Génération d'impulsions attosecondes sur miroir plasma relativiste

Henri Paul Vincenti

▶ **To cite this version:**

Henri Paul Vincenti. Génération d'impulsions attosecondes sur miroir plasma relativiste. Physique des plasmas [physics.plasm-ph]. Ecole Polytechnique X, 2012. Français. NNT : . pastel-00787281

HAL Id: pastel-00787281
https://pastel.hal.science/pastel-00787281

Submitted on 11 Feb 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Commissariat à l'Énergie Atomique

École doctorale EDX

Génération d'impulsions attosecondes sur miroir plasma relativiste

THÈSE

présentée et soutenue publiquement le 20 décembre 2012

pour l'obtention du grade de

Docteur de l'Ecole Polytechnique

(spécialité Physique)

par

Henri VINCENTI

Composition du jury

Président :	Pr. Patrick Mora, Ecole Polytechnique
Rapporteurs :	Pr. Vladimir Tikhonchuk, CELIA Pr. Alain Ghizzo, Université de Nancy I
Examinateurs :	Pr. Wim Leemans, Lawrence Berkeley National Laboratory Dr. Laurent Gremillet, CEA
Directeur de thèse :	Pr. Guy Bonnaud, CEA-INSTN
Encadrant de thèse :	Dr. Fabien Quéré, CEA

Service des Photons Atomes et Molécules — CEA Saclay

Mis en page avec la classe thloria.

A mes parents

Remerciements

D'aussi loin que je me souvienne, j'ai toujours été fasciné par la Physique et les nombreuses interrogations qu'elle suscite. Cette passion est née des histoires captivantes que me racontait mon père sur les origines de l'univers et grâce auxquelles j'ai réalisé que la science devait être spectaculaire pour s'adresser au plus grand nombre. J'ai toujours essayé de retrouver cela dans mon travail et je me suis beaucoup inspiré de la rhétorique qu'utilisait mon père dans ses histoires, pour rendre mes présentations attrayantes aux yeux de tous. Mais durant ces trois années de thèse, je n'ai pas simplement fait de la science, j'ai vécu aussi de nombreuses aventures, avec des hauts et des bas et je ne serais certainement pas parvenu à réaliser ce travail sans l'aide précieuse de ma mère et de mon père. Aucun remerciement ne pourrait être à la hauteur de l'amour et du soutien dont ils ne cessent de me combler. Je leur dédie ce manuscrit.

Je remercie également toute ma famille pour être venue m'encourager le jour de ma soutenance : mes parents, mon frère Benoît, mes soeurs Marie et Mireille, mes oncles et tantes Jean-Louis et Marie-Ange, Denise et Fanfan, Line et Paul. Merci pour votre présence si chère à mes yeux, pour votre soutien et pour les nombreuses rigolades qui ont rendu ce moment si singulier et inoubliable. Je remercie également ceux qui n'ont pu être présents physiquement mais qui m'ont soutenu par la pensée : mes grands parents, mes oncles Jean-Pierre et Jean-Luc mais aussi tous mes cousins et cousines.

Je souhaiterais remercier ma Flora qui a connu la face cachée de cette thèse, les nuits blanches, les simulations numériques lancées avant de se coucher et dépouillées au petit matin ainsi que les week-ends passés à rédiger ce manuscrit. Un grand merci pour ton infinie patience et ton soutien sans faille.

Je remercie bien sûr très chaleureusement Didier Normand, Cécile Reynaud et Phillipe Martin pour m'avoir donné l'opportunité d'effectuer mon travail de thèse dans le groupe Physique à Haute Intensité du Service des Photons, Atomes et Molécules au CEA de Saclay.

Je souhaite également témoigner toute ma reconnaissance à mon directeur de thèse Guy Bonnaud qui a été un véritable guide durant toutes ces années. Ce fut un véritable plaisir de partager ces nombreuses discussions avec lui et je lui suis très reconnaissant pour tout ce qu'il m'a apporté, tant sur le plan humain que scientifique.

Durant ces trois années de thèse, mon encadrant, Fabien Quéré a été un véritable "mentor" tout en me laissant une grande liberté de travail. Je le remercie infiniment pour sa grande patience, son optimisme à toute épreuve, son sérieux, son esprit rigoureux et critique qui contraint les autres de s'armer d'arguments solides pour convaincre et pour ses pétits éclairs de génie qui donnent à chaque fois de sérieux coups de pouce. Merci de m'avoir communiqué cette volonté et cette persévérance à travers nos nombreuses séances de course à pied en fôret, si regénératrices pour le corps et l'esprit.

Je remercie Patrick Mora pour l'intérêt qu'il a témoigné à ce travail en acceptant la présidence du jury de thèse. Ma gratitude va également à Vladimir Tikhonchuk et à Alain Ghizzo qui ont attentivement examiné mon manuscrit, ainsi qu'à Wim Leemans et Laurent Gremillet qui ont accepté de faire partie de ce jury.

Je remercie vivement l'ensemble des membres du groupe PHI : Tiberio Ceccotti, Sandrine Dobosz, Pascal Monot, Michel Bougeard, Vincent Floquet, Sylvain Monchocé, Valentin Gallet, Subhendu Kahaly et Arnaud André pour l'excellente ambiance qu'ils font régner dans ce groupe.

Je souhaite également remercier toutes les personnes avec qui j'ai collaboré de près ou de loin : Antonin Borot, Arnaud Malvache, Rodrigo Lopez-Martens, Charles Bourassin-Bouchet et Michael Grech.

Merci à l'ensemble de mes amis qui ont fait le déplacement pour me soutenir le jour de ma présentation. Je remercie tout particulièrement Fabienne, Féli, Elise, Gaby ainsi que Pierre et Louis pour leur soutien et leurs nombreux encouragements.

Je remercie vivement Jacqueline Bandura et Véronique Gereczy pour leur aide précieuse dans les démarches administratives.

Enfin, merci à vous qui lisez ce mémoire, pour l'intérêt que vous portez à ce travail.

Table des matières

Introduction **11**

I Mécanismes de génération d'harmoniques sur miroir plasma

1 Introduction aux plasmas générés par un laser ultraintense et ultrabref **17**

1.1 Propriétés d'un plasma 17
1.1.1 Fréquence de Langmuir 17
1.1.2 Propagation d'une onde électromagnétique dans un plasma . . . 18
1.2 Miroir plasma 20
1.3 Mécanisme de Brunel 21
1.3.1 Principe 21
1.3.2 Validité du mécanisme de Brunel 23

2 Génération d'harmoniques sur miroir plasma **25**

2.1 Harmoniques et impulsions attosecondes 25
2.1.1 Domaine temporel vs. Domaine spectral 25
2.1.2 Importance de la phase spectrale 26
2.2 Sources harmoniques dans un plasma surcritique 28
2.2.1 Etude de l'interaction laser plasma en incidence oblique 28
2.2.2 Equation d'onde du potentiel vecteur et courant retardé 29
2.2.3 Courants de charge dans le référentiel de Bourdier 30
2.3 Emission Cohérente de Sillage (CWE) 31
2.3.1 Mécanisme d'émission 31
2.3.2 Propriétés de l'émission CWE 32
2.4 Harmoniques Doppler 34
2.4.1 L'effet Doppler dans l'intégrale des courants retardés 34
2.4.2 Le modèle du miroir oscillant 34
2.4.3 Le modèle Baeva-Gordienko-Pukhov (BGP) 39
2.4.4 Le modèle du ressort électronique relativiste ou RES 41

II Outils numériques pour l'étude des harmoniques générées sur cible solide

3 Simulation numérique de la génération d'harmoniques sur cible solide **49**
3.1 Modélisation de l'interaction laser-plasma 49
3.1.1 L'état plasma 49
3.1.2 Les principaux types de modélisation 50
3.1.3 Le Modèle cinétique de Vlasov 52
3.2 Modélisation numérique à l'aide d'un code de type Particle-In-Cell (PIC) 53
3.2.1 Contraintes liées au temps de calcul 53
3.2.2 Résolution du système Vlasov-Maxwell par la méthode PIC . . 54
3.2.3 Les codes PIC 56
3.3 Etude de la génération d'harmoniques à l'aide des codes EUTERPE ET CALDER 59
3.3.1 Introduction 59
3.3.2 Influence de la dispersion numérique 60
3.3.3 Etude du bruit numérique 62

4 Calcul des propriétés spatiales du champ harmonique généré par le miroir plasma **67**
4.1 Propagation d'un champ électromagnétique 67
4.1.1 Approche scalaire ou vectorielle ? 67
4.1.2 Méthode de la décomposition en ondes planes 68
4.1.3 Intégrale d'Huygens-Fresnel 71
4.1.4 Etude en champ lointain et diffraction de Fraunhofer 72
4.2 Calcul des propriétés spatiales du champ harmonique issu du code CALDER 73
4.2.1 Diagnostic de champ dans CALDER 73
4.2.2 Etude du champ dans le plan de la cible en $z = 0$ 74

III L'effet phare attoseconde

5 Etat de l'art des techniques de génération d'impulsions attosecondes uniques **83**
5.1 Le fenêtrage temporel par intensité 84
5.1.1 Principe 84
5.1.2 Limites de cette méthode 86
5.2 Le fenêtrage temporel par polarisation 87
5.2.1 Bref rappel sur l'état de polarisation de la lumière 87

5.2.2 Principe du fenêtrage par polarisation 87
5.2.3 Application au cas des harmoniques Doppler 90
5.3 Le fenêtrage spatial dans le régime λ^3 91
5.3.1 principe 91
5.3.2 Limites de cette méthode 92

6 L'effet phare attoseconde 95
6.1 Principe de l'effet phare attoseconde 95
6.2 Couplages spatio-temporels et rotation de front d'onde 96
6.2.1 Couplages spatio-temporels d'un champ électromagnétique . . . 96
6.2.2 Du tilt du front d'intensité à la rotation de front d'onde 106
6.2.3 Réalisation pratique d'une impulsion avec tilt de son front d'intensité 112
6.3 Conditions d'obtention d'impulsions attosecondes séparées angulairement 116
6.3.1 Critère général de séparation angulaire 116
6.3.2 Vers un critère plus quantitatif 117

7 Etude numérique de l'effet phare attoseconde 121
7.1 Etude à l'aide du modèle du miroir oscillant 121
7.1.1 Généralisation du modèle ROM à 2 dimensions 121
7.1.2 Séparation angulaire des impulsions attosecondes 122
7.2 Etude à l'aide du code PIC 2D CALDER 127
7.2.1 Cas des harmoniques Doppler 127
7.2.2 Cas des harmoniques CWE 130

8 Applications 133
8.1 Expériences pompe-sonde 133
8.2 Mesure de la CEP 134
8.2.1 Principe 134
8.3 Métrologie attoseconde et diagnostic de l'interaction laser plasma . . . 135
8.3.1 Schéma de principe 136
8.3.2 Autre exemple d'application en métrologie plasma : l'effet gyromagnétique 137

IV Etude des propriétés spatiales des harmoniques Doppler

9 Simulation numérique des propriétés spatiales des harmoniques Doppler 143
9.1 Effet d'enfoncement dans les simulations PIC 2D 143
9.1.1 Enfoncement de la cible 143

9.1.2 Effet de l'enfoncement du miroir plasma sur le faisceau harmonique . . . 144

10 Modèle d'enfoncement du miroir plasma 147
10.1 Cas d'un plasma avec ions immobiles . . . 147
10.1.1 Dynamique électronique . . . 147
10.1.2 Calcul de l'enfoncement maximal x_s des électrons du miroir plasma . . . 150
10.2 Cas d'un plasma avec ions mobiles . . . 152
10.2.1 Dynamique ionique . . . 152
10.2.2 Mécanisme d'accélération des ions de la cible . . . 154
10.2.3 Modèle statique du piston . . . 159
10.2.4 Régime relativiste . . . 161
10.2.5 Validation numérique en polarisation circulaire . . . 162
10.2.6 Bilan d'impulsions amélioré en incidence oblique et polarisation linéaire . . . 164
10.2.7 Cas dynamique avec un gradient de densité et variations temporelles d'intensité . . . 166
10.2.8 Modèle complet d'enfoncement du plasma . . . 168
10.3 Validation numérique du modèle . . . 172
10.3.1 Enfoncement x_e et temps de détection des impulsions attosecondes 172
10.3.2 Validation du modèle par une étude paramétrique . . . 174

11 Modélisation des propriétés spatiales des harmoniques Doppler 177
11.0.3 Tailles de source w_n des harmoniques . . . 177
11.1 Efficacités de génération . . . 177
11.1.1 Calcul des tailles de source w_n des harmoniques . . . 178
11.2 Phase spatiale des harmoniques dans le plan source . . . 179
11.2.1 Validité du modèle d'enfoncement en deux dimensions . . . 179
11.2.2 Phase spatiale harmonique $\phi_n(y)$ . . . 180
11.2.3 Calcul de la phase ϕ_p . . . 180
11.2.4 Calcul de la phase harmonique . . . 181
11.3 Modélisation analytique des propriétés spatiales . . . 184
11.3.1 Point de focalisation z_n des harmoniques . . . 185
11.3.2 Grandissement γ_n de l'harmonique n au foyer du miroir plasma 187
11.3.3 Modèle de divergence des harmoniques . . . 189
11.3.4 Effets d'ordres supérieurs . . . 191
11.3.5 Effet Doppler . . . 194
11.4 Compensation de la phase ϕ_p via la phase du laser . . . 195

Conclusion et perspectives 201

Publications et actes de conférences **211**

Bibliographie **213**

Abstract **219**

Résumé **221**

Introduction

La technologie laser permet depuis les années 80 de générer des impulsions de lumière cohérente qualifiées d'ultrabrèves, avec des durées dans la gamme femtoseconde [$1fs = 10^{-15}s$]. En outre, grâce à la technique d'amplification par dérive de fréquence [CPA], développée par Strickland et Mourou dès 1985 [1], ces impulsions peuvent aujourd'hui être obtenues avec des énergies relativement élevées. Ainsi, on sait actuellement obtenir des durées de quelques fs seulement, avec des énergies allant jusqu'à quelques mJ, et des énergies dans la gamme du kJ pour des durées de plusieurs centaines de fs. Ces sources laser ultrabrèves présentent deux intérêts majeurs.

D'une part, leur faible durée permet d'obtenir des puissances laser extrêmement élevées, avec des énergies par impulsion modestes. Si l'on concentre par exemple quelques joules d'énergie sur une durée d'une dizaine de femtosecondes, on obtient une puissance crête de l'ordre $100TW$, du même ordre que la puissance crête du futur laser mégajoule. Pour prendre une comparaison liée à la vie courante, la puissance développée par une tranche de centrale nucléaire est de $1.5GW$ - mais ceci de façon continue bien entendu. En focalisant un tel faisceau laser sur une tâche de quelques microns, on obtient une intensité lumineuse au foyer dans la gamme de $10^{20}W.cm^{-2}$, que l'on peut par exemple comparer à celle obtenue en focalisant la lumière du soleil avec une loupe, qui est typiquement de $10^{4}W.cm^{-2}$ seulement. Comme nous le verrons, à ces intensités, les électrons d'une cible soumise au champ laser oscillent à des vitesses relativistes. Ces lasers permettent donc d'accéder expérimentalement à un régime extrême de l'interaction laser-matière, qualifié de relativiste, étudié depuis plus d'une dizaine d'année mais qui reste encore largement à explorer. Mon travail de thèse s'inscrit dans le cadre de l'étude de cette nouvelle physique. Soulignons qu'outre son intérêt fondamental, ce régime ouvre également la voie à des applications, comme la possibilité de réaliser des accélérateurs de particules très compacts, de l'ordre du cm.

Le deuxiéme intérêt majeur des impulsions ultra-brèves est leur utilisation pour résoudre temporellement des phénomènes ultrarapides. On les utilise pour cela dans des expériences dites pompe-sonde, où une première impulsion - la pompe - vient exciter un système, et une seconde - la sonde - vient sonder l'état du système un certain temps après l'excitation. Ces expériences ont notamment permis le développement, durant les deux dernières décennies, de la femtochimie, qui s'intéresse à la dynamique des réactions chimiques -la réorganisation des atomes au sein de molécules, dont l'échelle de temps typique se situe entre la femtoseconde et la picoseconde. Les travaux précurseurs d'Ahmed H. Zewail [2] dans ce domaine, ont ainsi été récompensés en 1999 par le prix Nobel de chimie. Les chercheurs espèrent à terme pouvoir appliquer ce type de techniques à l'étude

de la dynamique des électrons dans la matière, qui a lieu sur des échelles de temps caractéristiques beaucoup plus courtes, allant typiquement de la femtoseconde à quelques attosecondes [$1as = 10^{-18}s$]. Afin de pouvoir résoudre cette dynamique, des impulsions lumineuses encore plus courtes, dans la gamme attoseconde, sont évidemment nécessaires. D'importants efforts de recherche ont été mis en oeuvre à cette fin depuis une quinzaine d'années, et ont abouti aux premières sources de lumière attoseconde au début des années 2000. Le travail réalisé au cours de ma thèse s'inscrit également dans cette thématique en plein développement, parfois qualifiée de science attoseconde.

De fait, la science des champs forts - qui tire parti des hautes intensités laser fournies par les lasers femtosecondes - et les sciences ultrarapides - qui tirent parti de leur faible durée pour résoudre des phénomènes ultrabrefs - sont intimement liées. La problématique de la génération d'impulsions attosecondes illustre très bien ce couplage : ces impulsions, qui ne peuvent pas étre produites par la technologie laser usuelle du fait des très grandes largeurs spectrales mises en jeu, sont générées par interaction de lasers femtosecondes intenses avec la matière. En effet, à très haute intensité, la réponse non-linéaire de la cible peut induire une déformation temporelle périodique du champ laser, qui est associée, dans le domaine spectral, à un peigne d'harmoniques de la fréquence laser initiale. Ces harmoniques peuvent atteindre des ordres extrêmement élevés. Une fois la fréquence fondamentale filtrée, et si ce spectre d'harmoniques est suffisament large [bande spectrale $\Delta\omega$], il peut donner naissance, dans le domaine temporel, à un train d'impulsions [minimum de Fourier $\Delta t \propto 1/\Delta\omega$], constitué d'une succession d'impulsions attosecondes, séparées d'une ou d'une demi [selon la symétrie de l'interaction] période optique du laser. Ce signal d'harmoniques d'ordres élevés présente deux intérêts principaux. L'un est bien sûr de fournir une source de lumière cohérente à courte longueur d'onde, avec des durées d'impulsion potentiellement adaptées à la mesure de la dynamique des électrons dans la matière. Ensuite, la déformation du champ laser étant liée aux mouvements des électrons dans la matiére, ce rayonnement nous donne des informations inédites sur la dynamique de l'interaction laser-matière, à l'échelle de temps attoseconde.

Depuis environ 20 ans, la génération d'harmoniques d'ordres élevés est étudiée dans le cas de l'interaction d'un laser femtoseconde avec un gaz atomique ou moléculaire, à des intensités de l'ordre de $10^{14} - 10^{15} W.cm^{-2}$. Dans ce cas, la génération est due à la réponse fortement non-linéaire des atomes du gaz, et les harmoniques produites atteignent aujourd'hui des ordres de plusieurs centaines [3]. Ce processus produit des impulsions attosecondes de lumière, dont la structure temporelle a pu être déterminée grâce à des techniques de mesure développées durant la dernière décennie [4, 5]. Ces impulsions sont naturellement produites sous forme de trains, qu'il est difficile d'utiliser dans des expériences pompe-sonde attosecondes, du fait du très faible écart temporel entre les impulsions successives. C'est pourquoi des efforts importants ont été mis en oeuvre pour générer des impulsions attosecondes uniques. De telles impulsions ont été obtenues dès 2000, et ont d'ores et déjà pu être utilisées dans différentes expériences pompe-sonde. Ces expériences ont permis de résoudre temporellement l'effet Auger [6] ou encore l'ionisation tunnel d'atomes dans un champ laser intense [7]. En outre, l'étude du rayonnement harmonique a permis des progrès considérables dans la compréhension de l'interaction laser-atomes et laser-molécules à haute intensité. Les recherches sur ce processus ont donc atteint un niveau très avancé : la compréhension du phénomène est

très poussée, et cette approche était jusqu'à récemment la seule à permettre la génération d'impulsions attosecondes de façon fiable et reproductible.

Au cours de mes trois années de thése, je me suis concentré sur l'étude de la génération d'harmoniques d'ordres élevés, mais par un mécanisme totalement différent, qui met en jeu l'interaction d'un laser beaucoup plus intense [$> 10^{16} W/cm^2$], cette fois-ci non plus avec un milieu dilué mais avec une cible solide. Comme dans le cas des harmoniques générées dans les gaz, les objectifs sont, d'une part, d'utiliser ce rayonnement pour obtenir des informations physiques sur la dynamique de l'interaction laser-cible, et d'autre part, de l'exploiter pour produire des sources de lumière aux propriétés remarquables. A terme, on peut notamment espérer que ce type d'interaction permettra d'obtenir des sources attosecondes complémentaires de celles obtenues par interaction avec un gaz, en produisant des impulsions à la fois de plus hautes énergies, de plus courtes longueurs d'onde et plus faibles durées, mais à des taux de répétition plus faibles.

Lorsqu'on focalise un laser femtoseconde ultraintense [$I > 10^{16} W.cm^{-2}$] sur une cible solide, le champ laser au foyer est suffisant pour ioniser complètement la surface de la cible durant le front montant de l'impulsion et former un plasma. Ce plasma est très dense [densité supérieure à la densité critique pour la fréquence laser], et réfléchit donc le laser incident. Lorsque l'impulsion laser est ultrabrève, l'expansion de ce plasma vers le vide est extrêmement faible durant l'interaction, et l'impulsion laser se réfléchit donc sur une interface abrupte entre vide et plasma. Dans ces conditions, ce plasma se comporte comme un miroir usuel, et réfléchit le faisceau laser dans la direction spéculaire : c'est ce que l'on appelle un "miroir plasma". Lorsque l'intensité laser est suffisamment élevée, la réponse de ce miroir plasma devient non-linéaire, ce qui conduit à la génération d'harmoniques d'ordres élevés dans le faisceau réfléchi.

Lorsque j'ai débuté ma thèse, les mécanismes de génération à l'origine de ces harmoniques étaient déjà bien identifiés. Pour des éclairements de l'ordre de $10^{16} W.cm^{-2}$, le mécanisme d'émission, mis en évidence par Quéré et al [8], est associé à des oscillations plasmas électroniques, excitées dans le gradient de densité à la surface du plasma, par des électrons énergétiques qui le traverse périodiquement après avoir été accélérés par le laser. Lorsque l'éclairement augmente et dépasse $10^{18-19} W.cm^{-2}$, un second mécanisme intervient et domine progressivement le signal harmonique : le mécanisme du miroir oscillant [9, 10, 11] ou ROM [pour Relativistic Oscillating Mirror]. Dans ce cas, l'oscillation relativiste du miroir plasma sous l'effet du laser incident, induit une déformation périodique du champ réfléchi par effet Doppler, associée à un spectre d'harmoniques d'ordres élevés. Les études théoriques montrent que ces deux mécanismes donnent lieu à la génération de trains d'impulsions attosecondes. Cependant, seules celles produites par le mécanisme CWE ont pu être mises en évidence expérimentalement à ce jour.

Les objectifs de ma thèse étaient d'arriver à une meilleure compréhension des propriétés des faisceaux harmoniques produits sur miroir plasma, et de mettre au point de nouvelles méthodes pour contrôler ces propriétés, notamment en vue de générer des impulsions attosecondes isolées au lieu de trains.

Ainsi, nous avons tout d'abord imaginé et analysé, la première technique réaliste de génération d'impulsions attosecondes isolées sur miroir plasma. Cette approche inédite repose sur un tout nouvel effet physique : "l'effet phare attoseconde". Son principe consiste à envoyer les impulsions attosecondes du train dans des directions différentes, puis à

sélectionner une seule de ces impulsions en champ lointain à l'aide d'une fente. En plus de sa simplicité d'implémentation sur une chaîne laser de type CPA, cette technique est très générale et s'applique non seulement aux miroirs plasma, mais plus généralement à n'importe quel mécanisme de génération d'harmoniques d'ordres élevés. Au-delà de la génération d'impulsions attosecondes isolées, cet effet a plusieurs autres applications que nous discuterons dans ce manuscrit.

Ensuite, nous nous sommes intéressés aux propriétés spatiales de ces harmoniques, dont la caractérisation et le contrôle sont cruciaux pour pouvoir utiliser cette source dans de futures expériences d'application. Par exemple, nous verrons que la réalisation de l'effet phare attoseconde nécessite de contrôler précisément la divergence des impulsions attosecondes. Ces propriétés spatiales sont imposées par la courbure du miroir plasma sous l'effet de la pression inhomogène du laser sur la cible. Nous avons développé un modéle complet de cette déformation du miroir plasma, qui permet de calculer analytiquement les propriétés spatiales du faisceau harmonique. Ce modèle a été validé par des simulations numériques approfondies.

Ce mémoire de thèse est composé de quatre parties. Dans la première partie, nous positionnerons mes travaux dans le contexte scientifique. Après avoir introduit quelques notions essentielles à l'étude de l'interaction laser-plasma à intensité élevée, nous discuterons des deux mécanismes qui se sont imposés pour décrire la génération d'harmoniques issue d'un miroir plasma, à savoir l'émission cohérente de sillage [CWE pour Coherent Wake Emission] et l'émission par effet Doppler relativiste [ROM].

La deuxième partie de ce manuscrit introduit l'ensemble des outils numériques, de type code particulaire 1D/2D, que l'on a utilisés pour simuler la génération d'harmoniques par l'interaction laser-miroir plasma. En outre, nous présenterons, l'ensemble des traitements numériques que l'on a développés pour propager le champ harmonique dans le vide et calculer l'ensemble de ses propriétés spatiales.

La troisième partie discute de l'effet phare attoseconde et la dernière partie est consacrée à l'étude des propriétés spatiales du faisceau harmonique.

Nous conclurons cette étude en présentant les résultats expérimentaux qui valident l'ensemble des études théoriques développées au cours de cette thèse. Nous verrons que ces travaux ont notamment abouti à la première expérience de génération d'impulsions attosecondes isolées et contrôlées sur miroir plasma.

Première partie

Mécanismes de génération d'harmoniques sur miroir plasma

Chapitre 1

Introduction aux plasmas générés par un laser ultraintense et ultrabref

A titre d'illustration, on s'intéresse ici à la focalisation d'une impulsion laser ultrabrève de durée $\tau = 25fs$ et de puissance $P = 100TW$ sur une cible solide, le plus souvent faite de silice, d'aluminium ou de plastique. L'éclairement laser au foyer peut atteindre dans ce cas, des valeurs $I > 10^{18}W.cm^{-2}$. A titre de comparaison, le champ électrostatique du proton vu par un électron sur la première orbite de Bohr d'un atome d'hydrogène, $E_b = e/4\pi\epsilon_0 r_b^2 = 5.1GV.cm^{-1}$, correspond à un éclairement laser $I = c\epsilon_0 E_b^2/2 = 3.4 \times 10^{16}W.cm^{-2}$. Ainsi, lorsque la cible solide est exposée à de tels éclairements, sa surface est quasi-instantanément ionisée durant le front montant de l'impulsion laser et transformée en un plasma faiblement collisionel, de température $T_e \approx 0.5keV$ et de densité électronique $n_e > 10^{23}cm^{-3}$.

Dans cette section, on rappelle brièvement le comportement d'un tel plasma soumis à une excitation électrostatique, puis nous présentons comment il peut se comporter comme un véritable miroir pour le champ laser incident.

1.1 Propriétés d'un plasma

1.1.1 Fréquence de Langmuir

On se place dans le cas d'un plasma froid homogène, non magnétisé et de densité électronique n_e. Les ions sont supposés infiniment lourds. Si on perturbe le plasma de telle sorte qu'à un instant donné $t > 0$, les électrons initialement situés en z_0 se trouvent déplacés d'une quantité $\xi(z_0, t)$ tandis que les ions restent immobiles, le champ électrique **E** qui résulte de cette séparation de charges tend à ramener les électrons vers leur position d'équilibre. En intégrant l'équation de Poisson entre $-\infty$ et $z = z_0 + \xi$, on obtient, en supposant que les électrons ne se croisent pas et restent ordonnés comme dans la condition initiale [12] :

$$E(z,t) = \frac{n_e e}{\epsilon_0}\xi \tag{1.1}$$

L'équation du mouvement des électrons considérés s'écrit alors :

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = \frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}\xi \tag{1.2}$$

Les électrons se mettent à osciller autour de leur position d'équilibre à la fréquence de Langmuir ω_{pe} donnée par :

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}} \tag{1.3}$$

Ainsi, lorsqu'une perturbation électrostatique survient et déplace un ensemble de charges, ces dernières vont se mouvoir ensemble de manière à compenser l'écart local de densité. Cette pulsation caractérise donc un comportement collectif des électrons et représente le temps du réponse du plasma à une excitation. Nous allons voir maintenant que cette fréquence de Langmuir joue également un rôle essentiel dans la propagation d'une perturbation électromagnétique de fréquence ω_L dans le plasma.

1.1.2 Propagation d'une onde électromagnétique dans un plasma

Considérons une onde plane monochromatique de pulsation ω venant exciter un plasma non magnétisé et dans lequel les ions sont immobiles. Les modes (ondes) électromagnétiques se propageant dans ce plasma sont couplés aux mouvements des électrons. Dans ce paragraphe, on analyse les modes dits fluides décrits par les équations de Maxwell-Faraday et de Maxwell-Ampère qui permettent d'exprimer les champs en fonction du courant d'électrons $\mathbf{J}_e$ [13] :

$$\mathbf{k} \wedge \mathbf{E} = \omega\mu_0\mathbf{H} \tag{1.4}$$

$$\mathbf{k} \wedge \mathbf{H} = j\mathbf{J}_e - \omega\epsilon_0\mathbf{E} \tag{1.5}$$

ainsi que l'équation de continuité, l'équation d'Euler et l'équation d'état isentropique qui permettent de calculer le courant $\mathbf{J}_e$ en fonction des champs :

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla.(n_e\mathbf{v}_e) = 0 \tag{1.6}$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_e}{\partial t} + (\mathbf{v}_e.\nabla)\mathbf{v}_e = -\frac{e}{m_e}\mathbf{E} - \frac{e\mu_0}{m_e}\mathbf{v}_e \times \mathbf{H} - \frac{\nabla P_e}{n_e} \tag{1.7}$$

$$\left.\frac{\partial P_e}{\partial n_e}\right|_S = \gamma k_B T_e \tag{1.8}$$

$$\tag{1.9}$$

où P_e désigne la pression électronique, v_e la vitesse électronique, T_e la température électronique, k_B la constante de Boltzmann et γ l'indice adiabatique égal au rapport des chaleurs spécifiques C_p/C_v. Dans le cas présent, on néglige la réponse ionique et les effets de compressibilité dus à la pression électronique P_e. L'amplitude du courant J_e est solution de l'équation d'Euler (1.7) que l'on linéarise en ne conservant que les termes d'ordre 1 :

$$\mathbf{J}_e = -j\frac{\omega_{pe}^2}{\omega_L}\epsilon_0\mathbf{E} \tag{1.10}$$

Ce courant est fonction de l'amplitude du champ $\mathbf{E}$, qui est lui-même fonction de $\mathbf{H}$ à travers l'équation de Maxwell-Faraday (1.4). L'élimination du courant $\mathbf{J}_e$ puis du champ magnétique $\mathbf{H}$ entre les trois équations (1.4), (1.5) et (1.10) permet d'établir l'équation linéaire vérifiée par l'amplitude du champ électrique $\mathbf{E}$:

$$\mathbf{k} \wedge (\mathbf{k} \wedge \mathbf{E}) = (\mathbf{k}.\mathbf{E})\mathbf{k} - \mathbf{k}^2\mathbf{E} = \frac{\omega_{pe}^2}{c^2}\mathbf{E} - \frac{\omega^2}{c^2}\mathbf{E} \tag{1.11}$$

L'équation (1.11) ci-dessus est satisfaite par deux types de modes :

(i) Un mode longitudinal tel que le vecteur champ électrique soit parallèle au vecteur d'onde $\mathbf{k} \wedge \mathbf{E} = \mathbf{0}$. La relation de dispersion (1.11) devient :

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 \tag{1.12}$$

On retrouve ici les oscillations de Langmuir qui caractérisent le comportement collectif du plasma et que l'on nomme plasmons.

(ii) Un mode transverse à la direction de propagation $\mathbf{k}$ i.e tel que $\mathbf{k}.\mathbf{E} = 0$. La relation de dispersion associée est donnée par :

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 + k^2c^2 \tag{1.13}$$

– Si $\omega > \omega_{pe}$, il existe un mode transverse de vecteur d'onde $\mathbf{k}$ se propageant dans le plasma. L'indice optique n du plasma s'écrit dans ce cas :

$$n(\omega) = \sqrt{1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}} < 1 \tag{1.14}$$

Le fait que $n(\omega) < 1$ implique l'existence d'un angle d'incidence limite Λ au-delà duquel il y aura réflexion :

$$\Lambda(\omega) = \arcsin\left[n(\omega)\right] \tag{1.15}$$

Comme $\Lambda(\omega)$ dépend de la fréquence, le plasma agit comme un filtre dans le cas d'une onde composée de plusieurs fréquences ω.

– Si $\omega < \omega_{pe}$, ce mode transverse devient evanescent sur une distance caractéristique appelée épaisseur de peau $l_s = c/\omega_{pe}$ et sa propagation dans le plasma n'est plus possible. La fréquence de Langmuir est donc une fréquence de coupure. Considérons à présent le cas d'un laser incident sur un profil de densité réaliste comme celui représenté sur la Fig.1.1. Ce profil exponentiel correspond physiquement à une détente isotherme du plasma vers le vide, qui est due à son chauffage par le laser incident à une température électronique voisine de quelques centaines d'eV [14]. Dans ce cas, le champ électromagnétique de fréquence ω_L se propagera pour des densités n_e inférieures à la densité critique n_c :

$$n_c = \frac{\omega_L^2 m_e \epsilon_0}{e^2} \approx 1.11 \times 10^{21} \left(\frac{\lambda_L}{\mu m}\right)^{-2} cm^{-3} \tag{1.16}$$

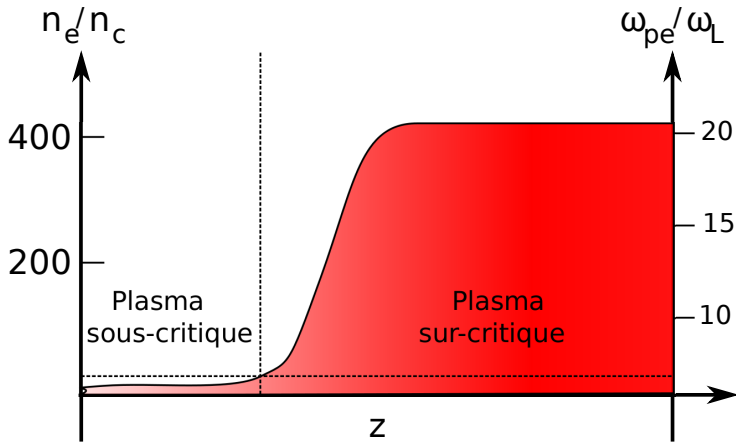

FIG. 1.1 – **Profil de densité schématique d'un plasma créé par un laser femtoseconde 100TW.** Le plasma à la densité du solide $n_e > 10^2 n_c$ créé par le front montant de l'impulsion laser femtoseconde est chaud $T_e \approx 0.5keV$ et se détend dans le vide à la vitesse acoustique ionique. Apparaissent alors un profil de densité exponentiel possédant une zone sous-critique pour laquelle $n_e < n_c$ et une zone sur-critique $n_e > n_c$ opaque pour le laser incident.

Il sera réfléchi pour $n_e > n_c$. Il est commode d'introduire la notion de surface critique qui est le lieu des points (x, y, z) tels que $n_e(x, y, z) = n_c(\omega_L)$ et qui correspond qualtiativement à la surface à laquelle l'onde laser est réfléchie par le plasma de la cible. Dans la suite, on détaille dans quelles conditions cette surface peut se comporter comme un miroir réfléchissant pour le laser incident appelé "miroir plasma".

1.2 Miroir plasma

Maintenant que nous avons présenté dans quelles conditions un plasma peut-être réfléchissant pour une onde de fréquence ω_L, intéressons-nous par exemple, à la formation d'un "miroir plasma" lors de l'interaction d'une impulsion laser de durée $\tau_L = 25fs$ focalisée à $10^{18} W.cm^{-2}$ sur une cible d'aluminium. Dans ces conditions, l'amplitude du champ est suffisante pour totalement ioniser les atomes d'aluminium à la surface de la cible. La densité électronique est alors donnée par $n_e = Zn_i = \rho Z N_A/M$, avec Z le nombre de charge, n_i la densité ionique, N_A le nombre d'Avogadro, ρ la densité du solide et M la masse atomique. Avec $N_a = 6.02 \times 10^{23} mol^{-1}$, $\rho = 1.9 g/cm^3$, $M = 27$ et $Z = 13$, on obtient $n_e = 5.5 \times 10^{23} cm^{-3} \approx 500 n_c$. Ainsi, le plasma est largement surcritique pour le laser incident et peut le réfléchir.

On peut alors se demander si le plasma se comporte comme un miroir pour le laser incident, sans dégrader sa phase spatiale. Pour cela, il devra remplir deux conditions évidentes :

(i) La zone sous-critique avec laquelle le laser interagit avant de se réfléchir sur la surface critique et qui pourra introduire des termes de phase complexes devra être très petite devant sa longueur d'onde λ_L. Ceci impose d'avoir des gradients de densité L très petits devant λ_L.

(ii) La surface de la cible est de très bonne qualité optique, avec une planéité et des défauts de surface bien inférieurs à λ_L afin d'éviter la diffusion du champ incident.

Pour vérifier si la condition (i) est validée, il faut estimer la distance sur laquelle s'est détendu le plasma chaud depuis sa création par le front montant de l'impulsion. On peut montrer que cette expansion se déroule à la vitesse acoustique ionique $c_s = \sqrt{Zk_BT_e/m_i}$ [15] où k_B est la constante de Boltzmann et m_i la masse ionique. Si on suppose que la détente est isotherme, on obtient un profil de densité exponentiel de longueur caractéristique $L = c_s\tau_L$. Pour un laser de durée $\tau_L = 25fs$ et $T_e = 0.5keV$ on a $c_s = 0.2nm/fs$ et $L = \lambda_L/70 - \lambda_L/130$ pour une longueur d'onde laser $\lambda_L = 800nm$. Ainsi, en utilisant une cible usinée avec une qualité optique suffisante et en supposant que cette qualité est conservée après ionisation de la cible par l'impulsion laser, on pourra considérer que le laser forme bien un miroir plasma.

En réalité, les impulsions femtosecondes que l'on sait générer expérimentalement sont accompagnées d'une composante de faible puissance qui s'étend sur plusieurs nanosecondes. La puissance de cette composante est en général de 6 à 8 ordres de grandeurs en dessous de celle de l'impulsion principale pour les lasers actuels. Pour des intensités de $I = 10^{18}W.cm^{-2}$ et un contraste de l'ordre de 10^6 , l'éclairement de ce piédestal atteint $10^{12}W.cm^{-2}$ ce qui est suffisant pour partiellement ioniser la cible solide. Par conséquent, si l'on se contente d'un contraste temporel de 10^6, le laser interagit avec un plasma détendu possédant une grande zone sous-critique et non pas avec un miroir plasma comme on vient de le définir. Expérimentalement , on utilise un dispositif appelé double miroir plasma (DMP) qui agit comme un interrupteur à l'échelle femtoseconde, capable de séparer le piédestal du reste de l'impulsion [14, 16, 17, 18]. Ce système DMP, qui a été implémenté sur UHI100 a permis de gagner 4 ordres de grandeur dans le contraste temporel et d'obtenir sur cible, des miroirs plasmas de très bonne qualité optique [19].

1.3 Mécanisme de Brunel

1.3.1 Principe

Maintenant que nous avons montré comment il est possible de former un miroir plasma, nous nous intéressons à son interaction avec l'impulsion laser incidente. Nous présentons ici un mécanisme qui joue un rôle crucial dans les mécanismes de génération d'harmoniques sur miroir plasma : l'effet Brunel [20, 21]. Nous verrons également que l'effet Brunel est également un mécanisme important d'absorption de l'énergie laser par le plasma.

Pour mieux appréhender la physique de cet effet, on considère le cas d'une onde plane en incidence oblique $\theta = 45°$ sur un miroir plasma [situé dans la région $z > 0$] et polarisée dans le plan d'incidence [polarisation p]. Comme nous l'avons vu précédemment, le champ incident ne pénètre quasiment pas à l'intérieur du miroir plasma et le champ électrique y est donc nul. Physiquement, cela signifie que la dynamique des électrons de surface est telle qu'elle permet d'écranter parfaitement le champ à l'intérieur du miroir plasma. Le champ total vu par les électrons de surface est donc la somme des champs incident E_i et réfléchi E_r projetés sur la normale à la cible, $E_L = 2\sin\theta|E_i|$ où on suppose pour simplifier que $|E_i| = |E_r|$. Afin d'illustrer la dynamique des électrons de la surface du

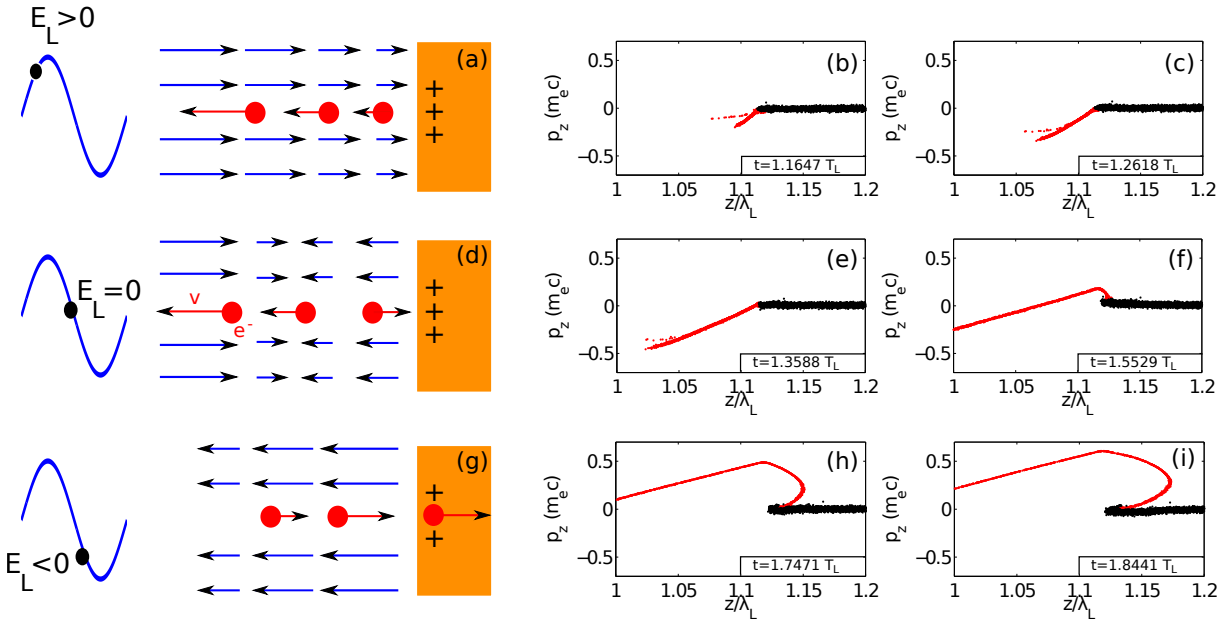

FIG. 1.2 – **Schéma du mouvement des électrons de Brunel et simulation particulaire à l'aide du code EUTERPE.** (a-d-g) Schéma de principe de l'accélération des électrons de Brunel par le champ laser incident à différents instants dans le cycle laser (b-c-e-f-h-i) Espace des phases (z, p_z) des électrons de la simulation EUTERPE. Les électrons en rouge représentent les électrons de Brunel.

miroir, on a réalisé une simulation particulaire à l'aide du code EUTERPE[1] pour un profil de densité exponentiel $[L = \lambda_L/70, n_{e,max} = 200n_c]$ et une amplitude laser normalisée $a_L = eE_L/m_e\omega_L c = 0.1$ correspondant à une intensité $I = 1.37a_L^2 \times 10^{18}(\lambda_L/\mu m)^{-2} W.cm^{-2} = 2.14 \times 10^{16} W.cm^{-2}$ pour un laser de longueur d'onde $\lambda_L = 0.8\mu m$. Grâce à ce code, on peut obtenir la distribution des électrons dans l'espace des phases (z, p_z). Les impulsions $p_z > 0$ correspondent à des électrons qui vont vers le plasma et $p_z < 0$ à des électrons qui vont vers le vide. La Fig. 1.2 présente les résultats de cette simulation et schématise le mécanisme de Brunel en trois étapes :

1. Lorsque $E_L > 0$ des électrons [en rouge sur la Fig. 1.2] sont extraits du plasma vers le vide [Fig. 1.2 (a-c)]. Ces électrons écrantent parfaitement le champ laser à l'intérieur du plasma et sont soumis à deux forces qui s'opposent : le champ laser qui tend à les éloigner du plasma et le champ de rappel purement électrostatique qui tend à les ramener vers le plasma.
2. A mesure que le champ laser diminue, la force électrostatique devient prépondérante et des électrons commencent à revenir vers le plasma.
3. Lorsque E_L change de signe et devient négatif [Fig. 1.2 (d-g)], tous les électrons sont poussés vers l'intérieur du plasma sous l'effet cumulé du champ laser et du champ électrostatique. Dans le plasma dense, ces électrons ne ressentent plus de champ laser et traversent le plasma animés d'un mouvement balistique [Fig. 1.2 (h-i)]. L'énergie cinétique de ces électrons de Brunel correspond à une énergie cédée par le champ laser au plasma. C'est l'absorption Brunel.

[1] Voir la partie suivante pour une présentation détaillée des codes particulaires.

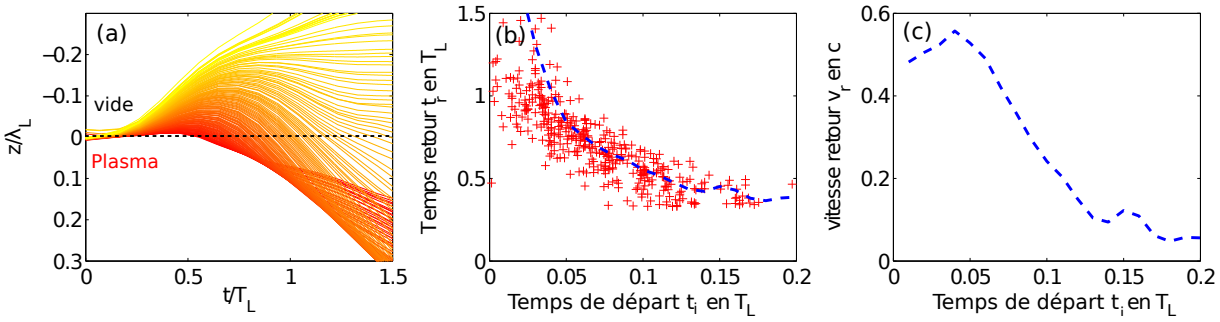

FIG. 1.3 – **Trajectoires et temps de retour des électrons de Brunel.** (a) Trajectoires $z(t)$ des électrons de Brunel obtenus à partir de la même simulation que la Fig. 1.2 (b) Temps de retour t_r des électrons de Brunel à l'intérieur du plasma en fonction du temps de départ t_i à partir duquel ils sont arrachés vers le vide par le champ incident (c) vitesse de retour v_r des électrons de Brunel en fonction de leurs temps de début t_i.

Sur la Fig. 1.3 (a) on a représenté les trajectoires $z(t)$ des électrons de Brunel en fonction du temps. L'échelle de couleur correspond aux temps de départ t_i à partir desquels ces électrons sont tirés vers le vide par le champ laser E_L. Sur les panneaux (b-c) on a tracé l'évolution du temps de retour t_r et de la vitesse de retour v_r des électrons de Brunel dans le plasma en fonction de leur temps de départ t_i. On voit que les premiers électrons $[t_i < 0.04T_L]$ ne reviennent pas dans le plasma sur l'échelle de temps considérée $[1.5T_L]$. Pour $t_i > 0.07T_L$, les électrons arrachés le plus tôt reviennent le plus tard et le plus vite. Les trajectoires électroniques vont donc se croiser à l'intérieur du plasma. On observe sur le panneau (a) que les lieux de croisement des électrons se déplace suivant une caustique dans le temps. Nous allons voir dans la suite que ces croisements électroniques jouent un rôle dans l'émission d'harmoniques du champ laser.

1.3.2 Validité du mécanisme de Brunel

Nous avons décrit l'effet Brunel dans un cas assez réaliste où la densité du plasma évolue à la surface sur une longueur caractéristique $L = \lambda_L/70$. Dans son article original, Brunel discute cet effet dans le cas idéal d'un plasma possédant un profil de densité à interface raide [20]. Tel que son auteur le décrit, ce mécanisme est pertinent pour décrire la dynamique de surface si l'excursion des électrons δ dans le vide est grande devant L.

Pour estimer un ordre de grandeur de cette excursion δ, on évalue l'amplitude de déplacement d'un électron libre soumis au champ laser incident à l'aide du principe fondamental de la dynamique :

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = e\mathbf{E}_L \cos\omega_L t \tag{1.17}$$

où on a négligé l'influence du champ magnétique et supposé une excursion faible devant la longueur d'onde laser [pas de dépendance spatiale de la force]. L'amplitude d'oscillation vaut dans ce cas $p_{osc} = a_L m_e c$. L'excursion vaut $\delta = v_{osc}/c$ avec $v_{osc} = p_{osc}/m_e\gamma$ où on a introduit le facteur de Lorentz $\gamma = 1/\sqrt{1-(\mathbf{v}/c)^2} = \sqrt{1+(\mathbf{p}/m_e c)^2} \approx \sqrt{1+a_L^2}$. On aboutit à la relation :

$$\frac{\delta}{\lambda_L} = \frac{a_L}{2\pi\sqrt{1+a_L^2}} \tag{1.18}$$

Ainsi, dans le cas d'un laser de longueur d'onde $\lambda_L = 800nm$ et pour un gradient de $L = \lambda_L/70$, l'absorption par effet Brunel deviendra importante pour $I > 1.7\times10^{16}W.cm^{-2}$. Si l'excursion δ devient au contraire faible devant L, le mécanisme dominant d'absorption devient l'absorption résonante [22, 23].

Chapitre 2

Génération d'harmoniques sur miroir plasma

Nous venons d'expliquer comment, en focalisant une impulsion laser ultracourte sur une cible, un miroir plasma se forme et réfléchit le champ incident. Dans ce deuxième chapitre, nous présentons comment ce miroir déforme périodiquement le champ incident et introduit de nouvelles fréquences harmoniques, multiples de la fréquence laser ω_L.

Avant cela, nous effectuons tout d'abord un bref rappel sur la dualité temps-fréquence et montrons que si toutes ces harmoniques sont émises en phase, le profil temporel du champ réfléchi est constitué d'un train d'impulsions attosecondes [$1as = 10^{-18}s$] [24]. Nous étudions également comment ce train est modifié si les harmoniques ne sont plus en phase ou si elles présentent une dérive de fréquence individuelle.

Ensuite, nous calculons les courants électroniques engendrés par le laser incident dans le miroir plasma et montrons qu'ils sont sources de nouvelles fréquences harmoniques dans le spectre du champ réfléchi.

Enfin, nous présentons plus en détail les deux principaux mécanismes de génération d'harmoniques qui ont été clairement identifiés et modélisés à ce jour : l'émission cohérente de sillage et l'effet Doppler.

2.1 Harmoniques et impulsions attosecondes

2.1.1 Domaine temporel vs. Domaine spectral

Il s'agit ici de montrer comment un spectre d'harmoniques peut conduire à un train d'impulsions attosecondes. Nous allons pour cela nous appuyer sur la Fig. 2.1 où sont représentées quatre fonctions dans le domaine spectral [ligne du haut] et leurs transformées de Fourier inverse dans le domaine temporel [ligne du bas].

Sur le premier panneau de la ligne du haut, on observe un spectre d'harmoniques $\tilde{S}(\omega)$ de la fréquence du laser ω_L. Cette fonction $\tilde{S}(\omega)$ peut se décomposer sous la forme :

$$\tilde{S}(\omega) = \tilde{A}(\omega) \times [\tilde{H}(\omega) \otimes \tilde{E}(\omega)] \tag{2.1}$$

où $\tilde{A}(\omega)$ est l'enveloppe du spectre, $\tilde{H}(\omega)$ un peigne de Dirac qui a la périodicité ω_L et $\tilde{E}(\omega)$ le profil d'une harmonique individuelle. La transformée de Fourier inverse de $\tilde{S}(\omega)$,

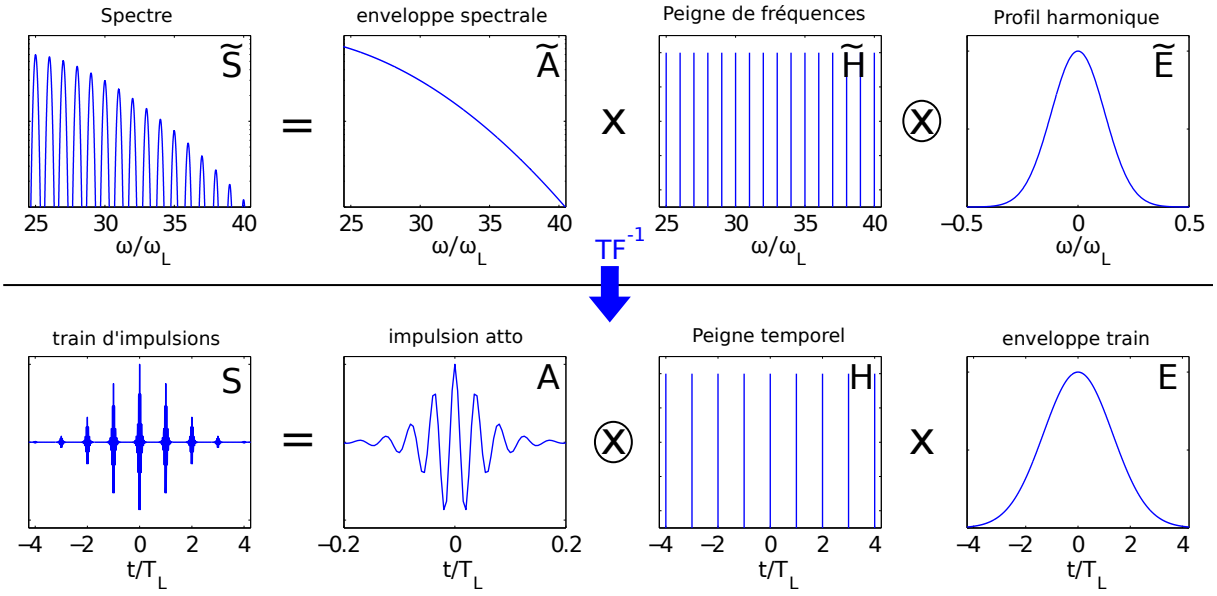

FIG. 2.1 – **Spectre d'harmoniques et train d'impulsions attosecondes.** La ligne du haut illustre le fait que $\tilde{S}(\omega) = \tilde{A}(\omega) \times [\tilde{H}(\omega) \otimes \tilde{E}(\omega)]$. On passe à la ligne du bas par simple transformée de Fourier inverse de la ligne du haut, ce qui donne $S(t) = A(t) \otimes [H(t) \times E(t)]$.

$S(t)$ est représentée sur la ligne du bas de la Fig. 2.1, dans le cas d'une phase spectrale constante. Elle se décompose en :

$$S(t) = A(t) \otimes [H(t) \times E(t)] \tag{2.2}$$

$A(t) = TF^{-1}[\tilde{A}(\omega)]$ est une impulsion attoseconde. Sa durée est fixée par la largeur du spectre $\Delta t = 1/\Delta\omega$, soit $\Delta t = 28as$ pour $\Delta\omega = 15\omega_L = 15(2\pi c/\lambda_L)$ et $\lambda_L = 800nm$. La TF inverse du peigne de Dirac $\tilde{H}(\omega)$ est un peigne de Dirac $H(t)$ de périodicité $2\pi/\omega_L = T_L$ où T_L est la période laser. Ce peigne est convolué avec $A(t)$ si bien que l'on observe un train d'impulsions attosecondes dans le domaine temporel, de périodicité T_L. Ce train est modulé par l'enveloppe $E(t) = TF^{-1}[\tilde{E}(\omega)]$.

Ainsi, pour une phase spectrale plate la durée totale de l'émission est reliée à la largeur spectrale des harmoniques et la durée des impulsions attosecondes est donnée par la largeur du spectre. Toutefois, nous allons voir maintenant que ces propriétés ne sont plus vérifiées pour une phase spectrale quelconque et que pour s'assurer de l'émission de structures sub-femtosecondes, il est nécessaire de caractériser complètement le champ [module et phase] émis par le miroir plasma.

2.1.2 Importance de la phase spectrale

Phase relative et dérive de fréquence attoseconde des impulsions

On considère le cas où les harmoniques ont une phase spectrale plate mais une phase relative $\phi(\omega)$ quadratique [2.2 (a)] de la forme $\phi(\omega) = \omega^2\tau_0^2\xi/2$. Cette phase introduit un décalage temporel entre les différentes ordres harmoniques, qui se traduit par une dérive de fréquence de l'impulsion attoseconde [2.2 (b)]. Cette dérive de fréquence ou chirp a

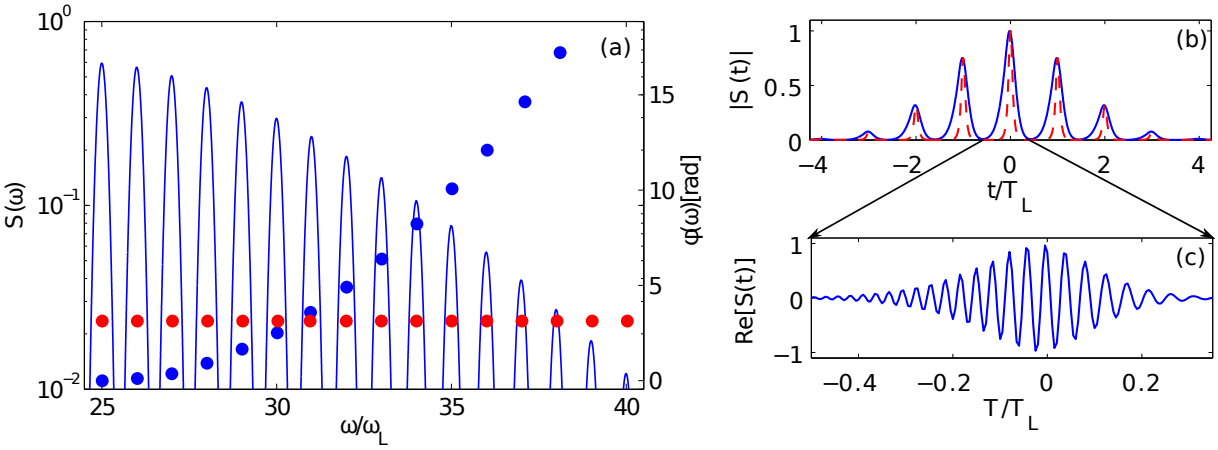

FIG. 2.2 – **Phase relative et chirp attoseconde.** (a) Spectre harmonique $\tilde{(S)}(\omega)$ et phase relative entre les harmoniques $\phi(\omega)$. Les points bleus correspondent à une phase spectrale quadratique $\phi(\omega) = 0.1 \times (\omega/\omega_L - 25)^2$ et les points rouges à une phase spectrale plate $\phi(\omega) = \pi$. (b) Module $|S(t)|$ dans le cas d'une phase spectrale quadratique [ligne bleue] et plate [pointillés rouges]. (c) Zoom du panneau (b), où on a représenté cette fois-ci le profil temporel [Partie réelle de $S(t)$] de la TF inverse de $\tilde{S(\omega)}$ dans le cas où $\phi(\omega)$ est quadratique.

pour effet d'allonger la durée d'impulsion par rapport au cas d'une phase spectrale plate [2.2 (c)]. Dans le cas d'impulsions attosecondes gaussiennes, leur durée vaut désormais $\tau_\xi = \tau_0\sqrt{1+\xi^2}$. Ainsi, on constate que la largeur du spectre ne permet d'estimer la durée des impulsions attosecondes que si celles-ci elles sont émises en phase.

Phase harmonique et dérive de fréquence femtoseconde

La phase variable considérée précédemment évolue d'une harmonique à l'autre mais presque pas au sein d'une harmonique. En conséquence, l'émission est parfaitement périodique à l'amplitude près. En réalité, les processus à l'origine de l'émission peuvent évoluer pendant la durée de l'interaction, ce qui engendre un défaut de périodicité du train d'impulsions. Spectralement, cela se traduit par l'évolution de l'amplitude et de la phase spectrale au sein même des harmoniques. Par exemple, la Fig. 2.3 montre l'évolution du spectre en présence d'une dérive quadratique des temps d'émission $t_e(k) = kT_L + \alpha k^2$ des impulsions attosecondes du train avec le cycle optique k [Fig. 2.3 (a)]. Sur les Fig. 2.3 (b-c), on observe à présent que la largeur du profil harmonique augmente avec l'ordre harmonique et que sa phase est désormais quadratique. Nous verrons dans la partie sur les propriétés spatiales des harmoniques qu'une variation de ces temps d'émission peut être due notamment à l'enfoncement du miroir plasma sous l'effet de la pression de radiation du laser au foyer.

En résumé, un spectre d'harmoniques est la manifestation d'une déformation périodique d'un champ sinusoïdal qui est potentiellement associée à l'émission d'un train d'impulsions attosecondes. On voit à travers l'exemple ci-dessus que la caractérisation complète de cette déformation pourra donner des informations importantes sur la physique à l'origine de l'émission harmonique. Pour atteindre cet objectif, nous avons vu qu'il est nécessaire de mesurer à la fois l'amplitude et la phase spectrale du champ. La mesure de

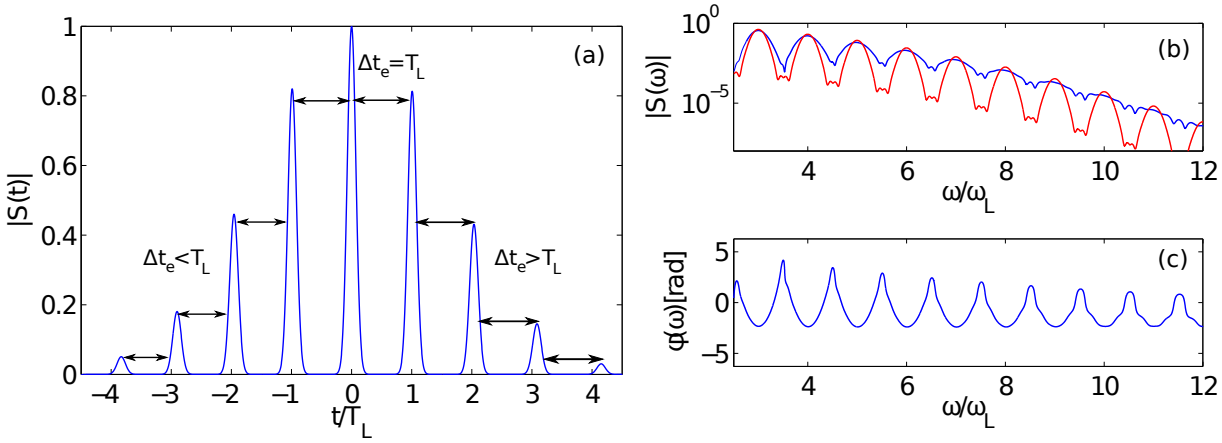

FIG. 2.3 – **Phase harmonique et dérive de fréquence femtoseconde.** (a) Module$|S(t)|$ dans le cas d'une dérive quadratique des temps d'émission $t_e(k) = kT_L + \alpha k^2$ des impulsions attosecondes du train avec le cycle optique k (b) Module $|\tilde{S}(\omega)|$ de la TF du champ $S(t)$ sans dérive des temps d'émission du train $t_e(k) = kT_L, \forall k$ [pointillés rouges] et avec une dérive quadratique des temps d'émission $t_e(k) = kT_L + \alpha k^2$ [ligne bleue]. (c) Phase $\phi(\omega)$ de la TF du champ $S(t)$ avec une dérive quadratique des temps d'émission des impulsions attosecondes $t_e(k) = kT_L + \alpha k^2$.

$\phi(\omega)$ est une étape particulièrement délicate à mettre en oeuvre expérimentalement et n'a pas encore été réalisée dans le cas de l'interaction laser-miroir plasma.

2.2 Sources harmoniques dans un plasma surcritique

On montre maintenant comment les courants électroniques dans le miroir plasma peuvent émettre des ondes électromagnétiques et on identifie les effets physiques responsables de la génération d'harmoniques du laser dans le champ qui est émis.

2.2.1 Etude de l'interaction laser plasma en incidence oblique

On suppose ici pour simplifier que le laser incident est une onde plane. En toute rigueur, l'étude de l'interaction laser-plasma en incidence oblique θ nécessite la prise en compte d'au moins deux dimensions spatiales : l'une dans la direction normale $\vec{\mathbf{z}}$ à la cible et l'autre dans la direction parallèle à sa surface $\vec{\mathbf{x}}$ [Fig 2.4 (a)]. Bourdier [25] a montré que dans le cas d'une onde plane, cette étude peut être ramenée à une seule dimension dans un référentiel (M), choisi de tel sorte que le laser est en incidence normale sur le plasma [Fig 2.4 (b)]. Ceci correspond à un référentiel se propageant à la même vitesse $\vec{\mathbf{v}}_0 = c\sin\theta\vec{\mathbf{x}}$ que l'onde laser le long de la direction $\vec{\mathbf{x}}$ parallèle à la surface de la cible. Dans la suite, on annote d'un exposant M les grandeurs physiques dans le référentiel de Bourdier et d'un exposant L celles dans le référentiel du laboratoire. Les transformations de Lorentz pour la fréquence ω^M et le vecteur d'onde $\vec{\mathbf{k}}^M$ s'écrivent :

$$\left\{\begin{array}{lcl} \omega^M & = & \gamma_0\left(\omega^L - v_0 k_x^L\right) \\ k_x^M & = & \gamma_0\left(k_x^L - v_0\omega^L\right) \\ k_z^M & = & k_z^L \end{array}\right. \tag{2.3}$$

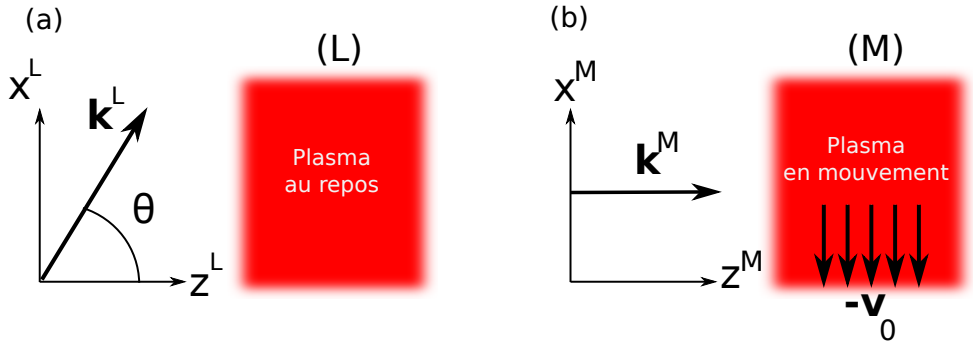

FIG. 2.4 – **Technique de Bourdier pour une interaction laser-plasma en incidence oblique.** (a) Référentiel du laboratoire (L) dans lequel le laser est en incidence oblique sur le plasma (b) Référentiel de Bourdier (M) dans lequel le laser est en incidence normale sur la cible et le plasma dérive à la vitesse $\vec{\mathbf{v}}_0 = -c\sin\theta\vec{\mathbf{x}}$.

Avec $v_0 = c\sin\theta$, la composante k_x^M de $\vec{\mathbf{k}}^M$ s'annule et les transformations (2.3) ci-dessus se résument à :

$$\left\{\begin{array}{lcl} \omega^M & = & \omega^L/\gamma_0 = \omega^L\cos\theta \\ k_x^M & = & 0 \\ k_z^M & = & ||\vec{\mathbf{k}}^M|| = k^L/\gamma_0 = k^L\cos\theta \end{array}\right. \tag{2.4}$$

où :

$$\gamma_0 = \left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right)^{-1/2} = \sec\theta \tag{2.5}$$

Dans le référentiel de Bourdier, le champ laser est en incidence normale sur la cible et le plasma n'est plus au repos mais dérive à la vitesse $\vec{\mathbf{v}}_0$. En utilisant la transformation relativiste des champs pour une onde plane polarisée p on obtient :

$$\begin{array}{lcllcl} \vec{\mathbf{E}}^L & = & E_0\left(-\vec{\mathbf{z}}\sin\theta + \vec{\mathbf{x}}\cos\theta\right) & c\vec{\mathbf{B}}^L & = & E_0\vec{\mathbf{y}} \\ \vec{\mathbf{E}}^M & = & E_0\vec{\mathbf{x}}\cos\theta & c\vec{\mathbf{B}}^M & = & E_0\vec{\mathbf{y}}\cos\theta \end{array} \tag{2.6}$$

L'amplitude des champs électrique et magnétique est donc réduite d'un facteur $1/\gamma_0$ dans (M). On remarque toutefois que l'amplitude laser normalisée $a_0 = eE_0/m\omega_0 c$ demeure inchangée. La densité plasma dans (M) $n_{0M} = n_{0L}\gamma_0$ est multipliée par le facteur γ_0 comparée à celle dans (L).

Dans toute la suite de l'étude, on se place dans le référentiel de Bourdier et on ramène le problème 2D à une seule dimension 1D. Pour plus de lisibilité on abandonne le suffixe M.

2.2.2 Equation d'onde du potentiel vecteur et courant retardé

Dans la jauge de Coulomb définie par la condition $\nabla.\mathbf{A} = 0$, on peut établir l'équation d'onde suivante pour le potentiel vecteur $\mathbf{A}$ à partir des équations de Maxwell [26] :

$$\left(\partial_z^2 - \frac{1}{c^2}\partial_t^2\right)\vec{\mathbf{A}}(z,t) = -\mu_0\vec{\mathbf{J}}_\perp \tag{2.7}$$

où $\vec{\mathbf{J}}_\perp$ est la composante transverse du vecteur courant, i.e telle que $\nabla.\mathbf{J}_\perp = 0$. L'équation (2.7) nous montre que le terme source du champ réfléchi est le courant transverse $\vec{\mathbf{J}}_\perp$. Les courants longitudinaux $\mathbf{J}_\parallel$ [tels que $\nabla \wedge \mathbf{J}_\parallel$=**0**], n'interviennent donc pas dans les termes sources du potentiel vecteur $\mathbf{A}$. On retrouve le résultat obtenu à partir de la relation de dispersion (1.11) selon laquelle les oscillations électroniques dans un plasma homogène non magnétisé ne peuvent rayonner, car les électrons qui les composent oscillent toujours parallèlement à la direction du champ électrique.

Pour obtenir le champ réfléchi par le miroir plasma, on intègre l'équation d'onde (2.7) en utilisant la fonction de Green 1D $g(z,t) = \Theta(t + |z|/c)$ solution de l'équation [26] :

$$\left(\partial_z^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) g(t\prime - t, z\prime - z) = -\mu_0 \delta(z - z\prime)\delta(t - t\prime) \tag{2.8}$$

où Θ désigne l'échelon de Heaviside et δ la distribution de Dirac. On obtient ainsi :

$$\begin{aligned} A_x(z,t) &= A_0(z,t) - \mu_0 \int\int g(t\prime - t, z\prime - z) J_\perp(z\prime, t\prime) dt\prime dz\prime & (2.9)\\ &= A_0(z,t) - \mu_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{t-|z-z\prime|/c} J_\perp(z\prime, t\prime) dt\prime dz\prime & (2.10) \end{aligned}$$

où le premier terme $A_0(z,t)$ est solution de l'équation (2.7) sans second membre qui décrit le champ incident dans le vide et le second terme correspond au champ réfléchi. En utilisant la relation $E_x(z,t) = -\partial A_x(z,t)/\partial t$, on en déduit l'expression $E_r(z,t)$ du champ réfléchi par le miroir plasma :

$$E_r(z,t) = \mu_0 \int_{-\infty}^{\infty} J_\perp(z', t - |z - z'|/c) dz' \tag{2.11}$$

Afin de déterminer l'expression du champ réfléchi par l'intégration de l'équation (2.7), on doit donc d'abord calculer l'expression du courant de charge $\vec{\mathbf{J}}_\perp$ dans le référentiel de Bourdier.

2.2.3 Courants de charge dans le référentiel de Bourdier

Dans le référentiel de Bourdier, le courant transverse a pour expression :

$$\vec{\mathbf{J}}_\perp = -e n_e \vec{\mathbf{v}}_{e,\perp} + Z e n_i \vec{\mathbf{v}}_{i,\perp} \tag{2.12}$$

où Z est le nombre de charge des ions du plasma, $n_e(z,t)$ [$n_i(z,t)$] la densité électronique [ionique] et $\vec{\mathbf{v}}_{e,\perp}(z,t)$ [$\vec{\mathbf{v}}_{i,\perp}(z,t)$] la vitesse transverse éléctronique [ionique]. On suppose ici pour simplifier que les ions sont balistiques, de densité $n_i(z,t) = n_i(z,0) \forall t$. Dans ce cas, leur vitesse dans (M) est donnée par $\vec{\mathbf{v}}_{i,\perp} = -\vec{\mathbf{v}}_0 \forall (z > 0, t)$. Par ailleurs, on suppose que pour $t < 0$, le potentiel vecteur est nul dans le plasma considéré comme un fluide d'électrons froids. Dans ces conditions, l'impulsion électronique transverse $\vec{\mathbf{p}}_{e,\perp} = \gamma m_e \vec{\mathbf{v}}_{e,\perp}$ vérifie l'équation du mouvement :

$$d_t\left(\vec{\mathbf{p}}_{e,\perp} - e\vec{\mathbf{A}}\right) = 0 \Leftrightarrow \vec{\mathbf{p}}_{e,\perp} = \vec{\mathbf{p}}^0_{e,\perp} + e\vec{\mathbf{A}} \tag{2.13}$$

où m_e est la masse de l'électron, $\gamma = \sqrt{1 + (\vec{\mathbf{p}}_e/m_e c)^2}$ le facteur de Lorentz et $\vec{\mathbf{p}}^0_{e,\perp} = -m_e c \tan\theta \vec{\mathbf{x}}$ l'impulsion initiale qui décrit la dérive du plasma. Finalement, en utilisant l'expression de la vitesse électronique transverse fournie par l'équation (2.13) on aboutit à :

$$J_\perp = ec\left[\frac{n_e}{\gamma}\left(\vec{\mathbf{a}} - \tan\theta\vec{\mathbf{x}}\right) + Zn_i \sin\theta\vec{\mathbf{x}}\right] \tag{2.14}$$

où $\vec{\mathbf{a}} = e\vec{\mathbf{A}}/m_e c$ est le potentiel vecteur normalisé. En utilisant l'expression de $\vec{\mathbf{p}}_{e,\perp}$ donnée par l'équation (2.13) dans le calcul de γ on obtient :

$$\gamma = \sqrt{\frac{1 + \left(\vec{\mathbf{a}} - \vec{\mathbf{x}}\tan\theta\right)^2}{1 - \beta_z^2}} \tag{2.15}$$

où $\beta_z = v_{e,z}/c$ désigne la vitesse électronique longitudinale normalisée.

De prime abord, il apparaît que deux grandeurs pourront introduire de nouvelles fréquences dans le terme source $\mathbf{J}_\perp$: les variations de densité n_e et le facteur de Lorentz γ. Nous verrons notamment dans la section suivante qu'un mécanisme de génération d'harmoniques d'ordres élevés est associé aux variations de densité électroniques : l'émission cohérente de sillage (CWE).

Toutefois ce mécanisme n'est pas le seul puisque pour obtenir le champ réfléchi E_r, l'équation 2.11 montre qu'il faut également intégrer le courant transverse $\mathbf{J}_\perp$. Nous verrons que cette opération est responsable de la génération d'harmoniques par un autre mécanisme : l'effet Doppler.

2.3 Emission Cohérente de Sillage (CWE)

Dans cette section, on détaille un mécanisme de génération d'harmoniques associé à des oscillations de densité électronique dans le gradient de densité : l'émission cohérente de sillage.

2.3.1 Mécanisme d'émission

L'émission CWE [pour Coherent Wake Emission] est le mécanisme dominant à des intensités modérées de l'ordre de $10^{16} - 10^{17} W.cm^2$. Elle a lieu à l'intérieur du gradient de densité et est excitée par les électrons de Brunel. Nous avons vu dans la section précédente que ces électrons sont renvoyés dans le plasma lorsque le champ électrique du laser E_L normal à la cible s'inverse. Au sein d'un cycle optique, au fur et à mesure que le champ laser augmente, les électrons de Brunel sont arrachés du plasma. L'électron e_1 arraché au début du cycle laser va retourner plus tard dans le plasma avec une vitesse plus grande que l'électron e_2 arraché plus tard dans le cycle laser. Leurs trajectoires vont donc se croiser en z_1 à l'intérieur du gradient plasma en créant localement un pic de densité électronique. La variation de densité électronique suite à ce croisement d'électrons est représentée sur la Fig.2.5 (c). Ce pic excite le plasma et déclenche une oscillation de densité à la fréquence de Langmuir locale $\omega_{pe}(z_1)$. Ces oscillations en z_1 émettent alors, par conversion de mode linéaire, une onde lumineuse à la fréquence ω_{pe} dans la direction spéculaire [8].

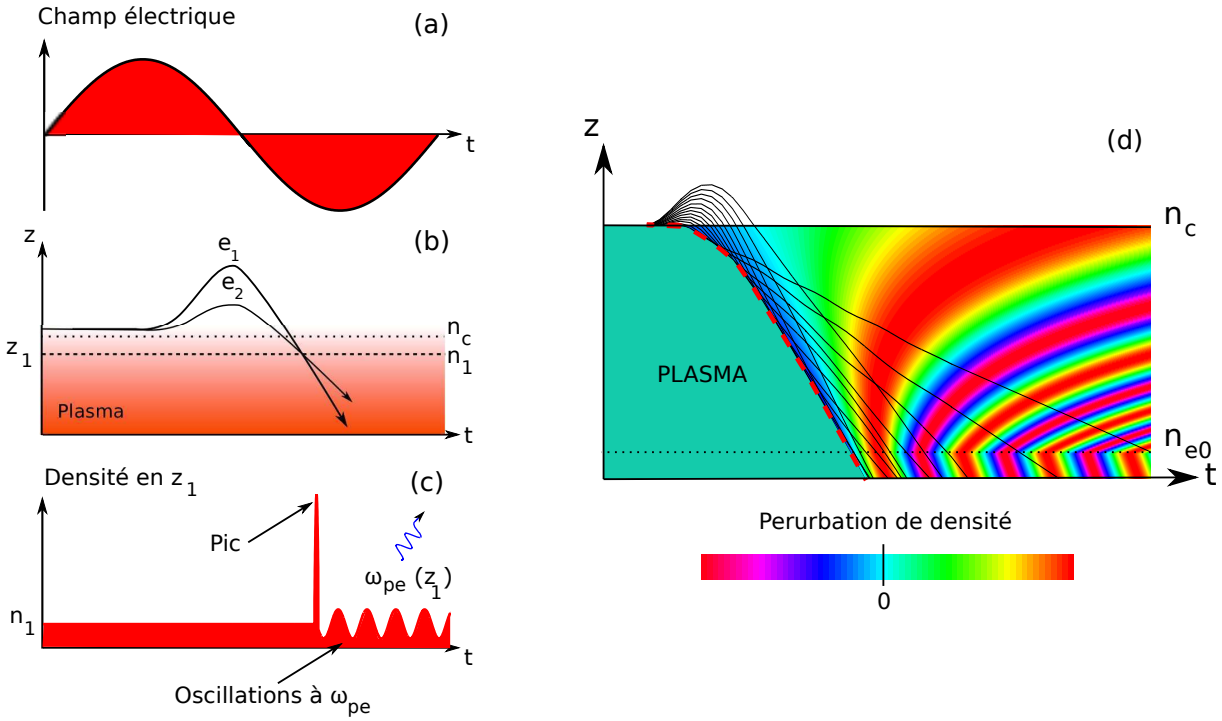

FIG. 2.5 – **Mécanisme d'émission cohérente de sillage (CWE)** (a) Champ laser initial normal à la cible (b) Trajectoires de deux électrons de Brunel à la surface du plasma et se croisant dans le gradient de densité en z_1 à la densité $n_1 > n_c$ (c) Evolution de la densité électronique en $z = z_1$ en fonction du temps t (d) Carte de variation de la densité électronique du plasma sous l'effet du croisement des électrons de Brunel dans le plasma : leurs trajectoires [ligne noire] forment une caustique [pointillés rouges] qui déclenche les oscillations plasma. Comme le plasma est de plus en plus dense en profondeur [profil de densité exponentielle similaire à celui de la Fig. 1.1], la fréquence de Langmuir de ces oscillations ω_{pe} augmente également.

En appliquant ce raisonnement à l'ensemble des électrons de Brunel, on constate qu'ils vont se croiser à différentes profondeurs z dans le plasma. Un pic de densité électronique se déplace alors au sein du gradient de densité le long de la courbe en pointillés rouges sur la Fig. 2.5 (d). Dans son sillage, le pic de densité excite le plasma à une fréquence de Langmuir qui dépend de la profondeur. Les oscillations plasmas sont ainsi de plus en plus rapides à mesure que l'on s'enfonce dans le plasma. Celui-ci émet donc une distribution de fréquences allant de ω_L pour la densité $n_e = n_c$ à ω_{pe0} pour $n_e = n_{e0}$. En outre, comme ces différentes fréquences sont quasiment émises en phase [8], le plasma émet pendant une durée très courte inférieure au cycle optique du laser.

2.3.2 Propriétés de l'émission CWE

Discutons à présent des différentes propriétés du rayonnement émis via ce mécanisme. Ces propriétés ont toutes été mises en évidence expérimentalement [8, 19, 27, 28].

Coupure du spectre à ω_{pe0}

L'émission cohérente de sillage est principalement caractérisée par un spectre dont la fréquence de coupure est limitée à ω_{pe0}. Cette fréquence de coupure dépendra bien sûr du matériau utilisé. Par exemple, la Fig. 2.6 montre un spectre CWE obtenu récemment dans cadre de la thèse de S. Monchocé, en focalisant le laser UHI100 sur une cible en silice pour laquelle $\omega_{pe0} \approx 20\omega_L$. Dans cette expérience, l'amplitude laser sur cible est de l'ordre de $a_L = 0.6$ [$I_L \approx 4 \times 10^{17} W.cm^{-2}$]. On voit très clairement sur cette figure qu'aucune harmonique CWE n'est émise au delà de la coupure du spectre située en $\omega_{e0} = 20\omega_L$.

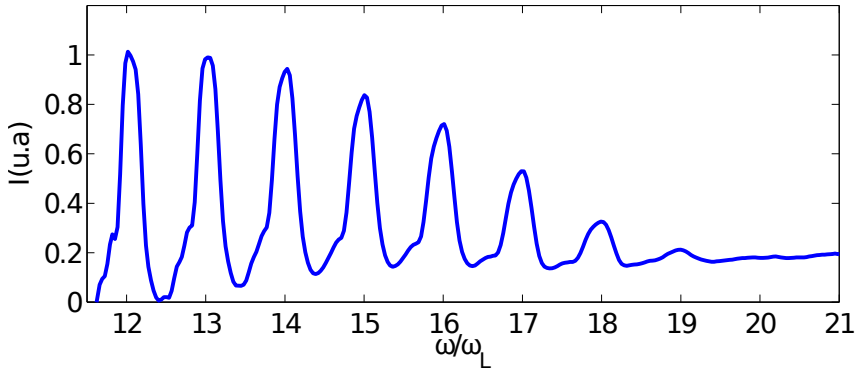

FIG. 2.6 – **Spectre expérimental d'harmoniques CWE obtenu sur l'installation laser UHI100.** Spectre obtenu en focalisant le laser UHI100 sur une cible en silice pour laquelle $\omega_{pe0} \approx 20\omega_L$. L'amplitude laser sur cible dans cette expérience est de l'ordre de $a_L = 0.6$.

Variation des temps d'émission avec l'intensité

Temporellement, l'instant d'émission d'une impulsion attoseconde dans un cycle optique laser dépend de l'éclairement laser. L'émission a lieu d'autant plus tôt dans le cycle que l'éclairement est élevé. Ceci est dû à la première étape du processus de génération : la vitesse à laquelle les électrons de Brunel sont renvoyés vers le plasma et se croisent augmente avec l'éclairement. Au voisinage du maximum de l'impulsion laser, l'éclairement est sensiblement constant et la période d'émission entre deux impulsions attosecondes est quasiment identique et égale à la période laser T_L. Avant le maximum, l'éclairement augmente au cours du temps et la période entre deux impulsions successives diminue. A l'inverse, après le maximum, l'éclairement diminue et la période d'émission augmente. Nous avons vu que cet effet est responsable d'une dérive de fréquence femtoseconde à l'origine d'un élargissement des harmoniques individuelles [Fig. 2.3].

En outre, cet effet a aussi une conséquence spatiale. Comme l'éclairement laser varie au sein de la tache focale, l'instant d'émission des impulsions attosecondes augmente lorsqu'on s'éloigne du centre de la tache. Il en résulte une courbure des fronts d'onde et d'intensité des impulsions émises, responsable d'une divergence relativement élevée des harmoniques de sillage.

2.4 Harmoniques Doppler

Lorsque l'éclairement augmente et dépasse $10^{18-19} W.cm^{-2}$, un second mécanisme de génération d'harmoniques intervient et domine progressivement le signal XUV : l'effet Doppler. Dans un premier temps on montre comment cet effet introduit de nouvelles fréquences lorsqu'on calcule analytiquement le champ réfléchi par l'intégrale des courants retardés. Ensuite, on décrit cet effet plus physiquement en modélisant la réflexion d'une onde électromagnétique sur un miroir en mouvement relativiste uniforme. Enfin, on présente les différentes modélisations qui ont été proposées jusqu'à ce jour pour modéliser l'effet Doppler induit par le mouvement oscillant relativiste du miroir plasma. Il convient de noter que même si elles sont différentes, l'ensemble des approches présentées ici tentent à chaque fois de rendre compte du même effet physique : la génération d'harmoniques par effet Doppler.

2.4.1 L'effet Doppler dans l'intégrale des courants retardés

La Fig. 2.7 illustre comment l'effet Doppler peut modifier la fréquence vue par un observateur fixe lorsqu'une source se déplace à vitesse relativiste $v \approx c$. On rappelle tout d'abord que pour calculer le champ $E_r(z = 0, t)$ reçu par un observateur en $z = 0$, il faut calculer l'intégrale (2.11) du courant sur les demi-droites de pente $\pm c$ passant par $(0, t)$. En (a), la source que l'on suppose parfaitement ponctuelle est placée en z_0. Comme elle est fixe, le signal détecté est identique au signal émis. En (b), la source a une vitesse de l'ordre de c. On observe que durant le temps dt, l'observateur en $z = 0$ voit trois oscillations complètes du champ alors qu'il n'en voyait qu'une et demie en (a). Les deux paires de droites d'intégration en t et $t + dt$ encadrent en effet (b) à une fréquence deux fois plus élevées qu'en (a), c'est le principe de l'effet Doppler : un observateur immobile reçoit les signaux émis par une source de fréquence ω qui se déplace dans sa direction, à une fréquence $\omega\prime > \omega$. Dans la suite de cette section, on présente les différentes approches qui ont été utilisées jusqu'à présent pour modéliser la génération d'harmoniques sur miroir plasma par ce mécanisme. Il est important de noter que même si les modèles analytiques développés pour le mouvement du miroir plasma sont parfois très différents, ces approches tentent cependant toutes de rendre compte d'un seul et même effet : l'effet Doppler relativiste.

