises, de 5,8 mm avec CP

Drucker-Prager et 6,2 mm avec l'essai.

La forme des deux courbes numériques caractérise bien les phases de fissuration du béton lors de l'essai. La 1e phase est la formation des fissures de flexion au milieu de la poutre. Cette phase dure jusqu'au moment où la flèche est à peu près de 1mm. Ensuite, on a la phase de développement des fissures dues à au cisaillement et à la flexion dans la zone entre l'appui et le point de chargement. Enfin, la phase ultime se produit avec la rupture par cisaillement.

### 3.3.4.2 Visualisation du mode de rupture

Le 1e avantage de ces modèles est qu'ils permettent de visualiser la configuration du réseau des fissures. Sur la Figure 3.33 on peut bien observer les fissures dues à la flexion dans les fibres inférieures, les fissures diagonales dues au cisaillement et aussi les fissures dans les fibres supérieures dues à la grande compression du béton.



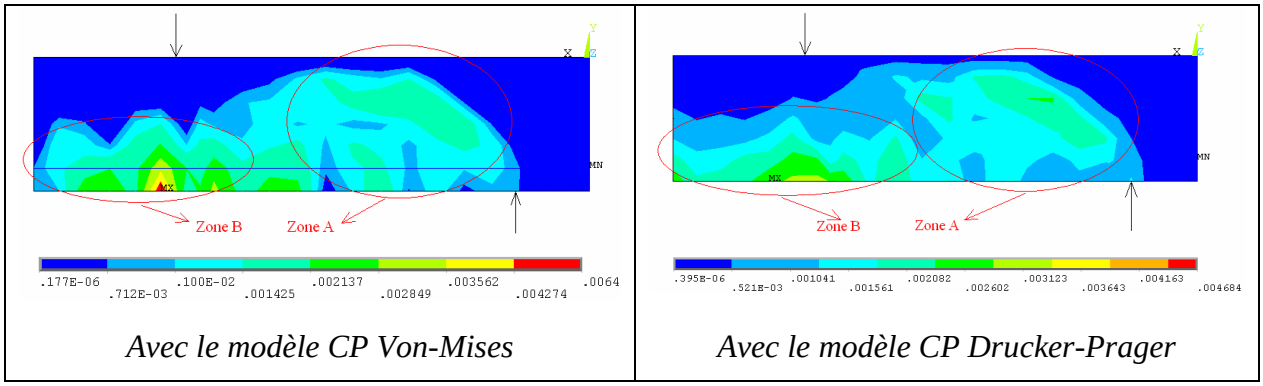

*Avec le modèle CP Von-Mises* | *Avec le modèle CP Drucker-Prager*

**Figure 3.33**

*Configuration des fissures de la poutre à la phase ultime*

En combinant cette observation avec la distribution de la première déformation principale $\varepsilon_1^{pri}$, on peut identifier la position et la direction des grandes fissures qui résultent de la coalescence de petites fissures. Ces grandes fissures sont illustrées sur la Figure 3.34 pour les deux modèles CP. Ce sont des fissures diagonales dans la zone A et des fissures de flexion dans la zone B.

En comparant la distribution des fissures avec celle de l'essai, on trouve que la configuration (position et direction) des fissures est bien reproduite. La seule différence est que la zone fissurée est un peu plus importante que celle de l'essai parce que la fissuration du béton est plus importante dans les modèles CP qu'en réalité.




*Avec le modèle CP Von-Mises* | *Avec le modèle CP Drucker-Prager*

**Figure 3.34**

*Distribution de la 1$^{e}$ déformation principale*

Les résultats observés à la phase ultime des deux calculs permettent d'affirmer que la poutre est en ruine par rupture de cisaillement. En effet, à la phase ultime, dans les deux calculs, le béton dans les fibres supérieures n'atteint pas encore sa résistance maximale, les armatures sont encore dans la phase d'élasticité. Ainsi, la réponse en flexion de la poutre est encore bonne. Par contre, la zone des fissures diagonales se développe très largement et la ruine de la poutre en cisaillement est atteinte.

### 3.3.5 Conclusion

Tous les résultats d'analyse dans ce chapitre permettent d'affirmer que les modèles les plus performants pour l'analyse des structures en béton dans ANSYS sont le modèle Cast Iron, le modèle CP Drucker-Prager et le modèle CP Von-Mises.

Concernant la courbe du comportement global force-flèche, le modèle Cast-Iron donne des résultats un peu plus précis que les modèles CP. Toutefois, le point ultime de la courbe calculée avec le modèle Cast Iron est un peu plus tôt que celui calculé avec les modèles CP. En plus, la forme des courbes calculées avec les modèles CP caractérise mieux les différentes phases de la fissuration du béton.

Concernant la visualisation des fissures dans le béton, la position des zones fissurées calculées avec le modèle Cast-Iron est plus proche de la réalité qu'avec les modèles CP. En revanche, les calculs avec les modèles CP permettent de visualiser la direction et la position des grandes fissures, ce qui nous donne une image plus réelle de la configuration des fissures de la poutre au cours du chargement.

Concernant l'utilisation des modèles de rupture fragile CP, les résultats de calcul sont un peu sensibles à la taille de maillage et à la grandeur des incréments de charge. Ainsi, il faut tester différentes tailles pour trouver des résultats stables.

Entre les deux modèles CP, CP Drucker-Prager est plus performant dans le cas où les

contraintes du béton sont fortement en 2D (dalle, mur, …) parce qu'il simule la résistance compressive bi axiale mieux que CP Von-Mises. Toutefois, le modèle CP Drucker-Prager ne peut pas prendre en compte la variation des propriétés du béton en fonction de la température. Ainsi, son utilisation à haute température est impossible.

En conclusion, chacun des trois modèles a ses avantages et on recommande de les utiliser tous les trois dans l'analyse des structures en béton et de les comparer pour identifier celui le plus proche de la réalité.

# PARTIE III Modélisation de la structure au feu

# Chapitre 4 Modélisation thermique des structures

Dans l'analyse du comportement d'une structure sous l'action du feu, la première étape est le calcul thermique pour trouver le champ de température dans la structure. Ce champ est la donnée pour le calcul analytique ou numérique de la structure.

Quand une structure est exposée au feu, le transfert thermique se produit par convection et radiation. La convection a lieu au contact entre la structure et le feu ou l'air ambiant ou l'air dans les espaces vides de la structure. La radiation a lieu entre le feu et la face exposée de la structure ou entre les surfaces de la structure qui sont opposées.

L'objet de ce chapitre est de proposer une méthode performante dans ANSYS qui est capable de considérer tous les phénomènes ci-dessus pour n'importe quel type de structure. Les structures étudiées au CERIB peuvent être une paroi d'un tunnel, une cheminée, une dalle …La structure choisie dans ce chapitre est une dalle alvéolée. Elle est suffisamment complexe pour considérer tous les phénomènes cités ci-dessus. De plus, les dalles alvéolées, avec leur grande utilité dans l'industrie, ont été beaucoup étudiées au CERIB ces dernières années.

## 4.1 Description de la structure testée au CERIB

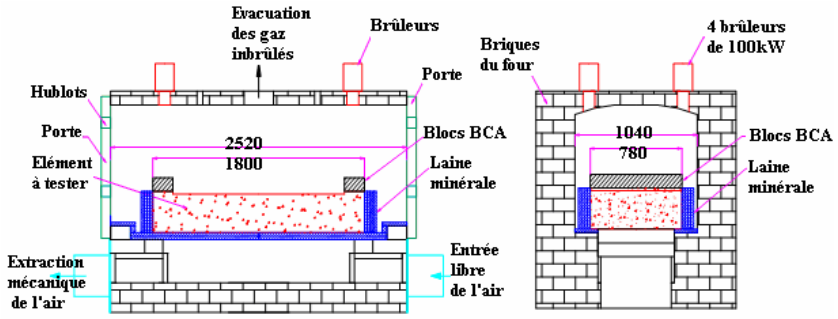



**Figure 4.1**

*Schéma du four d'essai avec la dalle testée*

La dalle modélisée a une épaisseur de 28cm. Sa largeur est de 78cm et sa longueur est de 180cm (y compris le dépassement des torons sur 15 cm en about). Aux deux abouts, la section est pleine sur une longueur de 15cm. Dans les autres positions de la dalle, la section est alvéolée comme sur la Figure 4.2. La dalle est placée horizontalement dans le four d'essai du CERIB (face chauffée au dessus, c'est-à-dire à l'envers par rapport à leur configuration en réalité) (voir la Figure 4.1).

Un isolant en laine minérale est interposé sur la périphérie. Il assure l'étanchéité au feu autour de la dalle et permet d'isoler la face latérale comme dans le cas d'une configuration réelle (présence de dalles adjacentes). Deux éléments isolants de béton cellulaire de hauteur de 10

cm sont ajoutés au niveau des chaînages d'about, côté face exposée afin de simuler la présence d'un voile porteur ou d'une retombée de poutre. L'essai ne représente pas totalement la configuration réelle en particulier l'effet de pincement des torons dépassants.

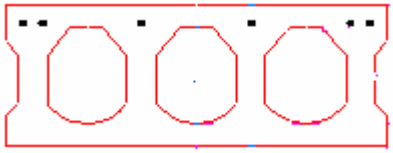


**Figure 4.2**

*Section transversale*

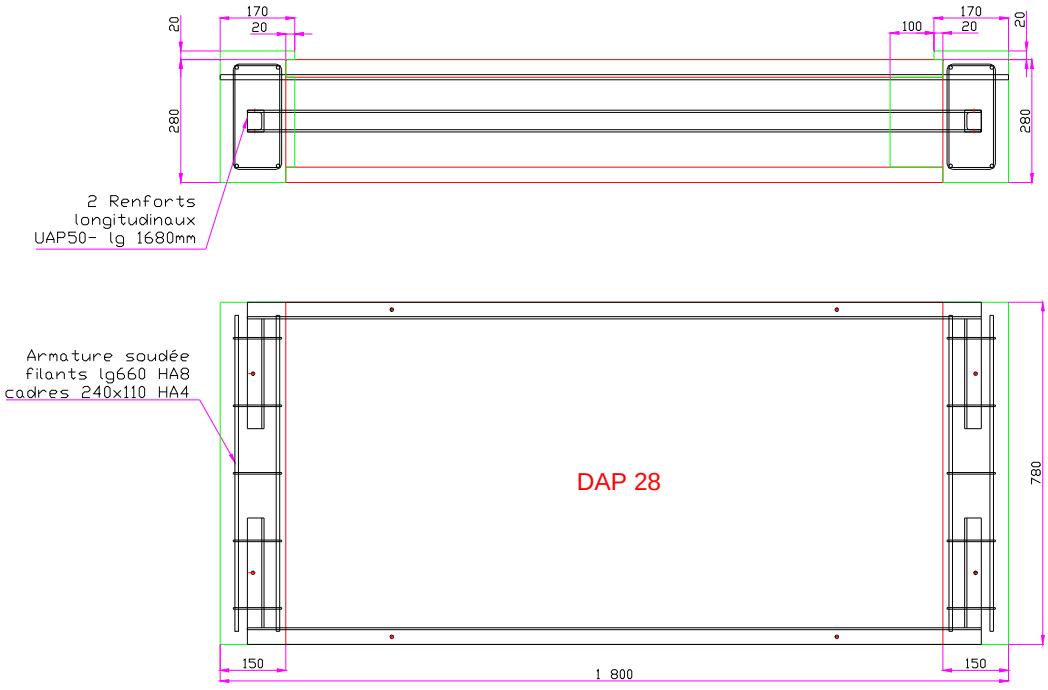



**Figure 4.3**

*Plan de la dalle de l'essai du CERIB*

Pour les chaînages d'about, des armatures en forme de U sont mises en place afin de confiner la dalle testée et garder les fissures bien fermées. A une extrémité de la dalle, le béton de chaînage remplit les alvéoles sur 2 cm. A l'autre extrémité, le béton de chaînage remplit les alvéoles sur 10 cm (voir la Figure 4.3).

Le four d'essai est muni de quatre brûleurs à gaz de 100 kW pilotés de manière automatique au moyen de thermocouples à plaque placés à 10 cm de la face exposée de la dalle.

L’augmentation de la température de l’air en contact avec la face exposée suit la courbe de feu ISO 834.

## 4.2 Généralités sur la modélisation

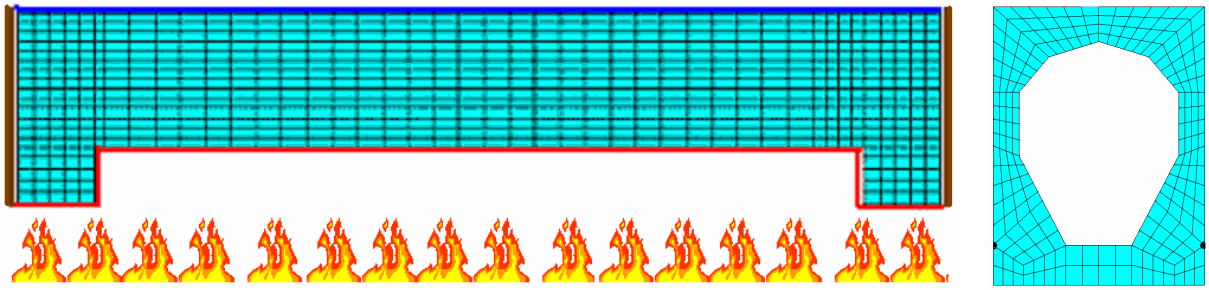


**Figure 4.4**

*Modèle numérique et section transversale modélisée*

La section transversale de la dalle est périodique, le feu est constant sur toute la largeur de la dalle. C’est pourquoi, un volume élémentaire de la dalle qui contient une alvéole est modélisé. Dans la modélisation, la face exposée est la face inférieure, contrairement à l’essai (voir la Figure 4.4).

En ce qui concerne les conditions limites, les faces inférieures (ligne rouge) sont exposées au feu. La face supérieure (ligne bleue) est en contact avec l’air de l’environnement. Les quatre faces latérales (ligne en marron) peuvent être considérées isolées thermiquement. Il n’y a donc pas de flux thermique traversant ces quatre faces.

Quand aux matériaux, il y a trois différents matériaux utilisés dans cette modélisation : le béton de la dalle, le béton cellulaire et l’acier du toron. Les propriétés à déclarer sont la conductivité, la chaleur spécifique et la masse volumique.

Pour le béton cellulaire, ces valeurs sont prises constantes par simplification : conductivité thermique = 0,125 W.m.K, chaleur spécifique = 1110 J/kg/K, masse volumique = 400 kg /$m^3$.

Pour le béton de la dalle, ses propriétés sont définies dans l’Eurocode II. Leurs illustrations sont présentées dans les figures : Figure 4.5, Figure 4.6 et Figure 4.7.

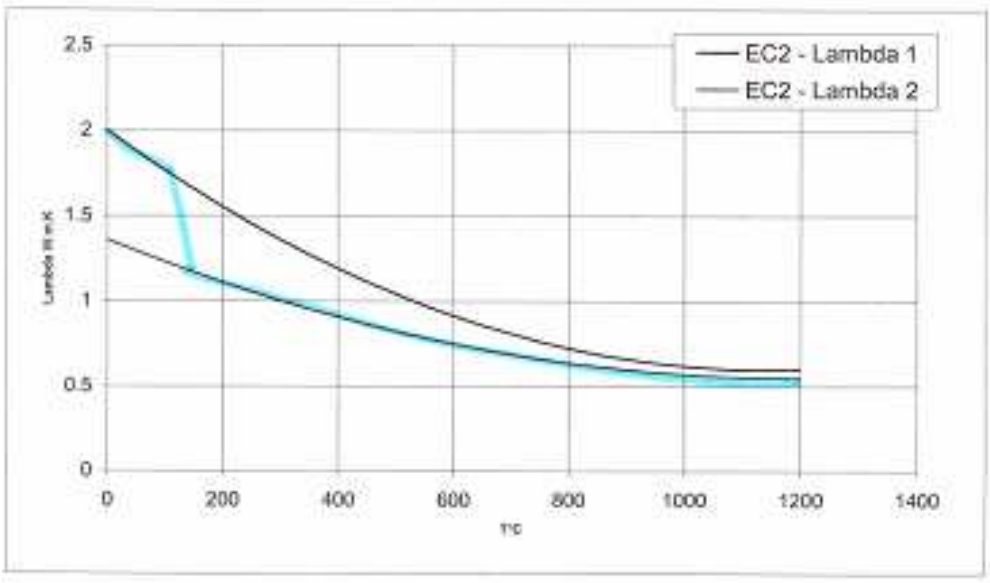



**Figure 4.5**

*Conductivité thermique du béton de la dalle [28]*

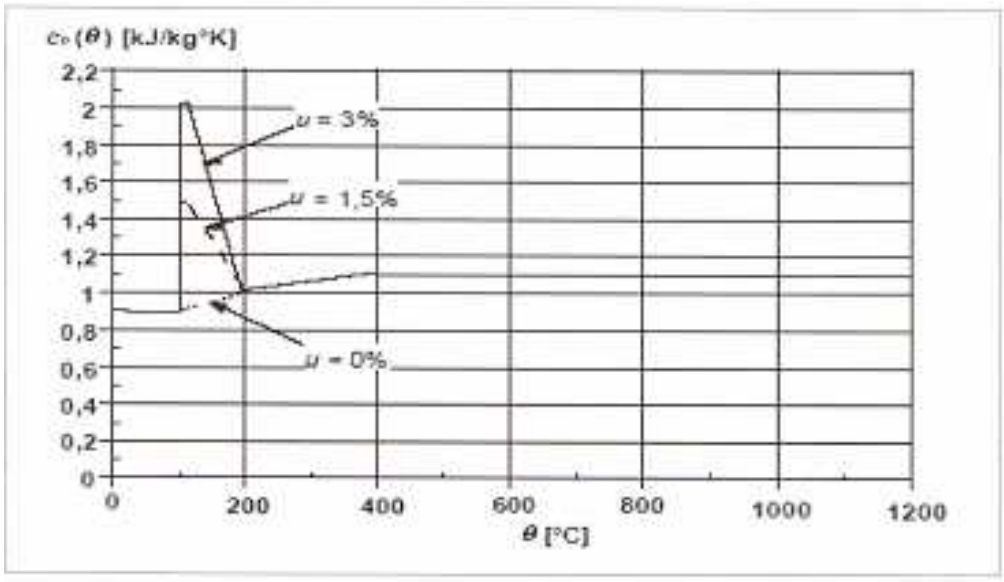



**Figure 4.6**

*Chaleur spécifique du béton de la dalle [28]*

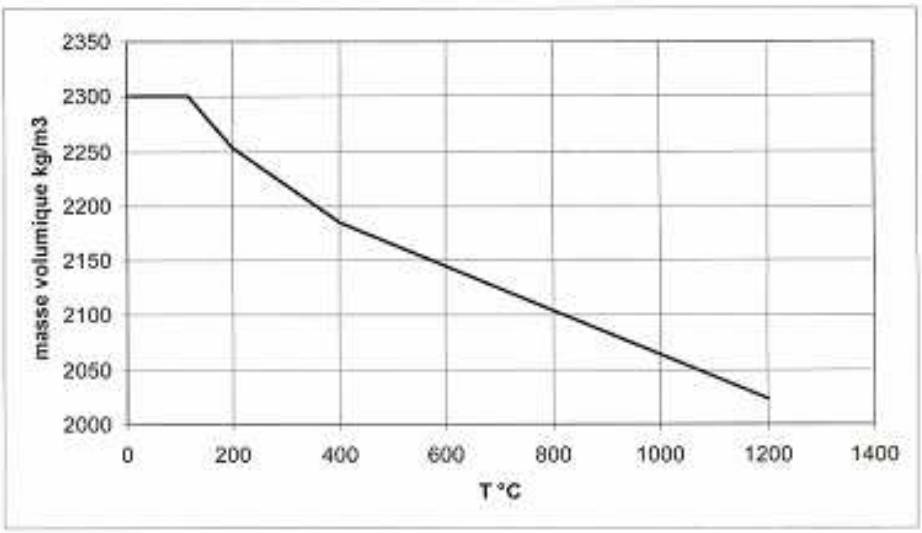



**Figure 4.7**

*Masse volumique du béton [28]*

Pour l'acier de toron, la masse volumique est constante et égale à 7800 kg/m$^3$. Les autres propriétés sont définies dans l'Eurocode II et sont illustrées sur les figures : Figure 4.8 et Figure 4.9.

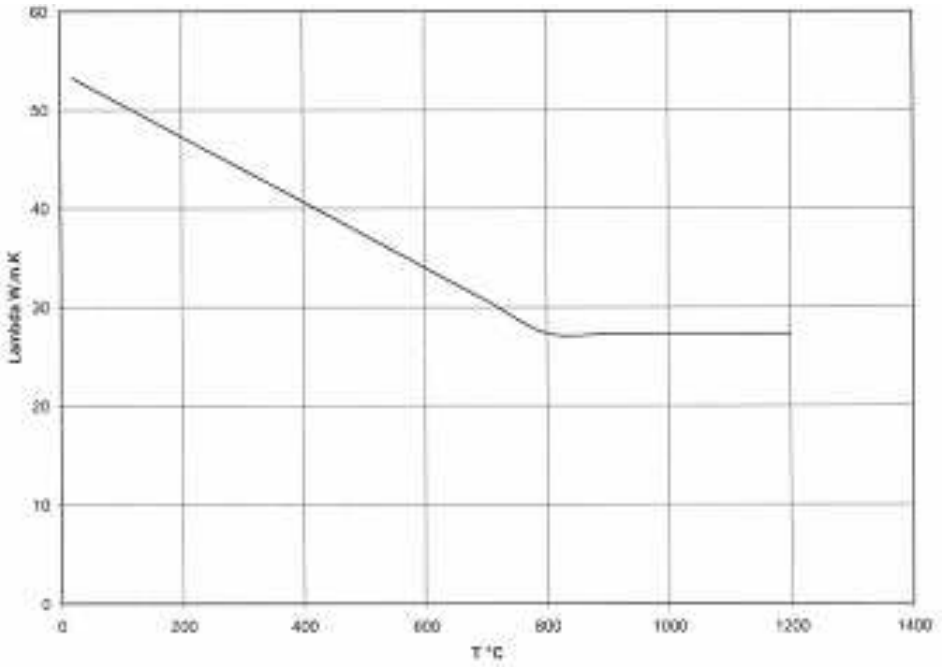



**Figure 4.8**

*Conductivité thermique de l'acier de toron [28]*

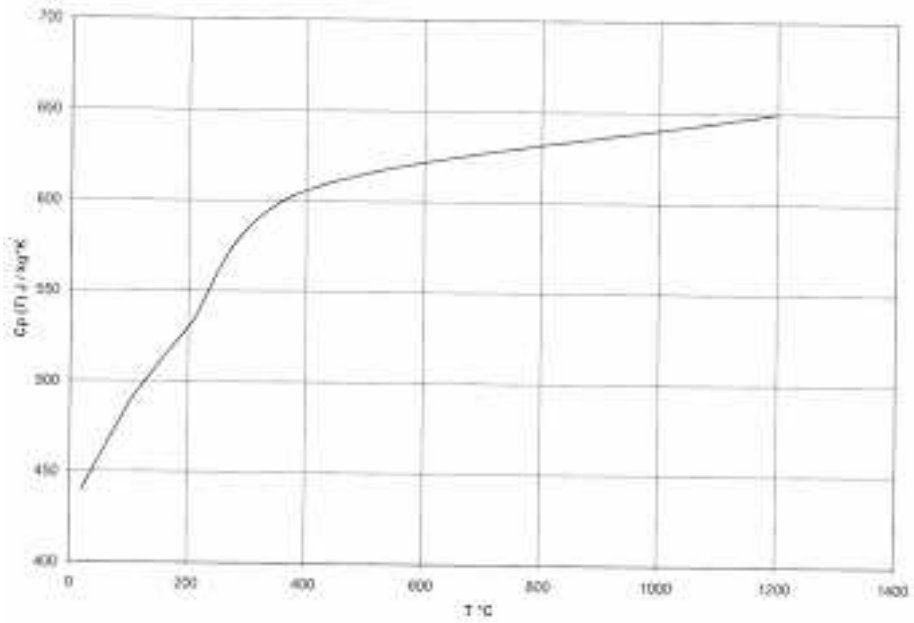



**Figure 4.9**

*Chaleur spécifique de l'acier de toron [28]*

## 4.3 Méthodes avancées de la modélisation thermique dans ANSYS

Cette section a pour but de décrire la méthode utilisée par ANSYS dans la modélisation thermique des structures.

