

Optimisation de la gestion de l'énergie sur un site pétrochimique complexe

Brigitte Durand

▶ **To cite this version:**

Brigitte Durand. Optimisation de la gestion de l'énergie sur un site pétrochimique complexe. Automatique / Robotique. École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1980. Français. NNT : . pastel-00833910

HAL Id: pastel-00833910
https://pastel.hal.science/pastel-00833910

Submitted on 13 Jun 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° Enregistrement

THESE DE DOCTEUR-INGENIEUR

en

Méthodes Mathématiques

de l'Automatique, de la Gestion et de l'Economie

PRÉSENTEE À L' ECOLE DES MINES DE PARIS

PAR BRIGITTE DURAND

Sujet de la Thèse :

OPTIMISATION DE LA GESTION DE L'ENERGIE SUR UN SITE PETROCHIMIQUE COMPLEXE

Année de soutenance : 1980

Président du jury : P. BERNHARD (PARIS IX)

Directeur de la Thèse : G. COHEN (E.N.S.M.P.)

Examinateurs : J.M. LASRY (PARIS IX)

C. FONDRAZ (ROHNE-POULENC)

R E M E R C I E M E N T S

Je tiens à remercier le Professeur BERNHARD pour m'avoir fait l'honneur d'accepter la présidence de mon Jury de soutenance. C'est d'ailleurs lui qui m'a accueillie, avec beaucoup de bienveillance, au centre d'Automatique et Informatique de l'Ecole des Mines où a été préparée cette thèse.

J'exprime ma vive gratitude à Monsieur COHEN, qui a dirigé mes recherches et qui, par son aide et ses encouragements amicaux, m'a permis de mener à bien ce travail.

Je remercie également Monsieur FONDRAZ, Ingénieur à Rhône Poulenc, qui a été un interlocuteur compétent et avisé tout au long de l'étude et m'a transmis toutes les données techniques nécessaires.

et le Professeur LASRY qui a bien voulu examiner ce travail et faire partie de mon Jury.

Tous mes camarades du Centre d'Automatique trouveront ici leur part de reconnaissance pour le climat amical et stimulant qu'ils ont contribué à créer.

Enfin, je tiens à remercier Madame LE GALLIC, qui avec beaucoup de gentillesse, a assuré la réalisation matérielle de ce document.

TABLE DES MATIERES

	Pages
CHAPITRE I : PRESENTATION DU PROBLEME	
1. description physique	1 - 3
2. conduite actuelle de la centrale	3 - 4
3. objectifs de l'étude	4 - 5
CHAPITRE II : FORMALISATION DU PROBLEME	
1. analyse du système dynamique	6 - 7
2. discrétisation	7 - 8
3. Les données techniques et leur formalisation	8 - 11
4. Analyse des contrats EDF et GDF	11 - 12
CHAPITRE III : MODELISATION DES DEMANDES EN VAPEUR	
1. Prévision de la demande	13
2. Erreurs de prévision	13 - 17
3. Différents types de modélisation des erreurs de prévision	18 - 22
4. Modélisation à la BOX et JENKINS	22 - 25
5. Chaînes de Markov	25 - 28
6. Combinaison des deux approches	28 - 34
CHAPITRE IV : OPTIMISATION STATIQUE	
1. Cas des chaudières	35 - 45
2. Turboalternateurs	45 - 46
3. Double utilisation de l'optimisation statique	46 - 47
CHAPITRE V : OPTIMISATION DYNAMIQUE	
1. Rappel des hypothèses	48 - 49
2. Formulation mathématique.	49 - 51
3. Couplage des sous-systèmes chaudières et turboalternateurs	51 - 52
4. Résolution	52 - 57
5. Choix de la profondeur de l'horizon glissant	57 - 60

CHAPITRE VI : RESULTATS ET CONCLUSIONS

1. Simulations 61 - 63
2. Résultats turboalternateurs 63 - 72
3. Résultats chaudières 72 - 78
4. Conclusions 78 - 81

BIBLIOGRAPHIE 83 - 84

ANNEXES :

I. Données techniques de Fonctionnement des chaudières et des turboalternateurs.
II. Modélisation des demandes en vapeur.
III. Optimisation statique des chaudières.
IV. Optimisation statique des turboalternateurs.
V. Optimisation dynamique.
VI. Simulations.

CHAPITRE I. - PRESENTATION DU PROBLEME

1. Description physique.

1.1. Site industriel

L'usine de CHALAMPE (Haut-Rhin) sur laquelle porte la présente étude, est située à une vingtaine de kilomètres au Nord-Est de Mulhouse. Elle appartient à la division PETROCHIMIE du groupe RHONE-POULENC INDUSTRIES et emploie environ 1700 personnes.

Sur ce site industriel sont regroupés :

- un certain nombre d'ateliers qui produisent principalement des intermédiaires textiles (Sel Nylon; Acide Adipique), des intermédiaires polyesters et de l'Acide Oxalique destiné à la Chimie Fine et à la Chimie Minérale.
- une centrale thermique qui fournit une partie de l'électricité et la quasi-totalité de la vapeur -distribuée sous différents niveaux de pression : 60,50,25 et 6 bars- nécessités par la fabrication de ces produits.

1.2. La production de vapeur.

Si on excepte quelques ateliers où les réactions chimiques sont suffisamment exothermiques pour permettre de produire un tonnage non négligeable (10 % de la consommation totale) de vapeur renvoyée sur les réseaux, le reste de la production, soit 90 %, incombe à la centrale thermique qui est équipée de cinq chaudières aux capacités et rendements différents :

- deux chaudières au fuel de capacité 50 T/h.
- deux chaudières au fuel de capacité 120 T/h
- une chaudière mixte gaz-fuel de capacité 200 T/h.

La vapeur surchauffée à 425°C et 62 bars délivrée par ces chaudières est dirigée vers des barillets de répartition ; de là, 25 % partent directement vers l'usine, 5 % sont détendus à 50 bars, 27 % sont détendus à 25 bars et 43 % alimentent des turboalternateurs qui les convertissent en vapeur 6 bars et en électricité (cf. figure 1).

