



**HAL**  
open science

# Imagerie acoustique à faible nombre de transducteurs au moyen d'une cavité acoustique

Nicolas Etaix

► **To cite this version:**

Nicolas Etaix. Imagerie acoustique à faible nombre de transducteurs au moyen d'une cavité acoustique. Acoustique [physics.class-ph]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2012. Français. NNT : . pastel-00781296

**HAL Id: pastel-00781296**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00781296>**

Submitted on 25 Jan 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**Thèse de Doctorat de l'Université Paris 7 - Denis  
Diderot**

UFR de Physique, spécialité Acoustique Physique

Présentée par :

**Nicolas Etaix**

Sous la direction de **Ros-Kiri Ing et Mathias Fink**  
à l'Institut Langevin - Ondes et Images

---

**Imagerie acoustique à faible nombre de  
transducteurs au moyen d'une cavité  
acoustique**

---

Soutenance le 5 décembre 2012

Devant le jury composé de :

Olivier Casula  
Stefan Catheline  
Bertrand Dubus Rapporteur  
Mathias Fink Directeur de thèse  
Jean-Louis Guyader Rapporteur  
Ros-Kiri Ing Directeur de thèse  
Vincent Pagneux  
Philippe Pernod



# Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Ros-Kiri Ing qui m'a encadré durant cette thèse. Il m'a apporté son expérience au niveau expérimental et m'a permis de mener ce projet à terme.

Ensuite, je souhaite remercier Mathias Fink qui m'a permis d'effectuer mes recherches dans l'Institut Langevin. Il a aussi pu suivre l'avancée de mes travaux avec intérêt.

Je remercie aussi mes deux rapporteurs de thèse M. Bertrand Dubus et M. Jean-Louis Guyader qui ont pris le temps de relire ce manuscrit, ainsi que MM. Olivier Casula, Stefan Catheline, Vincent Pagneux et Philippe Pernod qui m'ont fait l'honneur de participer à mon jury de thèse.

J'adresse également mes remerciements aux membres et ex-membres de l'Institut Langevin avec qui j'ai pu discuter et qui m'ont aidé tout au long de la thèse, notamment Alexandre, Matthieu et Redha. Je tiens aussi à remercier aussi Geoffroy Lerosey et Patrick Sebbah avec qui j'ai pu avoir des discussions très intéressantes. Je pense aussi aux nombreuses autres personnes de l'Institut que j'ai pu croiser dans les couloirs, autour d'un café ou d'un mots croisés et avec qui j'ai pu discuter de choses et d'autres toujours dans la bonne humeur.

La bonne ambiance du laboratoire qui est aussi due à tous les thésards et post-docs avec qui j'ai pu partager mon bureau : Alice, Camille, Nicolas, Clément, Bastien, Jérôme, Aniss, Daria, Amaury, Mickael, Ariadna, Olivier (pas tous en même temps, heureusement). Un petit mot aussi pour tous les autres thésards avec qui j'ai pu discuter de choses et d'autres autour d'une manip ou bien d'un verre : Fabrice, Sébastien, Maximin, Mai, Bruno, Marc.

Un gros merci à mes amis de la 124ème promotion de l'ESPCI et aux autres PC1 plus ou moins jeunes. Je remercie bien sûr plus particulièrement l'équipe du Bar 124 pour toutes ces soirées passées ensemble, mais aussi les restos des vendredis midi. Ces sept années parisiennes à leurs côtés sont pleines de bon souvenirs.

Enfin je remercie mes grands-parents, mes parents ainsi que mes deux frères pour leur support durant toutes ces années.



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>I Retournement temporel et cavité</b>	<b>5</b>
I.1 Le retournement temporel . . . . .	6
I.1.1 Équation d’ondes et retournement temporel . . . . .	6
I.1.2 La cavité à retournement temporel . . . . .	7
I.2 Le retournement temporel dans une cavité chaotique . . . . .	10
I.2.1 Dispositif expérimental . . . . .	10
I.2.2 Vibration de la plaque infinie en flexion pure . . . . .	13
I.2.3 Plaque finie - Modes de vibrations . . . . .	14
I.2.4 Degrés de liberté temporels et spatiaux . . . . .	16
I.3 Cavité ouverte pour imagerie mono-élément . . . . .	17
I.4 Conclusion . . . . .	20
<b>II Rayonnement acoustique de plaque et focalisation</b>	<b>23</b>
II.1 Rayonnement acoustique des plaques - généralités . . . . .	24
II.1.1 Mesure de vibrations - Dispositif expérimental et résultats . . . . .	24
II.1.2 Rayonnement acoustique d’une plaque infinie . . . . .	28
II.1.3 Rayonnement acoustique de plaques finies - Formulation intégrale . . . . .	29
II.2 Retournement Temporel Synthétique . . . . .	31
II.2.1 Construction des signaux . . . . .	32
II.2.2 Application à la focalisation . . . . .	33
II.2.3 Amélioration du procédé de focalisation . . . . .	35
II.3 Performances du système . . . . .	37
II.3.1 Influence de la profondeur de focalisation . . . . .	37
II.3.2 Taille de la cavité . . . . .	38
II.3.3 Nombre de capteurs . . . . .	41
II.4 Conclusion . . . . .	44

<b>III Autres géométries d'antennes</b>	<b>45</b>
III.1 La cavité chaotique . . . . .	45
III.1.1 Étude de la vibration . . . . .	47
III.1.2 Focalisation . . . . .	49
III.1.3 Imagerie . . . . .	50
III.2 Un résonateur acoustique : le trou "borgne" . . . . .	53
III.2.1 Résonateurs et cristaux phononiques . . . . .	53
III.2.2 Étude théorique simplifiée et simulations numériques . . . . .	54
III.3 Réseau de trous "borgnes" . . . . .	57
III.3.1 Réseau infini . . . . .	57
III.3.2 Densité modale et focalisation . . . . .	58
III.3.3 Étude de la puissance rayonnée . . . . .	60
III.3.4 Influence du nombre de capteurs . . . . .	63
III.3.5 Application à la localisation de sources . . . . .	66
III.4 Conclusion . . . . .	68
<b>IV Mesure du produit vitesse de plaque - épaisseur</b>	<b>69</b>
IV.1 Propagation des ondes de Lamb . . . . .	69
IV.1.1 Utilisation des ondes de Lamb . . . . .	69
IV.1.2 Méthode du cercle . . . . .	70
IV.2 Application dans les plaques isotropes . . . . .	72
IV.2.1 Détermination de la vitesse de plaque . . . . .	72
IV.2.2 Précision . . . . .	74
IV.3 Application à une plaque inhomogène ou anisotropique . . . . .	75
IV.3.1 Scan matriciel . . . . .	75
IV.3.2 Montage passif ponctuel . . . . .	78
IV.3.3 Plaque orthotrope . . . . .	79
IV.4 Conclusion . . . . .	81
<b>Conclusion</b>	<b>83</b>
<b>A Analyse modale de l'orthotropie</b>	<b>85</b>
<b>Table des figures</b>	<b>91</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>98</b>

# Introduction

Les systèmes d'imagerie acoustique ont été développés au cours du XX<sup>ème</sup> siècle pour des applications dans le domaine médical ou alors pour le contrôle non destructif. Ces systèmes utilisent la mesure du temps de vol d'ondes acoustiques rétrodiffusées par des hétérogénéités dans le milieu. La connaissance de la vitesse des ondes acoustiques dans le milieu permet alors de remonter à une distance et donc de connaître la position des hétérogénéités. Généralement, ces systèmes utilisent des sondes composées d'un grand nombre de transducteurs. Les sondes linéiques comportent généralement 128 éléments avec chacun leur électronique propre. Ceci permet de les contrôler séparément et de choisir la position de focalisation de l'onde acoustique en leur appliquant une loi de retard adéquate. Des sondes surfaciques sont aussi fabriquées afin de réaliser des images en 3 dimensions. Celles-ci comportent jusqu'à plusieurs milliers d'éléments. Ces systèmes sont donc compliqués à mettre en place et leur coût de fabrication peut s'avérer très élevé.

Il a été démontré à l'Institut Langevin qu'un dispositif comparable pouvait être obtenu avec seulement quelques transducteurs. Il repose sur l'usage d'une cavité mélangeur et la technique d'imagerie par retournement temporel. Au cours de cette thèse, nous nous intéressons à l'étude de la vibration et du rayonnement des plaques afin de concevoir une antenne acoustique à géométrie plane avec un faible nombre de transducteurs. Ce type de système de focalisation est mis en application et différents types d'antennes planes sont utilisées. Ce manuscrit est partagé en quatre chapitres.

Dans un premier temps, nous présenterons brièvement les principes fondamentaux sur lesquels repose le concept de Retournement Temporel. L'application expérimentale du retournement temporel permet notamment de focaliser une onde acoustique dans des milieux où l'application d'une simple loi de retard n'est pas possible. Des résultats de travaux réalisés au laboratoire sur l'application du retournement temporel dans des cavités réverbérantes sont présentés. L'utilisation de ces cavités permet de réduire le nombre de transducteurs nécessaires à la focalisation d'une onde acoustique. Nous verrons comment l'utilisation d'une cavité permet de transformer des degrés de liberté temporels en degré de liberté spatiaux au moyen

des modes de la cavité. Ce type de système de focalisation peut être utilisé pour fabriquer une antenne acoustique en utilisant les pertes de la cavité. Une antenne acoustique au moyen d'un bloc d'aluminium équipé d'un unique transducteur et immergé dans l'eau a été réalisée. Des expériences menées avec ce système ont montré qu'il était possible de focaliser une onde acoustique en profitant de l'ouverture totale de la face avant du bloc.

Le deuxième chapitre est consacré à l'application de ce concept d'antenne acoustique mono-élément à une cavité plane de géométrie régulière. Après avoir introduit les équations qui régissent le rayonnement des plaques, nous introduisons le concept de retournement temporel synthétique. Celui-ci permet de contrôler le rayonnement de la plaque n'importe où dans un volume à partir de la seule connaissance de sa vibration. Celui-ci est mis à l'œuvre pour appliquer le retournement temporel à l'aide d'une plaque en Duralumin et d'un unique transducteur piézoélectrique. Ceci nous permet ensuite d'étudier les capacités de focalisation du système en fonction de la profondeur, en mettant en évidence l'effet de la diffraction. Puis nous étudions l'évolution du contraste en augmentant le nombre de capteur ou bien la surface de l'antenne.

Le troisième chapitre présente d'autres types d'antennes acoustiques planes. Le but est d'augmenter le contraste de focalisation en augmentant le nombre de modes excités. La première solution est d'utiliser une antenne de géométrie irrégulière. La disparition des symétries de la plaque permet de diminuer très fortement les lobes secondaires et donc d'augmenter le contraste de focalisation. Une plaque de géométrie chaotique est munie d'un transducteur piézoélectrique afin de focaliser une onde acoustique, et des expériences d'imagerie sont menées en utilisant un microphone pour mesurer l'écho réfléchi par une cible. Ensuite, des résonateurs acoustiques sont introduits dans les plaques en Duralumin. Les résonateurs étudiés sont des trous non débouchant aussi appelés trous "borgnes". Ces résonateurs acoustiques sont d'abord étudiés en simulation numérique. Ceci permet de voir comment contrôler leur fréquence de résonance en fonction de leur diamètre, de leur épaisseur mais aussi de leur masse. Des trous "borgnes" sont usinés dans une plaque en Duralumin plaque et placés en réseau. Ce type de matériau présente une bande de fréquence de très forte densité modale. L'utilisation d'une telle plaque comme antenne acoustique démontre l'intérêt d'augmenter le nombre de modes.

Enfin, le quatrième chapitre traite plus précisément de l'étude des ondes de flexion dans la plaque. Avant d'avoir étudié le rayonnement de ces plaques nous nous sommes en effet intéressés à la dispersion de ces ondes. Cette étude a permis de mettre au point une nouvelle méthode de mesure d'épaisseur de plaques. Cette méthode repose sur la mesure de la vibration de la plaque en un point et sur un cercle autour de

celui-ci. L'étude du rapport des spectres des deux signaux permet de remonter au produit vitesse de plaque fois épaisseur. Nous avons notamment utilisé cette méthode pour caractériser les plaques avec un réseau de membranes. D'autres applications de cette méthode sont aussi présentées au cours de ce chapitre.



# Chapitre I

## Retournement temporel et cavité

Ce premier chapitre est dédié à l'introduction des principes de base du retournement temporel appliqués aux ondes acoustiques. Nous verrons comment son application permet de focaliser spatialement et temporellement une onde dans un milieu hétérogène. Pour cela, nous commençons par introduire l'équation de propagation des ondes en mettant en évidence la dépendance temporelle d'ordre 2. Celle-ci implique l'invariance de l'équation par rapport à un renversement du temps. Le retournement temporel consiste alors à définir un champ ondulatoire qui se propage inversement au champ initial. Ce champ ondulatoire inversé est aussi solution de l'équation d'onde et peut exister physiquement. Il peut être mis en œuvre en utilisant une cavité à retournement temporel, c'est-à-dire, un ensemble de capteurs répartis sur toute une surface entourant le milieu de propagation considéré. Ces capteurs permettent d'enregistrer un champ acoustique créé par une source acoustique sur toute la surface. Ce champ enregistré peut être retourné temporellement et réémis dans le milieu au moyen des mêmes capteurs. Le champ ainsi créé se focalise sur la source initiale. Malheureusement une telle cavité requiert un très grand nombre de capteurs et est impossible à réaliser expérimentalement.

C'est pourquoi, par la suite, nous verrons comment il est possible de limiter le nombre de capteur tout en conservant une bonne capacité de focalisation. Il a notamment été démontré expérimentalement que le retournement temporel peut être appliqué à l'intérieur d'une plaque en utilisant un unique capteur. Cette expérience permet de mettre en évidence que la perte d'informations due au nombre limité de capteur est compensée par les réflexions aux bords de la cavité. Ainsi la focalisation en milieu fermé peut même être réalisée avec un nombre très réduit de transducteurs tout en conservant un bon contraste.

Pour interpréter physiquement ces résultats, la propagation d'ondes élastiques dans les plaques est étudiée. Les équations de vibrations des plaques sont établies en utilisant le modèle des plaques minces de Kirchhoff-Love. Puis nous introduirons

la notion de modes de plaques qui a d'abord été observée par Chladni au début du XIX<sup>ème</sup> siècle.

Ce concept de focalisation avec un faible nombre de transducteurs est ensuite étendu aux cavités dites ouvertes. Une cavité solide est immergée dans un milieu fluide. Les ondes acoustiques sont multiples réfléchies à l'intérieur de la cavité, mais une partie de ces ondes est aussi rayonnée dans le milieu fluide. L'expérience consiste donc à utiliser les ondes rayonnées hors de la cavité pour effectuer une focalisation acoustique dans un milieu libre. Nous verrons ainsi qu'il est possible de focaliser une onde acoustique n'importe où dans un volume en utilisant un unique transducteur.

## I.1 Le retournement temporel

### I.1.1 Équation d'ondes et retournement temporel

En acoustique, la propagation des ondes est régie par l'équation d'onde. L'onde est décrite par son potentiel acoustique  $\phi(\vec{r}, t)$  avec  $\vec{r}$  la position et  $t$  le temps. Dans un milieu non dissipatif, l'équation s'écrit en l'absence de sources :

$$\rho_0(\vec{r}) \operatorname{div} \left( \frac{1}{\rho_0(\vec{r})} \operatorname{grad}(\phi(\vec{r}, t)) \right) - \frac{1}{c_0(\vec{r})^2} \frac{\partial^2 \phi(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = 0. \quad (\text{I.1})$$

Où  $\rho_0(\vec{r})$  est la distribution spatiale de la masse volumique du milieu et  $c_0(\vec{r})$  la vitesse des ondes dans ce milieu.

Pour les ondes acoustiques dans les fluides, la propagation résulte du couplage de deux grandeurs : la pression  $p$  et la vitesse  $\vec{v}$ . La variation d'une grandeur dans l'espace provoque la variation de la seconde grandeur dans le temps et inversement.  $p$  et  $\vec{v}$  sont reliées au potentiel acoustique de la manière suivante :

$$\vec{v} = \operatorname{grad}(\phi), \quad (\text{I.2})$$

$$p = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t}. \quad (\text{I.3})$$

Du fait de la linéarité des opérateurs, ces deux grandeurs vérifient donc aussi l'équation d'ondes.

Le retournement temporel repose sur l'invariance de l'équation d'onde par renversement du temps. Il est applicable aux ondes acoustiques [1, 2] ou électromagnétiques [3].

Cette équation ne fait intervenir qu'une dérivée temporelle d'ordre 2, elle est donc invariante sous l'action de l'opérateur d'inversion du temps qui change  $t$  en

$-t$ . Autrement dit, si un potentiel  $\phi_0(\vec{r}, t)$  est solution de l'équation (I.1), alors le potentiel  $\phi_0(\vec{r}, -t)$  est aussi solution de cette équation. Pour un milieu stationnaire, l'origine des temps peut être modifiée et  $\phi_0(\vec{r}, T - t)$  est aussi solution de l'équation d'onde.

Ainsi pour effectuer une opération de retournement temporel, il faut pouvoir créer un champ acoustique  $\phi_0(\vec{r}, -t)$ . Pour cela, il faut pouvoir imposer une valeur initiale du champ acoustique en tout point de l'espace.

Bien entendu, une telle contrainte est trop forte et est impossible à réaliser expérimentalement. Mathias Fink et Didier Cassereau [1] ont développé le concept de cavité à retournement temporel. Ce concept permet de réaliser expérimentalement une opération de retournement temporel.

### I.1.2 La cavité à retournement temporel

Ce concept repose sur l'utilisation du théorème de Helmholtz - Kirchhoff. Celui-ci permet d'exprimer le champ acoustique dans tout un volume à partir uniquement de la connaissance du champ et de sa dérivée en tout point d'une surface entourant ce volume. L'équation qui résulte de ce théorème est la suivante :

$$\phi(\vec{r}, t) = \iint_S \left( G(\vec{r}_s, \vec{r}, t) \otimes \frac{\partial \phi(\vec{r}_s, t)}{\partial \vec{n}_s} - \frac{\partial G(\vec{r}_s, \vec{r}, t)}{\partial \vec{n}_s} \otimes \phi(\vec{r}_s, t) \right) dS. \quad (\text{I.4})$$

Avec  $G(\vec{r}_s, \vec{r}, t)$  la fonction de Green du milieu entre les positions  $\vec{r}_s$  et  $\vec{r}$ . Cette fonction est définie comme la solution de l'équation (I.1) avec comme second terme  $\delta(t)\delta(|\vec{r} - \vec{r}_s|)$  où  $\delta$  est la distribution de Dirac.

$\vec{n}_s$  est la normale à la surface S dirigée vers l'extérieur du volume. Enfin,  $\otimes$  représente le produit de convolution temporelle.

La fonction de Green du milieu peut être vue comme la réponse impulsionnelle entre deux points. Sa connaissance permet donc de connaître la réponse au point  $\vec{r}$  pour n'importe quel signal  $e(t)$  émis au point  $\vec{r}_s$ . Il suffit pour cela de réaliser un produit de convolution entre le signal émis et la fonction de Green afin de simuler la propagation dans le milieu :

$$s(\vec{r}, t) = G(\vec{r}_s, \vec{r}, t) \otimes e(t). \quad (\text{I.5})$$

Dans un milieu libre, dans le domaine temporel, on montre que la fonction de Green peut s'écrire :

$$G_0(\vec{r}, \vec{r}', t, t') = -\frac{\delta\left(\pm(t - t') \pm \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c}\right)}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}'|}. \quad (\text{I.6})$$

Dans l'équation (I.4), le premier terme du membre de droite correspond à une source monopolaire placée sur la surface pondérée par  $\frac{\partial \phi(\vec{r}_s, t)}{\partial n_s}$ . Le second terme correspond à une source dipolaire.

D'un point de vue expérimental, la cavité à retournement temporel peut être expliquée de la manière suivante. Considérons une source dans un milieu hétérogène et une surface fermée qui entoure le point source et les inhomogénéités. Le point source émet une impulsion acoustique brève et génère une onde sphérique qui se propage dans le milieu. L'onde sphérique se réfléchit et est diffractée par les hétérogénéités présentes dans le milieu. Un réseau de transducteurs est placé sur une surface  $S$  qui entoure totalement le volume de propagation considéré. Ces transducteurs sont contrôlés indépendamment et mesurent le champ de pression créé par la source ponctuelle (voir schéma I.1, figure de gauche). Ces signaux temporels correspondent aux fonctions de Green du milieu entre la source et chacun des transducteurs. Ils sont enregistrés pendant un temps  $T$ . C'est la phase d'acquisition.

Ensuite, les signaux sont échantillonnés et retournés temporellement. Généralement, les expériences d'acoustique sont réalisées avec des transducteurs piézoélectriques. L'effet piézoélectrique étant réversible, ils peuvent être utilisés aussi bien en tant que récepteurs qu'en tant qu'émetteurs. Les signaux sont donc réémis dans le milieu depuis chaque transducteur. Le champ  $\phi(\vec{r}, T - t)$  est créé à l'intérieur de la cavité. Ainsi, l'onde acoustique créée va revenir sur ses pas et converger au point source initial (schéma I.1, figure de droite).

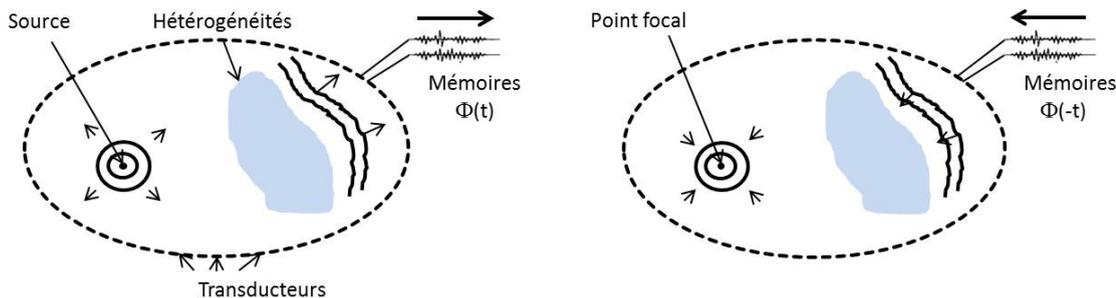


FIGURE I.1 – Schéma de principe du retournement temporel. Gauche : phase d'acquisition. Droite : Retournement temporel.

Grâce à la réémission du champ sur toute la surface qui entoure la source, le processus de retournement temporel permet donc de focaliser une onde acoustique en un point donné. Cette technique permet d'atteindre la limite classique de la diffraction. Le champ retourné temporellement converge vers le point source initial et forme une tache focale dont le diamètre à mi-hauteur tend vers la demi-longueur d'onde  $\lambda/2$ .

Malheureusement si ce concept de cavité à retournement temporel permet théoriquement aux ondes acoustiques de parcourir leurs trajectoires initiales à l'inverse, en pratique une telle cavité s'avère difficilement réalisable dans le domaine des ondes ultrasonores. D'après le critère de Shannon, un champ ultrasonore est correctement échantillonné spatialement si la distance qui sépare deux transducteurs est inférieure à la demi-longueur d'onde. Cela peut représenter un très grand nombre de transducteurs. Ceux-ci devant en plus avoir leur propre électronique de contrôle.

Il faut donc se limiter à des réseaux de transducteurs d'ouverture finie, en utilisant par exemple des barrettes de transducteur 1D ou 2D. Dans ce cas, le retournement temporel est toujours composé des deux mêmes étapes (voir schéma I.2). Le réseau de transducteurs utilisé pour les opérations de retournement temporel est souvent appelé un Miroir à Retournement Temporel.

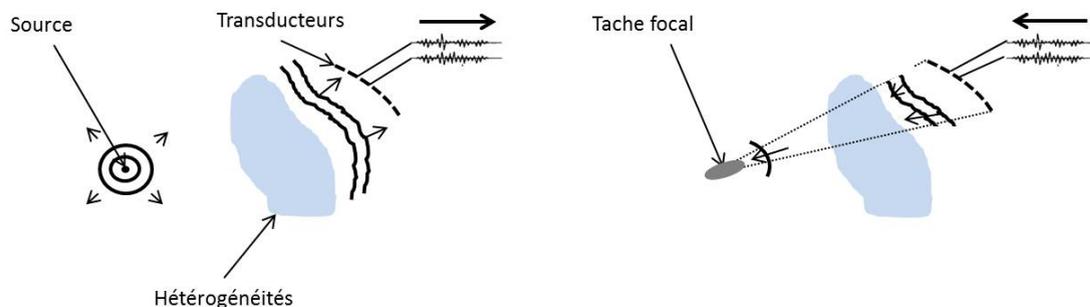


FIGURE I.2 – Principe de focalisation par retournement temporel sur une ouverture limitée.

La focalisation sera cependant moins bonne et la tache focale est plus élargie. En effet, alors que la Cavité à Retournement Temporel permet d'enregistrer l'information sur  $4\pi$  stéradians, le MRT présente une ouverture finie. Ceci induit donc une perte d'informations lors de la phase d'enregistrement. Seule une partie de l'onde peut donc être ré-émise. Conformément aux lois de la diffraction, la largeur à mi-hauteur de la tâche focale dépend directement de la fréquence d'émission, de la géométrie de la source (ici du MRT) et de la distance de focalisation et est ici proportionnelle à :  $\lambda F/D$  avec  $\lambda$  la longueur d'onde dans le milieu,  $F$  la distance de focalisation et  $D$  l'ouverture de la barrette.

Contrairement aux techniques classiques de focalisation par formation de voies ("beamforming"), le retournement temporel peut être utilisé dans des milieux contenant des hétérogénéités. Il existe plusieurs applications de ces MRT. Notamment en Contrôle Non Destructif, une sonde à géométrie circulaire a été utilisée pour imager des billes de titanes en milieu hétérogène au moyen de la technique du retournement temporel [4]. En médecine, le retournement temporel peut être utilisé pour des

opérations de lithotripsie ultrasonique [5] ou d'hyperthermie du cerveau [6]

Cependant, il est possible d'augmenter l'ouverture apparente du MRT dans certaines configurations. Comme étudié par Philippe Roux et ses collègues [7], l'utilisation d'un guide d'ondes permet d'augmenter l'ouverture du MRT. En effet, les réflexions sur les bords permettent de confiner l'onde acoustique à l'intérieur du guide d'onde. Ainsi, la barrette placée à l'intérieure reçoit une plus grande quantité d'information. De même la présence de diffuseurs entre le MRT et le point focal permet aussi d'augmenter l'ouverture [8]. Le retournement temporel peut aussi s'effectuer dans une cavité réverbérante fermée, par exemple en utilisant une chambre réverbérante [9].

## I.2 Le retournement temporel dans une cavité chaotique

### I.2.1 Dispositif expérimental

La première mise en évidence du retournement temporel dans une cavité a été effectuée par Carsten Draeger et Mathias Fink [10]. L'expérience a été faite dans une plaque de silicium avec un MRT composé d'un unique élément piézoélectrique.

La plaque utilisée présente une géométrie de type billard chaotique (disque tronqué). Une pointe métallique excitée par un transducteur piézoélectrique agit comme une source en  $A$ . Elle émet une courte impulsion ultrasonore (une arche de sinusöide de fréquence centrale 1 MHz). Une seconde pointe, en  $B$ , enregistre les vibrations de la plaque (voir figure I.3). Cette unique pointe va pouvoir constituer le MRT.

Les nombreuses réflexions sur les bords de la plaque permettent d'enregistrer des signaux avec une très longue coda. Ainsi, la seconde pointe peut enregistrer la réponse impulsionnelle qui relie les points  $A$  et  $B$  :  $h_{AB}(t)$ . Cette réponse impulsionnelle peut être retournée temporellement et réémise depuis la pointe  $B$ .

Un interféromètre est utilisé pour mesurer la vibration de la plaque autour de la pointe  $A$ . Ainsi, la focalisation dans le temps (figure I.3) et dans l'espace (figure I.4) peut être mise en évidence.

D'un point de vue temporel, le signal enregistré sur la pointe  $A$  garde une durée équivalente à l'impulsion initialement émise. D'un point de vue spatial, la tâche focale présente une largeur à mi-hauteur de  $\lambda/2$ ,  $\lambda$  étant ici la longueur d'onde du mode guidé à la fréquence centrale.

Ce dispositif permet donc de retrouver les limites théoriques de la diffraction, bien qu'un seul transducteur soit utilisé. Malgré la perte d'information due à l'utilisation d'un unique transducteur pour le MRT, la focalisation reste très bonne. Cette perte

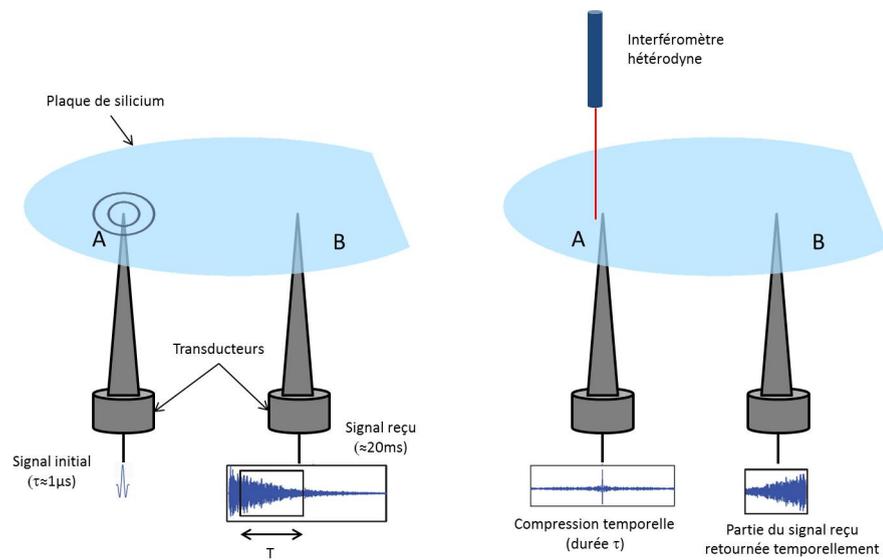


FIGURE I.3 – Dispositif expérimental de retournement temporel dans une plaque de silicium.

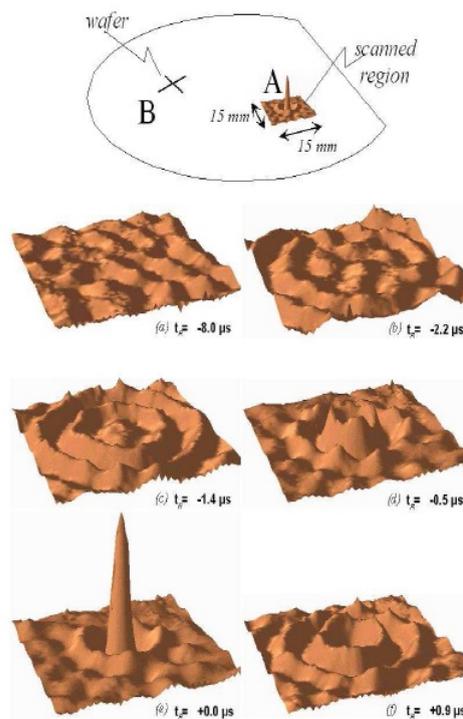


FIGURE I.4 – Résultat de l'expérience de C. Draeger dans un disque de silicium réverbérant (tiré de [11]) : déplacements transverses mesurés par interféromètre laser dans un carré de 1.5 cm autour du point source initial, à différents instants de la seconde étape du retournement temporel. Le MRT ne contient qu'un seul élément (la pointe B).

d'information est compensée par les nombreux rebonds de l'onde sur les bords de la cavité. La géométrie de type billard chaotique n'a d'ailleurs pas été choisie au hasard. En effet, cela permet d'assurer l'ergodicité de la cavité. C'est-à-dire que l'onde émise depuis un point  $A$  va, au bout d'un certain temps, parcourir la totalité de la cavité. Ainsi, le capteur  $B$  peut récupérer un maximum de données au cours du temps.

