



Contribution au contrôle de surfaces planes et sphériques de précision nanométrique.

Pascal Picart

► To cite this version:

Pascal Picart. Contribution au contrôle de surfaces planes et sphériques de précision nanométrique.. Optique [physics.optics]. Université Paris Sud - Paris XI, 1995. Français. NNT : . pastel-00716214

HAL Id: pastel-00716214

<https://pastel.hal.science/pastel-00716214>

Submitted on 10 Jul 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'Ordre :

UNIVERSITE DE PARIS-SUD

CENTRE D'ORSAY

THESE

présentée pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR

EN SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Pascal PICART

CONTRIBUTION AU CONTROLE DE SURFACES PLANES ET SPHERIQUES DE PRECISION NANOMETRIQUE

Soutenue le 15 Décembre 1995 devant la commission d'examen

M.M. C. IMBERT
R. MERCIER
C. BOCCARA
G. TRIBILLON
H. ARDITTY

Président

Rapporteur
Rapporteur

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été réalisés à l'Institut d'Optique Théorique et Appliquée. Je remercie Monsieur le Professeur Christian IMBERT, Directeur, de m'y avoir accueilli. Je le remercie également de m'avoir fait l'honneur de présider le jury de cette thèse.

Je tiens à remercier très particulièrement et chaleureusement Messieurs Raymond MERCIER et Jean Paul MARIOGE pour avoir dirigé ces travaux avec toute la disponibilité et l'efficacité qu'on leur connaît. J'ai beaucoup apprécié leur très grande compétence et la qualité de leur encadrement.

Je souhaite exprimer ma reconnaissance à Monsieur le Professeur Claude BOCCARA, professeur à l'Ecole de Physique et de Chimie de Paris et Monsieur Gilbert TRIBILLON, directeur de recherche au Laboratoire d'Optique P.M. Duffieux de Besançon, qui ont accepté d'être les rapporteurs de ce mémoire, ainsi qu'à Monsieur Hervé ARDITTY, Président Directeur Général de Photonetics, qui m'a fait l'honneur d'accepter d'être membre du jury.

J'adresse un grand merci à Monsieur Michel LAMARE qui a conçu toute la mécanique et le montage de l'interféromètre. J'ai grandement apprécié son immense disponibilité, sa très grande compétence et ses conseils qui m'ont été d'une grande aide dans la rédaction de ce mémoire.

Merci à Monsieur le Professeur Patrick BOUCHAREINE pour ses précieuses remarques sur le manuscrit.

Merci à Monsieur Alain BELLEMAIN pour son énorme travail sur la carte d'acquisition de la caméra CCD de l'interféromètre.

Merci à Monsieur Gérard TISSOT qui a réalisé la plupart des schémas.

Merci à Monsieur Michel MULLOT pour sa disponibilité.

Je tiens à dire combien j'ai pu apprécier la collaboration amicale et efficace du personnel de l'Atelier d'Optique et du Groupe Surfaces et Composants.

Merci à tous les techniciens de l'Atelier de Mécanique qui ont réalisé le squelette de notre interféromètre.

Merci enfin à Madame Françoise PELLEGRINO qui s'est chargée de l'impression de ce document.

Abstract

We study a phase-shifting Fizeau interferometer to measure flat and spherical surfaces to a nanometric accuracy. We check and study the limitation sources and we search for the conditions or the solutions which make their contribution less than $\lambda/1000$ peak to valley ($\lambda = 632,8 \text{ nm}$). We deal with six potential error sources : the laser source, the detection, the dephasing, the moving scatterer of the imaging system, the geometrical aberrations of the optical components and the nature of the interferences.

We optimise the interferometric configuration. New algorithms have been developed. They are based on the least square criterion. These algorithms are self calibrated but need long calculation time. Fast results are obtained with a post correction of the Carré formula.

The validation stage shows the performances of the interferometer. With the least square based methods, noise is about $\lambda/3000$ rms; systematic errors have a contribution largely inferior to $\lambda/350$ peak to valley. The piezo electric transducer, which realises the dephasing, and the detection noise are the main limitation sources. The correction of the position defects of the PZT have been tested with the Carré algorithm and its post correction. The results show an accuracy better than $\lambda/600$ P-V.

The phase-shifting Fizeau interferometer has been applied to the absolute flat testing. A new method based on translations and rotations of one surface with respect to the other have been presented. We use this method with a flat silica surface.

TABLE DES MATIERES

Contribution au contrôle de surfaces planes et sphériques de précision nanométrique

Introduction.....	1
--------------------------	----------

Chapitre I : Choix de la méthode	7
---	----------

Introduction	9
I.1) Etat de l'art	10
I.1.1) Historique : de l'appareil photo à la caméra CCD	10
I.1.1.1) Méthode traditionnelle	10
I.1.1.2) La restitution par Transformation de Fourier	10
I.1.1.3) Le Décalage de Phase.....	13
I.1.2) Appareils commerciaux	20
I.2) Choix initial.....	22
I.2.1) Configuration interférométrique	22
I.2.2) Choix de la méthode d'acquisition	23
I.2.3) Algorithmique	24
I.2.3.1) Le problème de l'étalonnage	24
I.2.3.2) Etude de l'algorithme de Carré.....	26
I.2.3.3) Généralisation par le critère des moindres carrés	31
I.3) Conclusion.....	33

Chapitre II : Sources de limitation de la précision.....	35
---	-----------

Introduction	37
II.1) Source laser	38
II.1.1) Introduction.....	38
II.1.2) Les avantages des lasers à faible cohérence	38
II.1.2.1) Cohérence temporelle de la source	38
II.1.2.2) Modélisation du spectre	39
II.1.2.3) Degré de cohérence.....	40
II.1.2.4) Traitement des réflexions parasites.....	40
II.1.2.5) Conclusion	44
II.1.3) Influence des instabilités de la source	44
II.1.3.1) Instabilité de l'intensité émise	44
II.1.3.2) Instabilité modale.....	48
II.1.3.3) Instabilité en fréquence.....	52
II.1.4) Conclusion.....	53
II.2) Détection.....	55
II.2.1) Introduction.....	55

II.2.2) Bruit de détection	56
II.2.2.1) Numérisation	56
II.2.2.2) Mesure du facteur de bruit.....	58
II.2.3) Non linéarité	62
II.2.3.1) Influence sur le calcul de la phase	62
II.2.3.2) Mesure de la non-linéarité.....	64
II.2.3.3) Correction de la non-linéarité.....	65
II.2.4) Conclusion.....	66
II.3) Élément déphaseur	69
II.3.1) Introduction.....	69
II.3.2) Etalonnage.....	69
II.3.2.1) Introduction	69
II.3.2.2) Méthode d'étalonnage	71
II.3.2.3) Résultat.....	71
II.3.3) Non linéarité	71
II.3.3.1) Introduction	71
II.3.3.2) Influence sur le calcul de la phase	72
II.3.3.3) Méthode de mesure.....	73
II.3.3.4) Résultats expérimentaux	73
II.3.3.5) Influence sur la restitution de la phase	74
II.3.4) Conclusion.....	75
II.4) Diffuseur mobile	77
II.4.1) Introduction.....	77
II.4.2) Rappels sur le speckle	78
II.4.2.1) Hypothèses et notations	78
II.4.2.2) Autocorrélation de l'intensité.....	79
II.4.2.3) Spectre de Wiener de la fluctuation d'intensité.....	79
II.4.2.4) Covariance transverse de l'amplitude.....	80
II.4.2.5) Variance de la fluctuation d'intensité d'un speckle détecté.....	80
II.4.2.6) Densité de probabilité d'un speckle détecté.....	81
II.4.3) Détection d'un speckle dynamique	82
II.4.3.1) Le cas de l'imagerie.....	82
II.4.3.2) Variance normalisée de l'éclairement détecté.....	83
II.4.3.3) Cas d'un système d'imagerie à pupille circulaire et à détecteur CCD.....	85
II.4.4) Vérification expérimentale.....	87
II.4.4.1) Montage expérimental.....	87
II.4.4.2) Sources de limitation.....	88
II.4.4.3) Résultats expérimentaux	88
II.4.4.4) Conclusion	90
II.4.5) Approximation asymptotique	91
II.4.5.1) Relation simple pour l'écart type.....	91
II.4.5.2) Application à l'interféromètre de Fizeau.....	92
II.4.6) Conclusion.....	93
II.5) Aberrations des composants optiques.....	95
II.5.1) Introduction.....	95
II.5.2) Rappels.....	96
II.5.2.1) Aberration sphérique.....	96
II.5.2.2) Aberration de coma	97

II.5.3) Caractéristiques de l'interféromètre.....	98
II.5.4) Interféromètre aplanétique	98
II.5.4.1) Cas des surfaces planes.....	98
II.5.4.2) Cas des surfaces sphériques	101
II.5.5) Composants optiques aberrants	105
II.5.5.1) La métrologie de surfaces planes.....	105
II.5.5.2) Le cas des surfaces sphériques.....	113
II.5.6) Conclusion.....	126
II.6) Interférences à ondes multiples	127
II.6.1) Introduction.....	127
II.6.2) Intervention des ondes multiples.....	127
II.6.2.1) Intensité réellement détectée	127
II.6.2.2) Influence sur le profil d'intensité	131
II.6.2.3) Influence sur le calcul de la phase	133
II.6.3) Algorithmes de correction.....	138
II.6.3.1) Correction de l'intensité	139
II.6.3.2) Calcul direct de la phase	143
II.6.3.3) Correction <i>a posteriori</i> de la phase.....	151
II.6.4) Conclusion.....	152
II.7) Conséquences sur les choix opto mécaniques	155
II.7.1) Dispositif d'éclairage.....	155
II.7.2) Mécanique de l'élément déphaseur	155
II.7.3) Objectif convergent pour surfaces sphériques	158
II.7.3.1) Introduction	158
II.7.3.2) Influence de la face du calibre de référence	158
II.7.3.3) Caractéristiques du corps principal de l'objectif.....	161
II.7.3.4) Objectif pour les sphères convexes	162
II.7.3.5) Objectif pour les sphères concaves.....	162
II.7.4) Configuration finale	163

Chapitre III : Validation de l'interféromètre.....167

Introduction	169
III.1) Terminologie	170
III.2) Validation	172
III.2.1) Evaluation du bruit	172
III.2.1.1) Méthode de détermination	172
III.2.1.2) Lissage du champ de phase.....	173
III.2.1.3) Résultats pour des surfaces en silice.....	174
III.2.2) Fidélité	179
III.2.2.1) Principe d'évaluation	179
III.2.2.2) Dérive de la source laser	179
III.2.2.3) Dérive de la cavité.....	180
III.2.3) Exactitude relative.....	185
III.2.3.1) Méthode d'évaluation.....	185
III.2.3.2) Synthèse des sources d'erreur.....	185

III.2.3.3) Application à la métrologie de surfaces planes en silice.....	187
III.2.3.4) Application à des interférences silice/germanium	203
II.2.4) Synthèse	207
III.3) Conclusion.....	208

Chapitre IV : Application au contrôle absolu de surfaces planes209

Introduction	211
IV.1) Etat de l'art	212
IV.1.1) Planéité absolue.....	212
IV.1.1.1) Utilisation de miroirs liquides	212
IV.1.1.2) La méthode des trois plans	212
IV.1.1.3) Les développements récents.....	215
IV.1.1.4) Avantages et inconvénients	218
IV.1.2) Conclusion	219
IV.2) Contrôle absolu de surfaces planes.....	219
IV.2.1) Méthode à deux plans : principe.....	219
IV.2.2) Analyse théorique	219
IV.2.2.1) Décomposition par translations	220
IV.2.2.2) Décomposition par rotations	225
IV.2.2.3) Synthèse des translations et des rotations.....	226
IV.2.2.4) Choix du nombre de translations et des points pour les rotations	227
IV.2.3) Conclusion	227
IV.3) Résultats expérimentaux.....	228
IV.3.1) Configuration opto-mécanique.....	228
IV.3.1.1) Disposition mécanique	228
IV.3.1.2) Détermination du centre de rotation	229
IV.3.1.3) Compensation du basculement de la rotation	231
IV.3.2) Détermination d'une surface plane en silice.....	231
IV.4) Conclusion	233

Conclusion235

Annexes241

Annexe A	243
Annexe B	245
Annexe C	253
Annexe D	261

Références.....263

INTRODUCTION

Motivations et applications

Plusieurs facteurs limitent la résolution des instruments d'optique : les aberrations géométriques, la diffraction, les écarts de forme des surfaces par rapport à la géométrie théorique, les inhomogénéités des matériaux utilisés ou encore les excentrement des surfaces. Des progrès appréciables ont été réalisés pour les matériaux et, actuellement, il est peu probable qu'il y ait des bouleversements dans cette discipline. Les capacités des surfaces asphériques ont été démontrées et des efforts considérables ont été faits pour mettre au point des méthodes de fabrication et de contrôle. Cependant, leur application dans la conception des optiques est restée assez restreinte, en raison de leur qualité limitée. Les surfaces asphériques sont utilisées en lunetterie où la précision est moindre et les tolérances de fabrication sont larges. On en trouve dans des optiques dites de précision où les séries sont grandes et le coût de fabrication est réduit, par exemple en photographie ou en infrarouge thermique. Elles sont aussi présentes en astronomie ou dans certaines optiques militaires pour réduire le poids des appareillages. Pour les applications infrarouge, le coût des matériaux (germanium par exemple) est très élevé; il est alors préférable de fabriquer des surfaces asphériques car leur utilisation permet de réduire le nombre de lentilles.

La Physique des Couches Minces a mis au point des multicouches X-UV réfléchissant les courtes longueurs d'ondes. Ces multicouches vont permettre la conception d'optiques dont la résolution était inaccessible à ce jour. Mais ces possibilités ne pourront être concrétisées que si les surfaces d'onde générées par les optiques X-UV ($0,4 \text{ nm} \leq \lambda \leq 40 \text{ nm}$) ne s'écartent pas de la forme idéale de plus de $\frac{\lambda}{4}$ (critère de Rayleigh). Ceci conduit à des tolérances sur les défauts de forme d'autant plus sévères que la longueur d'onde est plus courte. Par exemple, pour une optique à deux miroirs, en incidence normale, les défauts de forme de chaque surface doivent être inférieures à $\frac{\lambda}{16}$. La longueur d'onde la plus basse pouvant être réfléchi avec une bonne efficacité (50% par réflexion) est de 13 nm, ce qui conduit à des écarts de forme tolérables inférieurs au nanomètre (crête à crête).

Ces tolérances nécessitent que soient mises au point des méthodes nouvelles de fabrication et des méthodes de contrôle plus performantes.

Tel est l'objet des préoccupations actuelles du Groupe Surfaces et Composants : générer et contrôler des surfaces planes, sphériques et asphériques avec des précisions en forme et rugosité au moins dix fois supérieures à celles obtenues actuellement.

Les applications de ces nouvelles technologies sont prometteuses.

On peut citer, par exemple, le contrôle de circuits électroniques. Actuellement, ce contrôle est effectué à l'aide de systèmes optiques utilisant des objectifs de microscopie travaillant en UV et ouverts à l'extrême. Pour accroître la résolution, la seule solution est de diminuer la longueur d'onde. Le meilleur compromis conduit à choisir un domaine de longueur d'onde situé vers 40 nm. Avec une optique ouverte à 0,25 de grandissement 1000 et une mosaïque CCD avec des pixels $19 \times 19 \mu m$, on peut espérer obtenir une résolution de 80 nm (au sens de Rayleigh). Pour atteindre de telles performances des surfaces ne s'écartant pas du profil idéal de plus de 3 nm, crête à crête, sont nécessaires.

De même, des surfaces planes de précision nanométrique permettront d'augmenter la finesse d'étalons Fabry-Perot, utilisés dans le visible.

D'autres applications sont possibles en astronomie, en microscopie biologique ou en imagerie X de plasmas laser.

Un procédé d'usinage ionique des surfaces est en cours de mise au point à l'I.O.T.A. La fabrication de surfaces exige un moyen de contrôle adapté. Si l'on se fie aux documentations fournies par les différents constructeurs d'appareils de métrologie optique, on constate qu'il existe un très grand choix de produits pour le contrôle. Zygo, Wyko, Zeiss, etc... proposent toute une gamme de microscopes interférentiels et d'interféromètres pour la mesure de surfaces. Cependant, pour la mesure de défauts de forme à des précisions nanométriques, ces appareillages se révèlent insuffisants. Les microscopes ne mesurent que la rugosité des surfaces, tandis que les interféromètres ne donnent que des précisions au mieux de $\frac{\lambda}{100}$. De

plus, nous ne pouvons pas améliorer des équipements commercialisés dont nous ne maîtrisons pas tous les composants et les logiciels. Le Groupe Surfaces et Composants a donc été conduit à étudier et réaliser un appareil adapté à ses besoins.

Après une étude des différentes possibilités, il est vite apparu que la solution d'un interféromètre de Fizeau à décalage de phase était le meilleur choix, susceptible d'apporter rapidement les résultats escomptés.

Une mesure interférométrique au nanomètre n'entraîne pas une connaissance de la surface à la même précision. En effet, les surfaces de référence dont on dispose actuellement sont au mieux à $\lambda/100$. Il en découle la nécessité de réaliser un étalonnage absolu.

Le travail présenté dans ce mémoire concerne donc l'étude et le développement de l'interféromètre. Sa mise au point implique une étude approfondie de tous ses paramètres. Afin d'atteindre des précisions nanométriques, les différentes sources de limitation doivent être réduites à des contributions bien inférieures au nanomètre. Pour espérer faire une mesure à 2 nm P-V (crête à crête), soit environ $\lambda/300$ avec une source laser à $\lambda = 632,8$ nm, il faut repousser les sources d'erreurs bien en dessous de cette valeur. Notre démarche sera donc la suivante : recenser, étudier les sources de limitation et rechercher les conditions ou les solutions rendant leur contribution inférieure à $\lambda/1000$ en valeur crête à crête.

Ce mémoire s'articule autour de quatre axes

Le premier chapitre présente un état de l'art de l'interférométrie à décalage de phase. Une synthèse des différentes techniques permet de définir une base de départ pour l'appareil. Nous verrons qu'une cavité interférométrique de type Fizeau est le choix le plus judicieux et que les méthodes de dépouillement des interférogrammes doivent s'affranchir de la connaissance du déphasage. L'algorithme retenu est étudié et donne un premier cahier des charges des composants de l'appareil.

Le second chapitre traite des sources de limitation de la précision. Pour la configuration choisie, nous avons recensé six éléments susceptibles de détériorer la qualité des mesures : la source laser, les aberrations géométriques des composants optiques, le diffuseur mobile du système d'imagerie, la détection, l'élément qui crée le déphasage et la nature des interférences.

Chacune de ces sources de limitation est étudiée. Nous en déduisons des conditions imposées ou des solutions logicielles. Par exemple, l'étude sur les aberrations montrera les configurations optimales de la cavité, tandis que l'étude de l'influence des interférences à ondes multiples conduira à une nouvelle génération d'algorithmes.

L'interféromètre étant optimisé, le troisième chapitre nous amène à sa validation. Cette étape nécessite une redéfinition de la terminologie employée commercialement. En effet, les qualificatifs ne manquent pas : précision, répétabilité ou encore exactitude ; mais il se pose le problème de l'interprétation des mesures associées à ces termes. Nous retiendrons trois critères : bruit, fidélité et exactitude. Le bruit est dû aux fluctuations aléatoires. L'exactitude indique comment les erreurs systématiques affectent la mesure. La fidélité est liée à la dérive de l'appareil. Pour chacun, une méthode d'évaluation est proposée et des résultats expérimentaux sont présentés. On constate alors expérimentalement que le but fixé est atteint.

Le quatrième chapitre est une application à l'étalonnage absolu d'une surface plane. Un état de l'art montre que de nombreux travaux ont déjà été faits, mais que les solutions proposées présentent des inconvénients. On utilise alors une nouvelle méthode de détermination de la planéité absolue. Nous verrons qu'elle est basée sur l'utilisation de deux surfaces avec des combinaisons de translations et de rotations de l'une par rapport à l'autre. La méthode permettra d'en déduire la planéité absolue de l'un des échantillons à une courbure inconnue près.

CHAPITRE I

Choix de la méthode

Introduction

De nombreux travaux ont concerné la métrologie de surfaces par interférométrie. La première partie de ce chapitre présente un état l'art des différentes méthodes de traitement des interférogrammes. Ensuite, nous définirons un premier choix pour l'appareil.

I.1) Etat de l'art

I.1.1) Historique : de l'appareil photo à la caméra CCD

I.1.1.1) Méthode traditionnelle

En interférométrie classique, avant l'apparition des détecteurs photoélectriques, la figure d'interférences était enregistrée par voie photographique. Les informations sur la surface sont restituées par mesure du centre des franges. Pour augmenter la précision de localisation il est courant d'affiner les franges par une surexposition des interférogrammes. On peut aussi déposer un mince film d'or afin d'augmenter le facteur de réflexion des surfaces (interférences à ondes multiples). Les précisions peuvent être excellentes si de grandes précautions sont prises dans l'enregistrement et le pointé des franges. Ce type de méthode présente quelques inconvénients. Le temps de traitement est de plusieurs heures et la surface ne peut être mesurée que sur les franges noires. De plus, pour certaines applications, il est nécessaire de connaître la cote de points disposés sur une grille plus serrée en recourant à une interpolation, qui n'améliore pas la précision.

I.1.1.2) La restitution par Transformation de Fourier

Avec l'évolution des technologies, l'émulsion photographique est remplacée par un tube vidicon balayé en continu. Son principal défaut vient de sa distorsion. L'évolution rapide des détecteurs solides débouche sur le remplacement des tubes par les caméras à transfert de charges. Le détecteur *CCD* a un bruit plus faible que le tube vidicon et une distorsion propre inexistante. En général, les effets de l'amplificateur et du capteur électronique sont prépondérants. Les *CCD* offrent une excellente linéarité, une haute efficacité quantique, une grande dynamique, un système bas bruit et de courant d'obscurité faible, et une très bonne stabilité générale. Leurs inconvénients viennent de la nécessité de corriger la non uniformité de la sensibilité dans le champ, pour certaines applications. Avec le couplage détecteur-ordinateur il est devenu possible de diminuer considérablement les manipulations et les phases de calcul.

Les interférogrammes sont numérisés et échantillonnés par des matrices remarquablement résolvantes. Takeda *et al* [1] en 1982 reconstruisent la phase à partir de l'enregistrement d'un unique interférogramme et l'utilisation de transformées de Fourier numériques. Le principe utilisé est la décomposition spectrale du signal.

Les interférences à deux ondes s'écrivent en chaque point du détecteur :

$$E(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cdot \cos(\varphi(x, y) + 2\pi u_0 x)$$

$a(x, y)$ est un biais, $b(x, y)$ est la modulation des franges, $\varphi(x, y)$ est la phase recherchée et u_0 est une fréquence porteuse. Le terme $2\pi u_0 x$ est introduit par un fort basculement de la surface suivant la direction x du repère. Le nombre de franges doit être grand mais respecte le théorème d'échantillonnage : au moins deux pixels par frange. On écrit $E(x, y)$ sous sa forme complexe

$$E(x, y) = a(x, y) + c(x, y) \cdot \exp(2i\pi u_0 x) + c^*(x, y) \cdot \exp(-2i\pi u_0 x)$$

Avec $c(x, y) = \frac{1}{2} b(x, y) \cdot \exp(i\varphi(x, y))$ et $c^*(x, y)$ est le complexe conjugué de $c(x, y)$.

Le signal numérisé est décomposé par transformée de Fourier à l'aide d'algorithmes rapides *FFT*, par rapport à la variable x . La décomposition fait apparaître une fonction trimodale dont les pics sont situés à l'origine et aux fréquences spatiales u_0 et $-u_0$

$$\tilde{E}(u, v) = \tilde{a}(u, v) + \tilde{c}(u - u_0, v) + \tilde{c}^*(u - u_0, v)$$

Un filtrage permet de ne conserver que la composante $\tilde{c}(u - u_0, v)$. Par un recentrage et une transformée de Fourier inverse de $\tilde{c}(u, v)$ on obtient $c(x, y)$. La phase recherchée $\varphi(x, y)$ est calculée par le logarithme de $c(x, y)$ dont on ne garde que la partie imaginaire

$$\log[c(x, y)] = \log\left[\frac{1}{2} b(x, y)\right] + i\varphi(x, y)$$

On peut aussi la calculer par $\varphi(x, y) = \tan^{-1} \left\{ \frac{\Re[c(x, y)]}{\Im[c(x, y)]} \right\}$ ($\Re$ et $\Im$ signifient parties réelle et imaginaire).

La phase est complètement séparée de la modulation $b(x, y)$ et elle est déterminée à 2π près. Les discontinuités sont supprimées par un algorithme adapté qui recherche les sauts de phase supérieurs à 2π . La méthode permet de discerner le sens de variation de φ et donc les dépressions et les élévations de surfaces. Il est à noter que le fort basculement des surfaces est équivalent à une détection hétérodyne spatiale de fréquence porteuse u_0 .

En 1983, L. Mertz [2,3] propose une version simplifiée et approchée de la méthode de Takeda. Cette technique est basée sur une approximation sinusoïdale. Par un échantillonnage à trois pixels par frange la fréquence porteuse est $u_0 = \frac{1}{3}$. Trois points adjacents sont décrits par les trois premiers termes d'une série de Fourier :

$$E(x, y) = d_0 + d_1 \cos\left(\frac{2\pi x}{3}\right) + d_2 \sin\left(\frac{2\pi x}{3}\right)$$

Comme $a(x, y)$, $b(x, y)$ et $\varphi(x, y)$ varient très lentement par rapport à la période des franges, ils peuvent être considérés constants dans le calcul de d_1 et d_2 . Le calcul des intégrales de l'analyse de Fourier donne $d_1 = \cos(\varphi(x, y))$ et $d_2 = -\sin(\varphi(x, y))$ soit $\varphi(x, y) = -\tan^{-1}\left(\frac{d_2}{d_1}\right)$.

L'évaluation de d_1 et d_2 avec les expressions trigonométriques aux trois points équiésacés, $-\frac{2\pi}{3}$, 0 et $\frac{2\pi}{3}$ donne

$$d_1 = -\frac{1}{2}E(x_{i-1}, y) + E(x_i, y) - \frac{1}{2}E(x_{i+1}, y)$$

et
$$d_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2}E(x_{i-1}, y) + \frac{\sqrt{3}}{2}E(x_{i+1}, y)$$

Les valeurs de $E(x, y)$ sont mesurées en des points situés sur des rangées, repérées par l'indice i , perpendiculaires aux franges. Le basculement contribue à la phase, en conséquence la valeur réelle de la phase est

$$\varphi(x_i, y) = -\tan^{-1}\left(\frac{d_2}{d_1}\right) - \frac{2\pi}{3}i$$

Macy [4], en 1983, a utilisé les deux techniques précédentes sur des interférogrammes avec un échantillonnage à trois pixels par frange sur un détecteur de 128×128 pixels.

La précision des résultats est de $\frac{\lambda}{50}$ rms. Cependant la limite qu'il observe est due au bruit,

$\frac{\lambda}{30}$ rms. Comme le spectre n'est pas toujours bien isolé, différents filtres peuvent être utilisés pour améliorer le résultat.

L'avantage de ce type d'analyse est sa rapidité puisqu'il n'y a qu'un seul interférogramme à acquérir. A l'aide de moyennes on peut aussi éliminer la partie non stationnaire d'éventuelles turbulences atmosphériques. Ces méthodes ne seront pas utilisées car leur précision est inférieure à celle des techniques analytiques décrites dans le paragraphe suivant.

I.1.1.3) Le Décalage de Phase

I.1.1.3.1) Introduction

La méthode du décalage de phase peut être utilisée pour parer aux problèmes inhérents à la méthode classique. Aujourd'hui la mesure de phase par interférométrie est devenue pratique. Deux développements majeurs des vingt dernières années y ont contribué : l'apparition des détecteurs solides et des microprocesseurs rapides. Si on utilise une matrice de détection (caméra CCD) pour enregistrer des franges et qu'une différence de phase connue est introduite entre les faisceaux utiles, la phase du front d'onde en chaque point peut être calculée à partir des intensités mesurées. Généralement les interférogrammes sont acquis en changeant la phase d'un des bras de l'interféromètre de façon connue. Les données sont transmises à un ordinateur qui calcule la phase en chaque point du détecteur. L'échantillonnage n'est plus spatial mais tridimensionnel. L'information sur la surface est relative à la phase puisque $\delta = \frac{\lambda}{4\pi} \varphi$. La technique est simple : le détecteur est placé dans le plan des interférogrammes et un élément déphasant est placé sur un des bras de l'interféromètre. La méthode est apparue en 1974 dans un article de J. H. Bruning *et al* [5] pour le contrôle de lentilles par interférométrie Michelson. Depuis, cette technique a été appliquée à différents types d'appareils. On peut citer les interféromètres de Fizeau, Twyman-Green ou Mach-Zehnder, et les microscopes de Mirau et Nomarski. Elle a été aussi utilisée en holographie [6], interférométrie speckle [7] ou à longueurs d'ondes multiples [8].

I.1.1.3.2) Différentes façons de créer un déphasage

Il existe plusieurs manières de créer un déphasage connu entre les faisceaux qui interfèrent [9,10,11]. Leur point commun est d'ajouter une modulation de phase temporelle.

Par exemple, cette modulation peut être introduite à l'aide d'un miroir mobile, d'une lame de verre inclinée, en déplaçant une grille diffractive, avec une lame $\frac{\lambda}{2}$ ou un polariseur ou encore à l'aide d'un modulateur acousto ou électro optique ou d'un laser à effet Zeeman.

Les déphaseurs tels que le miroir mobile, la lame de verre inclinée, la grille ou les composants à polarisation peuvent produire aussi bien des variations continues que discrètes. Effectivement tous ces moyens déphasent un des faisceaux de l'interféromètre par rapport à l'autre pour produire une différence de phase. Dans un interféromètre à séparation de polarisation les faisceaux référence et objet ont des polarisations rectilignes perpendiculaires ou circulaires.

Une lame $\frac{\lambda}{2}$ en rotation (ou une lame $\frac{\lambda}{4}$ en double passage) produira une fréquence du déphaseur double de celle de la fréquence de rotation (fig. (I.1 a)). A l'aide d'une grille diffractante mobile placée dans un des bras de l'interféromètre on produit un déphasage indépendant de la longueur d'onde dans le $n^{\text{ième}}$ ordre diffracté. Si v est la vitesse de déplacement et f la fréquence spatiale de la grille, sa fréquence est $n.v.f$ (fig. (I.1 b)). Sur le même principe l'effet peut être obtenu avec une cellule acousto-optique de Bragg. Egalement un laser à effet Zeeman qui possède en sortie deux fréquences légèrement différentes peut produire le décalage de phase. L'utilisation d'une lame inclinée dans un des bras introduit un déphasage entre les deux faisceaux. La lame doit avoir une très bonne qualité optique et il faut prendre toutes les précautions pour que la différence de chemin optique soit constante sur toute la pupille (fig. (I.1 c)).

Finalement, la méthode la plus directe est le déplacement en translation d'un des miroirs à l'aide de cales piézo-électriques (fig. (I.1 d)). Les différents types de cales permettent aujourd'hui de réaliser des déplacements linéaires de plusieurs micromètres. Un amplificateur produit une rampe de tension de quelques centaines de volts qui, appliquée à la cale, induit une déformation se traduisant par un déplacement du miroir.

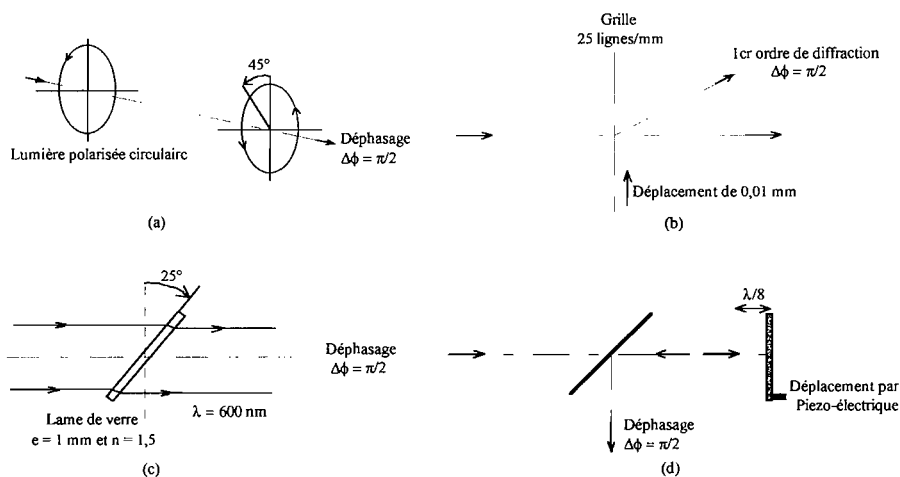


figure 1.1 : quatre techniques pour créer un déphasage : (a) à l'aide d'une lame demi-onde, (b) avec une grille, (c) par inclinaison d'une lame de verre et (d) par cale piézo-électrique

I.1.1.3.3) Les méthodes analytiques de restitution de la phase

Différents algorithmes de détermination de la phase du front d'onde ont été publiés. Certaines méthodes intègrent l'intensité continûment pendant le déphasage, alors que d'autres l'échantillonnent par valeurs discrètes. Ce sont des techniques de décalage de phase. La première est couramment appelée technique à intégration de phase (*phase bucket* en anglais) et la seconde technique à saut de phase (*phase step* en anglais).

I.1.1.3.3.a) Technique à intégration de phase

En un point du détecteur, l'intensité des interférences à deux ondes est

$$I = I_0 \cdot \{1 + m \cos(\varphi + \Delta\phi)\} \quad (\text{I.a})$$

La dépendance spatiale (x, y) est sous entendue. I_0 est la composante continue, m la modulation des franges, $\Delta\phi$ le déphasage variable et φ la phase recherchée. Pour cette technique, le décalage de phase que l'on applique sur l'un des bras de l'appareil doit varier linéairement pendant l'intégration temporelle du détecteur. Le déphasage parcouru pendant l'intégration doit être identique d'une acquisition à l'autre (fig. (I.2)).

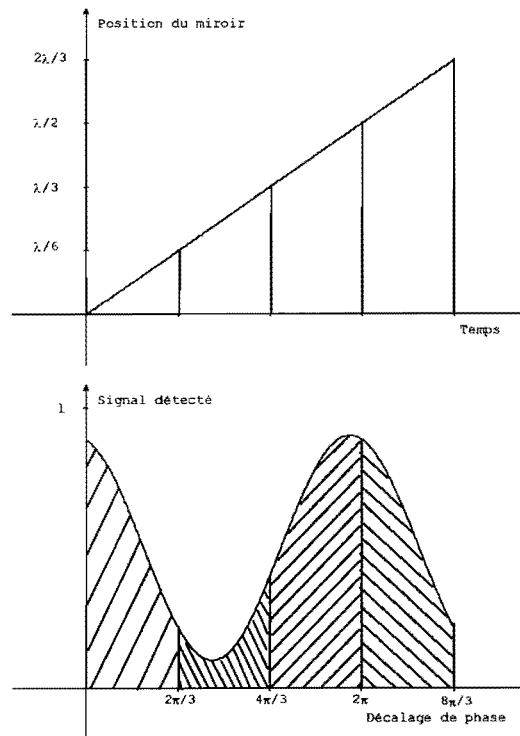


figure I.2 : position du miroir (haut) et signal intégré (bas) dans la méthode à intégration de phase

Le détecteur intègre l'intensité I sur une variation de phase Δ de telle sorte que l'interférogramme est égal à l'intégrale de l'intensité de $\left(\Delta\phi_i - \frac{\Delta}{2}\right)$ à $\left(\Delta\phi_i + \frac{\Delta}{2}\right)$

$$E_i = \frac{1}{\Delta} \int_{\Delta\phi_i - \Delta/2}^{\Delta\phi_i + \Delta/2} I_0 \cdot \{1 + m \cos(\varphi + \Delta\phi(t))\} d\Delta\phi(t)$$

Ce qui donne

$$E_i = I_0 \cdot \left\{ 1 + m \cdot \left[\sin c \left(\frac{\Delta}{2} \right) \right] \cdot \cos(\varphi + \Delta\phi_i) \right\}$$

$\Delta\phi_i$ est la valeur moyenne du décalage de phase pour la $i^{\text{ème}}$ acquisition. Cette technique induit une perte de modulation due au terme $\sin c \left(\frac{\Delta}{2} \right)$. Si $\Delta = \frac{\pi}{2}$ la perte de modulation est de 10%.

I.1.1.3.3.b) Technique à saut de phase

Pour la technique discrète, la phase est maintenue constante pendant l'intégration temporelle du détecteur (fig. (I.3)). L'intensité détectée E_i est donnée par (I.a) :

$$E_i = I_0 \cdot \{1 + m \cdot \cos(\varphi + \Delta\phi_i)\}$$

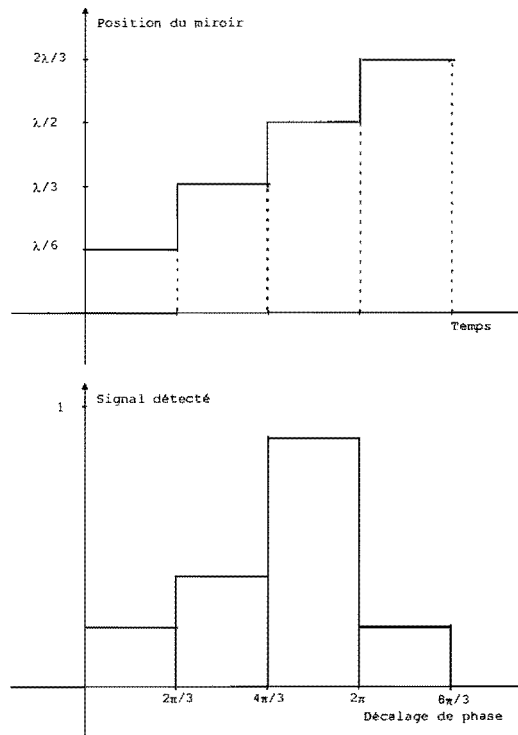


figure I.3 : position du miroir (haut) et signal intégré (bas) dans la méthode à saut de phase

Le *phase step* est donc une simplification du *phase bucket*. On remarque que dans ce cas il n'y a pas de perte de modulation et c'est théoriquement la seule différence entre les deux méthodes.

I.1.1.3.3.c) Algorithmes classiques

I.1.1.3.3.c.a) Méthode à 3 ou 4 interférogrammes

Trois interférogrammes

Les algorithmes de restitution sont indépendants de la méthode d'enregistrement choisie. Dans ce paragraphe la modulation m fait référence à une modulation mesurée, c'est à dire égale à la modulation réelle dans le cas d'une intégration par saut, ou bien atténuée par le facteur $\text{sinc}\left(\frac{\Delta}{2}\right)$ si l'intégration est continue. Si on considère que le déphasage introduit est connu,

l'équation de l'intensité ne comporte que trois inconnues, I_0 , m et φ . Trois points d'échantillonnage peuvent être suffisants pour obtenir φ . En 1975 J. C. Wyant [12] propose une relation simple de calcul de φ à partir de trois enregistrements et d'un décalage de phase de 90° .

Les trois intensités mesurées sont $E_i = I_0 \cdot \left\{ 1 + m \cdot \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{4} + (i-1)\Delta\phi\right) \right\}$, $i = 1, 2, 3$, $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}$

et
$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{E_3 - E_2}{E_1 - E_2}\right) \quad (\text{I.b})$$

φ est donnée à π près. On a de plus $I_0 = \frac{E_1 + E_3}{2}$. La modulation des franges est donnée à

partir de I_0 , $m = \frac{\sqrt{[E_1 - E_2]^2 + [E_2 - E_3]^2}}{2I_0}$. Il est aussi possible d'introduire un déphasage de

120° . Dans le cas où les enregistrements sont faits autour d'une position moyenne, $E_i = I_0 \cdot \left\{ 1 + m \cdot \cos(\varphi + (i-2)\Delta\phi) \right\}$, $i = 1, 2, 3$, la phase est fonction de $\Delta\phi$ par la relation

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{1 - \cos(\Delta\phi)}{\sin(\Delta\phi)} \frac{E_1 - E_3}{2E_2 - E_1 - E_3}\right) \quad (\text{I.c})$$

Quatre interférogrammes

Dans le même esprit que la méthode à trois images, Wyant [12] décrit un algorithme à quatre enregistrements avec déphasage supposé connu. Avec $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}$ et des intensités écrites sous la

forme $E_i = I_0 \cdot \{1 + m \cdot \cos(\varphi + (i-1)\Delta\phi)\}$ $i = 1, 2, 3, 4$, la phase est

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{E_4 - E_2}{E_1 - E_3} \right) \quad (\text{I.d})$$

La modulation des franges est obtenue avec $m = \frac{\sqrt{[E_4 - E_2]^2 + [E_1 - E_3]^2}}{2I_0}$.

En 1966, dans un esprit sensiblement différent, P. Carré [13] propose une méthode qui n'impose pas de connaissance de la valeur du déphasage; la seule condition requise est qu'il soit identique entre chaque interférogramme. A partir d'une position moyenne, les intensités détectées sont écrites

$$E_i = I_0 \cdot \left\{ 1 + m \cdot \cos \left(\varphi + \left(i - \frac{5}{2} \right) \Delta\phi \right) \right\}, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (\text{I.e})$$

En chaque point, Carré calcule φ à π près par

$$\varphi = \tan^{-1} \left\{ \frac{\sqrt{[3(E_2 - E_3) - (E_1 - E_4)][(E_2 - E_3) + (E_1 - E_4)]}}{(E_2 + E_3) - (E_1 + E_4)} \right\}$$

En fait, on peut déterminer la phase à 2π près en appliquant la relation suivante

$$\begin{cases} \rho \cdot \sin(\varphi) = \text{sign}((E_1 - E_4) + (E_2 - E_3)) \sqrt{[3(E_2 - E_3) - (E_1 - E_4)][(E_2 - E_3) + (E_1 - E_4)]} \\ \rho \cdot \cos(\varphi) = [(E_2 + E_3) - (E_1 + E_4)], \quad \text{avec } \rho > 0 \end{cases} \quad (\text{I.f})$$

La valeur du déphasage peut être obtenue par $\tan\left(\frac{1}{2} \Delta\phi\right) = \sqrt{\frac{3(E_2 - E_3) - (E_1 - E_4)}{(E_2 - E_3) + (E_1 - E_4)}}$, si $\sin(\varphi) \neq 0$.

$\Delta\phi$ n'a pas besoin d'être étalonné et c'est le grand avantage de cette technique. C'est très utile pour la métrologie des surfaces sphériques. En effet, dans ce cas le déphasage varie avec la hauteur d'incidence des rayons sur la sphère. Si celle ci est très ouverte, les algorithmes qui nécessitent une connaissance de $\Delta\phi$ doivent être étalonnés en fonction de la position des points mesurés dans le champ.

I.1.1.3.3.c.b) Approche générale basée sur le critère des moindres carrés

Pour un nombre d'images M quelconque, la phase peut être calculée à l'aide de l'utilisation du critère des moindres carrés. Morgan en 1982 [14] et Greivenkamp en 1984 [15] utilisent cette approche. Ils développent l'intensité sous la forme

$$I_i = a_0 + a_1 \cdot \cos(\Delta\phi_i) + a_2 \cdot \sin(\Delta\phi_i), \quad i \in [1, M]$$

Les inconnues sont $a_0 = I_0$, $a_1 = I_0 \cdot m \cdot \cos(\varphi)$ et $a_2 = I_0 \cdot m \cdot \sin(\varphi)$. Au sens des moindres carrés les intensités détectées E_i doivent minimiser le critère

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^M \left[E_i - \{a_0 + a_1 \cdot \cos(\Delta\phi_i) + a_2 \cdot \sin(\Delta\phi_i)\} \right]^2$$

ε sera minimum lorsque les dérivées partielles par rapport aux trois paramètres seront nulles.

Soit $\frac{\partial \varepsilon}{\partial a_0} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial a_1} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial a_2} = 0$, ce qui donne un système linéaire de trois équations à trois inconnues.

Il est nécessaire d'acquérir au moins trois interférogrammes pour appliquer cette méthode.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^M [a_0 + a_1 \cdot \cos(\Delta\phi_i) + a_2 \cdot \sin(\Delta\phi_i)] &= \sum_{i=1}^M [E_i] \\ \sum_{i=1}^M [a_0 \cdot \cos(\Delta\phi_i) + a_1 \cdot \cos^2(\Delta\phi_i) + a_2 \cdot \cos(\Delta\phi_i) \sin(\Delta\phi_i)] &= \sum_{i=1}^M [E_i \cdot \cos(\Delta\phi_i)] \\ \sum_{i=1}^M [a_0 \cdot \sin(\Delta\phi_i) + a_1 \cdot \cos(\Delta\phi_i) \sin(\Delta\phi_i) + a_2 \cdot \sin^2(\Delta\phi_i)] &= \sum_{i=1}^M [E_i \cdot \sin(\Delta\phi_i)] \end{aligned}$$

On l'écrit sous forme matricielle $A(\Delta\phi_i) \cdot X = B(E_i, \Delta\phi_i)$.

Où,

$$A(\Delta\phi_i) = \begin{bmatrix} M & \sum_{i=1}^M \cos(\Delta\phi_i) & \sum_{i=1}^M \sin(\Delta\phi_i) \\ \sum_{i=1}^M \cos(\Delta\phi_i) & \sum_{i=1}^M \cos^2(\Delta\phi_i) & \sum_{i=1}^M \cos(\Delta\phi_i) \sin(\Delta\phi_i) \\ \sum_{i=1}^M \sin(\Delta\phi_i) & \sum_{i=1}^M \cos(\Delta\phi_i) \sin(\Delta\phi_i) & \sum_{i=1}^M \sin^2(\Delta\phi_i) \end{bmatrix},$$

$$X = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \text{ et } B(E_i, \Delta\phi_i) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^M [E_i] \\ \sum_{i=1}^M [E_i \cdot \cos(\Delta\phi_i)] \\ \sum_{i=1}^M [E_i \cdot \sin(\Delta\phi_i)] \end{bmatrix}$$

Par inversion de $A(\Delta\phi_i)$, on obtient a_0 , a_1 et a_2 et $\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{a_2}{a_1}\right)$. En chaque point, la

modulation de la figure d'interférences est $m = \frac{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}}{a_0}$. On remarquera que si l'on choisit

judicieusement le décalage de phase, la matrice $A(\Delta\phi_i)$ devient diagonale. En effet, si $\Delta\phi$ est

un sous multiple de la période des franges, $\Delta\phi = \frac{2\pi}{M}$ avec $\Delta\phi_i = (i-1)\Delta\phi$, la relation qui

donne φ est simple

$$\varphi = \tan^{-1} \left\{ \frac{\sum_{i=1}^M [E_i \cdot \sin((i-1)\Delta\phi)]}{\sum_{i=1}^M [E_i \cdot \cos((i-1)\Delta\phi)]} \right\} \quad (\text{I.g})$$

On retrouve, à partir de cette approche, les différentes techniques à trois et quatre images énumérées ci dessus ((I.b) à (I.d)). Le talon d'achille de ces algorithmes est la nécessité de la connaissance du déphasage.

1.1.2) Appareils commerciaux

Des interféromètres de Fizeau à décalage de phase sont commercialisés depuis plusieurs années. Ils utilisent généralement la méthode du *phase bucket* avec des algorithmes à quatre ou cinq interférogrammes.

Des surfaces de diamètre 150 mm peuvent être mesurées, et pour les diamètres supérieurs, il est possible d'ajouter des adaptateurs de faisceau. Les acquisitions sont rapides, par exemple, 167 ms avec le *Wyko 6000* et 100 ms pour le *Zygo MarkIVxp*. Le traitement des données permet de déterminer les fonctions de qualification d'un système optique : *FTM*, tache de diffraction, énergie encerclée, approximation par polynômes de Zernike, profils de surface ou encore divers tracés en trois dimensions.

Les performances annoncées par les fabricants sont généralement établies autour de trois critères : fidélité, précision instrumentale et exactitude. La fidélité est définie comme la différence qu'il existe entre des mesures consécutives faites dans les mêmes conditions interférométriques. Par exemple, *Zygo* et *Wyko* annoncent des fidélités meilleures que $\frac{\lambda}{100}$ et

$\frac{\lambda}{1000}$ pour les valeurs P-V et rms caractérisant des échantillons ($\lambda = 632,8$ nm). La précision expérimentale est donnée par la valeur rms de l'écart entre deux mesures consécutives. Les principaux constructeurs annoncent des précisions expérimentales de l'ordre de $\frac{\lambda}{500}$.

L'exactitude est définie comme l'écart entre la mesure et la surface réelle. Ce chiffre est généralement faible puisque les surfaces de références ne sont pas meilleures que $\frac{\lambda}{100}$ en valeur crête à crête. Par exemple, l'exactitude du *Zygo MarkIVxp* est annoncée meilleure que $\frac{\lambda}{50}$ P-V et celle du *Wyko 6000* meilleure que $\frac{\lambda}{20}$ P-V.

En fait, les définitions des différents critères et les procédures d'évaluation retenues demanderaient à être précisées. Pour améliorer la précision, il faut augmenter la qualité des surfaces de référence. Les appareils du commerce sont compacts, souvent esthétiques et d'emploi facile. Pour nous, leur inconvénient majeur vient de leur précision insuffisante. De plus, l'étalonnage est irréalisable. Il est aussi difficile d'accéder à toute la partie informatique et interférométrique. En effet, il est impossible de modifier un élément de programme ou de changer un élément optique. Une des raisons de nos travaux vient de la nécessité de maîtriser toutes les étapes de la mesure, de l'acquisition des images jusqu'à la mise en forme finale des résultats.

I.2) Choix initial

I.2.1) Configuration interférométrique

Pour la métrologie de miroirs, il est exclu d'utiliser des interféromètres par transmission de type Mach-Zehnder. Le choix se réduit à une dualité Fizeau/Michelson. Les figures (I.4) et (I.5) décrivent ces deux types d'appareils.

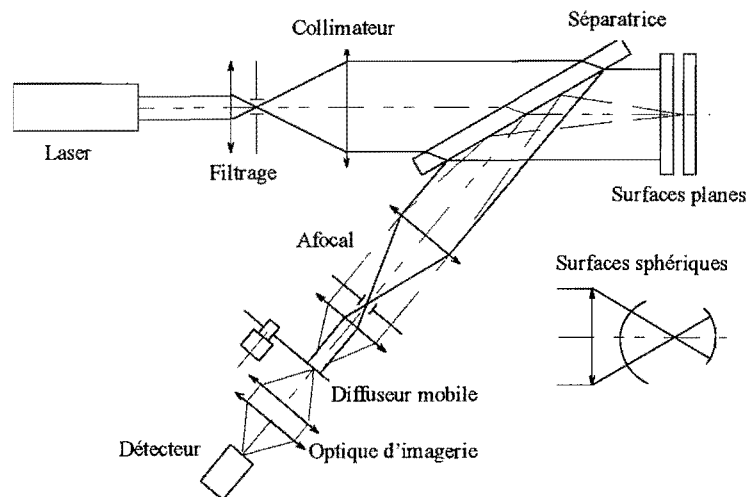


figure I.4 : interféromètre de Fizeau

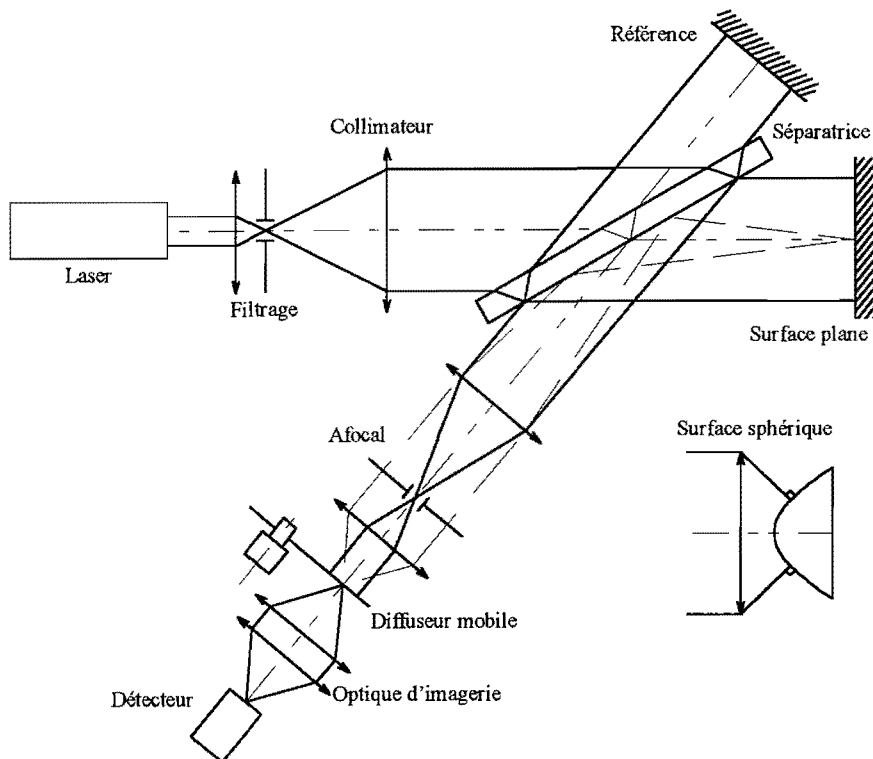


figure I.5 : interféromètre de Michelson

Les deux configurations, malgré quelques similitudes évidentes, sont fondamentalement différentes. La configuration Michelson est celle qui souffre le plus des fluctuations thermiques ou atmosphériques puisque les chemins optiques suivis par les faisceaux, depuis la lame séparatrice, sont très disjoints. La cavité effective est donc volumineuse. De part la disposition des éléments, les défauts de la lame séparatrice interviennent dans la mesure de la différence de marche et sa qualité doit être excellente. Pour la mesure de surfaces sphériques, il est nécessaire d'ajouter un objectif de focalisation. Dans la configuration Twyman-Green cette optique n'est traversée que par un seul des deux faisceaux; elle contribue pleinement à la limitation de la précision par ses aberrations et imperfections. Il est toutefois possible de mesurer les erreurs qu'elle introduit et d'en tenir compte par la suite, mais cette étape suppose une interpolation par des polynômes. L'avantage de l'interféromètre de Michelson réside dans la nature des interférences : les deux surfaces n'étant pas en regard l'une de l'autre les interférences sont produites entre deux ondes uniquement. Inversement, la configuration Fizeau permet une identité des trajets optiques jusqu'à la surface de référence. La qualité de la lame séparatrice n'intervient pas. L'objectif est traversé en aller retour par les deux ondes utiles; son aberration n'intervient que sous forme différentielle. A cause de la cavité du Fizeau, on est en présence d'interférences à ondes multiples. Avec l'interféromètre de Michelson il est possible de travailler à différence de marche nulle. Si la source n'est pas cohérente cela évite une perte de modulation. Dans le cas Fizeau, la différence de marche ne peut être que minimisée. Pour les surfaces sphériques il est difficile de toujours assurer une cavité d'épaisseur faible. Il est alors exclu d'utiliser des lampes spectrales haute voire même parfois basse pression... Ce bilan montre donc que la configuration Fizeau présente un grand nombre d'avantages par rapport à la configuration Michelson. La cavité Fizeau est beaucoup moins sensible aux aberrations des composants et aux turbulences atmosphériques et c'est celle que nous retenons.

1.2.2) Choix de la méthode d'acquisition

Dans la bibliographie, il n'y a pas de véritable comparaison entre les techniques à intégration et à saut de phase. Les arguments généralement évoqués en faveur du *phase bucket* sont une moindre sensibilité aux vibrations et fluctuations atmosphériques due à une acquisition rapide des interférogrammes. La technique *phase step* impose en effet une attente de stabilisation de la cale piézo électrique après son déplacement.

En revanche, la technique *phase bucket* demande une synchronisation excellente entre le déplacement de la cale et l'intégration du détecteur : il y a moins de souplesse par rapport au temps d'intégration. Ceci nous a conduit à choisir la technique à marche de phase.

1.2.3) Algorithmique

1.2.3.1) Le problème de l'étalonnage

Pour le but que nous nous sommes fixé, il est nécessaire de s'affranchir de toute contrainte liée aux éléments mécaniques ou optiques. En particulier, il faut supprimer tous les problèmes d'étalonnage des algorithmes. Parmi les différentes méthodes analytiques présentées au paragraphe 1.1.1.3.3 il n'y a que l'algorithme de Carré (I.f) qui ne nécessite pas la connaissance du déphasage entre les enregistrements. Le point commun de toutes les autres méthodes (I.b), (I.c), (I.d) et (I.g) est une grande sensibilité à l'étalonnage. En effet, considérons l'approche généralisée de Greivenkamp (I.g) :

$$\varphi = \tan^{-1} \left\{ \frac{\sum_{i=1}^M [E_i \cdot \sin((i-1)\Delta\phi)]}{\sum_{i=1}^M [E_i \cdot \cos((i-1)\Delta\phi)]} \right\} \text{ avec } \Delta\phi = \frac{2\pi}{M}$$

Considérons les techniques à trois, quatre et cinq interférogrammes où les déphasages sont 120°, 90° et 72° respectivement. Considérons aussi une incertitude $d\Delta\phi$ sur la connaissance de $\Delta\phi$. Pour une erreur d'étalonnage $d\Delta\phi$, le profil d'erreur sur la surface optique est une fonction sinusoïdale de la phase originale. On caractérise le profil d'erreur par sa valeur crête à crête (P-V) et son écart type (rms). La figure (I.6) montre l'évolution de P-V et rms en fonction de l'incertitude $d\Delta\phi$.

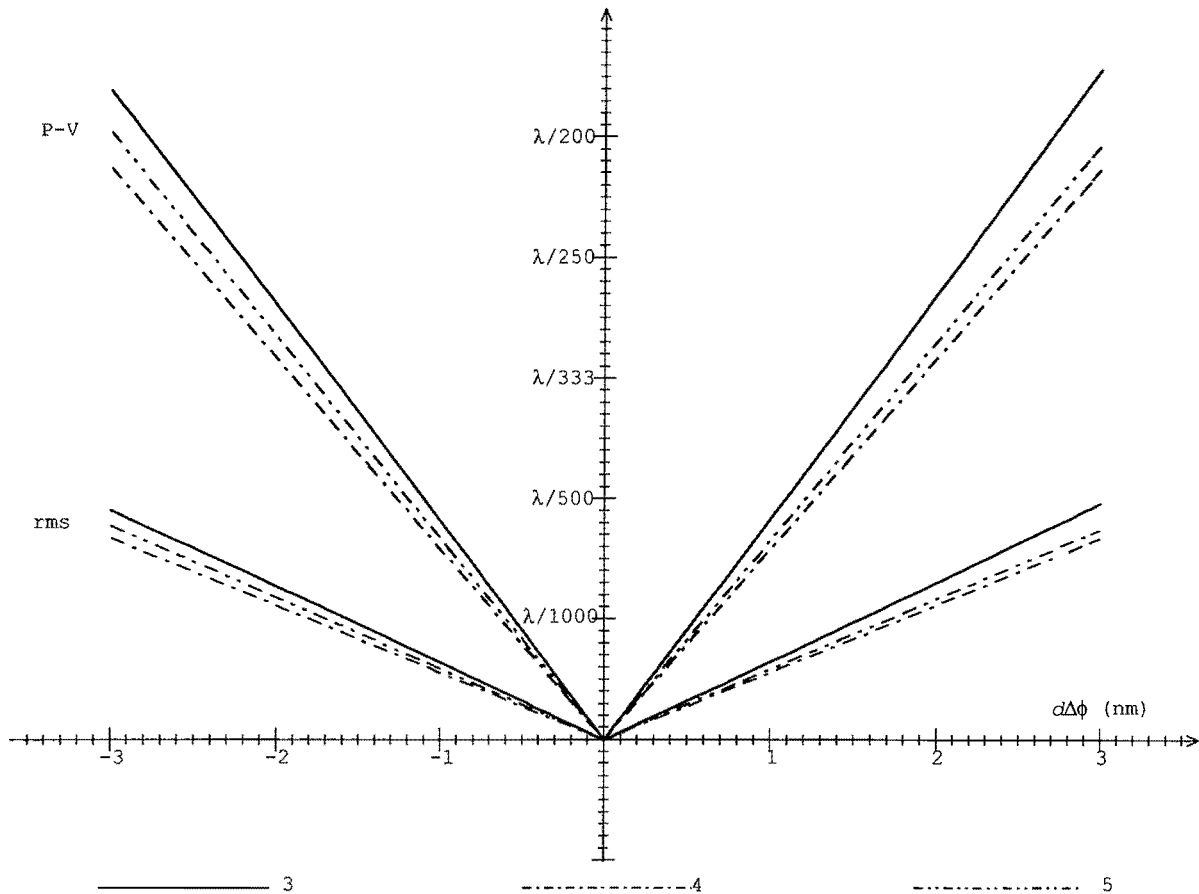


figure 1.6 : P-V et rms de l'erreur due a un mauvais étalonnage pour 3, 4 et 5 images

L'étalonnage doit être précis à 1,4 nm P-V pour que l'erreur induite soit inférieure à $\frac{\lambda}{1000}$ P-

V. Cette contrainte est très difficile à respecter dans la pratique et *a priori* plus difficile que la simple égalité des déphasages. Plusieurs auteurs ont proposé des solutions pour rendre cet étalonnage moins critique. En particulier J. Schwider *et al* [16] proposent l'algorithme 'moyenne 3 par 3' moins sensible aux erreurs d'étalonnage. A partir de quatre enregistrements déphasés de $\frac{\pi}{2}$, on calcule la phase avec les trois premiers et avec les trois derniers interférogrammes par une méthode classique (I.b). On calcule ensuite la moyenne des deux mesures. L'erreur est alors considérablement réduite. J. Schwider *et al* montrent aussi que l'erreur due à une erreur de positionnement aléatoire décroît comme l'inverse du nombre d'images utilisées. Mais en définitive, l'algorithme proposé par Carré est le mieux adapté à la limitation des sources d'erreurs. Nous le retenons comme point de départ.

1.2.3.2) Etude de l'algorithme de Carré

1.2.3.2.1) Introduction

Pour mesurer les surfaces à une grande précision, nous avons fixé une limite de $\frac{\lambda}{1000}$ P-V sur les principales sources d'erreurs potentielles. L'algorithme de Carré ne nécessite pas d'étalonnage préalable. Cependant, il est sensible au bruit et aux fluctuations de déphasage entre les acquisitions. Une étude de tolérances est donc nécessaire.

1.2.3.2.2) Sensibilité au bruit

A partir de quatre interférogrammes, la relation donnant la phase φ en chaque point est

$$\varphi = \tan^{-1} \left\{ \frac{\sqrt{[3(E_2 - E_3) - (E_1 - E_4)][(E_2 - E_3) + (E_1 - E_4)]}}{(E_2 + E_3) - (E_1 + E_4)} \right\} \quad (I.h)$$

La sensibilité de l'algorithme par rapport aux intensités détectées est liée à $\frac{\partial \varphi}{\partial E_i}$. La dérivation

de (I.h) donne le résultat :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial E_{1,4}} = \mp \frac{1}{4.m.I_0} \cdot \frac{\cos(\varphi \pm \Delta\phi)}{\sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \cdot \sin^2(\Delta\phi)} \quad (I.i)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial E_{2,3}} = -\frac{1}{2.m.I_0} \cdot \frac{\sin\left(\varphi \mp \frac{\Delta\phi}{2}\right)}{\sin^2(\Delta\phi)} \quad (I.j)$$

Les valeurs maximales des sensibilités $\left| \frac{\partial \varphi}{\partial E_1} \right|$ et $\left| \frac{\partial \varphi}{\partial E_4} \right|$ ainsi que $\left| \frac{\partial \varphi}{\partial E_2} \right|$ et $\left| \frac{\partial \varphi}{\partial E_3} \right|$ sont égales.

Leurs variations en fonction du décalage de phase sont illustrées sur la figure (I.7).

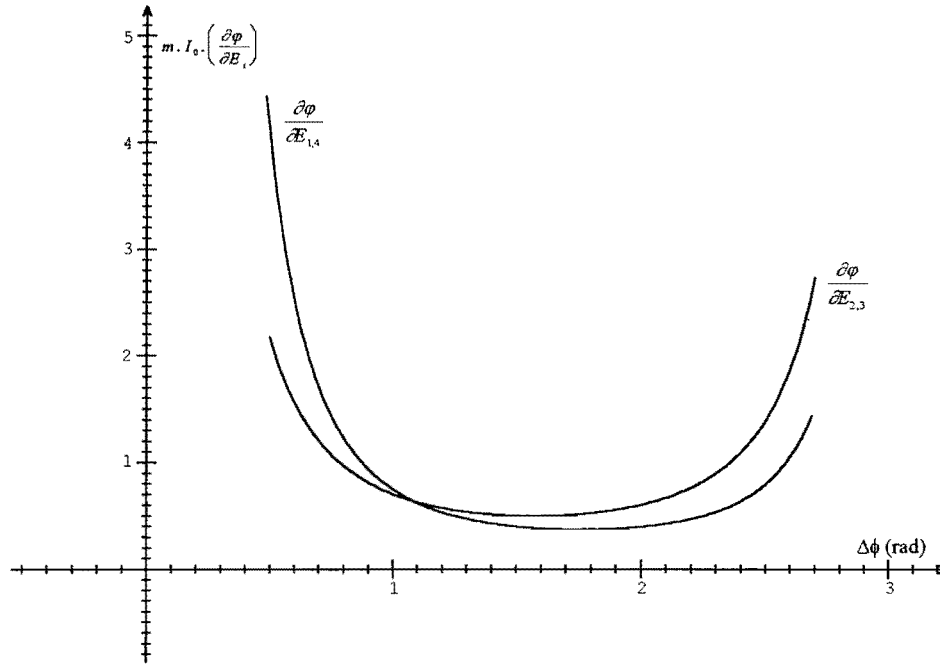


figure 1.7 : sensibilité à la fluctuation de E_1 , E_4 et E_2 , E_3

Les sensibilités aux variations d'éclairements sont minimales pour un déphasage voisin de 1,8 rad .

Pour diminuer l'influence du bruit il faut effectuer les enregistrements avec des décalages de phase compris entre 1,6 rad et 2 rad . Au voisinage du minimum de sensibilité $\Delta\phi \approx 1,8$ rad , une fluctuation des E_i se traduit par une erreur sinusoïdale sur la phase calculée (fig. I.8).

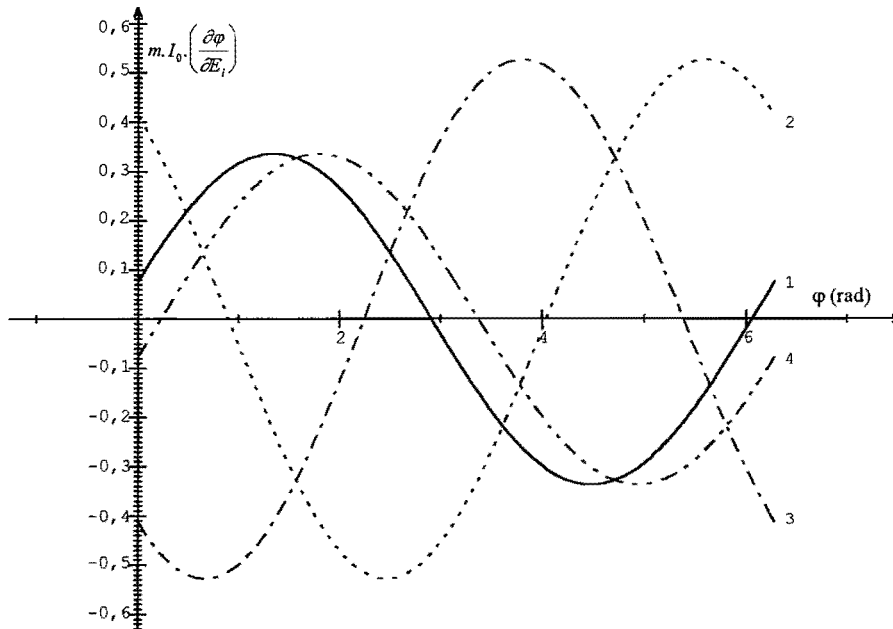


figure 1.8 : sensibilité à la fluctuation des éclairements pour $\Delta\phi = 1,8$ rad

La valeur rms de l'erreur sur la surface, $d\delta$, est donnée par

$$(d\delta)^2 = \left(\frac{\lambda}{4\pi}\right)^2 \cdot \sum_i \left(\frac{\partial\varphi}{\partial E_i}\right)^2 \cdot (dE_i)^2 \quad (I.k)$$

Dans la zone de sensibilité réduite,

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial E}\right)_1 = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial E}\right)_4 \approx \frac{3}{10 \cdot m \cdot I_0} \text{ et } \left(\frac{\partial\varphi}{\partial E}\right)_2 = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial E}\right)_3 \approx \frac{6}{10 \cdot m \cdot I_0}$$

Pour une fluctuation aléatoire et indépendante des éclairements, on a $dE_1 \approx dE_2 \approx dE_3 \approx dE_4 = dE$. D'après (I.k) L'écart type de l'erreur induite sur la surface s'écrit

$$d\delta \approx \frac{0,95\lambda}{4\pi \cdot m \cdot I_0} dE$$

Pour un bruit sur l'éclairement, il est nécessaire que $d\delta < \frac{\lambda}{6000}$. Le bruit tolérable est

$$dE < \frac{\pi \cdot m \cdot I_0}{1425} \quad (I.l)$$

Ainsi, pour une modulation de 100%, le bruit acceptable *rms* est de 0,22 % de I_0 , ce qui, compte tenu de [17] et (I.k), est du même ordre de grandeur que la tolérance de bruit de l'algorithme *4-step* (I.d).

1.2.3.2.3) Sensibilité au déphasage

Supposons que la position du miroir après déplacement ne soit pas égale à sa valeur théorique. Le déplacement a été effectué avec une précision dz pour chaque image, ce qui introduit une incertitude sur le déphasage $d\Delta\phi = \frac{4\pi}{\lambda} dz$. Les éclairements s'écrivent

$$E_i = I_0 \cdot \left\{ 1 + m \cdot \cos\left(\varphi + \left(i - \frac{5}{2}\right)\Delta\phi + d\Delta\phi_i\right) \right\}$$

Pour chaque éclairement, la sensibilité du calcul de φ à une erreur de position est donnée par

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\Delta\phi}\right)_i = \frac{\partial\varphi}{\partial E_i} \cdot \frac{\partial E_i}{\partial d\Delta\phi_i} \quad (I.m)$$

Comme $\frac{\partial \mathcal{E}_{1,4}}{\partial \Delta\phi_{1,4}} = m \cdot I_0 \cdot \sin\left(\varphi \mp \frac{3}{2} \Delta\phi + d\Delta\phi_{1,4}\right)$ et $\frac{\partial \mathcal{E}_{2,3}}{\partial \Delta\phi_{2,3}} = m \cdot I_0 \cdot \sin\left(\varphi \mp \frac{1}{2} \Delta\phi + d\Delta\phi_{2,3}\right)$,

pour les quatre positions et puisque les $d\Delta\phi_i$ sont faibles, on a

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \Delta\phi}\right)_{1,4} \approx \mp \frac{1}{4} \cdot \frac{\sin\left(\varphi \mp \frac{3}{2} \Delta\phi\right) \cos(\varphi \pm \Delta\phi)}{\sin^2(\Delta\phi) \cdot \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)}$$

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \Delta\phi}\right)_{2,3} \approx -\frac{1}{2} \cdot \frac{\sin^2\left(\varphi \mp \frac{\Delta\phi}{2}\right)}{\sin^2(\Delta\phi)}$$

La figure (I.9) montre les sensibilités $\left|\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \Delta\phi}\right)_i\right|$ en fonction de $\Delta\phi$.

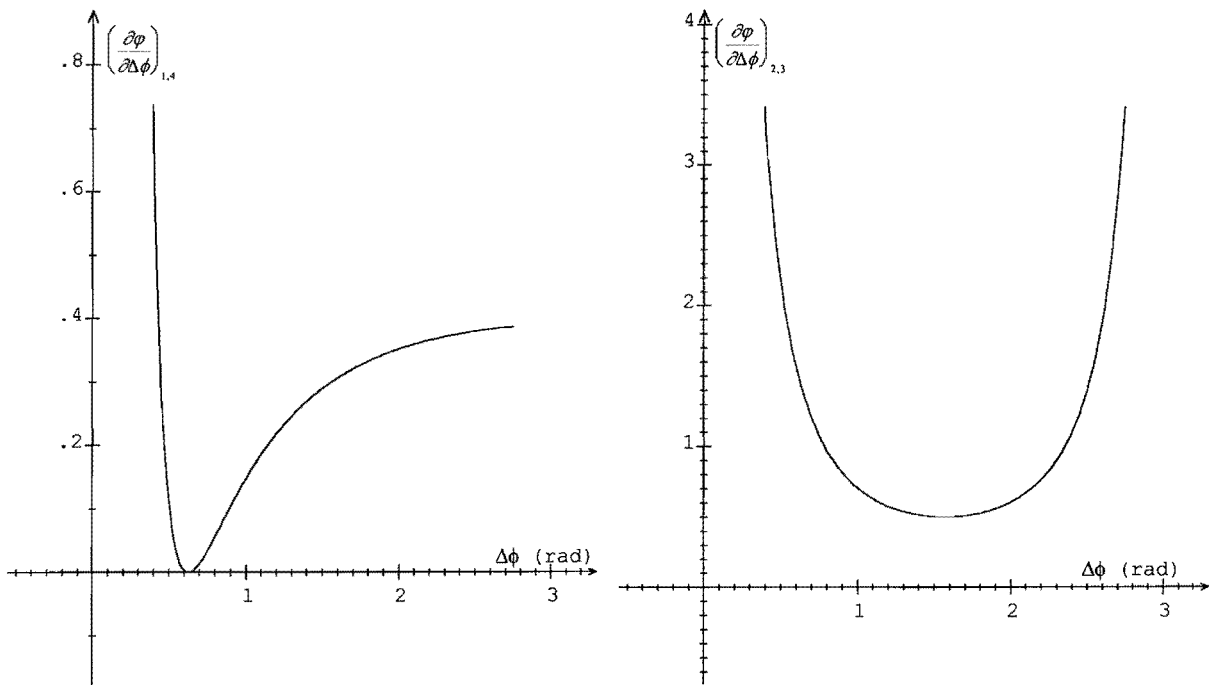


figure I.9 : sensibilité au déphasage en fonction de $\Delta\phi$

La figure (I.10) montre les sensibilités obtenues pour $\Delta\phi = 1,8$ rad et φ variant de 0 à 2π .

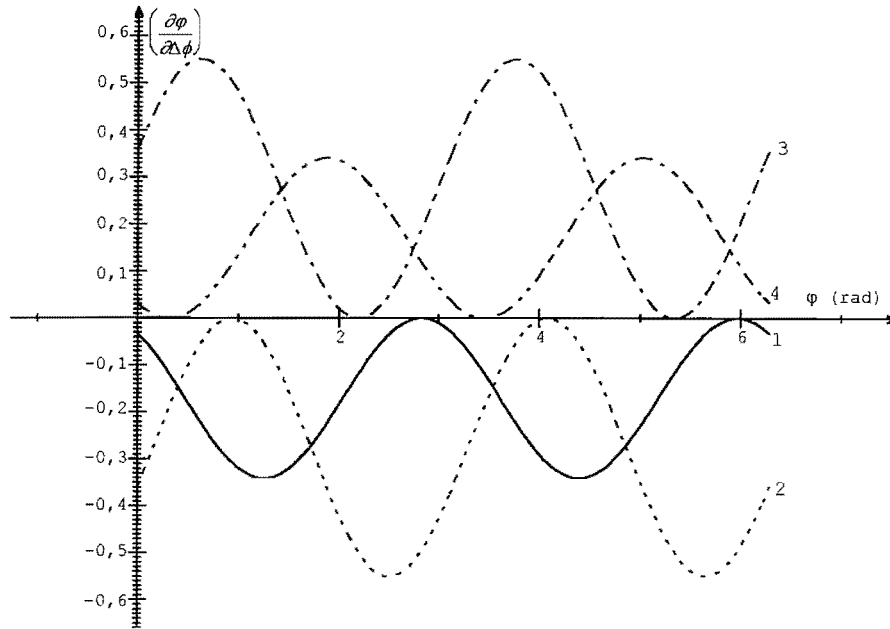


figure 1.10 : sensibilité au déphasage pour $\Delta\phi = 1,8 \text{ rad}$

Une variation dz du décalage de phase sur le $i^{\text{ème}}$ enregistrement induit sur la surface optique une erreur dont le profil est sinusoïdal et de fréquence double de celle des franges.

Sa valeur crête à crête est

$$(d\delta)_i = \left(\frac{\partial\phi}{\partial\Delta\phi} \right)_i . dz \quad (\text{I.n})$$

Pour $\Delta\phi \approx 1,8 \text{ rad}$, les plus fortes pentes sont $\frac{\partial\phi}{\partial\Delta\phi} \approx \frac{6}{10}$. Pour que la valeur P-V de l'erreur induite soit dans les tolérances fixées il faut :

$$dz < \frac{\lambda}{600} \quad (\text{I.o})$$

Le déplacement doit donc être précis à $\pm 1,1 \text{ nm}$ à $\lambda = 632,8 \text{ nm}$. Pour les algorithmes du type de (I.g) $\Delta\phi$ doit être connu à $\pm 0,7 \text{ nm}$. On comprend là tout l'intérêt à utiliser l'algorithme de Carré pour les mesures de haute précision.

1.2.3.2.4) Conclusion

Une étude de l'algorithme de Carré a permis une quantification de quelques sources de limitation de la précision. Le calcul des tolérances met en évidence la qualité de l'instrumentation dont il faut disposer pour atteindre les limites que nous avons fixées.

En particulier, avec l'algorithme de Carré, le bruit ne doit pas être supérieur à 0,22% de I_0 rms et le déphasage doit être précis à $\pm 1,1$ nm. Afin de diminuer les sensibilités à ces deux sources d'erreurs, il est nécessaire de restituer la phase à partir d'un plus grand nombre d'interférogrammes.

I.2.3.3) Généralisation par le critère des moindres carrés

I.2.3.3.1) Rappel : méthode des moindres carrés

A l'aide d'un critère de proximité on recherche les paramètres d'une courbe théorique qui passe au mieux par des points expérimentaux. Considérons des données E_i . On cherche la meilleure courbe $I(\vec{p})$, où $\vec{p} = (p_1, \dots, p_k)$ sont ses k paramètres. La solution sera obtenue lorsque le carré des écarts des E_i à la courbe sera minimum. Le critère de proximité est par conséquent,

$$\varepsilon = \sum_i [E_i - I(\vec{p})]^2 \quad (\text{I.p})$$

Une condition nécessaire pour que ε soit minimum est que ses dérivées premières par rapport aux $\vec{p}$ soient nulles, $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{p}} = 0$. Si la fonction $I(\vec{p})$ n'est pas linéaire par rapport aux paramètres, les k équations à k inconnues ne forment pas un système linéaire. La méthode des moindres carrés devient une méthode itérative. La linéarisation est obtenue par un développement en série de Taylor de ε au point p_{i0} , les p_{i0} étant des estimations actuelles des paramètres (qui permettent de commencer les itérations). On a alors

$$\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial p_k} \right)_{\vec{p}} = \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial p_k} \right)_{\vec{p}_0} + \sum (p_i - p_{i0}) \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial p_k \partial p_i} + \dots \quad (\text{I.q})$$

Le système matriciel obtenu permet une estimation des variations $\delta p_i = p_i - p_{i0}$. ε est alors recalculé avec les nouvelles valeurs, $p_i = \delta p_i + p_{i0}$ ainsi que sa variation par rapport à sa valeur initiale. Lorsque l'on a atteint un critère de convergence fixé, les valeurs des paramètres donnent la meilleure courbe qui passe par les données E_i . La méthode est très fiable et la convergence est rapide en général. Le temps de calcul est plus long que pour un algorithme classique car les dérivées secondes peuvent avoir des formes analytiques compliquées. Il faut aussi estimer des valeurs de départ des paramètres à partir des données expérimentales.

I.2.3.3.2) Moindres carrés à M interférogrammes

Nous appliquons la méthode des moindres carrés à la restitution de la phase. L'idée générale est d'échantillonner la sinusoïde des interférences avec un nombre quelconque M de points, supérieur ou égal à 4. En augmentant le nombre de points d'échantillonnage, la sensibilité au bruit et aux fluctuations de position sera réduite. En conservant l'esprit de l'algorithme de Carré, l'intensité est écrite sous la forme

$$I_i = I_0 \cdot \{1 + m \cos(\varphi + i\Delta\phi)\}, i \text{ variant de } \frac{1-M}{2} \text{ à } \frac{M-1}{2}$$

Comme on suppose le déphasage inconnu, il y a quatre paramètres qui sont I_0 , m , $\Delta\phi$ et φ la phase recherchée. Pour résoudre le système matriciel, il faut au moins quatre points expérimentaux puisqu'il y a quatre inconnues. Le critère de proximité est, d'après (I.p),

$$\varepsilon = \sum_i \left[E_i - I_0 \cdot \{1 + m \cos(\varphi + i\Delta\phi)\} \right]^2$$

Il sera minimum si $\frac{\partial \varepsilon}{\partial I_0} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial m} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \Delta\phi} = 0$.

La linéarisation, suivant (I.q), conduit au système matriciel de quatre équations à quatre inconnues,

$$\begin{bmatrix} -\frac{\partial \varepsilon}{\partial I_0} \\ -\frac{\partial \varepsilon}{\partial m} \\ -\frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} \\ -\frac{\partial \varepsilon}{\partial \Delta\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial I_0^2} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial I_0 \partial m} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial I_0 \partial \varphi} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial I_0 \partial \Delta\phi} \\ \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial I_0 \partial m} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial m^2} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial m \partial \varphi} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial m \partial \Delta\phi} \\ \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial I_0 \partial \varphi} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial m \partial \varphi} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \varphi^2} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \varphi \partial \Delta\phi} \\ \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial I_0 \partial \Delta\phi} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial m \partial \Delta\phi} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \varphi \partial \Delta\phi} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \Delta\phi^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta I_0 \\ \delta m \\ \delta \varphi \\ \delta \Delta\phi \end{bmatrix}$$

Les expressions des dérivées premières et secondes sont données en **Annexe A.1** et **A.2**.

Les valeurs de départs, $(I_0, m_0, \varphi_0, \Delta\phi_0)$ des paramètres sont obtenues à l'aide des données expérimentales. Les paramètres sont calculés par itérations et $(I_0, m_0, \varphi_0, \Delta\phi_0)$ peuvent être estimés avec une marge d'incertitude. En particulier la valeur de $\Delta\phi_0$ n'a pas besoin d'être précise au nanomètre et c'est pourquoi ce type d'algorithme peut être qualifié d'auto-calibré. Le tableau (I.T1) décrit la démarche d'évaluation de $(I_0, m_0, \varphi_0, \Delta\phi_0)$.

paramètre	estimation	remarque
$\Delta\phi_0$	étalonnage approximatif préalable	l'algorithme peut être qualifié d'auto-calibré car la valeur peut être approximative
ϕ_0	4 des M interférogrammes et l'algorithme de Carré	
I_0 et m_0	avec les données E_i , ϕ_0 et $\Delta\phi_0$ on détermine les variables $A = I_0$ et $B = m_0 \cdot I_0$ en appliquant une méthode des moindres carrés linéaires à la forme $A + B \cos(\phi_0 + i\Delta\phi_0)$	utilisation des données expérimentales, voir l' Annexe A.3

tableau I.T1 : détermination des valeurs de départ des quatre paramètres

La valeur de départ de la phase ϕ est calculée à partir de quatre des M interférogrammes et de l'algorithme de Carré. La valeur ϕ_0 peut être obtenue avec un ou plusieurs jeux de quatre interférogrammes. En effet, on peut utiliser 4 images centrées ou bien une moyenne de deux valeurs obtenues avec deux jeux disposés symétriquement par rapport à l'image centrale. Lors du choix des images, il faut que les déphasages restent identiques. En fonction du nombre d'interférogrammes et de la valeur initiale du déphasage, on peut obtenir un déphasage des 4 images voisin de la valeur optimale ($\approx 1,8$ rad).

I.3) Conclusion

Pour la métrologie de surfaces à une précision nanométrique nous avons choisi un interféromètre de Fizeau à décalage de phase. Le déplacement longitudinal d'une des surfaces est réalisé par une cale piézo-électrique. L'égalité des déplacements par cale piézo-électrique devra être assurée à mieux que 1,1 nm. Les images seront acquises par saut de phase. Pour éviter les problèmes d'étalonnage des algorithmes, le principe de la formule de Carré est le plus adéquat. Pour diminuer la sensibilité au bruit, l'algorithme sera associé à une méthode des moindres carrés à au moins cinq interférogrammes. La détection est assurée par une caméra CCD dont les qualités permettront une grande souplesse d'utilisation.

CHAPITRE II

Sources de limitation de la précision

Introduction

Les choix initiaux étant déterminés, une étude des sources d'incertitude est nécessaire. On recense six éléments limitatifs : la source laser, la détection, l'élément qui crée le déphasage, le diffuseur mobile du système d'imagerie, les aberrations géométriques des composants optiques et la nature des interférences.

Dans ce chapitre, chacune de ces sources de limitation est étudiée. Nous en déduisons des conditions imposées ou des solutions logicielles pour rendre leur contribution très inférieure au nanomètre.

II.1) Source laser

II.1.1) Introduction

Avant les années soixante, au laboratoire, les seules sources utilisables pour l'interférométrie sont les lampes à décharges d'intensité faible et de cohérence limitée. Le développement des lasers apporte pour la première fois des sources très intenses avec une remarquable cohérence spatiale et temporelle. Leur utilisation a permis de repousser la plupart des limitations imposées par les sources classiques et ouvert un vaste champ d'applications nouvelles [18]. L'étude de la cohérence des sources est antérieure à l'apparition des lasers. P. H. Van Cittert, F. Zernicke, M. Born et E. Wolf [19,20,21] avaient défini la notion de cohérence et analysé les propriétés qui lui sont rattachées. A. Blanc-Lapierre *et al* [22,23] ont développé la théorie de la cohérence en se plaçant dans le cadre de la théorie des fonctions aléatoires. En interférométrie la cohérence de la source est un facteur essentiel. Avec les lasers à gaz et à semi-conducteur, on dispose maintenant d'un grand nombre de sources de cohérences différentes, les premiers présentant en général de plus grandes cohérences que les seconds [24]. Les diodes lasers ont un certain nombre d'avantages par rapport aux lasers à gaz classiques : petite taille, faible consommation électrique, possibilité de modulation à fréquences élevées. Leur couplage à des fibres optiques rend possible un grand nombre d'applications en métrologie optique ou en chimie. Pour l'interférométrie il existe réellement une dualité Laser/Diode Laser car si les premiers assurent puissance, stabilité et finesse de raies, les seconds, par leur petite taille, permettent de résoudre certains problèmes spécifiques. Dans ce paragraphe, nous étudions l'influence de la source laser. Nous montrons qu'une faible cohérence temporelle permet de réduire les interférences parasites. Nous évaluerons les performances de la source dont il faut disposer pour que l'interféromètre puisse donner les précisions recherchées.

II.1.2) Les avantages des lasers à faible cohérence

II.1.2.1) Cohérence temporelle de la source

La cohérence temporelle d'une source traduit l'aptitude d'un faisceau à interférer avec une partie de lui-même retardée mais sans décalage spatial. Considérons deux ondes, ξ_1 et ξ_2 , issues d'une source et présentant un retard τ créé par la présence d'une différence de marche δ

$$\xi_1 : a_1 \cdot u(t)$$

$$\xi_2 : a_2 \cdot u(t + \tau), \tau = \frac{\delta}{c}$$

L'intensité des interférences produites est $I_{12} = \langle |a_1 \cdot u(t) + a_2 \cdot u(t + \tau)|^2 \rangle$.

$$\text{Soit } I_{12} = a_1^2 \cdot \langle |u(t)|^2 \rangle + a_2^2 \cdot \langle |u(t + \tau)|^2 \rangle + a_1 a_2 \cdot \langle u(t) \cdot u^*(t + \tau) \rangle + a_1 a_2 \cdot \langle u^*(t) \cdot u(t + \tau) \rangle.$$

Françon *et al* [25] montrent que la fonction d'autocorrélation du signal $\langle u(t) \cdot u^*(t + \tau) \rangle$ est la fonction de cohérence mutuelle de l'onde optique :

$$\Gamma(\tau) = \langle u(t) \cdot u^*(t + \tau) \rangle$$

avec $\Gamma(0) = \langle |u(t)|^2 \rangle = I_0$. Le degré de cohérence complexe est égal à la fonction de cohérence mutuelle normalisée :

$$\gamma_c(\tau) = \frac{\Gamma(\tau)}{\Gamma(0)} \quad (\text{II.2.a})$$

L'intensité des deux ondes s'exprime en fonction de la partie réelle du degré de cohérence complexe qui peut être écrite sous la forme générale proposée par Goodman [26] : $\Re\{\gamma_c(\tau)\} = \gamma(\tau) \cdot \cos(\varphi)$. L'intensité est fonction de la cohérence des deux ondes.

$$I_{12} = (a_1^2 + a_2^2) \cdot I_0 \cdot \left[1 + 2 \cdot \frac{a_1 a_2}{a_1^2 + a_2^2} \cdot \gamma(\tau) \cdot \cos(\varphi) \right] \quad (\text{II.2.b})$$

φ est la phase modulo 2π qui correspond au retard τ entre les deux ondes. $\gamma(\tau)$ est le module du degré de cohérence complexe et sa variation avec τ est intimement liée au spectre en fréquence de la source.

II.1.2.2) Modélisation du spectre

On peut généralement décrire un spectre de source laser comme un ensemble de modes lorentziens [27] enveloppés par une courbe gaussienne. On note $\Delta\nu$ la largeur de raie et $\Delta\nu_0$ la largeur entre deux modes.

A l'aide de distributions, un spectre contenant n modes est écrit sous la forme :

$$S(\nu, n) = \frac{P}{2\pi \Delta \nu} \cdot \left[\frac{1}{1 + \frac{\nu^2}{\Delta \nu^2}} * \sum_k \delta(\nu - k \cdot \Delta \nu_0) \right] \cdot \exp\left(-\frac{\nu^2}{\sigma^2}\right) \quad (\text{II.2.c})$$

k varie de $\frac{1-n}{2}$ à $\frac{n-1}{2}$. P est la puissance de la source. Le symbole $*$ signifie convolution et σ^2 décrit la largeur de la courbe de gain.