La Centrale

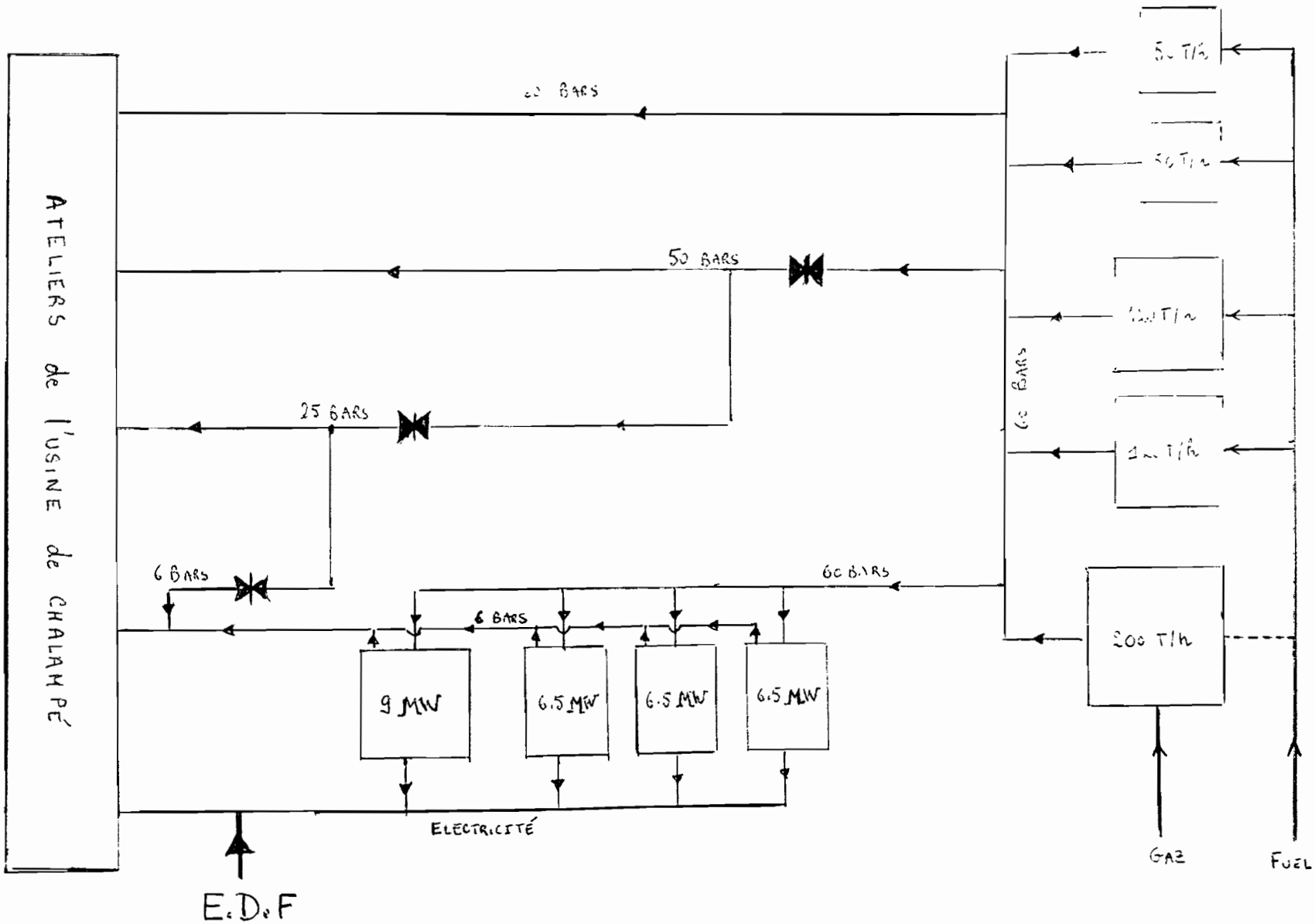


Figure 1

1.3. La production d'électricité.

Ainsi, environ 40 °/o de l'électricité totale consommée provient du turbinage de la vapeur 60 bars en vapeur 6 bars dans quatre turboalternateurs de caractéristiques différentes : trois de 6,5 MW et un de 9 MW sous 5500 V. Le complément - 60 °/o - est acheté à EDF sous très haute tension (220 000 V). En fait, comme il n'y a pas d'autres sources de production de vapeur 6 bars pour couvrir les besoins des ateliers, c'est la demande en vapeur 6 bars qui conditionne le niveau de cette autoproduction d'électricité.

2. Conduite actuelle de la centrale.

Pour la vapeur, la centrale doit non seulement maintenir en permanence l'équilibre entre consommation et production, mais aussi assurer une capacité de reprise de l'ordre de 60 tonnes/heure, au cas où certains ateliers appeleraient de façon imprévue un surplus de vapeur. En effet, le démarrage d'une nouvelle chaudière nécessite six heures de préchauffage au cours desquels la production reste nulle. Actuellement, les opérateurs se basent sur une information grossière concernant l'activité future des ateliers -prévisions globales à deux ou trois jours, voire renseignements informels- et font essentiellement confiance à leur expérience pour décider des arrêts ou des mises en service des générateurs et ainsi faire face en temps voulu aux fluctuations importantes de la demande qui dépasseraient la capacité de production des générateurs en fonctionnement En outre, pour suivre les fluctuations instantanées, de faible amplitude, comme la puissance nominale est supposée être le point de fonctionnement à meilleur rendement, ils règlent à haut régime toutes les chaudières en fonctionnement (notamment celle au gaz, vu le prix avantageux de la thermie gaz) à l'exception d'une seule. Cette dernière fonctionne à régime intermédiaire ou bas, en régulation automatique sur la pression dans les barillets pour ajuster la production à la demande.

En ce qui concerne les turboalternateurs, dont la mise en fonctionnement ne prend qu'un quart d'heure, de manière analogue, les opérateurs décident des arrêts ou démarrages en fonction des variations prévues pour la demande en vapeur 6 bars et règlent le point de fonctionnement des turboalternateurs en marche, en s'efforçant de limiter l'apport extérieur EDF par une bonne autoproduction.

Si on regarde maintenant les quantités d'énergie mises en jeu, elles sont énormes : en 1979, la centrale a consommé 164 000 TEP dont approximativement 72 000 tonnes de fuel lourd BTS $n^o 2$ et 120 000 000 m^3 de gaz naturel. Ces chiffres incluent non seulement les quantités de combustible brûlées par les chaudières lors de la production de vapeur 60 bars mais aussi l'énergie absorbée lors du démarrage de nouveaux générateurs ; cette dernière relativement faible pour les turboalternateurs, n'est pas négligeable pour les chaudières à cause des six heures de mise en température. Cette même année, la consommation en électricité de l'usine s'est élevée à 300 000 MWh électrique.

Aussi, à une période, où le coût de l'énergie ne cesse de croître (la tonne de fuel vaut actuellement plus de 800 F), a-t-on été incité à réfléchir sur l'amélioration de la gestion des chaudières et des turboalternateurs de la centrale.

3. Objectifs de l'étude.

Que recouvre précisément le terme "conduite optimale de la centrale" ? Au vu de la description précédente, cette optimisation se décompose en deux volets :

3.1. à chaque instant, répartition "optimale" de la charge sur les générateurs en fonctionnement, compte tenu de leurs caractéristiques technologiques : pour les chaudières, il s'agit de répondre à la demande $D_1(t)$ globale en vapeur 60 bars au moindre coût ; pour les turboalternateurs, il s'agit, corrélativement à la satisfaction de la demande $D_2(t)$ en vapeur 6 bars, de maximiser la quantité d'électricité produite. Nous dénommons ce problème "optimisation statique".

3.2. prise des meilleures décisions d'arrêt et de démarrage.

En l'absence de coûts de démarrage, on sélectionnerait, au fur et à mesure, les chaudières et les turboalternateurs, sur lesquels, tout en garantissant l'équilibre demande-production, on réaliserait la "répartition optimale 60 bars", la moins onéreuse et l'autoproduction en électricité la plus forte.

Par contre, avec les coûts de démarrage, le problème revêt un caractère dynamique : il faut, en plus éviter des démarrages inutiles, notamment pour les chaudières. Aussi l'avons nous baptisé "Optimisation dynamique", et on y reconnaît une situation de type "contrôle impulsionnel" fréquente en économie et en gestion (gestion de stocks, maintenance ...) (cf. BENSOUSSAN [4]).

Dans les deux chapitres suivants nous nous proposons de "préparer" la formulation mathématique de ce problème ; toutes les options prises seront justifiées en égard aux conséquences voire aux simplifications qu'elles entraînent sur le plan méthodologique. Le chapitre II contient l'analyse, doublée éventuellement d'une formalisation, du système dynamique et des diverses contraintes -à caractère technique ou d'origine contractuelle- qui s'y rattachent. Au chapitre III, nous ferons "un tour d'horizon" des types de modélisation envisageables pour les demandes en vapeur 60 bars et en vapeur 6 bars, à partir du planning de prévisions, déterministe, élaboré par les services de Chalampé. Finalement, nous nous en tiendrons à une représentation sous forme de chaîne de Markov des erreurs de prévision à rajouter à ce planning.

Le chapitre IV sera consacré à la mise en équations et à la résolution du problème "d'optimisation statique" qui, en dehors de son utilisation temps réel, apparaît comme un sous problème de l'optimisation dynamique, servant à chiffrer le coût de production de la vapeur 60 bars ainsi que la quantité d'électricité autoproduite, lorsque la centrale se trouve dans un certain état de marche.

Nous serons alors en mesure d'aborder au chapitre V l'optimisation dynamique elle-même, conduite sur un horizon à préciser. Pour garder au problème une dimension raisonnable, nous optimiserons séparément, par une procédure de programmation dynamique, la gestion des chaudières et des turboalternateurs .

Les résultats obtenus et les conclusions à en retirer feront l'objet du dernier chapitre.

CHAPITRE II. FORMALISATION DU PROBLEME

1. Analyse du système dynamique.

Le système dynamique, auquel nous nous intéressons, comprend la centrale ainsi que les différentes demandes en vapeur. Nous ne nous préoccupons pas de la demande en électricité DE(t) puisqu'elle ne joue pas le rôle de contrainte.

1.1. La centrale.

La centrale se compose de deux sous-systèmes ; les chaudières et les turboalternateurs. A tout instant t son état, noté C(t), est décrit par le "statut" $e_i(t)$ de chaque unité i (i=1,...,5 pour les chaudières, i=6,...,9 pour les turboalternateurs) : arrêt

marche à une certaine fraction $x_i(t)$ de la puissance nominale P_i.

instance de marche. Dans ce cas, il importe de savoir, étant donné le retard au lancement (six heures pour les chaudières et un quart d'heure pour les turboalternateurs), depuis combien de temps le démarrage a eu lieu, afin d'en déduire quand l'unité sera effectivement "productive". Pour mémoriser le délai écoulé, on est amené à rajouter une variable d'état continue, et à formuler un problème de contrôle avec retard (cf. ROBIN [29]).

De temps à autre, on modifie cet état en décidant d'allumer ou d'éteindre certaines unités. Les instants θ^i - "instants d'impulsion"- où C change en C' et les "sauts" $\Delta C = C'-C$, auxquels est attaché un coût de démarrage $f(\Delta C) = f(C'-C)$ -sont les variables de contrôle.

