

Propriétés optiques nonlinéaires dans les matériaux photoréfractifs de la famille des sillenites (Bi12 Sio20, Bi12 Ge o20) et application a l'interconnexion dynamique .

Gilles Pauliat

▶ **To cite this version:**

Gilles Pauliat. Propriétés optiques nonlinéaires dans les matériaux photoréfractifs de la famille des sillenites (Bi12 Sio20, Bi12 Ge o20) et application a l'interconnexion dynamique .. Optique [physics.optics]. Université Paris Sud - Paris XI, 1986. Français. NNT : . pastel-00716185

HAL Id: pastel-00716185

https://pastel.hal.science/pastel-00716185

Submitted on 10 Jul 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ORSAY
n° d'ordre : 140

UNIVERSITE DE PARIS-SUD

CENTRE D'ORSAY

THESE

présentée

Pour obtenir

Le TITRE de DOCTEUR en Sciences

PAR

Gilles PAULIAT

SUJET : PROPRIETES OPTIQUES NON LINEAIRES DANS LES MATERIAUX PHOTO-REFRACTIFS DE LA FAMILLE DES SILLENITES (Bi_{12} Si O_{20}, Bi_{12} Ge O_{20}) ET APPLICATION A L'INTERCONNEXION DYNAMIQUE.

soutenue le Jeudi 9 Octobre 1986 devant la Commission d'examen

MM. A. BRUN Président
J.P. HUIGNARD
Ph. GRAVEY
J. BAUCHE
G. ROOSEN

ABSTRACT

The non-linear optical properties of photorefractive crystals such as Bismuth Silicon Oxide ($Bi_{12}SiO_{20}$) and Bismuth Germanium Oxide ($Bi_{12}GeO_{20}$) together with experiments about dynamic interconnections are described in this dissertation.

At first we describe a device to deflect an optical beam. This beam is incident upon a dynamic grating induced by the interference pattern of two plane waves in a photorefractive crystal. The fringe spacing and the fringe tilting, as well, are simultaneously adapted in such a way that the beam is addressed keeping a good diffraction efficiency.

Next, we study the diffraction of a plane wave upon a thick grating photoinduced in a medium which presents at the same time a linear and a circular birefringence. From this study we deduce the characteristics (intensity, polarization) of the transmitted and diffracted beams. These points are important for applications using BSO crystals.

Finally, we present an entirely optical method to characterize these materials. We use it to determine, for various samples, all the physical parameters involved in the photorefractive process :

- the dielectric relaxation time ;
- the diffusion length of photocarriers in the conduction band ;
- the trap density ;
- the sign of photocarriers.

Important variations are observed in the values of theses parameters.

REMERCIEMENTS

Je remercie vivement Monsieur le Professeur C. Imbert de m'avoir accueilli dans les laboratoires de l'Institut d'Optique.

Je tiens a exprimer toute ma gratitude envers Monsieur G. Roosen qui m'a dirigé dans ce travail et qui m'a prodigué les très nombreux conseils scientifiques dont j'ai eu besoin.

Mes remerciements vont également à Monsieur J.P. Huignard. Une partie de ce travail a été mené grâce à sa collaboration et certaines mesures ont été effectuées dans son laboratoire.

Ma reconnaissance va aussi aux autres membres du Jury. Son Président, Monsieur le Professeur A. Brun, qui dirige l'équipe au sein de laquelle j'ai travaillé. Monsieur Ph. Gravey avec qui j'ai eu d'intéressantes discussions scientifiques. Monsieur J. Bauche qui a été un de mes Professeurs pendant mes études.

Je remercie également tous ceux sans lesquels ce travail n'aurait pu être mené à son terme :

Monsieur M. Allain qui a très largement contribué a l'élaboration des montages expérimentaux et qui a grandement participé aux mesures effectuées ;

Mesdemoiselles N. Bonavent et C. Vérité qui ont eu la gentillesse et la patience de dactylographier cette thèse ;

Messieurs J. Vulmière et M. Lamare pour les mesures d'indice optique qu'ils ont effectuées ;

Le personnel des ateliers du verre qui a procédé au polissage des cristaux ;

Monsieur G. Slucki qui a mesuré le spectre de transmission de nos échantillons ;

Monsieur J.M.C. Jonathan pour les discussions scientifiques que nous avons eues et auxquelles la rédaction de cette thèse doit beaucoup ;

Messieurs A. Villing et A. Aide pour leurs conseils en électronique.

Je tiens également a exprimer toute ma sympathie envers les membres de l'équipe dont j'ai fait partie pour l'ambiance amicale qu'ils m'ont fait partager.

Que Monsieur J.C. Launay et le Laboratoire de Chimie du Solide du CNRS de l'Université de Bordeaux I soient ici remerciés pour la synthèse des échantillons de BGO.

Mes remerciements vont à la D.A.I.I. et à la D.R.E.T. pour leurs participations au financement de ce travail.

INTRODUCTION

L'effet photoréfractif permet d'induire optiquement des variations importantes d'indice de réfraction à partir de faibles intensités lumineuses. Ce phénomène découvert il y a environ vingt ans a suscité de nombreuses études en vue de réaliser des mémoires optiques réinscriptibles de grande capacité. Ces réalisations, ne répondant pas aux spécifications requises, n'ont pas connu de développement ultérieur.

Un regain d'intérêt pour les matériaux photoréfractifs est apparu il y a une dizaine d'années. De nombreux travaux de laboratoire ont en effet étendu leur domaine d'utilisation, en particulier pour le traitement optique d'image. Simultanément, des études théoriques et des caractérisations expérimentales ont été menées sur ces matériaux afin d'essayer de les optimiser pour les nouvelles applications envisagées. Notre travail s'inscrit dans le prolongement de ces études.

Nous présentons ici un système destiné à défléchir un faisceau lumineux dans l'espace par diffraction sur un réseau dynamique enregistré dans un cristal photoréfractif. Une étude portant sur les propriétés de polarisation des ondes diffractées et transmises par un tel réseau nous permet ensuite d'optimiser les conditions d'utilisation des cristaux existant actuellement. Enfin, une méthode de détermination des paramètres photoréfractifs de ces matériaux est développée et utilisée pour caractériser différents échantillons.

CHAPITRE I

ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE D'UNE CELLULE DE DEFLEXION OPTIQUE BIDIMENSIONNELLE

RESUME

Les systèmes d'interconnexions optiques sont particulièrement bien adaptés aux structures parallèles que l'on peut trouver dans les réseaux de télécommunication [1] ou dans les calculateurs [2,3]. En effet, la réalisation d'un système reconfigurable d'interconnexions optiques entre deux matrices (matrices de fibres optiques ou plans de calcul) simplifie l'architecture puisque les signaux lumineux se croisent dans l'espace libre sans interagir.

Afin de réaliser une cellule destinée à défléchir (adresser) un faisceau laser infrarouge dans l'espace, nous utilisons une méthode proposée et initialement étudiée par G.T. Sincerbox et G. Roosen [4] pour défléchir un faisceau de longueur d'onde visible. Cette méthode utilise la diffraction par un réseau de phase dont le pas et l'orientation sont variables.Après avoir fait une étude exhaustive des configurations possibles pour fabriquer une cellule élémentaire de déflexion dans un plan (unidimensionnelle), nous en caractérisons expérimentalement deux. Des valeurs de déflexion supérieures à 12° sont obtenues. Nous montrons ensuite, théoriquement et expérimentalement, comment obtenir un adressage dans l'espace (bidimensionnel).

En conclusion, nous indiquons comment il serait possible, par juxtaposition de plusieurs cellules élémentaires, de réaliser un plan de commutation destiné à interconnecter deux matrices de 1024 fibres optiques.

I - ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE D'UNE CELLULE DE DEFLEXION OPTIQUE BIDIMENSIONNELLE

I.1 Principe de la commmutation avec marquage holographique par une source à longueur d'onde variable

I.1.1. Idée de Base

L'interférence de deux faisceaux lumineux permet d'induire dans un matériau photo-sensible épais un hologramme de phase en volume dont la période spatiale Λ et l'orientation Φ dépendent des conditions d'enregistrement (figure 1).

Un faisceau lumineux, dit de lecture, interagissant avec cette modulation d'indice de réfraction est diffracté. La direction de diffraction dépend évidemment des paramètres du hologramme de phase photoinduit. Leur modification peut s'effectuer en temps réel par changement de la valeur de la longueur d'onde des faisceaux d'écriture, produisant une variation de la direction de diffraction du faisceau de lecture. Cette modification des paramètres du réseau s'effectue simultanément dans tout le champ d'interférence. La notion de temps de transit n'intervenant pas, le diamètre de la zone d'interaction peut être grand, ce qui, à valeur de déflexion donnée, doit permettre de résoudre un grand nombre de points. La vitesse de déflexion, ou de commutation, n'est donc liée qu'à la constante de temps d'inscription-effacement du réseau photoinduit dans le matériau.

L'avantage lié à l'utilisation d'un phénomène de volume est que l'on n'obtient qu'une seule direction de diffraction. En revanche, cela impose un certain nombre de contraintes géométriques. Il existe en particulier une incidence qui optimise le rendement de diffraction [5]. Si la lecture s'effectue à une longueur d'onde λ_0 différente de celle, λ, utilisée lors de l'enregistrement, l'incidence optimale θ_0 est donnée par la relation de Bragg :

$$\frac{\lambda_0}{2\sin(\theta_0 - \Phi)} = \frac{\lambda}{2\sin\left(\frac{\theta_2 - \theta_1}{2}\right)} = \Lambda \qquad (1)$$

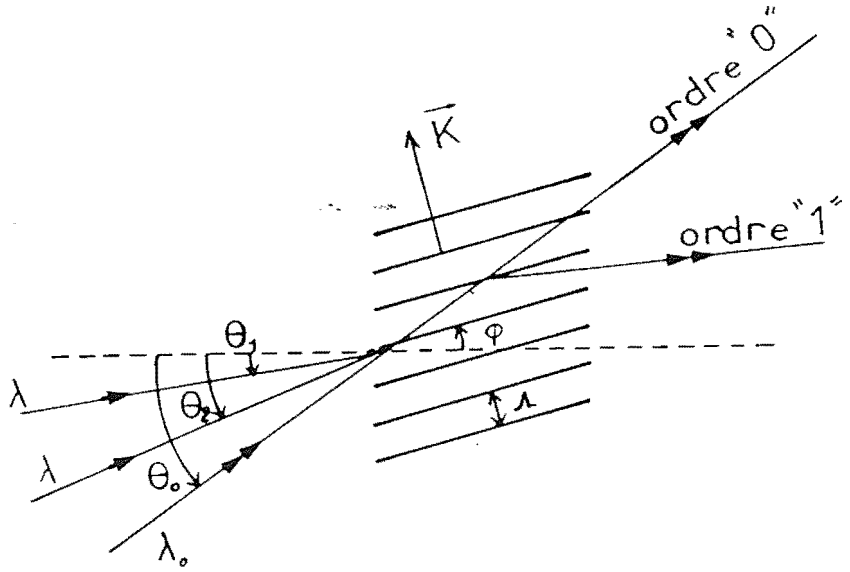


Figure I-1 : Inscription par des faisceaux à la longueur d'onde λ et lecture par un faisceau à la longueur d'onde λ_o d'un hologramme de phase.

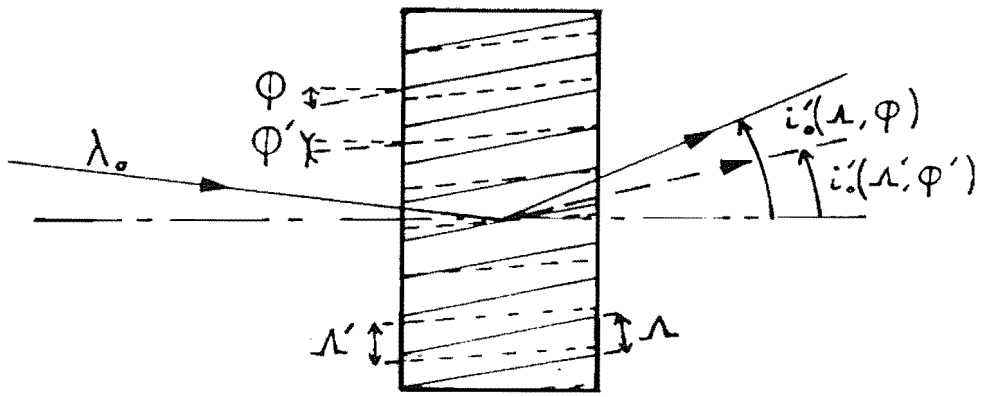


Figure I-2 : Maintien de l'accord de Bragg par rotation du réseau en même temps que le pas Λ est changé.

avec $\Phi = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$, Λ le pas du réseau induit compté dans la direction du vecteur réseau $\vec{K}$ et θ_0 , θ_1 , θ_2 définis sur la figure 1.

Si l'incidence du faisceau de lecture ne vérifie pas cette relation, l'efficacité de diffraction décroit rapidement [5] et s'annule pour un désaccord angulaire de l'ordre de :

$$\Delta\theta_0 \simeq \Lambda/e$$

e étant l'épaisseur du réseau photoinduit.

La méthode de commutation proposée utilise la variation de la longueur d'onde λ des faisceaux d'écriture issus d'un laser à colorant pour provoquer une variation du pas Λ du réseau photoinduit. Varier Λ dans la relation (1), en gardant fixe l'incidence θ_0 du faisceau de lecture ou varier θ_0 en conservant Λ constant, conduit au même résultat ; l'efficacité de diffraction atteindra zéro lorsque :

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \simeq \frac{\Lambda}{e} \operatorname{cotg}(\theta_0 - \Phi)$$

Ceci limite considérablement le domaine utile de variation de la longueur d'onde de contrôle et par suite les valeurs de déflexions attendues qui sont données par :

$$D = -2 \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \operatorname{tg}(\theta_0 - \Phi) \qquad (2)$$

I.1.2. Maintien de l'accord de Bragg par rotation du hologramme photoinduit

L'obtention de grandes valeurs de déflexion, tout en conservant une efficacité maximale, ne sera possible que si la condition de Bragg (équation (1)) reste satisfaite lorsque le pas Λ de la modulation d'indice est modifié. Le seul paramètre à notre disposition est l'angle θ_0 d'incidence du faisceau de lecture. Comme ce faisceau possède une direction d'incidence fixe, la solution consiste à faire tourner le hologramme de phase, c'est à dire changer la valeur de Φ simultanément à la variation de sa période afin de satisfaire (1) (figure 2).

Si cela est possible, le faisceau à défléchir interagira toujours dans les conditions optimales avec cette modulation dynamique d'indice de réfraction et sera défléchi avec une efficacité maximale. Comme l'excursion sur la longueur d'onde de contrôle peut être grande, des défle-

xions importantes peuvent être envisagées. Pour produire la rotation du hologramme de phase, nous avons choisi de faire varier la direction d'incidence des faisceaux d'écriture. Ceci devant être accompli en temps réel et de façon passive lorsque la longueur d'onde de contrôle est modifiée nous utiliserons le montage représenté à la figure 3.

Le faisceau de contrôle est séparé en deux faisceaux que l'on fait interagir avec les disperseurs. Dans le cas représenté, il s'agit de deux réseaux holographiques par transmission H1 et H2 ; nous verrons dans la suite de ce chapitre qu'il est possible de n'utiliser qu'un seul réseau.

Lorsque la longueur d'onde de contrôle est changée, la direction des faisceaux varie aussi. On obtient donc en temps réel une variation simultanée de la longueur d'onde et de la direction des faisceaux d'enregistrement. Ainsi, on peut penser qu'en choisissant correctement les paramètres des disperseurs H1 et H2, on enregistrera, pour toute la gamme des longueurs d'onde incidentes, des hologrammes de phases dont le pas et l'orientation seront tels qu'ils seront lus à l'angle de Bragg par le faisceau à défléchir.

I.1.3. Choix des différents composants d'une cellule élémentaire de déflexion

1) Choix d'un cristal photoréfractif de BSO ou de BGO

Bien que la méthode proposée de poursuite de l'accord de Bragg puisse s'utiliser avec n'importe quel matériau non-linéaire, son application à la déflexion d'un faisceau infrarouge rend l'usage des cristaux photoréfractifs de BSO ou de BGO particulièrement attrayante. En effet, outre leur disponibilité en grande dimension et en qualité optique, ils possèdent une très grande sensibilité à des longueurs d'onde visibles. Cela permet d'optimiser le bilan énergétique du commutateur.

Par contre, aux longueurs d'onde de lecture que nous utilisons, ces cristaux sont très peu absorbants et par suite peu photosensibles. Ceci autorise, en tenant compte de l'effet mémoire que nous décrirons au chapitre III, de maintenir une commutation sans nécessiter la présence permanente des faisceaux d'écriture (les constantes de temps d'effacement à λ_0 = 0,84 μm pour une puissance incidente de l'ordre de 50 $\mu W/cm^2$ et un champ appliqué de 6 kV/cm sont environ de 2 heures). Les faisceaux d'inscription sont

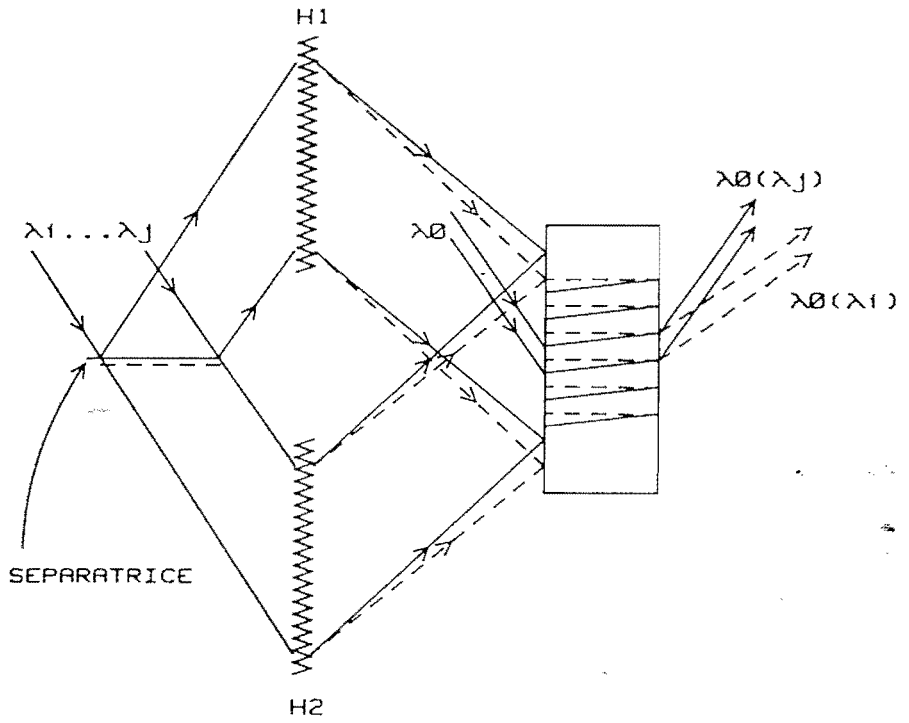


Figure I-3 : Technique passive de poursuite de l'accord à la condition de Bragg par utilisation de deux réseaux fixes H_1 et H_2.

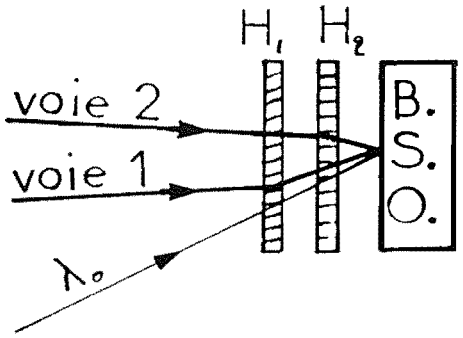


Figure I-4 : Réalisation d'une cellule de déflexion compacte par juxtaposition des deux réseaux H_1 et H_2 et du cristal de BSO.

alors disponibles pour enregistrer un autre réseau élémentaire et commander ainsi la déflexion d'un autre faisceau infrarouge.

2) Choix des réseaux holographiques disperseurs H1 et H2

Les réseaux disperseurs H1 et H2 sont deux réseaux épais enregistrés sur gélatine bichromatée qui présentent une certaine sélectivité angulaire due à la condition d'accord de Bragg. Ainsi le faisceau d'écriture 1 incident à l'angle de Bragg sur H1, mais non sur H2, est diffracté par H1 mais ne "voit" pas H2. Le contraire se passe pour le faisceau d'écriture 2 qui est diffracté par H2 mais non par H1. Par contre le faisceau de lecture n'étant incident à l'angle de Bragg ni sur H1 ni sur H2, n'est défléchi par aucun des deux. Cette propriété permet par juxtaposition de H1, H2 et du cristal photoréfractif de fabriquer une cellule élémentaire de déflexion extrêmement compacte (figure 4).

I.2 Etude théorique d'une cellule élémentaire de commutation bidimensionnelle

Avant de procéder à une étude systématique de l'ensemble des configurations envisageables, nous allons tout d'abord définir les notations utilisées, puis rechercher un critère de qualité qui nous servira à comparer entre ces configurations.

I.2.1. Notations utilisées

Nous considèrerons un matériau photoréfractif de BSO dans lequel interfèrent deux ondes de longueur d'onde λ (dite d'écriture). Le réseau de phase de pas Λ et d'inclinaison des strates Φ diffractera le faisceau de longueur d'onde λ_0 (dite de lecture). Sur la figure 5 sont représentées les autres notations :

- i_1 et i_2 : angles d'incidence des faisceaux d'écriture sur le cristal,
- θ_1 et θ_2 : angles de réfraction de ces mêmes faisceaux,
- i_0 et θ_0 : angles d'incidence et de réfraction du faisceau de lecture,

- i'_0 : angle d'émergence du faisceau diffracté,
- w : angle que font les strates du réseau photo-induit avec le faisceau de lecture dans le cristal,
- X : angle que font les strates du réseau photo-induit avec le faisceau de lecture dans le cristal.

Tous ces angles seront comptés algébriquement conformément à l'orientation de la figure 5.

I.2.2 *Recherche des critères de qualité*

1) Relations imposées par le milieu et la condition de Bragg

a) Equations relatives à l'enregistrement du réseau(écriture)

Par définition des angles W et Φ :

$$W = \frac{\theta_2 - \theta_1}{2} \tag{3}$$

$$\Phi = \frac{\theta_2 + \theta_1}{2} \tag{4}$$

La condition des réseaux impose :

$$\sin W = -\epsilon_W \frac{\lambda}{2n\Lambda} \tag{5}$$

avec $\epsilon_W = \pm 1$ suivant le signe de W.

n indice du cristal de BSO pour la longueur d'onde d'écriture.

Les lois de Descartes donnent :

$$\sin i_2 = n \sin \theta_2 \tag{6}$$

$$\sin i_1 = n \sin \theta_1 \tag{7}$$

b) *Equations relatives à la lecture*

Par définition de θ_0 :

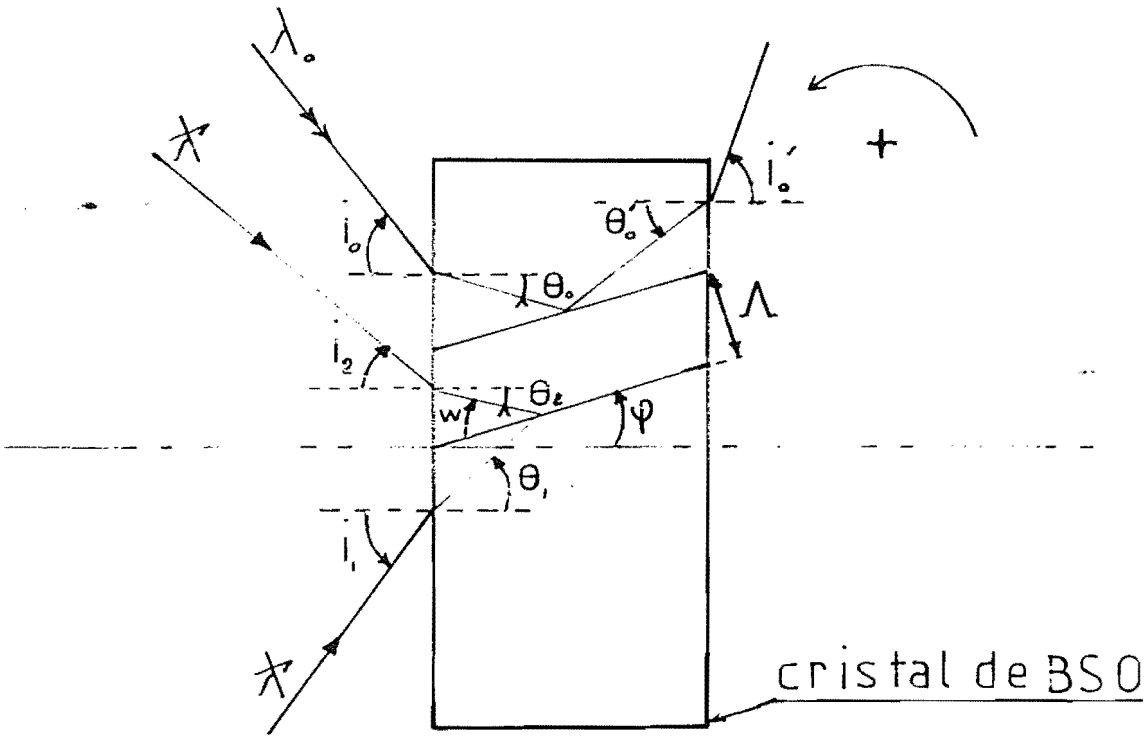


Figure I-5 : Notations utilisées pour l'étude théorique.

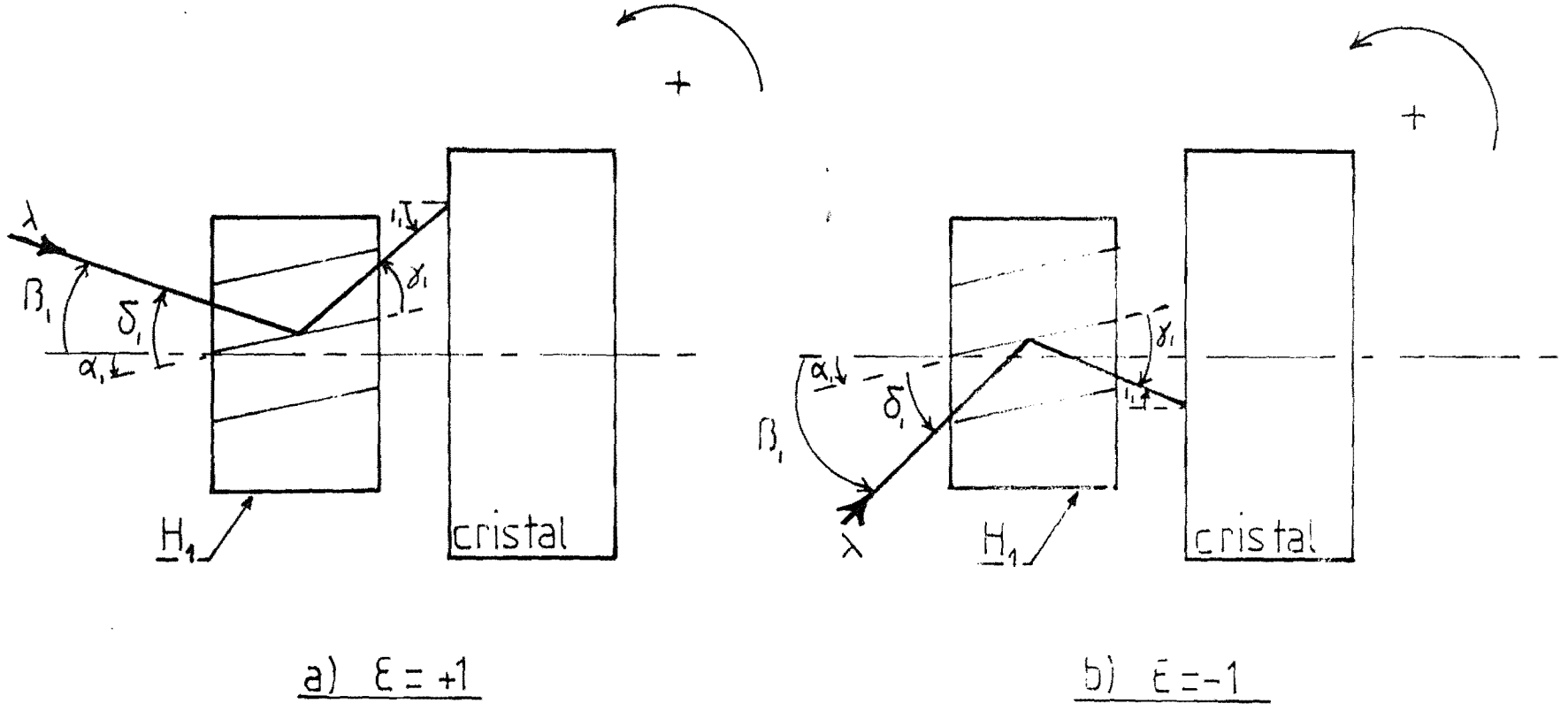


Figure I-6 : Les deux orientations possibles d'un réseau fixe devant le cristal de BSO.

$$\theta_0 = \Phi + X \qquad (8)$$

De plus, le réseau photoinduit étant épais, pour avoir une intensité diffractée non nulle, il faut vérifier :

$$\theta'_0 \simeq \Phi - X \qquad (9)$$

La condition de diffraction par un réseau donne :

$$\sin X - \sin (\theta'_0 - \Phi) = \epsilon_X \frac{\lambda_0}{n_0 \Lambda} \qquad (10)$$

avec $\epsilon_X = \pm 1$ suivant le signe de X ;

n_0 indice du cristal de BSO à la longueur d'onde de lecture λ_0, et les lois de Descartes :

$$n_0 \sin \theta_0 = \sin i_0 \qquad (11)$$

$$n_0 \sin \theta'_0 = \sin i'_0 \qquad (12)$$

c) Calcul de l'efficacité de diffraction

Pour calculer l'efficacité de diffraction, nous appliquerons la théorie des ondes couplées de Kogelnik (rappelée au chapitre II), au cas d'un réseau épais par transmission, sans perte et sans pouvoir rotatoire (ce qui est le cas pour une lecture en infrarouge). L'efficacité de diffraction définie par :

$$\eta = \frac{\text{Intensité diffractée}}{\text{Intensité incidente}}$$

est alors donnée par :

$$\eta = \frac{\sin^2 \left(\nu^2 + \xi^2\right)^{1/2}}{1 + \frac{\xi^2}{\nu^2}} \qquad (13)$$

avec :

$$\nu = \frac{\pi n_1 e}{\Lambda (C_R C_S)^{1/2}} \qquad \xi = \frac{ve}{2C_S} \qquad (14)$$

où :
e est l'épaisseur du cristal qui sera prise pour les calculs numériques égale à 2 mm,
n_1 est la modulation d'indice qui sera par la suite prise égale à 10^{-5},
C_R et C_S sont deux facteurs d'obliquité :

$$C_R = \cos \theta_0$$

$$C_S = \cos \theta_0 - \frac{\lambda_0}{n_0 \Lambda} |\sin \Phi|$$

v est la "mesure du déphasage" à la condition d'accord de Bragg :

$$v = (\delta\theta_0) \frac{2\pi}{\Lambda} \cos (2X - \Phi)$$

avec : $\delta\theta_0 = X_B - X$

où X_B est l'angle qu'il faudrait avoir pour que l'efficacité de diffraction soit maximale. X_B est obtenu en posant que l'égalité (9) est réalisée, et en portant dans (10) :

$$X_B = -\epsilon_X \text{ Arc sin } \frac{\lambda_0}{2n_0 \Lambda} \qquad (15)$$

d) Calcul de la largeur angulaire que filtre le réseau épais

Nous voyons, à l'aide de la formule (13) que pour $\left(\nu^2 + \xi^2\right)^{1/2} = \pi$, l'efficacité de diffraction η tombe à zéro. Or, pour les valeurs numériques de n_1 et e données ci-dessus, ν est de l'ordre 2.10^{-2} π.rd (en considérant également que C_R et C_S sont voisins de 1, ce qui sera le cas des solutions étudiées ultérieurement). Ainsi le premier zéro de l'efficacité η est donné par la condition :

$$\xi = \pi \text{ à } \nu \text{ près}$$

d'où avec (14) :

$$\frac{\delta\theta_0^{1/2}\ e\ \cos(2X - \Phi)}{\Lambda\left(\cos\theta_0 - \frac{\lambda_0}{n_0\Lambda}\,|\sin\Phi|\right)} = 1 \text{ à } 2\ \% \text{ près}$$

Ainsi la largeur angulaire que laisse passer le réseau épais est :

$$\delta\theta_0^{1/2} = \Lambda\left(\cos\theta_0 - \frac{\lambda_0}{n_0\Lambda}\,|\sin\Phi|\right)\frac{1}{e\ \cos(2X - \Phi)} \qquad (16)$$

Cette largeur est en fait la demi-largeur prise à la base de la courbe d'efficacité de diffraction en fonction de θ_0.

2) Critères de qualité

Le choix d'une configuration est lié à la possibilité d'adresser un grand nombre de points. Il faut donc comparer la divergence du faisceau de lecture diffracté à la déflexion produite par le système.

Soit : $\Delta\theta_0' = \theta'_{0\,\lambda_{max}} - \theta'_{0\,\lambda_{min}}$ cette déflexion à l'intérieur du cristal.

Deux cas sont alors à envisager :

i) soit la divergence δi_0 du faisceau de lecture incident impose la divergence $\delta\theta_0'$ du faisceau diffracté (c'est-à-dire qu'il n'y a pas de filtrage par le réseau épais photoinduit),

ii) soit δi_0 est grand devant la largeur angulaire que laisse passer le cristal, et il y a filtrage angulaire par le réseau photoinduit.

Etude du cas i) :

Soit $\delta\theta_0$ la divergence du faisceau incident à l'intérieur du cristal. Soit δi_0 la divergence du faisceau incident à l'extérieur du cristal. En différentiant (11) nous obtenons :

$$\delta i_0 \cos i_0 = n_0\ \delta\theta_0 \cos\theta_0$$

d'où : $\delta\theta_0 = \dfrac{\delta i_0 \cos i_0}{n_0 \cos\theta_0}$

Or, ici il faut comparer $\delta\theta_0'$, la divergence du faisceau après diffraction, à $\Delta\theta_0'$. Relions $\delta\theta_0$ à $\delta\theta_0'$ l'aide de (10) :

$$\sin(X_B + \delta\theta_0) - \sin(\delta\theta_0' - X_B) = + 2 \sin X_B$$

$$\delta\theta_0 \sin X_B + \delta\theta_0' \sin X_B = + 2 \sin X_B$$

d'où :

$$\delta\theta_0 = - \delta\theta_0'$$

Il est alors possible de déterminer un ordre de grandeur du nombre de points adressables par :

$$N_p \leqslant \left| \frac{\Delta\theta_0'}{\delta\theta_0'} \right| = \frac{\left|\Delta\theta_0'\right| \; n_0 \cos\theta_0}{|\delta i_0| \cos i_0}$$

Nous prendrons donc comme critère de qualité le coefficient :

$$B = \frac{\left|\Delta\theta_0'\right| \; n_0 \cos\theta_0}{\cos i_0}$$

Etude du cas ii) :

Dans ce cas-ci le réseau agit comme un filtre angulaire d'ouverture $\delta\theta_0^{1/2'}$ donnée par la relation (16). D'après ce qui a été vu dans l'étude du cas i), après diffraction, la divergence devient :

$$\delta\theta_0^{1/2'} = -\delta\theta_0^{1/2}$$

Le nombre de points adressables aura comme ordre de grandeur :

$$N_p \leqslant \frac{\Delta\theta_0'}{2\,\delta\theta_0^{1/2'}} = \frac{\Delta\theta_0' \; e \cos(2X-\Phi)}{2\left(\cos\theta_0 - \frac{\lambda_0}{n_0 \Lambda} |\sin\Phi|\right) \Lambda} = A.e$$

(Le 2 provient du fait que $\delta\theta_0^{1/2'}$ est une largeur à mi-hauteur).

Le critère de qualité sera donc pris égal à :

$$A = \frac{\Delta\theta_0' \cos(2X-\Phi)}{2\Lambda\left(\cos\theta_0 - \frac{\lambda_0}{n_0\Lambda}|\sin\Phi|\right)}$$

L'épaisseur e du cristal n'a pas été introduite dans le coefficient A car les solutions trouvées sont indépendantes de e.

I.2.3 *Etude systématique des solutions à un seul disperseur*

1) Notations

Nous supposons que le réseau holographique disperseur est disposé sur le faisceau d'écriture n° 1 (figure 6).

Ce réseau H_1 possède un pas P_1 et des strates inclinées d'un angle α_1.

L'angle d'incidence du faisceau d'écriture sur ce réseau est β_1 ; δ_1 et Υ_1 représentent respectivement les angles entre ce faisceau et les strates du réseau photoinduit avant diffraction et après diffraction.

2) Equations introduites par le réseau H_1

Equation du réseau H_1 :

$$\sin\delta_1 - \sin\Upsilon_1 = \frac{-\epsilon_1\lambda}{p_1} \qquad (17)$$

avec ϵ_1 pouvant prendre les valeurs +1 ou -1 suivant le signe de Υ_1, c'est-à-dire suivant que l'on considère la configuration représentée sur la figure 6a ou celle sur la figure 6b.

En fait, le réseau H_1 est supposé épais, les angles δ_1 et Υ_1 vérifient donc approximativement :

$$\delta_1 \simeq -\Upsilon_1 \qquad (18)$$

Deux autres relations sur les angles peuvent être extraites de la figure 6 :

$$\beta_1 = \delta_1 - \alpha_1 \qquad (19)$$

$$\alpha_1 = i_1 - Y_1 \qquad (20)$$

3) Choix des différentes configurations à étudier

A priori, il faudrait étudier toutes les configurations qui sont combinaisons des différentes possibilités ci-dessous :

$W < 0$ ou $W > 0$

et :

disperseur sur le faisceau 1 ou disperseur sur le faisceau 2

et :

$X < 0$ ou $X > 0$

et :

$Y_1 < 0$ ou $Y_1 > 0$

avec W et X angles définis précédemment sur la figure 6. En fait, l'éventail des choix se réduit en considérant que :

i) on peut arbitrairement prendre $W < 0$, ce qui impose le sens d'orientation de la figure 6,

ii) les indices 1 et 2 étant muets, nous appelerons 1 le faisceau qui traverse le disperseur.

Il n'y a donc à considérer que les deux cas suivants :

$W < 0$ et $X > 0$

$W < 0$ et $X < 0$

Nous verrons en effet dans le paragraphe suivant que le signe de Y_1 est imposé lorsque l'on vérifie la condition d'accord de Bragg à l'intérieur du cristal et qu'il n'y a donc pas lieu de le considérer.

4) Méthode de recherche des solutions

a) *Etude du système sans réseau disperseur*

En faisant abstraction du réseau disperseur H_1, les

inconnues sont au nombre de 12 :

$$\Lambda,\ i_0,\ i_1,\ i_2,\ X,\ W,\ \theta_0,\ \theta_1,\ \theta_2,\ \theta'_0,\ \Phi,\ i'_0$$

Toutes ces inconnues exceptées i_0 et θ_0 sont des fonctions de la longueur d'onde λ. Pour simplifier la notation, nous ne ferons pas apparaître cette dépendance en λ et noterons par exemple Λ au lieu de $\Lambda(\lambda)$.

Entre ces inconnues, nous avons les 10 relations indépendantes données au paragraphe I.2.2.1. Imposons-nous alors de vérifier exactement la condition d'accord de Bragg pour une longueur d'onde moyenne λ qui sera choisie au milieu de la gamme balayée par le laser à colorant. Pour cette longueur d'onde, la relation (9) deviendra une égalité :

$$\theta'_0 = \Phi - X.$$

A la longueur d'onde centrale $\bar{\lambda}$ d'utilisation du système, toutes les inconnues fonctions de λ sont notées comme suit :

$$\bar{\Lambda} = \Lambda(\bar{\lambda})$$

Ainsi, pour $\lambda = \bar{\lambda}$, nous avons 12 inconnues et 10 relations, nous pouvons donc choisir 2 paramètres qui seront :

i) $\bar{\Lambda}$ le pas du réseau photoinduit. Nous savons que pour des champs électriques externes appliqués au cristal, l'efficacité de diffraction dépend de Λ (voir chapitre III) ; à champ nul l'efficacité est maximale pour $\bar{\Lambda}$ inférieur à 1 µm, pour un champ de quelques kV/cm cette efficacité est maximale pour des pas de quelques µm. Aussi, le choix de $\bar{\Lambda}$ conditionnera l'efficacité de diffraction.

ii) i_0 l'angle d'incidence du faisceau à défléchir.

Maintenant que $\bar{\Lambda}$ et i_0 sont fixés, toutes les valeurs de $\bar{i_1}$, $\bar{i_2}$, $\bar{\theta_1}$, $\bar{\theta_2}$, $\bar{X}$, $\bar{W}$, $\bar{\Phi}$, $\bar{\theta_0}$, $\bar{\theta'_0}$, $\bar{i'_0}$ peuvent être déterminées.

b) *Introduction du réseau disperseur H_1*

L'introduction de ce réseau amène quatre équations

entre les 5 inconnues (voir paragraphe I.2.3.2) $P_{1-/+}\alpha_1$, β_1 , δ_1 , γ_1 . Il nous reste donc un degré de liberté que nous allons exploiter afin d'essayer de suivre au mieux la condition d'accord de Bragg à l'intérieur du cristal.

c) *Vérification de l'accord de Bragg au 1er ordre*

Nous venons de voir que nous pouvons nous imposer une relation à vérifier supplémentaire. Nous allons l'introduire en effectuant un développement limité au premier ordre en λ de l' angle d'incidence i_1 .C'est à dire que nous allons poser :

$$i_1(\lambda) = \overline{i_{1,B}} + (\lambda-\bar{\lambda})\left.\frac{di_1}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda}} \qquad (21)$$

$\overline{i_{1,B}}$ est par définition l'angle d'incidence du faisceau d'écriture 1 sur le cristal de façon à ce que la condition de Bragg soit vérifiée pour $\lambda=\bar{\lambda}$. Si l'on veut poursuivre l'accord de Bragg au premier ordre (en vérifiant (21)) il faut faire en sorte que la dérivée $\left.\frac{di_1}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda},H_1}$ imposée par le réseau disperseur H_1 soit égale à la dérivée $\left.\frac{di_1}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda},BSO}$ qu'il faudrait réaliser pour vérifier exactement la condition de Bragg . Ainsi à l'aide des relations (3) à (12) nous allons calculer $\left.\frac{di_1}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda},BSO}$, puis avec les relations (16) à (19) nous calculerons $\left.\frac{di_1}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda},H_1}$. La condition supplémentaire que nous nous imposerons est donc la suivante:

$$\left.\frac{di_1}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda},H_1} = \left.\frac{di_1}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda},BSO} \qquad (22)$$

d) *Calcul de* $\left.\frac{di_1}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda},BSO}$

Pour $\lambda = \bar{\lambda}$, calculons à partir de (10) :

$$\bar{X} = -\epsilon_x \text{ Arc sin } \frac{\lambda_0}{2n_0 \bar{\Lambda}}$$

de (8) et (11) :

$$\theta_0 = \bar{\Phi} + \bar{X} = \text{Arc sin } \left(\frac{\sin i_0}{n_0}\right)$$

de (5) :

$$\bar{W} = - \text{ Arc sin } \frac{\bar{\lambda}}{2\bar{n}\,\bar{\Lambda}}$$

Nous sommes alors en mesure de calculer à partir de (3) (4) (6) et (7) :

$$\bar{\theta}_1 = \bar{\Phi} - \bar{W} \qquad \overline{i_1} = \text{Arc sin } (\bar{n} \sin \bar{\theta}_1)$$

$$\overline{\theta_2} = \bar{\Phi} + \bar{W} \qquad \overline{i_2} = \text{Arc sin } (\bar{n} \sin \overline{\theta_2})$$

Cherchons maintenant l'expression de $\left.\frac{di_1}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda},BSO}$. Pour cela, éliminons Λ entre les équations (5) et (10) :

$$\frac{n \sin W}{\lambda} = -\epsilon_x \frac{n_0}{\lambda_0} \sin X$$

Puis, avec les équations (3) et (4) exprimons cette relation en remplaçant W et X par leurs expressions en fonction de θ_1 et θ_2 et dérivons le tout par rapport à λ :

$$\left.\frac{d\theta_1}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda},BSO} = \frac{\epsilon_x}{(-\cos \bar{X} + \epsilon_x \frac{\lambda_0 \bar{n}}{n_0 \bar{\lambda}} \cos \bar{W})} \times$$

$$\left[- \frac{2\,\lambda_0}{n_0\,\bar{\lambda}^2}\,3{,}026\,\sin\bar{W} + \left.\frac{d\theta_2}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda},BSO} \left(\frac{\bar{n}\lambda_0}{\bar{\lambda}\,\bar{n}_0}\cos\bar{W} + \cos\bar{X}\right)\right] \quad (23)$$

(Ce calcul a été mené en posant n = 3,026 - 0,8 λ avec λ exprimée en micron, équation qui approche correctement la loi de dispersion du BSO dans la gamme de longueur d'onde que nous considèrerons). L'expression de $\left.\frac{d\theta_2}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda},BSO}$ est obtenue à partir de (6) :

$$\left.\frac{d\theta_2}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda},BSO} = \frac{0{,}8}{\bar{n}}\,\mathrm{tg}\,\bar{\theta}_2 \quad (24)$$

De même à partir de (7) :

$$\left.\frac{di_1}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda},BSO} = \left(0{,}8\,\sin\bar{\theta}_1 + \bar{n}\left.\frac{d\theta_1}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda},BSO}\cos\bar{\theta}_1\right)\frac{1}{\cos\bar{i}_1} \quad (25)$$

Ainsi en reportant (23) et (24) dans (25), nous avons l'expression de $\left.\frac{di_1}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda},BSO}$ en fonction de nos paramètres $\bar{\Lambda}$ et i_0.

e) *calcul de* $\left.\frac{di_1}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda},H_1}$

L'expression de $\left.\frac{di_1}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda},H_1}$ est obtenue à partir de (20) :

$$\left.\frac{di_1}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda},H_1} = \left.\frac{dY_1}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda},H_1}$$

et avec (17) :

$$\left.\frac{di_1}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda},H_1} = \frac{-\epsilon_1}{2\,p_1\,\cos\bar{Y}_1} \quad (26)$$

f) *Calcul des dernières inconnues :* Y_1 , p_1 , α_1

Nous sommes maintenant en mesure à l'aide de (21) de déterminer :

$$\left.\frac{di_1}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda},H_1} = \frac{-\epsilon_1}{2\ p_1\ \cos\ \overline{\Upsilon_1}}$$

Or, à l'aide de (17) et (18) :

$$\sin\ \overline{\Upsilon_1} = \frac{-\epsilon_1\ \bar{\lambda}}{2p_1} \qquad (27)$$

d'où :

$$\overline{\Upsilon_1} = \text{Arc tg}\left(\frac{\bar{\lambda}}{2}\ \left.\frac{di_1}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda},BSO}\right)$$

Nous voyons, ainsi qu'annoncé dans le paragraphe précédent, que le signe de Υ_1 est déterminé, c'est celui de $\left.\frac{di_1}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda},BSO}$. Nous verrons par la suite de que ce signe est toujours positif.

P_1 et α_1 sont tirés de (27) et (20) :

$$P_1 = -\frac{\epsilon_1\ \bar{\lambda}}{2\ \sin\ \overline{\Upsilon_1}} \qquad (28)$$

$$\alpha_1 = \overline{i_1} - \overline{\Upsilon_1} \qquad (29)$$

Ainsi, à partir des seules données $\bar{\lambda}$, $\bar{\Lambda}$, i_0, nous sommes parvenus à déterminer toutes les autres inconnues du système.

Un exemple est donné sur les courbes 7 et 9 : la configuration choisie est à X<0, $\bar{\lambda}$ est prise égale à 0,555 µm.

La courbe 7 représente, en pointillés, l'angle i_{1B} qu'il faudrait réaliser pour vérifier l'accord de Bragg ; en trait plein, l'angle i_{1H_1} effectivement réalisé au moyen du réseau disperseur.

La courbe 9 représente, sous la dénomination $\delta i_1 = 0°$,

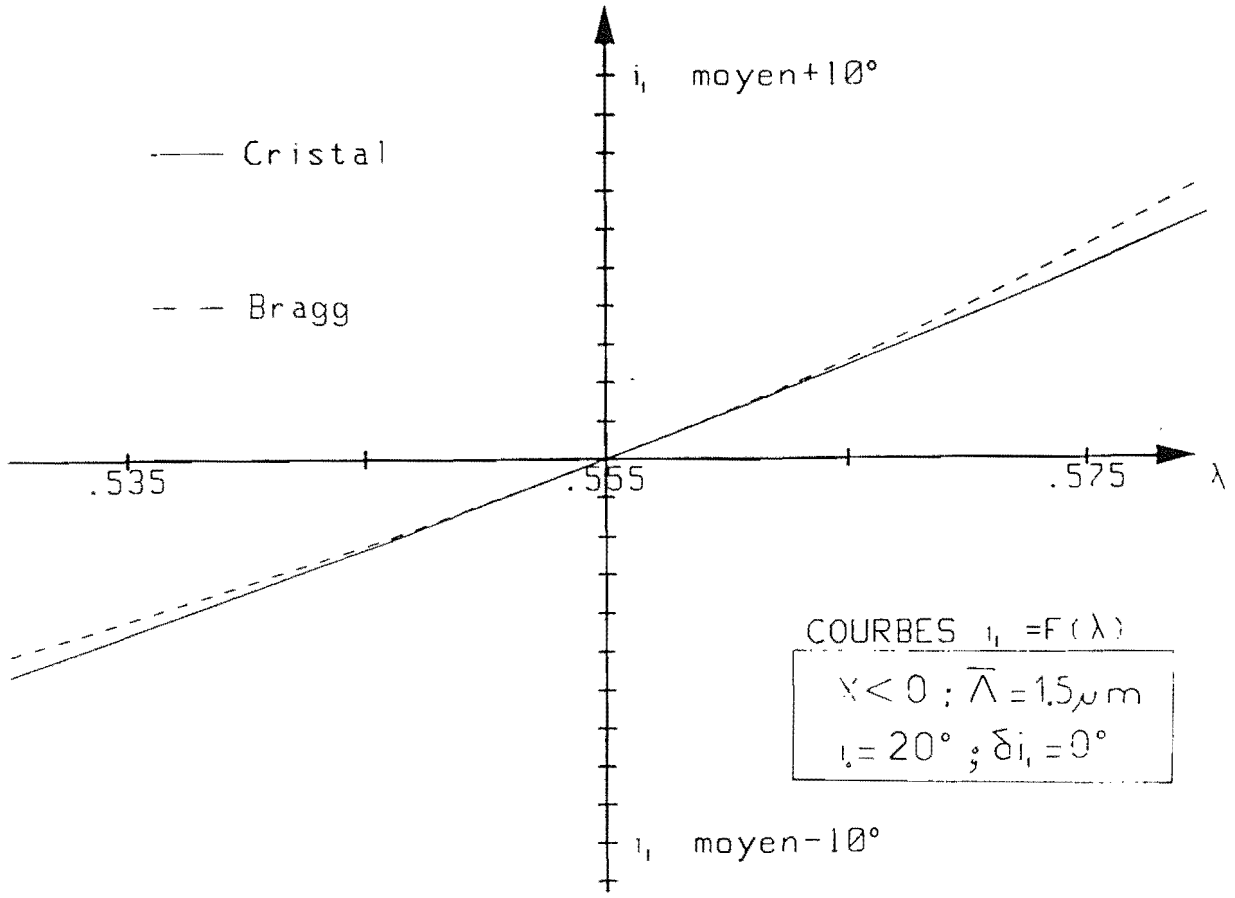


Figure I-7 : Angle d'incidence i, en fonction de la longueur d'onde d'écriture : en trait plein l'angle qu'il faudrait réaliser pour vérifier exactement l'accord de Bragg ; en pointillés l'angle effectivement suivi par le système.

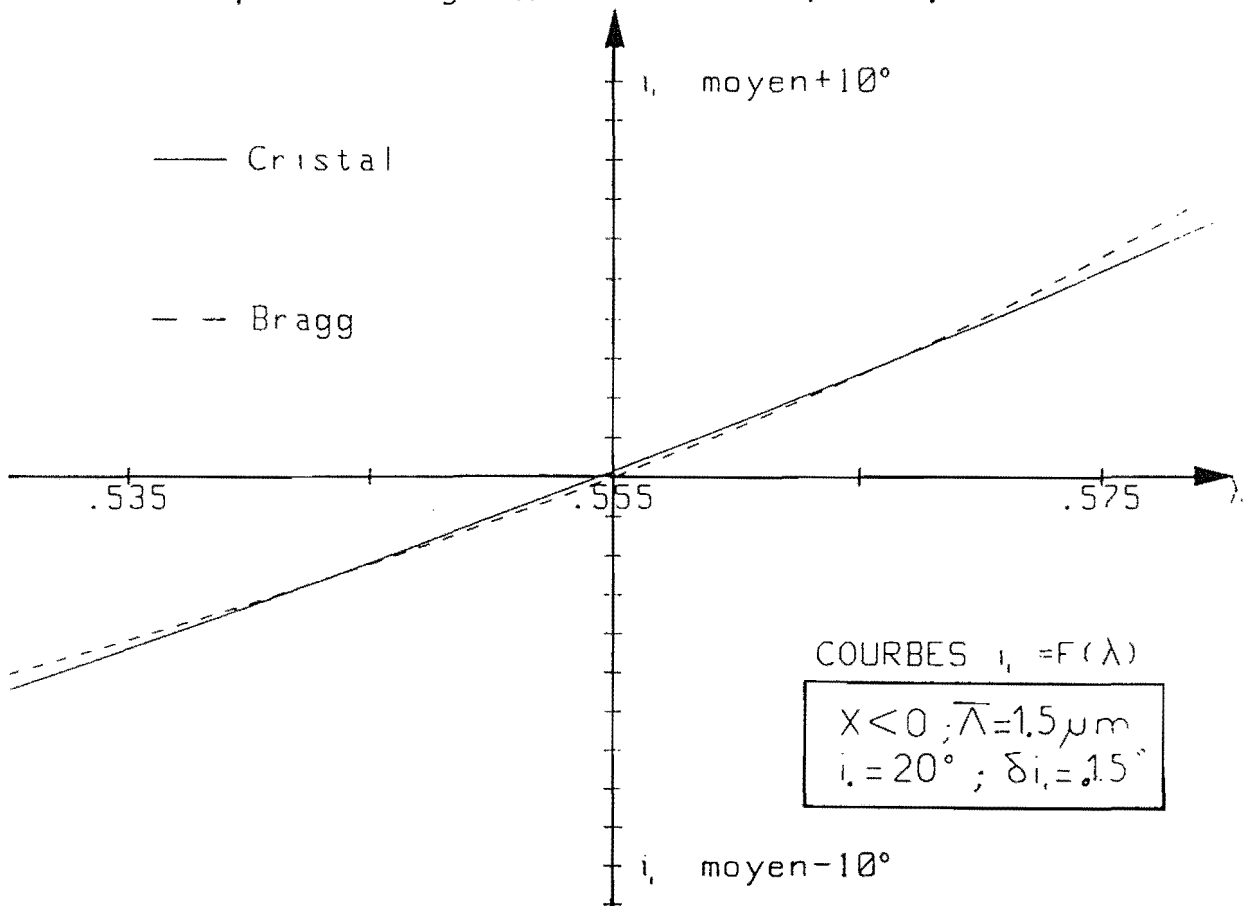


Figure I-8 : Courbes identiques à celles de la Figure 7 mais en introduisant un léger désaccord à la condition de Bragg pour la longueur d'onde moyenne.

l'efficacité relative en fonction de λ. On peut y voir le parfait suivi de l'accord de Bragg au voisinage $\lambda = \bar{\lambda}$. Par contre tout le balayage en longueur d'onde du laser à colorant n'est pas utilisable (qui pour la Rhodamine 110 va de 530 à 580 nanomètres).

N'est-il pas possible d'accepter une légère perte d'efficacité au centre de la courbe afin d'augmenter la déflexion, et d'avoir une courbe d'efficacité telle que celle qui sur la courbe 9 est représentée sous la dénomination $\delta i_1 = 0{,}15°$?

5) Possibilité de choisir un désaccord à l'angle de Bragg

Dans le paragraphe précédent nous avons posé :

$$i_{1H_1} = \bar{i}_{1B} + \left.\frac{di_1}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda},BSO} (\lambda - \bar{\lambda})$$

Nous allons maintenant nous permettre une liberté supplémentaire en introduisant à la longueur d'onde moyenne $\bar{\lambda}$ un petit désaccord à Bragg δi_1 et en posant :

$$i_{1H_1} = \bar{i}_{1B} + \delta i_1 + \left.\frac{di_1}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda},BSO} (\lambda - \bar{\lambda})$$

Sur les courbes 8 et 9 est représentée la solution pour :

$$X < 0 \quad \bar{\Lambda} = 1{,}5\ \mu m \qquad \bar{i}_0 = 20° \text{ et } \delta i_1 = 0{,}15°$$

Le gain de déflexion est visible sur la courbe 9 lorsque l'on passe de $\delta i_1 = 0°$ à $\delta i_1 = 0{,}15°$. Si l'on s'impose de garder une efficacité de diffraction toujours supérieure à 50 %, la déflexion en sortie passe de 11° à 13°.

6) Résultats numériques

Le balayage en longueur d'onde a été pris égal à celui du laser à colorant utilisant la Rhodamine 110, c'est-à-

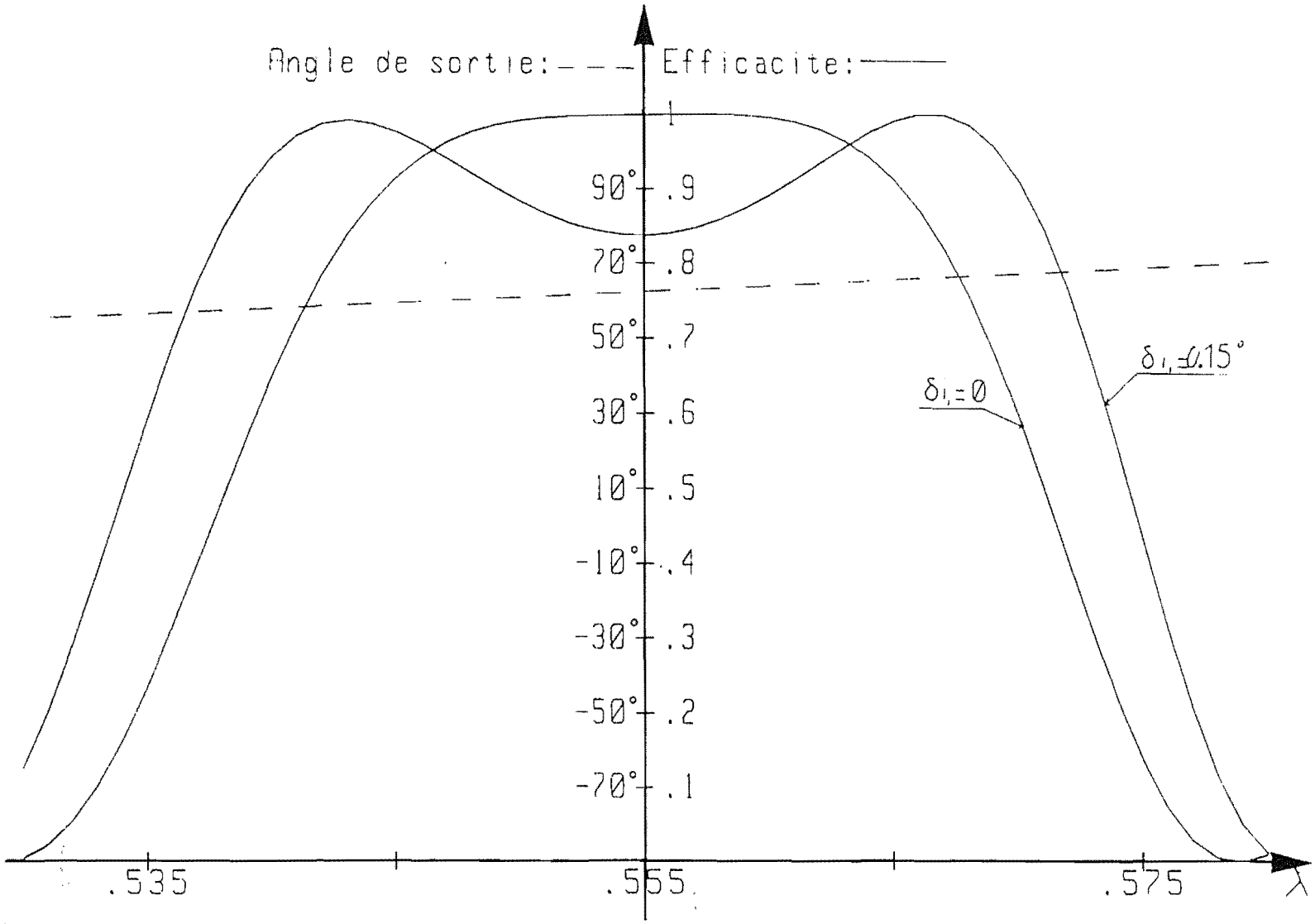


Figure I-9 : Efficacités de diffraction en fonction de la longueur d'onde lorsqu'aucun désaccord n'est introduit ($\delta i_1 = 0$) et avec un léger désaccord ($\delta i_1 = 0,15°$).

dire de 530 à 580 nm dans le domaine de sensibilité du cristal. La longueur d'onde moyenne a donc été prise égale à :

$$\bar{\lambda} = 0,555 \ \mu m$$

La lecture se fait à longueur d'onde $\lambda_0 = 0,84 \ \mu m$ pour laquelle l'indice du BSO vaut : $n_0 = 2,46$

Nous avons retenu comme critère de conserver une efficacité relative de diffraction supérieure ou égale à 50%. Ainsi $\Delta\lambda$ représente le balayage en longueur d'onde d'écriture pour lequel l'efficacité de diffraction reste supérieure ou égale à 50 % avec la restriction suivante : $\Delta\lambda \leqslant 50$ nm (qui est le balayage maximum possible avec le colorant utilisé : la Rhodamine 110).

De même $\Delta\theta_0$ et $\Delta i_0'$ représentent la déflexion angulaire du faisceau de lecture respectivement à l'intérieur et à l'extérieur du cristal pour le balayage $\Delta\lambda$.

i_0' est l'angle de lecture en sortie pour $\lambda = \bar{\lambda} - \frac{\Delta\lambda}{2}$

Toutes les valeurs des angles sont données en degrès ; Λ et p_1 sont en microns ; $\Delta\lambda$ en nanomètres ; le critère de qualité A est en mm^{-1} de telle façon que l'on ait N_p, nombre de points adressables donné par :

$$N_p \leqslant A.e \text{ avec } e \text{ en mm.}$$

Le critère de qualité B est sans unité, mais le nombre de point de N_p sera limité par :

$$N_p \leqslant \frac{B}{\delta i_0} \text{ avec } \delta i_0 \text{ en degré.}$$

a) *Etude de la configuration à $X < 0$:*

Les résultats ont été consignés dans le tableau 10. Les principales remarques que l'on peut faire sont :

- à $\bar{\Lambda}$ donné, A et B augmentent avec i_0 si l'on considère un même balayage $\Delta\lambda$ (voir par exemple $\bar{\Lambda} = 1,5\mu m$;

$i_0 = 0°$; $\delta i_0 = 0^0$ et $\bar{\Lambda} = 1,5$ µm ; $i_0 = 20°$; $\delta i_1 = 0,15°$),

- tous les résultats correspondent à $\bar{Y}_1 > 0$ (car $\bar{Y}_1 \simeq -\delta_1 \simeq -\beta_1 - \alpha_1$),

- à i_0 donné, les critères de qualité A et B augmentent lorsque le pas $\bar{\Lambda}$ diminue.

b) *Etude de la configuration à X > 0*

Une étude systématique a été faite pour X > 0 : quelques résultats sont consignés dans le tableau n°11.Ce tableau résume les résultats de cette étude à savoir que dans cette configuration (X > 0), il est impossible d'obtenir des déflexions aussi élevées que dans la précédente (X < 0).

La perte en nombre de points adressables est d'environ un ordre de grandeur. Aussi, ne commenterons nous pas plus cette configuration qui présente peu d'intérêt.

I.2.4. Conclusion de l'étude théorique

L'étude théorique sur les configurations à un réseau disperseur a montré l'existence de nombreuses solutions. Celles-ci sont particulièrement bien adaptées à un fonctionnement du cristal avec des petits pas induits. Une étude similaire, résumée dans l'annexe A, sur des cellules comportant deux réseaux disperseurs a mis en évidence l'optimisation de celles-ci pour de grands pas induits.

Nous sommes maintenant en mesure de déterminer la solution optimale à partir des contraintes technologiques inhérentes à la cellule de déflexion que nous voulons utiliser. Ces contraintes pouvant être par exemple :

- la longueur d'onde du faisceau à défléchir,
- l'obliquité des différents faisceaux sur la cellule,
- le mode de fonctionnement du cristal (à petits ou grands pas photoinduits).