Ceci peut aussi s'expliquer par l'utilisation de sources virtuelles créées à chaque rebonds (voir figure I.5). Au cours du temps, le capteur  $B$  va donc pouvoir recevoir l'information de chacune de ces sources virtuelles. Ceci va donc allonger le signal reçu. La réponse impulsionnelle reçue dans le cas de l'expérience de Carsten Draeger s'étend ainsi sur plus de 8 ms alors que l'impulsion initiale dure environ  $1 \mu\text{s}$ . Il y a donc eu plusieurs milliers de réflexions sur les parois de la cavité. La réponse impulsionnelle est constituée de la superposition des signaux provenant de ces réflexions et donc de signaux venant de sources virtuelles. Nous pouvons aussi considérer que nous n'avons qu'une seule source et plusieurs récepteurs virtuels

Ainsi, si l'enregistrement est suffisamment long, l'onde va avoir subi un très grand nombre de réflexion. Un transducteur virtuel peut être associé à chacune de ces réflexions. L'utilisation d'une géométrie de type billard chaotique permet d'avoir un grand nombre de transducteurs virtuels distincts. L'ouverture angulaire du MRT virtuel est alors maximale et le pic de focalisation peut avoir une largeur de l'ordre de  $\lambda/2$ .

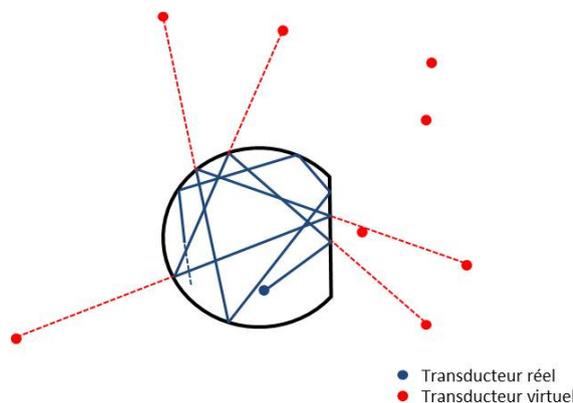


FIGURE I.5 – Utilisation de sources virtuelles.

Il est donc possible de focaliser une onde élastique en n'importe quel point de la cavité en utilisant un seul transducteur. Ceci a donné lieu à de nombreuses applications, notamment dans le marché de l'électronique grand public, avec la création d'objets tactiles [12]. Dans ce cas, le retournement temporel est utilisé pour repérer le touché sur une surface (par un doigt ou un objet) en utilisant seulement un ou 2 capteurs [13].

Finalement, alors que nous ne disposons que d'un degré de liberté spatial - le

transducteur piézoélectrique -, l'onde acoustique peut être focalisée. Ce sont les degrés de liberté temporels - le signal n'est pas monochromatique - qui permettent de contrôler l'onde spatialement. Pour expliquer cela, nous pouvons introduire la notion de modes de cavité, et plus particulièrement de modes de plaques. Nous nous intéresserons d'abord aux équations des ondes de flexion dans une plaque.

### I.2.2 Vibration de la plaque infinie en flexion pure

D'un point de vue acoustique, les ondes que nous allons considérer dans la plaque, sont des ondes guidées. Dans le cas où le guide d'onde est une plaque (2 surfaces parallèles), les ondes guidées sont des ondes de Lamb [14]. Daniel Royer et Eugène Dieulesaint proposent une étude approfondie des ondes guidées et plus particulièrement des ondes de Lamb [15].

Ces ondes apparaissent lorsque l'épaisseur de la plaque est de l'ordre de  $\lambda$  et résultent du couplage des différentes ondes aux deux interfaces solide/vide dans un matériau homogène isotrope. Il existe deux types de modes : les modes symétriques et antisymétriques.

Par la suite, le travail est effectué à basse fréquence (en dessous de 100 kHz). L'excitation de nos plaques est contrôlée par une simple pastille piézoélectrique collée sur la surface. Elle est donc principalement transverse. Ainsi, le seul mode de Lamb qui va nous intéresser est le premier mode antisymétrique :  $A_0$ . La prédominance de ce mode est démontrée numériquement et expérimentalement par Guillemette Ribay dans sa thèse [16].

D'un point de vue mécanique ce mode correspond à une simple vibration en flexion de la plaque. Nous utilisons le modèle des plaques minces de Kirchhoff-Love [17]. Il repose sur les hypothèses suivantes :

- le matériau est élastique, homogène et isotrope.
- la plaque est initialement plate.
- la plaque est fine. C'est-à-dire que l'épaisseur est petite devant les autres dimensions.
- le déplacement transverse  $w$  est comparable ou plus petit que cette épaisseur.
- un segment initialement perpendiculaire au plan moyen le reste au cours de la déformation. C'est-à-dire que les déformation de cisaillement transversal sont ignorées.

En utilisant ce modèle, le déplacement vertical  $w$  au niveau de la plaque est régi par l'équation suivante [18] :

$$D\Delta^2 w(x, y) + \rho h \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial t^2} = 0. \quad (\text{I.7})$$

Où  $\Delta$  représente le laplacien<sup>1</sup>. Avec  $\rho$  la masse volumique de la plaque,  $h$  son épaisseur et  $D$  la rigidité en flexion de la plaque aussi définie par :

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}. \quad (\text{I.8})$$

Avec  $E$  est le module d'Young et  $\nu$  le coefficient de Poisson. Le nombre d'onde des ondes de flexion peut être donné par la relation de dispersion suivante :

$$k^4 = \frac{\rho h \omega^2}{D}. \quad (\text{I.9})$$

La vitesse de phase de ces ondes est alors :

$$v_\varphi = \omega^{1/2} \left( \frac{D}{\rho h} \right)^{1/4}. \quad (\text{I.10})$$

L'équation(I.10) met ainsi en évidence le caractère dispersif des ondes de flexion.

Jusqu'à maintenant, nous avons considéré des ondes de flexion se propageant dans une plaque infinie. Dans le cas de plaques finies, ces équations restent valables mais avec des contraintes supplémentaires dues aux conditions aux bords.

### I.2.3 Plaque finie - Modes de vibrations

Vers le début du XIX<sup>ème</sup> siècle, Chladni avait pu observer les premiers modes de plaques de laiton de différentes géométrie. Les plaques sont fixées en leur centre et saupoudrées de sable. Lorsque l'on frotte le système avec un archet, le sable va se placer aux noeuds de vibration de la plaque. Nous obtenons alors les figures des modes appelées aussi figure de Chladni (voir figure I.6).



FIGURE I.6 – Dispositif expérimental utilisé par Chladni et modes propres observés pour des plaques carrées ou circulaires.

1. On peut noter au passage que comme pour l'équation des ondes acoustiques (I.1), l'équation (I.7) à une dépendance temporelle d'ordre 2. Le retournement temporel est donc aussi applicable aux ondes de flexion.

Ces figures modales sont dues aux interférences des ondes incidentes et réfléchies sur les bords des plaques. Lorsque la plaque est excitée en un point par un signal harmonique, l'onde se propage en s'éloignant de la source. Au bout d'un certain temps, l'onde atteint les bords de la plaque et est partiellement réfléchi, alors plusieurs cas peuvent se présenter :

- Les interférences entre ondes incidentes et réfléchies sont constructives. Alors, pour ces fréquences, l'énergie dans la plaque aura tendance à augmenter (en restant limité grâce à la dissipation et aux pertes).
- Les interférences sont destructives, et l'onde s'atténue progressivement.

Ainsi, lorsque le temps d'excitation est supérieur à un temps caractéristique  $t_c$  ( $t_c = L/c$ ,  $L$  étant une dimension caractéristique de la plaque et  $c$  la vitesse des ondes), c'est-à-dire lorsque l'onde aura fait plusieurs aller-retours dans la plaque, les fréquences pour lesquelles les interférences sont constructives vont se démarquer des autres. Ce sont les fréquences propres du système. À chacune de ces fréquences propres, des nœuds et des ventres de vibration vont pouvoir être observés. Dans le cas des expériences de Chladni, le sable va se concentrer au niveau des nœuds de vibrations. La fréquence d'excitation dépend de l'endroit où l'archet excite le montage.

Les figures de vibration ainsi formées dépendent de la géométrie du milieu et des conditions aux bords. Dans le cas d'une plaque carrée avec conditions de bords libres, il est possible de déterminer la déformée de la plaque pour les différents modes de vibration. Leissa [19] propose une formule pour le déplacement vertical  $w = \sum W_{mn} X_m(x) Y_n(y)$  où  $X_m$  et  $Y_n$  jouent des rôles symétriques. Ce sont les fonctions de bases de la déformée d'une poutre en flexion libre à ses deux extrémités exprimées en fonction d'une coordonnée normalisée. Elles ont la forme suivante :

$$X_m(x) = \frac{\cosh(k_m) \cos(k_m x) + \cosh(k_m x) \cos(k_m)}{\sqrt{\cosh(k_m)^2 + \cos(k_m)^2}} \text{ pour } m \text{ pair,} \quad (\text{I.11})$$

$$X_m(x) = \frac{\sinh(k_m) \sin(k_m x) + \sinh(k_m x) \sin(k_m)}{\sqrt{\sinh(k_m)^2 - \sin(k_m)^2}} \text{ pour } m \text{ impair.} \quad (\text{I.12})$$

Les  $k_m$  étant définis par :

$$\tan(k_m) + \tanh(k_m) = 0 \text{ pour } m \text{ pair,} \quad (\text{I.13})$$

$$\tan(k_m) - \tanh(k_m) = 0 \text{ pour } m \text{ impair.} \quad (\text{I.14})$$

Ainsi les modes propres de nos plaques peuvent être décomposés sur cette base de modes orthogonaux.

Il est assez compliqué de déterminer analytiquement la contribution de chacun des modes orthogonaux à chaque fréquence. Les calculs sont beaucoup plus simple pour le cas d'une plaque simplement supportée. Dans ce cas, la fréquence d'un mode  $(m, n)$  est liée aux caractéristiques de la plaque par l'équation suivante :

$$\omega_{mn} = \left( \frac{D}{\rho_s h} \right)^{1/2} \left[ \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 \right]. \quad (\text{I.15})$$

D'un point de vue expérimental, les modes de vibration peuvent être mis en évidence en cherchant des maximums d'énergie.

### I.2.4 Degrés de liberté temporels et spatiaux

Pour caractériser la focalisation, deux paramètres entrent en jeu :

- La résolution qui est caractérisée par la largeur à mi-hauteur de la tâche focale. Nous avons vu auparavant que celle-ci est limitée par la plus petite longueur d'onde excitée dans la cavité.
- Le contraste que l'on définit comme le rapport signal sur bruit de la tâche focale.

Dans le cas de l'expérience de Draeger, l'utilisateur ne dispose que d'un transducteur pour émettre l'onde acoustique et la focaliser. Le contrôle sur la focalisation est effectué de manière temporel. Draeger a montré que la longueur du signal retourné influe fortement sur la qualité de focalisation. Plus le signal est long, plus le contraste de focalisation est fort.

Ainsi, le contrôle temporel de l'onde permet de contrôler spatialement l'onde focalisée.

Lorsque la pointe  $A$  vibre, elle excite la plaque sur une bande de fréquence  $\Delta\omega$ . Dans cette bande de fréquence, tous les modes de vibration de la plaque qui n'ont pas de nœud en  $A$  vont pouvoir être excités. Au niveau de la pointe  $B$ , il y a alors une superposition de tous ces modes avec une phase aléatoire. Le retournement temporel permet de réexciter ces modes depuis le point  $B$  de façon à ce qu'ils se somment de manière cohérente en  $A$ .

Le nombre de modes indépendamment excités dépend de la bande de fréquence  $\Delta\omega$  et de la différence de fréquence propre entre deux modes  $\delta\omega$ . Cette différence dépend de trois paramètres :

- le temps d'absorption de la cavité  $t_{abs}$  qui va limiter le temps d'enregistrement du signal reçu. Ce signal décroît exponentiellement. Ces pertes sont dues à l'atténuation du matériau et surtout au rayonnement dans l'air. Ce temps agit sur le facteur de qualité des résonances et donc sur la largeur spectrale de chaque

- mode. Plus la cavité est couplée avec l'extérieur, plus les fuites diminuent le facteur de qualité de la résonance et augmentent sa largeur spectrale ;
- le temps de Heisenberg  $t_H$  qui caractérise la distance spectrale de deux modes consécutifs. C'est aussi l'inverse de la densité modale ;
  - la durée  $\Delta T$  du signal retourné temporellement. Plus le signal est long, plus les interférences constructives sont fortes. La largeur spectrale des modes est alors plus fine.

Finalement,  $\delta\omega$  est proportionnel à l'inverse du plus petit de ces temps.

Donc, le nombre de modes excités indépendamment peut être défini comme le rapport  $N = \Delta\omega/\delta\omega$ . C'est l'addition constructive de ces modes au point d'intérêt qui va permettre la focalisation. Le contraste sera meilleur si  $N$  est grand.

En effet, au point  $A$ , tous ces modes sont en phase grâce au retournement temporel, et l'amplitude totale est égale à  $N$ . Ailleurs, les différents modes se somment de manière incohérente et l'amplitude moyenne est égale à  $\sqrt{N}$ . Ce qui nous donne un rapport signal à bruit théorique égal à  $\sqrt{N}$ . Arnaud Derode et Mathias Fink [20] expliquent cette dépendance du contraste dans un milieu diffusant en terme de "grains d'information". Chaque mode va apporter une information spatiale supplémentaire.

### I.3 Cavité ouverte pour imagerie mono-élément

Le procédé de focalisation vu dans le paragraphe précédent peut aussi être utilisé pour fabriquer des sondes d'imagerie ultrasonore.

En général, les sondes d'imagerie sont composées de plusieurs transducteurs. En imagerie médicale, les barrettes 1D ou 2D, généralement utilisées, comportent plusieurs centaines d'éléments piézoélectriques et permettent de contrôler la focalisation d'une onde. Pour focaliser dans des milieux simples, la technique du beamforming peut être utilisée. Cependant, l'électronique pour contrôler indépendamment chaque élément peut se révéler complexe.

Il est possible de remplacer de telles barrettes par une cavité solide contrôlée par un unique élément, simplifiant ainsi grandement l'électronique de contrôle, tout en conservant une capacité de focalisation comparable. La focalisation des ondes rayonnées par la cavité dans le milieu fluide environnant peut-être réalisée grâce au retournement temporel.

Les premières expériences de focalisation par retournement temporel en utilisant une cavité ouverte ont été réalisées au laboratoire par Nicolas Queffin au début des années 2000 [21]. La cavité utilisée est un demi-cylindre en aluminium sur lequel est collé un unique transducteur piézoélectrique. Ce bloc d'aluminium est immergé dans l'eau.

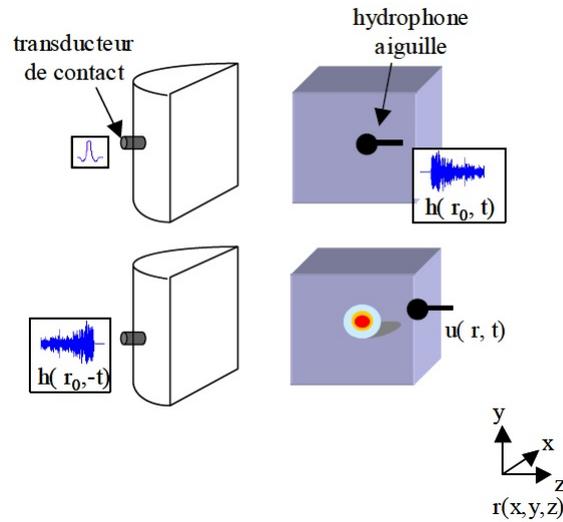


FIGURE I.7 – Application du retournement temporel pour la focalisation d’une cavité ouverte.

Le transducteur présente une bande passante de 1 MHz autour de la fréquence centrale qui est de 1 MHz. Un hydrophone aiguille, motorisé, est utilisé pour mesurer le champ ultrasonore en face de la cavité.

Dans un premier temps, l’hydrophone mesure une série de réponses impulsionnelles. Puis en utilisant la réciprocité spatiale du milieu (conservée grâce à l’absence d’écoulements), il est possible de focaliser une onde ultrasonore par retournement temporel I.7. Alors il a été montré que la résolution spatiale du système est supérieure à celle d’un transducteur seul dans l’eau. En effet, l’ouverture angulaire apparente du système est alors égale à la surface de la face avant du demi cylindre. Ceci a été mis en évidence en étudiant la focalisation du système à différentes profondeurs (figure I.8). Nous retrouvons la loi de la diffraction avec une pente égale à  $\lambda F/D$  pour  $D=95$  mm (la dimension latérale de la face avant de la cavité est de 100 mm).

En utilisant ce système de focalisation et des réponses impulsionnelles rayonnées pré-enregistrées il a été possible de faire du suivi de source acoustique en temps réel. Chaque signal reçu est corrélé avec les réponses impulsionnelles du milieu. Cette méthode permet de simuler une expérience de retournement temporel.

En effet, la propagation correspond à une convolution du signal émis avec la réponse impulsionnelle du milieu. Lors de l’application du retournement temporel, la réponse impulsionnelle est inversée et la convolution due à la propagation revient alors à une corrélation.

Ainsi un maximum de corrélation correspond à une focalisation en réception. La source mobile émet une impulsion de fréquence centrale de 1 MHz toutes les 40 ms. À chaque émission, le transducteur de contact enregistre la réponse impulsionnelle liée

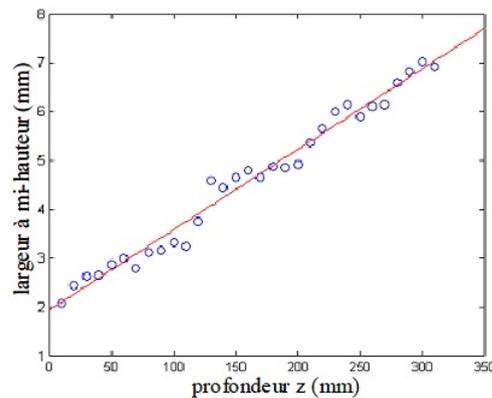


FIGURE I.8 – Largeur à mi-hauteur des tâches focales pour différentes profondeur de focalisation. La droite à une pente égale à  $\lambda F/D$ .

à la source,  $h(\vec{r}, t)$  pendant  $200 \mu\text{s}$ . Ensuite les réponses impulsionnelles  $h(\vec{r}, t)$  sont chacune corrélées avec toutes les réponses de la bibliothèque acquise préalablement. Une détection de maxima fournit donc l'amplitude de la tache focale en réception pour chaque position instantanée de la source. La figure I.9 montre quatre de ces distributions d'amplitude de taches focales pour quatre instants différents. La source pulsante est localisée tout le long de son parcours (vitesse maximale  $\sim 2,5 \text{ cm/s}$ ) avec une résolution ( $\sim \lambda$ ,  $\sim 1,5 \text{ mm}$ ) et un contraste ( $\sim 20 \text{ dB}$ ) comparables à ceux observés lors de focalisation en émission.

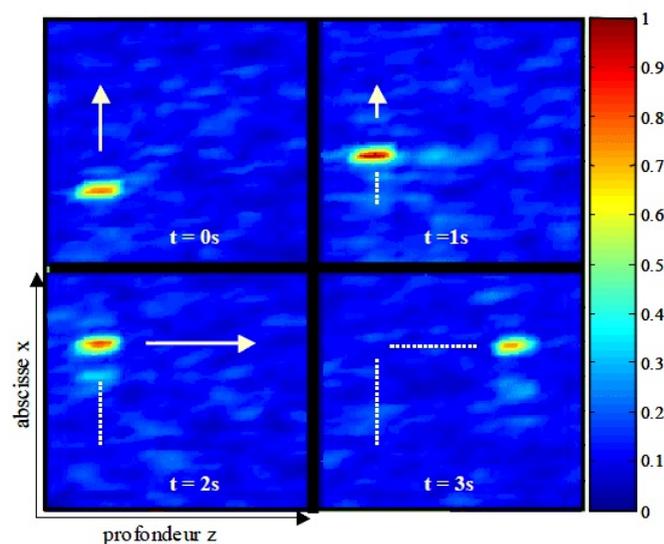


FIGURE I.9 – Suivi d'une source acoustique.

Par la suite, Gabriel Montaldo [22] a aussi utilisé ce concept pour de l'imagerie médicale. Sarvazyan et ses collègues [23] ont aussi mis en œuvre cette technique avec

un ballon cylindrique rempli d'eau.

Un réseau virtuel a aussi été utilisé par Choi [24] pour faire des opérations de Contrôle Non Destructif. Dans ce cas, le bloc servant de cavité est prolongé par des guides d'ondes permettant de simuler différents émetteurs.

Il est important de noter ici, que contrairement à la partie précédente, les pertes de la cavité sont utilisées pour la focalisation. Hors ces pertes sont liées au temps d'absorption  $t_{abs}$  et plus elles sont fortes, moins il y aura de modes décorrélés dans la cavité. La densité modale va diminuer lorsque le couplage va augmenter. Il faut donc trouver un compromis entre le nombre de modes dans la cavité et le rayonnement hors de la cavité. Nicolas Quiéffin dans sa thèse [25] a étudié de manière plus approfondie l'influence des trois temps  $t_{abs}$ ,  $t_H$  et  $\Delta T$  (définis dans la partie précédente) sur le contraste.

## I.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié la focalisation d'ondes acoustiques par retournement temporel au moyen d'une cavité. Nous avons commencé par introduire le concept du retournement temporel pour les ondes acoustiques. Nous avons parlé de la cavité à retournement temporel qui permet de réaliser expérimentalement ce concept théorique pour focaliser une onde acoustique.

Puis après avoir expliqué les limites de fabrication de celle-ci, nous avons présenté les résultats existant sur le retournement temporel à l'intérieur de cavités fermées. Ces cavités fermées permettent de réduire le nombre de capteurs nécessaires lors des expériences de focalisation par retournement temporel. Ces résultats ont d'abord été interprétés par l'introduction de capteurs virtuels, puis en étudiant les degrés de liberté du système. Nous avons expliqué comment les modes de cavité permettent de transformer des degrés de liberté temporels en degrés de liberté spatiaux.

Enfin, en utilisant ces résultats, nous les avons étendus à l'utilisation de cavités ouvertes pour une focalisation mono-élément. Dans ce cas, ce sont les ondes rayonnées par la cavité dans le milieu environnant qui sont focalisées. La cavité sert de solide mélangeur pour les ondes acoustiques. Un système de focalisation mono-élément d'ouverture égale à la surface avant de la cavité peut être construit. Nous avons montré les résultats obtenus lors de la thèse de Nicolas Quiéffin pour une cavité volumique dans l'eau.

En utilisant de telles cavités ouvertes, il est donc possible de fabriquer des antennes acoustiques à partir d'un nombre très limité de transducteurs. En contrôlant le signal temporel, la position de focalisation peut être contrôlée. Cependant, si l'électronique est simplifiée, la géométrie de ces antennes reste encore peu pratique. Est-il

possible d'utiliser une cavité à faible profil ? L'utilisation des modes d'une plaque simple peut-il suffire à focaliser une onde acoustique ?



# Chapitre II

## Rayonnement acoustique de plaque et focalisation

Dans ce chapitre, nous allons mettre en application l'utilisation des cavités ouvertes pour la focalisation d'ondes acoustiques. L'antenne acoustique étudiée est constituée d'une plaque en Duralumin carrée contrôlée par un ou plusieurs transducteurs piézoélectriques. Le choix d'une cavité acoustique plane permet de concevoir une antenne à faible profil. De plus les structures de type plaques sont celles que l'on retrouve le plus souvent dans la vie courante. Nous verrons comment l'utilisation du retournement temporel nous permet de focaliser une onde acoustique rayonnée par la plaque.

Dans un premier temps, une étude de la vibration de la plaque est menée. Celle-ci nous permet de mettre en évidence expérimentalement l'existence des modes de plaque. Ces mesures expérimentales sont confrontées à des simulations numériques réalisées avec le logiciel COMSOL. Ensuite nous étudierons le rayonnement de ces plaques en mettant en évidence l'existence d'une fréquence de coupure. En-dessous de cette fréquence, les ondes rayonnées sont évanescentes. Puis nous introduirons les équations de Rayleigh-Sommerfeld qui sont dérivées de l'équation de Kirchhoff-Helmholtz. Ces équations nous permettent de caractériser le rayonnement de la plaque dans des cas simples.

Ces équations peuvent être utilisées pour optimiser l'enregistrement des réponses impulsionnelles nécessaires à l'application du retournement temporel. Le concept de retournement temporel synthétique est introduit. Celui-ci permet de contrôler la focalisation dans un volume à partir de la seule connaissance de la vibration de la plaque. En utilisant ce concept, nous verrons qu'il est possible de fabriquer une antenne acoustique avec un seul transducteur et une plaque. La focalisation des ondes acoustiques peut être réalisée n'importe où au-dessus de la plaque. Puis, nous verrons comment il est possible d'améliorer le contraste de focalisation de cette antenne en

modifiant l'énergie des modes rayonnés par l'utilisation d'un filtre inverse.

Enfin, nous étudierons les performances de cette antenne plate, afin d'en dégager des limites et de trouver les améliorations à apporter afin d'augmenter le contraste de focalisation. Notamment, l'évolution du contraste avec la surface de l'antenne et avec le nombre de capteurs est étudiée.

## II.1 Rayonnement acoustique des plaques - généralités

### II.1.1 Mesure de vibrations - Dispositif expérimental et résultats

Les premières mesures de vibrations de plaques ont été effectuées dans la bande audio (1 kHz-18 kHz).

La plaque utilisée est en Duralumin et de dimensions  $150 \times 150 \times 1.034 \text{ mm}^3$ . Ce matériau est choisi car l'atténuation des ondes élastiques y est assez faible. Ainsi, l'onde acoustique subit un grand nombre de réflexions avant de s'atténuer, et nous pouvons exciter un plus grand nombre de modes non dégénérés.

Une pastille piézoélectrique muRata PKS1-4A1, de diamètre 20 mm est utilisée pour faire vibrer la plaque. Elle est collée sur cette plaque au moyen d'une colle époxy. L'effet piézoélectrique permet de transformer une excitation électrique en un signal mécanique (et inversement). Ainsi, un signal électrique envoyé dans cette pastille permet de contrôler la vibration de la plaque. La plaque est posée sur des plots de mousse (3 ou 4 selon les dimensions de la plaque). Nous considérerons donc que les conditions aux bords de la plaque sont libres

Un vibromètre laser monté sur deux bras moteurs perpendiculaires permet de mesurer la vitesse de vibration de la plaque en tous les points. Le signal d'émission est créé sous MatLab. C'est un "chirp" dans la bande de fréquence entre 1 kHz et 18 kHz. Cela permet d'exciter continuellement toutes les fréquences dans la bande de fréquence considérée avec une amplitude suffisante. Il est émis en utilisant la sortie audio de l'ordinateur et est amplifié avant d'être transmis à la pastille piézoélectrique. Les sorties de l'amplificateur et du vibromètre laser sont branchées sur une carte son classique. Le déclenchement est effectué sur le signal d'excitation. Les signaux enregistrés sont échantillonnés à 44,1 kHz sur une durée de 186 ms (8192 points).

Ensuite, pour chaque point  $\vec{r}'$ , les spectres des signaux issus du laser  $S(\vec{r}', \omega)$  et du transducteur  $E(\vec{r}, \omega)$  sont calculés en utilisant la fonction `fft` de MatLab. Puis nous prenons le rapport des deux spectres afin d'obtenir la fonction de transfert du système (la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle) entre la source et

le récepteur. Ce sont ces fonctions de transfert qui sont enregistrées puis stockées.

$$H(\vec{r}, \vec{r}', \omega) = \frac{S(\vec{r}', \omega)}{E(\vec{r}, \omega)}. \quad (\text{II.1})$$

Généralement, les mesures de vibration sont effectuées sur une grille carrée avec un pas de 2 mm.

Ce dispositif expérimental nous permet d'obtenir la vibration de la totalité de la plaque dans la bande de fréquence voulue. En utilisant une transformée de Fourier temporel, nous sommes capables de mesurer précisément pour chaque fréquence l'amplitude de vibration sur la plaque. En moyennant, la distribution de cette amplitude de vibration à chaque fréquence, nous sommes capables de détecter les modes de vibration. En effet, la figure II.1 présente des pics d'amplitude à certaines fréquences.

Nous constatons, notamment à basse fréquence, des pics de forte amplitude et très fins. Ceux-ci correspondent à des modes de vibrations. Le signal enregistré étant assez long (186 ms) devant les dimensions caractéristiques de la plaque ( $L/c \approx 50 \mu\text{s}$ ), ces modes sont bien définis. À plus haute fréquence, au-dessus de 10 kHz, les pics ont une plus grande largeur. Ceci peut s'interpréter en considérant les pertes en dehors de la plaque par rayonnement acoustique.

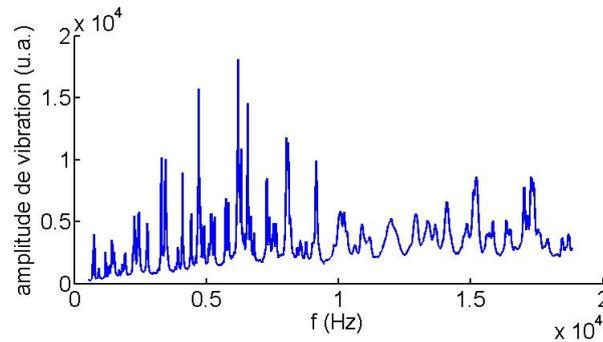


FIGURE II.1 – Amplitude de vibration d'une plaque carrée en Duralumin

En effet, la figure II.2 représente les courbes de dispersion d'une onde de flexion et d'une onde acoustique dans un milieu fluide de célérité  $c_0$ . Ces deux courbes se croisent à une fréquence  $\omega_c$  appelée fréquence de coïncidence. À cette fréquence, les vitesses de phase dans l'air et dans la plaque sont égales. Elle est donnée par l'équation suivante :

$$\omega_c = c_0^2 \sqrt{\frac{\rho h}{D}}. \quad (\text{II.2})$$

Nous pouvons aussi voir sur cette figure les ondes de flexions sont dispersives, alors que les ondes acoustiques qui se propagent dans l'air ne le sont pas.

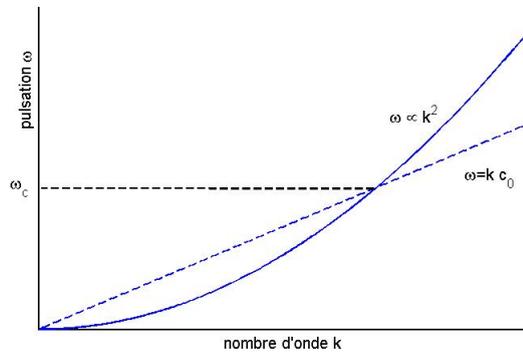


FIGURE II.2 – Courbes de dispersions d’une onde de flexion (trait continu) et d’une onde dans un milieu fluide de célérité  $c_0$  (en pointillés)

Pour la plaque étudiée, la fréquence de coïncidence vaut environ 11 kHz. En-dessous de cette fréquence, le couplage acoustique entre la plaque et l’air est très mauvais et est négligeable. On peut alors considérer la cavité comme étant fermée. Alors les modes ont une durée de vie assez longue (seulement limitée par l’atténuation dans la plaque). Le facteur de qualité des résonances est supérieur et les pics sont donc plus fins. De plus ces modes ont une plus grande énergie. Au-dessus de  $\omega_c$ , les pertes par rayonnement s’ajoutent à l’atténuation. Les modes ont une durée de vie plus courte et une largeur spectrale plus grande.

