Application de l'interférométrie "speckle" a l'étude de rugosité localement variable d'un objet diffusant. Influence des aberrations du système optique.

Michel Menu

▶ **To cite this version:**

Michel Menu. Application de l'interférométrie "speckle" a l'étude de rugosité localement variable d'un objet diffusant. Influence des aberrations du système optique.. Optique [physics.optics]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1978. Français. NNT : . pastel-00716479

HAL Id: pastel-00716479
https://pastel.hal.science/pastel-00716479

Submitted on 10 Jul 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DIPLOME DE DOCTEUR-INGENIEUR

présenté

À L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE
PARIS VI

Spécialité : PHYSIQUE
Mention : OPTIQUE

Δ

par

MENU MICHEL

∇

Sujet de la thèse : APPLICATION DE L'INTERFÉROMÉTRIE "SPECKLE" À L'ÉTUDE DE RUGOSITÉ LOCALEMENT VARIABLE D'UN OBJET DIFFUSANT. INFLUENCE DES ABERRATIONS DU SYSTÈME OPTIQUE.

Soutenue le 13 Juin 1978

devant la Commission composée de :

Président : *M. FRANCON, Professeur*
Examinateurs : *F. ABELES, Professeur*
HUGUES
S. LOWENTHAL, Professeur
Mme M.L. ROBLIN

REMERCIEMENTS.

Ce travail a été effectué dans le laboratoire d'Optique de Monsieur le Professeur Françon, qu'il trouve ici l'expression de ma reconnaissance pour son accueil, qu'il soit aussi remercié d'avoir bien voulu présider mon jury de thèse.

Je remercie MM. Abelès, Hughes et Lowenthal ainsi que Mme Roblin d'avoir accepté de participer à ce jury.

Mes remerciements à Monsieur le Professeur Maréchal qui m'a permis de travailler dans le cadre de l'institut d'optique.

Ce travail a été effectué sous la direction constante de Mme Roblin. Elle y a consacré son attention en permanence et je la remercie pour son aide et tous les enseignements acquis auprès d'elle.

Je remercie tout le laboratoire pour l'accueil qu'il m'a réservé et l'aide qu'il m'a apportée.

Ma reconnaissance à Mme Françon, Mme Ménage et Mme Vu qui ont accompli la tache de dactylographier ce texte.

INTRODUCTION

Le phénomène de "speckle"(terme anglo-saxon pour tacheture) s'est manifesté avec l'apparition du laser, et a été observé en holographie où il a été considéré comme une source de bruit. Si on place sur le trajet d'un faisceau très cohérent un objet diffusant, ce faisdeau présente une granularité que l'on peut observer sur un écran. Ce "speckle" est la superposition de nombreuses ondelettes d'amplitude et de phase aléatoires. Pour déterminer l'intensité résultante dans le plan d'observation on utilise les résultats de la "marche aléatoire dans le plan complexe" dont on déduit que l'amplitude de la somme suit une loi de probabilité gaussienne et que la phase est équipartie, de telle sorte que l'intensité suit la loi de Rayleigh et donc que la probabilité d'observer l'intensité positive I est : $1/2\ \sigma^2\ \exp - I/2\sigma^2$ (réf.1) (σ est la dispersion de I autour de la valeur moyenne $\langle I \rangle$).Les propriétés statistiques de la figure de "speckle" ne dépendent pas du diffuseur utilisé et le contraste est unité si l'écart quadratique moyen du profil est supérieur à la longueur d'onde λ du faisceau cohérent. La dimension du "speckle" est déterminée par l'ouverture angulaire α de la plage éclairée de l'objet vue du point d'observation soit : λ/α ou, si l'on fait une image du diffuseur,par l'ouverture du système optique α' : λ/α' de l'ordre donc de la tache d'AIRY.

Source de bruit en holographie, on a développé l'étude du "speckle" en tant que tel trouvant des applications dans les domaines de l'interférométrie et du traitement optique de l'information.

L'expérience classique de l'interférométrie-"speckle" consiste en l'enregistrement sur une même plaque photographique de deux intensités de champ de "speckle" identiques mais décalées latéralement. Le spectre de cette plaque, une fois développée, est alors égal au produit du spectre d'une des figures de "speckle" par des franges de type d'YOUNG de contraste unité et de pas inversement proportionnel au déplacement latéral. Pratiquement de telles expériences nécessitent deux poses (ou plusieurs pour obtenir des franges à profil plus complexe) entre lesquelles la plaque photographique ou l'objet peut être déplacé. Cette méthode a été utilisée pour la détection des mouvements d'ensemble subis par un objet diffusant (réf.2)

Le spectre d'une des figures enregistrées peut être étudié en calculant son spectre de puissance. Il est composé - d'un ordre central directement transmis par le diffuseur d'amplitude constitué par la plaque photographique.

- d'une fonction "halo" aléatoire, dont l'enveloppe est la fonction d'autocorrélation de l'ouverture à l'enregistrement.

Notre travail propose un montage par interférométrie-"speckle" pour déterminer la rugosité du profil diffusant. D'autre part nous cherchons à déceler les variations locales éventuelles de rugosité si bien que nous nous sommes résolus à effectuer une image optique de l'échantillon avec les problèmes qui en découlent. En effet, pour que l'expérience coincide avec la théorie il faut supposer que deux conditions essentielles soient satisfaites :

- un système parfait à l'enregistrement.

- La tache de diffraction de ce système optique grande comparée à la longueur de corrélation du profil.

Nous discutons dans ce travail ces deux conditions.

Dans le premier chapitre, après avoir rappelé quelques définitions concernant les états de surface nous montrons comment peuvent être reliées la visibilité des franges et des caractéristiques statistiques de la surface et nous donnons le principe de l'expérience réalisée. Nous donnons le calcul dans le cas de l'image, en supposant réalisées les deux conditions précédentes. Nous décrivons exhaustivement aussi les différents modes de filtrage de la plaque photographique que nous utiliserons tout au long de ce travail.

Les deux chapitres suivants se rattachent à la première condition. Le chapitre II permet une approche du phénomène-aberration ainsi qu'un contrôle, sur le montage lui-même, du système réalisé. Il utilise un diffuseur particulier qui permet une interprétation holographique des phénomènes observés. On compare alors les résultats avec ceux de la méthode classique de RONCHI. Le chapitre III a pour but de donner des tolérances sur la correction des différentes aberrations. On discute l'effet, dans le cas général, des aberrations sur le pas et la visibilité des franges restituées dans le plan de FOURIER. Le cas limite des aberrations faibles nous permet de donner les tolérances.

Enfin dans le chapitre IV nous décrivons les solutions adoptées pour le montage et le déroulement de l'expérience; la deuxième condition d'une étude de rugosité dans l'image est discutée à partir de résultats expérimentaux. Nous donnons alors les résultats de nos mesures.

REFERENCES.

1- J.W. GOODMAN : Statistical Properties of laser speckle Patterns in Laser Speckle and Related Phenomena

Ed. J.C. DAINTY Springer Verlag (Berlin) 1975

2- Y. DZIALOWSKI: Etude par granularité laser des faibles déplacements d'un objet diffusant.

Thèse PARIS (1977)

CHAPITRE I

PRINCIPE DE LA MESURE DE LA RUGOSITE PAR CORRELATION DE DEUX "SPECKLES" OBTENUS DANS L'IMAGE DE L'OBJET DIFFUSANT ECHANTILLON.

Nous n'abordons dans ce chapitre que le cas théorique d'un système optique dépourvu d'aberration, pour donner le principe de notre expérience (1.3). Avant de décrire le montage expérimental retenu et les modes d'obtention de l'information sur la rugosité, nous rappelons brièvement des définitions concernant les profils des surfaces diffusantes et les méthodes par interférométrie "speckle" déjà existantes. Le dernier paragraphe de ce chapitre est consacré au calcul de la formule reliant la rugosité RMS à la visibilité des franges.

I.1 : RAPPEL DE DEFINITIONS CONCERNANT LES ETATS DE SURFACE :

Les défauts d'une surface usinée se classent selon quatre critères : les défauts du 1er ordre (écart de forme) et du 2 ème ordre (périodiques de basse fréquence) sont des défauts macrogéométriques. Les défauts microgéométriques ou rugosité sont ceux du 3 ème ordre (striures) ou du 4 ème ordre (arrachements, écailles, fentes, piqûres...).(voir fig. I.1.a).

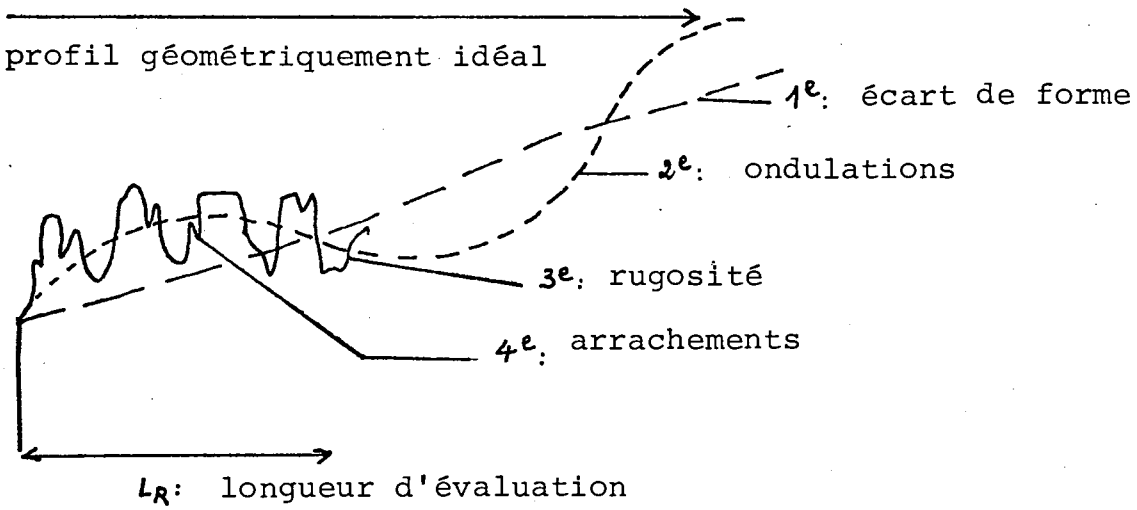


fig. I.1.a : profil effectif d'une surface usinée. Caractérisation des différents défauts.

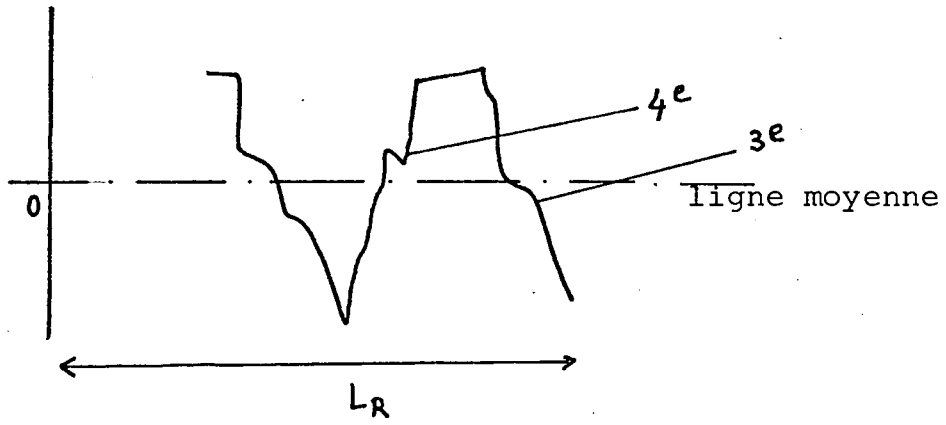


fig. I.1.b : après filtrage des basses fréquences.

- La rugosité provoque des défauts de lubrification, d'étanchéité, est à la source des problèmes de tenue des revêtements, de dépôts électrolytiques. Sa nature physique est purement aléatoire et c'est elle qui nous intéressera dans cette étude.

Le critére statistique essentiellement retenu par les mécaniciens est le Ra (rugosité arithmétique moyenne) ; il est donné par la moyenne arithmétique de la valeur absolue de la distance entre chacun des points du profil effectif et la ligne moyenne sur la longueur d'évaluation L_R soit:

$$R_a = \frac{1}{L_R} \int_0^{L_R} |Y| \, dL \qquad (I.1)$$

Remarquons que :

$$\frac{1}{L_R} \int_0^{L_R} Y \, dL = 0 \qquad (I.2)$$

Le critère que nous pourrons déduire de notre étude est la rugosité RMS σ qui est la rugosité géométrique moyenne :

$$RMS\ \sigma = \left[\frac{1}{L_R} \int_0^{L_R} Y^2 \, dL \right]^{1/2} \qquad (I.3)$$

Une correspondance suffisamment précise pour des mesures industrielles est :

$$1\ R_a = 1{,}11\ RMS \qquad (I.4)$$

Le facteur de proportionalité entre les deux critères, fonction du procédé d'usinage, est compris entre 1,1 et 1,3.

I.2 : EXPERIENCES REALISEES PAR INTERFEROMETRIE "SPECKLE".

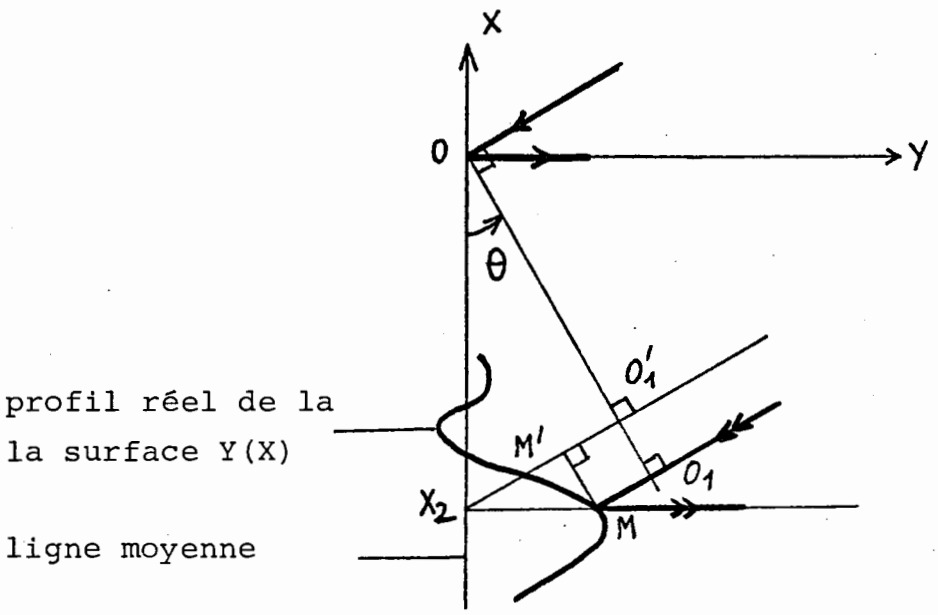
Pour déterminer le critère de rugosité les expériences se développaient par contact mécanique - profilographe par exemple- ce qui éventuellement, conduisait à une détérioration de la surface. D'où l'idée d'étudier la lumière diffusée d'une onde cohérente et de déterminer la ou les relations existant entre certaines des caractéristiques de celle-ci et les propriétés microgeométriques de la surface diffusante. Une méthode photométrique, basée sur l'étude des facteurs de reflexion spéculaire et diffus a été développée par BERNY et IMBERT [I.1] . La gamme de rugosité RMS détectée est : 0,01 μ à 3 μ .

Des expériences ont été effectuées par interférométrie "speckle" Elles ont aussi l'avantage sur les méthodes mécaniques d'éviter tout contact entre la surface échantillon et l'appareil de mesure. Elles donnent accès à la rugosité RMS et éventuellement, nous le verrons plus loin, elles peuvent dans certains cas donner une information sur la longueur de corrélation du profil.

Nous rappelons le principe commun à ces méthodes:

Si on éclaire par une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ , sous une incidence θ la surface diffusante caractérisée par son profil microgéométrique Y (X) autour de la ligne moyenne, et si pour simplifier tout d'abord la direction d'observation est la normale à la surface diffusante la différence de marche $[\Delta = n(L_o - L)]$ introduite par la surface est (fig.I.2) :

- aux termes d'ordre supérieur près.
- la référence de phase étant prise en O.



fig, I.2 : schéma pour calculer la différence de phase introduite par un profil Y (X); l'observation se fait suivant la normale à la ligne moyenne.

$$\Delta = -\overline{O_1M} + \overline{X_2M} = -\overline{O'_1M'} + \overline{X_2M}$$
$$= -[X\sin\theta - Y(X)\cos\theta] + Y(X)$$
$$\Delta = -X\sin\theta + Y(X)(\cos\theta + 1) \qquad (I.5)$$

d'où la différence de phase $\exp\left(j\frac{2\pi}{\lambda}\Delta\right)$ introduite :

$$\exp -\left(j\frac{2\pi}{\lambda}X\sin\theta\right)\exp\left[j\frac{2\pi}{\lambda}Y(X)(\cos\theta+1)\right] \qquad (I.6)$$

Le premier terme de (I.5) ne contient aucune information sur la surface, il est en effet, en optique de FOURIER la représentation de l'onde inclinée plane monochromatique.
Seul le second terme porte une information sur le profil de la surface. L'information sur celui-ci est obtenue en interférométrie "speckle" sous forme d'une variation de la visibilité des franges dans le plan de FOURIER de la plaque photographique si on modifie quelque peu l'onde incidente entre les deux poses.
D'où, d'après (I.6) on peut faire varier la longueur d'onde λ ou l'incidence θ.

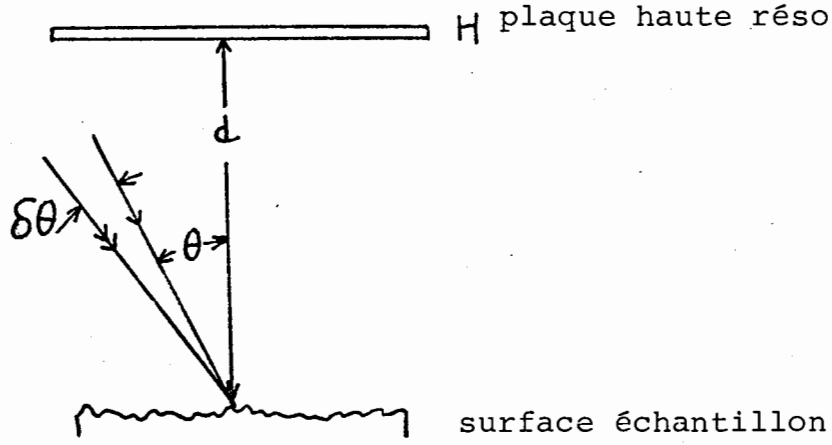
I.2.1 : Détermination de la rugosité σ à l'aide d'une variation $\delta\theta$ de l'incidence entre les deux poses [I.2]

Cette étude consiste précisément à faire une variation $\delta\theta$ de l'incidence. L'enregistrement est réalisé à distance finie, donc en chaque point, toute la région éclairée de l'objet contribue à la formation du "speckle". La surface échantillon est éclairée par une onde plane monochromatique issue d'un laser (fig.I.3.a) Sur une plaque photographique haute résolution H, on enregistre les deux "speckles" quand, entre les deux poses, on a changé de façon infinitésimale l'incidence de $\delta\theta$. On a alors sur la plaque photographique deux "speckles" translatés de

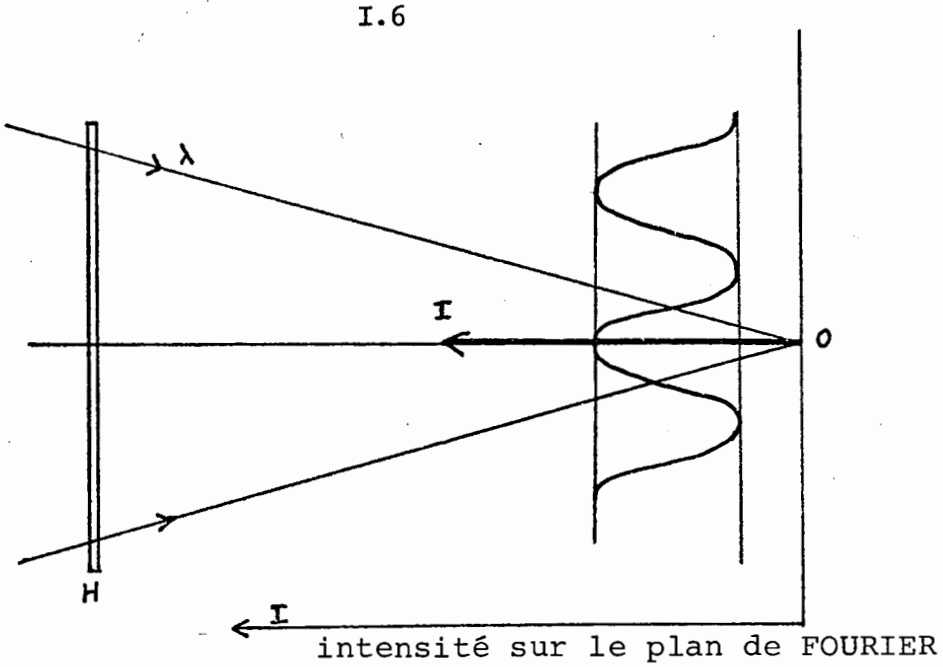
$$z = d \cdot \cos\theta \cdot \delta\theta \qquad (I.7)$$

où d est la distance de la surface échantillon à l'émulsion ; à cette translation z s'ajoute une variation de la structure fine du speckle (décorrélation) qu'on peut déceler par une baisse de la visibilité des franges restituées. (obtenues, par exemple, dans le montage de la figure I.3.b). On montre que cette visibilité est liée à la rugosité par

$$V = \exp -\left(\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\sigma\cdot \sin\theta\cdot\delta\theta\right)^2 \qquad (I.8)$$



I.3.a : schéma de principe du montage



I.3.b : montage de visualisation des franges

Si ce $\delta\theta$ devient trop grand - ou si la rugosité elle-même devient trop importante - les franges tendent à disparaître.

D'autre part pour garder le même pas de franges (égal à $\frac{\lambda}{z}$) donc le même déplacement de speckle entre les deux poses, la plaque photographique doit être translatée. L'expérience a été développée pour des rugosités RMS σ comprises entre 1 et 30 μ avec des précisions relatives de l'odre de 8%. Cette étude a ensuite été poursuivie pour réaliser un prototype de mesure de la rugosité RMS σ en temps réel.

I.2.2. Détermination de la rugosité RMS dans l'image de l'objet diffusant, variation de la longueur d'onde : [I.3]

Une autre méthode a été proposée en changeant la longueur d'or entre les deux poses. Ici aucun dispositif en temps réel ne peut être réalisé. Se plaçant dans l'image de l'objet diffusant-échantillon (fig. I.4) on enregistre deux "speckles pattern" sur la plaque photographique H haute résolution quand entre les deux poses on a fait varier légèrement la longueur d'onde de $\Delta\lambda$ et donné à la plaque photographique H un déplacement z_0.

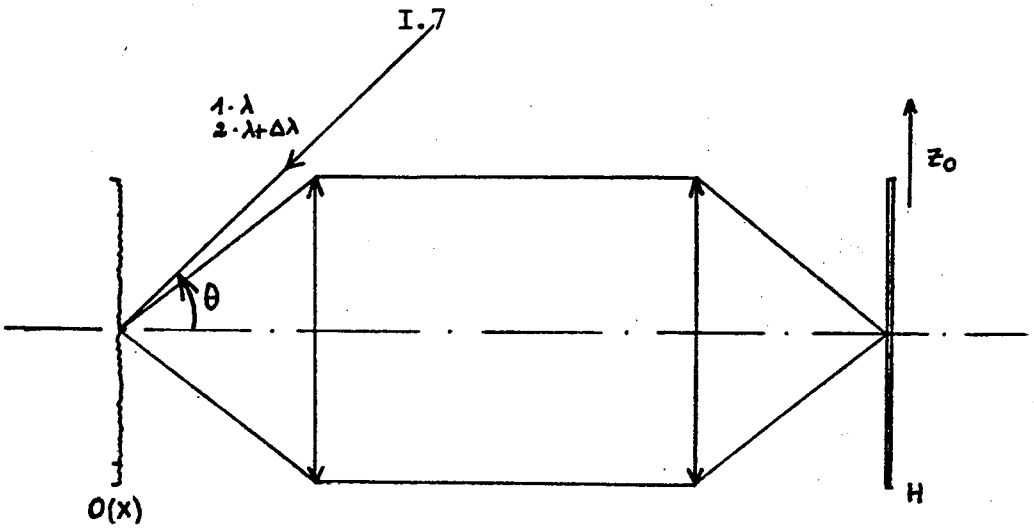


fig.I.4 : étude par variation de longueur d'onde de la rugosité dans l'image de l'objet diffusant.

La visibilité est donnée cette fois-ci par exp $-\left(\frac{4\pi}{\lambda}\sigma\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}\right)^2$ (I.9)

en incidence normale.
Ce déplacement, lors de la restitution, donnera des franges de fréquence spatiale $\frac{\lambda'}{z_0}$ où λ' est la longueur d'onde de restitution. La décorrélation est quasi totale si la rugosité RMS σ est supérieure à $\frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda}$ (I.10). Dans ce cas donc, les franges ne seront plus visibles dans un montage de restitution analogue à celui décrit sur la figure I.3.b. Pour des rugosités (ou des $\Delta\lambda$) plus faibles la mesure de la visibilité des franges permet d'accéder à la valeur de σ .

La gamme de mesure de rugosités s'étend de 0,5 à 5 μ obtenues avec une précision relative inférieure à 5%.

Il est aussi à noter que pour les faibles rugosités, des raies de cohérence plus faibles (celles d'une lampe à vapeur de mercure par exemple) peuvent être utilisées.

I.2.3. Variation de la longueur d'onde à distance finie. [I.4]

Le montage dans l'image n'est pourtant pas nécessaire dans le cas précédent. On montre par l'étude comparée des intensités enregistrées à une distance finie D du diffuseur qu'un changement de longueur d'onde provoque :

- un changement d'échelle / une homothétie de rapport 1 - $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$
- une décorrélation systématique indépendante du profil de la surface liée au changement de longueur d'onde
- une décorrélation due à la rugosité du diffuseur

On peut donc choisir le montage de la figure I.5 pour mesurer celle-ci.

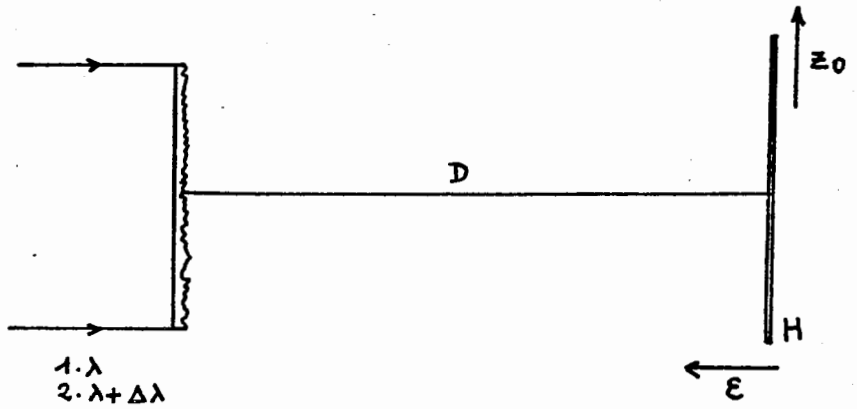


fig.I.5 : étude par variation de longueur d'onde de la rugosité à distance finie.

Entre les deux poses on a :

1. changé la longueur d'onde de $\Delta\lambda$
2. donné à la plaque photographique H un déplacement longitudinal ε tel que :

$$(D-\varepsilon)(\lambda+\Delta\lambda) = D\lambda \qquad \text{(I.11)}$$

qui compense l'homothétie et la décorrélation systématique.

3. donné un déplacement latéral z_0 à H .

Dans un montage de restitution (figure I.3.b) on mesure la visibilité des franges d'où on déduit σ par la formule (I.9).

I.3. PRINCIPE RETENU DE L'EXPERIENCE ET DIFFERENTS MODES DE FILTRA

Nous utilisons une méthode par interférométrie-"speckle" dans l'image de l'objet diffusant. Notre but est de déterminer des variations éventuelles de la rugosité, c'est-à-dire déceler en un seul cliché les différences locales du RMS qui se traduiront par une variation de contraste des franges restituées. C'est un filtrage approprié du cliché qui nous permettra de déterminer et mesurer cette variation de contraste et d'en déduire la variation de rugosité.

Nous avons choisi le montage avec variation d'incidence qui semble plus souple que celui avec variation de longueur d'onde. -il est, par exemple, nécessaire de disposer dans ce dernier cas d'un laser à colorants ou au moins d'un laser multi-raies.

Le montage retenu a son principe schématisé sur la figure (I.6).

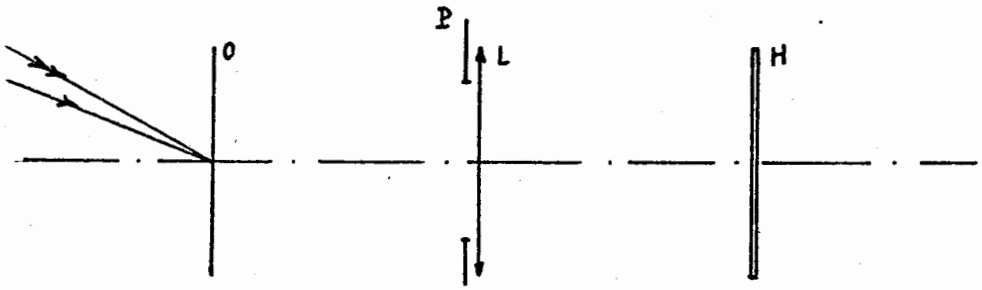


fig.I.6 : schéma retenu pour la détermintation de la rugosité RMS - éventuellement variable - d'un objet (ici par transmission).
On effectue une double image du verre dépoli O sur la plaque photographique haute resolution H .

Rappelons que l'image de l'objet diffusant est un "speckle" (appelé par Ennos "subjectif" par opposition au speckle "objectif" observé sans optique [I.5], dont la grandeur moyenne dépend de l'ouverture du système optique L).

On enregistre deux images de l'échantillon O en ayant, entre les deux poses, fait tourner l'onde et donné à la plaque photographique un déplacement latéral z_0.

Nous allons déterminer comment il est possible d'obtenir l'information, sur la rugosité et ensuite sur une variation éventuelle de celle-ci.

Le principe de visualisation des franges a déjà été schématisé sur la figure I.3.b. Nous avons vu que l'information sur la rugosité était liée au contraste des franges obtenues dans le plan de FOURIER ; c'est encore le cas dans notre montage ; d'autres types de filtrage sont présentés ici pour avoir une vue globale de la plaque et déceler d'éventuelles variations de la rugosité de l'objet-échantillon.

I.3.1 : Filtrage sur la plaque photographique.

Le montage de visualisation des franges est rappelé sur la figure I.7.
Pour obtenir le spectre de la plaque photographique on place celle-ci dans une onde cohérente plane de longueur d'onde λ .

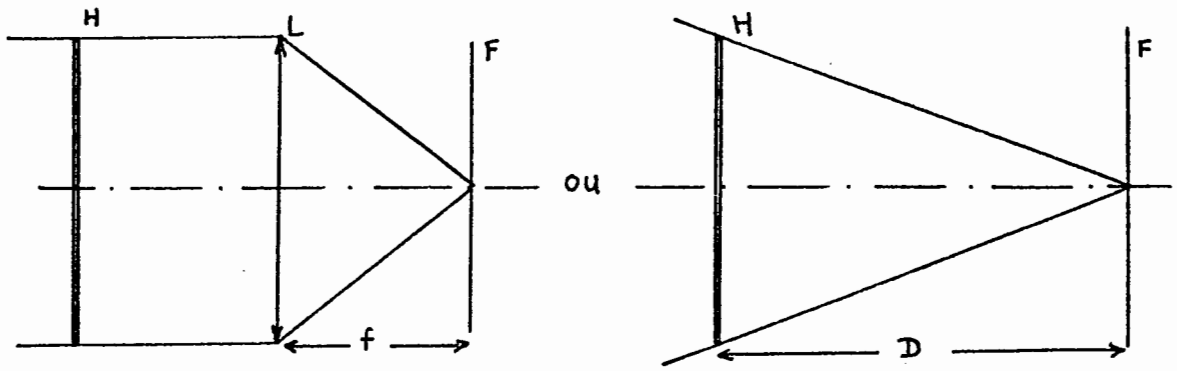
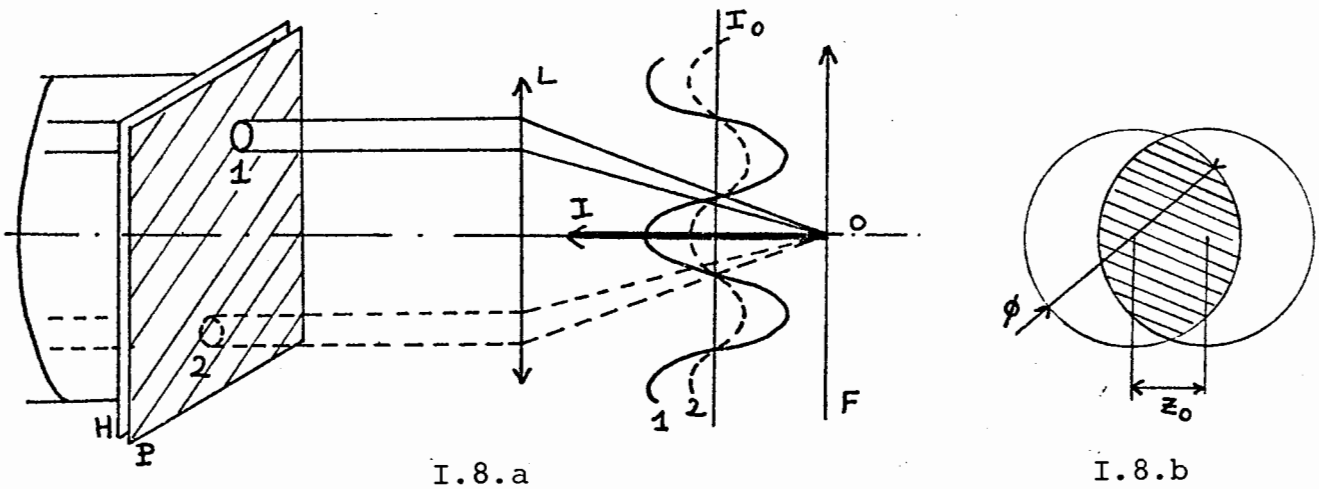


fig. I.7 : schéma de visualisation des franges d'interférence.

Dans le plan focal d'une lentille L on observe la transformée de FOURIER de la transparence en amplitude du diffuseur consitué par la plaque photographique doublement exposée.
A l'aide d'un détecteur quadratique (oeil, récepteurs photométriques etc...) on enregistre l'intensité du spectre ;
dans le cas d'une double photographie de "speckle" décalés de z_0 autour de l'image de la source directement transmise par le diffuseur - plaque photographique H , on observe des franges sinusoidales de pas angulaire $\frac{\lambda}{z_0}$.
Un autre montage, plus simple, est envisageable, c'est celui de la figure I.3.b rappelé ici. On place la plaque photographique dans une onde cohérente convergeant en F. Dans le plan de F l'amplitude est, à un facteur de phase quadratique près, la transformée de FOURIER de la transparence de la plaque photographique.
Ce facteur de phase s'élimine quand on enregistre l'intensité.



I.8.a I.8.b

fig.I.8 : filtrage sur la plaque photographique H pour déterminer des variations locales de la rugosité.

Pour déceler la rugosité variable de l'objet on peut échantillonner la plaque H à l'aide d'un petit diaphragme P de diamètre Ø. Dans le plan F on détermine pour chacune des petites régions ainsi échantillonnées le contraste des franges. Pour chacunes de ces régions le pas des franges reste constant (λ / z_0 angulairement); seul le contraste change.

Sur la figure I.8.b est schématisé la portion du disque qui contribue à la formation des franges d'interférence. En effet les grains de "speckle" responsables des franges sont compris à l'intérieur de l'aire commune à deux cercles de diamètre Ø décalés de z_0 - déplacement latéral de la plaque. Pour ne pas diminuer le contraste des franges proportionnel au rapport de cette aire commune à l'aire totale on doit donc avoir $z_0 \ll \emptyset$ (I.12) ce qui est en accord avec le fait d'avoir un "speckle" fin dans le plan de restitution F pour ne pas perturber l'observation des franges. Le "speckle" a une dimension moyenne angulaire de l'ordre de $\frac{\lambda}{\emptyset}$ qui doit être donc très inférieure au pas $\frac{\lambda}{z_0}$: ce qui est donc bien la condition (I.12).

D'autre part les variations locales de rugosité succeptibles d'être mises en évidence doivent couvrir des plages supérieures aux petits disques de diamètre Ø. A l'intérieur d'un de ces disques, en effet, est effectué une moyenne spatiale de la rugosit et c'est cette moyenne qu'on déterminera.
Cette méthode sera quantitative, elle seule permettera de chiffrer exactement la rugosité, mais elle exige une étude point par point de la plaque photographique.

I.3.2. Filtrage dans le plan de FOURIER Montage à double diffraction.