2.4.2 Le modèle du miroir oscillant

Cas d'un miroir en mouvement uniforme

Avant de décrire l'effet Doppler induit par un miroir oscillant, intéressons-nous au décalage de fréquence induit par un miroir en mouvement uniforme à la vitesse v constante sur lequel se réfléchit une onde plane de fréquence ω_i. Les champs électriques incident E_i [en rouge] et réfléchi E_r [en bleu] (de fréquencesω_i et ω_r) s'écrivent :

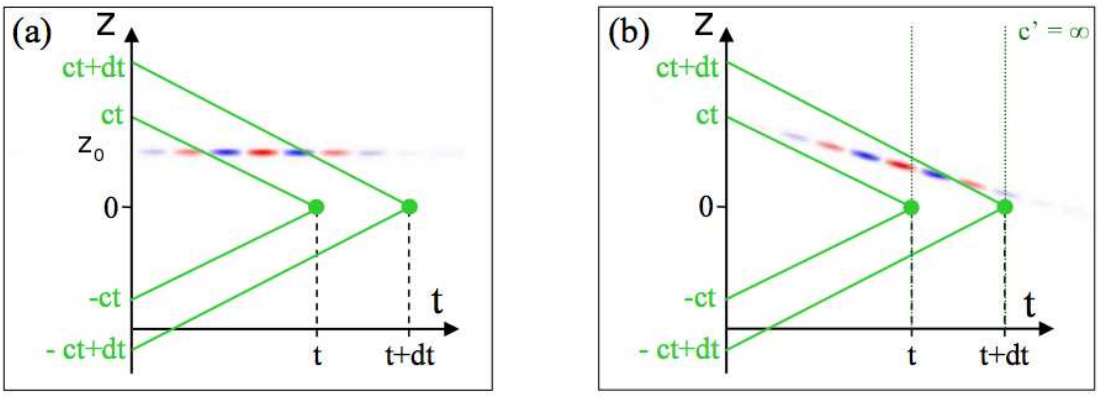

FIG. 2.7 – **Illustration du calcul des courants retardés en 1D [29].** En (a) une source harmonique placée en $z = z_0$ émet pendant trois périodes optiques. Le courant transverse associé à cette source est tracé en échelle de couleur. En (b) cette source est animée d'une vitesse de l'ordre de c. les droites en traits continus représentent les chemins d'intégration en $(0, t)$ et $(0, t + dt)$, celles en pointillés correspondent au cas où on considère que l'information se déplace à vitesse infinie.

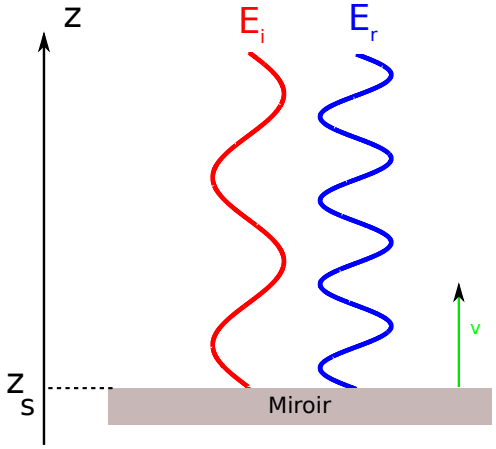

FIG. 2.8 – **Effet Doppler électromagnétique créé par un miroir en mouvement uniforme à la vitesse v.** Le champ réfléchi E_r a une fréquence ω_r supérieure à celle ω_i du champ incident E_i, dans le cas où le miroir se déplace vers le champ incident.

.

$$E_i(z,t) \propto \cos\omega_i\left(t + \frac{z}{c}\right) \tag{2.16}$$

$$E_r(z,t) \propto \cos\omega_r\left(t - \frac{z}{c}\right) \tag{2.17}$$

$$\tag{2.18}$$

A la surface du miroir (supposé parfait), on a $E_i(z_s, t) = -E_r(z_s, t)$, où $z_s = vt$ désigne la position du miroir. On en déduit la relation :

$$\frac{\omega_r}{\omega_i} = \frac{1+\beta}{1-\beta} = (1+\beta)^2\gamma^2 \tag{2.19}$$

avec $\beta = v/c$ et $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$. Pour une vitesse relativiste $\gamma \gg 1$, on obtient :

$$\omega_r \approx 4\gamma^2 \tag{2.20}$$

On voit ainsi que la fréquence du champ réfléchi augmente avec la vitesse du miroir : c'est l'effet Doppler. Cette augmentation devient extrêmement forte lorsque v est proche de c. C'est pourquoi ce mécanisme de génération devient dominant pour des intensités $I \gg 10^{18} W.cm^{-2}$, associées à une oscillation relativiste des électrons du miroir plasma sous l'effet du champ laser. Par ailleurs, dans le cas d'un mouvement oscillant avec une vitesse v variant continument, nous verrons dans la suite que le miroir va émettre une distribution continue de nouvelles fréquences.

Le modèle ROM

Le principe du modèle du miroir oscillant a été énoncé pour la première fois par Wilks [30] et al ainsi que Bulanov et al [31], qui attribuèrent la génération d'harmoniques d'ordres élevés à l'effet Doppler produit par l'oscillation relativiste du miroir plasma sous l'effet du champ incident très intense.Trois ans plus tard, Lichters et al [9] proposèrent un modèle analytique 1D, le modèle ROM [Relativistic Oscillating Mirror en anglais], qui décrit le mécanisme de génération d'harmoniques Doppler par un laser de polarisation linéaire [p ou s], en incidence oblique θ sur un plasma surcritique en échelon de densité n_{e0}.

Supposons que la source d'émission harmonique est localisée à la surface du plasma en $z = Z_m(t)$. Cette hypothèse est raisonnable ici car le plasma possède une interface raide et une densité électronique n_e très importante, si bien que l'épaisseur de peau $l_s = c/\omega_{pe} << \lambda_L$. Dans cette approximation, le champ $E_r(z,t)$ réfléchi par le miroir plasma s'écrit donc :

$$E_r(z,t) \approx \mu_0 \int_{Z_m(t_{ret})}^{Z_m(t_{ret})+l_s} J_t(Z_m(t_{ret}), t_{ret}) dz' \tag{2.21}$$

où $t_{ret} = t - Z_m(t_{ret})/c + z/c$ est le temps retardé au point Z_m qui tient compte du temps mis par la lumière pour aller de la source à l'observateur. Il en résulte que :

$$E_r(z,t) \approx \mu_0 l_s J_t(Z_m(t_{ret}), t_{ret}) \tag{2.22}$$

En utilisant l'expression de la source J_t [équation (2.14)] et celle de γ [équation 2.15], on obtient dans le cas d'une onde polarisée p en incidence oblique θ sur le plasma :

$$\vec{\mathbf{E}}_r(z,t) = \frac{\omega_p}{2\omega_0}\left[\frac{\sqrt{1-(Z_m(t_{ret})/c)^2}}{\sqrt{1+a(Z_m(t_{ret}),t_{ret})^2\cos\theta^2 - a(Z_m(t_{ret}),t_{ret})\sin 2\theta}}\times \right.$$
$$\left.(a(Z_m(t_{ret}),t_{ret}) - \tan\theta) + \tan\theta\left(1+\frac{Z_m(t_{ret})}{l_s}\right)\right]\vec{\mathbf{x}} \tag{2.23}$$

où on a supposé que le potentiel vecteur dans (2.14) est uniquement dû au champ incident et que $n_e = n_c$ en $z = Z_m$ [la source étant située au niveau de la surface critique]. Pour déterminer l'expression du champ réfléchi $E_r(z,t)$, il nous reste à déterminer $t_{ret} = f(t)$ pour déduire $Z_m(t_{ret})$ connaissant le mouvement du miroir oscillant $Z_m(t)$. Z_m étant

définie de façon récursive par la relation $Z_m(t_{ret}) = Z_m(t - Z_m(t_{ret})/c + z/c)$, on peut approcher numériquement t_{ret} par la méthode du point fixe, en cherchant pour chaque couple (z,t) la limite de la suite définie par $Z_0 = Z_m(t)$ et $\forall n > 0$, $Z_{n+1} = Z(t-(Z_n - z)/c)$. Le modèle de Lichters ne permettant pas de déterminer rigoureusement Z_m, on se place dans le cas approché où le mouvement du miroir est dominé par l'oscillation de sa couche électronique sous l'effet de la composante ω_L du champ laser incident normale à la cible :

$$Z_m(t) = \frac{v_m}{\omega_L} \cos\phi \tag{2.24}$$

où $\phi = \omega_L t + \phi_0$ désigne la phase du laser incident sur la cible en $z = 0$, $\phi_0 = cst$ sa phase absolue et v_m la vitesse d'oscillation des électrons sous l'effet des champs laser incident et réfléchi :

$$\frac{v_m}{c} \approx \frac{2a\sin\theta c}{\gamma} \approx \frac{2a\sin\theta}{\sqrt{1+(2a\sin\theta)^2}} \tag{2.25}$$

Sur le panneau de la Fig. 2.9 (b), on a tracé la trajectoire du point de réflexion $Z_m(t)$

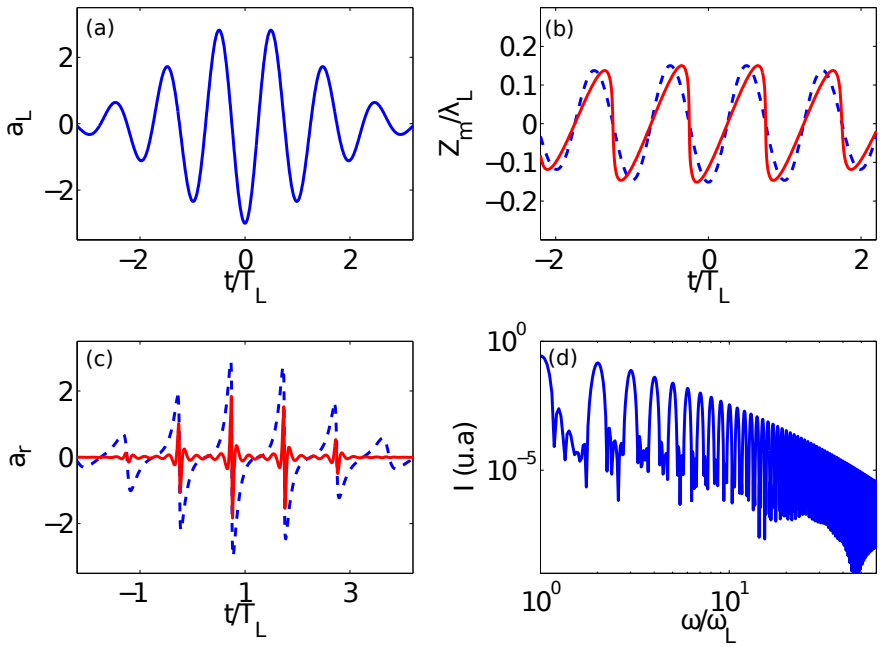

FIG. 2.9 – **Calcul du champ réfléchi par le miroir plasma à l'aide du modèle ROM** (a) Champ incident à $\theta = 45^\circ$ sur le miroir plasma en $z = 0$, avec $a = 3\exp(-t^2/\tau^2)$ et $\tau = 5fs$ (b) Trajectoires $Z_m(t)$ (trait pointillés bleus) et $Z_m(t_{ret})$ (trait plein rouge) (c) La courbe en traits pointillés bleus représente le champ laser $a_r(t)$ réfléchi calculé par le modèle ROM, vu par un observateur en $z = -\lambda_L$. La courbe en trait plein rouge correspond au champ réfléchi filtré entre $[15\omega_L, 60\omega_L]$ (d) Intensité spectrale du champ réfléchi par le miroir plasma. Cette courbe a été normalisée par sa valeur maximale.

de l'équation (2.24), pour une impulsion gaussienne de profil $a(t) = a_L \exp(-t^2/\tau^2)$ que l'on a représentée Fig. 2.9 (a). On a également représenté, sur ce panneau, l'évolution de cette trajectoire aux temps retardés $Z(t_{ret})$ vue par un observateur fixe en $z = -\lambda_L$. Il apparait que le mouvement de la suface vu par cet observateur n'est pas sinusoïdal. a_r

étant proportionnel à $J_t(Z(t_{ret}), t - Z(t_{ret})/c + z/c)$, la phase du courant est modulée de façon ultra-rapide par le terme d'oscillation de la surface $\omega_L Z(t_{ret})/c$ à la fréquence ω_L, qui introduit de nouvelles fréquences multiples de ω_L dans son spectre. Cet effet est mis en valeur par la panneau (c), sur lequel on a tracé le champ réfléchi $a_r(t, z)$ en $z = -\lambda_L$. On voit que ce champ est fortement distordu par la modulation de phase et qu'il présente, avec la période du champ incident, des fronts très raides (qui sont associés aux instants où le miroir se déplace dans la direction de l'observateur). Cette forme en dent de scie suggère que le signal est riche en ordres harmoniques, ce que l'on peut vérifier sur le panneau (d).

Afin de montrer que ces hautes fréquences sont émises au moment où le champ réfléchi présente des fronts raides, on a superposé au champ réfléchi en (d), le champ filtré entre les harmoniques 15 et 60. On voit que ces harmoniques sont effectivement produites durant un intervalle de temps très court, aux instants où la vitesse de la surface en direction de l'observateur est maximale. On vérifie ainsi que le spectre d'harmoniques en (d) est bien associé, dans le domaine temporel à un train d'impulsions sub-femtosecondes [$\approx 170as$ à mi-hauteur en intensité].

Limites du modèle ROM

Même si cette approche présente l'avantage de donner un sens physique clair à $Z(t)$ [position de la surface critique], elle présente l'inconvénient majeur de n'avoir aucun caractère prédictif. Par exemple, le modèle ROM ne donne aucune information directe sur l'allure du spectre [sa loi de décroissance et sa coupure].

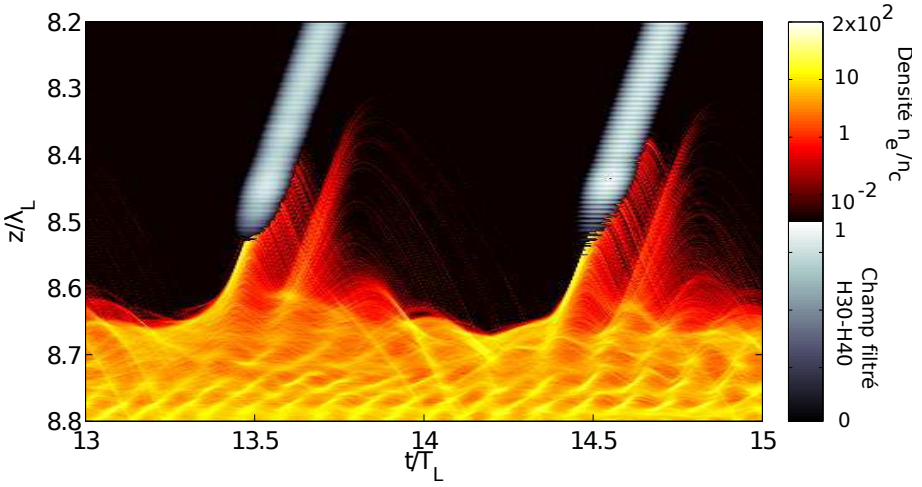

FIG. 2.10 – **Oscillations de densité électronique et impulsions attosecondes.** Carte de densité électronique $n_e(z, t)$ [niveaux de rouges] et champ émis par le miroir plasma [niveaux de gris] issu d'une simulation PIC EUTERPE où le champ laser d'amplitude $a_L = 10$ est incident sur un plasma à la densité maximale $n_e 0 = 200 n_c$ et de profil exponentiel de gradient $L = \lambda_L/8$.

En outre, le fait d'imposer le mouvement de la surface critique par une fonction ad hoc composée d'une seule ou de deux harmoniques est peu satisfaisant. On voit par exemple sur la Fig. 2.10 que le mouvement de la surface critique est très anharmonique. On voit également que la surface critique effectue deux oscillations durant chaque cycle optique

mais n'émet pourtant qu'une seule impulsion attoseconde. Il est ainsi nécessaire de développer un modèle sans hypothèse sur le mouvement de la surface critique.

2.4.3 Le modèle Baeva-Gordienko-Pukhov (BGP)

Présentation

Quelques années après Lichters, Baeva et al [10] reprennent l'idée du miroir oscillant et déterminent l'allure du spectre à l'aide d'un minimum d'hypothèses sur la dynamique de la surface du plasma. Ils supposent, à chaque instant, l'existence d'un point $Z(t)$ du plasma où la réflexion de l'onde incidente est parfaitement localisé. Le champ transverse est nul au delà de ce point de réflexion [pour $z > Z(t)$]. En $z = Z(t)$, où l'onde réfléchie est émise, les champs incident et réfléchi se compensent exactement. Le champ réfléchi vu par un observateur en $z = 0$ à un instant t, se calcule à partir du champ incident, en écrivant la nullité du champ électromagnétique au point de réflexion et la propagation d'une onde dans le vide. On aboutit aux relations suivantes :

$$E_r(z = 0, t) = -E_i(t\prime, z = Z(t\prime)) \tag{2.26}$$

$$t = t\prime + Z(t\prime)/c \tag{2.27}$$

où la réflexion a lieu à l'instant retardé $t\prime$ et à la position $Z(t\prime)$. Baeva et al ne remettent donc pas en cause le principe du miroir oscillant mais pousse son principe à l'extrême en supposant qu'il existe quel que soit t, un point de coordonnée $Z(t)$ où la somme des champs incidents et réfléchis est nul dans le référentiel de Bourdier. Il est néanmoins important de noter qu'ils ne relient ce point à aucune quantité physique alors que Lichters et al supposent, eux, que ce point correspond à la position de la surface critique.

Remarquons que la condition (2.26), n'est rien d'autre que la conservation de l'énergie au point de réflexion apparent. A tout instant, les flux d'énergie entrant et sortant du plasma s'annulent en $z = Z(t)$. En d'autres termes le plasma restitue instantanément sous forme du champ réfléchi E_r, l'énergie que lui a cédé le champ E_i. En utilisant cette hypothèse forte, les auteurs dérivent analytiquement deux principales propriétés du spectre harmonique dans la limite ultra-relativiste $a_L \gg 1$. Il prédisent d'abord que l'intensité spectrale des harmoniques décroît selon une loi de puissance $n^{-8/3}$ avec l'ordre harmonique n. Ensuite, ils montrent que cette loi de puissance s'applique jusqu'à la fréquence de coupure ω_c qui varie en γ_{max}^3, où γ_{max} est le facteur de Lorentz maximal du point de réflexion apparent $Z(t\prime)$.

Ainsi, l'extension du spectre varie comme γ_{max}^3. Elle reste donc efficace au-delà de $4\gamma_{max}^2$. En d'autres termes, le décalage en fréquence est plus important lors de la réflexion sur un miroir oscillant que sur un miroir en translation uniforme. En effet, dans le cas où le miroir oscille, l'émission des harmoniques d'ordre élevé ne se produit que pendant le bref intervalle de temps $\delta t \propto 1/\gamma_{max}$ [10]. Comme la source se déplace vers l'observateur, ce dernier voit une impulsion comprimée par effet Doppler relativiste, dont la durée est proportionnelle à $\delta t/4\gamma_{max}^2$. Le spectre s'étend par conséquent jusqu'à la coupure $\omega_c \propto \gamma_{max}^3$.

Limites

L'approche de Baeva et al est a priori puissante car l'allure du spectre est obtenue à l'aide d'hypothèses minimales sur le point de réflexion : existence de $Z(t)$ et connaissance de l'allure de $Z(t)$ au voisinage de l'instant où γ est maximum. En outre, elle a un caractère prédictif sur l'extension du spectre. De récentes mesures réalisées sur l'installation Vulcan du Rutherford Appleton Laboratory [RAL] par Dromey et al. à des éclairements laser de $10^{21} W.cm^{-2}$, semblent confirmer cette loi de décroissance du spectre en $n^{-8/3}$ [32].

En revanche, la loi de coupure est beaucoup plus délicate à confronter avec l'expérience ou les simulations numériques car elle fait intervenir $Z(t)$ via γ_{max}. Or $Z(t)$ ne correspond à rien de physique et n'est pas prédite par le modèle. D'un point de vue expérimental, il est donc impossible de prévoir la coupure du spectre à partir de grandeurs mesurables de l'expérience. Par ailleurs, il apparaît que ce modèle n'est pas pertinent pour rendre

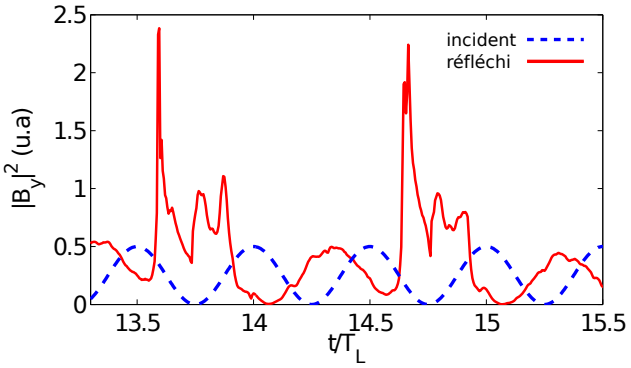

FIG. 2.11 – **Densités d'énergie magnétique incidente et réfléchie par le miroir plasma.** Les courbes montrent l'évolution de $|B_y|^2$ à la distance $z = 8.3\lambda_L$, dans les mêmes conditions de simulations que celles de la Fig. 2.10.

compte de la génération d'harmoniques d'ordres élevés d'un laser ultra-intense $a_L > 10$ en incidence oblique $\theta > 0$ sur un plasma de profil exponentiel possédant une longueur de gradient L non nulle. Dans ce cas, nous avons constaté que l'existence de $Z(t)$ n'est généralement pas vérifiée : la Fig. 2.11 montre que le champ de l'onde réfléchie peut être d'amplitude supérieure au champ de l'onde incidente, ce qui est formellement impossible dans ce modèle qui prend uniquement en compte les modulations de phase du champ réfléchi par le mouvement apparent $Z(t)$ du miroir oscillant. L'hypothèse qui est mise en échec ici est l'équilibre instantané qui existe entre les flux d'énergie électromagnétique entrant et sortant du plasma. En effet, on voit qu'à l'échelle d'un cycle optique, le plasma émet l'énergie incidente que lui a cédée le laser sur une durée beaucoup plus courte que T_L. Entre l'instant où elle est cédée puis restituée, cette énergie est en fait stockée initialement dans le plasma sous forme d'énergie cinétique des électrons [vitesse v_x] et de champ de charge d'espace [champ électrostatique E_x normal à la cible] lorsque le champ incident pousse les électrons du miroir vers le plasma. Cette énergie est ensuite restituée sous forme d'un burst électromagnétique au moment où les électrons sont fortement accélérés vers le vide et rayonnent. Dans la suite, nous présentons les derniers développements théoriques effectués en 2011 par Gonoskov et al [11] qui ont élaboré un modèle analytique beaucoup

plus complet incluant ces considérations énergétiques.

2.4.4 Le modèle du ressort électronique relativiste ou RES

Dynamique du miroir plasma en régime ultra-relativiste

On se place à nouveau dans le référentiel de Bourdier (M) de la Fig. 2.4. Les densités électroniques $n_{e0} = Zn_{i0}$ et ioniques n_{i0} ainsi que la fréquence du laser ω_L sont exprimées dans le référentiel du laboratoire (L). Les positions z et temps t seront quant à eux exprimés en unités c/ω_L et $1/\omega_L$. On rappelle par ailleurs que la valeur de a_L est la même quelle que soit le référentiel (M) ou (L). Considérons une onde plane d'amplitude a_L

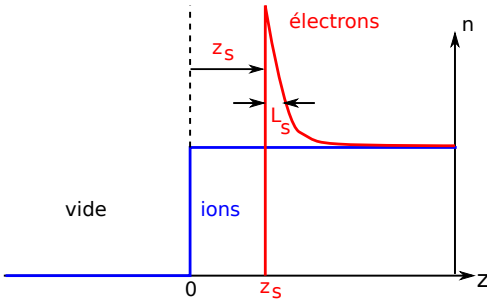

FIG. 2.12 – **Déplacement des électrons du miroir plasma sous l'effet du champ laser incident en régime ultra-relativiste.**

polarisée p en incidence oblique θ sur un plasma en échelon de densité maximale n_{e0}. Les ions sont considérés immobiles. Dans ce référentiel et aux intensités/densités envisagées, la force pondéromotrice du laser incident pousse si fortement les électrons de la cible vers l'intérieur du plasma à une distance z, que ceux-ci se regroupent sous la forme d'une couche ultra-fine d'épaisseur $L_s \ll \lambda_L$ [Fig. 2.12]. A l'instant t_{max} où le déplacement de la couche électronique est maximum, le champ de séparation de charge exercé par les ions compense exactement la force pondéromotrice du laser. L'énergie du laser incident est alors entièrement convertie en énergie cinétique des électrons [vitesse transverse v_x principalement] et en séparation de charges et courants.

Calcul du champ réfléchi par le miroir plasma

Gonoskov et al [11] ont dérivé un modèle décrivant la dynamique de cette surdensité électronique et la génération des impulsions attosecondes par cette surdensité. Pour cela, les auteurs formulent trois hypothèses :

(i) Tout d'abord ils supposent qu'à chaque instant, la population des électrons du plasma est divisée en deux groupes : un premier groupe constitué d'un pic de densité électronique situé en $z = z_s$ qui est infiniment fin et regroupe tous les électrons de la région de l'espace $0 < z < z_s$ [Fig. 2.12] ainsi qu'une seconde population d'électrons non perturbée en $z > z_s$,

(ii) Ensuite, ils supposent que les électrons du pic de densité ont la même vitesse β_z. Dans l'approximation ultra-relativiste $\beta_x^2 = 1 - \beta_z^2$ ils ont également la même vitesse transverse β_x,

(iii) Enfin ils émettent l'hypothèse que le mouvement du pic de densité électronique et le courant $\mathbf{J}_i = n_{i0}/\cos\theta Ze\mathbf{v}_d$ non compensé des ions dérivant à $\mathbf{v}_d = -c\sin\theta\mathbf{x}$ dans la zone de charge d'espace $0 < z < z_s$ sont à l'origine d'un champ réfléchi $a_r(z,t)$, qui compense totalement le champ laser incident $a_i(z,t) = a_L\sin(z-t)$ à la limite de la zone non-perturbée du plasma en $z > z_s$.

Le champ émis par la surdensité d'électrons s'obtient à l'aide des formules de Lienart-Wiechert [26] en calculant le champ rayonné par un plan chargé en mouvement selon z, de charge totale σ. On peut montrer qu'un tel plan émet dans les directions $+\mathbf{z}$ et $-\mathbf{z}$ des radiations électromagnétiques d'amplitudes $2\pi\sigma\beta_x/(1-\beta_z)$ et $2\pi\sigma\beta_x/(1+\beta_z)$. En outre, le champ magnétique B_i émis par le courant d'ions $\mathbf{J}_i$ non compensé entre $0 < z < z_s$ s'obtient simplement en intégrant l'équation de Maxwell-Ampère entre $z = 0$ et $z = z_s$:

$$\nabla \wedge \mathbf{B}_i = \mu_0\mathbf{J}_i \Leftrightarrow -\frac{dB_i}{dz}\mathbf{x} = \mu_0\mathbf{J}_i \tag{2.28}$$

d'où :

$$\hat{B}_i = \tan\theta\frac{n_{i0}}{n_c}z[c/\omega_L] \tag{2.29}$$

où on a utilisé la normalisation $\hat{B}_i = eB_i/m_e\omega_L$. En $z = z_s$, la compensation du champ incident s'écrit :

$$B_r(z_s,t) + B_{inc}(z_s,t) = 0 \Leftrightarrow a_L\sin(z_s - t) = n_{i0}\tan\theta z_s - 2\pi\sigma\frac{\beta_x}{1-\beta_z} \tag{2.30}$$

où B_r est la somme du champs $\hat{B}_i$ rayonné par le courant d'ions J_i et du champ rayonné par la surdensité d'électrons dans la direction $+\mathbf{z}$. La charge σ de la surdensité est calculée en appliquant la conservation de la charge :

$$\sigma = L_s \times N(z_s)/cos\theta = n_{i0}z_s/\cos\theta \tag{2.31}$$

En remplaçant cette expression de σ dans l'équation (2.30), il en résulte que :

$$\sin(z_s - t) = \frac{S}{2\cos\theta}\left[\sin\theta - \frac{\beta_x}{1-\beta_z}\right]z_s \tag{2.32}$$

avec $S = a_L/n_{i0}$. Le terme de gauche de l'équation ci-dessus correspond à l'onde laser incidente tandis que le terme de droite décrit les radiation émises par le courant d'ions $\mathbf{J}_i$ et le pic électronique en $z = z_s$. De manière analogue, on calcule le champ électrique émis par le plasma dans la direction $-\mathbf{z}$ au temps retardé $t_{ret} = z(t) + t$ et on obtient :

$$a_r[t_{ret} = z(t) + t] = a_L\frac{S}{2\cos\theta}\left[\frac{\beta_x}{1+\beta_z} - \sin\theta\right]z_s(t) \tag{2.33}$$

La dynamique du pic électronique est déterminée par l'équation :

$$\frac{dz_s}{dt} = \beta_z \tag{2.34}$$

avec la condition initiale $z_s(0) = 0$. Aux équations (2.32) et (2.34) s'ajoute l'hypothèse ultra-relativiste $\beta_x^2+\beta_z^2 \approx 1$ ce qui fait au total un système de trois équations à 3 inconnues (β_x, β_z, z_s) que l'on va pouvoir résoudre numériquement. Pour ce faire, on introduit les variables réduites $u = \beta_x/(1-\beta_z)$ et $\eta(\tau) = z_s S/(2\cos\theta)$ avec $\tau = tS/(2\cos\theta)$ et on réécrit les équations (2.32, 2.34) sous la forme suivante :

$$\sin\left[(\eta-\tau)\frac{2\cos\theta}{S}\right] = (\sin\theta - u)\eta \tag{2.35}$$

$$\frac{d\eta}{d\tau} = \frac{u^2-1}{u^2+1} \tag{2.36}$$

en dérivant la première équation par rapport à τ et en y substituant l'expression connue de $d\eta/d\tau$, il vient finalement :

$$\frac{du}{d\tau} = \frac{(u^2-1)(\sin\theta-u) \pm 4\cos\theta/S\sqrt{1-\eta^2(u-\sin\theta)^2}}{\eta(u^2+1)} \tag{2.37}$$

$$\frac{d\eta}{d\tau} = \frac{u^2-1}{u^2+1} \tag{2.38}$$

avec les conditions initiales $\eta(0) = 0$ et $u(0) = -c\sin\theta$ [La vitesse à $\tau = 0$ est en fait la vitesse de dérive des électrons dans le référentiel de Bourdier]. Le signe $\pm$ dans l'équation (2.37) dépend du signe de $\cos((\eta-\tau)2\cos\theta/S) = \pm\sqrt{1-\eta^2(u-\sin\theta)^2}$ calculé à partir de l'équation (2.35).

Le système (2.38) est un système autonome d'équations différentielles du premier ordre. Lorsque sa forme le permet, un calcul simple consiste à intégrer analytiquement la fonction $d\eta/du = \chi(u)$ par rapport à u. Toutefois, la fonction χ est trop complexe dans le cas présent et on doit intégrer le système (2.38) à l'aide de méthodes numériques. Dans ce cas, nous avons choisi une méthode du type Runge-Kutta d'ordre 4. Nous avons calculé les différentes valeurs de S et θ pour lesquels le système autonome admet une solution stationnaire [Fig. 2.13]. Les solutions stationnaires sont associées, dans l'espace (η, u) à des cycles limites représentés sur les Fig. 2.13 (b-d).

On remarque que l'émission d'une impulsion attoseconde dans le temps correspond dans l'espace (η, u) au croisement de la solution stationnaire avec l'axe des abscisses $u = 0$, ou de manière équivalente à un changement de signe de la vitesse transverse $\beta_x(t)$ dans la zone $z_s > 0$ $[\eta > 0]$. En effet, à cet instant, comme $u = 0$ et $\beta_z^2 \approx 1-\beta_x^2 = 1$, on a forcément $\beta_z = -1$ et l'équation (2.33) devient singulière. On s'aperçoit ainsi sur la Fig. 2.13, qu'en fonction des paramètres S et θ, il peut survenir l'émission de deux [Fig. 2.13 (b-c)] ou d'une seule impulsion attoseconde par cycle [Fig. 2.13 (d)].

Nous avons généralisé le calcul ci-dessus au cas d'un plasma de profil de densité exponentiel $n_i(z) = n_{i0}\exp[(z-z_{max})/L]$, où n_{i0} est la densité ionique maximale et $z_{max} = L\ln(n_{e0}/n_{th})$, où n_{th} est la densité minimale en $z = 0$. Nous avons obtenu le système autonome suivant :

$$\frac{du}{d\tau} = \frac{(u^2-1)(\sin\theta-u)g(\eta) \pm 4\cos\theta f(\eta)/S\sqrt{1-\eta^2(u-\sin\theta)^2 f(\eta)^{-2}}}{\eta(u^2+1)} \tag{2.39}$$

$$\frac{d\eta}{d\tau} = \frac{u^2-1}{u^2+1} \tag{2.40}$$

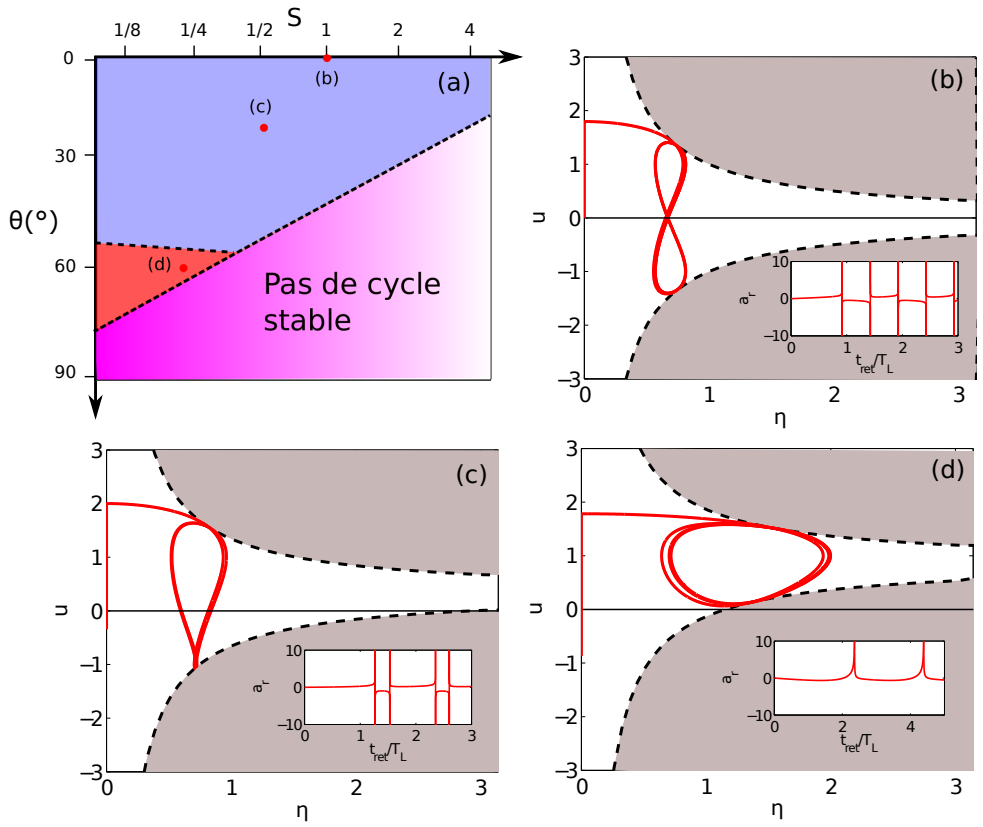

FIG. 2.13 – **Solutions du système autonome (η, u) en fonction des paramètres S et θ.** (a) Les points rouges représentent les différentes couples de paramètres (S, θ) pour lesquels nous avons calculé les fonctions (η, u) solutions du système d'équations (2.37) et (2.38). Les domaines bleu et rouge de l'espace (S, θ) correspondent à des zones où la forme des solutions (η, u) est différente. (b) Solution du système d'équations (2.37) et (2.38) représentée dans l'espace (η, u), pour des paramètres $S = 1$ et $\theta = 0°$. Dans l'encart, on a représenté le champ réfléchi a_r calculé en injectant cette solution dans l'équation (2.33). (c) Même chose qu'en (b) mais pour des paramètres $S = 1/2$ et $\theta = 20°$. (d) Même chose qu'en (b) mais pour des paramètres $S = 1/4$ et $\theta = 60°$.

où les fonctions f et g sont données par :

$$f(\eta) = \exp\left[-\frac{2\cos^3\theta}{SL}(\eta - \eta_{max})\right] \tag{2.41}$$

$$g(\eta) = 1 + \frac{2\cos^3\theta}{SL}\eta \tag{2.42}$$

et $S = n_{i0}/a_L$. Sur la Fig. 2.14, on a représenté la solution du système d'équation (2.40) dans l'espace (η, u) pour les paramètres $a_L = 10$ correspondant à une intensité relativiste $I = 1.37 \times 10^{20} W.cm^{-2}$, $\theta = 45°$, $n_e 0 = 30$ $[S = 1/3]$ et $L = \lambda_L/8$. On voit que le gradient de densité change considérablement la forme de la solution en comparaison de celle calculée dans des conditions similaires $[S = 1/3,\ \theta = 45°]$, mais dans le cas d'un plasma à bord raide [Fig. 2.13 (c)].

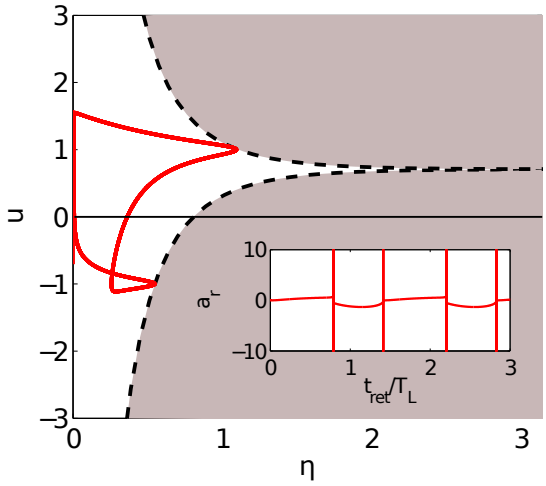

FIG. 2.14 – **Solution du système autonome dans le cas d'un gradient de densité.** Solution du système d'équation (2.40) dans l'espace (η, u) pour les paramètres $a_L = 10$, $\theta = 45°$, $n_e 0 = 30$ et $L = \lambda_L/8$.

Intérêts et limites de cette approche

A la différence des approches précédentes, le modèle RES tient compte du fait que l'émission du champ réfléchi a_r se produit durant une toute petite fraction du cycle optique. Au cours d'un cycle, l'énergie du laser est d'abord convertie en énergie cinétique et en champ/courant de séparation de charge. Cette énergie est ensuite restituée sous la forme d'impulsions de lumière très brèves, lorsque la vitesse β_y de la surdensité d'électrons change de signe et la composante $\beta_z \to -1$. Cette approche est donc beaucoup plus complète que le modèle BGP et ne repose sur aucune hypothèse forte très difficilement vérifiable numériquement par le biais de codes numériques ab-initio du type code particulaire. Gonoskov et al ont montré [11], en comparant les résultats de ces codes à ceux du modèle RES, que celui-ci se révèle particulièrement efficace pour prédire les instants d'émission des impulsions attosecondes pour une large gamme de paramètres θ et S.

Toutefois, il ne permet pas de déduire directement les amplitudes et durées des impulsions attosecondes émises par le miroir plasma en régime relativiste. En l'état, leur calcul nécessite de connaître précisément l'épaisseur L_s de la surdensité d'électrons. Si L_s peut être plus ou moins correctement estimée à l'instant t_{max} du déplacement maximum du pic d'électrons dans le plasma, elle demeure en revanche inconnue au moment de l'émission.

Le manque de modèle analytique complet permettant de décrire, à la fois les instants d'émission et l'amplitude des impulsions attosecondes, impose aujourd'hui d'utiliser des codes de simulation ab-initio tels que les codes particulaires : comme nous le détaillons dans la deuxième partie de ce manuscrit, ces codes permettent de calculer le mouvement de l'ensemble des particules du plasma sous l'effet du champ laser incident ainsi que le champ résultant émis par ces particules.

Deuxième partie

Outils numériques pour l'étude des harmoniques générées sur cible solide

Chapitre 3

Simulation numérique de la génération d'harmoniques sur cible solide

Dans ce chapitre, on rappelle tout d'abord les équations qui régissent le comportement des plasmas sous l'effet d'un champ laser intense et nous analysons les différentes méthodes numériques qu'il est possible d'utiliser pour modéliser leur évolution dans le temps.

Ensuite, nous présentons la modélisation la mieux adaptée pour décrire la génération d'harmoniques sur cible solide : le système d'équations couplées de Vlasov-Maxwell. Nous introduisons le principe du schéma numérique le plus réaliste en termes de temps de calcul pour résoudre ce système couplé : le schéma particulaire de type Particule-Maille (PM).

Enfin, nous déterminons quels sont les paramètres numériques minimaux de ce schéma [ordre d'interpolation, taille du maillage spatio-temporel, nombre de macroparticules de plasma], que l'on devra choisir pour assurer une description physique la plus réaliste possible du mécanisme de génération d'harmoniques. Nous étudions notamment l'influence de ces paramètres sur deux effets numériques non physiques : la dispersion numérique et le chauffage numérique.

3.1 Modélisation de l'interaction laser-plasma

3.1.1 L'état plasma

Les plasmas de laboratoire et les plasmas naturels sont caractérisés par une très large variété de densités n_e et températures T_e [Fig 3.1] : de $10^{-3} cm^{-3}$ pour le vide interstellaire à $10^{32} cm^{-3}$ pour une naine blanche [13]. En résultent des échelles de temps et d'espaces très diverses, représentées essentiellement par la période plasma électronique qui représente le temps de réponse des électrons du plasma à une excitation extérieure et la longueur de Debye λ_{De} traduisant la distance maximale de séparation de charges dans le plasma. Ces grandeurs sont représentatives de la dynamique électronique collective. On définit également la longueur de Landau λ_{Lei}, comme la distance à partir de laquelle l'énergie potentielle d'interaction entre un ion et un électron est égale à l'énergie cinétique de l'électron, de même que la fréquence de collision électron-ion. Ces deux grandeurs déterminent la dynamique binaire ou collisionnelle du plasma.

Malgré leur grande diversité, on s'accorde toutefois à regrouper les plasmas en deux grandes catégories selon les valeurs relatives entre la longueur de Landau λ_{Lei} et la longueur de Debye électronique λ_{De} :

- Les plasmas collectifs ou non-collisionnels $\lambda_{Lei} \ll \lambda_{De}$: C'est le cas des plasmas générés à l'aide d'un laser ultra-intense tel qu'UHI 100. Dans ces plasmas, l'énergie thermique d'un électron est beaucoup plus importante que l'énergie potentielle d'interaction électron-ion. Les électrons hors de la sphère de Debye ne perçoivent qu'une force d'interaction coulombienne de longue portée qui est à l'origine de phénomène collectifs tels que les ondes plasmas.
- Les plasmas collisionnels $\lambda_{Lei} > \lambda_{De}$: La sphère de Debye contient peu d'électrons et l'écrantage des ions disparait, laissant place à de nouvelles interactions binaires charge-charge. Dans ce cas, ce sont les interactions particule-particule à courte portée qui dominent.

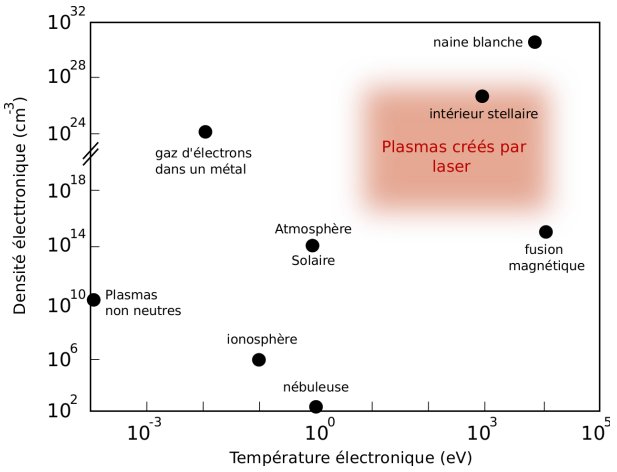

FIG. 3.1 – **Conditions de températures T_e et densités n_e d'un plasma.**

3.1.2 Les principaux types de modélisation

Les multiples échelles spatio-temporelles [période plasma électronique/ionique $T_{pe,i}$, longueur de Debye électronique λ_{De}] et la nature des interactions entre les particules du plasma, pourront donc varier considérablement selon les conditions de densité n_e et température T_e. Par conséquent, afin de déterminer la modélisation à adopter, on devra avant tout déterminer le degré de détails avec lequel on veut décrire le plasma. Plusieurs facteurs entrent en jeu, dont notamment la nature collisionellle ou non du plasma, les grandeurs spatiales et temporelles d'intérêt ainsi que la nature des phénomènes physiques que l'on souhaite observer, tels que par exemple, des changements de densité/température, des ondes, ou encore la production de particules [ions ou électrons] très énergétiques. Les principales modélisations utilisées aujourd'hui en Physique des plasmas [33] sont représentées sur la Fig. 3.2. On distingue :

(i) **Le modèle à N Corps classiques ou quantiques** pour les plasmas fortement collisionnels [$\lambda_{Lei} < \lambda_{De}$]. Dans ce cas on doit tenir compte des interactions e-e et e-

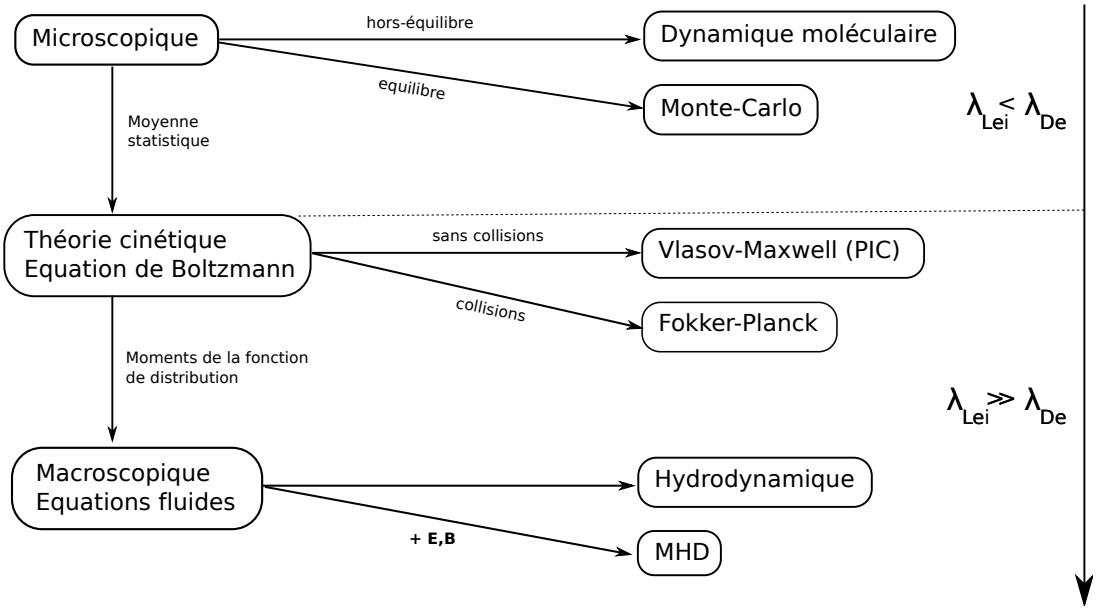

FIG. 3.2 – **Différentes modélisations utilisés pour décrire un plasma.**

noyau. On fait interagir les particules via les potentiels retardés de Lienart-Wichert dans le vide ou bien des potentiels corrigés tentant compte de l'écrantage. Dans sa version classique électrique la plus simple, le modèle à N corps consiste à résoudre pour chaque particule les équations du mouvement de Newton. La force qui s'exerce sur chaque particule est calculée par sommation sur les N-1 autres particules : au total on doit réaliser $N(N-1)/2$ calcul d'interactions. Aujourd'hui, on arrive à modéliser un système composé au maximum de 800 atomes d'hydrogène à l'aide de méthodes de dynamiques moléculaires simplifiées qui permettent des simulations en temps raisonnable. Cette méthode devient en revanche inutilisable pour modéliser un plasma généré par laser. En effet, pour décrire l'interaction d'un laser ultra-intense de longueur d'onde $\lambda_L = 0.8\mu m$ et de tache focale de rayon $10\mu m$ pénétrant sur $0.2\mu m$ dans un plasma à la densité du solide, on aurait à calculer le mouvement d'un nombre réel de 10^{13} particules en interaction coulombienne. Dans ce cas, on devra plutôt adopter une modélisation cinétique/hydrodynamique.

(ii) **Le modèle cinétique** pour des plasmas faiblement collisionnels [$\lambda_{Lei} \gg \lambda_{De}$]. On néglige ici les collisions e-e et les électrons suivent un mouvement collectif dirigé par le potentiel d'interaction coulombien de longue distance. Dans ce cas, la connaissance exacte de l'état microscopique donné par le modèle à N corps est superflue et seules les propriétés macroscopiques sont intéressantes. On adopte une démarche statistique et on définit un continuum f appelée distribution de macroparticules, fonction du temps t, de l'espace $\mathbf{r}$ et de l'impulsion $\mathbf{p}$. Les macroions ou macro-électrons représentent une densité d'électrons ou d'ions qui possèdent les mêmes position et impulsion. Cette simplification permet de réduire le nombre total d'objets à modéliser [ici, des macroparticules] en comparaison du nombre de particules réelles. Nous verrons dans la suite que l'évolution de f est déterminée de manière auto-consistante par la conservation du nombre total de particules, les équations de

Maxwell et l'équation de Newton pour le mouvement des particules.

(iii) **Le modèle hydrodynamique** est une simplification du modèle cinétique où la fonction de distribution est approchée par un nombre fini de ses moments. Dans le cas où le plasma est à l'équilibre thermodynamique local, ces moments sont suffisants pour décrire l'état du plasma et peuvent être associés à des grandeurs macroscopiques locales : les densités électroniques/ioniques n_e/n_i, les vitesses moyennes électronique/ionique, les températures électroniques/ioniques T_e/T_i. Cette modélisation est utilisée pour suivre le comportement dynamique du plasma sur des échelles de temps assez grandes, suffisamment grandes pour pouvoir supposer un équilibre thermodynamique. Les durées d'intérêt sont données par le temps caractéristique du mouvement des ions, allant de la ps à la ns pour les plasmas créés par laser.

Dans le cas de la génération d'harmoniques par un laser d'éclairement $I > 10^{18} W.cm^{-2}$ de quelques $25fs$, le plasma est très faiblement collisionnel et les mécanismes de génération impliquent des croisements de particules [effet Brunel] ainsi que de grandes amplitudes d'oscillations des électrons. Pour cette raison, on ne peut utiliser de modèle hydrodynamique et on adopte plutôt une modélisation cinétique plus riche et pour laquelle aucune hypothèse d'équilibre thermodynamique n'est formulée.

3.1.3 Le Modèle cinétique de Vlasov

On considère le cas d'un plasma non-collisionnel décrit par la fonction de distribution $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{t})$ composée de N_p macroparticules [électrons ou ions] où :

$$N_p = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{t}) d\mathbf{p} d\mathbf{r} \tag{3.1}$$

On peut montrer que f vérifie :

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} \frac{d\mathbf{p}}{dt} = 0 \tag{3.2}$$

où :

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = q\left[\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}\right] \tag{3.3}$$

et $\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$ désigne la vitesse de la macroparticule. On en déduit l'équation d'évolution de la fonction de distribution appelée équation de Vlasov :

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \Lambda . \frac{\partial f}{\partial \mathbf{s}} = 0 \tag{3.4}$$

où :

(i) $\mathbf{s} = (\mathbf{r}, \mathbf{p})$,

(ii) $\Lambda = (\mathbf{v}, q[\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}])$

Les champs électromagnétiques $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$ sont donnés par les équations de Maxwell :

$$\begin{cases} \nabla.\mathbf{E} &= \dfrac{\rho}{\epsilon_0} \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{J} + \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \end{cases} \tag{3.5}$$

L'évolution du plasma est donc régie par un système couplé composé des équations 3.4 et 3.5. Dans la section suivante, on s'intéresse à la résolution numérique du système couplé de Vlasov-Maxwell à l'aide d'un schéma particulaire du type Particle-In-Cell (PIC).

3.2 Modélisation numérique à l'aide d'un code de type Particle-In-Cell (PIC)

3.2.1 Contraintes liées au temps de calcul

Le système couplé Vlasov-Maxwell peut être résolu numériquement par une technique de discrétisation aux différences finies en temps-espace-impulsion. Un décompte du nombre de mailles nécessaires pour résoudre ces équations permet de se rendre compte de la limite de la technique. Imaginons que chaque axe en espace et en impulsion nécessite 100 mailles. En géométrie 1D1V, cela donne 10^4 mailles dans l'espace (x, p_x). En 2D, ce nombre devient 10^8 pour arriver à 10^{12} mailles en 3D. Dans ce dernier cas, il faudrait mémoriser et traiter 10^{12} scalaires donnant les valeurs de f. En supposant $8o$ par scalaire sur une machine 64 bits, on arrive à un total de $8To$ d'espace mémoire nécessaire à chaque pas de temps de la simulation. En outre, en supposant que le calcul sur une maille ne prenne que $0.1\mu s$ sur un processeur d'une machine multicoeurs actuelle, on arrive à un temps de calcul de 28 heures CPU par pas de temps. Même si l'on opérait une parallélisation parfaite du calcul de la fonction de distribution sur un millier de processeurs, on obtiendrait un temps total de 60 jours pour 50000 pas de temps. On voit immédiatement le problème du traitement numérique direct d'une telle équation.

Pour contourner ce problème, on utilise une méthode particulaire qui consiste à découper la fonction de distribution initiale dans l'espace $(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ en N_p tranches numériques appelées macroparticules. Ce nom provient du fait que dans l'espace réél, ces pseudo-particules sont associées à un groupe d'électrons ou d'ions qui possèdent la même position $\mathbf{r}$ et la même impulsion $\mathbf{p}$. Au cours de la simulation, ces macroions et macroélectrons vont explorer l'espace des phases en fonction des champs électromagnétiques auxquels elles sont soumises. A la différence de la méthode Eulérienne précédente, la méthode particulaire est une approche Lagrangienne dans l'espace des phases. On distingue principalement deux types de méthodes particulaires :

1. **La méthode Particule-Particule (PP)** qui représente la forme la plus élémentaire des méthodes particulaires car très proche du modèle à N corps. On fait évoluer

chacune des N_p macroparticules sous la force exercée par les $N_p - 1$ autres particules et la présence d'une force extérieure. L'interaction entre particules passe donc par le calcul des forces à distance et non via les champs calculés par les équations de Maxwell. Il y a donc $O(N_p^2)$ opérations numériques à réaliser à chaque pas de temps de la simulation ce qui limite considérablement le nombre de macroparticules que l'on pourra utiliser.

2. **La méthode Particule-Maille (PM) ou Particle-In-Cell (PIC).** Les forces sont calculées par l'intermédiaire de champs connus aux noeuds d'un maillage de l'espace. Les macroparticules bougent à travers ce maillage et la force qui s'exerce sur chacune d'elles est calculée par interpolation des valeurs de ces champs connues aux noeuds du maillage. En retour, une macroparticule contribue aux densités de charge ρ et de courant $\mathbf{J}$ définies sur le noeud des mailles environnantes, en se répartissant sur ces noeuds suivant un certain schéma d'assignation. Dans ce schéma la complexité du calcul du mouvement des particules varie en $O(N_p)$ et le calcul des champs à l'aide des équations de Maxwell en $O(N)$, N étant le nombre de mailles. En général on prend 100 fois moins de mailles que de macroparticules ce qui réduit le nombre total d'opérations à $1.1N_p$ au lieu de N_p^2 pour la méthode PP.

Dans la suite, on détaille la résolution de l'équation de Vlasov par la méthode particulaire de type PM.

3.2.2 Résolution du système Vlasov-Maxwell par la méthode PIC

Le but de cette section est de fournir une vue d'ensemble de la méthode PM. On trouvera une preuve mathématique complète de cette approche dans la référence [34].

Equation de Vlasov

Si $f_0(\mathbf{s}) = f(\mathbf{s}, 0)$ désigne la fonction de distribution initiale, la solution à l'instant t s'écrit :

$$f(\mathbf{s}, t) = f_0[\mathbf{s} - \mathbf{Q}(t)] \tag{3.6}$$

avec $\mathbf{Q} = (\mathbf{x}, \mathbf{p})$ et :

$$\frac{d\mathbf{Q}(t)}{dt} = \Lambda(\mathbf{s}, t)$$

Dans un code PIC, on approche alors la distribution initiale $f_0(\mathbf{s})$ par une mesure :

$$f_0(\mathbf{s}) \approx f_0^h(\mathbf{s}) = \sum_p a_p \delta(\mathbf{s} - \mathbf{s}_p) \tag{3.7}$$

$\delta(\mathbf{s} - \mathbf{s}_p)$ est appelée macroparticule p, à laquelle on affecte un poids a_p, choisi en fonction de sa contribution à la fonction de distribution totale. Son évolution au cours du temps est alors régie par l'équation :

$$f^h(\mathbf{s}, t) = \sum_p a_p \delta(\mathbf{s} - \mathbf{Q}_p(t)) \tag{3.8}$$

En termes physiques, cette opération consiste à suivre le déplacement des macroparticules, dont le mouvement $\mathbf{Q}_p(t)$ est régi par les mêmes équations que les particules ponctuelles réelles :

$$\frac{d\mathbf{Q}_p}{dt} = \Lambda(\mathbf{s},t) \equiv \begin{cases} \dfrac{d\mathbf{r}}{dt} &= \mathbf{v} \\ \dfrac{d\mathbf{p}}{dt} &= q(\mathbf{E}+\mathbf{v}\times\mathbf{B}) \end{cases} \tag{3.9}$$

Afin de pouvoir en déduire la fonction de distribution qui nous intéresse et de pouvoir calculer ses moments (densité de charge, vitesse moyenne etc.), on la régularise en convoluant la mesure f^h avec des fonctions de poids $W(\mathbf{r})$[2].

$$f(\mathbf{r},\mathbf{p},t) = W(\mathbf{r}) \otimes f^h(\mathbf{r},\mathbf{p},t) = \sum_p a_p W[\mathbf{r}-\mathbf{r}_p(t)]\delta[\mathbf{p}-\mathbf{p}_p(t)] \tag{3.10}$$

Physiquement, cela revient à affecter un volume fini de l'espace à chaque macroparticule. Comme nous allons le voir dans la suite, ces fonctions de poids doivent être choisies de telles sorte qu'elles conservent la physique du problème.

Couplage avec les équations de Maxwell

Le calcul du premier moment de la fonction de distribution donne :

$$\rho(\mathbf{r},t) = q\int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{dp} f(\mathbf{r},\mathbf{p},t) = q\sum_{p=1}^{N_p} a_p W(\mathbf{r}-\mathbf{r}_p) \tag{3.11}$$

où N_p désigne le nombre de macroparticules. On voit ainsi que a_p a la dimension d'une densité et que les fonctions poids vont réaliser le couplage avec les équations de Maxwell par l'intermédiaire de l'assignation des charges et courants au niveau des noeuds du maillage spatial et l'interpolation des champs sur les macroparticules :

$$\rho_{i,j} = q\sum_{p=1}^{N_p} a_p W(\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_{ij}) \tag{3.12}$$

$$\mathbf{J}_{i,j} = \rho_{i,j}\mathbf{v}_p \tag{3.13}$$

Calcul des fonctions de poids

Comment déterminer les fonctions de poids adaptées à la physique de notre problème ? Il existe une multitude de fonctions de poids ayant des propriétés très différentes les unes des autres. On s'intéresse ici à celles calculées par Hockney et Eastwood [35], en utilisant les trois critères physiques suivant :

1. La variation du champ en un point éloigné de la source doit être faible lorsqu'on bouge la source sur la distance d'une maille. Cette règle permet en fait de minimiser l'écart entre le potentiel coulombien généré par une source ponctuelle en z_j par rapport à celui créé par une charge étalée sur plusieurs points du maillage autour de z_j,

[2] Aussi appelées *cut-off* functions.

2. La variation du champ doit être régulière d'une maille à une autre afin d"éviter les sursauts dans les forces s'exerçant sur une macroparticule lorsqu'elle change de maille,
3. La quantité de mouvement totale doit être conservée afin d'éviter l'apparition d'auto-forces exercées par les macroparticules sur elles-même. Cette condition impose en fait de choisir la même fonction poids pour l'assignation des charges sur les noeuds du treillis en espace que pour l'interpolation des champs sur les macroparticules (cf. Annexes).

Hockney a montré que les fonctions splines N_k [36] définies par l'équation ci-dessous respectent ces trois conditions :

$$N_k(t) = (N_{k-1} * N_k)(t) = \int_{t-1}^{t} N_{k-1}(z)dz \tag{3.14}$$

avec :

$$N_1(z) = \begin{cases} 1 & 0 \leqslant z \leqslant 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{3.15}$$

où pour simplifier, on a réduit notre analyse au cas 1D. Les fonctions poids obtenues sont de la forme :

$$W_k(z) = N_k(\frac{z}{\Delta z} - \frac{k}{2\Delta z}) = (\underbrace{W_1 \otimes ... \otimes W_1}_{k fois})(z) \tag{3.16}$$

où W_k désigne la fonction de poids d'ordre k. Sur la Fig. 3.3 sont représentés les trois premiers ordres NGP, PIC et TSC des fonctions poids. L'ordre k correspond au nombre de noeuds du maillages sur lesquels la fonction de poids est non nulle, *i.e* le nombre de noeuds sur lesquels la macroparticule apporte sa contribution en courant et en charge. Plus k est élevé et moins on commettra d'erreurs dans le calcul des forces. Nous verrons dans la suite de ce chapitre, que ces erreurs sont des sources de bruit blanc non physique qui viennent entacher les spectres harmoniques.

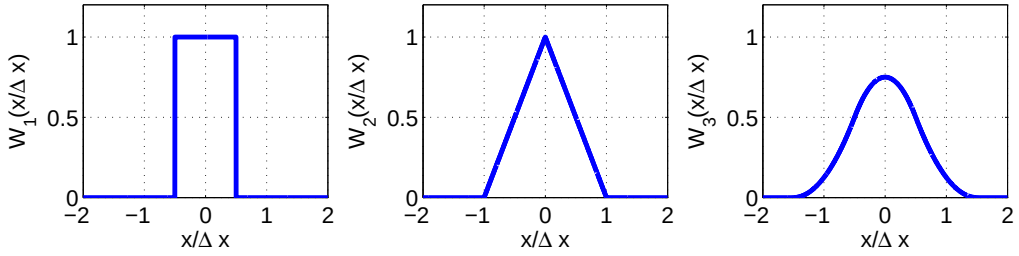

FIG. 3.3 – **Fonctions poids** W_k (a) Fonction poids d'odre $k = 1$ Nearest Grid Point (NGP) (b) ordre $k = 2$ Particle-In-Cell (PIC) (c) ordre $k = 3$ Triangular Shape Cloud (TSC).

3.2.3 Les codes PIC

Principe d'un code PIC

La Fig. 3.4 résume le principe d'un code reposant sur la méthode PM. Les macroparticules se déplacent au sein d'un treillis en espace, aux noeuds i duquel sont connus les

champs électromagnétiques $(\mathbf{E}_i, \mathbf{B}_i)$, la densité de charge et les distributions de courant ρ_i et $\mathbf{J}_i$. Les macroparticules n'interagissent pas directement entre elles comme dans la technique PP mais communiquent uniquement via leur contribution aux charges, aux courants et donc aux champs, calculés sur le maillage. Au cours d'une itération temporelle n, leur déplacement est calculé en 4 étapes[3] :

1. Interpolation des champs $(\mathbf{E}_i^n, \mathbf{B}_i^n)$ connus aux noeuds du maillage sur les macroparticules en $\mathbf{r}_p^n$ [Etape d'interpolation],
2. Déplacement des macroparticules selon les équations du mouvement et calcul de leurs nouvelles positions et impulsions $(\mathbf{r}_p^{n+1}, \mathbf{p}_p^{n+1})$,
3. Calcul de la contribution de chaque macroparticule à la charge ρ_i^{n+1} et aux courants $\mathbf{J}_i^{n+1}$ des noeuds du maillage spatial [Etape d'assignation],
4. Calcul de la nouvelle valeur des champs électromagnétiques $(\mathbf{E}_i^{n+1}, \mathbf{B}_i^{n+1})$ sur les noeuds du maillage à partir des équations de Maxwell.

Il est à noter qu'à l'itération $n = 0$, on initialise les positions/impulsions des particules aux valeurs $(\mathbf{r}_0, \mathbf{p}_0)$ afin de calculer les sources $(\rho_i^0, \mathbf{J}_i^0)$ puis les champs $(\mathbf{E}_i^0, \mathbf{B}_i^0)$. Dans la suite, on présente succintement les deux codes PIC que l'on a utilisés pour étudier la génération d'harmoniques sur miroir plasma : les codes 1D EUTERPE et 2D CALDER. On s'intéressera tout particulièrement au schéma de discrétisation des équations de Maxwell qui s'avèrera très utile dans la section suivante.

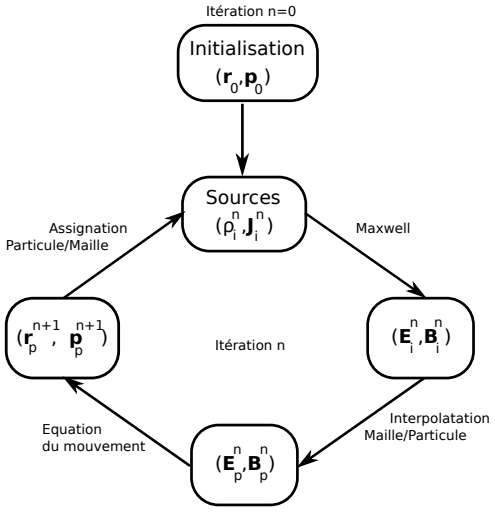

FIG. 3.4 – **Principe d'un code PIC. r** et **p** désignent la position et l'impulsion des macroparticules. $(\mathbf{r}_0, \mathbf{p}_0)$ sont les position/impulsion des macroparticules à l'itération $n = 0$ et $(\mathbf{r}_p, \mathbf{p}_p)$ à l'itération n. $\mathbf{E}_p$ et $\mathbf{B}_p$ sont les champs électriques et magnétiques calculés au niveau des macroparticules et $\mathbf{E}_i$ et $\mathbf{B}_i$ au niveau des noeuds du treillis en espace.

[3]les notations n et $n+1$ sont employées ici au sens d'instants précédent et suivant pour chacune des grandeurs. En réalité, les maillages temporels et spatiaux employés dans la résolution numérique des équations peuvent être différents pour ρ, $\mathbf{J}$ et les champs $E_{z,x}$, B_y comme dans le schéma de Yee utilisé pour résoudre les équations de Maxwell dans le code CALDER.

Le code 1D EUTERPE

EUTERPE est un code 1D (une seule dimension d'espace z) développé par Guy BONNAUD. Toutes les grandeurs sont indépendantes des directions transverses x et y. Les macroparticules sont considérées comme des plans perpendiculaires à l'axe d'évolution (l'axe des z). Numériquement, on peut créér trois différents modèles à une dimension d'espace :

(i) Modèle $1D$: on ne prend en compte que z et p_z, la coordonnée selon z de l'impulsion. Cette configuration est suffisante pour l'étude de problèmes sans champ magnétique et purement électrostatiques,

(ii) Modèle $1D1/2$: on prend en compte z, p_z et p_x. Cette configuration sera utilisée pour étudier l'interaction d'une onde électromagnétique de polarisation linéaire avec un plasma,

(iii) Modèle $1D2/2$: on prend en compte z, p_z, p_x et p_y. Cette dernière configuration permet l'étude de l'interaction d'une onde électromagnétique de polarisation quelconque avec le plasma.

Les équations de Maxwell sont discrétisées selon un schéma de Newmark [37] pouvant être explicite ou implicite suivant la valeur d'un paramètre β. Dans cette thèse, le schéma a toujours été en mode explicite et sa stabilité impose de prendre un pas spatial Δz et temporel Δt tels que $\Delta z > c\Delta t$. Le schéma d'assignation/interpolation particule-champ utilisé est un schéma d'ordre k_{poids} réglable, $1 < k_{poids} < 8$.

Bien qu'il soit 1D, ce code permet également d'étudier l'interaction d'une onde plane de polarisation linéaire en incidence oblique d'angle θ sur le plasma en se plaçant dans le référentiel de Bourdier introduit dans la première partie de ce manuscrit. Pour une simulation de génération d'harmoniques sur cible solide, on utilise en général des pas spatiaux et temporels très faibles [pour résoudre les fréquences élevées] de l'ordre de $\Delta t \approx \Delta z/c \approx 10^{-3} T_L$ et des boîtes de simulations d'une dizaine de longueur d'onde λ_L [soit 10000 mailles]. Avec ces paramètres, le temps par itération temporelle et par macroparticule est de l'ordre de la μs sur une machine multi-coeurs classique. Pour $N_p = 500000$ macroparticules et pour une durée de simulation de l'ordre de 15 cycles laser T_L, on voit que le temps de calcul nécessaire est de l'ordre de $25h$ CPU.

Le code 2D CALDER

Le code CALDER est un code PIC 1D/2D/3D écrit par Erik Lefebvre et son équipe, qui a été entièrement parallélisé sous protocole MPI. Dans une géométrie 2D, le schéma d'assignation/interpolation particule-champ utilisé est un schéma d'ordre 4. Cela signifie qu'une particule contribue aux charges et courant des 16 noeuds du maillage les plus proches, avec un poids dépendant de la distance macroparticule-noeud. Les équations de Maxwell sont discrétisées selon un schéma explicite 2D centré plus connu sous le nom de schéma de Yee [38] dans lequel les champs E et B sont calculés sur des grilles décalées. Nous montrons dans la suite que cette approche le rend conditionnellement stable. On

rappelle d'abord son expression dans le cas d'une onde TM [B selon y] :

$$\begin{cases} \frac{E_{z_{i+1/2,j}}^{n+1}-E_{z_{i+1/2,j}}^{n}}{c\Delta t} & = & \frac{(cB_y)_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2}-(cB_y)_{i+1/2,j-1/2}^{n+1/2}}{\Delta x} - \frac{1}{\epsilon_0 c} J_{z_{i,j}}^{n+1/2} \\ \frac{E_{x_{i,j+1/2}}^{n+1}-E_{x_{i,j+1/2}}^{n}}{c\Delta t} & = & -\frac{(cB_y)_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2}-(cB_y)_{i-1/2,j-1/2}^{n+1/2}}{\Delta z} - \frac{1}{\epsilon_0 c} J_{x_{i,j}}^{n+1/2} \\ \frac{(cB_y)_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2}-(cB_y)_{i+1/2,j-1/2}^{n-1/2}}{c\Delta t} & = & -c\frac{E_{x_{i+1,j+1/2}}^{n}-E_{x_{i,j+1/2}}^{n}}{\Delta z} - \frac{E_{z_{i+1/2,j+1}}^{n}-E_{z_{i+1/2,j}}^{n}}{\Delta x} \end{cases} \quad (3.17)$$

Pour s'assurer de la stabilité de ce schéma numérique, on a réalisé une étude fréquentielle en calculant le gain spectral $g(k_z,k_x) = \frac{\widehat{E}_z^{n+1}}{\widehat{E}_z^n} = \frac{\widehat{E}_x^{n+1}}{\widehat{E}_x^n} = \frac{\widehat{B}_y^{n+1/2}}{\widehat{B}_y^{n-1/2}} = e^{i\omega(k_z,k_x)}$. Le but est de voir si le schéma n'introduit pas des modes susceptibles de créer une instabilité numérique $Im(\omega) < 0$. Dans le vide [absence de courants], la transformée de Fourier discrète en (x,y,t) du système d'équations (3.17) donne l'équation matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} g-1 & 0 & 2i\eta g s_x \\ 0 & g-1 & -2i\eta g s_z \\ 2i\eta s_x & -2i\eta s_z & g-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \widehat{E}_z^n \\ \widehat{E}_x^n \\ c\widehat{B}_y^{n-1/2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

où on a supposé $\Delta z = \Delta x$, $\eta = c\Delta t/\Delta x$ [paramètre de Courant-Friedrichs-Lewy ou CFL], $s_z = \sin(\frac{k_z\Delta_z}{2})$ et $s_x = \sin(\frac{k_x\Delta_x}{2})$. Le calcul du déterminant nous donne alors l'équation suivante pour g :

$$g^2 + 2(2\eta^2(s_z^2+s_x^2)-1)g + 1 = 0 \quad (3.19)$$

Afin que le schéma soit stable, on doit s'assurer que g n'est pas réel. Cela implique que le discriminant de l'équation 3.19 ci-dessus soit strictement négatif :

$$\Delta < 0 \Longleftrightarrow 16\eta^2(s_z^2+s_x^2)[\eta^2(s_z^2+s_x^2)-1] < 0 \Longrightarrow \eta < \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (3.20)$$

Cette condition de stabilité n'est pas très contraignante dans l'étude de la génération d'harmoniques car on doit résoudre les harmoniques aussi bien en temps qu'en espace. Par conséquent, on devra dans tous les cas choisir des pas spatiaux et temporels normalisés du même ordre de grandeur. Une simulation type de génération d'harmoniques sur cible solide à l'aide de CALDER met en jeu des pas spatiaux $\Delta x = \Delta y = 2.5 \times 10^{-3}\lambda_L$ et temporel $\Delta t = 1.25 \times 10^{-3} T_L$, des boîtes de simulation de tailles $10\lambda_L \times 20\lambda_L$ [soit 3.3×10^7 mailles] et des durées de l'ordre de $70T_L$ [soit 56000 itérations]. Le temps de calcul nécessaire est de l'ordre de $16000h$ CPU réparties sur 512 processeurs, soit environ $30h$ par processeur.

3.3 Etude de la génération d'harmoniques à l'aide des codes EUTERPE ET CALDER

3.3.1 Introduction

Le but de cette section est de fournir un jeu de paramètres numériques [pas d'échantillonnages spatial et temporel, ordre d'interpolation/assignation, nombre de macropar-

ticules par maille] qui vont permettre de réaliser une étude numérique rigoureuse du phénomène de génération d'harmoniques et de s'affranchir des artefacts numériques non physiques, liés notamment à la méthode particulaire et à l'emploi de schémas aux différences finies.

En particulier nous nous intéressons à deux phénomènes purement numériques pouvant fausser significativement l'interprétation des résultats de simulation : la dispersion numérique dans le vide des harmoniques, issue principalement de la discrétisation des équations de Maxwell, ainsi que le bruit numérique non-physique qui vient entacher les spectres harmoniques et dont l'origine peut être très diverse.

3.3.2 Influence de la dispersion numérique

Dans le cas d'EUTERPE, le schéma explicite utilisé pour résoudre les équations de Maxwell n'introduit pas de dispersion numérique. Afin de quantifier l'effet de la dispersion numérique sur la propagation des harmoniques dans le vide dans le cas du code CALDER, on reprend l'étude fréquentielle du schéma de Yee entamée dans la section précédente et on calcule la relation de dispersion $\omega = f(k)$ avec $k = \sqrt{k_z^2 + k_x^2}$. Pour ce faire, on résout l'équation 3.19 donnant le gain $g(k_z, k_x) = e^{i\omega(k_z,k_x)}$ dans le cas stable $\eta < 1/\sqrt{2}$:

$$g = 1 - 2\eta^2(s_z^2 + s_x^2) \pm 2i\eta\sqrt{|(s_z^2 + s_x^2)[\eta^2(s_z^2 + s_x^2) - 1]|} = e^{i\omega(k_z,k_x)} \tag{3.21}$$

On en déduit que :

$$\omega(k_z, k_x) = \arg(g) = \arccos\left[1 - 2\eta^2(s_z^2 + s_x^2)\right] \tag{3.22}$$

L'équation (3.22) n'est rien d'autre que la relation de dispersion (ω, k) des fréquences dans le vide. La valeur de ω en fonction des vecteurs d'onde $k_z\Delta z$ et $k_x\Delta x$ est représentée sur la Fig. 3.5 (a). Sur ce graphe, l'angle polaire θ représente la direction de propagation de la lumière dans l'espace (x, y), la distance à l'origine la norme du vecteur d'onde k et l'échelle de couleur la fréquence ω. Nous en avons déduit la relation de dispersion $\omega = f(k, \theta)$ pour différents angles θ de propagation des fréquences dans le vide [Fig. 3.5 (d)]. Nous avons également calculé les vitesse de phase $v_\phi(\theta, k)$ [Fig. 3.5 (b)-(e)] et de groupe $v_g(\theta, k)$ [Fig. 3.5 (c)-(f)] à partir des équations suivantes :

$$v_\phi = \frac{\omega}{k} \tag{3.23}$$

$$v_g = \frac{\partial\omega}{\partial k} \tag{3.24}$$

Pour $\theta = 45°$, le schéma de Yee décrit correctement la relation physique de dispersion des fréquences dans le vide $\omega = kc$ quelle que soit la valeur de $k\Delta z$ ou $\Delta z/\lambda$. Dans ce cas, on peut voir sur les Fig. 3.5 (b)-(c)-(e)-(f) que les vitesse de groupe v_g et de phase v_ϕ des fréquences sont égales à c. En revanche dès que θ se rapproche de 0° ou 90°, ce qui correspond au cas d'une onde lumineuse se propageant selon les axes x ou y de l'espace, la relation de dispersion numérique devient erronée pour des valeurs $k\Delta x > 1.5$ i.e $\Delta x > \lambda/5$. Dans ce cas, on observe :

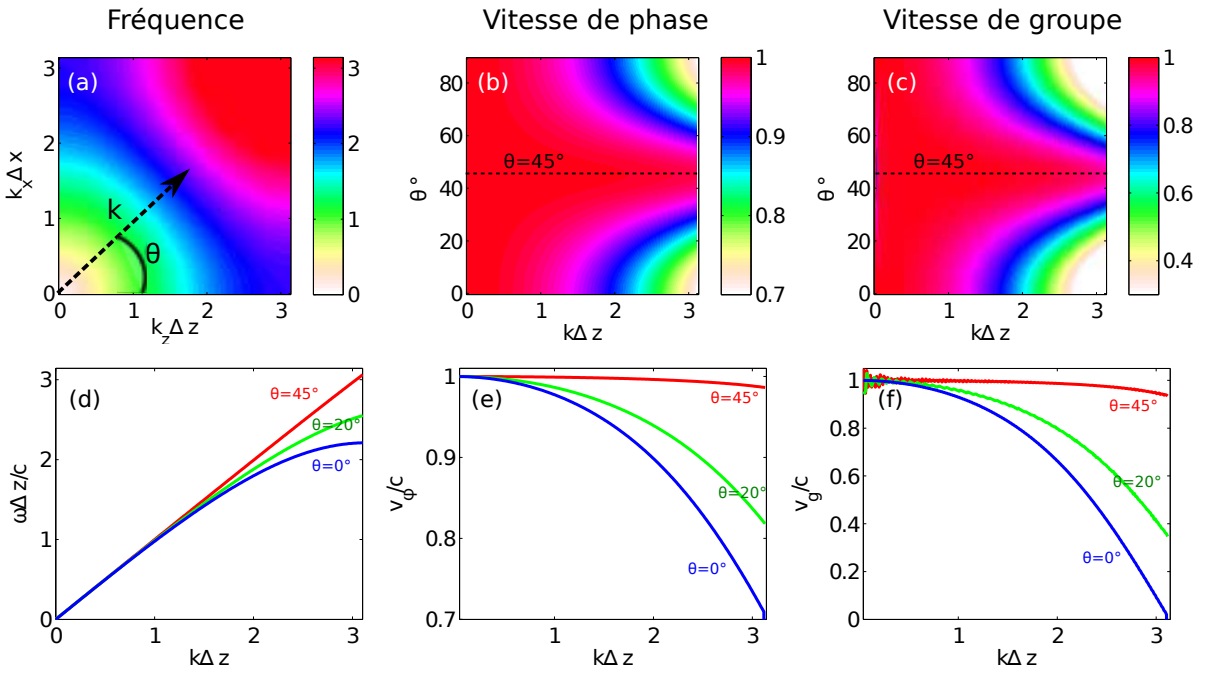

FIG. 3.5 – **Variation de la vitesse de phase et de la relation de dispersion numérique avec l'angle de propagation dans le vide $\theta(^\circ)$.**

- Une vitesse de phase $v_g(\lambda)$ différente de la vitesse de groupe $v_\phi(\lambda)$ ce qui entraîne une variation de la phase absolue de la fréquence porteuse [abbrégée en CEP dans la suite pour Carrier Enveloppe Phase] dans l'enveloppe des impulsions attosecondes au cours de leur propagation dans le vide,
- Une vitesse de groupe $v_g(\lambda)$ qui varie avec λ entrainant un étalement temporel [ou chirp temporel] des composantes spectrales des impulsions attosecondes au cours de leur propagation dans le vide.

Nous avons illustré ces deux effets en réalisant des simulations CALDER de génération d'harmoniques en régime relativiste dans une configuration où la cible est inclinée à 45° dans la boîte de simulation (x, z) et le champ laser est incident sur le plasma le long de l'axe x. Nous expliquerons l'intérêt de cette configuration dans le chapitre suivant traitant de l'analyse numérique du champ réfléchi. Dans ce cas de figure, l'impulsion laser est réfléchie par la cible dans la direction spéculaire, le long de l'axe x, et le train d'impulsions atttosecondes généré par le miroir plasma se propage avec un angle $\theta = 0°$ dans l'espace (x, z). A l'aide du code CALDER, nous avons obtenu le profil spatial (x, z) du champ à l'instant $t = 20T_L$ après sa réflexion par la cible en $t = 0$, que nous avons filtré spatialement entre les ordres harmoniques H10 et H20. Le champ filtré est représenté sur la Fig. 3.6 pour trois valeurs différentes du maillage spatial $\Delta z = 0.036c/\omega_L$ (a), $\Delta z = 0.072c/\omega_L$ (b) et $\Delta z = 0.144c/\omega_L$ (c), qui correspondent à des valeurs moyennes de $k\Delta z = 0.5$, $k\Delta z = 1$ et $k\Delta z = 2$ où k désigne le vecteur d'onde de la longueur d'onde centrale $\lambda_{15} = \lambda_L/15$ du champ réfléchi filtré :

(i) Dans le cas $k\Delta z = 1$, la dispersion de vitesse de groupe $\frac{\partial v_g}{\partial k}$ reste faible par rapport au cas $k\Delta z = 0.5$ [Fig. 3.5 (f)] et n'induit pas de déformation significative des

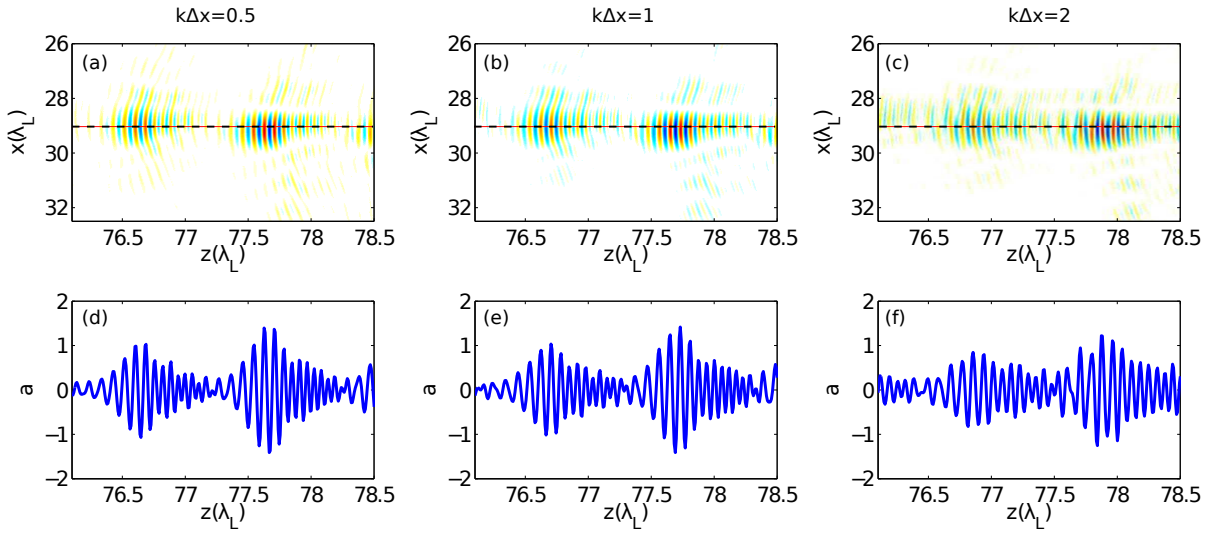

FIG. 3.6 – **Effets de la dispersion numérique sur la propagation des impulsions attosecondes.** (a-c) Profil spatial (z, x) du champ à l'instant $t = 20T_L$ après sa réflexion sur la cible, que l'on a obtenu à l'aide du code CALDER pour plusieurs valeurs du paramètre $k\Delta x = k\Delta z$. Dans la simulation, le champ réfléchi par le miroir plasma se propage le long de l'axe z de la boîte de simulation avec un angle $\theta = 0$ dans le plan (z, x), a une amplitude $a_L = 10$. A chaque fois, Le plasma a un profil de densité exponentiel de longueur de gradient $L = \lambda_L/8$ et de densité maximale $n_{e0} = 200n_c$. Les panneaux (d), (e) et (f) représentent des coupes des panneaux (a),(b),(c) le long de la droite d'équation $x = 29\lambda_L$ [pointillés noirs sur les cartes de couleur].

impulsions attosecondes du train. En revanche, la différence entre vitesse de groupe et vitesse de phase induit un décalage de la CEP du champ [Fig. 3.6 (a,d)-(b,e)].

(ii) Dans le cas $k\Delta z = 2$, la dispersion de vitesse de groupe $\frac{\partial v_g}{\partial k}$ est maintenant très importante [Fig. 3.5 (f)] ce qui entraîne un étalement du profil d'amplitude de l'impulsion, une augmentation de sa durée et une diminution de sa valeur maximale [Fig. 3.6 (c)-(f)].

Dans la suite, on veillera donc à choisir un pas spatial Δz tel que $k\Delta z < 1$, ce qui donne la condition suivante :

$$\Delta z[\lambda_L] < \frac{1}{2\pi n} \tag{3.25}$$

où n désigne l'ordre harmonique que l'on souhaite observer dans la simulation. Ainsi, si on observe 30 ordres harmoniques, on devra choisir $\Delta z < 0.034c/\omega_L$ pour ne pas observer d'effets liés à la dispersion numérique des fréquences du champ réfléchi.

3.3.3 Etude du bruit numérique

Dans la suite, on définit par bruit numérique, tout artefact numérique non physique qui vient fausser l'interprétation des observables de la simulation, dont notamment les spectres harmoniques. Remarquons que l'on exclut de cette définition la dispersion numérique qui concerne plutôt la propagation du champ harmonique dans le vide et non son émission par le plasma. Le bruit est en général issu des multiples discrétisations opérées

dans le code particulaire : discrétisation de la fonction de distribution sous forme de macroparticules et maillage de l'espace. Il dépend donc essentiellement de la taille du treillis en espace Δz ainsi que du nombre N_p et de la forme [ordre d'interpolation k_{poids}] des macroparticules utilisées pour décrire l'évolution de fonction de distribution du plasma. Dans ce paragraphe, on réalise une étude paramétrique de la dépendance du bruit en ces paramètres, le but de ce travail étant de fournir un jeu de paramètres numériques permettant la réduction du bruit non physique pouvant fausser l'interprétation des spectres. Etant donné le grand nombre de simulations à effectuer, nous réaliserons cette étude à l'aide du code 1D EUTERPE.

Origine du bruit numérique

On s'intéresse ici aux harmoniques générées par une impulsion laser polarisée linéairement, en incidence oblique sur le plasma. Les fluctuations électromagnétiques dans le champ B_y proviennent du courant de charge des électrons/ions du plasma $J = \rho v$ et ont donc pour origine [39] :

- les fluctuations numériques $< \rho >_{noise}$ de densité ρ issues à la fois de l'utilisation d'un nombre fini N_p de macroparticules, de la taille du maillage spatial Δz et de l'ordre des fonctions d'assignation de la charge de ces macroparticules sur les noeuds du maillage à t,
- les fluctuations numériques $< F >_{noise}$ dans le calcul de la force de Lorentz F utilisée dans le pousseur de particules pour déduire la vitesse v des ions/électrons du plasma. Le terme $< F >_{noise}$ est calculé à l'aide des champs électromagnétiques et des vitesses des itérations précédentes. Il dépend donc de toutes les fluctuations numériques de densité accumulées aux instants inférieurs à t.