Nous avons étudié le temps d’absorption de la vibration dans la cavité à différentes fréquences pour mettre en évidence ce phénomène. Le temps d’absorption  $\tau_{abs}$  est défini dans le chapitre précédent comme le temps caractéristique de la décroissance exponentielle des signaux de vibration. À basse fréquence, l’atténuation dans la plaque est principalement due aux pertes viscoélastiques et thermoélastiques. À plus haute fréquence, les pertes par radiation viennent s’ajouter au temps d’atténuation [26]. Ainsi, en ne considérant que la bande de fréquence 1 kHz - 10 kHz, le temps d’atténuation est de l’ordre de 15 ms. Pour des fréquences supérieures, il est de 3 à 4 ms. La figure II.3 met en évidence la différence de décroissance des réponses impulsionnelles au-dessous et au-dessus de  $\omega_c$ . L’ensemble des réponses impulsionnelles enregistrées sur la plaque est pris en compte et l’enveloppe est tracée après filtrage dans la bande de fréquence désirée. Nous voyons bien que la décroissance est plus rapide au-dessus de 11 kHz, ce qui peut s’expliquer par l’augmentation des pertes par radiation.

À basses fréquences (en dessous de 11 kHz), les modes de la plaques ne se superposent pas et sont indépendants. La mesure de vibration avec le vibromètre laser nous permet d’observer la déformée de la plaque pour ces modes. La figure II.4 permet d’observer les modes mesurés expérimentalement.

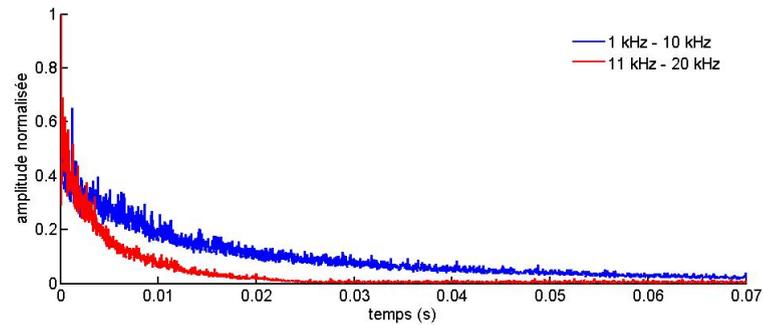


FIGURE II.3 – Mise en évidence de l'atténuation et du rayonnement. Enveloppe des réponses impulsionnelles pour la bande de fréquence 1kHz-10kHz et la bande 11kHz-20kHz.

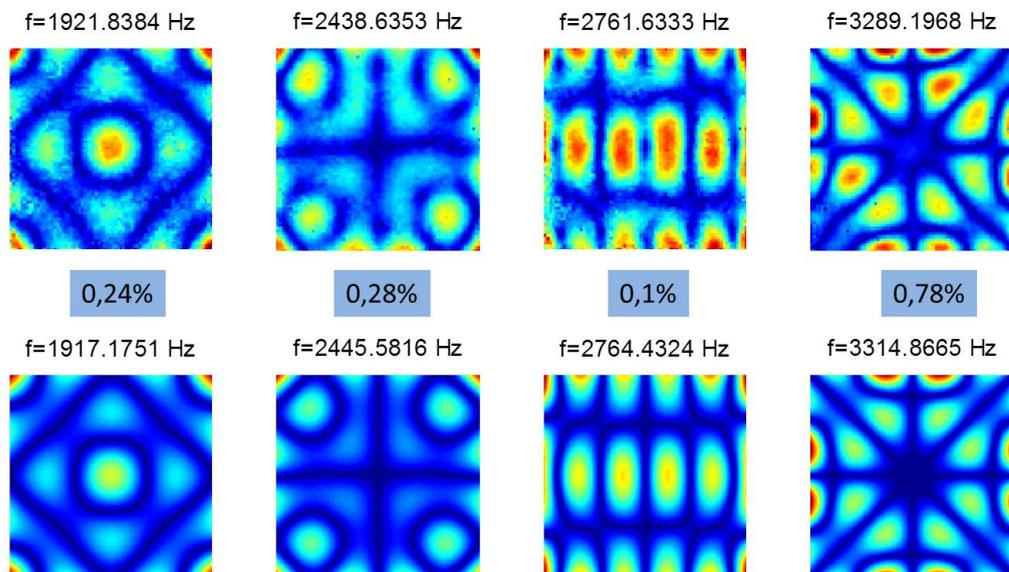


FIGURE II.4 – Amplitude de vibration normalisée pour différents modes. Comparaison entre expérience (haut) et simulation (bas). Au milieu : erreur relative sur les fréquences.

Nous avons confronté ces résultats expérimentaux à des simulations effectuées sous COMSOL. Dans ce programme, on effectue une recherche des valeurs propres de la plaque en utilisant un modèle de Mindlin. La théorie de Mindlin [27, 28] est une théorie plus précise que celle de Kirchhoff-Love. Elle reste valable pour des plus grandes valeurs du produit fréquence  $\times$  épaisseur. Dans ce cas, les effets de cisaillement transverse ne sont plus négligés. D'un point de vue simulation numérique, ils nous permettent de traiter les problèmes de vibrations de plaques en 2 dimensions et donc de réduire le nombre de mailles pour la résolution.

Nous pouvons alors obtenir la déformée de la plaque pour différents modes propres ainsi que les fréquences propres de la plaque. La figure II.4 nous montre l'amplitude normalisée pour différents modes que l'on peut comparer avec les résultats expérimentaux. On remarque un bon accord au niveau de l'information spatiale. De plus l'erreur sur la fréquence reste inférieure à 1%. L'utilisation de la simulation numérique permet donc d'obtenir de bons résultats sur la vibration des plaques et la recherche de modes. Celle-ci va nous être utile par la suite.

### II.1.2 Rayonnement acoustique d'une plaque infinie

Nous souhaitons utiliser le rayonnement de la plaque pour pouvoir s'en servir d'antenne acoustique par la suite. C'est pourquoi nous souhaitons étudier le couplage de la plaque avec l'air. Ci-dessus, l'existence d'une fréquence de coupure a été mise en évidence graphiquement, en comparant les relations de dispersion. Nous allons expliquer ici son origine et ce qui se passe de part et d'autre de cette fréquence au niveau du rayonnement acoustique.

On considère dans un premier temps le cas d'une plaque infinie couplée à un fluide de densité  $\rho_0$  et où la vitesse des ondes acoustique est  $c_0$ . Dans ce cas, la charge du fluide doit être prise en compte et l'équation (I.7) comporte un second terme :

$$D\Delta^2 w(x, y) + \rho_s h \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial t^2} = p(x, y, 0^+) - p(x, y, 0^-). \quad (\text{II.3})$$

Nous pouvons aussi écrire dans le milieu fluide l'équation suivante :

$$\Delta p(x, y, z) + k_0^2 p(x, y, z) = 0. \quad (\text{II.4})$$

Avec  $k_0 = \omega/c_0$  le nombre d'onde dans le fluide. Et à l'interface, le couplage entre la plaque et le fluide se traduit par :

$$\frac{\partial p(x, y, 0)}{\partial z} = \omega^2 \rho_0 w(x, y). \quad (\text{II.5})$$

La continuité de la composante tangentielle du nombre d'onde à l'interface implique :

$$\left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{\rho_s h \omega^2}{D}} + k_z^2\right). \quad (\text{II.6})$$

Ainsi la composante normale du nombre d'onde vaut :

$$k_z = \frac{\omega}{c_0} \sqrt{1 - \frac{c_0^2}{\omega} \sqrt{\frac{\rho_s h}{D}}}. \quad (\text{II.7})$$

Cette dernière équation fait apparaître la fréquence de coïncidence  $f_c$  :

$$f_c = \frac{c_0^2}{2\pi} \left(\frac{\rho_s h}{D}\right)^{1/2}. \quad (\text{II.8})$$

Suivant la valeur de la fréquence d'excitation par rapport à cette fréquence de coïncidence, on peut distinguer deux cas :

- $f < f_c$  : alors  $k_z$  est imaginaire et  $c_f < c_0$ , les ondes dans la plaque sont subsoniques et ne se propagent pas dans l'air ;
- $f > f_c$  : alors  $k_z$  est réel et  $c_f > c_0$ , les ondes dans la plaque sont supersoniques et se propagent. Le facteur de rayonnement est non nul.

On peut définir l'impédance de rayonnement de la plaque par unité de surface comme le rapport entre la pression et la vitesse normale au niveau de la plaque pour le cas supersonique :

$$Z_0 = \rho_0 c_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{f_c}{f}}}. \quad (\text{II.9})$$

Dans ce cas  $Z_0$  est réelle et est purement résistive. Dans le cas subsonique, on aura une impédance purement imaginaire. Ainsi, nous voyons que le couplage entre la plaque et l'air est meilleur au-dessus de  $f_c$ . En-dessous les ondes rayonnées sont évanescentes. Cependant, une plaque finie rayonne quand-même de l'énergie acoustique par ses bords au-dessous de  $f_c$ .

### II.1.3 Rayonnement acoustique de plaques finies - Formulation intégrale

Nous allons exprimer la pression rayonnée par une plaque à une fréquence donnée. On se place dans le cas d'un volume  $V$  ne contenant pas de sources et entouré par une surface  $S$ . En régime monochromatique, nous pouvons utiliser la transformée

de Fourier pour simplifier l'équation de Helmholtz-Kirchhoff (définie dans le premier chapitre, à l'équation (I.4)). Les produits de convolution temporels sont alors remplacés par de simples produits et nous trouvons alors l'équation suivante :

$$p(\vec{r}, \omega) = \iint_S \left[ p(\vec{r}_S, \omega) \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}_S, \omega)}{\partial n_S} - G(\vec{r}, \vec{r}_S, \omega) \frac{\partial p(\vec{r}_S, \omega)}{\partial n_S} \right] dS. \quad (\text{II.10})$$

En général, une telle équation ne peut être résolue que grâce à des techniques numériques. On voit notamment que la résolution demande la connaissance de la pression sur la surface et de la dérivée normale de la pression. Cependant, compte tenu de la géométrie de la source dans notre cas, on peut la simplifier.

L'intégration doit être ramenée sur un plan (celui de la plaque). Pour cela, la surface d'intégration est constituée d'une partie plane  $\Pi_R$  et d'une portion de sphère  $S_R$  de centre  $\vec{r}_0$  et de rayon  $R$  (voir figure II.5). On fait tendre ce rayon vers l'infini.

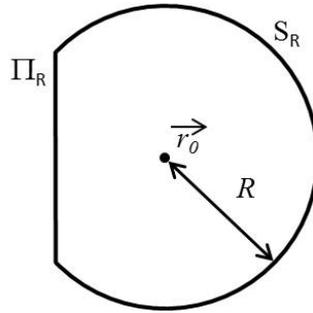


FIGURE II.5 – Surface d'intégration considérée. On fait tendre  $R$  vers l'infini.

Pour pouvoir se limiter à la surface plane, il faut considérer la condition de Sommerfeld :

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \left[ \left( \frac{\partial \phi(\vec{r})}{\partial n} - ik\phi(\vec{r}) \right) R \right] = 0. \quad (\text{II.11})$$

Celle-ci est valable en considérant que en champ lointain, le champ acoustique est assimilable à une onde sphérique et varie donc en  $1/R$ . Ainsi, l'intégrale de l'équation (II.10) se réduit à une intégrale sur un plan.

Dans le cas d'une plaque finie, l'équation peut encore se simplifier sous certaines conditions. Suivant les conditions de baffle mou ou baffle rigide qui entoure la plaque, le choix d'une fonction de Green appropriée peut permettre d'éliminer un terme dans l'intégration.

Soit on considère que la plaque est entourée par un baffle rigide. On parle des conditions de Neumann homogène. Dans ce cas, on peut affirmer que la vitesse normale au plan du baffle est nulle. Il est alors intéressant de prendre une fonction de

Green dont la dérivée normale à la plaque s'annule sur ce plan. La méthode consiste à utiliser la fonction de Green dans le vide définie par l'équation (I.6) puis à ajouter un terme de façon à annuler cette nouvelle fonction sur le plan de la plaque. Pour cela, on peut utiliser le principe des sources images pour plus de détails, voir [29]). On peut alors simplifier l'équation (II.10).

$$p(\vec{r}, \omega) = \frac{j\rho_0\omega}{2\pi} \int_{\Pi} v_n(\vec{r}_S, \omega) \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}_S|}}{|\vec{r}-\vec{r}_S|} dS. \quad (\text{II.12})$$

Où  $v_n$  représente la vitesse normale à la plaque. Elle a été introduite en utilisant l'équation d'Euler :  $\partial p / \partial n_s = -j\rho\omega v_n$ .

Un autre cas correspond à un baffle mou. Ce sont les conditions de Dirichlet homogène pour lesquelles la pression au niveau du baffle est nulle. Alors, en utilisant une fonction de Green qui s'annule sur le plan de la plaque, on obtient :

$$p(\vec{r}, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Pi} p(\vec{r}_S, \omega) \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}_S|}}{|\vec{r}-\vec{r}_S|} \left( \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}_S|} + jk \right) \cos(\theta) dS. \quad (\text{II.13})$$

Ainsi, dans ces cas simples, en choisissant les bonnes conditions de baffle au niveau de la plaque, le rayonnement de la plaque peut être caractérisé entièrement à partir de la connaissance de la pression ou de la vitesse à sa surface.

## II.2 Retournement Temporel Synthétique

Dans le cas du retournement temporel classique, comme introduit dans le premier chapitre, la connaissance des réponses impulsionnelles du milieu entre l'émetteur et le point de focalisation est indispensable.

En effet pour focaliser en un point, la réponse impulsionnelle en ce point doit être connue, afin de pouvoir être inversée puis réémise. Hors pour pouvoir réaliser une antenne acoustique capable de focaliser une onde n'importe où dans un volume, cela peut demander un très grand nombre de signaux à préenregistrer. Ce procédé peut s'avérer très long et requiert une mémoire informatique très importante.

Comme nous l'avons vu, pour une plaque entourée d'un baffle souple ou rigide, le rayonnement dans un milieu libre peut être assez facilement calculé. Il suffit de considérer les bonnes conditions aux bords de notre plaque et de connaître les réponses impulsionnelles en vibration. Ainsi les réponses impulsionnelles rayonnées dans l'air peuvent être calculées pour effectuer un retournement temporel synthétique.

### II.2.1 Construction des signaux

À partir de maintenant, les signaux électroniques sont émis et reçus en utilisant une nouvelle électronique plus haute fréquence. En effet, dans le chapitre précédent, nous avons expliqué que le contraste de focalisation dépend du nombre de modes excités dans la plaque. En augmentant la bande de fréquence utilisée, nous augmentons le nombre de modes excités. De plus, la résolution dépend de la plus petite longueur d'onde excitée. Ainsi, en travaillant à plus haute fréquence, nous pourrions aussi améliorer la résolution des antennes acoustiques.

La carte d'acquisition est une carte Agilent qui permet d'échantillonner des signaux jusqu'à 500 kHz avec une dynamique de 16 bits. Le vibromètre laser est toujours utilisé pour mesurer la vibration sur la surface de la plaque.

Les signaux émis sont des "chirps" allant de 5 kHz à 100 kHz. La totalité de la surface de la plaque est balayée par le vibromètre afin d'obtenir le spectre en vibration en tous les points. Les signaux sont échantillonnés à 500 kHz et durent 16 ms.

Afin de construire les réponses impulsionnelles rayonnées, on considère que nous avons approximativement un baffle souple. l'équation (II.13) peut donc être utilisée afin de reconstruire le champ de pression rayonné. Pour utiliser cette équation, il faut auparavant connaître la pression au niveau de la surface de la plaque. Pour cela, on utilise d'abord l'équation (II.12) pour calculer  $p(z = 0)$  dans le cas d'un baffle rigide. Cette méthode de calcul s'inspire de la méthode itérative développée par Williams [30]. Ici, on se limite à une seule itération.

En utilisant cette méthode nous sommes donc capables de calculer des réponses impulsionnelles rayonnées par la plaque en ne connaissant que sa vibration. Nous pouvons voir cette méthode comme une conséquence du principe de Huygens-Fresnel, où les sources secondaires sont les différents points où nous avons mesuré la vibration de la plaque.

Nous avons effectué le calcul pour un point à 150 mm de la plaque. Afin de contrôler la précision de la méthode, nous avons comparé ce signal synthétique à celui mesuré au moyen d'un microphone. Nous utilisons un microphone Bruel & Kjaer qui dispose d'une large bande passante (de 0 à 100 kHz). Des mesures du champ de pression acoustique sont effectuées à 150 mm au-dessus de la plaque et comparées à des réponses en pression calculées à partir de la vibration. La corrélation en phase est de l'ordre de 75% (voir figure II.6) sur la bande de fréquence considérée. C'est en effet l'information en phase qui reste la plus importante lors de la focalisation. Il est d'ailleurs possible dans certains cas de faire du retournement temporel 1 bit, c'est-à-dire en ignorant l'information en amplitude [31]. Nous pouvons donc conclure que la méthode utilisée pour calculer les réponses impulsionnelles est satisfaisante.

Ces réponses impulsionnelles peuvent être utilisées pour effectuer une focalisation par retournement temporel.

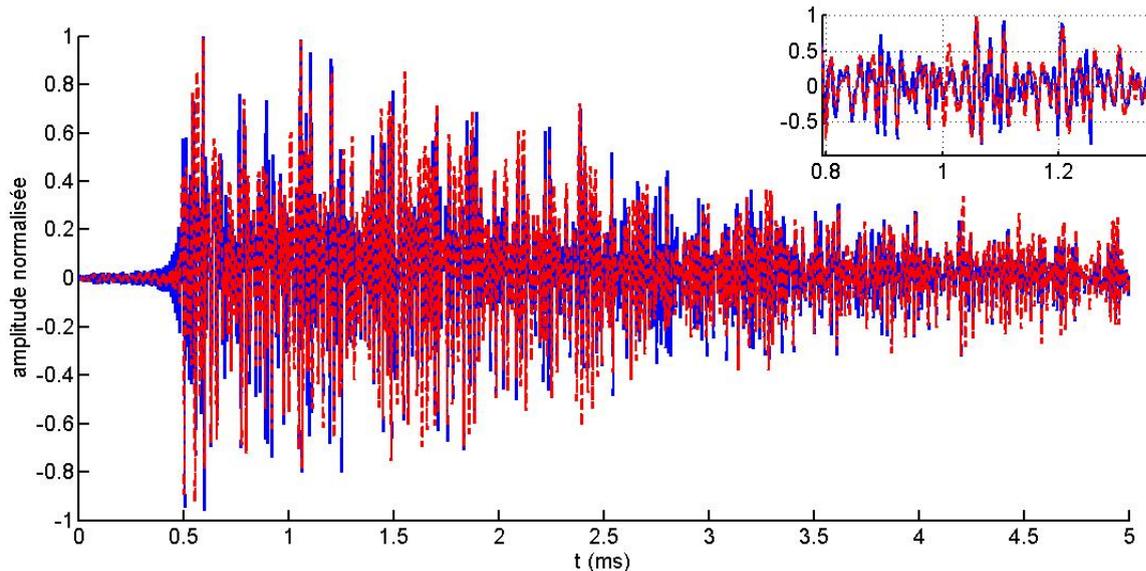


FIGURE II.6 – Réponses impulsionnelles mesurée (pointillé rouge) et calculée (trait continu bleu). Le coefficient de corrélation atteint 0.76. Insert : détail des signaux entre 0.8 et 1.4 ms.

En utilisant cette technique, une base de données de réponses impulsionnelles rayonnées peut être construite assez rapidement pour un plan ou un volume. Une fois ces réponses impulsionnelles calculées, elles peuvent être retournées et réémises. La focalisation est alors possible pour n'importe quel point en face de la plaque.

## II.2.2 Application à la focalisation

En continuant avec la même plaque, des expériences de focalisation ont pu être mises en œuvre. Le retournement temporel est utilisé pour faire de la focalisation monovoie en face de la plaque. Nous utilisons un unique transducteur sur une large bande de fréquence pour pouvoir réaliser des expériences de focalisation impulsionnelle. Ce système ne permet pas de réaliser des focalisations en régime monochromatique. En effet, comme nous l'avons expliqué, le transducteur piézoélectrique permet de contrôler un nombre fini de modes de plaque. En contrôlant la phase de ces modes il est possible de focaliser spatialement l'onde. Dans le cas d'un signal monochromatique, l'utilisation d'un seul capteur ne permet de ne contrôler qu'un seul mode. Le contrôle de la focalisation d'une onde acoustique n'est donc pas possible dans ce cas, à moins de disposer d'une lentille.

En appliquant le bon déphasage pour chacun de ces modes, il est possible de

choisir la position où ils vont se sommer de manière constructive. L'utilisation du retournement temporel permet de réaliser une telle opération expérimentalement.

Les réponses impulsionnelles synthétisées sont utilisées pour effectuer une focalisation dans le plan parallèle à la plaque, situé à 150 mm au-dessus d'elle. Il est ainsi possible d'obtenir une image 2D de focalisation en utilisant le microphone. Nous ne prenons que le début des réponses impulsionnelles sur une durée de 8 ms. En plaçant le microphone, en face de l'axe de la plaque, les réponses impulsionnelles retournées sont émises une à une. La pression mesurée au point focal est représentée sur la figure II.7. Nous voyons que le pic de recompression temporel ne mesure plus que quelques microsecondes alors que le signal initial s'étale sur 8 ms.

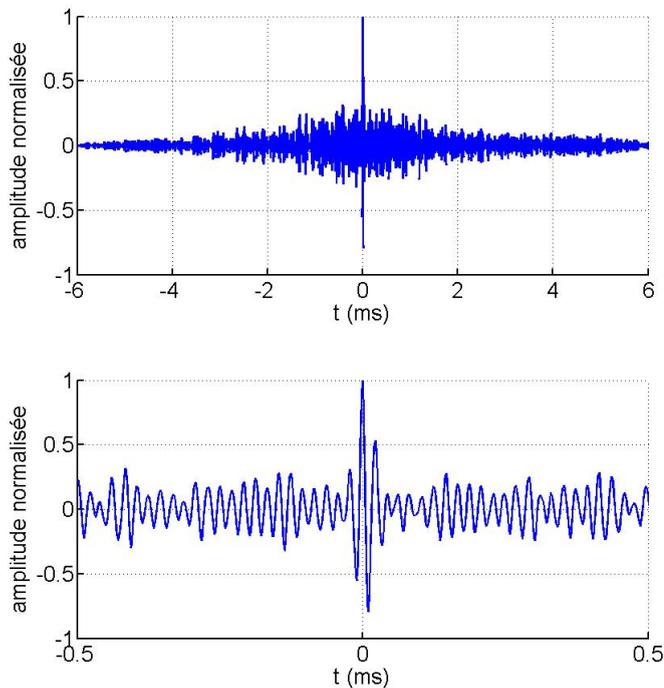


FIGURE II.7 – Recompression temporelle au point de focalisation. Le temps de focalisation est arbitrairement choisi comme origine des temps.

Dans le plan parallèle à la plaque, la focalisation spatiale apparaît aussi. Chaque pixel de la figure II.8 représente la pression mesurée au temps de focalisation. Cette figure de focalisation laisse apparaître de très forts lobes secondaires dus aux symétries de la plaque. Le contraste n'est donc pas très bon. La comparaison de l'intensité au point de focalisation à l'intensité moyenne dans un carré de 50 mm de côté autour donne un contraste de 17 dB environ.

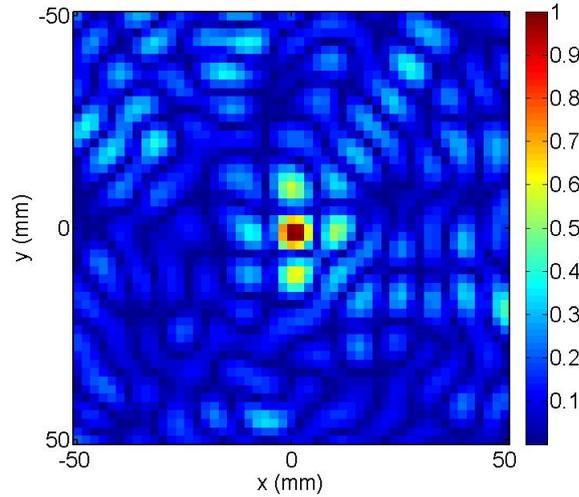


FIGURE II.8 – Caractérisation spatiale du champ acoustique focalisé à 150 mm de la plaque.

### II.2.3 Amélioration du procédé de focalisation

Pour effectuer la focalisation dans l'air, la capacité à mélanger les ondes d'une cavité est utilisée. Dans cette cavité, des modes de vibration apparaissent avec de fortes amplitudes. Chacun de ces modes présente une amplitude différente. De plus la transmission des ondes acoustique de la cavité à l'air dépend aussi de la fréquence. Afin d'améliorer la focalisation, une technique de type filtre inverse peut être utilisée.

Jusque maintenant, le retourné temporel de la réponse impulsionnelle est réémis simplement dans la plaque. Ainsi, au point de focalisation, le signal obtenu sera le signal émis convolué avec la réponse impulsionnelle du milieu. D'un point de vue fréquentiel le retournement temporel correspond à une inversion de phase à toutes les fréquences. Le signal au point focal est donc de la forme :

$$S(\vec{r}', \omega) = H^*(\vec{r}, \vec{r}', \omega) H(\vec{r}, \vec{r}', \omega) = |H(\vec{r}, \vec{r}', \omega)|^2. \quad (\text{II.14})$$

Où \* représente le complexe conjugué. Ainsi chaque fréquence n'a pas une intensité égale. Le retournement temporel va maximiser l'énergie au point de focalisation en mettant en phase toutes les fréquences. C'est ce qu'on appelle un filtre adapté. Cependant, un tel filtre n'est pas optimum en termes de focalisation spatiale. Les modes d'intensité faible seront d'autant plus affaiblis et ne participeront pas à la focalisation. Seuls les modes avec une forte intensité sont donc utilisés. Les lobes secondaires restent donc assez forts.

Des recherches [32] ont été menées pour effectuer une focalisation par filtre inverse. Avec un seul transducteur, cette approche peut être simplifiée. Si nous sou-

haitons améliorer le retournement temporel, il faut amplifier les fréquences qui ne se propagent pas bien dans la cavité et qui sont moins bien rayonnées en dehors de celle-ci. Ceci permet donc d'utiliser tous les modes présents dans la cavité pour la focalisation de l'onde rayonnée. Pour cela il faut pondérer les modes par l'inverse de leur énergie. Ainsi, si on divise  $H^*$  par sa norme au carré, lors de la repropagation, tous les modes auront la même intensité au point de focalisation. Le retournement temporel assurant qu'ils sont en phase, la focalisation sera améliorée et les lobes secondaires auront une plus faible amplitude.

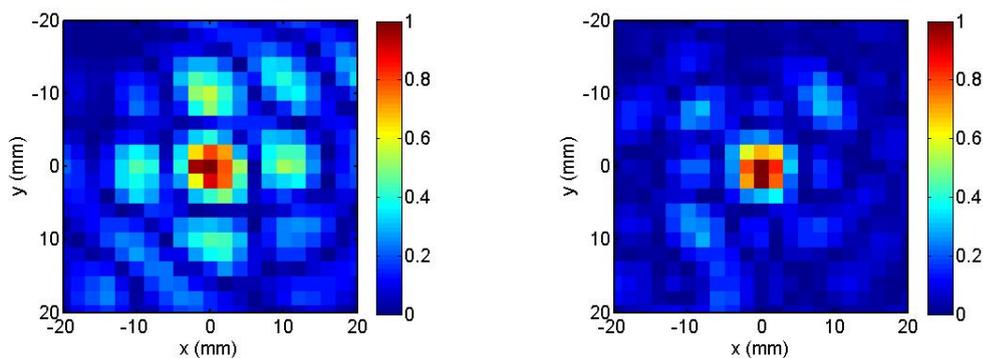


FIGURE II.9 – Tâches focales obtenues par Retournement temporel simple (gauche) et par filtre inverse (droite). La focalisation est effectuée à 150 mm de la plaque.

L'expérience a été réalisée en utilisant toujours la même plaque, mais avec les signaux expérimentaux cette fois-ci. En effet, la reconstruction synthétique n'étant pas parfaite, l'utilisation du filtre inverse risque d'amplifier les erreurs. On se place toujours à 150 mm de la plaque et on mesure les signaux reçus au moyen du microphone. La figure II.9 nous montre l'amplitude normalisée dans le plan parallèle à la plaque. On voit que les lobes secondaires sont très fortement atténués augmentant fortement le contraste, avec un gain de 7 dB. De plus, les hautes fréquences étant aussi amplifiées lors de l'émission, des modes ayant des plus petites fréquences spatiales vont aussi participer à la focalisation. Ainsi, la tâche focale est plus petite et la résolution est elle aussi améliorée.

De plus, comme toutes les fréquences sont présentes avec la même intensité au point focal, le signal temporel est aussi beaucoup plus propre. La figure II.10 permet de voir le signal temporel mesuré au point de focalisation.

Cependant, un tel filtre ne maximise pas l'énergie du signal focalisé. En effet, l'énergie émise dans la cavité est répartie sur toutes les fréquences, même celles qui ne rayonnent pas très bien. Donc, il faut trouver le bon compromis entre énergie acoustique focalisée et qualité de focalisation.

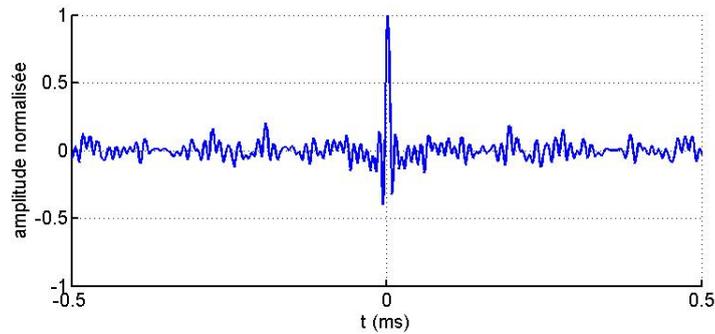


FIGURE II.10 – Recompression temporelle au point de focalisation par filtre inverse. Le temps de focalisation est arbitrairement choisi comme origine des temps.

## II.3 Performances du système

Nous avons montré qu'il était possible d'utiliser une simple plaque carrée en Duralumin pour fabriquer une antenne acoustique. Cependant, cette antenne ne dispose pas d'une capacité de focalisation parfaite. Ici nous allons voir comment évoluent les capacités de focalisation. Nous verrons tout d'abord l'évolution de la résolution avec la profondeur de focalisation. Puis nous nous intéresserons à l'influence du nombre de modes utilisés en modifiant la taille de la cavité et le nombre de transducteurs utilisés.

### II.3.1 Influence de la profondeur de focalisation

Une étude a été menée sur l'évolution de la taille de la tâche focale en fonction de la profondeur de focalisation. Pour chaque profondeur de focalisation, les réponses impulsionnelles sont modélisées numériquement sur un plan de 10 cm de côté. Pour cela, nous utilisons la méthode présentées précédemment. Puis elles sont retournées et réémises une à une.