### 4.3.1 Modélisation du feu

L'action du feu sur la structure peut se traduire en deux flux thermiques traversant la face exposée : un flux par convection et un flux par radiation. Dans le cas du feu, la température de l'air varie en fonction du temps ainsi que les flux thermiques. Pour pouvoir modéliser ces actions, ANSYS dispose d'un élément spécial qui s'appelle « Elément surfacique SURF152 ».

L'élément SURF152 (voir la Figure 4.10) a cinq noeuds. Les quatre premiers nœuds se trouvent sur la surface de structure pour simuler la température et le flux thermique traversant la surface. Le dernier nœud qui s'appelle « extra node » se trouve en dehors de la surface. Cet élément simule le transfert thermique entre les quatre noeuds de la surface et le noeud « extra node ».

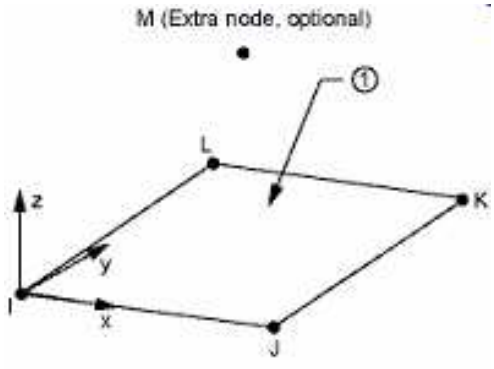



**Figure 4.10**

*Elément surfacique SURF152 [19]*

Le comportement de l'élément SURF152 est la relation entre le vecteur des températures des nœuds et le vecteur des flux thermiques aux nœuds. Selon l'explication donnée dans [19], on peut écrire le comportement de SURF152 comme suit :

$$\begin{bmatrix} Q_I \\ Q_J \\ Q_K \\ Q_L \\ Q_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_I & & & & -K_I \\ & K_J & & & -K_J \\ & & K_K & & -K_K \\ & & & K_L & -K_L \\ -K_I & -K_J & -K_K & -K_L & (K_I + K_J + K_K + K_L) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_I \\ T_J \\ T_K \\ T_L \\ T_M \end{bmatrix} \qquad \textbf{( 4.1)}$$

Dans le cas de convection, chaque terme de la matrice de rigidité est calculé selon la formule ( 4.2) dans [19]. Ici, $N_i(x,y)$ est la fonction de forme de l'élément quadratique contenant les quatre premiers noeuds I, J, K, L de SURF152 et $h_f$ est le coefficient de convection.

$$K_i = \int_{Aire_{IJKL}}^{x,y} h_f . N_i(x,y)\, d(aire) \;;\; i = I, J, K, L \qquad \textbf{( 4.2)}$$

A partir des équations ( 4.1) et ( 4.2), on a :

$$Q_i = K_i.(T_i - T_M) = \left[ \int_{Aire_{IJKL}}^{x,y} N_i(x,y)\, d(aire) \right] . h_f .(T_i - T_M);\ \text{avec}\, i = I, J, K, L \qquad \textbf{( 4.3)}$$

L'équation ( 4.3) nous permet de conclure que la nature de l'élément SURF152 est la combinaison des quatre éléments de barre de convection IM, JM, KM et LM et l'aire de chaque élément est la suivante :

$$A_i = \int_{Aire_{IJKL}}^{x,y} N_i(x,y)\, d(aire) \;;\; i = I, J, K, L \qquad \textbf{( 4.4)}$$

Et on a l'équation de la convection de chaque élément est :

$$Q_i = A_i . h_f .(T_i - T_M);\ \text{avec}\, i = I, J, K, L \qquad \textbf{( 4.5)}$$

La température à un point quelconque sur la surface IJKL peut être calculée par l'équation suivante :

$$T(x,y) = T_i.N_i(x,y) \ ; \text{avec } i = I,J,K,L \qquad \textbf{( 4.6)}$$

De la même façon, dans le cas de la radiation, le flux thermique de chaque élément de barre est calculé comme suit :

$$Q_i = \sigma.\varepsilon.F_i.A_i(T_i^4 - T_M^4) = \sigma.\varepsilon.F_i.A_i(T_i^2 + T_M^2).(T_i + T_M).(T_i - T_M) \qquad \textbf{( 4.7)}$$

Dans la formule ci-dessus, $F_i$ est le facteur qui prend en compte l'angle d'inclinaison de la ligne reliant le nœud M au point d'intégration proche du nœud i (voir la Figure 4.11).

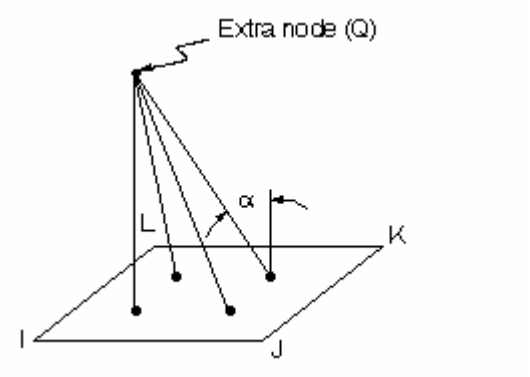



**Figure 4.11**

*Illustration de l'angle d'inclinaison [19]*

Pour transformer l'équation analytique ( 4.7) en équation algébrique qui peut être utilisable dans la méthode des éléments finis, cette équation va être résolue par des calculs itératifs (selon [19]). Le flux thermique à l'itération *n* est donc égal à :

$$\begin{aligned} Q_{i,n} &= \sigma.\varepsilon.F_i.A_i(T_{i,n}^2 + T_{M,n}^2).(T_{i,n} + T_{M,n}).(T_{i,n} - T_{M,n}) \\ &= \sigma.\varepsilon.F_i.A_i.C_{n-1}.(T_{i,n} - T_{M,n}) \end{aligned} \qquad \textbf{( 4.8)}$$

Donc, les valeurs de la matrice K sont aussi mises à jours à chaque itération dans le calcul éléments finis. A partir de ( 4.1) et ( 4.8) on peut trouver la formule de calcul des coefficients de la matrice K :

$$K_i^{n-1} = \int_{Aire_{IJKL}}^{x,y} \sigma.\varepsilon.F_i.A_i.C_{n-1}.N_i(x,y)\, d(aire) \ ; \ i = I,J,K,L \qquad \textbf{( 4.9)}$$

A partir des analyses ci-dessus, on peut conclure que, avec cet élément, le noeud « extra node » peut jouer le rôle d'une source thermique et le feu est modélisé en définissant l'évolution de la température du nœud « extra node » en fonction du temps. Les flux

thermiques traversant la surface de structure seront calculés en fonction des paramètres de la convection et de la radiation qu'on déclare pour l'élément.

Pour l'utilisation de cet élément dans notre calcul, on n'a besoin que d'un seul nœud « extra node » pour représenter le feu parce que le feu ISO est, en tous points, identique sur toute la surface exposée. Ce nœud va être attaché dans tous les éléments SURF152 qui sont collés sur toute la surface exposée au feu. Dans ce cas, la position du nœud « extra node » n'a aucune influence sur le transfert thermique. L'effet de l'angle d'inclinaison est donc supprimé.

### 4.3.2 Modélisation du transfert thermique dans l'alvéole

L'alvéole de la dalle est fermée. Au cours du réchauffement de la dalle, la convection se produit entre les surfaces intérieures de l'alvéole et l'air dans l'alvéole. La difficulté est qu'on ne connaît pas la valeur de la température de l'air dans l'alvéole parce qu'elle est déterminée automatiquement par l'équilibre thermique dans l'alvéole. Face à cette difficulté, on utilise l'élément SURF152 qui permet de modéliser l'air de l'alvéole par les nœuds « extra node ». Ces nœuds jouent le rôle d'un pont pour le transfert thermique dans l'alvéole.

Pour la structure étudiée, le feu est identique sur toute la longueur de la dalle. C'est pourquoi, le phénomène de convection de l'air de l'alvéole dans cette direction n'est pas considérable. En plus, dans la direction transversale, on utilise l'hypothèse d'une température moyenne homogène de l'air de Fellinger (voir [29]). Cette hypothèse est acceptable parce que la capacité calorifique de l'air est très faible par rapport à celle du béton. Pour toutes ces raisons, on a besoin seulement d'un nœud « extra node » pour représenter l'air dans l'alvéole. Ce nœud est inclus dans tous les éléments surfaciques SURF152 qui sont attachés aux surfaces intérieures de l'alvéole.

Concernant la radiation entre les surfaces intérieures de l'alvéole, la méthode « radiosity solution » est utilisée. L'idée de cette méthode est que la résolution du système des équations basiques de la radiation entre les surfaces est faite en combinaison avec la résolution de la conduction thermique dans le corps de la structure.

Le système des équations basiques de cette méthode est déduit directement des équations fondamentales de la radiation entre N faces. Ce système qui est présenté dans [19] est comme suit :

$$\sum_{j=1}^{N}\left[\delta_{ij}-(1-\varepsilon_i).F_{ij}\right]q_j^0=\varepsilon_i.\sigma.T_i^4 \qquad \textbf{( 4.10)}$$

et

$$q_i=q_i^0-\sum_{j=1}^{N}F_{ij}.q_j^0 \qquad \textbf{( 4.11)}$$

Ici, $q_i^0$ est le flux thermique sortant de la surface i et $q_i$ est le flux total de chaque surface i.

$T_i$ est la température moyenne de chaque surface. $F_{ij}$ est le coefficient qui prend en compte la distance et l'orientation entre deux surfaces *i* et *j*. Le système ( 4.10) permet de calculer le champ $q_i^0$ en sachant le champ $T_i$ selon les formules de [19] suivantes :

$$[A].\{q^0\} = \{D\} \qquad \textbf{( 4.12)}$$

Ici,

$$A_{ij} = \delta_{ij} - (1-\varepsilon_i).F_{ij}$$
$$D_i = \varepsilon_i.\sigma.T_i^4 \qquad \textbf{( 4.13)}$$

A partir de ces équations, on peut décrire les étapes de calcul pour chaque pas de chargement comme suit :

- A partir du champ de température initiale $T_i$, calculer les flux thermiques qui sortent de chaque face de l'alvéole $q_i^0$ selon le système algébrique ( 4.12)
- Calculer le flux thermique net de chaque face $q_i$ selon l'équation ( 4.11)
- Ces flux thermiques constituent le chargement pour le calcul de la conduction dans le corps de la dalle
- Le nouveau champ de température obtenu est utilisé pour recalculer les flux thermiques
- Cette boucle continue jusqu'au moment où la convergence du champ de température $T_i$ et du champ de flux thermique $q_i$ au bord de l'alvéole est atteinte.

## 4.4 Résultats et validation

### 4.4.1 Résultats

La structure est maillée en 21170 éléments. Le calcul thermique transitoire dure environ 60 minutes. Ce qui reste raisonnable en termes de temps de calcul.

La distribution de la température le long de la dalle est présentée sur la Figure 4.12. La température ne varie pas le long de la dalle sauf aux zones d'appui. L'existence des appuis diminue considérablement la température dans les zones au-dessus des appuis. Cela favorise l'ancrage des armatures (HA ou toron) à l'extrémité de la dalle.

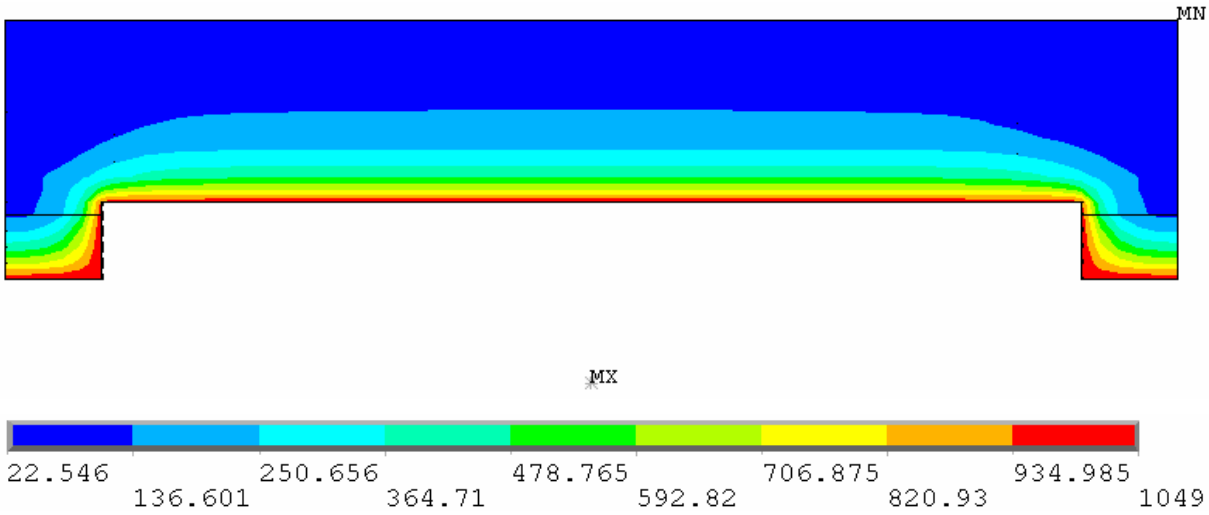



**Figure 4.12**

*Distribution de la température dans la dalle après 2h du feu*

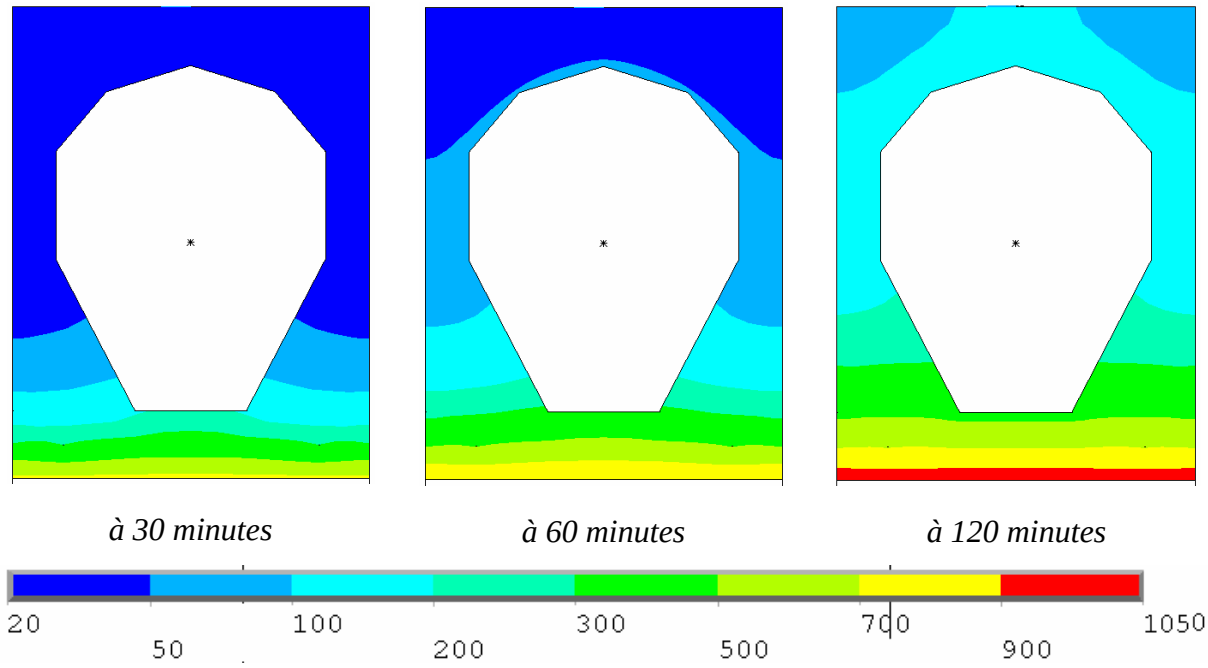



**Figure 4.13**

*Distribution de la température dans la section transversale*

La Figure 4.13 présente la distribution de la température sur la section transversale après 30min, 1h et 2h. Au bout de deux heures, la température maximale est de 1050°C à la surface exposée, la température minimale est de 82°C à la surface non exposée. On peut trouver que la variation de la température le long de la hauteur est très importante. La partie supérieure de la dalle est beaucoup moins affectée par le feu que les couches inférieures.

En réalisant les calculs avec et sans radiation/convection dans l'alvéole, on trouve l'importance de prendre en compte la radiation et la convection dans l'alvéole. En fait, si on ne les prend en compte, la température de la partie supérieure de la section transversale est diminuée d'environ 50%.

### 4.4.2 Validation

Pour valider la modélisation, il faut comparer les résultats du calcul numérique avec ceux de l'essai expérimental du CERIB. Les résultats de l'essai sont les températures mesurées par les thermocouples qui sont disposées en deux zones :

- Au milieu de la dalle, la distribution de la température sur la section transversale sera validée. Les points mesurés se trouvent le long de la hauteur de la nervure : à la surface exposée, à la position du toron, à mi-hauteur, à la surface non exposée.
- Aux abouts, la distribution de la température le long du tronçon de toron sur les appuis sera validée. Les données de la température du toron dans cette zone seront utiles pour l'étude de l'ancrage du toron à haute température.

Le schéma de disposition des thermocouples est illustré sur les figures : Figure 4.14 et Figure 4.15.

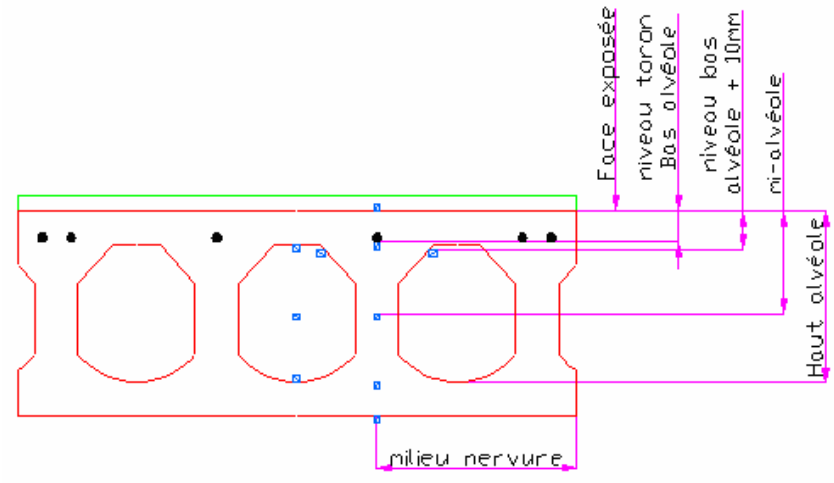



**Figure 4.14**

*Schéma du positionnement des thermocouples dans la section*

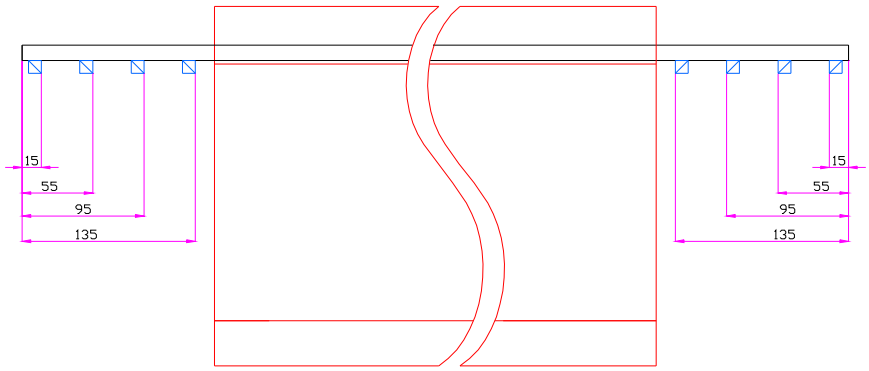



**Figure 4.15**

*Schéma du positionnement des thermocouples dans les abouts*

### 4.4.2.1 Validation des résultats dans la section transversale

Sur les diagrammes dans la Figure 4.16 et la Figure 4.17, les valeurs de calcul (lignes continues) et celles d'essai (points) de la température mesurées aux points le long de la hauteur de la nervure de la section de la dalle sont présentées.

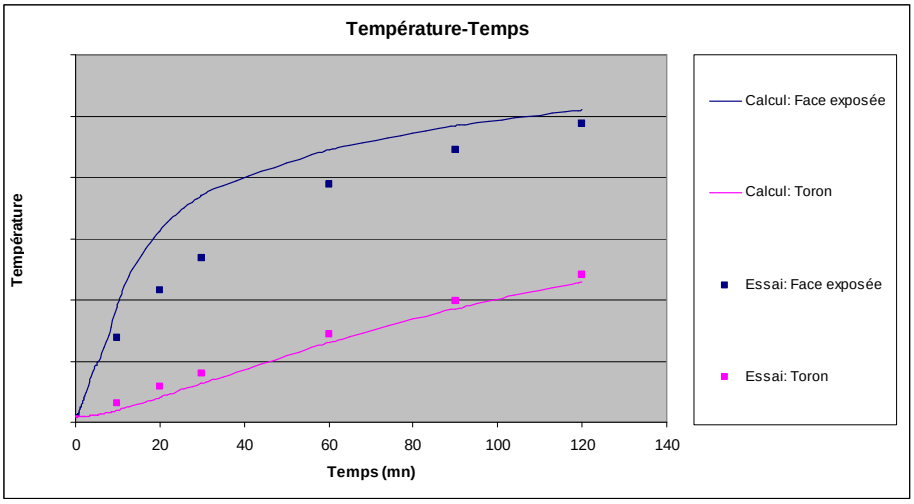



**Figure 4.16**

*Evolution de la température à la surface exposée et à la position du toron (calcul et essai)*

On peut noter un écart entre les températures calculées et mesurées à la surface exposée de l'ordre de 50°C à 100°C entre 20 minutes et 90 minutes. De fait, la résistance du béton à cette zone sera plus faible par la modélisation que la résistance réelle. A *120* min, la valeur de calcul est presque identique à celle de l'essai. Quand à la température à la position du toron, la

valeur de calcul est en bon accord avec les résultats de l'essai.