Λ	i_0	δi_1	β_1	i_2	P	α_1	i_0'	$\Delta i'$	$\Delta\theta'$	$\Delta\lambda$	A	B
1.5	0	0	-37.6	6.3	.51	-4.6	31	5.8	2.0	40	11	5.0
—		.1	-37.7	-		—	30	5.5	2.5	50	13	6.1
—	10	0	-37.2	17	.44	1.8	43	7.4	2.2	38	11	5.2
—	—	.1	-37.3	—		—	42	8.6	2.5	44	13	6.2
—	20	0	-42.4	28	.37	6.6	57	11	2.2	34	10	5.5
—	—	.15	-42.6	—	-	—	56	13	2.6	40	13	6.3
2	0	0	-29	4.7	.66	-3.9	22	5.1	1.9	50	7.9	4.7
—	20	0	-28	2.6	.47	8.7	44	8.2	2.3	45	8.7	5.8
—	30	0	-36.6	37	.37	12	58	12	2.3	39	8.2	6.0
—	—	.2	-36.8	—	—	—	58	14	2.6	47	9.9	7.2
3	0	0	-19	3.1	.97	-2.8	15	3.2	1.3	50	3.7	3.1
—	20	0	-15	2.4	.64	1.1	35	5.9	1.9	50	5.2	5.0
—	30	0	-17	3.5	.50	1.6	46	8.3	2.3	50	6.1	6.3

Figure I-10 : Résultats numériques des configurations à un réseau pour x < 0

Λ	i_0	δi_0	β_1	i_2	P	α_1	i_0'	$\Delta i'$	$\Delta\theta'$	$\Delta\lambda$	A	B
1.5	-20	0	-4.8	-5.6	1.6	-3.8	-6.3	.82	.17	50	.92	.43
—	0	0	-2.2	-2.8	2.1	-1.4	-3.4	.95	.32	50	1.9	.81
—	20	0	1.6	-6.9	2.5	8.1	-1.3	1.2	.45	50	2.8	1.3
2	-20	0	-4.1	-4.5	2.1	-3.4	4.9	.31	.09	50	.37	.23
	0	0	-1.6	-2.1	2.8	-1.0	-2.5	.66	.25	50	1.1	.61
	20	0	7.1	.04	3.5	1.2	-4.9	1.0	.40	50	1.7	1.0
3	-20	0	-3.6	-3.6	2.8	-3.0	-3.8	.03	.00	50	.02	.02
	0	0	-1.1	-1.3	4.2	6.9	-1.6	.42	.17	50	.48	.41
	20	0	1.3	6.9	6.3	1.5	3.2	.78	.32	50	.92	.82

Figure I-11 : Résultats numériques des configurations à un réseau pour x > 0

I.3 Caractérisation expérimentale de différentes cellules élémentaires de déflexion unidimensionnelle

Après une brève description technologique de la cellule de BSO nous aborderons la caractérisation expérimentale d'une configuration à un réseau disperseur. Celle-ci a un pas photoinduit de l'ordre du micron ; un fonctionnement sans champ appliqué au cristal est donc possible (chapitre III). Une caractérisation d'une cellule à deux réseaux disperseurs, possédant un pas photoinduit moyen de l'ordre de 4 μm a également été menée et est décrite dans l'annexe A.

I.3.1. Technologie et réalisation de la cellule

La cellule de déflexion élémentaire a été fabriquée par le Laboratoire Central de Recherche de Thomson C.S.F. Une vue en coupe de cette cellule est représentée sur la figure 12 . Le cristal de BSO utilisé est orienté suivant la configuration "rendement" (configuration que nous détaillerons dans le chapitre II). Ses dimensions sont les suivantes :

- épaisseur : 2,74 mm [direction $(\bar{1}10)$],
- surface : 5x5 mm^2 [directions (110) et (001)].

Les réseaux disperseurs H_1 et H_2 ont été enregistrés par voie holographique dans de la gélatine bichromatée.

I.3.2 *Caractérisation d'une cellule élémentaire ne comportant qu'un seul réseau disperseur*

La cellule étudiée ici comporte un seul réseau disperseur sur l'un des faisceaux d'écriture. Son originalité réside en ce que le pas du réseau photoinduit est de l'ordre du micron ce qui autorise le fonctionnement de la cellule sans champ externe appliqué au cristal. Le balayage en longueur d'onde du laser à colorant dont nous disposions s'étendant de λ = 0,535 μm à λ = 0,575 μm et le laser semi-conducteur de lecture émettant à 818 nm nous avons été amenés à choisir les paramètres suivants :

$\beta_1 = -56,64°$ $\qquad$ $\beta_2 = 8,73°$

$i_0 = 0°$ $\qquad$ $\alpha_1 = -6,36°$

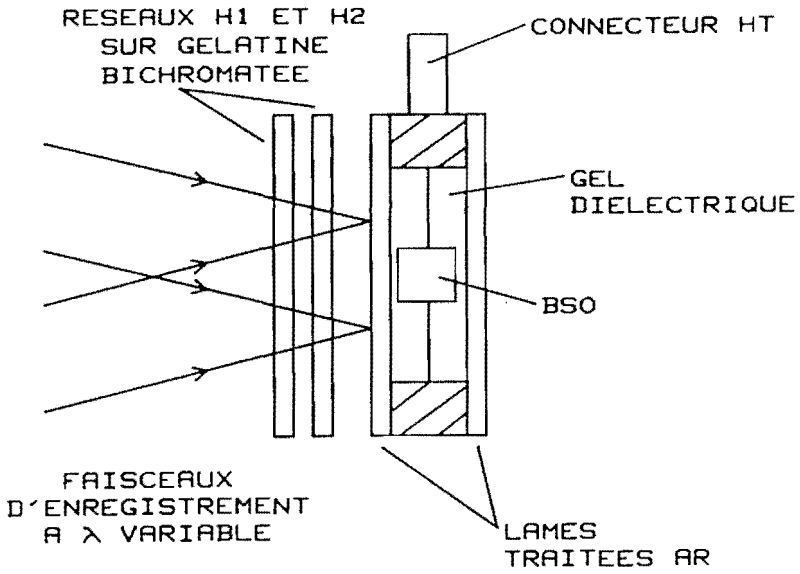


Figure I-12 : Réalisation d'une cellule élémentaire de déflexion.

$i_0' = 53,65°$

$P_1 = 0,3608\ \mu m$ $\qquad\qquad$ $\bar{\Lambda} = 1,01\ \mu m.$

La déflexion en sortie attendue pour un balayage en longueur d'onde de 30 nm est de 8,5°.

En fait le pas P_1 du réseau H_1 dont nous disposons est légèrement différent de celui ayant servi de base à nos calculs. Cependant nous étudierons tout de même cette configuration (en supposant $P_1 = 0,3608\ \mu m$) ce qui nous permettra de mettre en évidence la grande sensibilité de la cellule à une petite variation de P_1. Nous montrerons ensuite comment optimiser la cellule afin d'augmenter la déflexion en tenant compte de la valeur réelle de P_1.

1) Montage expérimental

Le montage expérimental est représenté sur la figure 13. Une ligne à retard sur une des voies d'écriture permet de rendre égaux les chemins optiques des deux faisceaux d'écriture.

Afin de maximiser l'efficacité du réseau disperseur H_1, la polarisation incidente est prise parallèle à ses strates (un gain de l'ordre de 20 % est obtenu lorsque l'on passe d'une polarisation perpendiculaire à une polarisation parallèle).

La face d'entrée du cristal et le réseau disperseur sont distants de 5 mm. Ceci permet de séparer les deux faisceaux de la voie 1, l'un transmis et l'autre diffracté, afin que seul ce dernier illumine le cristal.

Tous les angles d'enregistrement sont mesurés à mieux que 5' près par autocollimation.

2) Caractérisation expérimentale en supposant $P_1 = 0,3608\ \mu m$

Ainsi que nous l'avons signalé nous allons étudier cette cellule en supposant que le pas du réseau H_1 est de 0,3608 μm. Nous allons donc positionner expérimentalement H_1 de telle façon que pour $\bar{\lambda} = 555$ nm le faisceau d'écriture qu'il diffracte soit dans la direction attendue. Ce réglage correspond effectivement au maximum d'efficacité diffractée.

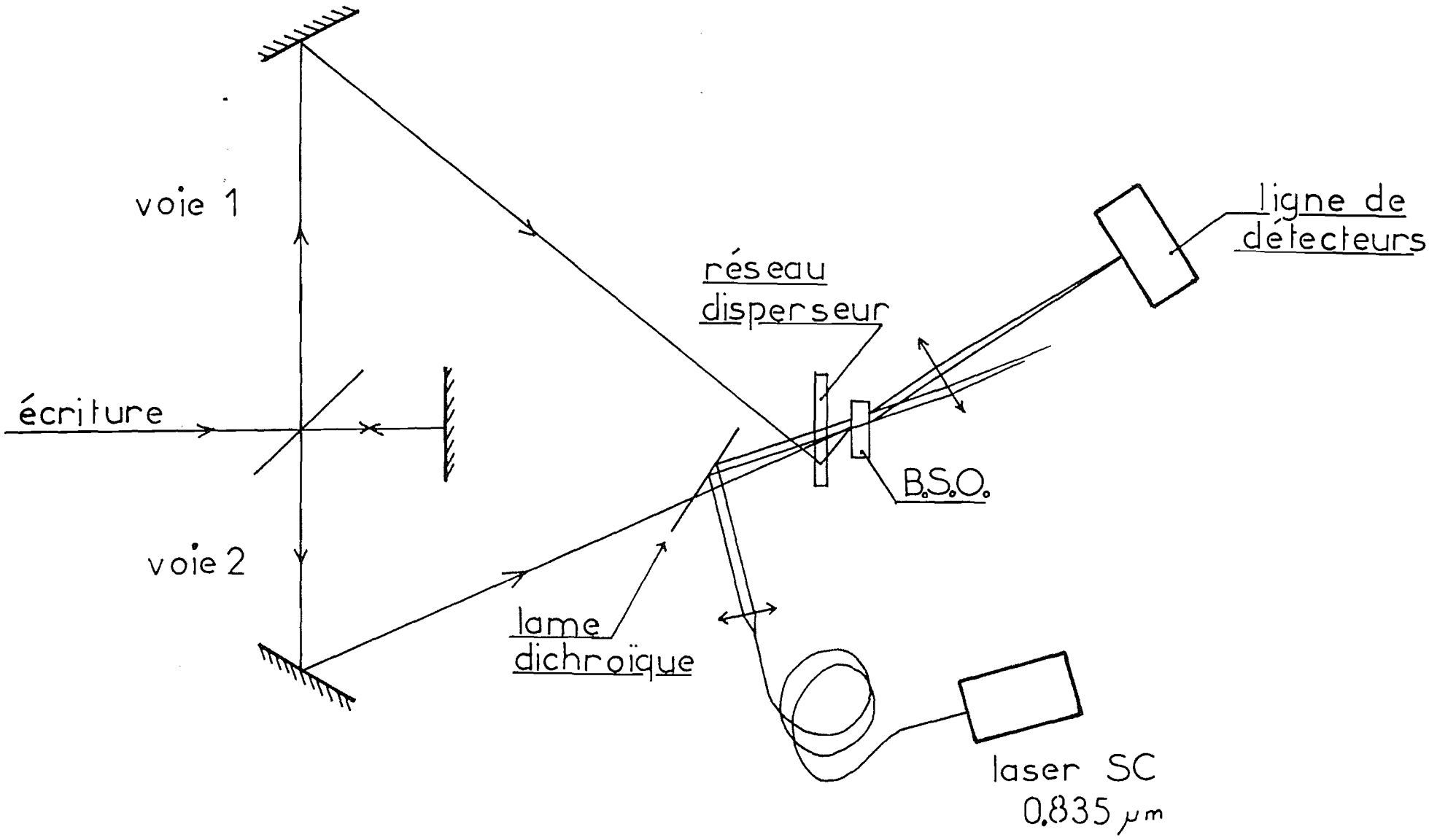


Figure I-13 : Montage expérimental de caractérisation des cellules de déflexion.

a) *Mesure de la déflexion*

La courbe théorique, représentée en trait plein sur la figure 14, a été calculée pour le montage effectivement réalisé. Pour cela, la dispersion par le réseau H_1 a été expérimentalement mesurée sur le montage et a été reportée dans les calculs. Une discusion portant sur l'influence d'une petite variation de P_1 sera faite par la suite. Nous constatons sur la figure 14 que les points expérimentaux confirment les prévisions.

b) *Mesure de l'efficacité de diffraction*

Les résultats expérimentaux sont rassemblés sur la figure 15. Les croix correspondent aux points expérimentaux. Cette efficacité est en fait le rapport :

- de l'efficacité de diffraction à la longueur d'onde λ de la cellule lorsque l'accord de Bragg est réalisé à la longueur d'onde moyenne de 555 nm,

- à l'efficacité de diffraction à la longueur d'onde λ de la cellule lorsque l'accord de Bragg est réalisé à la longueur d'onde λ.

Ceci nous permet de nous affranchir d'une chute d'efficacité qui ne serait pas propre à la cellule étudiée (telle que due aux fluctuations du laser à colorant). Il convient de remarquer que la chute d'efficacité apportée par la baisse du taux de modulation $m = \frac{2\sqrt{I_1 \cdot I_2}}{I_1 + I_2}$ par le biais du réseau disperseur sur gélatine est faible (m est de l'ordre de 90% sur le bord de la plage de longueur d'onde utilisable).

Nous remarquerons que la courbe expérimentale d'efficacité n'est pas centrée autour de $\bar{\lambda} = 550$ nm. Ceci provient du fait que le pas réel de H_1 est différent de 0,3608 µm. Pour le démontrer nous avons calculé la courbe d'efficacité du système en prenant pour P_1 le pas correspondant à la dispersion du réseau mesurée expérimentalement et en supposant que le réglage de ce réseau a été effectué de la façon décrite ci-dessus (c'est-à-dire que pour $\bar{\lambda} = 550$ µm nous avons amené le diffracté dans la position qu'il devrait oc-

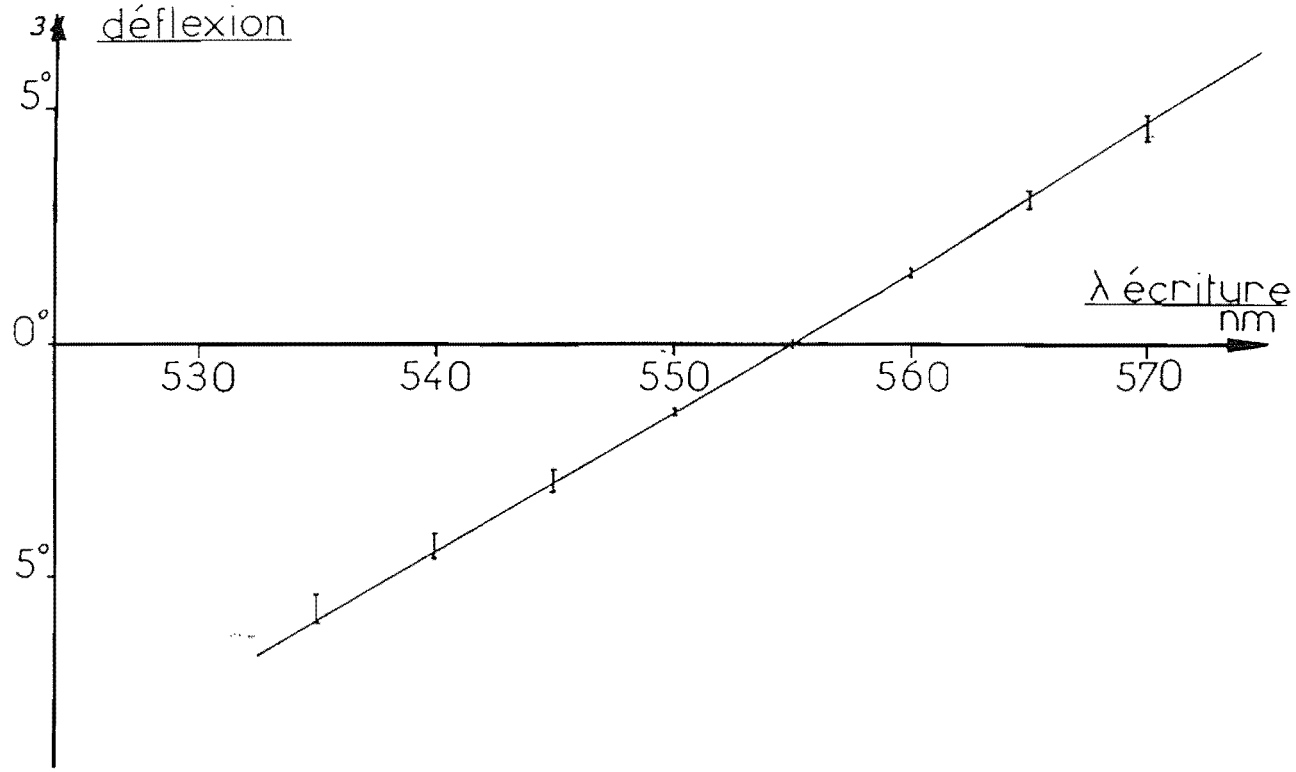


Figure I-14 : Courbe de déflexion en fonction de la longueur d'onde d'écriture et mesures expérimentales.

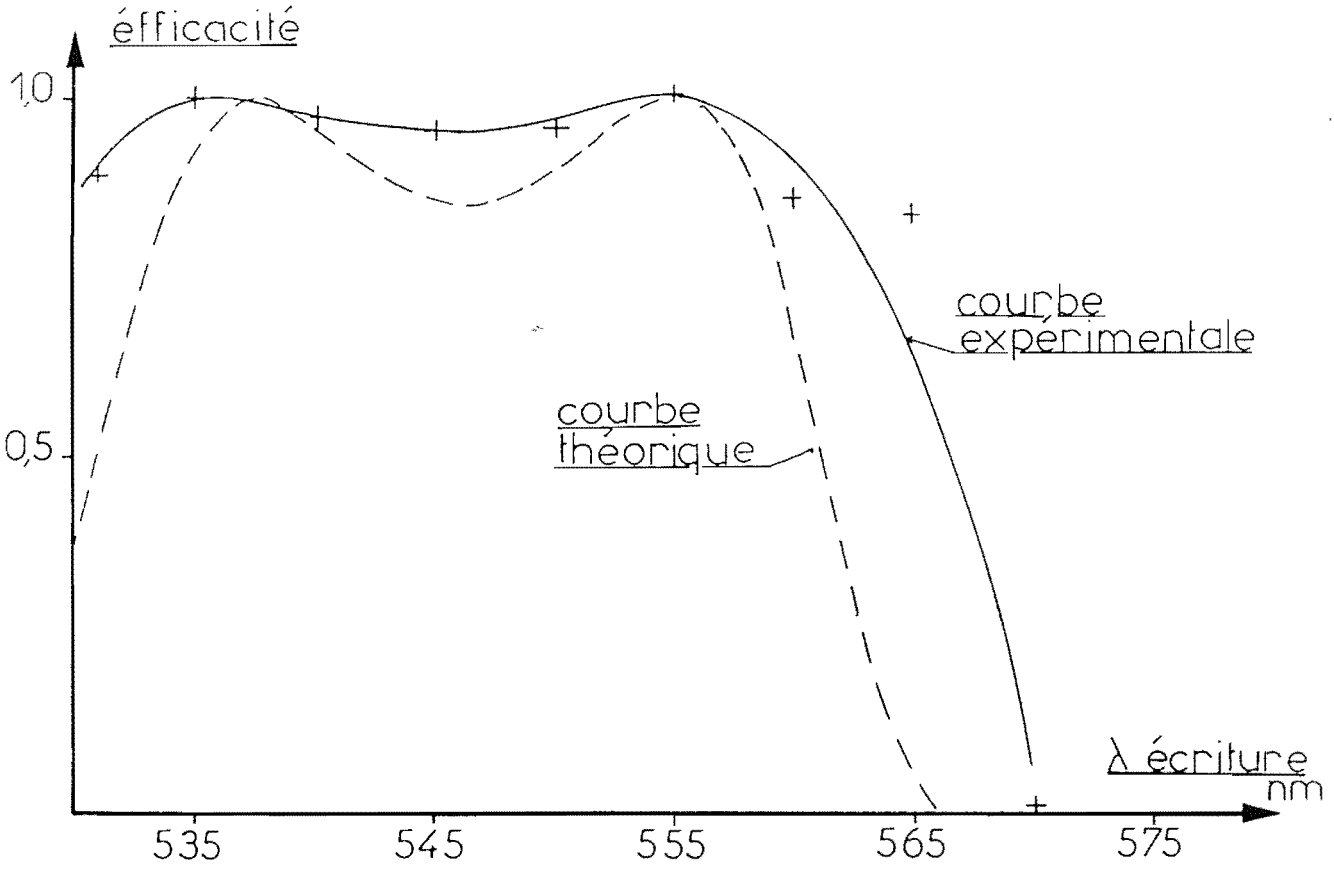


Figure I-15 : Courbes théorique et expérimentale de l'efficacité de diffraction en fonction de la longueur d'onde.

cuper si le pas P_1 était de 0,3608 μm). Nous constatons que la courbe théorique (figure 15) est de même que la courbe expérimentale centrée autour de λ = 545 nm . Cependant la courbe théorique est légèrement plus étroite que la courbe expérimentale. Ceci provient de ce que la divergence du faisceau de lecture utilisé est inférieure à, ou de l'ordre de, 0,5 mrd. Cette divergence n'est pas négligeable devant la sélectivité de Bragg du cristal (qui est ici de 1 mrd pour une épaisseur de 2,74 mm et un pas photoinduit de 1 μm) ce qui conduit à un élargissement de la courbe d'efficacité.

c) *Mesure de l'écart à Bragg*

Les résultats théoriques et expérimentaux sont reportées dans le tableau suivant :

λ_{nm}	531	535	540	545	550	555	560	565	570
$\Delta\theta_{th}$	-1,5'	-0,5'	0,5'	0,5'	0,5'	0'	-1'	-3'	-5'
$\Delta\theta_{exp}$	0,5'	0'	0,5'	1'	1'	0'	-1'	-1'	-3'

Nous avons donc la confirmation qu'il existe deux longueurs d'onde d'écriture pour lesquelles l'accord de Bragg est vérifié ainsi que l'on peut le voir sur la figure 15. Le désaccord entre $\Delta\theta_{th}$ et $\Delta\theta_{exp}$ pour les grandes longueurs d'onde peut venir du fait que la dispersion par le réseau P_1 n'est pas mesurée avec suffisamment de précision.

d) *Mesure absolue de l'efficacité de diffraction*

Les mesures sont faites à 555 nm. A cette longueur d'onde, afin d'avoir un taux de modulation m égal à 1, nous avons interposé sur la voie d'écriture 1 une densité optique.

L'efficacité mesurée sans champ électrique appliqué est de : $\eta \simeq 10^{-3}$. Cette efficacité, bien que faible, peut-être augmentée d'un ordre de grandeur si l'on utilise une configuration fonctionnant avec un pas photoinduit de quelques microns. Un champ électrique appliqué au cristal est alors nécessaire. Une telle cellule de déflexion utilisant deux réseaux disperseurs a également été testée. Par soucis de clarté les résultats de cette étude sont donnés dans l'annexe A.

3) Etude de l'influence du pas P_1 du réseau H_1

La procédure de réglage du réseau P_1 a été la suivante :

- détermination de l'incidence du faisceau d'écriture 1 sur le support de verre du réseau holographique H_1,

- puis en tournant le support du réseau H_1, nous avons amené le diffracté du faisceau d'écriture dans la position attendue (en supposant $P_1 = 0,3608$ µm).

Cette procédure est extrêmement sensible à une faible variation du pas P_1. Nous avons en effet la relation :

$$\sin\delta_1 - \sin\gamma_1 = -\frac{\lambda}{P_1}$$

Pour $\lambda = 550$ nm nous nous sommes imposés d'être à l'angle de Bragg pour le faisceau d'écriture (en supposant $P_1 = 0,3608$ µm), ce qui impose :

$$\sin\gamma_1 + \sin(2C - \gamma_1) = \frac{\lambda}{P_1}$$

avec C tel que :

$$\sin C = \frac{\lambda}{2P_1} \qquad \begin{cases} \lambda = 0,555\ \mu m \\ P_1 = 0,3608\ \mu m \end{cases}$$

La dispersion par le réseau H_1 est donc :

$$\left.\frac{d\gamma_1}{d\lambda}\right|_{555\ nm} = \frac{1}{P_1 \cos\gamma_1} \quad \text{avec } \gamma_1 \text{ calculé à 555 nm.}$$

Ainsi même si P_1 varie très peu, $\cos(\gamma_1)$ peut varier suffisamment pour entraîner des différences importantes sur la dispersion.

Par exemple si $P_1 = 0,3608$ µm, nous trouvons :

$$\gamma_1 = C = 50,28°$$

Soit $\left.\frac{d\gamma_1}{d\lambda}\right|_{555\ nm} = 4,34$ rd/µm

Par contre si $P_1 = 0,3613$ µm (soit $\frac{\Delta P_1}{P_1} = 10^{-3}$) et que le réglage est effectué pour $P_1 = 0,3613$ µm, nous trouvons :

$$50,28° = C \neq Y_1 = 47,95° \text{ ou } 52,61°$$

soit : $\left.\frac{dY_1}{d\lambda}\right|_{555\ nm} = 4,14$ rd/µm ou 4,56 rd/µm

Ainsi une erreur de 1 % sur P_1 entraîne une variation de 5 % sur $\left.\frac{dY_1}{d\lambda}\right|_{555\ nm}$ si l'on utilise cette procédure de réglage. C'est la raison pour laquelle la configuration testée bien que prévue pour fonctionner à une longueur d'onde moyenne d'écriture de 555 nm fonctionne en fait au voisinage de 545 nm.

Plusieurs solutions peuvent être retenues pour s'affranchir d'une telle sensibilité sur la précision de P_1.

La première consiste, lors du réglage du réseau H_1, à se placer à l'angle de Bragg pour le pas réel de ce réseau (par exemple en recherchant le minimum de déviation). Ainsi pour l'exemple cité plus haut, nous aurons alors :

$$\left.\frac{dY_1}{d\lambda}\right|_{555\ nm} = \frac{1}{P_1 \cos C_1}$$ (avec C_1 angle de Bragg pour le pas P_1)

ce qui donne : $C_1 = Y_1 = 50,22°$ si $P_1 = 0,3611$ µm

$$\left.\frac{dY_1}{d\lambda}\right|_{555} = 4,33 \text{ rd/µm}$$

Ainsi une erreur de 1 % sur P_1 n'entraînera plus qu'une variation de 2 % sur la dispersion ce qui sera alors sans effet sensible sur les courbes d'efficacité et de déflexion propres à cette configuration.

La seconde consiste, connnaissant la dispersion effective due au réseau H_1 à calculer à nouveau l'ensemble de la configuration.

La troisième enfin, procède d'une démarche plus expérimentale. Nous montrerons qu'il est possible, en faisant varier un seul des paramètres du montage (par exemple l'angle d'incidence du faisceau d'écriture non dispersé) de recentrer la courbe d'efficacité en fonction de la longueur d'onde, et ceci sans changer de façon significative la courbe de déflexion.

4) Modifications de la courbe d'efficacité

a) *Recentrage de la courbe d'efficacité par changement de la configuration*

Compte tenu de la dispersion de H_1, nous avons recalculé l'ensemble de la configuration afin de recentrer la courbe d'efficacité sur 550 nm .

Les paramètres de cette nouvelle configuration sont les suivants :

$\beta_1 = 58,47°$ $\qquad$ $\beta_2 = 8,42°$

$i_0 = 0$ $\qquad$ $\alpha_1 = 8,08°$

$i_0' = 51,70°$ $\qquad$ $\Lambda = 1,04\ \mu m$

Les courbes d'efficacités théorique et expérimentale sont représentées sur la figure 16. Nous avons donc pu réaliser, ainsi que prévu, une configuration centrée sur 550 nm. Tout autre choix de longueur d'onde d'écriture moyenne pourrait convenir. Par contre, la courbe de déflexion n'a presque pas changé : à 556 nm la déflexion vaut 51,70° au lieu de 53,65° et la pente vaut 0,273°/nm au lieu de 0,280°/nm. Le changement le plus important est donc un décalage de l'origine de cette courbe d'environ 2°.

b) *Déplacement de la courbe d'efficacité par changement d'un seul paramètre*

Le but de ce paragraphe est de montrer que l'on peut expérimentalement recentrer de façon très simple la courbe d'efficacité en jouant sur un paramètre.

Nous avons ici choisi de faire varier l'angle β_2 d'incidence du faisceau non dispersé. A partir de la configuration précédente nous avons tracé deux courbes d'efficacité, l'une pour $\beta_2 = 6,42°$ (figure 17) l'autre pour $\beta_2 = 10,42°$ (figure 18).

Pour $\beta_2 = 6,42°$, la courbe glisse vers les courtes longueurs d'onde d'écriture, et pour $\beta_2 = 10,42°$ vers les grandes longueurs d'onde.

Il convient de remarquer ici encore que la courbe de déflexion n'a presque pas changé.

	$\beta_2 = 6,42°$	$\beta_2 = 8,42°$	$\beta_2 = 10,42°$
angle de sortie à 555 nm	52,09°	51,70°	50,49°
pente en °/nm	0,270	0,273	0,277

Pour chaque mesure (figures 16, 17, 18), le faisceau de lecture a été positionné afin d'être à l'angle de Bragg pour la longueur d'onde de 555 nm.

c) *Elargissement de la courbe d'efficacité*

Ainsi qu'il a été souligné au paragraphe I.2.3.5 il est possible de choisir un léger désaccord à l'angle de Bragg pour le faisceau de lecture à la longueur d'onde moyenne afin d'élargir la courbe d'efficacité. Nous l'avons montré en utilisant la configuration de la figure 16 en décalant le faisceau de lecture de 1 minute par rapport à la position d'accord de Bragg à 550 nm. Les résultats théoriques et expérimentaux sont reportés sur la figure 19 (à comparer à la figure 16). De même, les écarts à Bragg mesurés expérimentalement sont rappelés dans le tableau suivant :

λ écriture (nm)	$\Delta\theta_b$ (figure 16)	$\Delta\theta_b$ (figure 19)
532	-2,0'	-1,0'
535	-1,5'	-0,5'
540	0,0'	0,0'
545	0,0'	1,0'
550	0,0'	1,0'
555	0,0'	1,0'
560	-1,0'	0,0'
565	-1,5'	-0,5'
570	-2,0'	-1,0'

Le choix d'un écart à Bragg de 1 minute permet donc d'élargir significativement la courbe d'efficacité en fonction de la longueur d'onde; un balayage en longueur d'onde d'écriture de plus de 50 nm est obtenu, ce qui correspond à une déflexion de l'ordre de 14,6°.

5) Nombre de points adressables par une cellule

Afin de mesurer le nombre de points adressables par cette cellule élémentaire, nous avons focalisé le faisceau défléchi au foyer d'une lentille de focale 10 cm, foyer

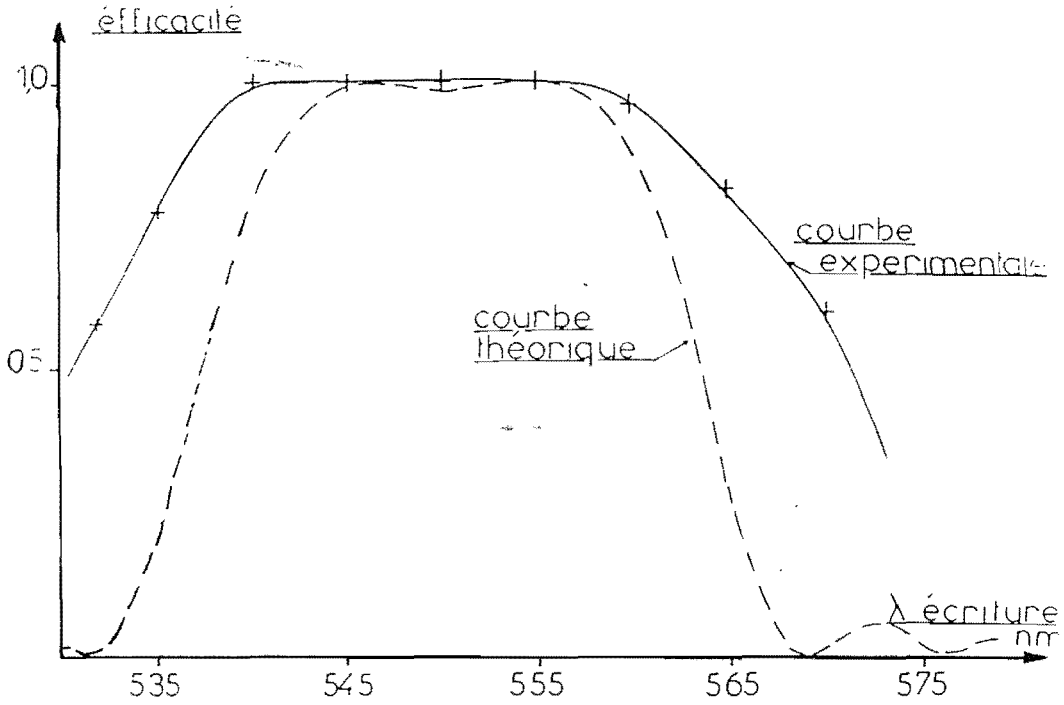


Figure I-16 : Courbes théoriques et expérimentales d'efficacité de diffraction en fonction de la longueur d'onde après centrage autour de la longueur d'onde moyenne.

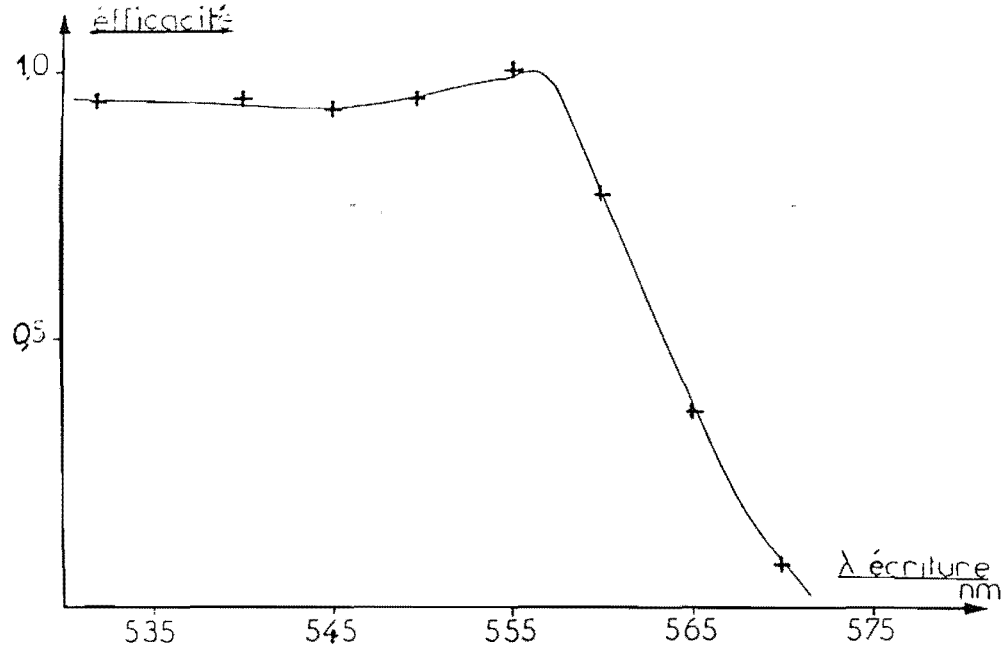


Figure I-17 : Déplacement de la courbe d'efficacité vers les courtes longueurs d'onde obtenu en diminuant l'angle d'incidence d'un faisceau de lecture.

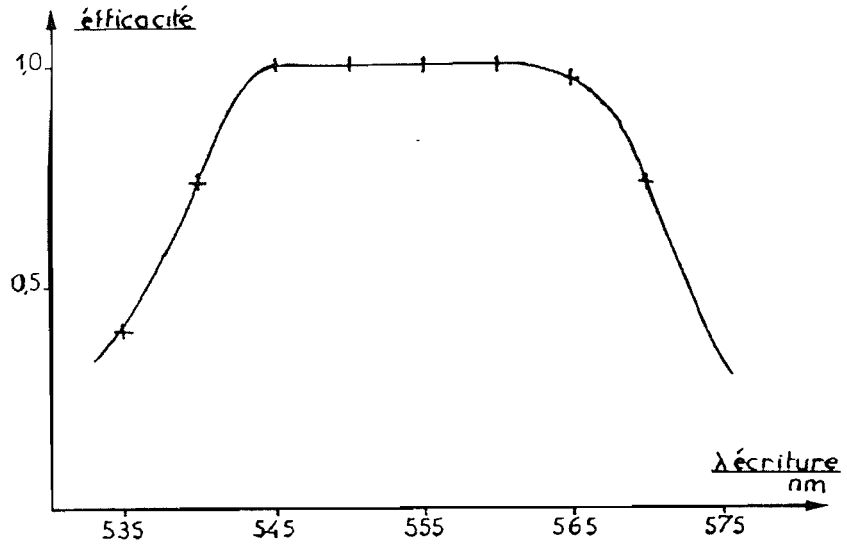


Figure I-18 : Déplacement de la courbe d'efficacité vers les grandes longueurs d'onde obtenu en augmentant l'angle d'incidence d'un faisceau de lecture.

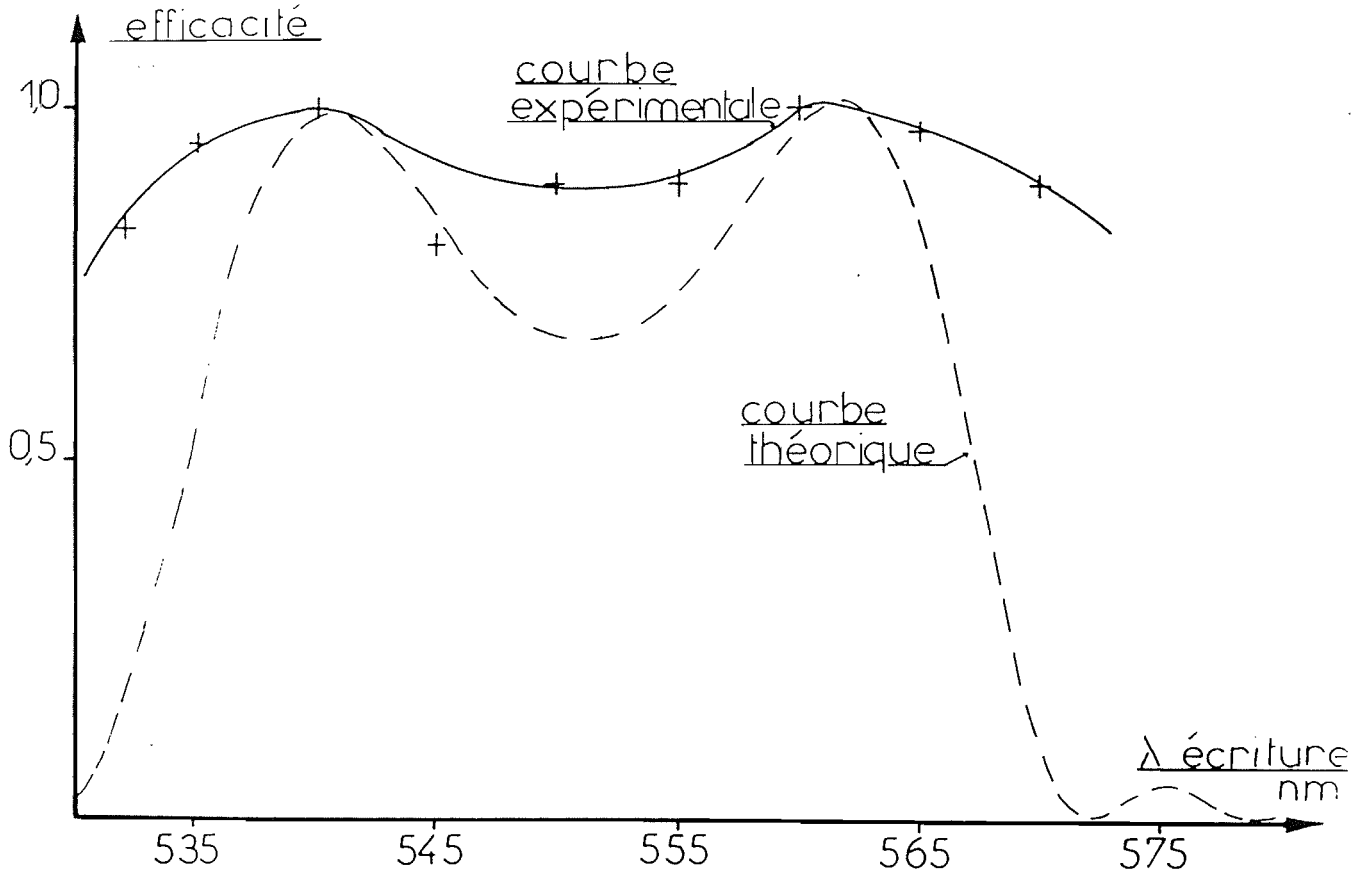


Figure I-19 : Elargissement de la courbe d'efficacité en choisissant un désaccord à l'angle de Bragg pour la longueur d'onde centrale.

dans le plan duquel nous avons placé une barrette de photodétecteurs.

La divergence à mi-hauteur du faisceau diffracté est inférieure au milliradian (celle-ci est supérieure à la divergence du faisceau incident car l'angle d'émergence (53°) est supérieur à l'angle d'incidence (0°)). Ainsi, compte tenu d'une possibilité de déflexion totale de 14,6° il est possible d'adresser plus de 200 directions différentes (selon le critère de Rayleigh).

Sur la photographie de la figure 20 nous avons enregistré quatre faisceaux obtenus par diffraction sur quatre réseaux photoinduits à différentes longueurs d'onde. Les deux pics centraux correspondent à des longueurs d'onde d'écriture séparées de 1 nm.

I.4 Etude théorique d'une cellule de déflexion bidimensionnelle.

Dans les paragraphes suivants nous allons montrer comment défléchir un faisceau infrarouge de façon bidimensionnelle ; deux techniques sont proposées. La première, exposée au paragraphe I.4.1, utilise deux cellules de déflexion unidimensionnelle en cascade. La seconde, présentée au paragraphe I.4.2, n'utilise qu'un seul cristal photoréfractif mais nécessite pour chaque direction de l'espace un dispositif de commande différent (la longueur d'onde d'écriture et un dispositif mécanique ou électooptique).

I.4.1 Adressage bidimensionnel par croisement de deux cellules élementaires

1) Principe

Ainsi qu'il a été démontré dans ce qui précède, une cellule élémentaire de commutation permet de défléchir un faisceau infrarouge de façon unidimensionnelle. En disposant successivement deux hologrammes dynamiques perpendiculaires l'un à l'autre sur le trajet du faisceau, on pourra donc le défléchir vers un point du plan de détection.

2) Mode de fonctionnement des deux cellules élémentaires.

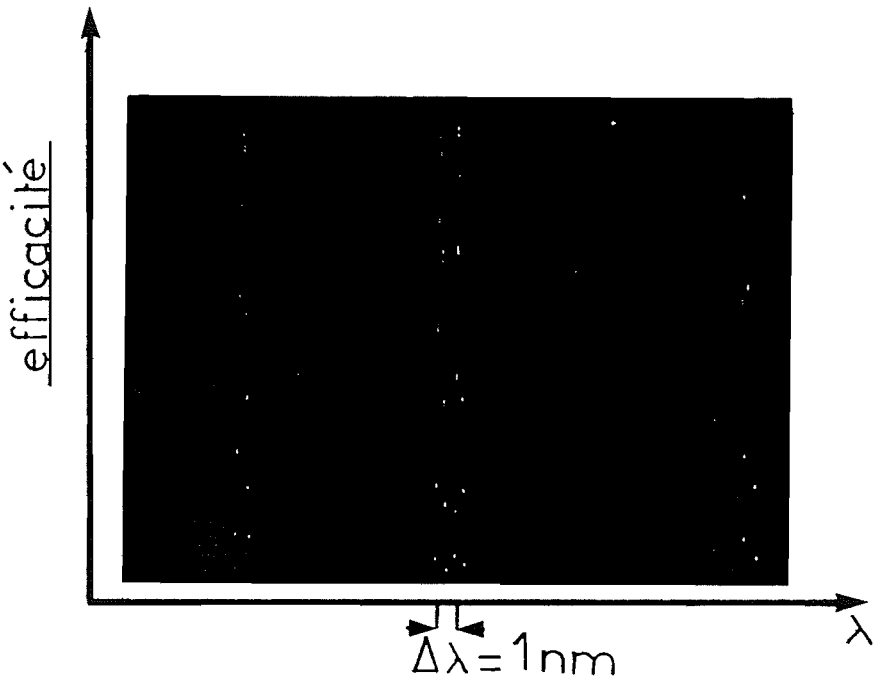


Figure I-20 : Enregistrements consécutifs de quatre faisceaux diffractés pour quatre longueurs d'onde différentes.

Considérons par exemple une onde plane infrarouge de vecteur d'onde $\vec{k}_0$ incidente dans le plan Oyz (figure 21). Si, sur son trajet se trouve une cellule de BSO ayant un réseau holographique enregistré de vecteur d'onde $\vec{k}_{R1}$ contenu dans ce même plan Oyz, alors l'onde diffractée possède un vecteur d'onde $\vec{k}'_0 = \vec{k}_0 - \vec{k}_{R1}$ également contenu dans ce plan. Etant donné que le vecteur $\vec{k}_0$ est fixe, le mode de fonctionnement de cette cellule est celui décrit dans les précédents paragraphes.

Faisons alors diffracter le vecteur d'onde $\vec{k}'_0$ par un second réseau holographique dynamique $\vec{k}_{R2}$ contenu dans le plan 0'x'z'. L'onde infrarouge émergente aura alors comme vecteur d'onde :

$$\vec{k}''_0 = \vec{k}'_0 - \vec{k}_{R2}$$

$$= \vec{k}_0 - (\vec{k}_{R1} + \vec{k}_{R2})$$

et la déflexion obtenue sera bidimensionnelle.

Le vecteur $\vec{k}'_0$ ayant une orientation variable, nous ne pouvons pas appliquer directement les résultats théoriques et expérimentaux précédemment obtenus afin de prédire les caractéristiques de cette seconde diffraction. Cependant, nous avons déjà constaté que la théorie des ondes couplées de Kogelnik s'appliquait à l'étude de la déflexion unidimensionnelle. Nous avons en particulier vérifié expérimentalement que l'efficacité relative de diffraction dépendait du désaccord à l'angle de Bragg (voir par exemple les résultats de l'annexe A).Pour cette raison, nous allons nous servir de la même théorie pour prédire l'efficacité de diffraction relative d'une telle cellule, ainsi que la déflexion obtenue.

3) Calcul de la déflexion obtenue en sortie de la cellule n° 2

Considérons la figure 22. La face d'entrée du cristal est le plan 0'x'y'. L'onde infrarouge incidente $\vec{R}$ supposée plane possède à l'intérieur du cristal un vecteur d'onde de coordonnées :

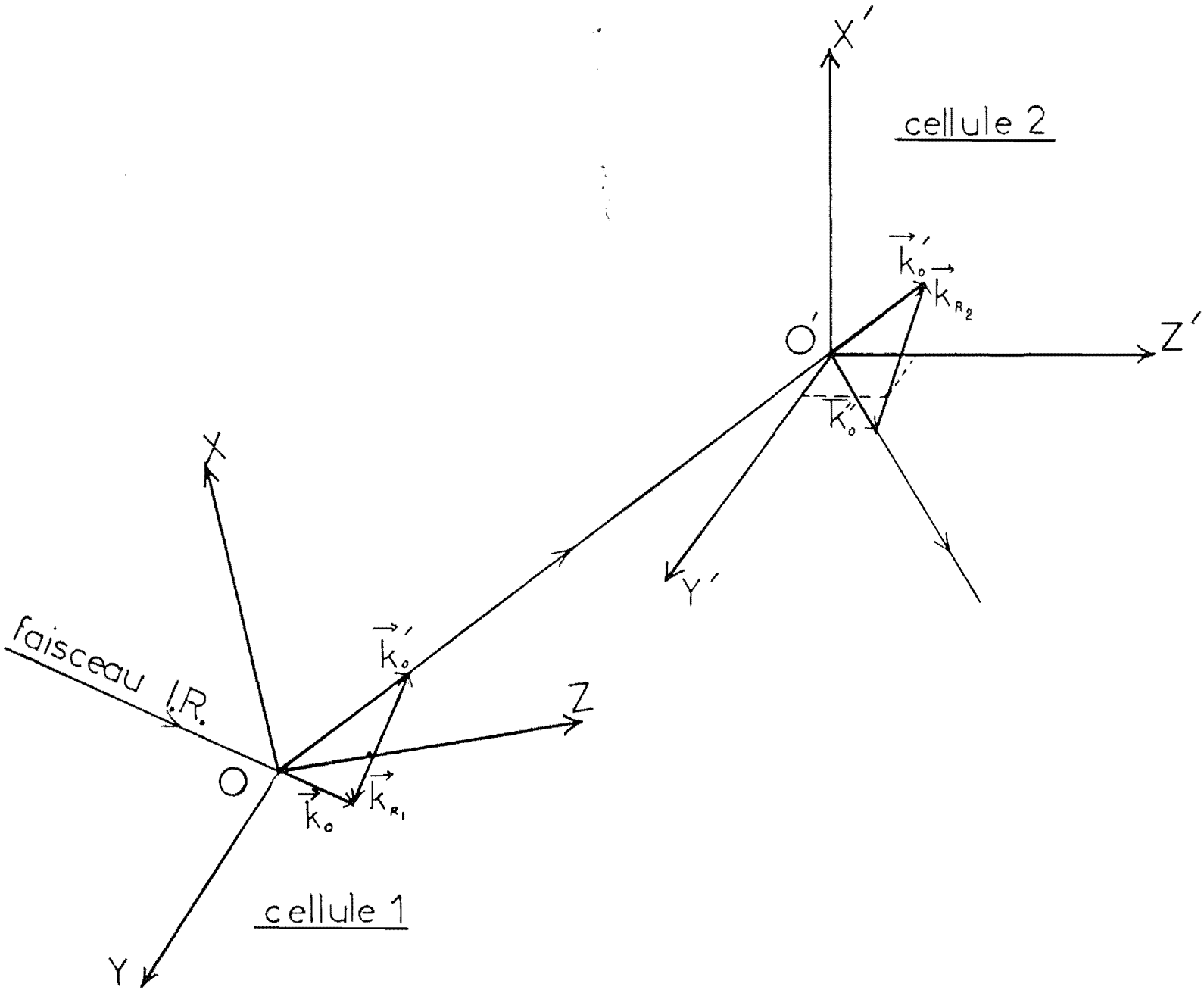


Figure I-21 : Disposition de deux cellules élémentaires permettant une déflexion bidimensionnelle.

$$\vec{k'}_0 = D \begin{vmatrix} \sin G \\ \cos G \sin \Phi \\ \cos G \cos \Phi \end{vmatrix}$$

avec :

$$D = \frac{2\pi n_0}{\lambda_0}$$

où λ_0 est la longueur d'onde dans le vide,
n_0 est l'indice du cristal pour λ_0.

A l'extérieur du cristal, ce même vecteur d'onde est (figure 23) :

$$\vec{k}_{0,e} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \begin{vmatrix} \sin i_0 \\ \cos i_0 \sin \Phi \\ \cos i_0 \cos \Phi \end{vmatrix}$$

avec i_0 fixe pour une cellule donnée et Φ variable, dépendant de la cellule n°1 assurant la déflexion suivant O'y'.

Les angles i_0 , Φ étant reliés aux angles G et Φ par les relations de Descartes :

$$n_0 \sin G = \sin i_0 \qquad (30)$$

$$n_0 \cos G_0 \sin \Phi = \cos i_0 \sin \Phi \quad . \qquad (31)$$

Cette onde est diffractée à l'intérieur du cristal par un réseau photoréfractif de pas Λ et de vecteur d'onde :

$$\vec{k}_{R_2} = K \begin{vmatrix} \cos Q \\ 0 \\ \sin Q \end{vmatrix} \quad \text{avec } K = \frac{2\pi}{\Lambda}$$

ce qui va assurer la déflexion suivant O'x'. Une onde diffractée S de vecteur d'onde $\vec{k}''_0$ (pris à l'intérieur du cristal) est alors engendrée :

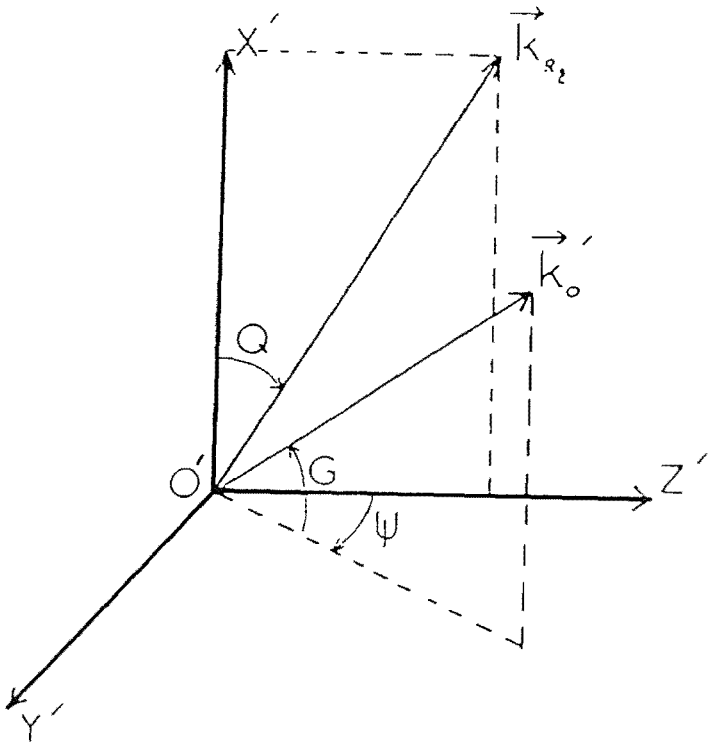


Figure I-22

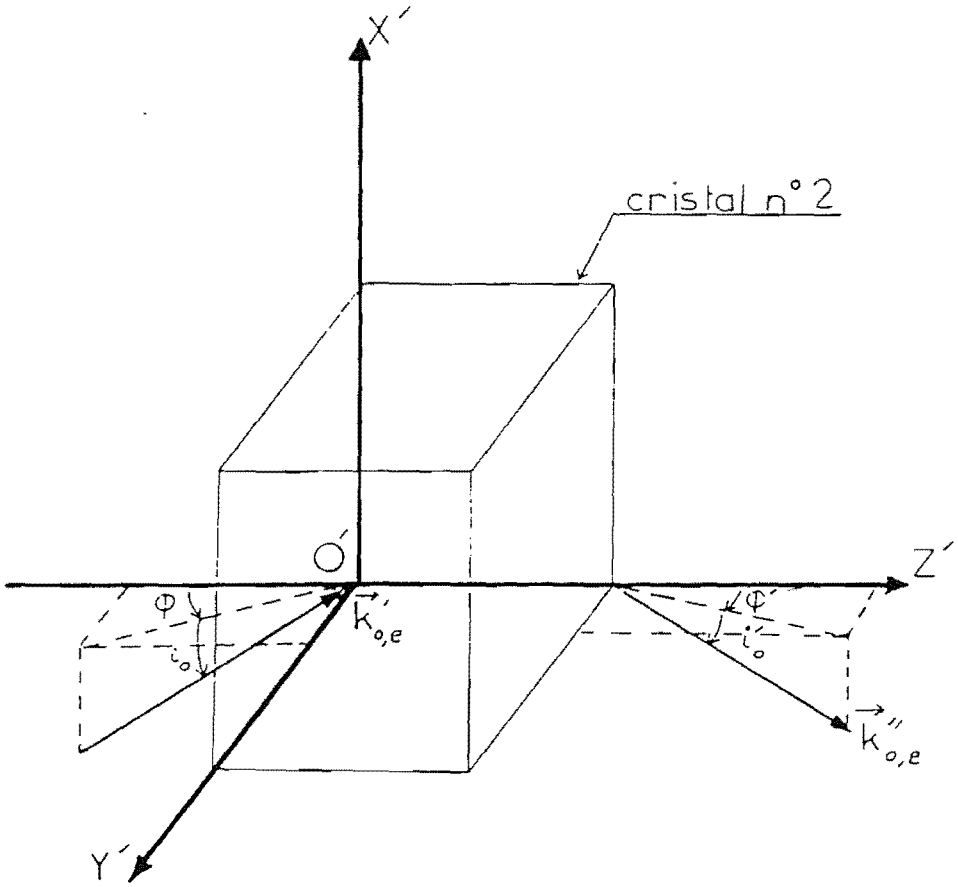


Figure I-23

$$\vec{k'}_0 = \vec{k'}_0 - \vec{k}_{R_2} = D \begin{cases} \sin G - \frac{K}{D} \cos Q \\ \cos G \sin \Phi \\ \cos G \cos \Phi - \frac{K}{D} \sin Q \end{cases} .$$

A la sortie du cristal, ce même vecteur d'onde est:

$$\vec{k''}_{oe} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \begin{vmatrix} \sin i'_0 \\ \cos i'_0 \sin \Phi' \\ \cos i'_0 \cos \Phi' \end{vmatrix} .$$

Avec les relations de Descartes reliant i'_0, Φ' à Φ et Q on déduit :

$$n_0 \left(\sin G - \frac{K}{D} \cos Q \right) = \sin i'_0 \qquad (32)$$

$$n_0 \cos G \sin \Phi = \cos i'_0 \sin \Phi' \qquad (33)$$

Si nous comparons maintenant les relations (30), (31), (32) et (33), nous obtenons :

$$\sin i_0 - \frac{n_0 K}{D} \cos Q = \sin i'_0 \qquad (34)$$

$$\cos i'_0 \sin \Phi' = \cos i_0 \sin \Phi \qquad (35)$$

De la relation (34) nous déduisons que l'angle i'_0 de déflexion ne dépend que de la cellule n° 2. Par contre l'angle Φ' donné par la relation (35) dépend en général à la fois de la cellule n°1 (par l'intermédiaire de Φ) et de la cellule n°2 (par l'intermédiaire de i'_0). Ce phénomène est représenté sur la figure 24. Pour une longueur d'onde $\lambda_{1,i}$ d'écriture donnée sur la cellule n°1, nous nous imposons l'angle Φ. Nous voyons alors que si nous balayons $\lambda_{2,j}$ (longueur d'écriture de la cellule n°2) nous faisons à la fois changer i'_0 et Φ'.

A l'aide de la relation (35), nous pouvons avoir un ordre de grandeur de cette variation :

$$\delta i'_0 \frac{\sin i'_0 \sin \Phi'}{\cos \Phi' \cos i_0} \simeq \delta \Phi' .$$

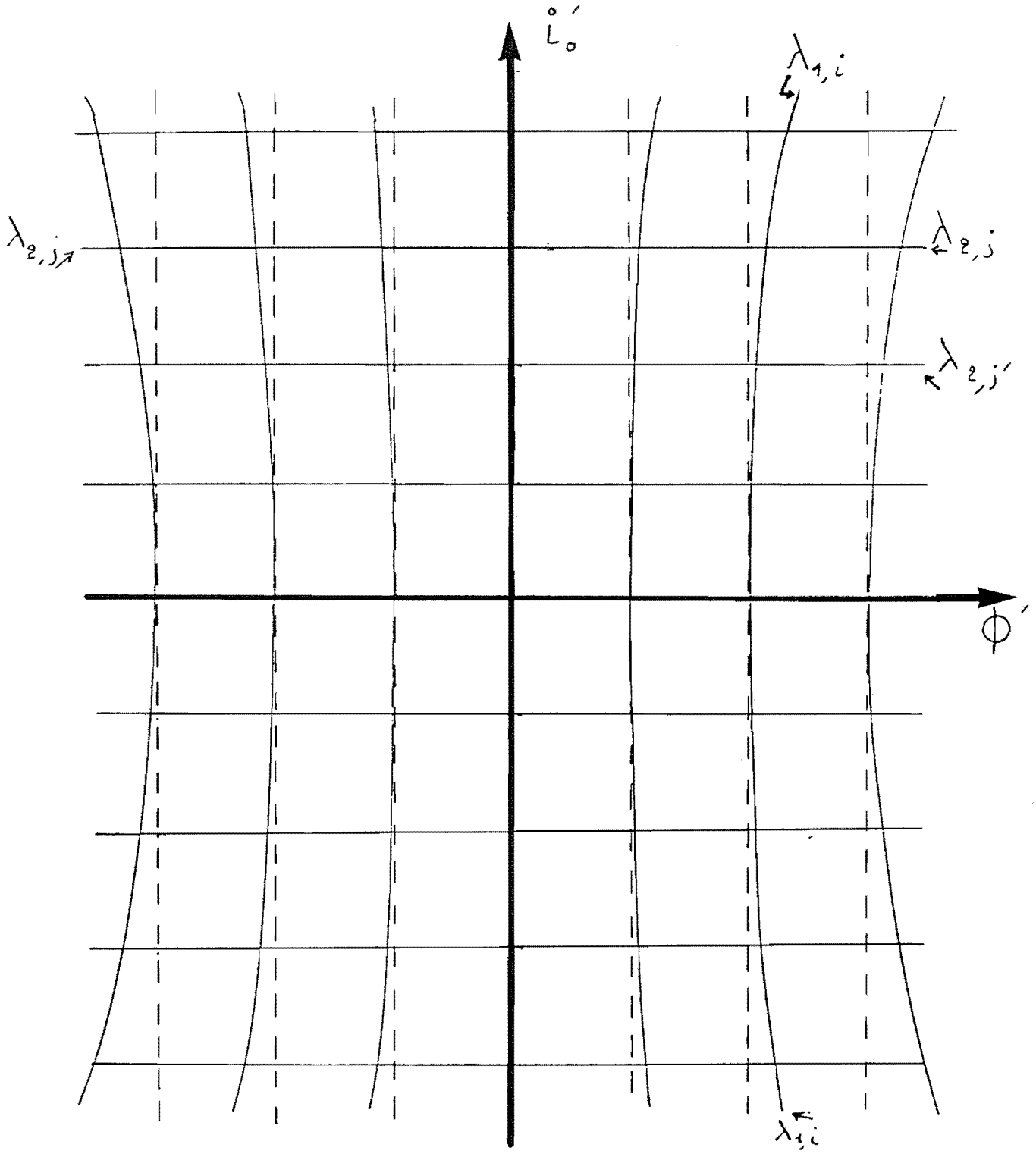


Figure I-24 : Réseau de courbes de déflexion bidimensionnelle en fonction des deux longueurs d'onde d'écriture.

Prenons pour exemple, la configuration à un seul réseau disperseur déjà étudiée (paragraphe I.3.2) où l'on avait :

$$i_0' \simeq 53° \quad ,$$

nous trouvons :

$$\delta\Phi \simeq \text{tg } \Phi' \times 1,3\ \delta i_0' \quad .$$

Si nous espérons obtenir des déflexions suivant i_0' et Φ de $\pm$ 4°, dans le cas le plus défavorable nous avons :

$$\delta\Phi' \simeq 0,4° \quad \text{pour} \quad \delta i_0' = 4° \quad .$$

Ainsi, en employant une telle configuration (angle i_0' élevé), il devient nécessaire de faire des corrections :

- soit, pour chaque valeur de λ_2, modifier λ_1 pour obtenir un angle Φ' donné,

- soit de disposer les détecteurs où fibres réceptrices suivant un réseau tel que celui de la figure 24.

Une dernière solution consiste au moment du choix de la configuration de la cellule n°2 à prendre $i_0' \simeq 0$.

Ainsi, si nous désirons une déflexion voisine de ($\pm$ 4°) x ($\pm$ 4°) nous obtenons :

$$\delta\Phi' < (\text{tg } 4°).\ (\text{tg } 4°)\ .\ 4° \simeq 0,02°$$

ce qui rendra inutile toute correction ultérieure (sur λ_1 ou sur le plan de détection).

4) Calcul de la "mesure du déphasage" à l'angle de Bragg de la cellule n° 2.

Si nous supposons le cristal faiblement biréfringent (ce qui est le cas du BSO même sous champ extérieur appliqué), alors nous pouvons négliger les termes $\text{div}(\vec{R} + \vec{S})$ dans l'équation de propagation de l'onde. Ceci permet de retouver les équations des ondes couplées de Kogelnik [5] pour un milieu non absorbant, à savoir :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 R}{\partial Z^2} - 2\,j\,\dfrac{\partial R}{\partial Z}\,D\cos G\cos\phi = -2\,\alpha\,S \\ \dfrac{\partial^2 S}{\partial Z^2} - 2j\,\dfrac{\partial S}{\partial Z}\,D\,(\cos G\cos\phi - \dfrac{K}{D}\sin Q) + (D^2 - |k''_0|^2)S = -2\alpha R \end{cases}$$

Avec une constante de couplage α qui dépend de la polarisation de l'onde R, du matériau et de l'homogénéité du réseau photoinduit.

En négligeant les termes en dérivée seconde, nous obtenons alors :

$$\begin{cases} C_R\,\dfrac{\partial R}{\partial Z} = -j\,\alpha\,S \\ C_S\,\dfrac{\partial S}{\partial Z} + j\,v\,S = -j\,\alpha\,R \end{cases}$$

avec :

$$C_R = \cos G\cos\phi$$

$$C_S = \cos G\cos\phi - \frac{K}{D}\sin Q$$

$$v = \frac{D}{2}\left\{\frac{K^2}{D^2} - \frac{2K}{D}\left[\sin(G+Q) + \sin Q\cos G\,(\cos(\phi) - 1)\right]\right\}$$

v n'est autre que "la mesure du déphasage" à l'accord de Bragg.

Soit G_B, la valeur que l'angle G devrait avoir pour que le faisceau incident soit à l'angle de Bragg sur le réseau lorsque $\phi = 0$. Si l'on suppose $G \simeq G_B$,

$$v = K\left[(G_B - G)\cos(G_B + Q) + (1-\cos\phi)\sin Q\cos G\right]$$

$$= v_{/\!/} + v_{\perp}$$

avec :

$$v_{/\!/} = K\,(G_B - G)\cos(G_B + Q)$$

$$v_{\perp} = K(1 - \cos\phi)\sin Q\cos G$$

Optimiser l'efficacité de diffraction de la cellule revient à minimiser v. En particulier, il faut minimiser la

valeur de v pour $\psi = 0$, c'est-à-dire la valeur $v_{/\!/}$. Cette optimisation ayant été traitée dans les paragraphes précédents, seule reste à considérer l'influence de $v_{\perp}$.

5) Optimisation de la cellule n° 2

Si aucune précaution n'est apportée dans le choix de la cellule n°2, $v_{\perp}$ peut croître de façon trop importante avec l'angle ψ. Par exemple, pour la configuration à un réseau disperseur citée plus haut, nous avons représenté sur la figure 25 les courbes d'efficacité en fonction de la longueur d'onde d'écriture et de différents angles Φ. L'épaisseur du cristal est prise égale à e = 2 mm .

Lorsque l'angle Φ passe de 0 à $\pm$ 5°, la déflexion que l'on peut atteindre en gardant une efficacité relative de plus de 50 % chute de 30 %. Il est donc nécessaire au moment du choix de la cellule n°2 de prendre une configuration peu sensible à $v_{\perp}$, grâce soit à une sélectivité de Bragg faible (utilisation de grands pas photoinduits) soit parce que $v_{\perp}$ restera elle-même faible (en choisissant par exemple Q voisin de 0°).