En outre, entre deux instants d'impulsion successifs θ^i et θ^{i+1}, on exerce un contrôle continu, à savoir la répartition - les $x_i(t).P_i$- qui s'accompagne d'un coût intégral : coût de production de la vapeur 60 bars par les chaudières en marche augmenté du coût de l'apport EDF. Nous négligeons les coûts d'entretien du matériel arrêté ainsi que des coûts éventuels relatifs à des dispositions particulières prises à l'arrêt en vue de faciliter le redémarrage.

Nous supposons que les équipements ne subissent pas de pannes à caractère aléatoire. La dynamique de C(t) est donc déterministe et peut s'écrire symboliquement sous la forme : $C(\theta^{i+1}) = C(\theta^i) + \Delta C^{i+1}$ i=0,1,2,...

$\theta^o=0$ et $C(\theta^o)=C_o$

1.2. les demandes $D_1(t)$ en vapeur 60 bars et $D_2(t)$ en vapeur 6 bars perçues respectivement par les chaudières et les turboalternateurs à chaque instant t. Elles reflètent les besoins en énergie des ateliers. Si on agrège en $D_3(t)$ les besoins en vapeurs 60 bars-50 bars et 25 bars, comme une tonne de vapeur 6 bars provient du turbinage d'une tonne de vapeur 60 bars, on a la relation

$$D_1(t) = D_3(t) + D_2(t) \qquad (1)$$

qui crée une dépendance entre le fonctionnement des chaudières et celui des turboalternateurs. Ces demandes sont observées parfaitement, mais non contrôlées. Elles sont des contraintes pour la centrale :

$$\sum_{i=1}^{5} P_i x_i(t) = D_1(t) \qquad (2)$$

$$\sum_{i=6}^{9} S_i(x_i(t)) = D_2(t) \qquad (3)$$

($S_i(x_i)$ = quantité de vapeur turbinée au régime x_i).

Nous repoussons au chapitre suivant la question concernant leur mode de représentation : déterministe ou stochastique. Toutefois, dès lors qu'on les assimile à des variables aléatoires, nous tenons à souligner que :

1. le critère à optimiser doit être remplacé par une espérance mathématique.

2. le degré de complexité dans la formulation mathématique du problème et, par suite, les difficultés rencontrées pour le résoudre, deviennent partiellement subordonnés au choix du modèle stochastique, la "mémoire" du processus introduisant notamment des variables d'état supplémentaires. Citons, à titre d'exemple, le cas d'une demande aléatoire modélisée par un processus de diffusion, abordé dans LEGUAY [26], qui met en oeuvre la théorie des inéquations quasi variationnelles (BENSOUSSAN-LIONS [6]).

2. Discrétisation.

Jusqu'à maintenant, nous avons évoqué le problème en temps continu. Par ailleurs, si l'état de la centrale est par nature discret et à valeurs dans un ensemble fini de cardinal NC - à priori $NC = 3^9$ de l'ordre de 2.10^4 -, les demandes, au contraire, sont des grandeurs continues. Or

quelle que soit la théorie mathématique à laquelle on se réfère pour traiter un problème formulé en continu, l'implémentation informatique nécessite ensuite une discrétisation temporelle et spatiale ainsi que la mise au point de méthodes de résolution numérique (on se reportera à GOURSAT-MAURIN [18] pour l'étude numérique des inéquations variationnelles). C'est pourquoi nous préférons nous orienter d'emblée vers une formulation discrète de l'optimisation dynamique où l'horizon d'optimisation (dont la longueur sera discutée ultérieurement. cf. chapitre V § 5) est découpé en un nombre T d'intervalles et où les demandes en vapeur 60 bars et 6 bars sont respectivement digitalisées en NA_1 et NA_2 niveaux (NA_1 et NA_2 précisés au chapitre suivant). Comme pas de temps, nous fixons la journée car, d'une part l'usine de Chalampé établit des prévisions journalières (cf. Chapitre III §1), d'autre part, cette durée étant très supérieure aux délais de lancement, l'hypothèse simplificatrice H_1 :

(H_1) "coïncidence entre la mise en service et début de production d'une unité" se trouve justifiée. Le nombre des alternatives pour chaque générateur est réduit à deux -marche ou arrêt- et par suite le nombre à priori des états de la centrale n'est plus que $2^9 = 512$.

Dans ce contexte discret, la programmation dynamique est jugée comme une technique efficace pour les problèmes de contrôle impulsionnel : elle permet de parvenir à l'optimum réel, mais, sa faisabilité est très liée à la taille du système et bien souvent, on est obligé d'y renoncer à cause des temps de calcul inacceptables. On recourt alors à des procédures heuristiques : citons, entre autres, TURGEON [31] qui traite un problème de gestion de générateurs thermiques par une méthode variationnelle alliée à un algorithme de "Branch and Bound". Si donc nous voulons privilégier la programmation dynamique, comme méthode de résolution -dans une approche varationnelle, de toute façon, la construction préalable d'une grille de décisions, que l'on fait ensuite bouger, est requise- nous devons nous soucier de sa sensibilité à la dimension.

3. Les données techniques et leur formalisation.

Le fonctionnement des chaudières et des turboalternateurs est caractérisé par un certain nombre de paramètres techniques. Leurs valeurs numériques ainsi que les courbes graphiques sont consignées dans l'annexe I.

3.1. Plage de production.

En marche normale, le régime x se situe entre $\underline{x} = 40\ \%$ et $\overline{x} = 100\ \%$ de la puissance nominale. Toutefois la borne supérieure peut être dépassée de quelques pourcents pour une durée limitée. Cette mesure exceptionnelle n'est pas retenue dans l'étude.

3.2. Courbe de rendement.

a. Turboalternateurs.

On a mené à Chalampé une campagne d'expériences pour établir ces courbes. Elles indiquent la consommation spécifique d'un turboalternateur i, exprimée en tonne de vapeur 60 bars turbinée par MWh électrique fourni, suivant le régime de marche x_i et ont une allure hyperbolique. Mais la donnée pertinente pour l'optimisation statique, c'est la consommation en vapeur turbinée S_i, exprimée en tonne par heure, en fonction du régime de marche x_i. Les points correspondants sont quasiment alignés. Nous avons donc cherché pour chaque turboalternateur, la droite des moindres carrés approximant ce nuage de points expérimentaux, soit :

$$S_i(x_i) = a_i x_i + b_i \qquad (4)$$

b. Chaudières.

Les mesures de rendements des chaudières ont été confiées à un organisme officiel spécialisé. Elles sont entâchées d'imprécision, vu la difficulté d'évaluer les pertes et de reproduire certaines conditions de fonctionnement (pouvoir calorifique du combustible, arrivée d'air, vieillissement des brûleurs, etc...). Les courbes qui en résultent peuvent être approximées par des paraboles (estimation des coefficients par les moindres carrés) et on adoptera, dans la suite, la forme suivante du rendement suivant le régime x_i :

$$r_i(x_i) = a_i x_i^2 + b_i x_i + c_i \qquad (5)$$

Remarques 1. Comme l'écart entre rendement maximum et minimum est faible (1,5 à 2 %) et avoisine l'ordre de précision sur les mesures, on simplifiera l'optimisation dynamique en évaluant le coût de la répartition optimale avec pour chaque chaudière l'hypothèse d'un rendement constant. Par contre la forme parabolique sera maintenue pour l'allocation en temps réel.

2. Il serait souhaitable ultérieurement de corriger quotidiennement les courbes de rendement en fonction de la température des fumées aux cheminées dont les variations modifient notablement le rendement. De plus, ces rendements pourraient être améliorés de façon sensible, en règlant de façon optimale l'excès d'air admis au niveau des brûleurs. - problème du ressort de l'Automatique.

3.3. Consommations auxiliaires des chaudières.

Le fonctionnement des chaudières s'accompagne, d'une part de consommations électriques dûes aux ventilateurs de tirage ou de soufflage, d'autre part de consommations en vapeur 6 bars pour préchauffer le fuel (pas de préchauffage pour le gaz) qui varient suivant le régime de marche x_i.
Nous avons admis une représentation linéaire des consommations auxiliaires électriques notées $(C_{ae})_i(x_i)$ du type :

$$(C_{ae})_i(x_i) = (a_e)_i x_i + (b_e)_i \qquad (6)$$

Quant aux consommations auxiliaires en vapeur $(C_{av})_i(x_i)$, elles sont proportionnelles à la quantité $F_i(x_i)$ de fuel à préchauffer :

$$(C_{av})_i(x_i) = K_i . F_i(x_i) \qquad (7)$$

$$\begin{cases} K_i = 0 & \text{pour le gaz.} \\ K_i = 8,5\ 10^{-2} & \text{pour le fuel.} \end{cases}$$

($(C_{av})_i$ et F_i sont exprimés en T/h).