Le but de cette opération est de visualiser les zones d'égale rugosité. Ces zones, en effet, par ce procédé vont, par un filtrage approprié du spectre de l'objet, être discriminées par des variations d'éclairement. Le montage est décrit sur la figure I.9.
La plaque photographique H est éclairée cette fois-ci dans sa totalité. Un petit diaphragme D (de transparence nulle sauf sur un petit disque de diamètre Ø où cette transparence est unit

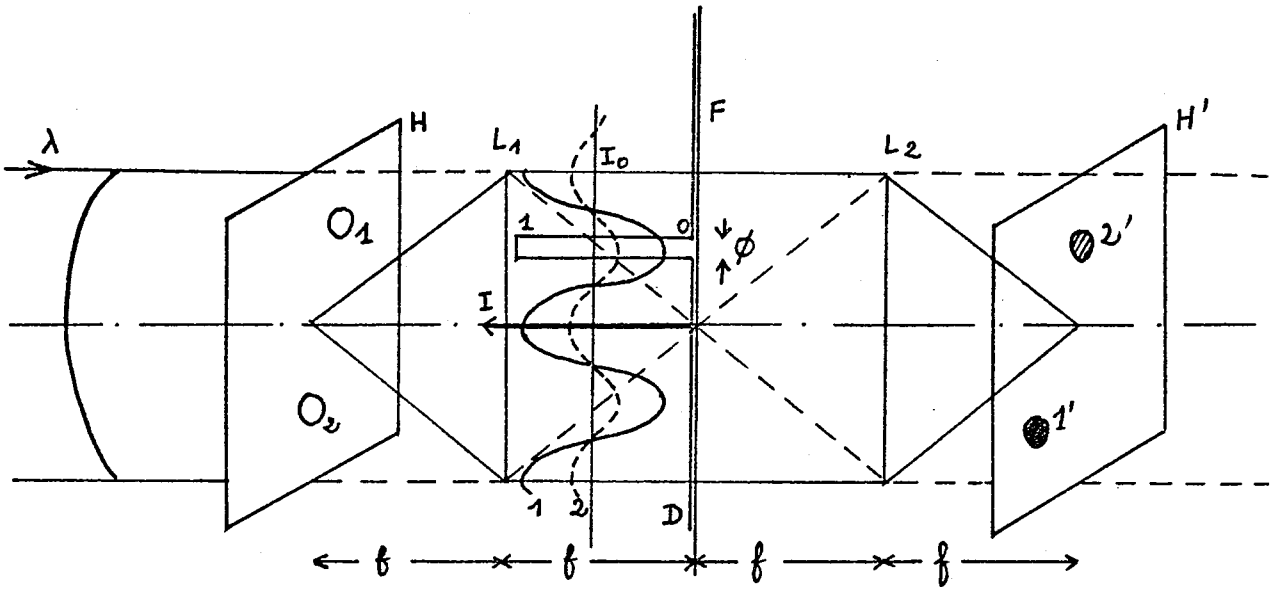


fig.I.9 : montage à double diffraction pour le filtrage dans le plan de FOURIER F.

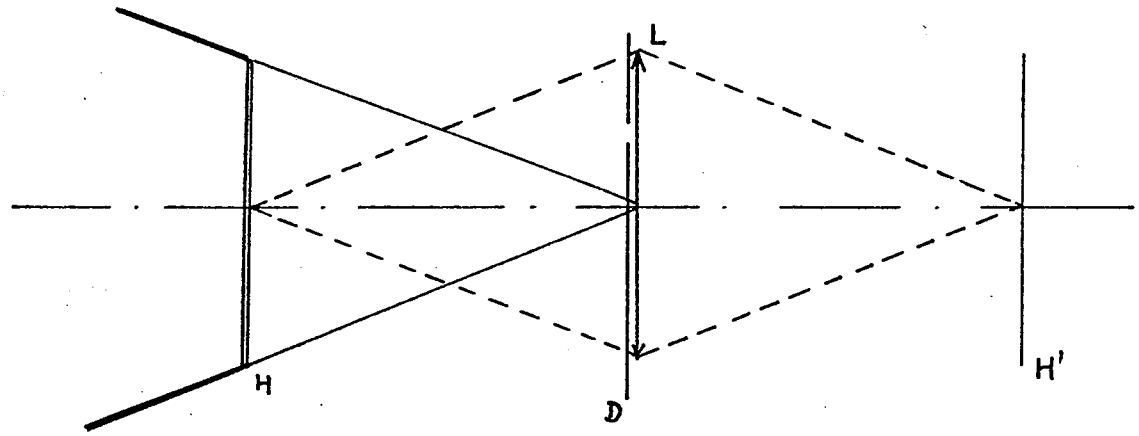


fig.I.9 bis : réalisation pratique du montage à double diffraction

est placé dans le plan de FOURIER où on observe le spectre de l'objet. Chaque zone élémentaire de l'objet H contribue à la formation dans ce plan de franges d'interférence de pas $\frac{\lambda}{z_0}$ (où λ est la longueur d'onde de restitution et z_0 le déplacemen entre les deux poses) et de visibilité V caractéristique de la rugosité locale. Ce petit diaphragme est placé à un minimum d'éclairement sur une frange noire. Tout d'abord nous pouvons supposer qu'il est infiniment petit de sorte que seule l'énergie correspondant à ce minimum est susceptible d'être transmise. Considérons donc alors deux régions de la plaque photographique correspondant à deux rugosités σ_1 et σ_2 ($\sigma_1 < \sigma_2$ par exemple) différentes sur l'objet diffusant-échantillon. Ces deux régions vont produire dans le plan de FOURIER deux systèmes de franges de visibilité différente V_1 et V_2 (soit $V_1 > V_2$).

Leur minimum transmis donc par le petit diaphragme D est proportionnel à $I_0(1-V)$ où I_0 est l'intensité moyenne commune aux deux petites régions. On fait ensuite de nouveau une diffraction par une autre lentille L'_2 pour obtenir l'image H' de H. Les deux régions 1' et 2' images sur H' vont donc avoir des éclairements différents (ici $E'_1 < E'_2$).

Dans le plan de FOURIER le pas angulaire des franges est : $\frac{\lambda}{z_0}$. Par conséquent pour ne laisser passer que le minimum il faut que le petit diaphragme D ait un diamètre Ø inférieur au dixième du pas. En H', puisque l'éclairage de filtrage est lui aussi cohérent, il y aura un "speckle" de dimension moyenne supérieure à $10\,z_0$. Une détection des variations d'éclairement ne sera donc possible que pour des zones supérieures à $10\,z_0$. On retrouve ici la condition (2.12) du paragraphe précédent.

Pour améliorer ce filtrage, pour augmenter les dimensions du diaphragme D on peut effectuer trois poses entre lesquelles l'objet diffusant aura été déplacé de z_0 et l'onde tournée de $\pm\,\theta$. Le déroulement de l'expérience sera donc :

1e pose	incidence $\theta-\delta\theta$	durée τ_0	position latérale 0
2e pose	incidence θ	durée $2\tau_0$	position latérale z_0
3e pose	incidence $\theta+\delta\theta$	durée τ_0	position latérale $2z_0$

[La deuxième pose a une durée double à celle des deux autres pour "apodiser" les minimums non nuls secondaires.]

Les franges dans le plan de FOURIER F auront un minimum beaucoup plus large. En effet les franges seront en $\cos^4 K z_0$ [au lieu de $\cos^2 K z_0$ dans le cas de deux poses] ; ce qui permet par conséquent d'augmenter le diamètre Ø du diaphragme D et augmente par là-même la sensibilité de la méthode.

Il est d'autre part, bien entendu utile de filtrer non par un diaphragme mais par une fente de largeur Ø parallèle aux franges : ce qui réduit - dans une dimension tout du moins - la grosseur moyenne du "speckle".

Ce mode de filtrage, toutefois, n'est pas satisfaisant pour ce cas particulier ; il est, en effet, difficile de percevoir visuellement des variations d'éclairement, en outre nous verrons que par la suite les imperfections du montage réel entrainent des variations du pas des franges, variations qui introduisent un déplacement du minimum par rapport au trou de filtrage.

Le montage sera par contre utilisé avec succès, si on veut déterminer les lignes de niveau d'un objet non plan ; c'est un problème que nous aborderons ultérieurement.

I.3.3. Filtrage à distance finie.

En conclusion du paragraphe précédent nous avons vu que les variations d'éclairement étaient difficilement détectables. Une observation globale de l'objet est toujours souhaitable et la méthode décrite ci-dessous permet par un examen visuel rapide de la plaque de déceler les variations locales de rugosité. Le schéma de montage est décrit sur la figure I.10.

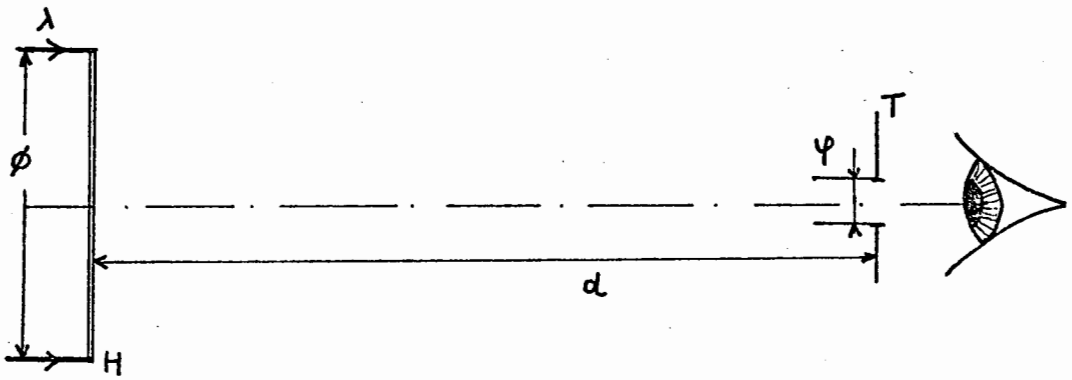


fig.I.10 filtrage visuel à distance finie.

Il permet une observation globale de l'objet tout en conservant des franges sur l'objet. La plaque photographique M est placée sous une onde cohérente plane de longueur d'onde λ . Un petit diaphragme T est placée à la distance d de H , finie, sur l'axe du système. On obtient dans ce cas des franges sur tout l'objet et les variations locales de rugosité affecteront la visibilité des franges.
Nous allons chercher les conditions sur d , φ et le déplacement z_0 donné entre les deux poses pour avoir une observation convenable des franges.
On veut donc éclairer une partie de diamètre Ø de l'image de l'échantillon enregistrée sur la plaque H sur laquelle se dessinent N franges dans le halo. Les variations de rugosité détectables par cette méthode seront de la grandeur d'environ une frange soit Ø /N ; la sensibilité dans la direction perpendicula pouvant être meilleure, elle est seulement théoriquement limitée

par le "speckle" de restitution.
Nous obtenons une première égalité en écrivant que le halo (autocorrélation de la pupille du système d'enregistrement) de largeur $4\alpha_0$ où α_0 est l'angle d'ouverture du système d'enregistrement est égal à l'angle sous lequel est vu du trou T l'objet de diamètre $\emptyset$. Ce qui donne une condition sur d soit

$$d = \frac{\emptyset}{4\alpha_0} \tag{I.13}$$

dans le cas d'un déplacement z_0 donné à la plaque entre les deux poses le nombre N de franges, qui existeront sur l'objet sera :

$$N = \frac{4\alpha_0 z_0}{\lambda} \tag{I.14}$$

(nombre de franges dans le halo "projeté sur le disque de diamètre $\emptyset$.)
D'autre part pour percevoir ces franges avec un contraste convenable le diamètre φ du trou de filtrage T doit être inférieur au dixième du pas des franges que produiraient deux points homologues de la plaque décalés de z_0, éclairés en lumière cohérente de longueur d'onde λ, situés à la distance d de T ce qui donne alors la condition :

$$\varphi \leqslant \frac{1}{10} \frac{\lambda d}{z_0} \tag{I.15}$$

Enfin pour percevoir convenablement les franges projetées sur l'objet, le grain de "speckle" crée par T doit être négligeable par rapport au pas de ces franges. La taille moyenne des grains de "speckle" est $\frac{\lambda d}{\varphi}$ et le pas des franges est $\frac{\emptyset}{N} = \frac{\lambda d}{z_0}$ soit donc :

$$\frac{\lambda d}{\varphi} \leqslant \frac{1}{10} \frac{\emptyset}{N} = \frac{1}{10} \frac{\lambda d}{z_0} \tag{I.16}$$

ce qui implique évidemment (I.17) $\varphi \geqslant 10 z_0$
On obtient donc un encadrement du diamètre φ pour être dans de bonnes conditions d'observations des franges.

$$10 z_0 \leqslant \varphi \leqslant \frac{1}{10} \frac{\lambda d}{z_0} \tag{I.18}$$

Pour que cet intervalle existe réellement il faut donc :

$$10 z_0 \leqslant \frac{1}{10} \frac{\lambda d}{z_0}$$

soit $z_0^2 \leqslant \frac{\lambda d}{100}$ si alors on remplace d par sa valeur donnée en (I.11).

$$z_0^2 \leqslant \frac{\lambda \phi}{400 \alpha_0}$$

et (I.19) $z_0 \leqslant \frac{1}{20} \sqrt{\frac{\lambda \phi}{\alpha_0}}$

Ce qui impose donc une condition sur le déplacement z_0 à donner à la plaque pour un diamètre ϕ et un angle d'ouverture α_0 donnés. De (I.17) on déduit aussi le nombre maximum de franges "projetées" sur la plaque H .

$$N \leqslant \frac{1}{5} \sqrt{\frac{\alpha_0 \phi}{\lambda}} \qquad \text{(I.20)}$$

- Si comme on le verra dans les chapitres suivants on éclaire une zone de diamètre $\phi = 20$ mm par une source cohérente de longueur l'onde $\lambda = 0{,}6\,\mu$, l'ouverture du système étant $\alpha_0 = \frac{1}{20}$ on obtient alors en application numérique :

$$N \leqslant 8{,}2 \; ; \; z_0 \leqslant 0{,}024 \text{ mm} \quad \text{et} \quad d = 100 \text{ mm}$$

Si on a donné à z_0 sa valeur maximale soit 0,024 mm le diamètre de φ est fixé à 10 z_0 soit 0,24 mm.

Le halo diffusé n'a pas du tout la même intensité au centre qu'aux bords puisqu'il est l'autocorrélation de la pupille. On a donc interêt plutôt que d'augmenter α_0 , car dans ce cas nous avons les perturbations introduites par le système optique, à augmenter d . Ce qui nous permettra d'augmenter par là-même le déplacement z_0 . Dans ce cas seule une partie $4\alpha'$ du halo couvrira l'objet de diamètre ϕ ; α' est donnée par :

$$\alpha' = \frac{\phi}{4d} \qquad \text{(I.13 bis)}$$

On obtient alors :

$$z'_0 \leqslant \frac{1}{20} \sqrt{\frac{\lambda \phi}{\alpha'}} \qquad \text{(I.19 bis)}$$

$$N' \leqslant \frac{1}{5} \sqrt{\frac{\alpha' \phi}{\lambda}} \qquad \text{(I.20 bis)}$$

et $$10 z'_0 \leqslant \varphi' \leqslant \frac{\lambda d'}{10 z_0} \qquad \text{(I.18 bis)}$$

donc si au lieu de se mettre à une distance d de 100 mm on se place à une distance d'un mètre on obtient :

$$\alpha' = \frac{1}{200} \; ; \; z'_0 \leqslant 0{,}076 \; ; \; N' \leqslant 3$$

Si l'on veut par contre augmenter le nombre de franges par unité de longueur correspondante sur l'objet on peut diminuer la distance d, le halo rediffusé de largeur 4 α_0 ne se projetera donc plus que sur un diamètre ϕ'' de la plaque photographique avec $\phi'' = \phi \frac{d''}{d}$

La déplacement maximum alors devient :

$$z''_0 \leqslant \frac{1}{10}\sqrt{\lambda d''} = \frac{1}{20}\sqrt{\frac{\lambda \phi''}{\alpha_0}} = \frac{1}{20}\sqrt{\frac{\lambda \phi}{\alpha_0}}\sqrt{\frac{d''}{d}} \qquad \text{(I.19 ter)}$$

et :

$$N'' \leqslant \frac{1}{5}\sqrt{\frac{\alpha_0 \phi''}{\lambda}} = \frac{1}{5}\sqrt{\frac{\alpha_0 \phi}{\lambda}}\sqrt{\frac{d''}{d}} \qquad \text{(I.20 ter)}$$

si par exemple on diminue la distance d par 2 par rapport au premier cas où $d = 100$ mm est la distance "optimale" (dans ce cas nous l'avons vu l'objet vient juste d'être "recouvert" par le halo diffusé)

on a $N'' = \frac{N}{\sqrt{2}}$ et $z''_0 = \frac{z_0}{\sqrt{2}}$ et $\phi'' = \frac{\phi}{\sqrt{2}}$

d'où le nombre de franges par unité de longueur a été multiplié dans ce dernier cas par $\sqrt{2}$.

Récapitulons sur le tableau ci-dessous ces résultats.

$\phi = 20$ mm $\alpha_0 = \frac{1}{20}$ $\lambda = 0{,}6\,\mu$	$d'' = 50$ mm	$d = 100$ mm "halo objet"	$d' = 200$ mm
ϕ recouvert	$\phi'' = \frac{\phi}{2} = 10$mm	$\phi = 20$mm	$\phi = 20$mm
α_0	$\alpha_0 = \frac{1}{20}$	$\alpha_0 = \frac{1}{20}$	$\alpha' = \frac{\alpha_0}{2} = \frac{1}{40}$
z_0 maximum	$z''_0 = \frac{z_0}{\sqrt{2}}$	$z_0 \leqslant 0{,}024$	$z'_0 = z_0\sqrt{2}$
nombre de franges N	$N'' = \frac{N}{\sqrt{2}}$	$N \leqslant 8{,}2$	$N' = \frac{N}{\sqrt{2}}$
nombre de franges par unité de long N/ϕ	$\left(\frac{N}{\phi}\right)'' = \sqrt{2}\left(\frac{N}{\phi}\right)$	$\frac{N}{\phi} = 0{,}41\,\text{mm}^{-1}$	$\left(\frac{N}{\phi}\right)' = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{N}{\phi}$

Ce qui impose donc, des conditions très sévères sur z_o et par là-même un encadrement étroit du diamètre φ de filtrage. Le déplacement z_o a souvent été plus important. Il est possible heureusement d'avoir aussi plus de franges dans ce cas; on abaisse les exigences (I.15) en abaissant de façon systématique le contraste des franges en augmentant le diamètre du trou de filtrage et la condition (I.16) en utilisant une source de cohérence plus faible (lampe à mercure filtrée par exemple) pour diminuer le contraste du "speckle".

I.4 : CALCUL DE LA VISIBILITE DES FRANGES OBTENUES DANS LE PLAN DE FOURIER DE LA PLAQUE PHOTOGRAPHIQUE QUAND L'ONDE A TOURNE DE $\delta\theta$ ENTRE LES DEUX POSES.

I.4.1 : Notations, hypothèses :

1 - Les coordonnées sur l'objet O seront : $\vec{X}$ (ayant la dimension d'une longueur [L])
celles de la pupille P : $\vec{v}$ (dimension d'une fréquence spatiale $[L]^{-1}$)
celles dans l'image : $\vec{X}'$ (dim. [L])

2 - Le montage théorique serait un système télécentrique : (cf. figure I.11) on passe, dans ce cas de l'objet à la pupille et de la pupille à l'image par une exacte transformation de FOURIER, sans terme supplémentaire quadratique de phase.

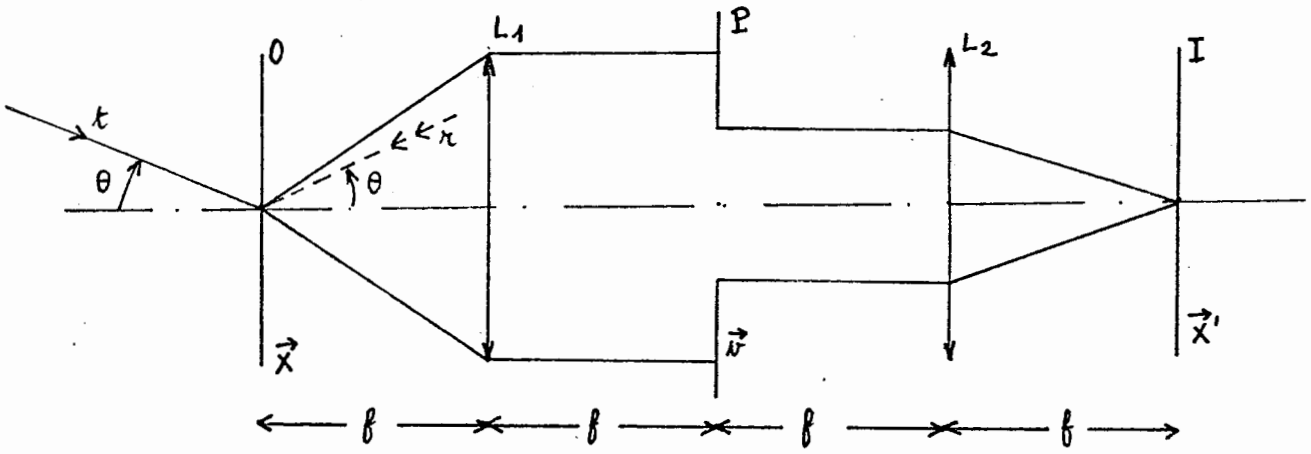


figure I.11 : système télécentrique pour l'étude de la rugosité de l'échantillon O.
t : par transmission
r : par réflexion

L'objet est éclairé par une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ , sous l'incidence θ. Le faisceau est limité à un cercle de rayon X_o défini par la suite par sa section

$O(\vec{X})$ = 1 si $\vec{X}$ appartient au cercle de rayon X_o

0 sinon.

La pupille est elle-même limitée à un cercle de rayon V_o.

La transparence de la pupille - exempte d'aberration - sera donc

$P(\vec{v})$ = 1 si $\vec{v}$ appartient au cercle de rayon v_o

0 sinon

3 - Le terme de phase introduit par un objet opaque est, nous l'avons vu (formule I.6) - nous n'écrivons ici que le terme dû au profil $Y(\vec{X})$ de l'échantillon -

$$\exp[j\phi(\vec{X})] = \exp\left[j\frac{2\pi}{\lambda}\, Y(\vec{X}).(\cos\theta + 1)\right] = \exp\left[j\, v_z\, Y(\vec{X})\right]$$

en posant $$v_z = \frac{2\pi}{\lambda}\left[\cos\theta + 1\right]$$

Par un calcul semblable, dans le cas d'un objet par transmission $\Delta = L_o - L$, la différence de marche est : (les notations sont celles de la figure I.12)

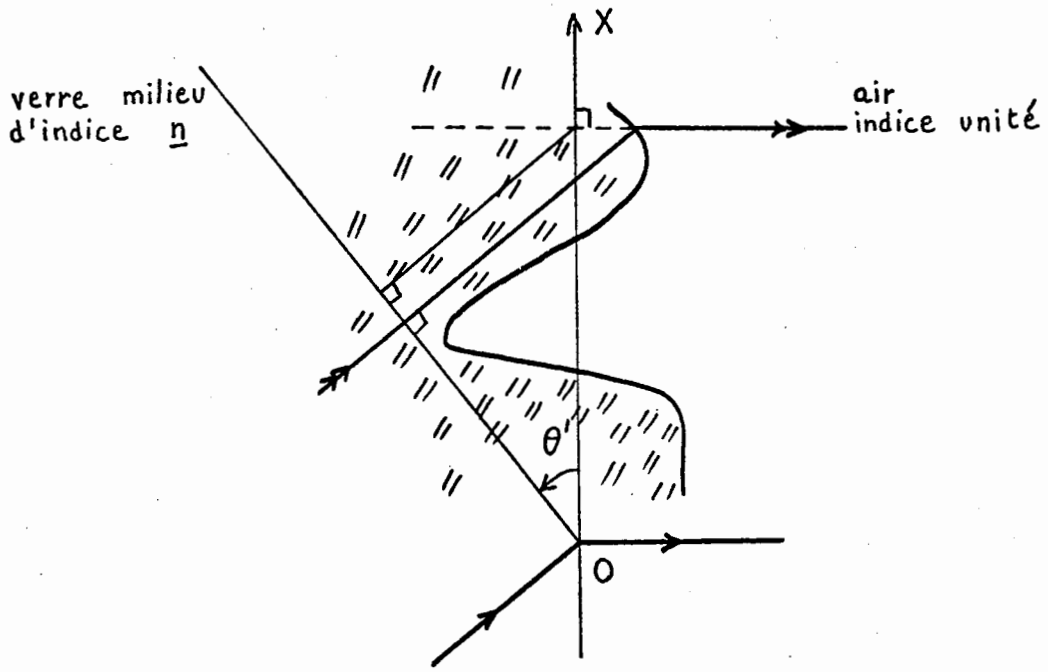


figure 2.12

L'incidence dans l'air est θ, d'où dans le milieu d'indice n, l'incidence θ' est déduite par la loi de DESCARTES

$$n \sin\theta' = \sin\theta \qquad \text{(I.21)}$$

donc $$\Delta = -n\left[X \sin\theta' + Y(X)\cos\theta'\right] + Y(X)$$

soit $$\Delta = -X \sin\theta + Y(X)\left(1 - n\cos\theta'\right) \qquad \text{(I.22)}$$

La différence de phase est donc :

$$\exp\left[-j\frac{2\pi}{\lambda} X \sin\theta\right] \exp\left[j\frac{2\pi}{\lambda} Y(X)\left(1 - n\cos\theta'\right)\right] \qquad \text{(I.23)}$$

Le premier terme est le même que celui qu'on trouve en I.6, expression de l'incidence non nulle de l'onde.
Le second terme de (I.23) s'écrit aussi $\exp\left[j\nu_z Y(X)\right]$

Dans le cas général la variation de phase introduite par un objet diffusant de profil de rugosité Y(X) s'écrit :

$$\exp\left[j\nu_z Y(X)\right] \qquad \text{(I.24)}$$

avec : par réflexion $\nu_z^r = \frac{2\pi}{\lambda}\left(1 + \cos\theta\right)$ (I.25)

par transmission $\nu_z^t = \frac{2\pi}{\lambda}\left(1 - n\cos\theta'\right)$ (I.25 bis)

Remarquons que I.25 se déduit de I.25 bis en posant pour une réflexion n=-1 et $\theta' = -\theta$

4 - On suppose de plus, que dans un premier temps, le système est exempt d'aberration.

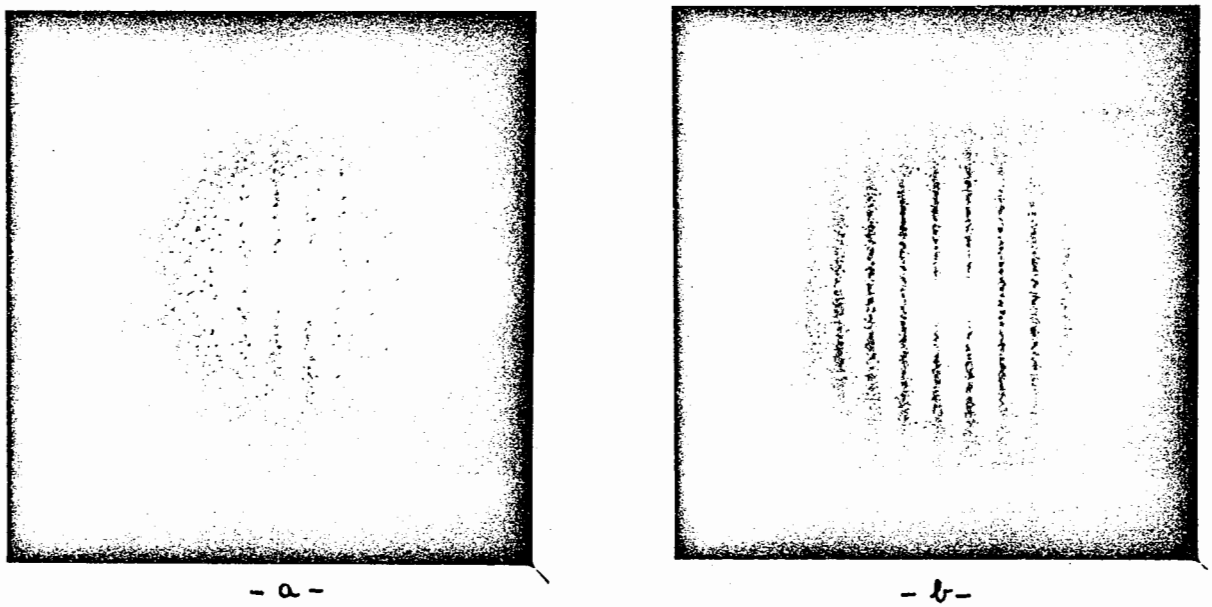
5 - Dans ce chapitre, nous supposerons que la fonction aléatoire Y(X) est gaussienne, stationnaire,-hypothèse reprise par tous les auteurs - son écart quadratique moyen, qui est justement la rugosité RMS, est $\sigma = \sqrt{\langle Y^2 \rangle}$ et sa fonction d'autocorrélation est $\rho(\tau) = \frac{\langle Y(X)\, Y(X-\tau)\rangle}{\sigma^2}$
celle-ci s'écrit pour les petites valeurs de τ /

$$\rho(\tau) = 1 - \frac{\tau^2}{T^2} \qquad \text{(I.26)}$$

où T est la longueur de corrélation du profil et les crochets $\langle \ldots \rangle$ indiquent une moyenne d'ensemble.
$\rho(z)$ est toujours supposée étroite, car dans un cas limite où cette fonction d'autocorrélation du profil de rugosité est aussi une gaussienne, T qui donne la valeur pour laquelle cette fonction prend la valeur 1/e reste toujours très petite, de l'ordre de quelques dizaines de microns dans la gamme de rugosité qui nous interesse ici.

I.4.2 : Compensation du déplacement du "speckle" dans la pupille [I.6]

On enregistre donc deux "speckles" en ayant tourné l'onde de $\delta\theta$ entre les deux poses. Une décorrélation est alors introduite car, dans le plan de la pupille il y a un déplacement relatif de celle-ci par rapport à l'onde diffusée ; cette décorrélation est liée au rapport de la surface commune à la surface totale.
Cet effet peut, par contre, être facilement compensé par un déplacement $\delta\theta \cdot f$ de la pupille entre les deux poses.
La figure I.13 montre les effets d'une telle compensation.



- a - - b -

figure I.13 : baisse de visibilité due au déplacement du "speckle" dans la pupille -
(a) la compensation n'a pas été faite.
(b) on compense par un déplacement de la pupille ;
f = 100 mm, $\theta = 30'$, $\ell_{v_0} = \frac{3\,mm}{\lambda f}$, $\delta\theta \cdot f = 0{,}9\,mm$.

On peut remarquer qu'avec une variation $\Delta\lambda$ de la longueur d'onde, cette compensation doit aussi être faite. Le diamètre de la pupille doit alors être modifié, dans le rapport des longueurs d'onde, entre les deux poses.
Si la rotation $\delta\theta$ reste faible devant les dimensions angulaires de la pupille, cette décorrélation sera peu sensible. Dans ce qui va suivre, nous supposerons cette compensation effectuée
- même si dans l'expérience réelle elle n'a parfois pas été nécessaire -

I.4.3 : Calcul de l'amplitude dans le plan de la pupille P :

On ne poursuivra le calcul de la visibilité des franges que dans le cas d'une seule dimension. Le profil Y(X) ne dépend que de la seule coordonnée X. Cela ne nuit pas à la généralité du problème. Le passage à deux dimensions est facile, la formule de visibilité finale est la même.
La référence, devenue traditionnelle, pour le calcul de l'amplitude diffusée par une surface rugueuse est le livre de BECKMANN et SPIZZICHINO [I.7].
Les hypothèses de ces auteurs pour le calcul sont :
- une surface parfaitement conductrice
- les réflexions multiples et les effets d'ombres sont négligés.
- l'onde incidente plane est polarisée linéairement.
dans ce cas on déduit que l'intensité dans le plan de la pupille est :

$$A(v) = \frac{A_0 F_2}{2X_0} \int_{-X_0}^{+X_0} \exp\left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} \left[X \sin\theta + v_z Y(X) \right] \right\} \exp(-j 2\pi v X)\, dX \qquad (I.27)$$

où A_0 est la valeur du champ qui serait réfléchi ou transmis spéculairement par la surface lisse équivalente.
F_2 est un facteur purement géométrique qui ne dépend que de θ et de v, est supposé constant.
Rappelons que X_0 est le rayon de la section du faisceau incident.
La formule (I.27) nous montre que cette amplitude A(v) est proportionnelle à la transformée de FOURIER de

$$O(x) \exp j \frac{2\pi}{\lambda} \left[X \sin\theta + v_z Y(X) \right] \qquad (I.28)$$

expression que nous aurions obtenue - au facteur de proportionnalité près - en écrivant que l'amplitude complexe "juste après" le diffuseu était le produit du terme de phase de l'onde inclinée $O(x) \cdot \exp j\frac{2\pi}{\lambda} X \sin\theta$ par la "transparence/réflectance complexe" du diffuseur $\exp j\frac{2\pi}{\lambda} n_z\, Y(X)$ et on aurait obtenu (I.28)
Ensuite pour passer de O à P, nous l'avons vu, nous avons une exacte transformation de FOURIER, donc une expression proportionnelle à (I.27).

I.4.4. : Expression de la visibilité des franges en fonction de LA RUGOSITE RMS σ ET LA ROTATION $\delta\theta$ DE L'ONDE :

Dans l'image I (fig I.11) l'amplitude $A_I(X')$ sera proportionnelle à la transformée de FOURIER de l'amplitude dans la pupille $A_p(\nu) \cdot P(\nu)$. Cette amplitude est aussi égale au produit de convolution de A(x) amplitude complexe de l'objet par la tache de diffraction qui est la fonction $\widetilde{P}(X')$ fonction $\mathrm{sinc}\, KX' = \frac{\sin KX'}{KX'}$ dans notre cas particulier à une dimension - fonction de BESSEL $\frac{2J_1(K'X')}{K'X'}$ dans le cas à deux dimensions - soit :

$$A_I(X') = \int \widetilde{P}(X'-X)\, A(X)\, dX$$

$$= \iint P(\nu)\, A(X) \exp\left[-j\frac{2\pi}{\lambda}\nu(X'-X)\right] dX\, d\nu \qquad (I.29)$$

où A(x) est donnée par l'expression (I.28)
l'intensité enregistrée par la plaque photographique placée en I est le module carré de A_I soit (I.30)

$$I(X') = \iiiint A(X_1)\, A^*(X_2)\, P(\nu_1)\, P(\nu_2) \exp -j\frac{2\pi}{\lambda}\nu_1(X_1-X') \exp j\frac{2\pi}{\lambda}\nu_2(X_2-X')\, dX_1 dX_2 d\nu_1 d\nu_2$$

Entre les deux poses on effectue une rotation de $\delta\theta$ et la plaque photographique enregistrera successivement deux intensités qui sont données par l'expression (I.30) où seuls $A(X_1)$ et $A^*(X_2)$ changeront. Convenons que pour l'incidence θ (1e pose) nous écrivons A (X) et que nous l'écrivons A'(X) pour la 2e pose sous l'incidence $\theta + \delta\theta$.
Donc sur la plaque photographique seront enregistrées ces deux intensités, nous aurons d'autre part donné un déplacement à la plaque photographique entre les deux poses, déplacement qui nous donnera les franges dans le plan de FOURIER.

La plaque photographique une fois développée, dans des conditions que nous supposerons linéaires, de sorte que sa transparence soit proportionnelle à l'intensité enregistrée, est mise dans un mon tage de restitution.
Dans le plan de FOURIER de la plaque photographique on a alors :

$$\tilde{I}(u) = \tilde{I}_1(u) + \tilde{I}_2(u) \exp -j 2\pi z_0 u \qquad (I.31)$$

où le tilde $\sim$ symbolise la transformée de FOURIER
et où donc

$$\tilde{I}_1(u) = \iiiint A(x_1) A^*(x_2) P(v_1) P(v_2) \exp -j\frac{2\pi}{\lambda}(v_1 x_1 - v_2 x_2) \exp j\frac{2\pi}{\lambda} x'(v_1 - v_2 - u)\, dx_1 dx_2 dv_1 dv_2 dx' \qquad (I.32)$$

$\tilde{I}_2(u)$ est obtenu de la même façon en changeant A en A'.

$$\text{or} \quad \int \exp j 2\pi (v_1 - v_2 - u) x'\, dx' = \delta(u - v_1 + v_2) \qquad (I.33)$$

où δ est la distribution de DIRAC à une dimension.
L'amplitude (I.32) s'écrit :

$$\tilde{I}_1(u) = \iiint A(x_1) A^*(x_2) P(v_1) P(v_1 - u) \exp -j 2\pi \left[v_1 x_1 - (v_1 - u) x_2\right] dx_1 dx_2 dv_1 \qquad (I.34)$$

avant de poursuivre plus avant les calculs on fait un changement de variable pour, d'une part symétriser la fonction pupille $P(v_1)\ P(v_1 - u)$ en $P\ (v_1 - \frac{u}{2})\ \ P\ (v_1 + \frac{u}{2})$ et d'autre part exprimer cette dernière d'une façon plus concise. On posera donc :

$$P(v_1 - \tfrac{u}{2}) P(v_1 + \tfrac{u}{2}) = P_u(v_1) \qquad (I.35)$$

et (I.32) s'écrit alors :

$$\tilde{I}_1(u) = \iiint A(x_1) A^*(x_2) P_u(v_1) \exp -j 2\pi \left[x_1 - x_2\right] v_1 \exp -j \pi u (x_1 + x_2)\, dx_1 dx_2 dv_1 \qquad (I.36)$$

l'intensité totale enregistrée dans le plan de FOURIER est :

$$I = |\tilde{I}_1|^2 + |\tilde{I}_2|^2 + \left(\tilde{I}_1 \tilde{I}_2^*\right) \exp -j 2\pi z_0 u + c.c. \qquad (I.37)$$

Or nous l'avons écrit au paragraphe I.1, A et A' ("transparences/ réflectances" complexes du diffuseur éclairé par des ondes d'incidence respectivement θ et $\theta + \delta\theta$) est une fonction aléatoire de sorte que l'intensité totale dans le plan de FOURIER est une fonction aléatoire. La quantité physiquement mesurable est donc la valeur moyenne d'ensemble de celle-ci notée $\langle I \rangle$.

Nous avons donc des franges de fréquence spatiale proportionnelle à $\frac{1}{z_0}$ et dont la visibilité sera :

$$\frac{2\,\mathcal{R}e\,\langle \tilde{I}_1 \tilde{I}_2^* \rangle}{\langle |\tilde{I}_1|^2 \rangle + \langle |\tilde{I}_2|^2 \rangle} \tag{I.38}$$

Nous allons d'abord calculer $\langle \tilde{I}_1 \tilde{I}_2^* \rangle$ qui s'écrit :

$$\iiiint \langle A(x_1) A^*(x_2) A'^*(x_3) A'(x_4) \rangle \exp -j2\pi\nu_1 (x_1 - x_2) \exp j2\pi\nu_2 (x_3 - x_4)$$
$$P_\mu(\nu_1) P_\mu(\nu_2) \exp -j\pi\mu \left[(x_1 + x_2) - (x_3 + x_4) \right] dx_1 dx_2 d\nu_1 dx_3 dx_4 d\nu_2 \tag{I.39}$$

qui s'écrit encore en intégrant sur ν_1 et ν_2 :

on a $$\int P_\mu(\nu_1) \exp -j2\pi\nu_1 (x_1 - x_2)\, d\nu_1 = \tilde{P}_\mu (x_1 - x_2)$$

d'où : $$\langle \tilde{I}_1 \tilde{I}_2^* \rangle = \iiiint \langle A(x_1) A^*(x_2) A'^*(x_3) A'(x_4) \tilde{P}_\mu (x_1 - x_2) \tilde{P}_\mu (x_3 - x_4)$$
$$\exp -j\pi\mu \left[(x_1 + x_2) - (x_3 + x_4) \right] dx_1 dx_2 dx_3 dx_4 \tag{I.40}$$

Le moment du quatrième ordre $\langle A(x_1) A^*(x_2) A'^*(x_3) A'(x_4) \rangle$ s'écrit avec les hypothèses faites sur la surface diffusante, [cf réf I.8] sous la forme de moments du second ordre :

$$\langle A(x_1) A^*(x_2) \rangle \langle A'^*(x_3) A'(x_4) \rangle + \langle A(x_1) A'^*(x_3) \rangle \langle A^*(x_2) A'(x_4) \rangle \tag{I.41}$$

Nous l'avons vu, la seule partie aléatoire de A est le facteur de phase introduit par le profil réel Y(X) de la surface

$$A(x) \propto \exp j\nu_z Y(x)$$

où le symbole $\propto$ s'écrit pour : "proportionnel à".
Ce symbole ne sera employé que lorsque le facteur de proportionnalité sera réel.