6) Estimations des performances d'un système bidimensionnel

Les cellules n°1 et n°2 sont choisies identiques. Nous nous imposons pour ce choix : $i_0' \simeq 0°$, $v_{\perp}$ faible devant la sélectivité de Bragg. La configuration choisie est la suivante (configuration à deux réseaux disperseurs et X > 0, voir annexe A) :

- pas moyen du réseau photoinduit : 5 μm
- incidence $i_0 = 10°$
- épaisseur du cristal : e= 2,74 mm
- pas du réseau disperseur 1 : $P_1 = 1,5$ μm
- pas du réseau disperseur 2 : $P_2 = 0,5$ μm

Sur la figure 26, nous avons représenté les efficacités de diffraction de la cellule n° 2 pour deux valeurs de l'angle Φ ($\Phi = 0°$ et $\Phi = 10°$). Pour Φ variant de 0° à $\pm$ 4°, la perte d'efficacité est négligeable. Sur le tableau 27 sont représentées les performances de ce systèmes bidimensionnel : l'efficacité relative en fonction des déflexions suivant 0'x et 0'y. L'efficacité du système bidimensionnel étant le produit des efficacités des deux sous-systèmes, une efficacité relative de 1 correspond environ à une efficacité absolue de 10^{-5} (pour un cristal de 2,7 mm

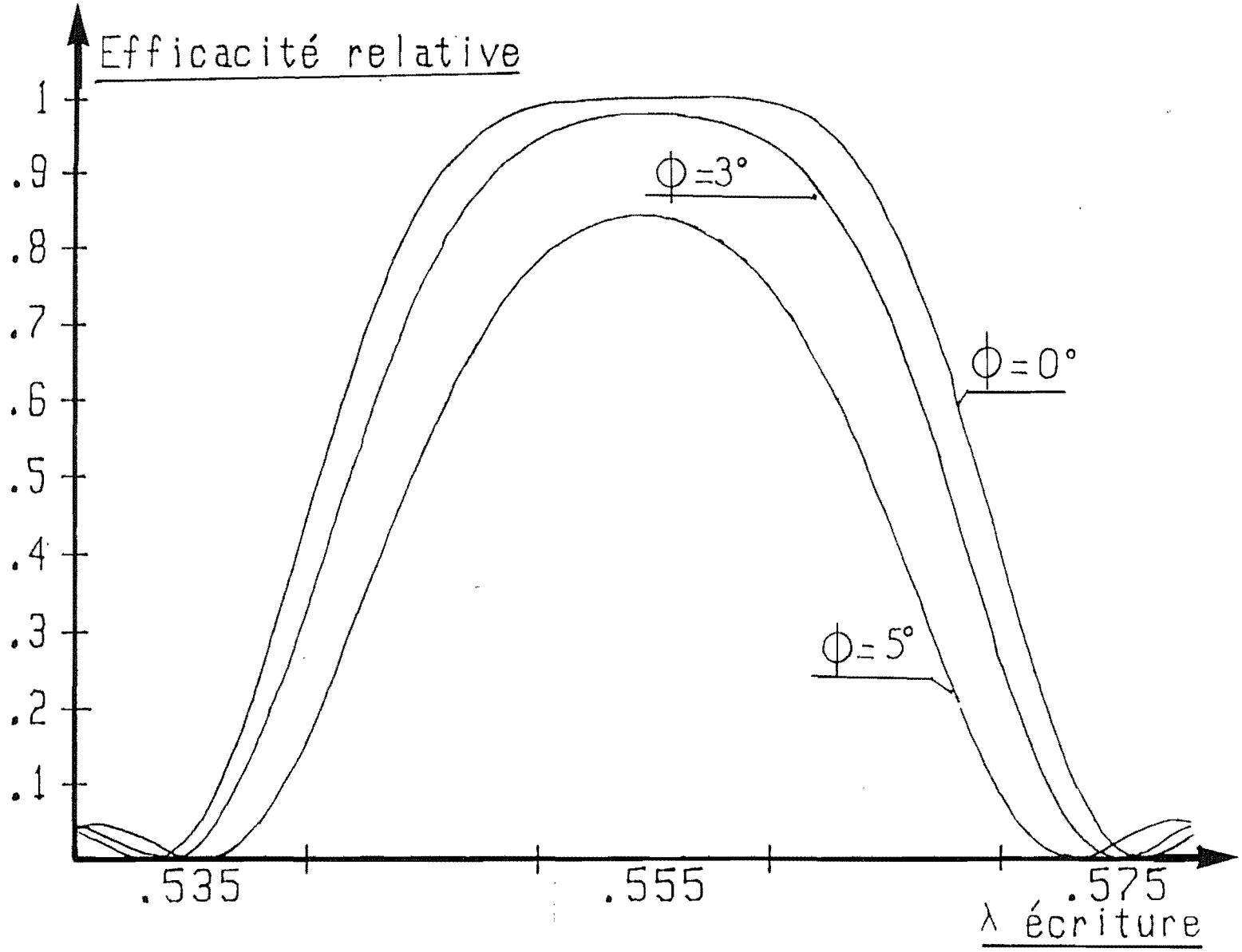


Figure I-25 : Efficacité de diffraction de la cellule n° 2 en fonction de différents angles d'incidence Φ : système non optimisé.

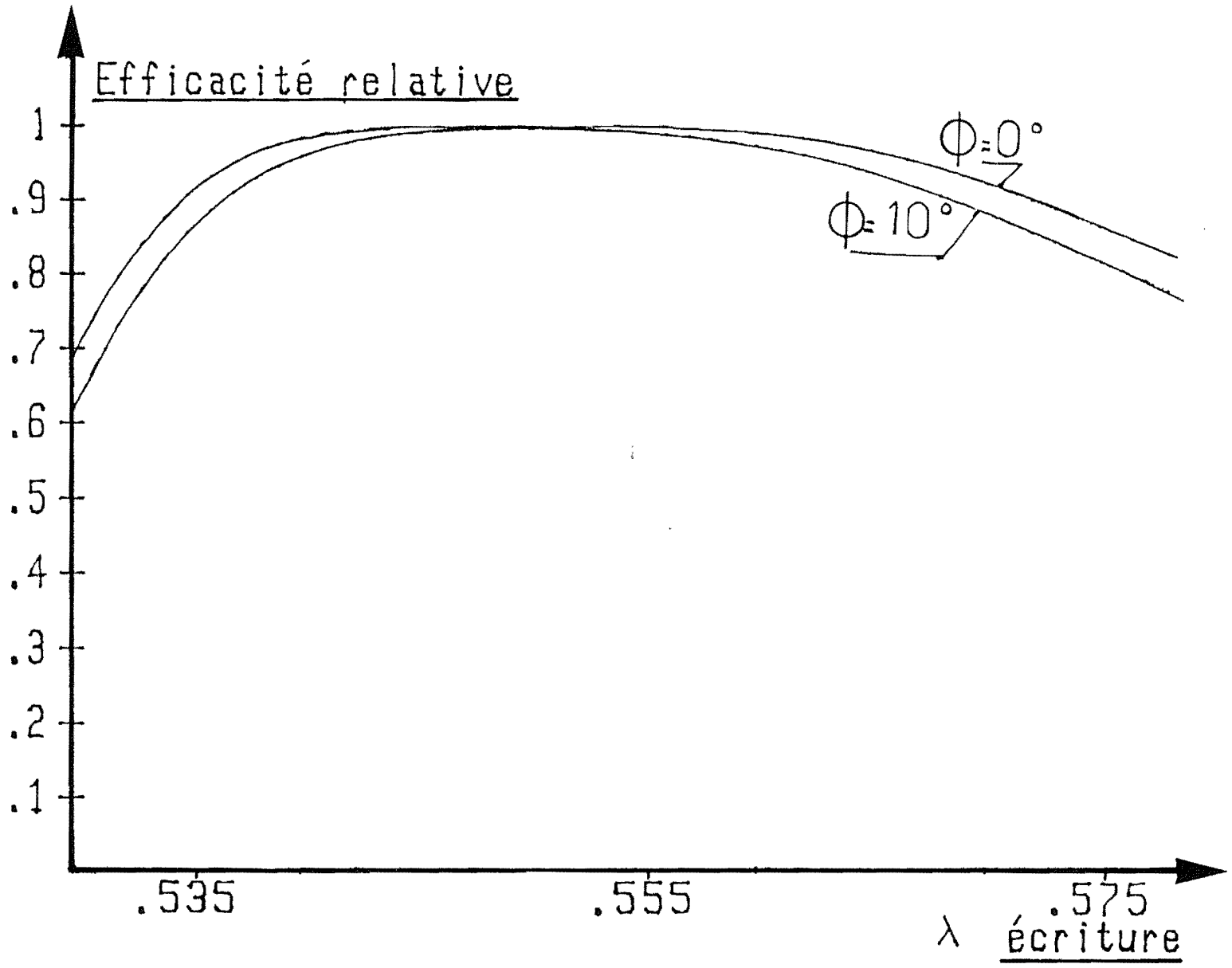


Figure I-26 : Efficacité de diffraction de la cellule n° 2 en fonction de différents angles d'incidence ϕ : système optimisé.

cellule 1 \ cellule 2	λ_2 écriture (nm) 532	543	555	567	579
	déflexion suivant ox 0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°
λ_1 écriture (nm) 532 — déflexion suivant oy 0°	.58	.71	.75	.76	.76	.75	.72	.67	.62
543 — 1°	.71	.83	.93	.94	.94	.93	.89	.84	.76
555 — 2°	.75	.93	.98	.99	.99	.98	.94	.88	.80
555 — 3°	.76	.94	.99	1.0	1.0	.99	.95	.89	.81
555 — 4°	.76	.94	.99	1.0	1.0	.99	.95	.89	.81
567 — 5°	.75	.93	.98	.99	.99	.98	.94	.88	.80
567 — 6°	.72	.89	.94	.95	.95	.94	.90	.84	.77
567 — 7°	.67	.84	.88	.89	.89	.88	.85	.79	.72
579 — 8°	.62	.76	.80	.81	.81	.80	.77	.72	.66

Tableau I-27 : Efficacité de diffraction et déflexion d'une cellule de déflexion bidimensionnelle.

d'épaisseur).

7) Démonstration expérimentale

La démonstration expérimentale d'une déflexion bidimensionnelle par le procédé que nous venons de décrire a déjà été faite [6]. Les longueurs d'onde d'écriture utilisées étaient celles, discrètes, issues d'un laser à Argon, et le faisceau à défléchir provenait d'un laser Hélium Néon (λ_o = 633 nm). Les déflexions bidimensionnelles obtenues sont rapportées dans le tableau 28. La cellule n°1 assure la déflexion suivant 0'y' et la cellule n°2 suivant 0'x'.

I.4.2. Orientation de la direction du réseau de diffraction

1) Présentation de la méthode

La méthode expérimentée dans la première partie de ce chapitre concerne la déflexion - dans un plan - d'un faisceau lumineux. Ce plan de déflexion est défini par les directions des deux faisceaux d'enregistrement à longueur d'onde variable. Le changement de la longueur d'onde modifie le pas et l'orientation du réseau photoinduit, mais les strates restent perpendiculaires au plan d'incidence du faisceau de lecture et ce, pour toutes les longueurs d'onde d'inscription.

La méthode proposée consiste donc à modifier l'orientation du plan formé par les directions des faisceaux d'inscription. La rotation du réseau photoinduit, autour d'un axe passant par la normale au matériau d'enregistrement, produit une déflexion du faisceau dans une direction perpendiculaire (figure 29).

2) Démonstration de la déflexion unidimensionnelle

Cette possibilité de défléchir un faisceau laser tant visible qu'infrarouge a été montrée en utilisant les deux techniques d'adressage suivantes [7] :

- adressage dans un plan horizontal (direction X) par changement de la longueur d'onde des faisceaux d'enregistrement,

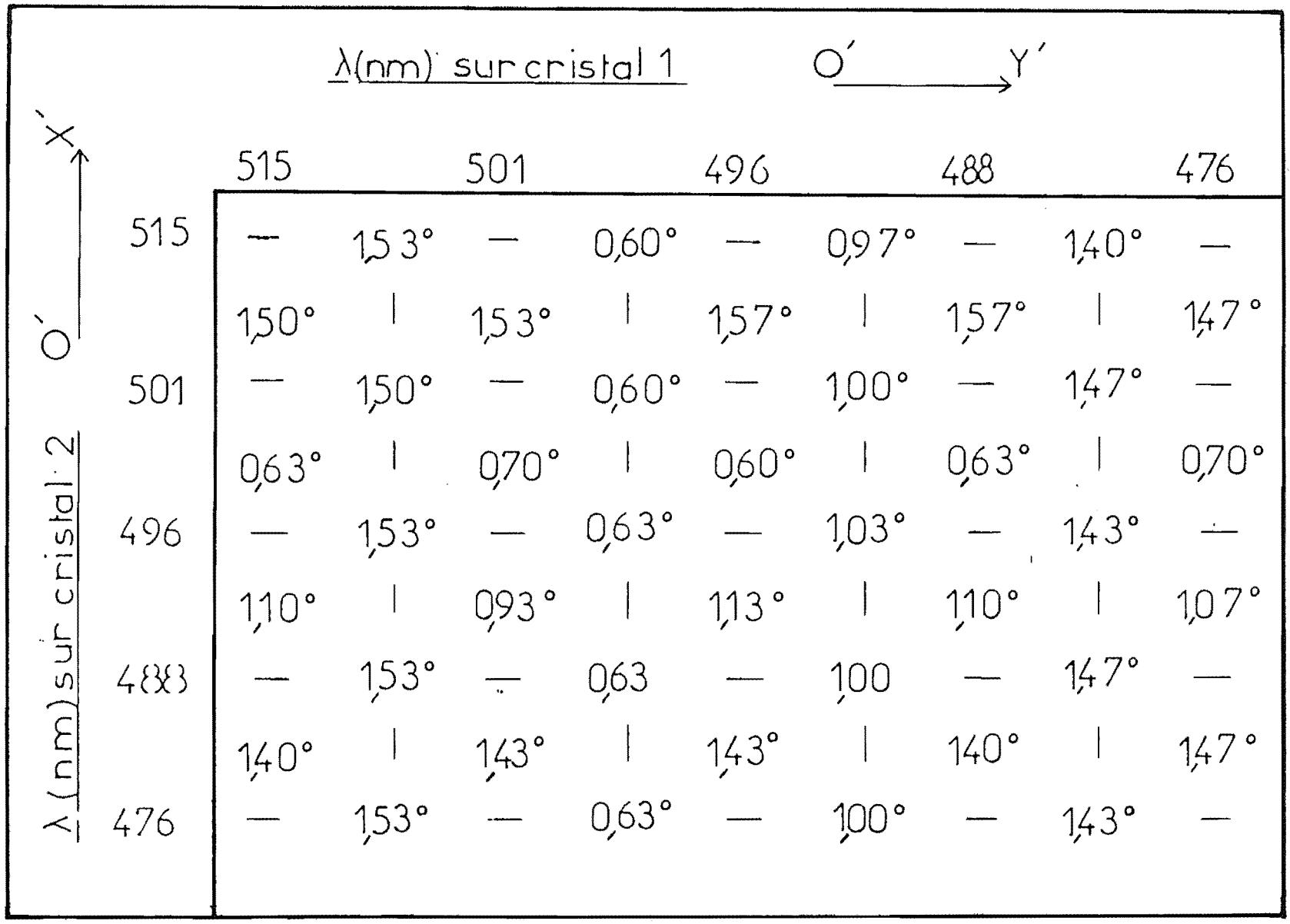


Tableau I-28 : Déflexions bidimensionnelles expérimentales obtenues au moyen de deux cellules élémentaires en série [6].

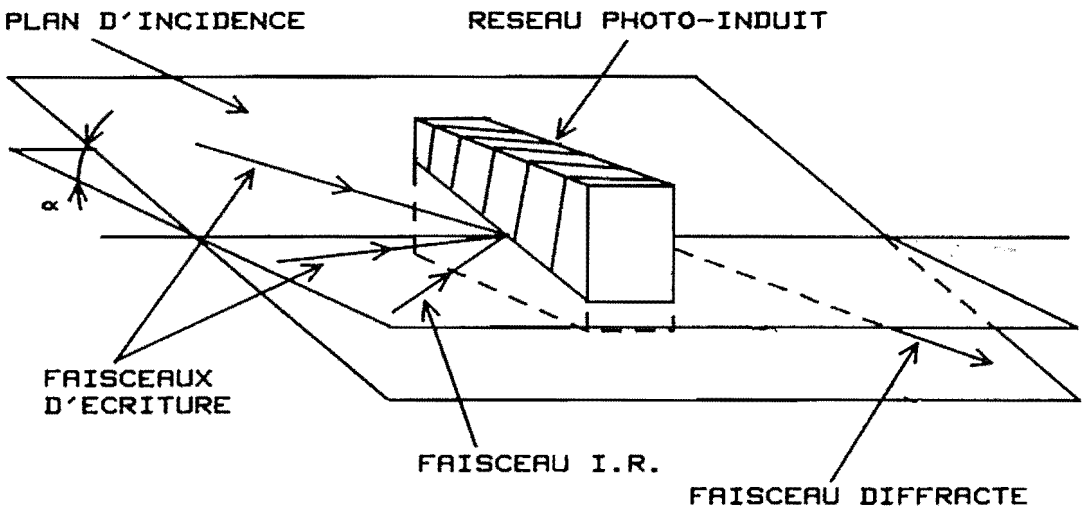


Figure I-29 : Principe d'adressage bidimensionnel par modification de l'incidence d'un des faisceaux d'écriture.

- adressage dans un plan vertical (direction Y) par rotation du plan formé par les faisceaux d'enregistrement.

La rotation de ce plan est obtenue par l'inclinaison de l'un des deux faisceaux d'enregistrement par orientation d'un miroir de renvoi. Cette technique, utilisant un accès mécanique simple, a permis de montrer le principe de déflexion bidimensionnelle.

Les caractéristiques de la cellule élémentaire de déflexion expérimentée, ainsi que les paramètres d'adressage sont les suivants :

- dimensions du cristal BSO $4 \times 4 \times 4\ mm^3$,
- champ électrique appliqué $E_0 \simeq 5\ kV.cm^{-1}$,
- pas moyen du réseau photoinduit $\bar{\Lambda} \simeq 2\ \mu m$,
- pas du réseau disperseur $P_1 \simeq 0,55\ \mu m$,
- déflexion horizontale

  { Variation λ enregistrement $\Delta\lambda \simeq 40nm$
  { Déflexion angulaire $\Delta\theta \simeq 9°$

- rotation verticale { Rotation du miroir $\Delta\alpha \simeq 1°$
  { Déflexion angulaire $\Delta\Phi \simeq 4°$

Ce principe de déflexion bidimensionnelle semble bien adapté au problème de l'interconnexion optique, cependant la conception d'un système opérationnel conduit à rechercher une technique d'adressage n'utilisant pas de déplacement mécanique. Par exemple, à la rotation mécanique d'un miroir plan, il est possible de substituer une ligne d'obturateurs spatiaux électro-optiques (figure 30).

Cette barrette d'obturateurs, utilisant par exemple un cristal liquide nématique [8], est placée au foyer d'une lentille de collimation. La détermination de l'orientation du faisceau d'enregistrement est obtenue par l'ouverture de la fenêtre correspondante de la barrette d'obturateurs.

I.6 Conclusion

Au cours de cette étude théorique et expérimentale, nous avons démontré la faisabilité d'une cellule de déflexion unidimensionnelle utilisant la diffraction d'un fais-

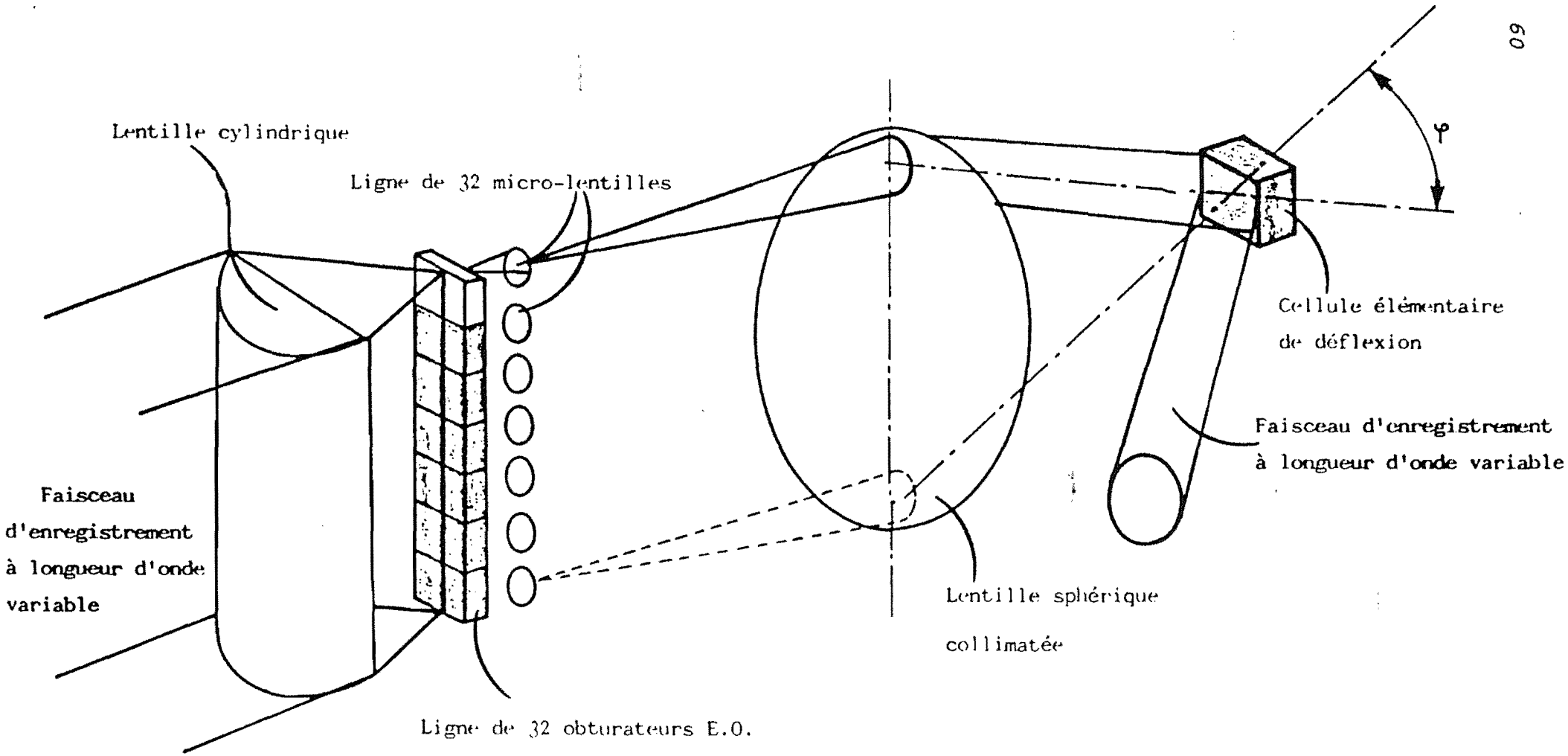


Figure I-30 : Exemple d'adressage dans un plan d'un des deux faisceaux d'inscription [8].

ceau infrarouge par un réseau épais enregistré dans une gamme différente de longueurs d'onde. Nous avons développé un système passif de poursuite de l'accord de Bragg qui nous a permis d'obtenir des déflexions de 11,7° pour un balayage en longueur d'onde de $\Delta\lambda$ = 40 nm tout en gardant une efficacité de diffraction supérieure ou égale à 50 % de sa valeur maximale. Ceci correspond à l'adressage de plus de 200 points sur une ligne.

Bien que le système soit a priori très sensible à une petite variation sur l'un de ses paramètres (par exemple le pas d'un des réseaux disperseurs) nous avons montré comment il est possible de s'affranchir de cette sensibilité et de toujours trouver la configuration optimale.

Nous avons également présenté deux propositions en vue d'obtenir un adressage bidimensionnel. Une étude théorique nous a permis de montrer comment optimiser ce déflecteur. Son fonctionnement a ensuite été testé expérimentalement.

Les performances de ce système de déflexion dans l'espace le rendent compatible avec certaines applications, en particulier avec son insertion dans un commutateur spatial optique entre deux matrices de fibres pour les réseaux de télécommunication. Différents travaux [7,8,9] ont porté sur la réalisation d'un tel déflecteur. Pour notre part, le système que nous allons très brièvement décrire à été l'objet d'une étude dans la référence [10].

Le schéma de principe de ce système est représenté sur la figure 31. La commutation bidimensionnelle repose sur la méthode décrite au paragraphe I.4.2. La déflexion suivant Ox est obtenue par ajustage de la longueur d'onde d'écriture ; celle suivant Oy à l'aide de N obturateurs à cristaux liquides.

Le système fonctionne de la façon suivante :

Un abonné ij de la matrice d'entrée demande à être relié à l'abonné i'j' de la matrice de sortie. La longueur d'onde $\lambda_{i'}$ d'écriture est ajustée en même temps qu'un obturateur de la ligne à cristaux liquides est ouvert. Ainsi l'ensemble de la matrice d'obturateurs qui est placée devant les cristaux de BSO se trouve illuminée par les deux ondes planes d'écriture. Il reste alors à ouvrir l'obturateur ij pour inscrire un réseau élémentaire de déflexion. Une fois celui-ci enregistré, cet obturateur est refermé et les faisceaux d'écriture sont alors disponibles pour commuter une

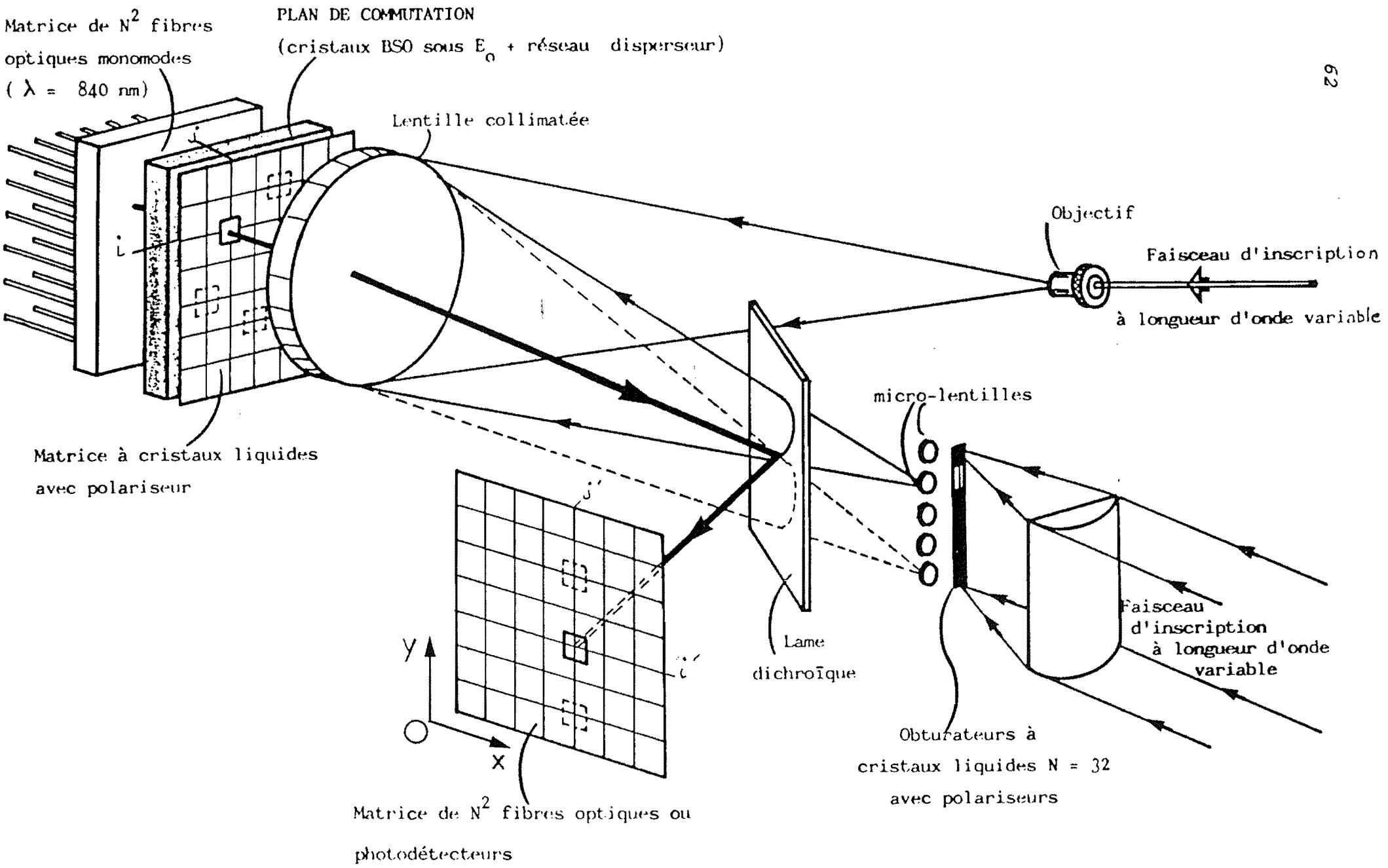


Figure I-31 : Proposition pour réaliser un système d'interconnexions reconfigurables entre deux matrices de fibres.

autre ligne. Il est à remarquer qu'il est technologiquement possible de réaliser la matrice d'obturateurs de telle façon que celle-ci soit toujours transparente aux faisceaux de lecture (leur longueur d'onde est très différente des longueurs d'onde d'enregistrement). Ainsi malgré une inscription séquentielle, les différentes communications peuvent avoir lieu simultanément.

Un tel commutateur utilise toutes les possibilités de la cellule de déflexion que nous avons développée.

A N N E X E A

ETUDE DES SOLUTIONS A DEUX DISPERSEURS

A.1 Etude théorique

A.1.1. Equations introduites par le réseau H_2

Les notations utilisées sont celles représentées sur la figure (A.1).Les équations sont, de mêmes que pour le réseau H_1, au nombre de quatre :

$$\sin \delta_2 - \sin \gamma_2 = - \frac{\epsilon_2 \lambda}{p_2} \quad \text{avec } \epsilon_2 = \mp 1 \qquad (A.17)$$

$$\delta_2 \simeq -\gamma_2 \qquad (A.18)$$

$$\beta_2 = \delta_2 - \alpha_2 \qquad (A.19)$$

$$\alpha_2 = i_2 - \gamma_2 \qquad (A.20)$$

A.1.2. Méthode de recherche des solutions

L'introduction du réseau H_2 a amené quatre équations supplémentaires avec cinq inconnues qui sont :

$$\delta_2 , \gamma_2 , p_2 , \alpha_2 , \beta_2$$

Ainsi, par rapport aux solutions à un disperseur, nous avons un degré de liberté supplémentaire. Nous choisirons de caractériser une solution par l'ensemble des trois paramètres : $(\bar{\Lambda}, i_0, p_2)$. Nous procédons ensuite de la même façon que pour la recherche des solutions à un seul réseau, à savoir :

i) A l'aide de Λ et i_0, nous déterminerons les inconnues internes au cristal (relations (3) à (13)).

ii) L'angle i_2 étant alors fixé, nous pouvons à l'aide des équations (A.17) à (A.20) connaître toutes les données relatives au réseau H_2, en particulier $\left.\frac{di_2}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda}, H_2}$.

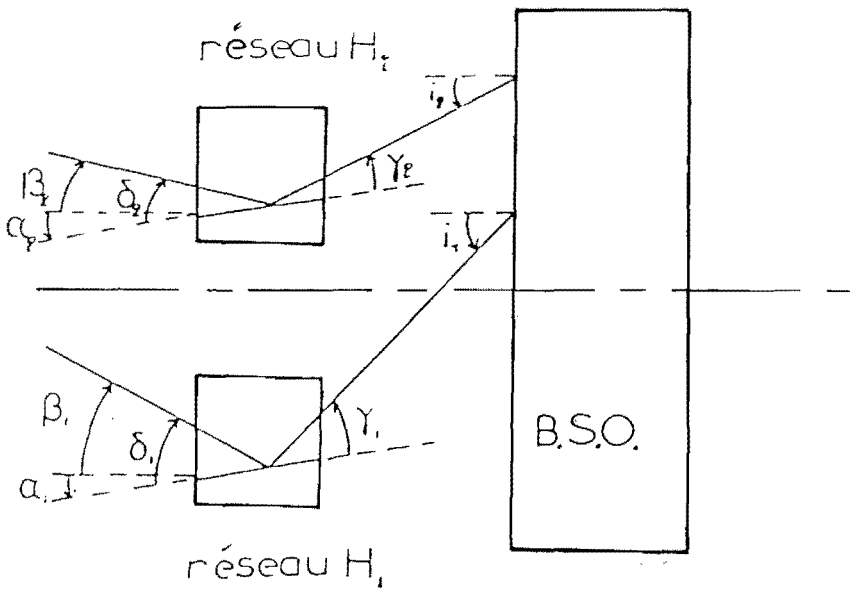


Figure A-1 : Notations utilisées lors de l'étude à deux réseaux disperseurs.

iii) La valeur de $\left.\frac{di_2}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda},H_2}$ nous permettra avec les équations (6) et (24) d'obtenir :

$$\left.\frac{d\theta_1}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda}}$$

donc :

$$\left.\frac{di_1}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda},BSO}.$$

iv) Enfin, à l'aide des relations (21) à (26) nous remonterons aux inconnues relatives à H_1.

A.1.3. Choix des différentes configurations à étudier

De même que pour les solutions à un seul disperseur, nous pouvons arbitrairement nous fixer $W \lessgtr 0$. Il reste alors à étudier toutes les configurations possibles qui sont des combinaisons des différents cas ci-dessous :

$$X \gtrless 0 \text{ et } Y_1 \gtrless 0 \text{ et } Y_2 \gtrless 0.$$

Montrons que nous pouvons limiter notre étude à $Y_2 > 0$. Pour cela prenons une solution d'une configuration à $W<0$, $Y_2<0$, $X>0$, $Y_1 \gtrless 0$.

Supposons cette solution définie par $(\Lambda, i_0, P_2, \bar{\lambda})$. Effectuons alors le changement de variables :

$$W^* = W$$
$$X^* = -X$$
$$i_0^* = -i_0$$

Alors, en accord avec les équations de (3) à (12), cela impose :

$$\Phi^* = -\Phi \; ; \; \theta_2^* = \theta_1 \; ; \; \theta_1^* = -\theta_2 \; ; \; i_2^* = -i_1 \; ; \; i_1^* = -i_2$$

d'où on déduit :

$$\left.\frac{di_2^*}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda}} = - \left.\frac{di_1}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda}}$$

$$\left.\frac{di_1^*}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda}} = - \left.\frac{di_2}{d\lambda}\right|_{\bar{\lambda}}$$

Pour que ceci soit vérifié, il suffit d'assurer :

$$P_2^* = P_1 \quad ; \quad P_1^* = P_2$$

$$Y_2^* = -Y_1 \quad ; \quad Y_1^* = -Y_2$$

Or, les indices 1 et 2 sont muets, ainsi, la solution définie par $(\bar{\Lambda}, -i_0, P_2, \bar{\lambda})$ est solution d'une configuration telle que $W<0$, $Y_2>0$, $X<0$, $Y_1 \gtrless 0$.

Les configurations suivantes sont donc équivalentes :

$$(W<0,\ X<0,\ Y_1 \gtrless 0,\ Y_2 > 0) \equiv (W<0,\ X>0,\ Y_1 \gtrless 0,\ Y_2 < 0)$$

$$(W<0,\ X>0,\ Y_1 \gtrless 0,\ Y_2 > 0) \equiv (W<0,\ X<0,\ Y_1 \gtrless 0,\ Y_2 < 0)$$

Par suite nous imposerons $Y_2 > 0$ sans restreindre notre étude. La condition $Y_1 \gtrless 0$ étant déterminée à partir du calcul (voir équation 23), il ne restera plus à étudier que les deux configurations suivantes :

$$(W < 0,\ X < 0,\ Y_2 > 0)$$

$$(W < 0,\ X > 0,\ Y_2 > 0).$$

A.1.4. Résultats numériques pour λ_o = 0,84 μm

a) *Configuration ($W<0$, $X<0$, $Y_2 \gtrless 0$)*

Les résultats sont consignés dans le tableau A.2.

Cette configuration correspond en fait à celle étudiée pour un seul réseau disperseur H_1 dans le cas où $X < 0$ (le réseau H_2 ne fait que renforcer la dispersion due au cristal). Les conclusions générales sont donc identiques. Aussi n'avons

Λ	i_o	δi_o	P_r	β_1	β_2	P	α_1	α_2	i'_o	$\Delta i'_o$	$\Delta\theta'_o$	$\Delta\lambda$	A	B
2	20	0	∞	-28	26	.47	8.7	26	45	7.9	22	43	8.7	5.7
—	—	0	5	-47	20	.39	.96	23	44	10	29	39	11	7.4
—	—	0	4	-51	18	37	-3.0	22	43	11	3.0	38	12	7.8
—	—	0	3	-57	15	.36	-6.0	21	43	12	3.4	38	13	8.7
—	—	0	2.5	-62	13	.35	-8.2	20	42	13	3.6	38	14	9.4
—	—	.2	2.5	—	—	—	—	—	41	17	4.6	48	18	12

Figure A-2 : Résultats numériques pour une configuration ($W < O, X < O, \gamma_2 > O$)

Λ	i_o	δi_o	P_r	β_1	β_2	P	α_1	α_2	i'_o	$\Delta i'_o$	$\Delta\theta'_o$	$\Delta\lambda$	A	B
2	0	0	.5	-32	-88	1.1	-18	-55	-28	7.8	2.9	44	13	7.2
—	20	0	—	-10	-67	1.2	28	-34	7.8	7.2	2.9	40	13	7.6
—	30	0	—	-23	-57	1.2	13	-24	1.6	6.9	2.8	38	12	7.8
3	0	0	—	-27	-81	1.3	-15	-47	-20	8.2	3.2	48	9.3	7.9
4	0	0	—	-25	-78	1.4	-14	-44	-16	8.4	3.4	50	7.3	8.3
5	0	0	—	-23	-76	1.5	-13	-42	-14	8.4	3.4	50	5.8	8.2
—	30	0	—	8.4	-51	1.5	19	-15	15	9.6	3.7	49	6.5	10

Figure A-3 : Résultats numériques pour une configuration ($W < O, X > O, \gamma_2 > O$)

nous étudié ici que l'influence du pas du réseau H_2 pour $\bar{\Lambda}$ et i_0 donnés. La solution $\bar{\Lambda}$ = 2 µm et i_0 = 20°, $P_2 = \infty$ correspond en fait à l'absence de réseau H_2. Celle-ci permet de mieux voir l'influence de l'introduction de ce réseau H_2 et de la diminution du pas P_2 :

- une diminution de P_2 entraîne une augmentation des deux critères de qualité A et B. Elle est importante puisque entre $P_2 = \infty$ et P_2 = 2,5 µm A et B se trouvent multipliés par un facteur 1,6. De plus, si l'on autorise un écart de Bragg δi_1, ce facteur multiplicatif devient 2.

L'intérêt d'un système possédant deux réseaux diffuseurs H_1 et H_2 est donc évident.

b) *Configuration ($W < 0$, $X > 0$, $Y_2 > 0$)*

Les résultats de cette étude sont résumés dans le tableau A.3.

Les principales conclusions que l'on peut en tirer sont :

- à $\bar{\Lambda}$, P_2 donnés une augmentation de i_0 entraîne une diminution de A et une augmentation de B. On observe également une diminution de $|\beta_1|$, $|\beta_2|$ et $|\alpha_2|$ ce qui permet de rendre le système plus facilement réalisable.

- à i_0, P_2 donnés, une augmentation de Λ entraîne une augmentation de B et une diminution de A.

Ainsi, pour cette configuration, le choix d'une solution sera différent suivant que l'on considère les critères A ou B.

A.2 Etude expérimentale

La configuration étudiée est du type ($W<0$, $X>0$, $Y_2>0$). Elle admet des solutions intéressantes avec un pas du réseau photoinduit élevé et optimise donc le fonctionnement du cristal sous champ électrique externe appliqué. La longueur d'onde du faisceau de lecture étant de 818 nm, nous avons

déterminé les paramètres suivants :

$i_0 = 30°$	$\bar{\Lambda} = 4,2\ \mu m$
$P_2 = 0,46\ \mu m$	$\alpha_2 = -15,60°$
$P_1 = 1,5\ \mu m$	$\alpha_1 = 18,72°$
$\beta_1 = 8,15°$	$\beta_2 = 52,32°$
$i_0' = 17,9°$ à 550 nm	

La déflexion attendue est de l'ordre de 9,8° pour un balayage en longueur d'onde de 50 nm.

De même qu'au cours de la caractérisation d'une cellule élémentaire ne comportant qu'un seul réseau disperseur nous allons ici procéder en deux étapes. Nous supposerons d'abord que le pas du réseau H_2 vaut exactement 0,46 µm. Nous optimiserons ensuite le montage en tenant compte du pas exact de H_2.

A.2.1. Caractérisation en supposant P_2 = 0,46 µm et P_2 = 1,5 µm.

a) Montage expérimental

Par rapport au montage précédent une rotation supplémentaire a été prévue afin de régler séparément la position du réseau H_2.
La procédure de réglage des réseaux H_1 et H_2 est toujours la même et elle est donc très sensible à une variation des pas réels par rapport à ceux utilisés pour les calculs.

b) *Mesure de l'efficacité de diffraction*

La divergence du faisceau de lecture est encore inférieure à 0,5 mrd. La largeur de la sélectivité de Bragg étant de l'ordre de 8 mrd, il est loisible de négliger la divergence du faisceau infrarouge.

La courbe expérimentale est portée sur la figure A.4. La courbe théorique 1 est celle calculée à partir des paramètres déterminés ci-dessus.

Après mesure du pas de H_2, nous avons réintroduit ce pas dans nos calculs, et déduit la courbe théorique 2 qui

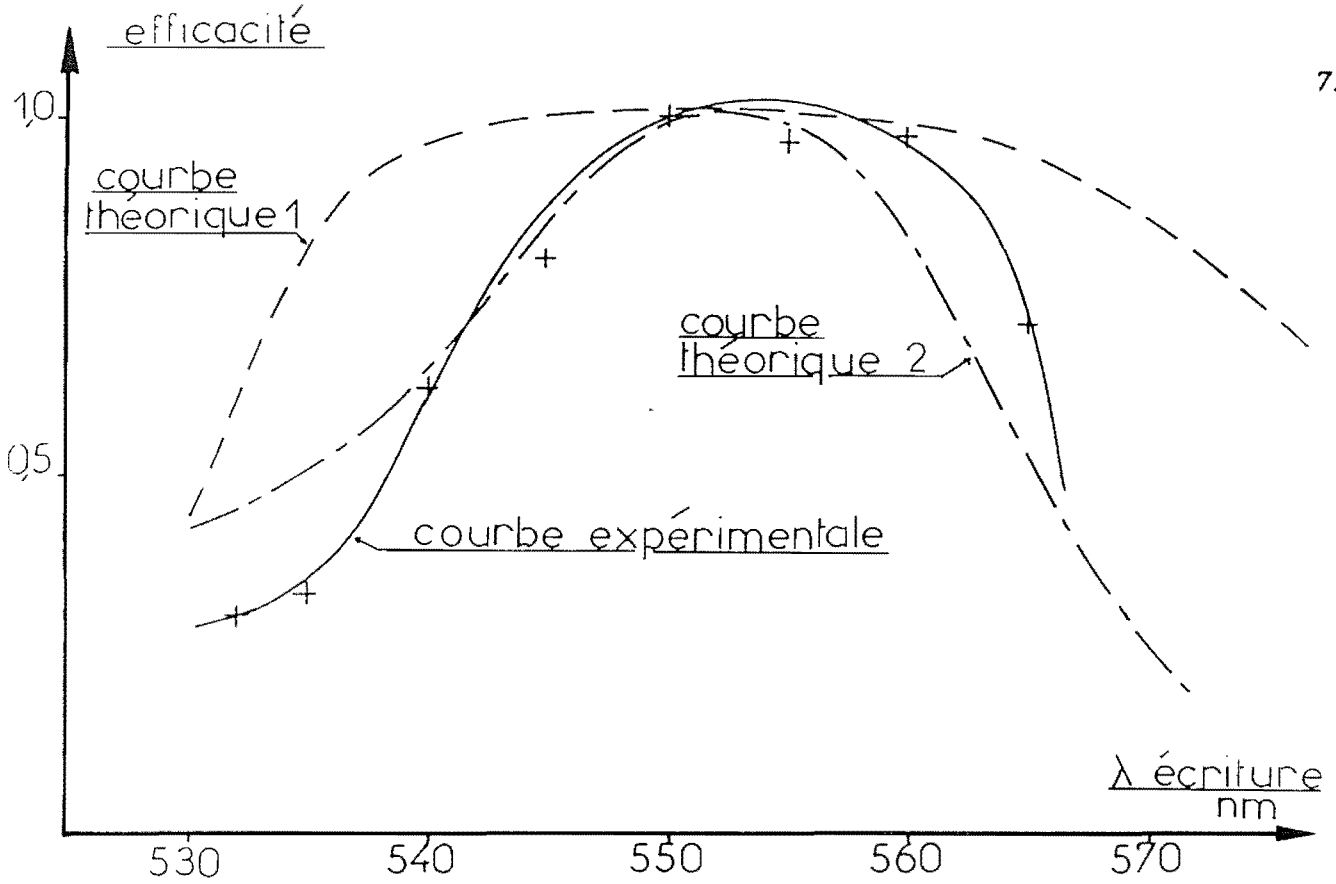


Figure A-4 : Efficacité de diffraction en fonction de la longueur d'onde d'une cellule élémentaire comportant 2 réseaux disperseurs fixes.

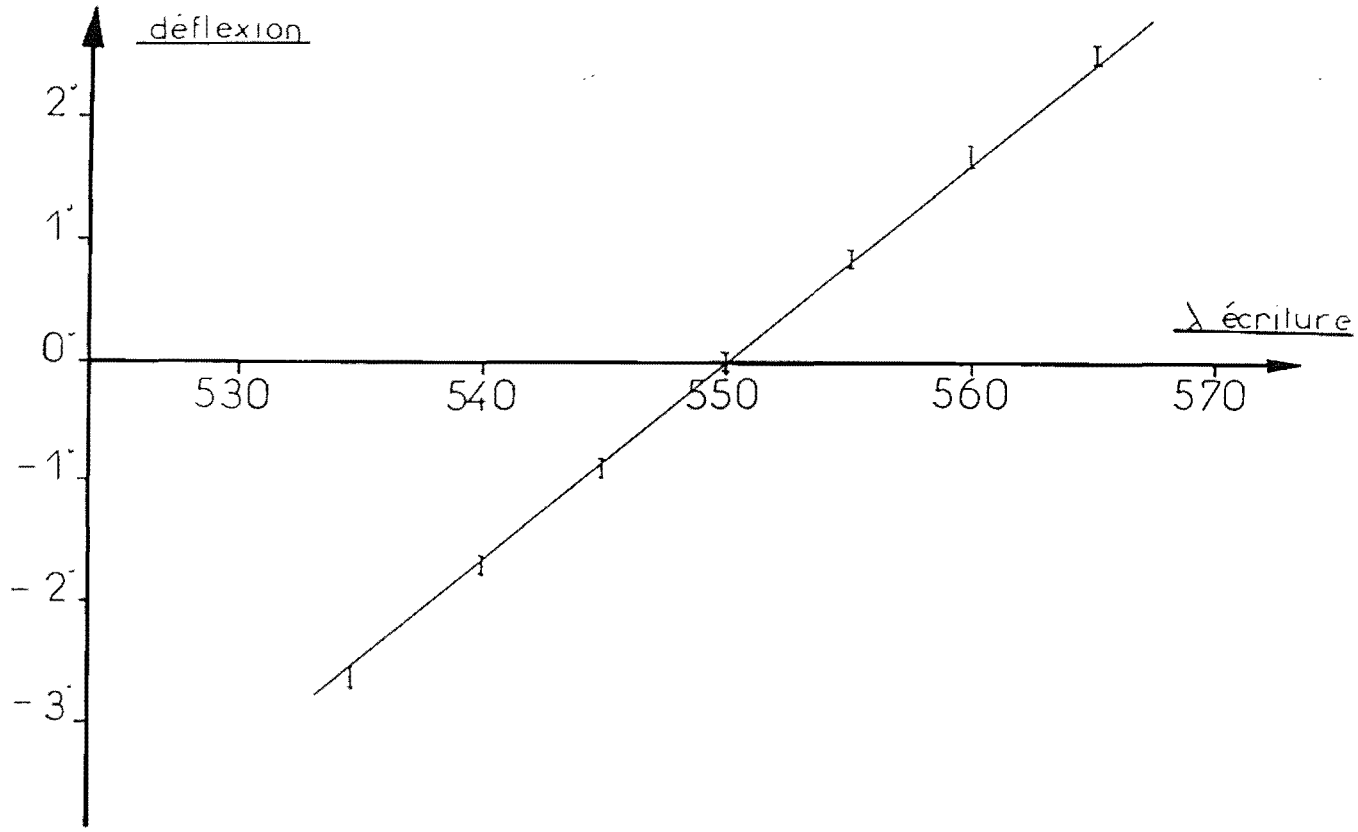


Figure A-5 : Comparaison entre la courbe de déflexion théorique et les points expérimentaux pour une cellule élémentaire à deux réseaux disperseurs.

suit à peu près la courbe expérimentale, les écarts entre l'une et l'autre proviennent de l'imparfaite détermination du pas P_2.

Ainsi qu'il a déjà été montré, il serait également possible ici, moyennant une autre procédure de réglage ou le choix de paramètres légèrement différents, de récupérer une courbe expérimentale ayant l'allure de la courbe théorique 1.

Afin de confirmer l'accord entre la courbe 2 et la courbe expérimentale, nous avons également mesuré l'écart à l'angle de Bragg pour le faisceau de lecture.

λ	532	535	540	545	550	555	560	565
$\Delta\theta_{exp}$	-9'	-9'	-6'	-3'	0'	2'	5'	8'
$\Delta\theta_{th_2}$	-4'	-4'	-3'	-2'	0'	1'	3'	8'
$\Delta\theta_{th_1}$	4'	3'	1'	0'	0'	0'	1'	3'

Nous observons donc un écart important entre $\Delta\theta_{th_2}$ et $\Delta\theta_{exp}$ provenant du fait que le pas de H_2 est imparfaitement connu. Cependant le sens de variation de $\Delta\theta_{exp}$ est le même que celui de $\Delta\theta_{th_2}$ ce qui tend à prouver que la chute d'efficacité observée est bien due à une variation du pas de H_2 par rapport à celui pris pour les calculs théoriques 1.

c) *Mesures de la déflexion*

La courbe en trait plein sur la figure A.5 correspond au calcul théorique en tenant compte de la dispersion réelle de H_2.

L'accord avec les points expérimentaux est bon.

d) *Mesure de la sélectivité Bragg :*

Pour effectuer cette mesure nous avons disposé sur le trajet du faisceau diffracté une barrette de photodiodes au foyer d'une lentille de 400 mm de distance focale. Puis, en faisant varier l'angle d'incidence du faisceau de lecture autour de sa position moyenne nous avons enregistré sur une même plaque photographique l'ensemble des traces d'oscilloscope correspondants aux différentes incidences. L'image ainsi obtenue représente la sélectivité Bragg (figure A.6).

Cette courbe possède à sa base une largeur de 8 mrd

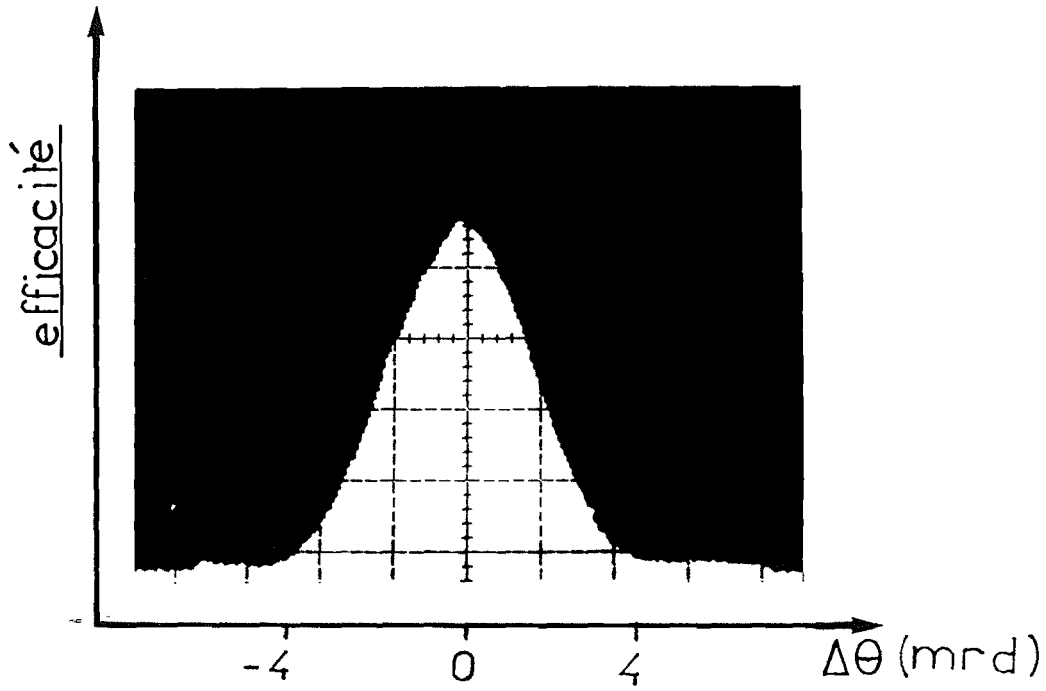


Figure A-6 : Sélectivité angulaire expérimentale. La largeur de 8 mrd correspond aux prévisions de la théorie des ondes couplées.

ce qui correspond aux prévisions de la théorie des ondes couplées que nous avons employée dans cette étude.

A.2.2. Amélioration des performances

Ainsi que nous l'avons fait pour la configuration précédente à un seul réseau disperseur, nous avons cherché à élargir la courbe d'efficacité en tenant compte de la dispersion mesurée du réseau H_2.

Les paramètres du montage sont les suivants :

$\Lambda = 2,68\ \mu m$ à $\lambda = 550\ nm$
$p_1 = 1,5\ \mu m$ $\alpha_1 = 17,39°$
$\beta_1 = 6,83°$

L'angle d'incidence du faisceau d'écriture 2, après dispersion par H_2 est de 15,4° sur le cristal de BSO.

Les courbes d'efficacité et de déflexion en fonction de la longueur d'onde d'écriture sont représentées sur les figures A.7 et A.8. Pour un balayage en longueur d'onde de l'ordre de 40 nm une déflexion de 7° est obtenue, en conservant une efficacité supérieure à 75 % de sa valeur maximale.

Afin de confirmer le bon fonctionnement de cette configuration, nous avons également mesuré le désaccord à l'angle de Bragg pour le faisceau de lecture :

λ	531	535	540	545	550	555	560	565
$\Delta\theta_{exp}$	3'	2'	1'	0'	0'	0'	0'	1'
$\Delta\theta_{th}$	4'	2'	1'	0'	0'	0'	1'	2'

Le système assure donc bien son rôle de poursuite de la condition d'accord de Bragg, ce qui confirme la courbe d'efficacité.

A.2.3. Nombre de points adressables

La photographie de la figure A.9 a été prise avec le montage précédent (à savoir une barrette de photodiodes au foyer d'une lentille de 400 mm de distance focale). Deux traces de tâches de diffraction y sont représentées, l'une correspond à une longueur d'onde d'écriture de 550 nm, l'autre à une longueur d'onde de 552 nm. La divergence à

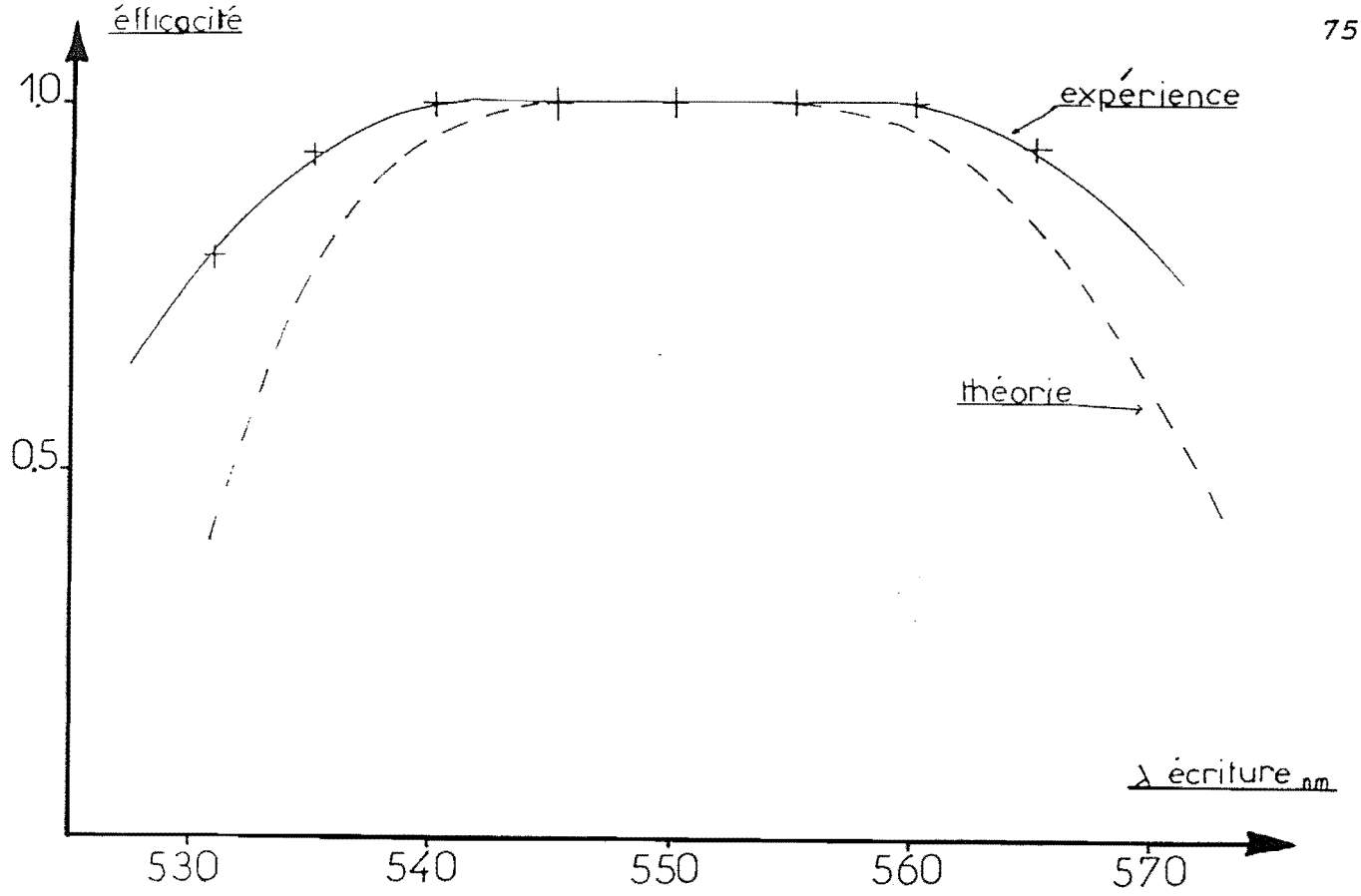


Figure A-7 : Courbes d'efficacité théorique et expérimentale d'une cellule élémentaire à deux réseaux disperseurs fixes après optimisation.

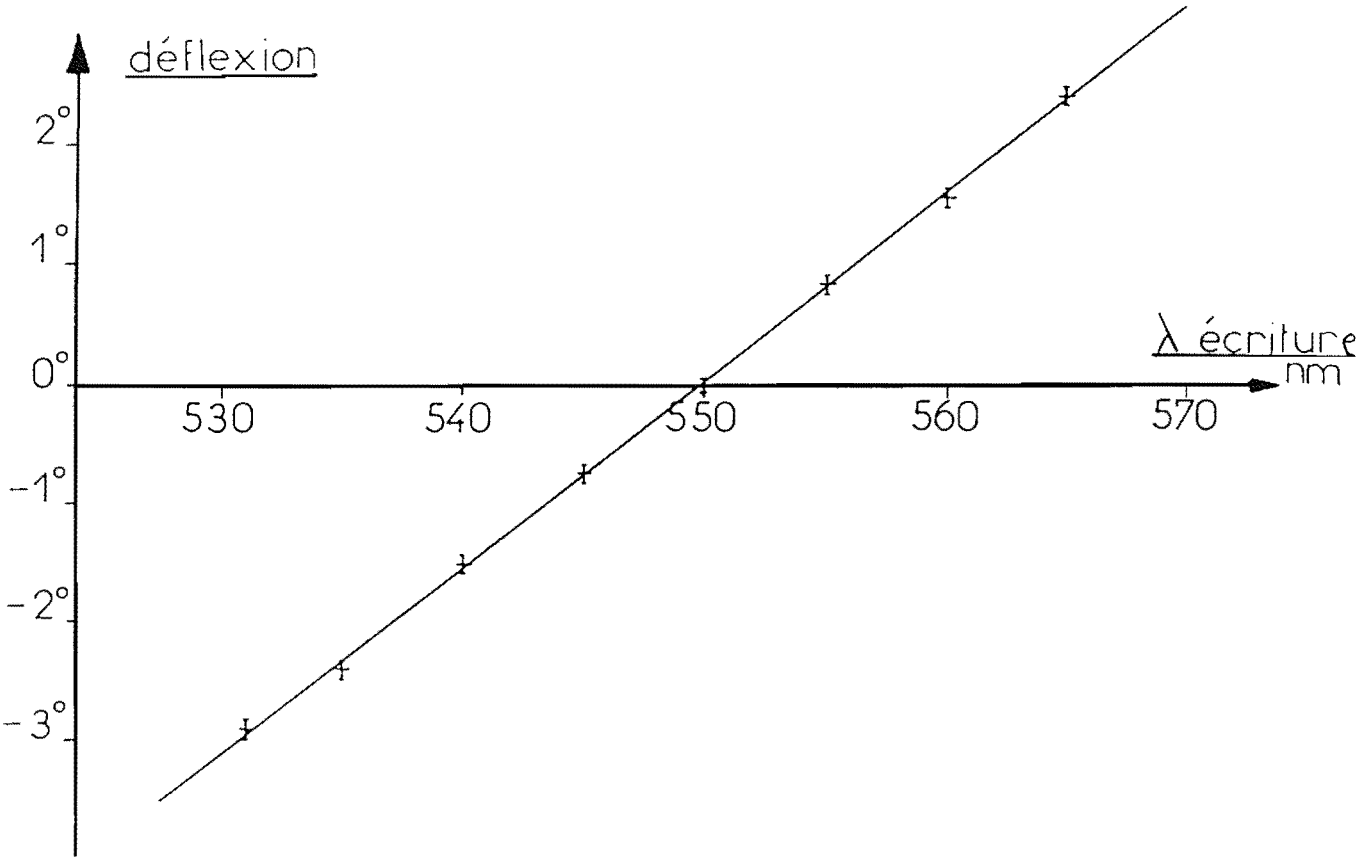


Figure A-8 : Comparaison entre la courbe de déflexion théorique et les points expérimentaux pour une cellule élémentaire à deux réseaux disperseurs fixes après optimisation.

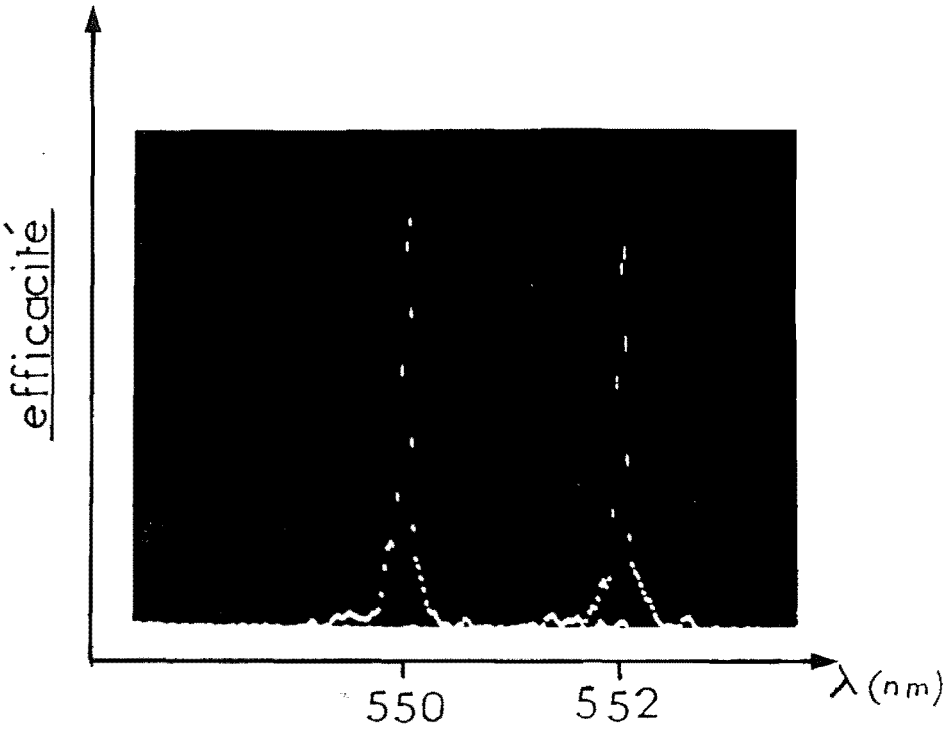


Figure A-9 : Faisceaux diffractés par deux réseaux induits à deux longueurs d'onde différentes.

mi-hauteur de la tâche diffractée est inférieure à 0,5 mrd (qui est inférieure à la divergence du faisceau transmis à cause d'un effet de prisme du cristal de BSO : l'angle d'émergence du cristal est inférieur à l'angle d'incidence). Il est donc possible d'adresser environ 11 points pour 2 nm de balayage en longueur d'onde d'écriture, ce qui fait environ 250 points pour 50 nm de balayage.

CHAPITRE II

DIFFRACTION PAR UN RESEAU EPAIS ENREGISTRE DANS UN CRISTAL OPTIQUEMENT ACTIF ET ELECTROOPTIQUE DE BSO

RESUME

L'étude présentée au chapitre I est un exemple de l'utilisation des cristaux photoréfractifs de BSO et de BGO. La théorie des ondes couplées de Kogelnik a été utilisée car dans l'infrarouge l'activité optique de ces cristaux est faible. Cependant, si le faisceau diffracté se situe dans le domaine visible, il est nécessaire d'étendre la théorie à un milieu présentant simultanément un fort pouvoir rotatoire et une biréfringence linéaire. Nous montrons que plusieurs approches sont possibles, chacune correspondant à des conditions expérimentales différentes. Nous développons un calcul théorique conduisant à des expressions analytiquespermettant de prédire les états de polarisation et les amplitudes des ondes transmises et diffractées par un réseau d'indice enregistré dans un tel milieu.