L'ensemble de ces fluctuations numériques aboutissent à des erreurs de calcul dans les trajectoires des macroélectrons et macroions qui composent le plasma et dont une partie contribue au courant J à l'origine du rayonnement harmonique. On s'intéresse maintenant à une analyse du bruit numérique en termes de fréquences.

Chauffage numérique du plasma

D'un point de vue fréquentiel, le maillage spatial et l'introduction de fonctions poids dans la résolution de l'équation de Vlasov entraînent une modification de la relation de dispersion $\omega = f(k)$ du plasma. Dans le cas purement électrostatique et pour un plasma non collisionnel [40], la relation physique s'écrit :

$$1 + \frac{\omega_{pe}^2}{k^2 v_{th}^2} X\left(\frac{\omega}{|k| v_{th}}\right) = 0 \tag{3.26}$$

où v_{th} est la vitesse thermique des électrons et X désigne la fonction :

$$X(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \frac{u}{u - z} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du \tag{3.27}$$

Dans le cas discrétisé, on peut montrer [35] qu'elle devient :

$$1 - i\hat{D}(k)\hat{G}(k)\Sigma_l \frac{\omega_{pe}^2}{(k - lk_g) v_{th}^2} X\left(\frac{\omega}{|k - lk_g| v_{th}}\right) \hat{W}_{k_{poids}}^2 (k - lk_g) = 0 \tag{3.28}$$

où $\hat{W}_{k_{poids}}$ est la TF par rapport à z de la fonction poids d'ordre k_{poids} et $k_g = 2\pi/\Delta z$. Les opérateurs fréquentiels $\hat{D}$ et $\hat{G}$ associés à la discrétisation de l'équation de Poisson et au calcul des forces sont définis de la manière suivante :

$$\hat{D}(k) = i\frac{\sin k\Delta z}{\Delta z} \tag{3.29}$$

$$\hat{G}(k) = \Pi\left(\frac{k}{k_g}\right)\left(\frac{\Delta z/2}{\sin k\Delta z/2}\right)^2 \tag{3.30}$$

où Π est la fonction porte sur la zone principale de Brillouin $|k| < k_g/2$. On voit dans l'équation (3.28) que la fonction poids et les opérateurs de discrétisation $\hat{D}$ et $\hat{G}$ modifient la relation de dispersion physique en créant de nouveaux modes numériques ω. Selon les valeurs de $\Delta z/\lambda_{De}$ et k_{poids}, ils pourront créer des valeurs de $\Im(\omega) < 0$ non nulles qui correspondent à des modes instables non physiques. Ces modes instables sont associés au bruit causé par les différentes discrétisations qui créent un chauffage numérique du plasma : l'énergie cinétique du plasma augmente dans le temps.

Dans le cas électromagnétique, la relation de dispersion devient plus complexe et l'augmentation du bruit numérique va également dépendre des conditions de l'interaction laser-plasma [a_L, gradient L et densité n_{e0}] ce qui rend l'étude plus complexe.

Effet du bruit d'autochauffage sur le spectre harmonique

Un effet du bruit d'autochauffage sur le spectre harmonique est représenté sur la Fig. 3.7. Sur le panneau (a) on a représenté l'évolution du spectre harmonique en fonction du paramètre $\Delta z/\lambda_{De}$, où λ_{De} désigne la longueur de Debye électronique (échelle de couleur). Cette carte de couleur a été obtenue à partir de 20 simulations EUTERPE réalisées pour

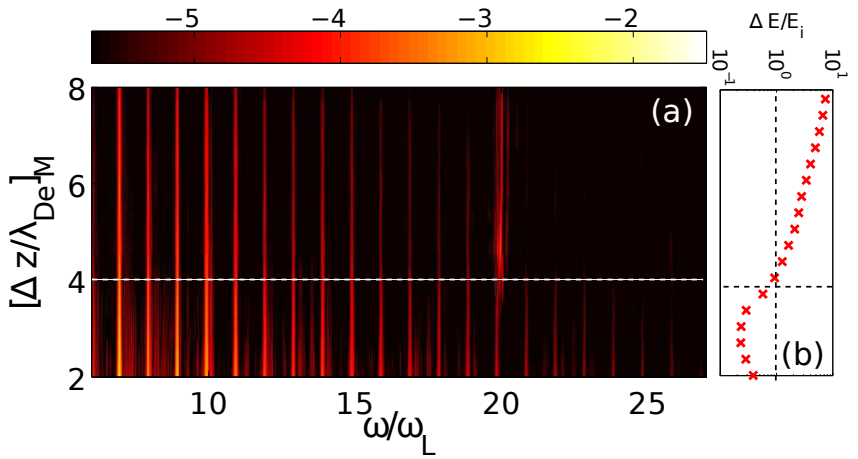

FIG. 3.7 – **Influence du rapport $\Delta z/\lambda_{De}$ sur le spectre harmonique.** (a) La carte de couleur représente le spectre harmonique en fonction du ratio $\Delta z/\lambda_{De}$ exprimé dans le repère de Bourdier. Pour obtenir ce ratio dans le référentiel du laboratoire, il suffit de le diviser par $\gamma_d^{3/4} \approx 1.6$, $\gamma_d = 1/\cos\theta = \sqrt{2}$ étant le facteur de Lorentz associé au changement de référentiel. (b) Evolution du chauffage numérique $\Delta E/E_i$ [E_i étant l'énergie initiale totale dans la boîte de simulation] en fonction du paramètre $\Delta z/\lambda_{De}$.

20 paramètres $\Delta z/\lambda_{De}$ entre 2 et 8 avec à chaque fois :

(i) Un laser d'amplitude $a_L = 6$ en incidence oblique $\theta = 45°$ sur un plasma de température $T_e = 0.5keV$, de profil de densité exponentiel, de longueur de gradient $L = \lambda_L/20$ et de densité plateau $n_{e0} = 200n_c$,

(ii) Un nombre total de macroparticules $N_p = 500000$ constant,

(iii) une fonction d'assignation/interpolation d'ordre $k_{poids} = 4$.

Le paramètre $\Delta z/\lambda_{De}$ a été exprimé dans le référentiel de Bourdier. Sur le panneau (b), on constate que la variation d'énergie totale du plasma ΔE exprimée en pourcentage de l'énergie initiale est quasiment constante pour $\Delta z/\lambda_{De} < 4$ puis augmente ensuite brusquement jusqu'à atteindre 10% pour $\Delta z/\lambda_{De} \approx 8$. En parallèle on voit sur le panneau (a) que ce chauffage numérique du plasma pour $\Delta z/\lambda_{De} > 4$, s'accompagne de l'apparition d'une résonance non physique en $\omega_r \approx 20\omega_L$ et d'une chute de l'intensité des harmoniques, voire même de leur disparition pour les ordres les plus élevés $n > 20$. La réduction du bruit d'autochauffage est donc essentielle pour pouvoir correctement interpréter les spectres harmoniques.

Comment réduire le bruit et éviter le chauffage numérique ?

Afin de limiter l'influence du bruit numérique sur le spectre, on devra donc maintenir un rapport $\Delta E/E_i$ constant et le plus faible possible tout au long de la simulation. Nous avons étudié l'évolution de ce rapport avec le pas spatial $\Delta z/\lambda_{De}$, le nombre de macroparticules N_p et l'ordre de la fonction poids k_{poids} à l'aide du code EUTERPE. Dans toutes les simulations réalisées, on considère une impulsion laser polarisée p, d'amplitude $a_L = 6$ et de durée $\tau_L = 24T_L$ pied à pied, incidente avec un angle $\theta = 45°$ sur un profil de densité plasma exponentiel, de longueur de gradient $L = \lambda_L/20$ et de densité maximale $n_{e0} = 200n_c$. La durée totale de la simulation est de 55 périodes laser T_L et on a choisi une température électronique\ionique, $T_e = 0.5keV \backslash T_i = 0.05keV$. Dans ces conditions, la longueur de Debye dans le repère du laboratoire vaut $\lambda_{De} = 3.6 \times 10^{-4}\lambda_L$.

Sur les Fig. 3.8 (a-b) on a représenté l'évolution du chauffage numérique $\Delta E/E_i$ [en %] en fonction de l'ordre de la fonction d'assignation\interpolation k_{poids} et du ratio $\Delta z/\lambda_{De}$ exprimé dans le référentiel mobile. Pour $k_{poids} \leqslant 3$, le chauffage numérique est très important avec une valeur $\Delta E/E_i \geqslant 10\%$: dans cette zone, on voit sur le panneau (a) que le ratio $\Delta E/E_i$ décroît fortement avec l'ordre k_{poids} et dépend très peu de la taille du maillage spatial $\Delta z/\lambda_{De}$. Pour $k_{poids} \geqslant 4$ en revanche, le chauffage numérique devient inférieur à 5% et à présent le ratio $\Delta E/E_i$ dépend surtout du maillage $\Delta z/\lambda_{De}$. Il se stabilise pour $\Delta z/\lambda_{De} < 4$ [courbe verte sur le panneau (b)]. Par ailleurs, pour $k_{poids} = 4$, on voit sur le panneau (c) que $\Delta E/E_i$ décroît faiblement avec le nombre de macroparticules N_p de la simulation.

Ainsi, on voit qu'il est beaucoup plus efficace d'augmenter l'ordre de la fonction poids k_{poids} pour réduire le chauffage numérique plutôt que de diminuer le maillage spatial $\Delta z/\lambda_{De}$ ou augmenter le nombre de macroparticules N_p. En outre, il apparaît sur le panneau (d) que cette solution augmente très peu le temps de calcul comparé à l'augmentation induite par la diminution du maillage spatial $\Delta z/\lambda_{De}$ [panneau (e)] ou l'augmentation du nombre de macroparticules N_p [panneau (f)]. Dans ces conditions d'interaction laser-plasma [$a_L = 6$,$L = \lambda_L/20$], on pourra choisir $k_{poids} = 4$, $N_p = 4 \times 10^5$ et $\Delta z/\lambda_{De} = 4$

dans le référentiel mobile pour maintenir un ratio $\Delta E/E_i$ inférieur à 0.1%. Le temps de calcul dans ce cas est de l'ordre de $6h$ CPU. Même si nous avons constaté que pour des valeurs $\Delta z/\lambda_{De}$, N_p et k_{poids} fixées le chauffage numérique dépend des conditions d'interaction (a_L,L), les valeurs précédentes suffisent dans tous les cas à maintenir une valeur $\Delta E/E_i < 1\%$ acceptable.

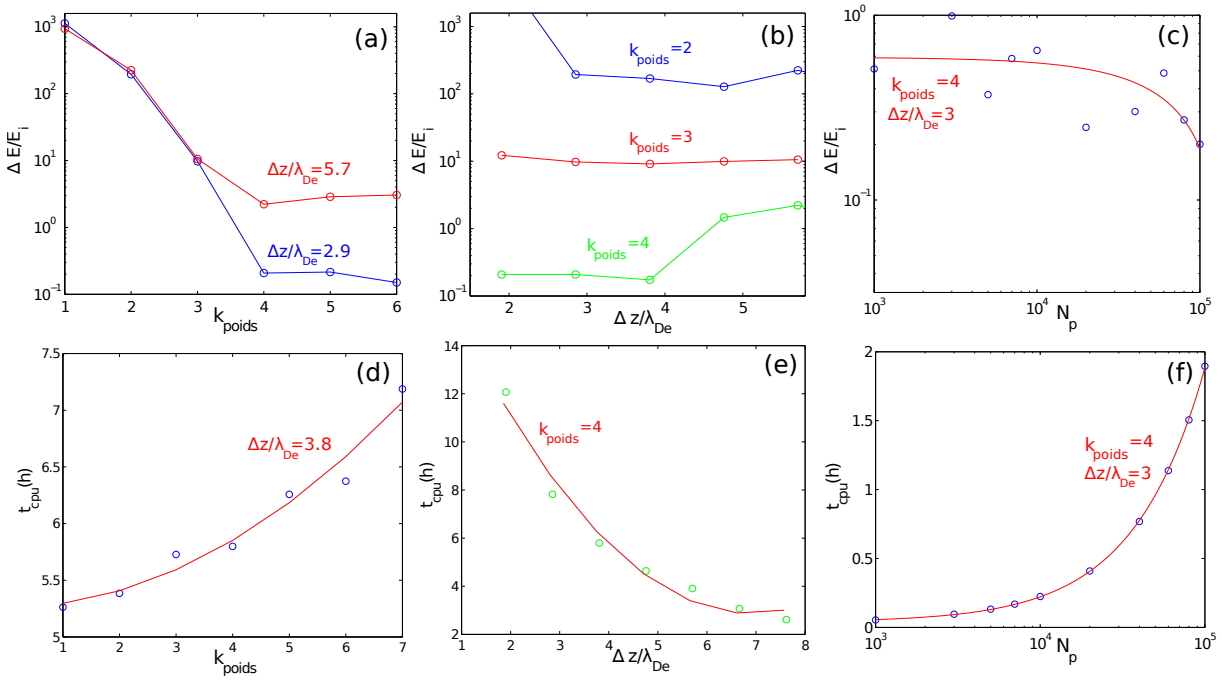

FIG. 3.8 – **Influence des paramètres $\Delta z/\lambda_{De}$, k_{poids} et N_p sur le chauffage numérique $\Delta E/E_i$.** (a) Evolution du chauffage numérique $\Delta E/E_i$ [en %] avec l'ordre k_{poids} de la fonction d'assignation/interpolation pour deux ratios $\Delta z/\lambda_{De} = 5.7$ et $\Delta z/\lambda_{De} = 2.9$ différents [exprimés dans le référentiel mobile]. Dans les deux cas, on a choisi $N_p = 4 \times 10^5$ macroparticules. (b) Evolution du chauffage numérique $\Delta E/E_i$ [en %] avec le ratio $\Delta z/\lambda_{De} = 5.7$ pour trois ordres $k_{poids} = 2$, $k_{poids} = 3$ et $k_{poids} = 4$ de la fonction d'assignation\interpolation. Le nombre de macroparticules vaut $N_p = 4 \times 10^5$ macroparticules. (c) Evolution du chauffage numérique $\Delta E/E_i$ [en %] avec le nombre de macroparticules N_p pour $k_{poids} = 4$ et $\Delta z/\lambda_{De} = 3$ fixés. (d) Evolution du temps total de simulation t_{cpu} en heures en fonction de l'ordre k_{poids} pour des paramètres $\Delta z/\lambda_{De} = 3.8$ et $N_p = 4 \times 10^5$ fixés. (e) Evolution du temps total de simulation t_{cpu} en heures en fonction du ratio $\Delta z/\lambda_{De} = 3.8$ pour des paramètres $k_{poids} = 4$ et $N_p = 4 \times 10^5$ fixés. (f) Evolution du temps total de simulation t_{cpu} en fonction du nombre de macroparticules N_p pour des paramètres $\Delta z/\lambda_{De} = 3$ et $k_{poids} = 4$ fixés.

Chapitre 4

Calcul des propriétés spatiales du champ harmonique généré par le miroir plasma

Dans ce chapitre, on détaille les traitements numériques que l'on a appliqués sur le champ harmonique fourni par le code PIC 2D CALDER afin d'obtenir ses propriétés spatiales et spectrales en champ proche et en champ lointain. Dans un premier temps, on s'intéresse à la propagation d'un champ électromagnétique $\mathbf{E}$ dans le vide et on montre que la donnée de son profil spatio-temporel $\mathbf{E}(x, y, t, z = z_0)$ dans un plan $z = z_0$ orthogonal à sa direction de propagation, suffit à déterminer son profil $\mathbf{E}(x, y, t, z)$ dans n'importe quel autre plan z à l'aide d'une simple transformée de Fourier. On illustre ensuite comment nous avons calculé l'ensemble des propriétés spatiales du champ harmonique issu du code CALDER en utilisant cette méthode de propagation.

4.1 Propagation d'un champ électromagnétique

Dans cette section, on détaille comment propager un champ électromagnétique connu initialement dans un plan $z = z_0$ vers un plan situé en z, à l'aide d'une approche scalaire, beaucoup moins coûteuse en temps de calcul que l'approche vectorielle utilisée dans le code CALDER [schéma de Yee].

4.1.1 Approche scalaire ou vectorielle ?

Les équations de Maxwell dans le vide sont le point de départ de notre analyse :

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{4.1}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \tag{4.2}$$

$$\nabla . \mathbf{E} = 0 \tag{4.3}$$

$$\nabla . \mathbf{B} = 0 \tag{4.4}$$

$$\tag{4.5}$$

où $\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z)$ désigne le champ électrique et $\mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z)$ le champ magnétique dans le vide, de permittivité ϵ_0 et de perméabilité μ_0. A partir des équations de Maxwell-Faraday et de Maxell-Ampère :

$$\begin{aligned} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) &= -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{B}) \\ &= -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \\ &= \nabla (\nabla . \mathbf{E}) - \Delta \mathbf{E} \end{aligned}$$

En utlisant l'équation de Maxwell-Gauss $\nabla . \mathbf{E} = 0$, on obtient finalement :

$$\Delta \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \tag{4.6}$$

De même, pour le champ magnétique $\mathbf{H}$, on dérive l'équation suivante :

$$\Delta \mathbf{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0 \tag{4.7}$$

On s'aperçoit que l'équation scalaire suivante est vérifiée pour toutes les composantes u du champ électromagnétique (E_x, E_y, E_z) et (B_x, B_y, B_z) :

$$\Delta u(P,t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u(P,t)}{\partial t^2} = 0 \tag{4.8}$$

où $P = (x, y, z)$ un point de l'espace. Ainsi, le comportement de toutes les composantes du champ électromagnétique dans le vide, est régi par l'unique équation différentielle scalaire ci-dessus. L'absence de couplage entre ces composantes permet d'étudier leur évolution indépendamment les unes des autres. Dans le vide et loin de tout obstacle matériel, on pourra donc se contenter de cette approche dite "scalaire", beaucoup moins coûteuse en temps de calcul que l'approche vectorielle, qui implique la résolution complète des équations de Maxwell. Notons toutefois que l'approche scalaire nécessite de propager les 6 composantes du champ (E_x, E_y, E_z) et (B_x, B_y, B_z) pour avoir le champ total car elle ne permet pas de déduire le comportement d'une composante à partir d'une autre.

On s'intéresse maintenant à deux méthodes intégrales qui permettent de résoudre l'équation scalaire (4.8). On se limite à un cas 2D (x, z) et on note $E_r(x, t, z = 0)$ le profil spatio-temporel transverse d'une composante du champ [**E** ou **B**] connue dans le plan d'équation $z = 0$, que l'on souhaite propager au niveau du plan en z.

4.1.2 Méthode de la décomposition en ondes planes

Principe

On montre ici comment propager le champ $E_r(x, t, z = 0)$ connu en $z = 0$ vers le plan z. Le champ $E_r(x, t, z)$ en z vérifie l'équation (4.8) :

$$\Delta E_r(x,t,z) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_r(x,t,z)}{\partial t^2} = 0 \tag{4.9}$$

En prenant la transformée de Fourier 2D de l'équation ci-dessus, par rapport aux variables (x,t), on en déduit :

$$k_x^2\tilde{E}_r(k_x,\omega,z=0)+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\tilde{E}_r(k_x,\omega,z)-\omega^2\tilde{E}_r(k_x,\omega,z)=0 \tag{4.10}$$

où :

$$\begin{aligned}\tilde{E}_r(k_x,\omega,z) &= TF_{x,t}\left\{E_r(x,t,z)\right\}\\ &= \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}E_r(x,t,z)\exp j[\omega t-k_x x]dxdt\end{aligned} \tag{4.11}$$

est une onde plane de vecteur d'onde $\mathbf{k}=(k_x,k_z)$ et de fréquence ω. en posant $k=\omega/c$ on en déduit :

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\tilde{E}_r(k_x,\omega,z)=(k^2-k_x^2)\tilde{E}_r(k_x,\omega,z) \tag{4.12}$$

L'équation (4.12) a pour solution :

$$\tilde{E}_r(k_x,\omega,z)=\tilde{E}_r(k_x,\omega,z=0)\exp[jk_z z] \tag{4.13}$$

avec :

$$k_z=\sqrt{k^2-k_x^2} \tag{4.14}$$

la composante selon z du vecteur d'onde $\mathbf{k}$. On obtient ainsi l'expression de la transformée de Fourier 2D du champ réfléchi dans le plan z, en appliquant le terme de propagation $\exp[jk_z z]$ à chacune des ondes planes qui le constituent. Le champ $E_r(x,t,z)$ en z se déduit enfin en appliquant une transformée de Fourier inverse du champ $\tilde{E}_r(k_x,\omega,z)$ de l'équation (4.13) :

$$\tilde{E}_r(x,t,z)=TF^{-1}_{k_x,\omega}\left\{\tilde{E}_r(k_x,\omega,z=0)\times\exp\left[j\Phi_z(k_x,\omega)\right]\right\} \tag{4.15}$$

avec la phase :

$$\Phi_z(k_x,\omega)=\sqrt{k^2-k_x^2}z \tag{4.16}$$

Temps de calcul

L'intérêt de cette méthode est qu'elle est très facilement implémentable numériquement en utilisant un algorithme de Transformée de Fourier Rapide (FFT) [41]. Pour une matrice champ $[E_r(x_i,t^n,z=0)]_{1\leqslant i\leqslant N_x,1\leqslant n\leqslant N_t}$ carrée de dimension $N_x\times N_t$ avec $N_x=2^k$ et $N_t=2^l$ puissances de 2, le nombre total d'opérations à effectuer comprend :

(i) Le calcul de la FFT 2D de la matrice $[E_r(x_i,t^n,z=0)]_{1\leqslant i\leqslant N_x,1\leqslant n\leqslant N_t}$ dont la complexité varie en $O(N_xN_t\ln N_t+N_tN_x\ln N_x)$,

(ii) Le calcul de $[E_r(k_{x,i},\omega^n,z)]$ égal au produit terme à terme de $[E_r(k_{x,i},\omega^n,z=0)]_{1\leqslant i\leqslant N_x,1\leqslant n\leqslant N_t}$ et de la matrice de phase $[\Phi_z(k_{x,i},\omega^n)]_{1\leqslant i\leqslant N_x,1\leqslant n\leqslant N_t}$. Sa complexité varie en $O(N_xN_t)$,

(iii) Le calcul de la FFT 2D inverse de $[E_r(k_{x,i},\omega^n,z)]$ qui comprend $O(N_xN_t\ln N_t+N_tN_x\ln N_x)$ opérations.

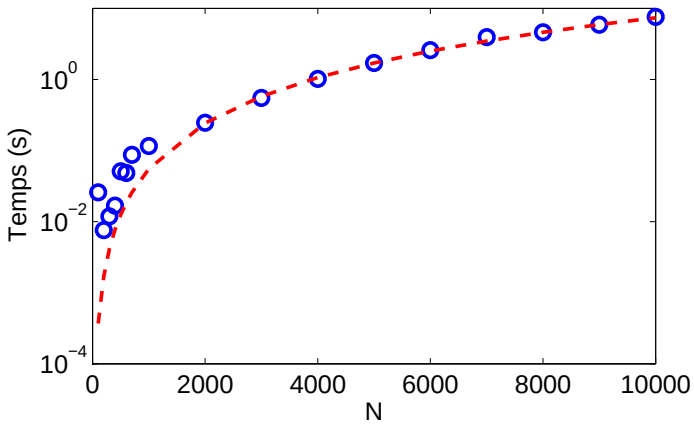

FIG. 4.1 – **Evolution du temps de calcul CPU en fonction de la dimension $N \times N$ de la matrice champ à propager.** Les points bleus sont les temps CPU réels pour la propagation de la matrice champ de taille $N \times N$ sur une machine 8 coeurs possédant 16Go de RAM. La courbe rouge correspond au temps théorique $t_N(s) = 8.10^{-9} N^2 \log N$.

Dans le cas où la matrice champ $[E_r(x_i, t^n, z = 0)]$ à propager est carrée $N = N_x = N_t$, la complexité totale du calcul de propagation varie en $O(N^2 \ln N)$. Les temps de calcul t_N en fonction de la dimension N sont représentés sur la Fig. 4.1 pour une machine 8 coeurs possédant 16Go de RAM. Même pour une matrice de $N \times N = 10^8$ réels [double précision], ce qui correspond à la taille standard des matrices ligne de champ $[E_r(x_i, t^n, z = 0)]$ que l'on enregistre dans une simulation CALDER, le temps de calcul pour la propagation depuis la cible en $z = 0$ vers le plan d'équation $z = 20\lambda_L$ est de seulement 8s CPU ! A titre de comparaison, la propagation du champ réfléchi par le plasma avec le schéma de Yee nécessite $1h$ sur 512 CPU soit un total de $512h$ CPU. Nous utiliserons donc systématiquement la méthode de décomposition en ondes planes dans la suite de l'étude pour propager un champ électromagnétique dans le vide.

Exemple de propagation à l'aide de cette technique

On considère un champ monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 2\pi c/\omega$ et d'expression :

$$E(x, z = 0, t) = E_0(x, z = z_0) \exp[i\phi_0(x, z = 0) + j\omega t] \tag{4.17}$$

où $E_0(x, z = 0)$ est son profil spatial et $\phi_0(x, z = 0)$ sa phase spatiale dans le plan $z = 0$. Nous avons calculé l'évolution du profil spatial $E_0(x, z)$ à différents $z > 0$ pour des phases spatiales $\phi_0(x, z = 0)$ différentes. Les résultats sont représentés sur la Fig. 4.2.

Par exemple, une phase spatiale plate correspond à un faisceau peu divergent et bien collimaté sur une distance égale à sa longueur de Rayleigh $z_r = \pi w_0^2/\lambda$ [Fig. 4.2 (a)], où w_0 désigne l'étendue spatiale du faisceau en $z = 0$. Dans ce cas, sa divergence θ_0 est imposée par sa diffraction $\theta_0 = \lambda/\pi w_0$ et dépend uniquement de sa longueur d'onde et de son étendue spatiale w_0.

Une phase quadratique $\phi_0(x, z = 0) = x^2/2f$, correspond à la focalisation du faisceau à une distance focale f [Fig. 4.2 (b)]. En revanche, si la phase spatiale n'est pas initiale-

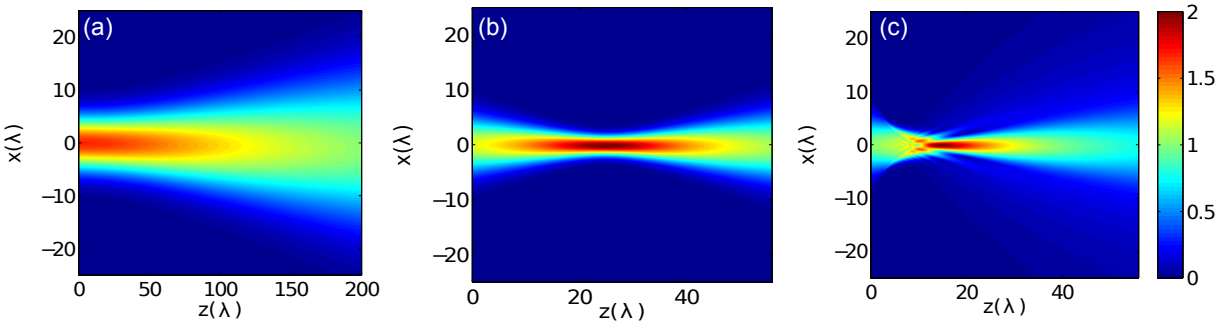

FIG. 4.2 – **Influence de la phase spatiale $\phi_0(x, z = 0)$ d'un faisceau gaussien en $z = 0$ sur l'évolution de son profil spatial $E_0(x, z)$ au cours de sa propagation en $z > 0$.** Nous avons représenté l'évolution du profil spatial du champ électrique d'un faisceau gaussien de longueur d'onde λ, possédant des phases spatiales différentes. Le diamètre initial du faisceau vaut $w_0 = 5\lambda$ (a) Cas d'une phase spatiale $\phi_0(x, z = 0) = 0$ plate. Le faisceau diffracte librement dans l'espace (y,z). (b) Cas d'une phase spatiale quadratique $\phi_0(x, z = 0) = x^2/2f$ avec $f = 28\lambda$. (c) Cas d'une phase spatiale $\phi_0(x, z = 0)$ possédant un terme de phase quadratique identique au cas (b) auquel on a ajouté un terme de phase d'ordre 4 [aberration sphérique].

ment plate mais possède des termes d'ordres supérieurs à 2, on obtiendra des aberrations qui pourront entrainer la focalisation de différentes parties de l'impulsions à des zones différentes de l'espace (x, z). Ces aberrations entraînent généralement un étalement de la tache focale et une diminution de l'intensité après focalisation [aberration sphérique dans le cas de la Fig. 4.2 (c)).

Ainsi, on voit que les propriétés spatiales [divergence, étendue spatiale, propagation] d'un champ électromagnétique sont essentiellement déterminées par sa phase spatiale $\phi_0(x, z = z_0)$ et son profil spatial $E_0(x, z = z_0)$ connues en $z = z_0$. ϕ_0 détermine comment différentes parties du faisceau monochromatique se propagent dans l'espace (x,z) et E_0 détermine l'étendue spatiale du faisceau à $z = z_0$.

4.1.3 Intégrale d'Huygens-Fresnel

On présente maintenant une autre méthode de propagation simple dans le cas de faisceaux faiblement divergents. Cette approche sera utile dans la suite pour déterminer simplement les expressions analytiques d'un champ électromagnétique faiblement divergent, que l'on souhaite propager à une distance z en champ proche. Cette méthode reprend l'approche précédente mais on se place désormais dans le cadre de l'approximation paraxiale. La divergence $\theta = k_x/k$ de chacune des composantes fréquentielles est supposée très petite devant 1. Le développement limité à l'ordre 2 en θ de l'équation (4.14) donne :

$$k_z = k - \frac{k_x^2}{2k} + o(\theta^2) \tag{4.18}$$

Avec cette approximation, la phase de l'équation (4.16) se réécrit :

$$\Phi_z(k_x, \omega) \approx kz - \frac{k_x^2}{2k} z \tag{4.19}$$

Dans l'expression (4.19), le terme $\exp[jkz]$ avec $k = \omega/c$ traduit la propagation des composantes fréquentielles ω du champ réfléchi de $z = 0$ à z. Il introduit simplement un délai égal à z/c. Le terme de phase quadratique $\exp[jck_x^2/2\omega z]$ en k_x^2 est responsable de la modification du profil spatial du champ réfléchi au cours de la propagation, entre les plans $z = 0$ et z. En prenant seulement la transformée de Fourier inverse de $\tilde{E}_r(k_x, \omega, z)$ donnée par l'équation (4.13) par rapport à k_x, on obtient une expression du spectre résolu en espace du champ E_r dans le plan z :

$$\begin{aligned}\hat{E}_r(x,\omega,z) &= \sqrt{\frac{1}{2\pi}}\exp\left[jkz\right]\int_{-\infty}^{+\infty}\tilde{E}_r(k_x,\omega,z=0)\exp\left[-j\frac{k_x^2}{2k}z+jk_xx\right]dk_x \\ &= \exp\left[jkz\right]TF_{k_x}^{-1}\left\{\tilde{E}_r(k_x,\omega,z=0)\right\}\star TF_{k_x}^{-1}\left\{\exp\left[-j\frac{k_x^2}{2k}z\right]\right\}\end{aligned}$$

où $\star$ désigne l'opérateur de convolution. Après simplification on obtient :

$$\hat{E}_r(x,\omega,z) = \sqrt{\frac{j}{kz}}\exp\left[jkz\right]\int_{-\infty}^{\infty}\hat{E}_r(x_0,\omega,z=0)\exp\left[-jk\frac{(x-x_0)^2}{2z}\right]dx_0 \qquad (4.20)$$

qui n'est rien d'autre que l'intégrale de diffraction d'Huygens-Fresnel. Notons que le terme $\sqrt{\frac{i}{kz}}$ devant l'intégrale (4.20) devient $\frac{i}{kz}$ pour 2 coordonnées transverses [i.e en 3D]. Numériquement, on peut calculer l'intégrale (4.20) en la mettant sous la forme d'une transformée de Fourier :

$$\hat{E}_r(x,\omega,z) = \sqrt{\frac{j}{kz}}\exp\left[-jk\frac{x^2}{2z}\right]\int_{-\infty}^{+\infty}\hat{E}_r\prime(x_0,\omega,z=0)\times\exp\left[jk\frac{xx_0}{z}\right]dx_0 \qquad (4.21)$$

où :

$$\hat{E}_r\prime(x_0,\omega,z=0) = \hat{E}_r(x_0,\omega,z=0)\exp\left[-jk\frac{x_0^2}{2z}\right] \qquad (4.22)$$

Le champ $\hat{E}_r(x,t,z)$ s'obtient finalement en prenant la TF inverse de $\hat{E}_r(x,\omega,z)$ par rapport à ω :

$$\hat{E}_r\prime(x,t,z) = TF_{\omega}^{-1}\left\{\hat{E}_r(x,\omega,z)\right\} \qquad (4.23)$$

Avec cette méthode intégrale, on réalise seulement trois transformées de Fourier 1D au lieu de 4 dans la méthode de composition en ondes planes. Dans le cas $N = N_t = N_x \gg 1$ la complexité demeure toutefois la même et varie en $O(N^2 \ln N)$. Numériquement, cette méthode devient surtout intéressante lorsque l'on souhaite déterminer le champ $E_r(x_h, t, z)$ en une seule position transverse x_h et non dans tout le plan z. Dans ce cas, la complexité du calcul par l'intégrale d'Huygens-Fresnel varie en $O(N \ln N)$ alors que celle du calcul par décomposition en ondes planes varie en $O(N^2 \ln N)$.

4.1.4 Etude en champ lointain et diffraction de Fraunhofer

On considère ici le cas où $z, x \to +\infty$ avec $x/z = k_x/k_z = \theta = cst$ dans l'intégrale de Fresnel. θ correspond à l'angle d'émission de l'onde lumineuse [Fig. 4.3].

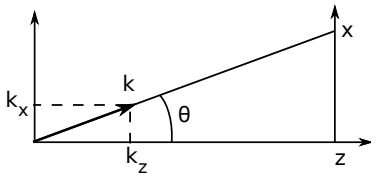

FIG. 4.3 – **Calcul en champ lointain.**

En utilisant l'expression de l'intégrale d'Huygens-Fresnel (4.21), associée à la propagation du champ $E_r(x, \omega, z = 0)$ depuis le plan $z = 0$ vers le plan z en et en effectuant le changement de variable :

$$\frac{k_x}{k} = \frac{x}{z} \tag{4.24}$$

on obtient :

$$\begin{aligned} \hat{E}_r(x, \omega, z) \propto & \quad \exp\left[-jk\frac{x^2}{2z}\right] \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{E}_r\prime(x_0, \omega, z = 0) \times \exp\left[jk_x x_0\right] dx_0 \\ \propto & \quad \exp\left[-jk\frac{x^2}{2z}\right] TF_{x_0}\left\{\hat{E}_r(x_0, \omega, z = 0) \exp\left[-jk\frac{x_0^2}{2z}\right]\right\} \end{aligned} \tag{4.25}$$

En champ lointain, i.e lorsque $z \to +\infty$, le terme de l'intégrale ci-dessus $\exp\left[-jk\frac{x_0^2}{2z}\right] \to 1$ tend vers 1 et on en déduit :

$$\hat{E}_r(x, \omega, z)|_{z\to+\infty} \propto TF_{x_0,t}\left\{\hat{E}_r(x_0, t, z = 0)\right\} \tag{4.26}$$

Lorsque $z \to +\infty$, l'expression du champ réfléchi en champ lointain est donc simplement donnée par la transformée de Fourier 2D du champ $E_r(x, t, z_0)$ connu en un plan $z = z_0$ par rapport à x_0 et t. En pratique la condition $z \to +\infty$ correspond à $z \gg z_r$ où z_r est la longueur de Rayleigh du faisceau. On parle dans ce cas de diffraction à l'infini ou de Fraunhofer. Lorsque $z < z_r$, on est en champ proche et on doit en plus tenir compte du terme de courbure $\exp\left[-jk\frac{x_0^2}{2z}\right]$ dans la transformée de Fourier.

4.2 Calcul des propriétés spatiales du champ harmonique issu du code CALDER

4.2.1 Diagnostic de champ dans CALDER

Dans les simulations de génération d'harmoniques Doppler sur cible solide, on utilise une cible en biais positionnée à 45° dans le plan (x, z) [Fig. 4.4 (a)]. Le champ incident polarisé p [**B** selon y], est injecté par le biais de conditions aux limites sur le bord haut de la boîte, et fait un angle d'incidence $\theta = 45°$ par rapport à la normale à la surface de la cible. Il est réfléchi par le miroir plasma dans la direction spéculaire, le long de l'axe z. Dans cette configuration simple, le champ réfléchi se propage selon z et x est la coordonnée transverse à la propagation. Dans toutes nos simulations, nous avons choisi

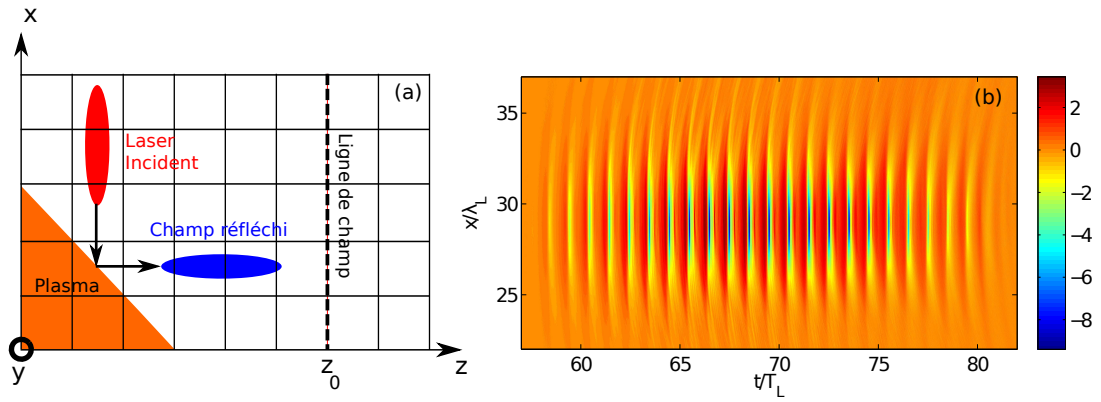

FIG. 4.4 – **Diagnostic de champ utilisé dans CALDER.** (a) Schéma de la boîte de simulation et de la configuration d'interaction entre le laser et le plasma dans une simulation type de génération d'harmoniques Doppler réalisée à l'aide du code CALDER. (b) Champ $B_y(x, t, z_0 = 24\lambda_L)$ enregistré au niveau de la ligne de champ en $z = z_0$ du panneau (a). Dans cette simulation, une impulsion laser polarisée p, de profil spatial gaussien [waist $w_L = 3.12\lambda_L$] , d'amplitude $a_L = 8$, de durée $\tau_L = 24T_L$ pied à pied est focalisée avec un angle $\theta = 45°$ sur un profil plasma exponentiel de longueur de gradient $L = \lambda_L/20$ et de densité maximale $n_{e0} = 200n_c$.

d'enregistrer et de propager le champ magnétique **B** car il possède une unique composante B_y. En effet, dans le cas du champ électrique **E** et pour des faisceaux harmoniques de grande ouverture numérique, le vecteur d'onde k de leur champ électrique peut posséder une composante transverse et il nous faudrait donc propager les deux composantes E_x et E_z pour obtenir le champ total **E**.

Dans CALDER, on enregistre le vecteur $[B_y(x_i, , t^n, z = z_0)]$ à chaque pas de temps t^n, le long d'une ligne en $z = z_0$, appelée "ligne de champ" afin d'étudier ses propriétés spatiales. On choisit toujours d'enregistrer le champ B_y à une position $z = z_0$ loin du miroir plasma pour éviter du bruit physique dans les spectres harmoniques, lié au plasma et à la présence d'électrons rapides accélérés vers le vide. Un exemple de diagnostic de champ $[B_y(x_i, , t^n, z_0 = 25\lambda_L)]$ enregistré en $z_0 = 25\lambda_L$ dans la boîte de simulation [panneau (a)], a été représenté sur le panneau (b) de la Fig. 4.2.

Dans la pratique, on souhaite connaître les propriétés spatiales du champ réfléchi au niveau de la cible en $z = 0$, là où survient la génération d'harmoniques. Pour ce faire, on propage le champ connu au niveau de la ligne de champ en $z = z_0$ vers la cible en $z = 0$ à l'aide de la méthode de décomposition en ondes plane exposée dans la section précédente. Dans la suite, on présente quelques traitements numériques effectués sur le champ au niveau de la cible pour calculer ses propriétés spatiales.

4.2.2 Etude du champ dans le plan de la cible en $z = 0$

On détermine ici les propriétés spatio-spectrales du champ $E_r(x, t, z = 0) = B_y(x, t, z = 0)$ que l'on suppose connu en $z = 0$, juste après sa réflexion par le miroir plasma.

Spectre du champ résolu en espace et tailles de source des harmoniques

Afin de calculer l'étendue spatiale w_n de chaque ordre harmonique n à la distance z, on calcule le spectre résolu en espace $\hat{E}_r(x,\omega,z)$ de $E_r(x,t,z)$ par :

$$\hat{E}_r(x,\omega,z=0) = \int_{-\infty}^{+\infty} E_r(x,t,z=0)\exp(i\omega t)\,dt \tag{4.27}$$

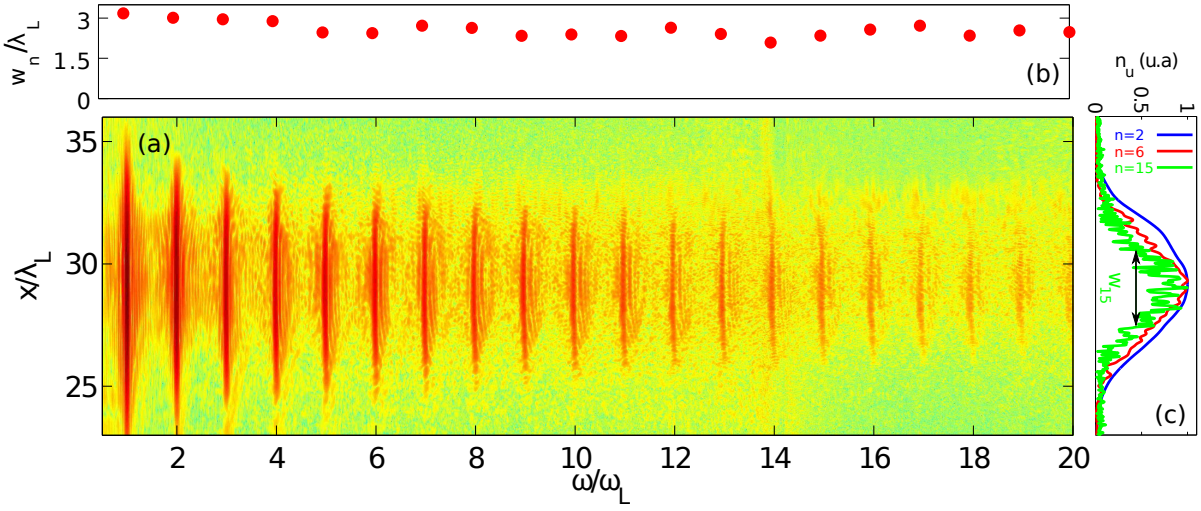

FIG. 4.5 – **Spectre résolu en espace du champ réfléchi** $E_r(x,t,z=0)$**.** Les paramètres de la simulation sont les mêmes que ceux de la Fig. 4.4. (a)L'échelle de couleur représente le module de la transformée de Fourier par rapport à t de $E_r(x,t,z=0)$. (b) Etendue spatiale w_n des harmoniques (c) Profils spatiaux $h_n(x)$ de trois ordres harmoniques $n=\{2,6,15\}$. L'étendue spatiale en (b) est calculée en prenant la largeur à mi-hauteur des profiles $h_n(x)$.

Cette transformée de Fourier est calculée numériquement en utilisant un algorithme FFT détaillé dans la référence [41]. Son module est représenté sur le panneau (a) de la carte de couleur Fig. 4.5. On déduit ensuite la taille de source w_n [Fig. 4.5 (b)] de chaque ordre harmonique, en calculant par exemple la largeur à mi-hauteur de leur profil spatial $h_n(x)$ [Fig. 4.5 (c)] obtenu en intégrant spectralement $\hat{E}_r(x,\omega,z)$ autour de chaque fréquence $n\omega_L$:

$$h_n(x) = \int_{n\omega_L-\omega_L/2}^{n\omega_L+\omega_L/2} |\hat{E}_r(x,\omega,z)|d\omega \tag{4.28}$$

On observe sur la Fig. 4.5 (b) que la taille de source dépend peu de l'ordre harmonique, ce qui suggère qu'à ces amplitudes laser, les harmoniques sont générées efficacement sur environ toute la tache focale de taille $w_L = 3.12\lambda_L$.

Phase spatiale des harmoniques

La phase spatio-spectrale $\phi_r(x,\omega)$ du champ réfléchi est donnée par l'argument du spectre $\hat{E}_r(x,\omega,z=0)$. Numériquement, on doit au préalable centrer la matrice de champ $[E_r(x_i,t^n,z=0)]$ en l'instant t^n_{max} pour lequel l'amplitude du champ est maximale, puis

permuter les sous-matrices de part et d'autre de ce maximum afin d'éviter des termes de phase hautes fréquences dans sa transformée de Fourier par rapport au temps. Sur la Fig. 4.6, on a représenté la phase spatio-spectrale du champ $E_r(x, t_{max} - T_L/2 < t < t_{max} + T_L/2, z = 0)$ émis par le miroir plasma durant un cycle optique laser, autour de l'instant auquel son amplitude est maximale. On remarque que pour les ordres harmoniques $n > 3$ représentés, la phase spatiale est de la forme [Fig. 4.6] :

$$\frac{\phi_r}{2\pi n}(x, n\omega_L) = \frac{x^2}{2f} + b_n \tag{4.29}$$

avec $f = 25\lambda_L$ et b_n est une constante qui dépend de l'ordre harmonique seulement pour les ordres $n < 4$. Cette phase quadratique correspond à une focalisation des harmoniques devant la cible. Cet effet sera expliqué et modélisé dans la partie 3 de ce manuscrit.

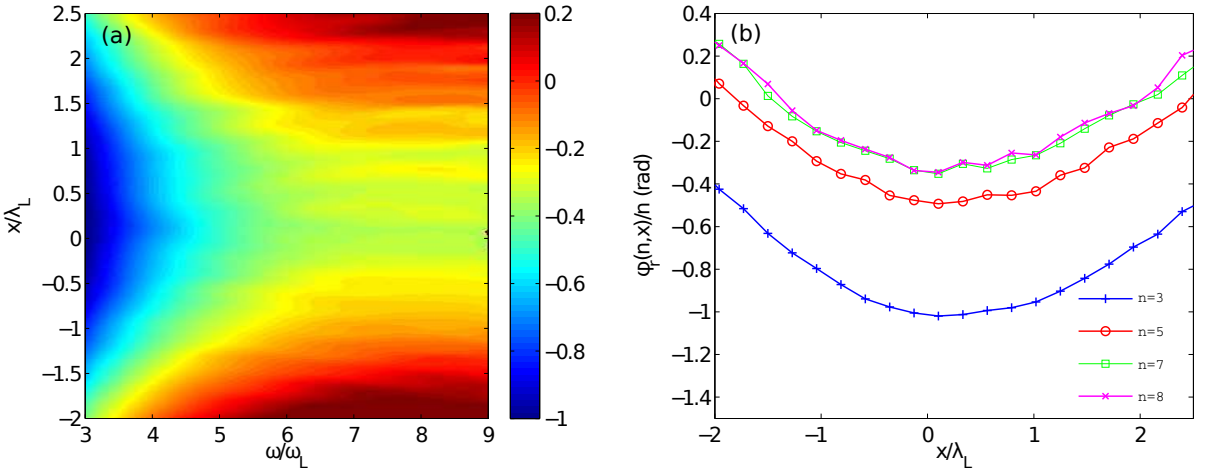

FIG. 4.6 – **Phase spatio-spectrale $\phi_r(x, \omega)$ du champ réfléchi par le miroir plasma.** Les conditions de simulation sont les mêmes que celles de la Fig. 4.4. (a) Carte de couleur représentant la phase $\phi_r(x, \omega)$ (b) Coupes de la carte représentée en (a) pour différents ordres harmoniques n.

Spectre résolu en angle et calcul de la divergence des harmoniques

On obtient le spectre résolu en angle $\tilde{E}_r(\theta, \omega)$ en interpolant la TF2D du champ réfléchi $\tilde{E}_r(k_x, \omega, z = z_0)$ connue en $z = z_0$, par rapport aux nouvelles coordonnées polaires ($\theta = k_x/k = ck_x/\omega$,$\omega$) [Fig. 4.7 (a)-(b)]. Remarquons que le spectre résolu en angle $|\tilde{E}_r(\theta, \omega)|$ est indépendant de l'abscisse z_0 en laquelle est calculée la TF2D $\tilde{E}_r(k_x, \omega, z = z_0)$. Comme dans le calcul de l'étendue spatiale w_n, la divergence θ_n des harmoniques s'obtient en calculant, par exemple, la largeur à mi-hauteur des profils de divergence $\theta_n(x)$ avec :

$$\theta_n(x) = \int_{n\omega_L - \omega_L/2}^{n\omega_L + \omega_L/2} |\tilde{E}_r(\theta, \omega, z)| d\omega \tag{4.30}$$

L'évolution de θ_n avec l'ordre n est représentée sur la courbe de la Fig. 4.7 (c). On constate que la divergence harmonique ne décroît pas selon la limite de diffraction $\theta_n = \lambda_n/\pi w_n \propto 1/n$ [pointillés noirs] mais devient quasiment constante à partir de l'ordre $n > 4$ [points rouges]. Par ailleurs, on constate dans l'encart (i) de la Fig. 4.7 que :

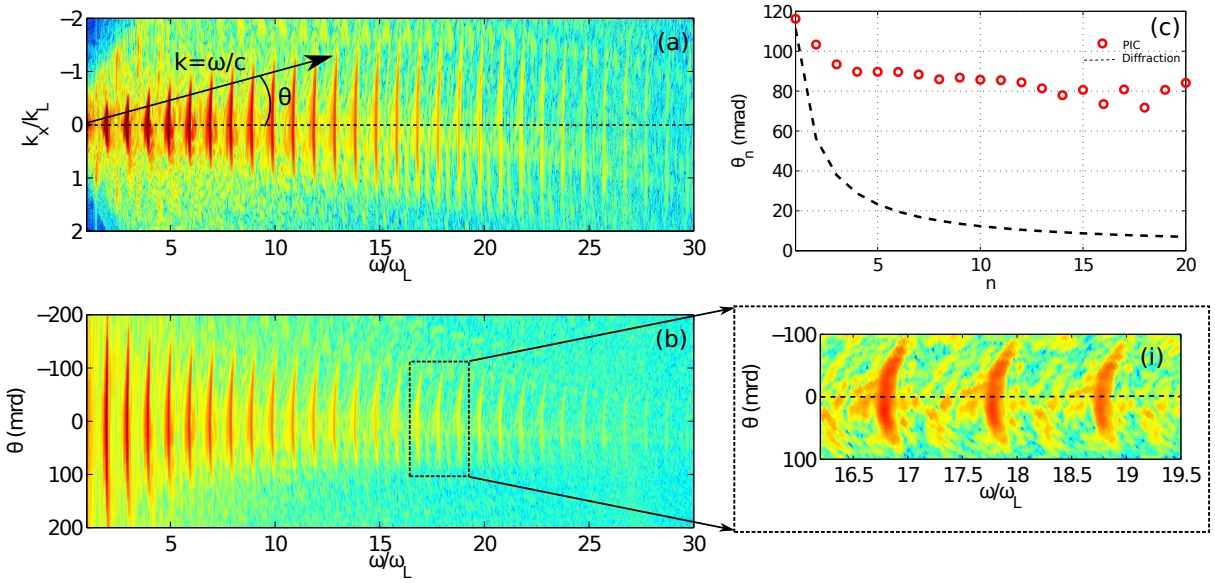

FIG. 4.7 – **Spectre résolu en angle et divergence des harmoniques.** Les paramètres de la simulation sont les mêmes que ceux de la Fig. 4.4. (a) TF 2D $\tilde{E}_r(k_x, \omega)$ du champ réfléchi par le miroir plasma. Sur ce graphe, la distance à l'origine représente la fréquence et l'angle polaire θ représente l'angle d'émission de la lumière dans l'espace (x, z). (b) Spectre résolu en angle $\tilde{E}_r(\theta, \omega)$ obtenu en interpolant la TF2D $\tilde{E}_r(k_x, \omega)$ en les points $(\theta = k_x/k = ck_x/\omega, \omega)$. L'encart (i) représente un zoom du spectre résolu en angle autour des harmoniques 16 à 19. (c) Evolution de la divergence des harmoniques θ_n en fonction de l'ordre n. Les points rouges représentent les divergences issues du code PIC et les pointillés noirs représente la divergence $\theta_n = \lambda_n/\pi w_n$ calculée en utilisant les tailles de sources w_n de la Fig. 4.6 (b).

- Les harmoniques ne sont pas symétriques par rapport à la direction spéculaire $\theta = 0$ de réflexion du champ,
- La fréquence harmonique ω_n est inférieure à sa valeur $n\omega_L$ ce qui traduit la présence d'un décalage vers le rouge du champ réfléchi,
- ce décalage vers le rouge n'est pas le même dans toutes les directions θ.

Nous verrons dans la dernière partie de manuscrit que l'ensemble de ces caractéristiques spatio-spectrales sont en fait dues à l'enfoncement du miroir plasma sous l'effet de la pression de radiation du champ laser. Elles seront modélisées finement puis validées numériquement en utilisant l'ensemble des outils d'analyse numérique développés au cours de ma thèse et présentés dans ce chapitre.

Troisième partie

L'effet phare attoseconde

Lorsqu'un laser intense de plusieurs cycles optiques interagit avec un plasma à la densité du solide ou un gaz, un train d'impulsions attosecondes associé à un spectre constitué d'harmoniques de la fréquence laser est généralement émis dans la direction donnée par les fronts de phase du champ incident. La première démonstration expérimentale de la génération d'un tel train a été obtenue dans un milieu gazeux et a donné naissance à une toute nouvelle branche de la physique appelée "Science Attoseconde"[4, 42].

L'objectif principal de ce nouveau domaine réside dans l'observation et la compréhension du mouvement des électrons dans les atomes, les molécules et la matière dense, qui a lieu sur des échelles de temps caractéristiques allant de l'attoseconde à quelques centaines d'attosecondes (période de révolution des électrons sur leur orbite de Bohr). En effet, avoir un aperçu et un contrôle de la dynamique électronique à l'échelle atomique est la clé pour mieux appréhender le fonctionnement des systèmes biologiques, développer des sources de rayons X efficaces ou encore améliorer la rapidité des systèmes électroniques actuels. Toutefois, afin de pouvoir observer le mouvement des électrons dans la matière, les chercheurs doivent plutôt disposer d'impulsions attosecondes isolées qui sont bien plus adaptées pour l'interprétation d'expériences résolues en temps [6, 7, 43, 44]. Par exemple, dans le cas d'expériences pompe-sonde attosecondes, on souhaite d'abord faire interagir un milieu matériel avec **une seule** impulsion attoseconde très énergétique appelée "pompe" puis sonder l'état de ce milieu avec un délai τ à l'aide d'une deuxième impulsion, "la sonde", suffisamment énergétique pour être à la fois détectable et ne pas modifier l'état du milieu que l'on souhaite étudier.

Dans cette seconde partie, nous nous intéresserons d'abord à l'ensemble des propositions théoriques qui ont été formulées jusqu'à présent pour isoler une seule impulsion attoseconde du train. Toutes ces approches sont des techniques dites de "fenêtrage temporel", qui consistent à éliminer toutes les impulsions du train sauf une seule en confinant le mécanisme de génération d'harmoniques pendant un demi-cycle dans le cas des harmoniques gaz ou un cycle laser dans le cas des harmoniques CWE/Doppler. Si ces techniques ont été démontrées expérimentalement dans les gaz [45, 46, 47], nous verrons en revanche qu'aucune d'entre elles n'a pu être adaptée efficacement au cas de la génération d'harmoniques sur cible solide qui pourtant, s'avère être aujourd'hui l'un des moyens les plus prometteurs pour obtenir des impulsions attosecondes beaucoup plus énergétiques que dans les gaz.

Ensuite, je présenterai une toute nouvelle approche à la génération d'impulsions attosecondes isolées, l'effet "phare attoseconde", qui consiste plutôt à séparer angulairement les impulsions attosecondes du train et à en sélectionner une seule à l'aide d'une fente placée en champ lointain [48]. Nous verrons qu'à la différence des techniques développées jusqu'à présent, cet effet physique entièrement nouveau est à la fois très général car il s'applique à n'importe quel mécanisme de génération d'harmoniques, mais aussi extrêmement simple à mettre en oeuvre sur une chaîne laser de type CPA.

Enfin, nous montrerons que l'effet phare attoseconde ouvre la voie à de nombreuses autres applications qui étaient considérées jusqu'à présent comme irréalisables par les scientifiques du domaine. Citons par exemple, la mesure de la CEP[4] au foyer des lasers les plus énergétiques ou encore la possibilité de réaliser des expériences pompe-sonde dans le

[4]La CEP (Carrier Envelope Phase) désigne la phase porteuse dans l'enveloppe laser.

régime sub-femtoseconde avec une seule impulsion laser de départ.

Chapitre 5

Etat de l'art des techniques de génération d'impulsions attosecondes uniques

Le principe du fenêtrage temporel est représenté sur la fig. 5.1. Il consiste à isoler temporellement une impulsion du train à l'aide d'un filtre ou "porte" représenté par une courbe en pointillés sur les panneaux [a,d,g] de la figure 5.1. La largeur de la porte δ va fixer le nombre d'impulsions du train sélectionnées (cf. panneaux [b,e,h]). Spectralement, lorsqu'on réduit la largeur δ, on diminue le contraste des pics harmoniques. Lorsqu'on sélectionne une seule impulsion attoseconde, on obtient un spectre continu (i).

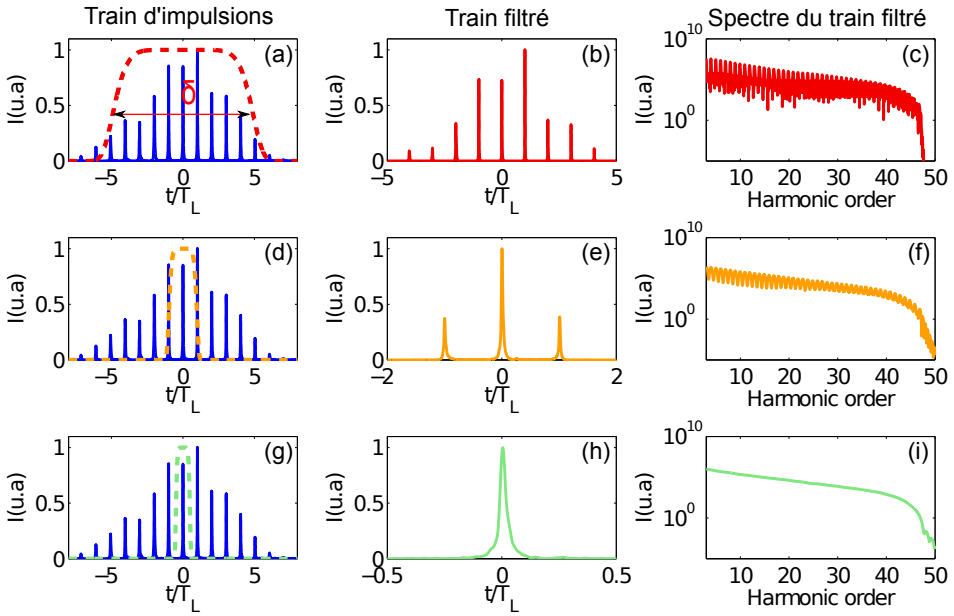

FIG. 5.1 – **Fenêtrage temporel du train d'impulsions attosecondes.**

5.1 Le fenêtrage temporel par intensité

5.1.1 Principe

Cette technique repose sur le fait que l'efficacité η_{XUV} du mécanisme de génération d'harmoniques a une forte dépendance non-linéaire en l'amplitude du champ laser incident a_L, près de la coupure du spectre ω_c. Afin de comprendre l'origine de cette tendance, on se place dans le cas particulier de la génération d'harmoniques Doppler sur miroir plasma. On définit l'efficacité η_{XUV} de génération d'une bande spectrale $[n_{min}, n_{max}]$ comme le rapport de la puissance spectrale contenue dans cette bande par la puissance laser incidente P_{inc} :

$$\eta_{XUV} = \frac{1}{P_{inc}} \int_{n_{min}\omega_L}^{n_{max}\omega_L} I(\omega) d\omega \tag{5.1}$$

où $I(\omega)$ désigne l'intensité spectrale, soit le module carré du spectre $|E(\omega)|^2$. Sur la Fig. 5.2 (a), on a tracé la variation de η_{XUV} en fonction de l'amplitude du laser a_L pour 3 filtrages passe-haut $[n_i, +\infty]_{i=1,2,3}$ différents de fréquences de coupure n_i.

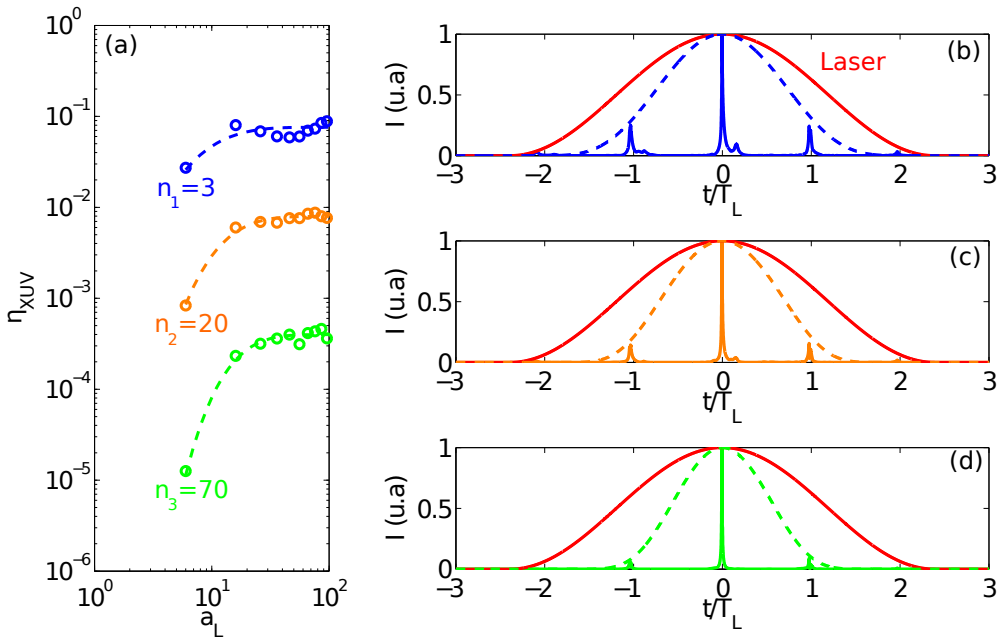

FIG. 5.2 – **Principe du fenêtrage temporel par intensité.** Simulations EUTERPE réalisées pour un laser d'amplitude a_L variable, de profil temporel gaussien de durée à mi-hauteur $\tau_L = 2T_L$ incident avec un angle $\theta = 45°$ sur un profil de densité exponentiel de longueur de gradient $L = \lambda_L/5$ et de densité maximale $n_{e0} = 200n_c$. (a) Evolution de l'efficacité de génération η_{XUV} d'une bande spectrale $[n_i, +\infty]_{i=1,2,3}$ en fonction de l'amplitude du laser incident a_L. (b) Profil temporel d'intensité du champ réfléchi par le miroir plasma filtré [trait bleu] dans la gamme $[n_1 = 3, +\infty]$. Dans cette simulation le champ laser incident [courbe rouge] a une amplitude $a_L = 10$. La ligne en pointillés bleus représente la porte temporelle $\eta_{XUV}(a_L(t))$ calculée à partir du profil d'amplitude $a_L(t)$ du laser [courbe rouge] et de l'efficacité η_{XUV} calculée sur le panneau (a). (c-d) même légende qu'en (b) mais pour les gammes spectrales $[n_2 = 20, +\infty]$ et $[n_3 = 80, +\infty]$.

Pour une gamme spectrale $[n_i, +\infty]$ donnée, on peut voir que η_{XUV} augmente d'abord fortement lorsque l'amplitude laser a_L augmente, puis sature à une valeur η_i à partir d'une amplitude seuil $a_L > a_i$. Afin d'expliquer cette variation, on a tracé sur la Fig. 5.3, les intensités spectrales du champ réfléchi par le miroir plasma, pour 3 amplitudes lasers différentes $a_L = 6, 20, 100$. On définit la coupure du spectre comme la fréquence n_c au delà de laquelle l'intensité spectrale atteint 10^{-6} fois sa valeur maximale obtenue pour $n = 1$. On voit ici que la fréquence de coupure du spectre n_c augmente lorsque l'amplitude du champ incident a_L augmente. Notons a_i l'amplitude pour laquelle n_c est égale à la fréquence de coupure du filtre passe-haut. On distingue deux régimes selon l'amplitude du laser a_L :

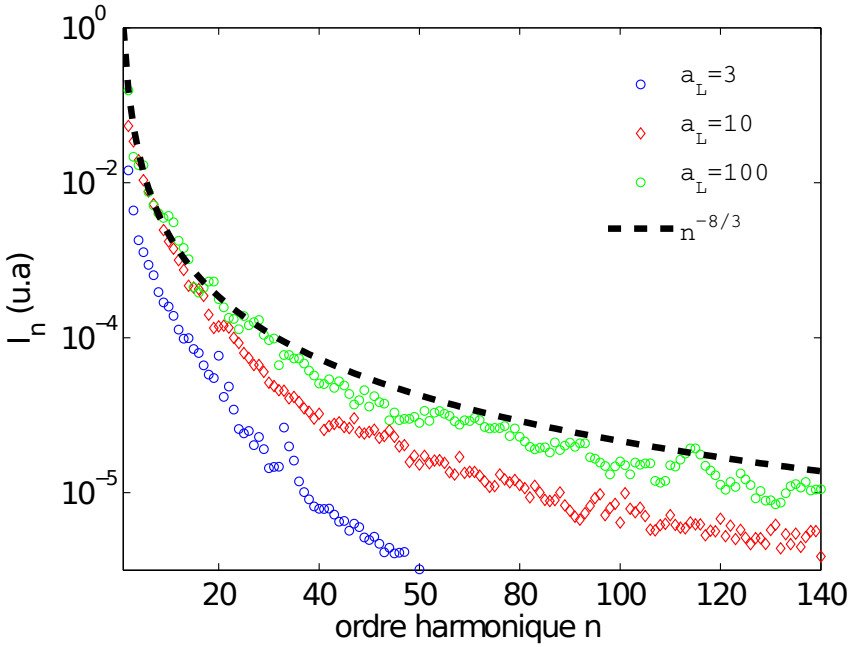

FIG. 5.3 – **Evolution de l'intensité spectrale $I_n = |E(n\omega_L)|^2$ en fonction de l'ordre harmonique n pour différentes amplitudes laser $a_L = 3$, $a_L = 10$ et $a_L = 100$.** Mise à part l'amplitude laser a_L, les conditions de simulations sont les mêmes que celles de la Fig. 5.2. A chaque fois, les intensités spectrales ont été normalisées par leur valeur maximale atteintes en $n = 1$.

1. $a_L \ll a_i \Rightarrow n_c \ll n_i$: dans ce cas, aucune harmonique n'est générée dans la gamme spectrale $[n_i, +\infty]$ et l'efficacité de génération η_{XUV} es nulle,
2. $a_L \approx a_i \Rightarrow n_c \approx n_i$: des harmoniques d'ordre $n > n_i$ commencent à apparaître et l'efficacité de génération augmente alors fortement,
3. $a_L \gg a_i \Rightarrow n_c \gg n_i$: dans ce dernier cas, le spectre aux alentours de n_i décroît fortement avec l'ordre n selon une loi de puissance $\approx n^{-8/3}$ indépendante de a_L, comme le montre la Fig. 5.3. L'efficacité de génération dépend alors uniquement de la fréquence de coupure n_i du filtre.

C'est la forte dépendance non linéaire de l'efficacité η_{XUV} en l'amplitude du laser a_L décrite ci-dessus qui va jouer le rôle de porte dans notre cas. En effet, dans le cas d'une impulsion laser d'amplitude $a_L(t)$ variant dans le temps, des impulsions attosecondes dans

la gamme de fréquences $[\omega_{f,i}, +\infty]$ seront générées efficacement lorsque $a_L(t) > a_i$. En revanche, pour $a_L(t) < a_i$, l'efficacité chute et on observe des impulsions attosecondes beaucoup moins intenses. Pour obtenir une impulsion attoseconde à l'aide de cette technique, il faut donc que $a_L(t) > a_i$ sur une durée d'au plus un cycle optique laser T_L. En approchant la porte par une fonction puissance $\eta_{XUV}(a_L) \approx a_L^\gamma$ lorsque $a_L < a_i$, on déduit une expression simple de sa largeur δ dans le cas d'un profil temporel gaussien $a_L(t)$ de durée τ_L :

$$\delta \approx \frac{\tau_L}{\sqrt{\gamma}} \tag{5.2}$$

Sur les courbes de la figure 5.2 (a), on constate que le paramètre γ est d'autant plus élevé que la fréquence de coupure du filtre n_i augmente. Par exemple, sur les Fig. 5.2 (b-d), on a tracé les formes théoriques $\eta_{XUV}(a_L(t))$ des portes temporelles associées à une impulsion laser de profil temporel gaussien et de durée à mi-hauteur $\tau_L = 5fs$ pour les 3 filtrages passe-haut $[n_i, +\infty]_{i=1,2,3}$. On a également représenté les trains d'impulsions attosecondes associés, que l'on a obtenu après un filtrage en fréquence du champ réfléchi issu des simulations PIC, dans la gamme $[n_i, +\infty]$. Lorsque n_i augmente, on voit sur la Fig. 5.2 (a) que la non-linéarité γ augmente ce qui entraîne une diminution de la largeur de la porte δ selon l'équation (5.2). Pour $n_i = 70$, on mesure $\gamma \approx 3.2$ et on observe sur le panneau (d) que la porte temporelle de largeur $\delta \approx 1.1T_L$ est suffisamment petite pour isoler l'impulsion centrale du train.

5.1.2 Limites de cette méthode

La première limite de cette technique provient du fait qu'il est très difficile d'obtenir des impulsions laser de $5fs$ très énergétiques. La principale raison est que la bande spectrale de ces impulsions est très large et qu'on ne dispose d'aucun cristal d'amplification avec un gain spectral uniforme sur de si larges gammes de fréquence. L'utilisation de cette méthode dans le cas des harmoniques générées sur miroirs plasma qui nécessitent de fortes amplitudes laser au foyer reste donc très limitée.

La seconde limitation majeure provient de la CEP ϕ_0 du laser dont le contrôle s'avère crucial pour pouvoir disposer d'une source attoseconde aux caractéristiques stables (nombre d'impulsions, intensité, durée d'impulsion, etc.). Par exemple, on a représenté sur la Fig. 5.4 le train d'impulsions attosecondes obtenu après filtrage du champ réfléchi, pour deux CEP différentes. Lorsque $\phi_0 = 0$ (a), l'amplitude du champ laser est maximale et une impulsion attoseconde unique est générée entre les ordres harmoniques 30 et 40 . A l'inverse, pour $\phi_0 = 3\pi/2$ (b), on obtient deux impulsions attosecondes de même intensité et non une seule.

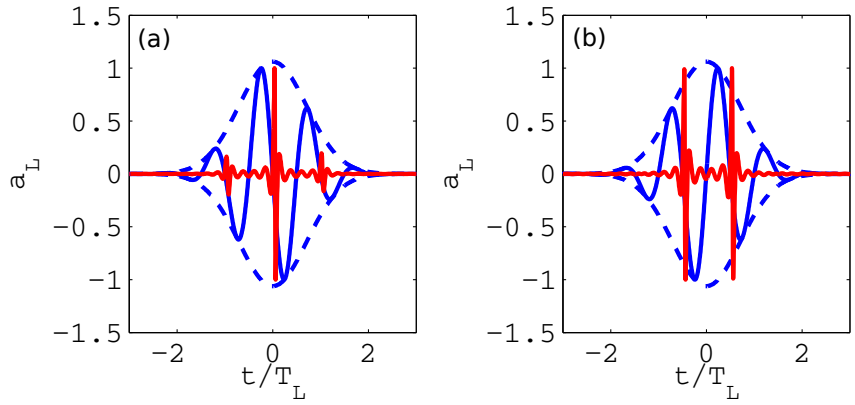

FIG. 5.4 – **Effet de la CEP avec la technique de fenêtrage par intensité**. Simulation EUTERPE réalisée dans le cas d'une impulsion laser d'amplitude $a_L = 10$, de profil temporel gaussien de durée à mi-hauteur $\tau_L = 2T_L$, en incidence oblique $\theta = 45°$ sur un plasma de profil exponentiel possédant une longueur de gradient $L = \lambda_L/20$ et une densité maximale $n_{e0} = 200n_c$. La courbe rouge est le champ réfléchi filtré entre les harmoniques 30 et 40, normalisé à chaque fois par sa valeur maximale. On a superposé en bleu le champ électrique du laser incident. (a) CEP $\phi_0 = 0$ (b) $\phi_0 = 3\pi/2$

5.2 Le fenêtrage temporel par polarisation

5.2.1 Bref rappel sur l'état de polarisation de la lumière

Soit $\overrightarrow{\mathbf{E}}$ le champ électrique et $\overrightarrow{\mathbf{B}}$ le champ magnétique d'une onde électromagnétique se propageant selon le vecteur d'onde $\overrightarrow{\mathbf{k}} = k\overrightarrow{\mathbf{z}}$. Les composantes de $\overrightarrow{\mathbf{E}}$ selon les axes du repère (x, y) orthogonal à l'axe de propagation z s'écrivent :

$$E_x = E_{0x}\cos(kz - \omega_L t) \tag{5.3}$$
$$E_y = E_{0y}\cos(kz - \omega_L t + \epsilon) \tag{5.4}$$

où ϵ désigne le déphasage entre les composantes E_x et E_y. A partir des équations (5.3) et (5.4), on obtient très facilement l'équation de la courbe paramétrée que décrit le champ électrique au cours du temps dans le plan (x, y) [49] :

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\cos\epsilon = \sin^2\epsilon \tag{5.5}$$

C'est l'équation d'une ellipse d'excentricité $\chi = E_{0y}/E_{0x}\sin\epsilon$ communément appelée 'polarisation' du laser. $\chi = 0$ ou $\chi = +\infty$ correspondent à une onde polarisée linéairement et $|\chi| = 1$ à une onde polarisée circulairement. Une lumière sera dite non-polarisée lorsque χ varie aléatoirement au cours du temps.

5.2.2 Principe du fenêtrage par polarisation

Cette technique repose cette fois sur la dépendance de l'efficacité de génération harmonique η_{XUV} [plasma ou gaz] en l'ellipticité χ du laser. Par exemple, la figure 5.5 montre la variation de cette efficacité pour les harmoniques Doppler, en fonction de la polarisation

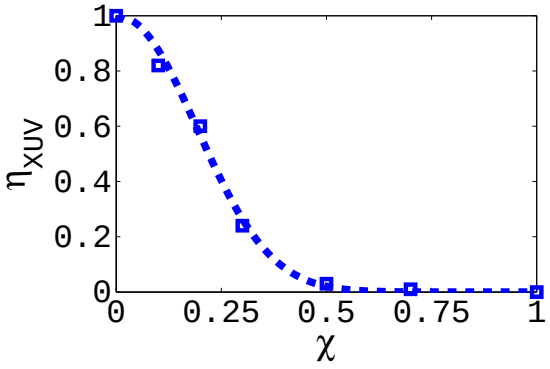

FIG. 5.5 – **Evolution de l'efficacité de génération avec l'ellipticité χ du laser**. Les points bleus représentent l'efficacité de génération des ordres harmoniques 70 à 80 pour différentes valeurs de l'ellipticité χ du laser incident. Chaque point correspond à une simulation EUTERPE, dans laquelle un laser de polarisation elliptique χ, d'amplitude $a_L = 20$, de profil temporel gaussien de durée à mi-hauteur $\tau_L = 5T_L$ est incident avec un angle $\theta = 0$ sur un plasma à bord raide de densité maximale $n_{e0} = 50n_c$. Les pointillés bleus correspondent à un fit gaussien associé aux points de simulation.

du laser incident χ. On voit que η_{XUV} est maximale lorsque $\chi = 0$ puis décroît fortement à mesure que χ augmente. Cette tendance s'explique simplement dans le cas d'un laser ultra-intense en incidence normale sur un plasma à la densité du solide. Lorsque $\chi \longrightarrow 1$, la partie oscillante de la force de Lorentz à l'origine de la génération d'harmoniques diminue progressivement jusqu'à s'annuler lorsque la polarisation χ du champ incident devient circulaire.

Dans la suite, on nomme χ_0 la valeur seuil d'ellipticité au-delà de laquelle l'efficacité de génération chute à 10% de sa valeur maximale, atteinte en $\chi = 0$. En façonnant une impulsion laser dont la polarisation reste à l'état linéaire (i.e $\chi < \chi_0$) durant au plus un cycle optique on sera en mesure de générer une seule impulsion attoseconde. Cette idée fut proposée pour la première fois dans le cas des harmoniques gaz par Corkum et al [50] qui suggérèrent d'utiliser deux impulsions avec des fréquences légèrement différentes et des polarisations croisées pour générer la porte. Les impulsions attosecondes les plus courtes, générées à l'aide de cette technique dans un milieu gazeux ($\approx 130as$), ont été obtenues par Sansone et al [46]. Détaillons brièvement son principe.

Si l'on combine deux impulsions laser d'enveloppes temporelles identiques $f(t)$, de fréquences centrales ω_1 et ω_2 différentes et de polarisations orthogonales dans le plan transverse (x, y) à leur direction de propagation z, le champ électrique total s'écrit :

$$\overrightarrow{\mathbf{E}} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} f(t) \left[\cos \omega_1 t \overrightarrow{\mathbf{x}} + \cos \omega_2 t \overrightarrow{\mathbf{y}}\right] \tag{5.6}$$

Le champ de l'équation 5.6 peut être construit expérimentalement par l'utilisation de techniques de façonnage d'impulsions ultra-brèves comme par exemple celle proposée par A. Weiner et al [51]. En posant $\omega = 2\pi/T = (\omega_1 + \omega_2)/2$ et $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$ et en se plaçant dans le repère de référence (x', y') tel que la direction de polarisation du laser soit selon $\overrightarrow{\mathbf{x'}}$ à $t = 0$, il vient :

$$\overrightarrow{\mathbf{E}} = E_0 f(t) \left[\cos(\omega t) \cos(\Delta\omega t/2) \overrightarrow{\mathbf{x'}} + \sin(\omega t) \sin(\Delta\omega t/2) \overrightarrow{\mathbf{y'}}\right] \tag{5.7}$$

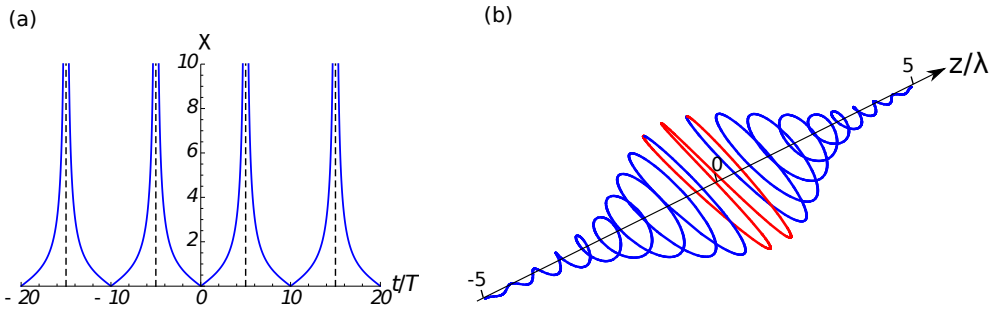

FIG. 5.6 – **Technique du fenêtrage par polarisation** (a) Evolution de l'ellipticité $\chi(t)$ au cours du temps avec $\Delta\omega/\omega = 0.15$ (b) Représentation de la trajectoire de l'extrémité du vecteur champ électrique dans l'espace (x,y,z) toujours avec $\Delta\omega/\omega = 0.15$ et une impulsion laser gaussienne de demi-largeur à 1/e $\tau_L = T_\chi = 5T_L$.

Dans l'hypothèse où $\Delta\omega << \omega$ on obtient une ellipticité χ qui dépend du temps selon :

$$\chi(t) = \frac{\vec{\mathbf{E}}.\vec{\mathbf{y}}}{\vec{\mathbf{E}}.\vec{\mathbf{x}}} = \tan\left(\frac{\Delta\omega t}{2}\right) \tag{5.8}$$

L'évolution temporelle de χ est représentée sur la Fig 5.6 (a). C'est une fonction périodique de période $T_\chi = \pi/\Delta\omega$. Aux instants $t = nT_\chi$, la polarisation est linéaire et elliptique pour $t \neq nT_\chi$. Si l'on souhaite générer une seule impulsion attoseconde, une première condition est que la durée totale de l'enveloppe $f(t)$ ne dépasse pas $2T_\chi$. Sur la figure Fig 5.6 (b), on a représenté la trajectoire de l'extrémité du vecteur champ électrique $\vec{\mathbf{E}}$ de l'équation 5.6 dans l'espace (x, y, z), pour une enveloppe $f(t)$ gaussienne de demi-largeur $\tau_L = T_\chi$. On s'aperçoit que la polarisation χ reste inférieure au seuil $\chi_0 = 0.3$ de génération des harmoniques Doppler (partie rouge) pendant une durée :

$$\frac{\delta}{T} = \frac{2}{\pi}\frac{\omega}{\Delta\omega}\arctan\chi_0 \approx 1.9 \tag{5.9}$$

où on a choisi la valeur $\Delta\omega/\omega \approx 0.15$ proche de celle réalisable expérimentalement. Cette durée détermine la largeur du fenêtrage temporel. Deux impulsions attosecondes étant séparées par un seul cycle optique T dans le cas des harmoniques Doppler générées à $\theta = 45°$, on pourra considérer que le fenêtrage est efficace si sa largeur δ n'excède pas $2T$. Pour une valeur de χ_0 fixée, on pourra augmenter le paramètre $\Delta\omega/\omega$ pour réduire δ mais au prix d'une diminution de la période T_χ et donc d'une réduction de la durée de l'enveloppe $f(t)$ de l'impulsion laser. On remarque que l'intérêt majeur du fenêtrage temporel par polarisation par rapport au fenêtrage par intensité est que l'on pourra utiliser des impulsions laser un peu plus longues. Par exemple, pour $\Delta\omega/\omega \approx 0.15$, on pourra utiliser une impulsion d'au maximum $\tau_L = 2T_\chi \approx 17fs$ pour un laser de période $T = 2.55fs$.

En revanche, si cette technique a été démontrée expérimentalement dans les gaz [52, 46, 53], elle reste toujours à l'état d'ébauche théorique dans le cas des harmoniques générées sur miroir plasma. La première étude numérique a été menée par Baeva et al [54], dans le cas d'une impulsion laser façonnée avec la technique ci-dessus, de durée $\tau_L = 12fs$ en incidence normale sur un échelon de plasma à la densité du solide. Cette étude montre

qu'il est effectivement possible d'obtenir une impulsion attoseconde unique avec une impulsion laser dont la polarisation est à l'état linéaire pendant un cycle optique. Toutefois aucune étude numérique n'a été publiée pour le moment afin d'établir si cette technique est envisageable dans des conditions expérimentales réalistes, pour lesquelles le laser est incident avec un angle $\theta \neq 0$ sur un plasma de profil de densité exponentiel et de longueur de gradient L. Dans le paragraphe suivant, on propose une méthode nouvelle et originale afin d'étudier si le fenêtrage par polarisation est applicable aux harmoniques Doppler dans ces conditions.

5.2.3 Application au cas des harmoniques Doppler

Il s'agit ici de calculer la largeur de la porte temporelle $\delta(\theta, L)$ que l'on peut obtenir via la technique de fenêtrage par polarisation appliquée aux harmoniques Doppler, pour une amplitude laser $a_L = 20$, une large gamme d'angle d'incidence $0° < \theta < 45°$ et de longueur de gradient $\lambda_L/80 < L < \lambda_L/10$. Dans cette optique, nous avons calculé à l'aide du code EUTERPE, l'efficacité seuil χ_0 pour chaque couple de paramètre (θ, L), puis nous en avons déduit la largeur du fenêtrage $\delta(\theta, L)$ correspondant, à partir de l'équation (5.9). En pratique, le calcul de χ_0 a nécessité pour chaque couple (θ, L), 7 simulations réalisées avec 7 ellipticités laser $\chi = \{0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9\}$ différentes. A partir de ces simulations et d'un fit non-linéaire analogue à celui de la courbe de la Fig. 5.7, on a pu en déduire la valeur de $\chi_0(\theta, L)$. Pour 10 valeurs de $\theta = \{0°, 5°, 10°, 15°, 20°, 25°, 30°, 35°, 40°, 45°\}$ et 9 valeurs de longueur de gradient $L = \{\lambda_L/80, \lambda_L/70, \lambda_L/60, \lambda_L/50, \lambda_L/40, \lambda_L/30, \lambda_L/20, \lambda_L/10\}$, nous avons dû lancer 630 simulations de 6h CPU chacune, ce qui donne un total de 159 jours CPU sur une station de travail de 16 coeurs et 16Go de mémoire RAM. Grâce à un script de lancement des threads par flots de 15 cas en parallèle (chaque cas tournant sur un coeur différent), nous avons pu achever l'ensemble des simulations en environ $159/15 \approx 10$ jours. Les résultats sont tracés sur la Fig. 5.7.

Lorsque θ augmente, la partie oscillante de la force de Lorentz à l'origine de la génération d'harmoniques par effet Doppler décroît moins vite avec l'ellipticité qu'en incidence normale. Ceci entraîne une augmentation de la durée du fenêtrage comme nous pouvons le voir sur le panneau (a) représentant l'évolution de δ/T_L avec θ et L. De même, lorsque la longueur de gradient L augmente, l'efficacité de génération pour une ellipticité donnée augmente, comme nous pouvons le voir sur le panneau (b) de la Fig. 5.7 dans le cas d'une polarisation linéaire [$\chi = 0$]. Ceci a pour effet d'augmenter la valeur de χ_0 et donc de δ.

Au final, on s'aperçoit que le domaine de θ et L pour lesquels la largeur de fenêtrage est inférieure à $2T_L$ est réduit aux très faibles valeurs de $\theta < 10°$ et $L < \lambda_L/50$ [Fig. 5.7 (a)]. Pour ces valeurs, on voit sur la Fig. 5.7 (b) que les efficacités de génération harmonique η_{XUV} dans la gamme $[60\omega_L, 80\omega_L]$ sont très faibles ($\approx 10^{-6}$), ce qui limite considérablement l'intérêt de la technique du fenêtrage par polarisation dans le cas des harmoniques Doppler.