II.1.2.3) Degré de cohérence

Le degré de cohérence d'une onde optique est égal au module de la transformée de Fourier normalisée du spectre en fréquence de la source [26],

$$\gamma(\tau, n) = \left| \frac{\tilde{S}(\tau, n)}{\tilde{S}(0, n)} \right| \quad (\text{II.2.d})$$

$\tilde{S}(\tau, n)$ est la transformée de Fourier de $S(\nu, n)$. En fonction de la différence de marche δ induite par le retard τ , on obtient pour le module :

$$\gamma(\delta, n) = \left| \frac{\sum_k \exp\left[-\pi \cdot \sigma^2 \cdot \left(\frac{\delta}{c} - \frac{k}{\Delta \nu_0}\right)^2\right]}{\sum_k \exp\left[-\pi \cdot \sigma^2 \cdot \left(\frac{k}{\Delta \nu_0}\right)^2\right]} \right| \cdot \exp\left(-\frac{2\pi \cdot \Delta \nu \cdot |\delta|}{c}\right) \quad (\text{II.2.e})$$

Si la source est monomode le degré de cohérence est $\gamma(\delta, 1) = \exp\left(-\frac{2\pi \cdot \Delta \nu \cdot |\delta|}{c}\right)$.

II.1.2.4) Traitement des réflexions parasites

II.1.2.4.1) Interférences en présence d'une onde parasite

Un interféromètre est un appareil complexe comportant un grand nombre de surfaces optiques susceptibles de produire des réflexions parasites. Ces réflexions peuvent introduire des erreurs de mesure. Considérons une onde parasite ξ_p due à une réflexion sur une surface.

Par rapport à l'onde utile ξ_1 elle est retardée de ϑ , $\vartheta = \frac{\delta_p}{c}$, δ_p étant une différence de marche entre l'onde parasite et ξ_1 . Son amplitude est notée a_p et on suppose que son vecteur d'onde est colinéaire à ceux de ξ_1 et ξ_2 . L'intensité qui résulte de la combinaison des trois ondes est

$$I_{12p} = \left\langle \left| a_1 \cdot u(t) + a_2 \cdot u(t + \tau) + a_p \cdot u(t + \vartheta) \right|^2 \right\rangle$$

Ce qui donne après développement

$$\begin{aligned} I_{12p} = & (a_1^2 + a_2^2 + a_p^2) \cdot I_0 + 2 \cdot a_1 a_2 \cdot I_0 \cdot \Re\{\gamma_c(\tau)\} \\ & + 2 \cdot a_1 a_p \cdot I_0 \cdot \Re\{\gamma_c(\vartheta)\} + 2 \cdot a_2 a_p \cdot I_0 \cdot \Re\{\gamma_c(\vartheta - \tau)\} \end{aligned}$$

Avec l'expression de la partie réelle du degré de cohérence complexe on a finalement

$$\begin{aligned} I_{12p} = & \left\{ (a_1^2 + a_2^2) + 2 \cdot a_1 a_2 \cdot \gamma(\tau, n) \cdot \cos(\varphi) \right\} \cdot I_0 \\ & + \left\{ a_p^2 + 2 \cdot a_1 a_p \cdot \gamma(\vartheta, n) \cdot \cos(\psi) + 2 \cdot a_2 a_p \cdot \gamma(\vartheta - \tau, n) \cdot \cos(\psi - \varphi) \right\} \cdot I_0 \end{aligned}$$

$\gamma(\vartheta - \tau, n)$ exprime la cohérence de l'onde parasite par rapport à l'onde référencée 2 et ψ est la phase, modulo 2π , de l'onde parasite par rapport à l'onde référencée 1.

II.1.2.4.2) Erreur sur la surface optique

En présence d'une réflexion parasite l'intensité enregistrée par la méthode du décalage de phase à quatre images ((I.e) et (I.f)) est

$$\begin{aligned} E_i = & \left\{ (a_1^2 + a_2^2) + 2 \cdot a_1 a_2 \cdot \gamma(\tau, n) \cdot \cos\left(\varphi + \left(i - \frac{5}{2}\right) \Delta\phi\right) \right\} \cdot I_0 \\ & + \left\{ a_p^2 + 2 \cdot a_1 a_p \cdot \gamma(\vartheta, n) \cdot \cos(\psi) \right\} \cdot I_0, \quad i = 1, 2, 3, 4 \\ & + \left\{ 2 \cdot a_2 a_p \cdot \gamma(\vartheta - \tau, n) \cdot \cos\left(\varphi + \left(i - \frac{5}{2}\right) \Delta\phi - \psi\right) \right\} \cdot I_0 \end{aligned}$$

Lors du calcul par l'algorithme de Carré les termes parasites constants $2 \cdot a_1 a_p \cdot \gamma(\vartheta, n) \cdot \cos(\psi) \cdot I_0$ et $a_p^2 \cdot I_0$ n'ont aucune influence. L'erreur n'est due qu'au terme $2 \cdot a_2 a_p \cdot \gamma(\vartheta - \tau, n) \cdot \cos(\varphi - \psi) \cdot I_0$ qui varie avec $\Delta\phi$ et φ .

Le calcul conduit à une phase erronée φ' :

$$\varphi' = \tan^{-1} \left(\frac{\sin(\varphi) + a_2 a_p \cdot \gamma(\vartheta - \tau, n) \cdot \sin(\psi)}{\cos(\varphi) + a_2 a_p \cdot \gamma(\vartheta - \tau, n) \cdot \cos(\psi)} \cdot f(\Delta\phi) \right) \quad (\text{II.2.f})$$

$$\text{avec } f(\Delta\phi) = \frac{\sqrt{\left[3 \sin\left(\frac{1}{2} \Delta\phi\right) - \sin\left(\frac{3}{2} \Delta\phi\right) \right] \cdot \left[\sin\left(\frac{1}{2} \Delta\phi\right) + \sin\left(\frac{3}{2} \Delta\phi\right) \right]}}{\cos\left(\frac{1}{2} \Delta\phi\right) - \cos\left(\frac{3}{2} \Delta\phi\right)}.$$

Les relations trigonométriques montrent que $f(\Delta\phi) = 1$. L'erreur sur la phase est $d\varphi = \varphi' - \varphi$.

Comme $\tan(d\varphi) = \frac{\tan(\varphi') - \tan(\varphi)}{1 + \tan(\varphi') \cdot \tan(\varphi)}$, on obtient finalement une expression de cette erreur :

$$d\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{a_2 a_p \cdot \gamma(\vartheta - \tau, n) \cdot \sin(\psi - \varphi)}{1 + a_2 a_p \cdot \gamma(\vartheta - \tau, n) \cdot \cos(\psi - \varphi)} \right) \quad (\text{II.2.g})$$

Cette relation est similaire à celle donnée par Schwider *et al* [28]. Pour éliminer l'erreur, ils proposent d'effectuer deux enregistrements de quatre images avec un décalage de phase de π entre les deux séries. Comme (II.2.g) est une fonction impaire, une moyenne des deux résultats réduit l'erreur. La correction n'est pas rigoureuse et il reste un résidu :

$$d\Delta\varphi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{(a_2 a_p \cdot \gamma(\vartheta - \tau, n))^2 \cdot \sin(2\psi - 2\varphi)}{(a_2 a_p \cdot \gamma(\vartheta - \tau, n))^2 \cdot \cos(2\psi - 2\varphi) - 1} \right)$$

Le déphasage supplémentaire doit être exact et il subsiste un problème d'étalonnage.

La valeur maximum de la relation (II.2.g) est

$$d\varphi = \tan^{-1}(a_2 a_p \cdot \gamma(\vartheta - \tau, n))$$

Les amplitudes des ondes ξ_1 , ξ_2 et ξ_p ne sont pas trop grandes. En effet, a_1 et a_2 sont généralement proches d'un coefficient de réflexion air-verre alors que l'onde parasite provient souvent de surfaces traitées antireflets. L'erreur crête à crête sur la phase mesurée est donc $\Delta\varphi \approx 2 \cdot a_2 a_p \cdot \gamma(\vartheta - \tau, n)$.

Sur la surface optique on a :

$$d\delta \approx \frac{\lambda}{2\pi} \cdot a_2 a_p \cdot \gamma(\vartheta - \tau, n) \quad (\text{II.2.h})$$

En fixant une influence maximum de $\frac{\lambda}{1000}$, on obtient une limite supérieure de l'amplitude de l'onde parasite

$$a_p \leq \frac{\pi}{500} \cdot \frac{1}{a_2 \cdot \gamma(\vartheta - \tau, n)}$$

La sensibilité aux ondes parasites peut donc être réduite en agissant sur la cohérence temporelle de la source. Toutefois, il est nécessaire d'étudier la configuration de l'optique de l'interféromètre.

II.1.2.4.3) Application à une source monomode

Considérons une source monomode de largeur de raie $\Delta\nu$. D'après (II.2.e), le degré de cohérence de la source est une fonction exponentielle décroissante :

$$\gamma(\delta, 1) = \exp\left(-\frac{2\pi \cdot \Delta\nu \cdot \delta}{c}\right)$$

La figure (II.1.1) compare le degré de cohérence d'une diode laser monomode de largeur de raie 25 MHz et d'un laser HeNe monomode de largeur de raie 150 kHz.

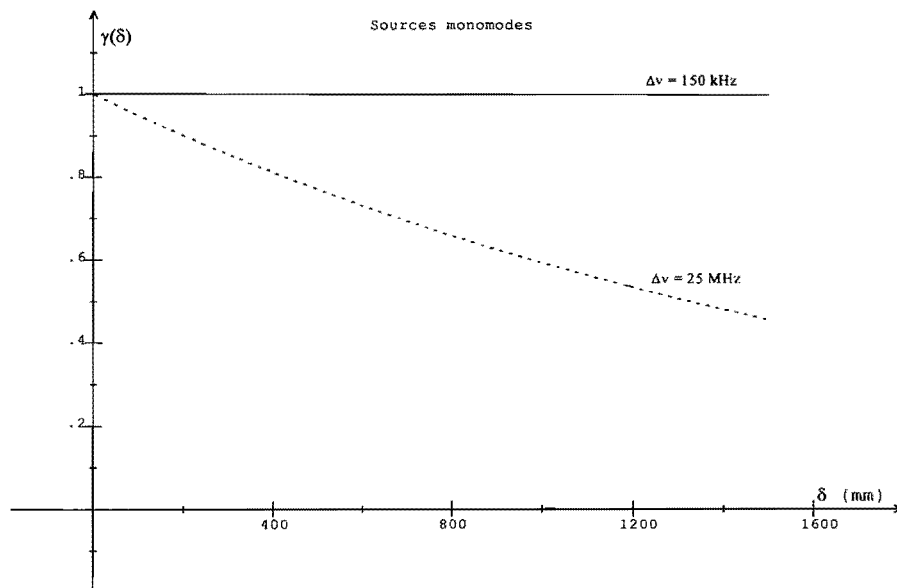


figure II.1.1 : degré de cohérence de sources monomodes, diode laser (pointillé) et laser HeNe (continue) en fonction de la différence de marche

La cohérence de la diode laser décroît rapidement avec la différence de marche qui sépare deux ondes. Par rapport au laser *HeNe*, et à partir de 1,2 m de distance, la diode laser apporte une atténuation d'un facteur 2 entre l'onde parasite et l'onde utile. Comme la réflexion se produit sur une face d'un composant optique de l'interféromètre le trajet est doublé et la distance minimum doit être de 600 mm.

II.1.2.5) Conclusion

L'erreur due à une onde parasite est proportionnelle au degré de cohérence de cette onde avec une des ondes utiles de la cavité interférométrique. Avec une source peu cohérente et une disposition adéquate des surfaces mesurées par rapport aux éléments optiques, il est possible de réduire le terme parasite à une valeur insignifiante. Les diodes lasers ont des largeurs de raie très supérieures à celle des lasers Hélium Néon et leur cohérence temporelle est plus faible. Si on utilise une diode laser et que l'on éloigne la cavité de l'ensemble des autres composants on peut réduire l'influence d'une onde parasite d'au moins un facteur 2. Par exemple si la diode a une largeur de raie de 25 MHz il suffit de placer la cavité à au moins 600 mm des autres éléments. Une source laser peu cohérente s'avère très utile pour supprimer les réflexions parasites dans l'interféromètre. Dans les interféromètres du commerce, les surfaces à contrôler et les optiques adaptatrices imposent des différences de marche entre référence et test supérieures aux différences de marche qu'il existe avec les surfaces qui génèrent les ondes parasites. Pour les contrôles de haute précision et pour utiliser au mieux les effets de la cohérence partielle des sources, il faut prévoir des optiques séparant la fonction convergence et la fonction surface de référence. La longueur de la cavité utile peut être réduite à quelques millimètres, ce qui est aussi favorable à la réduction des effets des turbulences atmosphériques.

II.1.3) Influence des instabilités de la source

II.1.3.1) Instabilité de l'intensité émise

II.1.3.1.1) Tolérances

L'intensité des interférences est proportionnelle à l'intensité émise par la source. La composition de deux ondes est de la forme $I = I_0 \cdot \{1 + m \cdot \cos(\varphi)\}$.

Pour chaque éclairage, la sensibilité de la phase, par rapport à des variations de l'intensité I_0 de la source, est donnée par

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial I_0}\right)_i = \frac{\partial \phi}{\partial E_i} \cdot \frac{\partial E_i}{\partial I_0} \quad (\text{II.2.i})$$

Les variations des éclairages par rapport à I_0 sont

$$\frac{\partial E_i}{\partial I_0} = 1 + m \cdot \cos\left(\phi + \left(i - \frac{5}{2}\right) \Delta \phi\right)$$

Pour les quatre interférogrammes, la sensibilité de la phase s'écrit, d'après (I.i) et (I.j) :

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial I_0}\right)_{1,4} = \mp \frac{\cos(\phi \pm \Delta \phi) \cdot \left[1 + m \cdot \cos\left(\phi \mp \frac{3}{2} \Delta \phi\right)\right]}{4 \cdot m \cdot I_0 \cdot \sin\left(\frac{\Delta \phi}{2}\right) \cdot \sin^2(\Delta \phi)} \quad (\text{II.2.j})$$

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial I_0}\right)_{2,3} = - \frac{\sin\left(\phi \mp \frac{\Delta \phi}{2}\right) \cdot \left[1 + m \cdot \cos\left(\phi \mp \frac{1}{2} \Delta \phi\right)\right]}{2 \cdot m \cdot I_0 \cdot \sin^2(\Delta \phi)} \quad (\text{II.2.k})$$

Dans l'interféromètre de Fizeau, lorsque les interférences sont produites entre deux surfaces de même nature, la modulation est voisine de -1. Considérons donc $m = -1$. La figure (II.I.2)

représente les valeurs maximums de $\left(\frac{\partial \phi}{\partial I_0}\right)_i$, au signe près, en fonction du décalage de phase.

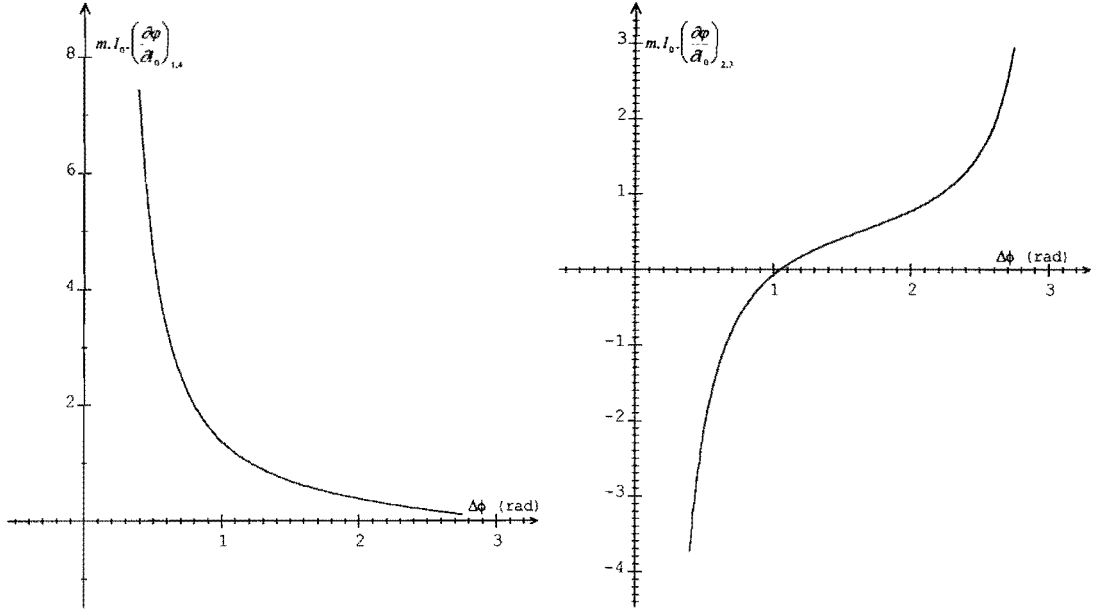


figure II.1.2 : sensibilités maximum de la phase à une variation de I_0

Si I_0 varie pour le $i^{\text{ème}}$ interférogamme, l'erreur induite sur la surface est

$$(d\delta)_i = \frac{\lambda}{4\pi} \cdot \left(\frac{\partial \varphi}{\partial I_0} \right)_i \cdot dI_0 \quad (\text{II.2.l})$$

Dans la zone de moindre sensibilité aux fluctuations d'éclairement, l'erreur est plus grande lorsque la variation affecte les interférogammes deux et trois et $\left(\frac{\partial \varphi}{\partial I_0} \right)_{2,3} \approx \frac{7}{10 \cdot m \cdot I_0}$. Une limite supérieure de l'erreur sur la surface est donc obtenue en valeur P-V par

$$d\delta \approx \frac{7 \cdot \lambda}{20 \cdot \pi \cdot m \cdot I_0} \cdot dI_0 \quad (\text{II.2.m})$$

Compte tenu de la contribution limite que nous avons fixée, on obtient une tolérance pour I_0 :

$$\frac{dI_0}{I_0} < \frac{m \cdot \pi}{350} \quad (\text{II.2.n})$$

La modulation étant voisine de 100%, nous obtenons $\frac{dI_0}{I_0} < 0,9\%$. La source doit être stable à mieux que $\pm 0,9\%$. La modulation influence la tolérance et il est préférable d'avoir $|m| \approx 100\%$.

II.1.3.1.2) Influence sur le calcul de la phase

Une fluctuation d'intensité sur un des interférogrammes se traduit, sur la surface, par un profil d'erreur sinusoïdal proportionnel aux sensibilités. Pour $\Delta\phi = 1,8 \text{ rad}$ et $m \approx -1$, les sensibilités

$m \cdot I_0 \cdot \left(\frac{\partial \phi}{\partial I_0} \right)_i$ sont représentées sur la figure (II.1.3) pour une phase variant de 0 à 2π .

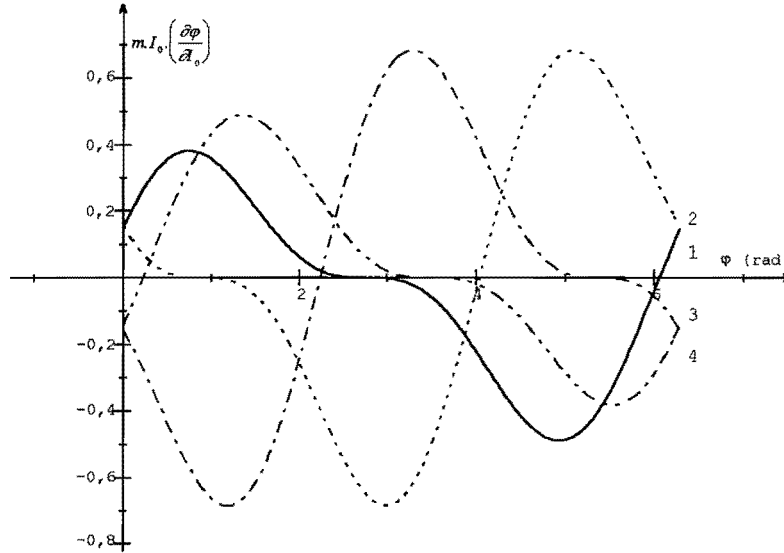


figure II.1.3 : sensibilité à la fluctuation de l'intensité de la source pour $\Delta\phi = 1,8 \text{ rad}$ et ϕ de 0 à 2π , $i = 1, 2, 3, 4$ correspond au numéro des interférogrammes

Le profil d'erreur a la même période que celle des franges. La figure (II.1.4) montre l'évolution de la valeur P-V du profil d'erreur pour dI_0 variant de - 2% à + 2% et pour un décalage de phase de 1,8 rad.

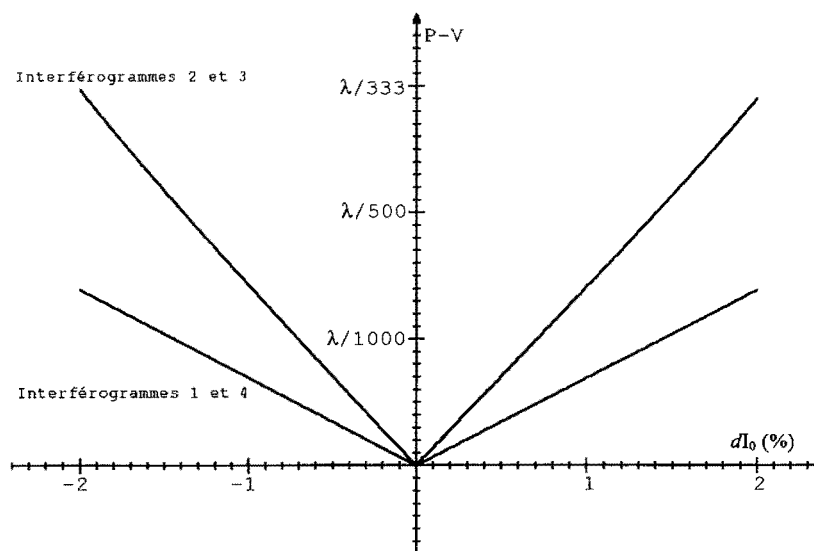


figure II.1.4 : P-V du profil d'erreur pour une variation de I_0 pour $\Delta\phi = 1,8 \text{ rad}$

La source est un paramètre critique car sa stabilité en intensité doit être à mieux que 1% pour ne pas détériorer la précision.

II.1.3.2) Instabilité modale

II.1.3.2.1) Fluctuation de modulation

La variation du nombre de modes introduit une variation du degré de cohérence (II.2.e) de la source et une variation de la modulation m des franges d'interférences. La sensibilité de la phase aux variations de la modulation pour les quatre positions est donnée par la relation

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial m}\right)_i = \frac{\partial\varphi}{\partial E_i} \cdot \frac{\partial E_i}{\partial m}$$

Avec $\frac{\partial E_i}{\partial m} = I_0 \cdot \cos\left(\varphi + \left(i - \frac{5}{2}\right)\Delta\phi\right)$, la sensibilité pour les positions est :

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial m}\right)_{1,4} = \mp \frac{1}{4 \cdot m} \cdot \frac{\cos(\varphi \pm \Delta\phi) \cdot \cos\left(\varphi \mp \frac{3}{2}\Delta\phi\right)}{\sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \cdot \sin^2(\Delta\phi)} \quad (\text{II.2.o})$$

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial m}\right)_{2,3} = -\frac{1}{4 \cdot m} \cdot \frac{\sin(2 \cdot \varphi \mp \Delta\phi)}{\sin^2(\Delta\phi)} \quad (\text{II.2.p})$$

Les valeurs maximums de $m \cdot \left(\frac{\partial\varphi}{\partial m}\right)_i$ sont représentées sur la figure (II.1.5) en fonction de $\Delta\phi$ et au signe près.

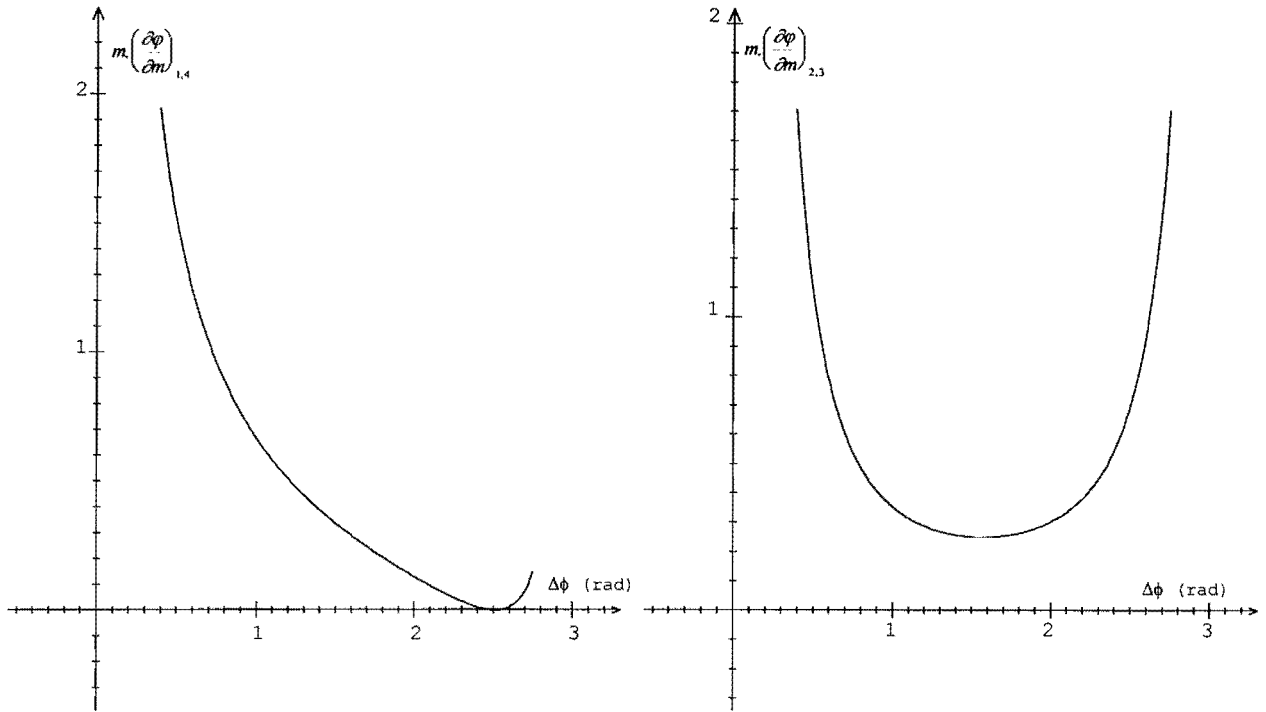


figure II.1.5 : sensibilités maximums à une variation de la modulation sur un des enregistrements

La valeur P-V de l'erreur sur la surface optique due à une variation de modulation sur un des interférogrammes est $d\delta = \frac{\lambda}{2\pi} \left(\frac{\partial \phi}{\partial m} \right) dm$. Dans la zone de sensibilité réduite, la valeur

maximum est donnée par $\left(\frac{\partial \phi}{\partial m} \right)_{2,3}$ et on a $\left(\frac{\partial \phi}{\partial m} \right) \approx \frac{3}{10m}$. Pour que $d\delta < \frac{\lambda}{1000}$, il est

nécessaire que

$$\frac{dm}{m} < \frac{\pi}{150} \quad (\text{II.2.q})$$

Soit une variation de modulation des interférences inférieure à $\pm 2\%$.

II.1.3.2.2) Influence des sauts de modes

Les sauts de modes se traduisent par un changement dans la répartition des fréquences du spectre (II.2.c). La cohérence de la source s'en trouve modifiée et la variation du degré de cohérence (II.2.e) entraîne une variation de la modulation des interférences. On considère une source monomode instable. Les figures (II.1.6) et (II.1.7) montrent l'évolution de la variation de modulation en fonction de l'épaisseur de la cavité interférométrique pour deux types de sources lasers.

Pour les deux courbes $\frac{dm}{m}$ est représenté pour des sauts de modes depuis la source monomode jusqu'à l'apparition d'au maximum cinq modes. En (II.2.6) on a considéré un laser *HeNe* de largeur de raie $\Delta\nu = 150$ kHz et d'intervalle entre les modes $\Delta\nu_0 = 500$ MHz et en (II.2.7) une diode laser telle que $\Delta\nu = 25$ MHz et $\Delta\nu_0 = 300$ GHz.

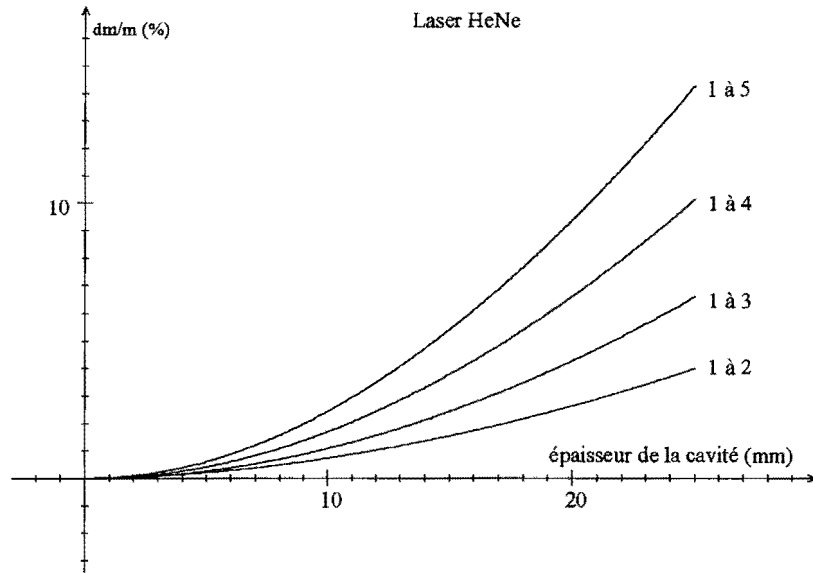


figure II.1.6 : variation de modulation due à des sauts de modes (laser HeNe)

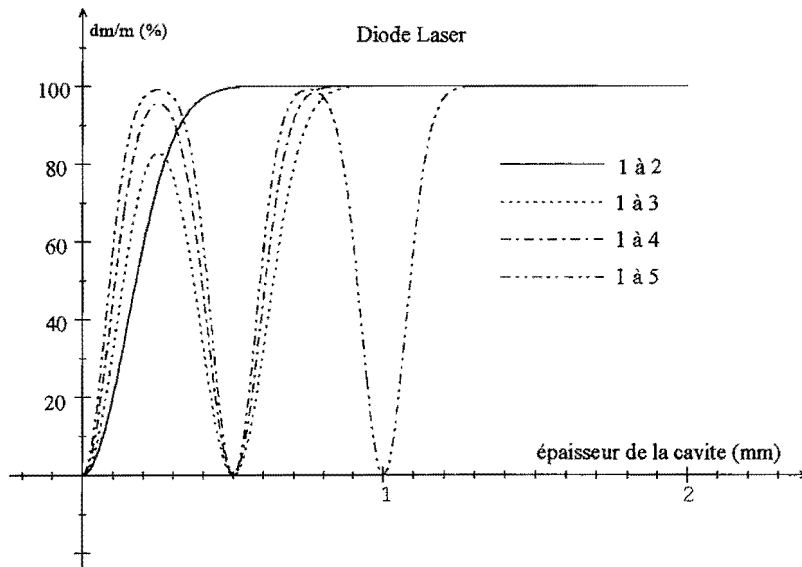


figure II.1.7 : variation de modulation due à des sauts de modes (diode laser)

La diode laser possède une largeur de raie et un *entre mode* beaucoup plus grands que le laser *HeNe*; la variation de modulation induite par l'apparition de modes est d'autant plus importante.

Au delà de 1,5 mm de longueur de cavité interférométrique, $\frac{dm}{m} = 100\%$ quel que soit le nombre de modes apparus. Il est impératif de stabiliser la source, surtout si c'est une diode laser. Lors de l'utilisation d'un laser *HeNe* non stabilisé il faudra éviter les cavités supérieures à 10 mm pour rester dans les tolérances fixées.

II.1.3.2.3) Effets sur la phase

Le profil d'erreur est sinusoïdal et proportionnel à $m \left(\frac{\partial \phi}{\partial m} \right)_i$. Pour $\Delta\phi = 1,8$ rad les sensibilités sont représentées sur la figure (II.1.8) pour une phase variant de 0 à 2π .

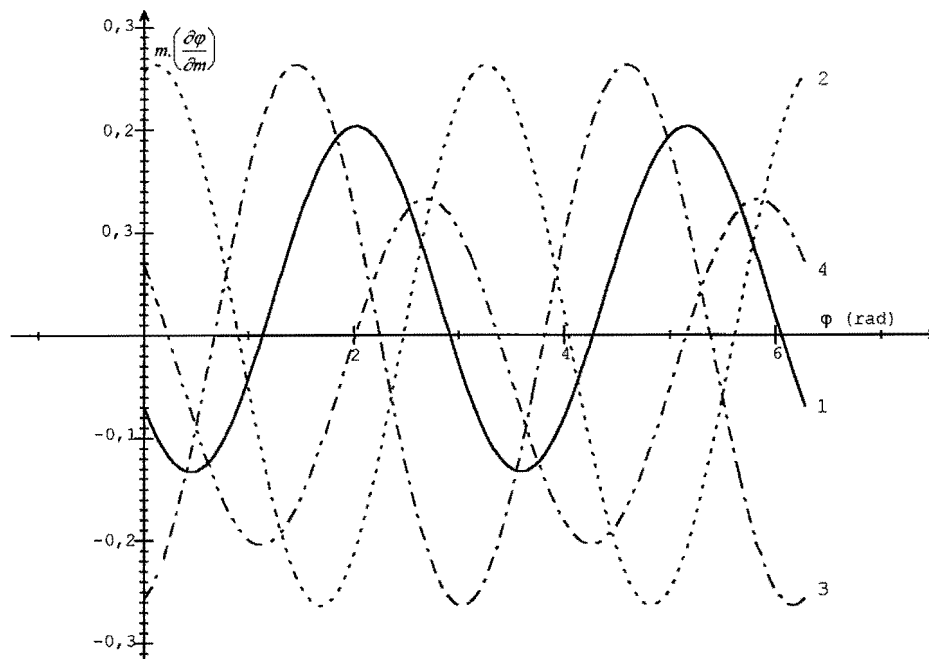


figure II.1.8 : sensibilités à la fluctuation de modulation pour $\Delta\phi = 1,8$ rad, $i = 1, 2, 3, 4$ correspond aux interférogrammes

Les profils d'erreur ont une fréquence double de celle des franges. Pour une variation de modulation de $\pm 4\%$ la figure (II.1.9) montre les valeurs crête à crête des profils d'erreur.

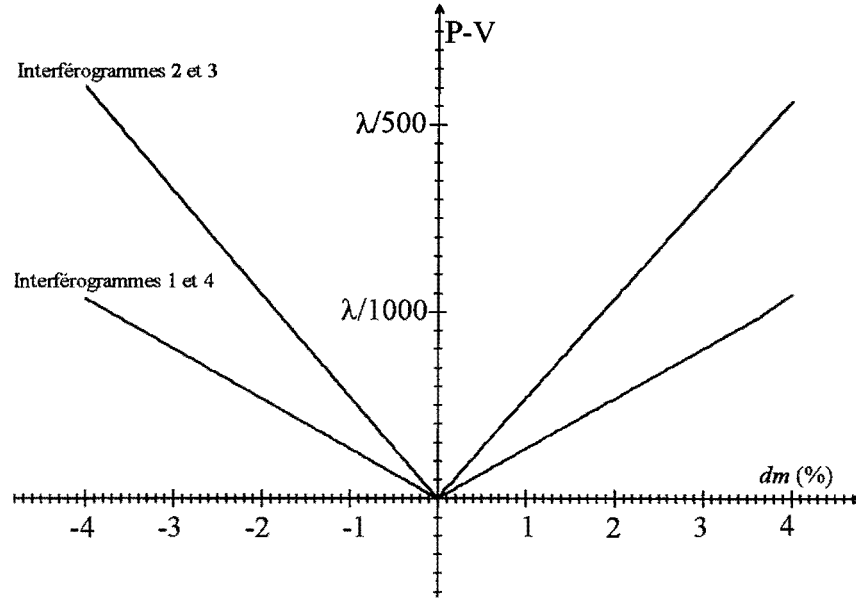


figure II.1.9 : valeur P-V de l'erreur due à une variation de modulation sur une des quatre images pour $\Delta\phi = 1,8 \text{ rad}$

La stabilité modale de la source doit être très bien maîtrisée. Cependant, les variations de modes sont un phénomène lent, en général. Pendant l'enregistrement des quatre interférogrammes, la source n'a pas le temps de s'établir sur d'autres modes.

II.1.3.3) Instabilité en fréquence

II.1.3.3.1) Variation de phase

Supposons que la source laser soit monomode mais pas complètement stabilisée de sorte que la fréquence centrale de ce mode fluctue d'un enregistrement à un autre. Le déplacement en fréquence $d\nu$ crée un décalage en longueur d'onde $d\lambda$ et la phase est légèrement différente de sa valeur initiale. Pour une diminution $d\nu$ de la fréquence centrale on a

$$\varphi_{jit} = \varphi \left(1 + \frac{d\lambda}{\lambda} \right) \quad (\text{II.2.r})$$

La variation de phase induite par ce décalage est fonction de la phase initiale et de la longueur d'onde de la source.

II.1.3.3.2) Influence sur la précision du calcul

Un déplacement en fréquence sur l'interférogramme i est équivalent à une variation du décalage de phase $\Delta\phi$. L'intensité enregistrée est

$$E_i = I_0 \cdot \left\{ 1 + m \cdot \cos \left(\varphi + \left(i - \frac{5}{2} \right) \Delta\phi + \frac{d\lambda}{\lambda} \varphi \right) \right\}$$

La variation de décalage de phase induite est $d\Delta\phi = \frac{d\lambda}{\lambda} \phi$.

Au paragraphe **I.2.3.2.2** nous avons évalué la tolérance sur le décalage de phase longitudinal et nous avons montré qu'il faut $dz < \frac{\lambda}{600}$ (I.o). La variation dz introduite par le décalage en longueur d'onde s'écrit en fonction de l'épaisseur e de la cavité, $dz = \frac{d\lambda}{\lambda} \cdot e$. En conséquence la variation de longueur d'onde doit être telle que

$$d\lambda < \frac{1}{600} \frac{\lambda^2}{e} \quad (\text{II.2.s})$$

La sensibilité augmente avec l'épaisseur de la cavité et il est préférable de travailler avec des cavités courtes. La variation en fréquence de la source doit être inférieure à $\frac{1}{600} \frac{c}{e}$ et si on considère une épaisseur de 10 mm, l'application numérique donne $d\nu < 50 \text{ MHz}$.

II.1.4) Conclusion

En interférométrie de haute précision, la source laser est un paramètre très critique. Sa stabilité en intensité doit être meilleure que $\pm 1\%$. La variation de modulation tolérable sur un interférogramme est de $\pm 2\%$. Il est impératif que le spectre de fréquences soit stabilisé sous peine d'engendrer des variations de la modulation au cours de l'enregistrement des interférogrammes. Si la source ne peut pas être stabilisée, l'effet sur la sensibilité du calcul de la phase des interférences sera réduit par une cavité très courte. L'utilisation d'une diode laser, à faible cohérence, a l'avantage de réduire l'influence des éventuelles ondes parasites provenant des autres surfaces de l'interféromètre, à condition d'optimiser la disposition des éléments optiques.

II.2) Détection

II.2.1) Introduction

Dans le plan des interférences, le détecteur *CCD* est le capteur électronique le mieux adapté : la matrice de détection fournit une grille de points précise et le temps d'intégration peut être facilement contrôlé. En un point du plan image, l'intensité est intégrée par les pixels et stockée en photocharges. Sa valeur est donnée sous forme analogique. Pour la formation des images, différents paramètres sont à connaître : fonction de transfert de modulation (*FTM*) et échantillonnage, vitesse de lecture en sortie, réponse spectrale, dynamique, bruit du capteur défini par son courant d'obscurité, bruit d'amplification, bruits stationnaires et variations du gain. La fonction de transfert de modulation est théoriquement définie par la taille et la forme des pixels. En pratique elle est dégradée par l'inefficacité de transfert des charges et la diffusion latérale quand les photocharges diffusent sur des pixels adjacents avant d'être collectées; elle est fonction de la profondeur de pénétration des photons dans le substrat et la *FTM* est donc plus dégradée aux grandes longueurs d'ondes. Pour les applications dans le domaine visible, on place un filtre absorbant infrarouge pour couper les basses énergies et augmenter la *FTM*. En interférométrie monochromatique le filtre n'est pas nécessaire. Plusieurs sources de bruit sont présentes dans les *CCD*. La dynamique d'un détecteur est généralement définie comme le rapport de la valeur maximum du signal et de la valeur rms du bruit. La dynamique est très importante pour notre application puisqu'elle détermine le meilleur rapport signal à bruit que l'on peut atteindre. Les biais stationnaires sont constants pour toutes les illuminations. Les algorithmes classiques de décalage de phase utilisent des soustractions d'images point par point et la méthode des moindres carrés combinée à l'algorithme de Carré détermine les biais. Les biais stationnaires seront systématiquement supprimés.

Les variations de gain pixel à pixel sont dues aux tolérances de fabrication. Une légère différence de taille d'un photosite à un autre implique une légère différence de gain. Ces variations n'ont aucune influence puisque les données sont traitées pixel par pixel. Lorsque l'on éclaire en lumière cohérente, des interférences peuvent se produire aux électrodes de polysilicium qui couvrent les photosites, sur certains systèmes.

On peut aussi rencontrer des effets de speckle. S'ils posent problème, il est possible de former au préalable l'image sur un diffuseur mobile qui créera un éclairage incohérent sur le détecteur.

Le déplacement du diffuseur cause un speckle aléatoire dépendant du temps dont la fluctuation sera réduite par l'intégration spatiale et temporelle du détecteur. La vitesse de lecture de la CCD est un facteur d'influence. Une lecture rapide est souhaitable pour que l'acquisition des images (quatre pour la méthode de Carré) soit brève afin de réduire les effets des vibrations ou des turbulences basses fréquences (voir **I.2.2**). Cependant une lecture trop rapide peut causer un transfert de charges incomplet et requiert une électronique à large bande passante qui augmente le bruit. Une bonne valeur du temps d'intégration du système doit permettre la production d'un nombre suffisant de charges pour obtenir un bon rapport signal à bruit. Les matrices en silicium sont commodes et leur performance sont excellentes dans la bande 500 – 900 nm. Ces capteurs sont idéaux pour l'interférométrie et le proche infrarouge.

Les mesures des différents paramètres ont fait l'objet de plusieurs articles [29-36]. Dans les mesures de bruit de R. A. Boie et I. J. Cox [37], les fluctuations dues au signal (bruit en loi de Poisson) sont prises en compte. Leach *et al* [38] constatent des variations de sensibilité de 5% rms sur une matrice utilisée à 670 nm et ils établissent une correction à 0,02% à l'aide d'enregistrements de ciels uniformes réels ou de laboratoire. F. K. Hopkins et J. T. Boyd [39] évaluent la linéarité d'un senseur CCD en mesurant le signal de sortie en fonction du flux de photons et en fonction du temps d'exposition.

Pour notre application il est nécessaire de connaître le bruit d'acquisition de la caméra et sa linéarité. Le bruit peut être réduit par des moyennes tandis que la non linéarité produit des erreurs systématiques. L'étude théorique de chaque élément du détecteur susceptible d'introduire du bruit peut s'avérer longue et fastidieuse; une mesure est donc préférable. Le détecteur CCD de l'interféromètre est une caméra *EEV P47580 Super Photon*. La matrice contient 512×512 pixels carrés de $15 \mu m$ de coté. Les images sont numérisées sur 8 bits. Dans ce paragraphe, nous évaluons expérimentalement le bruit et la linéarité de la caméra.

II.2.2) Bruit de détection

II.2.2.1) Numérisation

II.2.2.1.1) Rappel

Le choix du convertisseur A-N dépend de la résolution requise (nombre de bits) et de la vitesse à laquelle les données numériques doivent être acquises.

Pour un nombre de bits nb , le signal est numérisé sur 2^{nb} niveaux. La numérisation introduit un bruit dont l'erreur crête à crête est égale à un niveau. Si ε est le bruit dû à la numérisation nous avons $-\frac{1}{2} \leq \varepsilon \leq \frac{1}{2}$ et la densité de probabilité de ce bruit est uniforme

$$\begin{cases} p_\varepsilon = 1, \varepsilon \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \\ p_\varepsilon = 0, \text{ sinon} \end{cases} \quad (\text{II.2.a})$$

La variance du bruit de numérisation est donnée par l'intégrale $\sigma_\varepsilon^2 = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \varepsilon^2 d\varepsilon$, on a

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{1}{12} \quad (\text{II.2.b})$$

II.2.2.1.2) Influence du nombre de bits

Le bruit de numérisation peut détériorer la précision si l'échantillonnage n'est pas suffisant, c'est à dire si le nombre de bits n'est pas assez élevé. Considérons la relation (I.k) du paragraphe I.2.3.2.1 :

$$(d\delta)^2 = \left(\frac{\lambda}{4\pi}\right)^2 \cdot \sum_i \left(\frac{\partial\varphi}{\partial E_i}\right)^2 \cdot (dE_i)^2$$

$(d\delta)^2$ étant la variance de l'erreur induite par la fluctuation d'éclairement dE_i . Pour un décalage de phase voisin de 1,8 rad, nous avons vu que $\left(\frac{\partial\varphi}{\partial E}\right)_1 = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial E}\right)_4 \approx \frac{3}{10 \cdot m \cdot I_0}$ et $\left(\frac{\partial\varphi}{\partial E}\right)_2 = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial E}\right)_3 \approx \frac{6}{10 \cdot m \cdot I_0}$. Supposons que le signal soit numérisé sur une fraction Dy de la dynamique. La variation dE_i est indépendante de l'enregistrement et

$$dE = \frac{1}{\sqrt{12}} \cdot \frac{(1+m) \cdot I_0}{Dy \cdot 2^{nb}} \quad (\text{II.2.c})$$

D'après (I.k) et (II.2.c) l'écart type de l'erreur induite par la numérisation sur la mesure de la surface optique est

$$d\delta \approx \frac{\lambda}{4\pi} \cdot \sqrt{\frac{0,9}{12}} \cdot \frac{(1+m)}{m} \cdot \frac{1}{Dy \cdot 2^{nb}} \quad (\text{II.2.d})$$

Pour que la valeur rms de cette erreur soit inférieure à $\frac{\lambda}{6000}$, il est nécessaire que le nombre de niveaux soit tel que

$$2^{nb} > \frac{1500}{\pi \cdot Dy} \cdot \sqrt{\frac{0,9}{12}} \quad (\text{II.2.e})$$

Ce qui donne $nb > 7,03$ bits soit $nb \geq 8$ bits. Le nombre de bits minimum dépend de la modulation des franges. Pour une modulation de 100%, et à condition d'utiliser toute la dynamique, les données doivent être numérisées sur au moins 8 bits. Sur la figure (II.2.1) sont représentées les valeurs P-V et rms des erreurs dues au bruit de numérisation en fonction du nombre de bits de numérisation pour $\Delta\phi = 1,8$ rad.

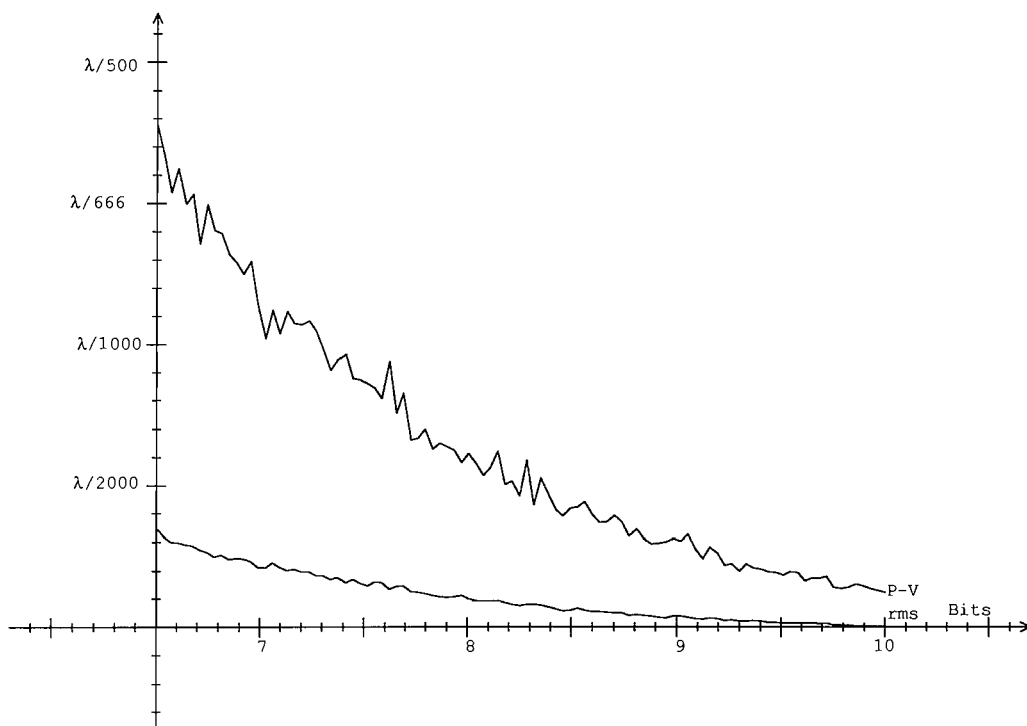


figure II.2.1 : influence de la numérisation pour $\Delta\phi = 1,8$ rad

L'idéal serait de disposer d'une numérisation sur au moins 10 bits.

II.2.2.2) Mesure du facteur de bruit

II.2.2.2.1) Description de la méthode

Nous n'avons pas trouvé dans la littérature une méthode de mesure de bruit, sinon les approches théoriques. Nous avons utilisé une méthode développée dans le laboratoire pour déterminer le bruit du capteur CCD. Nous déterminons le facteur de bruit (valeur rms) et sa densité spectrale.

Considérons une source dont on peut faire varier le flux sans modifier significativement son indicatrice. Cette source éclaire la CCD. Pour un temps d'intégration donné de la caméra, on enregistre plusieurs images à différents éclairagements. En supposant que le régime de fonctionnement est linéaire (aucun pixel saturé ou proche de son seuil), ces éclairagements engendrent des réponses proportionnelles. En chaque pixel (i, j) et pour chaque éclairagement k le signal N_{ijk} s'écrit comme la somme d'une réponse et d'un terme de bruit

$$N_{ijk} = F_k \cdot E_{ij} + b_{ijk} + \varepsilon_{ijk} \quad (\text{II.2.f})$$

E_{ij} est la réponse d'un pixel à l'excitation lumineuse. Les variations de flux, sans variation spatiale, impliquent une proportionnalité F_k entre les différentes réponses. ε_{ijk} est le bruit de numérisation (II.2.a) et (II.2.b), et b_{ijk} le bruit d'acquisition. Les coefficients F_k s'expriment en fonction des différentes mesures. En effet, considérons la moyenne N_k des N_{ijk} par rapport à ij , k étant constant

$$N_k = \frac{1}{IJ} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J N_{ijk} = F_k \cdot \bar{E} + \langle b_{ijk} \rangle_{ij} + \langle \varepsilon_{ijk} \rangle_{ij}$$

On suppose les b_{ijk} et ε_{ijk} faibles et de valeur moyenne nulle. On introduit un facteur de normalisation sur la moyenne des E_{ij} de sorte que $\bar{E} = 1$. Dans ces conditions $N_k \approx F_k \cdot \bar{E}$. On obtient la valeur des F_k :

$$F_k \approx \frac{N_k}{\bar{E}} \approx N_k$$

Comme $N_{ijk} = N_k \cdot E_{ij} + b_{ijk} + \varepsilon_{ijk}$, le calcul de la moyenne N_{ij} des N_{ijk} par rapport à k , ij étant constant, donne E_{ij} :

$$N_{ij} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K N_{ijk} = N \cdot E_{ij} + \langle b_{ijk} \rangle_k + \langle \varepsilon_{ijk} \rangle_k$$

avec $N = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K N_k = \frac{1}{IJK} \sum_{ijk} N_{ijk}$ et les b_{ijk} et ε_{ijk} faibles et de valeur moyenne nulle, on a

$N_{ij} \approx N \cdot E_{ij}$ et en conséquence

$$E_{ij} \approx \frac{N_{ij}}{N}$$

Finalement les valeurs mesurées N_{ijk} s'écrivent

$$N_{ijk} = \frac{N_k \cdot N_{ij}}{N} + b_{ijk} + \varepsilon_{ijk} \quad (\text{II.2.g})$$

On note $dN_{ijk} = b_{ijk} + \varepsilon_{ijk}$ le bruit global pour chaque pixel.

On a $dN_{ijk} = N_{ijk} - \frac{N_k \cdot N_{ij}}{N}$. La connaissance des dN_{ijk} donne la densité de probabilité du bruit

global et on en déduit sa variance $\sigma_{dN_{ijk}}^2 = \sigma_{b_{ijk}}^2 + \sigma_{\varepsilon_{ijk}}^2$. Il vient :

$$\sigma_{b_{ijk}}^2 = \sigma_{dN_{ijk}}^2 - \frac{1}{12} \quad (\text{II.2.h})$$

Le bruit d'acquisition et le bruit de numérisation sont supposés indépendants, la densité de probabilité de leur somme est la convolution des densités :

$$p_{dN_{ijk}} = p_{b_{ijk}} * p_{\varepsilon_{ijk}} \quad (\text{II.2.i})$$

La densité de probabilité du bruit d'acquisition est obtenue par déconvolution, $p_{\varepsilon_{ijk}}$ étant décrit par (II.2.a).

II.2.2.2.2) Montage expérimental

La mesure du bruit de la caméra est effectuée au moyen du montage expérimental décrit par la figure (II.2.2).

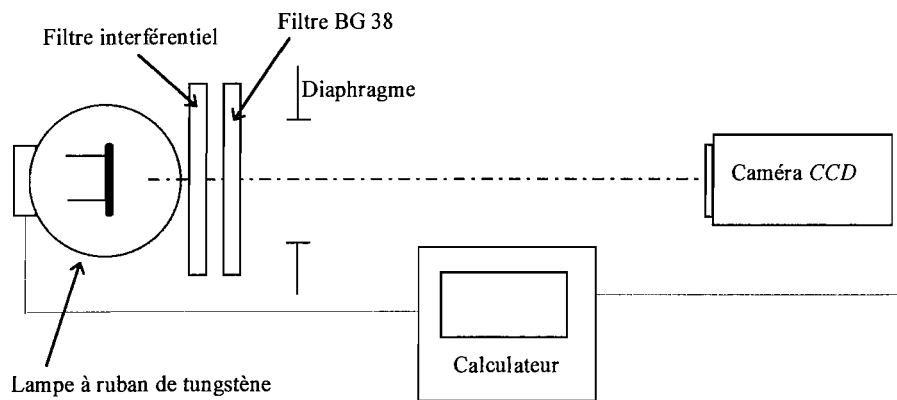


figure II.2.2 : montage expérimental pour la mesure du bruit de la caméra

Le filtre interférentiel sélectionne la bonne longueur d'onde, $\lambda = 632,8 \text{ nm}$, pour l'utilisation sur l'interféromètre.

Comme la caméra est très sensible au rayonnement infrarouge, le filtre *BG38* supprime le second pic infrarouge du premier filtre. Un diaphragme permet de limiter le champ d'éclairage.

Le montage est isolé de toute source de lumière parasite qui pourrait polluer les mesures. Le calculateur gère les acquisitions de la caméra et l'alimentation électrique de la lampe. On modifie la tension d'alimentation pour faire varier l'éclairement sur la matrice *CCD*. L'éclairement varie autour d'une valeur centrale qui peut explorer la dynamique de la caméra. Le détecteur fonctionne ainsi en régime linéaire (c'est une des hypothèses de la méthode).

II.2.2.3) Résultats

Les mesures sont réalisées sur un pavé de 64×64 pixels situés au centre de la matrice. Pour les résultats donnés ci après, on enregistre 60 images dont le niveau varie de 204 à 248 pour un niveau moyen de 221. Le temps de pose est fixé à 300 ms. La figure (II.2.3) montre les histogrammes du bruit mesuré. A gauche est représenté l'histogramme du bruit total et à droite celui du bruit d'acquisition après déconvolution par le bruit de numérisation.

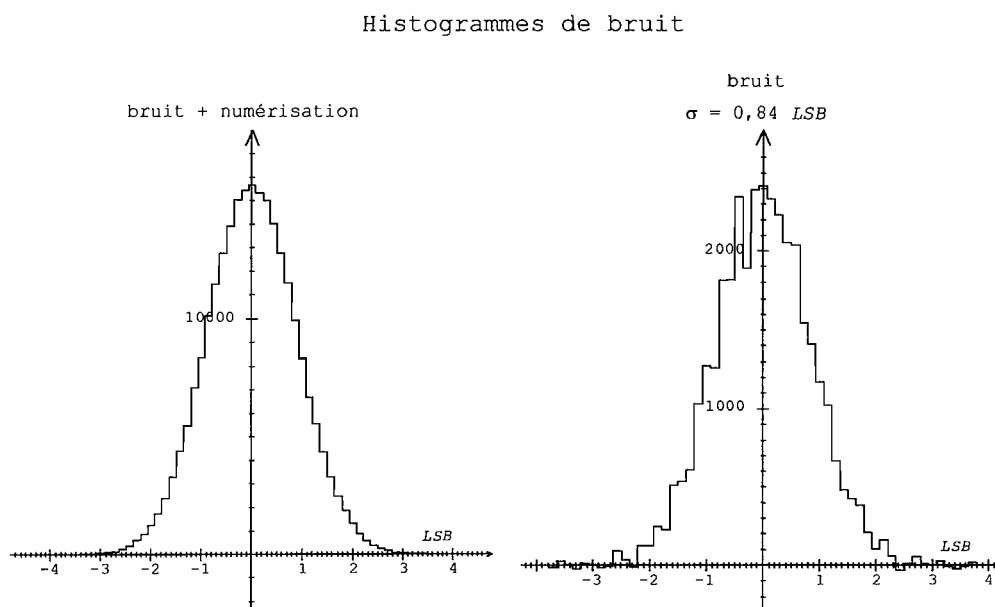


figure II.2.3 : bruit de la caméra mesuré pour un temps d'intégration de 300 ms

Pour un temps d'intégration de 300 ms, le bruit d'acquisition a un écart type estimé à $0,84 \text{ LSB}$.

II.2.3) Non linéarité

II.2.3.1) Influence sur le calcul de la phase

Une réponse non linéaire du détecteur introduit des erreurs sur la phase qui peuvent être notables. Certains détecteurs *CCD* lisent les lignes paires et impaires à l'aide de registres différents et si les gains des deux registres sont inégaux et non linéaires, il apparaît des erreurs qui doivent être supprimées.

Les non linéarités sont également souvent dues au convertisseur. Quand le détecteur ou les composants analogiques sont non linéaires, l'intensité mesurée peut être écrite en fonction des coefficients non linéaires et de l'éclairement incident :

$$E'_i = E_i + a_2 \cdot E_i^2 + a_3 \cdot E_i^3 + a_4 \cdot E_i^4 + \dots + a_n \cdot E_i^n \quad (\text{II.2.j})$$

Avec (I.e), les termes non linéaires sont

$$\sum_{k=2}^n a_k \cdot E_i^k = \sum_{k=2}^n a_k \cdot I_0^k \cdot \left\{ 1 + m \cdot \cos \left(\varphi + \left(i - \frac{5}{2} \right) \Delta \phi \right) \right\}^k \quad (\text{II.2.k})$$

Pour une non linéarité faible, l'erreur sur la surface est donnée par $d\delta = \frac{\lambda}{4\pi} \cdot \sum_i \left(\frac{\partial \varphi}{\partial E_i} \right) \cdot dE_i$.

Elle est proportionnelle aux coefficients a_k .

Pour fixer les ordres de grandeurs, prenons par exemple pour une non linéarité d'ordre 2. Les termes dont l'influence est significative sont

$$dE_i = a_2 \cdot I_0^2 \cdot \left(1 + \frac{m^2}{2} \right) + 2 \cdot a_2 \cdot m \cdot I_0 \cdot \cos \left(\varphi + \left(i - \frac{5}{2} \right) \Delta \phi \right) + \frac{1}{2} a_2 \cdot m^2 \cdot I_0^2 \cos(2\varphi + (2i - 5)\Delta \phi)$$

On a

$$\begin{aligned} d\delta = & \frac{\lambda}{4\pi} \cdot a_2 \cdot I_0^2 \cdot \left(1 + \frac{m^2}{2} \right) \cdot \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial E_i} \right) + \frac{\lambda}{2\pi} \cdot a_2 \cdot m \cdot I_0 \cdot \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial E_i} \right) \cos \left(\varphi + \left(i - \frac{5}{2} \right) \Delta \phi \right) \\ & + \frac{\lambda}{8\pi} \cdot a_2 \cdot m^2 \cdot I_0^2 \cdot \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial E_i} \right) \cos(2\varphi + (2i - 5)\Delta \phi) \end{aligned}$$

Compte tenu des expressions analytiques (I.i) et (I.j), cette relation montre qu'une non linéarité d'ordre 2 se traduit par un profil d'erreur dont la fréquence est triple par rapport à celle de la phase originale.

Par exemple, la figure (II.2.4) montre le profil d'erreur obtenu pour une non linéarité d'ordre 2 de coefficient $a_2 = 0,01\%$ et si $\Delta\phi = 1,8 \text{ rad}$. L'erreur a une valeur P-V de $\frac{\lambda}{1100}$ et un rms de $\frac{\lambda}{3330}$.

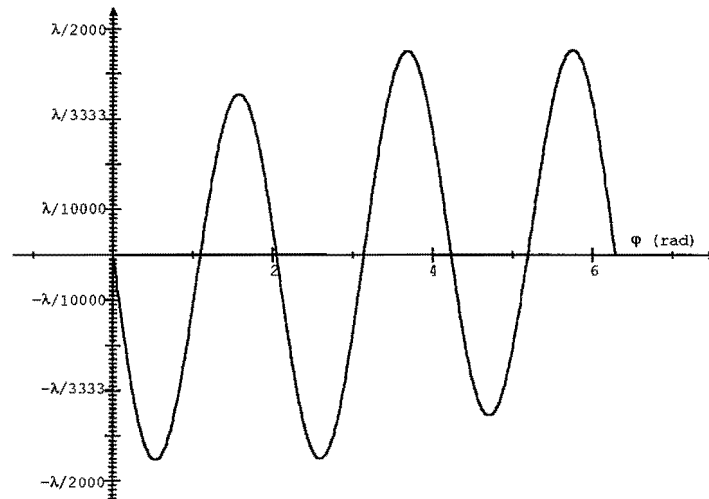


figure II.2.4 : profil d'erreur pour une non linéarité d'ordre 2, $a_2 = 0,01\%$ et $\Delta\phi = 1,8 \text{ rad}$

Pour un coefficient a_2 faible ($< 0,1\%$), la valeur P-V du profil d'erreur varie linéairement avec a_2 . Ce n'est plus vrai lorsque la non linéarité devient très importante (fig. (II.2.5)).

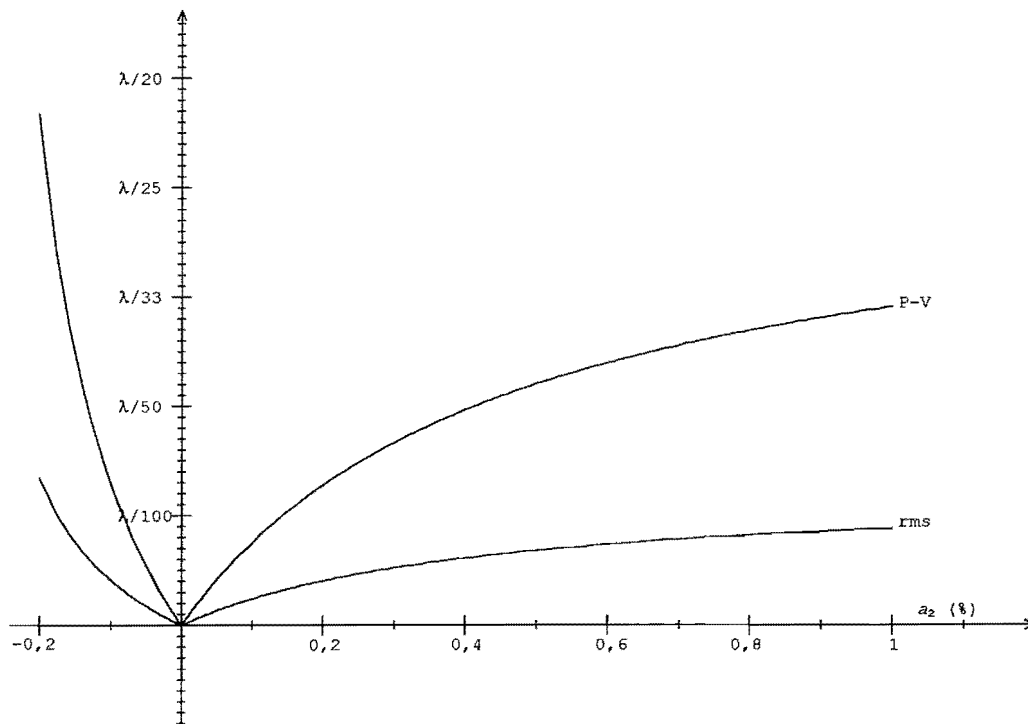


figure II.2.5 : P-V et rms du profil d'erreur dû à une non linéarité d'ordre 2 et $\Delta\phi = 1,8 \text{ rad}$

Une non linéarité du détecteur peut introduire des erreurs dont l'amplitude dépasse largement le seuil de tolérance que nous avons fixé. Il n'y a pas de solution algorithmique simple pour éliminer systématiquement ce type d'erreur. La solution la plus logique est de mesurer la non linéarité d'ensemble de la chaîne de détection et d'établir une table corrective que l'on applique à tous les enregistrements.

II.2.3.2) Mesure de la non-linéarité

II.2.3.2.1) Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental retenu pour la mesure de la non linéarité est similaire à celui de la figure (II.2.2). On a simplement ajouté deux photodiodes linéaires qui servent de référence (fig. (II.2.6)).

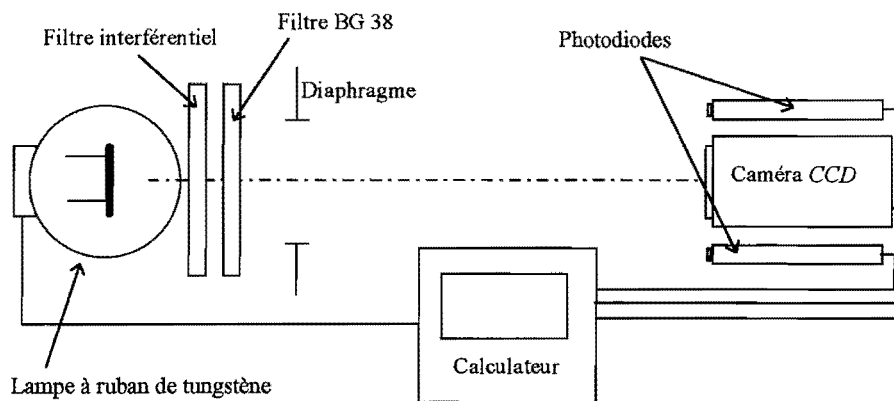


figure II.2.6 : montage expérimental pour la mesure de la non linéarité de la caméra

Afin d'éliminer les problèmes de dépolarisation de la source les cellules sont éclairées directement par le faisceau incident et non à travers une lame semi réfléchissante. Elles sont positionnées dans le plan de la caméra. La linéarité des deux cellules est vérifiée par association. Les cellules sont reliées à un amplificateur et à un voltmètre numérique. La linéarité peut être mesurée par deux méthodes. On peut faire varier l'éclairement à l'aide de l'alimentation de la lampe à temps d'intégration constant et comparer les réponses de la caméra et des photodiodes. Ou on peut faire varier le temps d'intégration à éclairement incident constant. Les deux méthodes donnent des résultats concordants.

II.2.3.2.2) Résultats

On mesure l'éclairement moyen $\langle E \rangle$ d'un pavé de 64×64 en fonction du temps d'intégration T . La figure (II.2.7) montre la linéarité de la détection. L'écart à la linéarité, exprimé en LSB , est représenté en fonction de l'éclairement (en LSB).

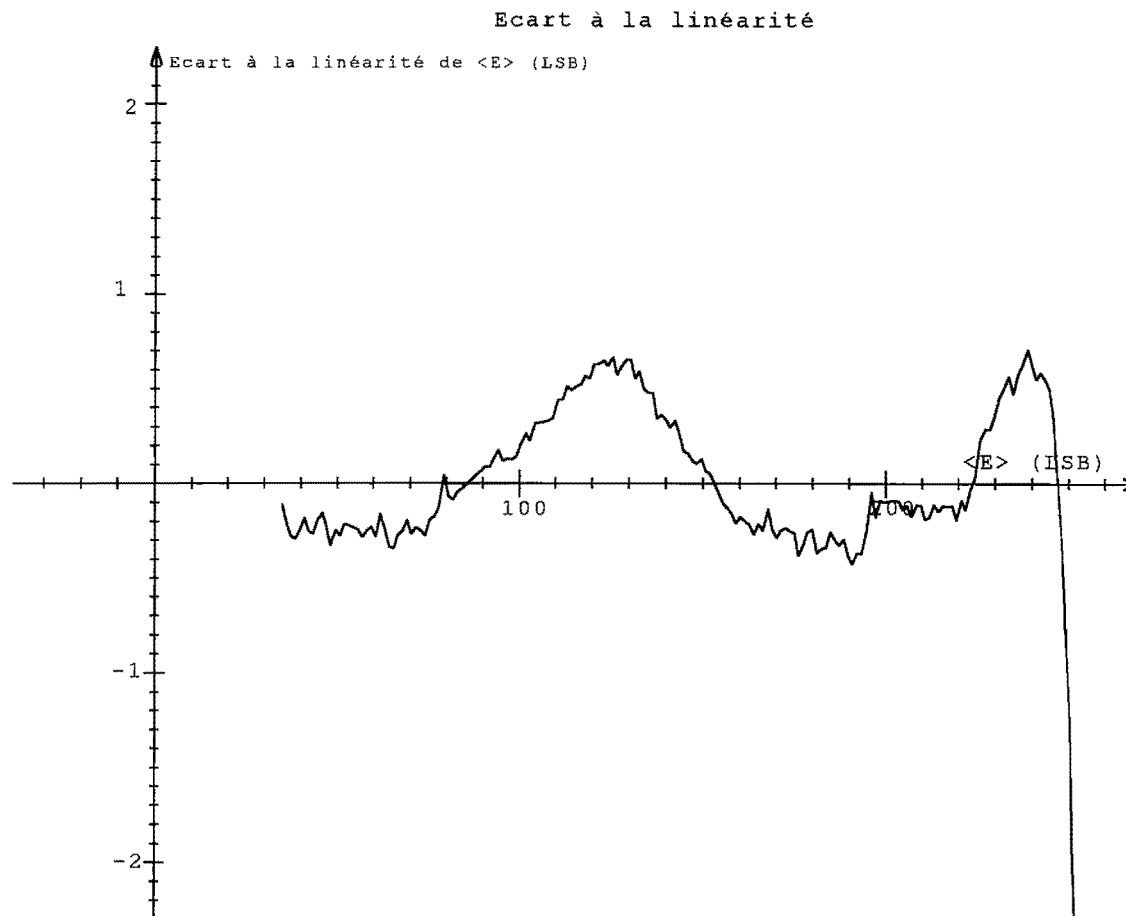


figure II.2.7 : courbe de mesure de la non linéarité de la caméra

La figure (II.2.7) fait apparaître une non linéarité de la détection d'écart maximum à la droite de 0,664 *LSB* (estimé sur l'intervalle [1, 255] niveaux). La sensibilité $\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)$ est d'environ 0,82 *LSB / ms*. *A priori* le capteur *CCD* et son amplificateur sont parfaitement linéaires jusqu'à la saturation. On peut penser que cette non linéarité provient du convertisseur.

II.2.3.3) Correction de la non-linéarité

II.2.3.3.1) Principe

Les mesures de non linéarité de la caméra *CCD* dans les conditions réelles de son utilisation future permettent l'élaboration d'une table de correction.

On crée un fichier dans lequel se trouvent les valeurs des corrections que l'on a déterminées à partir des écarts expérimentaux. Lors de l'enregistrement des interférogrammes, l'intensité en chaque point est corrigée de sa non linéarité.

II.2.3.3.2) Vérification expérimentale

On mesure la linéarité de la caméra en appliquant la correction déterminée expérimentalement. La figure (II.2.8) montre le résultat obtenu.

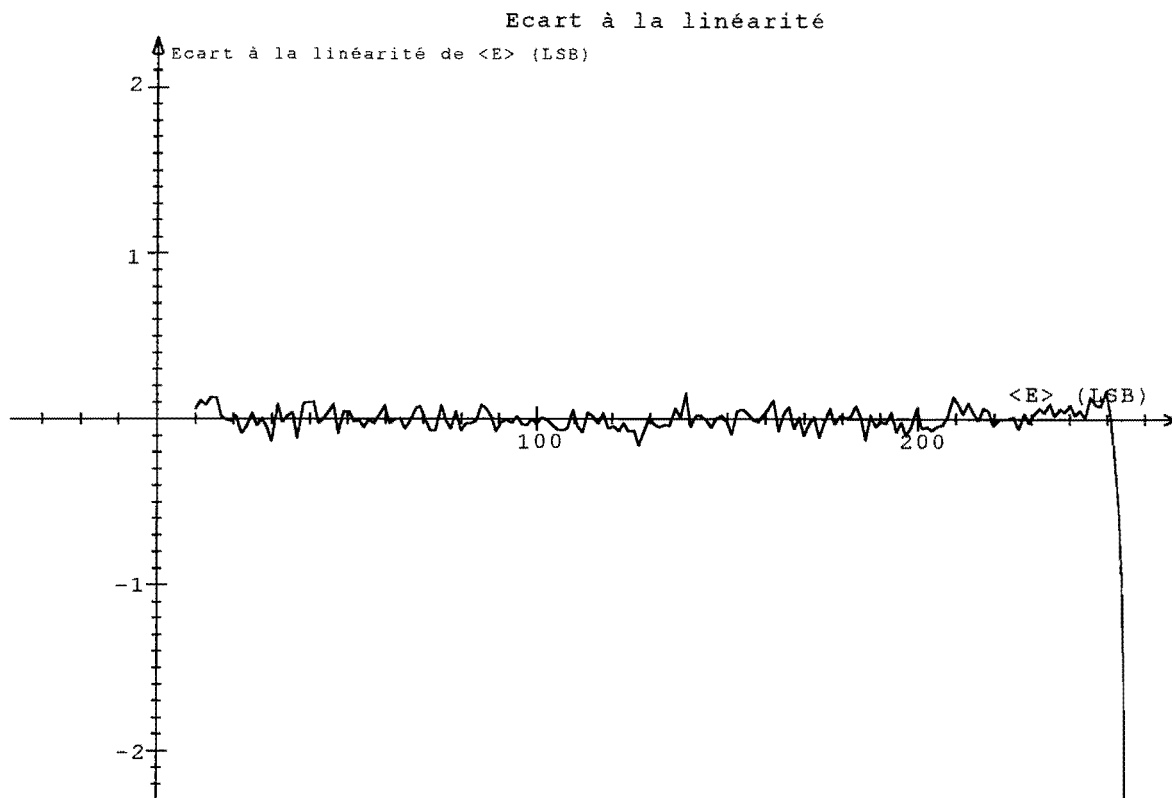


figure II.2.8 : non linéarité de la caméra après correction

Après correction, la non linéarité n'est plus décelable.

Cependant on constate que la réponse de la caméra varie après la mise sous tension. Il est nécessaire d'attendre environ 30 minutes pour qu'elle se stabilise et que la correction soit efficace.

II.2.4) Conclusion

Le détecteur est un élément essentiel en interférométrie à décalage de phase. Avec l'utilisation d'une caméra CCD, la numérisation idéale des interférogrammes serait de 10 bits. La caméra dont nous disposons ne fournit que 8 bits et le bruit que nous avons mesuré est d'environ 0,84 *LSB* rms, pour un temps d'intégration de 300 ms.

Des moyennes permettent de réduire l'effet du bruit et d'une numérisation un peu limitée. La linéarité de la caméra est une source d'erreurs systématiques et il est nécessaire de la mesurer pour la corriger. Notre caméra présente une non linéarité dont l'écart maximum à la droite de linéarité est de $0,664 \text{ LSB}$. L'élaboration d'une table corrective à partir des données expérimentales a permis de la réduire nettement en dessous du bruit.

La réduction des erreurs systématiques liées au détecteur *CCD* passe par une étude expérimentale dans les conditions d'utilisation de la caméra.

II.3) Élément déphaseur

II.3.1) Introduction

L'élément déphaseur est un des plus cruciaux de l'interféromètre. Il est une des principales sources de limitation de la précision et il est donc très important de bien le connaître. En interférométrie à décalage de phase, on peut recenser trois sources d'erreurs liées au déphasage : l'étalonnage, l'inégalité et la non linéarité des déphasages. Nous avons déjà discuté du problème de l'étalonnage avec l'utilisation de certains algorithmes (voir *I.1.1.3.3.c*). De plus, comme l'ont expliqué K. Creath et P. Hariharan [38], lors de la mesure de surfaces sphériques fortement ouvertes, $\Delta\phi$ varie dans le champ et implique un étalonnage en fonction de la position des pixels dans le champ. Avec l'algorithme de Carré on s'affranchit de la connaissance exacte de $\Delta\phi$, ce qui n'est pas le cas pour les autres techniques. Nous pouvons donc considérer que l'étalonnage est pour nous une étape nécessaire mais pas primordiale. Certains auteurs, Schwider *et al* [39], Surrel [40], Kinnstaetter *et al* [41], Ai [42,43], ont proposé des algorithmes moins sensibles à une mauvaise connaissance du déphasage. L'inégalité des déphasages et la non linéarité des déplacements sont liés car une non linéarité implique une inégalité. L'inégalité des déplacements peut être due à des phénomènes indépendants de l'élément déphaseur. En effet, les dérives mécaniques et thermiques ou les vibrations sont autant de causes de variation de $\Delta\phi$ au cours des enregistrements. La non linéarité est généralement due aux défauts de l'électronique. Pour les mesures de haute précision, il est obligatoire de connaître la linéarité des déplacements. La cale piézo-électrique de l'interféromètre est une *QueensGate DPT-C-S*. Sa dynamique de déplacement est de $15\ \mu\text{m}$ pour une non linéarité parabolique donnée à 0,06 %. L'incrément théorique est de 0,9 nm. Dans ce paragraphe, on étalonne la cale et on détermine sa linéarité.

II.3.2) Etalonnage

II.3.2.1) Introduction

Pour l'étalonnage, il existe plusieurs méthodes dans la littérature. Les mesures d'étalonnage, et de non linéarité, sont sensibles à l'environnement (température) et aux éventuels changements de gains de l'amplificateur haute tension de l'électronique de la cale.

L'étalonnage doit être périodique et il est préférable qu'il soit réalisé rapidement en utilisant les mêmes éléments que ceux destinés à l'interféromètre.

C. L. Koliopoulos [44] a décrit deux méthodes d'étalonnage. La première méthode, appelée blocage de phase, est basée sur l'addition d'une modulation sinusoïdale de faible amplitude sur le système déphaseur, et l'utilisation d'un détecteur non intégrant. Si la valeur de $\varphi + \Delta\phi$ est 0 ou π , la modulation détectée a une composante de fréquence double de celle de la modulation appliquée au déphaseur. Si la valeur de $\varphi + \Delta\phi$ est $\frac{\pi}{2}$ ou $\frac{3\pi}{2}$, il n'y a pas de second harmonique présent dans le signal. Les inconvénients de cette méthode sont qu'elle requière des systèmes électroniques supplémentaires et qu'elle ne permet pas d'étalonner les déphasages autres que $\frac{\pi}{2}$. La deuxième méthode utilise la détermination des extrema sinusoïdaux. On enregistre une variation d'intensité sur un intervalle de phase un peu plus grand que 2π à l'aide du déplacement de la cale. La fonction de variation de l'intensité en un pixel est convoluée à une fonction bipolaire pour trouver les positions des maxima de la fonction. L'opération est équivalente à une dérivation. On détermine ainsi les positions où la phase est égale à $n\pi$.

Pour déterminer les positions où la phase vaut $(2n+1)\frac{\pi}{2}$ une convolution supplémentaire est utilisée et on obtient la dérivée seconde de la fonction. Les positions exactes des extrema sont obtenues par interpolation. Pour étudier les variations de déphasage sur toute la pupille on peut utiliser plusieurs points. La méthode est sensible aux vibrations et turbulences diverses. Une troisième technique, alternative aux extrema, est décrite par Cheng *et al* [45]. On enregistre quatre profils unidimensionnels de l'intensité pour différents décalages de phase. Les positions des extrema peuvent être localisées visuellement. Par exemple, si le déphasage est de $\frac{\pi}{2}$, le premier et le troisième profil seront en opposition de phase. Mais pour obtenir une haute précision de l'étalonnage, une différentiation est nécessaire. La méthode est sensible aux variations haute fréquence sur le profil dues à la qualité des miroirs.

Nous n'utiliserons pas ces méthodes car la mesure sur un très grand nombre de points s'avère longue et fastidieuse. Il est préférable de travailler directement avec l'interféromètre et ses méthodes de dépouillement.

II.3.2.2) Méthode d'étalonnage

La méthode des moindres carrés (voir I.2.3.3) donne les paramètres de la mesure dont le déphasage moyen entre les interférogrammes.

L'algorithme permet l'étalonnage du déphaseur. Comme il a été précisé, l'étalonnage n'est pas primordiale mais il est nécessaire. La convergence sera d'autant meilleure que la valeur de départ du déphasage, $\Delta\phi_0$, sera proche de la valeur réelle. Pour la première utilisation de l'algorithme, la valeur de l'incrément certifié par le constructeur donne une idée de $\Delta\phi$, de sorte que la valeur de départ n'est pas complètement erronée. Après dépouillement de M interférogrammes, on obtient la meilleure valeur moyenne du décalage de phase. On en déduit alors la valeur moyenne réelle de l'incrément numérique.

II.3.2.3) Résultat

On enregistre 16 interférogrammes. La valeur de départ de $\Delta\phi$ est estimée à l'aide de l'incrément théorique. Après le dépouillement sur la totalité de la surface on obtient :

$$1 \text{ incrément} = 0,867 \text{ nm}$$

Cette valeur est du même ordre de grandeur que celle annoncée par le constructeur qui l'avait mesurée sur toute la dynamique ($15 \mu\text{m}$).

II.3.3) Non linéarité

II.3.3.1) Introduction

Les systèmes présentent, à un certain degré, des réponses non linéaires. La non linéarité de la réponse de la cale piézo-électrique cause un écart des déphasages incorrigible si ses coefficients ne sont pas connus. Une non linéarité peut donner des erreurs significatives et elle doit être mesurée pour être éventuellement corrigée, si elle est trop importante. La mesure est pour nous difficile car les écarts que l'on cherche à mesurer sont de l'ordre de grandeur de la précision requise. Cheng *et al* [45] proposent une méthode de mesure pour des faibles non linéarité à partir de la visualisation de cinq intensités. La précision est insuffisante, de l'ordre de $\pm 3 \text{ nm}$. Pour l'augmenter, ils proposent une solution numérique. Cependant, leur solution ne donne qu'une valeur moyenne du déphasage. Elle ne permet pas de remonter aux déphasages réels entre chaque interférogramme.

La mesure de la linéarité de la cale doit donner l'écart de la position réelle par rapport à la position théorique. La méthode de détermination adéquate doit utiliser tous les composants de l'interféromètre dans leurs conditions d'utilisation future.

Après une brève analyse de l'influence des non linéarités du déplacement sur la restitution de la phase, on mesure les écarts de position à l'aide d'une technique développée au laboratoire.

II.3.3.2) Influence sur le calcul de la phase

On peut appeler non linéarité tout type d'inégalité des déphasages. Au paragraphe **I.2.3.2.3**, nous avons estimé la précision de positionnement du déphasage. La cale piézo électrique doit fournir des déplacements à mieux que $\pm 1,1$ nm pour $\lambda = 632,8$ nm.

Considérons une non linéarité du second ordre de coefficient ε_2 . L'inégalité des déphasages est une loi bien définie, et un déplacement d'une quantité z se traduira par un déplacement réel de $z + \varepsilon_2 \cdot z^2$. Les déphasages entre les interférogrammes sont donc différents. Par rapport à la valeur théorique, l'écart à chaque position, $d\Delta\phi_i$, est

$$d\Delta\phi_i = \varepsilon_2 \cdot \left[\left(i - \frac{5}{2} \right) \Delta\phi \right]^2$$

L'inégalité des décalages de phase se traduira par une erreur sur la surface dont le profil est sinusoïdal de fréquence double de celle des franges. La valeur crête à crête de cette erreur est donné par

$$d\delta = \frac{\lambda}{4\pi} \sum_i \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \Delta\phi} \right)_i \cdot d\Delta\phi_i$$

Les sensibilités $\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \Delta\phi} \right)_i$ sont données au **I.2.3.2.2**. Pour $\Delta\phi = 1,8$ rad, la valeur crête à crête

sera inférieure à $\frac{\lambda}{1000}$, si le coefficient non linéaire est tel que $\varepsilon_2 < 0,0021$.

La figure (II.3.1) représente les valeurs P-V et rms du profil d'erreur sur la surface dû à une non linéarité d'ordre 2 dont le coefficient ε_2 varie de -5.10^{-3} à $+5.10^{-3}$.

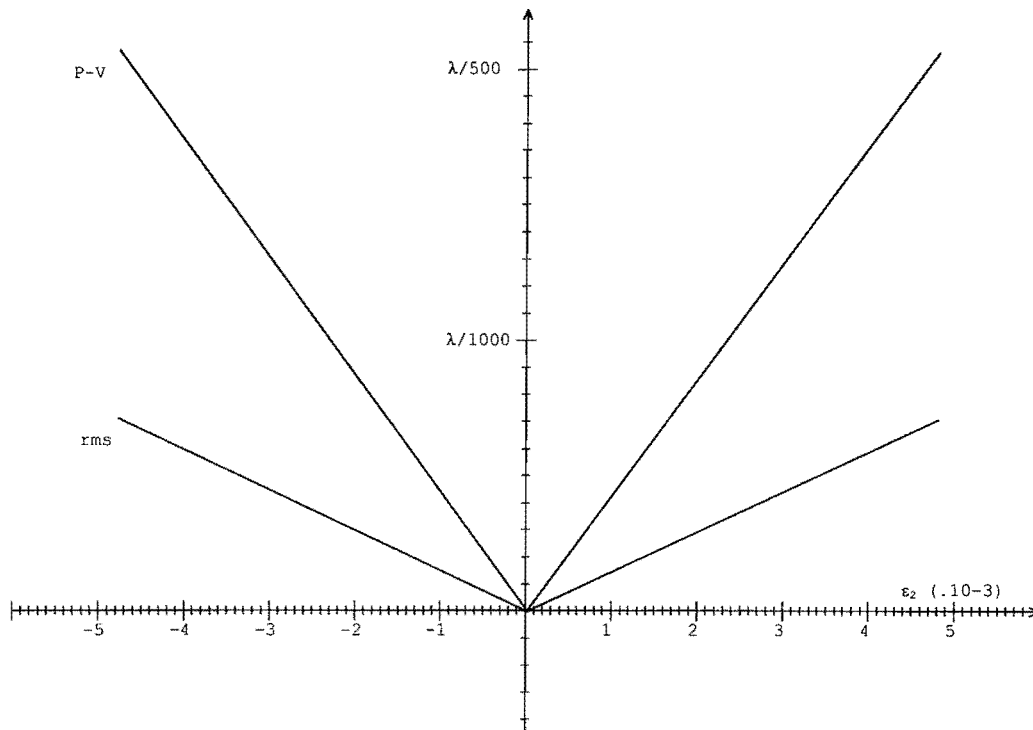


figure II.3.1 : P-V et rms de l'erreur due à une non linéarité d'ordre 2

Pour que la précision ne soit pas altérée, la cale piézo-électrique doit fournir des déplacements à mieux que le nanomètre. Cela suppose une instrumentation d'une précision extrême et une méthode adéquate de mesure de la linéarité.

II.3.3.3) Méthode de mesure

La méthode utilise l'algorithme des moindres carrés à 16 interférogrammes. Elle nécessite une dizaine de franges dans le champ. Les interférogrammes sont dépouillés. Puis on recherche les points dépouillés qui sont au voisinage des points d'inflexion des intensités mesurées. Les variations d'intensité de ces points par rapport à la courbe théorique sont calculées. Comme on connaît la tangente à la courbe théorique, aux points d'inflexion, on en déduit la variation de position $d\Delta\phi$ pour chaque point. On recherche la meilleure valeur moyenne par moindres carrés. Pour chaque interférogramme, on en déduit la valeur moyenne des écarts et la variance.

II.3.3.4) Résultats expérimentaux

On enregistre 16 interférogrammes avec une dizaine de franges dans le champ. L'incrément est $\Delta\phi = 0,878 \text{ rad}$, soit $44,21 \text{ nm}$. La linéarité est mesurée sur des sous images de 64×64 pixels échantillonnées 4×4 . La figure (II.3.2) montre les écarts en nanomètres, en fonction de la position de la cale piézo-électrique.

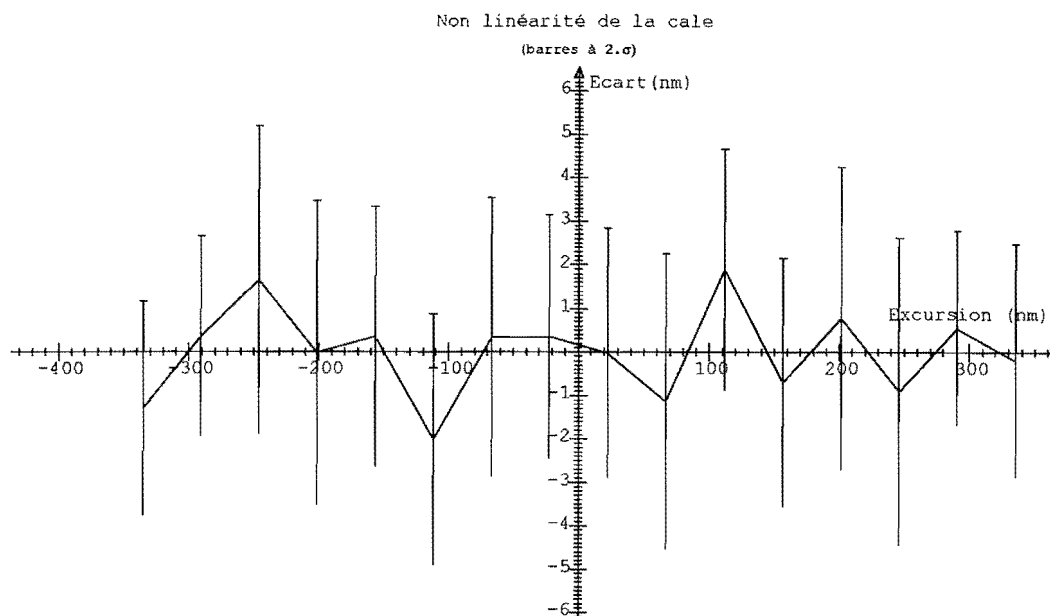


figure II.3.2 : mesure de la linéarité de la cale

La courbe montre que sur une excursion de 660 nm le déplacement ne présente pas de non linéarité significative. Les écarts mesurés ne dépassent pas 2 nm en valeur moyenne sur chaque image.

