

École doctorale n°432 : Science des Métiers de l'Ingénieur

Doctorat ParisTech

T H È S E

pour obtenir le grade de docteur délivré par

l'École nationale supérieure des mines de Paris

Spécialité « Science et Génie des Matériaux »

présentée et soutenue publiquement par

Lingtao SUN

le 04 mai 2012

**Étude numérique de l'amorçage et de la propagation
de fissures de fretting**

Directeur de thèse : **Georges GAILLETAUD**

Co-encadrement de la thèse : **Henry PROUDHON**

Jury

Mme. Sylvie POMMIER, Professeur, L.M.T. Cachan

Mme. Véronique DOQUET, Directeur de Recherche CNRS, L.M.S. École Polytechnique

Mme. Marie-Christine BAIETTO, Directeur de Recherche CNRS, LaMCoS INSA Lyon

M. Siegfried FOUVRY, Directeur de Recherche CNRS, LTDS École Centrale de Lyon

M. Jean MERIAUX, Ingénieur de Recherche, Snecma Villaroche

M. Georges CAILLETAUD, Professeur, MINES ParisTech

M. Henry PROUDHON, Chargé de Recherche CNRS, MINES ParisTech

Mme. Claude ROBIN, Professeur, Mines de Douai

Présidente

Rapporteur

Rapporteur

Examineur

Examineur

Examineur

Examineur

Invité

A mes parents

Remerciements

Et voilà, c'est le moment où l'on se rappelle tout ce que ces dernières années ont représenté, bien au-delà de la recherche elle-même. Durant ces dernières années, j'ai eu la chance de vivre dans une ambiance agréable et d'être entourées par les personnes sympathiques et adorables. Je tiens ici à remercier toutes ces personnes croisées au cours de cette période.

J'adresse tout d'abord mes remerciements à Georges Gailletaud, mon directeur de thèse qui a accepté de me confier ce travail de recherche, pour son aide et ses précieux conseils au cours de toutes ces années. Georges, merci également d'avoir partagé ton expérience très riche de la mécanique et ton enthousiasme.

J'exprime ensuite ma très sincère reconnaissance à Henry Proudhon, mon tuteur de thèse, pour sa patience, son encouragement, son dynamisme et sa confiance. Merci de m'avoir suivi et guidé tout au long de ces trois années (et demi). Je te dois beaucoup dans la réussite de cette thèse.

Je tiens ensuite à adresser mes remerciements à l'ensemble des membres du jury pour le temps qu'ils ont accordé à la relecture du manuscrit. Je remercie Véronique Doquet et Marie-Christine Baietto d'avoir accepté d'être rapporteurs, ainsi que Sylvie Pommier, Siegfried Fouvry, Jean Mériaux et Claude Robin, en tant qu'examineurs. Leur rapports et la séance de questions m'ont permis de prendre encore plus de recul sur le travail réalisé et de garder l'esprit critique nécessaire à tout bon chercheur.

Ce travail de thèse s'inscrit dans le cadre du projet INNOLUB en collaboration avec SNECMA. Je tiens donc à remercier Juan-Antonio Ruiz-Sabariago et Jean Mériaux pour les discussions que nous avons pu avoir ainsi que pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail.

Je voudrais souligner la qualité de l'environnement de recherche au Centre des Matériaux qui m'a permis d'évoluer au près de chercheurs formidables. Merci à André Pineau pour avoir partagé avec moi quelques unes de ses expériences de recherche. Merci à Samuel Forest pour son enthousiasme indéfectible qui va sûrement m'influencer dans ma vie future.

Je tiens également à remercier les différentes personnes du CdM qui m'ont beaucoup aidé pendant ces trois ans. Merci à Grégory Sainte-Luce et Olivier Delhomme pour leur soutien informatique. Merci à toute équipe administrative du CdM notamment Konaly pour ton aide sur les problèmes administratifs. Merci

aussi à toute équipe VAL surtout Djamel Missoum, pour ton aide précieuse sur Zébulon.

Je réserve tout particulièrement mes remerciement le plus chaleureux à ces quelques personnes sans la présence desquelles ces années de thèse auraient été, sans doute, moins agréables – la «bande de choc» (comme dit Florine) : Aurélie, merci de me laisser découvrir le Nom de famille le plus long (eh, il y a Lucien aussi), Florine, Thomas et sa Camionnette, Pierre-François, Grégory, et Laurent (Patrik plutôt); Beaux hommes dans le B108 : Yoann, Kais, Benoit, Florent et Victor; équipe chinoise : Huaidong, Minghao, Li Jia, Han Xu et Shen Yang; équipe internationale : Vlad, Konstantin, Jarmila, Bahram, Joao, Thilo, Prajwal; équipe de foot : George, Nicolas, Julian, Guillaume, Matthieu, Fred. . .

Enfin, je remercie très tendrement mes parents et ma copine Li, qui m'ont constamment encouragé durant cette période et qui m'ont toujours apporté un grand réconfort.

Table des matières

Introduction	1
1 Bibliographie	3
1.1 Fretting	4
1.1.1 Présentation générale	4
1.1.2 Configurations de contact	5
1.1.3 Régimes de fretting	6
1.1.4 Endommagement de fretting	9
1.1.4.1 Amorçage de fissure sous chargement de fretting .	10
1.1.4.2 Propagation de fissure sous chargement de fretting	11
1.2 Modélisation de l'amorçage des fissures de fretting à l'aide d'un critère de fatigue multiaxial	12
1.2.1 Introduction et mécanisme général	12
1.2.2 Critères de fatigue multiaxiale	15
1.2.2.1 Critères d'endurance illimitée	15
1.2.2.2 Critère de fatigue oligocyclique	17
1.3 Modélisation de la propagation de fissure	19
1.3.1 Méthodes de description d'une fissure dans un milieu continu	19
1.3.2 Mécanique de la rupture	20
1.3.2.1 Modes de fissuration	21
1.3.2.2 Facteur d'intensité de contraintes	21
1.3.2.3 Loi de Paris	23
1.3.3 Critère de propagation des fissures	25
1.3.3.1 Chargement proportionnel	26
1.3.3.2 Chargement non proportionnel	28
1.3.4 Propagation des fissures courtes	29
1.3.4.1 Quelques modèles existant pour rendre compte de l'interaction des fissures courtes avec la mi- crostructure	30

2	Étude de l'amorçage de fissure sous chargement de fretting	37
2.1	Modélisation numérique de l'amorçage des fissures de fretting . . .	38
2.1.1	Comportement du matériau	38
2.1.2	Critère d'évaluation du risque d'amorçage	40
2.1.3	Caractérisation de l'état de contrainte et de déformation en glissement partiel	42
2.2	Estimation du risque d'amorçage de fissure de fretting tenant compte de la plasticité et de différentes solution palliatives	46
2.2.1	Modèle éléments finis	46
2.2.2	Simulation numérique du fretting intégrant les traitements de surface et la plasticité	50
2.2.3	Analyse des effets de la contrainte moyenne, de la plasticité et des contraintes résiduelles	56
2.2.3.1	Effet de la contrainte moyenne	56
2.2.3.2	Plasticité	57
2.2.3.3	Effet des contraintes résiduelles	63
3	Estimation de l'amorçage dans l'essai technologique SNECMA	65
3.1	Essai technologique	66
3.1.1	Contexte industriel de l'essai	66
3.1.2	Processus d'essai	67
3.1.3	Résultats expérimentaux	68
3.2	Simulation numérique	69
3.2.1	Simulation globale	69
3.2.2	Simulation de zoom structural	72
3.2.3	Prise en compte de l'effet d'échelle	74
4	Propagation de fissure de fretting dans un agrégat polycristallin	79
4.1	Établissement du modèle de propagation	80
4.1.1	Modélisation de la microstructure	80
4.1.1.1	Microstructure du TA6V	80
4.1.1.2	Génération de la microstructure	82
4.1.1.3	Lois de plasticité cristalline	83
4.1.2	Etude en déformation plane généralisée (2.5D)	86
4.1.3	Principe du modèle de propagation de fissure	87

4.1.3.1	Détermination de la direction de propagation . . .	87
4.1.3.2	Orientation des plans de glissement en 2D	89
4.1.3.3	Calcul de la vitesse locale de propagation	90
4.2	Application du modèle de propagation	91
4.2.1	Détails de la modélisation	92
4.2.2	Résultat et discussion	94
4.3	Confrontation du modèle avec des essais expérimentaux de fretting	99
4.3.1	Essai Cylindre/Plan	100
4.3.2	Essai Poinçon/Plan	103
4.3.3	Discussion	106
Conclusion et perspectives		109
A Mécanique du contact pour un modèle cylindre plan		111
B Angles d'Euler et le matrice de passage		113
Bibliographie		115

Table des figures

1.1	Configurations différentes de contact.	6
1.2	Boucle de fretting entre la force tangentielle et le déplacement oscillatoire : (a) adhérence ; (b) glissement partiel ; (c) glissement total.	7
1.3	Carte de fretting et carte de la réponse du matériau [Fouvry 00a].	8
1.4	Critère de transition de la condition de glissement [Fouvry 97]. . .	9
1.5	Représentation schématique de la courbe de Wöhler avec la séparation des différents domaines de fatigue.	13
1.6	Représentation schématique de la plastification pour (a) la fatigue oligocyclique et (b) la fatigue d'endurance illimitée.	14
1.7	Représentation graphique du domaine de rupture prévu par le critère de Crossland.	17
1.8	Représentation schématique des trois modes de rupture : (a) mode d'ouverture ; (b) mode de cisaillement plan ; (c) mode de cisaillement antiplan.	21
1.9	Fissure en mode I dans une plaque infinie, définition du système de coordonnées en front de fissure.	22
1.10	Évolution schématique de la vitesse de fissuration en fatigue en fonction du facteur d'intensité des contraintes [Proudhon 05a]. . .	24
1.11	Représentation schématique des dislocations dans un milieu élastique infini soumis à un cisaillement uniforme.	31
1.12	Représentation schématique de la propagation de fissure dans un grain [Edwards 94b].	33
1.13	Représentation schématique de l'évolution de la zone plastique au cours de la propagation d'une fissure courte, (a) glissement équilibré ; (b) glissement bloqué ; (c) glissement propagé [Tanaka 86].	34
1.14	Schématisation de la propagation cristallographique d'une fissure le long des plans de glissement [Proudhon 05a].	35

2.1	(a) Réponse mécanique du Ti-6Al-4V illustrée par la simulation d'un essai uniaxial de traction-compression non symétrique. (b) Évolution de la déformation plastique de rochet en fonction de la contrainte moyenne.	40
2.2	Représentation schématique dans un modèle Cylindre/Plan du front de glissement lors d'un essai de fretting en glissement partiel.	43
2.3	Évolution du front de glissement et du cisaillement de surface au cours d'un cycle de fretting en glissement partiel ($\nu = 0.29$, $\mu = 0.8$, $k = c/a = 0.5$).	44
2.4	Représentation schématique de la théorie de superposition de Mindlin ($\nu = 0.29$, $\mu = 0.8$, $k = c/a = 0.5$ et $k' = c'/a = 0.8$). . . .	45
2.5	Modèle 2D cylindre/plan du calcul par éléments finis montrant les différentes tailles d'élément dans la zone de contact (une taille de $20\mu m$ a été retenue pour les simulations qui suivront).	47
2.6	Comparaison entre simulations par éléments finis et résultat analytique pour un essai d'indentation. σ_{yy} est tracée dans le plan, sur l'axe de symétrie du système ($x = 0$, $y < 0$) (cf. FIG. 2.5). . .	48
2.7	État des contraintes au cours du cycle de fretting et la distribution de la contrainte effective évaluée par TOS le long de la surface de contact.	49
2.8	Comparaison entre le résultat EF et le résultat analytique des contraintes et des déviateurs le long de la surface (pour $k' = 1$). .	50
2.9	Système cylindre/plan représentatif du contact aube/disque. . . .	51
2.10	Distribution des contraintes résiduelles dans le disque et les aubes en fonction de la profondeur. La ligne continue représente la fonction appliquée dans le calcul EF.	52
2.11	Comportement du matériau de revêtement illustré par la simulation d'un essai uniaxial de traction-compression non symétrique. .	53
2.12	Champ des contraintes effectives TOS normalisé dans le plan pour les différents cas considérés : la densité des couleurs représente le risque d'amorçage.	55
2.13	Comparaison des contraintes effectives TOS le long de la surface de contact dans les différents cas étudiés.	56

2.14	a) Évolution des contraintes effectives TOS au cours des 100 cycles calculés, avec un comportement élastique et un comportement élasto-plastique. b) Évolution de la trace moyenne et de la durée de vie dans le cas élastoplastique, à la position critique d'amorçage.	57
2.15	Localisation de la position critique d'amorçage et du point de déformation plastique maximale.	58
2.16	(a) Évolution de la déformation plastique à la position pour laquelle la contrainte effective de TOS est la plus grande. (b) Évolution de l'amplitude de la déformation plastique de rochet à la position pour laquelle la contrainte effective de TOS est la plus grande. (c) Évolution de la déformation plastique à la position pour laquelle la déformation plastique cumulée est la plus grande. (d) Évolution de l'amplitude de la déformation plastique de rochet à la position pour laquelle la déformation plastique cumulée est la plus grande.	59
2.17	Évolution de la réponse contrainte-déformation de matériau au cours des 100 cycles de fretting.	60
2.18	Réponses mécaniques du matériau illustrées par la simulation d'un essai de traction-compression non symétrique de 10000 cycles en utilisant : (a) l'écrouissage classique de Armstrong-Frederic, (b) un écrouissage cinématique à seuil.	61
2.19	(a) Évolution de la déformation plastique à la position pour laquelle la contrainte effective de TOS est la plus grande. (b) Évolution de l'amplitude de la déformation plastique de rochet à la position pour laquelle la contrainte effective de TOS est la plus grande. (c) Évolution de la déformation plastique à la position pour laquelle la déformation plastique cumulée est la plus grande. (d) Évolution de l'amplitude de la déformation plastique de rochet à la position pour laquelle la déformation plastique cumulée est la plus grande.	62
2.20	Durées de vie estimées en utilisant les deux modèles d'écrouissage.	63
2.21	Simulation avec introduction des contraintes résiduelles. (a) Évolution de la contrainte effective de TOS au cours des cycles. (b) Évolution de la durée de vie estimée au cours des cycles.	63

3.1	(a) Ensemble aube-disque du premier étage d'un turboréacteur ; (b) Origine des sollicitations de fretting du contact aube-disque [Gallego 07].	66
3.2	Photographie du montage expérimental de l'essai technologique à SNECMA Villaroche.	67
3.3	(a). Structure de fixation (rouge) et de bridage (ressort) dans l'es- sai technologique ; (b). Condition de charge.	68
3.4	Vision recto-verso d'une éprouvette (dent de disque) cassée sous chargement de fretting.	69
3.5	Modèle éléments finis de l'essai technologique, les parties rouges représentent les pieds d'aube et la partie jaune représente une dent de disque.	70
3.6	(a) Distribution de la contrainte von Mises dans l'éprouvette «dent de disque». (b) Distribution du champ de la contrainte effective TOS. (c) Distribution de la durée de vie à amorçage, exprimée en valeur logarithmique.	71
3.7	Image du modèle éléments finis de la simulation zoom structural et sa position par rapport au modèle global.	73
3.8	Comparaison des résultats de simulation zoom structural et de simulation globale.	74
3.9	Principe de moyenne des contraintes et des déformations dans un volume sphérique de rayon r [Proudhon 05a].	75
3.10	Changement de la zone glissante et gradient de contrainte en fonction de la pression du contact (modèle cylindre/plan) [Proudhon 05a].	75
3.11	Distribution de la contrainte effective de TOS à la surface de contact du disque (sortie de portée vers la gauche, centre du contact vers la droite).	77
3.12	(a) Effet de moyennation sur la contrainte effective calculée. (b) Effet de moyennation sur la durée de vie d'amorçage prédite. . . .	77
4.1	Microstructure duplex du TA6V [Mériaux 10a].	80
4.2	Disposition des atomes et mailles élémentaires des structures cris- tallines : (a) Structure cubique centrée, (b) Structure hexagonale compacte [Dorlot 86].	81

4.3	Les quatre étapes de la création de l'agrégat polycristallin : a) dimensionnement de l'agrégat ; b) positionnement des germes des grains ; c) génération des polygones de Voronoï ; d) application des paramètres caractéristiques à chaque grain [Proudhon 05a].	82
4.4	(a) Schéma de la méthode de détermination de la direction de propagation au niveau du joint des grains. (b) Exemple des glissements des systèmes cristallographiques dans le Grain 2 sur le demi-cercle.	88
4.5	Représentation d'un cristal hexagonal dans un système cartésien. .	89
4.6	Schéma des déplacements CTOD et CTSD au bout de la fissure. .	91
4.7	(a) Vue générale du maillage et conditions aux limites. (b) Zoom sur l'agrégat de 250 grains implanté dans la zone de contact. (c) Anisotropie du matériau représentée par le champ des contraintes de von Mises à l'instant $t = 1$	92
4.8	Schéma de la méthodologie de simulation au sein d'un grain. . . .	93
4.9	Schéma de l'avancée de fissure dans un grain.	94
4.10	Localisation de la fissure et état des contraintes équivalentes de von Mises quand δ atteint sa valeur maximale.	95
4.11	Chemin de fissuration dans les trois premiers grains et activité des systèmes de glissement au niveau du joint de grains.	96
4.12	Vitesse de propagation et évolution de CTSD en fonction de la longueur de fissure.	97
4.13	Durée de vie estimée par la simulation.	98
4.14	(a). Évolution cyclique de CTSD et de CTOD ; (b). Évolution des amplitudes de CTSD et CTOD au cours des cycles pour une longueur de fissure définie ($217\mu m$).	99
4.15	Chemin de fissuration et état des contraintes équivalentes de von Mises quand δ atteint sa valeur maximale (modèle cylindre/plan). .	100
4.16	Vitesse de la propagation et l'évolution de $\Delta CTSD$ en fonction de la longueur de fissure (modèle cylindre/plan).	101
4.17	Comparaison des résultats de simulation avec ceux d'essai expérimental pour le modèle cylindre/plan.	102
4.18	Chemin de fissuration et état des contraintes équivalentes de von Mises quand δ atteint sa valeur maximale (modèle poinçon/plan). .	103

4.19	Vitesse de la propagation et l'évolution de $\Delta CTSD$ en fonction de la longueur de fissure (modèle poinçon/plan).	104
4.20	Comparaison des résultats de simulation avec ceux d'essai expérimental pour le modèle poinçon/plan.	105
4.21	(a). Évolution cyclique de CTSD et de CTOD; (b). Évolution des amplitudes de CTSD et CTOD au cours des cycles pour une longueur de fissure définie.	106
A.1	Illustration du contact cylindre plan	111
B.1	Définition des trois angles d'Euler φ_1 , Φ , et φ_2	113

Liste des tableaux

2.1	Lois de comportement macroscopique	38
2.2	Paramètres du modèle pour le TA6V	39
2.3	Paramètres du critère de TOS utilisés pour le matériau Ti-6Al-4V	42
2.4	Paramètres du modèle analytique dans le cas élastique	48
2.5	Contraintes effectives maximales et durées de vie estimées à l'aide du critère TOS dans les différents cas étudiés.	54
3.1	Nombre de cycles à amorçage identifié par les essais technologiques.	69
4.1	Lois de comportement du modèle monocristal	84
4.2	Paramètres du modèle de plasticité cristalline	85
4.3	Coefficients du tenseur des modules d'élasticité (élasticité ortho- trope)	85
4.4	Définition des plans de glissements de la maille hexagonale dans un système cartésien.	90
4.5	Grains traversés par la fissure dans la simulation de la géométrie cylindre/plan.	101
4.6	Grains traversés par la fissure dans la simulation de la géométrie poinçon/plan.	104

Introduction

Dans le domaine aéronautique pendant le fonctionnement d'un turboréacteur, la liaison aube-disque est soumise à un chargement complexe composé par une forte pression et un mouvement relatif oscillatoire, ce qui fait appel au domaine du fretting fatigue. L'apparition du phénomène de fretting réduit la résistance en fatigue des structures et engendre des dégradations qui sous différentes formes (usure, rupture) peuvent conduire à une perte de fonctionnalité. Afin d'assurer la fiabilité des turboréacteurs, la prédiction de la durée de vie sous chargement de fretting au niveau de la liaison aube-disque représente un enjeu important.

Cette thèse, en collaboration avec le motoriste aéronautique SNECMA dans le cadre du projet INNOLUB, se focalise sur l'endommagement par rupture des liaisons aubes-disque de la soufflante des turboréacteur. L'objectif de la thèse est double :

- Prédire la durée de vie à l'amorçage des fissures de fretting avec prise en compte des traitements de surface (revêtement, grenaillage, etc).
- Étudier numériquement la propagation des fissures sous le contact avec prise en compte de l'influence de la microstructure.

Ce mémoire de thèse est organisé de façon suivante. Le chapitre 1 présente une synthèse bibliographique concernant l'amorçage et la propagation de fissure causée par le phénomène de fretting. Dans la partie «*amorçage*», on présente plusieurs critères de fatigue multiaxiale, qui sont souvent utilisés pour la prédiction de la durée de vie à l'amorçage de fissure sous chargement de fretting. Dans la partie «*propagation*», on présente brièvement les connaissances nécessaires en mécanique de la rupture pour étudier la propagation de fissure aux échelles pertinentes pour notre étude.

Le chapitre 2 est consacré à l'étude de l'amorçage de fissures sous chargement de fretting. Un modèle numérique à deux dimensions est établi et utilisé pour prédire la position et la durée de vie de l'amorçage de fissure en tenant compte des différentes méthodes palliatives. Ensuite, nous analyserons les résultats des simulations et discuterons en détail l'effet de la contrainte moyenne, de la plasticité et des éventuelles contraintes résiduelles. Dans ce chapitre, pour des besoins de confidentialité, certaines courbes ont été normalisées.

Dans le chapitre 3, on présente l'application à trois dimensions du modèle d'amorçage décrit dans le chapitre 2. L'essai technologique expérimental dédié à l'étude de ce phénomène et mis au point par SNECMA est ainsi reproduit de façon numérique.

Le chapitre 4 est consacré à l'étude numérique de la micro-propagation des fissures sous chargement de fretting, avec prise en compte de l'effet de la micro-structure polycristalline du matériau. Une confrontation entre les calculs numériques et des essais expérimentaux réalisés au LTDS dans le cadre d'une thèse précédente, est réalisée.

Pour finir, une conclusion générale ainsi que les perspectives seront formulées.

Bibliographie

Ce travail de thèse consiste à étudier l'endommagement des pièces industrielles sous un chargement de fretting, et plus précisément le problème d'amorçage et de propagation de fissure prématurée causée par le fretting. Dans ce premier chapitre, on présente l'état de l'art concernant le sujet. Les connaissances scientifiques sur le phénomène de fretting seront présentées dans un premier temps. Ensuite, on présentera successivement l'amorçage et la propagation de fissure sous chargement de fretting. Dans la partie «amorçage», plusieurs critères de la fatigue multiaxiale vont être discutés. Dans la partie «propagation», on présentera brièvement les connaissances nécessaires en mécanique de la rupture pour étudier la propagation de fissure à différentes échelles.

Sommaire

1.1 Fretting	4
1.1.1 Présentation générale	4
1.1.2 Configurations de contact	5
1.1.3 Régimes de fretting	6
1.1.4 Endommagement de fretting	9
1.2 Modélisation de l'amorçage des fissures de fretting à l'aide d'un critère de fatigue multiaxial	12
1.2.1 Introduction et mécanisme général	12
1.2.2 Critères de fatigue multiaxiale	15
1.3 Modélisation de la propagation de fissure	19
1.3.1 Méthodes de description d'une fissure dans un milieu continu	19
1.3.2 Mécanique de la rupture	20
1.3.3 Critère de propagation des fissures	25
1.3.4 Propagation des fissures courtes	29

1.1 Fretting

1.1.1 Présentation générale

L'endommagement par usure et par amorçage précoce de fissures de fatigue est souvent constaté dans des applications industrielles telles que le roulement, le contact entre les aubes et le disque d'une machine tournante, les connections électriques, le condenseur de chaudière, et aussi dans le domaine biomédical, à la jointure mécanique d'une prothèse par exemple. Cet endommagement est généralement dû à un phénomène de fretting qui se produit lorsqu'il y a deux surfaces solides soumises simultanément à une pression de contact et à un mouvement relatif oscillatoire de faible amplitude.

Constaté pour la première fois par Eden *et al.* [Eden 11], qui s'intéressent aux débris d'oxydes de fer dans un contact homogène entre une éprouvette de fatigue et un mors, ce phénomène a été largement étudié par la suite. J. R. McDowell montre la diminution de la limite d'endurance à cause du fretting [McDowell 53], Vingsbo *et al.* proposent les concepts de cartes de fretting [Vingsbo 88], Vincent *et al.* distinguent ensuite les régimes de fretting [Vincent 92]. La recherche dans ce domaine, d'abord essentiellement expérimentale, se tourne aujourd'hui vers la modélisation numérique.

La recherche expérimentale est une méthode efficace. Elle permet de caractériser de façon directe, dans le problème de fretting, les influences de différents facteurs tels que l'amplitude du déplacement relatif, la pression, le coefficient de frottement, l'état de surface, la fréquence de sollicitation [Fouvry 96, Proudhon 05b, Munoz 06]. L'équipe de Fu, Rahman et Golden a étudié l'effet du revêtement sous chargement de fretting [Fu 00, Golden 07a, Rahman 11]. L'équipe de Chan et Golden se concentre sur l'étude des contraintes résiduelles sous chargement de fretting [Chan 10, Golden 07a, Golden 07b]. Mais une étude complète et synthétique de l'effet du revêtement, des contraintes résiduelles et de la plasticité du matériau sous chargement de fretting reste à faire. Les études purement expérimentales présentent quelques désavantages importants, les essais sont en général très longs, nombreux et destructifs, donc au final très coûteux. Cette constatation nous mènera au premier objectif de cette thèse : établir un modèle numérique permettant d'évaluer les effets de différents traitements de surface et de plasticité sous chargement de fretting.

Du côté numérique, grâce au développement récent des outils de modélisation, le problème de contact, le problème de plasticité et le problème de fissuration peuvent être résolus par l'analyse numérique. Dans ce contexte, de plus en plus de chercheurs essaient de comprendre mieux le fretting en utilisant la modélisation numérique. Madge *et al.* ont étudié l'usure et l'initiation de fissure de fretting par la méthode des éléments finis (FEM) [Madge 08]. Afin de modéliser la propagation d'une fissure de fretting, Fadag *et al.* ont utilisé la FEM classique [Fadag 08], par contre Giner *et al.* ont utilisé la méthode des éléments finis étendus (X-FEM) [Giner 08]. Alors que ce travail ne considère pas l'influence de la microstructure, les recherches de Goh *et al.* introduisent l'étude de plasticité cristalline dans le problème de fretting [Goh 06b, Goh 06a, Goh 03]. Dans les travaux de Zhang [Zhang 09a, Zhang 09b] et Dick [Dick 08], la microstructure des matériaux a été considérée, ils ont étudié l'influence de fretting sur l'évolution de la plastification. Par contre l'influence de la microstructure sur la propagation d'une fissure courte dans le problème de fretting n'a toujours pas été étudiée à l'heure actuelle. Ceci met en lumière l'autre objectif de cette thèse : modéliser la propagation d'une fissure courte de fretting en rendant compte de l'influence de la microstructure.

1.1.2 Configurations de contact

Le problème de fretting est d'abord un problème de contact. La géométrie des deux corps antagonistes intervient dans la redistribution des contraintes et influence leur endommagement. Les contacts réels industriels comportent des formes très complexes et sont souvent difficile à reproduire dans les essais de laboratoire. Pour étudier les mécanismes mis en jeu dans ces problèmes de contact, on utilise des géométries simplifiées. On distingue donc classiquement (cf. FIG. 1.1) :

- le contact plan/plan ;
- le contact cylindre/plan ;
- le contact sphère/plan.

La configuration plan/plan présente une discontinuité de la distribution de contrainte en bordure de contact, ce qui est défavorable pour l'analyse mécanique. Pour cette raison, les configurations cylindre/plan et sphère/plan sont donc souvent préférées. En fait, le contact sphère/plan est privilégié dans l'étude de l'usure et le contact cylindre/plan est souvent utilisé pour l'étude de la fissuration et l'analyse numérique en raison de son caractère plan.

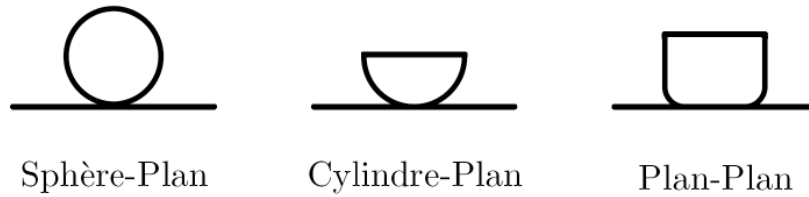


FIGURE 1.1 – Configurations différentes de contact.

1.1.3 Régimes de fretting

Trois régimes principaux de fretting existent en fonction de la pression normale et l'amplitude de déplacement :

Régime de glissement partiel (RGP) , qui a lieu sous une pression élevée avec une amplitude de déplacement faible (cf. FIG. 1.3 RGP). La zone de contact est composée d'une zone collée et une zone glissante. En général pour ce régime, le cycle de fretting, dans le plan force tangentielle - déplacement, présente une forme elliptique alors qu'il ne présente qu'une simple droite quand toute la zone de contact est idéalement collée (cf. FIG. 1.2 a et b). L'apparition de cette boucle d'hystérésis est due à la fois au glissement local et à la déformation plastique du matériau. Dans ce régime, la valeur absolue de la force tangentielle maximale imposée Q^* est toujours inférieure au produit de l'effort normal par le coefficient de frottement ($|Q^*| < \mu P$). Ce régime est connu par provoquer notamment l'apparition de fissures.

Régime de glissement total (RGT) , lorsque l'on augmente le déplacement δ pour une pression de contact donnée, la taille de la zone collée diminue progressivement. Lorsque celle-ci devient nulle, les deux surfaces glissent l'une par rapport à l'autre et on dit que l'on se trouve en régime de glissement total (cf. FIG. 1.3 RGT). Au cours du cycle, la valeur absolue de la force tangentielle maximale peut être calculée grâce à la loi de Coulomb en multipliant l'effort normal par le coefficient de frottement ($|Q^*| = \mu P$) et le cycle de fretting dans le plan force tangentielle - déplacement représente une forme qui se rapproche d'un parallélogramme (cf. FIG. 1.2 c). Dans ce régime, l'amplitude de la force tangentielle est quasiment indépendante de l'amplitude du déplacement imposé.

Ce régime est connu par donner lieu à l'usure des surfaces en contact.

Régime de glissement mixte (RGM) , qui se situe entre le régime de glissement partiel et le régime de glissement total. La dégradation observée est une combinaison entre la fissuration et l'usure (cf. FIG. 1.3 RGM).

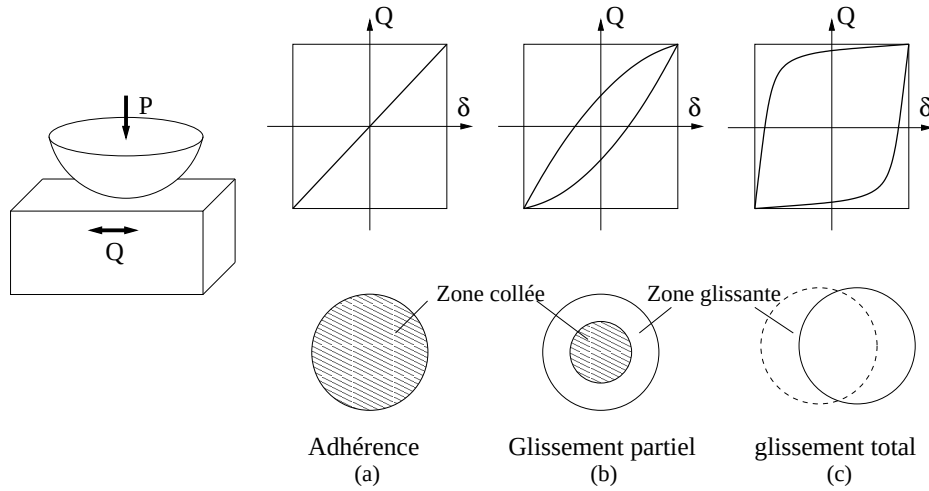


FIGURE 1.2 – Boucle de fretting entre la force tangentielle et le déplacement oscillatoire : (a) adhérence ; (b) glissement partiel ; (c) glissement total.

Pour tous les régimes de fretting, l'énergie dissipée au cours du cycle correspond à l'aire de la boucle de fretting dans le plan $Q(\delta)$. Cette dissipation est souvent provoquée par les mécanismes comme : enlèvement de matière, apparition des fissures, élévation de température, déformation plastique, etc.

Pendant longtemps, la détermination de la condition de glissement en fretting a fait appel à l'observation. Comme on l'a vu dans un plan force tangentielle - déplacement ($Q - \delta$), une forme elliptique est associée au glissement partiel, et une forme plus « carrée » à celui de glissement total. Il s'agit donc d'un moyen qualitatif mais dépendant de l'observateur. Ceci est particulièrement vrai surtout à proximité de la transition. En espérant identifier les conditions de glissement quantitativement, Fouvry formalise trois critères, d'après des solutions analytiques du contact sphère - plan en glissement partiel [Fouvry 95, Fouvry 97] (cf. FIG. 1.4) :

- un critère énergétique A , lié à l'énergie dissipée par le contact ;
- un critère d'ouverture du cycle B ;

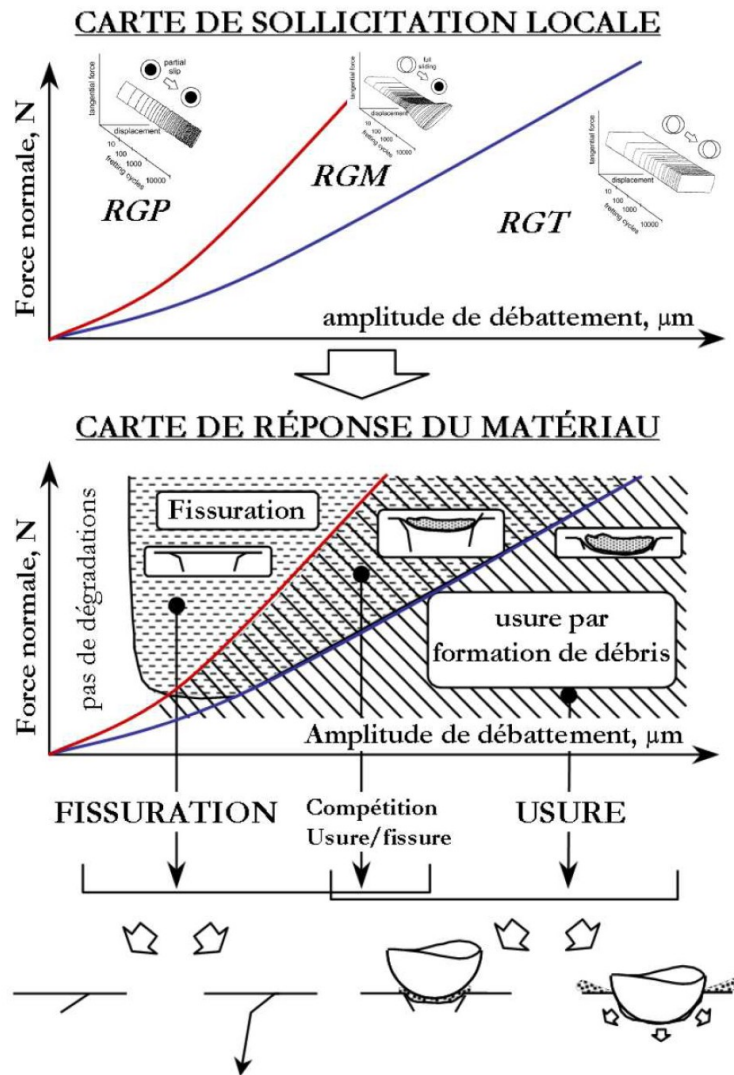


FIGURE 1.3 – Carte de fretting et carte de la réponse du matériau [Fouvry 00a].

- un critère C indépendant du montage.

Ces trois critères nous proposent trois valeurs A , B et C , indépendantes des matériaux. La comparaison de ces valeurs avec les valeurs critiques A_t , B_t et C_t nous permet de déterminer les différents régimes de fretting et aussi de comparer la réponse de différents matériaux sous chargement de fretting.

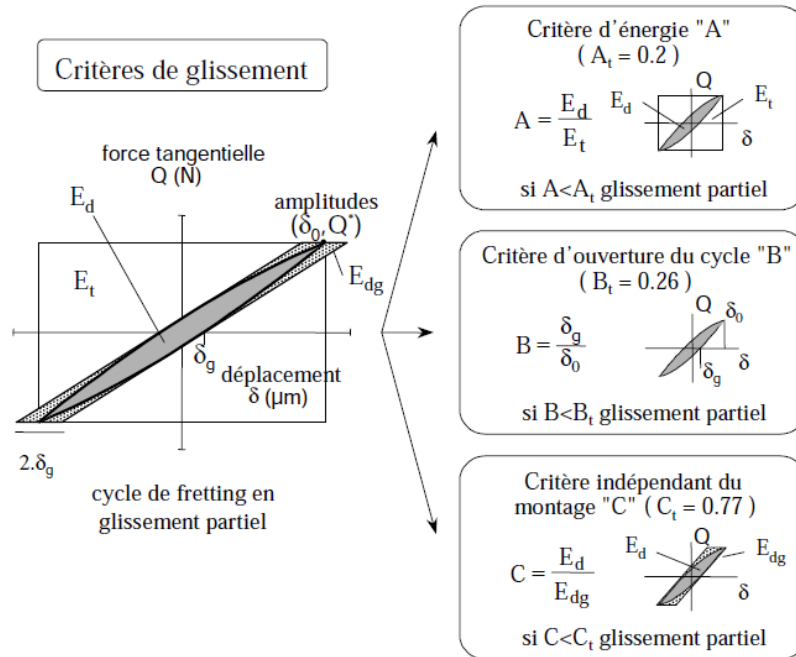


FIGURE 1.4 – Critère de transition de la condition de glissement [Fouvry 97].

1.1.4 Endommagement de fretting

Le type d'endommagement dû au chargement de fretting dépend de la condition de chargement. Ceci a été largement étudié notamment par l'équipe lyonnaise du LTDS qui a proposé de séparer la condition de chargement de la carte de réponse du matériau [Vincent 92, Fouvry 96].

En général, dans le régime de glissement partiel, les fissures sont engendrées plus facilement qu'en glissement total, parce que la coexistence de la zone collée et la zone glissante conduit à une singularité du champ de déplacement au sein de la zone de contact, qui s'exprime par un fort gradient de contrainte et qui est la cause de l'amorçage de fissure.

L'expérience montre que ces fissures de fretting s'amorcent dans la zone proche de la bordure du contact [Fridrici 05]. L'existence des défauts dans les matériaux favorise sûrement l'amorçage des fissures de fretting, mais n'apparaît pas non plus comme une condition essentielle. D'après les analyses expérimentales, plusieurs fissures peuvent être amorcées durant les cycles dans la zone glissante, mais seule une ou deux, dites principales, se propagent en profondeur.

Les autres s'arrêtent ou disparaissent avec l'usure de la surface.

Dans le régime de glissement total, le phénomène majoritaire relève de l'usure de la surface de contact par enlèvement de matière. Dans le cas particulier du fretting, ces débris de matière influencent le processus d'endommagement. D'une part, les particules usées peuvent éventuellement rester dans la zone de contact et influencer l'état de contact en modifiant le coefficient de frottement : cette influence pourrait être bénéfique ou néfaste selon les cas. D'autre part, les particules enlevées peuvent aussi se loger dans les fissures amorcées, et modifier profondément l'état des contraintes et des déformations, donc éventuellement empêcher la propagation de ces fissures amorcées [Krupp 07].

Dans le régime mixte, le matériau peut être endommagé par l'amorçage des fissures et aussi par l'usure. Ces deux mécanismes sont alors en compétition et affectent ensemble l'état d'endommagement du matériau.

Notre étude étant dédiée aux problèmes de fissuration causées par le fretting, on se positionne donc dans le régime de glissement partiel, et on met l'accent sur l'amorçage et la propagation des fissures.

1.1.4.1 Amorçage de fissure sous chargement de fretting

Généralement on distingue trois objectifs dans l'analyse de l'amorçage de fissures de fretting : la détermination de la position critique d'amorçage, de l'orientation des fissures amorcées et de la durée de vie.

Afin de mieux comprendre l'amorçage des fissures de fretting, de nombreux chercheurs ont utilisé la méthode expérimentale [Lamacq 97, Fouvry 02, Lykins 00]. Cette méthode permet de visualiser directement la position d'amorçage et l'orientation des fissures amorcées (constatée dans des coupes transversales *post mortem* de l'échantillon). Cette méthode a fait ses preuves mais apparaît comme très couteuse surtout en ce qui concerne la détermination précise de la durée de vie à l'amorçage.

D'un autre côté, des méthodes analytiques sont aussi très répandues dans l'analyse de l'amorçage de fissure de fretting. Ce type d'approche utilise une description de la distribution des contraintes pour un problème de fretting en glissement partiel. Cattaneo [Cattaneo 38] et Mindlin [Mindlin 49, Mindlin 53] sont les premiers qui interprètent les champs de contraintes dans un problème élastique non linéaire de contact par superposition de l'effort dû au chargement

normal et de celui qui est lié au cisaillement alternatif. Ce formalisme a été réorganisé et appliqué abondamment dans le domaine de fretting, par exemple dans les travaux de Fouvry [Fouvry 00b] et Szolwinski [Szolwinski 96, Szolwinski 99]. On retrouve aussi fréquemment des travaux où les champs de contraintes sont calculés par la méthode des éléments finis en deux dimensions, et où il est donc possible de prendre en compte la plasticité des matériaux.

Munis de la description spatiale du champ des contraintes dans le matériau, une méthode populaire, pour évaluer l'amorçage consiste en l'application d'une critère de fatigue multiaxiale. On présentera plus de détail ces critères dans la section 1.2.