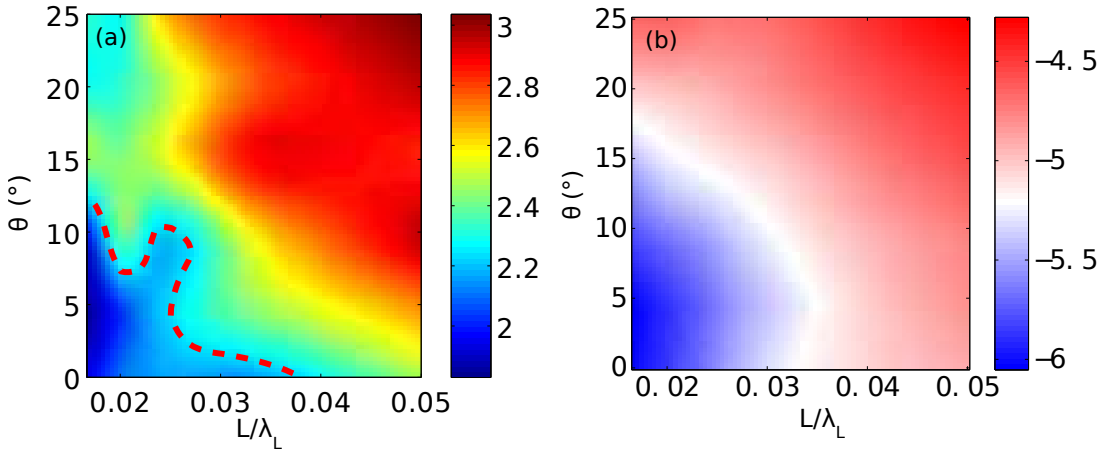

FIG. 5.7 – (a) Evolution de la largeur de la fenêtre temporelle δ (en périodes laser T_L sur l'échelle de couleur) pour les harmoniques $[60\omega_L, 80\omega_L]$ et $\Delta\omega/\omega_L \approx 0.15$, en fonction de l'angle d'incidence θ du laser sur le plasma et de la longueur de gradient L du profil plasma. La courbe en traits pointillés rouges représente les valeurs de θ et de L pour lesquelles $\delta < 2T_L \approx 5.3fs$. (b) Evolution de l'efficacité de génération η_{XUV} de la bande spectrale $[60\omega_L, 80\omega_L]$ en fonction de l'angle d'incidence θ du laser sur le plasma et de la longueur de gradient L du profil plasma, pour un laser polarisé linéairement ($\chi = 0$).

5.3 Le fenêtrage spatial dans le régime λ^3

5.3.1 principe

Cette technique utilise la focalisation extrême du laser sur un plasma de faible densité pour déformer sa surface critique et changer l'angle de réflexion du laser sur le plasma au cours du temps [55]. Dans ces conditions, les impulsions attosecondes du train sont générées dans des directions différentes et deviennent isolées spatialement les unes des autres en champ lointain. On parle dans ce cas de fenêtrage spatial et non plus de fenêtrage temporel.

Dans un premier temps, on montre comment la focalisation extrême d'une onde laser polarisée linéairement conduit à des champs qui peuvent déformer la surface du miroir plasma. Afin d'illustrer cela, nous avons simulé la focalisation, dans le plan (x, z), d'une onde laser monochromatique TM [**B** selon **y**] et de profil transverse gaussien, à l'aide du code CALDER. Le champ est introduit au bord gauche de la boîte de simulation [axe $z = 0$], par le biais de conditions aux limites sur B_y. La focalisation correspond simplement à l'ajout d'un terme de phase quadratique $\exp(-jkx^2/2f)$ dans l'expression du champ de bord B_y où f désigne la distance de focalisation et $k = 2\pi/\lambda$ le vecteur d'onde. Les résultats sont illustrés sur la Fig. 5.8 pour deux ouvertures numériques $O.N = D/f$ différentes, où D désigne le diamètre du faisceau avant focalisation :

(i) **Faible ouverture numérique** $O.N = 0.1rad$ [Fig. 5.8 (a-b)] : dans ce cas le vecteur d'onde reste parallèle à l'axe de propagation z et la composante du champ E_z reste très faible au cours de sa propagation. Le champ électrique **E** reste donc principalement transverse au cours de sa propagation avec un ratio E_z/E_x mesuré dans la simulation est de l'ordre de 2%.

(ii) **Grande ouverture numérique** $O.N = 0.4rad$ [Fig. 5.8 (c-d)] : cette fois, la fo-

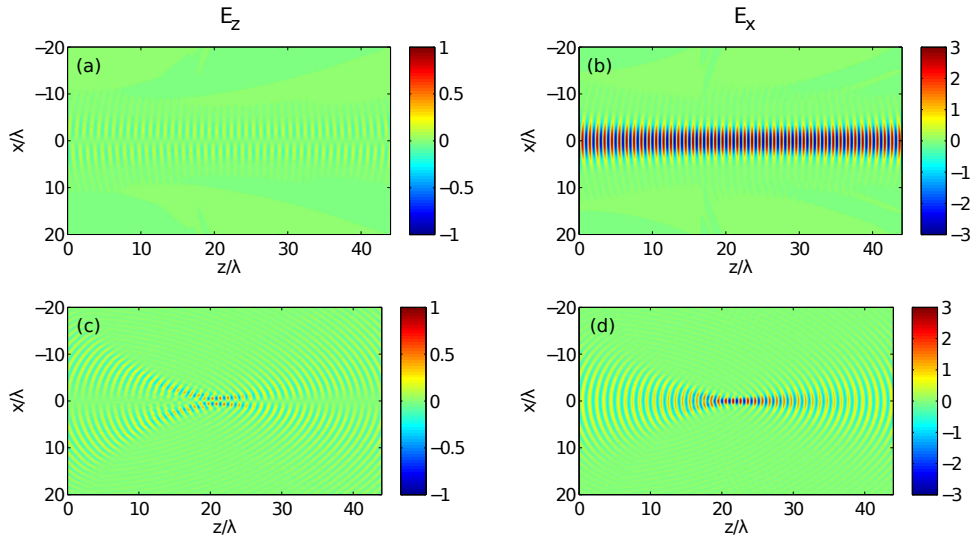

FIG. 5.8 – **Focalisation d'un faisceau gaussien à l'aide du code CALDER.** (a-b) Les cartes de couleurs représentent des instantanés des champs E_z et E_x dans l'espace (x, z) pour une faible ouverture numérique $O.N = 0.1rad$ du faisceau. (c-d) même chose que précédemment mais pour une grande ouverture numérique $O.N = 0.4rad$ du faisceau.

calisation est tellement forte que Le champ **E** n'est plus purement transverse et le ratio E_z/E_x vaut maintenant 33% au foyer.

Dans le cas d'une focalisation très forte, c'est la composante E_z normale à la cible qui va déformer le miroir plasma tous les demi-cycles et changer l'angle d'émission des impulsions attosecondes. Pour le montrer, nous avons effectué une deuxième simulation PIC 2D dans ce régime, où on focalise une impulsion laser ultra-intense ($a_L = 3$) et ultra-brève ($\tau_L \approx 5fs$) en incidence normale sur une surface de l'ordre de λ_L^2. Le plasma de la cible possède un bord raide et une densité légèrement surcritique ($n_{e0} \approx 4.5n_c$). Comme on peut le voir sur les panneaux (b), (c) et (d) de la Fig. 5.9, la déformation induite par la composante E_z entraîne un changement de l'angle de réflexion du champ laser sur le plasma d'un demi-cycle optique sur l'autre.

Cette déformation dépend essentiellement de la densité plasma et de l'intensité laser. La densité étant fixée, on voit sur la Fig. 5.9 (e) qu'au début de l'impulsion, lorsque l'intensité laser varie, les impulsions attosecondes sont émises dans des directions différentes à mesure que le temps évolue. Ensuite, près du maximum d'intensité, l'intensité laser ne varie plus et les impulsions attosecondes sont émises dans des directions quasi-identiques à chaque demi-cycle-optique. Dans le cas où la durée de l'impulsion laser est réduite à deux cycles optiques, l'intensité laser varie beaucoup d'un demi-cycle optique au suivant et on pourrait envisager d'utiliser cet effet afin de séparer angulairement les impulsions attosecondes du train.

5.3.2 Limites de cette méthode

Cette technique souffre de très nombreux inconvénients et limitations qui la rendent quasi-inapplicable expérimentalement :

(i) Il est impossible de contrôler la direction d'émission des impulsions attosecondes qui dépend de plusieurs paramètres [intensité laser, densité plasma, CEP],

(ii) En pratique, il est impossible d'obtenir un plasma en échelon à la densité $n_{e0} = 4.5n_{cr}$ à partir d'éléments solides connus. Cette condition est pourtant critique dans ce cas, car une trop forte densité réduit considérablement la déformation de la surface, à l'origine de la séparation angulaire des impulsions attosecondes. Une possibilité pourrait être d'utiliser des mousses pour obtenir des densités de quelques n_c mais en pratique ces cibles sont difficiles à réaliser et à utiliser,

(iii) Elle est pour le moment irréalisable expérimentalement car comme nous l'avons décrit dans le cas du fenêtrage temporel par intensité, on ne sait pas produire des impulsions de 2 cycles optiques très énergétiques,

(iv) Elle n'est pas générale et s'applique uniquement aux harmoniques Doppler dans un régime bien particulier : le régime λ^3, pour lequel on focalise une impulsion d'un cycle laser λ/c sur une tache de surface λ^2. Elle est inapplicable dans le cas des harmoniques gaz et des harmoniques CWE.

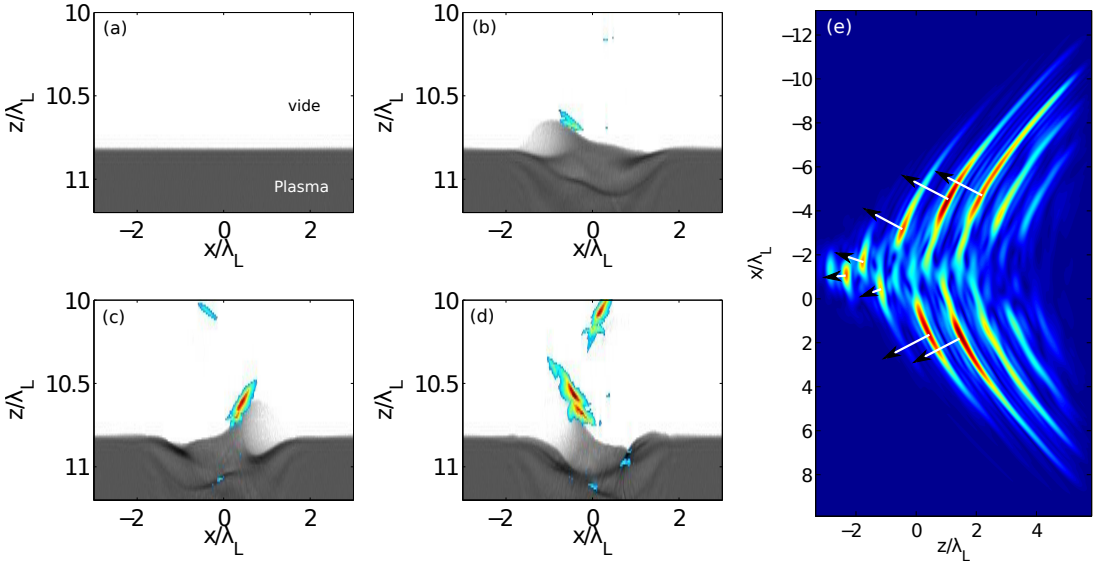

FIG. 5.9 – **Simulation PIC 2D de la génération d'impulsions attosecondes dans le régime λ^3.** En niveaux de gris est représentée la densité électronique n_e du plasma et en échelle de couleur, le champ réfléchi par le miroir plasma, filtré entre les ordres harmoniques H4 et H15 à différents instants (a) $t = 0$ juste avant l'arrivée du laser (b) $t = 3T_L$ (c) $t = 3.6T_L$ et (d) $t = 4.2T_L$. z désigne ici la coordonnée normale à la cible et x la coordonnée transverse. L'impulsion laser d'amplitude $a_L = 3$ et de durée $\tau_L = 2T_L$ à mi-hauteur en intensité est en incidence normale $\theta = 0°$ sur un plasma en échelon de densité légèrement surcritique $n_{e0} = 4.5n_c$. Son diamètre au foyer, à mi-hauteur en intensité vaut $w_0 = \lambda_L$. (e) Amplitude du champ réfléchi dans l'espace (x, z), filtré entre les ordres H8 et H14 et propagé loin de la cible. Les flèches schématisent la direction de propagation des impulsions attosecondes émises à chaque demi-cycle optique.

Chapitre 6

L'effet phare attoseconde

Dans ce deuxième chapitre, nous proposons une toute nouvelle approche au problème de la génération d'impulsions attosecondes uniques dans un plasma ou dans un gaz. Cette approche consiste à séparer angulairement les impulsions attosecondes du train, puis à en sélectionner une seule à l'aide d'une fente placée en champ lointain.

Tout d'abord, nous verrons que l'on peut réaliser très simplement cet effet que l'on a baptisé "phare attoseconde", en induisant simplement une rotation des fronts d'onde du laser lors de son interaction avec la cible au foyer.

Ensuite, nous validerons numériquement cet effet dans le cas des harmoniques Doppler qui s'avèrent être une des sources X-UV les plus prometteuses pour obtenir des impulsions attosecondes très énergétiques, puis nous discuterons enfin de ses applications potentielles.

6.1 Principe de l'effet phare attoseconde

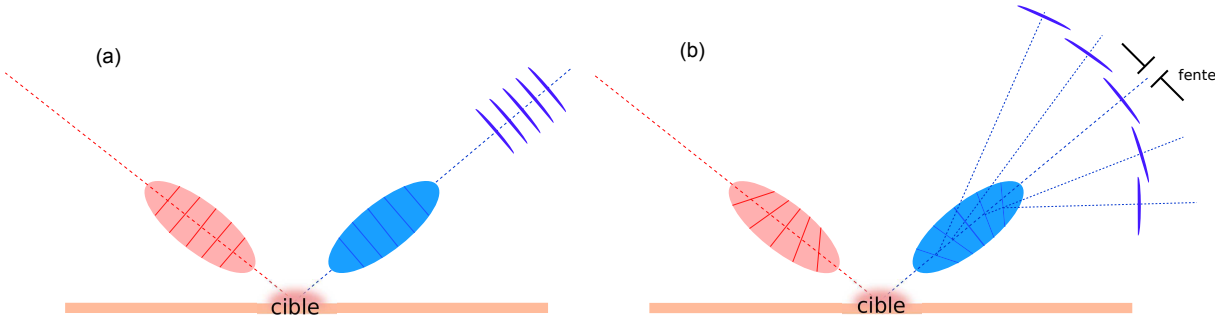

FIG. 6.1 – **Principe du phare attoseconde** (a) Train d'impulsions attosecondes émis lorsqu'une impulsion laser conventionnelle (i.e dont les fronts d'onde sont parallèles) interagit avec une cible solide ou gazeuse (b) Trains d'impulsions attosecondes émis lorsque l'impulsion laser présente, cette fois, une rotation de fronts d'onde au niveau de la cible.

On a schématisé sur la Fig. 6.1, le principe de l'effet phare attoseconde dans le cas de la génération d'harmoniques du laser incident par un milieu non-linéaire [plasma sur le schéma] représenté par la cible en orange. Le panneau (a) représente le schéma d'interaction classique où une impulsion laser intense [impulsion rouge], dont les fronts d'onde sont

parallèles, interagit avec un tel milieu. Dans ce cas, un seul faisceau harmonique contenant un train d'impulsions attosecondes [en violet] est émis dans la direction donnée par la normale aux fronts d'onde instantanés du laser incident. Imaginons à présent que l'on puisse mettre en forme les fronts d'onde du champ incident, de telle sorte que ces derniers tournent dans le temps au foyer du laser, là où survient la génération d'harmoniques.

Dans l'hypothèse où le processus de génération d'harmoniques est une transformation non-linéaire du champ laser incident $E_L(x,t)$, pour laquelle la phase spatio-temporelle du champ harmonique ϕ_n est directement liée à la phase spatio-temporelle $\phi_L(x,t)$ du laser incident par $\phi_n(x,t) = n\phi_L(x,t)$, les impulsions attosecondes du train sont alors également émises dans des directions différentes à mesure que le temps s'écoule. Par analogie avec un phare maritime qui tourne en émettant des flashs lumineux dans des directions différentes, nous avons baptisé cet effet, "l'effet phare attoseconde". Si la vitesse de rotation des fronts de phase du laser au foyer est suffisante pour séparer correctement les impulsions attosecondes du train en angle, on peut alors en filtrer une seule spatialement en plaçant une fente sur son trajet en champ lointain comme le suggère le schéma du panneau (b).

A la différence de la séparation angulaire d'impulsions dans le régime λ^3, l'effet "phare attoseconde" est donc très général puisqu'il s'applique en principe à n'importe quel mécanisme de génération d'harmoniques satisfaisant la condition de phase $\phi_n(x,t) = n\phi_L(x,t)$. En outre, nous verrons dans la suite qu'il permet de contrôler précisément la direction d'émission des impulsions attosecondes par le biais de la phase absolue du laser. Enfin, à la différence du régime λ^3 de Naumova et al [55], l'effet phare attoseconde peut être mis en oeuvre avec des paramètres laser et plasma réalistes.

6.2 Couplages spatio-temporels et rotation de front d'onde

Détaillons à présent comment il est possible d'obtenir de la rotation de front d'onde au foyer du laser incident. Dans cette perspective, on introduira tout d'abord la notion de couplage spatio-temporel d'un champ électromagnétique.

Ensuite, nous verrons que la rotation de front d'onde est un couplage spatio-temporel bien particulier que l'on peut obtenir très simplement en focalisant une impulsion laser possédant un tilt de son front d'intensité. Partant de ce constat, nous calculerons analytiquement la vitesse de rotation $v_r(\xi)[mrad/fs]$ des fronts de phase du champ laser que l'on peut obtenir au foyer en focalisant une impulsion avec un tilt $\xi[fs/mm]$ de son front d'impulsion.

6.2.1 Couplages spatio-temporels d'un champ électromagnétique

Définition

Dans la suite, on considère une onde électromagnétique se propageant dans la direction donnée par son vecteur d'onde $\vec{\mathbf{k}_L}$ et on note z la coordonnée selon la direction de propagation $\vec{\mathbf{k}_L}$ du champ $\vec{\mathbf{E}}$, (x,y) les coordonnées dans le plan perpendiculaire à $\vec{\mathbf{k}_L}$ et t le temps. L'onde est entièrement caractérisée par la phase $\phi(x,y,z=z_0,t)$ ainsi que l'amplitude $E(x,z=z_0,t)$ de son champ électrique dans le plan $z=z_0$. On dira que des faisceaux de lumière ultra-brefs présentent un couplage spatio-temporel, lorsque leurs

propriétés spatiales dépendent du temps et réciproquement. Formellement, cela signifie qu'on ne pourra pas écrire le champ électrique $\vec{\mathbf{E}}$ dans le pan $z = z_0$, comme un produit d'une fonction de l'espace (x, y) et du temps t :

$$E(x, y, z = z_0, t) \neq \underbrace{E_1(t)\exp(i\phi_1(t))}_{Temps} \times \underbrace{E_2(x, y)\exp(i\phi_2(x, y))}_{Espace} \tag{6.1}$$

Pour simplifier, on se limite dans la suite à une représentation du champ suivant une seule coordonnée transverse x. L'équation (6.1) montre qu'un couplage spatio-temporel du champ électrique peut être issu, soit d'un couplage de phase ou d'amplitude, soit des deux en même temps. Néanmoins, bien que très intuitive, cette définition n'est pas la seule possible car il existe 3 autres représentations du champ électrique $\vec{\mathbf{E}}$ dans les espaces de Fourier (x, ω), (k, t) et (k, ω), k étant le vecteur d'onde associé à la coordonnée transverse x :

1. une représentation *espace* - *fréquence* (x, ω) donnée par la Transformée de Fourier (TF) du champ par rapport au temps :

$$\hat{E}(x, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(x, t)\exp(i\omega t)dt \tag{6.2}$$

   $|\hat{E}(x, \omega)|$ nous donne le contenu spectral de l'impulsion à différentes positions transverses x dans le faisceau.

2. une représentation *fréquence spatiale* - *temps* (k, t) donnée par la TF du champ en espace seulement :

$$\tilde{E}(k, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(x, t)\exp(ikx)dx \tag{6.3}$$

   Dans le cas d'une onde monochromatique λ_L ou d'une onde avec une bande spectrale étroite $\Delta\lambda/\lambda_L \ll 1$, $\tilde{E}(k, t)$ peut s'interpréter comme le champ au foyer $E(x_f, t)$ d'une optique de focale f, avec $k = k_L x_f/f$ et x_f la coordonnée transverse au foyer.

3. une représentation *fréquence spatiale* - *fréquence* (k, ω) donnée par la TF du champ en espace et en temps :

$$\tilde{\hat{E}}(k, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} E(x, t)\exp(i(kx + \omega t))dxdt \tag{6.4}$$

   Cette représentation donne un aperçu de la distribution angulaire en $\theta = k/k_L$ de chaque couleur ω.

Ainsi, on voit qu'il existe au total 8 couplages différents [quatre couplages de phase et quatre couplages d'amplitude] dans l'ensemble des quatre espaces de Fourier. En outre, nous verrons que la représentation d'un couplage spatio-temporel dans les autres domaines de Fourier sera très utile pour mieux appréhender l'origine de ce couplage.

Couplages spatio-temporels du premier ordre

Akturk et al ont montré [56] qu'il existe seulement 2 couplages indépendants du premier ordre dans le cas de faisceaux-impulsions gaussiens. Démontrons-le succintement en considérant l'expression du champ électrique $E(x,t)$ d'une impulsion laser gaussienne possédant un couplage spatio-temporel du premier ordre xt :

$$E(x,t) = E_0 \exp(a_{xx}x^2 + a_{xt}xt + a_{tt}t^2) \tag{6.5}$$

où $(a_{xx}, a_{xt}, a_{xt}) \in \mathbb{C}^3$. La signification physique de ces coefficients est la suivante :

1. $\Re\{a_{xx}\}$ est proportionnel à la taille du faisceau à un instant t donnés,
2. $\Im\{a_{xx}\}$ est le terme de courbure du front d'onde associé à la propagation du faisceau gaussien hors de son foyer,
3. $\Re\{a_{tt}\}$ est proportionnel à la durée de l'impulsion,
4. $\Im\{a_{tt}\}$ est proportionnel au chirp temporel,
5. $\Re\{a_{xt}\}$ est à l'origine d'un couplage du profil d'intensité dans le domaine (x,t). Cet effet, connu sous le nom du tilt du front d'intensité (Pulse Front Tilt en anglais abrégé en PFT), correspond à un délai d'arrivée du maximum d'intensité de l'impulsion le long de sa direction transverse. Cet effet est illustré sur la Fig. 6.2 (a). Nous détaillerons une de ses origines possibles dans le paragraphe suivant,
6. $\Im\{a_{xt}\}$ se traduit par une dépendance en espace et en temps de la phase du faisceau-impulsion. Physiquement, cette distorsion de la phase entraîne une rotation du front d'onde de l'impulsion dans le temps. Ce phénomène appelé "rotation de front d'onde" (abrégé en WFR pour WaveFront Rotation en anglais) est illustré sur la Fig. 6.2 (b).

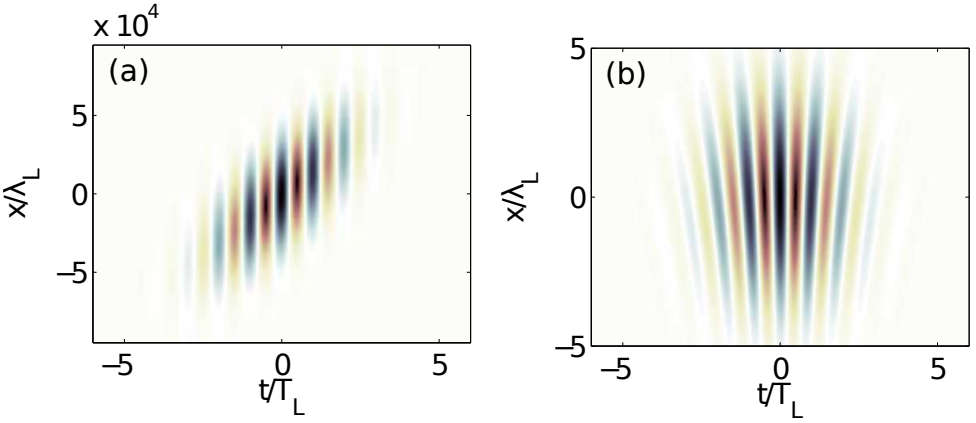

FIG. 6.2 – **Couplages du premier ordre dans l'espace** (x,t) (a) Carte d'amplitude (x,t) du champ de l'impulsion avec tilt de son front d'intensité par rapport à ses fronts de phase ($\Re\{a_{xt}\} \neq 0$ et $\Im\{a_{xt}\} = 0$). (b) Carte d'amplitude (x,t) de l'impulsion avec rotation de ses front d'onde au cours du temps ($\Re\{a_{xt}\} = 0$ et $\Im\{a_{xt}\} \neq 0$)

Le champ dans l'espace (x,ω) se déduit ensuite simplement par la transformée de Fourier :

$$\hat{E}(x,\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(x,t)\exp(-i\omega t)dt \tag{6.6}$$

En utilisant l'intégrale complexe de Fresnel :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-px^2 \pm qx\right) dx = \exp\left(\frac{q^2}{4p}\right) \frac{\sqrt{\pi}}{|p|} \tag{6.7}$$

avec $p = -a_{xx}$ et $q = a_{xt}t$, il vient :

$$\hat{E}(x,\omega) = E_0 \sqrt{\frac{\pi}{|a_{xx}|}} \exp\left(b_{xx}x^2 + 2b_{x\omega}x\omega + b_{\omega\omega}\omega^2\right) \tag{6.8}$$

où :

$$\begin{cases} b_{xx} &= a_{xx} + \frac{a_{xt}^2}{a_{tt}} \\ b_{x\omega} &= -\frac{i}{2}\frac{a_{xt}}{a_{tt}} \\ b_{\omega\omega} &= -\frac{1}{4b_{tt}} \end{cases} \tag{6.9}$$

Physiquement, ces coefficients ont la signification suivante :

1. $\Re\{b_{xx}\}$ est proportionnel à la taille du faisceau à une fréquence ω donnée,
2. $\Im\{b_{xx}\}$ est le terme de courbure du front d'onde associé à la propagation du faisceau gaussien hors de son foyer,
3. $\Re\{b_{\omega\omega}\}$ est proportionnel à la largeur de bande spectrale de l'impulsion,
4. $\Im\{b_{\omega\omega}\}$ est proportionnel à la dérive de fréquence [ou chirp],
5. $\Re\{b_{x\omega}\}$ traduit un couplage du profil d'intensité du champ dans l'espace (x,ω). Ce couplage en amplitude, connu sous le nom de chirp spatial est le pendant dans l'espace (x,ω) du tilt du front d'intensité dans l'espace (x,t). Il signifie que la fréquence centrale de l'impulsion varie avec sa coordonnée transverse x,
6. $\Im\{b_{x\omega}\}$ entraîne, à l'instar de la rotation de front d'onde dans l'espace (x,t), un tilt du front d'onde d'une quantité dépendant cette fois de la fréquence ω et non du temps. Ce couplage est plus communément appelé dispersion angulaire des fréquences abrégé en dispersion angulaire dans la suite de l'étude.

On constate d'abord que l'expression du champ électrique dans l'espace (x,ω) donnée par l'équation (6.8) est rigoureusement de la même forme que celle dans l'espace (x,t) donnée par (6.5). Seules les valeurs des coefficients de pondération des coordonnées x et ω dans le nouvel espace de Fourier changent. Ceci est valable quel que soit le domaine de Fourier dans lequel on se place. Le tableau ci-dessus 6.1 résume les relations de passage entre les coefficients de couplages d'un domaine de Fourier à un autre.

Ainsi, une fois que les couplages en amplitude et en phase sont déterminés dans un domaine de Fourier, on peut déduire les couplages dans les 3 autres domaines par simple TF. Il est intéressant de noter que dans le cas où $\Im\{a_{tt}\} = 0$ [pas de chirp temporel], la relation $b_{x\omega} = -ia_{xt}/2a_{tt}$ du système d'équations (6.9) montre qu'un couplage en amplitude dans un domaine de Fourier, se traduit par un couplage de phase dans le domaine dual et réciproquement. Par exemple, dans cette relation, un tilt du front d'intensité dans l'espace (x,t) [terme a_{xt} réel] correspond à une dispersion angulaire des fréquences de l'impulsion dans le domaine (x,ω) [terme $b_{x\omega}$ imaginaire], de même que de la rotation de front d'onde dans l'espace (x,t) [terme a_{xt} imaginaire] est associée à du chirp spatial dans l'espace (x,ω) [terme $a_{x\omega}$ réel].

(x,t)	(x,ω)	(k,ω)	(k,t)
a_{xt}	$\frac{i}{2}\frac{b_{x\omega}}{b_{\omega\omega}}$	$\frac{1}{4}\frac{c_{k\omega}}{c_{kk}c_{\omega\omega}+c_{k\omega}^2}$	$-\frac{i}{2}\frac{d_{kt}}{d_{kk}}$
$-\frac{i}{2}\frac{a_{xt}}{a_{tt}}$	$b_{x\omega}$	$-\frac{i}{2}\frac{c_{k\omega}}{c_{kk}}$	$\frac{1}{4}\frac{d_{kt}}{d_{kk}d_{tt}+d_{kt}^2}$
$\frac{1}{4}\frac{a_{xt}}{a_{xx}a_{tt}+a_{xt}^2}$	$\frac{i}{2}\frac{b_{x\omega}}{b_{xx}}$	$c_{k\omega}$	$-\frac{i}{2}\frac{d_{kt}}{d_{tt}}$
$\frac{i}{2}\frac{a_{xt}}{a_{xx}}$	$\frac{1}{4}\frac{b_{k\omega}}{b_{xx}b_{\omega\omega}+b_{x\omega}^2}$	$\frac{i}{2}\frac{c_{k\omega}}{c_{\omega\omega}}$	d_{kt}

TAB. 6.1 – **Relations entre les coefficients de couplages des 4 domaines de Fourier.**

En outre, nous avons vu dans le paragraphe précédent que $\tilde{E}(k,t)$ peut s'interpréter comme le profil spatio-temporel $E(x_f,t)$ du champ au foyer d'une optique de focale f, avec $k = k_L x_f/f$ et x_f la coordonnée transverse au foyer. La relation [tableau (6.1)] :

$$a_{xt} = -\frac{i}{2}\frac{d_{kt}}{d_{kk}} \tag{6.10}$$

suggère ainsi que pour obtenir de la rotation de front d'onde au foyer d'une optique de focale f [partie imaginaire du terme $d_{k,t}$ dans (k,t)], une méthode très simple est d'induire du tilt du front d'impulsion [partie réelle du terme a_{xt} de couplage dans (x,t)] avant focalisation. Dans la suite, on s'intéresse à la formation d'un tilt du front d'intensité par un prisme.

Un exemple de couplage spatio-temporel : le tilt du front d'intensité (PFT)

Le tilt du front d'impulsion ou d'intensité est un couplage spatio-temporel en amplitude [$\Re\{a_{xt}\} \neq 0$] qui survient par exemple lorsqu'une impulsion laser ultra-brève [à spectre large] traverse un élément optique introduisant de la dispersion angulaire [$\Im\{b_{x\omega}\} \neq 0$] de ses fréquences, comme un prisme ou un réseau de diffraction. On désigne ici par "front d'intensité" ou "d'impulsion" les instants $t_{max}(x)$ dans l'espace (x,t), auxquels l'intensité est maximale en x, x désignant toujours ici la coordonnée transverse à la propagation du laser.

Afin de mieux comprendre l'origine de ce couplage spatio-temporel, on a schématisé sur la Fig. 6.3 le passage d'une impulsion laser gaussienne ultra-brève à travers un prisme. Avant la traversée du prisme, on voit sur le graphe (i) représentant le profil spatio-temporel du champ $E(x,t)$, que ses fronts de phase [pointillés noirs] sont parallèles à son front d'intensité [trait continu rouge]. Comme la vitesse de groupe de l'onde v_g est différente de sa vitesse de phase v_ϕ dans le verre et comme différentes parties de l'impulsion traversent différentes épaisseurs de verre $d(x)$, on aura un tilt entre les fronts de phase et le front d'intensité de l'impulsion à la sortie du prisme. Dans ce cas, on voit sur le graphe (ii) que

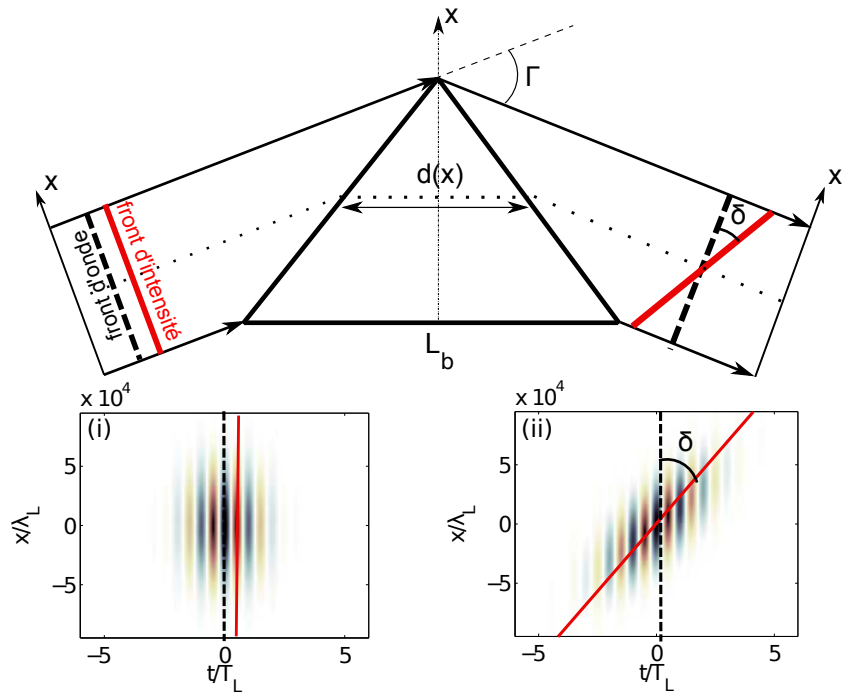

FIG. 6.3 – **Tilt du front d'intensité d'une impulsion laser ultra-brève induit par la traversée d'un prisme.** (i) Profil $E(x,t)$ du champ électrique avant la traversée du prisme (ii) Profil du champ $E(x,t)$ à la sortie du prisme. Sur ces deux cartes de champ, on a matérialisé les fronts de phase du champ en trait pointillé noir et son front d'intensité $(x, t_max(x))$ en trait plein rouge.

le front d'intensité est une droite faisant un angle δ avec les fronts de phase. On préférera dans la suite exprimer δ dans l'espace (x,t), comme le rapport ξ en $[fs/mm]$ d'un délai d'arrivée du front d'impulsion entre les deux extrémités du faisceau :

$$\xi = \frac{L_b}{v_g} - \frac{L_b}{v_\phi} \tag{6.11}$$

où L_b désigne ici la largeur de la base du prisme et où on a supposé que les extrémités du faisceau coïncidaient avec les extrémités du prisme. Dans le cas d'une impulsion gaussienne, nous avons vu que le champ électrique $E(x,t)$ possédant un tilt de son front d'intensité a la forme donnée par l'équation (6.5). En nommant w le waist laser et τ la durée d'impulsion, on obtient l'expression suivante :

$$E(x,t) = E_0 \exp\left(-2\left[\frac{t-\xi x}{\tau}\right]^2 - 2\frac{x^2}{w^2} + i\omega_L t\right) \tag{6.12}$$

L'équation ci-dessus est l'unique représentation physiquement acceptable du champ après la traversée du prisme, car elle seule conserve l'énergie initiale de l'impulsion $E_{in} \propto \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} |E(x,t)|^2 dxdt$, qui doit être constante et indépendante de la valeur de ξ choisie. Cette expression correspond à la situation physique où l'impulsion s'étale de plus en plus selon l'axe temporel [et non l'axe spatial] à mesure que l'on augmente ξ.

Nous avons illustré ici la notion de PFT dans le cas particulier d'un prisme mais on trouve également du PFT après réflexion de l'impulsion laser sur un réseau de diffraction

[Fig. 6.4]. Dans ce cas, comme l'angle d'incidence et de diffraction de l'impulsion ur le réseau ne sont pas égaux, le chemin optique accumulé varie avec la coordonné transverse x sur le réseau et induit un délai variable entre le front d'intensité et le front d'onde du laser.

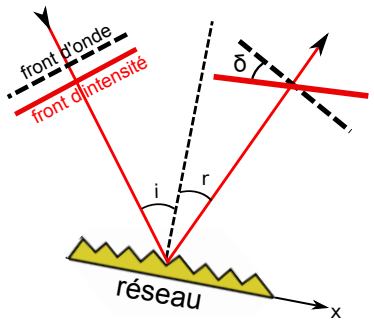

FIG. 6.4 – **Tilt du front d'intensité d'une impulsion laser ultra-brève induit par un réseau de diffraction.**

Plus généralement, on peut montrer que n'importe quel dispositif optique introduisant une dispersion angulaire des fréquences d'une impulsion laser induit inévitablement du PFT dans le domaine spatio-temporel [57]. On peut dériver simplement ce résultat en écrivant l'impulsion laser comme une superposition d'ondes planes de fréquences ω différentes :

$$E(\lambda) = E_0(\lambda)\sin(\omega t - \mathbf{k}.\mathbf{r} + \phi_0) = E_0(\lambda)\sin\phi \tag{6.13}$$

Si on suppose qu'à la sortie du dispositif dispersif, le champ électrique $\mathbf{E}$ est situé dans

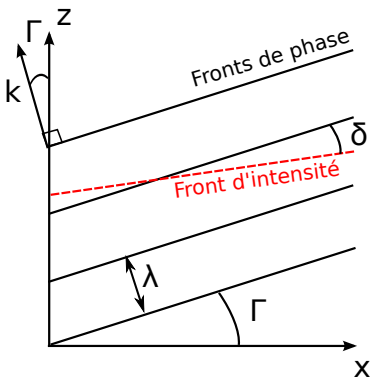

FIG. 6.5 – Représentation des fronts de phase (traits pleins noirs) et du front d'intensité (trait pointillé rouge) du laser dans le plan (x, z) et pour la longueur d'onde λ. Les fronts de phase font un angle Γ avec l'axe z. Le front d'intensité est incliné de δ par rapport aux fronts de phase.

le plan (x, z) et se propage avec un angle Γ par rapport à z [Fig. 6.5], on obtient :

$$\phi = \omega t - k_x x - k_z z + \phi_0 \tag{6.14}$$

où $k_x = -\frac{2\pi}{\lambda}\sin\Gamma$ et $k_z = \frac{2\pi}{\lambda}\cos\Gamma$. Dans le plan (x, z) les points ayant la même phase se trouvent sur des droites d'équation :

$$\phi - \phi_0 = \omega t - k_x x - k_z z = cst \tag{6.15}$$

Leur pente est définie par :

$$\alpha_\phi = -\frac{k_x}{k_z} = \tan\Gamma \tag{6.16}$$

De même, le lieu des points où l'intensité est maximale (front d'impulsion) est atteint lorsque toutes les fréquences ω du laser sont en phase i.e :

$$\frac{d\phi}{d\omega} = 0 = t - \frac{dk_x}{d\omega}x - \frac{dk_z}{d\omega}z \tag{6.17}$$

Ces points sont donc, là aussi, répartis sur une droite de pente :

$$\alpha_I = -\frac{dk_x}{dk_z} = -\frac{-d(k_z\tan\Gamma)}{dk_z} = \tan\Gamma + \frac{k_z}{\cos^2\Gamma}\frac{d\Gamma}{dk_z} \tag{6.18}$$

Plaçons-nous a présent dans un repère tel que $\Gamma = 0$ pour la fréquence centrale $\overline{\lambda}$. Dans ce cas, $k_z = k$ et $\alpha_I = -\tan\delta$ [Fig. 6.5]. Il en résulte que :

$$\tan\delta = -\alpha_I = -k\frac{d\Gamma}{dk} = \overline{\lambda}\frac{d\Gamma}{d\lambda} \tag{6.19}$$

soit avec $\delta = c\xi$:

$$\tan c\xi = \overline{\lambda}\frac{d\Gamma}{d\lambda} \tag{6.20}$$

où $d\Gamma/d\lambda$ n'est rien d'autre que la dispersion angulaire des longueurs d'onde λ du laser introduite par le dispositif [prisme ou réseau de diffraction par exemple]. L'équation (6.20) nous permettra dans la section suivante de calculer de manière très simple le PFT ξ induit par n'importe quel assemblage d'éléments optiques dispersifs.

Il convient cependant de remarquer que si la dispersion angulaire des fréquences de l'impulsion laser est bien à l'origine d'un tilt de son front d'intensité, la réciproque n'est pas vraie. En effet, selon le tableau 6.1, le terme de couplage en amplitude $\Re\{a_{xt}\}$ dans l'espace (x,t) exprimé en fonction de celui dans l'espace (x,ω) vaut :

$$\Re\{a_{xt}\} = \Re\left\{\frac{i}{2}\frac{b_{x\omega}}{b_{\omega\omega}}\right\} \tag{6.21}$$

Si $\Im\{b_{\omega\omega}\} = 0$ i.e si l'impulsion ne possède pas de chirp temporel, on a $\Re\{a_{xt}\} \neq 0$ si $\Im\{b_{xw}\} \neq 0$ et on retrouve le cas détaillé précédemmment où le PFT est associé à de la dispersion angulaire. En revanche, on peut également avoir du PFT [$\Re\{a_{xt}\} \neq 0$] si $\Im\{b_{\omega\omega}\} \neq 0$ et $\Re\{b_{xw}\} \neq 0$, i.e si l'impulsion possède du chirp temporel et du chirp spatial. A partir de l'équation (6.21), on peut donc écrire la relation qualititative suivante :

$$\underbrace{PFT}_{\text{Pulse Front Tilt}} = \underbrace{AD}_{\text{Angular Dispersion}} + \underbrace{SC}_{\text{Spatial Chirp}} \times \underbrace{TC}_{\text{Temporal Chirp}} \tag{6.22}$$

La Fig. 6.6 (a) illustre simplement comment le deuxième terme $SC \times TC$ de l'équation ci-dessus conduit à du PFT dans le domaine (x,t).

En effet, on voit très clairement sur ce graphe qu'en présence de SC et de TC, la localisation des fréquences à différentes positions x dans le faisceau et à différents instants t

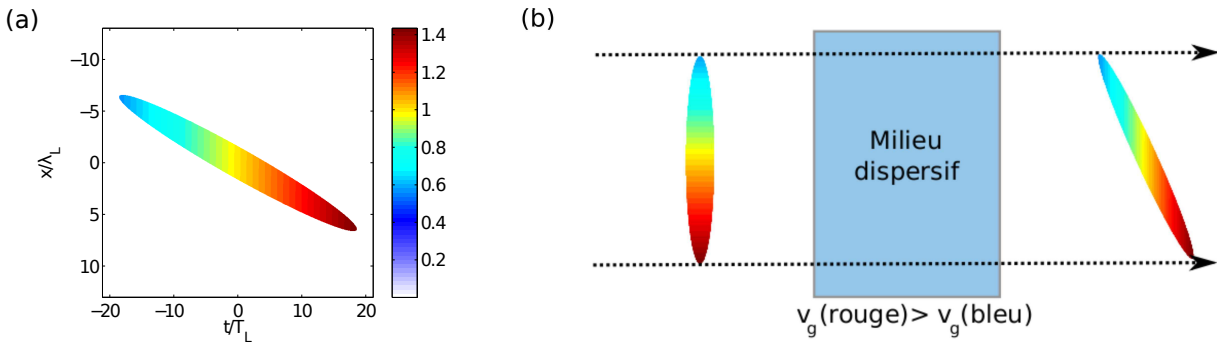

FIG. 6.6 – **Tilt du front d'intensité d'une impulsion possédant un chirp spatial et un chirp temporel.** (a) Profil d'intensité du champ $E(x,t)$ possédant un chirp temporel ($\phi^{(2)} = 300fs^2$) et un chirp spatial ($\zeta \approx 0.064\omega_L/\mu m$). L'échelle de couleur représente les fréquences ω/ω_L du champ normalisées à la fréquence centrale ω_L de l'impulsion. (b) Lame de verre induisant un chirp temporel à une impulsion possédant initialement du chirp spatial.

impose forcément un tilt du front d'intensité par rapport aux fronts de phase. En pratique, on pourra rencontrer ce couplage lorsqu'une impulsion laser possédant un chirp spatial initial traverse une lame de verre. Comme la vitesse de groupe v_g diminue avec la fréquence ω dans le verre, la partie rouge de l'impulsion sur la Fig. 6.6 (b) émergera plus tôt de la lame que la partie bleue (de fréquence plus haute). Il en résulte un tilt du front d'intensité de l'impulsion après la traversée du verre.

Si les deux termes AD et $SC \times TC$ permettent d'obtenir du PFT nous verrons toutefois dans la suite de cette étude que seul le terme de PFT induit par de la dispersion angulaire permet d'obtenir de la rotation de front d'onde au foyer d'une optique.

Origine des couplages spatio-temporels

Dans l'étude sur le tilt du front d'intensité, il apparaît que les couplages spatio-temporels sont introduits par la dispersion des fréquences optiques qui composent l'impulsion. Cette dispersion [temporelle, angulaire, spatiale] entraîne inévitablement une dépendance spatiale des propriétés spectrales du champ [amplitude et/ou phase]. L'effet de ces couplages sera d'autant plus important que la durée τ de l'impulsion est courte ou que son contenu spectral est grand. Par exemple dans le cas d'un PFT induit par de la dispersion angulaire dans un prisme, le ratio

$$\frac{\Delta\tau}{\tau} = \frac{w\xi}{\tau} \tag{6.23}$$

entre le délai $\Delta\tau$ introduit par le prisme entre les deux extrémités du faisceau et la durée d'impulsion τ est d'autant plus grand que τ est petite. Par conséquent, même si dans l'absolu, la valeur qui quantifie le PFT ξ ne varie pas avec τ, la déformation induite par ce couplage sera d'autant plus observable que la durée d'impulsion sera petite.

En réalité, même en l'absence de composants optiques dispersifs, toute impulsion laser initialement sans couplage, contractera inévitablement des couplages spatio-temporels au cours de sa propagation dans le vide. En effet, considérons un faisceau-impulsion sans

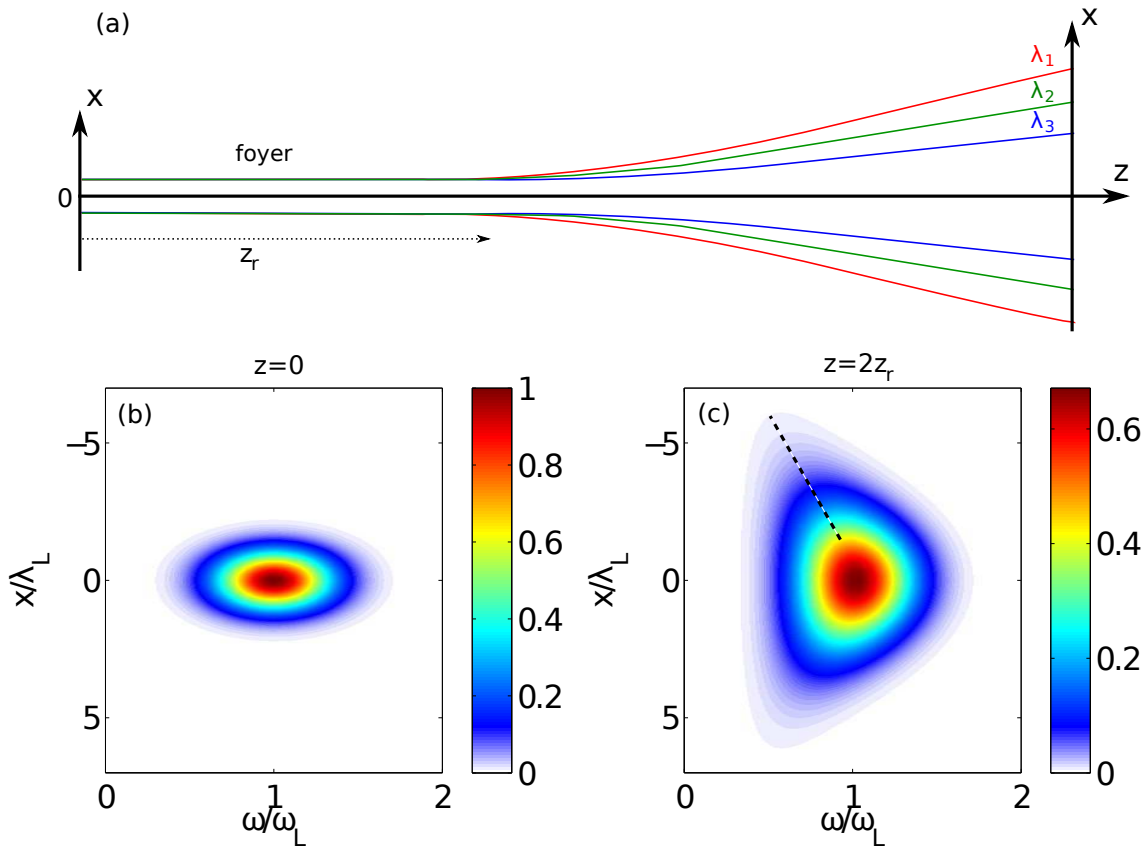

FIG. 6.7 – **La diffraction comme source de couplages spatio-temporels** (a) Diffraction dans l'espace (x, z) des composantes spectrales λ d'une impulsion laser de durée finie τ. Sur le schéma, on a $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$. (b) Spectre résolu en espace $|\hat{E}(x, \omega)|$ au foyer d'une impulsion initialement sans couplage (c) Spectre résolu en espace $|\hat{E}(x, \omega)|$ de l'impulsion propagée à une distance $d = 2z_r$.

couplage en son foyer $[z = 0]$ et calculons l'évolution de son spectre résolu en espace $\hat{E}(x, \omega, z)$ au cours de sa propagation dans l'espace libre. On note w son waist en $z = 0$ et τ sa durée d'impulsion. Sur la Fig. 6.7 (b) on a tracé le spectre du champ au foyer $|\hat{E}(x, \omega, z = 0)|$ dans le cas extrême où $\tau = 1.5T_L$ et $w = \lambda_L$. On peut voir qu'il ne dépend pas de la position x dans le faisceau et on peut écrire $\hat{E}(x, \omega, z = 0)$ comme le produit de 2 fonctions de x et ω.

Comme la diffraction d'un faisceau monochromatique dépend de sa longueur d'onde et que l'impulsion laser est composée de plusieurs longueurs d'onde λ, ses composantes spectrales auront une divergence $\theta_\lambda = \lambda/\pi w$ différentes. A une distance $z \gg z_r = \pi w^2/\lambda_L$, on voit sur la Fig. 6.7 (a) que la fréquence du champ dépend à présent de la coordonnée transverse x aux extrémités du faisceau. On obtient ainsi du chirp spatial ζ donné par :

$$\zeta(z) = z \times \frac{d\theta_\lambda}{d\lambda} = \frac{z}{\pi w} \tag{6.24}$$

Ce chirp augmente avec la distance z au foyer. Sur la Fig. 6.7 (c) représentant le spectre $|\hat{E}(x, \omega, z = 2z_r)|$ du champ en $z = 2z_r$, on voit effectivement qu'au centre du faisceau toutes les fréquences qui composent l'impulsion sont présentes et son spectre est identique

à celui en $z = 0$. Sur les bords en revanche, la fréquence centrale dépend maintenant de la coordonnée transverse x [pointillés noirs] et la bande spectrale diminue à mesure que l'on s'éloigne du centre du faisceau. En outre, les longueurs d'onde faibles divergeant plus que les longueurs d'onde élevées [Fig. 6.7 (a)], il apparait que le profil spatial du spectre $|\hat{E}(x, \omega, z)|$ dans le plan z et à une fréquence donnée ω, est plus étalé sur sa partie rouge $[\omega/\omega_L < 1]$ que sa partie bleue $[\omega/\omega_L > 1]$.

6.2.2 Du tilt du front d'intensité à la rotation de front d'onde

Etudions maintenant la focalisation d'une impulsion avec PFT induit par de la dispersion angulaire. Dans ce cas l'expression de son champ avant focalisation est donnée par l'équation (6.12) :

$$E(x_i, t) = E_0 \exp\left(-2\left[\frac{t - \xi x_i}{\tau_i}\right]^2 - 2\frac{x_i^2}{w_i^2} - i\omega_L t\right) \tag{6.25}$$

où x_i désigne ici la coordonnée transverse avant focalisation, τ_i la durée TF de l'impulsion à une position donnée dans le faisceau, w_i le diamètre du faisceau à $1/e$ et ξ le paramètre de tilt du front d'intensité. Toute durée/largeur est définie dans la suite comme durée/largeur totale à $1/e$ du profil d'intensité du faisceau-impulsion. Dans une chaîne laser CPA, ce PFT pourra être par exemple généré par le désalignement d'un des réseaux du compresseur optique qui induit une dispersion angulaire résiduelle [Fig. 6.8 (a)]. Dans l'espace (x_i, ω), le champ est donné par la transformée de Fourier par rapport à t de l'équation 6.25 :

$$\hat{E}(x_i, \omega) = \frac{E_0 \tau_i}{2} \exp\left(-2\frac{x_i^2}{w_i^2} - \frac{\tau_i^2}{8}\left[\omega - \omega_L\right]^2 + i\xi\left[\omega - \omega_L\right] x_i\right) \tag{6.26}$$

où on retrouve que le PFT dans l'espace (x_i, t) correspond à de la dispersion angulaire dans l'espace (x_i, ω).

Calcul du champ électrique au foyer d'une optique de focale f

En raison de cette dispersion angulaire résiduelle induite par le compresseur désaligné, le faisceau aura un spectre $\hat{\tilde{E}}(x_f, \omega)$ qui dépend de l'espace après sa focalisation par une optique de focale f. Son expression analytique s'obtient en calculant la transformée de Fourier $\hat{\tilde{E}}(k, \omega)$ de $\hat{E}(x_i, \omega)$ par rapport à x_i, puis en remplaçant k par son expression $k = k_L x_f f$ en fonction de la coordonnée transverse au foyer x_f :

$$\hat{E}(x_f, \omega) = \frac{E_0}{4} w_i \tau_i \exp\left[-\left((\omega - \omega_L) + 4\frac{\xi w_i}{\tau_i \tau_f}\frac{x_f}{w_f}\right)^2 \frac{\tau_f^2}{8} - 2\frac{x_f^2}{w_f^2}\right] \tag{6.27}$$

soit après simplification :

$$\hat{E}(x_f, \omega) = \frac{E_0}{4} w_i \tau_i \exp\left(-\left[\omega - \omega_\zeta(x)\right]^2 \frac{\tau_f^2}{8} - 2\frac{x_f^2}{w_f^2}\right) \tag{6.28}$$

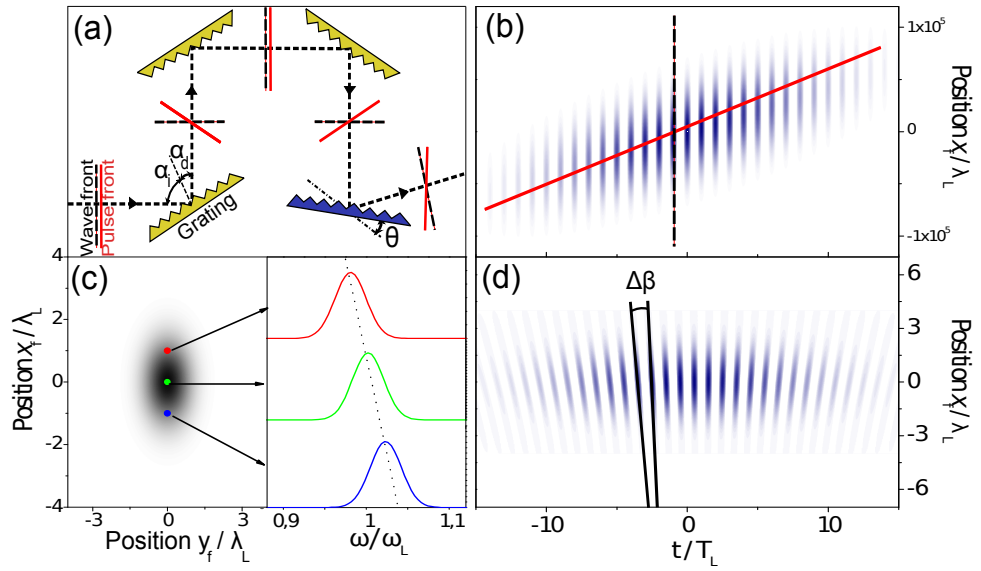

FIG. 6.8 – **Focalisation d'une impulsion possédant un tilt de son front d'impulsion** (a) illustre comment un compresseur à 4 réseaux légèrement désaligné induit un tilt du front d'intensité résiduel (b) Champ électrique $E(x_i, t)$ avant focalisation, possédant un tilt de son front d'intensité. Les zones bleues correspondent à un champ $E > 0$ et les zones blanches à $E \leqslant 0$. (c) Distribution d'intensité et spectre au foyer. La tache focale est allongée et le spectre du champ varie spatialement le long du grand axe de l'ellipse. (d) Champ électrique $\tilde{E}(x_f, t)$ au foyer de l'optique (L) avec rotation de ses fronts d'onde. Les paramètres du faisceau-impulsion avant focalisation sont $\tau_i = 25fs$, $w_i = 70mm$ et $\xi = \tau_i/w_i = 0.36fs/mm$. Avec $f = 200mm$, il en résulte que $w_f = 2.6\lambda_L$, $\tau_f = 35fs$ et $v_r = 7mrad/fs$. Ces paramètres sont typiques d'un laser femtoseconde de puissance standard.

avec :

$$\omega_\zeta(x) = \omega_L - \zeta x_f \tag{6.29}$$

où :

$$\zeta = 4\frac{\xi w_i}{\tau_i \tau_f w_f} \tag{6.30}$$

est le paramètre de chirp spatial et où la durée τ_f d'impulsion, et la taille de faisceau w_f au foyer sont donnés par :

$$\tau_f/\tau_i = w_f/w_0 = \sqrt{1 + (w_i\xi/\tau_i)^2} \tag{6.31}$$

avec $w_0 = 2(\lambda_L f/\pi w_i)$ le waist du faisceau au foyer lorsque $\xi = 0$. A présent, la fréquence centrale $\omega_\xi(x_f)$ dépend de la coordonnée x_f au foyer. Ce couplage en amplitude brièvement présenté dans la section d'introduction 6.2.1 est appelée chirp spatial. Lorsque ξ augmente, la dispersion angulaire augmente avant focalisation et l'étalement des composantes spectrales devient de plus en plus important. Spatialement, la tache focale devient elle, de plus en plus elliptique dans la direction du chirp spatial [Fig.6.8 (c)]. Parallèlement, la durée d'impulsion τ_f augmente elle aussi, en raison de la réduction de la bande spectrale locale : les fréquences étant étalées spatialement au foyer, le contenu spectral à une position donnée x_f diminue.

Dans le domaine temporel, ce chirp spatial est associé à une rotation des fronts de phase du champ $\tilde{E}(x_f, t)$ au foyer [Fig. 6.8 (d)]. En effet, si on calcule la transformée de

Fourier inverse de $\hat{E}(x_f, \omega)$ par rapport à ω, on obtient l'expression $\tilde{E}(x_f, t)$ du champ au foyer de l'optique :

$$\begin{aligned} \tilde{E}(x_f, t) &\propto \exp\left(-2\frac{t^2}{\tau_f^2} - 2\frac{x_f^2}{w_f^2}\right) \times \exp(i\varphi(x_f, t)) \\ \varphi(x_f, t) &= \zeta x_f t + \omega_L t \end{aligned} \tag{6.32}$$

Pour comprendre qualitativement comment du chirp spatial dans le domaine spatio-spectral (x_f, ω) correspond à de la rotation de front d'onde dans le domaine spatio-temporel (x_f, t), nous avons représenté le profil temporel du champ de l'équation (6.32), en différents points de la tache focale [courbes de la Fig. 6.9]. En présence de chirp spatial, on peut voir sur la Fig. 6.9 que la fréquence du champ est plus élevée dans la partie basse de la tache focale que dans sa partie haute. En conséquence, les zéros du champ seront plus espacés dans la partie haute que dans la partie basse du foyer. Si l'on trace maintenant les zéros du champ sur l'ensemble de la tache focale, qui correspondent en fait aux fronts de phase du laser, on constate que leur direction tourne dans le temps.

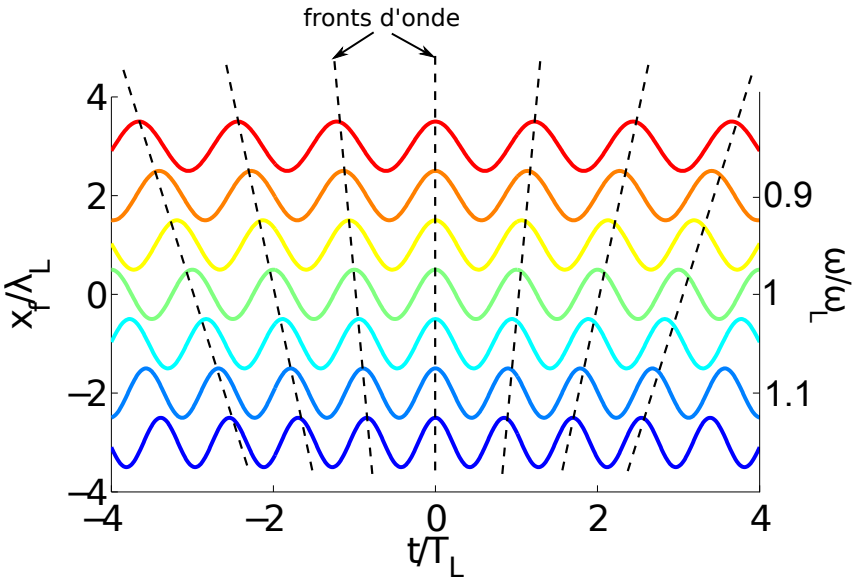

FIG. 6.9 – **Chirp spatial et rotation de front d'onde au foyer.** Les courbes en couleur représentent le profil temporel du champ de l'équation (6.32) en différents points de la tache focale. Les lignes en pointillés, qui matérialisent les points de l'espace (x, t) où le champ est nul, correspondent à ses fronts d'onde.

Calculons à présent la vitesse de rotation de ces fronts d'onde. La direction instantanée de propagation de la lumière $\beta(t)$ est simplement donnée par $\beta \approx k_\perp(t)/k_L$ où $k_\perp(t) = \partial\varphi/\partial x_f$ est la composante transverse du vecteur d'onde laser $k_L = \omega_L/c$. Le terme de couplage $x_f t$ dans la phase φ implique que β et par conséquent, le front d'onde instantané du laser, tournent dans le temps à la vitesse $v_r = d\beta/dt$ donnée par :

$$v_r = \zeta \frac{c}{\omega_L} \tag{6.33}$$

En utilisant la valeur de ζ donnée par l'équation (6.30) on obtient finalement :

$$v_r = \frac{w_i^2}{f\tau_i^2}\frac{\xi}{1+\left(w_i\xi/\tau_i\right)^2} \tag{6.34}$$

Dans le tableau 6.2 ci-dessous, on résume les couplages de l'impulsion dans les 4 domaines avant (x_i,t), (x_i,ω) et après focalisation (x_f,t), (x_f,ω) ainsi que les paramètres de couplage associés.

Espace	Avant focalisation		Foyer	
	(x_i,t)	(x_i,ω)	(x_f,t)	(x_f,ω)
Couplage	PFT	AD	WFR	SC
Paramètre	ξ	α	v_r	ζ
Valeur	$\arctan\left(\lambda_L\frac{d\Gamma}{d\lambda}\right)$	$\frac{d\Gamma}{d\lambda}$	$\frac{w_i^2}{f\tau_i^2}\frac{\xi}{1+\left(w_i\xi/\tau_i\right)^2}$	$\frac{\omega_L}{c}v_r$

TAB. 6.2 – **Tableau récapitulatif des couplages et des paramètres associés.** Les acronymes utilisés PFT, AD, WFR et SC désignent respectivement le tilt du front d'intensité (Pulse Front Tilt en anglais), la dispersion angulaire (Angular Dispersion), la rotation de front d'onde (Wavefront Rotation) et le chirp spatial (Spatial Chirp).

Vitesse de rotation maximale

Sur la Fig. 6.10, on a tracé l'évolution de la vitesse de rotation v_r au foyer en fonction du tilt du front d'intensité ξ avant focalisation. Pour $\xi = 0$, la vitesse de rotation est nulle et on retrouve le cas d'un faisceau usuel sans rotation de front d'onde. Ensuite, lorsque $\xi > 0$ croît, $v_r(\xi)$ augmente d'abord jusqu'à atteindre un maximum en $\xi = \xi_0$ puis décroît au-delà et s'annule lorsque $\xi \to +\infty$. En dérivant la vitesse de rotation de l'équation (6.34) par rapport à ξ et en cherchant la valeur du PFT qui annule cette dérivée, on obtient :

$$\left\{\begin{array}{rcl} \xi_0 & = & \tau_i/w_i \\ v_r^{max} & = & w_i/2f\tau_i = \theta_L/2\tau_i \end{array}\right. \tag{6.35}$$

La présence de ce maximum peut s'expliquer plus intuitivement en écrivant $v_r \approx \Delta\theta/\Delta t$ comme le rapport de l'angle $\Delta\theta$ balayé par le vecteur d'onde $\vec{\mathbf{k}}_L$ durant l'intervalle de temps Δt. La vitesse de rotation maximale v_r^{max} sera atteinte lorsque la lumière balaye l'angle le plus grand possible, à savoir la divergence du laser $\Delta\theta = \theta_L$, pendant la durée la plus courte possible pour cette impulsion qui n'est rien d'autre que sa limite de Fourier $\Delta t = \tau_i$. On retrouve ainsi le fait que $v_r^{max} \propto \theta_L/\tau_i$. Cette vitesse de rotation maximale est atteinte pour un tilt du front d'intensité ξ_0, correspondant à un délai égal à la durée τ_i de l'impulsion entre les deux "extrémités" du faisceau [distantes de w_i], avant focalisation. Au-delà de ce maximum, pour des valeurs de $\xi \gg \xi_0$ élevées, la lumière balaye toujours le

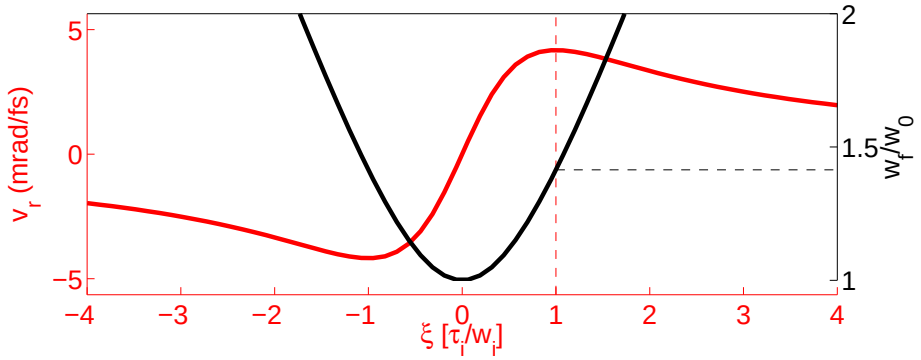

FIG. 6.10 – **Evolution de v_r et w_f avec le tilt du front d'intensité** ξ exprimé ici en unités τ_i/w_i. Les courbes ont été tracées pour une durée $\tau_i = 25fs$, une taille de faisceau $w_i = 60mm$ et une focale $f = 300mm$. Dans ce cas la divergence laser vaut $\theta_l = w_i/f = 200mrad$ et la vitesse maximale $v_r^{max} = 4mrad/fs$.

même angle $\Delta\theta = \theta_L$ mais pendant la durée $\Delta t = \tau_f(\xi)$, qui augmente significativement avec ξ : ceci entraîne une diminution de la vitesse de rotation v_r.

Notons enfin que pour $\xi = \xi_0$, on a $w_f = \sqrt{2}w_i$ [Fig. 6.10] et $\tau_f = \sqrt{2}\tau_i$, ce qui entraîne une réduction d'un facteur deux seulement de l'intensité laser au foyer.

Calcul du champ électrique hors foyer

Dans la pratique, on ne réalise pas toujours la génération d'harmoniques au foyer. Dans la partie 3 de ce manuscrit, nous verrons par exemple que pour contrôler la divergence des harmoniques Doppler à l'aide de la phase du laser, il est nécessaire de déplacer la cible hors de son foyer. De plus, dans le cas des harmoniques gaz, la condition d'accord de phase impose également de placer le jet de gaz en dehors du foyer laser.

Dans cette optique, nous avons calculé, à l'aide de l'intégrale d'Huygens-Fresnel [cf. Partie 2], l'expression analytique $\hat{E}(x,\omega,z)$ du spectre du champ à une distance z du foyer [situé en $z = 0$] :

$$\hat{E}(x,\omega,z) = \frac{i}{\sqrt{\lambda_L z}} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{E}(x\prime,\omega,z=0) \exp\left[-\frac{ik_L}{2z}(x\prime - x)^2\right] dx\prime \tag{6.36}$$

où x désigne ici la coordonnée transverse à la propagation du champ et $\hat{E}(x,\omega,z=0)$ le spectre de l'impulsion laser au foyer d'une lentille de focale f calculé en (6.27) :

$$\hat{E}(x_f,\omega,z=0) = \frac{E_0}{4} w_i \tau_i \exp\left(-\left[\omega - \omega_L - \zeta x\right]^2 \frac{\tau_f^2}{8} - 2\frac{x_f^2}{w_f^2}\right) \tag{6.37}$$

avec ζ le paramètre de chirp spatial au foyer. L'équation (6.36) s'intègre en utilisant la formule (6.7) donnant l'intégrale complexe de Fresnel :

$$\hat{E}(x,\omega,z) \propto \exp\left[-2\frac{x^2}{w(z)^2} - \frac{\tau(z)^2}{8}(\omega - \omega_L - \zeta(z)x)^2\right] \times \exp\left[i\xi(z)x\omega - i\phi^{(2)}(z)(\omega - \omega_L)^2\right] \tag{6.38}$$

où :

1. $\tau(z)$ est le paramètre suivant :

$$\tau(z) = \tau_i \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{\xi w_i}{\tau_i}\right)^2 + 4\left(\frac{z}{z_r}\right)^2}{1 + 4\left(\frac{z}{z_r}\right)^2}} \tag{6.39}$$

   Lorsque $z = 0$, on a $\tau(z = 0) = \tau_f$ et lorsque $\xi = 0$ on retrouve $\tau(z) = \tau_i, \forall z$. En outre, lorsque $z \to \infty$, on vérifie bien que $\tau(z) = \tau_i$.

2. $w(z)$ est la taille du faisceau à l'abscisse z :

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\xi w_i}{\tau_i}\right)^2 + 4\left(\frac{z}{z_r}\right)^2} \tag{6.40}$$

   avec $z_r = \pi w_0^2/\lambda_L$ la longueur de Rayleigh du faisceau en l'absence de chirp spatial au foyer. En $z = 0$, on a $w(z = 0) = w_0\sqrt{1 + (\xi w_i/\tau_i)^2} = w_f$ et pour $\xi = 0$ on retrouve l'évolution avec z du waist d'un faisceau gaussien usuel : $w(z) = w_0\sqrt{1 + 4\,(z/z_r)^2}$.

3. $\zeta(z)$ le paramètre de chirp spatial en z :

$$\zeta(z) = \frac{\zeta}{1 + (w_0 z/w_f z_r)^2} \tag{6.41}$$

   en $z = 0$, on vérifie que $\zeta(z = 0) = \zeta$. Lorsque $z \to \infty$, on retrouve en remplaçant x par zx_i/f dans l'équation (6.36) ci-dessus que le chirp spatial avant focalisation $\zeta_i(z) = \zeta(z) \times z/f \underset{z\to\infty}{\to} 0$ est bien nul.

4. $\xi(z)$ le paramètre défini par :

$$\xi(z) = \frac{4fz/z_r^2}{1 + 4\,(z/z_r)^2}\xi \tag{6.42}$$

   en $z = 0$, on a $\xi(z = 0) = 0$ et on retrouve le fait que l'impulsion n'a pas de tilt de son front d'intensité. Avant focalisation, la valeur de $\xi_i(z) = \xi(z) \times z/f \underset{z\to\infty}{\to} \xi$ correspond au PFT initial. Toutefois, entre ces deux cas limites, $\xi(z)$ ne correspond pas à la valeur du PFT dans l'espace (x, t).

5. Le terme $\phi^{(2)}(z)$ correspond au chirp fréquentiel, issu de la propagation des composantes fréquentielles du laser dans différentes directions :

$$\phi^{(2)}(z) = \frac{(z_r/f)^2}{2k_L} \frac{\xi^2 z}{1 + 4\,(z/z_r)^2} \tag{6.43}$$

   Ce chirp est nul au foyer $\phi^{(2)}(z = 0) = 0$ et avant focalisation par la lentille $\phi^{(2)}(z) \underset{z\to\infty}{\to} 0$.

6. En effectuant la transformée de Fourier inverse par rapport à ω de $E(x,\omega,z)$, nous avons également calculé la vitesse de rotation $v_r(z)$ des fronts de phase du champ en z :

$$v_r(z) = \frac{c}{\omega_L}\frac{\zeta(z)\tau(z) + 32\xi(z)\phi^{(2)}(z)}{\tau(z)^2 + 64\phi^{(2)}(z)^2} \tag{6.44}$$

En $z = 0$, on retrouve $v_r(z=0) = \zeta c/\omega_L$. Avant focalisation ou en champ lointain, on vérifie également $v_r(z \to +\infty) = 0$.

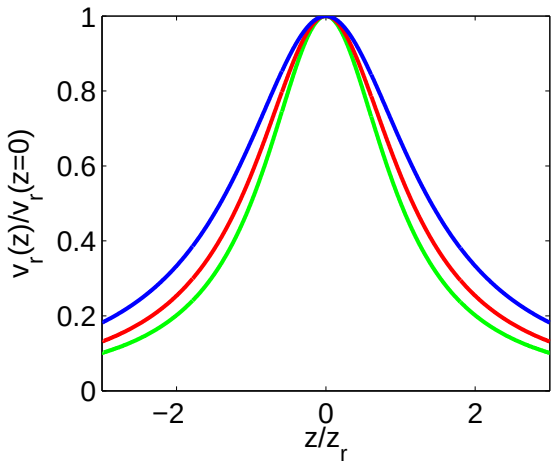

FIG. 6.11 – **Evolution de la vitesse de rotation v_r hors du foyer.** Les courbes verte, rouge et bleue représentent l'évolution de la vitesse de rotation $v_r(z)$ des fronts de phase du champ en fonction de la distance z au foyer du laser (situé en $z = 0$) pour des valeurs $\xi_{verte} = 0.1\tau_i/w_i$, $\xi_{rouge} = 0.6\tau_i/w_i$ et $\xi_{bleue} = \tau_i/w_i$ du tilt du front d'intensité avant focalisation. Dans chaque cas, on a normalisé $v_r(z)$ par sa valeur en $z = 0$.

L' évolution de $v_r(z)$avec z est représentée sur la courbe Fig. 6.11, pour 3 valeurs différentes du tilt du front d'intensité initial ξ. Dans le cas $\xi = \tau_i/w_i$ [courbe bleue], on constate d'abord que la vitesse de rotation en $z = z_r$ est diminuée de 30% seulement par rapport à sa valeur en $z = 0$. Cette diminution dépend de la valeur de ξ : elle est d'autant plus importante que la valeur de ξ est petite. Ainsi, pour $\xi = 0.6\tau_i/w_i$ [courbe rouge], on observe une diminution de 50% et jusqu'à 60% dans le cas $\xi = 0.6\tau_i/w_i$ [courbe verte]. Cette tendance est issue du fait que la tache focale du laser $w_f(\xi)$ croît lorsque ξ augmente, ce qui accroît la longueur de Rayleigh effective du faisceau i.e la distance sur laquelle le faisceau reste focalisé. Dans la suite, on calcule le PFT ξ pour lequel la vitesse de rotation des fronts de phase est maximale au foyer de l'optique en $z = 0$.

6.2.3 Réalisation pratique d'une impulsion avec tilt de son front d'intensité

On détaille ici une technique expérimentale très simple permettant d'obtenir du tilt du front d'intensité sur une installation multi-TW. Cette méthode non invasive repose sur le désalignement d'un des réseaux du compresseur optique dont on rappelle d'abord très brièvement le fonctionnement.

Principe d'un compresseur optique

Dans un laser basé sur la technique CPA [1], on étire l'impulsion femtoseconde temporellement avant de l'amplifier, dans le but d'éviter des effets non-linéaires et le claquage de certains composants de la chaîne optique. On recomprime ensuite cette impulsion avec un dispositif similaire à celui qui réalise son étirement, que l'on appelle un compresseur optique. Un étireur/compresseur est composé d'éléments dispersifs [réseaux le plus souvent], qui introduisent un chemin optique différent pour les fréquences qui composent le spectre de l'impulsion laser.

Dans le cas de l'étireur, on sépare d'abord temporellement ces fréquences [chirp temporel] en les faisant parcourir des chemins optiques différents. L'impulsion laser devient alors plus longue et peut être amplifiée sans risque d'endommager les autres composants optiques de la chaîne laser. Le compresseur recombine ensuite les différentes fréquences temporellement, en effectuant l'opération inverse de l'étireur afin d'obtenir une nouvelle impulsion femtoseconde, beaucoup plus énergétique que la première. Dans les installations laser actuelles, on distingue principalement les configurations suivantes :

1. compresseur à 2/4 réseaux [très courant],
2. compresseur à 4 prismes [plus rare].

Dans la suite, on quantifie la dispersion angulaire $\frac{d\Gamma}{d\lambda}$ introduite par le désalignement d'un angle θ d'un des réseaux d'un compresseur à 4 réseaux de la Fig. 6.8 (a). Les applications numériques seront réalisées pour des paramètres réalistes, conformes à ceux d'une des principales installations femtosecondes multi-TW du Plateau de Saclay : le laser UHI100 (durée $\tau = 25fs$ FWHM, diamètre D=50mm FWHM).

Cas d'un compresseur à 4 réseaux

La configuration d'un compresseur à 4 réseaux représentée sur la Fig. 6.8 (a) a déjà été introduite précédemment. Lorsqu'on désaligne le dernier réseau de la chaîne de compression, on introduit un tilt du front d'impulsion que l'on souhaite calculer. On supposera que les deux premiers réseaux sont correctement alignés et qu'ils n'introduisent, par conséquent, aucune dispersion angulaire. Pour calculer ξ, il suffit de calculer la dispersion angulaire introduite par les 2 derniers réseaux désalignés d'un angle θ. On a les relations suivantes pour les deux réseaux [Fig. 6.12] :

$$\sin i + \sin r = m\frac{\lambda}{a} \tag{6.45}$$

$$\sin(r-\theta) + \sin\Gamma = q\frac{\lambda}{a} \tag{6.46}$$

En différentiant les deux équations ci-dessus, on obtient :

$$\frac{dr}{d\lambda} = \frac{m}{a\cos r} \tag{6.47}$$

$$\frac{d\Gamma}{d\lambda}\cos\Gamma = \frac{q}{a} - \cos(r-\theta)\frac{dr}{d\lambda} \tag{6.48}$$

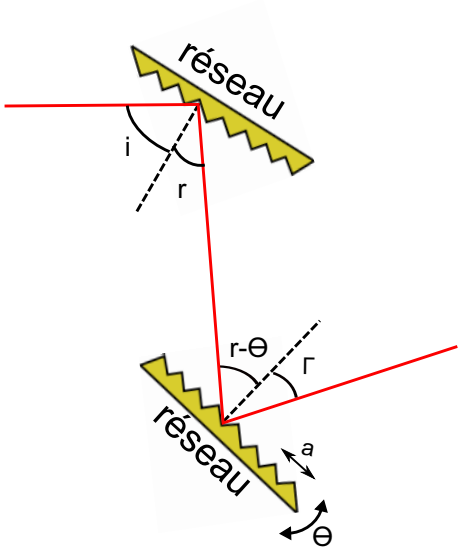

FIG. 6.12 – Desalignement de la deuxième paire de réseaux du compresseur d'un angle θ

soit

$$\frac{d\Gamma}{d\lambda} = \frac{1}{a\cos\Gamma}\left(q - m\frac{\cos(r-\theta)}{\cos r}\right) \tag{6.49}$$

Lorsque $\theta = 0$, on a $\dfrac{d\Gamma}{d\lambda} = 0$ soit $q = m$. Cela impose de travailler au même ordre pour les deux réseaux. Dans la suite, on travaille à l'ordre $m = 1$. D'après la relation 6.46 on a :

$$\cos\Gamma = \sqrt{1 - \left[\frac{\lambda}{a} - \sin(r-\theta)\right]^2} \tag{6.50}$$

Il en résulte que :

$$\frac{d\Gamma}{d\lambda} = \frac{1 - \dfrac{\cos(r-\theta)}{\cos r}}{a\sqrt{1 - \left[\frac{\lambda}{a} - \sin(r-\theta)\right]^2}} \tag{6.51}$$

Dans l'approximation des petits angles, on obtient, à l'ordre 1 en θ :

$$\frac{d\Gamma}{d\lambda} \approx -\frac{\tan r}{a\cos i}\theta = -\frac{\tan r}{a\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{a} - \sin r\right)^2}}\theta \tag{6.52}$$

le PFT ξ nous est alors donné par l'équation (6.20) liant dispersion angulaire et tilt du front d'intensité :

$$\tan c\xi \approx -\frac{\overline{\lambda}}{a}\frac{\tan r}{\cos i}\theta \tag{6.53}$$

Application numérique

Dans le cas du compresseur à réseaux de la chaîne laser UHI100 :

- le réseau comporte 1400 traits/mm (i.e $a \approx 0.7\mu m$) ,
- le laser a un angle d'incidence $i = 47°$ et un angle de réflexion $r = 17.6°$ à l'ordre m=1 sur le premier réseau [Fig. 6.12],
- la longueur d'onde centrale $\overline{\lambda}$ vaut $0.8\mu m$.

La courbe de la Fig. 6.13 montre l'évolution du tilt du front d'impulsion ξ en $fs.mm^{-1}$, en fonction de l'angle de désalignement θ en ° du dernier réseau . Pour l'impulsion laser d'UHI 100 (Diamètre $D = 50mm$ FWHM en intensité et durée $\tau = 25fs$ FWHM en intensité), le tilt du front d'impulsion maximisant la vitesse de rotation des fronts de phase du laser après sa focalisation vaut :

$$\xi_{max} = \frac{\tau}{D} = 0.5fs.mm^{-1} \tag{6.54}$$

Pour atteindre cette valeur, la courbe représentée figure 6.13 montre qu'il faudra tourner

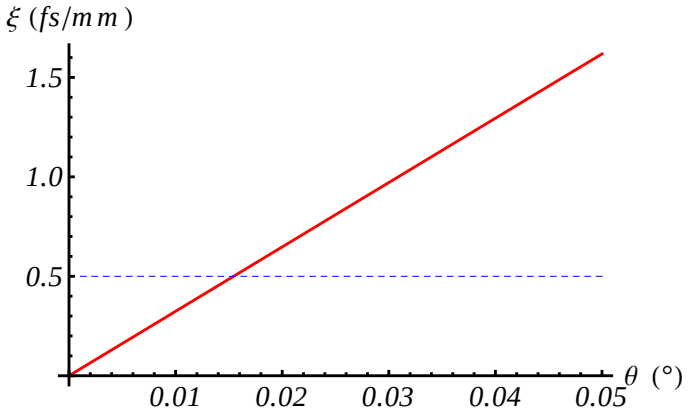

FIG. 6.13 – Evolution du tilt du front d'impulsion ξ en $fs.mm^{-1}$ avec l'angle de désalignement θ en degrés du compresseur (courbe en trait plein rouge). La courbe en pointillés bleus correspond à un tilt du front d'impulsion de $0.5fs.mm^{-1}$, nécessaire à l'obtention d'une vitesse maximale de rotation des fronts de phase après focalisation de l'impulsion laser UHI100 ($D = 50mm$,$\tau = 25fs$) par une parabole.

le dernier réseau d'un angle $\theta_{max} \approx 0.015°$! Les moteurs pas à pas actuels permettent d'atteindre des précisions de l'ordre de $10^{-4}°$. Cette valeur d'angle θ_{max} est donc accessible expérimentalement.

Autres méthodes

Il existe de nombreuses autres méthodes qui reposent cette fois sur l'ajout de composants optiques dispersifs dans la chaîne laser [prismes et réseaux]. En particulier, nous avons étudié la dispersion angulaire introduite par un prisme seul et un réseau seul. Il ressort de cette étude qu'il est en général préférable d'utiliser une paire d'optiques dispersives [prismes ou réseaux] plutôt qu'une seule optique dispersive, car cela permet de contrôler beaucoup plus précisément le tilt du front d'intensité par un léger désalignement du système.

6.3 Conditions d'obtention d'impulsions attosecondes séparées angulairement

Dans cette section, on établit dans quelles conditions il est possible d'isoler angulairement les impulsions attosecondes du train à l'aide d'une impulsion laser possédant de la rotation de front d'onde au foyer, là où survient le processus de génération d'harmoniques.

6.3.1 Critère général de séparation angulaire

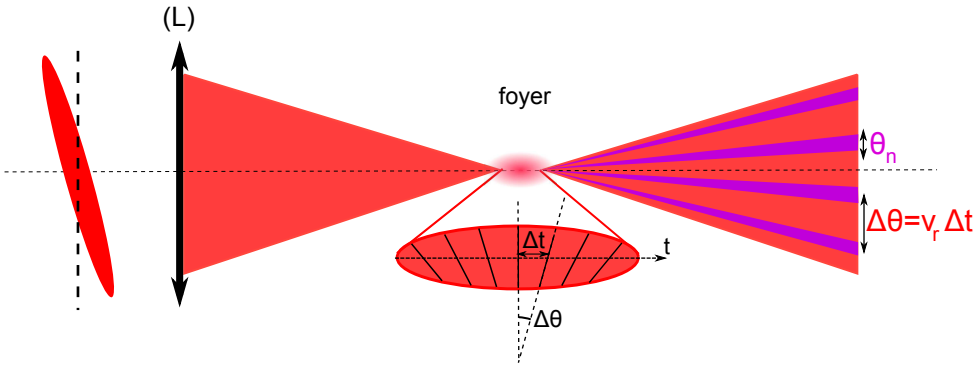

FIG. 6.14 – **Séparation d'impulsions attosecondes à l'aide du mécanisme du phare attoseconde.** Un faisceau laser de N_c cycles optiques, avec tilt de son front d'intensité est focalisé à l'aide d'une optique (L) sur une cible solide ou gazeuse. En raison de la rotation des fronts de phase du laser au foyer de (L) et de la cohérence du processus de génération d'harmoniques, N faisceaux harmoniques centrés sur la fréquence $n\omega_L$ et de divergence θ_n sont émis dans des directions différentes données par la direction de propagation du laser aux instants de génération. Chaque faisceau harmonique contient une impulsion attoseconde unique. $\Delta\theta$ est l'angle duquel a tourné le front d'onde du laser pendant l'intervalle de temps Δt entre l'émission de deux impulsions attoseconde successives.

Le schéma de la Fig. 6.14 illustre comment l'effet phare attoseconde peut être utilisé pour produire N faisceaux harmoniques séparées angulairement, chaque faisceau contenant une impulsion attoseconde unique. Ce schéma de principe donne également un aperçu des conditions que devront pour cela remplir la vitesse de rotation v_r des fronts d'onde et la divergence θ_n du faisceau harmonique.

En effet, pour pouvoir séparer deux impulsions du train, l'angle de rotation $\Delta\theta = v_r\Delta t$ du front d'onde du laser, pendant l'intervalle de temps Δt entre l'émission de deux impulsions attosecondes successives doit être supérieur à la divergence du faisceau harmonique θ_n centré sur la fréquence $n\omega_L$:

$$\Delta\theta = v_r\Delta t \gtrsim \theta_n \tag{6.55}$$

Comme v_r ne peut excéder $v_r^{max} = \theta_L/2\tau_i$, le vecteur d'onde laser balaiera au maximum un angle $\Delta\theta^{max} = v_r^{max}\Delta t$ pendant l'intervalle $\Delta t = T_L/p$, où p désigne ici le nombre d'impulsions attosecondes émises pendant chaque cycle optique T_L. La condition à remplir peut donc s'exprimer sous la forme :

$$\frac{\theta_n}{\theta_L} \lesssim \frac{1}{pN_c} \tag{6.56}$$

où $N_c = \tau_i/T_L$ désigne le nombre de cycles optiques du laser sur la cible. Le critère (6.56) étant approché, on se propose maintenant de déterminer quantitativement le ratio maximum θ_n/θ_L acceptable, pour pouvoir séparer angulairement les impulsions attosecondes du train.