Le microphone est placé à plusieurs positions près du centre de ce plan (nous restons confiné dans un carré de 2 cm autour du centre afin de s'affranchir des effets de diffraction qui sont plus forts sur les bords). Ceci permet donc de mesurer le champ de pression pour plusieurs positions de focalisation.

Nous effectuons les mesures pour différentes hauteurs allant de 5 cm à 40 cm. À chaque hauteur, nous faisons la moyenne des tailles de tâche focale à mi-hauteur.

La focalisation ne s'effectue pas tout à fait en champ lointain. Deux régimes apparaissent donc sur la figure II.11. En champ très proche, la taille de la tâche focale reste quasiment constante et de l'ordre de 7 mm. Cette taille correspond aussi à la taille d'une tâche focale pour une focalisation dans la plaque. C'est aussi la moitié de la longueur d'onde moyenne dans la plaque :

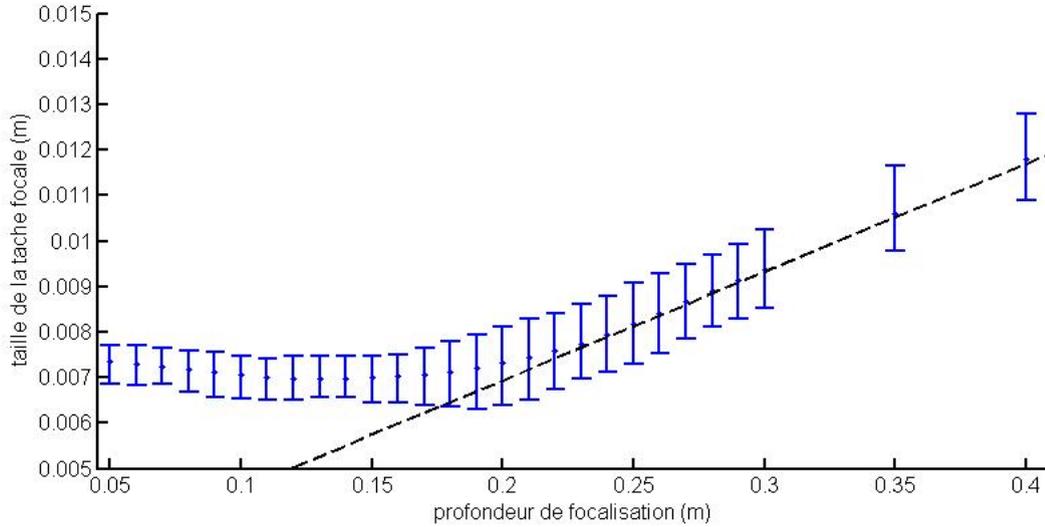


FIGURE II.11 – Évolution de la taille de la tache focale en fonction de la profondeur de focalisation.

$$\lambda_{moyenne} = \sqrt{\frac{2\pi}{f_{centrale}}} \left( \frac{D}{\rho h} \right)^{1/4} \approx 14 \text{ mm}. \quad (\text{II.15})$$

En effet, lors de la focalisation par rayonnement acoustique de la plaque, ce sont les modes de la plaque qui vont être rayonnés dans le milieu environnant. Le champ acoustique rayonné près de la plaque et "loin" des bords conservera donc les motifs spatiaux des modes de plaque lors de la propagation. Le nombre de modes et leur résolution reste donc le même.

Par contre, plus loin de la plaque, les modes rayonnés sont diffractés aussi au niveau de l'axe de la plaque. Les plus hautes fréquences spatiales vont disparaître. Alors, la tâche focale devient plus grande et la résolution devient moins bonne. Une évolution linéaire de la taille de la tâche focale avec la profondeur peut être observée sur la figure II.11. Une ouverture équivalente du système peut être calculée selon la loi de la diffraction qui donne l'évolution de la taille de tâche focale avec la profondeur. Elle est environ de 14,7 cm. La focalisation utilise donc bien la totalité de la surface de la plaque qui est de 15 cm de côté.

### II.3.2 Taille de la cavité

Comme expliqué précédemment, le nombre de modes excités dans la cavité est important du point de vue de la focalisation. Ce sont les modes de vibration qui permettent de contrôler spatialement l'onde rayonnée. La densité modale acoustique pour une onde dans une cavité a été largement étudiée. Dans le cas d'une plaque,

Cremer [33] propose une formule approchée pour le nombre de modes en dessous d'une fréquence  $f$  :

$$N(f) = \frac{k^2 S}{4\pi}, \quad (\text{II.16})$$

avec  $k$  le nombre d'onde dans la plaque et  $S$  sa surface. Introduisons le facteur  $\alpha$  défini par

$$\alpha^2 = 2\pi \sqrt{\frac{D}{\rho h}}. \quad (\text{II.17})$$

En utilisant la relation de dispersion des ondes de flexions (I.9) et en dérivant l'équation (II.16) par rapport à la fréquence, on trouve alors la densité modale  $n$  :

$$n = \frac{\pi S}{\alpha^2}. \quad (\text{II.18})$$

Un terme correctif dépendant du périmètre de la plaque et des conditions aux bords peut être introduit comme expliqué par Xie [34] ou Blevins [35].

Dans ce cas simple, on remarque que la densité modale d'une plaque est constante et qu'elle est proportionnelle à sa surface. Nous avons donc décidé d'utiliser des plaques de différentes surfaces et d'effectuer des opérations de focalisation. Les plaques utilisées sont des plaques carrées en Dural, d'épaisseur 1 mm et de côté 100, 150 et 200 mm.

Dans un premier temps, la vibration de ces plaques est mesurée afin de mettre en évidence l'augmentation du nombre de mode avec la surface. La figure II.12 montre les amplitudes de vibration des différentes plaques entre 20 et 50 kHz. On voit que le nombre de pics augmente lorsque la surface augmente. Il y a donc bien de plus en plus de modes excités.

Taille de la plaque (mm <sup>2</sup> )	Nombre de modes théoriques	Nombre de modes expérimentaux
100x100	281	154
150x150	632	219
200x200	1124	258

TABLE II.1 – Évolution théorique et expérimentale du nombre de modes avec la surface de la plaque

Expérimentalement, entre 5 et 100 kHz on trouve un nombre de modes très inférieur au nombre théorique donné par la formule (II.18) (voir tableau II.1). Ceci peut être expliqué par plusieurs phénomènes.

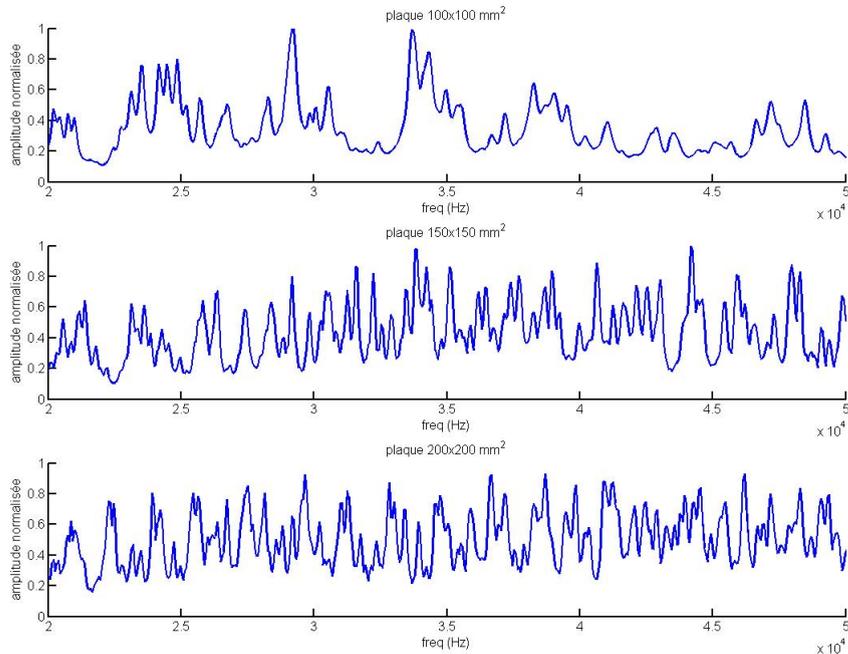


FIGURE II.12 – Comparaison des vibrations des différentes plaques sur la bande 20 kHz - 50 kHz.

Le nombre de capteur limité (ici un seul), ne permet pas d'exciter tous les modes indépendamment. De plus certains modes peuvent présenter un nœud de vibration au niveau du capteur et ne sont donc pas du tout excités.

Du fait du couplage de la plaque avec l'air, les modes ont une largeur non négligeable et vont donc se recouvrir. Ce phénomène est amplifié du fait de l'échantillonnage numérique. Les signaux sont échantillonnés à 500 kHz comportent 8192 points. Nous pouvons donc accéder seulement à 1500 fréquences environ entre 5 et 100 kHz. Si des modes sont trop proches en fréquence ils ne pourront pas être discriminés.

Cependant, on observe bien une augmentation du nombre de modes avec la surface.

Ainsi, des expériences de focalisation par retournement temporel ont été effectuées avec ces 3 plaques. À chaque fois, on se place à une distance telle que le rapport  $F/D$  soit égal à 1. Ainsi le contraste obtenu passe de 16 dB à 17 dB puis 19 dB pour des focalisations proche de l'axe. La figure II.13 montre bien que les lobes secondaires sont atténués quand la surface de la plaque est augmentée.

Pour ces trois différentes plaques, la résolution reste la même. En effet, la taille de la tâche focale dépend de la plus petite longueur d'onde excitée. Bien que le nombre de modes augmente avec la surface de la plaque, la bande de fréquence reste la même et donc la longueur d'onde moyenne aussi.

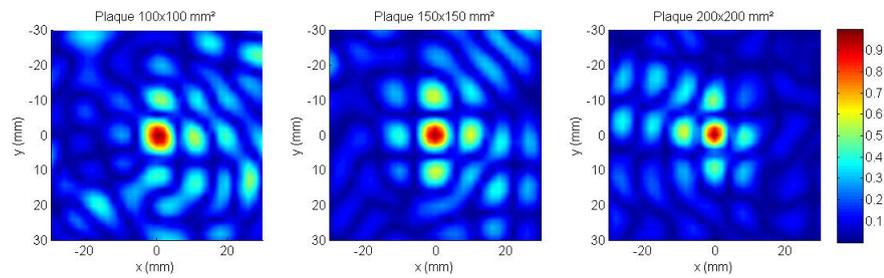


FIGURE II.13 – Comparaison pour des focalisations en face de l’axe pour  $F/D = 1$ .

### II.3.3 Nombre de capteurs

Jusqu’à maintenant nous n’avons utilisé qu’un seul capteur pour mettre la plaque en vibration et pour focaliser une onde. Or la position de ce capteur ne permet pas d’exciter tous les modes de la plaque. En effet, certains modes peuvent présenter un nœud au niveau du capteur. Nous avons donc équipé une plaque de dimensions  $100 \times 100 \text{ mm}^2$  avec 8 capteurs piézoélectriques de diamètre 10 mm (voir figure II.14).

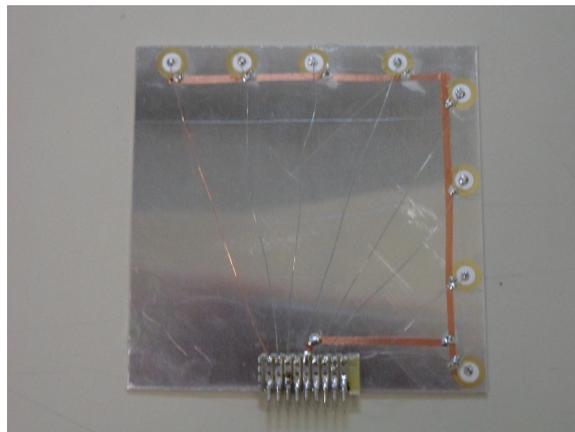


FIGURE II.14 – Photo de la plaque équipée de 8 transducteurs.

Nous souhaitons voir si le contraste augmente avec le nombre de capteurs. Théoriquement, si chaque capteur excite des modes indépendants, le contraste devrait aussi augmenter avec la racine du nombre de capteurs.

La figure II.15 représente l’évolution du contraste avec le nombre de capteurs pour des opérations de focalisation par retournement temporel simple ou en utilisant un filtre inverse. Les mesures sont réalisées à 100 mm de la plaque.

Dans les 2 cas, le contraste augmente avec le nombre de capteurs. Cependant l’évolution du contraste décroche de la courbe théorique au-delà de 2 capteurs. En effet, l’augmentation du nombre de capteurs permet de contrôler un plus grand nombre de degrés de libertés spatiaux. Cependant, dans les plaques les degrés de

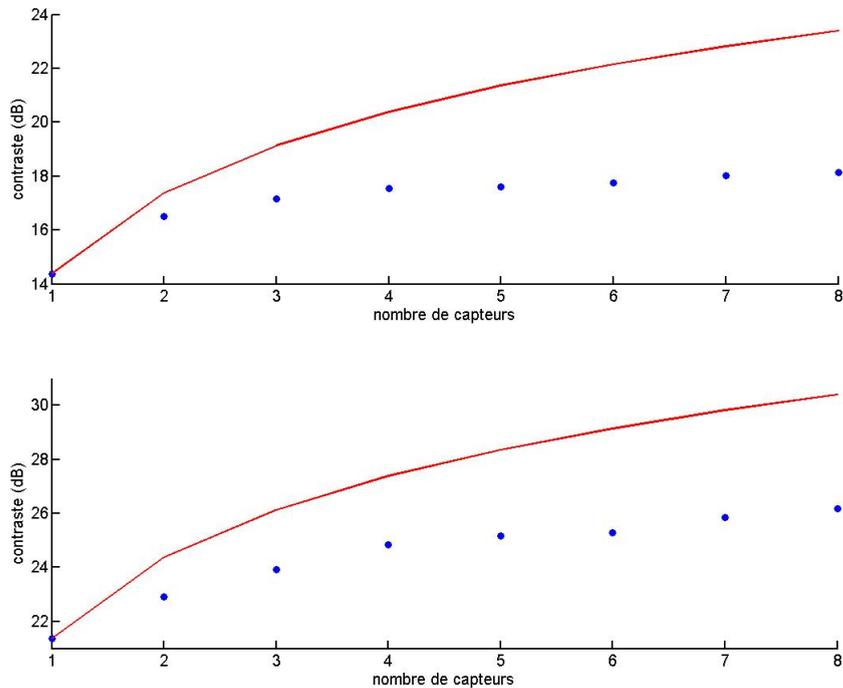


FIGURE II.15 – Évolution du contraste avec le nombre de capteurs. Résultats expérimentaux (bleu) et théorie (rouge) dans le cas du retournement temporel simple (haut) ou de l'utilisation d'un filtre inverse (bas).

libertés sont les modes de vibration et ils sont en nombre limité. Nous voyons donc que le contraste semble saturer autour de 18 dB.

La figure II.15 permet aussi de confirmer que l'utilisation du filtre inverse permet d'utiliser un plus grand nombre de modes. En effet, le contraste est meilleur que pour un retournement temporel simple, mais il reste encore en dessous de l'évolution théorique.

Pour expliquer la saturation du contraste, la vibration de la plaque est mesurée pour chaque capteurs en utilisant le vibromètre laser. Sur la figure II.16(a), l'amplitude de vibration totale est tracée pour 4 différents capteurs sur la bande de fréquence 20 kHz - 40 kHz. Nous voyons que les quatre courbes ont des maxima en communs (correspondant à des modes communs). Cependant, à certaines fréquences, des modes ne sont pas excités par certains capteurs. Autour de 22.5 kHz (fréquence correspondant aux pointillés), nous voyons que la courbe du capteur 4 diffère des trois autres. Les figures du bas représentent l'amplitude de vibration normalisée pour une excitation par chacun des 4 capteurs à 22.5 kHz. Pour les 3 premiers capteurs (figures II.16(c) à (d)), les modes de vibration sont quasiment les mêmes. Par contre pour le quatrième capteur (figures II.16(e)), la déformée de la plaque est différente. Pour les 3 premiers capteurs, l'amplitude de vibration est très

forte autour de 22.5 kHz. C'est donc le mode correspondant à cette fréquence qui domine. Dans le cas du quatrième capteur, l'amplitude de vibration à 22.5 kHz est bien plus faible qu'à 22.8 kHz, c'est pourquoi la déformée de la plaque est différente. Le mode correspondant à 22.5 kHz n'est pas du tout excité par ce capteur.

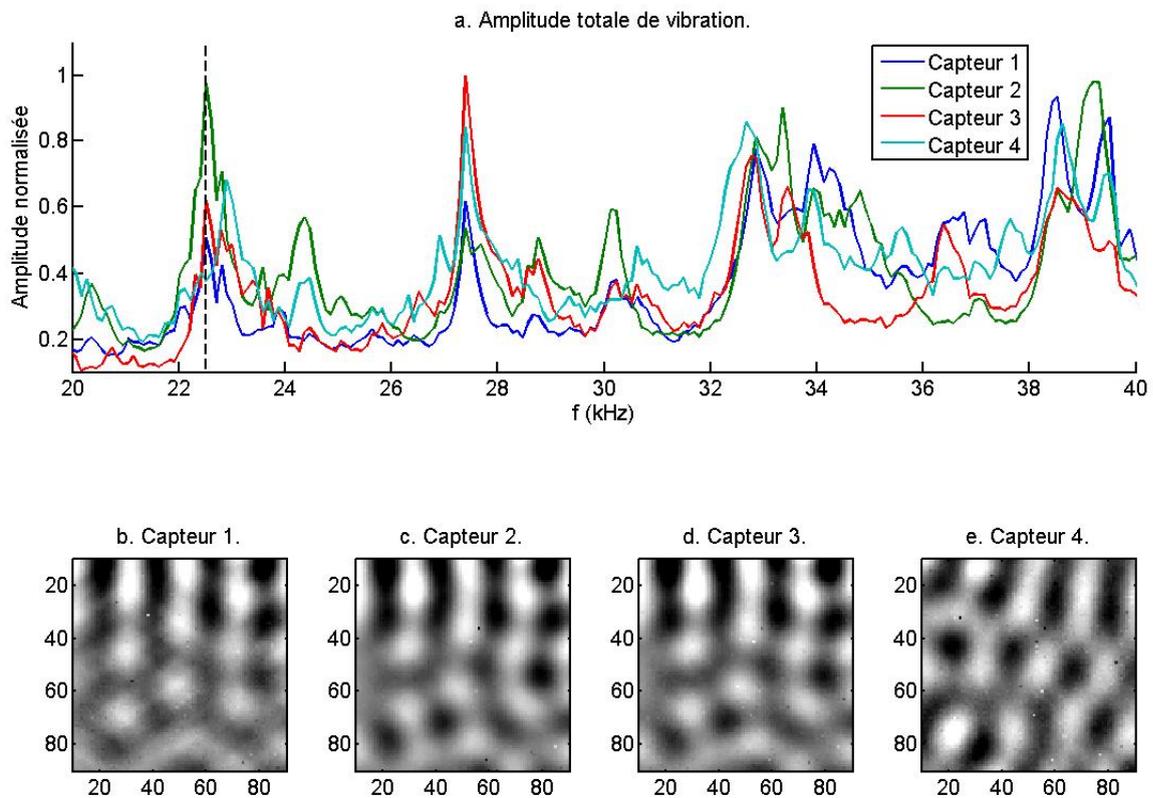


FIGURE II.16 – a : Amplitude total de vibration normalisée pour chacun des 4 capteurs sur la bande 20 kHz - 40 kHz. b à e : Déformée de la plaque pour chacun des 4 capteurs à 22.5 kHz.

Ainsi, nous voyons que les capteurs n'excitent pas tous des modes indépendants. C'est pourquoi le gain de contraste est bien inférieur au gain théorique. Même avec un très grand nombre de capteurs, le contraste restera limité par le nombre de modes. C'est pourquoi, il faut s'orienter vers d'autres géométries d'antennes qui permettraient d'augmenter le nombre de modes.

## II.4 Conclusion

Dans ce chapitre, la faisabilité d'une antenne acoustique plane mono-élément a été étudiée.

Pour cela, le rayonnement acoustique de plaque est décrit d'un point de vue modal. Les conditions aux bords des plaques vont imposer l'existence de certains modes géométriques à certaines fréquences. Les formes spatiales de ces modes vont être transmises au milieu environnant. Ainsi les degrés de liberté temporels sont convertis en degrés de liberté spatiaux. La focalisation spatiale est obtenue en contrôlant la phase de ces modes de plaque rayonnés. Le retournement temporel permet d'imposer une phase à ces modes de façon à ce qu'ils se somment constructivement au point de focalisation.

Cependant l'utilisation de la technique de retournement temporel requiert la connaissance *a priori* des réponses impulsionnelles du milieu. C'est pourquoi la technique de retournement temporel synthétique a été introduite. Elle permet de calculer n'importe quelle réponse impulsionnelle dans le milieu à partir seulement de la connaissance de la vibration de la plaque. Ceci permet de contrôler assez simplement la position de focalisation de l'onde acoustique pour le système.

La focalisation d'une onde acoustique est donc obtenue à différentes hauteurs et différentes positions. Toute la surface de la plaque participe à la focalisation comme démontré par les études de diffraction. Ainsi une grande surface permet d'obtenir une bonne résolution des focalisations lointaines. De plus, des plaques de grandes surfaces ont une densité modale plus élevée, permettant aussi d'obtenir de meilleurs contrastes à la focalisation.

L'utilisation d'une telle cavité carrée montre cependant certaine limite lors de la focalisation. Tout d'abord, des lobes secondaires apparaissent lors de la focalisation dus à sa géométrie régulière. De plus l'intensité rayonnée par de telles plaques dans l'air reste assez faible.

Nous allons voir dans le prochain chapitre d'autres géométries d'antennes planes permettant d'augmenter le contraste de focalisation.

# Chapitre III

## Autres géométries d'antennes

Nous avons vu dans le chapitre précédent qu'il était possible de focaliser une onde acoustique dans l'air en utilisant un seul capteur couplé à une cavité. Jusque maintenant les cavités utilisées sont de simples plaques carrées en Duralumin. Cependant un tel système ne permet pas d'obtenir de très bons contrastes de focalisation. Nous avons établi que la focalisation était obtenue par l'addition constructive des modes rayonnés au point de focalisation. Ainsi, un grand nombre de modes permet d'augmenter le contraste.

Afin d'augmenter ce nombre de modes utilisés pour la focalisation il est possible d'utiliser un filtre inverse, d'augmenter la surface de la plaque ou le nombre de capteurs. Dans ce chapitre nous allons voir deux autres types d'antennes qui permettent d'augmenter la densité modale de la cavité.

Dans un premier temps, une cavité de géométrie chaotique est utilisée. Nous verrons comment cette géométrie permet d'augmenter la densité modale par rapport à une cavité de géométrie régulière. Des tests de focalisation et d'imagerie échographique sont effectués sur cette plaque.

Une deuxième solution étudiée pendant cette thèse est l'utilisation de résonateurs acoustiques dans la plaque. Le couplage de la résonance de fines membranes avec les résonances de la plaque permet d'augmenter la densité modale dans une faible bande de fréquence. Nous étudierons ces membranes appelées trous "borgnes". Nous verrons comment un réseau de trous "borgnes" permet d'augmenter la densité modale.

### III.1 La cavité chaotique

Des résultats de focalisation mono-élément au moyen d'une cavité ont été introduits au premier chapitre. Ceux-ci ont été obtenus avec des cavités de géométrie irrégulière [10, 21–24]. En effet, de telles géométries permettent d'exciter un plus grand nombre de modes dans la cavité. Nous allons ici définir ce qu'est une cavité

chaotique. Pour cela, il faut s'intéresser aux notions d'espace des phases du système, d'ergodicité et de système mélangeant.

Dans le cas d'une cavité acoustique, si la longueur d'onde est suffisamment petite devant la taille de la cavité, la propagation de l'onde peut être approximée par la propagation de rayons. Alors la trajectoire de l'onde peut être décrite dans un espace des phases  $(s, \theta)$  avec  $s$ , l'abscisse curviligne sur le bord de la cavité et  $\theta$  l'angle par rapport à la normale au contour. Chaque rebond d'un rayon sur le bord de la cavité nous donne un point sur cet espace des phases. Des exemples de ce diagramme des phases sont donnés par Berry [36] pour le cas de billards de différentes géométries.

Un système est dit ergodique si l'espace des phases est recouvert entièrement de façon homogène quelles que soient les conditions initiales du système. Par exemple une cavité fermée dans laquelle se propagent des rayons acoustiques, est dite ergodique si le rayon ne se concentre pas en un lieu mais au contraire cherche à recouvrir toute sa surface. Notons que d'un point de vue statistique, dans une cavité ergodique, une moyenne d'ensemble est équivalente à une moyenne spatiale. Un système mélangeant est un système ergodique dont l'espace des phases est recouvert uniformément.

La figure III.1 illustre la propriété d'ergodicité pour la trajectoire d'un rayon dans une cavité circulaire et dans une cavité irrégulière après 50 rebonds. Dans le premier cas, l'angle de réflexion est conservé et la trajectoire reste régulière. Dans le second cas, la trajectoire parcourt l'ensemble de la surface avec des angles de réflexions qui diffèrent.

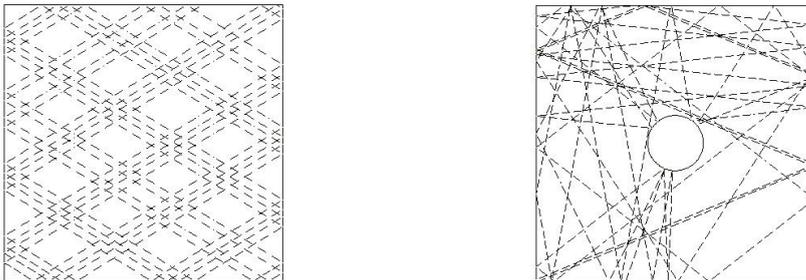


FIGURE III.1 – Trajectoire d'un rayon dans une cavité de géométrie régulière (gauche) ou de type billard de Sinai (droite).

Un système chaotique possède les propriétés des systèmes ergodiques et mélangeants. De plus l'évolution de ces systèmes présente une extrême sensibilité aux conditions initiales. En reprenant l'exemple de la cavité acoustique, deux rayons issus du même point avec une différence d'angle infinitésimale, montreront chacun, dans ces systèmes chaotiques, une trajectoire totalement différente au bout de quelques

rebonds (voir figure III.2). Pour les systèmes fortement chaotiques (K-systèmes pour Kolmogorov) ou très fortement chaotiques (B-systèmes pour Bernoulli), l'amplification de la déviation est exponentielle. Quelles que soient les conditions initiales du système, l'espace des phases sera donc recouvert dans son ensemble, de façon uniforme, et exponentiellement au cours du temps.

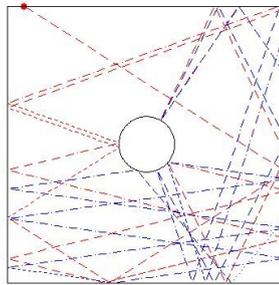


FIGURE III.2 – Evolution de deux trajectoires décalées d'un millièmme de radian dans un billard de Sinai après 20 rebonds. Le point noir est le point initial.

Cependant, à basse fréquence, la limite géométrique des rayons est dépassée dans nos cavités. Alors il existe d'autres moyens de définir le chaos. En effet, la Théorie des Matrices Aléatoires permet de décrire les systèmes ondulatoires chaotiques dans le domaine spectral. En acoustique, Ellegaard a notamment étudié l'augmentation du nombre de modes dans une cavité de géométrie chaotique ainsi que leur statistique en utilisant la Théorie des Matrices Aléatoires [37, 38]. Pour plus de détails, le lecteur peut se référer à l'article de Tanner [39] qui propose une revue très complète sur l'utilisation du chaos en acoustique et en élastodynamique.

### III.1.1 Étude de la vibration

La cavité étudiée est une plaque en Duralumin de géométrie circulaire dont une partie a été ôtée. Le diamètre tronqué mesure  $3R/2$  avec  $R = 90$  mm, le rayon du disque initial. Ainsi une géométrie de type billard chaotique est obtenue pour la cavité. Un trou a été rajouté au centre du disque pour des expériences ultérieures. La surface totale est équivalente à celle d'une plaque carrée de côté 150 mm. Un transducteur piézoélectrique est collé sous la plaque afin de l'exciter. Un vibromètre laser permet de mesurer la vibration de la plaque sur une grille carrée de pas 2 mm. Une cartographie complète de l'amplitude du champ de vibration dans la plaque est ainsi obtenue.

La figure III.3 fait apparaître les nœuds (en blanc) de deux modes. Du fait de la géométrie de type billard chaotique, il n'y a pas de structures régulières et les modes sont répartis sur l'ensemble de la surface de la plaque.

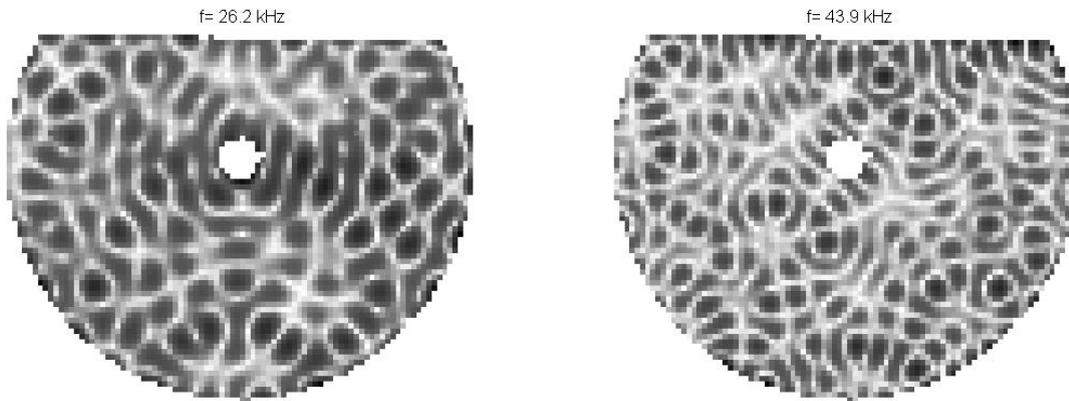


FIGURE III.3 – Distribution spatiale des amplitudes de deux modes de la cavité chaotique à 26.2 kHz (gauche) et 43.9 kHz (droite).

À partir de ces données de vibrations, il est possible de tracer la figure de dispersion pour cette plaque. Pour cela, nous calculons la transformée de Fourier spatiale à deux dimensions de la vibration de la plaque à toutes les fréquences. La figure III.4 permet de comparer la relation de dispersion suivant une seule direction de notre plaque chaotique à celle d'une plaque carré de même surface. Les deux courbes suivent bien une progression quadratique comme prévue par la relation de dispersion des ondes de flexion (voir l'équation (I.9)). Cependant, nous pouvons observer que dans le cas de la plaque de géométrie chaotique, la relation de dispersion présente un plus grand nombre de modes dans la direction d'intérêt.