3.4. Coûts de démarrage.

a. Turboalternateurs.

La mise en route d'un turboalternateur comprend deux étapes : une mise en température de la turbine par condensation de vapeur dans la turbine et une mise en pression et régime de la turbine par ouverture progressive de l'arrivée de vapeur 60 bars. Les coûts correspondants sont chiffrés en tonnes de vapeur 60 bars.

b. Chaudières.

Pour les chaudières, ces coûts de démarrage évaluent, en tonnes de fuel, l'énergie dépensée au cours des six heures de préchauffage.

Mais, à cause des chocs thermiques occasionnés par des changements d'état répétés, il existe une fréquence maximale des démarrages que l'on admet être de l'ordre de quinze jours. La prise en compte de cette

contrainte n'a de sens que sur un horizon d'optimisation dynamique long de plusieurs quinzaines. Comme l'horizon envisagé est bien plus court (cf. chapitre V § 5), ou doit renoncer à en tenir compte directement. Toutefois, une façon indirecte de la répercuter consiste à augmenter suffisamment les coûts de démarrage de sorte que les solutions proposées la respectent.

4. Analyse des contrats E.D.F. et G.D.F.

Pour les fournitures d'électricité et de gaz, l'usine a souscrit des contrats qu'il faut essayer d'utiliser le plus avantageusement.

En ce qui concerne l'électricité, comme l'autoproduction et, par voie de conséquence le complément indispensable livré par EDF, est subordonnée au niveau de production en vapeur 6 bars, la seule action envisageable, vis à vis du contrat EDF, serait de rejeter de la vapeur 6 bars à l'atmosphère pour autoproduire davantage. Mais cette éventualité n'est pas actuellement, économiquement valable : le KWh ainsi produit revient deux fois plus cher que le KWh EDF.

En ce qui concerne le gaz, comme on a la latitude d'alimenter la grosse chaudière soit au fuel, soit au gaz, il s'agit, compte tenu des clauses contractuelles GDF de choisir le combustible le moins onéreux. Si ce choix était trivial jusqu'à maintenant, à cause du prix très inférieur de la thermie gaz, il risque de devenir plus problématique, depuis que se dessine une tendance à l'alignement sur le prix de la thermie fuel. Nous avons donc réfléchi à la manière de l'intégrer dans l'optimisation dynamique. En fait, par le jeu des provisions mensuelles, des pénalisations en cas de dépassement des limites inférieures ou supérieures de consommation, du plafonnement du prix de la thermie gaz par un prix indexé sur le prix du fuel et recalculé trimestriellement, le prix réel de la thermie gaz n'est connu qu'une fois l'année gazière écoulée. Cela conduit à la formulation d'un problème dynamique sur un horizon d'un an dans lequel l'état contient non seulement la quantité de gaz consommée depuis le début de l'année, mais aussi le prix instantané de la thermie gaz recalculé avec les pénalités. La commande en est la consommation de gaz ; le critère se compose d'un coût intégral chiffrant la différence de coût entre une consommation gaz et une consommation fuel et d'un coût final non nul en cas de non consommation d'un minimum annuel. Outre la difficulté de

formaliser la dynamique du prix de la thermie gaz (complexité du contrat), deux obstacles se posent :

- l'inadéquation des horizons de cette optimisation -l'année- et de l'optimisation dynamique -une, voire quelques semaines. Il est surmontable en imaginant une structure hiérarchisée : à un niveau supérieur, optimisation de l'utilisation du gaz avec un modèle agrégé du fonctionnement de la centrale au cours de l'année (et qui resterait à construire) qui renseignerait le niveau inférieur "optimisation dynamique" sur le combustible à employer.
- l'évolution du prix du fuel impossible à prévoir dans le contexte actuel.

A cause de ce dernier point, nous avons renoncé à poursuivre cette étude annexe d'autant plus que le prix instantané du gaz après réajustement ne diffère que peu du prix instantané ordinaire.

Dans la suite, nous supposerons que :

(H_2) "la grosse chaudière est alimentée au gaz.".

CHAPITRE III. MODELISATION DES DEMANDES EN VAPEUR

1. Prévision de la demande.

Comme nous l'avons dit précédemment, il est impératif, pour prendre les décisions d'arrêt et de marche des équipements à bon escient, de prévoir la demande future globale en vapeur 60 bars et celle en vapeur 6 bars. Une procédure a été instaurée à Chalampé, dont voici les grandes lignes :

1.1. On connaît les prévisions de marche des ateliers, formulées en tonnes de produit, pour une période de trois mois, détaillées jour par jour pour les sept jours qui suivent, regroupées par semaine pour les trois semaines suivantes et enfin par mois. Ces prévisions sont remises à jour quotidiennement sur un horizon glissant de trois mois. Pour chaque atelier, on les convertit en prévisions de consommation en vapeur en les multipliant par un coefficient appelé "consommation spécifique de l'atelier". Cette grandeur est le rapport moyen entre le tonnage et la quantité de vapeur consommée sur une période donnée. Elle a été estimée grâce aux documents comptables des fabrications et contrôlée par mesure ; mais, ces consommations spécifiques, qui actuellement sont des constantes, semblent varier sensiblement avec le niveau de marche de l'atelier et il serait souhaitable ultérieurement de les faire dépendre du régime de marche.

1.2. On totalise ces prévisions pour tous les ateliers d'un même réseau et on les affecte d'un "coefficient de distribution" propre à chaque réseau et qui traduit l'écart entre les débits mesurés en entrée (centrale thermique pour la vapeur, EDF et turboalternateurs pour l'électricité) et les débits mesurés en sortie (consommateurs) dûs aux incomptés, aux pertes diverses et aux erreurs de comptage. Ces coefficients sont réactualisés périodiquement.

On obtient ainsi les prévisions de la demande en vapeur 60 bars et en vapeur 6 bars (exemple de tableaux de prévision figure 1) notées respectivement DP_1 et DP_2.

2. Erreurs de prévision.

De la confrontation de ces prévisions avec les enregistrements journaliers des débits instantanés mesurés à la sortie des générateurs, il ressort que :

PREVISIONS DE CONSOMMATIONS D'UTILITES

UTILITE	UNITE	DATES JANVIER							SEMAINES SUIVANTES				MOIS SUIVANTS	
		8	9	10	11	12	13	14	du 15/01 au 21/01	du 22/01 au 28/01	du 29/01 au 4/02	du 5/02 au 11/02	du 12/02 + 30j	
ELECTRICITE TURBINEE	KwH	332797	319304	226982	226982	246176	246176	308161	2117735	2304471	2370384	2151956	9703951	
ELECTRICITE EDF pour ELECTRICITE MOYENNEE P I	KwH	64326	42537	130936	130936	112701	112701	132288	941257	647498	573887	930924	3230954	
ELECTRICITE MOYENNEE	KwH	397123	361841	357919	357919	358877	358877	440449	3058992	2951969	2944271	3022880	12934905	
ELECTRICITE EDF ACHETEEE	KwH	340666	318877	407276	407276	549162	549162	568749	3996493	3702724	3604479	3943041	15506495	
PRODUCTION TOTALE V 60 SORTIE CHAUDIERE	T	5723	5755	4330	4330	4161	4161	5261	36480	38051	41662	36880	168752	
PRODUCTION TOTALE, V 60 SORTIE CENTRALE	T	1738	1738	1403	1403	1403	1403	1693	11859	13699	14034	11859	54523	
PRODUCTION TOTALE. V 50 SORTIE CENTRALE .	T.	72	125	72	72	72	72	72	504	504	504	504	2160	
PRODUCTION V 25 D. SORTIE CENTRALE	T	879	990	789	789	413	413	667	4672	5166	5313	4773	23098	
PRODUCTION V 6 T SORTIE CENTRALE	T	2814	2700	1919	1919	2081	2081	2605	17908	19487	20045	18198	82062	

Figure 1

- le total journalier prévu diffère notablement de celui qui se réalise effectivement (l'écart pouvant atteindre 50 °/ en valeur absolue).