6.3.2 Vers un critère plus quantitatif

Problématique

Une fois les impulsions séparées angulairement en champ lointain à l'aide de WFR au foyer, la Fig. 6.15 illustre comment l'adjonction d'une fente sur le trajet d'une de ces impulsions permet d'en isoler une seule spatialement. A la sortie de la fente, on a

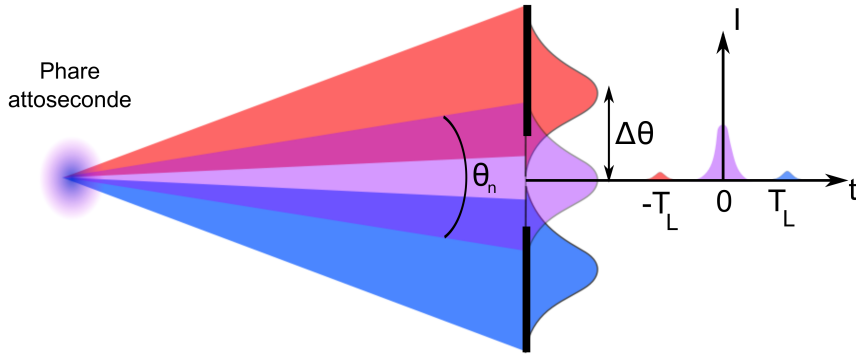

FIG. 6.15 – **Filtrage spatial d'une impulsion émise par le mécanisme du phare attoseconde.**

représenté le profil temporel du champ filtré spatialement. On distingue une impulsion attoseconde principale et des pics satellites à $\pm T_L/p$ qui correspondent en fait aux parties des faisceaux adjacents qui traversent eux aussi la fente.

Le choix de la largeur de la fente qui permet de filtrer spatialement une seule impulsion attoseconde va résulter d'un compromis entre deux contraintes principales [Fig. 6.15] :

1. Tout d'abord, plus la fente est étroite, et plus le contraste $1/\gamma$ entre l'énergie contenue dans l'impulsion attoseconde principale et celle de ses satellites issus des faisceaux adjacents (à $\pm T_L/p$) sera important,
2. Ensuite, plus la fente sera large, et plus la fraction f de l'énergie totale retenue dans le faisceau par la fente sera importante.

Une fois la fente introduite dans le faisceau harmonique que l'on souhaite sélectionner, le contraste γ dépend du ratio entre la divergence θ_n du faisceau et l'angle $\Delta\theta = v_r\Delta t$ entre deux faisceaux harmoniques adjacents [Fig. 6.15] déterminé par la vitesse de rotation v_r : plus la divergence harmonique est importante et plus le contraste γ sera faible. De même, plus v_r et donc $\Delta\theta = v_r\Delta t$ est grand et plus γ sera important. La fraction d'énergie f, elle, dépend uniquement de la divergence θ_n. Plus θ_n augmente et plus la fraction d'énergie retenue par la fente sera faible. Dans la section qui suit, on se propose de calculer pour la vitesse de rotation $v_r = v_r^{max}$, le ratio maximum θ_n/θ_L acceptable qui permet d'obtenir des valeurs données de γ et f. Formellement, ceci revient également à déterminer la borne

supérieure du rapport $\theta_n/\Delta\theta = \theta_n/\theta_L pN_c$ pour laquelle on obtient un contraste γ et une énergie f, soit à déterminer $\alpha = O(1)$ telle que :

$$\frac{\theta_n}{\theta_L} \leqslant \alpha \frac{1}{pN_c} \tag{6.57}$$

Calcul du ratio θ_n/θ_L maximum dans le cas de faisceaux gaussiens

Pour des paramètres lasers fixés, la valeur de $\Delta\theta$ maximale, est déterminée par la vitesse de rotation maximale $v_r^{max} = \theta_L/2\tau_i$ de v_r et est donnée par $\Delta\theta^{max} = \theta_L/2pN_c$. Dans la suite, on se place dans ce cas optimal qui peut être facilement réalisé expérimentalement. Notons E_1 l'énergie de l'impulsion attoseconde principale après la fente (zone

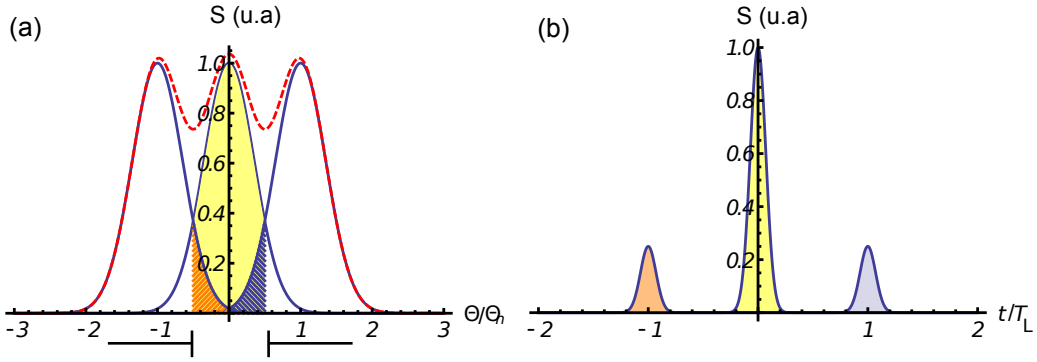

FIG. 6.16 – (a) Profils angulaires de 3 impulsions attosecondes adjacentes générées par l'effet de phare attoseconde. Les gaussiennes en traits bleus correspondent aux profils angulaires de chacune des trois impulsions attosecondes voisines. La courbe en pointillés rouges, qui correspond à la somme des trois courbes bleues, est le signal qui pourrait être enregistré par un détecteur placé sur un écran placé en champ lointain. En introduisant une fente dans le faiseau harmonique, on filtre spatialement la partie jaune de l'impulsion centrale mais aussi les pieds des faisceaux satellites (portions rayées bleue et orange). (b) Profil temporel d'intensité intégré angulairement après filtrage par la fente représentée en (a). L'impulsion jaune centrale correspond à la zone jaune en (a), tandis que ses satellites en orange/bleu correspondent aux aires orange/bleue en (a). Ici, le contraste d'intensité entre l'impulsion centrale et ses satellites vaut $\gamma = 0.1$.

jaune sur la Fig. 6.16), et E_2 l'énergie d'un des satellites (zone bleue ou orange sur la figure 6.16 (a), suposées identiques). Nous supposons que toutes les impulsions attosecondes générées sont gaussiennes, avec la même énergie totale E_T et la même largeur à $1/e$, θ_n. Le principal faisceau harmonique est supposé centré en $\theta = 0$ de telle sorte que ses satellites sont eux, centrés en $\pm\Delta\theta^{max}$. Le contraste entre l'impulsion centrale et ses satellites vaut $\gamma = E_2/E_1$ où E_1 et E_2 sont donnés par :

$$E_1 = fE_T \tag{6.58}$$

$$E_2 = \frac{E_T}{\sqrt{\pi}} \int_{-2\frac{\Delta\Phi+\Delta\beta^{max}}{\theta_n}}^{2\frac{\Delta\Phi-\Delta\beta^{max}}{\theta_n}} e^{-\Gamma^2} d\Gamma \tag{6.59}$$

où nous avons fait le changement de variable $\Gamma = 2(\theta - \Delta\beta^{max})/\theta_n$. Ici, l'angle $\Delta\Phi$ correspond à la demi-largeur angulaire de la fente. Cet angle peut être déterminé en

fonction de la fraction f d'énergie retenue du faisceau principal :

$$f = \frac{\int_{-\Delta\Phi}^{\Delta\Phi} e^{-4\theta^2/\theta_n^2} d\theta}{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-4\theta^2/\theta_n^2} d\theta} \tag{6.60}$$

En utilisant la fonction d'erreur de Gauss

$$\chi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-\zeta^2} d\zeta \tag{6.61}$$

et son inverse χ^{-1}, nous obtenons :

$$\Delta\Phi = \frac{\theta_n}{2} \chi^{-1}(f) \tag{6.62}$$

Il en résulte que :

$$\gamma = \frac{E_2}{E_1} = \frac{\chi(2\Delta\beta^{max}/\theta_n + \chi^{-1}(f)) - \chi(2\Delta\beta^{max}/\theta_n - \chi^{-1}(f))}{2f} \tag{6.63}$$

Cette équation donne γ en fonction de θ_n et f. Nous avons utilisé Mathematica afin d'inverser cette fonction et de déterminer la valeur de θ_L/θ_n requise pour obtenir des valeurs données de γ et f. Le résultat de ce calcul est tracé sur la Fig. 6.17(a), pour une impulsion de $N_c = 9$ cycles optiques et pour $p = 1$ (correspondant au cas de la génération d'harmoniques sur miroir plasma). Il a été exprimé en fonction du rapport θ_L/θ_n^0 où, θ_n^0 désigne la divergence harmonique sans tilt du front d'intensité car ce rapport est celui effectivement mesuré dans les expériences de génération d'harmoniques sur cibles solides ou gazeuses. En général l'introduction d'un tilt du front d'intensité $\xi \neq 0$ avant focalisation du faisceau-impulsion augmente la taille de la tache focale le long de l'axe de chirp spatial et la divergence $\theta_n(\xi)$ tend à être inférieure à la divergence harmonique θ_n^0 sans tilt du front d'intensité. En supposant que la divergence harmonique est inversement proportionnelle à sa taille de source on obtient :

$$\theta_n(\xi) = \theta_n^0 / \sqrt{1 + (w_i \xi/\tau_i)^2} \tag{6.64}$$

i.e.

$$\theta_n(\xi = \tau_i/w_i) = \theta_n^0/\sqrt{2} \tag{6.65}$$

pour le tilt du front d'intensité $\xi_0 = \tau_i/w_i$ qui maximise la vitesse de rotation des fronts de phase du laser au foyer.

Lorsque l'on souhaite augmenter les valeurs de contraste γ et d'énergie f pour une taille de fente donnée, on observe comme prévu que le ratio θ_L/θ_n^0 requis augmente lui aussi. Par ailleurs, les lignes de niveau θ_L/θ_n^0 de la Fig. 6.17 peuvent être interprétés d'une manière différente. En effet, physiquement, la plus petite divergence que pourra avoir un faisceau harmonique d'ordre n est donnée par sa diffraction $\theta_n^0 = \lambda_n/\pi w_n$ où $\lambda_n = \lambda_L/n$ est sa longueur d'onde et w_n son waist. Lorsque la taille de source w_n est identique à la tache focale du laser et indépendante de n, on obtient $\theta_n^0 = \theta_L/n$ et les lignes de niveaux de la Fig. 6.17 (a) peuvent être interprétées comme l'ordre harmonique minimum au-delà duquel des

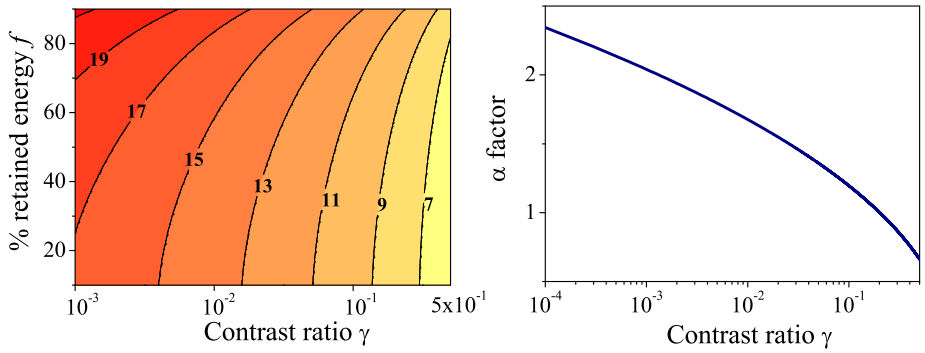

FIG. 6.17 – (a) Valeur requise de θ_L/θ_n^0 pour obtenir des valeurs données de γ et f, dans le cas d'une impulsion laser de $N_c = 9$ cycles optiques et $p = 1$ (b) Paramètre α défini dans l'équation (6.57) tracé en fonction du contraste désiré γ, pour $f = 60$ %.

valeurs données de f et γ pourront être obtenues par l'effet du phare attoseconde. Enfin, nous pouvons relier ces résultats au paramètre α qui apparaît dans l'équation (6.57). La valeur de α requise pour obtenir des valeurs de f et de γ données peut être déduite d'un graphe tel que celui de la Fig. 6.17 (b), à travers la relation $\alpha = \theta_L/\theta_n pN_c$. Ce graphe montre l'évolution de $\alpha = O(1)$ en fonction du contraste souhaité γ, pour une fraction d'énergie retenue par la fente $f = 60\%$.

Chapitre 7

Etude numérique de l'effet phare attoseconde

Dans ce chapitre, nous validons d'abord l'effet du phare attoseconde dans le cas des harmoniques Doppler à l'aide d'un modèle simple développé par Lichters *et al* que l'on a généralisé en 2D : le modèle du miroir oscillant ou ROM (pour Relativistic Oscillating Mirror en anglais). Cette première validation numérique nous permettra de mieux appréhender le fonctionnement de cet effet. Toutefois, pour des intensités ultra-relativistes ($a_L > 3$), ce modèle ne reproduit pas l'enfoncement du miroir plasma sous l'effet de la pression de radiation du laser au foyer qui, comme nous le verrons dans la partie 3 de ce manuscrit, agit comme un miroir courbe qui focalise les harmoniques Doppler en avant de la cible et augmente fortement le ratio θ_n/θ_L.

Afin de nous assurer que l'effet phare attoseconde peut être effectivement réalisé dans ce régime de génération pour des impulsions laser conventionnelles d'une dizaine de cycles optiques, nous avons ensuite effectué une expérience numérique sur supercalculateur à l'aide du code particulaire 2D CALDER, pour des paramètres expérimentaux réalistes. Cette deuxième validation numérique montre que l'effet phare attoseconde peut-être utilisé pour générer des impulsions attosecondes isolées en régime relativiste, qui est l'un des mécanismes les plus prometteurs pour obtenir des impulsions attosecondes très énergétiques.

7.1 Etude à l'aide du modèle du miroir oscillant

7.1.1 Généralisation du modèle ROM à 2 dimensions

On généralise à présent le modèle ROM 1D [cf. partie 1] à une géométrie 2D en l'appliquant en chaque point de la tache focale x_f. Cette fois-ci, le mouvement de la surface du miroir plasma à la position transverse x_f décrit, en présence de WFR, une oscillation donnée par :

$$Z_m(x_f, t) = \frac{v_m(x_f, t)}{\omega_\xi(x_f)} \cos\phi(x_f, t) \tag{7.1}$$

où $\omega_\xi(x_f) = 4v_r(\xi)x_f + \omega_L$, $\phi(x_f,t) = \omega_L(x_f)t$ est la phase du laser sur la cible donnée par l'équation (6.32), en présence de rotation de ses fronts d'onde à la vitesse $v_r(\xi)$ au foyer et où $v_m(x_f,t)$ la vitesse d'oscillation du miroir plasma x_f donnée par :

$$\frac{v_m(x_f,t)}{c} \approx \frac{2a(x_f,t)\sin\theta}{\gamma(x_f,t)} \approx \frac{2a(x_f,t)\sin\theta}{\sqrt{1+4a(x_f,t)^2\sin\theta^2}} \tag{7.2}$$

où,

$$a(x_f,t) = \frac{\omega_L}{\omega_\xi(x_f)} \frac{a_0}{\sqrt{1+(\xi w_i/\tau_i)^2}} \exp\left(-2\frac{t^2}{\tau_f^2} - 2\frac{x_f^2}{w_f^2}\right) \tag{7.3}$$

désigne l'enveloppe du laser en x_f et a_0 correspond à l'amplitude laser lorsque $\xi = 0$.

7.1.2 Séparation angulaire des impulsions attosecondes

Approche spectrale

Reprenons à présent le cas de la Fig. 6.8, où l'on focalise une impulsion avec un tilt de son front d'intensité $\xi = \tau_i/w_i$ qui maximise la vitesse de rotation des fronts de phase du faisceau $v_r(\xi)$ au foyer. Le profil spatio-temporel du champ réfléchi par le miroir plasma au foyer a été représenté sur la Fig. 7.1 (a). Juste après la cible, le profil spatio-temporel

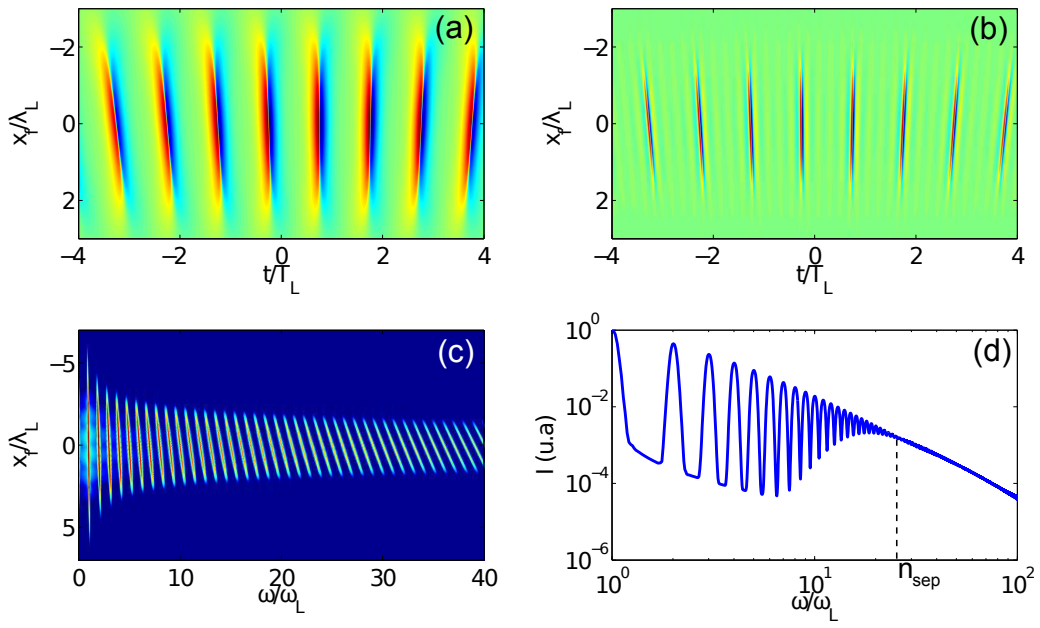

FIG. 7.1 – **Calcul du champ réfléchi $E_r(x_f,t)$) par le miroir plasma à l'aide du modèle ROM 2D pour $a_L = 10$ et $\theta = 45°$** (a) Champ réfléchi par le miroir plasma où nous avons utilisé les mêmes paramètres laser que sur la Fig. 6.8 (b) Champ réfléchi filtré entre les ordres harmoniques 5 et 50 (c) Spectre 1D $\hat{E}_r(x_f,\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(x_f,t)\exp(-i\omega t)dt$ (d) Intensité spectrale du spectre 1D $\hat{E}_r(x_f,\omega)$ intégré spatialement.

du champ réfléchi filtré [Fig. 7.1 (b)] est toujours constitué d'un train d'impulsions attosecondes et non d'impulsions attosecondes spatialement isolées. Ces impulsions semblent cependant être émises dans des directions différentes, égales à la direction du front d'onde instantané du laser aux instants de génération. Par ailleurs, on observe sur la Fig. 7.1 (c) que le spectre résolu en espace du champ réfléchi $\hat{E}_r(x_f, \omega)$ est constitué d'harmoniques d'ordre n de la fréquence $\omega_L(x_f)$ du laser incident. Comme cette fréquence varie dans l'espace [chirp spatial ζ], on obtient des harmoniques inclinées dans l'espace (x_f, ω) [Fig. 7.1 (c)] et leur inclinaison dépend bien sûr de l'ordre harmonique selon $n\zeta$. Sur la Fig. 7.1 (c), on a représenté le spectre intégré spatialement $\hat{E}_r(\omega)$ du champ réfléchi défini par :

$$\hat{E}_r(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} |\hat{E}_r(x_f, \omega)|^2 dx_f \tag{7.4}$$

Il apparaît que ce spectre est continu à partir d'un certain ordre harmonique n_{sep}. Comme le spectre intégré du champ se conserve au cours de sa propagation dans le vide, ceci suggère qu'à une certaine distance z de la cible, la structure temporelle du train est brisée et les impulsions attosecondes isolées spatialement les unes des autres. Comme nous allons le voir dans le paragraphe suivant, les impulsions attosecondes du train se séparent effectivement en angle au cours de leur propagation dans le vide et en champ lointain, il devient possible d'en sélectionner une seule à l'aide d'une fente et d'un filtre en fréquence sélectionnant les ordres harmoniques $n > n_{sep}$.

Influence de la vitesse de rotation v_r

Dans cette section, on étudie l'influence de la vitesse de rotation $v_r(\xi)$ des fronts d'onde du laser au foyer sur la séparation angulaire des impulsions attosecondes en champ lointain.

On se place là encore dans les mêmes conditions que le cas de la Fig. 6.8. Les prédictions du modèle ROM 2D sont représentées sur la Fig. 7.2. Comme prévu, en l'absence de rotation ($v_r = 0$) de front d'onde au foyer, des harmoniques de la fréquence laser sont émises dans un seul faisceau collimaté [Fig. 7.2 (b)], avec une divergence plus faible que celle de la fréquence fondamentale. Ces harmoniques sont associées, dans le domaine temporel, à un train d'environ 10 impulsions attosecondes.

Lorsqu'on augmente le tilt du front d'intensité ξ, $v_r(\xi)$ augmente au foyer et ce faisceau unique se sépare progressivement en un ensemble de plusieurs faisceaux [Fig. 7.2 (e), (h) et (k)]. A la vitesse de rotation maximale v_r^{max}, ces faisceaux sont bien séparés angulairement [Fig. 7.2 (e)] et chacun d'eux est constitué d'un spectre continu à partir d'un certain ordre harmonique n_{sep}, associé dans le domaine temporel, à une impulsion attoseconde unique [Fig. 7.2 (i)].

Si on continue d'augmenter le tilt du front d'intensité ξ au delà de la valeur optimale $\xi_0 = \tau_i/w_i$, on remarque qu'il est est toujours possible de séparer des impulsions angulairement. A priori, ce résultat semble surprenant puisqu'à présent, la vitesse de rotation $v_r(\xi)$ diminue. Au vu du critère de l'équation (6.56), on pourrait penser qu'on ne sépare plus correctement les impulsions attosecondes en angle.

En réalité, dans le cas d'harmoniques limitées par diffraction, nous avons vu que leur divergence est donnée par $\theta_n = \lambda_n/\pi w_n$, où w_n désigne la taille de source harmonique

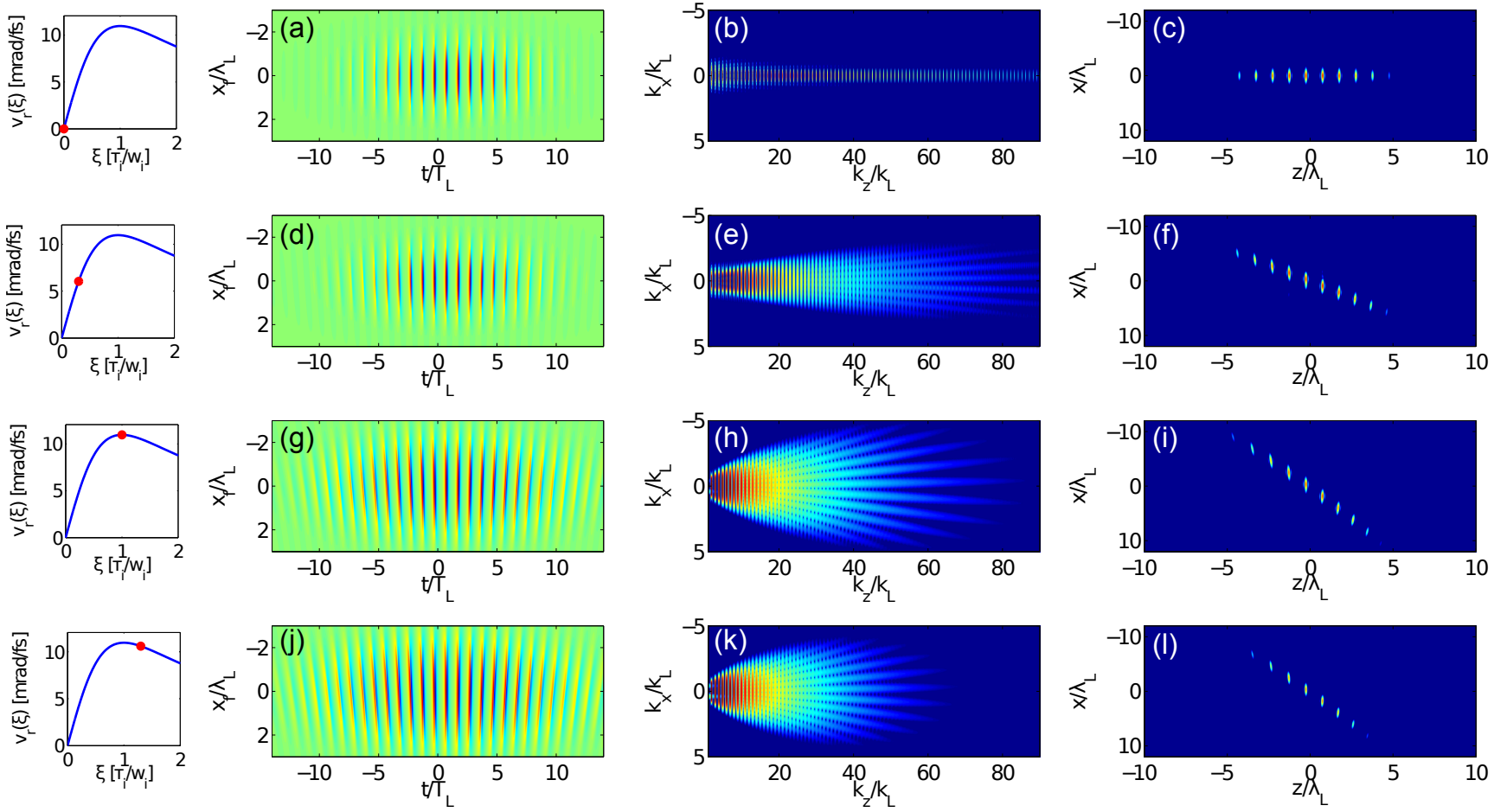

FIG. 7.2 – **Résultats du modèle ROM appliqué à l'effet phare attoseconde**. Les paramètres du faisceau laser sont les mêmes que ceux de la Fig. 6.8 pour un vecteur potentiel normalisé $a_L = 6$. La première ligne correspond au cas $\xi = 0$, la deuxième à $\xi = 0.2\tau_i/w_i$, la troisième à $\xi = \tau_i/w_i$ (pour lequel on a une vitesse de rotation $v_r(\xi)$ maximale) et la dernière à $\xi = 1.2\tau_i/w_i$. Les panneaux de gauche montrent la vitesse de rotation du champ des fronts d'onde du champ sur la cible. La deuxième colonne montre le champ réfléchi $E_r(x_f, t)$ par le miroir plasma vu par un observateur en $z = -\lambda_L$. Les panneaux de la troisième colonne, montrent la transformée de Fourier à deux dimensions du champ $\widetilde{E}(x_f, t)$, après son interaction avec la cible. Dans ces graphes, la distance à l'origine correspond à la fréquence ω et l'angle polaire à la direction de propagation du champ. Enfin, les panneaux de droite montrent des instantanés du profil spatial d'intensité des impulsions attosecondes, obtenues après un filtrage du champ réfléchi entre les ordres harmoniques 70 et 80, en fonction des coordonnées transverse x et longitudinale z, à une distance de la cible correspondant à plusieurs longueurs de Rayleigh des harmoniques considérées.

qui peut être considérée comme égale à celle du waist laser w_f à ces intensités. Comme le waist laser $w_f(\xi)$ du laser augmente également avec ξ, la divergence harmonique $\theta_n(\xi)$ diminue et satisfait ainsi toujours le critère (6.56) de séparation angulaire même si $v_r(\xi)$ diminue. Cependant, l'augmentation de $w_f(\xi)$ et $\tau_f(\xi)$ avec ξ entraîne une forte réduction de l'intensité au foyer et l'extension spectrale s'en trouve par conséquent fortement réduite. Il n'y a donc a priori que peu d'intérêt à utiliser l'effet du phare dans ce régime.

Propriétés spatio-spectrales des impulsions attosecondes générées

On détermine maintenant les propriétés spatio-spectrales des impulsions attosecondes générées en présence de rotation de front d'onde/chirp spatial au foyer. Cette étude est cruciale pour établir si la rotation de front d'onde au foyer induit des couplages spatio-temporels qui distordraient les impulsions attosecondes du train. Pour mieux identifier les effets à l'origine de ces couplages, on s'affranchit de la variation d'intensité laser au foyer et on calcule, à l'aide du modèle ROM, le champ harmonique généré par une impulsion laser de profil spatial "top hat" en incidence $\theta = 45°$ sur la cible :

$$a(x_f, t) = a_0 \Pi_{w_f} \frac{\omega_L}{\omega_\zeta(x_f)} \exp\left(-2\frac{t^2}{\tau_f^2} + i\omega_\zeta(x_f)t\right) \tag{7.5}$$

et dont la fréquence $\omega_\zeta(x_f) = \omega_L + \zeta x_f$ dépend de la position transverse x_f, avec ζ le paramètre de chirp spatial. Π_{w_f} désigne ici une fonction top hat centrée en $x_f = 0$ et de largeur w_f. Filtrons temporellement le cycle optique du champ réfléchi [Fig. 7.3 (a)], pour lequel l'amplitude du champ incident est maximale et intéressons-nous à son spectre résolu en espace au foyer [Fig. 7.3 (b)]. On distingue trois zones :

1. **La zone de coupure** $\omega = \omega_{co}$. La fréquence de coupure ω_{co} correspond à la fréquence maximum contenue dans le champ réfléchi et s'obtient simplement en calculant le maximum de sa variation de phase instantanée $\varphi_r(t) = \omega_L(x_f)t + 2k_L Z_m(x_f, t_{ret})$ en $z = 0$, juste après sa réflexion par la cible. En utilisant $t_{ret} = t - Z_m(x_f, t_{ret})/c$ on obtient $d_{ret}/dt = 1 - dZ_m/dt$ et :

$$\omega_{co}(x_f) = \omega_L \times \max\left\{\frac{d\varphi_r}{dt}\right\} \approx \omega_\zeta(x_f)\frac{1 - \beta_{max}(x_f)}{1 + \beta_{max}(x_f)} \tag{7.6}$$

où :

$$\beta_{max} = \frac{2a(x_f, t=0)\sin\theta}{\sqrt{1 + 4a(x_f, t=0)^2 \sin\theta^2}} \tag{7.7}$$

est l'amplitude de la vitesse d'oscillation du miroir au maximum du champ incident en $t = 0$. Dans l'approximation $a_0 \gg 1$, on aboutit à :

$$\omega_{co}(x_f) \approx 4\gamma_{max}(x_f)^2 \omega_\zeta(x_f) = \frac{8a_0^2}{1 + \zeta x_f/\omega_L} \tag{7.8}$$

On voit donc qu'en présence de WFR au foyer l'extension du spectre dépend de la coordonnée au foyer x_f. Cette dépendance provient, d'une part, de la variation de la fréquence $\omega_\zeta(x_f)$ du laser qui subit le shift Doppler et, d'autre part, de la variation

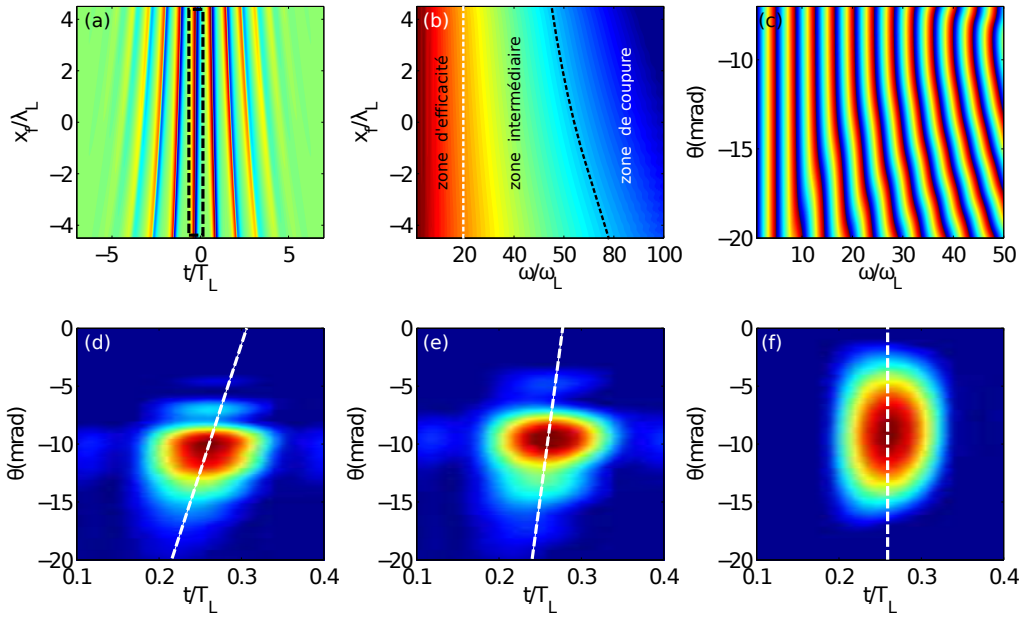

FIG. 7.3 – **Propriétés spatio-spectrales des impulsions attosecondes en présence de WFR au foyer**. (a) Profil spatio-temporel du champ réfléchi $a_r(x_f, t)$ par le miroir plasma. Le champ incident a une durée $\tau_f = 8fs$, un waist $w_f = 10.4\lambda_L$, une amplitude $a_0 = 3$ et un chirp spatial $\zeta = 0.039\omega_L/\lambda_L$. (b) Spectre résolu en espace du cycle optique du champ réfléchi contenu dans la boîte en traits pointillés sur le panneau (a). (c) Phase spectrale $\phi_r(\theta, \omega)$ du champ sélectionné en (a) en champ lointain. (d) Profil spatio-temporel du champ sélectionné en (a) en champ lointain et filtré entre les ordres harmoniques H65 et H75 (e) les ordres harmoniques H35 et H45 et (f) les ordres harmoniques H10 et H20. La ligne en pointillés blancs représente le front d'intensité de l'impulsion.

de l'amplitude de ce shift Doppler $\gamma_{max}(x_f)$ avec x_f, du fait de la dépendance de la vitesse maximale d'oscillation du miroir plasma β_{max} en la fréquence $\omega_\zeta(x_f)$. Si l'on filtre le spectre du champ réfléchi autour de cette zone, on obtient une impulsion attoseconde qui possède du chirp spatial au foyer. En champ lointain (θ, ω), ce couplage d'amplitude se transforme en un couplage de la phase spectrale $\phi_r(\theta, \omega)$ du champ [Fig. 7.3 (c)] : les fronts de phase des différentes fréquences n'ont pas la même direction. Nous avons déjà vu que cette dispersion angulaire des fréquences est associée à un tilt du front d'intensité de l'impulsion attoseconde dans le domaine spatio-temporel (θ, t) [Fig. 7.3 (d)].

2. **zone intermédiaire** $\omega \lesssim \omega_{co}$. Le chirp spatial diminue à mesure que l'on s'éloigne de la zone de coupure [Fig. 7.3 (b)]. Si l'on filtre une gamme de fréquences dans cette zone, on obtient en champ lointain une impulsion attoseconde avec un tilt de son front d'intensité beaucoup plus faible que précédemment [Fig. 7.3 (e)].
3. **zone de génération efficace** $\omega \ll \omega_{co}(x_f)$**,** $\forall x_f$**.** Le spectre ne dépend pas de x_f et nous avons vu dans le chapitre 5 que pour de fortes valeurs de a_0, son amplitude suit une loi de décroissance en ω^q. Dans ce cas, les impulsions attosecondes générées ne possèdent plus de tilt du front d'intensité [Fig. 7.3 (f)] en champ lointain et leur phase spatio-spectrale est plate [Fig. 7.3 (c)].

En conclusion, on pourra considérer que les impulsions attosecondes générées par le mécanisme ROM sont dépourvues de couplages spatio-temporels à condition que les fréquences qui les composent satisfassent la condition $\omega \ll \omega_{co}(x_f)$, $\forall x_f$, ce qui équivaut à :

$$\frac{n_{filt}}{n_{coff}} \ll \frac{1}{1+\zeta w_f/\omega_L} \tag{7.9}$$

où n_{filt} désigne l'ordre harmonique sélectionné et n_{coff} le cut-off harmonique sans rotation de front d'onde. Dans le cas de la Fig. 7.2 on a $\zeta = 0.0175\omega_L/\lambda_L$ et $w_f = 2.6\lambda_L$ et on vérifie bien à travers la condition $n_{filt}/n_{coff} \approx 5\times10^{-2} \ll 1/(1+\zeta w_f/\omega_L) \approx 1$ que les impulsions attosecondes possèdent de très faibles couplages.

7.2 Etude à l'aide du code PIC 2D CALDER

7.2.1 Cas des harmoniques Doppler

Paramètres de simulation

Les principaux paramètres de simulation sont résumés dans le tableau 7.1. Le laser de polarisation p est en incidence oblique $\theta = 45°$ sur le plasma. Sa tache focale est gaussienne et son enveloppe temporelle en cos^2. Sans tilt de son front d'intensité ξ avant focalisation [cas wfrprl2], le faisceau impulsion a une durée $\tau_f = 6.5T_L = 17fs$ et un diamètre $w_f = 5.7\lambda_L = 4.6\mu m$. Pour le tilt du front d'impulsion $\xi_0 = \tau_i/w_i$ qui maximise la vitesse de rotation des fronts de phase, on a $w_f = 6.5\mu m$ et $\tau_f = 23fs$.

Cas	Laser					Plasma		Maillage			T_{CPU}
	a_L	θ	w_f	τ_f	ξ	n_{e0}	$Grad.$	δx	δt	ppm	
wfrprl	6	45°	$8\lambda_L$	$8.5T_L$	τ_i/w_i	$100n_c$	$\lambda_L/200$	$\lambda_L/350$	$T_L/500$	20	$30000h$
wfrprl2	6	45°	$5.7\lambda_L$	$6.5T_L$	0	$100n_c$	$\lambda_L/200$	$\lambda_L/350$	$T_L/500$	20	$30000h$

TAB. 7.1 – **Paramètres des simulations CALDER de l'effet phare attoseconde en régime relativiste.**

Le plasma a un profil exponentiel qui sature à une densité maximale $n_{e0} = 100n_c$. Sa longueur de gradient L est très petite devant la longueur d'onde laser afin d'éviter les effets d'augmentation de la divergence des harmoniques par l'enfoncement du plasma. Ce point sera explicité dans la dernière partie du manuscrit traitant des propriétés spatiales des harmoniques Doppler. On a représenté la boîte de simulation sur la Fig. 7.4. On a choisi des pas spatial δx et temporel δt très fins qui permettent de résoudre des harmoniques d'ordres très élevés ($\approx$ 250 dans ce cas). Pour cette valeur de δx et une température électronique $T_e \approx 1keV$, on vérifie que le ratio $\delta x/\lambda_{De} \approx 4.7$ est suffisamment faible pour ne pas induire de chauffage numérique. La cible est inclinée à 45° dans le repère (x,z) de la boîte et contient 10^9 particules en tout, soit 20 particules par maille. Le champ incident avec rotation de front d'onde, donné par l'équation (6.32) est injecté avec un angle nul en haut de la boîte de simulation par le biais de conditions de bord. On enregistre ensuite la composante $E_r(x, z = z_{streak}, t)$ du champ réfléchi tous les deux pas de temps, le long de

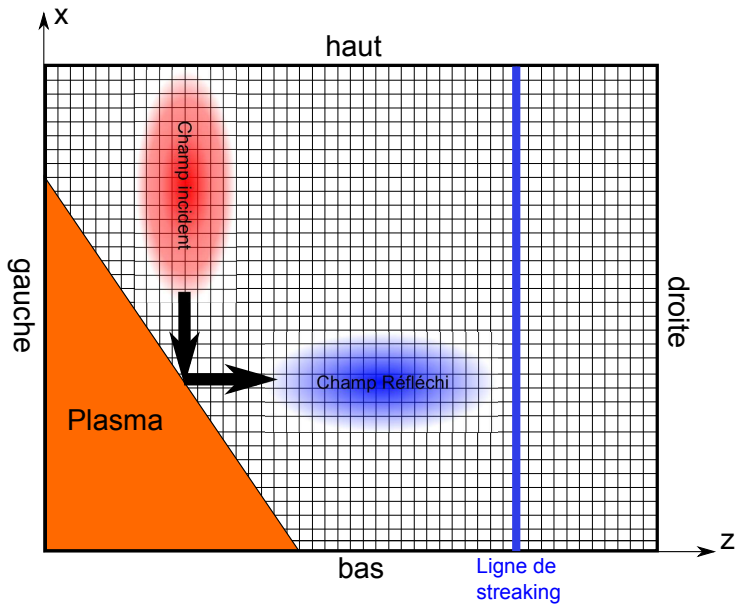

FIG. 7.4 – **Boîte de simulation**

la ligne de champ placée en $z = z_{streak}$ [Fig. 7.5]. Grâce à ce diagnostic, nous serons en mesure de propager ensuite le champ à une distance arbitraire z de la cible en utilisant la méthode de décomposition en ondes planes que nous avons détaillée dans la deuxième partie de ce manuscrit.

Séparation angulaire des impulsions attosecondes

La simulation wfrprl nous a permis tout d'abord d'obtenir le champ réfléchi par le miroir plasma au niveau de la ligne de streak $E_r(x, z = z_{streak}, t)$ dans le cas où la vitesse de rotation des fronts de phase (v_r) du champ incident au foyer est maximale.

Ensuite, nous avons filtré ce champ réfléchi $E_r(x, z = z_{streak}, t)$ entre les harmoniques 15 et 30 et nous l'avons propagé à une distance z de la cible, très grande devant la longueur de Rayleigh des ordres harmoniques filtrés. Dans cette simulation, le critère de séparation angulaire est satisfait puisque le ratio $\theta_L/\theta_n = 7$ pour la gamme d'harmoniques filtrées est supérieur aux nombres de cycles optiques $N_c = 6$ du laser incident.

On observe ainsi très clairement l'effet phare attoseconde sur le panneau (a) de la Fig. 7.5. Dans ce cas, la vitesse de rotation est suffisamment grande et la divergence du faisceau harmonique généré suffisamment petite pour pouvoir isoler une impulsion attoseconde à l'aide d'une fente placée en champ lointain [Fig. 7.5(b)]. Ici, la fente sélectionne approximativement 60% de l'énergie de l'impulsion principale. Il est toujours possible d'augmenter le contraste entre l'impulsion centrale et ses satellites en réduisant la largeur de la fente mais au prix d'une perte d'énergie dans l'impulsion centrale. Cette "expérience numérique" montre donc qu'il est tout à fait possible de satisfaire la condition de l'équation (6.56) dans le cas des harmoniques Doppler générées sur miroir plasma.

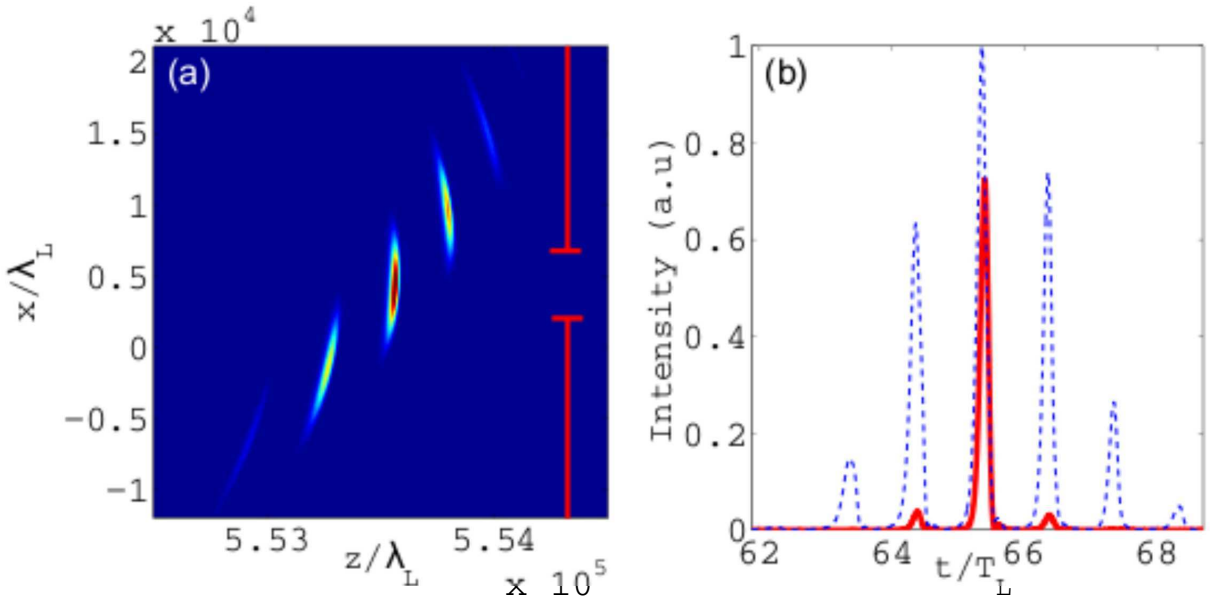

FIG. 7.5 – **Simulation particulaire 2D de l'effet phare attoseconde en régime relativiste.**. (a) Le panneau de gauche montre la distribution d'intensité des impulsions attosecondes (ordres harmoniques 15-30) en champ lointain (b) Le panneau de droite, montre le profil d'intensité du champ en (a), que l'on a intégré angulairement après filtrage spatial par le diaphragme schématisé en rouge sur le panneau de gauche. La courbe bleue correspond au profil temporel obtenu à partir d'une simulation PIC réalisée dans les mêmes conditions d'interaction, mais sans rotation de front d'onde [cas wfrprl2]. Les deux courbes ont été normalisées par l'intensité maximale du train sans rotation de front d'onde.

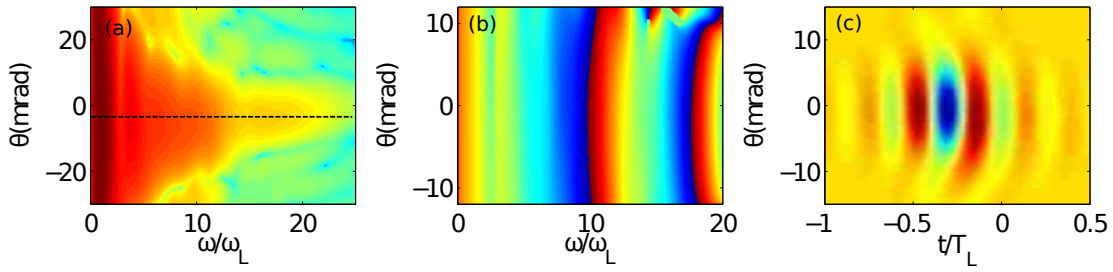

FIG. 7.6 – **Propriétés spatio-spectrales des impulsions attosecondes générées en présence de WFR au foyer.** (a) Spectre résolu en angle (θ, ω) de l'impulsion attoseconde générée au maximum d'amplitude du champ incident. La ligne en traits pointillés noirs est la ligne des maxima du spectre. (b) Phase spatio-spectrale $\phi_r(\theta, \omega)$ d"impulsion (c) Profil spatio-temporel de l'impulsion attoseconde filtrée entre les fréquences H15 et H22.

Propriétés spatio-spectrales des impulsions attosecondes

Pour déterminer les propriétés spatio-spectrales des impulsions attosecondes générées avec une vitesse maximale des fronts de phase au foyer, on adopte ici la même démarche que dans le cas du modèle ROM 2D : on filtre temporellement l'impulsion attoseconde générée au maximum du champ incident, puis on étudie les propriétés d'amplitude et de phase de son champ électrique en champ lointain dans l'espace (θ, ω). On constate ici que

le contenu spectral du champ réfléchi ne dépend pas de l'angle d'émission (θ, ω) [Fig7.6(a)]. Ceci signifie que dans le cas wfrprl, le chirp spatial au foyer est si petit que le contenu spectral du champ réfléchi par le miroir plasma ne dépend pas de la coordonnée transverse au foyer x_f. A la différence du cas de la Fig. 7.3, nous n'observons par conséquent aucun couplage de la phase spatio spectrale $\phi_r(x, \omega)$ en champ lointain [Fig7.6(b)] et donc aucun tilt du front d'intensité du champ dans son profil spatio-temporel [Fig7.6(c)].

Ainsi, dans les conditions typiques de génération d'harmoniques Doppler sur cible solide, on constate que l'effet phare attoseconde n'induit pas de distorsions [ou couplages] significatives des impulsions attosecondes.

7.2.2 Cas des harmoniques CWE

Conditions de simulation

Les principaux paramètres de simulation sont résumés dans le tableau 7.2. Le laser de polarisation p est en incidence oblique $\theta = 45°$ sur le plasma. Sa tache focale et son enveloppe temporelle sont gaussiennes. Sans tilt de son front d'intensité ξ avant focalisation [cas LightCWE1], le faisceau-impulsion a une durée $\tau_f = 2T_L = 5fs$ et un diamètre $w_f = 4\lambda_L = 3.2\mu m$. Pour le tilt du front d'impulsion $\xi_0 = \tau_i/w_i$ qui maximise la vitesse de rotation des fronts de phase, on a $w_f = 5.6\lambda_L = 4.48\mu m$ et $\tau_f = 2.83T_L = 7.5fs$ [cas LightCWE2]. Dans les deux cas du tableau 7.2, le plasma a un profil de densité exponen-

Cas	Laser					Plasma		Maillage			T_{CPU}
	a_L	θ	w_f	τ_f	ξ	n_{e0}	$Grad.$	δx	δt	ppm	
LightCWE1	0.4	45°	$4\lambda_L$	$2.T_L$	0	$200n_c$	$\lambda_L/50$	$\lambda_L/425$	$T_L/630$	100	$3000h$
LightCWE2	0.4	45°	$5.6\lambda_L$	$2.83T_L$	τ_i/w_i	$200n_c$	$\lambda_L/50$	$\lambda_L/425$	$T_L/630$	100	$3000h$

TAB. 7.2 – **Paramètres des simulations CALDER de l'effet phare attoseconde en régime CWE.**

tiel qui sature à une densité maximale $n_{e0} = 200n_c$ et de longueur de gradient $L = \lambda_L/50$. En outre, nous avons choisi des pas spatial δx et temporel δt très fins qui permettent de résoudre des harmoniques d'ordres très élevés (≈ 315 dans ce cas). Pour cette valeur de δx et une température électronique $T_e \approx 1keV$, on vérifie que le ratio $\delta x/\lambda_{De} \approx 4$ est suffisamment faible pour ne pas induire de chauffage numérique.

Séparation angulaire des impulsions attosecondes

Dans le cas sans rotation de front d'onde [Fig. 7.7 (a)], on observe comme prévu la génération d'un train de trois impulsions attosecondes [panneaux (1) et (i)] se propageant dans la même direction et au sein d'un même faisceau, dont le profil spatial est représenté sur le panneau (ii). Spectralement, ces impulsions interfèrent constructivement pour former un spectre d'harmoniques nettement visible sur le panneau (2).

Lorsque l'on induit de la rotation de front d'onde au foyer du laser [Fig. 7.7 (b)], on observe toujours trois impulsions attosecondes [panneau (2)], dont la durée est inchangée comparée au cas sans rotation de front d'onde. Cependant, ces impulsions se propagent

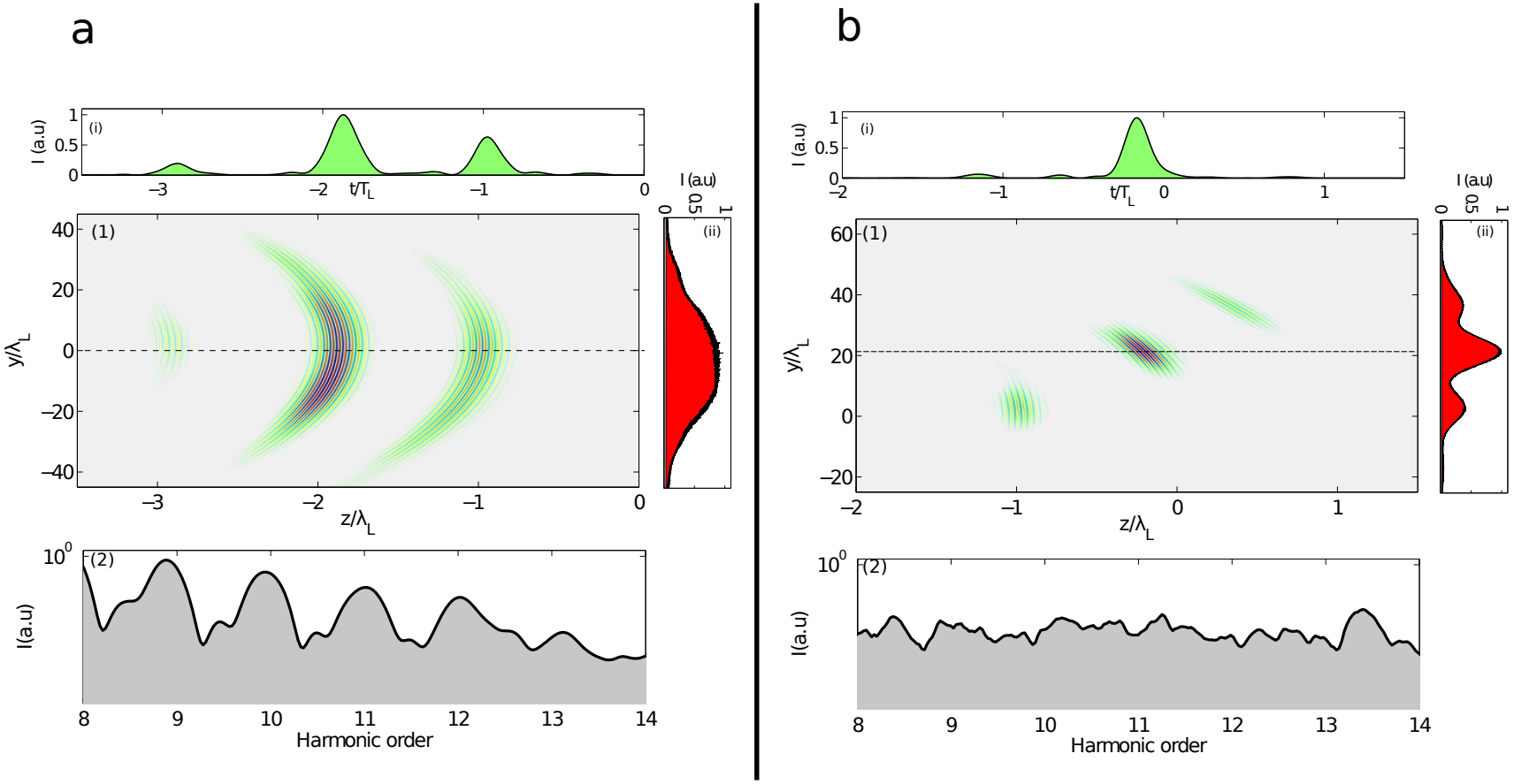

FIG. 7.7 – **Simulation particulaire 2D de l'effet phare attoseconde dans le cas d'harmoniques CWE** Les panneaux (a) et (b) correspondent respectivement aux cas sans et avec WFR. Dans les deux cas, la carte de couleur centrale (1) représente le champ électrique obtenu après filtrage du champ réfléchi entre les ordres harmoniques 11 et 14. Ce champ est tracé en fonction des coordonnées spatiales z [direction de propagation] et y [direction transverse] après que l'on a propagé les impulsions à une distance $z = 1400\lambda_L$ de la cible, grande devant la longueur de Rayleigh des harmoniques correspondantes. Les panneaux de droite (ii) montre le profil spatial du champ obtenu en intégrant temporellement les cartes de couleur (1), tandis que les panneaux du haut (i) montrent une coupe temporelle [pointillés noirs] des cartes (1) à une position donnée y dans le faisceau. Enfin, les panneaux du bas (2) montrent le spectre du champ réfléchi intégré spatialement et sur tout le faisceau en (a) sur une portion autour de l'impulsion centrale en (b).

désormais dans des directions différentes et se séparent spatialement en champ lointain, i.e à des distances très grandes devant la longueur de Rayleigh des harmoniques qui composent ces impulsions. En conséquence, le profil spatial du champ réfléchi est composé de trois faisceaux harmoniques bien distincts et le spectre [panneau (ii)], qui était composé d'harmoniques dans le cas sans rotation de front d'onde, est maintenant continu. Ce continuum correspond au spectre de l'impulsion attoseconde centrale qui est isolée spatialement des autres impulsions du train. Cette deuxième "expérience numérique" montre donc qu'il est également possible de satisfaire la condition de l'équation (6.56) dans le cas des harmoniques CWE générées sur miroir plasma.

Chapitre 8

Applications

Dans ce dernier chapitre, on détaille les nombreuses autres applications que pourraient avoir l'effet phare attoseconde, au-delà de la génération d'impulsions attosecondes uniques.

8.1 Expériences pompe-sonde

L'effet de phare attoseconde fournit, par exemple, une configuration idéale [Fig. 8.1] pour réaliser des expériences pompe-sonde dans le régime attoseconde. En effet, en présence de WFR des fronts de phase du champ incident au foyer, nous avons vu qu'il est possible de générer une collection d'impulsions attosecondes séparées angulairement et parfaitement synchronisées, à partir d'une seule impulsion laser de départ. Il suffit alors d'introduire un masque spatial en champ lointain afin de sélectionner deux impulsions attosecondes et les recombiner ensuite avec un délai variable sur une cible en utilisant, par exemple, des optiques X-UV comme celles développées par C. Bourassin-Bouchet et al [58, 59, 60].

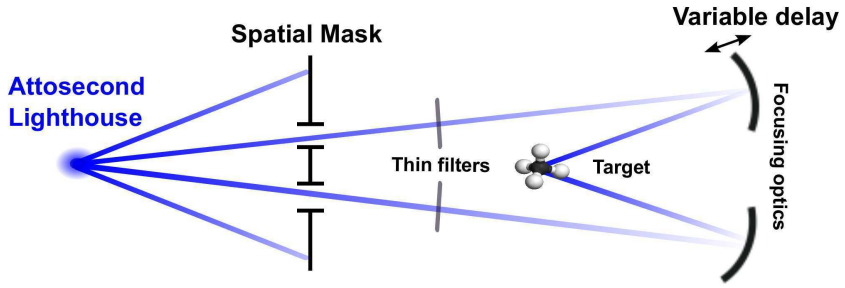

FIG. 8.1 – **Schéma d'expérience pompe-sonde dans le régime attoseconde utilisant l'effet phare attoseconde.**

8.2 Mesure de la CEP

8.2.1 Principe

La deuxième application la plus évidente de cet effet est la mesure de la CEP au foyer du laser. En présence de WFR au foyer, la direction d'émission θ_e d'une impulsion attoseconde est donnée par la direction des fronts de phase du laser à l'instant de génération t_e :

$$\theta_e \propto v_r t_e \tag{8.1}$$

où v_r est la vitesse de rotation des fronts d'onde du champ. La structure temporelle du train est donc encodée dans le profil angulaire des faisceaux harmoniques en champ lointain, comme on peut le voir sur le schéma de la Fig. 8.2 (a-b).

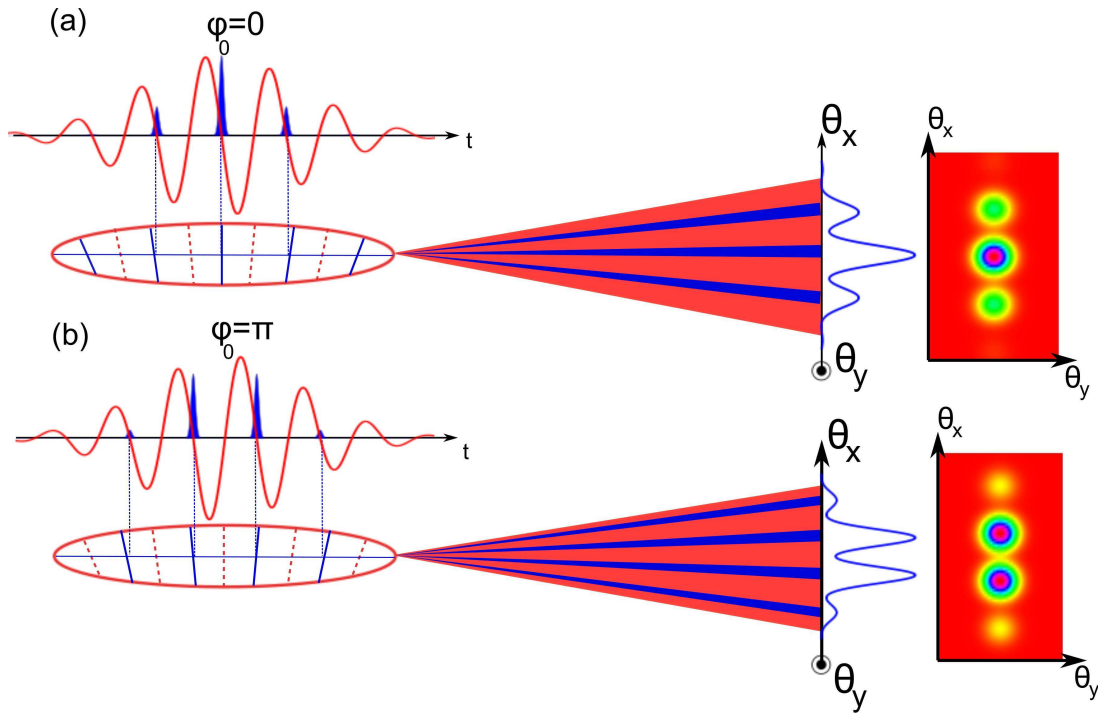

FIG. 8.2 – **Mesure de la CEP par l'effet phare attoseconde** (a) La courbe en trait plein rouge correspond au profil temporel du champ incident au centre de la tache focale, pour une impulsion *sin* [i.e $\phi_0 = 0$]. En bleu, on a tracé les impulsions attosecondes générées par le champ incident ainsi que les fronts de phase de ce champ aux instants de génération [traits continus bleus]. En champ lointain on a tracé une coupe du profil angulaire [courbe bleue] selon la direction transverse x ainsi que le profil total selon les deux directions transverses x et y [carte de couleur] (b) Idem mais cette fois pour une impulsion cos [i.e $\phi_0 = \pi$].

Lorsque la CEP ϕ_0 du laser varie, le temps d'émission t_e d'une impulsion donnée varie lui aussi linéairement avec ϕ_0, ce qui entraine un changement des directions d'émission des impulsions attosecondes du train et une modification du profil angulaire des faisceaux harmoniques. Ainsi, mesurer le profil angulaire d'impulsions attosecondes produites par le mécanisme du phare attoseconde fournit un moyen simple de mesurer les variations de CEP au foyer du laser. Ceci permettra d'analyser correctement des données expérimentales

obtenues par différents tirs lasers en connaissant cette-fois la valeur de la CEP du laser au moment du tir.

Pour nous assurer que le profil angulaire dépend effectivement de la CEP, nous avons effectué des simulations PIC 2D pour deux valeurs de CEP différentes $\phi_0 = 0, \pi$ et avec les mêmes paramètres physiques que dans les cas wfrprl. Sur la Fig. 8.3, nous avons tracé le profil angulaire du faisceau harmonique issu de ces simulations, que nous avons intégré entre les harmoniques 25 et 30.

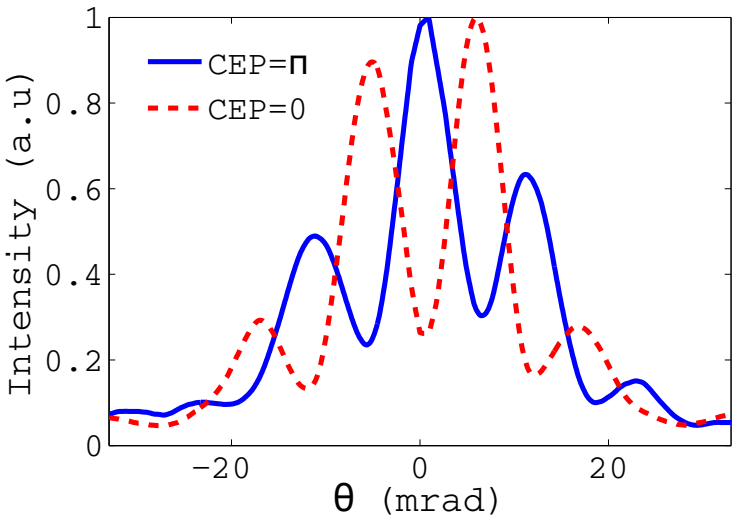

FIG. 8.3 – **Sensibilité du profil angulaire à la CEP laser.** Les deux courbes tracées sur cette figure sont issus de simulations PIC, dans les mêmes conditions d'interaction que le cas wfrprl. Elles montrent le profil angulaire du faisceau harmonique intégré entre les ordres 25 à 30 en champ lointain, pour deux valeurs de CEP du laser incident : $\phi_0 = 0$ [trait plein rouge] et $\phi_0 = \pi$ [traits pointillés].

Dans les deux cas, on identifie bien des pics séparés par des angles $\Delta\theta = v_r^{max} T_L \approx 10 mrad$, où la vitesse de rotation des fronts de phase du champ au foyer vaut $v_r^{max} \approx 10 mrad/T_L$. Lorsqu'on change la CEP du laser de 0 à π, le temps d'émission des impulsions attosecondes est avancé d'une demi-période laser et on observe bien, sur la Fig. 8.3 que le profil angulaire, lui, est décalé de $\Delta\theta/2 \approx 5 mrad$. Cependant, le fait que le profil angulaire dépende de la phase absolue du laser implique aussi qu'il faudra stabiliser cette dernière afin d'obtenir une source attoseconde stable tir à tir.

8.3 Métrologie attoseconde et diagnostic de l'interaction laser plasma

On peut enfin utiliser le phare attoseconde à des fins de métrologie d'un phénomène physique ultra-rapide ou encore pour mieux comprendre les mécanismes de physique fondamentale sous-jacents à la génération d'harmoniques d'ordres élevés dans les plasmas et les gaz.

8.3.1 Schéma de principe

En effet, nous avons vu précédemment que les directions de propagation des N impulsions attosecondes produites par l'effet phare sont directement reliées à leurs temps d'émission. Sur la Fig. 8.4 (a), on a représenté les spectres angulaires des N faisceaux harmoniques produits par l'effet ROM dans les mêmes conditions que la Fig. 7.2. On voit

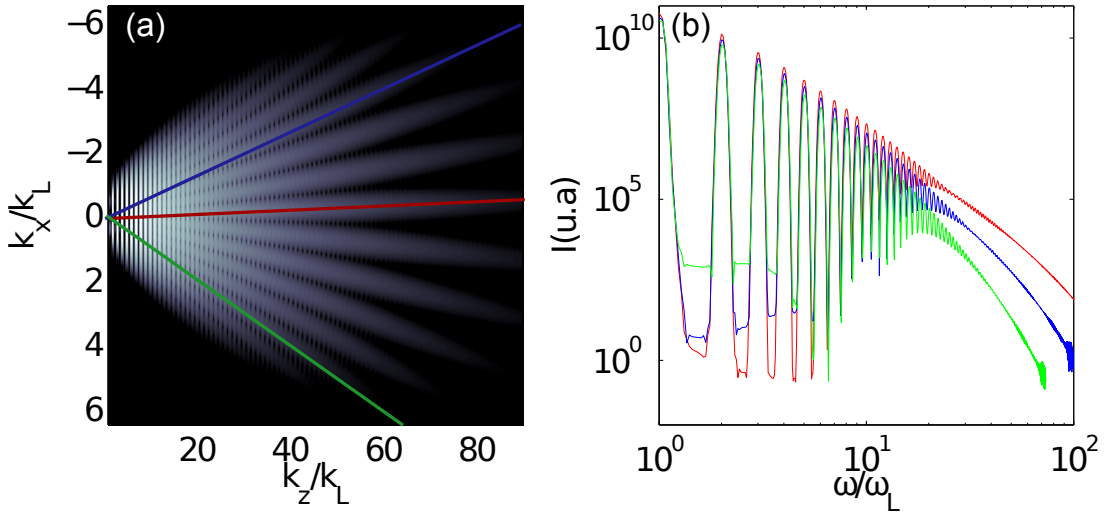

FIG. 8.4 – **Metrologie à l'aide de l'effet phare attoseconde.** (a) Transformée de Fourier 2D du champ réfléchi par le miroir plasma calculé à partir du modèle ROM. Les conditions d'interaction sont les mêmes que celles de la Fig. 7.2, pour un tilt du front d'intensité ξ avant focalisation qui maximise la vitesse de rotation v_r^{max} des fronts de phase au foyer. (b) Les spectres représentés en différentes couleurs correspondent à des coupes de la TF 2D du champ réfléchi, le long des lignes de même couleur représentées sur le panneau (a).

qu'en effectuant des mesures sur chacun de ces N faisceaux harmoniques, nous sommes en mesure de déterminer la divergence, le spectre ou encore l'énergie relative de chaque impulsion attoseconde du train. Par exemple, on voit sur la Fig. 8.4 (b) représentant les spectres de trois impulsions attosecondes en début, au milieu et à la fin de l'interaction, que la coupure du spectre change, ce qui nous donne une information sur l'intensité laser à ces instants de génération. Grâce à cet effet, on voit qu'il devient très simple d'obtenir des informations sur le mécanisme de génération ou le milieu générateur tout au long de l'interaction entre le laser et la cible.

Par ailleurs, en plus de nous donner une information sur le mécanisme de génération des harmoniques, l'effet phare attoseconde sera particulièrement utile dans le cadre d'expériences qui utilisent la génération d'harmoniques comme une sonde du milieu générateur (plasma ou gaz), puisqu'il constitue un stroboscope qui pourrait par exemple enregistrer l'évolution temporelle des orbitales atomiques d'une molécule avec une résolution attoseconde sur toute la durée de l'impulsion laser incidente.

8.3.2 Autre exemple d'application en métrologie plasma : l'effet gyromagnétique

Dans cette section, on illustre comment il serait possible d'utiliser expérimentalement l'effet phare attoseconde, afin d'observer directement la manifestation d'un phénomène plasma particulier : l'effet gyromagnétique.

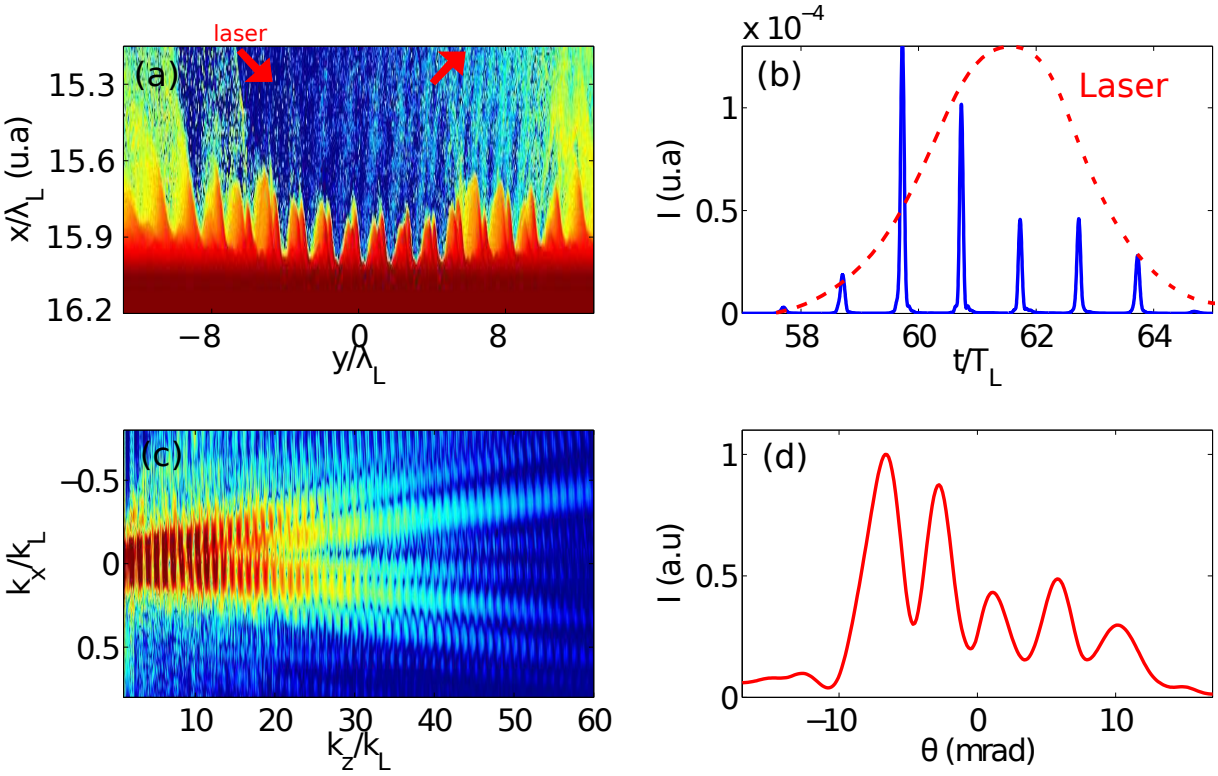

FIG. 8.5 – **Effet gyromagnétique en présence de rotation de front d'onde au foyer.** Résultats d'une simulation CALDER, dans laquelle une impulsion laser polarisée p, d'amplitude $a_L = 6$, de profil temporel gaussien et de durée à mi-hauteur $\tau_L = 5T_L$ est focalisée avec un angle $\theta = 45°$ sur un profil de densité plasma exponentiel, de longueur de gradient $L = \lambda_L/20$ et de densité maximale $n_{e0} = 200n_c$. Au foyer, le waist laser vaut $w_L = 9\lambda_L$ [largeur à mi-hauteur]. (a) carte de densité électronique $n_e(x, y)$ à l'instant t_{max} pour lequel l'intensité laser est maximale au foyer. Les flèches rouges matérialisent les directions des champs laser incident et réfléchi. (b) Profil temporel du champ réfléchi au niveau de la cible, que l'on a filtré entre les ordres harmoniques 35 et 45 [courbe bleue]. En rouge, on a représenté le profil temporel d'amplitude de l'enveloppe laser. (c) Transformée de Fourier 2D du champ réfléchi par la cible. (d) Profil angulaire du faisceau harmonique, que l'on a obtenu en intégrant selon k_z la TF 2D représenté en (c), entre les ordres harmoniques 35 et 45.

Cet effet a été modélisé pour la première fois par J.P Geindre *et al* dans [61], qui mirent en évidence l'influence du champ magnétique laser $\vec{\mathbf{B}}$ normal au plan d'incidence, sur les trajectoires des jets électroniques du miroir plasma, responsables de l'effet Doppler induit sur le champ incident. En particulier, les auteurs ont montré que pour des amplitudes laser a_L importantes au foyer et des longueurs de gradient plasma L faibles, le terme $\vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}}$ de la force de Lorentz courbe les trajectoires des électrons de ces jets et réduit par conséquent leur excursion vers le vide ainsi que leur facteur de Lorentz γ_m. L'étendue

spectrale du champ réfléchi ainsi que l'efficacité de génération des harmoniques dépendant fortement de γ_m, ceci implique une chute brutale, voire une disparition totale du signal harmonique, pour de fortes valeurs de a_L .

Nous avons simulé cet effet, à l'aide du code CALDER, en présence de rotation de front d'onde au foyer [Fig. 8.5]. Sur le panneau (a) représentant la densité électronique du miroir plasma, on observe des doubles jets d'électrons caractéristiques de l'effet gyromagnétique. On remarque qu'au centre de la tache, là où l'intensité du laser est maximale, l'efficacité de génération des impulsions attosecondes chute fortement en raison de l'effet gyromagnétique. Sur le profil temporel du champ réfléchi au niveau de la cible [panneau (b)], on observe également une chute de l'intensité des impulsions attosecondes [trait continu bleu] générées près du maximum d'intensité de l'impulsion laser [pointillés rouges]. En présence de rotation de front d'onde au foyer, cette structure temporelle singulière se retrouve aussi dans le profil angulaire du faisceau réfléchi, intégré entre les harmoniques 35 et 45 [panneau (c)]. On vérifie donc bien, sur ce cas particulier, qu'en présence de WFR au foyer, la structure temporelle du train est parfaitement encodée dans son profil angulaire, ce qui rendrait possible l'observation expérimentale de l'effet gyromagnétique à l'aide du phare attoseconde.

En conclusion de cette partie, nous avons vu que l'effet phare attoseconde permet de générer simplement, par le désalignement d'un des réseaux du compresseur optique, des impulsions attosecondes isolées avec une impulsion laser de départ potentiellement longue [environ 9 cycles laser]. La condition à vérifier pour pouvoir correctement isoler les impulsions attosecondes les unes des autres est le critère de l'équation (6.56) qui lie le ratio entre la divergence harmonique et la divergence laser θ_n/θ_L et le nombre de cycles optiques N_c de l'impulsion laser. En plus de sa simplicité, l'effet phare attoseconde est très général, puisqu'il s'applique en principe à n'importe quel mécanisme de génération d'harmoniques, y compris les harmoniques générées dans les gaz. Cet effet sera particulièrement intéressant dans le cas des harmoniques Doppler générées sur cible solide, pour lesquelles on espère obtenir des impulsions attosecondes très énergétiques [32]. Dans cette perspective, la connaissance et le contrôle de la divergence θ_n de ces harmoniques s'avèrent très importants.

Quatrième partie

Etude des propriétés spatiales des harmoniques Doppler

Afin de pouvoir exploiter pleinement la source harmonique dans de futures expériences d'interaction lumière-matière, il est nécessaire de connaître et contrôler précisément ses propriétés de divergence. Par exemple, dans la troisième partie de ce manuscrit, nous avons montré que les faisceaux harmoniques devaient être faiblement divergents afin de pouvoir séparer angulairement les impulsions attosecondes du train à l'aide de l'effet phare attoseconde.

Pour modéliser les propriétés spatiales des harmoniques Doppler, on doit déterminer la phase spatiale $\phi_n(y)$ et le profil d'amplitude $h_n(y)$ de l'harmonique d'ordre n générée par le miroir plasma dans le plan de la cible en $z = 0$, où a lieu le processus de génération d'harmoniques [Fig 8.6]. Il est ensuite possible de déduire les caractéristiques du faisceau harmonique à n'importe quelle distance z en propageant le champ réfléchi depuis la cible en $z = 0$ vers le plan z en utilisant une méthode de décompositions en ondes planes [cf. Partie 2]. Pour le moment, nous ne disposons pas de modèle complet permettant de

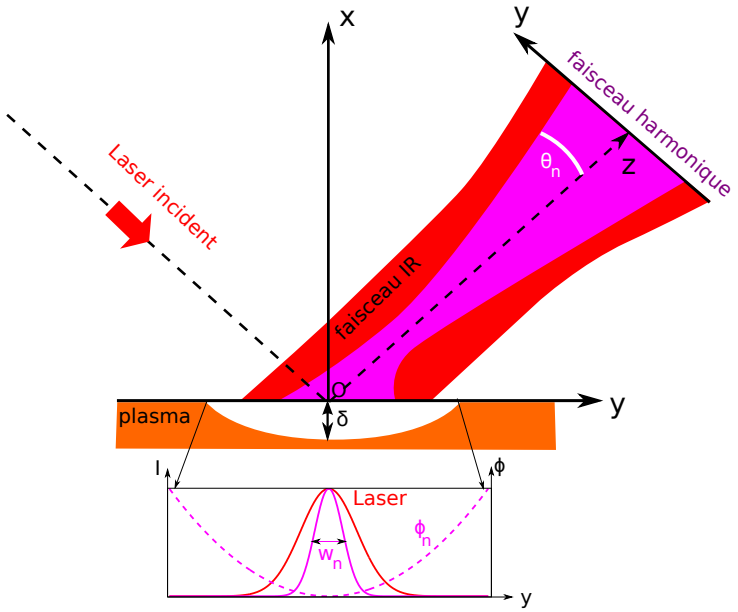

FIG. 8.6 – **Modélisation des propriétés spatiales des harmoniques.** Afin de dériver un modèle analytique pour les propriétés spatiales des harmoniques Doppler, on modélise à la fois l'étendue spatiale des harmoniques w_n d'ordre n ainsi que leur phase spatiale $\phi_n(y)$ dans le plan source en $z = 0$, là où survient la génération d'harmoniques. L'ensemble des propriétés spatiales du faisceau harmonique [en violet] à une distance arbitraire z ou en champ lointain $z \to +\infty$, dont notamment sa divergence θ_n, se déduisent ensuite par simple TF [cf. Partie 2].

déduire les efficacités de génération des harmoniques en fonction de l'amplitude laser a_L sur la cible [cf. partie 1]. Par conséquent, on obtiendra le profil h_n des harmoniques dans le plan source, à partir des résultats des simulations PIC 2D. Pour la phase spatiale $\phi_n(y)$ en revanche, nous avons dérivé un modèle analytique totalement prédictif que l'on se propose de détailler et valider dans cette dernière partie.

Dromey *et al* [62] ont suggéré pour la première fois que cette phase spatiale était due au fait que le miroir plasma s'enfonce et se courbe sous l'effet de la pression de radiation inhomogène qui règne au foyer du laser. Dans le cas où l'enfoncement deviendrait comparable à la longueur d'onde des harmoniques générées, ce miroir plasma courbe

focaliserait les harmoniques à une certaine distance de la cible et leur divergence ne serait plus imposée par la diffraction du faisceau harmonique mais par la courbure géométrique du miroir plasma.

Aucun travail de simulation ou de modélisation détaillé n'ayant été effectué pour confirmer ou infirmer l'hypothèse de l'équipe de Dromey, nous validerons d'abord celle-ci numériquement à l'aide du code PIC Calder 2D et nous montrerons l'effet de l'enfoncement du miroir plasma sur le profil spatial et la divergence des faisceaux harmoniques générés.

Ensuite, nous calculerons analytiquement l'enfoncement de la surface du miroir plasma sous l'effet du champ laser incident puis nous dériverons de cet enfoncement un modèle analytique complet pour la phase spatiale ϕ_n des harmoniques. Grâce au modèle obtenu pour la phase spatiale, nous dériverons un second modèle qui donne l'ensemble des propriétés spatiales des harmoniques.

Enfin, nous validerons cette modélisation numériquement à l'aide de simulations PIC 2D, réalisées sur les supercalculateurs du Grand Equipement National de Calcul Intensif (GENCI).

Chapitre 9

Simulation numérique des propriétés spatiales des harmoniques Doppler

9.1 Effet d'enfoncement dans les simulations PIC 2D

Afin de montrer numériquement que le miroir plasma s'enfonce et se courbe sous l'effet de la pression de radiation du laser, nous avons réalisé deux simulations CALDER dont les paramètres sont résumés dans le tableau 9.1 ci-dessous. Dans le cas a010c45L8P20, l'intensité est ultra-relativiste $a_L = 10$ et le gradient de densité plasma $L = \lambda_L/8$. Dans le second cas a06c45L20P20, l'intensité est toujours relativiste $a_L = 6$ mais le gradient est plus court $L = \lambda_L/20$. Dans les deux simulations, les ions sont mobiles. Remarquons que

Cas	Laser				Plasma		Maillage			T_{CPU}
	a_L	θ	w_0	τ_L	n_{e0}	*Grad.*	δx	δt	ppm	
a010c45L8P20	10	45°	$4\lambda_L$	$24T_L$	$200n_c$	$\lambda_L/8$	$\lambda_L/350$	$T_L/500$	20	$30000h$
a06c45L20P20	6	45°	$4\lambda_L$	$24T_L$	$200n_c$	$\lambda_L/20$	$\lambda_L/350$	$T_L/500$	20	$30000h$

TAB. 9.1 – **Paramètres des simulations particulaires des propriétés spatiales des harmoniques Doppler.** Dans le tableau ci-dessus, a_L est l'amplitude laser, θ l'angle d'incidence du laser sur la cible, w_0 est le waist laser, τ_L la durée d'impulsion pied à pied, n_{e0} la densité maximale du profil plasma, *Grad* sa longueur de gradient et *ppm* le nombre de particules par mailles de la simulation.

dans ces deux simulations, l'intensité au foyer du laser est de l'ordre de $10^{20} W.cm^{-2}$ et les harmoniques Doppler sont générées beaucoup plus efficacement que les harmoniques CWE pour tous les ordres harmoniques.

9.1.1 Enfoncement de la cible

Intéressons-nous dans un premier temps au cas a010c45L8P20. Sur la Fig. 9.1, on a représenté, sur une même carte de couleur, la densité électronique du plasma lorsque l'intensité laser est maximale, et le champ réfléchi [Composante B_y] à différents instants, filtré entre les ordres harmoniques 8 et 11. On constate tout d'abord que les impulsions attosecondes sont focalisées par le miroir plasma à l'instant (2), à une distance f d'environ $25\lambda_L$ de la cible.

Ensuite, dans l'encart (i) représentant un grossissement de la densité électronique près de la cible, on observe que la surface du miroir plasma s'enfonce le long de la direction normale à la cible et se courbe effectivement sous l'effet de la pression de radiation inhomogène du champ laser qui règne au foyer. Entre le centre de la tache et les bords du faisceau, on mesure un enfoncement $\delta \approx 0.5\lambda_L$ quatre fois supérieur aux longueurs d'ondes filtrées sur la Fig. 9.1, ce qui nous laisse penser que la courbure géométrique du miroir est responsable de la focalisation du train observée en (2).

Dans le cas a06c45L20P20 [non représenté ici], nous avons mesuré un enfoncement $\delta \approx 0.20\lambda_L$ inférieur et une distance de focalisation des harmoniques $f \approx 60\lambda_L$ plus grande. Il y a donc un effet direct des paramètres plasmas [longueur de gradient L] et laser [amplitude a_L, durée τ_L] sur l'enfoncement du miroir plasma, qui modifie à son tour les propriétés spatiales des harmoniques.

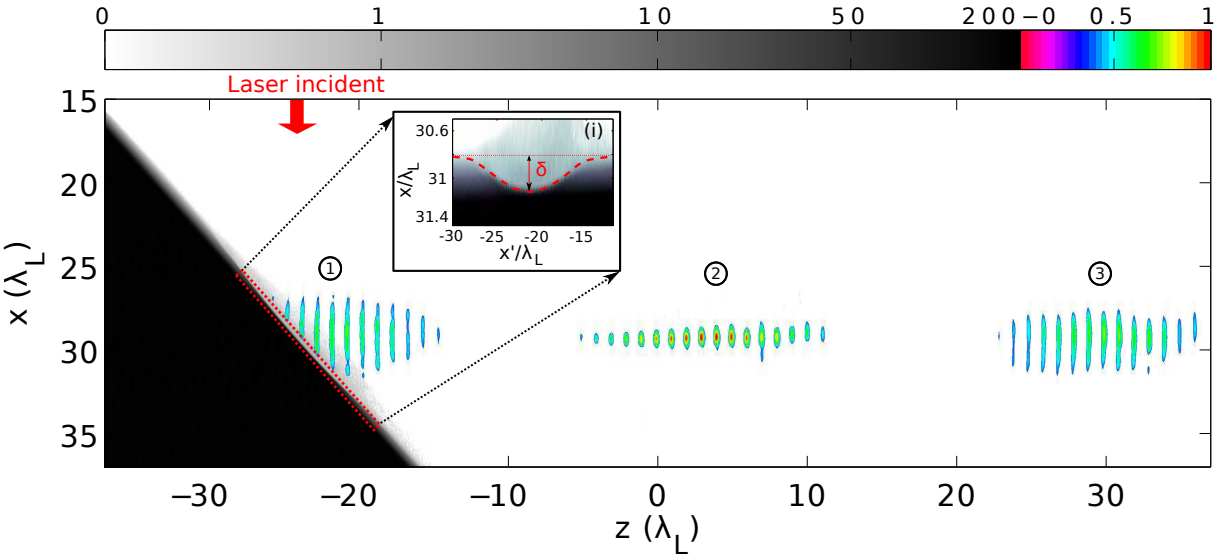

FIG. 9.1 – **Focalisation du train d'impulsions attosecondes par le miroir plasma.** On a représenté, dans la figure ci-dessus, la carte de densité électronique du plasma (en niveau de gris) à l'instant où l'intensité laser sur la cible atteint son maximum. La densité est exprimée en n_c. L'encart (i) est un zoom sur la surface de la cible à cet instant, montrant l'enfoncement du plasma δ au centre de la tache focale de taille $w_L \approx 4\lambda_L$. La carte de couleur représente l'amplitude du champ réfléchi par le miroir plasma, filtré entre les ordres harmoniques 5 et 9, à différents instants, (1) sur la cible (2) à $z \approx 25\lambda_L$ et (3) à $z \approx 50\lambda_L$ de la cible. L'amplitude du champ a été normalisée par sa valeur maximale atteinte en (2).