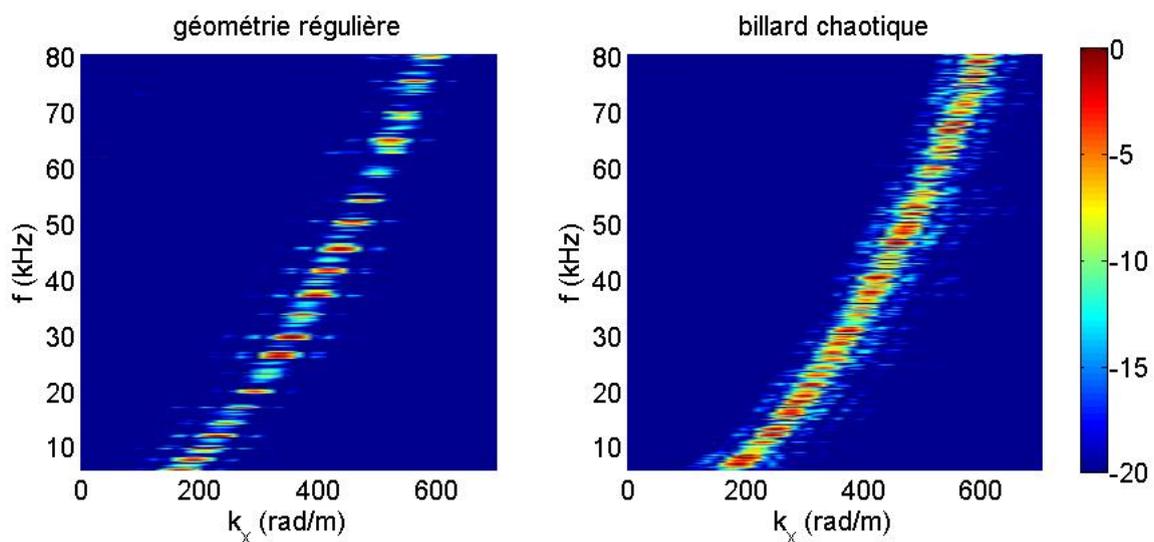


FIGURE III.4 – Courbes de dispersion des plaques à géométrie régulière (gauche) et chaotique (droite). Les niveaux sont en dB.

En effet, la géométrie chaotique permet d'exciter des modes dans toutes les directions et ce, pour toutes les fréquences. Nous pouvons regarder la transformée de Fourier spatiale du déplacement à une fréquence donnée dans le plan  $(k_x, k_y)$ . La figure III.5 représente le spectre spatial de la vibration à 43.9 kHz. Pour le cas du billard chaotique, le vecteur d'onde décrit bien tout le cercle de rayon  $\omega/c$  avec  $c$  la vitesse des ondes de flexion dans la plaque définie dans l'équation (I.10). Alors que pour la cavité régulière, seuls quelques points apparaissent sur ce cercle.

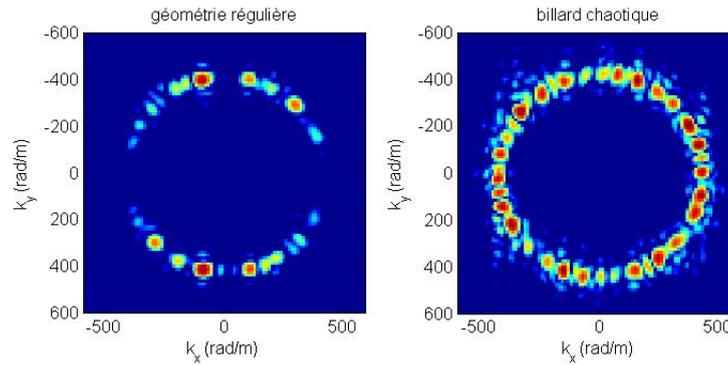


FIGURE III.5 – Représentation de la vibration dans l'espace de Fourier pour des plaques à géométrie régulière (gauche) et chaotique (droite) à 43.9 kHz.

### III.1.2 Focalisation

Nous avons donc montré qu'en utilisant une géométrie irrégulière pour la plaque, un plus grand nombre de modes peut être excité. De plus ces modes n'ont plus vraiment d'axe de symétrie. Ainsi, lors d'une opération de focalisation par retournement temporel, les lobes secondaires dus à la géométrie de la cavité devraient être fortement diminués.

Des expériences de focalisation ont donc été menées en utilisant la plaque de géométrie irrégulière. Les données de vibration obtenues au moyen du vibromètre laser sont utilisées pour calculer des réponses impulsionnelles rayonnées. Nous utilisons encore la méthode du retournement temporel synthétique présentée au chapitre précédent. Les coefficients de corrélation en phase sont toujours de l'ordre de 75%. Le microphone est placé à 150 mm au-dessus de cette plaque. Les réponses impulsionnelles calculées sont alors retournées temporellement et émises une à une.

Sur la figure III.6, chaque pixel correspond à la pression mesurée au niveau du microphone pour chaque émission. Cette pression est prise au temps de focalisation et est normalisée.

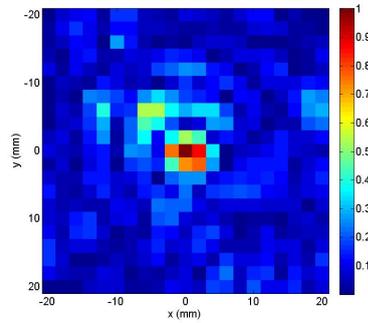


FIGURE III.6 – Tâche focale obtenue par retournement temporel synthétique à 150 mm avec une plaque de géométrie irrégulière.

La présence des lobes secondaires est effectivement fortement diminuée par rapport à l'expérience de retournement temporel simple avec une plaque carrée de même surface. Un seul lobe secondaire apparaît réellement avec une intensité d'environ -6 dB par rapport au pic de focalisation. Dans le cas d'une plaque carrée de même surface, il y avait plusieurs lobes secondaires au-dessus de -6 dB. Ainsi, le contraste global est amélioré et atteint environ 20.1 dB, soit un gain de plus de 3 dB.

### III.1.3 Imagerie

Lorsqu'une onde acoustique est focalisée sur une cible, une partie de cette onde peut être réfléchiée par la cible. En utilisant un microphone, cet écho réfléchi peut être mesuré. Ainsi en balayant un plan ou un volume lors de la focalisation à l'émission, il est possible d'obtenir des images du milieu au-dessus de la plaque. Un microphone est placé dans un trou au milieu de la plaque, le montage expérimental est montré sur la figure III.7.

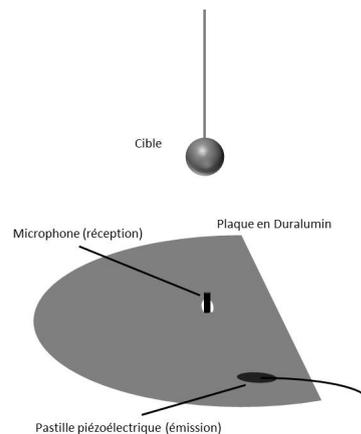


FIGURE III.7 – Montage expérimental utilisé pour l'imagerie.

Dans un premier temps, la réponse impulsionnelle entre le transducteur piézo-électrique et le microphone est mesuré sans cible (sa transformée de Fourier peut être notée  $H_{TM}(\omega)$ ). Puis, une bille métallique est placée à 150 mm de la plaque chaotique. Les réponses impulsionnelles (de spectre  $H_{T_i}(\omega)$ ) sont retournées temporellement et émises itérativement pour différentes positions avec un pas de 2 mm. Les signaux reçus par le microphone ont alors la forme suivante dans l'espace des fréquences :

$$S_i(\omega) = H_{T_i}^*(\omega) (H_{T_j}(\omega) R(\omega) H_{jM}(\omega) + H_{TM}(\omega)), \quad (\text{III.1})$$

où  $j$  correspond à la position de la cible et  $R(\omega)$  est la réponse fréquentielle de la cible. Nous voyons que deux termes interviennent, le premier correspond à un aller-retour jusqu'à la bille et le second au trajet direct de l'onde entre le transducteur et le microphone.

Afin de n'avoir plus que l'écho, nous convoluons la réponse impulsionnelle à vide avec les signaux émis afin d'obtenir une "image" du plan de la bille à vide. Cette image à vide est retranchée aux signaux mesurés avec la bille. Ceci nous permet donc de ne conserver que les signaux réfléchis par la cible. Le signal obtenu est alors le suivant :

$$S_i(\omega) = H_{T_i}^*(\omega) H_{T_j}(\omega) R(\omega) H_{jM}(\omega). \quad (\text{III.2})$$

En considérant que la réponse de la cible ne dépend pas de la fréquence et que le trajet entre la cible et le microphone se fait dans un milieu libre, nous retrouvons un produit de corrélation caractéristique du retournement temporel. Ceci nous permet donc de localiser la position de la cible.

Chaque pixel de la figure III.8 représente le champ de pression réfléchi normalisé pris dans une fenêtre temporelle de 0.12 ms centrée sur des temps correspondant à des allers-retours de 140, 150 et 160 mm de l'onde acoustique.

Sur l'image centrale de la figure III.8, la position de la bille est clairement déterminée. À 140 mm, aucun objet n'est détecté. À cette profondeur, il n'y a pas d'écho car les ondes réfléchies ne sont pas dans la bonne fenêtre temporelle, elles ne sont pas suffisamment focalisées et ne reviennent pas sur le microphone.

Une seconde expérience a été menée avec deux cibles placées à 120 et 150 mm de la plaque. La focalisation est réalisée pour des profondeurs de 120, 130, 140, et 150 mm. La figure III.9 montre l'amplitude pic-à-pic du champ de pression aux temps correspondant à chaque aller-retour des ondes acoustiques.

Les deux cibles sont clairement identifiables sur les plans à 120 mm et 150 mm. Entre ces deux plans, il n'y a pas d'échos mesurés.

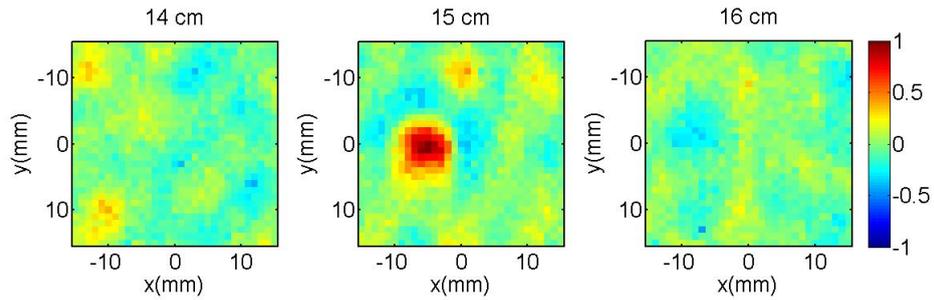


FIGURE III.8 – Champ de pression normalisé réfléchi par la cible pour différents temps correspondant à des distances de 140 mm (gauche), 150 mm (centre) et 160 mm (droite).

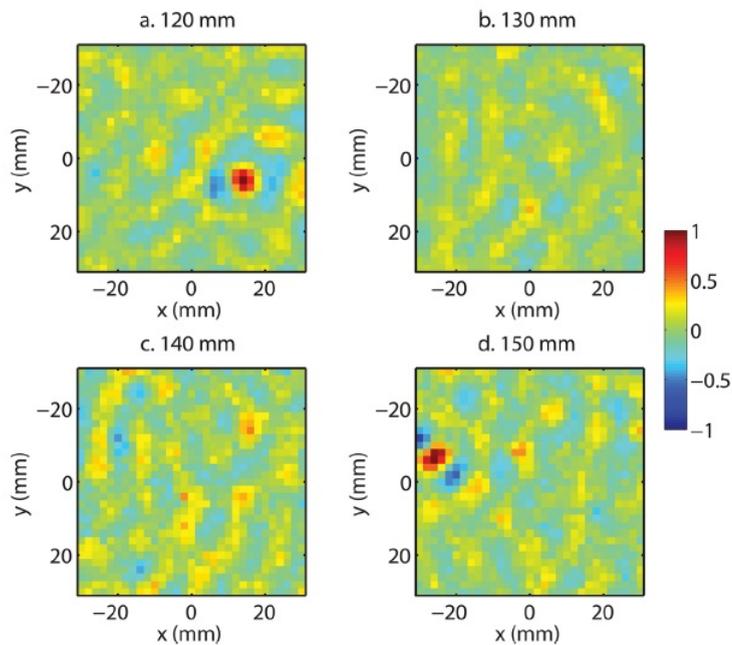


FIGURE III.9 – Champ de pression normalisé réfléchi pour différentes profondeurs en présence de deux cibles.

## III.2 Un résonateur acoustique : le trou "borgne"

Jusqu'à présent nous avons étudié des plaques homogènes avec des matériaux isotropes. Mais si nous souhaitons augmenter la densité modale de la cavité, des résonateurs sub-longueur d'onde peuvent être introduits dans la structure. Nous proposons donc d'utiliser des résonateurs acoustiques couplés à notre plaque. Dans un premier temps nous étudierons le résonateur seul, puis nous verrons l'influence sur la relation de dispersion lorsque des résonateurs sont mis en réseau dans la plaque. Nous nous proposons donc de réaliser une étude générale sur des milieux homogènes comportant des réseaux périodiques d'occlusions résonantes.

### III.2.1 Résonateurs et cristaux phononiques

Comme nous l'avons vu auparavant, le contraste de focalisation dépend du nombre de modes qui sont contrôlés par l'utilisateur et de l'interférence entre ces modes. Ainsi, un plus grand nombre de modes permet d'augmenter le nombre de degrés de liberté spatiaux et d'améliorer la focalisation.

Ici, l'utilisation de résonateurs acoustique est motivée par la nécessité d'augmenter la densité modale dans nos cavités. Leurs résonances peuvent être couplées avec les modes de la cavité.

En incluant un réseau de résonateurs sub-longueur d'ondes, nous entrons dans le domaine des cristaux phononiques. Ces cristaux phononiques ont été beaucoup étudiés dans les dernières années. En général, ils consistent en la présence d'occlusions sub-longueur d'onde résonantes faites dans un matériau donné à l'intérieur d'une matrice possédant des propriétés élastiques différentes. Ces occlusions vont donner des nouvelles propriétés macroscopiques au matériau final.

Le matériau final peut être volumique [40–42] ou bien seulement bidimensionnel [43, 44]. La différence de propriétés élastiques entre la matrice et les occlusions peut permettre l'apparition de bandes interdites dans la relation de dispersion. De plus, la périodicité du milieu peut affecter la propagation des ondes. Ainsi certains cristaux phononiques peuvent présenter des indices de réfraction négatif et être utilisé comme lentille acoustique [45]. Par exemple, un cristal phononique composé de tige d'acier plongées dans du méthanol présente un indice de réfraction effectif  $-1$  quand il est entouré d'eau et permet de réaliser des expériences de super résolution acoustique [46].

Il existe aussi d'autres types de cristaux phononiques faits d'un seul type de matériau. Des bandes interdites ont été mises en évidence dans des plaques avec un réseau carré de trou [47]. Des résonateurs de type Helmholtz [48–50] peuvent aussi être fabriqué dans des plaques. Une autre expérience d'imagerie sub-longueur d'onde

a été réalisée au laboratoire en utilisant un réseau de cannettes de soda. Celles-ci se comportent comme des résonateurs de Helmholtz et permettent de contrôler une onde acoustique avec une résolution de  $\lambda/25$  [51]. Une équipe a aussi mis en évidence des bandes interdites de dispersion dans des plaques en aluminium sur lesquelles un réseau de plots était ajouté [52]. Au contraire du plot, des trous non débouchants peuvent être usinés dans la plaque homogène. Ce type de cristaux phononiques présente lui aussi des bandes interdites [53].

Ce sont ces résonateurs que nous allons utiliser par la suite et nous les désignerons par le terme de "trous borgnes". Comme nous allons le voir, sa fréquence de résonance peut être contrôlée assez facilement en modifiant sa géométrie (diamètre, épaisseur, voire la masse). De plus il est assez simple à usiner. Enfin, nos expérience utilisant le rayonnement de plaques, la fine épaisseur des trous "borgnes" permet d'obtenir une meilleure adaptation d'impédance entre la plaque et l'air. Ainsi, l'énergie rayonnée par la plaque devrait être supérieure.

## III.2.2 Étude théorique simplifiée et simulations numériques

### Étude théorique du trou "borgne"

Le trou "borgne" peut être considéré comme une fine plaque circulaire avec des conditions aux bords élastiques. Dans le cadre des hypothèses de Kirchhoff, le déplacement transverse  $w$  peut être écrit comme suit [19] :

$$w(r, \theta) = \sum_n (A_n J_n(kr) + C_n I_n(kr)) e^{in\theta}, \quad (\text{III.3})$$

où le nombre d'onde  $k$  respecte l'équation de dispersion  $k^4 = \omega^2 \rho h / D$  avec  $\rho$  la masse volumique du matériau,  $h$  l'épaisseur de la membrane et  $D = Eh^3/12(1 - \nu^2)$  est la rigidité de flexion de la plaque.  $J_n$  est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre  $n$  et  $I_n$  est la fonction de Bessel modifiée de première espèce d'ordre  $n$ , définie par  $I_n(x) = i^{-n} J_n(ix)$ .

Les conditions aux bords peuvent être écrites sous la forme

$$w = 0 \text{ pour } r = a/2, \quad (\text{III.4})$$

$$\left( \frac{\partial w}{\partial r} \right)_{a/2} = -\beta D \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{\nu}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right\}. \quad (\text{III.5})$$

Avec  $\beta$  un coefficient qui caractérise la contrainte élastique sur les bords. Dans le cas de conditions aux bords encastées, il vaut 0. En introduisant les paramètres  $\xi = ka/2$  et  $\lambda = 2\beta D/a$ , les équations (III.3), (III.4) et (III.5) la résolution re-

vient à la détermination d'un déterminant. Finalement l'équation à résoudre est la suivante [54] :

$$\left[ \frac{J_{n+1}(\xi)}{J_n(\xi)} + \frac{I_{n+1}(\xi)}{I_n(\xi)} \right] \{1 - \lambda(1 - \nu)\} = -2\lambda\xi. \quad (\text{III.6})$$

La détermination du paramètre  $\xi$  permet alors de trouver les fréquences de résonance de la membrane sous la forme :

$$f_{n,s} = \xi_{n,s}^2 \frac{1}{2\pi a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}}; \quad (\text{III.7})$$

Avec  $n$  l'ordre du mode selon  $\theta$  et  $s$  l'ordre radial. Il est donc possible de calculer la fréquence de la première résonance de la membrane :  $f_{0,1}$ . La valeur de  $\lambda$  est choisie proche de 0. La masse volumique, le module de Young et le coefficient de Poisson sont respectivement égaux à  $2790 \text{ kg/m}^3$ ,  $74 \text{ GPa}$  et  $0.33$ .

Pour un trou "borgne" de diamètre  $a = 2.5 \text{ mm}$  et d'épaisseur  $h = 100 \text{ }\mu\text{m}$ , la fréquence est approximativement de  $40 \text{ kHz}$ .

### Étude numérique du trou "borgne"

Des simulations numériques avec le logiciel COMSOL ont été menées pour confirmer la valeur de cette fréquence. Un trou "borgne" de même dimension est placé au centre d'une plaque carrée de  $10 \text{ mm}$  de côté. La plaque est excitée transversalement sur un petit disque de diamètre  $1 \text{ mm}$  par une onde monochromatique. Des conditions absorbantes ont été mises sur les bords de la plaque pour éviter d'observer les modes propres de la plaque. Le modèle utilisé est un modèle 2 dimensions reposant sur la théorie de Mindlin. La courbe de résonance obtenue est tracée sur la figure III.10. La première résonance est bien trouvée à environ  $40 \text{ kHz}$ .

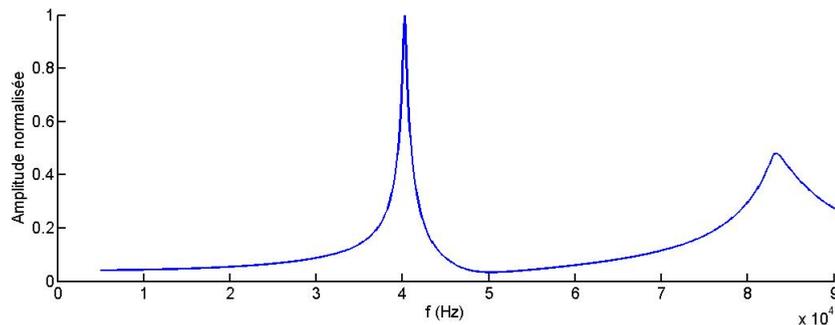


FIGURE III.10 – Réponse fréquentielle du trou "borgne". (Simulation numérique).

L'avantage de ce genre de résonateurs est que la fréquence de résonance peut être contrôlée en choisissant ses dimensions : diamètre et épaisseur. La figure III.11

permet de voir l'évolution de la fréquence de résonance en fonction de ces deux paramètres. Nous voyons que cette fréquence augmente linéairement avec l'épaisseur comme prévu par l'équation III.7 (la rigidité  $D$  dépend de  $h^3$ ). La décroissance avec le diamètre est aussi prédite par cette équation et elle dépend bien de l'inverse du carré du diamètre.

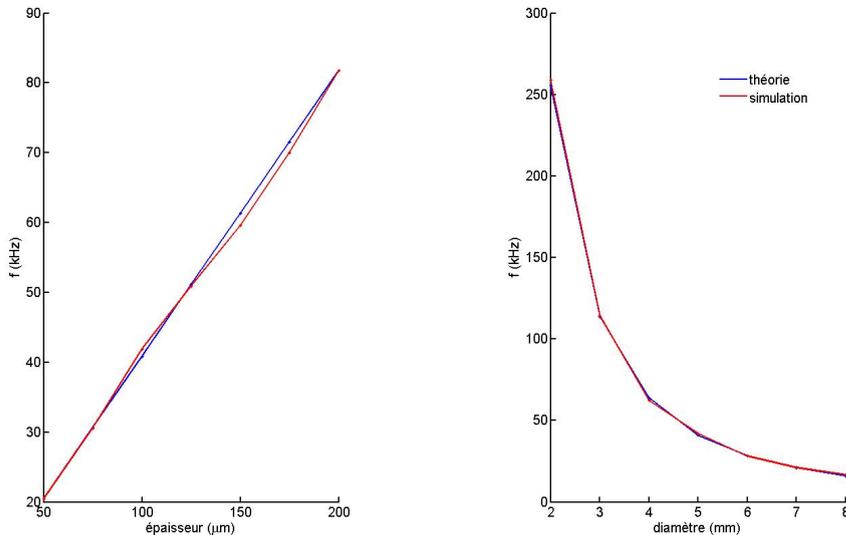


FIGURE III.11 – Évolution de la fréquence de résonance de la membrane en fonction de son épaisseur (gauche) et de son diamètre (droite).

### Étude numérique du plot.

La fréquence de résonance peut aussi être modifiée en laissant au centre de la membrane, une partie avec une plus grande épaisseur. Ainsi, des "plots" ont pu être fabriqués dans une plaque d'épaisseur 1 mm. Des plots de diamètre  $B=3$  mm au milieu d'une membrane de diamètre  $A=7$  mm et d'épaisseur  $h=150$   $\mu\text{m}$  ont été étudiés sur COMSOL. De même qu'avec une membrane simple, des conditions absorbantes sont mises sur les bords de la plaque d'épaisseur  $H=1$  mm. La figure III.12 représente la réponse fréquentiel du résonateur.

La fréquence de résonance est alors égale à 23.9 kHz. Hors pour une membrane de diamètre 150  $\mu\text{m}$  et de diamètre 7 mm elle devrait être de 31 kHz. Ceci permet donc d'avoir un contrôle supplémentaire sur la fréquence de résonance de nos trous "borgnes". L'évolution de la fréquence de résonance du plot en fonction de son diamètre est aussi étudiée. La figure III.13 permet de remarquer que la fréquence de résonance diminue dans un premier temps. En effet, la masse du plot augmente celle de la membrane. Par la suite, comme le plot devient plus grand, la rigidité de la

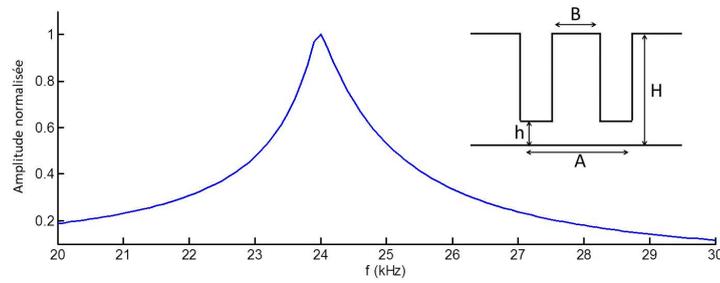


FIGURE III.12 – Réponse fréquentielle du plot (Simulation numérique). Insert : géométrie du plot.

membrane augmente elle aussi, ce qui implique une augmentation de la fréquence de résonance.

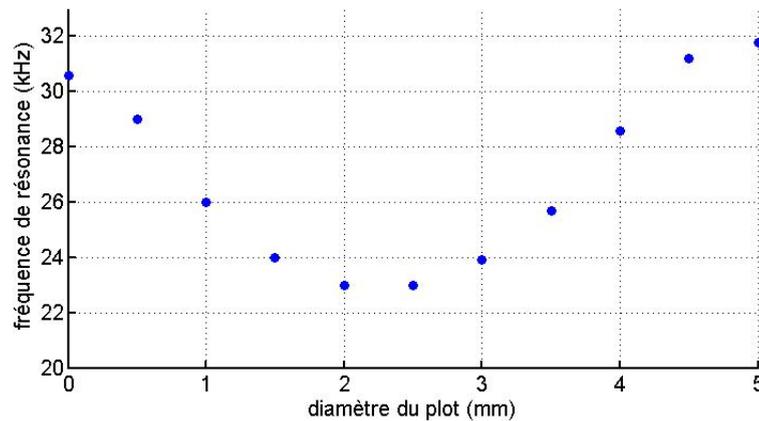


FIGURE III.13 – Évolution de la fréquence de résonance du plot pour différentes valeurs de  $B$  et  $A=7$  mm.

Finalement, l'introduction de ces résonateurs permet de mettre en évidence un autre paramètre de contrôle de la fréquence de résonance des trous "borgnes" (en plus de leur diamètre et de leur épaisseur).

## III.3 Réseau de trous "borgnes"

### III.3.1 Réseau infini

Nous souhaitons étudier un réseau infini de trous "borgnes". Pour cela, nous utilisons le logiciel COMSOL. Les membranes de diamètre 5 mm et d'épaisseur 0.1 mm sont réparties sur un réseau carré de pas  $a=10$  mm. Une cellule unique carrée de côté 10 mm est étudiée. Des conditions de Floquet-Bloch sont fixées sur les bords de la cellule pour les déplacements mécaniques  $u_i$  :

$$u_i(x + ma, y + na) = u_i(x, y)e^{-jk_x ma}e^{-jk_y na}, \quad (\text{III.8})$$

où  $k_x$  et  $k_y$  sont les composantes du vecteur de Bloch dans les directions  $x$  et  $y$  respectivement. Les modes propres de la structure sont recherchés en l'excitant avec des ondes planes pour différents vecteurs d'ondes de la première zone de Brillouin. Le calcul est fait pour les trois directions principales d'un réseau carré ( $\Gamma X$ ,  $XM$  et  $\Gamma M$ ).

La figure III.14 montre le résultat obtenu pour une plaque avec un réseau de membranes et pour une plaque avec un réseau de trous débouchants.

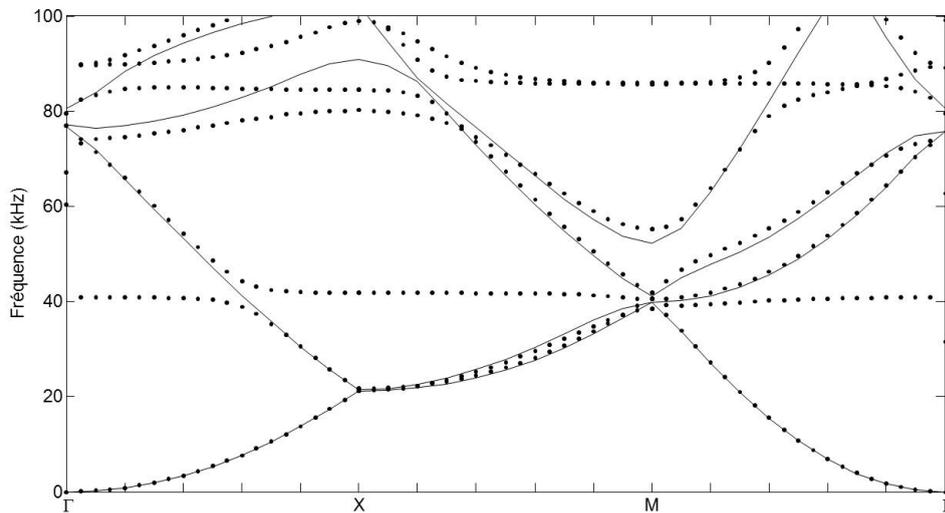


FIGURE III.14 – Relations de dispersion d'une plaque avec un réseau de trous "borgnes" (pointillés) ou de trous débouchants (traits pleins).

Autour de 40 kHz, nous pouvons voir l'interaction des modes de Bloch avec la résonance des membranes avec l'apparition d'une nouvelle bande. La rigidité très faible des membranes permet d'obtenir des bandes très plates. Ainsi, la relation de dispersion balaie tous les nombres d'onde sur une faible bande de fréquence.

### III.3.2 Densité modale et focalisation

Une première plaque en Duralumin de dimensions  $100 \times 100 \times 1 \text{ mm}^3$  a été utilisée. Nous avons utilisé une fraiseuse numérique Charly robot. Les trous "borgnes" ont été usinés avec une fraise de diamètre 2 mm qui permet de faire des alésages de diamètres 5 mm par passe de  $50 \mu\text{m}$ . Cependant, lors de l'usinage, la difficulté résidait sur la fixation de la plaque au bâti. Il faut bien plaquer la plaque de façon à obtenir des

trous "borgnes" de mêmes épaisseurs. Même après plusieurs essais il a été difficile d'obtenir une plaque parfaite.

Finalement, nous avons réussi à obtenir une plaque avec des trous "borgnes" d'épaisseurs variant entre 90 et 140  $\mu\text{m}$ . Les 64 trous "borgnes" usinés sont organisés sur un réseau carré de pas 10 mm. En utilisant la technique de mesure habituelle, la vibration de cette plaque a été mesurée. Nous pouvons alors obtenir la relation de dispersion pour la plaque.

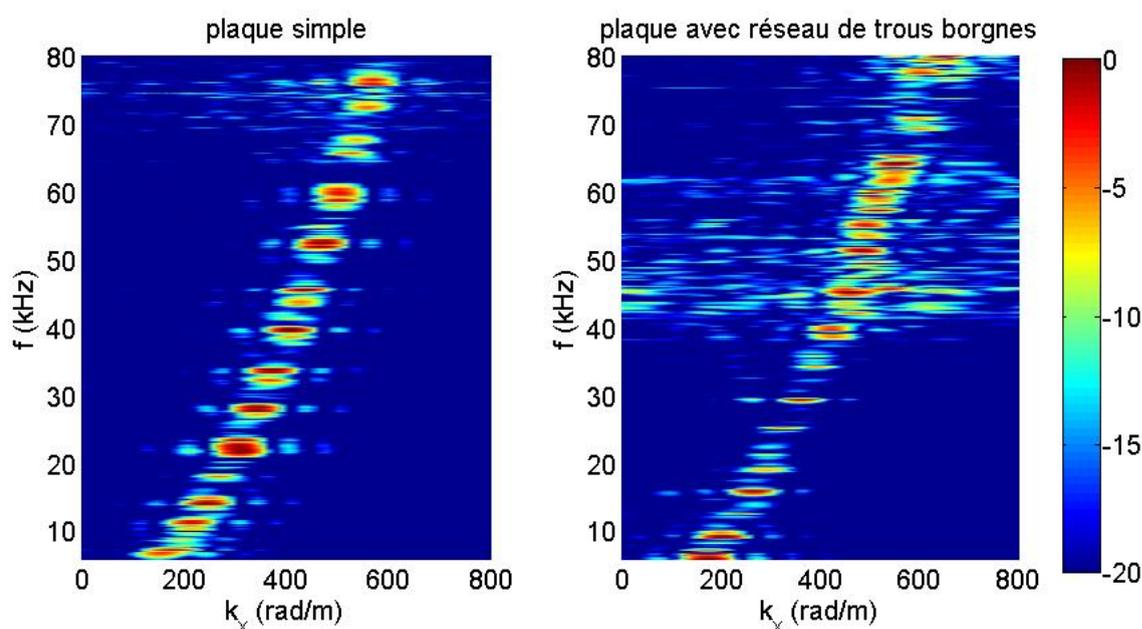


FIGURE III.15 – Comparaison des relations de dispersion expérimentales pour une plaque simple et pour une plaque avec un réseau de trous "borgnes". Les niveaux d'intensité sont en dB.