La Figure 4.17 représente la température à mi-hauteur de la nervure et à la surface non exposée : les résultats de calcul et ceux de l'essai sont en bon accord.

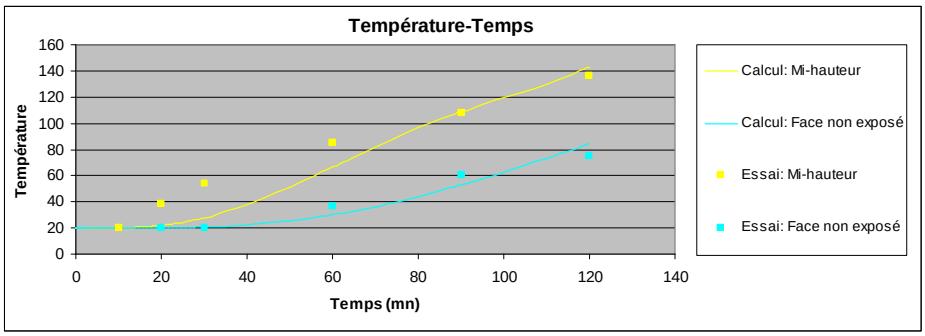



**Figure 4.17**

*Evolution de la température à mi-hauteur de la section et à la surface non exposée*

### 4.4.2.2 Validation aux abouts

Dans la Figure 4.18, les lignes continues représentent la température sur toute la longueur du tronçon du toron au-dessus de l'appui. La position 0 mm est celle de l'appui et la position 150 mm est à l'extrémité du toron. Les températures mesurées sont présentées par les points discrets à quatre différentes positions : à *15 mm, 55 mm, 95 mm et 135 mm* de l'extrémité de la dalle.

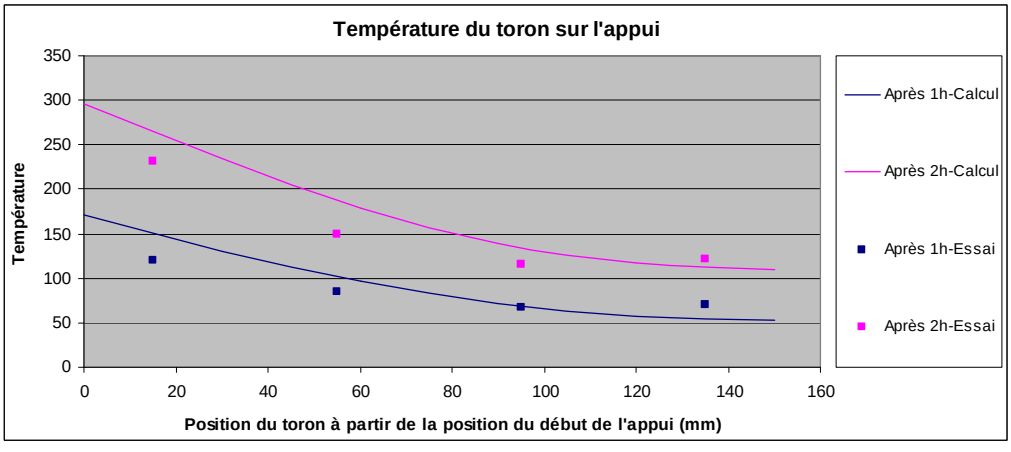



**Figure 4.18**

*Distribution de la température le long du tronçon du toron au-dessus de l'appui*

La modélisation prévoit bien la température aux différents points du toron dans la partie au-dessus des appuis. La différence entre le calcul et l'essai est faible.

#### 4.4.2.3 Conclusion

La méthodologie de modélisation thermique proposée dans ce chapitre présente sa performance en tenant compte de plusieurs phénomènes thermiques lors d'incendie et en donnant des résultats généralement proches de la réalité.

En général, les températures à la face exposée au feu et aux torons au-dessus des appuis sont un peu plus élevées dans la modélisation que dans l'essai.

Les calculs ont prouvé la nécessité de modéliser la radiation et la convection dans les alvéoles pour simuler bien le comportement thermique de la structure.

# Chapitre 5 Modélisation thermomécanique de la structure exposée au feu

L'objectif de ce chapitre est de construire une méthodologie d'analyse numérique efficace qui permet de simuler le comportement réel des structures en béton armé sous l'action du chargement mécanique et du feu à l'aide du logiciel ANSYS. Pour cela, la méthodologie à construire doit prendre en compte :

- les modèles de comportement non linéaire 3D pour le béton et l'acier.
- le couplage thermomécanique : la dégradation à haute température des propriétés des matériaux et l'effet de la dilatation thermique.
- le comportement de l'interface acier-béton à haute température

En bénéficiant des résultats des chapitres précédents, cette méthodologie devrait être capable d'évaluer d'une part la résistance, la fissuration, la dégradation et la rupture de la structure, et d'autre part, l'influence de l'interface béton-acier sur la capacité d'ancrage de l'extrémité des armatures dans du béton et sur le comportement global de la structure.

Dans ce chapitre, la méthodologie est présentée à travers la simulation d'un essai expérimental de la littérature. Il s'agit de l'essai d'une poutre continue en béton armé subissant un feu standard ASTM. Cet essai a été réalisé en 1988 par Lin et al. [30].

## 5.1 Description de l'essai à simuler

Il s'agit d'une poutre continue sur deux appuis simples qui se compose de deux travées : une travée centrale et une travée de console. Il y a eu six poutres avec différentes dimensions qui ont été testées. On s'intéresse à modéliser les deux poutres numéro 1 et 3 qui ont les dimensions illustrées sur la Figure 5.1.

La poutre supporte six forces P constantes sur la travée centrale et une force $P_0$ variable à l'extrémité de la console. Cette variation de $P_0$ a pour but d'assurer que la flèche de l'extrémité de la console est constante durant la première heure du feu. Après une heure, la valeur de $P_0$ est gardée constante. La valeur des six forces P et la valeur initiale de la force $P_0$ sont illustrées sur la Figure 5.1. L'évolution de la valeur de $P_0$ en fonction du temps est donnée dans la Figure 5.2. Le feu affecte la face inférieure et les deux faces latérales de la travée centrale de la poutre. L'augmentation de la température suit la courbe ASTM-E119. Cette courbe est illustrée sur la Figure 5.3 en comparaison avec la courbe du feu ISO 834.

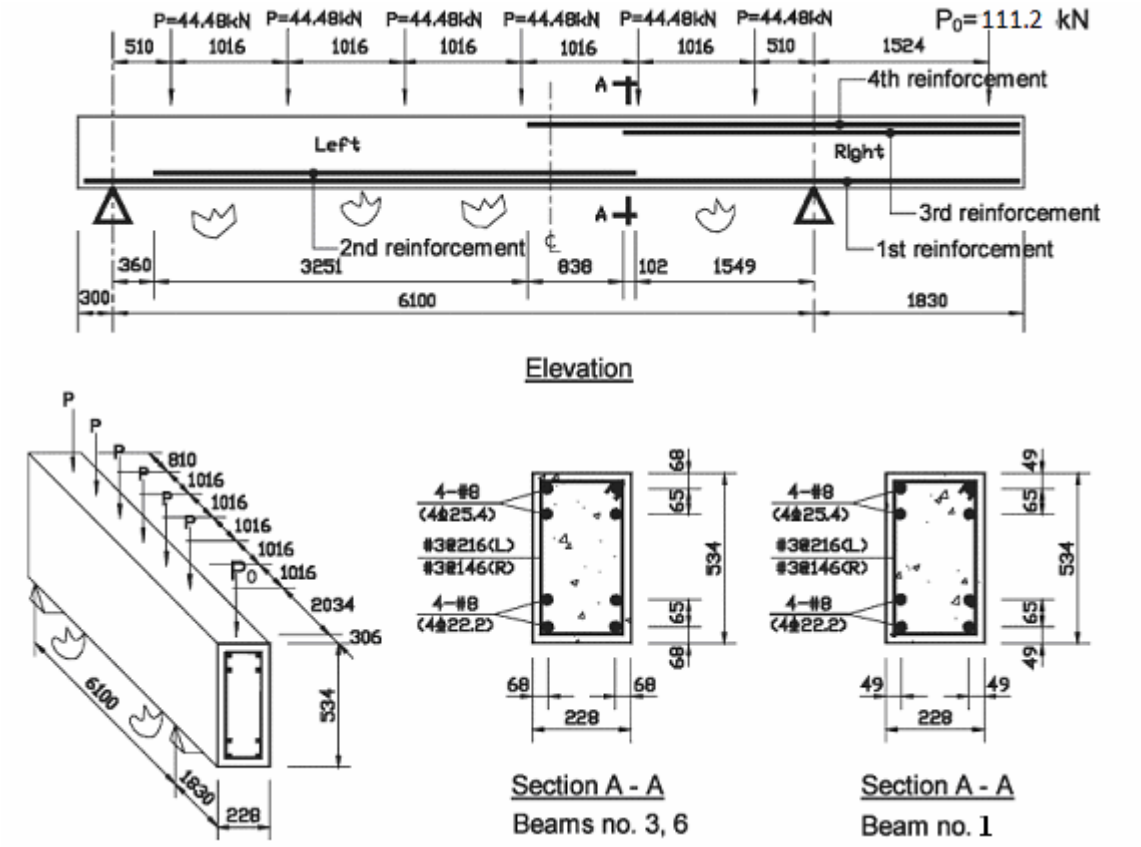



**Figure 5.1**

*Description de l'essai de Lin et al. présenté dans Cai et al. [31]*

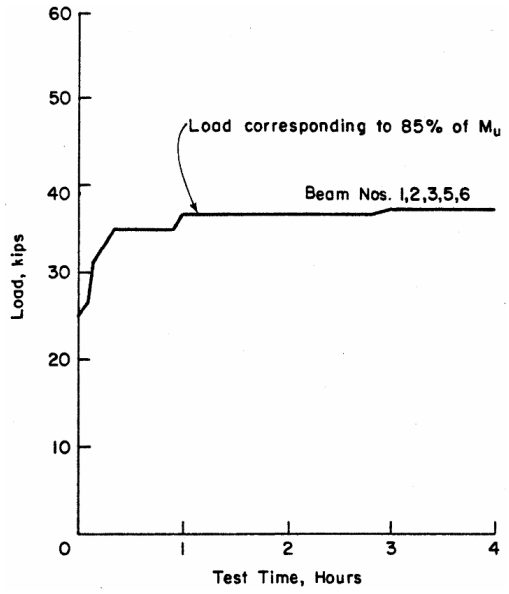



**Figure 5.2**

*Variation de la force $P_0$ [30]*

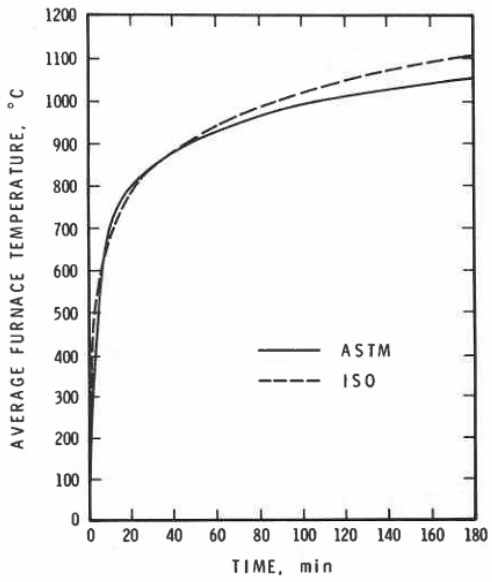



**Figure 5.3**

*Les courbes du feu ASTM E119 et ISO 864 [32]*

Les paramètres des matériaux sont présentés dans le Tableau 5.1. Leurs lois de comportement mécanique et leurs propriétés thermiques respectent les descriptions de l'Eurocode II.

| Acier #3 | Acier #7 | Acier #8 | Béton |
|---|---|---|---|
| $f_y$=483,34 MPa<br>$\varepsilon_y$=0,0028 | $f_y$=481,27 MPa<br>$\varepsilon_y$ =0,0025 | $f_y$=509,54 MPa<br>$\varepsilon_y$ =0,0028 | $f_{ck}$=30 MPa<br>$f_{ctk}$=3 MPa |

**Tableau 5.1**

*Paramètre des matériaux*

## 5.2 Analyse du comportement global de la poutre avec interface béton-acier parfaite

En réalité, pour l'analyse du comportement global, il n'est pas nécessaire d'intégrer le comportement de l'interface dans le modèle numérique si les glissements des armatures ne sont pas importants et ne causent pas de perte d'adhérence. En effet, comme expliqué dans le chapitre 1, dans le cas des structures en béton armé, le comportement de l'interface béton-acier a principalement des impacts locaux comme la perte d'ancrage aux extrémités d'armature ou l'apparition des fissures locales de l'enrobage du béton. Son influence sur le comportement global de la structure est faible. On considère donc que l'interface est parfaite sur toute la longueur des armatures dans cette section. Cela facilite la mise en œuvre et la validation du modèle de calcul. Les influences locales et globales seront évaluées dans la section 5.3.

### 5.2.1 Généralités sur la méthode de modélisation utilisant ANSYS

#### 5.2.1.1 Modèle d'élément fini

Une modélisation massive 3D est utilisée. Grâce à la symétrie de la poutre et du chargement, une demie de la poutre est modélisée (voir la Figure 5.4). La section transversale de la structure modélisée est égale à la moitié de celle de la poutre réelle testée.

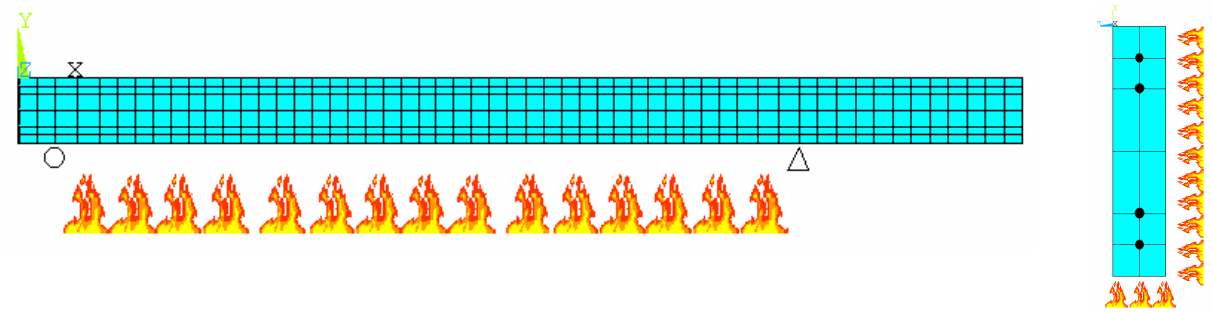


**Figure 5.4**

*Vue latérale du maillage (à gauche) et la demie section de la poutre (à droit)*

Le béton est modélisé par des éléments massifs de type SOLID185/SOLID186 qui supportent le modèle de matériau CastIron ou de type SOLID65 qui supportent le modèle CP Von-Mises (CPVM). Les armatures actives sont modélisées par des éléments de barre. Les nœuds des éléments d'acier coïncident avec ceux de béton pour permettre une interface parfaite entre les deux matériaux (voir la Figure 5.5).

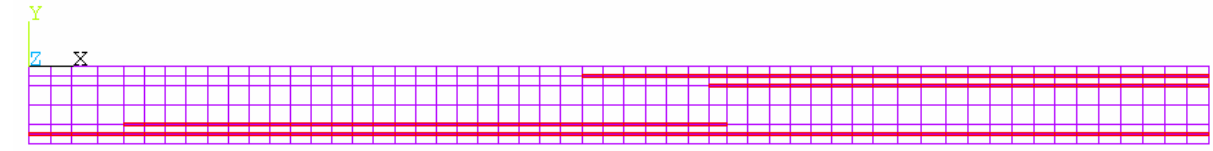


**Figure 5.5**

*Armatures actives modélisées (lignes rouges)*

Concernant les cadres d'armature de renforcement transversal, la modélisation de toutes ces barres entraînera une grande complexité dans le maillage et causera des difficultés de convergence dans le calcul. ANSYS dispose de deux méthodes simples et efficaces pour intégrer les cadres d'armature de renforcement transversal. Ces deux méthodes consistent à remplacer les cadres d'armature en couches d'acier équivalentes et attacher ces couches aux éléments de base du béton qu'elles traversent.

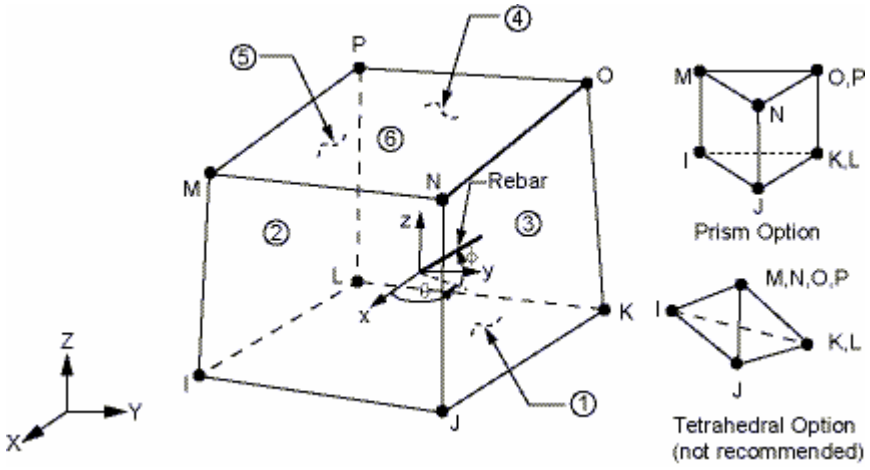



**Figure 5.6**

*Direction de la barre d'acier dans l'élément SOLID65 [19]*

La première méthode fonctionne avec l'élément de base SOLID65 et le modèle de matériau CPVM pour le béton (voir la Figure 5.6). Elle consiste à répartir uniformément le volume de la barre d'armature dans tout le volume de l'élément de béton. Les données à entrer pour la barre sont : le rapport volumique de la barre d'acier à l'élément de béton, le matériau d'acier utilisé et les angles d'orientation (θ, φ). L'effet de renforcement est simulé implicitement par l'augmentation de la rigidité de l'élément du béton dans la direction de l'armature. Cette méthode permet de déclarer trois barres d'acier selon trois différentes directions. La Figure 5.7 illustre la mise en œuvre de cette méthode dans la poutre étudiée. Les petites barres en rouge illustrent la présence des armatures transversales dans les éléments extérieurs de la poutre. La direction de ces petites barres détermine celle des armatures transversales.

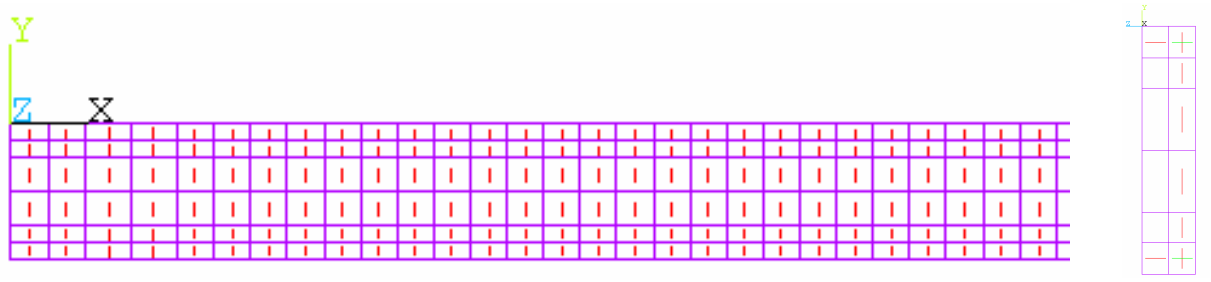



**Figure 5.7**

*Illustration de la modélisation des armatures transversales dans la poutre*

*Vue latérale d'une partie de la poutre (à gauche). Section transversale (à droit)*

La deuxième méthode consiste à simuler les couches d'acier équivalentes par les éléments

REINF265 (voir la Figure 5.8). Cet élément n'a pas de degré de liberté indépendant. Ses degrés de liberté sont interpolés à partir de ceux de l'élément de base du béton auquel il est attaché. Les paramètres à entrer pour cet élément sont l'aire de la section transversale de chaque barre d'acier, la distance entre deux barres successives, le matériau, les angles déterminant l'orientation des barres et la position géométrique de l'élément par rapport aux faces de l'élément de béton. Cette méthode ne fonctionne qu'avec les éléments massifs SOLID185/SOLID186 modélisant le béton. Sur la Figure 5.9, les couches d'acier en vert illustrent les armatures transversales de la structure étudiée.