Deux remarques sont à faire au préalable :

- les termes non aléatoires $\exp j \frac{2\pi}{\lambda} x \sin\theta$ (4 au total) se mettent en facteur

Puisque la translation de pupille est effectuée, les termes pour la seconde pose s'écrivent en sin θ et non en sin $\theta + \delta\theta$

On a donc dans l'intégrale un terme de la forme

$$\exp j \frac{2\pi}{\lambda} \sin\theta \left[(X_1 - X_2) - (X_3 - X_4) \right]$$

- d'autre part on suppose à ce stade que l'objet O(X) est de dimension infinie de sorte que sa transformée de FOURIER soit exactement une distribution δ de DIRAC

(I.41) devient alors :

$$\langle \exp j \nu_z [Y(X_1) - Y(X_2)] \rangle \langle \exp j \nu'_z [Y(X_4) - Y(X_3)] \rangle$$
$$+ \langle \exp j [\nu_z Y(X_1) - \nu'_z Y(X_3)] \rangle \langle \exp j [\nu'_z Y(X_4) - \nu_z Y(X_2)] \rangle \qquad \text{(I.42)}$$

Rappelons qu'on passe en effet de A à A' en changeant ν_z en ν'_z.

Une autre étape de ce calcul est d'écrire ces moments du second ordre.

D'après l'hypothèse (I.4.1.5) on obtient les formules (I.43) [cf Réf I.9]

$$\langle \exp j \nu_z [Y(X_1) - Y(X_2)] \rangle = \exp - \nu_z^2 \sigma^2 [1 - \rho(X_1 - X_2)]$$

$$\langle \exp j \nu'_z [Y(X_4) - Y(X_3)] \rangle = \exp - \nu'^2_z \sigma^2 [1 - \rho(X_4 - X_3)]$$

$$\langle \exp j [\nu_z Y(X_1 - \nu'_z Y(X_3)] \rangle = \exp - \frac{1}{2} \sigma^2 \left[\nu_z^2 + \nu'^2_z - 2 \nu_z \nu'_z \rho(X_1 - X_3) \right]$$

$$\langle \exp j [\nu'_z Y(X_4) - \nu_z Y(X_2)] \rangle = \exp - \frac{1}{2} \sigma^2 \left[\nu_z^2 + \nu'^2_z - 2 \nu_z \nu'_z \rho(X_4 - X_2) \right]$$

En substituant (I.43) dans (I.42) et dans (I.40) on obtient (I.44)

$$\langle \tilde{I}_1 \tilde{I}_2^* \rangle = \exp -\sigma^2(\nu_z^2+\nu'^2_z) \Big\{ \cdots$$

$$\iint \exp\sigma^2\left[\nu_z^2 \rho(X_1-X_2)+\nu'^2_z \rho(X_3-X_4)\right] \tilde{P}_u(X_1-X_2)\tilde{P}_u(X_3-X_4)$$

$$\exp j\frac{2\pi}{\lambda}\sin\theta\left[(X_1-X_2)-(X_3-X_4)\right]\exp -j\pi u\left[X_1+X_2-X_3-X_4\right] dX_1 dX_2 dX_3 dX_4$$

$$+ \iint \exp\sigma^2 \nu_z \nu'_z \left[\rho(X_1-X_3)+\rho(X_2-X_4)\right] \tilde{P}_u(X_1-X_2)\tilde{P}_u(X_3-X_4)$$

$$\exp j\frac{2\pi}{\lambda}\sin\theta\left[(X_1-X_2)-(X_3-X_4)\right]\exp -j\pi u\left[X_1+X_2-X_3-X_4\right] dX_1 dX_2 dX_3 dX_4 \Big\}$$

Calculons la première intégrale que nous appelons J_1:
Pour cela nous effectuons le changement de variable

$$X_1 - X_2 = q_1 \qquad \frac{X_1+X_2}{2} = \Delta_1$$

$$X_3 - X_4 = q_2 \qquad \frac{X_3+X_4}{2} = \Delta_2 \qquad \text{(I.45)}$$

Le Jacobien de la transformation est égal à 1 :
Les variables se séparent alors toutes et J_1 devient le produit de quatre intégrales soit :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\sigma^2\nu_z^2\,\rho(q_1)\,\tilde{P}_u(q_1)\exp j\frac{2\pi}{\lambda}\sin\theta\, q_1\, dq_1 \int_{-\infty}^{+\infty}\exp -j2\pi u\,\Delta_1\, d\Delta_1$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\exp\sigma^2\nu'^2_z\,\rho(q_2)\,\tilde{P}_u(q_2)\exp -j\frac{2\pi}{\lambda}\sin\theta\, q_2\, dq_2 \int_{-\infty}^{+\infty}\exp +j2\pi u\,\Delta_2\, d\Delta_2 \qquad \text{(I.46)}$$

$$\text{or} \int_{-\infty}^{+\infty}\exp -j2\pi u\,\Delta_1\, d\Delta_1 = \left(\int_{-\infty}^{+\infty}\exp +j2\pi u\,\Delta_2\, d\Delta_2\right) = \delta(u) \qquad \text{(I.47)}$$

qui est la distribution de Dirac (car nous avons supposé les dimensions de l'objet infinies)
Cette intégrale n'apporte donc une contribution qu'au centre -fréquence spatiale nulle- qui représente l'onde directement transmise par le diffuseur d'amplitude que constitue la plaque photographique développée. Dans le cas d'un objet de dimensions finies - cas réel- la contribution de cette intégrale n'est notable qu'aux très faibles fréquences spatiales.

Nous effectuons un changement de variables semblable dans la deuxième intégrale - que nous appelons J_2 - de (I.44) soit :

$$\begin{aligned} q &= x_1 - x_3 \\ q' &= x_2 - x_4 \\ \Delta &= \frac{x_1 + x_3}{2} \\ \Delta' &= \frac{x_2 + x_4}{2} \end{aligned} \qquad \text{(I.48)}$$

Le Jacobien de la transformation est lui aussi égal à l'unité, d'où

$$J_2 = \iiint \exp \sigma^2 v_z v'_z \left[\rho(q) + \rho(q')\right] \tilde{P}_\mu\left(\Delta - \Delta' + \frac{q-q'}{2}\right) \tilde{P}_\mu\left(\Delta - \Delta' - \frac{q-q'}{2}\right)$$

$$\exp j \frac{2\pi}{\lambda} \sin\theta (q - q') \exp - j\pi\mu (q + q') \, dq \, dq' \, d\Delta \, d\Delta' \qquad \text{(I.49)}$$

Or nous avons déjà supposé que la fonction d'autocorrélation du profil $\rho(q)$ est une fonction étroite et ne prend donc des valeurs notables que pour les petites valeurs de q, donc un développement limité donne :

$$\rho(q) = 1 - \frac{q^2}{T^2} \qquad \text{(I.50)}$$

et

$$J_2 = \exp 2\sigma^2 v_z v'_z \iiint \exp - \sigma^2 \frac{v_z v'_z}{T^2} (q^2 + q'^2) \tilde{P}_\mu\left(\Delta - \Delta' + \frac{q-q'}{2}\right) \tilde{P}_\mu\left(\Delta - \Delta' - \frac{q'-q'}{2}\right)$$

$$\exp j \frac{2\pi}{\lambda} \sin\theta (q - q') \exp - j\pi\mu (q + q') \, dq \, dq' d\Delta d\Delta'$$

Or si on intègre tout d'abord en Δ et Δ' :

$$\iint \tilde{P}_\mu\left(\Delta - \Delta' + \frac{q-q'}{2}\right) \tilde{P}_\mu\left(\Delta - \Delta' - \frac{q-q'}{2}\right) d\Delta d\Delta'$$

$$= \int d\left(\frac{\Delta + \Delta'}{2}\right) \int \tilde{P}_\mu(\lambda) \tilde{P}_\mu\left[\lambda - (q - q')\right] d\lambda \qquad \text{(I.5I)}$$

$$\propto \tilde{P}_\mu(q - q') \qquad \text{(I.52)}$$

Le premier terme de (2.51) est une <u>constante</u> caractéristique des dimensions de l'objet ; la deuxième intégrale est égale à $\tilde{P}_\mu(q-q')$ car la transformée de FOURIER de $\tilde{P}_\mu$, $P_\mu(v)$ est une fonction pupille qui ne prend des valeurs qu'égales à 0 ou à 1.

D'où (I.49) devient :

$$J_2 \propto \exp 2\sigma^2 \nu_z \nu'_z \iint \exp -\sigma^2 \frac{\nu_z \nu'_z}{T^2}(q^2+q'^2)\, \tilde{P}_\mu(q-q') \exp -j\pi u(q+q') \exp j\frac{2\pi}{\lambda}\sin\theta(q-q')\, dq\, dq' \qquad (I.53)$$

On effectue un dernier changement de variable :

$$\begin{aligned} q-q' &= Q \\ \frac{q+q'}{2} &= R \end{aligned} \qquad (I.54)$$

Le Jacobien est égal à 1.

Par substitution de (I.54) dans (I.53), les variables se séparent et l'intégrale (I.53) se décompose en un produit de deux intégrales soit :

$$\exp 2\sigma^2 \nu_z \nu'_z \int \exp -\sigma^2 \frac{\nu_z \nu'_z}{T^2} \cdot 2R^2 \exp -2\pi u R\, dR$$

$$\int \exp -\sigma^2 \frac{\nu_z \nu'_z}{T^2} \frac{Q^2}{2} \exp j\frac{2\pi}{\lambda}\sin\theta Q\ \tilde{P}_\mu(Q)\, dQ$$

$$\propto \nu_z \nu'_z \exp 2\sigma^2 \nu_z \nu'_z \exp -\frac{\pi^2 T^2}{2\sigma^2 \nu_z \nu'_z} u^2$$

$$\int P_\mu\left(\nu - \frac{\sin\theta}{\lambda}\right) \exp -\frac{2\pi^2 T^2 \nu^2}{\sigma^2 \nu_z \nu'_z}\, d\nu \qquad (I.55)$$

en effet la transformée d'une gaussienne $\exp -\pi(ax)^2$ est aussi une gaussienne soit $a \exp -\pi\left(\frac{x}{a}\right)^2$

Comme on effectue les deux intégrales chacune donnant un terme proportionnel à $\sqrt{\nu_z \nu'_z}$ on a donc bien (I.55)

Dans ce chapitre et pour trouver finalement l'expression analytique de la visibilité, on supposera que la longueur de corrélation T est très petite devant la grandeur de la tache de diffraction, c'est-à-dire qu'en chaque point du plan image un grand nombre "d'aires de corrélation" contribuent à l'intensité en ce point. Donc dans la dernière intégrale de (I.55) le terme $P_\mu(\nu)$ est beaucoup plus étroit que l'exponentielle, de sorte qu'on peut sortir cette dernière de l'intégrale en lui donnant sa valeur au centre soit 1.

Ce qui donne :

$$v_z v'_z \exp 2\sigma^2 v_z v'_z \exp -\frac{\pi T^2 u^2}{2\sigma^2 v_z v'_z} \int P_u\left(v - \frac{\sin\theta}{\lambda}\right) dv$$

$$= v_z v'_z \exp 2\sigma^2 v_z v'_z \exp -\frac{\pi T^2 u^2}{2\sigma^2 v_z v'_z} \int P_u(v)\, dv$$

En réécrivant à ce stade l'expression de $P_u(v)$ donnée par (I.35)

$$v_z v'_z \exp 2\sigma^2 v_z v'_z \exp -\frac{\pi T^2 u^2}{2\sigma^2 v_z v'_z} \int P\left(v - \frac{u}{2}\right) P\left(v + \frac{u}{2}\right) dv \qquad \text{(I.56)}$$

Le terme sous l'intégrale représente le halo diffusé, autocorrélation de la pupille, ce terme se met en facteur dans chacunes des expressions $\langle|\tilde{I}_1|^2\rangle$, $\langle|\tilde{I}_2|^2\rangle$, $\langle\tilde{I}_1\tilde{I}_2^*\rangle$ et $\langle\tilde{I}_1^*\tilde{I}_2\rangle$.
C'est à l'intérieur de ce halo diffusé (ce qui est conforme à l'expérience) que les franges sont visibles. Elles sont modulées par la fonction d'autocorrélation de la pupille.
Nous remarquons que l'expression de $\langle\tilde{I}_1\tilde{I}_2^*\rangle$ obtenue en (I.56) est réel.
D'où : $\langle I\rangle = \langle|\tilde{I}_1|^2\rangle + \langle|\tilde{I}_2|^2\rangle + 2\cos 2\pi z_0 u \langle\tilde{I}_1\tilde{I}_2^*\rangle$

$\langle|\tilde{I}_1|^2\rangle$ (resp. $\langle|\tilde{I}_2|^2\rangle$) se déduit de (I.56) en écrivant que v'z=vz (resp vz = v'z).
La visibilité des franges s'écrit en négligeant la variation du terme gaussien car v'_z reste voisin de v_z .

$$\frac{2 v_z v'_z}{v_z^2 + v'^2_z} \exp -\sigma^2 (v_z^2 + v'^2_z - 2 v_z v'_z)$$

soit

$$\frac{2 v_z v'_z}{v_z^2 + v'^2_z} \exp -\sigma^2 \Delta v_z \qquad \text{(I.57)}$$

Pour Δv_z assez petit, le terme $\frac{2 v_z v'_z}{v_z^2 + v'^2_z}$ est égal à 1.
La visibilité des franges liée à la rugosité RMS σ s'écrit alors:

$$V = \exp -\sigma^2 \Delta v_z^2 \qquad \text{(I.58)}$$

dans notre cas - variation de l'incidence θ de $\delta\theta$- cette visibilité s'écrit :

par reflexion

$$V = \exp -\left(\frac{2\pi}{\lambda} \sigma \sin\theta\, \delta\theta\right)^2 \qquad \text{(I.59)}$$

par transmission

$$V = \exp -\left(\frac{2\pi}{\lambda}\,\sigma.n.\,\sin\theta'\,\delta\theta'\right)^2$$

soit :

$$V = \exp -\left(\frac{2\pi}{\lambda}\,\frac{\pi}{n}\,\sin\theta\,\delta\theta\right)^2 \qquad \text{(I.59 bis}$$

C'est le résultat qu'obtient également LEGER dans le cas de l'enregistrement du speckle à distance finie.
Dans le cas d'une variation de longueur d'onde, on aurait par reflexion :

$$V = \exp -\left[2\pi\,\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}\,\sigma^2(1+\cos\theta)\right]^2$$

REFERENCES DU CHAPITRE I

(I.1) BERNY et IMBERT : détermination optique des états de surface Bulletin BNM, 4, n°11 (1973) 14.

(I.2) D. LEGER : deux méthodes de mesure par corrélation de "speckle" thèse, Univ. ORSAY (1976)

(I.3) G. TRIBILLON : échantillonage aléatoire tridimensionnel Mesure optique de la rugosité d'une surface Thèse, Univ. BESANÇON (1974) 3e partie pp.97-142

(I.4) J.A. MENDEZ, M.L. ROBLIN : utilisation des franges d'interférence en lumière diffuse pour l'étude de l'état de surface d'un diffuseur. Opt. Comm. 13 (1975) 142

(I.5) A.E. ENNOS : speckle interferometry in Laser speckle and related phenomena p. 207 Ed; DAINTY J.C. Springer Verlag 1975 N.B : cet auteur a fait cette distinction à la suite d'une remarque de D. GABOR in IBM Jl Res. Dev 14 (1970) 509

(I.6) M.L. ROBLIN, G. SCHALOW, B. CHOURABI : interférométrie différentielle des aberrations d'un système optique par photographie se "speckle". Jn of Opt. 8 (1977) 149 ; 2 pp. 152.153

(I.7) P. BECKMANN et A. SPIZZICHINO : the scattering of electromagnetic waves from rough surfaces. (Pergamon, Mac Millan, N.Y.) 1963

(I.8) M.G. MILLER, A.M. SCHNEIDERMANN et P.F. KELLEN second order statistics of laser-speckle pattern J.O.S.A. 65 (1975) pp. 779-785

(I.9) A. BLANC LAPIERRE et B. PICINBONO : propriétés statistiques du bruit de fond (Masson, Paris) 1971 p.61

CHAPITRE II

INTERFEROMETRIE HOLOGRAPHIQUE DES ABERRATIONS DU SYSTEME OPTIQUE

Ainsi la rugosité σ d'une surface diffusante peut donc être reliée à la visibilité V de franges d'interférence obtenues au terme d'une expérience dont le principe a été donné au chapitre précédent; Pour établir la formule reliant σ à V , nous avons fait plusieurs hypothèses : nous avons supposé en particulier le système optique exempt d'aberrations, ce qui n'est pas le cas dans la réalité ; tout au plus le rôle de celles-ci peut être évalué, et par la suite réduit. Le but de ce chapitre(et du suivant) est de déterminer l'influence du système optique utilisé pour une imagerie en lumière diffuse. Nous verrons au chapitre suivant quelles peuvent être les perturbations introduites sur le pas et sur le contraste des franges d'interférence, nous évaluerons la tolérance à donner lors de la correction des perturbations pour rendre négligeables ces perturbations.

Le principe de l'expérience pour obtenir la valeur de la rugosité est d'effectuer deux images de l'objet échantillon éclairé en lumière cohérente sous deux incidences légèrement différentes. Nous montrons par la suite que les aberrations n'interviennent que par la différentielle de leur phase, qui peut être interprétée comme la transparence complexe de la pupille du système optique.

Ce chapitre sera alors consacré à l'influence des aberrations. Nous utiliserons comme objet échantillon un diffuseur particulier, qui permet une interprétation holographique de l'expérience (réf. [II-1] , [II-2]) . Nous nous servirons d'un diffuseur d'amplitude dont la transparence complexe peut s'écrire $A_0 + A_1(x,y)$ Nous verrons dans un premier paragraphe ce que l'on obtient en effectuant un seul enregistrement de cet objet en lumière cohérente. Nous montrerons qu'on reconstitue la pupille du système optique ayant servi à l'enregistrement et que cet enregistrement sur la plaque photographique peut de ce fait être considéré comme un hologramme de Fourier de la pupille. Ce paragraphe explique

comment peuvent être décelées les aberrations paires du système optique, essentiellement d'ailleurs l'aberration sphérique et le défaut de mise au point.

Nous voyons ensuite en effectuant deux enregistrements qui ne diffèrent que par une légère modification de l'incidence de l'onde cohérente éclairant l'objet comment les différentes aberrations interviennent et comment cette expérience peut être interprétée par le principe de l'interférométrie holographique différentielle.

Il nous a paru intéressant de consacrer un chapitre à ce problème car par une transformation simple de notre montage -substitution d'un diffuseur d'amplitude à l'objet échantillon- nous avons un moyen de contrôler le système optique, d'acquérir sur une seule plaque des informations concernant les aberrations susceptibles de dégrader nos résultats.

II-1 - UNE SEULE POSE

II.1.1 : Interprétation holographique

Nous montrons dans ce paragraphe que nous pouvons considérer la plaque photographique H , enregistrement de l'image d'un diffuseur, comme un hologramme de la pupille . L'onde directement transmise par le diffuseur sera, nous le verrons, la porteuse, l'onde diffusée qui "couvre" la pupille nous permettra d'accéder à des informations sur la transparence complexe - et donc en particulier sur les déphasages introduits par les aberrations - de la pupille du système optique.

Une image du diffuseur d'amplitude est réalisée , sa transparence complexe peut s'écrire $A_0 + A_1(x,y)$ (II.1) . Ce diffuseur d'amplitude peut par exemple être obtenu par l'enregistrement sur une plaque holographique d'un "speckle" très fin. La fonction $A_1(x,y)$ peut alors être considérée comme une fonction aléatoire, ses propriétés et la loi de probabilité qu'elle suit sont celles de l'intensité d'un speckle. Elles sont par exemple décrites par Goodman (réf. [II.3]) . Rappelons que cette loi de probabilité de l'intensité est une exponentielle négative et que le contraste du "speckle" défini comme le rapport de l'écart quadratique sur l'intensité moyenne est égal à 1 . Les valeurs de A_0 et de la

constante de proportionnalité de A_1 sont ajustables et sont définies par la dynamique et le traitement de la plaque photographique. Nous verrons à la fin de ce paragraphe que, pour obtenir la linéarité du hologramme, on devra faire l'hypothèse que l'amplitude de la porteuse - proportionnelle à A_0 - est très supérieure à l'amplitude diffusée par $A_1(x,y)$.
Le montage retenu est représenté sur la figure 1-a .

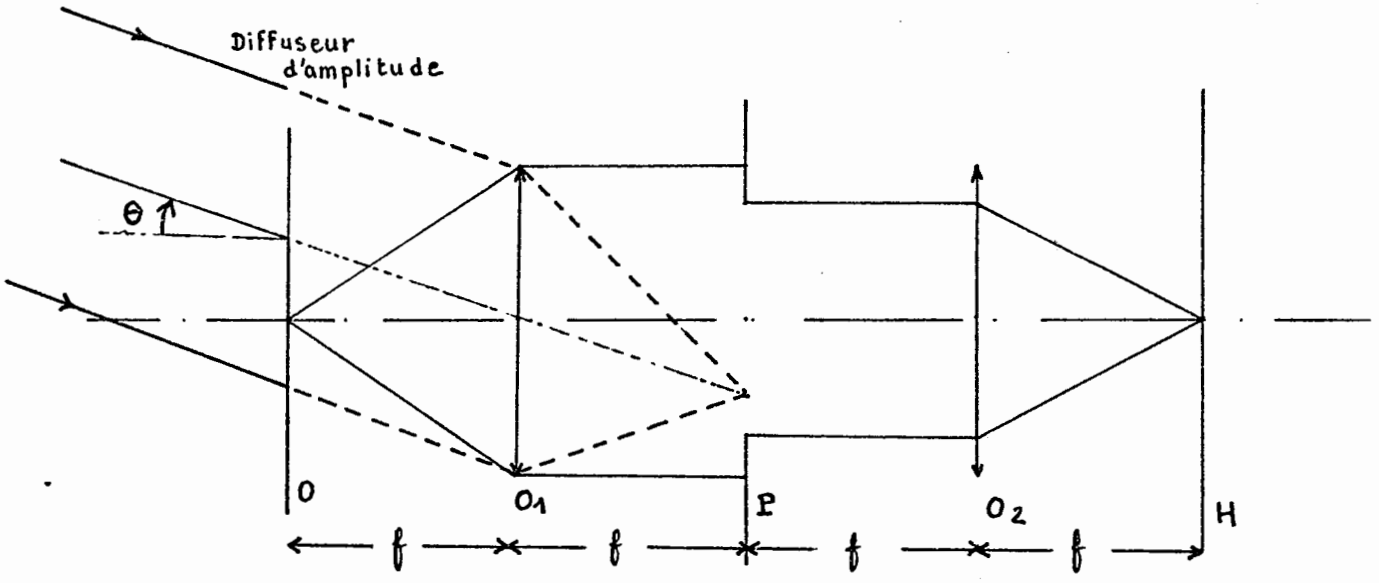


Fig. II-1-a : montage télécentrique
pour l'enregistrement du "hologramme de la pupille"

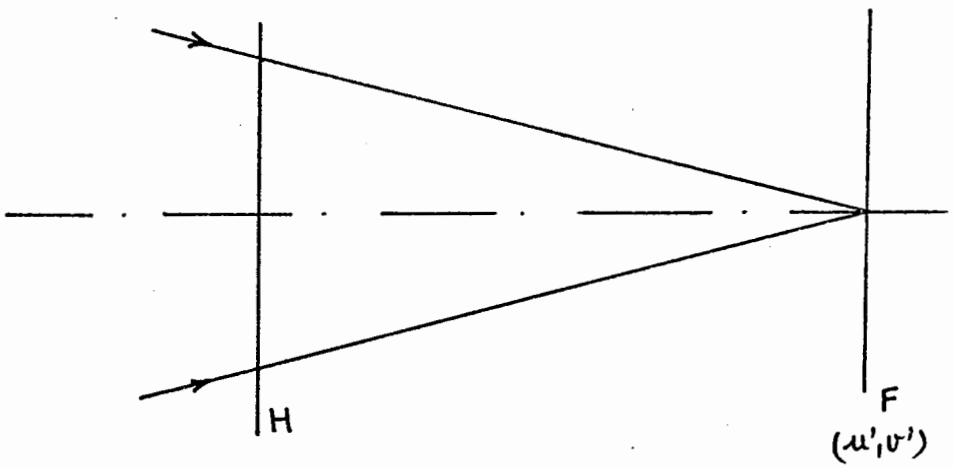


Fig.II-1-b : Restitution dans le plan
de Fourier F de la pupille P .

C'est un montage télécentrique et une onde plane de fréquence $\frac{\theta}{\lambda}$

vient converger dans le plan de la pupille P matérialisée par un diaphragme. L'image du diffuseur est réalisée par un second objectif O_2 . De telles hypothèses permettent une présentation plus simple des calculs mais les résultats seraient les mêmes pour un système optique quelconque : on ferait converger l'onde dans le plan de la pupille.

Nous supposerons les dimensions de l'objet infinies ; la fonction objet-amplitude complexe dans le plan (O ; x,y) - peut donc être représentée par le produit de la transparence (1) du diffuseur et de l'onde complexe de fréquence $\frac{\theta}{\lambda}$ (soit $\exp j\, 2\pi \frac{\theta}{\lambda} x$)

Dans la suite de ce paragraphe, nous nous bornerons au cas à une dimension, le passage à deux dimensions est trivial. L'amplitude complexe dans le plan de l'objet s'écrit donc :

$$[A_0 + A_1(x,y)] \exp j 2\pi \frac{\theta}{\lambda} x \qquad \text{(II.2)}$$

On obtient l'amplitude complexe $\mathcal{A}_p(u)$ dans le plan de la pupille P en prenant la transformée de Fourier de (2) soit :

$$\mathcal{A}_p(u) = \delta(u - \frac{\theta}{\lambda}) \otimes \left[A_0\, \delta(u) + \tilde{A}_1(u)\right]$$

où δ représente la distribution de Dirac à une dimension , le symbole $\otimes$ l'opération de convolution et $\tilde{A}$ la transformée de Fourier de A . Nous devons alors écrire que les dimensions de la pupille sont finies, c'est à dire que le diaphragme matérialisant la pupille "filtre" les fréquences spatiales de l'objet. Cette pupille peut donc être représentée par une transparence en amplitude $P(u)$ (II.3) . Cette fonction $P(u)$ vaut 1 à l'intérieur du diaphragme de rayon U_0 , 0 en dehors.

Pour tenir compte des aberrations du système on écrit qu'un déphasage $\phi(u)$ (II.4) variable à l'intérieur de la pupille est produit. L'origine des phases est prise au centre de la pupille.

L'amplitude comprise dans le plan de la pupille s'écrit donc en tenant compte de (II.3) et de (II.4) .

$$\mathcal{P}(u) = \left[A_0\, \delta(u - \frac{\theta}{\lambda}) + \tilde{A}_1(u - \frac{\theta}{\lambda})\right] P(u) \exp \phi(u) \qquad \text{(II.5)}$$

On enregistre alors dans l'image du diffuseur O , sur la plaque photographique H , le module carré de la transformée de Fourier de $\mathcal{P}(u)$. Cette plaque photographique une fois développée, est placée dans le montage schématisé sur la figure 1-b : on obtient dans le plan F la transformée de Fourier de la transparence de la plaque ; c'est aussi l'auto-corrélation de $\mathcal{P}(u)$ qui s'écrit alors :

$$A(u') = \mathcal{P}(u') * \mathcal{P}(u') = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[A_0 \delta(u_1 - \frac{\theta}{\lambda}) + \tilde{A}_1(u_1 - \frac{\theta}{\lambda})\right] \times \cdots$$

$$\cdots \left[A_0 \delta(u_1 + u' - \frac{\theta}{\lambda}) + \tilde{A}_1^*(u_1 + u' - \frac{\theta}{\lambda})\right] \cdot P(u_1) \cdot P(u_1 + u')$$

$$\exp j\left[\phi(u_1) - \phi(u_1 + u')\right] du_1 \qquad \text{(II.6)}$$

Cette intégrale se sépare alors en quatre termes :

- 1 - le premier - double produit de distribution est proportionnel à :++

$$\propto A_0^2 \delta(u') \qquad \text{(II.6.1)}$$

qui est la source directement transmise par le hologramme.

- 2 - le second terme s'écrit alors :

$$\propto A_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{A}_1(u_1 - \frac{\theta}{\lambda})\, P(u_1)\, P(u_1 + u')$$

$$\exp j\left[\phi(u_1) - \phi(u_1 + u')\right] \delta(u_1 + u' - \frac{\theta}{\lambda})\, du_1$$

$$\propto A_0 \tilde{A}_1(-u')\, P(-u' + \frac{\theta}{\lambda})\, P(\frac{\theta}{\lambda}) \exp j\left[\phi(-u' + \frac{\theta}{\lambda}) - \phi(\frac{\theta}{\lambda})\right] \qquad \text{(II.6.2)}$$

- 3 - un terme semblable à 6.2 ; tout calcul fait on obtient :

$$\propto A_0 \tilde{A}_1^*(u)\, P(\frac{\theta}{\lambda}) P(u' + \frac{\theta}{\lambda}) \exp j\left[\phi(\frac{\theta}{\lambda}) - \phi(u' + \frac{\theta}{\lambda})\right] \qquad \text{(II.6.3)}$$

- 4 - le dernier terme enfin reste sous la forme d'une intégrale , c'est un terme du second ordre en A_1 soit :

++ Nous rappelons que le symbole $\propto$ "proportionnel à " n'est employé que si le facteur de proportionnalité est réel

$$-\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{A}_1(u_1-\tfrac{\theta}{\lambda})\,\tilde{A}_1^*(u_1+u'-\tfrac{\theta}{\lambda})\,P(u_1)\,P(u_1+u')\exp j\left[\phi(u_1)-\phi(u_1+u')\right]\,du_1$$

(II.6.4)

En fait , on observe en enregistrant dans le plan F le module carré de l'amplitude (II.6).

Tous les termes résultant d'un produit avec (II.6.1) auront en facteur la distribution de Dirac $\delta(u)$. Ce qui nous permettra d'évaluer la proportion d'énergie directement transmise . Ces termes par la suite n'interviendront pas.

Dans le calcul de l'intensité on rencontre des termes d'ordre 3 en A_1 , résultant d'un produit de (II.6.4) avec (II.6.3) ou (II.6.2) :
l'un de ces quatre termes peut s'écrire :

$$A_0\int \tilde{A}_1^*(u')\,\tilde{A}_1^*(u_1-\tfrac{\theta}{\lambda})\,\tilde{A}_1(u_1+u'-\tfrac{\theta}{\lambda})\,P(\tfrac{\theta}{\lambda})\,P(u'+\tfrac{\theta}{\lambda})\,P(u_1)\,P(u_1+u')$$

$$\exp j\left[\phi(\tfrac{\theta}{\lambda})-\phi(u'+\tfrac{\theta}{\lambda})-\phi(u_1)+\phi(u_1+u')\right]\,du_1$$

Or, nous l'avons vu , A_1 peut être considéré comme aléatoire, donc $\tilde{A}_1(u)$ est aussi une fonction aléatoire qu'on peut approximer par une gaussienne stationnaire de valeur moyenne nulle (réf. [II.4]) de longueur de corrélation très faible si l'objet est supposé grand.

De l'hypothèse faite ci-dessus, les moments d'ordre 3 sont nuls et les termes du produit de (II.6.4) avec (II.6.2) ou (II.6.3) sont nuls (réf. [II.5]) . Ne restent donc que les valeurs moyennes de :

- le module carré de (II.6.4)
- les termes déduits du module carré de la somme de (II.6.2) et de (II.6.3)

La valeur moyenne du module carré de (II.6.4) s'écrit alors :

$$\iint \langle \tilde{A}_1(u_1-\tfrac{\theta}{\lambda})\,\tilde{A}_1^*(u_1+u'-\tfrac{\theta}{\lambda})\,\tilde{A}_1^*(u_2-\tfrac{\theta}{\lambda})\,\tilde{A}_1(u_2+u'-\tfrac{\theta}{\lambda})\rangle$$

$$P(u_1)\,P(u_1+u')\,P(u_2)\,P(u_2+u')\exp j\left[\phi(u_1)-\phi(u_1+u')-\phi(u_2)+\phi(u_2+u')\right]\,du_1\,du_2$$

Le moment d'ordre 4 se scinde alors en deux termes (cf. réf [II.4]

$$\langle \tilde{A}_1(u_1 - \tfrac{\theta}{\lambda})\, \tilde{A}_1^*(u_1+u' - \tfrac{\theta}{\lambda})\, \tilde{A}_1^*(u_2 - \tfrac{\theta}{\lambda})\, \tilde{A}_1(u_2+u' - \tfrac{\theta}{\lambda}) \rangle$$

$$= \langle \tilde{A}_1(u_1 - \tfrac{\theta}{\lambda})\, \tilde{A}_1^*(u_1+u' - \tfrac{\theta}{\lambda}) \rangle \langle \tilde{A}_1^*(u_2 - \tfrac{\theta}{\lambda})\, \tilde{A}_1(u_2+u' - \tfrac{\theta}{\lambda}) \rangle$$

$$+ \langle \tilde{A}_1(u_1 - \tfrac{\theta}{\lambda})\, \tilde{A}_1^*(u_2 - \tfrac{\theta}{\lambda}) \rangle \langle \tilde{A}_1^*(u_1+u' - \tfrac{\theta}{\lambda})\, \tilde{A}_1(u_2+u' - \tfrac{\theta}{\lambda}) \rangle$$

$$\propto A_1^4 \left[\delta(u) + \delta(u_1 - u_2) \right]$$

Le module carré de (6.4) est alors proportionnel à la somme de deux termes :

$$\propto A_1^4\, \delta(u)$$

$$+ \propto A_1^4 \int P(u_1)\, P(u_1+u')\, du_1 \qquad \text{(II.7)}$$

Le premier terme de (7) n'apporte, comme les termes combinés avec (II.6.1) qu'une contribution au centre du champ, il apporte une perturbation à l'onde directement transmise. Le second terme, proportionnel à l'autocorrélation de la pupille, peut être négligé si l'intensité de la "porteuse" A_0^2 est bien supérieure à l'intensité diffusée par le diffuseur A_1^2 .
Donc, ne restent plus que les termes (II.6.2) et (II.6.3) :

$$A_0\, \tilde{A}_1(-u')\, P(-u' + \tfrac{\theta}{\lambda})\, P(\tfrac{\theta}{\lambda}) \exp j \left[\phi(-u' + \tfrac{\theta}{\lambda}) - \phi(\tfrac{\theta}{\lambda}) \right] \qquad \text{(II.6.2)}$$

$$A_0\, \tilde{A}_1^*(u')\, P(u' + \tfrac{\theta}{\lambda})\, P(\tfrac{\theta}{\lambda}) \exp -j \left[\phi(u' + \tfrac{\theta}{\lambda}) - \phi(\tfrac{\theta}{\lambda}) \right] \qquad \text{(II.6.3)}$$

C'est la restitution, par un <u>hologramme de Fourier</u>, de deux ondes : la première (II.6.2) est proportionnelle à l'amplitude dans le plan de la pupille P , la seconde est la quantité conjuguée (II.6.3)
Dans cette expérience donc, on peut considérer que l'on a enregistré un hologramme (cf. réf. [II.2]) , l'onde de référence ou "porteuse" est l'onde directement transmise par le diffuseur qui vient converger dans le plan de la pupille P ; l'onde diffusée par le diffuseur "couvre" la pupille qui constitue l'objet à restituer par le hologramme. Dans le plan de Fourier de la plaque photographique - hologramme autour de l'image de la source directement transmise - sont reconstituées la pupille et sa

conjuguée.
Remarquons tout d'abord que, puisque A_1 est une fonction réelle, $\tilde{A}_1(-\mu)$ est égal à $\tilde{A}_1^*(\mu)$ si bien que le "speckle" porté par les deux pupilles est le même ; ces deux pupilles sont donc "cohérentes" entre elles et peuvent interférer dans leur partie commune comme dans un interféromètre classique.

D'autre part le terme qui se mettra en facteur lorsqu'on exprimera le module carré de la somme de (II.6.2) et (II.6.3) sera :

$$A_0^2 \langle |A_1|^2 \rangle \, P\left(\frac{\theta}{\lambda}\right) \qquad \text{(II.8)}$$

Or, $P(\theta/\lambda)$ ne prend que des valeurs égales à 0 ou à 1, suivant que l'onde directement transmise par le diffuseur converge hors ou dans la pupille. Il est donc bien évident que, si l'onde de référence du hologramme est arrêtée, $-P(\frac{\theta}{\lambda}) = 0-$ la pupille ne peut être reconstituée. Seule reste alors l'onde diffusée, soit le carré du module de (II.6.4) qui dans ce cas ne peut être négligée. La présence de ce terme ne veut rien dire de plus.
Si la pupille n'est pas matérialisée par un diaphragme, ou si celui-ci n'est pas dans le plan de convergence de l'onde, on reconstitue cependant dans le plan de Fourier F l'amplitude diffractée par la pupille dans le plan de convergence de l'onde. Le plan de la pupille reconstituée n'est plus dans le plan de Fourier du hologramme mais suivant les cas en avant ou en arrière, suivant une loi classique de formation des hologrammes. Ce sera par exemple le cas pour un système optique quelconque non télécentrique.
On met en évidence dans ce dernier cas des déformations dues aux aberrations de l'optique, mais le système de franges obtenues dans le plan ne permet pas de les déduire de façon simple à cause de l'origine des phases qui n'est plus au centre de la pupille.