II - DIFFRACTION PAR UN RESEAU EPAIS ENREGISTRE DANS UN CRISTAL OPTIQUEMENT ACTIF ET ELECTROOPTIQUE DE BSO

II.1 Rappel de la théorie des ondes couplées

Kogelnik [5] a étudié la diffraction d'une onde plane par un réseau épais. Nous rappellerons ici ses conclusions dans le cas d'un réseau d'indice, sans perte, travaillant par transmission, et enregistré dans un matériau isotrope. Les notations utilisées sont celles de la figure 1.

Une onde plane monochromatique est incidente sur le réseau. Sa polarisation est perpendiculaire au plan d'incidence, son amplitude est R(z). Une unique onde diffractée d'amplitude S(z) est engendrée par diffraction ; le réseau étant épais les autres ordres de diffraction sont négligés. Ceci est vérifié lorsque le paramètre Q, défini par $Q = \frac{2\pi\lambda e}{n\Lambda^2}$, est supérieur ou égal à 10 (avec λ longueur d'onde optique, Λ le pas du réseau, n indice optique et e épaisseur du réseau). Les échantillons que nous utiliserons ultérieurement ayant des épaisseurs de l'ordre de quelques millimètres, cette condition sera toujours vérifiée.

Les autres notations sont les suivantes :

- $\vec{K}$ vecteur d'onde du réseau d'indice ;
- modulation sinusoïdale d'indice :

$$n = \bar{n} + n_1 \cos\left(\vec{K} \cdot \vec{r}\right) \text{ avec } \bar{n} >> n_1$$

- $\vec{\rho}$ vecteur d'onde de l'onde $\vec{R}$ supposée propre ;
- $\vec{\sigma}$ vecteur d'onde de l'onde diffractée $\vec{S}$ défini par la conservation du moment : $\vec{\sigma} = \vec{\rho} + \vec{K}$;
- ω pulsation optique ;
- c vitesse de la lumière ;
- θ angle d'incidence ;
- θ_o angle d'incidence de Bragg ;
- φ angle d'inclinaison des strates .

Sur la figure 2 nous avons représenté les diagrammes de conservation des moments pour les vecteurs d'onde. En 2.a, la condition de Bragg est vérifiée : le vecteur d'onde

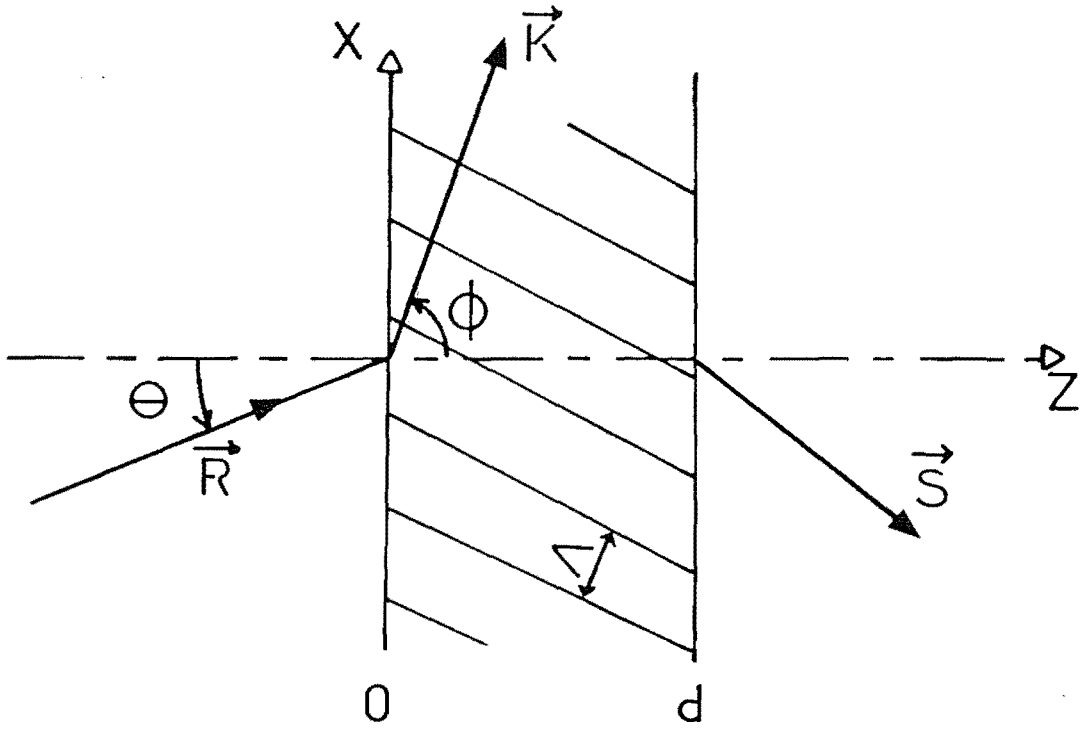


Figure II-1 : Notations utilisées pour l'étude de la diffraction d'une onde d'amplitude R par un réseau de pas Λ et de vecteur d'onde $\vec{K}$.

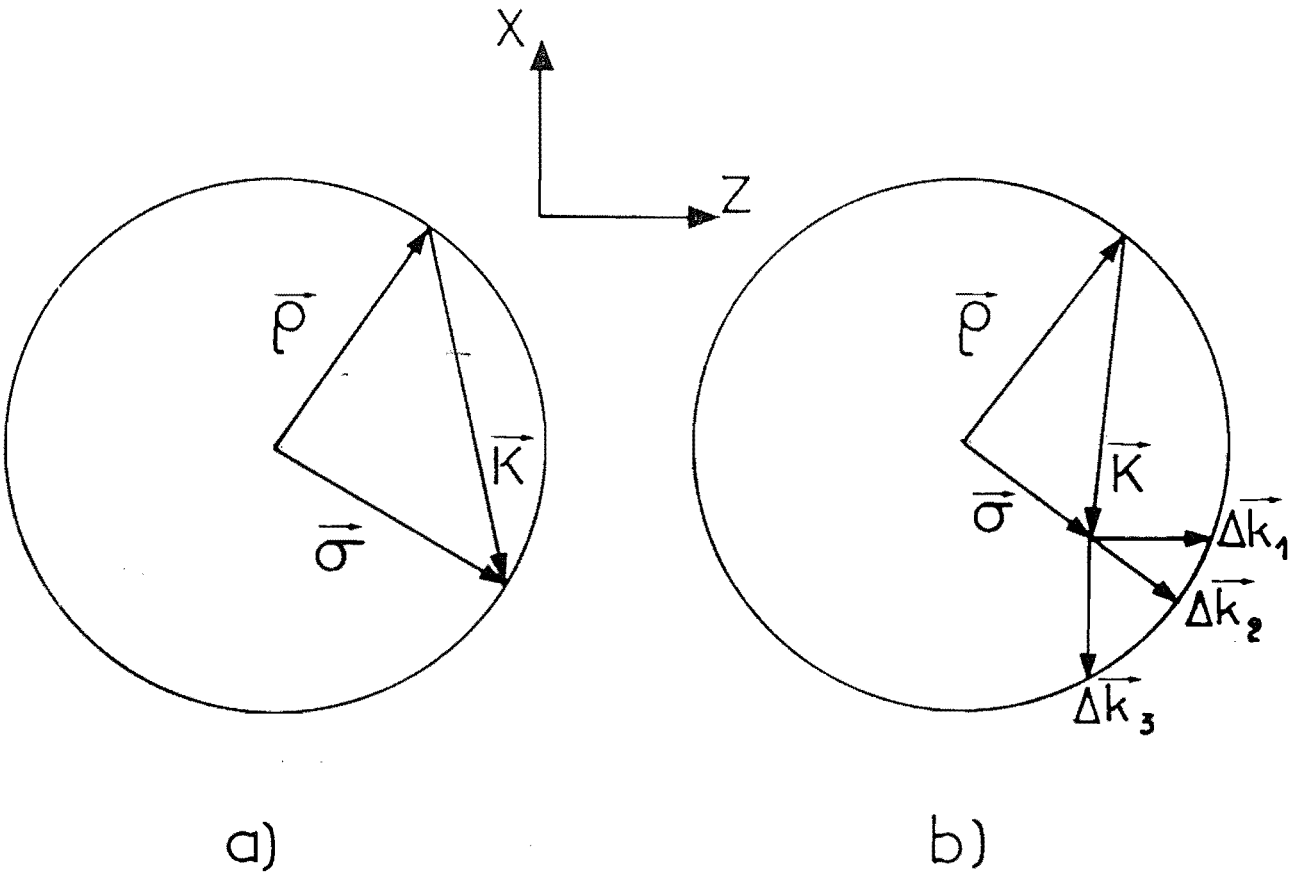


Figure II-2 : Diagramme de conservation du moment :
a) lorsque l'accord de phase est réalisé
b) pour un désaccord de phase

$\vec{\sigma}$ de l'onde diffractée est propre $\left(\left\|\vec{\sigma}\right\| = \left\|\vec{\rho}\right\|\right)$.En 2.b la condition de Bragg est violée $\left(\left\|\vec{\sigma}\right\| \neq \left\|\vec{\rho}\right\|\right)$. Nous voyons sur cette figure qu'il est possible de définir trois différents désaccords à la condition de Bragg [11]:

i) $\vec{\Delta k}_1$ est pris lorsque les réseaux utilisés sont d'épaisseur finie mais de face d'entrée infinie,

ii) $\vec{\Delta k}_2$ lorsque les trois dimensions sont du même ordre de grandeur,

iii) $\vec{\Delta k}_3$ pour des réseaux d'épaisseur infinie et de face d'entrée finie.

Kogelnik s'est placé dans le cas intermédiaire ii). Nous nous placerons également dans ce cas lorsque nous étudierons ultérieurement l'influence de l'activité optique et de la biréfringence linéaire sur l'efficacité de diffraction. En effet, pour la plupart des expériences menées avec des cristaux photoréfractifs, les trois dimensions des réseaux induits sont généralement du même ordre de grandeur.

En utilisant les équations de Maxwell et l'approximation de l'enveloppe lentement variable, l'efficacité de diffraction η peut se calculer analytiquement. Son expression est :

$$\eta(z) = \frac{|c_s|}{c_r} \frac{S(e)\ S^*(e)}{S(0)\ S^*(0)} = \frac{\sin^2\left(\nu^2 + \xi^2\right)^{1/2}}{1 + \frac{\xi^2}{\nu^2}} \qquad (1)$$

avec :

- c_r et c_s deux facteurs d'obliquité :

$$c_r = \cos\theta$$

$$c_s = \cos\theta - \frac{K\lambda}{2\pi n} \cos\varphi$$

- $\nu = \dfrac{\pi\, n_1\, e}{\lambda (c_r\ c_s)^{1/2}}$

- $\xi = \dfrac{v\ e}{2\ c_s}$ où v représente la "mesure du déphasage" à l'angle de Bragg :

$$v = \left[\left(\frac{2\,\bar{n}\,\pi}{\lambda}\right)^2 - \sigma^2\right] \frac{\lambda}{4\pi\bar{n}} = \Delta\theta K \sin(\varphi - \theta_o)$$

$$\text{avec } \Delta\theta = \theta - \theta_o \qquad (2)$$

Sur la figure 3, nous avons représenté, pour un réseau enregistré dans un matériau isotrope, l'efficacité de diffraction en fonction du désaccord $\Delta\theta$ (avec e = 2 mm, λ = 632,8 nm , Q = $\frac{\pi}{2}$ et une modulation $\frac{n_1}{\bar{n}} = 10^{-4}$). La largeur à mi-hauteur $2\Delta\theta_{1/2}$ de la tache de diffraction est approximativement égale à $\frac{\Lambda}{e}$.

II.2 Diffraction par un réseau épais présentant simultanément de l'activité optique et de la biréfringence linéaire.

Nous allons dans ce paragraphe étendre la théorie des ondes couplées à un milieu optiquement actif et biréfringent tel que le BSO .
Afin de déterminer les propriétés (polarisation, amplitude, phase) des ondes transmises et diffractées, il est nécessaire de connaitre les axes optiques du cristal et d'en déduire les ondes propres du milieu. Dans un premier temps, nous ne tiendrons pas compte du réseau induit. Nous étudierons son influence ultérieurement.

II.2.1 Biréfringence induite par effet Pockels

a) *Ellipsoïde des indices*

Fresnel a montré que toutes les propriétés optiques des cristaux biréfringents peuvent être déduites de la seule étude de la matrice [η] d'imperméabilité reliant le champ électrique $\vec{E}$ à l'excitation électrique $\vec{D}$:

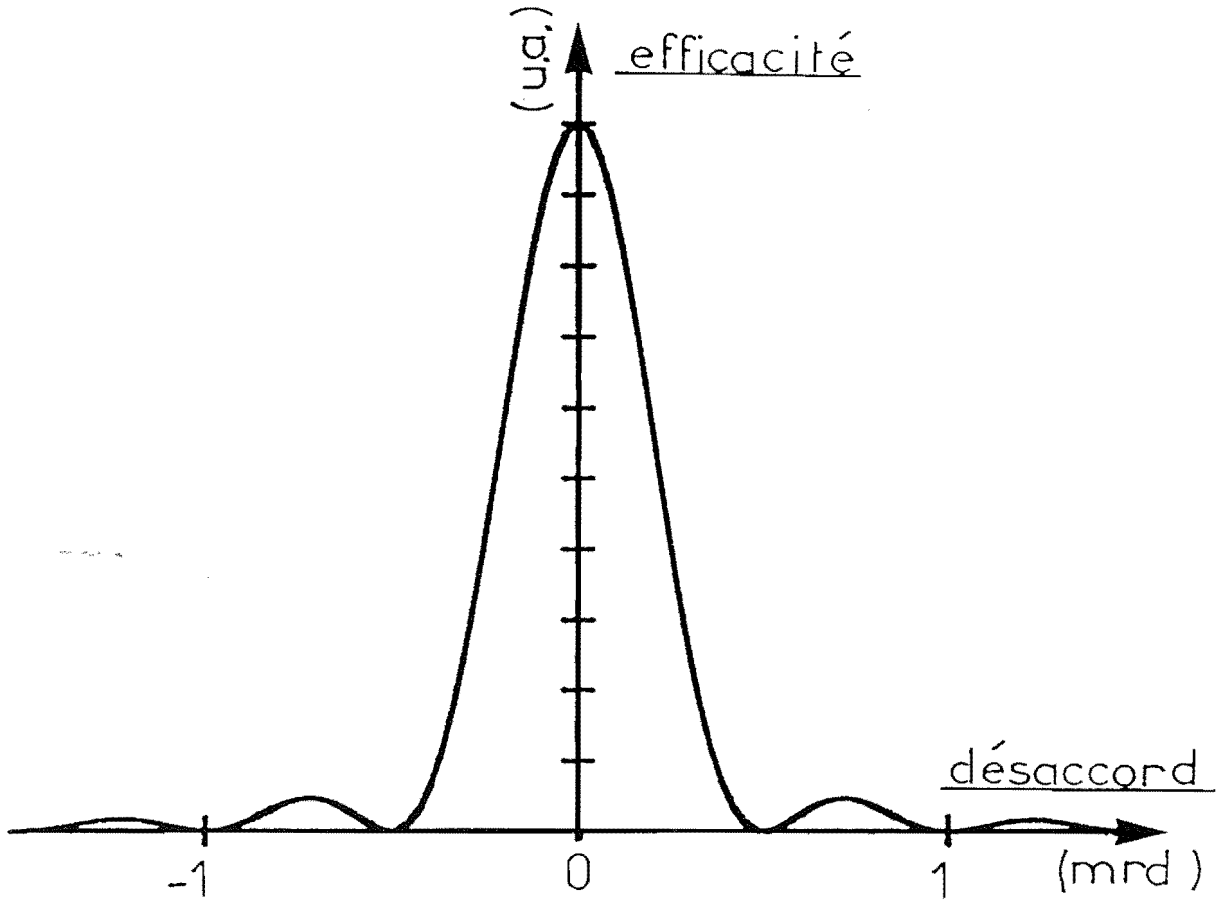


Figure II-3 : Courbe d'efficacité de diffraction en fonction du désaccord angulaire à l'angle de Bragg pour un réseau enregistré dans un matériau isotrope.

$$\vec{E} = [\eta]\ \vec{D} \qquad \text{avec} \quad [\eta] = \begin{pmatrix} \eta_1 & \eta_6 & \eta_5 \\ \eta_6 & \eta_2 & \eta_4 \\ \eta_5 & \eta_4 & \eta_3 \end{pmatrix}$$

L'ellipsoïde des indices s'écrit alors:

$$X^t\ [\eta]\ X = 1 \qquad \text{avec } X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Les axes optiques du cristal sont, par définition, les axes du repère $(0,\vec{i}',\vec{j}',\vec{k}')$ dans lequel la matrice $[\eta]$ est diagonale. Les indices, vus par le champ électromagnétique, sont reliés aux valeurs propres $\eta_{x'}, \eta_{y'}, \eta_{z'}$ de $[\eta]$ par les relations :

$$n_{x'} = \frac{1}{\sqrt{\eta_{x'}}} \quad ; \quad n_{y'} = \frac{1}{\sqrt{\eta_{y'}}} \quad ; \quad n_{z'} = \frac{1}{\sqrt{\eta_{z'}}}$$

b) *Effet Pockels*

Un champ électrique $\vec{E}$ induit, dans certains cristaux non centro-symétriques, une déformation linéaire en E de l'ellipsoïde des indices de telle sorte que l'on peut écrire :

$$\eta_i\,(E) = \eta_i\,(E=0) + \Delta\eta_i$$

où $\Delta\eta_i$ est relié à $\vec{E}$ par le tenseur électrooptique [r]:

$$\begin{pmatrix} \Delta\eta_1 \\ \Delta\eta_2 \\ \Delta\eta_3 \\ \Delta\eta_4 \\ \Delta\eta_5 \\ \Delta\eta_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} \\ r_{51} & r_{52} & r_{53} \\ r_{61} & r_{62} & r_{63} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

c) *Application aux cristaux de BSO et BGO*

Compte tenu de l'appartenance de ces cristaux à la classe de symétrie 23 on peut montrer [12] que dans le repère $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ des axes cristallographiques nous avons :

$$[\eta] = \begin{pmatrix} \eta & 0 & 0 \\ 0 & \eta & 0 \\ 0 & 0 & \eta \end{pmatrix}$$

avec $\eta = \frac{1}{n^2}$, n étant l'indice de réfraction ,et :

$$[r] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{41} \end{pmatrix}$$

Le coefficient électro-optique r_{41} a été mesuré par différents auteurs [13,14,15]. Il diffère légèrement suivant les auteurs et le type de cristal (BSO ou BGO). Par exemple, à la longueur d'onde de 633 nm nous avons :

$$r_{41}(\text{BSO}) = \begin{cases} 5 \text{ pm.V}^{-1} & [13] \\ 4.41 \text{ pm.V}^{-1} & [14] \\ 3.6 \text{ pm.V}^{-1} & [15] \end{cases}$$

$$r_{41}(\text{BGO}) = 3,4 \text{ pm.V}^{-1} \quad [13]$$

II.2.2. Principales configurations utilisées

Selon la direction du champ électrique $\vec{E}$ et celle de propagation de l'onde lumineuse, on distingue plusieurs configurations.Nous rappelons ci-dessous les deux que nous serons amenés à utiliser.

a) *Configuration "rendement de diffraction" :*

Dans cette configuration le champ électrique est appliqué suivant la direction cristallographique (1 1 0) ($\vec{E}=\frac{E_0}{\sqrt{2}}(\vec{i}+\vec{j})$) et l'onde se propage selon la direction (1 $\bar{1}$ 0) . La diagonalisation de la matrice [η] conduit au

nouveau repère optique défini par l'expression de ses vecteurs directeurs $\vec{i}', \vec{j}', \vec{k}'$ exprimés dans le repère cristallographique par:

$$\vec{i}' = \begin{vmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{-\sqrt{2}}{2} \end{vmatrix} \qquad \vec{j}' = \begin{vmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{vmatrix} \qquad \vec{k}' = \begin{vmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{-\sqrt{2}}{2} \\ 0 \end{vmatrix}$$

Suivant ces trois axes, les nouveaux indices sont:

$$\begin{cases} n_{x'} = n + \frac{\Delta n}{2} \\ n_{y'} = n - \frac{\Delta n}{2} \\ n_{z'} = n \end{cases}$$

avec $\Delta n = r_{41}\, n^3\, E_0$

Tout ceci est schématisé sur la figure 4.

b) *Configuration "couplage"*

Ici, le champ électrique est appliqué suivant (0 0 1) ($\vec{E} = E_0 \vec{k}$); la face d'entrée étant la même que précédemment ($[\bar{1}\ 1\ 0]$). Dans ces conditions les nouveaux axes optiques ont pour vecteurs directeurs exprimés dans l'ancienne base :

$$\vec{i}' = \begin{vmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 \end{vmatrix} \qquad \vec{j}' = \begin{vmatrix} \frac{-\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 \end{vmatrix} \qquad \vec{k}' = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}$$

Les nouveaux indices sont :

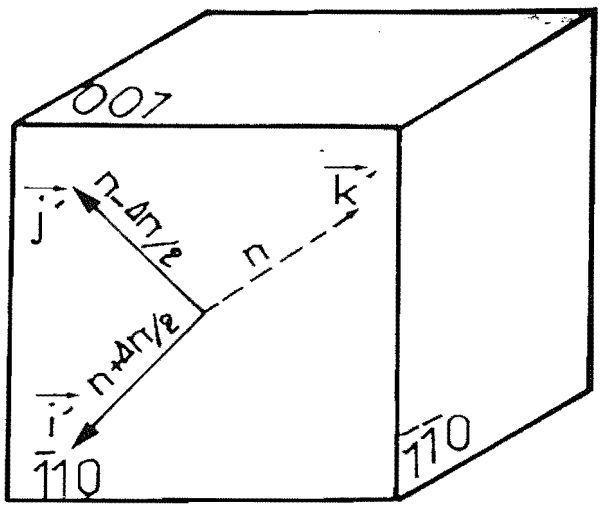


Figure II-4 : Orientation des axes optiques $\vec{i}'$, $\vec{j}'$ et $\vec{k}'$ d'un cristal photoréfractif de BSO ou de BGO dans la configuration "rendement".

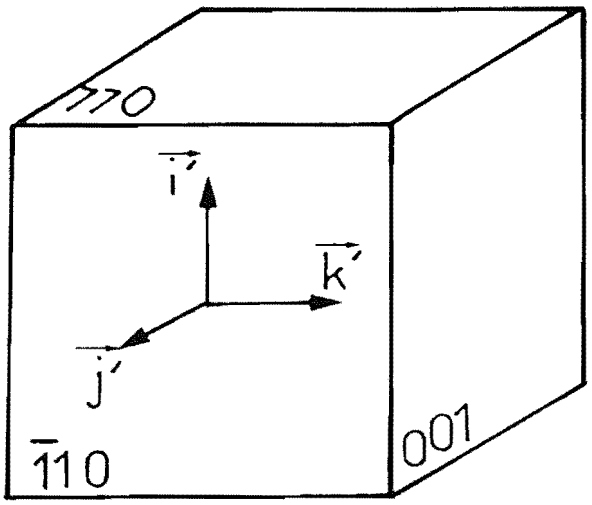


Figure II-5 : Orientation des axes optiques $\vec{i}'$, $\vec{j}'$ et $\vec{k}'$ d'un cristal photoréfractif de BSO ou de BGO dans la configuration "couplage".

$$\begin{cases} n_{x'} = n - \dfrac{\Delta n}{2} \\ n_{y'} = n + \dfrac{\Delta n}{2} \\ n_{z'} = n \end{cases}$$

Δn ayant la même valeur que précédemment.

L'orientation des axes dans cette configuration est représentée sur la figure 5.

c) *Choix d'une configuration*

La spécificité de ces configurations apparait lorsque l'on induit un réseau dans le cristal, c'est-à-dire que le champ électrique E est modulé :

i) Configuration "rendement" :

$$\vec{E} = \frac{1}{\sqrt{2}} (E_0 + E_1 \cos \vec{K}.\vec{r}) \ (\vec{i} + \vec{j})$$

ii) Configuration "couplage" :

$$\vec{E} = (E_0 + E_1 \cos (\vec{K}. \vec{r})) \ \vec{k}$$

avec $\vec{K}$ le vecteur d'onde du réseau induit.

En raison du pouvoir rotatoire une onde de polarisation rectiligne va, au cours de sa propagation dans le cristal, "voir" successivement différents indices donc différents réseaux induits : un selon chacun des deux axes optiques.

i) Dans la configuration "rendement" les deux réseaux sont :

suivant $n_{x'}$: $\dfrac{\Delta n}{2} \cos(\vec{K}.\vec{r} + \Phi)$,

suivant $n_{y'}$: $\dfrac{-\Delta n}{2} \cos (\vec{K}.\vec{r} + \Phi) = \dfrac{\Delta n}{2} \cos (\vec{K}.\vec{r} + (\Phi+\pi))$.

(Φ représentant un éventuel déphasage entre la figure d'interférence et le réseau induit).

ii) Dans la configuration "couplage" :

suivant $n_{x'}$: $-\frac{\Delta n}{2}\cos(\vec{K}.\vec{r} + \Phi)$,

suivant $n_{z'}$: aucune modulation.

Ainsi l'efficacité de diffraction sera supérieure dans la première configuration, l'onde interagissant toujours avec un réseau, d'où le nom de cette configuration.

Par contre, si l'on désire effectuer un couplage d'énergie entre deux ondes planes interférant dans le cristal, l'existence d'un déphasage Φ entre le réseau d'indice et la figure d'interférence est nécessaire ainsi que nous le verrons dans le chapitre III. Dans la configuration "rendement", le signe de ce déphasage change au cours de la traversée du cristal ce qui, en moyenne, peut totalement annuler ce couplage. Ce phénomène d'inversion ne peut pas se produire dans la seconde configuration et c'est la raison pour laquelle elle est appelée "couplage".

d) *Expression des ondes propres d' un milieu présentant simultanément de la biréfringence circulaire et linéaire*

Cette étude a été effectuée par différents auteurs et en particulier par Landau [16]. Les expressions que nous rappelons ici sont générales et s'appliquent à tous les milieux. La biréfringence linéaire est notée δn et la biréfringence circulaire Γ (ainsi, pour la configuration "rendement" $\delta n = \Delta n$ et pour la configuration "couplage" $\delta n = -\frac{\Delta n}{2}$). Les équations de départ sont les quatre équations de Maxwell pour un milieu diélectrique sans charge libre :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \\ \vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{cases} \qquad (3)$$

auxquelles il faut ajouter les relations constitutives du milieu:

$$\begin{cases} D_i = \epsilon_{ik}^{(0)} E_k + \gamma_{ikl} \dfrac{\partial E_k}{\partial x_l} \\ B_i = \mu_0 . H_i \end{cases} \qquad (4)$$

où :
- $\epsilon_{ik}^{(0)}$ représentent les composantes du tenseur de permittivité diélectrique,
- μ_0 la perméabilité magnétique que l'on supposera isotrope (référence [16] p. 439),
- les γ_{ikl} sont les composantes du tenseur du pouvoir rotatoire.

En fait, d'après la symétrie des cristaux de BSO et BGO les relations (4) s'écrivent :

$$\begin{cases} \vec{D} = [\epsilon] \vec{E} + \gamma \overrightarrow{rot} \vec{E} \\ \vec{B} = \mu_0 . \vec{H} \end{cases} \qquad (5)$$

ou encore, dans le système des axes optiques (avec $\vec{k}_0$ le vecteur d'onde) :

$$\begin{cases} \vec{D} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & -i\Gamma\epsilon_0 & i\Gamma\epsilon_0 \\ i\Gamma\epsilon_0 & \epsilon_2 & -i\Gamma\epsilon_0 \\ -i\Gamma\epsilon_0 & i\Gamma\epsilon_0 & \epsilon_3 \end{pmatrix} \vec{E} \quad \text{avec } \Gamma = \dfrac{|k_0|}{\epsilon_0} \gamma \\ \vec{B} = \mu_0 . \vec{H} \end{cases} \qquad (6)$$

Il convient de remarquer que la justification des relations constitutives (4) ne peut avoir lieu qu'a posteriori après examen des données expérimentales [14].

Nous allons chercher les solutions en $\vec{E}$ en négligeant sa composante longitudinale. Cette approximation, très bien vérifiée dans les cristaux de BSO ($\frac{\delta n}{n} \ll 1$), permet d'alléger les notations.Il est cependant possible de mener ces calculs de façon exacte, en raisonnant sur les composantes de l'excitation électrique $\vec{D}$ qui est perpendiculaire au vecteur d'onde $\overrightarrow{k_0}$.

Situons nous alors dans un repère perpendiculaire au vecteur d'onde $\overrightarrow{k_0} = k_0 . \vec{k}'$ de telle sorte que la sous matrice $[\epsilon]$ soit diagonale :

$$\vec{D} = \begin{vmatrix} D_x \\ D_y \end{vmatrix} = \epsilon_0 \begin{pmatrix} \left(n + \frac{\delta n}{2}\right)^2 & -i\Gamma \\ +i\Gamma & \left(n - \frac{\delta n}{2}\right)^2 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} E_x \\ E_y \end{vmatrix}$$

Il reste alors à reporter ceci dans l'équation de propagation déduite de (3) : $\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}\,\vec{E}) = -\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2}$ ce qui, en faisant l'approximation $\vec{\nabla}.\vec{E} = 0$ conduit à résoudre le système :

$$\begin{cases} k^2 E_x = \frac{\omega^2}{c^2}\left[\left(n + \frac{\delta n}{2}\right)^2 E_x - i\Gamma E_y\right] \\ k^2 E_y = \frac{\omega^2}{c^2}\left[i\Gamma E_y + \left(n - \frac{\delta n}{2}\right)^2 E_x\right] \end{cases} \qquad (7)$$

Les deux ondes propres, solutions de (7), sont :

$$\begin{cases} \vec{E}_+ = \hat{e}_+ E_0 e^{-i(k_+ z - \omega t)} \\ \vec{E}_- = \hat{e}_- E_0 e^{-i(k_- z - \omega t)} \end{cases}$$

avec $\hat{e}_+$, $\hat{e}_-$ polarisations propres elliptiques orthogonales :

$$\hat{e}_+ = \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}} \begin{vmatrix} 1 \\ i\alpha \end{vmatrix} \qquad \hat{e}_- = \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}} \begin{vmatrix} \alpha \\ -i \end{vmatrix}$$

dont α défini l'ellipticité :

$$\alpha = -\frac{\delta n - \sqrt{\delta n^2 + \Gamma^2}}{\Gamma}$$

avec $\vec{k}_+$ et $\vec{k}_-$ les vecteurs des ondes propres :

$$k_+ = n_+ \frac{\omega}{c} \qquad ; \qquad k_- = n_- \frac{\omega}{c}$$

$$n_+ = n + \frac{1}{2}\sqrt{\delta n^2 + \Gamma^2}$$

$$n_- = n - \frac{1}{2}\sqrt{\delta n^2 + \Gamma^2}$$

On retrouve bien les cas limites :

- pouvoir rotatoire nul : polarisations propres rectilignes et $\begin{cases} n_+ = n_x \\ n_- = n_y \end{cases}$,
- biréfringence nulle : polarisations propres circulaires.

II.2.3. Diffraction par un réseau enregistré dans un milieu biaxe.

La configuration choisie pour cette étude est la configuration "rendement" : elle présente l'efficacité de diffraction maximale et nous l'utiliserons dans les applications. Cependant, il serait possible de considérer la configuration "couplage" [11].

Supposons un milieu biaxe dans lequel est enregistré un réseau de phase de vecteur d'onde $\vec{K}$. Eclairons ce milieu par une onde plane $\vec{R}$ propre. Son vecteur d'onde est donc égal soit à $\vec{k}_+^R$ soit à $\vec{k}_-^R$ (Figure 6). Si l'accord de Bragg est vérifié, l'onde diffractée (notée $\vec{S}$) sera une onde propre du milieu, de vecteur d'onde $\vec{k}_+^S$ ou $\vec{k}_-^S$. Ainsi il existe quatre façons différentes de coupler une onde diffractée. Celles-ci sont représentées sur la figure 7 : la conservation des moments y est schématisée sur la surface des indices dédoublée du milieu biaxe [17]. Les processus a et b sont appelés isotropes, les processus c et d anisotropes.

Imaginons maintenant une onde $\vec{R}_e$, de vecteur d'onde $\vec{k}_e$, incidente sur le cristal. A l'intérieur de ce cristal elle donne naissance à deux ondes propres $\vec{R}_+$ et $\vec{R}_-$, de vecteurs d'onde $\vec{k}_+^R$ et $\vec{k}_-^R$ tels qu'il y ait conservation de la composante tangentielle de $\vec{k}_e$ (Figure 6). Par l'intermédiaire du vecteur d'onde $\vec{K}$ du réseau, $\vec{k}_+^R$ et $\vec{k}_-^R$ couplent deux ondes diffractées de vecteurs d'onde $\vec{k}_1^S = \vec{k}_+^R + \vec{K}$ et $\vec{k}_2^S = \vec{k}_+^R + \vec{K}$.

Les deux ondes couplées ne sont a priori pas des ondes

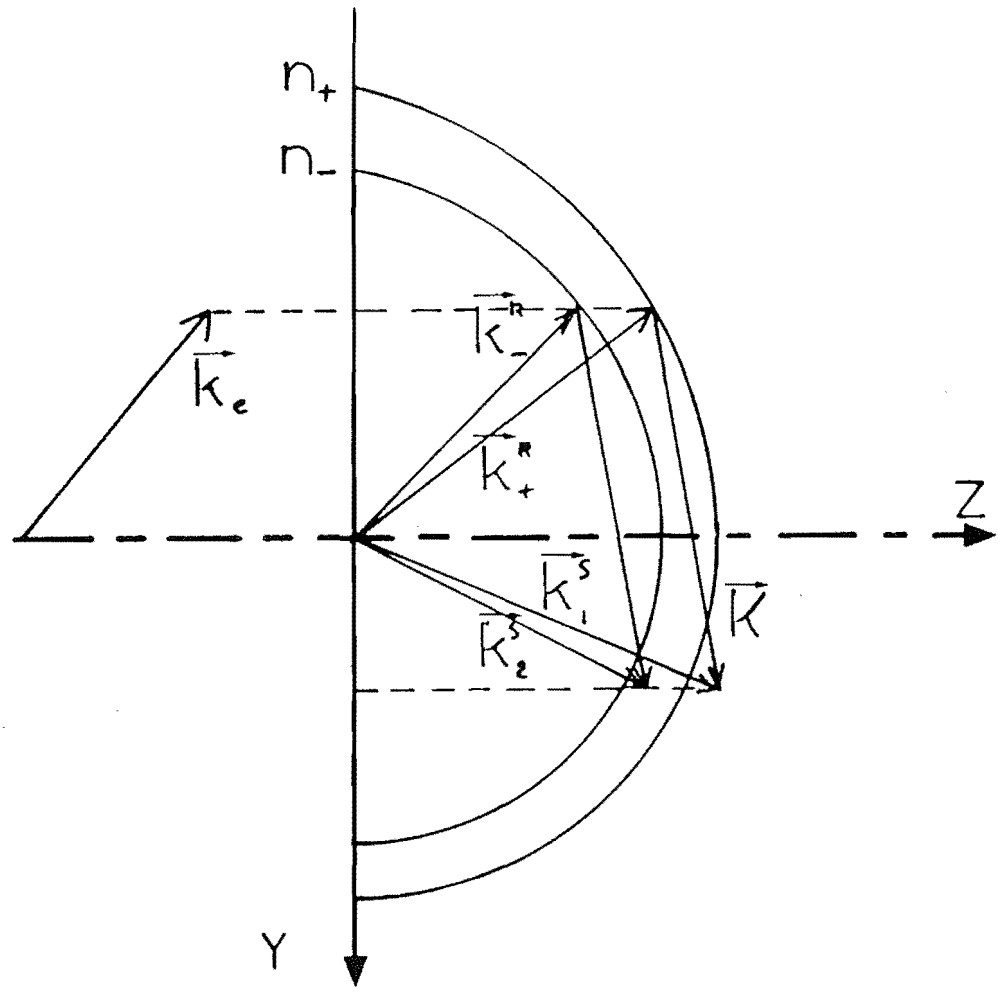


Figure II-6 : Conservation de la composante tangentielle du vecteur d'onde pour une interface air-milieu biréfringent : mise en évidence de la formation d'un seul réseau induit de vecteur d'onde $\vec{K}$.

propres (à cause d'un déphasage possible à l'angle de Bragg). Par "recouplage", l'onde de vecteur d'onde $\vec{k}_1^S$ va donner une onde qui n'est plus une onde propre bien que de vecteur d'onde $\vec{k}_+^R$. En effet, bien que $\vec{k}_+^R$ soit un vecteur propre, la polarisation de cette onde "recouplée" ne correspond pas à une polarisation propre. Le même raisonnement s'applique à $\vec{k}_2^S$ et $\vec{k}_-^R$. Le processus de diffraction de l'onde $\vec{R}_+$ et celui de l'onde $\vec{R}_-$ sont donc indépendants l'un de l'autre; ils peuvent être étudiés séparément.

1) Méthode de calcul

Nous nous placerons dans le cas où les trois dimensions du réseau sont du même ordre de grandeur. Ceci correspond au déphasage à l'angle de Bragg noté $\overrightarrow{\Delta k}_2$ dans le paragraphe II.1 et sur la figure 2.b. A notre connaissance, ce problème a été à ce jour résolu numériquement en l'absence de biréfringence linéaire [17]. Par contre une résolution numérique complète à été effectuée dans le cas du déphasage $\overrightarrow{\Delta k}_1$ [11].

Les différents processus de diffraction isotrope et anisotrope (figure 7) sont définis par rapport aux vecteurs d'onde propre du milieu. Les calculs suivants sont donc menés en projetant les ondes $\vec{R}$ et $\vec{S}$ sur la base des polarisations propres. Cela permet aussi de séparer les processus de diffraction d'une onde incidente $\vec{R}_+$ d'une onde $\vec{R}_-$. Nous retrouverons ainsi les résultats "intuitifs" présentés précédemment.

a) Equation de propagation

Pour un milieu diélectrique transparent l'équation de propagation s'écrit :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\ \overrightarrow{\text{rot}} \left(\vec{R} + \vec{S}\right) = \mu_o\ \omega^2\ [\epsilon] \left(\vec{R} + \vec{S}\right) \qquad (8)$$

Le tenseur de permittivité diélectrique $[\epsilon]$ du cristal se compose de deux termes : un terme constant $[\epsilon_L]$ qui est fonction du champ statique appliqué au cristal et un terme modulé $[\epsilon_{NL}] \cos\left(\vec{K} \cdot \vec{r}\right)$ qui résulte de la modulation d'indice. Dans la configuration "rendement", le champ statique est

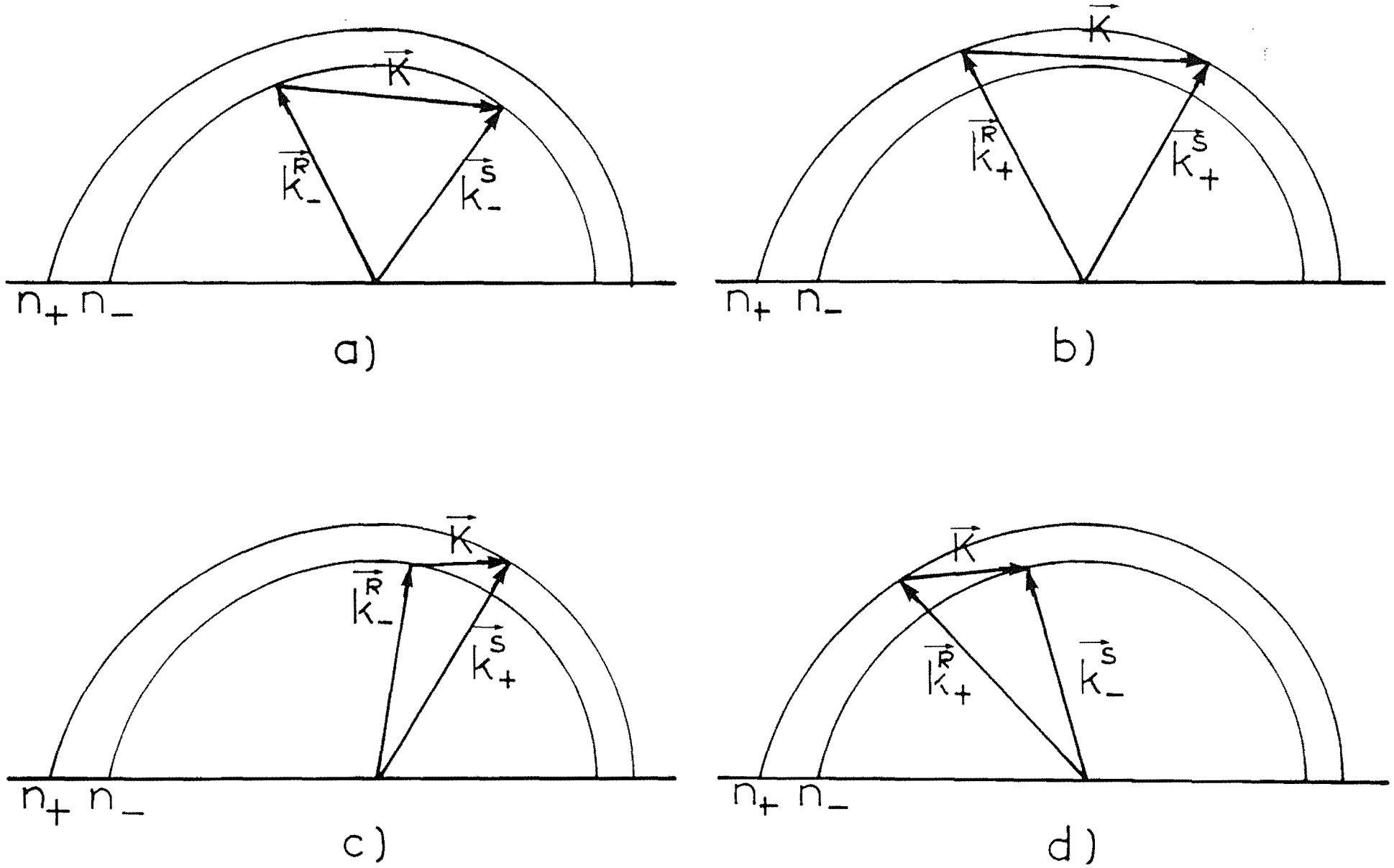


Figure II-7 : Représentation des quatre différents processus de diffraction par un réseau enregistré dans un milieu anisotrope.

orienté suivant l'axe cristallographique (110).Le champ modulé $\vec{E}$ est donné par :

$$\vec{E} = E_o \left(\cos \theta_E \, \vec{i} + \sin \theta_E \, \vec{j}\right) \cos\left(\vec{K} \cdot \vec{r}\right)$$

(avec $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ vecteurs unitaires du repère cristallographique).

Le calcul des tenseurs $[\epsilon_L]$ et $[\epsilon_{NL}]$ est développé dans l'annexe A. Nous trouvons :

$$[\epsilon_L] = \epsilon_o \begin{pmatrix} \left(n + \frac{\Delta n}{2}\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & \left(n - \frac{\Delta n}{2}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & n^2 \end{pmatrix} \qquad (9)$$

et :

$$[\epsilon_{NL}] = \epsilon_o \, n^2 \begin{pmatrix} n^2 A & 0 & -\frac{n^2 B}{2} \\ 0 & -n^2 A & \frac{n^2 B}{2} \\ \frac{-n^2 B}{2} & \frac{n^2 B}{2} & 0 \end{pmatrix} \qquad (10)$$

avec :

- n, l'indice de réfraction ;
- $\frac{\Delta n}{2}$, l'amplitude de la modulation d'indice ;
- $A = \frac{r \, E_o}{\sqrt{2}} (\cos \theta_E + \sin \theta_E)$ (11)
- $B = r \, E_o \, (\cos \theta_E - \sin \theta_E)$ (12)

Nous soulignons en particulier dans cette annexe que les coefficients non diagonaux $\pm \frac{n^2 B}{2}$ sont très souvent négligeables devant les termes diagonaux dans la mesure où $\theta_E \simeq \frac{\pi}{4}$. Par soucis de clarté nous allons dans ce qui suit négliger ces termes. Cette approximation n'est toutefois pas nécessaire à la résolution de l'équation de propagation qui est menée dans l'annexe B en tenant compte de ces termes.

b) Dérivation des équations couplées

Nous supposerons que le milieu est peu biréfringent, c'est à dire que nous négligerons la composante longitudinale du champ électrique dans l'équation de propagation (cette hypothèse est très largement vérifiée dans les cristaux de BSO et BGO).

i) Si l'onde incidente est une onde polarisée $\vec{R}_+$, sa polarisation évolue au cours de la traversée du milieu mais son vecteur d'onde reste inchangé. Compte-tenu de l'hypothèse que le champ électrique est transverse cela permet d'écrire :

$$\vec{R}(z) = \left(r_+(z)\ \hat{e}_+^R + r_-(z)\ \hat{e}_-^R\right) e^{-i\ \vec{k}_+^R\ .\ \vec{r}}$$

avec :

- $r_+(0) = R_+$ et $r_-(0) = 0$
- $\hat{e}_+^R$ vecteur polarisation de l'onde propre $\overrightarrow{R_+}$
- $\hat{e}_-^R$ vecteur polarisation de l'onde propre $\overrightarrow{R_-}$

De même, l'onde diffractée peut s'écrire :

$$\vec{S}(z) = \left(s_+(z)\ \hat{e}_+^S + s_-(z)\ \hat{e}_-^S\right) e^{-i\ \vec{k}_S.\vec{r}}$$

avec :

- $s_+(0) = s_-(0) = 0$;
- $\vec{k}_S = \vec{k}_+^R + \vec{K}$;
- $\hat{e}_+^S$ vecteur polarisation de l'onde propre $\overrightarrow{S_+}$
- $\hat{e}_-^S$ vecteur polarisation de l'onde propre $\overrightarrow{S_-}$

ii) Dans le cas où l'onde incidente est polarisée $\vec{R}_-$ nous pouvons de même, avec des notations semblables poser :

$$\vec{R}'(z) = \left(r_+'(z)\ \hat{e}_+^{R'} + r_-'(z)\ \hat{e}_-^{R'}\right) e^{-i\ \vec{k}_-^{R'}.\vec{r}}$$

$$\vec{S}'(z) = \left(s_+'(z)\ \hat{e}_+^{s'} + s_-'(z)\ \hat{e}_-^{s'} \right) e^{-i\ \vec{k}_s'.\vec{r}}$$

avec :

- $r_+'(0) = 0 \quad$ et $\quad r_-'(0) = R_-$
- $s_+'(0) = s_-'(0) = 0$
- $\vec{k}_s' = \vec{k}_-^{R'} + \vec{K}$

Nous possédons maintenant tous les éléments pour résoudre l'équation de propagation. Les calculs ne présentent pas de difficulté particulière et sont développés dans l'annexe B. Dans le cas où $\theta_E \simeq \frac{\pi}{4}$ nous obtenons le système de huit équations à huit inconnues suivant :

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{pmatrix} r_+ \\ r_- \\ s_+ \\ s_- \end{pmatrix} = - i \begin{pmatrix} 0 & 0 & \tau_2 & \tau_1 \\ 0 & -K\delta\theta_{\pm} & \tau_1 & -\tau_2 \\ \tau_2 & \tau_1 & K\Delta\theta & 0 \\ \tau_1 & -\tau_2 & 0 & K(\Delta\theta - \delta\theta_{\pm}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_+ \\ r_- \\ s_+ \\ s_- \end{pmatrix} \qquad (13)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{pmatrix} r_+' \\ r_-' \\ s_+' \\ s_-' \end{pmatrix} = - i \begin{pmatrix} K\delta\theta_{\pm} & 0 & \tau_2 & \tau_1 \\ 0 & 0 & \tau_1 & -\tau_2 \\ \tau_2 & \tau_1 & K(\Delta\theta + \delta\theta_{\pm}) & 0 \\ \tau_1 & -\tau_2 & 0 & K\Delta\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1' \\ r_-' \\ s_+' \\ s_-' \end{pmatrix} \qquad (14)$$

Avec :

- τ_2 le coefficient de couplage isotrope défini dans l'annexe B,
- τ_1 le coefficient de couplage anisotrope défini dans l'annexe B,
- $K\Delta\theta$ la "mesure du déphasage" à l'angle de Bragg :

$$K\Delta\theta = \frac{k_s^2 - k_+^{R\,2}}{2\ k_s\ \cos\ \theta} \simeq \frac{k_s'^2 - k_-^{R'\,2}}{2\ k_s'\ \cos\ \theta} \simeq \frac{k_s' - k_-^{R'}}{\cos\ \theta},$$

- $K\delta\theta_{\pm}$ représente le déphasage par unité de longueur d'interaction entre une onde polarisée R_+ et une onde polarisée $\vec{R}_-$:

$$K\delta\theta_{\pm} = \frac{k_+^2 - k_-^2}{2\ k_s\ \cos\ \theta} \simeq \frac{k_+ - k_-}{\cos\ \theta},$$

- θ est l'angle de réfraction de l'onde R que nous assimilons à celui de l'onde R' (hypothèse d'une faible biréfringence).

2) Résolution des équations couplées

Pour résoudre les systèmes (13) et (14) il est possible par exemple de diagonaliser les deux matrices 4 x 4. Cependant, nous n'emploierons pas une telle méthode car elle ne permet pas de tirer de conclusion d'ordre général quant à l'évolution de l'efficacité en fonction des différents paramètres (angle d'incidence, polarisation incidente, longueur d'interaction).

Afin d'obtenir des expressions analytiques simples décrivant finement l'allure de la tâche de diffraction pour n'importe quelle polarisation et incidence du faisceau de lecture, une résolution approchée des équations couplées est d'abord effectuée. Nous montrons que ces expressions sont utilisables lorsque le champ électrique appliqué au cristal est inférieur à quelques kV/cm. Pour des champs électriques plus forts, l'efficacité de diffraction est obtenue pour le désaccord à l'angle de Bragg $\Delta\theta = 0$ (processus de diffraction isotrope). Il est donc suffisant dans ce cas de résoudre de façon exacte les deux systèmes (13) et (14) pour ce désaccord de $\Delta\theta = 0$.

a) Résolution approchée des équations couplées

Les équations couplées (13) et (14) peuvent se résoudre aisément lorsque l'efficacité de diffraction d'un réseau enregistré dans un cristal de BSO est faible, ce qui est généralement le cas. Nous quantifierons cette approximation au paragraphe suivant. Cela signifie que si nous envoyons à l'entrée du cristal une onde polarisée $\vec{R}_+$ elle se diffracte selon $\vec{S}_+$ et $\vec{S}_-$ qui à leur tour se diffractent en $\vec{R}_-$. Dans le cas des efficacités faibles $\vec{R}_-$ est négligeable et $\vec{R}_+$ est constante. Ainsi, les systèmes (13) et (14) deviennent :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial z} s_+ = -i\,(\tau_2\, r_+ + K\Delta\theta\, s_+) \\ \dfrac{\partial}{\partial z} s_- = -i\,(\tau_1\, r_+ + K(\Delta\theta - \delta\theta_{\pm})\, s_+) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial z} s_+' = -i\ (\tau_1\ r_-' + K(\Delta\theta + \delta\theta_\pm)\ s_+') \\ \dfrac{\partial}{\partial z} s_-' = -i\ (\tau_2\ r_-' + K\Delta\theta\ \ s_-') \end{cases}$$

ce qui donne les expressions analytiques suivantes :

$$\begin{cases} s_+(z) = -i\ \tau_2\ r_+(0)\ z\ \ e^{-i\frac{K\Delta\theta z}{2}}\ \mathrm{sinc}\left(\dfrac{K\Delta\theta z}{2}\right) \\ s_-(z) = -i\ \tau_1\ r_+(0)\ z\ \ e^{-i\frac{K(\Delta\theta-\delta\theta_\pm)z}{2}}\ \mathrm{sinc}\left(K\dfrac{(\Delta\theta-\delta\theta_\pm)\ z}{2}\right) \end{cases} \qquad (15\text{-a})$$

$$\begin{cases} s_+'(z) = -i\ \tau_1\ r_-'(0)z\ e^{-i\ \frac{K(\Delta\theta+\delta\theta_\pm)z}{2}}\ \mathrm{sinc}\left(\dfrac{K(\Delta\theta+\delta\theta_\pm)z}{2}\right) \\ s_-'(z) = i\ \tau_2\ r_-'(0)z\ \ e^{-i\frac{K\Delta\theta z}{2}}\ \mathrm{sinc}\left(\dfrac{K\Delta\theta}{2}\ z\right) \end{cases} \qquad (15\text{-b})$$

Nous retrouvons sur ces formules les résultats qualitatifs présentés au début de ce chapitre :

- l'existence de deux constantes de couplage, τ_2 isotrope et τ_1 anisotrope ,
- l'existence de trois angles vérifiant la condition d'accord de Bragg : $\Delta\theta=0$, $\Delta\theta=+\delta\theta_\pm$, $\Delta\theta=-\delta\theta_\pm$.

Nous pouvons maintenant quantifier ces résultats et décrire l'évolution de l'intensité diffractée en fonction des différents paramètres (champ électrique appliqué, polarisation de l'onde incidente, épaisseur du cristal, pas du réseau induit, angle d'incidence).

i) Influence du champ électrique :

Lorsqu'aucun champ électrique n'est appliqué au cristal, la constante de couplage isotrope τ_2 est nulle (annexe B). Une onde polarisée $\vec{R}_+$ (circulaire droite) couple une onde $\vec{S}_-$ (circulaire gauche) et de même une onde $\vec{R}_-'$ couple une onde $\vec{S}_+'$. Il est à remarquer que ces deux couplages se produisent autour de deux angles de Bragg distincts : l'un en $\delta\theta_\pm$ et le second en $-\delta\theta_\pm$.

Sur la figure 8-a, nous avons représenté l'efficacité de diffraction en fonction de $\Delta\theta$ pour un cristal de BSO de

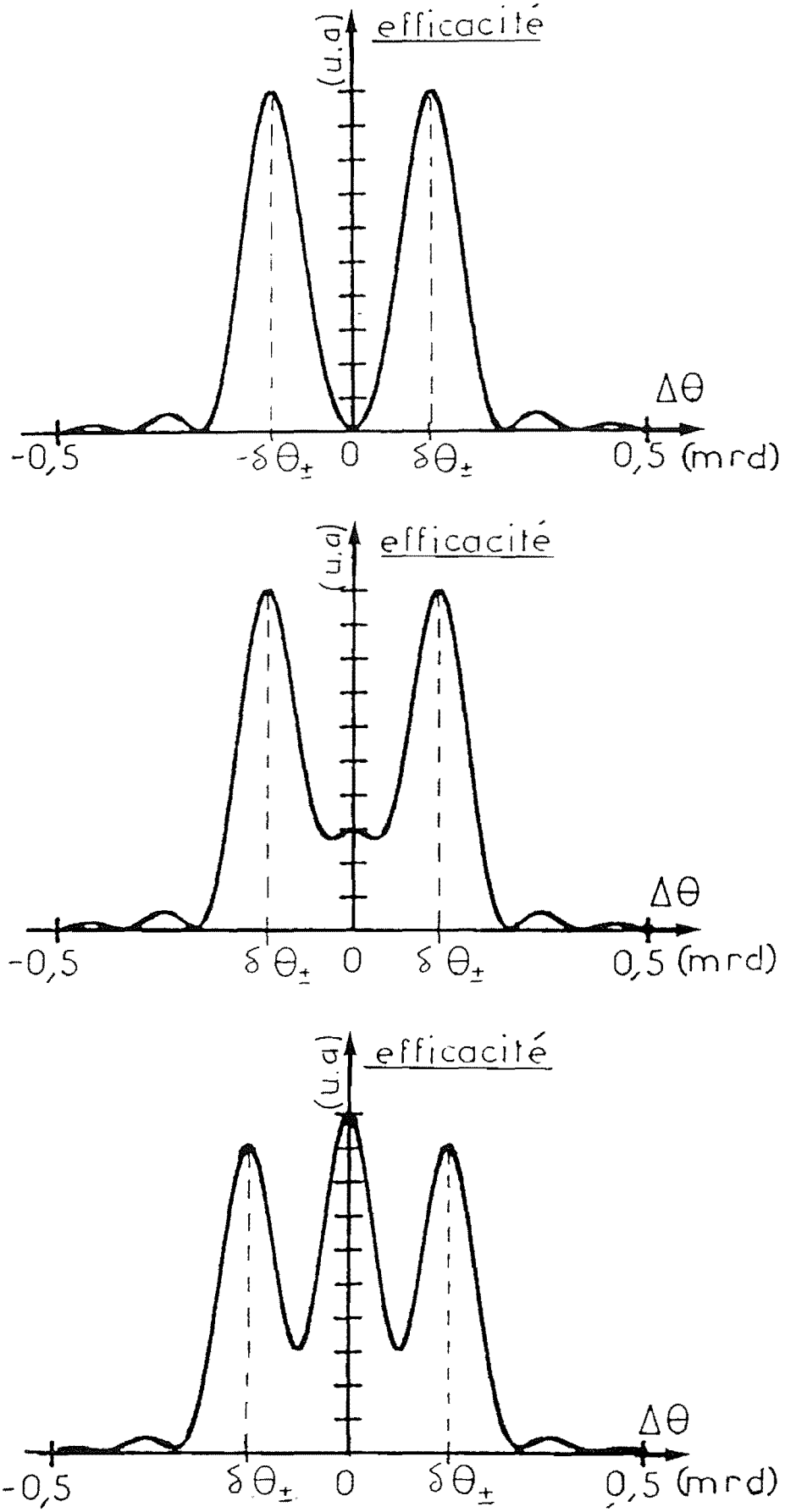


Figure II-8 : Efficacité de diffraction en fonction du désaccord Δθ pour un réseau enregistré dans un cristal de BSO de 8 mm diffractant une onde non polarisée à la longueur d'onde de 633 nm :

a) sans champ appliqué

b) sous un champ de 8 kV/cm

c) sous un champ de 16 kV/cm

8 mm d'épaisseur, un pas photoinduit de 1 μm et un faisceau de lecture non polarisé à la longueur d'onde de 633 nm pour laquelle le pouvoir rotatoire est de 23° mm^{-1}. Sur ce diagramme, on voit clairement l'existence des deux lobes correspondant à des ondes polarisées gauche et droite centrées en $+\delta\theta_{\pm}$ et $-\delta\theta_{\pm}$.

Si l'on augmente la valeur du champ électrique appliqué au cristal, un troisième lobe de diffraction apparait entre les deux précédents en $\Delta\theta = 0$. Il résulte de l'augmentation du coefficient de couplage isotrope τ_2 donc du couplage de $\vec{R}_+$ en $\vec{S}_+$ et de $\vec{R}_-$ ' en $\vec{S}_-$ '. Sur la figure 8.b le champ électrique appliqué est de 8 kV/cm ; sur la figure 8.c il est de 16 kV/cm.

ii) Influence de la polarisation incidente

Si la lumière incidente est polarisée, la courbe d'efficacité de diffraction n'est en général plus symétrique par rapport à $\Delta\theta = 0$: par exemple, sans champ électrique appliqué si la polarisation de l'onde incidente est circulaire on n'observe plus qu'un seul des deux lobes de diffraction.

iii) Influence du pas du réseau induit

La courbe d'efficacité de diffraction tracée en fonction du désaccord à l'angle de Bragg est composée de trois lobes. Il sont séparés angulairement de $\delta\theta_{\pm}$, proportionnel au pas Λ, et ont une largeur à mi-hauteur de $\frac{\Lambda}{e}$ (e épaisseur du cristal). Ainsi le pas photoinduit Λ n'est qu'un facteur d'échelle, il ne modifie pas l'allure de la courbe d'efficacité de diffraction.

iv) Influence de l'épaisseur du cristal

La largeur à mi-hauteur des lobes est $\frac{\Lambda}{e}$ et $\delta\theta_{\pm}$ ne dépend pas de e. Ainsi, si l'épaisseur e diminue, les trois lobes s'élargissent sans se déplacer jusqu'à se confondre (figure 9). Cette courbe d'efficacité ne se distingue des courbes obtenues en diffraction isotrope que par une sélectivité angulaire plus faible et une polarisation variable d'un point à un autre.

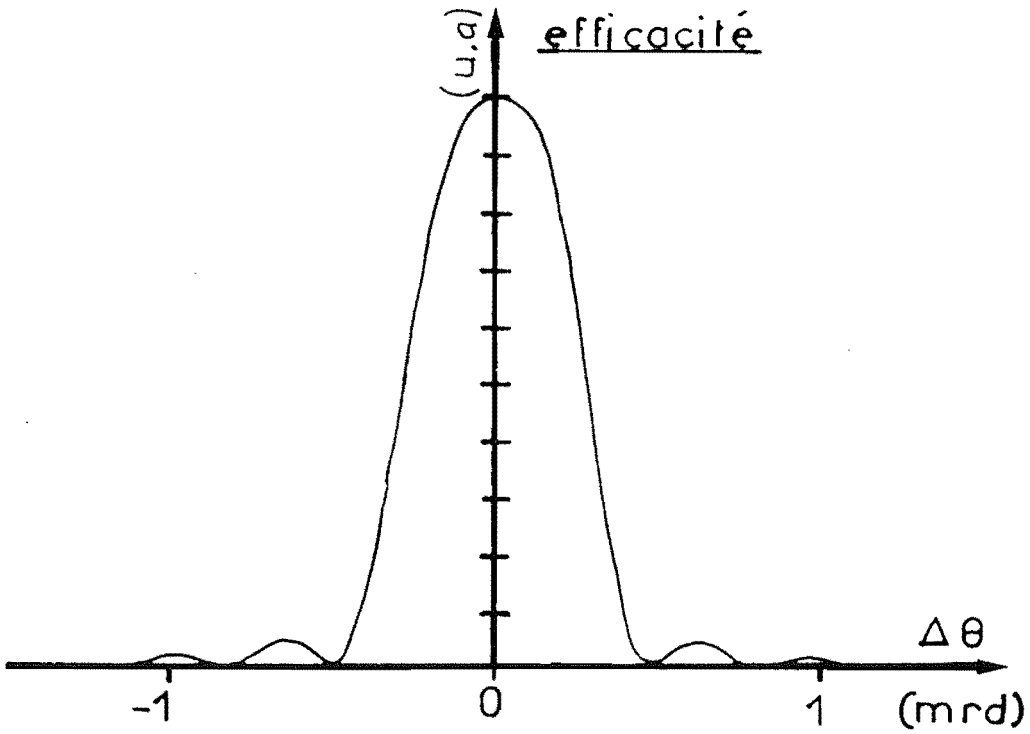


Figure II-9 : Efficacité de diffraction en fonction du désaccord Δθ pour un réseau enregistré dans un cristal de BSO de 3 mm d'épaisseur et sans champ électrique appliqué.

v) Domaine de validité des solutions approchées

Les **solutions approchées données par le système (15)** sont obtenues en supposant que l'onde incidente $\vec{R}$ est d'amplitude constante. Cela peut être considéré comme vrai tant que l'efficacité de diffraction reste faible (par exemple inférieure à 20 % comme le montrera la résolution exacte effectuée au paragraphe suivant).

Pour chiffrer cette condition, il suffit d'utiliser (15) et de poser :

$$\left| \frac{s_+^2(z) + s_-^2(z)}{r_+^2(0)} \right| \leqslant 20\ \%$$

ou encore :

$$\left(\tau_2^2 + \tau_1^2\right) e^2 \leqslant 20\ \%$$

En fait, en tenant compte des expressions de τ_1 et de τ_2, cette condition s'écrit :

$$(\Delta n)\ e \leqslant \frac{0,9\ \lambda}{n}$$

Les conditions les plus défavorables pour cette approximation (fortes efficacités de diffraction) sont obtenues pour un cristal de BSO lorsqu'on enregistre un réseau de grand pas ,de fort taux de modulation et sous fort champ électrique transverse. Les solutions (15) alors restent valables tant que le champ E ne dépasse pas une valeur telle que :

$$Ee \simeq 5,8\ kV$$

soit, si la longueur d'interaction est e = 5 mm :

$$E_{limite} \simeq 11\ kV/cm$$

vi) Résolution exacte des équations couplées

Pour des valeurs de champ électriques plus élevées le maximum d' efficacités de diffraction est obtenu pour $\Delta\theta = 0$. Il suffit donc de résoudre de façon exacte les systèmes (13) et (14) pour $\Delta\theta = 0$. Les calculs correspondants à cette résolution sont développés dans l'annexe C. Pour une onde

$\vec{R}_+$ incidente nous obtenons les formules (16) suivantes :

$$\begin{cases} r_+(z) = \dfrac{r_+(0)}{2}\, e^{-i\frac{K\delta\theta_\pm z}{2}} \left\{\cos\dfrac{\sqrt{\Delta}z}{2} + \cos\dfrac{\sqrt{\Delta}z}{2} - i\left[C\sin\dfrac{\sqrt{\Delta}z}{2} - C'\sin\dfrac{\sqrt{\Delta'}z}{2}\right]\right\} \\ r_-(z) = -i\, r_+(0)\, \tau_1\, e^{\frac{iK\delta\theta_\pm z}{2}} \left\{\dfrac{1}{\sqrt{\Delta}}\sin\dfrac{\sqrt{\Delta}z}{2} - \dfrac{1}{\sqrt{\Delta'}}\sin\dfrac{\sqrt{\Delta'}z}{2}\right\} \end{cases}$$

$$\begin{cases} s_+(z) = \dfrac{r_+(0)}{2}\, e^{i\frac{K\delta\theta_\pm z}{2}} \left\{\cos\dfrac{\sqrt{\Delta}z}{2} - \cos\dfrac{\sqrt{\Delta'}z}{2} - i\left[C\sin\dfrac{\sqrt{\Delta}z}{2} - C'\sin\dfrac{\sqrt{\Delta'}z}{2}\right]\right\} \\ s_-(z) = -i\, r_+(0)\, \tau_1\, e^{i\frac{K\delta\theta_\pm z}{2}} \left\{\dfrac{1}{\sqrt{\Delta}}\sin\dfrac{\sqrt{\Delta}z}{2} + \dfrac{1}{\sqrt{\Delta'}}\sin\dfrac{\sqrt{\Delta'}z}{2}\right\} \end{cases}$$

avec :

$$\Delta = (K\delta\theta_\pm)^2 + 4\left(\tau_1^2 + \tau_2^2\right) + 4\,\delta\theta_\pm\, K\,\tau_2$$

$$\Delta' = (K\delta\theta_\pm)^2 + 4\left(\tau_1^2 + \tau_2^2\right) + 4\,\delta\theta_\pm\, K\,\tau_2$$

$$C = \frac{K\,\delta\theta_\pm + 2\,\tau_2}{\sqrt{\Delta}}$$

$$C' = \frac{K\,\delta\theta_\pm - 2\,\tau_2}{\sqrt{\Delta'}}$$

Un exemple numérique utilisant les formules (16) est représenté sur la figure 10. Une onde $\vec{R}_+$ est incidente sur un cristal de BGO de 5 mm de long pour un désaccord à l'angle de Bragg $\Delta\theta = 0$. Nous avons représenté l'intensité diffractée en fonction du champ électrique appliqué au cristal. I_s^+ et I_s^- sont les intensités respectives des ondes diffractées $\vec{S}^+$ et $\vec{S}^-$ calculées avec les expressions (16). Par contre $I_s^{+\prime}$ et $I_s^{-\prime}$ correspondent aux mêmes intensités calculées avec les solutions approchées données par le système (15). Cela illustre la limite de validité de ces solutions approchées.