La figure III.15 permet de comparer la relation de dispersion obtenue à celle d'une plaque simple. Entre 40 et 60 kHz, la figure de droite laisse apparaître des modes qui sont en dehors de la relation de dispersion des ondes de flexion. Cette zone correspond à la zone de résonance des trous "borgnes". Nous pouvons nous intéresser à la figure de la transformée de Fourier spatiale à une fréquence donnée, dans le plan  $(k_x, k_y)$ .

La figure III.16 montre que dans le cas d'une plaque simple, à 43.9 kHz, l'énergie est concentrée sur un cercle de rayon  $k = \omega/c$  (avec  $c$  la vitesse des ondes de flexion dans la plaque). Certains points de ce cercle ont aussi une énergie plus importante. Dans le cas de la plaque avec des trous "borgnes", ce même cercle apparaît toujours, mais l'énergie est répartie plus uniformément sur le périmètre du cercle. De plus nous observons aussi un grand nombre de points avec une énergie non nulle pour des nombres d'onde différents.

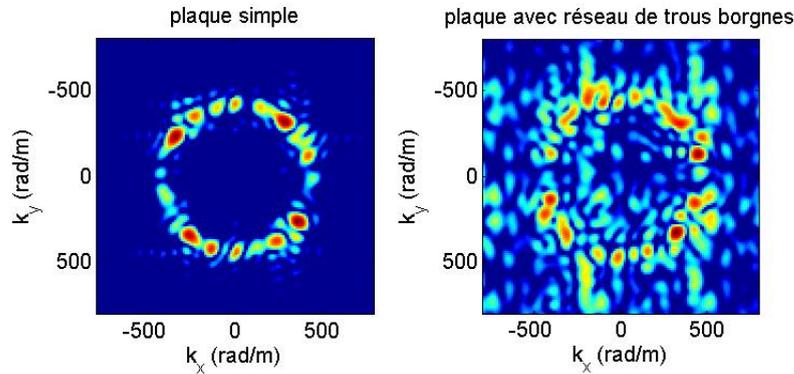


FIGURE III.16 – Représentation de la vibration dans l'espace de Fourier pour une plaque simple et une plaque avec un réseau de trous "borgnes" à 43.9 kHz. Les niveaux de couleurs sont en dB.

Finalement, nous pouvons voir que l'introduction de résonateurs permet d'augmenter la densité modale. Nous voulons donc voir si cette augmentation permet d'améliorer le contraste de focalisation.

### III.3.3 Étude de la puissance rayonnée

Le choix des trous "borgnes" en tant que résonateurs dans la plaque est aussi fait dans le but d'augmenter la pression rayonnée par la cavité dans l'air. En effet, si nous souhaitons faire de l'imagerie échographique en utilisant un transducteur en émission et en réception, il faut que le couplage entre la plaque et l'air soit suffisant.

Une étude préliminaire permet d'étudier l'influence de l'épaisseur sur le rayonnement. Si nous considérons une plaque infinie excitée par une force normale  $F$ , nous pouvons déterminer la vitesse de déplacement de la plaque en tout point en résolvant l'équation (II.3) :

$$\dot{w}(\vec{r}) = \frac{F}{8\sqrt{\rho h D}} \left( H_0^{(1)}(k_f \vec{r}) - H_0^{(1)}(ik_f \vec{r}) \right), \quad (\text{III.9})$$

où  $k_f$  est le nombre d'onde des ondes de flexion. Cette équation nous permet de définir une impédance de la plaque au point d'excitation :

$$Z = \frac{F}{\dot{w}(0)} = 8h^2 \sqrt{\frac{\rho E}{12(1-\nu^2)}} \quad (\text{III.10})$$

Cette impédance est réelle et ne dépend pas de la fréquence, mais uniquement des propriétés matérielles et géométriques de la plaque. Celle-ci diminue donc bien quand l'épaisseur diminue. Comme l'épaisseur des membranes est très fine, la vibration de

celles-ci est plus grande pour une même force appliquée ou pour une même pression appliquée sur la plaque puisqu'il y a continuité concernant la composante normale. Donc, l'énergie transmise dans la plaque sera plus grande quand l'épaisseur est plus fine. Le phénomène étant réciproque, le rayonnement acoustique sera amélioré en champ proche en diminuant l'épaisseur de la plaque.

Bien sûr, cette étude est très simplifiée, l'étude du rayonnement d'une plaque finie fait normalement apparaître le couplage entre les différents modes. Une étude plus complète de l'impédance d'une plaque finie est développée par Lesueur et Guyader [29]. De plus, nous considérons la membrane comme étant seule dans une plaque et nous ne nous intéressons donc pas aux interférences entre les ondes rayonnées par les différentes membranes.

Pour quantifier le gain obtenu entre une plaque simple et celle à trous "borgnes", nous avons mesuré la pression rayonnée proche de la plaque au moyen d'un microphone. Le microphone est placé 20 mm au-dessus de la plaque et balaie toute la surface de la plaque. Les vibrations sont engendrées par plusieurs capteurs de manière exclusive. La pression obtenue est mise au carré et moyennée. Dans le cas d'une onde plane, cette pression au carré est proportionnelle à la puissance rayonnée par la plaque, au moyen de l'équation suivante :

$$P = \frac{1}{2} \frac{|p|^2}{\rho_0 c_0}. \quad (\text{III.11})$$

Bien que l'hypothèse d'onde plane ne soit pas correcte ici, nous nous contentons de ce calcul simplifié pour comparer les puissances rayonnées par les 2 plaques. La figure III.17 représente le résultat obtenu pour des fréquences entre 5 et 90 kHz. Les niveaux sont en décibels et ont été normalisés.

En comparant avec la puissance rayonnée par une plaque simple dans les mêmes conditions, nous voyons que la plaque simple présente des modes très marqués. Pour la plaque avec un réseau de trous "borgnes", la puissance rayonnée est plus régulière et les modes sont moins marqués. Au-dessus de 30 kHz, nous obtenons un gain qui peut atteindre jusqu'à 10 dB pour certaines fréquences. Au-delà de 70 kHz, ce gain augmente encore, car le second mode des membranes intervient aussi dans le rayonnement en champ proche.

Nous effectuons la même expérience à 100 mm de la plaque et la puissance mesurée est représentée sur la figure III.18. Au-dessus de 70 kHz, la différence de puissance rayonnée est moins grande que en champ très proche car le deuxième mode de vibration des membranes est de type dipolaire et ne rayonne pas en champ lointain. Entre 30 et 50 kHz, on observe bien toujours un gain qui varie entre 5 et 10 dB.

Ce gain n'est cependant pas suffisant pour effectuer des expériences d'imagerie échographique dans la plaque. En effet, le rayonnement de la plaque et le signal

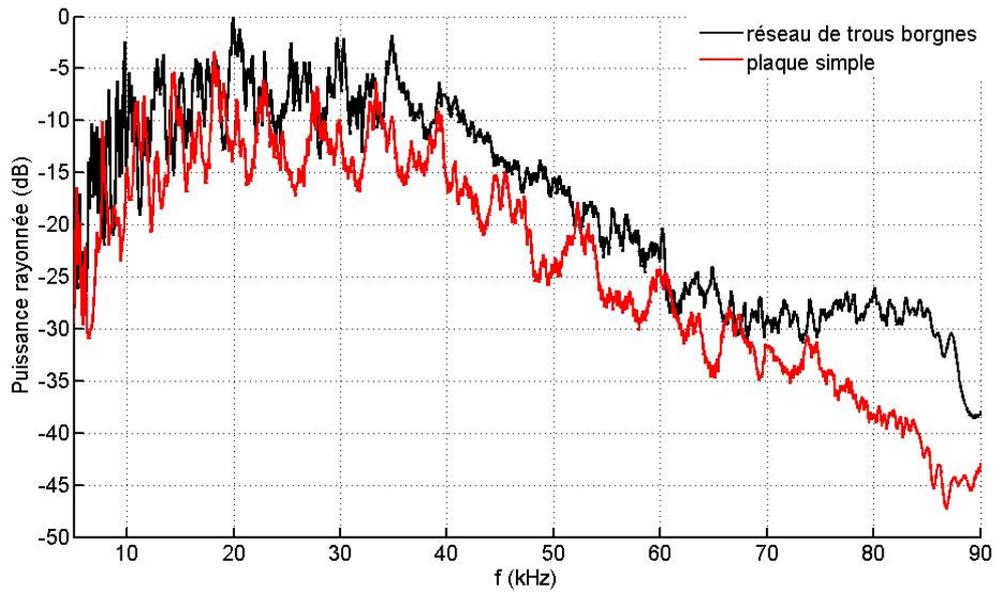


FIGURE III.17 – Puissance rayonnée par la plaque avec un réseau de trous "borgnes" et par une plaque simple entre 5 et 90 kHz.

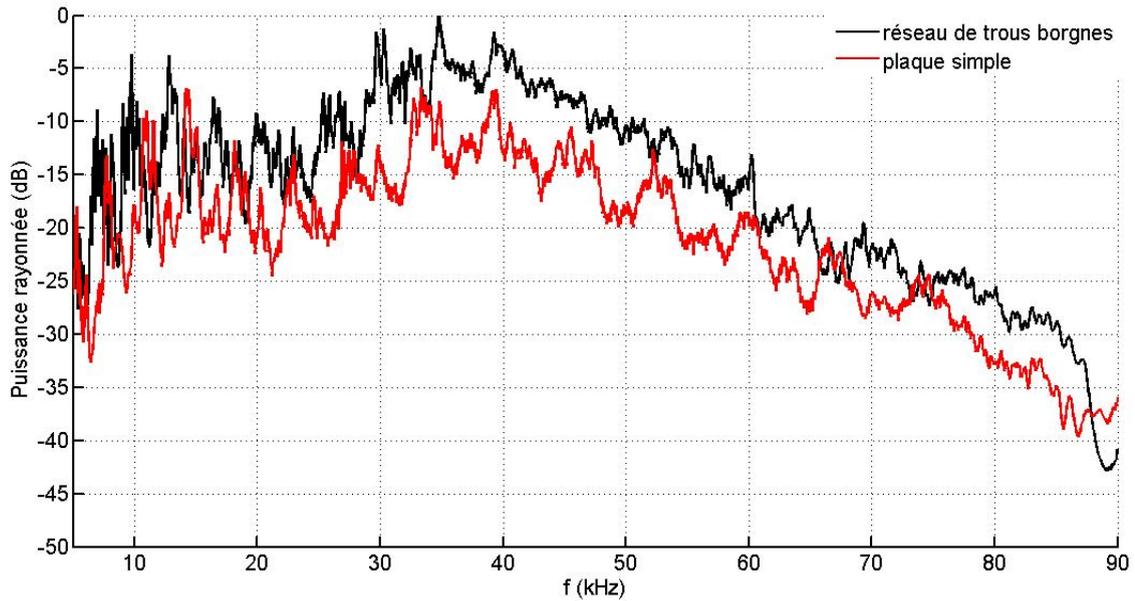


FIGURE III.18 – Puissance rayonnée par la plaque avec un réseau de trous "borgnes" et par une plaque simple entre 5 et 90 kHz à 100 mm.

focalisé sur la cible restent faible. Nous constatons qu'expérimentalement, les ondes réfléchies et qui reviennent dans la plaque restent faibles et noyées dans le bruit.

### III.3.4 Influence du nombre de capteurs

Il a été démontré théoriquement et expérimentalement que la densité modale de plaques avec un réseau de membranes devrait fortement augmenter. Cependant, en utilisant un seul capteur pour exciter la plaque, nous limitons le nombre de modes excités indépendamment. Pour augmenter ce nombre de modes utiles, nous avons fait varier le nombre de capteurs de 1 à 8. Généralement, le contraste devrait augmenter avec le nombre de capteurs. L'augmentation devrait être de la forme  $20 \log \sqrt{N}$ , si chaque capteur excite de nouveaux modes.

Nous avons utilisé deux plaques. La première comporte un réseau carré de membranes de diamètre 5 mm et d'épaisseur 100  $\mu\text{m}$ . La seconde comporte 81 membranes placées aléatoirement, de diamètre 5 mm et d'épaisseur 150  $\mu\text{m}$ .



FIGURE III.19 – Photos des plaques équipées de 8 capteurs piézoélectriques.

Les réponses impulsionnelles ont été enregistrées pour tous les capteurs. Puis des expériences de focalisation par retournement temporel ont été effectuées à 100 mm au-dessus des plaques. Nous mesurons le contraste moyen de focalisation pour chacun des 8 capteurs, puis en utilisant les 8 capteurs ensemble. Le tableau III.1 donne les résultats obtenus pour les 2 plaques.

Distribution des membranes	1 capteur	8 capteurs
Réseau carré	23.5 dB	28.8 dB
Aléatoire	22.2 dB	27.0 dB

TABLE III.1 – Contrastes de focalisation à 100 mm

Pour 8 capteurs, l'augmentation devrait donc être de 9 dB. Cependant elle est

plus faible (environ 5.3 dB) ici car on considère toute la bande de fréquence de 5 à 90 kHz. Hors, pour la plaque avec un réseau carré de membranes, seule la bande de 35 à 55 kHz présente un grand nombre de modes indépendants. Nous avons donc choisi d'effectuer les mesures de focalisation sur des bandes de fréquences de largeur 10 kHz décalées de 2.5 kHz pour cette plaque. Pour chacune des bandes, nous mesurons le gain de contraste en dB.

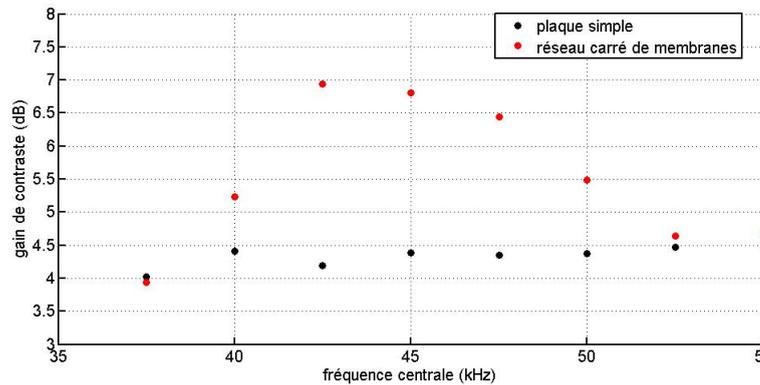


FIGURE III.20 – Gain de contraste de focalisation pour 1 capteur et pour 8 capteurs pour des bandes de fréquence de 10 kHz. Comparaison avec le cas d'une plaque simple.

La figure III.20 montre que le gain atteint 7 dB autour de 42.5 kHz, ce qui est plus proche de la valeur théorique. Les résultats sont comparés à ceux obtenus en utilisant une plaque simple et en augmentant le nombre de capteurs. Dans le cas de la plaque simple, le gain de contraste reste quasiment constant et égal à 4.5 dB environ.

Comme pour le cas de la plaque simple, nous avons étudié les formes des modes excités par 4 capteurs différents. Sur la figure III.21(a), l'amplitude totale de vibration est tracée. Nous voyons qu'il y a plus de modes et au-dessus de 40 kHz, les quatre courbes diffèrent plus que dans le cas de la plaque simple.

Les figures III.21(b) à (e) montrent la forme de la plaque à 42.5 kHz. L'amplitude de vibration des membranes est plus grande que pour le reste de la plaque, et les modes de plaques sont moins visibles. Cependant nous pouvons voir que les membranes ne vibrent pas de la même façon pour aucun des 4 capteurs. Les modes excités sont donc tous différents. On observe par exemple que dans le carré tracé en noir, les 4 membranes d'intérêt vibrent différemment pour chaque capteur.

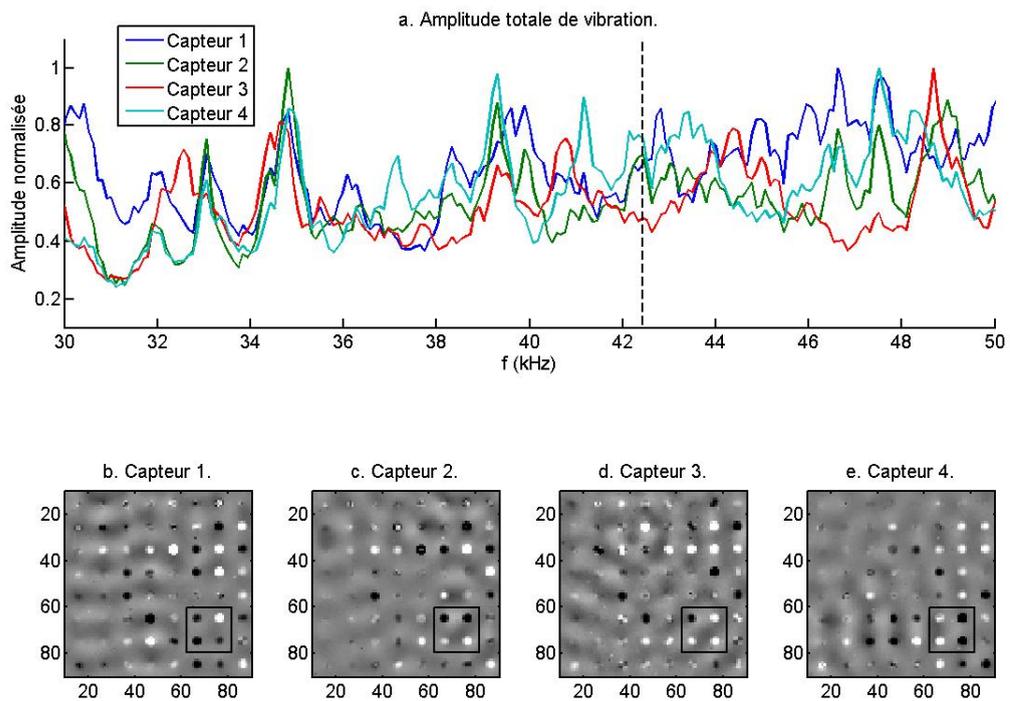


FIGURE III.21 – a : Amplitude total de vibration normalisée pour chacun des 4 capteurs sur la bande 30 kHz - 50 kHz. b à e : Déformée de la plaque pour chacun des 4 capteurs à 42.4 kHz.

### III.3.5 Application à la localisation de sources

Nous allons montrer l'utilité de telles plaques pour la localisation de sources. Les sources acoustiques peuvent avoir des bandes de fréquence réduite. Avec le bon choix de résonateurs, nous pouvons augmenter la densité modale dans la bande de fréquence d'intérêt.

Ainsi, en utilisant un procédé de localisation par corrélation de signaux, nous pouvons localiser la source acoustique. En effet, comme expliqué auparavant, d'un point de vue mathématique, la propagation correspond à la convolution du signal émis avec la fonction de Green du milieu. Le retournement temporel consistant en l'émission du retourné temporel de la fonction de Green, celui-ci correspond à un produit de corrélation entre la fonction de Green correspondant au point d'intérêt et les autres fonctions de Green du milieu. Donc en corrélant le signal reçu avec l'ensemble des réponses impulsionnelles enregistrées, nous sommes capables de focaliser une onde acoustique.

Pour une source placée au point  $j$  qui émet un signal  $E$ , chaque produit de corrélation vaut :

$$C_{1i} = S_1 H_{1i}^* = H_{1j} E H_{1i}^*. \quad (\text{III.12})$$

Avec  $S_1$  le signal reçu au niveau du capteur 1 (qui est la convolution de la fonction de transfert entre le capteur 1 et le point  $j$  et le signal d'émission  $E$ ). et  $H_{1i}$  la fonction de transfert entre le capteur 1 et le point  $i$  de l'espace au-dessus de la plaque. Si  $i$  correspond à la position de la source  $j$ , nous obtenons alors :

$$C_{1j} = |H_{1j}|^2 E. \quad (\text{III.13})$$

Si nous ne connaissons pas le signal émis *a priori*, la position de la source ne va pas pouvoir être trouvée. Il faut utiliser plusieurs capteurs afin de s'affranchir de la dépendance du signal d'émission.

Comme nous l'avons déjà vu précédemment, l'augmentation du nombre de capteurs permet d'améliorer le contraste de focalisation (aussi bien en émission qu'en réflexion). Ici, l'utilisation de plusieurs capteurs permet aussi de s'affranchir du signal émis. En effet, en corrélant les produits de corrélation déjà effectués, seule la norme au carré du signal d'émission apparaît :

$$C_{ort_i} = C_{1i} C_{2i}^* = (H_{1j} H_{1i}^*) (H_{2j} H_{2i}^*)^* |E|^2. \quad (\text{III.14})$$

Finalement, le maximum de corrélation (ou le minimum de phase) permet d'obtenir la position de la source. Au point  $j$ , ce produit de corrélation doit être réel.

Le procédé de focalisation en réception est donc l'exact réciproque du procédé de focalisation par retournement temporel en émission. Les résultats théoriques de focalisation développés dans les parties précédentes restent donc valables.

La source acoustique utilisée à une bande passante à -3 dB de 1 kHz autour de la fréquence centrale de 40 kHz. Nous avons comparé des résultats de localisation pour une plaque carrée simple et une plaque avec membranes de mêmes dimensions. Les calculs de corrélation sont faits avec les réponses impulsionnelles du plan de la source.

Nous utilisons des signaux compris entre 35 et 50 kHz. La figure III.22 représente les maximums de corrélation pour un ou 3 capteurs en utilisant la plaque simple. Nous voyons que l'utilisation d'un seul capteur ne suffit pas à localiser la source. La corrélation des réponses de trois capteurs permet de localiser la source, mais avec un mauvais contraste (environ 13 dB). En effet, sur cette bande de fréquence réduite, nous ne disposons pas de suffisamment de modes pour réaliser une bonne focalisation.

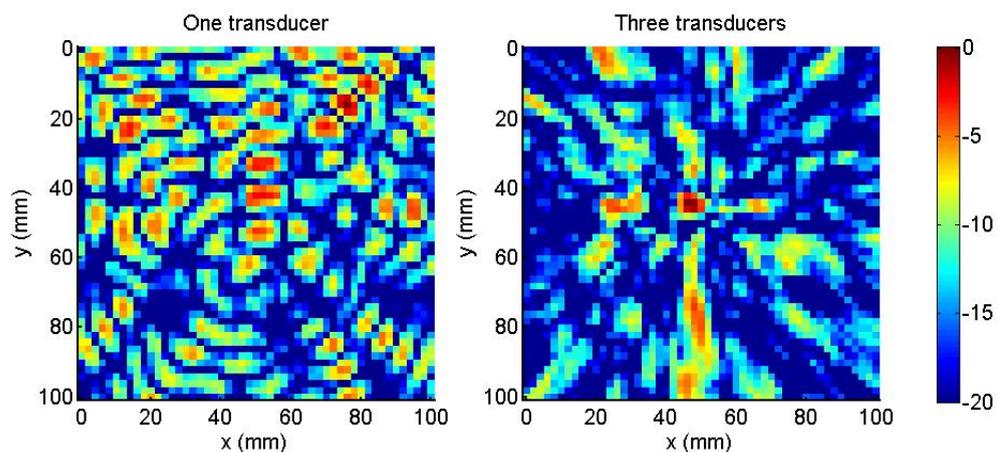


FIGURE III.22 – Localisation de source acoustique en utilisant une plaque simple. Les niveaux sont en dB.

La même expérience a donc été menée en utilisant la plaque avec un réseau de membranes. La densité modale de cette plaque est bien plus élevée dans cette bande de fréquence. La figure III.23 représente les niveaux de corrélation en dB. Ici, en utilisant un seul capteur la position de la source est trouvée avec un contraste de 13 dB. L'utilisation de 3 capteurs permet d'augmenter encore le contraste (environ 17 dB) et d'améliorer la localisation.

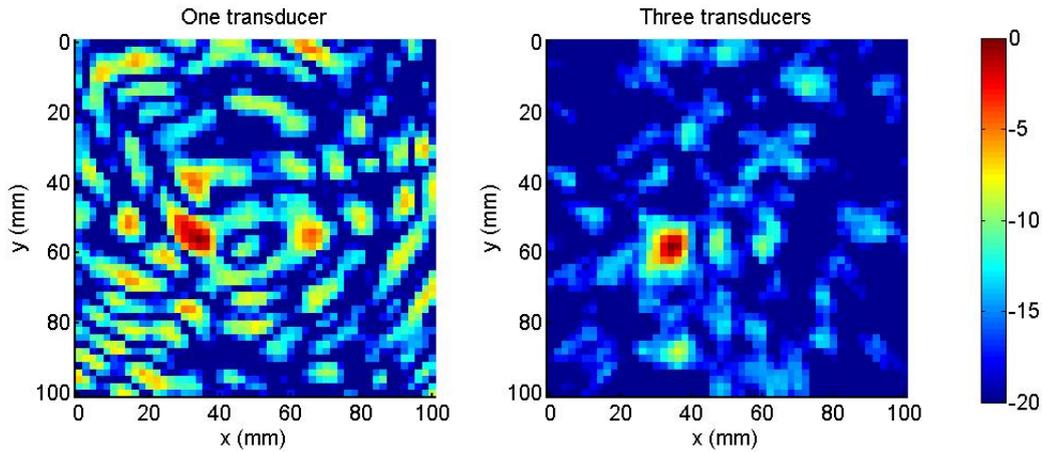


FIGURE III.23 – Localisation de source acoustique en utilisant la plaque avec membranes. Les niveaux sont en dB.

### III.4 Conclusion

Le chapitre précédent nous a permis de montrer qu'il était possible de réaliser des antennes acoustiques planes en utilisant de plaques en Duralumin. Nous avons aussi montré que le contraste de focalisation dépend du nombre de modes excités dans la plaque. Ce chapitre a permis d'introduire d'autres géométries d'antennes planes afin d'améliorer ce contraste de focalisation.

Une première cavité de géométrie chaotique a été utilisée. Cette géométrie permet d'augmenter le nombre de modes indépendamment excités par notre capteur piézoélectrique. De plus, l'absence d'axe de symétrie permet de réduire fortement les lobes secondaires de focalisation. Ainsi il a été possible d'obtenir un gain en contraste de 3 dB environ par rapport à une plaque carrée de même surface.

En utilisant cette plaque et un microphone, nous avons montré qu'il était possible d'effectuer des expériences d'imagerie échographiques dans l'air. Durant ces expériences, la plaque sert d'antenne acoustique pour focaliser l'onde sur la cible. Le microphone permet alors de mesurer l'écho réfléchi.

Puis dans une deuxième partie, nous nous sommes intéressés à des diffuseurs acoustiques ajoutés dans la plaque. Ces diffuseurs permettent aussi d'augmenter le nombre de modes dans la cavité. Les résonances du diffuseur viennent se coupler à celles de la plaque. Ainsi, la densité modale est fortement augmentée dans une faible bande de fréquence. Ces plaques ont été étudiées numériquement et expérimentalement afin de mettre en évidence l'augmentation du nombre de modes.

Enfin, des expériences de focalisation en réception ont été effectuées avec ces plaques. Nous avons montré qu'il était possible de localiser une source acoustique de faible bande passante en utilisant des plaques avec un réseau de diffuseur.

# Chapitre IV

## Mesure du produit vitesse de plaque - épaisseur

Durant cette thèse nous avons utilisé le rayonnement des plaques pour fabriquer des antennes acoustiques. Cependant, avant d'étudier le rayonnement, nous nous sommes aussi intéressés à la vibration des plaques. À partir de ces études, nous avons pu mettre en place une nouvelle méthode de mesure d'épaisseur de plaque qui est présentée dans ce chapitre.

Les ondes de flexion sont étudiées et utilisées pour la détermination de paramètres physiques de plaques. Dans un premier temps, nous rappellerons les équations qui gouvernent la flexion des plaques dans l'hypothèse des plaques minces de Kirchhoff. Ceci nous permettra d'introduire la théorie qui est à la base de la méthode du cercle. Celle-ci repose sur des mesures de vibrations moyennées sur des cercles. Le spectre de vibration sur un cercle est directement proportionnel au spectre de vibration en son centre.

Ensuite, des résultats expérimentaux sont montrés afin de mettre en application cette méthode sur des plaques homogènes isotropes. Nous verrons quelle est la précision de cette méthode. Puis, nous verrons comment cette méthode est extensible à des plaques inhomogènes ou non isotropes.

### IV.1 Propagation des ondes de Lamb

#### IV.1.1 Utilisation des ondes de Lamb

L'étude des ondes guidées est utilisée pour mesurer l'épaisseur de plaques ou bien les constantes élastiques des structures. Ces ondes ont l'avantage de permettre une mesure moyennée sur de grandes surfaces grâce à leur faible atténuation [55, 56]. Leur faible vitesse (comparativement aux ondes électromagnétiques par exemple)

permet d'utiliser des dispositifs expérimentaux assez simplifiés ne nécessitant pas d'électronique ultra rapide. De plus ces ondes sont mesurables sur de larges gammes de fréquences. Des mesures sélectives et sensibles sont donc possibles en sélectionnant les modes de dispersion et les fréquences étudiées.

Pour des structures de type plaque, les ondes guidées sont appelées ondes de Lamb. La mesure des paramètres physiques des matériaux repose principalement sur l'analyse des vitesses de phase et de groupe de ces modes guidés [57–59]. En général, les vitesses mesurées sont analysées et comparées avec les courbes de dispersion théoriques afin de remonter aux constantes élastiques et à l'épaisseur [60, 61] ou un seul de ces paramètres [62, 63]. Pour des matériaux hétérogènes, d'autres constantes vont influencer sur les relations de dispersions, comme par exemple pour les matériaux anisotropiques [64], bi-couches [65] ou des couches de revêtement sur un substrat [66].

Très souvent, ces méthodes de mesure reposent sur le fit des courbes de dispersion en fonction des paramètres physique du matériau étudié. Pour les premiers modes de Lamb antisymétriques et symétriques, des approximations de la relation de dispersion existent [60]. Cependant ce type d'approche nécessite de se placer en espace libre, sans réflexions aux bords. La dimension finie des plaques est souvent ignorée, pour cela, les fréquences utilisées sont très hautes (supérieures à la centaine de kilohertz) afin d'avoir une longueur d'onde petite devant la dimension de la plaque.

Dans ce chapitre, une nouvelle méthode de mesure de la vitesse de plaque et de l'épaisseur est proposée. Celle-ci est effectuée à basse fréquence (en général dans la bande audio : 500 Hz-18 kHz).

### IV.1.2 Méthode du cercle

Nous étudions les ondes de Lamb à basses fréquences. L'excitation des plaques et la détection étant principalement transverses, seul le mode  $A_0$  nous intéresse. L'équation régissant le déplacement vertical a déjà été établie dans le chapitre I (équation (I.7)) :

$$D\Delta^2 w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0. \quad (\text{IV.1})$$

En reprenant l'expression du nombre d'onde  $k$  (équation (I.9)), cette équation peut être factorisée de la manière suivante :

$$(\Delta + k^2) (\Delta - k^2) w = 0. \quad (\text{IV.2})$$

Plutôt que d'essayer de résoudre directement cette équation puis de simplifier ensuite comme dans [67], nous choisissons de nous intéresser directement à la simplification de l'équation (IV.2). Le second terme correspond à des ondes évanescentes.