II.1.2 : Interférence des deux pupilles reconstituées

Nous avons vu à la fin du paragraphe précédent que les deux pupilles, directe et conjuguée, reconstituées dans le plan F étaient cohérentes entre elles , et étaient donc capables d'interférer dans leur partie commune $P(u+\frac{\theta}{\lambda})\,P(u-\frac{\theta}{\lambda})$ qui est la partie commune à deux cercles de rayon U_o décalés de $2\,\frac{\theta}{\lambda}$.

L'intensité dans cette partie commune s'écrit alors en prenant le module carré de la somme des termes de phase de (6.2) et (6.3) :

$$\propto \left| \exp j\left[\phi(-u+\tfrac{\theta}{\lambda}) - \phi(\tfrac{\theta}{\lambda})\right] + \exp j\left[\phi(\tfrac{\theta}{\lambda}) - \phi(u+\tfrac{\theta}{\lambda})\right] \right|^2$$

soit

$$\propto 1 + \cos\left[\phi(u+\tfrac{\theta}{\lambda}) + \phi(-u+\tfrac{\theta}{\lambda}) - 2\,\phi(\tfrac{\theta}{\lambda})\right] \qquad \text{(II.9)}$$

Nous pouvons à ce stade écrire l'expression mathématique de la fonction ϕ . Elle est déduite de l'expression classique des <u>aberrations du troisième ordre</u> (réf. [II.6]) . En fonction d'un point angulaire (α, β) de la pupille correspondant aux fréquences spatiales ($u = \frac{\alpha}{\lambda}$, $v = \frac{\beta}{\lambda}$) on a :

$$\phi(\alpha,\beta) = \frac{2\pi}{\lambda}\ \Delta(\alpha,\beta) \qquad \text{(II.10)}$$

où $\Delta(\alpha,\beta)$ est le déphasage introduit par les aberrations du système ; ce déphasage est, bien entendu, aussi fonction du point du champ (x , y) du système optique .
Il s'écrit (réf. [II.6]) :

$$\Delta(\alpha,\beta) = -\frac{a}{4}(\alpha^2+\beta^2)^2 + b(x\alpha+y\beta)(\alpha^2+\beta^2) - \frac{c}{4}(x^2+y^2)(\alpha^2+\beta^2)$$
$$+ \frac{\mathcal{A}}{4}\left[(\alpha^2-\beta^2)(x^2-y^2) + 4\alpha\beta xy\right] + d(x^2+y^2)(x\alpha+y\beta) \qquad \text{(II.11)}$$

où a , b , c , $\mathcal{A}$ et d , sont des coefficients fonctions respectivement de l'aberration sphérique , la coma , la courbure l'astigmatisme et la distorsion.

Nous remarquons que cette fonction est un polynôme dont les parités sont bien définies pour chaque type d'aberration :

- aberration sphérique et astigmatisme introduisent un déphasage qui peut être représenté par un polynôme qui n'a que des termes pairs en fonction de l'ouverture.
- coma et distorsion n'ont que des termes impairs.

Si, de plus, un défaut de mise au point ε subsiste, une différence de marche supplémentaire doit être introduite soit :

$$\frac{\varepsilon}{2}(\alpha^2+\beta^2) \qquad \text{(II.12)}$$

qui est une fonction paire de l'ouverture.

Nous allons d'abord supposer que l'incidence θ de l'onde éclairant l'objet est nulle, c.à d. que la "porteuse" du hologramme finalement enregistré vient converger au centre de la pupille P .

L'expression (II.9) se réduit alors à

$$1 + \cos\left[\phi(u) + \phi(-u)\right]$$

A deux dimensions l'expression de l'intensité s'écrit :

$$1 + \cos\left[\phi(u,v) + \phi(-u,-v)\right]$$

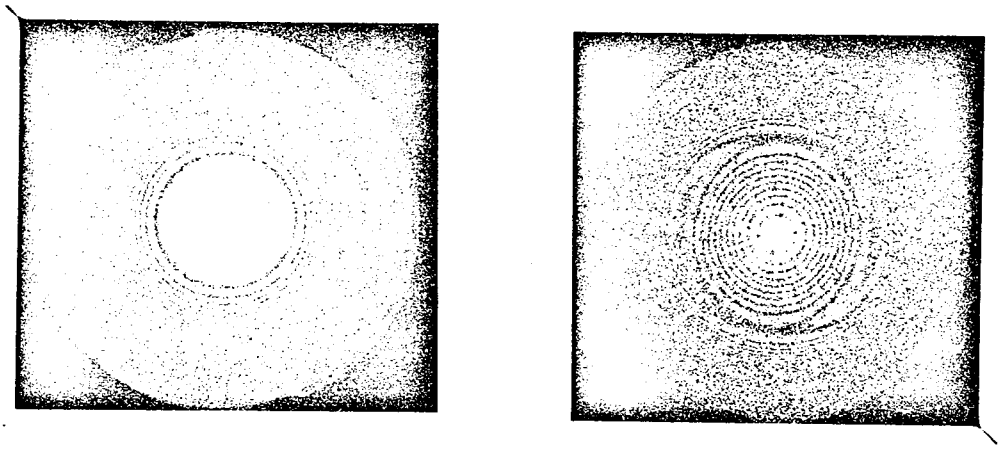
Les aberrations du troisième ordre représentées par une fonction impaire de l'ouverture disparaissent dans cette expression . Aucune information sur la coma, ni sur la distorsion ne pourront être obtenues. Ne restent donc plus qu'aberration sphérique , défaut de mise au point et astigmatisme qui introduisent un déphasage correspondant à la partie paire de l'expression de ϕ . L'intensité s'écrit donc :

$$1 + \cos 2\phi_p(u,v)$$

Tout comme le test de Twyman , nous aurons alors des franges d'interférence caractérisant le <u>double de l'aberration</u> .

Si on met un petit diaphragme au centre du champ du hologramme , c. à d. que l'on fixe le point du champ dans l'expression (11) par $x = y = 0$, alors seuls aberration

sphérique et défaut de mise au point pourront être mis en évidence. C'est bien ce que l'on observe (cf. fig. 2) où pour l'aberration sphérique on obtient des anneaux du 4ème degré (fig. 2.a) et pour le défaut de mise au point les anneaux de Newton (fig. 2.b).



- a - - b -

Fig. II.2

Aspect des franges obtenues dans le plan de Fourrier F pour le centre du champ avec un diffuseur d'amplitude. Système à forte aberration sphérique (lentille bi-convexe objet et image sont les plans antinodaux)
R = 100 mm , $a \simeq 1800$ m , $2\rho_0 = 40\,mm$.
le plan d'enregistrement est :
- a - au foyer paraxial
- b - sur la caustique sagittale

a est le coefficient d'aberration sphérique si l'on écrit l'écart aberrant Δ égal à $-\frac{a}{4}\alpha^4$ où α est l'ouverture angulaire du système.

Remarquons toutefois qu'il nous est permis de mettre le petit diaphragme pour filtrer en quelque sorte les points du champ du hologramme, alors que nous avions supposé infinies les dimensions de l'objet et donc du hologramme. Nous avons, dans le calcul du paragraphe précédent, supposé fixé le point du champ, ce qui nous a permis de trouver analytiquement l'amplitude dans le plan de Fourier de la plaque photographique développée. Le déphasage dû aux aberrations dépend évidemment - nous l'avons écrit par la formule (II.11) - du champ et une intégration supplémentaire en x , y , eût été nécessaire . Pour éviter cette dernière opération,

on fixe un point du champ et on suppose qu'à l'intérieur du petit diaphragme le déphasage dû aux aberrations est constant : on obtient alors le même résultat mais l'amplitude (II.6) est convoluée à la transformée de Fourier $\tilde{C}(u)$ de la fonction contour $C(x)$ de l'objet, délimité par ce petit diaphragme. Il suffit de voir ici que l'objet doit avoir un contour suffisemment grand, pour que l'on puisse supposer cette fonction $\tilde{C}(u)$ très pointue par rapport aux variations de $\exp i\phi(u)$ que l'on veut mettre en évidence. Dans l'expression de la convolution, on peut alors sortir de l'intégrale ce terme de phase et l'expression du speckle devient alors la convolution de la fonction $\tilde{A}_1(u)$ et de $\tilde{C}(u)$.

Si on définit par le trou de filtrage un autre point du champ du hologramme , la formule (II.11) nous montre que l'astigmatisme déforme ces anneaux d'interférence, qui, tout en restant des coniques - essentiellement des ellipses très resserées - sont beaucoup moins directement utilisables car ils portent les effets dûs aux différentes aberrations.

D'autre part, pour des incidences θ très faibles, le résultat reste le même : autour de l'image de la source, au centre de symétrie des deux pupilles décalées, on peut observer les anneaux déformés par un filtrage au centre du champ du hologramme. L'intérêt de l'incidence oblique de l'onde apparaitra au paragraphe suivant lorsque nous voudrons justement séparer image directe et image conjuguée de la pupille afin d'éviter qu'elles n'interfèrent entre elles.

II - 2 . INTERFEROMETRIE DIFFERENTIELLE HOLOGRAPHIQUE PERMETTANT DE METTRE EN EVIDENCE LES ABERRATIONS DU SYSTEME OPTIQUE

Dans le paragraphe précédent nous avons montré que l'on peut mettre en évidence l'aberration sphérique et le défaut de mise au point directement ; les franges d'interférence donnent le double des aberrations comme en interférométrie de Twyman, où la pupille est traversée deux fois symétriquement par l'onde.

Les résultats à attendre de cette méthode sont donc équivalents à ceux que l'on peut obtenir par cette interférométrie. Leur interprétation est de toute façon identique.

Dans ce paragraphe nous allons montrer comment il est possible d'obtenir des informations sur la différentielle de l'écart aberrant. Pour ce faire, nous effectuons deux enregistrements de l'objet-diffuseur d'amplitude sur la même plaque photographique en tournant légèrement l'onde incidente entre les deux poses. Nous rapprochons cette expérience de celle de Ronchi - dont nous allons faire un bref rappel - qui est une méthode différentielle pour tester les systèmes optiques.

Nous avons vu d'autre part, que lors de la restitution de l'hologramme, deux images de la pupille sont reconstituées - deux ondes en fait. Dans cette partie donc, puisque deux images sont enregistrées, ce sont quatre ondes qui seront reconstituées (pupille directe , pupille directe décalée , pupille conjuguée , pupille conjuguée décalée). Avant de voir quelles informations peuvent être obtenues quand ces quatre ondes (car elles sont cohérentes) interfèrent entre elles, nous allons d'abord supposer que les pupilles directes et les pupilles conjuguées ne se recouvrent pas ; ce qui peut être obtenu aisément en ne prenant comme pupille qu'une demi-lune ou en décentrant le diaphragme de l'axe optique.

II.2.1 : test de Ronchi (réf. II.7)

Dès 1922, Ronchi a mis au point une méthode pour contrôler les lentilles et les miroirs. On éclaire le système optique par une source spatiallement cohérente - point objet - et au voisinage de l'image de cette source donnée par le système optique on interpose un réseau de fréquence f (figure II.3).
On place à la distance x de l'image paraxiale T' de T le réseau R et on observe l'ombre de la pupille de sortie P' sur l'écran E placé à la distance y de T' .

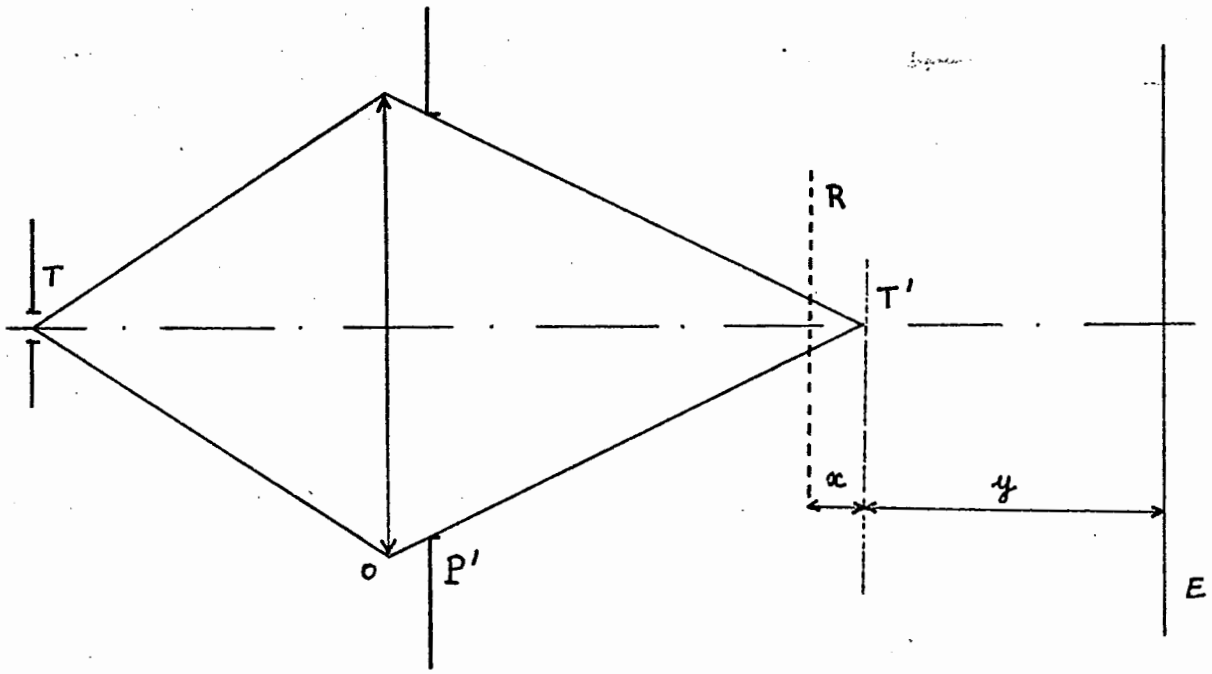


Fig. II.3

Schéma du test de Ronchi pour contrôler la lentille O .

Remarques

Pour tester un miroir le réseau sera traversé deux fois par l'onde. C'est d'ailleurs les miroirs que Ronchi a testés tout d'abord. Pour déterminer leur centre de courbure il avait songé à étaler les franges de moirés donnés par le réseau objet et son image donnée par le miroir. Nous y reviendrons.

La source est spatiallement cohérente et si D est l'ouverture linéaire du système optique à tester , la largeur de source appropriée est telle qu'elle doit être vue du centre de la pupille d'entrée sous un angle inférieur à $\frac{\lambda}{2D}$.

A distance finie sur l'écran E on observe l'ombre de la pupille de sortie donnée par le réseau ; dans les régions où les différentes projections de celle-ci se superposent, on observe des franges d'interférence : les franges d'ombre

La fonction du réseau de fréquence f , interposé sur le chemin d'une onde de longueur d'onde λ est de décomposer l'onde en plusieurs répétitions mais tournées d'un angle :

$$\beta = \lambda \cdot F \qquad \text{(II.13)}$$

Cette rotation de l'onde sera donc ici fixée par la fréquence du réseau; pour modifier cette rotation il sera donc nécessaire, soit de changer la longueur d'onde , soit de changer le réseau. On montre alors qu'on a un interféromètre différentiel et que la déformation des franges peut être reliée aux aberrations. Ces franges sont rectilignes si le système est parfait. Ronchi a dit " si l'on n'a pas absolument besoin de données numériques, la forme des franges suffit (....) à donner de manière immédiate une idée de la qualité et de la nature des défauts en examen". La fréquence des franges est directement liée à la rotation de l'onde - soit par II.13 , à la fréquence du réseau - et est de plus indépendante de la longueur d'onde , soit donc égale à :

$$F \cdot \frac{y}{x} \qquad \text{(II.14)}$$

(ceci si deux ordres consécutifs donnés par le réseau interfèrent).

On est donc en présence d'un interféromètre différentiel (à "shearing") achromatique . Deux ordres qui diffèrent de plus d'une unité peuvent interférer dans les régions où les pupilles diffractées par ceux-ci se recouvrent . En fait ce sera ici une cause de brouillage de l'information où divers systèmes de franges d'interférence dûs aux multiples ordres du réseau se superposent.

Pour l'aberration sphérique du troisième ordre, on observe des cubiques. On observe sur ces franges l'endroit de ce que Ronchi appelle, leur maximum de largeur. Le lieu de ces points se détermine en prenant la dérivée seconde de l'écart aberrant.

Dans le cas donc d'une aberration sphérique du troisième ordre, le lieu est une ellipse dont le grand axe est parallèle aux traits du réseau et égal à $\sqrt{3}$ fois le petit axe.

La figure II . 4 montre les franges d'interférence obtenues avec un réseau à 50 t/mm. La lentille contrôlée est une lentille bi-convexe;objet et image sont les points antinodaux. Cette lentille possède une forte aberration sphérique : c'est

celle qui a été utilisée au paragraphe précédent et dont les résultats obtenus dans le montage holographique en une pose ont été consignés à la figure II.2.

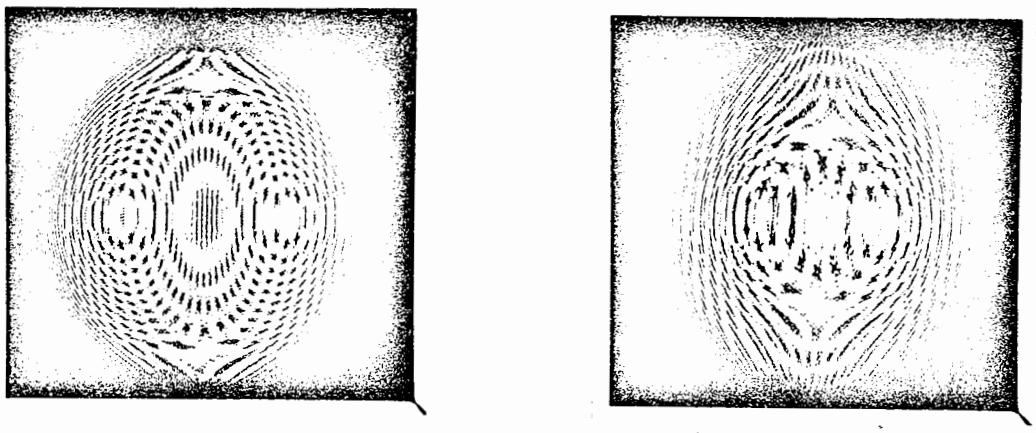


Fig. II.4

II.2.2 : Interférométrie différentielle , les pupilles directes et conjuguées sont séparées

Dans ce paragraphe nous supposerons que les pupilles directe et conjuguée reconstituées ne se recouvrent pas ; soit qu'on aura limité la pupille à une demi-lune, dans ce cas pupille directe et pupille conjuguée reconstituées se font face et reconstituent le disque complet ; soit qu'on aura décentré le diaphragme ou donné à l'incidence une fréquence spatiale "limite" c'est à dire que l'onde de référence du hologramme enregistré passe au bord de la pupille . Lors de leur reconstitution, les deux pupilles reconstituées sont symétriques par rapport à ce point, point d'impact lors de l'enregistrement de l'onde de référence qui vient converger au bord de la pupille.
Seules donc interfèreront les deux ondes décalées , directes (le problème de l'interférence des ondes conjuguées est ici strictement symétrique et ne sera pas développé dans ce paragraphe). On suppose que, lors de la première pose , l'incidence de l'onde est de fréquence nulle , l'onde est donc normale à l'objet : ce qui ne nuit pas à la généralité de l'exposé.

On reconstitue, due à la première pose, la répartition de l'amplitude complexe dans le plan de la pupille soit :

$$\tilde{A}\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}\right) \cdot P(\alpha, \beta) \cdot \exp j\, \phi(\alpha, \beta) \qquad \text{(II.15)}$$

Nous avons écrit ci-dessus $\tilde{A}$ sans indice pour tenir compte de la remarque faite à la fin du premier paragraphe de ce chapitre. Cette fonction décrit le "speckle" qui se superpose à la pupille reconstituée. Nous avons d'autre part"rétabli" les deux dimensions dans l'expression de (II .6.3).
Dans la deuxième pose l'onde a tourné d'un angle θ . On remarque alors que l'onde de référence et l'onde diffusée ont tourné du même angle alors que le terme propre à l'instrument - représenté justement par $P(\alpha,\beta) \exp j\, \phi(\alpha,\beta)$ - est resté le même. Si l'on écrit l'amplitude dans le plan de la pupille on retrouve l'expression $\mathcal{P}(\mu)$ de II.5 avec ici θ infinitésimal. L'onde directe reconstituée est donc :

$$\tilde{A}\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}\right)\, P(\alpha+\theta, \beta) \exp j\, \phi(\alpha+\theta, \beta) \qquad \text{(II.16)}$$

Pour ces deux ondes reconstituées II.15 et II.16 , le "speckle" $\tilde{A}\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}\right)$ est resté le même ; les interférences de ces deux images directes donnent dans la partie commune où ces deux pupilles - décalées de θ - se recouvrent une répartition d'amplitude :

$$\tilde{A}\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}\right) \left[\exp j\, \phi(\alpha, \beta) + \exp j\, \phi(\alpha+\theta, \beta)\right]$$

soit une répartition d'intensité :

$$\left|\tilde{A}\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}\right)\right|^2 \left\{1 + \cos\left[\phi(\alpha+\theta, \beta) - \phi(\alpha, \beta)\right]\right\} \qquad \text{(II.17)}$$

or θ est supposé suffisemment petit pour effectuer un développement au premier ordre soit :

$$\left|\tilde{A}\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}\right)\right|^2 \left[1 + \cos\theta\, \frac{\partial \phi}{\partial \alpha}(\alpha, \beta)\right] \qquad \text{(II.18)}$$

On obtient donc l'interférogramme différentiel des aberrations

du système optique O.
Si de plus il y avait un défaut de mise au point ε , un déphasage linéaire s'introduit au niveau des franges. Un défaut de mise au point peut en effet être considéré comme une aberration introduisant un terme quadratique $\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{\varepsilon}{2}(\alpha^2+\beta^2)$ au niveau de la pupille , sa dérivée par rapport à α , donne donc à l'intérieur du système de franges un déphasage linéaire $2\pi\theta\varepsilon\alpha/\lambda$. Si bien que le terme ϕ ne représente que les aberrations intrinsèques au système optique.

De plus si on donne entre les deux poses un déplacement latéral d à la plaque photographique vient s'ajouter un second terme linéaire de frange $2\pi\alpha d/\lambda$.
L'équation des franges s'écrit alors en tenant compte de tous ces facteurs :

$$1+\cos\left[\theta\frac{\partial\phi}{\partial\alpha}(\alpha,\beta)+2\pi\varepsilon\theta\alpha/\lambda+2\pi d\alpha/\lambda\right]=C^{te} \qquad \text{(II.19)}$$

Le pas des franges est donc ici directement ajustable par la translation $\underline{d}$ donnée entre les deux poses. Le défaut de mise au point et les aberrations intrinsèques font varier le pas et déforment les franges rectilignes. Nous avons vu au paragraphe précédent que pour le test de ROnchi le pas des franges était fixé par le choix de la fréquence et la position du réseau. Ici ce pas peut être donc modulé et choisi indépendemment de la rotation θ - c. à d. du dédoublement des pupilles.
Le déphasage $\phi(\alpha,\beta)$ dû aux aberrations dépend du point du champ. Nous avons vu que $\phi(\alpha,\beta)$ dépend aussi de (x , y) que l'on a supposé fixé dans le calcul développé ci-dessus. Si bien que par "filtrage" de la plaque photographique on étudie les différentes perturbations apportées par les diverses aberrations. Le mode de raisonnement est le même que précédemment . Une fois fixé le point du champ on suppose qu'à l'intérieur du petit diaphragme de filtrage le déphasage $\frac{\partial\phi}{\partial\alpha}(\alpha,\beta)$ est constant. C'est aussi pour cela que $\tilde{A}\left(\frac{\alpha}{\lambda},\frac{\beta}{\lambda}\right)$ n'a pas été explicité.

Le système optique que nous avons utilisé pour présenter les résultats est la lentille biconvexe (de rayon R = 100 et de nombre d'ouverture $N = f / \phi = 5$) et la conjugaison du diffuseur d'amplitude-objet et de la plaque photographique-image est telle que ceux-ci coïncident avec les plans antinodaux respectivement objet et image de la lentille à tester. le grandissement de la conjugaison est égal à -1 . En fait, si nous avons choisi ces plans et cette lentille c'est qu'on connait bien les aberrations concernant un tel système : en effet pour des aberrations du troisième ordre paires (aberration sphérique , astigmatisme et courbure) de ce système , (aberration du troisième ordre prédominantes ici) sont le double de celles d'un dioptre verre/air convergent de même rayon où l'objet est à l'infini et l'image donc au foyer du dioptre (on obtient pour l'aberration sphérique l'expression du coefficient a (où a est défini par l'expression Δ de l'écart aberrant fonction de la puissance quatrième de l'angle d'ouverture α : $\Delta = \frac{-a}{4}\alpha^4$) : $a = \frac{n^2 R}{(n-1)^3}$ où n et R sont respectivement l'indice et le rayon du dioptre : ici donc ce coefficient pour la lentille vaut approximativement 1800 mm).

Pour réaliser au plus juste cette conjugaison on interpose dans les plans objet et image deux réseaux identiques (à 50 traits par millimètre) et on étale les moirés obtenus entre l'image du réseau placé dans le plan antinodal objet et le second réseau ; alors $g_y = -1$. La source est toujours cohérente, rendue spatialement incohérente pour réaliser la conjugaison des deux réseaux (pour avoir toutes les incidences possibles sur le premier réseau) ceci est obtenu en interposant un diffuseur après la lentille collimatrice L . On garde la cohérence temporelle qui , ici, pourtant, n'est pas nécessaire. Le schéma du montage réalisé est représenté sur la figure (II.5) ci-dessous.

C'est justement l'expérience-type que Ronchi a réalisé tout d'abord, désirant déterminer le rayon de courbure d'un miroir. C'est aussi pour cela que nous avons choisi de décrire notre expérience avec celle de Ronchi. Pour que réellement les points antinodaux coïncident avec nos objet et image, il faut que les moirés de ces réseaux - là où leur contraste est maximum- et que les "franges d'ombre" soient le plus étalés possibles.

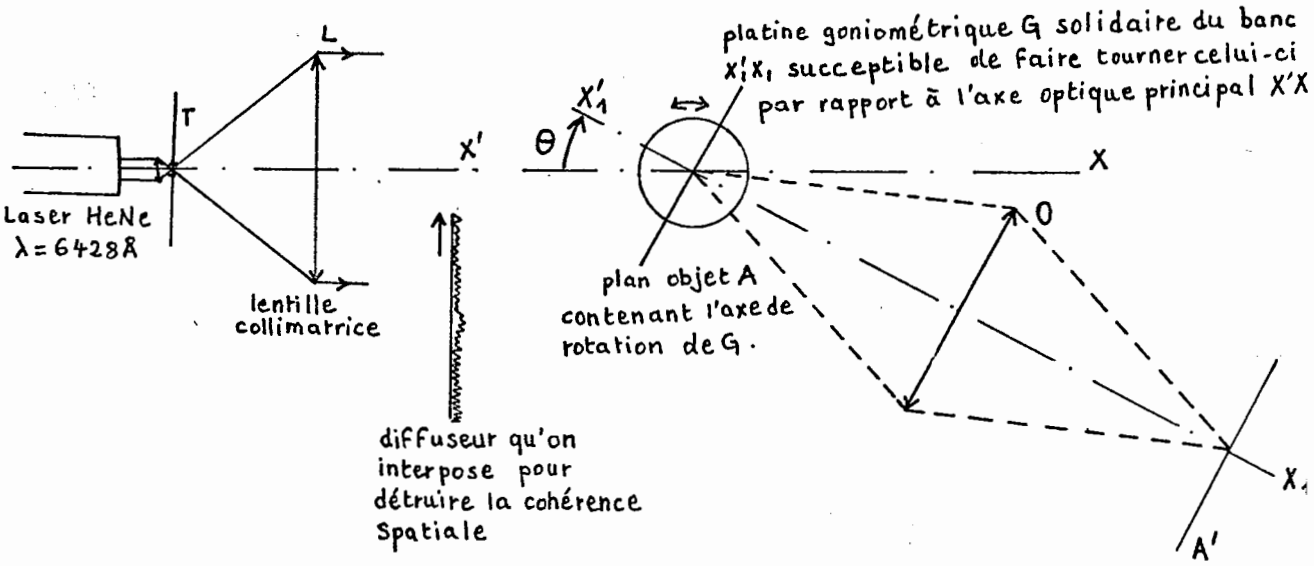


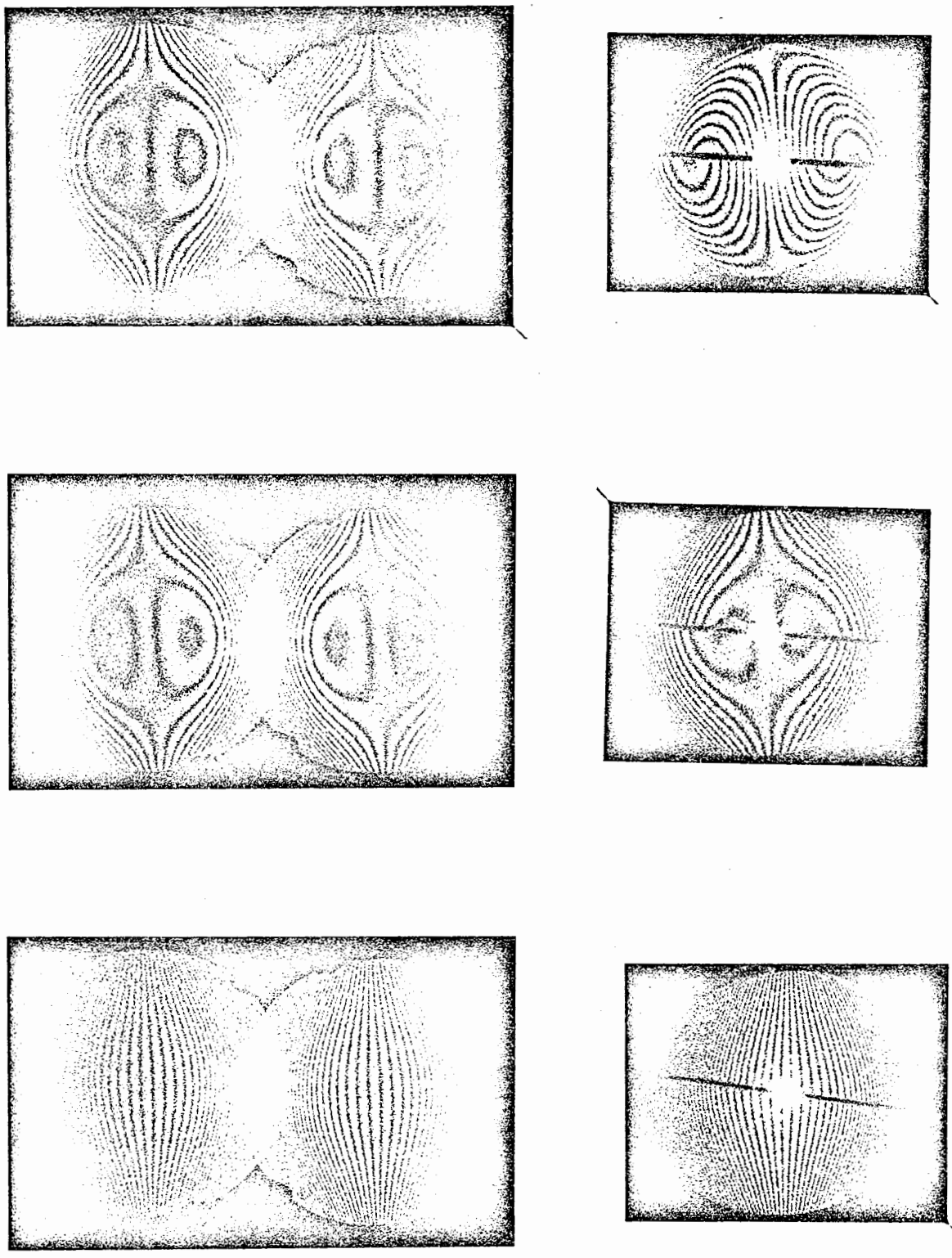
Fig. II.5

Réalisation pratique du montage de rotation de l'onde

En effet les franges d'ombre pour une configuration objet A_1 et un système optique O donnée sont le plus étalées si l'image A'_1 est telle que $A_1O = OA'_1$ deux positions symétriques par rapport au système optique. Les franges de moirés ont un contraste maximum lorsque les deux trames-mères sont dans le même plan donc si les deux réseaux sont effectivement conjugués par le système optique. On voit donc que la seule réalisation possible est d'avoir les deux réseaux confondus avec les plans antinodaux de la lentille O.

La figure II.6 montre les résultats obtenus, dont les pupilles restituées (directes et inverses sont séparées) pour différentes valeurs de déplacement d :

- l'onde de référence au bord du diaphragme (II.6.a)
- la moitié du diaphragme est masquée où l'enregistrement (II.6.b)



- a -

- b -

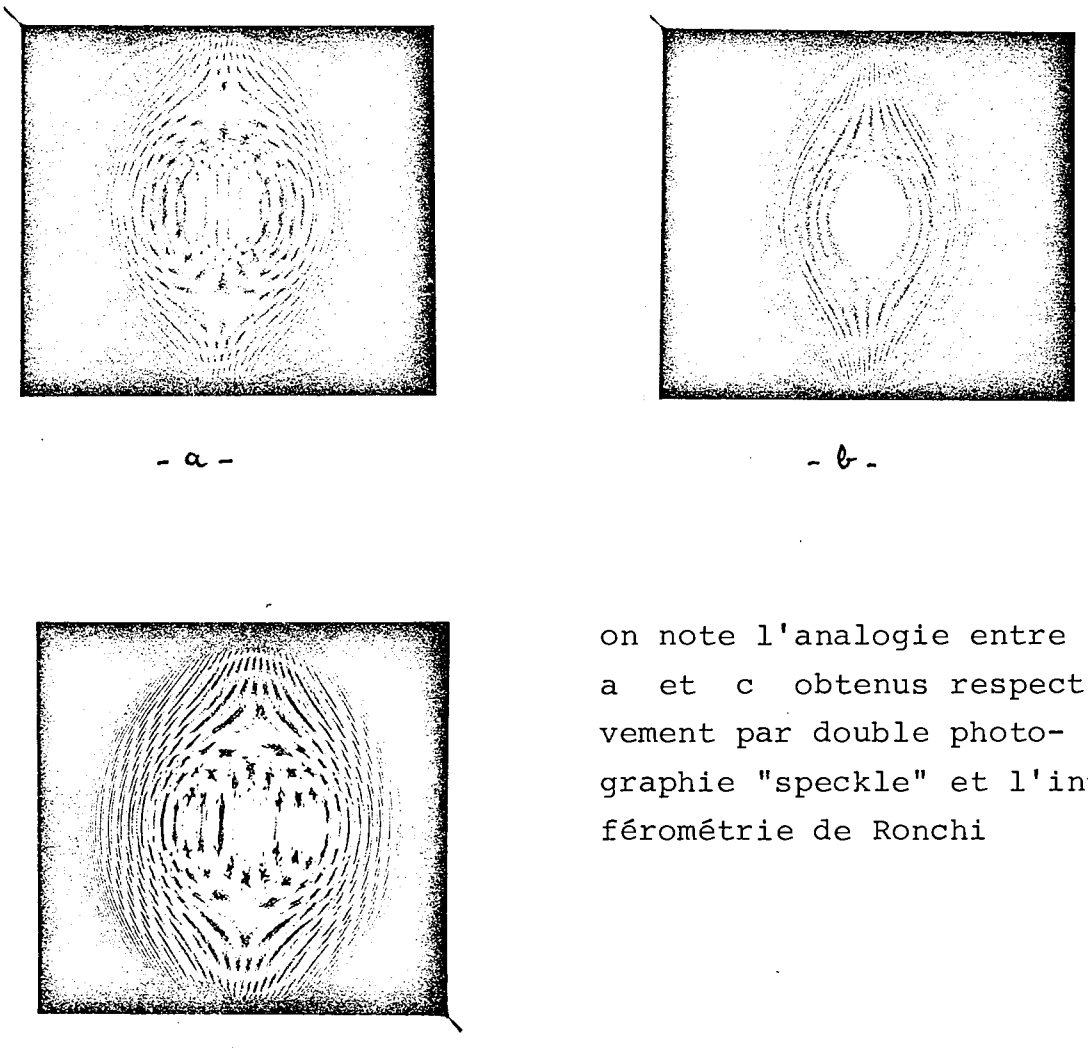
Fig. II.6

$\delta\theta$ = 30'

d = 0 (1) -0,05 (2) +0,05 (3)

II - 3 . INTERFEROMETRIE DIFFERENTIELLE : SUPERPOSITION DES QUATRE ONDES .

Dans le cas général, les quatre pupilles - directe et conjuguée et directe et conjuguée décalée - ont une large partie commune et, puisqu'elles sont cohérentes , ces quatre ondes reconstituées par le hologramme peuvent interférer et vont donner un phénomène complexe d'interférences (fig. II.7 a et b).



- a -

- b -

- c -

on note l'analogie entre a et c obtenus respectivement par double photographie "speckle" et l'interférométrie de Ronchi

Fig. II.7

La pupille est ici un disque de rayon angulaire α_0 et les quatre ondes reconstituées peuvent s'écrire (II.20)

- onde directe 1 $\exp j\,\phi(\alpha,\beta)$
- onde conjuguée 1 $\exp -j\,\phi(-\alpha,-\beta)$
- onde directe 2 (décalée de θ) $\exp j\,\phi(\alpha+\theta,\beta)\,\exp j\,2\pi d\,\alpha/\lambda$
- onde conjuguée 2 $\exp -j\,\phi(-\alpha+\theta,-\beta)\,\exp j\,2\pi d\,\alpha/\lambda$

Dans cette expression (II.20) le défaut de mise au point est considéré comme une aberration et le terme de phase dû à celui-ci est inséré dans $\phi(\alpha,\beta)$. On a, d'autre part, donné à la plaque photographique une petite translation d, ce qui se traduit par le terme de phase supplémentaire lors de la reconstitution des deux pupilles.

L'expression (II.11) de l'écart aberrant montre que chaque aberration peut être représentée par un polynôme <u>homogène</u> en α, β. C'est un polynôme respectivement du quatrième, troisième et second pour l'aberration sphérique, la coma et l'astigmatisme-courbure-défaut de mise au point. La distorsion qui ne peut pas être décelée ici - méthode différentielle - n'est donc pas considérée. Les dérivées partielles par rapport à α de chacun de ces polynômes sont elles aussi des polynômes homogènes de degré inférieur d'une unité.