- la demande varie au cours de la journée (cf. figures 2 et 3) avec une amplitude maximale de 15 à 20 °/ par rapport à la moyenne de la journée. Ces dernières fluctuations peuvent être "épongées" en temps réel, par modification des points de consignes des générateurs en fonctionnement, si une marge de sécurité suffisante a été observée. Par contre, les écarts journaliers doivent être anticipés pour éviter une impasse ; ils sont dûs, entre autres, à des mises en route ou arrêts différés de processus de fabrication entraînant une modification des besoins en énergie non connue en temps voulu, à des facteurs non maîtrisables influant sur la charge -conditions météorologiques par exemple ....-

Le planning de prévisions ne suffit donc pas à représenter les demandes journalières. Par contre, comme il résume certaines variables exogènes (carnets de commandes, plannings de fabrication ...), nous l'avons assimilé à la composante déterministe ("imprédictible") de la demande et nous lui avons superposé une erreur de prévision, modèlisée de façon endogène.

Notons que cette erreur de prévision n'est pas définie de manière unique, puisque une même journée t fait l'objet de plusieurs prévisions - à cinq dates de [t-1, t-7] -. parfois considérablement différentes. (cf. tableau figure 4.).

Par souci d'homogénéité, nous convenons d'appeler "erreur de prévision" ou "aléa" du jour t la différence A(t) entre la prévision de consommation la plus récente DP(t) faite pour ce jour (qui n'est pas forcément la plus exacte) et la consommation reelle D(t) et nous écrivons :

$$(H_3) \quad \text{"}D(t) = DP(t) - A(t)\text{"}$$

Remarque : Nous nous sommes intéressés à l'écart A(t) plutôt qu'au pourcentage d'erreur autour de la demande prévue DP(t) car il y a, semble-t-il assez peu de corrélation entre la valeur absolue de cette erreur et la demande prévue, pour la vapeur 60 bars du moins (coefficient empirique de -0,25, alors que pour la vapeur 6 bars ce même coefficient est de - 0,43.).

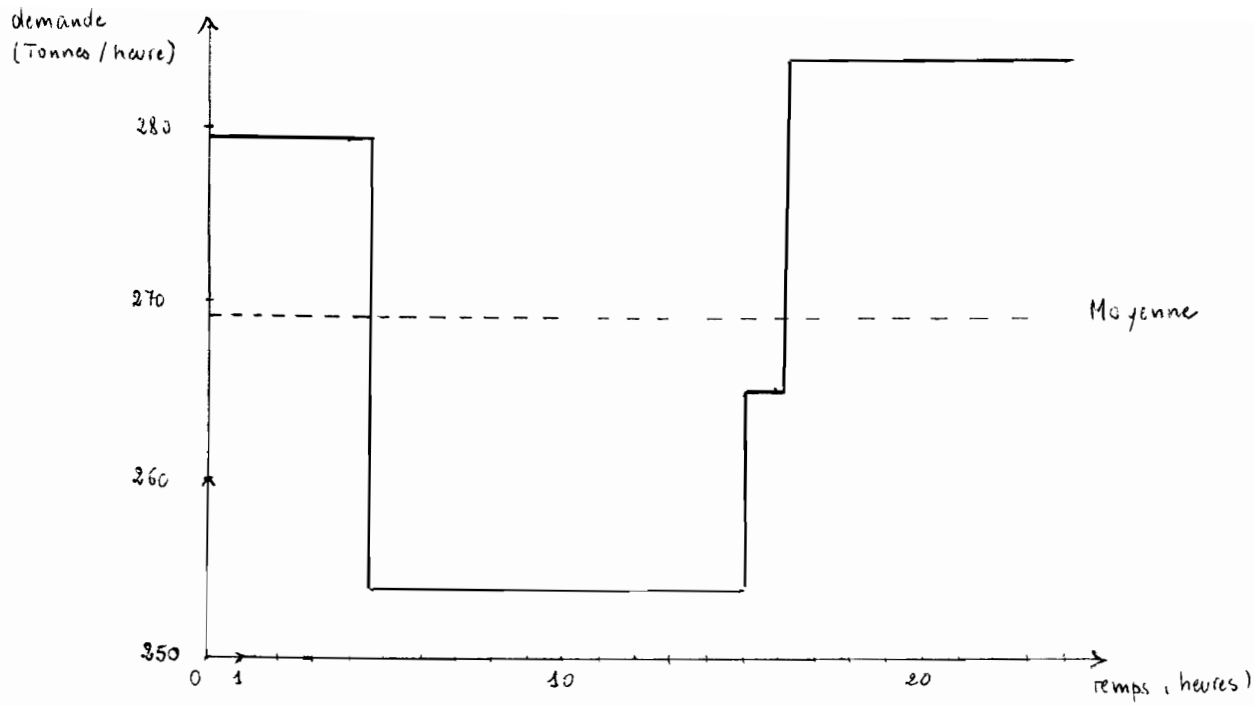


Fig 2. VAPEUR 60 BARS

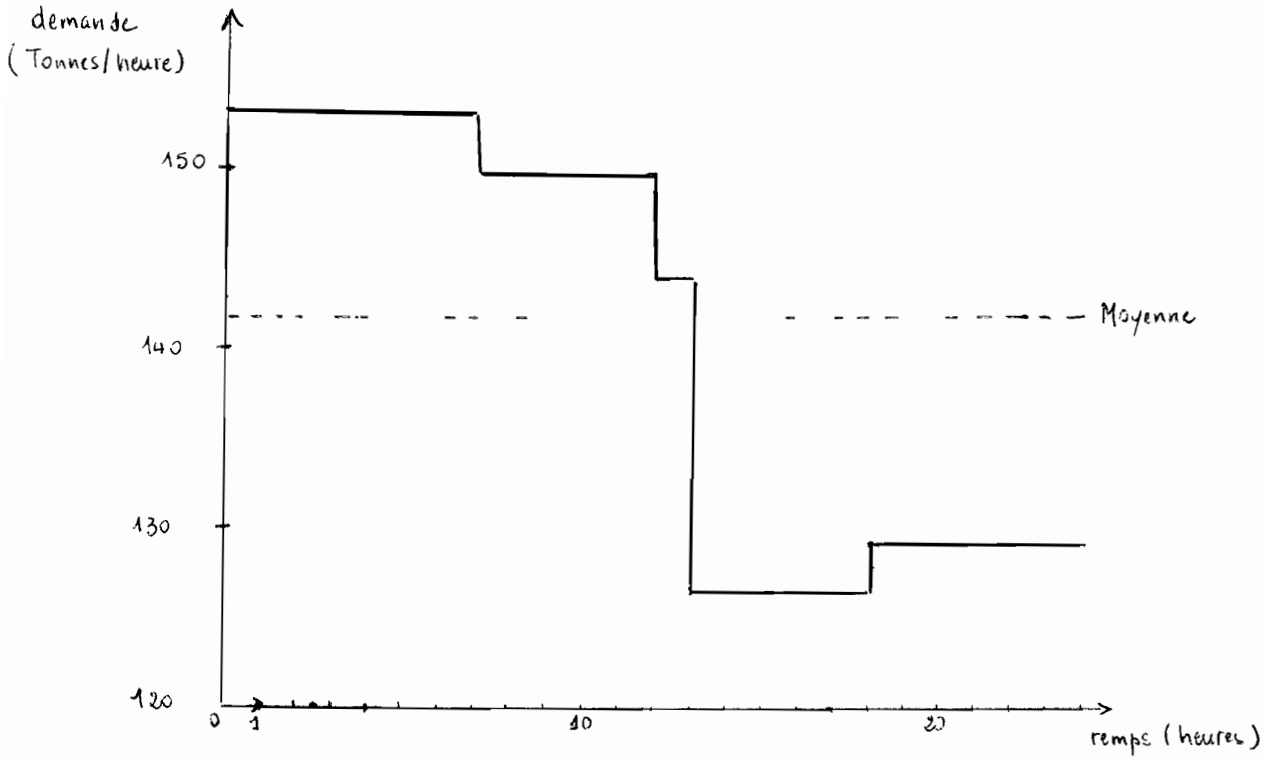


Fig 3 VAPEUR 6 BARS

PREVISIONS À										
T-1	6940	7100	7353	7353	6054			4742	4350	5184
T-2		7103	7448	7452	7452	6454			4349	5081
T-3			7103	7448	7368	7152	5548			5081
T-4	6904			7451	7364	6941	5203	4938		
T-5	7475	7114			7367	6936	4993	4594	4546	
T-6	7707	6464	7481			6940	4590	4594	4200	5276
T-7	5014	6733	7462	7481			4993	4589	4200	4932
REALISÉ	6370	5485	5910	5718	5402	6841	6374	5153	4572	4349

Figure 4

3. Différents types de modèlisatior des erreurs de prévision.

A servi de base pour cette modèlisation la série chronologique des erreurs de prévision $A_1(t)$ vapeur 60 bars et $A_2(t)$ vapeur 6 bars sur la période du 22 Octobre 1979 au 12 Octobre 1980.