1.1.4.2 Propagation de fissure sous chargement de fretting

La propagation des fissures de fretting combine nombre de spécificités qui en font un problème difficile : un chargement cyclique, non proportionnel et multiaxial couplé à la présence de fissures courtes en interaction avec la microstructure du matériau. Si on laisse de côté pour un temps le problème de la microstructure, nous avons un problème de fatigue en mode mixte, on va donc chercher une loi de bifurcation qui nous permet de rationaliser le trajectoire de la propagation et une loi de progression qui nous permet de prédire la durée de vie.

Du côté expérimental, des essais sur polymères transparents ont été effectués par Baietto-Dubourg et Chateauminois : l'avantage de ces essais est la visualisation de la propagation de fissure tridimensionnelle au cours des cycles [Baietto-Dubourg 03, Chateauminois 06]. Mais cette visualisation est impossible lorsque le matériau n'est pas transparent, comme les matériaux métalliques qui nous intéressent ici. En plus des analyses métallographiques post-mortem, plusieurs techniques originales ont été appliquées récemment afin d'étudier la propagation des fissures en chargement de fretting dans les matériaux métalliques. Proudhon a utilisé la tomographie à rayons X pour visualiser et analyser les fissures de fretting dans un alliage d'aluminium [Proudhon 06a, Proudhon 07], Meriaux a utilisé l'émission acoustique à détecter l'énergie restituée par la propagation de fissure et a identifié les différents mécanismes de la propagation [Mériaux 10b], Conner a effectué l'essai de fretting sur l'alliage de titane TA6V, l'effet de la géométrie de contact est étudié et la microscopie électronique à ba-

layage est utilisée afin d'analyser l'endommagement de fretting [Conner 03].

Du côté analytique, la loi de Paris reste souvent évoquée et utilisée pour modéliser la propagation d'une fissure, mais son utilisation ici apparaît limitée par la présence de fissures courtes. Dans ce domaine, la propagation est fortement influencée par la microstructure, si bien que la caractérisation de la propagation par le facteur d'intensité de contrainte apparaît inappropriée [Tanaka 86, Tian 91, Edwards 94b]. Actuellement plusieurs critères de propagation de fissure courte peuvent être utilisés dans le domaine de fretting : nous les présentons plus en détail en section 1.3. Malgré tout, on doit dire que la propagation de fissure courte de fretting est encore loin d'être bien maîtrisée.

Dans la suite de ce chapitre, on présente les aspects essentiels pour modéliser notre problème d'amorçage et de propagation de fissure de fretting par éléments finis. On commence d'abord par la présentation de la modélisation d'un problème de contact, ensuite les points nécessaires pour la modélisation d'amorçage et de propagation d'une fissure vont être discutés séparément.

1.2 Modélisation de l'amorçage des fissures de fretting à l'aide d'un critère de fatigue multiaxial

1.2.1 Introduction et mécanisme général

La fatigue est une des principales causes de ruine des structures industrielles. Elle résulte de contraintes ou déformations répétitives qui ne peuvent normalement pas causer d'endommagement structurel du matériau en une seule application. Depuis le début du 19^e siècle, de nombreux chercheurs et ingénieurs ont favorisé par leur travail la compréhension de la fatigue de matériaux divers. Les premiers travaux sur la fatigue d'un matériau métallique ont été effectués par W.A.J. Albert en 1829, qui a étudié la rupture de convoyeurs de charbons [Suresh 98]. Depuis lors, la recherche en fatigue occupe une position centrale dans le développement de l'industrie mécanique.

Les étapes principales du processus de fatigue sont : l'amorçage de fissures, la propagation de fissure et la rupture finale. Schématiquement, on peut les dis-

tinguer à l'aide d'un diagramme amplitude de contrainte–nombre de cycles à rupture, comme le montre la figure 1.5. Dans ce plan, la courbe A , ou «courbe de Wöhler», représente le nombre de cycles à rupture d'une éprouvette pour une amplitude donnée. La zone située en dessous de la courbe correspond à des éprouvettes non rompues. Dans cette zone, entre la ligne de la limite d'endurance et la courbe A , on distingue : la zone I , qui représente la zone de propagation de micro-fissures et la zone II , correspondant à l'amorçage de ces micro-fissure. Ces zones sont séparées par la courbe B , qui caractérise donc le nombre de cycles nécessaire au micro-amorçage [Bathias 08].

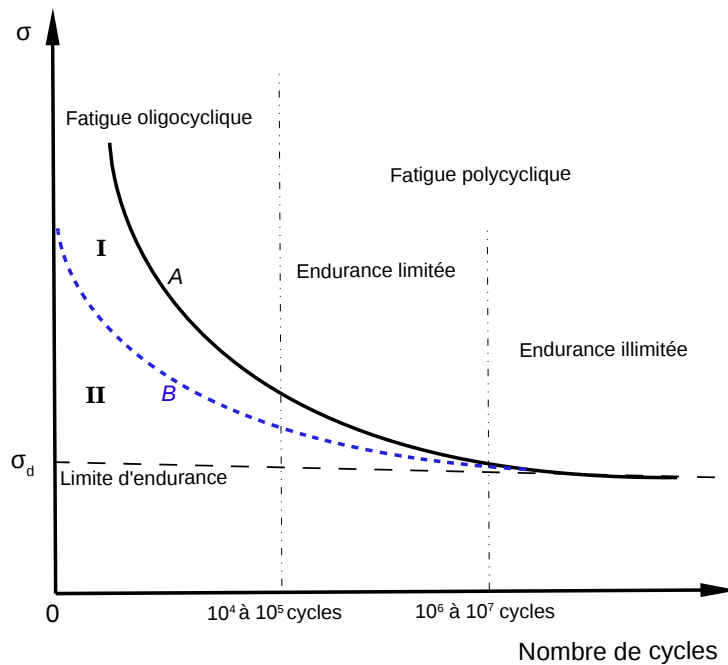


FIGURE 1.5 – Représentation schématique de la courbe de Wöhler avec la séparation des différents domaines de fatigue.

La courbe de Wöhler nous permet aussi de diviser conventionnellement l'étude de la fatigue en deux domaines, en fonction du nombre de cycles appliqué, la fatigue à faible nombre de cycles, ou oligocyclique, et la fatigue à grand nombre de cycles, ou polycyclique. Le deuxième domaine peut encore être séparé en deux : l'endurance limitée d'une part et l'endurance illimitée de l'autre (cf. FIG. 1.5) [Charkaluk 06].

Du point de vue macroscopique, la différence entre la fatigue oligocyclique et la fatigue d'endurance illimitée est l'apparition de déformation plastique au cours du chargement de fretting. La fatigue oligocyclique est une fatigue plastique (cf. FIG. 1.6 (a)), la fatigue d'endurance illimitée est par contre purement élastique au niveau macroscopique, et celle d'endurance limitée correspond à la transition entre les deux.

Au niveau mésoscopique, on constate en fait que certains grains ont un comportement inélastique dans le domaine de l'endurance illimitée (cf. FIG. 1.6 (b)). Cette plastification résulte des hétérogénéités locales. Elle est liée au mouvement des dislocations sur les plans cristallographiques, et produit des micro-fissures qui, si elles arrivent à traverser les premiers joints de grains, conduiront à l'endommagement macroscopique.

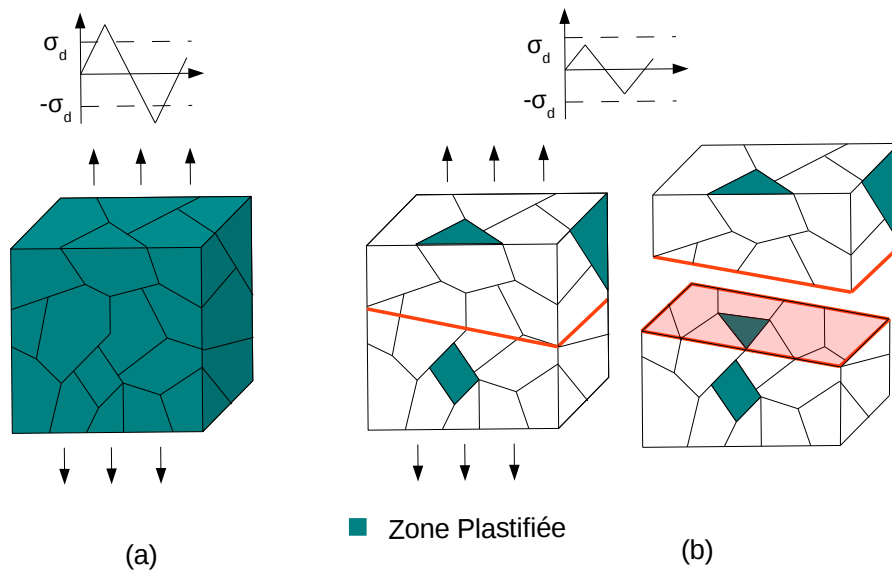


FIGURE 1.6 – Représentation schématique de la plastification pour (a) la fatigue oligocyclique et (b) la fatigue d'endurance illimitée.

1.2.2 Critères de fatigue multiaxiale

Les chargements que subissent les structures industrielles sont la plupart du temps multiaxiaux. C'est pourquoi l'essai de fatigue uniaxiale ne suffit pas à assurer la sécurité et la fiabilité des structures. Il est donc important de disposer d'essais multiaxiaux, et de caractériser des critères de fatigue multiaxiale. Comme dans le cas de la fatigue uniaxiale présenté sur le diagramme de Wöhler, on sépare classiquement les critères de fatigue multiaxiale en deux catégories : les critères de fatigue d'endurance illimitée et les critères de fatigue oligocyclique.

Si l'on se base sur la nature des variables utilisées dans les formules, on distingue trois catégories de critères : critères en déformation, critères en contrainte et critères mixtes. Les critères en déformation sont plus souvent utilisés en fatigue oligocyclique parce que les déformations permettent de distinguer les composantes élastiques et plastiques [Blétry 08]. L'avantage des critères en contrainte est que la contrainte moyenne et l'écrouissage peuvent être considérés. En faisant intervenir les déformations et les contraintes dans une même formulation, les critères mixtes associent les avantages des deux autres classes de critère, et sont de plus en plus utilisés.

1.2.2.1 Critères d'endurance illimitée

Les critères d'endurance illimitée utilisent la contrainte comme variable critique. B. Weber [Weber 99] les sépare en : critères empiriques, critères globaux et critères de plan critique.

Critères empiriques Les critères empiriques sont les plus anciens, et ne sont en général que des lissages de résultats expérimentaux particuliers (traction-torsion, flexion-torsion), si bien qu'ils manquent de généralité. Les critères les plus connus de cette catégorie sont : *le critère de Hohenemser & Prager* [Hohenemser 33], *le critère de Gough & Pollard* [Gough 35, Gough 51] et celui de *Lee* [Lee 80, Lee 85].

Critères globaux Les critères globaux sont basés sur des invariants des tenseurs de contrainte, qui permettent de ramener une variable tensorielle à une grandeur scalaire, et d'établir des équivalences avec les chargements uniaxiaux. En général, ces critères ne permettent pas de prédire l'orientation de fissure,

cependant certains d'entre eux, qui utilisent le premier invariant du tenseur des contraintes et le deuxième invariant du tenseur déviateur, peuvent être considérés comme un intermédiaire entre les critères de plan critique et les critères globaux car ces deux termes sont proportionnels aux contraintes normales et tangentielles sur le plan octaédrique (ou plan déviateur). Dans cette catégorie, on peut citer : *le critère de Sines et de Crossland* [Sines 55, Sines 81, Crossland 56], *le critère de Papadopoulos* [Papadopoulos 93, Papadopoulos 96a, Papadopoulos 96b], *le critère de Froustey & Lasserre* [Froustey 89, Froustey 92] et *le critère de Palin-Luc* [Palin-Luc 04, Palin-Luc 05, Palin-Luc 07].

Critères de Crossland et Sines Le critère proposé par Crossland en 1956, est basé sur une combinaison de l'amplitude du deuxième invariant du déviateur des contraintes et du maximum de la contrainte hydrostatique. Au lieu d'utiliser le maximum, le critère de Sines utilise la contrainte hydrostatique moyenne. Le critère de Sines s'écrit :

$$\frac{\Delta J}{2} + \beta_s I_{1,moy} - \lambda \leq 0 \quad (1.1)$$

et le critère de Crossland [Blétry 08] :

$$(1 - \beta_c) \frac{\Delta J}{2} + \beta_c I_{1,max} - \lambda \leq 0 \quad (1.2)$$

$$\beta_c = 1 - \frac{2\sigma_{-1}}{\sqrt{3}\tau_{-1}} \quad (1.3)$$

où ΔJ est l'amplitude de la contrainte octaédrale, λ est la limite d'endurance en traction alternée symétrique, β est un paramètre matériau, σ_{-1} et τ_{-1} représentent respectivement la limite d'endurance de traction alternée symétrique et de torsion alternée symétrique.

A partir de chacun de ces critères, il est donc possible de décrire le domaine d'endurance. Le critère de Crossland est représenté par une droite dans un diagramme défini par la pression hydrostatique et l'amplitude de deuxième invariant de von Mises (cf. FIG. 1.7). Dans ce diagramme le domaine de rupture se situe au-dessus de cette droite.

Critères de plan critique L'esprit des critères de plan critique est de rattacher l'endommagement à un mécanisme particulier au niveau de la microstructure, qui permet de définir une direction préférentielle d'endommagement qui

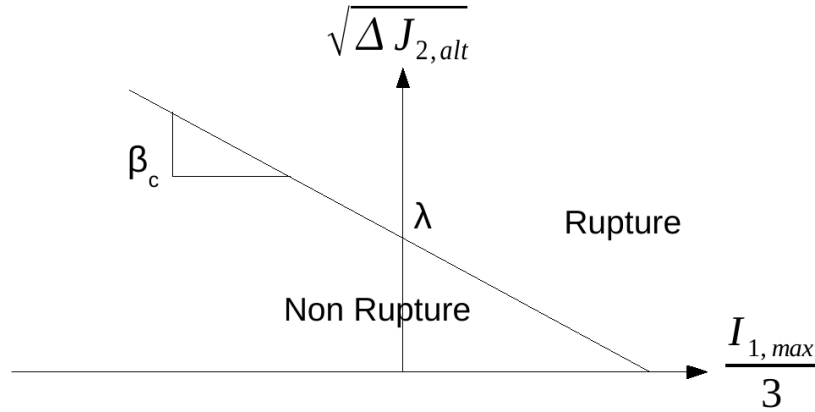


FIGURE 1.7 – Représentation graphique du domaine de rupture prévu par le critère de Crossland.

donnera naissance au plan d'amorçage de la fissure. Ce plan critique est défini par la maximisation d'une grandeur critique durant un cycle. Ce type d'approche enrichit les informations fournies par les critères traditionnels de fatigue. On cite ici quelques critères de cette catégorie :

Le critère de Dang Van Justifié par des considérations établies à l'échelle microscopique, ce critère utilise des grandeurs macroscopique des contraintes qui sont la partie alternée du cisaillement et la pression hydrostatique. Il considère le plan qui est soumis à une contrainte de cisaillement maximale comme le plan critique d'amorçage [Dang-van 93, Fouvry 96].

Le critère de McDiarmid Pour McDiarmid, l'amorçage a lieu aussi dans le plan critique où l'amplitude du cisaillement est maximale [McDiarmid 73, McDiarmid 74, McDiarmid 91].

1.2.2.2 Critère de fatigue oligocyclique

A plus forte contrainte et sous l'influence de la plasticité, la rupture peut intervenir après un nombre de cycles relativement faible. Les critères décrivant le domaine de fatigue d'endurance illimitée ne fonctionnent plus dans ce cas. Le critère le plus ancien [Manson 52, Coffin 54], lie le nombre de cycles à rupture et

les déformations. Quelques variantes se sont développées par la suite, notamment pour tenir compte de l'interaction entre la fatigue et le fluage, ainsi que des critères mixtes, comme rappelé ici.

Critère SWT Le critère SWT (Smith-Watson-Topper) [Smith 70] a été proposé initialement pour le cas du chargement de traction-compression uniaxial. C'est un critère mixte qui combine déformation et contrainte :

$$\sigma_{max}\varepsilon_a = \frac{(\sigma'_f)^2}{E} (2N_f)^{2b} + \sigma'_f \varepsilon'_f (2N_f)^{b+c} \quad (1.4)$$

ε_a est l'amplitude de la déformation, N_f est le nombre de cycle, σ'_f , ε'_f , b et c sont des coefficients du matériau. σ_{max} permet de prendre en compte l'écroutissement cyclique supplémentaire induit par des chargements proportionnels. Il a été adapté par Socie [Socie 87] au cas des chargements multiaxiaux :

$$\sigma_{max}^1 \varepsilon_a^1 = \frac{(\sigma'_f)^2}{E} (2N_f)^{2b} + \sigma'_f \varepsilon'_f (2N_f)^{b+c} \quad (1.5)$$

où σ_{max}^1 est le maximum de la contrainte normale au plan critique. Ce critère considère donc que l'amorçage de fissure aura lieu dans le plan qui maximise le produit de l'amplitude de déformation normale par la contrainte normale maximale au cours d'un cycle. Il est utilisé par Szolwinski et Farris [Szolwinski 96] la première fois pour le problème de fretting.

Critère de Jacquelin Ce critère fait aussi partie des critères mixtes qui combine l'amplitude des déformations plastiques et la contrainte normale de façon multiplicative. Selon ce critère, le nombre de cycles à rupture s'écrit :

$$N_f = N_0 \Delta\gamma_p^\alpha \sigma_n^\beta \quad (1.6)$$

où $\Delta\gamma_p$ est l'amplitude de la déformation plastique de cisaillement, celle-ci déterminant le plan critique. σ_n représente la contrainte normale sur le plan en question. N_0 , α , β sont les paramètres du matériau ajustés de lois de Manson-Coffin [Jacquelin 83, Jacquelin 85].

Critère de l'ONERA C'est un critère en contrainte [Chaudonneret 93], qui a été utilisé avec succès en fatigue oligocyclique à température ambiante et à plus haute température [Lemaitre 96]. Il peut également être appliqué pour simuler

le cumul fatigue-fluage [Blétry 08]. D'après ce critère, le nombre de cycles à l'amorçage de fissure en fatigue s'exprime par :

$$N_f = \frac{1}{a(\beta + 1)} \frac{\sigma_u - J_{max}}{\Delta J/2 - \sigma_l} \left(\frac{\Delta J}{2M} \right)^{-\beta} \quad (1.7)$$

$$\sigma_l = \sigma_{l0} + (1 - b\sigma_{l0})I_{1moy} \quad (1.8)$$

$$M = M_0(1 - bI_{1moy}) \quad (1.9)$$

où σ_u est la contrainte ultime, σ_l est la contrainte limite de micropropagation, a , b , β , σ_{l0} , M_0 sont des paramètres du matériau. ΔJ est le diamètre de la plus petite hypersphère qui englobe le trajet de contrainte et J_{max} est la plus grande valeur du critère de von Mises au cours du cycle. I_{1moy} est la valeur moyenne de la trace du tenseur de contrainte.

1.3 Modélisation de la propagation de fissure

1.3.1 Méthodes de description d'une fissure dans un milieu continu

Dans la littérature, plusieurs méthodes sont disponibles pour décrire une fissure dans un milieu continu. En plus des méthodes analytiques et semi-analytiques [Dubourg 92, Hills 96], les méthodes numériques telles que la méthode sans maillage, la méthode des éléments finis et la méthode des éléments finis étendus sont également beaucoup utilisées.

La méthode sans maillage (*Mesh-less method*) est introduite par Lucy en 1977. Elle comprend plusieurs sous-méthodes qui sont développées pour traiter les différents problèmes. La méthode « *element-free Galerkin (EFG)* » est une de ces méthodes sans maillage qui est souvent utilisée pour traiter le problème de fissure [Belytschko 94, Belytschko 95]. Cette méthode utilise une série de points sur lesquels les déplacements sont calculés, en général par une théorie MLS (*Moving least squares*). Elle obtient des résultats plus précis que la méthode des éléments finis (FEM), pourtant, elle est mathématiquement très compliquée et surtout très coûteuse au niveau du temps de calcul.

La méthode des éléments finis (FEM) est la méthode la plus répandue dans ce domaine. Elle nous permet d'étudier les problèmes de fissuration dans une

géométrie compliquée en 2D ou 3D [Dick 08, Carter 00] et de prendre en compte des lois de comportement complexes [Cailletaud 95, Chaboche 08]. Dans cette méthode, le maillage doit être conforme à la géométrie de fissure. Afin d'obtenir un résultat précis, le maillage doit être suffisamment raffiné en pointe de fissure. Ceci est difficile à réaliser pour des structures complexes surtout en 3D, et cela accroît le temps de calcul. Lorsque la fissure se propage, le maillage de la structure doit être reconstruit, et dans le cas d'un calcul inélastique, l'ensemble des champs et des variables internes doivent être transférés aussi. Ces opérations sont très coûteuses et délicates à maîtriser.

La méthode des éléments finis étendus (X-FEM) est un enrichissement de la FEM qui est proposée dans l'équipe de Belytschko en 1999 [Moës 99]. Elle est plutôt bien adaptée à la simulation de la propagation de fissure grâce à sa relative indépendance du maillage des éléments finis. La discontinuité du champ de déplacement est décrite par une fonction discontinue (fonction de saut), qui nous permet d'identifier la localisation de la fissure. De la même manière, la singularité est définie par une fonction singulière qui nous permet de localiser la front de fissure. Avec cette méthode, on peut retarder le remaillage de structure, et le transfert des champs qui l'accompagne, lorsque la fissure se propage. Mais cette méthode encore jeune présente quelques difficultés pour les problèmes plastiques et les problèmes de contact, de plus, elle est moins précise que la méthode FEM au niveau de résultat [Pierres 10a] si l'on ne remaille pas suffisamment. Des progrès importants ont été faits récemment pour l'application de cette méthode aux problèmes de fretting [Baietto 10, Pierres 10b].

1.3.2 Mécanique de la rupture

Dans le domaine de la fissuration, la mécanique de la rupture est un outil d'analyse essentiel. Cette théorie, popularisée à partir des années 50, permet de caractériser le comportement d'une fissure au sein d'une structure. Elle fournit à la fois une analyse du champ de contraintes et de déformations au voisinage du front de fissure et des concepts globaux comme le taux d'énergie dissipé, dérivée partielle de l'énergie potentielle par rapport à l'avancée de fissure, ou le facteur d'intensité de contrainte.

1.3.2.1 Modes de fissuration

D'après la proposition classique d'Irwin, on distingue trois modes de rupture par rapport au chargement et au mouvement des lèvres de fissure (cf. FIG. 1.8) : En mode I, le déplacement relatif des deux lèvres de la fissure est perpendiculaire à la surface de rupture ; en mode II, le déplacement relatif est dans le plan de fissure, et perpendiculaire à la ligne du front de fissure ; en mode III, le déplacement relatif est dans le plan de fissure, et parallèle à la ligne du front de fissure.

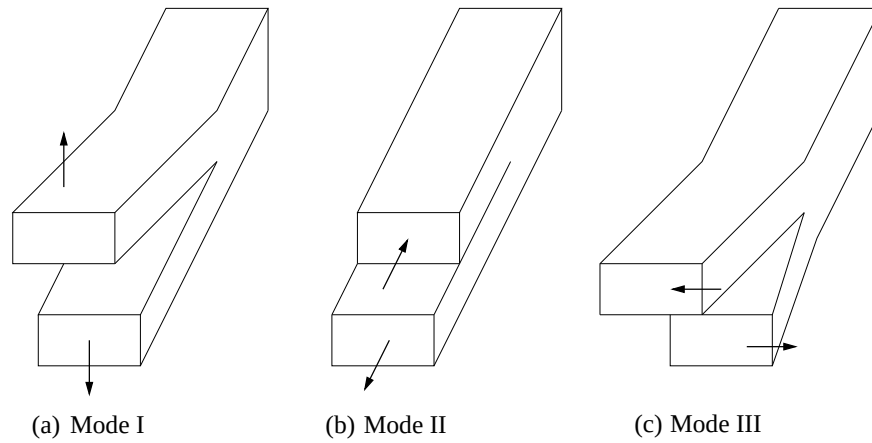


FIGURE 1.8 – Représentation schématisée des trois modes de rupture : (a) mode d'ouverture ; (b) mode de cisaillement plan ; (c) mode de cisaillement antiplan.

1.3.2.2 Facteur d'intensité de contraintes

Le facteur d'intensité de contrainte (FIC) a été introduit par Irwin [Irwin 57]. Nous prenons par exemple le mode I de fissuration, la figure 1.9 présente une fissure de longueur $2a$ située dans une plaque infinie soumise à un champ de contrainte uniaxial, la composante σ étant normale à la direction de fissuration. Dans le cadre d'une résolution élastique, le champ des contraintes en un point de coordonnées polaires (r, θ) par rapport la pointe de fissure peut être estimé grâce aux équations suivantes :

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx} &= \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2} \left(1 - \sin\frac{\theta}{2} \sin\frac{3\theta}{2}\right) \\
\sigma_{yy} &= \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2} \left(1 + \sin\frac{\theta}{2} \sin\frac{3\theta}{2}\right) \\
\sigma_{xy} &= \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2} \sin\frac{\theta}{2} \cos\frac{3\theta}{2}
\end{aligned} \tag{1.10}$$

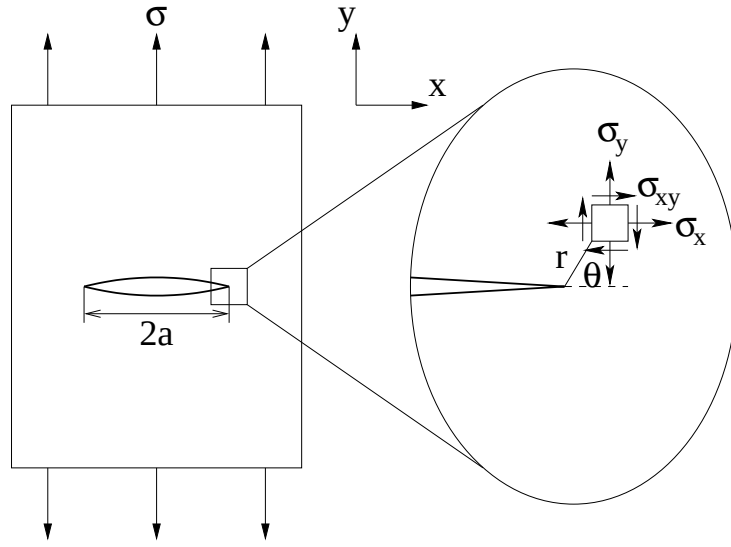


FIGURE 1.9 – Fissure en mode I dans une plaque infinie, définition du système de coordonnées en front de fissure.

Ces équations montrent que le champ de contraintes présente une singularité en $r^{-1/2}$ à proximité de la pointe de fissure. Le facteur d'intensité de contraintes, qui peut par exemple être défini comme la limite pour θ égal 0 lorsque r tend vers 0 du produit $\sigma_{xx}(2\pi r)^{-1/2}$, caractérise l'état de contrainte au voisinage de la pointe de fissure. C'est une quantité finie, comme l'est également l'énergie de déformation élastique $\int_V \underline{\sigma} : \underline{\varepsilon} dV$.

Le tenseur de contraintes s'exprime finalement par :

$$\sigma_{i,j} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{i,j}(\theta) \tag{1.11}$$

Le facteur d'intensité de contrainte K décrit l'intensité des contrainte du mode considéré au voisinage de la pointe de fissure et s'exprime en $MPa\sqrt{m}$.

Pour la géométrie considérée dans la figure 1.9, le facteur d'intensité de contrainte peut être exprimé par :

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \quad (1.12)$$

Si au lieu d'effectuer une analyse avec un comportement élastique linéaire on considère une loi de comportement élasto-plastique, les contraintes restent finies, ce qui correspond à un émoussement de la pointe de fissure, notamment les matériaux ductiles. Il y a une zone plastique à la pointe de la fissure, qui influence la distribution du champ des contraintes et change la vitesse de la propagation. Irwin [Irwin 60] a proposé dans le cas d'un matériau parfaitement plastique un modèle qui donne la corrélation entre le facteur d'intensité de contrainte et la taille de la zone plastique (cf. eq. 1.13) :

$$r_p = \frac{1}{n\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2 \quad (1.13)$$

où $n = 1$ en contraintes planes et $n = 3$ en déformations planes. σ_y est la limite d'élasticité du matériau et r_p représente la taille de la zone plastique devant la pointe de fissure. Cette formule approchée ne tient pas compte des redistributions de contrainte devant la pointe lors de la plastification.

Irwin a aussi montré que l'ouverture de fissure δ (CTOD) peut être reliée au facteur d'intensité de contrainte et à deux paramètres matériaux (le module de Young E et la limite d'élasticité σ_y) :

$$\delta \simeq \frac{K_I^2}{E\sigma_y} \quad (1.14)$$

Ce genre de modèle, qui rend compte de l'influence de la zone de plasticité en pointe de fissure peut être utile pour l'analyse des fissures courtes. On reviendra sur ce point dans la partie qui traite de l'analyse des fissures courtes.

1.3.2.3 Loi de Paris

Le comportement de propagation d'une fissure macroscopique dans des conditions de sollicitation données a été largement étudié expérimentalement. Ces études expérimentales se résument à une courbe décrivant la vitesse de propagation da/dN en fonction de la valeur logarithmique de la variation du facteur d'intensité de contrainte ΔK (cf. FIG. 1.10). Généralement, cette courbe fait apparaître trois régimes :

- Le régime de la zone I est influencé par la valeur seuil ΔK_s , en dessous de laquelle la fissure macroscopique s'arrête. La propagation de fissure dans ce régime est fortement influencée par la microstructure du matériau, le rapport de charge et l'environnement.
- Le régime II montre une propagation de fissure stable, décrite par une fonction puissance de la variation de ΔK :

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (1.15)$$

où C et m sont des constantes intrinsèques du matériau.

- La zone III correspond au domaine de la propagation instable, avec une vitesse bien plus élevée que celle du régime II. La valeur ΔK tend vers la ténacité du matériau K_C , qui définit la propagation catastrophique de la fissure.

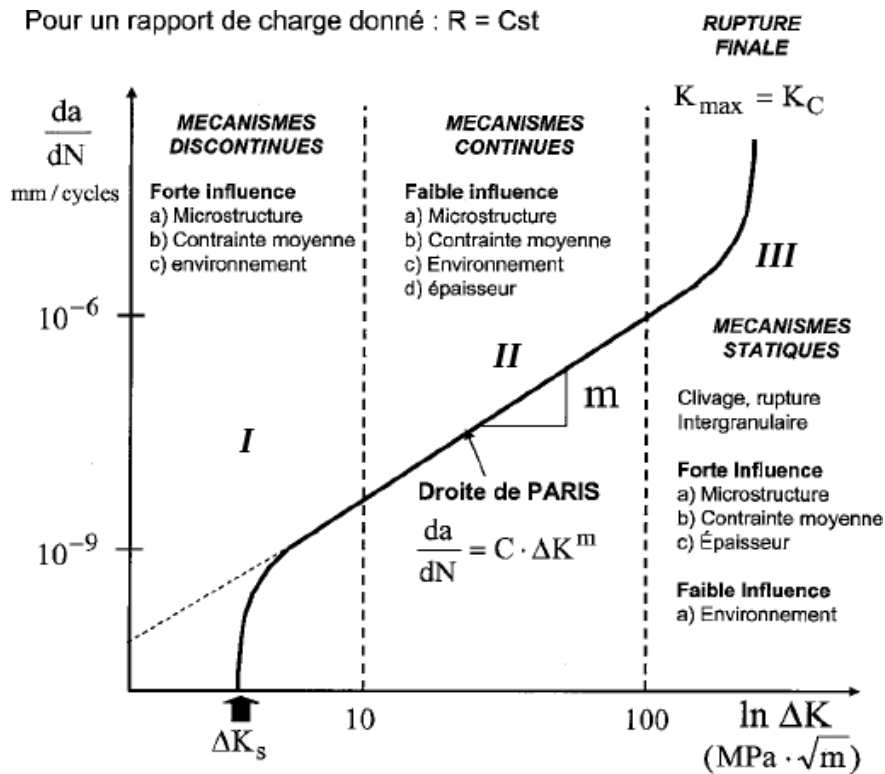


FIGURE 1.10 – Évolution schématique de la vitesse de fissuration en fatigue en fonction du facteur d'intensité des contraintes [Proudhon 05a].

La dépendance linéaire entre la vitesse de propagation et l'amplitude du FIC en échelle logarithmique (cf. eq. 1.15) dans le régime II a été déterminée par

Paris et Erdogan [Paris 63] et est connue sous le nom de loi de Paris. Cette loi a été vérifiée dans de nombreux matériaux, et elle devenue un outil de base pour analyser la propagation des fissures macroscopiques. Elle permet d'étendre la notion de sûreté des pièces de fatigue à la tolérance au dommage, c'est-à-dire le fait de passer d'une stratégie «ne pas amorcer de fissure» à un concept de contrôle, où il s'agit d' «autoriser d'une fissure dans la zone de propagation stable». Cependant, comme la loi de Paris est une loi originellement empirique qui ne rend compte que d'un effet macroscopique, elle a des limitations surtout dans le domaine des fissures courtes où les mécanismes microscopiques jouent un rôle très important sur la propagation. Pour cette raison, la vitesse de propagation des fissures courtes doit donc être décrite autrement. Ce sera l'objet de la section 1.3.4.

1.3.3 Critère de propagation des fissures

La définition de la propagation de fissure s'exprime par une loi décrivant la cinétique de propagation et une loi prédisant sa direction. Pour une fissure longue soumise à un seul mode de chargement pur (cf. FIG. 1.8), la loi de Paris (cf. eq. 1.15) est souvent considérée afin d'évaluer la vitesse de propagation à partir du FIC. Lorsque la fissure est sollicitée par plusieurs modes de chargement (chargement de mode mixte), l'évaluation de la cinétique de propagation d'une fissure longue est plus complexe. Généralement, une loi de propagation du type «loi de Paris étendue» est mise en place. La valeur ΔK est calculée par combinaison des facteurs d'intensité des contraintes K_I , K_{II} et K_{III} :

$$\Delta K = (\Delta K_I^m + C_1 \Delta K_{II}^n + C_2 \Delta K_{III}^p)^q \quad (1.16)$$

où C_1 , C_2 , m , n , p , q sont des constantes dépendant du matériau et du type de chargement déterminé expérimentalement.

Pour déterminer la trajectoire de la fissure, les critères de plan critique en fatigue et certains critères de fatigue oligocyclique présentés dans la section 1.2.2.1 sont parfois utilisés, surtout pour une situation de chargement uniaxial. D'autres critères permettent aussi de prédire la direction de propagation d'une fissure longue dans le cas d'un chargement multiaxial [Khan 00]. On distingue dans la suite le cas d'un chargement multiaxial proportionnel (les rapports des

contraintes principales $\sigma_1(t)/\sigma_2(t)$, $\sigma_2(t)/\sigma_3(t)$ et $\sigma_3(t)/\sigma_1(t)$ sont constants au cours du cycle de chargement) et le cas de chargement multiaxial non proportionnel [Pierres 10a].

Afin de faciliter la présentation suivante, on peut réécrire les équations 1.10 en coordonnées polaires, dans le cas d'un mode mixte (I, II) :

$$\begin{aligned}\sigma_\theta &= \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \right] \\ \sigma_r &= \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[K_I (1 + \sin^2 \frac{\theta}{2}) + \frac{3}{2} K_{II} \sin^2 \theta - 2 K_{II} \tan \frac{\theta}{2} \right] \\ \tau_{r\theta} &= \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} [K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1)]\end{aligned}\quad (1.17)$$

1.3.3.1 Chargement proportionnel

Critère MTS (Maximum Tangential Stress) Proposé par Erdogan et Sih [Erdogan 63], ce critère est l'un des plus utilisés pour caractériser la propagation de fissure en mode mixte. Il considère que la fissure se propage suivant la facette θ pour laquelle la contrainte orthoradiale calculée en coordonnées polaires est maximale. Mathématiquement, il s'exprime par les deux équations suivantes :

$$\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial \theta^2} < 0 \quad (1.18)$$

En utilisant les équations décrivant le champ des contraintes (cf. eq. 1.17) et les équation ci-dessus (cf. eq. 1.18), on obtient l'angle de propagation en mode mixte proportionnel :

$$\theta = 2 \arctan \left(\frac{K_I - \sqrt{K_I^2 + 8K_{II}^2}}{4K_{II}} \right) \quad (1.19)$$

Critère - M Ce critère relie la direction de propagation avec le taux de triaxialité [Kong 95]. Il s'exprime mathématiquement par :

$$\frac{\partial M}{\partial \theta} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 M}{\partial \theta^2} < 0 \quad (1.20)$$

où M est le taux de triaxialité, défini par :

$$M = \frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}} \quad (1.21)$$

où σ_H est la contrainte hydrostatique et σ_{eq} représente la contrainte équivalente de von Mises.

Critère - S Proposé par Sih [Sih 73, Sih 74], ce critère considère que la fissure se propage le long de la direction sur laquelle le «facteur de densité d'énergie de déformation» est minimal. Il s'exprime mathématiquement par :

$$\frac{\partial S}{\partial \theta} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} > 0 \quad (1.22)$$

où S est le facteur de densité d'énergie de déformation, défini par :

$$S = r_0 \frac{dW}{dV} \quad (1.23)$$

où r_0 est la distance depuis la pointe de fissure, et où la densité d'énergie élastique dW/dV est exprimé par :

$$\frac{dW}{dV} = \frac{1}{2E}(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) - \frac{\nu}{E}(\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x) + \frac{1+\nu}{E}(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{zx}^2) \quad (1.24)$$

Le facteur de densité d'énergie de déformation S peut être exprimé en fonction des facteurs d'intensité de contraintes :

$$S = a_{11}K_I^2 + 2a_{12}K_I K_{II} + a_{22}K_{II}^2 + a_{33}K_{III}^2 \quad (1.25)$$

où les coefficients a_{ij} sont des fonctions de l'angle θ :

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{1}{16G\pi} [(1 + \cos\theta)(\kappa - \cos\theta)] \\ a_{12} &= \frac{1}{16G\pi} \sin\theta [2\cos\theta - (\kappa - 1)] \\ a_{22} &= \frac{1}{16G\pi} [(\kappa + 1)(1 - \cos\theta) + (1 + \cos\theta)(3\cos\theta - 1)] \\ a_{33} &= 4 \end{aligned} \quad (1.26)$$

où G est le module de cisaillement, κ est une constante dépendant de l'état de chargement :

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{3 - \nu}{1 + \nu}, & \text{en contrainte plane} \\ \kappa &= (3 - 4\nu), & \text{en déformation plane} \end{aligned} \quad (1.27)$$

Critère de taux de restitution d'énergie maximale Ce critère est bien adapté aux calculs éléments finis. Le taux de restitution d'énergie est calculé dans une couronne d'intégration éloignée de la pointe de fissure afin d'éviter les

perturbations dues à la singularité. Selon ce critère, la fissure se propage dans la direction qui maximise le taux de restitution d'énergie, il s'exprime mathématiquement par :

$$\frac{\partial G}{\partial \theta} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 G}{\partial \theta^2} < 0 \quad (1.28)$$

Plusieurs méthodes existent afin de calculer le taux de restitution d'énergie G . On cite ici la méthode de l'intégrale J [Cherepanov 67, Rice 68], la méthode de calcul par avancée virtuelle de fissure [Parks 74, Lorenzi 85], et la méthode de $G\theta$ [Destuynder 83].

1.3.3.2 Chargement non proportionnel

Dans le cas du chargement non proportionnel, les rapports des contraintes principales varient au cours du cycle. Ceci signifie que la direction de propagation de fissure prédite par les critères précédents n'est plus unique. Les critères à considérer se caractérisent en général par l'introduction d'une variable dépendant du temps.

Critère de Hourlier Proposé par Hourlier *et al.*, ce critère est basé sur les valeurs de FIC à proximité de la pointe de fissure K^* [Hourlier 82] et considère trois possibilités :

- Critère 1, $K_1^*(\theta, t)_{max}$: la fissure se propage dans la direction qui maximise la valeur K_1^* en espace et en temps ;
- Critère 2, $\Delta K_1^*(\theta)_{max}$: la fissure se propage dans la direction qui maximise l'amplitude de FIC K_1^* au cours du cycle ;
- Critère 3, $\frac{da}{dN}(\theta)_{max}$: la fissure se propage dans la direction qui maximise la valeur de la vitesse de fissuration $\frac{da}{dN}(\theta) = f(K_1^*(\theta, t), K_2^*(\theta, t))$ en espace et en temps.

Les résultats des ces critères ont été comparés avec les résultats expérimentaux [Dhondt 82]. La comparaison montre que le critère 2 s'avère le plus performant, et que le critère 3 est acceptable. Par contre, le critère 1 est peu satisfaisant.

1.3.4 Propagation des fissures courtes

Le comportement de propagation des fissures courtes est plus complexe que celui des fissures longues. Les aspects tels que la microstructure, la condition de charge (contrainte moyenne), la plasticité et l'environnement influencent fortement l'état de propagation. Dans ce contexte, la loi de Paris dépendant des facteurs d'intensité des contraintes conventionnels ne suffit plus à évaluer le comportement de propagation.

D'après Krupp [Krupp 07], la conception de fissures courtes consiste généralement en fissure courte microstructurale, fissure courte physique et fissure courte mécanique.

- La *fissure microstructurellement courte* est défini juste après l'amorçage de fissure. Pour ce genre de fissure, sa vitesse de propagation da/dN dépend fortement de la microstructure locale rencontrée par la fissure ;
- Si la longueur de fissure excède quelques diamètres de grain, la forte influence de microstructure locale disparaît, la propagation de fissure est conduite par la zone plastique à l'extrémité de la fissure. Ce genre de fissure est définie comme des *fissures mécaniquement courtes* ;
- La *fissure physiquement courte* est définie quand la zone plastique au bout de la fissure est relativement négligeable par rapport la longueur de fissure. La mécanique élastique linéaire est donc valable pour ce genre de fissure.

De point de vu de mécanisme, les fissures physiquement courtes et les fissures longues respectent bien la loi de Paris, la relation entre la vitesse de propagation de fissure da/dN et l'amplitude du facteur d'intensité de contrainte ΔK est en fonction exponentielle. Par contre, les fissures mécaniquement courtes et les fissures microstructurellement courtes montrent une relation inexplicable par la loi de Paris entre la vitesse de propagation de fissure et le facteur d'intensité de contrainte.

Néanmoins, la définition quantitative d'une fissure courte reste difficile. Selon ASTM (American Society for Testing and Materials), une fissure est considérée comme une fissure courte quand le rayon de sa zone plastique est plus grand qu'un cinquantième de sa longueur.