θ qui est la rotation de l'incidence entre les deux poses a été considérée comme infinitésimale ; on peut donc développer en série le terme de phase $\phi(\alpha+\theta,\beta)$ – et aussi $\phi(-\alpha+\theta,-\beta)$ – soit :

$$\phi(\pm\alpha+\theta,\pm\beta)=\phi(\pm\alpha,\pm\beta)+\theta\,\phi'(\pm\alpha,\pm\beta)+\frac{\theta^2}{2}\,\phi''(\pm\alpha,\pm\beta)+\ldots \quad \text{(II.21)}$$

où ϕ' et ϕ'' représentent les dérivées partielles respectivement première et seconde de ϕ par rapport à α.
Remarquons que cette formule est rigoureuse dans le cas des aberrations du troisième ordre. Seul un terme-dérivée troisième de l'aberration sphérique - linéaire existe en plus mais il est constant dans le champ. Si on préfère cependant écrire (II.21) c'est pour apercevoir les approximations successives qui peuvent être faites.
En ce qui concerne donc la parité des polynômes représentatifs

de chaque aberration, sont paires : $\left[\phi(-\alpha,-\beta) = \phi(\alpha,\beta) \right]$

- les dérivées paires de l'aberration sphérique , de la courbure , de l'astigmatisme et du défaut de mise au point.
- les dérivées impaires de la coma

sont impaires : $\left[\phi(-\alpha,-\beta) = -\phi(\alpha,\beta) \right]$

- les dérivées paires de la coma
- les dérivées impaires des autres aberrations

Nous noterons donc $\phi_A(\alpha,\beta)$ la partie paire du polynôme de (III.11)

- aberration sphérique , astigmatisme et courbure , défaut de mise au point ~
  $\phi_C(\alpha,\beta)$ la partie impaire - coma -

Chacun des termes de (II.20) s'écrit :

II.20.1 $\exp j\,\phi_A(\alpha,\beta) \exp j\,\phi_C(\alpha,\beta)$

II.20.2 $\exp -j\,\phi_A(\alpha,\beta) \exp j\,\phi_C(\alpha,\beta)$

II.20.3 $\exp j\left[\phi_A(\alpha,\beta)+\theta\phi'_C(\alpha,\beta)+\frac{\theta^2}{2}\phi''_A(\alpha,\beta)\right]\exp j\left[2\pi d\frac{\alpha}{\lambda}+\phi_C(\alpha,\beta)+\theta\phi'_A(\alpha,\beta)+\frac{\theta^2}{2}\phi''_C\right.$

II.20.4 $\exp -j\left[\phi_A(\alpha,\beta)+\theta\phi'_C(\alpha,\beta)+\frac{\theta^2}{2}\phi''_A(\alpha,\beta)\right]\exp j\left[2\pi d\frac{\alpha}{\lambda}+\phi_C(\alpha,\beta)+\theta\phi'_A(\alpha,\beta)+\frac{\theta^2}{2}\phi''_C(\alpha,\beta)\right]$

et la somme de ces amplitudes s'écrit :

$$2\exp j\,\phi_C(\alpha,\beta)\cos\phi_A(\alpha,\beta)$$

$$+2\exp j\left[2\pi d\frac{\alpha}{\lambda}+\phi_C(\alpha,\beta)+\theta\phi'_A(\alpha,\beta)+\frac{\theta^2}{2}\phi''_C(\alpha,\beta)\right]\cos\left[\phi_A(\alpha,\beta)+\theta\phi'_C(\alpha,\beta)+\frac{\theta^2}{2}\phi''_A(\alpha,\beta)\right]$$

soit en séparant partie réelle et partie imaginaire :

$$\propto \cos\phi_A(\alpha,\beta)\cos\phi_C(\alpha,\beta)$$

$$+\cos\left[\phi_A(\alpha,\beta)+\theta\phi'_C(\alpha,\beta)+\frac{\theta^2}{2}\phi''_A(\alpha,\beta)\right]\cos\left[2\pi d\frac{\alpha}{\lambda}+\phi_C(\alpha,\beta)+\theta\phi'_A(\alpha,\beta)+\frac{\theta^2}{2}\phi''_C(\alpha,\beta)\right]$$

$$+ j \cos\phi_A(\alpha,\beta)\sin\phi_c(\alpha,\beta)$$

$$+ j\cos\left[\phi_A(\alpha,\beta)+\theta\,\phi'_c(\alpha,\beta)+\frac{\theta^2}{2}\phi''_A(\alpha,\beta)\right]\sin\left[2\pi d\frac{\alpha}{\lambda}+\phi_c(\alpha,\beta)+\theta\,\phi'_A(\alpha,\beta)+\frac{\theta^2}{2}\phi''_c(\alpha,\beta)\right]$$

Or dans le plan de Fourier de la plaque photographique, nous observons le module carré de cette amplitude soit :

$$\cos^2\phi_A(\alpha,\beta)\cos^2\phi_c(\alpha,\beta) \quad + \quad \cos^2\phi_A(\alpha,\beta)\sin^2\phi_c(\alpha,\beta)$$

$$+\cos^2\left[\phi_A(\alpha,\beta)+\theta\,\phi'_c(\alpha,\beta)+\frac{\theta^2}{2}\phi''_A(\alpha,\beta)\right]\cos^2\left[2\pi d\frac{\alpha}{\lambda}+\phi_c(\alpha,\beta)+\theta\,\phi'_A(\alpha,\beta)+\frac{\theta^2}{2}\phi''_c(\alpha,\beta)\right]$$

$$+\cos^2\left[\phi_A(\alpha,\beta)+\theta\,\phi'_c(\alpha,\beta)+\frac{\theta^2}{2}\phi''_A(\alpha,\beta)\right]\sin^2\left[2\pi d\frac{\alpha}{\lambda}+\phi_c(\alpha,\beta)+\theta\,\phi'_A(\alpha,\beta)+\frac{\theta^2}{2}\phi''_c(\alpha,\beta)\right]$$

$$+2\cos\phi_A(\alpha,\beta)\cos\phi_c(\alpha,\beta)\times$$

$$\cos\left[\phi_A(\alpha,\beta)+\theta\,\phi'_c(\alpha,\beta)+\frac{\theta^2}{2}\phi''_A(\alpha,\beta)\right]\cos\left[2\pi d\frac{\alpha}{\lambda}+\phi_c(\alpha,\beta)+\theta\,\phi'_A(\alpha,\beta)+\frac{\theta^2}{2}\phi''_c(\alpha,\beta)\right]$$

$$+2\cos\phi_A(\alpha,\beta)\sin\phi_c(\alpha,\beta)\times$$

$$\cos\left[\phi_A(\alpha,\beta)+\theta\,\phi'_c(\alpha,\beta)+\frac{\theta^2}{2}\phi''_A(\alpha,\beta)\right]\sin\left[2\pi d\frac{\alpha}{\lambda}+\phi_c(\alpha,\beta)+\theta\,\phi'_A(\alpha,\beta)+\frac{\theta^2}{2}\phi''_c(\alpha,\beta)\right]$$

soit encore (II.22) :

$$\cos^2\phi_A(\alpha,\beta)+\cos^2\left[\phi_A(\alpha,\beta)+\theta\,\phi'_c(\alpha,\beta)+\frac{\theta^2}{2}\phi''_A(\alpha,\beta)\right]$$

$$+\cos\left[2\,\phi_A(\alpha,\beta)+\theta\,\phi'_c(\alpha,\beta)+\frac{\theta^2}{2}\phi''_A(\alpha,\beta)\right]\cos\left[\theta\,\phi'_A(\alpha,\beta)+\frac{\theta^2}{2}\phi''_c(\alpha,\beta)+2\pi d\frac{\alpha}{\lambda}\right]$$

$$+\cos\left[\theta\,\phi'_c(\alpha,\beta)+\frac{\theta^2}{2}\phi''_A(\alpha,\beta)+\frac{\theta^2}{2}\phi''_A(\alpha,\beta)\right]\cos\left[\theta\,\phi'_A(\alpha,\beta)+\frac{\theta^2}{2}\phi''_c(\alpha,\beta)+2\pi d\frac{\alpha}{\lambda}\right]$$

Nous avons vu que les termes contenant $\phi_A(\alpha,\beta)$ peuvent être considérés comme représentant les anneaux : du quatrième ordre et ils représentent l'aberration sphérique au centre du champ du hologramme , des anneaux de Newton et c'est le défaut de mise au point. Ces termes-là sont très vite de fréquence très élevée et après quelques uns très serrés ils ne sont plus perçus. Le quatrième terme de (II.22) est celui d'interférométrie différentielle où n'intervient que l'aberration sphérique du troisième ordre qui déforme les franges rectilignes dont le pas est déterminé par le déplacement d ; la dérivée seconde de la coma et la différentielle de l'astigmatisme courbure, défaut de mise au point déterminent un déplacement des "speckles" - donc un pas de franges - variable en fonction du point (x , y) défini par filtrage du hologramme.

Ces franges d'interférométrie différentielle ont un contraste variable déterminé par la dérivée de la coma essentiellement et la dérivée seconde de l'aberration sphérique. Si le point défini par le filtrage est le centre du hologramme correspondant à l'axe optique du système d'enregistrement (x = y = 0) seule l'aberration sphérique interviendra - par sa dérivée seconde par rapport à α qui s'écrit : $-a(3\alpha^2+\beta^2)$ - et ce que nous appellerons "moirés de contraste" sont donc des ellipses semblables - homothétiques - à celles que Ronchi a défini comme étant les ellipses de "maximum de largeur de franges " (le grand axe est bien parallèle à l'axe de rotation de l'onde incidente et vaut $\sqrt{3}$ fois le petit axe).
Suivant le point de filtrage du champ les "moirés de contraste" sont définis par :

$$\theta\phi'_C + \frac{\theta^2}{2}\phi''_A = \frac{2\pi}{\lambda}\left\{\theta b\left[x(3\alpha^2+\beta^2)+2\alpha\beta y\right]-\frac{\theta^2}{2}a(3\alpha^2+\beta^2)\right\} = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

avec k entier relatif.

Ce sont donc les lieux des points où le contraste des franges d'interférométrie différentielle s'inverse. Ces courbes sont des coniques. Suivant le point de filtrage on a donc des ellipses, des hyperboles et des hyperboles dégénérées en droites parallèles. C'est ce qu'on observe sur la figure (II.8).
Le lentille à l'enregistrement est un éclairant de focale f = 100 mm ; le plan objet et image sont les plans antinodaux le diamètre de la pupille est 40 mm , la rotation entre les deux poses est de 10' d'arc.
Remarquons toutefois que pour percevoir ces "moirés de contraste" il est absolument nécessaire de percevoir les franges sur lesquels ceux-ci se dessinent, ce qui n'est pas nécessaire pour l'observation des moirés habituels.
On aurait obtenu la même interprétation des résultats de la figure II.8 en considérant que l'on observait la superposition (additive) en intensité des deux systèmes différentiels :

système différentiel dû aux pupilles directes :

$$1 + \cos\left[\phi(\alpha+\theta,\beta) - \phi(\alpha,\beta) + 2\pi d\frac{\alpha}{\lambda}\right]$$

système différentiel dû aux pupilles conjuguées :

$$1 + \cos\left[\phi(-\alpha+\theta,-\beta) - \phi(-\alpha,-\beta) - 2\pi d\frac{\alpha}{\lambda}\right]$$

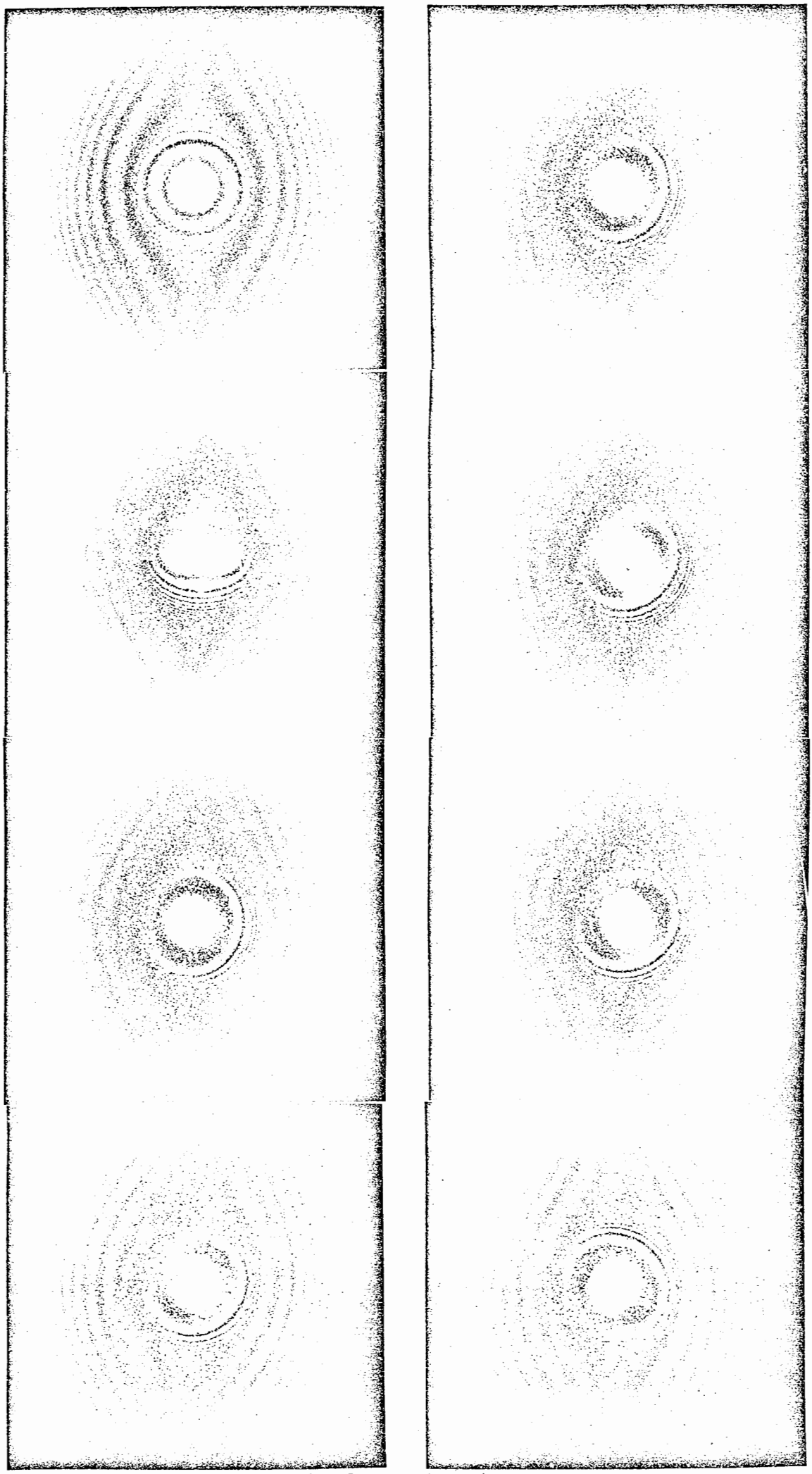


fig. II.8 Moirés de contraste.

La somme de ces deux intensités s'écrit :

$$2\left\{1+\cos\frac{1}{2}\left[\phi(\alpha+\theta,\beta)-\phi(\alpha,\beta)+\phi(-\alpha+\theta,-\beta)-\phi(-\alpha,-\beta)\right]\times\right.$$

$$\left.\cos\frac{1}{2}\left[\phi(\alpha+\theta,\beta)-\phi(-\alpha+\theta,-\beta)-\phi(\alpha,\beta)+\phi(-\alpha,-\beta)+2\cdot 2\pi d\frac{\alpha}{\lambda}\right]\right.$$

qui s'interprête en utilisant la décomposition de ϕ de (II.21) de la même manière que (II.22). Les anneaux n'ont pas été considérés ici ; au système différentiel dû à l'aberration sphérique se superpose un "moiré de contraste" dû essentiellement à la différentielle de la coma. Si de plus les deux poses sont effectuées avec des incidences symétriques par rapport à l'incidence nulle (c. à d.: première pose , incidence $-\frac{\theta}{2}$; deuxième pose , incidence $+\frac{\theta}{2}$) on montre que les dérivées secondes des différentes aberrations n'interviennent pas si bien que si on filtre le centre du champ du hologramme , les ellipses - semblables à celle de Ronchi - n'existent pas.

REFERENCES DU CHAPITRE II

II.1. Interférométrie différentielle des aberrations d'un système optique par photographique de "speckles"
M.L. Roblin , G. Schalow , B. Chourabi
Journal of Optics 8 (1977) pp. 149-158

II.2. Three-beam holography with scatter plates
L.H. Tanner
Journ. of Scientific Instr. (Journ. of Phys. E)
2 (1969) pp. 288-289

II.3. Statistical Properties of Laser Speckle Patterns
J.W. Goodman
in Laser Speckle and Related Phenomena , ed. J.C. Dainty
Springer-Verlag , New York (1975) pp. 9 - 77

II.4. Second-order Statistics of Laser Speckle Pattern
M.G. Miller , A.M. Schneidermann and P.F. Kellen
J.O.S.A. 65 (1975) pp. 779-785

II.5. Propriétés statistiques du bruit de fond
A. Blanc-Lapierre et B. Picinbono
Masson , Paris (1971)

II.6. Imagerie géométrique , aberrations
A. Maréchal
Ed. de la Revue d'Optique , Paris (1952)

II.7. Forty years of history of a grating Interferometry
V. Ronchi
Appl. Opt. 3 (1964) pp. 437-451

II.8. Sur le comportement et l'emploi des franges d'ombre dans le contrôle des systèmes optiques
V. Ronchi
Rev. d'Optique , 2 (1928) pp. 49-67

CHAPITRE III

ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE DE L'INFLUENCE DES ABERRATIONS SUR LES FRANGES D'INTERFERENCES PRODUITES PAR L'ENREGISTREMENT DE DEUX "SPECKLES" DANS L'IMAGE D'UN OBJET DIFFUSANT.

Nous avons vu au chapitre précédent une méthode par granularité-laser pour déceler les aberrations d'un système optique . Rappelons que notre expérience propose de déterminer la rugosité variable d'un objet diffusant et que, pour ce faire, on enregistre deux images optiques de l'échantillon en faisant tourner l'onde entre les deux poses. Nous allons dans ce chapitre étudier l'influence des aberrations du système optique servant à former cette image sur les franges observées dans le plan de Fourier de la plaque photographique enregistrée. Ces aberrations introduisent une décorrélation supplémentaire entre les deux figures de "speckles" enregistrées et nous montrons qu'elles n'interviennent que par la différentielle de l'écart aberrant proportionnel à la phase complexe de la pupille du sytème optique.

Nous effectuons cette étude pour les aberrations du troisième ordre ce qui nous permet d'écrire l'écart aberrant sous la forme simple exprimée au chapitre précédent - formule II 11 - et nous étudions successivement l'influence de chaque aberration. Nous supposons d'autre part, que dans ce chapitre l'influence de la rugosité est négligeable, ce qui est trivial pour les vérifications expérimentales consignées ici nous prenons des optiques très aberrantes - lentille biconvexe - et les rotations effectuées alors sont très petites, de l'ordre de quelques dizaines de minutes d'arc; dans l'expérience de la mesure de rugosité, nous supposons que la décorrélation due aux aberrations vient se rajouter à celle introduite par la rugosité. Nous étudions les différentes perturbations qui peuvent être introduites sur les franges d'interférence; variation de leur pas et de leur forme tout d'abord ce qui est nuisible pour un filtrage soit à distance finie, soit dans le plan de Fourier; variation de la visibilité de ces franges ensuite, ce qui pourrait être la cause d'une mauvaise mesure de la rugosité de l'objet diffusant échantillon.

De ces calculs on déduit alors la tolérance exigée pour la correction des aberrations du système optique utilisé finalement pour déceler la rugosité (éventuellement variable) du diffuseur. Et c'est justement le désir d'obtenir une information sur la variation locale de cette rugosité qui nous contraint à étudier les aberrations de champ du système optique.

Nous montrons ici que cet effet différentiel des aberrations du système optique s'explique par le déplacement du "speckle" dans la pupille du système. Un déplacement latéral du "speckle", en particulier, conséquence d'une rotation de l'onde entre les deux poses - ce qui est justement le principe de notre expérience pour mesurer la rugosité - est complètement analysé ici - on peut aussi considérer des déplacements plus complexes à l'intérieur de la pupille: conséquence d'une rotation de l'objet autour d'un axe parallèle à son plan, variation de la longueur d'onde etc....

III-1 : TRANSLATION UNIFORME DU "SPECKLE" DANS LA PUPILLE DU SYSTEME OPTIQUE.

Nous avons vu qu'une rotation de l'incidence entre les deux poses produisait une translation d'ensemble du "speckle" dans la pupille si celle-ci se trouvait à l'infini. Nous supposons qu'on déduit l'amplitude dans le plan de la pupille de celle dans le plan objet par une simple transformation de Fourier ce qui explique que l'introduction d'un terme $\exp j2\pi u_0 \cdot x$ produit par la variation de l'incidence de $\theta_0 = u_0 \cdot \lambda$ induit la translation dans le plan de la pupille représentée par la convolution par la distribution de Dirac $\delta(u - u_0)$. Nous supposons de plus qu'on passe du plan de la pupille au plan image par une transformation de Fourier en éclairage cohérent. Ces hypothèses définissent le montage comme celui étudié jusqu'alors, c'est-à-dire un montage télécentrique. La généralisation à un autre type de montage (un seul objectif, pupille sur l'objectif...) se déduit de l'étude qui suit sans difficulté.

Indépendamment des aberrations dans cette expérience une décorrélation supplémentaire est introduite, que nous avons déjà signalée. Si entre deux enregistrements de l'image du diffuseur nous donnons au diaphragme matérialisant la pupille une petite translation latérale, toutes choses restant fixes par ailleurs, et si on observe des franges à deux ondes dans le plan de Fourier de la plaque photographique développée, (qui devraient être de contraste unité) on constate que leur visibilité est notablement diminuée: le "speckle" commun aux deux poses, sans avoir subi de modification microscopique, est "diaphragmé " par cette aire commune; et si donc on enregistre deux images du diffuseur en ayant exécuté une légère rotation entre les deux poses, le "speckle" dans le plan de la pupille va donc se déplacer et dans le cas particulier de ce paragraphe cette translation pourra être compensée par une translation appropriée du diaphragme matériel de la pupille. Nous supposerons par la suite cette compensation effectuée et cette décorrélation parasite sera négligée.

Une partie des résultats concernant l'influence des aberrations est obtenue en comparant les amplitudes complexes dans le plan de la pupille correspondant à chacune des deux poses. C'est le cas pour la distorsion et l'astigmatisme - courbure de champ, ainsi que pour le défaut de mise au point.

Pour étudier les conséquences de la présence d'aberration sphérique et de coma il est cependant nécessaire de calculer les amplitudes diffractées dans le plan de Fourier de la plaque photograhique après développement pour chacune des deux poses.

La figure III.1 est rappelée ici pour donner les notations utilisées dans ce chapitre.

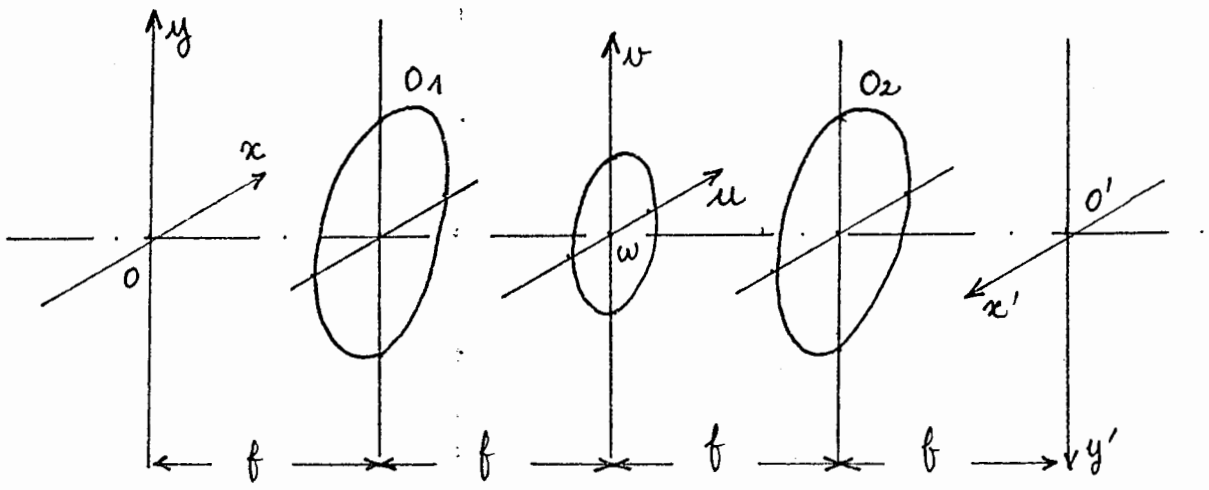


figure III.1 : Enregistrement de la double photographique
x,y coordonnées d'un point de l'objet
x',y' coordonnées d'un point de l'image
u, v fréquences spatiales d'un point de la pupille liées aux coordonnées linéaires par $u = X/\lambda F$; $v = Y/\lambda F$
où λ est la longueur d'onde
et f la focale de l'objectif O_1
Si les deux objectifs sont identiques le grandissement est unité.

III.1.1. Comparaison des amplitudes complexes du plan de la pupille; effets de translation variable dans l'image.

Soit A(x,y) la transparence complexe du diffuseur; ce terme contient les informations avec la distribution de l'amplitude incidente, les dimensions néssairement finies de l'objet.

Soit alors $A(x,y) \exp 2\pi u_0 x$ l'amplitude lors de la deuxième pose correspondant à une variation de phase $2\pi u_0 x$ due à la rotation de $\theta_0 = u_0 . \lambda$ de l'onde.

Nous désignons alors par $\tilde{A}_1(u,v)$ l'amplitude complexe produite par l'objet dans le plan de la pupille - plan de Fourier - lors de la première exposition. L'ouverture du système est alors caractérisée par une fonction pupille $P(u,v)$ ne prenant que des valeurs égales à 0 ou 1. 1 à l'intérieur du cercle de rayon U_0, 0 en dehors; les aberrations peuvent être alors représentées comme au chapitre précédent par un terme de phase $\exp j\phi(u,v)$.

L'amplitude résultante à la sortie de la pupille s'écrit donc:

$$\tilde{A}_1(u,v)\, P(u,v) \exp j\,\phi(u,v) \qquad \text{(III.1)}$$

Nous avons d'autre part dans ce paragraphe supposé constant le déplacement u_0 , consécutif à la rotation θ_0 donnée à l'onde incidente entre les deux poses.

Pour la deuxième exposition l'amplitude s'écrit alors:

$$\left[\tilde{A}_1(u,v) \otimes \delta(u-u_0,v)\right] P(u,v) \exp j\,\phi(u,v) =$$
$$\tilde{A}_1(u-u_0,v)\, P(u,v) \exp j\,\phi(u,v)$$

Pour calculer l'amplitude complexe dans le plan de l'image, on effectue pour chacune des poses une transformée de Fourier des amplitudes complexes obtenues dans le plan de la pupille de sortie. Un changement d'origine sur la variable u, n'introduit alors dans le plan image qu'un terme de phase linéaire en x' qui s'élimine puisqu'on enregistre l'intensité sur la plaque photographique.
L'amplitude complexe dans le plan de la pupille de sortie peut donc aussi bien s'écrire:

$$\tilde{A}_1(u,v)\, P(u+u_0,v) \exp j\,\phi(u+u_0,v)$$

D'autre part rappelons que nous avons supposé dans ce chapitre que la décorrélation parasite due au déplacement d'ensemble du "speckle" dans la pupille avait été compensée par une translation adéquate du diaphragme matériel si bien que cette amplitude s'écrit enfin:

$$\tilde{A}_1(u,v)\, P(u,v) \exp j\,\phi(u+u_0,v) \qquad \text{(III.2)}$$

Les amplitudes dans le plan de l'image, plan de l'enregistrement sur la plaque photographique s'obtiennent pour chaque pose en prenant les transformées de Fourier de (III.1) et (III.2):

$$a_1(x',y') = TF^{-1}\left[\tilde{A}_1(u,v)\, P(u,v) \exp j\,\phi(u,v)\right]$$
$$a_2(x',y') = TF^{-1}\left[\tilde{A}_1(u,v)\, P(u,v) \exp j\,\phi(u+u_0,v)\right] \qquad \text{(III.3)}$$

Nous supposons alors dans ce chapitre u_0 suffisamment petit pour qu'on puisse représenter le terme de phase de la seconde expression de (III.3) de façon satisfaisante par son développement limité au premier ordre :

soit $\phi(u+u_0, v) = \phi(u,v) + u_0 \frac{\partial \phi}{\partial u}(u,v)$

Les amplitudes complexes (IV.3) s'écrivent alors:

$$a_1(x',y') = TF^{-1}\left[\tilde{A}_1(u,v)\, P(u,v) \exp j\, \phi(u,v)\right]$$

$$a_2(x',y') = TF^{-1}\left[\tilde{A}_1(u,v)\, P(u,v) \exp j\, \phi(u,v) \exp j u_0 \frac{\partial \phi}{\partial u}(u,v)\right] \quad \text{(III.4)}$$

La fonction $\phi(u,v)$ caractérisant les aberrations pour la formation de l'image d'un point au voisinage de (x',y') se déduit alors de la formule (II.11) rappelée au chapitre précédent soit :

$$\begin{aligned}\phi(u,v) = {} & A(u^2+v^2)^2 + B(x'u + y'v)(u^2+v^2) \\ & + C(x'^2+y'^2)(u^2+v^2) + D\left[(x'^2-y'^2)(u^2-v^2) + 4x'y'uv\right] \\ & + E(x'^2+y'^2)(ux+vy)\end{aligned} \quad \text{(III.5)}$$

où A,B,C,D,E sont des paramètres fonctions des différentes <u>aberrations du troisième ordre</u>.

A caractérise l'aberration sphérique et si on représente l'influence de celle-ci de façon classique par son coéfficient <u>a</u> de l'écart aberrant Δ : $\Delta = -\frac{a}{4}(\alpha^2+\beta^2)^2$ où (α, β) est l'ouverture angulaire du système optique on a :

$$A = -\pi a \frac{\lambda^3}{2} \quad \text{(III.6-1)}$$

B caractérise la coma du système et si l'écart aberrant s'exprime en fonction du coefficient classique b par :
$\Delta = b(x\alpha + y\beta)(\alpha^2+\beta^2)$

on a $$B = 2\pi b \lambda^2 \quad \text{(III.6-2)}$$

C représente la courbure de champ dont l'écart aberrant s'écrit fonction du coefficient $\mathcal{C}$: $\Delta = -\frac{\mathcal{C}}{4}(x^2+y^2)(\alpha^2+\beta^2)$ on a:

$$C = -\pi \mathcal{C} \frac{\lambda}{2} \quad \text{(III.6-3)}$$

D représente l'astigmatisme et $\Delta_{ast} = \frac{A}{4}\left[(\alpha^2-\beta^2)(x^2-y^2)+4\alpha\beta xy\right]$

d'où $D = \pi \mathcal{A} \frac{\lambda}{2}$ (III.6-4)

et E est le coefficient de distorsion, avec $\Delta_{dist.} = d(x^2+y^2)(x\alpha+y\beta)$:

$$E = 2\pi d \qquad \text{(III.6-5)}$$

Si, de plus, la plaque photographique H est placée à une distance ε du plan conjugué (paraxial) de l'objet, on rajoute un déphasage :

$$F(u^2+v^2) = \pi \lambda \varepsilon (u^2+v^2) \qquad \text{(IV - 7)}$$

caractérisant le défaut de mise au point.

On constate donc sur l'expression des amplitudes dans le plan image (formules (III-4) que la rotation entre les deux poses se traduit dans l'expression des amplitudes dans le plan de la pupille de sortie par un déphasage lié à la <u>différentielle</u> de la fonction $\phi(u, v)$ caractérisant les aberrations.
Ce déphasage $u_0 \frac{\partial \phi}{\partial u}(u, v)$ se déduit alors aisément de (III.5) + (III.7):

$$u_0 \frac{\partial \phi}{\partial u}(u,v) = u_0 \Big\{ 4A u(u^2+v^2) + B\left[(3u^2+v^2)x' + 2uvy'\right] + 2C u(x'^2+y'^2) + D\left[2u(x'^2-y'^2)+4x'y'v\right] + 2F u + E x'(x'^2+y'^2) \Big\} \qquad \text{(III.8)}$$

En considérant les termes relatifs à chacune de ces aberrations, on peut, à partir des propriétés classiques de la transformation de Fourier, déduire des résultats concernant certaines des aberrations qui n'introduiront qu'une translation variable dans l'image.

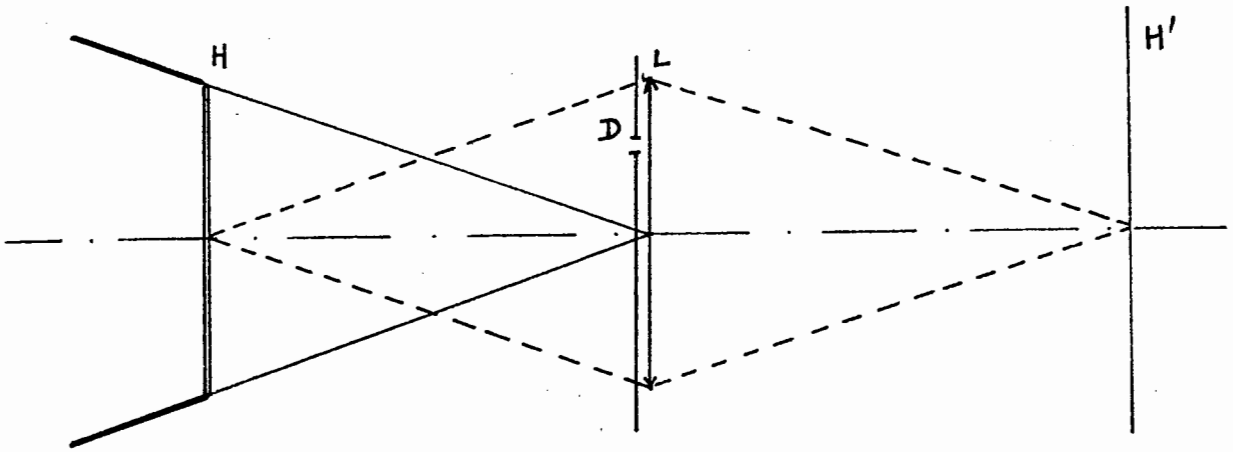
Tout d'abord le terme dû à la distorsion est indépendant de (u, v); le terme de phase relatif à la distorsion se met donc en facteur dans l'intégrale qui exprime la transformée de Fourier pour le passage du plan de la pupille au plan image: il disparait donc lorsqu'on enregistre sur la plaque photographique l'intensité.
L'expérience est <u>insensible à la distorsion</u>.

D'autre part des facteurs de phase linéaire en u ou v sont introduits par le défaut de mise au point, l'astigmatisme et la courbure de champ. Il en résulte alors un niveau de l'amplitude image des déplacements suivant x' (ou y') variables de la forme :

$$\text{(III.9)} \quad \Delta x' = \frac{u_0}{2\pi}\left[2F + 2C\left(x'^2+y'^2\right) + 2D\left(x'^2-y'^2\right)\right] \quad \text{suivant la direction } x'$$

$$\Delta y' = \frac{u_0}{2\pi} \cdot 4D\, x'y' \quad \text{suivant la direction } y'$$

pour un élément de "speckle" image entourant le point (x'y'). Ces déplacements variables peuvent être mis en évidence en filtrant le plan de Fourier de la plaque photographique dans un montage à double diffraction rappelé sur la figure III.2



<u>figure III.2</u> : schéma de montage à double diffraction filtrage dans le plan de Fourier de la plaque photographique H par le petit diaphragme D.

un petit diaphragme D est placé dans le plan de Fourier de la plaque photographique éclairée dans son ensemble en lumière cohérente fixant ainsi des fréquences spatiales (u, v).
On observe dans le plan H' un état d'interférence défini par une expression proportionnelle à (III.8), où sont supposées fixées u et v, et est donc fonction de x' et y'.
Pour un tel filtrage, le défaut de mise au point indépendant de x' et y' n'intervient pas.
L'aberration sphérique et la coma n'interviennent ni sur la forme ni sur le pas des franges; elles influent sur leur visibilité.
Astigmatisme et courbure de champ induisent des déplacements variables exprimés par (III.9); ce mode de filtrage permet de dessiner sous forme de franges d'interférence les lignes d'égal déplacement, qui sont des coniques: ellipses ou hyperboles suivant les valeurs relatives de u et v. Leur valeur absolue détermine le pas de ces franges d'égal déplacement.
La figure (III.3) montre l'aspect de ces franges pour deux valeurs différentes du couple (u, v) d'un même cliché.

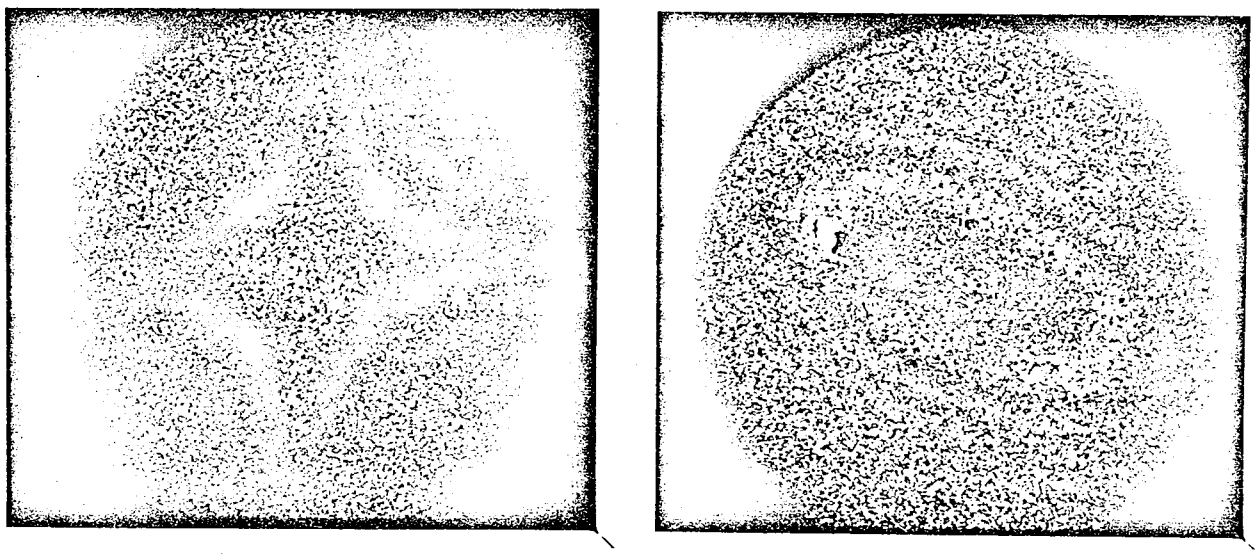


Figure III.3 : Aspect des franges d'égal déplacement
l'enregistrement photographique a été effectué avec f= 100 mm
θ_0 rotation entre les d poses = 30'
et 2 ρ_0 = diamètre de la pupille = 10 mm

III.1.2 : Influence des facteurs de phase de degré supérieur en u' et v'.