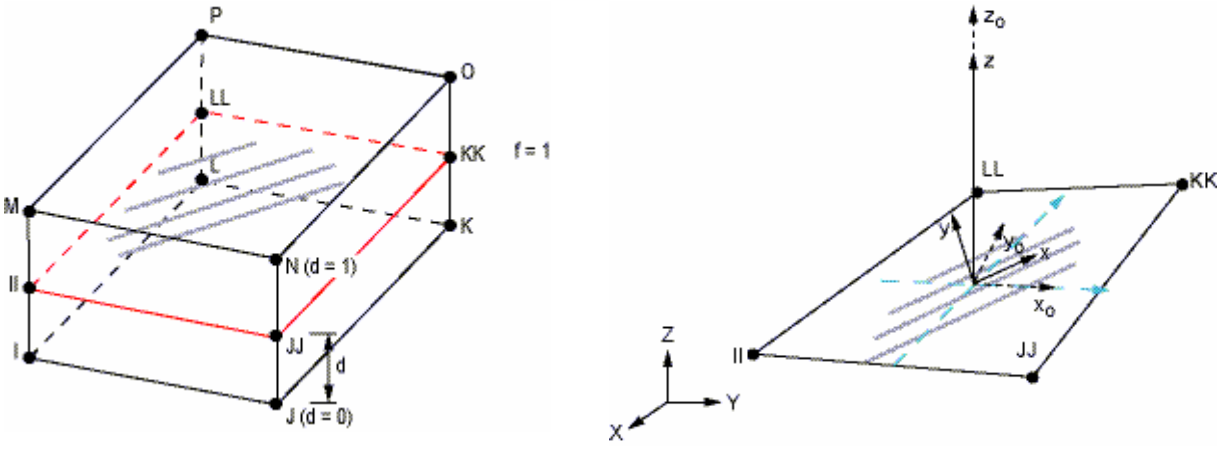



**Figure 5.8**

*Elément REINF265 intégré dans l'élément de base SOLID185 (à gauche)*

*REINF265 et son système de coordonnées locales (x,y) (à droit) [19]*

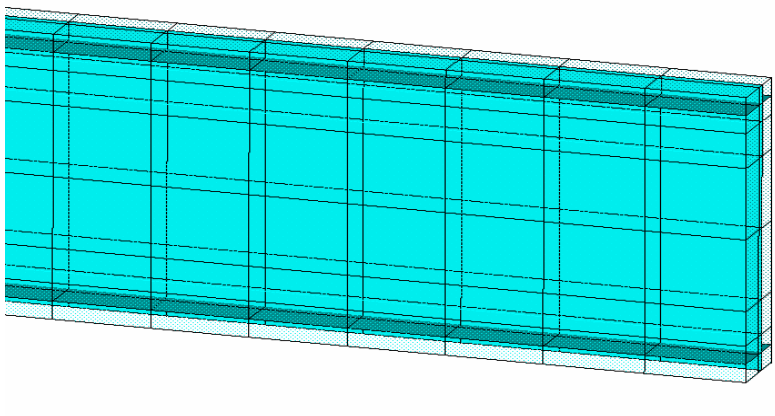


**Figure 5.9**

*Couches d'armatures transversales équivalentes (en vert) dans la structure étudiée*

En ce qui concerne le calcul thermique, comme présenté dans le chapitre 4, l'élément surfacique SURF152 sera utilisé dans cette modélisation pour simuler le feu. Le béton est simulé par l'élément solide thermique SOLID70/SOLID90 et l'acier est simulé par l'élément de barre de conduction LINK33.

#### 5.2.1.2 Modèle de matériau

***Pour le calcul thermique***

Les propriétés thermiques du béton et de l'acier comme la chaleur spécifique, la conductivité thermique et la masse volumique utilisées dans l'analyse thermique de Lin et al. [30] ont une grande dispersion et ne sont pas fiables. Elles sont aussi différentes des valeurs données dans l'Eurocode II. Dans notre calcul, les valeurs de l'Eurocode II [28] sont utilisées. Les figures Figure 4.5, Figure 4.6, Figure 4.7, Figure 4.8 et Figure 4.9 du chapitre 4 illustrent la variation de ces propriétés en fonction de la température. Pour la chaleur spécifique du béton, les valeurs correspondant à la teneur en eau de 3% sont choisies.

***Pour le calcul thermomécanique***

La dilatation thermique à haute température des matériaux est prise selon l'Eurocode II [28]. Voir la Figure 5.10.

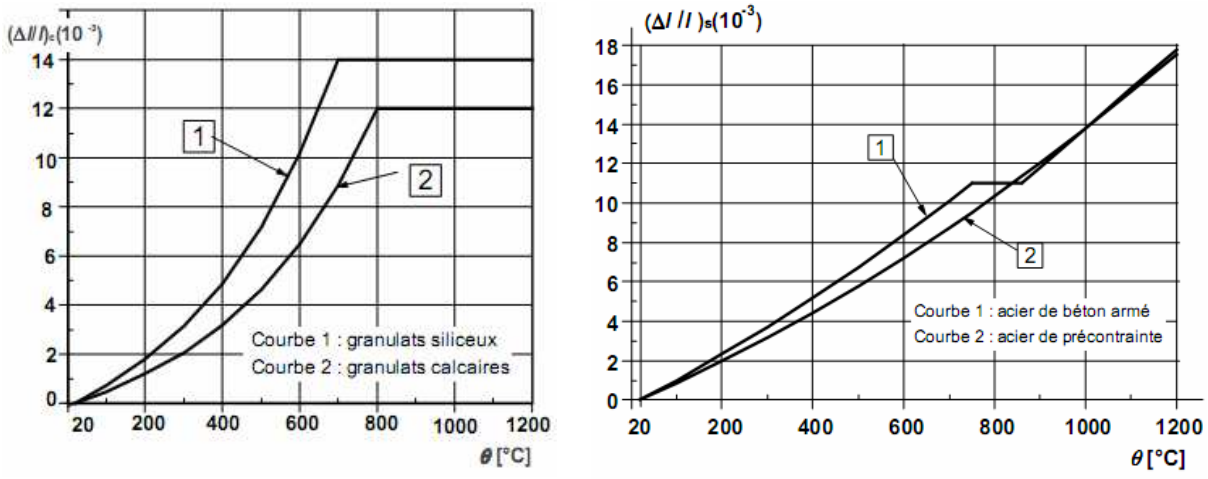



**Figure 5.10**

*Dilatation thermique du béton (à gauche) et de l'acier (à droit) [28]*

Les modèles de comportement mécanique du béton utilisés dans le calcul thermomécanique sont celui de CastIron et celui de CP Von-Mises (CPVM). Leur performance dans le calcul des structures à température ambiante ainsi que leur capacité à rendre compte de la dégradation des propriétés de matériau en fonction de la température ont été validées dans le

Chapitre 3. Leur performance dans le calcul des structures à haute température sera évaluée dans ce chapitre. Concernant l'acier, son modèle mécanique est la plasticité de Von-Mises.

Les données à entrer pour les modèles du béton sont la résistance de compression, celle de traction et la forme de la courbe de compression uniaxiale du béton avant le pic. Tous ces paramètres doivent varier en fonction de la température. Ils sont tous donnés dans l'Eurocode II-1-2 [28].

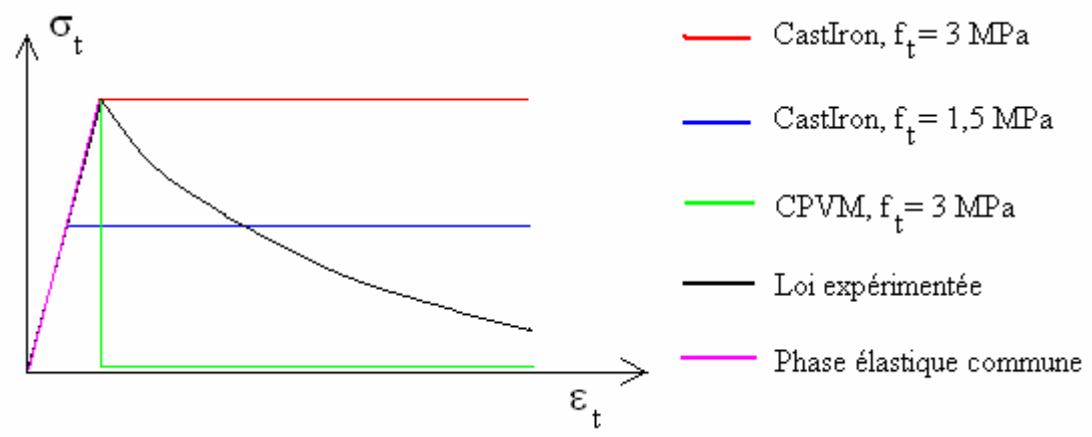



**Figure 5.11**

*Différentes courbes testées pour le béton en traction*

Comme présenté sur la Figure 5.11, trois différentes courbes de comportement de traction sont testées dans ce chapitre. Les deux premières courbes sont utilisées avec le modèle CastIron. La limite élastique en traction du modèle CastIron est testée avec les deux valeurs : la valeur totale de la résistance de béton en traction et la moitié de cette valeur. Si la première valeur simule bien la limite à laquelle la fissuration se produit, la dernière simule mieux le comportement du béton après fissuration et l'énergie dissipée due à la fissuration. La troisième courbe (en vert) est utilisée avec le modèle CPVM. Les résultats de ce chapitre vont permettre de déterminer la courbe la plus appropriée à la modélisation des structures du béton au feu.

#### 5.2.1.3 Méthode de calcul du couplage thermomécanique

Notre structure supporte à la fois les charges mécaniques et le feu. Il y a donc deux phénomènes à analyser :

- Phénomène thermique : le transfert de chaleur par conduction dans la poutre et par convection/radiation entre la poutre et l'environnement.
- Phénomène mécanique : la déformation de la poutre sous l'action des charges mécaniques.

Dans ce cas, le résultat de l'analyse du phénomène mécanique est fortement influencé par celui de l'analyse thermique. Premièrement, le dernier cause la dilatation thermique des matériaux qui à son tour entraîne la contrainte thermique dans la structure. Deuxièmement, il cause la dégradation des propriétés mécaniques en fonction de la température. Cette dégradation diminue la résistance de la structure. Le comportement mécanique de la structure influence aussi le résultat de l'analyse thermique. En effet, sous l'action des charges mécaniques, la structure se déforme et des fissures se produisent dans le béton. La déformation entraîne le changement de la forme et de la position de la structure qui à leur tour modifie le résultat du transfert thermique. La fissuration crée des macros fissures aux surfaces exposées au feu. Ces macros fissures facilitent le transfert de chaleur dans la structure. Tous ces mécanismes expliquent le couplage complet thermomécanique du problème.

Toutefois, dans l'analyse statique des structures en béton armé, l'hypothèse de petite déformation est acceptée. La déformation de la structure dans ce cas modifie très peu la distribution de la température due au transfert de chaleur. Et puis, la fissuration n'influence pas considérablement le résultat thermique parce que les grandes fissures exposées au feu n'apparaissent souvent qu'au moment où la structure est très endommagée et sera bientôt à la rupture. Pour toutes ces raisons, on ne rendra pas compte de l'impact du résultat mécanique sur celui thermique et on obtient ainsi un couplage simplifié dans lequel seule influence de l'augmentation de température sur le comportement mécanique de la structure est considérée.

Pour modéliser ce couplage, parmi les méthodes disponibles dans ANSYS, la plus appropriée est la « Load Transfer Coupled Physics Analysis Using Multiple Physics Environments » qui consiste aux points principaux suivants :

- Créer le maillage de la poutre étudiée. Les éléments spéciaux nécessaires pour chaque analyse (thermique, mécanique) sont aussi créés.
- Définir deux environnements physiques (thermique et mécanique) sur le même maillage. Les données de chaque environnement sont : type d'élément, matériau, conditions limites…
- Lancer le calcul thermique transitoire pour déterminer la carte de température de toute la poutre sous l'action du feu pendant 4 heures.
- Lancer le calcul mécanique. A chaque pas du temps, importer le champ de température du calcul thermique comme une force volumique dans le problème mécanique.

  Le schéma de fonctionnement général de cette méthode est illustré sur la Figure 5.12

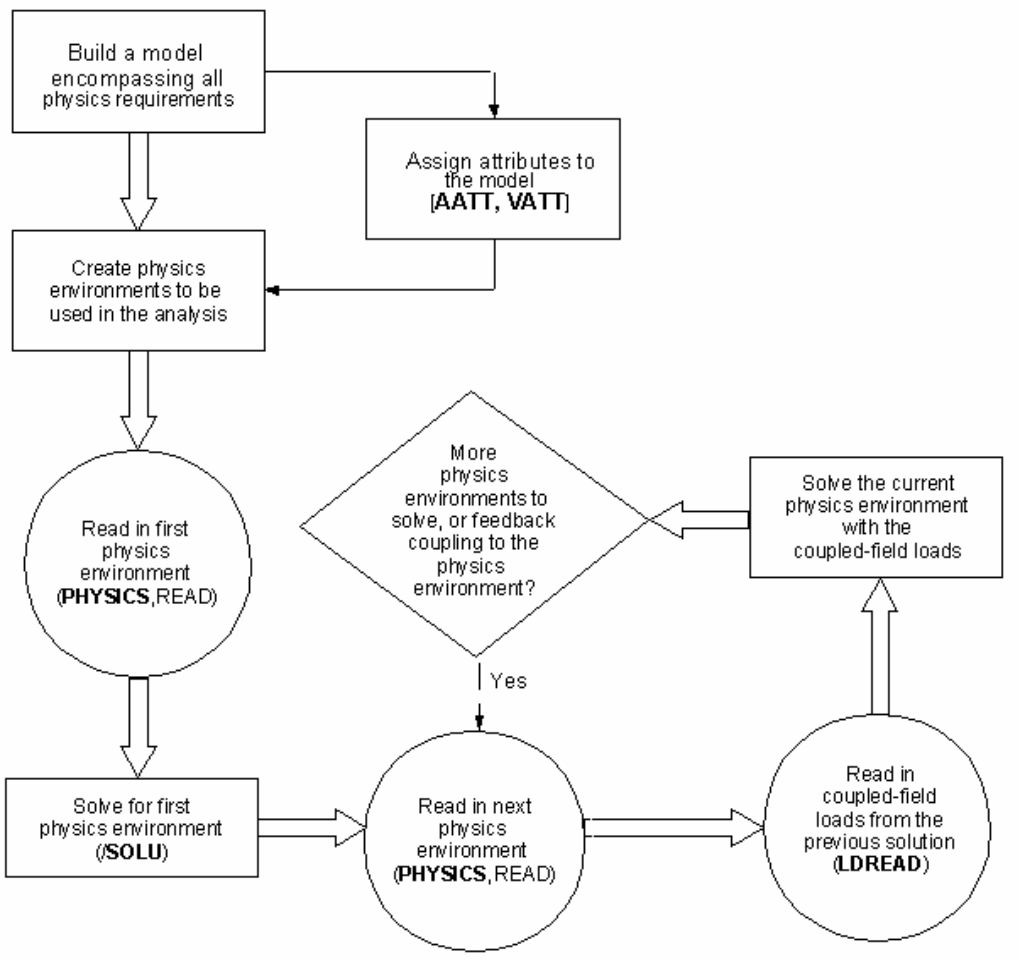



**Figure 5.12**

*Schéma du processus de la résolution multi physique [19]*

## 5.2.2 Méthode de stabilisation non linéaire

Nos résultats de calcul ont montré que les modèles du béton utilisés présentent une instabilité assez importante dans la modélisation à haute température. En les utilisant, le calcul à chaud se termine souvent beaucoup plus tôt que la réalité. Pour surmonter cet inconvénient, ANSYS dispose de la méthode de stabilisation non linéaire. Cette méthode est très efficace dans le traitement des problèmes d'instabilité locale ou globale dans un calcul non linéaire. Toutefois, cette méthode ne fonctionne qu'avec les modèles plastiques et les éléments solides SOLID185/SOLID186 qui les supportent. Elle ne fonctionne pas avec le modèle de CPVM.

### 5.2.2.1 Description de la méthode [19]

L'idée de cette méthode est d'utiliser les éléments d'amortissement attachés aux nœuds de la structure pour stabiliser les degrés de liberté. Les degrés de liberté instables sont ceux qui ont un grand déplacement pour un petit incrément de charge. Ils sont souvent la raison de la

difficulté de convergence dans les calculs non linéaires. Une fois que cette méthode est appliquée dans le calcul, les éléments d'amortissement sont ajoutés à tous les nœuds de la structure. Cette méthode est activée dans le calcul par la commande « STABILIZE » de ANSYS.

Imaginons un élément d'amortissement qui relie un nœud de la structure au sol fixe. La force axiale dans cet élément est :

$$f_{stab} = -c.v \qquad \textbf{( 5.1)}$$

Ici, $c$ est le coefficient d'amortissement, $v$ est la vitesse de déplacement du nœud. Elle est égale au rapport de l'incrément de déplacement du nœud à l'incrément du temps. Si le nœud a un degré de liberté instable, son incrément de déplacement est grand, ce qui entraîne une grande force de stabilisation. Cette force, à son tour, réduit le déplacement et la stabilisation est achevée. En revanche, si le degré de liberté est stable, la force de stabilisation est très petite par rapport aux forces physiques appliquées sur la structure elle n'influence pas le résultat de calcul.

### *Détermination du coefficient d'amortissement*

Ce coefficient est calculé par le logiciel en se basant sur la valeur du taux de dissipation d'énergie définie par l'utilisateur. Cette valeur se trouve dans la gamme de 0 à 1. Le taux de dissipation d'énergie est égal au rapport du travail des forces de stabilisation à l'énergie potentielle de la structure. Pour un chargement appliqué, le premier incrément de charge est calculé sans utilisation des éléments d'amortissement. L'énergie potentielle de la structure obtenue pendant cet incrément de charge et la valeur du taux de dissipation d'énergie entrée permettent de calculer le coefficient d'amortissement. Ce coefficient est utilisé pour calculer les forces de stabilisation pour les incréments de charge suivants.

Outre la méthode se basant sur la définition du taux de dissipation d'énergie, la deuxième méthode est d'entrer directement la valeur du coefficient d'amortissement par l'utilisateur pour un chargement donné. Cette valeur est appliquée pour tous les éléments et pour tous les incréments de charge de ce chargement. Il n'y a pas de recommandation pour cette valeur. Elle dépend beaucoup de la taille du maillage, du matériau et du temps lié au chargement appliqué. Les valeurs du coefficient d'amortissement issues du calcul selon la première méthode présentée ci-dessus peuvent être utilisées comme une référence.

### *Options supplémentaires pour améliorer la convergence*

Dans le calcul non linéaire des structures, les charges totales sont souvent divisées en plusieurs étapes de charge. A leur tour, chaque étape de charge est divisée en plusieurs sous-étapes de charge. Pour chaque étape de charge, après que le calcul de la dernière sous-étape soit terminé, des forces de stabilisation subsistent dans la structure. La chute soudaine de ces

forces au début de l'étape de charge suivante peut causer la divergence dans le calcul de sa première sous-étape. ANSYS a deux solutions pour traiter ce problème :

- Soit on utilise l'option « REDUCE » dans la commande « STABILIZE » pour le calcul de l'étape de charge précédente. Cette option permet de réduire la valeur du coefficient d'amortissement et donc diminue les forces de stabilisation vers zéro à la fin de l'étape.
- Soit on active la méthode de stabilisation pour la première sous-étape de charge. Cette option est plus et permet d'avoir plus facilement la convergence.

#### 5.2.2.2 Guide d'utilisation de la méthode de stabilisation pour le calcul des structures exposées au feu

La méthode de stabilisation est utile pour obtenir une meilleure convergence. Toutefois, si les forces de stabilisation calculées par le logiciel sont trop grandes, les résultats peuvent être imprécis. C'est pourquoi, son utilisation nécessite un soin dans la détermination du coefficient d'amortissement et une vérification des résultats après calcul.

***Facteurs influençant la détermination du coefficient d'amortissement***

Un critère de vérification des résultats présenté dans [19], pour un calcul statique thermomécanique est que l'énergie de stabilisation doit être inférieure à 1% de l'énergie potentielle de la structure.

$$E_{stab} = 1\% E_p \qquad \textbf{( 5.2)}$$

Pour chaque étape de charge, l'énergie de stabilisation et l'énergie potentielle sont calculées selon les équations ( 5.3), ( 5.4) :

$$E_{stab} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \left( f_{stab,i,j} . \Delta U_{i,j} \right) = -c . \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \left( v_{i,j} . \Delta U_{i,j} \right) \qquad \textbf{( 5.3)}$$

$$E_p = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \left( F_{i,j} . \Delta U_{i,j} \right) \qquad \textbf{( 5.4)}$$

Ici, n et i sont respectivement le nombre des nœuds et l'indice de chaque nœud de la structure, m et j sont respectivement le nombre des sous-étapes et l'indice de chaque sous-étape dans l'étape de charge actuelle.

A partir de ces deux équations, on peut trouver que le coefficient d'amortissement dépend de plusieurs paramètres :

- Taille de maillage : Comme l'énergie potentielle $E_p$, le déplacement des nœuds $\Delta U_{i,j}$ et sa vitesse de variation $v_{i,j}$ ne dépendent pas de la taille de maillage, plus le maillage est fin, plus le nombre des nœuds $n$ est grand et donc plus le coefficient $c$ est petit.
- Temps défini pour chaque étape de charge ou nombre des sous-étapes dans l'étape de

charge : Si le temps est petit ou le nombre des sous étapes est grand, l'incrément du temps pour les sous-étapes de charge est petit et la vitesse de déplacement des nœuds instables est grande. Cela entraîne la diminution du coefficient d'amortissement

- Grandeur du chargement $F_{i,j}$ : Dans le cas où l'incrément de charge pour chaque sous étape ne change pas, plus la valeur absolue du chargement appliqué dans l'étape de charge est grande, plus l'énergie potentielle $E_p$ augmente. Toutefois, l'incrément du déplacement $\Delta U_{i,j}$ et la vitesse de déplacement $v_{i,j}$ des nœuds ne changent pas. Cela entraîne une augmentation du coefficient d'amortissement

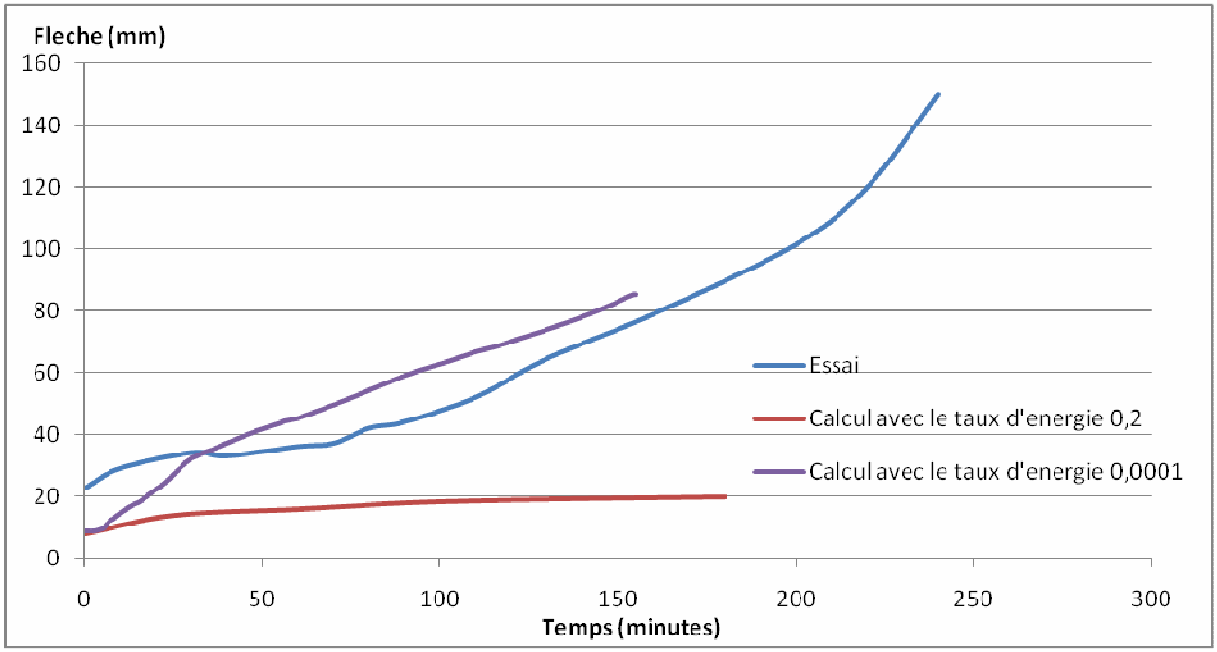



**Figure 5.13**

*Evolution de la flèche en fonction du temps à deux valeurs différentes du taux de dissipation*

Les facteurs d'influence cités ci-dessus entraînent une plage de variation très large de la valeur du coefficient d'amortissement $c$. Il n'y a aucune gamme de valeur optimale de ce coefficient. C'est la raison pour laquelle ANSYS dispose de la méthode de détermination du coefficient d'amortissement basée sur le taux de dissipation d'énergie (voir la section 5.2.2.1). La gamme de valeur pour ce paramètre est de 0 à 1. Comme le taux de dissipation est proportionnel au coefficient d'amortissement, plus il est grand, plus les forces de stabilisation sont grandes, plus la convergence est facile mais la structure risque d'être plus rigide qu'en réalité. En effet, les tests qu'on a réalisés ont prouvé qu'un mauvais choix de la valeur du taux de dissipation d'énergie peut donner de mauvais résultats. La Figure 5.13 présente la comparaison entre les résultats de calcul pour deux valeurs différentes du taux de dissipation :

0,00001 et 0,2.