3.1. Modèle non statistique

La façon la plus simpliste de modèliser l'erreur de prévision vapeur 60 bars (respectivement 6 bars) est de se contenter de délimiter la plage $[\underline{A}, \overline{A}]$ à l'intérieur de laquelle les aléas prennent leurs valeurs.
Chaque jour t, on considère que la demande en vapeur 60 bars (respectivement 6 bars) est quelconque à l'intérieur du tube

$$T(t) = [DP(t)-\overline{A},\ DP(t)-\underline{A}]$$

et on est amené à aborder l'optimisation dynamique sous l'angle du "worst case design" (cf. BERNHARD et BELLEC [7]).

Vu la longueur de $[\underline{A},\overline{A}]$, de l'ordre de 5000 tonnes pour la vapeur 60 bars - respectivement 3700 tonnes pour la vapeur 6 bars- on risque, avec cette approche, de choisir des politiques de décision trop prudentes et donc peu performantes lorsqu'on les mettra en oeuvre . Il nous a paru préférable de regarder les aléas comme un processus stochastique dont la série chronologique est une réalisation et d'analyser cette série pour retirer toute la substance qu'elle apporte en elle-même.

3.2. Les modèles statistiques.

A partir du moment où on attribue un caractère stochastique aux demandes $D_1(t)$ et $D_2(t)$, c'est le processus stochastique bidimensionnel $(A_1(t), A_2(t))$ qui est mis en cause et, compte-tenu de la relation (1) page 7 il ne se réduit sans doute pas à deux processus unidimensionnels indépendants :

en effet $A_1(t) = A_3(t) + A_2(t)$

$(A_3(t)$ aléa sur $D_3(t))$

d'où covariance $[A_1(t).A_2(t)]$ = covariance $[A_3(t)A_2(t)]$ + variance $[A_2(t)]$

Ainsi, même si $A_3(t)$ et $A_2(t)$ sont indépendants, $A_1(t)$ et $A_2(t)$) ne le sont pas.

La covariance empirique entre $A_1(t)$ et $A_2(t)$, de l'ordre de 0,72, confirme ces présomptions.

Toutefois, comme la représentation d'un processus stochastique bidimensionnel fait appel à davantage de paramètres et que nous ne disposons que d'un nombre relativement faible de données pour l'identifier, nous émettons l'hypothèse suivante :

(H_4) "$A_1(t)$ et $A_2(t)$ sont des processus stochastiques indépendants".

Cette hypothèse est d'ailleurs indipensable si on veut résoudre séparément les problèmes de gestion optimale pour les chaudières et les turboalternateurs. Ce point sera discuté plus loin.

- Remarques préliminaires sur le traitement statistique.

Pour le traitement statistique d'une série temporelle $(x_t)_{t=1,\ldots,n}$ il importe de savoir si la série est stationnaire et, dans la négative, de se ramener par des transformations simples (et inversibles) à une série stationnaire $(w_t)_{t=1,\ldots,N}$ pour laquelle, en rajoutant l'hypothèse d'ergodicité, la moyenne, covariance ... peuvent être estimées par moyennage sur le temps. Les estimateurs auxquels nous ferons référence dans cette étude sont :

$$\text{pour la moyenne } \mu : \hat{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} w_t \qquad (8)$$

pour les covariances

$$\gamma_k = \text{covariance } (w_t . w_{t-k}) : c_k = \hat{\gamma}_k = \frac{1}{N} \sum_{t=k+1}^{N} (w_t - \hat{\mu})(w_{t-k} - \hat{\mu}) \qquad (9)$$

$$\text{pour les corrélations } \rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_o} : r_k = \hat{\rho}_k = \frac{c_k}{c_o} \qquad (10)$$

(On discute cf. PARZEN [28] ,JENKINS AND WATTS [23] le choix du diviseur N ou N-k dans l'estimation de γ_k ; telle qu'elle est donnée, l'estimation de γ_k est biaisée mais a une variance plus faible et la matrice de covariance qui lui est attachée est définie positive) ; nous appelerons "corrélogramme" l'ensemble des $r_{k=0,1,2,\ldots}$.

Parmi les principaux facteurs de non stationnarité (cf. KENDALL [24] ou GRANGER [19]) citons- les tendances : elles s'éliminent par des différences finies successives sur la série : $x'_t = x_t - x_{t-1}$, $x''_t = x'_t - x'_{t-1}$, etc... jusqu'à stationnarité.

- les saisonalités de longueur L : elles sont résorbées par des différences à long terme sur la série $x'_t = x_t - x_{t-L}$.

En cas d'échec après combinaison simultanée de ces deux opérations, on peut recourir à des transformations plus complexes (transformation logarithmique ... BOX and COX [10]).

Les moyens de juger de la stationnarité, outre la nature même de la série, qui bien souvent, laisse présumer le caractère stationnaire ou non, sont :

- l'inspection visuelle du graphe de la série : par exemple une tendance en moyenne se caractérise par des oscillations autour d'une valeur croissant de manière continue ...
- le comportement du corrélogramme : on montre que pour une série stationnaire, les coefficients d'autocorrélation décroissent rapidement vers 0 en oscillant autour de cette valeur (cf. BOX et JENKINS [11]).
- la comparaison des variances des séries différenciées : la variance décroît tant que la stationnarité n'est pas atteinte et recroît si on surdifférencie.

L'application de ces critères à la série des aléas 60 bars comme à celle des aléas 6 bars justifie l'hypothèse :

(H_5) "$A_1(t)$ et $A_2(t)$ sont des processus stationnaires".

Parmi les modèles statistiques, le plus élémentaire est le modèle "bruit blanc" pour lequel les réalisations successives $x_1, x_2, \ldots, x_t, x_{t+1}, \ldots$ sont indépendantes ; son identification revient alors à estimer, en continu, la densité de probabilité, indépendante du temps (hypothèse de stationnarité) à support $[\underline{A}, \overline{A}]$.

$$\forall\, x \in [\underline{A}, \overline{A}] \ , \ p(x) = \text{probabilité } \{A(t) \in [x, x + dx[\}.$$

voire, en discret, les probabilités p_i de chaque intervalle de discrétisation de $[\underline{A}, \overline{A}]$, l'estimateur du maximum de vraisemblance de p_i étant :

$\hat{p}_i = \frac{n_i}{\sum_j n_j} = \frac{n_i}{n}$ où n_i = nombre d'observations dans le i^{e} intervalle.

Des tests pour déterminer si une série $(x_t)_{t=1,\ldots,n}$ est ou non la réalisation d'un bruit blanc gaussien sont mentionnés dans GRENANDER-ROSENBLATT [20], HANNAN [21]. On peut exploiter aussi l'approximation de BARTLETT [3] relative à la variance des autocorrélations estimées d'un processus gaussien :

$$\text{si } \rho_k = 0 \text{ pour } k > q, \text{ alors variance } [r_k]_{k>q} \simeq \frac{1}{n} \{1 + 2 \sum_{j=1}^{q} \rho_j^2\} \qquad (11)$$

ce qui pour un bruit blanc ($\rho_j = 0 \quad \forall j \geq 1$) se traduit par :

$$\text{variance } [r_k]_{k=1,2,\ldots} \simeq \frac{1}{n} \qquad (12)$$

On définit ainsi un intervalle de confiance à 95 % de non significativité des coefficients d'autocorrélation donné par les limites $\mp \frac{2}{\sqrt{n}}$.

Cette technique, expérimentée sur chacune de nos séries, a révélé que les réalisations des aléas 60 bars ainsi que celles des aléas 6 bars sont statistiquement corrélés et nous appelerons ordre de ces processus le nombre des observations des jours précédents qui résument toute l'information contenue dans les observations passées. Pour représenter paramétriquement ces séries, (les représentations non paramétriques qui font l'objet de l'analyse spectrale cf. GRANGER [19] présentent peu d'intérêt dans le contexte de notre étude), nous avons trouvé dans la littérature principalement deux grandes directions d'approche :

. les modèles gaussiens linéaires :
  - représentations markoviennes pour les modèles d'état (en temps discret ou continu) dont le problème de la réalisation est abordé dans FAURRE [16]-RUCKEBUSCH [30].
  - ou modèles ARMA (Autoregressive moving average) dans les méthodes de BOX-JENKINS [11], utilisés fréquemment en économie. Notons que des travaux récents ont montré, que par des transformations mathématiques, on passait des uns aux autres et que les méthodes de prédiction faites avec les ARMA étaient en fait équivalentes au filtre de Kalman (BENSOUSSAN [5]).

Pour ces modèles linéaires, l'identification comporte à la fois la détermination de l'ordre du modèle et l'estimation des paramètres dans la sous-classe sélectionnée, l'objectif étant d'obtenir un modèle qui "colle" bien aux données , tout en utilisant un nombre aussi faible que possible de paramètres. (principe de "parsimonie".).