Si on se place loin des bords, on peut se contenter du premier terme de (IV.2). Le problème peut donc être simplifié à la résolution de l'équation suivante :

$$(\Delta + k^2) w = 0. \quad (\text{IV.3})$$

Alors, la solution de cette équation peut être déterminée en coordonnées polaires :

$$w(r, \theta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n J_n(kr) e^{in\theta}. \quad (\text{IV.4})$$

Cette expression est totalement indépendante des conditions aux bords de la plaque que celles-ci soient linéaires ou non.

À partir de l'expression du déplacement vertical en coordonnées polaires, on peut calculer le déplacement moyenné sur un cercle de rayon  $R$  :

$$\langle w \rangle_R = \frac{1}{2\pi} \int_{C_R} w(R, \theta) d\theta = a_0 J_0(kR). \quad (\text{IV.5})$$

Où la valeur du déplacement au centre du cercle est  $w(0) = a_0$ . Ainsi, en prenant le rapport de la moyenne du déplacement sur un cercle avec la valeur du déplacement en son centre, il vient :

$$\frac{\langle w \rangle_R}{w(0)} = J_0(kR). \quad (\text{IV.6})$$

Cette équation est à la base de la méthode du cercle que nous allons appliquer par la suite. Lorsque la plaque est mise en vibration (à l'aide d'un transducteur piézoélectrique par exemple), le déplacement vertical est mesuré le long d'un contour circulaire ainsi qu'au centre du cercle. La mesure sur le contour circulaire est une mesure moyenne qui doit être faite simultanément à la mesure au centre. Une transformée de Fourier permet d'obtenir le spectre de ces deux signaux. Ainsi, le rapport des deux spectres peut être tracé en fonction de la fréquence. Finalement, l'épaisseur de la plaque ou alors la vitesse de plaque est déduite en adaptant la fonction de Bessel définie dans l'équation (IV.6) à ces données expérimentales.

Pour cela, il faut s'intéresser à la définition du nombre d'onde en fonction de la fréquence :

$$k = 2\pi \frac{\sqrt{f}}{\alpha}; \quad (\text{IV.7})$$

où le paramètre  $\alpha$  traduit la dispersion des ondes de flexion ( $V_\varphi = \alpha\sqrt{f}$ ) et s'exprime de la façon suivante :

$$\alpha^2 = 2\pi \sqrt{\frac{D}{\rho h}}. \quad (\text{IV.8})$$

Nous pouvons aussi introduire la vitesse de plaque  $V_P$  définie dans [15] comme la vitesse du mode de Lamb symétrique à très basse fréquence :

$$V_P = 2V_T \sqrt{1 - \frac{V_T^2}{V_L^2}}. \quad (\text{IV.9})$$

Avec  $V_T$  et  $V_L$  les vitesses transverse et longitudinale du matériau. Alors, le paramètre  $\alpha$  s'exprime ainsi :

$$\alpha^2 = \pi \frac{V_P h}{\sqrt{3}}. \quad (\text{IV.10})$$

Finalement, la méthode du cercle permet de déterminer la bonne valeur du paramètre  $\alpha$  lors d'un ajustement du rapport des spectres avec une fonction de Bessel. Ce paramètre  $\alpha$  permet alors d'accéder au produit vitesse de plaque fois épaisseur :  $V_P h$ .

## IV.2 Application dans les plaques isotropes

### IV.2.1 Détermination de la vitesse de plaque

La plaque étudiée est une plaque en Duralumin de dimensions  $150 \times 150 \times 1.03 \text{ mm}^3$ . Elle est équipée d'une pastille piézoélectrique. La vibration est mesurée au moyen d'un vibromètre laser sur un cercle de rayon 50 mm et au centre de ce cercle. Sur le cercle, la vibration est mesurée sur 72 points équidistants, puis nous prenons la moyenne de ces signaux. La figure IV.1 permet de voir la phase et l'amplitude obtenues pour les deux signaux après une transformée de Fourier.

Nous pouvons voir que les deux spectres sont en phase sur certaines bandes de fréquence et en opposition de phase sur d'autres. Chaque changement correspond à un changement de signe de la fonction de Bessel définie dans l'équation (IV.6).

Nous traçons le rapport des spectres et nous ajustons ce rapport à une fonction de Bessel comme celle décrite dans l'équation (IV.6). La figure IV.2 montre le résultat de l'ajustement pour la partie réelle du rapport. Nous trouvons un coefficient  $\alpha$  de  $3.209 \text{ m.s}^{-1/2}$ .

Comme nous connaissons l'épaisseur de la plaque, nous pouvons remonter à la vitesse de plaque en utilisant l'équation (IV.10). Nous obtenons une vitesse de plaque  $5491 \text{ m/s}$ . La méthode ZGV [61] nous donne  $V_T = 3172 \text{ m/s}$  et  $V_L = 6358 \text{ m/s}$ . Ainsi la vitesse de plaque est de  $5498 \text{ m/s}$  et nous voyons que la méthode des cercles donne un très bon résultat pour ce cas.

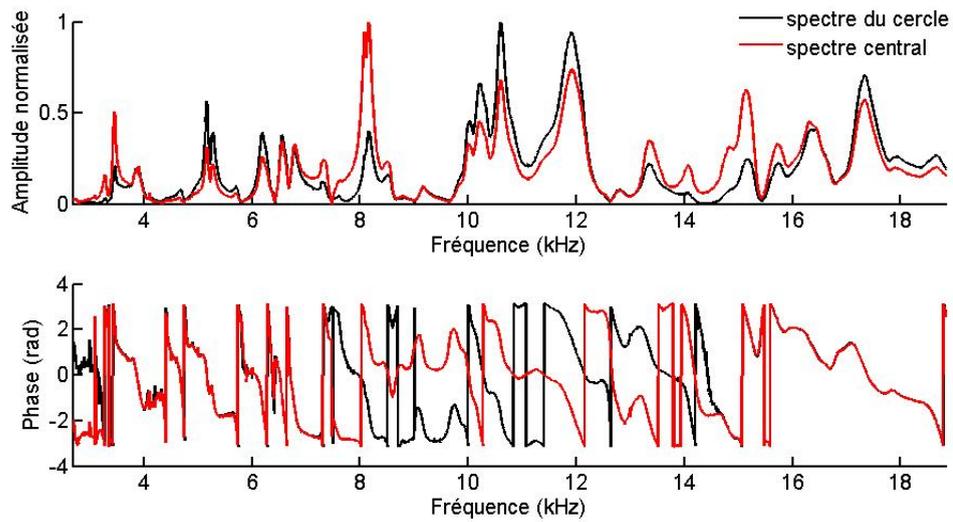


FIGURE IV.1 – Phase (haut) et amplitude (bas) de la vibration obtenue pour un cercle de rayon 50 mm et son centre.

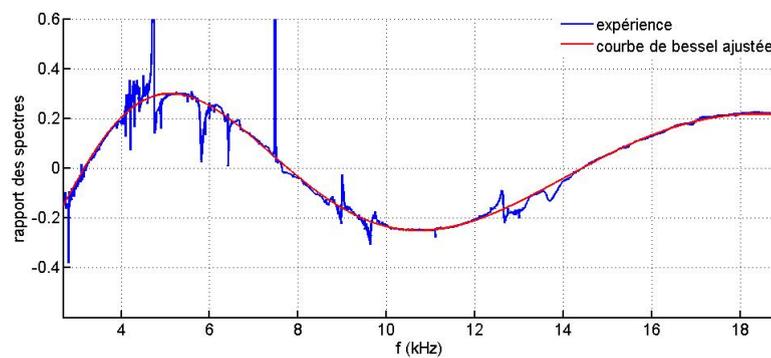


FIGURE IV.2 – Partie réelle du rapport des spectres en fonction de la fréquence.

## IV.2.2 Précision

La précision de la méthode peut être étudiée en faisant varier le rayon des cercles de mesure. Ainsi, plus le rayon du cercle est grand plus la fonction de Bessel est reconnaissable. La figure IV.3 montre les ajustements obtenus pour des cercles de rayon 5, 10, 15 et 20 mm.

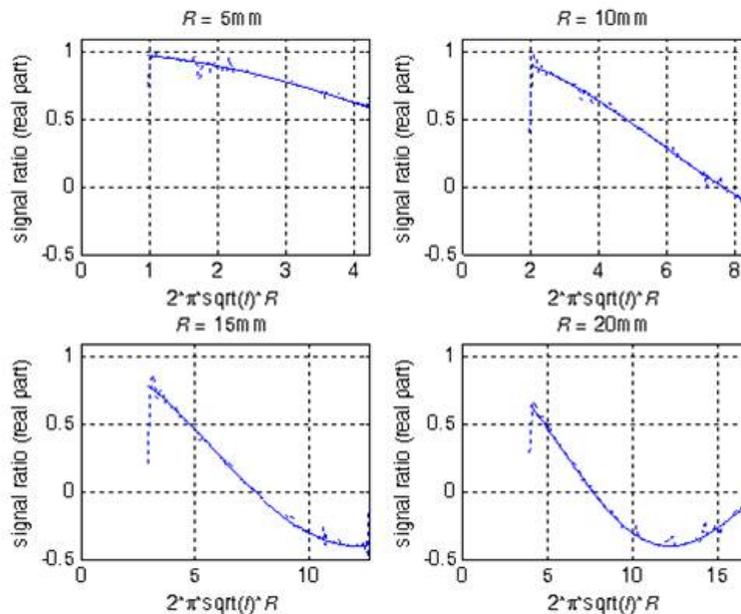


FIGURE IV.3 – Partie réelle du rapport des spectres en fonction de  $2\pi R\sqrt{f}$  pour différents rayons. Pointillés : données expérimentales. Traits continus : ajustement de la fonction de Bessel.

Pour de faibles valeurs de  $R$ , l'ajustement avec la fonction de Bessel ne sera pas très précis car seule une petite portion de la fonction de Bessel apparaît sur la bande de fréquence considérée. La valeur de  $\alpha$  déterminée par l'ajustement dépend donc fortement du bruit de mesure et risque d'être biaisée. Lorsque  $R$  augmente, l'ajustement se fait sur un intervalle plus grand et la fonction de Bessel se reconnaît plus facilement.

Il faut donc déterminer un rayon minimal à partir duquel l'erreur sur la détermination de  $\alpha$  est raisonnable. La figure IV.4 met en évidence ce phénomène pour trois différents points de la plaque. Pour chacun des points, le paramètre  $\alpha$  est déterminé pour différents rayons de cercle.

Nous voyons bien que le paramètre  $\alpha$  tend vers une valeur asymptotique. Cette valeur est obtenue, à une erreur de 5% près, pour des rayons supérieurs à 3 mm. Si nous souhaitons une erreur inférieure à 1%, il faut des rayons supérieurs à 6 mm. Dans cette plaque, à 18 kHz, la longueur d'onde des ondes de flexion est égale à

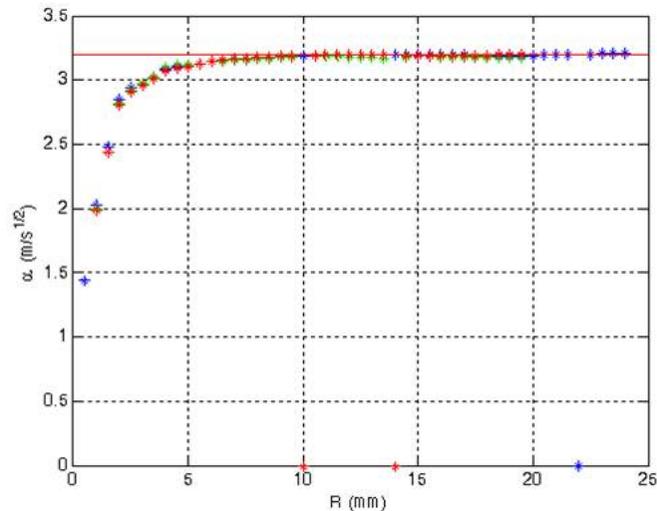


FIGURE IV.4 – Valeurs du paramètre  $\alpha$  en fonction du rayon  $R$  pour différentes positions sur la plaque. La ligne horizontale correspond à la valeur de  $\alpha$  déterminée par la méthode ZGV.

24 mm. Nous pouvons donc considérer qu'un rayon supérieur à  $\lambda_{min}/4$  (avec  $\lambda_{min}$  la plus petite longueur d'onde dans la plaque) permet d'obtenir une valeur de  $\alpha$  correcte avec 1% d'erreur.

## IV.3 Application à une plaque inhomogène ou anisotropique

### IV.3.1 Scan matriciel

Nous avons vu que la méthode du cercle permettait des mesures ponctuelles d'épaisseur ou de vitesse de plaque. Ici nous souhaitons adapter cette méthode pour faire des mesures sur toute une surface. Pour cela, nous utilisons des mesures de vibration faites sur un réseau matriciel carré. La réponse en un point du scan peut être comparée à celles obtenues pour les 8 points qui l'entourent. La figure IV.5 montre qu'on peut alors former deux cercles de rayons  $d_1$  et  $d_2$ .

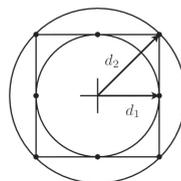


FIGURE IV.5 – Mesure du produit vitesse-épaisseur à partir d'un réseau carré.

Pour des rayons suffisamment petits, la réponse moyenne sur ces groupes de 4 points est suffisamment proche de la moyenne sur l'ensemble du cercle. Cela nous permet de retrouver les fonctions de Bessel pour ces deux cercles. Ainsi nous pouvons obtenir une mesure de l'épaisseur relative d'une plaque sur toute sa surface. La mesure a été effectuée sur une plaque d'épaisseur 4 mm sur laquelle nous avons fait une excavation d'épaisseur 0.5 mm. La figure IV.6 représente le résultat obtenu.

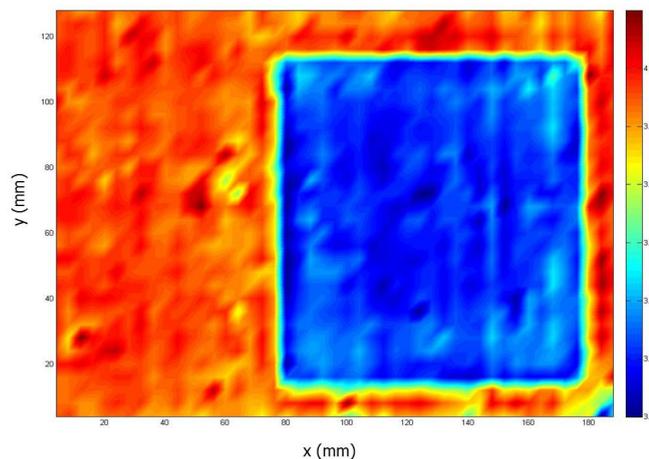


FIGURE IV.6 – Épaisseur de la plaque obtenue par la méthode des cercles à partir d'un scan matriciel.

Nous voyons que l'excavation apparaît assez nettement avec une épaisseur de 3.5 mm environ. Sur les bords de l'excavation, la différence d'épaisseur est moyennée.

En utilisant cette méthode, nous avons aussi pu mettre en évidence l'inhomogénéité des épaisseurs des membranes dans la plaque utilisée au chapitre III. La figure IV.7 représente l'évolution de l'épaisseur de cette plaque.

Nous voyons que les membranes ont des épaisseurs différentes. L'épaisseur des membranes reste supérieure à  $100\mu\text{m}$  car la méthode des cercles moyenne le paramètre  $\alpha$  sur la surface du cercle considéré.

Une plaque témoin a été usinée pour vérifier la précision de notre méthode. Des patches de différentes profondeurs et de différentes surfaces ont été usinés dans une plaque en Duralumin d'épaisseur 1 mm. Les différentes zones ont des épaisseurs variant de 0.4 à 0.8 mm. La figure IV.8 représente la plaque usinée et le résultat de l'application de la méthode.

Les différentes épaisseurs peuvent être distinguées. Dans le cas de la lettre L, les différentes zones se distinguent plus que dans le cas de la lettre I. En effet, pour cette dernière les patches sont plus fins et l'épaisseur du patch est moyennée avec l'épaisseur de la plaque non usinée.

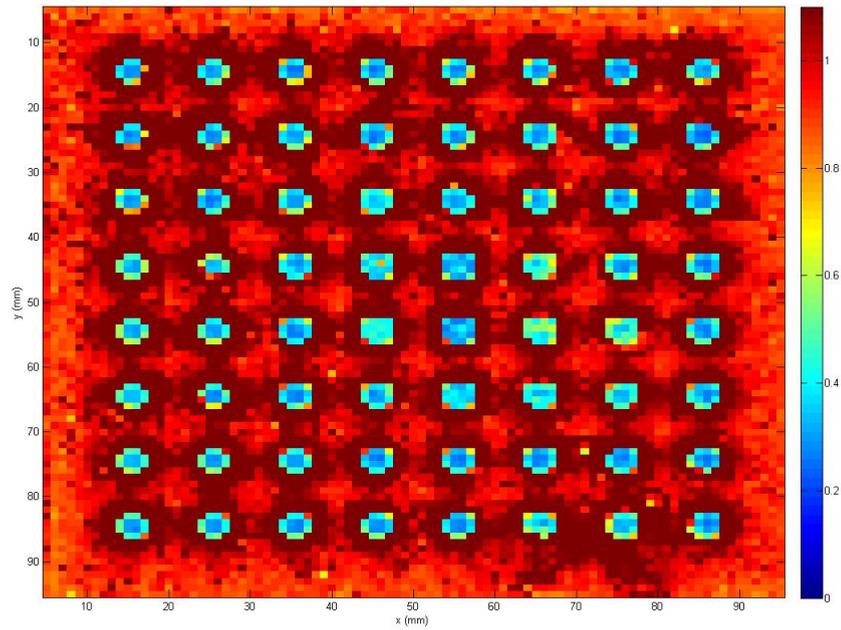
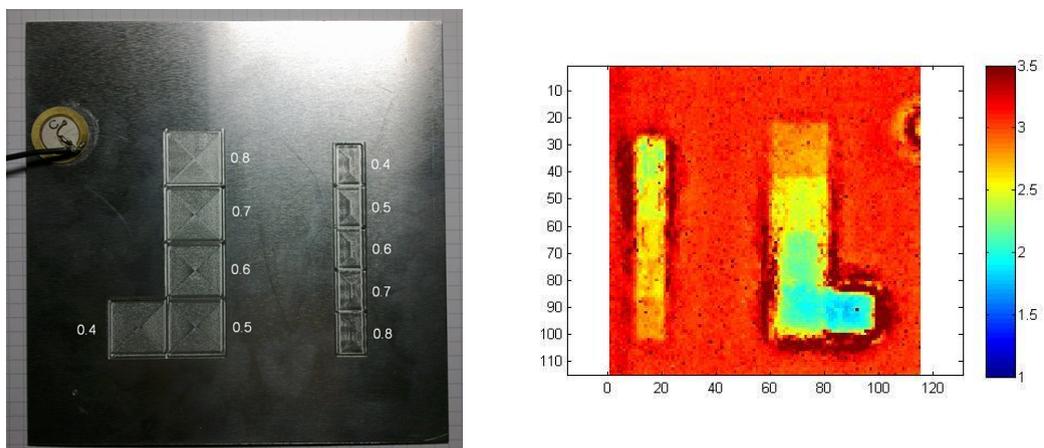


FIGURE IV.7 – Épaisseurs de la plaque avec un réseau de membranes.

FIGURE IV.8 – Gauche : Photo de la plaque usinée. Droite : Résultat de la méthode. L'échelle des couleurs représente la valeur du paramètre  $\alpha$ .

### IV.3.2 Montage passif ponctuel

L'équation (IV.6) reste valable quelque soit le point d'excitation de la plaque. Dans cette partie, une plaque de Duralumin de géométrie quelconque et d'épaisseur 2.95 mm est équipée d'un réseau circulaire de pastilles piézoélectriques connectées en parallèle. Les 16 pastilles montées ainsi en parallèle permettent d'obtenir un signal moyenné sur le cercle de rayon 60 mm. Nous nommons ce capteur  $T_2$ . Une autre pastille piézoélectrique  $T_1$  est collée au milieu de ce cercle, voir figure IV.9. Le rayon du cercle est  $R=60$  mm.

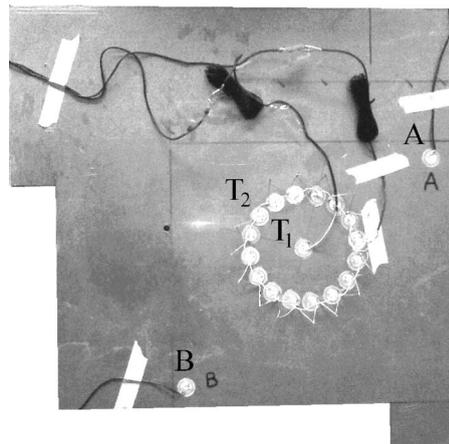


FIGURE IV.9 – Capteurs circulaires et pastille centrale utilisées pour un montage de mesure passif.

L'excitation de la plaque peut être faite en utilisant les transducteurs  $A$  ou  $B$ . Nous émettons des signaux de type "chirp" en utilisant l'un ou l'autre des transducteurs. Nous faisons la transformée de Fourier des signaux reçus par les deux capteurs  $T_1$  et  $T_2$ , puis nous prenons le rapport des spectres ainsi obtenus. La figure IV.10 représente la norme du rapport des spectres pour une excitation par le capteur  $A$  ou par le capteur  $B$ .

Dans les deux cas nous obtenons une même valeur de  $\alpha$ . Après avoir mesuré l'épaisseur de la plaque à l'aide d'un pied à coulisse, nous remontons à la vitesse de plaque  $V_P$  égale à 5.27 km/s. Pour cette plaque, les valeurs mesurées des vitesses longitudinales et transverses sont respectivement  $V_L=6.483$  km/s et  $V_T=3.105$  km/s. Ce qui donne une valeur de 5.45 km/s pour la vitesse de plaque. L'erreur relative est donc de 3%. Ceci permet donc de montrer que le rapport des spectres est indépendant du point d'excitation.

Une seconde série d'expérience a été menée en utilisant des sources de bruit. Dans le premier cas, une pointe métallique est déplacée sur la plaque. Lorsque la pointe bouge sur la surface de la plaque, celle-ci crée des vibrations par frottement et

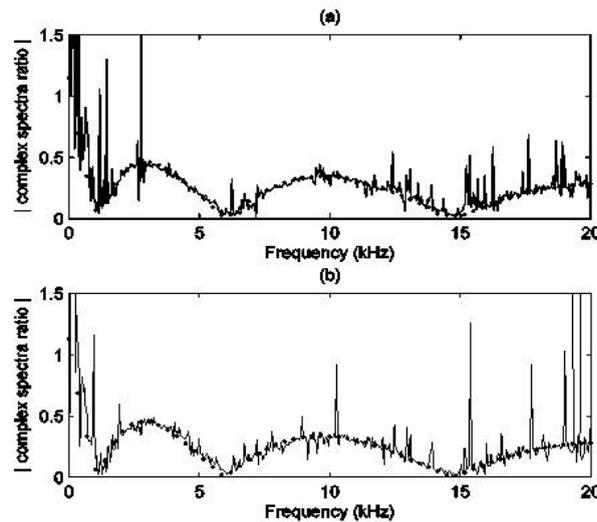


FIGURE IV.10 – Rapport des spectres pour une excitation de la plaque par le capteur  $A$  (haut) ou par le capteur  $B$  (bas).

nous pouvons enregistrer les signaux reçus par  $T_1$  et  $T_2$ . Dans le second cas, un haut parleur mobile placé dans l'air émet des "chirps" (de 100 Hz à 18 kHz). La plaque peut donc vibrer à cause du bruit dans l'air. Cette fois le rapport est moyenné sur 128 mesures et la figure IV.11 représente les résultats obtenus pour les deux types d'expérience.

### IV.3.3 Plaque orthotrope

Dans cette partie des expériences ont été menées afin d'étudier l'anisotropie d'un matériau. Nous nous sommes limités au cas simple de l'orthotropie. Un matériau orthotrope présente seulement deux directions privilégiées perpendiculaires. Par exemple, le bois présente des propriétés mécaniques différentes dans la direction des fibres et dans la direction transverse. Les matériaux fabriqués par lamination peuvent aussi présenter ce type d'anisotropie.

Nous avons donc voulu mettre en évidence l'orthotropie dans une plaque en modifiant la méthode des cercles. Dans ce cas, le paramètre  $\alpha$  aura deux valeurs (une selon chaque axe privilégié). Nous devons donc nous intéresser à des contours elliptiques.

Expérimentalement, nous avons utilisé une plaque en epoxy d'épaisseur 0.5 mm sur laquelle est déposée une couche de cuivre de 35  $\mu\text{m}$ . Ces plaques sont généralement utilisées pour fabriquer des circuits électroniques. Nous utilisons les techniques d'insolation et de révélation pour ne garder que des bandes parallèles de cuivre (voir figure IV.12). Ainsi la plaque obtenue dispose d'une rigidité plus grande dans la

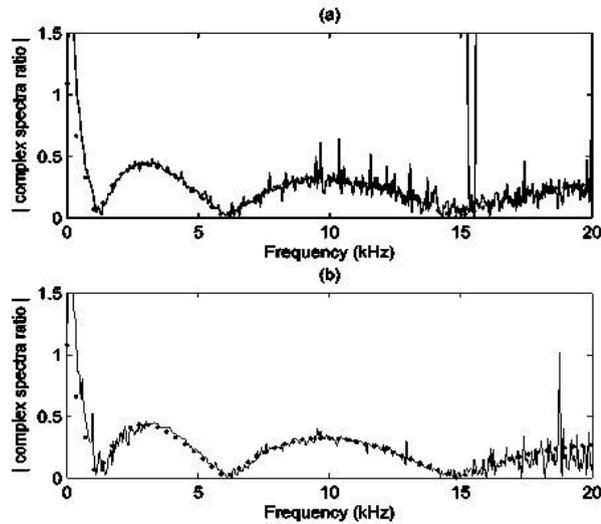


FIGURE IV.11 – Rapport des spectres pour une excitation de la plaque par un stylo bille (haut) ou par un haut parleur (bas).

direction des bandes que dans la direction transverse.

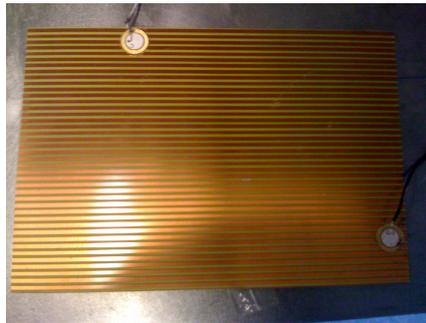


FIGURE IV.12 – Plaque utilisée pour la mise en évidence de l'orthotropie.

Deux pastilles piézoélectriques sont collées sur la plaque. La première étape consiste à trouver le bon rapport  $V_{Px}/V_{Py}$  (ou  $(\alpha_x/\alpha_y)^2$ ) et donc le bon contour elliptique. Pour cela, nous prenons les corrélations des réponses enregistrées sur les deux pastilles :

$$R_{contour} = \left( \sum_{contour} U_{i1} \right) \left( \sum_{contour} U_{i2}^* \right), \quad (IV.11)$$

$$R_{centre} = U_{centre1} U_{centre1}^*. \quad (IV.12)$$

Avec  $U_{ij}$  la réponse fréquentielle entre le point  $i$  et le transducteur  $j$ .

Puis en faisant varier, les dimensions du contour elliptique, nous cherchons à minimiser la phase du produit de corrélation  $R_{contour} R_{centre}^*$ . En effet, si on considère

une plaque isotrope, la relation (IV.6) permet d'écrire que  $R_{contour}$  est proportionnel à  $J_0(kR)^2 R_{centre}$ . Pour une plaque orthotrope, lorsque le contour est le bon, nous supposons donc aussi que  $R_{contour}$  est proportionnel à  $R_{centre}$  et donc que le produit de corrélation doit être réel et positif. Le rapport d'anisotropie trouvé est alors  $(\alpha_x/\alpha_y)^2 = 1.31$ .

Ceci permet donc de trouver le contour optimal. C'est-à-dire le contour adapté à l'anisotropie du milieu. Ainsi, il est possible de déterminer les coefficients  $\alpha_x$  et  $\alpha_y$ . Dans la direction des rayures, nous trouvons  $\alpha_x=1.99 \text{ m.s}^{-1/2}$  et dans la direction transverse  $\alpha_y=1.74 \text{ m.s}^{-1/2}$ .

Une étude modale a été menée pour confirmer ces résultats (voir annexe A) Celle-ci nous donne les valeurs suivantes :  $\alpha_x=2.01 \text{ m.s}^{-1/2}$  et  $\alpha_y=1.75 \text{ m.s}^{-1/2}$ . Ceci permet donc bien de confirmer l'application de la méthode des cercles à des plaques orthotropes.

## IV.4 Conclusion

Ce dernier chapitre nous a permis d'étudier plus précisément la vibration des plaques. Nous avons montré une nouvelle méthode de mesure d'épaisseur de plaques. La mesure du spectre de vibration sur un cercle et en son centre permet de remonter au produit vitesse de plaque fois épaisseur. Cette mesure est locale et quantitative.

Cette méthode utilise la connaissance des vibrations à basse fréquence et ne dépend pas des conditions aux bords des plaques. Elle est aussi bien adaptable à des plaques homogènes isotropes qu'à des plaques anisotropes ou avec des inhomogénéités.

Cette méthode peut être appliquée sans aucun contact avec la plaque étudiée, en utilisant une excitation et une détection au moyen d'un laser par exemple. Elle peut aussi être utilisée de manière passive en mesurant les vibrations de la plaque dues au bruit ambiant. Ainsi la simple "écoute acoustique" de la plaque permet de déduire son épaisseur.



# Conclusion

La focalisation d'une onde acoustique au moyen du procédé de retournement temporel peut s'appuyer sur la complexité du milieu de propagation. Ainsi, l'utilisation d'un milieu réverbérant autorise une forte réduction du nombre de transducteurs nécessaires à la focalisation.

Le but de la thèse était de concevoir des cavités de géométries planaires à faible profil et donc des plaques afin de réaliser des antennes acoustiques fonctionnant en émission et réception. Les modes de vibration sont rayonnés dans le milieu environnant. Par l'usage du procédé de retournement temporel, la phase de chacun des modes est contrôlée de manière à obtenir une sommation cohérente de l'ensemble au point de focalisation.

La résolution de notre antenne dépend de la bande de fréquence et de la plus petite longueur d'onde dans l'air. En champ lointain, la diffraction de l'onde rayonnée est semblable à celle obtenue avec une ouverture acoustique conventionnelle. La tache de focalisation évolue linéairement en fonction de la distance à l'antenne. Sa caractérisation montre que la totalité de la surface de la cavité constitue l'ouverture acoustique. En champ proche, la largeur de focalisation est constante et dépend de celle obtenue dans la plaque. Le contraste du point focal dépend du nombre de modes indépendants dans la bande de fréquence d'utilisation. Il est d'autant meilleur que ce nombre est élevé.