1.3.4.1 Quelques modèles existant pour rendre compte de l'interaction des fissures courtes avec la microstructure

Afin d'expliquer le mécanisme de propagation des fissures courtes en rendant compte de l'influence de la microstructure et de la plasticité à la pointe de fissure, de nombreuses études ont été réalisées et plusieurs modèles ont été proposés [Buffière 02]. Un aspect central de ces développements est lié aux mécanismes mis en jeu dans le franchissement des joints de grains par la fissure. Des modèles de propagation cristallographiques sont aussi apparus assez récemment.

Morris *et al.* sont les premiers à avoir essayé de modéliser et de formaliser le phénomène de blocage de fissure [Morris 81]. Selon cette étude, le déblocage de fissure se produit par accumulation de déformation plastique au voisinage de l'extrémité de la fissure en avant du joint de grain. Le nombre de cycles N_d pendant lequel la fissure reste bloquée est calculé par :

$$\int_{N_s}^{N_s+N_d} D\sqrt{2c(N)}(\tau_{eff} - \tau_0)^2 dN = \beta_2 \quad (1.29)$$

où N_s est le nombre de cycles pour lequel la fissure arrive au joint de grains, D est la distance entre le front de fissure et le prochain joint de grains, $c(N)$ la longueur de fissure au N^e cycle, β_2 est un paramètre matériau, et où τ_{eff} et τ_0 représentent respectivement la contrainte effective de cisaillement et la contrainte seuil d'activation des dislocations. Ce modèle prend en compte la variation de longueur de la fissure durant la période de blocage ainsi que la fermeture de la fissure, mais ne contient pas d'explication physique claire.

B.A. Bilby, A.H. Cottrell et K.H. Swinden [Bilby 63] ont proposé un modèle, dit BCS, pour évaluer la zone plastique devant la pointe de fissure. Ce critère considère le déplacement d'une distribution longue et droite de dislocations dans un milieu élastique isotrope infini soumis un cisaillement pur (cf. FIG. 1.11).

Dans cette distribution de dislocations, la résistance de déplacement du segment $-c < x < +c$ est supposée égale à 0. C'est donc un segment libre équivalent à une fissure. Les dislocations produisent un déplacement ϕ au niveau des segments $-a < x < -c$ et $c < x < a$ quand le cisaillement τ est égal à la contrainte de friction σ_f du matériau. Celui-ci atteint sa valeur maximale près de la pointe de fissure $x = \pm c$ et tend vers zéro à la limite de la zone plastique $x = \pm a$. Selon ce modèle, la taille de la zone plastique est donnée par :

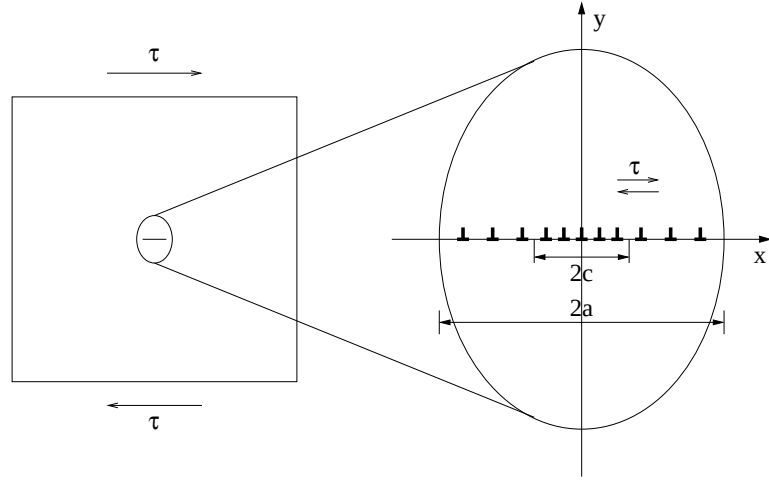


FIGURE 1.11 – Représentation schématique des dislocations dans un milieu élastique infini soumis à un cisaillement uniforme.

$$\frac{c}{a} = n = \cos \left(\frac{\pi \tau}{2\sigma_f} \right) \quad (1.30)$$

le déplacement plastique ϕ en bout de fissure est donné par :

$$\phi = \frac{2bc\sigma_f}{\pi^2 A} \ln \left(\frac{1}{n} \right) \quad (1.31)$$

où b représente le vecteur de Burgers. A est une constante qui s'exprime en fonction de b , du module de cisaillement G du matériau considéré, du coefficient de Poisson ν et du type de dislocations considérées (coin ou vis).

En se basant sur le modèle BCS, Navarro et De Los Rios [Navarro 88] ont étudié la propagation des fissures courtes à l'aide d'une distribution de dislocations. Ils ont proposé de modéliser le déplacement plastique en bout d'une fissure en multipliant le vecteur de Burgers par le nombre de dislocations présentes dans la zone plastique :

$$\phi = \frac{2b}{\pi^2 A} \sigma_f c \left(n \ln \frac{1}{n} + \sqrt{1-n^2} \left[\sin^{-1} n + \frac{\pi}{2} \left(\frac{\tau}{\sigma_f} - 1 \right) \right] \right) \quad (1.32)$$

La vitesse de propagation de fissure est supposée être proportionnelle au déplacement plastique ϕ en pointe de fissure. En considérant la valeur n qui représente le rapport de la longueur de fissure sur la taille de la zone plastique (cf. FIG. 1.11 et eq. 1.30), on peut donc calculer la vitesse de propagation pour

chaque état de longueur de fissure. Lorsque n se rapproche de 1, ϕ diminue. Le ralentissement d'une fissure est donc reproduit. Cependant, ce modèle ne permet pas de rendre compte du déblocage d'une fissure arrêtée par un joint de grains.

En suivant ce chemin, Hussain a enrichi la proposition de Navarro et De Los Rios [Hussain 93]. Il exprime le déplacement du font de fissure par :

$$\phi = \frac{2\kappa}{G} \frac{\sqrt{1-n^2}}{n} \sigma a \quad (1.33)$$

où κ est une variable dépendant du type de dislocation : il vaut 1 pour la dislocation vis et $1 - \nu$ pour la dislocation coin. a est la longueur de fissure et G le module de cisaillement. Cette valeur de déplacement ϕ est toujours supposée être proportionnelle à la vitesse de propagation de fissure :

$$\frac{da}{dN} = f\phi \quad (1.34)$$

où f est le facteur d'irréversibilité.

Au cours de la propagation, l'extension de la zone plastique liée à la fissure peut être bloquée temporairement par le joint de grains, pourtant la longueur de fissure continue de croître. Ceci fait augmenter la valeur de n . Quand la concentration de contrainte est suffisamment grande pour activer une nouvelle source de dislocations dans le grain voisin, cette valeur atteint une valeur seuil n_c :

$$n_c = \cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{\sigma - \sigma_{Li}}{\sigma_{comp}} \right) \quad (1.35)$$

$$\sigma_{Li} = \frac{\sigma_{FL}}{\sqrt{i}} \quad (1.36)$$

où σ_{comp} est la contrainte de comparaison (contrainte de friction du critère BCS), σ_{FL} est la limite de fatigue et i est le nombre de grains traversés par la fissure (on suppose que les deux côtés de la fissure se propagent à la même vitesse, le nombre de grains traversés est donc toujours impair, $i = 1, 3, 5, \dots$). La concentration de contrainte amenée par la nouvelle zone plastique dans le grain voisin est définie par :

$$n_s = n_c \frac{i}{i+2} \quad (1.37)$$

La durée totale de la propagation, N , est donc égale à la somme du nombre de cycles nécessaire pour le passage de chaque grain ΔN_i :

$$N = \sum_{i=1}^m \Delta N_i \quad (1.38)$$

$$\Delta N_i = \frac{G}{f\kappa\Delta\sigma} (\sin^{-1} n_{ci} - \sin^{-1} n_{si}) \quad (1.39)$$

Pour évaluer la vitesse de propagation de fissures courtes, Edwards et Zhang [Edwards 94a, Edwards 94b] ont calculé la taille de la zone plastique r_p et l'ont corrélée avec la vitesse de propagation (cf. FIG. 1.12) :

$$r_p/c = \frac{1 - \cos\left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_f}\right)}{\cos\left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_f}\right)} \quad (1.40)$$

Ils aboutissent à la loi suivante :

$$\frac{dc}{dN} = C r_p^m \quad (1.41)$$

où C et m sont des constantes du matériau.

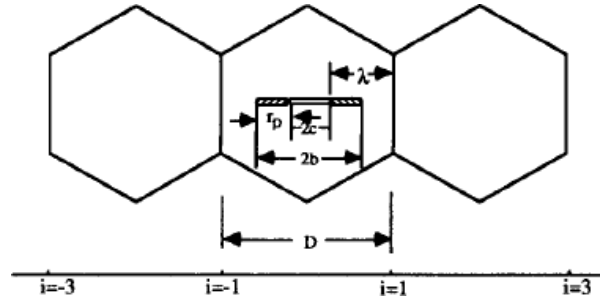


FIGURE 1.12 – Représentation schématique de la propagation de fissure dans un grain [Edwards 94b].

Les résultats obtenus avec ce modèle sont en bon accord avec les essais, surtout pour des matériaux de grain fin [Edwards 94b].

Suivant une approche différente des modèles précédents, qui estiment la vitesse de propagation à partir de l'évolution de la taille de la zone plastique, Tanaka et ses collaborateurs utilisent des paramètres qui dépendent de la géométrie de la fissure : CTOD (crack tip opening displacement) et CTSD (crack tip sliding displacement) [Tanaka 86]. En se basant sur la théorie de Taira [Taira 78], ils ont séparé la propagation de fissure en trois étapes, fonction du statut de la zone plastique dans les grains : le glissement équilibré, le glissement bloqué et le glissement propagé (cf. FIG. 1.13). Les valeurs de CTSD et CTOD sont calculées pour chaque étape de propagation, et la vitesse de propagation est estimée par :

$$\begin{aligned} da/dN &= B'(\Delta CTSD)^m, & \text{propagation de stade I} \\ da/dN &= C'(\Delta CTOD)^n, & \text{propagation de stade II} \end{aligned} \quad (1.42)$$

où B' , C' , m et n sont des constantes.

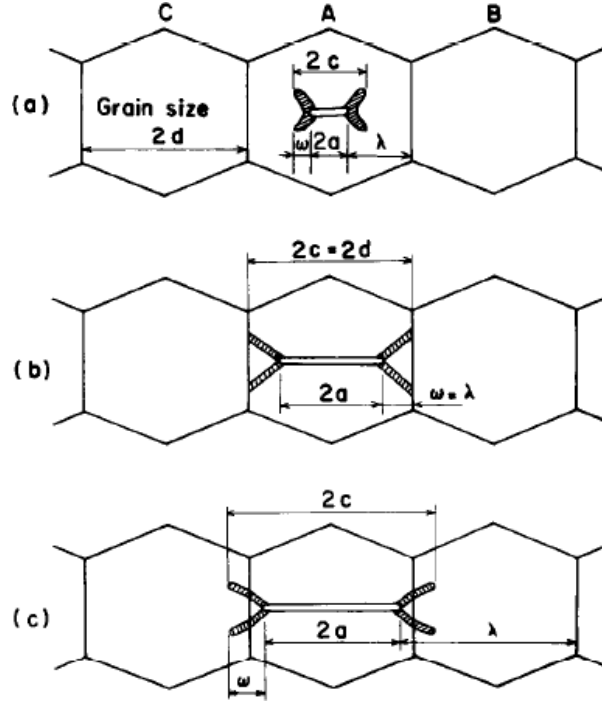


FIGURE 1.13 – Représentation schématique de l'évolution de la zone plastique au cours de la propagation d'une fissure courte, (a) glissement équilibré; (b) glissement bloqué; (c) glissement propagé [Tanaka 86].

L'intérêt de ce type d'approche est que les paramètres géométriques sont relativement faciles à obtenir, par la mesure expérimentale comme par le calcul d'éléments finis. A priori, au cours de la propagation, le ralentissement, le blocage et le déblocage de fissure se manifestent par une modification de ces paramètres. Grâce à cette simplicité, ce critère a été beaucoup utilisé dans le cadre de la propagation de fissure courte [Köster 10]. Certains chercheurs ont en plus modifié ce critère en remplaçant le CTOD ou le CTSD par un nouveau paramètre représentatif «CTD» qui synthétise le CTOD et le CTSD par la fonction [Bennett 03] :

$$CTD = \sqrt{CTOD^2 + CTSD^2} \quad (1.43)$$

Nous signalons enfin un critère de choix du plan de fissuration lors du franchissement d'un joint de grains. Zhai *et al.* ont étudié la propagation d'une fissure courte dans un alliage d'aluminium en rendant compte de l'orientation cristallographique locale et de la désorientation entre deux grains [Zhai 00, Zhai 05].

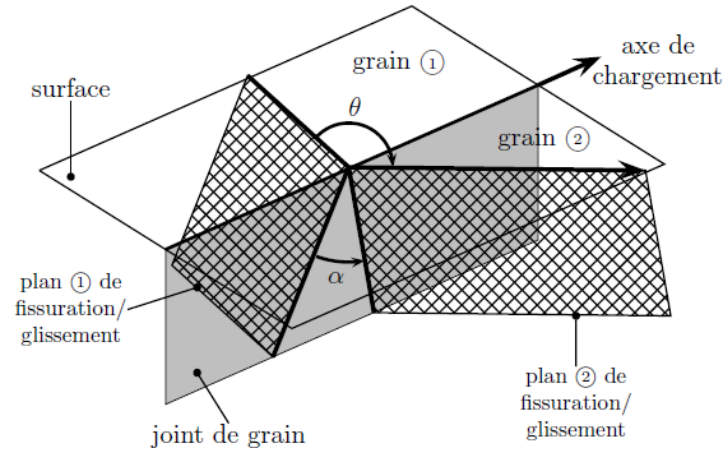


FIGURE 1.14 – Schématisation de la propagation cristallographique d'une fissure le long des plans de glissement [Proudhon 05a].

Après avoir identifié les différents plans de glissement et calculé les angles de déviation (*tilt*) θ et de déflexion (*twist*) α (cf. FIG. 1.14), ils ont montré que le plan d'activation de fissure ne peut pas être défini seulement par un plan qui maximise la valeur du facteur Schmid, mais correspondait également à un angle de déflexion α minimum. Ce critère est cependant établi sur les hypothèses suivantes : le chargement est parallèle au plan du joint de grains et le plan du joint de grains est perpendiculaire à la surface. Ceci limite la fiabilité et la précision de la prédiction.

Étude de l'amorçage de fissure sous chargement de fretting

Ce deuxième chapitre a pour objectif d'étudier numériquement l'amorçage des fissures sous chargement de fretting en rendant compte des différentes méthodes palliatives. Premièrement, le comportement du matériau et le critère multiaxial de prédiction seront explicités. Ensuite, le modèle EF en géométrie cylindre/plan sera présenté. Enfin, nous analyserons les résultats des simulations et discuterons en détail l'effet de la contrainte moyenne, de la plasticité et des éventuelles contraintes résiduelles.

Sommaire

2.1	Modélisation numérique de l'amorçage des fissures de fretting	38
2.1.1	Comportement du matériau	38
2.1.2	Critère d'évaluation du risque d'amorçage	40
2.1.3	Caractérisation de l'état de contrainte et de déformation en glissement partiel	42
2.2	Estimation du risque d'amorçage de fissure de fretting tenant compte de la plasticité et de différentes solution palliatives	46
2.2.1	Modèle éléments finis	46
2.2.2	Simulation numérique du fretting intégrant les traitements de surface et la plasticité	50
2.2.3	Analyse des effets de la contrainte moyenne, de la plasticité et des contraintes résiduelles	56

2.1 Modélisation numérique de l'amorçage des fissures de fretting

2.1.1 Comportement du matériau

Le matériau étudié dans cette thèse est un alliage de titane Ti-6Al-4V (ou TA6V), qui est largement utilisé dans le domaine de l'aéronautique en raison de son haut rapport résistance mécanique/poids et sa grande résistance à la corrosion. Il est également le plus utilisé des alliages de titane, et représente à lui seul 50 – 60% de la production mondiale.

Dans cette partie dédiée à l'amorçage des fissures de fretting, la microstructure de l'alliage n'est pas directement considérée, mais le comportement élasto-plastique macroscopique du matériau va être pris en compte. Les lois de comportement utilisées sont décrites dans le Tableau 2.1. Elles sont formulées en petites déformations et constituées de différentes lois d'écrouissage dans un cadre visco-plastique.

TABLE 2.1 – Lois de comportement macroscopique

Potentiel viscoplastique	$\Omega = \frac{K}{n+1} \left\langle \frac{J(\underline{\sigma} - \underline{\mathbf{X}}) - R_0}{K} \right\rangle^{n+1}$
	$J(\underline{\sigma} - \underline{\mathbf{X}}) = \left[\frac{3}{2} (\sigma'_{ij} - X'_{ij})(\sigma'_{ij} - X'_{ij}) \right]^{1/2}$
Vitesse de déformation plastique	$\dot{\underline{\varepsilon}}^p = \frac{3}{2} \left\langle \frac{J(\underline{\sigma} - \underline{\mathbf{X}}) - R_0}{K} \right\rangle^n \frac{\underline{\sigma}' - \underline{\mathbf{X}}'}{J(\underline{\sigma} - \underline{\mathbf{X}})}$
Écrouissage cinématique	$\dot{\underline{\alpha}}_i = \dot{\underline{\varepsilon}}^p - \frac{3D_i}{2C_i} \underline{\mathbf{X}}_i \dot{p}$
	$\underline{\mathbf{X}} = \sum_i \frac{2}{3} C_i \underline{\alpha}_i$
Écrouissage isotrope	$R_0 = \text{Constante}$

2.1. Modélisation numérique de l’amorçage des fissures de fretting39

TABLE 2.2 – Paramètres du modèle pour le TA6V

Paramètre	R_0 (MPa)	C (MPa)	D	K (MPa.s ^{1/n})	n
Valeur	490	106663	100	400	16

Dans ce modèle présenté (Tab. 2.1), le potentiel viscoplastique Ω , qui est fait intervenir une loi puissance avec deux paramètres K et n , la variable critique dépendant de la distance au sens de von Mises $J(\underline{\sigma} - \underline{\mathbf{x}})$ entre l’état de contrainte et le centre du domaine d’élasticité, défini par la variable $\underline{\mathbf{X}}$ d’écrouissage cinématique. Il n’y a pas d’écrouissage isotrope, le seuil d’écrouissage R_0 représentant la limite élastique est donc constant. Lorsque les valeurs positives du potentiel, des déformations viscoplastiques se développent. Dans les formules, σ'_{ij} et X'_{ij} représentent respectivement le déviateur du tenseur de contrainte et de la variable d’écrouissage cinématique. Les paramètres matériau sont identifiés sur l’état stabilisé du matériau lors d’essais oligocycliques à déformation plastique imposée. Dans la première version de la loi que nous considérons, il n’y a qu’une seule variable d’écrouissage cinématique, donc un seul couple (C, D) pour caractériser cette évolution. Le paramètre C contrôle la pente initiale de la courbe d’écrouissage à la sortie du domaine d’élasticité, tandis que le paramètre D contrôle la non-linéarité de l’écrouissage. La variable p représente la déformation plastique cumulée, définie par $\dot{p} = ((2/3)\dot{\underline{\varepsilon}}^{\text{tp}} : \dot{\underline{\varepsilon}}^{\text{tp}})^{1/2}$.

Les paramètres de comportement du matériau utilisés dans la modélisation figurent dans le Tableau 2.2 tandis que le comportement mécanique du matériau est illustré par une simulation d’un essai de traction–compression non symétrique avec une contrainte moyenne positive, en figure 2.1a. La translation du centre de la surface de charge est clairement visible, la déformation plastique maximale augmentant d’une certaine quantité à chaque cycle. Cette quantité connue sous le nom de déformation de rochet, est notée $\Delta\varepsilon_r$ [Lemaitre 96]. Plusieurs simulations ont été effectuées en gardant l’amplitude de la contrainte de chargement égale à 700 MPa et en changeant la contrainte moyenne σ_m . La déformation plastique de rochet ($\Delta\varepsilon_r$) augmente en fonction de celle-ci (cf. FIG. 2.1b). Ceci montre l’importance de la contrainte moyenne sur la réponse mécanique cyclique du matériau.

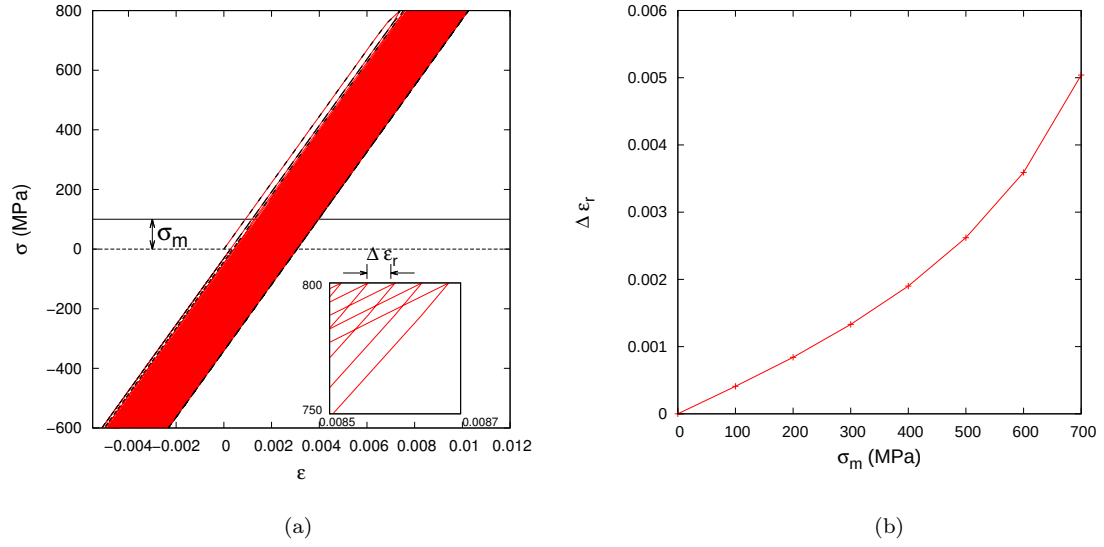


FIGURE 2.1 – (a) Réponse mécanique du Ti-6Al-4V illustrée par la simulation d'un essai uniaxial de traction-compression non symétrique. (b) Évolution de la déformation plastique de rochet en fonction de la contrainte moyenne.

2.1.2 Critère d'évaluation du risque d'amorçage

Plusieurs critères de fatigue multiaxiale ont déjà été présentés dans la partie 1.2.2. Parmi ceux là, le critère SWT est souvent préféré depuis sa première application dans le domaine de fretting par Szolwinski et Farris [Szolwinski 96], en raison de sa capacité à prévoir à la fois la durée de vie d'amorçage et l'angle d'orientation de la fissure. L'une de ses limitations est qu'il ne considère pas l'effet de la contrainte moyenne, alors que le chargement de fretting en introduit classiquement une. Généralement, une contrainte moyenne de traction a un effet néfaste sur la résistance en fatigue, tandis qu'une contrainte moyenne de compression a un effet bénéfique [Susmel 05]. Le critère a donc été récemment modifié par une équipe de l'ONERA dans le cadre d'une collaboration avec Turboméca et Snecma [Bonnand 11]. Comme le critère SWT, le nouveau critère est mixte en contrainte et déformation, mais considère en plus l'effet de la contrainte moyenne au cours du cycle. Il est décrit par l'équation suivante :

$$\sigma_{eff} = \sqrt{E \epsilon_{aeq} \sigma_{aeq}} \Phi(\overline{Tr\sigma}) \quad (2.1)$$

où E est le module de Young. Φ est une fonction du premier invariant du tenseur de contrainte qui est introduit afin de rendre compte de l'effet de la contrainte

2.1. Modélisation numérique de l'amorçage des fissures de fretting 41

moyenne. $\overline{Tr\sigma}$ est la trace moyenne du tenseur de contrainte sur un cycle qui est calculée par :

$$\overline{Tr(\sigma)} = \frac{Tr(\sigma)_{max} + Tr(\sigma)_{min}}{2} \quad (2.2)$$

σ_{aeq} (resp. ε_{aeq}) est l'amplitude de la contrainte équivalente (resp. déformation équivalente), calculée par en calculant la plus petite hypersphère englobant le trajet de chargement [Blétry 11] :

La contrainte effective σ_{eff} (cf. eq. 2.1) calculée par TOS peut être utilisée pour évaluer le risque d'amorçage de fissure en combinant la loi classique de Manson–Coffin qui lie la déformation et la durée de vie :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\varepsilon^e}{2} &= \frac{1}{E}\sigma_a = BN_f^{-\beta} \\ \frac{\Delta\varepsilon^p}{2} &= AN_f^{-\alpha} \\ \varepsilon_a &= AN_f^{-\alpha} + BN_f^{-\beta} \end{aligned} \quad (2.3)$$

où $\Delta\varepsilon^e/2$, $\Delta\varepsilon^p/2$ et ε_a sont respectivement l'amplitude de la déformation élastique, l'amplitude de la déformation plastique et l'amplitude de la déformation totale. α et β sont deux paramètres empiriques du matériau (généralement α est proche de 0,5 et β est proche de 0,12). A et B sont deux constantes.

A partir des équations de Manson–Coffin (cf. eq. 2.3) et du critère SWT qui calcule sa contrainte effective par l'amplitude de la contrainte et celui de déformation, on obtient une relation entre la durée de vie d'amorçage et la contrainte effective du critère exprimée par :

$$\sigma_{a_{eff}}^{SWT} = \sqrt{E\sigma_a\varepsilon_a} = \sqrt{E^2 \left(ABN_f^{-\alpha-\beta} + B^2N_f^{-2\beta} \right)} \quad (2.4)$$

Il en est de même avec le critère TOS, le lien entre la contrainte effective de critère et l'expression de la durée de vie est donc :

$$\sigma_{eff}^{TOS} = \sqrt{E\varepsilon_{aeq}\sigma_{aeq}\Phi(\overline{Tr\sigma})} = \sqrt{E^2 \left(ABN_f^{-\alpha-\beta} + B^2N_f^{-2\beta} \right)} \quad (2.5)$$

Les paramètres caractérisant la durée de vie du matériau Ti-6Al-4V et appliqués dans ce travail sont donnés dans la table 2.3 :

TABLE 2.3 – Paramètres du critère de TOS utilisés pour le matériau Ti-6Al-4V

Paramètre	A	B	α	β
Valeur	1.055	0.012411	0.85	0.1133

2.1.3 Caractérisation de l'état de contrainte et de déformation en glissement partiel

L'analyse théorique de l'état de contrainte sous chargement de fretting a été faite séparément pour le glissement total et le glissement partiel en rendant compte des différentes configurations de contact. On s'intéresse ici à la configuration cylindre/plan car elle constitue un essai-modèle couramment utilisé dans les laboratoires de recherche, et parce que l'état mécanique qu'elle génère s'évalue facilement dans le cadre des déformations planes.

Dans le cas du glissement total, l'état des contraintes est décrit simplement par une superposition des contraintes introduites par la pression normale P et le cisaillement Q (proposé par McEwen [McEwen 49]) :

$$\underline{\sigma} = \underline{\sigma}^P + \underline{\sigma}^Q \quad (2.6)$$

où la contrainte de cisaillement $\underline{\sigma}^Q$ peut être calculée par la loi de Coulomb lorsque la pression et le coefficient de frottement sont donnés. Autrement dit, l'état des contraintes en glissement total ne dépend que de pression normale appliquée et du coefficient de frottement.

Dans le cas du glissement partiel, l'effort tangentiel global (Q) est toujours inférieur au produit de l'effort normal par le coefficient de frottement ($|Q| < \mu P$). On ne peut donc plus le calculer simplement par la loi de Coulomb. La zone de contact est constituée d'une zone centrale toujours collée ($|x| < c$), et d'une zone glissante en périphérie du contact ($c \leq |x| \leq a$), où le rayon de la zone collée c et celui de la zone de contact a sont déterminés par la théorie de Hertz (cf. FIG. 2.2) [Johnson 85].

La spécificité du glissement partiel ne se manifeste pas seulement par la zone collée au centre de la zone de contact, mais aussi par l'apparition du front de glissement qui oscille entre a et c dans la zone glissante au cours du cycle (cf. FIG. 2.2 et FIG. 2.3). Ce front sépare la zone glissante en deux parties dans lesquelles les directions de glissement sont opposées l'une à l'autre. Il est de

2.1. Modélisation numérique de l'amorçage des fissures de fretting 43

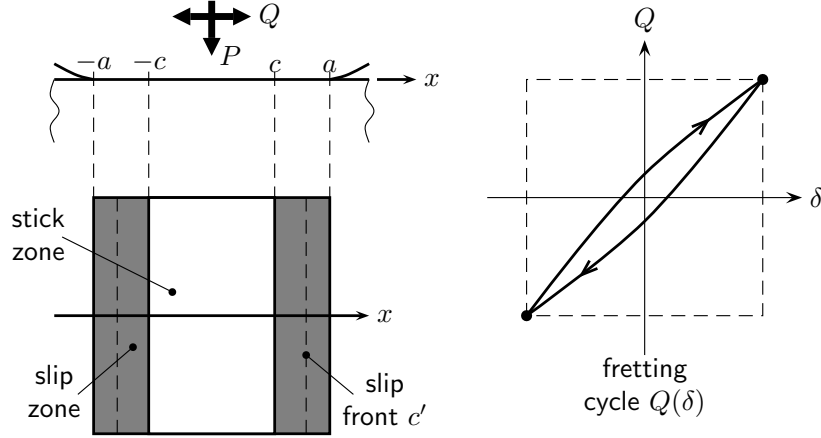


FIGURE 2.2 – Représentation schématique dans un modèle Cylindre/Plan du front de glissement lors d'un essai de fretting en glissement partiel.

ce fait, commode d'utiliser l'évolution du rayon du front de glissement c' à la place du temps au cours du cycle. Comme le montre la figure 2.3, chaque courbe colorée représente une distribution instantanée du cisaillement de surface dans un modèle de contact Cylindre/Plan. Les rayons du front de glissement c' de chaque courbe sont différents et ils correspondent chacun à un instant particulier du cycle qui est noté sur la courbe de force tangentielle. Afin de déterminer l'état de contrainte en glissement partiel à un instant donné du cycle, l'introduction de c' dans la formulation est donc utilisée.

Le tenseur des contraintes en glissement partiel résultant de l'action combinée des forces P et Q peut également être obtenu par superposition. La contrainte due à la pression σ^P reste identique à celle qui est obtenue en glissement total, déterminée par la théorie de Hertz et sa valeur reste inchangée au cours du cycle. La contrainte de cisaillement σ^Q ne peut plus être calculée simplement par la loi de Coulomb. D'après l'analyse de Mindlin et Hills [Hills 94], la contrainte de cisaillement s'obtient par superposition de trois champs mécaniques (cf. FIG. 2.4) :

- un contact glissant entre $-a$ et a avec une amplitude de $+\delta$. Le cisaillement correspondant est :

$$q_a(x, a) = \mu p_0 \left(1 - x^2/a^2\right)^{1/2} \quad (2.7)$$

- un contact glissant entre $-c$ et c avec une amplitude de $+\delta$. Le cisaillement

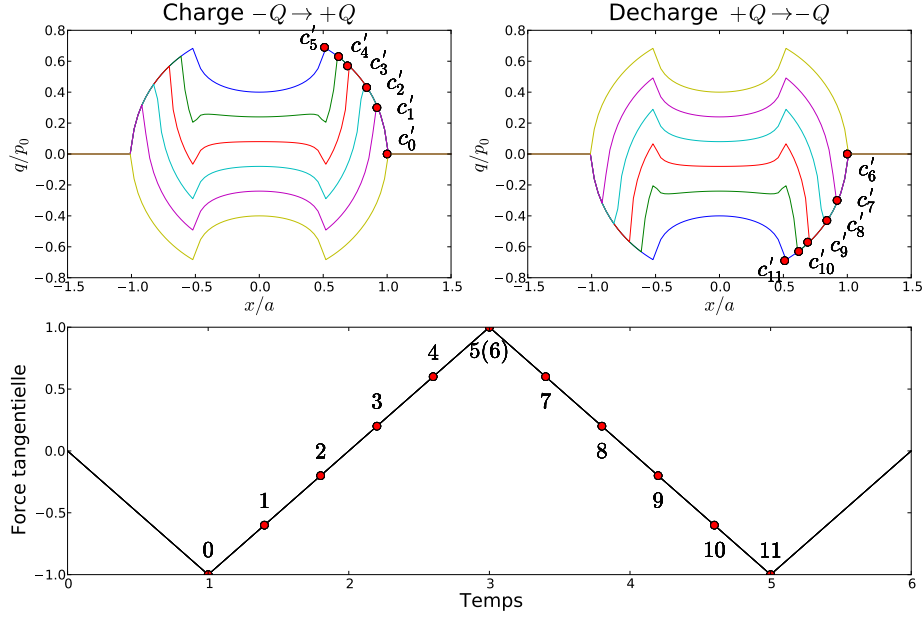


FIGURE 2.3 – Évolution du front de glissement et du cisaillement de surface au cours d'un cycle de fretting en glissement partiel ($\nu = 0.29$, $\mu = 0.8$, $k = c/a = 0.5$).

dû à ce glissement est :

$$q_c(x, c) = \mu c / a p_0 \left(1 - x^2 / c^2\right)^{1/2} = k q_a(x / k, a) \quad (2.8)$$

- un contact glissant entre $-c'$ et c' avec un amplitude de -2δ . Le facteur -2 se décompose en deux parties, l'une servant à résister au glissement actuel, alors que l'autre sert à générer un nouveau glissement dans la direction inverse. Le cisaillement dû à ce glissement est :

$$q_{c'}(x, c') = \mu c' / a p_0 \left(1 - x^2 / c'^2\right)^{1/2} = k' q_a(x / k', a) \quad (2.9)$$

où p_0 est la pression de Hertz maximale. Dans le cas du contact cylindre/plan, p_0 s'exprime par :

$$p_0 = \frac{2P}{\pi a} \quad (2.10)$$

où k et k' représentent respectivement les rapports de glissement c/a et c'/a . La superposition des trois champs nous permet de calculer la contrainte de cisaille-

2.1. Modélisation numérique de l'amorçage des fissures de fretting45

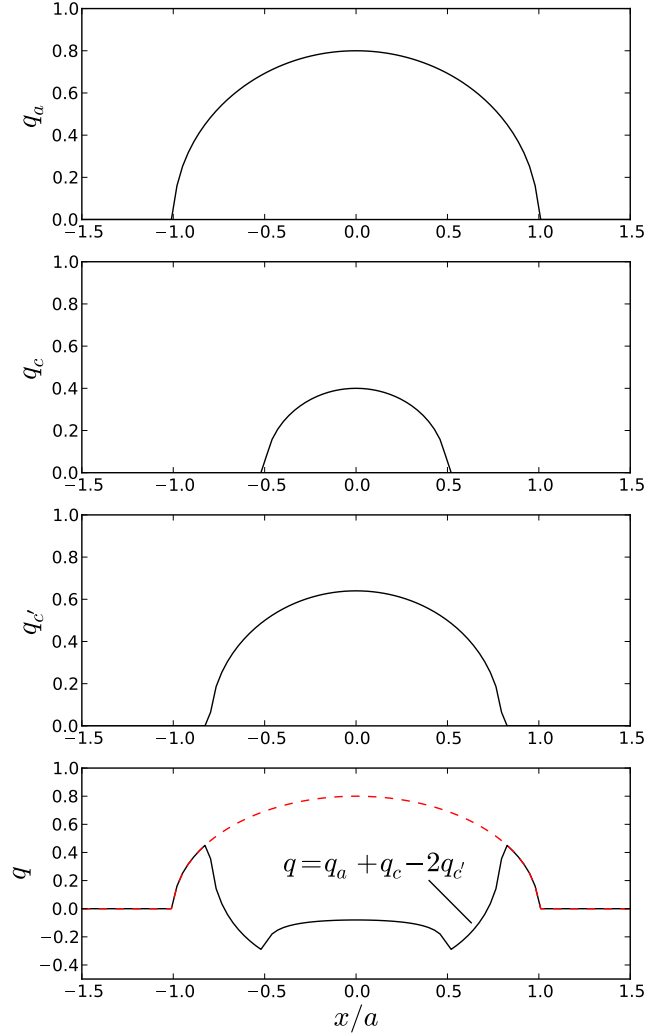


FIGURE 2.4 – Représentation schématique de la théorie de superposition de Mindlin ($\nu = 0.29$, $\mu = 0.8$, $k = c/a = 0.5$ et $k' = c'/a = 0.8$).

ment en glissement partiel :

$$\begin{aligned} q &= q_a + q_c - 2q_{c'}, & \text{charge} \\ q &= -q_a - q_c + 2q_{c'}, & \text{décharge} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Ce principe de superposition reste valide tant que les hypothèses de Hertz sont vérifiées. Le système doit donc comporter une surface continue, être constitué

d’un matériau élastique homogène et isotrope, présenter des déformations faibles, et un plan qui puisse être assimilé à un massif semi-infini.

D’après l’analyse ci-dessus, une fois que le cisaillement est connu, l’état des contraintes en glissement partiel peut être calculé par les relations suivantes :

$$\begin{aligned}\underline{\sigma} &= \underline{\sigma}^P + \underline{\sigma}^Q(\underline{X}, a) + k\underline{\sigma}^Q(\underline{X}/k, a) - 2k'\underline{\sigma}^Q(\underline{X}/k', a), & \text{charge} \\ \underline{\sigma} &= \underline{\sigma}^P - \underline{\sigma}^Q(\underline{X}, a) - k\underline{\sigma}^Q(\underline{X}/k, a) + 2k'\underline{\sigma}^Q(\underline{X}/k', a), & \text{décharge}\end{aligned}\tag{2.12}$$

où $\underline{X}$ est le vecteur qui décrit la position matérielle et k' décrit l’évolution au cours du cycle. Les composantes du tenseur $\underline{\sigma}^P$ et du tenseur $\underline{\sigma}^Q$ associés respectivement à l’effort de la pression normale P et à l’effort de la force tangentielle Q ont été déterminées par McEwen [McEwen 49], dont le travail a été complété par K. L. Johson, D. A. Hills, D. Nowell et A. Stackfield [Johnson 85, Hills 93] (voir Annexe A).

Le champ des déformations peut être ensuite déterminé à partir du champ des contraintes à l’aide de la loi de Hooke. En combinant le critère TOS présenté dans la section 2.1.2 et la solution pour l’état de contrainte et de déformation présenté ci-dessus, on dispose d’une méthode analytique d’estimation de l’amorçage de fissure sous chargement de fretting en glissement partiel. Cette méthode servira en particulier à vérifier la précision de notre modèle numérique dans le cas élastique.

2.2 Estimation du risque d’amorçage de fissure de fretting tenant compte de la plasticité et de différentes solution palliatives

Le modèle utilisé est une représentation 2D du système cylindre-plan (cf. FIG. 2.5), avec un cylindre de rayon $49mm$.

2.2.1 Modèle éléments finis

Sachant que la qualité du maillage influence directement la précision du calcul par éléments finis, le choix de la taille des éléments, surtout dans la zone de contact (encadrée en bleu en FIG. 2.5), là où les gradients de contrainte sont les plus forts, est important. La littérature suggère d’accepter une erreur de 2% au

maximum par rapport à la solution analytique [Lykins 00, Fadag 08], ce qui est en général obtenue pour une taille de maille de l'ordre de $a/50$.

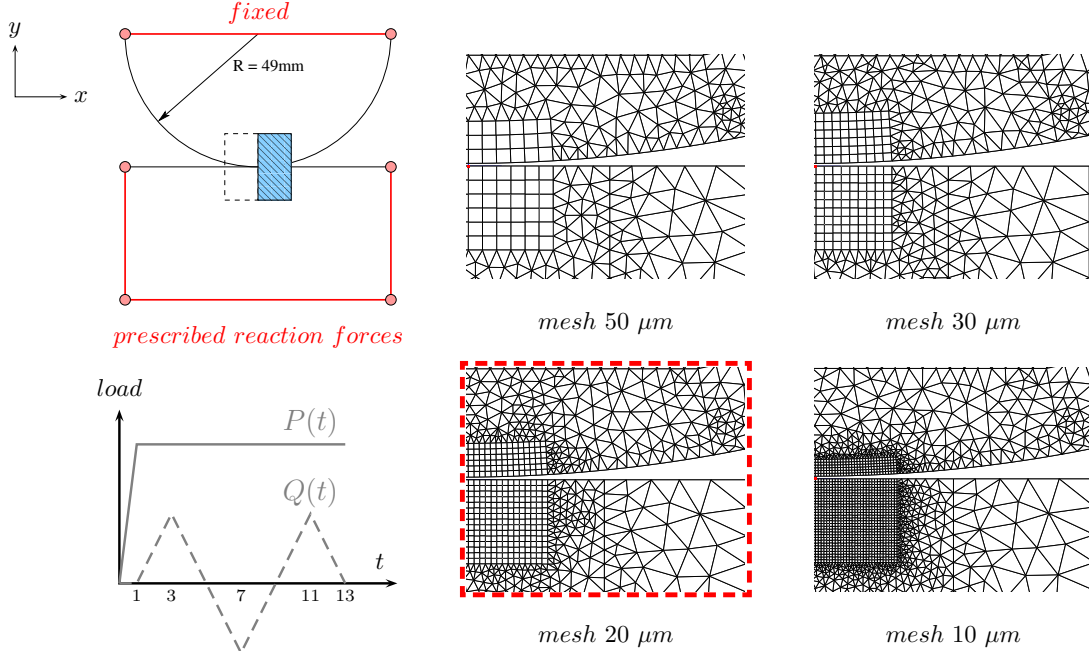


FIGURE 2.5 – Modèle 2D cylindre/plan du calcul par éléments finis montrant les différentes tailles d'élément dans la zone de contact (une taille de $20\ \mu\text{m}$ a été retenue pour les simulations qui suivront).

Afin de vérifier ces informations, nous avons réalisé des calculs dans lesquels la taille de maille minimale varie entre $90\ \mu\text{m}$ et $10\ \mu\text{m}$ dans la zone de contact. Les valeurs de la contrainte σ_{yy} sont extraites au centre du plan le long de l'axe de profondeur ($x = 0$, $y < 0$), et comparées à la contrainte analytique σ_{yy}^P qui est exprimée par :

$$\sigma_{yy}^P(x = 0, y) = -p_0 a (a^2 + y^2)^{-\frac{1}{2}} \quad (2.13)$$

La comparaison entre les résultats de ces simulations et les valeurs analytiques est reportée en figure 2.6. En diminuant la taille du maillage, la précision du calcul augmente graduellement, mais le coût du calcul augmente également. Le maillage de $10\ \mu\text{m}$ permet bien entendu d'obtenir le résultat le plus précis, mais celui de $20\ \mu\text{m}$ est acceptable pour un coût beaucoup plus faible, et sera utilisé par la suite, sauf mention contraire.