Sur la figure 11, toujours pour le même cristal, nous avons représenté en fonction du champ électrique appliqué l'intensité de l'onde transmise pour ses deux polarisation

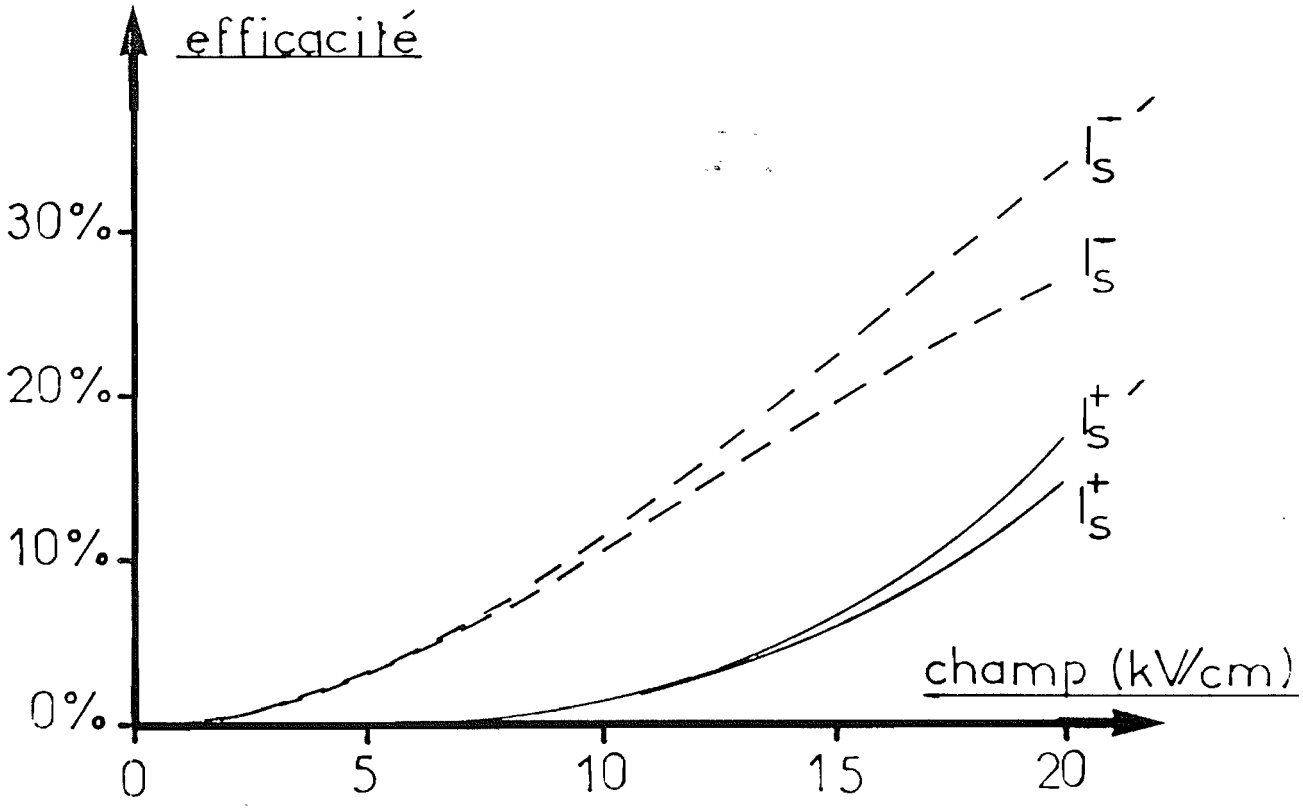


Figure II-10 : Comparaison entre les courbes des intensités des ondes diffractées en fonction du champ calculées de façon exacte (I_S^- et I_S^+ déduites des formules (16)) et celles calculées à l'aide des formules approchées (15) ($I_S^{-\prime}$ et $I_S^{+\prime}$).

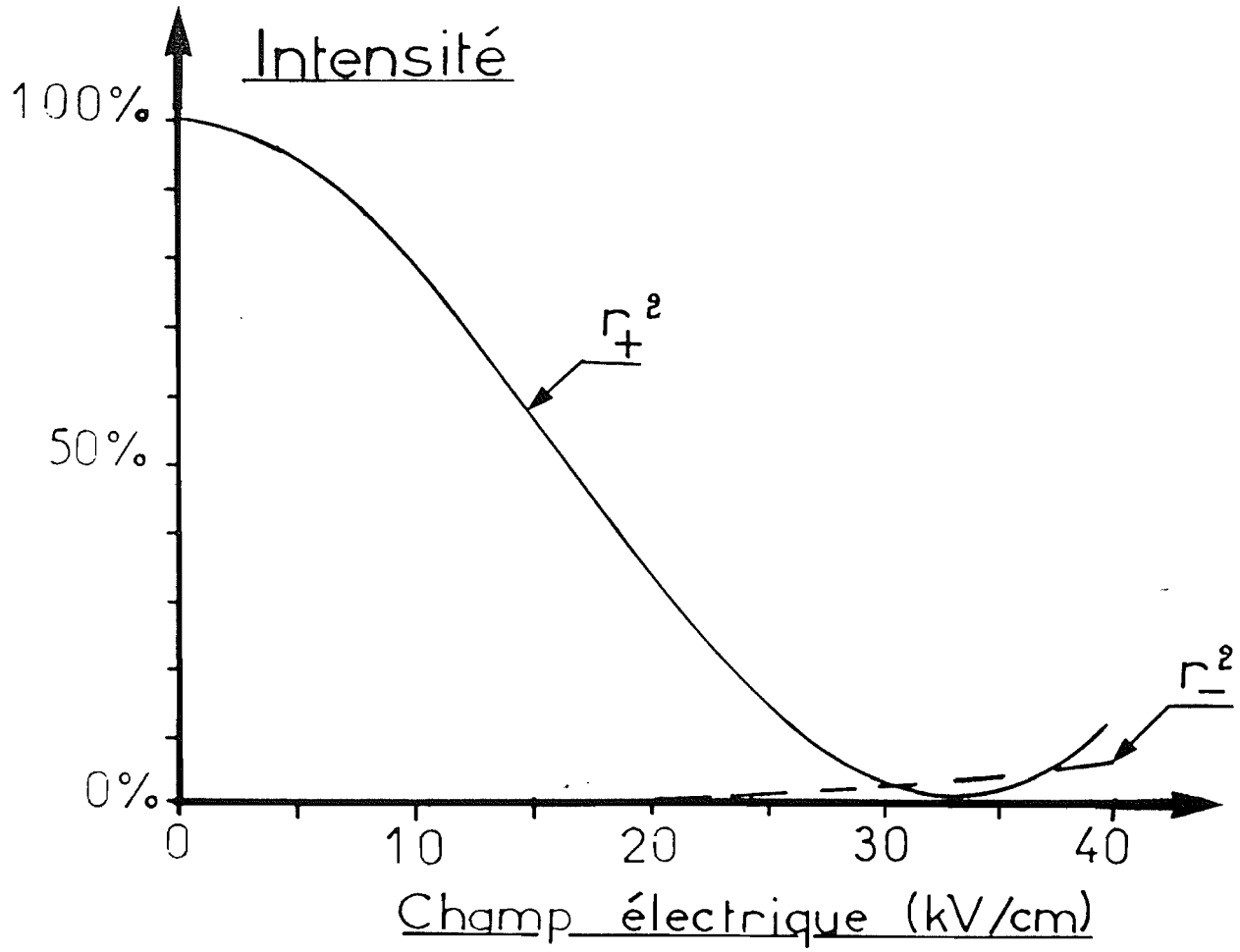


Figure II-11 : Intensité de l'ordre "0" en fonction du champ électrique : mise en évidence du faible taux de "recouplage" sur la polarisation propre $\vec{R}_-$ (pour une pour une onde incidente polarisée $\vec{R}_+$.

propres r_+^2 et r_-^2 (en supposant toujours une onde incidente polarisée $\vec{R}_+$). Nous pouvons nous rendre compte que, pour **une polarisation propre, la polarisation de l'onde transmise** est, même pour des efficacités élevées ($\simeq$ 80 %), très peu altérée par la présence du réseau induit. En effet, l'amplitude de l'onde de polarisation r_- reste négligeable devant l'amplitude de l'onde de polarisation r_+ (l'intensité de r_- résulte d'un "recouplage" des ondes diffractées S_+ et S_-).

II.3 Vérification expérimentale

Les calculs précédents nous ont permis d'une part de connaître l'intensité diffractée en fonction de l'écart à l'angle de Bragg $\Delta\theta$ et d'autre part de prédire la polarisation de l'onde diffractée. Nous allons vérifier ces prévisions.

II.3.1 Intensité diffractée en fonction de l'écart à l'angle de Bragg

1) Montage expérimental

Le montage expérimental ayant servi à vérifier nos prévisions est celui de la figure 12. Le réseau est photo-induit dans le cristal photoréfractif à partir de la modulation d'intensité lumineuse due à la figure d'interférence de deux ondes planes à la longeur d'onde de 514 nm (dans le domaine de sensibilité du cristal). Un faisceau de lecture issu d'un laser hélium-néon(à la longueur d'onde non destructive de 633 nm) est incident sur le réseau épais. Une platine de rotation permet de faire varier continuement son angle d'incidence. Le faisceau diffracté est focalisé par une lentille sur une barrette de photodiodes. Le signal vidéo issu de cette barrette est visualisé sur un oscilloscope à mémoire. Ce dispositif permet, en balayant tous les angles d'incidence, d'enregistrer sur l'écran de l'oscilloscope l'intensité diffractée en fonction de $\Delta\theta$.

Dans les résultats, les valeurs de l'intensité diffractée sont données en unités arbitraires. Le faisceau transmis par le cristal est envoyé sur la barrette pour son éta-

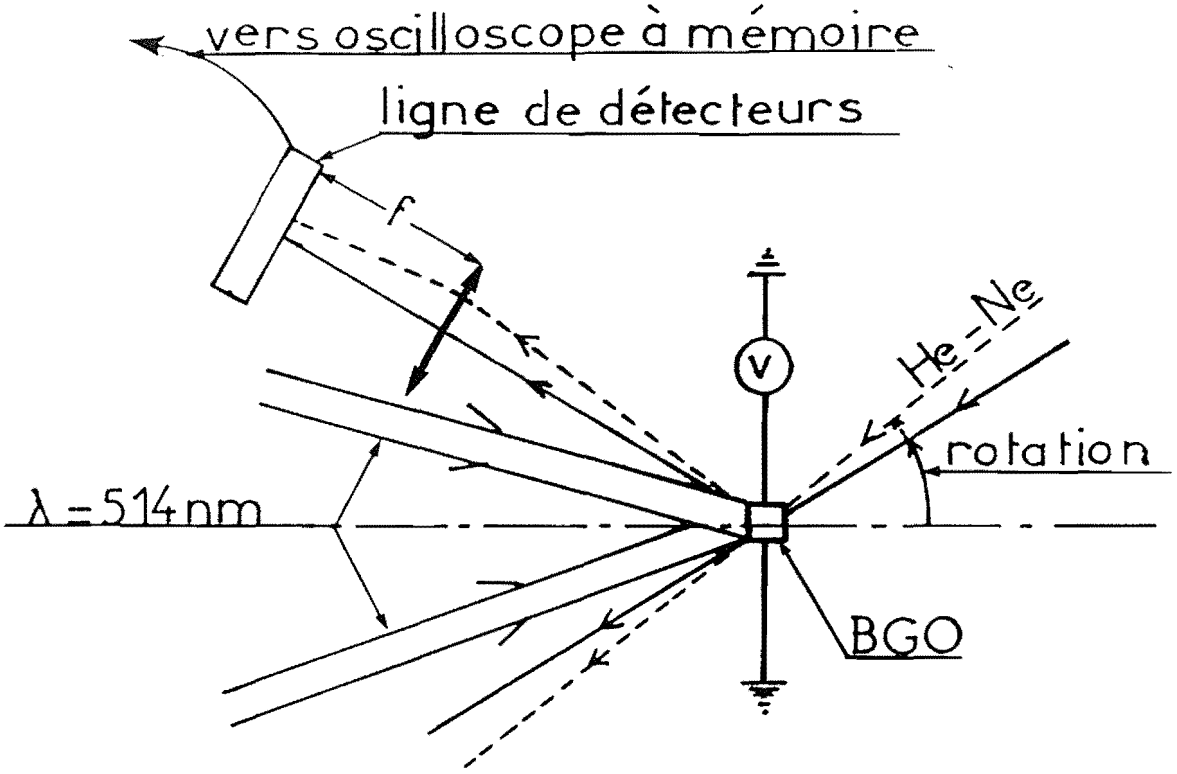


Figure II-12 : Montage expérimental utilisé pour l'étude de l'efficacité diffractée en fonction de l'angle d'incidence du faisceau de lecture.

lonnage angulaire. La platine circulaire sur laquelle est monté le laser hélium-néon autorise une mesure de la largeur angulaire totale visible sur l'écran de l'oscilloscope à quelques minutes près. Cela permet d'apprécier des écarts angulaires $\Delta\theta$ inférieurs à 0,2 mrd.

2) Résultats expérimentaux

a) Efficacité de diffraction sans biréfringence linéaire

Sur la figure 13, nous présentons l'enregistrement de l'intensité diffractée par un réseau photoinduit de pas 1,76 µm enregistré dans un cristal de 6,68 mm d'épaisseur. Le faisceau incident n'est pas polarisé et aucun champ électrique n'est appliqué au cristal (ondes propres circulaires).

Nous avons reporté sur cette figure la courbe théorique (en faisant la correction nécessaire pour tenir compte du fait que la mesure de $\Delta\theta$ est faite à l'extérieur du cristal). Son accord avec les résultats expérimentaux est excellent. Nous avons en particulier vérifié que, si la polarisation incidente est circulaire, un seul des deux lobes subsiste. Sa hauteur est double de celle observée en éclairage non polarisé. Nous avons également vérifié que la polarisation de l'onde diffractée dans ce pic est bien circulaire et de sens de rotation inverse de celui de l'onde incidente.

b) Influence du champ électrique

Avec un montage rigoureusement identique à celui utilisé pour obtenir l'enregistrement de la figure 13, nous avons reporté sur la figure 14 l'enregistrement de l'intensité de diffraction lorsqu'une tension de 5 kV est appliquée à un cristal dont la distance entre électrodes est de 5 mm. Un troisième "pic" en $\Delta\theta = 0$ commence à être visible.

c) Influence de l'épaisseur du cristal

L'enregistrement présenté sur la figure 15 a été effectué pour un réseau de pas 1,76 µm enregistré dans un cristal de 2,00 mm d'épaisseur. Le faisceau incident n'est pas polarisé et aucun champ électrique n'est appliqué au cristal.La comparaison de cet enregistrement à celui de la figure 13 montre l'influence de l'épaiseur. Les deux "pics" sont maintenant confondus. Nous avons également représenté sur la figure 15 la courbe théorique qui correspond bien aux mesures expérimentales.

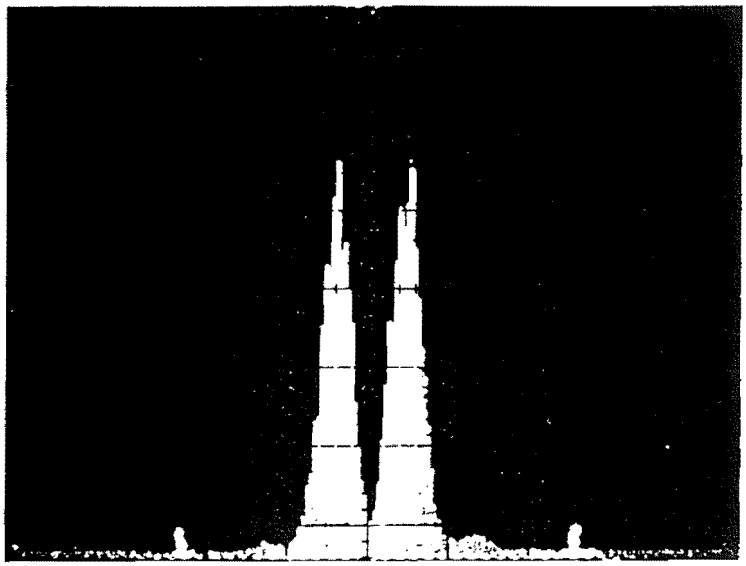


Figure II-13 : Enregistrement de l'efficacité diffractée en fonction du désaccord $\Delta\Theta$ et comparaison avec la courbe théorique (e = 6,66 mm, E = 0 kV/cm, Λ = 1,76 µm).

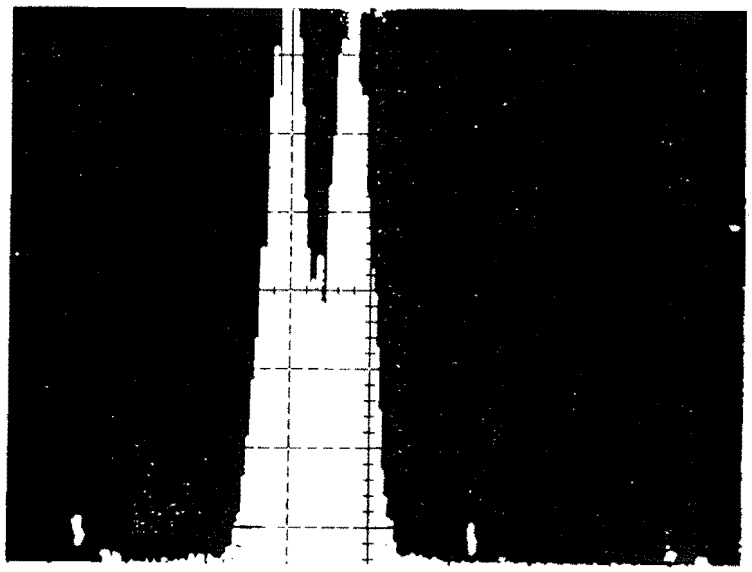
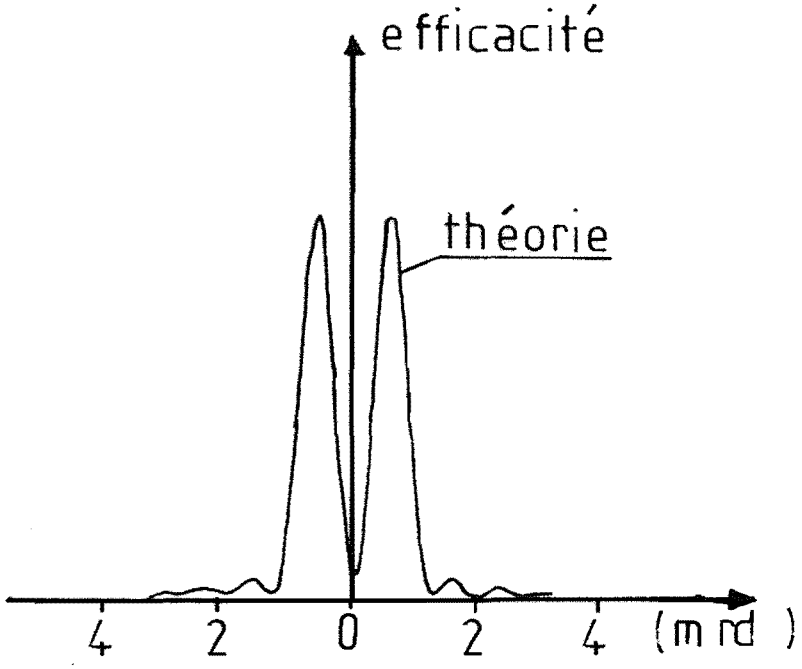
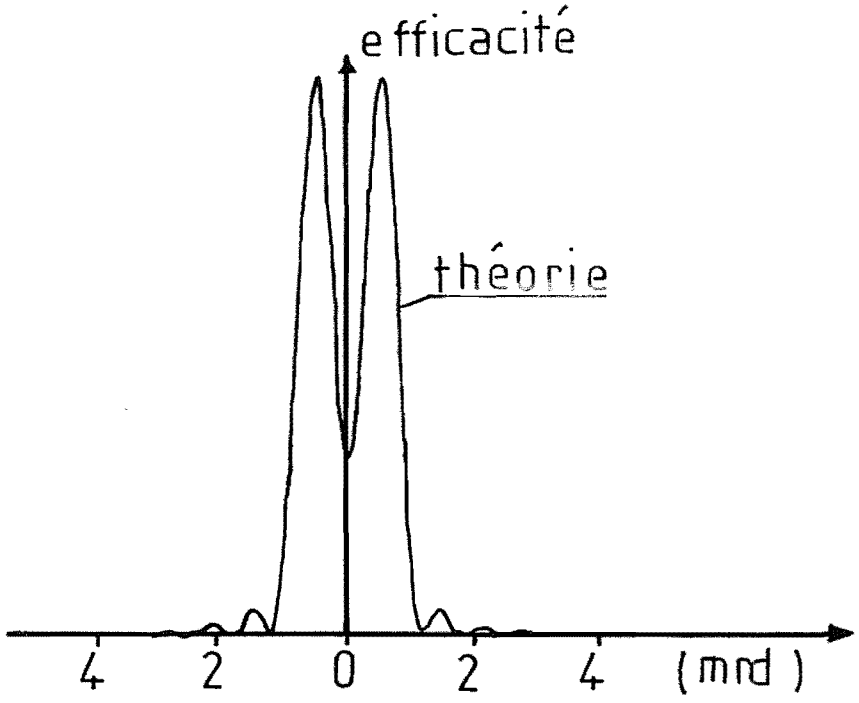


Figure II-14 : Efficacité de diffraction en fonction du désaccord $\Delta\Theta$ (e = 6,66 mm, E = 10 kV/cm, Λ = 1,76 µm) et comparaison avec la courbe théorique.


efficacité
théorie
4
2
0
2
4
(mrd)


efficacité
théorie
4
2
0
2
4
(mrd)

efficacité
théorie
-4
-2
0
2
4
(rad)



Figure II-15 : Efficacité de diffraction mesurée pour un réseau de pas 1,76 µm enregistré dans un cristal de 2,00 mm d'épaisseur sans champ électrique appliqué.

II.3.2 Etude de la polarisation de l'onde diffractée : comportement demi-onde des cristaux de BGO et de BSO

Les résultats théoriques précédents impliquent que le cristal se comporte vis à vis de l'onde diffractée comme une lame demi-onde à condition de l'utiliser sans champ électrique appliqué et au désaccord à l'angle de Bragg $\Delta\theta = 0$.

En effet, si le vecteur champ électrique de l'onde fait un angle φ avec l'axe optique Ox du cristal, à l'entrée du cristal, le champ électrique peut s'écrire :

$$\vec{R}(0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[e^{-i\varphi}\, \hat{e}^R_+ + e^{i\varphi}\, \hat{e}^R_- \right]$$

et l'onde transmise :

$$\vec{R}(e) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\begin{pmatrix} -i\varphi & -i\dfrac{k_+ e}{\cos\theta} \\ e & \end{pmatrix} \hat{e}^R_- + \begin{pmatrix} i\varphi & -i\dfrac{k_- e}{\cos\theta} \\ e & \end{pmatrix} \hat{e}^R_- \right] .$$

Ainsi la polarisation de l'onde transmise fera avec ce même axe optique Ox un angle : $\varphi' = \varphi + \dfrac{K\delta\theta_{\pm}\, e}{2}$, la polarisation ayant tourné sous l'action du pouvoir rotatoire.

Un raisonnement analogue peut être effectué pour l'onde diffractée $\vec{S}$ qui en sortie s'écrit :

$$\vec{S}(e) = s_+'(e)\, e^{-i\, \vec{k}_s' . \vec{r}}\, \hat{e}^S_+ + s_-'(e)\, e^{-i\, \vec{k}_s . \vec{r}}\, \hat{e}^S_-$$

En utilisant les formules (15) et en tenant compte du fait que :

$$\vec{k}_s' . \vec{r} = \frac{k_- e}{\cos\theta} \quad ; \quad \vec{k}_s . \vec{r} = \frac{k_+ e}{\cos\theta}$$

il vient :

$$\vec{S}(e) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[e^{i\varphi}\, \hat{e}^S_+ + e^{-i\varphi}\, \hat{e}^S_- \right] e^{-i\, \frac{(k_+ + k_-)\, e}{2\cos\theta}} .$$

L'onde diffractée est donc rectiligne et fait avec

l'axe optique Ox un angle - φ. Vis à vis de l'onde diffractée le cristal agit ainsi dans cette configuration comme une lame demi-onde. Les axes de cette lame ont des directions indépendantes du pas du réseau photoinduit et de l'épaiseur malgré l'activité optique. Ces directions sont celles des lignes neutres du cristal lorsqu'un champ électrique lui est appliqué.

Ce comportement demi-onde a déjà été signalé par Petrov et al [16] . Cependant, le raisonnement utilisé par ces auteurs ne peut s'appliquer qu'aux cas de faibles épaisseurs de cristal. De plus, ils soulignent le fait que la polarisation de l'onde diffractée devrait dépendre de l'épaisseur du cristal. Nous sommes ici en mesure d'assurer le contraire : sans champ appliqué au cristal, la polarisation de l'onde diffractée (en $\Delta\theta = 0$) est indépendante de l'épaisseur.

La figure 16 illustre le comportement de lame demi-onde pour un cristal d'épaisseur e = 2 mm. Nous avons représenté l'évolution de l'angle φ' (entre le vecteur polarisation de l'onde diffractée et l'axe Ox) en fonction de l'angle φ (entre le vecteur polarisation de l'onde incidente et l'axe Ox). Nous observons effectivement un comportement de lame demi-onde dont les axes optiques sont les axes (Ox et Oy) optiques du cristal. Des résultats identiques ont été obtenus pour un cristal de 5 mm d'épaisseur.

II.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé une méthode de calcul permettant de prévoir les caractéristiques (amplitudes, phases et polarisations) des ondes transmises et diffractées par un réseau inscrit dans un cristal photoréfractif de BSO. En guise de conclusion, nous citons deux utilisations possibles de nos prévisions théoriques.

a) Optimisation de l'efficacité de diffraction

Dans de nombreuses applications une efficacité de diffraction maximale est recherchée. Pour connaître la polarisation optimale à donner à l'onde incidente, il faut se reporter aux expressions (15).Il n'existe pas de formule donnant directement la solution. Chaque cas (épaisseur e du cristal donnée et champ E donné) constitue un cas particulier. Par exemple, en l'absence de champ électrique l'efficacité maximale est obtenue pour une onde propre du milieu (circulaire droite ou gauche).

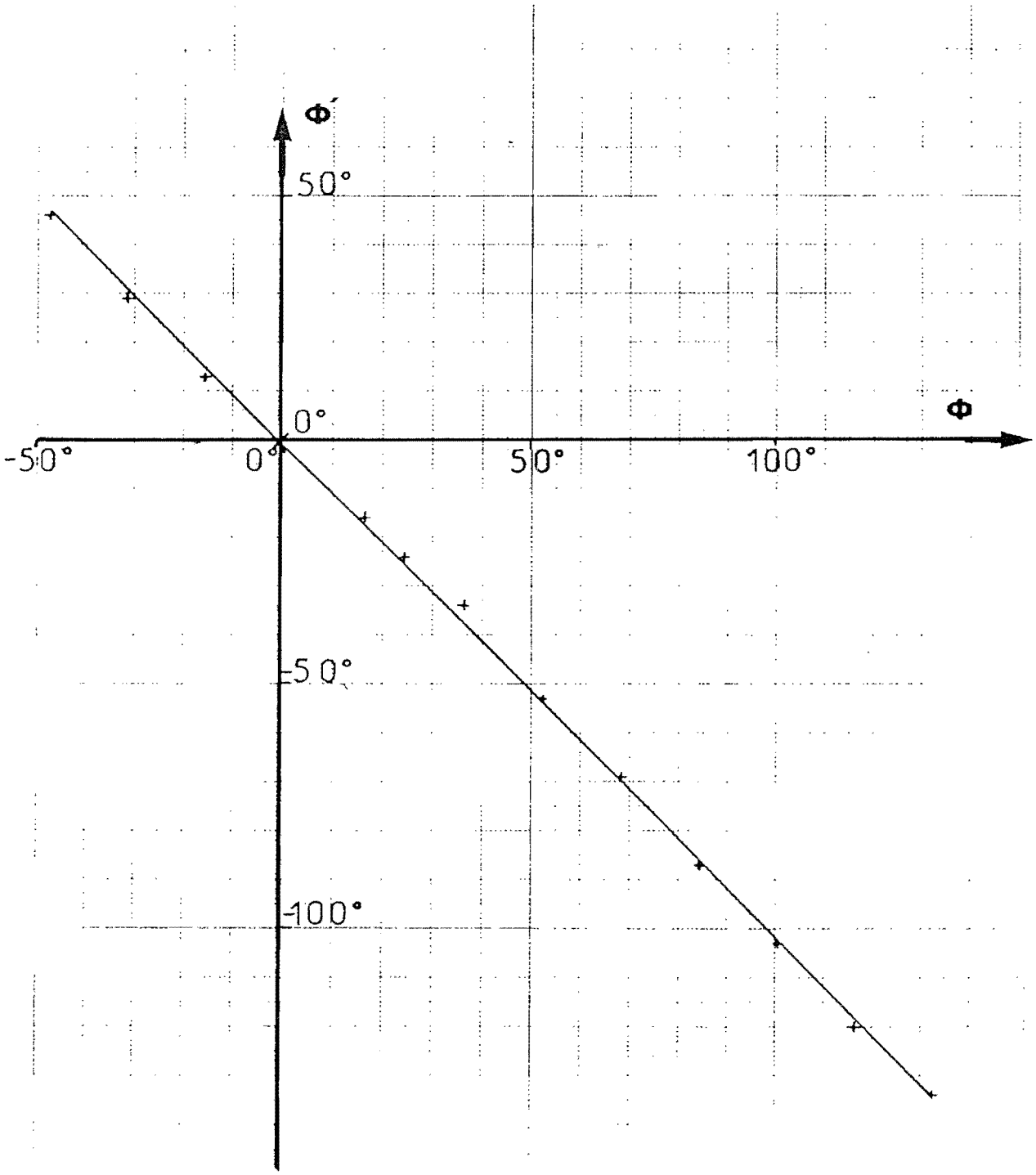


Figure II-16 : Angle ϕ' entre un axe optique du cristal et la polarisation linéaire de l'onde diffractée en fonction de l'angle ϕ entre ce même axe optique et la polarisation linéaire de l'onde incidente (e = 2,00 mm, Λ = 1,76 µm, E = 0 kV/cm).

b) Optimisation du rapport signal à bruit

Le rapport signal à bruit peut être défini dans une application holographique comme étant le rapport de l'intensité de la lumière diffractée à l'intensité de la lumière transmise par le système. Ce rapport est d'autant plus facile à améliorer que les polarisations des ondes diffractées et transmises sont différentes. Par exemple, sans champ électrique appliqué, une onde circulaire droite (respectivement gauche) est diffractée en une onde circulaire gauche (respectivement droite) alors que la polarisation de l'onde transmise est inchangée. Un polariseur circulaire en sortie permet alors d'éliminer totalement le bruit. Il est également possible d'utiliser une onde incidente polarisée linéairement. En effet nous avons montré que le cristal se comporte vis à vis de l'onde diffractée comme une lame demi-onde dont les axes optiques sont les lignes neutres du cristal. Il existe donc toujours une polarisation incidente linéaire telle que les ondes transmises et diffractées soient perpendiculaires.

Lorsqu'un champ électrique est appliqué au cristal, il est également possible d'améliorer ce rapport signal à bruit [18]. Par exemple pour un cristal épais, si les trois lobes d'efficacité (centrés en $-\delta\theta_{\pm}$, 0 et $+\delta\theta_{\pm}$) sont séparés on peut choisir une onde incidente polarisée R_+ et se placer à l'angle de Bragg $-\delta\theta_{\pm}$. L'onde transmise reste polarisée $\overrightarrow{R_+}$ tandis que l'onde diffractée est polarisée $\overrightarrow{S_-}$.

A N N E X E A

TENSEUR DE PERMITTIVITE D'UN CRISTAL DE BSO DANS LA CONFIGURATION "RENDEMENT"

Nous désirons calculer le tenseur $[\epsilon]$ dans la configuration "rendement". Ce tenseur peut être décomposé en deux :

$$[\epsilon] = [\epsilon_L] + [\epsilon_{NL}] \cos(\vec{K}.\vec{r})$$

où :

- $[\epsilon_L]$ est le tenseur de permittivité diélectrique en l'absence d'un réseau photoinduit mais en présence d'un champ électrique statique $\vec{E} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} (\vec{i} + \vec{j})$ (avec $\vec{i}, \vec{j}$ et $\vec{k}$ vecteurs unitaires du repère cristallographique). L'expression de $[\epsilon_L]$ résulte des calculs menés dans le paragraphe II.2.2 et, dans le repère $(0, \vec{i}', \vec{j}', \vec{k}')$ des axes optiques, nous avons :

$$[\epsilon_L] = \epsilon_0 \begin{pmatrix} (n+\frac{\Delta n}{2})^2 & 0 & 0 \\ 0 & (n-\frac{\Delta n}{2})^2 & 0 \\ 0 & 0 & n^2 \end{pmatrix}$$

- $[\epsilon_{NL}]$ est la perturbation amenée par la présence du champ électrique modulé lié au réseau photoinduit . Dans le cas général, ce champ $\vec{E}$ est dans la direction :

$$\vec{E} = E_0 \ (\cos \theta_E \vec{i} + \sin \theta_E \vec{j}) \cos(\vec{K}.\vec{r})$$

avec θ_E voisin de $\frac{\Pi}{4}$

Nous allons calculer $[\epsilon_{NL}]$ dans le repère des axes optiques créé par la champ statique. Pour cela nous allons utiliser la rotation qui permet de passer du repère cristal-

lographique au repère optique et qui est définie par les expressions de $\vec{i}', \vec{j}', \vec{k}'$ données dans le chapitre II :

$$\begin{cases} x' = \frac{x}{2} + \frac{y}{x} - z\frac{\sqrt{2}}{2} \\ y' = \frac{x}{2} + \frac{y}{2} + z\frac{\sqrt{2}}{2} \\ z' = \frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{\sqrt{2}}{2}y \end{cases}$$

Il suffit d'effectuer ce changement de notation dans l'expression de l'ellipsoïde des indices :

$$\frac{1}{n^2}(x^2 + y^2 + z^2) + 2rE_0 (\cos\theta_E\ yz + \sin\theta_E\ zx) = 1$$

ce qui aboutit à la nouvelle expression :

$$x'^2\left[\frac{1}{n^2} - \frac{rE_0}{\sqrt{2}}(\cos\theta_E + \sin\theta_E)\right] + y'^2\left[\frac{1}{n^2} + \frac{rE_0}{\sqrt{2}}(\cos\theta_E + \sin\theta_E)\right]$$

$$+ z'^2\frac{1}{n^2} + y'z'r\,E_0(\sin\theta_E - \cos\theta_E) + x'z'r\,E_0(\cos\theta_E - \sin\theta_E) = 1$$

Il est à remarquer que nous retrouvons les axes optiques dans le cas où : $\cos\theta_E = \sin\theta_E = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\text{Posons : } \begin{cases} A = \frac{r\,E_0}{\sqrt{2}}(\cos\theta_E + \sin\theta_E) \\ B = r\,E_0(\cos\theta_E - \sin\theta_E) \end{cases}$$

Alors le tenseur d'imperméabilité reliant $\vec{E}$ à $\vec{D}$ a pour forme :

$$[\eta] = \begin{pmatrix} \frac{1}{n^2} - A & 0 & \frac{B}{2} \\ 0 & \frac{1}{n^2} + A & \frac{-B}{2} \\ \frac{B}{2} & \frac{-B}{2} & \frac{1}{n^2} \end{pmatrix} \quad \text{(exprimé dans } \vec{i}', \vec{j}', \vec{k}' \text{)}$$

Pour déduire l'expression de $[\epsilon]$, il suffit d'inverser le tenseur $[\eta]$: $[\epsilon] = \epsilon_0\ [\eta]^{-1}$.

En négligeant les termes d'ordre 2 en E_0 il vient immédiatement :

$$[\epsilon] = \epsilon_0 \begin{pmatrix} n^4 (\frac{1}{n^2} + A) & 0 & \frac{-n^4 B}{2} \\ 0 & n^4 (\frac{1}{n^2} - A) & \frac{n^4 B}{2} \\ \frac{-n^4 B}{2} & \frac{n^4 B}{2} & n^2 \end{pmatrix}$$

et l'expression de $[\epsilon_{NL}]$ qui en découle est la suivante :

$$[\epsilon_{NL}] = \epsilon_0 n^2 \begin{pmatrix} n^2 A & 0 & \frac{-n^2 B}{2} \\ 0 & n^2 A & \frac{n^2 B}{2} \\ \frac{-n^2 B}{2} & \frac{n^2 B}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

Le rapport des termes non diagonaux sur les termes diagonaux vaut : $r = \frac{B}{2A} = \frac{\cos \theta_E - \sin \theta_E}{\sqrt{2}(\cos \theta_E - \sin \theta_E)}$.

Par exemple pour un réseau photoinduit par deux ondes planes à la longueur d'onde $\lambda = 514$ nm incidentes respectivement à 30° et 0° sur la face d'entrée du cristal nous avons $r = 0,07$. En fait ce rapport est généralement encore plus faible dans les conditions expérimentales usuelles ($\theta_E \simeq \frac{\Pi}{4}$) ce qui permet très souvent de négliger les termes non diagonaux.

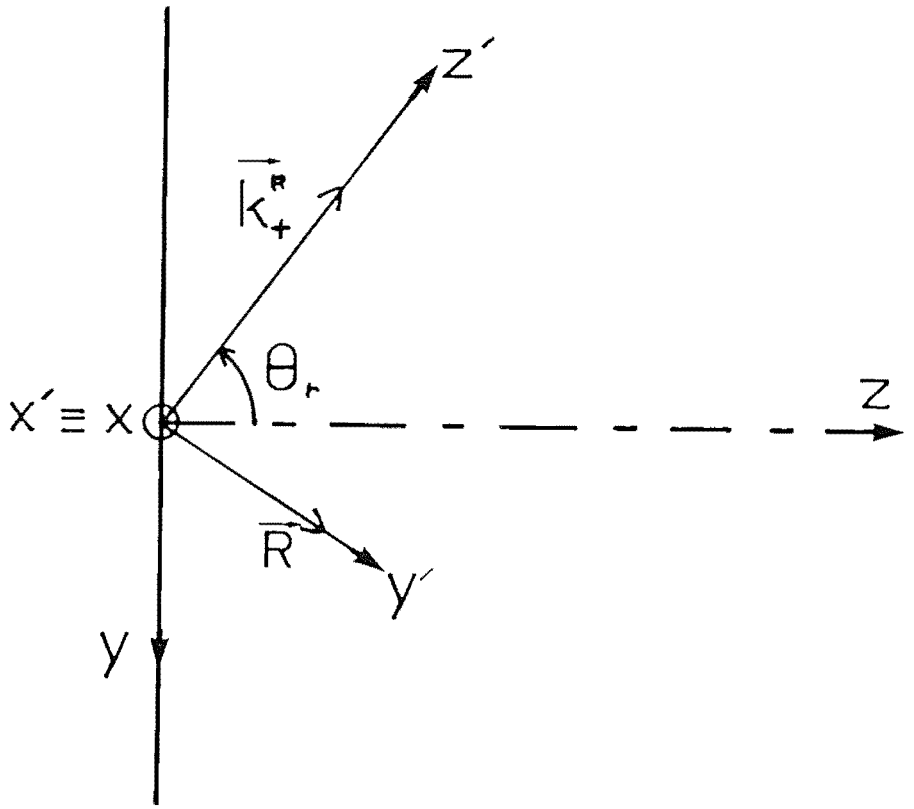
A N N E X E B

DERIVATION DES EQUATIONS COUPLEES A PARTIR DE L'EQUATION DE PROPAGATION

Dans ce qui suit, nous allons reprendre les notations du présent chapitre. Notre but est de résoudre l'équation de propagation (3). Pour cela procédons par étapes et considérons d'abord le cas où une onde R_i est seule incidente sur le cristal.

B.1 Calcul de $\overrightarrow{rot}\ \overrightarrow{rot}\ \left(\vec{R} + \vec{S}\right)$

Calculons par exemple : $\overrightarrow{rot}\ \overrightarrow{rot}\left(r_+\ e^{-i\ \vec{k}_+^R.\vec{r}}\ \hat{e}_+^R\right)$ en considérant le schéma de la figure suivante :



Pour cela, situons nous dans le repère (O,x',y',z') obtenu à partir du repère (O,x,y,z) à l'aide de la rotation :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_R & \sin\theta_R \\ 0 & -\sin\theta_R & \cos\theta_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Dans cette nouvelle base, les coordonnées de $r_+ \hat{e}_+^R$ sont $\left(r_+^{x'}, r_+^{y'}, r_+^{z'}\right)$. Calculons maintenant $\overrightarrow{rot}\ \overrightarrow{rot}\ \vec{R}$ en négligeant les termes en dérivée seconde. Sous forme vectorielle on obtient après calcul :

$$\overrightarrow{rot}\ \overrightarrow{rot} \left(r_+ \widehat{e_+^R}\, e^{-i \vec{k}_+^R . \vec{r}} \right) =$$

$$+ \left[2\, i\, k_+^R\, e^{-i k_+^R z'} \frac{\partial r_+}{\partial z'} + k_+^{R\,2}\, e^{-i k_+^R z'} \right] \hat{e}_+^R -$$

$$i \vec{k}_+^R\, e^{-i k_+^R z'} \left(\frac{\partial r_+}{\partial y'} \right) \left\langle \widehat{y'} \,|\, \hat{e}_+^R \right\rangle$$

où $\left\langle \hat{y}' \,|\, \hat{e}_+^R \right\rangle$ représente le produit scalaire du vecteur unitaire de l'axe Oy' avec $\hat{e}_+^R$.

On peut alors revenir aux seules dérivées par rapport à z en utilisant :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial z'} = \cos\theta_R \dfrac{\partial}{\partial z} - \sin\theta_R \dfrac{\partial}{\partial y} \\ \dfrac{\partial}{\partial y'} = \sin\theta_R \dfrac{\partial}{\partial z} + \cos\theta_R \dfrac{\partial}{\partial y} \end{cases}$$

ce qui donne :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\ \overrightarrow{\text{rot}} \left(r_+ \quad \hat{e}_+^R \ e^{-i \vec{k}_+^R \cdot \vec{r}} \right) =$$

$$\left[2 i k_+^R \cos\theta_R \frac{\partial r_+}{\partial z} + k_+^2 r_+ \right] e^{-i \frac{k_+^R z}{\cos\theta_R}} \hat{e}_+^R$$

$$- i \vec{k}_+^R \left\langle \hat{e}_+^R \mid \hat{z} \right\rangle \frac{\partial r_+}{\partial z} e^{\frac{k_+^R z}{\cos\theta_R}} \qquad \text{(B-1)}$$

Des expressions similaires sont obtenues pour r_- , s_- et s_+ .

B.2 Calcul de $[\epsilon] \left(\vec{R} + \vec{S} \right)$

$$\mu_o \omega^2 [\epsilon] \vec{R} = \mu_o \omega^2 [\epsilon_L] \left[r_+ \hat{e}_+^R + r_- \hat{e}_-^R \right] e^{-i \vec{k}_+^R \cdot \vec{r}}$$

$$+ \mu_o \omega^2 [\epsilon_{NL}] \cos\left(\vec{K}.\vec{r}\right) \vec{R} = \left[k_+^{R\,2} r_+ \hat{e}_+^R + k_-^{R\,2} r_- \hat{e}_-^R \right]$$

$$e^{-i\vec{k}_+^R.\vec{r}} + \mu_o \omega^2 [\epsilon_{NL}] \cos\left(\vec{K}.\vec{r}\right) \qquad \text{(B-2)}$$

De même :

$$\mu_o \omega^2 [\epsilon] \vec{S} =$$

$$\left(k_+^{S\,2} s_+ \hat{e}_+^S + k_-^{S\,2} s_- \hat{e}_-^S \right) e^{-i \vec{k}_S \cdot \vec{r}} + \mu_o \omega^2 [\epsilon_{NL}] \cos\left(\vec{K}.\vec{r}\right) \vec{S} \qquad \text{(B-3)}$$

B.3 Séparation de l'équation de propagation

Séparons l'équation de propagation en deux en prenant

d'une part les termes en $\exp\left(-i\ \vec{k}_+^R . \vec{r}\right)$ et d'autre part les termes en $\exp\left(-i\ \vec{k}_s . \vec{r}\right)$, nous négligeons pour cela les ordres diffractés supérieurs à 1.

Pour les termes en $\exp\left(-i\ \vec{k}_+^R . \vec{r}\right)$, il vient (avec (B-1), (B-2), (B-3)) :

$$\left(2i\ k_+^R \cos\theta_R \frac{\partial r_+}{\partial z} + k_+^{R\,2}\ r_+\right) \hat{e}_+^R - i\ \vec{k}_+^R \left\langle \hat{e}_+^R \middle| \hat{z} \right\rangle \frac{\partial r_+}{\partial z}$$

$$+ \left(2\ i\ k_+^R \cos\theta_R \frac{\partial r_-}{\partial z} + k_+^{R\,2}\ r_-\right) \hat{e}_-^R - i\vec{k}_+^R \left\langle \hat{e}_-^R \middle| \hat{z} \right\rangle \frac{\partial r_-}{\partial z}$$

$$= \left(k_+^{R\,2}\ r_+\ \hat{e}_+^R + k_-^{R\,2}\ r_-\ \hat{e}_-^R\right) + \frac{\mu_o\,\omega^2}{2} [\epsilon_{NL}] \left[s_+\ \hat{e}_+^S + s_-\ \hat{e}_-^S\right] \quad \text{(B-4)}$$

De même, pour les termes en $\exp\left(-i\ \vec{k}_s\ .\ \vec{r}\right)$:

$$\left(2i\ k_s \cos\theta_s \frac{\partial}{\partial z} s_+ + k_s^2 s_+\right) \hat{e}_+^S - i\ \vec{k}_s \left\langle \hat{e}_+^S \middle| \hat{z} \right\rangle \frac{\partial}{\partial z} s_+$$

$$+ \left(2i\ k_s\ .\ \cos\theta_s \frac{\partial}{\partial z} s_- + k_s^2 s_-\right)\ \hat{e}_-^S - i\ \vec{k}_s \left\langle \hat{e}_-^S \middle| \hat{z} \right\rangle \frac{\partial}{\partial z} s_-$$

$$= \left(k_+^{S\,2}\ s_+\ \hat{e}_+^S + k_-^{S\,2} s_-\ \hat{e}_-^S\right) + \frac{\mu_o\,\omega^2}{2} [\epsilon_{NL}] \left(r_+\ \hat{e}_+^R + r_-\ \hat{e}_-^R\right) \quad \text{(B-5)}$$

De plus, nous savons que les deux vecteurs propres de polarisation $\hat{e}_+^R$ et $\hat{e}_-^R$ sont orthogonaux, il est donc possible de séparer (B-4) et (B-5) en quatre autres équations qui sont :

$$2i\ k_+^R \cos\theta_R \frac{\partial}{\partial z} r_+ =$$

$$\frac{\mu_o\,\omega^2}{2} \left[\ s_+ \left\langle \hat{e}_+^R \middle| [\epsilon_{NL}] \middle| \hat{e}_+^S \right\rangle + s_- \left\langle \hat{e}_+^R \middle| [\epsilon_{NL}] \middle| e_-^S \right\rangle\ \right] \quad \text{(B-6)}$$

$$2\,i\,k_+^R \cos\theta_R \frac{\partial}{\partial z} r_- + \left(k_+^{R\,2} - k_-^{R\,2}\right) =$$

$$\frac{\mu_o \omega^2}{2}\left[s_+ \left\langle \hat{e}_-^R \right| [\epsilon_{NL}] \left|\hat{e}_+^S\right\rangle + s_- \left\langle \hat{e}_-^R \right| [\epsilon_{NL}] \left|e_-^S\right\rangle\right] \qquad (B\text{-}7)$$

$$2\,i\,k_S \cos\theta_S \frac{\partial}{\partial z} s_+ + \left(k_S^2 - k_+^{S\,2}\right) =$$

$$\frac{\mu_o \omega^2}{2}\left[r_+ \left\langle \hat{e}_+^S \right| [\epsilon_{NL}] \left|\hat{e}_+^R\right\rangle + r_- \left\langle \hat{e}_+^S \right| [\epsilon_{NL}] \left|\hat{e}_-^R\right\rangle\right] \qquad (B\text{-}8)$$

$$2\,i\,k_S \cos\theta_S \frac{\partial}{\partial z} s_- + \left(k_S^2 - k_-^{S\,2}\right) =$$

$$\frac{\mu_o \omega^2}{2}\left[r_+ \left\langle \hat{e}_-^S \right| [\epsilon_{NL}] \left|\hat{e}_+^R\right\rangle + r_- \left\langle \hat{e}_-^S \right| [\epsilon_{NL}] \left|\hat{e}_-^R\right\rangle\right] \qquad (B\text{-}9)$$

B.4 Calcul des coefficients de couplage

Pour aller plus loin, il faut calculer les coefficients de couplage c'est à dire, les termes tels que : $\left\langle \hat{e}_+^R \right| [\epsilon_{NL}] \left|\hat{e}_+^S\right\rangle$. Le calcul de $[\epsilon_{NL}]$ a été effectué dans l'annexe A. Il reste maintenant à déterminer les vecteurs de polarisations propres. Pour cela, nous allons tout d'abord rechercher les indices optiques "vus" par l'onde $\vec{R}$ (respectivement $\vec{S}$).

i) Recherche des indices optiques "vus" par l'onde $\vec{R}$.

S'il existe une onde qui se propage avec un vecteur d'onde $\vec{k}^R$ parallèle à l'axe OZ_R alors, pour trouver les nouveaux

indices, il faut couper l'ellipsöide des indices avec le plan $Z_R = 0$. Dans la configuration choisie, cet ellipsoïde a comme expression dans le repère des axes optiques (Chapitre II-2) :

$$\frac{X'^2}{(1 + \frac{\Delta n}{2n})^2} + \frac{Y'^2}{(1 - \frac{\Delta n}{2n})^2} + Z'^2 = n^2$$

Nous allons opérer un changement de base et passer dans la base propre de $\vec{R}$ avec la rotation suivante :

$$\begin{cases} X_R = X' \cos^2\left(\frac{\theta_R}{2}\right) - Y' \sin^2\left(\frac{\theta_R}{2}\right) - \frac{\sin\theta_R}{\sqrt{2}} Z' \\ Y_R = -X' \sin^2\left(\frac{\theta_R}{2}\right) + Y' \cos^2\left(\frac{\theta_R}{2}\right) - \frac{\sin\theta_R}{\sqrt{2}} Z' \\ Z_R = \frac{X' + Y'}{\sqrt{2}} \sin\theta_R + \cos\theta_R Z' \end{cases}$$

Alors, en effectuant un développement limité au premier ordre en $\frac{\Delta n}{n}$ et en coupant l'ellipsoïde des indices par le plan $Z_R = 0$, on trouve :

$$X_R^2\left(1 - \cos\theta_R \frac{\Delta n}{n}\right) + Y_R^2\left(1 + \cos\theta_R \frac{\Delta n}{n}\right) = n^2$$

Ainsi, la base propre de $\vec{R}$ est bien la base (X_R, Y_R, Z_R) et les indices optiques sont :

$$\begin{cases} \text{suivant } X_R : & n_X^R = n\left(1 + \cos\theta_R \frac{\Delta n}{n}\right) \\ \text{suivant } Y_R : & n_X^R = n\left(1 - \cos\theta_R \frac{\Delta n}{n}\right) \end{cases}$$

(Les résultats pour l'onde $\vec{S}$ sont similaires en changeant l'indice R en S).

ii) Calcul des vecteurs polarisations propres

Il suffit de transposer les résultats du paragraphe

I-3-2-a) en remplaçant Δn par $\cos\theta_R\ \Delta n$. L'ellipticité des ondes propres devient alors :

$$\alpha_R = \frac{\cos\theta_R\ \Delta n - \sqrt{(\cos\theta_R\ \Delta n)^2 + \Gamma^2}}{\Gamma} \qquad (B\text{-}11)$$

Dans la base propre de $\vec{R}$, définie par (B-10), nous avons donc les vecteurs de polarisation propre :

$$\hat{e}_+^R = \frac{1}{\sqrt{1+\alpha_R^2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i\ \alpha_R \\ 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \hat{e}_-^R = \frac{1}{\sqrt{1+\alpha_R^2}} \begin{pmatrix} \alpha_R \\ -i \\ 0 \end{pmatrix}$$

Etant donné que l'expression de $[\epsilon_{NL}]$ est connue dans le repère des axes optiques, nous allons calculer $\hat{e}_+^R$ et $\hat{e}_-^R$ dans ce repère. Nous obtenons en utilisant (B-23) :

$$\hat{e}_+^R = \begin{vmatrix} \cos^2\frac{\theta_R}{2} - i\ \alpha_R \sin^2\frac{\theta_R}{2} \\ -\sin^2\frac{\theta_R}{2} + i\ \alpha_R \cos^2\frac{\theta_R}{2} \\ -\frac{1+i\ \alpha_R}{\sqrt{2}} \sin\theta_R \end{vmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\alpha_R^2}}$$

$$\hat{e}_-^R = \begin{vmatrix} \alpha_R \cos^2\frac{\theta_R}{2} + i \sin^2\frac{\theta_R}{2} \\ -\alpha_R \sin^2\frac{\theta_R}{2} - i \cos^2\frac{\theta_R}{2} \\ -\frac{\alpha_R - i}{\sqrt{2}} \sin\theta_R \end{vmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\alpha_R^2}}$$

Ici encore, les vecteurs propres de l'onde $\vec{S}$ sont obtenus en effectuant le changement d'indice R en indice S dans les expressions ci-dessus. Nous sommes maintenant en mesure de calculer les coefficients de couplage.

iii) Calcul des coefficients de couplage :

Pour cela, nous allons nous servir de l'expression de $[\epsilon_{NL}]$ donnée dans l'annexe A. Les coefficients A et B utilisés ci-après ont été définis dans cette même annexe. Alors, après un calcul ne présentant aucune difficulté nous trouvons :

$$\left\langle \hat{e}_-^S \right| \; [\epsilon_{NL}] \; \left| \hat{e}_+^R \right\rangle = \frac{\epsilon_o \; n^4}{\sqrt{1 + \alpha_R^2}\sqrt{1 + \alpha_S^2}} \cdot$$

$$\left[(\alpha_R + \alpha_S) \cos \frac{\theta_R - \theta_S}{2} \left(A \cos \frac{\theta_R + \theta_S}{2} + \frac{B}{\sqrt{2}} \sin \frac{\theta_R + \theta_S}{2} \right) x \right.$$

$$\left. + i(1 - \alpha_R . \alpha_S) \sin \frac{\theta_R - \theta_S}{2} \left(A \sin \frac{\theta_R + \theta_S}{2} - \frac{B}{\sqrt{2}} \sin \frac{\theta_R + \theta_S}{2} \right) \right] \quad \text{(B-12)}$$

$$\left\langle \hat{e}_+^S \right| \; [\epsilon_{NL}] \; \left| \hat{e}_+^R \right\rangle = \frac{i \; \epsilon_o \; n^4}{\sqrt{1 + \alpha_R^2}\sqrt{1 + \alpha_S^2}} \cdot$$

$$\left((\alpha_R + \alpha_S) \sin \frac{\theta_R - \theta_S}{2} \left(- A \sin \frac{\theta_R + \theta_S}{2} + \frac{B}{\sqrt{2}} \cos \frac{\theta_R + \theta_S}{2} \right) \right.$$

$$\left. + i \; (1 - \alpha_R . \alpha_S) \cos \frac{\theta_R - \theta_S}{2} \left(- A \cos \frac{\theta_R + \theta_S}{2} - \frac{B}{\sqrt{2}} \sin \frac{\theta_R + \theta_S}{2} \right) \right] \quad \text{(B-13)}$$

Tous les autres termes de couplage peuvent facilement se déduire des deux précédents en remarquant que la matrice $[\epsilon_{NL}]$ est réelle. Ainsi, en posant :

$$\left\langle \hat{e}_+^S \right| \; [\epsilon_{NL}] \; \left| \hat{e}_+^R \right\rangle = \beta_2$$

et

$$\left\langle \hat{e}_{-}^{S} \right| \; [\epsilon_{NL}] \; \left| \hat{e}_{+}^{R} \right\rangle = \beta_1$$

nous obtenons par raisons de symétrie :

$$\begin{cases} \left\langle \hat{e}_{+}^{S} \right| \; [\epsilon_{NL}] \; \left| \hat{e}_{+}^{R} \right\rangle = \beta_2 \\ \left\langle \hat{e}_{-}^{S} \right| \; [\epsilon_{NL}] \; \left| \hat{e}_{-}^{R} \right\rangle = -\beta_2 \\ \left\langle \hat{e}_{+}^{R} \right| \; [\epsilon_{NL}] \; \left| \hat{e}_{+}^{S} \right\rangle = \beta_2^{*} \\ \left\langle \hat{e}_{-}^{R} \right| \; [\epsilon_{NL}] \; \left| \hat{e}_{-}^{S} \right\rangle = -\beta_2^{*} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left\langle \hat{e}_{-}^{S} \right| \; [\epsilon_{NL}] \; \left| \hat{e}_{+}^{R} \right\rangle = \beta_1 \\ \left\langle \hat{e}_{+}^{R} \right| \; [\epsilon_{NL}] \; \left| \hat{e}_{-}^{S} \right\rangle = \beta_1^{*} \\ \left\langle \hat{e}_{-}^{R} \right| \; [\epsilon_{NL}] \; \left| \hat{e}_{+}^{S} \right\rangle = \beta_1^{*} \\ \left\langle \hat{e}_{+}^{S} \right| \; [\epsilon_{NL}] \; \left| \hat{e}_{-}^{R} \right\rangle = \beta_1 \end{cases}$$

B.5 Extension à l'étude du cas où l'onde incidente est polarisée R_-

Dans le cas où l'onde incidente est polarisée R_-, nous pouvons refaire tous les calculs ci-dessus en utilisant les notations du paragraphe (II-2-2-1) . En fait, la biréfringence étant toujours faible, nous pouvons poser :

$$\hat{e}_{+}^{R'} \simeq \hat{e}_{+}^{R} \; ; \qquad \hat{e}_{-}^{R'} \simeq \hat{e}_{-}^{R} \; ; \qquad \hat{e}_{+}^{S'} \simeq \hat{e}_{+}^{S} \; ; \qquad \hat{e}_{-}^{S'} \simeq \hat{e}_{-}^{S'}$$

$$\theta_R' \simeq \theta_R \; ; \qquad \theta'_S \simeq \theta_S \; ;$$

$$k_{+}^{R'} \simeq k_{+}^{R} \; ; \qquad k_{-}^{R'} \simeq k_{-}^{R} ; \qquad k_{-}^{S'} \simeq k_{-}^{S} \; ; \qquad k_{+}^{S'} \simeq k_{+}^{S} \; ;$$

et, les équations s'écrivent alors :

$$2\,i\,k_-^R\,\cos\theta_R\,\frac{\partial}{\partial z}\,r'_+ + \left(k_-^{R\,2} - k_+^{R\,2}\right) = \frac{\mu_o\,\omega^2}{2}\cdot$$

$$\cdot\left[s'_+\left\langle\hat{e}_+^R\right|\,[\epsilon_{NL}]\,\left|\hat{e}_+^S\right\rangle + s'_-\left\langle\hat{e}_+^R\right|\,[\epsilon_{NL}]\,\left|\hat{e}_-^S\right\rangle\right] \qquad \text{(B-14)}$$

$$2\,i\,k_-^R\,\cos\theta_R\,\frac{\partial}{\partial z}\,r'_- = \frac{\mu_o\,\omega^2}{2}\cdot$$

$$\cdot\left[s'_+\left\langle\hat{e}_-^R\right|\,[\epsilon_{NL}]\,\left|\hat{e}_+^S\right\rangle + s'_-\left\langle\hat{e}_-^R\right|\,[\epsilon_{NL}]\,\left|\hat{e}_-^S\right\rangle\right] \qquad \text{(B-15)}$$

$$2\,i\,k'_s\,\cos\theta_s\,\frac{\partial}{\partial z}\,s'_+ + \left(k_s'^{\,2} - k_+^{S\,2}\right)s'_+ = \frac{\mu_o\,\omega^2}{2}\cdot$$

$$\cdot\left[r'_+\left\langle\hat{e}_+^S\right|\,[\epsilon_{NL}]\,\left|\hat{e}_+^R\right\rangle + r'_-\left\langle\hat{e}_+^S\right|\,[\epsilon_{NL}]\,\left|\hat{e}_-^R\right\rangle\right] \qquad \text{(B-16)}$$

$$2\,i\,k'_s\,\cos\theta_s\,\frac{\partial}{\partial z}\,s'_- + \left(k_s'^{\,2} - k_-^{S\,2}\right) = \frac{\mu_o\,\omega^2}{2}\cdot$$

$$\cdot\left[r'_+\left\langle\hat{e}_-^S\right|\,[\epsilon_{NL}]\,\left|\hat{e}_+^R\right\rangle + r'_-\left\langle\hat{e}_-^S\right|\,[\epsilon_{NL}]\,\left|\hat{e}_-^R\right\rangle\right] \qquad \text{(B-17)}$$

B.6 Simplification de l'écriture des équations couplées

Nous avons maintenant en main tous les éléments pour résoudre le système formé par les huit équations couplées (6-9 ; 14-17) à huit inconnues. En fait, afin de ne pas trainer des expressions trop lourdes, nous allons nous placer dans le cas particulier où le vecteur d'onde du réseau est sensiblement dans la direction $\vec{i} + \vec{j}$ du repère cristallographique. Ceci nous permet d'écrire :

$$\theta_R \simeq -\theta_S = \theta \quad ; \quad k_+^R \simeq k_+^S = k_+ \quad ; \quad k_-^R \simeq k_-^S = k_-$$

et d'alléger d'autant l'écriture des équations couplées. Il convient de remarquer que ce cas particulier est l'un des plus importants qui soit dans la mesure où la majorité des expériences menées avec ces cristaux photoréfractifs se placent dans de telles conditions. Nous pouvons maintenant

facilement réécrire les équations couplées en terme de désaccord à l'angle de Bragg.

Posons :

$$v_1 = \frac{k_s^2 - k_+^2}{2\, k_s \cos\theta} = \frac{k_+^2 + K^2 - 2\,K.k_+ \sin\theta - k_+^2}{2\, k_s \cos\theta} \simeq -K.\Delta\theta_+$$

(avec θ_+ l'angle de Bragg pour lequel $\vec{k}^R_+$ est couplée à k^S_+, et $\Delta\theta_+ = \theta - \theta_+$ qui représente le désaccord à cet angle de Bragg).

De même, posons :

$$v_2 = \frac{k_s^2 - k_-^2}{2\, k_s \cos\theta} = \frac{k_s^2 - k_+^2}{2\, k_s \cos\theta} + \frac{k_+^2 - k_-^2}{2\, k_s \cos\theta} \simeq -\,K\,\Delta\theta_+ - \delta\theta_{\pm}$$

(avec $\delta\theta_{\pm}$ défini comme étant égal à $\delta\theta_{\pm} = \frac{k_+^2 - k_-^2}{2k_s\ K\cos\theta} \simeq \frac{k_+ - k_-}{K\cos\theta}$ de telle sorte que $K\delta\theta_{\pm}$ représente l'augmentation du déphasage entre une onde polarisée R_- et une onde R_+ par unité de longueur d'interaction).

Pour l'onde R_- nous pouvons définir des désaccords identiques :

$$v'_1 = \frac{k_s'^2 - k_-^2}{2\, k'_s \cos\theta} \simeq -\,K\Delta\theta_-$$

$$v'_2 = \frac{k_s'^2 - k_+^2}{2\, k'_s \cos\theta} \simeq -\,K(\Delta\theta_- + \delta\theta_{\pm})$$

Avec $\Delta\theta_-$ le désaccord à l'angle de Bragg par rapport à l'angle θ_- pour lequel $\vec{k}^R_-$ est couplée à $\vec{k}^S_-$ ($\Delta\theta_- = \theta - \theta_-$). Or, il convient de remarquer que si l'on envoie sur le cristal une onde $\vec{R}$ incidente celle-ci va se décomposer à l'intérieur du cristal en deux ondes propres. Cependant, à cause de la continuité des composantes tangentielles de $\vec{k}^R$ nous avons $\Delta\theta_+ = \Delta\theta_-$ ce qui nous permet de poser $\Delta\theta = \Delta\theta_+ = \Delta\theta_-$. Enfin, nous allons pour finir, définir les coefficients de couplage suivants :

$- \tau_1 = \dfrac{\mu_o \ \omega^2}{4 \ k_s \ \cos \theta} \ \beta_1$: coefficient de couplage anisotrope.

$- \tau_2 = \dfrac{\mu_o \ \omega^2}{4 \ k_s \ \cos \theta} \ \beta_2$: coefficient de couplage isotrope.

Ces deux coefficients sont réels dans le cas où le vecteur d'onde du réseau induit est dirigé suivant $\vec{i} + \vec{j}$. Dans le cas général ils comportent une partie imaginaire.