Après vérification des résultats, on trouve que, pour la valeur plus grande du taux de dissipation, l'énergie de stabilisation obtenue est très grande. Elle est à peu près de 20% de l'énergie potentielle de la structure. C'est-à-dire que les forces de stabilisation dans ce cas sont trop grandes et augmentent beaucoup la rigidité de la structure. C'est la raison pour laquelle la courbe de résultat est très différente de celle obtenue avec l'autre coefficient comme illustré sur la Figure 5.13.

C'est pourquoi, une très petite valeur du taux de dissipation est recommandée pour commencer la méthode de stabilisation et si la convergence est difficile durant le calcul, on augmente graduellement le taux de dissipation [19]. Par notre expérience, la gamme de valeur de $1^{E-5}$ à $1^{E-2}$ est efficace pour le calcul thermomécanique des structures exposées au feu.

### *Exemples de calcul utilisant la méthode de stabilisation non linéaire*

Pour tester l'efficacité de la méthode de stabilisation, elle a été appliquée dans les calculs de la poutre numéro 3 de l'essai et Lin et al. Ces calculs ont été faite avec le modèle de matériau CastIron pour le béton. Le Tableau 5.2 présente le temps de calcul pour différents cas. Les résultats montrent que l'application de cette méthode de stabilisation peut améliorer bien la convergence.

| Temps de divergence | Maillage gros, $f_t$ = 3 MPa | Maillage fin, $f_t$ = 3 MPa | Maillage gros, $f_t$ = 1,5 MPa |
|---|---|---|---|
| Sans méthode de stabilisation | 90 minutes | 85 minutes | 20 minutes |
| Avec méthode de stabilisation | 155 minutes | 85 minutes | 105 minutes |

**Tableau 5.2**

*Temps de divergence des calculs*

### *Recommandations pour l'utilisation de la méthode de stabilisation*

A partir des analyses ci-dessus on peut trouver que l'utilisation de cette méthode demande des précautions pour obtenir à la fois une bonne convergence et une bonne précision du résultat final. En réalisant plusieurs tests numériques et en combinant leurs résultats avec les recommandations du guide d'utilisation d'ANSYS [19], on propose dans la suite un guide d'utilisation réservé aux ingénieurs pour qu'ils puissent bien utiliser cette méthode dans

l’analyse des structures au feu :

(1) Dans tous les cas, essayer de lancer le calcul sans méthode de stabilisation avant de l’appliquer (selon [19]).

(2) Dans le cas où la méthode de stabilisation est utilisée, il faut l’appliquer à partir de la sous étape de charge avant le point de divergence. En plus, il faut choisir tout d’abord l’option « STABILIZE,,ENERGIE,,, ». Cette option permet d’assurer plus facilement un taux de dissipation d’énergie de résultat inférieur à 1% à la fin de chaque étape de charge. Durant le calcul, si la variation de la valeur du taux de dissipation d’énergie qui est entrée par l’utilisateur n’améliore pas la situation, il faut utiliser l’option « STABILIZE,,DAMPING,,, ». Dans ce cas, la valeur initiale à entrer pour le coefficient d’amortissement est prise égale à celle qui est issue du calcul de l’étape de charge précédente.

(3) Face à une divergence pour une étape de charge, essayer tout d’abord d’augmenter le nombre des sous étapes de charge, ensuite de diminuer la taille de l’étape de charge actuelle. Par notre expérience, des sous étapes de charges très petites (environ $10^{-4}$ secondes) peuvent permettre de dépasser la divergence. Si non, on a deux choix :

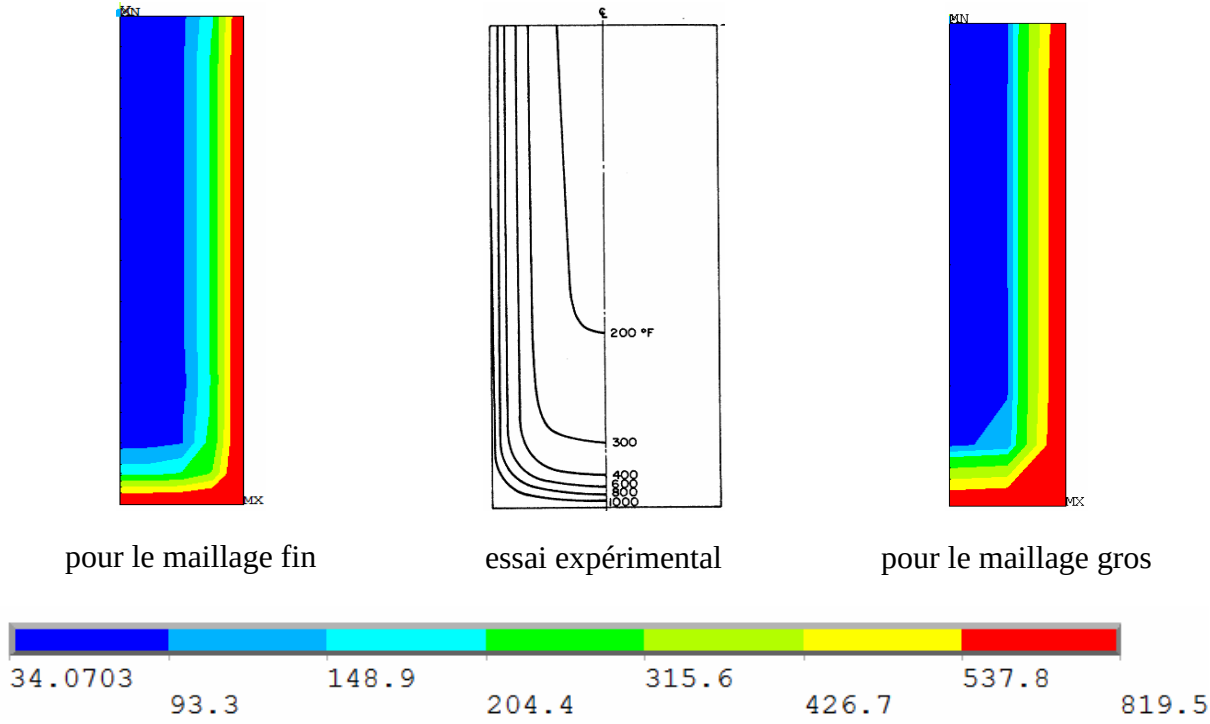
- Appliquer la méthode stabilisation si elle n’est pas encore appliquée. La valeur initiale du taux de dissipation d’énergie est à l’ordre de 1E-5.
- Augmenter la valeur du taux de dissipation d’énergie ou du coefficient d’amortissement si la méthode est déjà appliquée.

(4) Après chaque étape de charge, évaluer le taux de l'énergie de stabilisation par rapport à l'énergie potentielle. S’il dépasse 1%, refaire le calcul de cette étape de charge avec une valeur plus petite du coefficient d’amortissement ou du taux de prévision de dissipation d’énergie.

(5) D’après notre expérience, si la divergence a lieu à la première sous étape d’une étape de charge, il faut ajouter une étape de charge supplémentaire très petite (environ 1 seconde) pour dépasser le point de divergence avant de re-appliquer l’étape de charge qu’on veut atteindre.

### 5.2.3 Résultat thermique

Dans leur étude [30], Lin et al. ont confirmé que l’influence de la présence des armatures sur la distribution de la température dans la section transversale est très petite. Ainsi, cette distribution est presque identique entre la poutre 1 et la poutre 3. Cette remarque est aussi retrouvée dans nos calculs. Ci-après, on vérifie les résultats numériques en les comparant avec les résultats thermiques de la série 1.

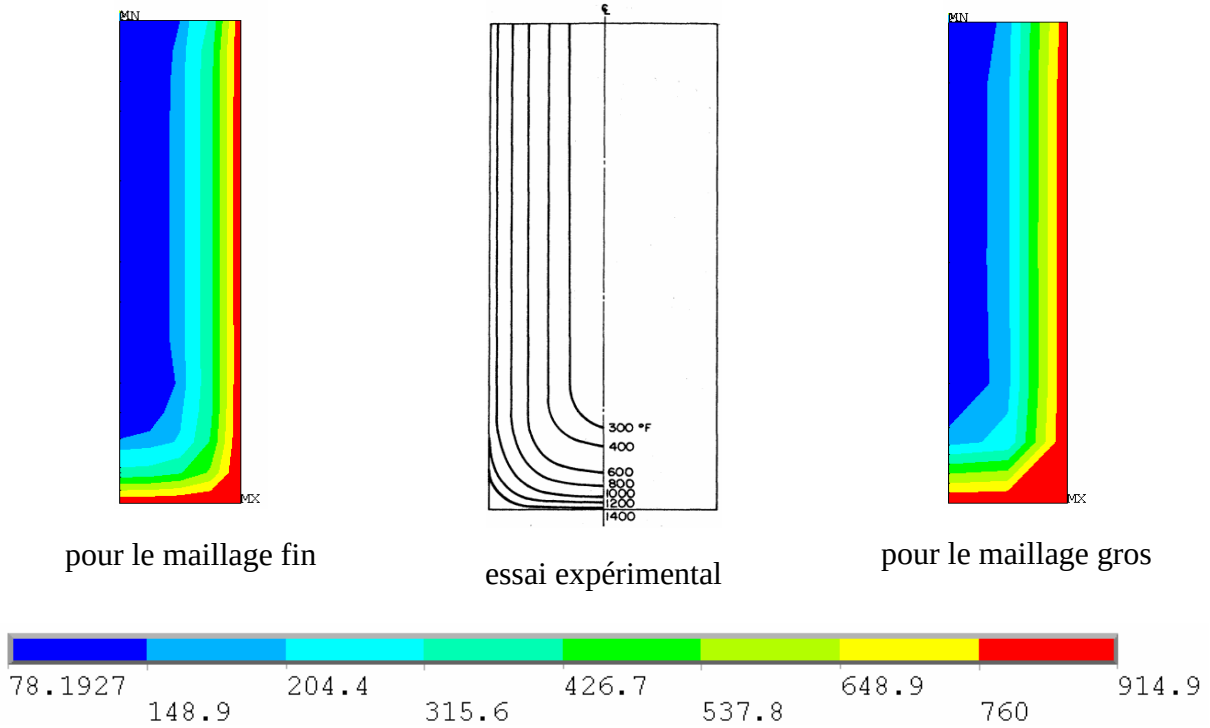



pour le maillage fin essai expérimental pour le maillage gros

200°F=93,3°C; 300°F=148,9°C; 400°F=204,4°C; 600°F=315,6°C; 800°F=426,7°C; 1000°F=537,8°C

**Figure 5.14**

*Distribution de la température dans la section transversale à 30 minutes*



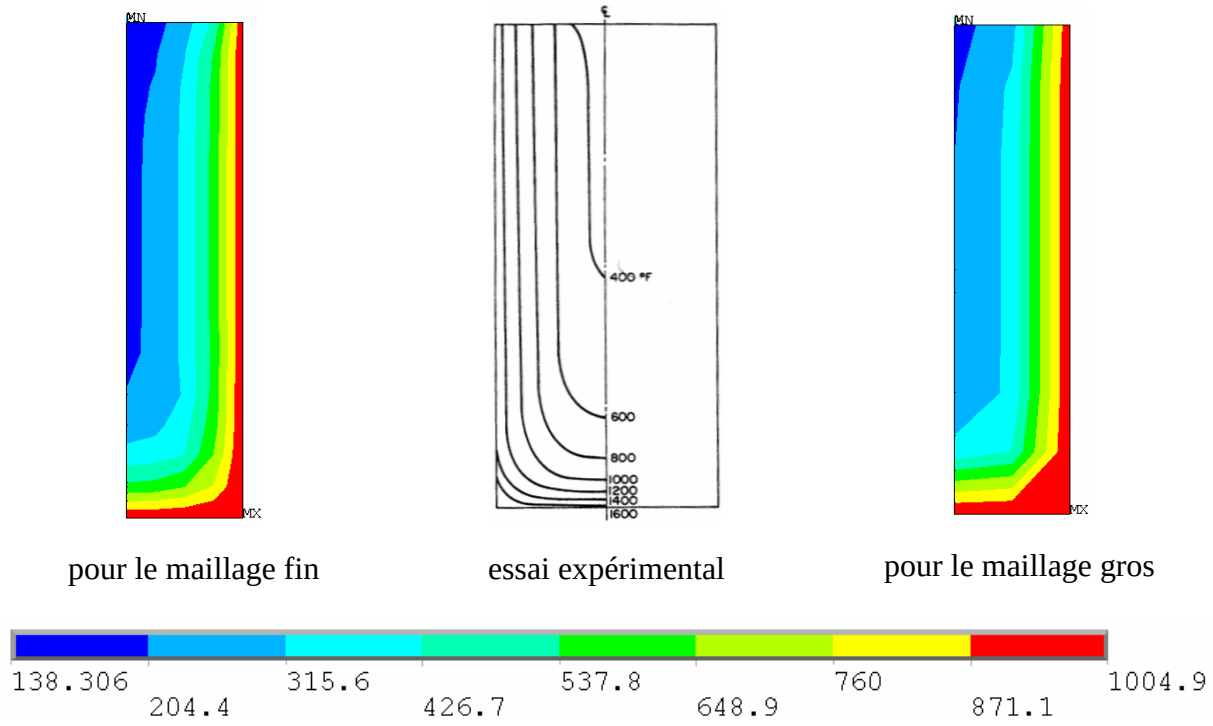

pour le maillage fin essai expérimental pour le maillage gros

300°F=148,9°C; 400°F=204,4°C; 600°F=315,6°C; 800°F=426,7°C; 1000°F=537,8°C; 1200°F=648,9°C; 1400°F=760°C

**Figure 5.15**

*Distribution de la température dans la section transversale à 60 minutes*

Les figures Figure 5.14, Figure 5.15 et Figure 5.16 présentent la comparaison entre la distribution de la température sur la section transversale obtenue par calcul et celle mesurée dans l'essai expérimental aux différents moments : 30 minutes, 60 minutes, 120 minutes. On constate que les résultats de calcul collent bien avec ceux de l'essai. Les résultats obtenus avec le maillage fin sont plus proches de la réalité que ceux obtenus avec le gros maillage. Concrètement, dans le cas du gros maillage, chaque gamme de température élevée (représentée par une couleur) se distribue sur une zone plus large que dans le cas du maillage fin. Autrement dit, la zone des températures élevées dans le cas du gros maillage est plus importante que dans le cas du maillage fin. Cette différence est très claire à 30 minutes et diminue avec le temps et devient insignifiante à 150 minutes.




pour le maillage fin essai expérimental pour le maillage gros

400°F=204,4°C; 600°F=315,6°C; 800°F=426,7°C; 1000°F=537,8°C; 1200°F=648,9°C; 1400°F=760°C; 1600°F=871,1°C

**Figure 5.16**

*Distribution de la température dans la section transversale à 120 minutes*

Concernant l'évolution de la température des armatures 1, 2, 3, 4 durant le feu, nos calculs ont prouvé que la température d'armatures pour le gros maillage et le maillage fin sont presque identiques. La différence est très petite et sa valeur maximale est de $20^0$C. La Figure 5.17 présente l'évolution de la température dans les armatures des poutres 1 et 3 obtenue par calcul. La température des armatures 1 et 2 est obtenue à la position de mi-travée et celle des armatures 3 et 4 est obtenue à la position de l'appui continu.

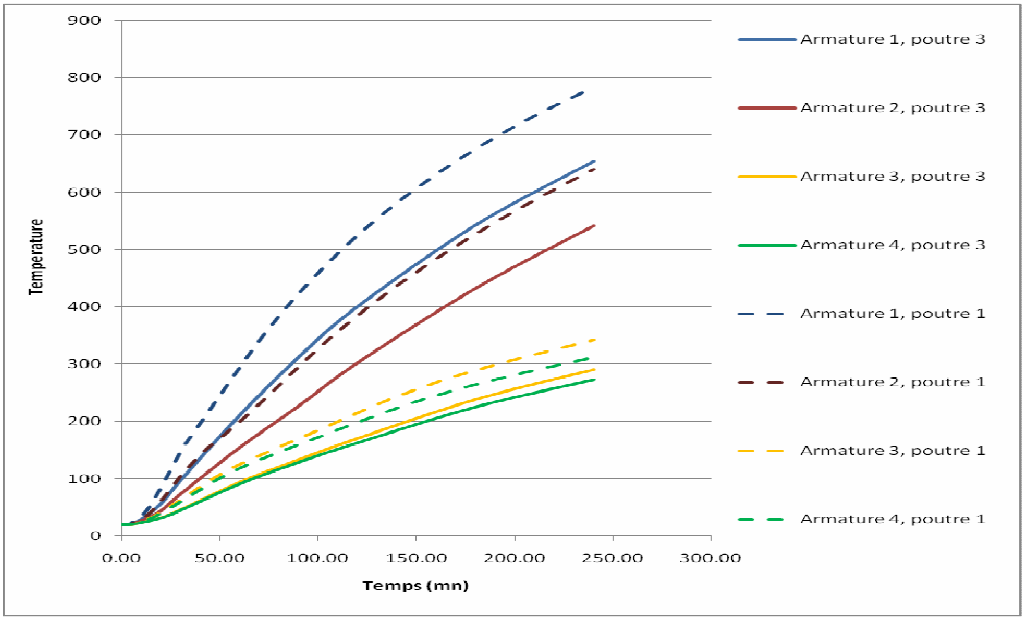



**Figure 5.17**

*Evolution de la température des armatures des poutres 1 et 3*

| | **Position : dans la travée centrale**<br>**Temps : à 180 minutes** | |
|---|---|---|
| | Armature 1 | Armature 2 |
| **Pour la poutre 1** | | |
| Calcul de Lin et al. | $692^0$C | $551^0$C |
| Calcul par notre méthode | $676^0$C | $528^0$C |
| Essai de Lin et al. | $575^0$C | $489^0$C |
| **Pour la poutre 3** | | |
| Calcul de Lin et al. | $568^0$C | $478^0$C |
| Calcul par notre méthode | $543^0$C | $432^0$C |
| Essai de Lin et al. | $528^0$C | $463^0$C |

**Tableau 5.3**

*Température des armatures obtenue par calcul et par essai*

La comparaison entre les températures dans les armatures 1 & 2 obtenue par calcul et celles mesurée par essai à 180 minutes du feu est illustrée dans le Tableau 5.3 . Il montre que notre méthode de calcul thermique est plus performante que celle de Lin et al. En général, les valeurs numériques de notre calcul sont en bon accord avec les essais. Les valeurs de température des armatures 1 et 2 de la poutre 3 et de l'armature 2 de la poutre 1 sont très bien calculées (la différence par rapport aux essais est inférieure à $30^0$C). Toutefois, la valeur de température de l'armature 1 de la poutre 1 est calculée moins précisément. Elle est différente de $50^0$C-$100^0$C de la valeur expérimentale quand le temps du feu est supérieur à 100 minutes.

### 5.2.4 Résultat mécanique du calcul utilisant le modèle CPVM

Après plusieurs tests, on peut conclure que le modèle CPVM n'est pas bon pour le calcul thermomécanique des structures sous l'action du feu parce qu'il est très instable et donne de mauvais résultats. Pour arriver à cette conclusion, on a réalisé plusieurs tests numériques en variant les paramètres qui peuvent influencer le résultat. Tandis que le changement du coefficient de transmission de cisaillement β du modèle CPVM n'influence pas la stabilité, la taille du maillage a un impact considérable sur la stabilité du calcul.

***Influence de la taille du maillage***



**Figure 5.18**

*Taille du maillage à tester : gros maillage à gauche, maillage fin à droit*

Deux tailles ont été testées. Pour la grosse taille, la section transversale est divisée en deux dans la direction horizontale et en six dans la direction verticale. Pour la taille fine, la section est divisée en quatre dans la direction horizontale et en quatorze dans la direction verticale (voir la Figure 5.18). Les calculs ont prouvé que la convergence dans le cas du maillage fin est beaucoup plus difficile que dans le cas du gros maillage. En effet, avec le maillage fin, même sous l'action des charges initiales, le calcul diverge à 80% du chargement total. Avec le gros maillage, le calcul converge mieux et la divergence se produit à 750 secondes du feu

(voir la Figure 5.19). Malheureusement, cette divergence arrive bien avant le moment de la rupture de la poutre testée.

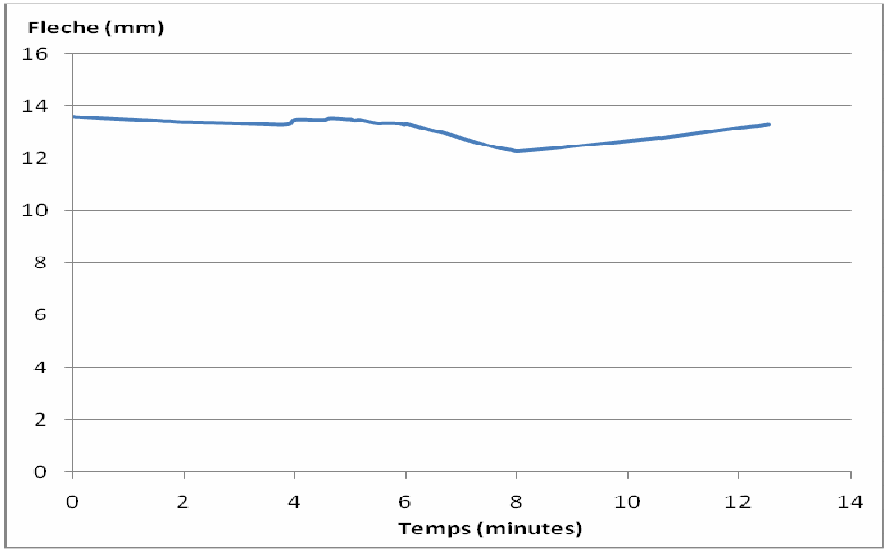



**Figure 5.19**

*Evolution de la flèche en fonction du temps du feu pour le gros maillage*

A partir de ces résultats, deux conclusions s'imposent :

- Plus la taille de maillage est grande, plus la stabilité numérique est améliorée
- Le changement de la taille du maillage ne permet pas d'obtenir un bon résultat. Même avec le maillage le plus gros possible, le calcul se termine trop tôt par rapport à l'essai.