Après la détermination de la taille minimale du maillage, le calcul éléments finis complet du cycle de fretting est effectué dans le cas élastique avec le même

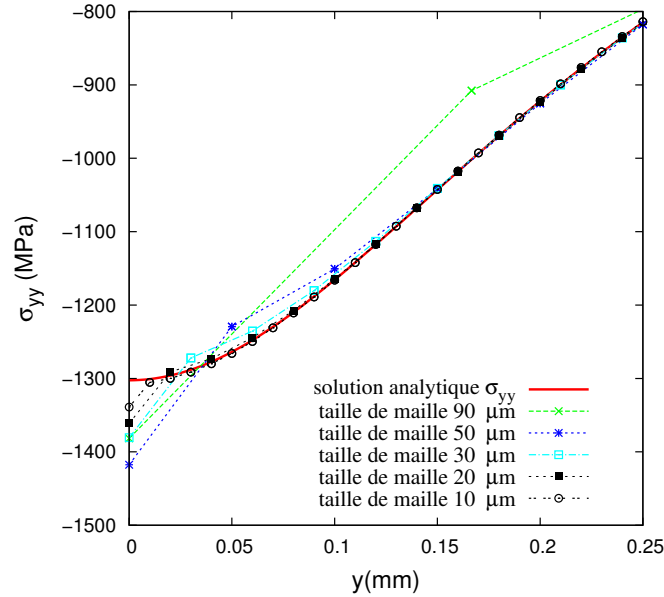


FIGURE 2.6 – Comparaison entre simulations par éléments finis et résultat analytique pour un essai d'indentation. σ_{yy} est tracée dans le plan, sur l'axe de symétrie du système ($x = 0$, $y < 0$) (cf. FIG. 2.5).

modèle de cylindre/plan. Les paramètres géométriques R , a , c ; les paramètres de chargement P , Q et les paramètres du comportement du matériau E , μ , ν sont rassemblés dans le tableau 2.4.

TABLE 2.4 – Paramètres du modèle analytique dans le cas élastique

R (mm)	E (MPa)	ν	μ	Q (N/mm)	P (N/mm)	a (mm)	c (mm)
49	119000	0.29	0.8	600	1000	0.98	0.49

Afin de modéliser le chargement de fretting, le cylindre est encastré et le plan est déplacé en contrôlant la force de réaction. La pression P est d'abord appliquée linéairement sur le plan, ensuite en gardant la pression constante, une force de cisaillement oscillatoire Q est ajoutée. A partir des valeurs de contraintes et de déformations calculées directement sur chaque point de Gauss, la distribution numérique de la contrainte effective TOS (cf. eq. 2.1) le long de la surface de contact peut être calculée (voir la courbe rouge de la figure 2.7d). Cette distribution représente le risque d'amorçage des fissures : les deux pics qui sont proches

du bord de la zone de contact marquent les positions critiques où se produira l'amorçage d'après le modèle. La durée de vie à l'amorçage est évaluée à partir de la contrainte effective (cf. eq. 2.5).

En vue de vérifier cette simulation numérique, la distribution de la contrainte effective TOS est aussi calculée analytiquement grâce aux contraintes analytiques évaluées par la théorie de superposition (cf. eq. 2.12, voir FIG. 2.7 (a),(b) et (c)) et aux déformations évaluées à l'aide de la loi de Hooke. Les distributions de la contrainte effective de TOS obtenue par le calcul d'éléments finis et par la méthode analytique sont comparées en figure 2.7 (d). L'état des contraintes le

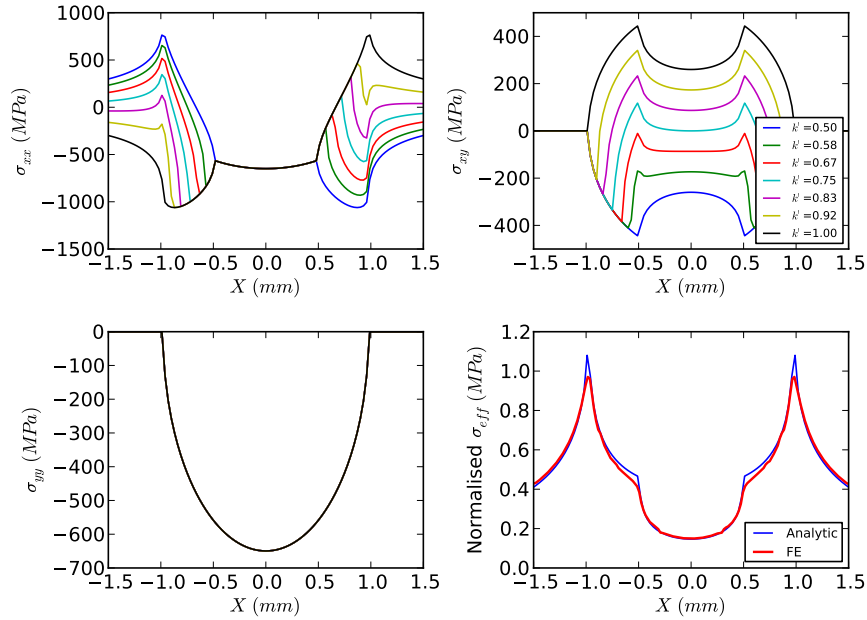


FIGURE 2.7 – État des contraintes au cours du cycle de fretting et la distribution de la contrainte effective évaluée par TOS le long de la surface de contact.

long de la surface ainsi que celui des déviateurs sont aussi comparés en figure 2.8. De légères différences peuvent être observées sur σ_{eff} , l'écart provenant surtout de σ_{xx} en raison de l'apparition d'un très fort gradient au bord de la zone de glissement. Malgré cela, l'accord reste très satisfaisant.

La bonne tenue du modèle numérique étant vérifiée, nous pouvons envisager de l'utiliser pour des cas plus complexes (incluant plasticité, revêtement, et contrainte résiduelle).

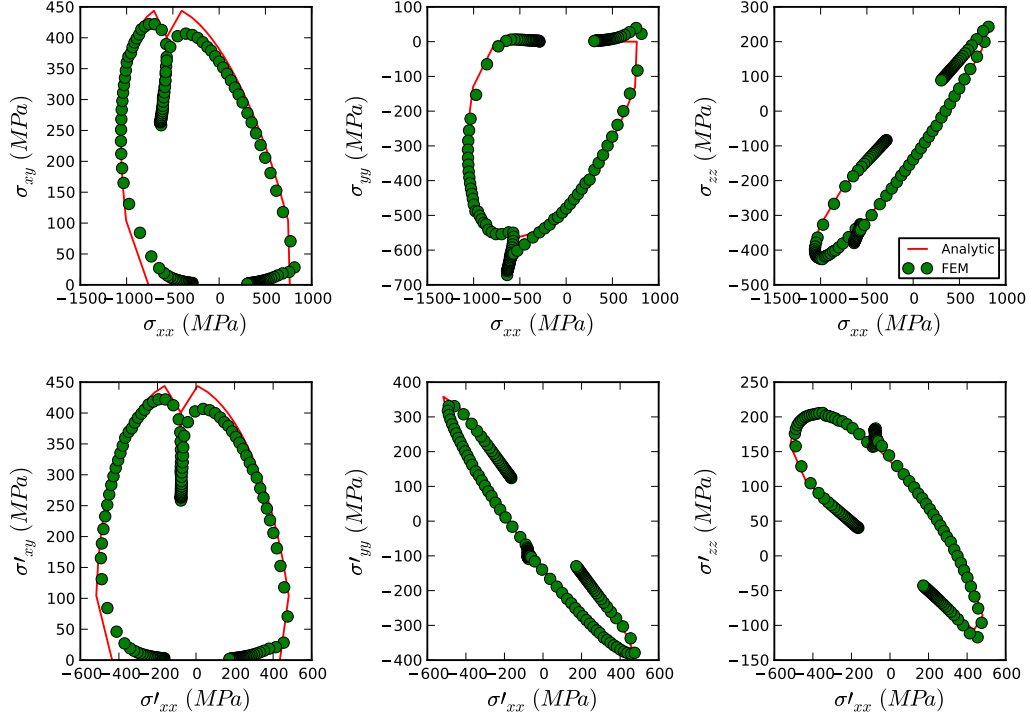


FIGURE 2.8 – Comparaison entre le résultat EF et le résultat analytique des contraintes et des déviateurs le long de la surface (pour $k' = 1$).

2.2.2 Simulation numérique du fretting intégrant les traitements de surface et la plasticité

Diverses méthodes palliatives existent dans la pratique industrielle, en vue d'améliorer la résistance au fretting et de prolonger la durée de vie. Le revêtement d'une des surface est une méthode largement utilisée. La présence de la couche de revêtement réduit les dommages dus à l'usure et change également le coefficient de frottement à l'interface. Généralement, dans le domaine du fretting, la réduction du coefficient de frottement diminue la contrainte de cisaillement et réduit le risque de propagation des micro-fissures. Le revêtement de surface est donc une méthode efficace pour protéger le matériau de substrat de l'endommagement, mais la couche de revêtement s'use au fil du temps ; une fois que cette couche est retirée, l'effet de la protection disparaît.

L'introduction de contraintes résiduelles dans la région de contact par gre-

2.2. Estimation du risque d'amorçage de fissure de fretting tenant compte de la plasticité et de différentes solution palliatives 51

naillage, choc laser ou autres moyens de traitement de surface est également une méthode répandue dans l'industrie afin d'augmenter la durée de vie sous chargement de fretting. L'existence des contraintes résiduelles que l'on introduit correspondent à une pression hydrostatique de compression, ce qui, superposé au chargement appliqué, retarde l'amorçage des fissures.

Au-delà de ces méthodes palliatives, le matériau de base lui-même joue un rôle important, au travers de sa microstructure, et de la façon dont se développe la plasticité.

En ce qui concerne les composants des turbines, le disque et les aubes sont tous grenaillés et contiennent des contraintes résiduelles. Le pied des aubes est également revêtu. Afin de simuler ce type de contact, un modèle dit *représentatif* est construit en se basant sur le système simplifié cylindre/plan (cf. FIG. 2.9).

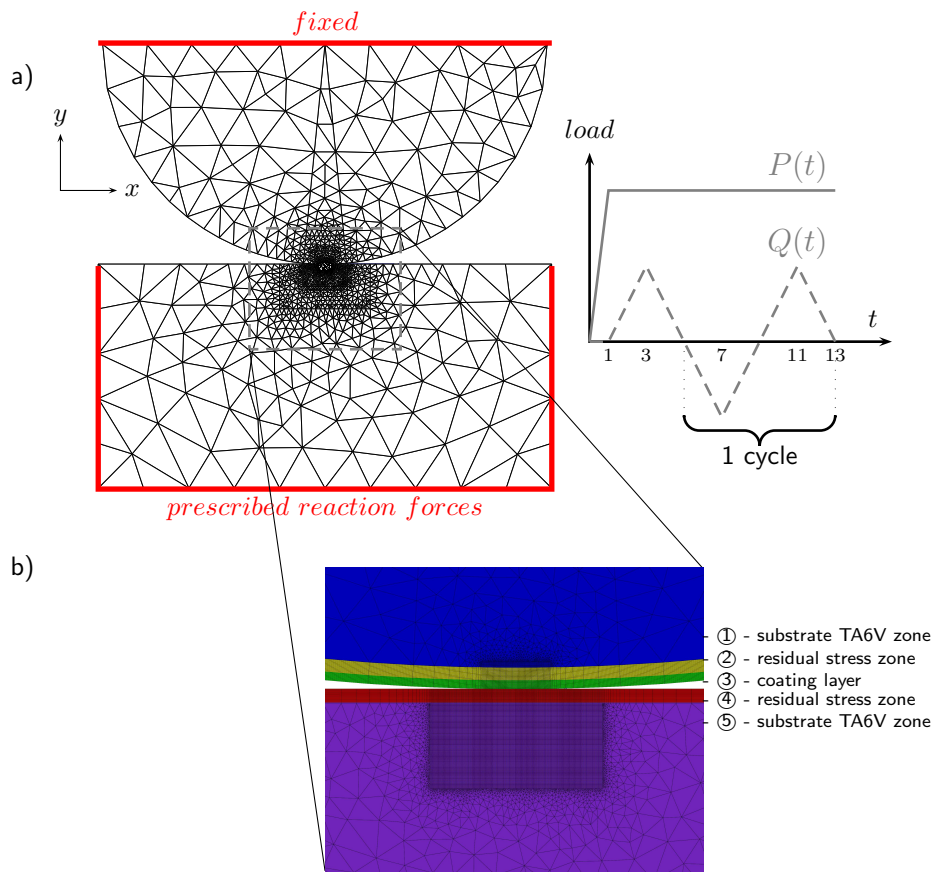


FIGURE 2.9 – Système cylindre/plan représentatif du contact aube/disque.

Dans ce modèle, le cylindre représente le pied d'une aube alors que le plan

représente le disque. L'objectif de la simulation avec ce modèle est d'estimer le nombre de cycles nécessaire à l'amorçage de fissures dans le disque (le plan). En effet, en pratique, les aubes sont faciles à changer après une certaine période de service, alors que la durée de vie du disque représente bien souvent la durée de vie du moteur. Comme montré en figure 2.9 (b), les zones ① et ⑤ représentent le substrat TA6V, et les zones ② et ④ représentent des couches qui contiennent des contraintes résiduelles. Elles ont été introduites par grenaillage. L'épaisseur de cette couche dans notre simulation est de $300\ \mu m$. Ces contraintes résiduelles ont été mesurées par diffraction des rayons X à la SNECMA. Elles diminuent à mesure que l'on s'écarte de la surface et semblent présenter un maximum à environ $50\ \mu m$ sous la surface. Il est possible que les contraintes d'extrême surface soient un peu relaxées. Cette distribution est approchée par une fonction continue comme montré par la ligne sur la figure 2.10. Dans la simulation, cette distribu-

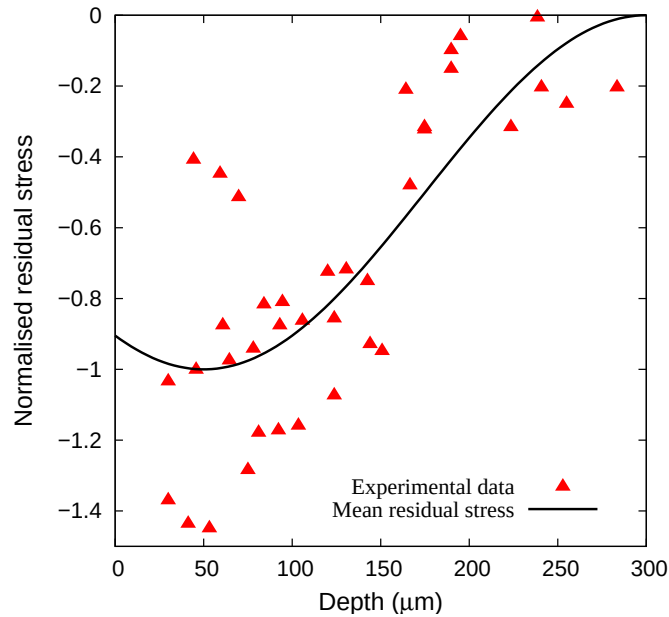


FIGURE 2.10 – Distribution des contraintes résiduelles dans le disque et les aubes en fonction de la profondeur. La ligne continue représente la fonction appliquée dans le calcul EF.

tion de contraintes résiduelles est introduite aux points de Gauss correspondants en initialisant leur variable interne ξ^{el} de façon appropriée avant l'opération du chargement de fretting.

La zone ③ représente une couche de revêtement, son épaisseur est de 200

μm . Le matériau simulé de cette couche est un alliage mou et poreux, le CuNiIn, qui est appliqué par projection thermique sur le matériau de base TA6V. Son comportement est identifié en analysant par le calcul les empreintes résiduelles laissées par des essais de macro indentation (résolution de problème inverse). On a choisi d'identifier un comportement élastoplastique avec écrouissage cinématique non linéaire, comme illustré par la figure 2.11.

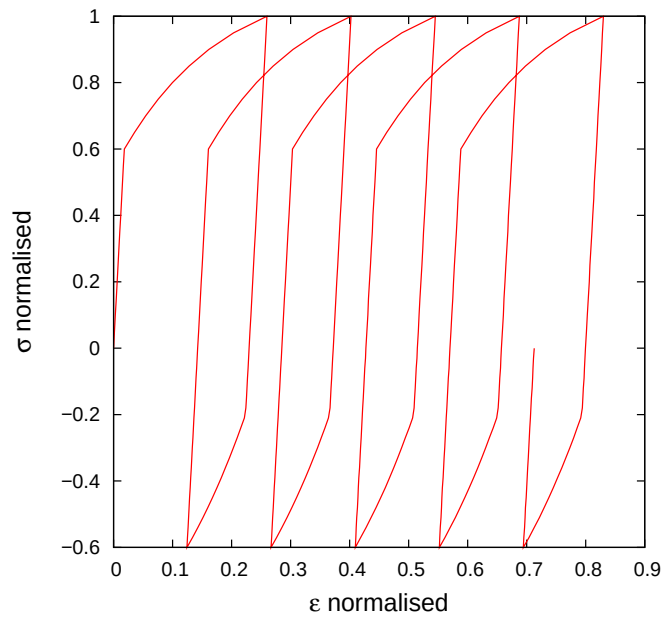


FIGURE 2.11 – Comportement du matériau de revêtement illustré par la simulation d'un essai uniaxial de traction-compression non symétrique.

Afin d'identifier l'influence de chaque méthode palliative, nous pouvons utiliser le modèle en prenant en compte soit la couche de revêtement, soit la présence de contraintes résiduelles. Dans chaque cas, les autres parties seront considérées comme du matériau de base TA6V.

Pour chaque calcul, 100 cycles ont été simulés afin de permettre la redistribution de contraintes liée à l'écoulement plastique. Les conditions de chargement sont reportées dans le tableau 2.4 et schématisées sur la figure 2.9. On impose la force de réaction sur le plan en état de déformations planes. On fait ici l'hypothèse assez classique¹ que le régime de glissement partiel engendre une usure

1. Cette hypothèse est en accord avec les observations expérimentales, excepté peut être pour le cas du revêtement de CuNiIn.

de surface très faible, si bien que celle-ci ne modifie pas la géométrie du contact, ni la valeur du coefficient de frottement, ni le champ des contraintes normales et tangentielles. On ne représente pas non plus l’enlèvement progressif de la couche de revêtement par usure au fil des cycles de fretting.

Après les simulations, les champs des contraintes effectives TOS dans le plan sont calculés pour chaque cas, et reportés en figure 2.12. Les courbes représentant la variation de cette contrainte effective sur la surface de contact (pour chaque cas, sauf le cas avec revêtement) sont comparées entre elles en figure 2.13. Les deux pics de chaque courbe indiquent les positions critiques de l’initiation des fissures et sont situés très légèrement à l’extérieur de la zone de contact. La zone de la surface qui reste en contact collant peut aussi être identifiée par la vallée au milieu de chaque courbe. Pour le cas avec revêtement, la distribution de la contrainte effective TOS est calculée sur l’interface entre la couche de revêtement et le substrat, car c’est la durée de vie du matériau de base qui est recherchée. Ceci explique pourquoi la position des pics est différente des autres dans ce cas.

La comparaison de ces distributions de contrainte effective montre la diminution du risque d’amorçage associée à chaque traitement de surface. Les estimations de durée de vie sont effectuées à l’aide la relation 2.5 et reportées dans le tableau 2.5.

TABLE 2.5 – Contraintes effectives maximales et durées de vie estimées à l’aide du critère TOS dans les différents cas étudiés.

	Contrainte effective TOS normalisée	N (cycles)
Elastique	0.97	5.20×10^4
Elastoplastique	0.90	1.50×10^5
Avec contrainte résiduelle	0.52	4.11×10^8
Elastoplastique + revêtement	0.32	1.11×10^{14}
Modèle aube/disque (FIG. 2.9 (b))	0.88	1.45×10^6

D’après les résultats du tableau 2.5, la durée de vie minimale est bien entendue rencontrée pour une structure purement élastique et sans aucun traitement de surface. Ce risque est légèrement réduit avec la prise en compte de la plasticité (nous discutons ce point plus en détails dans la partie suivante). Les différents

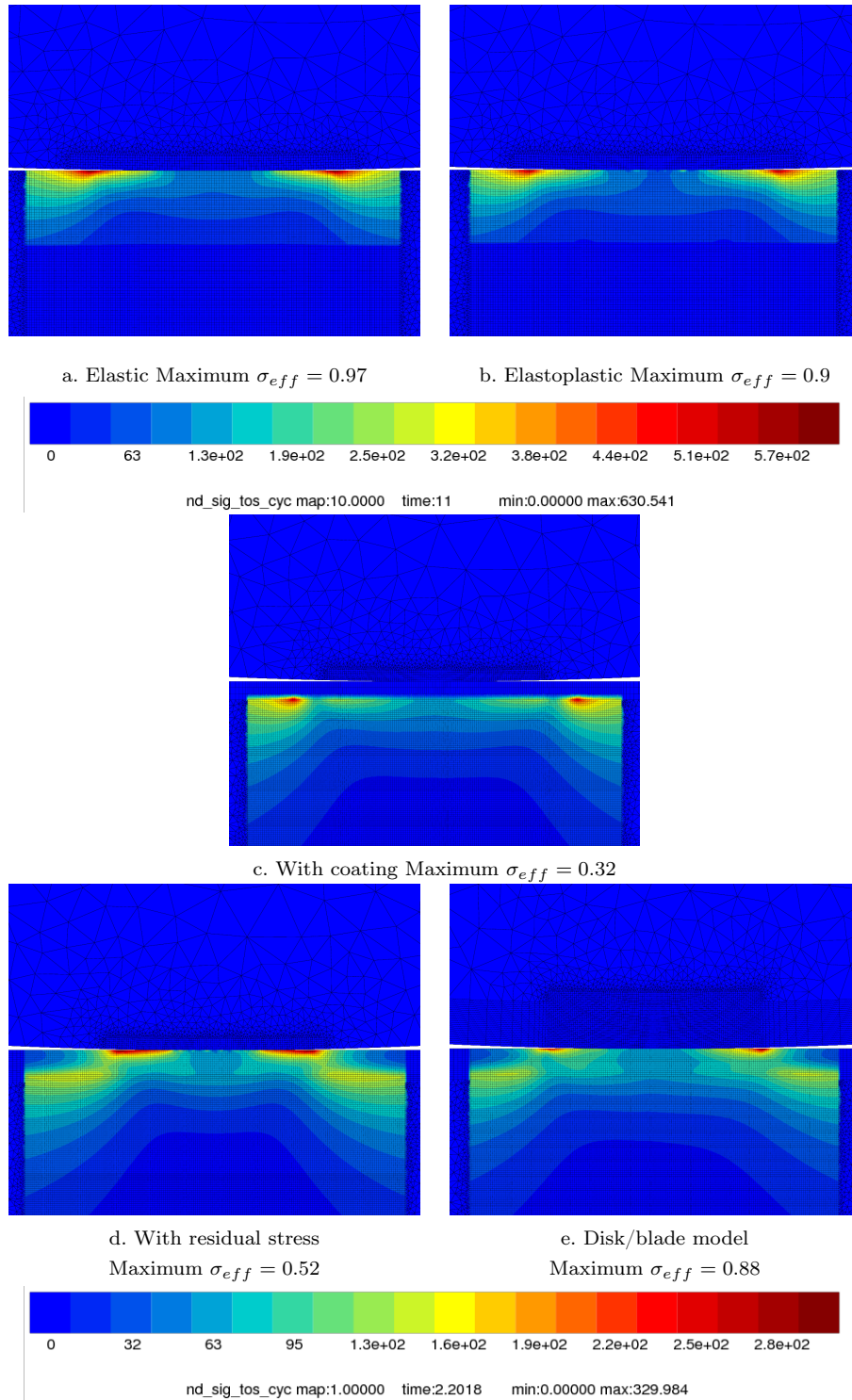


FIGURE 2.12 – Champ des contraintes effectives TOS normalisé dans le plan pour les différents cas considérés : la densité des couleurs représente le risque d'amorçage.

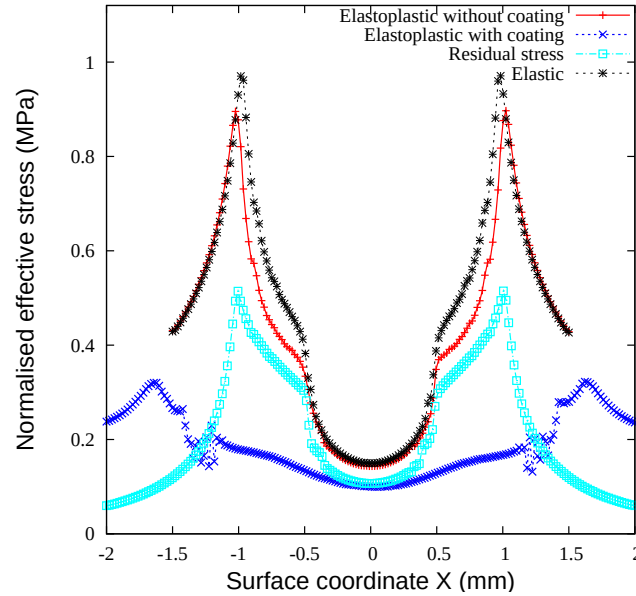


FIGURE 2.13 – Comparaison des contraintes effectives TOS le long de la surface de contact dans les différents cas étudiés.

traitement de surface diminuent aussi le risque, la meilleure efficacité étant de loin à mettre au crédit du revêtement. Malheureusement, la très longue durée de vie estimée dans ce dernier cas n'est pas réaliste, car on a négligé l'abrasion progressive, qui mène à la disparition du revêtement.

Conclusion : Le modèle numérique 2D étudié ici permet de mettre en évidence l'intérêt relatif des différentes méthodes d'amélioration de durée de vie sous chargement de fretting. Elle peut apparaître efficace et économique par rapport à la méthode expérimentale, qui est longue et destructive.

2.2.3 Analyse des effets de la contrainte moyenne, de la plasticité et des contraintes résiduelles

2.2.3.1 Effet de la contrainte moyenne

Nous avons vu précédemment que la contrainte moyenne avait un impact sur la réponse mécanique du matériau en promouvant notamment la déformation de rochet (cf. FIG. 2.1b). On recherche donc ici si la contrainte moyenne a un effet sur l'amorçage de fretting prédit avec le critère TOS. Alors que, bien entendu, il

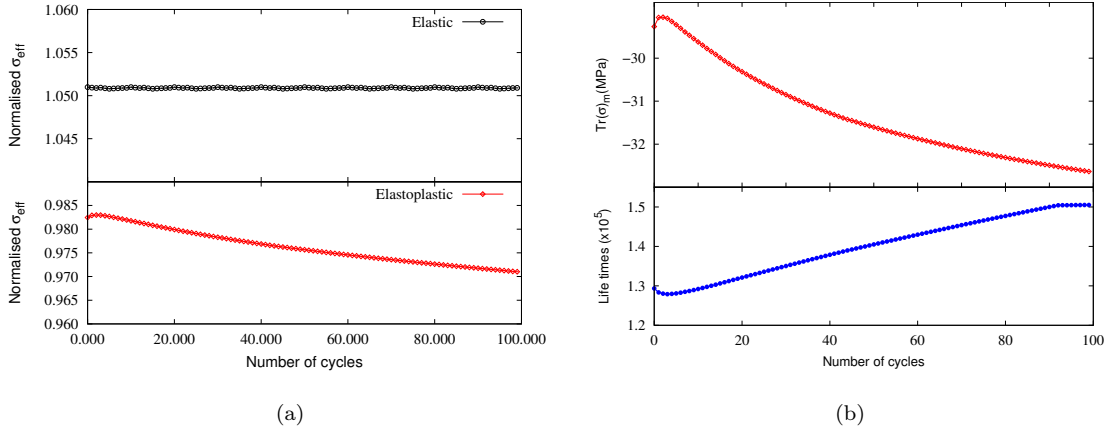


FIGURE 2.14 – a) Évolution des contraintes effectives TOS au cours des 100 cycles calculés, avec un comportement élastique et un comportement élasto-plastique. b) Évolution de la trace moyenne et de la durée de vie dans le cas élastoplastique, à la position critique d'amorçage.

n'y a pas de redistribution dans le cas élastique à la position critique d'amorçage (cf. FIG. 2.14a), on observe une diminution de la contrainte effective TOS dans le cas élastoplastique (cf. FIG. 2.14b). Celle-ci est liée à la diminution de la trace des contraintes $\overline{Tr(\sigma)}$ ².

2.2.3.2 Plasticité

A la différence d'autres critères (cf. §1.2.2) qui définissent la position critique d'amorçage à l'endroit où la déformation plastique cumulée maximale apparaît, le critère TOS propose une position critique qui fait intervenir à la fois la contrainte et l'histoire de la déformation. Ainsi, la position critique prédite par TOS n'est pas forcément localisée là où la déformation plastique est la plus grande, comme le montre la figure 2.15. La position de déformation plastique cumulée maximale est située dans la zone de contact statique alors que la position critique de TOS se situe légèrement à l'extérieur de cette zone (cf. Tab. 2.4). Au cours des cycles, en tenant compte de l'amplitude du mouvement oscillatoire $\delta = 36\mu m$, la position critique prédite à l'aide du critère TOS apparaît dans la zone de contact dynamique.

2. $\overline{Tr(\sigma)} = \frac{1}{2} (Tr(\sigma)_{max} + Tr(\sigma)_{min})$

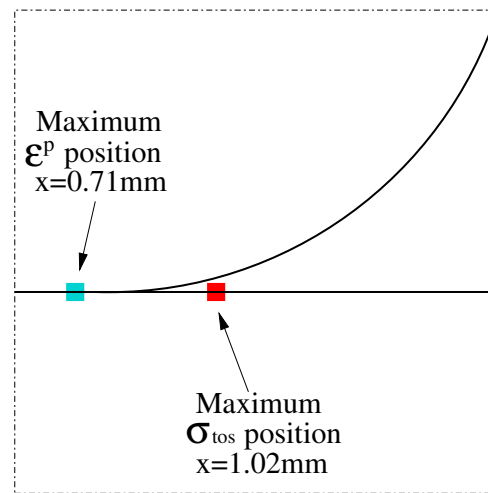


FIGURE 2.15 – Localisation de la position critique d'amorçage et du point de déformation plastique maximale.

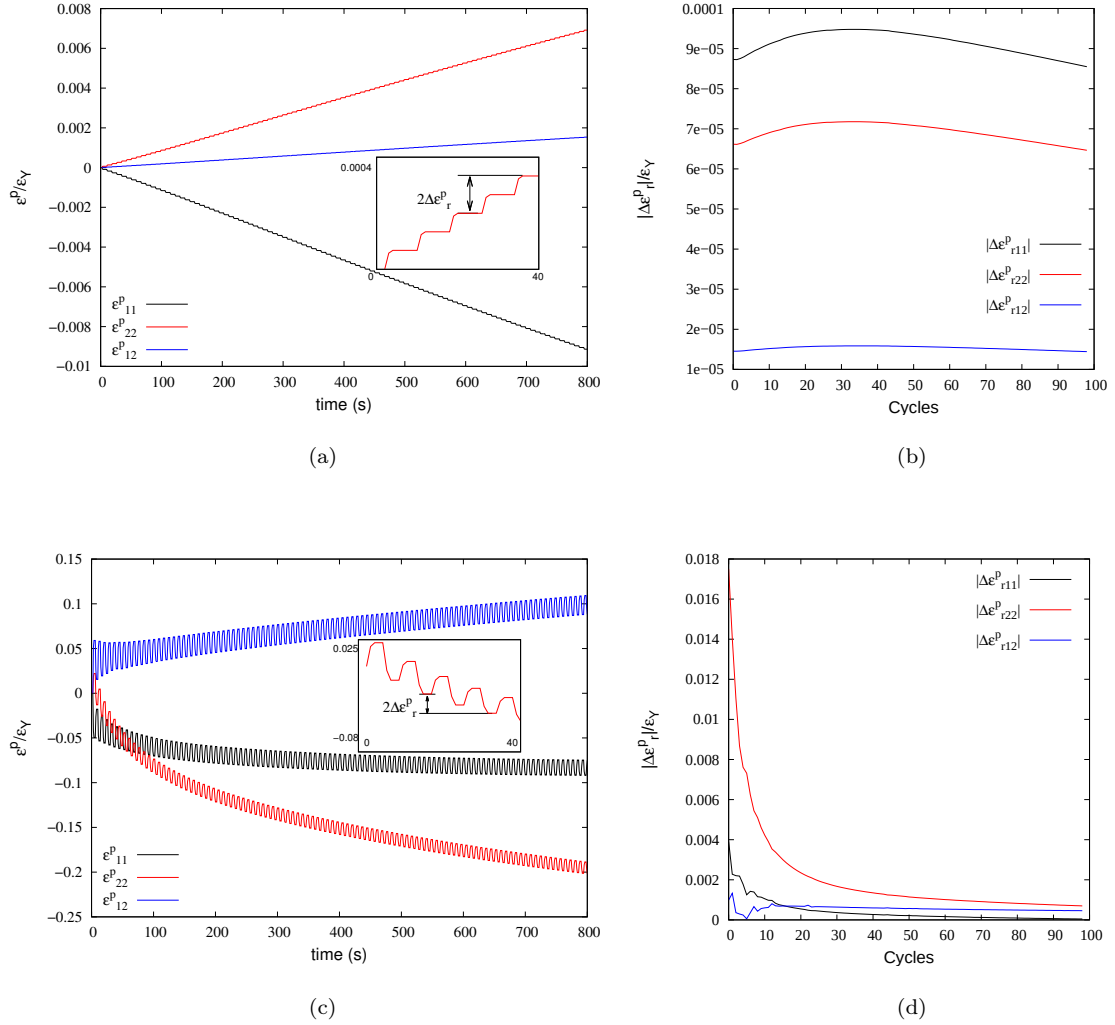


FIGURE 2.16 – (a) Évolution de la déformation plastique à la position pour laquelle la contrainte effective de TOS est la plus grande. (b) Évolution de l'amplitude de la déformation plastique de rochet à la position pour laquelle la contrainte effective de TOS est la plus grande. (c) Évolution de la déformation plastique à la position pour laquelle la déformation plastique cumulée est la plus grande. (d) Évolution de l'amplitude de la déformation plastique de rochet à la position pour laquelle la déformation plastique cumulée est la plus grande.

L'état de plastification de ces deux positions est ensuite étudié en reportant l'évolution d'une déformation normée $\varepsilon^p/\varepsilon_Y$ (cf. FIG. 2.16)³. En accord avec la littérature ([Ambrico 00, Ambrico 01]), deux comportements complètement différents sont observés : à la position critique prédite par le critère TOS, un comportement de rochet pur est constaté (cf. FIG. 2.16a), l'amplitude de la déformation plastique ($\Delta\varepsilon_r^p$) restant stable pendant les cycles (cf. FIG. 2.16b). Au contraire, à la position de déformation plastique cumulée maximale, un comportement plastique combinant rochet transitoire et plasticité cyclique est observé (cf. FIG. 2.16c), mais l'amplitude de la déformation plastique de rochet diminue rapidement vers zéro après quelques cycles (cf. FIG. 2.16d), et il y a accommodation.

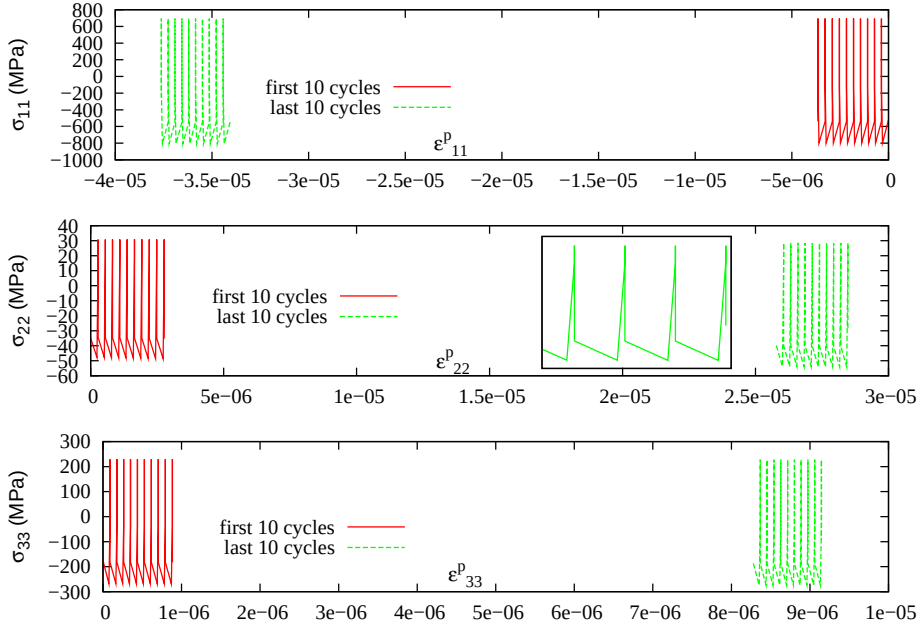


FIGURE 2.17 – Évolution de la réponse contrainte-déformation de matériau au cours des 100 cycles de fretting.

Il est également intéressant de tracer la réponse du matériau en contrainte-déformation plastique axiale pour chaque direction (cf. FIG. 2.17). Les courbes confirment que les déformations plastiques s'accroissent au cours des cycles.

Avec la loi de comportement utilisée jusqu'à présent (cf. Tab. 2.1), le phénomène de rochet conduit à une augmentation constante de la déformation (cf.

3. $R_0 = \sigma_Y/E$

FIG. 2.18a). Cependant, on sait classiquement que les lois de type Armstrong–Frederick surestiment l'effet de rochet, et ne sont pas en accord avec le comportement expérimental. Pour cette raison, un modèle d'écrouissage cinématique à seuil [Lemaitre 96], qui limite le phénomène de rochet infini (cf. FIG. 2.18b), est utilisé dans une nouvelle simulation.

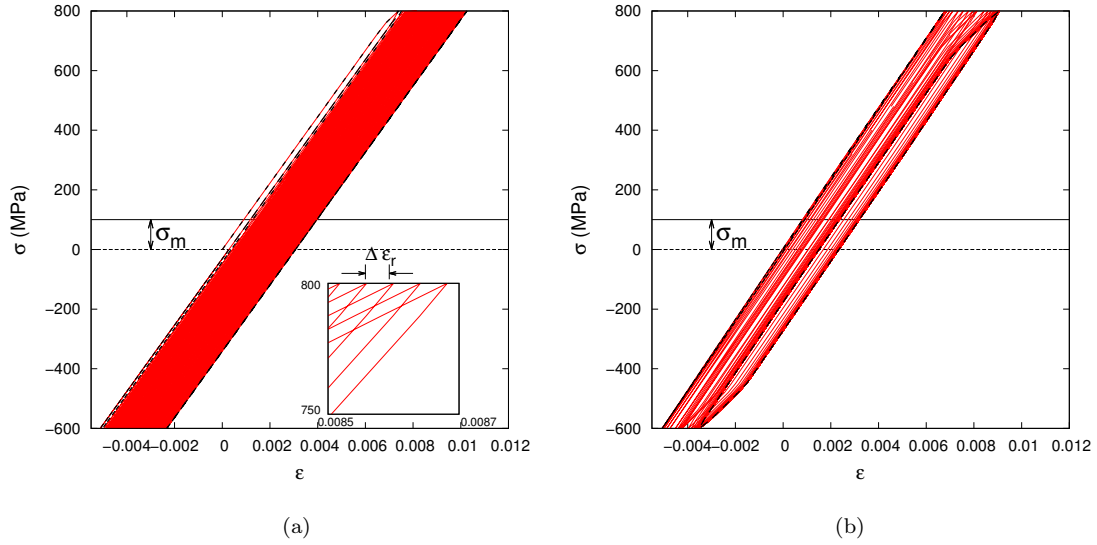


FIGURE 2.18 – Réponses mécaniques du matériau illustrées par la simulation d'un essai de traction-compression non symétrique de 10000 cycles en utilisant : (a) l'écrouissage classique de Armstrong-Frederic, (b) un écrouissage cinématique à seuil.

Avec ce nouveau modèle, l'état de plastification, représenté par l'évolution de la déformation plastique représentative ϵ^p/ϵ_Y , dans les deux positions critiques (cf. FIG. 2.15) est étudié aussi et le résultat est illustré sur la figure 2.19. Par rapport au résultat du modèle classique (cf. FIG. 2.16), le comportement de plasticité de rochet pur, dans la position critique prédite par le critère TOS, est remplacé par un comportement combinant rochet et plasticité cyclique (cf. FIG. 2.19a). Au niveau de l'évolution de l'amplitude de la déformation plastique de rochet $\Delta \epsilon_r^p$, une tendance commune de diminution vers zéro est constatée sur les deux positions critiques. Mais la diminution apparue sur la position prédite du critère TOS est beaucoup plus lente que celle sur la position de déformation plastique cumulée maximale. En cohérence avec le modèle précédent, ceci indique que le rochet a plus d'importance dans la position prédite par le critère de TOS.