Nous pouvons maintenant réécrire les huit équations couplées sous forme matricielle :

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{pmatrix} r_+ \\ r_- \\ s_+ \\ s_- \end{pmatrix} = - i \begin{pmatrix} 0 & 0 & \tau_2 & \tau_1 \\ 0 & -K\delta\theta_{\pm} & \tau_1 & -\tau_2 \\ \tau_2 & \tau_1 & K\Delta\theta & 0 \\ \tau_1 & -\tau_2 & 0 & K(\Delta\theta - \delta\theta_{\pm}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_+ \\ r_- \\ s_+ \\ s_- \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{pmatrix} r'_+ \\ r'_- \\ s'_+ \\ s'_- \end{pmatrix} = - i \begin{pmatrix} K\delta\theta_{\pm} & 0 & \tau_2 & \tau_1 \\ 0 & 0 & \tau_1 & -\tau_2 \\ \tau_2 & \tau_1 & K(\Delta\theta + \delta\theta_{\pm}) & 0 \\ \tau_1 & -\tau_2 & 0 & K\Delta\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r'_+ \\ r'_- \\ s'_+ \\ s'_- \end{pmatrix}$$

A N N E X E C

RESOLUTION EXACTE DES EQUATIONS COUPLEES

Nous allons résoudre le système des équations couplées au centre de la tâche de diffraction (en $\Delta\theta = 0$) et effectuer cette résolution dans le cas d'une onde R_+ incidente. Le système s'écrit alors sous forme matricielle:

$$\frac{\partial}{\partial z}\begin{pmatrix} r_+ \\ r_- \\ s_+ \\ s_- \end{pmatrix} = -i \begin{pmatrix} 0 & 0 & \tau_2 & \tau_1 \\ 0 & -K\delta\theta_{\pm} & \tau_1 & -\tau_2 \\ \tau_2 & \tau_1 & 0 & 0 \\ \tau_1 & -\tau_2 & 0 & -K\delta\theta_{\pm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_+ \\ r_- \\ s_+ \\ s_- \end{pmatrix}$$

Pour résoudre, il suffit de diagonaliser cette matrice 4x4.En se servant de sa symétrie, il est possible de la décomposer en 2 matrices 2x2. Il suffit d'effectuer le changement de variables :

$$\begin{cases} u_+ = s_+ + r_+ \\ u_- = s_- + r_- \end{cases} \qquad \begin{cases} v_+ = s_+ - r_+ \\ v_- = s_- - r_- \end{cases} \qquad (C.1)$$

et le système se réduit aux deux sous-systèmes suivants :

$$\frac{\partial}{\partial z}\begin{pmatrix} u_+ \\ u_- \end{pmatrix} = -i \begin{pmatrix} \tau_2 & \tau_1 \\ \tau_1 & -K\delta\theta_{\pm} - \tau_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_+ \\ u_- \end{pmatrix} \qquad (C.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\begin{pmatrix} v_+ \\ v_- \end{pmatrix} = -i \begin{pmatrix} -\tau_2 & -\tau_1 \\ -\tau_1 & -K\delta\theta_{\pm} + \tau_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_+ \\ v_- \end{pmatrix} \qquad (C.3)$$

Résolvons le système (C.2) en recherchant ses valeurs propres et ses solutions propres. Le discriminant Δ vaut :

$\Delta = (K\delta\theta_{\pm} + 2\tau_2)^2 + (2\tau_1)^2$

et, les valeurs propres λ_+ et λ_- qui en découlent sont :

$$\begin{cases} \lambda_+ = \dfrac{-\,K\delta\theta_{\pm} + \sqrt{\Delta}}{2} \\ \lambda_- = \dfrac{-\,k\delta\theta_{\pm} - \sqrt{\Delta}}{2} \end{cases}$$

et, après calcul, en tenant compte des conditions initiales ($u_+(0) = 1$ et $u_-(0) = 0$) , on peut expliciter $u_+(z)$ et $u_-(z)$ dans la base des fonctions propres, à savoir :

$$\begin{cases} u_+(z) = e^{\dfrac{iK\delta\theta_{\pm}z}{2}} \left[\cos\dfrac{\sqrt{\Delta}\,z}{2} - i\,C\,\sin\dfrac{\sqrt{\Delta}\,z}{2} \right] \\ u_-(z) = -2i\,e^{\dfrac{iK\delta\theta_{\pm}z}{2}} \dfrac{z_1}{\sqrt{\Delta}} \sin\dfrac{\sqrt{\Delta}\,z}{2} \end{cases} \qquad (C.4)$$

avec le coefficient C tel que : $C = \dfrac{K\delta\theta_{\pm} + 2\tau_2}{\sqrt{\Delta}}$

De la même façon, on peut résoudre le système (C.3).Le discriminant Δ' est égal à : $\Delta' = (K\delta\theta_{\pm} - 2\tau_2)^2 + (2\tau_1)^2$ et les valeurs propres λ'_+ et λ'_- qui en découlent sont :

$$\begin{cases} \lambda'_+ = \dfrac{-K\delta\theta_{\pm} + \sqrt{\Delta'}}{2} \\ \lambda'_- = \dfrac{-K\delta\theta_{\pm} - \sqrt{\Delta'}}{2} \end{cases}$$

Alors ,compte tenu des conditions initiales et en posant :

$$C' = \frac{-K\delta\theta_{\pm} - 2\sqrt{\Delta'}}{\sqrt{\Delta'}} \quad ,$$

on trouve les solutions suivantes :

$$\begin{cases} v_+(z) = e^{\frac{iK\delta\theta_{\pm}z}{2}} \left(-\cos\frac{\sqrt{\Delta'}z}{2} + iC'\sin\frac{\sqrt{\Delta'}z}{2}\right) \\ v_-(z) = -2\,i\,e^{-\frac{iK\delta\theta_{\pm}z}{2}} \frac{\tau_1}{\sqrt{\Delta'}} \sin\frac{\sqrt{\Delta'}z}{2} \end{cases} \qquad (C.5)$$

On peut maintenant ,à partir de (C.4) et (C.5) revenir aux expressions de $r_+(z)$,$r_-(z)$,$s_+(z)$,$s_-(z)$ en inversant le système (C.1).Ceci donne :

$$\begin{cases} r_+(z) = \frac{e^{\frac{iK\delta\theta_{\pm}z}{2}}}{2} \left[\cos\frac{\sqrt{\Delta}z}{2} + \cos\frac{\sqrt{\Delta'}z}{2} - i\left(C\sin\frac{\sqrt{\Delta}z}{2} + C'\sin\frac{\sqrt{\Delta'}z}{2}\right)\right] \\ r_-(z) = -i\,e^{\frac{iK\delta\theta_{\pm}z}{2}} \left[\frac{\tau_1}{\sqrt{\Delta}}\sin\frac{\sqrt{\Delta}z}{2} - \frac{\tau_1}{\sqrt{\Delta'}}\sin\frac{\sqrt{\Delta'}z}{2}\right] \end{cases}$$

$$\begin{cases} s_+(z) = \frac{e^{\frac{iK\delta\theta_{\pm}z}{2}}}{2} \left[\cos\frac{\sqrt{\Delta}z}{2} - \cos\frac{\sqrt{\Delta'}z}{2} - i\left(C\sin\frac{\sqrt{\Delta}z}{2} - C'\sin\frac{\sqrt{\Delta'}z}{2}\right)\right] \\ s_-(z) = -i\,e^{\frac{iK\delta\theta_{\pm}z}{2}} \left[\frac{\tau_1}{\sqrt{\Delta}}\sin\frac{\sqrt{\Delta}z}{2} + \frac{\tau_1}{\sqrt{\Delta'}}\sin\frac{\sqrt{\Delta'}z}{2}\right] \end{cases}$$

Dans le cas d'une onde incidente $\overrightarrow{R_-}$, le système d'équations couplées se résoud de façon identique en utilisant le même changement de variables (C.1).

CHAPITRE III

CARACTERISATION DES CRISTAUX PHOTOREFRACTIFS DE BISMUTH ET DE SILICIUM ($Bi_{12} Si O_{20}$) ET DE GERMANIUM ($Bi_{12} Ge O_{20}$)

RESUME

Afin d'optimiser les cristaux photoréfractifs de BSO et de BGO en vue de leur utilisation, il est nécessaire de déterminer leurs propriétés optiques et photoréfractives et, si possible, de les relier aux conditions de cristallogénèse.

Nous décrirons donc dans ce chapître quelques unes des propriétés physiques et certains aspects de la cristallogénèse des échantillons que nous possédons.

Dans le but de déterminer les paramètres photoréfractifs de nos cristaux, nous rappellerons un modèle théorique décrivant l'évolution temporelle d'un réseau photoinduit. Nous insisterons sur les hypothèses ayant servi à son élaboration. Ceci nous permettra de l'utiliser afin de mesurer expérimentalement tous les paramètres intervenant dans l'effet photoréfractif.

Plusieurs échantillons de BGO et de BSO seront caractérisés et nous discuterons des résultats ainsi obtenus.

III - CARACTERISATION DES CRISTAUX PHOTOREFRACTIFS DE BISMUTH ET DE SILICIUM ($Bi_{12}SiO_{20}$) ET DE GERMANIUM ($Bi_{12}GeO_{20}$)

III.1 Présentation des cristaux photoréfractifs

III.1.1 L'effet photoréfractif

Certains parmi les cristaux ferro-électriques ($LiNbO_3$, $BaTiO_3$, ...), les sillénites ($Bi_{12}SiO_{20}$, ...) ou les "semi-conducteurs", (GaAs dopé Cr, InP dopé Fe,...) présentent un effet photoréfractif important [19-21] . Ces matériaux isolants ou semi-isolants dans le noir sont à la fois photo-conducteurs et électrooptiques.

Considérons en effet un tel cristal illuminé par la figure d'interférence résultant de l'interaction de deux ondes planes. A partir de niveaux donneurs situés dans la bande interdite, des électrons (ou des trous) sont excités dans la bande de conduction (ou de valence) (Figure 1). Il en résulte une modulation spatiale simultanée de la densité des porteurs de charge et de celle des ions du réseau (Figure 2.a). Par diffusion ou sous l'effet d'un champ électrique, les porteurs libres vont migrer et se recombiner. Ainsi se crée un réseau de charge d'espace lié au réseau d'ions et déphasé d'un angle Φ par rapport à la figure d'interférence (Figure 2.b). Le champ électrique qui en résulte engendre par effet électrooptique un réseau d'indice de réfraction (Figure 2.c).

Cette description, bien que sommaire, permet de dégager les quatre principales caractéristiques du phénomène

i) Il est sensible à l'énergie reçue et non à l'intensité ce qui permet d'envisager des applications d'optique non-linéaire en utilisant des lasers continus et de faible puissance.

ii) Il est non local. Le réseau d'indice induit est en général déphasé par rapport à la figure d'interférence. Ainsi que nous le montrerons cela permet en particulier le transfert d'énergie entre faisceaux de même fréquence par couplage d'onde.

iii) Il est entièrement réversible ; une illumination

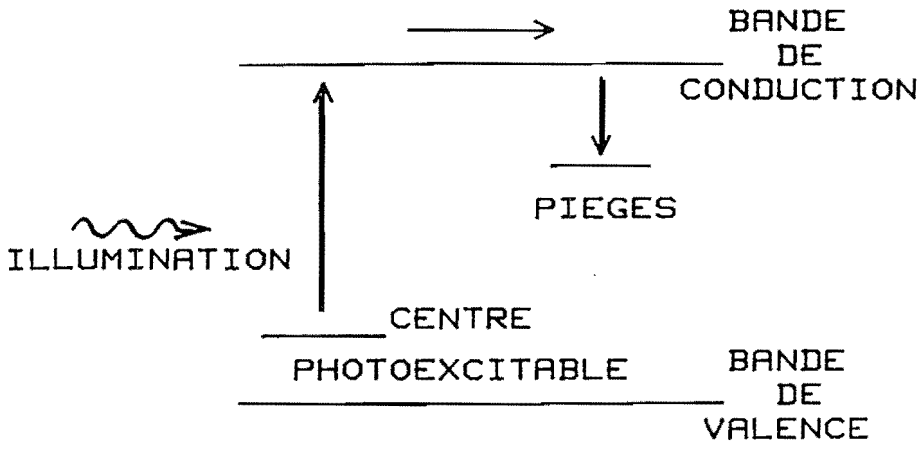


Figure III-1 : Photoexcitation, migration et recombinaison des porteurs.

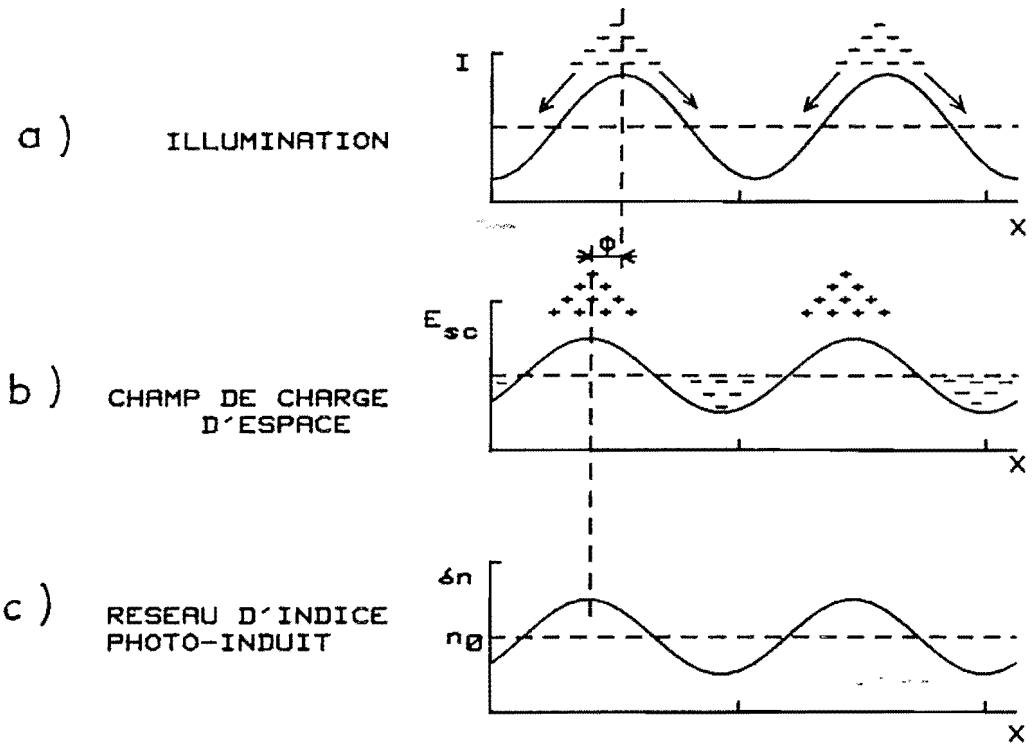


Figure III-2 : Création d'un réseau d'indice à partir d'une figure d'interférence dans un cristal photoréfractif.

uniforme du cristal efface tout réseau inscrit.

iv) Ces matériaux possèdent un effet mémoire : dans l'obscurité, la distribution de charge est gelée et le réseau persiste. La durée de mémorisation dépend du temps de relaxation diélectrique du cristal. Elle peut atteindre plusieurs mois.

Ces quatre propriétés réunies au sein d'un même matériau rendent les cristaux photoréfractifs très attractifs pour de nombreuses applications tant dans le traitement optique d'image qu'en conjugaison de phase [22].Nous citerons en particulier :

- le contrôle de matériaux holographique en temps réel [23] ;
- le stockage optique d'information [24] ;
- les fonctions logiques [25, 26, 27] ;
- les cavités laser auto-oscillantes [28, 29, 30, 31] ;
- les mémoires associatives [32, 33] ;
- les interconnexions dynamiques [7].

Les cristaux de la famille des sillénites ont l'avantage d'être disponibles en grandes dimensions (plusieurs cm^3) avec une bonne qualité optique. Ils ont une grande sensibilité : une énergie d'une centaine de microwatts par centimètre carré suffit à inscrire un réseau ayant une efficacité de 1 % [24].

III.1.2. Cristallogénèse et propriétés physiques des cristaux de $Bi_{12}Si O_{20}$ (BSO) et de $Bi_{12}Ge O_{20}$ (BGO)

1) Cristallogénèse

Dans la suite de cette étude, nous allons utiliser et comparer entre eux différents cristaux de provenance diverses. Pour les cristaux de BSO fournis par les laboratoires industriels (Sumitomo au Japon, Crystal Technology aux Etats Unis) nous n'avons aucune information précise quant aux conditions de cristallogénèse. Pour les cristaux de BGO fabriqués à Bordeaux, au Laboratoire de Chimie du Solide du CNRS, nous possédons par contre certains renseignements concernant leur croissance.

La technique de croissance utilisée est la méthode dite de Czochralski [34]. Le dispositif utilisé à Bordeaux est décrit en détail dans la référence [35] et résumé dans ce qui suit.

On mélange intimement et en proportions stoechiométriques, les oxydes Bi_2O_3 et GeO_2 (auxquels on ajoute éventuellement un dopant tel que Fe_2O_3). Le mélange obtenu est ensuite porté à la température de fusion (930°C) dans un creuset en platine. A partir de cet état fondu, on produit un amorçage de la croissance au moyen d'un germe monocristallin orienté et mis en contact avec le liquide. On tire ensuite le porte germe lentement suivant un axe vertical afin d'assurer la croissance. Plusieurs paramètres imposés lors de la croissance influent sur la qualité du monocristal. Ce sont principalement les deux suivants :

i) la vitesse de tirage, que l'on veut la plus grande possible afin de diminuer les coûts de fabrication et qui doit être limitée pour les raisons suivantes :
- dissipation de la chaleur latente de solidification afin d'éviter l'éclatement du monocristal par les contraintes thermiques,
- minimisation de la formation d'inclusions et l'adsorption d'impuretés à partir du liquide.

ii) La vitesse de rotation du cristal dont dépend la forme de l'interface liquide-solide. Pour une vitesse de rotation ω inférieure à une vitesse critique ω_c, la convection naturelle domine et l'interface est concave. Les impuretés ont alors tendance à rester au centre du bain et à être adsorbées par le cristal. Pour une vitesse supérieure à cette vitesse critique l'interface est convexe, des turbulences se forment et provoquent la formation des crevasses. La vitesse optimale est donc ω_c pour laquelle peu de défauts apparaissent. La figure 3, extraite de la référence [35], résume ces phénomènes.

Après croissance, les cristaux sont recuits ce qui a pour effet de relâcher les contraintes emmagasinées lors de la croissance.

Les cristaux de BGO que nous avons reçus de l'Université de Bordeaux possèdent des paramètres de croissance résumés dans le tableau suivant :

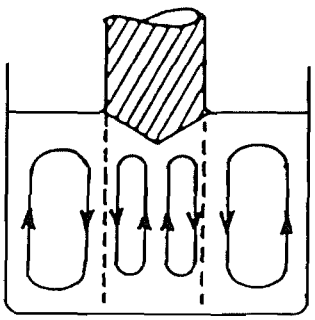
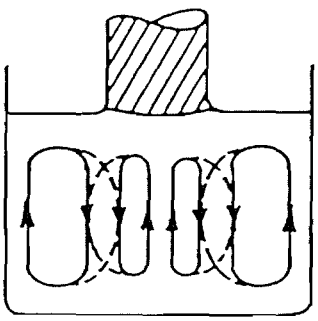
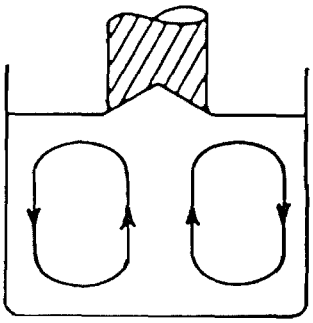
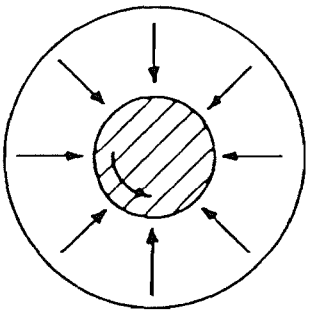
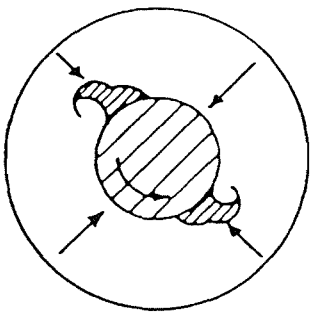
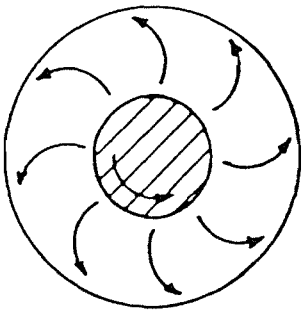
VITESSE DE ROTATION	$\omega < \omega C$	$\omega \cong \omega C$	$\omega > \omega C$
FORME DE L'INTERFACE ET COURANTS DE CONVECTION			
FORME DE LA CIRCULATION DU LIQUIDE			
INTERFACE LIQUIDE-SOLIDE	CONVEXE	PRESQUE PLANE	CONCAVE
DEFAUTS DANS LE CRISTAL	BULLES	PEU DE DEFAUTS	crevasses

Figure III-3 : Influence de la vitesse de rotation du germe, lors de la cristallogénèse, sur la qualité du cristal. [35]

Echantillon n°	9	8	14	15
Vitesse de tirage mm/h	1,2	2,0	1,6	1,5 à 2,0
Vitesse de rotation tours/mn	20	20	20	20
Dopage	Non	Non	Dopé Fer (20 ppm)	Dopé au Fer

La principale différence entre le BGO n° 14 et le BGO n° 15 est que le premier est non compensé, c'est-à-dire que lors de la cristallogénèse, de l'oxyde Fe_2O_3 a été ajouté à un mélange stoechiométrique de Bi_2O_3 et de GeO_2. Par contre, le BGO n° 15 est un cristal compensé c'est-à-dire que l'on a fait croître la phase $Bi_{12}[Ge_{1-2x}Fe_xBi_x]O_{20}$. Ainsi, pour chaque ion Fe^{3+} on a introduit un ion Bi^{5+} lors de la cristallogénèse.

Nous montrerons, au cours de la caractérisation de ces matériaux qui sera exposée ultérieurement l'importance du contrôle de ces différents paramètres.

2) Propriétés physiques

a) Maille cristalline et symétries

Les oxydes de bismuth et de germanium, BGO (respectivement de silicium, BSO), cristallisent dans une structure cubique centrée de type sillénite. La maille élémentaire, représentée sur la figure 4, comporte deux motifs $Bi_{12}GeO_{20}$. Son paramètre vaut 1,0145 nm (respectivement 1,0104 nm). Une étude aux rayons X de ces cristaux ainsi que l'existence de l'activité optique a permis de montrer leur appartenance à la classe de symétrie 23 [36].

b) Schéma de bande

Les cristaux photoréfractifs de BSO et BGO ont la même énergie de bande interdite de 3,2 eV [37].

Différentes techniques d'études (spectre d'absorption, de photoconductivité [37-38] ; méthode des courants stimulés thermiquement [39] ; spectroscopie par transitoires de courants photoinduits [40] ; spectre de photoluminescence [41, 42]) ont permis de tracer pour des cristaux non dopés le diagramme énergétique représenté sur la figure 5 [38].

La densité de centres donneurs N_D qui est très élevée

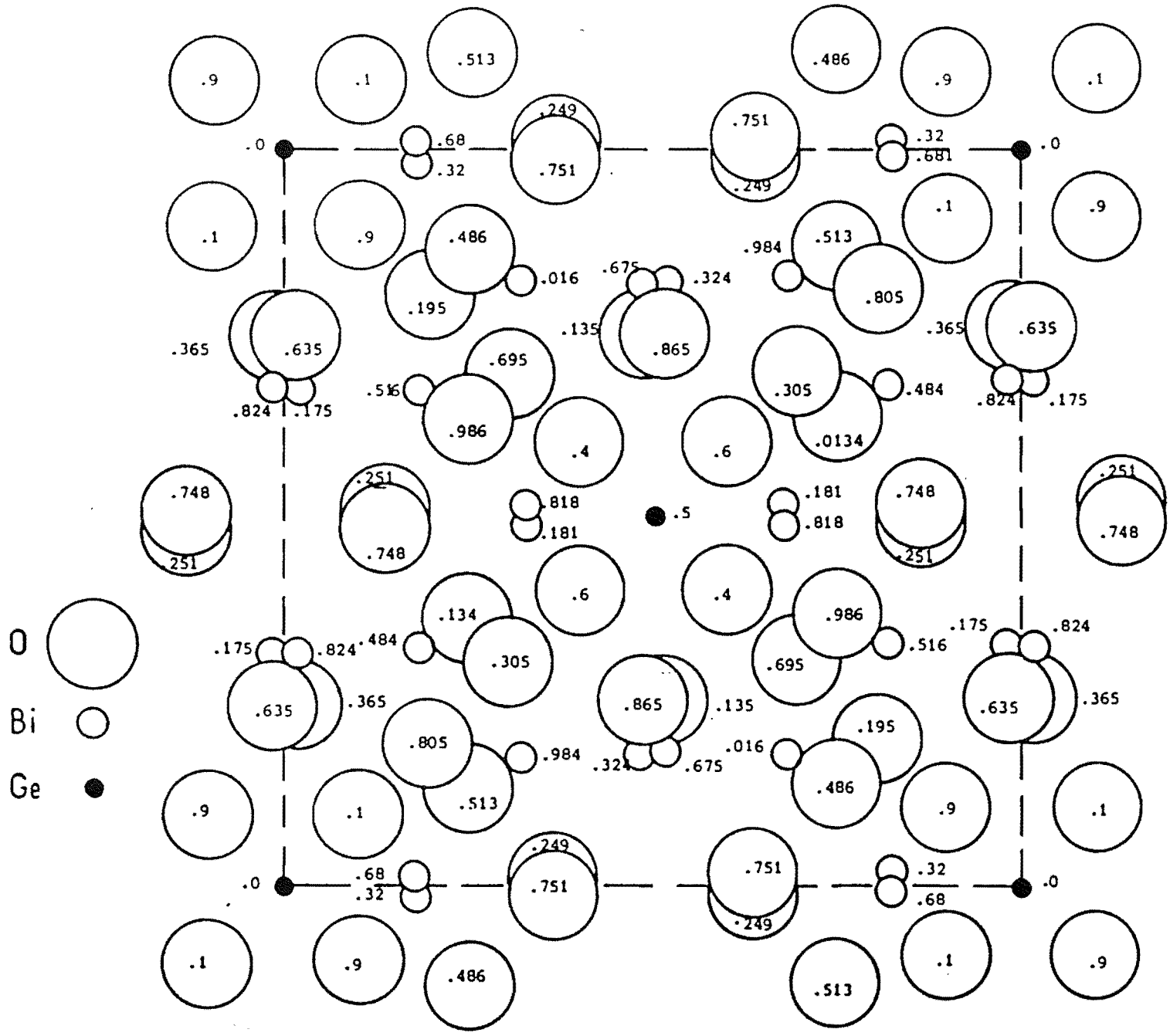


Figure III-4 : Maille d'un cristal de BGO.

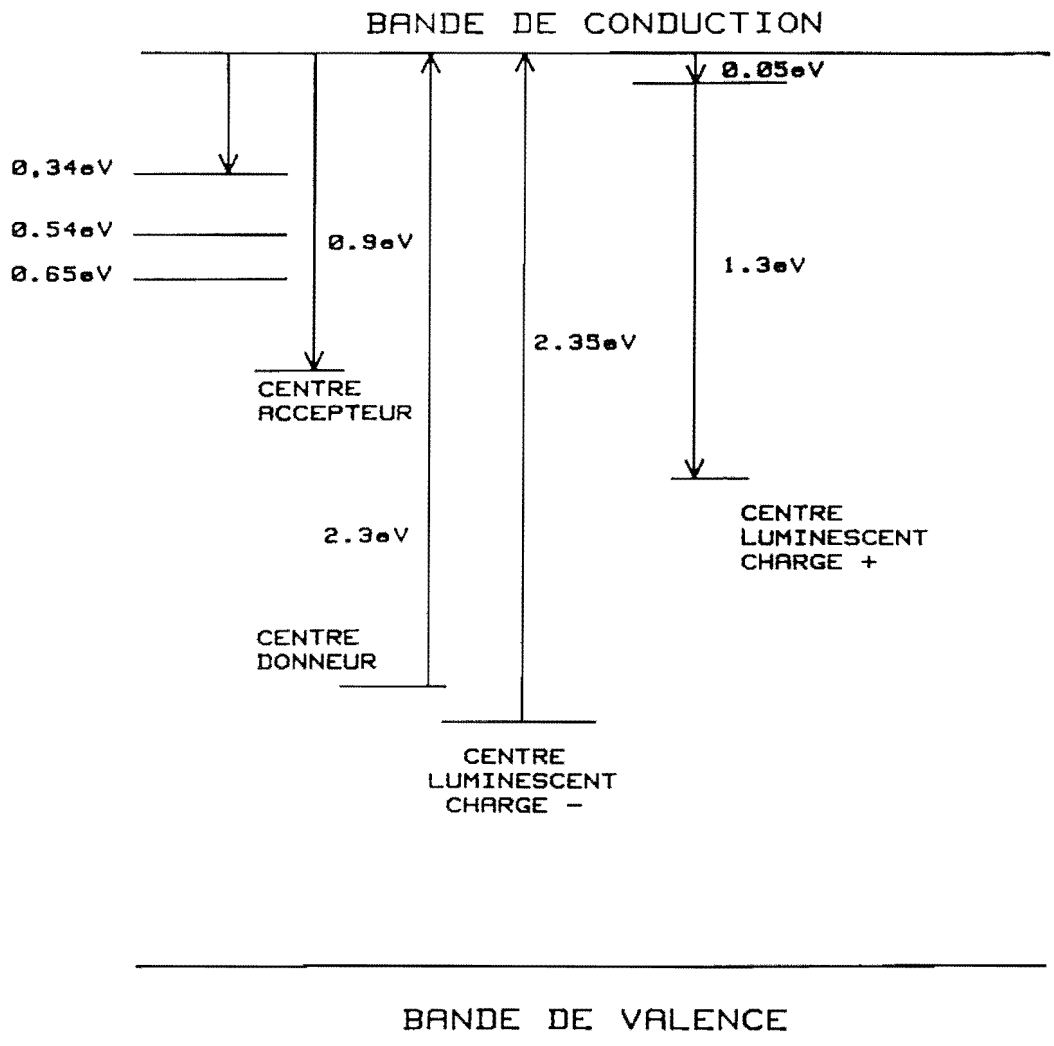


Figure III-5 : Diagramme énergétique d'un cristal de BSO [38].

$\left(N_D \simeq 10^{25}\ m^{-3}\right)$ est incompatible avec la pureté du cristal. C'est une des raisons pour lesquelles R. Oberschmid [37] suggère que ces centres donneurs sont en fait des défauts cristallins. En effet, certains atomes de bismuth ionisés Bi^{3+} associés à un défaut d'électrons occuperaient des sites d'oxygène tétraédriques à la place de germanium $\left(Ge^{4+}\right)$.

c) Photoconduction

Les courbes de photoconduction du BSO en fonction de la longueur d'onde incidente, rapportées par S.L. Hou et al. [38] (Figure 6) montrent deux "pics". Le premier correspond à une transition directe de la bande de conduction à la bande de valence (3,2 eV), le second, autour de 2,6 eV, correspond à une transition indirecte à partir des centres donneurs situés à 2,2 eV sous la bande de conduction.

Il convient de remarquer la très grande photoconductivité de ces cristaux et, en particulier, la différence entre la conductivité dans le noir et sous illumination. Les mesures de Huignard et Micheron [24] donnent :

- pour un BSO :

$$\sigma = \left(\Omega^{-1}\ cm^{-1}\right) = 1,6\ \ 10^{-15} + 7,3\ 10^{-8}\ I_o\left(W\ cm^{-2}\right)$$

- pour un BGO :

$$\sigma = \left(\Omega^{-1}\ cm^{-1}\right) = 3\ 10^{-14} + 5,7\ 10^{-8}\ I_o\left(W\ cm^{-2}\right)$$

avec I_o l'intensité incidente pour une longueur d'onde de 514 nm.

III.2 Etablissement du champ de charge d'espace : modèle théorique.

Deux modèles distincts ont été développés pour rendre compte de l'évolution temporelle d'un réseau photoinduit dans un cristal photoréfractif. Ils diffèrent par le mécanisme responsable du transport de charge. Pour l'un, développé par Feinberg et al. [43] les porteurs de charge sautent directement d'un site à un autre avec une probabilité de

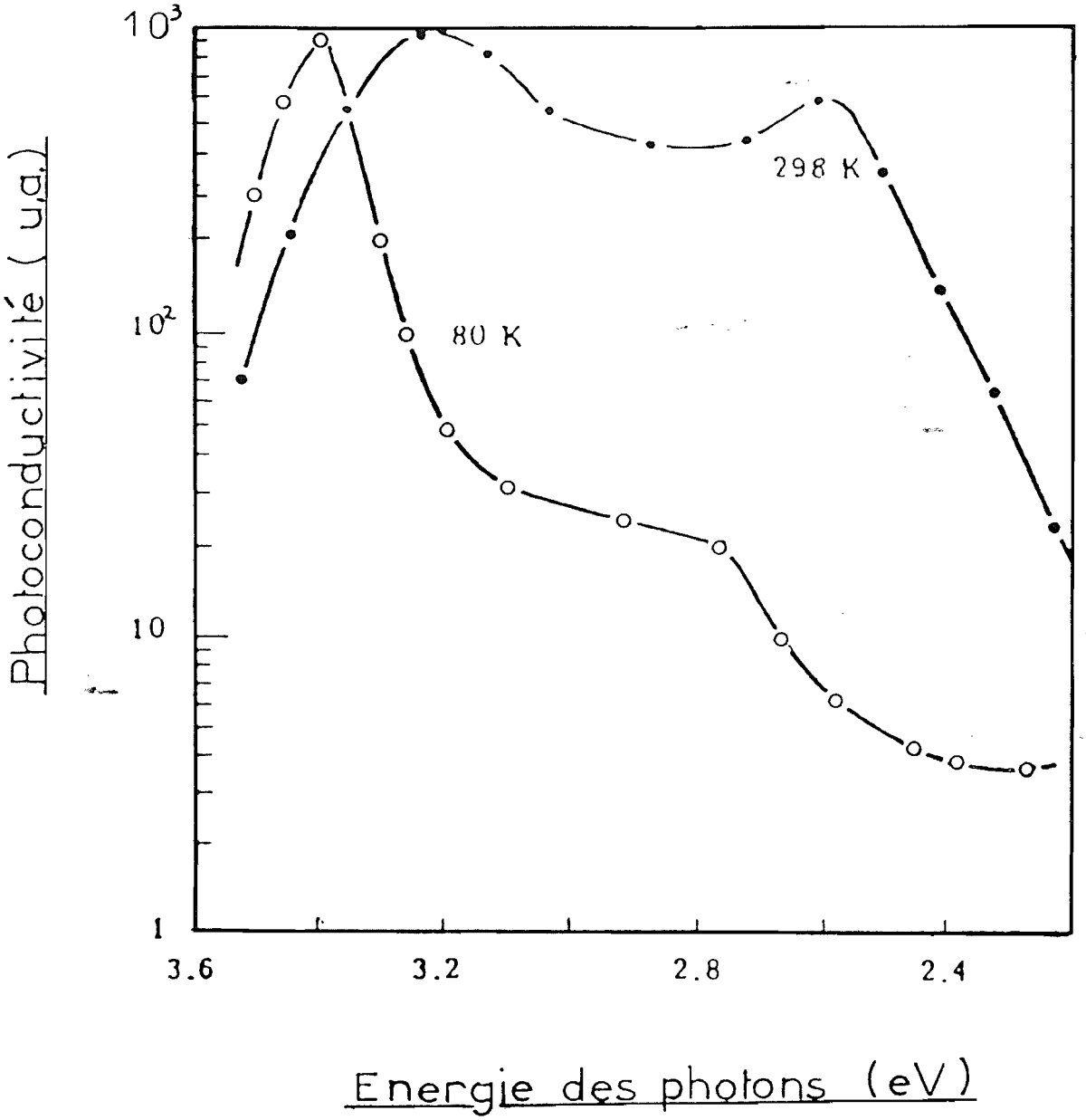


Figure III-6 : Photoconduction du BSO en fonction de l'énergie des photons incidents [38].

saut dépendant de la différence de potentiel entre ces deux sites. Pour l'autre modèle dont le développement le plus complet a été effectué par Kukhtarev [44], le transfert de charge se fait par l'intermédiaire des porteurs libres (entrainement sous champ et diffusion). Des études quantitatives récentes [45] ont montré que, dans le cas des cristaux de BSO, seul ce second modèle était compatible avec les faits expérimentaux. Aussi nous ne rappellerons ici que celui-ci.

III.2.1. Notations et équations de base

Dans un premier temps, nous rappellerons le modèle développé par Kukhtarev en prenant les hypothèses les plus simples (Figure 7) :

- seuls les électrons, dont la densité par unité de volume est n et la valeur absolue de la mobilité μ, participent au transport de charge ;
- ces électrons sont produits par excitation lumineuse à partir d'un seul type de centres donneurs de densité $(N_D - N_D^+)$.

Le taux de production est $s\, I\left(N_D - N_D^+\right)$ (avec I l'intensité lumineuse, s la section efficace de photoionisation, N_D^+ la densité de centre donneurs ionisés).Les électrons de la bande de conduction peuvent alors se recombiner dans les centres N_D^+ avec une constante de temps $\tau_R = \frac{1}{\gamma\, N_D^+}$.

L'existence des centres N_D^+ en l'absence d'illumination est due à la présence de pièges profonds. Ces sites de densité N_A ont une charge négative qui assure la neutralité électrique du cristal. En l'absence d'illumination, on a : $N_D^+ = N_A$. On admet que ces centres N_A ne sont pas photo-excitables. Peu importe leur niveau d'énergie et le nombre de types distincts de centres N_A. Seul intervient leur densité totale.

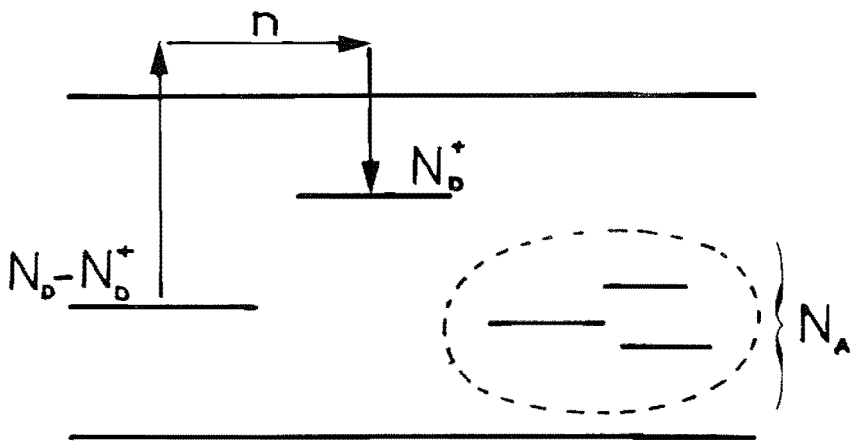


Figure III-7 : Schéma de bande le plus simple permettant d'expliquer l'effet photoréfractif : un seul type de centres donneurs ; un seul type de porteurs libres.

Les équations de base de la théorie sont :

- L'équation de génération des donneurs ionisés :

$$\frac{\partial N_D^+}{\partial t} = s\ I\left(N_D - N_D^+\right) - \gamma n\ N_D^+ \qquad (1)$$

- L'équation de transport de charge que l'on suppose être régie par la loi d'Ohm et la diffusion :

$$\vec{j} = e\ n\ \mu\ \vec{E} + \mu\ k_B T\ \overrightarrow{\text{grad}}\ n \qquad (2)$$

(avec $\vec{j}$ la densité de courant, e la valeur absolue de la charge de l'électron, k_B la constante de Boltzmann et T la température absolue).

- L'équation de continuité :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\text{div}\ \vec{j}}{e} + \frac{\partial\ N_D^+}{\partial t} \qquad (3)$$

- L'équation de Poisson :

$$\text{div}\left([\epsilon]\ \vec{E}\right) = -\ e\ \left(n + N_A - N_D^+\right) \qquad (4)$$

III.2.2. Linéarisation et résolution du système d'équations

Dans tout ce qui suit on suppose que le cristal est illuminé par une figure d'interférence d'indice de modulation m et de vecteur d'onde $\vec{K}_R$ de telle sorte que l'on puisse écrire :

$$I(x) = I[1 + m\ R_e\ (\exp\{i\ K_R\ x\})] \qquad (5)$$

1) Linéarisation et équation d'évolution du champ

Le système d'équations (1) à (4) est linéarisable lorsque le taux de modulation m de la figure d'interférence est petit devant 1. Cela permet de négliger lors de la résolution toutes les composantes d'ordres supérieurs à 1 dans un

développement en puissances de m.

Les grandeurs à considérer s'écrivent alors :

$$\begin{cases} N_D^+(x,t) = N_{D\,o}^+(t) + R_e\left[N_{1\,D}^+(t)\exp(i\,K_R\,x)\right] \\ n(x,t) = n_o(t) + R_e\left[n_1(t)\exp(i\,K_R\,x)\right] \\ j(x,t) = j_o(t) + R_e\left[j_1(t)\exp(i\,K_R\,x)\right] \\ E(x,t) = E_o + R_e\left[E_1(t)\exp(i\,K_R\,x)\right] \end{cases} \qquad (6)$$

Nos conditions expérimentales seront telles que toutes les grandeurs non modulées spatialement $\left(N_{D\,o}^+,\ n_o,\ j_o,\ E_o\right)$ seront indépendantes du temps. Dans ce cas précis, la résolution des équations (1) à (4) s'effectue sans difficulté en supposant que l'illumination est suffisament faible pour que $n_o << N_A$ (ce qui est toujours vérifié dans nos expériences).

Nous montrerons de plus, dans notre partie expérimentale, que la densité N_A est toujours négligeable devant N_D. Sans hypothèse supplémentaire, on obtient :

- densité électronique :

$$n_o = \frac{s\ I(N_D - N_A)}{\gamma\ N_A} \qquad (7)$$

- densité de centres donneurs ionisés :

$$N_D^+ = N_A \qquad (8)$$

- densité de la population électronique modulée :

$$n_1 = -\left(e\,\mu\,n_o\,E_1 + \epsilon\,\frac{\partial\,E_1}{\partial t}\right)\frac{1}{e\,\mu\,E_o + i\,K_R\,k_B\,T\,\mu} \qquad (9)$$

- équation d'évolution du champ de charge d'espace E_1 :

$$\frac{\partial^2\,E_1}{\partial\,t^2} + \frac{\partial\,E_1}{\partial t}\left(\frac{-i}{\tau_E} + \frac{1}{\tau_{D\,I}} + \frac{1}{\tau_I} + \frac{1}{\tau_R} + \frac{1}{\tau_D}\right) + \left(E_1 - m\,E_{s\,c}\,e^{-i\,\Phi}\right).$$

$$\left(\frac{-i}{\tau_E\ \tau_I} + \frac{1}{\tau_D\ \tau_I} + \frac{1}{\tau_R\ \tau_{D\,I}}\right) = 0 \qquad (10)$$

avec :

$$\tau_E = \frac{1}{K_R \ \mu \ E_o},$$

$\tau_{DI} = \frac{\epsilon}{e \ \mu \ n_o}$: constante de temps de relaxation diélectrique,

$$\tau_I = \frac{1}{s \ I + \gamma \ n_o},$$

$\tau_R = \frac{1}{\gamma \ N_A}$: constante de temps de recombinaison,

$\tau_D = \frac{e}{k_B \ \mu \ T \ K_R^2}$: constante de temps de diffusion.

A l'état stationnaire, le champ de charge d'espace s'écrit :

$$E_1 = + \ m \ E_{sc} \ e^{i \Psi}$$

Le déphasage ψ du champ de charge d'espace par rapport à la figure d'illumination et son module E_{sc} s'expriment en fonction des différentes constantes de temps ou en fonction de champs électriques caractéristiques qui sont :

- E_o le champ appliqué au cristal,
- E_D le champ de diffusion : $E_D = \frac{k_B \ T \ K_R}{e}$,
- E_q qui représente le champ maximal que l'on peut photo-induire dans le cristal : $E_q = \frac{e \ N_A}{\epsilon \ K_R} \cdot \frac{N_D - N_A}{N_D}$.

Alors on peut écrire :

$$E_{sc} = E_q \left[\frac{E_o^2 + E_D^2}{E_o^2 + (E_D + E_q)^2} \right]^{1/2} \qquad (11)$$

$$\begin{cases} \cos \psi = - \dfrac{E_o \ E_q}{\left[(E_D + E_q)^2 + E_o^2 \right]^{1/2} \left[E_o^2 + E_D^2 \right]^{1/2}} \\ \sin \psi = - \dfrac{E_D (E_D + E_q) + E_o^2}{\left[(E_D + E_q)^2 + E_o^2 \right]^{1/2} \left[E_o^2 + E_D^2 \right]^{1/2}} \end{cases} \qquad (12)$$

2) Résolution de l'équation d'évolution

L'équation (10) d'évolution du champ de charge d'espace est une équation différentielle du second ordre. Il existe donc deux constantes de temps τ_+ et τ_-, en général complexes, d'évolution du champ.

Par exemple, si l'on étudie la décroissance du réseau induit sous une illumination uniforme, les conditions initiales sont :

- $E_1(0) = m\, E_{sc}\, e^{i\Phi}$,
- $\frac{\partial E_1}{\partial t}(0) = 0$ qui provient de la continuité de la modulation de la population électronique donnée par (10).

L'expression du champ de charge d'espace en fonction du temps est donc :

$$E_1(t) = \left[\frac{\tau_+}{\tau_+ - \tau_-} e^{-\frac{t}{\tau_+}} + \frac{\tau_-}{\tau_- - \tau_+} e^{-\frac{t}{\tau_-}} \right] m\, E_{sc}\, e^{i\Phi} \quad (13)$$

Cette expression (13) n'est pas aisément exploitable expérimentalement du fait des expressions analytiques compliquées de τ_+ et de τ_- et également à cause de la décroissance bi-exponentielle. Aussi, en vue de caractériser les paramètres du matériau, nous allons déterminer les conditions expérimentales à réaliser pour pouvoir utiliser une expression simplifiée du champ de charge d'espace : celle-ci correspondra à une évolution mono-exponentielle, et on pourra négliger la constante de temps rapide τ_+ devant la constante lente τ_-.

a) Constante de temps rapide :

En négligeant $\frac{1}{\tau_-}$ devant $\frac{1}{\tau_+}$ la constante rapide τ_+ se déduit de l'équation (10) et vaut :

$$\frac{1}{\tau_+} = \frac{1}{\tau'} + i\omega'$$

avec :

$$\begin{cases} \frac{1}{\tau'} = \frac{1}{\tau_{DI}} + \frac{1}{\tau_I} + \frac{1}{\tau_R} + \frac{1}{\tau_D} & (14) \\ \omega' = -\frac{1}{\tau_E} & (15) \end{cases}$$

Nous observons que la partie réelle τ' de la constante de temps est indépendante du champ électrique appliqué. De plus, celle-ci est toujours inférieure ou égale à τ_R. Ainsi lorsque, dans les expériences, on observera un temps de croissance de l'effet photoréfractif très supérieur à τ_R nous pourrons considérer que les deux constantes τ_+ et τ_- sont très différentes et que leurs expressions analytiques sont celles données ci-dessus [(14) et (15)] et ci-dessous (17) et (18).

b) Constante de temps lente :

La constante lente τ_- est obtenue en omettant dans l'équation (10) le terme en dérivée seconde :

$$\frac{\partial E_1}{\partial t} + \frac{1}{\tau_-}\left[E_1 - m\, E_{sc}\, e^{i\,\Phi}\right] = 0 \qquad (16)$$

Nous retrouvons l'expression habituellement obtenue en négligeant dès le départ l'évolution temporelle de la population électronique et sa contribution au champ de charge d'espace.

τ_- s'exprime sous la forme : $\frac{1}{\tau_-} = \frac{1}{\tau} + i\omega$, avec :

$$\omega = \frac{1}{\tau_{DI}} \frac{\frac{\tau_R}{\tau_E}\left(\frac{\tau_{DI}}{\tau_I} + \frac{\tau_R}{\tau_I} + \frac{\tau_R\,\tau_{DI}}{\tau_I^2} - 1\right)}{\left(1 + \frac{\tau_R}{\tau_D} + \frac{\tau_R}{\tau_{DI}} + \frac{\tau_R}{\tau_I}\right)^2 + \left(\frac{\tau_R}{\tau_E}\right)^2} \qquad (17)$$

$$\tau = \tau_{DI} \frac{\left(1 + \frac{\tau_R}{\tau_D} + \frac{\tau_R}{\tau_{DI}} + \frac{\tau_R}{\tau_I}\right)^2 + \left(\frac{\tau_R}{\tau_E}\right)^2}{\left(1 + \frac{\tau_R}{\tau_D} + \frac{\tau_R}{\tau_{DI}} + \frac{\tau_R}{\tau_I}\right)\left(1 + \frac{\tau_R\,\tau_{DI}}{\tau_D\,\tau_I}\right) + \left(\frac{\tau_R}{\tau_E}\right)^2\left(\frac{\tau_{DI}}{\tau_I}\right)} \qquad (18)$$

L'étude de l'évolution temporelle de l'effet photoréfractif (équations (17) et (18)) permet donc de déterminer les paramètres du matériau. Cependant, avant d'exploiter les expressions des constantes ω et τ, nous allons

encore les simplifier pour faciliter leur utilisation.

On néglige généralement $\frac{1}{\tau_I}$ devant $\frac{1}{\tau_D}$; les ordres de grandeur des différentes constantes de temps que nous mesurerons sur nos échantillons montrent que cela est vérifié lors d'une excitation lumineuse avec un laser continu. L'approximation $\frac{1}{\tau_{DI}} \ll \frac{1}{\tau_D}$ est également faite mais elle est toutefois moins justifiée. Il faudra lors des expérimentations travailler avec des illuminations suffisamment faibles pour pouvoir la considérer comme vraie. Par exemple, pour le cristal BGO n° 15, les valeurs des différents paramètres imposent de travailler avec une intensité inférieure à 6 $mW.cm^{-2}$ (pour un pas de 20 μm). Dans le cas contraire, $\frac{1}{\tau_{DI}} \gg \frac{1}{\tau_D}$, la constante de temps d'évolution n'est plus proportionnelle à τ_{DI} (donc à l'illumination) ce qui pourrait expliquer certaines observations expérimentales [46].

Les expressions de ω et τ données par (17) et (18) se simplifient alors :

$$\omega = \frac{1}{\tau_{DI}} \cdot \frac{K^2}{k_D^2} \cdot \frac{\left(K^2 - k_D^2\right)\left(\frac{K_R E_o e}{k_B T}\right)}{\left(k_R^2 + K^2\right)^2 + \left(\frac{K_R E_e}{k_B T}\right)^2} \qquad (19)$$

$$\tau = \tau_{DI} \cdot \frac{k_D^2}{K^2} \cdot \frac{\left(K_R^2 + K^2\right)^2 + \left(\frac{K_R E_o e}{k_B T}\right)^2}{\left(K_R^2 + k_D^2\right)\left(K_R^2 + K^2\right) + \left(\frac{K_R E_o e}{k_B T}\right)^2} \qquad (20)$$

avec :

- $K = \frac{1}{L} = K_R \sqrt{\frac{\tau_D}{\tau_R}} = \sqrt{\frac{e}{i\, k_B\, T\, \tau_R}}$ l'inverse de la longueur de migration L des électrons dans la bande de conduction.

- $k_D = \frac{1}{L_D} = K_R \sqrt{\frac{\tau_I\, \tau_D}{\tau_R\, \tau_{DI}}} = \sqrt{\frac{N_A e^2}{\epsilon\, k_B\, T}}$ l'inverse de la

longueur d'écran de Debye.

Ces deux nouvelles expressions séparent les paramètres expérimentaux des paramètres du matériau (κ, k_D et $\tau_{DI}.I$) qui jouent un rôle dans l'effet photoréfractif dans les conditions requises pour ce modèle.

III.2.3. Remarques sur l'évolution temporelle du champ de charge d'espace.

La cinétique du champ de charge d'espace est celle d'un oscillateur harmonique (équation (16)). La réponse de cet oscillateur à un créneau de lumière et pour un taux de modulation faible de la figure d'interférence est expérimentalement donnée sur l'enregistrement de la figure 8 (le montage expérimental correspondant sera décrit ultérieurement). Durant l'inscription du réseau, on observe une sur-oscillation [45] ainsi que le prédit l'équation (16). Lors de l'effacement, la décroissance est purement exponentielle. Si, dans les mêmes conditions expérimentales nous effectuons un enregistrement avec un taux de modulation m = 1. alors cette sur-oscillation n'est plus observée, la valeur du champ à saturation $E_1(t=\infty)$ étant à sa valeur maximale E_{sc} [47].

Ce phénomène de sur-oscillation a été mis à profit dans certaines applications (par exemple pour le couplage d'énergie entre deux ondes que nous détaillerons ultérieurement). Il est en effet possible de forcer l'oscillateur harmonique en ajoutant un terme oscillant à la fréquence de résonance ω. Généralement le terme choisi est un facteur de phase obtenu en éclairant le cristal par une figure d'interférence mobile se déplaçant à la vitesse $v = \frac{\omega}{K_R}$ [48-49]. On peut également songer à moduler temporellement m à la fréquence ω à l'aide d'un obturateur disposé sur l'un des faisceaux d'écriture. Un tel enregistrement est donné sur la figure 9 où l'on voit l'efficacité de diffraction en fonction de la fréquence d'obturation (le montage utilisé pour cette démonstration n'est pas optimisé et l'amplitude observée ne présume en rien des possibilités offertes). D'autres travaux font également état d'une modulation temporelle du champ électrique E_o [50].

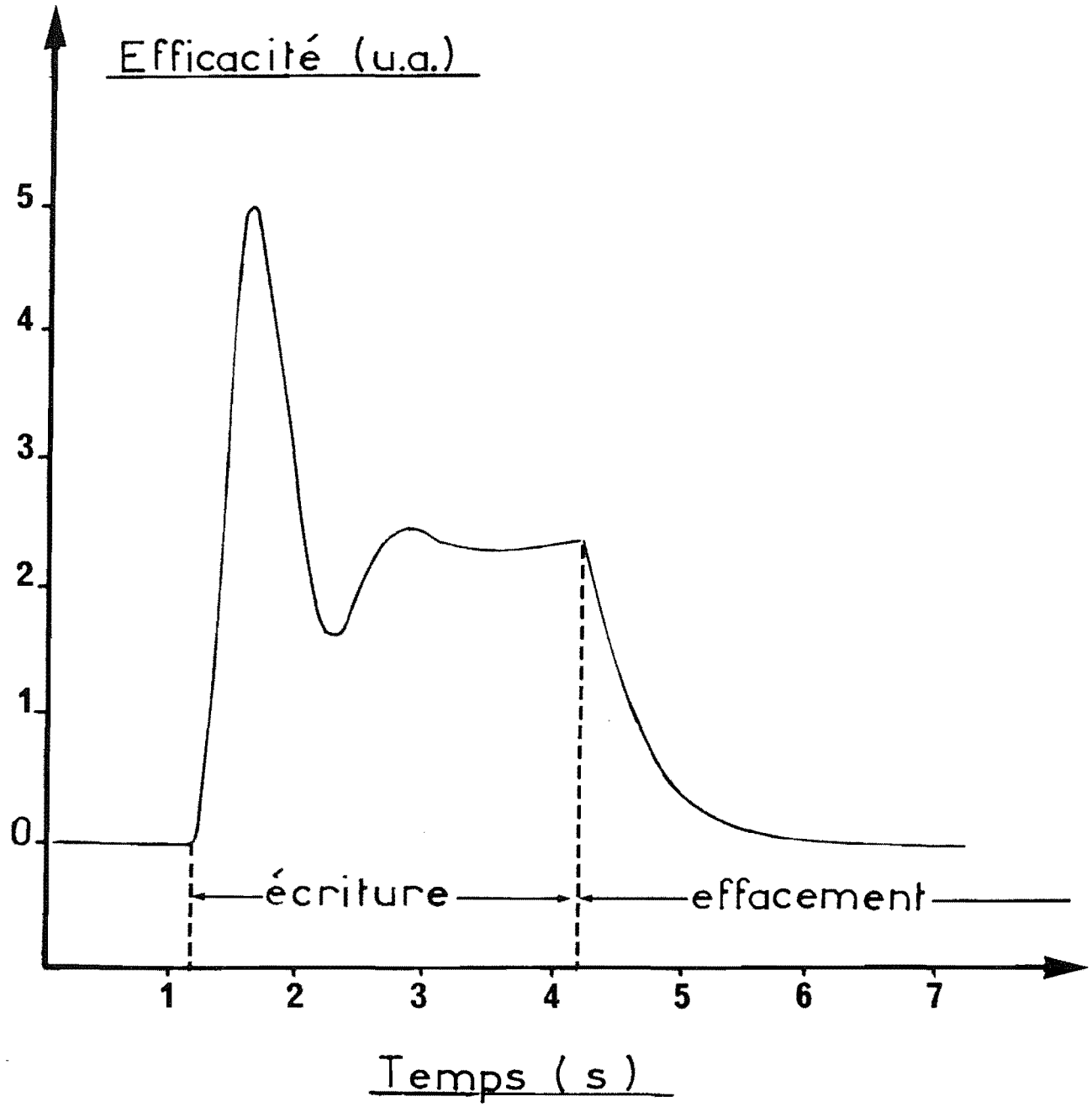


Figure III-8 : Efficacité de diffraction en fonction du temps pour un réseau dont le taux de modulation m est faible.

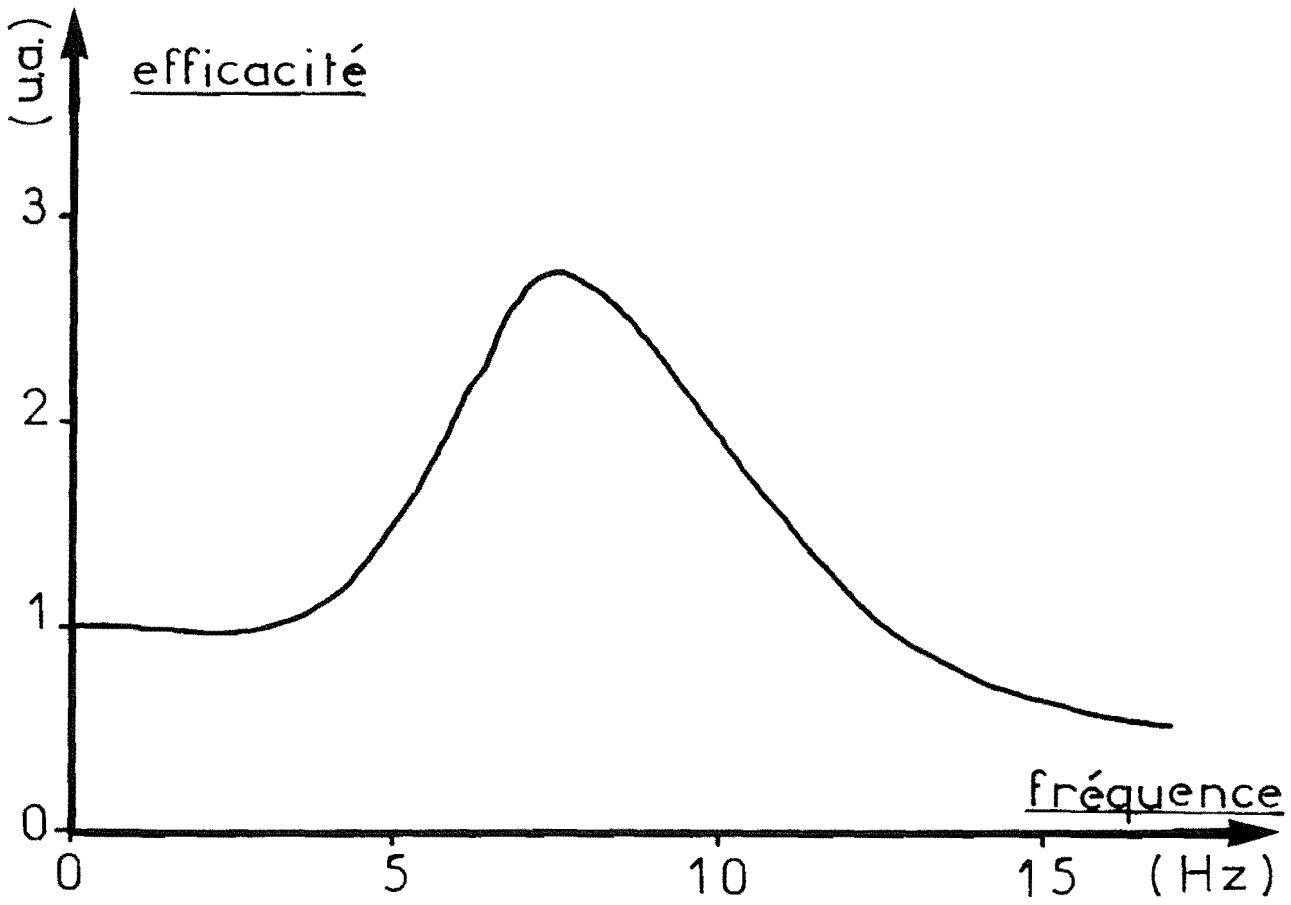


Figure III-9 : Amplification de l'intensité diffractée par un réseau induit en fonction de la fréquence du cycle inscription-effacement.

III.3 Etude du couplage d'onde

Le modèle d'évolution temporelle de l'effet photoréfractif que nous venons de décrire a été développé en supposant que les porteurs de charge sont des électrons. Un développement identique peut-être effectué lorsque les porteurs de charge sont des trous. On peut montrer que, toutes choses restant égales par ailleurs, l'équation d'évolution du réseau de champ de charge d'espace est déduite de l'équation (16) en changeant i en -i. Ainsi, il est impossible de connaître le signe des porteurs de charge en observant l'efficacité diffractée par un réseau photoréfractif (fonction de E_1^2). Il est cependant important de connaître ce signe afin de relier les propriétés de transport de charge dans ces cristaux aux conditions de cristallogénèse.

Des expériences de photocourant [38] ont déjà permis de montrer que suivant le taux de dopage d'un cristal en aluminium les photoporteurs majoritaires sont soit des électrons (cristaux faiblement dopés) soit des trous (cristaux fortement dopés). Cependant, il n'est pas possible d'en déduire le signe des porteurs prédominants pour l'effet photoréfractif. En effet un type de porteurs peut prédominer dans l'effet photoréfractif et être minoritaire pour le photocourant.

Il faut donc effectuer des mesures sur l'effet photoréfractif qui soient sensibles au signe du déphasage ϕ entre le réseau de champ de charge d'espace et celui d'illumination (voir équation (16) où l'on a "+ i" pour des électrons et "-i" pour des trous). Ces expériences sont des expériences de couplage à deux ondes.

III.3.1. Description physique du couplage d'onde

Fondamentalement, le couplage résulte de l'autodiffraction de deux ondes sur un réseau dynamique créé par leur figure d'interférence. Ceci est représenté sur la figure 10. Les deux ondes qui interfèrent, d'amplitudes E_p et E_s engendrent un réseau d'indice déphasé d'un angle ϕ' par rapport au réseau d'illumination. Le signe du coefficient électrooptique r_{41} pouvant varier d'un cristal à l'autre [51] cet angle ϕ' est égal à ϕ ou $\phi + \pi$.

Ainsi à la sortie du cristal, nous aurons, dans la direction de propagation de l'onde incidente $\vec{E}_p$, deux ondes :

l'une transmise $\vec{E}_p^t$ et l'autre diffractée $\vec{E}_s^d$. Une onde diffractée par un réseau statique est en avance de $\frac{\pi}{2}$ par rapport à l'onde transmise (phase de l'onde diffractée = phase de l'onde transmise - $\frac{\pi}{2}$). Ici, le réseau étant dynamique, la différence de phase entre $\vec{E}_p^t$ et $\vec{E}_s^d$ est $\frac{-\pi}{2} - \phi'$.De même dans la direction de propagation de $\vec{E}_s$, nous avons deux ondes $\vec{E}_s^t$ et $\vec{E}_p^d$ dont le déphasage relatif est $\frac{-\pi}{2} + \phi'$. Ces ondes étant cohérentes entre elles, interfèrent deux à deux. S'il n'y a pas de champ électrique appliqué au cristal, le déphasage ϕ' vaut $\pm \frac{\pi}{2}$ suivant le signe des porteurs et de r_{41} ($\phi = -\frac{\pi}{2}$ pour des électrons, relations (12)). Les interférences sont donc destructives sur une voie et constructives sur l'autre (figure 10).

III.3.2. Equations relatives au couplage d'onde

Le couplage d'onde étant un phénomène d'auto-diffraction dans un matériau dynamique, la théorie qui le décrit [52] est dérivée des équations des ondes couplées de Kogelnik [5]. Cependant, ces travaux ne se sont intéressés qu'à la valeur absolue du gain. La détermination du signe des porteurs requiert la connaissance du sens du transfert d'énergie par rapport aux orientations du cristal et des ondes sonde et pompe. Nous avons donc refait l'étude en tenant compte des conventions d'orientation. Nous intéressant au signe du gain, nous n'avons pas considéré l'absorption dans ce calcul qui est résumé dans l'Annexe A.

Les conventions d'orientation étant celles données sur la figure 10, on aboutit aux résultats suivants :

En sortie du cristal l'intensité $I_s(e)$ mesurée dans la direction du faisceau sonde vaut :

$$I_s(e) = \frac{I_o}{1 + \frac{I_p(0)}{I_s(0)} e^{-Ge}} \qquad (21)$$

Avec :

- $I_p(0)$ l'intensité du faisceau pompe à l'entrée du cristal,

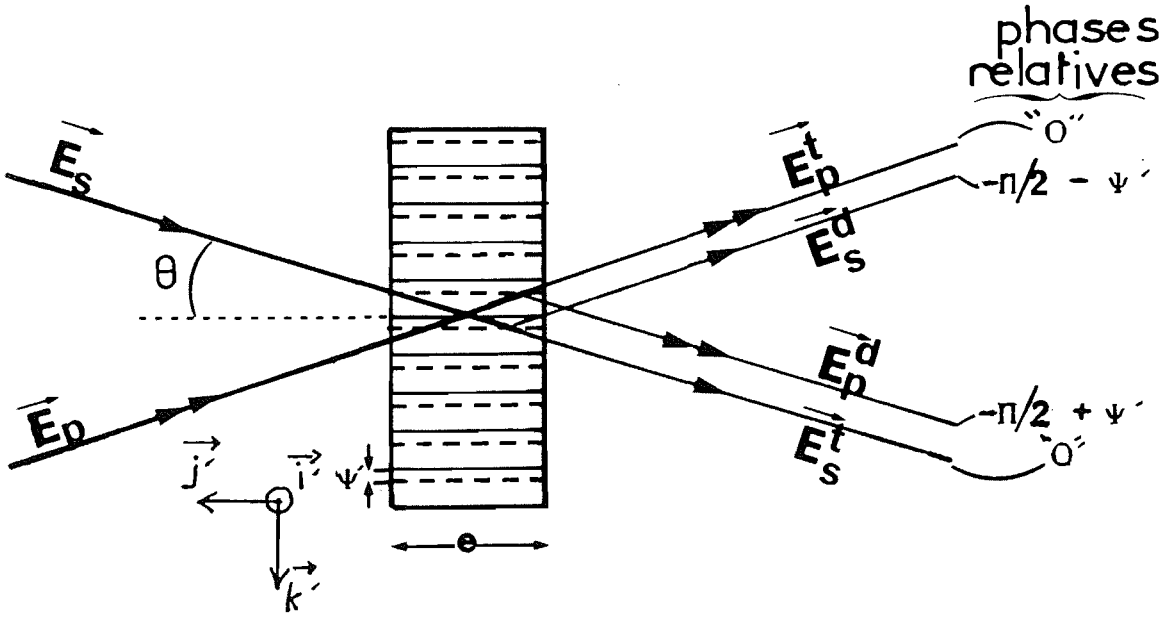


Figure III-10 : Schéma de principe du couplage entre deux ondes. Ici, l'angle ψ' est compris entre $\frac{-\pi}{2}$ et 0.