Ainsi donc l'astigmatisme, courbure et défaut de mise au point introduisent-ils une variation du pas des franges et seulement cela. Des facteurs de phase d'ordre supérieur sont introduits par la coma et l'aberration sphérique (formule III.8) et ils ne peuvent être interprétrés aussi simplement. Seulement l'expression du système d'interférence dans le plan de Fourier va pouvoir permettre une étude approfondie des conséquences due à la présence de ces aberrations.
Notons ici que l'introduction d'un terme quadratique en (u^2+v^2) au niveau de la pupille peut être réalisée en donnant un déplacement longitudinal à l'objet entre les deux poses. La présence de ce terme dans l'expression de la seconde amplitude au sortir de la pupille induit une baisse de visibilité variable dans le plan d'observation des franges (réf. III.1).
On peut donc prévoir un effet analogue quant à la coma qui introduit un déphasage quadratique en u et v .

Nous avons enregistré deux figures de "speckle" dans l'image de la surface diffusante. La plaque photographique enregistre l'intensité de la lumière diffractée par la pupille. Puis elle est placée dans un faisceau cohérent convergent (fig. III.4), que nous rappelons pour les notations utilisées dans ce chapitre. Au point de convergence de l'onde on observe des franges d'interférence et dans ce paragraphe nous étudions l'influence de la coma et de l'aberration sphérique seules sur celles-ci.
A l'intérieur du halo diffracté (autocorrélation de la pupille d'enregistrement de la plaque photographique H) on observe des franges d'interférence. Pour définir le point (x',y') de la plaque donnant sa figure d'interférence particulière on place tout contre celle-ci un écran percé d'un petit trou au point (x',y') (comme cela a déjà été vu au chapitre I).

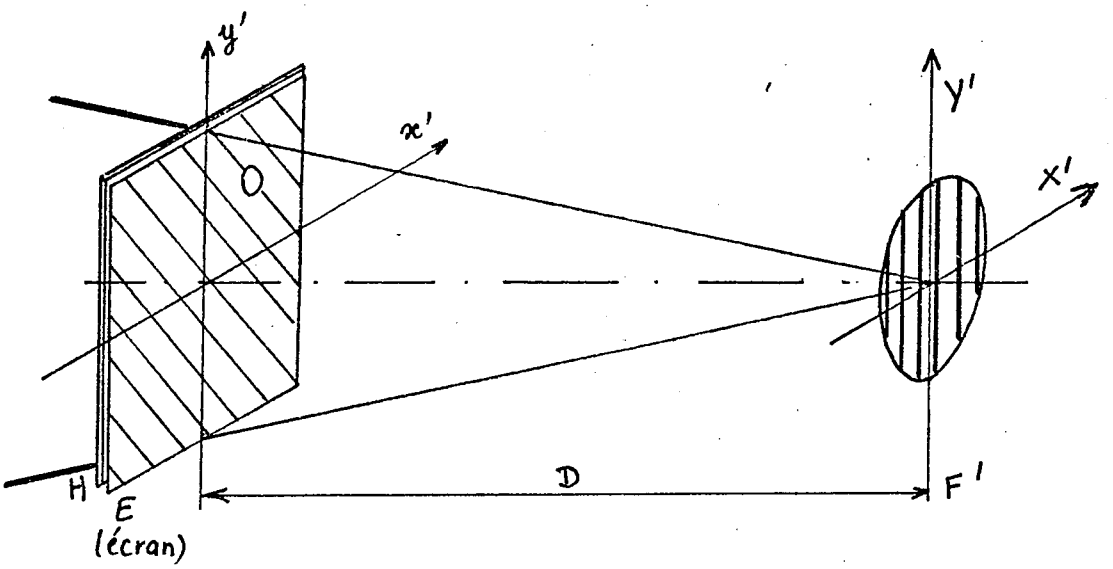


Figure III.4 : Diffraction dans le plan de Fourier F'
x'y' coordonnées d'un point de la plaque E
X'Y' coordonnées d'un point du plan de Fourier F'
$u'v'$ fréquences spatiales correspondantes définies par :

$$u' = \frac{X'}{\lambda D} \quad \text{et} \quad v' = \frac{Y'}{\lambda D}$$

où λ est la longueur d'onde de restitution et D la distance plaque - plan de Fourier

---

Les amplitudes complexes pour chacune des deux poses dans le plan de l'image ont été données par les formules (III.3) La plaque enregistre l'intensité soit successivement:

$$I_1 (x', y') = a_1(x', y')\, a_1^*(x', y')$$

$$\text{et } I_2 (x', y') = a_2(x', y')\, a_2^*(x', y') \qquad \text{(III.10)}$$

Placée dans le montage schématisé par la figure (III.4) les amplitudes dans le plan de Fourier F' sont les transformées de Fourier de (III.10) soient donc : $\tilde{I}_1(u', v')$ et $\tilde{I}_2(u', v')$
L'amplitude diffractée dans ce plan s'écrit donc:

$$\tilde{I}_1(u', v') + \exp j\varphi\ \tilde{I}_2(u', v') \qquad \text{(III.11)}$$

où φ est le terme de phase linéaire en u' et v' conséquence des déplacements du "speckle" dans l'image: déplacement de la plaque photographique dans une direction connue et d'une valeur connue

pour donner des franges de direction et de pas déterminés; mais aussi nous l'avons vu au paragraphe III-1-1 des déplacements parasites variables dûs au défaut de mise au point et à l'astigmatisme. Les termes dûs à ces aberrations ont donc été enlevés de l'expression de ϕ dans la formule III.4 si bien que le terme qui diffère entre les deux poses, donc aussi dans l'expression de $\tilde{I}_1$ et $\tilde{I}_2$ (c'est à dire $u_0 \cdot \frac{\partial \phi}{\partial u}(u, v)$ ne dépend maintenant plus que le l'aberration sphérique (A) et de la coma (B).

Dans ce plan de Fourier F' on observe l'intensité de (III.11) qui s'écrit:

$$|\tilde{I}_1|^2 + |\tilde{I}_2|^2 + 2\left[\mathrm{Re}(\tilde{I}_1 \tilde{I}_2^*)\right]\cos\varphi - 2\left[\mathrm{Im}(\tilde{I}_1 \tilde{I}_2^*)\right]\sin\varphi \qquad \text{(III.12)}$$

où $\mathrm{Re}(\tilde{I}_1\ \tilde{I}_2^*)$ et $\mathrm{Im}(\tilde{I}_1\ \tilde{I}_2^*)$ représentent respectivement les parties réelle et imaginaire du produit $\tilde{I}_1(u', v')\,\tilde{I}_2^*(u', v')$.

Or $\tilde{I}_1(u', v')$ et $\tilde{I}_2(u', v')$ sont des figures de "speckle" sur lesquelles se superpose l'information qui nous intéresse; ce sont donc des fonctions aléatoires: dans le plan F' on observe donc la valeur moyenne de l'intensité (III.12) soit

$$\langle|\tilde{I}_1|^2\rangle + \langle|\tilde{I}_2|^2\rangle + 2\left[\mathrm{Re}\langle\tilde{I}_1 \tilde{I}_2^*\rangle\right]\cos\varphi - 2\left[\mathrm{Im}\langle\tilde{I}_1 \tilde{I}_2^*\rangle\right]\sin\varphi \qquad \text{(III.13)}$$

On désigne alors par M le module du nombre imaginaire $\langle\tilde{I}_1 \tilde{I}_2^*\rangle$ et par ψ sa phase. On obtient en définitive l'expression de l'intensité dans le plan F' :

$$\langle|\tilde{I}_1|^2\rangle + \langle|\tilde{I}_2|^2\rangle + 2M\cos(\varphi + \psi) \qquad \text{(III.14)}$$

La détermination du nombre complexe $\langle\tilde{I}_1 \tilde{I}_2^*\rangle$ nous permet d'obtenir:

- la variation du pas ou la déformation des franges par son terme de phase ψ.
- la visibilité des franges par son module M

Cette visibilité s'écrit :

$$V = \frac{2M}{\langle|\tilde{I}_1|^2\rangle + \langle|\tilde{I}_2|^2\rangle} \qquad \text{(III.15)}$$

Nous supposons alors l'image et l'objet très grands tout en supposant x' et y' fixés (cf. chapitre précédent). On peut alors obtenir l'expression de $\tilde{I}_1(u',v')$ et $\tilde{I}_2(u',v')$ comme autocorrélation des deux amplitudes à la sortie de la pupille du système d'enregistrement soit :

$$\tilde{I}_1(u',v') = \iint \tilde{A}(u_1,v_1)\,\tilde{A}^*(u'+u_1,v'+v_1)\,P(u_1,v_1)\,P(u'+u_1,v'+v_1)$$
$$\exp j\left[\phi(u_1,v_1)-\phi(u'+u_1,v'+v_1)\right]\,du_1\,dv_1$$

$$\tilde{I}_2(u',v') = \iint \tilde{A}(u_2,v_2)\,\tilde{A}^*(u'+u_2,v'+v_2)\,P(u_2,v_2)\,P(u'+u_2,v'+v_2)$$
$$\exp j\left[\phi(u_2,v_2)-\phi(u'+u_2,v'+v_2)\right]$$
$$\exp j u_0\left[\frac{\partial\phi}{\partial u}(u_2,v_2)-\frac{\partial\phi}{\partial u}(u'+u_2,v'+v_2)\right]\,du_2\,dv_2 \qquad \text{(III.16)}$$

et l'on déduit :

$$\langle \tilde{I}_1(u',v')\,\tilde{I}_2^*(u',v')\rangle = \qquad \text{(III.17)}$$
$$\iiiint \langle \tilde{A}(u_1,v_1)\,\tilde{A}^*(u'+u_1,v'+v_1)\,\tilde{A}^*(u_2,v_2)\,\tilde{A}(u'+u_2,v'+v_2)\rangle$$
$$P(u_1,v_1)\,P(u'+u_1,v'+v_1)\,P(u_2,v_2)\,P(u'+u_2,v'+v_2)$$
$$\exp j\left[\phi(u_1,v_1)-\phi(u'+u_1,v'+v_1)-\phi(u_2,v_2)+\phi(u'+u_2,v'+v_2)\right]$$
$$\exp -j u_0\left[\frac{\partial\phi}{\partial u}(u_2,v_2)-\frac{\partial\phi}{\partial u}(u'+u_2,v'+v_2)\right]\,du_1\,dv_1\,du_2\,dv_2 .$$

Calculonstout d'abord le moment du quatrième ordre qui se trouve à l'intérieur de cette dernière intégrale. Il faut revenir à la fonction A(x , y) du "speckle" sur laquelle nous avons fait des hypothèses qui nous permettent de poursuivre le calcul.

$$\langle \tilde{A}(u_1,v_1)\,\tilde{A}^*(u'+u_1,v'+v_1)\,\tilde{A}^*(u_2,v_2)\,\tilde{A}(u'+u_2,v'+v_2)\rangle$$
$$= \iiiint \langle A(x_1,y_1)\,A^*(-x_2,-y_2)\,A^*(-x_3,-y_3)\,A(x_4,y_4)\rangle$$
$$\exp j2\pi\left[x_1u_1 - x_2(u'+u_1) - x_3u_2 + x_4(u'+u_2)\right.$$
$$\left. + y_1v_1 - y_2(v'+v_1) - y_3v_2 + y_4(v'+v_2)\right]\,dx_1\,dx_2\,dx_3\,dx_4\,dy_1\,dy_2\,dy_3\,dy_4$$

(III.18)

Or les hypothèses admises dans ce travail nous permettent d'écrire ce moment du quatrième ordre: en effet, nous supposons que la fonction A (x, y) du "speckle" est une fonction aléatoire gaussienne, ergodique et stationnaire et d'autre part, nous supposons dans ce chapitre que la fonction de corrélation ρ de A (x, y) est beaucoup plus étroite que la tache de diffraction du système optique; on peut donc alors représenter celle-ci avec une bonne approximation par la distribution de Dirac δ .

Enfin il suffit de supposer que l'objet est très grand par rapport à la tache de diffraction ce qui impose une certaine grandeur au trou percé dans l'écran E, nous l'avons vu au chapitre précédent.

On obtient alors :

$$\langle \tilde{A}(u_1, v_1)\, \tilde{A}^*(u'+u_1, v'+v_1)\, \tilde{A}^*(u_2, v_2)\, \tilde{A}(u'+u_2, v'+v_2) \rangle$$

$$\propto \quad \delta(u', v') + \delta(u_1-u_2, v_1-v_2) \qquad \text{(III.19)}$$

Si l'on reporte (III.19) dans (III.17) et, si l'on omet d'écrire le premier terme de (III.19) qui n'apporte, en effet, qu'une contribution au centre du champ: il représente l'onde directement transmise par le diffuseur d'amplitude constitué par la plaque photographique, on obtient comme expression de $\langle \tilde{I}_1\, \tilde{I}_2^* \rangle$:

$$\iint \delta(u_1-u_2, v_1-v_2) \quad du_1 dv_1\, du_2 dv_2$$

$$P(u_1, v_1)\, P(u'+u_1, v'+v_1)\, P(u_2, v_2)\, P(u'+u_2, v'+v_2)$$

$$\exp j\left[\phi(u_1, v_1) - \phi(u'+u_1, v'+v_1) - \phi(u_2, v_2) + \phi(u'+u_2, v'+v_2)\right]$$

$$\exp -j u_0 \left[\frac{\partial \phi}{\partial u}(u_2, v_2) - \frac{\partial \phi}{\partial u}(u'+u_2, v'+v_2)\right]$$

Rappelons que P est une fonction ne prenant des valeurs égales qu'à 0 ou 1 d'où $P^2 = P$ et :

$$\langle \tilde{I}_1 \tilde{I}_2^* \rangle = \iint P(u_1, v_1) P(u'+u_1, v'+v_1)$$

$$\exp -j u_0 \left[\frac{\partial \phi}{\partial u}(u_1, v_1) - \frac{\partial \phi}{\partial u}(u'+u_1, v'+v_1)\right] \quad du_1 dv_1$$

On pose alors:

$$F(u_1,v_1;u',v') = -u_0\left[\frac{\partial\phi}{\partial u}(u_1,v_1) - \frac{\partial\phi}{\partial u}(u'+u_1, v'+v_1)\right] \tag{III.20}$$

et finalement:

$$\langle \tilde{I}_1 \tilde{I}_2 \rangle = \iint P(u_1,v_1)\, P(u'+u_1, v'+v_1)\, \exp j F(u_1,v_1;u',v')\, du_1 dv_1 \tag{III.21}$$

Or nous l'avons remarqué au début de ce paragraphe seuls doivent être considérés les termes d'aberration sphérique et de coma dans l'expression de , si bien qu'on peut écrire :

$$\begin{aligned} F(u_1,v_1;u',v') = u_0 \{ & 4A\,u(u^2+v^2) + Bx(3u^2+v^2) + 2Byuv \\ & + 4A u_1(u^2+v^2) + 8Au(uu_1+vv_1) \\ & + 2Bu_1(vy+3ux) + 2Bv_1(vx+uy) \\ & + 4A(3uu_1^2 + 2vu_1v_1 + uv_1^2) \end{aligned} \tag{III.22}$$

qui est donc un polynôme du second degré en u_1, v_1.

III. 1.2-a: Influence de la coma seule sur la visibilité des franges d'interférence:

Le calcul dans (III.21) de $I_1 I_2$ est simple dans le cas où l'aberration sphérique est négligeable. Donc dans (III.22) on pose tout d'abord A = O. En présence de coma seule (III.21) s'écrit :

$$\begin{aligned} \langle \tilde{I}_1 \tilde{I}_2^* \rangle_{coma} = \iint & P(u_1,v_1)\, P(u'+u_1, v'+v_1)\, du_1 dv_1 \\ & \exp j u_0 B\left[x(3u^2+v^2) + 2yuv + 2u_1(vy+3ux) + 2v_1(vx+uy)\right] \end{aligned}$$

En faisant dans cette dernière intégrale un changement de variable pour rendre le domaine d'intégration symétrique par rapport à l'origine soit : $u'_1 = u_1 + \frac{u'}{2}$

$v'_1 = v_1 + \frac{v'}{2}$ on obtient

$$\langle \tilde{I}_1(u',v') \tilde{I}_2(u',v') \rangle = \iint P\left(u'_1 - \frac{u'}{2}, v'_1 - \frac{v'}{2}\right) P\left(u'_1 + \frac{u'}{2}, v'_1 + \frac{v'}{2}\right)$$
$$\exp j2B u_0 \left[u'_1(v'y + 2u'x) + v'_1(v'x + u'y)\right] du'_1 dv'_1$$

(III.23)

Cette dernière intégrale est en fait la transformée de Fourier à deux dimensions de deux pupilles décalées symétriquement par rapport à l'origine suivant les vecteurs $(\frac{u'}{2}, \frac{v'}{2})$ et $(-\frac{u'}{2}, -\frac{v'}{2})$
Pour des pupilles symétriques, cette fonction $(\langle \tilde{I}_1 \tilde{I}_2^* \rangle)$ est réelle, si bien que la coma n'introduit pas de déformation de franges ($\psi \equiv 0$)
Par contre la visibilité varie en fonction d'une part de la zone filtrée par l'écran E sur la plaque photographique définissant donc un point (x',y') d'autre part dans le plan de Fourier puisque la valeur de V dépend de (u, v).
Pour le cas d'une pupille circulaire l'expression analytique n'est pas simple.
Pour une pupille carrée de côté $2V_0$ l'intégrale se scinde en deux, l'une avec variable d'intégration u_1, l'autre avec v_1 et on obtient simplement :

$$(III.24) \quad V = \frac{\sin Bu_0(2V_0 \mp u')(v'y + 3u'x)}{Bu_0(2V_0 \mp u')(v'y + 3u'x)} \cdot \frac{\sin Bu_0(2V_0 \mp v')(v'x + u'y)}{Bu_0(2V_0 \mp v')(v'x + u'y)}$$

on a $2V_0 - u'$ pour $0 \leq u' \leq 2V_0$ $\quad$ $2V_0 - v'$ pour $0 \leq v' \leq 2V_0$

$2V_0 + u'$ pour $-2V_0 \leq u' \leq 0$ et $2V_0 + v'$ pour $-2V_0 \leq v' \leq 0$.

La visibilité est le produit de deux sinc qui sont maximum respectivement pour:

$$v'y + 3u'x = 0$$

et $$v'x + u'y = 0$$

ceci pour un point (x,y) donné.
Ce sont donc deux droites du plan (u,v) fonction des paramètres x et y. Elles délimitent un secteur de visibilité maximale.

Ce phénomène est mis en évidence sur la figure (III.5) où l'on donne les résultats pour deux points de filtrage d'un même cliché.

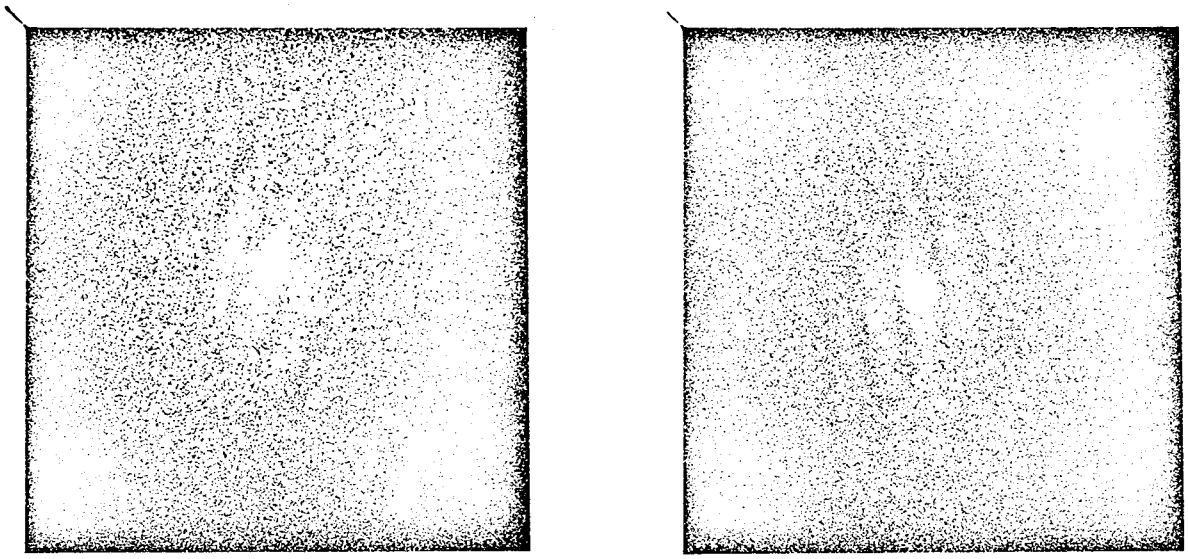


figure III.5 : aspect des franges dans le plan de Fourier pour différents points du champ:
lentille biconvexe f = 100 mm
travaillant pour les points antinodaux
diaphragmée par une pupille carrée de côté 10 mm
rotation = 30' entre les 2 poses.

Pour donner une tolérance sur la correction des aberrations on peut se fixer une baisse de visibilité due à la coma inférieure à 0,05:++
on écrit alors:

$$V = \mathrm{sinc}\, B u_0 (2U_0 \mp u')(v'y + 3u'x)\ \mathrm{sinc}\, B u_0 (2U_0 \mp v')(v'x + u'y)$$

$$\sim 1 - \frac{(B u_0)^2}{6}\left[(2U_0 \mp u')^2 (v'y + 3u'x)^2 + (2U_0 \mp v')^2 (v'x + u'y)^2\right] \qquad \text{(IV-25)}$$

on rend alors les variables u' et v' sans dimensions en les divisant par U_0 ; on suppose de plus que x = y et on se place au bord du champ où la visibilité est minimale.
On obtient alors:

$$V = 1 - \frac{(B u_0 U_0^2 x)^2}{6}\left[(2 \mp u')^2 (v' + 3u')^2 + (2 \mp v')^2 (v' + u')^2\right]$$

++qui est l'erreur absolue commise sur la mesure de visibilité cf.§ IV.2-b

et on veut donc que

$$\frac{(B u_0 U_0^2 \alpha)^2}{6}\left[(2 \mp u')^2 (v'+3u')^2 + (2 \mp v')^2 (v'+u')^2\right] \leqslant 0,05 \qquad \text{(III.26)}$$

Le second terme fonction de u' et v' est maximal pour $u'=0,67$ et $v' = 2$ et ce maximum vaut 28,44.

Donc la condition sur la correction des aberrations est donnée: (en remplaçant notre coefficient B par son expression fonction du paramètre b de coma, donné par (IV-6-2) et u_0 et U_0 par leur valeur angulaire soit $u_0 = \frac{\theta_0}{\lambda}$, $U_0 = \frac{\alpha_0}{\lambda}$)

$$\frac{2\pi}{\lambda} b \theta_0 \alpha_0^2 x \leqslant 0,05 \qquad \text{(III.27)}$$

ce qui donne pour $\theta_0 = 5°$ valeur maximale de la rotation dans notre expérience et $\alpha_0 = 1/20$ une correction de la coma donnée sur son écart aberrant

$b \alpha_0^3 x \leqslant \lambda/140$ ramené à l'ouverture F/5 de notre lentille on obtient la correction de la coma à $\lambda/20$.

III-1-2-b : <u>Influence de l'aberration sphérique, tolérance sur la correction de cette aberration</u> :

Le calcul analytique est impossible pour l'aberration sphérique. On peut cependant, pour chercher la tolérance à donner sur la correction de cette aberration, supposer que la fonction $F(u_1, v_1 ; u', v')$ définie par (III.22) ne s'écarte que peu de sa valeur moyenne $Fm(u', v')$ sur l'aire d'intégration (définie par la surface commune aux deux pupilles décalées); il est alors possible de déterminer la forme des franges et leur visibilité d'une manière approchée. Soit alors $Fm(u', v')$ la valeur moyenne de $F(u_1, v_1 ; u', v')$ sur l'aire d'intégration; elle est définie par :

$$Fm(u',v') = \frac{\iint P(u_1,v_1)\, P(u'+u_1, v'+v_1)\, F(u_1, v_1; u', v')\, du_1\, dv_1}{\iint P(u_1,v_1)\, P(u'+u_1, v'+v_1)\, du_1\, dv_1} \qquad \text{(III.28)}$$

Et désignons par $\Delta F(u_1, v_1 ; u', v')$ la quantité F-Fm. Nous supposons alors que cette variation ΔF reste très petite par rapport à π sur l'aire d'intégration si bien que :

$$\langle \tilde{I}_1 \tilde{I}_2^* \rangle = \exp j Fm \iint P(u_1,v_1) P(u'+u_1, v'+v_1) \exp j \Delta F(u_1,v_1;u',v') du_1 dv_1$$

$$\simeq \exp j Fm \left[\iint P(u_1,v_1) P(u'+u_1, v'+v_1) \cos \Delta F(u_1,v_1;u',v') du_1 dv_1 \right.$$
$$\left. + j \iint P(u_1,v_1) P(u'+u_1, v'+v_1) \sin \Delta F(u_1,v_1;u',v') du_1 dv_1 \right]$$

$$\sim \exp j Fm \left[\iint P(u_1,v_1) P(u'+u_1, v'+v_1) \left(1 - \frac{\Delta F^2}{2}\right) du_1 dv_1 \right.$$
$$\left. + j \iint P(u_1,v_1) P(u'+u_1, v'+v_1) \Delta F \, du_1 dv_1 \right]$$

(III.29)

Le second terme de (III.29) est de par la définition de ΔF identiquement nul.

Il en résulte alors que M et Ψ définies en (III.14) prennent les valeurs :

$$M = \iint P(u_1,v_1) P(u'+u_1, v'+v_1) \left(1 - \frac{\Delta F^2}{2}\right) du_1 dv_1$$

et $\Psi = Fm$ (III.30)

Ψ donne le terme de variation de pas et la déformation des franges.

La visibilité de celles-ci s'écrit :

$$V = 1 - \frac{\iint P(u_1,v_1) P(u'+u_1, v'+v_1) \frac{\Delta F^2}{2} du_1 dv_1}{\iint P(u_1,v_1) P(u'+u_1, v'+v_1) du_1 dv_1} \quad \text{(III.31)}$$

On obtient donc l'expression de la baisse de visibilité par la valeur moyenne dans l'aire d'intégration.

On obtient alors (c f appendice III.A.I) (III.31)

$$Fm = 4A\mu_0 V_0^3 \left[u\left(1+u^2+v^2\right) - \frac{8}{3} u \frac{\frac{1}{2}\sqrt{u^2+v^2}\left(1-\frac{1}{4}u^2-\frac{1}{4}v^2\right)^{3/2}}{\operatorname{Arccos}\frac{1}{2}\sqrt{u^2+v^2} - \frac{1}{2}\sqrt{u^2+v^2}\sqrt{1-\frac{1}{4}u^2-\frac{1}{4}v^2}} \right]$$

La figure (III.6) donne les lignes d'égales valeurs de Fm montrant la déformation des franges si on ne fait qu'une rotation de l'onde incidente, imputable à l'aberration sphérique seule.

Le calcul de $\overline{\frac{\Delta F^2}{2}}$ est donné à l'appendice (III-A-2) et les figures (IV-7) montrent la baisse de visibilité due à la présence d'aberration sphérique.
La figure (III-8) montre le résultat pour la pupille biconvexe. On observe bien la déformation prévue par la figure (IV.6) et la baisse de visibilité au milieu du champ par la figure (IV.7)

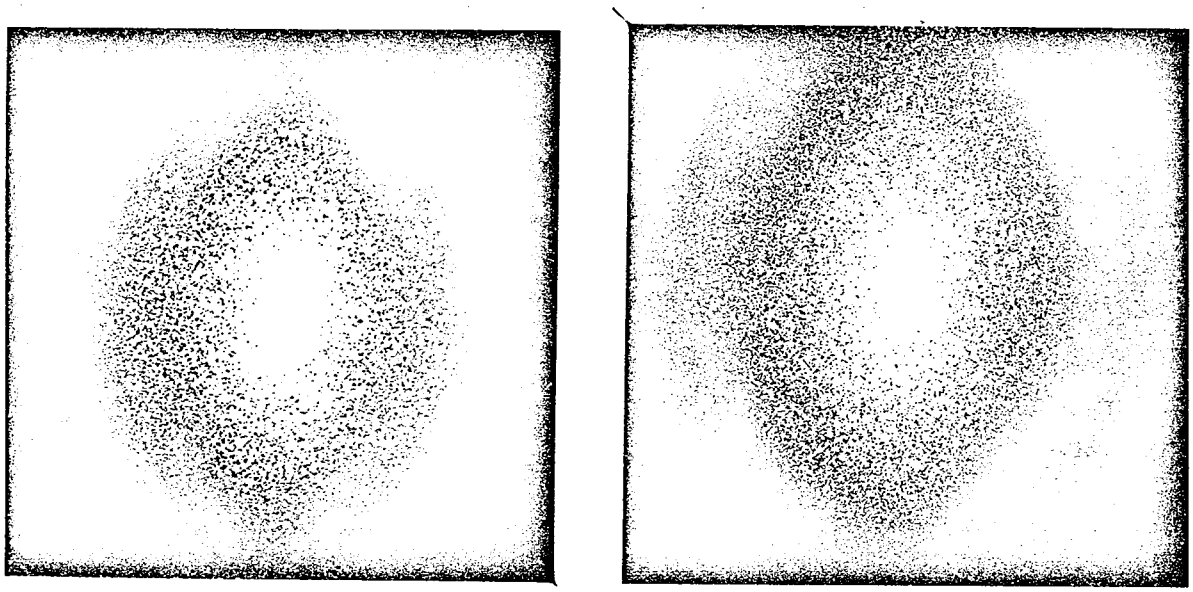


figure III.8- lentille biconvexe : franges dues à l'aberration sphérique seule. (Filtrage au centre de la plaque photographique)

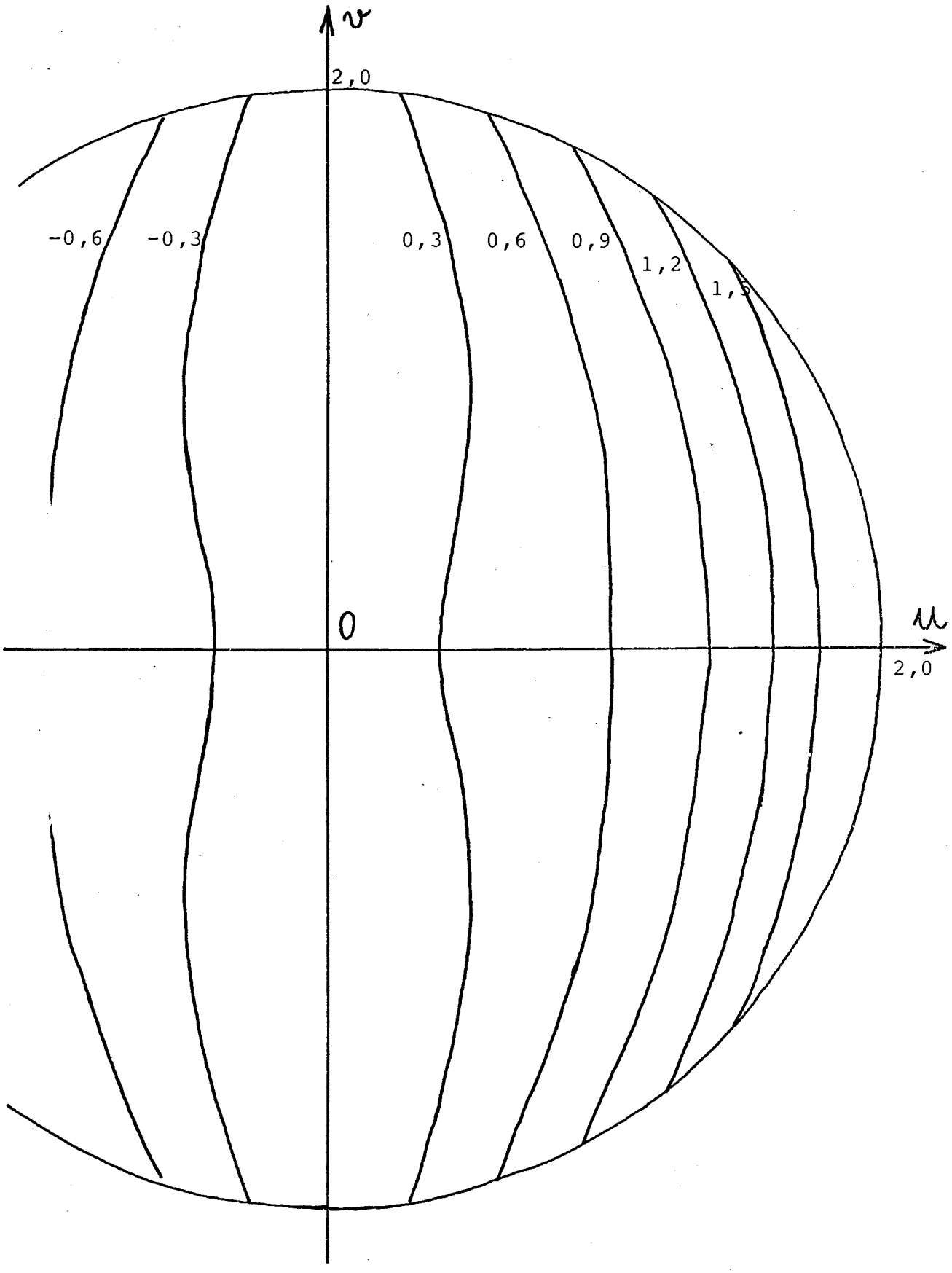


fig.III.6 : Variation de phase produite par l'aberration sphérique; courbes équiphases.
Le coefficient de phase réel est obtenu en multipliant les valeurs indiquées par $(4Au_0U_0^3)$

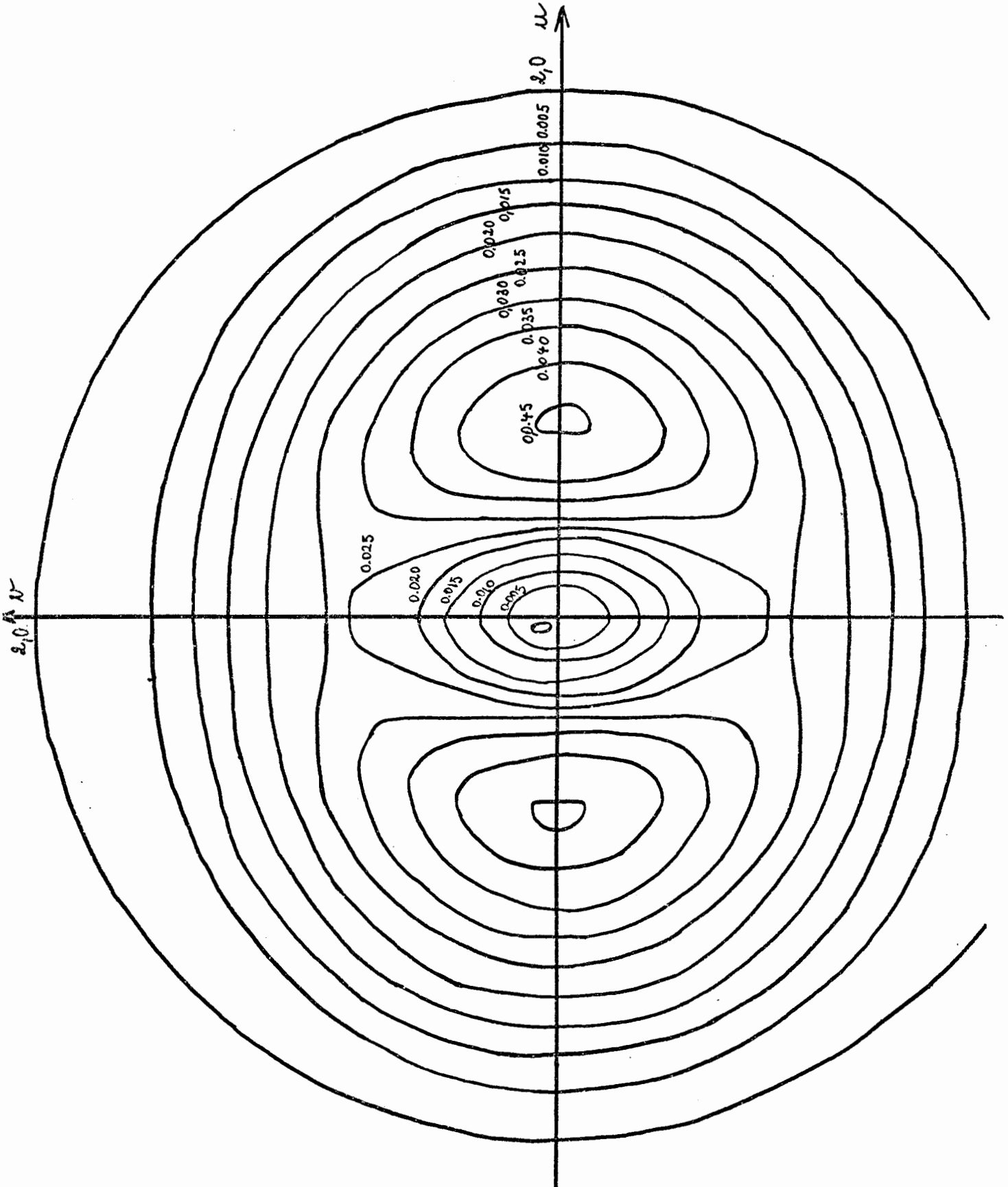


Fig.III.7.a: Courbes d'égale visibilité.
La baisse de visibilité réelle s'obtient en mulipliant les valeurs indiquées par $1/2\ (\ 4A\ u_0\ U_0^{\ 3}\ )^2$.