### *Explication de l'instabilité du modèle CPVM*

Pour le modèle CPVM, l'idée de simuler un comportement de traction élastique jusqu'à la rupture fragile est intéressante et convient bien au comportement réel du béton. Toutefois, numériquement, ce type de modèle d'endommagement peut conduire à une difficulté de convergence. La raison est due au changement brusque de la rigidité du matériau quand une fissure se produit et le matériau devient anisotrope. C'est pourquoi, quand il y a un nombre très important des fissures dans la structure selon différentes directions, la convergence devient difficile.

Pour l'illustrer, la Figure 5.20 et la Figure 5.21 présentent les configurations des fissures dans la poutre après l'application des charges mécaniques initiales et après 750 secondes du feu dans le cas de la modélisation avec le gros maillage. On trouve que, au moment de la divergence, les fissures apparaissent dans tous les éléments de la travée centrale. Outre les fissures dues aux charges mécaniques initiales, un grand nombre des fissures est du à la

dilatation thermique non uniforme dans la structure. Avec trop de fissures dans différentes directions, le calcul diverge. Dans le cas du maillage fin, le nombre des fissures est encore beaucoup plus important. C'est la raison pour laquelle le calcul ne converge pas dans le cas du maillage fin même sous l'action des charges initiales.

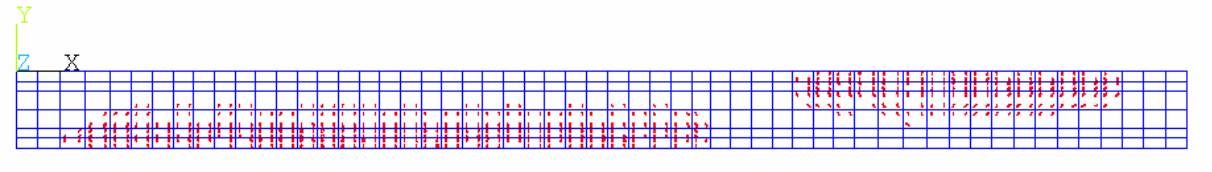



**Figure 5.20**

*Réseau des fissures sous l'action des charges initiales*

Toutes les explications ci-dessus nous permettent de conclure que quand la structure est dans un état de contrainte complexe et un grand nombre des fissures dans différentes directions apparaissent, l'utilisation du modèle CPVM conduit à des problèmes de convergence. C'est pourquoi, le modèle CPVM est déconseillé pour calculer le comportement des structures sous l'action du feu.

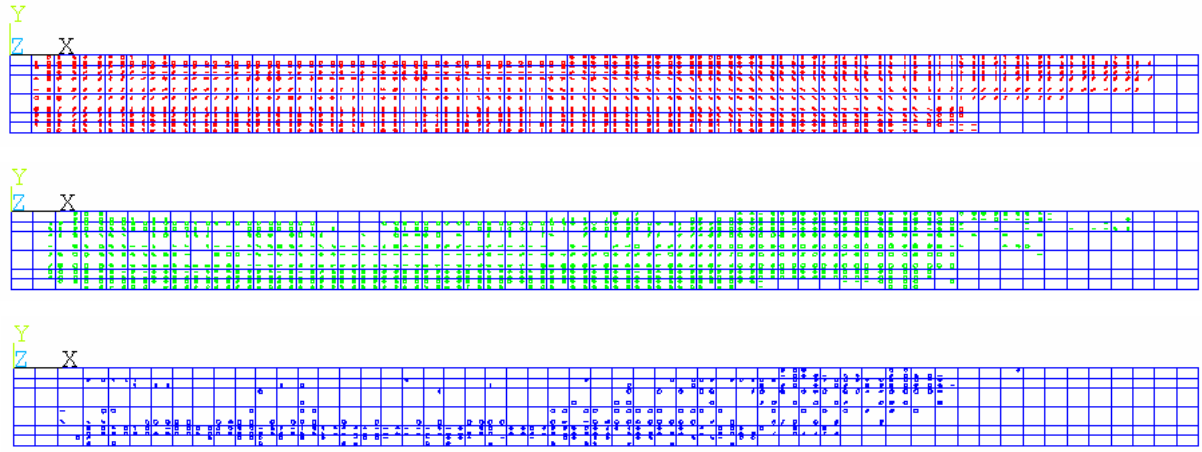



**Figure 5.21**

*Réseaux des fissures au moment de la divergence (750 s)*

*A chaque position : 1ère fissure (cercle rouge), 2e fissure (cercle vert), 3e fissure (cercle bleu)*

### 5.2.5 Résultats mécaniques du calcul utilisant le modèle CastIron

Nos calculs réalisés avec ce modèle ont prouvé que la modélisation des structures à haute

température avec CastIron donne une meilleure convergence qu'avec CPVM. Cela prouve que les modèles plastiques sont plus stables que les modèles de type d'endommagement dans la simulation des structures à haute température.

#### 5.2.5.1 Résultats et commentaires

***Le comportement global de la structure***

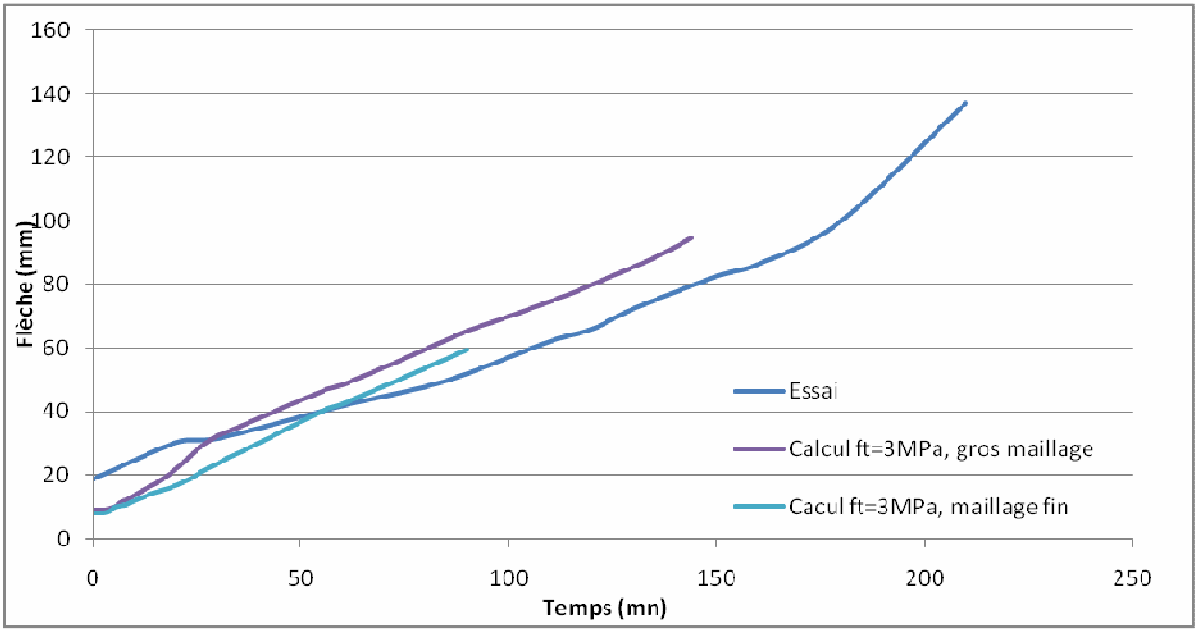



**Figure 5.22**

*Evolution de la flèche de la poutre 1 en fonction du temps pour différents maillages*

La Figure 5.22 et la Figure 5.23 présentent l'évolution de la flèche des poutres 1 et 3 calculée en fonction du temps avec de différents maillages. On trouve que, avant une heure du feu, les courbes de flèche pour le maillage gros sont un peu plus proches que celles pour le maillage fin. Toutefois, cette constatation est inverse quand le temps du feu passe 60 minutes. En général, les courbes pour le maillage fin sont inférieures à celles pour le maillage gros. Cette différence est due à la différence de la carte de température calculée avec les deux maillages qu'on a présentée dans la section 5.2.3. La zone du béton subissant la température élevée dans le cas du gros maillage est plus grande que celle du maillage petit. Cela entraîne des dilatations thermiques plus importantes pour le gros maillage et entraîne donc des flèches un peu plus importantes. Concernant la stabilité de calcul, il est évident que le calcul avec le maillage gros obtient une convergence beaucoup meilleure que pour le maillage fin. Cela réaffirme que, dans le calcul numérique non linéaire, plus le maillage est simple, plus la convergence est bonne.

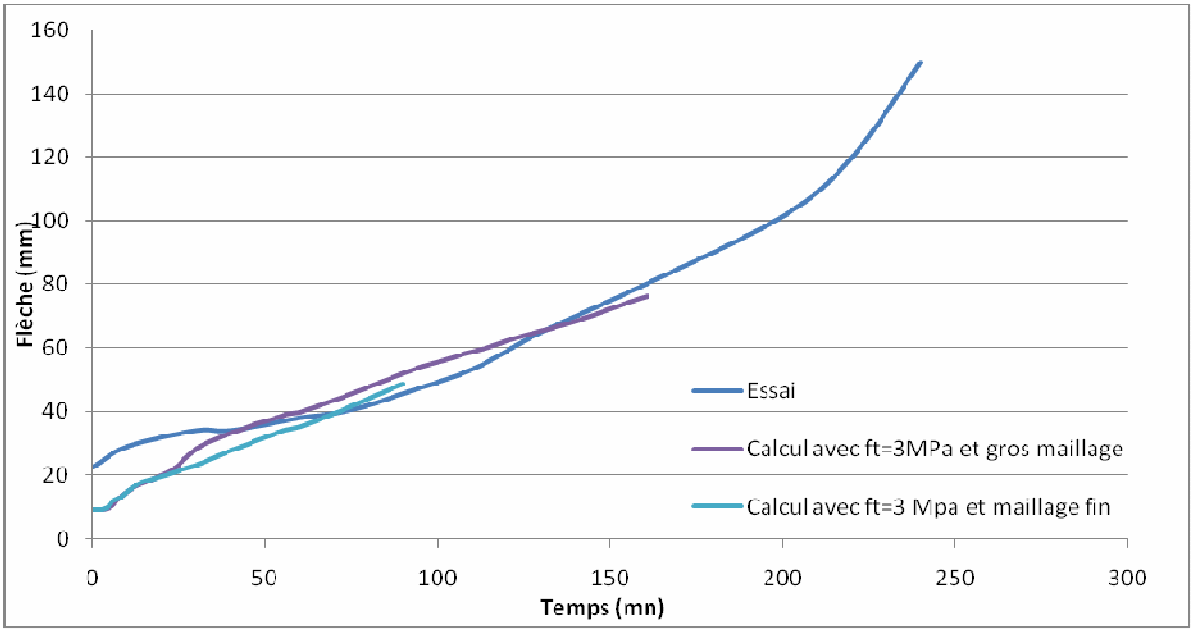



**Figure 5.23**

*Evolution de la flèche de la poutre 3 en fonction du temps pour différents maillages*

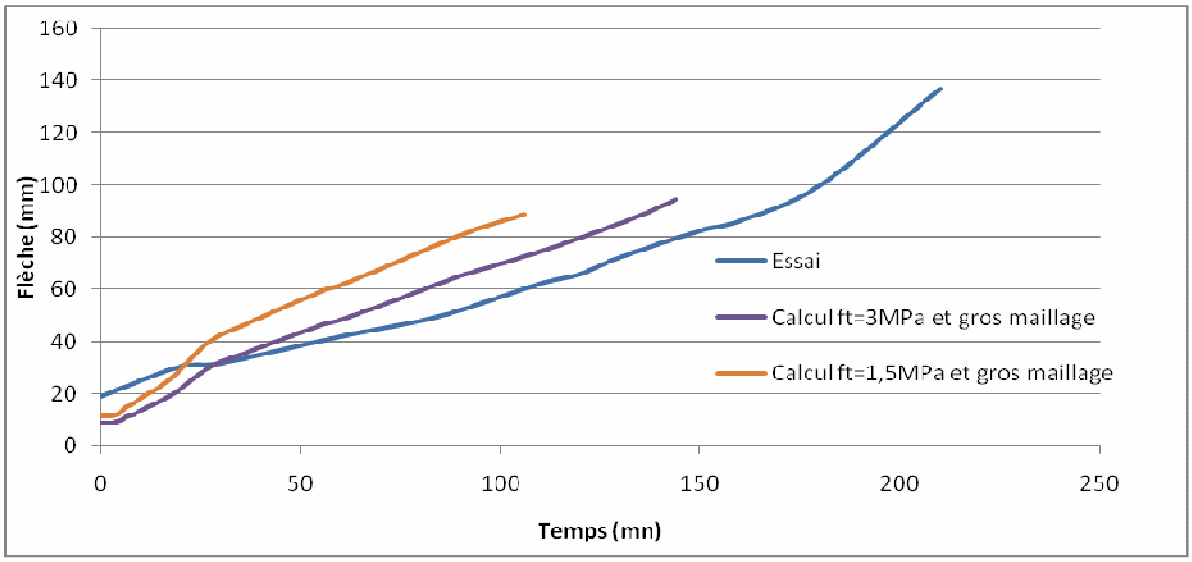



**Figure 5.24**

*Evolution de la flèche de la poutre 1 en fonction du temps : l'essai et les calculs correspondant aux deux valeurs de la limite de traction*

La Figure 5.24 et la Figure 5.25 présentent la comparaison entre les résultats d'essai et les résultats de calcul avec les deux différentes valeurs de résistance simulant la limite élastique

en traction du modèle CastIron. Pour toutes les deux poutres, on trouve que si la valeur totale de la résistance du béton est modélisée, le résultat obtenu colle mieux avec celui de l'essai. En revanche, si on diminue de moitié la résistance à la traction, on s'écarte de l'essai. Cela prouve que quand la structure est chargée par dilatation thermique, la prise en compte du seuil de la fissuration en traction est plus importante que celle du comportement du béton après la fissuration. Concernant la stabilité de calcul, la convergence du calcul avec $f_t$=*3 MPa* est un peu meilleure que celle du calcul avec $f_t$=*1,5 MPa*.

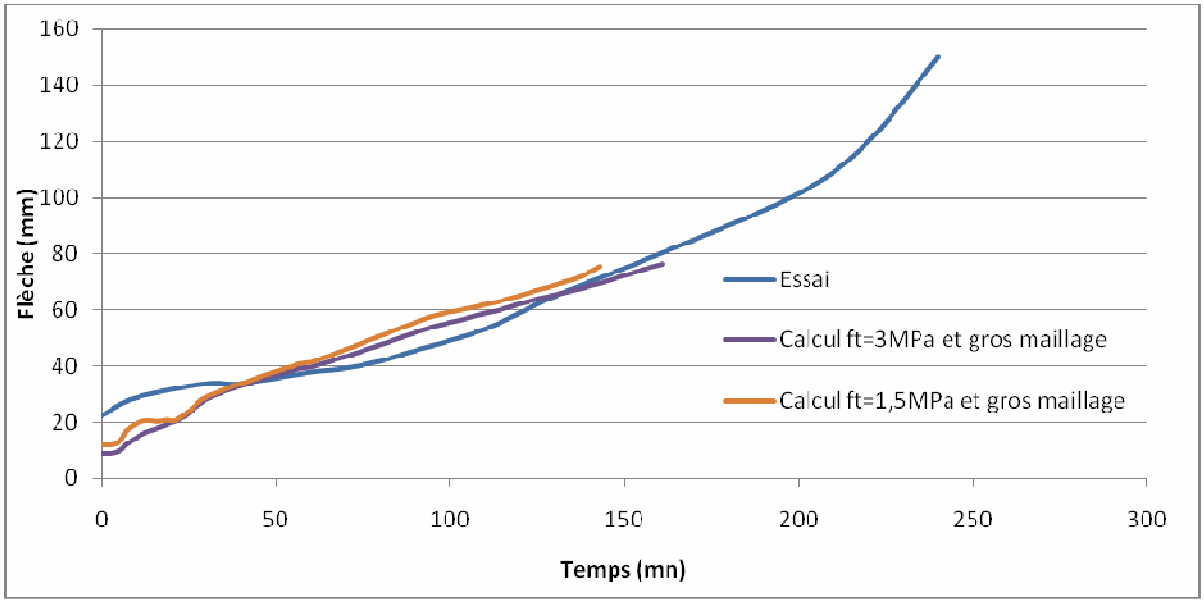



**Figure 5.25**

*Evolution de la flèche de la poutre 3 en fonction du temps : l'essai et les calculs correspondant aux deux valeurs de la limite de traction*

A partir des résultats numériques ci-dessus, on peut conclure que les meilleurs résultats numériques sont obtenus dans le cas où le maillage gros est utilisé et où la valeur réelle de la résistance du béton en traction est utilisée pour simuler la limite d'élasticité en traction du modèle CastIron. Dans ce cas, les deux courbes de flèche obtenues pour la poutre 1 et la poutre 3 sont en très bon accord avec les mesures expérimentales de ces poutres. Quelques différences avec les mesures expérimentales sont observées :

- Au période de 0 minutes à 40 minutes, la courbe expérimentale est supérieure à celle de calcul. Ce phénomène est aussi observé par Lin et al. [30]. Selon leur observation, quand la poutre est chargée par les forces mécaniques, il y a de grandes fissures dues au moment de flexion négatif sur l'appui continu, ces fissures causent un changement important de l'angle de rotation de la poutre à l'appui. Ce changement entraîne une grande flèche dès le

début du feu. En revanche, dans la modélisation, le calcul ne peut pas simuler la perte brusque de rigidité de flexion sur l'appui. Il la simule de façon continue et graduelle. C'est la raison pour laquelle la courbe de calcul est inférieure à celle de l'essai pendant les premières 40 minutes du feu.

- Dans la phase ultérieure (après 40 minutes), la courbe de calcul est très proche de celle d'essai pour la poutre 3 et elle est un peu supérieure que celle d'essai pour la poutre 1. La raison consiste à la différence entre les températures des armatures obtenues par calcul et celles mesurées par essai. Cette différence est très petite pour la poutre 3 et elle est plus grande pour la poutre 1. En effet, nos calculs ont prouvé qu'une augmentation de 100$^{o}$C de la température des armatures 1 et 2 peut entraîner une augmentation de 10-15 mm de la flèche de la poutre. C'est pourquoi, si la température des armatures de la poutre 1 est calculée un peu plus exactement, la courbe de comportement global de la poutre s'approche plus de celle de l'essai.

### *Autres résultats*

Outre l'évolution de la flèche en fonction du temps, d'autres résultats obtenus dans notre calcul sont aussi en bon accord avec les observations expérimentales de Lin et al. Toutes les comparaisons des résultats numériques avec les observations expérimentales ci-après sont faites pour la poutre 1 dans la série d'essai de Lin et al.

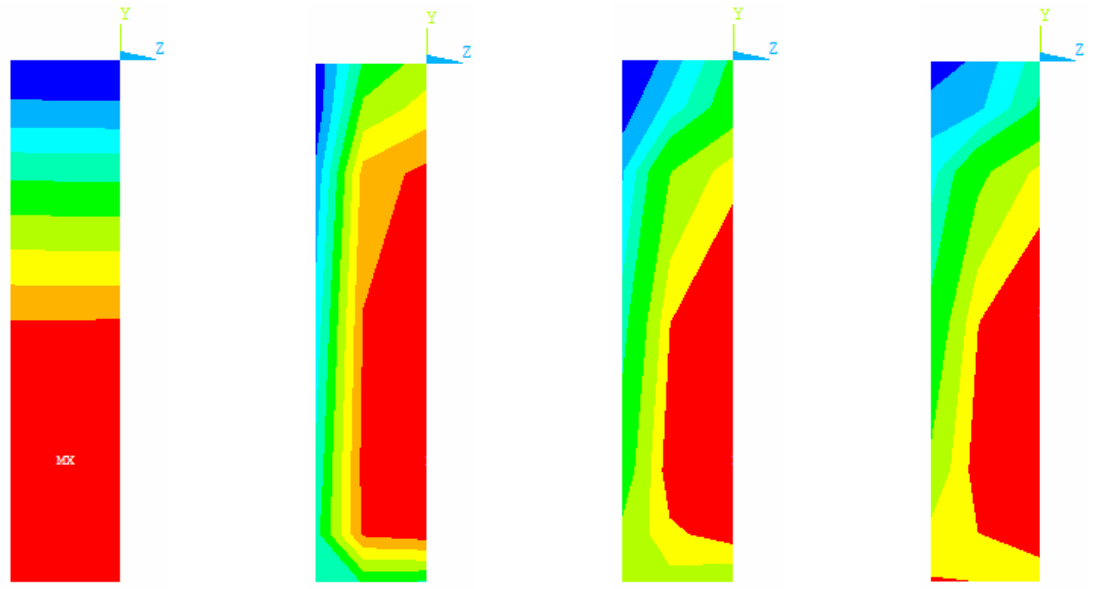



**Figure 5.26**

*Zone du béton fissuré de la section transversale à mi-travée à différents moments*

Premièrement, le taux de la zone fissurée dans la section transversale à mi-travée centrale de notre calcul est proche de celui de Lin et al. Sur la Figure 5.26 la zone en rouge illustre le béton fissuré. Les résultats sur la Figure 5.26 permettent de calculer le taux de la zone fissurée de la section transversale durant 2h25 du feu et de le comparer avec le résultat de Lin et al. Cette comparaison est illustrée sur la Figure 5.27.