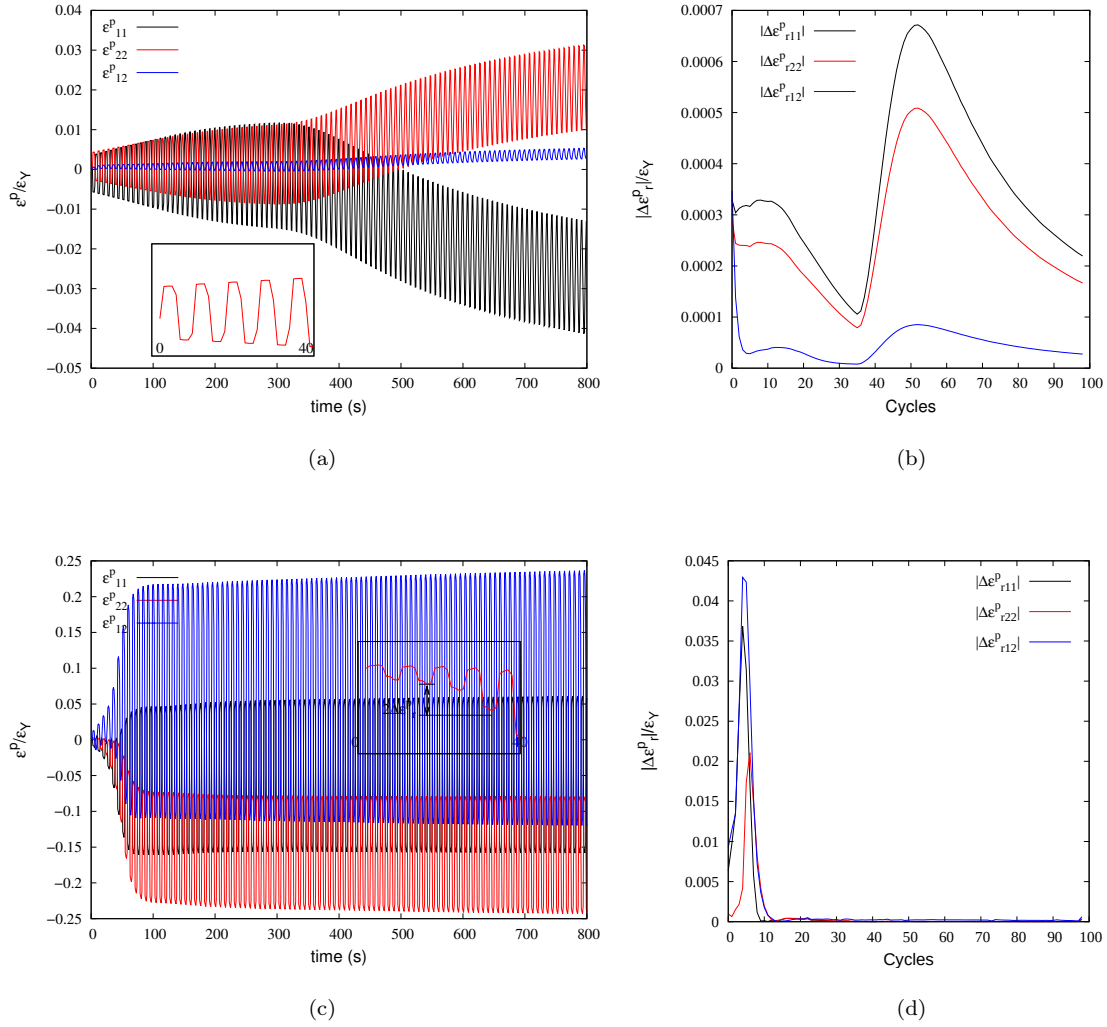


FIGURE 2.19 – (a) Évolution de la déformation plastique à la position pour laquelle la contrainte effective de TOS est la plus grande. (b) Évolution de l'amplitude de la déformation plastique de rochet à la position pour laquelle la contrainte effective de TOS est la plus grande. (c) Évolution de la déformation plastique à la position pour laquelle la déformation plastique cumulée est la plus grande. (d) Évolution de l'amplitude de la déformation plastique de rochet à la position pour laquelle la déformation plastique cumulée est la plus grande.

Au niveau de la durée de vie estimée, le nouveau modèle propose sûrement un résultat plus précis, mais au prix d'un calcul plus coûteux. Dans la mesure où ce résultat reste du même ordre de grandeur que celui déterminé par l'ancien

modèle (cf. FIG. 2.20), il peut être raisonnable d'un point de vue ingénieur de continuer à appliquer l'ancien modèle.

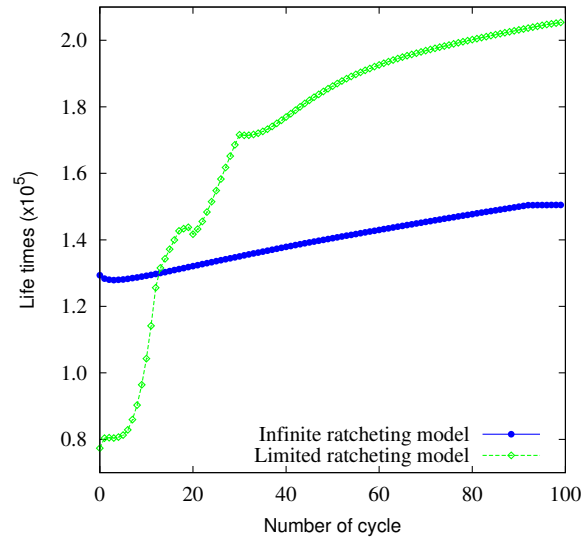


FIGURE 2.20 – Durées de vie estimées en utilisant les deux modèles d'écrouissage.

2.2.3.3 Effet des contraintes résiduelles

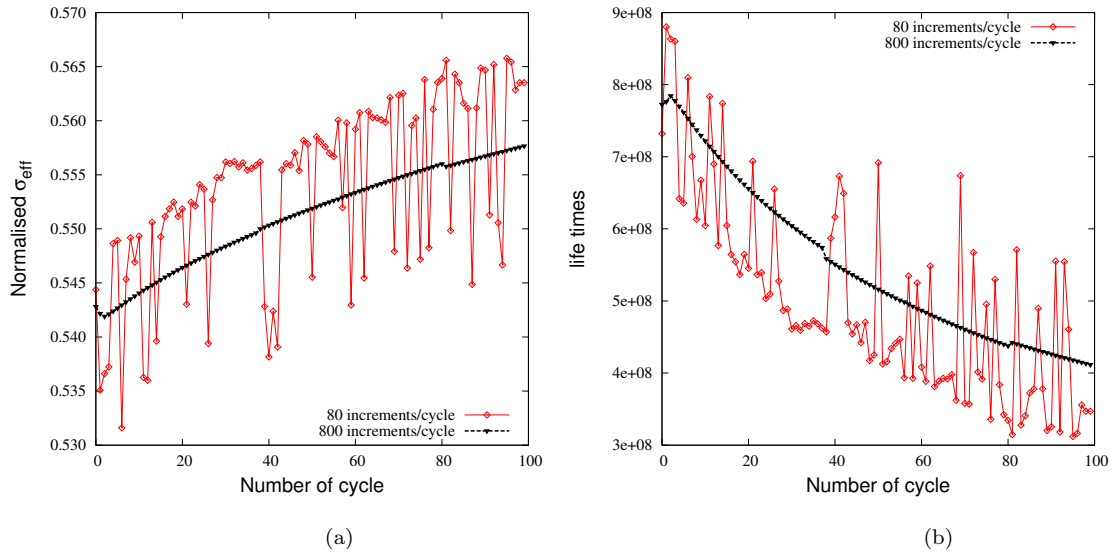


FIGURE 2.21 – Simulation avec introduction des contraintes résiduelles. (a) Évolution de la contrainte effective de TOS au cours des cycles. (b) Évolution de la durée de vie estimée au cours des cycles.

Les résultats de simulation montrent que la présence des contraintes résiduelles diminue fortement le risque d'amorçage en chargement de fretting (cf. Tab. 2.5). Ceci est dû à l'effet de la précontrainte de compression. La redistribution de contrainte conduit à un effacement progressif de celle-ci au cours des cycles de fretting, ce qui conduit donc à une diminution de la durée de vie estimée (cf. FIG. 2.21). L'évolution de la contrainte effective n'est pas stabilisée après 100 cycles de calcul, la redistribution ne s'effectuant que lentement ($10MPa$ de relaxation pour 100 cycles).

Dans la figure 2.21, on observe qu'une variation approximative de 3% de la contrainte effective induit une variation de la durée de vie d'environ 50%, en raison de la forte non-linéarité du modèle de prévision de durée de vie. Un calcul précis de l'évolution de la contrainte effective est donc nécessaire pour estimer correctement la durée de vie.

Estimation de l'amorçage dans l'essai technologique SNECMA

Ce chapitre est consacré à l'application à trois dimensions du modèle de prévision d'amorçage décrit dans le chapitre 2. Dans un premier temps, l'essai technologique expérimental effectué par SNECMA pour déterminer la durée de vie à l'amorçage dans un contact aube/disque, est présenté. On montre ensuite la simulation globale de cet essai, et celle qui utilise un zoom structural dans la zone critique d'amorçage. Afin de valider la simulation, une comparaison avec les données issues de l'essai technologique est ensuite proposée.

Sommaire

3.1	Essai technologique	66
3.1.1	Contexte industriel de l'essai	66
3.1.2	Processus d'essai	67
3.1.3	Résultats expérimentaux	68
3.2	Simulation numérique	69
3.2.1	Simulation globale	69
3.2.2	Simulation de zoom structural	72
3.2.3	Prise en compte de l'effet d'échelle	74

Comme mentionné précédemment, ce travail de thèse vise en particulier à étudier le problème de contact entre le disque et les aubes du premier étage d'un turboréacteur aéronautique (au niveau de l'entrée d'air). Ayant calibré le critère de prédiction et la méthode de simulation en 2D, il s'agit maintenant de transférer la méthodologie à une simulation 3D. Ceci va permettre de confronter expérience et calcul sur un cas pré-industriel complexe.

3.1 Essai technologique

3.1.1 Contexte industriel de l'essai

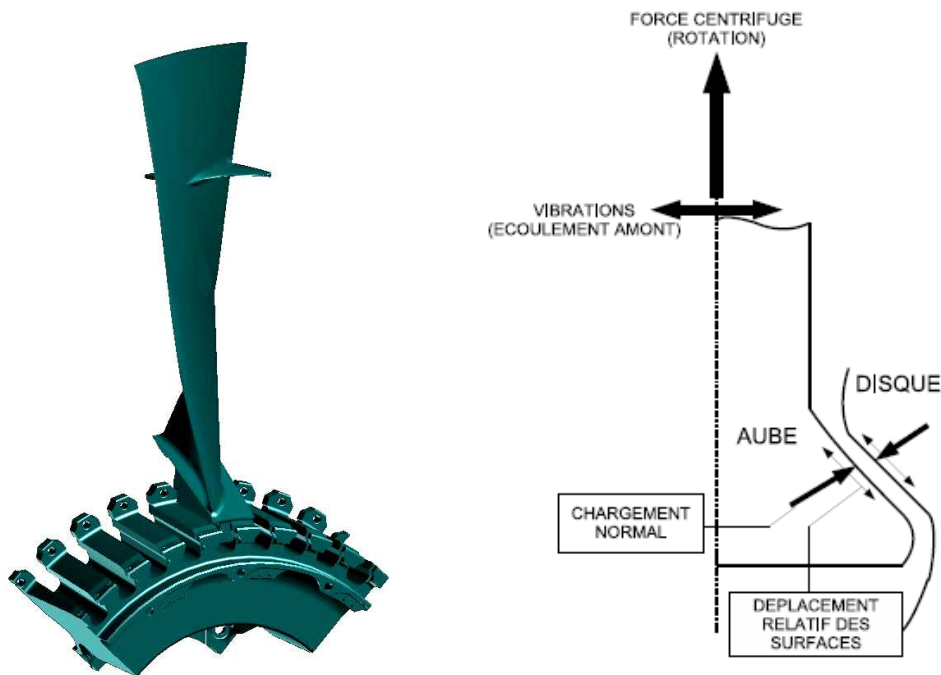


FIGURE 3.1 – (a) Ensemble aube-disque du premier étage d'un turboréacteur ;
(b) Origine des sollicitations de fretting du contact aube-disque [Gallego 07].

Dans le premier étage d'un moteur d'avion, les aubes sont fixées sur le disque par une liaison en queue d'aronde comme indiqué sur la figure 3.1a. Quand le moteur tourne, les pieds des aubes et les dents du disque sont mis en contact par la force centrifuge qui s'exerce sur les aubes et qui engendre un chargement radial. Les méplats de la queue d'aronde, destinés à être en contact, sont nommés *portées*.

Un chargement tangentiel est introduit par des déplacements de faible amplitude au niveau de la portée (cf. FIG. 3.1b). L'écoulement fluide au niveau des aubes est à l'origine de vibrations, et par conséquent de micro-déplacements. L'essai technologique mis au point permet de s'approcher de la configuration réelle, tout en offrant un système qui peut être instrumenté afin de caractériser en détail les endommagements et les zones critiques.

3.1.2 Processus d'essai

Le montage expérimental d'essai technologique est montré en figure 3.2. Il est composé d'une éprouvette en forme de queue d'aronde qui représente deux dents du disque et de deux mors qui représentent le demi-pieds de deux aubes. Toute ces composants sont en alliage de titane TA6V, l'éprouvette est grenailée et revêtue de CuNiIn.

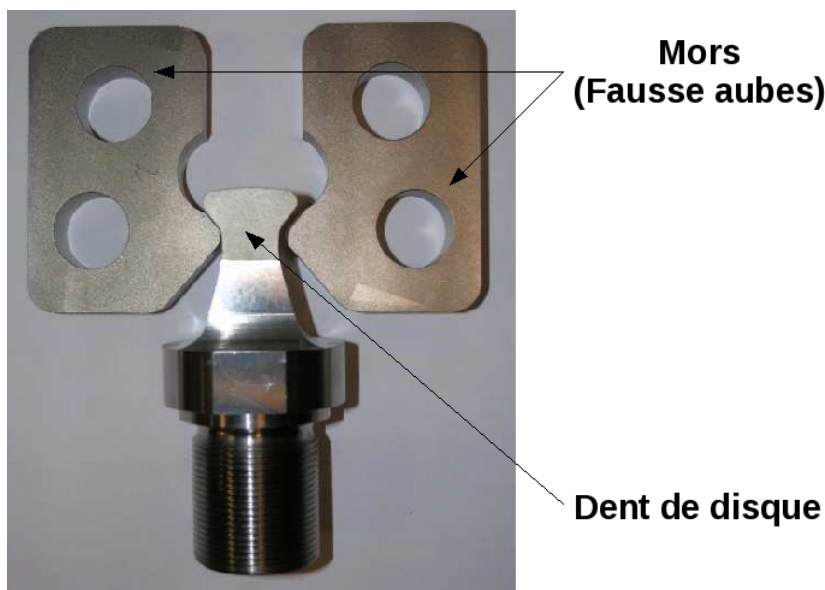


FIGURE 3.2 – Photographie du montage expérimental de l'essai technologique à SNECMA Villaroche.

Quatre alésages sont distribués symétriquement dans les deux mors. La paire supérieure est un système de positionnement qui fixe les mors à un plateau par des goupilles. La paire inférieure sert à lier les mors avec une pièce de bridage (également par des goupilles), qui limite la liberté d'ouverture des mors (symbolisé par un ressort sur la FIG. 3.3a). Pendant l'assemblage, l'éprouvette est

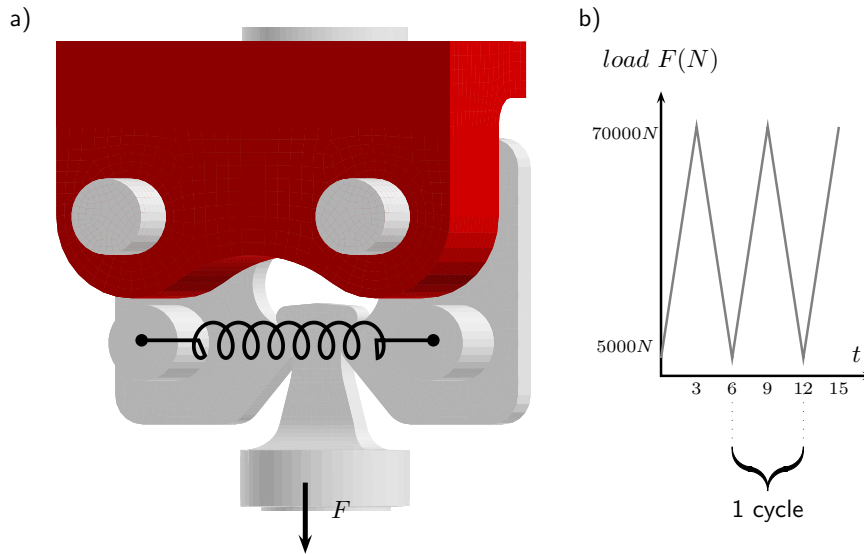


FIGURE 3.3 – (a). Structure de fixation (rouge) et de bridage (ressort) dans l'essai technologique ; (b). Condition de charge.

montée sur un vérin qui applique le chargement pendant l'essai. La condition de chargement est schématisée en figure 3.3b. La force cyclique appliquée varie entre $5000N$ et $70000N$.

Les essais sont effectués à une température à $200^{\circ}C$. Durant l'essai, le chargement se répartit de manière symétrique sur les fausses aubes, le chargement transverse (raideur), le chargement sur les mors et le chargement de la dent de disque sont tous mesurés par des capteurs de force. L'amorçage de fissure dans l'éprouvette est détecté par suivi électrique.

3.1.3 Résultats expérimentaux

On présente dans la figure 3.4 une des éprouvettes cassées issue des essais technologiques. Comme dans tous les essais effectués, une fissure traverse l'éprouvette, et la position d'amorçage se localise en sortie de la zone de portée.

Pour chaque essai, le nombre de cycles à amorçage des fissures est enregistré afin d'analyser la durée de vie du disque en service. Parmi tous les essais effectués, les trois plus représentatifs ont été choisis comme base de dépouillement. Le nombre de cycles à amorçage dans ces trois essais est illustré dans le tableau 3.1. La procédure SNECMA pour déterminer le nombre moyen de cycles

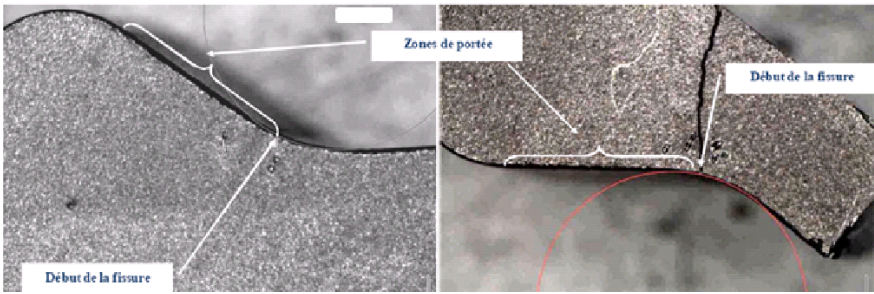


FIGURE 3.4 – Vision recto-verso d’une éprouvette (dent de disque) cassée sous chargement de fretting.

à amorçage en intégrant la dispersion des résultats expérimentaux, fait appel à une moyennation de logarithme népérien qui prend notamment en compte le nombre d’éprouvettes testées. D’après ce traitement, une durée de vie à amorçage de 69779 cycles est finalement déterminée pour les éprouvettes «dent de disque».

TABLE 3.1 – Nombre de cycles à amorçage identifié par les essais technologiques.

	No. 1	No. 2	No. 3
Nombre de cycles à amorçage	67117	107216	93640

3.2 Simulation numérique

3.2.1 Simulation globale

L’essai technologique présenté ci-dessus est reproduit par une simulation éléments finis. L’objectif est de construire un modèle numérique afin de prédire la position et la durée de vie à l’amorçage pour, à terme, se passer (au moins en partie) des essais expérimentaux. Ceci rendra l’analyse du contact aube/disque en fretting plus efficace et plus économique. Pour l’instant les résultats expérimentaux obtenus nous permettent de justifier le modèle numérique.

Le modèle global éléments finis est défini d’après la géométrie du dispositif d’essai technologique, il est montré en figure 3.5. Ce modèle tient compte de l’ensemble de la rigidité de la machine afin de corrélér au mieux les contraintes et les déplacements obtenus expérimentalement. Grâce à la symétrie de la structure, on

ne simule qu'une moitié de la structure réelle. Comme mentionné auparavant, les deux mors (en rouge sur la figure) représentent les pieds des aubes et l'éprouvette (en jaune) représente le disque. Cette simulation est effectuée avec un comporte-

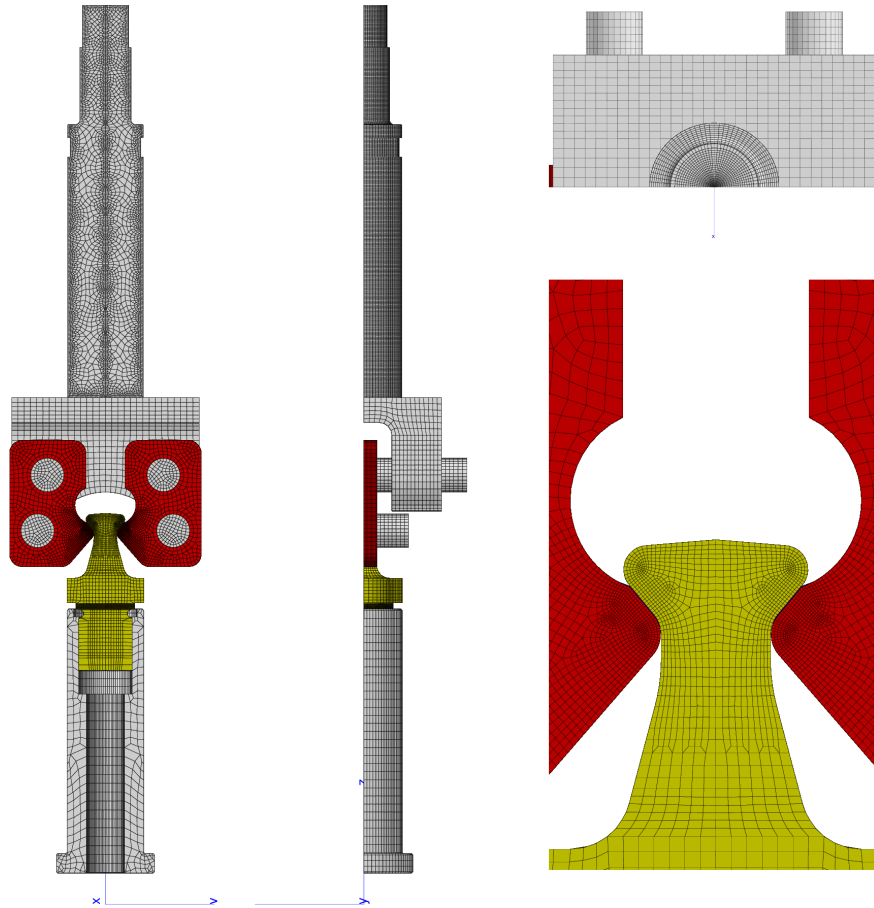


FIGURE 3.5 – Modèle éléments finis de l'essai technologique, les parties rouges représentent les pieds d'aube et la partie jaune représente une dent de disque.

ment élastique, en considérant une couche de revêtement à la surface des mors. Le chargement est appliqué sur le vérin, dans la partie inférieure, comme dans l'expérience. L'éprouvette est solidaire du vérin, elle subit donc les mêmes efforts que lui. On applique un premier chargement de $5000N$ afin de mettre en contact les mors et l'éprouvette, puis un chargement cyclique (10 cycles) entre 70000 et $5000N$ afin de reproduire la sollicitation de fretting. Les éléments utilisés dans ce modèle sont des briques à 8 nœuds (*c3d8*) afin de réduire le temps calcul. Du fait du nombre important de nœuds présents dans le modèle (218052 éléments et 204688 nœuds), les calculs EF ont été réalisés sur le nouveau cluster

du Centre des Matériaux. En utilisant 8 cœurs et 15Go de mémoire, le calcul dure environ 700 heures, ce qui est très élevé, malgré une taille de maille relativement grossière. La taille minimale des éléments dans la zone de contact est de $1.0 \times 0.5 \times 0.5 \text{ mm}^3$, très loin des $20\mu\text{m}$ identifiés dans le chapitre 2 pour atteindre une précision acceptable sur les gradients de contraintes. On appliquera donc la technique de zoom structural : il s'agit d'une deuxième simulation effectuée spécifiquement dans la zone critique de la structure globale, et qui permet d'y obtenir un résultat plus précis. Nous présenterons plus de détail sur ce point dans la partie 3.2.2.

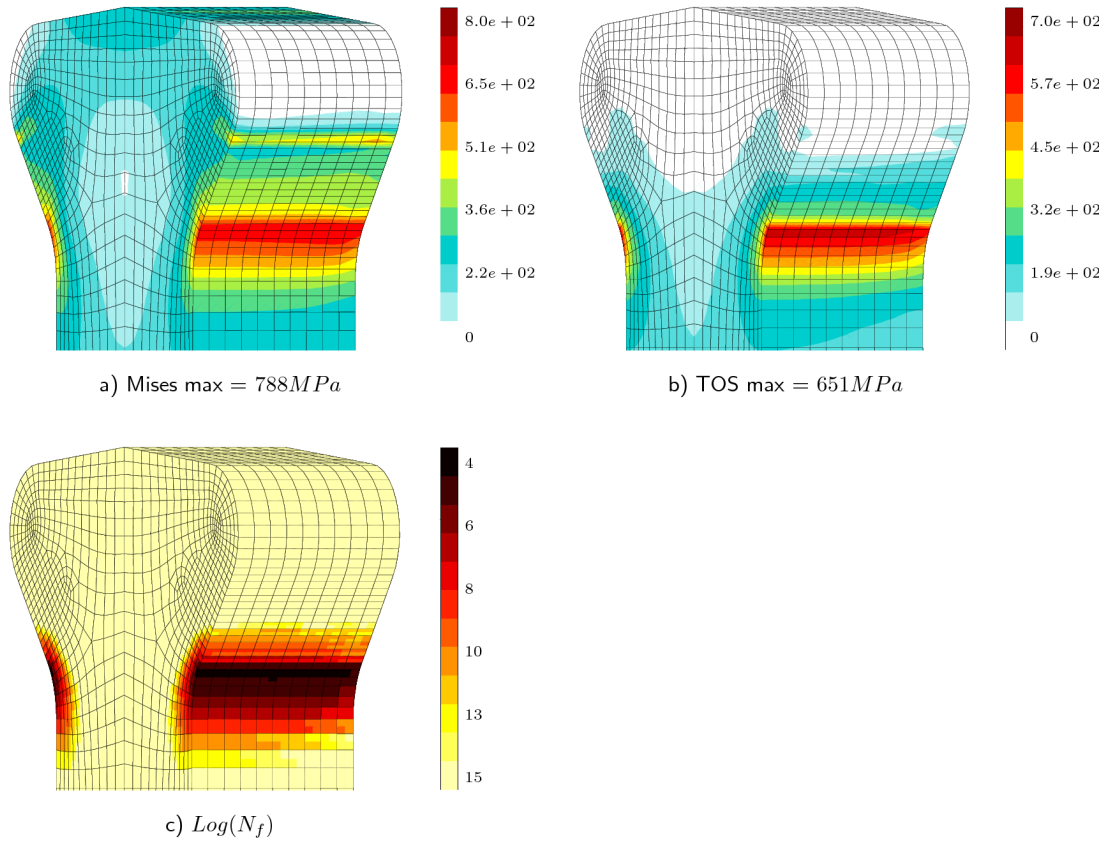


FIGURE 3.6 – (a) Distribution de la contrainte von Mises dans l'éprouvette «dent de disque». (b) Distribution du champ de la contrainte effective TOS. (c) Distribution de la durée de vie à amorçage, exprimée en valeur logarithmique.

Après la simulation, le champ de contrainte effective ainsi que la durée de vie à l'amorçage sont calculés pour l'éprouvette (disque) en utilisant le critère TOS. Les figures 3.6a et 3.6b montrent respectivement le champ de la contrainte

de von Mises pour la charge maximale, et celui de la contrainte effective TOS. La densité des couleurs indique le niveau du risque d’amorçage. De ce point de vue, les deux champs des contraintes font apparaître la même zone critique. La figure 3.6c montre la distribution de la durée de vie sous forme logarithmique ($\text{Log}(N_f)$) calculée à partir de la contrainte effective TOS. D’après cette image, la position d’amorçage est localisée en sortie de portée de l’éprouvette, ce qui correspond bien au résultat des essais expérimentaux (cf. FIG. 3.4). Au niveau quantitatif, la durée de vie à amorçage prédite par cette simulation globale est de 51800 cycles, ce qui est en très bon accord avec celle qui est déterminée par l’essai (69779 cycles).

La simulation globale permet d’obtenir des résultats cohérents avec l’expérience, et peut donc constituer une très bonne première approximation. Elle permet également de localiser la zone critique dans la structure globale, à partir de laquelle une simulation plus précise peut être effectuée à l’aide de la technique de zoom structural.

3.2.2 Simulation de zoom structural

Dans la simulation du contact aube/disque, un maillage raffiné est nécessaire afin de capturer le fort gradient des contraintes près des bords de contact et de résoudre le problème de non-linéarité causé par le contact avec frottement. Une taille de l’ordre de 1% du rayon de courbure local est souvent demandée pour les maillages près des bords de contact [Sinclair 02]. C’est cette exigence qui est recherchée, au travers d’un reamillage de la zone critique définie par la simulation globale. La taille minimale des éléments est maintenant de $0.2 \times 0.1 \times 0.1 \text{ mm}^3$ (cf. FIG. 3.7). Ce nouveau modèle est ensuite piloté à partir des déplacements relevés dans le calcul global. Le nouveau modèle utilise (en multithreading) les 8 cœurs d’un nœud du cluster. Le temps calcul est de 114 heures, ce qui est nettement réduit par rapport au temps de calcul de la simulation globale.

La figure 3.8 compare les résultats de la simulation globale (à gauche) avec ceux de la simulation de zoom structural (à droite). Dans ces derniers, les pics des contraintes effectives sont mieux capturés, si bien que la position critique d’amorçage peut être localisée plus précisément (cf. FIG. 3.8f). La durée de vie à l’amorçage estimée à partir du pic de la contrainte effective de TOS est nettement diminuée (cf. FIG. 3.8e et 3.8f). En comparaison avec le résultat expérimental

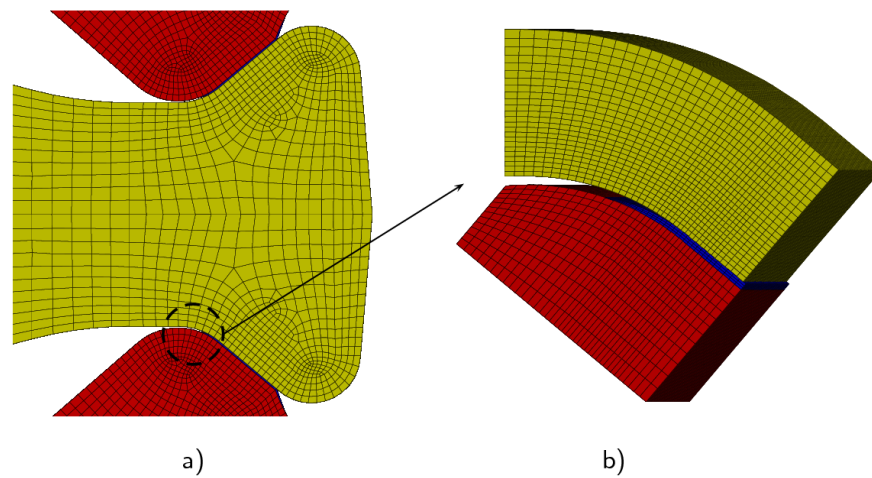


FIGURE 3.7 – Image du modèle éléments finis de la simulation zoom structural et sa position par rapport au modèle global.

de l'essai technologique (69779 cycles), la durée de vie estimée par la simulation d'EF apparaît comme trop sévère. Ce phénomène est assez classique. Il est lié d'une part au fait que l'amorçage expérimental est en fait le résultat de la propagation d'une micro-fissure, nécessaire pour donner un signal sensible pour la méthode de suivi électrique. Il résulte aussi des forts gradients de contraintes qui apparaissent dans la zone de contact et que le zoom structural a permis de capturer. De façon paradoxale, le maillage grossier utilisé initialement masque ce profil de contrainte, et établit de façon artificielle, au travers de la modélisation éléments finis, une moyenne sur les champs de contrainte et de déformation qui conduit à appliquer le modèle d'amorçage sur un champ «affaibli» et à prendre en compte indirectement la micro-propagation dans l'estimation. Cet effet de gradient a été étudié en détail au CETIM dans les années 80 par le groupe de Flavenot, qui avait proposé un modèle de fatigue dans lequel intervient un gradient de contrainte. Au niveau du bureau d'étude, la solution la plus courante consiste à appliquer le critère d'amorçage sur des champs «remoyennés». Cette technique dite «effet d'échelle» en fretting a été utilisée récemment par de nombreux auteurs [Fouvry 98, Fouvry 00b, Proudhon 05a, Araujo 02, Naboulsi 03, Fridrici 05].

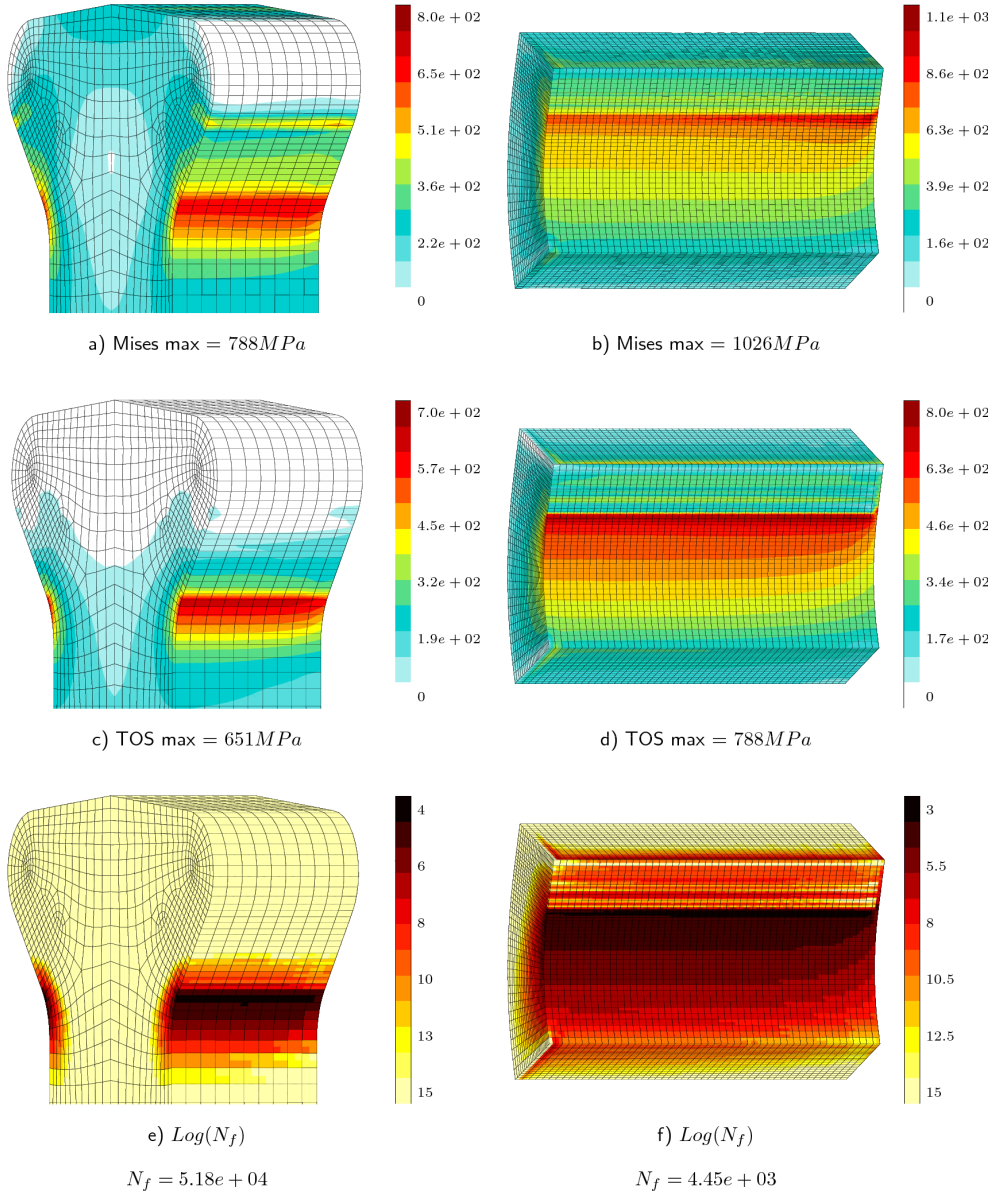


FIGURE 3.8 – Comparaison des résultats de simulation zoom structural et de simulation globale.

3.2.3 Prise en compte de l'effet d'échelle

La figure 3.9 illustre la démarche de moyennation pour le cas d'un modèle de cylindre/plan. Celle-ci est effectuée soit sur les contraintes de base avant d'appliquer le critère multiaxial, soit, comme cela a été fait plus récemment, sur la contrainte effective calculée du critère multiaxial. Nous utilisons la première

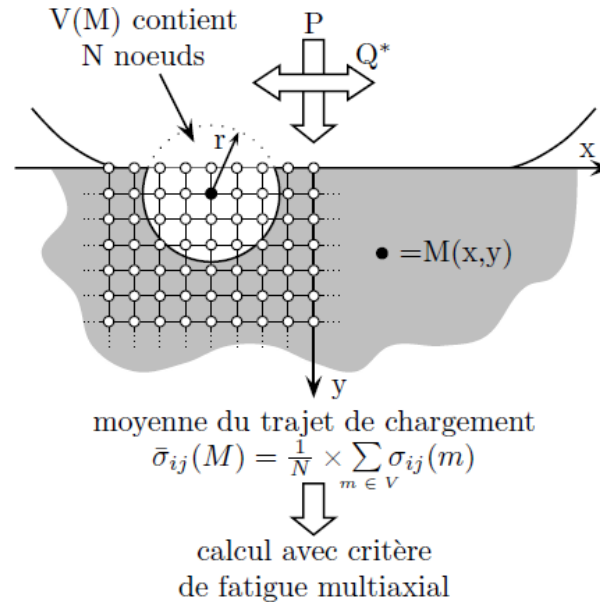


FIGURE 3.9 – Principe de moyenne des contraintes et des déformations dans un volume sphérique de rayon r [Proudhon 05a].

méthode, qui a plus de sens physique.

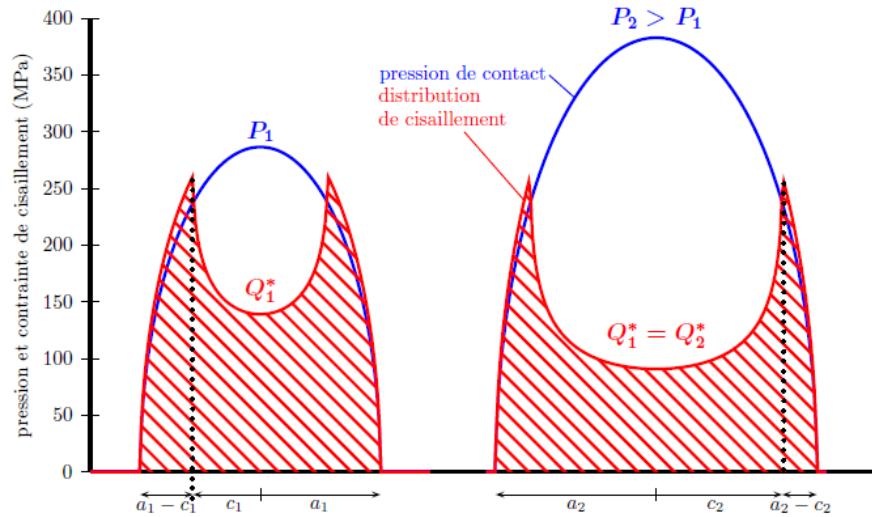


FIGURE 3.10 – Changement de la zone glissante et gradient de contrainte en fonction de la pression du contact (modèle cylindre/plan) [Proudhon 05a].

Au niveau du choix du volume élémentaire, deux approches principales

peuvent être envisagées : (i) une taille de volume constante et (ii) une taille de volume dépendant des conditions de contact. La première approche est introduite par Fouvry lors d'une étude sur un acier [Fouvry 00b]. Il propose de relier le volume nécessaire pour retrouver les niveaux de chargement expérimentaux à une dimension caractéristique de la microstructure du matériau comme la taille de grain. En suivant cette proposition, Fridrici a déterminé un volume de $30\mu m$ pour le TA6V [Fridrici 05]. La deuxième approche est proposée par Proudhon. Elle se base plutôt sur la géométrie du contact et la taille du volume élémentaire, et est donc reliée à la taille de la zone glissante ($a - c$) [Proudhon 06b]. Dans son étude sur un alliage d'aluminium, Proudhon montre que pour deux niveaux de pression $P_2 > P_1$ et une même force tangentielle $Q_1^* = Q_2^*$, la taille du volume critique est modifiée (cf. FIG. 3.10), ce qui permet d'expliquer les résultats expérimentaux. En reliant directement la taille de la zone glissante à la taille du volume, l'état de chargement et la géométrie de contact sont ainsi pris en compte dans la moyennation. Ceci dit, le fait qu'aucun paramètre de la microstructure du matériau ne soit utilisé pour la détermination de la taille du volume peut apparaître comme un inconvénient.

A l'heure actuelle, il n'y a pas encore d'approche formelle qui s'est imposée, et qui pourrait proposer une taille de moyennation standard. On pourrait donc considérer simultanément ces deux propositions de détermination du volume, qui possèdent un sens physique relativement raisonnable.

Dans notre étude, le volume de moyennation est choisi en se basant sur la géométrie du contact. La moyennation basée sur la microstructure de matériau n'est en effet pas adaptée, parce que la taille de maillage prise dans le modèle de zoom structural ($50\mu m$) est du même ordre de grandeur que la taille de grain du matériau. La taille de la zone glissante est estimée à partir de la distribution de contrainte effective TOS sur la surface de contact du disque (cf. FIG. 3.11. Dans cette figure, la zone relativement plate (à droite) est la zone collée, la position du pic de la distribution est souvent très proche de la frontière de la zone de contact. Cette distribution de contrainte effective est projetée sur la surface de base en décrivant la contrainte par un code couleur. La distance entre la couleur la plus dense (rouge) et la limite de la couleur représentant de zone collée (vert) est considérée comme la taille de la zone glissante et donc comme la taille du volume élémentaire. Cette distance est très proche de $250\mu m$.