. les modèles markoviens non linéaires : chaînes de Markov en discret dont l'équivalent continu est le processus de diffusion [cf. QUADRAT-DELBECQUE [15]).

Avec cette approche, aucune hypothèse sur la linéarité n'est faite à priori, mais on s'impose l'ordre du processus.

Nous avons exploré simultanément ces deux structures de modèles : ARMA et chaîne de Markov (comme nous travaillons en discret, il est peu recommandé d'identifier un processus de diffusion pour le digitaliser ensuite) afin de dégager les avantages et les inconvénients de l'utilisation de chacune dans l'optimisation dynamique.

4. Modélisation à la BOX et JENKINS.

4.1. Les modèles ARMA et leur identification.

Nous nous contentons ici d'exposer brièvement le principe de la méthode; pour plus de détails on se reportera soit à BOX-JENKINS [11] soit à ANDERSON [2]. Etant donné une série temporelle (z_t) stationnaire, gaussienne, de moyenne nulle, un modèle ARMA (p,q) est un mélange :

- d'un modèle autoregressif d'ordre p - AR(p) - qui explique la valeur z_t par la somme d'un terme purement aléatoire et d'une pondération des valeurs antérieurs $z_{t-1}, z_{t-2}, \ldots, z_{t-p}$.

- et d'un modèle moyenne mobile d'ordre q-MA(q)- qui, lui, explique la valeur z_t par la somme d'un terme aléatoire et d'une pondération des résidus des dernières observations $z_{t-1}-\hat{z}_{t-1}$, $z_{t-2}-\hat{z}_{t-2}, \ldots, z_{t-q}-\hat{z}_{t-q}$ ($\hat{z}_i$: valeur prévue pour l'instant i) ; sa forme générale s'écrit :

$$z_t = \varphi_1 z_{t-1} + \varphi_2 z_{t-2} + \ldots + \varphi_p z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} \ldots - \theta_q a_{t-q} \qquad (13)$$

a_t variables aléatoires centrées, indépendantes, de variances σ_a^2 . En fait, tout AR(p) peut se mettre sous la forme d'un MA(∞). et. vice-versa, tout MA(q) peut se mettre sous la forme d'un AR(∞). L'intérêt du ARMA (p,q) réside dans la minimalité du nombre des paramètres explicités.

Lorsqu'on se propose de déterminer le modèle (13) pour une série chronologique $(x_t)_{t=1,\ldots,N}$ stationnaire, après avoir vérifié, en construisant son histogramme, que l'hypothèse de normalité était légitime, trois phases se succèdent, avec éventuellement des itérations voire des retour en arrière :

a. Choix de l'ordre p_o de la partie AR et de l'ordre q_o de la partie MA. Il est guidé par l'examen du graphe des autocorrélations estimées (noté A.C.F.) $\{r_k\}_{k=1,2,\ldots,K}$ (cf. définition (10) de r_k page 19 et du graphe des autocorrélations partielles estimées (noté P.A.C.F) $\{\hat{\varphi}_{kk}\}_{k=1,2,\ldots,K}$ (K de l'ordre de $\frac{N}{4}$ suffit pour N observations) obtenues en remplaçant ρ_i par r_i dans la formule de définition :

$$\varphi_{kk} = \frac{\text{déterminant} \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-2} & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \cdots & \rho_{k-3} & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-4} & \rho_3 \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & & \rho_1 & \rho_k \end{bmatrix}}{\text{déterminant} \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & & \rho_{k-2} \\ \rho_2 & \rho_1 & & \rho_{k-3} \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & & 1 \end{bmatrix}} \qquad (14)$$

Il s'interprète comme la corrélation partielle entre x_t et x_{t-k}, les autres variables $x_{t-1},\ldots,x_{t-k+1}$ étant fixées.

On montre que si $\varphi_{kk} = 0$ pour $k > q$, alors variance $[\hat{\varphi}_{kk}]_{k>q} \simeq \frac{1}{N}$ (15)

Par référence au comportement des A.C.F. et P.A.C.F. des modèles théoriques :

si les $(\hat{\varphi}_{kk})$ ressemblent à un bruit blanc de moyenne nulle et de variance $\frac{1}{N}$ au-delà d'un rang p, on opte pour un AR(p) : $\begin{cases} p_o = p \\ q_o = 0 \end{cases}$

si les $(r_k)_{k>q}$ sont analogues à un bruit blanc de moyenne nulle et de variance $\frac{1}{N}(1+2\sum_{1}^{q} r_i^2)$ (cf. formule (11) page 21), on sélectionne un MA(q) $\begin{cases} p_o = 0. \\ q_o = q. \end{cases}$

si les (r_k) et les $(\hat{\varphi}_{kk})$ s'étendent à l'infini, on s'oriente vers un ARMA. Comme bien souvent en pratique, $p+q \leqslant 2$, on essaie d'abord un ARMA (1,1).

b. calcul des paramètres qui optimisent l'adéquation du modèle soit à la série observée elle-même, soit à la série $(x_t - \mu)$ si la moyenne estimée $\hat{\mu}$ (cf.(8) page 19) est significativement différente de 0.

c. vérification de la validité du modèle en s'assurant que, d'une part, les résidus du modèle estimé se comportent quasiment comme un bruit blanc et, d'autre part, une suridentification n'améliore pas la variance du bruit résiduel.

De plus, si plusieurs modèles sont en compétition , on peut recourir à certains critères caractérisant la qualité de l'identification (AKAIKE [1]).

4.2. Résultats et commentaires.

Nous nous sommes servis du programme d'identification que possède le centre de calcul de Rhône-Poulenc pour traiter les réalisations disponibles au moment où nous avons effectué les "passages machine". (224 observations).

Vapeur 60 bars : (cf. Annexe II.).

Les résultats doivent être considérés avec prudence du fait que l'histogramme ne ressemble pas à celui d'une loi normale, mais présente deux "bosses" (correspondant peut-être à un manque d'homogénéité dans la façon

d'établir les prévisions). Un modèle autoregressif d'ordre deux (éventuellement d'ordre trois ; dans le contexte actuel la suridentification est peu justifiée. Les coefficients du AR(3) ne diffèrent pas de façon significative de ceux du AR(2) et la variance des résidus n'est pas sensiblement diminuée) permet d'obtenir un bruit résiduel à peu près blanc mais de variance encore élevée $\hat{\sigma}_a^2 = (518,5)^2$ comparée à celle de la série initiale

Vapeurs 6 bars : (cf. Annexe II.).
L'histogramme se rapproche davantage d'une allure gaussienne. Un modèle autoregressif d'ordre 1 semble, pour le moment, suffire.
La variance des résidus est $\hat{\sigma}_a^2 = (411,8)^2$.

La largeur de la variance du bruit blanc résiduel s'explique par le peu de fidèlité des prévisions faites : elle pourrait être réduite par une meilleure connaissance des consommations spécifiques et notamment l'utilisation de courbes de consommations spécifiques.

L'avantage de cette méthode réside dans le faible nombre de paramètres à estimer ce qui ne nécessite pas une série observée très longue (en principe une centaine d'observations suffit). Par contre l'ordre retenu pour la vapeur 60 bars (2 voire 3), quoique intrinsèquement guère élevé, risque d'alourdir considérablement l'optimisation dynamique [cf. chapitre V §1] et aucun profit, en revanche, n'est retiré de la structure linéaire. Aussi la seconde approche semble-t-elle plus attractive.

5. Chaînes de Markov

A notre connaissance, il n'existe pas de tests statistiques permettant de déterminer l'ordre d'une chaîne de Markov. On peut estimer l'entropie des lois de probabilité conditionnelles $p(x_t), p(x_t|x_{t-1}), p(x_t|x_{t-1},x_{t-2})$ etc... et, compte-tenu des propriétés de l'entropie conditionnelle (cf. GALLAGER [17]) s'arrêter à l'ordre à partir duquel l'entropie cesse de décroître. Cependant, alors qu'avec un modèle linéaire les non linéarités éventuelles du processus sont compensées au prix d'un ordre élevé, il ne paraît pas déraisonnable -et les ordres 2 et 1 des modèles linéaires identifiés pour les vapeurs 60 bars et 6 bars respectivement nous réconfortent dans notre intention- de rendre compte des aléas avec une chaîne de Markov d'ordre 1. Il est nécessaire, en premier lieu, de discrétiser la plage $[\underline{A},\overline{A}]$ en un nombre NA d'intervalles avant d'identifier la chaîne de Markov stationnaire à NA états c'est à dire

les NA^2 coefficients p_{ij} de la matrice de transition

$$p_{ij} = \text{probabilité } (A(t) \in \text{ classe } i \mid A(t-1) \in \text{ classe } j)$$

Le pas de discrétisation doit être choisi de telle sorte que les décisions préconisées par l'optimisation dynamique ne soient pas trop sensibles au biais introduit par la quantification. Dans ce but, nous avons pris l'amplitude de l'intervalle de discrétisation de l'ordre du tiers de la plus petite capacité journalière des générateurs (480t pour la vapeur 60 bars et 600 t pour la vapeur 6 bars). La plage $[\underline{A},\overline{A}]$ est aussi couverte avec

$NA_1 = 11$ intervalles pour la vapeur 60 bars.