II.3.3.5) Influence sur la restitution de la phase

On vérifie par simulation l'influence des écarts réels. 16 interférogrammes sont enregistrés avec un déphasage moyen $\Delta\phi = 0,878$ rad et des écarts aux positions théoriques donnés par la mesure. La figure (II.3.3) montre l'influence de l'inégalité sur le calcul par Carré avec les images 1, 6, 11 et 16.

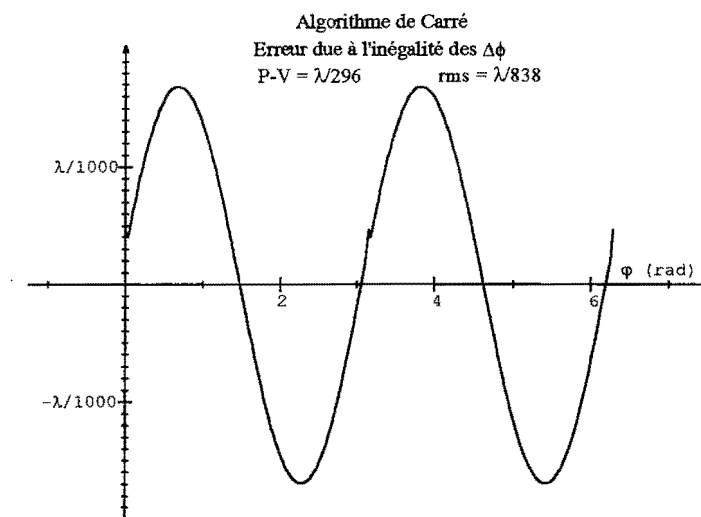


figure II.3.3 : influence de l'inégalité réelle des déphasages sur les interférogrammes 1, 6, 11 et 16 dépouillés par l'algorithme de Carré

On retrouve la double périodicité de l'erreur. Sur la surface, l'erreur a une valeur P-V de $\frac{\lambda}{296}$ et un rms de $\frac{\lambda}{838}$. Lorsque l'on dépouille les 16 interférogrammes par la méthode des moindres carrés (I.2.3.3), l'erreur sur la surface n'est plus que de $\frac{\lambda}{1610}$ P-V et $\frac{\lambda}{4568}$ rms (fig. (II.3.4)).

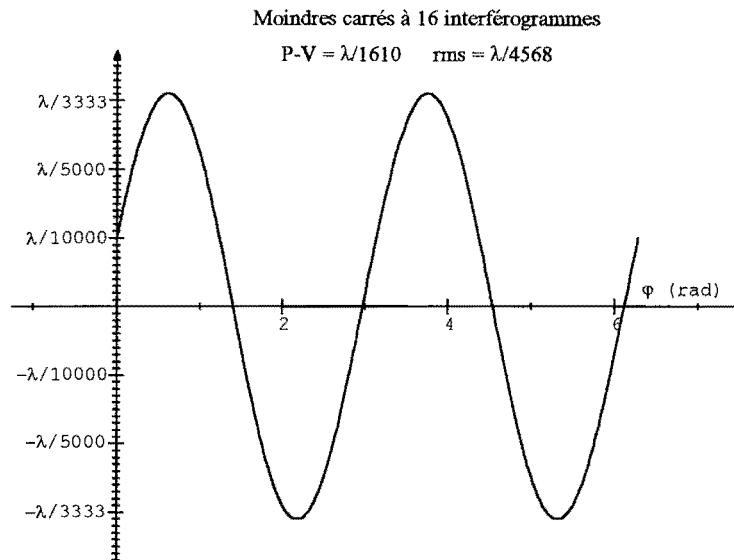


figure II.3.4 : influence de l'inégalité réelle des déphasages sur le dépouillement des 16 interférogrammes avec les moindres carrés

L'inégalité des déphasages a une influence significative sur l'algorithme de Carré. Toutefois, l'approche par les moindres carrés permet de repousser l'erreur au delà de la limite fixée. L'inégalité des décalages de phase ne doit pas être un facteur limitatif et, si les écarts mesurés sont constants dans le temps, on peut envisager une correction.

II.3.4) Conclusion

L'étalonnage et la mesure de la linéarité de l'élément déphaseur doivent être réalisés dans les conditions d'utilisation. Pour l'étalonnage, la méthode des moindres carrés à 16 interférogrammes donne une estimation de l'incrément égale à 0,867 nm. Cette valeur est conforme à celle annoncée par le constructeur. Avec le même algorithme, la non linéarité est évaluée. Son influence est conséquente sur l'algorithme de Carré.

Mais, pour la restitution de la phase par moindres carrés, ses caractéristiques sont compatibles avec la qualité requise pour les déplacements. Si la mesure de linéarité est reproductible, on pourra envisager une correction position par position.

II.4) Diffuseur mobile

II.4.1) Introduction

Les diffuseurs mobiles sont couramment utilisés dans les appareils de métrologie optique. Leur surface rugueuse crée des figures de speckle qui brisent la cohérence spatiale de l'onde incidente permettant de réduire l'effet des réflexions parasites. Le déplacement du dépoli combiné à l'intégration spatio-temporelle du détecteur ne suffit cependant pas à effacer la fluctuation d'intensité produite par le speckle dynamique; celle-ci est une source potentielle de limitation de la précision de l'interféromètre et sa contribution réelle doit être chiffrée.

Une étude bibliographique révèle qu'un grand nombre d'auteurs se sont intéressés aux propriétés des figures de speckle. Aujourd'hui la théorie des diffuseurs est bien établie : Dainty [46,47,48], McKechnie [49], Barakat [50,51], Scribot [52], Goldfischer [53], Ennios [54] ou encore Uozumi [55] ont étudié complètement les statistiques des speckle statiques. La réduction de l'influence du speckle dans les systèmes d'imagerie a fait l'objet de plusieurs publications; Lowenthal [56,57], Gerritsen [58], Hariharan [59], McKechnie [60,61], Iwai [62], Dainty [63,64], Nakagawa [65], ont montré que l'on pouvait la réduire en utilisant des pupilles mobiles ou des ouvertures intégrantes.

Dans les applications de mesure de vitesse d'objets diffusants certains auteurs, parmi lesquels Asakura [66], Oulamara [67], Ohtsubo [68], Iwai [69], O'Donnell [70], Saleh [71], George [72], Anisimov [73], Takai [74], ont cherché à modéliser l'autocorrélation spatio-temporelle en intensité des speckle dynamiques. Les modèles proposés s'appliquent à des diffuseurs mobiles éclairés par des faisceaux gaussiens. Toutes ces études ne nous sont cependant d'aucune aide car les conditions de détection ou de formation des speckles sont différentes. Seule une approche proposée par Lowenthal, Joyeux et Arsenault [75] permet d'établir une généralisation de l'écart type de bruit produit par le speckle dynamique, sous certaines conditions. Dans ce paragraphe on s'attache à déterminer une relation entre la variance de la fluctuation et les caractéristiques de la détection, qui sont la taille du pixel et le temps d'intégration.

II.4.2) Rappels sur le speckle

II.4.2.1) Hypothèses et notations

Les statistiques des figures de speckle sont obtenues à partir d'hypothèses sur la nature du diffuseur. J. W. Goodman en 1963 [76] considère que le diffuseur est composé de N_s diffuseurs indépendants.

On note a_k le module et b_k la phase de l'onde diffusée par le $k^{\text{ème}}$ diffuseur. L'amplitude du front d'onde diffracté au niveau du diffuseur s'écrit $A_s(x, y) = \sum_{k=1}^{N_s} a_k \cdot e^{ib_k} \cdot \delta(x - x_k, y - y_k)$.

$\delta(x, y)$ étant la distribution de Dirac. La théorie est élaborée à partir des hypothèses suivantes,

1- les sources secondaires diffusantes sont distribuées aléatoirement sur l'aire du diffuseur avec une probabilité uniforme,

2- les amplitudes a_k sont des variables statistiquement indépendantes,

3- les phases b_k sont des variables statistiquement indépendantes distribuées uniformément sur l'intervalle $[-\pi, \pi]$,

4- la polarisation de l'onde n'est pas altérée par le diffuseur,

5- un très grand nombre de sources secondaires contribuent à l'intensité en un point d'observation de la figure de speckle.

La propagation de l'onde diffusée a été étudiée dans deux cas : observation dans un plan conjugué image et dans un plan de diffraction de Fraunhofer. Pour une diffraction de Fraunhofer, l'amplitude complexe en champ lointain, $A(x, y)$, s'écrit

$$A(x, y) = \iint A_s(\alpha, \beta) \exp\left(-\frac{2i\pi}{\lambda L}(\alpha x + \beta y)\right) d\alpha d\beta \quad (\text{II.4.a})$$

J. C. Dainty, Lowenthal *et al* [49,58] et d'autres ont montré que les statistiques étaient identiques dans les deux cas. On se limitera à donner les principaux résultats. Les notations que nous utiliserons sont les suivantes :

$E(x, y)$ est l'intensité en un point (x, y) . $\langle E \rangle$ est l'éclairement moyen et $E_d(x, y)$ est l'intensité détectée.

$R_{gg}(x, y)$ est l'autocorrélation statistique de la répartition $g(x, y)$.

$R_{gg}(x, y) = \langle g(x_1, y_1) g^*(x_2, y_2) \rangle$, avec $(x, y) = (x_1 - x_2, y_1 - y_2)$. $\langle \rangle$ signifie moyenne d'ensemble.

$C_{gg}(x, y)$ est la fonction d'autocorrélation de la fonction $g(x, y)$,

$$C_{gg}(x, y) = g(x, y) * g^*(-x, -y).$$

II.4.2.2) Autocorrélation de l'intensité

En 1962, I. S. Reed [77] montre que la fonction d'autocorrélation de la répartition d'intensité lumineuse du speckle ne dépend que de la transformée de Fourier de la répartition d'intensité dans le plan objet ou la pupille, suivant le type de diffraction considéré. Pour un support circulaire du diffuseur (Fraunhofer) ou pour une pupille circulaire du système optique (plan image) on a

$$R_{EE}(x, y) = \left| 2 \langle E \rangle \frac{J_1(\pi v_m \sqrt{x^2 + y^2})}{\pi v_m \sqrt{x^2 + y^2}} \right|^2 \quad (\text{II.4.b})$$

avec $v_m = \frac{2 \cdot \sin(\alpha')}{\lambda}$, fréquence spatiale de coupure et $\sin(\alpha')$ ouverture numérique. Dans le cas de l'imagerie, $\sin(\alpha')$ est l'ouverture numérique de l'optique et dans le cas de la diffraction de Fraunhofer $\sin(\alpha')$ est l'ouverture numérique sous laquelle on voit le diffuseur depuis le plan d'observation. $R_{EE}(x, y)$ est égale à la fonction tache de diffraction d'un système optique à pupille circulaire (fonction d'Airy). Le grain de speckle a une dimension moyenne égale à une tache de diffraction.

II.4.2.3) Spectre de Wiener de la fluctuation d'intensité

Le spectre de Wiener décrit la densité spectrale de puissance de l'intensité diffusée, en fonction des fréquences spatiales. Il est directement lié à la répartition d'énergie dans le support du diffuseur (Fraunhofer) ou de la pupille (plan image). Le spectre est la fonction d'autocorrélation de la répartition d'intensité. Pour un support ou une pupille circulaire,

$$W(u, v) = \frac{8 \langle E \rangle^2}{(\pi \cdot v_m)^2} \left\{ \cos^{-1} \left(\frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{v_m} \right) - \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{v_m} \cdot \sqrt{1 - \frac{(u^2 + v^2)}{v_m^2}} \right\} \quad (\text{II.4.c})$$

Une étude de Mc Kechnie [49] a confirmé la bonne correspondance entre la théorie et les résultats expérimentaux.

II.4.2.4) Covariance transverse de l'amplitude

La covariance transverse de l'amplitude décrit la cohérence dans le plan du speckle. L'étude de la covariance revient à calculer la probabilité d'avoir une différence de phase $\Delta\psi_s$ entre deux points de la figure de speckle. Dainty *et al* [46] montrent que la covariance transverse de l'amplitude est égale à l'autocorrélation statistique de l'amplitude. La normalisation de la covariance définit le degré de corrélation en amplitude. Pour les deux types de diffraction, l'expression du degré de corrélation est :

$$\Gamma_{\text{cov}}(x, y) = \exp(i\Delta\psi_s) \frac{2 \cdot J_1\left(\pi v_m \sqrt{x^2 + y^2}\right)}{\pi v_m \sqrt{x^2 + y^2}}$$

La phase $\Delta\psi_s$ s'interprète comme la différence de phase qui existe entre deux fronts d'onde sphériques centrés sur la pupille et passant par deux points distants de (x, y) . Le terme qui module cette phase signifie que la probabilité de trouver $\Delta\psi_s$ s'éteint comme une fonction d'Airy, en fonction de (x, y) . La covariance transverse en amplitude signifie que le speckle n'est spatialement cohérent que sur la largeur d'un grain.

II.4.2.5) Variance de la fluctuation d'intensité d'un speckle détecté

Dans la pratique, les speckles sont détectés par des caméras matricielles (type CCD) dont l'élément sensible de base n'est pas ponctuel. La détection effectue une intégration spatiale et donne une valeur moyenne de l'intensité; celle-ci est la convolution de l'intensité du speckle par la fonction détection.

$$E_d(x, y) = \iint E(x_1, y_1) D(x - x_1, y - y_1) dx_1 dy_1 \quad (\text{II.4.d})$$

$D(x, y)$ est la réponse normalisée du détecteur élémentaire.

L'intégration spatiale ne réduit pas complètement la fluctuation d'intensité. Le résidu est caractérisé par sa variance σ^2 . La variance est simplement égale à l'intégrale du spectre de Wiener de l'intensité détectée.

$$\sigma^2 = \iint W(u, v) |\tilde{D}(u, v)|^2 du dv \quad (\text{II.4.e})$$

où $\tilde{D}(u, v)$ est la transformée de Fourier de $D(x, y)$.

II.4.2.6) Densité de probabilité d'un speckle détecté

La densité de probabilité de l'intensité mesurée, $p(E_d)$, a été étudiée par J. C. Dainty [48] et R. Barakat [50]. Ces auteurs ont repris l'analyse de M. Kac et A. J. F. Siegert [78] sur la détection quadratique et le filtrage passe-bas. Scribot [52] détermine une approximation de $p(E_d)$, valable pour une large variété de détecteurs. L'analyse montre que la densité de probabilité de l'intensité mesurée est donnée par

$$p(E_d) = \left(\frac{Q}{\langle E \rangle} \right)^Q \cdot \frac{1}{\Gamma(Q)} \cdot E^{Q-1} \cdot \exp\left(-\frac{Q \cdot E}{\langle E \rangle} \right) \quad (\text{II.4.f})$$

Γ est la distribution *gamma*. Q peut être interprété comme le nombre de grains de speckle situés dans l'ouverture intégrante, $Q = \frac{\langle E \rangle^2}{\sigma^2}$. $p(E_d)$ est représentée sur la figure (II.4.1) pour différentes valeurs de l'écart type.

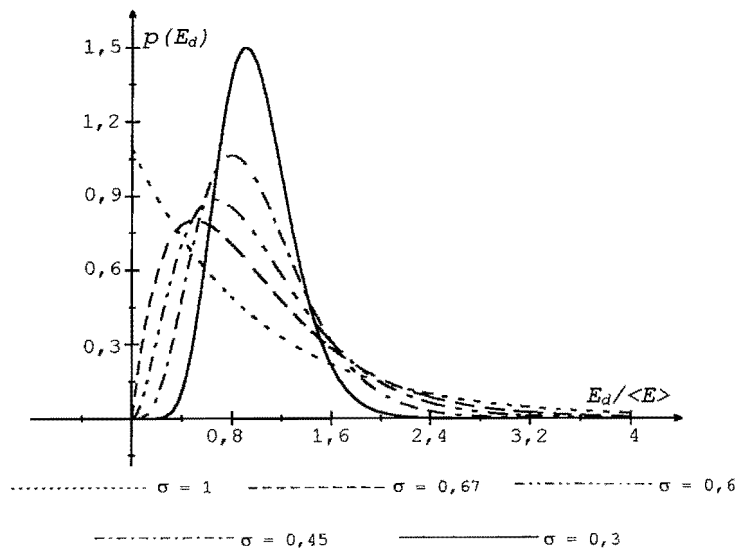


figure II.4.1 : densité de probabilité d'un speckle détecté pour différents écarts types

Lorsque le détecteur a une petite taille comparée au grain de speckle, le rapport signal à bruit tend vers 1 et la densité de probabilité tend vers une fonction exponentielle décroissante. Si sa taille est grande par rapport à celle du grain de speckle, le rapport signal à bruit tendant vers l'infini, $p(E_d)$ se rapproche d'une gaussienne.

II.4.3) Détection d'un speckle dynamique

II.4.3.1) Le cas de l'imagerie

L'étude que nous présentons est limitée à la conjugaison d'un diffuseur mobile par un système d'imagerie. Cette configuration correspond dans un grand nombre de cas au dispositif d'imagerie des appareils de métrologie. On conjugue un diffuseur mobile sur une aire de détection à l'aide d'un système optique d'ouverture numérique $\sin(\alpha')$ et de grandissement transversal γ . L'aire de détection est composée d'un grand nombre d'éléments de taille non nulle. Le diffuseur est mobile dans le plan objet et, pour simplifier, on suppose que sa vitesse est uniforme dans une des directions du repère objet. La figure (II.4.2) montre la configuration. Les coordonnées dans le plan objet sont notées (μ, η) , celles dans le plan image (x, y) , et on a $(x, y) = (\gamma\mu, \gamma\eta)$.

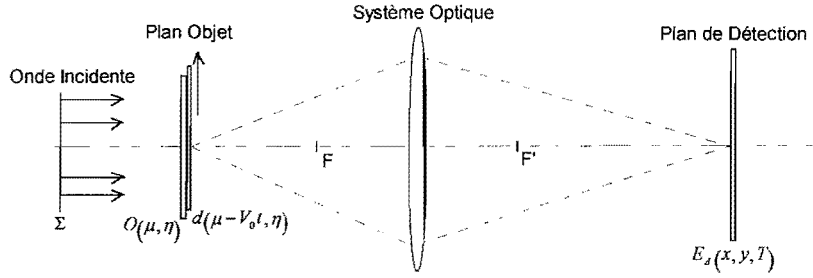


figure II.4.2 : conjugaison du diffuseur

L'onde incidente est parfaitement cohérente et monochromatique. $O(\mu, \eta)$ est une modulation présente dans le plan objet. Le diffuseur a une transmittance $d(\mu, \eta)$. On note V_0 la vitesse dans la direction μ du plan objet et V est la vitesse dans le plan image, $V = \gamma \cdot V_0$. Le déplacement du diffuseur crée une dépendance temporelle de la transmittance de l'objet. Dans le plan objet l'amplitude complexe s'écrit $A_o(\mu, \eta, t) = O(\mu, \eta) \cdot d(\mu - V_0 t, \eta)$. Dans le plan image l'amplitude est obtenue par convolution de $A_o(\mu, \eta, t)$ avec la réponse percussionnelle du système optique :

$$A(x, y, t) = O(x, y) \cdot d(x - Vt, y) * h(x, y) \quad (\text{II.4.g})$$

L'intensité instantanée dans le plan image est $E(x, y, t) = |A(x, y, t)|^2$.

L'intensité réellement mesurée est la convolution de $E(x, y, t)$ par la fonction détection, $D(x, y, t)$.

$$E_d(x, y, T) = E(x, y, t) * D(x, y, t) \quad (\text{II.4.h})$$

L'éclairement détecté est une moyenne spatiale et temporelle de la fluctuation d'intensité spatio-temporelle. Etant donné le caractère aléatoire de $E(x, y, t)$, l'intensité enregistrée par chaque élément du détecteur est caractérisée par sa valeur moyenne et sa variance.

II.4.3.2) Variance normalisée de l'éclairement détecté

Le bruit normalisé de la détection est $\sigma_n = \frac{\sigma}{S}$ avec σ^2 variance de l'éclairement $E_d(x, y, T)$ et S intensité moyenne, tous deux calculés sur des moyennes d'ensemble.

$$\sigma^2 = \langle E_d^2(x, y, T) \rangle - \langle E_d(x, y, T) \rangle^2 \quad (\text{II.4.i})$$

$$S = \langle E_d(x, y, T) \rangle \quad (\text{II.4.j})$$

Pour évaluer σ , il faut calculer les deux premiers moments de l'intensité intégrée, c'est à dire $\langle E_d \rangle$ et $\langle E_d^2 \rangle$. Considérons donc l'autocorrélation statistique de l'intensité détectée.

$$R_{E_d E_d}(x, y, t) = \langle E_d(x_1, y_1, t_1) E_d^*(x_1 + x, y_1 + y, t_1 + t) \rangle$$

$\langle E_d^2(x, y, T) \rangle$ est égal à l'autocorrélation statistique de $E_d(x, y, T)$ au point $(x, y, t) = (0, 0, 0)$.

Puisque la détection est un filtrage linéaire sur le temps et l'espace on a

$$\left\{ R_{E_d E_d}(x, y, t) \right\}_{x=y=0}^{t=0} = \left\{ R_{EE}(x, y, t) * C_{DD}(x, y, t) \right\}_{x=y=0}^{t=0} \quad (\text{II.4.k})$$

et par conséquent, $\langle E_d^2(x, y, T) \rangle = \left\{ R_{EE}(x - Vt, y) * C_{DD}(x, y, t) \right\}_{x=y=0}^{t=0}$.

$R_{EE}(x - Vt, y)$ est l'autocorrélation statistique de l'éclairement instantané. Elle s'écrit

$$R_{EE}(x - Vt, y) = \langle E(x' - Vt', y') E^*[x + x' - V(t + t'), y + y'] \rangle.$$

En fonction de l'amplitude complexe dans le plan image, on a

$$R_{EE}(x-Vt, y) = \left\langle \left| A(x'-Vt', y') \right|^2 \left| A[x+x'-V(t+t'), y+y'] \right|^2 \right\rangle$$

Les hypothèses faites précédemment permettent d'appliquer le théorème des moments des variables gaussiennes centrées. Ainsi,

$$\begin{aligned} R_{EE}(x-Vt, y) &= \left\langle \left| A(x'-Vt', y') \right|^2 \right\rangle \left\langle \left| A[x+x'-V(t+t'), y+y'] \right|^2 \right\rangle \\ &\quad + \left\langle A(x'-Vt', y') A^*[x+x'-V(t+t'), y+y'] \right\rangle \left\langle A^*(x'-Vt', y') A[x+x'-V(t+t'), y+y'] \right\rangle \end{aligned}$$

On reconnaît dans le second terme de cette équation l'autocorrélation statistique de l'amplitude instantanée, $R_{AA}(x-Vt, y)$:

$$\begin{aligned} &\left\langle A(x'-Vt', y') A^*[x+x'-V(t+t'), y+y'] \right\rangle \left\langle A^*(x'-Vt', y') A[x+x'-V(t+t'), y+y'] \right\rangle \\ &= \left| \left\langle A(x'-Vt', y') A^*[x+x'-V(t+t'), y+y'] \right\rangle \right|^2 \\ &= |R_{AA}(x-Vt, y)|^2 \end{aligned}$$

Et

$$\left\langle E_d^2(x, y, T) \right\rangle = \left\{ \left[\left\langle \left| A(x'-Vt', y') \right|^2 \right\rangle \left\langle \left| A[x+x'-V(t+t'), y+y'] \right|^2 \right\rangle + |R_{AA}(x-Vt, y)|^2 \right] * C_{DD}(x, y, t) \right\}_{t=0, x=y=0}$$

$$\begin{aligned} \left\langle E_d^2(x, y, T) \right\rangle &= \left\{ \left[\left\langle \left| A(x'-Vt', y') \right|^2 \right\rangle \left\langle \left| A[x+x'-V(t+t'), y+y'] \right|^2 \right\rangle \right] * C_{DD}(x, y, t) \right\}_{t=0, x=y=0} \\ &\quad + \left\{ |R_{AA}(x-Vt, y)|^2 * C_{DD}(x, y, t) \right\}_{t=0, x=y=0} \end{aligned}$$

La valeur du signal moyen est donnée par $S = \langle E_d(x, y, T) \rangle = \langle |A(x-Vt, y)|^2 * D(x, y, t) \rangle$.

$$\text{Soit aussi, } S^2 = \left\{ \left\langle \left| A(x'-Vt', y') \right|^2 \right\rangle \left\langle \left| A[x+x'-V(t+t'), y+y'] \right|^2 \right\rangle * C_{DD}(x, y, t) \right\}_{t=0, x=y=0}.$$

La stationnarité du phénomène a pour résultat que la valeur moyenne de l'intensité est indépendante de la position ou de l'origine de l'intégration et en conséquence $S^2 = \langle E \rangle^2$.

Pour la valeur de la variance :

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \langle E_d(x, y, T) \rangle^2 + \left\{ \left| R_{AA}(x - Vt, y) \right|^2 * C_{DD}(x, y, t) \right\}_{t=0, x=y=0} - \langle E_d(x, y, T) \rangle^2 \\ &= \left\{ \left| R_{AA}(x - Vt, y) \right|^2 * C_{DD}(x, y, t) \right\}_{t=0, x=y=0}\end{aligned}$$

En considérant un cas où il n'y a pas de modulation,

$$O(x, y) = 1$$

$$A(x, y, t) = d(x - Vt, y) * h(x, y)$$

L'expression de la variance est

$$\sigma^2 = \left\{ \left| R_{dd}(x - Vt, y) * C_{hh}(x, y) \right|^2 * C_{DD}(x, y, t) \right\}_{t=0, x=y=0} \quad (\text{II.4.a})$$

Avec $C_{hh}(x, y)$, l'autocorrélation statistique de la réponse percussionnelle du système optique. $h(x, y)$ est la transformée de Fourier de la fonction pupille de l'optique. $C_{hh}(x, y)$ est indépendant des aberrations de l'optique et ne dépend que de la forme de la pupille.

L'autocorrélation statistique du diffuseur, $R_{dd}(x - Vt, y)$ est généralement étroite par rapport à la fonction d'autocorrélation de l'optique. Elle peut être assimilée à une fonction de Dirac :

$$R_{dd}(x - Vt, y) = \langle E \rangle \cdot \delta(x - Vt, y)$$

Puisque $S^2 = \langle E \rangle^2$, la variance normalisée de la fluctuation d'intensité de la détection d'un speckle dynamique est donné par

$$\frac{\sigma^2}{S^2} = \left\{ \left| C_{hh}(x - Vt, y) \right|^2 * C_{DD}(x, y, t) \right\}_{t=0, x=y=0} \quad (\text{II.4.m})$$

II.4.3.3) Cas d'un système d'imagerie à pupille circulaire et à détecteur CCD

Le système de visualisation et détection des franges de l'interféromètre est composé d'une lunette afocale. Elle conjugue la surface de référence de la cavité avec un dépoli mobile. L'image est ensuite projetée sur une matrice CCD par l'association de deux objectifs, dont l'un à focale variable, travaillant selon une conjugaison *foyer-infini-foyer*.

Les pixels qui constituent la matrice sont carrés mais pour conserver la généralité du calcul les pixels seront considérés rectangulaires. Le filtrage est une fonction rectangulaire de largeur a dans la direction spatiale x , b suivant la direction y et T suivant la direction temporelle t .

$$D(x, y, t) = \begin{cases} \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{T} & \text{pour } (x, y, t) \in \left[-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right] \times \left[-\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right] \times \left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

L'intégrale de $D(x, y, t)$ est unitaire. a et b définissent la taille d'un pixel et T le temps d'intégration.

La pupille circulaire de rayon ρ_0 est décrite par la fonction $P(x, y)$:

$$P(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } \rho = \sqrt{x^2 + y^2} \leq \rho_0 \\ 0 & \text{si } \rho = \sqrt{x^2 + y^2} > \rho_0 \end{cases}$$

La réponse percussionnelle stigmatique est :

$$h(x, y) = TF[P(x, y)]$$

$$\text{soit } C_{hh}(x, y) = h(x, y) * h^*(-x, -y) = TF\left(|P(x, y)|^2\right).$$

D'après le résultat du paragraphe précédent, pour une modulation uniforme dans le plan objet, l'écart type de bruit normalisé de la détection du speckle dynamique est

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{T} \frac{1}{a} \frac{1}{b} \iiint \left(1 - \frac{|x|}{a}\right) \left(1 - \frac{|y|}{b}\right) \left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right) |C_{hh}(x - V\tau, y)|^2 dx dy d\tau \quad (\text{II.4.n})$$

En interférométrie, on forme l'image de franges sur le détecteur. La modulation est donc rarement uniforme. Cependant, pour minimiser les erreurs de mesure, il est souhaitable de travailler avec le moins de franges possible. Dans ce cas, la modulation est de faible fréquence spatiale et on peut considérer l'éclairement comme localement uniforme.

Le déplacement du diffuseur pendant la pose T du détecteur est égal à VT . Posons $c = V \cdot T$. Réécrivons l'intégrale (II.4.n) :

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{abc} \int_{-b}^{+b} \int_{-a}^{+a} \int_{-c}^{+c} \left(1 - \frac{|y|}{b}\right) \left(1 - \frac{|x|}{a}\right) \left(1 - \frac{|x'|}{c}\right) |C_{hh}(x - x', y)|^2 dx' dx dy$$

Posons $X = x' - x$, nous avons

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{abc} \int_{-b}^{+b} \left(1 - \frac{|y|}{b}\right) \int_{-a}^{+a} \left(1 - \frac{|x|}{a}\right) \int_{-c-x}^{+c-x} \left(1 - \frac{|X+x|}{c}\right) |C_{hh}(-X, y)|^2 dX dx dy$$

Lorsque le déplacement c est grand devant la largeur a du pixel, la fonction triangulaire de largeur $2.a$ est beaucoup plus étroite que la première intégrale dont la largeur est plus grande que $2.c$, et on peut donc la remplacer par une fonction Dirac. Ainsi :

$$\sigma_n^2 \approx \frac{1}{bc} \int_{-b}^{+b} \left(1 - \frac{|y|}{b}\right) \left(1 - \frac{|x|}{c}\right) |C_{hh}(-x, y)|^2 dx dy \text{ si } V.T \gg a$$

Numériquement l'erreur due à cette approximation est inférieure à 2% si $V.T > 10.a$.

On obtient finalement

$$\sigma_n^2 \approx \frac{1}{VT} \frac{1}{b} \iint \left(1 - \frac{|y|}{b}\right) \left(1 - \frac{|x|}{VT}\right) |C_{hh}(-x, y)|^2 dx dy \quad (\text{II.4.o})$$

La détection du speckle dynamique prend effet avec l'intégration spatiale sur un *pixel équivalent* de surface $VT \times b$ plus grand que lorsque le diffuseur est statique (dans ce cas la surface est $a \times b$). Il y a de ce fait une réduction de la fluctuation d'intensité.

Quelle que soit la nature des aberrations du système optique, l'expression de la variance de bruit prend une forme simple :

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{VT} \frac{1}{b} \iint \left(1 - \frac{|x|}{VT}\right) \left(1 - \frac{|y|}{b}\right) \left| 2 \frac{J_1(\pi v_m \sqrt{x^2 + y^2})}{\pi v_m \sqrt{x^2 + y^2}} \right|^2 dx dy \quad (\text{II.4.p})$$

II.4.4) Vérification expérimentale

II.4.4.1) Montage expérimental

Nous validons les résultats théoriques (II.4.n) et (II.4.o) à l'aide du montage expérimental décrit sur la figure (II.4.3).

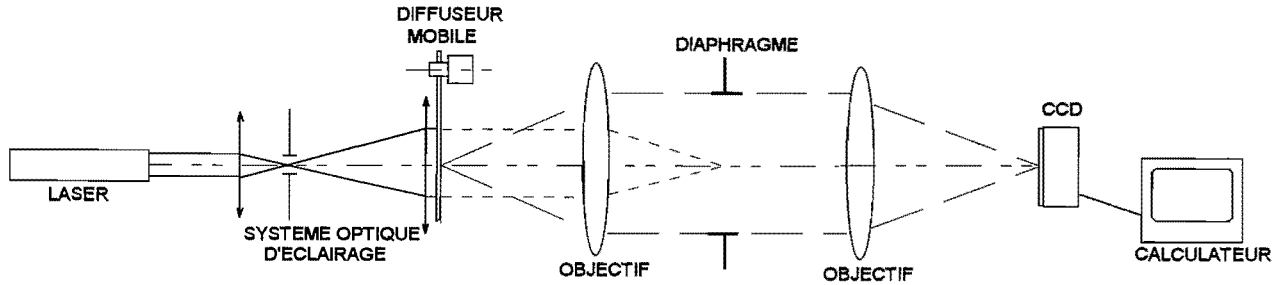


figure II.4.3 : montage expérimental

Un diffuseur tournant est conjugué sur la caméra CCD de 512×512 pixels. Le grandissement de la conjugaison est $\gamma = -0,28$, de façon à adapter le rayon de corrélation du diffuseur avec la réponse du système optique. L'hypothèse 5 est respectée (II.4.2.1).

Les différentes lentilles du montage permettent la conjugaison du trou de filtrage avec le plan du diaphragme. Le speckle obtenu se déplace sans transformation et reste stationnaire. Si le speckle ne reste pas stationnaire, le facteur de bruit que l'on mesure est plus faible car cela revient, comme l'ont montré Lowenthal *et al* [56], à combiner deux diffuseurs, l'un fixe et l'autre mobile. L'analyse des figures de speckle est effectuée par un ordinateur qui donne les statistiques de la distribution d'éclairement des pixels.

Comme le diffuseur est en rotation, les statistiques sont calculées sur des zones concentriques dont la vitesse dans chacune d'elles est sensiblement homogène. La vitesse du diffuseur est contrôlée par un variateur permettant une rotation de quelques centièmes de tours par minute à dix tours par minute.

II.4.4.2) Sources de limitation

Le calcul des statistiques sur des moyennes d'ensemble ne permet pas de s'affranchir des différents bruits dus au détecteur ou à la source. Les mesures sont affectées par toutes les sources de bruit qui existent dans la chaîne de détection. Les bruits de la caméra CCD et de son convertisseur 8 bits sont les principales sources de limitation. Nous prenons en compte trois paramètres :

a- offset et non linéarité de la CCD,

b- bruit de détection et de numérisation, respectivement $\sigma_{\text{bruit}} \approx 0,84 \text{ LSB}$ et

$$\sigma_{\text{num}} = \sqrt{\frac{1}{12}} \text{ LSB},$$

c- non uniformité de la réponse des pixels, $\sigma_{sens} \approx 1\%$,

Le paramètre a influe sur la valeur moyenne de l'intensité. Il est corrigé point par point.

Les éléments b et c influent sur la variance de l'intensité mesurée. Ils sont corrigés en supposant que les sources de bruit sont indépendantes. La variance de la fluctuation d'intensité est

$$\sigma_{mesure}^2 = \sigma_{speckle}^2 + \sigma_{bruit}^2 + \sigma_{num}^2 + \sigma_{sens}^2$$

La valeur corrigée est $\sigma_{speckle} = \sqrt{\sigma_{mesure}^2 - \sigma_{bruit}^2 - \sigma_{num}^2 - \sigma_{sens}^2}$.

L'écart type de bruit mesuré dû au speckle résiduel est $\sigma_n = \sqrt{\frac{\sigma_{speckle}^2}{\langle I_{speckle} \rangle^2}}$.

II.4.4.3) Résultats expérimentaux

Le bruit a été mesuré pour différentes ouvertures numériques du système d'imagerie : 3/1000, 1/100, 5/100 et 1/10.

Le temps d'intégration de la matrice *CCD* et la vitesse du diffuseur déterminent le paramètre $\frac{V.T}{a}$. La figure (II.4.4) montre l'écart type de bruit du speckle dynamique détecté en fonction

du nombre de pixels réels qui constituent le pixel équivalent. Les courbes théoriques et les valeurs mesurées sont tracées sur chaque courbe. Les barres d'erreurs correspondent à une amplitude de σ . Pour assurer une meilleure lisibilité des courbes, les abscisses correspondent à la racine du nombre de pixels tandis que les ordonnées sont le logarithme décimal de σ_n .

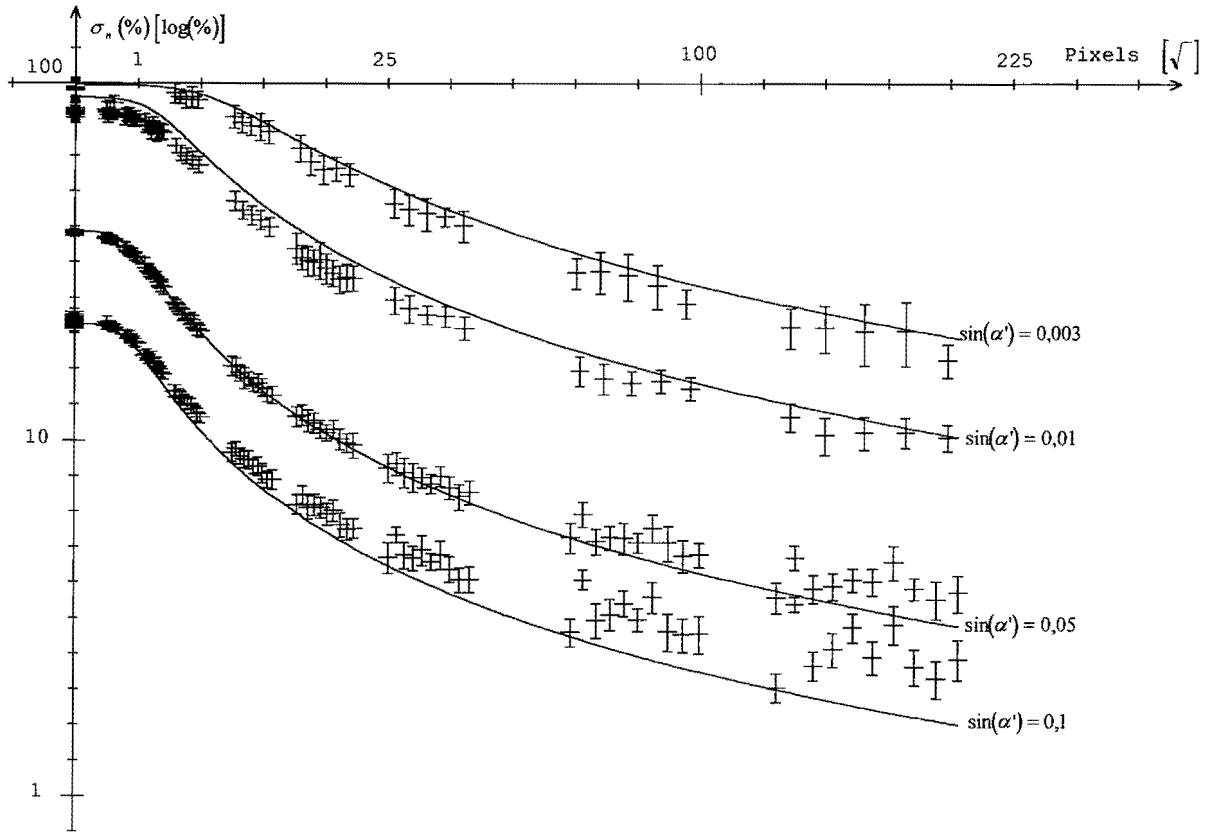


figure II.4.4 : valeurs théoriques et expérimentales de l'écart type de bruit, pour différentes ouvertures numériques 3/1000, 1/100, 5/100 et 1/10

La figure (II.4.5) montre la valeur théorique de σ_n calculée avec l'équation (II.4.n) et l'approximation donnée par Lowenthal *et al* [75]. Cette approximation est valide si le pixel est petit par rapport aux dimensions de la tache de diffraction du système optique. La relation donnée par Lowenthal dépend du nombre de taches de diffraction intégrées pendant le déplacement du diffuseur :

$$\sigma_n \approx \sqrt{\frac{\rho}{V.T}} \quad (\text{II.4.q})$$

ρ est le rayon de la tache de diffraction de l'optique. Sur la figure (II.4.5), la courbe continue correspond à l'équation (II.4.n) et la courbe pointillée à l'équation (II.4.q). Les abscisses sont exprimées comme sur la figure (II.4.4) tandis que les ordonnées correspondent à la valeur réelle de l'écart type. La courbe (a) représente σ_n pour une ouverture numérique de 3/1000 et la courbe (b) pour 1/10.

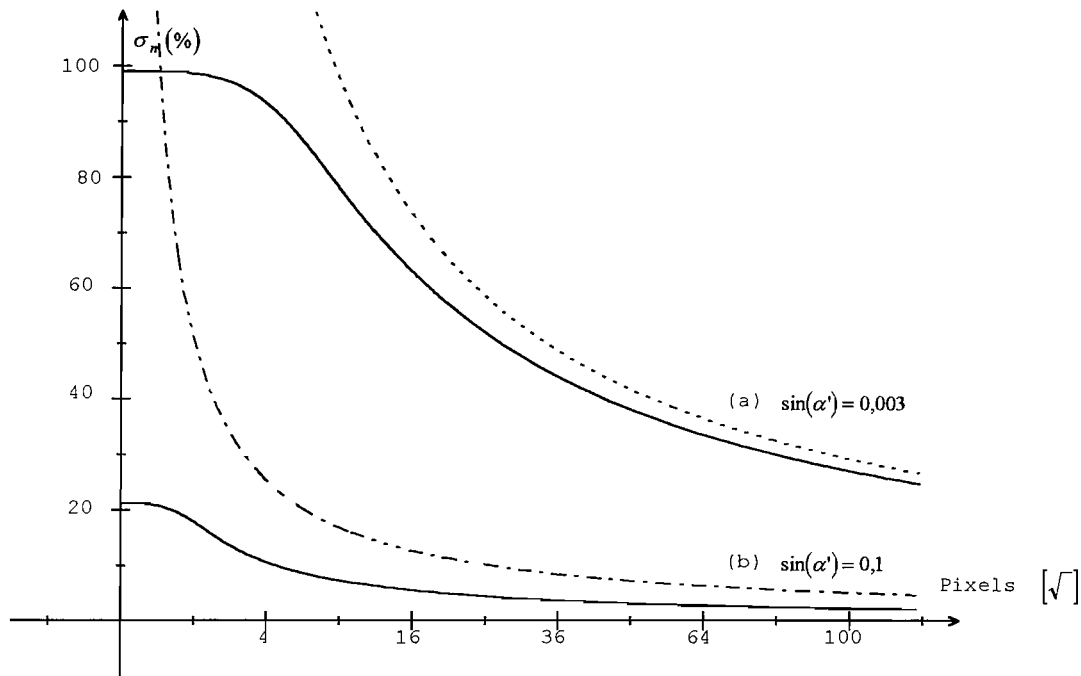


figure II.4.5 : comparaison entre les valeurs théoriques de l'écart type pour les ouvertures numériques 3/1000 (a) et 1/10 (b). Courbe continue : équation (II.4.n), courbe pointillé équation (II.4.q) (pixels carrés de $15 \mu\text{m}$ et $\lambda = 632,8 \text{ nm}$)

Pour une faible ouverture, les deux courbes sont très proches. En effet, dans les conditions de l'expérience, la tache de diffraction de l'optique est beaucoup plus grande que le pixel (taille $15 \times 15 \mu\text{m}^2$). L'approximation est donc meilleure dans ce cas.

A grande ouverture, pixel et tache de diffraction ont des surfaces semblables. Pour $\sin(\alpha') = 0,1$ la valeur exacte de σ_n est 2,3 fois plus petite que l'approximation.

II.4.4.4) Conclusion

L'approximation de Lowenthal *et al* [75] pour l'écart type de bruit de la détection d'un speckle dynamique est valable si l'ouverture intégrante a une taille plus petite que celle de la tache de diffraction du système optique d'imagerie. Pour les grandes ouvertures, par rapport à la taille des pixels, la relation n'est plus adaptée.

Entre la valeur exacte et l'approximation on peut observer des différences de plus d'un facteur 2. Pour un système optique aplanétique ou aberrant, la variance de la fluctuation d'intensité est donnée par l'équation (II.4.p).

II.4.5) Approximation asymptotique

II.4.5.1) Relation simple pour l'écart type

L'équation (II.4.p) n'est pas d'une utilisation très aisée. Lorsque $\frac{V.T}{a}$ devient grand, une approximation de l'intégrale peut être utilisée. Nous exprimons la limite de l'intégrale sous la forme :

$$\lim_{V.T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{b} \iint \left(1 - \frac{|x|}{VT} \right) \left(1 - \frac{|y|}{b} \right) \left| 2 \frac{J_1(\pi \omega_m \sqrt{x^2 + y^2})}{\pi \omega_m \sqrt{x^2 + y^2}} \right|^2 dx dy \right] = \frac{\rho}{k} \quad (\text{II.4.r})$$

ρ étant la tache de diffraction du système optique, est égale à $\frac{0,61\lambda}{\sin(\alpha')}$. Pour des grands déplacements du dépoli,

$$\sigma_n \approx \sqrt{\frac{\rho}{k.V.T}} \quad (\text{II.4.s})$$

Afin de généraliser le résultat, la figure (II.4.6) montre la valeur du coefficient k calculée pour des ouvertures qui varient de 5/1000 à 2/10. L'axe supérieur représente le paramètre

$\beta = \frac{a \cdot \sin(\alpha')}{\lambda}$, variant de 0,118 à 4,74 tandis que l'axe inférieur figure le cas particulier

$\lambda = 632,8 \text{ nm}$ avec un pixel de $15 \times 15 \mu\text{m}^2$.

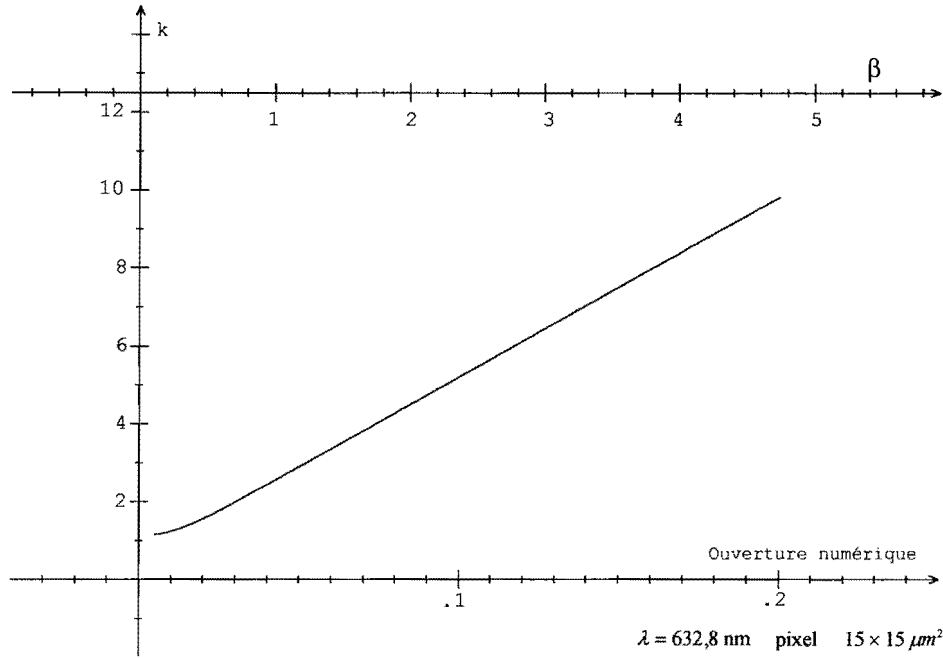


figure II.4.6 : valeurs numériques de k pour différentes ouvertures numériques

Pour $\beta \geq 0,40$, k varie linéairement avec l'ouverture. Une valeur approximative de k peut être obtenue à l'aide de la relation linéaire :

$$k \approx 0,595 + 1,945\beta \quad (\text{II.4.t})$$

II.4.5.2) Application à l'interféromètre de Fizeau

On peut faire une remarque sur les conditions de validité du calcul. Si la conjugaison du trou source avec la pupille du système optique n'est pas assurée, le speckle est non stationnaire et l'écart type de la fluctuation tend à être inférieur à la valeur calculée. D'autre part si la tache de diffraction de l'optique ne répond pas à l'hypothèse 5, l'écart type est augmenté par l'intervention du rayon de corrélation du diffuseur.

Le système afocal de projection a une ouverture numérique de 0,1 et les pixels ont une surface de $15 \times 15 \mu\text{m}^2$; il travaille avec un grandissement transversal pouvant varier de 0,4 à 1,8. La source émet à 632,8 nm et $\rho = 3,9 \mu\text{m}$. La surface de la tache de diffraction est environ cinq fois plus petite que celle d'un pixel. Dans ces conditions, d'après (II.4.t), k est égal à 5,2 et

$$\sigma_n \approx \sqrt{\frac{\rho}{5,2 \cdot V \cdot T}}.$$

La relation exacte donne une valeur 2,3 fois plus faible que l'approximation (II.4.q). La partie utile du dépoli tournant est située à environ 36 mm de son axe de rotation.

Avec un temps d'intégration de 200 ms, pour que σ_n soit inférieur au bruit de numérisation du convertisseur 8 bits il est nécessaire que le diffuseur tourne au moins à 1,8 tours par seconde.

II.4.6) Conclusion

L'étude théorique a permis de préciser la contribution d'un diffuseur mobile présent dans un système d'imagerie. L'équation (II.4.m) décrit l'écart type de bruit introduit par l'intégration spatiale et temporelle d'un speckle dynamique. Pour que cette équation soit valable, il faut respecter les hypothèses du paragraphe **II.4.2.1**. Dans le cas de notre interféromètre de Fizeau, il est nécessaire de faire tourner le dépoli à au moins 1,8 tours par seconde pour réduire suffisamment la fluctuation d'intensité détectée. Dans la pratique, les vitesses de rotations utilisées sont de l'ordre de 5 à 8 tours par seconde. Cette étude quantitative a permis de montrer que le speckle résiduel ne dégrade pas la précision de l'interféromètre.

II.5) Aberrations des composants optiques

II.5.1) Introduction

Les aberrations géométriques du système optique de l'interféromètre de Fizeau introduisent une distorsion des franges d'interférences, affectent la précision des mesures et perturbent la différence de marche des rayons qui interfèrent. Le trajet suivi par les rayons réfléchis sur la surface de référence est différent de celui suivi par ceux réfléchis sur la surface testée. Ces erreurs, souvent négligées en interférométrie conventionnelle, peuvent gravement affecter l'exactitude des mesures dans le cas de la métrologie de haute précision. Nous porterons notre attention sur l'influence des systèmes optiques de l'appareil et sur la configuration de la cavité interférométrique.

En raison de la complexité du problème, aucun article, à notre connaissance, n'a traité complètement de l'influence des aberrations sur la précision des mesures pour le contrôle des surfaces planes et surtout sphériques. Aucune étude ne traite de la totalité des influences. W. G. A. Taylor [79], en 1957, et B. J. Biddles [80], en 1969, furent les premiers à traiter de l'influence de l'aberration sphérique des lentilles par une approche géométrique. Taylor modélisa les aberrations du collimateur par des écarts du troisième ordre; il préconisa l'utilisation d'objectifs à ménisques pour limiter l'influence des aberrations. Biddles a montré que l'épaisseur de la cavité joue un rôle dans la distorsion. Dans sa thèse J. S. Harris [81] a aussi suivi une approche géométrique. Il étudia l'influence de la distorsion du système d'imagerie. H. Kurita *et al* [82] ont proposé une analyse basée sur la décomposition d'un front d'onde en polynômes de Zernike mais limité au troisième ordre, et ont étudié les effets des aberrations lors des mesures de surfaces asphériques. D'autres auteurs utilisent une analyse 'ondulatoire'. R. Jozwicki [83,84] montre que les aberrations interviennent lorsque la cavité a une épaisseur non nulle car les fronts d'ondes suivent des trajets différents dans l'appareil. Il montre qu'un basculement des surfaces fait intervenir des aberrations qui affectent la surface d'onde perpendiculairement à la direction des franges; pour limiter leur influence il propose l'observation en teinte plate. Lors de l'étude d'appareils commerciaux en 1991, C. Evans et W.T. Estler [85] montrent expérimentalement que l'aberration de coma affecte les mesures quand les surfaces sont fortement basculées. En 1993, C. Huang [86] a combiné les approches géométrique et ondulatoire en se limitant aux aberrations du troisième ordre. Il montre que la distorsion du système de visualisation de son interféromètre est la plus grande source d'erreurs. L'approche que nous utilisons ici est purement géométrique. La démarche consiste à évaluer les différences de marche parasites qui apparaissent lors de la propagation.

Pour la métrologie des surfaces planes et sphériques, trois cas sont étudiés :

- l'interféromètre est aplanétique et les erreurs sont dues à des pentes locales ou générales,
- l'interféromètre est affecté d'aberration sphérique qui introduit des différences de marche parasites et de la distorsion,
- l'aberration de coma entre en jeu par l'intermédiaire de pentes locales ou générales. Elle est traitée indépendamment des autres sources d'erreur.

Une lunette afocale conjugue les franges sur le détecteur. Nous avons volontairement supprimé la partie qui contient le dépoli tournant et le 'zoom' (fig. (II.5.1)).

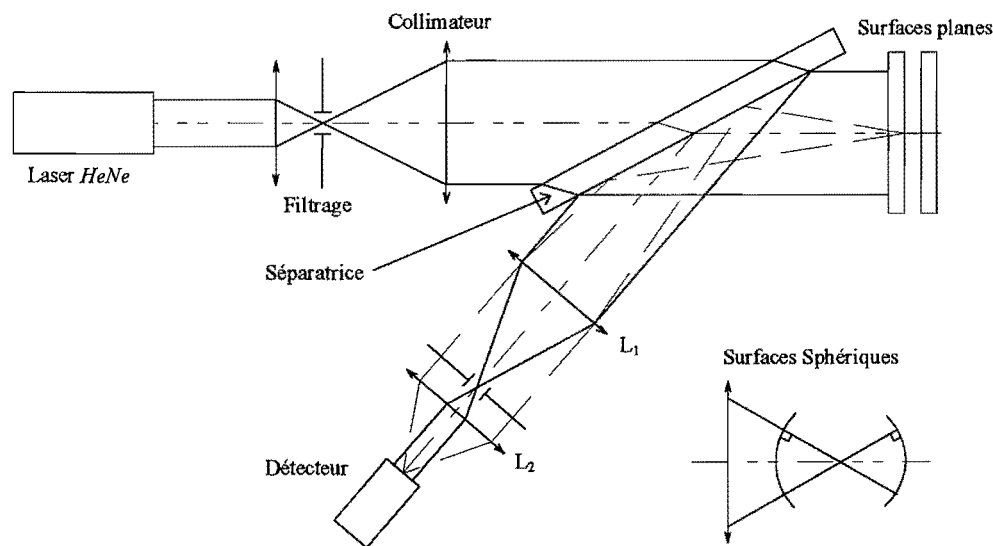


figure II.5.1 : interféromètre de Fizeau sans le système d'imagerie du II.4

Dans les trois cas, nous déterminons des relations qui lient les aberrations et la différence de marche parasite ainsi que la distorsion introduite dans le plan du détecteur. Les éléments optiques sont supposés minces. L'objectif convergent aplanétique utilisé pour le contrôle des surfaces sphériques est représenté par son foyer image et sa sphère principale image. La lame séparatrice est supposée parfaite.

II.5.2) Rappels

II.5.2.1) Aberration sphérique

L'écart normal d'aberration sphérique est écrit sous la forme d'une aberration du cinquième ordre compensée par un résidu de troisième ordre[87,88] :

$$\Delta s = \frac{a_2 h^4}{2 f^6} \left(\frac{h_m^2}{2} - \frac{h^2}{3} \right) \quad (\text{II.5.a})$$

a_2 est le coefficient d'aberration sphérique du cinquième ordre, h la hauteur d'incidence sur le système, h_m la hauteur maximale et f la focale du système. On en déduit :

- la pente $d\Theta$ des rayons émergents par rapport à l'axe optique, $d\Theta = -\frac{\partial \Delta}{\partial h}$

$$d\Theta = -\frac{a_2 h^3}{f^6} (h_m^2 - h^2) \quad (\text{II.5.b})$$

la pente est maximale à $h = \sqrt{\frac{3}{5}} h_m$, $d\Theta_{\max} = -\frac{6\sqrt{3}}{25\sqrt{5}} a_2 \frac{h_m^5}{f^6}$.

- l'écart transversal dy' dans le plan de focalisation (α' est l'angle d'ouverture)

$$dy' = \frac{1}{\cos(\alpha')} \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha'} = -\frac{a_2 h^3}{f^5} (h_m^2 - h^2) \quad (\text{II.5.c})$$

- l'aberration sphérique longitudinale

$$l = -\frac{dy'}{\tan(\alpha')} = -\frac{a_2 h^2}{f^4} (h_m^2 - h^2) \quad (\text{II.5.d})$$

II.5.2.2) Aberration de coma

L'écart normal de coma s'écrit [87]

$$\Delta_c = y' \cdot \sin(\alpha') \cdot \Phi(\sin(\alpha')) \cdot \cos(\varphi) \quad (\text{II.5.e})$$

avec $\Phi(\sin(\alpha')) = b_2 \cdot \sin^2(\alpha') \cdot [\sin^2(\alpha') - \sin^2(\alpha'_m)]$

La fonction Φ est écrite sous la forme d'une aberration du cinquième ordre compensée par un résidu du troisième ordre [87,88] :

$$\Phi(h) = \frac{b_2 h^2}{f^4} [h^2 - h_m^2] \quad (\text{II.5.f})$$

L'écart normal de coma s'écrit :

$$\Delta_c = \frac{b_2 y' h^3}{f^5} (h^2 - h_m^2) \quad (\text{II.5.g})$$

b_2 est le coefficient de coma du cinquième ordre.

II.5.3) Caractéristiques de l'interféromètre

Nous appliquerons les résultats au cas de l'interféromètre en cours d'étude. La longueur d'onde d'émission est $\lambda = 632,8 \text{ nm}$. Le collimateur a une ouverture maximale $h_m = 60 \text{ mm}$ (limitée à 50 mm dans l'instrument). Sa distance focale est de 586 mm. Les lentilles L_1 et L_2 sont de même type que la lentille servant de collimateur (Clairaut-Mossoti). On a $f'_1 = 586 \text{ mm}$ et le grandissement de l'afocal est de $1/10$ ($f'_2 = 58,6 \text{ mm}$). Cette configuration correspond à une surface de 120 mm de diamètre conjuguée sur une caméra *CCD* de $8,5 \times 8,5 \text{ mm}^2$. Les aberrations sphériques du collimateur et de L_1 sont identiques, $\Delta_{\max} = \Delta_{1\max} \approx \lambda$ (en combinant avec un défaut de mise au point judicieux, l'écart normal sera de $\frac{\lambda}{4}$). Pour les surfaces sphériques, l'objectif convergent est indicé B . Il a une focale $f'_B = 171 \text{ mm}$ et une aberration sphérique $\Delta_{B\max} = 1,5\lambda$. L'ensemble collimateur-objectif B présente donc un écart aberrant d'environ $2,5\lambda$.

Les coefficients de coma des lentilles L_1 et L_2 sont homothétiques et $b_{21} = 10.b_{22} \approx -1,566$. Pour l'objectif B , on a $b_{2B} \approx 2,3.10^{-3}$.

La distance qui sépare les surfaces planes, ou l'objectif B , du viseur afocal est $Z \approx 800 \text{ mm}$.

II.5.4) Interféromètre aplanétique

II.5.4.1) Cas des surfaces planes

II.5.4.1.1) Calcul du terme parasite

Les seuls éléments optiques présents et pris en compte sont le collimateur et le viseur afocal qui sert à la formation de l'image de la surface sur le détecteur *CCD* (ou l'écran dépoli tournant). Nous nous plaçons dans le cas où les optiques sont dépourvues d'aberrations géométriques. Si les surfaces sont en autocollimation parfaite, aucun terme parasite ne vient entacher la différence de marche ($\delta_0 = 2.e$) que l'on veut mesurer. L'introduction d'un basculement, local ou général, crée une différence de chemin optique paraxial entre les rayons qui se réfléchissent sur la surface de référence et la surface mesurée.

Trois cas peuvent engendrer ce basculement :

- un basculement entre la référence et l'échantillon (basculement général),
- un défaut local de la surface à contrôler créant une pente, équivalente à un basculement localisé,
- la surface testée qui peut être asphérique. Il n'y a plus autocollimation et on se trouve en présence d'un basculement variable dans le champ.

Considérons le cas d'une pente θ sur l'échantillon. L'instrument est supposé parfaitement stigmatique. Nous allons évaluer la différence de marche entre les deux rayons qui se réfléchissent sur la surface de référence et la surface testée (fig. (II.5.2)).

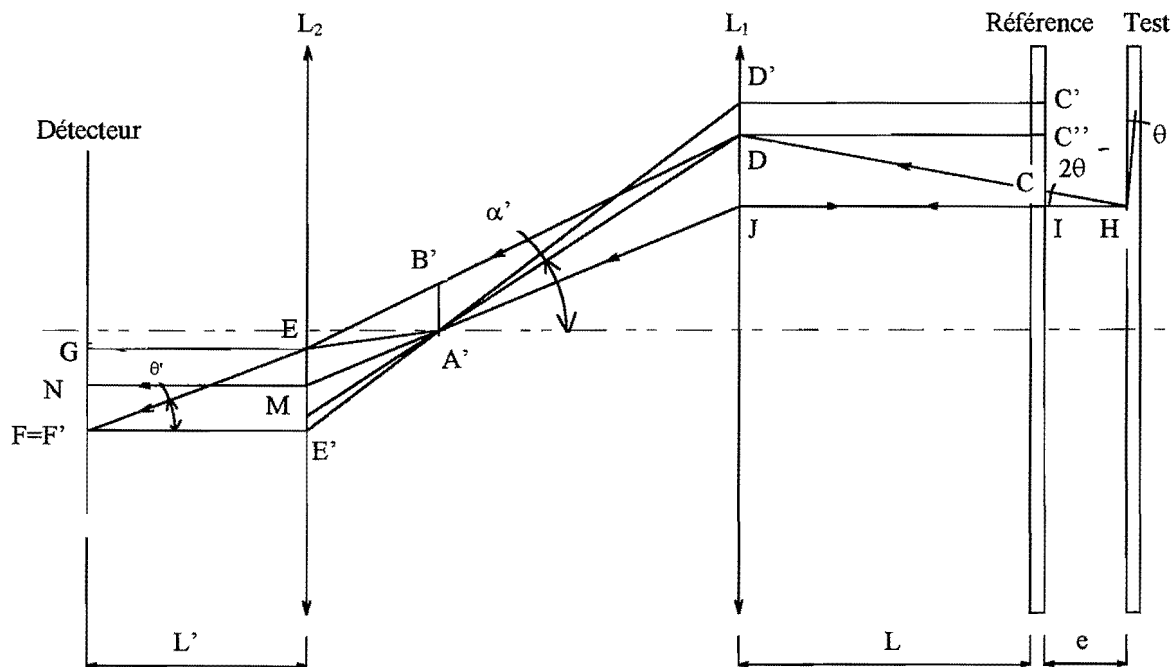


figure II.5.2 : trajet des rayons dans le cas plan

En F , situé sur le détecteur, interfèrent deux rayons ayant suivi les chemins géométriques dépourvus d'aberration :

- l'un provenant de I par le chemin $IHCDB'EF$ (test)
- l'autre de C' par le chemin $C'D'A'E'F$ (référence)

La différence de marche est $\delta = (IHCDB'EF) - (C'D'A'E'F) = (IHC) + (CDB'EF) - (C'D'A'E'F)$

Les conjugaisons optiques $\infty \xrightarrow{\text{lentille } L_1} A'$ et $A' \xrightarrow{\text{lentille } L_2} \infty$ sont supposées aplanétiques de sorte que $(C'D'A') = (C''DA')$ et $(A'E'F) = (A'EG)$.

$$\text{Donc } \delta = (IHC) + (CD) - (C''D) + (DB') - (DA') + (B'E) - (A'E) + (EF) - (EG)$$

On décompose δ en une somme de trois différences de marches, $\delta = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3$, avec :

$$\delta_1 = (IHC) = 2.e + 2.e.\theta^2$$

$$\delta_2 = (CD) - (C''D) + (DB') - (DA') \approx 2.L.\theta^2 - y'\sin(\alpha')$$

$$\delta_3 = (B'E) - (A'E) + (EF) - (EG) \approx \frac{2.L'.f_1^2.\theta^2}{f_2^2} + y'\sin(\alpha')$$

Après quelques transformations $\delta \approx 2e + 2\theta^2 \left[e + L + \frac{L'f_1^2}{f_2^2} \right]$.

L' est la position du détecteur par rapport à la lentille L_2 . En pratique le détecteur est dans le plan image de la surface testée. En utilisant la relation de conjugaison du système afocal, L' s'exprime en

fonction de L , e et des distances focales des lentilles du viseur : $L' = -\frac{f_2^2}{f_1^2}(L + e - f'_1) + f'_2$.

On en déduit que $\delta \approx 2e + \frac{2.\theta^2.f'_1(f'_1 + f'_2)}{f'_2}$.

La différence de marche, entre les deux rayons qui se réfléchissent sur la surface de référence et la surface testée qui présente sur sa surface un défaut de pente θ , se décompose en un terme constant δ_0 , et un terme parasite $d\delta$:

$$d\delta \approx \frac{2.\theta^2.f'_1(f'_1 + f'_2)}{f'_2} \quad (\text{II.5.h})$$

II.5.4.1.2) Application

La figure (II.5.3) montre la variation de $d\delta$ pour le viseur de notre interféromètre.

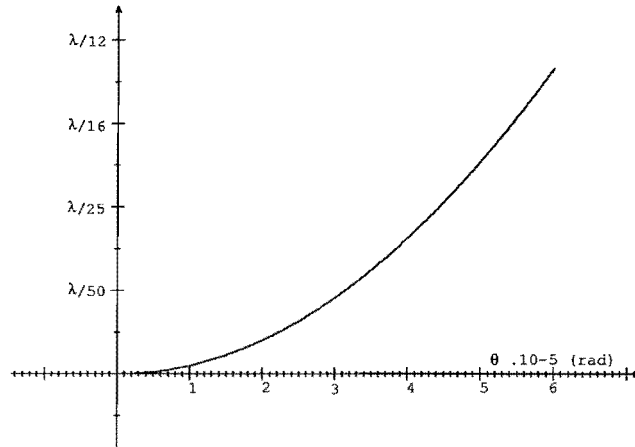


figure II.5.3 : évolution de $d\delta$ en fonction de la pente θ

L'erreur est inférieure à $\frac{\lambda}{500}$ si la pente n'excède pas $1 \cdot 10^{-5}$ rad, et atteint $\frac{\lambda}{12}$ pour une pente de $6 \cdot 10^{-5}$ rad. Pour une surface de 120 mm de diamètre, une pente de $6 \cdot 10^{-5}$ rad correspond à 22 franges dans le champ. Les défauts locaux qui introduisent un grand nombre de franges détruisent la précision de la mesure.

II.5.4.2) Cas des surfaces sphériques

II.5.4.2.1) Terme parasite

Le dispositif retenu pour le contrôle des surfaces sphériques est le même que celui adopté pour les surfaces planes mais il est nécessaire d'ajouter un objectif convergent. Cet objectif est composé d'un doublet collé et de trois ménisques, le dernier contenant la surface sphérique de référence. Les rayons concernés sont issus de F'_B et de B'' (fig. (II.5.4)). La différence de marche entre les deux rayons est due à la propagation entre les deux surfaces de la cavité et à la différence de chemin optique qu'ils ont suivi à partir de B'' et le foyer image de l'objectif B . Considérons une pente locale θ sur la surface mesurée.

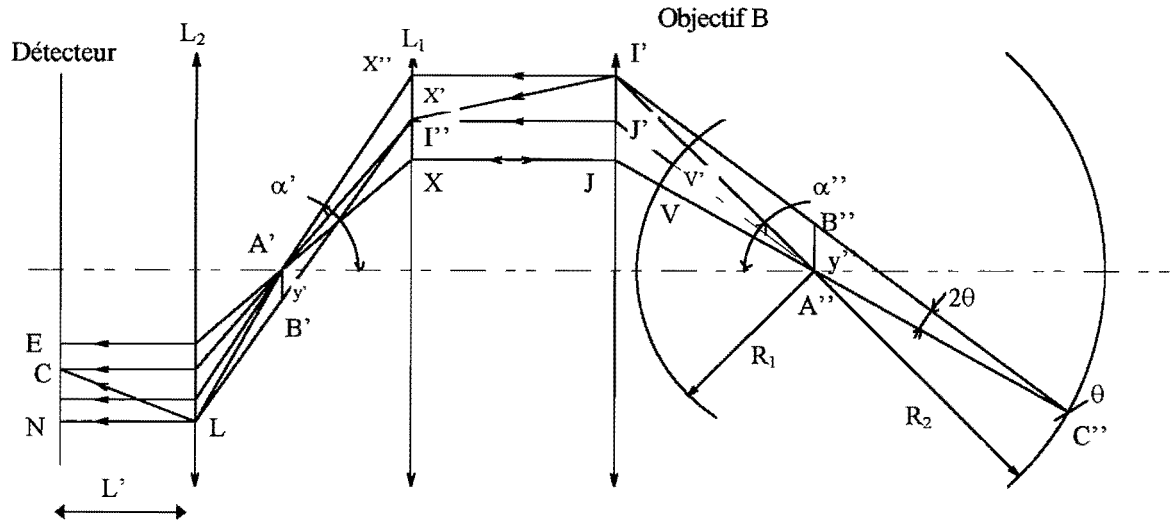


figure II.5.4 : trajet des rayons dans le cas sphérique

On note R_1 le rayon de courbure de la surface de référence et R_2 celui de la surface mesurée.

Au point C (fig. (II.5.4)), situé sur le détecteur, interfèrent deux rayons ayant suivi des chemins géométriques dépourvus d'aberration :

- l'un provenant de V par le chemin $A''C''B''$ etc...(test)
- l'autre de V' par le chemin $J'I''$ etc...(référence)

La différence de marche est $\delta = (VA''C''B''I'X'B'LC) - (V'J'I''A'KL)$.

Les conjugaisons optiques $A'' \xrightarrow{\text{Objectif B}} \infty$ et $\infty \xrightarrow{\text{Viseur}} \infty$ sont supposées aplanétiques de sorte que

$$(A''JXA'DE) = (A''V'J'I''A'KC)$$

$$\delta = (VA''C'') + (C''B'') + (B''I') + (I'X') + (X'B') + (B'L) + (LC) - (VJ) - (JA') - (A'E) - (ED)$$

$$\delta = R_1 + R_2 + (C''B'') + (B''I') + (I'B') + (B'L) + (LC) - (VJ) - (JA') - (A'E) - (ED)$$

$$\text{avec } (VJ) + (JA') = (A''I') + (I'A') \text{ et } (A''J) + (JA') = (A''I') + (I'A'),$$

$$\text{on a } (VJ) + (JA') = (A''I') + (I'A') - R_1$$

$$\text{donc } \delta = R_1 + R_2 + (C''B'') + (B''I'B') - (A''I'A') + (B'L) - (A'E) + (ED) - (LC)$$

On a aussi $(A'ED) = (A'LN)$. δ se décompose en une somme de trois termes, $\delta = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3$.

$$\delta_1 = 2R_1 + R_2 + (C'' B'')$$

$$\delta_2 = (B'' I' B') - (A'' I' A')$$

$$\delta_3 = (B' LC) - (A' LN)$$

Après calculs et approximations on obtient :

$$\delta_1 \approx 2R_1 + 2R_2 - 2.R_2\theta^2 + 2R_2.\theta.tg(\alpha''+2\theta)$$

$$\delta_2 = 0$$

$$\delta_3 \approx -y' . \sin(\alpha') + \frac{L'}{2} \left[\frac{f'_1 R_2 \sin(2\theta)}{f'_2 f'_B \cos(\alpha''+2\theta)} \right]^2$$

La pente étant faible, $2\theta \ll 1$ donc $\cos(\alpha''+2\theta) \approx \cos(\alpha'')$ si α'' n'est pas trop grand.

En définitive, la différence de marche se décompose en un terme constant δ_0 et un terme aberrant $d\delta$

$$\delta = \delta_0 + d\delta$$

δ_0 est liée à la double traversée de la cavité, $\delta_0 = 2(R_1 + R_2)$.

$d\delta$ est un terme supplémentaire dû à la propagation et à θ , $d\delta \approx -2\theta^2 . R_2 + \frac{L'}{2} \frac{f_1^2}{f_2^2 f_B^2} \frac{4\theta^2}{\cos^2 \alpha''} R_2^2$.

L' est la position du détecteur, $L' \approx f'_2$, et les systèmes sont peu ouverts, $\cos(\alpha'') \approx 1$. La différence de marche parasite entre les deux rayons qui se réfléchissent l'un sur la surface de référence et l'autre sur la surface testée est alors :

$$d\delta \approx \frac{2.\theta^2.R_2}{f'_2 f_B^2} [f_1^2 R_2 - f'_2 f_B^2] \quad (\text{II.5.i})$$

$d\delta$ est indépendant du rayon de courbure de la surface de référence. On peut étudier l'influence de ce terme parasite dans deux cas : le miroir a un très grand ou un petit rayon de courbure.

II.5.4.2.2) Application

II.5.4.2.2.a) Cas d'un miroir de très grand rayon de courbure

Considérons le cas d'un miroir ayant un très grand rayon de courbure, pris égal à 5 mètres. La surface de référence est *a priori* petite, ce qui conduit à une grande cavité.

La figure (II.5.5) représente l'évolution de $d\delta$ en fonction de la pente locale sur la surface et pour les éléments optiques de l'appareil. La pente varie jusqu'à $\theta = 3.10^{-6}$ rad. La variation de $d\delta$ est représentée en valeur absolue sur la figure (II.5.5).

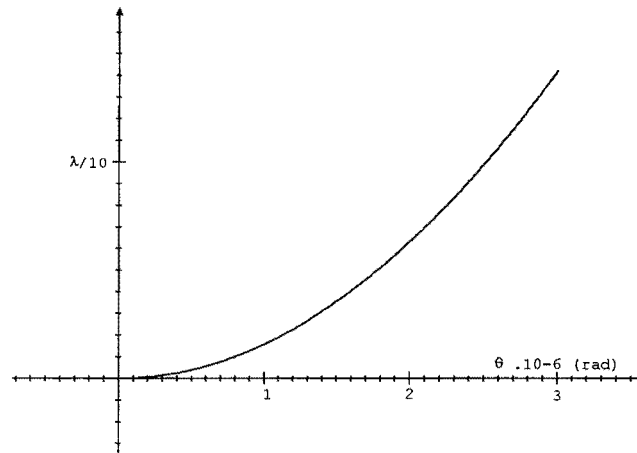


figure II.5.5 : évolution de $d\delta$ en fonction de θ pour $R_2 = 5 \text{ m}$ (concave)

II.5.4.2.3.b) Cas d'un miroir de petit rayon de courbure

Le rayon de courbure est petit et pris égal à 40 mm. La figure (II.5.6) représente l'évolution de $d\delta$ (en valeur absolue) en fonction de la valeur de la pente sur la surface.

Les deux graphiques représentent les cas où la surface est convexe ($R_2 < 0$) et concave ($R_2 > 0$) et la pente varie jusqu'à $\theta = 6.10^{-5}$ rad.

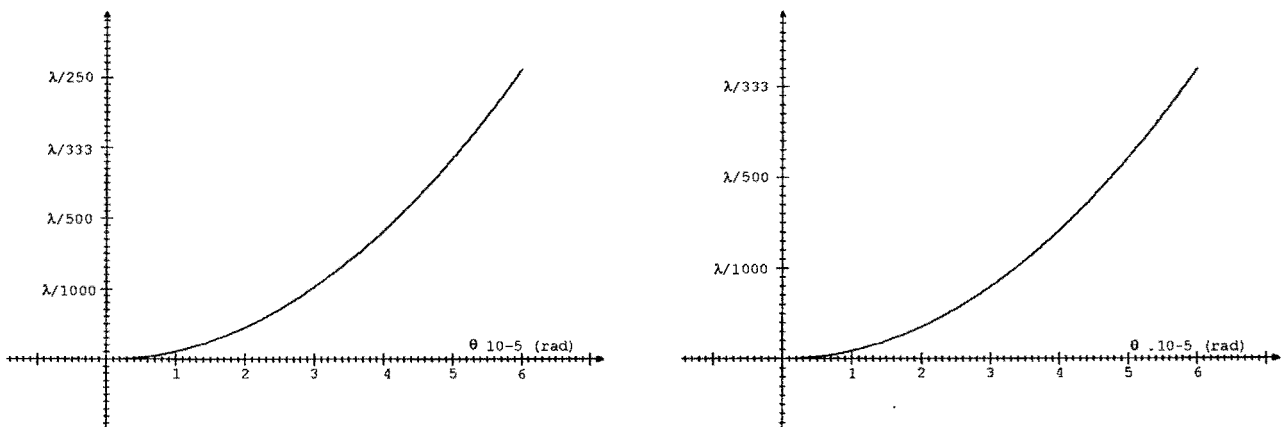


figure II.5.6 : $d\delta$ en fonction de θ , $R_2 = 40 \text{ mm}$ (concave à gauche) et $R_2 = -40 \text{ mm}$ (convexe à droite)

II.5.4.2.4) Conclusion

Les figures (II.5.5) et (II.5.6) montrent qu'il est illusoire de chercher de grandes précisions dans la mesure de surfaces asphériques de grand rayon avec un étalon sphérique.

En revanche dans le cas des surfaces de petit rayon de courbure il est possible d'obtenir de très bonnes précisions $\left(\geq \frac{\lambda}{500}\right)$ si l'asphérisation n'est pas trop forte. Dans ce cas, on peut utiliser des étalons sphériques, ce qui simplifie considérablement le contrôle.

II.5.5) Composants optiques aberrants

II.5.5.1) La métrologie de surfaces planes

Les seuls éléments optiques présents et pris en compte sont le collimateur et le viseur afocal qui sert à la formation de l'image de la surface sur le détecteur CCD (ou l'écran dépoli tournant). Nous étudions quelle est l'influence des aberrations du collimateur sur la différence de marche entre deux rayons qui interfèrent dans le plan de la CCD puis l'influence du viseur sur la distorsion.

II.5.5.1.1) Différentiel d'aberration sphérique

Le collimateur forme un faisceau de rayons parallèles à partir d'un point source de quelques dizaines de microns, considéré comme ponctuel. L'onde plane émergente est affectée d'aberration sphérique. Les rayons qui devraient être parallèles à l'axe optique du système sont légèrement inclinés, suivant la loi $d\Theta$ (relation (II.5.b) et fig. (II.5.7)).

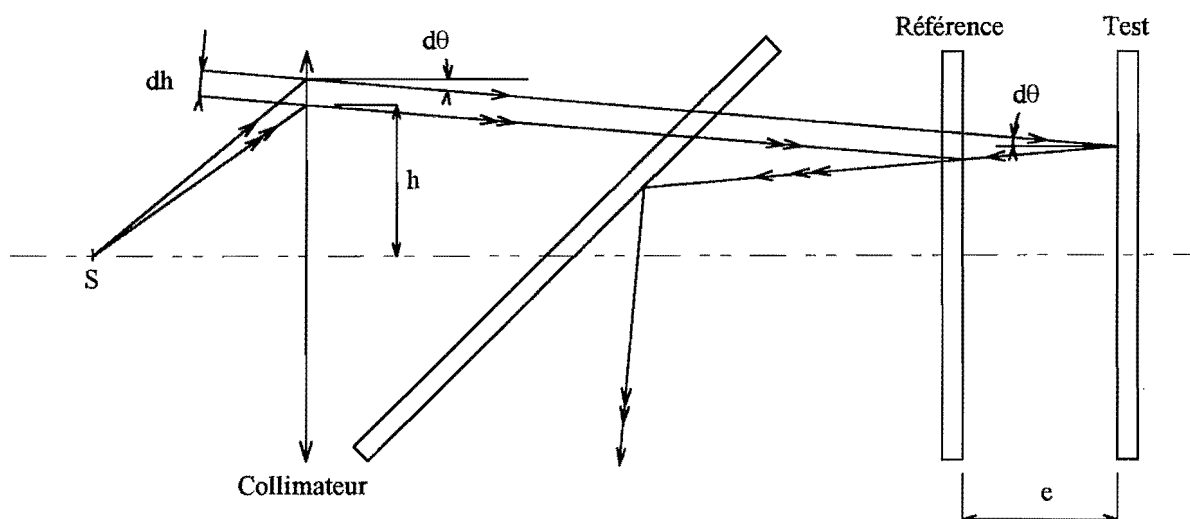


figure II.5.7 : marche des rayons en présence d'aberration

De ce fait un rayon se réfléchissant sur la surface de référence à une hauteur h interfère avec un rayon provenant de la surface testée de hauteur $h + dh$. En remontant vers la source, les deux rayons qui interfèrent traversent le collimateur à deux hauteurs distinctes, où les écarts normaux sont différents.

Cette aberration produit un écart normal se composant d'un différentiel d'aberration sphérique dû au collimateur et d'un différentiel de marche ajouté au retard total $2.e$ dû à l'inclinaison des rayons dans la couche d'air d'épaisseur non nulle.

Les deux rayons sont quasi parallèles, malgré la distance dh qui les sépare. En effet, les écarts normaux sont différents pour h et $h + dh$ impliquant une infime variation de la pente $d\Theta$. La variation de la pente est $d^2\Theta = \left[\frac{\partial(d\Theta)}{\partial h} \right] dh$, dh étant donné par la relation $dh = -2.e.d\Theta$. Elle est maximale

en $h = \sqrt{\frac{3}{5}}h_m$ pour $d\Theta_{\max} = -\frac{6\sqrt{3}}{25\sqrt{5}}a_2 \frac{h_m^5}{f^6}$. La variation est donc

$$d^2\Theta = -\left[\frac{36}{25} \frac{a_2}{f^6} h_m^4 \right] d\Theta_{\max} . e = \frac{216\sqrt{3}}{625\sqrt{5}} a_2^2 \frac{h_m^9}{f^{12}} e \approx 38,5.e. \frac{\Delta_{\max}^2}{h_m^3}$$

On néglige l'écart d^2h , sur la première lentille du viseur, des hauteurs d'incidence des deux rayons issus de la cavité dû à la propagation des rayons sur une distance Z (distance collimateur-viseur).

On a $d^2h = d^2\Theta . Z$ et $d^2h_{\max} \approx 38,5.e.Z. \frac{\Delta_{\max}^2}{h_m^3}$. Cet écart de hauteur par rapport à celui des rayons

incidents sur le collimateur s'écrit $\frac{d^2h_{\max}}{dh_{\max}} \approx 8,5.Z. \frac{\Delta_{\max}}{h_m^2}$.

Pour une grande cavité, $e = 320$ mm par exemple, l'application numérique donne

$d^2\Theta = 4,25.10^{-8}$ rad et $\frac{d^2h_{\max}}{dh_{\max}} \approx 1.10^{-3}$. La variation de la pente et l'écart de hauteur sur la première

lentille du viseur sont donc négligeables et les deux rayons peuvent être considérés quasi parallèles. Le viseur n'ajoutera pas de différentiel d'aberration sphérique. Les rayons qui interfèrent suivent le même chemin dans le viseur. Celui-ci aura alors pour seule influence de déplacer leur point d'intersection sur le détecteur.

Le différentiel de marche aberrant est $d\Delta_s = \left[\frac{\partial\Delta}{\partial h} \right] dh$, auquel s'ajoute l'écart dû à la propagation

dans la cavité et la pente $d\Theta$, $d\Delta_p = e.(d\Theta)^2$. On obtient pour le différentiel total

$$d\Delta = d\Delta_p + d\Delta_s = \left[\frac{\partial\Delta}{\partial h} \right] dh + e.(d\Theta)^2 = 3.e.(d\Theta)^2.$$

$d\Delta_a$ et $d\Delta_p$ sont maximums pour $d\Theta$ maximum et donc pour $h = \sqrt{\frac{3}{5}}h_m$. h_m est la hauteur d'incidence maximale sur le système. Par conséquent :

$$d\Delta_{\max} \approx \frac{324}{3125} e \cdot a_2^2 \cdot \frac{h_m^{10}}{f^{12}} \approx 15 \cdot e \cdot \frac{\Delta_{\max}^2}{h_m^2} \quad (\text{II.5.j})$$

$d\Delta_{\max}$ varie linéairement avec l'épaisseur de la cavité. Une minimisation de l'influence de l'aberration sphérique passe par une réduction de l'épaisseur de la couche d'air. Si on veut que l'erreur ne soit pas supérieure à $\frac{\lambda}{1000}$, il suffit que l'épaisseur de la cavité soit telle que $e < \frac{\lambda}{15000} \frac{h_m^2}{\Delta_{\max}^2}$. Avec les caractéristiques des éléments optiques l'application numérique donne $e < 379 \text{ mm}$. On peut conclure qu'avec ce collimateur et une cavité interférométrique de faible épaisseur, le résidu d'aberration sphérique n'a aucune influence sur la différence de marche entre deux rayons qui interfèrent.

II.5.5.1.2) Distorsion dans le plan du détecteur

II.5.5.1.2.a) Expression en fonction de la position du détecteur

La distorsion est la variation de la hauteur d'incidence sur le détecteur. Sur la figure (II.5.8), on a représenté le système 'déplié'. La distorsion se traduit par une modification de la position des franges d'interférences sur le détecteur.

On néglige la variation ξ de la hauteur d'incidence sur la première lentille du viseur due à l'angle $d\Theta$ et la propagation des rayons sur une distance Z . En effet,

$$\xi = -d\Theta_{\max} \cdot Z = -\frac{6\sqrt{3}}{25\sqrt{5}} \frac{h_m^5}{f^6} a_2 Z \approx 2,25 \cdot Z \cdot \frac{\Delta_{\max}}{h_m}$$

Avec les données du paragraphe II.5.4, l'application numérique donne $\xi = 14 \mu\text{m}$. La hauteur paraxiale de sortie varie de $1,4 \mu\text{m}$ ce qui est négligeable (grandissement de l'afocal de 1/10). En conséquence, $h_1 \approx h$.

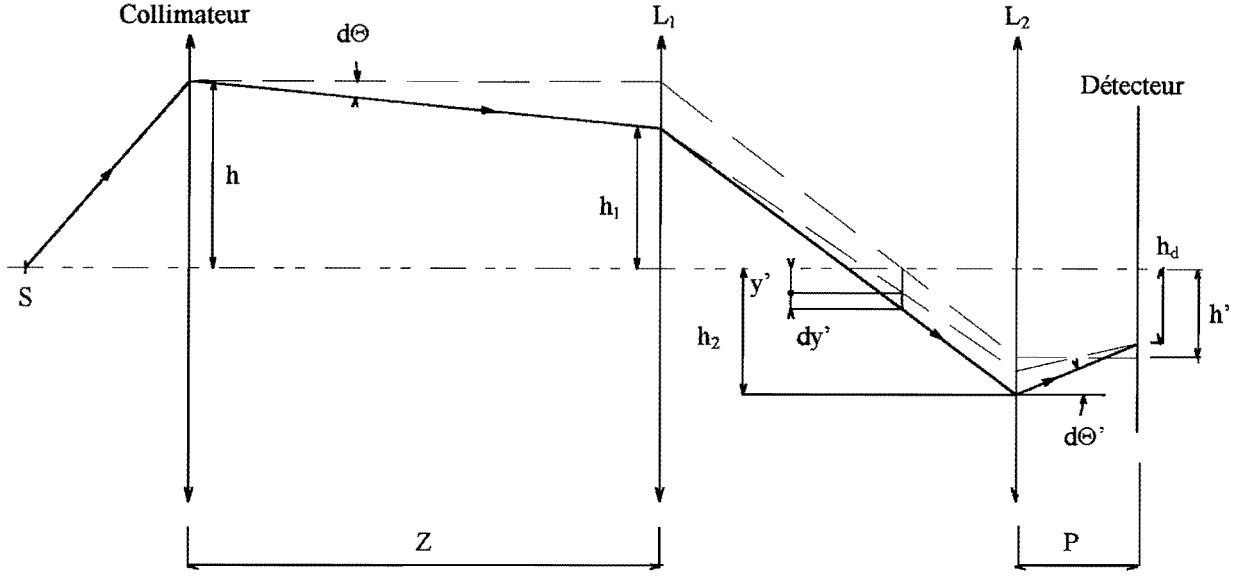


figure II.5.8 : distorsion due à l'ensemble

La relation qui existe entre les hauteurs h et h_2 est :

$$h_2 = -h \frac{f'_2}{f'_1} + (f'_1 + f'_2) d\Theta + \frac{(f'_1 + f'_2)}{f'_1} dy'$$

dy' étant l'aberration transversale dans le plan image de la première lentille du viseur.