9.1.2 Effet de l'enfoncement du miroir plasma sur le faisceau harmonique

Afin d'illustrer plus quantitativement l'influence de l'enfoncement de la cible sur les harmoniques Doppler, nous avons représenté en rouge l'évolution de la divergence harmonique θ_n avec l'ordre n dans le cas a06c45L20P20 [Fig. 9.2]. La courbe bleue représente la taille de source w_n de l'harmonique n, que l'on pourra considérer dans un premier temps indépendante de l'ordre n. Ces résultats montrent que θ_n décroît d'abord avec l'ordre n

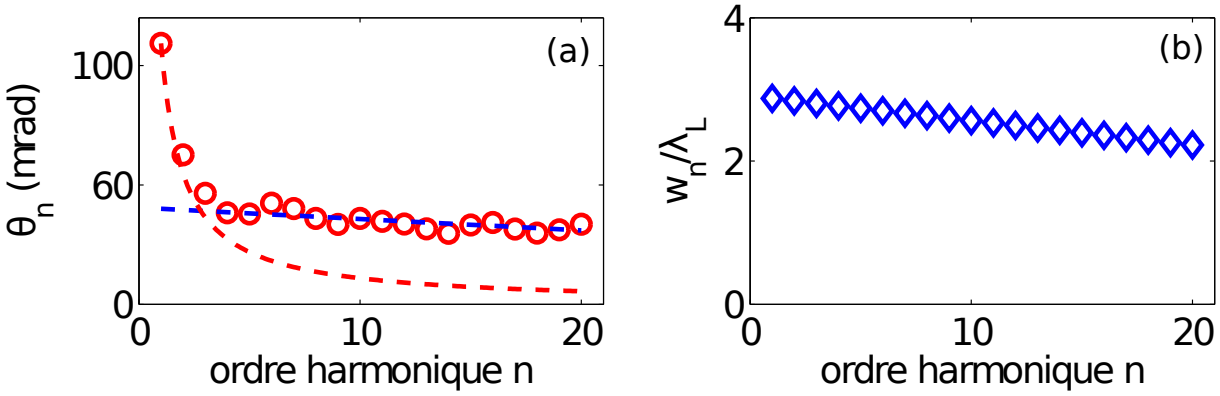

FIG. 9.2 – **Divergences et tailles de source des harmoniques issues de la simulation a06c45L20P20.** (a) Les points rouges représentent la divergence des harmoniques θ_n en fonction de l'ordre harmonique n. Les pointillés rouges représentent la divergence harmonique $\theta_n = \lambda_n/\pi w_n$ dans le cas idéal où le miroir plasma est plan. La taille de source des harmoniques w_n [panneau (b)] a été tirée des simulations PIC. En pointillés bleus, nous avons tracé la divergence des harmoniques $\theta_n = w_n/f$ si celles-ci étaient focalisées par un miroir courbe de focale $f = 60\lambda_L$ (b) Tailles de sources w_n des harmoniques Doppler issues des simulations PIC.

puis devient quasi-constant à partir de l'ordre $n_d = 4$. Cet ordre correspond en fait à une longueur d'onde $\lambda_d = 0.2\lambda_L$ du même ordre de grandeur que l'enfoncement $\delta = 0.2\lambda_L$ du plasma au centre de la tache focale. Afin d'expliquer cette tendance, nous avons représenté, sur les panneaux (a-d) de la Fig. 9.3, l'effet de la courbure du miroir sur le faisceau harmonique dans les deux régions $\lambda_n \ll \delta$ et $\lambda_n \gg \delta$.

Lorsque la longueur d'onde harmonique $\lambda_n \gg \delta$ est grande devant l'enfoncement δ de la cible, les harmoniques ne voient pas la courbure du miroir plasma et sont émises par une surface quasi-plane [Fig 9.3 (a) et (c)]. Dans ce cas elles possèdent une phase spatiale plate et diffractent librement depuis la cible. Dans le cas d'un faisceau harmonique gaussien, sa divergence θ_n, représentée en pointillés rouges sur la Fig. 9.2 (a) est donnée par la relation :

$$\theta_n = \frac{\lambda_n}{\pi w_n} \tag{9.1}$$

où w_n est l'étendue spatiale de l'harmonique d'ordre n représentée sur la Fig. 9.2 (b), $\lambda_n = \lambda_L/n$ la longueur d'onde de l'harmonique n et $\theta_L = \lambda_L/\pi w_L$ la divergence du laser. Comme w_n décroit faiblement avec l'ordre harmonique, la divergence décroît avec l'ordre harmonique selon la relation $\theta_n \propto 1/n$.

A l'inverse, lorsque la longueur d'onde harmonique $\lambda_n \ll \delta$ devient inférieure ou comparable à l'enfoncement δ de la cible, le faisceau harmonique subit cette fois la courbure du miroir plasma, qui le focalise à une distance $f \approx 60\mu m$ de la cible [Fig. 9.3 (b) et (d)]. Sa divergence θ_n n'est alors plus donnée par sa diffraction naturelle mais imposée par la courbure géométrique du miroir plasma selon :

$$\theta_n \approx \frac{w_n}{f} \tag{9.2}$$

Comme w_n varie peu avec l'ordre harmonique, la divergence des harmoniques devient

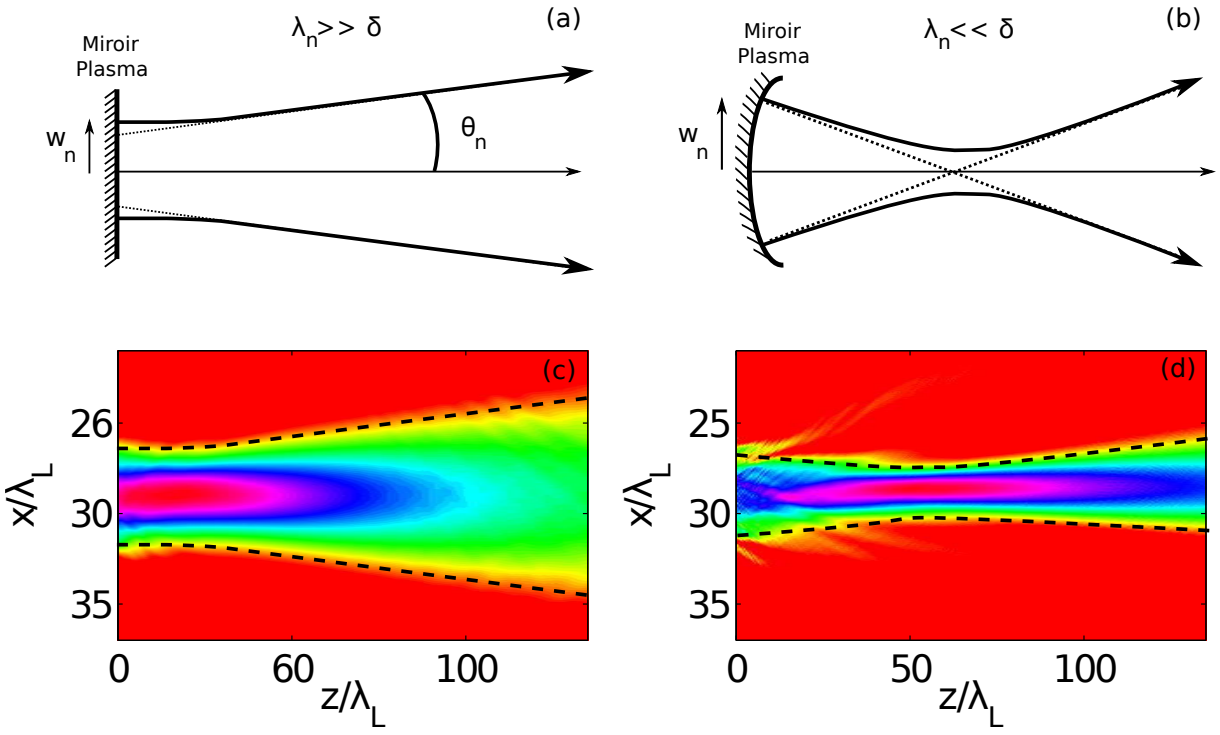

FIG. 9.3 – **Focalisation du faisceau harmonique par le miroir plasma** (a) Cas où la longueur d'onde harmonique λ_n est très grande devant l'enfoncement du plasma δ : $\lambda_n \gg \delta$. Le miroir plasma agit comme un miroir plan et le faisceau harmonique diffracte librement depuis la cible. Sa divergence est donnée par la limite de diffraction $\theta_n = \lambda_n/\pi w_n$ où w_n désigne la taille de source de l'harmonique au niveau de la cible. (b) Cas $\lambda_n \ll \delta$. Le miroir plasma est courbé et focalise le faisceau harmonique à une distance f de la cible. Sa divergence est donnée cette fois par $\theta_n = w_n/f$. (c) Profil spatial (x, z) simulé [cas a06c45L20P20] du champ de l'harmonique 2 obtenu en propageant la ligne de champ fournie par CALDER entre $z = 0$ [cible] et $z = 150\lambda_L$ par une méthode de décomposition en ondes planes [cf. Partie 2]. Dans cette simulation, on a $\delta = 0.2\lambda_L \approx \lambda_5$. (d) Profil spatial (x, z) simulé de l'harmonique 10 obtenue par la même méthode qu'en (c) et pour laquelle on a $\delta/\lambda_{10} = 2$.

quasi-constante et indépendante de l'ordre harmonique, comme le montre la courbe en traits pointillés bleus de la Fig. 9.2 (a).

Chapitre 10

Modèle d'enfoncement du miroir plasma

Dans ce chapitre, on modèlise finement les dynamiques électronique et ionique à l'origine de l'enfoncement total du miroir plasma. Dans toute la suite, on désigne par x la coordonnée normale à la cible et (y,z) les coordonnées transverses, y étant la coordonnée dans le plan d'incidence du laser. On se place d'abord dans le cas simple d'un plasma dont les ions sont immobiles. On considère une onde plane de profil d'amplitude $a_L(t)$, polarisée p [**B** selon **z**] et en incidence oblique d'angle θ sur le plasma.

10.1 Cas d'un plasma avec ions immobiles

10.1.1 Dynamique électronique

Pour décrire la dynamique des électrons du plasma en incidence oblique, on bascule dans le référentiel de Bourdier introduit dans la partie 1 de ce manuscrit. On rappelle que dans ce référentiel, le laser est en incidence normale sur la surface du plasma. Nous avons réalisé une simulation dans les conditions laser-plasma suivantes : un laser de polarisation p et d'amplitude $a_L = 10$ est incident avec un angle $\theta = 45°$ sur une cible de longueur de gradient $L = \lambda_L/8$ et de densité maximale $n_{e0} = 30n_c$ dans le référentiel du laboratoire.

Sur la Fig. 10.1 (a), on a représenté l'évolution de la densité électronique $n_e(x,t)$ pendant deux cycles laser. A chaque cycle optique, on constate que durant la première moitié du cycle, la partie magnétique $\mathbf{F}_M = -ev_yB_z\mathbf{x}$ de la force de Lorentz [en bleu sur la Fig. 10.1 (d)] pousse les électrons de la surface de la cible à une distance x_b dans le plasma, sous la forme d'un pic ou surdensité de profil $N(x)$ et d'épaisseur L_s très inférieure à la longueur d'onde laser λ_L [Fig. 10.1 (b)]. Pendant cette période, on constate en effet sur le panneau (c) que la vitesse $\beta_y = v_y/c$ de ces électrons, induite par la composante E_y du laser, est proche de -1 et que la composante B_z du laser augmente. Les ions restés immobiles exercent alors une force de rappel $\mathbf{F}_{es} = -eE_x\mathbf{x}$ [en rouge sur la Fig. 10.1 (d)] qui tend à ramener les électrons du pic vers leur position initiale.

Pendant toute cette première phase de poussée [$16.5T_L < t < 17T_L$], on constate sur le panneau (c) qu'il y a un équilibre instantané des forces magnétiques et électrostatiques :

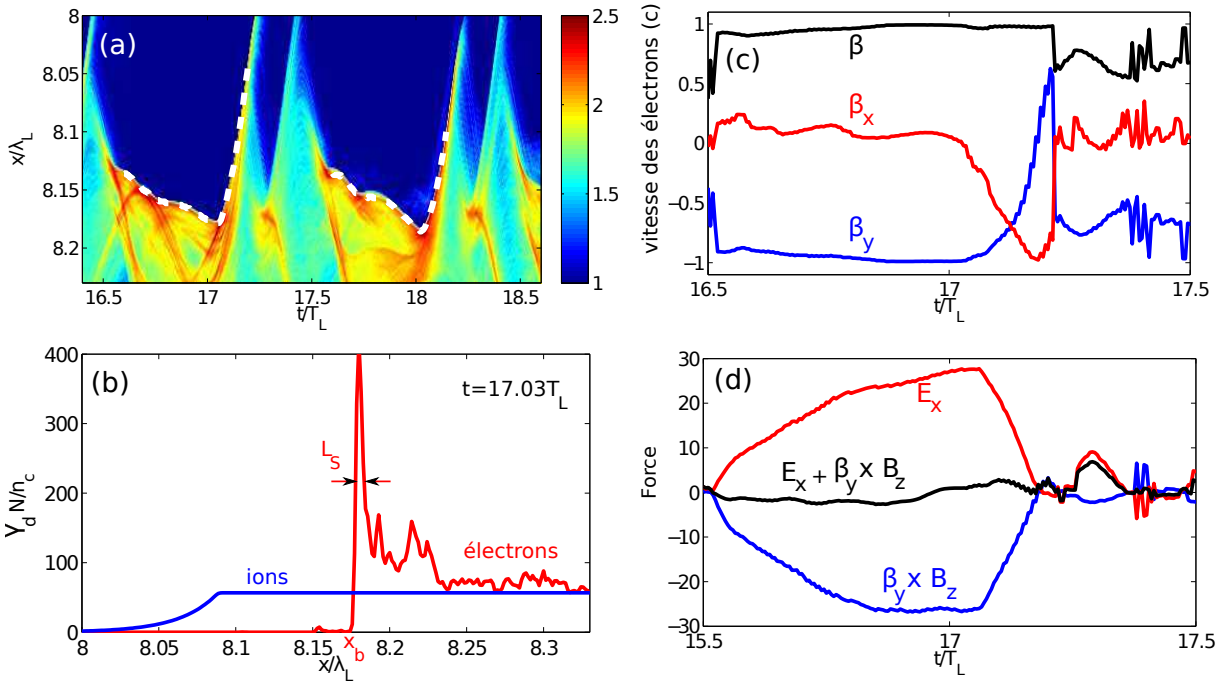

FIG. 10.1 – **Dynamique électronique en régime ultra-relativiste** $a_L \gg 1$. (a) Dénsité électronique $n_e(x,t)$ dans le référentiel mobile. Les pointillés blancs représentent la surdensité d'électrons créée par la composante magnétique $v_y \times B_z$ de la force de Lorentz. (b) Coupe de la densité électronique $n_e(x,t_c)$ [rouge] et ionique $n_i(x,t_c)$ [bleue] représentée en (a) au temps $t_c = 17.08T_L$ dans le référentiel mobile. Les densités sont exprimées en unités n_c dans le référentiel du laboratoire, au facteur de Lorentz $\gamma_d^2 = 1/\cos^2\theta = 2$ près. (c) Evolution des composantes de vitesse β_x et β_y ainsi que de la vitesse totale $\beta = \sqrt{\beta_x^2 + \beta_y^2}$ en fonction du temps t. (d) Evolution des composantes magnétiques $F_L = \beta_y \times B_z$ et électrostatique $F_{es} = E_x$ s'appliquant sur la surdensité d'électrons représentée en pointillés blancs sur le panneau (a). Les champs B_z et E_x sont en unités normalisées $B_z \to eB_z/m_e\omega_L^M$ où $\omega_L^M = \omega_L \cos\theta$ est la fréquence du laser dans le référentiel mobile M.

$\mathbf{F}_M(t)+\mathbf{F}_{es}(t) \approx \mathbf{0}$. Les ions immobiles agissent donc, via la force de rappel électrostatique, comme un ressort mécanique, tiré par la force magnétique du laser.

Ensuite, une fois que l'enfoncement x_b du pic atteint sa valeur maximale $x_e = 8.17\lambda_L$ lorsque B_z est lui aussi maximum, la force magnétique diminue et les électrons du pic sont brusquement accélérés vers le vide [$\beta_x < 0$ sur la Fig. 10.1 (d)]. En $t = 17.17T_L$, leur vitesse transverse β_y change de signe et leur vitesse longitudinale atteint des valeurs proche de c [$\beta_x = -1$]. Nous avons vu dans la partie 1 de ce manuscrit, qu'autour de cet instant, le pic de densité visible sur le panneau (a) sous la forme d'un jet d'électrons, agit comme un miroir relativiste pour le champ incident et génère des harmoniques du laser par effet Doppler.

Sur la Fig. 10.2 on a représenté cette fois l'évolution de la densité électronique du plasma $n_e(x,t)$ pendant toute la durée de l'impulsion laser. On observe que lorsque la valeur de l'amplitude laser a_L augmente [Fig. 10.2 (a)] d'un cycle laser $T_k = kT_L$ au cycle suivant T_{k+1}, l'excursion maximale x_s augmente également. A l'inverse, x_s revient vers sa position initiale lorsque a_L diminue dans la deuxième partie de l'impulsion. Ce mouvement de dérive $x_s(T_k)$ des électrons du plasma est responsable de l'enfoncement du

miroir plasma et nous montrerons son influence sur les structures spatiale et temporelle du train dans la suite de ce manuscrit.

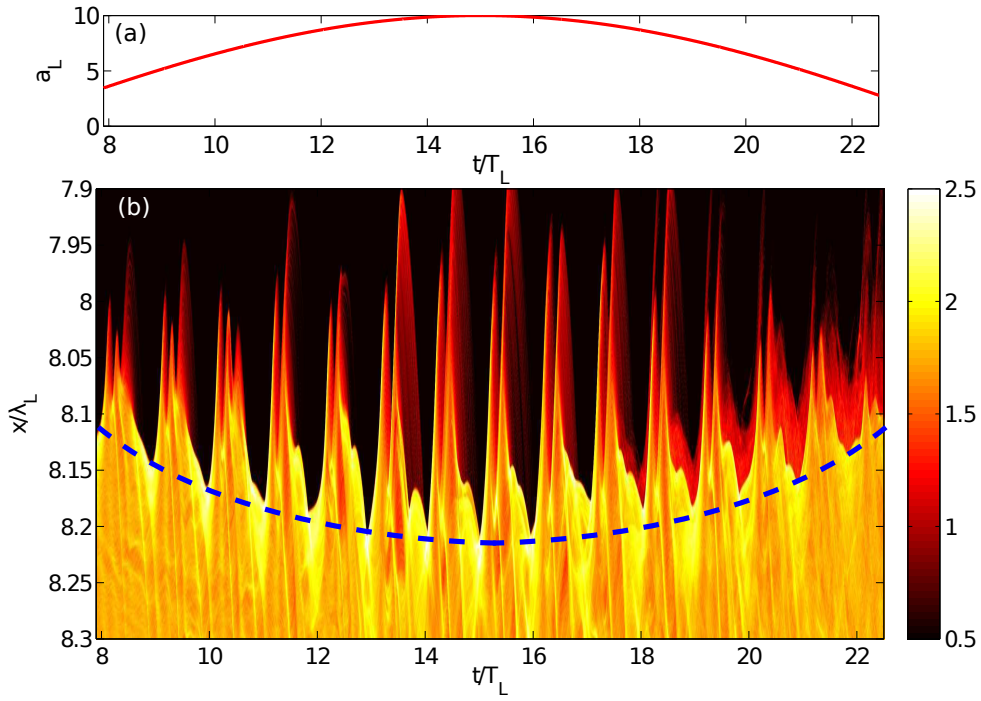

FIG. 10.2 – **Variation de l'enfoncement maximal x_s avec l'amplitude laser.** Les conditions de simulation sont les mêmes que pour la Fig. 10.1. (a) Profil temporel d'amplitude de l'enveloppe laser $a_L(t)$. (b) carte de densité électronique $n_e(x,t)$. La courbe bleue schématise l'évolution de l'excursion maximale x_s au cours du temps.

A présent, on détaille le calcul de x_e dans le cas d'un profil de densité plasma exponentiel de longueur de gradient L [Fig. 10.3]. Comme l'impulsion laser arrive sur la cible avec un angle θ, elle se propage dans le plasma jusqu'à la densité seuil $n_{th} = n_c \cos^2\theta\gamma_d$ dans le référentiel mobile, à partir de laquelle elle commence à se réfléchir [15]. n_c désigne ici la densité critique dans le référentiel du laboratoire. On se restreindra donc au profil de densité suivant exprimé dans le référentiel mobile :

$$\begin{cases} n_e(x) = n_{e0}\gamma_d & x \geqslant L\ln\dfrac{n_{e0}}{n_c\cos^2\theta} \\ n_e(x) = n_c\cos\theta^2\gamma_d e^{x/L} & L\ln\dfrac{n_{e0}}{n_c\cos^2\theta} \geqslant x \geqslant 0 \\ n_e(x) = 0 & x < 0 \end{cases} \tag{10.1}$$

avec $\gamma_d = 1/\cos\theta$ le facteur de Lorentz associé à la transformation relativiste vers le référentiel de Bourdier et n_{e0} est la maximum du profil de densité dans le référentiel du laboratoire.

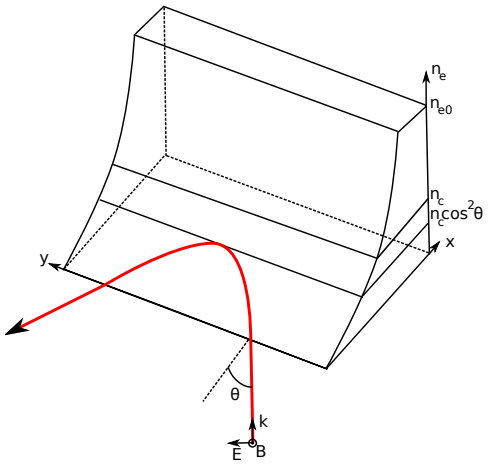

FIG. 10.3 – **Interaction d'une onde plane polarisée p $[E_x, E_y, B_z]$ avec un gradient de densité plasma.**

10.1.2 Calcul de l'enfoncement maximal x_s des électrons du miroir plasma

Calculons le déplacement $x_b(t)$, des électrons du pic durant la phase de poussée $17T_L > t > 16.5T_L$ de la Fig. 10.1. On suppose qu'à tout instant t, les électrons du plasma sont divisés en deux populations :

(i) Un pic de profil de densité $N(x,t)$ entre les abscisses $x_b(t)$ et $x_b(t) + L_s(t)$ où x_b est l'abscisse du premier électron de la couche et L_s son épaisseur,

(ii) Une population non perturbée en $x > x_b(t) + L_s(t)$

Pour plus de simplicité, on omet le temps t dans les notations des grandeurs physiques et on suppose les calculs réalisés à un temps t donné durant la poussée. Dans le référentiel mobile, les forces agissant sur un électron de la couche à t sont :

1. **La force de Lorentz** $\mathbf{F}_L = -ev_yB_z\mathbf{x}$ où B_z contient les trois contribution suivantes :

   (i) La composante B_L des champs lasers incident et réfléchi d'expression :

   $$\hat{B}_L = 2a\cos\theta \tag{10.2}$$

   où a est le potentiel vecteur normalisé à l'instant t et où on a utilisé la normalisation $\hat{B}_L = eB_L/m_e\omega_L$.

   (ii) La composante B_i du champ magnétique induit par le courant non compensé $\mathbf{J}_i = n_i(x)Ze\mathbf{v}_d$ des ions dérivant à $\mathbf{v}_d = -c\sin\theta\mathbf{y}$ entre $x = 0$ et $x = x_b$. Sa valeur s'obtient simplement en intégrant l'équation de Maxwell-Ampère entre $x = 0$ et x :

   $$-\int_0^x \frac{dB_i}{dx_0}dx_0 = \mu_0\int_0^x J_i dx_0 \tag{10.3}$$

   soit

   $$B_i(x) = \mu_0 ec\sin\theta Ln_c\cos\theta\,[\exp(x/L) - 1] \tag{10.4}$$

où nous avons supposé pour simplifier que le pic de densité ne sortait pas du gradient. Nous verrons dans la suite que pour des valeurs $3 < a_L < 20$ réalistes et des densités maximales $n_e 0 = 200 n_c$, cette hypothèse est bien vérifiée. En utilisant la normalisation $\hat{B}_i = eB_i/m_e\omega_L$, on obtient finalement :

$$\hat{B}_i(x) = L \sin\theta \cos\theta \frac{\omega_L}{c} \left[\exp(x/L) - 1\right] \tag{10.5}$$

(iii) La composante B_e du champ magnétique induit par le courant non compensé $\mathbf{J}_e = -eN(x)v_y(x)\mathbf{y}$ de la surdensité d'électrons entre $x = x_b$ et $x = x_b + L_s$. Sa valeur se calcule cette fois-ci en intégrant l'équation de Maxwell-Faraday entre $x = x_b$ et x :

$$-\int_{x_b}^{x} \frac{dB_e}{dx_0} dx_0 = \mu_0 \int_{x_b}^{x} J_e dx_0 \tag{10.6}$$

soit :

$$B_e(x) = \mu_0 e \int_{x_b}^{x} N(x_0) v_y(x_0) dx_0 \tag{10.7}$$

et :

$$\hat{B}_e(x) = \frac{\omega_L}{c} \int_{x_b}^{x} \frac{N(x_0)}{n_c} \beta_y(x_0) dx_0 \tag{10.8}$$

2. **La force électrostatique de rappel** $\mathbf{F}_{es} = -e\mathbf{E}_{es}$ exercée par les ions restés immobiles, où $\mathbf{E}_{es}$ est le champ de charge d'espace qui vérifie l'équation de Poisson :

$$\frac{dE_{es}}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon_0 \cos\theta} \tag{10.9}$$

avec ρ est la densité de charge totale. En intégrant l'équation (10.9) entre $x = 0$ et $x < x_b + L_s$ il vient :

$$E_{es} = \frac{n_c \cos\theta e L}{\epsilon_0} \left[\exp(x_b/L) - 1\right] - \frac{e}{\epsilon_0} \int_{x_b}^{x} N(x_0) dx_0 \tag{10.10}$$

En utilisant cette fois la normalisation $\hat{E}_{es} = E_{es}/m_e\omega_L c$, on obtient :

$$\hat{E}_{es} = L \cos\theta \frac{\omega_L}{c} \left[\exp(x_b/L) - 1\right] - \frac{\omega_L}{c} \int_{x_b}^{x} \frac{N(x_0)}{n_c} dx_0 \tag{10.11}$$

En écrivant l'équilibre des forces $\mathbf{F}_{es}(t_{max}) + \mathbf{F}_L(t_{max}) = \mathbf{0}$ [justifié par la Fig. 10.1 (d)] s'appliquant sur un électron de la couche en $x > x_b$ on a :

$$\hat{E}_{es} = -\beta_y(x) \times \left(\hat{B}_L + \hat{B}_i + \hat{B}_e\right) \tag{10.12}$$

En utilisant les équations (10.2), (10.4), (10.8) et (10.11), l'équilibre (10.12) s'écrit :

$$\begin{aligned} L\frac{\omega_L}{c} \left[\exp(x_b/L) - 1\right] - \frac{\omega_L}{c} \int_{x_b}^{x} \frac{N(x_0)}{n_c \cos\theta} dx_0 = \; & -v_y(x) \left(2a_L + L \sin\theta \frac{\omega_L}{c} \left[\exp(x/L) - 1\right] \ldots \right. \\ & \left. \ldots + \frac{\omega_L}{c} \int_{x_b}^{x} \frac{N(x_0)}{n_c \cos\theta} \frac{v_y(x_0)}{c} dx_0 \right) \end{aligned} \tag{10.13}$$

On estime le déplacement maximum x_s en prenant $x = x_b = x_s$ dans l'équation ci-dessus, $a = a_L$ l'amplitude laser maximale dans le cycle et en supposant que les électrons de la surdensité sont relativistes $v_y(x_s) \approx -c$ [justifié par la Fig. 10.1 (c)]. On obtient :

$$L\frac{\omega_L}{c}\left[\exp(x_s/L) - 1\right] = c\left(2a_L + L\sin\theta\frac{\omega_L}{c}\left[\exp(x_s/L) - 1\right]\right) \tag{10.14}$$

d'où :

$$x_s(t) = L\ln\left[1 + \frac{2a_L(t)}{2\pi L/\lambda_L(1-\sin\theta)}\right] \tag{10.15}$$

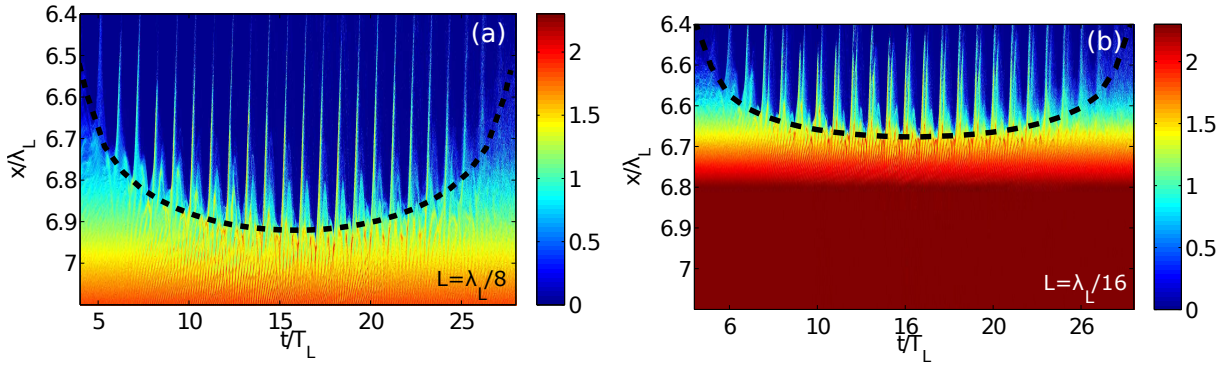

FIG. 10.4 – **Effet de la longueur de gradient L sur l'enfoncement x_s du pic d'électrons.** Les cartes de couleurs représentent la densité électronique $n_e(x,t)$ obtenue à partir du code EUTERPE dans le cas d'un laser d'amplitude maximale $a_L = 6$ en incidence d'angle $\theta = 45°$ sur un gradient de plasma de longueur $L = \lambda_L/8$ (a) et $L = \lambda_L/16$ (b) et de densité maximale $n_{e0} = 200n_c$. Dans les deux cas, le laser a un profil temporel $a_L(t)$ en cos^2 de durée $\tau_L = 24T_L$ pied à pied et les ions sont immobiles.

Sur la Fig. 10.4, nous avons confronté le modèle aux simulations PIC EUTERPE pour un laser d'amplitude maximum $a_L = 6$, en incidence oblique d'angle $\theta = 45°$ sur deux gradients plasmas de longueurs $L = \lambda_L/8$ (a) et $L = \lambda_L/16$ (b) et de densité maximale $n_{e0} = 200n_c$. Dans chaque simulation les ions sont immobiles et le profil temporel du laser $a_L(t)$ est en $\cos^2$, de durée $\tau_L = 24T_L$ pied à pied. On peut voir que l'enfoncement $x_s(t)$ [pointillés blancs sur les Fig. 10.4 (a) et (b)] calculé au moyen de l'équation (10.15) reproduit parfaitement l'enfoncement du pic d'électrons des simulations PIC. On constate par ailleurs que pour une amplitude laser donnée, x_s augmente avec la longueur de gradient L.

10.2 Cas d'un plasma avec ions mobiles

10.2.1 Dynamique ionique

Dans la modélisation précédente, nous avons supposé que les ions de la cible étaient immobiles à l'échelle de la durée d'impulsion laser τ_L. Cependant, nous allons voir qu'aux amplitudes lasers $a_L > 3$, cette hypothèse n'est vraie que pour une gamme restreinte de durées d'impulsions τ_L et de longueur de gradient plasma L. Par exemple, nous avons réalisé une simulation EUTERPE pour un laser de profil temporel en cos^2 de durée $\tau_L =$

$24T_L$ pied à pied, d'amplitude $a_L = 10$ et un plasma de longueur de gradient $L = \lambda_L/8$. Les ions sont mobiles, de charge $Z = +1$ et de masse $m_i = 2m_p$

Sur la Fig. 10.5, on a représenté l'évolution temporelle des densités ionique (a) et électronique (b) sur toute la durée de la simulation. En (a), nous avons représenté en pointillés blancs l'évolution de l'enfoncement maximum x_e du pic de densité d'électrons calculé à partir du modèle précédent qui ne tient pas compte du mouvement des ions. Au départ, pour $t < 15T_L$, les ions beaucoup plus inertes que les électrons ne sont pas encore accélérés par la pression de radiation du laser et on voit que le modèle décrit bien la dynamique d'enfoncement du plasma.

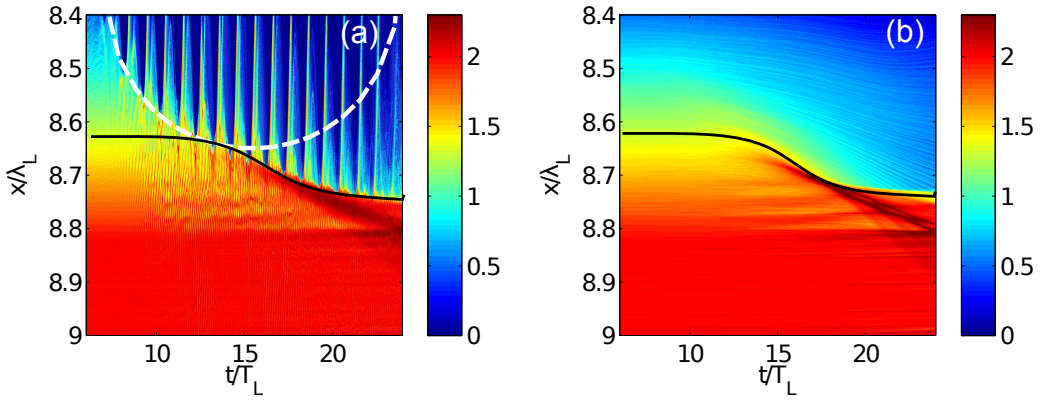

FIG. 10.5 – **Enfoncement du miroir plasma avec ions mobiles.** Cas $a_L = 10$, $L = \lambda_L/8$ et $\tau_L = 20T_L$ en ions mobiles. (a) carte de densité électronique $n_e(x,t)$ en fonction du temps t et de la coordonné normale à la cible x. La ligne en pointillés blancs représente l'évolution de l'enfoncement x_s du pic de densité électronique, calculé à partir de l'équation (10.15), dans le cas d'ions immobiles. (b) Densité ionique $n_i(x,t)$. La courbe en trait plein noir sur les panneaux (a) et (b) correspond à l'évolution temporelle de l'enfoncement des ions initialement situés en x_{i0}, au niveau de la densité $n_i(x_{i0}) = 25n_c$.

Ensuite, lorsque $t > 15T_L$ on voit sur le panneau (b), que les ions des différentes couches de densité du plasma s'enfoncent progressivement sous l'effet de la pression de radiation du laser à mesure que celui-ci pénètre et se réfléchit sur le pic d'électrons en (a). A titre d'illustration, on a représenté en noir le mouvement de dérive des ions $x_i(t)$ initialement situés en x_{i0}, au niveau de la densité $n_i(x_{i0}) = 25n_c$. A la différence du cas de la Fig. 10.4 pour lequel les ions étaient immobiles, on voit sur le panneau (a) que le mouvement du pic de densité électronique n'est cette fois plus symétrique par rapport au maximum de l'amplitude laser [situé en $t = 15T_L$], du fait du mouvement des ions de la cible.

En effet, si l'enfoncement maximal x_s de la nappe d'électrons augmente bien selon la formule donnée par l'équation (10.15) au début de l'impulsion [pointillés blancs], elle ne revient cependant pas à sa position initiale aux temps $t > 15T_L$ mais continue de s'enfoncer avec un mouvement de dérive donné cette fois par l'enfoncement $x_i(t)$ de la densité ionique du panneau (b). Dans la suite, on modélise cet enfoncement x_i puis on développe un modèle plus complet pour l'enfoncement x_s du pic d'électrons, qui tient compte de x_i.

10.2.2 Mécanisme d'accélération des ions de la cible

Afin de comprendre le mécanisme d'accélération des ions du plasma par le laser, nous avons réalisé deux simulations EUTERPE, l'une en polarisation circulaire et l'autre en polarisation linéaire.

Polarisation circulaire

Dans la première simulation, le champ laser polarisé circulairement est en incidence normale [$\theta = 0°$] sur un plasma à bord raide de densité constante $n_{e0} = 30n_c$ pour $x > x_0$. L'impulsion laser a également un profil temporel en échelon et son amplitude vaut $a_L = 10$. Dans ce premier cas, le terme pondéromoteur $\mathbf{v}_e \wedge \mathbf{B} \propto a_L^2 \mathbf{x}$ de la force de Lorentz $\mathbf{F}_L = \mathbf{E} + \mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$ est constant dans le temps, ce qui permet de mieux comprendre le mécanisme d'accélération des ions.

Sur la Fig. 10.6 (a), nous avons représenté les champs électrique E_x [en vert] et magnétique B_z [en mauve] ainsi que les densités électroniques n_e [en rouge] et ioniques n_i [en bleu] qui règnent à l'interface vide-plasma en $x > x_0$, à l'instant $t = 5.25T_L$ où l'impulsion laser frappe la cible. Comme nous l'avons déjà illustré dans la section précédente, on voit

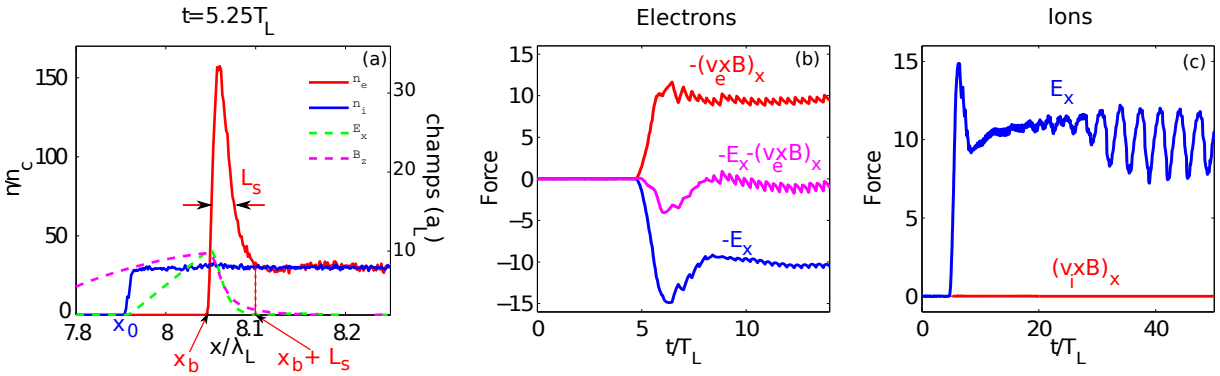

FIG. 10.6 – **Mecanisme d'enfoncement des ions de la cible.** (a) Densités électronique [en rouge] et ionique [en bleu] en unités n_c et dans le référentiel du laboratoire, à l'instant $t = 5.25T_L$ où l'impulsion laser frappe la cible. La courbe violette représente la composante $B_z(x)$ du champ et la courbe verte le champ électrostatique $E_x(x)$. (b) Evolution temporelle des forces F en unités $1/m_e\omega_L c$ s'appliquant sur les électrons du pic visible en (a) et situé en $x = x_b$. La courbe rouge représente la composante selon x de la partie magnétique de la force de Lorentz $-(\mathbf{v}_e \wedge \mathbf{B}).\mathbf{x}$ où v_e est en unités c et $\mathbf{B}$ en unités $e/m_e\omega_L c$. La courbe bleue représente la force de rappel électrostatique exercée par les ion restés immobiles sur les électrons. (c) Evolution temporelle des forces s'appliquant sur les ions au niveau du pic d'électrons en $x = x_b(t)$. La courbe bleue représente la force électrostatique exercée par les électrons du pic et la courbe rouge la composante magnétique de la force de Lorentz.

en (b) que la partie magnétique de la force de Lorentz $\mathbf{F}_M = -ev_yB_z\mathbf{x}$ [en rouge] déplace d'abord très fortement les électrons de l'interface initialement en $x = x_0$ vers l'intérieur de la cible en $x = x_b$, sous la forme d'une surdensité d'électrons nettement visible en (a). Les ions restés immobiles du fait de leur plus grande inertie [$m_i \gg m_e$] exercent alors un champ de rappel $-E_x$ [en bleu sur le panneau (b)] sur les électrons qui compense rapidement la force $\mathbf{F}_M$. En (a) on voit qu'à cet instant, l'épaisseur L_s est très petite devant la longueur d'onde laser et sa densité N atteint presque 5 fois celle du plasma non perturbé.

Le champ laser B_z est entièrement réfléchi sur le pic d'électrons où son profil d'amplitude devient évanescent entre $x = x_b$ et $x = x_b + L_s$ puis s'annule au-delà.

Le champ de rappel électrostatique $E_x > 0$ qui s'instaure à l'équilibre décrit ci-dessus va tendre à ramener les électrons vers leur position initiale en $x = x_0$ d'une part, mais aussi à accélérer les ions du plasma. En effet, comme les ions, plus lourds que les électrons, ne bougent pas sous l'effet du champ électrique laser $\mathbf{E}$, leur vitesse transverse $\mathbf{v}_{\perp,i}$ ainsi que la partie magnétique de la force de Lorentz sont nulles [Fig. 10.6 (c)]. Ainsi, à la différence des électrons, les ions subissent uniquement le champ de rappel électrostatique $E_x > 0$ qui va les accélérer vers l'intérieur du plasma. A partir du profil du champ fourni par le code EUTERPE en (a), on voit que ce champ E_x va agir différemment sur les deux populations d'ions positionnées respectivement dans la zone dépeuplée d'électrons entre $x = x_0$ et $x = x_b$ et celle positionnée dans la surdensité d'électrons entre $x = x_b$ et $x = x_b + L_s$.

Dans la première zone, il apparait que $E_x(x)$ est positif et croît linéairement avec l'abscisse x dans le plasma : les ions situés en $x = x_0$ n'atteindront jamais ceux en $x = x_b$. Dans ce cas, on observe sur les encarts (a-c) de la Fig. 10.7 un "étalement" de cette population d'ions en $x < x_b$ à l'arrière du pic d'électrons, sous la forme d'un plateau de densité dont la valeur maximale diminue dans le temps.

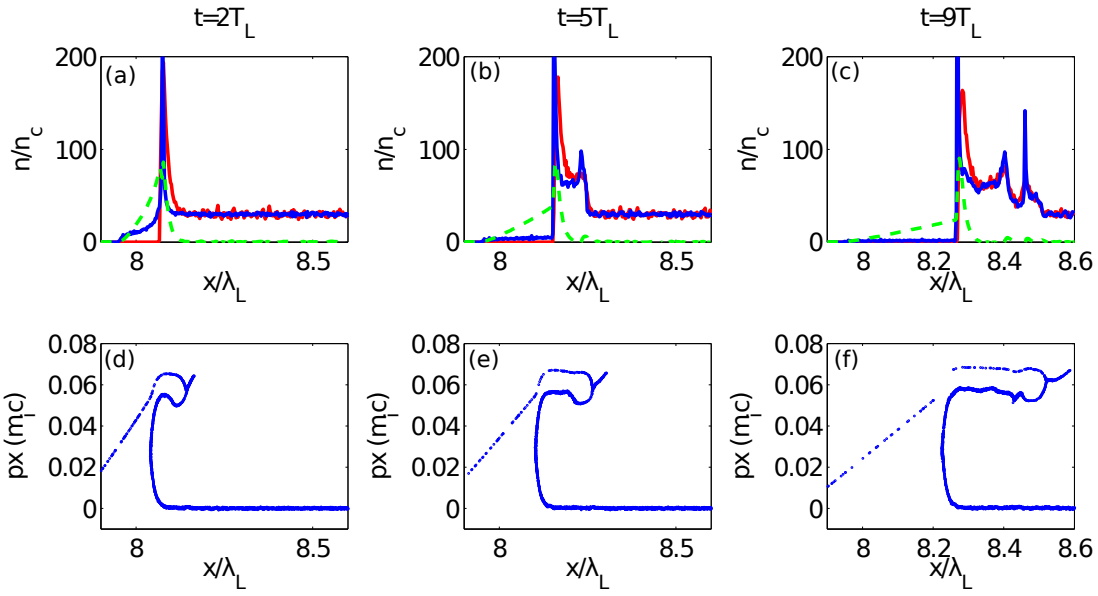

FIG. 10.7 – **Densités et espace des phases ioniques à différents instants.** (a-c) Densités ionique [bleu] et électronique [rouge] à différents instants. La courbe verte représente le profil du champ $E_x(x)$ (d-f) Espace des phases (x, p_x) des ions du plasma à différents instants.

A l'inverse, entre $x = x_b$ et $x = x_b + L_s$, le champ E_x décroît quasi-linéairement : tous les ions de cette zone atteindront l'abscisse $x = x_b + L_s$ au même instant τ_{pic}, où ils formeront un pic de densité nettement visible sur les profils de densité de la Fig. 10.7 (a-c) et les espaces des phases (x, p_x) des panneaux (d-e-f). Sur la Fig. 10.8, montrant l'évolution temporelle des densités électronique (a) et ionique (b) du plasma, on constate que le pic ionique traverse ensuite le plasma neutre sans obstacle à vitesse balistique

constante et entraîne avec lui, à la même vitesse, un pic de densité électronique qui maintient la neutralité du plasma. Une fois ce premier pic d'ions généré, les ions entre $x = x_b$ et $x = x_b + L_s$ ont été accélérés dans le plasma et engendrent une diminution de la densité ionique dans cette zone : l'équilibre électrostatique entre le champ de rappel et la force de Lorentz est alors rompu et un nouvel équilibre s'instaure. Le pic d'électrons se trouve à présent en $x_b\prime = x_b + L_s$ et le champ de rappel va accélérer les ions entre $x = x_b\prime$ et $x_b\prime + L_s = x_b + 2L_s$. Le point de réflexion du laser $x_b(t)$ s'enfonce ainsi dans le plasma à mesure que t augmente et de nouveaux pics seront générés périodiquement avec la période $\tau_{pic} = 3T_L$, comme nous pouvons clairement le voir sur la carte de densité ionique de la Fig. 10.8 (b), avec à chaque fois une chute du champ E_x au niveau du pic d'électrons en $x = x_b(t)$ du fait de la rupture de l'équilibre électrostatique [Fig. 10.6 (c)]. Le laser érode ainsi progressivement la surface du plasma qui s'enfonce à la vitesse $v_p = 0.027c$ sur la Fig. 10.8 (b).

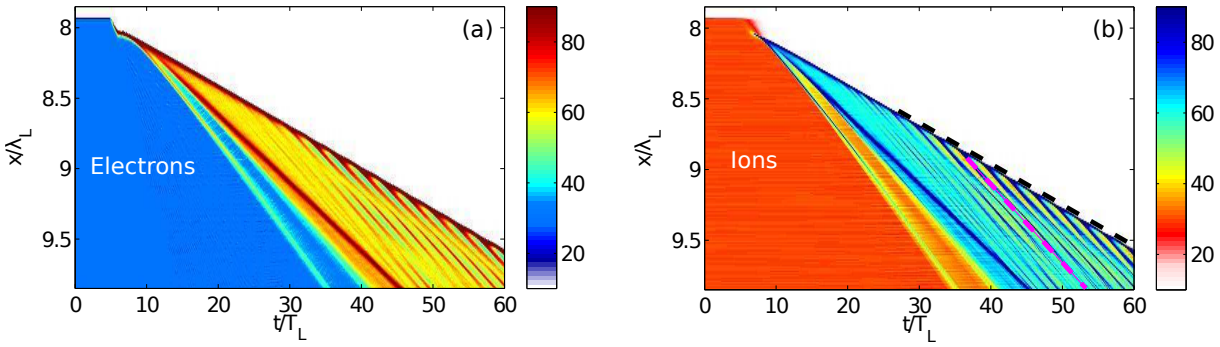

FIG. 10.8 – **Evolution temporelle des densités ioniques et électroniques en polarisation circulaire.** cartes des densités (a) ionique $n_i(x,t)$ et (b) électronique $n_e(x,t)$ en unités n_c. Ces cartes sont issues des simulations EUTERPE pour une impulsion de profil temporel en échelon d'amplitude $a_0 = 10$, incident avec un angle $\theta = 0°$ sur un plasma à bord raide de densité maximale $n_{e0} = 30n_c$.

On peut estimer analytiquement le temps de formation τ_{pic} de ces pics d'ions, leur vitesse maximale v_i et la vitesse de d'enfoncement v_p, à partir de l'épaisseur L_s du sursaut d'électrons et du champ électrostatique $E_x \approx E_0(x_b - x)/L_s + E_0$ qui y règne, E_0 désignant ici la valeur maximale du champ de rappel en $x = x_b$. Pour ce faire, on suppose que l'accélération des ions de la couche $[x_b, x_b + L_s]$ vers l'intérieur du plasma ne modifie pas le champ E_x et on intègre l'équation du mouvement d'un de ces ions initialement en x_{i0} à l'instant $t = 0$:

$$\frac{dv_i}{dt} = \frac{d^2x_i}{dt^2} = -\frac{q_i E_0}{m_i L_s}(x_s + L_s - x_{i0}) \tag{10.16}$$

où v_i est la vitesse de l'ion, x_i sa position, $q_i = Ze$ sa charge et $m_i = Am_p$ sa masse. Après intégration on obtient :

$$x_i(t) = \frac{q_i E_0}{2m_i L_s}(x_s + L_s - x_{i0})t^2 + x_{i0} \tag{10.17}$$

Le temps τ_{pic} est solution de l'équation :

$$\left.\frac{\partial x_i}{\partial x_{i0}}\right|_{t=\tau_{pic}} = 0 \tag{10.18}$$

d'où :

$$\tau_{pic} = \sqrt{2\frac{m_i L_s}{q_i E_0}} \approx 2.9 T_L \tag{10.19}$$

où on a pris $Z = 1$, $A = 2$ et les valeurs de $E_0 = 10e/m_e\omega_L c \approx 67MV/\mu m$ et $L_s = 0.06\lambda_L$ données par le code EUTERPE en régime stationnaire, i.e loin du début de l'interaction où la réponse transitoire du plasma à l'échelon d'amplitude laser, est à l'origine d'une forte variation du champs E_0 [Fig. 10.6 (c)] aux temps $t < 10T_L$. La vitesse maximale des ions v_i arrivant dans le plasma neutre en $x = x_b + L_s$ est atteinte pour la tranche ionique initialement en $x_{i0} = x_b$:

$$v_i = \sqrt{2\frac{q_i E_0 L_s}{m_i}} \approx 0.045c \tag{10.20}$$

Sur la Fig. 10.8 (b), on constate que cette vitesse v_i correspond parfaitement aux pentes des trajectoires des pics ioniques injectés périodiquement à la période τ_{pic} par le champ électrostatique dans le plasma neutre [pointillés magenta sur la Fig. 10.8 (b)]. L'accélération de ces ions vers l'intérieur de la cible s'accompagne d'une déplétion des ions de la surface de la cible et d'une dérive de cette surface à la vitesse $v_p = L_s/\tau_{pic} = v_i/2 \approx 0.025c$ [pointillés noirs sur la Fig. 10.8 (b)]. Ce mécanisme d'accélération des ions par la force pondéromotrice du laser a été baptisé RPA pour "Radiative Pressure Acceleration" et a été modélisé pour la première fois par Wilks et al [63] et Denavit [64], puis par [65, 66, 67, 68].

Polarisation linéaire

En réalité, pour ces intensités lasers et ces densités plasmas, le principe d'accélération des ions décrit ci-dessus reste identique quels que soient la polarisation et l'angle d'incidence du laser sur le plasma. A titre d'exemple, nous avons réalisé une deuxième simulation EUTERPE dans les mêmes conditions que précédemment mais cette fois-ci avec un laser de polarisation p en incidence oblique à $\theta = 45°$ sur la cible. A la différence du cas précédent, on voit sur la carte de densité électronique de la Fig. 10.9 (a) qu'à chaque cycle optique, la composante magnétique $(\mathbf{v}_e \wedge \mathbf{B}).\mathbf{x}$ de la force de Lorentz pousse le pic d'électrons vers l'intérieur du plasma pour $t < T_L/4$ puis le tire brusquement sous la forme d'un jet électronique relativiste aux instants supérieurs. Sur la Fig. 10.9 (b), on a représenté le champ électrique E_x en $t_{max} = T_L/4$ à l'interface vide-plasma, lorsque l'enfoncement des électrons $x_b(t_{max}) = x_s$ et le champ de rappel des ions E_x sont maximaux. On a également tracé l'évolution des forces s'appliquant sur les ions situés à l'interface vide plasma en $x = x_0$ (c) et au niveau du pic d'électrons en $x = x_b(t)$ (d). On observe en (d) que le mouvement anharmonique d'oscillation du pic d'électrons autour de l'interface vide-plasma induit une force de rappel électrostatique oscillante [en bleu] dont la valeur moyenne [en magenta] est positive. Ainsi, bien qu'il soit périodique de période T_L, le mécanisme d'accélération des ions reste, "en moyenne", identique au cas précédent. En particulier, on remarque sur le panneau (b) que le champ de rappel est linéaire croissant dans la partie $x_b < x < x_b + L_b$ et linéaire décroissant dans la surdensité électronique. Sur la Fig. 10.10 (b) on observe, en conséquence, la formation de pics de densité ionique avec une période de $5T_L$, proche de la valeur $\tau_{pic} \approx 4.6T_L$ calculée à partir de l'équation (10.19),

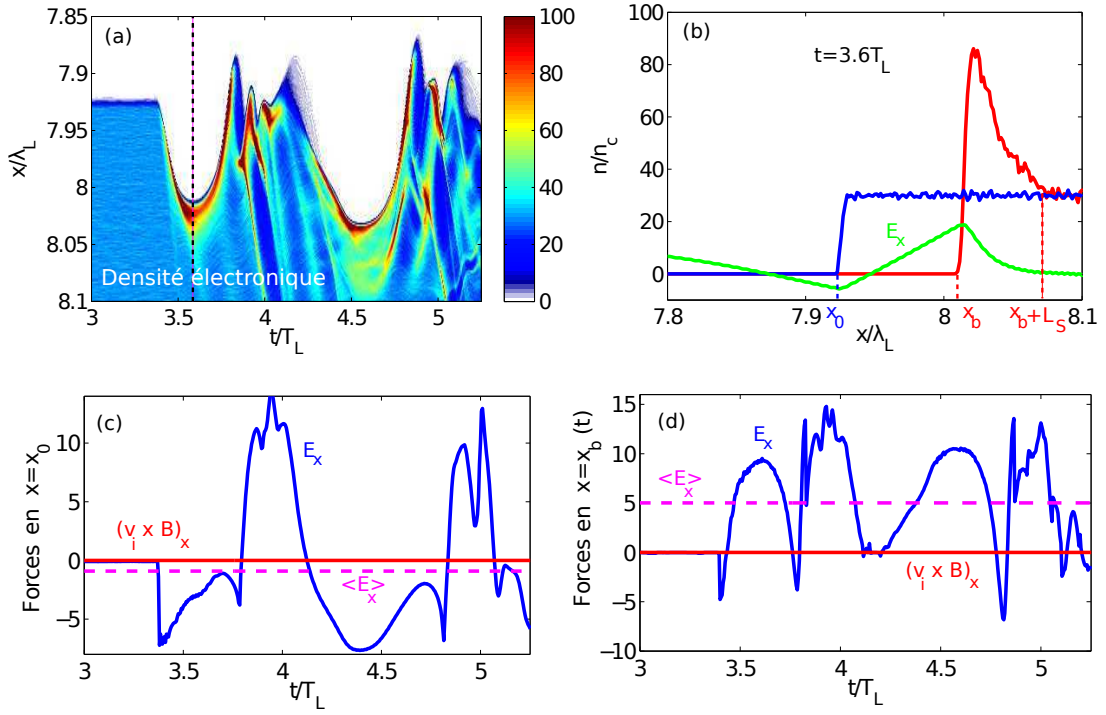

FIG. 10.9 – **Mécanisme d'accélération des ions par un laser polarisé p en incidence $\theta = 45°$ sur le plasma.** Les résultats sont tracés dans le référentiel du laboratoire. (a) Evolution temporelle de la densité électronique du plasma. (b) Profil spatial des densités électronique [rouge] et ionique [bleue] à l'instant $t = 3.6T_L$ où l'enfoncement du pic d'électrons $x_b(t)$ par le laser est maximal [pointillés noirs en (a)]. (c) Forces en unités normalisées $1/m_e\omega_L c$ s'appliquant sur les ions à l'interface vide-plasma en $x = x_0$. (d) Evolutions temporelles des forces de rappel électrostatique E_x [bleu] et magnétique $v_{i,y}B_z$ exprimées en unités normalisées $1/m_e\omega_L c$ et s'appliquant sur les ions situés en $x = x_b(t)$.

où on a utilisé la valeur moyenne du champ $\bar{E}_0 = 5e/m_e\omega_L c$ et l'épaisseur $L_s = 0.05\lambda_L$ fournis par le code EUTERPE.

Par ailleurs, l'accélération de ces ions vers l'intérieur de la cible à la vitesse $v_i \approx 0.03c$ s'accompagne ici aussi d'une dérive de l'enfoncement maximal x_s de la surdensité d'électrons à la vitesse $v_p = v_i/2 = 0.015c$ sur laquelle se réfléchit le champ incident [Fig. 10.10 (a)]. On remarque qu'en polarisation linéaire, cette vitesse est moins élevée d'un facteur $\sqrt{2}$ qu'en polarisation circulaire pour la même amplitude laser, car cette fois-ci le champ de rappel $\bar{E}_0$ est en moyenne deux fois moins important du fait des oscillations périodiques du champ E_x. Si dans le principe, le mécanisme d'accélération des ions reste identique au cas précédent, l'incidence oblique $\theta = 45°$ du laser et l'état de polarisation linéaire sont toutefois responsables de deux effets physiques notables :

(i) On voit sur le panneau (c) de la Fig. 10.9 qu'à chaque cycle optique la composante E_x en bordure du plasma reste négative sur une bonne partie du cycle laser [courbe bleue]. Ainsi, les ions de cette zone vont subir une force électrostatique moyenne négative [en magenta] et être accéléré vers le vide. Ces ions forment une trainée [en rouge] qui s'étend vers le vide au cours du temps, comme on peut le voir clairement sur la carte de densité ionique de la Fig. 10.10 (b) [comparer à Fig. 10.8]. Ce champ accélérateur est en fait dû aux électrons de Brunel qui sont tirés périodiquement

vers le vide par la composante $E_{L,x}$ du champ électrique laser, normale à la cible. Le mécanisme d'accélération de ces ions a été mis en évidence expérimentalement et modélisé par M. Veltcheva et al [69].

(ii) La distribution des vitesses v_i des ions accélérés par le champ E_x est beaucoup plus étalée du fait des variations de E_x au cours du temps [Fig. 10.9 (d)].

Le début de modélisation fourni ci-dessus ne permet cependant pas d'obtenir une formule analytique rigoureuse pour la vitesse v_p de dérive ionique, car il fait intervenir la largeur L_s de la surdensité électronique qui est difficile à estimer précisément. Dans la suite, on s'affranchit de cette modélisation sous forme d'équations du mouvement qui nécessite une connaissance fine des profils de densité et des champs à l'interface vide-plasma et on calcule plutôt la vitesse des ions à l'aide de bilans d'impulsion.

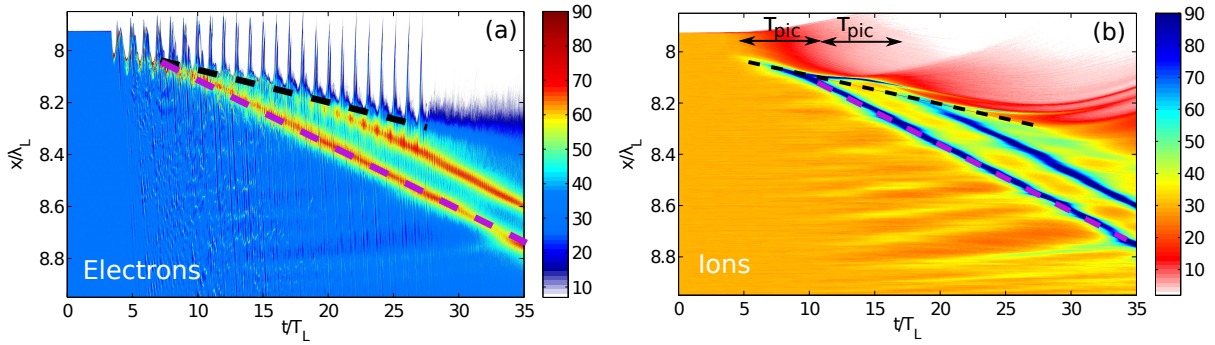

FIG. 10.10 – **Evolution temporelle des densités ioniques et électroniques en polarisation linéaire.** cartes des densités électronique $n_e(x,t)$ (a) et ioniques $n_i(x,t)$ (b) en unités n_c. Ces cartes sont issues des simulations EUTERPE pour une impulsion de profil temporel en échelon d'amplitude $a_0 = 10$, polarisée p et incidente avec un angle $\theta = 45°$ sur un plasma à bord raide de densité maximale $n_{e0} = 30n_c$.

10.2.3 Modèle statique du piston

Dans cette section, on suppose que :

(i) le laser a une intensité I_L indépendante du temps et fait un angle d'incidence θ avec la surface du plasma,

(ii) le plasma est de densité constante n_e pour $x > 0$ [Fig. 10.11], surcritique pour le laser incident et semi-infini [i.e pas d'effets en face arrière],

(iii) le plasma est froid $T_e = T_i = 0$, non collisionnel [i.e pas d'absorption collisionnelle de l'énergie laser], totalement ionisé [pas de courant d'ionisation] et n'induit pas d'absorption non collisionnelle [du type électrons de Brunel]. L'absence d'absorption de l'énergie laser par le plasma nous permet de supposer que le champ laser réfléchi par la cible est de même intensité I_L que le champ incident.

La pression de radiation du laser $P_r = 2I_L cos\theta/c$ enfonce les ions vers l'intérieur de la cible et engendre une dérive du point de réflexion du laser sur le plasma à une vitesse $v_p > 0$. Schématiquement, le laser joue le rôle d'un piston animé d'une vitesse $+v_p$ qui

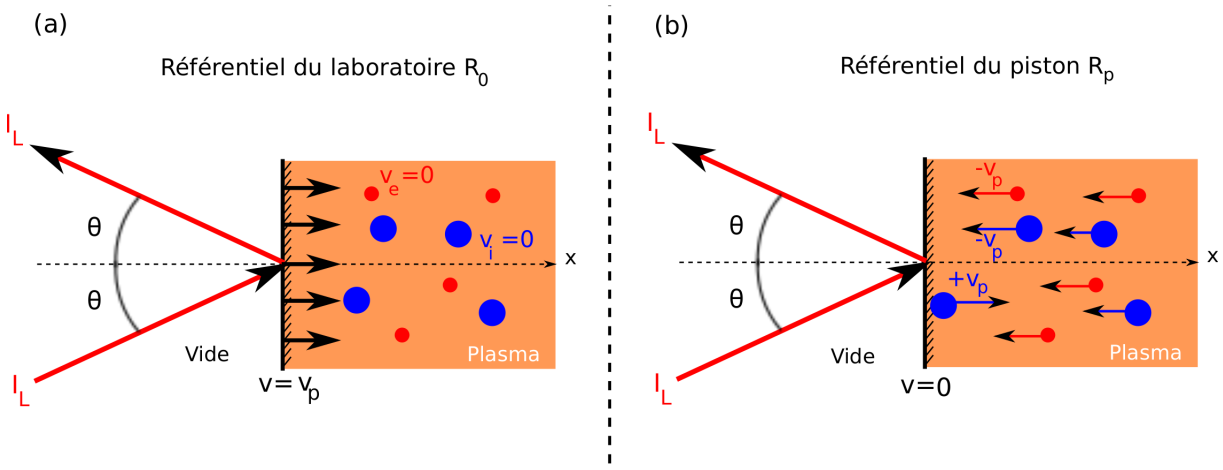

FIG. 10.11 – **Modèle du piston.** (a) Schéma de l'accélération des ions [en bleu] et électrons [en rouge] du plasma par la paroi du piston dans le référentiel du laboratoire R_0. Dans ce référentiel, le piston s'enfonce dans le plasma à une vitesse $+v_p$ et accélère les ions et électrons initialement immobiles à la vitesse $+2v_p$. (b) Schéma de l'accélération des ions [en bleu] et électrons [en rouge] dans le référentiel du piston R_p. Cette fois le piston est immobile et les particules du plasma dérivent à $-v_p$ vers sa paroi. Lorsqu'elles rencontrent la paroi du piston, elles se réfléchissent élastiquement à la vitesse $+v_p$.

enfonce les ions et électrons du plasma. La paroi du piston se situe à l'endroit où le laser est réfléchi par le plasma, i.e au niveau du pic d'électrons en $x = x_s$.

Afin de décrire le système {laser,plasma} en régime stationnaire, on se place dans le référentiel du piston R_p se déplaçant à la vitesse $+v_p$ par rapport au référentiel du laboratoire R_0 [Fig. 10.11 (b)]. Dans R_p, les ions et les électrons du plasma dérivent maintenant à la vitesse $-v_p$ vers le vide et sont réfléchis élastiquement [pas d'absorption d'énergie laser] à la vitesse $+v_p$ par la paroi du piston immobile. En régime stationnaire, la conservation de la charge impose l'équilibre des flux de charge[5] dans les sens $x > 0$ et $x < 0$: en d'autres termes il y aura autant de particules de plasma [ions et électrons] accélérées à $+v_p$ dans R_p par la paroi du piston que dérivant à $-v_p$. Le flux de quantité de mouvement total Φ_{tot} traversant une tranche de plasma en $x > 0$ s'écrit donc :

$$\begin{aligned} \Phi_{tot} &= \Phi_+ + \Phi_- \approx \Phi_{i+} + \Phi_{i-} \\ &\approx n_i p_{i+} \times (+v_p) + n_i p_{i-} \times (-v_p) \\ &\approx 2 n_i m_i v_p^2 \end{aligned} \tag{10.21}$$

où Φ_{i+} [resp Φ_{i-}] désignent les flux de quantité de mouvement des ions $p_{i+} = +m_i v_p$ [resp. $p_{i-} = -m_i v_p$] dans la direction $x > 0$ [resp. x<0]. Ici on a négligé l'influence des électrons dans la quantité de mouvement totale car $m_e/m_i \ll 1$. En régime stationnaire, l'égalité entre le flux de quantité de mouvement Φ_{tot} et la pression de radiation P_r donne :

$$\Phi_{tot} = P_r \Longleftrightarrow \frac{2 I_L \cos\theta}{c} = 2 n_i m_i v_p^2 \tag{10.22}$$

Dans le référentiel du piston, cette relation peut s'interpréter comme la réflexion élastique des ions et électrons du plasma à la vitesse $-v_p$ sur la paroi du piston. Dans le référentiel

[5] Ceci n'est vrai que s'il n'y a pas de courants d'ionisation, i.e si le plasma est totalement ionisé.

du laboratoire R_0, on peut la comprendre comme le transfert de quantité de mouvement des photons laser se réfléchissant sur les ions et électrons initialement immobiles situés au niveau de la paroi du piston. En utilisant la neutralité du plasma $n_e = Zn_i$ et la relation $I_L = c\epsilon_0 < E_L(t) >^2 = \alpha c^3 n_c m_e a_L^2$, l'équation (10.22) donne :

$$\frac{v_p}{c} = \sqrt{\Pi} = \sqrt{\alpha \cos\theta \frac{Zm_e}{Am_p}\frac{n_c}{n_e}} a_L \tag{10.23}$$

où $\Pi = I_L \cos\theta/(n_i m_i c^3)$ est appelé paramètre piston, n_e est la densité électronique et α est un paramètre associé à l'état de polarisation du laser [$\alpha = \frac{1}{2}$ en polarisation linéaire et $\alpha = 1$ en polarisation circulaire]. L'influence de chacun des termes du membre de droite de l'équation (10.23) sur la vitesse du piston v_p peut s'interpréter facilement en revenant à la description électrostatique du mécanisme d'accélération présentée dans le paragraphe précédent :

(i) $v_p \propto \sqrt{Z/A}$: lorsque Z/A augmente, l'accélération des ions dv_i/dt donnée par l'équation du mouvement (10.16) augmente également,

(ii) $v_p \propto a_L$: lorsque l'amplitude laser augmente, l'enfoncement de la surdensité électronique x_s augmente et accroît la valeur maximale du champ de rappel $E_0 = n_e e x_s/\epsilon_0$ des ions,

(iii) $v_p \propto \sqrt{n_c/n_e}$: lorsque n_e augmente à amplitude laser a_L fixée, l'enfoncement $x_s \propto n_e^{-1}$ de la surdensité d'électrons diminue et le champ de rappel $E_0 \propto n_e x_s$ reste constant. Toutefois, l'épaisseur de peau $L_s \propto n_e^{-1/2}$ sur laquelle les ions sont accélérés par le champ E_0 diminue. La vitesse v_i des ions et par conséquent, la vitesse $v_p = v_i/2$ du piston diminuent aussi.

(iv) $v_p \propto \sqrt{\alpha}$: en polarisation linéaire, le champ de rappel moyen $\bar{E_0}$ est 2 fois important qu'en polarisation circulaire, en raison de l'oscillation périodique du champ longitudinal E_x.

Enfin, l'enfoncement x_p du piston en régime permanent se déduit simplement en intégrant sa vitesse v_p par rapport au temps, ce qui donne simplement dans ce cas $x_p(t) = v_p t$.

10.2.4 Régime relativiste

Remarquons toutefois que la formule (10.23) de la vitesse du piston reste valide à condition que $v_p \ll c$. En effet, dans le cas où le piston atteint une vitesse relativiste, on ne peut plus utiliser l'intensité I_L du laser dans le référentiel R_0, dans le bilan de quantité de mouvement (10.22). Pour calculer l'expression de l'intensité laser $I_L|_{R_p}$ dans R_p, on utilise la transformation relativiste des champs pour le calcul du champ électrique $\mathbf{E}_L|_{R_p}$ dans R_p à partir du champ $\mathbf{E}_L$ connu dans R_0 :

$$E_L|_{R_p} = \gamma_p E_L - \gamma_p \beta_p E_L = \gamma_p (1 - \beta_p) E_L \tag{10.24}$$

où $\beta_p = v_p/c$ est la vitesse normalisée du piston et $\gamma_p = 1/\sqrt{1-\beta_p^2}$ son facteur de Lorentz. On en déduit :

$$I_L|_{R_p} = \frac{1-\beta_p}{1+\beta_p} I_L \tag{10.25}$$

En réécrivant le bilan (10.22) avec l'expression de $I_L|_{R_p}$, des impulsions relativistes $p_{i\pm} = \pm m_i \gamma_p v_p$ et de la densité $n_i|_{R_p} = \gamma_p n_i$ dans R_p, on obtient l'équation suivante :

$$\frac{1-\beta_p}{1+\beta_p}\Pi = \gamma_p^2 \beta_p^2 \tag{10.26}$$

soit

$$\beta_p^2(1-\Pi) + 2\Pi\beta_p - \Pi = 0 \tag{10.27}$$

son discriminant vaut $\Delta = 4\Pi > 0$. Comme $\beta_p > 0$, on ne retient que la solution positive de l'équation (10.27) soit :

$$\beta_p = \frac{-2\Pi + \sqrt{\Delta}}{2(1-\Pi)} \Longrightarrow \beta_p = \frac{v_p}{c} = \frac{\Pi}{\Pi + \sqrt{(\Pi)}} \tag{10.28}$$

Pour $\Pi \ll 1$, on retrouve le cas classique $\beta_p \approx \sqrt{\Pi}$. Dans le régime typique que nous étudions ($a_0 > 3, n_e \approx 200 n_c, A = 2, Z = 1$), le calcul du paramètre piston donne $\Pi \approx 10^{-2} \ll 1$. Le modèle classique s'avère donc suffisant pour la modélisation de notre problème.

10.2.5 Validation numérique en polarisation circulaire

Nous avons validé le modèle classique de l'équation (10.23), pour une large gamme de paramètres $3 < a_L < 20$ et $30 n_c < n_{e0} < 200 n_c$ à l'aide du code EUTERPE. Dans chaque simulation, le laser est polarisé circulairement, a un profil temporel en échelon d'amplitude maximale a_L et est en incidence normale sur un plasma à bord raide de densité maximale n_{e0}. Les résultats de ces simulations sont représentés sur la Fig. 10.12. On voit que la vitesse du piston $[v_p]$ calculée à partir du modèle (a) est en bon accord avec celle obtenue dans les simulations PIC $[v_{pic}]$ (b) sur la gamme de paramètres n_{e0} et a_L simulés. Toutefois, il apparait sur le panneau (c) que l'erreur relative $\delta = 100(v_{pic} - v_p)/v_{pic}$ augmente en valeur absolue lorsque a_L augmente et n_{e0} diminue. Pour $n_{e0} = 30 n_c$ et $a_L = 20$, elle vaut $\delta = -5\%$ [zone bleue sur le panneau (c)] et le modèle surestime la vitesse issue des simulations PIC. Sur les panneaux (a-b) et (d), on constate que cette zone d'erreur maximale entre modèle et simulations, correspond aux valeurs de a_L et n_{e0} pour lesquelles la réflexion du laser sur le plasma est imparfaite [coefficient de réflexion en énergie $R_{pic} \approx 90\%$] et la vitesse d'accélération des ions $v_i = 2v_p$ est maximale. Ceci suggère tout d'abord que l'erreur entre modèle et simulations provient du fait que nous avons supposé une absorption nulle lorsque nous avons établi l'équation (10.23). Ensuite, on voit sur les Fig. 10.12 (a) et (d), que R varie comme $v_i = 2v_p$, ce qui nous laisse penser que cette absorption provient essentiellement de l'accélération des ions dans le plasma. Pour nous en assurer, on réécrit le bilan d'impulsion (10.22) en tenant compte de la réflexion imparfaite du laser sur le plasma dans l'expression de la pression de radiation $P_r = (1+R)I_L$ en incidence normale :

$$\frac{(1+R)I_L}{c} = 2 n_i m_i v_p^2 \tag{10.29}$$

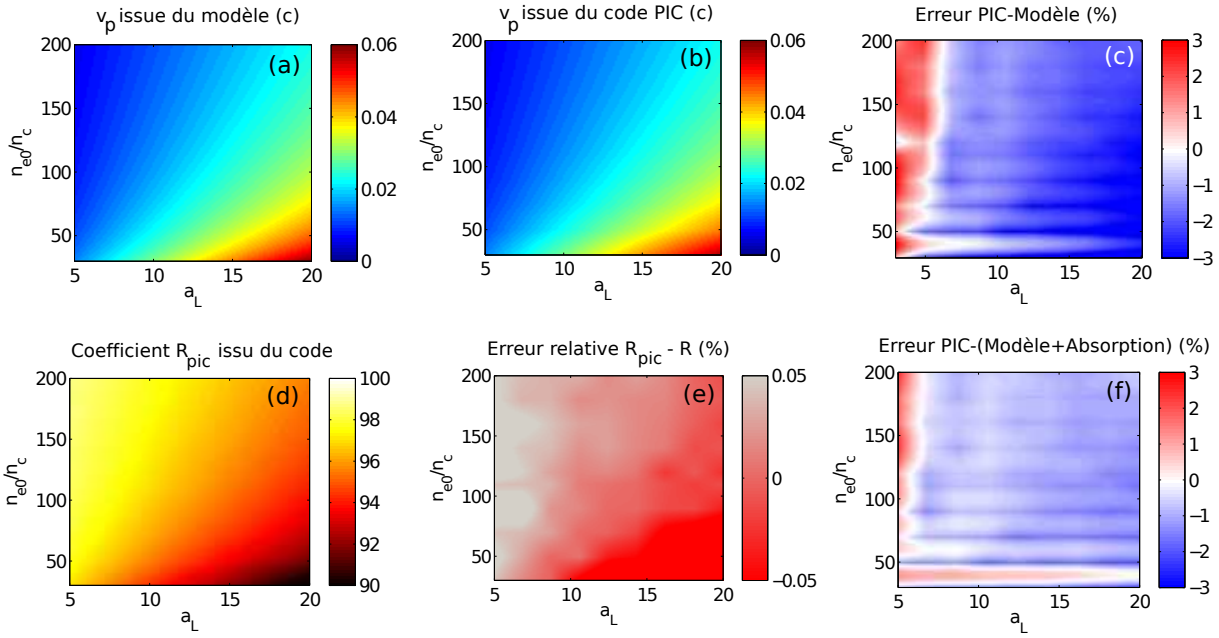

FIG. 10.12 – **Comparaison modèle d'enfoncement-simulations PIC.** On considère un laser d'amplitude constante a_L en incidence normale sur un plasma à bord raide de densité constante n_{e0}. (a) Vitesse v_p d'enfoncement du piston [en unité c] calculée à partir de l'équation (10.23) (b) Vitesse v_{pic} d'enfoncement du piston [en unité c] obtenue à partir des simulations PIC EUTERPE en calculant la vitesse de dérive de la surdensité d'électrons $v_{pic} = dx_s/dt$. Cette carte de couleur a été obtenue après interpolation des vitesses v_{pic} issues de 400 simulations [20 valeurs de $3 < a_L < 20$ et 20 valeurs de $30n_c < n_{e0} < 200n_c$] nécessitant chacune 1h CPU, ce qui fait un total de 400h CPU. (c) Erreur relative $\delta = 100(v_{pic} - v_p)/v_{pic}$ en % entre modèle en (a) et simulations PIC en (b). (d) Coefficient de réflexion en énergie R [en % de l'énergie intiale] du laser sur le plasma obtenu à partir du code EUTERPE (e) Erreur relative [en %] entre le coefficient R issue des simulations et le coefficient d'absorption $R_{th} = (1 - v_{pic}/c)/(1 + v_{pic/c})$ calculé en supposant que l'absorption de l'énergie laser par le plasma est uniquement due aux ions accélérés par le piston (f) Erreur relative [en %] entre la vitesse du piston calculée avec le modèle tenant compte de l'absorption R et la vitesse v_{pic} issue des simulations.

où R est le coefficient de réflexion en énergie du laser sur le plasma. On calcule alors la nouvelle expression de la vitesse du piston :

$$\frac{v_p}{c} = \sqrt{\alpha \frac{(1+R)}{2} \frac{Zm_e}{Am_p} \frac{n_c}{n_e} a_L} \tag{10.30}$$

En supposant, que la fraction d'énergie absorbé $(1 - R)$ provient uniquement de l'accélération des ions dans le plasma, le bilan total d'énergie nous donne :

$$(\frac{1}{2} m_i v_i^2) \times n_i v_p = (1 - R) I_L \tag{10.31}$$

où $v_i = 2v_p$ est la vitesse des ions accélérés par le piston. Le terme de gauche correspond à l'énergie cinétique des ions et le terme de droite à la fraction d'énergie laser absorbée. En combinant les équations (10.31) et (10.30), on peut calculer l'expression du coefficient de réflexion R en fonction de la vitesse du piston v_p :

$$R = \frac{1 - v_p/c}{1 + v_p/c} \tag{10.32}$$

Sur la Fig. 10.12 (e), on a tracé l'erreur relative [en %] entre le coefficient R_{pic} directement issu des simulations et le coefficient d'absorption $R = (1 - v_{pic}/c)/(1 + v_{pic}/c)$ calculé à partir de l'équation ci-dessus et des valeurs de v_{pic} du panneau (b). On constate que $R_{pic} \approx R$ ce qui confirme que dans ce régime d'interaction, l'absorption de l'énergie laser par le plasma est uniquement due aux ions accélérés par le piston. En outre, on voit à présent sur la Fig. 10.12 (f) que l'erreur relative entre la vitesse v_p calculée à partir de l'équation (10.30) et la vitesse v_{pic}, est quasi-nulle sur toute la gamme de paramètres a_L et n_{e0}.

Cependant, nous allons voir que dans le cas typique qui nous intéresse [polarisation p, incidence oblique $\theta = 45°$], une grande partie de l'énergie laser peut être absorbée par le plasma sous forme d'électrons très énergétiques [électrons de Brunel] et dans ce cas le modèle présenté ci-dessus n'est plus suffisant car, en plus de la réflexion imparfaite du laser sur le plasma, on devra également tenir compte de la création d'électrons chauds dans le bilan d'impulsion (10.22).

10.2.6 Bilan d'impulsions amélioré en incidence oblique et polarisation linéaire

Nous avons réalisé les mêmes simulations que sur la Fig. 10.12 mais dans le cas d'un laser polarisé p, en incidence oblique $\theta = 45°$ sur le plasma. On peut voir sur la Fig. 10.13 (b) que cette fois-ci, le coefficient de réflexion en énergie R_{pic} issue des simulations est quasiment constant [$\bar{R}_{pic} \approx 0.85$] sur l'ensemble du domaine de simulation et ne varie plus avec la vitesse $v_i = 2v_{pic}$ des ions accélérés par le piston [Fig. 10.13 (a)]. Notons quand même que pour les vitesses $v_{pic} > 0.02c$ les plus élevées, correspondant aux valeurs de $a_L > 15$ et de densité $n_e < 60n_c$, l'absorption $1 - R$ semble suivre les mêmes variations que v_{pic} [zone délimitée par les pointillés noirs en (b)]. Ainsi on constate que, mise à part cette zone de vitesse élevée $v_{pic} > 0.02c$, la vitesse du piston calculée à partir du modèle (10.30) ne reproduit plus correctement celle issue des simulations PIC [Fig. 10.13 (c)]. L'erreur relative maximale atteint même 20% pour les densités élevées et l'erreur moyenne $\bar{\delta} = 15\%$. Il devient donc nécessaire de tenir compte de l'absorption d'énergie laser par d'autres mécanismes d'absorption que le mécanisme RPA. Par exemple, dans la première partie de ce manuscrit, nous avons vu qu'une partie de l'énergie laser pouvait être absorbée par les électrons de Brunel injectés périodiquement dans le plasma par la composante du champ laser normale à la cible.

Dans notre modélisation, on devra ainsi, en plus de la réflexion imparfaite du laser sur le miroir plasma, tenir compte du transfert d'impulsion aux électrons chauffés par le laser dans le bilan d'impulsion (10.22). Pour ce faire, on suppose qu'une fraction $0 < f_e < 1$ des électrons n'est pas réfléchie élastiquement par la paroi du piston, mais chauffée et envoyée dans la cible avec une impulsion longitudinale $p_e = \gamma_e m_e c$, identique pour tous les électrons chauffés [Fig. 10.14]. Par ailleurs, on fait l'hypothèse que les ions incidents à la vitesse $-v_p$ sur l'interface sont tous réfléchis élastiquement à $+v_p$. Dans ce cas, le nouveau bilan de quantité de mouvement s'écrit :

$$2m_i n_i v_p^2 + m_e n_e v_p[(2 - f_e)v_p + f_e \gamma_e c] = (1 + R)\cos\theta \frac{I_L}{c} \tag{10.33}$$

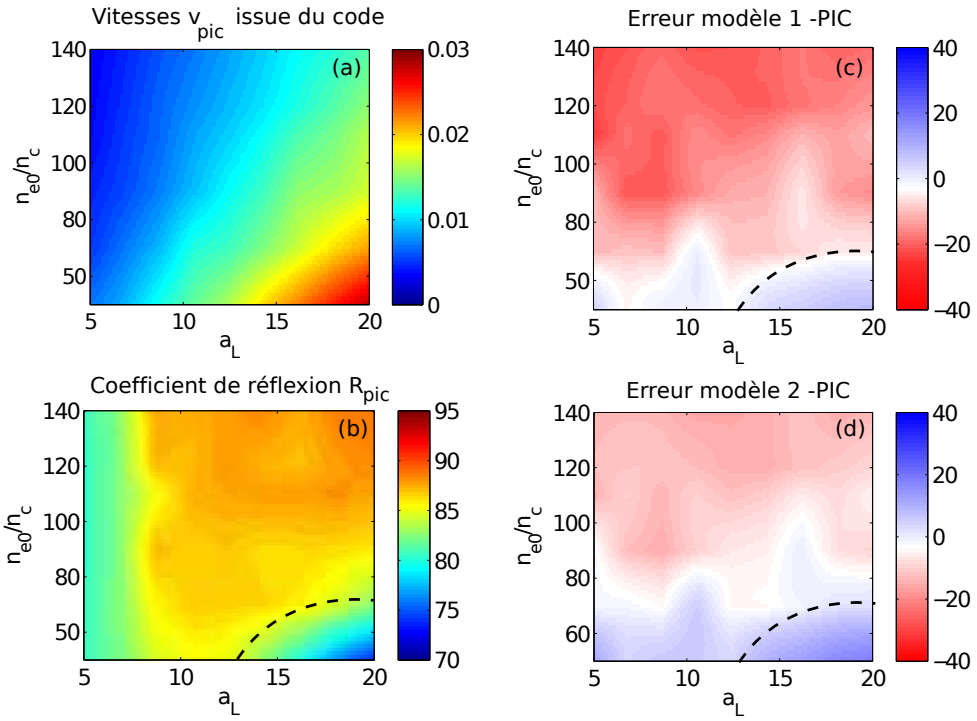

FIG. 10.13 – **Vitesse d'enfoncement en polarisation linéaire et incidence oblique $\theta = 45°$.** Nous avons réalisé des simulations EUTERPE dans les mêmes conditions que la Fig. 10.12 mais cette fois-ci le laser est polarisé p et en incidence oblique d'angle $\theta = 45°$ sur le plasma. (a) Vitesse d'enfoncement v_p du piston [en unité c] issue des simulations PIC (b) Coefficient de réflexion en énergie R_{pic} [en %] issu des simulations EUTERPE (c) Erreur relative $\delta = 100(v_{pic} - v_p^{(1)})/v_{pic}$ où $v_p^{(1)}$ est la vitesse calculée à partir du modèle de l'équation (10.30) qui suppose que l'absorption $1-R$ de l'énergie laser provient principalement des ions accélérés par le piston. (d) Erreur relative $\delta = 100(v_{pic} - v_p^{(2)})/v_{pic}$ où $v_p^{(2)}$ est la vitesse calculée à partir du modèle de l'équation (10.37) qui suppose que l'absorption $1-R$ provient essentiellement des électrons chauffés par le laser.

Les ions étant beaucoup plus lourds que les électrons $m_e/m_i \ll 1$, on peut négliger le terme $m_e n_e v_p^2(2-f_e)$ par rapport à $2m_i n_i v_p^2$ dans l'équations ci-dessus et on obtient finalement :

$$2m_i n_i v_p^2 + (f_e p_e) n_e v_p = (1+R)\cos\theta \frac{I_L}{c} \tag{10.34}$$

En outre, le bilan total d'énergie s'écrit :

$$n_e v_p f_e m_e c^2 [\sqrt{1+(\gamma_e)^2} - 1] = (1-R) I_L \cos\theta \tag{10.35}$$

où le terme de droite correspond à l'énergie cédée par le laser aux électrons chauffés et le terme de gauche à l'énergie cinétique de ces électrons chauffés. Dans le cas où le chauffage électronique est important $[\gamma_e = p_e/m_e c \gg 1]$, le bilan d'énergie se réécrit :

$$f_e p_e n_e v_p = (1-R)\frac{I_L}{c} \tag{10.36}$$

La soustraction des équations (10.34) et (10.36) nous donne :

$$\frac{v_p}{c} = \sqrt{\alpha R \cos\theta \frac{Z m_e}{A m_p}\frac{n_c}{n_e}} a_L \tag{10.37}$$

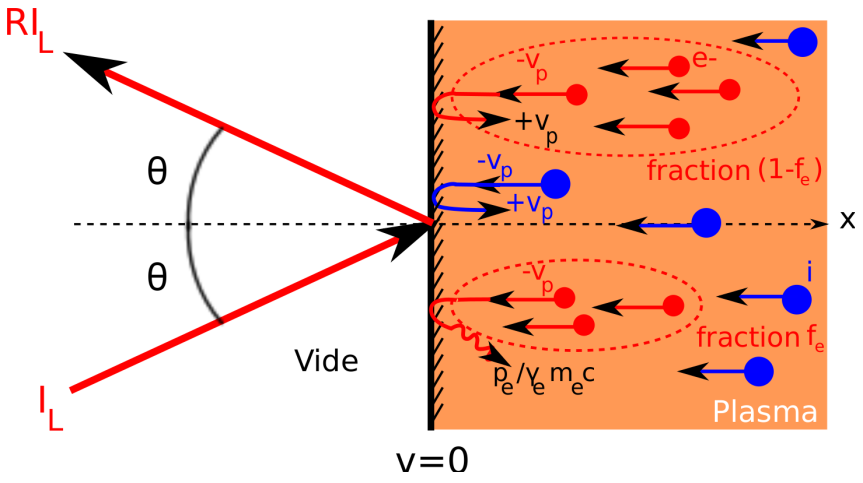

FIG. 10.14 – **Bilan d'impulsions avec absorption de l'énergie laser dans le référentiel du piston.** Une fraction f_e des électrons du plasma dérive à $-v_p$ et est réfléchie de façon non élastique par la paroi du piston à une vitesse $p_e/\gamma_e m_e c$. Ces électrons correspondent physiquement aux électrons du plasma chauffés par le laser incident [électrons de Brunel par exemple]. L'autre fraction $1-f_e$ d'électrons se réfléchit élastiquement sur la paroi du piston à la vitesse $+v_p$. Les ions, eux, se réfléchissent tous de façon élastique à la vitesse $+v_p$.