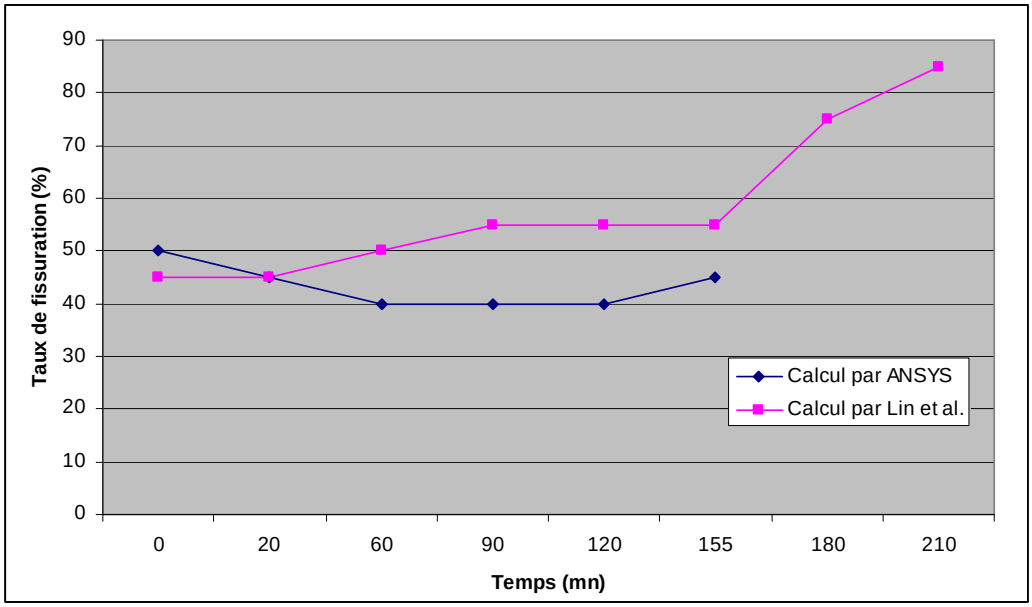
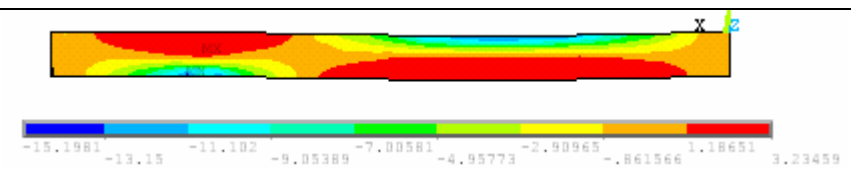



**Figure 5.27**

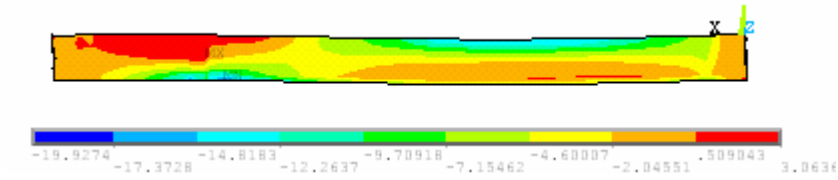
*Taux de la zone fissurée de la section transversale à mi-travée durant le feu*

Deuxièmement, dans l'essai expérimental de la poutre 1, les fissures de flexion dans la zone de moment positif à mi travée qui sont ouvertes sous l'action des charges initiales sont ensuite refermées après 1 minute du feu. Et puis, elles sont réouvertes après 2h15 du feu. Dans notre modélisation, ces fissures sont refermées à 5 minutes du feu. A 2h25 du feu, les résultats de calcul montrent que le béton à la surface inférieure de la poutre commence à être en traction. Cela est illustré sur la Figure 5.26 et la Figure 5.28 qui présentent respectivement la distribution de la contrainte longitudinale sur la section transversale à mi-travée et celle sur la surface latérale de la poutre.

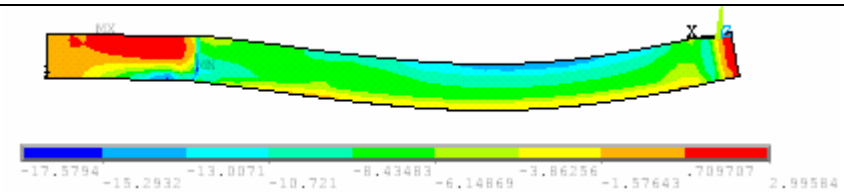
A 0 minutes



A 5 minutes



A 120 minutes



A 145 minutes

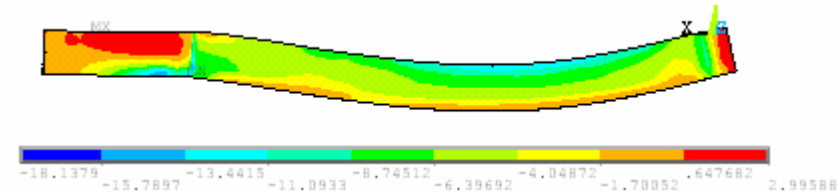
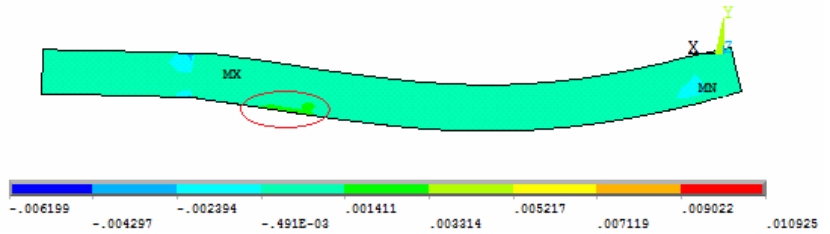


**Figure 5.28**

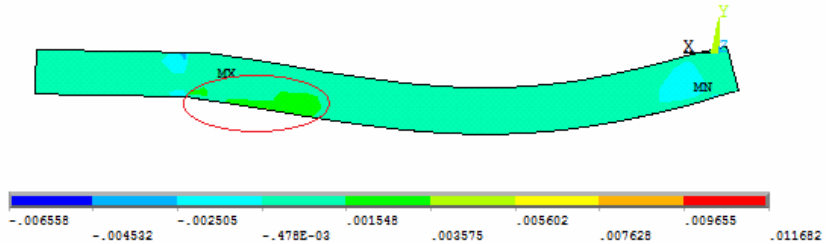
*Distribution de la contrainte longitudinale sur la surface latérale durant le feu*

Troisièmement, Lin et al. trouvent que les fissures diagonales de cisaillement se développent le plus dans la partie de la poutre qui est proche de l'appui continu dans la travée centrale. Selon eux, ces fissures commencent à apparaître à 1h30 dans la zone voisine du fond de la poutre et se développent vers le sommet de la poutre à 2h30. Ces observations sont aussi retrouvées dans notre calcul dont les résultats sont présentés sur la Figure 5.29. La fissuration diagonale est illustrée par la déformation plastique de cisaillement $\varepsilon_{XY}$. On trouve que, dans la modélisation, ces fissures diagonales commencent à apparaître à 2h et se développent vers le sommet de la poutre à 2h30.

A 120 minutes



A 135 minutes



A 145 minutes

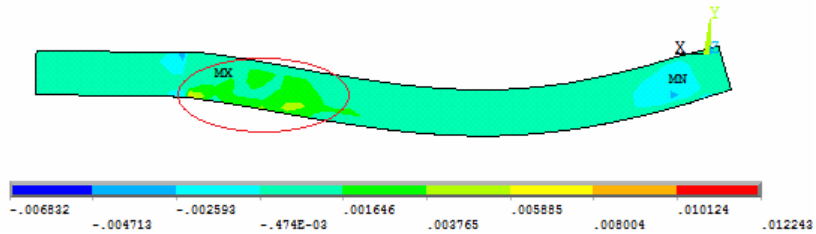



**Figure 5.29**

*Développement de la déformation plastique $\varepsilon_{XY}$ à la zone proche de l'appui continu*

L'autre remarque importante est que l'écrasement du béton ne se produit pas du tout dans la poutre pendant 2h35 du feu. Ce résultat est aussi trouvé par le calcul de Cai et al. [31] pendant 4h du feu.

### 5.2.5.2 Comparaison avec d'autres calculs

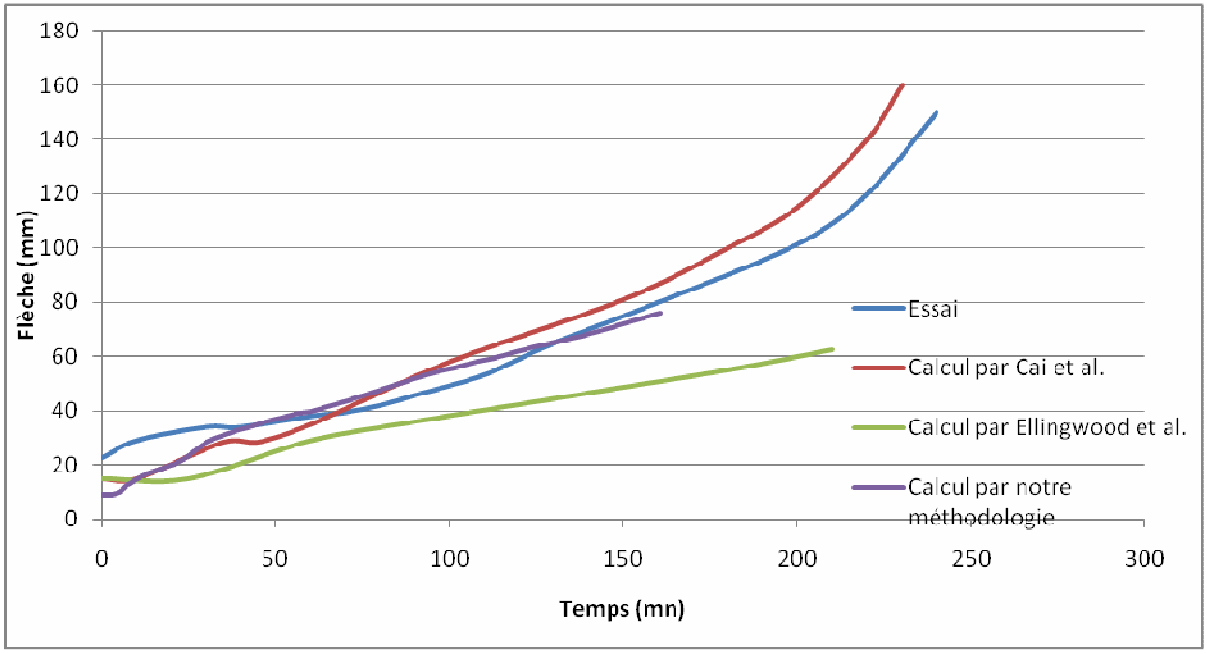



**Figure 5.30**

*Taux de la zone fissurée de la section transversale à mi-travée durant le feu*

Pour évaluer mieux la performance de notre méthodologie de modélisation, on l'a comparée avec les deux autres calculs : calcul de Cai et al. [31] et calcul de Lin et al. [30]. Tous ces deux calculs se basent sur la théorie de poutre et utilisent les codes de calcul internes. Cai et al. ont réalisé leur calcul avec le code VULCAN qui est développé récemment à l'Université

Sheffield et qui est très spécialisé dans l'analyse des systèmes de poutres exposés au feu. Le calcul de Lin et al. date depuis très longtemps et utilise des modèles de comportement simples pour le béton (1987).

La comparaison est faite pour la poutre 3 et est présentée sur la Figure 5.30. Les deux meilleurs résultats sont obtenus par notre méthodologie et par Cai et al. On trouve bien que notre calcul donne le résultat le plus proche de la réalité. Toutefois, le calcul de Cai et al. a une meilleure convergence. La raison est que leur méthode se base sur la théorie de poutre dont les éléments finis et le modèle de matériau sont beaucoup plus simples. Par conséquence, leur calcul se converge mieux mais donne des résultats moins précis.

## 5.3 Analyse de l'influence du comportement de l'interface béton-acier

Modéliser les structures en béton armé à haute température en prenant en compte le comportement de l'interface est difficile pour les logiciels de calcul EF. Nous avons tenté de le faire en améliorant un modèle de comportement de l'interface et en proposant une méthode d'intégration numérique présentés dans le chapitre 2. L'objectif de l'étude qui suit est d'évaluer les éventuels impacts de l'interface béton-acier sur le comportement global de la structure et sur la perte de l'ancrage des armatures. Les résultats obtenus sur l'influence de l'interface dans nos calculs sont similaires pour la poutre 1 et la poutre 3. Ainsi, on présente ci-après les résultats pour la poutre 3.

### 5.3.1 Identification des paramètres du comportement de l'interface

Comme présenté dans le chapitre 2, cette identification dépend de trois facteurs : la résistance du béton à froid, le diamètre de l'armature principale et le niveau de renforcement transversal. Ce dernier est quantifié par l'épaisseur de l'enrobage, par le nombre et la position des armatures de renforcement passif et par la pression latérale.

Pour la poutre 3, la résistance de compression $f'_c$ est égale à 30 MPa, le diamètre de l'armature principale $d_b$ est de 22,2 mm pour les barres inférieures et de 25,4 mm pour les barres supérieures. Durant le feu, l'épaisseur du l'enrobage reste constante et elle est de 55 mm car la poutre testée ne présente aucun écaillage du béton selon l'observation de Lin et al. [30]. Sous l'action du feu, l'enrobage est en compression pendant la plupart du temps de feu. Toutefois, la zone intérieure de la poutre qui est au voisinage des armatures est fissurée durant le feu. Cette fissuration diminue la résistance de l'adhérence béton-acier. En outre, aucune pression latérale n'est présente dans ce cas. Pour toutes ces raisons, on classe le niveau de renforcement transversal dans ce cas au niveau 3 (niveau ordinaire) dans l'échelle des niveaux de renforcement qu'on définit dans la section 2.2.2.

Avec ce classement, en se basant sur les instructions de la section 2.2.2, on peut identifier

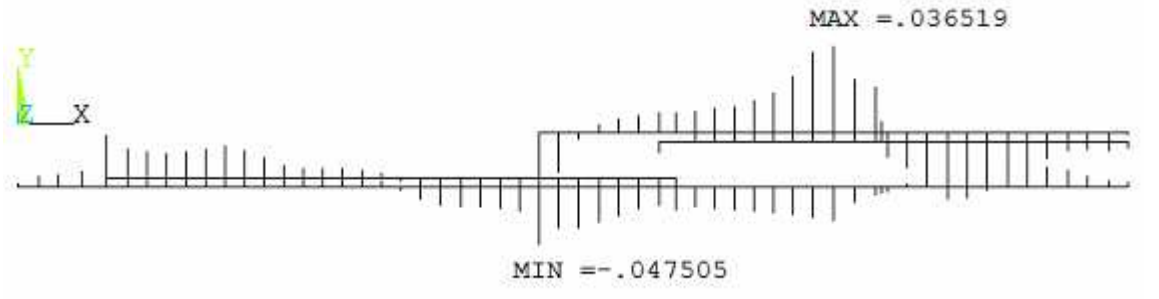
comme suit les paramètres du modèle de l'interface à température ambiante : $\tau_1$ *=13,5 MPa,* $\tau_2$ *=5 MPa,* $s_1$*=1 mm,* $s_2$*=3 mm,* $s_3$*=11 mm.*

### 5.3.2 Modélisation et résultats

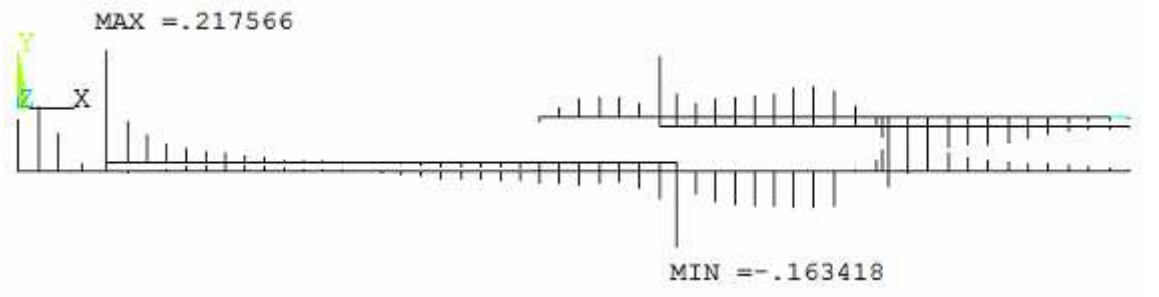
Le modèle de comportement de l'interface est intégré dans la modélisation de la structure selon la méthode qu'on a présentée dans le chapitre 2. Les éléments de barre LINK180 sont utilisés pour représenter les ressorts fictifs qui relient un nœud d'acier et un nœud de béton. La longueur de ces éléments est de *0,1 mm* pour assurer que les nœuds d'acier et de béton sont presque coïncidents. Le comportement de l'interface est modélisé par le modèle plastique à écrouissage cinématique dans ANSYS.

Les calculs permettent d'affirmer que cette méthode d'intégration ne pose aucun problème d'instabilité. Le calcul se termine au même moment que dans le cas où l'interface n'est pas prise en compte.

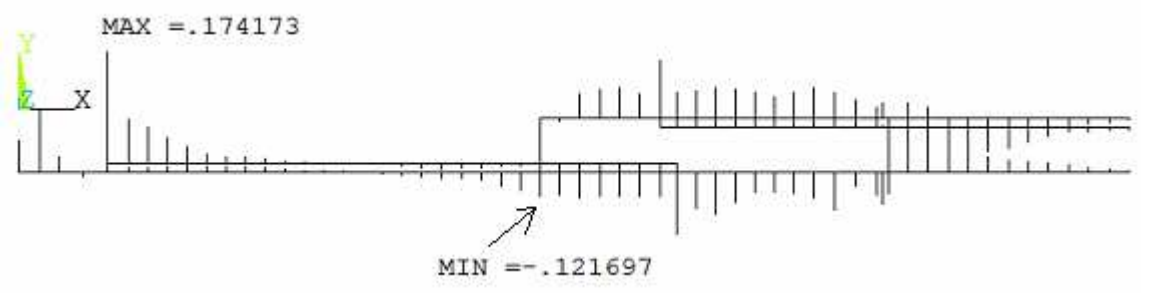
La Figure 5.31 présente le glissement de tous les points le long des quatre armatures principales à différents moments du feu. On trouve bien que le glissement durant le feu est plus important que celui sous l'action des charges initiales. Le glissement maximal est trouvé aux extrémités de l'armature 2. Cela est du au fait que, durant le feu, le béton au tour de l'armature 2 est plus fissuré et l'interface béton-acier aux extrémités de l'armature 2 est plus chaude que celle des autres armatures. Toutefois, ces glissements ne causent aucun risque de perte d'adhérence car leur valeur maximale est à l'ordre de 0,2 mm. Ce résultat est conforme aux observations de Lin et al. [30] qui ne trouvent aucune perte d'adhérence dans leurs essais.




Temps 0 minute




Temps 60 minutes




Temps 155 minutes

**Figure 5.31**

*Distribution du glissement le long des armatures principales aux temps différents*

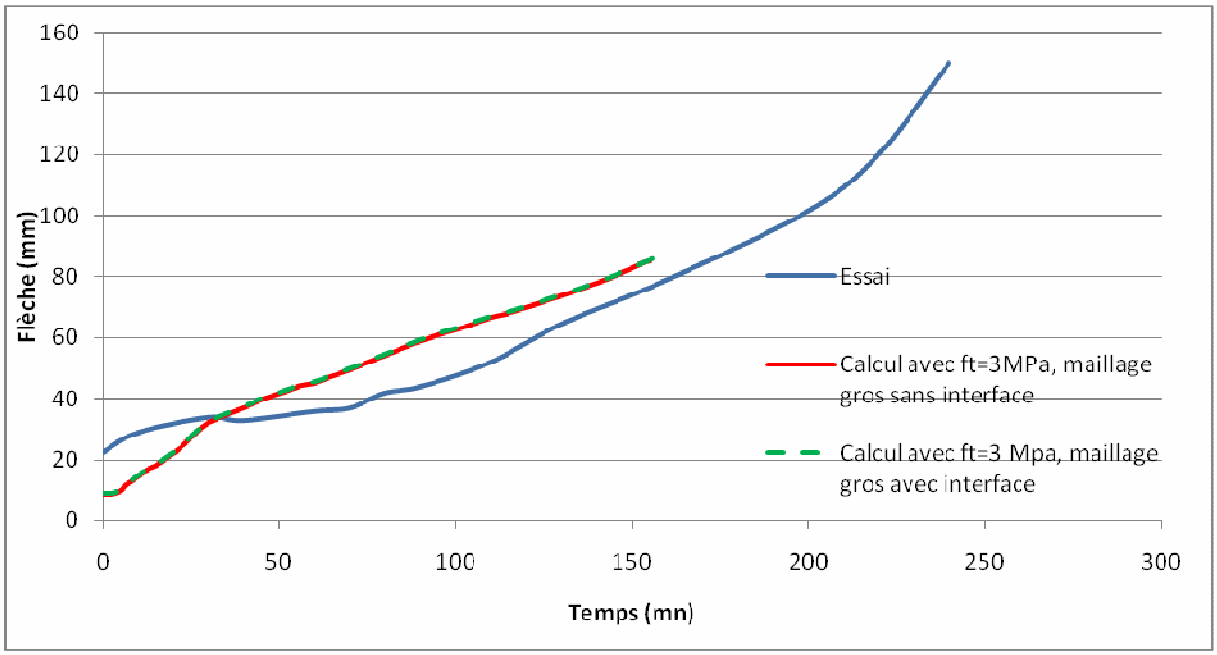



**Figure 5.32**

*Relation flèche-temps avec et sans interface*

La Figure 5.32 compare la courbe flèche-temps issue du cas sans intégration de l'interface et celle avec intégration de l'interface. Evidemment, il n'y a pas de différence entre ces deux courbes. Cela prouve que s'il n'y a pas de perte d'adhérence aux extrémités des armatures, les petits glissements le long des armatures n'influencent pas le comportement global de la structure. Pour être sûr de cette remarque, on a essayé d'entrer dans le calcul une nouvelle loi d'interface qui est encore plus souple que celle déterminée dans la section 5.3.1. La résistance d'interface de cette nouvelle loi est prise à 8 MPa. Le résultat obtenu est le même comme ce qui est présenté sur la Figure 5.32.

Trois conclusions sont à tirer :

- La méthode d'intégration numérique de l'interface qu'on propose dans le chapitre 2 fonctionne très bien avec ANSYS.
- Dans le cas des structures étudiées, l'action du feu ne favorise pas la perte d'ancrage des armatures. En effet, à haute température, la résistance de l'interface diminue mais la résistance de l'acier diminue aussi. En plus, l'autre facteur qui diminue rapidement la résistance de l'interface est le fendage de l'enrobage du béton. Toutefois, sous l'action du feu, ce phénomène ne se produit pas car les fibres extérieures de la poutre sont en compression. Par conséquent, la ruine de la structure par plastification de l'acier ou par rupture fragile du béton a lieu avant la perte d'adhérence.
- Dans le cas où l'ancrage des extrémités des armatures est assuré, les petits glissements sur toute la longueur des armatures n'influencent pas beaucoup le comportement de la structure.

## 5.4 Conclusion

Finalement, à l'issue du chapitre 5, on peut avoir trois conclusions importantes :

- Premièrement, la méthodologie numérique qu'on a adapté pour simuler le comportement thermomécanique des structures en béton armé sous l'action du feu est satisfaisante. En effet, avec un maillage suffisamment petit assurant une distribution correcte de la température, le résultat est proche de la réalité. Les comparaisons réalisées ont montrés que, en exploitant toutes les ressources disponibles d'ANSYS, notre méthodologie donne des résultats plus précis que ceux des outils numériques spécifiques développés par des auteurs dans la littérature.
- Deuxièmement, le domaine d'application de ce modèle est l'analyse des structures durant la phase de réchauffement. Ce modèle numérique ne permet pas de bien simuler le comportement de la structure dans la phase de refroidissement.
- Troisièmement, principale difficulté de la méthodologie est la qualité de sa convergence. Sur la structure étudiée, la divergence a eu lieu avant la ruine.