La relation des sinus[89] n'étant plus satisfaite, on a :

$$h_2 = -h \frac{f'_2}{f'_1} - h \frac{f'_2}{f'_1} (\Phi_2 - \Phi_1) + (f'_1 + f'_2) d\Theta + \frac{(f'_1 + f'_2)}{f'_1} dy' \quad (\text{II.5.k})$$

Les termes proportionnels à $d\Theta \cdot (\Phi_2 - \Phi_1)$ et $dy' \cdot (\Phi_2 - \Phi_1)$ sont négligeables puisque d'ordre supérieur. Le rayon qui émerge de l'ensemble à une hauteur donnée par (II.5.k) est incliné de $d\Theta'$ par rapport à l'axe horizontal (fig. (II.5.8)). Cette inclinaison $d\Theta'$ est due à deux causes qui s'additionnent

$$d\Theta' = d\Theta'_{\text{paraxial}} + d\Theta'_{\text{aberrant}}$$

- $d\Theta'_{\text{paraxial}}$ est dû à l'inclinaison du rayon incident $d\Theta$ (II.5.b) sur le système afocal :

$$d\Theta'_{\text{paraxial}} = -\frac{f_1}{f_2} d\Theta$$

- $d\Theta'_{aberrant}$ est dû à l'aberration sphérique : plaçons nous dans le plan de l'image intermédiaire paraxiale de hauteur y' correspondant à l'angle $d\Theta$. A y' s'ajoute un terme d'aberration dy' qui est la somme des termes aberrants de chaque lentille, prise dans le sens de conjugaison *infini-foyer* $dy' = dy'_1 + dy'_2$,

$$d\Theta'_{aberrant} = -\frac{dy'_1 + dy'_2}{f'_2} \text{ avec } dy'_1 = -\frac{a_2 h_1^3}{f_1'^5} (h_{m1}^2 - h_1^2) \text{ et } dy'_2 = -\frac{a_2 h_2^3}{f_2'^5} (h_{m2}^2 - h_2^2).$$

Si les deux lentilles sont homothétiques $d\Theta'_{aberrant} = \frac{(a_{21} + a_{22})}{f_1'^5 f_2'} h^3 (h_m^2 - h^2).$

A un rayon incident à la hauteur h et incliné de $d\Theta$ correspond une hauteur h' en sortie de la deuxième lentille du viseur donnée par la relation (II.5.k) et incliné d'un angle $d\Theta'$,

$$d\Theta' = -d\Theta \frac{f'_1}{f'_2} + \frac{(a_{21} + a_{22})}{f_1'^5 f_2'} h^3 (h_m^2 - h^2) \quad (\text{II.5.l})$$

Appelons h_d la hauteur d'incidence d'un rayon sur le détecteur. Nous pouvons la comparer à la valeur paraxiale $-h \frac{f'_2}{f'_1}$ (fig. (II.5.9)) :

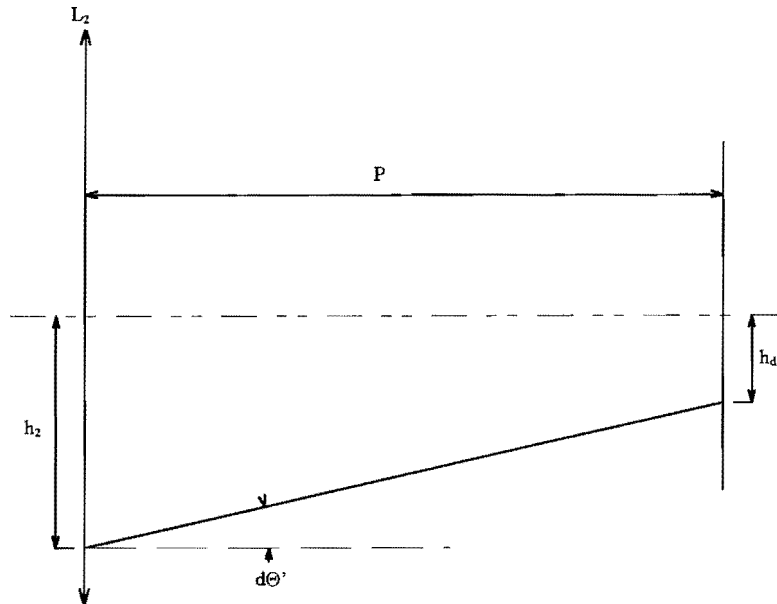


figure II.5.9 : calcul de h_d

D'après la figure (II.5.9), $h_d = h' + P \cdot d\Theta'$, avec $P \cdot d\Theta' = -d\Theta \frac{f'_1}{f'_2} P + (a_{2_1} + a_{2_2}) \frac{P \cdot h^3}{f'_2 f'^5_1} (h_m^2 - h^2)$.

Comme $d\Theta = -\frac{a_2 h^3}{f^6} (h_m^2 - h^2)$ (II.5.b),

$$P \cdot d\Theta' = \frac{a_2 f'_1}{f'_2 f^6} \frac{P \cdot h^3}{f^6} (h_m^2 - h^2) + (a_{2_1} + a_{2_2}) \frac{P \cdot h^3}{f'_2 f'^5_1} (h_m^2 - h^2)$$

Et avec $\Phi_2 - \Phi_1 = \frac{b_{2_2} - b_{2_1}}{f_1^4} h^2 (h_m^2 - h^2)$ (II.5.f), la hauteur réelle d'intersection avec le détecteur est

$$\begin{aligned} h_d = & -h \frac{f'_2}{f'_1} + \frac{a_2 f'_1}{f'_2 f^6} \frac{P \cdot h^3}{f^6} (h_m^2 - h^2) + (a_{2_1} + a_{2_2}) \frac{P \cdot h^3}{f'_2 f'^5_1} (h_m^2 - h^2) \\ & - (f'_1 + f'_2) h^2 (h_m^2 - h^2) \left[\frac{a_2}{f^6} + \frac{a_{2_1}}{f_1^6} \right] + \frac{b_{2_1} - b_{2_2}}{f_1^5} f'_2 h^3 (h_m^2 - h^2) \end{aligned}$$

La distorsion δh est telle que $h_d = -h \frac{f'_2}{f'_1} + \delta h$,

$$\delta h = \left[\frac{P \cdot f'_1}{f'_2} \left[\frac{(a_{2_1} + a_{2_2})}{f_1^6} + \frac{a_2}{f^6} \right] + \frac{b_{2_1} - b_{2_2}}{f_1^5} f'_2 - (f'_1 + f'_2) \left[\frac{a_2}{f^6} + \frac{a_{2_1}}{f_1^6} \right] \right] h^3 (h_m^2 - h^2)$$

L'expression est maximale pour $h = \sqrt{\frac{3}{5}} h_m$:

$$\delta h_{\max} = \frac{6\sqrt{3}}{25\sqrt{5}} \left[\frac{P \cdot f'_1}{f'_2} \left[\frac{(a_{2_1} + a_{2_2})}{f_1^6} + \frac{a_2}{f^6} \right] + \frac{b_{2_1} - b_{2_2}}{f_1^5} f'_2 - (f'_1 + f'_2) \left[\frac{a_2}{f^6} + \frac{a_{2_1}}{f_1^6} \right] \right] h_m^5$$

II.5.5.1.2.b) Application numérique

Les lentilles L_1 et L_2 sont homothétiques et les coefficients d'aberration sont liés, $a_{2_2} = 10.a_{2_1}$ et $b_{2_1} = 10.b_{2_2}$. $\delta h_{\max}$ s'écrit en fonction des écarts normaux d'aberration sphérique du collimateur, de la première lentille du viseur et de son coefficient de coma du cinquième ordre :

$$\delta h_{\max} = \frac{6\sqrt{3}}{25\sqrt{5}} \left[\frac{12.P.f'_1}{f'_2 h_m} [1,1\Delta_{1\max} + \Delta_{\max}] + \frac{0,9.b_{2_1}.f'_2 h_m^5}{f_1^5} - 12 \frac{(f'_1 + f'_2)}{h_m} [\Delta_{1\max} + \Delta_{\max}] \right] \quad (\text{II.5.m})$$

$\delta h_{\max}$ varie linéairement avec la position P du détecteur. Pour les éléments de l'interféromètre la figure (II.5.10) donne l'évolution de $\delta h_{\max}$.

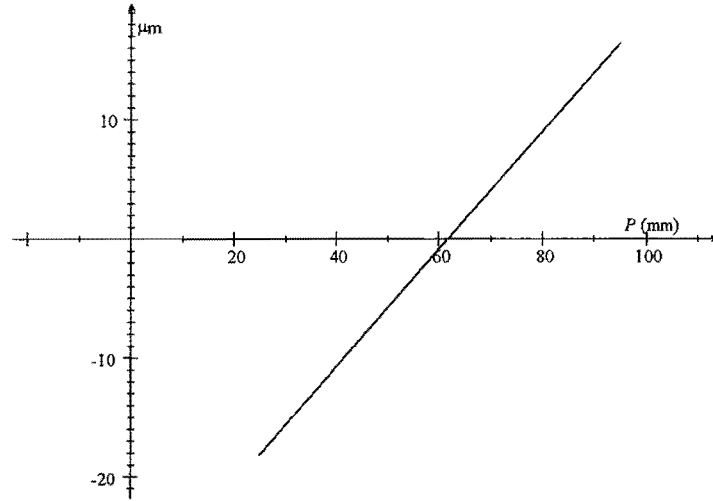


figure II.5.10 : $\delta h_{\max}$ en fonction de P

Lors du contrôle des surfaces le détecteur doit être placé dans le plan de l'image des deux surfaces planes, qui est alors au voisinage du foyer image F'_2 , $P \approx f'_2$:

$$\delta h_{\max} = \frac{6\sqrt{3}}{25\sqrt{5}} \left[\frac{1,2.f'_1 \Delta_{1\max}}{h_m} + \frac{0,9.b_{2_1}.f'_2 h_m^5}{f_1^5} - 12 \frac{f'_2}{h_m} [\Delta_{1\max} + \Delta_{\max}] \right]$$

L'application numérique donne $\delta h_{\max} \approx -1,55 \mu m$. Cette valeur est inférieure à la largeur d'un pixel de la caméra ($15 \mu m$) et la distorsion peut être considérée comme négligeable.

II.5.5.1.2.c) Conclusion

La distorsion s'annule pour $P_0 = \frac{\Delta_{1\max} + \Delta_{\max}}{1,1.\Delta_{1\max} + \Delta_{\max}} \frac{(f'_1 + f'_2)f'_2}{f'_1} - \frac{0,9b_{2_1}f_2'^2 h_m^6}{12f_1'^6 (1,1.\Delta_{1\max} + \Delta_{\max})}$.

Dans notre cas, elle est nulle si $P_0 \approx 61,7$ mm. La configuration idéale consiste à placer le détecteur en P_0 et d'adapter la position de la surface testée pour qu'elle soit conjuguée à travers le viseur. Si cette disposition n'est pas possible (encombrement de la lame séparatrice, focales du viseur trop courtes par exemple) on pourra choisir une conjugaison *foyer-infini-foyer* entre les lentilles L_1 et L_2 du viseur car la distorsion n'est pas trop élevée dans ce cas.

Dans le cas de la métrologie de surfaces planes, il est possible de s'affranchir de la distorsion en plaçant judicieusement le détecteur.

II.5.5.1.3) Aberration de coma

II.5.5.1.3.a) Contribution de la coma

Par rapport au cas où l'ensemble est aplanétique, la différence de marche parasite n'est plus seulement $d\delta$ mais $d\delta + \Delta_c$, Δ_c étant l'écart normal de coma introduit par l'ensemble de l'appareil (voir paragraphe II.5.4.1 et fig. (II.5.2)). Maintenant δ_2 et δ_3 contiennent des termes liés à la coma.

$\delta_2 = (CD) - (C''D) + (DB') - (DA')$, la conjugaison n'étant plus aplanétique et l'objet AB pouvant être considéré à l'infini. L'écart normal de coma introduit est

$$\Delta_2 = -(2h\theta + y' \sin \alpha') = \frac{b_{21}y'h^3}{f_1'^5} (h^2 - h_m^2) \quad (\text{II.5.g})$$

$$\delta_3 = (B'E) - (A'E) + (EF) - (EG) \text{ et pour les mêmes raisons } \Delta_3 = -\frac{b_{22}y'h^3}{f_1'^5} (h^2 - h_m^2).$$

Afin de calculer les effets maximums de la coma et d'obtenir une limite supérieure du terme parasite, nous supposons que le défaut sur la surface est en correspondance avec la hauteur d'incidence sur le

système pour laquelle la coma est également maximale, soit pour $h = \sqrt{\frac{3}{5}}h_m$.

$$\text{Comme } y' = -2.\theta.f_1' \text{ la coma introduite par l'ensemble est } \Delta_c = \frac{2\theta(b_{22} - b_{21})h^3}{f_1'^4} (h^2 - h_m^2).$$

$$\text{Une majoration de l'erreur est obtenue en prenant l'écart maximum } \Delta_c = \frac{12\sqrt{3}}{25\sqrt{5}} \frac{\theta(b_{21} - b_{22})h_m^5}{f_1'^4}.$$

Compte tenu que les lentilles L_1 et L_2 sont homothétiques, la coma maximale due à une pente θ et introduite par l'ensemble est

$$\Delta_{c_{\max}} \approx \frac{11\sqrt{3} \cdot \theta \cdot b_{21} h_m^5}{25\sqrt{5} f_1^4} \quad (\text{II.5.n})$$

II.5.5.1.3.b) Variation en fonction de la pente

La variation de $\Delta_{c_{\max}}$ est représentée par la figure (II.5.11) où θ varie jusqu'à $6 \cdot 10^{-5}$ rad.

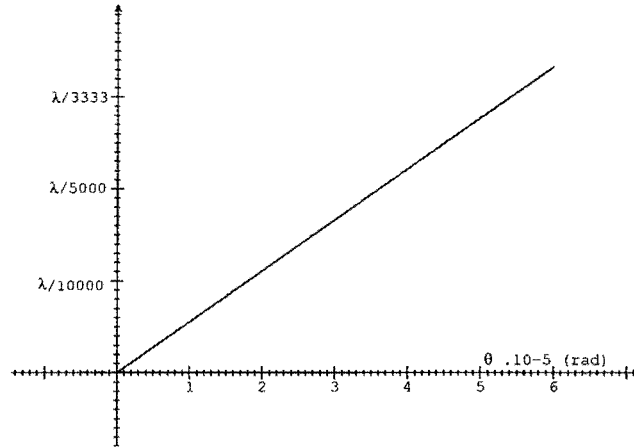


figure II.5.11 : évolution de $\Delta_{c_{\max}}$ en fonction de la pente θ

L'erreur est inférieure à $\frac{\lambda}{1000}$ pour des pentes assez fortes ($6 \cdot 10^{-5}$ rad). La coma ne détériore pas la précision dans ce cas.

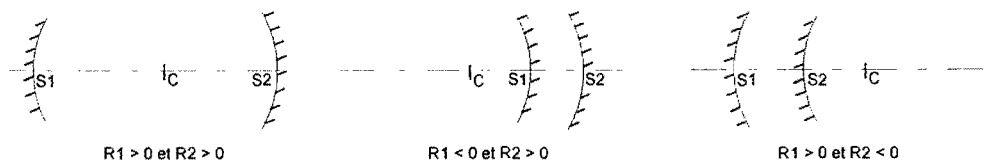
II.5.5.2) Le cas des surfaces sphériques

Pour le contrôle des surfaces sphériques, on ajoute un objectif convergent qui permet au faisceau d'être en incidence normale sur les sphères. Il est représenté (fig. (II.5.12)) par sa sphère principale image, son foyer image et la surface de référence. Ses coefficients d'aberration sont indicés B . Nous évaluerons le différentiel d'aberration sphérique et la distorsion due à l'ensemble en suivant la même démarche que pour le cas des surfaces planes.

II.5.5.2.1) Différentiel d'aberration sphérique

II.5.5.2.1.a) Expression analytique

Les trois configurations possibles pour les rayons de courbure des surfaces sphériques sont les suivantes :



$R_i > 0$ correspond à une surface concave, $R_i < 0$ à une surface convexe.

Si l'objectif B est sans défauts, la marche des rayons est représentée sur la figure (II.5.12).

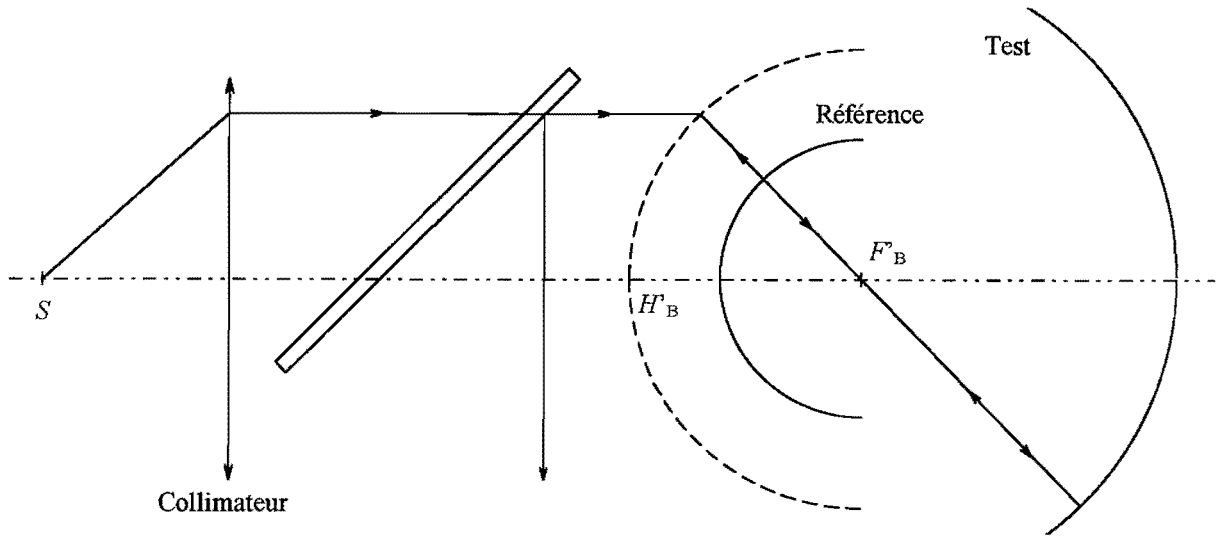


figure II.5.12 : trajet des rayons dans un système parfait

En fait, il faut considérer le cas où un rayon incident à une hauteur h sur l'objectif B donne naissance après réflexion sur la référence et le test à deux rayons distincts séparés de l'incident de dh' et dh'' (figure (II.5.13)). On utilise les notations suivantes :

γ : angle d'incidence du rayon réel sur le test

i : angle d'incidence du rayon réel sur la référence (le rayon n'est plus normal à la surface du fait de l'aberration)

ε : angle entre le rayon réel et le paraxial

α' : angle d'ouverture du faisceau entre les deux miroirs

dy' : aberration transversale dans le plan focal image de B

h : hauteur de sortie du rayon incident sur la sphère principale image

dh' : variation de la hauteur pour le rayon se réfléchissant sur le test

dh'' : variation de la hauteur pour le rayon provenant de la référence

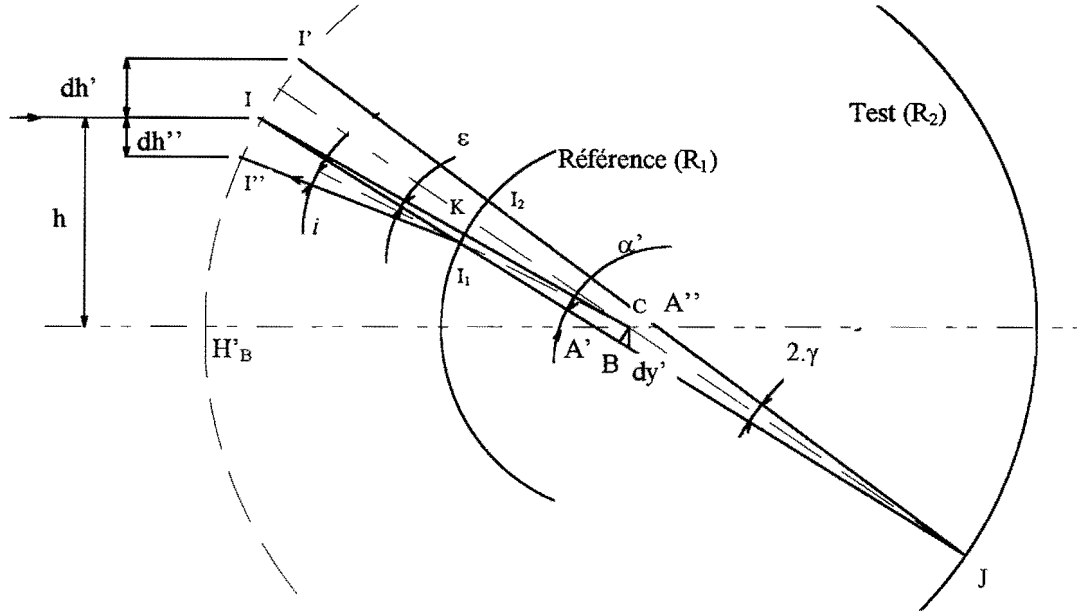


figure II.5.13 : objectif B aberrant : séparation des rayons utiles

Il est possible de déterminer les deux rayons qui interfèrent dans le plan du détecteur et d'évaluer le différentiel d'aberration sphérique introduit par l'objectif B . On en déduira alors le différentiel aberrant total en tenant compte de la propagation des rayons entre la surface de référence et l'échantillon testé. Du fait de la présence de l'aberration sphérique, à un rayon incident à une hauteur h sur l'objectif B correspond deux rayons émergents. L'un se réfléchit sur la référence, il est décalé de dh'' . L'autre se réfléchit sur le test, il est décalé de dh' en sens inverse du premier. Les interférences se produisent entre deux rayons incidents à des hauteurs différentes h_1 et h_2 , qui se réfléchissent sur la référence et le test, et ressortent à la même hauteur h . Les deux rayons qui interfèrent sont donc incidents à des hauteurs h et $h + \Delta h$, Δh étant très petit. L'objectif B introduit une translation Δh qui sera déterminée de la façon suivante : il faut chercher quelles sont les hauteurs h_1 et h_2 , $h_2 = h_1 + \Delta h$, de deux rayons incidents, l'un se réfléchissant sur la référence l'autre sur le test, telles que les deux rayons ressortent à la même hauteur.

Pour les rayons incidents (fig. (II.5.13)), les expressions de dh' et dh'' sont (**Annexe B.1.1**) :

$$dh' = \frac{2(f'_B + R_2)f'_B}{R_2} \left[\frac{a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right] h^3 (h_m^2 - h^2) \quad \text{et} \quad dh'' = -\frac{2(f'_B - R_1)f'_B}{R_1} \left[\frac{a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right] h^3 (h_m^2 - h^2)$$

Calculons maintenant la pente des rayons émergents de B qui proviennent de la référence et du test. Le premier rayon se réfléchit sur la référence, sa pente est Θ_R et sa hauteur $h + dh''$. Le deuxième rayon se réfléchit sur le test, sa pente est Θ_T , sa hauteur $h + dh'$.

Ils semblent issus du point A'' (fig. II.5.13). La position du point A'' par rapport au foyer F''_B est déterminée en calculant l'aberration sphérique longitudinale (II.5.d), $l = (d\Theta' \cdot f'_B + dy'_b) \cdot \frac{f'_B}{h}$, soit

$$l = - \left[\frac{a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right] f_B^2 h^2 (h_m^2 - h^2).$$

Au maximum d'aberration, A'' sera situé à la distance l et la proximité de son image à travers l'objectif sera $\pi' = -\frac{f_B^2}{l}$. Dans ces conditions l'angle paraxial de sortie des rayons sera

$$\Theta_{R_{parax}} = \frac{h + dh''}{\pi'} = \frac{(h + dh'')}{-f_B^2} l = -\frac{h \cdot l}{f_B^2} - \frac{dh'' \cdot l}{f_B^2} \text{ pour le rayon issu de la référence et}$$

$$\Theta_{T_{parax}} = \frac{h + dh'}{\pi'} = \frac{(h + dh')}{-f_B^2} l = -\frac{h \cdot l}{f_B^2} - \frac{dh' \cdot l}{f_B^2} \text{ pour le rayon issu du test.}$$

$$\text{L'angle entre ces deux rayons est } \xi\Theta = (dh' - dh'') \frac{l}{f_B^2} = 2 \left[\frac{a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right] \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \cdot h^3 (h_m^2 - h^2) \cdot l.$$

$$\text{L'aberration sphérique longitudinale maximale a pour valeur } l_{\max} = -\frac{6}{25} \left[\frac{a_2}{f^6} + \frac{a_{2B}}{f_B^6} \right] f_B^2 h_m^4.$$

En conséquence, la valeur maximale du défaut de parallélisme est

$$\xi\Theta = -\frac{72\sqrt{3}}{625\sqrt{5}} \left[\frac{a_{2B}}{f_B^4} + \frac{a_2 \cdot f_B^2}{f^6} \right] \left[\frac{a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right] \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \cdot h_m^9 \approx -13 \frac{f_B^2}{h_m^3} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) [\Delta_{B\max} + \Delta_{\max}]^2$$

Pour l'ensemble décrit au paragraphe **III.5.3**, si par exemple $R_1 = 150$ mm et $R_2 = 200$ mm, l'application numérique donne $\xi\Theta \approx 1.10^{-7} \text{ rad}$. Cette valeur est négligeable et les deux rayons

peuvent être considérés quasi parallèles. Les angles paraxiaux sont donc $\Theta_{T_{parax}} \approx \Theta_{R_{parax}} \approx -\frac{h \cdot l}{f_B^2}$.

Leur ordre de grandeur est celui de l'aberration introduite, qui ne peut pas être négligée.

Les angles totaux contenant le terme paraxial et le terme aberrant s'écrivent

$$\Theta_T \approx \Theta_R \approx -\frac{h.l}{f_B^2} - \Theta_{aberrant} = \Theta', \quad \Theta_{aberrant} \text{ suit la loi (II.5.b) et en négligeant les variations des aberrations dues à la différence de hauteur on obtient :}$$

$$\Theta_T \approx \Theta_R \approx \Theta' = \left[2 \frac{a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right] \cdot h^3 (h_m^2 - h^2) \quad (\text{II.5.o})$$

$$\Theta'_{\max} \approx \frac{6\sqrt{3}}{25\sqrt{5}} \left[2 \frac{a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right] \cdot h_m^5 \quad (\text{II.5.p})$$

Appelons respectivement h_1 et h_2 les hauteurs des rayons incident et réfléchi sur la surface de référence et sur la surface mesurée et Δh le différentiel de hauteur. Les rayons ressortent à des hauteurs h'_1 et h'_2 telles que $h'_1 = h_1 + dh_1$ et $h'_2 = h_2 + dh_2$

$$h'_1 = h_1 - 2 \frac{(f'_B - R_1) f'_B}{R_1} \left[\frac{a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right] h_1^3 (h_m^2 - h_1^2)$$

$$h'_2 = h_2 + 2 \frac{(f'_B + R_2) f'_B}{R_2} \left[\frac{a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right] h_2^3 (h_m^2 - h_2^2)$$

Le différentiel de hauteur Δh est celui qui correspond à deux rayons émergent à la même hauteur $h'_1 = h'_2$.

Il faut par conséquent que $h_1 - h_2 + dh_1 - dh_2 = 0$. Comme $h_2 = h_1 - \Delta h$, la condition sur Δh s'écrit

$$\Delta h + dh_1 - dh_2 = 0$$

Les deux rayons sont presque parallèles, le viseur ne contribuera pas au différentiel d'aberration sphérique et l'expression définitive de Δh est (**Annexe B.1.2**) :

$$\Delta h \approx 2 f_B^2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \left[\frac{a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right] h_1^3 (h_m^2 - h_1^2)$$

Les deux rayons incidents à des hauteurs h et $h + \Delta h$, ressortent inclinés d'un angle Θ' (II.5.o).

La connaissance de Δh et Θ' permet de déduire le différentiel d'aberration sphérique introduit par l'objectif B et le collimateur, la différence de marche additionnelle due à la propagation dans la cavité, et enfin le différentiel total aberrant.

L'angle d'émergence des deux rayons est (II.5.o)

$$\Theta' = \left[2 \frac{a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right] \cdot h^3 (h_m^2 - h^2)$$

Le différentiel d'aberration sphérique total introduit par l'écart Δh est la somme des écarts introduits à travers le collimateur et l'objectif B (**Annexe B.1.3**).

Pour l'objectif B le différentiel, noté $d\Delta_s$, est $d\Delta_s = \frac{a_{2B} h_1^3}{f_B^6} (h_m^2 - h_1^2) \cdot \Delta h$.

Pour le collimateur le différentiel, noté $d\Delta'_s$, est $d\Delta'_s = \frac{a_2 h_1^3}{f^6} (h_m^2 - h_1^2) \cdot \Delta h$.

Le différentiel introduit est la somme des deux précédents $d\Delta'_{sph} = d\Delta'_s + d\Delta_s$, sa valeur maximale est

atteinte pour $h = \sqrt{\frac{3}{5}} h_m$. Le calcul donne $d\Delta_{sph} = \frac{108}{3125} \left[\frac{a_2}{f^6} + \frac{a_{2B}}{f_B^6} \right]^2 \cdot \left[\frac{2}{R_1} + \frac{2}{R_2} \right] \cdot f_B^2 \cdot h_m^{10}$.

Les rayons ne sont plus en autocollimation lors de la propagation dans la cavité. Depuis la sphère principale image de l'objectif B , la différence de marche est augmentée de $d\Delta_p$.

Cet écart aberrant a pour valeur maximale

$$d\Delta_p = \frac{108}{3125} \left[\frac{(f'_B - R_1)}{R_1^2} - \frac{(f'_B + R_2)}{R_2^2} \right] \left[\frac{a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right]^2 f_B^2 h_m^{10}$$

Le différentiel aberrant total maximum s'écrit $d\Delta_{tot} = [d\Delta_{sph} + d\Delta_p]_{\max}$

$$d\Delta_{tot} = \frac{108}{3125} \frac{(R_1 + R_2)}{R_1 R_2} \left[1 + f_B \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \right] \left[\frac{a_2}{f^6} + \frac{a_{2B}}{f_B^6} \right]^2 f_B^2 h_m^{10} \quad (\text{II.5.q})$$

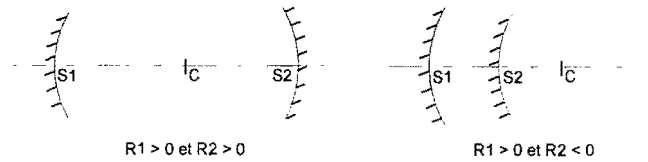
Il s'exprime en fonction de l'écart normal maximum d'aberration sphérique de l'ensemble :

$$d\Delta_{tot} \approx 5 \frac{(R_1 + R_2)}{R_1 R_2} \left[1 + f_B \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \right] \frac{f_B^2}{h_m^2} \Delta_{\max}^2 \quad (\text{II.5.r})$$

Deux cas sont à considérer : la surface de référence est concave ou convexe.

II.5.5.2.1.b) Cas où la surface de référence est concave

Les deux configurations possibles correspondent à des échantillons convexes ou concaves :



Si la surface mesurée est concave l'épaisseur d'air de la cavité peut être très grande. Si la surface testée est convexe l'épaisseur d'air de la cavité peut être très faible. La figure (II.5.14) montre l'évolution du différentiel d'aberration sphérique lorsque le rayon de courbure de la surface varie de $R_2 = -45 \text{ mm}$ à $R_2 = -10 \text{ mm}$ et $R_2 = +50 \text{ mm}$ à $R_2 = +2500 \text{ mm}$. La surface de référence concave a un rayon de courbure de 50 mm .

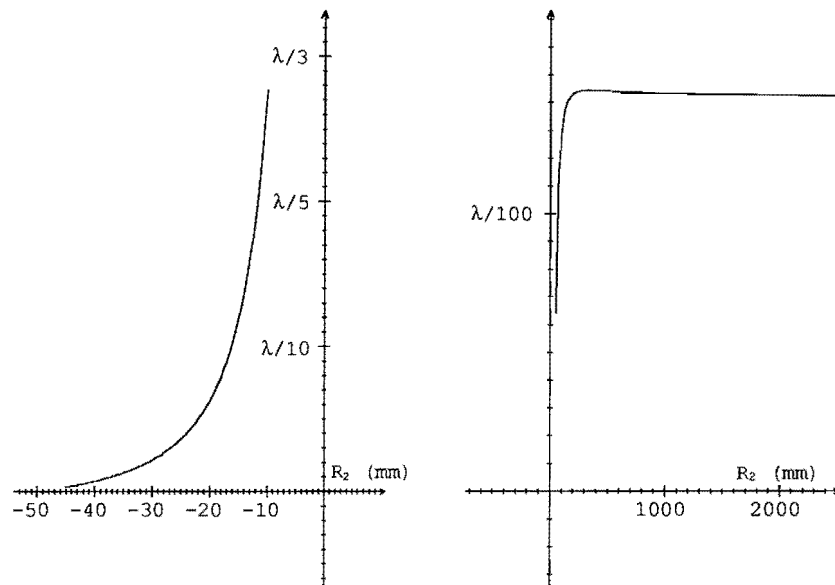


figure II.5.14 : différentiel d'aberration sphérique, référence concave

L'erreur peut être très grande si on ne prend pas garde à la configuration de l'interféromètre. Il est préférable d'utiliser des cavités à faible épaisseur d'air. On constate que $d\Delta_{\text{tot}}$ s'annule si $R_1 + R_2 = 0$

et si $1 + f'_B \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = 0$. La première possibilité correspond à une épaisseur nulle. La seconde

vient du fait que le différentiel de marche ajouté au trajet du rayon se réfléchissant sur la surface de référence (différentiel d'aberration sphérique plus différentiel de marche dû à la propagation du rayon depuis la sphère principale image de l'objectif B) est égal au différentiel de marche ajouté au trajet du rayon se réfléchissant sur la surface testée (dû à la propagation du rayon depuis la sphère principale image de l'objectif B).

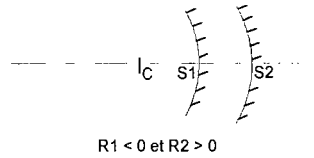
Le rayon de courbure de la surface de référence doit donc être adapté à celui de la surface que l'on veut mesurer. La condition est $R_1 = \frac{R_2 f_B'}{f_B' - R_2}$, ce qui impose une surface de référence pour chaque miroir mesuré.

Dans le cas où R_2 devient très grand par rapport à R_1 le différentiel aberrant atteint une valeur limite

$$d\Delta_{\text{lim}} \approx 5 \frac{(R_1 + f_B) \cdot f_B^2}{R_1^2 h_m^2} \Delta_{\text{max}}^2$$

II.5.5.2.1.c) Cas où la surface de référence est convexe

L'interféromètre ne peut contrôler que des échantillons concaves. La seule configuration possible est la suivante



L'épaisseur d'air de la cavité peut être très faible ou très grande. La figure (II.5.15) montre l'évolution du différentiel d'aberration sphérique si le rayon de courbure de la surface varie de $R_2 = +70$ mm à $R_2 = +2500$ mm. La surface de référence convexe a un rayon de courbure $|R_1| = 60$ mm.

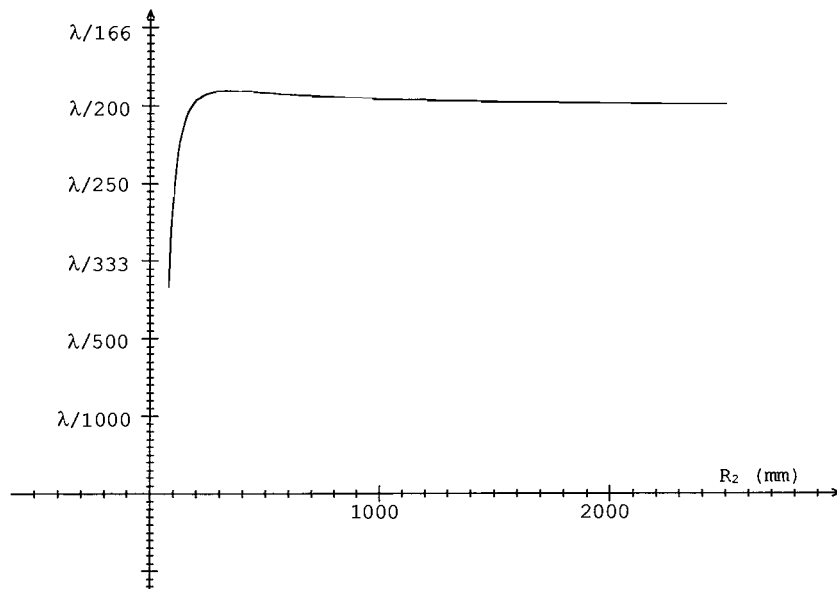


figure II.5.15 : différentiel d'aberration sphérique, référence convexe

L'erreur augmente rapidement avec l'épaisseur de la cavité et se stabilise à environ $\frac{\lambda}{200}$ au delà de $R_2 = +200 \text{ mm}$.

II.5.5.2.1.d) Conclusion

Il faut utiliser une surface de référence ayant un rayon de courbure proche de celui de la surface si elle est concave. S'il est nécessaire de mesurer des surfaces avec des grands rayons de courbure, la meilleure configuration est celle qui utilise une surface de référence convexe. En effet, pour $R_2 = 2500 \text{ mm}$, par exemple, la première configuration (référence concave) donne une erreur de $\frac{\lambda}{60}$ alors que l'erreur n'est que de $\frac{\lambda}{200}$ pour la seconde (référence convexe).

II.5.5.2.2) Distorsion dans le plan du détecteur

II.5.5.2.2.a) Expression en fonction de la position du détecteur

La distorsion est due au viseur et au fait que certains rayons provenant de l'objectif B sont inclinés de Θ' (II.5.p) par rapport à l'axe (fig. (II.5.16)). En pointillé est représenté le trajet paraxial des rayons et en trait plein le trajet des rayons aberrants provenant de l'objectif B .

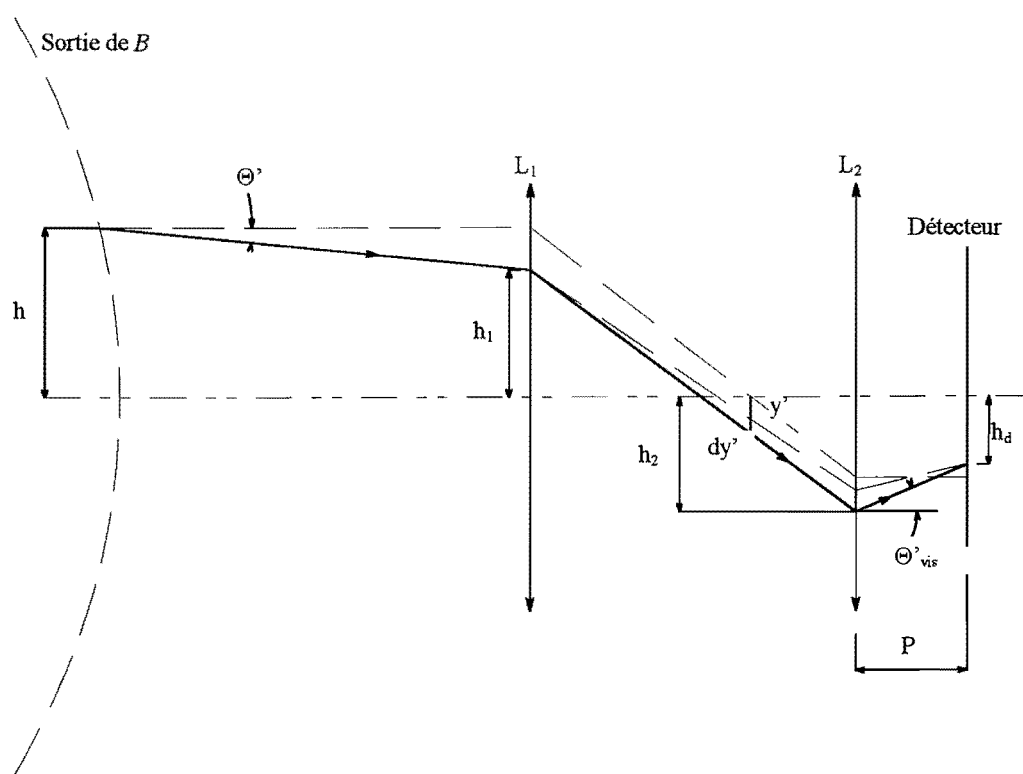


figure II.5.16 : distorsion due à l'aberration dans le cas des surfaces sphériques

On néglige la variation de hauteur ξ entre la sortie de l'objectif et la lentille L_1 du viseur due à l'inclinaison Θ' .

$$\text{En effet } \xi = -\Theta'_{\max} \cdot Z = -\frac{6\sqrt{3}}{25\sqrt{5}} \left[\frac{2a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right] h_m^5 \cdot Z = -\frac{72\sqrt{3}}{25\sqrt{5}} [2\Delta_{B\max} + \Delta_{\max}] \frac{Z}{h_m}.$$

Dans le cas de notre interféromètre $\xi = 42 \mu m$. Comme le grandissement transversal est proche de 1/10, la variation en sortie est égale à $4,2 \mu m$. Elle est négligeable.

Le rayon qui émerge de l'ensemble est incliné de Θ'_{vis} par rapport à l'axe horizontal et a une hauteur donnée par (II.5.k) (fig. (II.5.16)). La hauteur réelle d'incidence h_d d'un rayon sur le détecteur est (Annexe B.2) :

$$\begin{aligned} h_d = & -h \frac{f'_2}{f'_1} + \left[\left[\frac{2a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right] \frac{f'_1}{f'_2} + \frac{(a_{21} + a_{22})}{f'_2 f_1^5} \right] P \cdot h^3 (h_m^2 - h^2) \\ & + \left[- \left[\frac{2a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} + \frac{a_{21}}{f_1^6} \right] (f'_1 + f'_2) + \frac{b_{21} - b_{22}}{f_1^5} f'_2 \right] h^3 (h_m^2 - h^2) \end{aligned} \quad (\text{II.5.s})$$

et le terme de distorsion maximale $\delta h_{\max}$:

$$\delta h_{\max} = \frac{6\sqrt{3}}{25\sqrt{5}} h_m^5 \left\{ \left[\left[\frac{2a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right] + \frac{(a_{21} + a_{22})}{f_1^6} \right] \frac{P \cdot f'_1}{f'_2} - \left[\frac{2a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} + \frac{a_{21}}{f_1^6} \right] (f'_1 + f'_2) + \frac{b_{21} - b_{22}}{f_1^5} f'_2 \right\}$$

Les lentilles L_1 et L_2 du viseur afocal sont homothétiques ($f'_1 = 10 \cdot f'_2$). D'où :

$$\delta h_{\max} = \frac{6\sqrt{3}}{25\sqrt{5}} h_m^5 \left\{ \left[\left[\frac{2a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right] + \frac{1,1 \cdot a_{21}}{f_1^6} \right] \frac{P \cdot f'_1}{f'_2} - \left[\frac{2a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} + \frac{a_{21}}{f_1^6} \right] (f'_1 + f'_2) + \frac{0,9 \cdot b_{21} f'_2}{f_1^5} \right\}$$

Pour plus de clarté, $\delta h_{\max}$ est écrit en fonction des écarts normaux d'aberration sphérique des éléments optiques (collimateur, l'objectif B , lentille L_1 du viseur) et du coefficient de coma du cinquième ordre de L_1 . P est la position du détecteur par rapport à la lentille L_2 .

$$\delta h_{\max} = \frac{6\sqrt{3}}{25\sqrt{5}} \left\{ [2\Delta_{B\max} + \Delta_{\max} + 1,1\Delta_{1\max}] \frac{12Pf'_1}{h_m f'_2} - [2\Delta_{B\max} + \Delta_{\max} + \Delta_{1\max}] \frac{12(f'_1 + f'_2)}{h_m} + \frac{0,9 \cdot b_{21} f'_2 h_m^5}{f_1^5} \right\}$$

II.5.5.2.2.b) Application numérique

La distorsion varie linéairement avec la position du détecteur (fig. (II.5.17)) :

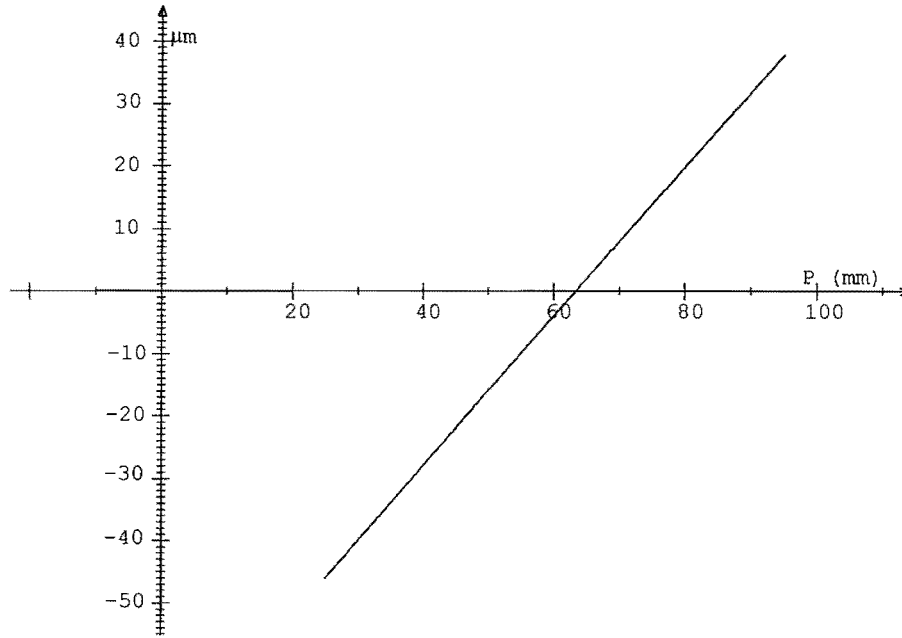


figure II.5.17 : distorsion en fonction de P

En pratique, le détecteur est placé au foyer image F''_2 du viseur qui est le plan conjugué image de la surface mesurée. Dans ces conditions la distorsion est $\delta h_{\max} \approx -5,58 \mu m$.

II.5.5.2.2.c) Conclusion

La distorsion s'annule pour une position P_0 :

$$P_0 = -\frac{0,9 \cdot b_2 \cdot h_m^6 \cdot f_2'^2}{12 f_1'^6 (2\Delta_{B \max} + \Delta_{\max} + 1,1 \cdot \Delta_{1 \max})} + \frac{(f_1' + f_2') f_2'}{f_1'} \frac{(\Delta_{1 \max} + 2\Delta_{B \max} + \Delta_{\max})}{(2\Delta_{B \max} + \Delta_{\max} + 1,1 \cdot \Delta_{1 \max})}$$

L'application numérique donne $P_0 \approx 63,3 \text{ mm}$. La conjugaison entre le détecteur et la surface mesurée doit être respectée. Il faut donc placer judicieusement la cavité par rapport au viseur afocal de façon à ce que la position de l'image de la surface mesurée à travers le viseur corresponde à P_0 . S'il n'est pas possible de placer le détecteur en P_0 , pour une des raisons évoquées au II.5.5.1.2.c, la valeur de la distorsion pourra être de l'ordre de grandeur de la largeur d'un pixel de la caméra. Elle n'est pas forcément négligeable et il faut en tenir compte dans ces conditions.

II.5.5.2.3) Aberration de coma**II.5.5.2.3.a) Expression**

Les rayons concernés sont issus de F'_B et de B'' (fig. (II.5.4)).

Si on considère un ensemble parfaitement stigmatique, la différence de marche entre les deux rayons est due à la propagation entre les deux surfaces et à la différence des chemins optiques suivis à partir de B'' et le foyer image de l'objectif B . Si l'ensemble n'est pas aplanétique il faut ajouter à cette différence de marche un terme aberrant dû à la coma générée. Considérons une pente locale θ sur l'échantillon. La différence de marche parasite devient $d\delta + \Delta c$, Δc étant l'écart normal de coma introduite par l'ensemble de l'appareil. La figure (II.5.4) et la décomposition effectuée précédemment (paragraphe II.5.4.2.1) nous permettent d'appréhender la façon dont elle intervient.

δ_2 n'est plus égale à 0 puisque la relation d'Abbe n'est plus satisfaite, $y' \sin \alpha' \neq y'' \sin \alpha''$.

δ_3 sera augmentée de l'écart de coma dû à la deuxième lentille du viseur.

Afin de calculer l'effet maximum de la coma et obtenir une majoration du terme parasite, on suppose, comme pour l'étude menée dans le cas des surfaces planes, que le défaut sur la surface correspond à la hauteur d'incidence sur le système pour laquelle la coma est maximale. Comme pour l'aberration sphérique, procédons par étape :

1- coma introduite par l'objectif B

$$\text{L'écart normal s'écrit } \Delta_{cB} = \frac{b_{2B} y'' h^3}{f_B'^5} (h^2 - h_m^2) \text{ et } \Delta_{cB \max} = -\frac{6\sqrt{3}}{25\sqrt{5}} \frac{b_{2B} \cdot y'' \cdot h_m^5}{f_B'^5}$$

2- coma introduite par le viseur

$$\text{première lentille } \Delta_{c1} = \frac{b_{21} y'_1 h^3}{f_1'^5} (h^2 - h_m^2) = -\frac{b_{21} y'' h^3}{f_B' f_1'^4} (h^2 - h_m^2) \text{ car } y'_1 = -y'' \frac{f_1'}{f_B'}$$

$$\text{deuxième lentille } \Delta_{c2} = \frac{b_{22} y'_2 h_2^3}{f_2'^5} (h_2^2 - h_{m2}^2), \quad h_2 = -h \frac{f_2'}{f_1'} \text{ et } y'_2 = y'_1 = -y'' \frac{f_1'}{f_B'}$$

$$\text{Le calcul donne } \Delta_{c2} = \frac{b_{22} y'' h^3}{f_B' f_1'^4} (h^2 - h_m^2).$$

3- coma introduite par l'ensemble

L'écart normal de l'ensemble est la somme des trois précédents $\Delta_c = \Delta_{c1} + \Delta_{c2} + \Delta_{cB}$.

Une majoration de l'erreur est obtenue en prenant les écarts normaux maximums

$$\Delta_{c_{\max}} = \Delta_{c1_{\max}} + \Delta_{c2_{\max}} + \Delta_{cB_{\max}} = -\frac{6\sqrt{3}}{25\sqrt{5}} \left[\frac{b_{2B}}{f_B^4} - \frac{b_{2_1}}{f_1^4} + \frac{b_{2_2}}{f_1^4} \right] \frac{y'' h_m^5}{f'_B}$$

En utilisant le fait que $y'' \approx 2.\theta.R_2$ l'expression définitive est

$$\Delta_{c_{\max}} \approx -\frac{12\sqrt{3}.\theta.R_2 h_m^5}{25\sqrt{5}f'_B} \left[\frac{b_{2B}}{f_B^4} + \frac{b_{2_2} - b_{2_1}}{f_1^4} \right] \quad (\text{II.5.t})$$

Les lentilles du viseur étant homothétiques

$$\Delta_{c_{\max}} \approx -\frac{12\sqrt{3}.\theta.R_2 h_m^5}{25\sqrt{5}f'_B} \left[\frac{b_{2B}}{f_B^4} - \frac{0,9b_{2_1}}{f_1^4} \right] \quad (\text{II.5.u})$$

II.5.5.2.2.b) Variation en fonction du rayon de courbure de la surface mesurée

Cette expression varie linéairement et symétriquement avec le rayon de courbure de la surface testée.

La figure (II.5.18) correspond à une pente $\theta = 3,5.10^{-5}$ rad. Le rayon de courbure de la surface mesurée varie de $R_2 = \pm 20$ mm à $R_2 = \pm 200$ mm. L'axe des ordonnées représente $\Delta_{c_{\max}}$ en valeur absolue.

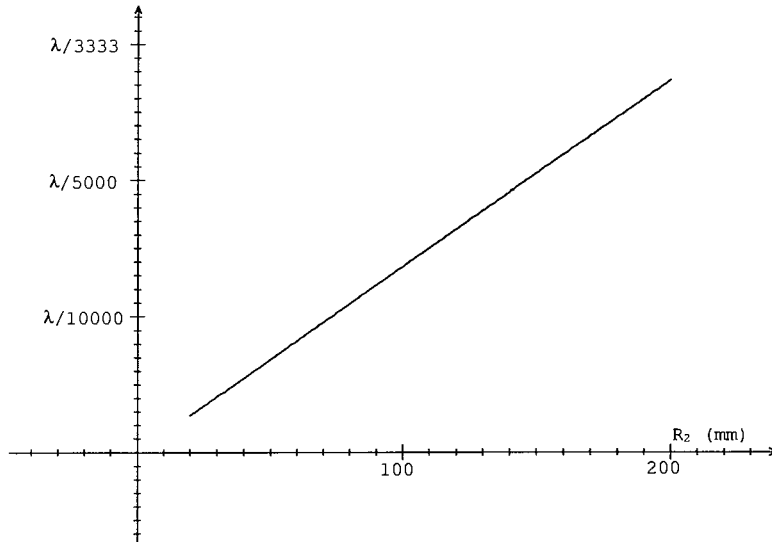


figure II.5.18 : évolution de $\Delta_{c_{\max}}$ en fonction de R_2

Les valeurs des erreurs montrent que dans ces conditions la coma n'a aucune influence sur la mesure de la différence de marche en un point.

II.5.6) Conclusion

Cette étude a montré que les aberrations géométriques (sphérique et coma) du système optique de l'interféromètre de Fizeau pouvaient ne pas avoir d'influence sur la précision de la mesure de la différence de marche en un point.

Pour cela, il est nécessaire d'optimiser la cavité interférométrique. L'épaisseur d'air entre les deux surfaces doit être suffisamment faible pour que l'erreur introduite par l'aberration sphérique soit très inférieure à $\frac{\lambda}{1000}$. L'aberration de coma n'intervient pas quelque soit la configuration choisie. En

revanche, les pentes locales de la surface des échantillons créent des écarts normaux parasites qui peuvent dégrader la précision recherchée. Ils sont d'autant plus importants que le rayon est grand. Pour les petits rayons, l'erreur engendrée lors du contrôle peut être très faible. Ce qui permet la mesure de haute précision de surfaces asphériques peu déformées en utilisant des étalons sphériques. Ce point est important car il peut notablement simplifier les contrôles.

Dans les deux cas étudiés la variation de la hauteur d'incidence des rayons réels sur le détecteur *CCD*, appelée distorsion, peut être nulle si le récepteur est placé judicieusement. En revanche, s'il n'est pas possible de respecter cette position, la distorsion peut atteindre plus d'une largeur de pixel. Il sera nécessaire de la mesurer et d'en tenir compte.

II.6) Interférences à ondes multiples

II.6.1) Introduction

Les algorithmes classiques considèrent que l'intensité lumineuse mesurée est la combinaison de deux ondes, l'une réfléchiée par la surface de référence et l'autre par la surface examinée. Ce postulat dépend du type d'interféromètre utilisé. Avec une configuration Twyman-Green, les deux surfaces sont dans des parties séparées de l'appareil et on combine effectivement deux ondes. Ce n'est pas le cas avec un interféromètre de Fizeau puisque les surfaces sont en regard l'une de l'autre. Quelle que soit la valeur des facteurs de réflexion des surfaces, il se produit des interférences à ondes multiples. Le profil de l'intensité réelle n'est pas exactement identique au profil théorique à deux ondes. Que les facteurs de réflexion soient différents ou élevés et la différence sera d'autant plus importante. Nous avons étudié l'influence des ondes multiples sur la précision des algorithmes classiques. Quelques auteurs l'ont déjà étudié : en 1987, P. Hariharan [90] établit son influence lors de l'utilisation des algorithmes de type *Nbucket* et il montre que l'effet reste négligeable au premier ordre si l'on utilise au moins quatre interférogrammes. En 1989, G. Bönsch et H. Böhme [91] proposent un algorithme de calcul de la phase basé sur les interférences à ondes multiples. En 1991, R. A. Nicolaus [92] décrit un interféromètre de Fizeau utilisant cet algorithme. Récemment, C. Ai et J. C. Wyant [93] ont étudié l'influence des ondes multiples dans la mesure interférométrique de coins de cube. Cependant, le gros inconvénient des techniques de calcul exposées est qu'elles nécessitent un étalonnage précis du déphasage.

Après avoir montré que la présence des ondes multiples détériore la précision, nous nous attachons à déterminer des méthodes de correction.

II.6.2) Intervention des ondes multiples

II.6.2.1) Intensité réellement détectée

Dans un interféromètre de Fizeau, les surfaces qui composent la cavité sont en regard l'une de l'autre. Les surfaces sont éclairées par une onde, plane ou sphérique, qui provient d'une source d'une certaine cohérence temporelle. Il y a superposition d'une multitude d'ondes réfléchies par les surfaces et la création d'interférences à ondes multiples [94] (fig. (II.6.1)).

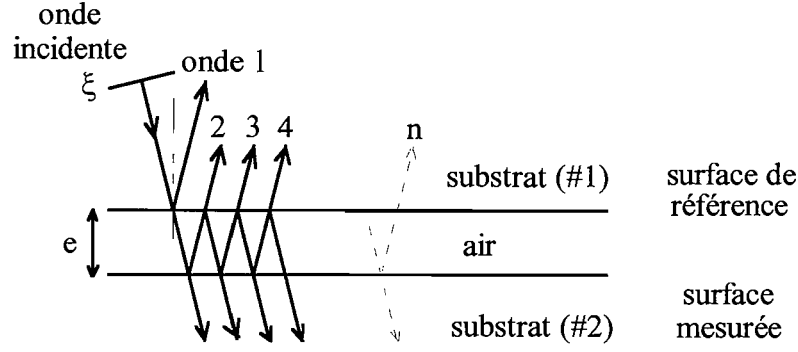


figure II.6.1 : interférences à ondes multiples dans une cavité Fizeau

Les surfaces reçoivent des ondes en incidence quasi normale :

$$\xi: u(t) = a_0 \cdot \exp(2i\pi\nu t)$$

Considérons :

- r'_1 facteur de réflexion en amplitude air-substrat de la surface de référence,
- r_1 facteur de réflexion en amplitude substrat-air de la surface de référence,
- t'_1 facteur de transmission en amplitude air-substrat de la surface de référence,
- t_1 facteur de transmission en amplitude substrat-air de la surface de référence,
- r'_2 facteur de réflexion en amplitude air-substrat de la surface mesurée,
- r_2 facteur de réflexion en amplitude substrat-air de la surface mesurée,
- t'_2 facteur de transmission en amplitude air-substrat de la surface mesurée,
- t_2 facteur de transmission en amplitude substrat-air de la surface mesurée,
- $R_i = r_i'^2$, $i = 1, 2$, facteur de réflexion en intensité,
- a_0 amplitude de l'onde incidente et $I_0 = a_0^2$ son intensité.

Les relation de Stokes lient les facteurs :

$$r_1 = -r'_1 \text{ et } t_1 \cdot t'_1 = 1 - r_1^2$$

$$r_2 = -r'_2 \text{ et } t_2 \cdot t'_2 = 1 - r_2^2$$

En incidence normale le déphasage introduit par la propagation dans la cavité est $\varphi = 4\pi \frac{e}{\lambda}$.

Il se produit la superposition de n ondes réfléchies $\xi_n, n \geq 1$:

$$\xi_1 : a_1 \cdot u(t + \tau_1) = r'_1 a_0 \cdot \exp(2i\pi\nu(t + \tau_1)), 2i\pi\nu\tau_1 = \pi, \text{ car } r_1 = r'_1 e^{i\pi}$$

$$\xi_2 : a_2 \cdot u(t + \tau_2) = t_1 t'_1 r'_1 a_0 \cdot \exp(2i\pi\nu(t + \tau_2)), 2i\pi\nu\tau_2 = \varphi$$

$$\xi_3 : a_3 \cdot u(t + \tau_3) = t_1 t'_1 r'_1 r'_2 a_0 \cdot \exp(2i\pi\nu(t + \tau_3)), 2i\pi\nu\tau_3 = 2\varphi$$

|

|

$$\xi_n : a_n \cdot u(t + \tau_n) = t_1 t'_1 r_1^{n-2} r_2^{n-1} a_0 \cdot \exp(2i\pi\nu(t + \tau_n)), 2i\pi\nu\tau_n = (n-1)\varphi$$

Où τ_i est un retard temporel dû à la cavité. $r_1^{n-2} r_2^{n-1} (1 - r_1^2)$ est le coefficient associé à la $n^{\text{ème}}$ onde.

L'intensité qui résulte des n premières ondes est $I_n = \left\langle \left| \sum_{i=1}^n a_i \cdot u(t + \tau_i) \right|^2 \right\rangle$.

$$I_n = \sum_{i=1}^n a_i^2 \cdot \left\langle |u(t + \tau_i)|^2 \right\rangle + \sum_{k=1}^{n-1} \left[\sum_{i=1}^{n-k} a_i a_{i+k} \langle u(t + \tau_i) \cdot u^*(t + \tau_{i+k}) \rangle \right] + \sum_{k=1}^{n-1} \left[\sum_{i=1}^{n-k} a_i a_{i+k} \langle u^*(t + \tau_i) \cdot u(t + \tau_{i+k}) \rangle \right]$$

Le processus étant stationnaire nous avons :

$$\langle u(t + \tau_i) \cdot u^*(t + \tau_{i+k}) \rangle = \langle u(t) \cdot u^*(t + \tau_k) \rangle \text{ avec } \tau_k = \tau_{i+k} - \tau_i,$$

$$\langle |u(t + \tau_i)|^2 \rangle = \langle |u(t)|^2 \rangle$$

Il apparaît la fonction de cohérence mutuelle $\Gamma(\tau_k) = \langle u(t) \cdot u^*(t + \tau_k) \rangle$ [95].

Et on a $\langle u(t) \cdot u^*(t + \tau_k) \rangle + \langle u^*(t) \cdot u(t + \tau_k) \rangle = 2 \cdot \Re\{\Gamma(\tau_k)\}$. Soit pour l'intensité :

$$I_n = \left[\sum_{i=1}^n a_i^2 \right] \langle |u(t)|^2 \rangle + 2 \cdot \sum_{k=1}^{n-1} \left\{ \left[\sum_{i=1}^{n-k} a_i a_{i+k} \right] \cdot \Re\{\Gamma(\tau_k)\} \right\} \quad (\text{II.6.a})$$

Le degré de cohérence est fonction de la cohérence mutuelle normalisée (I.2.a) et il s'écrit sous la forme $\gamma_c(\tau_k) = \gamma(\tau_k) \cdot \exp(-2i\pi\nu\tau_k)$. La partie réelle est $\Re\{\gamma_c(\tau_k)\} = \gamma(\tau_k) \cdot \cos(2\pi\nu\tau_k)$, τ_k dépend des ondes qui interfèrent.

$\tau_k = \tau_{k1}$ tel que $2\pi\nu\tau_{k1} = k\varphi - \pi$ pour les interférences entre les ondes 1 et $1+k$.

τ_k tel que $2\pi\nu\tau_k = k\varphi$ pour les interférences entre les ondes i et $i+k$, $i \neq 1$.

On peut remarquer que :

$$\Re\{\gamma_c(\tau_k)\} = \gamma(\tau_k) \cdot \cos(2\pi\nu\tau_k) = \gamma(\tau_k) \cdot \cos(k\varphi)$$

$$\Re\{\gamma_c(\tau_{k1})\} = \gamma(\tau_{k1}) \cdot \cos(2\pi\nu\tau_{k1}) = \gamma(\tau_{k1}) \cdot \cos(k\varphi - \pi) = -\gamma(\tau_{k1}) \cdot \cos(k\varphi)$$

Considérons une source laser : on a vu que le modèle de raie lorentzien est tout à fait adapté (III.1.2.3). Supposons aussi que la source est monomode, le degré de cohérence est alors

$\gamma(\tau) = \exp(-2\pi \cdot \Delta\nu \cdot \tau)$. Le retard temporel est lié au déphasage, $\tau_k = \frac{k \cdot \lambda \cdot \varphi}{2\pi \cdot c}$, et $\Delta\nu$ est la

largeur de raie. On a $\gamma(k\varphi) = \exp\left(-\frac{\lambda \cdot \Delta\nu}{c} \cdot k\varphi\right)$.

Pour $\gamma(\tau_{k1})$ nous avons $\gamma_{k1}(k\varphi) = \exp\left(-\frac{\lambda \cdot \Delta\nu}{c} \cdot k\varphi\right) \cdot \exp\left(\frac{\pi \cdot \lambda \cdot \Delta\nu}{c}\right)$.

Comme $\pi \cdot \lambda \cdot \Delta\nu \ll c$ il en résulte que $\gamma(\tau_k) = \gamma(\tau_{k1})$. C'est aussi vrai pour les sources multimodes. En tenant compte que $\gamma(\tau_k) = \gamma(\tau_{k1})$ et après développement de l'équation (II.6.a), l'intensité due aux n premières ondes peut être écrite (**Annexe C.1**) :

$$I_n = \frac{R_1(1 - R_1 R_2) + R_2(1 - R_1)^2 \cdot (1 - R_1^{n-1} R_2^{n-1})}{1 - R_1 R_2} I_0 - 2 \cdot I_0 \sum_{k=1}^{n-1} r_1^k r_2^k (1 - R_1) \cdot \left(1 - (1 - R_1) R_2 \cdot \frac{1 - R_1^{(n-k-1)} R_2^{(n-k-1)}}{1 - R_1 R_2}\right) \cdot \gamma(k\varphi) \cdot \cos(k\varphi) \quad (\text{II.6.b})$$

où $\gamma(k\varphi)$ décrit la cohérence temporelle de la source [95].

Si la source est parfaitement cohérente, $\gamma(k\varphi) = 1$ pour tout k , l'intensité prend la forme bien connue [94] :

$$I_{\infty} = I_0 \cdot \frac{R_1 + R_2 - 2r'_1 r'_2 \cos(\varphi)}{1 + R_1 R_2 - 2r'_1 r'_2 \cos(\varphi)} \quad (\text{II.6.c})$$

Dans le cas de la composition à deux ondes des algorithmes classiques, on a

$$I_2 = I_0 \cdot \left\{ R_1 + R_2 (1 - R_1)^2 - 2r'_1 r'_2 (1 - R_1) \cdot \gamma(\varphi) \cos(\varphi) \right\} \quad (\text{II.6.d})$$

II.6.2.2) Influence sur le profil d'intensité

Ecrivons l'intensité théorique à deux ondes sous la forme

$$I = I_0 \cdot \{1 + m \cos(\varphi + \Delta\varphi)\}$$

où la modulation théorique est $m = -\frac{2r'_1 r'_2 (1 - R_1)}{R_1 + R_2 (1 - R_1)^2} \cdot \gamma(\varphi)$.

En réalité, si on considère une source parfaitement cohérente et une composition d'une infinité d'ondes, l'équation (II.6.b) montre que la modulation m du terme $\cos(\varphi)$ est

$$m = -2r'_1 r'_2 \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)}{R_1 + R_2 - 2R_1 R_2}$$

De même, la modulation m' du second terme de la série, $\cos(2\varphi)$ est

$$m' = -2R_1 R_2 \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)}{R_1 + R_2 - 2R_1 R_2}$$

Entre m et m' , il existe donc un facteur $r'_1 \cdot r'_2$. Si les matériaux qui constituent les deux surfaces ne sont pas trop différents, ($r'_1 \approx r'_2$), le rapport devient $\frac{m'}{m} \approx R_1$. Par exemple, pour

des substrats d'indice 1,525 cela conduit à $\frac{m'}{m} \approx 4,3\%$. En conséquence, si on ne considère que

les deux premiers termes de la série (II.6.b), le phénomène d'interférences à ondes multiples introduit une variation sur le profil. Utilisons une approximation de l'intensité réelle par une combinaison de trois ondes (deux premiers termes de (II.6.b)),

$$I_3 = I_0 \cdot \left\{ R_1 + R_2 (1 - R_1)^2 (1 + R_1 R_2) - 2r'_1 r'_2 (1 - R_1) [1 - R_2 (1 - R_1)] \cdot \cos(\varphi) - 2 \cdot (1 - R_1) R_1 R_2 \cdot \cos(2\varphi) \right\}$$

Etant donné que $\cos(2\varphi) = 2.\cos^2(\varphi) - 1$, l'effet des ondes multiples est équivalent à une non linéarité de la détection. Les figures (II.6.2) et (II.6.3) montrent les profils et leur différence pour des matériaux d'indices identiques ($n = 1,525$).

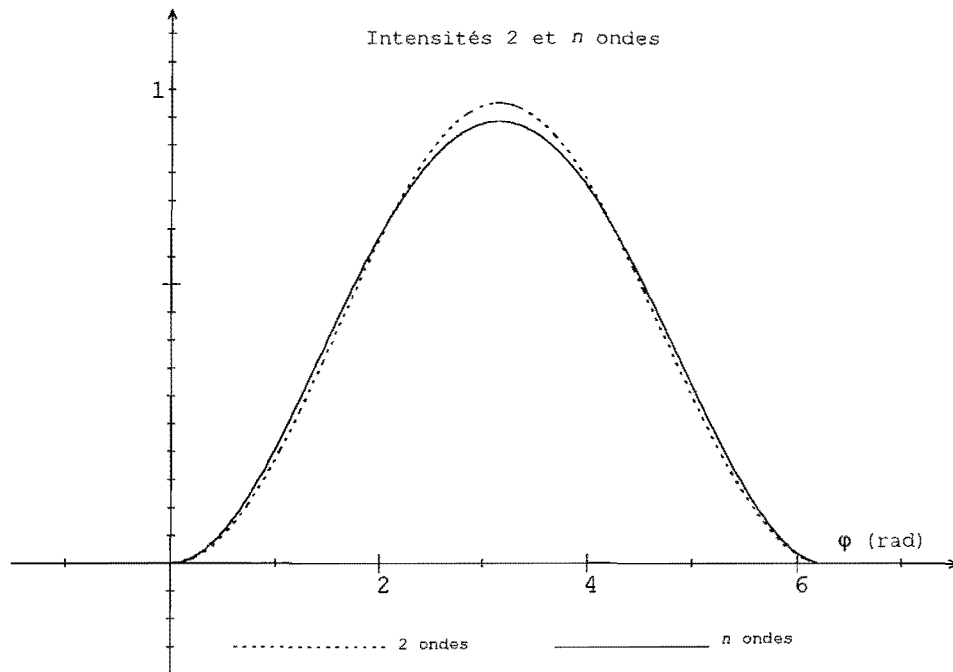


figure II.6.2 : intensités représentées en unités arbitraires, ligne continue : infinité d'ondes, ligne pointillée : deux ondes

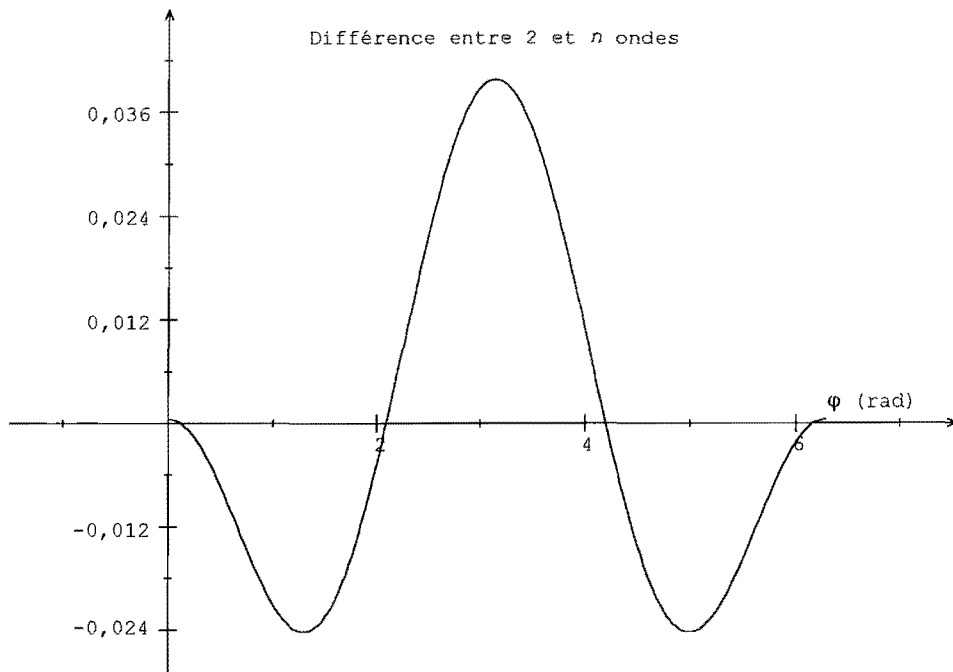


figure II.6.3 : différence entre les intensités réelles et théoriques, représentée en unités arbitraires

Les algorithmes classiques ne tiennent pas compte de la combinaison d'ondes multiples; étudions son influence sur la précision du calcul.

II.6.2.3) Influence sur le calcul de la phase

II.6.2.3.1) Algorithme de Carré

La restitution de la phase n'est pas exacte et l'algorithme donne une erreur systématique. La figure (II.6.4) montre le profil d'erreur sur la surface quand la phase est calculée par la méthode de Carré sans tenir compte des termes d'interférences $\cos(k\phi)$, $k \geq 2$. Le déphasage est de 1,8 rad (zone de moindre sensibilité au bruit). Les substrats sont supposés avoir des indices identiques ($n = 1,525$). L'algorithme donne une erreur périodique de $\frac{\lambda}{160}$ P-V et $\frac{\lambda}{450}$ rms sur la surface optique. L'erreur est d'autant plus grande que les matériaux utilisés ont des indices supérieurs.

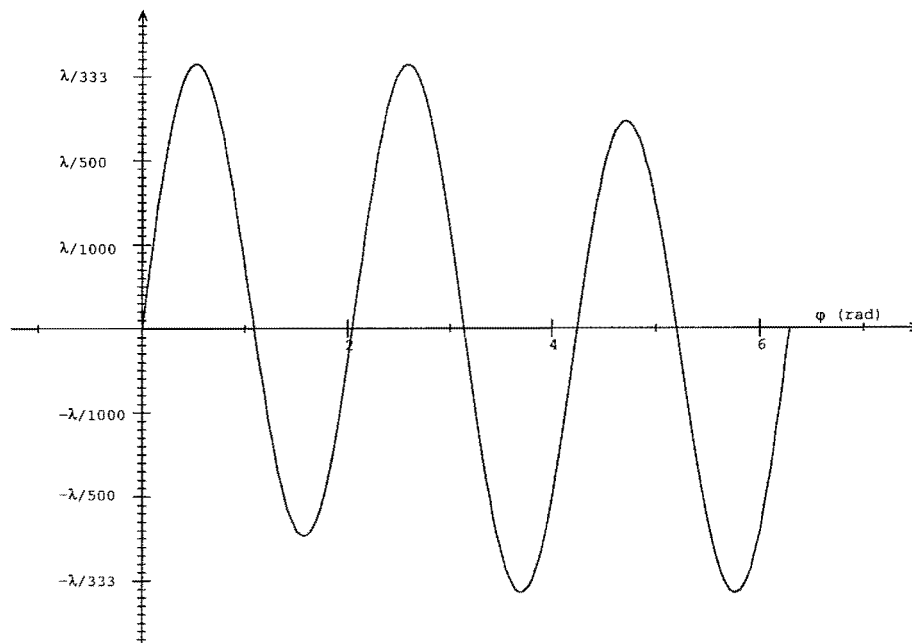


figure II.6.4 : erreur sur la surface pour $\Delta\phi = 1,8 \text{ rad}$

La période de l'erreur varie en fonction du déphasage. La figure (II.6.5) montre l'évolution des valeurs P-V et rms du profil d'erreur en fonction du déphasage.

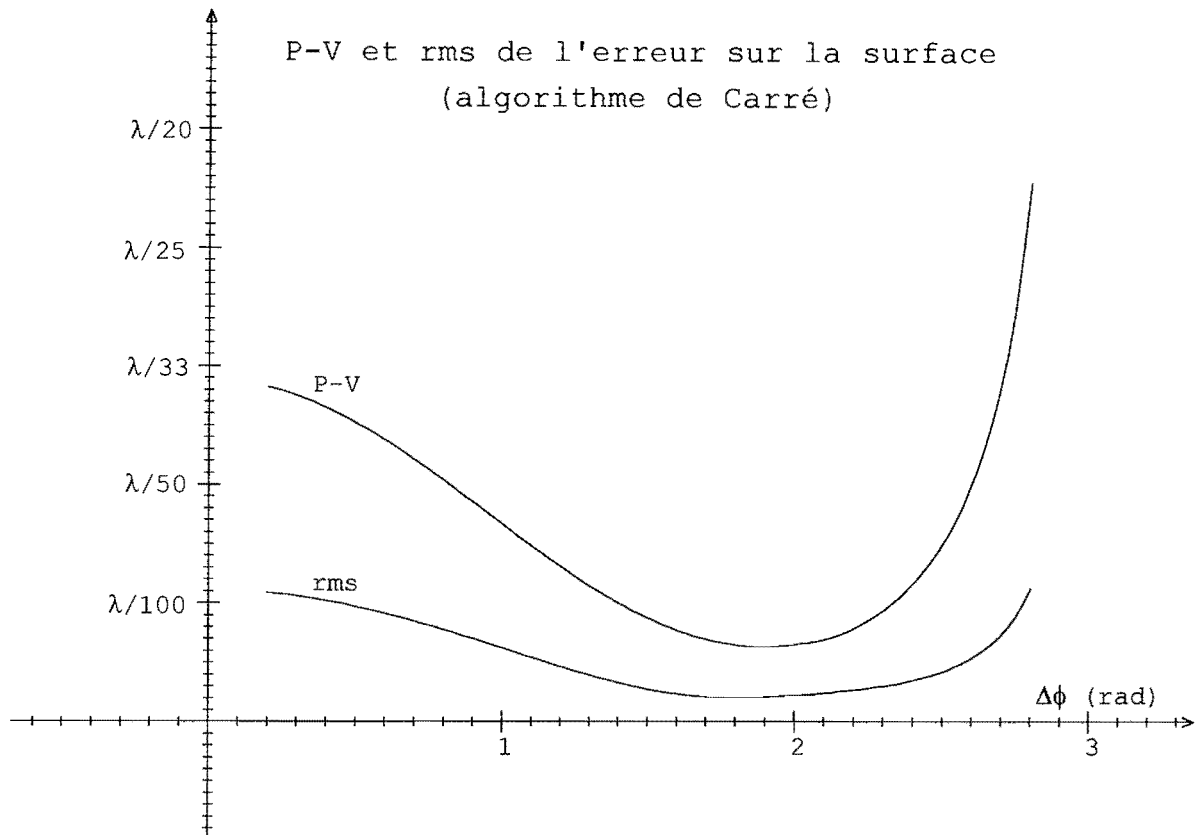


figure II.6.5 : P-V et rms du profil d'erreur sur la surface en fonction de $\Delta\phi$

La valeur minimum de P-V, $\left(\approx \frac{\lambda}{160}\right)$, est obtenue pour $\Delta\phi = 1,875$ rad et la valeur minimum de rms, $\left(\approx \frac{\lambda}{492}\right)$, est obtenue pour $\Delta\phi = 1,817$ rad. Ces valeurs sont similaires à celles obtenues pour le minimum de sensibilité au bruit. Les ondes multiples s'apparentent en effet à une variation non aléatoire d'intensité.

Ce type d'erreur systématique n'est pas tolérable, compte tenu des limites que nous nous sommes imposées. La métrologie de haute précision implique un traitement efficace de l'influence des ondes multiples. La figure (II.6.6). montre la contribution des ordres d'interférences supérieurs. Les valeurs P-V et rms des erreurs sont dues aux termes supérieurs $\cos(k\phi)$, $k \geq 3$.

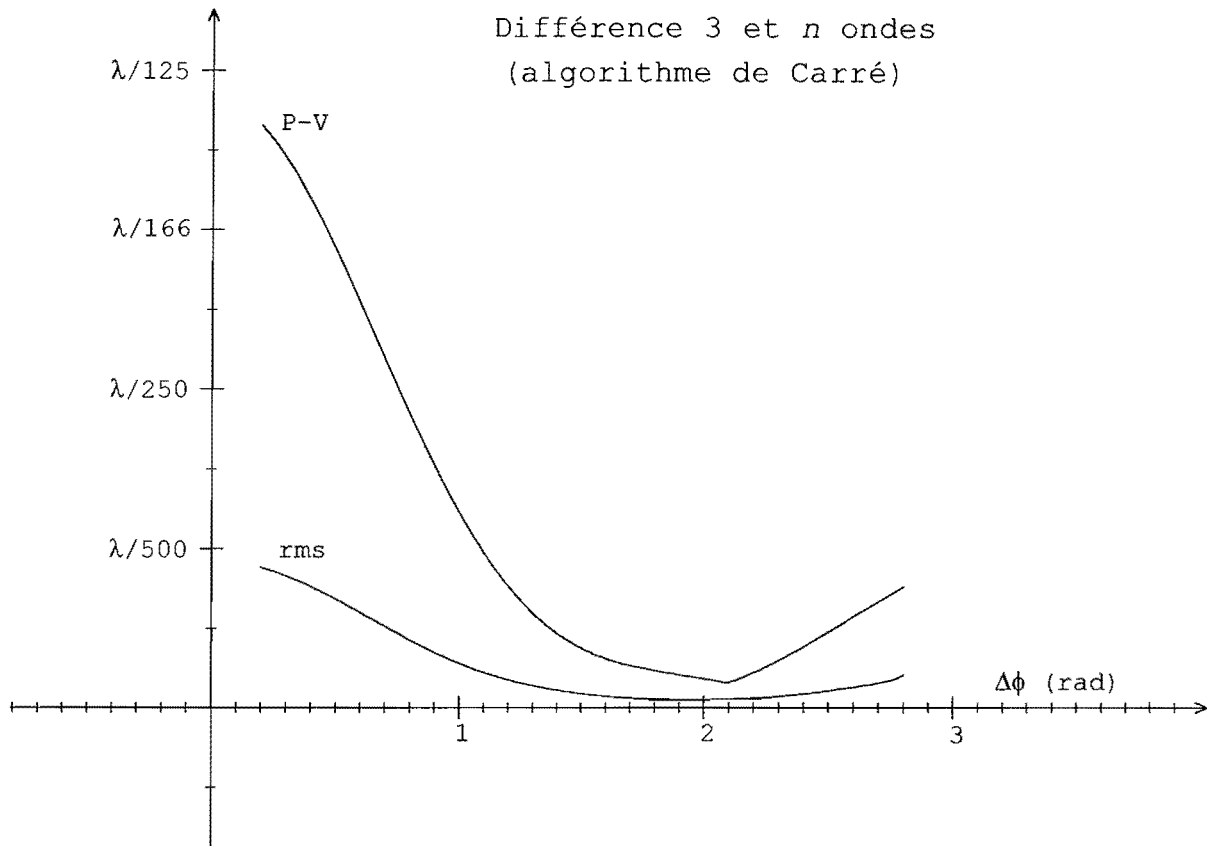


figure II.6.6 : P-V et rms des erreurs dues aux ordres supérieurs de modulation

Pour une grande précision de l'algorithme, il est nécessaire de prendre en compte au moins les trois premières ondes.

II.6.2.3.2) Moindres carrés à M interférogrammes

Comme la forme analytique de cet algorithme est une composition à deux ondes, la restitution ne peut pas non plus être exacte. Le profil d'erreur et ses statistiques varient avec le déphasage et le nombre d'interférogrammes enregistrés. L'évolution de la valeur P-V du profil de l'erreur sur la surface est représenté sur les figures (II.6.7) à (II.6.10). Pour la simulation, les indices des substrats sont égaux, $n = 1,525$.

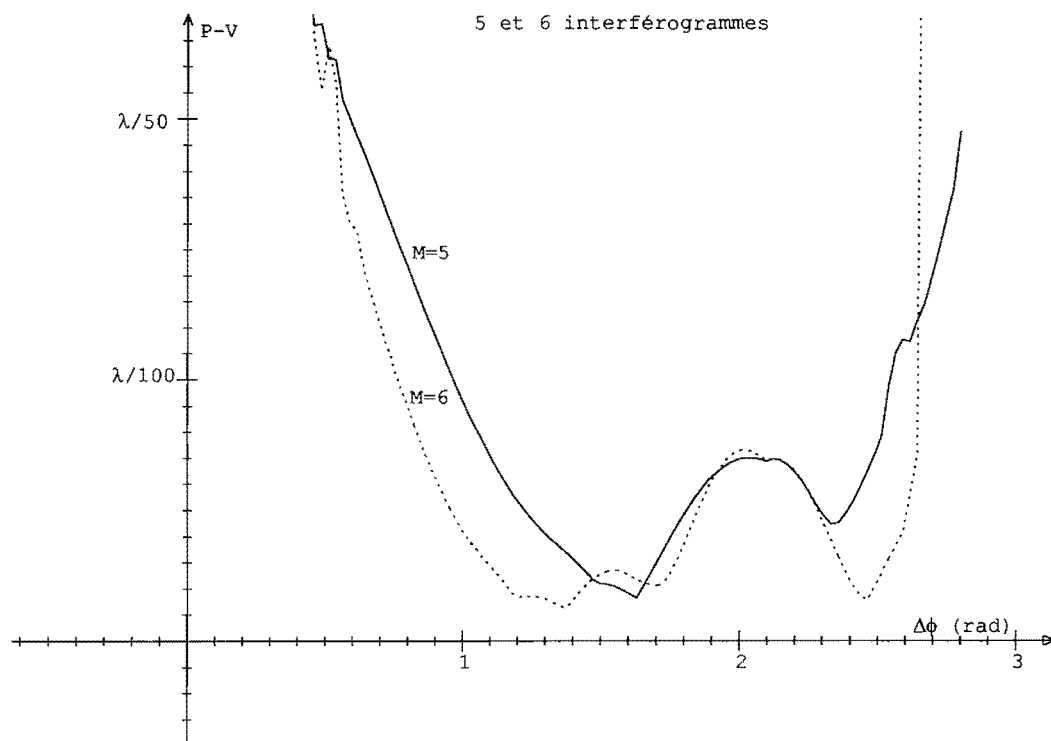


figure II.6.7 : valeur P-V maximum de l'erreur pour 5 et 6 interférogrammes en fonction du déphasage entre les images

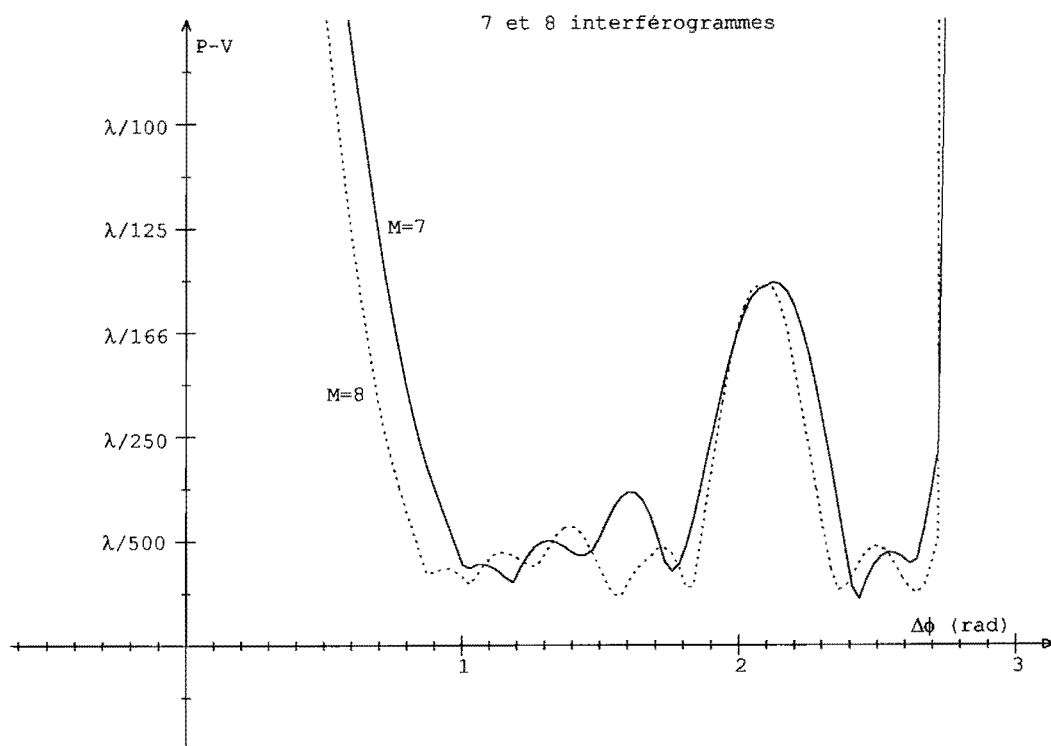


figure II.6.8 : valeur P-V maximum de l'erreur pour 7 et 8 interférogrammes en fonction du déphasage entre les images

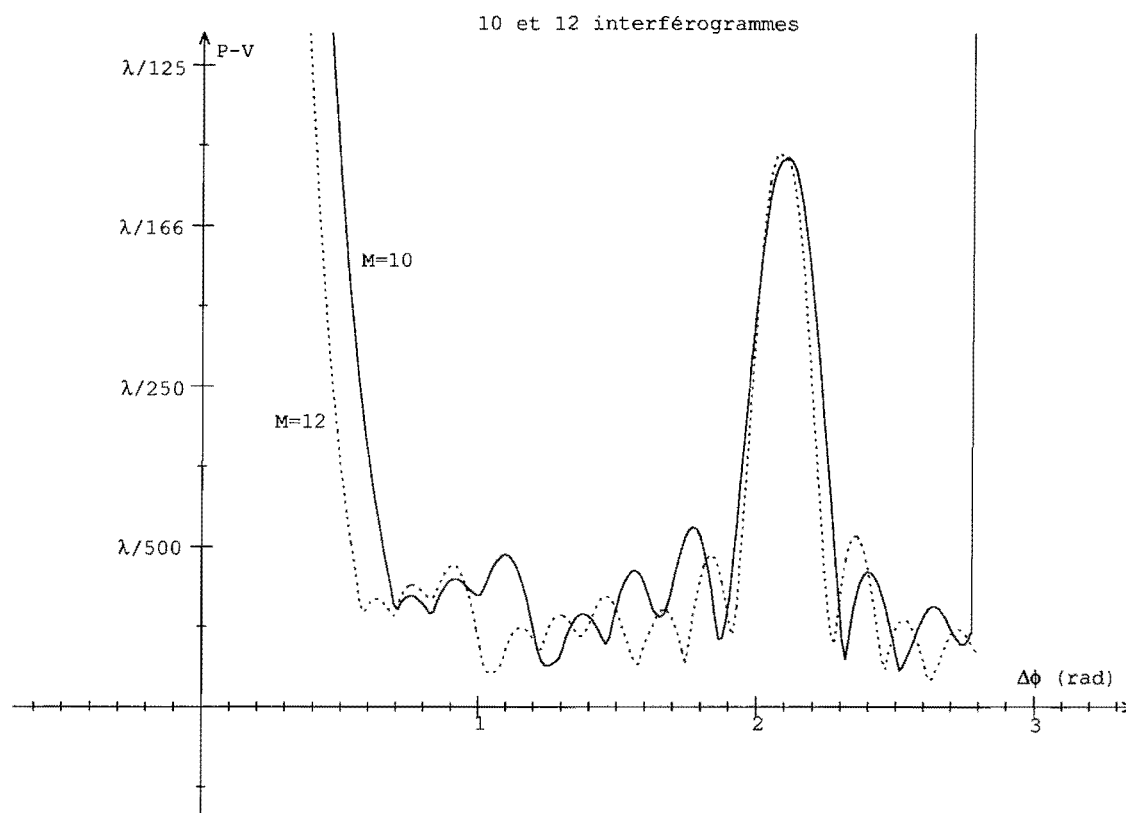


figure II.6.9 : valeur P-V maximum de l'erreur pour 10 et 12 interférogrammes en fonction du déphasage entre les images

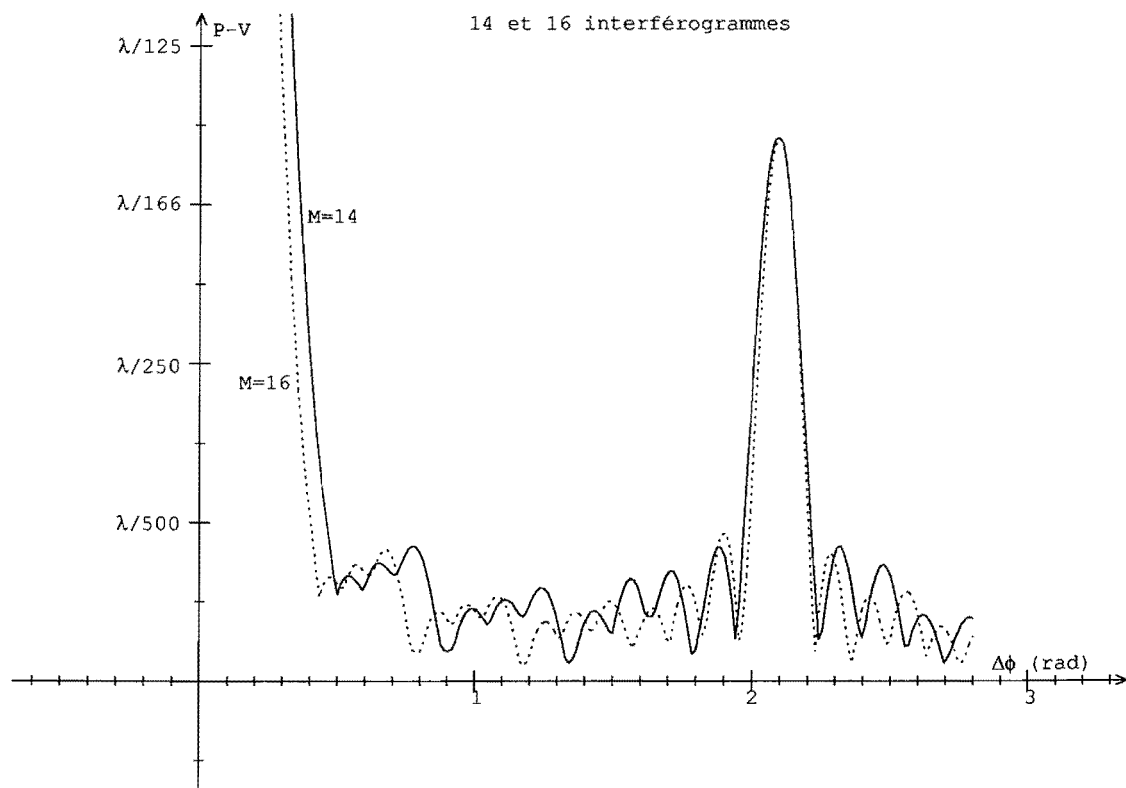


figure II.6.10 : valeur P-V maximum de l'erreur pour 14 et 16 interférogrammes en fonction du déphasage entre les images

L'erreur dépend du nombre d'interférogrammes. Il en faut au minimum 6 pour obtenir une réduction appréciable. Le tableau (II.6.T1) présente la synthèse des erreurs obtenues pour 6, 8, 10, 12, 14 et 16 interférogrammes. A chaque valeur de M correspond les plages de déphasage qui donnent des erreurs minimales.