On peut voir sur la Fig. 10.13 (d) que la vitesse du piston calculée à partir de l'équation (10.37) reproduit plus fidèlement que le modèle précédent, les vitesses issues du code PIC. L'erreur maximale δ est à présent inférieure à 10 % et l'erreur moyenne sur l'ensemble du domaine $\bar{\delta} \approx 5\%$ deux fois moins élevée que précédemment. Notons cependant, que l'erreur a augmenté de +5% à +10% dans la zone de vitesse élevée, où l'absorption laser est essentiellement due au ions accélérés par le mécanisme RPA. Sauf mention contraire, nous utiliserons donc la formule plus complète de l'équation (10.37) pour décrire l'enfoncement des ions dans le cas réaliste d'un laser polarisé p en incidence oblique sur le plasma.

10.2.7 Cas dynamique avec un gradient de densité et variations temporelles d'intensité

Le modèle précédent ne donne pas l'enfoncement dans le cas réaliste où l'amplitude du laser varie dans le temps. Il est cependant possible d'adapter la formule calculée précédemment dans le cas stationnaire au cas dynamique, sous certaines conditions. Pour que cette approximation soit valide, il faut bien évidemment, que le bilan d'impulsion (10.22) reste valable sur toute la durée de l'impulsion laser. Dans le cas typique qui nous intéresse, l'impulsion laser a une amplitude $a_L > 3$ et un profil temporel [gaussien ou $\cos^2$] de durée $\tau_L = 20T_L$, pour lequel l'échelle de variation temporelle d'intensité $\tau_I = dI_L/dt$ est de l'ordre de τ_L. Par ailleurs, on considère un plasma totalement ionisé, de densité constante $n_{e0} \approx 200 n_c$ et composé d'une unique espèce d'ions de rapport charge sur masse $Z/A = 1/2$. Dans ces conditions :

(i) la période plasma électronique $T_{pe} = 0.07T_L$, caractéristique du temps de réponse des électrons à un excitation extérieure est très inférieure à l'échelle de variation temporelle d'intensité laser $\tau_I = 20T_L$. Au cours de la variation d'amplitude laser

$a_L(t)$, on pourra ainsi supposer un équilibre instantané des forces s'appliquant sur le pic d'électrons poussé par le champ laser dans le plasma.

(ii) Nous avons vu que ce pic est à l'origine du champ de charge d'espace E_x accélérateur pour les ions. Le temps caractéristique τ_{pic} d'accélération des ions dans le plasma par le champ E_x vaut $\tau_{pic} = L_s/v_p$. En utilisant la valeur $L_s \approx c/\omega_{pe}$ pour largeur du pic d'électrons et en remplaçant v_p par son expression en (10.37), il en résulte que :

$$\frac{\tau_{pic}}{T_L} \approx \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{Am_p/Zm_e}{R\cos\theta}}\frac{1}{a_L} \tag{10.38}$$

Avec les valeurs $\theta = 45°$, $a_L > 3$, $Z/A = 1/2$, on trouve $\tau_{pic} < 3T_L$. Cette valeur est également très inférieure à $\tau_I = 20T_L$. Dans ce cas, on peut considérer que l'amplitude laser varie suffisamment doucement pour ne pas perturber l'accélération des ions qui a lieu durant τ_{pic}.

Si les conditions $[T_{pe} \ll \tau_L, \tau_{pic} \ll \tau_L]$ sont satisfaites, on pourra ainsi supposer que le bilan d'impulsion (10.22) est vérifié à tout instant t. La vitesse du piston $v_p(t)$ en régime dynamique est alors simplement donnée par la vitesse v_p calculée à intensité constante, dans laquelle on introduit cette-fois l'enveloppe temporelle $a_L(t)$ de l' amplitude du laser :

$$\frac{v_p(t)}{c} = \sqrt{\Pi(I_L(t))} = \sqrt{\alpha R\cos\theta\frac{Zm_e}{Am_p}\frac{n_c}{n_{e0}}}a_L(t) \tag{10.39}$$

Calculons à présent l'expression exacte de l'enfoncement x_p de la paroi dans le cas d'un laser de profil d'amplitude $a_L(t)$ incident avec un angle θ sur un plasma de profil de densité électronique exponentielle $n_e(x) = n_c\cos^2\theta\exp(x/L)$:

$$x_p(t) = \int_0^t v_p(t, x_p(t))dt \tag{10.40}$$

où on doit tenir compte de la variation de la vitesse v_p avec la densité locale $n_e(x_p(t))$ à la position $x = x_p(t)$ dans le gradient, en laquelle se trouve la paroi du piston [Fig. 10.15] :

$$\frac{v_p(t)}{c} = \sqrt{\alpha R\cos\theta\frac{Zm_e}{Am_p}\frac{n_c}{n_e(x_p(t))}}a_L(t) \tag{10.41}$$

soit :

$$\frac{v_p(t)}{c} = \frac{dx_p}{dt} = \Pi_0\exp\left(-\frac{x_p}{2L}\right)a_L(t) \tag{10.42}$$

avec :

$$\Pi_0 = \sqrt{\alpha\frac{R}{\cos\theta}\frac{Zm_e}{Am_p}} \tag{10.43}$$

L'équation (10.42) ci-dessus est une équation à variables séparables $[x_p, t]$ et s'intègre facilement de la façon suivante :

$$\int_0^{x_p}\exp\left(+\frac{x}{2L}\right)dx = \Pi_0\int_0^t a_L(t_0)dt_0 \tag{10.44}$$

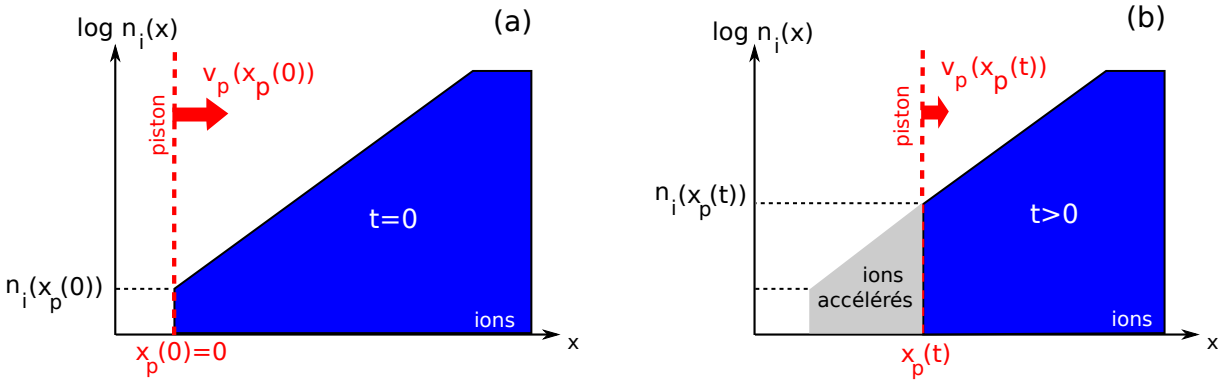

FIG. 10.15 – **Calcul de l'enfoncement des ions dans le cas d'un gradient de densité plasma.** (a) Schéma du profil de densité ionique $n_i(x)$ [en bleu] à $t = 0$. La ligne en pointillés rouges représente la position du piston en $x_p(t = 0) = 0$, au niveau de la densité initiale $n_i(x = 0) = n_c \cos^2\theta/Z$ (b) Profil de densité ionique en $t > 0$. La paroi du piston est en $x = x_p(t)$, au niveau de la densité $n_i(x_p(t))$ et tous les ions en $x < x_p(t)$ ont été accélérés vers l'intérieur de la cible. Comme la densité au niveau du piston $n_i(x_p(t))$ est plus importante, sa vitesse v_p a diminué.

où on a supposé $x_p(0) = 0$. On en déduit finalement :

$$x_p(t) = 2L \ln\left(1 + \frac{\Pi_0}{2L}\int_0^t a_L(t_0)dt_0\right) \tag{10.45}$$

A la différence de l'enfoncement du pic électronique $x_s(t)$ dont l'expression (10.15) fait intervenir l'enveloppe temporelle $a_L(t)$ du laser à un instant t donné, on voit que l'enfoncement des ions $x_p(t)$ à t dépend de l'intégrale de l'enveloppe $a_L(t)$ aux instants antérieurs.

10.2.8 Modèle complet d'enfoncement du plasma

On modélise à présent l'enfoncement total x_e des électrons du plasma sous l'effet du champ laser incident. Sur le schéma de la Fig. 10.16, on a représenté cet enfoncement x_e lorsque un laser d'amplitude $a_L(t)$ frappe un plasma dont le profil de densité à l'instant $t = 0$ est exponentiel et du même type que celui de l'équation (10.1) :

$$\begin{cases} n_0(x) = 0 & x < 0 \\ n_0(x) = n_{th} & 0 \leqslant x \leqslant L \ln \dfrac{n_{e0}}{n_{nth0}} \\ n_0(x) = n_{e0} & x > L \ln \dfrac{n_{e0}}{n_{th0}} \end{cases} \tag{10.46}$$

où $n_{th0} = n_c \cos\theta^2$ est la densité à partir de laquelle le plasma est réfléchissant pour le champ incident. Au début de l'impulsion, autour du temps $t = 0^+$, les ions sont immobiles, et nous avons montré précédemment que le champ laser pousse d'abord les électrons sous la forme d'un pic de densité [Fig. 10.16 (a)], dont l'excursion x_s est donnée par l'équation (10.15). Dans ce cas, l'enfoncement total x_e des électrons du plasma vaut simplement :

$$x_e(t = 0^+) = x_s(t = 0^+) = L \ln\left[1 + \frac{2a_L(t = 0^+)\cos^2\theta}{2\pi L/\lambda_L(1 - \sin\theta)}\frac{n_c}{n_{th0}}\right] \tag{10.47}$$

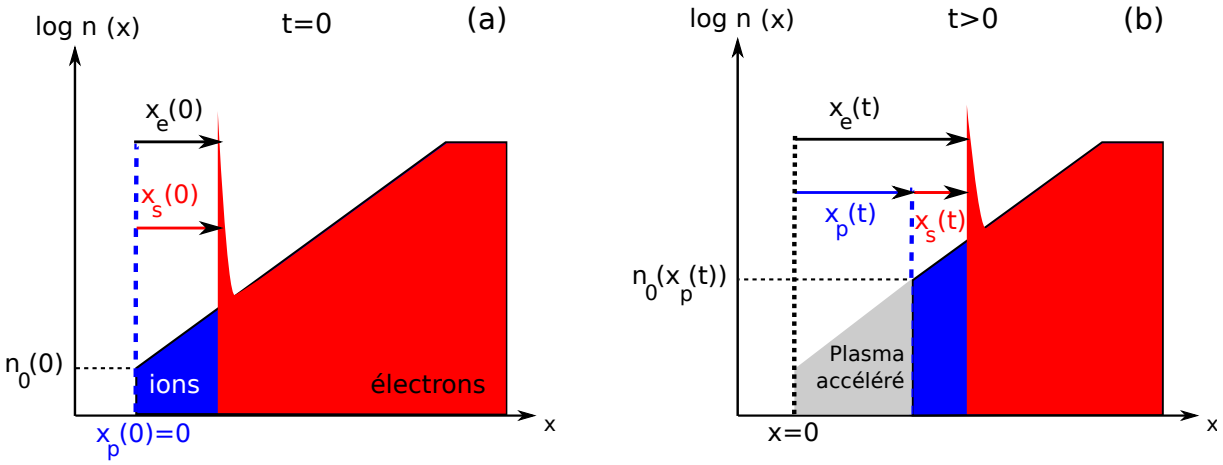

FIG. 10.16 – **Enfoncement total du plasma x_e.** (a) Schéma des profils de de densité ionique $n_i(x)$ [en bleu] et électronique [en rouge] autour de l'instant $t = 0^+$, après l'arrivée du laser à l'interface vide-plasma en $x = 0$. Au départ, les ions sont immobiles et l'enfoncement $x_p(0) = 0$ est nul. L'enfoncement total x_e est simplement donné par l'enfoncement du pic d'électrons $x_s(0)$. (b) Profil de densité ionique et électronique en $t > 0$. La paroi du piston est désormais en $x = x_p(t)$, au niveau de la densité $n_0(x_p(t))$ et tous les ions et électrons en $x < x_p(t)$ ont été accélérés vers l'intérieur de la cible. Comme la densité au niveau du piston en $n_0(x_p(t))$ est plus importante, l'excursion $x_s(t)$ du pic d'électrons autour de la position $x = x_p(t)$ a diminué. L'enfoncement total vaut désormais $x_e(t) = x_s(t) + x_p(t)$.

Ensuite, pour $t > 0$, le piston a accéléré les ions et les électrons du plasma situés en $x < x_p$ vers l'intérieur de la cible [Fig. 10.16 (b)]. Le profil de densité plasma est alors modifié et a désormais pour expression :

$$\begin{cases} n_e(x,t) = 0 & x < x_p(t) \\ n_e(x,t) = n_0(x_p(t)) \exp(x/L) & x_p(t) \leqslant x \leqslant L \ln \dfrac{n_{e0}}{n_{nth0}} \\ n_e(x,t) = n_{e0} & x > L \ln \dfrac{n_{e0}}{n_{th0}} \end{cases} \tag{10.48}$$

avec $n_0(x_p(t)) = n_{th0} \exp(x_p(t)/L)$ et $x_p(t)$, l'enfoncement ionique donné par l'équation (10.45). Dans ce cas, l'excursion $x_s(t)$ du pic d'électrons autour de la position $x = x_p(t)$ s'écrit :

$$x_s(t) = L \ln \left[1 + \frac{2a_L(t) \cos^2 \theta}{2\pi L/\lambda_L (1 - \sin\theta)} \frac{n_c}{n_0(x_p(t))} \right] \tag{10.49}$$

soit :

$$x_s(t) = L \ln \left[1 + \frac{2a_L(t)}{2\pi L/\lambda_L (1 - \sin\theta)} e^{-x_p(t)/L} \right] \tag{10.50}$$

Ainsi, au fur et à mesure que le piston s'enfonce dans la cible, il "érode" progressivement le profil de densité plasma et augmente sa densité minimale $n_{th}(t) = n_0(x_p(t))$, ce qui a pour effet de réduire la valeur de l'excursion du pic d'électrons $x_s(t)$ [terme en $e^{-x_p(t)/L}$ dans l'équation (10.50)]. L'enfoncement total du plasma x_e est alors donné par :

$$x_e(t) = x_p(t) + x_s(t) \tag{10.51}$$

soit :

$$x_e(t) = x_p(t) + L \ln \left[1 + \frac{2a_L(t)}{2\pi L/\lambda_L(1-\sin\theta)} e^{-x_p(t)/L} \right] \tag{10.52}$$

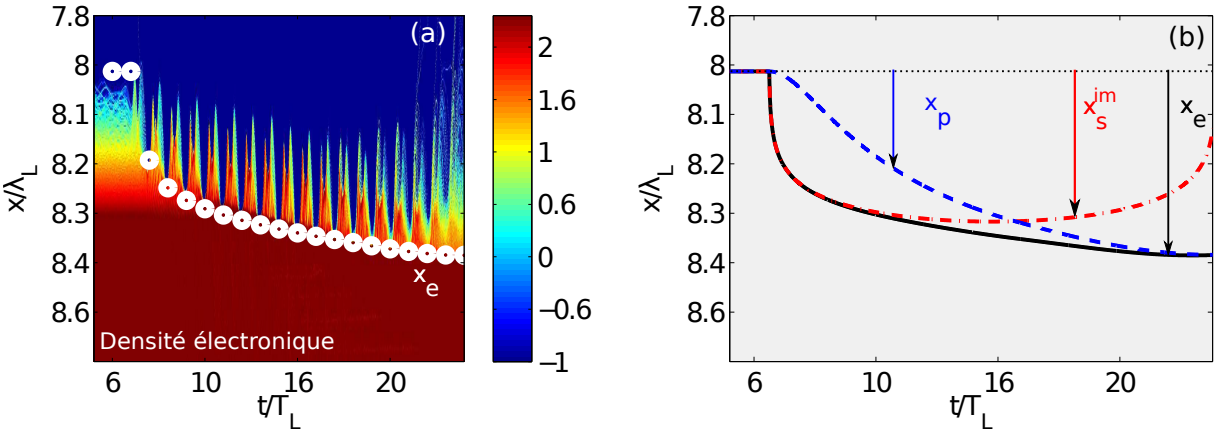

FIG. 10.17 – **Enfoncement total du plasma x_e dans les simulations PIC.** (a) Carte de densité électronique [échelle log] issue d'une simulations EUTERPE pour un laser polarisé p, d'amplitude $a_L = 20$ et de profil temporel en cos^2 de durée $\tau_L = 18T_L$ pied à pied. Le profil de densité plasma est exponentiel de longueur de gradient $L = \lambda_L/20$. Les point blancs représentent l'enfoncement x_e de l'équation (10.52) à chaque cycle optique laser. (b) La courbe noire représente l'enfoncement x_e calculé à partir de l'équation (10.52) et déjà représenté en (a). La ligne en pointillés bleus correspond à l'enfoncement ionique x_p calculé à partir de l'équation (10.45) en utilisant le coefficient de réflexion en énergie issu du code $R \approx 0.9$. Enfin, la courbe rouge représente l'enfoncement du pic d'électrons x_s de l'équation (10.50), calculé en l'absence d'enfoncement ionique x_p.

La Fig. 10.17 (a) représente l'évolution de l'enfoncement de la densité électronique issue d'une simulation EUTERPE pour un laser d'amplitude $a_L = 20$, de durée $\tau_L = 18T_L$ incident avec un angle $\theta = 45°$ sur un plasma de longueur de gradient $L = \lambda_L/20$. On peut voir que l'enfoncement x_e calculé à partir de à partir de l'équation (10.52) ci-dessus [points bancs], reproduit bien le mouvement complet de dérive des électrons du plasma dans ce cas particulier. Dans la suite de ce chapitre, nous présenterons une validation numérique beaucoup plus complète de ce modèle, pour une large gamme de paramètres laser-plasma.

Sur le panneau (b), nous avons tracé l'évolution temporelle de :

(i) l'enfoncement x_p [courbe bleue] du piston calculé à l'aide de l'équation (10.45),

(ii) l'excursion x_s^{im} [courbe rouge] du pic d'électrons calculée à partie de l'équation (10.50) en supposant les ions immobiles [$x_p = 0$],

(iii) l'enfoncement x_e total du plasma [courbe noire].

On retrouve le fait qu'au début de l'impulsion, les ions sont immobiles et l'enfoncement du plasma x_e est principalement dominé par l'excursion x_s^{im} du pic d'électrons. Pour des temps plus longs, en revanche, le champ de charge d'espace commence à accélérer significativement les ions. Le piston pénètre alors dans le plasma à la vitesse v_p et la densité $n_e(x_p)$ sur laquelle le laser se réfléchit augmente. Comme x_s^m diminue avec la

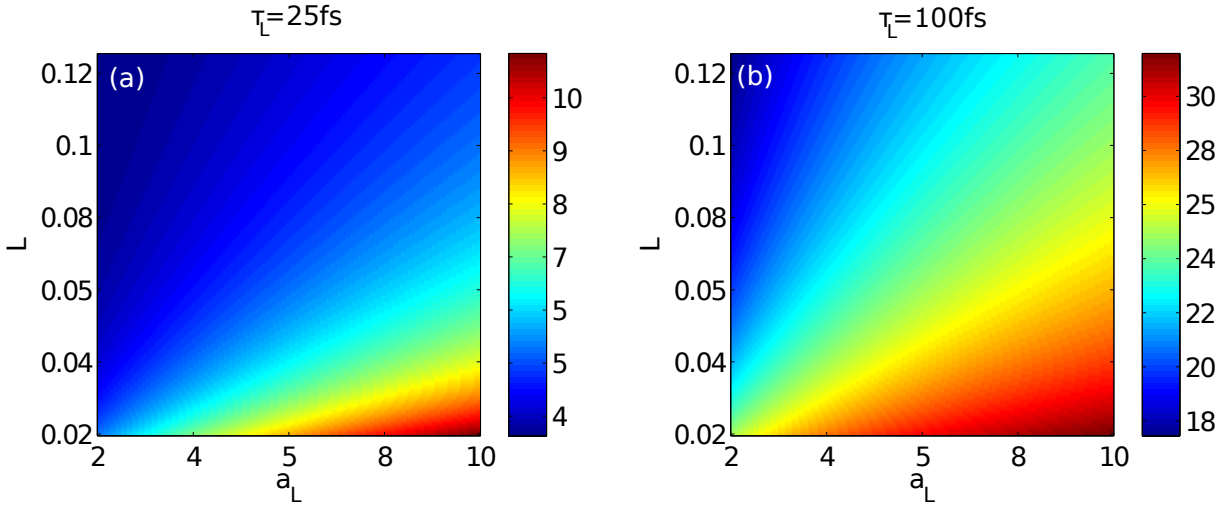

FIG. 10.18 – **Contribution relative des enfoncements x_s et x_p à l'enfoncement total du plasma x_e.** (a) La carte de couleur représente les valeurs δ de l'équation (10.53) calculées au maximum d'amplitude laser, pour une durée d'impulsion laser $\tau_L = 25fs$ [largeur à mi-hauteur en fs] et un coefficient de réflexion $\bar{R} \approx 80\%$ constant, qui représente assez fidèlement l'absorption laser $(1 - R)$ en incidence oblique et polarisation linéaire. (b) Même chose mais dans le cas d'une impulsion laser de durée $\tau_L = 100fs$ [largeur à mi-hauteur].

densité électronique, sa part relative dans l'enfoncement totale x_e diminue également au profit de la dérive x_p des ions.

Grâce à ce modèle, nous avons pu identifier les paramètres laser et plasma pour lesquels l'enfoncement ionique x_p est dominant par rapport à l'enfoncement du pic d'électrons x_s. Pour ce faire, nous avons tracé les variations δ définies par :

$$\delta = \frac{x_e - x_e^{im}}{x_e} \tag{10.53}$$

où x_e^{im} est l'enfoncement du pic d'électrons calculé en supposant les ions immobiles [$Am_p \rightarrow +\infty$ dans l'équation (10.52)]. La valeur de δ mesure la variation de l'enfoncement total x_e induite par le mouvement des ions. Nous avons tracé les variations de δ [en %] avec l'amplitude laser a_L et la longueur de gradient L au maximum d'amplitude du laser, pour une durée d'impulsion courte $\tau_L = 25fs$ [Fig. 10.18 (a)] et une durée d'impulsion plus longue [Fig. 10.18 (b)]. Dans le premier cas, on voit que la contribution des ions à l'enfoncement total reste globalement faible. Elle diminue lorsque L augmente et croit lorsque a_L augmente. Dans la gamme d'amplitude laser et de gradients étudiés, elle est d'au maximum 10% [en $a_L = 10$ et $L = \lambda_L/50$]. On s'attend donc à ce que les propriétés spatiales des harmoniques soient principalement déterminées par la dynamique électronique pour cette durée d'impulsion. Dans le cas d'une impulsion de $100fs$ en revanche, on voit que la contribution des ions est nettement plus élevée. Sa valeur moyenne est de l'ordre de 25% et sa valeur maximale dépasse les 30%. Dans ce cas, la dynamique ionique aura une plus grande influence sur les propriétés spatiales des harmoniques générées par le miroir plasma.

10.3 Validation numérique du modèle

Dans cette section, on se propose de valider numériquement le modèle d'enfoncement x_e établi précédemment, pour une large gamme de paramètres laser et plasma.

10.3.1 Enfoncement x_e et temps de détection des impulsions attosecondes

Dans un premier temps, on détermine l'effet de l'enfoncement du plasma sur la structure femtoseconde du train d'impulsions attosecondes. Nous en déduirons une méthode simple pour valider notre modèle à l'aide des simulations numériques. Sur la Fig. 10.19, nous avons représenté l'évolution de la densité électronique du plasma [couleurs] et du champ harmonique émis par la cible [noir et blanc].

Tout d'abord, on constate que si la cible s'enfonce effectivement sous l'effet de la pression de radiation du laser au foyer, il est en revanche difficile de localiser une surface où sont générées les impulsions attosecondes, en raison de la structure très complexe du miroir plasma [Fig. 10.19]. En effet, comme nous l'avons détaillé dans la première partie de ce manuscrit, les harmoniques ne sont pas générées directement sur la ligne d'enfoncement maximum x_e du plasma, mais sur des jets d'électrons relativistes que le champ laser tire vers le vide à des vitesses proches de c à chaque période laser T_L. Toutefois, il apparaît quand même que les positions de l'espace x_r où les impulsions attosecondes semblent être émises [pointillés blancs] suivent les mêmes variations que l'enfoncement x_e calculé en (10.52) [pointillés blancs].

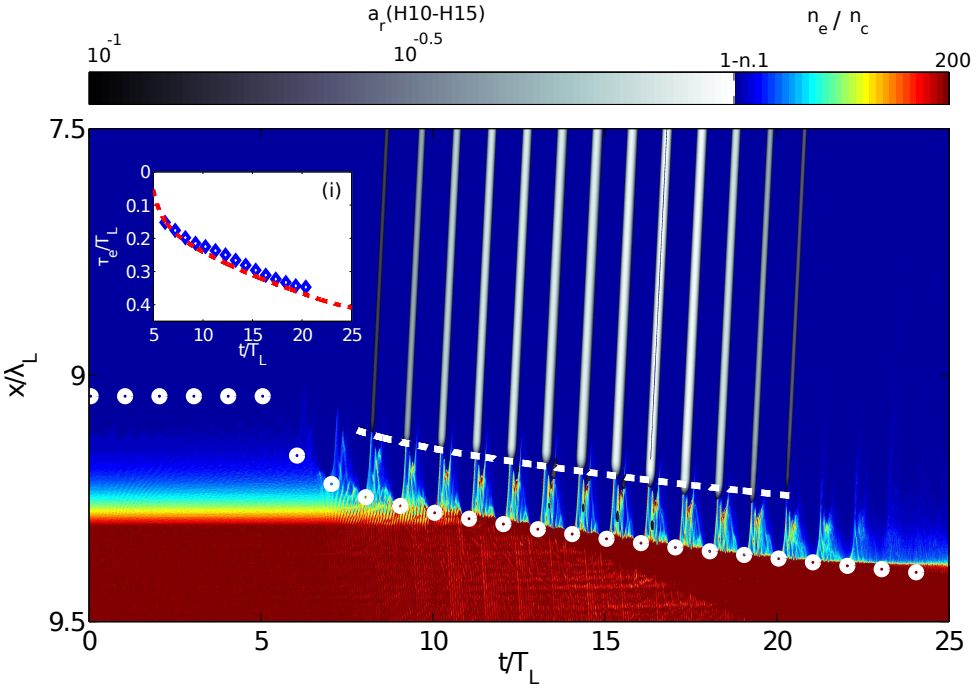

FIG. 10.19 – **Enfoncement x_e et temps d'émission des impulsions attosecondes.**

Afin de confirmer cette observation, nous avons d'abord calculé analytiquement le

décalage $\Delta\tau_e = \tau_e(T_{k+1}) - \tau_e(T_k)$ du temps de détection d'une impulsion attoseconde entre deux cycles optiques consécutifs T_k et T_{k+1}, dans l'hypothèse où le champ incident se réfléchirait avec un angle θ sur une surface qui s'est enfoncée de $\Delta x_e = x_e(T_{k+1}) - x_e(T_k)$ pendant $\Delta T_k = T_{k+1} - T_k = T_L$. Dans cette configuration, la différence de marche δ accumulée par le champ lors de la réflexion aux instants T_k et T_{k+1} s'écrit :

$$\delta = 2\cos\theta\Delta x_e \tag{10.54}$$

Le décalage $\Delta\tau_e$ entre les instants de détection des deux impulsions émises respectivement en $x = x_e(T_k)$ au cycle T_k et en $x = x_e(T_{k+1})$ au cycle T_{k+1} vaudrait ainsi :

$$\frac{\Delta\tau_e}{\Delta T_k} = 2\cos\theta\frac{\Delta x_e}{c\Delta T_k} \tag{10.55}$$

L'intégration de l'équation ci-dessus nous donne l'évolution des temps de détection des impulsions attosecondes τ_e en fonction de l'enfoncement de la surdensité d'électrons x_e :

$$\tau_e(T_k) = 2\cos\theta\frac{x_e(T_k)}{c} + \tau_{e0} \tag{10.56}$$

Il convient de remarquer que ces temps sont définis à une constante τ_{e0} près car on ne connaît pas, dans l'absolu, le temps de détection de la première impulsion attoseconde.

Nous avons ensuite comparé les instants de détection $\tau_e(T_k)$ calculés à l'aide de l'équation ci-dessus et en utilisant l'équation (10.52), à ceux issus de la simulation PIC. Pour ce faire, nous avons détecté les temps τ_{pic} des maxima d'intensité des impulsions attosecondes représentées sur la carte de couleur de la Fig 10.19. L'encart (i) montre que les temps τ_{pic} [en bleu], suivent effectivement les mêmes variations que les temps τ_e donnés par le modèle [en rouge]. La constante x_{e0} dans l'expression de $\tau_e(T_k)$ a été calculée en prenant comme référence le temps d'émission de l'impulsion attoseconde émise au cycle optique $6T_L$. Cette étude nous montre donc que la variation des instants de détection τ_e des impulsions attosecondes est directement proportionnelle à l'enfoncement x_e du plasma. En plus de nous donner une information sur la structure temporelle du train d'impulsions, nous verrons que la connaissance de l'enfoncement $x_e(y)$ en chaque position y de la surface de la cible nous permettra d'obtenir la variation du temps d'émission $\tau_e(y, T_k)$ d'une impulsion attoseconde à travers la tache focale et donc sa phase spatiale $\phi_n(y, T_k)$:

$$\phi_n(y, T_k) \propto \omega_n\tau_e(y) = 2k_n\cos\theta x_e(y, T_k) \tag{10.57}$$

où $k_n = \omega_n/c$ est le vecteur d'onde de la fréquence centrale $\omega_n = n\omega_L$ de l'impulsion attoseconde.

Dans la suite de cette section, nous validons numériquement le modèle d'enfoncement développé précédemment en comparant les temps de détection des impulsions attosecondes issues des simulations PIC aux temps théoriques $\tau_e = 2x_e\cos\theta$. On considère un laser polarisé p de durée $\tau_L = 18T_L$ pied à pied, en incidence oblique $\theta = 45°$ sur un profil de densité plasma exponentiel de densité seuil $n_{th} = n_c\cos^2\theta = 0.5n_c$, de densité plateau $n_{e0} = 200n_c$ et dont la longueur de gradient L est variable. Les caractéristiques de la simulation sont les suivantes :

(i) boîte de taille $l_{box} \approx 12\lambda$ avec un maillage spatial $\Delta x = 1.4 \times 10^{-3}\lambda$,

(ii) simulation de durée totale $t_{sim} = 280T_L$ avec un pas temporel $\Delta t = 10^{-3}T$,

(iii) 200 macroparticules par maille,

(iv) fonction d'assignation/interpolation d'ordre 4,

(v) $T_e = 0.5KeV$ et $T_i = 0.05keV$.

Nous avons réalisé 144 simulations EUTERPE sur une station de travail comprenant $16Go$ de mémoire RAM et 2 CPU de 8 coeurs chacun. Chaque CPU possède 8Go de RAM ce qui a permis l'utilisation de 500000 macroparticules par espèce dans chaque simulation. Ces simulations ont nécessité 10 jours CPU sur 13 coeurs [1 simulation par coeur], ce qui fait un total de 3120h CPU. Elles couvrent une large gamme d'amplitudes laser $6 < a_0 < 20$ et de longueur de gradient plasma $\lambda_L/80 < L < \lambda_L/5$.

10.3.2 Validation du modèle par une étude paramétrique

Variation de l'angle d'incidence θ du laser sur le plasma

La Fig. 10.20 représente l'évolution du temps de détection des impulsions attosecondes en fonction du temps t et de l'angle d'incidence θ du laser sur le plasma. On peut voir que le

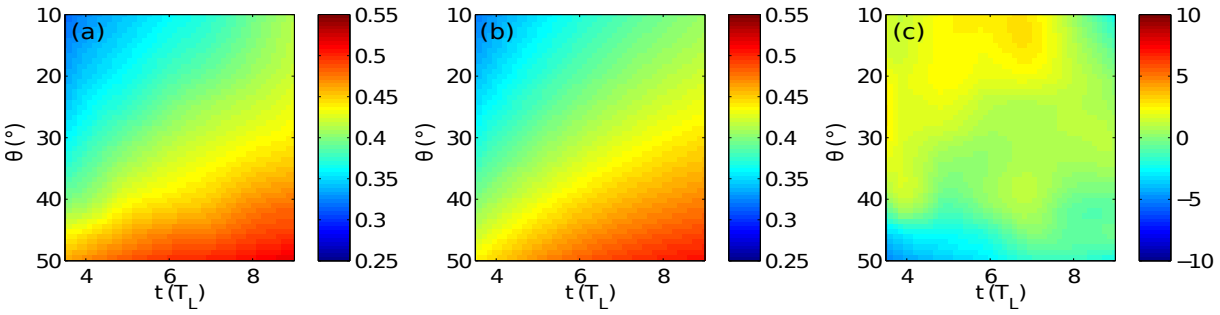

FIG. 10.20 – **Evolution des temps de détection avec l'angle d'incidence θ du laser sur le plasma pour $L = \lambda/10$ et $a_L = 10$.** (a) Temps de détection τ_{pic} en T_L issu des simulations EUTERPE. (b) Temps de détection $\tau_e = 2x_e \cos\theta$ calculés à l'aide de l'équation (10.52) où nous avons utilisé le coefficient de réflexion R issu des simulations EUTERPE. (c) Erreur relative $\delta = 100(\tau_e - \tau_{pic})/\tau_{pic}$ entre modèle et simulations.

modèle analytique (b) reproduit très bien les temps de détection numériques (a) lorsque l'amplitude a_L varie dans le temps et pour une large gamme d'angles $10° < \theta < 50°$. L'erreur relative $\delta = (\tau_e - \tau_{pic})/\tau_{pic}$ entre modèle et simulation est de l'ordre de 2.5% (c) pour la quasi-totalité des valeurs de a_L et L étudiées.

Variation de l'amplitude a_L et de la longueur de gradient L

La Fig. 10.21 ci-dessus montre l'évolution de l'instant de détection des impulsions attosecondes, au maximum de l'impulsion laser incidente $t_{max} = 9T_L$ pour différents couples (a_L, L). Le panneau (a) représente les temps de détection τ_{pic} calculés en détectant les maxima des impulsions attosecondes du train dans les simulations. Le panneau (b) représente les temps de détection $\tau_e(a_L, L) = 2\cos\theta x_e(a_L, L) + t_{e0}$ calculés à partir du

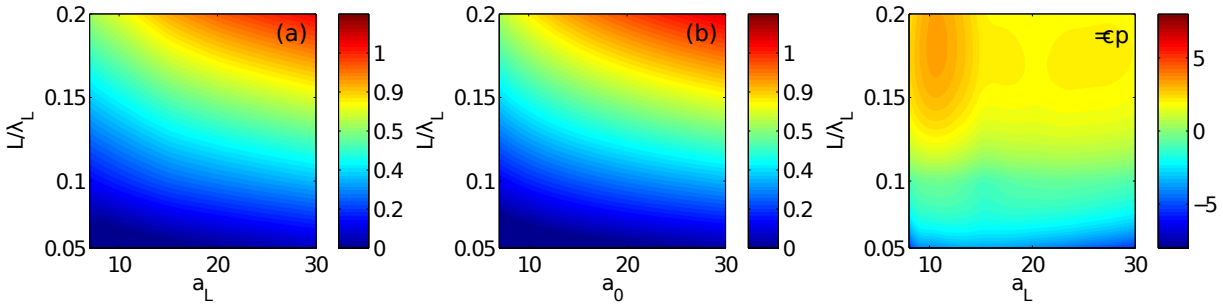

FIG. 10.21 – **Evolution des temps de détection au maximum d'amplitude de l'impulsion laser** $t_{max} = 9T_L$. (a) Temps de détection τ_{pic} en T_L issu des simulations EUTERPE. (b) Temps de détection $\tau_e = 2x_e \cos\theta$ calculés à l'aide de l'équation (10.52) où nous avons utilisé le coefficient de réflexion R issu des simulations EUTERPE. (c) Erreur relative $\delta = 100(\tau_e - \tau_{pic})/\tau_{pic}$ entre modèle et simulations.

modèle analytique x_e de l'équation (10.52), où on a utilisé $\tau_{e0} = 0.6T_L$. Enfin, le panneau (c) représente l'erreur relative $\delta = 100(\tau_{pic} - \tau_e)/\tau_{pic}$ en % entre modèle et simulation. On constate que le modèle analytique d'enfoncement reproduit très bien les temps de détection des simulations avec une erreur relative comprise entre $\pm - 3\%$.

On voit ainsi que le modèle simple développé dans ce chapitre permet de reproduire de manière assez remarquable les résultats des simulations PIC. Dans la suite, nous allons l'utiliser pour déterminer les propriétés spatiales des harmoniques générées par le miroir plasma.

Chapitre 11

Modélisation des propriétés spatiales des harmoniques Doppler

Dans la partie 2 de ce manuscrit, nous avons montré qu'il suffit de connaître le profil d'amplitude $h_n(y, z = z_0)$ et la phase spatiale $\phi_n(y, z = z_0)$ d'un faisceau harmonique de fréquence donnée en un plan $z = z_0$, pour pouvoir déterminer ses propriétés spatiales dans n'importe quel autre plan z, à l'aide d'une simple transformée de Fourier. Dans cette section, nous allons modéliser h_n et ϕ_n dans le plan de la cible en $z = 0$, là où a lieu la génération d'harmoniques.

Dans un premier temps, nous déterminerons la largeur w_n du profil spatial h_n à l'aide des simulations PIC. Ensuite, nous calculerons la phase spatiale des harmoniques $\phi_n(y, z = 0) \propto x_e(y)$ dans le plan de la cible, à partir de l'enfoncement $x_e(y)$ du miroir plasma, que l'on peut modéliser avec le modèle développé dans la section précédente. Enfin, nous déduirons de ϕ_n et w_n les propriétés spatiales des faisceaux harmoniques, dont notamment leur divergence θ_n et la position z_n de leur foyer.

11.0.3 Tailles de source w_n des harmoniques

11.1 Efficacités de génération

Le profil d'amplitude $h_n(y)$ de l'harmonique n est déterminé par la dépendance de l'efficacité de génération η_n de l'harmonique d'ordre n, en l'amplitude laser $a_L(y)$ du laser sur la cible. Si on connaît les variations de η_n avec a_L on pourra donc estimer l'étendue spatiale w_n du profil d'amplitude $h_n(y) = \eta_n(a_L(y))$. Nous avons déterminé ces efficacités, à l'aide du code PIC EUTERPE pour une large gamme d'amplitudes laser a_L et de longueurs de gradient plasma L. Les résultats de ces simulations sont représentés sur la carte de couleur de la Fig. 11.1 (a), dans le cas des harmoniques d'ordres $n = 20 - 25$. On constate sur le panneau (b) représentant une coupe de cette carte en différents gradients L, que l'efficacité de génération η_{20-25} a le profil d'une fonction en échelon : elle augmente d'abord très fortement avec l'amplitude laser a_L entre $a_L = 2$ et $a_L = 4$ lorsque les ordres harmoniques $n = 20 - 25$ commencent à être générés près du cut-off du spectre, puis croît lentement au delà. En outre, il apparaît [panneaux (b-c)] que la variation avec a_L est la même quelle que soit la longueur de gradient.

Au vu de ces résultats, on s'attend donc à une variation significative des tailles de sources de ces harmoniques avec l'amplitude laser a_L près du cut-off du spectre, et à une faible variation avant cette zone. Par ailleurs, hors de la zone de cut-off, on s'attend également à une très faible variation avec la longueur de gradient L.

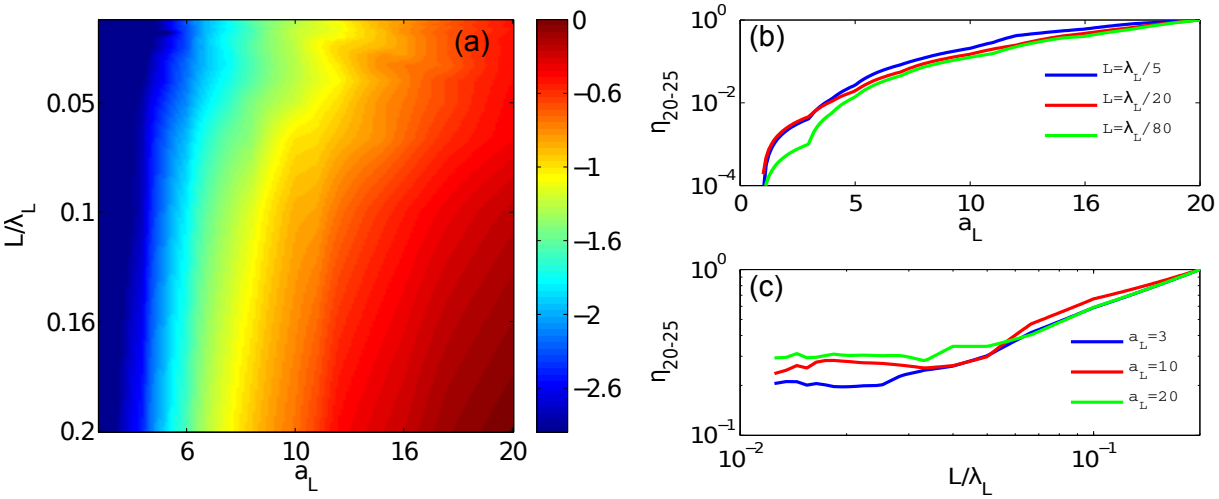

FIG. 11.1 – **Efficacité de génération η_{20-25} des harmoniques 20 à 25.** (a) Evolution de l'efficacité de génération η_{20-25} en fonction de l'amplitude laser a_L et la longueur de gradient L du plasma (b) Coupes de la carte représentée en (a) pour différentes longueurs de gradient. (c) Coupes de la carte en (a) en différentes amplitudes a_L. A chaque fois on a normalisé η_{20-25} par rapport à sa valeur max.

11.1.1 Calcul des tailles de source w_n des harmoniques

A l'aide de l'efficacité de génération harmonique η_n représentée en 11.1 (a), nous avons d'abord calculé [Fig. 11.2] les profils spatiaux harmoniques $\eta_n(a_L(y))$ dans le plan de la cible, desquels nous avons déduit les tailles de sources w_n des harmoniques. $a_L(y) = a_L \exp(-y^2/w_L^2)$ désigne ici le profil d'amplitude du laser dans le plan de la cible et w_L son waist. Pour comparaison, nous avons également calculé les tailles de sources avec le code 2D CALDER pour quelques valeurs de a_L et L, en utilisant la méthode décrite dans la partie 2 de ce manuscrit. Sur le panneau (a) de la Fig. 11.2, on a tracé l'évolution w_n/w_L avec l'amplitude laser a_L, pour des valeurs $a_L > 4$ [hors coupure du spectre] et $n = 15-25$. On vérifie bien que $w_n/w_L \approx 0.6$ est constant pour ces amplitudes laser. On voit en revanche sur le panneau (b) que pour $a_L = 3$ [zone de cut-off], le rapport $w_n/w_L \approx 0.4$ diminue en raison de la plus forte dépendance en a_L de l'efficacité de génération, visible sur la Fig. 11.1 (b). Enfin, on constate également sur la Fig. 11.2 (b) que le ratio que $w_n/w_L \approx 0.6$ est quasi-indépendant de la longueur de gradient et ce, quelle que soit l'amplitude laser $a_L > 3$. Dans la suite de cette section, nous déterminerons à chaque fois les tailles de sources numériquement, à l'aide de la méthode décrite dans la partie 2 de ce manuscrit. Pour des considérations plus générales qui nécessiteraient un grand nombre de simulations 2D [très coûteuses en temps de calcul], nous nous appuierons plutôt sur les résultats de cette étude préliminaire afin de fournir une estimation raisonnable des tailles de sources.

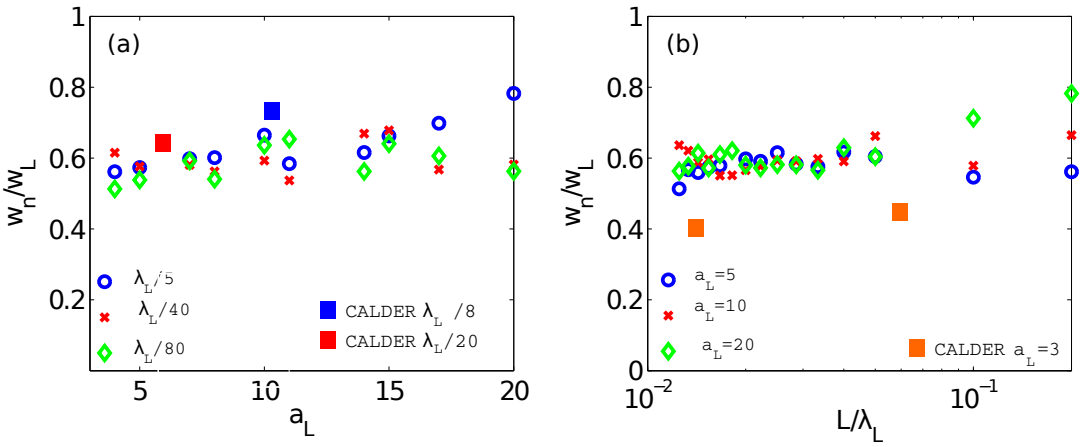

FIG. 11.2 – **Tailles de source w_n/w_L des harmoniques avec $n = 15-25$.** Les points correspondent aux tailles de sources w_n/w_L calculées à l'aide des efficacités de génération η_{15-25} des harmoniques $15-25$ fournies par le code EUTERPE et les carrés aux tailles de sources de l'ordre harmonique 15, issues du code 2D CALDER. (a) Evolution des tailles de source w_n/w_L avec l'amplitude laser a_L pour différentes longueurs de gradient L. (b) Evolution de w_n/w_L avec L pour différents a_L.

11.2 Phase spatiale des harmoniques dans le plan source

11.2.1 Validité du modèle d'enfoncement en deux dimensions

Dans ce paragraphe, on établit sous quelles conditions le modèle 1D que l'on a développé pour x_e est applicable en chaque point y de la tache focale. En deux ou trois dimensions, la principale différence provient du fait que la force pondéromotrice $\vec{F}_p \propto \vec{\nabla} I_L$ pousse également les électrons et les ions dans la direction transverse dans le cas de taches focales laser w_L très petites.

Toutefois, pour des plasmas à la densité du solide $n_{e0} > 200 n_c$, le laser est presque totalement réfléchi à l'interface vide plasma et le gradient d'intensité est principalement normal à la cible pour des waist w_L de quelques longueurs d'ondes λ_L. En supposant que le laser est réfléchi et absorbé par les électrons du plasma sur une épaisseur de peau $L_s \approx c/\omega_{pe}$, on peut raisonnablement estimer le rapport ϵ entre les composantes transverse $\vec{F}_p.\vec{y}$ et normale $\vec{F}_p.\vec{x}$ à la cible par la relation suivante :

$$\epsilon = \frac{||\vec{\nabla} I_L.\vec{y}||}{||\vec{\nabla} I_L.\vec{x}||} \approx \frac{a_L^2/w_L}{a_L^2/L_s} = \frac{1}{w_L/\lambda_L}\sqrt{\frac{n_c}{n_{e0}}} \tag{11.1}$$

Pour des valeurs typiques $w_L \geqslant 3\lambda_L$ et $n_{e0} = 200 n_c$ utilisées dans les simulations de génération d'harmoniques Doppler avec CALDER et la plupart des expériences, on a $\epsilon \approx 0.02 \ll 1$. La force pondéromotrice $\vec{F}_p$ pousse donc essentiellement les ions et les électrons dans une direction normale à la cible. Dans la suite, on pourra donc appliquer directement le modèle 1D d'enfoncement de la surface en chaque point y de la tache focale, avec une amplitude $a_L(y)$ définie localement, pour calculer la phase spatiale $\phi_n(y) \propto x_e(y)$ des harmoniques.

11.2.2 Phase spatiale harmonique $\phi_n(y)$

La principale composante de la phase spatiale des harmoniques est issue de la phase induite par l'enfoncement x_e du plasma sur le laser. Dans la suite on note [Fig. 11.3] :

(i) y la coordonnée transverse à la direction de propagation du champ [incident/réfléchi] et y_c la coordonnée le long de la cible,

(ii) $\phi_n(y)$ la phase spatiale totale de l'harmonique d'ordre n dans le plan de la cible en $z = 0$,

(iii) $\phi_L(y)$ la phase spatiale du laser au foyer dans le plan de la cible,

(iv) $\phi_p(y)$ la phase spatiale introduite par le miroir plasma selon y sur le laser.

La phase harmonique ϕ_n de l'harmonique d'ordre n est directement liée à la phase du laser sur la cible par :

$$\phi_n(y) = n(\phi_L(y) + \phi_p(y)) \tag{11.2}$$

Si le laser est focalisé sur la cible avec un waist $w_L > 3\lambda_L$, le plan de la cible est contenu dans la zone de de Rayleigh de longueur $z_r = \pi w_L^2/\lambda_L$ et on peut raisonnablement supposer que $\phi_L = 0$, en $z = 0$. Dans ces conditions, la phase harmonique est simplement donnée par la relation $\phi_n(y) = n\phi_p(y)$. On se propose à présent de calculer ϕ_p.

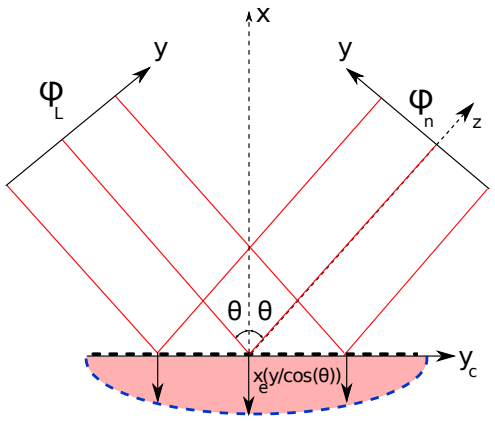

FIG. 11.3 – **Phase spatiale introduite par le miroir plasma.**

11.2.3 Calcul de la phase ϕ_p

La différence de marche totale d_m entre des rayons se réfléchissant avec un angle θ sur la surface en $x = 0$ d'une part et celle à x_e d'autre part vaut [Fig. 11.3] :

$$d_m = 2x_e \cos\theta \tag{11.3}$$

La phase $\phi_p(y)$ introduite par le miroir plasma à la position y dans le faisceau incident est proportionnelle à la différence de marche d_m induite par l'enfoncement $x_e(y_c)$ à la côte $y_c = y/\cos\theta$ sur la cible :

$$\phi_p(y) = 2k_L \cos\theta \times x_e\,(y_c) \tag{11.4}$$

Il est important de noter que ce calcul simple ne tient pas compte du fait que l'angle θ de réflexion sur la cible dépend en fait de y du fait de la courbure de la surface du miroir plasma. Nous verrons que cette variation de θ avec y est à l'origine d'effets d'ordres plus élevés dont notamment une dissymétrie du profil angulaire harmonique [les rayons du côté droit sont moins déviés que les rayons du côté gauche du miroir]. Pour tenir compte de ces effets, il faudra calculer la solution à l'ordre 1 ϕ_p^1 [pour $\theta = f(y)$] à partir de la solution à l'ordre 0 ϕ_p [i.e celle pour $\theta(y) = \theta_0, \forall y$].

11.2.4 Calcul de la phase harmonique

La phase harmonique totale à l'ordre 0 au temps t s'écrit :

$$\phi_n(y,t) = 2k_n x_e\left(y/\cos\theta, t\right)\cos\theta \tag{11.5}$$

Dans la suite, on suppose pour simplifier que la cible est placée au foyer du laser en $z = 0$. On a donc $\phi_L = 0$. Par ailleurs, en effectuant un développement limité de l'enfoncement x_e de l'équation (10.52) jusqu'à l'ordre 2 en $y_c = 0$, il est facile de montrer que :

$$x_e|_{y_c=0}(t) \approx c_0 - \frac{y_c^2}{4f_p(t)} + o(y_c^2) \tag{11.6}$$

où c_0 est une constante et :

$$f_p(t) = \frac{w_L^2}{4L\cos^2\theta}\frac{\epsilon + (1+\mu\epsilon)^2}{\epsilon + 2\mu\epsilon(1+\mu\epsilon)} \tag{11.7}$$

avec :

$$\epsilon = \frac{2a_L(t)}{2\pi L/\lambda_L(1-\sin\theta)} \tag{11.8}$$

et

$$\mu = \frac{\omega_L(1-\sin\theta)\Pi_0}{4}\int_0^t \frac{a_L(t_0)}{a_L(0)}dt_0 \tag{11.9}$$

ϵ et μ sont des grandeurs associées aux dynamiques électronique [dépendance en $a_L(t)$] et ionique [dépendance en $\int_0^t a_L(t_0)dt_0$]. La formule (11.6) est l'équation d'une parabole de focale f_p et d'axe de symétrie $y_c = 0$. En remplaçant l'expression (11.6) de x_e dans la relation (11.5), on en déduit :

$$\phi_n(y,t) = k_n\frac{y^2}{2\cos\theta f_p(t)} + o(y^2) \tag{11.10}$$

C'est l'équation d'un front de phase sphérique de rayon de courbure $f_p(t)\cos\theta$. Ainsi on voit que le miroir plasma agit bien comme une optique focalisante de focale f_p. En raison de l'incidence oblique du laser sur le miroir plasma, on voit que la distance focale effective à laquelle sont focalisées les harmoniques est raccourcie d'un facteur $\cos\theta$ dans le plan d'incidence. On retrouve ici le fait bien connu que la réflexion en incidence oblique d'angle θ par rapport à l'axe d'un miroir courbe conduit à un raccourcissement de sa focale d'un facteur $\cos\theta$ [astigmatisme].

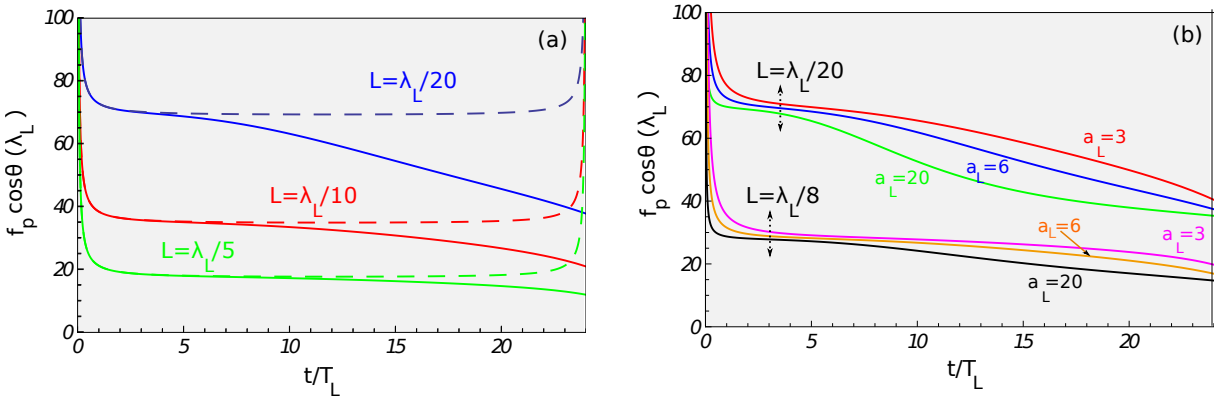

FIG. 11.4 – **Evolution temporelle de la focale effective $f_p \cos\theta$ du miroir plasma pour différents paramètres a_L et L.** La focale effective $f_p \cos\theta$ [en λ_L] a été calculée à partir de l'équation (??) avec : une impulsion de profil temporel en cos^2 et durée pied à pied $\tau_L = 24T_L$, un angle d'incidence $\theta = 45°$, un waist laser $w_L = 3.12\lambda_L$, un rapport charge sur masse des ions $Z/A = 1/2$, un coefficient de réflexion $\hat{R} = 0.7$. (a) Evolution temporelle de $f_p \cos\theta$ pour $a_L = 6$ et trois longueurs de gradients L différentes. (b) Evolution temporelle de $f_p \cos\theta$ pour trois amplitudes laser différentes a_L.

Etudions à présent l'évolution de f_p au cours du temps, pour différents paramètres laser et plasma. La Fig. 11.4 (a) montre l'évolution temporelle de f_p pour trois longueurs de gradients dans le cas d'un laser de durée $\tau_L = 24T_L$ pied à pied et d'amplitude $a_L = 6$ incident à $\theta = 45°$ sur le plasma.

Au début de l'impulsion $t < 5T_L$, les ions sont immobiles [$m_i = Am_p \to +\infty$ et $\Pi_0 \to 0$ dans l'équation (11.9)] et la focale $f_p(t)$ est déterminée par la dynamique des électrons [ϵ] :

$$f_p(t) = \frac{w_L^2}{4L\cos^2\theta}\frac{\epsilon(t)}{1+\epsilon(t)} \tag{11.11}$$

Pour les amplitudes $a_L > 3$ et les longueurs de gradients $L < \lambda_L/5$ qui nous intéressent, $\epsilon \gg 1$ devient très grand devant 1, dès le début de l'impulsion laser. On en déduit que :

$$f_p(t) \approx \frac{w_L^2}{4L\cos^2\theta} \tag{11.12}$$

Cette focale est donc indépendante de l'amplitude laser et du temps. Elle varie en $1/L$ comme nous pouvons le voir sur la Fig. 11.4 (a-b). Aux instants ultérieurs en revanche [$t > 5T_L$], les ions commencent à être accélérés par le piston et le paramètre μ augmente progressivement. La focale f_p vaut maintenant :

$$f_p(t) \approx \frac{w_L^2}{4L\cos^2\theta}\frac{1+\mu(t)^2\epsilon(t)}{1+2\mu(t)^2\epsilon(t)} \tag{11.13}$$

On constate qu'elle diminue dans le temps et que cette diminution dépend à la fois de l'amplitude a_L et de la longueur de gradient [Fig. 11.4 (a-b)] : elle est d'autant plus forte que a_L est grand et L est faible. En effet, nous avions montré sur la Fig. 10.17 que la contribution de l'enfoncement ionique x_p à l'enfoncement total x_e était d'autant plus forte que le gradient plasma était court et l'amplitude laser élevée. Dans la limite de durées

d'impulsions $\tau_L \to +\infty$ très longues, la dynamique du plasma est principalement issue du mouvement des ions [$\mu \to +\infty$] et la focale $f_p(t)$ tend vers la valeur constante :

$$f_p \approx \frac{w_L^2}{8L\cos^2\theta} \tag{11.14}$$

Cette valeur est deux fois moins importante que dans le cas où la dynamique du miroir plasma est purement électronique [$x_p \propto 2L$ dans l'équation (10.45) et $x_s \propto L$ dans l'équation (10.50)].

Dans tous les cas, même si la focale f peut varier de $w_L^2/4L\cos^2\theta$ à $w_L^2/8L\cos^2\theta$ entre le début et la fin de l'impulsion [cas des forts a_L et faibles gradients], la focale f varie lentement autour de l'instant t_{max} pour lequel l'amplitude laser est maximale et la génération d'harmoniques la plus efficace. Pour cette raison, on supposera dans la suite que les propriétés spatiales des harmoniques sont imposées par la focale f_{max} du miroir plasma en $t = t_{max}$ et nous calculerons les propriétés spatiales des harmoniques à l'aide de f_{max}. La carte de couleur sur la Fig. 11.5 (a) donne les valeurs de $f_p\cos\theta$ en $t = t_{max}$ et pour une large gamme d'amplitudes a_L et de gradients L. Notons enfin que l'on peut

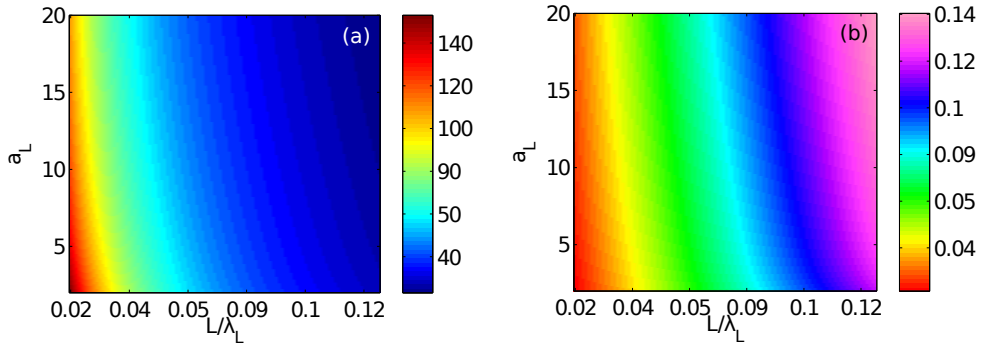

FIG. 11.5 – **Focale f_p et enfoncement δ_p du miroir plasma en fonction de a_L et L.** (a) Focale $f_p\cos\theta$ [en λ_L] du miroir plasma au maximum t_{max} d'amplitude du champ incident, calculée à partir de l'équation (11.7) pour différentes valeurs des paramètres a_L et L. Les calculs ont été réalisés pour : une impulsion de profil temporel en cos^2 de durée $\tau_L = 24T_L$ pied à pied, un angle d'incidence $\theta = 45°$, un waist laser $w_L = 3.12\lambda_L$, un rapport charge sur masse des ions $Z/A = 1/2$ et une valeur moyenne $\bar{R} = 0.7$ du coefficient de réflexion R, un. (b) Enfoncement δ_p [en λ_L] correspondant à la focale f_p du panneau (a) et calculé à l'aide de l'équation (11.15). Notons que sa valeur ne dépend pas de w_L.

relier f_p à l'enfoncement δ_p du miroir plasma entre les points $y = 0$ et $y = \sqrt{2}w_L$ [choix arbitraire], en utilisant l'équation (11.6) :

$$\delta_p = x_e|_{y_c=0} - x_e|_{y_c=\sqrt{2}w_L} \approx \frac{w_L^2}{2f_p} \tag{11.15}$$

Les valeurs de δ_p sont représentées sur la Fig. 11.5 (b). On constate que tout comme la focale f_p, l'enfoncement δ_p varie surtout avec la longueur de gradient L. Dans le cas où la dynamique ionique est négligeable [faibles a_L], on a $f_p(t) \approx w_L^2/4L\cos^2\theta$ et donc $\delta_p \approx 2L\cos^2\theta$. A longueur de gradient fixée, δ_p augmente lorsque l'amplitude laser a_L augmente, du fait de la contribution plus importante des ions à l'enfoncement total.

11.3 Modélisation analytique des propriétés spatiales

Dans cette section, on se propose de déterminer l'ensemble des propriétés spatiales des harmoniques qui découlent de la phase spatiale ϕ_p calculée précédemment. Dans le cas où l'enfoncement $\delta_p \ll \lambda_n$, nous avons vu précédemment que le miroir plasma agit comme un miroir plan et les propriétés spatiales du faisceau harmonique sont données par sa diffraction naturelle. A l'inverse, lorsque $\delta_p \ll \lambda_n$, le miroir plasma agit comme un miroir courbe qui focalise le faisceau harmonique à une distance correspondant à la focale effective du miroir plasma. Dans le cas intermédiaire où l'enfoncement δ_p est du même ordre de grandeur que la longueur d'onde harmonique λ_n, les propriétés spatiales du faisceau harmonique sont le résultat d'une compétition entre diffraction et focalisation. Dans le cas général, il est donc nécessaire de calculer analytiquement les propriétés spatiales de ces faisceaux. On supposera dans la suite que les faisceaux harmoniques sont gaussiens et on note z la coordonnée le long de l'axe de propagation du faisceau, $w(z)$ son étendue spatiale en z et $R(z)$ le rayon de courbure de ses fronts de phase en z. Les données du problème sont [Fig. 11.6] :

1. l'étendue spatiale du faisceau harmonique w_n dans le plan de la cible en $z = 0$ [déterminée à l'aide du code PIC],
2. le rayon de courbure $R(z = 0) = -f_p \cos\theta$ des fronts de phase du faisceau harmonique dans le plan de la cible, déterminés à partir du modèle développé pour la focale f_p du miroir plasma

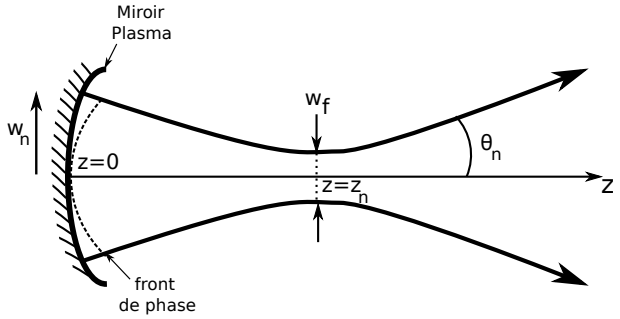

FIG. 11.6 – Schéma de la focalisation du faisceau harmonique par le miroir plasma. On note w_n l'étendue spatiale du faisceau harmonique dans le plan de la source en $z = 0$, z_n la position de son foyer, w_f la taille de son waist et θ_n sa divergence. La ligne en pointillés noirs schématise le front de phase du faisceau harmonique au niveau de la cible. Son rayon de courbure $R(z = 0)$ est donnée par la focale effective $f_p \cos\theta$ du miroir plasma.

A partir de w_n et $R(z = 0)$ connus dans le plan de la source, on souhaite ici déterminer :

(i) la position z_n du foyer du faisceau harmonique,

(ii) son waist w_f [en $z = z_n$] et $\gamma_n = w_f/w_n$ son grandissement,

(iii) sa divergence θ_n.

Dans cette perspective, on rappelle tout d'abord qu'un faisceau gaussien est entièrement caractérisé par son paramètre complexe $q(z)$ défini par [70] :

$$q(z) = (z - z_n) + iz_{rh} \tag{11.16}$$

où $z_{rh} = \pi w_f^2/\lambda_n$ désigne la longueur de Rayleigh du faisceau. On peut montrer [70] que q vérifie l'équation :

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i\frac{\lambda_n}{\pi w^2(z)} \tag{11.17}$$

où on obtient les expressions de $w(z)$ et $R(z)$ en remplaçant l'expression de q issue de l'équation (11.16) dans l'équation (11.17) :

$$w(z) = w_f\sqrt{1+\left(\frac{z-z_n}{z_{rh}}\right)^2} \tag{11.18}$$

$$R(z) = z - z_n + \frac{z_{rh}^2}{z-z_n} \tag{11.19}$$

11.3.1 Point de focalisation z_n des harmoniques

En combinant les équations (11.16) et (11.17) évaluées en $z = 0$ on obtient :

$$\frac{1}{-z_n + iz_{rh}} = -\frac{1}{f_p\cos\theta} - i\frac{1}{z_{rh0}} \tag{11.20}$$

où on a noté :

$$z_{rh0} = \frac{\pi w_n^2}{\lambda_n} \tag{11.21}$$

la longueur de Rayleigh du faisceau harmonique lorsque celui-ci n'est pas focalisé par le miroir plasma. En égalant les parties réelles et imaginaires de l'équation (11.20) ci-dessus, on en déduit le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \dfrac{z_n}{z_n^2+z_{rh}^2} = & \dfrac{1}{f_p\cos\theta} \\ \dfrac{z_{rh}}{z_n^2+z_{rh}^2} = & \dfrac{1}{z_{rh0}} \end{cases} \tag{11.22}$$

C'est un système simple de deux équations à deux inconnues [z_n et z_{rh}] qui a pour solutions :

$$z_{rh} = \frac{z_{rh0}}{1+(n\Psi)^2} \tag{11.23}$$

et

$$z_n = z_{rh0}\frac{n\Psi}{1+(n\Psi)^2} \tag{11.24}$$

où on a défini :

$$\Psi = \frac{z_{rh0}/n}{f_p\cos\theta} = \frac{2\pi}{\cos\theta}\left(\frac{w_n}{w_L}\right)^2\frac{\delta_p}{\lambda_L} \tag{11.25}$$

Ce paramètre dépend de l'enfoncement δ_p du miroir plasma défini en (11.15) et du ratio w_n/w_L entre l'étendue spatiale du faisceau harmonique dans le plan de la cible et le waist laser w_L. Nous allons voir que la valeur de ce paramètre détermine l'ensemble des propriétés spatiales des harmoniques. Pour z_n, on identifie deux cas limites selon les valeurs de $n\Psi \propto \delta_p/\lambda_n$:

(i) si $n\Psi \ll 1$ [i.e $\delta_p \ll \lambda_n$], on a $z_n = z_{rh0} n\Psi \underset{n\Psi \to +0}{\longrightarrow} 0$ et $z_{rh} \approx z_{rh0}$. On retrouve le cas où l'harmonique n'est pas focalisée par le miroir plasma,

(ii) si $n\Psi \gg 1$ [i.e $\delta_p \gg \lambda_n$], on a $z_n \approx z_{r0}/n\Psi = f_p \cos\theta$. Dans ce cas, l'harmonique subit la courbure du miroir plasma et est focalisée au niveau de son point focal en $z = f_p \cos\theta$.

La valeur du paramètre Ψ va donc déterminer si on se situe dans un régime dominé par l'enfoncement ou la diffraction, pour l'harmonique d'ordre n. Nous avons réalisé deux simulations CALDER afin de confronter notre modèle aux simulations PIC 2D. Les valeurs de z_n obtenues ont été représentées sur la Fig. 11.7 pour $(a_L = 8, L = \lambda_L/8)$ [points rouges] et $(a_L = 6, L = \lambda_L/20)$ [points bleus]. Pour les calculer, nous avons d'abord propagé le

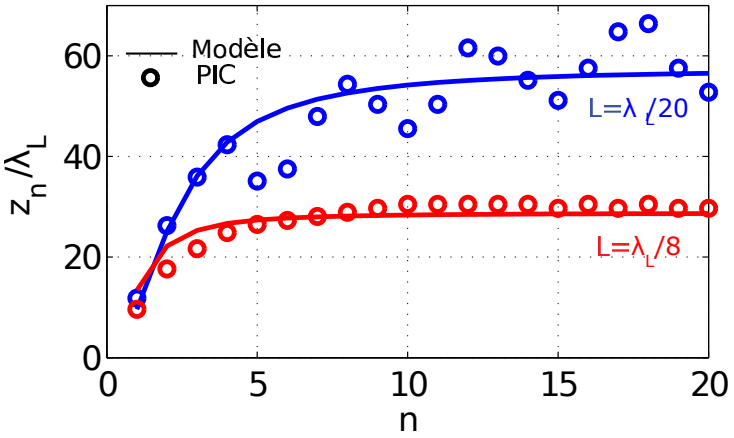

FIG. 11.7 – **Evolution du point focal z_n avec l'ordre harmonique.** Les points sont les valeurs de z_n obtenues à partir de deux simulations PIC 2D CALDER pour $a_L = 8, L = \lambda_L/8$ [rouge] et $a_L = 6, L = \lambda_L/20$ [bleu]. A chaque fois, l'impulsion laser a un profil temporel en cos^2 de durée $\tau_L = 24T_L$ pied à pied, un profil spatial gaussien de waist $w_L = 3.12\lambda_L$ et est incidente avec un angle $\theta = 45°$ sur le profil plasma. Les lignes en traits pleins représentent les valeurs de z_n calculées à partir de l'équation (11.24).

profil spatial harmonique en différents z à l'aide d'une décomposition en ondes planes [cf. Partie 2] puis nous avons calculé la valeur de z_n pour laquelle l'étendue spatiale $w(z)$ du faisceau harmonique est minimale. Les lignes en traits pleins représentent les valeurs de z_n calculées à partir de l'équation (11.24). Dans chaque cas, les valeurs de Ψ ont été calculées en utilisant le rapport w_n/w_L issu des simulations PIC et l'enfoncement δ_p/λ_L de l'équation (11.15). Dans le cas $a_L = 8, L = \lambda_L/8$ [ligne rouge], on calcule $\Psi = 0.6685$ et $z_n \approx 26.5\lambda_L$ correspondant à des valeurs $\delta_p/\lambda_L = 0.1295$ et $w_n/w_L \approx 0.75$ pour $n > 15$. Dans le cas $a_L = 6, L = \lambda_L/20$ [ligne bleue] on trouve les valeurs $\Psi = 0.2351$ et $z_n = 58\lambda_L$, associées à un enfoncement $\delta_p/\lambda_L = 0.054$ et une étendue $w_n/w_L \approx 0.7$ pour $n > 15$. On peut voir que le modèle reproduit très bien les variations de z_n avec n. Pour les ordres harmoniques faibles tels que $\lambda_n \gg \delta_p$, le faisceau harmonique n'est pas focalisé par le miroir plasma et $z_n \to 0$ se situe dans le plan de la cible. Ensuite lorsque n augmente, λ_n diminue et z_n tend progressivement vers la focale du miroir plasma $f_p \cos\theta$. Remarquons que dans le cas $L = \lambda_L/20$, l'influence des ions sur la focale du miroir plasma devient plus importante : la focale $f_p \cos\theta = w_L^2/4L \cos\theta \approx 68\lambda_L$ calculée en supposant les ions

immobiles surestime légèrement [15%] celle issue des simulations PIC [$\approx 58\lambda_L$] alors que dans le cas $L = \lambda_L/8$, ces valeurs diffèrent de seulement quelques %. Dans le paragraphe qui suit, on calcule le grandissement γ_n au foyer du miroir plasma.

11.3.2 Grandissement γ_n de l'harmonique n au foyer du miroir plasma

La grandeur γ_n est particulièrement intéressante dans notre cas, car elle nous permet de calculer l'intensité maximale I_{at} des impulsions attosecondes au foyer du miroir plasma :

$$I_{at} \approx \eta_n I_L \frac{T_L}{\tau_{at}} \frac{1}{\gamma_n^2} \propto \frac{1}{\gamma_n^2} \tag{11.26}$$

où T_L est la période laser, w_L son waist, I_L son intensité, η_n l'efficacité de génération de la bande spectrale $[n, n_c]$ avec n_c la coupure du spectre et $\tau_{at} \approx T_L/(n_c - n)$ la durée de l'impulsion attoseconde composée des fréquences (n, n_c) [en supposant une phase plate sur cette bande spectrale]. On voit donc que I_{at} est d'autant plus grand que γ_n est faible. On calcule γ_n en utilisant l'équation (11.23) donnant la valeur de z_{rh} :

$$\frac{z_{rh}}{z_{rh0}} = \left(\frac{w_f}{w_n}\right)^2 = \frac{1}{1 + (n\Psi)^2} \tag{11.27}$$

d'où

$$\gamma_n = \frac{1}{\sqrt{1 + (n\Psi)^2}} \tag{11.28}$$

Deux cas se dégagent suivant la valeur de $n\Psi \propto \delta_p/\lambda_n$:

1. si $n\Psi \ll 1$ [i.e $\delta_p \ll \lambda_n$], on retrouve que $\gamma_n = 1$ i.e que l'harmonique n'est pas focalisée,
2. si $n\Psi \gg 1$ [i.e $\delta_p \gg \lambda_n$] il vient $\gamma_n \approx 1/n\Psi \propto 1/\delta_p$. Dans ce cas, l'harmonique est focalisée par le miroir plasma en $z = f_p \cos\theta$ et le grandissement γ_n est d'autant plus faible que l'enfoncement δ_p est grand ou la focale f_p du miroir plasma faible.

Nous avons comparé les résultats du modèle aux mêmes simulations que celles de la Fig. 11.7. Les valeurs de γ_n obtenues ont été représentées sur la Fig. 11.8 pour ($a_L = 8, L = \lambda_L/8$) [points rouges] et ($a_L = 6, L = \lambda_L/20$) [points bleus]. Les lignes en traits pleins correspondent aux valeurs de γ_n issues de l'équation (11.28). A mesure que n augmente, λ_n/δ_p diminue, l'harmonique devient progressivement focalisée par le miroir plasma et le grandissement diminue suivant l'équation (11.28). Dans la limite $\lambda_n/\delta_p \ll 1$, le faisceau harmonique est parfaitement focalisé et son grandissement $\gamma_n \propto \lambda_L$ diminue proportionnellement avec la longueur d'onde λ_n [limite de diffraction plus petite]. Dans les deux simulations de la Fig. 11.8, on voit que le modèle reproduit correctement les variations de γ_n avec l'ordre harmonique. Toutefois, dans le cas $L = \lambda_L/8$, on note un écart entre le grandissement théorique et le grandissement issu des simulations pour les harmoniques d'ordres les plus élevés [celles qui sont focalisées par le miroir plasma]. Le waist w_f prédit par le modèle est plus petit [15%] que celui obtenu dans les simulations PIC 2D. Cet écart provient du fait que nous n'avons pas pris en compte les effets d'ordres

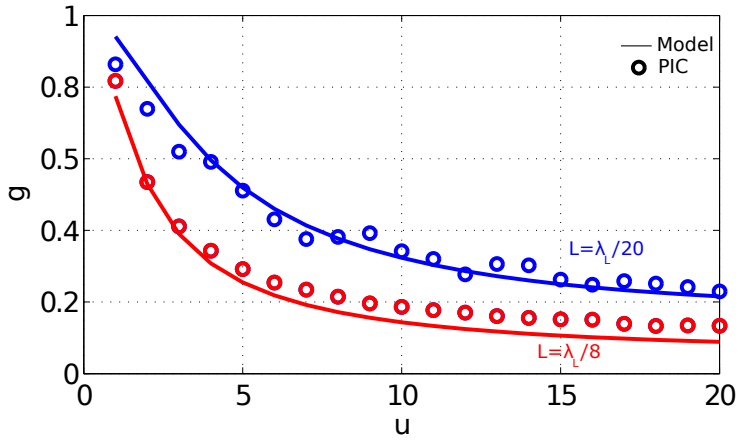

FIG. 11.8 – **Evolution du grandissement γ_n avec l'ordre harmonique n.** . Les conditions de simulation sont les mêmes que celles de la Fig. 11.7. Les points sont les valeurs de γ_n obtenues à partir de deux simulations PIC 2D CALDER pour $a_L = 8, L = \lambda_L/8$ [rouge] et $a_L = 6, L = \lambda_L/20$ [bleu]. Pour chaque ordre n, la valeur γ_n a été obtenue en calculant l'étendue spatiale du faisceau harmonique aux points $z = z_n$ représentés sur la Fig. 11.7. Les lignes en traits pleins représentent les valeurs de γ_n calculées à partir de l'équation (11.28). Dans chaque cas, les valeurs de Ψ ont été calculées en utilisant le rapport w_n/w_L issu des simulations PIC et l'enfoncement δ_p/λ_L représenté sur la Fig. 11.5 (b). Dans le cas $a_L = 8, L = \lambda_L/8$ [ligne rouge], on calcule $\Psi = 0.6685$ et $\gamma_n \approx 0.08$ correspondant à des valeurs $\delta_p/\lambda_L = 0.1295$ et $w_n/w_L \approx 0.75$ pour $n > 15$. Dans le cas $a_L = 6, L = \lambda_L/20$ [ligne bleue] on trouve les valeurs $\Psi = 0.2351$ et $\gamma_n = 0.2$, associées à un enfoncement $\delta_p/\lambda_L = 0.054$ et une étendue $w_n/w_L \approx 0.7\lambda_L$ pour $n > 15$

supérieurs dans la phase introduite par le miroir plasma. En effet, nous verrons dans la suite que la focalisation par un miroir parabolique hors-axe introduit des aberrations qui peuvent étaler le profil spatial du faisceau harmonique au foyer et qui limitent donc la valeur minimale de γ_n que l'on peut atteindre.

Nous avons estimé l'intensité des impulsions attosecondes au foyer du miroir plasma [Fig. 11.9] dans le cas $L = \lambda_L/8$, pour les harmoniques $[15\omega_L, 25\omega_L]$. Sur le panneau (a), on voit que dans ces conditions d'interaction, les efficacités de génération sont très élevées dans cette bande spectrale et on calcule $\eta_{15-25} \approx 7 \times 10^{-2}$. En outre, on voit sur les panneaux (b-c) que le miroir plasma focalise très fortement le train d'impulsions attosecondes avec des grandissements conformes à ceux calculés sur la Fig. 11.8. Avant focalisation (b), l'intensité des impulsions attosecondes dans le plan de la cible vaut $0.34I_L \approx 3.8 \times 10^{19} W.cm^{-2}$. Au foyer du miroir plasma (c), elle atteint des valeurs très élevées, de l'ordre de $23I_L \approx 3.10^{21} W.cm^{-2}$. On peut retrouver ce résultat en utilisant la valeur $\gamma_{15-25} \approx 0.1$ fournie par la courbe Fig. 11.7 et la durée d'impulsion $\tau_{at} \approx 250as$ mesurée sur la Fig. 11.9(c) : on trouve $I_{at} \approx 28I_L \approx 4 \times 10^{21} W.cm^{-2}$ très proche de la valeur précédente, obtenue en propageant numériquement le train d'impulsions au foyer du miroir plasma.

Ainsi, on voit que les intensités atteignables au foyer du miroir plasma, dans la gamme des longueurs d'onde inférieures à $0.08nm$, sont donc potentiellement très élevées. On pourrait imaginer utiliser cet effet pour réaliser des expériences d'interaction lumière-matière à très fortes intensités dans la gamme X-UV. La principale contrainte dans l'exemple que l'on vient de détailler provient du fait que la focale du miroir plasma est

très faible [quelques dizaines de micromètres]. Cependant, pour pallier ce problème, une solution envisageable serait d'augmenter la taille du waist laser w_L à intensité constante pour augmenter la focale f_p, sans changer le ratio w_n/w_L. En effet, dans ces conditions, le paramètre Ψ de l'équation (11.25) et par conséquent le grandissement γ_n, resteraient inchangés.

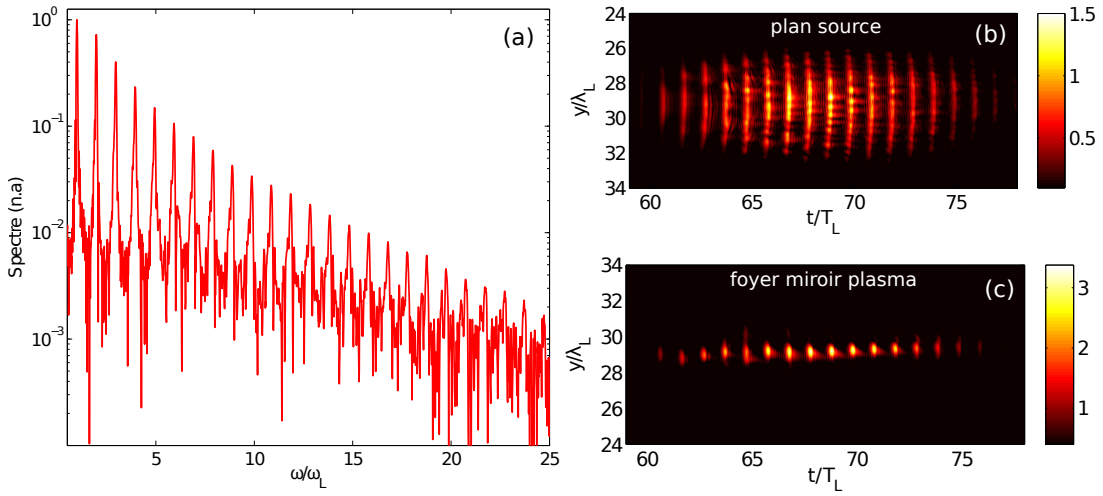

FIG. 11.9 – **Intensité des impulsions attosecondes au foyer du miroir plasma.** Les conditions de simulation sont les mêmes que celle de la Fig. 11.8. (a) Spectre du champ réfléchi, intégré spatialement au niveau de la cible [en $z = 0$]. (b) Profil spatio-temporel (y, t) du champ réfléchi, au niveau de la cible en $z = 0$, que l'on a filtré entre les ordres harmoniques 10 à 25. (b) Profil spatio-temporel (y, t) du champ réfléchi, au foyer du miroir plasma en $z = f_p \cos\theta \approx 28\lambda_L$, que l'on a filtré entre les ordres harmoniques 10 à 25.

11.3.3 Modèle de divergence des harmoniques

La divergence du faisceau harmonique est donnée par :

$$\theta_n = \lim_{z\to\infty} \frac{w(z)}{z} = \frac{w_f}{z_{rh}} = \frac{\lambda_n}{\pi w_f} \tag{11.29}$$

où on a utilisé la valeur de $w(z)$ fournie par l'équation (11.18) et $z_{rh} = \pi w_f^2/\lambda_n$. En utilisant $w_f = w_n\gamma_n$, où γ_n est donné par l'équation (11.28), il vient :

$$\theta_n = \theta_n^0\sqrt{1 + (n\Psi)^2} \tag{11.30}$$

où $\theta_n^0 = \lambda_n/\pi w_n$ est la divergence de l'harmonique lorsque celle-ci diffracte librement depuis la cible. Deux cas se dégagent selon la valeur de $n\Psi \propto \delta_p/\lambda_n$:

1. si $n\Psi \ll 1$ on retrouve le cas où l'harmonique n'est pas focalisée et sa divergence est imposée par la diffraction :

$$\frac{\theta_n}{\theta_L} \approx \frac{w_L}{nw_n} \tag{11.31}$$

2. si $n\Psi \gg 1$ alors la divergence θ_n des harmoniques est imposée par l'enfoncement du miroir plasma et :

$$\frac{\theta_n}{\theta_L} \approx \Psi \times \left(\frac{w_L}{w_n}\right) \tag{11.32}$$

Nous avons comparé les résultats du modèle aux mêmes simulations que celles de la Fig. 11.7. Les valeurs de θ_n obtenues ont été représentées sur la Fig. 11.8 pour $(a_L = 8, L = \lambda_L/8)$ [points rouges] et $(a_L = 6, L = \lambda_L/20)$ [points bleus]. Les lignes en traits pleins correspondent aux valeurs de θ_n issues de l'équation (11.30). Dans les deux simulations de la Fig. 11.10, on voit que le modèle reproduit parfaitement les variations de θ_n avec l'ordre harmonique. A mesure que n augmente, λ_n/δ_p diminue, l'harmonique devient focalisée par le miroir plasma et sa divergence est imposée par la courbure du miroir plasma. A titre de comparaison, on a représenté la divergence des harmoniques θ_n^0, sans enfoncement, i.e lorsque celles-ci ne sont pas focalisées par le miroir plasma. On voit que l'enfoncement augmente considérablement le ratio θ_n/θ_L : $\theta_{20}/\theta_L = 0.8$ pour $L = \lambda_L/8$ et $\theta_{20}/\theta_L = 0.3$ pour $L = \lambda_L/20$.