# Conclusions et perspectives

Les travaux réalisés au cours de cette thèse ont permis d'atteindre les deux objectifs suivants : le développement d'un modèle de comportement de l'interface entre le béton et l'armature à haute adhérence à haute température, et la construction d'une méthodologie de modélisation avancée des structures au feu en exploitant toutes les ressources d'ANSYS. Les apports concernent la modélisation :

- de l'interface béton-acier
- du béton
- des structures au feu

### *Partie I : Modélisation de l'interface béton-acier*

Dans le premier chapitre, en constatant qu'il n'y a pas une forte unanimité dans la littérature sur le problème de l'interface béton-acier, une importante étude bibliographique des résultats les plus importants et les plus fiables a été faite avec l'objectif d'aboutir à une synthèse claire et systématique sur les principaux aspects du comportement de l'interface béton-acier.

Tout d'abord, quand aux mécanismes intrinsèques, l'activation de l'interface consiste respectivement à mobiliser les mécanismes suivants : l'adhérence chimique, la fissuration & l'écrasement du béton, le cisaillement & l'effritement des corbels du béton et le frottement. Tous ces mécanismes se produisent dans la zone du béton autour de l'armature dont l'épaisseur est égale au diamètre de l'armature. Trois modes de rupture peuvent avoir lieu à cause de l'activation de l'interface : la rupture par fissuration transversale, la rupture par fissuration longitudinale et la rupture par fissuration cylindrique.

Ensuite, la modélisation du comportement de l'interface a été étudiée. Les modèles 2D permettent de prendre en compte l'influence de la pression latérale ou du renforcement transversal sur le comportement tangentiel adhérence-glissement de l'interface et de simuler l'action radiale de l'interface sur l'enrobage. C'est pourquoi, les modèles 2D sont performants dans la simulation des éprouvettes d'essai qui servent à identifier les facteurs influençant l'interface. En revanche, les modèles 1D, qui expriment la relation entre la contrainte d'adhérence et le glissement, sont plus efficaces dans la modélisation à l'échelle de la structure car le comportement normal de l'interface a une influence très faible sauf lors de la perte d'ancrage de l'armature par fendage. Or, ce type de perte d'ancrage ne se produit pas en présence des armatures de renforcement transversal. En outre, l'intégration numérique d'un modèle 1D est beaucoup plus simple que celle d'un modèle 2D et la modélisation à haute température sera beaucoup plus facile avec un modèle 1D qu'avec un modèle 2D.

Plusieurs méthodes pour intégrer le modèle de comportement de l'interface dans la modélisation numérique ont aussi été présentées. Soit on utilise les éléments finis d'interface

qui modélisent seulement le comportement de l'interface soit on utilise les éléments finis mixtes qui combinent le comportement de l'interface avec celui du béton et/ou de l'acier. Les éléments mixtes permettent de simplifier le maillage et le calcul mais ils ne sont pas encore conçus dans les codes de calcul standard pour le cas de la température élevée. Par conséquent, leur utilisation demande un travail énorme de développement numérique, ce qui est impossible dans le cadre d'une thèse.

Le dernier aspect étudié dans le chapitre 1 est l'impact de l'activation de l'interface sur la structure. Les trois impacts sont l'apparition des fissures secondaires dans l'enrobage, la perte d'ancrage des armatures et le changement du comportement global de la structure en présence des glissements des armatures. En réalité, l'apparition des fissures secondaires n'influence pas le comportement de la structure. En revanche, les deux autres aspects sont plus importants et il est nécessaire de les étudier. Pour le faire, un modèle d'interface 1D peut être suffisant.

Le travail présenté dans le chapitre 2 concerne le développement d'un modèle 1D de comportement de l'interface à haute température et à son intégration dans ANSYS. Le développement se base sur le modèle d'Eligehausen et al. à température ambiante. En se basant sur les résultats de la littérature, on a fait l'hypothèse de découplage entre l'impact de la haute température et celui des facteurs de matériau et de géométrie sur l'interface. Les résultats expérimentaux obtenus par Diederichs et al. et par Morley et al. sont les plus importants et les plus fiables notamment par la mise en évidence d' une corrélation entre la variation de la résistance du béton en fonction de la température et celle de la résistance de l'interface. Ils nous ont permis de proposer une extension du modèle d'Eligehausen et al. pour la haute température. En ce qui concerne l'aspect numérique, on a proposé une méthode d'intégration du comportement d'interface à haute température dans ANSYS en se basant sur un élément fini de type barre. La validation du modèle de comportement développé et de la méthode d'intégration numérique a été faite par la simulation des essais pull-out.

### *Partie II : Modélisation du béton*

La modélisation du béton est toujours une question difficile. Le chapitre 3 a été dédié à l'analyse de tous les modèles de matériau non linéaire d'ANSYS et à l'adaptation de ces modèles à la simulation du béton. On a trouvé que les modèles les plus performants d'ANSYS pour l'analyse des structures en béton sont le modèle plastique CastIron et les modèles mi-plastiques mi-fragiles CP Drucker-Prager (CPDP) et CP Von-Mises (CPVM). Chacun de ces trois modèles a ses avantages et ses inconvénients.

Avec un bon choix de sa limite élastique en traction, le modèle CastIron permet d'obtenir une courbe du comportement global de la structure un peu plus précise que les modèles CPDP et CPVM. Toutefois, la forme de la courbe calculée avec les modèles CP caractérise mieux les différentes phases de la fissuration du béton que celle calculée avec le modèle CastIron.

En ce qui concerne la visualisation des fissures dans le béton, la position des zones fissurées calculée avec le modèle CastIron est plus proche de la réalité qu'avec les modèles CP. En revanche, le calcul avec les modèles CP permet de visualiser la direction et la position de grandes fissures, ce qui nous donne une image plus réaliste de la configuration des fissures de la poutre au cours du chargement.

Quand à la stabilité numérique, les modèles CP sont un peu plus sensibles à la taille de maillage que celui de CastIron. Ainsi, il faut tester différentes tailles pour trouver des résultats stables.

Entre les deux modèles CP, CPDP est plus performant dans le cas où les contraintes sont fortement en 2D (dalle, mur, …) car il simule la résistance compressive bi axiale mieux que CPVM. Toutefois, le modèle CPDP ne peut pas prendre en compte la variation des propriétés du béton en fonction de la température.

En conclusion, chacun des trois modèles a ses avantages et ses inconvénients et on recommande de les utiliser tous les trois dans l'analyse des structures en béton et ensuite de comparer les résultats pour identifier le modèle le plus adapté.

### *Partie III : Modélisation des structures au feu*

La première problématique de cette partie est la modélisation du transfert thermique transitoire qui a été présentée dans le chapitre 4. Quand une structure se composant d'une partie pleine et de vides est exposée au feu, plusieurs phénomènes ont lieu : la convection entre l'air des vides et le solide, la radiation entre les faces intérieures des vides, la convection et la radiation entre le feu et la structure. Or, la température de l'air dans les vides n'est pas connue et celle du feu varie avec le temps. Une méthodologie de simulation de tous ces phénomènes a été proposée en se basant sur l'élément SURF152 d'ANSYS. Sa validation a été faite à l'aide de la simulation d'un essai thermique de dalle alvéolée de CERIB. Les résultats de calcul sont en très bon accord avec ceux de l'essai. Avec cette méthodologie, on peut facilement simuler le transfert thermique dans tous les types de structure : la dalle alvéolée, le cheminé, le voussoir, le cloison…

En utilisant ANSYS, dans le chapitre 5, on a proposé une méthodologie de modélisation thermomécanique des structures à travers de la simulation d'un essai de poutre au feu de la littérature. L'intégration numérique de tous les composants d'une structure en béton armé (béton, armature active, armature de renforcement transversal, interface béton-acier) a été faite. La nonlinéarité des matériaux et de l'interface béton-acier et le couplage thermomécanique ont été pris en compte. Des recommandations d'utilisation de la méthode de stabilisation non linéaire d'ANSYS ont été aussi établies pour optimiser la convergence de calcul. La comparaison des résultats numériques avec ceux de l'essai a été ensuite faite. Elle a montré la performance du modèle de matériau CastIron et la faiblesse des modèles CP dans le

calcul au feu. Des résultats riches et importants fournis par la simulation ont montré clairement la puissance de la méthodologie dans la détermination des zones de fissuration du béton, dans le calcul des glissements des armatures et de leur impact sur la structure.

Les résultats numériques obtenus avec cette méthodologie sont assez proches des observations expérimentales. Ils sont aussi proches du calcul utilisant le code VULCAN qui avait été développé à l'Université Sheffield et qui est très spécialisé dans l'analyse des systèmes de poutre exposés au feu. L'inconvénient de notre méthodologie par rapport à celle du code VULCAN est que notre calcul diverge plus tôt que celui de VULCAN. Cet inconvénient est du à l'instabilité locale dans l'algorithme de résolution itérative associé à la plasticité du modèle CastIron. Face à cela, on recommande de faire des simulations avec différentes tailles de maillage.

Finalement, on peut avoir trois conclusions générales pour la méthodologie proposée :

- Premièrement, le modèle numérique qu'on a adapté pour simuler le comportement thermomécanique des structures en béton armé sous l'action du feu est satisfaisant. En effet, avec un maillage suffisamment petit assurant une distribution correcte de la température, le résultat est plus proche de la réalité que celui des outils spécifiques développés dans la littérature en utilisant la théorie de poutre.
- Deuxièmement, le domaine d'application de ce modèle est l'analyse des structures durant la phase de réchauffement. Ce modèle numérique ne permet pas de bien simuler le comportement de la structure dans la phase de refroidissement.
- Troisièmement, la principale difficulté du modèle est la qualité de sa convergence. Sur la structure étudiée, la divergence a eu lieu avant la ruine.

### *Perspectives*

En ce qui concerne les perspectives, comme la thèse s'est déroulé dans le cadre du projet « développement d'un outil métier de l'analyse des structures en béton armé et en béton précontraint exposées au feu » du CERIB, à l'issue de cette thèse, deux perspectives sont possibles pour compléter ce projet :

- Développement d'un modèle de l'interface entre le béton et le toron de précontrainte. Intégration numérique de ce modèle dans ANSYS.
- Intégration dans le code source d'ANSYS d'un nouveau modèle de matériau qui peut simuler exactement le comportement mécanique du béton dans le cas du chargement non monotone.

La réalisation de ces deux développements permettra d'avoir un outil numérique très performant qui pourra modéliser plusieurs types de structure en béton sous l'action de différents scénarios de chargement et de feu.

# Bibliographie


[1] Y. GOTO, "Cracks formed in concrete around deformed tension bars," *Journal of the American Concrete Institute*, vol. 68, pp. 244-251, 1971.

[2] P. G. GAMBAROVA and E. GIURIANI, "Discussion: Fracture mechanics of bond in reinforced concrete," *ASCE-Journal of Structural Engineering*, vol. 111, pp. 1161-1163, 1985.

[3] M. R. B. ROMDHANE, "Caractérisation et modélisation numériques de l'interface acier-béton," vol. PhD. Paris, France: Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2004.

[4] N. DOMINGUEZ, "Etude de la liaison acier-béton. De la modélisation du phénomène à la formulation d'un élément fini enrichi "Béton Armé" ", vol. PhD. Cachan, France: ENS Cachan, 2005.

[5] G. L. BALAZS, C. U. GROSSE, R. KOCH, and H. W. REINHARDT, "Damage accumulation on deformed steel bar to concrete interaction detected by acoustic emissiontechnique," *Magazine of Concrete Research*, vol. 48, pp. 311-320, 1996.

[6] J. V. COX and L. R. HERRMANN, "Developpement of a plasticity bond model for steel reinforcement," *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, vol. 3, pp. 155-180, 1998.

[7] R. ELIGEHAUSEN, E. P. POPOV, and V. V. BERTERO, "Local bond stress-slip relationships of deformed bars under generalized excitations," presented at Proceedings of the seventh European Conference on Earthquake Engineering, Athens, Greece, 1982.

[8] M. R. SALARI and E. SPACONE, "Finite element formulations of one-dimensional elements with bond-slip," *Engineering Structures*, vol. 23, pp. 815-826, 2001.

[9] M. ELMORSI, M. R. KIANOUSH, and W. K. TSO, "Modeling bond-slip deformations in reinforced concrete beam-column joints," *Can. J. Civ. Eng*, vol. 27, pp. 490-505, 2000.

[10] A. AYOUB and F. C. FILIPPOU, "Mixed formulation of bond-slip problems under cyclic loads," *ASCE-Journal of Structural Engineering*, vol. 125, pp. 661-671, 1999.

[11] G. MONTI, F. C. FILIPPOU, and E. SPACONE, "Finite element for anchored bars under cyclic load reversals," *ASCE-Journal of Structural Engineering*, vol. 123, pp. 614-623, 1997.

[12] G. MONTI and E. SPACONE, "Reinforced concrete fiber beam element with bond-slip," *ASCE-Journal of Structural Engineering*, vol. 126, pp. 654-661, 2000.

[13] P. G. GAMBAROVA and G. P. ROSATI, "Bond and splitting in bar pull-out: behavioural laws and concrete cover role," *Magazine of Concrete Research*, vol. 49, pp. 99-110, 1997.

[14] "Bond of reinforcement in concrete," fib, Lausanne, Switzerland 10, 2000.

[15] S. LIMKATANYU and E. SPACONE, "Reinforced concrete frame element with bond interfaces. I: Displacement-based, Force-based and Mixed formulations," *ASCE-Journal of Structural Engineering*, vol. 128, pp. 346-355, 2002.

[16] U. DIEDERICHS and U. SCHNEIDER, "Bond strength at high temperatures," *Magazine of Concrete Research*, vol. 33, pp. 75-84, 1981.

[17] P. D. MORLEY and R. ROYLES, "Response of the bond in reinforced concrete to high temperatures," *Magazine of Concrete Research*, vol. 35, pp. 67-74, 1983.

[18] H. RAMI and G. LINDA, "Post-fire behaviour of bond between high strength pozzolanic concrete and reinforcing steel," *Construction and Building Materials*, vol. 18, pp. 425-435, 2004.

[19] *Release 11.0 Documentation for ANSYS*, 2006.

[20] H. B. KUPFER and K. H. GERSTLE, "Behavior of concrete under biaxial stresses," *J Engng Mech Div ASCE*, vol. 99, pp. 853-866, 1973.
[21] S. L. PARVANOVA, K. S. KAZAKOV, I. G. KERELEZOVA, G. K. GOSPODINOV, and M. P. NIELSEN, "Modelling the nonlinear behaviour of R/C beams with moderate shear span and without stirrups using Ansys," presented at Proc. of Scientific International Conference, VSU “Liuben Karavelov”, Sofia, Bulgaria, 2005.
[22] K. HIBINO, T. KOJIMA, and N. TAKAGI, "FEM study on the shear behavior of RC beam by the use of discrete model," presented at 3rd Diana world conference on finite elements in civil engineering application, Tokyo, 2002.
[23] D. KCHALAKEV, T. MILLER, K. CHANSAWAT, and T. POTISUK, "Finite element modeling of reinforced concrete structures strengthened with FRP laminates," Oregon Department of Transportation, United States of America 2001.
[24] L. C. HOLLAWAY, M. K. CHRYSSANTHOPOULOS, and S. S. J. MOY, "Advanced Polymer Composites for structural applications in construction," ACI 2004.
[25] D. M. OZCAN, A. BAYRAKTAR, A. SAHIN, T. HAKTANIR, and T. TURKER, "Experimental and finite element analysis on the steel fiber-reinforced concrete (SFRC) beams ultimate behavior," *Construction and Building Materials*, vol. 23, pp. 1064-1077, 2009.
[26] A. M. IBRAHIM and M. S. MAHMOOD, "Finite Element Modeling of Reinforced Concrete Beams Strengthened with FRP Laminates," *European Journal of Scientific Research*, vol. 30, pp. 526-541, 2009.
[28] *Eurocode II: Calcul des structures en béton - Partie 1-2: Règles générales - Calcul du comportement au feu*, 1992.
[29] J. H. H. FELLINGER, "Shear and Anchorage Behaviour of Fire Exposed Hollow Core Slabs," vol. PHD. Delft, Nertherlands: Technische Universiteit Delft, 2004.
[30] T. D. LIN, B. ELLINGWOOD, and O. PIET, "Flexual and shear behavior of reinforced conrete beams during fire tests," Porland Cement Association 1988.
[31] J. CAI, I. BURGESS, and R. PLANK, "A generalised steel/reinforced concrete beam-column element model for fire conditions," *Engineering Structures*, vol. 25, pp. 817-833, 2003.
[32] T. Z. HARMATHY, M. A. SULTAN, and J. W. MACLAURIN, "Comparaison of Severity of Exposure in ASTM E 119 and ISO 834 Fire Resistance Tests " *Journal of Testing and Evaluation*, vol. 15, pp. 371-375, 1987.
[33] J. COLEMAN and E. SPACONE, "Localization Issues in Force-Based Frame Elements," *Journal of Structural Engineering, ASCE*, vol. 127, pp. 1257-1265, 2001.
[34] H. G. KWAK and S. P. KIM, "Bond-Slip Behavior Under Monotonic Uniaxial Loads," *Engineering Structures*, vol. 23, pp. 298-309, 2001.
[35] J. LEMAITRE and J. L. CHABOCHE, *Mécanique des matériaux solides*. Paris, 2004.
[36] J. A. D. UIJL, "Bond modelling of prestressing strand," *ACI Special Publication*, pp. 145-169, 1998.
[37] C. V. D. VEEN, "Cryogenic bond behavior tension stiffening," presented at BOND IN CONCRETE : FROM RESEARCH TO PRACTICE, International conference, Latvia, 1992.
[38] R. TEPFERS, "Cracking of concrete cover along anchored deformed reinforcing bars," *Magazine of Concrete Research*, vol. 31, pp. 3-12, 1979.
[39] B. M. LUCCIONI, D. E. LOPEZ, and R. F. DANESI, "Bond-Slip in Reinforced Concrete Elements," *Journal of Structural Engineering, ASCE*, vol. 131, pp. 1690-1698, 2005.

[40] T. P. TASSIOS, "Properties of Bond Between Concrete and Steel Under Load Cycles Idealizing SeismicActions," in *Bulletin d'Information du Comité Euro-International du Béton*, 1979, pp. 67-121.
[41] T. P. TASSIOS and P. J. YANNOPOULOS, "Etudes analytiques sir m'adhérence acier-béton et la fissuration du béton armé sous charges cycliques," in *Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics*, 1981, pp. 47-62.
[42] R. TEPFERS, "Bond stress along lapped reinforcing bars," *Magazine of Concrete Research*, vol. 32, pp. 135-142, 1980.
[43] R. LACKNER and H. A. MANG, "Scale Transition in Steel-Concrete Interaction. I: Model," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 129, pp. 393-402, 2003.
[44] Z. P. BAZANT and R. DESMORAT, "Size Effect in Fiber or Bar Pullout with Interface Softening Slip," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 120, pp. 19451962, 1994.
[45] L. VANALLI, R. R. PACCOLA, and H. B. CODA, "A simple way to introduce fibers into FEM models," *Communications in Numerical Methods in Engineering*, vol. 34, pp. 585-603, 2007.
[46] E. SPACONE and E. T. SHERIF, "Nonlinear Analysis of Steel-Concrete Composite Structures: State of the Art," *Journal of Structural Engineering, ASCE*, vol. 130, pp. 159-168, 2004.
[47] S. LIMKATANYU and E. SPACONE, "Reinforced Concrete Frame Element with Bond Interfaces. II: State Determinations and Numerical Validation," *Journal of Structural Engineering, ASCE*, vol. 128, pp. 356-364, 2002.
[48] K. SALAH and H. SMAIL, "Bond-slip analysis of reinforced concrete members," in *Revue européenne de génie civil*, vol. 9, 2005.
[49] S. LIMKATANYU and E. SPACONE, "Effects of reinforcement slippage on the non-linear response under cyclic loadings of RC frame structures," *Earthquake engineering and structural dynamics*, vol. 32, pp. 2407-2424, 2003.
[50] U. SCHNEIDER, "Chapter 5: Bond strength, Chapter 6: Analytical modelling," in *Properties materials at high temperatures concrete*, 1985.
[51] B. WU, X. P. SU, H. LI, and J. Yuan, "Effect of high temperature on residual mechanical properties of confined and unconfined high-strength concrete," *ACI Materials Journal*, vol. 99, pp. 399-407, 2002.
[52] K. HERTZ, "The anchorage capacity of reinforcing bars at normal and high temperatures," *Magazine of Concrete Research*, vol. 34, pp. 213-220, 1982.
[53] A. J. WOLANSKI, "Flexural behavior of reinforced and prestressed concrete beams using finite element analysis," in *Faculty of the Graduate School*. Wisconsin: Marquette University, 2004.
[54] ANSYS, *Guide to ANSYS User Programmable Features*.
[55] A. IBRAHIMBEGOVIC, *Mécanique non linéaire des solides déformables*. Paris, 2006.
[56] G. STOYCHEV, "FE Analysis of Gray Cast Iron Structural Elements," presented at 50th Anniversary of the Faculty of Technical Sciences, 2010.
[57] P. FANNING, "Nonlinear Models of Reinforced and Post-tensioned Concrete Beams," *Electronic Journal of Structural Engineering*, pp. 111-119, 2001.
[58] S. KAEWUNRUEN and A. REMENNIKOV, "Nonlinear finite element modelling of railway prestressed concrete sleeper," Falculty of Engineering, University of Wollongong 2006.
[59] S. ELAVENIL and V. CHANDRASEKAR, "Analysis of Reinforced Concrete Beams Strengthened with Ferrocement," *International Journal of Applied Engineering Research*, vol. 2, pp. 431-440, 2007.

[60] A. E. AHMED, A. H. AL-SHAIKH, and T. I. ARAFAT, "Residual compressive and bond strengths of limestone aggregate concrete subjected to elevated temperatures," *Magazine of Concrete Research*, vol. 44, pp. 117-125, 1992.
[61] R. ROYLES and P. D. MORLEY, "Further responses of the bond in reinforced concrete to high temperatures," *Magazine of Concrete Research*, vol. 35, pp. 157-163, 1983.
[62] E. GIURIANI, G. PLIZZARI, and C. SCHUMM, "Role of Stirrups and Residual Tensile Strength of Cracked Concrete on Bond," *Journal of Structural Engineering, ASCE*, vol. 117, pp. 1-18, 1991.
[63] fib, "Structural Concrete - Textbook on behaviour, design and performance, vol. 1," fib.
[64] F. S. ROSTASY and H. SAGER, "Influence of high temperatures on the bond behaviour of ribbed reinforcing bars," *Betonwerk + Fertigteil - Technik*, pp. 663-738, 1982.
[65] J. H. H. FELLINGER, J. W. B. STARK, and J. C. WALRAVEN, "Bond model for prestressed strands in fire exposed concrete," *Bridge Materials - ASCE*, pp. 21-33, 2001.