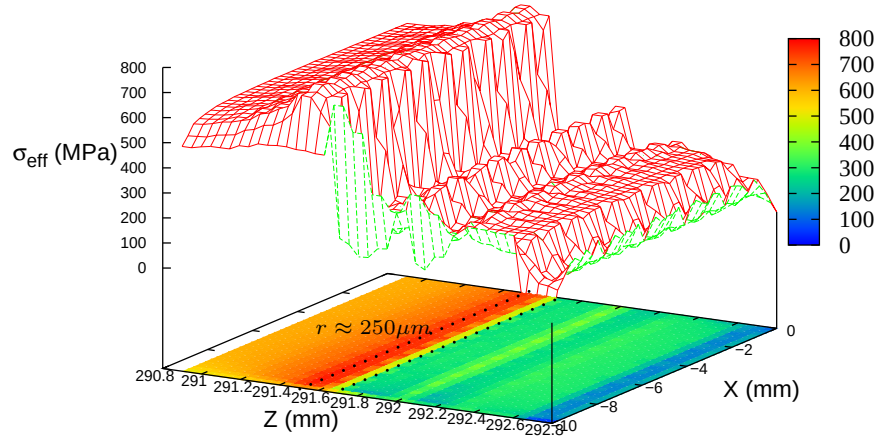


FIGURE 3.11 – Distribution de la contrainte effective de TOS à la surface de contact du disque (sortie de portée vers la gauche, centre du contact vers la droite).

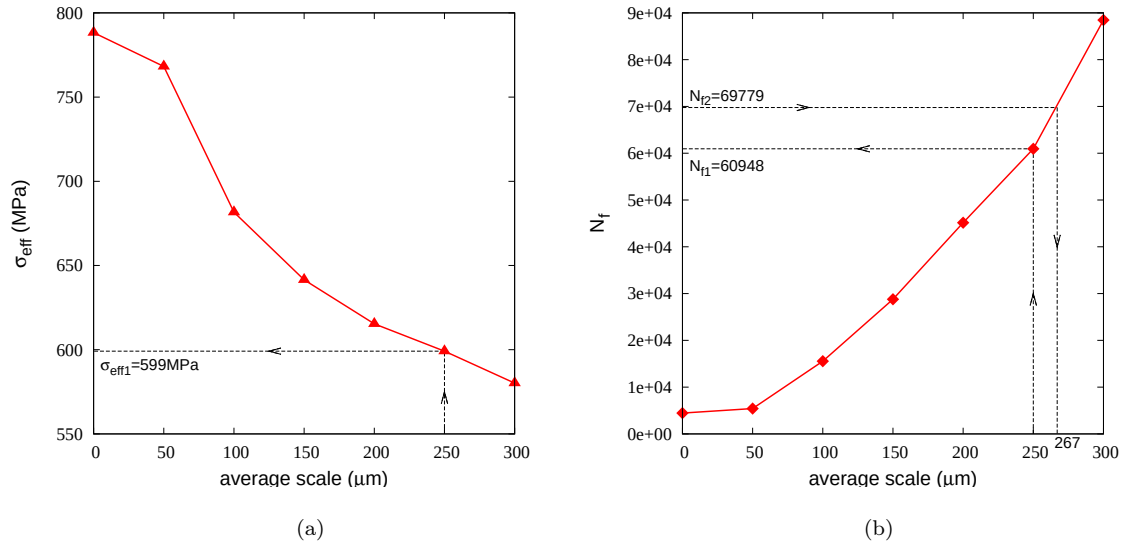


FIGURE 3.12 – (a) Effet de moyennation sur la contrainte effective calculée. (b) Effet de moyennation sur la durée de vie d'amorçage prédite.

Une fois la taille du volume élémentaire définie, la moyennation des contraintes et des déformations est effectuée, la contrainte effective de TOS est calculée à partir de ces contraintes et déformations moyennées, et la durée de vie est estimée. Dans notre calcul, plusieurs tailles de moyennation sont appliquées afin d'étudier l'influence de la taille de moyennation par rapport la contrainte effective calculée et la durée de vie prédite. Le résultat est visible dans la fi-

gure 3.12. Avec une taille de volume de $250\mu m$, la contrainte effective obtenue est égale à $599MPa$ (cf. FIG. 3.12a). A partir de cette valeur de σ_{eff} , une durée de vie d’amorçage de 60948 cycles est prédite en basant sur le critère de TOS, ce qui est très proche de la durée de vie moyenne obtenue expérimentalement (69779 cycles). Au contraire, si l’on cherche le volume de moyennation à partir de la durée de vie expérimentale, une taille de $267\mu m$ peut être estimée (cf. FIG. 3.12b).

De point de vue de l’ingénieur, la prédiction d’une durée de vie de 60948 cycles par rapport une durée de vie expérimentale de 69779 cycles peut être considérée très satisfaisante. Il confirme que le choix de la taille du volume élémentaire en basant sur la géométrie de contact apparaît pertinent pour notre cas d’étude. On note finalement que la taille trouvée ici est cohérente avec la taille de maille du calcul grossier qui donnait un résultat satisfaisant, avec deux points d’intégration pour estimer le champ de contrainte sur la profondeur d’un élément de $500\mu m$.

Propagation de fissure de fretting dans un agrégat polycristallin

La durée de vie sous chargement de fretting recouvre en fait une phase d'amorçage et une phase de micro-propagation. Nous nous intéressons maintenant à cette deuxième étape, avec pour but de prendre en compte l'effet de la microstructure polycristalline du matériau. Cette partie du travail est dédiée principalement à deux objectifs : la recherche de la direction de propagation et la recherche de la cinétique de cette propagation.

Sommaire

4.1	Établissement du modèle de propagation	80
4.1.1	Modélisation de la microstructure	80
4.1.2	Etude en déformation plane généralisée (2.5D)	86
4.1.3	Principe du modèle de propagation de fissure	87
4.2	Application du modèle de propagation	91
4.2.1	Détails de la modélisation	92
4.2.2	Résultat et discussion	94
4.3	Confrontation du modèle avec des essais expérimentaux de fretting	99
4.3.1	Essai Cylindre/Plan	100
4.3.2	Essai Poinçon/Plan	103
4.3.3	Discussion	106

4.1 Établissement du modèle de propagation

Comme on a vu dans la partie §1.3, la modélisation de la propagation d'une fissure macroscopique peut être modélisée en basant sur la loi de Paris et un critère de bifurcation, plus concrètement, un critère de bifurcation de chargement non proportionnel en cas de fretting. Cette modélisation macroscopique n'est pas l'enjeu de notre étude, nous n'exposons donc pas de discussion détaillée sur ce sujet.

Le modèle que l'on va présenter dans cette partie a pour objectif d'étudier la propagation d'une fissure dans un polycristal, en se basant sur les phénomènes physiques observés expérimentalement. Il s'agit donc d'une fissure courte, dont la taille est comparable avec la taille des grains du matériau.

4.1.1 Modélisation de la microstructure

4.1.1.1 Microstructure du TA6V

Dans les deux chapitres précédents, seul le comportement macroscopique du matériau, Ti-6Al-4V, a été considéré (cf. §2.1.1). A partir de maintenant, l'échelle pertinente étant celle du grain, la prise en compte de la microstructure du matériau devient essentielle.

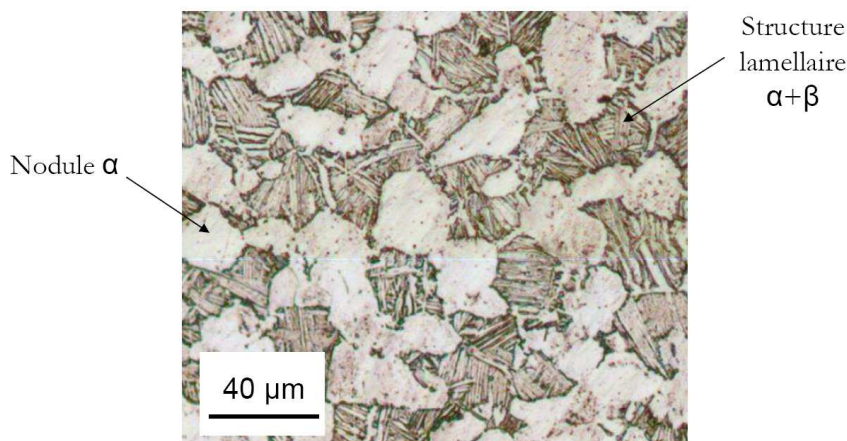


FIGURE 4.1 – Microstructure duplex du TA6V [Mériaux 10a].

Selon le traitement thermique appliqué, la microstructure du TA6V est différente. Dans notre étude, l'alliage TA6V se compose d'une structure mixte de

phase $\alpha + \beta$, sous forme lamellaire et d'une structure de phase α (environ 60%), sous forme de nodules (cf. FIG. 4.1). La taille des grains est de l'ordre de 20 à $30\mu m$. La phase α a un réseau hexagonal compact (cf. FIG. 4.2b) et présente trois groupes de système de glissement : basal, prismatique et pyramidal. La phase β a un réseau cubique centré (cf. FIG. 4.2a) et le glissement se produit dans le plan (110).

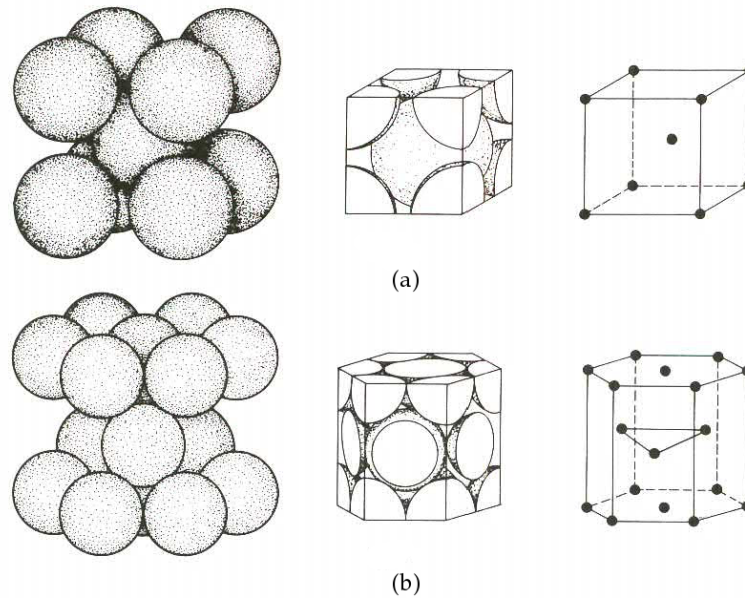


FIGURE 4.2 – Disposition des atomes et mailles élémentaires des structures cristallines : (a) Structure cubique centrée, (b) Structure hexagonale compacte [Dorlot 86].

Afin de simplifier le calcul, connaissant le faible pourcentage volumique de la phase β (moins de 8%), seule la phase α a été explicitement considérée dans la modélisation de la microstructure. Les trois systèmes de glissement basal ($\{0001\}$, $\langle 11\bar{2}0 \rangle$), les trois systèmes de glissement prismatique ($\{10\bar{1}0\}$, $\langle 11\bar{2}0 \rangle$) et les 12 systèmes de glissement pyramidal $\langle a + c \rangle$ ($\{10\bar{1}1\}$, $\langle 11\bar{2}3 \rangle$) de la structure hexagonale compacte de la phase α sont pris en compte dans le calcul d'éléments finis. La phase β intervient indirectement au travers de l'écrouissage qu'elle procure, et qui est prise en compte par les variables d'écrouissage de la phase α . Le fonctionnement du modèle va être discuté dans les parties suivantes, avec une mention spéciale pour l'activité des systèmes de glissement cristallographiques.

4.1.1.2 Génération de la microstructure

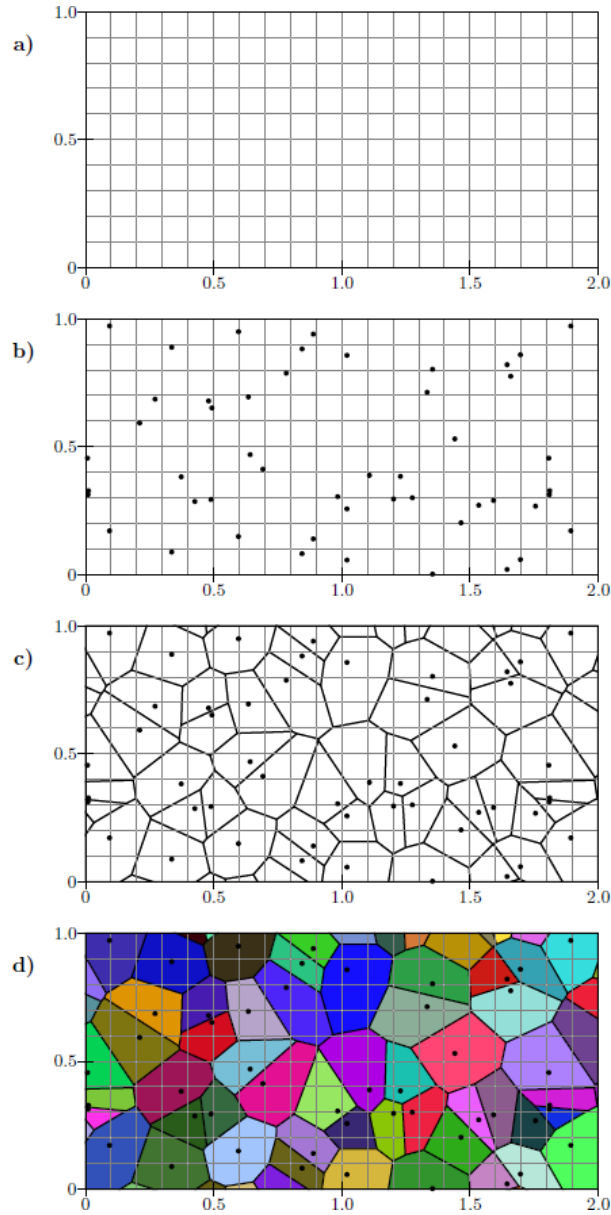


FIGURE 4.3 – Les quatre étapes de la création de l'agrégat polycristallin : a) dimensionnement de l'agrégat ; b) positionnement des germes des grains ; c) génération des polygones de Voronoï ; d) application des paramètres caractéristiques à chaque grain [Proudhon 05a].

Notre objectif étant d'étudier la propagation cristallographique d'une fissure en chargement de fretting, un agrégat polycristallin est généré et implanté dans

la zone critique de contact du modèle de calcul par éléments finis. Les étapes de la création de l'agrégat sont schématisées en figure 4.3. La section de l'agrégat est d'abord créée aux dimensions requises. Ensuite, les germes des grains sont introduits et distribués aléatoirement dans l'espace disponible. Le nombre de germes sont créés détermine le nombre de grains, ainsi que leur taille, puisqu'on se travaille dans un espace déterminé. Les joints des grains sont créés par un algorithme de Voronoï. Ils sont décrits par l'ensemble des points équidistants de chacun des deux germes les plus proches. Une fois les grains connus, on leur affecte une orientation cristallographique, chaque grain ayant par ailleurs le même comportement dans son repère matériau. Les orientations cristallographiques sont obtenues par un tirage aléatoire portant sur les trois angles d'Euler (voir Annexe B).

Le travail de génération de la microstructure a été réalisé par un programme écrit en langage C. Dans ce programme, les paramètres proposés permettent de contrôler la disposition de la microstructure créée et de la rendre représentative de la microstructure réelle [Proudhon 05a].

4.1.1.3 Lois de plasticité cristalline

Les lois de comportement utilisées sont résumées dans le tableau 4.1 [Méric 91b, Méric 91a].

La forme générale de ce modèle correspond à un monocristal se déformant par glissement sur S systèmes r dans des plans de normale $\underline{n}^r$ selon une direction $\underline{l}^r$. $\underline{\mathbf{m}}^r$ est un tenseur d'orientation, partie symétrique du produit tensoriel de $\underline{n}^r$ par $\underline{l}^r$. Il nous permet de calculer la cission sur le système r à partir du tenseur de contrainte $\underline{\sigma}$. τ_0 est la valeur de la cission critique initiale. Pour chaque système, on définit un potentiel viscoplastique Ω^r , forme uniaxiale du potentiel utilisé dans les modèles macroscopiques. A chaque système de glissement sont attachées une variable d'écrouissage cinématique x^r et une variable d'écrouissage isotrope r^r . La présence de ces variables d'écrouissage permet de décrire respectivement la translation et l'extension du domaine élastique. La matrice h_{rs} qui apparaît dans la formulation de l'écrouissage isotrope est une matrice d'interaction, dont les termes diagonaux représentent l'auto-écrouissage, et les termes hors diagonale l'écrouissage latent entre les différents systèmes. Dans notre simulation, on se contentera d'une matrice diagonale. Le modèle est *multipotentiel*, et fera intervenir autant de «multiplicateurs viscoplastiques» $\dot{v}^r$ que de systèmes actifs. La

vitesse de la déformation plastique $\dot{\tilde{\xi}}^p$ est calculée par la dérivation partielle du potentiel viscoplastique, somme des potentiels élémentaires, par rapport au tenseur de contrainte. La formulation viscoplastique permet de déterminer de façon non ambiguë le jeu de systèmes actifs. Pour chaque famille de systèmes de glissement, il convient de déterminer un jeu de sept paramètres (K , n , τ_0 , Q , b , c , d). Les paramètres utilisés sont listés dans le tableau 4.2.

TABLE 4.1 – Lois de comportement du modèle monocristal

Fonction de seuil :	$f^r = \tau^r - x^r - r^r - \tau_0$
Cisaillement résolu :	$\tau^r = \underline{\sigma} : \underline{\mathbf{m}}^r = \underline{\sigma} : \frac{1}{2} (\underline{l}^r \otimes \underline{n}^r + \underline{n}^r \otimes \underline{l}^r)$
Potentiel viscoplastique :	$\Omega = \sum_r \Omega_r(f^r) = \frac{K}{n+1} \sum_r \left\langle \frac{f^r}{K} \right\rangle^{n+1}$
Écrouissage cinématique :	$x^r = c\alpha^r$ $\dot{\alpha}^r = (\text{signe}(\tau^r - x^r) - d\alpha^r)\dot{v}^r$
Écrouissage isotrope :	$r^r = Q \sum_s h_{rs}(1 - \exp(-bv^s))$
Vitesse de déformation plastique :	$\dot{\tilde{\xi}}^p = \frac{\partial \Omega}{\partial \underline{\sigma}} = \sum_r \dot{\gamma}^r : \underline{\mathbf{m}}^r$
Vitesse de glissement :	$\dot{v}^r = \frac{\partial \Omega}{\partial f^r} = \left\langle \frac{f^r}{K} \right\rangle^n$ $\dot{\gamma}^r = \dot{v}^r \text{signe}(\tau^r - x^r)$

TABLE 4.2 – Paramètres du modèle de plasticité cristalline

	K ($MPa.s^{1/n}$)	n	τ_0 (MPa)	Q (MPa)	b	c (MPa)	d
Prismatique	20	7.41	280	-49.4	2	30000	300
Basal			300	-52			
Pyramidal $\langle a + c \rangle$			540	-83.2			

Les paramètres utilisés ici ont été déterminés lors d’une précédente étude en réalisant le calcul par éléments finis d’un élément de volume représentatif [Dick 06]. Les paramètres de la loi d’élasticité orthotrope proviennent également de la littérature [Simmons 71, Brandes 92]. Les valeurs sont reportées dans le tableau 4.3.

$$\left\{ \begin{array}{c} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{cccccc} y_{1111} & y_{1122} & y_{3311} & 0 & 0 & 0 \\ & y_{2222} & y_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ & & y_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ & & & y_{1212} & 0 & 0 \\ & sym & & & y_{2323} & 0 \\ & & & & & y_{3131} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{array} \right\} \quad (4.1)$$

TABLE 4.3 – Coefficients du tenseur des modules d’élasticité (élasticité orthotrope)

y_{1111}	y_{2222}	y_{3333}	y_{3311}	y_{2233}	y_{1122}	y_{2323}	y_{3131}	y_{1212}
168000	168000	191000	95000	95000	69000	48000	48000	73000

4.1.2 Etude en déformation plane généralisée (2.5D)

Les systèmes de glissement introduits dans le modèle cristallographique sont susceptibles de générer un tenseur de déformation dans lesquels toutes les composantes sont non nulles. Afin de pouvoir prendre en compte cet effet dans le cadre d'un modèle géométrique simple, on utilise une hypothèse de déformation plane généralisée (2.5D), qui admet un comportement 3D complet dans une géométrie 2D. Six degrés de liberté globaux sont affectés à l'ensemble du maillage, ce qui permet de prendre en compte 3 translations et 3 rotations de la surface du maillage. Avec cette théorie, le champ des contraintes ainsi que celui des déformations dans la troisième direction peuvent être considérées. Le champ de déplacements est défini par l'expression suivante :

$$\vec{u}(x, y, z) = \vec{u}_0(x, y, z) + \vec{u}_1(x, y) \quad (4.2)$$

où $\vec{u}_0$ est défini par :

$$\vec{u}_0(x, y, z) = z \left(\vec{t} + \vec{w} \wedge \overrightarrow{OM} \right) \quad (4.3)$$

z correspond à la troisième direction. O est le centre de gravité de la structure 2D. Les vecteurs de $\vec{t}$ et $\vec{w}$ sont définis en dessous :

$$\vec{t} = \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{pmatrix} \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

où t_1 , t_2 et t_3 représentent trois degrés de liberté (DOF) de translation, et w_1 , w_2 , w_3 représentent trois degrés de liberté de rotation par rapport chaque axe. Le champ de déplacement est obtenu comme :

$$\begin{aligned} u^x &= u_1^x + zt_1 - w_3(y - Y_0)z \\ u^y &= u_1^y + zt_2 + w_3(x - X_0)z \\ u^z &= u_1^z + zt_3 + w_1(y - Y_0)z - w_2(x - X_0)z \end{aligned} \quad (4.5)$$

Dans notre simulation, on suppose que la face du maillage reste plane, tout en se translatant librement dans les trois directions (réactions globales nulles). Une rotation de cette surface autour de sa normale est également autorisée. La seule condition à imposer est donc $w_1 = w_2 = 0$.

4.1.3 Principe du modèle de propagation de fissure

Dans les parties précédentes de la section §4.1, nous nous sommes intéressés à la modélisation de la microstructure et à la forme des lois de comportement. L'association de ces deux acquis permet déjà d'effectuer une analyse mécanique par la méthode des éléments finis. Il nous reste à définir le traitement numérique qui va accompagner l'introduction d'une fissure dans la microstructure. Deux critères supplémentaires sont nécessaires pour compléter le modèle : un critère qui permet de déterminer la direction de propagation et un autre qui permet d'estimer la vitesse de propagation. Ils sont présentés dans les parties suivantes.

4.1.3.1 Détermination de la direction de propagation

Différents critères ont été proposés pour déterminer la direction de propagation dans le cadre des approches macroscopiques, tels que le critère basé sur l'amplitude de distorsion de cisaillement maximale, le critère basé sur le cisaillement maximal et le critère basé sur le taux de restitution d'énergie maximale (cf. §1.3.3). Ayant à notre disposition des ingrédients plus proches de la microstructure, nous allons exploiter cette nouvelle information en cherchant à utiliser des paramètres représentatifs des mécanismes locaux de déformation et d'endommagement.

Aucun critère standard n'a été présenté pour le moment pour prévoir le chemin de fissuration, en raison des nombreux facteurs qui influencent celui-ci (chimie, physique, microstructure, condition de charge, etc). Parmi les propositions les plus raisonnables, on peut retenir un critère basé sur la désorientation cristallographique minimale et le critère basé sur le facteur de Schmid maximal (cf. §1.3.3).

Dans notre étude, on propose d'utiliser comme variable critique le glissement sur les systèmes cristallographiques. On suppose également que la direction de fissuration est constante dans chaque grain. La bifurcation de la fissure ne sera donc possible qu'au franchissement d'un joint de grains. La figure 4.4a illustre le fonctionnement du critère dans le cas d'une simple structure à deux grains. La simulation par éléments finis fournit sur chaque point de Gauss l'amplitude de glissement pour chaque système cristallographique. Un premier calcul est réalisé sur la géométrie initiale, sans fissure. On applique alors le critère d'amorçage,

et on choisit comme direction de propagation le plan cristallographique qui est le siège de la plus grande amplitude de glissement. Le chemin de la fissure est ainsi déterminé jusqu'au premier joint de grains. Lorsque celui-ci est atteint, la présence de la pointe de fissure induit une zone plastique dans le grain voisin, et sollicite de ce fait certains systèmes cristallographiques. Afin de déterminer la nouvelle direction de propagation, on cherche la direction qui fournit de nouveau le glissement maximal. Pour cela, on met en place une technique numérique en vertu de laquelle le glissement sur les systèmes cristallographiques sera interpolé

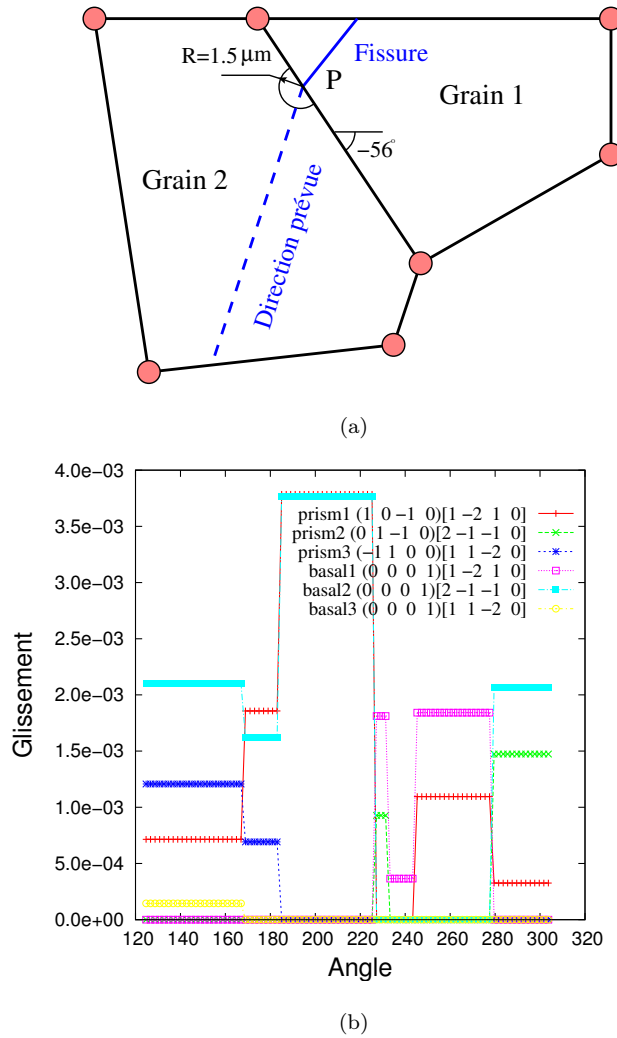


FIGURE 4.4 – (a) Schéma de la méthode de détermination de la direction de propagation au niveau du joint des grains. (b) Exemple des glissements des systèmes cristallographiques dans le Grain 2 sur le demi-cercle.

depuis les points de Gauss sur un demi-cercle centré à la pointe de fissure P . Le rayon choisi est de $1.5\mu m$, ce qui représente une distance inférieure à la taille de la zone plastique. S'il s'agit de la détermination de la direction de propagation pour le premier segment de fissure, ce demi-cercle est centré au point d'amorçage. l'orientation du système subissant le glissement maximal (système le plus activé) sera considérée comme la direction de la propagation de fissure. Par exemple, pour la situation de la figure 4.4b, c'est l'orientation du système basal $(0\ 0\ 0\ 1)[2\ -1\ -1\ 0]$ qui sera sélectionnée. D'une façon générale, le glissement sur les systèmes pyramidaux $\langle a + c \rangle$ est toujours beaucoup plus faible que sur les autres familles. Cette famille doit être conservée pour gérer des problèmes de compatibilité de déformation (lorsque le glissement en direction a est insuffisant pour accommoder les déplacements), mais, dans la pratique, ses plans ne seront jamais sélectionnés comme plan de propagation de fissure.

4.1.3.2 Orientation des plans de glissement en 2D

Après avoir déterminé le plan sur lequel se propage la fissure, nous discutons le calcul de l'orientation du système et la façon de représenter l'orientation correspondante dans un modèle à deux dimensions.

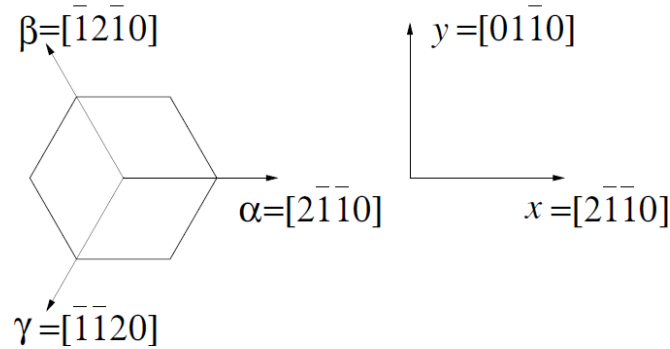


FIGURE 4.5 – Représentation d'un cristal hexagonal dans un système cartésien.

Afin de respecter ses symétries, on introduit pour le cristal hexagonal une représentation à quatre paramètres : α , β , γ , et c , qui correspondent respectivement à trois coordonnées selon les directions de l'hexagone de base, et une coordonnée selon l'axe c . Comme l'indique la figure 4.5, on peut bien entendu se satisfaire de 3 paramètres, x , y et z , dans un système cartésien. Les correspondances entre les différents plans sont présentées dans le tableau 4.4.

TABLE 4.4 – Définition des plans de glissements de la maille hexagonale dans un système cartésien.

	Indices de Miller	Système cartésien
Prismatique	(1 0 -1 0)	(0 1 0)
	(0 1 -1 0)	(1 1/√3 0)
	(-1 1 0 0)	(-1 1/√3 0)
Basal	(0 0 0 1)	(0 0 1)

En se basant sur la présentation précédente, l'orientation des plans de glissement est donnée dans le repère de l'échantillon en rendant compte de l'orientation du cristal définie par les trois angles d'Euler. La matrice de passage B , définie en Annexe B), est telle que :

$$\vec{N}_i = B.\vec{n}_i \quad (4.6)$$

où $\vec{N}_i$ et $\vec{n}_i$ contiennent respectivement les coordonnées des plans de glissement dans le repère de l'échantillon et celui du cristal.

L'intersection du plan de glissement et du plan du maillage (xoy) définit une droite. Si le plan de glissement le plus activé $\vec{N}_j$ est décrit par (N_{jx}, N_{jy}, N_{jz}) , l'orientation de la fissure en 2D est définie par :

$$\beta = \arctan\left(-\frac{N_{jx}}{N_{jy}}\right) \quad (4.7)$$

L'angle ainsi défini est considéré comme nul lorsque la direction est confondue avec l'axe des abscisses. Il croît en suivant le sens trigonométrique.

4.1.3.3 Calcul de la vitesse locale de propagation

On a vu en première partie que, pour des petites fissures dont les dimensions sont de l'ordre de la microstructure du matériau, la vitesse de propagation risque d'être largement sous-estimée si on estime celle-ci en se basant sur le FIC [Tanaka 86] et une loi déterminée à l'échelle macroscopique. C'est pourquoi on préfère sélectionner un des critères spécifiques qui ont été présentés dans la section §1.3.4, en l'occurrence un critère dépendant des déplacements relatifs locaux en pointe de fissure : la vitesse de la propagation pourrait être évaluée au moyen

du paramètre CTOD (crack tip opening displacement) ou du CTSD (crack tip sliding displacement) (cf. eq. 1.42 et FIG. 4.6).



FIGURE 4.6 – Schéma des déplacements CTOD et CTSD au bout de la fissure.

Entre ces deux paramètres, le CTOD convient mieux à l'évaluation d'une propagation en mode I (ouverture de fissure), alors que le CTSD est mieux adapté à un mode II, gouverné par le cisaillement. Dans la mesure où notre critère directionnel sélectionne le glissement primaire le plus actif, la cohérence de l'approche veut que l'on utilise pour déterminer la cinétique le paramètre CTSD. La vitesse de propagation de la fissure sera donc calculée par :

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \Delta CTSD^m \quad (4.8)$$

où C est une constante dépendant du matériau et où l'exposant m est très proche de 1. La constante C du TA6V quant à elle sera choisie égale à 0.026 [Köster 10].

4.2 Application du modèle de propagation

Nous nous intéressons dans cette partie à l'application du modèle de fissure courte. L'objectif de la simulation est d'effectuer une analyse préliminaire de la propagation cristallographique d'une fissure de fretting et d'évaluer la capacité du modèle à prendre en compte l'influence de la microstructure.

Afin d'effectuer cette simulation, le modèle cylindre/plan, utilisé pour l'étude d'amorçage dans le chapitre 2, est repris dans cette partie en gardant la même géométrie et les mêmes conditions de charge (cf. FIG. 4.7a et Tab. 2.4). Un agrégat de 250 grains, dont la taille moyenne est de $100\mu m$, est implanté dans la zone de contact du plan (cf. FIG. 4.7b). Dans cet agrégat polycristallin, chaque grain, identifié par une couleur différente, possède une orientation spécifique définie par trois angles d'Euler (cf. §4.1.1.2). On utilise le comportement de plasticité cristalline et les paramètres matériau présentés dans la section §4.1.1.3. La figure 4.7c montre le champ de la contrainte de von Mises à la fin de la première application

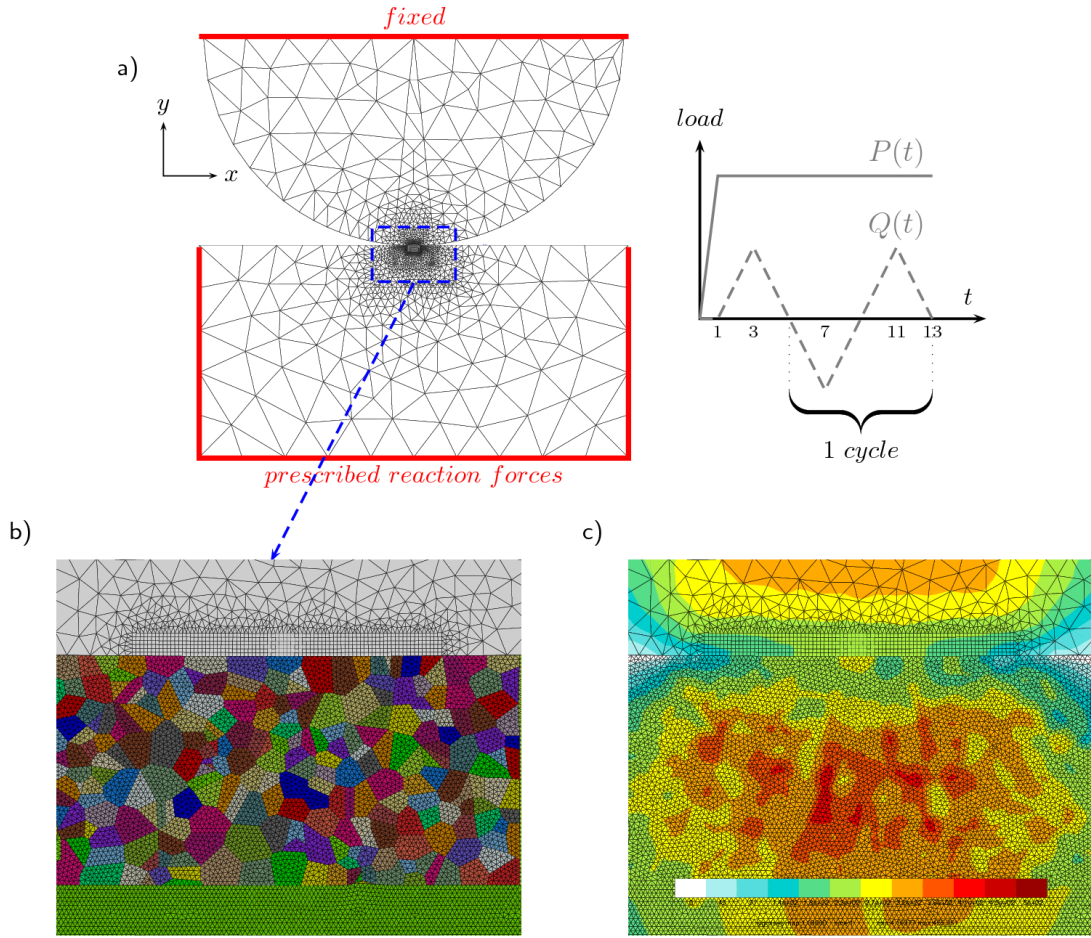


FIGURE 4.7 – (a) Vue générale du maillage et conditions aux limites. (b) Zoom sur l’agrégat de 250 grains implanté dans la zone de contact. (c) Anisotropie du matériau représentée par le champ des contraintes de von Mises à l’instant $t = 1$.

de la charge normale. Il est bien entendu très différent du champ qui résulterait de l’application de la théorie de Hertz, ce qui met en évidence l’hétérogénéité et l’anisotropie cristalline du matériau.

4.2.1 Détails de la modélisation

La figure 4.8 montre la méthodologie générale de la modélisation. La première étape consiste à déterminer la position d’amorçage. Pour cela, une simulation préliminaire sans fissure est effectuée. La position de l’amorçage est déterminée

à $x = 0.96mm^1$ en utilisant le critère TOS. Le chemin de fissuration dans le premier grain est alors déterminé, il est donné par l'orientation du système de glissement le plus activé (cf. §4.1.3.1 et §4.1.3.2). Un processus itératif est alors mis en place pour créer successivement plusieurs modèles géométriques, avec des fissures de plus en plus longues à l'intérieur du premier grain. A l'étape i , la fissure, de longueur a_i est créée en effectuant un incrément de longueur de da par rapport à la situation précédente.

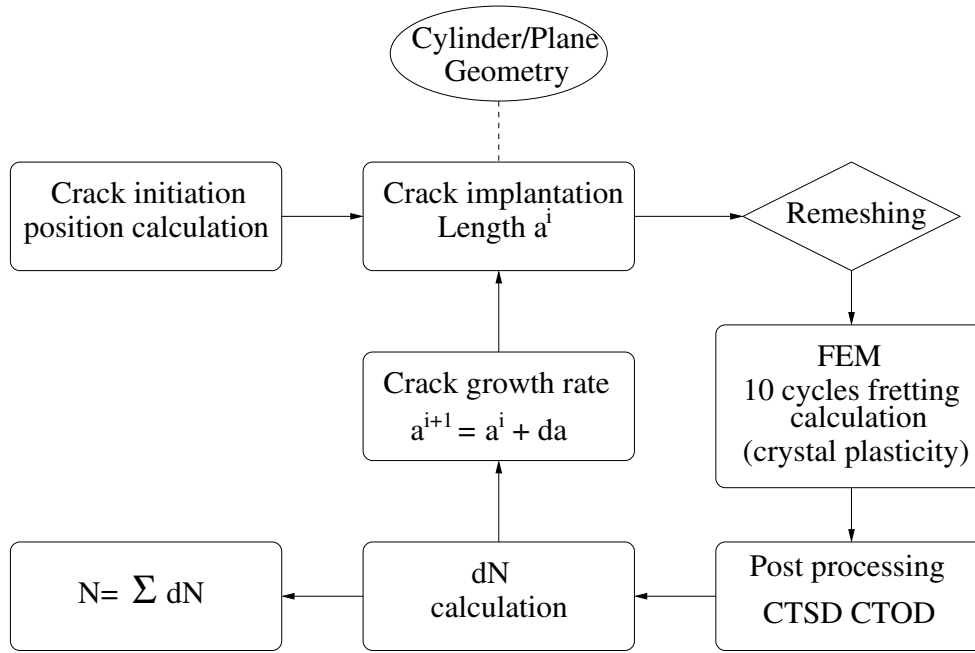


FIGURE 4.8 – Schéma de la méthodologie de simulation au sein d'un grain.

Un nouveau maillage est construit pour chaque nouveau modèle, et une simulation de 10 cycles est effectuée. Le CTSD est calculé et, à partir de lui, le nombre de cycles dN nécessaire à la propagation sur une longueur da est évalué (cf. §4.1.3.3). Le processus se poursuit jusqu'à ce que la fissure arrive au joint de grains. Le chemin de fissuration est alors recalculé dans le grain suivant, et toutes les étapes présentées précédemment sont reprises.

Incrément de la longueur de fissure dans la simulation L'incrément de longueur de fissure (da) appliqué dans la simulation dépend de la longueur des segments de fissure (l_i) dans le grain courant (cf. FIG. 4.9). Il varie également

1. Le point d'origine est confondu avec le centre de la zone de contact.

au cours de l'avancée à l'intérieur du grain : un incrément $da = l_i/10$ est appliqué pour les 9 premières simulations, puis on utilise $da = l_i/50$ pour les 5 derniers simulations. L'objectif est de mieux définir les champs de contrainte et de déformation lorsque la pointe de fissure se rapproche du joint de grains.

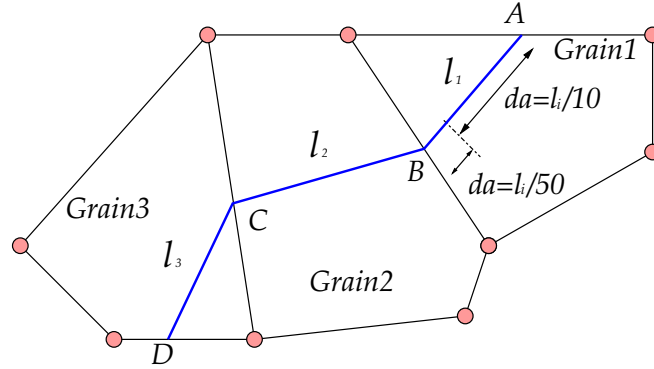


FIGURE 4.9 – Schéma de l'avancée de fissure dans un grain.