- $I_s(0)$ l'intensité du faisceau sonde à l'entrée du cristal,
- $I_o = I_p(0) + I_s(0)$,
- e l'épaisseur du cristal,
- G le gain par unité de longueur.

L'expression de G, calculée dans l'annexe A, est :

$$G = \frac{\omega\, n^3}{2c\, \cos\theta}\, r_{eff}\, E_{sc} \sin\phi = \frac{\omega}{2c}\, \frac{n^3}{\cos\theta}\, E_{sc}\, |r_{eff}|\, \sin\phi' \quad (22)$$

où r_{eff} représente le coefficient électrooptique effectif vu par les ondes propres sonde et pompe. Dans le cas où aucun champ n'est appliqué au cristal, ces ondes propres sont circulaires et :

$$r_{eff} = r_{41} \left(1 + \sin^2\theta\right) \cos^2\theta \quad (23)$$

Le signe de r_{eff} est donc celui de r_{41}.

Par rapport à l'axe z' dire que r_{41} est positif signifie que si on applique un champ statique E_o suivant l'axe z' alors l'indice suivant l'axe Ox' devient : $n - \frac{r_{41}\, E_o\, n^3}{2} < n$. Dans ce cas, si les porteurs majoritaires sont des électrons alors $\phi = \phi' = \frac{-\pi}{2}$ et l'onde sonde est atténuée.

Pour connaître le signe des porteurs qui interviennent dans l'effet photoréfractif il est donc nécessaire, en plus des expériences de couplage, de déterminer le signe du coefficient électrooptique par rapport à l'axe z' considéré.

III.4 Caractérisation des échantillons de BSO et de BGO

Nous allons déterminer les caractéristiques des échantillons suivants :

- un cristal de BSO provenant de Crystal Technology ;
- des cristaux de BGO dont nous avons déjà donné les conditions de cristallogenèse au paragraphe III.1.2.1. (échantillons n° 8 et n° 9 non dopés, échantillon n° 14 dopé au fer, échantillon n° 15 dopé au fer et compensé).

Nous mesurerons tout d'abord certaines de leurs propriétés optiques :

- l'indice optique ;
- la transmission dont nous déduirons l'absorption ;
- le pouvoir rotatoire.

Nous déterminerons ensuite la valeur des différents paramètres qui interviennent dans l'effet photoréfractif en étudiant l'évolution temporelle des réseaux photoinduits. Ces paramètres sont :

- la constante de temps de relaxation diélectrique sous illumination ;
- la longueur de migration des porteurs libres ;
- la longueur d'écran de Debye ;
- le signe des porteurs photo-excités ;
- la conductivité dans le noir.

III.4.1. Propriétés optiques

1) Indice optique

La courbe de dispersion rapportée sur la figure 11 est celle donnée par Aldrich et al. [51]. Bien que cette courbe soit relative à un cristal de BSO, ces auteurs signalent qu'ils ont obtenu des résultats identiques, aux incertitudes près, ($\Delta n = \pm 0,005$) avec des cristaux de BGO. Sur cette même figure, nous avons rapporté deux des mesures effectuées à l'Institut d'Optique par Vulmière et Lamare sur un cristal de BSO provenant de Crystal Technology, les autres mesures sont données dans le tableau suivant :

Longueur d'onde (μm)	Indice	Incertitude Absolue
0,546	2,61	$\pm$ 0,01
0,7	2,52	$\pm$ 0,005
0,8	2,50	$\pm$ 0,005
0,9	2,48	$\pm$ 0,005
1,1	2,47	$\pm$ 0,005
1,2	2,46	$\pm$ 0,005
1,5	2,45	$\pm$ 0,005
1,8	2,45	$\pm$ 0,005

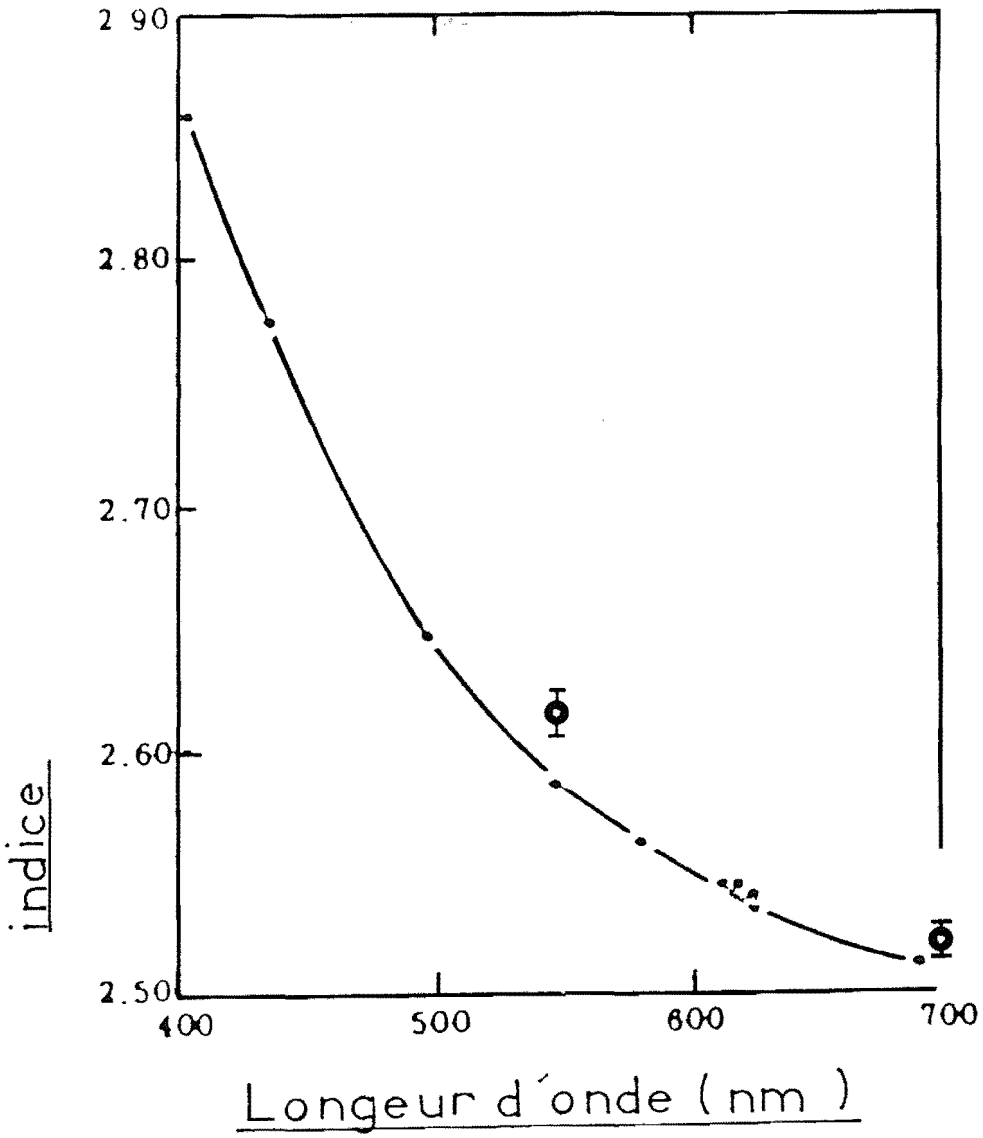


Figure III-11 : Courbe de dispersion d'un cristal de BSO [51]. Les deux points supplémentaires correspondent aux mesures effectuées à l'Institut d'Optique sur un cristal de BSO de Crystal Technology.

La méthode employée est celle du Duc de Chaulnes qui consiste à pointer optiquement la face avant puis la face arrière du monocristal. De la connaissance de l'épaisseur, on déduit l'indice optique.

2) Absorption optique

La transmission de tous nos échantillons a éte mesurée par Slucki au moyen d'un spectrophotomètre enregistreur CARY 14. Les courbes de transmission sont reportées sur la figure 12. A partir de ces courbes, il est possible de déduire l'absorption. En effet, en tenant compte des réflexions multiples, la transmission T du cristal est reliée à l'absorption α et à l'épaisseur e du matériau par la relation suivante :

$$T = \frac{(1 - R)^2 \ e^{-\alpha e}}{1 - \left(Re^{-\alpha e}\right)^2} \qquad (24)$$

où R est le coefficient de réflexion en incidence normale du dioptre air-cristal. Ce coefficient est déterminé en fonction de l'indice de réfraction n et de la relation de Fresnel suivante :

$$R = \left(\frac{n - 1}{n + 1}\right)^2 \qquad (25)$$

Par suite, la connaissance de la transmission T permet de remonter à la valeur de l'absorption. Nous allons effectuer ce calcul à partir des résultats de la figure 12 pour la longueur d'onde de 514 nm à laquelle seront menées les expériences ultérieures. Pour les échantillons n° 9, n° 14 et n° 15 qui sont de bonne qualité optique aucun problème ne se pose. Par contre, le cristal n° 8 possède des "marbrures" ce qui diminue la transmission. Ceci est visible sur la figure 12. En effet la transmission théorique à la longueur d'onde de 1 μm (pour laquelle $\alpha = 0$) vaut $T_{th}(1\ \mu m) = 0,70$ ce qui ne correspond pas à la valeur mesurée $T(1\mu m) = 0,56$ (les incertitudes expérimentales étant de l'ordre de 10 %). Afin de calculer le coefficient d'absorption à partir de nos mesures nous admettrons qu'en l'absence de ces défauts nous aurions mesuré la valeur T_{th} suivante de la transmission :

$$T_{th} = CT \qquad (26)$$

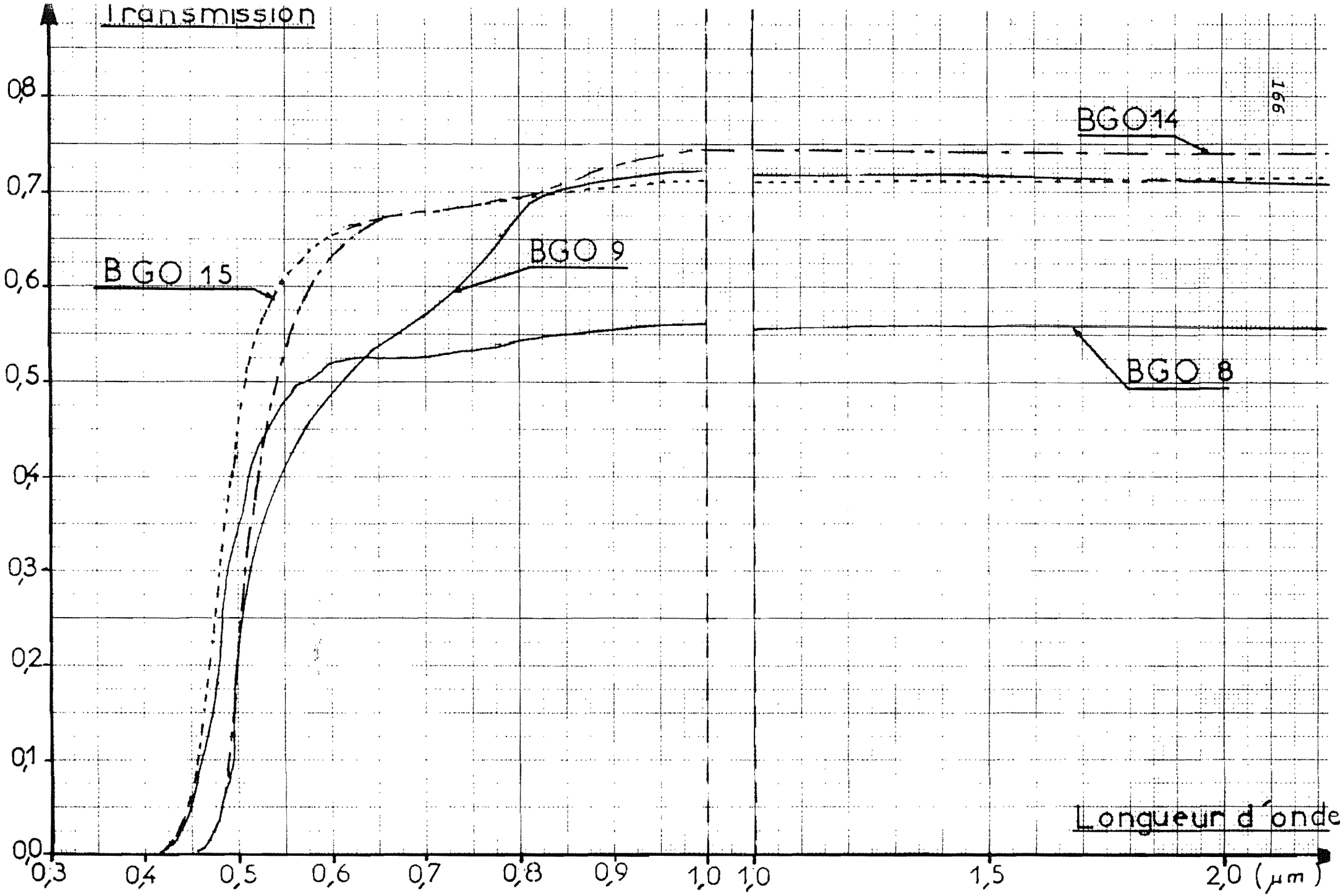


Figure III-12 : Courbes de transmission de nos échantillons de BGO. Les épaisseurs des différents échantillons sont : (BGO n° 9 ; e = 6,00 mm) ; (BGO n° 8 ; e = 3,08 mm) ; (BGO n° 14 ; e = 10,50 mm) ; (BGO n° 15 ; e = 4,04 mm).

où C est un coefficient indépendant de la longueur d'onde que nous prendrons égal à :

$$C = \frac{T_{th} \ (\lambda = 1\ \mu m)}{T \ (\lambda = 1\ \mu m)}$$

Nous justifions le fait que C est approximativement constant à partir des courbes de transmission : dans le domaine de transparence du cristal la transmission est indépendante de la longueur d'onde ainsi que le prévoient les relations (24) et (25) (l'indice optique variant peu dans ce domaine). Cependant, ces mesures ne sont pas suffisamment fiables pour pouvoir en déduire le spectre d'absorption de nos échantillons pour la gamme de longueur d'onde s'étendant de 0,3 μm à 2 μm. Le coefficient d'absorption α pour lequel les incertitudes sont moindres est celui pour lequel la transmission est à peu près égale à la moitié de sa valeur maximale ce qui correspond à la longueur d'onde de 514 nm. En utilisant les relations (24), (25), et (26), nous trouvons alors :

	BGO 9	BGO 8	BGO 14	BGO 15	BSO
Absorption à λ = 514 nm (en cm^{-1})	1,45	0,93	0,74	0,62	1,67

Deux remarques s'imposent :

- Pour deux échantillons (n° 9 et n° 8), obtenus à partir de conditions de cristallogenèse voisines (seule diffère la vitesse de tirage du cristal qui passe de 1,2 mm par heure pour le BGO n° 9 à 2,0 mm par heure pour le BGO n° 8), les constantes d'absorption diffèrent de façon significative.

- L'ajout de fer lors de la cristallogenèse (n° 14 et n° 15) diminue de façon notable l'absorption mesurée à 514 nm. Ceci tendrait à prouver que les ions Fe^{3+} viennent s'insérer en site d'oxygène tétraédrique à la place d'une lacune de germanium. Ceci empêche un atome de bismuth de s'y mettre et diminue donc le nombre de centres donneurs, donc l'absorption.

3) Activité optique

Les cristaux de BSO et de BGO possèdant une structure non centro-symétrique peuvent présenter de l'activité optique. Celle-ci a été mesurée sur tous nos échantillons. Les

résultats obtenus sont donnés ci-dessous pour la longueur d'onde de 633 nm avec une incertitude relative de 3% :

Cristal	Pouvoir rotatoire ($degré.mm^{-1}$)
BGO n° 9	+ 20,8
BGO n° 8	+ 20,7
BGO n° 14	+ 21,0
BGO n° 15	+ 20,8
BSO n°1	- 22,8

Dans ce tableau, le signe - signifie que l'échantillon considéré est lévogyre (+ s'il est dextrogyre).

A titre d'exemple, nous donnons sur la figure 13, le pouvoir rotatoire de l'échantillon de BSO n° 1 en fonction de la longueur d'onde. Cette courbe, en tous points conforme aux résultats antérieurs [14] met en évidence l'activité optique élevée de ces cristaux (42° mm^{-1} à la longueur d'onde de 500 nm).

III.4.2. Propriétés photoréfractives

La description de l'effet photoréfractif nécessite la connaissance des trois paramètres : τ_{DI}, κ et k_D. Pour les déterminer, nous étudions la cinétique du réseau lors des transitoires d'illumination. Nous utilisons pour cela les expressions des constantes de temps données précédemment (équations (19) et(20)) ce qui requiert que cette caractérisation soit menée dans des conditions expérimentales telles que les hypothèses du modèle soient vérifiées. Nous expliquerons comment dans la présentation de nos expériences.

Deux autres paramètres sont intéressant à connaître. Le premier est le signe des porteurs photo-excités que nous déterminons à partir d'expérience de couplage d'onde. Le second est la conductivité du cristal dans le noir. Elle conditionne en effet, la durée de mémorisation et elle est mesurée en observant le temps de décroissance dans le noir d'un réseau photoinduit.

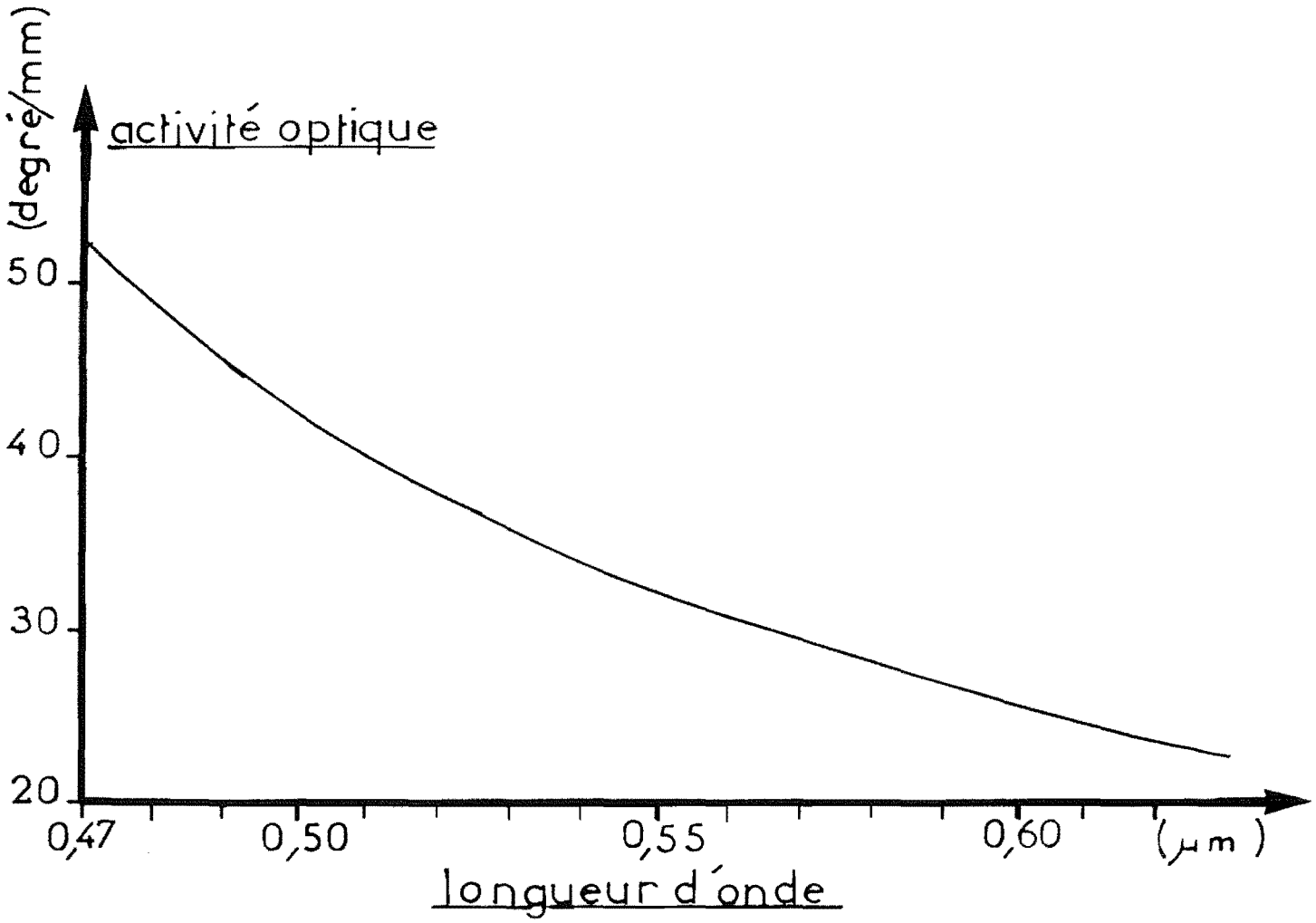


Figure III-13 : Activité optique de l'échantillon de BSO en fonction de la longueur d'onde.

1) Etude de l'évolution temporelle du réseau photoinduit

Pour de faibles efficacités de diffraction, l'intensité diffractée par le réseau induit est proportionnelle au carré du champ de charge d'espace (Chapitre II). Ainsi la constante de temps d'évolution de l'intensité diffractée posséde une valeur double de celle de la constante de temps d'évolution du réseau de champ de charge d'espace. Dans ce qui suit, nous étudierons donc l'intensité diffractée par le réseau induit.

a) Montage expérimental

Le montage expérimental est représenté sur la figure 14. Il est constitué de trois parties distinctes. Pour l'écriture et l'effacement du réseau, on utilise un faisceau issu d'un laser argon à la longueur d'onde de 514 nm située dans le domaine de sensibilité du cristal. La lecture est faite par un faisceau issu d'un laser hélium-néon à la longueur d'onde de 633 nm pour laquelle la sensibilité du cristal est faible.

Voies d'écriture :

Nous trouvons d'abord un obturateur servant à créer les cycles inscription-effacement. Il s'agit d'un modulateur acousto-optique dont le temps de réponse, de l'ordre de la microseconde, est bien inférieur à celui du phénomène étudié. Vient ensuite un filtrage spatial afocal. Le faisceau ainsi étendu éclaire uniformément tout le cristal.

A partir de la lame séparatrice 2 est formé un interféromètre. Les miroirs de renvoi M_1, M_2 sont disposés symétriquement par rapport à la normale à la face d'entrée du cristal. Ce dispositif permet de conserver une différence de marche constante entre les voies lorsque le pas du réseau induit est modifié par un écartement symétrique des miroirs M_1 et M_2. Ce point est important si l'on désire étudier l'influence du pas induit sur l'efficacité de diffraction (ou de couplage) pour un taux de modulation m constant. La différence de marche est elle-même ajustée indépendamment au voisinage de O à l'aide de la ligne à retard séparatrice 2 - miroir M_3.

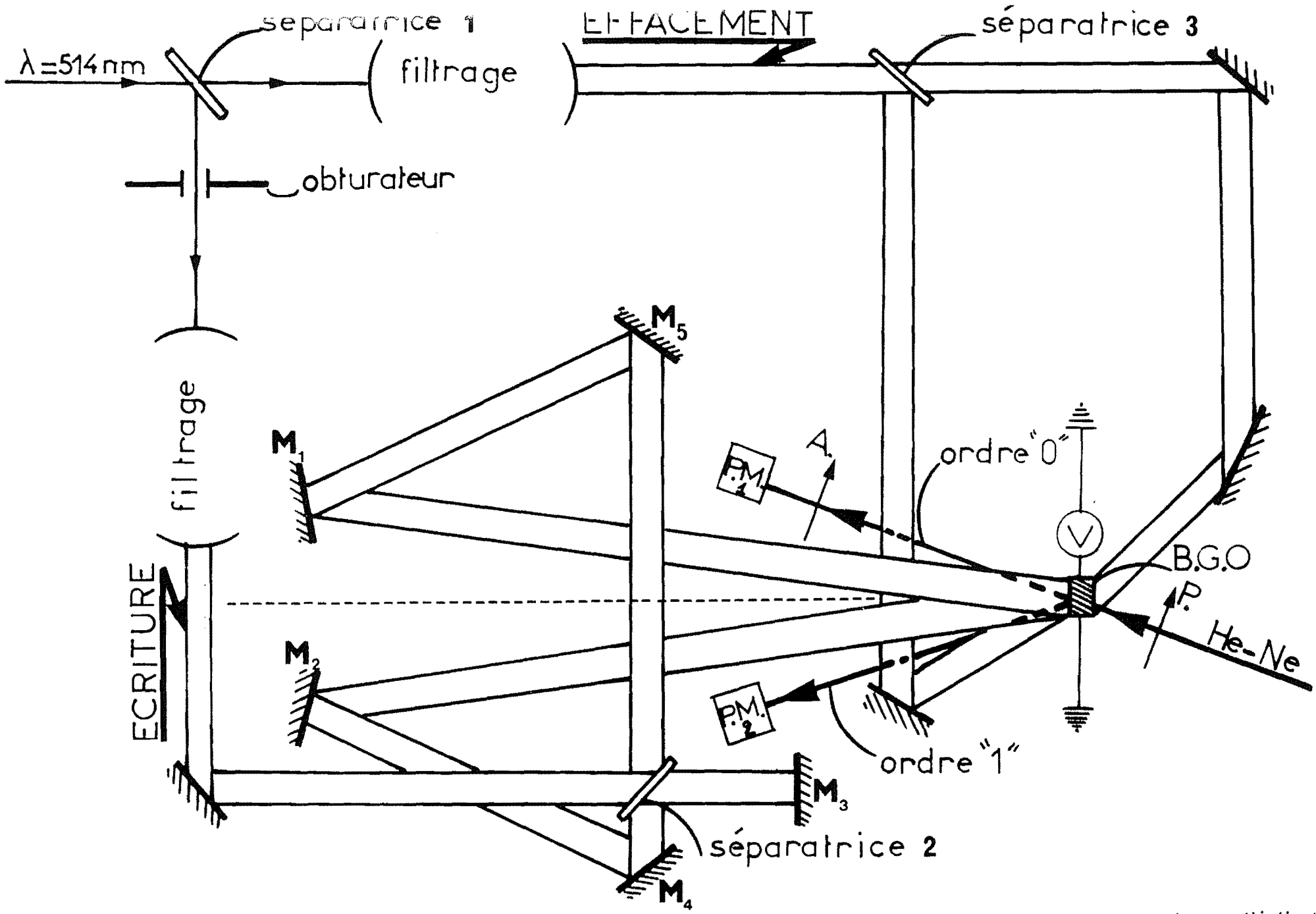


Figure III-14 : Montage expérimental de caractérisation des paramètres photoréfractifs. PM1 et PM2 sont deux photomultiplicateurs P et A sont respectivement un polariseur et un analyseur.

Voies d'effacement :

Les faisceaux d'effacement ont un triple rôle. Ainsi que leur nom l'indique, ils servent en premier lieu à effacer le réseau lorsque les voies d'écriture sont obturées. En second, étant donné que leur intensité lumineuse est choisie grande devant celle des faisceaux d'écriture, ils permettent d'obtenir une faible modulation de la figure d'interférence et de se replacer dans les conditions exactes dans lesquelles la théorie a été développée. Ceci permet également de considérer que l'intensité lumineuse varie peu durant les cycles inscription-effacement et par suite que le champ électrique reste constant. Enfin, la dernière raison d'être de ces faisceaux est d'obtenir une intensité lumineuse homogène dans tout le volume de l'échantillon. En effet, l'absorption étant non négligeable (de l'ordre de 1 cm^{-1}) deux faisceaux incidents respectivement sur les faces avant et arrière du cristal sont nécessaires pour assurer cette homogénéité et donc pour avoir des constantes de temps de l'effet photoréfractif identiques en chaque point de l'échantillon (figure 15).

Le cristal photoréfractif de BGO est disposé dans la configuration "rendement". Un faisceau issu d'un laser hélium-néon est incident à l'angle de Bragg sur le réseau d'indice. L'intensité diffractée est contrôlée en permanence au moyen du tube photomultiplicateur PM 2. Un filtrage spatial disposé devant ce détecteur permet d'éliminer presque totalement la lumière parasite (en particulier la lumière diffusée par le cristal). Le signal en provenance de PM 2 est alors envoyé sur un oscilloscope à mémoire numérique pouvant faire des moyennes sur plusieurs enregistrements afin d'augmenter le rapport signal à bruit.

Enfin, une étude de l'effet électro-optique permet un contrôle des éventuelles variations du champ électrique à l'intérieur du cristal. Pour cela on mesure au moyen du détecteur PM 1 l'intensité du faisceau directement transmis par le cristal placé entre un analyseur A et un polariseur P croisé.

b) Détermination de κ, k_D, τ_{DI} :

Le protocole de mesure que nous utilisons est basé sur les équations (19) et (20). Nous supposons donc a priori

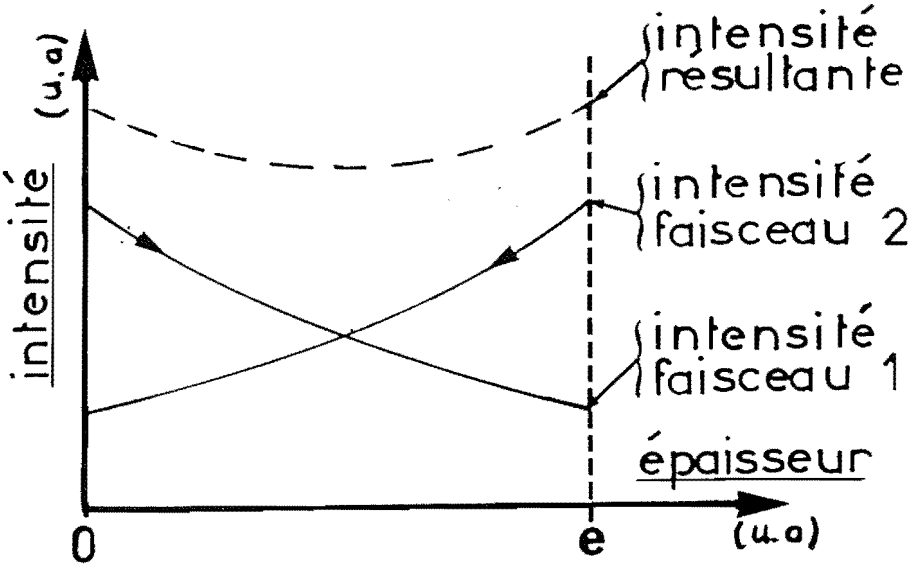


Figure III-15 : Intensité lumineuse à l'intérieur du cristal due aux deux faisceaux d'effacement. Les deux faisceaux entrant par des faces opposées, l'intensité résultante est à peu près constante.

(et vérifierons a posteriori) que les conditions expérimentales sont telles que nous nous trouvons dans le domaine de validité de ces équations.

Les paramètres expérimentaux à notre disposition sont, l'intensité lumineuse (à laquelle est proportionnelle τ_{DI}), le vecteur d'onde du réseau K_R et le champ appliqué E_o. De plus, il nous est possible d'observer soit le comportement de ω (équation (19)) soit celui de τ (équation (20)) en fonction de ces paramètres. En fait, nous nous servirons uniquement de l'observation de la constante de temps de décroissance τ pour les raisons suivantes :

- Il existe lors de l'écriture une relation de phase entre le réseau d'indice et la figure d'interférence. Tout déplacement du système d'interférence (bruit mécanique ou gradient d'indice sur un des bras de l'interféromètre) entraîne un brouillage des franges donc une altération du phénomène observé. Par contre, cette relation de phase n'existe plus lors de l'effacement et le processus est alors insensible au bruit.

- L'évolution temporelle pendant l'écriture est très sensible à une augmentation de l'indice de modulation m [47] contrairement à la phase d'effacement [53].

- Il est plus aisé de remarquer un écart à une décroissance exponentielle plutôt qu'à une croissance pseudo-oscillatoire. Ceci permet de mieux comparer théorie et expérience.

Il reste maintenant à choisir le paramètre expérimental qui va nous servir de variable pour étudier l'évolution de τ en fonction de celle-ci. La constante τ étant proportionnelle à l'intensité lumineuse I, nous ne pouvons rien apprendre en modifiant I. Il reste donc K_R et E_o. Notre choix s'est porté sur le champ appliqué E_o [54] car il est beaucoup plus rapide de modifier la valeur du champ électrique que la valeur du pas du réseau. De plus, une variation de E_o n'entraîne aucun changement sur le montage. En particulier, nous sommes sûrs que l'intensité lumineuse dans le cristal est la même pour toutes les valeurs de E_o. Par contre, ce type de mesure impose de déterminer la valeur de ce champ E_o.

Détermination du champ électrique

Considérons un cristal photoréfractif auquel on applique une tension V. Le contact électrique s'effectue, dans notre cas, au moyen d'électrodes peintes à la laque d'argent sur le cristal. La distance inter-électrodes est d. Différentes causes sont responsables du fait que le champ appliqué E_o est différent de $\frac{V}{d}$ [55]. On peut par exemple citer :

- la présence d'une zone d'ombre au voisinage des électrodes due aux interférences destructives entre le faisceau indicent sur cette électrode et le faisceau réfléchi. Cette zone est donc très résistive par rapport au reste du cristal qui se trouve sous illumination ce qui entraîne une chute de potentiel.

- une barrière de potentiel due à la nature même des électrodes : contact métal-isolant.

Il est donc nécessaire d'étalonner le champ électrique E_o . Une façon de procéder consiste à mesurer l'effet électrooptique. Connaissant le coefficient électro-optique r_{41} , il est possible de remonter au champ E_o [45]. Cependant, cette méthode n'est pas directement utilisable sur tous nos échantillons, des biréfringences accidentelles (en l'absence de champ) ne permettant pas de déterminer le champ E_o à partir de l'effet électro-optique. Nous allons donc utiliser une autre méthode qui est basée sur la théorie de Kukhtarev et, en particulier, sur l'évolution de l'efficacité de diffraction du réseau induit en fonction du champ E_o . Nous savons que tant que cette efficacité η reste faible devant l'unité elle est proportionnelle au carré du champ de charge d'espace de telle sorte que l'on puisse écrire :

$$\eta(E_o) = C(E_o)\ E_{sc}^2 \qquad (27)$$

- Avec $C(E_o)$ un coefficient de proportionnalité qui dépend lui-même du champ électrique au travers des constantes de couplage τ_1 et τ_2 décrites au chapitre II.

Expérimentalement, nous réglerons l'angle d'incidence du faisceau de lecture au maximum d'efficacité de diffraction lorsqu'aucun champ n'est appliqué au cristal. De la sorte la constante de couplage mise en jeu est τ_1 (Chapitre II). Il s'ensuit que le coefficient de proportionnalité C

est de l'ordre de $\frac{\tau_1^2}{E_{sc}^2}$ et qu'il évolue, au premier ordre en $\frac{\Delta n}{\Gamma}$, comme :

$$1 - 2\,\frac{\Delta n}{\Gamma}$$

(avec Δn et Γ les biréfringences linéaire et circulaire).

Ainsi, pour pouvoir considérer que le coefficient C est indépendant de E, il faut vérifier la condition $\Delta n << \Gamma$ donc n'utiliser que des champs électriques faibles (de l'ordre de quelques centaines de volts par centimètre).

Si le coefficient $C(E_o)=C(0)$ est constant nous pouvons alors réécrire l'efficacité de diffraction en utilisant l'expression du champ de charge d'espace donnée précédemment (équation (11)) :

$$\eta(E_o) = C(0) \cdot E_q \frac{E_o^2 + E_D^2}{E_o^2 + (E_D + E_q)^2} \qquad (28)$$

Ainsi, si l'on ne considère que des champs électriques E_o faibles devant E_q et des pas photoinduits grands de telle sorte que $E_q >> E_D$, l'expression de l'efficacité de diffraction devient :

$$\eta(E_o) = C(0) \left(E_D^2 + E_o^2\right) \qquad (29)$$

(Par exemple pour le cristal BGO n° 9, nous trouvons pour un pas de 20 μm :

$$E_o \simeq 800\ V\ m^{-1} << E_q = 10^6\ V.m^{-1}).$$

C'est cette dernière expression de l'efficacité de diffraction η qui nous sert à l'étalonnage du champ électrique. En effet, le champ de diffusion E_D est indépendant des paramètres du cristal $\left(E_D = \frac{k_B\ T\ K_R}{e}\right)$ et peut être calculé exactement. Deux mesures d'efficacité, l'une avec champ électrique appliqué E_o et l'autre sans, permettent alors de mesurer E_o :

$$E_o = \sqrt{\frac{\eta(E_o)}{\eta(0)} - 1} \cdot E_D \qquad (30)$$

Nous sommes maintenant capables de déterminer E_o mais uniquement dans le domaine de validité de la formule (30). Pour des champs électriques élevés, nous nous servons de mesures du photocourant I_{ph}. En effet, par hypothèse la loi d'Ohm étant vérifiée, nous avons :

$$j_{ph} = \sigma E_o \qquad (31)$$

La conductivité σ est déterminée à faible champ par des mesures simultanées de la densité de courant j_{ph} et de E_o (en utilisant (30)). Pour des valeurs plus élevées de E_o nous utilisons ensuite la valeur de σ et la mesure de j_{ph} pour connaître E_o. Ainsi quelque soit la tension appliquée nous déterminons la valeur du champ électrique à l'endroit exact du cristal où les caractérisations des paramètres photoréfractifs seront menées. La seule précaution expérimentale à prendre est de vérifier au moyen de l'effet électro-optique (paragraphe III.4.2.1.a.) qu'il n'y a pas de variation du champ électrique entre l'inscription (durant laquelle E_o est étalonné) et l'effacement (durant lequel les mesures de caractérisation sont effectuées).

A titre d'exemple, nous donnons ci-dessous les courbes obtenues en étudiant le cristal de BGO n° 9. Les paramètres du montage sont les suivants :

- pas du réseau induit : $\Lambda = 17,4\ \mu m \pm 2\ \%$;
- les dimensions du cristal 6,09 x 5,90 x 6,79 mm^3 suivant les directions [110], $[\bar{1}10]$ et [001] : la longueur d'interaction est donc de 6,79 mm et la distance inter-électrodes de 5,90 mm ;
- le taux de modulation de la figure d'interférence vaut m = 14 % ;
- l'intensité lumineuse incidente sur le cristal lors de l'effacement est : $I = 96,3\ \mu W.cm^{-2}$.

Pour ces conditions expérimentales, nous vérifions que $E_D << E_q$. Sur la figure 16 est représenté le photocourant en fonction de la tension appliquée au cristal. A part une légère non linéarité pour des tensions inférieures à 50 V le comportement est ohmique [53, 55]:

$$I_{ph} = R(V - V_o).$$

(V_o est une chute de potentiel introduite pour tenir compte de la non linéarité et qui est prise égale à V_o = 17 V).

L'efficacité de diffraction en fonction du carré de la tension appliquée $(V - V_o)^2$ est tracée sur la figure 17. Nous avons, ainsi que prévu, une droite dont l'ordonnée à l'origine et la pente permettent de déterminer le champ E_o (Equation 30).

Afin d'exploiter les données des courbes 16 et 17, nous avons employé une méthode des moindres carrés. Les incertitudes sur ces mesures sont obtenues par une étude statistique. Le niveau de confiance retenu est de 99 %. Nous avons alors la relation suivante :

$$E_o = B \frac{(V - V_o)}{d} \qquad (32)$$

avec :
B = 0,66 ± 10 %
V_o = 17 V.
d : la distance inter-électrodes.

Il convient de remarquer que le coefficient B ainsi mesuré est une fonction des paramètres du montage. En particulier, si l'intensité lumineuse augmente on observe une diminution de ce coefficient. La détermination des paramètres photoréfractifs qui utilise cette valeur de B sera donc menée sans modifier ce montage.

Choix des conditions optimales de mesure

Connaissant E_o, nous allons tracer l'évolution de la constante de temps de l'effet photoréfractif τ en fonction de $X = \left(\frac{K_R E_o e}{k_B T}\right)^2$ et ajusterons une courbe théorique aux points expérimentaux afin de déterminer κ, k_D et τ_{DI}. Cependant, une optimisation à trois paramètres étant délicate et peu précise, nous nous plaçons dans des conditions telles que l'on puisse déterminer κ et τ_{DI} indépendamment de k_D. La détermination de ce dernier venant ensuite. Pour ce faire, il suffit de travailler en utilisant de grandes valeurs du pas du réseau photoinduit de telle sorte que

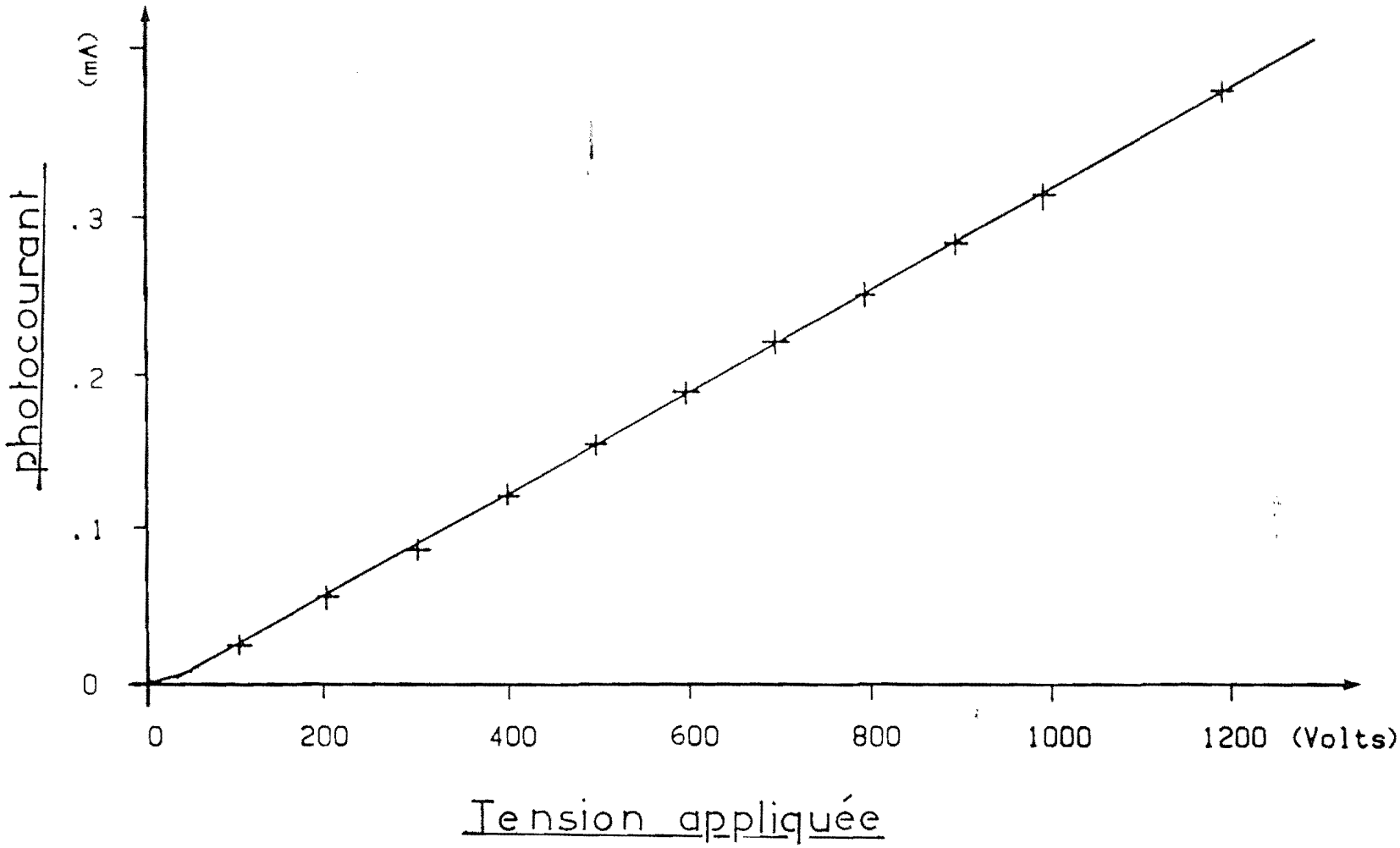


Figure III-16 : Photocourant en fonction de la tension appliquée pour le cristal BGO n° 9 et une intensité lumineuse incidente I = 96,3 µW/cm².

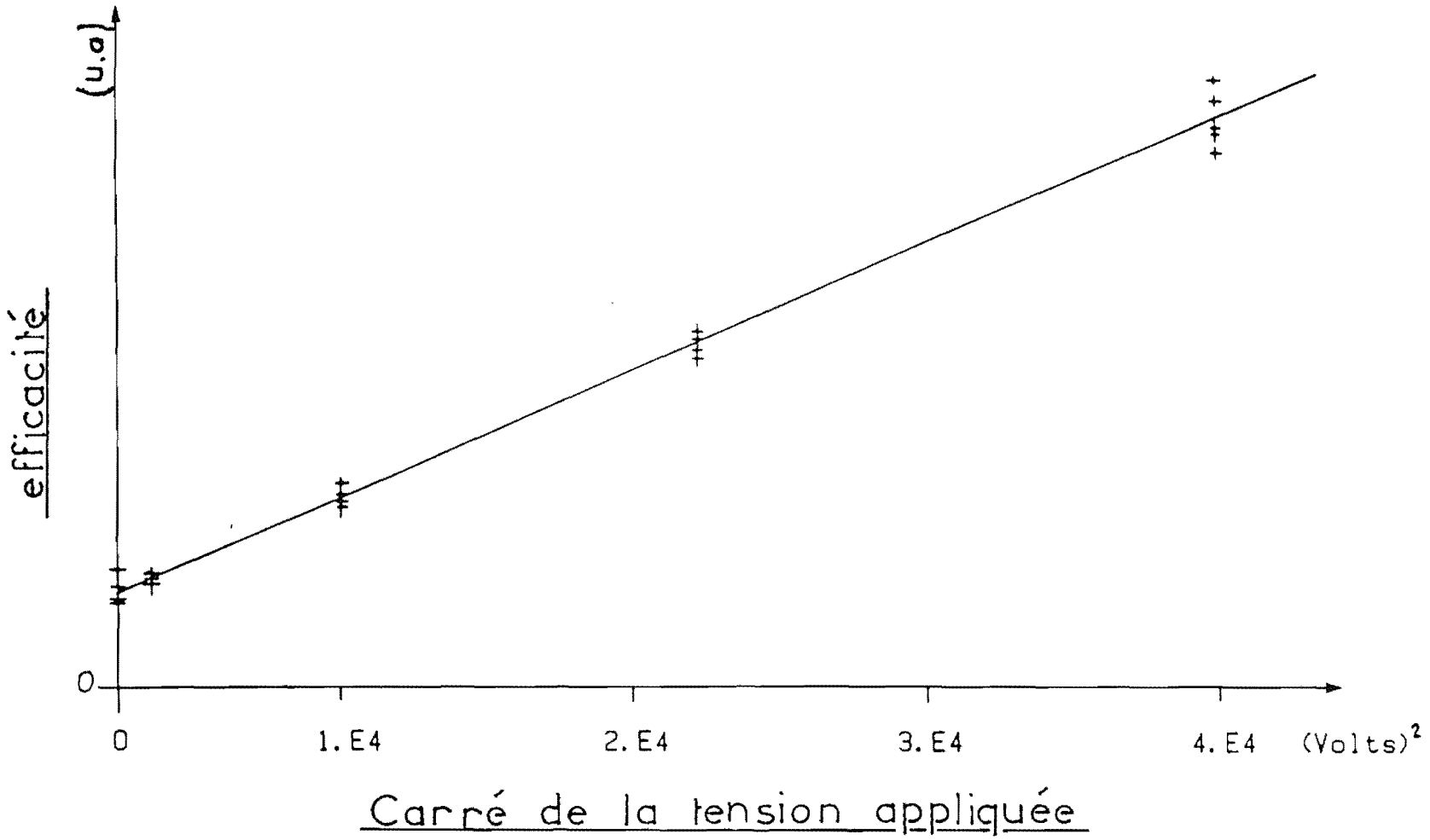


Figure III-17 : Efficacité de diffraction en fonction du carré de la tension appliquée pour le cristal BGO n° 9. La droite obtenue permet d'étalonner le champ électrique.

$K_R^2 << k_D^2$ (à vérifier a postériori). Etant donné que les ordres de grandeur respectifs de k_D et de κ permettent de négliger κ^2 devant k_D^2 dans les cristaux de BSO et de BGO,on peut montrer que la tangente à l'origine de la courbe $\tau = \tau(X)$ s'écrit :

$$\tau(X) \simeq \tau(0) + X \left.\frac{\partial \tau}{\partial X}\right|_0 \qquad (33)$$

avec :

$$\begin{cases} \left.\dfrac{\partial \tau}{\partial X}\right|_0 = \tau_{DI} \dfrac{1}{\kappa^2 \left(\kappa^2 + K_R^2\right)} \\ \tau(0) = \tau_{DI} \dfrac{\left(\kappa^2 + K_R^2\right)}{\kappa^2} \end{cases} \qquad (34)$$

Ainsi la valeur de κ est obtenue à partir des mesures de $\left.\dfrac{\partial \tau}{\partial X}\right|_0$ et $\tau(0)$:

$$\left(\kappa^2 + K_R^2\right)^2 = \frac{\tau(0)}{\left.\dfrac{\partial \tau}{\partial X}\right|_0} \qquad (36)$$

et τ_{DI} peut alors être extraite soit de l'équation (34) (donc par des mesures optiques) soit à partir de mesure du photocourant (mesures électriques). Pour les valeurs numériques, nous donnerons toujours la valeur de la constante de temps diélectrique $\tau_{DI} I$ ramenée à une intensité lumineuse unité prise à l'intérieur du cristal. Ceci permet d'obtenir un résultat indépendant des paramètres expérimentaux.

Pour la détermination de k_D, il faut travailler avec des champs électriques élevés. En effet, pour les mêmes conditions expérimentales que celles qui ont servi à mesurer κ et τ_{DI} on peut montrer que l'expression de τ s'écrit :

$$\tau(X) = \left[\tau(0) + \left.\frac{\partial \tau}{\partial X}\right|_0 X\right] \frac{1}{1 + \dfrac{X}{k_D^2 \left(K_R^2 + \kappa^2\right)}} \qquad (37)$$

Cette expression se simplifie lorsque X et élevé en :

$$\tau(X) = \text{constante} = \tau_{D\,I}\ \frac{k_D^2}{K^2} \qquad (38)$$

expression dont on déduit k_D.

A titre d'exemple, nous donnons sur les figures 18 et 19 les courbes obtenues pour le cristal BGO n° 9. La constante de temps τ_R de décroissance du photocourant est, pour cet échantillon, de 22 μs ± 1 μs. Cette constante est inférieure aux constantes de temps d'évolution de l'effet photoréfractif observé (de quelques millisecondes à quelques secondes) de sorte que nous nous retrouvons bien dans le domaine de validité du modèle théorique.

La figure 18, montre l'évolution de la constante de temps de décroissance du réseau de champ de charge d'espace en fonction du carré de la tension appliquée $(V - V_o)^2$. Pour des valeurs de $(V - V_o)$ inférieures à 300 V, nous obtenons une droite. Une régresssion linéaire effectuée sur cette droite donne les résultats suivants :

$$L = \frac{1}{K} = 2{,}3\ \mu m \pm 20\ \%$$

$$\tau_{D\,I}\ I = 2{,}9 \pm 40\ \%$$

Afin de minimiser l'incertitude sur L (principalement due à une détermination peu précise de l'ordonnée à l'origine de la courbe 18), une mesure du photocourant est effectuée. En prenant permittivité relative ϵ_R égale à 46 [19], nous obtenons pour la constante de relaxation diélectrique la valeur suivante :

$$\tau_{D\,I}\ I = 3{,}7\ \mu J/cm^2 \pm 20\ \%$$

Ceci permet de diminuer l'incertitude sur la longueur de migration :

$$L = 2{,}3\ \mu m \pm 8\ \%$$

Ces deux résultats sont cohérents ; en effet, dans le modèle théorique, L et $\tau_{D\,I}$ sont reliées par la relation :

$$\tau_{D\,I}\ I = \frac{\epsilon_R\ \epsilon_o\ k_B\ T}{e^2}\ \frac{h\upsilon}{\alpha Q}\ \frac{1}{L^2} \qquad (40)$$

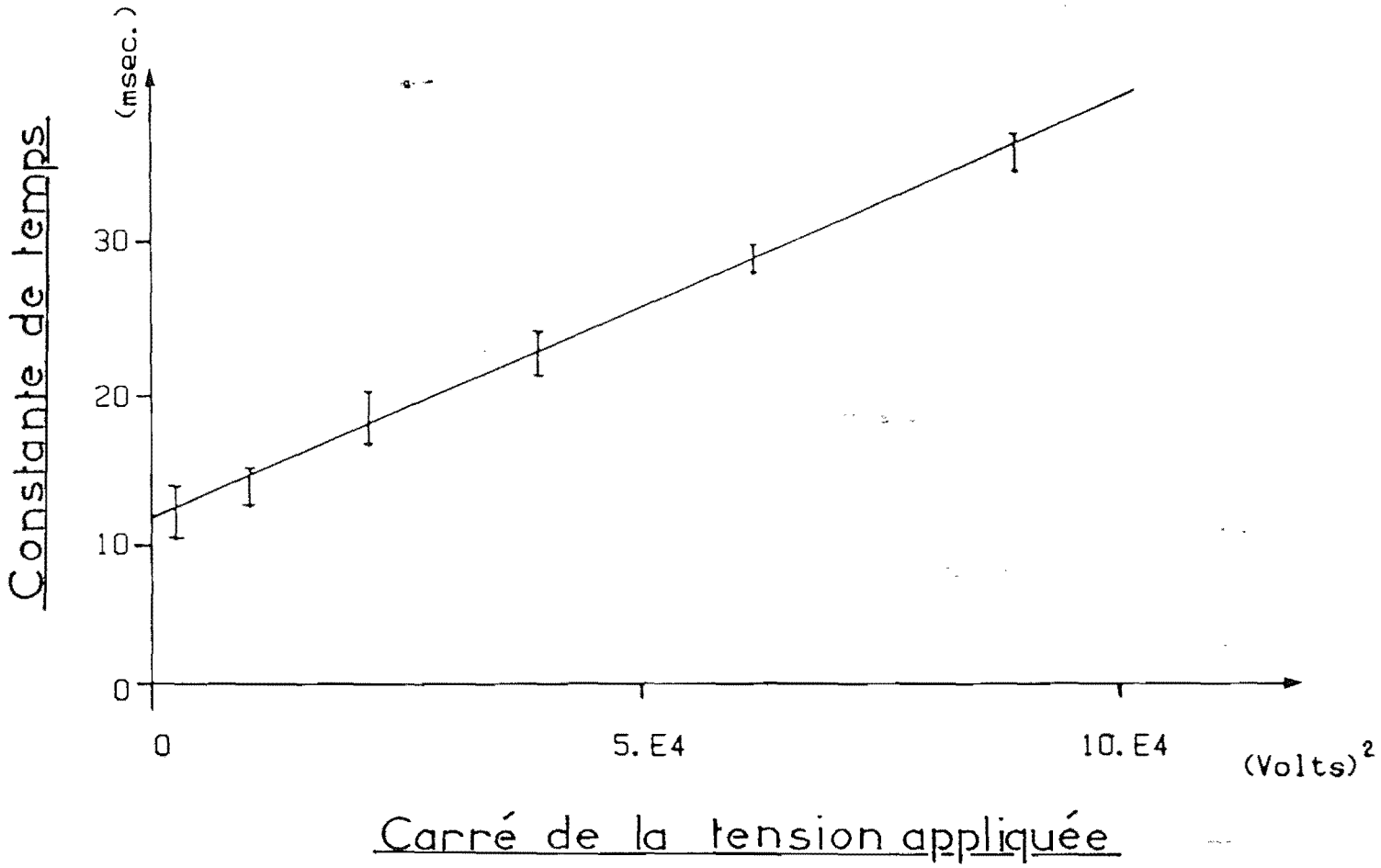


Figure III-18 : Constante de temps de décroissance du réseau induit en fonction du carré de la tension appliquée. Les valeurs ne sont données que pour de faibles tension afin de déterminer la longueur de diffusion.

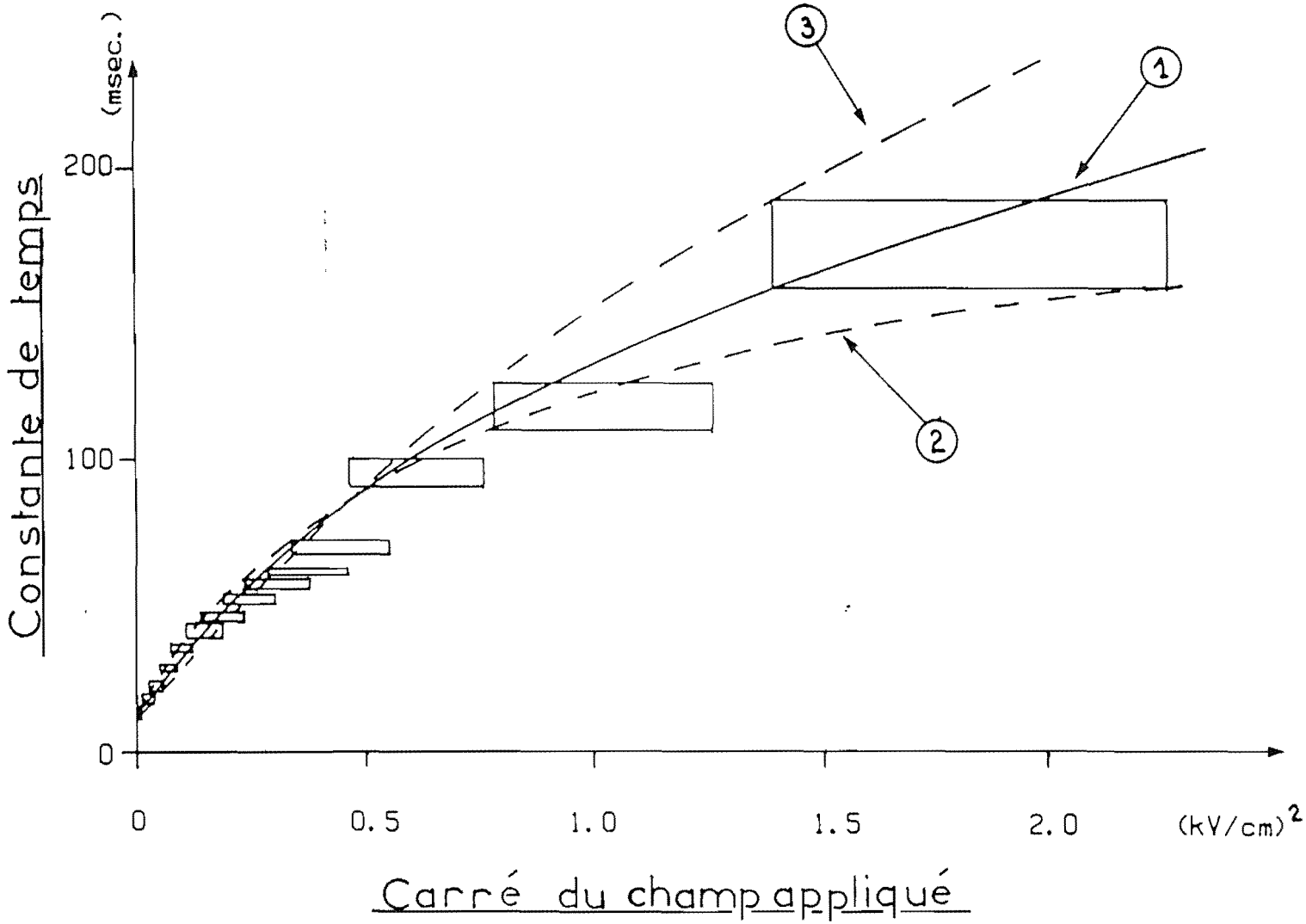


Figure III-19 : Constante de temps de décroissance du réseau induit en fonction du carré du champ appliqué. La courbe 1 correspond au meilleur lissage obtenu avec : L = 2,3 µm et k_d = 3 10^6 m^{-1}. Les courbes 2 et 3 sont obtenues respectivement pour k_d = 2,4 10^6 m^{-1} et L = 2,5 µm ; k_d = 4,7 10^6 m^{-1} et L = 2,2 µm.

(avec h la constante de Planck, υ la fréquence optique et Q l'efficacité quantique égale au rapport du nombre de porteurs excités au nombre de photons absorbés).

En prenant la valeur mesurée L = 2,3 μm et Q = 1, nous trouvons en effet :

$$\tau_{DI} \; I = 3,3 \; \mu J/cm^2$$

valeur en accord avec nos mesures.

La figure 19 représente la même courbe (évolution de la constante de temps en fonction du réseau de champ de charge d'espace) mais ici, des résultats de mesures effectuées pour des valeurs de champ plus élevées sont représentées. On observe le début de la saturation ; la courbe tend vers sa limite $\tau(\infty) = \tau_{DI} \frac{k_D^2}{K^2}$. Il n'a pas été possible d'obtenir des résultats fiables pour des champs électriques plus forts car des micro-claquages diélectriques entrainent alors une instabilité de l'efficacité de diffraction. Pour cette raison la valeur de K_D trouvée est entachée d'une incertitude importante. Une solution pour pallier à ce problème consisterait à déterminer K et τ_{DI} en étudiant l'évolution temporelle d'un réseau photoinduit ayant un grand pas et k_D à partir de mesures similaires sur un réseau de petits pas. En effet, la constante de temps atteint alors sa valeur limite pour des champs électriques plus faibles.

Sur la figure 19, les courbes 2 et 3 sont obtenues en prenant en compte les incertitudes expérimentales. Nous trouvons les couples de paramètres suivants :

$L = 2,5 \; \mu m$ et $k_d = 2,4 \; 10^6 \; m^{-1}$ courbe 2

$L = 2,2 \; \mu m$ et $k_d = 4,7 \; 10^6 \; m^{-1}$ courbe 3

La courbe 1 qui correspond au meilleur lissage donne :

$L = 2,3 \; \mu m \pm 8 \; \%$ et $k_d = 3,5 \; 10^6 \pm 33 \; \%$

c) Détermination du signe des porteurs libres

Le signe des porteurs libres est déterminé au moyen d'expériences de couplage à deux ondes. Nous allons reprendre les conventions du signe du paragraphe III.3, conventions qui correspondent à la figure 10 :

- le cristal est ici dans la configuration "couplage"
- le coefficient électro-optique r_{41} et positif si en appliquant un champ électrique statique suivant l'axe $\vec{k}'$ $\left(\vec{E}_o = |E_o|\ \vec{k}'\right)$, l'indice optique suivant l'axe $\vec{i}'$ diminue ;

- il y a amplification du faisceau sonde si le gain par unité de longueur $\left(G = \frac{\omega}{2c} \frac{n^2}{\cos\theta} E_{sc}\ r_{eff} \sin\Phi\right)$ est positif (équation (22)).

Déterminons donc en premier lieu le signe du coefficient électrooptique par rapport à $\vec{k}'$.

Signe du coefficient électrooptique :

Le signe du coefficient électrooptique est mesuré en étudiant les propriétés de polarisation d'une onde transmise par le cristal lorsqu'un champ statique E_o est appliqué suivant $\vec{k}'$.

Dans le repère $\left(0, \vec{i}', \vec{k}'\right)$ la matrice de transfert de l'échantillon disposé suivant la configuration couplage est [56].

$$M = \begin{bmatrix} \cos\Theta - i\frac{1-\alpha^2}{1+\alpha^2}\sin\Theta & \frac{-2\alpha}{1+\alpha^2}\sin\Theta \\ \frac{2\alpha}{1+\alpha^2}\sin\Theta & \cos\Theta + i\frac{1-\alpha^2}{1+\alpha^2}\sin\Theta \end{bmatrix} \quad (41)$$

avec :

- $\Theta = (k_+ - k_-)\frac{e}{2} = \frac{\omega}{c}\frac{e}{2}\sqrt{\delta n^2 + \Gamma^2}$ la différence de phase entre les deux ondes propres après traversée de l'échantillon (paragraphe II.2.2.d ; Γ est la biréfringence circulaire ; $\delta n = \frac{-r_{41} E_o n^3}{2}$ la biréfringence linéaire) ;

- $\alpha = \dfrac{\sqrt{\delta n^2 + \Gamma^2} - \delta n}{\Gamma}$ définissant l'ellipticité des ondes propres ;

- les calculs sont menés en notations complexe avec la convention : $\vec{E} = \xi\, e^{-i\left(\vec{k}\,.\,\vec{r} - \omega t\right)}\, \hat{e}$.

Si le champ électrique appliqué est faible, la biréfringence linéaire est faible devant la biréfringence circulaire et on peut faire un développement limité au premier ordre en $\dfrac{\delta n}{\Gamma}$. Il vient :

$$\Theta = \frac{\omega}{c}\,\frac{e}{2}\,|\Gamma| > 0$$

$$\alpha = \mathrm{sgn}(\Gamma) - \frac{\delta n}{\Gamma}$$

En posant $\Theta' = \Theta.\mathrm{sgn}(\Gamma)$, la matrice de transfert M devient :

$$M' = \begin{bmatrix} \cos\Theta' - i\,\dfrac{\delta n}{\Gamma}\sin\Theta' & -\sin\Theta' \\ \sin\Theta' & \cos\Theta' + i\dfrac{\delta n}{\Gamma}\sin\Theta' \end{bmatrix} . \quad (42)$$

Ainsi, au premier ordre en $\dfrac{\delta n}{\Gamma}$, Θ' est indépendant du champ et correspond à l'angle dont tourne la polarisation sous l'action de la seule activité optique. Situons nous maintenant dans la base $\left(0, \vec{i}'', \vec{k}''\right)$ déduite de $(0, \vec{i}', \vec{k}')$, en effectuant une rotation d'angle Θ'. On obtient la nouvelle expression M' de M :

$$M' = \begin{bmatrix} 1 - i\,\dfrac{\delta n}{\Gamma}\sin\Theta'\cos\Theta' & i\,\dfrac{\delta n}{\Gamma}\sin^2\Theta' \\ i\,\dfrac{\delta n}{\Gamma}\sin^2\Theta' & 1 + i\,\dfrac{\delta n}{\Gamma}\sin\Theta'\cos\Theta' \end{bmatrix} .$$

Si une onde polarisée linéairement suivant $\vec{i}'$ est incidente sur le cristal, sa polarisation en sortie sera dans la base $(0, \vec{i}'', \vec{k}'')$:

$$\begin{bmatrix} 1 - i \frac{\delta n}{\Gamma} \sin \Theta' \cos \Theta' \\ i \frac{\delta n}{\Gamma} \sin^2 \Theta' \end{bmatrix} .$$

Comme $\frac{\delta n}{\Gamma}$ est petit, c'est une onde polarisée elliptiquement de grand axe $\vec{i}$" et de petit axe $\vec{k}$".