	6	8	10	12	14	16
P-V	$< \lambda/250$	$< \lambda/400$	$< \lambda/450$	$< \lambda/500$	$< \lambda/875$	$< \lambda/940$
rms	$< \lambda/750$	$< \lambda/1200$	$< \lambda/1350$	$< \lambda/1500$	$< \lambda/2600$	$< \lambda/2800$
$\Delta\phi$ (rad)	1 à 1,8	0,8 à 1,9	0,6 à 1,9	0,5 à 1,9	0,5 à 1,9	0,4 à 1,8

tableau II.6.T1 : plages idéales de déphasage pour différentes valeurs du nombre d'interférogrammes

Dans tous les cas l'erreur due aux interférences à ondes multiples est difficilement inférieure à $\frac{\lambda}{1000}$ P-V. Avec 16 interférogrammes et en choisissant bien $\Delta\phi$, la précision peut être suffisante mais le temps de calcul est évidemment plus long. Cet algorithme peut être qualifié d'approximation à deux ondes.

II.6.3) Algorithmes de correction

Considérons l'équation (II.6.b). On peut envisager de réduire l'influence des ondes multiples en augmentant l'épaisseur de la cavité jusqu'à ce que l'atténuation $\gamma(k\phi)$, due à la cohérence, rende les termes parasites négligeables.

Cette solution n'est pas acceptable pour trois raisons :

- 1- l'étude des aberrations a montré la nécessité de cavités courtes,
- 2- une épaisseur trop importante rend illusoire la précision recherchée en raison des turbulences atmosphériques,
- 3- la destruction de la modulation du $\cos(2\phi)$ implique une réduction de celle du $\cos(\phi)$ et par conséquent une hypersensibilité au bruit. Par exemple, pour une source lorentzienne monomode de largeur de raie 50 MHz, l'épaisseur de la cavité doit être telle que la modulation du $\cos(\phi)$ atteigne 20%.

Le traitement des ordres supérieurs de modulation passe donc par la recherche d'une méthode analytique. On peut discerner trois techniques de correction :

- 1) les méthodes indirectes qui corrigent l'intensité avant d'appliquer l'algorithme classique deux ondes,
- 2) les méthodes qui donnent directement la phase,
- 3) les méthodes qui corrigent la phase *a posteriori*.

II.6.3.1) Correction de l'intensité

II.6.3.1.1) Théorie

La technique consiste en une correction de l'intensité mesurée en tenant compte des ondes multiples puis en un calcul de la phase avec l'algorithme de Carré. Si la source a une cohérence temporelle suffisante, ce qui est généralement le cas, l'intensité prend la forme classique de Fabry-Perot (II.6.c). Dans le cas où $\gamma(k\varphi) \approx 1$, les formes (II.6.c) et (II.6.d) peuvent être rattachées.

Posons $E_{\max} = I_0 \frac{(r'_1 + r'_2)^2}{(1 + R_1 R_2 + 2r'_1 r'_2)}$, et supposons que l'éclairement incident I_0 est uniforme dans le champ.

$I_{\infty} = E_{\max} \cdot \frac{(1 + R_1 R_2 + 2r'_1 r'_2)}{(r'_1 + r'_2)^2} \cdot \frac{R_1 + R_2 - 2r'_1 r'_2 \cos(\varphi)}{1 + R_1 R_2 - 2r'_1 r'_2 \cos(\varphi)}$ pour les interférences à ondes multiples,

$I_2 = I_0 \cdot \left\{ R_1 + R_2 (1 - R_1)^2 - 2r'_1 r'_2 (1 - R_1) \cos(\varphi) \right\}$ pour deux ondes.

Ces deux relations sont écrites sous la forme :

$$I_{\infty} = E_{\max} \cdot \frac{\alpha_1 \alpha_3 + \alpha_1 \alpha_4 \cos(\varphi)}{\alpha_2 \alpha_5 + \alpha_2 \alpha_4 \cos(\varphi)}$$

$$I_2 = I_0 \beta_1 + I_0 \beta_2 \cos(\varphi)$$

avec : $\alpha_1 = 1 + r_1'^2 r_2'^2 + 2r'_1 r'_2$, $\alpha_2 = (r'_1 + r'_2)^2$, $\alpha_3 = r_1'^2 + r_2'^2$, $\alpha_4 = -2r'_1 r'_2$

et $\alpha_5 = 1 + r_1'^2 r_2'^2$, $\beta_1 = R_1 + R_2 (1 - R_1)^2$, $\beta_2 = -2r'_1 r'_2 (1 - R_1)$.

Puisque $\cos(\varphi) = \frac{\alpha_1 \alpha_3 E_{\max} - \alpha_2 \alpha_5 I_{\infty}}{\alpha_2 \alpha_4 I_{\infty} - \alpha_1 \alpha_4 E_{\max}}$ l'intensité à deux ondes est écrite en fonction des coefficients α_i et β_i , de $E_{\max}$ et de l'intensité mesurée :

$$\frac{I_2}{I_0} = \frac{\alpha_1(\beta_2 \alpha_3 - \beta_1 \alpha_4) E_{\max} + \alpha_2(\beta_1 \alpha_4 - \beta_2 \alpha_5) I_{\infty}}{\alpha_2 \alpha_4 I_{\infty} - \alpha_1 \alpha_4 E_{\max}} = \frac{c_1 E_{\max} + c_2 I_{\infty}}{c_3 I_{\infty} - c_4 E_{\max}} \quad (\text{II.6.e})$$

$$\text{Avec : } c_1 = (1 + R_1 R_2 + 2r'_1 r'_2) \left[R_1 + R_2 (1 - R_1)^2 - (1 - R_1)(R_1 + R_2) \right]$$

$$c_2 = (r'_1 + r'_2)^2 \left[(1 - R_1)(1 + R_1 R_2) - R_1 - R_2 (1 - R_1)^2 \right]$$

$$c_3 = -(r'_1 + r'_2)^2$$

$$c_4 = -(1 + R_1 R_2 + 2r'_1 r'_2)$$

Il est possible de calculer l'intensité à deux ondes correspondant à une mesure d'intensité réelle. La méthode est simple et rapide :

- 1- on acquiert 4 interférogrammes et on mesure $E_{\max}$
- 2- les intensités théoriques sont calculées par (II.6.e)
- 3- la phase est calculée par Carré avec les intensités corrigées

La méthode est exacte et la précision est indépendante du déphasage. Les seuls paramètres à connaître sont les indices des matériaux et $E_{\max}$.

II.6.3.2.1) Sensibilité aux différents paramètres

II.6.3.2.1.a) Sensibilité à la mesure de l'éclairement maximum

La mesure de l'éclairement maximum dans le champ peut être entachée d'erreur. En effet, il est possible que $E_{\max}$ soit différent d'un point à l'autre en raison, par exemple, d'une non uniformité de l'éclairement incident. Une erreur sur la mesure de $E_{\max}$ introduit un profil d'erreur sinusoïdal sur la surface. La figure (II.6.11) représente l'erreur sur la surface pour une incertitude de 10% sur la mesure de $E_{\max}$ (avec $\Delta\phi = 1,8$ rad et $n = 1,525$ pour les substrats).

La valeur crête à crête de l'erreur est d'environ $\frac{\lambda}{1600}$ pour un écart type de $\frac{\lambda}{4600}$.

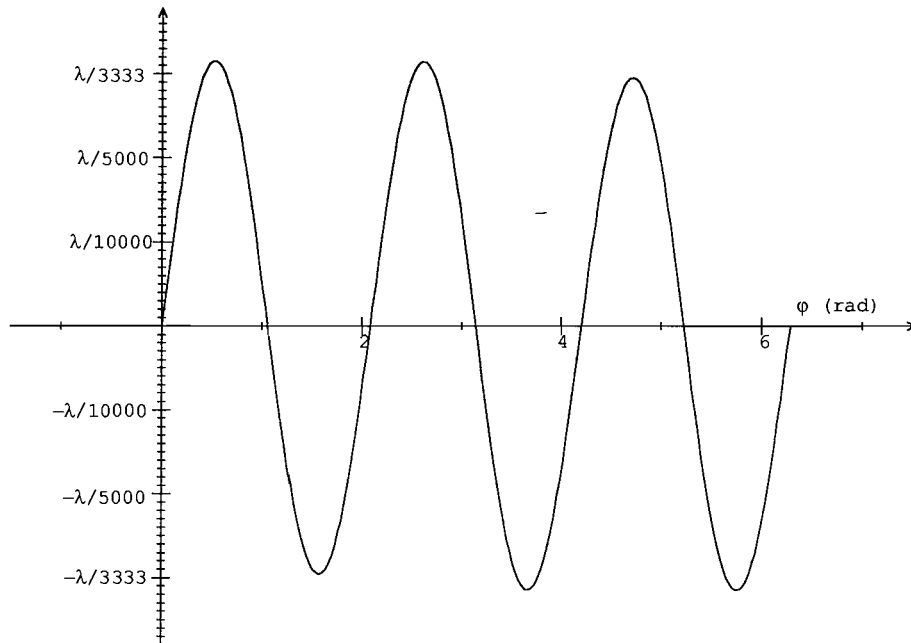


figure II.6.11 : erreur sur la surface pour une incertitude de 10% sur la mesure de l'éclairement maximum

La figure (II.6.12) montre la précision requise sur la mesure de $E_{\max}$. La courbe représente la valeur P-V de l'erreur. La valeur rms est environ trois fois plus faible.

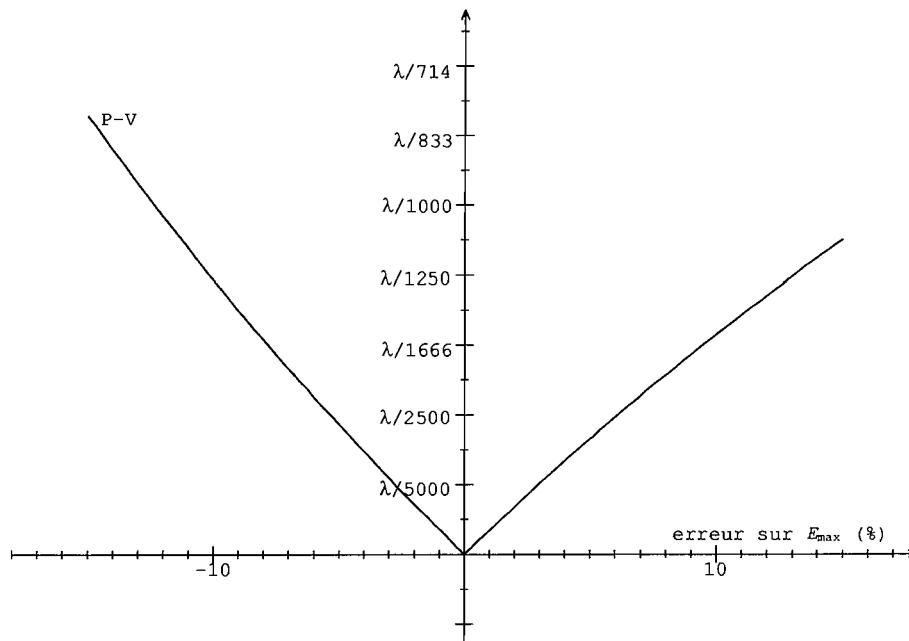


figure II.6.12 : précision sur $E_{\max}$

Une erreur de $\pm 15\%$ n'introduit pas d'erreur sur la surface supérieure à $\frac{\lambda}{850}$ P-V.

II.6.3.2.1.b) Sensibilité à la connaissance des indices

Les coefficients c_i , ($i = 1, 2, 3, 4$), dépendent des facteurs de réflexion des deux surfaces. On suppose que les indices sont réels, ce qui n'est pas vrai pour des matériaux tels que le germanium ou le silicium. Il est nécessaire d'avoir une bonne connaissance de l'indice des matériaux pour calculer les c_i . La figure (II.6.13) montre le profil d'erreur obtenu pour une incertitude absolue de 0,05 sur les deux indices ($\Delta\phi = 1,8$ rad et $n = 1,525$ pour les deux matériaux). La valeur P-V de l'erreur est représentée figure (II.6.14) pour une incertitude absolue sur chaque indice variant de - 0,05 à + 0,05.

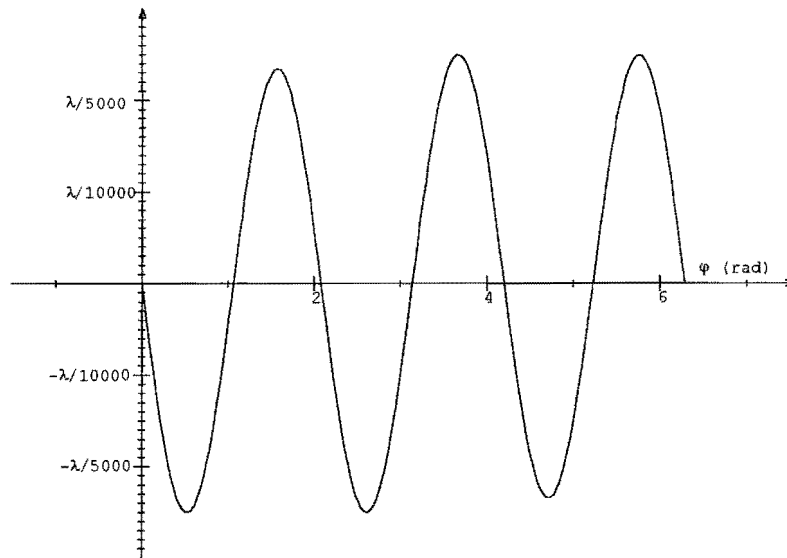


figure II.6.13 : profil de l'erreur pour une incertitude de 0,05 sur les indices

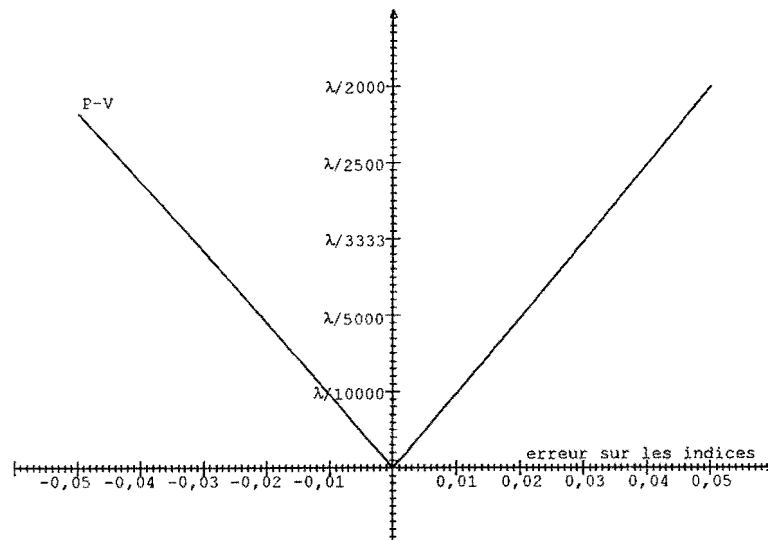


figure II.6.14 : P-V de l'erreur pour une incertitude de $\pm 0,05$ sur les indices

Dans ces conditions, l'erreur n'est pas supérieure à $\frac{\lambda}{2000}$ P-V.

II.6.3.2.1.c) Conclusion

La connaissance de $E_{\max}$ et des indices des surfaces n'est pas critique.

II.6.3.2) Calcul direct de la phase**II.6.3.2.1) Approximation à 3 ondes****II.6.3.2.1.a) Description**

L'approximation à deux ondes apporte une réduction certaine de l'influence des ondes multiples par rapport à la formule de Carré. Cependant l'influence ne peut pas être réduite en deçà de la limite fixée. On envisage d'utiliser une approximation à trois ondes (ondes qui parcourent quatre fois la cavité). L'équation (II.6.b) est limitée aux deux premiers termes de la somme et l'intensité est écrite sous la forme $I_i = I_0 \cdot \{1 + m \cos(\varphi + i\Delta\phi) + m' \cos(2\varphi + 2i\Delta\phi)\}$.

Les inconnues sont I_0 , m , m' , φ et $\Delta\phi$, i variant de $\frac{1-M}{2}$ à $\frac{M-1}{2}$. La détermination de ces inconnues impose l'acquisition d'au moins cinq interférogrammes. Le critère de proximité à minimiser par rapport aux cinq variables est

$$\varepsilon = \sum_i \left[E_i - I_0 \cdot \{1 + m \cos(\varphi + i\Delta\phi) + m' \cos(2\varphi + 2i\Delta\phi)\} \right]^2$$

La linéarisation de chaque dérivée première amène au système matriciel de cinq équations à cinq inconnues :

$$\begin{bmatrix} -\frac{\partial \varepsilon}{\partial I_0} \\ -\frac{\partial \varepsilon}{\partial m} \\ -\frac{\partial \varepsilon}{\partial m'} \\ -\frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} \\ -\frac{\partial \varepsilon}{\partial \Delta\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial I_0^2} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial I_0 \partial m} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial I_0 \partial m'} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial I_0 \partial \varphi} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial I_0 \partial \Delta\phi} \\ \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial I_0 \partial m} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial m^2} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial m \partial m'} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial m \partial \varphi} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial m \partial \Delta\phi} \\ \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial I_0 \partial m'} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial m \partial m'} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial m'^2} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial m' \partial \varphi} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial m' \partial \Delta\phi} \\ \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial I_0 \partial \varphi} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial m \partial \varphi} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial m' \partial \varphi} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \varphi^2} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \varphi \partial \Delta\phi} \\ \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial I_0 \partial \Delta\phi} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial m \partial \Delta\phi} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial m' \partial \Delta\phi} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \varphi \partial \Delta\phi} & \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \Delta\phi^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta I_0 \\ \delta m \\ \delta m' \\ \delta \varphi \\ \delta \Delta\phi \end{bmatrix}$$

Les dérivées sont indiquées en **Annexe C.2.1**. Le tableau (II.6.T2) indique la détermination des valeurs de départ $(I_0, m_0, m'_0, \varphi_0, \Delta\phi_0)$.

paramètre	estimation	remarques
$\Delta\phi_0$	étalonnage	algorithme auto calibré
φ_0	4 des M interférogrammes et algorithme de Carré	espacement donnant une erreur minimum
m'_0 modulation du $\cos(2\varphi)$	expression théorique $m'_0 = -\frac{2(1-r'_1)R_1R_2 \cdot \gamma(2\varphi)}{R_1 + R_2(1-R_1)^2(1+R_1R_2)}$	nécessite la connaissance des indices des surfaces, pour une source très cohérente $\gamma(2\varphi) \approx 1$
I_0 et m_0	avec E_i , m'_0 , φ_0 et $\Delta\phi_0$ on détermine les variables $A = I_0$ et $B = I_0 \cdot m_0$ par une méthode des moindres carrés sur la forme $A[1 + m'_0 \cos(2\varphi_0 + i2\Delta\phi_0)] + B \cos(\varphi_0 + i\Delta\phi_0)$	utilisation des données expérimentales et connaissance des indices (voir Annexe C.2.2)

tableau II.6.T2 : détermination des valeurs initiales

La méthode est plus longue que l'approximation à deux ondes car il faut inverser une matrice 5×5 et les dérivées ont une forme plus complexe.

II.6.3.2.1.b) Etude de la restitution

Les figures (II.6.15) à (II.6.17) montrent la précision obtenue en fonction du déphasage. Les matériaux ont le même indice ($n = 1,525$). On a considéré un nombre pair d'interférogrammes de 6 à 16.

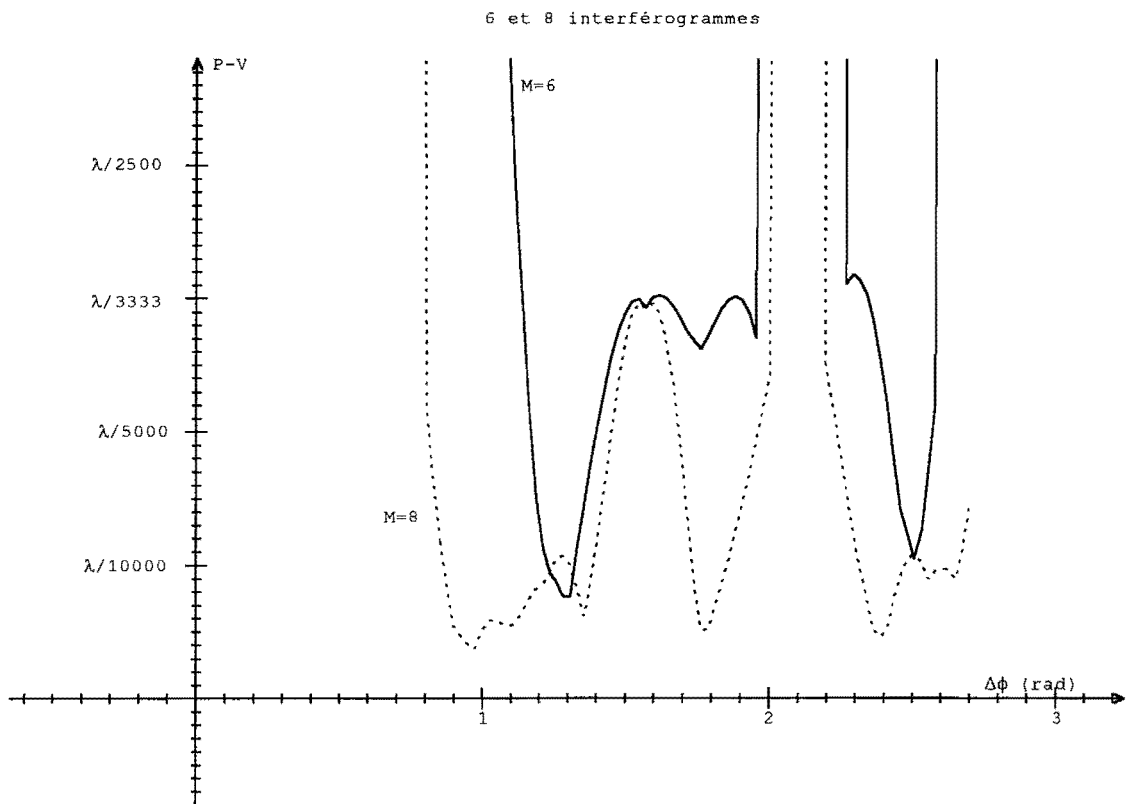


figure II.6.15 : valeur P-V de l'erreur résiduelle pour 6 et 8 interférogrammes en fonction du déphasage

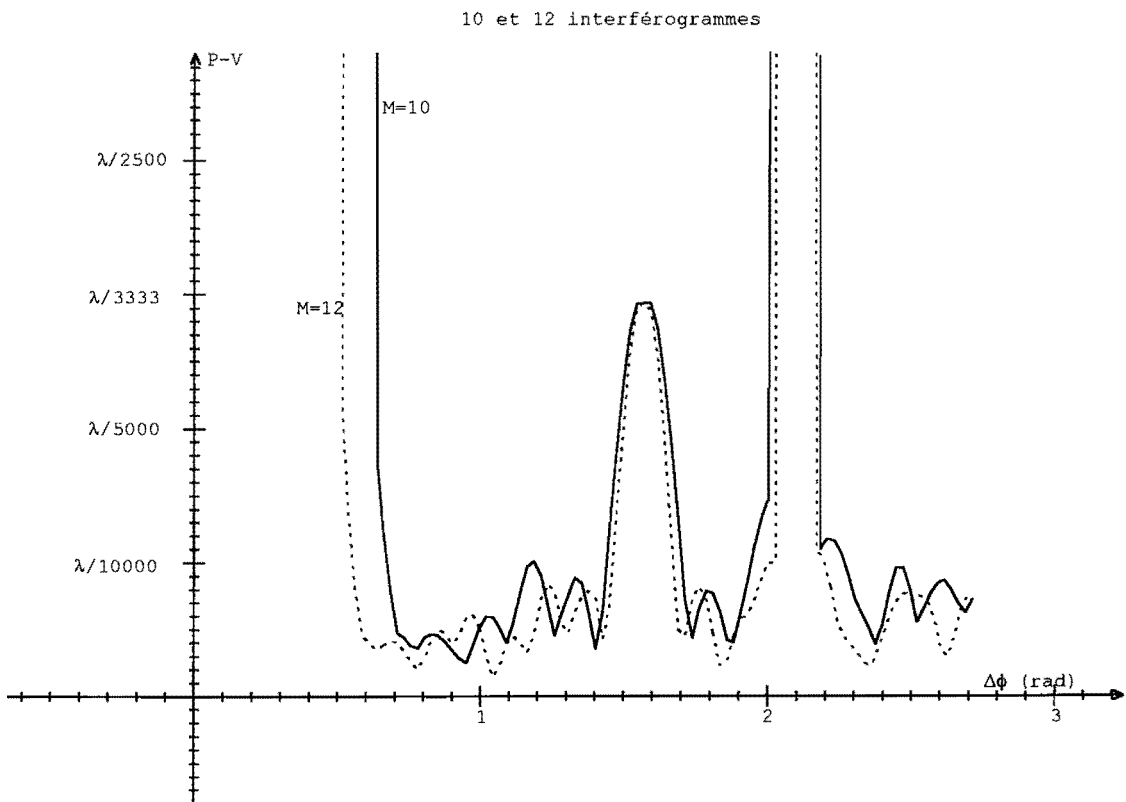


figure II.6.16 : valeur P-V de l'erreur résiduelle pour 10 et 12 interférogrammes en fonction du déphasage

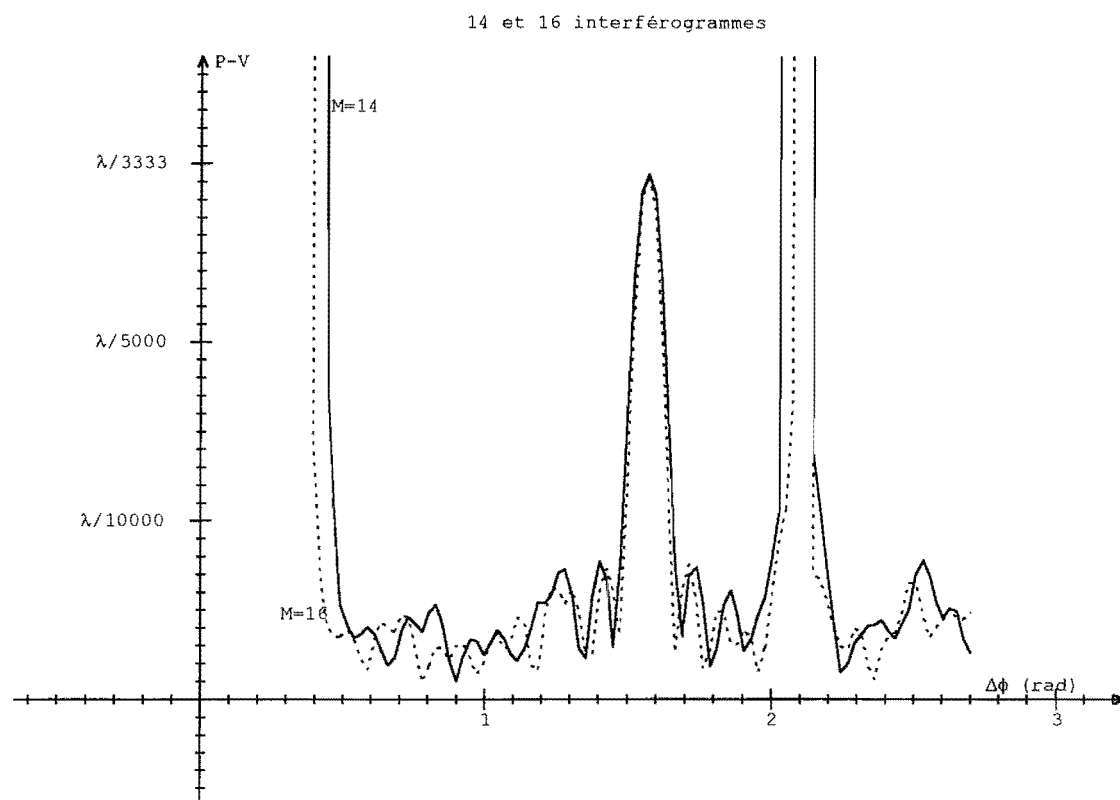


figure II.6.17 : valeur P-V de l'erreur résiduelle pour 14 et 16 interférogrammes en fonction du déphasage

L'erreur résiduelle est considérablement diminuée avec la prise en compte de la troisième onde.

II.6.3.2.1.c) Synthèse

Le tableau (II.6.T3) résume les résultats théoriques pour 6, 8, 10, 12, 14 et 16 interférogrammes. On indique aussi les plages de déphasage correspondantes.

	6	8	10	12	14	16
P-V	$< \lambda/3000$	$< \lambda/3300$	$< \lambda/10000$	$< \lambda/11000$	$< \lambda/12000$	$< \lambda/13000$
rms	$< \lambda/9000$	$< \lambda/10000$	$< \lambda/30000$	$< \lambda/33000$	$< \lambda/36000$	$< \lambda/39000$
$\Delta\phi$ (rad)	1,1 à 1,9	0,8 à 1,9	0,7 à 1,5	0,5 à 1,5	0,5 à 1,5	0,4 à 1,5

tableau II.6.T3 : plages idéales de déphasage et précision minimum

Dans tous les cas, il existe une plage assez large pour $\Delta\phi$ permettant une réduction à mieux que

$\frac{\lambda}{1000}$ P-V de l'influence des ondes multiples. L'approximation à trois ondes est très utile

lorsque les surfaces ont des facteurs de réflexion très proches. Dans le cas contraire, la quatrième onde (terme en $\cos(3\phi)$) devient non négligeable et contribue à réduire la précision.

II.6.3.2.2) Forme exacte à n ondes

L'influence des ondes multiples ne peut pas être toujours supprimée de façon efficace. En particulier, lorsque les surfaces ont des indices très différents l'approximation à trois ondes n'apporte pas un gain très appréciable. Avec la même approche, nous utilisons maintenant la

forme exacte (II.6.c). L'intensité est écrite sous la forme $I_i = \frac{a - b \cdot \cos(\varphi + i\Delta\phi)}{1 - c \cdot \cos(\varphi + i\Delta\phi)}$. Nous avons

cinq inconnues, a , b , c , $\Delta\phi$ et φ . Le nombre d'images minimum est de 5. a et b contiennent des termes parasites tels que le bruit d'obscurité de la détection ou les réflexions incohérentes.

Le critère à minimiser est $\varepsilon = \sum_i \left[E_i - \left\{ \frac{a - b \cdot \cos(\varphi + i\Delta\phi)}{1 - c \cdot \cos(\varphi + i\Delta\phi)} \right\} \right]^2$.

La linéarisation conduit à un système matriciel semblable à celui de l'approximation à trois ondes. Les dérivées sont indiquées en **Annexe C.3.1**. Le tableau (II.6.T4) indique comment on estime les valeurs de départ $(a_0, b_0, c_0, \varphi_0, \Delta\phi_0)$.

paramètre	estimation	remarque
c_0 modulation du $\cos(\varphi)$ du dénominateur	expression théorique $c_0 = \frac{2r'_1 r'_2}{1 + R_1 R_2}$	nécessite la connaissance des indices des surfaces
$\Delta\phi_0$	étalonnage	algorithme auto calibré
φ_0	4 des M interférogrammes et algorithme de Carré	espacement donnant une erreur minimale
a_0 et b_0	avec E_i , c_0 , φ_0 et $\Delta\phi_0$ on détermine les variables $A = a_0$ et $B = b_0$ par moindres carrés sur $\frac{A - B \cos(\varphi_0 + i\Delta\phi_0)}{1 - c_0 \cos(\varphi_0 + i\Delta\phi_0)}$	utilisation des données expérimentales et connaissance des indices (voir Annexe C.3.2)

tableau II.6.T4 : détermination des valeurs initiales

Par cette méthode la précision peut être augmentée substantiellement car la restitution est exacte. De plus elle est indépendante de la valeur du déphasage. La technique est plus sensible au bruit pour un petit nombre d'interférogrammes et il vaut mieux choisir $M \geq 7$.

La connaissance des indices permet l'évaluation de c_0 . Une incertitude $\delta n = \pm 0,05$ n'a absolument aucune incidence sur le résultat, l'algorithme converge vers la solution exacte. Cette remarque s'applique également à l'approximation à trois ondes.

II.6.3.2.3) Remarque : approche générale par le critère des moindres carrés

Reprenons l'approche de Greivenkamp, rappelée au I.1.1.3.3.c.b, et considérons une limitation à trois ondes de l'équation (II.6.b). L'intensité est écrite sous la forme :

$$I_i = I_0 \cdot \{1 + m \cos(\varphi + \Delta\phi_i) + m' \cos(2\varphi + 2\Delta\phi_i)\}$$

Le développement des termes en cosinus donne

$$I_i = a_0 + a_1 \cos(\Delta\phi_i) + a_2 \sin(\Delta\phi_i) + b_1 \cos(2\Delta\phi_i) + b_2 \sin(2\Delta\phi_i)$$

avec $a_0 = I_0$, $a_1 = I_0 \cdot m \cos(\varphi)$, $a_2 = I_0 \cdot m \sin(\varphi)$, $b_1 = I_0 \cdot m' \cos(2\varphi)$ et $b_2 = I_0 \cdot m' \sin(2\varphi)$.

Ces cinq paramètres deviennent les inconnues. Le critère de proximité ϖ sera minimum si ses dérivées partielles par rapport aux cinq inconnues sont nulles,

$$\varpi = \sum_{i=1}^M \left[E_i - \{a_0 + a_1 \cos(\Delta\phi_i) + a_2 \sin(\Delta\phi_i) + b_1 \cos(2\Delta\phi_i) + b_2 \sin(2\Delta\phi_i)\} \right]^2$$

et $\frac{\partial \varpi}{\partial a_0} = \frac{\partial \varpi}{\partial a_1} = \frac{\partial \varpi}{\partial a_2} = \frac{\partial \varpi}{\partial b_1} = \frac{\partial \varpi}{\partial b_2} = 0$. Le développement de cette condition conduit au système

matriciel suivant

$$\begin{bmatrix} M & \sum_{i=1}^M \cos(\Delta\phi_i) & \sum_{i=1}^M \sin(\Delta\phi_i) & \sum_{i=1}^M \cos(2\Delta\phi_i) & \sum_{i=1}^M \sin(2\Delta\phi_i) \\ \sum_{i=1}^M \cos(\Delta\phi_i) & \sum_{i=1}^M \cos^2(\Delta\phi_i) & \sum_{i=1}^M \sin(\Delta\phi_i) \cos(\Delta\phi_i) & \sum_{i=1}^M \cos(\Delta\phi_i) \cos(2\Delta\phi_i) & \sum_{i=1}^M \cos(\Delta\phi_i) \sin(2\Delta\phi_i) \\ \sum_{i=1}^M \sin(\Delta\phi_i) & \sum_{i=1}^M \sin(\Delta\phi_i) \cos(\Delta\phi_i) & \sum_{i=1}^M \sin^2(\Delta\phi_i) & \sum_{i=1}^M \sin(\Delta\phi_i) \cos(2\Delta\phi_i) & \sum_{i=1}^M \sin(\Delta\phi_i) \sin(2\Delta\phi_i) \\ \sum_{i=1}^M \cos(2\Delta\phi_i) & \sum_{i=1}^M \cos(\Delta\phi_i) \cos(2\Delta\phi_i) & \sum_{i=1}^M \sin(\Delta\phi_i) \cos(2\Delta\phi_i) & \sum_{i=1}^M \cos^2(2\Delta\phi_i) & \sum_{i=1}^M \cos(2\Delta\phi_i) \sin(2\Delta\phi_i) \\ \sum_{i=1}^M \sin(2\Delta\phi_i) & \sum_{i=1}^M \cos(\Delta\phi_i) \sin(2\Delta\phi_i) & \sum_{i=1}^M \sin(\Delta\phi_i) \sin(2\Delta\phi_i) & \sum_{i=1}^M \cos(2\Delta\phi_i) \sin(2\Delta\phi_i) & \sum_{i=1}^M \sin^2(2\Delta\phi_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^M E_i \\ \sum_{i=1}^M E_i \cos(\Delta\phi_i) \\ \sum_{i=1}^M E_i \sin(\Delta\phi_i) \\ \sum_{i=1}^M E_i \cos(2\Delta\phi_i) \\ \sum_{i=1}^M E_i \sin(2\Delta\phi_i) \end{bmatrix}$$

Pour un décalage de phase tel que $\Delta\phi_i = (i-1)\frac{2\pi}{M}$, et pour M supérieur ou égal à 4 la matrice est diagonale.

$$\begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{M}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{M}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{M}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{M}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^M E_i \\ \sum_{i=1}^M E_i \cos(\Delta\phi_i) \\ \sum_{i=1}^M E_i \sin(\Delta\phi_i) \\ \sum_{i=1}^M E_i \cos(2\Delta\phi_i) \\ \sum_{i=1}^M E_i \sin(2\Delta\phi_i) \end{bmatrix}$$

La phase est restituée par $\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{\sum_{i=1}^M [E_i \sin(\Delta\phi_i)]}{\sum_{i=1}^M [E_i \cos(\Delta\phi_i)]} \right)$, $M \geq 4$.

On retrouve l'algorithme du paragraphe **II.1.1.3.3.c.b**. On montre ainsi l'insensibilité de ce type d'algorithme à l'effet des ondes multiples, déjà constatée par P. Hariharan [90] en 1987. L'insensibilité n'est que partielle puisque l'intensité réelle n'est pas limitée aux deux premiers termes de l'équation (II.6.b). Cependant, l'erreur est très inférieure à $\frac{\lambda}{1000}$ P-V. Les figures (II.6.18) à (II.6.20) montrent les profils d'erreurs obtenus pour trois, quatre et cinq images. Pour $M=3$, la matrice n'est pas diagonale et l'erreur est $\frac{\lambda}{145}$ P-V et $\frac{\lambda}{412}$ rms. Pour $M=4$, on a $\frac{\lambda}{3374}$ P-V et $\frac{\lambda}{9950}$ rms et pour $M=5$, l'erreur chute à $\frac{\lambda}{78000}$ P-V et $\frac{\lambda}{220000}$ rms et devient insignifiante.

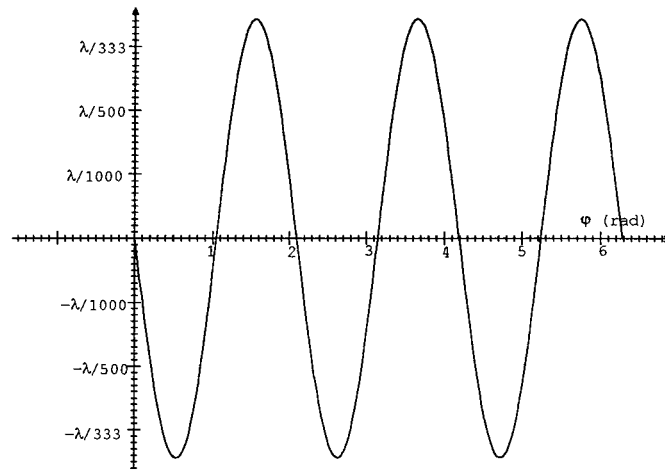


figure II.6.18 : profil de l'erreur due aux ondes multiples pour 3 interférogrammes

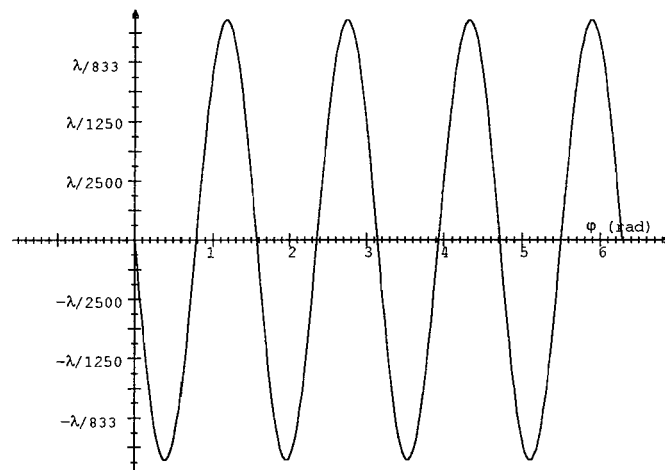


figure II.6.19 : profil de l'erreur due aux ondes multiples pour 4 interférogrammes

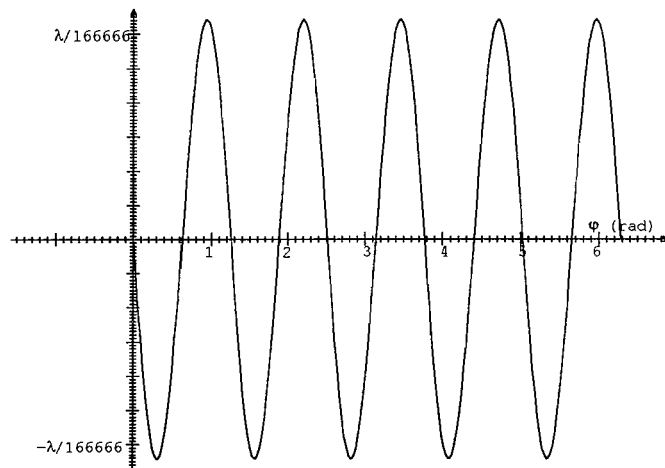


figure II.6.20 : profil de l'erreur due aux ondes multiples pour 5 interférogrammes

Les algorithmes de type *Nbucket* ou *Nstep* sont une solution au problème des ondes multiples mais leur utilité est limitée en raison de l'étalonnage.

II.6.3.2) Correction *a posteriori* de la phase

II.6.3.2.1) Principe

Il est aussi possible de corriger la phase après son calcul. A l'aide d'une simulation, on enregistre quatre interférogrammes à ondes multiples suffisamment échantillonnés. Le déphasage et les indices des matériaux correspondent à la configuration expérimentale. A l'aide de l'algorithme de Carré on calcule la phase théorique et on en déduit le terme correctif. La phase et sa correction sont stockées. Lors du calcul avec les valeurs expérimentales on effectue une comparaison entre la valeur théorique et expérimentale pour en déduire le bon terme correctif. Plusieurs solutions sont envisageables pour déterminer la correction : interpolation pour une valeur ou, si l'échantillonnage est très serré, intervalle d'encadrement. Si la simulation correspond exactement à l'expérience, la méthode donne une correction rigoureuse. Les paramètres de cette méthode sont le déphasage et les indices.

II.6.3.2.2) Sensibilité à la connaissance du déphasage

Puisqu'il faut connaître $\Delta\phi$, cet algorithme ne peut pas être qualifié d'auto-calibré. La figure (II.6.21) montre les valeurs P-V et rms du profil d'erreur engendré par un déphasage différent du déphasage réel lors de la simulation.

Les données théoriques ont été échantillonnées sur 2000 points pour une phase variant de 0 à 2π . La correction est déterminée par interpolation. L'incertitude $d\Delta\phi$ sur le déphasage est exprimée en nanomètres et avec $\lambda = 632,8 \text{ nm}$, $\Delta\phi = 1,8 \text{ rad}$ et $n = 1,525$ pour les deux substrats.

Sur la figure (II.6.21) sont également représentées les valeurs P-V et rms des profils d'erreur pour un mauvais étalonnage des algorithmes de type *Nbucket* ou *Nstep*. Nous avons considéré 4, 5 images et l'algorithme '*moyenne 4 par 4*' basé sur 5 images dont le principe est similaire à celui de l'algorithme de Schwider '*moyenne 3 par 3*' (paragraphe I.2.3.1).

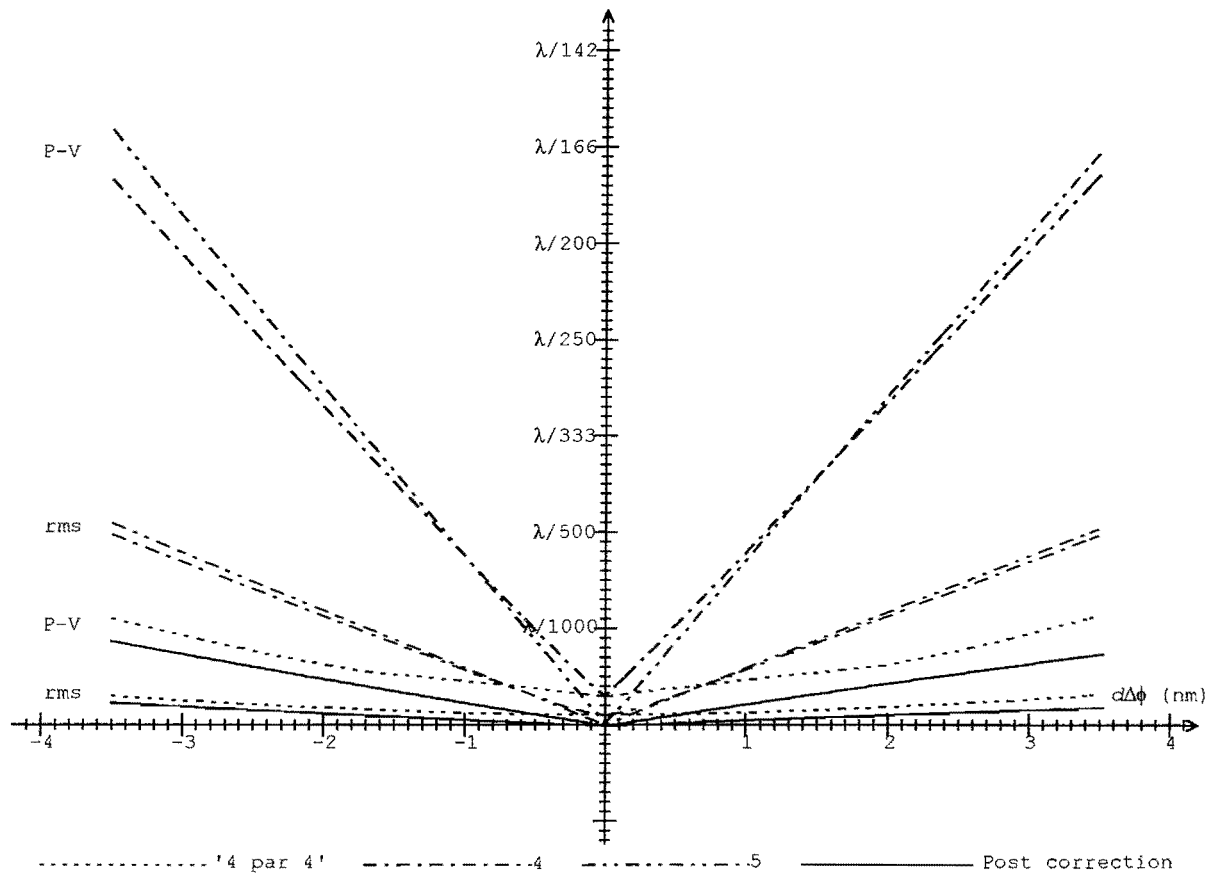


figure II.6.21 : P-V et rms de l'erreur due à une incertitude sur le déphasage

Pour la correction *a posteriori*, la précision requise sur $\Delta\phi$ est assez large, puisque pour $d\Delta\phi = \pm 3,5 \text{ nm}$, l'erreur introduite est inférieure à $\frac{\lambda}{1000}$ P-V. La correction *a posteriori* est la technique la moins sensible à l'étalonnage du décalage de phase.

II.6.3.2.3) Sensibilité à la connaissance des indices

L'influence d'une erreur sur la valeur des indices de réfraction est montrée sur la figure (II.6.22) pour les mêmes conditions que ci dessus; on a considéré qu'une même incertitude affecte les indices des deux substrats.

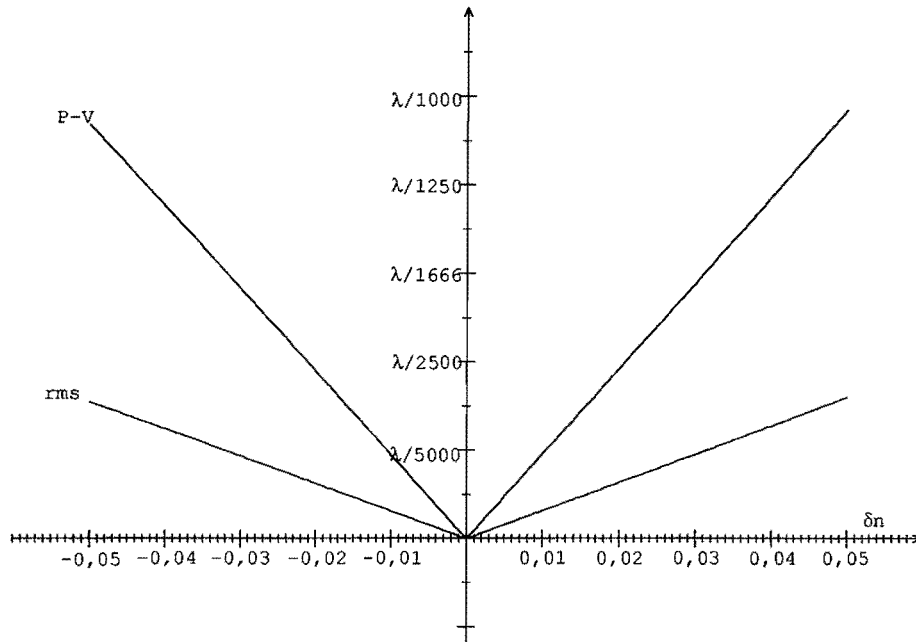


figure II.6.22 : P-V et rms de l'erreur due à la connaissance des indices

Comme pour les autres méthodes de correction, la valeur des indices ne doit pas être connue avec une grande précision.

II.6.3.2.4) Conclusion

La méthode de correction de la phase *a posteriori* est simple. La tolérance sur $\Delta\phi$ est large, environ $\pm 3,7\%$ pour $\Delta\phi = 1,8$ rad. C'est une méthode d'un intérêt certain car ses paramètres ne sont pas critiques et elle est beaucoup plus rapide que les méthodes basées sur les moindres carrés.

II.6.4) Conclusion

Cette étude a montré que les interférences à ondes multiples produites par une cavité de type Fizeau doivent être prises en compte pour mesurer des surfaces avec une haute précision.

En effet, l'algorithme de Carré à quatre interférogrammes ne peut donner directement une exactitude meilleure que $\frac{\lambda}{200}$ P-V. Associé à une approximation à deux ondes, il faut un grand nombre d'interférogrammes pour repousser l'erreur dans les limites que nous avons fixées.

Pour traiter le problème de façon efficace, nous avons mis au point trois nouveaux types d'algorithmes.

Le premier est basé sur une correction de l'intensité avant application de la formule de Carré. Les précisions qu'il donne sont très correctes si l'éclairement maximum des interférogrammes peut être mesuré à mieux que 10%.

Le deuxième type de correction donne directement la phase à partir de l'utilisation du critère des moindres carrés. Nous avons étudié deux méthodes.

L'approximation à trois ondes augmente considérablement la précision à condition que les deux substrats aient le même indice. La restitution exacte par une forme à ondes multiples est la solution donnant la meilleure exactitude avec toutefois un temps de calcul plus long.

Enfin, la méthode de post correction est la plus simple et la plus rapide, mais elle ne peut être utilisée que sur des surfaces vitreuses.

Les techniques basées sur les moindres carrés sont les plus lentes et les plus lourdes pour les logiciels. Tous ces algorithmes peuvent être utilisés pour la métrologie des surfaces sphériques, avec cependant une réserve concernant la correction *a posteriori* pour les sphères très ouvertes.

II.7) Conséquences sur les choix opto mécaniques

II.7.1) Dispositif d'éclairage

D'après l'étude menée sur la source laser au paragraphe **II.1**, le dispositif d'éclairage doit être stable en intensité et en fréquence. Le choix initial était l'utilisation d'une diode laser; son étude au spectromètre à réseau a malheureusement révélé une trop grande instabilité modale. Le train de prismes d'anamorphose du faisceau en sortie est très certainement la cause de cette instabilité par les diverses réflexions qu'il est susceptible de renvoyer dans la cavité. Nous sommes revenus au laser *HeNe* monomode. La figure (II.7.1) montre le dispositif d'éclairage utilisé.

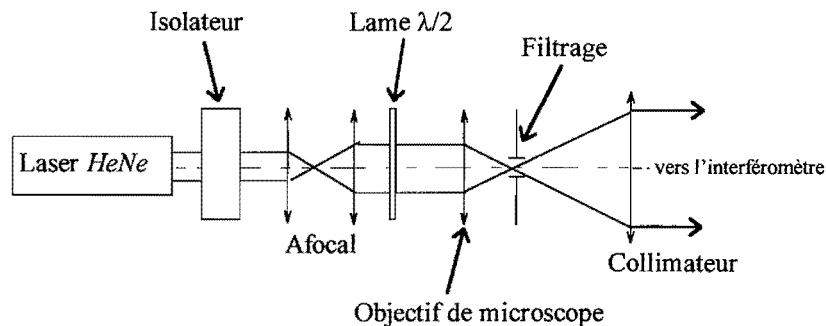


figure II.7.1 : dispositif d'éclairage de l'interféromètre

Un isolateur magnéto optique (Faraday) empêche tout retour dans la cavité du laser *HeNe*. Un premier afocal donne un faisceau de 8 mm qui couvre entièrement la pupille d'un objectif de microscope de moyenne puissance. La lame demi-onde permet d'affiner la polarisation pour que la lame séparatrice de l'interféromètre fonctionne sous incidence de Brewster. Le diamètre utile du faisceau d'éclairage est de 100 mm.

II.7.2) Mécanique de l'élément déphaseur

Le saut de phase est assuré par le déplacement de la surface de référence de la cavité interférométrique. Ce mouvement doit être une translation pure sans basculement. La plupart des interféromètres commercialisés utilisent trois cales disposées à 120° . Chaque cale a ses propres caractéristiques et il est difficile que les trois mouvements soient rigoureusement identiques. Au vu de l'exactitude requise pour les déplacements, cette solution n'est guère envisageable pour l'interférométrie de très haute précision. La solution classique la plus adéquate semble être le parallélogramme déformable, à condition que celui ci soit bien réalisé (fig. (II.7.2)).

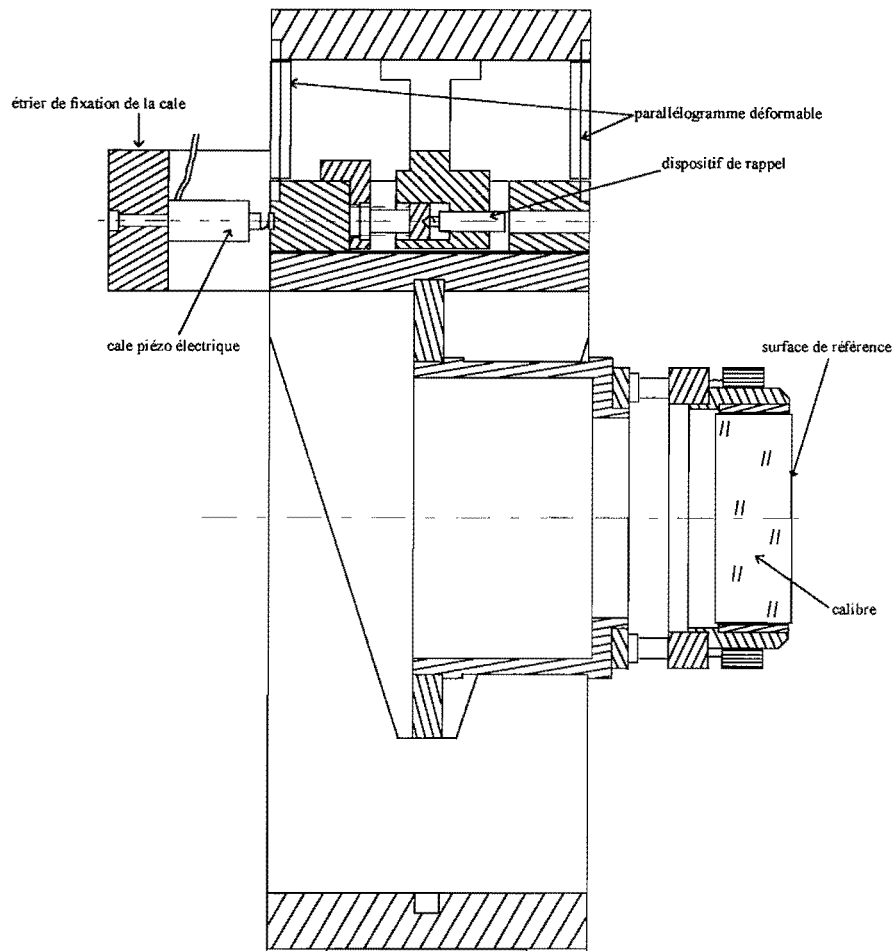


figure II.7.2 : potence de fixation de l'élément mobile

Si le déplacement est trop important, la translation obtenue avec le parallélogramme n'est pas parfaite. R. V. Jones *et al* [96], dans leur étude sur les déformations d'un parallélogramme, ont donné des éléments de calcul de tolérances. Considérons les notations suivantes : l est la longueur libre des lames ressort, t leur épaisseur, b la longueur de la plate-forme entre les lames et a la hauteur d'application de la force de déplacement. La figure (II.7.3) montre schématiquement le parallélogramme déformable.

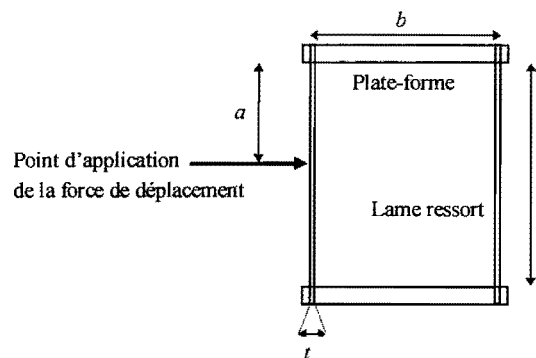


figure II.7.3 : schématisation du parallélogramme

Si la potence n'est pas chargée et si les deux lames et les deux plates-formes sont identiques, l'angle de basculement dû à la translation est donné par la relation suivante

$$\theta_{trans} = \left(\frac{2(l-2a)t^2}{b^2 l^2} \right) \cdot dz \quad (\text{II.7.a})$$

Où dz est le déplacement.

Pour des raisons d'encombrement, nous avons $l = 60 \text{ mm}$, $t = 0,3 \text{ mm}$, $b = 150 \text{ mm}$ et $a = 80 \text{ mm}$. Pour une acquisition de 16 interférogrammes avec un déphasage de $0,878 \text{ rad}$, nous avons $dz \approx \lambda = 632,8 \text{ nm}$, ce qui donne un défaut de parallélisme théorique de $\theta_{trans} \approx 14.10^{-11} \text{ rad}$. Pour une surface de diamètre 100 mm , ce basculement parasite introduit une variation du décalage de phase de $0,014 \text{ nm}$ dans le champ, ce qui reste négligeable. Toutefois, si la potence est trop chargée, la relation (II.7.a) est différente et doit tenir compte de la distribution des masses et de la disposition de celles ci par rapport à la gravité.

Pour la fabrication du parallélogramme, les paramètres importants sont l'égalité des longueurs des plates-formes et des longueurs des lames flexibles. Un défaut de longueur ε entre les deux plates-formes introduit un basculement donné par

$$\theta_{p-f} = \frac{dz^2}{2bl^2} \cdot \varepsilon \quad (\text{II.7.b})$$

Pour une tolérance sur la longueur des plates-formes de $\varepsilon = 0,5 \text{ mm}$, le défaut de parallélisme vaut $\theta_{p-f} \approx 1,8.10^{-13} \text{ rad}$ et il est négligeable. Pour un défaut des longueurs des lames, le basculement θ_{lame} est donné par

$$\theta_{lame} = \frac{dz}{bl} \cdot \varepsilon \quad (\text{II.7.c})$$

Si $\varepsilon = 0,05 \text{ mm}$ on alors $\theta_{lame} \approx 3,5.10^{-9} \text{ rad}$ et pour une surface de 100 mm de diamètre, le basculement parasite introduit une variation du décalage de phase de $0,35 \text{ nm}$ dans le champ. La tolérance sur l'identité des lames est donc sévère.

II.7.3) Objectif convergent pour surfaces sphériques

II.7.3.1) Introduction

Au paragraphe II.1 nous avons considéré les ondes parasites d'un point de vue purement qualitatif et nous avons indiqué que l'utilisation d'une source faiblement cohérente peut aider à réduire leur influence. L'étude des aberrations a montré qu'il faut une cavité interférométrique courte. Avec les surfaces planes cette exigence est facile à respecter. Avec les surfaces sphériques c'est plus difficile car il faut que les rayons de courbure de la surface de référence et de la surface mesurée aient des valeurs proches. Pour ne pas avoir à concevoir, et surtout réaliser, un objectif pour chaque surface mesurée, la solution est d'utiliser un objectif type d'ouverture assez grande. On lui ajoute un ménisque dont un des dioptries joue le rôle de surface de référence. Pour que ce ménisque n'ait aucune influence sur les aberrations de l'objectif, ses faces doivent être concentriques ou de type ménisque aplanétique. Si les faces du ménisque sont concentriques, une seule des réflexions est indispensable, et une des faces envoie une onde parasite cohérente interférer avec les ondes utiles, ce qui pollue la mesure.

II.7.3.2) Influence de la face du calibre de référence

II.7.3.2.1) Combinaison des trois ondes

Considérons la figure (II.7.4). Les deux faces du calibre de référence contribuent aux interférences.

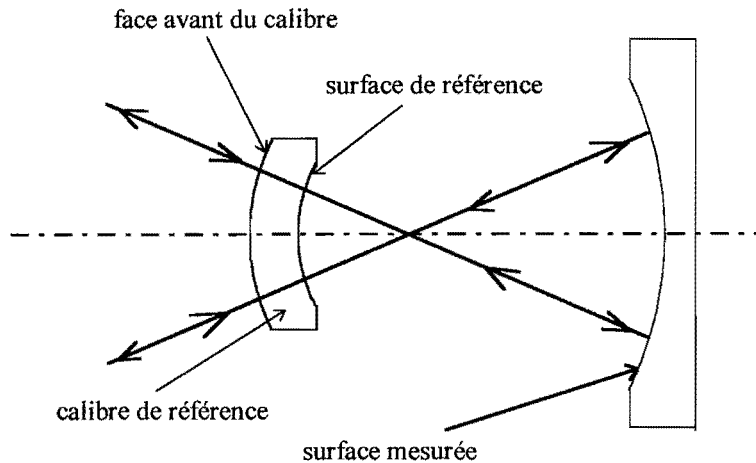


figure II.7.4 : combinaison des trois ondes

Par rapport à une origine arbitraire des phases, les trois ondes sont

$$\xi_p = qr_1' a_0 \exp(i\psi) \text{ pour l'onde issue de la face avant du calibre}$$

q correspond à une atténuation de l'amplitude par un traitement antireflets par exemple.

$\xi_1 = -r_1'(1 - q^2 R_1) a_0 \exp(i\phi)$ pour l'onde issue de la surface de référence

et $\xi_2 = r_2'(1 - R_1)(1 - q^2 R_1) a_0 \exp(i\phi')$ pour l'onde issue de la surface mesurée

La phase recherchée est $\varphi = \phi - \phi'$. L'intensité de la composition est :

$$\begin{aligned} \frac{I_{12p}}{I_0} = & R_1(1 - q^2 R_1)^2 + R_2(1 - R_1)^2(1 - q^2 R_1)^2 - 2r_1'r_2'(1 - R_1)(1 - q^2 R_1)^2 \cos(\phi - \phi') \\ & + q^2 R_1 - 2qR_1(1 - q^2 R_1) \cos(\psi - \phi) + 2qr_1'r_2'(1 - R_1)(1 - q^2 R_1) \cos(\psi - \phi') \end{aligned} \quad (\text{II.7.d})$$

Le calcul de φ par l'algorithme de Carré donne une erreur systématique due aux termes non constants en $\cos(\psi)$.

II.7.3.2.2) Influence sur le calcul par Carré

Le déphasage $\Delta\phi$ est appliqué à la surface de référence et les quatre éclaircements enregistrés sont

$$\begin{aligned} E_i = I_0 \cdot & \left\{ R_1(1 - q^2 R_1)^2 + R_2(1 - R_1)^2(1 - q^2 R_1)^2 - 2r_1'r_2'(1 - R_1)(1 - q^2 R_1)^2 \cos\left(\varphi + \left(i - \frac{5}{2} \Delta\phi\right)\right) \right\} \\ I_0 \cdot & \left\{ +q^2 R_1 - 2qR_1(1 - q^2 R_1) \cos(\psi - \phi) + 2qr_1'r_2'(1 - R_1)(1 - q^2 R_1) \cos\left(\psi - \phi' + \left(i - \frac{5}{2} \Delta\phi\right)\right) \right\} \end{aligned} \quad (\text{II.7.e})$$

La phase erronée φ' , donnée par Carré, est $\tan(\varphi') = \frac{(1 - q^2 R_1) \sin(\varphi) - q \sin(\psi - \phi')}{(1 - q^2 R_1) \cos(\varphi) - q \cos(\psi - \phi')}$.

L'erreur sur la phase est $\Delta\varphi = \varphi' - \varphi$. On obtient finalement

$$\tan(\Delta\varphi) = \frac{q \sin(\varphi - \psi + \phi')}{(1 - q^2 R_1) - q \cos(\varphi - \psi + \phi')}$$

Notons $\psi_{p2} = \psi - \phi'$ la phase parasite relativement à la surface de mesure. On a donc

$$\tan(\Delta\varphi) = \frac{q \sin(\varphi - \psi_{p2})}{(1 - q^2 R_1) - q \cos(\varphi - \psi_{p2})} \quad (\text{II.7.f})$$

Il est à noter que si le déphasage est appliqué à la surface mesurée, le résultat obtenu pour $\Delta\varphi$ est identique.

II.7.3.2.3) Efficacité du traitement antireflets

Si le calibre n'est pas traité antireflets, nous avons $q = 1$ et le profil d'erreur sur la surface

présente une valeur crête à crête $d\delta = \frac{\lambda}{2\pi} \tan^{-1}\left(\frac{1}{1-R_1}\right)$. Pour un calibre en verre d'indice

$n = 1,525$ on a $d\delta = \frac{\lambda}{8}$. Il est évident qu'il faut traiter la première face. Pour que $d\delta$ soit

inférieur à $\frac{\lambda}{1000}$, il faut que

$$q^2 < \frac{\pi^2}{250000}$$

Soit $q^2 < 1,25 \cdot 10^{-5}$. Il faut que le traitement antireflets n'autorise pas plus de $1 \cdot 10^{-5}$ de réflexion. Une telle efficacité est impossible à obtenir en pratique. La solution qui s'impose est le basculement de la première face du calibre d'un angle suffisamment grand pour permettre un filtrage au foyer du collimateur de sortie de l'interféromètre.

En principe, la nature du calibre de référence (faces concentriques) permet d'introduire un léger basculement sans faire apparaître trop d'aberrations géométriques. Il est toutefois possible que le filtrage au foyer nécessite un basculement important, causant alors de fortes aberrations. Dans ce cas, l'intégration spatiale du détecteur peut faire office de filtre.

II.7.3.2.4) Filtrage par le détecteur

Le détecteur intègre temporellement et spatialement l'intensité qu'il reçoit. L'intégration temporelle n'influence pas la détection puisque la phase et l'amplitude de l'onde sont constantes par rapport au temps. Pour simplifier le problème, considérons une intégration spatiale unidimensionnelle. De plus, considérons que le basculement introduit un grand nombre de franges parasites dans le champ. Les franges, de pas p , sont parallèles à la direction x du repère du détecteur. L'intensité détectée est la convolution de (II.7.d) avec une fonction rectangle à une dimension de largeur $2a$.

On a

$$\begin{aligned}
E_i = & \frac{1}{2a} \int_{-a}^{+a} I_0 \cdot \left\{ R_1(1-q^2 R_1)^2 + R_2(1-R_1)^2(1-q^2 R_1)^2 \right\} dx \\
& - \frac{1}{2a} \int_{-a}^{+a} I_0 \cdot \left\{ 2r_1' r_2'(1-R_1)(1-q^2 R_1)^2 \cos\left(\varphi + \left(i - \frac{5}{2} \Delta\phi\right)\right) - q^2 R_1 \right\} dx \\
& - \frac{1}{2a} \int_{-a}^{+a} I_0 \cdot \left\{ 2q R_1(1-q^2 R_1) \cos\left(\psi - \phi + \frac{2\pi x}{p}\right) \right\} dx \\
& + \frac{1}{2a} \int_{-a}^{+a} I_0 \cdot \left\{ 2q r_1' r_2'(1-R_1)(1-q^2 R_1) \cos\left(\psi - \phi' + \left(i - \frac{5}{2} \Delta\phi\right) + \frac{2\pi x}{p}\right) \right\} dx
\end{aligned}$$

Ce qui donne

$$\begin{aligned}
E_i = & I_0 \cdot \left\{ R_1(1-q^2 R_1)^2 + R_2(1-R_1)^2(1-q^2 R_1)^2 - 2r_1' r_2'(1-R_1)(1-q^2 R_1)^2 \cos\left(\varphi + \left(i - \frac{5}{2} \Delta\phi\right)\right) \right\} \\
& I_0 \cdot \left\{ +q^2 R_1 - 2q R_1(1-q^2 R_1) \sin c\left(\frac{2\pi a}{p}\right) \cdot \cos(\psi - \phi) \right\} \\
& I_0 \cdot \left\{ +2q r_1' r_2'(1-R_1)(1-q^2 R_1) \sin c\left(\frac{2\pi a}{p}\right) \cdot \cos\left(\psi - \phi' + \left(i - \frac{5}{2} \Delta\phi\right)\right) \right\}
\end{aligned}$$

L'erreur $\Delta\phi$ qui en découle s'écrit

$$\tan(\Delta\phi) = \frac{q \sin c\left(\frac{2\pi a}{p}\right) \cdot \sin(\varphi - \psi_{p2})}{(1-q^2 R_1) - q \sin c\left(\frac{2\pi a}{p}\right) \cos(\varphi - \psi_{p2})}$$

L'action du détecteur est équivalente à un filtrage passe-bas des franges. Si le pas des franges parasites est suffisamment petit l'erreur peut être négligeable. Pour que l'influence de l'onde parasite soit diminuée d'un facteur 100, il suffit qu'il y ait au moins 30 franges par détecteur. L'efficacité minimum du traitement antireflets s'en trouve diminuée et atteint une valeur acceptable ($\approx 1.10^{-3}$).

II.7.3.3) Caractéristiques du corps principal de l'objectif

Le corps principal est composé d'un doublet collé et de deux ménisques convergents. Le calcul optique de l'objectif ne doit pas faire apparaître de faces en autocollimation comme c'est généralement le cas pour ce type de combinaison. L'ouverture numérique doit être assez grande pour permettre la mesure d'une large variété de sphères. Les principales aberrations à minimiser sont l'aberration sphérique et la coma.

Avec un doublet collé et deux ménisques on obtient des combinaisons donnant des surfaces d'ondes meilleures que $1,5\lambda$. Le doublet comporte deux verres : B1664 et C2036. Les ménisques sont en C9055.

II.7.3.4) Objectif pour les sphères convexes

Pour les surfaces convexes, la face concave du ménisque amovible joue le rôle de surface de référence. La figure (II.7.5) montre la configuration.

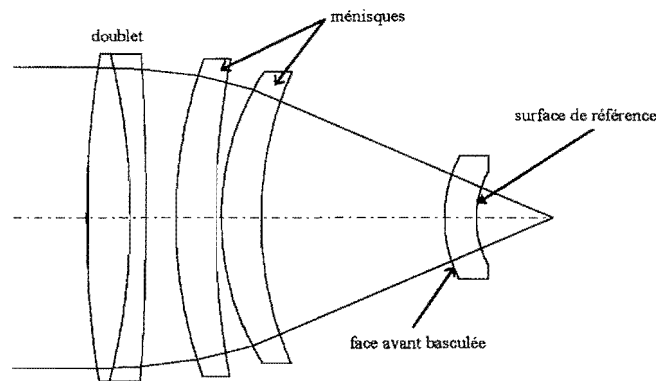


figure II.7.5 : configuration pour la métrologie de surfaces convexes

Les caractéristiques du ménisque dépendent de la surface que l'on veut mesurer.

Le matériau qui le compose doit être le plus proche possible de celui de la surface à mesurer pour éviter une perte de modulation trop importante. Ses rayons de courbures sont fonction de celui de la surface à mesurer de sorte que l'épaisseur d'air n'excède pas 5 mm.

II.7.3.5) Objectif pour les sphères concaves

Pour les surfaces concaves, la face convexe du ménisque amovible sert de surface de référence (fig. (II.7.6)).

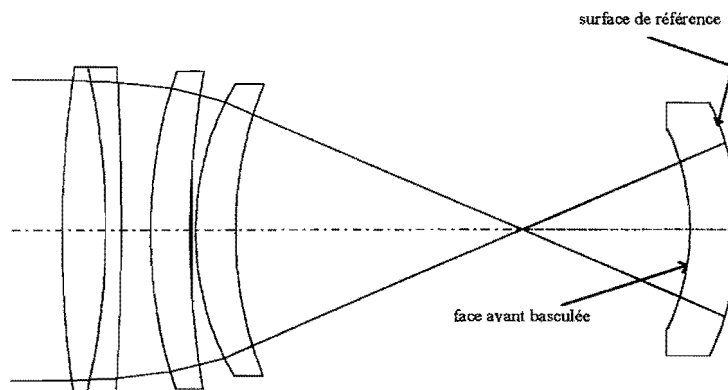


figure II.7.6 : configuration pour la métrologie de surfaces concaves

Les remarques faites au paragraphe précédent sont valables aussi dans ce cas.

II.7.4) Configuration finale

La configuration finale retient tous les choix dont il a été discuté précédemment. Les déplacements de la cale piézo-électrique et les acquisitions d'interférogrammes par la caméra *CCD* sont gérés par un ordinateur de type Macintosh *MacII CI*. Un écran de visualisation permet le contrôle du nombre de franges. Les figures (II.7.7) et (II.7.8) présentent l'interféromètre sur son banc.

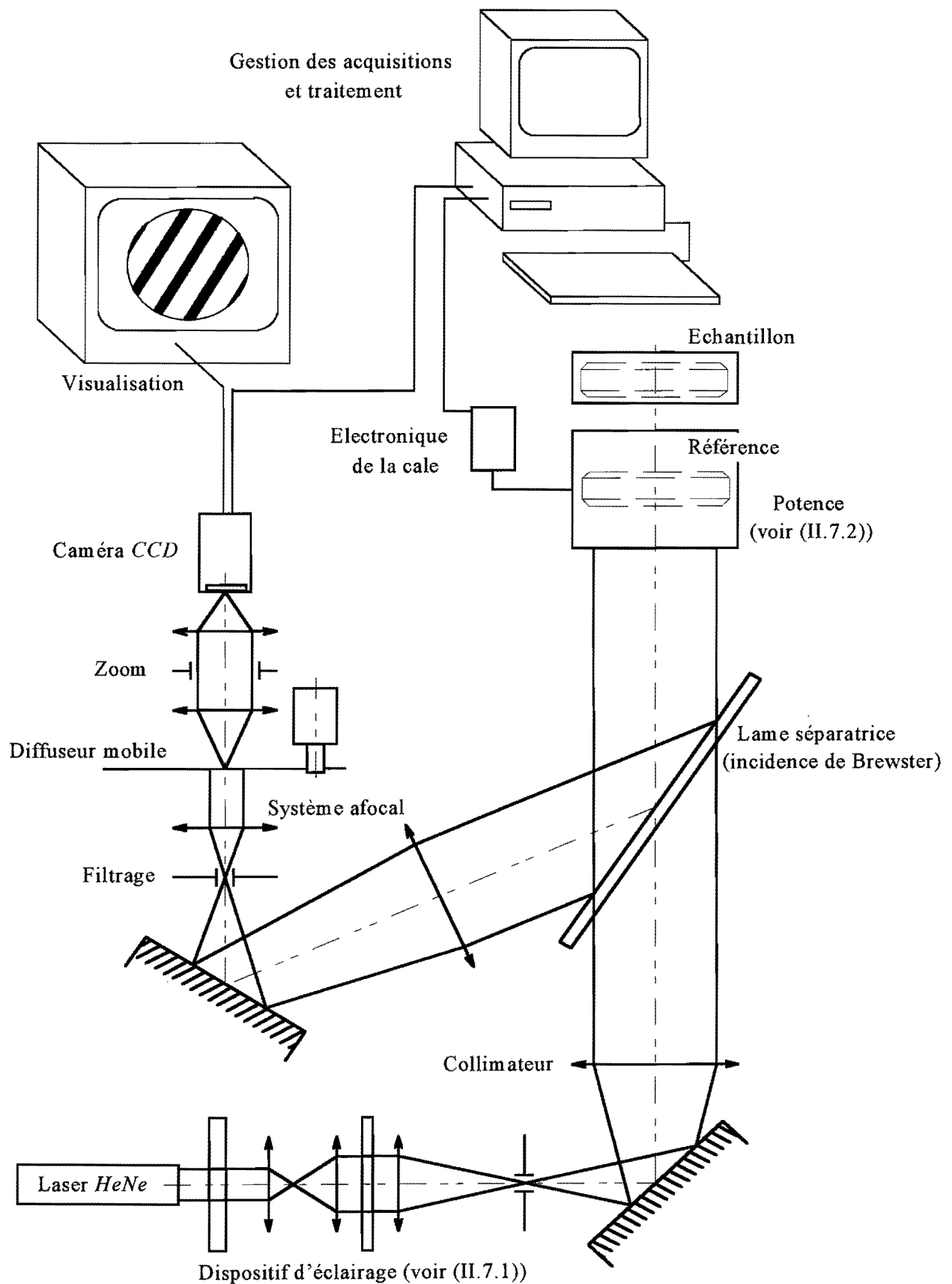


figure II.7.7 : configuration finale de l'interféromètre de Fizeau à décalage de phase

Deux cales piézo-électriques ont été ajoutées sur le porte échantillon pour affiner à distance le réglage des franges. De plus, un capotage de la cavité réduit les instabilités en température. Le capotage et les cales supplémentaires ne sont pas représentés sur la figure. Pour les acquisitions le nombre d'interférogrammes varie de 4 à 16. Les méthodes de correction de l'influence des ondes multiples basées sur les moindres carrés sont disponibles à partir de 5 images.

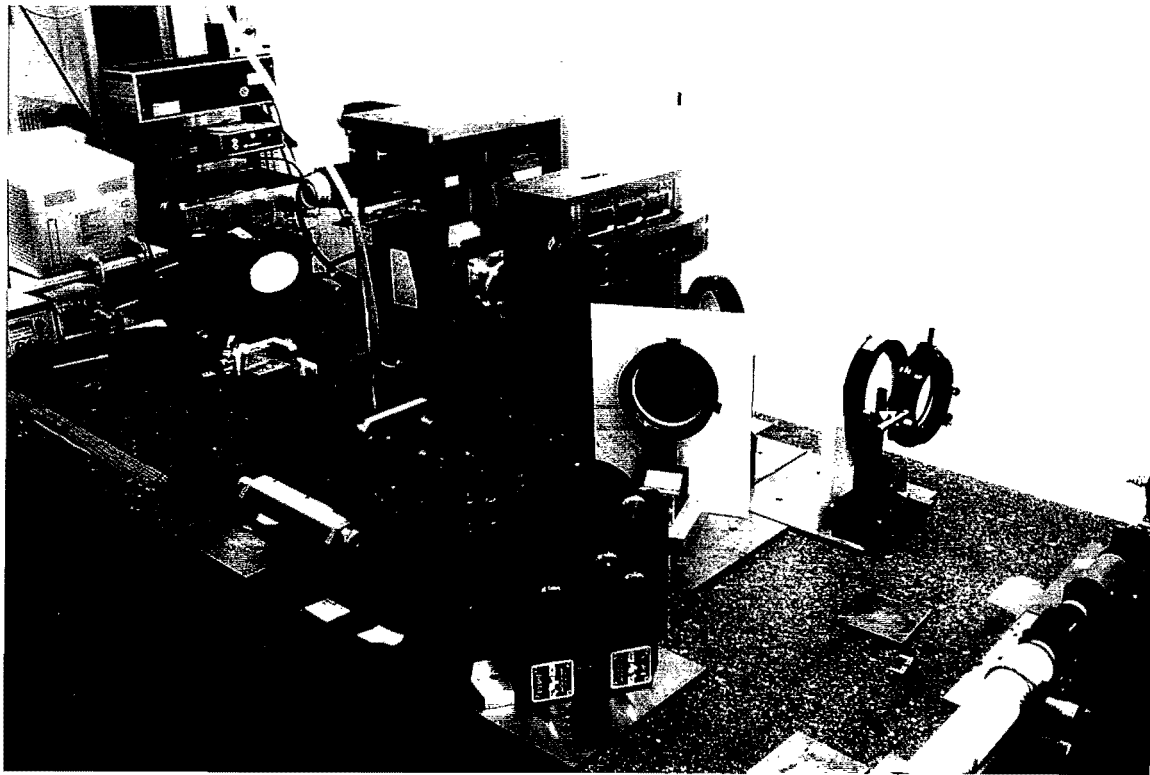


figure II.7.8 : photographie de l'interféromètre de Fizeau à décalage de phase sur son marbre

CHAPITRE III

Validation de l'interféromètre

Introduction

L'étude des sources d'incertitude a permis d'optimiser l'interféromètre.

L'étape de validation doit maintenant montrer ses performances. Les termes de qualification, que nous avons retenus, sont les suivants : bruit, fidélité et exactitude. On définit la terminologie et pour chacun d'eux, une méthode de mise en évidence est décrite. Les résultats expérimentaux apportent les éléments quantitatifs des performances de l'interféromètre.

III.1) Terminologie

Les performances d'un interféromètre à décalage de phase du commerce sont décrites par une large variété de paramètres [97,98]. Une terminologie utilisée pour qualifier un tel appareil est donnée dans la littérature. L. A. Selberg [99,100] et H. P. Stahl [101] ont défini l'exactitude, la précision et la répétabilité. La distinction entre précision et répétabilité est cependant ambiguë. Les termes *précision* et *répétabilité* sont traduits littéralement de l'anglais. Le mot *répétabilité* n'existe pas en français et le mot *précision* n'a pas la même signification qu'en anglais. Au lieu de *répétabilité* nous parlerons de fidélité et *précision* ne sera pas utilisé. L'exactitude est définie comme l'écart entre la valeur exacte et la valeur moyenne mesurée. Cette quantité est due aux erreurs systématiques. L'exactitude indique comment une erreur systématique affecte la mesure. Les erreurs aléatoires incluent la turbulence atmosphérique qui introduit des variations de phase dans la cavité, les vibrations mécaniques qui créent des différences de chemins optiques entre la référence et le test, le bruit de photons et le bruit du détecteur. Ces erreurs aléatoires ont par définition une valeur moyenne nulle, mais pas forcément un effet moyen nul. Leur effet peut être réduit par des moyennes si les fluctuations ne sont pas synchrones avec le processus de mesure. Pour éviter trop de problèmes quelques précautions sont à prendre : la turbulence atmosphérique est réduite par isolation thermique et réduction du volume d'air dans la cavité, et les vibrations mécaniques par isolation antisismique. On peut facilement mettre en évidence les erreurs aléatoires que l'on qualifiera de bruit.

Pour déterminer l'exactitude quelques méthodes ont été proposées. H. P. Stahl [101] en indique deux. La première utilise une surface avec des défauts très bien connus (trous, bosses etc...) que l'on compare avec une mesure donnée par l'interféromètre. La seconde utilise une sphère dont on décale le centre de courbure pour que la défocalisation produise un front d'onde avec une variation de pente. Lors de la mesure on observe l'évolution de l'aberration mesurée en fonction de l'aberration introduite.

Ces méthodes ont des inconvénients majeurs : il est difficile de fabriquer une surface avec des défauts suffisamment connus en égard de l'exactitude que l'on veut mettre en évidence, et la seconde technique dépend de l'habileté de la personne qui fait les mesures. K. Kinnstaetter *et al* [102] détectent les erreurs systématiques dues à un mauvais étalonnage de l'algorithme, une inégalité des déphasages ou une non linéarité de la détection.

Ils utilisent des courbes de Lissajous produites par les signaux fournis par deux détecteurs approximativement en quadrature de phase. La méthode nécessite un grand nombre de points d'échantillonnage et l'utilisation d'éléments électroniques supplémentaires. En fait, il n'y a pas dans la littérature de méthode qui n'implique pas l'intervention d'éléments extérieurs à l'interféromètre.

D'après la littérature, la fidélité de l'appareil paraît beaucoup plus accessible que la mesure de l'exactitude. Les auteurs distinguent fidélité expérimentale et fidélité instrumentale. La fidélité instrumentale décrit une série de mesures sans qu'il y ait de changements des conditions expérimentales entre chaque mesure tandis que la fidélité expérimentale prend en compte l'intervention d'un expérimentateur entre chaque mesure. D'après [103], un terme adéquat pour décrire la fidélité expérimentale serait *reproductibilité*. La fidélité instrumentale est déterminée dans les conditions suivantes : les mesures sont faites en conservant la même procédure, le même expérimentateur, le même instrument et la même localisation. La dispersion des mesures représente quantitativement la fidélité instrumentale. L. A. Selberg [99,100] propose une méthode; deux mesures consécutives sont soustraites et la différence donne une erreur P-V et rms. En répétant les opérations de ce type, on détermine une déviation moyenne et un écart type de la valeur P-V et rms. La déviation moyenne ajoutée à un multiple de l'écart type leur permet une spécification de la fidélité avec un certain niveau de confiance. Pour H. P. Stahl [101], la mesure de la fidélité peut être faite plus rapidement : on mesure l'écart type de la répartition des écarts entre deux résultats en tous les points de la surface. Même si ces méthodes sont simples, elle ne répondent pas à la question suivante : que met-on réellement en évidence ?

Sur la figure (III.1) sont représentés schématiquement les différents termes qualificatifs de la performance de l'interféromètre que l'on utilisera dans ce chapitre.

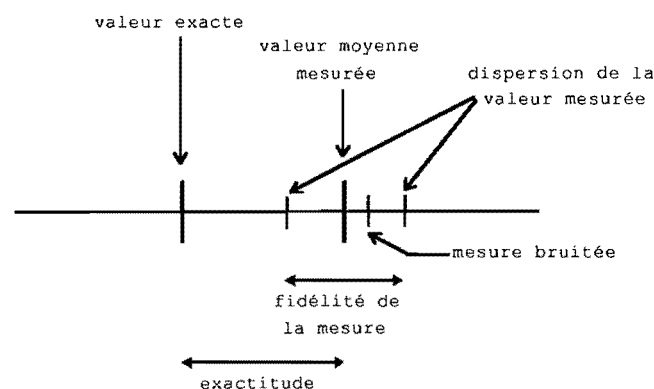


figure III.1 : représentation schématique des différentes erreurs mesurables

La validation de l'interféromètre passe par une mesure de ces différents paramètres. On peut faire une remarque concernant le terme *exactitude*; la mesure par interférométrie donne un résultat relatif à une surface de référence. On ne peut pas assimiler l'exactitude de la mesure avec celle de cette surface. L'exactitude sera donc qualifiée d'exactitude relative.

Les algorithmes suivants sont retenus : Carré, Correction *a posteriori* de Carré, approximation à 2 et 3 ondes et restitution exacte. La validation se déroule en trois étapes. Dans la première on donne une méthode d'évaluation du bruit. Il est ensuite mesuré pour chaque algorithme avec des interférences entre deux surfaces en silice. La détermination de la fidélité est la seconde étape. Nous indiquons quelles mesures représentent la fidélité. L'expérimentation utilise l'algorithme de Carré associé à sa correction *a posteriori*. Enfin, on présente dans la dernière partie une méthode simple d'évaluation des erreurs systématiques de la mesure. Les algorithmes basés sur les moindres carrés sont utilisés avec 6, 8 et 16 interférogrammes.

III.2) Validation

III.2.1) Evaluation du bruit

III.2.1.1) Méthode de détermination

Une mesure est généralement caractérisée par deux grandeurs : la valeur crête à crête et l'écart type. Pour une fluctuation aléatoire la valeur P-V n'a pas beaucoup de sens (sauf si on réalise un très grand nombre de mesures). Sur un ensemble de résultats, la valeur de l'écart type se stabilise beaucoup plus rapidement que la valeur crête à crête. En conséquence, l'écart type est la statistique la mieux adaptée. De plus, elle décrit toute la surface.