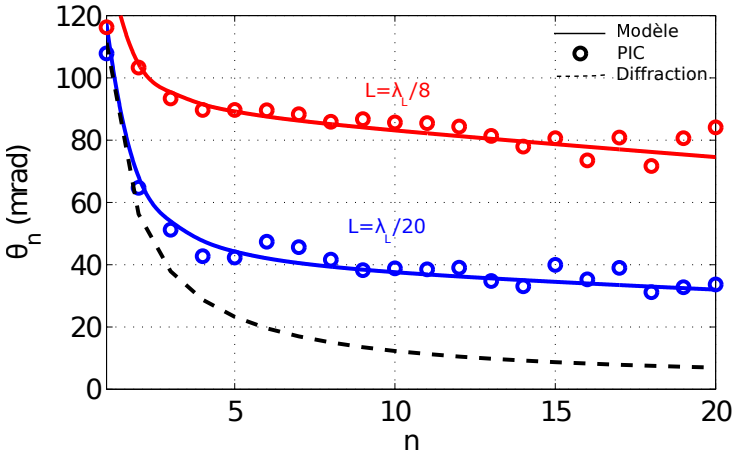

FIG. 11.10 – **Evolution de la divergence θ_n avec l'ordre harmonique n.** Les conditions de simulation sont identiques à celles de la Fig. 11.7. Les points sont les valeurs de θ_n obtenues à partir de deux simulations PIC 2D CALDER pour $a_L = 8, L = \lambda_L/8$ [rouge] et $a_L = 6, L = \lambda_L/20$ [bleu]. Dans chaque cas, les valeurs de Ψ ont été calculées en utilisant le rapport w_n/w_L issu des simulations PIC et l'enfoncement δ_p/λ_L représenté sur la Fig. 11.5 (b). Dans le cas $a_L = 8, L = \lambda_L/8$ [ligne rouge], on calcule $\Psi = 0.6685$ et $\theta_n/\theta_L \approx 0.8$ [$\theta_L = 100mrad$] correspondant à des valeurs $\delta_p/\lambda_L = 0.1295$ et $w_n/w_L \approx 0.75$ pour $n > 15$. Dans le cas $a_L = 6, L = \lambda_L/20$ [ligne bleue] on trouve les valeurs $\Psi = 0.2351$ et $\theta_n/\theta_L \approx 0.33$, associées à un enfoncement $\delta_p/\lambda_L = 0.054$ et une étendue $w_n/w_L \approx 0.7\lambda_L$ pour $n > 15$. La ligne en traits pointillés noirs représente la divergence θ_n^0 calculée en supposant un enfoncement nul et en utilisant les tailles de sources w_n issues des simulations CALDER.

Ainsi, on voit que l'effet d'enfoncement augmente fortement la divergence θ_n des harmoniques et limite leur utilisation dans des expériences d'interaction lumière-matière, où l'on souhaiterait par exemple re-focaliser le faisceau harmonique sur un échantillon de matière. En particulier, il réduit considérablement le nombre de cycles optiques N_c maximum que l'on pourra utiliser dans le laser incident pour générer des impulsions attosecondes isolées à l'aide de l'effet Phare attoseconde [cf. Partie 3]. Dans la suite, nous verrons cependant qu'il est toujours possible d'obtenir des faisceaux harmoniques faiblement divergents

en défocalisant le laser de la cible pour une large gamme d'amplitudes a_L et de longueurs de gradients L.

Avant cela, on étudie l'effet des aberrations induites par la focalisation du faisceau harmonique par le miroir plasma.

11.3.4 Effets d'ordres supérieurs

Dans le calcul de la phase harmonique à l'ordre 0, on ne tient pas compte du changement de l'angle d'incidence du laser avec la coordonnée y_c à la surface du miroir plasma. Dans cette approximation la phase $\phi_p(y)$ introduite par l'enfoncement de la cible est purement parabolique et tous les rayons incidents sur le miroir sont focalisés à la distance $f = f_p \cos\theta_0$ dans la direction spéculaire $\theta = \theta_0$:

$$\phi_p(y) = \frac{y^2}{2 f_p \cos\theta_0} \tag{11.33}$$

En réalité, la distance $f(y_c)$ à laquelle, un rayon incident en $y_c = y/\cos\theta$ et un rayon incident en $y_c = 0$ sont focalisés, varie avec y_c. La phase $\phi_p(y)$ s'écrit dans ce cas :

$$\phi_p(y) = \frac{y^2}{2 f(y)} \tag{11.34}$$

Calculons $f(y)$ dans le cas d'un faisceau incident à $\theta = \theta_0$ sur un miroir plasma parabo-

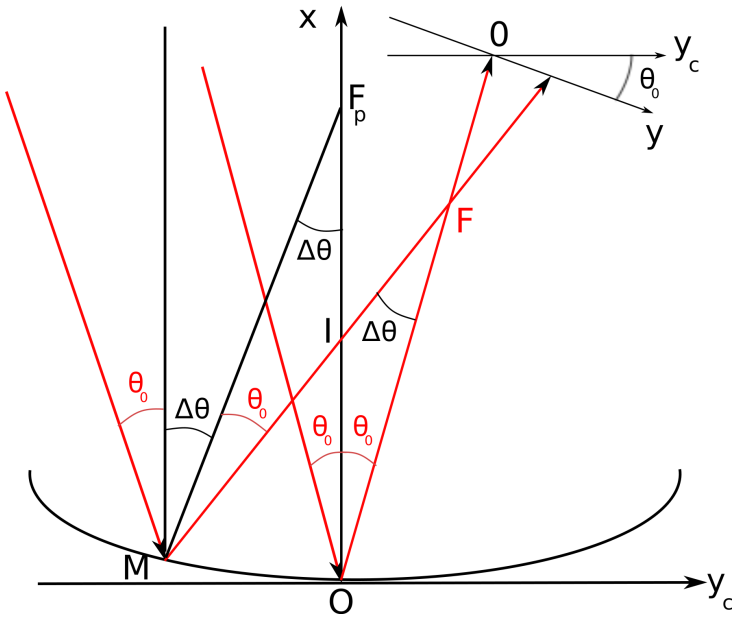

FIG. 11.11 – **Evolution de l'angle de réflexion θ sur le miroir plasma**

lique d'équation $x = y_c^2/4f_p$, que l'on a représenté sur la Fig. 11.11. (OF_P) désigne l'axe de la parabole et $||OF_p|| = f_p$ sa focale. On note également :

(i) M un point de sa surface de coordonnées $(y_c, x = y_c^2/4f_p)$ dans le repère (O, y_c, x),

(ii) $r = ||MF_p||$ le vecteur rayon de la parabole,

(iii) $\Delta\theta$ la demi-ouverture du miroir.

Les rayons incidents à θ_0 ont été représentés en rouge sur la Fig. 11.11. Le rayon central de ce faisceau est incident en $O(0,0)$ et est réfléchi dans la direction (OF) ; Le rayon incident en M intersecte le rayon central en F et on définit $f(y_c)$ comme $f(y_c) = ||OF||$. Cette distance varie lorsque M bouge le long de la parabole et est par conséquent une fonction de $\Delta\theta$ et θ_0. Sur la Fig. 11.11, on voit que :

$$\sin\Delta\theta = \frac{y_c}{r} \tag{11.35}$$

D'après la théorie sur les coniques :

$$r = \frac{f_p}{\cos^2(\Delta\theta/2)} \tag{11.36}$$

En combinant ces deux relations, il vient :

$$\Delta\theta = 2\arctan\left(\frac{y_c}{2f_p}\right) \tag{11.37}$$

Toujours d'après la Fig. 11.11, on a dans le triangle $\widehat{OIF}$:

$$f = ||OI||\frac{\sin(\theta_0+\Delta\theta)}{\sin\theta_0} \tag{11.38}$$

avec :

$$||OI|| = x + y_c\cot(\theta_0+\Delta\theta) \tag{11.39}$$

Comme $x = y_c^2/4f_p$, on déduit finalement que :

$$f = \frac{f_p}{\cos^2(\Delta\theta/2)}\left[\cos(\theta_0+\Delta\theta) + \frac{1}{2}\tan(\Delta\theta/2)\sin(\theta_0+\Delta\theta)\right] \tag{11.40}$$

Si on fait tendre $\theta_0 \to 0$ vers 0 dans l'équation ci-dessus, on retrouve $f = f_p$ quel que soit y_c. Par ailleurs, on voit que lorsque $\Delta\theta \to 0$, qui correspond au cas où l'angle d'incidence des rayons ne varie plus à la surface du miroir [ouverture très petite du miroir], on retrouve $f = f_p\cos\theta_0$. Dans le cas général et dans la direction du rayon central, on a :

$$f(y_c = y/\cos\theta_0) = f_p\cos\theta_0 - \frac{y\tan\theta_0}{3 + y^2/4f_p^2\cos^2\theta_0} \tag{11.41}$$

En supposant que les faisceaux harmoniques ne sont pas trop divergents [approximation paraxiale], on peut ainsi calculer le développement limité à l'ordre 3 de la phase $\phi_p(y) = y^2/2f(y)$ par rapport à la variable $y/f_p \ll 1$:

$$\frac{\phi_p(y)}{k_n} = \underbrace{\frac{1}{2f_p\cos\theta_0}y^2}_{\text{Focalisation}} + \underbrace{\frac{\tan\theta_0}{3f_p^2\cos^2\theta_0}y^3}_{\text{Coma}} + o(y^3) \tag{11.42}$$

où :

- le terme d'ordre 2, déjà identifié précédemment, correspond à la focalisation du faisceau harmonique par le miroir plasma,
- le terme d'ordre 3, appelé aberration de coma, est une aberration asymétrique [terme en y^3]. L'effet de cette aberration est de produire une tache en forme d'aigrette dans un plan d'observation, comme nous l'avons illustré sur la Fig. 11.12 dans le cas de la focalisation d'un faisceau par une lentille, hors de son axe optique. Les rayons parallèles qui ne sont parallèles à l'axe optique de la lentille, ne convergent pas tous en un même point sur le plan focal. Les rayons qui passent sur les bords de la lentille peuvent être focalisés plus loin ou plus près de l'axe optique que ceux passant au centre de la lentille. Ce terme d'aberration est d'autant plus fort que l'ouverture $\theta_n = w_n/f_p$ devient grande.

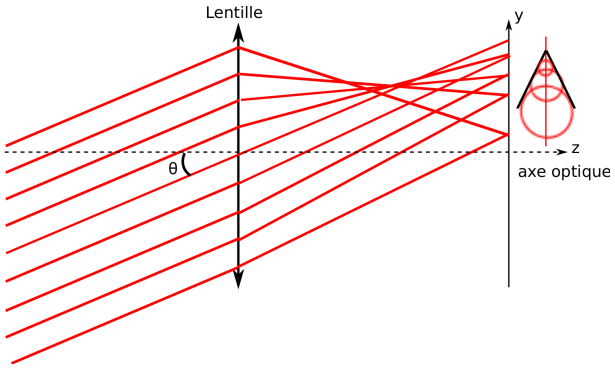

FIG. 11.12 – **Illustration de l'aberration de coma dans le cas d'une lentille simple.**

On illustre à présent l'effet de la coma sur les faisceaux harmoniques dans le cas $a_0 = 8, L = \lambda_L/8$ des Fig. 11.7, Fig. 11.8 et Fig. 11.10, pour lequel l'ouverture $w_n/f_p \cos\theta \approx 0.1$ devient proche de 1.

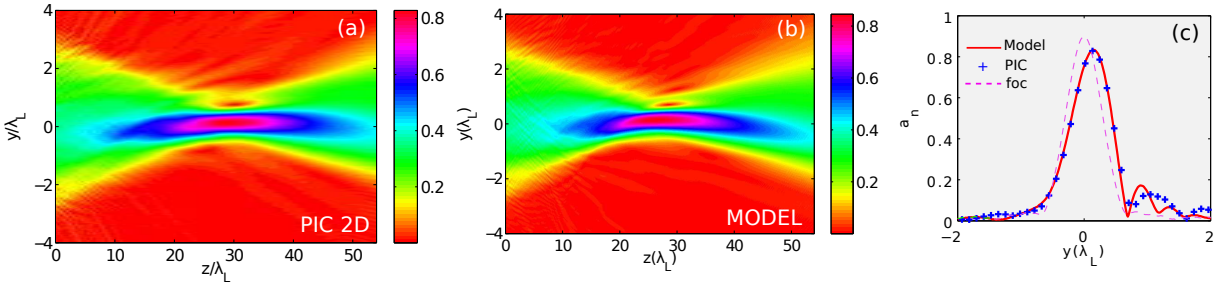

FIG. 11.13 – **Effet de l'aberration de coma sur les faisceaux harmoniques.** (a) Evolution du profil spatial de l'harmonique $n = 10$ le long de l'axe z, calculé en propageant le champ harmonique à l'aide d'une décomposition en ondes planes. L'aigrette caractéristique de cette aberration est nettement visible au niveau du foyer en $z_{10} \approx 28\lambda_L$. (b) Evolution du profil spatial harmonique calculé à partir de la phase ϕ_p donnée par le modèle, à laquelle on a ajouté un terme d'ordre 3 de l'équation (11.42) pour reproduire le profil en (a). (c) Profils spatiaux harmoniques au niveau du foyer en $z_n = f_p \cos\theta = 28\lambda_L$. Les croix bleues correspondent à une coupe en $z = z_n$ de la carte en (a) issue des simulations PIC et la ligne rouge correspond à une coupe en $z = z_n$ de la carte en (b). La ligne en pointillés représentent la coupe du profil spatial harmonique en $z = z_n$ en l'absence de termes de phase d'ordres supérieurs à 2.

Sur le panneau (a) de la Fig. 11.13 montrant l'évolution du profil spatial de l'harmonique 10 le long de l'axe z, on distingue très clairement l'aigrette au niveau du foyer $z_n \approx 28\lambda_L$ du miroir plasma. Sur le panneau (b), on voit que le modèle initial, auquel on ajouté un terme de phase d'ordre 3 de l'équation (11.42), reproduit très bien les résultats issus des simulations PIC. Sur le panneau (c), on voit qu'en présence de coma, le profil spatial de l'harmonique est dissymétrique. A titre de comparaison, on a superposé [pointillés], le profil spatial harmonique calculé à partir du modèle sans aberration. En présence de coma, on mesure une augmentation du foyer w_f de 15% dans ce cas. Ceci pourrait expliquer l'écart entre modèle et simulations dans le calcul du grandissement γ_n de la Fig. 11.8.

11.3.5 Effet Doppler

Dans ce paragraphe, on s'intéresse à l'effet de l'enfoncement du miroir plasma sur le spectre des harmoniques dans la simulation de la Fig. 11.7, pour laquelle $a_L = 8$, $L = \lambda_L/8$ et les ions sont mobiles. Sur la Fig. 11.14 (a), on voit que le spectre résolu en angle (θ, ω) du champ réfléchi représenté autour de l'harmonique 8, subit un décalage vers le rouge $\delta\omega < 0$ du fait de l'enfoncement du miroir plasma vers l'intérieur de la cible à la vitesse $v_e = dx_e/dt > 0$. Au niveau de la cible, la variation de l'amplitude laser au sein de la tache focale entraîne une variation de cette vitesse v_e avec y et par conséquent, une variation de ce décalage vers le rouge $\delta\omega(y)$ avec y. Comme dans cette simulation l'harmonique étudiée est focalisée par le miroir plasma, chaque point y sur la cible est associé à un angle $\theta = y/f_p$ en champ lointain. En conséquence, ce décalage $\delta\omega$ varie aussi avec l'angle θ en champ lointain [Fig. 11.14 (a)]. Dans le plan de la cible, il diminue lorsqu'on s'écarte du centre de la tache focale [$y = 0$]. En champ lointain, il diminue lorsqu'on s'écarte de la direction $\theta = 0°$. Notons par ailleurs que le profil de divergence harmonique est dissymétrique par rapport à la direction spéculaire $\theta = 0°$, en raison de la coma introduite par la réflexion en incidence oblique du laser, sur le miroir plasma courbé [cf. Fig 11.13 et Fig 11.12].

Afin de constater l'influence de la dynamique ionique sur le spectre du champ réfléchi, nous avons réalisé la même simulation que sur la Fig. 11.14 (a), mais en bloquant cette fois le mouvement des ions. Nous avions vu précédemment qu'en l'absence de mouvement des ions [Fig. 10.4], le miroir plasma s'enfonce d'abord avec une vitesse positive $+v_e$ au cours du temps, lorsque l'amplitude laser a_L augmente dans la première partie de l'impulsion [$t < \tau_L/2$], puis revient à sa position initiale avec une vitesse $-v_e$ lorsque a_L diminue aux instants $t > \tau_L/2$. On voit sur la Fig. 11.14 (b), que ce mouvement est responsable à la fois d'un décalage vers le rouge [mouvement à $+v_e$] et d'un décalage vers le bleu [mouvement à $-v_e$] du spectre de l'harmonique. Comme ces décalages diminuent lorsqu'on s'écarte de la direction spéculaire, on observe une structure en forme d'oeil.

Ainsi, on voit que si la valeur de l'enfoncement total est très peu changée par le mouvement des ions et influe peu au final sur les propriétés spatiales des harmoniques, l'influence de leur mouvement sur le spectre, en revanche, n'est pas négligeable. En effet, lorsque les ions sont mobiles, nous avons vu que le gradient est modifié au cours de l'interaction et le miroir plasma ne revient plus à sa position initiale durant la deuxième partie de l'impulsion. Ainsi, seul le mouvement à $+v_e$ de la surface est conservé dans ce

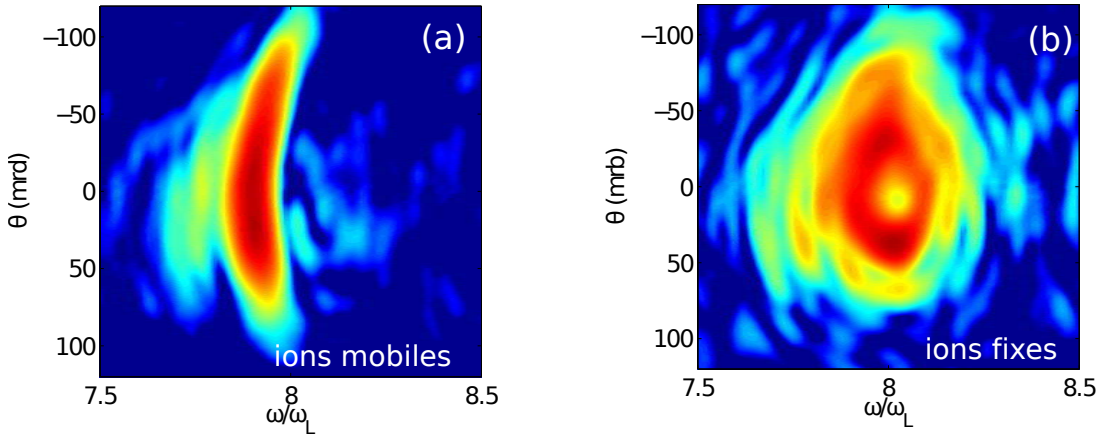

FIG. 11.14 – **Enfoncement et effet Doppler.** Les conditions de simulations sont identiques à celles de la Fig. 11.7 dans le cas $L = \lambda_L/8$. (a) Spectre résolu en angle du champ réfléchi par le miroir plasma, représenté autour de l'harmonique d'ordre 8. Dans cette simulation les ions sont mobiles (b) Même chose qu'en (a) mais cette fois-ci pour des ions immobiles.

cas et on observe seulement un décalage vers le rouge.

11.4 Compensation de la phase ϕ_p via la phase du laser

Principe

Dans cette section, on étudie dans quelle mesure on peut compenser la partie de la phase harmonique induite par l'enfoncement du plasma en bougeant le miroir plasma hors du foyer laser. L'idée sous-jacente est simple : on souhaite générer les harmoniques à l'aide d'un faisceau laser divergent, afin d'empêcher la focalisation de ces harmoniques par la courbure du miroir plasma. Son principe est schématisé sur la Fig. 11.15 : lorsqu'on déplace le miroir plasma à une distance $+\Delta z$ hors du foyer du laser, la phase ϕ_p induite par la courbure du miroir plasma sur le fondamental est compensée par la courbure $R(z)$ des fronts de phase du laser liée à sa propagation sur une distance Δz. Formellement, ceci

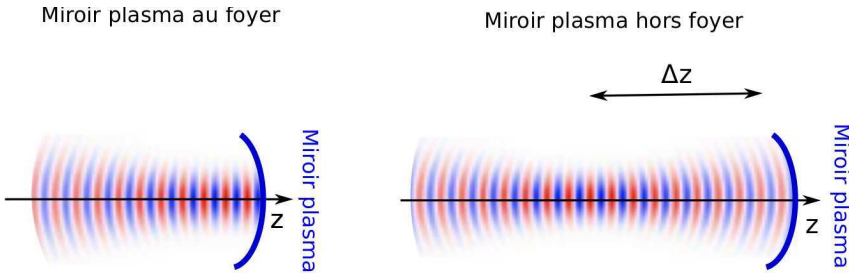

FIG. 11.15 – **Compensation de la phase d'enfoncement par défocalisation du laser.**

s'écrit :

$$\phi_n(y) = k_n \left(\frac{y^2}{2R(\Delta z)} + \frac{y^2}{2\cos\theta f_p(\Delta z)} \right) \tag{11.43}$$

où $y^2/2R(\Delta z)$ est le terme de phase lié à la propagation du laser avec :

$$R(\Delta z) = \Delta z + \frac{z_r^2}{\Delta z} \tag{11.44}$$

le rayon de courbure des fronts de phase du laser sur la cible que l'on a déplacé de $z = 0$ en $z = +\Delta z$ et :

$$f_p(\Delta z) = \frac{w_L(\Delta z)^2}{2\delta_p} = f_{p0}\left[1 + \left(\frac{\Delta z}{z_r}\right)^2\right] \tag{11.45}$$

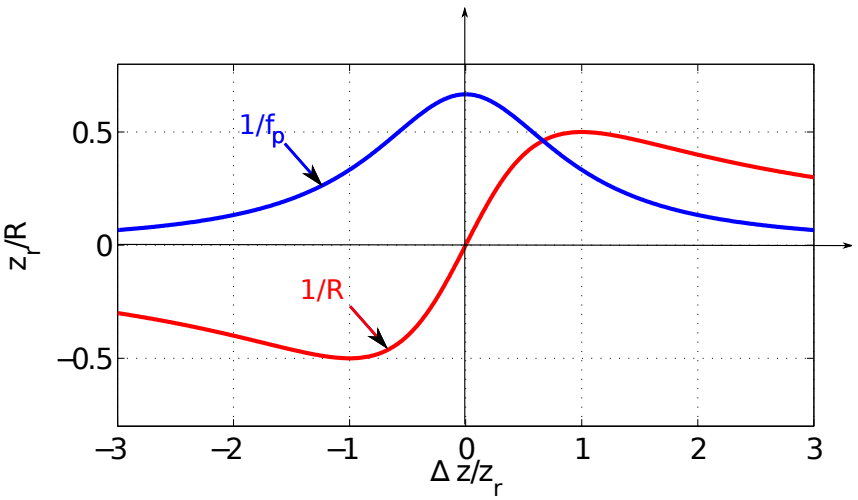

FIG. 11.16 – **Evolution de $1/R(\Delta z)$ et $1/f_p(\Delta z)$ [unité z_r], avec le décalage $\Delta z/z_r$ du miroir plasma hors du foyer du laser.**

où $f_{p0} = w_L^2/2\delta_p$ désigne la focale du miroir plasma lorsque celui-ci est au foyer du laser [$\Delta z = 0$]. Cette expression a été obtenue en supposant une amplitude laser indépendante de Δz [δ_p constant] et en utilisant $w_L(\Delta z) = w_L\sqrt{1 + (\Delta z/z_r)}$. En réécrivant ϕ_n sous la forme :

$$\phi_n(y) = k_n\left(\frac{y^2}{2f_p\prime}\right) \tag{11.46}$$

avec :

$$f_p\prime = \frac{f_p \cos\theta R}{f_p \cos\theta + R} \tag{11.47}$$

on en déduit le nouveau paramètre d'enfoncement $\Psi\prime$ à partir de l'équation (11.25) :

$$\Psi\prime = \Psi\left(1 + \frac{f_p \cos\theta}{R}\right) \tag{11.48}$$

où on a supposé qu'à amplitude laser constante, $w_n(\Delta z)/w_L(\Delta z) = w_n/w_L, \forall \Delta z$. La divergence θ_n du faisceau harmonique s'obtient enfin en remplaçant la nouvelle valeur $\Psi\prime$ dans l'équation (11.30) :

$$\theta_n(\Delta z) = \theta_n^0(\Delta z)\sqrt{1 + (n\Psi)^2\left(1 + \frac{f_p(\Delta z)\cos\theta}{R(\Delta z)}\right)^2} \tag{11.49}$$

où $\theta_n^0(\Delta z) = \lambda_n/\pi w_n(\Delta z)$. On voit que l'on obtiendra des harmoniques limitées par diffraction [i.e $\theta_n = \theta_n^0, \forall n$], si $R(\Delta z) = -f_p(\Delta z)\cos\theta$ i.e :

$$\left(\frac{\Delta z}{z_r}\right)^3 \frac{f_{p0}\cos\theta}{z_r} + \left(\frac{\Delta z}{z_r}\right)^2 + \left(\frac{\Delta z}{z_r}\right)\frac{f_{p0}\cos\theta}{z_r} + 1 = 0 \tag{11.50}$$

Cette équation du troisième ordre a pour unique solution réelle :

$$\frac{\Delta z}{z_r} = \frac{z_r}{f_{p0}\cos\theta} \tag{11.51}$$

Il sera ainsi toujours possible de compenser l'enfoncement du miroir plasma par cette technique. On retrouve simplement ce résultat en représentant l'évolution de $1/R(\Delta z)$ [courbe rouge] et de $1/f_p(\Delta z)$ [courbe bleue] avec Δz, pour une valeur $f_{p0} = 0.66 z_r$ arbitraire [Fig. 11.16]. La forme de ces deux courbes nous montre qualitativement que quelle que soit la valeur de f_{p0}, il existe toujours un unique point d'intersection d'abscisse Δz_0 pour lequel on a l'égalité $f_p(\Delta z_0) = R(\Delta z_0)$ [i.e des harmoniques limitées par diffraction].

Simulation CALDER de la compensation

Nous avons validé numériquement cette technique de compensation à l'aide du code CALDER dans le cas d'une impulsion laser d'amplitude $a_L = 3$, de durée $\tau_L = 24T_L$, de waist $w_L = 3.12\lambda_L$, focalisée avec un angle $\theta = 45°$ sur un plasma de gradient $L = \lambda_L/8$. Pour ces valeurs, nous avons calculé [Fig. 11.5 (a)] une valeur $f_{p0}\cos\theta = 29\lambda_L$ à l'aide du modèle d'enfoncement du plasma. Le déplacement optimum Δz_0, pour lequel on obtiendrait des harmoniques limitées par diffraction vaut dans ce cas $\Delta z = 0.66 z_r$.

Afin de le vérifier, nous avons réalisé deux simulations [Fig. 11.17] :

1. Dans la première le laser est focalisé sur la cible en $z = 0$ [points bleus]. On voit, ici encore, que la divergence harmonique prédite par le modèle [trait bleu continu] reproduit bien celle issue des simulation PIC.
2. Dans la seconde, on déplace le miroir plasma hors du foyer laser, d'une distance $\Delta z_0 = 0.66 z_r$ [points rouges]. Dans ce cas, on vérifie bien que le décalage Δz_0 du miroir plasma, calculé à partir de l'équation (11.51) et de la focale f_{p0} donnée par le modèle d'enfoncement, permet d'obtenir des harmoniques dont la divergence est proche de leur limite de diffraction [pointillés rouges].

Application à l'effet phare attoseconde

Sur la Fig. 11.18, nous avons représenté le rapport θ_n/θ_L pour l'harmonique $n = 15$, donné par le modèle dans le cas où la cible est au foyer (a). Comme nous l'avons vu dans la section précédente, il apparaît que sans compensation, les harmoniques sont globalement très divergentes, avec au maximum une divergence $\theta_{15}/\theta_L \approx 0.8$ quasiment égale à celle du laser pour les gradients $L \approx \lambda_L/8$ élevés. Sur le panneau (b), on a représenté le décalage Δz optimum calculé à partir de l'équation (11.51) [en unités z_r], pour lequel la divergence des harmoniques est limitée par diffraction. On voit que sur la gamme de paramètres étudiés (a_L, L), le décalage est d'au maximum $\Delta z_{max} = 1.3 z_r$. Notons que, pour cette

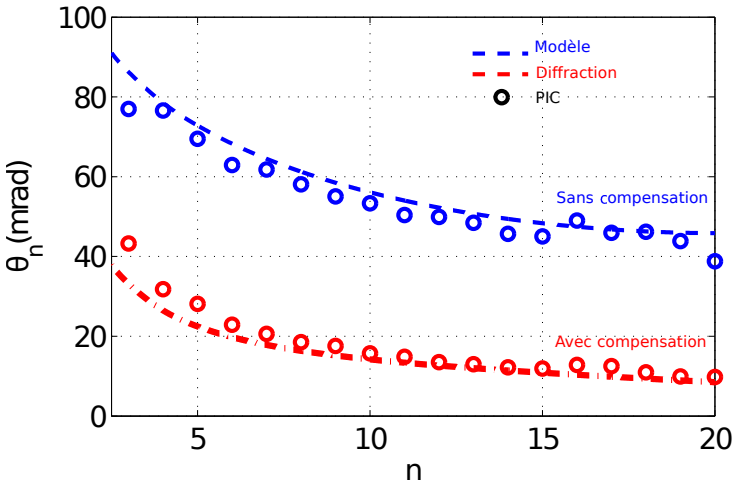

FIG. 11.17 – **Obtention d'harmoniques limitées par diffraction par défocalisation du miroir plasma.** Simulations CALDER réalisée dans les conditions suivantes : impulsio laser d'amplitude $aL = 3$, de profil temporel en $\cos^2$ de durée pied à pied $24T_L$, de waist $w_L = 3.12\lambda_L$, incident à $\theta = 45°$ sur un plasma de profil de densité exponentiel, de longueur de gradient L et de densité maximale $n_{e0} = 200n_c$. (a) Evolution de la divergence θ_n avec l'ordre harmonique n lorsque le miroir plasma est au foyer du laser. Les points bleus sont les divergences issues de la simulation PIC et les pointillés bleus celles issues du modèle. (b) Evolution de la divergence θ_n avec l'ordre harmonique n lorsque le miroir plasma est déplacé hors du foyer laser, d'une distance $\Delta z_0 = 0.66 z_r$ calculée à partir de l'équation (11.51), où on a utilisé la valeur $f_{p0} \approx 29\lambda_L$ calculée à partir du modèle d'enfoncement et $z_r \approx 20\lambda_L$. Les points rouges sont les divergences issues de la simulation PIC et les pointillés rouges représentent cette fois la divergence $\theta_n^0(\Delta z_0) = \lambda_n/\pi w_n(\Delta z_0)$, où on a utilisé les valeurs $w_n(\Delta z_0)$ issues du code PIC.

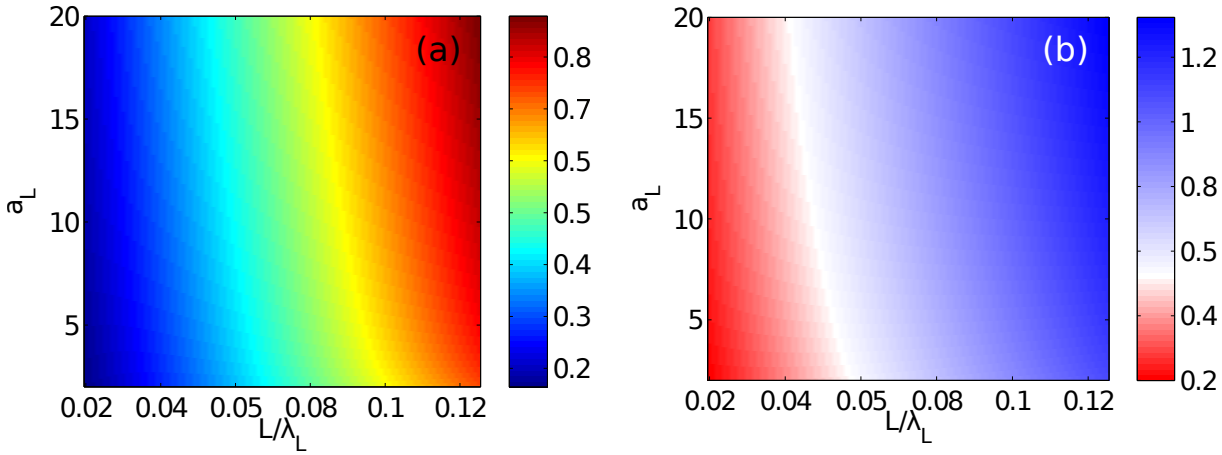

FIG. 11.18 – **Obtention d'harmoniques limitées par diffraction.** (a) Ratio θ_n/θ_L issues du modèle en fonction de a_L et L sans compensation de la phase introduite par le miroir plasma par la phase du laser. Dans le modèle, on a supposé $R = 0.8$, $\tau_L = 24T_L$, $\theta_0 = 45°$, $n = 15$ et $w_n/w_L = 0.7$. (b) Distance $\Delta z/z_r$ de défocalisation du miroir plasma pour laquelle on obtient la meilleure compensation de la phase d'enfoncement par la phase du laser.

valeur, on devra seulement augmenter l'intensité laser I_L au foyer $[z = 0]$ d'un facteur 2.6 pour conserver une intensité sur cible en $z = +\Delta z_{max}$, constante.

En revanche, pour pouvoir réaliser l'effet phare attoseconde à l'aide de cette technique,

la distance maximale acceptable ne devra pas être supérieure à $0.5z_r$, car au delà de cette valeur, nous avons vu [Fig. 6.11] que la vitesse de rotation des fronts de phase en $z = 0.5z_r$ chute à moins de 80% de sa valeur initiale. Sur la Fig. 11.18, la zone pour laquelle $\Delta z < 0.5z_r$ est représentée en rouge. On voit que l'utilisation de cette technique dans le but de réduire la divergence harmonique et d'obtenir des impulsions attosecondes séparées angulairement à l'aide de l'effet phare attoseconde, est restreinte à des valeurs $L < \lambda_L/16$.

Conclusion et perspectives

Au cours de la première partie de ce travail de thèse, nous avons imaginé, modélisé et simulé un tout nouvel effet physique, l'effet phare attoseconde, grâce auquel on peut générer des impulsions attosecondes isolées. Cet effet est très général et s'applique à n'importe quel mécanisme de génération d'harmoniques. Il a en outre d'autres applications potentielles très intéressantes comme notamment, la possibilité de sonder, à chaque cycle laser, la dynamique de l'interaction laser matière. Ce travail théorique a donné lieu à une publication dans Physical Review Letters [48] et à un dépot de brevet [71]. Dans la première partie de cette conclusion, nous présenterons les toutes premières validations expérimentales de cet effet dans les plasmas et les gaz. Nous verrons notamment que notre étude théorique a conduit, pour la première fois, à la génération d'impulsions attosecondes isolées sur miroir plasma [72].

La deuxième partie importante de mon travail de thèse a permis de modéliser et de comprendre très finement la dynamique d'enfoncement du miroir plasma en régime ultra-relativiste, ainsi que l'effet de cette dynamique sur les propriétés spatiales des harmoniques Doppler. Nous avons dérivé un modèle totalement prédictif pour l'enfoncement des ions et des électrons de la cible, grâce auquel nous avons pu calculer la courbure du miroir plasma et la phase spatiale des harmoniques. Ce modèle a été validé finement à l'aide de simulations PIC 1D et 2D. Par ailleurs, nous avons montré qu'il est possible de contrôler simplement les propriétés spatiales de la source harmonique en défocalisant le laser de la cible. Une publication très détaillée [73], portant sur l'ensemble de ces résultats théoriques et numériques est en cours de préparation. Dans la seconde partie de cette conclusion, nous présenterons la toute récente validation expérimentale du modèle d'enfoncement, qui a été réalisée sur la chaîne laser UHI100 de Saclay [74].

Enfin, nous présenterons les perspectives qu'ouvrent l'ensemble de mes travaux théoriques.

A. Validation expérimentale de l'effet Phare attoseconde

Harmoniques CWE générées sur miroir plasma

L'effet phare attoseconde a été validé expérimentalement pour la première fois dans le cas des harmoniques CWE [72], à l'aide du laser femtoseconde de la salle noire du Laboratoire d'Optique Appliquée (LOA) à Palaiseau. Cette expérience est le fruit d'une collaboration entre des scientifiques du LOA [A. Borot, J. Wheeler et R. Lopez-Martens] et du CEA du CEA [S. Monchocé, H. Vincenti et F. Quéré]. Le dispositif expérimental

est représenté sur la Fig. 19.

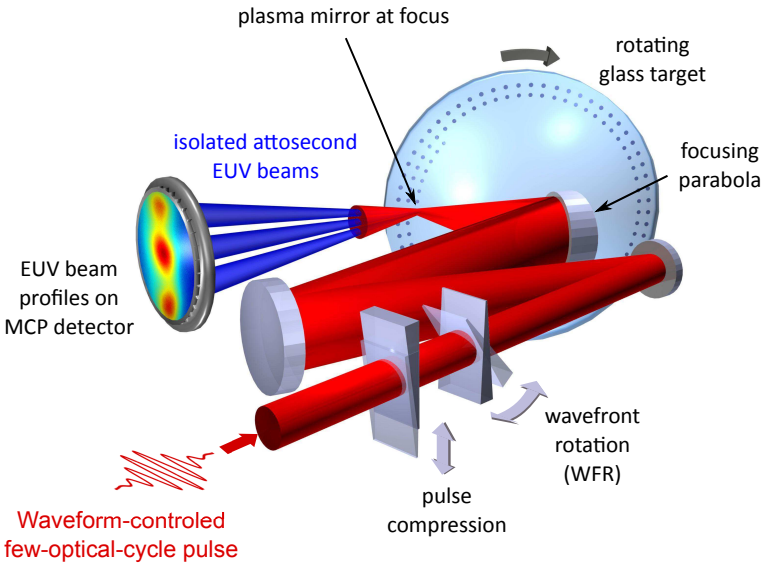

FIG. 19 – **Dispositif expérimental.** Le faisceau laser [rouge] est focalisé à l'aide d'une parabole sur une cible en verre afin de produire des harmoniques CWE. Un tilt du front d'intensité [PFT] de l'impulsion laser est induit avant focalisation, à l'aide d'une paire de prismes désalignés d'un angle θ. L'angle de désalignement θ entre les prismes permet ainsi de contrôler finement le PFT et donc la vitesse de rotation des fronts de phase du laser au foyer de la parabole. Un détecteur de type MCP [Micro Channel Plate] est placé en champ lointain pour enregistrer le profil spatial des faisceaux harmoniques CWE [en bleu].

L'impulsion laser de la salle noire a une durée de 2 cycles optiques [soit $5fs$], est stabilisée en phase et est délivrée avec une fréquence de $1kHz$. Elle est focalisée sur une cible en verre à l'aide d'un miroir parabolique pour produire des harmoniques CWE. L'amplitude laser au foyer de la parabole est de l'ordre de $a_L = 0.7$. La cible est montée sur un dispositif de rotation qui tourne suffisamment rapidement pour permettre de raffraichir la surface de la cible à chaque tir, toutes les ms. Avant focalisation, on induit un tilt du front d'intensité [PFT] de l'impulsion laser à l'aide d'une paire de prismes désalignés d'un angle θ. L'angle de désalignement θ entre les prismes permet ainsi de contrôler finement le PFT et donc la vitesse de rotation des fronts de phase du laser au foyer de la parabole. Enfin, un détecteur [MCP] est placé en champ lointain afin d'observer le profil spatial des faisceaux harmoniques générés.

Dans cette expérience, le ratio $\theta_L/\theta_n \approx 5$ mesuré est plus de deux fois supérieur au nombre de cycles laser, ce qui nous indique, au vu du critère de séparation (6.56), que l'on doit pouvoir séparer angulairement les impulsions attosecondes du train à l'aide de l'effet phare attoseconde. Les résultats de l'expérience sont représentés sur la Fig. 20.

Lorsque la paire de prismes est alignée [ligne (a)], nous n'induisons aucun PFT avant focalisation et donc aucun chirp spatial au foyer [première colonne]. Dans le domaine spatio-temporel, on retrouve le cas classique où les fronts de phase du champ laser sont parallèles [deuxième colonne] et où l'émission harmonique se produit sous la forme d'un seul faisceau [troisième colonne] dont le spectre est composé d'harmoniques [quatrième

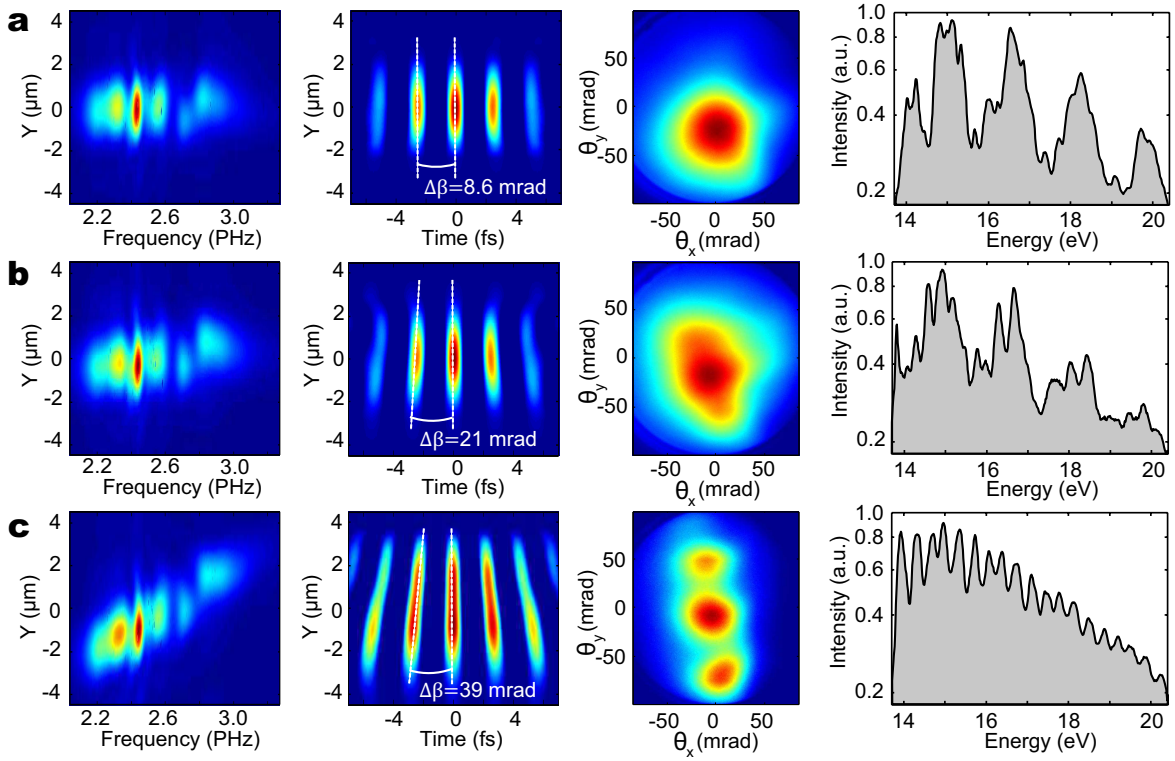

FIG. 20 – **Observation expérimentale de l'effet Phare attoseconde.** (a)-(c) première colonne : spectre résolu spatialement du champ laser au foyer pour un angle de désalignement entre les deux prismes qui augmente [0,10° et 55° pour (a)-(c) respectivement]. Deuxième colonne : champ électromagnétique $E(y,t)$ au foyer calculé en prenant la transformée de Fourier inverse du spectre résolu en espace au foyer (première colonne) par rapport à la fréquence. Dans ce calcul, on a supposé une phase spatio-spectrale constante. Troisième colonne : profil spatial du faisceau harmonique mesuré sur la MCP en champ lointain et pour une valeur fixée de la CEP du laser. Dernière colonne : Spectre enregistré au centre du profil spatial du faisceau harmonique.

colonne]

Ensuite, lorsqu'on augmente progressivement le désalignement de la paire de prismes [lignes (b-c)], on induit du PFT avant focalisation et du chirp spatial apparaît au foyer de la parabole [première colonne]. Dans le domaine spatio-temporel [deuxième colonne], on voit que ce chirp spatial est associé à une rotation de front d'onde et que la vitesse de rotation augmente avec l'angle de désalignement θ de la paire de prismes. Le faisceau harmonique initial se scinde à présent en de multiples faisceaux et pour la vitesse de rotation maximale [ligne (c)], ces faisceaux harmoniques sont correctement séparés en angle [troisième colonne]. En outre, on observe que le spectre du faisceau harmonique central [quatrième colonne] est continu, ce qui suggère qu'il est associé, dans le domaine temporel, à une impulsion attoseconde isolée.

Dans cette expérience, nous avons également varié la phase porteuse du laser [CEP] pour voir si le profil angulaire des faisceaux harmoniques était modifié, comme nous l'avions prédit théoriquement [Fig. 8.2] puis simulé sur la Fig. 8.3. En effet, nous avons vu que la CEP détermine le temps d'émission des impulsions attosecondes dans l'enveloppe

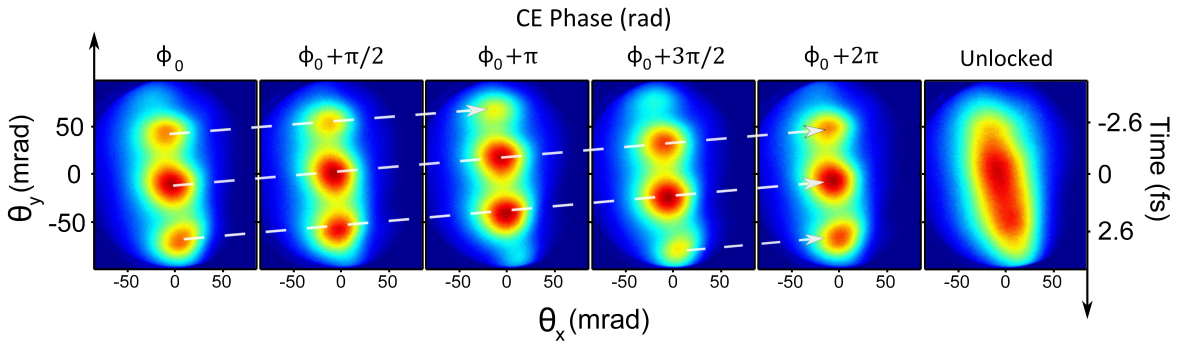

FIG. 21 – **Effet de la CEP sur le motif angulaire des faisceaux harmoniques.** Ces profils spatiaux harmoniques montrent le changement progressif de la direction d'émission des impulsions attosecondes isolées, produites à l'aide de l'effet phare attoseconde pour des valeurs croissantes de la CEP du laser. En changeant la CEP, on change les temps d'émission des impulsions attosecondes au sein de l'enveloppe laser. Comme en présence de rotation de front d'onde, la direction d'émission de la lumière dépend du temps [mapping temps-espace], tout changement de la CEP résulte en un changement de la direction d'émission des impulsions du train et donc de leur position sur la MCP en champ lointain. L'image à l'extrême droite montre le profil spatial harmonique lorsque la CEP du laser n'est pas stabilisée. Dans ce cas, on observe un unique faisceau harmonique très divergent qui est le résultat de la superposition de multiples impulsions attosecondes générées dans des directions incontrollées en raison de la flucutation aléatoire de la CEP du laser tir à tir. Toutes les images sont moyennées sur 300 tirs.

laser. Comme avec l'effet phare attoseconde, l'angle d'émission de la lumière est associé à un temps au sein de l'impulsion laser, on obtient une cartographie ou mapping du temps selon la direction spatiale tranvserse. En faisant varier la CEP, on voit ainsi sur la Fig. 21 que la position des faisceaux harmoniques sur la MCP bouge linéairement, créant un motif périodique, qui se répète après un changement de 2π de la CEP.

Harmoniques gaz

L'effet phare attoseconde a également été validé dans le cas des harmoniques gaz, à travers une collaboration entre le CEA [T. Ruchon, J.F. Hergott et F. Quéré] et le National Research Council (NRC) au Canada [K.T Kim, P.B Corkum]. Cette validation expérimentale était inattendue pour nous, d'une part, car le mécanisme de génération est plus complexe que dans le cas des plasmas et, d'autre part, car nous n'avions réalisé aucune simulation numérique de l'effet phare dans le cas de gaz.

L'expérience a été réalisée à l'aide du laser $5fs$ stabilisée en CEP du NRC focalisée sur un jet de Néon pour produire des harmoniques d'ordre élévés du laser. La rotation de front d'onde au foyer est générée et contrôlée, ici aussi, en induisant du PFT avant focalisation à l'aide d'une paire de prismes désalignée d'un angle θ ajustable. La radiation EUV émise par le gaz de Néon est ensuite envoyée sur un réseau de diffraction et détectée par une MCP, ce qui permet d'observer son spectre résolu en angle. Les résultats de l'expérience sont représentés sur la Fig. 22.

Le panneau (a) représente le spectre résolu en angle du champ harmonique lorsque la paire de prismes est alignée, i.e en l'absence de rotation de front d'onde au foyer. Dans ce cas, on observe l'émission d'un seul faisceau de lumière, dont le spectre est composé

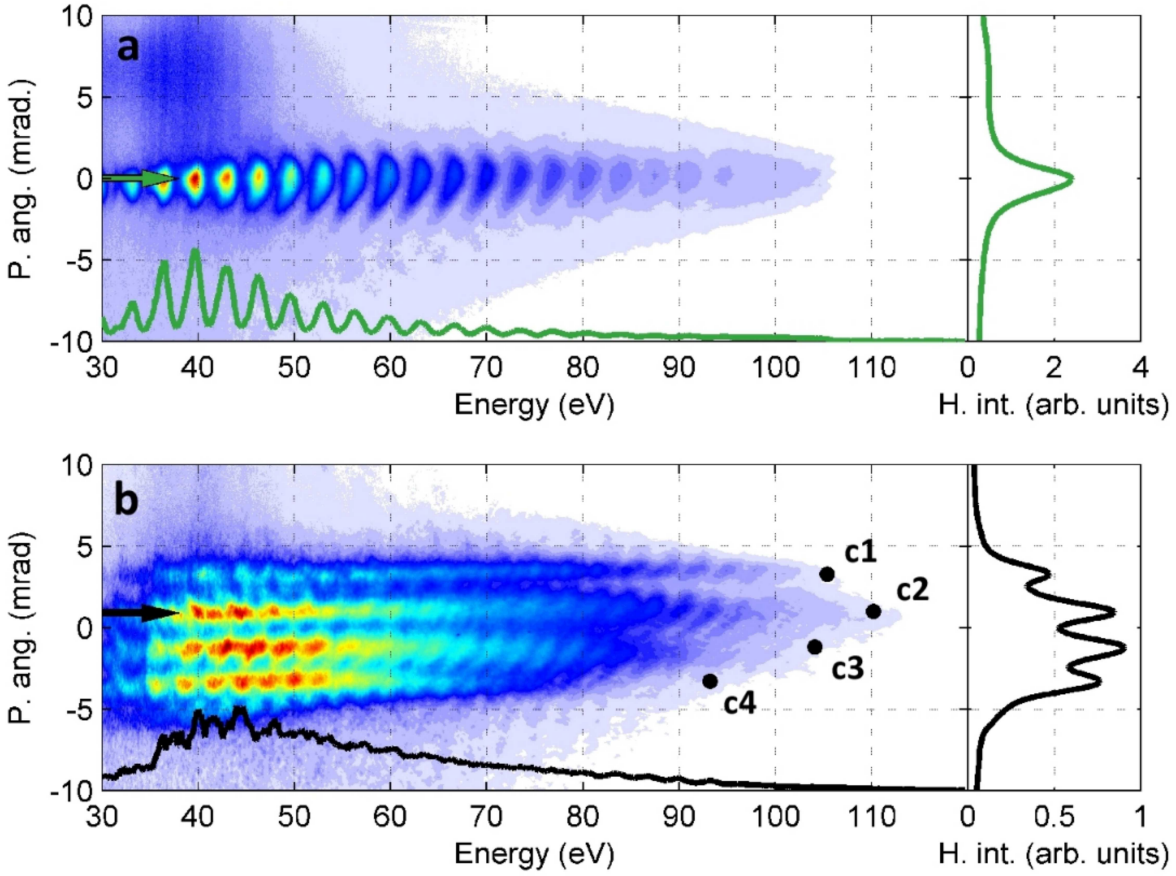

FIG. 22 – **Observation expérimentale de l'effet phare attoseconde dans le Néon.** (a) Spectre résolu en angle du champ harmonique lorsque la paire de prismes est alignée [$\theta = 0°$] i.e en l'absence de rotation de front d'onde au foyer. La courbe verte du bas représente une coupe de ce spectre, le long de la ligne pointée par la flèche en vert. La courbe verte à droite représente le spectre intégré en fréquence. (b) Même chose qu'en (a) mais pour un désalignement de $\theta = 55°$ des prismes, pour lequel on a une vitesse de rotation maximale au foyer.

d'harmoniques.

Pour un désalignement $\theta = 55°$ qui maximise la vitesse de rotation au foyer, on constate que le faisceau initial est à présent scindé en de multiples faisceaux, correctement séparés en angle [panneau (b)]. Chacun de ces faisceaux est composé d'un spectre continu, ce qui suggère qu'ils sont associés, dans le domaine temporel, à des impulsions attosecondes isolées.

Remarquons enfin que la coupure des spectres de chaque impulsion attoseconde, représentée par des points sur la Fig. 22 [c1 à c4], varie dans le temps. Comme cette coupure dépend directement de l'énergie pondéromotrice U_p, on obtient ainsi une information sur les amplitudes laser aux instants de génération. Comme nous l'avions prédit dans la troisième partie de manuscrit [Fig. 8.4], on peut ainsi utiliser le phare attoseconde à des fins de métrologie de phénomènes physiques ultrarapides.

B. Validation expérimentale du modèle d'enfoncement

La dernière partie de mon travail de thèse, portant sur la modélisation de l'enfoncement du miroir plasma et de son influence sur les propriétés spatiales des harmoniques Doppler, vient d'être confronté à une récente campagne d'expériences réalisées sur l'installation UHI100 dans le cadre de la thèse de S. Monchocé.

Dans ces expériences, le laser 100TW de durée $25fs$ et de longueur d'onde $\lambda_L = 800nm$ est focalisé sur une cible en Silice à l'aide d'un miroir parabolique pour générer des harmoniques Doppler. L'amplitude laser atteinte au foyer de la parabole est de l'ordre de $a_L = 6$. Le champ réfléchi par le miroir plasma est envoyé dans un spectromètre non-imageur, comprenant un réseau de diffraction et une MCP, ce qui permet d'obtenir le spectre résolu en angle du champ harmonique et de mesurer à la fois ses propriétés spatiales (divergence) et spectrales. En outre, la longueur de gradient L du profil de densité plasma est contrôlée en envoyant une pré-impulsion avant l'impulsion laser principale, avec un délai variable.

Divergence des harmoniques

Cette configuration expérimentale a permis d'obtenir la divergence des harmoniques θ_n pour une large gamme paramètres expérimentaux. Les résultats sont représentés sur la Fig. 23.

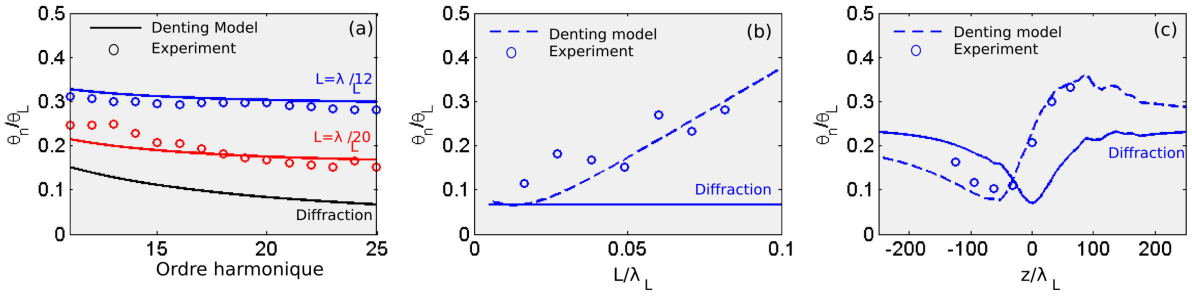

FIG. 23 – **Validation expérimentale du modèle d'enfoncement.** Sur tous les panneaux, l'amplitude laser vaut $a_L = 6$. (a) Evolution de divergence θ_n des harmoniques avec l'ordre n pour $L = \lambda_L/20$ [rouge] et $L = \lambda_L/12$ [bleu]. Les courbes rouge et bleu en trait continu représentent la divergence calculée à l'aide l'équation (11.30) et du modèle d'enfoncement de l'équation (11.15). Les points sont les divergences issues des expériences. La courbe noire représente la divergence théorique calculée en supposant un enfoncement nul. (b) Evolution de la divergence θ_n avec la longueur de gradient L pour l'ordre harmonique $n = 25$. (c) Evolution de la divergence θ_n avec la distance de défocalisation z du foyer laser par rapport à la cible, pour l'ordre harmonique 25 et $L = \lambda_L/20$.

Le panneau (a) montre l'évolution de la divergence harmonique θ_n en fonction de l'ordre n, pour deux longueurs de gradients $L = \lambda_L/12$ [bleu] et $L = \lambda_L/20$ [rouge]. On voit que, dans chaque cas, la divergence théorique calculée à l'aide de l'équation (11.30) et du modèle d'enfoncement de l'équation (11.15) reproduit parfaitement les divergences expérimentales. Notons que les tailles de source des harmoniques ont été obtenues à l'aide de simulations PIC 2D réalisées dans les mêmes conditions laser/plasma que celles de l'expérience.

Sur le panneau (b), on a tracé cette fois l'évolution de la divergence harmonique avec la longueur de gradient L. On constate à nouveau que la divergence théorique, calculée à partir du modèle d'enfoncement [trait pointillé], permet de reproduire très correctement les variations de la divergence issue des expériences [points]. Cette évolution est linéaire pour des gradients élevés, car la taille de source harmonique varie peu avec L et que la focale f_p du miroir plasma est inversement proportionnelle à L [cf. équation (11.7)].

Le panneau (c) montre l'évolution de θ_n lorsque l'on défocalise le laser d'une distance z par rapport à la cible. Pour chaque tir, le gradient du plasma a une valeur $L = \lambda_L/20$ constante. Ici encore, le modèle d'enfoncement [trait pointillé] reproduit parfaitement les variations de divergence avec z [points]. On voit en particulier que l'on peut facilement contrôler la divergence θ_n du faisceau harmonique en bougeant la foyer laser par rapport au miroir plasma. Dans ces conditions d'interaction, on voit en outre qu'il est possible d'obtenir des ratios θ_n/θ_L de l'ordre de la limite de diffraction $\approx 1/n$, pour un décalage de seulement $z_0 \approx -0.6 z_r$ conforme à nos prédictions théoriques[6]. A cette distance, nous avons vu qu'en présence de rotation de front d'onde au foyer, la vitesse de rotation des fronts de phase au niveau de la cible est encore suffisante pour pouvoir réaliser l'effet phare attoseconde.

Effet Doppler

Grâce au spectromètre non-imageur, l'effet Doppler induit par l'enfoncement du miroir plasma a pu également être mesuré. Les résultats sont représentés sur la Fig. 24, toujours pour une amplitude laser $a_L = 6$ et une longueur de gradient $L = \lambda_L/20$.

Sur le panneau (a), on a représenté le spectre résolu en angle de l'harmonique 23. On peut voir, tout comme dans les simulations PIC 2D que nous avions réalisées dans des conditions d'interaction similaires [Fig. 11.14], que l'harmonique subit un décalage vers le rouge dû à l'enfoncement du miroir plasma vers l'intérieur de la cible. En outre, puisque dans ces conditions l'harmonique est focalisée, ce décalage vers le rouge diminue lorsqu'on s'écarte de la direction spéculaire [$\theta = 0°$], ou de manière équivalente, lorsqu'on s'écarte du centre la tache focale et que l'amplitude laser diminue.

Sur le panneau (b), nous avons comparé le décalage $\delta n/n$ vers le rouge au centre du faisceau calculé à l'aide du modèle d'enfoncement [trait continu], à celui mesuré dans les expériences [points], pour différentes longueurs de gradient L. On peut voir que l'accord modèle expérience est là encore assez remarquable. Le décalage δn varie quasi linéairement avec la longueur de gradient L et atteint des valeurs proches de 1% pour $L \approx \lambda_L/10$. Ce décalage correspond à une vitesse moyenne v_{moy} d'enfoncement de l'ordre de :

$$v_{moy} \approx -\frac{1}{2\cos\theta}\frac{\delta n}{n} \approx 10^{-2} c \tag{52}$$

avec $\theta = 55°$ l'angle d'incidence du laser sur la cible.

[6] Ici le décalage est négatif car on déplace le foyer du laser par rapport à la cible. Dans les calculs effectués dans la partie 3 de ce manuscrit, ce décalage est positif car on supposait plutôt un déplacement de la cible par rapport au foyer du laser.

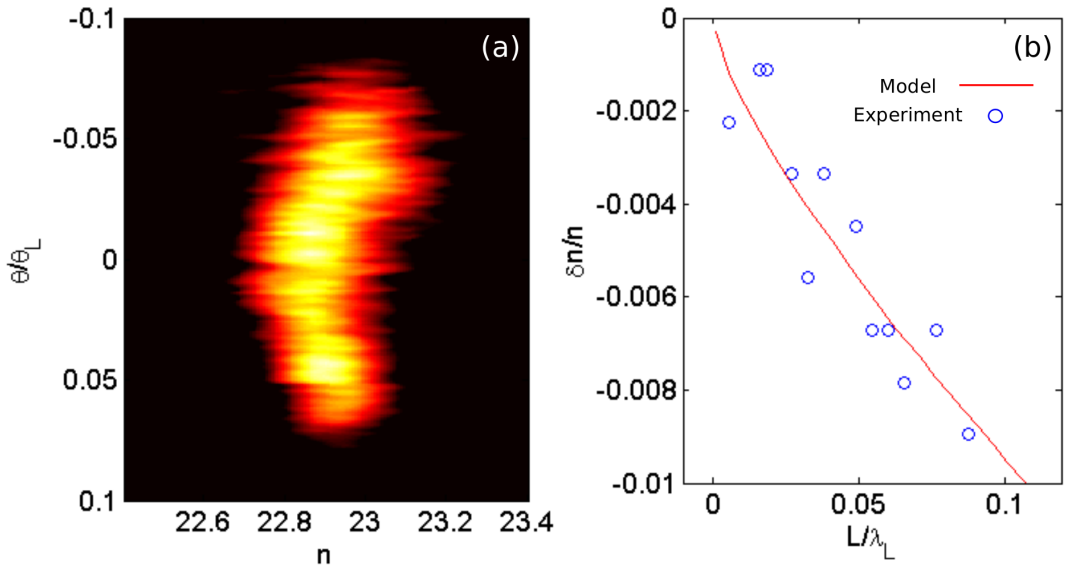

FIG. 24 – **Effet Doppler.** (a) Spectre résolu en angle de l'harmonique 23 issu de l'expérience. (b) Evolution du décalage Doppler $\delta n/n$ avec la longueur de gradient L, issu de l'expérience [points] et calculée à partir du modèle d'enfoncement [ligne rouge].

C. Perspectives

Tout d'abord, l'effet phare attoseconde ouvre la voie aux expériences pompe-sonde en régime attoseconde [Fig. 8.1]. Dans cette perspective, cet effet s'avère très intéressant dans le cas des harmoniques Doppler, pour lesquelles on peut en principe obtenir des impulsions attosecondes très énergétiques [32]. En outre, il sera intéressant d'exploiter l'effet phare comme une sonde, afin d'obtenir par exemple des informations sur le milieu générateur et/ou les mécanismes de génération d'harmoniques d'ordre élevés [gaz ou plasma].

Ensuite, grâce à ce travail de thèse, il nous est désormais possible de calculer précisément les propriétés spatiales des harmoniques Doppler. Nous avons également démontré qu'il est possible de contrôler ces propriétés par la phase du laser. Cette étude s'avère cruciale pour connaître et maîtriser précisément la divergence du faisceau harmonique afin de pouvoir l'utiliser dans de futures expériences d'application. Par exemple, une première expérience serait d'utiliser cette source pour générer des impulsions attosecondes par l'effet phare en régime relativiste. Une autre possibilité serait d'amplifier le signal harmonique dans des laser à électrons libres.

Par ailleurs, tout comme l'effet phare attoseconde, nous avons vu que la mesure des propriétés spatio-spectrales des harmoniques Doppler fournit des informations précieuses sur le milieu générateur. Par exemple, la divergence nous donne une information sur l'enfoncement du plasma et le décalage vers le rouge du spectre sur la vitesse d'enfoncement. L'idée est donc d'utiliser notre modélisation pour déduire des informations clés sur la dynamique du miroir plasma dans de futures expériences d'interaction laser-matière.

Enfin, on peut imaginer utiliser l'effet d'enfoncement pour focaliser fortement le faisceau harmonique sur une cible solide placée à plusieurs dizaines de μm du miroir plasma. Cette configuration permettrait d'étudier l'interaction d'impulsions ultra-brèves de plu-

sieurs $10^{20} W.cm^{-2}$ dans la gamme XUV avec la matière.

Publications et actes de conférences

A. Publications

Attosecond Lighthouses : How To Use Spatiotemporally Coupled Light Fields To Generate Isolated Attosecond Pulses

H. Vincenti and F. Quéré,
Physical Review Letters, 108, 113904, (2012)

Procédé et dispositif de génération d'impulsions attosecondes isolées

H. Vincenti et F. Quéré,
Brevet EN1154835, déposé le 01/06/2011 auprès de l'office français des brevets.

Attosecond Lighthouses from plasma mirrors

J. Wheeler, A.Borot, S. Monchocé, H. Vincenti, A. Ricci, A. Malvache, R. Lopez-Martens and F. Quéré,
Nature Photonics, 6,828-833,2012

Optical properties of Relativistic Plasma Mirrors

H.Vincenti, S. Monchocé, S. Kahaly, Ph. Martin and F. Quéré,
submitted to Nature Photonics, 2013

Density gradient effects in harmonic generation from plasma mirrors

S. Monchocé, S. Kahaly, H. Vincenti, Ph. Martin and F. Quéré,
submitted to Physical Review Letters, 2013

Comprehensive modelling of the spatial properties of Doppler harmonics

H. Vincenti and F. Quéré,
in preparation for submission to Phys. Rev. E

B. Conférences et actes

1. UltraFast Optics (UFO) conference, Monterey, USA

One regular talk on "Attosecond Ligthouses"

2. UltraIntense Laser Interaction Science (ULIS) conference, Lisbon, Portugal

One regular talk on "The principle of the attosecond ligthouse effect"

3. CLEO conference, San Jose, USA

Spatial properties of Doppler harmonics generated on plasma mirrors

H. Vincenti and F. Quéré,
Quantum Electronics and Laser Science Conference (QELS), QW3F, (2012)

Theory of Attosecond Lighthouses

H. Vincenti and F. Quéré,
Quantum Electronics and Laser Science Conference (QELS), QTu3H.2, (2012)

Attosecond Lighthouses from plasma mirrors

J. Wheeler, A. Borot, S. Monchocé, H. Vincenti, A. Malvache and R. Lopez-Martens
Quantum Electronics and Laser Science Conference (QELS), QTh5B.9, (2012)

4. UVX conference, Biarritz, France

One invited talk on "Attosecond lighthouses from plasma mirrors"

5. 11th International Symposium on Ultraintense Laser Science (ISULS), Jeju, South Korea

ISUILS award for young researchers

Recipient of the ISUILS award for Young researchers from Japan Intense Light Field Society (JILS)

Best poster prize

H. Vincenti and F. Quéré,
Attosecond Lighthouse and Spatial properties of Doppler harmonics

Bibliographie

[1] Compression of amplified chirped optical pulses. *Optics Communications*, 56(3) :219 – 221, 1985.

[2] M Dantus, MJ Rosker, and AH Zewail. Femtosecond real-time probing of chemical reactions. 2. the dissociation reaction of icn. *Journal of Chemical Physics*, 89(10) :6128–6140, Nov 15 1988.

[3] P. B. Corkum. Plasma perspective on strong field multiphoton ionization. *Phys. Rev. Lett.*, 71 :1994–1997, Sep 1993.

[4] P.M. Paul, E.S Breger, P. Mullot, F. Augé, P. Balcou, H. G. Muller, and P. Agostini. Observation of a Train of Attosecond Pulses from High Harmonic Generation. *Science*, 292 :1689–1692, 2001.

[5] Y Mairesse, A de Bohan, LJ Frasinski, H Merdji, LC Dinu, P Monchicourt, P Breger, M Kovacev, R Taieb, B Carre, HG Muller, P Agostini, and P Salieres. Attosecond synchronization of high-harmonic soft x-rays. *Science*, 302(5650) :1540–1543, Nov 28 2003.

[6] M Drescher, M Hentschel, R Kienberger, M Uiberacker, V Yakovlev, A Scrinzi, T Westerwalbesloh, U Kleineberg, U Heinzmann, and F Krausz. Time-resolved atomic inner-shell spectroscopy. *Nature*, 419(6909) :803–807, Oct 24 2002.

[7] M. Uiberacker, Th. Uphues, M. Schultze, A. J. Verhoef, V. Yakovlev, M. F. Kling, J. Rauschenberger, N. M. Kabachnik, H. Schroeder, M. Lezius, K. L. Kompa, H. G. Muller, M. J. J. Vrakking, S. Hendel, U. Kleineberg, U. Heinzmann, M. Drescher, and F. Krausz. Attosecond real-time observation of electron tunnelling in atoms. *Nature*, 446(7136) :627–632, Apr 5 2007.

[8] F Quere, C Thaury, P Monot, S Dobosz, P Martin, JP Geindre, and P Audebert. Coherent wake emission of high-order harmonics from overdense plasmas. *Pysical Review Letters*, 96(12), Mar 31 2006.

[9] R Lichters, J Meyer-ter Vehn, and A Pukhov. Short-pulse laser harmonics from oscillating plasma surfaces driven at relativistic intensity. *Physics Of Plasmas*, 3(9) :3425–3437, Sep 1996.

[10] T. Baeva, S. Gordienko, and A. Pukhov. Theory of high-order harmonic generation in relativistic laser interaction with overdense plasma. *Physical review E*, 74(4, Part 2), Oct 2006.

[11] A. A. Gonoskov, A. V. Korzhimanov, A. V. Kim, M. Marklund, and A. M. Sergeev. Ultrarelativistic nanoplasmonics as a route towards extreme-intensity attosecond pulses. *Physical Review E*, 84(4, Part 2), Oct 10 2011.

[12] P. Mora. Introduction aux plasmas créés par laser. *Cours master Sciences de la Fusion*, 2009.

[13] J. M. Rax and C. Guthmann. Physique des plasmas. *Dunod*, 2005.

[14] G Doumy, F Quere, O Gobert, M Perdrix, P Martin, P Audebert, JC Gauthier, JP Geindre, and T Wittmann. Complete characterization of a plasma mirror for the production of high-contrast ultraintense laser pulses. *Physical Review E*, 69(2, Part 2), Feb 2004.

[15] W. L. Kruer. The physics of laser plasma interactions. *Addison-Wesley, Reading, MA*, 1988.

[16] B Dromey, S Kar, M Zepf, and P Foster. The plasma mirror - A subpicosecond optical switch for ultrahigh power lasers. *Review Of Scientific Instruments*, 75(3) :645–649, Mar 2004.

[17] T. Wittmann, J. P. Geindre, P. Audebert, R. S. Marjoribanks, J. P. Rousseau, F. Burgy, D. Douillet, T. Lefrou, K. Ta Phuoc, and J. P. Chambaret. Towards ultrahigh-contrast ultraintense laser pulses-complete characterization of a double plasma-mirror pulse cleaner. *Review Of Scientific Instruments*, 77(8), Aug 2006.

[18] Anna Levy, Tiberio Ceccotti, Pascal D'Oliveira, Fabrice Reau, Michel Perdrix, Fabien Quere, Pascal Monot, Michel Bougeard, Herve Lagadec, Philippe Martin, Jean-Paul Geindre, and Patrick Audebert. Double plasma mirror for ultrahigh temporal contrast ultra-intense laser pulses. *Optics Letters*, 32(3) :310–312, Feb 1 2007.

[19] C. Thaury, F. Quere, J.-P. Geindre, A. Levy, T. Ceccotti, P. Monot, M. Bougeard, F. Reau, P. D'Oliveira, P. Audebert, R. Marjoribanks, and P. H. Martin. Plasma mirrors for ultrahigh-intensity optics. *Nature Physics*, 3(6) :424–429, Jun 2007.

[20] F Brunel. Not-So-Resonant, Resonant Absorption. *Physical Review Letters*, 59(1) :52–55, Jul 6 1987.

[21] Guy Bonnaud, Paul Gibbon, Joe Kindel, and Edward Williams. Laser interaction with a sharp-edged overdense plasma. *Laser and Particle Beams*, 9(02) :339–354, 1991.

[22] J.P. Freidberg, R.W. Mitchell, R.L. Morse, and L.I. Rudsinski. Resonant absorption of laser light by plasma targets. *Physical Review Letters*, 28 :795–9, 27 March 1972.

[23] DW Forslund, JM Kindel, K Lee, EL Lindman, and RL Morse. Theory And Simulation Of Resonant Absorption In A Hot Plasma. *Physical Review A*, 11(2) :679–683, 1975.

[24] G Farkas and C Toth. Proposal for Attosecond Light-Pulse Generation Using Laser-Induced Multiple-Harmonic Conversion Processes in Rare-Gases. *Physics Letters A*, 168(5-6) :447–450, Sep 7 1992.

[25] A. Bourdier. Oblique incidence of a strong electromagnetic wave on a cold inhomogeneous electron plasma. Relativistic effects. *Phys. Fluids*, 26 :1804–1807, July 1983.

[26] J. L. Jackson. Classical electrodynamics. *Wiley*, Aug 1998.

[27] F Quere, C Thaury, JP Geindre, G Bonnaud, P Monot, and Ph Martin. Phase properties of Laser High-Order Harmonics Generated on Plasma Mirrors. *Pysical Review Letters*, 100(095004), Mar 7 2008.

[28] C. Thaury, H. George, F. Quéré, R. Loch, J. P Geindre, P. Monot, and Ph. Martin. Coherent dynamics of plasma mirrors. *Nature Physics*, 4, Aug 2008.

[29] C. Thaury. Génération d'harmoniques d'ordres élevés sur miroir plasma. *Thèse de doctorat*, 2008.

[30] S. C. Wilks. Simulations of ultraintense laser-plasma interactions. *Phys. Fluids B*, 5 :2603–2608, March 1993.

[31] S. V. Bulanov, N. M. Naumova, and F. Pegoraro. Interaction of an ultrashort, relativistically strong laser pulse with an overdense plasma. *Physics of Plasmas*, 1 :745–757, March 1994.

[32] B. Dromey, S. Kar, C. Bellei, D. C. Carroll, R. J. Clarke, J. S. Green, S. Kneip, K. Markey, S. R. Nagel, P. T. Simpson, L. Willingale, P. McKenna, D. Neely, Z. Najmudin, K. Krushelnick, P. A. Norreys, and M. Zepf. Bright multi-keV harmonic generation from relativistically oscillating plasma surfaces. *Phys. Rev. Lett.*, 99 :085001, Aug 2007.

[33] P. Gibbon. Short pulse laser interactions with matter. *Imperial College Press*, 2005.

[34] J. A. Elliot. Plasma kinetic theory. *Cambridge University Press*, 1993.

[35] W. Hockney and J. Eastwood. Computer simulation using particles. *McGraw-Hill*, 1981.

[36] I. J. Kenneth. The uniform b-spline blending function. *On line geometric modelling Notes*, 1996.

[37] N. M. Newmark. A method of computation for structural dynamics. *Journal of Engineering Mechanics*, 1959.

[38] Kane Yee. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 14(3) :302 –307, May 1966.

[39] C. K. Birdsall and A. B. Langdon. Plasma physics via computer simulation. *Taylor and Francis*, 2005.

[40] J. L. Delcroix and A. Bers. Physique des plasmas. *CNRS Edition*, 1994.

[41] J. W. Cooley, J. W.and Tukey. An algorithm for the machine computation of the complex fourier series. *Mathematics of Computation*, 19 :297–301, Apr 1965.

[42] P Tzallas, D Charalambidis, NA Papadogiannis, K Witte, and GD Tsakiris. Direct observation of attosecond light bunching. *Nature*, 426(6964) :267–271, Nov 20 2003.

[43] A. L. Cavalieri, N. Mueller, Th. Uphues, V. S. Yakovlev, A. Baltuska, B. Horvath, B. Schmidt, L. Bluemel, R. Holzwarth, S. Hendel, M. Drescher, U. Kleineberg, P. M. Echenique, R. Kienberger, F. Krausz, and U. Heinzmann. Attosecond spectroscopy in condensed matter. *Nature*, 449(7165) :1029–1032, Oct 25 2007.

[44] Eleftherios Goulielmakis, Zhi-Heng Loh, Adrian Wirth, Robin Santra, Nina Rohringer, Vladislav S. Yakovlev, Sergey Zherebtsov, Thomas Pfeifer, Abdallah M. Azzeer, Matthias F. Kling, Stephen R. Leone, and Ferenc Krausz. Real-time observation of valence electron motion. *Nature*, 466(7307) :739–U7, Aug 5 2010.

[45] E. Goulielmakis, M. Schultze, M. Hofstetter, V. S. Yakovlev, J. Gagnon, M. Uiberacker, A. L. Aquila, E. M. Gullikson, D. T. Attwood, R. Kienberger, F. Krausz, and U. Kleineberg. Single-cycle nonlinear optics. *Science*, 320(5883) :1614–1617, Jun 20 2008.

[46] G. Sansone, E. Benedetti, F. Calegari, C. Vozzi, L. Avaldi, R. Flammini, L. Poletto, P. Villoresi, C. Altucci, R. Velotta, S. Stagira, S. De Silvestri, and M. Nisoli. Isolated single-cycle attosecond pulses. *Science*, 314 :443–446, Oct 2006.

[47] F. Ferrari, F. Calegari, M. Lucchini, C. Vozzi, S. Stagira, G. Sansone, and M. Nisoli. High-energy isolated attosecond pulses generated by above-saturation few-cycle fields. *Nature Photonics*, 4(12) :875–879, Dec 2010.

[48] H. Vincenti and F. Quéré. Attosecond lighthouses : How to use spatiotemporally coupled light fields to generate isolated attosecond pulses. *Phys. Rev. Lett.*, 108 :113904, Mar 2012.

[49] E. Hecht. *Optique*. Pearson Education, 2002.

[50] P. B. Corkum, N. H. Burnett, and M. Y. Ivanov. Subfemtosecond pulses. *Opt Lett*, 19 :1870, Nov 1994.

[51] AM Weiner, JP Heritage, and EM Kirschner. High-Resolution Femtosecond Pulse Shaping. *Journal Of The Optical Society Of America B-Optical Physics*, 5(8) :1563–1572, Aug 1988.

[52] P. Tzallas, E. Skantzakis, C. Kalpouzos, E. P. Benis, G. D. Tsakiris, and D. Charalambidis. Generation of intense continuum extreme-ultraviolet radiation by many-cycle laser fields. *Nat. Phys*, 3(12) :846–850, Dec 2007.

[53] IJ Sola, E Mevel, L Elouga, E Constant, V Strelkov, L Poletto, P Villoresi, E Benedetti, JP Caumes, S Stagira, C Vozzi, G Sansone, and M Nisoli. Controlling attosecond electron dynamics by phase-stabilized polarization gating. *Nature Physics*, 2(5) :319–322, May 2006.

[54] T. Baeva, S. Gordienko, and A. Pukhov. Relativistic plasma control for single attosecond x-ray burst generation. *Phys Rev E*, 74 :065401, Dec 2006.

[55] N. M. Naumova, J. A. Nees, I. V. Sokolov, B. Hou, and G. A. Mourou. Relativistic generation of isolated attosecond pulses in a λ^3 focal volume. *Phys. Rev. Lett.*, 92 :063902, Feb 2004.

[56] S Akturk, X Gu, P Gabolde, and R Trebino. The general theory of first-order spatio-temporal distortions of Gaussian pulses and beams. *OPTICS EXPRESS*, 13(21) :8642–8661, Oct 17 2005.

[57] J.Hebling. Derivation of the pulse front tilt caused by angular dispersion. *Optical and Quantum Electronics*, 28(1759-1763), July 1996.

[58] C. Bourassin-Bouchet, Z. Diveki, S. de Rossi, E. English, E. Meltchakov, O. Gobert, D. Guenot, B. Carre, F. Delmotte, P. Salieres, and T. Ruchon. Control of the attosecond synchronization of XUV radiation with phase-optimized mirrors. *Optics Express*, 19(4) :3809–3817, Feb 14 2011.

[59] C. Bourassin-Bouchet, M. Stephens, S. de Rossi, F. Delmotte, and P. Chavel. Duration of ultrashort pulses in the presence of spatio-temporal coupling. *Optics Express*, 19(18) :17357–17371, Aug 29 2011.

[60] C. Bourassin-Bouchet, S. de Rossi, J. Wang, E. Meltchakov, A. Giglia, N. Mahne, S. Nannarone, and F. Delmotte. Shaping of single-cycle sub-50-attosecond pulses with multilayer mirrors. *New Journal Of Physics*, 14, Feb 17 2012.

[61] J. P. Geindre, P. Audebert, and R. S. Marjoribanks. Relativistic AC gyromagnetic effects in ultraintense laser-matter interaction. *Physical Review Letters*, 97(8), Aug 25 2006.

[62] B. Dromey, D. Adams, R. Hörlein, Y. Nomura, S. G. Rykovanov, D. C. Carroll, P. S. Foster, S. Kar, K. Markey, P. McKenna, D. Neely, M. Geissler, G. D. Tsakiris, and M. Zepf. Diffraction-limited performance and focusing of high harmonics from relativistic plasmas. *Nature Physics*, 5 :146–152, February 2009.

[63] S. C. Wilks, W. L. Kruer, M. Tabak, and A. B. Langdon. Absoprtion of Ultraintense Laser Pulses. *Physical Review Letters*, 69 :1383–1386, 1992.

[64] J Denavit. Absorption of High-Intensity Subpicosecond Lasers on Solid Density Targets. *Physical Review Letters*, 69(21) :3052–3055, Nov 23 1992.

[65] Andrea Macchi, Federica Cattani, Tatiana V. Liseykina, and Fulvio Cornolti. Laser acceleration of ion bunches at the front surface of overdense plasmas. *Phys. Rev. Lett.*, 94 :165003, Apr 2005.

[66] N. Naumova, T. Schlegel, V. T. Tikhonchuk, C. Labaune, I. V. Sokolov, and G. Mourou. Hole Boring in a DT Pellet and Fast-Ion Ignition with Ultraintense Laser Pulses. *Physical Review Letters*, 102(2), Jan 16 2009.

[67] T. Schlegel, N. Naumova, V. T. Tikhonchuk, C. Labaune, I. V. Sokolov, and G. Mourou. Relativistic laser piston model : Ponderomotive ion acceleration in dense plasmas using ultraintense laser pulses. *Physics Of Plasmas*, 16(083103), 2009.

[68] A. P. L. Robinson, P. Gibbon, M. Zepf, S. Kar, R. G. Evans, and C. Bellei. Relativistically correct hole-boring and ion acceleration by circularly polarized laser pulses. *Plasma Physics And Controlled Fusion*, 51(2), Feb 2009.

[69] M. Veltcheva, A. Borot, C. Thaury, A. Malvache, E. Lefebvre, A. Flacco, R. Lopez-Martens, and V. Malka. Brunel-dominated proton acceleration with a few-cycle laser pulse. *Phys. Rev. Lett.*, 108 :075004, Feb 2012.

[70] A. E. Siegman. Lasers. *University Science Books*, 1986.

[71] H Vincenti and F. Quéré. Procédé et dispositif de génération d'impulsions attosecondes isolées. *Brevet EN1154835*, 2012.

[72] J. Wheeler, A. Borot, S. Monchocé, H. Vincenti, A. Ricci, R. Lopez-Martens, and F. Quéré. Attosecond lighthouses from plasma mirrors. *Nature Photonics accepted*, 2012.

[73] H Vincenti and F. Quéré. Comprehensive Modelling of the Spatial Properties of Doppler Harmonics. *Phys Rev E*, in Preparation for Submission.

[74] S. Monchocé, H. Vincenti, S. Kahaly, Ph. Martin, and F. Quéré. Experimental study of the spatial properties of Doppler Harmonics. *Nature Physics*, in Preparation for submission.

Abstract

When an ultra intense femtosecond laser ($I > 10^{16} W.cm^{-2}$) with high contrast is focused on a solid target, the laser field at focus is high enough to completely ionize the target surface during the rising edge of the laser pulse and form a plasma. This plasma is so dense (the electron density is of the order of hundred times the critical density) that it completely reflects the incident laser beam in the specular direction : this is the so-called « plasma mirror ». When laser intensity becomes very high, the non-linear response of the plasma mirror to the laser field periodically deforms the incident electric field leading to high harmonic generation in the reflected beam. In the temporal domain this harmonic spectrum is associated to a train of attosecond pulses.

The goals of my PhD were to get a better comprehension of the properties of harmonic beams produced on plasma mirrors and design new methods to control theses properties, notably in order to produce isolated attosecond pulses instead of trains.

Initially, we imagined and modeled the first realistic technique to generate isolated attosecond on plasma mirrors. This brand new approach is based on a totally new physical effect : "the attosecond lighthouse effect". Its principle consists in sending the attosecond pulses of the train in different directions and selects one of these pulses by putting a slit in the far field. Despites its simplicity, this technique is very general and applies to any high harmonic generation mechanisms. Moreover, the attosecond lighthouse effect has many other applications (e.g in metrology). In particular, it paves the way to attosecond pump-probe experiments.

Then, we studied the spatial properties of these harmonics, whose control and characterization are crucial if one wants to use this source in future application experiments. For instance, we need to control very precisely the harmonic beam divergence in order to achieve the attosecond lighthouse effect and get isolated attosecond pulses. At very high intensities, the plasma mirror dents and gets curved by the inhomogeneous radiation pressure of the laser field at focus. The plasma mirror surface thus acts as a curved surface, which focuses the harmonic beam in front of the target and fixes its spatial properties. We developed a fully analytical and predictive model for the surface deformation, thanks to which we are now able to calculate very easily the spatial properties of the generated harmonic beams. we validated this model through hundreds of 1D and 2D PIC simulations.

Résumé

Lorsqu'on focalise un laser femtoseconde ultraintense [$I > 10^{16} W.cm^{-2}$] à très haut contraste sur une cible solide, le champ laser au foyer est suffisant pour ioniser complètement la surface de la cible durant le front montant de l'impulsion et former un plasma. Ce plasma est très dense [densité supérieure à la densité critique pour la fréquence laser] et réfléchit le faisceau laser dans la direction spéculaire : c'est ce que l'on appelle un "miroir plasma". Lorsque l'intensité laser est suffisamment élevée, la réponse de ce miroir plasma devient non-linéaire, ce qui conduit à la génération d'harmoniques d'ordres élevés dans le faisceau réfléchi. Dans le domaine temporel, ce spectre d'harmoniques est associé à un train d'impulsions attosecondes.

Les objectifs de ma thèse étaient d'arriver à une meilleure compréhension des propriétés des faisceaux harmoniques produits sur miroir plasma, et de mettre au point de nouvelles méthodes pour contrôler ces propriétés, notamment en vue de générer des impulsions attosecondes isolées au lieu de trains.

Ainsi, nous avons tout d'abord imaginé et analysé, la première technique réaliste de génération d'impulsions attosecondes isolées sur miroir plasma. Cette approche entièrement nouvelle repose sur un tout nouvel effet physique : "l'effet phare attoseconde". Son principe consiste à envoyer les impulsions attosecondes du train dans des directions différentes, puis à sélectionner une seule de ces impulsions en champ lointain à l'aide d'une fente. En plus de sa simplicité d'implémentation sur une chaîne laser de type CPA, cette technique est très générale et s'applique non seulement aux miroirs plasma, mais plus généralement à n'importe quel mécanisme de génération d'harmoniques d'ordres élevés. Au delà de la génération d'impulsions attosecondes isolées, cet effet a plusieurs autres applications que nous discutons en détail.

Ensuite nous nous sommes intéressés aux propriétés spatiales de ces harmoniques, dont la caractérisation et le contrôle sont cruciaux pour pouvoir utiliser cette source dans de futures expériences d'application. Par exemple, la réalisation de l'effet phare attoseconde nécessite de contrôler précisément la divergence des impulsions attosecondes. Ces propriétés spatiales sont imposées par la courbure du miroir plasma sous l'effet de la pression inhomogène du laser sur la cible. Nous avons développé un modéle complet de cette déformation du miroir plasma, qui permet de calculer analytiquement les propriétés spatiales du faisceau harmonique. Ce modèle a été validé par des simulations numériques approfondies.