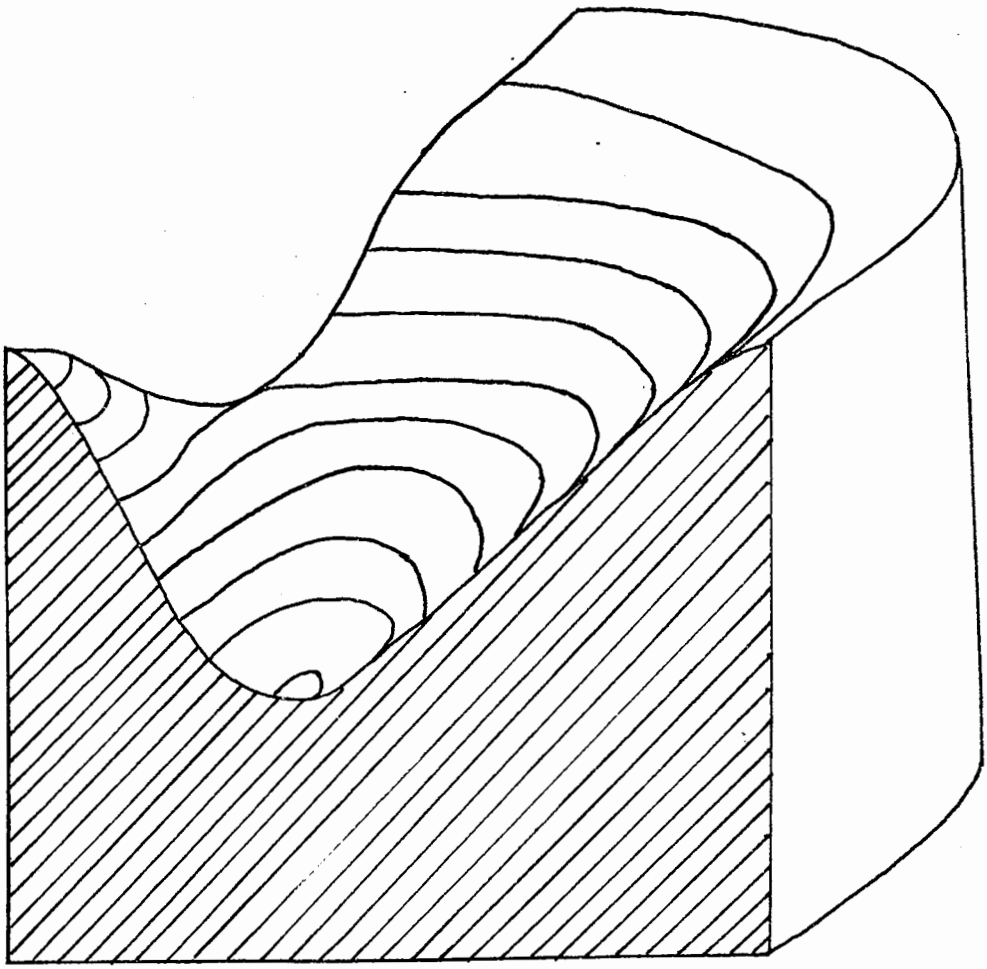


fig III-7-b: perspective cavalière de la baisse de visibilité.

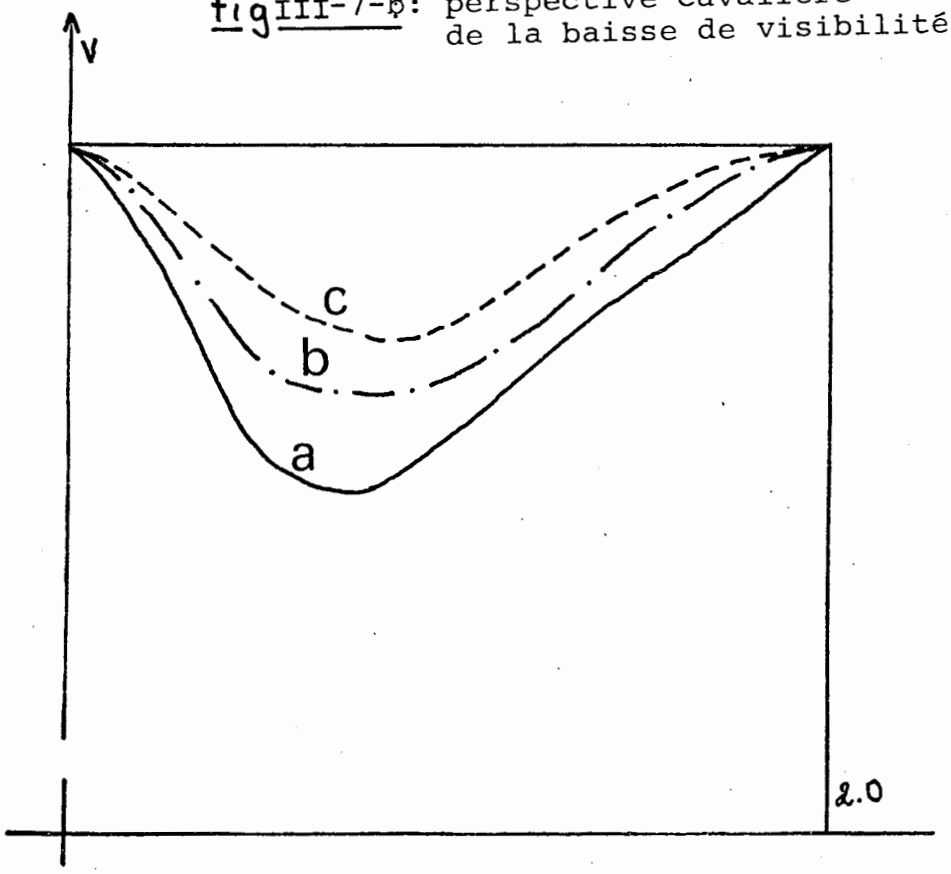


fig III-7-c: différentes coupes de IV-7b

a. - coupe suivant v'= 0
b. - coupe suivant u'= 0
c. - coupe suivant la diagonale u' = v'

La figure (III.7-a) nous montre quelles franges il faudra utiliser pour mesurer la visibilité de celles-ci sans qu'elles ne soient trop perturbées par l'aberration sphérique. Celles au bord du halo tout d'abord mais ces dernières sont modulées par l'autocorrélation de la pupille et la précision sur la mesure de la visibilité devient insuffisante. Il faut donc ne retenir que celles voisines du centre du halo. La première étant perturbée par la lumière parasite de l'ordre central (toutefois celui-ci sera toujours stoppé): la frange qui donnera les résultats optimaux sera la seconde.
Pour donner la tolérance sur la correction de l'aberration sphérique on donne (comme pour la coma) l'écart normal maximum.
On veut donc que la baisse de visibilité soit inférieure à 0,05 soit :

$$16\, A^2 u_0^2 U_0^6 \frac{\sigma^2}{2} \leqslant 0{,}05 \qquad \text{(III.32)}$$

En remplaçant A par son expression fonction du paramètre a (formule III. 6-1)
et $u_0 = \theta_0/\lambda$ et $U_0 = \alpha_0/\lambda$.
On obtient donc:

$$a\, \theta_0\, \alpha_0^3 \leqslant \lambda \frac{0{,}03}{\sigma} \qquad \text{(III.33)}$$

Le maximum de σ^2 est donné pour $u = 0{,}8$ et $v = 0$ et vaut 0,045 d'où $a\, \theta_0\, \alpha_0^3 \leqslant 0{,}17\lambda$
ce qui donne comme tolérance sur l'écart aberrant pour une rotation de 5° et une ouverture $\alpha_0 = 1/20$

$$\frac{a}{4} \alpha_0^4 \leqslant \frac{\lambda}{50}$$

(ramené à l'ouverture totale de notre pupille on obtient:

$$\frac{a}{4} \alpha_m^4 \leqslant \frac{\lambda}{4})$$

III-2 : déplacement quelconque du "speckle" dans la pupille.

Dans le cas général, le calcul mathématique est très compliqué : on doit introduire le jacobien du changement de variable qu'on doit faire de la même façon que pour le déplacement uniforme.

Pour la seconde pose l'amplitude à la sortie de la pupille s'écrit:

$$\tilde{A}_1\left(u+f(u,v);\, v+g(u,v)\right] P(u,v) \exp j\,\phi(u,v)$$

et il faut faire le changement de variable :

$$u' = u + f(u,v)$$
$$v' = v + g(u,v)$$

Si sur l'étendue de la pupille est suffisamment petite et les variations du déplacement lentes, on peut écrire :

$$u' = u + f(0,0) + u\frac{\partial f}{\partial u}(0,0) + v\frac{\partial f}{\partial v}(0,0)$$
$$v' = v + g(0,0) + u\frac{\partial g}{\partial u}(0,0) + v\frac{\partial g}{\partial v}(0,0)$$

Le jacobien est alors une constante et le calcul est possible.

Dans le cas d'une simple expansion radiale - variation de longueur d'onde entre les deux poses, l'objet est éclairé en incidence normale - on a :

$$u' = ku$$
$$v' = kv$$

On compense l'expansion d'ensemble de la pupille par une variation appropriée du diamètre du diaphragme matérialisant celle-ci, et on a $du'\cdot dv' = k^2\, du\cdot dv$.

Pour la seconde pose on obtient :

$$\tilde{A}_1(u,v)\, P(u,v) \exp j\,\phi\left(\frac{u}{k}, \frac{v}{k}\right)$$

on pose : $\Delta\phi = \phi\left(\frac{u}{k} - \frac{v}{k}\right) - \phi(u,v)$

et la formule (IV.20) devient:

$$\langle \tilde{I}_1 \tilde{I}_2^* \rangle = \iint P(u_1,v_1)\, P(u'+u_1, v'+v_1)$$

$$\exp -j\left[\Delta\phi(u_1,v_1) - \Delta\phi(u'+u_1, v'+v_1)\right] du_1\, dv_1$$

Donc à chaque fois qu'on peut exprimer $\Delta\phi\ (u, v)$ le calcul analytique est théoriquement possible.
Remarquons que si l'onde incidente est oblique et qu'entre les deux poses on effectue une variation de longueur d'onde, le déplacement "speckle" dans la pupille entre les deux poses peut se décomposer en un déplacement latéral fixe et une expansion radiale.

REFERENCES DU CHAPITRE III.

(III.1) J.A. MENDEZ , M.L. ROBLIN:

Contraste des franges d'interférences produites par l'enregistrement photographique de deux "speckles" en présence d'un dépointage longitudinal entre les deux poses.

Nvlle Rev. Opt. 7 (1976) pp 105-112

et aussi

M.L. ROBLIN, G. SCHALOW et B. CHOURABI

Interféromètrie différentielle des aberrations d'un système optique par photographie de "speckles"

Jn of opt. 8 (1977) pp 149-158

III-A-1 : Appendice 1: Calcul de Fm valeur moyenne de F dû à l'aberration sphérique seule sur l'aire d'intégration.

$$Fm(u,v) = \frac{\iint_{-\infty}^{+\infty} P(u_1,v_1)\,P(u+u_1,\,v+v_1)\,F(u_1,v_1;u',v')\,du_1\,dv_1}{\iint_{-\infty}^{+\infty} P(u_1,v_1)\,P(u'+u_1,\,v'+v_1)\,du_1\,dv_1} \qquad (A\ 1)$$

où $$F(u_1,v_1;u',v') = 4A\,u_0\{u(u^2+v^2)+u_1(u^2+v^2)+2u(uu_1+vv_1) + 3uu_1^2+2vu_1v_1+uv_1^2\} \qquad (A\ 2)$$

A est le coefficient d'aberration sphérique simplement relié au coefficient classique a

- quand on définit l'écart aberrant Δ par $\Delta = -a\frac{\alpha^4}{4}$ —

par $$A = -\frac{\pi}{2}\lambda^3 a \qquad (A\ 3)$$

et P est une pupille fonction cercle de rayon Uo

Effectuons le changement de variable $u_1 = u'_1 - \frac{u}{2}$

$$v_1 = v'_1 - \frac{v}{2} \qquad (A\ 4)$$

pour rendre l'aire d'intégration symétrique par rapport à l'origine

soit :

$$F(u'_1,v'_1;u,v) = \frac{1}{4}u(u^2+v^2)+3uu_1^2+2vu_1v_1+uv_1^2 \qquad (A\ 5)$$

soit $$Fm'(u'_1,v'_1;u,v) = 3uu_1^2+2vu_1v_1+uv_1^2 \qquad (A\ 6)$$

on a $$Fm = \frac{1}{4}u(u^2+v^2) + F'm \qquad (A\ 7)$$

Divisons chaque coordonnées, maintenant par U_0, rayon de la pupille P.

Les coordonnées u et v seront "normalisées" et U_0^3 est mis en facteur devant l'expression de Fm . $P(u_1, v_1)$ est maintenant la fonction cercle de rayon 1. Donc u et v prendra des valeurs comprises entre -2 et +2.

L'aire d'intégration est la partie commune aux deux cercles représentés sur la figure III.A 1.

Effectuons un changement de variable pour amener le décalage des deux pupilles uniquement dans une seule des directions: soit X cette direction :

$$\text{on a} \quad \cos\alpha = \frac{u}{\sqrt{u^2+v^2}} \quad ; \quad \sin\alpha = \frac{v}{\sqrt{u^2+v^2}} \qquad (A\ 8)$$

le changement de variable s'écrit :

$$u_1 = X\cos\alpha - Y\sin\alpha$$

$$v_1 = X\sin\alpha + Y\cos\alpha \qquad \text{(A 9)}$$

donc $F(X,Y,u,v) = 3u\left(X\cos\alpha - Y\sin\alpha\right)^2 + u\left(X\sin\alpha + Y\cos\alpha\right)^2 + 2v\left(X\cos - Y\sin\alpha\right)x$
$\left(X\sin\alpha + Y\cos\alpha\right)$

$$= 3uX^2 + uY^2 - 2vXY \qquad \text{(A.10)}$$

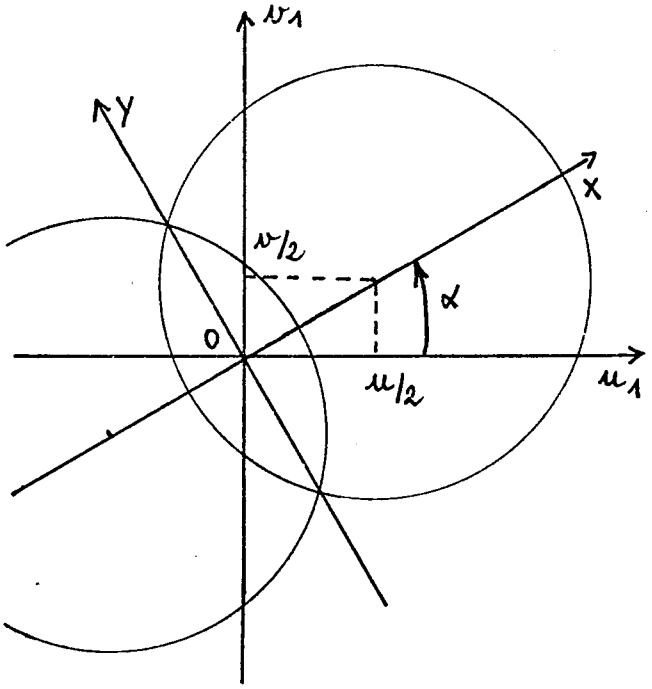


figure III A 1

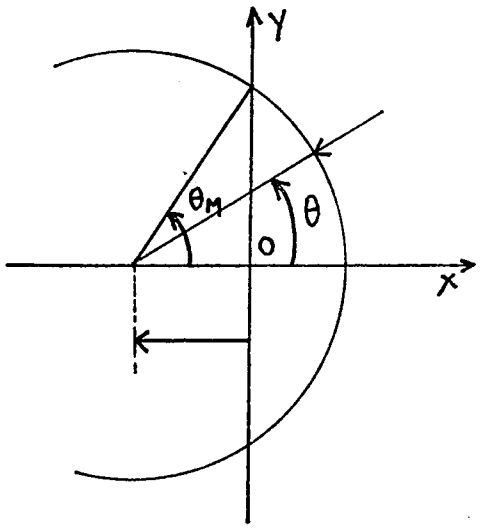


figure III A 2

Les deux cercles sont décalés suivant X de

$$\pm Z = \pm \frac{1}{2}\sqrt{u^2+v^2} \qquad \text{(A 11)}$$

La figure III A.2 montre les variables d'intégration en coordonnées polaires

$$\theta_M = \text{Arccos } Z \qquad \text{(A 12)}$$

et $\quad -1+Z \leqslant X \leqslant 1-Z$

Soit $$G(u,v) = \iint_A F(X,Y;u,v)\,dX dY$$
$$= 3u \iint_A X^2 dX dY + u \iint_A Y^2 dX dY - 2v \iint_A XY\,dX dY$$

La dernière intégrale est évidemment nulle.

d'où $$G(u,v) = 3u \iint X^2 dX dY + u \iint Y^2 dX dY$$

changement de variable $X = \cos\theta - z$

$$Y = \sin\theta \qquad \text{(A 13)}$$

première intégration suivant y

$$G(u,v) = 3u \int_{-\theta_m}^{+\theta_m} X^2 \sin\theta\, dX + \frac{u}{3} \int_{-\theta_m}^{+\theta_m} \sin^3\theta\, dX$$

$$= 3u \int_{-\theta_M}^{+\theta_M} (\cos\theta - z)^2 \sin^2\theta\, d\theta + \frac{u}{3} \int_{-\theta_M}^{+\theta_M} \sin^4\theta\, d\theta$$

$$= u \int_{-\theta_M}^{+\theta_M} \left(3\cos^2\theta\sin^2\theta - 6z\cos\theta\sin^2\theta + 3z^2\sin^2\theta + \frac{1}{3}\sin^4\theta\right) d\theta$$

or $\cos^2\theta\sin^2\theta = \frac{1}{8}(1 - \cos 4\theta)$

et $\sin^2\theta = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\theta)$

et $\sin^4\theta = \frac{3}{8} - \frac{1}{2}\cos 2\theta + \frac{1}{8}\cos 4\theta$

d'où $$G(u,v) = \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}z^2\right)\left(\theta_m - \frac{1}{2}\sin 2\theta_M\right) + \frac{1}{6}\sin 2\theta_M - 2z\sin^3\theta_M - \frac{1}{12}\sin 4\theta_M$$

le dénominateur de (A1) s'écrit :

$$I_0 = \iint_A dX dY = \int_{-\theta_M}^{\theta_M} \sin^2 d\theta = \theta_M - \sin\theta_M \cos\theta_M \qquad \text{(A 14)}$$

$$\frac{F'm}{4A u_0 V_0^3} = \frac{G(u,v)}{I_0} = u\left[1+\frac{3}{4}(u^2+v^2)\right] - \frac{8}{3}u\,\frac{\cos\theta_M \sin^3\theta_M}{\theta_M - \sin\theta_M\cos\theta_M} \qquad \text{(A 15)}$$

La valeur intéressante Fm définie en (A7) est donc:

$$Fm = 4A u_0 V_0^3\left[u\left(1+u^2+v^2\right) - \frac{8}{3}u\,\frac{\cos\theta_M \sin^3\theta_M}{\theta_M - \sin\theta_M\cos\theta_M}\right] \qquad \text{(A 16)}$$

Les valeurs de θ_m et de z sont, rappelons-le, définies en (A12) et (A11).
Soit

$$F_M = 4A u_0 V_0^3\left[u\left(1+u^2+v^2\right) - \frac{8}{3}u\,\frac{\frac{1}{2}\sqrt{u^2+v^2}\left(1-\frac{1}{4}u^2-\frac{1}{4}v^2\right)^{3/2}}{\operatorname{Arccos}\frac{1}{2}\sqrt{u^2+v^2} - \frac{1}{2}\sqrt{u^2+v^2}\sqrt{1-\frac{1}{4}u^2-\frac{1}{4}v^2}}\right] \qquad \text{(A17)}$$

Rappelons ici que u et v prennent leurs valeurs à l'intérieur d'un cercle de rayon 2 car il appartiennent à l'autocorrélation d'un cercle de rayon 1 .

IM .A.2. Appendice 2 : calcul de $\overline{\Delta F^2}$, dispersion moyenne de F sur l'aire d'intégration autour de sa valeur moyenne Fm

Le calcul est semblable à celui de l'appendice (IV A1)
Les changements de variables pour simplifier l'aire d'intégration et donner le résultat analytique final sont les mêmes.
Les variables d'intégration et toutes les grandeurs de la dimension de U_0 , rayon de la pupille P, ont été "normalisées"

$$\text{d'où} \quad \sigma^2 = \frac{\overline{\Delta F^2}}{(4A u_0 V_0^3)^2} = \frac{\overline{(F-F_m)^2}}{(4A u_0 V_0^3)^2} = \frac{\overline{(F'-F'_m)^2}}{(4A u_0 V_0^3)^2}$$

où F' et F'm sont définis par (A6) et (A15)

$$\sigma^2 = \frac{\iint_A F^2\,dX\,dY}{\iint_A dX\,dY} - F'^2_m \qquad \text{(A 18)}$$

$$F^{12} = 9u^2X^4 + \left(2u^2+16z^2\right)X^2Y^2 + u^2Y^4 \qquad \text{(A 19)}$$

$$F_m'^2 = u^2 + 6u^2z^2 + 9u^2z^4 + \frac{64}{9}u^2z^2(1-z^2)\frac{1}{I_o^2} - \frac{\sin\theta_M}{I_o}\left[\frac{16}{3}u^2z(1+2z^2-3z^4)\right] \qquad \text{(A 20)}$$

Z et Io sont définis par (A 11) et (A 14)

$$\iint F'^2 dX dY = 9u^2\int_{-\theta_M}^{+\theta_M}(\cos\theta - z)^4\sin^2\theta\, d\theta + (2u^2+16z^2)\frac{1}{3}\int_{-\theta_M}^{+\theta_M}(\cos\theta - z)^2\sin^4\theta\, d\theta + \frac{u^2}{5}\int_{-\theta_M}^{+\theta_M}\sin^6\theta\, d\theta$$

finalement

$$\sigma^2 = \frac{1}{3}u^2 + 8u^2z^2 + 4z^4 + \frac{2}{3}z^2 - \frac{1}{I_o^2}\cdot\frac{64}{9}u^2z^2(1-z^2)^3 + \frac{\sin\theta_M}{I_o}\left\{-\frac{38}{15}u^2z + \frac{458}{45}u^2z^3 - \frac{344}{45}u^2z^5 + \frac{44}{15}z^3 + \frac{124}{45}z^5 + \frac{8}{45}z^7\right\}$$

soit

$$\sigma^2 = \frac{1}{3}u^2 + 8u^2z^2 + 4z^4 + \frac{2}{3}z^2 - 8\left(\text{Arccos } z - z\sqrt{1-z^2}\right)^{-2}\frac{64}{9}u^2z^2(1-z^2)^3 + \frac{\sqrt{1-z^2}}{\text{Arccos } z - z\sqrt{1-z^2}}\left[-\frac{38}{15}u^2z + \frac{458}{45}u^2z^3 - \frac{344}{45}u^2z^5 + \frac{44}{15}z^3 + \frac{124}{45}z^5 + \frac{8}{45}z^7\right] \qquad \text{(A 21)}$$

avec $z = \frac{1}{2}\sqrt{u^2+v^2}$

CHAPITRE IV

DETERMINATION DE LA RUGOSITE

PROBLEMES POSES PAR LA REALISATION EXPERIMENTALE ET RESULTATS. CONCLUSION

Les deux chapitres précédents nous ont permis d'évaluer l'influence du système optique sur la photographie "speckle" dans l'image de l'objet diffusant. Nous avons tout d'abord cherché à atténuer les effets des aberrations et nous proposons un autre montage pour effectuer la variation d'incidence de l'onde relativement à l'objet. Nous présentons dans le paragraphe IV.1 un montage avec rotation simultanée de l'objet et de la plaque photographique, l'incidence de l'onde reste alors fixe par rapport au banc d'optique. Nous montrons alors que les tolérances sur la correction des aberrations peuvent être abaissées et c'est ce montage que nous avons utilisé pour déceler la rugosité localement variable. Nous présentons au paragraphe IV.2 les résultats de ces expériences. Dans ce paragraphe nous abordons brièvement le second problème de la photographie "speckle" dans l'image : la condition sur les grandeurs relatives de la réponse percussionnelle et de la longueur de corrélation du profil. Dans le dernier paragraphe enfin nous donnons la précision et la gamme de nos mesures.

IV-1 : Rotation de l'objet:

Pour obtenir le même effet de variation de la phase entre les deux poses, il est possible de donner à l'objet une rotation identique $\delta\theta$, l'onde incidente reste alors fixe par rapport au banc d'optique. Le résultat quant à la visibilité des franges fonction de la rugosité RMS du profil de l'échantillon est le même dans ce cas; l'avantage majeur de ce montage (par rapport à celui avec variation de l'incidence de l'onde, qui sert de modèle théorique au chapitre I) est que peut être minimisé l'effet préjudiciable des aberrations du système optique, causé par la translation du "speckle" dans la pupille. Pour éviter alors un défaut de mise au point variable dans le champ pour la deuxième pose, qui induirait un déplacement du "speckle" dans le plan de la plaque photographique, on compense la rotation donnée à l'objet par la rotation de la plaque, ceci est possible dans notre montage, schématisé sur la figure IV-1, qui est un montage télécentrique de grandissement unité.

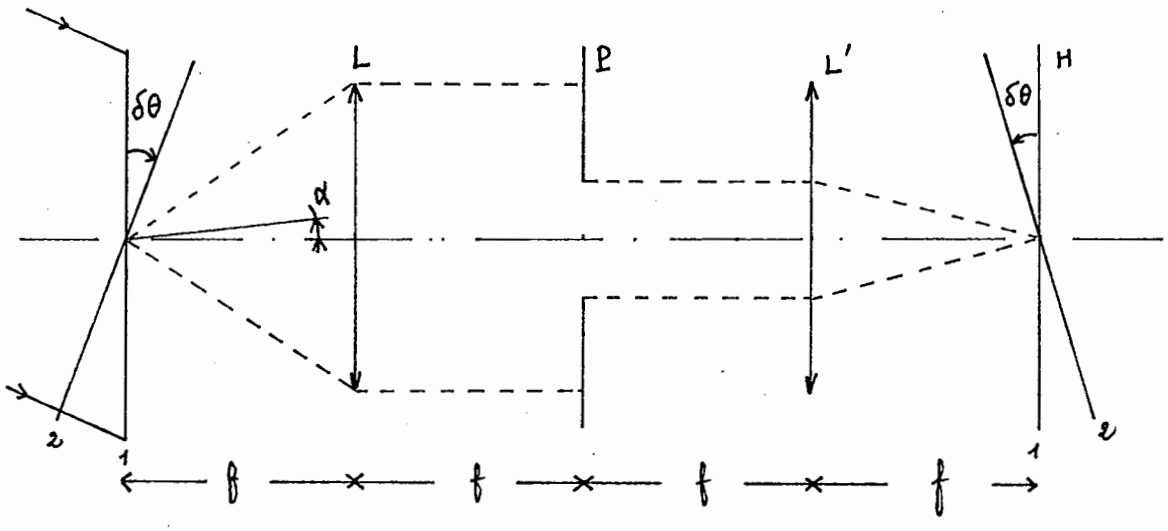


fig. IV.1 : rotation simultanée de l'objet et de la plaque photographique

Ce montage est surtout intéressant pour des surfaces diffusantes par transmission. Il suffit, en effet, dans ce cas de laisser fixes le banc d'optique et l'onde incidente. Dans le cas d'objets diffusants par réflexion, la réalisation de l'expérience pose plus de problèmes: on doit, en effet, compenser la rotation de l'onde diffusée dans la direction spéculaire par une rotation double de l'onde incidente; cette réalisation reste toutefois possible une fois cette dernière exigence remplie.

Pratiquement toutefois nous avons poursuivi l'expérience avec des diffuseurs transparents - verres dépolis - l'objet et la plaque photographique ont été montés sur de petites platines goniométriques. Entre les deux poses, l'objet et la plaque subissent une rotation de telle sorte que les points homologues dans la conjugaison restent les mêmes dans les deux poses; de plus, il est donné à la plaque le petit déplacement $\vec{z}_0$ qui créera des franges dans un montage classique de restitution, franges dont on déterminera la visibilité pour en déduire la rugosité RMS de notre échantillon.

Pour calculer le déphasage introduit par le profil diffusant de notre surface, on effectue un calcul semblable à celui du chapitre I. Les notations sont données sur la figure IV.2.

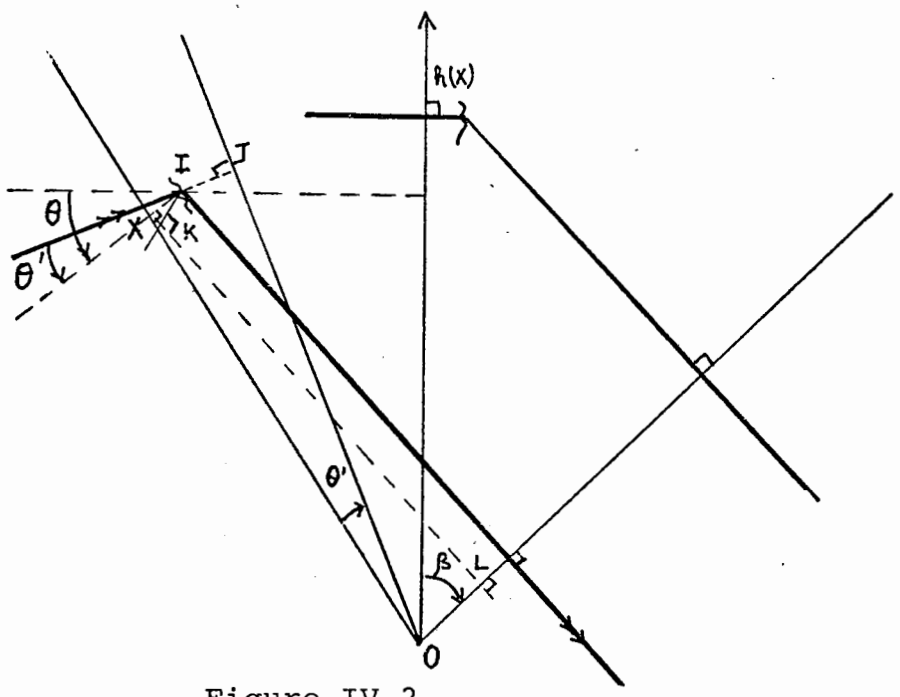


Figure IV.2

L'origine des phases est prise en O, centre de rotation de l'objet, d'où la différence de marche à l'abscisse X introduite par l'inclinaison de l'objet de θ , ce qui donnera dans le verre d'indice n, une incidence relative θ' (relié à par la loi de Descartes $n \sin\theta' = \sin\theta$ (IV.1)

est égale au chemin optique (IJ) parcouru dans le verre.

soit : $$\Delta_1 = [IJ] = -n\left[\sin\theta' \cdot X - h(X)\cos\theta'\right] \qquad \text{(IV.2)}$$

Or l'onde diffusée dans la direction β introduit de plus une différence de marche:

$$\Delta_2 = [KL] = X\sin(\theta+\beta) - h(X)\cos(\theta+\beta) \qquad \text{(IV.3)}$$

d'où la différence de marche totale s'écrit : $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$

soit:

$$\Delta = -n\left[\sin\theta' \cdot X - h(X)\cos\theta'\right] + X\sin(\theta+\beta) - h(X)\cos(\theta+\beta)$$

en tenant compte de (IV.1)

$$\Delta = -\sin\theta \cdot X + n \cdot h(X) \cdot \cos\theta' + X\sin(\theta+\beta) - h(X)\cos(\theta+\beta) \qquad \text{(IV.4)}$$

la fréquence spatiale observée sur la pupille P est définie par l'ouverture angulaire $\alpha = \theta+\beta$

d'où $$\Delta = -\sin\theta \cdot X + n \cdot h(X) \cdot \cos\theta' + X\sin\alpha - h(X)\cos\alpha \qquad \text{(IV.5)}$$

et l'amplitude complexe pour la première pose observée dans le plan de la pupille peut s'écrire :

$$\tilde{A}_1(u) = \int \exp\left\{-j\frac{2\pi}{\lambda} \cdot X \cdot \sin\theta\right\} \times \exp\left\{j\frac{2\pi}{\lambda} \cdot h(X)\left[n\cos\theta' - \cos\alpha\right]\right\} \times \exp\left\{j\frac{2\pi}{\lambda} \cdot X \cdot \sin\alpha\right\} \, dX \qquad \text{(IV.6.a)}$$

et pour la seconde pose θ devient $\theta + \delta\theta$ soit:

$$\tilde{A}_2(u) = \int \exp\left\{-j\frac{2\pi}{\lambda} \cdot X \cdot \sin(\theta+\delta\theta)\right\} \times \exp\left\{j\frac{2\pi}{\lambda} h(X)\left[n\cos(\theta'+\delta\theta') - \cos(\alpha+\delta\theta)\right]\right\} \times \exp\left\{j\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \sin(\alpha+\delta\theta) \cdot X\right\} \, dX \qquad \text{(IV.6.b)}$$

où $\delta\theta'$ est déduit de $\delta\theta$, rotation donnée à l'objet entre les deux poses par :

$$\sin(\theta+\delta\theta) = n \cdot \sin(\theta'+\delta\theta') \quad \text{soit} \quad \delta\theta' \approx \frac{\delta\theta}{n} \qquad \text{(IV.7)}$$

Le déplacement du "speckle" dans le plan de la pupille se déduit de la variation du coefficient du terme linéaire en X entre les deux poses; dans le cas de la rotation de l'objet il s'écrit:

$$\Delta u = \frac{\delta\theta}{\lambda} (\cos\alpha - \cos\theta) \qquad \text{(IV.8)}$$

Ce déplacement est donc variable car fonction de la variable angulaire .

Dans le cas de l'observationdes intensités dans le plan de la pupille on observe un cercle de déplacement nul du "speckle" dans le plan de la pupille (réf.IV.1). Dans le cas de notre expérience, la pupille est matérialisée par un petit diaphragme circulaire si bien que α peut être considéré comme peu différent de 0.

$$\text{d'où} \quad \Delta u = \frac{\delta\theta}{\lambda} (1 - \cos\theta) \qquad \text{(IV.9)}$$

Ce déplacement tend donc vers 0 lorsqu'on opère en incidence normale: le système est pratiquement insensible aux aberrations. Cependant nous travaillons en incidence oblique pour des raisons de sensibilité de la méthode pour la détermination de la rugosité. Pour des valeurs de l'incidence comprises entre 20° et 30°, le déplacement est encore de l'ordre de 10 fois inférieur à celui dans le cas de la variation d'incidence entre les deux poses.

Du point de vue pratique les tolérances à donner sur la correction du système optique sont donc moins strictes si bien que deux objectifs CLAIRAULT de focale 160 mm ont été utilisés pour la réalisation de l'expérience.Pour l'expérience avec variation d'incidence de l'onde nous l'avons vu au chapitre III pour une ouverture de 1/20 la tolérance exigée sur la correction de l'aberration sphérique est $\lambda/4$ (respectivement $\lambda/20$ pour la coma); ceci si on ramène ces tolérances à l'ouverture

matérielle des objectifs soit 1/5. Pour le montage décrit dans ce paragraphe, ces tolérances peuvent être ramenées pour une incidence initiale $\theta = 30°$ à λ pour l'aberration sphérique et à $\lambda/5$ pour la coma.
Pour avoir des résultats concordants, obtenus dans les mêmes conditions, il est souhaitable de donner aux franges restituées dans le montage de FOURIER un pas constant; le nombre de franges optimum est de l'ordre de la dizaine par moitié de halo ce qui impose un déplacement fixe z_0 entre les deux poses. Toutefois nous pouvons avoir un déplacement parasite du "speckle" image qui vient s'ajouter à z_0 . Nous en avons vu un tel effet possible au chapitre précédent; la présence d'une aberration sphérique forte était la cause d'un déplacement du "speckle". C'est ici le mauvais positionnement des axes de rotation qui provoque une translation parasite. Ceux-ci doivent être rigoureusement perpendiculaires à l'axe optique du montage et respectivement dans le plan de la surface diffusante et de l'émulsion. Sinon, on le conçoit aisément, il s'introduit des déplacements du "speckle" qu'on met en évidence en observant des franges dans le plan de Fourier de la plaque développée alors qu'aucun déplacement z_0 n'a été donné. Les platines goniométriques sont donc rigidement fixées au banc optique pour que les axes de celles-ci soient perpendiculaires à l'axe du système; l'objet et l'émulsion sont mis en place avec beaucoup de soin sur celles-ci (point-trait-plan).

C'est ce montage avec rotation simultanée de l'objet et de la plaque photographique qui sera utilisé pour donner les résultats du paragraphe IV.3 pour l'étude des surfaces à rugosité localement variable.

Remarquons que dans notre cas l'hypothèse d'une ouverture faible est vérifiée si bien que peut être supposé constant le déplacement du "speckle" dans le plan de la pupille P (IV.9). La décorrélation systématique introduite alors qui entraine une baisse de visibilité dans le rapport surface commune aux deux pupilles de chacune des deux poses sur l'aire de la pupille peut être éliminée par le déplacement correspondant du diaphragme qui la matérialise.

Cependant dans ce montage ce déplacement a été minimisé de telle sorte que pratiquement il n'a pas été nécessaire d'effectuer la compensation.

IV-2. Détermination de la rugosité.

Nous voulons déterminer la rugosité d'un objet diffusant. La formule de visibilité des franges fonction du RMS σ est $\exp -\left(\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\sigma\cdot\sin\theta\cdot\delta\theta\right)^2$ où θ est l'incidence de l'onde et $\delta\theta$ la rotation donnée entre les deux poses soit par variation de l'incidence, soit par rotation de l'objet. Cette formule a été expérimentalement vérifiée par LEGER (IV.2) et les résultats de cette méthode coincident bien en utilisant des étalons de rugosités (rugotests) avec les données du constructeur.

Rappelons les déroulements de l'expérience pour y apporter quelques compléments pratiques:

Une onde plane cohérente de longueur d'onde issue d'un laser He-Ne – λ = 6328 Å - éclaire une surface diffusante sous l'incidence θ .