On caractérisera donc le bruit par sa valeur rms. Pour déterminer le bruit de l'expérience on peut faire beaucoup d'enregistrements d'interférogrammes, en déduire la surface et faire des moyennes, puis soustraire cette moyenne à un des calculs. La différence fera ressortir le bruit. Cette méthode n'est pas acceptable pour plusieurs raisons. Premièrement, elle est très longue et les résultats pour un algorithme et un grand nombre d'interférogrammes demandent plusieurs heures. Deuxièmement, la mesure est très sensible aux dérives thermiques qui feront partie intégrante du résultat, ce qu'il vaut mieux éviter puisque les dérives sont associées à la fidélité de l'instrument.

La méthode que nous retenons est beaucoup plus rapide et met en évidence uniquement le bruit.

On utilise un lissage par filtre de Sobel [104] (**Annexe D**). Si on filtre une mesure et que l'on soustrait le résultat à cette même mesure brute, on met en évidence le bruit indépendant entre pixels adjacents (bruit de détection, bruit de photons). Le tableau (III.T1) donne les valeurs des atténuations en fonction du nombre de lissages réalisés. On indique aussi le pourcentage de bruit mis en évidence par soustraction de la mesure non lissée.

lissages	1	2	3	4	5
atténuation	0,375	0,273	0,225	0,196	0,176
restitution	80,04 %	89,08 %	92,50 %	94,29 %	95,39 %

tableau III.T1 : lissage du bruit par filtre de Sobel

La restitution du bruit est appréciable à partir de 2 filtrages. Au delà de 3 filtrages, on augmente le temps de calcul pour un gain faible par rapport aux deux premiers filtrages. Pour les mesures, nous effectuons un double filtrage associé à une soustraction. Cette méthode s'applique à la métrologie de surfaces bien polies, puisqu'il faut que la surface reste invariante par le lissage.

III.2.1.2) Lissage du champ de phase

Est-il préférable d'effectuer le double lissage sur les interférogrammes et de dépouiller ensuite ou bien d'effectuer le lissage sur la carte des phases ? D'un point de vue théorique, il n'est pas du tout évident que les deux méthodes soient similaires. En toute logique, il est préférable de lisser les champs de phase plutôt que les interférogrammes. En effet, le lissage des phases n'a pas de conséquences sur le résultat. En revanche, le lissage des interférogrammes modifie sensiblement les données qui servent à la détermination de la phase. D'un point de vue pratique, une des deux méthodes est beaucoup plus rapide que l'autre. Le lissage des interférogrammes impose deux dépouillements contre un seul au lissage de la phase. Les mesures seront donc effectuées par double lissage du champ de phase.

La figure (III.1) montre la différence entre les deux méthodes, à partir d'enregistrements à 4 images. Les deux surfaces de la cavité sont en silice.

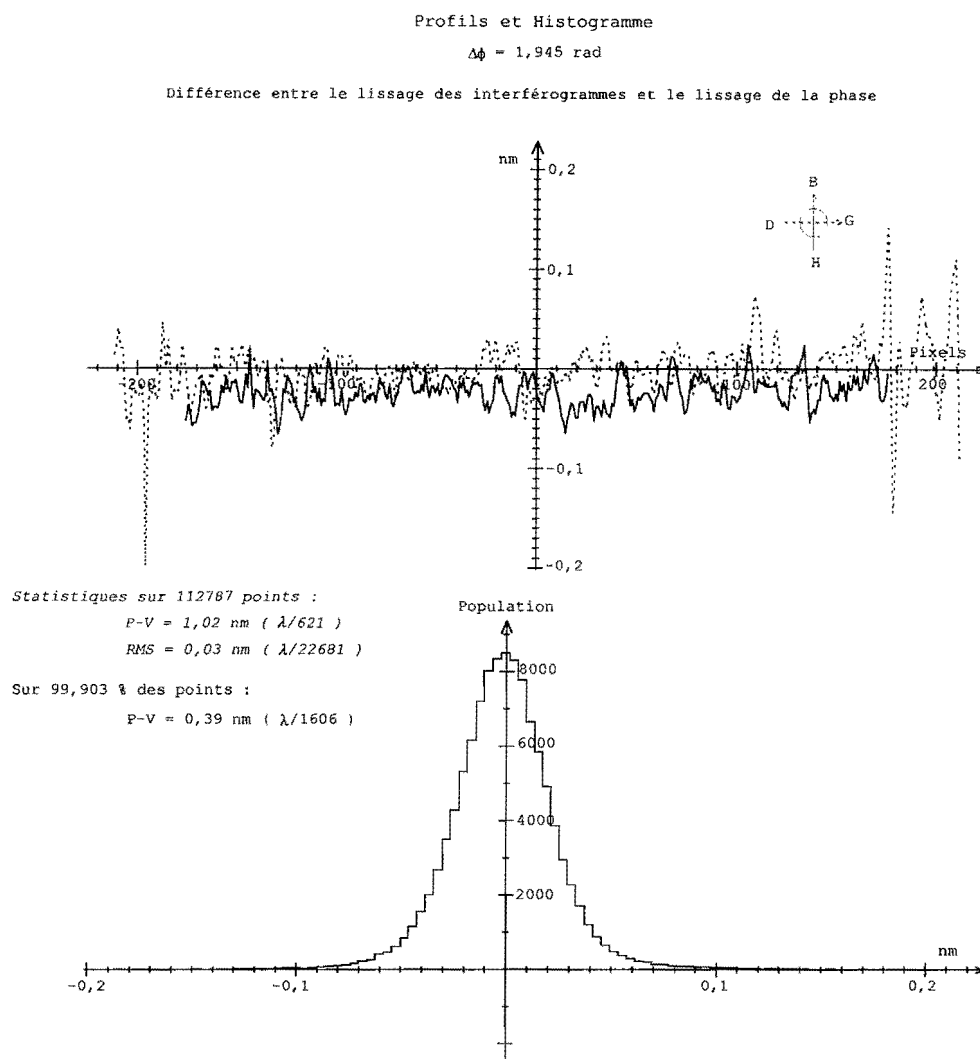


figure III.1 : différence entre les résultats obtenus par lissage des interférogrammes et par lissage de la carte des phases

L'écart rms entre les deux méthodes est négligeable.

III.2.1.3) Résultats pour des surfaces en silice

On mesure le bruit pour des interférences entre deux surfaces en silice. La modulation des franges est maximale et la sensibilité au bruit est moindre. La méthode est appliquée aux algorithmes avec un nombre d'interférogrammes variant de 4 à 16. Les déphasages dépendent du nombre d'images. Le tableau (III.T2) donne les valeurs de $\Delta\phi$ en radians pour chaque nombre d'image.

	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$\Delta\phi$	1,94	1,68	1,51	1,37	1,27	1,18	1,11	1,06	1,01	0,98	0,92	0,89	0,87

tableau II.T2 : déphasages utilisés en fonction du nombre d'interférogrammes

Sur les figures (III.3) et (III.4) sont représentés les profils de bruit et répartitions des écarts pour l'algorithme de Carré et l'approximation à deux ondes 16 images.

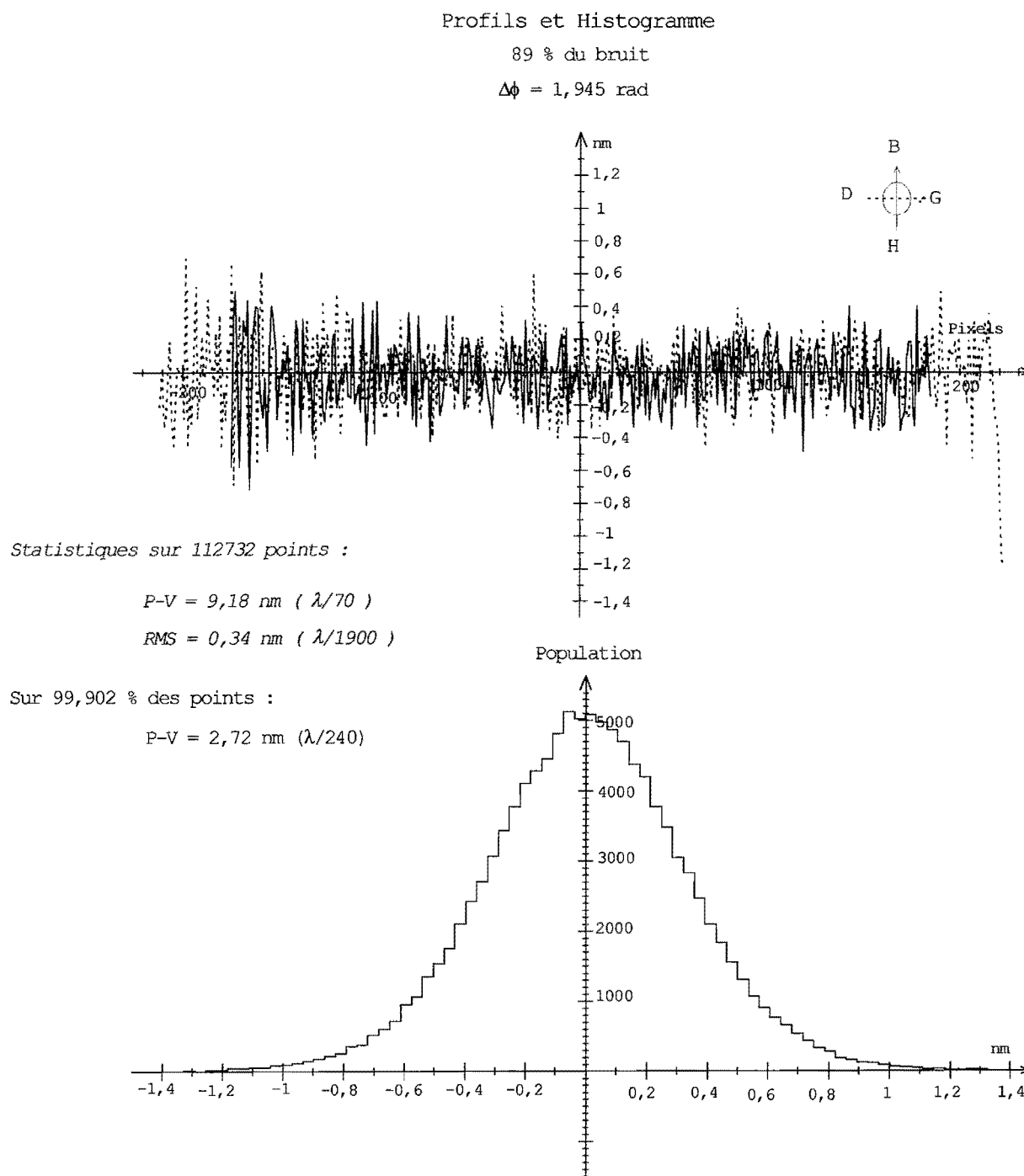


figure III.3 : 89% du bruit pour Carré (4 images)

Profils et Histogramme

89 % du bruit

$\Delta\phi = 0,878 \text{ rad}$

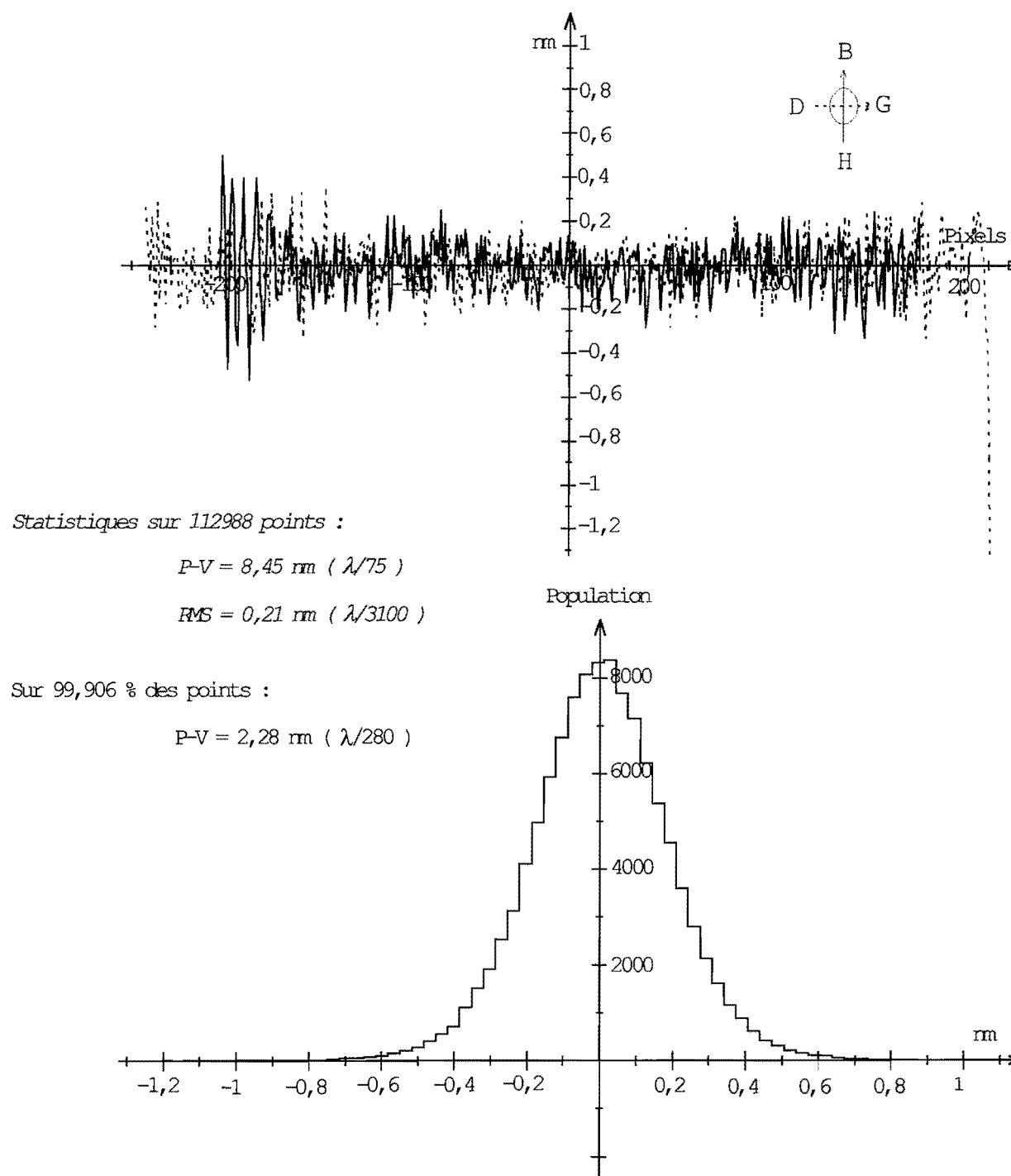


figure III.4 : 89% du bruit pour l'approximation à deux ondes et 16 images

Sur la figure (III.5) sont représentées les valeurs rms du bruit pour l'algorithme de Carré et l'algorithme de Correction *a posteriori*.

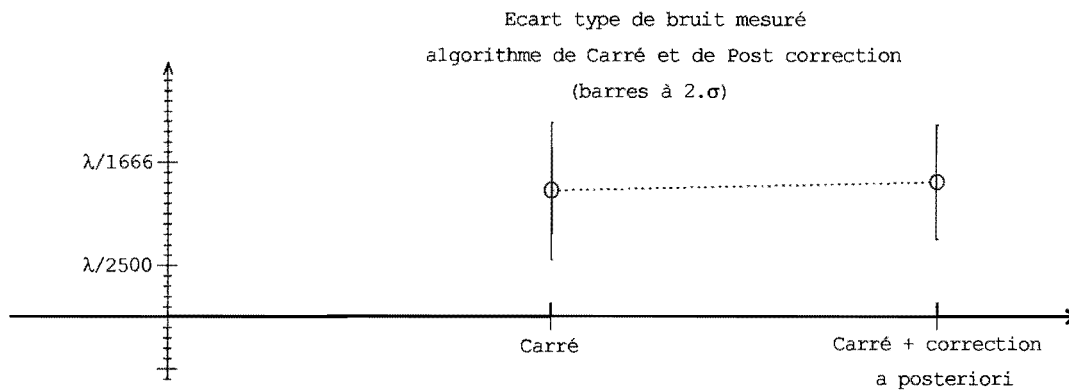


figure III.5 : rms de bruit pour Carré et l'algorithme de Post-correction

Les figures (III.6) à (III.8) montrent les valeurs rms du bruit en fonction du nombre d'interférogrammes pour les approximations à 2 et 3 ondes et la méthode exacte.

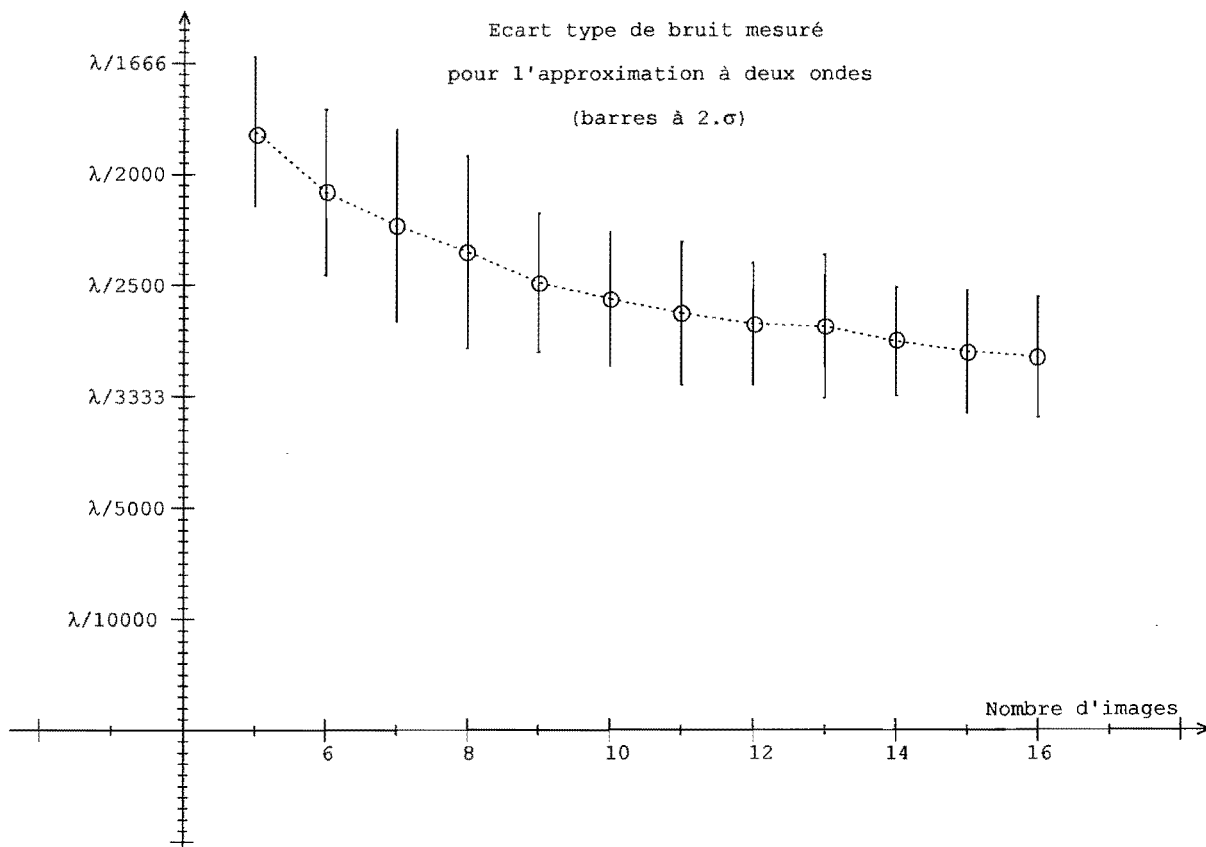


figure III.6 : rms de bruit pour l'approximation à deux ondes et en fonction du nombre d'interférogrammes

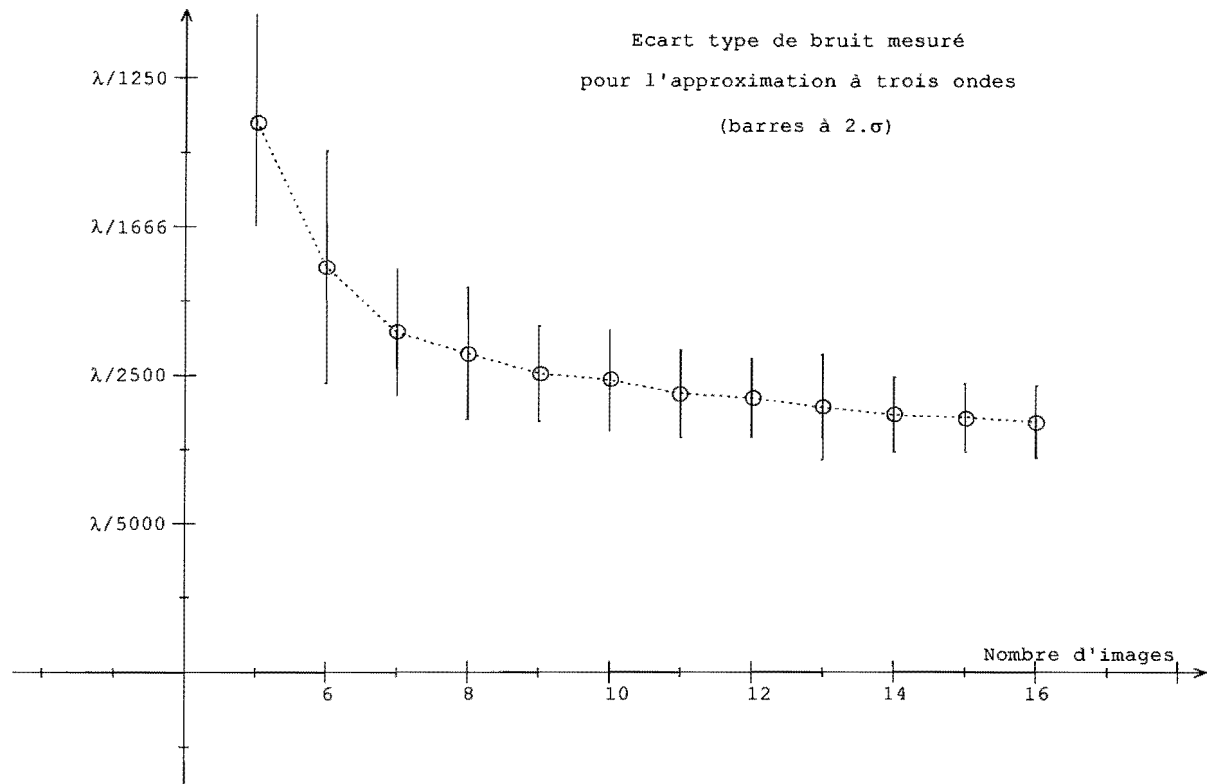


figure III.7 : rms de bruit pour l'approximation à trois ondes et en fonction du nombre d'interférogrammes

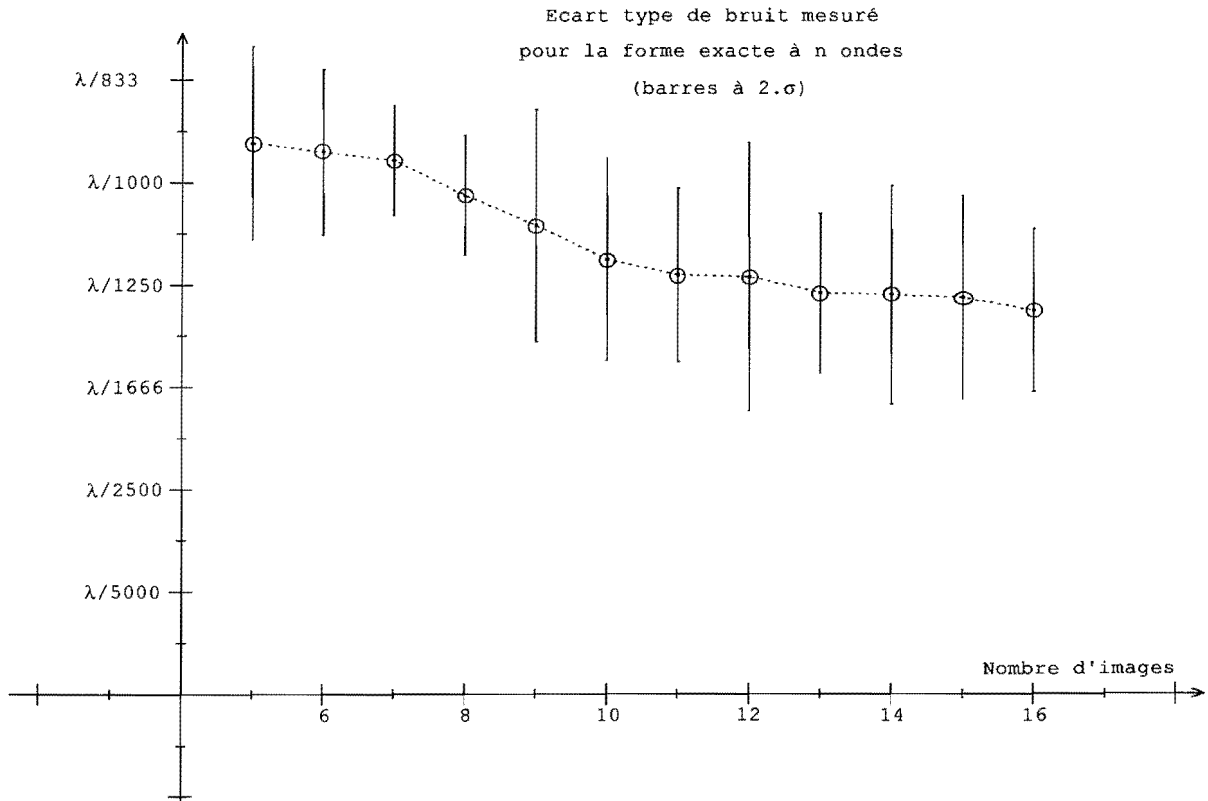


figure III.8 : rms de bruit pour la forme exacte à n ondes et en fonction du nombre d'interférogrammes

La restitution par la méthode exacte est la plus sensible au bruit. La présence d'un dénominateur dans la forme analytique de l'intensité et le comportement des dérivées premières et secondes en sont très certainement la raison.

III.2.2) Fidélité

III.2.2.1) Principe d'évaluation

Comme il a été dit au paragraphe **III.1**, les conditions de mesure de la fidélité sont à préciser. Les résultats sont souvent difficiles à interpréter, car la plupart du temps ils montrent une variation des erreurs systématiques due à une variation du champ de franges pendant les mesures. La fidélité montre généralement les dérives diverses de l'appareil qui ne faussent pas elles-mêmes les mesures individuelles. On recense plusieurs éléments susceptibles de dériver : source laser, cale piézo ou linéarité de la détection. Dans une salle avec isolation thermique et sismique, l'apparition de vibrations ou de variations de température est due au fonctionnement de l'instrument. Si la potence de déplacement n'est pas bien stabilisée, elle peut vibrer à chaque déplacement. Il est aussi possible que la cale piézo-électrique s'échauffe et se dilate. Au cours des enregistrements, la température des constituants tels que marbre, mécanique et échantillons peut être modifiée. La source laser est susceptible de dériver au cours du temps. Toutefois, la connaissance de sa stabilité sur plusieurs heures n'a pas d'intérêt, car ce qui compte, c'est la stabilité de la source pendant le temps d'enregistrement des interférogrammes. Les acquisitions de 16 images sont celles qui prennent le plus de temps et la stabilité de la source doit être caractérisée dans ces conditions.

La mesure de la dérive de la cavité ne doit pas être influencée par un observateur. Les conditions expérimentales doivent être identiques à chaque enregistrement [103]. Pour obtenir un résultat plus significatif, nous effectuons les mesures sous le seul contrôle de l'ordinateur (automatisation des acquisitions et dépouillements). Il n'y a donc pas d'influence extérieure perturbant l'appareil.

III.2.2.2) Dérive de la source laser

Le laser *HeNe* est monomode et stabilisé. La dérive de la source est essentiellement caractérisée par celle de son intensité. On mesure la dérive de l'intensité sur la durée de l'acquisition de 16 interférogrammes. L'éclairement moyen est déterminé sur un carré de 100×100 pixels de la matrice *CCD*. Le bruit de la caméra et le bruit de photons sont réduits d'un facteur 100. La figure (III.9) montre les écarts par rapport à la valeur moyenne des 16 images.

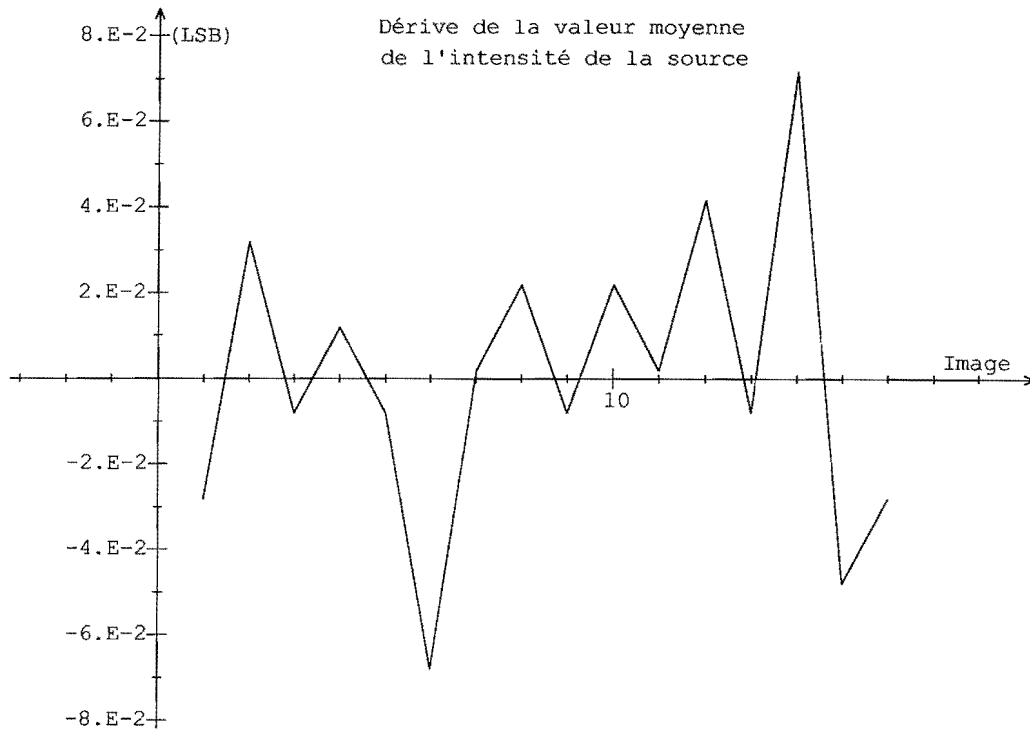


figure III.9 : écarts de la mesure de l'intensité par rapport à sa valeur moyenne sur les 16 interférogrammes

L'écart type des niveaux moyens sur chaque image est de $4,2 \cdot 10^{-2} \text{ LSB}$, ce qui correspond à une variation relative de $3,4 \cdot 10^{-4}$. Nous sommes dans les tolérances évoquées au II.1.3.1.1, soit $\frac{\Delta I_0}{I_0} < 1,8 \%$. Les résultats montrent que la dérive de la source est nettement inférieure au bruit de la détection. La dérive en intensité n'est pas un facteur limitatif de l'expérience.

III.2.2.3) Dérive de la cavité

Considérons 5 points de la cavité. Chaque traitement d'interférogrammes peut être caractérisé par le meilleur plan passant par ces 5 points. En effectuant une série de mesures, on détermine la dérive de chaque point et du meilleur plan de la cavité. La cadence à laquelle sont effectuées les acquisitions influence le résultat. L'enregistrement de 4 images et le dépouillement par Carré post corrigé est rapide et assure une haute cadence. Quatre des points sont placés sur les coins d'un carré inscrit dans la zone d'interférences. Le cinquième point est le barycentre de la zone. La figure (III.10) montre la dérive de l'épaisseur de la cavité sur une heure, aux cinq points choisis. La dérive est exprimée en nanomètres. La dérive de la température de la cavité et de la salle est également représentée. Les thermomètres de la cavité et de la salle ont des résolutions de $0,1^\circ \text{C}$ et $0,14^\circ \text{C}$ respectivement.

Les points numérotés 2 et 4 sont les coins inférieur gauche et supérieur droit. Les points numérotés 1 et 5 sont les coins supérieur gauche et inférieur droit.

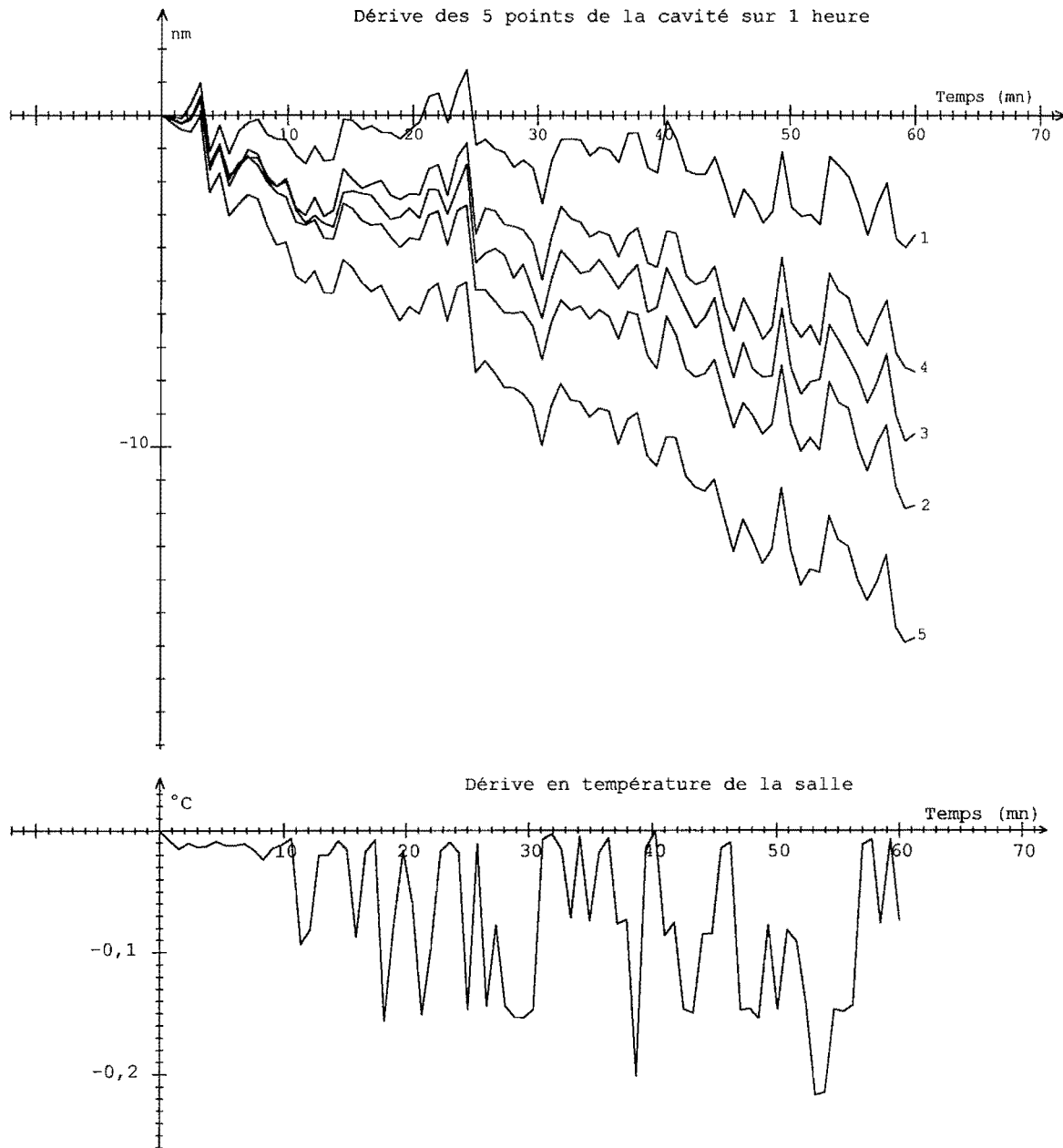


figure III.10 : dérive des 5 points de la cavité

Sur la figure (III.11) sont représentées les dérives des pentes des meilleurs plans passant par les 5 points.

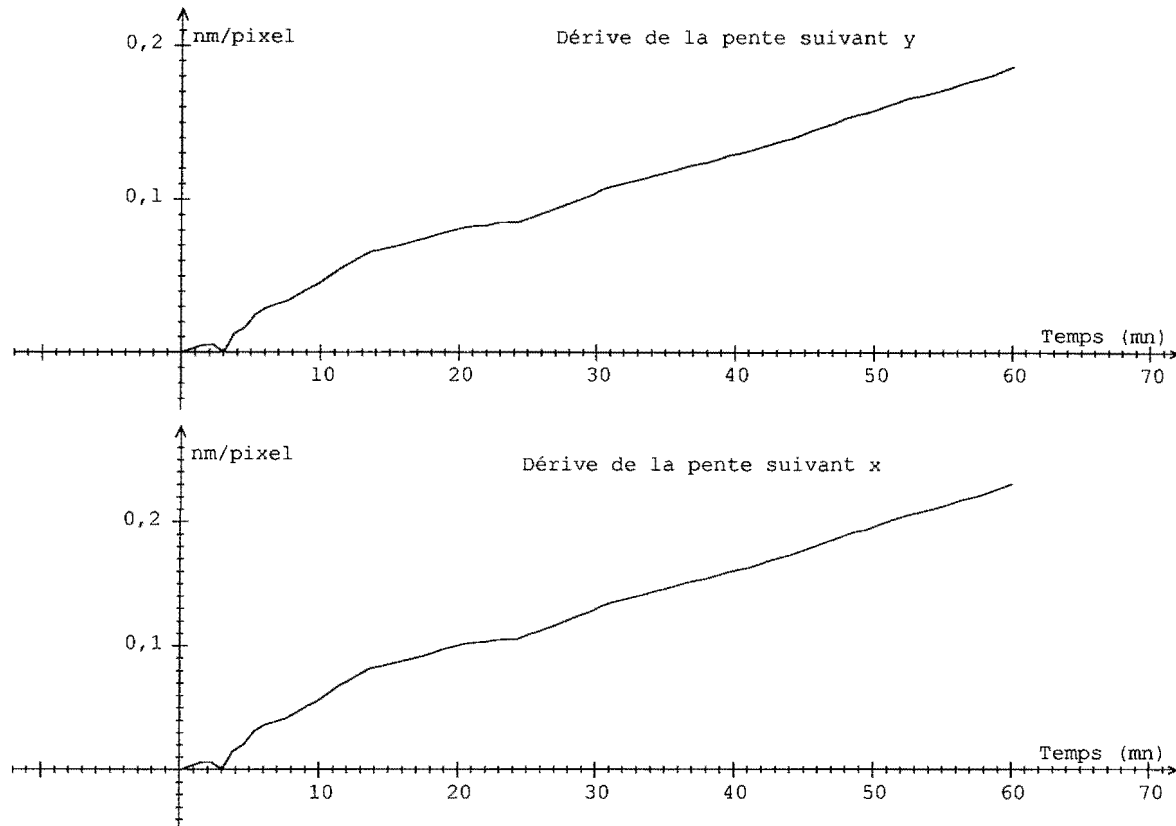


figure III.11 : dérive des pentes sur x et y du meilleur plan passant par les 5 points de la cavité

Les figures (III.10) et (III.11) montrent une dérive de l'appareil. Cette dérive n'excède pas 16 nm. Sur 1 heure la température de la cavité paraît invariante, la résolution du thermomètre ne permettant pas de mettre en évidence une fluctuation inférieure à $0,1^{\circ}\text{C}$. La température de la salle semble ne pas fluctuer de plus de $0,3^{\circ}\text{C}$. Les mesures de température ne sont pas exploitables pour expliquer la dérive. La figure (III.10) montre qu'au bout de 3 minutes il se produit une dérive de 1 nm. La cadence des acquisitions est d'environ $1,3\text{ min}^{-1}$ et la cale s'échauffe pendant les premières minutes de fonctionnement. Cet échauffement produit la dérive et la diminution d'épaisseur de la cavité. La dilatation de la cale piézo-électrique est de $15\text{ nm}/^{\circ}\text{C}$. On peut penser que la cale s'est échauffée de $6,6 \cdot 10^{-2}^{\circ}\text{C}$. Ensuite, la température se stabilise par dissipation. A l'époque où ont été faites les mesures, la température générale est en baisse. La dérive constatée au bout de 5 minutes provient certainement du refroidissement lent du granit et de l'acier qui constituent le banc et la potence. Le refroidissement du granit réduit l'épaisseur de la cavité et celui de l'acier l'augmente. Il faut donc considérer un différentiel de dilatation entre le granit et l'acier.

Mais dans l'ensemble, il se produit une augmentation d'épaisseur. Pour en être rigoureusement sûr, il faudrait que les thermomètres aient des résolutions de $1.10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}$. Ce n'est pas le cas. On peut confirmer cette analyse par un enregistrement sur plusieurs heures. Les figures (III.12) à (III.14) montrent la dérive de la cavité sur une durée de 10 heures. La cadence des acquisitions est toujours de $1,3 \text{ min}^{-1}$.

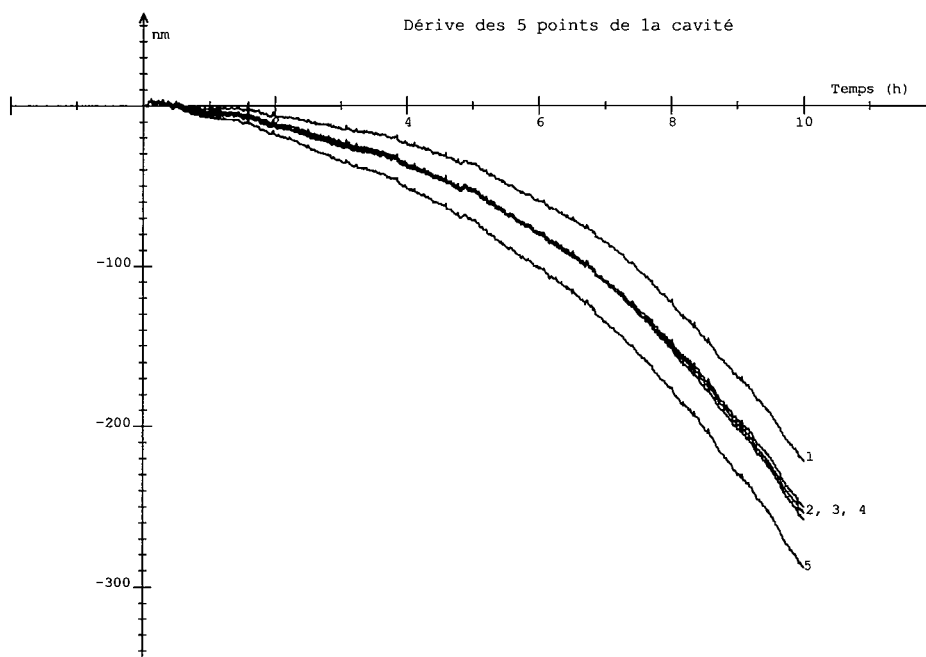


figure III.12 : dérive de 5 points de la cavité sur 10 heures

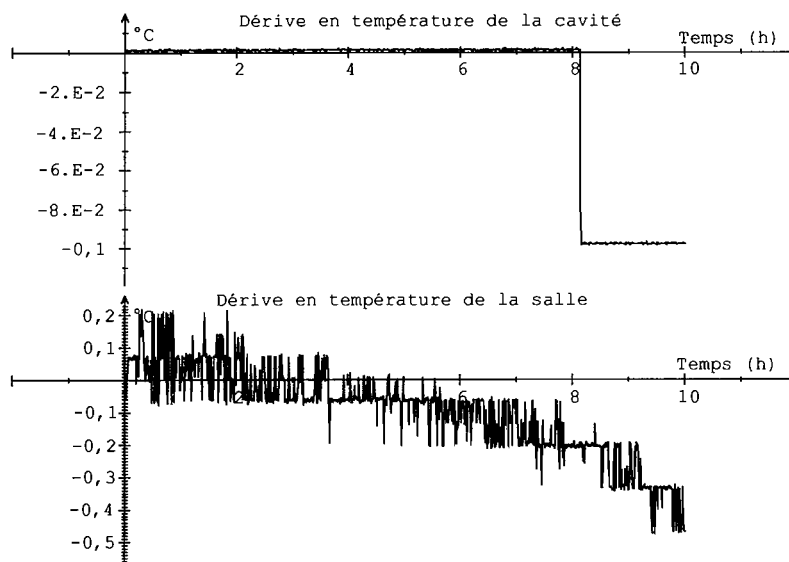


figure III.13 : dérive en température de la cavité et de la salle, sur 10 heures

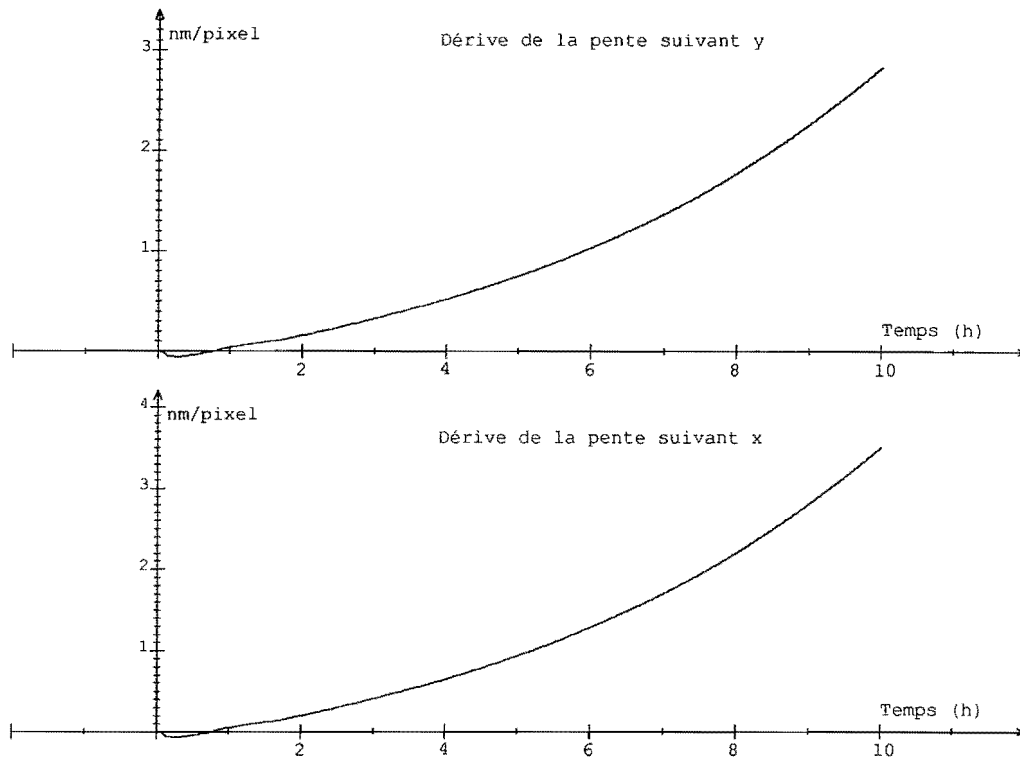


figure III.14 : dérive des pentes sur x et y des meilleurs plans passant par les 5 points de la cavité (sur 10 heures)

Les courbes semblent confirmer que le lent refroidissement du marbre et de l'acier sont à l'origine de la dérive. La salle s'est refroidie de $0,5^{\circ}\text{C}$ en 10 heures. La dilatation du granit est

$\frac{\Delta l}{l} \approx 70.10^{-7} \text{ K}^{-1}$ et celle de l'acier, $\frac{\Delta l}{l} \approx 110.10^{-7} \text{ K}^{-1}$. Pour la cavité, sur le banc, la longueur

utile d'acier est de 160 mm, et de 200 mm pour le marbre. Avec ces valeurs on obtient une augmentation de la cavité d'environ 360 nm. La dilatation de la cavité serait donc d'environ $700 \text{ nm}/^{\circ}\text{C}$. La dérive peut être expliquée de cette façon. Toutefois, l'aspect quantitatif dépend beaucoup de la répartition des contacts entre les différents matériaux.

Les résultats montrent que, pendant la durée des acquisitions des interférogrammes, la dérive est totalement négligeable.

III.2.3) Exactitude relative

III.2.3.1) Méthode d'évaluation

L'exactitude relative est déterminée par l'écart entre la valeur moyenne mesurée et la valeur exacte. Elle est due aux erreurs systématiques. Il est très difficile de connaître l'exactitude d'un interféromètre quand le but fixé est la mesure au nanomètre. La méthode que nous proposons est simple et permet de détecter la plupart des erreurs systématiques. On enregistre deux jeux d'interférogrammes. Le premier comporte quelques franges verticales dans le champ, et le second quelques franges horizontales. Les données sont dépouillées, puis on soustrait les deux résultats l'un de l'autre. On élimine ainsi la contribution de chaque surface. Tout ce qui est mis en évidence dans la différence peut être considéré comme une erreur. Ainsi, on met en évidence le bruit de détection, la non linéarité de la caméra *CCD*, l'imperfection de l'algorithme, la distorsion des franges, l'inégalité des déphasages, etc. Les défauts affectent différemment le résultat. L'amplitude du bruit est multipliée par $\sqrt{2}$ (en valeur rms). L'influence des défauts qui dépendent de la phase (non linéarité de la cale ou de la caméra, défaut de l'algorithme, etc.) est doublée. Sur deux sections croisées et perpendiculaires aux franges on obtient l'influence en vraie grandeur. On applique cette méthode aux algorithmes. On peut ainsi comparer les gains en exactitude apportés par les nouveaux algorithmes. Pour chaque méthode, on mesure l'exactitude relative pour 6, 8 et 16 interférogrammes. L'approximation à trois ondes et la forme exacte requièrent au moins 5 points d'échantillonnage, mais il s'avère que la condition est tout juste suffisante avec des données réelles et des problèmes de convergence peuvent apparaître. En pratique, 6 images est le nombre minimum pour ces algorithmes. Avec 8 interférogrammes on remarquera le gain obtenu pour un temps de calcul pas beaucoup plus long. Les résultats obtenus avec 16 images montreront les performances obtenues pour un temps de calcul qui n'est pas double de celui observé avec 8 interférogrammes.

III.2.3.2) Synthèse des sources d'erreur

Les études menées au *Chapitre II* ont recensé un certain nombre de sources d'erreurs. Ces sources de limitation n'ont pas toutes la même influence sur le résultat. Elles ne peuvent, de plus, pas toutes être mises en évidence par la même technique. Le tableau (III.T.3) présente une synthèse des sources de limitations et la technique qui les met en évidence.

origine	source d'erreur	influence sur le profil d'erreur sur la surface/franges	méthode de mise en évidence
source laser	variation de I_0	<i>fréq. simple</i>	<i>interf. croisés</i>
	variation de la cohérence	<i>fréq. double</i>	<i>interf. croisés</i>
	variation de la fréquence	<i>fréq. double</i>	<i>interf. croisés</i>
	bruit de photons	<i>bruit</i>	<i>soustraction du lissage</i>
détection	bruit de détection	<i>bruit</i>	<i>soustraction du lissage</i>
	non linéarité détecteur	<i>fréq. triple</i>	<i>interf. croisés</i>
	non uniformité du diffuseur	<i>fréq. simple</i>	<i>interf. croisés</i>
	bruit dû au diffuseur	<i>bruit</i> <i>(non indépendant entre pixels)</i>	<i>soustraction du lissage</i>
cale	calibration	-	-
	non linéarité des déphasages	<i>fréq. double</i>	<i>interf. croisés</i>
	inégalité des déphasages	<i>fréq. double</i>	<i>interf. croisés</i>
cavité	ondes multiples	<i>périodique avec φ, fréq. variable selon $\Delta\phi$</i>	<i>interf. croisés</i>
	distorsion	<i>courbure des profils, fonction du nombre de franges</i>	<i>interf. croisés</i>
	ondes parasites	<i>fréq. simple</i>	<i>interf. croisés</i>
	aberration des composants	<i>fonction du nombre de franges</i>	<i>interf. croisés</i>
	vibration haute fréquence	<i>moyennée par le temps d'intégration</i>	-
	vibration moyenne fréquence	<i>fréq. double, s'apparente à une inégalité des $\Delta\phi$</i>	<i>interf. croisés</i>
	vibration basse fréquence	<i>dérive de la cavité</i>	<i>mesure de fidélité</i>

tableau III.T3 : synthèse des sources d'erreur et de leur méthode de mise en évidence

III.2.3.3) Application à la métrologie de surfaces planes en silice

III.2.3.3.1) Exactitude relative donnée par l'algorithme de Carré

On enregistre 4 interférogrammes avec trois franges noires verticales et horizontales. Le déphasage entre chaque image est $\Delta\phi = 1,945 \text{ rad}$. Le calcul par Carré donne deux champs de phase. La figure (III.15) montre deux sections perpendiculaires aux franges de la différence des deux champs de phase. Pour réduire l'effet du bruit indépendant entre pixels, le champ résultant a été lissé deux fois.

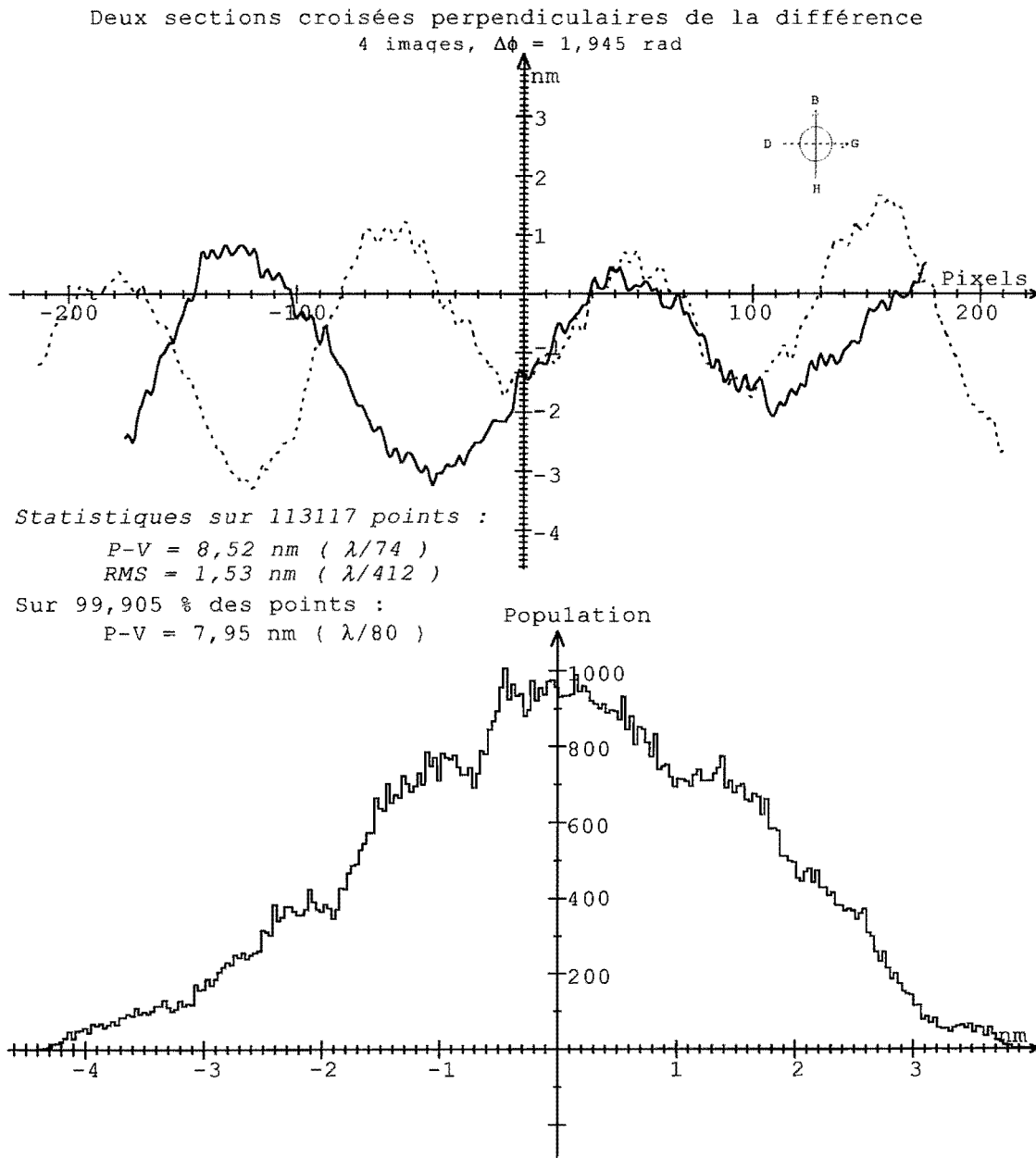


figure III.15 : algorithme de Carré, différence entre deux acquisitions avec des franges croisées : 4 interférogrammes dépouillés par Carré ($\Delta\phi = 1,945 \text{ rad}$, surfaces en silice)

Les profils obtenus montrent les erreurs systématiques sur les deux méridiennes horizontales et verticales. Les variations sinusoïdales apparaissent en vraie grandeur. Comme la soustraction donne une valeur maximum double, l'erreur P-V sur la surface est de 4,26 nm, soit $\frac{\lambda}{150}$.

Cette erreur correspond à l'influence prépondérante des ondes multiples.

III.2.3.3.2) Intérêt de la correction a posteriori de l'algorithme de Carré

Les champs de phase obtenus avec l'algorithme de Carré sont corrigés après détermination d'une table corrective. Les sections croisées perpendiculaires de la différence des deux champs sont présentées sur la figure (III.16).

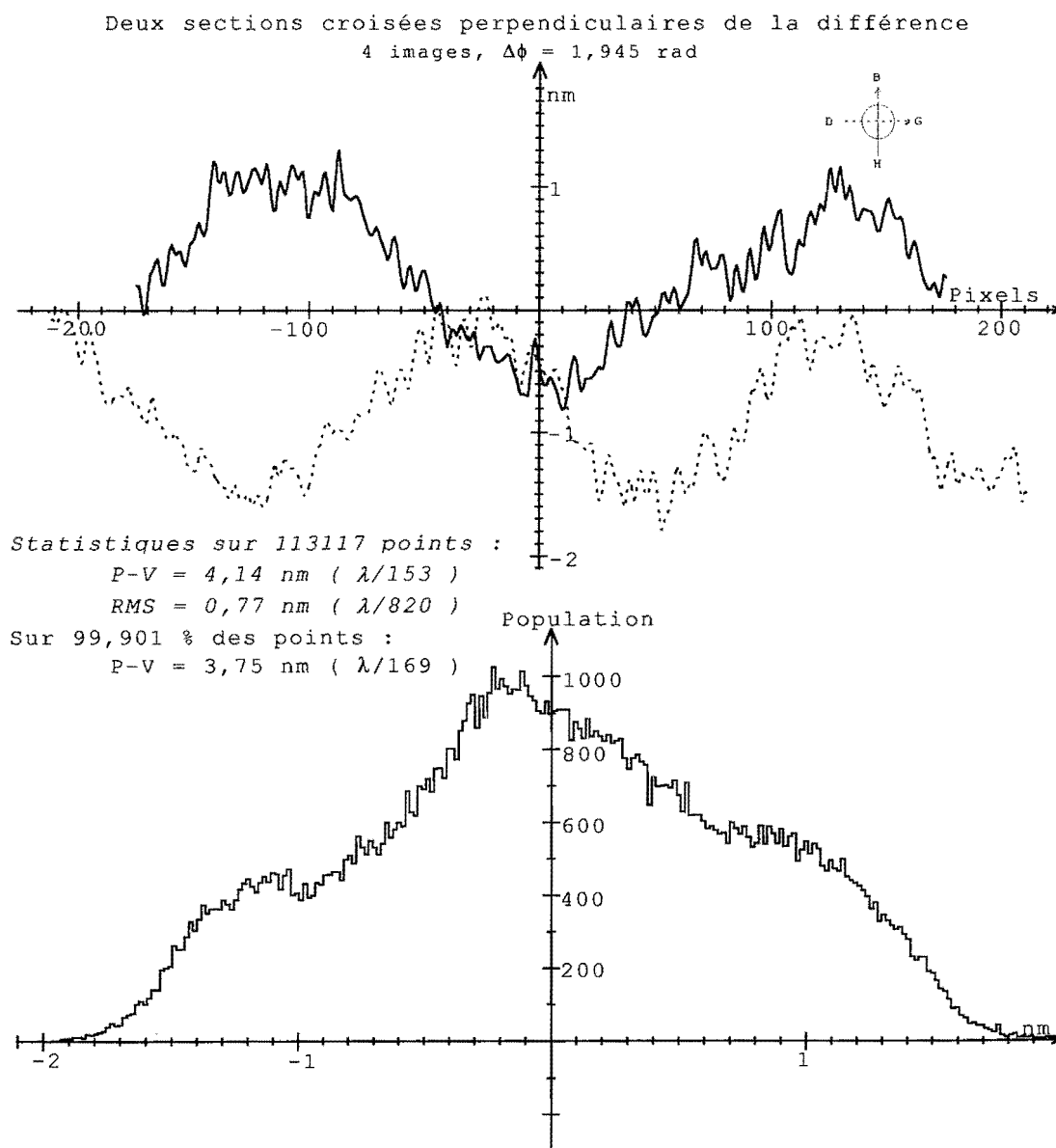


figure III.16 : correction de Carré a posteriori, différence entre deux acquisitions avec des franges croisées : 4 interférogrammes dépouillés par Carré puis corrigés ($\Delta\phi = 1,945$ rad, surfaces en silice)

Les profils montrent les erreurs systématiques dues à l'inégalité des déphasages et, dans une moindre mesure, à la connaissance erronée du déphasage. On constate une forte réduction de l'influence des ondes multiples, puisque sur 99,9% de la surface, la valeur P-V est de 1,875 nm, soit $\frac{\lambda}{337}$.

III.2.3.3.3) Amélioration par correction de l'inégalité des déphasages

Pour réduire l'influence de l'inégalité des déphasages et obtenir une égalité meilleure, on corrige les positions individuellement. La correction est déterminée de la façon suivante :

- 1- on enregistre 16 images en une teinte plate
- 2- les images sont dépouillées par l'approximation à deux ondes
- 3- le résultat obtenu est considéré suffisamment bon pour servir de référence
- 4- on introduit deux franges dans le champ

5- on effectue des enregistrements à 4 images en essayant toutes les permutations sur les positions par ajout ou soustraction d'un incrément numérique. La première position reste inchangée. On ajoute aux autres positions +1 ou -1 incrément. Il y a donc 27 possibilités. On dépouille et corrige. Pour chaque résultat on estime le gain en exactitude par rapport à l'étape 3. La permutation qui donne le plus grand gain est la meilleure. Pour s'assurer que la correction est valable on répète l'opération plusieurs fois. Si les résultats sont proches, on en déduit la correction optimale définitive des écarts.

Nous avons appliqué cette technique. Les permutations convergent vers la solution suivante :

- première image : position inchangée
- seconde image : déplacement augmenté de 2 incréments, soit 1,73 nm ,
- troisième image : déplacement augmenté de 1 incrément, soit 0,876 nm ,
- quatrième image : déplacement diminué de 1 incrément, soit - 0,876 nm .

La figure (III.17) montre le gain obtenu sur l'algorithme de Carré sans correction postérieure.

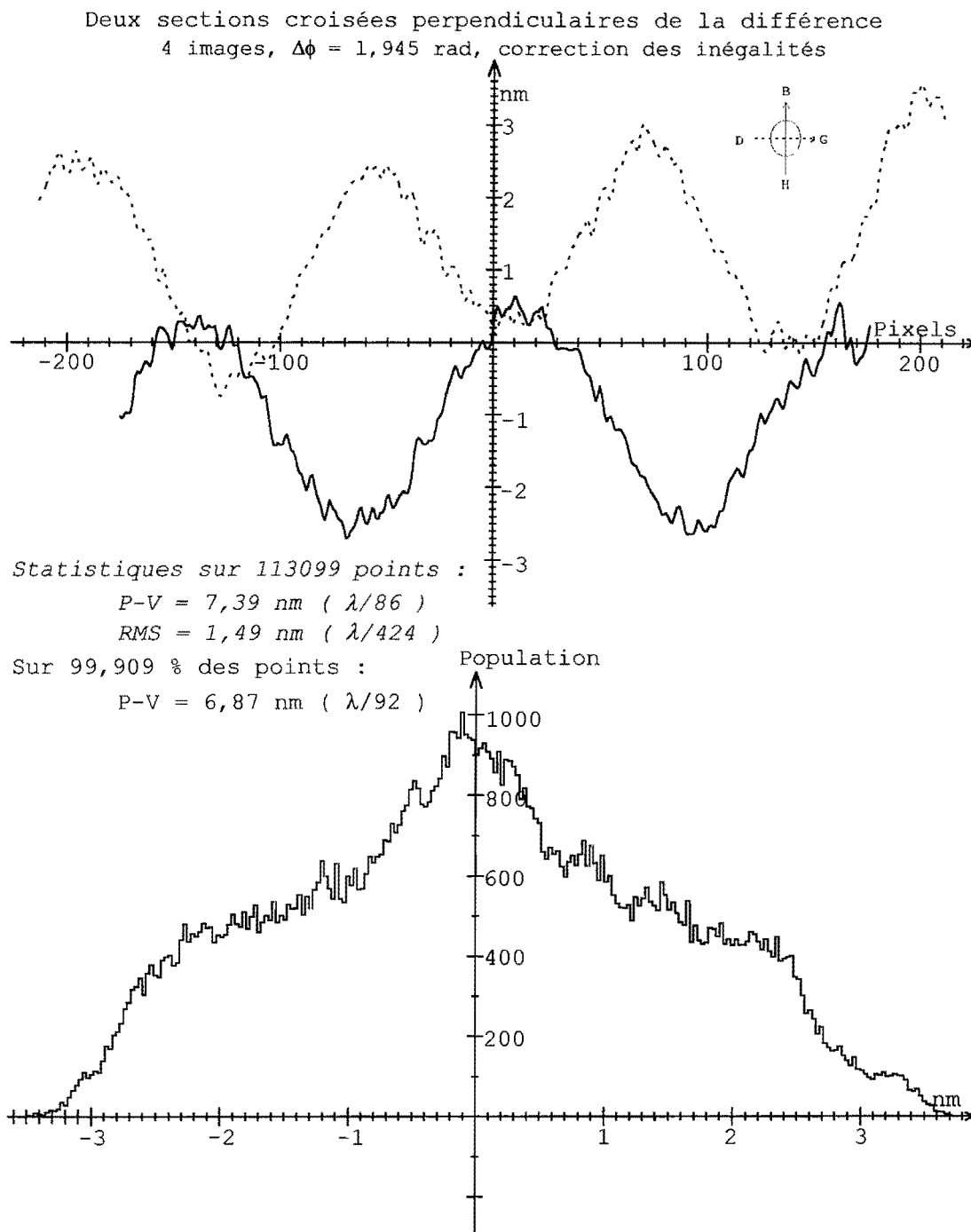


figure III.17 : algorithme de Carré, différence entre deux acquisitions avec correction des déphasages et avec des franges croisées : 4 interférogrammes dépouillés par Carré ($\Delta\phi = 1,945$ rad, surfaces en silice)

Par rapport à (III.15), Les valeurs P-V et rms sont légèrement diminuées mais l'influence des ondes multiples est beaucoup trop importante pour donner un résultat significatif. Avec l'application de la correction *a posteriori* des champs de phase, on obtient une forte réduction des erreurs systématiques dues à la cale piézo-électrique. La figure (III.18) montre le résultat obtenu.

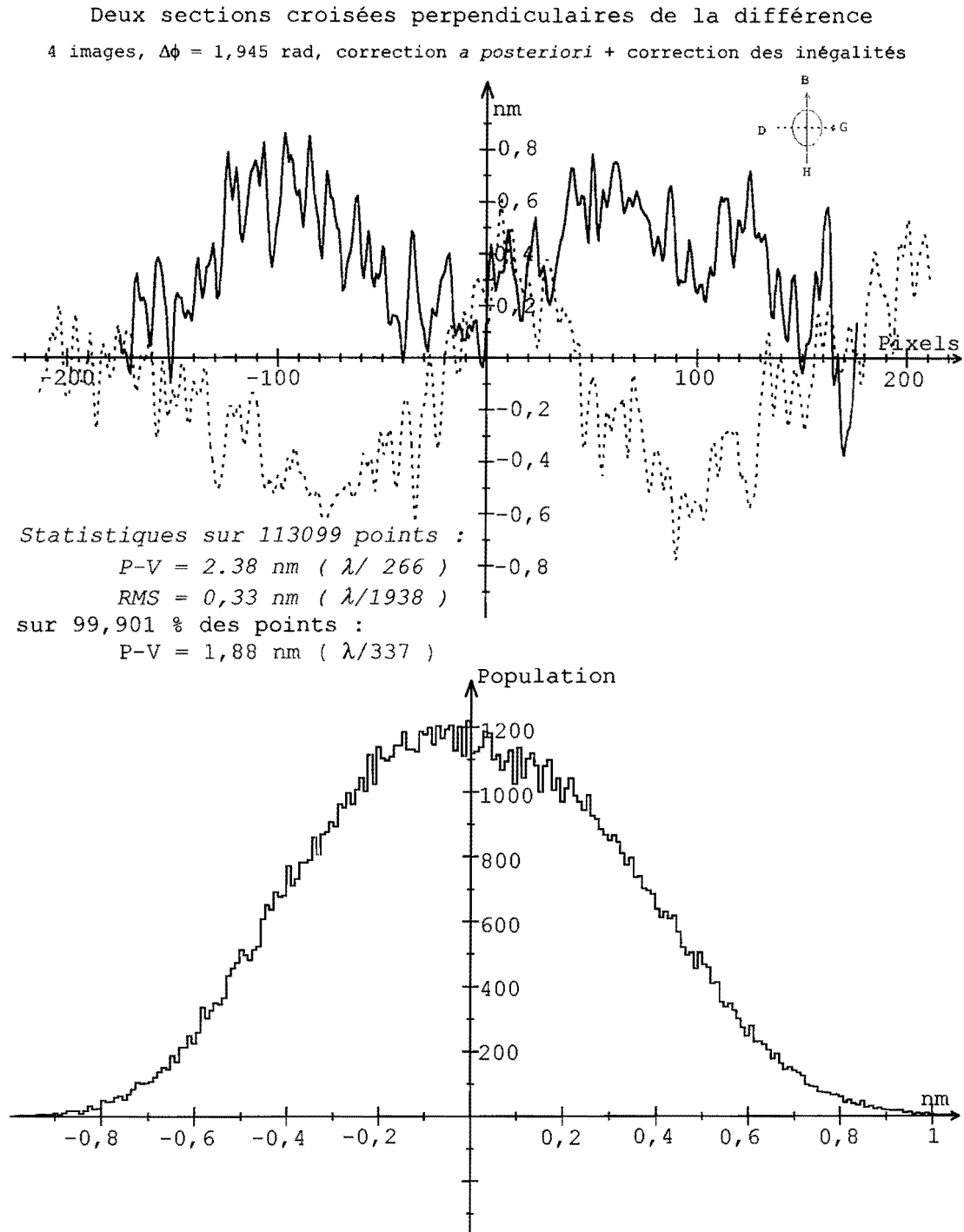


figure III.18 : correction de Carré a posteriori, différence entre deux acquisitions avec correction des déphasages et avec des franges croisées : 4 interférogrammes dépouillés par Carré puis corrigés ($\Delta\phi = 1,945$ rad, surfaces en silice)

La post correction et la correction des inégalités des déplacements ont permis la réduction des erreurs systématiques à $\frac{\lambda}{670}$ P-V. Le tableau (III.T4) présente une synthèse des résultats obtenus sans et avec correction des décalages.

	Déphasages non corrigés	Déphasages corrigés
Carré	rms = 0,756 nm	rms = 0,745 nm
Carré + Post correction	rms = 0,385 nm	rms = 0,165 nm

tableau III.T4 : résultats de la correction des déphasages (algorithme de Carré et de Post correction)

Par rapport à l'algorithme de Carré sans aucune correction, on a gagné un facteur 4,6.

III.2.3.3.4) Algorithmes basés sur les moindres carrés

III.2.3.3.4.a) Gain de l'approximation à deux ondes

On enregistre des jeux de 6, 8 et 16 interférogrammes avec 3 franges horizontales et verticales et on les dépouille par l'approximation à deux ondes. Les déphasages utilisés sont indiqués dans le tableau (III.T2). Les figures (III.19) à (III.21) montrent les profils et histogrammes des sections horizontales et verticales de la différence des champs de phase. Les résultats ont été lissés deux fois. Sur chaque figure sont indiquées les valeurs P-V et rms des écarts sur la totalité de la surface.

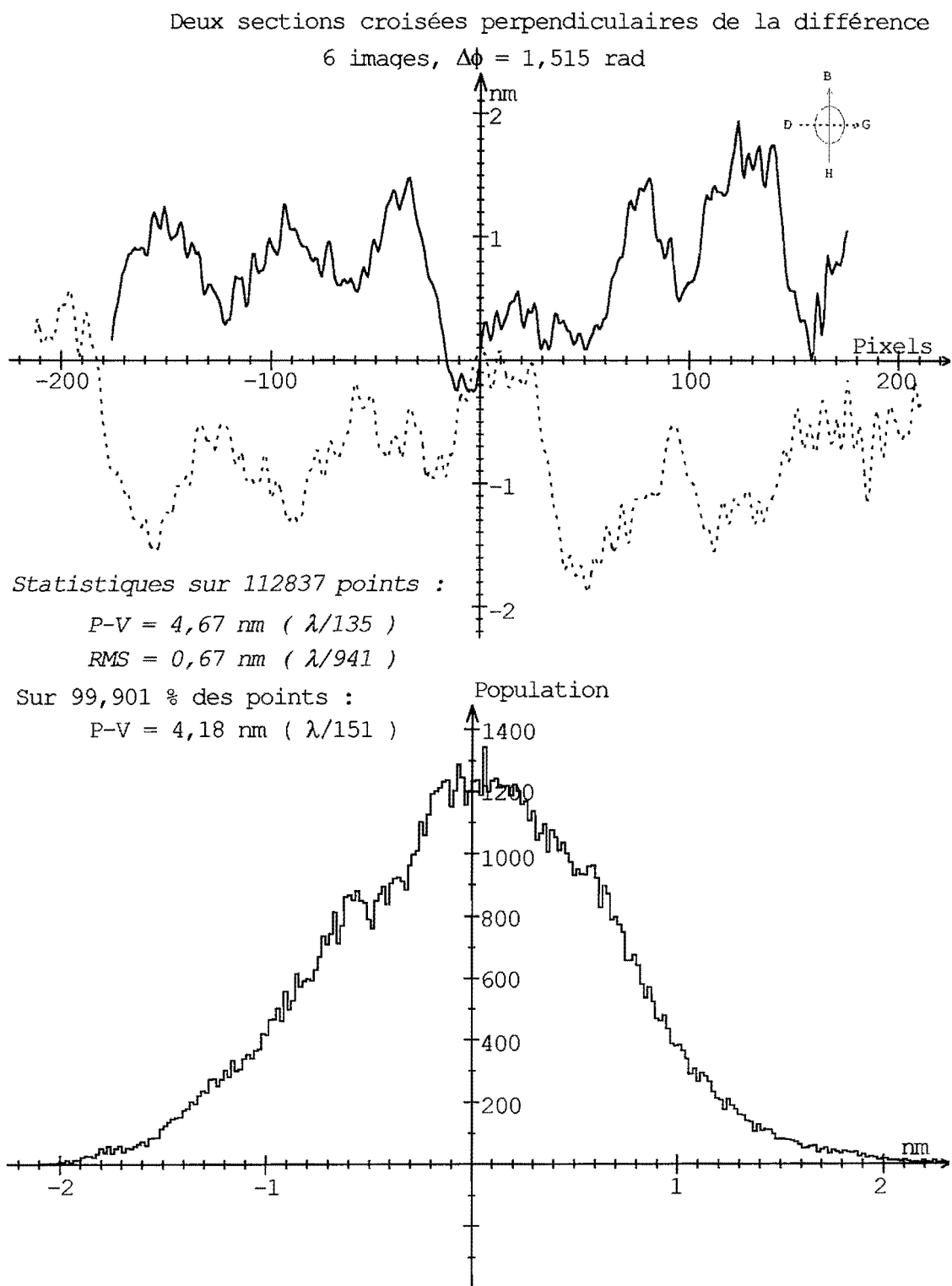


figure III.19 : approximation à deux ondes, différence entre deux acquisitions avec des franges croisées : 6 interférogrammes dépouillés avec l'approximation à deux ondes ($\Delta\phi = 1,515$ rad, surfaces en silice)

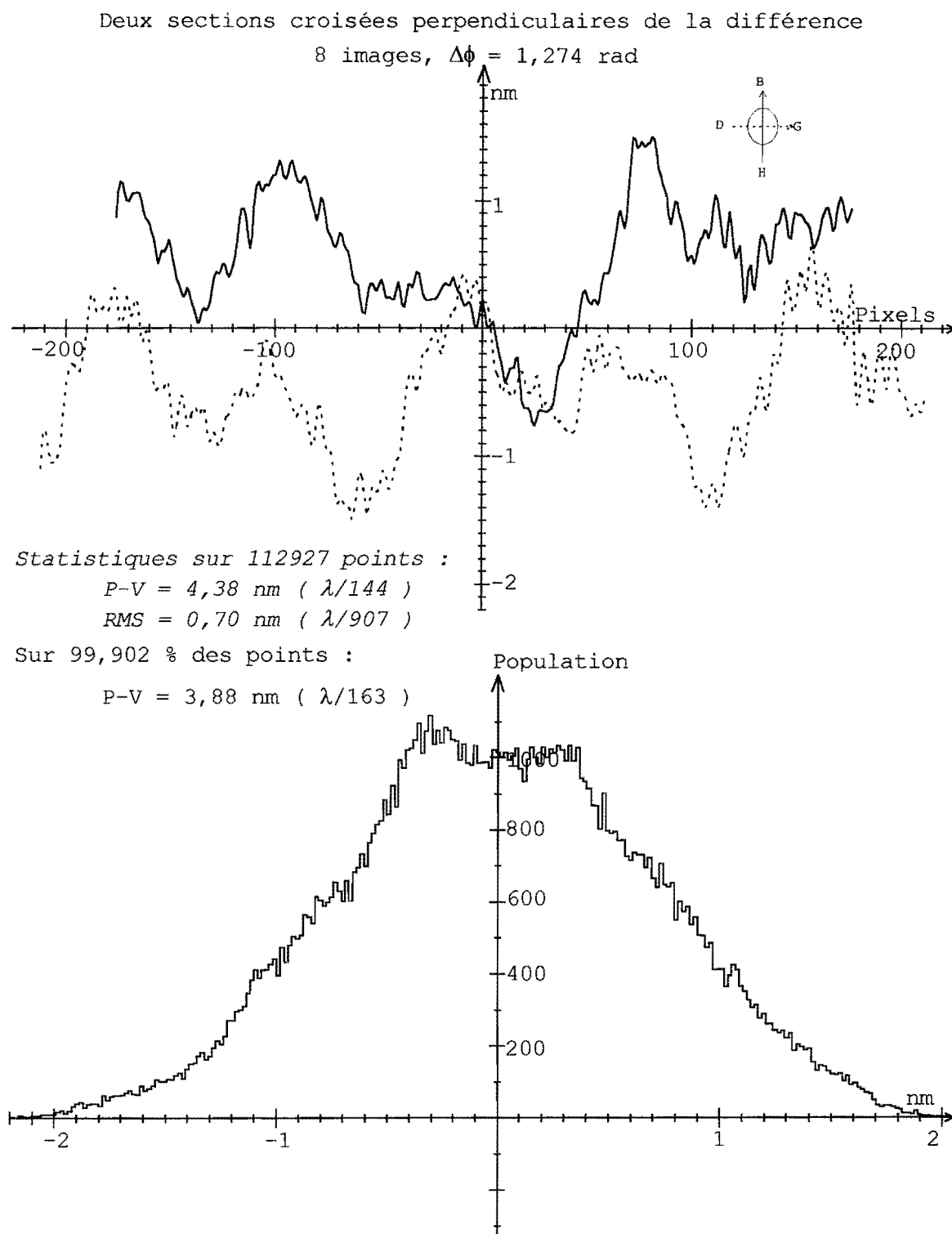


figure III.20 : approximation à deux ondes, différence entre deux acquisitions avec des franges croisées : 8 interférogrammes dépouillés avec l'approximation à deux ondes ($\Delta\phi = 1,274$ rad, surfaces en silice)

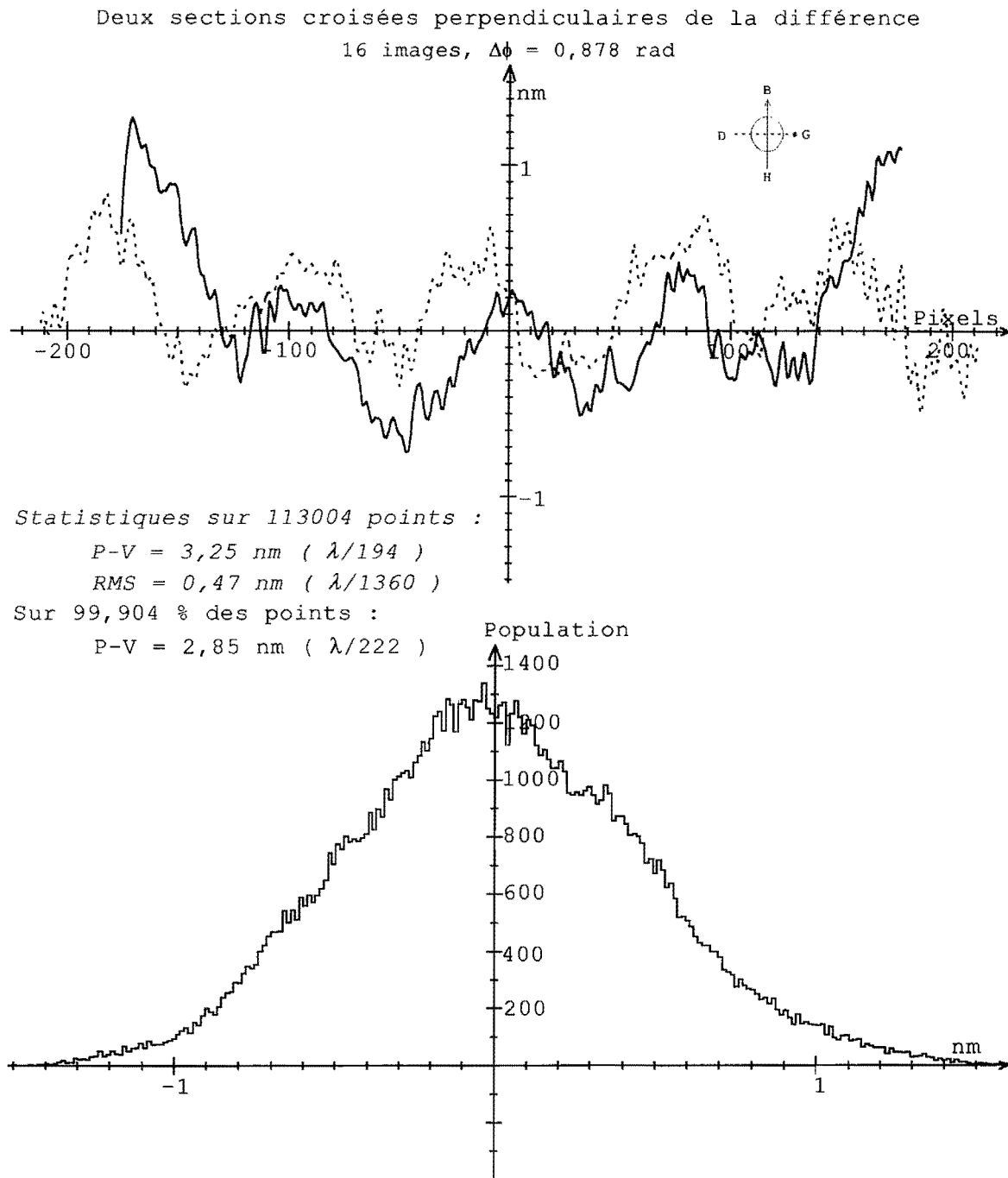


figure III.21 : approximation à deux ondes, différence entre deux acquisitions avec des franges croisées : 16 interférogrammes dépouillés avec l'approximation à deux ondes ($\Delta\phi = 0,878$ rad, surfaces en silice)

Pour 6 images, les erreurs systématiques ont une contribution de $\frac{\lambda}{300}$ P-V. Pour 8, on obtient

$\frac{\lambda}{330}$ P-V et pour 16, $\frac{\lambda}{440}$ P-V. L'approximation à deux ondes donne des gains appréciables

par rapport à Carré et la Correction *a posteriori* sans correction des déphasages.

Sur les figures on observe une légère courbure, due à la distorsion des franges, et des ondulations, attribuables aux autres sources d'erreurs.

III.2.3.3.4.b) Gain de l'approximation à trois ondes

On dépouille les précédents jeux de 6, 8 et 16 interférogrammes avec l'approximation à trois ondes. Après un double lissage, les figures (III.22) à (III.24) montrent les profils et histogrammes des sections horizontales et verticales de la différence des champs de phase.