Calcul de l'amplitude de CTSD Le CTSD est un déplacement relatif entre les deux lèvres de la fissure. Il est mesuré sur la cinquième paire de nœud derrière la pointe, soit à une distance de $1\mu m$ environ de celle-ci. L'amplitude du CTSD d'un cycle est calculée par :

$$\Delta CTSD = \frac{CTSD_{max} - CTSD_{min}}{2} \quad (4.9)$$

4.2.2 Résultat et discussion

Dans notre étude, les simulations ont été effectuées pour une propagation de fissure de trois grains, ce qui correspond à une longueur de $250\mu m$ environ. La simulation numérique prend en compte le contact et le frottement entre les deux surfaces de la fissure. La figure 4.10 présente la localisation de la fissure et le champ de contrainte équivalente de von Mises, lors que la fissure arrive aux joints de grains, au moment où le déplacement oscillatoire atteint sa valeur maximale et que la fissure s'ouvre. Les simulations montrent que la fissure ne s'ouvre pas totalement au cours d'un cycle. Ainsi, le segment de fissure dans le deuxième grain apparaît il tout le temps fermé, ce qui s'explique par le fait que sa pente est relativement douce par rapport aux autres. Ceci n'empêche pas la fissure de se propager, la force motrice étant le cisaillement relatif entre les lèvres

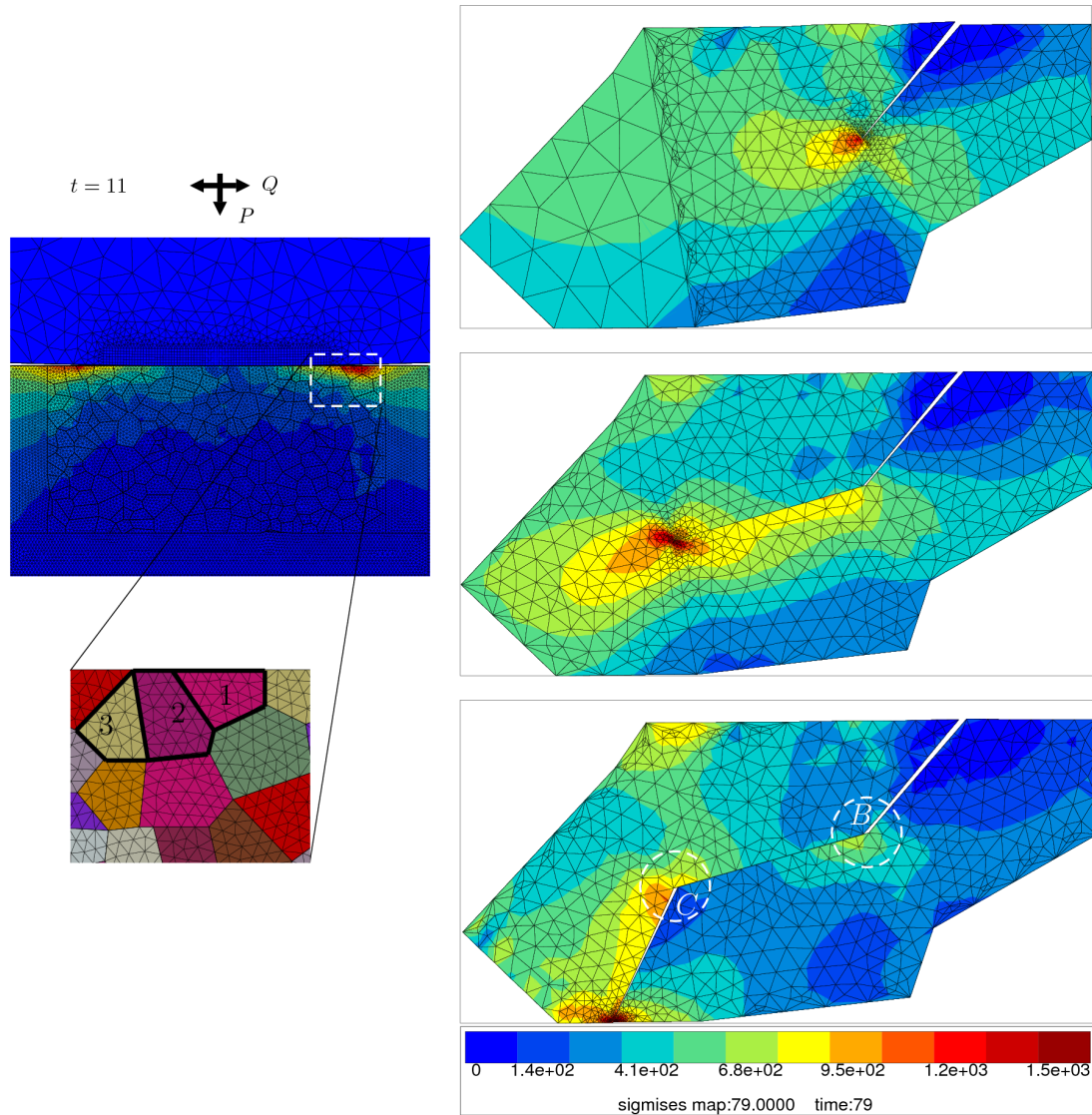


FIGURE 4.10 – Localisation de la fissure et état des contraintes équivalentes de von Mises quand δ atteint sa valeur maximale.

de la fissure. Les conditions de contact influencent la position des concentrations de contraintes. La figure 4.10 montre un exemple où elles se trouvent aux changements de direction de la fissure, aux points B et C . Il s'introduit à ces endroits une zone plastique secondaire², susceptible de provoquer des branchements de fissure. La figure 4.11 donne des informations détaillées sur la détermination du

². La zone plastique devant la pointe de fissure est considérée comme la première zone plastique.

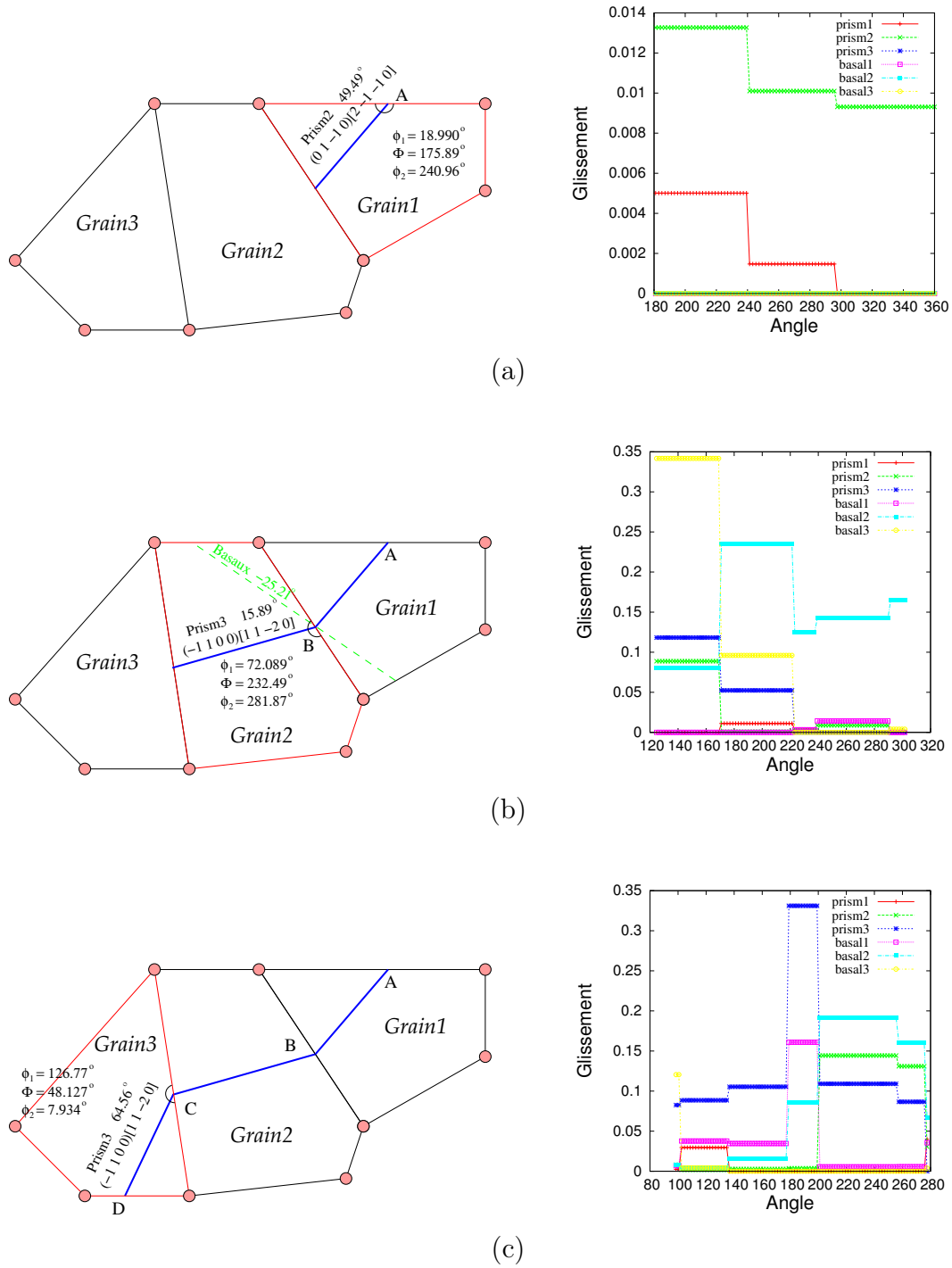


FIGURE 4.11 – Chemin de fissuration dans les trois premiers grains et activité des systèmes de glissement au niveau du joint de grains.

chemin de fissuration. Dans le deuxième grain (cf. 4.11b), le système le plus activé est le *Basal3*, et l'orientation correspondante est de -25.21° (ligne verte en pointillés). Le choix de ce plan donnerait donc une fissure qui remonte vers la surface, ce qui conduirait à une desquamation de la surface. Ce genre de propagation n'est pas observé expérimentalement, c'est pourquoi on sélectionne ici le système *Prism3*, qui apparaît est le plus activé derrière les systèmes basaux.

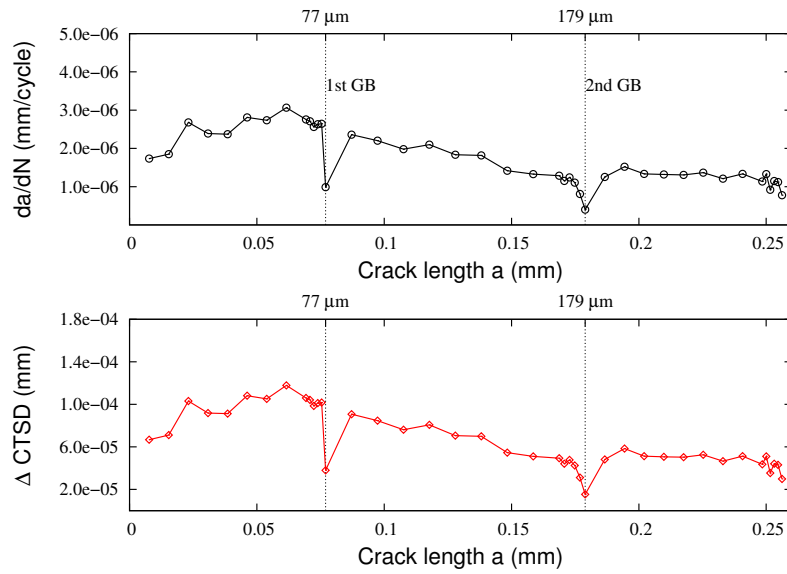


FIGURE 4.12 – Vitesse de propagation et évolution de CTSD en fonction de la longueur de fissure.

Évaluée à partir des valeurs de CTSD, la vitesse de propagation en fonction de la longueur de fissure est montrée en figure 4.12. Cette vitesse diminue lorsque la fissure se rapproche d'un joint de grains, puis, une fois le joint de grains franchi, elle augmente à nouveau pour vers une valeur constante. Ce résultat, qui correspond bien aux observations expérimentales, confirme que les joints agissent comme des barrières pour le phénomène de propagation. On peut imaginer que, dans certains cas, la fissure puisse même rester bloquée sur de telles barrières : cette situation, qui verrait des fissures démarrer dans quelques grains, puis s'arrêter, correspond à ce qui se passe lorsqu'on est en dessous de la limite de fatigue. Au contraire, lorsque la fissure a réussi à traverser plusieurs grains, on doit lui donner une existence macroscopique, et la traiter avec des outils adaptés, qui ne considèrent plus la microstructure.

Sur la figure 4.12, une tendance générale décroissante de la vitesse de propagation en fonction de la longueur de fissure est observée, ce qui correspond à la baisse de la force motrice de la propagation lors qu'on s'éloigne du contact.

De plus, on voit dans le premier grain, l'apparition d'une vitesse maximale de propagation pour une longueur de fissure de $50\mu m$ environ, ce qui correspond à un résultat de la littérature lorsqu'on analyse la propagation macroscopique par des fonction de poids, par exemple [Proudhon 11].

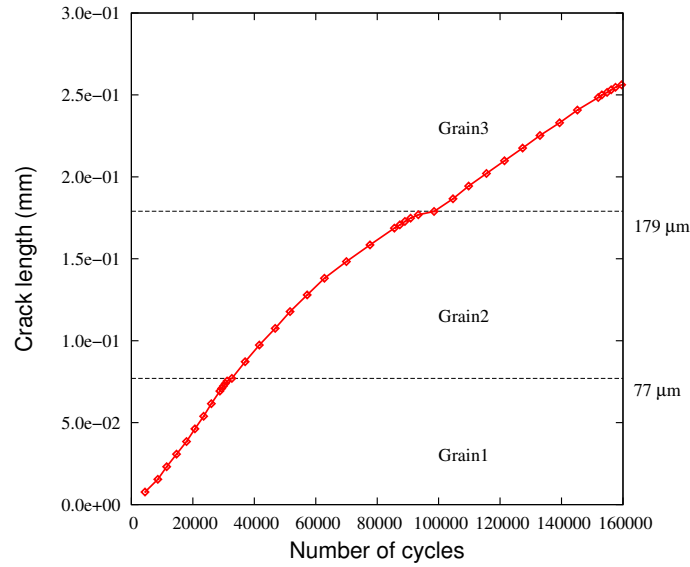


FIGURE 4.13 – Durée de vie estimée par la simulation.

Du côté quantitatif, l'évolution de la longueur de fissure en fonction du nombre de cycle de fretting estimé est présenté sur la figure 4.13. Avec le jeu d'orientation utilisé, pour une propagation cristallographique d'environ $250\mu m$, avec deux joints de grains franchis, une durée de vie de 1.6×10^5 cycles est prédite par notre modèle.

Afin d'étudier l'effet de la plasticité sur la propagation de fissure, nous avons étudié, pour une longueur de fissure déterminée³, les évolutions des déplacements CTOD et CTSD au cours des 10 cycles de fretting calculés (cf. FIG. 4.14a). Concernant le CTOD, la valeur maximale de chaque cycle augmente graduellement tandis que la valeur minimale revient toujours à zéro (l'alternance d'ouver-

3. Nous avons choisi une longueur de $217\mu m$, la pointe de la fissure située dans le troisième grain.

ture et fermeture de la fissure au cours d'un cycle), ce qui amène une évolution croissante de l'amplitude du CTOD (cf. FIG. 4.14b).

Concernant l'évolution du CTSD, à la fois la valeur maximale et minimale augmentent légèrement pendant les cycles. Au niveau de l'amplitude $\Delta CTSD$, une évolution légèrement croissante est observée après une valeur relativement élevée effectuée dans le premier cycle.

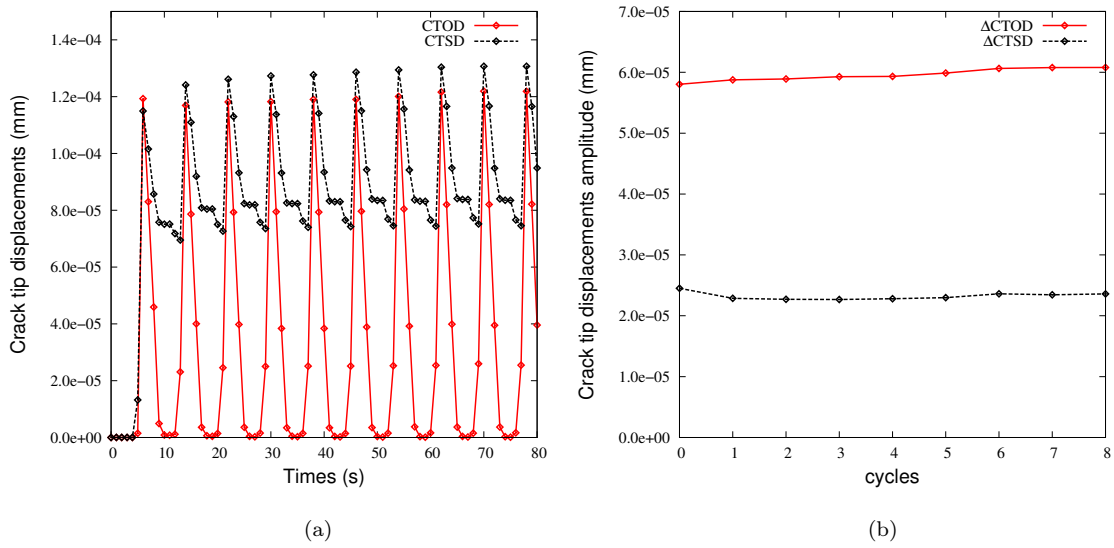


FIGURE 4.14 – (a). Évolution cyclique de CTSD et de CTOD ; (b). Évolution des amplitudes de CTSD et CTOD au cours des cycles pour une longueur de fissure définie ($217\mu m$).

Avec la condition de charge modérée utilisée, l'évolution des amplitudes de CTOD et CTSD soit globalement stable. Une légère augmentation due à l'accumulation de plasticité, est toutefois mise en évidence.

4.3 Confrontation du modèle avec des essais expérimentaux de fretting

Dans la partie précédente, nous avons présenté un modèle numérique de propagation de fissure et l'avons appliqué dans une simulation à deux dimensions sous chargement de fretting. Dans cette partie, nous allons alors effectuer une confrontation entre les calculs numériques et les essais expérimentaux afin d'évaluer dans quelle mesure ce modèle est capable d'être prédictif. Pour cela, les essais

expérimentaux de fretting effectués au laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes (LTDS) pendant la thèse de Jean Meriaux [Mériaux 10a] ont été choisis, deux essais de différente géométrie (cylindre/plan et poinçon/plan), dont la condition de charge est $Q/\mu P = 0.5$, sont reproduits de façon numérique en utilisant le modèle de propagation établi précédemment.

4.3.1 Essai Cylindre/Plan

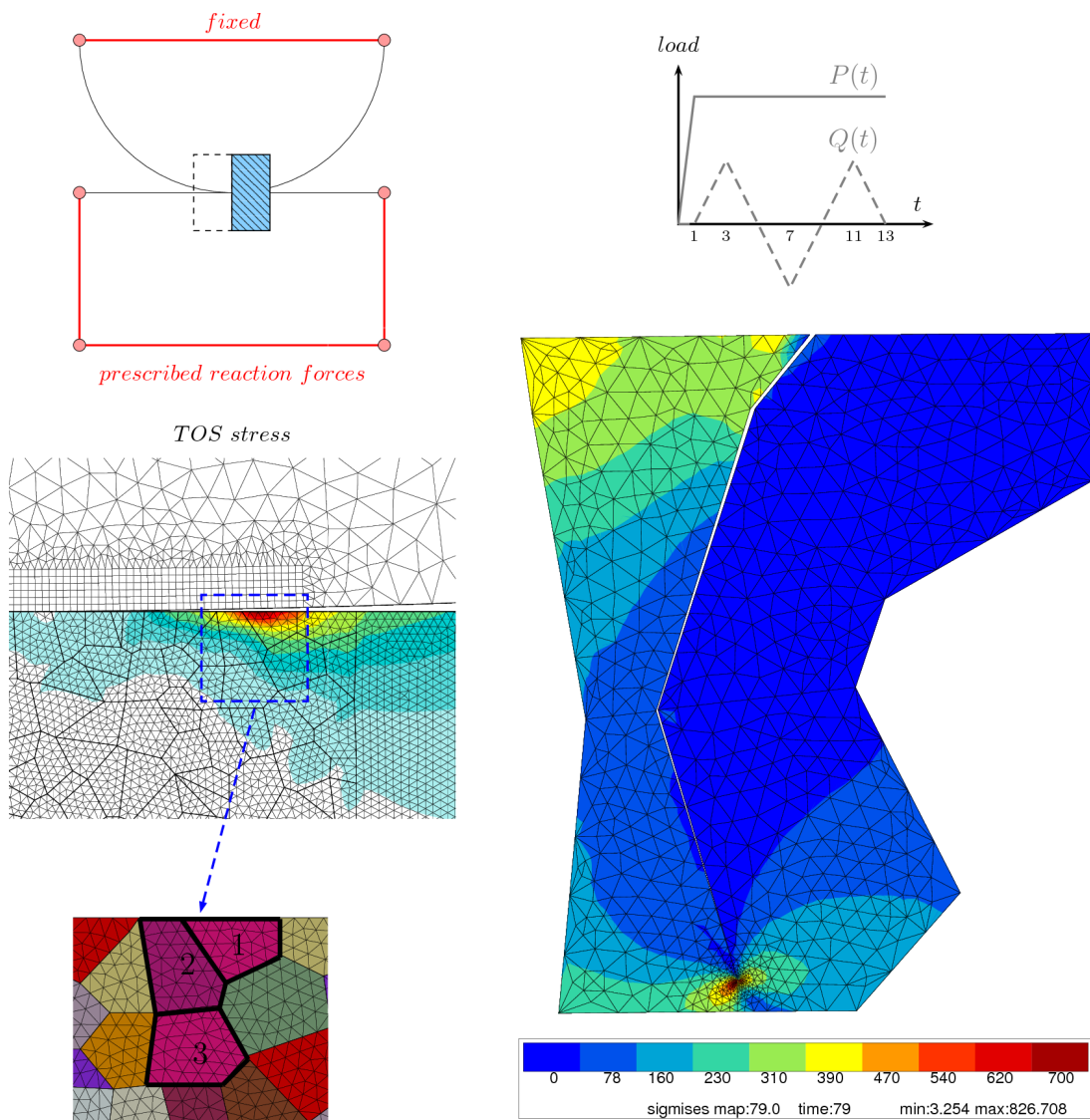


FIGURE 4.15 – Chemin de fissuration et état des contraintes équivalentes de von Mises quand δ atteint sa valeur maximale (modèle cylindre/plan).

4.3. Confrontation du modèle avec des essais expérimentaux de fretting 101

Comme précédemment, la première étape consiste en un calcul d'amorçage qui va nous donner la position de la fissure. Avec le jeu d'orientation cristallo-graphiques aléatoires utilisées, la fissure s'amorce sur le côté droit en bordure de contact (cf. FIG. 4.15 grain 1).

TABLE 4.5 – Grains traversés par la fissure dans la simulation de la géométrie cylindre/plan.

	Angles d'Euler			Systèmes de glissement le plus activé	Orientations des fissures
	φ_1	Φ	φ_2		
Grain1	140.8°	92.1°	152.2°	prism2	49°
Grain2	72.1°	232.5°	281.9°	basal2	72°
Grain3	156.2°	20.6°	251.7°	prism3	-73°

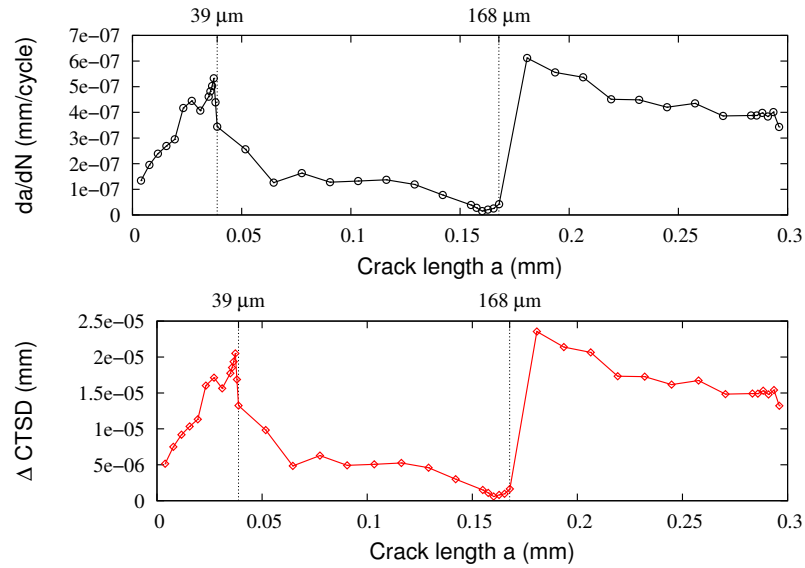


FIGURE 4.16 – Vitesse de la propagation et l'évolution de $\Delta CTSD$ en fonction de la longueur de fissure (modèle cylindre/plan).

Pour la modélisation numérique du modèle cylindre/plan, une propagation de fissure de trois grains est calculée à partir du grain 1. Le chemin de fissuration est montré dans la figure 4.15. Les informations détaillées de chaque grain qui est traversé par la propagation de fissure sont listées dans le tableau 4.5. En se basant sur l'évolution de CTSD, la vitesse de propagation est calculée et

montrée en figure 4.16. Sur cette figure, on observe à nouveau la diminution de la vitesse de propagation lors que la fissure se rapproche d'un joint de grains. On observe également le passage par un maximum, cette fois autour de $35\mu m$. On observe que la vitesse de propagation est très différente dans les trois grains, ce qui justifie potentiellement l'influence de la microstructure et l'intérêt d'un tel modèle. On remarque que la vitesse de propagation dans le deuxième grain est beaucoup plus faible par rapport celles qui sont observées dans les deux autres grains. L'explication est que, dans le deuxième grain, la fissure se propage le long d'un système basal qui a une cission critique plus élevée par rapport le système prismatique qui est le plus activé dans les deux autres grains (cf. Tab. 4.2). Dans le deuxième grain, la vitesse de la fissuration diminue jusqu'à descendre en dessous de $10^{-10}m/cycle$, du point de vue expérimental cela correspond à l'arrêt de la fissure.

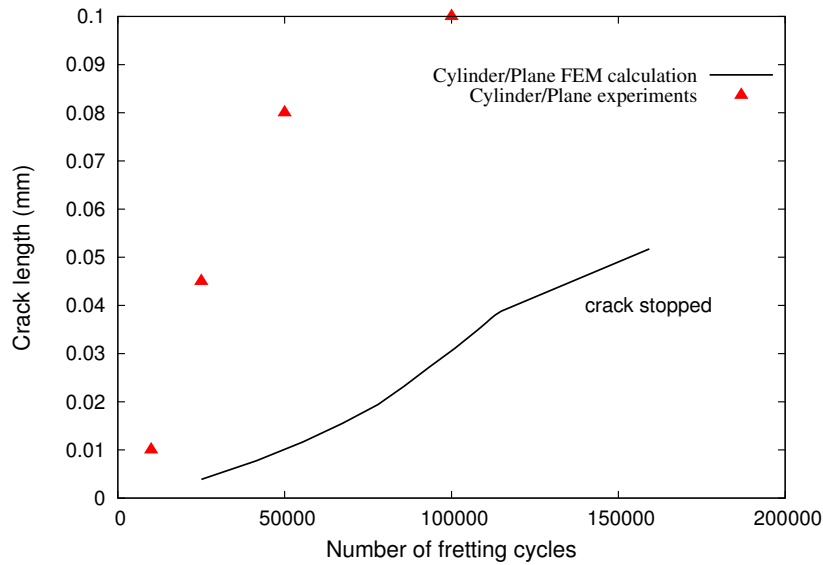


FIGURE 4.17 – Comparaison des résultats de simulation avec ceux d'essai expérimental pour le modèle cylindre/plan.

La confrontation des résultats expérimentaux et les résultats numériques est montrée dans la figure 4.17 par des courbes de la longueur de fissure en fonction de la durée de vie prédite. D'après cette comparaison, le résultat du calcul numérique semble assez peu cohérent avec celui des essais expérimentaux. L'explication vient du fait que la fissure s'arrête à une profondeur d'environ $50\mu m$ dans le calcul numérique. Cependant, le résultat de ce calcul numérique présenté ne représente

qu'une des situations possibles obtenues avec un jeu d'orientations des grains déterminé aléatoirement. Le résultat de la prédiction dépend donc fortement des orientations choisies. Afin de trouver un résultat numérique représentatif, il faut effectuer plusieurs calculs avec des orientations de grain différentes.

4.3.2 Essai Poinçon/Plan

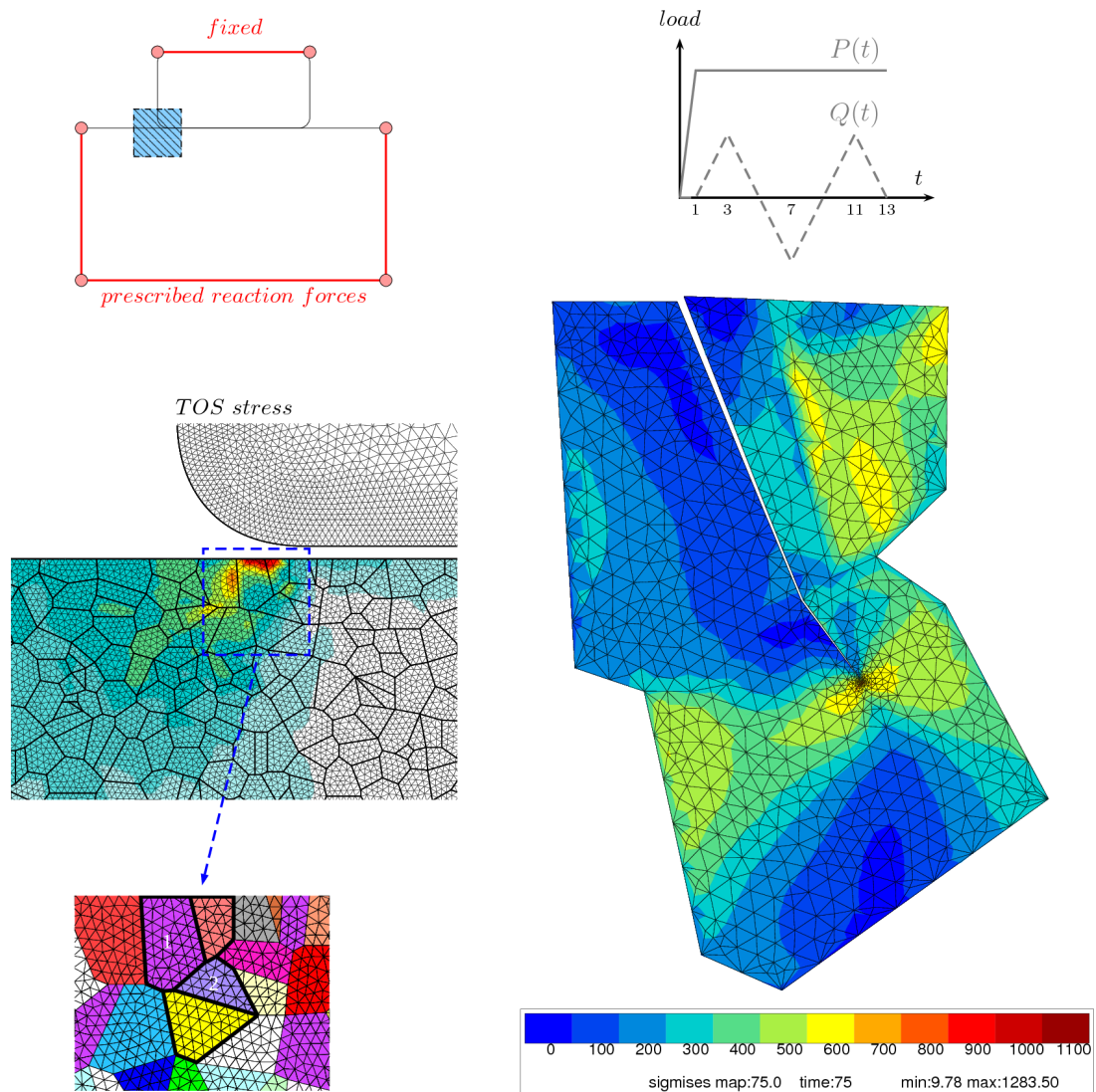


FIGURE 4.18 – Chemin de fissuration et état des contraintes équivalentes de von Mises quand δ atteint sa valeur maximale (modèle poinçon/plan).

TABLE 4.6 – Grains traversés par la fissure dans la simulation de la géométrie poinçon/plan.

	Angles d'Euler			Systèmes de glissement le plus activé	Orientations des fissures
	φ_1	Φ	φ_2		
Grain1	24.8°	202.1°	152.2°	prism2	−67.02°
Grain2	79.2°	359.8°	94.1°	prism2	−53.3°

Comme pour le cas de cylindre/plan, la simulation des essais de fretting en géométrie de poinçon/plan est aussi réalisée dans laquelle une propagation de fissure de deux grains est effectuée comme montré dans la figure 4.18. Sur le tableau 4.6, les informations détaillées concernant le chemin de fissuration sont listées. L'évolution de CTSD et la vitesse de propagation dans ces deux grains sont montrées en figure 4.19. Sur cette figure, on observe l'effet de barrière de la vitesse de propagation quand la fissure se rapproche d'un joint de grains, comme observé dans les simulations présentées précédemment. Le maximum de la vitesse est retrouvé cette fois autour de $50\mu\text{m}$. Dans le deuxième grain, la vitesse de propagation est très faible, du point de vue expérimental cela correspond aussi à un arrêt de la fissure.

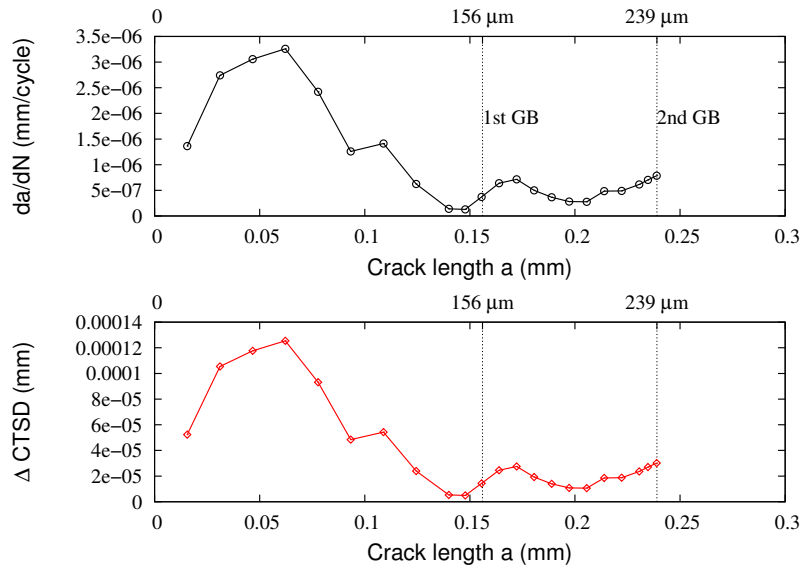


FIGURE 4.19 – Vitesse de la propagation et l'évolution de $\Delta CTSD$ en fonction de la longueur de fissure (modèle poinçon/plan).

La comparaison des résultats expérimentaux et les résultats numériques est effectuée par des courbes de la longueur de fissure en fonction du nombre de cycle de fretting prédit (cf. FIG. 4.19). Les résultats du modèle de propagation apparaissent très cohérents avec les résultats expérimentaux. Ceci signifie la validation du modèle numérique dans la prédiction de la propagation cristallographique d'une fissure. Cependant, comme mentionné précédemment, plus de calcul avec des orientations de grain différentes est nécessaire afin de trouver un résultat numérique représentatif.

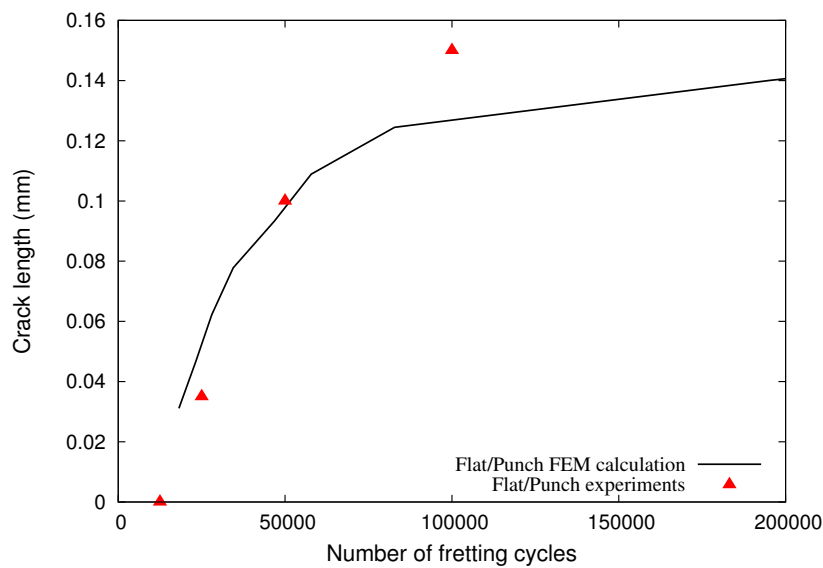


FIGURE 4.20 – Comparaison des résultats de simulation avec ceux d'essai expérimental pour le modèle poinçon/plan.

Concernant l'effet de la plasticité sur la propagation de fissure, les évolutions des CTOD et CTSD, ainsi que l'évolution de leur amplitudes au cours des cycles pour une longueur de fissure déterminée, sont calculées et présentées dans la figure 4.21. La condition de charge étant relativement sévère, on constate clairement une évolution croissante de l'amplitude de CTOD. L'évolution de l'amplitude du CTSD reste elle, globalement stable. Malgré tout, l'accumulation de la plasticité est exprimée par l'augmentation graduelle de l'amplitude d'ouverture de fissure.

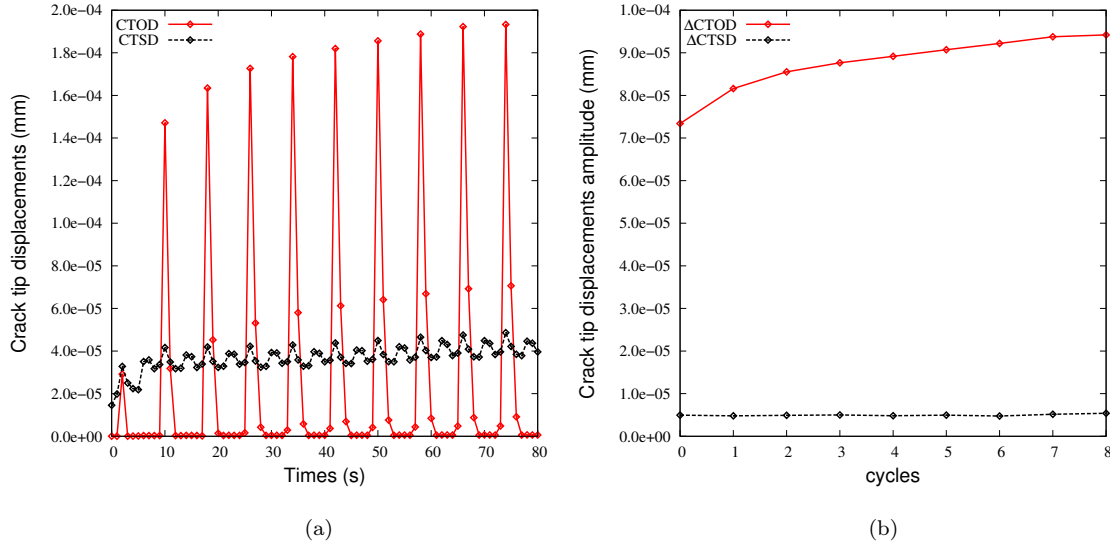


FIGURE 4.21 – (a). Évolution cyclique de CTSD et de CTOD ; (b). Évolution des amplitudes de CTSD et CTOD au cours des cycles pour une longueur de fissure définie.

4.3.3 Discussion

Apport du modèle de propagation D'après les confrontations précédentes, le modèle numérique de propagation apparaît globalement satisfaisant sur plusieurs points. Il intègre les orientations cristallographiques des grains sous le contact, on peut donc étudier un effet de texture même si tous les calculs menés ici ont été faits avec un tirage aléatoire des orientations. Par une loi de comportement microscopique basée sur la cission critique des systèmes de glissement, la plasticité cristalline est modélisée et l'effet de barrière des joints de grains par rapport à la propagation des fissures est pris en compte naturellement par une diminution du CTSD à l'approche du joint de grains.

Limites du modèle de propagation Comme les orientations des grains sont déterminées aléatoirement et que le résultat du calcul numérique dépend des orientations choisies, il est normal que certains résultats du calcul numérique ne correspondent pas bien au résultat expérimental. Afin de trouver un résultat numérique représentatif, la réalisation de plusieurs calculs avec des orientations de grain différentes, suivie par une analyse statistique est nécessaire.

Le modèle possède également une limitation intrinsèque due à sa nature 2D : le plan de fissuration représenté par une droite (l'intersection du plan de glissement et du plan du maillage) est traité comme perpendiculaire au plan du maillage pendant les calculs. L'inclinaison hors plan de la fissure n'est donc pas rigoureusement conforme à l'orientation 3D du plan choisi. Ceci peut influencer dans une certaine mesure la fidélité du calcul numérique, la solution pertinente sera dans le futur d'appliquer un modèle à trois dimensions. Ceci pose aujourd'hui des problèmes techniques dus à la taille du calcul nécessaire pour prendre en compte en 3D une discrétisation suffisante du contact, de la microstructure et de la pointe de fissure. Malgré l'augmentation constante des performances de calcul, la résolution d'un tel système nécessite l'utilisation d'une parallèle massive qui n'est pas encore totalement compatible avec les algorithmes de contact [Yastrebov 11].

Concernant le critère appliqué pour évaluer la vitesse de propagation, la valeur du CTSD dépend en effet de la distance de mesure derrière la pointe de fissure. Cette distance, malgré son importance, n'a pas de référence standard dans la littérature. Pour les calculs menés dans ce travail, la valeur du CTSD a été mesurée $1\ \mu\text{m}$ en arrière de la pointe. L'analyse détaillée des déplacements des nœuds montre que la valeur du CTSD n'est pas très sensible à cette distance. Malgré tout cela pilote directement la vitesse de propagation, il conviendrait donc de valider cette valeur par des résultats expérimentaux (sur des essais de fatigue par exemple).

Conclusion et perspectives

Conclusion

La problématique industrielle de l'endommagement de contact entre les aubes et le disque de soufflante d'un turboréacteur souligne l'importance du fretting, et a ainsi nourri ce travail de thèse. Dans ce contexte, nous nous sommes intéressés à développer un modèle numérique afin de mieux étudier l'amorçage et de la micro-propagation des fissures sous le chargement de fretting. Les travaux de recherche ont donc été effectués en suivant deux branches principales qui sont classiquement distinguées dans la littérature : l'étude de l'amorçage et celle de la propagation.