Un système optique télécentrique effectue l'image de la surface diffusante et enregistre sur une plaque photographique haute résolution (AGFA 10E 75 ou KODAK 649 F) la lumière diffusée. On effectue deux enregistrements du "speckle" en ayant donné entre les deux poses une légère rotation $\delta\theta$ appropriée à la rugosité de la surface et un petit déplacement z_0 . La plaque développée est mise dans un montage de restitution et dans le halo - autocorrélation de la pupille d'enregistrement - on observe des franges d'interférence dont on mesure la visibilité à l'aide d'un photomultiplicateur . Le P.M. est diaphragmé par une petite fente placée exactement dans le plan de FOURIER, parallèle aux franges; cet ensemble est alors monté sur une platine de translation associée à un petit moteur qui permet de faire balayer le halo diffusé. Le P.M. est relié à une table traçante qui imprime l'intensité diffractée par la plaque. De cette intensité en déduit la visibilité des franges. Nous avons vu au chapitre III que cette visibilité déduite de l'enregistrement des franges est affectée par diverses sources d'erreurs. En effet la lumière parasite de l'ordre central -

cause de bruit - et les aberrations du système d'enregistrement perturbe nos mesures. La visibilité sera donc calculée sur la deuxième frange du halo à mi-distance entre le centre et le maximum de décorrélation apportée par l'aberration sphérique comme on l'a vu en III.1.2.b.
En raison de diverses causes d'erreur (bruit, lumière parasite ...) on n'a jamais mesuré une visibilité égale à 1 même dans le cas d'un seul déplacement z_0 entre les deux enregistrements. La valeur mesurée dans ce dernier cas est prise alors comme référence de visibilité unité.

IV.2.a: résultats:

Nous avons jusqu'à présent étudié un seul des problèmes posés par la photographie de "speckle" dans l'image de l'objet diffusant, c'est-à-dire l'influence des aberrations du système optique; nous avons vu la perturbation que celles-ci apportent sur la visibilité des franges d'interférence. Une deuxième condition doit aussi être satisfaite à savoir que la réponse percussionnelle de l'instrument à l'enregistrement soit grande comparée à la longueur de corrélation du profil. Cette condition doit être impérieusement satisfaite dans tout type d'expérience dans l'image de l'objet diffusant que ce soit avec variation de longueur d'onde entre les deux poses, que ce soit avec une rotation $\delta\theta$, qui peut être donnée à l'incidence ou au couple objet-plaque photographique. Expérimentalement en effet on observe que la rugositén'intervient pas sur la visibilité des franges et que celles-ci gardent un contraste unité: et nous faisons alors l'hypothèse que l'aire de corrélation du profil est alors plus grande que la tache de diffraction du système optique qui a servi à l'enregistrement. Nous avons donc naturellement développé l'expérience en faisant varier la réponse percussionnelle pour déduire dela visibilité des franges la valeur réelle de la rugosité RMS de la surface. Nous avons tout d'abord la possibilité de fermer la pupille; opération qui ne peut être que limitée: nous ne pouvons en effet accepter un trop petit halo restitué et déjà pour la correction du système optique nous avons été contraints à n'avoir qu'une faible ouverture de l'ordre de 1/20. L'autre possibilité est de garder constante

cette ouverture et de donner un léger défaut de mise au point, qui, nous l'avons vu, n'introduit pas de décorrélation, ni ne modifie la taille du halo et du "speckle". Le défaut de mise au point introduit seulement une contribution d'une plus grande aire de l'objet en un point de "speckle" de la plaque photographique.
Ces considérations nous imposeront alors la borne supérieure de notre gamme de mesure de la rugosité, car il existe un lien entre rugosité et longueur de corrélation. En effet le défaut de mise au point ne peut être que limité, la définition de l'image devenant très mauvaise. Nous nous sommes donc limités à des défauts de mise au point de 10 mm pour une ouverture de 9/160 donnant alors une tache de diffraction de diamètre d'environ 500 microns.

Les résultats expérimentaux sont donnés sur la figure IV.3. On observe bien que dans le plan de mise au point la visibilité des franges n'est pas affectée par la rugosité RMS du profil. Cette visibilité décroit lorsqu'on augmente le diamètre de la tache de diffusion en donnant un défaut de mise au point ε pour arriver à un palier qui correspond à la valeur théorique et à celle qui peut être obtenue expérimentalement à distance finie.

Si on change le diamètre de la pupille (fig. IV.3-a) et que l'on détermine la courbe de visibilité pour un même objet et une même rotation $\delta\theta$, la valeur du palier est la même et la largeur de ces courbes est inversement proportionnelle à l'ouverture du système d'enregistrement.

D'autre part, (IV-3-b) si on trace les courbes pour un même objet et ceci pour deux rotations différentes, les valeurs des paliers correspondants concordent avec la formule de visibilité fonction du RMS et de $\delta\theta$; les paliers sont atteints à la même abscisse.

Enfin (IV-3-c) si on détermine les courbes sous les mêmes conditions expérimentales pour deux objets différents, ces courbes sont caractéristiques du profil de l'échantillon.

Le palier permet d'atteindre la rugosité RMS, la largeur de la courbe donne une idée sur la longueur de corrélation du profil. De ces courbes on déduit que les deux objets ont

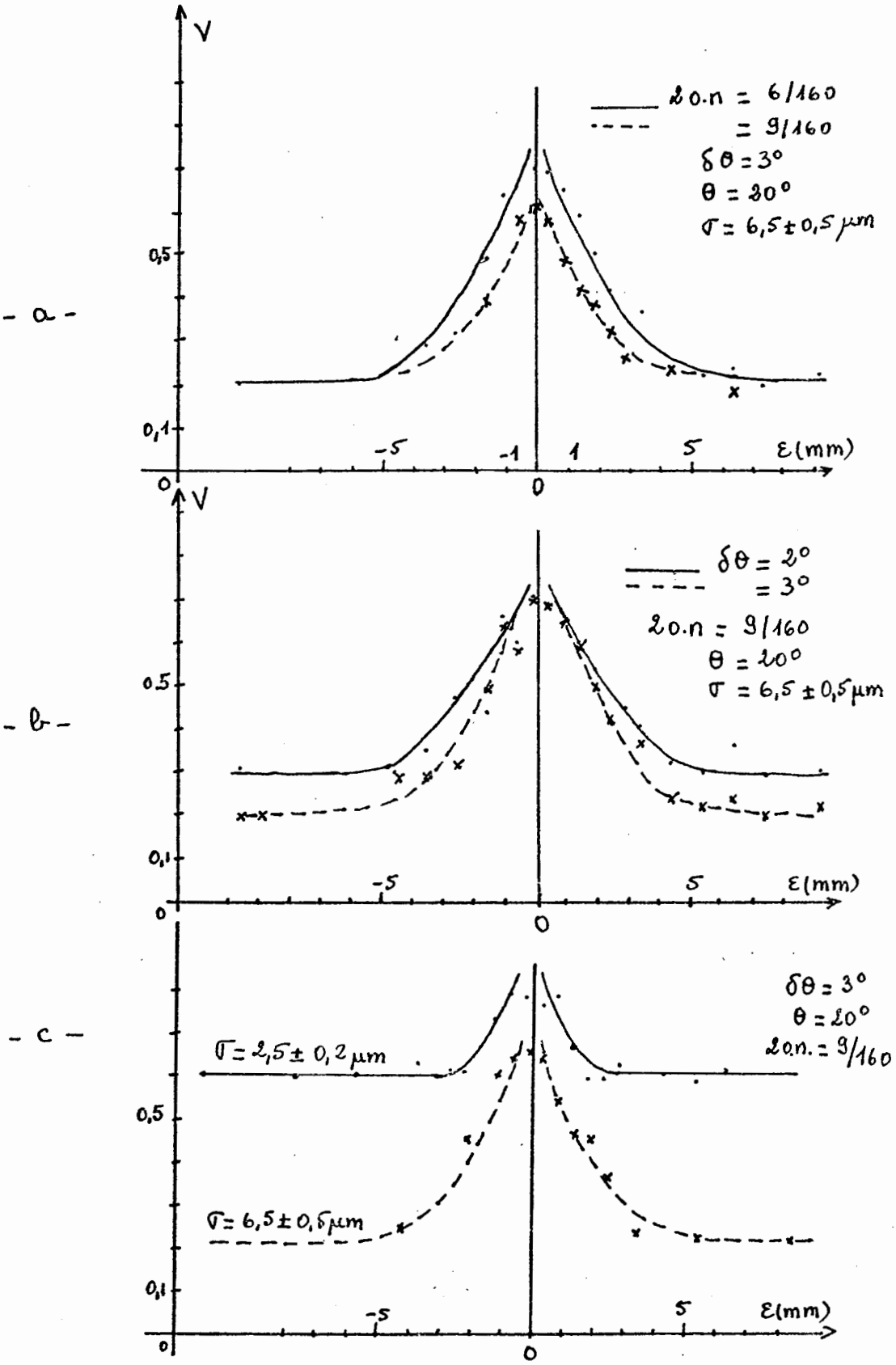

- a -
V
2o.n = 6/160
= 9/160
δθ = 3°
θ = 30°
σ = 6,5 ± 0,5 μm
0,5
0,1
0
-5
-1
1
5
ε(mm)
0
- b -
V
δθ = 2°
= 3°
2o.n = 9/160
θ = 20°
σ = 6,5 ± 0,5 μm
0,5
0,1
0
-5
5
ε(mm)
0
- c -
δθ = 3°
θ = 20°
2o.n. = 9/160
σ = 2,5 ± 0,2 μm
σ = 6,5 ± 0,5 μm
0,5
0,1
0
-5
5
ε(mm)
0

fig. IV.3

des rugosités de 6,5 ± 0,5 et respectivement 2,5 ± 0,2 Le diamètre de la tache qui permet d'atteindre le palier est d'environ 250 à 300 pour l'objet le plus rugueux et de 100 à 120 pour l'autre profil.

Cette méthode permet donc:

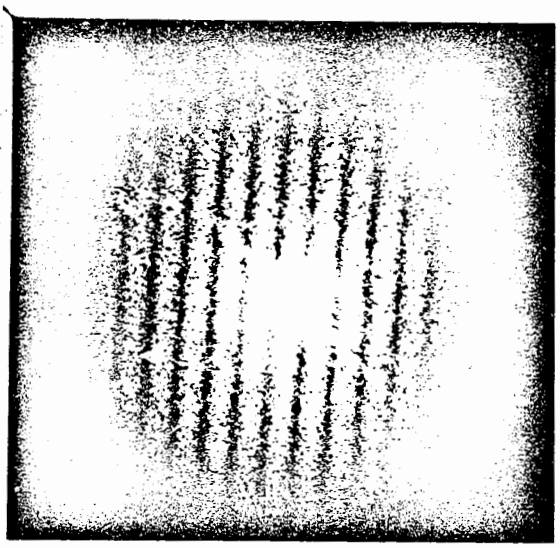
- par la hauteur du palier de connaitre la rugosité RMS.
- de la forme des courbes de visibilité en fonction du diamètre de la réponse percussionnelle d'avoir une approche sur la connaissance de la fonction de corrélation du profil de la surface diffusante.

Dans la suite de ce travail nous nous sommes limités à la seule détermination du RMS et des remarques faites ci-dessus nous déduisons qu'il faut augmenter la tache de diffusion par un défaut de mise au point. Le problème théorique d'un lien entre ces résultats et la fonction de corrélation n'a pas été traité, il pourrait cependant être développé pour différents types d'objets usinés.

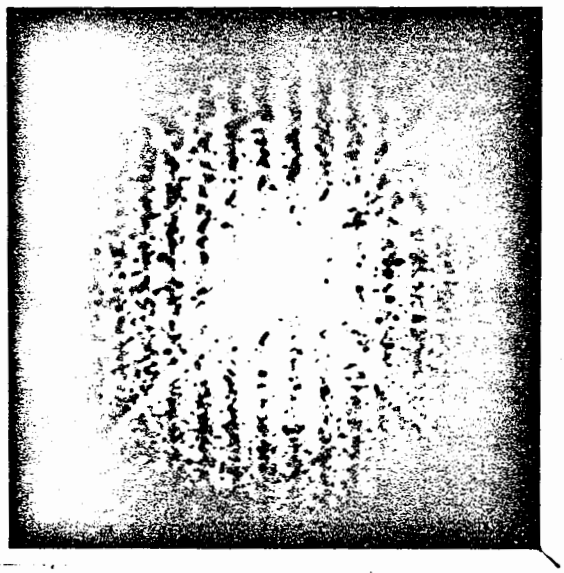
Ces conclusions ont été confirmés sur un objet constitué de quatre diffuseurs collés par la tranche représentant un objet à quatre rugosités différentes. Les clichés de la figure IV.4 ont été obtenus par "filtrage à distance finie" dont le principe a été donné au § I.3.3.

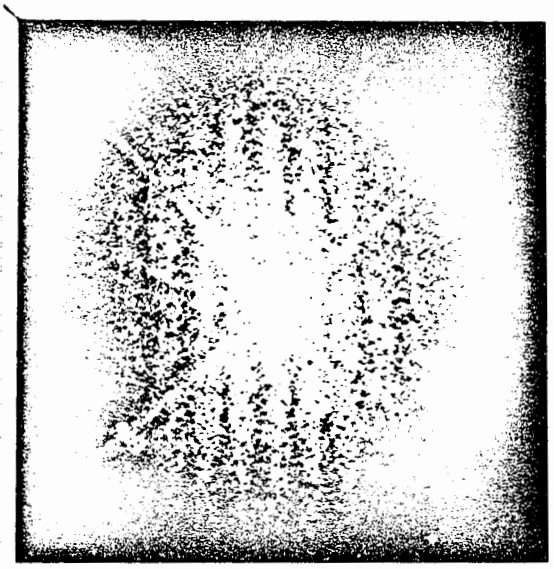
Dans le plan de mise au point les franges restent de visibilité constante unité sur les quatre plages et ceci quelle que soit la rotation $\delta\theta$ donnée entre les deux enregistrments. On observe hors du plan de mise au point (ε = 8 mm, ouverture $2\alpha_0 = 9/160$) des variations nettes en fonction de la rugosité, ce qui est bien en accord avec les remarques faites précédemment. Ce défaut de mise au point de 8 mm, permet d'atteindre pour les quatre objets le palier et donc les valeurs réelles de la rugosité.

$\delta\theta = 0$

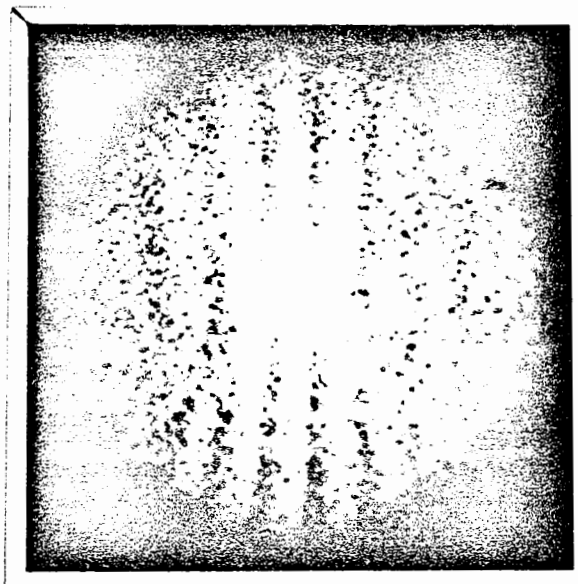


$\delta\theta = 1°$





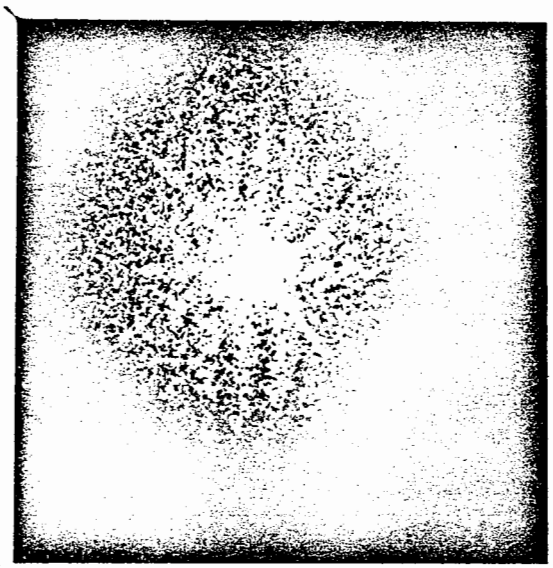
$\delta\theta = 2°$



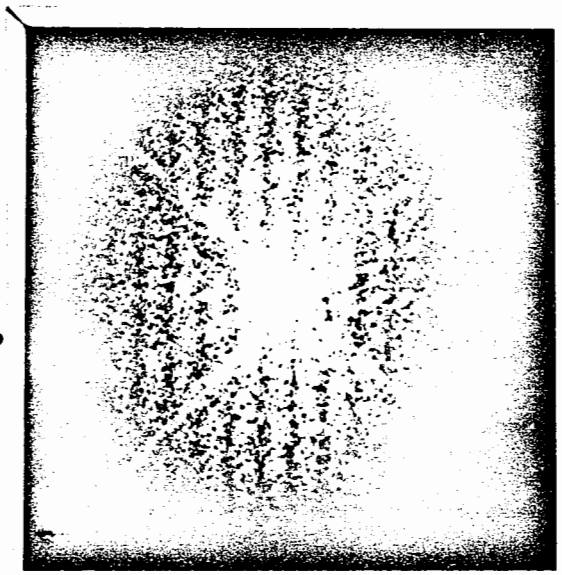
$\varepsilon = 0$

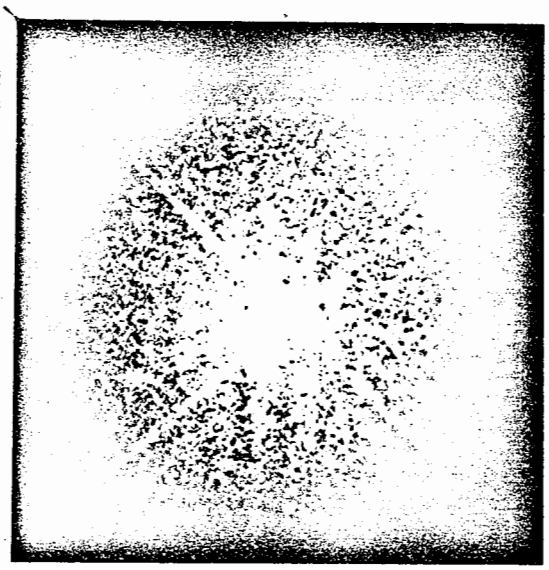
$\varepsilon = 8$ mm

$\delta\theta = 3°$



$\delta\theta = 5°$





$\varepsilon = 0$

$\varepsilon = 8\ mm$

Fig. IV.4

La mesure de visibilité a été faite par filtrage sur la plaque photographique (§ 1.3.1), dont on déduit les valeurs respectives de la rugosité correspondante des quatre plages:
$\sigma_1 = 6,1 \pm 0,6 \mu m$; $\sigma_2 = 5,1 \pm 0,6 \mu m$; $\sigma_3 = 2,7 \pm 0,3 \mu m$; $\sigma_4 = 2,1 \pm 0,3 \mu m$.

IV.2.b : Précision et gamme de mesure.

L'erreur absolue ΔV sur le calcul de V est la même quelle que soit la valeur de la visibilité elle peut être estimée pratiquement en effectuant un grand nombre de mesures pour une même surface échantillon, une même incidence θ, et une même rotation $\delta\theta$. ΔV est :

$$\Delta V = 0{,}05 \qquad \text{(IV.10)}$$

On suppose que la détermination de $\delta\theta$ est faite avec une erreur négligeable, ce qui est vrai pour les grandes rotations de 1° à 5°. La précision sur la mesure de la rugosité RMS ne dépend alors que de la précision avec laquelle a pu être calculée la visibilité des franges; elle est déduite de la formule reliant visibilité et RMS:

de $V = \exp -\left(\frac{2\pi}{\lambda}.\sigma.\sin\theta.\delta\theta\right)^2$

on obtient $\frac{\Delta V}{V} = 2\,\mathrm{Log}\frac{1}{V}.\frac{\Delta\sigma}{\sigma}$

soit $$\frac{\Delta\sigma}{\sigma} = \frac{1}{2}\,\frac{1}{\mathrm{Log}\frac{1}{V}}.\frac{\Delta V}{V} \qquad \text{(IV.11)}$$

L'erreur absolue ΔV sur V est constante donnée par (IV.10) et pour déterminer une rugosité inconnue σ, la précision optimale sera obtenue pour :

$$V = 1/e \qquad \text{(IV.12)}$$

En pratique nous obtiendrons des résultats sur la rugosité avec une précision de l'ordre de 10% si les franges ont une visibilité comprise entre 0,3 et 0,6.
Ce qui est conforme à ce que LEGER a consigné dans sa thèse (IV.2).

Nous avons développé cette expérience pour observer la rugosité localement variable d'un objet diffusant. Seul le montage de restitution des franges - filtrage sur la plaque photographique (cf. § I.3.1) permet de calculer avec la précision indiquée ci-dessus, la rugosité.

Cependant si l'on veut observer visuellement (cf. fig. IV.4) les variations éventuelles de la rugosité on peut utiliser le principe indiqué au § I.3.3.
Dans ce paragraphe on a vu la dimension minimale détectable d'une zone de rugosité différente est grosso-modo d'une frange. Cette méthode visuelle nous permet de séparer deux zones de différente rugosité si la visibilité des franges correspondantes diffère d'au moins 0,1.
Des variations plus fines de la rugosité rappelons le, ne pourront être déterminées que par un filtrage point par point de la plaque photographique, mais cette méthode de filtrage est souvent suffisante pour déceler des zones qui ont une rugosité différante d'environ un micron et ceci pour une rugosité moyenne de 5 microns.

En tenant compte des remarques faites sur la précision des mesures, seules des surfaces qui donneront des franges dont la visibilité est comprise entre 0,3 et 0,6 pourront être étudiées efficacement.

Pour les faibles rugosités , il est donc nécessaire d'augmenter l'incidence initiale : la sensibilité à la rugosité est alors augmentée en effet pour $\theta = 30°$

$$\sin\theta \cdot \delta\theta \sim 5.10^{-2}$$

et $\theta = 0°$ $\quad \frac{\delta\theta^2}{2} \sim 5.10^{-3}$

ce qui dans l'expression de la visiblité $\exp -\left(\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\sigma.\sin\theta.\delta\theta\right)^2$ pourl'incidence θ , et $\exp -\left(\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\sigma.\frac{\delta\theta^2}{2}\right)^2$ pour l'incidence nulle) multiplie le coefficient de σ par 10. Si nous restions en incidence normale - ce qui serait favorable pour les aberrations du système optique à l'enregistrement, car nous avons vu que l'effet de celles-ci serait alors négligeable - seules des rugosités supérieures à 10 microns seraient mesurables, ce qui enleverait tout intérêt à la

méthode exposée ici; le fait d'avoir une incidence oblique cependant limitée à une trentaine de degrés pour des problèmes d'ombres, de réflexions multiples - supposées négligeables dont le calcul de la formule de visibilité - nous permet de baisser le seuil de rugosité détectable au micron qui sera la borne inférieure de notre gamme de mesure.
Pour une rugosité de 1 micron et pour une incidence $\theta = 30°$ la rotation $\delta\theta$ à donner entre les deux poses doit être égale à 6° pour obtenir une chute de visibilité de 1 à 0,6 et justement cette valeur de 6° est un maximum pour la rotation $\delta\theta$ pour que la relation entre V et σ reste applicable - et c'est pour cette valeur de $\delta\theta$ que l'on a obtenu les tolérances sur les aberrations.

Quant à la borne supérieure de notre gamme de mesure, la limitation provient du fait que nous effectuons une image de notre échantillon. En effet en chaque point de la plaque photographique ne contribue au "speckle" qu'une petite zone de l'objet, centrée dans l'image paraxiale, de la grandeur de la tache de diffraction du système optique. Les résultats du paragraphe précédent le montrent - dans le cas réel avec une tache de diffraction suffisamment petite la rugosité n'introduit aucune décorrélation des "speckles" enregistrés successivement sur la plaque photographique et la visibilité des franges est alors unité; il est nécessaire d'augmenter cette tache de diffraction. La borne supérieure dans notre expérience est d'environ 10 microns.
Au contraire dans l'expérience avec enregistrement des "speckles" à distance finie, où il n'y a aucune limitation dans le calcul théorique, la borne supérieure est fixée arbitrairement à une trentaine de microns.

Notre gamme de mesure est donc :

$$[1 - 10\,\mu m] \qquad \text{(IV.13)}$$

Remarquons que pour les rugosités importantes il doit être tenu compte de la précision avec laquelle est effectuée la rotation $\delta\theta$ qui n'est plus par exemple que d'une trentaine

de minutes d'arc pour une rugosité de 10 μm et une incidence initiale de 30 degrés. Il est aussi possible de diminuer l'incidence initiale, si les différentes rugosités constituant l'objet ont été lors d'une expérience préliminaire trouvées dans la partie supérieure de notre gamme, pour augmenter la rotation $\delta\theta$ à donner entre les deux poses.

IV.3 - CONCLUSION-

Notre travail avait pour but l'application de l'interférométrie "speckle" en vue de déterminer la rugosité d'un objet diffusant; les variations entre les deux poses de l'incidence de l'onde relative à l'objet induit des variations dans la structure microscopique du "speckle" enregistré que l'on peut mettre en évidence en effectuant deux enregistrements décalés sur une même plaque photographique. Cette décorrélation se traduit alors par une baisse de visibilité des franges d'interférence obtenues lorsqu'on effectue l'analyse spectrale de la plaque photographique. Cette visibilité est alors déterminée et peut être reliée à la rugosité RMS de l'échantillon. Pour mettre en évidence des variations locales quant à l'état de surface de l'échantillon nous avons enregistré le "speckle" dans l'image du diffuseur. Nous avons été donc amenés à décrire et discuter les différents types de filtrage; filtrage à distance finie qui donne une méthode visuelle pour localiser les plages de rugosités différentes, échantillonage de la plaque photographique et observation dans le plan de FOURIER des franges d'interférence dont on détermine le contraste.

De la formule de visibilité exprimée au chapitre I, on déduit la rugosité RMS de la plage échantillonée de l'objet.

Cette expression de la visibilité convient dans le cas de l'enregistrement du "speckle" dans l'image en supposant deux conditions réalisées :

- Un système optique parfait.
- Une tache de diffraction grande comparée à la longueur de corrélation du profil.

Nous avons étudié en détail au chapitre III la première condition. Nous avons montré l'effet des aberrations sur la forme, le pas et la visibilité des franges reconstituées. Nous avons enfin donné les tolérances sur la

correction des aberrations du système optique utilisé à l'enregistrement.
Nous avons ensuite décrit un autre montage permettant de minimiser l'effet des aberrations, ce qui nous permet alors d'utiliser des lentilles CLAIRAULT pour réaliser le système télécentrique. La réalisation mécanique de ce montage est cependant plus délicate, les axes de rotation de l'objet et de l'image doivent être rigoureusement fixés. Le principe de la détermination de la rugosité est le même, en effet l'incidence de l'onde sur l'objet varie entre les poses; ce montage a été finalement retenu pour donner les résultats sur la rugosité.

En ce qui concerne la deuxième condition nous n'avons effectué qu'une approche expérimentale au terme de laquelle nous avons constaté que nous devions impérieusement augmenter la réponse percussionnelle du système optique, augmentation que nous avons réalisé en donnant un défaut de mise au point systématique. Les résultats que nous avons obtenus nous donnent la possibilité d'accéder à la valeur de la rugosité RMS et il peut etre envisagé d'obtenir des informations sur la fonction de corrélation du profil dans une étape ultérieure qui comporterait une étude théorique délicate.

Pour terminer nous évoquerons une autre utilisation de notre montage: tracé interférométrique des lignes de niveau sur un objet non plan (IV.3). Pour ce faire nous enregistrons deux images de l'objet en ayant tourné l'onde incidente de ε entre les deux poses (cf fig. IV.5)
Supposons qu'on peut, dans un premier temps, négliger les effets de décorrélation dûs à la rugosité de l'objet.
La rotation ε induit à la distance h d'un point d'abscisse x de la surface de l'objet au plan conjugué de la plaque photographique H une translation du "speckle" de $d(x) = h(x) \cdot \varepsilon$. L'intensité dans le plan de Fourier de M s'écrit $\cos^2 ud(x)$. Par filtrage dans le plan de FOURIER on fixe la fréquence spatiale u_0 et en reconstituant l'image

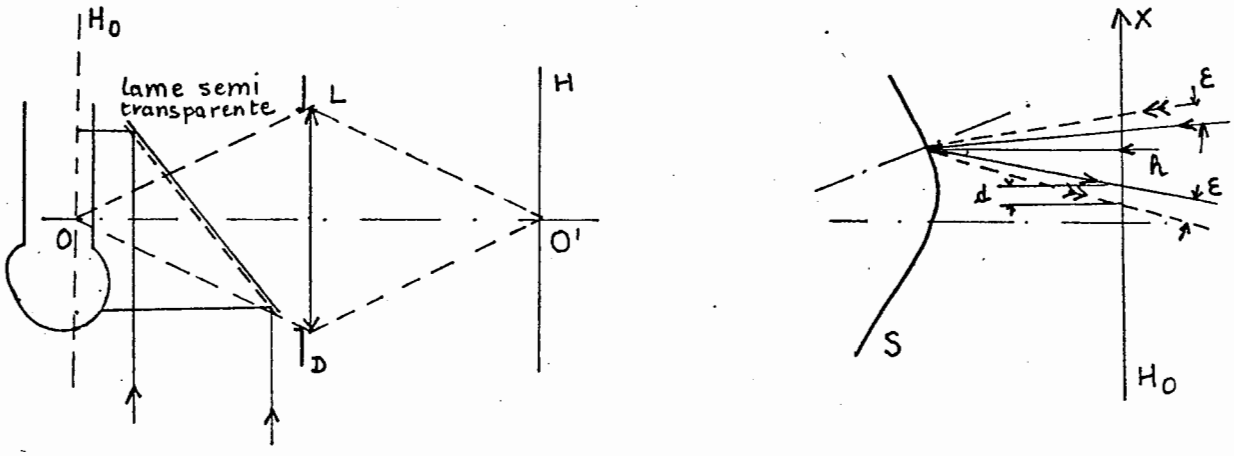
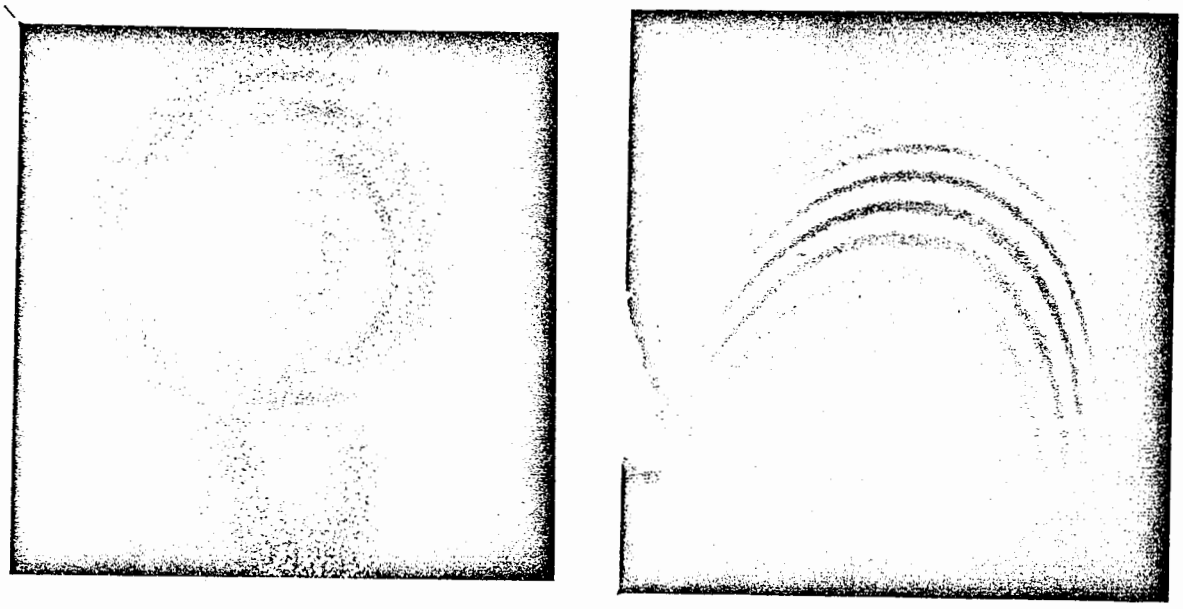


fig. IV.5

---

on observe des franges qui dessinent les courbes d'intersection de l'objet avec une série de plans parallèles. (on a une frange brillante pour $d(x) = \frac{k}{\mu_0}$ où k est entier). Les résultats obtenus pour une sphère et un cylindre sont donnés sur la figure IV.6 . Remarquons que pour améliorer le filtrage on peut effectuer trois poses de l'objet comme il l'a été dit au §I.3.2. D'autre part on observe sur ces clichés que la meilleure visibilité des franges est obtenue dans le plan de mise au point et décroit si on s'éloigne de celui-ci, décorrélation due à la rugosité. Ces résultats nous permettent donc d'envisager dans les conditions à préciser, une extension de l'étude de la rugosité à des objets non plans.



-a- -b-

fig. IV.6

-a- sphère de rayon 10 cm $\varepsilon = 10'$
-b- cylindre horizontal incliné de diamètre 26 mm
3 expositions $\varepsilon = 10'$ $(u_0, v_0 = 9/120,0)$

REFERENCES DU CHAPITRE IV

(IV.1) J.A. MENDEZ et M.L. ROBLIN

Variation du "speckle" en présence d'une rotation de l'objet diffusant.

Opt. Commun. 15 (1975) pp. 226-230

(IV.2) D. LEGER

Deux méthodes de mesure par corrélation de "speckle"

Thèse, Univ. ORSAY pp. 31-36

(IV.3) T. EL DESSOUKI, M. MENU, M.L. ROBLIN

Détermination des lignes de niveau par double photographie en lumière cohérente.

Opt. Commun. 22 (1977) pp. 307-311

et aussi

Michel MENU et Marie-Louise ROBLIN

Décorrélation produite dans l'image d'un objet diffusant par une rotation de l'onde incidente - Application à l'étude des états de surface.

Communication faite à Strasbourg.
Congrès européen d'optique appliquée à la métrologie 26-28 octobre 1977.

BIBLIOGRAPHIE GENERALE:

J.C. DAINTY ed.

Laser Speckle and Related phenomena

Springer Verlag BERLIN (1975)

particulièrement :

J.W. GOODMAN: Statistical Properties of laser Speckle Patterns.

Compte rendu des journées organisées par le G.A.M.I (groupement pour l'Avancement de la Mécanique Industrielle) 14-15 Mars 1977

"Metrologie et aptitudes fonctionnelles des états de surface microgéométriques".

particulièrement :

J. PERRAT: Critères usuels de caractérisation et appareillages de mesures.

M. FRANÇON : Granularité laser-speckle- Applications en optique.

(Masson, Paris 1978

S. LOWENTHAL et M. ARSENAULT

Image formation fo coherent diffuse objects: Statistical Properties

J. O. S. A. 60 (1970) pp. 1478-1483

TABLE DES MATIERES.

INTRODUCTION:.....page 1

CHAPITRE I: principe de la mesure de la rugosité par corrélation de deux "speckles" obtenus dans l'image de l'objet diffusant échantillon:.....page I.1

I-1: Rappel de définitions concernant les états de surface:..... I.1

I-2: Expériences réalisées par interférométrie-"speckle":..... I.3

I-2.1: Détermination de la rugosité σ à l'aide d'une variation $\delta\theta$ de l'incidence entre les deux poses:..... I.5

I-2.2: Détermination de la rugosité RMS dans l'image de l'objet diffusant, variation de la longueur d'onde:..... I.6

I-2.3: Variation de la longueur d'onde à distance finie:..... I.7

I-3: Principe retenu de l'expérience et différents modes de filtrage:..... I.8

I-3.1: Filtrage sur la plaque photographique:..... I.9

I-3.2: Filtrage dans le plan de FOURIER, Montage à double diffraction:..... I.11

I-3.3: Filtrage à distance finie:.... I.14

I-4: Calcul de la visibilité des franges obtenues dans le plan de FOURIER de la plaque photographique quand l'onde a tourné de $\delta\theta$ entre les deux poses: I.18

I-4.1: Notations, hypothèses:..... I.18

I-4.2: Compensation du déplacement du "speckle" dans la pupille:.... I.21

I-4.3: Calcul de l'amplitude dans le plan de la pupille P:..... I.22

I-4.4 : Expression de la visibilité des franges en fonction de la rugosité RMS et la rotation de l'onde I.32

REFERENCES du chapitre I :..... I.32

CHAPITRE II : Interférométrie holographique des aberrations du système optique ..... page II.1

II.1 : Une seule pose II.2

II-1-1 : Interprétation holographique II.2

II-1-2 : Interférence des deux pupilles reconstituées II.9

II.2 : Interférométrie différentielle holographique permettant de mettre en évidence les aberrations du système optique II.12

II-2-1 : test de RONCHI II.13

II-2-2 : Interférométrie différentielle, les pupilles directes et conjuguées sont séparées II.16

II.3 : Interférométrie différentielle superposition des quatre ondes II.22

REFERENCES du chapitre II II.29

CHAPITRE III : Etude théorique et expérimentale de l'influence des aberrations sur les franges d'interférence produites par l'enregistrement de deux "speckles" dans l'image d'un objet diffusant .....page III.1

III.1 : Translation uniforme du "speckle" dans la pupille du système optique III.2

III-1-1 : comparaison des amplitudes complexes du plan de la pupille: effets de translation variable dans l'image III.4

III-1-2 : Influence des facteurs de phase de degré supérieur en u' et v' III.10

III.1-2-a : Influence de la coma seule sur la visibilité des franges d'interférence:..... III.15

III.1-2-b: Influence de l'aberration sphérique, tolérance sur la correction de cette aberration..... III.18

III.2 : Déplacement quelconque du "speckle" dans la pupille..... III.24

REFERENCES du chapitre III..... III.26

III.A.1 : Appendice 1 : Calcul de Fm, valeur moyenne de F dû à l'aberration sphérique seule sur l'aire d'intégration III.27

III.A.2 : Appendice 2 : Calcul de $\overline{\Delta F^2}$ dispersion moyenne de F sur l'aire d'intégration autour de sa valeur moyenne Fm III.30

CHAPITRE IV : Détermination de la rugosité. Problèmes posés par la réalisation expérimentale et résultats. page IV.1

IV-1 : Rotation de l'objet..... IV.2

IV.2 : Détermination de la rugosité IV.7

IV-2-a : résultats IV.8

IV-2-b : précision et gamme de mesure IV.15

IV-3 : Conclusion IV.19

REFERENCES DU CHAPITRE IV IV.23

BIBLIOGRAPHIE GENERALE .....

TABLE DES MATIERES .....

-:-:-:-:-