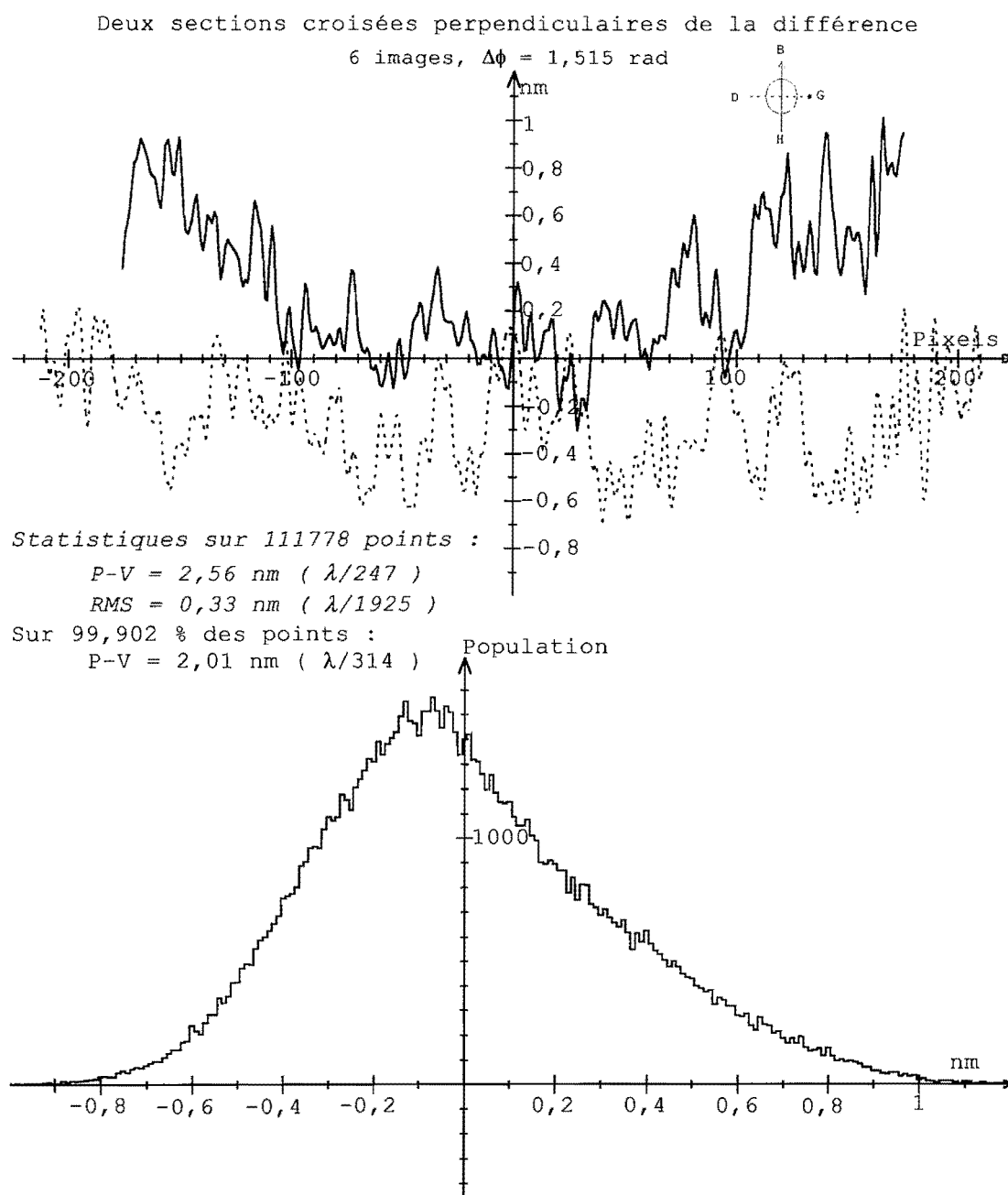


figure III.22 : approximation à trois ondes, différence entre deux acquisitions avec des franges croisées : 6 interférogrammes dépouillés avec l'approximation à trois ondes ($\Delta\phi = 1,515 \text{ rad}$, surfaces en silice)

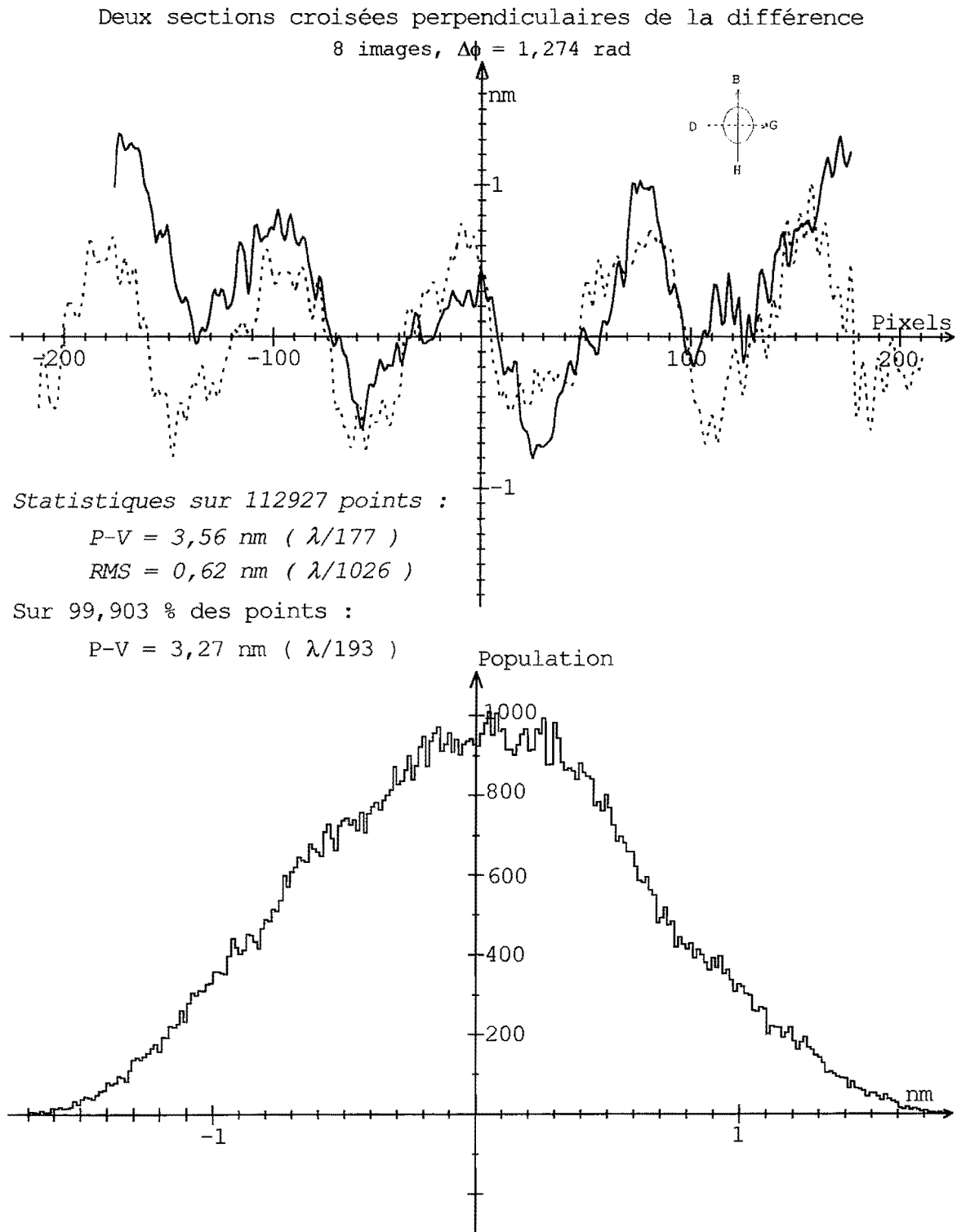


figure III.23 : approximation à trois ondes, différence entre deux acquisitions avec des franges croisées : 8 interférogrammes dépouillés avec l'approximation à trois ondes ($\Delta\phi = 1,274$ rad, surfaces en silice)

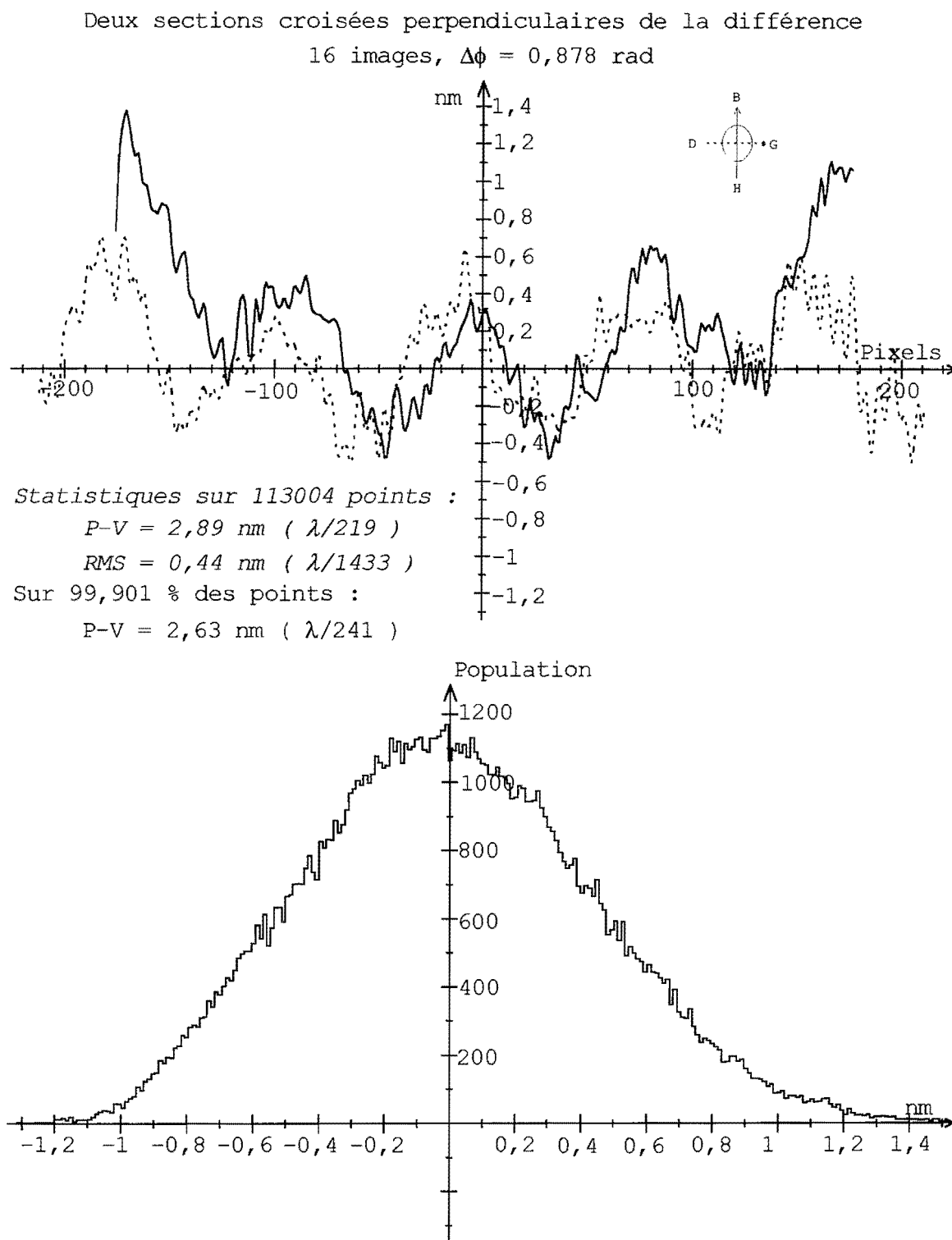


figure III.24 : approximation à trois ondes, différence entre deux acquisitions avec des franges croisées : 16 interférogrammes dépouillés avec l'approximation à trois ondes ($\Delta\phi = 0,878$ rad, surfaces en silice)

L'approximation à trois ondes permet de faire disparaître l'influence des ondes multiples. On constate une augmentation de l'exactitude par rapport à l'approximation à deux ondes. Pour 6, 8, 16 images on obtient respectivement $\frac{\lambda}{630}$, $\frac{\lambda}{390}$ et $\frac{\lambda}{480}$ P-V sur 99,9% de la surface.

III.2.3.3.4.c) Gain de la forme exacte à n ondes

On répète les opérations précédentes avec le dépouillement par la méthode exacte. Les figures (III.25) à (III.27) montrent les profils et histogrammes des sections horizontales et verticales de la différence des champs de phase.

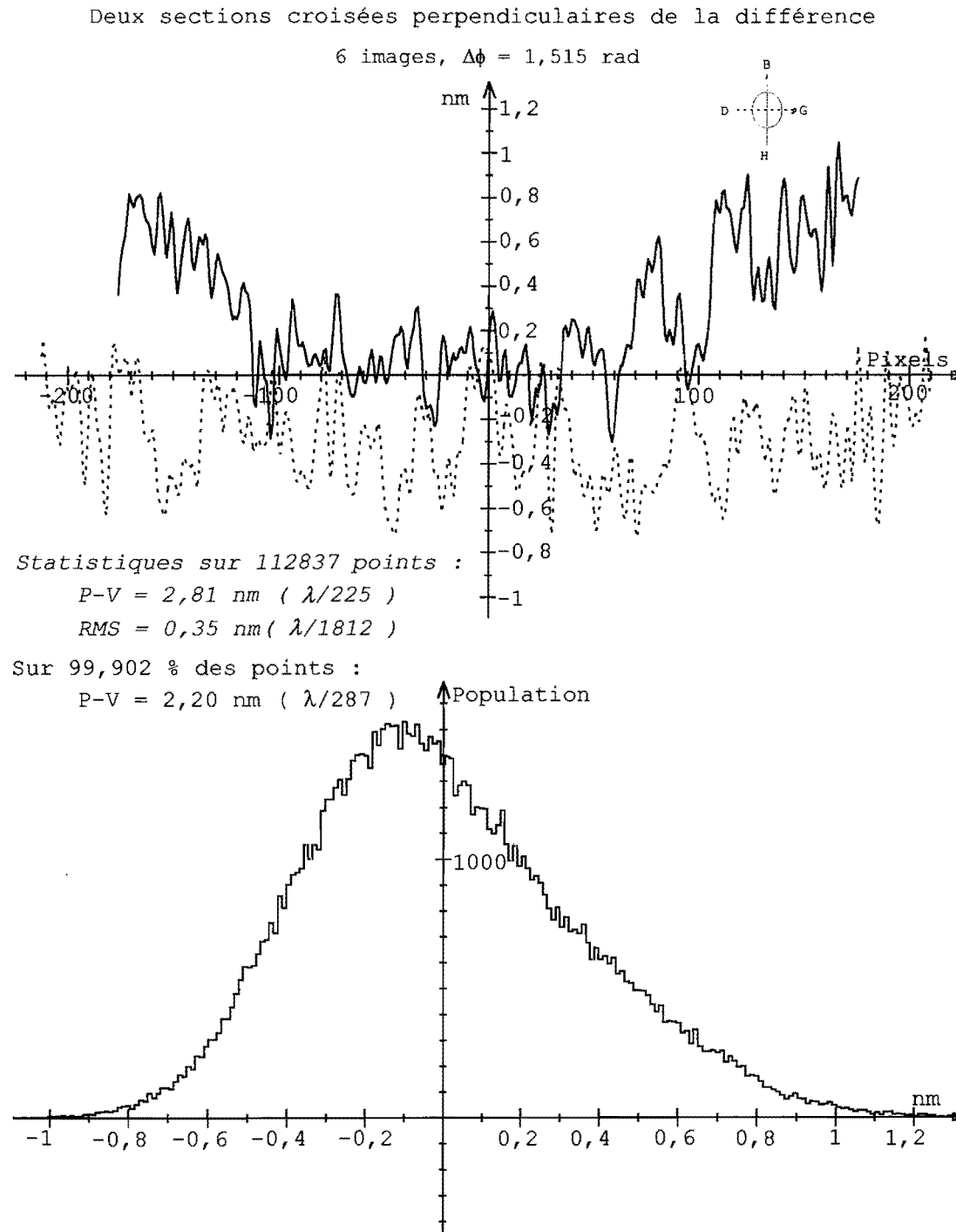


figure III.25 : calcul exact, différence entre deux acquisitions avec des franges croisées : 6 interférogrammes dépouillés avec la méthode exacte ($\Delta\phi = 1,515$ rad, surfaces en silice)

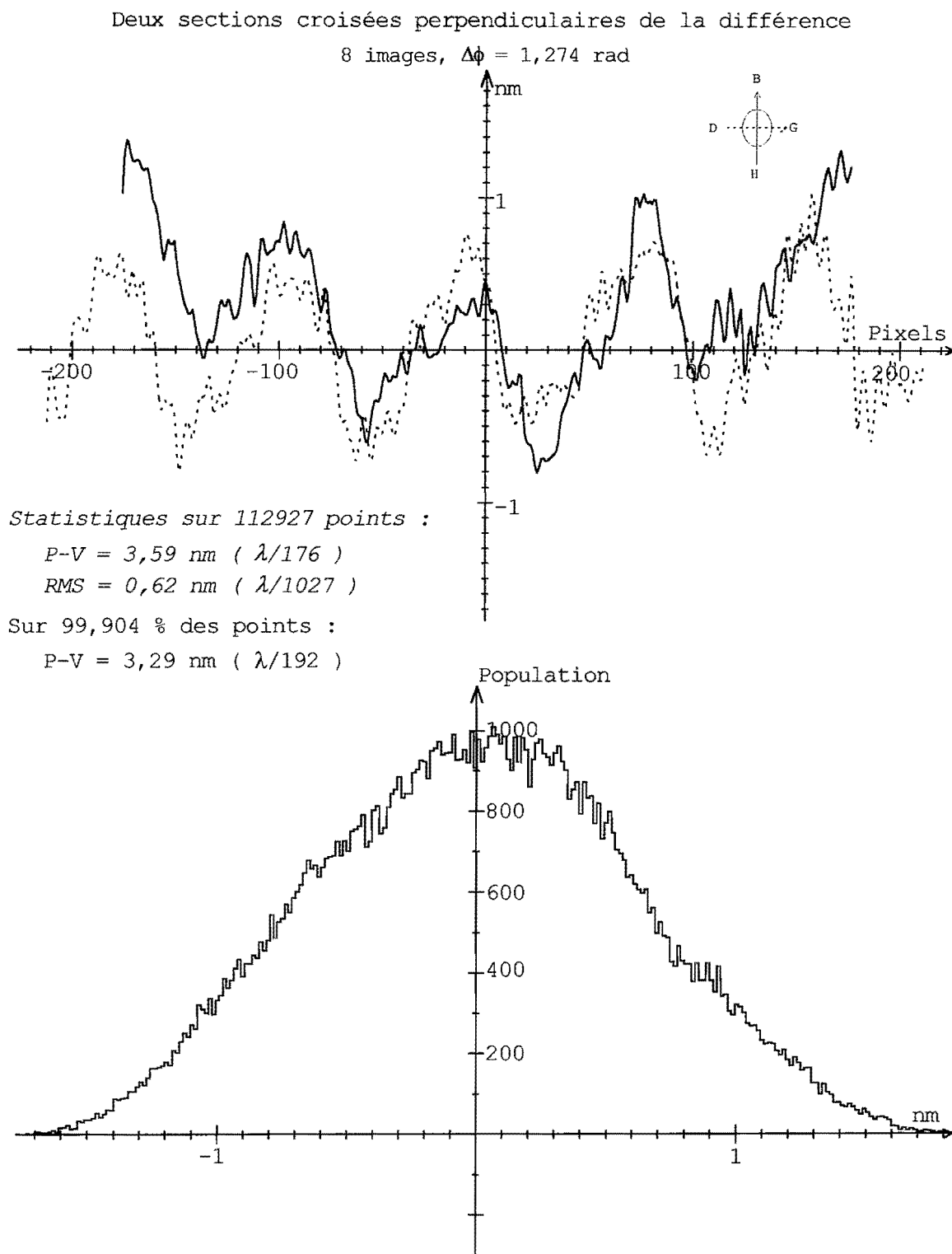


figure III.26 : calcul exact, différence entre deux acquisitions avec des franges croisées : 8 interférogrammes dépouillés avec la méthode exacte ($\Delta\phi = 1,274$ rad, surfaces en silice)

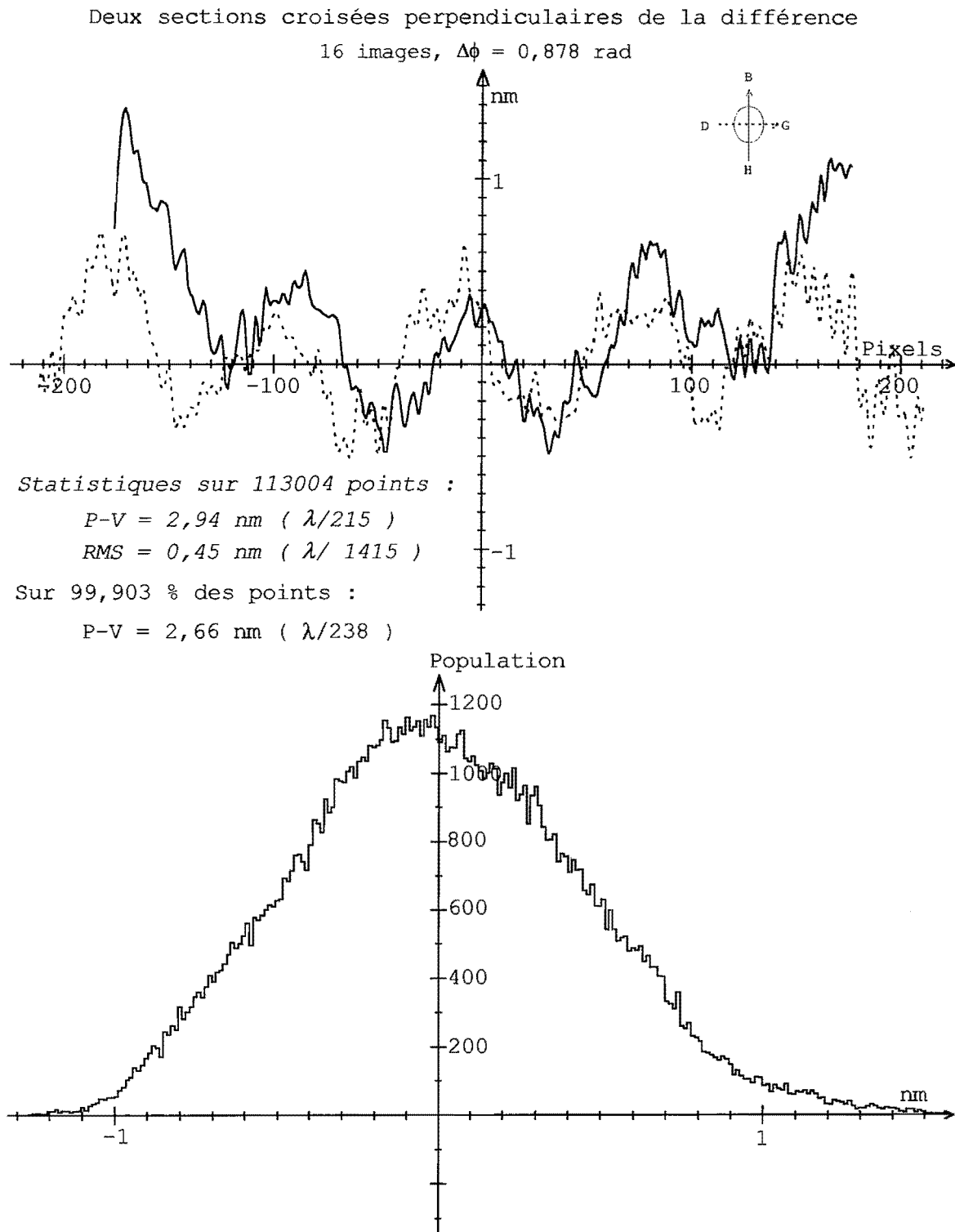


figure III.27 : calcul exact, différence entre deux acquisitions avec des franges croisées : 16 interférogrammes dépouillés avec la méthode exacte ($\Delta\phi = 0,878$ rad, surfaces en silice)

Les résultats sont similaires à ceux donnés par l'approximation à trois ondes. En effet, avec des interférences entre deux surfaces en silice, les deux algorithmes sont insensibles aux ondes multiples. Cependant, ils restent sensibles aux autres sources d'erreurs. Pour 6, 8, 16 images on obtient respectivement $\frac{\lambda}{580}$, $\frac{\lambda}{380}$ et $\frac{\lambda}{470}$ P-V sur 99,9% des pixels.

III.2.3.3.4.d) Interprétation

Le tableau (III.T5) présente la synthèse des mesures des valeurs crête à crête des erreurs systématiques sur 99,9% de la surface.

<i>écart P-V</i>	<i>6</i>	<i>8</i>	<i>16</i>
<i>approx. 2 ondes</i>	$\lambda/300$	$\lambda/330$	$\lambda/440$
<i>approx. 3 ondes</i>	$\lambda/630$	$\lambda/390$	$\lambda/480$
<i>méthode exacte</i>	$\lambda/580$	$\lambda/380$	$\lambda/470$

tableau III.T5 : comparaison des valeurs P-V des erreurs systématiques des trois méthodes basées sur les moindres carrés

Les figures (III.19) à (III.27) montrent une légère courbure sur les méridiennes. Cette courbure atteste d'une distorsion dans la détection des franges. Pour un même nombre d'images, l'exactitude n'est pas toujours augmentée significativement entre deux méthodes. En effet l'amélioration donnée par 6 interférogrammes entre l'approximation à deux ondes et les deux autres méthodes est remarquable. Ce n'est pas le cas pour 8 et 16 interférogrammes. Avec les interférences entre deux surfaces en silice, l'approximation à trois ondes et la méthode exacte suppriment l'effet des ondes multiples. Avec 6 interférogrammes et l'approximation à 2 ondes, on met en évidence une influence accrue des ondes multiples. Lorsqu'on utilise les deux autres méthodes, l'influence des ondes multiples est très réduite : on met en évidence les autres sources d'erreurs. Avec 8 et 16 images, quelle que soit la méthode, on atteint la limite imposée par les autres sources de limitation. Compte tenu des résultats, l'enregistrement des 6 images a probablement été effectué avec des déphasages très peu inégaux. Ce n'est pas le cas pour l'enregistrement des 8 et 16 interférogrammes où l'inégalité des déplacements de la cale piézo-électrique fixe la limite de l'exactitude.

La légère différence qui existe en faveur de l'approximation à trois ondes par rapport à la méthode exacte est due au résidu de bruit du filtrage.

Avec le double lissage de la différence des phases il reste environ 38,7 % du bruit initial. Comme la méthode exacte est un peu plus sensible au bruit le résultat donné par l'approximation à trois ondes est sensiblement meilleur.

III.2.3.4) Application à des interférences silice/germanium

III.2.3.4.1) Influence de la différence des indices

La seule surface de référence dont nous disposons est en silice. Pour la mesure d'une surface plane en germanium les deux surfaces ont des facteurs de réflexion très différents. L'effet des ondes multiples est plus prononcé. La silice réfléchit environ 3,5% de l'intensité incidente en incidence normale, pour 44% au germanium. Le contraste des franges d'interférences n'est que de 30% ce qui induit une sensibilité au bruit trois fois plus grande. Les algorithmes ne peuvent pas tous être utilisés efficacement avec ce type d'interférences. Considérons la figure (III.28) qui représente les modulations des termes $\cos(k.\varphi)$, $k = 1, 2, \dots, n$, de l'équation (II.6.b) pour des interférences silice/silice et silice/germanium.

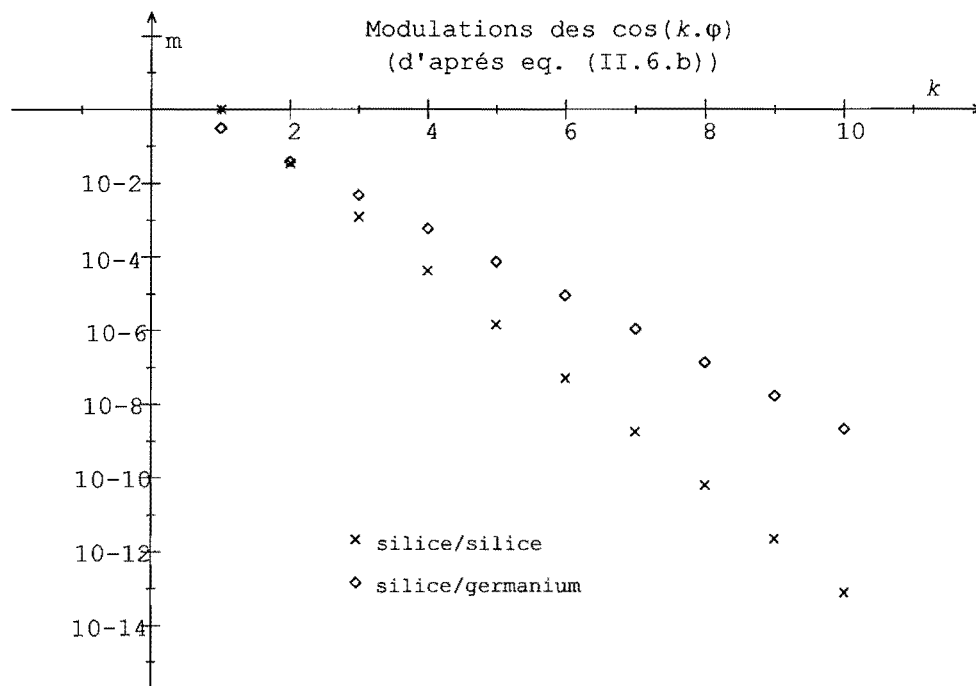


figure III.28 : modulations des $\cos(k.\varphi)$ de l'équation (II.6.b), pour des interférences silice/silice et silice/germanium

Pour $k \geq 3$ les modulations pour les interférences silice/germanium sont beaucoup plus grandes que pour les interférences silice/silice. Pour $\cos(3.\varphi)$ on observe un facteur 4 et pour $\cos(4.\varphi)$ un facteur 14. Dans ces conditions, l'approximation à trois ondes n'a guère d'avantage par rapport à l'approximation à deux ondes.

Compte tenu de l'importance du terme $\cos(3\varphi)$ pour ce type d'interférences, il faudrait utiliser une approximation à quatre ondes. Il vaut donc mieux utiliser directement la forme exacte à n ondes. Comme le germanium est un matériau absorbant à $\lambda = 632,8 \text{ nm}$, l'algorithme de Correction *a posteriori* est à éviter.

III.2.3.4.2) Résultats

On applique la méthode des interférogrammes croisés à l'algorithme de Carré, l'approximation à deux ondes et la forme exacte. Les figures (III.29) à (III.31) montrent les résultats obtenus pour 16 interférogrammes. Les résultats ont été lissés deux fois.

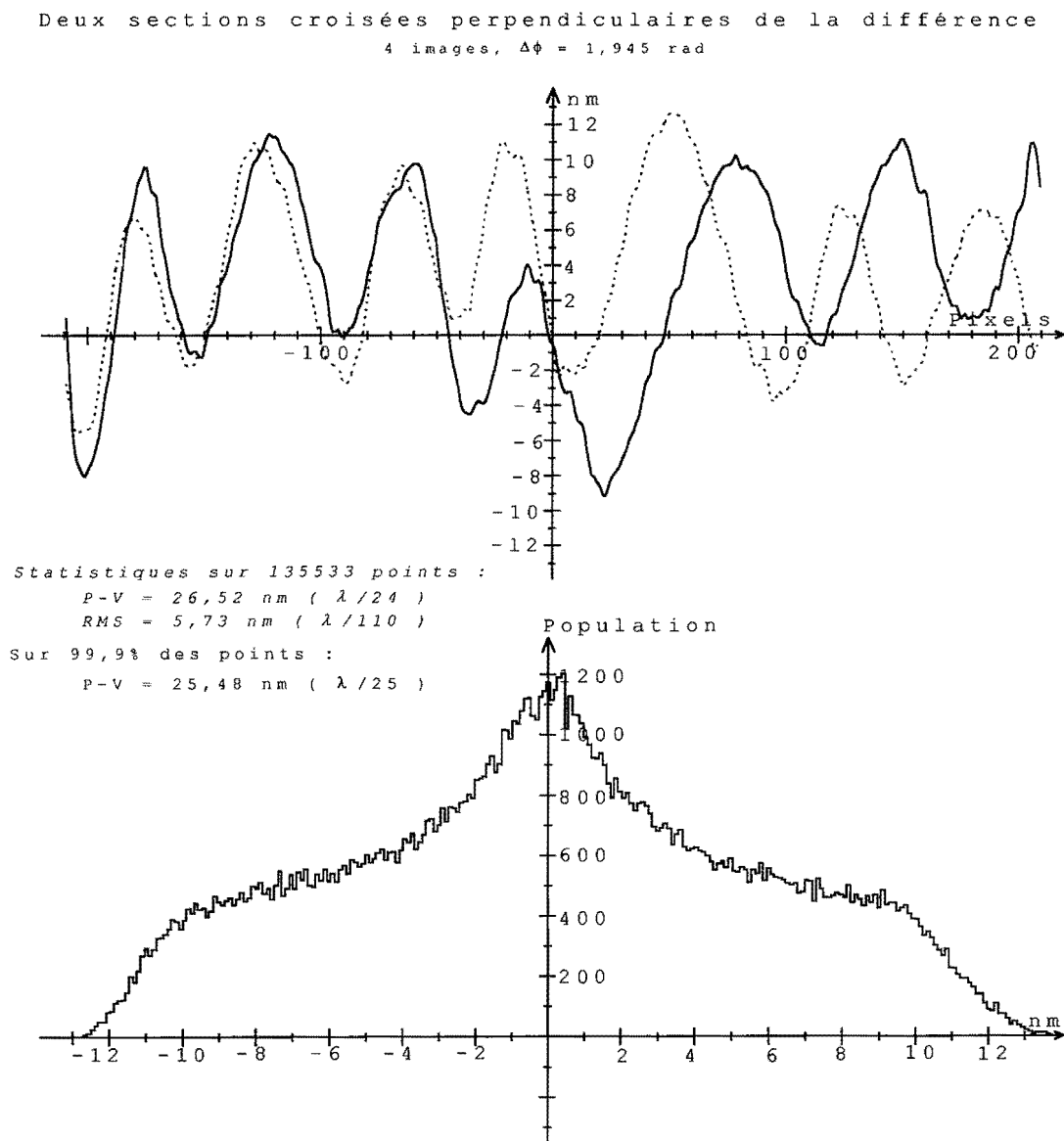


figure III.29 : algorithme de Carré, différence entre deux acquisitions avec des franges croisées : 4 interférogrammes dépouillés par Carré ($\Delta\phi = 1,945 \text{ rad}$, surfaces en silice et germanium)

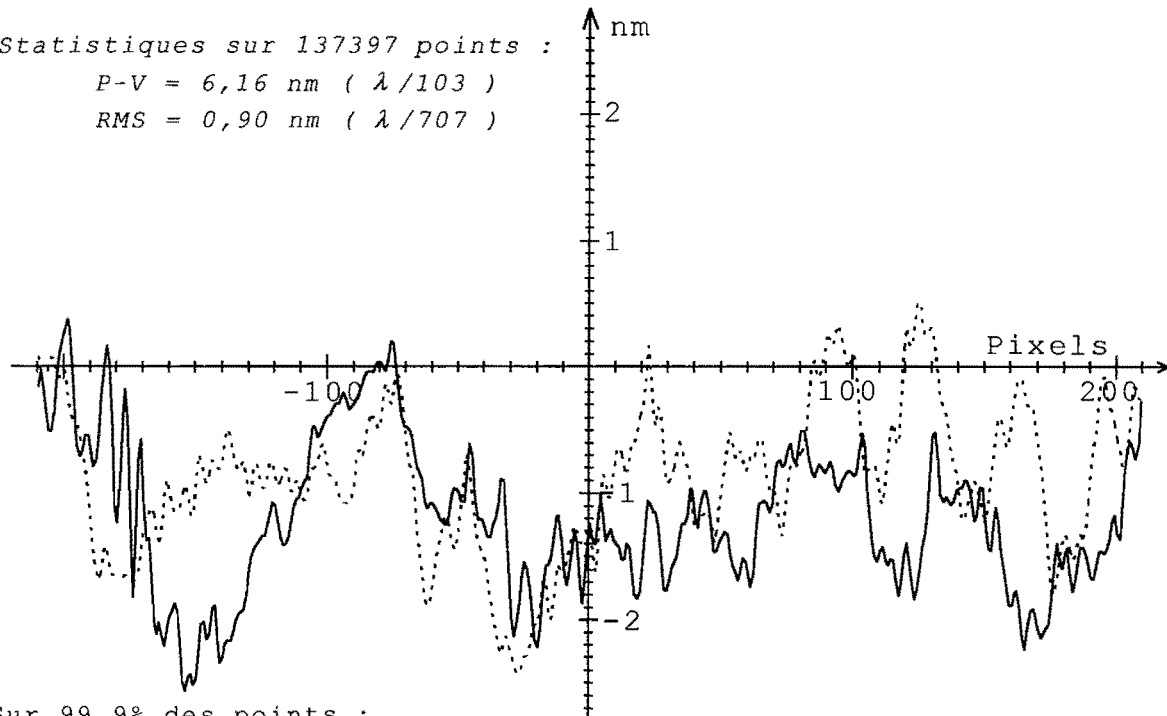
Deux sections croisées perpendiculaires de la différence

16 images, $\Delta\phi = 0,878$ rad

Statistiques sur 137397 points :

$P-V = 6,16$ nm ($\lambda/103$)

$RMS = 0,90$ nm ($\lambda/707$)



Sur 99,9% des points :

$P-V = 5,12$ nm ($\lambda/123$)

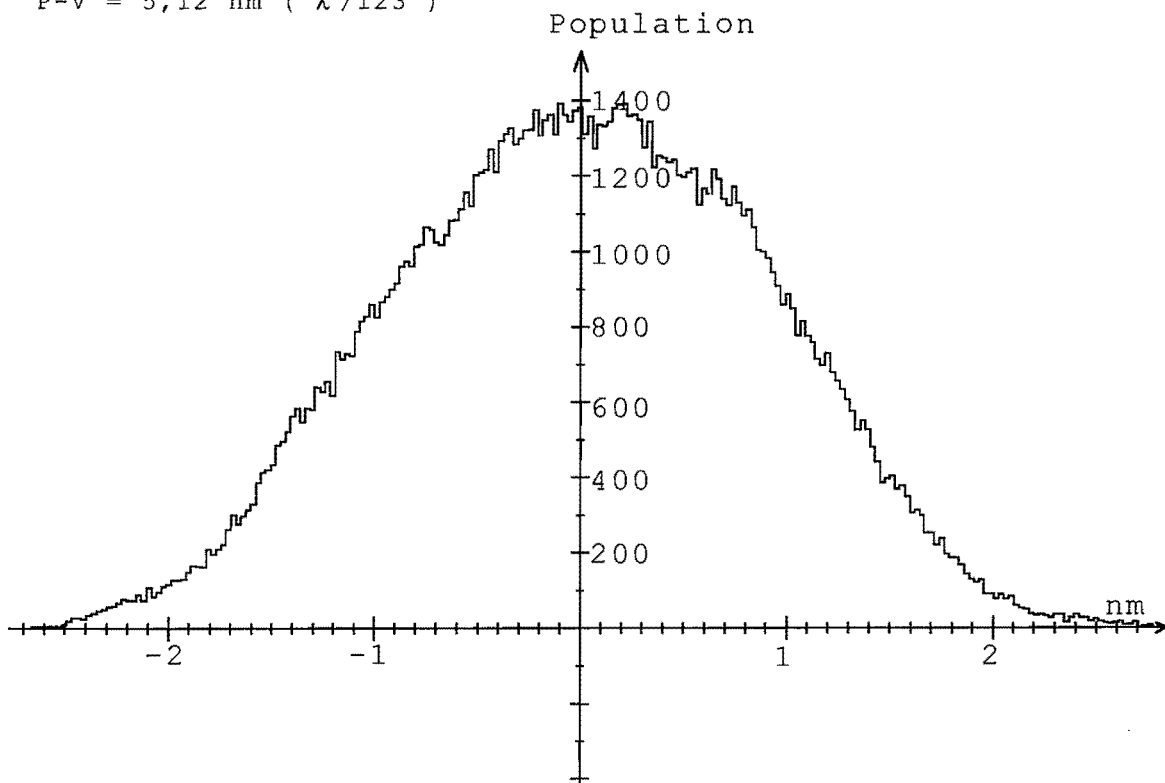


figure III.30 : approximation à deux ondes, différence entre deux acquisitions avec des franges croisées : 16 interférogrammes dépouillés avec l'approximation à deux ondes ($\Delta\phi = 0,878$ rad, surfaces en silice et germanium)

Deux sections croisées perpendiculaires de la différence

16 images, $\Delta\phi = 0,878$ rad

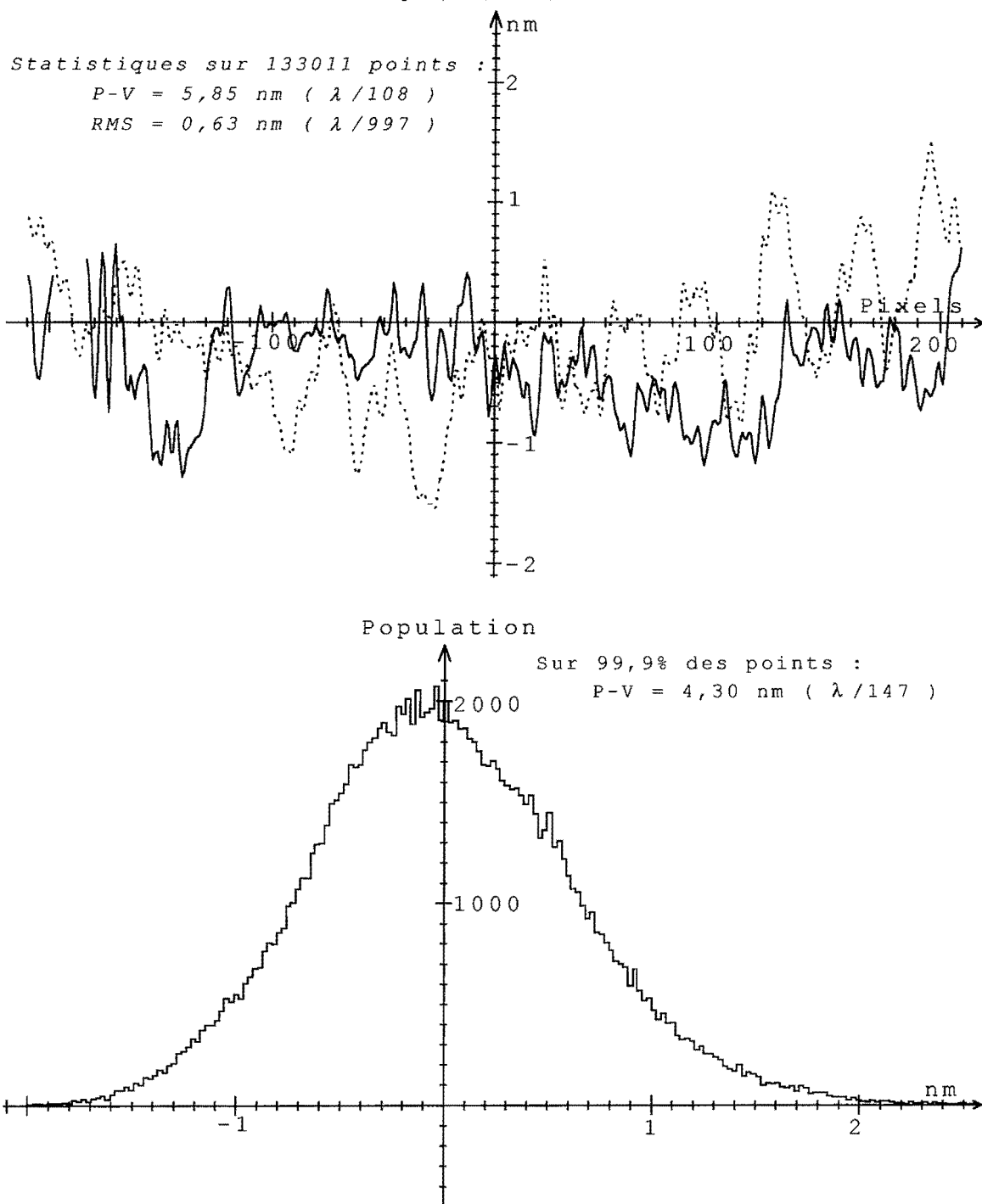


figure III.31 : calcul exacte à n ondes, différence entre deux acquisitions avec des franges croisées : 16 interférogrammes dépouillés avec la méthode exacte ($\Delta\phi = 0,878$ rad, surfaces en silice et germanium)

L'algorithme de Carré ne peut donner mieux que $\frac{\lambda}{50}$ P-V. Avec 16 images et l'approximation

à deux ondes on obtient $\frac{\lambda}{245}$ P-V. La forme exacte donne le meilleur résultat : $\frac{\lambda}{295}$ P-V.

II.2.4) Synthèse

Les tableaux (III.6) à (III.9) présentent les temps de calcul moyen par pixel ainsi que le nombre moyen d'itérations pour les méthodes basées sur le critère des moindres carrés.

	Carré	Carré post corrigé
<i>nombre d'itérations</i>	-	-
<i>temps par pixel (ms)</i>	0,29	0,40

tableau III.T6 : comparaison des temps de calcul pour l'algorithme de Carré et la méthode de Correction a posteriori

	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
<i>nombre d'itérations</i>	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
<i>temps par pixel (ms)</i>	11	13	14	15	17	18	19	20	21	22	23	24

tableau III.T7 : comparaison du nombre moyen d'itération et du temps de calcul par pixel pour l'approximation à deux ondes

	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
<i>nombre d'itérations</i>	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3
<i>temps par pixel (ms)</i>	32	29	30	32	34	36	37	38	39	40	41	42

tableau III.T8 : comparaison du nombre moyen d'itération et du temps de calcul par pixel pour l'approximation à trois ondes

	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
<i>nombre d'itérations</i>	6	5	9	9	9	9	9	9	9	8	9	9
<i>temps par pixel (ms)</i>	48	50	58	63	67	71	74	77	80	84	87	90

tableau III.T9 : comparaison du nombre moyen d'itération et du temps de calcul par pixel pour la méthode exacte

On rappelle que l'approximation à trois ondes et la méthode exacte nécessitent un nombre minimum d'images égal à 6 car des problèmes de convergence apparaissent avec 5 images.

Les résultats des mesures de bruit montrent que la méthode exacte est plus sensible au bruit que les autres algorithmes. La forme analytique de la fonction en est certainement la cause. La méthode est aussi plus longue et ne donne pas un résultat meilleur que l'approximation à trois ondes dans le cas d'interférences entre deux surfaces identiques faiblement réfléchissantes. Elle sera avantageusement utilisée lors de la métrologie de surfaces d'indices très différents. La méthode de Correction *a posteriori* de Carré donne un excellent rapport *Exactitude/Temps de calcul*. Cependant, elle n'est supérieure aux autres techniques que si on peut déterminer une correction systématique de l'inégalité des déphasages.

III.3) Conclusion

L'étape de validation a montré les performances de l'interféromètre. Les mesures de bruit ont montré que les fluctuations aléatoires sont de l'ordre de $\frac{\lambda}{3000}$ rms pour les approximations à deux et trois ondes avec 16 images. La méthode exacte est plus sensible : pour 16 images les fluctuations aléatoires sont d'environ $\frac{\lambda}{1500}$ rms. L'interféromètre est très stable. Des mesures sur 10 heures montrent une dérive de la cavité inférieure à 300 nm. L'exactitude relative de la mesure peut approcher $\frac{\lambda}{300}$ P-V pour la Correction *a posteriori* de l'algorithme de Carré. Avec les méthodes basées sur les moindres carrés, les erreurs systématiques ont une contribution largement inférieure à $\frac{\lambda}{350}$ P-V. Dans la mesure où les défauts de positionnement de la cale piézo-électrique sont systématiques, il est possible de corriger les déphasages image par image. Nous avons essayé cette possibilité sur l'algorithme de Carré et Correction *a posteriori*. Les résultats sont remarquables puisque l'exactitude est meilleure que $\frac{\lambda}{600}$ P-V.

CHAPITRE IV

Application au contrôle absolu de surfaces planes

Introduction

Les études menées sur les facteurs d'incertitude, et les choix opto mécaniques qui en découlent, assurent une mesure de très haute précision. La surface déterminée par la méthode du décalage de phase est relative à la surface de référence. S'il n'y avait aucune source d'erreur dans la mesure ou le calcul, l'exactitude ultime serait donnée par les défauts de la surface de référence. Les surfaces de référence dont on dispose ont des écarts au plan de l'ordre de $\frac{\lambda}{100}$

P-V. Pour une mesure dont l'exactitude recherchée est de $\frac{\lambda}{10}$, la surface de référence est largement suffisante. En revanche, si on recherche $\frac{\lambda}{300}$, la surface de référence devient un facteur limitatif et le terme de *référence* ne se justifie plus. Pour passer cet obstacle, il est nécessaire de connaître la référence ou de réaliser un étalonnage absolu. Dans ce chapitre, nous traiterons de l'étalonnage absolu des surfaces planes. Un grand nombre de travaux ont été faits sur ce sujet. Dans un premier temps nous établirons un état de l'art, puis nous exposerons une nouvelle méthode de détermination de la forme absolue à partir de deux surfaces. Les résultats expérimentaux complètent l'analyse théorique.

IV.1) Etat de l'art

IV.1.1) *Planéité absolue*

IV.1.1.1) Utilisation de miroirs liquides

On peut considérer qu'en remplaçant la surface de référence polie par un liquide on approchera la mesure absolue de la surface étudiée. En effet, la loi de la gravitation rend la surface d'un liquide horizontal réellement plane. Il est possible de remplacer la surface de référence en silice par de la paraffine liquide, de l'eau, du mercure ou encore de l'huile. En 1968, R. Bünnagel *et al* [105,106] décrivent un interféromètre de Fizeau pour la mesure de surfaces planes de diamètre 200 mm. Un miroir à mercure est utilisé en guise de surface de référence. Ces techniques ont un inconvénient majeur : elles requièrent un environnement parfait pendant la mesure. Les sources d'erreurs sont multiples. Les problèmes sont liés aux vibrations mécaniques, aux variations de température, aux effets d'évaporation, aux charges électriques, aux effets capillaires, aux poussières sur le liquide, ou encore à la courbure de la Terre si la surface est trop grande (pour une surface de 226 mm de diamètre l'écart au plan dû à la courbure de la terre est de $\lambda/1000$). De plus, et indépendamment des problèmes liés au liquide, cela impose une position horizontale des surfaces.

IV.1.1.2) La méthode des trois plans

IV.1.1.2.1) *Introduction*

Avec deux plans il n'est pas possible de mettre en évidence la courbure de chaque surface. En revanche, avec trois plans et des arrangements deux à deux il est possible d'y parvenir. Sur cette idée, en 1966 et 1967, Schulz et Schwider *et al* [107-110] présentent la méthode des trois plans.

IV.1.1.2.2) *Les trois combinaisons de base*

A partir de trois surfaces et des combinaisons deux à deux on peut connaître leur état de surface absolu selon un diamètre. Les écarts de la surface sont donnés par rapport à un plan (fig. (IV.1)).

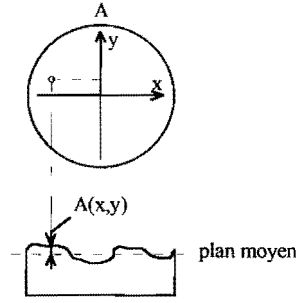


figure IV.1 : écarts d'une surface plane par rapport à un plan

Considérons trois surfaces inconnues A , B et C . La comparaison par interférométrie Fizeau donne la somme des déviations au plan des surfaces. Dans la cavité Fizeau, un des deux systèmes de coordonnées des surfaces est retourné (fig. (IV.2)).

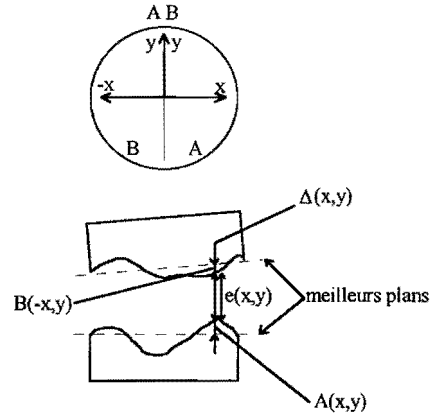


figure IV.2 : retournement des coordonnées dans l'interféromètre de Fizeau

La mesure, par décalage de phase ou autre, permet de connaître $e(x, y)$.

$$e(x, y) = \Delta(x, y) - [A(x, y) + B(-x, y)] \quad (\text{IV.a})$$

Le meilleur plan est recherché par moindres carrés linéaires sur la forme suivante

$$\Delta(x, y) = \alpha x + \beta y + \gamma \quad (\text{IV.b})$$

En considérant (IV.a) et (IV.b), les combinaisons deux à deux donnent

$$A(x, y) + B(-x, y) = a(x, y) \quad (\text{A et B})$$

$$B(x, y) + C(-x, y) = b(x, y) \quad (\text{B et C})$$

$$C(x, y) + A(-x, y) = c(x, y) \quad (\text{A et C})$$

En 1967, Schulz *et al* déterminent les quantités a , b et c par la méthode traditionnelle (voir I.1.1.1). Les trois combinaisons donnent trois équations à trois inconnues mais ne donnent la surface absolue que sur un unique diamètre qui correspond à $x = 0$. En effet, par retournement du système de coordonnées il n'y a pas de solution unique pour les autres diamètres. La détermination de la planéité absolue sur plusieurs diamètres impose un grand nombre de combinaisons.

IV.1.1.2.3) Ajout d'une rotation

Afin d'augmenter le nombre de sections, G. Schulz [109] montre que, par quatre combinaisons de positions, il est possible de reconstruire chaque surface pour un nombre arbitraire N de sections centrales. Sur chaque surface on peut reconstruire N diamètres A_i , B_i et C_i , i variant de $\frac{1-N}{2}$ à $\frac{N-1}{2}$. La quatrième combinaison reprend la première en appliquant une rotation de la surface B d'un angle Φ autour de l'axe optique, et par rapport à la surface A . L'angle de rotation est donné par $\Phi = 2\pi \frac{M}{N}$, où N est le nombre de diamètres et M et N sont des nombres entiers premiers. Les trois premiers arrangements permettent la détermination d'un diamètre de chaque surface A , B et C . Le quatrième permet de déterminer un second diamètre sur une des surfaces et par suite de connaître les autres diamètres de chaque surface. La figure (IV.3) montre les diamètres déterminés dans le cas où $M = 1$ et $N = 5$. $3N$ diamètres sont à déterminer.

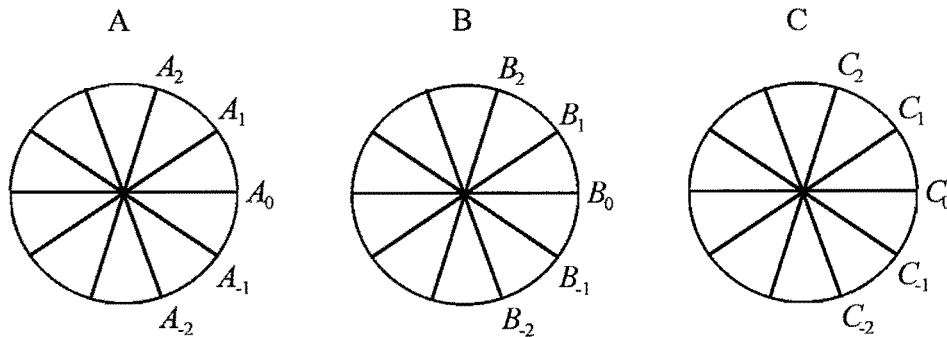


figure IV.3 : détermination de cinq diamètres sur chaque surface

Dans la quatrième combinaison, après rotation de Φ , les diamètres A_i et B_{2-i} des surfaces A et B sont en correspondance (fig. (IV.4)).

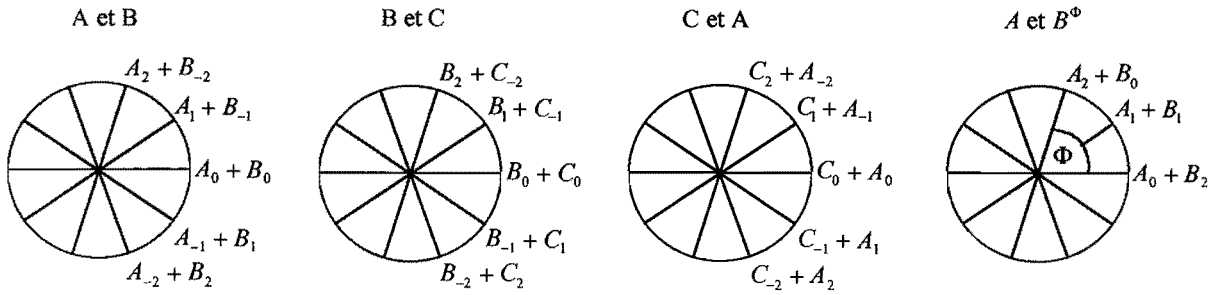


figure IV.4 : comparaison deux à deux et rotation

Les quatre combinaisons donnent :

$$A_i + B_{-i} \quad \text{pour } A \text{ et } B$$

$$B_i + C_{-i} \quad \text{pour } B \text{ et } C$$

$$C_i + A_{-i} \quad \text{pour } C \text{ et } A$$

$$A_i + B_{2-i} \quad \text{pour } A \text{ et } B \text{ tourné de } \Phi$$

On obtient chaque diamètre de la façon suivante : le premier diamètre connu de A , A_0 , mesuré par les trois premiers arrangements est en correspondance dans le quatrième arrangement avec un diamètre inconnu de B , B_2 . La comparaison donne la valeur de B_2 . Dans le premier arrangement A et B , le diamètre déterminé B_2 est en correspondance avec le diamètre A_{-2} qui peut être évalué à son tour. Et ainsi de suite... En procédant ainsi pour les différentes combinaisons on connaît les N diamètres choisis sur chaque surface. Schulz *et al* [111], en 1971, et J. P. Marioge *et al* [112], en 1975, appliquent cette méthode pour déterminer les surfaces absolues d'échantillons plans étalons. Ils utilisent un interféromètre de Fizeau et calculent les phases par la méthode classique (interférences Fizeau sur des surfaces traitées à 72% de réflexion).

IV.1.1.3) Les développements récents

La méthode des trois plans a servi de base à de nombreux autres développements. B. S. Fritz [113] propose un traitement numérique supplémentaire pour déterminer la planéité de chaque surface. Il décompose chaque surface en fonction paires et impaires décrites par des polynômes de Zernike de la forme

$$U_n^m R_n^m(r) \cos(m\theta)$$

$$U_n^{-m} R_n^m(r) \sin(m\theta) \text{ avec } m \geq 0 \text{ et } n \geq m$$

où (r, θ) sont les coordonnées polaires $x = r \cdot \cos(\theta)$ et $y = r \cdot \sin(\theta)$, $R_n^m(r)$ les polynômes et U_n^m, U_n^{-m} les coefficients associés avec les termes pairs (cosinus) et les termes impairs (sinus). La surface est décomposée en une somme

$$\sum_{n,m} R_n^m(r) [U_n^m \cos(m\theta) + U_n^{-m} \sin(m\theta)]$$

L'algorithme permet l'étalonnage absolu d'une surface plane avec un minimum de données.

Les possibilités du traitement ont été illustrées par la certification d'une surface plane à $\frac{\lambda}{100}$ P-

V sur un diamètre de 200 mm.

Avec l'apparition des détecteurs solides CCD, les surfaces sont échantillonnées selon une grille. Pour trouver les planétés absolues aux noeuds de la grille, J. Grzanna et G. Schulz [114,115] (1990) proposent une extension de la méthode des trois plans par l'ajout d'un décalage latéral d'une des surfaces. L'avantage de cette technique est qu'elle ne nécessite pas d'interpolation entre les points. Les trois premières combinaisons sont les mêmes que précédemment et la quatrième correspond à une rotation de 90°. La cinquième et dernière combinaison est équivalente à une des trois premières mais avec une des surfaces décalée latéralement par rapport à l'autre (fig. IV.5). Le décalage latéral est égal au pas de la grille d'échantillonnage de la surface. Il peut être orienté suivant x ou y . Les trois premières positions déterminent les diamètres verticaux. La quatrième position va augmenter le nombre de diamètres déterminés. La dernière position place les points connus précédemment en regard de points inconnus. Les nouveaux points ainsi trouvés permettent, dans les trois positions de base, de déterminer d'autres points encore inconnus de façon similaire à la méthode des trois plans avec rotation.

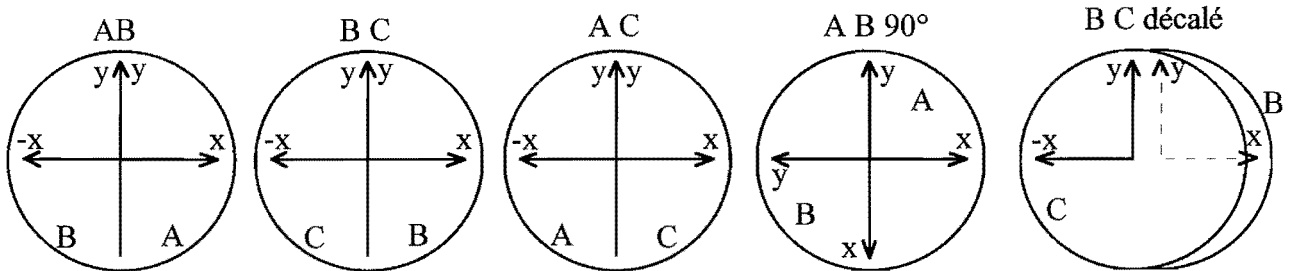


figure IV.5 : comparaison deux à deux par cinq combinaisons

Grzanna et Schulz montrent l'unicité des planétés absolues déterminées aux noeuds de la grille d'échantillonnage.

C. Ai et J. C. Wyant [116,117] proposent une méthode des trois plans avec six mesures dont trois qui combinent des rotations des plans de 180° , 90° et 45° (fig. (IV.6)).

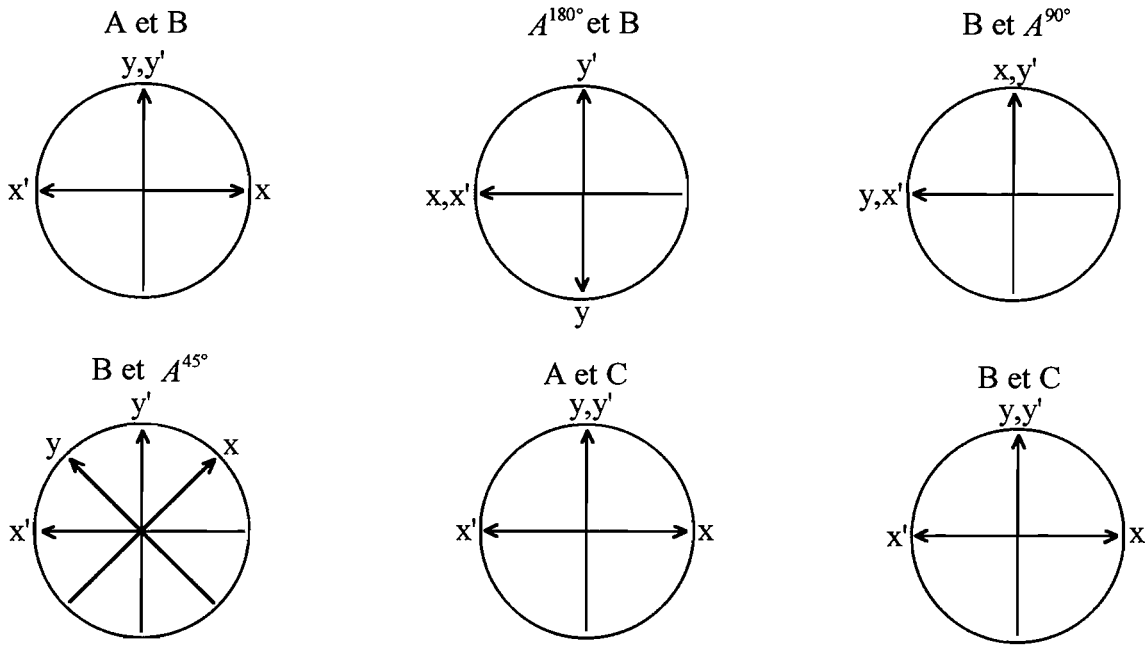


figure IV.6 : les six positions de la méthode de Wyant et Ai

Dans les six mesures, trois positions classiques sont utilisées : la première et les deux dernières. Ai et Wyant supposent qu'une surface plane peut s'écrire comme la somme de fonctions paires et impaires. La décomposition est la suivante

$$A(x, y) = A_{\text{pair, pair}}(x, y) + A_{\text{impair, pair}}(x, y) + A_{\text{pair, impair}}(x, y) + A_{\text{impair, impair}}(x, y)$$

Les fonctions *pair-pair*, *impair-pair* et *pair-impair* de chaque surface sont obtenues sans difficultés. Le problème réside dans le calcul de la fonction *impair-impair*. On l'obtient par les premiers termes de sa décomposition en série de Fourier. Comme une surface plane ne présente généralement que des défauts lentement variables, la fonction *impair-impair* est limitée aux premiers termes de basses fréquences spatiales de sa série. Les composantes d'ordres supérieurs de la fonction *impair-impair* peuvent être déterminées par des rotations des surfaces avec de faibles angles. Lorsque les profils des diamètres ont été obtenus, les profils des aires contenues entre deux diamètres sont calculés par approximation. Avec les six mesures, les profils selon les diamètres 0° , 45° , 90° et 135° sont exacts.

Une synthèse des travaux de Schulz *et al* sur l'étalonnage absolu de surfaces plane a été présentée par K. E. Elssner *et al* [118] en 1994.

Dans l'article, l'accent est mis sur les conditions à remplir lors de la mise en oeuvre expérimentale pour que les erreurs, liées aux mesures successives, soient réduites :

1- les surfaces sont montées verticalement pour réduire le fléchissement sous leur propre poids. Ainsi, le changement de courbure pendant les mesures n'a pas besoin d'être pris en compte,

2- les systèmes de coordonnées de chaque surface et de la caméra doivent coïncider. L'axe de rotation du système de coordonnées doit correspondre avec un pixel de référence,

3- la rotation de la surface dans la quatrième combinaison doit se faire autour de la normale à la surface. La normale doit passer par l'origine du repère de cette surface,

4- le diamètre de l'interférogramme sur la caméra doit contenir un nombre minimum de pixels de référence. En ces pixels sera calculée la planéité absolue,

5- la stabilité thermique et mécanique des surfaces doit être excellente.

Elssner *et al* appliquent la méthode à des surfaces d'un diamètre de 200 mm. La surface est décrite par une grille carrée de 30×30 points ce qui correspond à 900 points et une résolution latérale de $\frac{1}{30}$ du diamètre. L'angle de rotation est $\Phi = 84^\circ$ avec $(M = 7, N = 30)$. Des surfaces en 'zérodur', silice et BK-7 sont mesurées. L'erreur moyenne d'une mesure de planéité absolue est estimée entre $\frac{\lambda}{500}$ et $\frac{\lambda}{300}$ rms.

IV.1.1.4) Avantages et inconvénients

La méthode du miroir liquide et celle des trois plans sont les seules existantes. La méthode des trois plans permet une mesure sur un diamètre de la surface pouvant servir de base de référence. Son inconvénient vient du cumul des erreurs au fur et à mesure du recalage des diamètres. Le traitement des données n'est pas fait de façon globale, mais par étapes successives où les erreurs se cumulent. Si la reconstruction utilise une interpolation par polynômes de Zernike, comme pour la méthode de Fritz, le nombre N de diamètres doit être faible car le nombre de polynômes croît proportionnellement à N^2 . La méthode proposée par Wyant et Ai a l'avantage de ne pas utiliser d'approximation par polynômes de Zernike, mais elle reste basée sur la méthode originale avec beaucoup plus de combinaisons.

Pour éviter les propagations d'erreurs des solutions ont été proposées. G. Schulz *et al* [115,119] réduisent la propagation des erreurs par une rotation supplémentaire.

L'angle de rotation est égal à $k \cdot \Phi$, avec $2 \leq k \leq N-1$ tel que $k \approx \sqrt{N}$, k est l'entier le plus proche de $\sqrt{N}$. Cependant, ce type de solution alourdit encore la méthode.

IV.1.2) Conclusion

La revue bibliographique a montré que, hormis l'utilisation d'un miroir liquide, toutes les solutions proposées pour déterminer la planéité absolue ont pour point de départ la méthode des trois plans de Schulz et Schwider. Cette méthode ne permet de déterminer exactement qu'un seul diamètre de la surface ce qui, compte tenu des objectifs que nous nous sommes fixés, est très insuffisant. Pour augmenter le nombre de diamètres connus, la méthode devient rapidement pesante et il existe des imprécisions dues au recalage des surfaces. De plus, la propagation des erreurs au cours des reports de mesures peut dégrader la précision. Pour la mesure de planéité absolue il faut une méthode qui n'utilise que deux surfaces et qui traite les données dans leur globalité. La méthode doit aussi fournir une cartographie de la totalité de la surface.

IV.2) Contrôle absolu de surfaces planes

IV.2.1) Méthode à deux plans : principe

La méthode des trois plans est intuitive. On conçoit bien que la combinaison de trois surfaces deux à deux permettra de trouver les planéités absolues. Avec seulement deux surfaces, on ne détermine que les écarts par rapport à la meilleure sphère. En effet, avec seulement deux plans, il n'est pas possible de déterminer la courbure moyenne des deux surfaces. Le rayon de courbure moyen pourra ensuite être déterminé par une comparaison deux à deux de trois plans (IV.2.1.2.2). La précision sera excellente puisque la courbure pourra être déterminée sur toute la surface. L'idée de base est la suivante : une translation horizontale de la seconde surface montrera, ligne par ligne, les défauts autres que la courbure. La courbure moyenne inconnue de chaque ligne variera d'une ligne à l'autre. Pour réaliser la liaison entre ces inconnues, l'idée est d'effectuer une seconde translation verticale. Les deux translations se font parallèlement aux lignes et colonnes de la matrice CCD. La synthèse des deux séries de translations montre qu'il reste un polynôme indéterminé de degré 2 en x et en y . On le détermine par une série de rotations de la seconde surface.

En fait, les translations horizontales et verticales ne sont pas nécessaires. On obtient les mêmes informations avec deux translations horizontales, la seconde avec la surface tournée de 90 degrés (fig. (IV.7)).

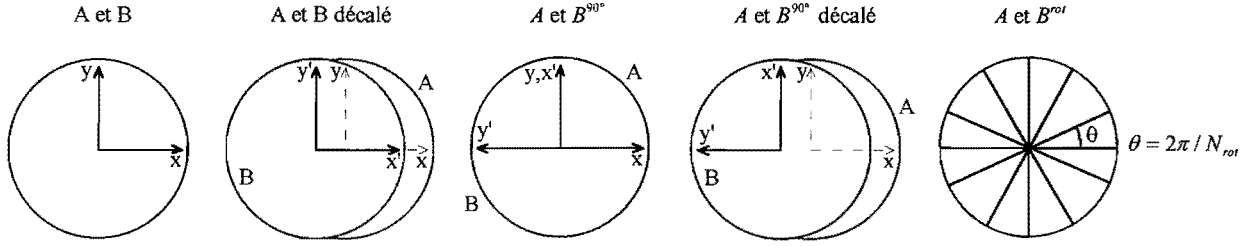


figure IV.7 : comparaison par différentes combinaisons avec $2(2p+1)$ translations et N_{rot} rotations

Lorsque les deux surfaces sont en correspondance, la mesure par décalage de phase donne la somme des phases dues à chaque surface, à une pente supplémentaire inconnue :

$$\Delta\varphi(x, y) = \varphi_r(x, y) + \varphi_t(x, y)$$

Où $\varphi_r(x, y)$ et $\varphi_t(x, y)$ sont les phases de la surface de référence et de mesure. Les déplacements sont effectués sur la surface de mesure.

Etudions maintenant quelles informations on déduit des différentes étapes.

IV.2.2) Analyse théorique

IV.2.2.1) Décomposition par translations

IV.2.2.1.a) Translations horizontales

Considérons les termes de courbure de $\varphi_r(x, y)$ et $\varphi_t(x, y)$:

$$\varphi_r(x, y) = C_r \cdot (x^2 + y^2)$$

$$\varphi_t(x, y) = C_t \cdot ((x + a)^2 + y^2) \text{ après une translation de } a$$

On mesure

$$\varphi_r(x, y) + \varphi_t(x, y) = (C_r + C_t) \cdot (x^2 + y^2) + 2 \cdot a \cdot C_t \cdot x + a^2 \cdot C_t$$

La mesure montre un terme de courbure et une pente. La translation introduit seulement un basculement sur l'interférogramme.

La pente ne peut se distinguer de la pente parasite introduite lors de la translation. On ne peut donc pas mettre en évidence la courbure de la seconde surface.

Une translation horizontale d'une des surfaces, suivant x , montrera ligne par ligne les défauts autres que la courbure. Considérons un ensemble de $2p+1$ translations de la surface mesurée. On a normalisé x et y , $(x, y) \in [1, N] \times [1, N]$, ce qui correspond au système de coordonnées de la matrice *CCD*. La translation transversale suivant x introduit une translation et un basculement parasites suivant x et y , et on mesure

$$\Delta\varphi(x, y, k) = \varphi_r(x, y) + \varphi_i(x - k, y) + A_k \cdot x + C_k \cdot y + D_k, \quad k \in [-p, p] \quad (\text{IV.c})$$

Considérons chaque ligne (y constant). Les courbures moyennes inconnues varient de ligne à ligne. Si on ajoute, ligne par ligne, un polynôme du second degré à $\varphi_r(x, y)$ et qu'on le retranche à $\varphi_i(x, y)$, la valeur de $\Delta\varphi(x, y, k)$ est inchangée à la pente inconnue près; un degré plus élevé modifie par contre la phase. $\varphi_r(x, y)$ et $\varphi_i(x, y)$ sont développés sous la forme suivante

$$\begin{aligned} \varphi_r(x, y) &= \overline{\varphi}_r(x, y) + \alpha_y \cdot x^2 + \chi_y \cdot x + \kappa_y \\ \varphi_i(x, y) &= \overline{\varphi}_i(x, y) - [\alpha_y \cdot x^2 + \beta_y \cdot x + \gamma_y] \end{aligned} \quad (\text{IV.d})$$

$\overline{\varphi}_r(x, y)$ et $\overline{\varphi}_i(x, y)$ sont des valeurs des phases réelles $\varphi_r(x, y)$ et $\varphi_i(x, y)$ à une courbure et une pente près, ligne par ligne. Les coefficients α_y , β_y , χ_y , γ_y et κ_y dépendent de la ligne. De plus, on ne dispose d'aucune information entre les différentes lignes.

Pour chaque ligne, la détermination de $\overline{\varphi}_r(x, y)$ et de $\overline{\varphi}_i(x, y)$ est obtenue par moindres carrés. Ligne par ligne, on minimise le critère de proximité $\varepsilon(y)$ par rapport aux variables $\overline{\varphi}_r(x, y)$, $\overline{\varphi}_i(x, y)$, A_k et B_k :

$$\varepsilon(y) = \sum_{k=-p}^p \sum_{x=\max(1, 1-k)}^{\min(N, N-k)} \left[\Delta\varphi(x, y, k) - [\overline{\varphi}_r(x, y) + \overline{\varphi}_i(x - k, y) + A_k x + B_k] \right]^2 \quad (\text{IV.e})$$

Le système matriciel qui découle de (IV.e) est linéaire mais la solution n'est pas unique. On doit imposer des conditions supplémentaires pour assurer son unicité. Il n'est pas possible de déterminer à la fois courbure et pente pour chaque surface.

On impose donc que la courbure moyenne, la pente et la valeur moyenne de $\overline{\varphi_r}(x, y)$ et la pente et la valeur moyenne de $\overline{\varphi_t}(x, y)$ doivent être nulles. L'équation (IV.e) devient

$$\begin{aligned} \varepsilon(y) = & \sum_{k=-p}^p \sum_{x=\max(1, 1-k)}^{\min(N, N-k)} \left[\Delta\varphi(x, y, k) - [\overline{\varphi_r}(x, y) + \overline{\varphi_t}(x-k, y) + A_k x + B_k] \right]^2 \\ & + \left[\sum_x \overline{\varphi_r}(x, y) \right]^2 + \left[\sum_x x \cdot \overline{\varphi_r}(x, y) \right]^2 + \left[\sum_x x^2 \cdot \overline{\varphi_r}(x, y) \right]^2 \\ & + \left[\sum_x \overline{\varphi_t}(x, y) \right]^2 + \left[\sum_x x \cdot \overline{\varphi_t}(x, y) \right]^2 \end{aligned} \quad (IV.f)$$

Le nombre total de données par ligne est de $(2N - p - 1)p + N$ soit environ $(2p + 1)N$ car $p \ll N$. $\overline{\varphi_r}(x, y)$ et $\overline{\varphi_t}(x, y)$ représentent $2N$ inconnues, tandis que A_k et B_k représentent $2(2p + 1)$ inconnues. Le nombre total d'inconnues est de $2N + 2(2p + 1)$ par ligne. Il y a donc plus de données que d'inconnues, si $p \geq 1$. Au sens des moindres carrés, $\varepsilon(y)$ sera minimum si ses dérivées premières par rapport aux $\overline{\varphi_r}(x, y)$, $\overline{\varphi_t}(x, y)$, A_k et B_k sont nulles

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \overline{\varphi_r}} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \overline{\varphi_t}} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial A_k} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial B_k} = 0$$

Pour chaque ligne, cela conduit à un système de $2N + 2(2p + 1)$ équations à $2N + 2(2p + 1)$ inconnues.

Au total il y a N systèmes de ce type. Comme la matrice d'échantillonnage est carrée, les systèmes sont identiques d'une ligne à l'autre. La résolution donne les valeurs de $\overline{\varphi_r}(x, y)$ et $\overline{\varphi_t}(x, y)$.

IV.2.2.1.b) Translations horizontales après rotation de 90° de l'une des surfaces

Maintenant on tourne la surface mesurée de 90° autour de l'axe optique. Le même processus est appliqué (fig. (IV.7)). On mesure alors (IV.c)

$$\Delta\varphi^{90}(x, y, k) = \varphi_r(x, y) + \varphi_t^{90}(x - k, y) + A_k^{90} \cdot x + C_k^{90} \cdot y + D_k^{90}$$

Où $\varphi_i^{90}(x, y)$ est la phase $\varphi_i(x, y)$ tournée de 90° . Avec une décomposition similaire à (IV.d), on applique une méthode des moindres carrés pour déterminer les paramètres $\overline{\varphi}_r(x, y)$, $\overline{\varphi}_i^{90}(x, y)$, A_k^{90} et B_k^{90} . Pour chaque ligne, le critère à minimiser est

$$\varepsilon^{90}(y) = \sum_{k=-p}^p \sum_{x=\max(1, 1-k)}^{\min(N, N-k)} \left[\Delta\varphi^{90}(x, y, k) - \left[\overline{\varphi}_r(x, y) + \overline{\varphi}_i^{90}(x - k, y) + A_k^{90}x + B_k^{90} \right] \right]^2 \quad (\text{IV.g})$$

Avec des conditions identiques pour rendre la solution unique, une équation du type de (IV.f) est obtenue. Les deux systèmes qui découlent de (IV.e) et (IV.g) sont identiques. Seuls les termes constants changent. Le calcul et l'inversion de la matrice ne sont donc faits qu'une seule fois.

Comme la surface mesurée a été tournée de 90° , le champ de phase est transposé :

$$\overline{\varphi}_i^0(x, y) = \overline{\varphi}_i^{90}(x, N + 1 - y)$$

La phase réelle $\varphi_i(x, y)$ est développée sous la forme (IV.d)

$$\varphi_i(x, y) = \overline{\varphi}_i^0(x, y) - \left[\alpha'_x \cdot y^2 + \beta'_x \cdot y + \gamma'_x \right] \quad (\text{IV.h})$$

Les deux ensembles de translations nous ont donc donné deux représentations de la même grandeur : (IV.d) où le second membre est un polynôme de degré 2 en x et (IV.h) avec un polynôme de degré 2 en y . L'étape suivante combine l'information contenue dans ces deux représentations de la même quantité.

IV.2.2.1.c) Synthèse des translations

Les deux étapes précédentes nous ont donné les représentations (IV.d) et (IV.h) pour $\varphi_i(x, y)$,

$$\begin{aligned} \varphi_i(x, y) &= \overline{\varphi}_i(x, y) - \left[\alpha_y \cdot x^2 + \beta_y \cdot x + \gamma_y \right] \\ &= \overline{\varphi}_i^0(x, y) - \left[\alpha'_x \cdot y^2 + \beta'_x \cdot y + \gamma'_x \right] \end{aligned}$$

Nous déterminons maintenant les coefficients α_y , β_y , γ_y , α'_x , β'_x et γ'_x . On regroupe les deux relations à l'aide du critère des moindres carrés, en écrivant que la différence doit être minimale. Avec le critère des moindres carrés on a,

$$\varepsilon = \sum_{x,y} \left[\bar{\varphi}_i(x,y) - \bar{\varphi}_i^0(x,y) - [\alpha_y \cdot x^2 + \beta_y \cdot x + \gamma_y] + [\alpha'_x \cdot y^2 + \beta'_x \cdot y + \gamma'_x] \right]^2$$

Les coefficients α_y , β_y , γ_y , α'_x , β'_x et γ'_x représentent au total $6N$ inconnues. Le système linéaire obtenu n'a pas de solution unique.

L'unicité est assurée avec une condition supplémentaire sur les coefficients. Les coefficients α_y , β_y , γ_y , et α'_x , β'_x , γ'_x sont des fonctions de y et x respectivement. Les polynômes $[\alpha_y \cdot x^2 + \beta_y \cdot x + \gamma_y]$ et $[\alpha'_x \cdot y^2 + \beta'_x \cdot y + \gamma'_x]$ contiennent nécessairement des termes communs. On impose comme condition que les coefficients α_y , β_y , γ_y ne soient pas des polynômes avec des termes en y^2 , y et des termes constants. Ceci revient à imposer que la valeur moyenne, la pente moyenne et la courbure moyenne des α_y , β_y , et γ_y sont nulles. D'où le critère,

$$\begin{aligned} \varepsilon = \sum_{x,y} & \left[\bar{\varphi}_i(x,y) - \bar{\varphi}_i^0(x,y) - [\alpha_y \cdot x^2 + \beta_y \cdot x + \gamma_y] + [\alpha'_x \cdot y^2 + \beta'_x \cdot y + \gamma'_x] \right]^2 \\ & + \left[\sum_y \alpha_y \right]^2 + \left[\sum_y \beta_y \right]^2 + \left[\sum_y \gamma_y \right]^2 \\ & + \left[\sum_y \alpha_y \cdot y \right]^2 + \left[\sum_y \beta_y \cdot y \right]^2 + \left[\sum_y \gamma_y \cdot y \right]^2 \\ & + \left[\sum_y \alpha_y \cdot y^2 \right]^2 + \left[\sum_y \beta_y \cdot y^2 \right]^2 + \left[\sum_y \gamma_y \cdot y^2 \right]^2 \end{aligned}$$

La dérivation de ε par rapport à α_y , β_y , γ_y , α'_x , β'_x et γ'_x donne un système matriciel de $6N$ équation à $6N$ inconnues. La résolution du système donne les valeurs des coefficients.

Posons $\varphi_i^m(x,y) = \frac{1}{2} \left\{ \bar{\varphi}_i(x,y) + \bar{\varphi}_i^0(x,y) - [\alpha_y \cdot x^2 + \beta_y \cdot x + \gamma_y] - [\alpha'_x \cdot y^2 + \beta'_x \cdot y + \gamma'_x] \right\}$.

$\varphi_i^m(x,y)$ est la moyenne des deux estimations de $\varphi_i(x,y)$. Maintenant, $\varphi_i(x,y)$ est connue à un polynôme près, de degré 2 en x et y . Soit,

$$\varphi_i(x,y) = \varphi_i^m(x,y) + a_1 + a_2 \cdot x + a_3 \cdot y + a_4 \cdot x^2 + a_5 \cdot xy + a_6 \cdot y^2 + a_7 \cdot x^2y + a_8 \cdot xy^2 + a_9 \cdot x^2y^2 \text{ (IV.i)}$$

Les termes inconnus a_1, a_2, a_3 représentent un déplacement longitudinal et un basculement. Ils n'ont pas de sens physique. Le terme $\frac{1}{2}(a_4 + a_6)(x^2 + y^2)$ a un statut particulier. Il représente la courbure moyenne : elle ne peut pas être mise en évidence par une comparaison de deux surfaces seulement.

Parmi les termes en x^2 et y^2 , il n'y a que le terme d'astigmatisme $\frac{1}{2}(a_4 - a_6)(x^2 - y^2)$ qui puisse être déterminé. Il ne reste donc que 5 inconnues : $\frac{1}{2}(a_4 - a_6)$, a_5 , a_7 , a_8 et a_9 . Des rotations vont les déterminer.

IV.2.2.2) Décomposition par rotations

On utilise N_{rot} rotations autour de l'axe optique (fig. (IV.8)).

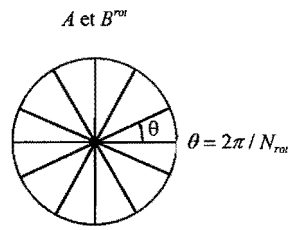


figure IV.8 : comparaison par N_{rot} rotations

L'angle de rotation est $\theta = \frac{2\pi}{N_{rot}}$. Au point (x, y) on obtient la somme

$$\Delta\varphi_{rot}(x, y, i) = \varphi_r(x, y) + \varphi_i^{rot}(x, y, i\theta)$$

Les coordonnées (x, y) ne sont pas quelconques. Les points sont équidistants et situés sur un cercle de rayon optimisé pour que les coïncidences entre les pixels, après chaque rotation, soient parfaites. On note R le rayon du cercle, les coordonnées des points P_i qui nous intéressent sont $(x, y) = (R \cdot \cos(i\theta), R \cdot \sin(i\theta))$, $i \in [1, N_{rot}]$ (fig. (IV.9))

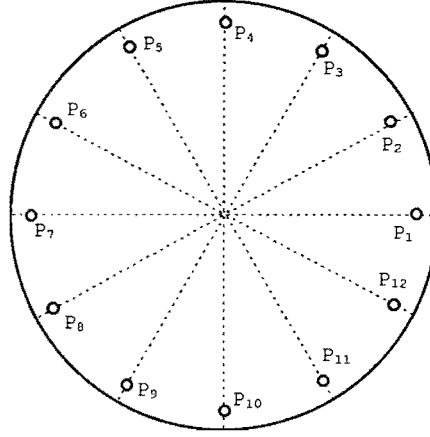


figure IV.9 : position des points pour les rotations

Comme chaque rotation introduit un basculement inconnu, on mesure réellement

$$\Delta\varphi_{rot}(R, i, j, \theta) = \varphi_r(R \cos(i\theta), R \sin(i\theta)) + \varphi_t(R \cos((i+j)\theta), R \sin((i+j)\theta)) + A_j \cos(i\theta) + B_j \sin(i\theta) + C_j \quad (IV.j)$$

Chaque point donne N_{rot} valeurs et comme il y a N_{rot} rotations on a donc N_{rot}^2 données. Il n'y a que $5N_{rot}$ inconnues et il faut au moins 5 rotations pour résoudre (IV.j). Les valeurs de $\varphi_r(x, y)$ et $\varphi_t(x, y)$ sont obtenues par moindres carrés

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rot} = & \sum_{i=1}^{N_{rot}} \sum_{j=1}^{N_{rot}} \left[\Delta\varphi_{rot}(R, i, j, \theta) - \left[\varphi_r(R, i, \theta) + \varphi_t(R, i, j, \theta) + A_j \cos(i\theta) + B_j \sin(i\theta) + C_j \right] \right]^2 \\ & + \left[\sum_{i=1}^{N_{rot}} \varphi_r(R, i, \theta) \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^{N_{rot}} \varphi_r(R, i, \theta) \cos(i\theta) \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^{N_{rot}} \varphi_r(R, i, \theta) \sin(i, \theta) \right]^2 \\ & + \left[\sum_{i=1}^{N_{rot}} \varphi_t(R, i, \theta) \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^{N_{rot}} \varphi_t(R, i, \theta) \cos(i\theta) \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^{N_{rot}} \varphi_t(R, i, \theta) \sin(i\theta) \right]^2 \end{aligned}$$

Les termes supplémentaire rendent la solution unique : la pente moyenne et la valeur moyenne de $\varphi_r(x, y)$ et $\varphi_t(x, y)$ sont nulles sur l'ensemble des N_{rot} points P_i mesurés. En combinant les rotations et les translations, on recherche maintenant les termes inconnus a_i du polynôme.

IV.2.2.3) Synthèse des translations et des rotations

Nous avons deux équations pour définir $\varphi_t(x, y)$.

Avec les translations, on obtient (IV.i)

$$\begin{aligned}\varphi_i(x, y) = & \varphi_i^m(x, y) + a_1 + a_2 \cdot x + a_3 \cdot y + a_4 \cdot x^2 \\ & + a_5 \cdot xy + a_6 \cdot y^2 + a_7 \cdot x^2 y + a_8 \cdot xy^2 + a_9 \cdot x^2 y^2\end{aligned}$$

Avec les rotations, en N_{rot} points P_i , on a

$$\varphi_i(R \cdot \cos(i\theta), R \cdot \sin(i\theta))$$

Aux N_{rot} points connus, on utilise le critère des moindres carrés pour minimiser

$$\sum_{i=1}^{N_{\text{rot}}} \left[\varphi_i^m(R, i, \theta) - \varphi_i(R, i, \theta) + a_1 + a_2 R \cos(i\theta) + a_3 R \sin(i\theta) + (a_4 - a_6) R^2 (\cos^2(i\theta) - \sin^2(i\theta)) \right. \\ \left. + a_5 R^2 \sin(i\theta) \cos(i\theta) + a_7 R^3 \sin(i\theta) \cos^2(i\theta) + a_8 R^3 \sin^2(i\theta) \cos(i\theta) + a_9 R^4 \sin^2(i\theta) \cos^2(i\theta) \right]^2$$

La dérivation de cette équation par rapport aux a_i amène à un système linéaire. Sa résolution donne les coefficients et la valeur de $\varphi_i(x, y)$ par rapport à une sphère.

IV.2.2.4) Choix du nombre de translations et des points pour les rotations

IV.2.2.4.a) Nombre de translations

Pour choisir le nombre total de translations, considérons le nombre d'inconnues. On a $2N^2$ valeurs de $\bar{\varphi}_r(x, y)$ et $\bar{\varphi}_i(x, y)$ à déterminer et les A_k et B_k représentent $2(2p+1)$ inconnues. Au total, il y a $2N^2 + 2(2p+1)$ inconnues. Le nombre total de données connues par translation est de $(2p+1)N^2$. Pour estimer les inconnues il faut donc $p \geq 1$. Les simulation (et le bon sens) montrent que plus p est grand, moins la méthode est sensible au bruit. Avec 5 translations de part et d'autre de la position initiale, le rapport *nombre de données/nombre d'inconnues* est de 5,5. On prendra donc $p = 5$ et il y aura 22 translations au total, ce choix semble raisonnable.

IV.2.2.4.b) Choix des points pour les rotations

Les points P_i doivent être choisis tels qu'ils restent parfaitement centrés par rapport à la matrice du détecteur. En fait, la superposition ne peut pas être parfaite. Les rotations doivent être telles que pour P_1 de coordonnées $(R, 0)$, chaque rotation d'angle θ lui fasse correspondre un point de coordonnées $(x, y) = (R \cdot \cos(i\theta), R \cdot \sin(i\theta))$ les plus proches d'entiers. Plus le rayon est grand, plus faible est l'écart entre les coordonnées réelles et leur valeur entière la plus proche. Avec 4 rotations de 90° , il y a une correspondance parfaite entre les pixels. N_{rot} doit donc être un multiple de 4. Nous choisissons 12 rotations de 30 degrés.

IV.2.3) Conclusion

La méthode des deux plans permet de construire une cartographie bidimensionnelle de l'écart par rapport à la meilleure sphère d'une surface plane. Elle est obtenue avec 22 translations latérales et 12 rotations autour de l'axe optique, soit en fait 32 positions en tout (2 translations et 2 rotations coïncident). Les translations sont composées de 11 translations horizontales et de 11 translations horizontales avec au préalable une rotation de 90 degrés de l'une des surfaces. Les rotations déterminent les phases des deux surfaces en 12 points judicieusement choisis. Ils sont situés sur un cercle de rayon le plus grand possible et l'incrément de rotation est de 30 degrés. Les translations donnent la phase à un polynôme près.

Les rotations et le regroupement des valeurs données par les translations permettent de définir complètement la surface, à la courbure près. Les déplacements sont simples et relatifs. La méthode présente l'avantage de traiter les données dans leur globalité et donc d'augmenter la précision.

IV.3) Résultats expérimentaux

IV.3.1) Configuration opto-mécanique

IV.3.1.1) Disposition mécanique

La disposition mécanique complète la mécanique déphasante décrite au II.7.2. Le décalage de phase et les mouvements sont indépendants l'un de l'autre. Sur une seconde potence sont disposés trois moteurs pas à pas *Microcontrôle*. Ils assurent les mouvements nécessaires à l'application de la méthode (fig. (IV.10)). Un moteur transversal assure les déplacements horizontaux. Les rotations sont assurées par un moteur placé sur la potence de maintien de la surface. Un moteur longitudinal permet d'ajuster la longueur de la cavité à quelques millimètres.

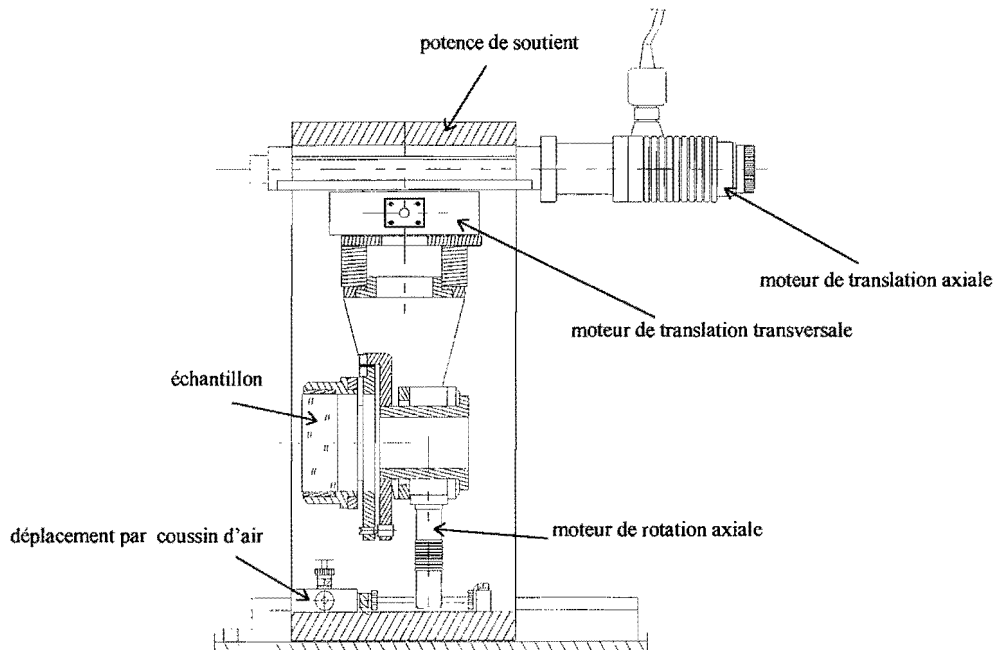


figure IV.10 : dispositif de rotation et de translation d'une des surfaces (coupe verticale)

L'incrément minimum du moteur transversal est $1\ \mu\text{m}$. On se déplace d'un pixel entre chaque translation, soit $215\ \mu\text{m}$ dans l'espace objet, pour une surface de $100\ \text{mm}$ de diamètre (échantillonnée par 500 pixels par diamètre). L'incrément du moteur assurant les rotations est de $0,001$ degré. L'association des deux potences est montré sur la figure (IV.11).