Dans la partie dédiée à l'étude de l'amorçage, un modèle numérique à deux dimensions a été établi en utilisant un nouveau critère de fatigue multiaxiale - TOS, qui prends en compte de l'effet de la contrainte moyenne au cours du cycle. Ce modèle, validé par des solutions analytiques dans le cas élastique, est capable de prédire la position critique et le nombre de cycles à l'amorçage de fissure. En utilisant ce modèle, les effets de protection des différents traitements de surface ont été évalués. Après la validation à deux dimensions, ce modèle numérique est appliqué à trois dimensions afin de modéliser l'essai technologique effectué à SNECMA. Dans la prédiction de la position critique d'amorçage, une bonne cohérence entre l'essai technologique et le calcul numérique est constatée. Concernant la prédiction du nombre de cycles à amorçage, avec la prise en compte de l'effet d'échelle, le modèle numérique a proposé des résultats très satisfaisants par rapport les résultats expérimentaux. Cette concordance manifeste la qualité du modèle numérique.

Dans la partie dédiée à l'étude de la propagation, l'effet de la microstructure par rapport la propagation cristallographique des fissures de fretting est prise en compte dans le modèle numérique. Ceci a été rendu possible en utilisant un agrégat polycristallin généré par la méthode Voronoï et une lois de comportement microscopique basée sur la cission critique des systèmes cristallographiques. Dans ce modèle, un critère basé sur l'activité des systèmes de glissement est appliqué afin de déterminer le chemin de fissuration alors qu'un critère dépendant

des déplacements locaux en pointe de fissure est utilisé pour évaluer la vitesse de propagation. En utilisant ce modèle, l'effet de blocage des joints de grains, qui correspond à des observations expérimentales classiques en fatigue, est bien reproduit de façon numérique.

Perspectives

Les perspectives pouvant être apportées à ce travail sont multiples.

Du côté de l'amorçage, l'application du modèle numérique promet une étude plus efficace et plus économique par rapport aux traditionnels essais expérimentaux. Mais certains facteurs d'influence ont été négligés pendant l'établissement du modèle numérique, l'impact de l'usure et la température par exemple, ce qui cause une surestimation de la durée de vie par rapport la situation réelle. Un modèle rendant compte d'un plus grand nombre de paramètre est donc de grand intérêt d'un point de vue scientifique et industriel.

Du côté de la propagation, la modélisation numérique reste imparfaite, deux voies d'amélioration sont prévues, il s'agit soit d'appliquer des microstructures réelles, soit d'effectuer plusieurs calculs avec des orientations de grain différentes et puis analyser les résultats de façon statistique. Le critère de la détermination du chemin de fissuration peut être enrichi en tenant compte de la désorientation des grains et l'inclinaison spatiale des système de glissement cristallographique. Une étude en trois dimensions est donc attendue. Concernant l'étude de la cinétique de la propagation, l'estimation de la vitesse de propagation seulement par le paramètre CTSD ou CTOD est, dans une certaine mesure, insuffisant. Un paramètre synthétisant à la fois le déplacement glissant et le déplacement d'ouverture en pointe de fissure est donc de grand intérêt aussi.

Mécanique du contact pour un modèle cylindre plan

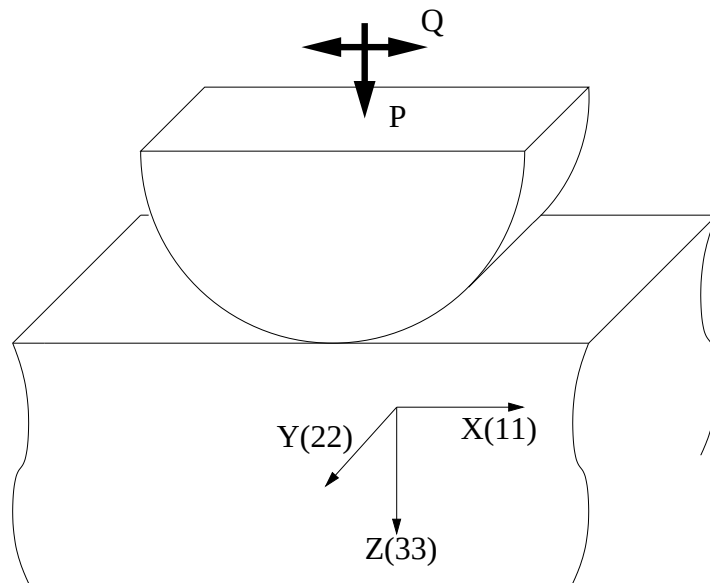


FIGURE A.1 – Illustration du contact cylindre plan

En respectant les hypothèses de Hertz, si l'on ne considère que d'effet de la pression normale sur un plan semi - infini, le problème devient une étude d'un contact bidimensionnel (cf. FIG. A.1). Dans ce cas, différentes expressions sont données afin de décrire l'état de contrainte dans le plan. Nous utilisons ici les

112 Annexe A. Mécanique du contact pour un modèle cylindre plan

formulations proposées par Hills et Nowell [Hills 93] :

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xx}^P &= p_0 \frac{z}{a} \left(2 - \frac{s}{\sqrt{a^2 + s^2}} - \frac{\sqrt{a^2 + s^2}}{s} - \frac{x^2 s^3 a^2}{(a^2 + s^2)^{3/2} (s^4 + z^2 a^2)} \right) \\
 \sigma_{yy}^P &= -\frac{2z\nu p_0}{a} \left(\frac{\sqrt{a^2 + s^2}}{s} - 1 \right) \\
 \sigma_{zz}^P &= -p_0 \frac{z^3 a \sqrt{a^2 + s^2}}{s(s^4 + z^2 a^2)} \\
 \sigma_{xz}^P &= -p_0 \frac{x z^2 s a}{\sqrt{a^2 + s^2} (s^4 + z^2 a^2)} \\
 \sigma_{xy}^P &= \sigma_{yz}^P = 0 \\
 \text{avec } s^2 &= ((a^2 - x^2 - z^2)^2 + 4a^2 z^2)^{1/2} - (a^2 - x^2 - z^2) / 2
 \end{aligned}$$

En surface (z=0), $\sigma_{xx}(x) = \sigma_{zz}(x) = -p(x)$, en dehors de la zone de contact tous les composants sont nuls.

Dans l'axe Z, les autres composants sont nuls sauf :

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xx}^P &= \frac{-p_0}{a} \left[(a^2 + 2z^2) (a^2 + z^2)^{-1/2} - 2z \right], \\
 \sigma_{zz}^P &= -p_0 \frac{a}{(a^2 + z^2)^{1/2}}
 \end{aligned}$$

Si l'on ne considère que d'effort de la force tangentielle, nous avons la formulation des composants du tenseur σ^Q en dessous :

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xx}^Q &= \mu p_0 \frac{-2x}{a} \left(1 - \frac{s}{\sqrt{a^2 + s^2}} \right) + \frac{x z^2 s a}{\sqrt{a^2 + s^2} (s^4 + z^2 a^2)} \\
 \sigma_{yy}^Q &= \frac{-2\nu x}{a} \left(1 - \frac{s}{\sqrt{a^2 + s^2}} \right) \\
 \sigma_{zz}^Q &= \mu \sigma_{xz}^P \\
 \sigma_{xz}^Q &= \mu \sigma_{xx}^P \\
 \sigma_{xy}^Q &= \sigma_{yz}^Q = 0
 \end{aligned}$$

Angles d'Euler et le matrice de passage

Les angles d'Euler sont trois angles définis afin de décrire l'orientation d'un solide par rapport à un référentiel. Autrement dit, pour un référentiel, l'orientation d'un solide peut être défini par trois rotation des angles d'Euler (cf. B.1) :

- Une rotation de φ_1 par rapport l'axe oz .
- Une rotation de Φ par rapport l'axe ou .
- Une rotation de φ_2 par rapport l'axe oz' .

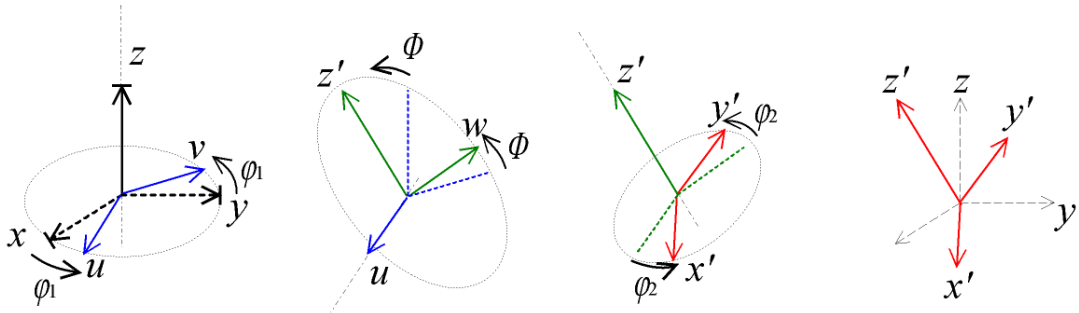


FIGURE B.1 – Définition des trois angles d'Euler φ_1 , Φ , et φ_2 .

En science des matériaux, les angles d'Euler sont souvent utilisés pour décrire l'orientation spatial d'un cristal. Les processus de rotation sont traduits par un produit mathématique des trois matrices de passage :

$$[B] = \begin{bmatrix} \cos\varphi_1 & \sin\varphi_1 & 0 \\ -\sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Phi & \sin\Phi \\ 0 & -\sin\Phi & \cos\Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\varphi_2 & \sin\varphi_2 & 0 \\ -\sin\varphi_2 & \cos\varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

où B est un matrice de passage qui nous permet de changer du repère de cristal au repère d'échantillon, avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} b_{11} = \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 - \cos\Phi \sin\varphi_1 \sin\varphi_2 \\ b_{12} = \sin\varphi_1 \cos\varphi_2 + \cos\Phi \cos\varphi_1 \sin\varphi_2 \\ b_{13} = \sin\Phi \sin\varphi_2 \\ b_{21} = -\cos\varphi_1 \sin\varphi_2 - \cos\Phi \sin\varphi_1 \cos\varphi_2 \\ b_{22} = -\sin\varphi_1 \sin\varphi_2 + \cos\Phi \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 \\ b_{23} = \sin\Phi \cos\varphi_2 \\ b_{31} = \sin\Phi \sin\varphi_1 \\ b_{32} = -\sin\Phi \cos\varphi_1 \\ b_{33} = \cos\Phi \end{array} \right.$$

Bibliographie

- [Ambrico 00] J. M. Ambrico & M. R. Begley. *Plasticity in fretting contact*. Journal of the mechanics and physics of solids, vol. 48, pages 2391–2417, 2000.
- [Ambrico 01] J. M. Ambrico & M. R. Begley. *The role of macroscopic plastic deformation in fretting fatigue life predictions*. International journal of fatigue, vol. 23, pages 121–128, 2001.
- [Araujo 02] J. A. Araujo & D. Nowell. *The effect of rapidly varying contact stress fields on fretting fatigue*. International Journal of Fatigue, vol. 24, pages 763–775, 2002.
- [Baietto-Dubourg 03] M.-C. Baietto-Dubourg, A. Chateauminois & B. Villechaise. *In situ analysis and modeling of crack initiation and propagation within fretting contacts using polymer materials*. Tribology International, vol. 36, pages 109 – 119, 2003.
- [Baietto 10] M.C. Baietto, E. Pierres & A. Gravouil. *A multi-model X-FEM strategy dedicated to frictional crack growth under cyclic fretting fatigue loadings*. International Journal of Solids and Structures, vol. 47, no. 10, pages 1405 – 1423, 2010.
- [Bathias 08] Claude Bathias & André Pineau. *Fatigue des matériaux et des structures 1*. Hermes-Science and Lavoisier, 11 rue Lavoisier, Paris, 2008.
- [Belytschko 94] T. Belytschko, Y. Y. Lu & L. Gu. *Element - free Galerkin Methods*. International journal for numerical methods in engineering, vol. 37, pages 229 – 256, 1994.
- [Belytschko 95] T. Belytschko, Y. Y. Lu & L. Gu. *Crack propagation by element - free Galerkin methods*. Engineering Fracture Mechanics, vol. 51, no. 2, pages 295 – 315, 1995.

- [Bennett 03] Valerie P. Bennett & David L. McDowell. *Crack tip displacements of microstructurally small surface cracks in single phase ductile polycrystals*. Engineering Fracture Mechanics, vol. 70, pages 185 – 207, 2003.
- [Bilby 63] B. A. Bilby, A. H. Cottrell & K. H. Swinden. *The spread of plasticity yield from a notch*. Proc. R. Soc. Lond. A, vol. 272, no. 1350, pages 304 – 314, 1963.
- [Blétry 11] M. Blétry & G. Cailletaud. Fatigue of Materials and Structures : Application to Design and Damage, chapitre Multiaxial Fatigue, pages 19–58. Wiley, 2011.
- [Blétry 08] M. Blétry & G. Cailletaud. Fatigue des matériaux et des structures 4. Hermes-Science and Lavoisier, 11 rue Lavoisier, Paris, 2008.
- [Bonnand 11] V. Bonnand, J. L. Chaboche, P. Gomez, P. Kanouté & D. Pacou. *Investigation of multiaxial fatigue in the context of turboengine disc applications*. International Journal of Fatigue, vol. 33, pages 1006–1016, 2011.
- [Brandes 92] B. Brandes & C. Brook. Smithells metals reference book. Oxford University Press, 1992.
- [Buffière 02] J. Y. Buffière. *Mémoire d'Habilitation à Diriger des Recherches*. Habilitation à Diriger les Recherches, INSA Lyon, 2002.
- [Cailletaud 95] G. Cailletaud & K. Sai. *Study of plastic/viscoplastic models with various inelastic mechanisms*. International Journal of Plasticity, vol. 11, no. 8, pages 991 – 1005, 1995.
- [Carter 00] B. Carter, P. Wawrzynek & A. Ingraffea. *Automated 3-D crack growth simulation*. International journal for numerical methods in engineering, vol. 47, pages 229 – 253, 2000.
- [Cattaneo 38] C. Cattaneo. *Sul contatto di due corpi elastici : distribuzione local degli sforzi*. Rendiconti dell'Accademia Nazionale dei Lincei, vol. 27, pages 343–348, 434–436 and 474–478, 1938.

- [Chaboche 08] J. L. Chaboche. *A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories*. International Journal of Plasticity, vol. 24, no. 10, pages 1642 – 1693, 2008. Special Issue in Honor of Jean-Louis Chaboche.
- [Chan 10] Kwai S. Chan, Michael P. Enright, Jonathan P. Moody, Patrick J. Golden, Ramesh Chandra & Alan C. Pentz. *Residual stress profiles for mitigating fretting fatigue in gas turbine engine disks*. International Journal of Fatigue, vol. 32, pages 815 – 823, 2010.
- [Charkaluk 06] E. Charkaluk. *Fatigue des matériaux métalliques : quelques contributions à une approche dissipative*. Habilitation à Diriger des Recherches, Université de Lille I, 2006.
- [Chateauminois 06] A. Chateauminois, M.-C. Baietto-Dubourg, C. Gauthier & R. Schirrer. *In situ analysis of the fragmentation of polystyrene films within sliding contacts*. Tribology International, vol. 38, no. 11-12, pages 931 – 942, 2006. Tribology International A Celebration Issue.
- [Chaudonneret 93] M. Chaudonneret. *A simple and efficient multiaxial fatigue damage model for engineering applications of macro-crack initiation*. J. Eng. Mater. Technol., vol. 115, pages 373 – 379, 1993.
- [Cherepanov 67] G. Cherepanov. *The propagation of cracks in continuous medium*. Journal of Applied Mechanics, vol. 31, pages 503 – 512, 1967.
- [Coffin 54] L. F. Coffin. *A study of the effect of cyclic thermal stresses on a ductile metal*. Trans. ASME, vol. 76, pages 931–950, 1954.
- [Conner 03] B.P Conner, A.L Hutson & L Chambon. *Observations of fretting fatigue micro-damage of Ti-6Al-4V*. Wear, vol. 255, no. 1-6, pages 259 – 268, 2003. 14th International Conference on Wear of Materials.
- [Crossland 56] B. Crossland. *Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel*. In International

- Conference on Fatigue on Metal, pages 138–149, London, 1956. Institution of Mechanical Engineers.
- [Dang-van 93] K. Dang-van. *Macro-micro approche in high-cycle multi-axial fatigue*. Advance in Multiaxial Fatigue, vol. ASTM STP 1191, pages 120–130, 1993.
- [Destuynder 83] Ph. Destuynder, M. Djaoua & S. Lescure. *Quelques remarques sur la mécanique de la rupture élastique*. Journal de Mécanique Théorique et Appliquée, vol. 2, no. 1, pages 113 – 135, 1983.
- [Dhondt 82] H. Dhondt, M. Truchon & A. Pineau. *Fatigue crack path behavior under polymodal fatigue*. Rapports de l’Institut de recherche de la sidérurgie française IRSID, 1982.
- [Dick 06] T. Dick & G. Cailletaud. *Fretting modelling with a crystal plasticity model of Ti6Al4V*. Computational Materials Science, vol. 38, pages 113–125, 2006.
- [Dick 08] T. Dick, S. Basseville & G. Cailletaud. *Fatigue modelling in fretting contact with a crystal plasticity model*. Computational Materials Science, vol. 43, no. 1, pages 36–42, 2008. Proceedings of the 16th International Workshop on Computational Mechanics of Materials - IWCMM-16.
- [Dorlot 86] J. M. Dorlot, J. P. Bailon & J. Masounave. Des Matériaux. Éditions de l’École Polytechnique de Montréal, 1986.
- [Dubourg 92] M. Dubourg & B. Villechaise. *Stress intensity factors in a bent crack : a model*. European Journal of Mechanics and Solids, vol. 11, no. 2, pages 169 – 179, 1992.
- [Eden 11] E. M. Eden, W. N. Rose & F. L. Cunningham. *The endurance of metals*. Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers, vol. 4, pages 839–974, 1911.
- [Edwards 94a] L. Edwards & Y. H. Zhang. *Investigation of small fatigue cracks-I. plastic deformation associated with small fatigue cracks*. Acta. metall. mater., vol. 42, no. 4, pages 1413–1421, 1994.

- [Edwards 94b] L. Edwards & Y. H. Zhang. *Investigation of small fatigue cracks-II. a plasticity based model of small fatigue crack growth*. Acta. metall. mater., vol. 42, no. 4, pages 1423–1431, 1994.
- [Erdogan 63] F. Erdogan & G. C. Sih. *On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear*. Transaction of ASME, Journal of Basic Engineering, vol. 85, pages 519 – 527, 1963.
- [Fadag 08] H. A. Fadag, S. Mall & V. K. Jain. *A finite element analysis of fretting fatigue crack growth behavior in Ti-6Al-4V*. Engineering Fracture Mechanics, vol. 75, no. 6, pages 1384–1399, April 2008.
- [Fouvry 95] S. Fouvry, Ph. Kapsa & L. Vincent. *Analysis of sliding behaviour for fretting loadings : determination of transition criteria*. Wear, vol. 185, no. 1-2, pages 35 – 46, 1995.
- [Fouvry 96] S. Fouvry, P. Kapsa, L. Vincent & K. Dang-Van. *Theoretical analysis of fatigue cracking under dry friction for fretting loading condition*. Wear, vol. 195, pages 21–34, 1996.
- [Fouvry 97] S. Fouvry. *Etude quantitatives des dégradations en fretting*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 1997.
- [Fouvry 98] S. Fouvry, P. Kapsa, F. Sidoroff & L. Vincent. *Identification of the characteristic length scale for fatigue cracking in fretting contacts*. J. Phys. IV France 8, vol. Pr8, pages 159–166, 1998.
- [Fouvry 00a] S. Fouvry, P. Kapsa & L. Vincent. *Fretting-Wear and Fretting-Fatigue : Relation through a mapping concept*. Fretting fatigue : current technology and practices, D. Hoepfner, V. Chandrasekaran, C. B. Elliott, Eds. ASTM STP 1367, pages 49–64, 2000.
- [Fouvry 00b] S. Fouvry, P. Kapsa & L. Vincent. *A multi-axial fatigue analysis of fretting contact taking into account the size effect*. Fretting fatigue : current technology and practices, D.

- Hoepfner, V. Chandrasekaran, C. B. Elliott, Eds. ASTM STP 1367, pages 167–183, 2000.
- [Fouvry 02] S. Fouvry, K. Elleuch & G. Simeon. *Prediction of crack initiation under partial slip fretting conditions*. Journal of strain analysis, vol. 6, pages 549–564, 2002.
- [Fridrici 05] V. Fridrici, S. Fouvry, P. Kapsa & P. Perruchaut. *Prediction of crack in Ti-6Al-4V alloy under fretting-wear : use of the SWT criterion*. Wear, vol. 259, pages 300–308, 2005.
- [Froustey 89] C. Froustey & S. Lasserre. *Multiaxial fatigue endurance of 30NCD16 steel*. International Journal of Fatigue, vol. 11, no. 3, pages 169–175, 1989.
- [Froustey 92] C. Froustey, S. Lasserre & L. Dubar. *Validité des critères de fatigue multiaxiale à l'endurance en flexion-torsion*. In Mat-Tech'92, pages 79–82, France, 1992. IITT International.
- [Fu 00] Yongqing Fu, Jun Wei & Andrew W. Batchelor. *Some considerations on the mitigation of fretting damage by the application of surface-modification technologies*. Journal of Materials Processing Technology, vol. 99, no. 1-3, pages 231 – 245, 2000.
- [Gallego 07] L. Gallego. *Fretting et Usure des Contacts Mécaniques : Modélisation Numérique*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2007.
- [Giner 08] E. Giner, N. Sukumar, F.D. Denia & F.J. Fuenmayor. *Extended finite element method for fretting fatigue crack propagation*. International Journal of Solids and Structures, vol. 45, no. 22-23, pages 5675–5687, November 2008.
- [Goh 03] Chung-Hyun Goh, Richard W. Neu & David L. McDowell. *Crystallographic plasticity in fretting of Ti-6Al-4V*. International Journal of Plasticity, vol. 19, no. 10, pages 1627 – 1650, 2003.

- [Goh 06a] C.-H. Goh, D.L. McDowell & R.W. Neu. *Influence of microstructure in partial-slip fretting contacts based upon two-dimensional crystal plasticity simulations*. Journal of Tribology - Transactions of the ASME, vol. 128, no. 4, pages 735 – 744, 2006.
- [Goh 06b] C.-H. Goh, D.L. McDowell & R.W. Neu. *Plasticity in polycrystalline fretting fatigue contacts*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, vol. 54, no. 2, pages 340 – 367, 2006.
- [Golden 07a] Patrick J. Golden, Alisha Hutson, Vasan Sundaram & James H. Arps. *Effect of surface treatments on fretting fatigue of Ti-6Al-4V*. International Journal of Fatigue, vol. 29, no. 7, pages 1302 – 1310, 2007.
- [Golden 07b] Patrick J. Golden & Michael J. Shepard. *Life prediction of fretting fatigue with advanced surface treatments*. Materials Science and Engineering : A, vol. 468, no. SI, pages 15 – 22, 2007. The McEvily Symposium : Fatigue and Fracture of Traditional and Advanced Materials, TMS 2006.
- [Gough 35] H. J. Gough & H. V. Pollard. *The strength of metals under combined alternating stresses*. Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers, vol. 131, no. 3, pages 1–103, November 1935.
- [Gough 51] H. J. Gough, H. V. Pollard & W. J. Clenshaw. *Some experiments on the resistance of metals to fatigue under combined stresses*. Aeronautical Research Council, Report and Memoranda, no. 2522, page 141, 1951.
- [Hills 93] D. A. Hills, D. Nowell & A. Sackfield. *Mechanics of elastic contacts*. Butterworth-Heinemann, Oxford, Boston, 1993.
- [Hills 94] D. A. Hills & D. Nowell. *Mechanics of Fretting Fatigue*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, 1994.
- [Hills 96] D. Hills, P. Kelly, D. Dai & A. Korsunsky. *Solution of crack problem - the distributed dislocation technique*. Kluwer Academic press, 1996.

- [Hohenemser 33] K. Hohenemser & W. Prager. *The problem of fatigue strength under complex stresses*. Metallwirtschaft, pages 342–343, June 1933.
- [Hourlier 82] F. Hourlier, H. Dhondt, M. Truchon & A. Pineau. *Etude du branchement des fissures de fatigue sous sollicitations bimodales non proportionnelles. Influence de la cinétique de propagation du matériau*. Rapports de l’Institut de recherche de la sidérurgie française IRSID, page 192, 1982.
- [Hussain 93] K. Hussain, E. R. De Los Rios & A. Navarro. *A two - stage micromechanics model for short fatigue cracks*. Engineering Fracture Mechanics, vol. 44, no. 3, pages 425 – 436, 1993.
- [Irwin 57] G. R. Irwin. *Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate*. Journal of Applied Mechanics, vol. 24, pages 361–364, 1957.
- [Irwin 60] G. R. Irwin. *Plastic zone near a crack and fracture toughness*. In Proceedings of the Seventh Sagamore Ordnance Materials Conference, vol. 4, pages 63–78, 1960.
- [Jacquelin 83] B. Jacquelin, F. Hourlier & A. Pineau. *Crack initiation under low-cycle multiaxial fatigue in type 316L stainless steel*. Journal of Pressure Vessel Technology, vol. 105, pages 138–143, 1983.
- [Jacquelin 85] B. Jacquelin, F. Hourlier & A. Pineau. *Crack Initiation Under Low-Cycle Multiaxial Fatigue*. ASTM STP 853, K. J. Miller and M. W. Brown Eds, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, pages 285–313, 1985.
- [Johnson 85] K. L. Johnson. *Contact mechanics*. Numeéro 9780521347969. Cambridge University Press, Cambridge,UK, 1985.
- [Khan 00] Shafique M. A. Khan & Marwan K. Khraisheh. *Analysis of mixed mode crack initiation angles under various loading conditions*. Engineering Fracture Mechanics, vol. 67, pages 397 – 419, 2000.

- [Kong 95] X. M. Kong, N. Schluter & W. Dahl. *Effet of triaxial stress on mixed - mode fracture*. Engineering Fracture Mechanics, vol. 52, no. 2, pages 379 – 388, 1995.
- [Krupp 07] U. Krupp. Fatigue crack propagation in metals and alloys. Wiley-VCH, 2007.
- [Köster 10] P. Köster, H. Knobbe, C.-P. Fritzen, H.-J. Christ & M. Riedler. *Simulation of Stage I-Short Crack Propagation in Forged Ti6Al4V*. Procedia Engineering, vol. 2, pages 1701 – 1709, 2010.
- [Lamacq 97] V. Lamacq, M.-C. Dubourg & L. Vincent. *A theoretical model for the prediction of initial growth angles and sites of fretting fatigue cracks*. Tribology International, vol. 30, no. 6, pages 391 – 400, 1997.
- [Lee 80] S. B. Lee. *Evaluation of Theories on Mutiaxial Fatigue With Discriminating Specimens*. PhD thesis, Stanford University, 1980.
- [Lee 85] S. B. Lee. *A criterion for fully reversed out-of phase torsion and bending*. ASTM STP 853, K. J. Miller and M. W. Brown Eds, American Society for Testing and Materials, pages 553–568, 1985.
- [Lemaitre 96] J. Lemaitre & J. L. Chaboche. Mécanique des matériaux solides. Dunod, Paris, 2nd edition, 1996.
- [Lorenzi 85] H. G. De Lorenzi. *Energy release rate calculations by the finite element method*. Engineering Fracture Mechanics, vol. 21, no. 1, pages 129 – 143, 1985.
- [Lykins 00] Christopher D Lykins, Shankar Mall & Vinod Jain. *An evaluation of parameters for predicting fretting fatigue crack initiation*. International Journal of Fatigue, vol. 22, no. 8, pages 703 – 716, 2000.
- [Madge 08] J. J. Madge, S. B. Leen & P. H. Shipway. *A combined wear and crack nucleation-propagation methodology for fretting fatigue prediction*. International Journal of Fatigue, vol. 30, no. 9, pages 1509 – 1528, 2008.

- [Manson 52] S. S. Manson. *Behavior of materials under conditions of thermal stress*. In Heat Transfer Symposium. Michigan University, June 1952.
- [McDiarmid 73] D. McDiarmid. *A general criterion of fatigue failure under multiaxial stress*. In Proceedings of Second International Conference on Pressure Vessel Technology, volume II-61, pages 851–862, San Antonio, Texas, U.S.A, 1973. American Society of Mechanical Engineers.
- [McDiarmid 74] D. McDiarmid. *A new analysis of fatigue under combined bending and twisting*. The Aeronautical Journal of the Royal Aeronautical Society, vol. 78, no. 763, pages 325–329, 1974.
- [McDiarmid 91] D. McDiarmid. *A general criterion for high-cycle multiaxial fatigue failure*. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, vol. 14, pages 429–453, 1991.
- [McDowell 53] J. R. McDowell. *Fretting corrosion tendencies of several combinations of materials*. In Symposium on fretting corrosion, volume 144, pages 24–39. ASTM-STP, 1953.
- [McEwen 49] E. McEwen. *Stresses in elastic cylinders in contact along a generatrix (including the effect of tangential friction)*. Philosophical Magazine, vol. 40, pages 454–459, 1949.
- [Mériaux 10a] J. Mériaux. *Étude expérimentale et modélisation de l'endommagement d'un contact aube/disque de soufflante soumis à des chargements de fretting fatigue*. PhD thesis, École Centrale de Lyon, 2010.
- [Mériaux 10b] J. Mériaux, M. Boinet, S. Fouvry & J.C. Lenain. *Identification of fretting fatigue crack propagation mechanisms using acoustic emission*. Tribology International, vol. 43, no. 11, pages 2166 – 2174, 2010.
- [Méric 91a] L. Méric & G. Cailletaud. *Single Crystal Modeling for Structural Calculations. Part 2 : Finite Element Implementation*. J. of Engng. Mat. Technol., vol. 113, pages 171–182, 1991.

- [Méric 91b] L. Méric, P. Poubanne & G. Cailletaud. *Single Crystal Modeling for Structural Calculations. Part 1 : Model Presentation*. J. of Engng. Mat. Technol., vol. 113, pages 162–170, 1991.
- [Mindlin 49] R. D. Mindlin. *Compliance of elastic bodies in contact*. Journal of Applied Mechanics, vol. 16, pages 259–268, 1949.
- [Mindlin 53] R. D. Mindlin & H. Deresiewicz. *Elastic spheres in contact under varying oblique forces*. Journal of Applied Mechanics, vol. 20, pages 327–344, 1953.
- [Morris 81] W. L. Morris, M. R. James & O. Buck. *Growth Rate Models for Short Surface Cracks in Al 2219-T851*. Metallurgical Transactions A, vol. 12, pages 57 – 64, 1981.
- [Moës 99] N. Moës, J. Dolbow & T. Belytschko. *A finite element method for crack growth without remeshing*. International journal for numerical methods in engineering, vol. 46, pages 131 – 150, 1999.
- [Munoz 06] S. Munoz, H. Proudhon, J. Dominguez & S. Fouvry. *Prediction of crack extension under fretting wear loading conditions*. International Journal of Fatigue, vol. 12, no. 12, pages 1769–1779, December 2006.
- [Naboulsi 03] S. Naboulsi & S. Mall. *Fretting fatigue crack initiation behaviour using process volume approach and finite element analysis*. Tribology International, vol. 36, pages 121–131, 2003.
- [Navarro 88] A. Navarro & E. R. De Los Rios. *Short and long fatigue crack growth : a unified model*. Philosophical Magazine A, vol. 57(1), pages 15–36, 1988.
- [Palin-Luc 04] T. Palin-Luc. *Approche énergétique et volumique de la fatigue multiaxiale des métaux*. Habilitation à diriger des recherches, Université de Bordeaux I, 2004.

- [Palin-Luc 05] T. Palin-Luc & F. Morel. *Critical plan concept and energy approach in multiaxial fatigue*. MP Materialprüfung, vol. 47, no. 5, pages 2–10, 2005.
- [Palin-Luc 07] T. Palin-Luc & N. Saintier. *Simulation of the stress-strain gradient effect to design safe components against multiaxial fatigue*. Materials Testing, vol. 49, pages 370–377, 2007.
- [Papadopoulos 93] I. V. Papadopoulos. *Fatigue limit of metals under multiaxial stress condition - The microscopic approach*. Rapport I.93-101, ISPRA-Commission of the European Communities, Joint Research Center, 1993.
- [Papadopoulos 96a] I. V. Papadopoulos. *Exploring the high cycle fatigue behaviour of metals from the mesoscopic scale*. Journal of the Mechanical Behaviour of Materials, vol. 6, no. 2, pages 93–118, 1996.
- [Papadopoulos 96b] I. V. Papadopoulos, P. Davoli, C. Gorla, M. Filippini & A. Bernasconi. *A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals*. International Journal of Fatigue, vol. 19, pages 219–235, 1996.
- [Paris 63] P. C. Paris & F. Erdogan. *A critical analysis of crack propagation laws*. Trans. ASME, Series D, vol. 85, pages 528 – 535, 1963.
- [Parks 74] D. M. Parks. *A Stiffness Derivative Finite Element Technique for Determination of Crack Tip Stress Intensity Factors*. International Journal of Fracture, vol. 10, pages 487–502, 1974.
- [Pierres 10a] E. Pierres. *Simulation numérique multi-échelle de la propagation de fissures expérimentales tridimensionnelles sous chargement de fretting fatigue par la méthode des éléments finis étendus*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2010.
- [Pierres 10b] E. Pierres, M.C. Baietto, A. Gravouil & G. Morales-Espejel. *3D two scale X-FEM crack model with interfacial*

- frictional contact : Application to fretting fatigue*. Tribology International, vol. 43, no. 10, pages 1831 – 1841, 2010. 36th Leeds–Lyon Symposium Special Issue : Multi-facets of Tribology.
- [Proudhon 05a] H. Proudhon. *Identification des mécanismes de fissuration dans un alliage d'aluminium sollicité en fretting et en fatigue*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2005.
- [Proudhon 05b] H. Proudhon, S. Fouvry & J.-Y. Buffière. *A fretting crack initiation prediction taking into account the surface roughness and the crack nucleation process volume*. International Journal of fatigue, vol. 27, no. 5, pages 569–579, May 2005.
- [Proudhon 06a] H. Proudhon, J.-Y. Buffière & S. Fouvry. *Characterisation of fretting fatigue damage using synchrotron X-ray microtomography*. Tribology International, vol. 39, no. 10, pages 1106 – 1113, 2006. The Fourth International Symposium on Fretting Fatigue.
- [Proudhon 06b] H. Proudhon, S. Fouvry & G.R. Yantio. *Determination and prediction of the fretting crack initiation : introduction of the (P, Q, N) representation and definition of a variable process volume*. International Journal of Fatigue, vol. 28, no. 7, pages 707 – 713, 2006.
- [Proudhon 07] H. Proudhon, J.-Y. Buffière & S. Fouvry. *Three-dimensional study of a fretting crack using synchrotron X-ray micro-tomography*. Engineering Fracture Mechanics, vol. 74, no. 5, pages 782 – 793, 2007.
- [Proudhon 11] H. Proudhon & S. Basseville. *Finite element analysis of fretting crack propagation*. Engineering Fracture Mechanics, vol. 78, no. 4, pages 685 – 694, 2011.
- [Rahman 11] M. S. Rahman, S. Tanimoto, D. Yonekura & R. Murakami. *Influence of the substrate bias voltage on fretting fatigue behavior of CrN film deposited on Ti-6Al-4V alloy*.

- International Journal of Modern Physics B, vol. 25, no. 12, pages 1567 – 1576, 2011.
- [Rice 68] J. Rice. *A path independent integral and the approximate analysis of strain concentrations by notches and cracks*. Journal of Applied Mechanics, vol. 35, pages 379 – 386, 1968.
- [Sih 73] G. C. Sih. *Some basic problems in fracture mechanics and new concepts*. Engineering Fracture Mechanics, vol. 5, pages 365 – 377, 1973.
- [Sih 74] G. C. Sih. *Strain - energy - density factor applied to mixed mode crack problems*. International Journal of Fracture, vol. 10, pages 305 – 321, 1974.
- [Simmons 71] G. Simmons & H. Wang. Single crystal elastic constants and calculated aggregate properties : A handbook. The MIT Press, 1971.
- [Sinclair 02] G. B. Sinclair, N. G. Cormier, J. H. Griffin & G. Meda. *Contact Stresses in Dovetail Attachments : Finite Element Modeling*. Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, vol. 124, no. 1, pages 182–189, 2002.
- [Sines 55] G. Sines. *Failure of materials under combined repeated stress with superimposed static stress*. NACA Technical Note 3495, page 69, November 1955.
- [Sines 81] G. Sines & G. Ohgi. *Fatigue criteria under combined stresses or strains*. Journal of Engineering Materials and Technology, vol. 103, pages 82–90, 1981.
- [Smith 70] K. Smith, P. Watson & T. Topper. *A stress-strain function for the fatigue of metal*. Journal of Materials, vol. 5(4), pages 767–778, 1970.
- [Socie 87] D. Socie. *Multiaxial fatigue damage models*. Trans. of the ASME, JEMT, vol. 109, pages 293–298, 1987.

- [Suresh 98] S. Suresh. *Fatigue of Materials*. Cambridge university press, The Edinburgh Building, Cambridge CB2 2RU, UK, 1998.
- [Susmel 05] L. Susmel, R. Tovo & P. Lazzarin. *The mean stress effect on the high-cycle fatigue strength from a multiaxial fatigue point of view*. International Journal of Fatigue, vol. 27, no. 8, pages 928 – 943, 2005. Cumulative Fatigue Damage Conference - University of Seville 2003.
- [Szolwinski 96] M. P. Szolwinski & T. N. Farris. *Mechanics of fretting fatigue crack formation*. Wear, vol. 198, pages 93–107, 1996.
- [Szolwinski 99] M. P. Szolwinski, J. F. Matlik & T. N. Farris. *Effects of HCF loading on fretting fatigue crack nucleation*. International Journal of Fatigue, vol. 21, pages 671–677, 1999.
- [Taira 78] S. Taira, K. Tanaka & Y. Nakai. *A model of crack - tip slip band blocked by grain boundary*. Mechanics Research Communications, vol. 5, no. 6, pages 375 – 381, 1978.
- [Tanaka 86] K. Tanaka, Y. Akiniwa, Y. Nakai & R. P. Wei. *Modelling of small fatigue crack growth interacting with grain boundary*. Engineering Fracture Mechanics, vol. 24, no. 6, pages 803 – 819, 1986.
- [Tian 91] Hong Tian & Nannaji Saka. *Finite element analysis of interface cracking in sliding contacts*. Wear, vol. 155, pages 163 – 182, 1991.
- [Vincent 92] L. Vincent, Y. Berthier, M.-C. Dubourg & M. Godet. *Mechanics and materials in fretting*. Wear, vol. 153, pages 135 – 148, 1992.
- [Vingsbo 88] O. Vingsbo & S. Soderberg. *On fretting map*. Wear, vol. 126, pages 131 – 147, 1988.
- [Weber 99] B. Weber. *Fatigue multiaxiale des structures industrielles sous chargement quelconque*. PhD thesis, INSA Lyon, 1999.

- [Yastrebov 11] Vladislav A. Yastrebov. *Computational contact mechanics : geometry, detection and numerical techniques*. PhD thesis, MINES ParisTech, 2011.
- [Zhai 00] T. Zhai, A.J. Wilkinson & J.W. Martin. *A crystallographic mechanism for fatigue crack propagation through grain boundaries*. Acta materialia, vol. 48, pages 4917–4927, 2000.
- [Zhai 05] T. Zhai, X. P. Jiang, J. X. Li, M. D. Garratt & G. H. Bray. *The grain boundary geometry for optimum resistance to growth of short fatigue cracks in high strength Al - alloys*. International Journal of Fatigue, vol. 27, pages 1202 – 1209, 2005.
- [Zhang 09a] M. Zhang, D. L. McDowell & R. W. Neu. *Microstructure sensitivity of fretting fatigue based on computational crystal plasticity*. Tribology International, doi :10.1016/j.triboint.2009.04.036, 2009.
- [Zhang 09b] M. Zhang, R. W. Neu & D. L. McDowell. *Microstructure - sensitive modeling : Application to fretting contacts*. International Journal of Fatigue, vol. 31, pages 1397 – 1406, 2009.

Etude numérique de l'amorçage et de la propagation de fissures de fretting

Résumé : La liaison aube-disque d'un turboréacteur est soumise en opération à un chargement complexe composé d'une forte pression et d'un mouvement relatif oscillatoire, qui génère un phénomène de fretting-fatigue. L'apparition de celui-ci réduit la résistance en fatigue des structures et engendre des dégradations qui, sous différentes formes (usure, rupture), peuvent conduire à une perte de fonctionnalité. Afin d'assurer la fiabilité des turboréacteurs, il est donc utile d'améliorer l'estimation de la durée de vie sous chargement de fretting.

Cette thèse est dédiée à la fois à l'étude de l'amorçage de la première fissure et de sa micro-propagation dans le domaine dit "des fissures courtes", c'est-à-dire celles qui sont encore directement influencées par la microstructure locale. Pour remplir la première exigence, on développe un modèle numérique mettant en œuvre un critère multiaxial de fatigue. Il permet de prédire la position de l'amorçage et le nombre de cycles correspondant, en prenant en compte d'éventuels traitements de surface. Dans un second temps, une étude numérique de la direction et de la cinétique de propagation des fissures est mise en place avec prise en compte de l'influence de la microstructure du matériau, à l'aide d'un modèle de plasticité cristalline qui prend en compte les différentes familles de systèmes de glissement. La vitesse de fissuration diminue à l'approche des joints de grains, ce qui est qualitativement conforme aux observations expérimentales.

Mots clés : Fretting, simulation, propagation de fissure, plasticité cristalline

Numerical modeling of fretting crack initiation and propagation

Abstract: The blade-disc fixings of an aircraft engine are subjected to complex loadings composed by a high pressure and oscillatory relative motions during operation. This corresponds to a loading type called fretting. The appearance of fretting phenomenon reduces the fatigue resistance of structures and generates damage which, in various forms (wear, rupture), can lead to a loss of functionality. In order to ensure the reliability of turbo-engines, the improvement of the models for estimating life prediction is then needed.

This thesis is devoted to the study of crack initiation and crack micro-propagation, in the so called "short crack domain", where they are still in interaction with the microstructure. At first, a multiaxial fatigue model is proposed. It predicts the location and the number of cycles to initiation, taken into account the possible surface treatments. Then, a numerical study of the direction and the kinetics of crack propagation is performed with consideration to the influence of the material microstructure. A crystal plasticity model is used, that takes into account all the relevant families of crystallographic slip systems. The crack plane is assumed to be one of the crystallographic plane where the plastic slip is the most intense. The crack propagation rate decreases when approaching grain boundaries, that is qualitatively consistent with the experimental observations.

Keywords: Fretting, simulation, crack propagation, polycrystalline material