La densité modale qui caractérise le nombre de modes indépendants par unité de fréquence est le critère de recherche pour obtenir une bonne focalisation. Plusieurs solutions sont étudiées. La première consiste pour une surface donnée à modifier la géométrie de la plaque en lui conférant une forme de billard chaotique. La densité modale dans ce cas augmente avec comme atout supplémentaire qu'aucune direction particulière pour l'ensemble des modes n'est privilégiée. L'étude de ce type de plaque aboutit à une focalisation contrastée avec des lobes secondaires fortement réduits et un motif de focalisation homogène. Le mode échographique est également expérimenté avec succès mais avec l'aide d'un microphone en réception. Du fait d'une mauvaise adaptation d'impédance acoustique avec l'air, le mode échographique avec des pastilles piézoélectriques officiant en réception collées sur la plaque est inopérant.

La deuxième solution répond aux deux conditions : augmentation de la densité modale et meilleure adaptation d'impédance acoustique. L'antenne acoustique dans ce cas est une plaque composée d'une multitude de trous borgnes se comportant comme des résonateurs. L'étude ce type de plaque réalisée avec le logiciel COMSOL montre une forte augmentation de la densité modale autour de la fréquence de résonance des trous. Les membranes des trous borgnes, plus légères, permettent un meilleur rayonnement dans l'air des vibrations. Autre avantage de cette deuxième solution : la diminution de la bande de fréquence pour obtenir un contraste comparable avec celle proposée en premier.

Le contraste qui on le rappelle permet de distinguer deux diffuseurs ou deux sources proches est également étudié en fonction du nombre d'éléments actant en émission ou en réception. Le gain n'est alors pas forcément au rendez-vous et l'étude montre que les modes excités ou détectés par chacun des éléments doivent être indépendants. Dans le meilleur des cas, le contraste évolue en fonction de la racine carrée du nombre d'éléments. Dans le cas défavorable, deux éléments ou plus peuvent être redondants.

Enfin, les plaques usinées avec un robot mécanique ont été caractérisées au moyen d'une nouvelle méthode de mesure locale d'épaisseur. Cette méthode initialement étudiée durant le stage de M2 puis perfectionnée durant la thèse a servi à mesurer l'homogénéité en épaisseur de nos diverses plaques. Elle montre notamment dans le cas des plaques à trous borgnes que l'usinage est imparfait car une dispersion non négligeable de l'épaisseur des membranes est constatée. Grande première par ailleurs, la méthode autorise « l'écoute acoustique passive de la plaque » pour en déduire son épaisseur.

# Annexe A

## Analyse modale de l'orthotropie

### Théorie

Nous ne nous intéressons qu'au mode de flexion. Pour une plaque rectangulaire orthotrope de dimensions  $a \times b \times h$ , l'équation de vibration s'écrit [68] :

$$D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \quad (\text{A.1})$$

où  $D_{11}, D_{12}$  et  $D_{22}$  sont les rigidités de flexion et  $D_{66}$  est la rigidité de torsion.

D'un point de vue modal, la vibration de la plaque peut être écrite sous la forme suivante :

$$w_{mn}(x, y, t) = A_{mn} X_m(x) Y_n(y) \sin(\omega_{mn} t). \quad (\text{A.2})$$

L'étude des conditions aux bords donne alors la forme des fonctions  $X_m$  et  $Y_n$ . Dans l'étude présentée, la plaque est considérée avec des bords libres.

Les fréquences de résonance sont celles pour lesquelles l'énergie potentielle atteint un maximum. Cette dernière peut s'écrire

$$U_{max} = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left\{ D_{11} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + 2D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_{22} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 4D_{66} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} dy dx. \quad (\text{A.3})$$

Ce maximum correspond à un maximum d'énergie cinétique qui est le suivant :

$$T_{max} = \frac{1}{2} \rho h \omega_{mn}^2 \int_0^a \int_0^b w^2 dy dx. \quad (\text{A.4})$$

Alors nous obtenons un système d'équations :

$$\rho h a^4 \omega_{ij}^2 = \alpha_{ij} D_{11} + 2\lambda^2 \beta_{ij} D_{12} + \lambda^4 \gamma_{ij} D_{22} + 4\lambda^2 \delta_{ij} D_{66}. \quad (\text{A.5})$$

Avec  $\lambda = a/b$ , et les  $\alpha_{ij}$ ,  $\beta_{ij}$ ,  $\gamma_{ij}$  et  $\delta_{ij}$  des fonctions de  $X_i$  et  $Y_j$  et de leur dérivées pour les modes  $(i, j)$  correspondants. En résolvant ce systèmes d'équations, nous sommes capable de remonter aux coefficients de rigidités  $D_{11}$ ,  $D_{12}$ ,  $D_{22}$  et  $D_{66}$ .

Enfin nous utilisons les relations suivantes pour trouver les propriétés mécaniques du matériau :

$$E_{11} = \frac{12}{h^3} \left( D_{11} - \frac{D_{12}^2}{D_{22}} \right). \quad (\text{A.6})$$

$$E_{22} = \frac{12}{h^3} \left( D_{22} - \frac{D_{12}^2}{D_{11}} \right). \quad (\text{A.7})$$

$$\nu_{12} = \frac{D_{12}}{D_{22}}. \quad (\text{A.8})$$

$$G_{12} = \frac{12}{h^3} D_{66}. \quad (\text{A.9})$$

Cette méthode donne en général de bons résultats pour  $E_{11}$ ,  $E_{22}$  et  $G_{12}$ . Par contre, pour  $\nu_{12}$ , l'erreur peut être très importante. Ceci est du à la grande différence d'ordre de grandeur entre ces valeurs.

## Application

Pour essayer de confirmer les résultats précédents, une analyse harmonique de la plaque en époxy a été menée. Grâce à cette étude, les coefficients élastiques de la plaque peuvent être obtenus [68].

Pour la plaque en époxy, de dimensions 276x188x0.5 mm<sup>3</sup> et de masse volumique 2750 kg.m<sup>-3</sup>, plusieurs modes ont pu être déterminés (voir tableau suivant et figure A.1)

<b>modes</b>	(3,5)	(3,6)	(6,5)	(3,7)	(9,3)	(5,7)
<b>fréquence (Hz)</b>	328	500	592	710	834	870
<b>modes</b>	(7,7)	(5,8)	(4,9)	(11,4)	(11,5)	
<b>fréquence (Hz)</b>	1114	1125	1345	1367	1501	

TABLE A.1 – Fréquence des modes propres trouvés pour la plaque orthotrope.

Le calcul des rigidités de flexion et de torsion de la plaque a été fait en effectuant une moyenne des différentes rigidités obtenues pour différentes combinaisons de modes.

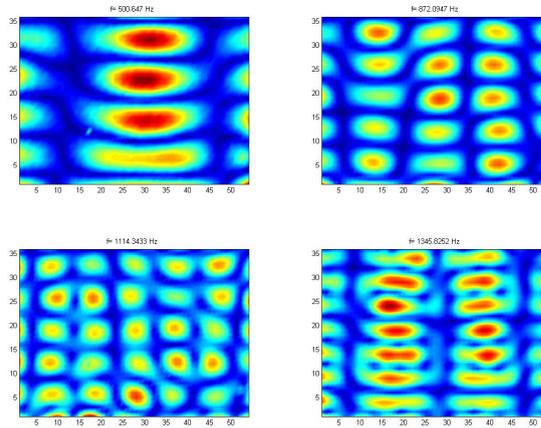


FIGURE A.1 – Exemples des modes (3,6), (5,7), (7,7) et (4,9)

$$D_{11} = 0.57N.m$$

$$D_{22} = 0.33N.m$$

$$D_{12} = 0.04N.m$$

$$D_{66} = 0.14N.m$$

Pour les rigidités de flexion  $D_{11}$  et  $D_{22}$ , la variation est inférieure à 3% suivant les combinaisons de modes utilisées. De plus, pour ces plaques, on peut montrer [69] que la vitesse des ondes évolue de la façon suivante dans la direction des fibres :

$$c_f = \sqrt[4]{D_{11}/\rho h} \sqrt{\omega}$$

Et dans la direction transverse :

$$c_f = \sqrt[4]{D_{22}/\rho h} \sqrt{\omega}$$

Les coefficients  $\alpha$  déterminés dans l'étude précédente sont donc reliés à la rigidité de flexion dans la direction considérée et à l'épaisseur par la relation :

$$\alpha_i^2 = 2\pi \sqrt{\frac{D_{ii}}{\rho h}}. \quad (\text{A.10})$$

Cette relation est identique à l'équation (IV.8) qui était valable pour une plaque isotrope dans toutes les directions.

Le rapport d'anisotropie est alors donné par  $\sqrt{D_{11}/D_{22}}=1.315$  et les valeurs de dispersion sont  $\alpha_1=2.01 \text{ m.s}^{-1/2}$  et  $\alpha_2=1.75 \text{ m.s}^{-1/2}$ . La méthode des ellipses avait donné les valeurs  $\alpha_1=2.01 \text{ m.s}^{-1/2}$  et  $\alpha_2=1.76 \text{ m.s}^{-1/2}$ . Ainsi, dans le cas de

ces plaques, la détermination des coefficients  $\alpha$  permet donc de trouver le rapport rigidité sur épaisseur dans les 2 directions principales de la plaque avec une erreur de l'ordre de 1%.

# Table des figures

I.1	Schéma de principe du retournement temporel. . . . .	8
I.2	Principe de focalisation par retournement temporel sur une ouverture limitée. . . . .	9
I.3	Dispositif expérimental de retournement temporel dans une plaque de silicium. . . . .	11
I.4	Résultat de l'expérience de C. Draeger dans un disque de silicium réverbérant. . . . .	11
I.5	Utilisation de sources virtuelles. . . . .	12
I.6	Dispositif expérimental utilisé par Chladni et modes propres. . . . .	14
I.7	Application du retournement temporel pour la focalisation d'une cavité ouverte. . . . .	18
I.8	Largeur à mi-hauteur des tâches focales pour différentes profondeurs de focalisation. . . . .	19
I.9	Suivi d'une source acoustique. . . . .	19
II.1	Amplitude de vibration d'une plaque carrée en Duralumin . . . . .	25
II.2	Courbes de dispersion d'une onde de flexion et d'une onde dans un milieu fluide . . . . .	26
II.3	Mise en évidence de l'absorption . . . . .	27
II.4	Amplitude de vibration normalisée pour différents modes . . . . .	27
II.5	Surface d'intégration considérée . . . . .	30
II.6	Réponses impulsionnelles mesurée et calculée. . . . .	33
II.7	Recompression temporelle au point de focalisation. . . . .	34
II.8	Caractérisation spatiale du champ acoustique focalisé à 150 mm de la plaque. . . . .	35
II.9	Tâches focales obtenues par Retournement temporel simple et par filtre inverse. . . . .	36
II.10	Recompression temporelle au point de focalisation par filtre inverse. . . . .	37
II.11	Évolution de la taille de la tache focale en fonction de la profondeur de focalisation. . . . .	38

II.12	Comparaison des vibrations des différentes plaques sur la bande 20 kHz - 50 kHz. . . . .	40
II.13	Comparaison pour des focalisations en face de l'axe pour $F/D = 1$ . . .	41
II.14	Photo de la plaque équipée de 8 transducteurs. . . . .	41
II.15	Évolution du contraste avec le nombre de capteurs. . . . .	42
II.16	Vibration d'une plaque simple pour 4 capteurs. . . . .	43
III.1	Trajectoire d'un rayon dans une cavité de géométrie régulière ou de type billard de Sinai. . . . .	46
III.2	Evolution de deux trajectoires décalées d'un millièrme de radian dans un billard de Sinai. . . . .	47
III.3	Distribution spatiale des amplitudes de deux modes de la cavité chaotique. . . . .	48
III.4	Courbes de dispersion des plaques à géométrie régulière et chaotique	48
III.5	Représentation de la vibration dans l'espace de Fourier. . . . .	49
III.6	Tâche focale obtenue par retournement temporel synthétique à 150 mm avec une plaque de géométrie irrégulière. . . . .	50
III.7	Montage expérimental utilisé pour l'imagerie. . . . .	50
III.8	Champ de pression normalisé réfléchi par la cible. . . . .	52
III.9	Champ de pression normalisé réfléchi pour différentes profondeurs en présence de deux cibles. . . . .	52
III.10	Réponse fréquentielle du trou "borgne". . . . .	55
III.11	Évolution de la fréquence de résonance de la membrane. . . . .	56
III.12	Réponse fréquentielle du plot. . . . .	57
III.13	Évolution de la fréquence de résonance du plot. . . . .	57
III.14	Relations de dispersion d'une plaque avec trous "borgnes" ou trous débouchants. . . . .	58
III.15	Comparaison des relations de dispersion expérimentales. . . . .	59
III.16	Représentation de la vibration dans l'espace de Fourier. . . . .	60
III.17	Puissance rayonnée par les plaques. . . . .	62
III.18	Puissance rayonnée par les plaques à 100 mm. . . . .	62
III.19	Photos des plaques équipées de 8 capteurs piézoélectriques. . . . .	63
III.20	Gain de contraste de focalisation pour 1 capteur et pour 8 capteurs. .	64
III.21	Vibration d'une plaque avec membranes pour 4 capteurs. . . . .	65
III.22	Localisation de source acoustique en utilisant une plaque simple. . . .	67
III.23	Localisation de source acoustique en utilisant la plaque avec membranes. . . . .	68

---

IV.1	Phase et amplitude de la vibration obtenue pour un cercle de rayon 50 mm et son centre. . . . .	73
IV.2	Partie réelle du rapport des spectres en fonction de la fréquence. . . .	73
IV.3	Partie réelle du rapport des spectres pour différents rayons. . . . .	74
IV.4	Valeurs du paramètre de dispersion en fonction du rayon pour différentes positions. . . . .	75
IV.5	Mesure du produit vitesse-épaisseur à partir d'un réseau carré. . . . .	75
IV.6	Épaisseur de la plaque obtenue par la méthode des cercles à partir d'un scan matriciel. . . . .	76
IV.7	Épaisseur de la plaque avec un réseau de membranes. . . . .	77
IV.8	Photo et scan de la plaque avec des patches. . . . .	77
IV.9	Capteurs circulaires et pastille centrale utilisées pour un montage de mesure passif. . . . .	78
IV.10	Rapport des spectres pour une excitation de la plaque par les capteurs. . . . .	79
IV.11	Rapport des spectres pour une excitation de la plaque par une source de bruit. . . . .	80
IV.12	Plaque utilisée pour la mise en évidence de l'orthotropie. . . . .	80
A.1	Exemples des modes (3,6), (5,7), (7,7) et (4,9) . . . . .	87



# Bibliographie

- [1] D. CASSEREAU et M. FINK, « Time reversal of ultrasonics fields-Part III : Theory of the closed time-reversal cavity », *IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 39, no. 5, p. 579–592, 1992.
- [2] M. FINK, « Time Reversed Acoustics », *Physics Today*, vol. 50, p. 34, mars 1997.
- [3] G. LEROSEY, J. DE ROSNY, A. TOURIN, A. DERODE, G. MONTALDO et M. FINK, « Time Reversal of Electromagnetic Waves », *Physical Review Letters*, vol. 92, p. 19–21, mai 2004.
- [4] E. KERBRAT, C. PRADA, D. CASSEREAU et M. FINK, « Imaging in the presence of grain noise using the decomposition of the time reversal operator », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 113, no. 3, p. 1230, 2003.
- [5] J.-L. THOMAS, F. WU et M. FINK, « Time reversal focusing applied to lithotripsy », *Ultrasonic Imaging*, vol. 18, no. 2, p. 106–121, 1996.
- [6] J.-F. AUBRY, M. TANTER, M. PERNOT, J.-L. THOMAS et M. FINK, « Experimental demonstration of noninvasive transskull adaptive focusing based on prior computed tomography scans », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 113, no. 1, p. 84, 2003.
- [7] P. ROUX, B. ROMAN et M. FINK, « Time-reversal in an ultrasonic waveguide », *Applied Physics Letters*, vol. 70, no. 14, p. 1811, 1997.
- [8] A. DERODE, P. ROUX et M. FINK, « Robust Acoustic Time Reversal with High-Order Multiple Scattering », *Physical Review Letters*, vol. 75, no. 23, p. 4206–4210, 1995.
- [9] S. YON, M. TANTER et M. FINK, « Sound focusing in rooms : The time-reversal approach », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 113, no. 3, p. 1533, 2003.
- [10] C. DRAEGER et M. FINK, « One-channel time reversal of elastic waves in a chaotic 2D-silicon cavity », *Physical Review Letters*, vol. 79, no. 3, p. 407–410, 1997.

- [11] C. DRAEGER, J. C. AIME et M. FINK, « One-channel time-reversal in chaotic cavities : Experimental results », *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 105, no. 2, p. 618–625, 1999.
- [12] R.-K. ING, S. CATHELINE, N. QUIEFFIN et M. FINK, « Procédé pour localiser un impact sur une surface et dispositif pour la mise en oeuvre de ce procédé », brevet N° FR2841022, déposants : ESPCI (FR) ; CNRS, Université PARIS 6 et Université PARIS 7.
- [13] R.-K. ING, N. QUIEFFIN, S. CATHELINE et M. FINK, « In solid localization of finger impacts using acoustic time-reversal process », *Applied Physics Letters*, vol. 87, no. 20, 2005.
- [14] H. LAMB, « On Waves in an Elastic Plate », *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, vol. 93, no. 648, p. 114–128, 1917.
- [15] D. ROYER et E. DIEULESSAINT, *Elastic waves in solids I*. Springer, 1996.
- [16] G. RIBAY, *Localisation de source en milieu réverbérant par Retournement Temporel*. Thèse doctorat, Université Paris VII, 2006.
- [17] A. E. H. LOVE, « The Small Free Vibrations and Deformation of a Thin Elastic Shell », *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 179, p. 491–546, jan. 1888.
- [18] L. D. LANDAU, E. M. LIFSHITZ, A. M. KOSEVICH et L. P. PITAEVSKI ?, *Theory of Elasticity*. Elsevier, 1986.
- [19] A. W. LEISSA, « Vibration of plates », rap. tech., DTIC Document, 1969.
- [20] A. DERODE, A. TOURIN et M. FINK, « Random multiple scattering of ultrasound. II. Is time reversal a self-averaging process ? », *Physical Review E*, vol. 64, p. 1–13, août 2001.
- [21] N. QUIEFFIN, S. CATHELINE, R.-K. ING et M. FINK, « Real-time focusing using an ultrasonic one channel time-reversal mirror coupled to a solid cavity », *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 115, no. 5, p. 1955–1960, 2004.
- [22] G. MONTALDO, D. PALACIO, M. TANTER et M. FINK, « Building three-dimensional images using a time-reversal chaotic cavity », *IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 52, no. 9, p. 1489–1497, 2005.
- [23] Y. D. SINELNIKOV, A. M. SUTIN et A. P. SARVAZIAN, « Time reversal in ultrasound focusing transmitters and receivers », *Acoustical Physics*, vol. 56, p. 183–193, avril 2010.
- [24] Y. CHOI, H. LEE, H. HONG et W. S. OHM, « Two-dimensional virtual array for ultrasonic nondestructive evaluation using a time-reversal chaotic cavity », *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 130, no. 5, p. 2720–2727, 2011.

- [25] N. QUIEFFIN, *Etude du rayonnement acoustique de structures solides : vers un système d'imagerie haute résolution*. Thèse doctorat, Université Paris VI, 2004.
- [26] A. CHAIGNE et C. LAMBOURG, « Time-domain simulation of damped impacted plates. I. Theory and experiments », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 109, p. 1422, avril 2001.
- [27] R. D. MINDLIN, « Influence of rotary inertia and shear on flexural motion of isotropic and elastic plates », *Journal of Applied Mechanics*, vol. 18, p. 31–38, 1951.
- [28] R. D. MINDLIN, « Thickness-Shear and Flexural Vibrations of Crystal Plates », *Journal of Applied Physics*, vol. 22, p. 316, mars 1951.
- [29] C. LESUEUR, *Rayonnement acoustique des structures*. Eyrolles, 1988.
- [30] E. G. WILLIAMS, « Numerical evaluation of the radiation from un baffled , finite plates using the FFT », *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 74, no. 1, p. 343–347, 1983.
- [31] A. DERODE, A. TOURIN et M. FINK, « Ultrasonic pulse compression with one-bit time reversal through multiple scattering », *Journal of Applied Physics*, vol. 85, no. 9, p. 6343–6352, 1999.
- [32] M. TANTER, J.-F. AUBRY, J. GERBER, J.-L. THOMAS et M. FINK, « Optimal focusing by spatio-temporal inverse filter. I. Basic principles », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 110, no. 1, p. 37, 2001.
- [33] L. CREMER, M. HECKL et B. A. T. PETERSSON, *Structure-borne Sound : Structural Vibrations And Sound Radiation At Audio Frequencies*. Springer, 2005.
- [34] G. XIE, D. THOMPSON et C. JONES, « Mode count and modal density of structural systems : relationships with boundary conditions », *Journal of Sound and Vibration*, vol. 274, p. 621–651, juil. 2004.
- [35] R. D. BLEVINS, « Modal density of rectangular volumes, areas, and lines », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 119, no. 2, p. 788, 2006.
- [36] M. V. BERRY, « Regularity and chaos in classical mechanics, illustrated by three deformations of a circular 'billiard' », *European Journal of Physics*, vol. 2, p. 91–102, 1981.
- [37] C. ELLEGAARD, T. GUHR, K. LINDEMANN, H. LORENSEN, J. NYGÅRD et M. OXBORROW, « Spectral Statistics of Acoustic Resonances in Aluminum Blocks », *Physical Review Letters*, vol. 75, p. 1546–1549, août 1995.
- [38] C. ELLEGAARD, T. GUHR, K. LINDEMANN, J. NYGÅRD et M. OXBORROW, « Symmetry Breaking and Spectral Statistics of Acoustic Resonances in Quartz Blocks », *Physical Review Letters*, vol. 77, p. 4918–4921, déc. 1996.

- [39] G. TANNER et N. SØ NDERGAARD, « Wave chaos in acoustics and elasticity », *Journal of Physics A : Mathematical and Theoretical*, vol. 40, p. R443–R509, déc. 2007.
- [40] M. KUSHWAHA, P. HALEVI, L. DOBRZYNSKI et B. DJAFARI-ROUHANI, « Acoustic band structure of periodic elastic composites », *Physical Review Letters*, vol. 71, p. 2022–2025, sept. 1993.
- [41] Z. LIU, X. ZHANG, Y. MAO, Y. Y. ZHU, Z. YANG, C. T. CHAN et P. SHENG, « Locally Resonant Sonic Materials », *Science*, vol. 289, p. 1734–1736, sept. 2000.
- [42] R. SAINIDOU, B. DJAFARI-ROUHANI et J. VASSEUR, « Surface acoustic waves in finite slabs of three-dimensional phononic crystals », *Physical Review B*, vol. 77, mars 2008.
- [43] A. KHELIF, B. AOUBIZA, S. MOHAMMADI, A. ADIBI et V. LAUDE, « Complete band gaps in two-dimensional phononic crystal slabs », *Physical Review E*, vol. 74, oct. 2006.
- [44] J.-C. HSU et T.-T. WU, « Efficient formulation for band-structure calculations of two-dimensional phononic-crystal plates », *Physical Review B*, vol. 74, oct. 2006.
- [45] S. YANG, J. PAGE, Z. LIU, M. COWAN, C. CHAN et P. SHENG, « Focusing of Sound in a 3D Phononic Crystal », *Physical Review Letters*, vol. 93, juil. 2004.
- [46] A. SUKHOVICH, B. MERHEB, K. MURALIDHARAN, J. VASSEUR, Y. PENNEC, P. DEYMIER et J. PAGE, « Experimental and Theoretical Evidence for Sub-wavelength Imaging in Phononic Crystals », *Physical Review Letters*, vol. 102, avril 2009.
- [47] X. ZHANG, T. JACKSON, E. LAFOND, P. DEYMIER et J. VASSEUR, « Evidence of surface acoustic wave band gaps in the phononic crystals created on thin plates », *Applied Physics Letters*, vol. 88, p. 041911, jan. 2006.
- [48] N. FANG, D. XI, J. XU, M. AMBATI, W. SRITURAVANICH, C. SUN et X. ZHANG, « Ultrasonic metamaterials with negative modulus. », *Nature materials*, vol. 5, p. 452–6, juin 2006.
- [49] Z. G. WANG, S. H. LEE, C. K. KIM, C. M. PARK, K. NAHM et S. A. NIKITOV, « Acoustic wave propagation in one-dimensional phononic crystals containing Helmholtz resonators », *Journal of Applied Physics*, vol. 103, p. 064907, mars 2008.
- [50] S. ZHANG, L. YIN et N. FANG, « Focusing Ultrasound with an Acoustic Meta-material Network », *Physical Review Letters*, vol. 102, mai 2009.

- [51] F. LEMOULT, M. FINK et G. LEROSEY, « Acoustic Resonators for Far-Field Control of Sound on a Subwavelength Scale », *Physical Review Letters*, vol. 107, août 2011.
- [52] T.-T. WU, Z.-G. HUANG, T.-C. TSAI et T.-C. WU, « Evidence of complete band gap and resonances in a plate with periodic stubbed surface », *Applied Physics Letters*, vol. 93, no. 11, p. 111902, 2008.
- [53] C.-Y. SUN, J.-C. HSU et T.-T. WU, « Resonant slow modes in phononic crystal plates with periodic membranes », *Applied Physics Letters*, vol. 97, p. 031902, juil. 2010.
- [54] C. L. KANTHAM, « Bending and vibration of elastically restrained circular plates », *Journal of the Franklin Institute*, vol. 265, no. 6, p. 483–491, 1958.
- [55] K. F. GRAFF, *Wave Motion in Elastic Solids*. Courier Dover Publications, 1975.
- [56] D. ROYER et E. DIEULESSAINT, *Elastic waves in solids II*. Springer, 1999.
- [57] Y. CHO, « Guided wave monitoring of thickness variation for thin film materials », *Materials evaluation*, vol. 61, no. 3, p. 418–422, 2003.
- [58] J. PEI, F. L. DEGERTEKIN, B. T. KHURI-YAKUB et K. C. SARASWAT, « In situ thin film thickness measurement with acoustic Lamb waves », *Applied Physics Letters*, vol. 66, no. 17, p. 2177, 1995.
- [59] M. GORI, S. GIAMBONI, E. D’ALESSIO, S. GHIA, F. CERNUSCHI et G. PIANA, « Guided waves by EMAT transducers for rapid defect location on heat exchanger and boiler tubes », *Ultrasonics*, vol. 34, p. 311–314, juin 1996.
- [60] W. GAO, C. GLORIEUX et J. THOEN, « Laser ultrasonic study of Lamb waves : determination of the thickness and velocities of a thin plate », *International Journal of Engineering Science*, vol. 41, p. 219–228, jan. 2003.
- [61] D. CLORENNEC, C. PRADA, M. YOSHIDA et D. ROYER, « Local and noncontact measurements of corrosion and adhesive disbond using zero-group velocity lamb modes », in *2008 IEEE Ultrasonics Symposium*, p. 824–827, IEEE, nov. 2008.
- [62] R. J. DEWHURST, C. EDWARDS, A. D. W. MCKIE et S. B. PALMER, « Estimation of the thickness of thin metal sheet using laser generated ultrasound », *Applied Physics Letters*, vol. 51, no. 14, p. 1066, 1987.
- [63] W. ZHANG, R. WAN, M. X. CAO, « Parameter measurement of thin elastic layers using low-frequency multi-mode ultrasonic lamb waves », *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 50, no. 5, p. 1397–1403, 2001.
- [64] J. A. ROGERS, L. DHAR et K. A. NELSON, « Noncontact determination of transverse isotropic elastic moduli in polyimide thin films using a laser based ultrasonic method », *Applied Physics Letters*, vol. 65, no. 3, p. 312, 1994.

- [65] S. LEE, YC CHENG, « Measuring lamb wave dispersion curves of a bi-layered plate and its application on material characterization of coating », *IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 48, no. 3, p. 830–837, 2001.
- [66] M. J. BANET, M. FUCHS, J. A. ROGERS, J. H. REINOLD, J. M. KNECHT, M. ROTHSCHILD, R. LOGAN, A. A. MAZNEV et K. A. NELSON, « High-precision film thickness determination using a laser-based ultrasonic technique », *Applied Physics Letters*, vol. 73, no. 2, p. 169, 1998.
- [67] N. ETAIX, A. LEBLANC, M. FINK et R.-K. ING, « Thickness or Phase Velocity Measurements Using the Green's Function Comparison Method », *IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 57, no. 8, p. 1804–1812, 2010.
- [68] K. MUTHURAJAN, K. SANAKARANARAYANASAMY et B. NAGESWARA RAO, « Evaluation of elastic constants of specially orthotropic plates through vibration testing », *Journal of Sound and Vibration*, vol. 272, p. 413–424, avril 2004.
- [69] W. H. PROSSER, « Plate mode velocities in graphite/epoxy plates », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 96, p. 902, août 1994.



## **Résumé :**

Cette thèse traite de l'imagerie acoustique à faible nombre de transducteurs au moyen d'une cavité. Il a été démontré au laboratoire qu'un dispositif d'imagerie pouvait être obtenu avec seulement quelques transducteurs. Il repose sur l'usage d'une cavité mélangeur et la technique d'imagerie par retournement temporel. Une première étude expérimentale est réalisée avec une plaque en Duralumin de géométrie carrée équipée d'un unique transducteur. Le système dans son ensemble agit comme une antenne acoustique à faible profil et autorise la focalisation contrôlée d'une onde acoustique dans l'air. Par la suite, nous avons souhaité améliorer le contraste de focalisation du système. Pour cela, la géométrie de la cavité a été modifiée afin d'augmenter le nombre de modes. Le contraste de focalisation dépend en effet du nombre de modes excités dans la cavité. Une plaque de géométrie irrégulière est d'abord étudiée et utilisée pour effectuer des expériences d'imagerie en mode échographique. Ensuite, nous avons introduit un réseau de résonateurs. Il est montré expérimentalement et numériquement que ceci permet d'augmenter fortement la densité modale dans une faible bande de fréquence et donc d'améliorer le contraste de focalisation. Puis, une étude en fonction du nombre de transducteurs est également réalisée et montre que le gain du contraste en fonction du nombre de transducteurs est limité du fait de la dépendance des modes excités. Enfin, pendant cette thèse et depuis son début, les plaques ont été caractérisées au moyen d'une technique nouvelle de mesure locale d'épaisseur étudiée en parallèle. Elle repose sur la mesure des vibrations de la plaque sur un cercle et en son centre. Grande innovation, la technique autorise la simple écoute de la vibration de la plaque pour en déduire son épaisseur.

## **Abstract :**

This thesis deals with acoustic imaging using a small number of transducers and a cavity. It has been shown in the laboratory that an imaging device could be obtained using only a few transducers. It is based on the use of a mixing chamber and the time reversal imaging technique. A first experimental study was carried out with a duralumin plate of square geometry equipped with a single transducer. The whole system acts as a low profile acoustic antenna and allows the controlled focusing of an acoustic wave in the air. Subsequently, we wanted to improve the focusing contrast of the system. For this, the geometry of the cavity has been modified to increase the number of modes. The focusing contrast depends on the number of modes excited in the cavity. A plate of irregular geometry is first studied and used for ultrasound imaging experiments. Then, we have introduced an array of resonators. It is shown experimentally and numerically that this can greatly increase the modal density in a narrow frequency bandwidth and thus improve the contrast of focusing. Then, a study based on the number of transducers is also performed and shows that the gain of the contrast with the number of transducers is limited due to the dependence of the modes excited. Finally, during this thesis and since its beginning, the plates were characterized using a new technique for measuring local thickness studied in parallel. It is based on the measurement of vibrations of the plate on a circle and at its center. This technique is a great innovation and allows simple listening to the plate vibrations in order to deduce its thickness.