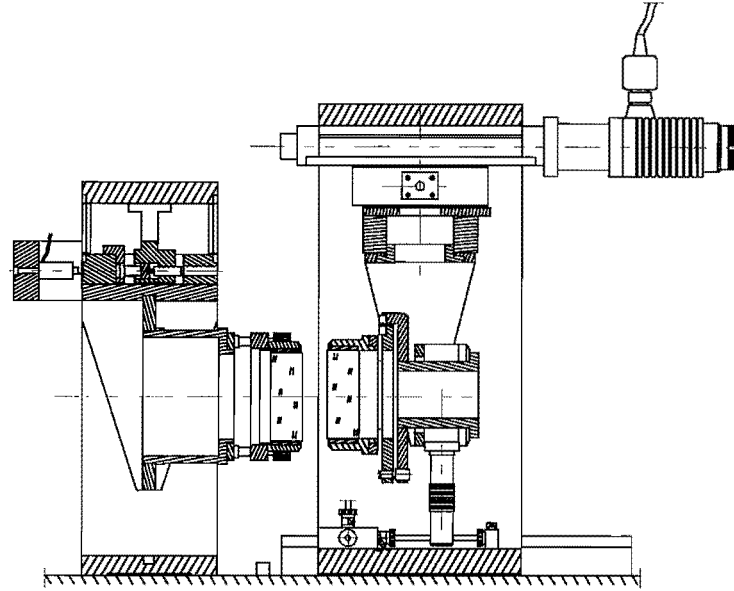


figure IV.11 : assemblage des deux potences (coupe verticale)

IV.3.1.2) Détermination du centre de rotation

Le centre de rotation doit être situé sur un pixel du centre de la matrice CCD. Il est déterminé à l'aide d'un masque circulaire sur lequel des trous sont alignés suivant un diamètre. Ce masque est fixé sur la surface qui sera en rotation. On fait tourner le masque en enregistrant les différentes positions (x_i, y_i) des trous images sur le détecteur (fig. (IV.12)).

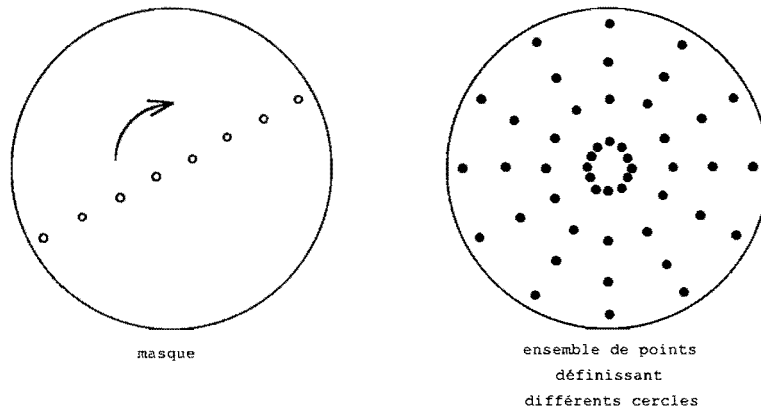


figure IV.12 : mesure du centre de rotation

Pour chaque série de points, on recherche le meilleur cercle. Il est défini par son rayon R_c , et les coordonnées de son centre, (x_c, y_c) . On utilise une méthode des moindres carrés non linéaires avec comme critère de proximité :

$$\varepsilon_c = \sum_i \left[R_c^2 - \left[(x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2 \right] \right]^2$$

Les points qui définissent chaque cercle sont situés sur un secteur angulaire de 360 degrés. La convergence du calcul est ainsi rapide et précise. La position moyenne des centres définit le centre de rotation de la surface. Ce centre est placé sur un pixel pour que les 12 rotations s'effectuent autour de ce point.

IV.3.1.3) Compensation du basculement de la rotation

Les surfaces sont placées en autocollimation parallèlement à l'axe optique de l'interféromètre. Le moteur ne produit pas une rotation parfaite. Avec une teinte plate au départ, on obtient un grand nombre de franges après une rotation de 180 degrés. L'inconvénient de ce type de basculement parasite est lié à la distorsion du système d'imagerie : la phase est mesurée au mauvais point. On cherche donc à réduire le nombre de franges à chaque étape. Si le basculement est réduit à moins d'une frange, l'effet des erreurs systématiques est réduit. Pour conserver un petit nombre de franges à chaque déplacement, deux cales piézo électriques rattrapent le coin. On le corrige avec des acquisitions sur une petite zone des interférogrammes (64×64 pixels). Du basculement mesuré, on déduit la correction à appliquer aux cales piézo-électriques. Après trois itérations au maximum, le coin résiduel n'excède pas un centième de frange.

IV.3.2) Détermination d'une surface plane en silice

La méthode est appliquée à la détermination absolue d'une surface plane en silice. Pour une première étape, la surface est déterminée sur un pavé de 160×160 pixels. Ceci correspond à une partie circulaire de 35 mm de diamètre. Pour chaque translation et chaque rotation, 4 interférogrammes sont enregistrés. Ils sont dépouillés par Carré corrigé *a posteriori*. La durée d'enregistrement des 32 jeux d'interférogrammes est de 15 minutes. Le dépouillement des interférogrammes prend 25 minutes et l'application de la méthode demande 1 heure et 5 minutes.

On utilise trois zones différentes de la seconde surface indéterminée. Deux zones correspondent à un déplacement latéral de cette dernière (fig. (IV.13)). La troisième correspond à la position d'origine. On dissocie ainsi l'influence de la seconde surface et la reproductibilité du résultat.

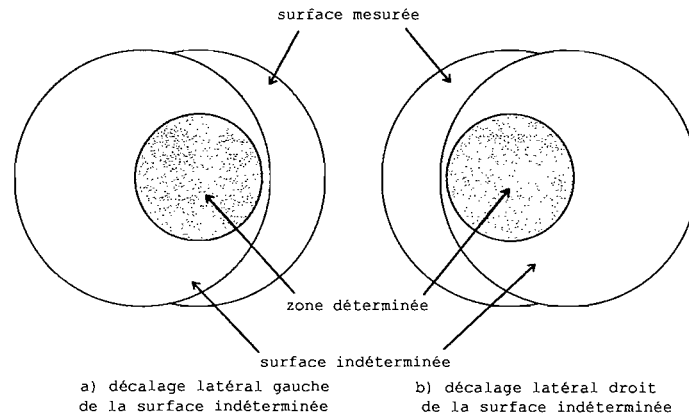


figure IV.13 : deux des trois zones : décalages gauche et droit de la surface indéterminée

On déplace la surface indéterminée vers la gauche puis vers la droite, de 16 mm. Deux enregistrements ont été dépouillés pour chaque décalage. En position d'origine, quatre enregistrements sont dépouillés. La figure (IV.14) montre deux sections croisées perpendiculaires de la surface moyenne de sept des huit résultats, avec des barres d'erreur correspondant aux valeurs minimum et maximum. Le huitième résultat est représenté en pointillé et diffère nettement des précédents, suivant une méridienne. Les écarts sont relatifs à la meilleure sphère.

Ecart absolu de la surface à la meilleure sphère

Tracé de deux méridiennes

Minimum, maximum et moyenne de 7 résultats

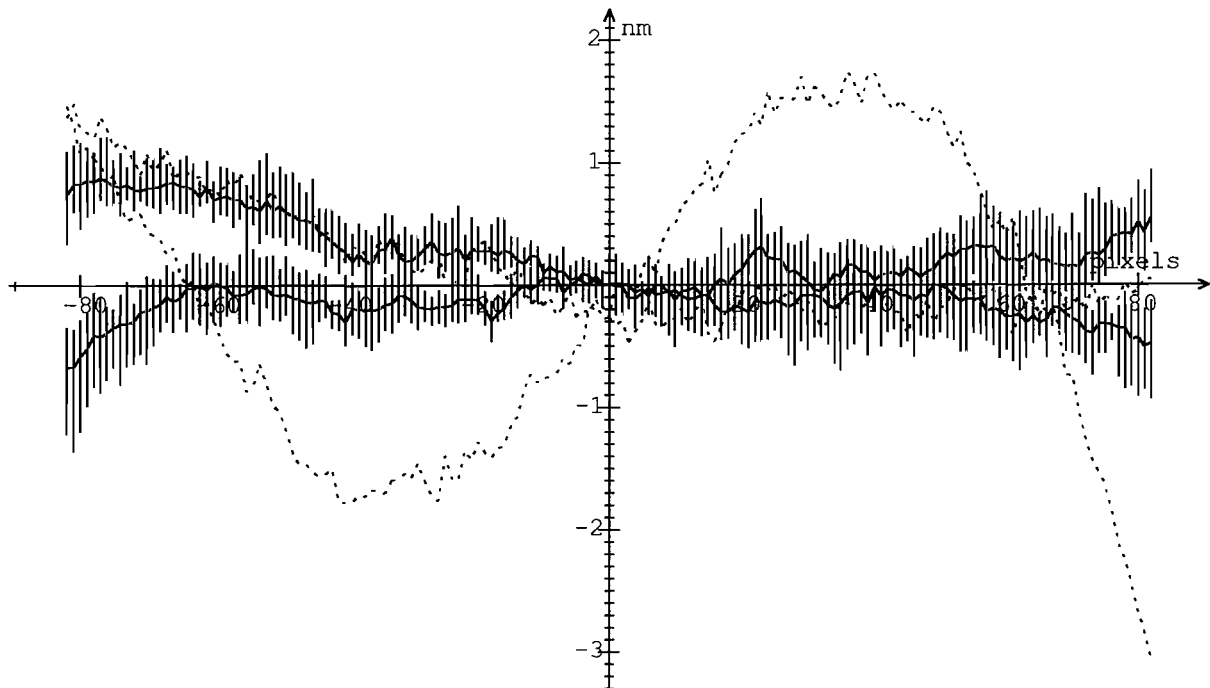


figure IV.14 : tracé de deux méridiennes : minimum, maximum et moyenne de 7 résultats et représentation du plus mauvais résultat

La figure (IV.15) montre la surface absolue moyenne, par rapport à sa meilleure sphère, en trois dimensions.

Surface absolue par rapport à sa meilleure sphère
sur un diamètre de 35 mm

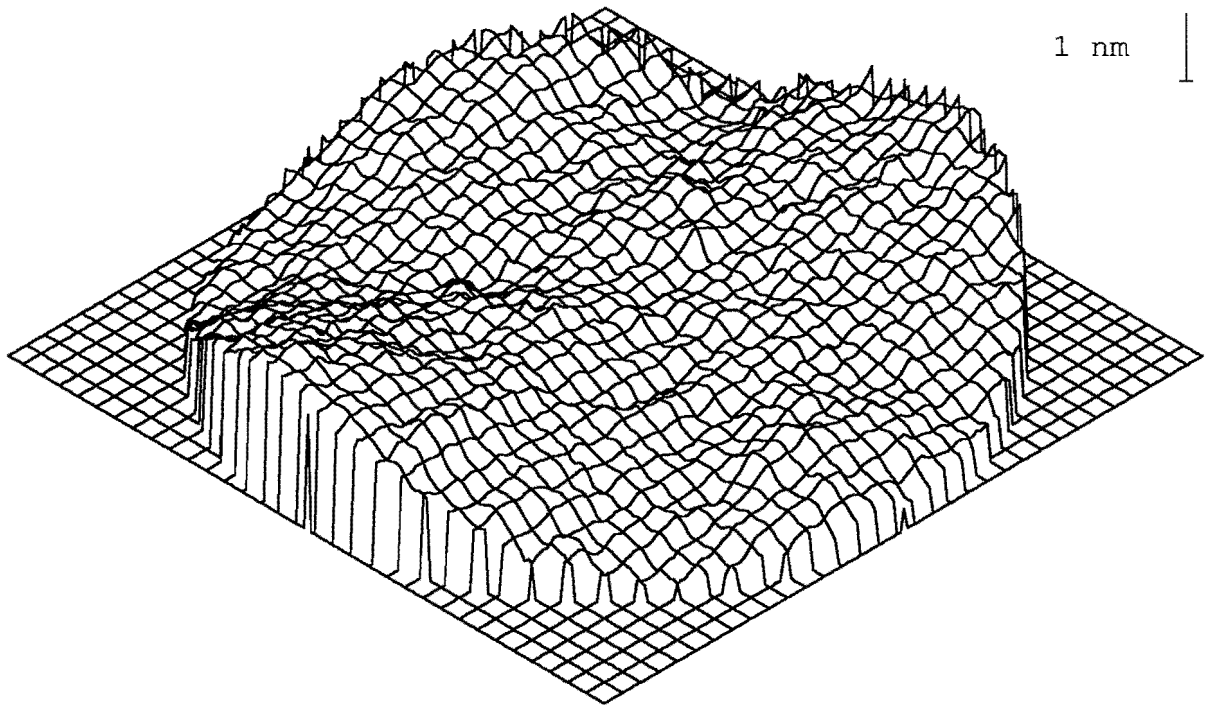


figure IV.15 : surface absolue sur un diamètre de 35 mm

La figure (IV.14) montre que 7 résultats sur 8 sont cohérents. Le huitième est nettement différents, suivant une méridienne, pour une raison inconnue. On ne le prend donc pas en compte.

IV.4) Conclusion

La méthode décrite dans ce chapitre permet l'étalonnage d'une surface plane. La méthode donne les écarts par rapport à une sphère. Elle présente plusieurs avantages :

- 1- cartographie bidimensionnelle de la surface
- 2- traitement global, donc augmentation de l'exactitude par rapport à une mesure individuelle
- 3- déplacement simplifié de la surface

Il est nécessaire de prendre garde aux points suivants :

- positionnement du centre de rotation par rapport à la matrice de la caméra, surtout si les pentes de la surface sont fortes
- si les surfaces sont verticales, la fixation doit assurer un minimum de déformation par la gravité

La méthode a été décrite et testée expérimentalement dans la configuration de base avec des surfaces planes échantillonnées par une grille carrée. Cependant, il n'y a pas de problèmes avec des surfaces circulaires. La différence viendra probablement du temps de calcul : le système à résoudre pour les translations changera de taille en fonction de la ligne.

La méthode doit maintenant être généralisée aux surfaces sphériques.

CONCLUSION

Le travail présenté dans ce mémoire a été consacré au développement d'un interféromètre de Fizeau à décalage de phase pour la métrologie de surfaces planes et sphériques à des précisions nanométriques [120-122].

Nous avons étudié les sources de limitation de la précision. Cette étude a permis une optimisation de l'interféromètre. La non linéarité de la détection est corrigée par logiciel. Le déplacement de la surface est réalisé à l'aide d'un parallélogramme déformable mû par une cale piézo-électrique. On obtient ainsi une translation longitudinale pure. Une étude complète de l'influence des aberrations géométriques des composants optiques a été réalisée [120]. Pour la métrologie de surfaces planes, si le collimateur a une aberration sphérique égale à λ , une épaisseur d'air de 38 mm limite leur contribution à $\lambda/10000$. Pour les surfaces sphériques, si l'ensemble collimateur/objectif a une aberration sphérique de $2,5\lambda$, l'épaisseur d'air ne doit pas dépasser 5 mm pour que la contribution soit inférieure à $\lambda/1000$.

Pour les surfaces planes, cette condition est facile à mettre en oeuvre. Pour les surfaces sphériques, nous avons calculé un objectif de focalisation dont la surface de référence est sur un ménisque amovible. Ce ménisque dépendra de la courbure de la surface à mesurer.

La nature même de la cavité étant source d'imprécision, nous avons développé de nouveaux algorithmes [121]. Ils sont basés sur des méthodes des moindres carrés. Trois formes ont été retenues : approximation à deux et trois ondes et forme exacte. Ces algorithmes sont auto-étalonnés et réduisent l'influence des ondes multiples bien en dessous de $\lambda/1000$. Cependant, ces méthodes demandent beaucoup de temps de calcul, surtout pour les deux dernières. Pour obtenir des résultats rapidement, nous avons complété nos techniques de dépouillement par un quatrième algorithme. Il est basé sur une correction *a posteriori* de la formule de Carré. Les résultats obtenus sont excellents, la contribution des ondes multiples est réduite de plus de moitié. Toutefois, cet algorithme n'est pas rigoureusement autocalibré et il pose quelques problèmes pour la mesure de sphères très ouvertes ($> f/2$).

La validation a montré que les erreurs systématiques ne dépassent pas $\lambda/400$ P-V avec l'approximation à deux ondes et 16 interférogrammes. La cale piézo-électrique, qui réalise le déphasage, et le bruit de la détection sont en fait la principale source de limitation. Si les défauts de positionnement de la cale sont reproductibles, il est aisé de les corriger lors de l'acquisition des images.

La résolution sur une surface de 100 mm de diamètre est d'environ 0,2 mm. L'interféromètre permet donc d'accéder aux fréquences spatiales dans le domaine $[0,01 \text{ mm}^{-1}, 5 \text{ mm}^{-1}]$. Si l'on considère les appareils de mesure de rugosité, le *Profilomètre 5500* de Zygo a une fenêtre qui s'étend de 1 mm^{-1} à 500 mm^{-1} et le *Talystep* de Rank Taylor Hobson de 1 mm^{-1} à 1000 mm^{-1} . Les deux types d'appareil de mesure présentent donc un domaine de recouvrement appréciable.

L'interféromètre de Fizeau à décalage de phase a été appliqué à l'étalonnage absolu de surfaces planes.

Une méthode basée sur des combinaisons de translations et de rotations, d'une des surfaces par rapport à l'autre, a été utilisée. Un traitement logiciel adéquat donne une des surfaces à une courbure inconnue près. Cette méthode a été appliquée à la mesure d'une surface plane en silice, et elle est assez insensible à l'influence de la seconde surface. Nous avons constaté des écarts inférieurs à 1 nm entre sept mesures avec trois zones différentes de la surface non déterminée.

L'objectif de départ est donc atteint : nous avons mesuré des surfaces avec une exactitude meilleure que $\frac{\lambda}{300}$ P-V.

Perspectives

Le convertisseur de la caméra actuelle ne fournit que 8 bits. Au *Chapitre II*, nous avons précisé qu'il fallait au moins 10 bits de numérisation. Le remplacement de la caméra par un détecteur plus performant est envisageable.

L'interféromètre a été validé pour les surfaces planes. Le contrôle doit maintenant être orienté vers les surfaces sphériques. La combinaison optique de l'objectif convergent, dont nous avons décrit les grandes lignes au *Chapitre II*, est optimisée. Sa fabrication doit débuter prochainement. Deux calibres contenant deux surfaces de références ont été calculés; il serviront au contrôle d'un miroir convexe de rayon de courbure 32,73 mm et d'un miroir concave de rayon 100 mm. Les épaisseurs d'air sont d'environ 3 mm. Les deux miroirs sont destinés à une combinaison de type Schwarzschild pour l'imagerie X-UV.

L'étalonnage absolu des surfaces planes doit être étendu à la totalité de la surface. Il reste à appliquer la méthode aux surfaces sphériques. La partie mécanique est déjà conçue. Les translations sont remplacées par des rotations autour du centre de courbure de la surface. On utilisera une rotation supplémentaire autour d'un axe vertical. Lorsque l'ensemble sera en place, on espère ne pas être limité par des vibrations.

La fabrication de surfaces optiques par usinage ionique est désormais bien avancée dans notre laboratoire [123]. Un faisceau ions d'Argon bombarde la surface, à travers un masque en rotation, et arrache de la matière. La quantité de matière érodée est fonction de la forme du masque. Les masques sont en carbone et placés à 0,5 mm de la surface. A pleine ouverture la vitesse d'érosion atteint 30 nm/min. Le procédé présente de multiples avantages. La rugosité initiale des surfaces demeure inchangée après bombardement. La lenteur de l'érosion permet un bon contrôle des faibles profondeurs d'usinage. La méthode donne une erreur de l'ordre de 1% par rapport au profil théorique désiré. L'usinage ionique a été appliqué avec succès à la fabrication de lames de Schmidt faiblement et fortement asphérisées (de 0,6 μm à 40 μm).

On envisage maintenant un couplage interféromètre-érosion ionique. L'usinage sera appliqué à la rectification de surfaces. Les surfaces seront contrôlées et on déterminera un masque qui leur sera adapté. La surface sera corrigée par usinage ionique. Avec un nouveau contrôle, on s'assurera de la bonne correction. On pourra éventuellement corriger à nouveau l'échantillon au canon à ions. On peut ainsi espérer obtenir une surface optique de précision nanométrique. L'interféromètre de Fizeau associé à l'usinage ionique permettrait d'usiner des surfaces planes

à $\frac{\lambda}{300}$ P-V.

ANNEXES

Annexe A

méthode des moindres carrés sur une forme à 2 ondes

A.1) dérivées premières

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial I_0} = \sum_i \left[1 + m \cos(\varphi + i\Delta\phi) \right] \left[E_i - I_0 \cdot \{1 + m \cos(\varphi + i\Delta\phi)\} \right]$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial m} = \sum_i \left[I_0 \cos(\varphi + i\Delta\phi) \right] \left[E_i - I_0 \cdot \{1 + m \cos(\varphi + i\Delta\phi)\} \right]$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \varphi} = \sum_i \left[I_0 m \sin(\varphi + i\Delta\phi) \right] \left[E_i - I_0 \cdot \{1 + m \cos(\varphi + i\Delta\phi)\} \right]$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \Delta\phi} = \sum_i \left[i I_0 m \sin(\varphi + i\Delta\phi) \right] \left[E_i - I_0 \cdot \{1 + m \cos(\varphi + i\Delta\phi)\} \right]$$

A.2) dérivées secondes

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial^2 I_0} = - \sum_i \left[1 + m \cos(\varphi + i\Delta\phi) \right]^2$$

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial I_0 \partial m} = \sum_i \left[\cos(\varphi + i\Delta\phi) \right] \left[E_i - 2 I_0 \cdot \{1 + m \cos(\varphi + i\Delta\phi)\} \right]$$

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial I_0 \partial \varphi} = - \sum_i \left[m \sin(\varphi + i\Delta\phi) \right] \left[E_i - 2 I_0 \cdot \{1 + m \cos(\varphi + i\Delta\phi)\} \right]$$

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial I_0 \partial \Delta\phi} = - \sum_i \left[i m \sin(\varphi + i\Delta\phi) \right] \left[E_i - 2 I_0 \cdot \{1 + m \cos(\varphi + i\Delta\phi)\} \right]$$

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial^2 m} = - \sum_i \left[I_0 \cos(\varphi + i\Delta\phi) \right]^2$$

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial m \partial \varphi} = - \sum_i \left[I_0 \sin(\varphi + i\Delta\phi) \right] \left[\left[E_i - I_0 \cdot \{1 + m \cos(\varphi + i\Delta\phi)\} \right] - m I_0 \cos(\varphi + i\Delta\phi) \right]$$

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial m \partial \Delta\phi} = - \sum_i \left[i I_0 \sin(\varphi + i\Delta\phi) \right] \left[\left[E_i - I_0 \cdot \{1 + m \cos(\varphi + i\Delta\phi)\} \right] - m I_0 \cos(\varphi + i\Delta\phi) \right]$$

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial \varphi} = \sum_i \left[I_0 (m \cos(\varphi + i\Delta\phi)) \right] [E_i - I_0 \cdot \{1 + m \cos(\varphi + i\Delta\phi)\}] + \sum_i I_0^2 [m \sin(\varphi + i\Delta\phi)]^2$$

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial \varphi \partial \Delta\phi} = \sum_i \left[i I_0 (m \cos(\varphi + i\Delta\phi)) \right] [E_i - I_0 \cdot \{1 + m \cos(\varphi + i\Delta\phi)\}] + \sum_i [i I_0^2] [m \sin(\varphi + i\Delta\phi)]^2$$

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial \Delta\phi} = \sum_i \left[i^2 I_0 (m \cos(\varphi + i\Delta\phi)) \right] [E_i - I_0 \cdot \{1 + m \cos(\varphi + i\Delta\phi)\}] + \sum_i [i I_0]^2 [m \sin(\varphi + i\Delta\phi)]^2$$

A.3) détermination de I_0 et m_0

On applique une méthode des moindres carrés à la forme

$$E_i = A + B \cos(\varphi_0 + i\Delta\phi_0).$$

Le critère à minimiser est $\varepsilon'' = \sum_i [E_i - \{A + B \cos(\varphi_0 + i\Delta\phi_0)\}]^2$.

On obtient un système matriciel

$$\begin{bmatrix} M & \sum_i \cos(\varphi_0 + i\Delta\phi_0) \\ \sum_i \cos(\varphi_0 + i\Delta\phi_0) & \sum_i \cos^2(\varphi_0 + i\Delta\phi_0) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_i E_i \\ \sum_i E_i \cos(\varphi_0 + i\Delta\phi_0) \end{bmatrix}$$

La résolution donne $I_0 = A$ et $m_0 = \frac{B}{A}$.

Annexe B

B.1) différentiel d'aberration pour les surfaces sphériques

B.1.1) calcul des différentiels de hauteur dh' et dh''

Considérons l'agrandissement de la figure (II.5.13) et évaluons les angles γ , i et ε (fig. (II.5. α)).

On a $\gamma \approx \frac{f'_B}{R_2} \varepsilon$ et l'arc I_1K est assimilé au segment I_1K .

$$\sin \hat{C} = \frac{I_1K}{R_1} \text{ et } \tan \varepsilon = \frac{I_1K}{f'_B - R_1} = \frac{R_1 \sin \hat{C}}{f'_B - R_1}$$

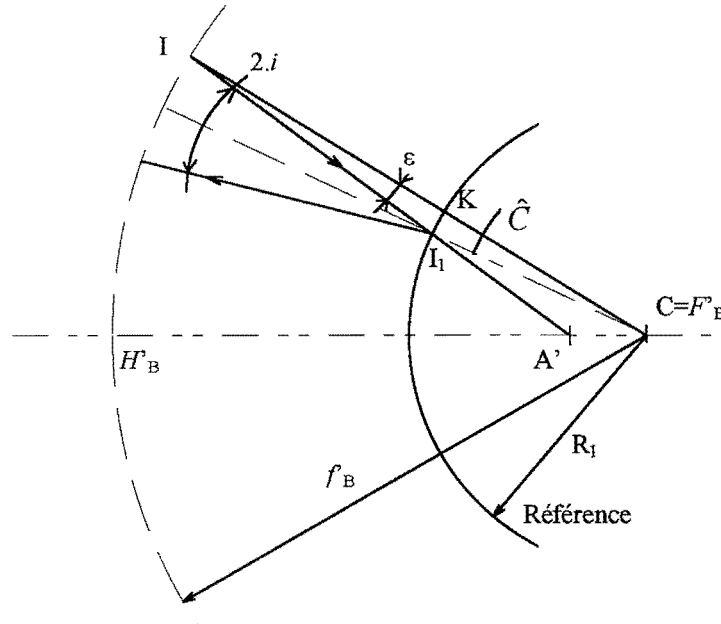


figure II.5.α : agrandissement de la figure (II.5.13)

Puisque $i \approx \tilde{C} + \varepsilon$, on en déduit que $i = \frac{\varepsilon \cdot f'_B}{R_1}$. On peut estimer les arcs II' et II'' :

$$\text{arc} II'' \approx 2 \cdot i \cdot (f'_B - R_1) = \frac{2 \cdot \varepsilon \cdot f'_B (f'_B - R_1)}{R_1}$$

$$\text{arc} II' \approx 2 \cdot \gamma \cdot (f'_B + R_2) = \frac{2 \cdot \varepsilon \cdot f'_B (f'_B + R_2)}{R_2}$$

En assimilant les arcs II'' et II' et les segments, la figure (II.5.β) montre que

$$dh' \approx II' \cdot \cos \alpha' \text{ et } dh'' \approx II'' \cdot \cos \alpha'$$

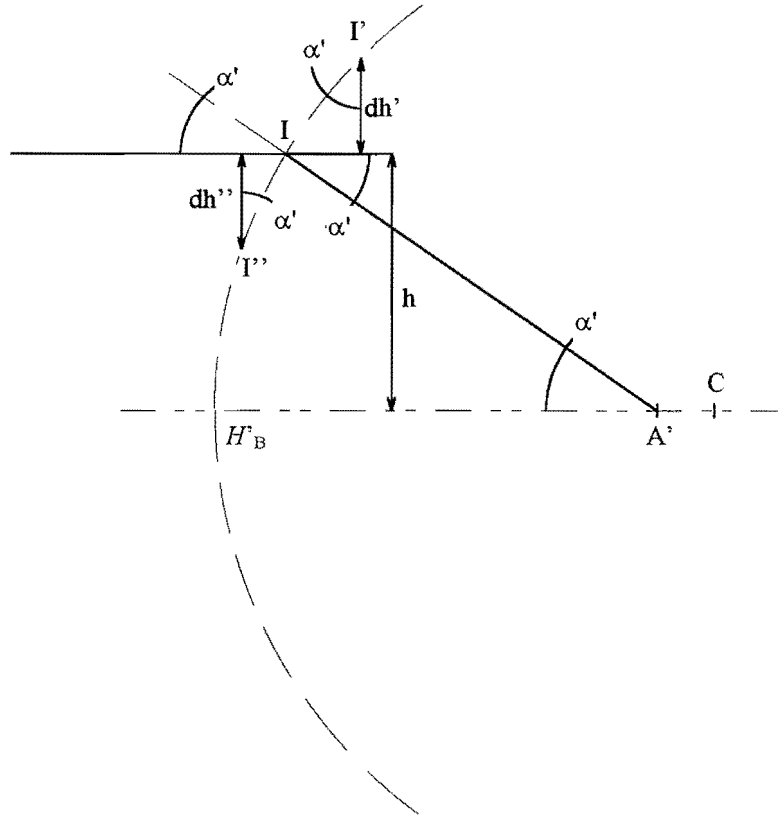


figure II.5.β : calcul de dh' et dh''

Le système et l'objectif B fonctionnent à pleine ouverture. Cette pleine ouverture n'est pas trop grande et on peut considérer $\cos(\alpha') \approx 1$.

$$\text{D'où } dh' = -\frac{2 \cdot \varepsilon \cdot f'_B \cdot (f'_B + R_2)}{R_2} \text{ et } dh'' = \frac{2 \cdot \varepsilon \cdot f'_B \cdot (f'_B - R_1)}{R_1}.$$

ε est l'angle existant entre le rayon réel et le rayon paraxial, il s'exprime en fonction des paramètres d'aberration et $\sin \varepsilon \approx \frac{dy' \cdot \cos \alpha'}{f'_B} \approx \frac{dy'}{f'_B}$.

dy' est le terme d'aberration transversale dans le plan focal image de B . Il se compose de deux termes : le premier est dû au collimateur qui envoie des rayons non collimatés et le deuxième est dû à l'aberration propre de l'objectif B .

$dy' = dy'_b + dy'_{coll}$, avec $dy'_B = \frac{1}{\cos \alpha'} \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha'}$ et $dy'_{coll} = d\Theta' \cdot f'_B$, ce qui donne, compte tenu des notations précédentes $\varepsilon \approx - \left[\frac{a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right] h^3 (h_m^2 - h^2)$.

On obtient ainsi les expressions définitives pour dh' et dh'' :

$$dh' = \frac{2(f'_B + R_2)f'_B}{R_2} \left[\frac{a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right] h^3 (h_m^2 - h^2)$$

$$dh'' = - \frac{2(f'_B - R_1)f'_B}{R_1} \left[\frac{a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right] h^3 (h_m^2 - h^2)$$

B.1.2) calcul du différentiel de hauteur Δh

Appelons h_1 et h_2 les hauteurs des rayons incident réfléchi sur la surface de référence et sur la surface mesurée respectivement. Ils ressortent à h'_1 et h'_2 telles que $h'_1 = h_1 + dh_1$ et $h'_2 = h_2 + dh_2$

$$h'_1 = h_1 - 2 \frac{(f'_B - R_1)f'_B}{R_1} \left[\frac{a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right] h_1^3 (h_m^2 - h_1^2)$$

$$h'_2 = h_2 + 2 \frac{(f'_B + R_2)f'_B}{R_2} \left[\frac{a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right] h_2^3 (h_m^2 - h_2^2)$$

Nous cherchons Δh tel que les deux rayons émergent à $h'_1 = h'_2$.

Il faut donc que $h_1 - h_2 + dh_1 - dh_2 = 0$. Comme $h_2 = h_1 - \Delta h$, la condition sur Δh s'écrit :

$$\Delta h + dh_1 - dh_2 = 0$$

Exprimons Δh en fonction de h_1 et des autres paramètres :

On pose $A_1 = 2 \frac{(f'_B - R_1)f'_B}{R_1} \left[\frac{a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right]$ et $A_2 = 2 \frac{(f'_B + R_2)f'_B}{R_2} \left[\frac{a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right]$.

On a

$$-dh_2 = -A_2 \cdot [h_1 - \Delta h]^3 [h_m^2 - (h_1 - \Delta h)^2]$$

$$-dh_2 = -A_2 \cdot h_1^3 \left[1 - \frac{3\Delta h}{h_1} \right] \left[h_m^2 - h_1^2 \left(1 - \frac{2\Delta h}{h_1} \right) \right] \text{ qui donne après développement}$$

$$-dh_2 = -A_2 \cdot h_1^3 h_m^2 + 3A_2 \cdot h_1^2 h_m^2 \Delta h + A_2 \cdot h_1^5 - 5A_2 \cdot h_1^4 \Delta h.$$

$$\text{Et de même } dh_1 = -A_1 \cdot h_1^3 h_m^2 + A_1 \cdot h_1^5.$$

Après développement et calculs de $\Delta h + dh_1 - dh_2 = 0$, on obtient pour Δh :

$$\Delta h \approx (A_1 + A_2) h_1^3 (h_m^2 - h_1^2) \left[1 - A_2 h_1^2 (3h_m^2 - 5h_1^2) \right]$$

$$\Delta h \approx (A_1 + A_2) h_1^3 (h_m^2 - h_1^2) - A_2 (A_1 + A_2) h_1^5 (3h_m^2 - 5h_1^2) (h_m^2 - h_1^2)$$

Le deuxième terme est négligeable par rapport au premier, puisque d'ordre supérieur.

L'expression définitive est alors $\Delta h \approx (A_1 + A_2) h_1^3 (h_m^2 - h_1^2)$.

$$\Delta h \approx 2f_B^2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \left[\frac{a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right] h_1^3 (h_m^2 - h_1^2)$$

$$\text{La valeur maximale est } \Delta h_{\max} \approx \frac{12\sqrt{3}}{25\sqrt{5}} f_B^2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \left[\frac{a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right] h_m^5.$$

On compare cette valeur à l'écart de hauteur $d^2 h_{\max}$ introduit sur la première lentille du viseur par le défaut de parallélisme $\xi\Theta$.

$$d^2 h_{\max} = \xi\Theta \cdot Z$$

$$\text{et } \frac{d^2 h_{\max}}{\Delta h_{\max}} \approx 3 \cdot Z \cdot \frac{[\Delta_{B\max} + \Delta_{\max}]}{h_m^2}$$

L'application numérique donne $\frac{d^2 h_{\max}}{\Delta h_{\max}} \approx 2 \cdot 10^{-6} \cdot Z$ et si $Z < 1000 \text{ mm}$, $\frac{d^2 h_{\max}}{\Delta h_{\max}} < 2 \cdot 10^{-3}$. Le

rapport est négligeable et les deux rayons arrivent sur le viseur à des hauteurs d'incidence très proches. Le viseur n'introduit donc pas de différentiel d'aberration sphérique. Les seuls éléments à prendre en compte sont le collimateur et l'objectif convergent.

B.1.3) évaluation du différentiel d'aberration sphérique total introduit par Δh

On procède par étapes :

- Pour l'objectif B le différentiel d'aberration sphérique introduit pour l'aller et le retour est

pour le rayon à la hauteur h_1 : $\Delta_s(h_1) + \Delta_s(h_1 + dh_1)$

pour le rayon à la hauteur h_2 : $\Delta_s(h_2) + \Delta_s(h_2 + dh_2)$ et $h_2 = h_1 - \Delta h$.

Le différentiel de marche entre les deux rayons est $d\Delta_s = \Delta_s(h_1) - \Delta_s(h_1 - \Delta h)$, dû à Δh :

$$d\Delta_s = \frac{a_{2B} h_1^3}{f_B^6} (h_m^2 - h_1^2) \cdot \Delta h$$

- Pour le collimateur le différentiel noté $d\Delta'_s$ est donné par la même relation que dans le cas des échantillons plans mais avec comme paramètre Δh

$$d\Delta'_s = \frac{a_2 h_1^3}{f^6} (h_m^2 - h_1^2) \cdot \Delta h.$$

- Au total le différentiel introduit est la somme des deux précédents :

$d\Delta'_{sph} = d\Delta'_s + d\Delta_s$ valeur à prendre en $h = \sqrt{\frac{3}{5}} h_m$ puisque c'est à cette hauteur qu'il sera maximum.

$$\text{Le calcul donne alors } d\Delta_{sph} = \frac{216}{3125} \left[\frac{a_2}{f^6} + \frac{a_{2B}}{f_B^6} \right]^2 \cdot \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right] \cdot f_B^2 \cdot h_m^{10}$$

Lors de la propagation des rayons dans la cavité et à partir de la sphère principale image de l'objectif B la différence de marche est augmentée de

$$\begin{aligned} d\Delta_p &= (f'_B - R_1) \cdot i^2 - (f'_B + R_2) \cdot \gamma^2 = \left[\frac{(f'_B - R_1)}{R_1^2} - \frac{(f'_B + R_2)}{R_2^2} \right] \cdot f'^2_B \cdot \varepsilon^2 \\ &= \left[\frac{(f'_B - R_1)}{R_1^2} - \frac{(f'_B + R_2)}{R_2^2} \right] \left[\frac{a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right]^2 f'^2_B h_1^6 (h_m^2 - h_1^2)^2 \end{aligned}$$

Cet écart aberrant a une valeur maximale

$$d\Delta_p = \frac{108}{3125} \left[\frac{(f'_B - R_1)}{R_1^2} - \frac{(f'_B + R_2)}{R_2^2} \right] \left[\frac{a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right]^2 f'^2_B h_m^{10}$$

Le différentiel aberrant total maximum s'écrit donc $d\Delta_{tot} = [d\Delta_{sph} + d\Delta_p]_{\max}$

$$d\Delta_{tot} = \frac{108}{3125} \frac{(R_1 + R_2)}{R_1 R_2} \left[1 + f_B \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \right] \left[\frac{a_2}{f^6} + \frac{a_{2B}}{f_B^6} \right]^2 f_B^2 h_m^{10}$$

On l'exprime en fonction de l'écart normal d'aberration sphérique maximum $\Delta_{\max}$ de l'ensemble collimateur-objectif B :

$$d\Delta_{tot} \approx 5 \frac{(R_1 + R_2)}{R_1 R_2} \left[1 + f_B \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \right] \frac{f_B^2}{h_m^2} \Delta_{\max}^2$$

B.2) distorsion dans le plan du détecteur pour le cas sphérique

Le raisonnement est identique à celui des surfaces planes. La distorsion est due au viseur mais aussi au fait que certains rayons provenant de l'objectif B ne sont pas parallèles à l'axe mais inclinés de Θ' (II.5.o). Le rayon qui émerge de l'ensemble est incliné de Θ'_{vis} par rapport à l'axe horizontal. On peut calculer l'inclinaison Θ'_{vis} . Il est dû à deux phénomènes qui s'additionnent.

$$\Theta'_{vis} = \Theta'_{vis \text{ paraxial}} + \Theta'_{vis \text{ aberrant}}$$

$\Theta'_{vis \text{ paraxial}}$ est dû à l'inclinaison du rayon incident Θ' sur le système afocal.

$$\Theta'_{vis \text{ paraxial}} = -\frac{f'_1}{f'_2} \cdot \Theta'$$

$\Theta'_{vis \text{ aberrant}}$ est dû à l'aberration sphérique. L'image intermédiaire paraxiale correspond à l'inclinaison Θ' . A y' , située entre les deux lentilles, s'ajoute un terme d'aberration dy' qui est la somme des termes aberrants de chaque lentille, prise dans le sens de conjugaison infini-foyer : $dy' = dy'_1 + dy'_2$

$$\Theta'_{vis \text{ aberrant}} = -\frac{(dy'_1 + dy'_2)}{f'_2} \text{ avec } dy'_1 = -\frac{a_{21} h_1^3}{f_1'^5} (h_{m1}^2 - h_1^2) \text{ et } dy'_2 = -\frac{a_{22} h_2^3}{f_2'^5} (h_{m2}^2 - h_2^2)$$

Les deux lentilles sont homothétiques et $\Theta'_{vis \text{ aberrant}} = \frac{(a_{21} + a_{22})}{f_1'^5 f_2'} h^3 (h_m^2 - h^2)$.

A un rayon incident à la hauteur h et incliné de Θ' correspond la hauteur d'émergence h' donnée

par la relation (II.5.k) et une inclinaison $\Theta'_{vis} = -\Theta' \frac{f'_1}{f'_2} + \frac{(a_{21} + a_{22})}{f_1'^5 f_2'} h^3 (h_m^2 - h^2)$.

On calcule la hauteur d'incidence d'un rayon sur le détecteur, h_d et on la compare à la valeur paraxiale

$$h_d = h_2 + \Theta'_{vis} \cdot P$$

$$\text{avec } P \cdot \Theta'_{vis} = \left[\left[\frac{2a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right] \frac{f'_1}{f'_2} + \frac{(a_{2_1} + a_{2_2})}{f'_2 f_1^5} \right] P \cdot h^3 (h_m^2 - h^2)$$

La hauteur réelle d'intersection sur le détecteur est donc

$$\begin{aligned} h_d = & -h \frac{f'_2}{f'_1} + \left[\left[\frac{2a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} \right] \frac{f'_1}{f'_2} + \frac{(a_{2_1} + a_{2_2})}{f'_2 f_1^5} \right] P \cdot h^3 (h_m^2 - h^2) \\ & + \left[- \left[\frac{2a_{2B}}{f_B^6} + \frac{a_2}{f^6} + \frac{a_{2_1}}{f_1^6} \right] (f'_1 + f'_2) + \frac{b_{2_1} - b_{2_2}}{f_1^5} f'_2 \right] h^3 (h_m^2 - h^2) \end{aligned}$$

Annexe C

C.1) intensité des interférences à ondes multiples

La somme du second terme de (II.6.a) est

$$\sum_{k=1}^{n-1} \left\{ \left[\sum_{i=1}^{n-k} a_i a_{i+k} \right] \cdot \Re \{ \Gamma(\tau_k) \} \right\} = \sum_{k=1}^{n-1} \left\{ \left[\sum_{i=2}^{n-k} (-a_1 a_{1+k} + a_i a_{i+k}) \right] \cdot \gamma(\tau_k) \cdot \cos(k\varphi) \right\}$$

Le développement est

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{n-1} \left\{ \left(-a_1 a_{1+k} + \sum_{i=2}^{n-k} a_i a_{i+k} \right) \cdot \gamma(\tau_k) \cdot \cos(k\varphi) \right\} &= \left(-a_1 a_2 + \sum_{i=2}^{n-1} a_i a_{i+1} \right) \cdot \gamma(\tau_1) \cdot \cos(\varphi) \\ &+ \left(-a_1 a_3 + \sum_{i=2}^{n-2} a_i a_{i+2} \right) \cdot \gamma(\tau_2) \cdot \cos(2\varphi) + \dots + \left(-a_1 a_{n-1} + a_2 a_n \right) \cdot \gamma(\tau_{n-2}) \cdot \cos((n-2)\varphi) \\ &+ \left(-a_1 a_n \right) \cdot \gamma(\tau_n) \cdot \cos((n-1)\varphi) \end{aligned}$$

Les coefficients a_i sont :

$$a_1 = r'_1$$

$$a_2 = r'_2 \cdot (1 - R_1)$$

$$a_3 = r'_1 r'^2_2 \cdot (1 - R_1)$$

|

|

$$a_i = r'^{i-2}_1 r'^{i-1}_2 \cdot (1 - R_1), \text{ pour } i \geq 2.$$

$$\text{On a } \sum_{i=0}^n a_i^2 = \frac{R_1 \cdot (1 - R_1 R_2) + R_2 \cdot (1 - R_1)^2 \cdot (1 - R_1^{n-1} R_2^{n-1})}{1 - R_1 R_2}.$$

$$\text{Le coefficient associé avec chaque terme } \gamma(\tau_k) \cos(k\varphi) \text{ est } \left(-a_1 a_{1+k} + \sum_{i=2}^{n-k} a_i a_{i+k} \right).$$

$$\text{On a } \left(-a_1 a_{1+k} + \sum_{i=2}^{n-k} a_i a_{i+k} \right) = -r'^k_1 r'^k_2 \cdot (1 - R_1) + (1 - R_1)^2 r'^k_1 r'^k_2 R_2 \frac{(1 - R_1^{(n-k-1)} R_2^{(n-k-1)})}{1 - R_1 R_2}.$$

Pour une source d'une certaine cohérence temporelle, l'intensité des interférences à ondes multiples est

$$I_n = \frac{R_1(1 - R_1 R_2) + R_2(1 - R_1)^2(1 - R_1^{n-1} R_2^{n-1})}{1 - R_1 R_2} I_0 \\ + 2 \cdot I_0 \cdot \sum_{k=1}^{n-1} -r_1^k r_2^k (1 - R_1) \cdot \left(1 - (1 - R_1) R_2 \cdot \frac{1 - R_1^{(n-k-1)} R_2^{(n-k-1)}}{1 - R_1 R_2} \right) \cdot \gamma(k\phi) \cdot \cos(k\phi)$$

C.2) approximation à trois ondes

C.2.1) dérivées

On pose $\Omega = E_i - I_0 \cdot \{1 + m \cos(\varphi + i\Delta\phi) + m' \cos(2\varphi + 2i\Delta\phi)\}$.

C.2.1.a) dérivées premières

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial I_0} = -2 \sum_i \Omega \cdot [1 + m \cos(\varphi + i\Delta\phi) + m' \cos(2\varphi + 2i\Delta\phi)]$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial m} = -2 \sum_i \Omega \cdot [I_0 \cos(\varphi + i\Delta\phi)]$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial m'} = -2 \sum_i \Omega \cdot [I_0 \cos(2\varphi + 2i\Delta\phi)]$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \varphi} = \sum_i 2 \cdot \Omega \cdot I_0 [m \sin(\varphi + i\Delta\phi) + 2m' \sin(2\varphi + 2i\Delta\phi)]$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \Delta\phi} = \sum_i 2 \cdot i \cdot \Omega \cdot I_0 [m \sin(\varphi + i\Delta\phi) + 2m' \sin(2\varphi + 2i\Delta\phi)]$$

C.2.1.b) dérivées secondes

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial^2 I_0} = \sum_i 2 [1 + m \cos(\varphi + i\Delta\phi) + m' \cos(2\varphi + 2i\Delta\phi)]^2$$

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial I_0 \partial m} = 2 \sum_i [\cos(\varphi + i\Delta\phi)] [-E_i + 2I_0 \cdot \{1 + m \cos(\varphi + i\Delta\phi) + m' \cos(2\varphi + 2i\Delta\phi)\}]$$

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial I_0 \partial m'} = 2 \sum_i [\cos(2\varphi + 2i\Delta\phi)] [-E_i + 2I_0 \cdot \{1 + m \cos(\varphi + i\Delta\phi) + m' \cos(2\varphi + 2i\Delta\phi)\}]$$

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial I_0 \partial \varphi} = 2 \sum_i \left[m \sin(\varphi + i\Delta\phi) + 2m' \sin(2\varphi + 2i\Delta\phi) \right] \left[E_i - 2I_0 \cdot \{1 + m \cos(\varphi + i\Delta\phi) + m' \cos(2\varphi + 2i\Delta\phi)\} \right]$$

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial I_0 \partial \Delta\phi} = 2 \sum_i i \left[m \sin(\varphi + i\Delta\phi) + 2m' \sin(2\varphi + 2i\Delta\phi) \right] \left[E_i - 2I_0 \cdot \{1 + m \cos(\varphi + i\Delta\phi) + m' \cos(2\varphi + 2i\Delta\phi)\} \right]$$

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial^2 m} = \sum_i 2 \left[I_0 \cos(\varphi + i\Delta\phi) \right]^2$$

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial m \partial m'} = \sum_i \left[2 \cdot I_0^2 \cos(\varphi + i\Delta\phi) \cos(2\varphi + 2i\Delta\phi) \right]$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon^2}{\partial m \partial \varphi} &= \sum_i \left[2 \cdot \Omega \cdot I_0 \sin(\varphi + i\Delta\phi) \right] \\ &\quad - \sum_i \left[2 \cdot I_0^2 \cos(\varphi + i\Delta\phi) \right] \left[m \sin(\varphi + i\Delta\phi) + 2m' \sin(2\varphi + 2i\Delta\phi) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon^2}{\partial m \partial \Delta\phi} &= \sum_i \left[2 \cdot i \cdot \Omega \cdot I_0 \sin(\varphi + i\Delta\phi) \right] \\ &\quad - \sum_i \left[2 \cdot i \cdot I_0^2 \cos(\varphi + i\Delta\phi) \right] \left[m \sin(\varphi + i\Delta\phi) + 2m' \sin(2\varphi + 2i\Delta\phi) \right] \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial^2 m'} = \sum_i 2 \cdot \left[I_0 \cos(2\varphi + 2i\Delta\phi) \right]^2$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon^2}{\partial m' \partial \varphi} &= \sum_i \left[4 \cdot \Omega \cdot I_0 \sin(2\varphi + 2i\Delta\phi) \right] \\ &\quad - \sum_i \left[2 \cdot I_0^2 \cos(2\varphi + 2i\Delta\phi) \right] \left[m \sin(\varphi + i\Delta\phi) + 2m' \sin(2\varphi + 2i\Delta\phi) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon^2}{\partial m' \partial \Delta\phi} &= \sum_i \left[4 \cdot i \cdot \Omega \cdot I_0 \sin(2\varphi + 2i\Delta\phi) \right] \\ &\quad - \sum_i \left[2 \cdot i \cdot I_0^2 \cos(2\varphi + 2i\Delta\phi) \right] \left[m \sin(\varphi + i\Delta\phi) + 2m' \sin(2\varphi + 2i\Delta\phi) \right] \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial^2 \varphi} = \sum_i \left[2 \cdot \Omega \cdot I_0 (m \cos(\varphi + i\Delta\phi) + 4m' \cos(2\varphi + 2i\Delta\phi)) \right] \\ + \sum_i 2 \cdot I_0^2 [m \sin(\varphi + i\Delta\phi) + 2m' \sin(2\varphi + 2i\Delta\phi)]^2$$

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial \varphi \partial \Delta\phi} = \sum_i \left[2 \cdot i \cdot \Omega \cdot I_0 (m \cos(\varphi + i\Delta\phi) + 4m' \cos(2\varphi + 2i\Delta\phi)) \right] \\ + \sum_i [2 \cdot i \cdot I_0^2 [m \sin(\varphi + i\Delta\phi) + 2m' \sin(2\varphi + 2i\Delta\phi)]^2]$$

C.2.2) détermination de I_0 et m_0

On applique une méthode des moindres carrés à la forme

$$I_i = A[1 + m'_0 \cos(2\varphi_0 + i2\Delta\phi_0)] + B \cos(\varphi_0 + i\Delta\phi_0).$$

Le critère à minimiser est $\varepsilon'' = \sum_i \left[E_i - \left\{ A[1 + m'_0 \cos(2\varphi_0 + i2\Delta\phi_0)] + B \cos(\varphi_0 + i\Delta\phi_0) \right\} \right]^2$.

On obtient un système matriciel $H \times X = G$, avec

$$H = \begin{bmatrix} \sum_i [1 + m'_0 \cos(2\varphi_0 + i2\Delta\phi_0)]^2 & \sum_i [1 + m'_0 \cos(2\varphi_0 + i2\Delta\phi_0)] \cos(\varphi_0 + i\Delta\phi_0) \\ \sum_i [1 + m'_0 \cos(2\varphi_0 + i2\Delta\phi_0)] \cos(\varphi_0 + i\Delta\phi_0) & \sum_i \cos^2(\varphi_0 + i\Delta\phi_0) \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} \text{ et } G = \begin{bmatrix} \sum_i E_i [1 + m'_0 \cos(2\varphi_0 + i2\Delta\phi_0)] \\ \sum_i E_i \cos(\varphi_0 + i\Delta\phi_0) \end{bmatrix}$$

La résolution du système donne $I_0 = A$ et $m_0 = \frac{B}{A}$.

C.3) calcul exacte à n ondes

C.3.1) dérivées

On pose $\delta = E_i - \left\{ \frac{a - b \cdot \cos(\varphi + i\Delta\phi)}{1 - c \cdot \cos(\varphi + i\Delta\phi)} \right\}$

C.3.1.a) dérivées premières

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial a} = -2. \sum_i \left[\frac{\delta}{1 - c. \cos(\varphi + i\Delta\phi)} \right]$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial b} = 2. \sum_i \left[\frac{\delta. \cos(\varphi + i\Delta\phi)}{1 - c. \cos(\varphi + i\Delta\phi)} \right]$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial c} = -2. \sum_i \left[\frac{\delta. \cos(\varphi + i\Delta\phi). (a - b. \cos(\varphi + i\Delta\phi))}{(1 - c. \cos(\varphi + i\Delta\phi))^2} \right]$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} = 2. \sum_i \left[\frac{\delta. \sin(\varphi + i\Delta\phi)}{(1 - c. \cos(\varphi + i\Delta\phi))} \cdot \left[\frac{c. (a - b. \cos(\varphi + i\Delta\phi))}{(1 - c. \cos(\varphi + i\Delta\phi))} - b \right] \right]$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \Delta\phi} = 2. \sum_i \left[\frac{i. \delta. \sin(\varphi + i\Delta\phi)}{(1 - c. \cos(\varphi + i\Delta\phi))} \cdot \left[\frac{c. (a - b. \cos(\varphi + i\Delta\phi))}{(1 - c. \cos(\varphi + i\Delta\phi))} - b \right] \right]$$

C.3.1.b) dérivées secondes

$$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial^2 a} = 2. \sum_i \left[\frac{1}{(1 - c. \cos(\varphi + i\Delta\phi))^2} \right]$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial a \partial b} = -2. \sum_i \left[\frac{\cos(\varphi + i\Delta\phi)}{(1 - c. \cos(\varphi + i\Delta\phi))^2} \right]$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial a \partial c} = 2. \sum_i \left[\frac{\cos(\varphi + i\Delta\phi)}{(1 - c. \cos(\varphi + i\Delta\phi))^2} \cdot \left[\frac{a - b. \cos(\varphi + i\Delta\phi)}{(1 - c. \cos(\varphi + i\Delta\phi))} - \delta \right] \right]$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial a \partial \varphi} = 2. \sum_i \left[\frac{\sin(\varphi + i\Delta\phi)}{(1 - c. \cos(\varphi + i\Delta\phi))^2} \cdot \left[c. \delta + b - \frac{c. (a - b. \cos(\varphi + i\Delta\phi))}{(1 - c. \cos(\varphi + i\Delta\phi))} \right] \right]$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial a \partial \Delta\phi} = 2. \sum_i \left[\frac{i. \sin(\varphi + i\Delta\phi)}{(1 - c. \cos(\varphi + i\Delta\phi))^2} \cdot \left[c. \delta + b - \frac{c. (a - b. \cos(\varphi + i\Delta\phi))}{(1 - c. \cos(\varphi + i\Delta\phi))} \right] \right]$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial^2 b} = 2. \sum_i \left[\frac{\cos(\varphi + i\Delta\phi)^2}{(1 - c. \cos(\varphi + i\Delta\phi))^2} \right]$$

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial b \partial c} = 2. \sum_i \left[\frac{\cos(\varphi + i\Delta\phi)^2}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))^2} \cdot \left[\delta - \frac{a - b.\cos(\varphi + i\Delta\phi)}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))} \right] \right]$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon^2}{\partial b \partial \varphi} = & -2. \sum_i \left[\frac{\sin(\varphi + i\Delta\phi)}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))} \cdot \left[\frac{c.\delta.\cos(\varphi + i\Delta\phi)}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))} + \delta \right] \right] \\ & + 2. \sum_i \left[\frac{\sin(\varphi + i\Delta\phi).\cos(\varphi + i\Delta\phi)}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))^2} \cdot \left[\frac{c.(a - b.\cos(\varphi + i\Delta\phi))}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))} - b \right] \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon^2}{\partial b \partial \Delta\phi} = & -2. \sum_i \left[\frac{i.\sin(\varphi + i\Delta\phi)}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))} \cdot \left[\frac{c.\delta.\cos(\varphi + i\Delta\phi)}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))} + \delta \right] \right] \\ & + 2. \sum_i \left[\frac{i.\sin(\varphi + i\Delta\phi).\cos(\varphi + i\Delta\phi)}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))^2} \cdot \left[\frac{c.(a - b.\cos(\varphi + i\Delta\phi))}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))} - b \right] \right] \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial^2 c} = 2. \sum_i \left[\frac{\cos^2(\varphi + i\Delta\phi).(a - b.\cos(\varphi + i\Delta\phi))}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))^3} \cdot \left[\frac{a - b.\cos(\varphi + i\Delta\phi)}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))} - 2.\delta \right] \right]$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon^2}{\partial c \partial \varphi} = & 2. \sum_i \left[\frac{\sin(\varphi + i\Delta\phi)}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))^2} \cdot \left[\frac{2.c.\delta.\cos(\varphi + i\Delta\phi).(a - b.\cos(\varphi + i\Delta\phi))}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))} + \delta.(a - 2.b.\cos(\varphi + i\Delta\phi)) \right] \right] \\ & - 2. \sum_i \left[\frac{\sin(\varphi + i\Delta\phi).\cos(\varphi + i\Delta\phi).(a - b.\cos(\varphi + i\Delta\phi))}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))^3} \cdot \left[\frac{c.(a - b.\cos(\varphi + i\Delta\phi))}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))} - b \right] \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon^2}{\partial c \partial \Delta\phi} = & 2. \sum_i \left[\frac{i.\sin(\varphi + i\Delta\phi)}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))^2} \cdot \left[\frac{2.c.\delta.\cos(\varphi + i\Delta\phi).(a - b.\cos(\varphi + i\Delta\phi))}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))} + \delta.(a - 2.b.\cos(\varphi + i\Delta\phi)) \right] \right] \\ & - 2. \sum_i \left[\frac{i.\sin(\varphi + i\Delta\phi).\cos(\varphi + i\Delta\phi).(a - b.\cos(\varphi + i\Delta\phi))}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))^3} \cdot \left[\frac{c.(a - b.\cos(\varphi + i\Delta\phi))}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))} - b \right] \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{E}^2}{\partial^2 \varphi} &= 2. \sum_i \left[\left[\frac{\sin(\varphi + i\Delta\phi)}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))} \right]^2 \left[\frac{c.(a - b.\cos(\varphi + i\Delta\phi))}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))} - b \right]^2 \right] \\ &+ 2. \sum_i \left[\frac{\delta.\cos(\varphi + i\Delta\phi)}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))} \left[\frac{c.(a - b.\cos(\varphi + i\Delta\phi))}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))} - b \right] \right] \\ &- 4. \sum_i \left[\frac{c.\delta.\sin^2(\varphi + i\Delta\phi)}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))^2} \left[\frac{c.(a - b.\cos(\varphi + i\Delta\phi))}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))} - b \right] \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{E}^2}{\partial \varphi \partial \Delta\phi} &= 2. \sum_i \left[\frac{i.\sin^2(\varphi + i\Delta\phi)}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))^2} \left[\frac{c.(a - b.\cos(\varphi + i\Delta\phi))}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))} - b \right]^2 \right] \\ &+ 2. \sum_i \left[\frac{i.\delta.\cos(\varphi + i\Delta\phi)}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))} \left[\frac{c.(a - b.\cos(\varphi + i\Delta\phi))}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))} - b \right] \right] \\ &- 4. \sum_i \left[\frac{i.c.\delta.\sin^2(\varphi + i\Delta\phi)}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))^2} \left[\frac{c.(a - b.\cos(\varphi + i\Delta\phi))}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))} - b \right] \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{E}^2}{\partial^2 \Delta\phi} &= 2. \sum_i \left[\frac{i.\sin(\varphi + i\Delta\phi)}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))} \right]^2 \left[\frac{c.(a - b.\cos(\varphi + i\Delta\phi))}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))} - b \right]^2 \\ &+ 2. \sum_i \left[\frac{i^2.\delta.\cos(\varphi + i\Delta\phi)}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))} \left[\frac{c.(a - b.\cos(\varphi + i\Delta\phi))}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))} - b \right] \right] \\ &- 4. \sum_i \left[\frac{i^2.c.\delta.\sin^2(\varphi + i\Delta\phi)}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))^2} \left[\frac{c.(a - b.\cos(\varphi + i\Delta\phi))}{(1 - c.\cos(\varphi + i\Delta\phi))} - b \right] \right] \end{aligned}$$

C.3.2) détermination de a_0 et b_0

On applique une méthode des moindres carrés à $E_i = \frac{A - B \cos(\varphi_0 + i\Delta\phi_0)}{1 - c_0 \cos(\varphi_0 + i\Delta\phi_0)}$.

Le critère de proximité est $\varepsilon'' = \sum_i \left[E_i - \left\{ \frac{A - B \cos(\varphi_0 + i\Delta\phi_0)}{1 - c_0 \cos(\varphi_0 + i\Delta\phi_0)} \right\} \right]^2$.

Le système matriciel est le suivant :

$$\begin{bmatrix} \sum_i \frac{1}{[1 - c_0 \cos(\varphi_0 + i\Delta\phi_0)]^2} & \sum_i \frac{-\cos(\varphi_0 + i\Delta\phi_0)}{[1 - c_0 \cos(\varphi_0 + i\Delta\phi_0)]^2} \\ \sum_i \frac{\cos(\varphi_0 + i\Delta\phi_0)}{[1 - c_0 \cos(\varphi_0 + i\Delta\phi_0)]^2} & \sum_i \frac{-\cos^2(\varphi_0 + i\Delta\phi_0)}{[1 - c_0 \cos(\varphi_0 + i\Delta\phi_0)]^2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_i \frac{E_i}{[1 - c_0 \cos(\varphi_0 + i\Delta\phi_0)]} \\ \sum_i \frac{E_i \cos(\varphi_0 + i\Delta\phi_0)}{[1 - c_0 \cos(\varphi_0 + i\Delta\phi_0)]} \end{bmatrix}$$

Sa résolution donne $a_0 = A$ et $b_0 = B$.

Annexe D

mesure de bruit par lissage

En traitement des images, le lissage des hautes fréquences spatiales est obtenu par la convolution de l'image avec le filtre de Sobel [104] :

$$\frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Considérons la convolution de la sous image 3×3 , qui contient les éclairissements mesurés E_{ij} , par le filtre :

$$\begin{bmatrix} E_{i-1,j-1} & E_{i-1,j} & E_{i-1,j+1} \\ E_{i,j-1} & E_{i,j} & E_{i,j+1} \\ E_{i+1,j-1} & E_{i+1,j} & E_{i+1,j+1} \end{bmatrix} * \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Les éclairissements E_{ij} sont bruités mais leur valeur moyenne peut être considérée constante sur la sous image, de sorte que

$$E_{i,j} = E + b_{ij}, \text{ avec } \langle b_{ij} \rangle = 0$$

La variance de bruit des éclairissement est $\sigma^2 = \langle b_{ij}^2 \rangle$.

La convolution affecte au pixel central la nouvelle valeur

$$E'_{i,j} = \sum_{k=i-1}^{i+1} \sum_{l=j-1}^{j+1} E_{kl} \cdot \alpha_{i-k,j-l} = E + \sum_{k=i-1}^{i+1} \sum_{l=j-1}^{j+1} b_{kl} \cdot \alpha_{i-k,j-l}$$

Où les α_{ij} sont les coefficients du filtre.

La fluctuation résiduelle est donc $E'_{i,j} - E = \sum_{k=i-1}^{i+1} \sum_{l=j-1}^{j+1} b_{kl} \cdot \alpha_{i-k,j-l}$ et sa variance est

$$\sigma_s^2 = \left\langle \left(\sum_{k=i-1}^{i+1} \sum_{l=j-1}^{j+1} b_{kl} \cdot \alpha_{i-k,j-l} \right)^2 \right\rangle - \left\langle \sum_{k=i-1}^{i+1} \sum_{l=j-1}^{j+1} b_{kl} \cdot \alpha_{i-k,j-l} \right\rangle^2$$

Comme $\langle b_{ij} \rangle = 0$, il reste $\sigma_s^2 = \left\langle \left(\sum_{k=i-1}^{i+1} \sum_{l=j-1}^{j+1} b_{kl} \cdot \alpha_{i-k,j-l} \right)^2 \right\rangle$.

$$\text{On a donc } \sigma_s^2 = \left\langle \left(\sum_{k=i-1}^{i+1} \sum_{l=j-1}^{j+1} b_{kl}^2 \cdot \alpha_{i-k,j-l}^2 \right)^2 \right\rangle + \left\langle \left(\sum_{k=i-1}^{i+1} \sum_{l=j-1}^{j+1} b_{kl} \cdot b_{k' \neq k, l' \neq l} \cdot \alpha_{i \neq i-k, j \neq j-l} \cdot \alpha_{i-k, j-l} \right)^2 \right\rangle.$$

Comme les b_{ij} sont supposés non corrélés entre eux on obtient finalement

$$\sigma_s^2 = \left\langle \left(\sum_{k=i-1}^{i+1} \sum_{l=j-1}^{j+1} b_{kl}^2 \cdot \alpha_{i-k, j-l}^2 \right)^2 \right\rangle$$

En conséquence :

$$\sigma_s = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \alpha_{ij}^2} \cdot \sigma$$

Pour un simple lissage, le bruit est atténué d'un facteur 0,375.

Lorsque l'on soustrait la mesure brute et la mesure lissée, la fluctuation du résultat est

$$\Delta E_{i,j} = b_{ij} - \sum_{k=i-1}^{i+1} \sum_{l=j-1}^{j+1} b_{kl} \cdot \alpha_{i-k, j-l}$$

En suivant la démarche précédente, on montre que l'écart type de la fluctuation est

$$\sigma_s = \sqrt{\left(1 - \frac{4}{16}\right)^2 + \sum_{i=1, i \neq 2}^3 \sum_{j=1, j \neq 2}^3 \alpha_{ij}^2} \cdot \sigma$$

La soustraction met en évidence 80,04% du bruit.

REFERENCES

Chapitre I

- [1] M. Takeda, H. Ina and S. Kobayashi, *Fourier-Transform Method of Fringe-pattern Analysis for Computer-Based Topography and Interferometry*, J.O.S.A., Vol. 72, N° 1, 156-360 (1982).
- [2] L. Mertz, *Complex Interferometry*, *Applied Optics*, Vol. 22, N° 10, 1530-1534 (1983).
- [3] L. Mertz, *Real Time Fringe Pattern Analysis*, *Applied Optics*, Vol. 22, N° 10, 1535-1539 (1983).
- [4] W. W. Macy Jr., *Two Dimensional Fringe Pattern Analysis*, *Applied Optics*, Vol. 22, N° 23, 3898-3901 (1983).
- [5] J. H. Bruning, D. R. Herriott, J. E. Gallagher, D. P. Rosenfeld, A. D. White and D. J. Brangaccio, *Digital Wavefront Measuring Interferometer for Testing Optical Surfaces and Lenses*, *Applied Optics*, Vol. 13, N° 11, 2693-2703 (1974).
- [6] K. A. Stetson and W. R. Brohinsky, *Electrooptic Holography and its Application to Hologram Interferometry*, *Applied Optics*, Vol. 24, N° 21, 3631-3637 (1985).
- [7] K. Creath, *Phase Shifting Speckle Interferometry*, *Applied Optics*, Vol. 24, N° 18, 3053-3058 (1985).
- [8] K. Creath, *Step Height Measurement Using Two Wavelength Phase Shifting Interferometry*, *Applied Optics*, Vol. 26, N° 14, 2810-2816 (1987).
- [9] W. H. Stevenson, *Optical Frequency Shifting by Means of a Rotating Diffraction Grating*, *Applied Optics*, Vol. 9, N° 3, 649-652 (1970).
- [10] R. N. Shagam and J. C. Wyant, *Optical Frequency Shifter For Heterodyne Interferometers Using Multiple Rotating Polarization Retarders*, *Applied Optics*, Vol. 17, N° 19, 3034-3035 (1978).
- [11] J. C. Wyant, *Use of an ac Heterodyne Lateral Shear Interferometer With Real-Time Wavefront Correction Systems*, *Applied Optics*, Vol. 14, N° 11, 2622-2626 (1975).
- [12] P. Carré, *Installation et Utilisation du Comparateur Photoélectrique et Interférentiel du Bureau International des Poids et Mesures*, *Metrologia*, Vol. 2, N° 1, 13-23 (1966).
- [13] C. J. Morgan, *Least-Squares Estimation in Phase-Measurement Interferometry*, *Optics Letters*, Vol. 7, N° 8, 368-370 (1982).

- [14] J. E. Greivenkamp, *Generalized Data Reduction For Heterodyne Interferometry*, Optical Engineering, Vol. 23, N° 4, 350-352 (1984).
- [15] J. Schwider, R. Burow, K. E. Elssner, J. Grzanna, R. Spolaczyk and K. Merkel, *Digital Wave-Front Measuring Interferometry : Some Systematic Error Sources*, Applied Optics, Vol. 22, N° 21, 3421-3432 (1983).
- [16] J. Wingerden, H. Frankena and C. Smorenburg, *Linear Approximation For Measurement Errors in Phase Shifting Interferometry*, Applied Optics, Vol. 30, N° 19, 2718-2729 (1991).

Chapitre II

Source laser

- [17] P. Hariharan, *Interferometry With Lasers*, Progress in Optics, Vol. XXIV, 103-164 (1987).
- [18] P. H. Van Cittert, *Probable Distribution of Vibration Vector on Illuminated Plan*, Physica, Vol. 1, 201-210 (1934).
- [19] F. Zernicke, *Concept of Degree of Coherence and its Application to Optical Problems*, Physica, Vol. 5, 785-795 (1938).
- [20] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, Pergamon Press.
- [21] A. Blanc-Lapierre et P. Dumontet, *La Notion de Cohérence en Optique*, La Revue d'Optique, Vol. 34, N° 1, 1-21 (1955).
- [22] A. Blanc Lapierre, M. Perrot et G. Péri, *Comparaison Entre la Transmission de l'Information en Optique et en Radioélectricité*, Optica Acta, Vol. 2, N° 1, 1-5 (1955).
- [23] M. Ohtsu, *Coherence in Semiconductor Lasers*, Progress in Optics, Vol. XXV, 193-278 (1988).
- [24] M. Françon et S. Tolansky, *Cohérence en Optique*, Editions du C.N.R.S., Paris (1965).
- [25] J. W. Goodman, *Statistical Optics*, Wiley Series, New York (1985).
- [26] P. Agrawal, *Single Longitudinal Mode Semiconductor Lasers*, Progress in Optics, Vol. XXVI, 163-255 (1988).

Détection

- [27] D. F. Barbe, *Charge-Coupled Devices*, Topics in Applied Physics, Vol. 38, Springer-Verlag Ed. Berlin (1980).
- [28] W. T. McDonald, H. C. Howarth and C. T. Kleiner, *Analytical Noise/Performance Modeling of Detector CCD Hybrid Devices*, S.P.I.E., Vol. 327, 154-162 (1982).
- [29] K. N. Prettyjohns, *Charge-Coupled Device Image Acquisition For Digital Phase Measurement Interferometry*, Optical Engineering, Vol. 23, N° 4, 371-378 (1984).
- [30] J. R. Janesick, S. T. Elliott, S. A. Colins, M. M. Blouke and J. W. Freeman, *Scientific Charge-Coupled Devices*, Optical Engineering, Vol. 26, N°8, 692-714 (1987).
- [31] N. Thomas and H. U. Keller, *Photometric Calibration of the Halley Multicolour Camera*, Applied Optics, Vol. 29, N° 10, 1503-1519 (1990).
- [32] J. Weng, P. Cohen and M. Herniou, *Camera Calibration With Distortion Models and Accuracy Evaluation*, IEEE Transaction On Pattern Analysis And Machine Intelligence, Vol. 14, N°10, 965-980 (1992).
- [33] J. Kutzner, L. Hightower and C. Pruitt, *Measurement and Testing of CCD Sensors and Cameras*, SMPTE Journal, 325-328 (1992).
- [34] D. L. Snyder and A. M. Hammound, *Image Recovery From Data Acquired With a Charge-Coupled-Device Camera*, J.O.S.A., Vol. 10, N°5, 1014-1023 (1993).
- [35] R. A. Boie and I. J. Cox, *An Analysis of Camera Noise*, IEEE Transaction On Pattern Analysis And Machine Intelligence, Vol. 14, N°6, 671-674 (1992).
- [36] R. W. Leach, R. E. Schild, H. Gursky, G. M. Madejski, D. A. Schwartz and T. C. Weeks, *Description, Performance and Calibration of a CCD Camera*, Publication of the Astronomical Society of the Pacific, Vol. 92, 233-245 (1980).
- [37] F. K. Hopkins and J. T. Boyd, *Linearity of Direct Injection in an InSb Photodiode/Si CCD Device Imager*, Optical Engineering, Vol. 27, N° 8, 701-704 (1988).

Elément déphaseur

- [38] K. Creath and P. Hariharan, *Phase Shifting Errors in Interferometric Tests With High-Numerical-Aperture Reference Surfaces*, Applied Optics, Vol. 33, N° 1, 24-25 (1994) (technical note).

- [39] J. Schwider, *Phase shifting Interferometry : Reference Phase Error Reduction*, Applied Optics, Vol. 28, N° 18, 3889-3892 (1989).
- [40] Y. Sirel, *Phase Stepping : a New Self-Calibrating Algorithm*, Applied Optics, Vol. 32, N° 19, 3598-3600 (1993).
- [41] K. Kinnstaetter, A. W. Lohmann, J. Schwider and N. Streibl, *Accuracy of Phase Shifting Interferometry*, Applied Optics, Vol. 27, N° 24, 5082-5089 (1988).
- [42] C. Ai, *Phase Measurement Accuracy Limitation in Phase Shifting Interferometry*, Ph. D Thesis, University of Arizona, Tucson (1987).
- [43] C. Ai and J. C. Wyant, *Effect of Piezoelectric Transducer Nonlinearity on Phase Shift Interferometry*, Applied Optics, Vol. 26, N° 6, 1112-1116 (1988).
- [44] C. L. Koliopoulos, *Interferometric Optical Phase Measurement Techniques*, Ph.D. Thesis, University of Arizona, Tucson (1981).
- [45] Y. Y. Cheng and J. C. Wyant, *Phase Shifter Calibration in Phase Shifting Interferometry*, Applied Optics, Vol. 24, N° 14, 3049-3055 (1985).

Diffuseur mobile

- [46] J. C. Dainty, *Laser Speckle and Related Phenomena*, J. C. Dainty Ed., Springer Verlag, Berlin (1984).
- [47] J. C. Dainty, *The Statistics of Speckle Patterns*, Progress in Optics, Vol. XIV (1976).
- [48] J. C. Dainty, *Some Statistical Properties of Random Speckle Patterns in Coherent and Partially Coherent Illumination*, Optica Acta, Vol. 17, N° 10, 761-772 (1970).
- [49] T. S. McKechnie, *Measurement of Some Second Order Statistical Properties of Speckle*, Optik, Vol. 39, N° 3, 258-267 (1974).
- [50] R. Barakat, *First-Order Probability Densities of Laser Speckle Patterns Observed Through Finite-Size Scanning Apertures*, Optica Acta, Vol. 20, N° 9, 729-740 (1973).
- [51] R. Barakat, *The Brightness Distribution of the Sum of Two Correlated Speckle Patterns*, Optics Communication, Vol. 8, N° 1, 14-16 (1973).
- [52] A. A. Scribot, *First-Order Probability Density Functions of Speckle Measured With a Finite Apertures*, Optics Communications, Vol. 11, N° 3, 238-241 (1974).

-
- [53] L. I. Goldfischer, *Autocorrelation Function and Power Spectral Density of Laser-Produced Speckle Patterns*, J.O.S.A., Vol. 55, N° 3, 247-253 (1965).
- [54] A. E. Ennios, *Speckle Interferometry*, Progress in Optics, Vol. XVI, 235-288 (1978).
- [55] J. Uozumi and T. Asakura, *The First-order Statistics of Partially Developed Non-Gaussian Speckle Patterns*, Journal of Optics, Vol. 12, N° 3, 177-186 (1981).
- [56] S. Lowenthal and D. Joyeux, *Speckle Removal by a Moving Diffuser Associated With a Motionless Diffuser*, J.O.S.A., Vol. 61, N° 7, 847-851 (1971).
- [57] S. Lowenthal and H. Arsenault, *Image Formation For Coherent Diffuse Objects : Statistical Properties*, J.O.S.A., Vol. 60, N° 11, 1478-1483 (1970).
- [58] H. J. Gerritsen, W. J. Hannan and E. G. Ramberg, *Elimination of Speckle Noise in Holograms With Redundancy*, Applied Optics, Vol. 7, N° 11, 2301-2311 (1968).
- [59] P. Hariharan and Z. S. Hegedus, *Reduction of Speckle in Coherent Imaging by Spatial Frequency Sampling*, Optica Acta, Vol. 21, N° 5, 245-356 (1974).
- [60] T. S. McKechnie, *Reduction of Speckle in an Image by a Moving Aperture - First Order Statistics*, Optics Communications, Vol. 13, N° 1, 35-39 (1975).
- [61] T. S. McKechnie, *Reduction of Speckle in an Image by a Moving Aperture - Second Order Statistics*, Optics Communications, Vol. 13, N° 1, 29-34 (1975).
- [62] T. Iwai, N. Takai and T. Asakura, *The Autocorrelation Function of the Speckle Intensity Fluctuation Integrated Spatially by a Detecting Aperture of Finite Size*, Optica Acta, Vol. 28, N° 10, 1425-1437 (1981).
- [63] J. C. Dainty, *Detection of Images Immersed in Speckle Noise*, Optica Acta, Vol. 18, N° 5, 327-339 (1971).
- [64] J. C. Dainty and W. T. Welford, *Reduction of Speckle in Image Plane Hologram Reconstruction by Moving Pupils*, Optics Communications, Vol. 3, N° 5, 289-294 (1971).
- [65] K. Nakagawa, N. Nagamatsu, T. Asakura and Y. Shindo, *An Effect of the Extended Detecting Aperture on the Contrast of Monochromatic and White-Light Speckles*, Journal of Optics, Vol. 13, N° 3, 147-153 (1982).

- [66] T. Asakura and N. Takai, *Statistical Properties of Dynamic Laser Speckle and its Application to Metrology*, S.P.I.E., Vol. 243 (1980).
- [67] A. Oulamara et G. Tribillon, *Analyse de Structures Granulaires Dynamiques par Décorrélation de Speckle*, Journal of Optics, Vol. 22, N° 5, 247-253 (1991).
- [68] J. Ohtsubo, *Statistics of Speckle Intensity Produced by the Longitudinal Motion of a Diffuse Object*, Optik, Vol. 57, N° 2, 183-189 (1980).
- [69] T. Iwai, N. Takai and T. Asakura, *Dynamic Statistical Properties of Laser Speckle Produced by a Moving Diffuse Object Under Illumination of a Gaussian Beam*, J.O.S.A., Vol. 72, N° 4, 460-467 (1982).
- [70] K. A. O'Donnell, *Correlation of Time-Varying Speckle Near the Focal Plane*, J.O.S.A., Vol. 72, N° 2, 191-197 (1982).
- [71] B. E. A. Saleh, *Speckle Correlation Measurement of the Velocity of a Small Rotating Rough Object*, Applied Optics, Vol. 14, N° 10, 2344-2346 (1975).
- [72] N. George, *Speckle From Rough, Moving Objects*, J.O.S.A., Vol. 66, N° 11, 1182-1204 (1976).
- [73] V. V. Anisimov, S. M. Kozel and G. R. Lokshin, *Space-Time Statistical Properties of Coherent Radiation Scattered by a Moving Diffuse Reflector*, Optics Communication, 258-262 (1968).
- [74] N. Takai, T. Iwai, T. Ushizaka and T. Asakura, *Zero-Crossing Study on Dynamic Properties of Speckles*, Journal of Optics, Vol. 11, N° 2, 93-101 (1980).
- [75] S. Lowenthal, D. Joyeux et H. Arsenault, *Relation Entre le Déplacement Fini d'un Diffuseur Mobile et le Rapport Signal sur Bruit Dans L'éclairement Observé à Distance Finie ou Dans un Plan Image*, Optics Communications, Vol. 2, N° 4, 184-188 (1970).
- [76] J. W. Goodman, *Some Effects of Target-Induced Scintillation on Optical Radar Performance*, Proceedings of the IEEE, Vol. 53, N° 11, 1688-1700 (1963).
- [77] I. S. Reed, I.R.E. Trans. Info. Th., Vol. IT-8, 194-198 (1962).
- [78] M. Kac and A. J. F. Siegert, *On the Theory of Noise in Radio Receivers With Square Law Detectors*, Journal of Applied Physics, Vol. 18, N° 4, 383-397 (1947).

Aberration des composants

- [79] W. G. A. Taylor, *Spherical Aberration in the Fizeau Interferometer*, Journal of Scientific Instruments, Vol. 34, 399-402 (1957).
- [80] B. J. Biddles, *A Non-Contacting Interferometer For Testing Steeply Curved Surfaces*, Optica Acta, Vol. 16, 137-157 (1969).
- [81] J. S. Harris, *The Universal Fizeau Interferometer*, Ph. D Thesis, University of Reading (1971).
- [82] H. Kurita, K. Saito, M. Kato, *Influence of System Aberrations on Interferometric Aspheric Surface Testing*, S.P.I.E. Vol. 680, 47-52 (1986).
- [83] R. Jozwicki, *Influence of Spherical Aberration of an Interferometric System on the Measurement Error in the Case of a Finit Fringe Observation Field*, Applied Optics, Vol. 30, N° 22, 3119-3125 (1991).
- [84] R. Jozwicki, *Influence of Fizeau Interferometer Elements on Measurement Errors*, Applied Optics, Vol. 30, N° 22, 3126-3132 (1991).
- [85] C. Evans, W. T. Estler, *Some Observations on the Performance of Commercial Phase Measuring Fizeau Interferometers Used in Surface Figure Metrology*, Proc. Am. Soc. Precision. Eng. Vol. 4, 54-57 (1991).
- [86] C. Huang, *Propagation Errors in Precision Fizeau Interferometry*, Applied Optics Vol. 32, N° 34, 7016-7021 (1993).
- [87] A. Maréchal, *Imagerie Géométrique*, Editions de la Revue d'Optique, Paris (1952).
- [88] M. Cagnet, *Cours de l'Ecole Supérieure d'Optique*, non publié.
- [89] H. H. Hopkins, *The Optical Sine-Condition*, Proceedings of the Physical Society, Vol. 58, N° 1, 92-99 (1946).

Interférences à ondes multiples

- [90] P. Hariharan, *Digital Phase Stepping Interferometry : Effects of Multiply Reflected Beams*, Applied Optics, Vol. 26, N° 13, 2506-2507 (1987).
- [91] G. Bönsch and H. Böhme, *Phase-Determination of Fizeau Interferences by Phase-Shifting Interferometry*, Optik, Vol. 82, N° 4, 161-164 (1989).

- [92] R. A. Nicolaus, *Evaluation of Fizeau Interferences by Phase-Shifting Interferometry*, Optik, Vol. 87, N° 1, 23-26 (1991).
- [93] C. Ai and J. C. Wyant, *Effect of Retroreflection on a Fizeau Phase-Shifting Interferometer*, Applied Optics, Vol. 32, N° 19, 3470-3478 (1993).
- [94] S. Tolansky, *Multiple-Beam Interferometry*, Oxford Press, London (1948).
- [95] M. Françon et S. Tolansky, *Cohérence en Optique*, Editions du C.N.R.S., Paris (1965).

Conséquences sur les choix opto-mécaniques

- [96] R. V. Jones, D. Phil and I. R. Young, *Some Parasitic Deflexions in Parallel Spring Movements*, Journal of Scientific Instruments, Vol. 33, 11-15 (1955).

Chapitre III

- [97] Zygo Corp., Documentation sur l'interféromètre *Mark IV* (1994).
- [98] Wyko Corp., Documentation sur l'interféromètre *Wyko 6000* (1993).
- [99] L.A. Selberg, *Interferometer Accuracy And Precision*, S.P.I.E. Vol. 749, 8-18 (1987).
- [100] L.A. Selberg, *Interferometer Accuracy And Precision*, S.P.I.E. Vol. 1400, 24-32 (1990).
- [101] H. P. Stahl, *Phase-measuring Interferometry Performance Parameters*, S.P.I.E., Vol. 680, 29-34 (1986).
- [102] K. Kinnstaetter, A. W. Lohmann, J. Schwider and N. Streibl, *Accuracy of Phase Shifting Interferometry*, Applied Optics, Vol. 27, N° 24, 5082-5089 (1988).
- [103] *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, ISO/TAG4/WG3 (June 1992).
- [104] A. Marion, *Introduction aux Techniques de Traitement des Images*, Ed. Eyrolles, Paris (1987).

Chapitre IV

- [105] R. Bünnagel, *Herstellung und Verwendung Eines Gegen Erschütterungen Unempfindlichen Quecksilberspiegels Als Ebenheitsnormal*, Optica Acta, Vol. 3, N° 2, 81-84 (1956).
- [106] R. Bünnagel, H. A. Öhring and K. Steiner, *Fizeau Interferometer For Measuring the Flatness of Optical Surfaces*, Applied Optics, Vol. 7, N° 2, 331-335 (1968).
- [107] J. Schwider, G. Schulz, R. Riekler and G. Minkwitz, *Ein Interferenzverfahren Zur Absolutprüfung Von Planflächennormalen I*, Optica Acta, Vol. 13, N° 2, 103-119 (1966).
- [108] G. Schulz and J. Schwider, *Precise Measurement of Planeness*, Applied Optics, Vol. 6, N° 6, 1077-1084 (1967).
- [109] G. Schulz, *Ein Interferenzverfahren Zur Absoluten Ebenheitsprüfung Längs Beliebiger Zentralschnitte*, Optica Acta, Vol. 14, N° 4, 375-388 (1967).
- [110] J. Schwider, *Ein Interferenzverfahren Zur Absolutprüfung Von Planflächennormalen II*, Optica Acta, Vol. 14, N° 4, 389-400 (1967).
- [111] G. Schulz, J. Schwider, G. Hiller and B. Kicker, *Establishing an Optical Flatness Standard*, Applied Optics, Vol. 10, N° 4, 929-934 (1971).
- [112] J. P. Marioge, B. Bonino and M. Mullet, *Standard of Flatness : Its Application to Fabry-Perot Interferometers*, Applied Optics, Vol. 14, N° 9, 2283-2285 (1975).
- [113] B. S. Fritz, *Absolute Calibration of an Optical Flat*, Optical Engineering, Vol. 23, N° 4, 379-383 (1984).
- [114] J. Grzanna and G. Schulz, *Absolute Testing of Flatness Standards at Square-Grid Points*, Optics Communications, Vol. 77, N° 2, 107-112 (1990).
- [115] G. Schulz and J. Grzanna, *Absolute Flatness Testing by Rotation Method With Optimal Measuring Error Compensation*, Applied Optics, Vol. 31, N° 19, 3767-3780 (1992).
- [116] C. Ai and J. C. Wyant, *Absolute Testing of Flats Decomposed to Even and Odd Functions*, S.P.I.E., Vol. 1776, 73-93 (1992).
- [117] C. Ai and J. C. Wyant, *Absolute Testing of Flats by Using Even and Odd Functions*, Applied Optics, Vol. 32, N° 25, 4698-4705 (1993).

- [118] K. E. Elssner, A. Vogel, J. Grzanna and G. Schulz, *Establishing a Flatness Standard*, Applied Optics, Vol. 33, N° 13, 2437-2446 (1994).
- [119] G. Schulz, *Absolute Flatness Testing by an Extended Rotation Method Using Two Angles of Rotation*, Applied Optics, Vol. 32, N° 7, 1055-1059 (1993).

Conclusion

- [120] P. Picart, J. P. Marioge et R. Mercier, *Influence des Aberrations sur la Précision des Mesures de la Forme des Surfaces par Interférométrie Fizeau*, Journal of Optics, Vol. 26, N° 2, 73-95 (1995).
- [121] P. Picart, R. Mercier and M. Lamare, *Influence of Multiple Beam Interferences in a Phase-Shifting Fizeau Interferometer and Error-Reduced Algorithms*, Pure and Applied Optics, J.E.O.S. Part A, Vol. 4, 1-28 (1995).
- [122] P. Picart, R. Mercier, M. Lamare and J. P. Marioge, *Noise Introduced by a Moving Scatterer in a Coherent Imaging System in the Case of a Non Punctual Detector*, Pure and Applied Optics, J.E.O.S. Part A, article soumis.
- [123] M. Mullet, J. P. Marioge, P. Fournet and R. Mercier, *Manufacturing of Aspherical Surface to Nanometric Accuracy*, Proceedings 8th I.P.E.S., Compiègne, Ed. Elsevier (May 1995).

Nom : PICART
Prénom : Pascal

Sujet : Contribution au contrôle de surfaces planes et sphériques de précision nanométrique

Résumé

Le sujet de ce mémoire est l'étude d'un interféromètre de Fizeau à décalage de phase pour la mesure de surfaces planes et sphériques à des précisions nanométriques. Nous avons récemment étudié les sources de limitation et recherché les conditions ou les solutions rendant la contribution inférieure à $\lambda/1000$ en valeur crête à crête ($\lambda = 632,8 \text{ nm}$). Six sources potentielles d'erreurs ont été examinées : la source laser, la détection, l'élément qui crée le déphasage, le diffuseur mobile du système d'imagerie, les aberrations géométriques des composants optiques et la nature même des interférences.

Nous avons optimisé la configuration interférométrique. De nouveaux algorithmes ont été développés. Ils sont basés sur des méthodes des moindres carrés. Ces algorithmes sont autocalibrés mais demandent beaucoup de temps de calcul. Pour obtenir des résultats rapidement, nous avons complété nos techniques de dépouillement par une méthode basée sur une correction *a posteriori* de la formule de Carré.

La validation a montré les performances de l'instrument. Avec les méthodes basées sur les moindres carrés, les mesures de bruit ont montré que les fluctuations aléatoires sont de l'ordre de $\lambda/3000 \text{ rms}$; les erreurs systématiques ont une contribution inférieure à $\lambda/350 \text{ P-V}$. La cale piézo-électrique qui réalise le déphasage, et le bruit de la détection, sont en fait les principales sources de limitation. La correction des défauts de positionnement de la cale piézo-électrique a été essayée sur l'algorithme de Carré et sa Correction *a posteriori*; les résultats indiquent une exactitude meilleure que $\lambda/600 \text{ P-V}$.

L'interféromètre de Fizeau à décalage de phase a été appliqué à l'étalonnage absolu de surfaces planes. Une méthode basée sur des combinaisons de translations et de rotations d'une des surfaces par rapport à l'autre, a été présentée. Cette méthode a été utilisée pour la mesure d'une surface plane en silice.

Mots clés : interférométrie Fizeau, décalage de phase, aberrations, interférences à ondes multiples, étalonnage absolu