Le signe de $\frac{\delta n}{\Gamma}$ est alors déterminé par ellipsométrie de la façon suivant (figure 20) :

- un faisceau hélium néon à la longueur d'onde de 633 nm polarisé suivant l'axe $\vec{i}$' est incident sur le cristal ;
- en introduisant l'échantillon on rétablit l'extinction en tournant l'analyseur d'un angle Θ' (il n'y a aucune ambiguité sur la valeur de Θ' car le pouvoir rotatoire et l'épaisseur de l'échantillon sont parfaitement connus).
- une lame quart d'onde est alors introduite entre l'échantillon et l'analyseur ; son axe rapide est disposé perpendiculairement à celui de l'analyseur.

Lorsqu'un champ électrique E_o est appliqué au cristal, la polarisation de l'onde après la lame quart d'onde est dans le repère (O, $\vec{i}$", $\vec{k}$") et en notations réelles :

$$\vec{E} = \xi \begin{vmatrix} \cos \omega t \\ \frac{\delta n}{\Gamma} \sin^2 \Theta' \sin \omega t \end{vmatrix}$$

La polarisation est donc rectiligne et le sens dans lequel il faut tourner l'analyseur pour rétablir l'exctinction est du même signe que $\frac{\delta n}{\Gamma}$. Connaissant Γ on en déduit le signe de r_{41}.

Exemple du cristal BGO n° 9 :

Nous mesurons $\Theta' > 0$ (ce qui correspond à un pouvoir rotatoire de 20,8° mm^{-1} pour la longueur d'onde de 633 nm), Γ est donc positif. Pour rétablir l'extinction après avoir appliqué une tension de 1,3 kV, il faut tourner l'analyseur d'un angle égal à - 2°. On en déduit que $\frac{\delta n}{\Gamma}$ est négatif donc le signe de r_{41} par rapport à l'axe z' est positif.

Lorsque l'on réalise l'expérience de couplage d'onde le faisceau sonde est amplifié (figure 10), ce qui corres-

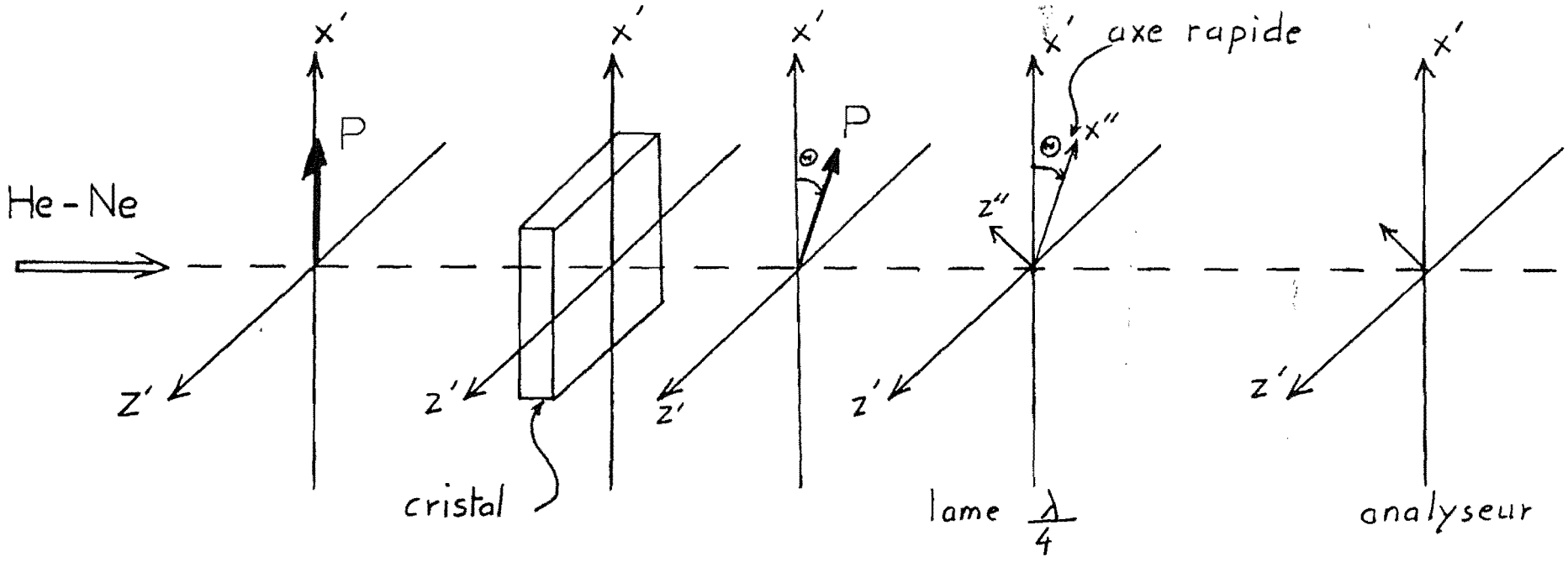


Figure III-20 : Montage utilisé pour la détermination du signe du coefficient électrooptique r_{41} par rapport à l'axe z' considéré. Le cristal est dans la configuration couplage.

pond à un gain positif (équations (22) et (23)). Considérant les résultats de ces expériences, le déphasage Ψ vaut donc $+\frac{\pi}{2}$.

Pour ce cristal, à la longueur d'onde de 514 nm les porteurs dominants dans l'effet photoréfractif sont des trous.

d) Détermination de la conductivité électrique dans le noir

La conductivité électrique dans le noir σ_o est un paramètre supplémentaire qui a jusqu'à présent été négligé dans l'approche théorique. La raison en est que cette conductivité σ_o est toujours très faible devant la conductivité σ du cristal sous illumination. Cependant, c'est elle qui gouverne l'évolution temporelle dans le noir. Elle est directement reliée à la constante de temps de relaxation diélectrique du cristal dans le noir : $\tau_{DI}(\text{noir}) = \frac{\epsilon \epsilon_o}{\sigma_o}$. Cette dernière correspondant à la constante de stockage de l'information, c'est donc un paramètre intéressant à connaître en vue de certaines applications.

La conductivité σ_o n'est pas facilement accessible par des mesures électriques. En effet, du fait de sa très faible valeur, la conductivité mesurée aux bornes du cristal est due principalement à des courants de fuite surfaciques. Il est donc nécessaire, pour la mesure de σ_o, de s'affranchir de ces courants de surface ce qui est possible avec une méthode optique. Pour ce faire, nous enregistrons dans le cristal un réseau de champ de charge d'espace. Ceci revient à créer au sein du cristal une série de condensateurs plans qui vont se relaxer avec la constante de temps τ_{DI} (noir).

La mesure est effectuée séquentiellement de la façon suivante :

- on enregistre un réseau à la longueur d'onde de 514 nm puis on coupe les faisceaux d'écriture ;
- un faisceau infrarouge (à $\lambda = 0{,}84$ µm ce qui perturbe peu la mesure) est diffracté par ce réseau. A $t = 0$, on mesure l'intensité diffractée et on coupe immédiatement ce faisceau.
- on stocke le cristal dans le noir pendant une durée

T et au bout de ce temps on l'éclaire à nouveau avec le faisceau infrarouge et on mesure l'intensité diffractée.

Ce cycle d'opération est reïtéré autant de fois qu'il le faut, pour différentes durées T, jusqu'à l'obtention de la courbe d'efficacité de diffraction en fonction de T. La constante de temps de décroissance observée est $2.\tau_{D\,I}$ (noir), l'efficacité de diffraction étant proportionnelle au carré du champ de charge d'espace.

Sur la figure 21 nous donnons la courbe d'efficacité ainsi obtenue pour le cristal BGO n°9. La décroissance n'est pas mono-exponentielle mais nous pouvons tout de même déterminer un ordre de grandeur de la constante de temps de relaxation diélectrique : $\tau_{d\,I}$ (noir) $\simeq$ 16 heures .

III.4.3. Résultats et discussion

L'ensemble des résultats que nous avons obtenus sur nos échantillons (BGO n° 9, BGO n° 8, BGO n° 15, BGO n° 14 et BSO n° 1) sont résumés dans le tableau 22. Nous y rappellons les conditions de cristallogénèse et donnons en plus la valeur de la constante de temps de relaxation diélectrique calculée en reportant les valeurs mesurées de α et L dans l'équation (40).

Nous donnons également, à titre de comparaison, les résultats obtenus par d'autres auteurs (BSO n° 2 et BSO n° 3).

Plusieurs remarques s'imposent :

i) Nos expériences sont fidèles. Plusieurs mesures de l'ensemble des paramètres photoréfractifs d'un même cristal (BGO n° 9, BGO n° 15) ont été effectuées en utilisant des conditions expérimentales différentes (pas du réseau induit, illumination) et aboutissent aux mêmes résultats aux incertitudes près. Ceux donnés dans le tableau sont ceux pour lesquels la précision est la meilleure.

ii) Pour deux cristaux dont les conditions de cristallogénèse sont voisines (BGO n° 9 et BGO n° 8) les longueurs de migration et les constantes de relaxation diélectrique diffèrent de façon significative. La longueur de migration la plus grande (8,0 μm) correspond à des électrons comme porteurs libres et la plus courte (2,3 μm pour le BGO n° 9) à des trous. Un tel résultat n'avait jamais été obtenu et l'on considérait jusqu'alors que les porteurs libres dans les cristaux non dopés étaient des électrons. Notons également la différence importante entre les constantes de temps

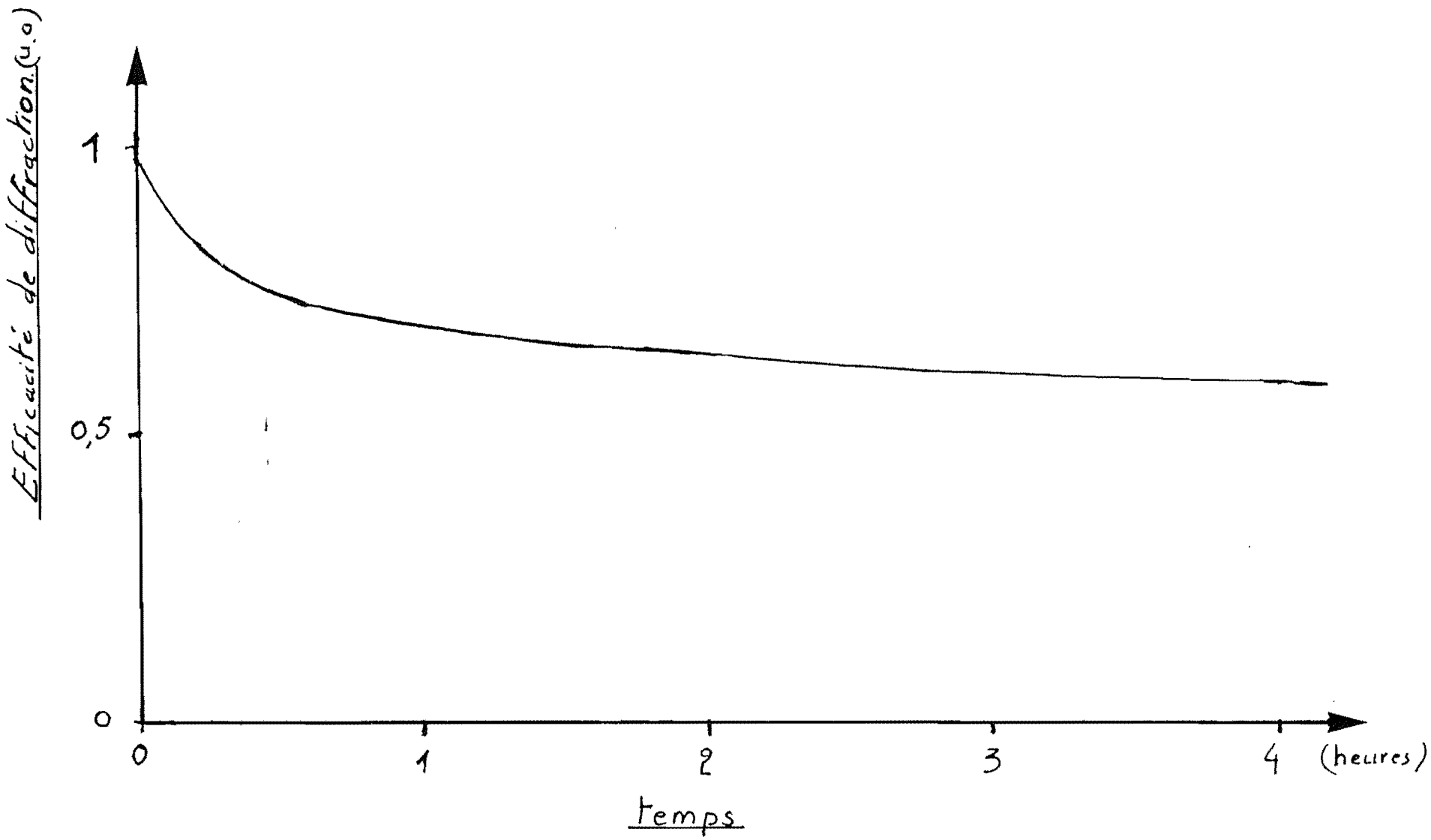


Figure III-21 : Constante de temps de décroissance dans le noir de l'efficacité de diffraction d'un réseau induit (cristal BGO n° 9).

Tableau III-22 : Résultats numériques pour différents échantillons.

Echantillon	BGO 9 Ref [60]	BGO 8 Ref [60]	BGO15	BGO 14	BSO 1 Ref [60]	BSO 2 Ref. [54]	BSO 3 Ref. [24]
vitesse de tirage ($mm\,h^{-1}$)	1,2	2,0	1,5 à 2,0	1,6	Provenant de Crystal Technology		
vitesse de rotation ($tours.mn^{-1}$)	20	20	20	20			
Dopage	Non	Non	Fer compensé	Fer			
α (514nm) (cm^{-1})	1,45	0,93	0,62	0,74	1,67	1,4	2,1
Activité optique à 633nm ($degré\,mm^{-1}$)	+20,8	+20,7	+20,8	+21,0	-22,8		
Longueur de migration (μm)	2,3 ± 8 %	8,0 ± 13%	2,8 ± 30%		3,4 ± 20%	3,9	
Longueur d'écran de Debye (μm)	0,29 ± 33%	0,27	0,13 ± 12%		0,10 ± 20%	0,08	0,06
τ_{DI} mesuré elect. ($\mu J.cm^{-2}$)	3,7 ± 20%	0,3 ± 20%	0,95 ± 20%	0,57 ± 20%	1,8 ± 20%	1,6	68
τ_{DI} calculé ($\mu J.cm^{-2}$)	3,3	0,4	5,3		1,3		
τ_{DI} (noir)	≃ 16 h	350 s	≃100 s	≃ 90 mn			50 mn
Signe des porteurs libres	+	−	+	−	−		
τ_R (μs)	22 ± 5%	56 ± 7%	640 ± 6%	284 ± 6%	550 ± 20%		

de relaxation diélectrique dans le noir. La durée de mémorisation dans le cristal BGO n° 8 est si faible qu'un tel échantillon ne peut pas être utilisé dans une application d'interconnexion optique telle que celle décrite dans la conclusion du chapitre I.

Pour ces deux échantillons les hypothèses ayant servi de base au modèle présenté semblent valides (un seul type de centres donneurs et un seul type de porteurs libres). Nous vérifions en effet, que les valeurs des constantes de temps de relaxation diélectriques calculées s'accordent avec celles mesurés à partir du photocourant.

iii) Les résultats obtenus pour le cristal BGO n°15 peuvent se comparer à ceux du BGO n° 9. La longueur de migration est du même ordre de grandeur et le signe des porteurs libres identique. Par contre, l'ajout de fer diminue la longueur d'écran de Debye ce qui correspond à une variation de la densité de centres N_A de $7,8\ 10^{20}\ m^{-3}$ (BGO n° 9) à $3,9\ 10^{21}$ (BGO n° 15). Ce paramètre est très important dans la mesure où l'efficacité de diffraction à grand pas induit et à fort champ appliqué est proportionnelle à l'inverse du carré de cette longueur d'écran de Debye. Nous avons en effet, dans ces conditions une efficacité de diffraction proportionnelle à E_q^2, avec

$$E_q = \frac{e\ N_A}{\epsilon\ K_R} \text{ et } L_D = \frac{1}{K_D} = \sqrt{\frac{\epsilon_R\ \epsilon_o\ k_B\ T}{N_A\ e^2}}\ .$$

On remarque que pour cet échantillon, la valeur calculée (à partir des paramètres optiques L et α) de la constante de temps de relaxation diélectrique est très supérieure à celle mesurée électriquement. Une explication possible est que tous les porteurs libres ne participent pas à l'effet photoréfractif observé. Ceci est confirmé par l'existence de deux constantes de temps d'évolution du réseau induit : une "lente" τ_- et une "très lente" τ'_- (à ne pas confondre avec la constante "rapide" que nous avons négligée dans nos calculs et qui n'est pas visible sous nos conditions expérimentales).

Les porteurs libres correspondant à ces deux phénomènes ajoutent leurs effets lors d'une mesure du photocourant. Cependant, comme l'amplitude du champ de charge d'espace évoluant avec la constante τ_- est très supérieure à celle évoluant avec la constante τ'_-, ce deuxième effet est négligeable dans l'effet photoréfractif. Nous avons

donc pu procéder à la caractérisation en étudiant uniquement l'évolution de cette constante de temps τ_- en fonction du champ électrique appliqué. L'existence de ces deux constantes met en défaut les hypothèses du modèle. L'existence simultanée d'électrons et de trous participant au transport de charge n'est pas suffisante pour expliquer les observations : différents travaux [57, 58] ont montré que dans ce cas l'évolution temporelle reste gouvernée par une seule constante de temps. De plus, le comportement que l'on pourrait prédirepour l'évolution de la constante τ_- en fonction du champ serait très différent de celui observé (Figure 23). Par contre, l'existence de deux centres donneurs pourrait expliquer l'apparition de deux constantes de temps [58, 59]. Les mesures effectuées sont cependant insuffisantes pour déterminer s'il s'agit de deux centres donneurs d'électrons ou d'un centre donneur d'électrons et d'un centre donneur de trous (Figure 24). Une caractérisation plus poussée est nécessaire.

iv) Pour l'échantillon n° 14, l'évolution temporelle de l'efficacité de diffraction au cours d'un cycle inscription-effacement est représentée sur la figure 25. Nous observons de même que pour le cristal BGO n° 15, deux constantes de temps : une "lente" et une "très lente". Cependant, les deux amplitudes des champs de charge d'espace qui leurs sont associés sont maintenant du même ordre de grandeur. Faisant l'hypothèse que les deux évolutions sont découplées, nous avons tenté de mesurer les paramètres photoréfractifs mis en jeu dans la croissante lente. Avec des cycles inscriptions-effacement plus courts que ceux utilisés pour l'enregistrement de la figure 25, nous obtenons des enregistrements dont la figure 26 donne un exemple. Nous avons alors tracé la courbe donnant la constante de temps lente en fonction du carré de la tension appliquée (Figure 27). Cette courbe n'a pas l'allure théorique prévue. Une explication possible pourrait être que, à partir des centres donneurs intervenant dans l'expression de cette constante de temps, des électrons et des trous sont excités. Ceci reste à confirmer.

iv) L'échantillon de BSO n° 1 se distingue des échantillons de BGO non dopés par une longueur d'écran de Debye plus faible. Les résultats que nous avons obtenus sont identiques, aux incertitudes près, à ceux donnés par Mullen et Hellwarth [53] pour l'échantillon BSO n° 2 de même provenance que le nôtre.

La méthode employée est également une méthode optique.

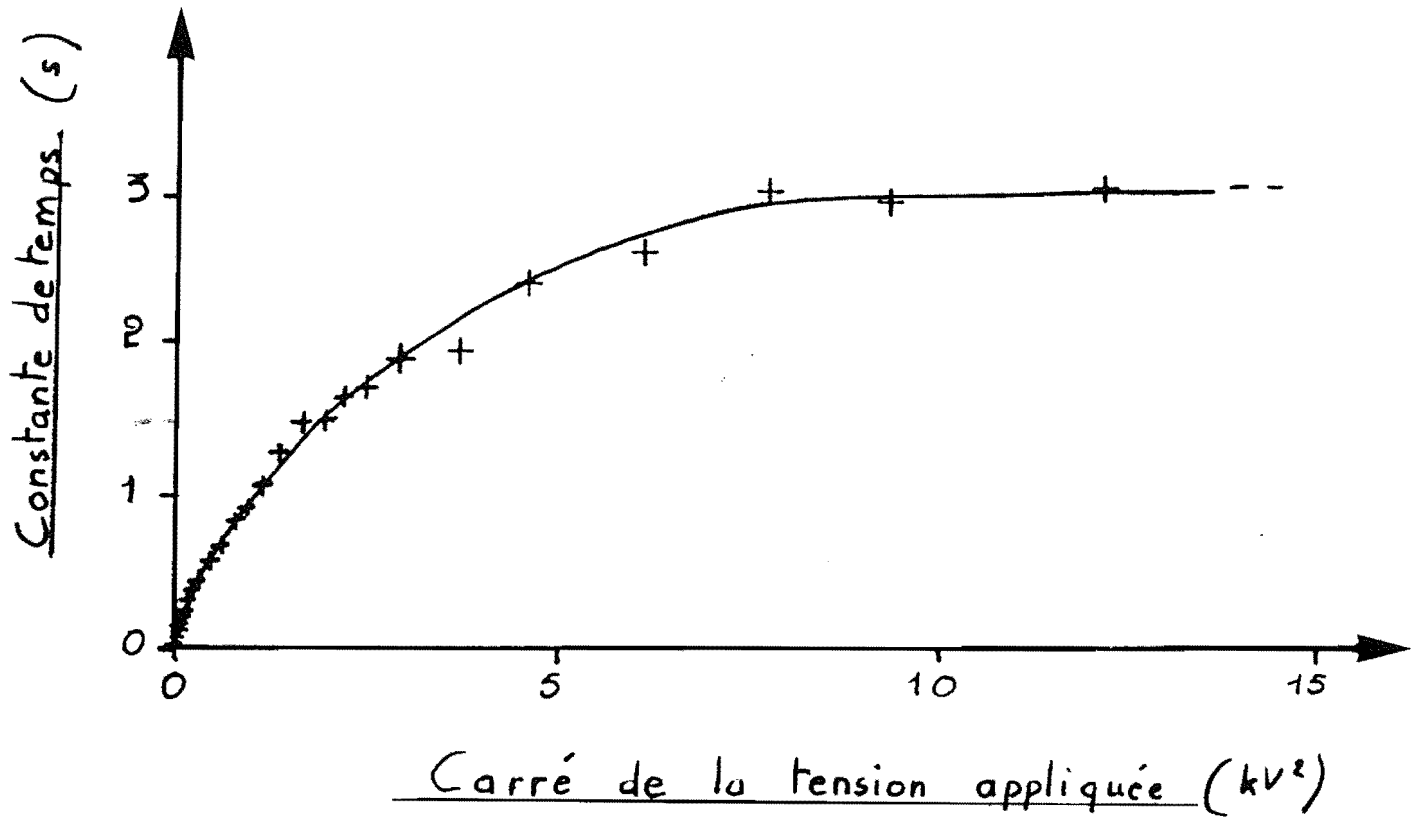


Figure III-23 : Constante de temps de décroissance du réseau de champ de charge d'espace en fonction du carré de la tension appliquée (BGO n° 15).

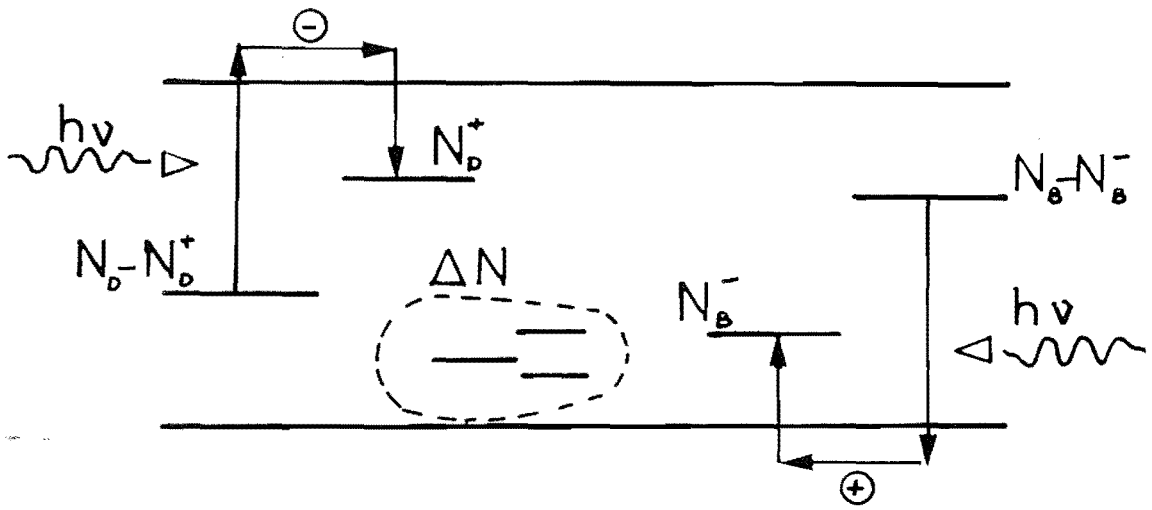


Figure III-24 : Schéma de bande permettant d'expliquer l'existence de deux constantes de temps d'évolution du réseau photoréfractif : N_D sont des centres donneurs d'électrons et N_B des centres donneurs de trous.

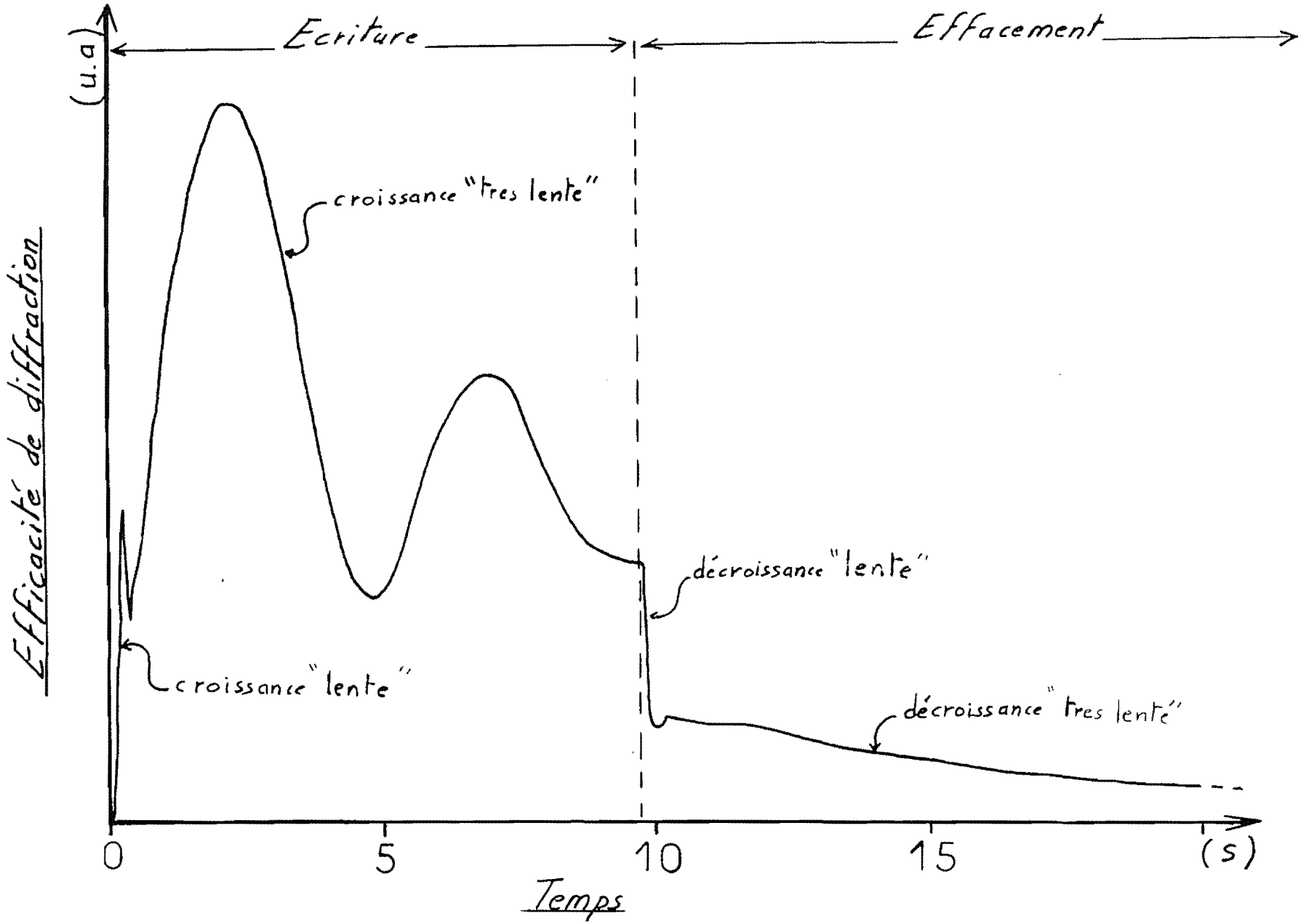


Figure III-25 : Enregistrement de l'efficacité de diffraction en fonction du temps pour le cristal BGO n° 14. Les deux constantes de temps d'évolution sont clairement visibles.

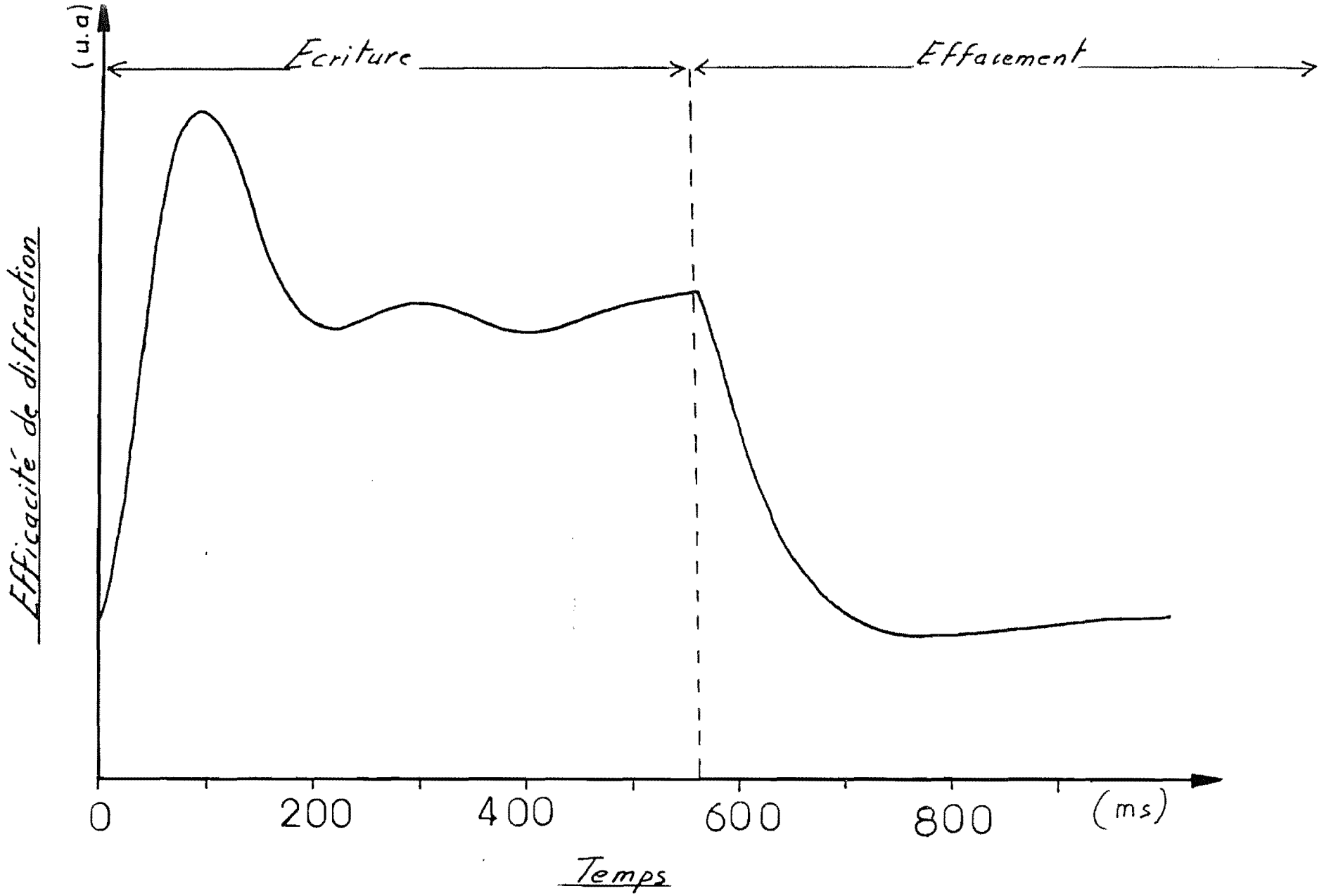


Figure III-26 : Efficacité de diffraction en fonction du temps (cristal n° 14) pour des cycles inscription-effacement courts. Une seule constante de temps est visible.

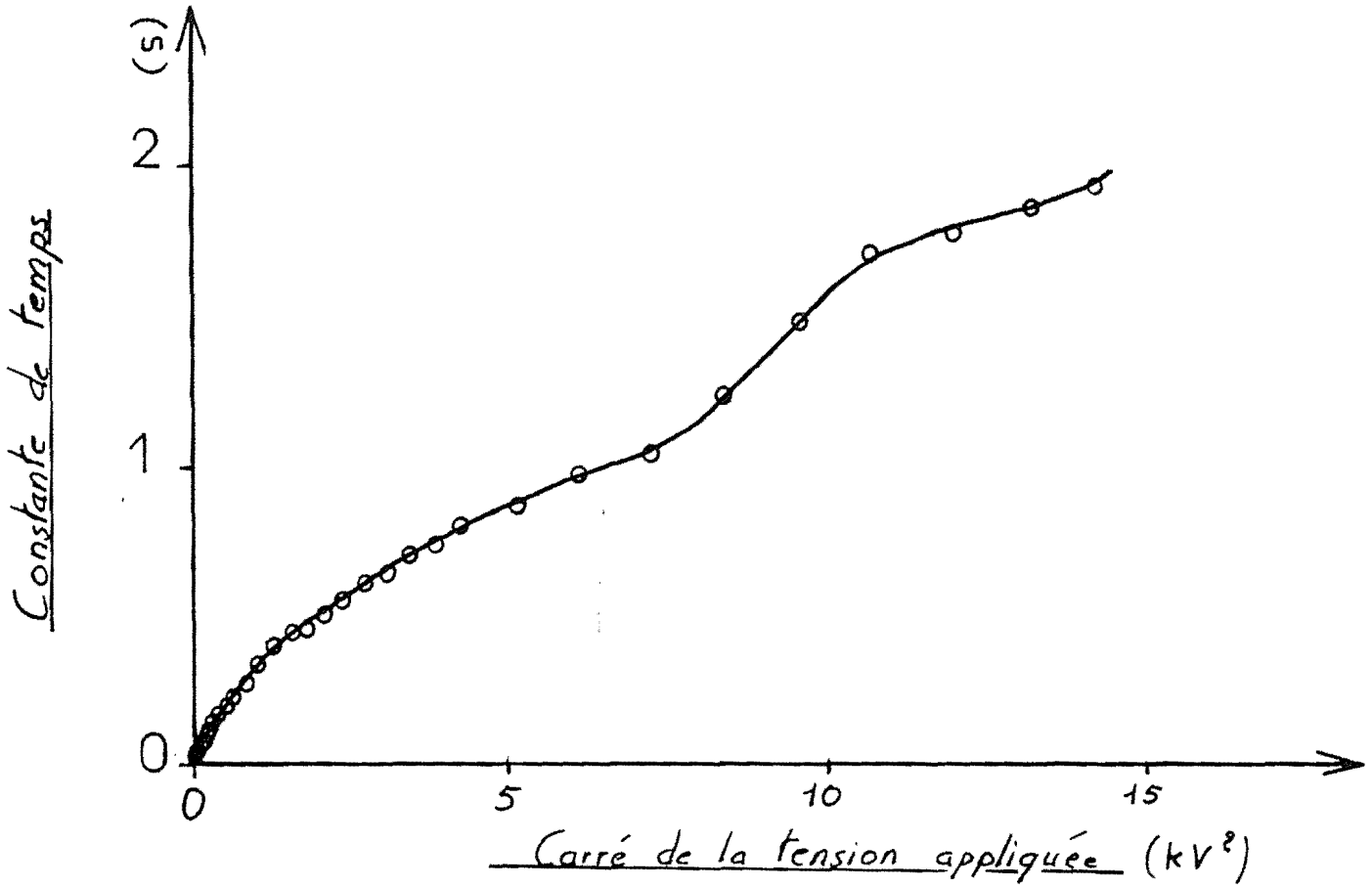


Figure III-27 : Constante de temps de décroissance du réseau de champ de charge d'espace en fonction du carré de la tension appliquée (BGO n° 14).

Ils ont mesuré l'évolution de la constante de temps de décroissance en fonction du pas du réseau induit sans champ électrique appliqué. Par contre, les mesures électriques menée par Huignard et Micheron [24] sur l'échantillon BSO n° 3 donnent des résultats très différents en ce qui concerne la constante de temps de relaxation diélectrique.

III.5 Conclusion

Nous avons, au cours de ce chapitre, exposé une méthodede caractérisation des cristaux photoréfractifs. Cette méthode, basée sur le modèle théorique d'évolution de l'effet photoréfractif développé par Kukhtarev, a été utilisée pour étudier différents cristaux. Nous avons pu déterminer les paramètres photoréfractifs d'échantillons non dopés (BGO n° 9, BGO n°8, BSO n°1) sans aucune ambiguité ce qui signifie que les hypothèses à la base du modèle théorique (un seul centre donneur, un seul type de porteurs libres) se trouvent vérifiées. Cependant, les fortes différences entre les paramètres photoréfractifs observés pour des conditions de cristallogénèse voisines ne nous permettent pas de faire de corrélation entre les conditions de croissance et ces paramètres. Il s'avère donc nécessaire, même pour des échantillons non dopés, de poursuivre de telles études. En particulier, il serait intéressant de relier les paramètres macroscopiques que nous observons dans le régime d'excitation continu aux paramètres microscopiques obtenus à partir d'expériences menées en régime pulsé [60,61, 62].

La caractérisation effectuée sur des échantillons dopés au fer a mis en évidence l'insuffisance du modèle théorique proposé. Il faut donc développer de nouvelles méthodes de caractérisation à partir de modèles théoriques tenant compte simultanément de la présence d'électrons et de trous et de plusieurs centres donneurs. Le nombre de paramètres photoréfractifs à mesurer devenant important, ces expériences de caractérisation devront être redontantes, par exemple, en étudiant à la fois l'influence du champ électrique appliqué et du pas du réseau induit sur les constantes de temps d'évolution.

ANNEXE A

COUPLAGE D'ONDE

Notations utilisées :

Les notations utilisés sont représentées sur la Figure A-1. Deux ondes planes d'amplitudes ξ_1 et ξ_2 et de vecteurs d'onde $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$ interfèrent dans le cristal. Ces ondes sont des ondes propres de polarisations $\hat{e}_1$ et $\hat{e}_2$. On peut ainsi écrire :

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{2}\left[\hat{e}_1\ \xi_1\ e^{-i\left(\vec{k}_1 . \vec{r} - \omega t\right)} + c.c.\right], \qquad (A.1)$$

$$\vec{E}_2 = \frac{1}{2}\left[\hat{e}_2\ \xi_2\ e^{-i\left(\vec{k}_2 . \vec{r} - \omega t\right)} + c.c.\right]. \qquad (A.2)$$

Nous définissons par convention le vecteur d'onde du réseau induit :

$$\vec{K}_R = \vec{k}_1 - \vec{k}_2 = K_R\ \hat{z}' \qquad (A.3)$$

Résolution de l'équation de propagation :

La résolution de l'équation de propagation s'effectue de façon identique à celle utilisée dans le chapitre II. A partir de l'équation de propagation :

$$\overrightarrow{rot}\ \overrightarrow{rot}\left(\vec{E}_1 + \vec{E}_2\right) = -\mu_o \frac{\partial^2}{\partial t^2}\left\{[\epsilon]\left(\vec{E}_1 + \vec{E}_2\right)\right\},$$

avec :

$$[\epsilon] = [\epsilon_L] + [\epsilon_{NL}]\cos\left(\vec{K}_R . \vec{r} + \phi\right) \qquad (A.4)$$

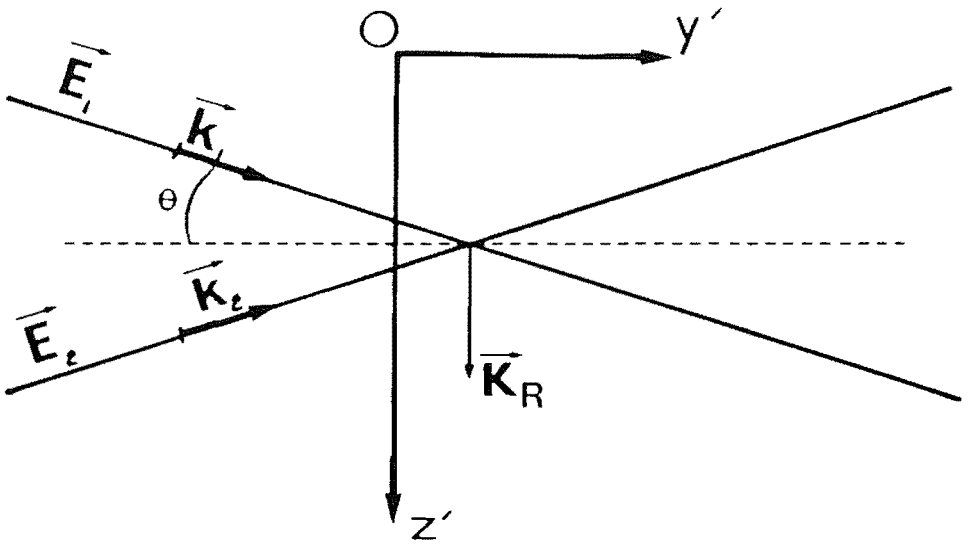


Figure A.1

Après élimination des termes en dérivée seconde (approximation de l'enveloppe lentement variable) nous obtenons :

$$\left(- i\, k_1 \cos\theta \frac{\partial}{\partial y'} \left(\hat{e}_1\ \xi_1 \right) e^{-i\left(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t \right)} + cc \right) +$$

$$\left(-i\, k_2 \cos\theta \frac{\partial}{\partial y'} \left(\hat{e}_2\ \xi_2 \right) e^{-i\left(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t \right)} + cc \right)$$

$$= \frac{-\omega^2}{c^2 \epsilon_o} [\epsilon_{NL}] \left(\vec{E}_1 + \vec{E}_2 \right) \cos\left(\vec{K}_R \cdot \vec{r} + \phi \right) \qquad (A.5)$$

Contrairement à la résolution que nous avons effectuée dans le chapitre II, le réseau de phase que nous considérons maintenant est un réseau dynamique. Il faut dans l'expression de $[\epsilon_{NL}]$ sortir tous les termes qui ont une dépendance en $\vec{E}_1$ et $\vec{E}_2$. Nous réécrirons donc :

$$\frac{[\epsilon_{NL}]}{\epsilon_o} \cos\left(\vec{K}_R . \vec{r} + \phi \right) = -m\, E_{sc} \cos\left(\vec{K}_R . \vec{r} + \phi \right) \chi_o \qquad (A.6)$$

avec χ_o un tenseur de rang 2 que nous expliciterons ultérieurement.

En utilisant les notations complexes, il est possible d'exprimer (A.6) en tenant compte du fait que :

$$m \cos\left(\vec{K}_R . \vec{r} + \phi \right) = \frac{1}{2(I_1 + I_2)} .$$

$$\left(\hat{e}_1^* \ \hat{e}_2\ \xi_1^* \xi_2\ e^{i\left(\vec{K}_R . \vec{r} + \phi \right)} + cc \right) \qquad (A.7)$$

Ainsi :

$$\frac{[\epsilon_{NL}]}{\epsilon_o} \cos\left(\vec{K}_R . \vec{r} + \psi\right) = \frac{1}{2(I_1 + I_2)} \chi_o \cdot$$

$$\left(\hat{e}_1^* \hat{e}_2 \xi_1^* \xi_2 e^{i\left(\vec{K}_R . \vec{r} + \psi\right)} + cc \right) \qquad (A.8)$$

En regroupant les termes en accord de phase dans l'équation de propagation (A.5), on obtient :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial y'} \xi_1 = \dfrac{i\,\omega^2\, E_{sc}}{2\,c^2\,k_1\cos\theta} \hat{e}_1^* \chi_o \hat{e}_2 \dfrac{\xi_1 I_2}{I_1 + I_2} \left(\hat{e}_1 . \hat{e}_2^*\right) e^{-i\psi} \\ \dfrac{\partial}{\partial y'} \xi_2 = \dfrac{i\,\omega^2\, E_{sc}}{2\,c^2\,k_2\cos\theta} \hat{e}_2^* \chi_o \hat{e}_1 \dfrac{\xi_2 I_1}{I_1 + I_2} \left(\hat{e}_2^* . \hat{e}_1\right) e^{i\psi} \end{cases} \qquad (A.9)$$

Posant $k_1 = k_2 = \frac{n\omega}{c}$, les équations différentielles relatives aux intensités sont :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial y'} I_1 = \dfrac{\omega}{nc\cos\theta} \left(\hat{e}_1 . \hat{e}_2^*\right) \left(\hat{e}_1^* \chi_o \hat{e}_2\right) E_{sc} \dfrac{I_1 . I_2}{I_1 + I_2} \sin\psi \\ \dfrac{\partial}{\partial y'} I_2 = \dfrac{-\omega}{nc\cos\theta} \left(\hat{e}_2^* . \hat{e}_1\right) \left(\hat{e}_2^* \chi_o \hat{e}_1\right) E_{sc} \dfrac{I_1 . I_2}{I_1 + I_2} \sin\psi \end{cases} \qquad (A.10)$$

Etant donné que $\hat{e}_2^* . \hat{e}_1 = \hat{e}_1^* . \hat{e}_2$ et que $\hat{e}_1^* \chi_o \hat{e}_2 = \hat{e}_2^* \chi_o \hat{e}_1$, on peut écrire :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial y'} I_1 = + G \dfrac{I_1 I_2}{I_1 + I_2} \\ \dfrac{\partial}{\partial y'} I_2 = - G \dfrac{I_1 I_2}{I_1 + I_2} \end{cases} \qquad (A.11)$$

avec G le gain par unité de longueur :

$$G = \frac{\omega}{n\,c\cos\theta} \left(\hat{e}_1 . \hat{e}_2^*\right) E_{sc} \left(\hat{e}_2^* \chi_o \hat{e}_1\right) \sin\psi .$$

Les équations (A.11) se résolvent en posant $I_1 + I_2 = I_o$ et on obtient :

$$\begin{cases} I_1(y') = \dfrac{I_0}{1 + \dfrac{I_2(0)}{I_1(0)}\, e^{-Gy'}} \\ I_2(y') = \dfrac{I_0}{1 + \dfrac{I_1(0)}{I_2(0)}\, e^{+Gy'}} \end{cases}$$

Lorsqu'aucun champ électrique n'est appliqué au cristal,les ondes propres sont circulaires. Dans la configuration "couplage" on montre, par un calcul identique à ceux effectués dans le chapitre I pour calculer les coefficients de couplage τ_1 et τ_2 que :

$$\hat{e}_2^* \; \chi_o \; \hat{e}_1 = \frac{r_{41}\; n^4}{2} \left(1 + \sin^2 \theta\right)$$

$$\hat{e}_2^* \; \hat{e}_1 = \cos^2 \theta$$

et, l'expression de G devient :

$$G = \frac{\omega\; n^3}{2\; c\; \cos\theta}\; r_{eff}\; E_{sc}\; \sin \phi$$

avec :

$$r_{eff} = r_{41}\; (1 + \sin^2 \theta)\; \cos^2 \theta \; .$$

CONCLUSION

Le nombre de directions différentes adressables par la cellule de déflexion optique présentée au Chapitre I rend cette réalisation très attrayante. Sa capacité permet d'envisager son insertion dans un plan de commutation pour interconnecter deux matrices de 1024 fibres optiques. Cependant, les cristaux non linéaires de BSO et de BGO utilisés n'étant pas suffisamment optimisés, il est auparavant nécessaire de les étudier plus en détail. Un tel travail devra être effectué en collaboration étroite entre les laboratoires de cristallogénèse, les laboratoires de caractérisations optiques et les utilisateurs.

La découverte récente des propriétés photoréfractives de certains matériaux semi-isolants comme l'arsénure de gallium et le phosphure d'indium [20 -21] ouvre de nouvelles perspectives. Ces matériaux bénéficient en effet des techniques éprouvées des semi-conducteurs et, les constantes de temps d'évolution de l'effet photoréfractif y sont beaucoup plus courtes.

Leur développement devrait profiter de l'expérience déjà acquise sur les cristaux isolants de BSO et de BGO.

REFERENCES

1- P. Gravey
Proceedings of 7th ECOC 81,(1981).

2- J.W. Goodman, F.I. Leonberger, S.Y. Keung,
R.A. Athale
Proceedings of IEE vol.72, p. 850 (1984).

3- A.A. Sawchuk, T.C. Strand
Proceedings of IEE vol.72, p. 758 (1984).

4- G.T. Sincerbox, G. Roosen
Appl. Opt., vol.22, p. 690 (1983).

5- H. Kogelnik
Bell Syst. Tech. J. vol.48, p. 2909 (1969).

6- G. Roosen, M.T. Plantegenest
J. of Opt. vol.47, p. 358 (1983).

7- G. Pauliat, J.P. Herriau, A. Delboulbé, G. Roosen
J.P. Huignard
JOSA B vol.3, p. 306 (1986).

8- A. Delboulbé, J.P. Herriau, J.P. Huignard
Contrat DGT-DAII n°8235196 Rapport final, Août 1983.

9- P. Gravey, J. Le Rousic
ISS 84, Florence, Paper A5, Session 41 (1984).

10- G. Roosen, G. Pauliat, M. Allain, A. Rey, S. Fiorese
Contrat DGT-DAII n°8435080 Rapport final janvier 1986

11- A. Marrakchi, R. V. Johnson, A.R. Tanguay Jr.
JOSA B Vol.3, p. 321 (1986).

12- J.F. Nye
"Propriétés physiques des cristaux", DUNOD Paris.

13- P.V. Lenzo, E.G. Spencer, A.A. Ballman
Appl. Opt. vol.5, p. 1688 (1966).

14- A.R. Tanguay Jr.
Dissertation of Yale University in candidacy for the
Degree of Doctor of Philosophy (1977).

15- P. Pellat-Finet
Opt. Com. vol.50, p. 275 (1984).

16- L. Landau, E. Lifchitz
"Electrodynamique des milieux continus", MIR Moscou

17- M.P. Petrov, T.P. Pencheva, S.I. Stepanov
J. Optics (Paris) vol.12, p. 287,(1981)

18- J.P. Herriau, J.P.Huignard, A.G. Apostolidis, S. Mallick
Opt. Com. vol.56, p.141 (1985).

19- De nombreux travaux portent sur les matériaux photoréfratifs. On pourra avec intérêt consulter la référence suivante dans laquelle sont regroupés un grand nombre de résultats :
P. Gunter
Phys. Reports 93,200 (1983).

20- M.B. Klein
Optics Lett. vol.9, p. 350 (1984).

21- A.M. Glass, A.M. Johnson, D.H. Olson, W. Simpson, A.A. Ballman
Appl. Phys. Lett. vol.44, p. 948 (1984).

22- J.P. Huignard, G. Roosen
"Non linear Optics: Materials and devices"
Edited by C. Flytzanis and J.L. Oudar
SPRINGER VERLAG, p. 128 (1986).

23- J.P. Huignard, J.P. Herriau
Appl. Phys. Lett. vol.44, p. 948 (1984).

24- J.P. Huignard, F. Micheron
Appl. Phys. Lett., Vol. 29, p. 591, (1976).

25- Yeshayahu Fainman, C.C. Guest, S.H. Lee
Appl. Opt. vol.25, p. 1598 (1986).

26- P. Nisenson, S. Iwasa
Appl. Opt. vol.11, p. 2760 (1972).

27- Sze-Keung Kwong, G.A. Rakuljic, A. Yariv
Appl. Phys. Lett. vol.48, p. 201 (1986).

28- J. Feinberg, R.W. Hellwarth
Opt. Lett. vol.5, p. 519 (1980).

29- J. Feinberg, R.W. Hellwarth
Opt. Lett. vol.6, p. 257 (1985).

30- H. Rajbenbach, J.P. Huignard
Opt. Lett. vol.10, p. 137 (1985).

31- Pochi Yeh
JOSA B vol.2, p. 1924 (1985).

32- D.Z. Anderson
Optics Lett. vol.11, p. 56 (1986).

33- B.H. Soffer, G.J. Dunning, Y. Owechko, E. Marom
Optics Lett. vol.11, p. 118 (1986).

34- A.A. Ballman
J. of Crystal Growth, vol.1, p. 37 (1967).

35- J.M. Bassat
Thése de doctorat d'ingénieur, Université de Bordeaux I
n° d'ordre 38, (1986).

36- S.C. Abrahams, P. B. Jamieson, J.L. Bernstein
J. of Chem. Phys. Vol. 47, p. 4034 (1967).

37- R. Oberschmid
Phys. Stat. Sol (a), Vol. 89, p. 263 (1985).

38- S.L. Hou, R.B. Lauer, R.E. Aldrich
J. Appl. Phys., Vol. 44, p. 2652 (1973).

39- R.B. Lauer
J. Appl. Phys., Vol. 42, p. 2147 (1971).

40- J.P. Zielinger, B. Pohoryles, J.C. Balland,
J.G. Gross, A. Coret
J. Appl. Phys., Vol. 57, p. 293 (1985).

41- C.W.M. Tuninermans, G. Blasse
J. Solid State Chemistry, Vol. 52, p. 222 (1984)

42- E. Burattini, G. Capuccio, M. Grandolfo, P. Vecchia
Sh. M. Efendiev
JOSA Letters, Vol. 73, p. 495 (1982).

43- J. Feinberg, D. Heiman, A.R. Tanguay, R.W. Hellwarth
J. Appl. Phys., Vol. 51, p. 1297 (1980).

44- N.V. Kukhtarev
Sov. Tech. Phys. Lett., Vol. 2, p. 438 (1976).

45- J.M.C. Jonathan, R.W. Hellwarth, G. Roosen
JOSA A vol.1, p. 1245 (1984)
IEEE J. Quantum Elect., Vol. QE 22, p. 1936 (1986).

46- S. Ducharne, J. Feinberg
J. Appl. Phys., Vol. 56, p. 839 (1984).

47- S.I. Stepanov, V.V. Kulikov, M.P. Petrov
Optics Com., Vol. 44, p. 20 (1982).

48- G.C. Valley
J. Opt. Soc. Am. B, Vol. 1, p. 868 (1984).

49- Ph. Refregier, L. Solymar, H. Rajbenbach
J.P. Huignard
J. Appl. Phys. vol.58, p. 45 (1985).

50- S.I. Stepanov, M. Petrov
Optics Com. Vol. 53, p. 292 (1985).

51- R.E. Aldrich, S.L. Hou, M.L. Harvill
J. Appl. Phys., Vol. 42, p. 493 (1971).

52- N.V. Kukhtarev, V.B. Markov, S.G. Odulov, M.S. Soskin,
V.L. Vinetskii
Ferroelectrics, Vol. 22, p. 961 (1979).

53- R.A. Mullen, R.W. Hellwarth
J. Appl. Phys., Vol. 58, p. 40 (1985).

54- G. Pauliat, J.M.C. Jonathan, M. Allain, J.C. Launay
G. Roosen
Optics Com. vol. 59, p. 266 (1986)

55- R. Oberschmid
Phys. Stat. Sol. (a), Vol. 89, p. 657 (1985).

56- A. Yariv, J.F. Lotspeich
JOSA vol. 72, p. 273 (1982).

57- F.P. Strohkendl, J.M.C. Jonathan, R.W. Hellwarth
Optics Lett., Vol. 11, p. 312 (1986).

58- G.C. Valley
J. Appl. Phys., Vol. 59, p. 3363 (1986).

59- N.V. Kukhtarev, G.E. Dovgalenko, V.N. Starkov
Appl. Phys. A, Vol. 33, p. 227 (1984).

60- G. Le Saux, G. Roosen, A. Brun
Optics Comm., Vol. 56, p. 374 (1986).

61- G. Le Saux, J.C. Launay, A. Brun
Optics Comm., Vol. 57, p. 166 (1986).

62- G. Le Saux
Thése Docteur en Sciences, Université de Paris-Sud,
Centre d'Orsay, Juillet 1986.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION 1

CHAPITRE I

I - ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE D'UNE CELLULE DE DEFLEXION OPTIQUE BIDIMENSIONNELLE 3

I.1 Principe de la commutation avec marquage holographique par une source à longueur d'onde variable.. 3

I.1.1. Idée de base..... 3

I.1.2. Maintien de l'accord de Bragg par rotation du hologramme photoinduit..... 5

I.1.3. Choix des différents composants d'une cellule élémentaire de déflexion..... 6

1) Choix d'un cristal photoréfractif de BSO ou BGO 6
2) Choix des réseaux holographiques disperseurs H1 et H2 8

I.2 Etude théorique d'une cellule élémentaire de commutation unidimensionnelle..... 8

I.2.1. Notations utilisées..... 8

I.2.2. Recherche des critères de qualité..... 9

1) Relations imposées par le milieu et la condition de Bragg 9
2) Critères de qualité..... 14

I.2.3. Etude systématique des solutions à un seul disperseur..... 16

1) Notations 16

2) Equations introduites par le réseau H_1 16
3) Choix des différentes configurations à étudier... 17
4) Méthode de recherche des solutions 17
5) Possibilité de choisir un désaccord à l'angle de Bragg 24
6) Résultats numériques 24

I.2.4. Conclusion de l'étude théorique..... 27

I.3 Caractérisation expérimentale de différentes cellules élémentaires de déflexion unidimensionnelle... 29

I.3.1. Technologie et réalisation de la cellule..... 29

I.3.2. Caractérisation d'une cellule élémentaire ne comportant qu'un seul réseau disperseur..... 29

1) Montage expérimental..... 31
2) Caractérisation expérimentale en supposant $P_1 = 0,3608$ µm 31
3) Etude de l'influence du pas P_1 du réseau H_1 35
4) Modifications de la courbe d'efficacité 37
5) Nombre de points adressables par une cellule..... 39

I.4 Etude théorique d'une cellule de déflexion bidimensionnelle 42

I.4.1. Adressage bidimensionnel par croisement de deux cellules élémentaires..... 42

1) Principe 42
2) Mode de fonctionnement des deux cellules élémentaires 42
3) Calcul de la déflexion obtenue en sortie de la cellule n° 2 44
4) Calcul de la "mesure du déphasage" à l'angle de Bragg de la cellule n° 2 50
5) Optimisation de la cellule n° 2 52
6) Estimations des performances d'un système bidimentionnel 52
7) Démonstration expérimentale..... 56

I.4.2. Orientation de la direction du réseau de diffraction 56

1) Présentation de la méthode 56
2) Démonstration de la déflexion bidimensionnelle... 56

I.6 Conclusion..... 59

ANNEXE A - ETUDE DES SOLUTIONS A DEUX DISPERSEURS 64

A.1 Etude théorique 64

A.1.1. Equations introduites par le réseau H_2..... 64

A.1.2. Méthode de recherche des solutions..... 64

A.1.3. Choix des différentes configurations à étudier..... 66

A.1.4. Résultats numériques pour λ_o = 0,84 μm 67

A.2 Etude expérimentale 69

A.2.1. Caractérisation en supposant P_2 = 0,46 μm et P_1 = 1,5 μm 70

A.2.2. Amélioration des performances..... 74

A.2.3. Nombre de points adressables..... 74

CHAPITRE II

II - DIFFRACTION PAR UN RESEAU EPAIS ENREGISTRE DANS UN CRISTAL OPTIQUEMENT ACTIF ET ELECTROOPTIQUE DE BSO. 79

II.1 Rappel de la théorie des ondes couplées 79

II.2 Diffraction par un réseau épais présentant simultanément de l'activité optique et de la biréfringence linéaire 83

II.2.1. Biréfringence induite par effet Pockels 83

II.2.2. Principales configurations utilisées..... 86

II.2.3. Diffraction par un réseau enregistré dans un milieu biaxe..... 93

1) Méthode de calcul 95
2) Résolution des équations couplées 100

II.3 Vérification expérimentale..... 109

II.3.1. Intensité diffractée en fonction de l'écart à l'angle de Bragg..... 109

1) Montage expérimental..... 109
2) Résultats expérimentaux 111

II.3.2. Etude de la polarisation de l'onde diffractée : comportement demi-onde des cristaux de BGO et de BSO 114

II.4 Conclusion 115

ANNEXE A - TENSEUR DE PERMITTIVITE D'UN CRISTAL DE BSO DANS LA CONFIGURATION "RENDEMENT" 118

ANNEXE B - DERIVATION DES EQUATIONS COUPLEES A PARTIR DE L'EQUATION DE PROPAGATION 121

B.1 Calcul de $\overrightarrow{rot}\ \overrightarrow{rot}\left(\vec{R} + \vec{S}\right)$ 121

B.2 Calcul de $[\epsilon]\left(\vec{R} + \vec{S}\right)$ 123

B.3 Séparation de l'équation de propagation 123

B.4 Calcul des coefficients de couplage 125

B.5 Extension à l'étude du cas où l'onde incidente est polarisée R_- 129

B.6 Simplification de l'écriture des équations couplées 130

ANNEXE C - RESOLUTION EXACTE DES EQUATIONS COUPLEES.... 133

CHAPITRE III

CARACTERISATION DES CRISTAUX PHOTOREFRACTIFS DE BISMUTH ET DE SILICIUM ($Bi_{12}Si O_{20}$) ET DE GERMANIUM ($Bi_{12}Ge O_{20}$) 137

III.1 Présentation des cristaux photoréfractifs 137

III.1.1. L'effet photoréfractif 137

III.1.2. Cristallogénèse et propriétés physiques des cristaux de $Bi_{12}Si O_{20}$ (BSO) et de $Bi_{12}Ge O_{20}$ (BGO) 140

1) Cristallogénèse 140
2) Propriétés physiques..... 143

III.2 Etablissement du champ de charge d'espace : modèle théorique 146

III.2.1. Notations et équations de base 148

III.2.2. Linéarisation et résolution du système d'équations 150

1) Linéarisation et équation d'évolution du champ 150
2) Résolution de l'équation d'évolution 153

III.2.3. Remarques sur l'évolution temporelle du champ de charge d'espace 156

III.3 Etude du couplage d'onde 159

III.3.1. Description physique du couplage d'onde. 159

III.3.2. Equations relatives au couplage d'onde.. 160

III.4 Caractérisation des échantillons de BSO et de BGO 162

III.4.1. Propriétés optiques 163

1) Indice optique 163
2) Absorption optique 165
3) Activité optique 167

III.4.2. Propriétés photoréfractives..... 168

1) Etude de l'évolution temporelle du réseau photoinduit 170

III.4.3. Résultats et discussion 191

III.5 Conclusion 201

ANNEXE A - COUPLAGE D'ONDE 202

C O N C L U S I O N 207

R E F E R E N C E S 208

Nom : PAULIAT

Prénom : Gilles

Sujet : Propriétés optiques non-linéaires dans les matériaux photoréfractifs de la famille des sillénites (Bi_{12} Si O_{20}, Bi_{12} Ge O_{20}) et application à l'interconnexion dynamique.

Résumé :

Dans ce mémoire, nous nous intéressons à la réalisation d'une cellule de déflexion optique. Le faisceau à défléchir est incident sur un réseau dynamique induit à partir de la figure d'interférence de deux ondes planes dans un cristal photoréfractif.

Les modifications simultanées, du pas du réseau d'une part et de l'orientation de ses strates d'autre part, permettent d'adresser le faisceau vers une direction de l'espace tout en conservant une efficacité de diffraction maximale.

Les propriétés des cristaux photoréfractifs d'Oxyde de Bismuth et de Silicium (Bi_{12} Si O_{20}) et d'Oxyde de Bismuth et de Germanium (Bi_{12} Ge O_{20}) utilisés pour cette application sont ensuite étudiées plus en détail.

Nous traitons d'abord de la diffraction d'une onde plane par un réseau épais enregistré dans des milieux présentant simultanément de la biréfringence circulaire et linéaire tels que les cristaux de Bi_{12} Si O_{20}. Cette étude nous permet de déterminer les caractéristiques (amplitudes, phases et polarisations) des ondes transmises et diffractées. Les résultats ainsi obtenus permettent d'améliorer l'efficacité de diffraction ainsi que le rapport signal (intensité de l'onde diffractée) à bruit (intensité de l'onde transmise).

Nous exposons ensuite une méthode optique de caractérisation de ces cristaux. Nous avons ainsi mesuré, pour différents échantillons, tous les paramètres physiques dont dépend l'effet photoréfractif dans des expériences menées en régime d'excitation continu :

- la constante de temps de relaxation diélectrique ;
- la longueur de diffusion des porteurs libres ;
- la densité de centres accepteurs ;
- la durée de mémorisation ;
- le signe des porteurs libres.

Des variations importantes de ces paramètres entre différents échantillons sont mis en évidence.

Mots Clés : Effet photoréfractif, Oxyde de Bismuth Silicium, Holographie en temps réel, Interconnexion optique dynamique, Réseau épais biréfringent, Optique non linéaire.