$NA_2 = 7$ intervalles pour la vapeur 6 bars.

Le lemme suivant renseigne sur l'estimateur du maximum vraisemblance de la matrice de transition.

Lemme : étant donné une séquence observée $\{i(t) ; t=1,\ldots,N\}$ où $i(t)$ prend ses valeurs dans $\{1,\ldots,NA\}$, soit N_{ij} le nombre de fois où l'on a observé la séquence $\{i(t) = j, i(t+1) = i\}$, alors si on considère que cette séquence a été produite par une chaîne de Markov à NA états, l'estimateur $\hat{p}_{ij}$ du maximum de vraisemblance est :

$$\hat{p}_{ij} = \frac{N_{ij}}{\sum_i N_{ij}} \qquad (15)$$

Preuve : La probabilité de la séquence observée connaissant $i(1)$ est :

$$p_{i(2)i(1)}\, p_{i(3)i(2)} \cdots p_{i(n)i(n-1)} = \prod_{ij} p_{ij}^{N_{ij}}$$

si $\{p_{ij}\}_{\substack{i=1,\ldots,NA \\ j=1,\ldots,NA}}$ est la matrice de transition inconnue.

Les estimateurs du maximum de Vraisemblance $(\hat{p}_{ij})_{\substack{i=1,\ldots,NA \\ j=1,\ldots,NA}}$ s'obtiennent en

$$\max_{p_{ij}} \prod_{i,j} p_{ij}^{N_{ij}} \quad \text{sous} \quad \sum_i p_{ij} = 1 \quad \forall j = 1,\ldots,NA$$

$$p_{ij} \geqslant 0 \qquad \forall i = 1,\ldots,NA$$
$$\forall j = 1,\ldots,NA$$

Il est évident qu'à l'optimum $N_{ij} \neq 0 \Leftrightarrow p_{ij} \neq 0$

En posant $p_{ij} = 0$ si $N_{ij} = 0$, en prenant le logarithme du critère à maximiser et en dualisant les contraintes de normalisation (multiplicateurs λ_j), le lagrangien s'écrit

$$\sum_{i,j} N_{ij} \text{ Log } p_{ij} + \sum_{j} \lambda_j \left(\sum_{i} p_{ij} - 1\right)$$

Les conditions de stationnarité en $\hat{p}_{ij} > 0$ sont :

$$\frac{N_{ij}}{\hat{p}_{ij}} + \lambda_j = 0 \Rightarrow \hat{p}_{ij} = - \frac{N_{ij}}{\lambda_j}$$

en sommant : $1 = \sum_{i} \hat{p}_{ij} = - \sum_{i} N_{ij} \times \frac{1}{\lambda_j} \Rightarrow \lambda_j = - \sum_{i} N_{ij}$

d'où $\hat{p}_{ij} = + \frac{N_{ij}}{\sum_{i} N_{ij}}$ cqfd ■

A l'aide d'un programme, spécialement écrit à cet effet, nous avons estimé, avec 287 observations, les matrices de transition pour la vapeur 60 bars et pour vapeur 6 bars.

Vapeur 60 bars

	1,000							
	0,500		0,250	0,250				
0,071	0,214	0,429	0,143		0,071	0,071		
	0,095	0,452	0,405			0,024		0,024
0,014	0,029	0,188	0,507	0,130	0,101	0,029		
	0,027	0,081	0,270	0,324	0,189	0,081		0,027
	0,019	0,019	0,039	0,250	0,462	0,173	0,019	0,019
0,059			0,029	0,029	0,353	0,324	0,176	0,029
				0,056	0,111	0,111	0,556	0,167
		0,100				0,500	0,100	0,200 0,
								1,000

$$\begin{bmatrix}
0,5 & 0,5 & & & & & \\
 & 0,615 & 0,154 & 0,231 & & & \\
0,012 & 0,012 & 0,630 & 0,309 & 0,037 & & \\
 & 0,010 & 0,222 & 0,576 & 0,182 & 0,010 & \\
 & 0,017 & 0,085 & 0,254 & 0,525 & 0,119 & \\
 & & & 0,167 & 0,208 & 0,542 & 0,083 \\
 & & & & 0,5 & 0,5 &
\end{bmatrix}$$

La mauvaise "qualité" de ces matrices, notamment de celle des aléas 60 bars, fait ressortir l'inconvénient majeur de cette modélisation : un nombre élevé NA^2 de paramètres à identifier ce qui nécessite des séries chronologiques très longues. (On compte généralement une vingtaine de données par paramètre à estimer).

Toutefois, pour faciliter l'optimisation dynamique, c'est cette modélisation (H_6) "$A_1(t)$ et $A_2(t)$ sont des chaînes de Markov de matrices de transition respectives $M_1(NA_1 \times NA_1)$ et $M_2(NA_2 \times NA_2)$", que nous avons retenue, quitte à estimer M_1 et M_2 par d'autres techniques suggérées dans le paragraphe suivant.

6. Combinaison des deux approches.

L'obstacle venant du fait que la série chronologique analysée n'est pas suffisamment "étoffée" pour une identification robuste, pourrait être surmonté, en utilisant les modèles AR identifiés en vue de simuler des séries aussi longues que souhaitable et qui serviraient de base à l'estimation des coefficients de la chaîne de Markov. Nous n'avons pas expérimenté ce procédé. Par contre, nous avons établi, par des calculs analytiques les liens entre les deux types de modèles.

6.1. Passage d'un AR (1) à une chaîne de Markov.

Soit un processus stationnaire x_t de moyenne m, représenté par un modèle autoregressif d'ordre 1 d'équation :

$x_t - m = \varphi(x_{t-1} - m) + a_t$ où a_t est un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et d'écart type σ : Probabilité $(a_t < x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{u^2}{2\sigma^2}} du$

Lemme : La loi invariante de x_t est une gaussienne de moyenne m et d'écart type Σ vérifiant :

$$\Sigma^2 = \varphi^2 \Sigma^2 + \sigma^2.$$

c à d $$\Sigma^2 = \frac{\sigma^2}{1-\varphi^2} \qquad (16)$$

preuve : $\mathbb{E}((x_t - m)(x_t - m)) = \mathbb{E}([\varphi(x_{t-1} - m) + a_t][\varphi(x_{t-1} - m) + a_t])$

$$= \varphi^2 \mathbb{E}[(x_{t-1} - m)(x_{t-1} - m))] + \mathbb{E}[a_t a_t] + 2\varphi\, \mathbb{E}[a_t (x_{t-1} - m)]$$

du fait de la stationnarité $\mathbb{E}[(x_{t-1} - m)(x_{t-1} - m)] = \Sigma^2$

du fait de la non corrélation de a_t avec x_{t-1} $\mathbb{E}[a_t (x_{t-1} - m)] = 0$

d'où $\mathbb{E}[(x_t - m)(x_t - m)] = \varphi^2 \mathbb{E}[(x_t - m)(x_t - m)] + \mathbb{E}[a_t a_t]$.

Lemme : La loi conditionnelle de x_t connaissant x_{t-1} est une gaussienne de moyenne $m + \varphi(x_{t-1} - m)$ et d'écart type σ.

Preuve : Probabilité $(x_t < x \mid x_{t-1} = y)$ = Probabilité $(\varphi y - \varphi m + a_t + m < x)$

= Probabilité $(a_t < x - [m + \varphi(y - m)])$

$$= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x-[m+\varphi(y-m)]} e^{-\frac{u^2}{2\sigma^2}} du$$

$$= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{[u-m-\varphi(y-m)]^2}{2\sigma^2}} du \qquad \text{cqfd} \ \blacksquare$$

Reste à discrétiser cette loi conditionnelle pour calculer la matrice de transition de la chaîne de Markov qui lui est associée.

La méthode indiquée ci-dessous est valable pour une densité de probabilité conditionnelle $\Psi(x|y)$ gaussienne de moyenne $\phi(y)$ et de variance S^2 :

$$\Psi(x_o|y_o) = \text{probabilité } (x \in [x_o, x_o+dx[\,|y=y_o) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}S} \; e^{-\frac{1}{2}\frac{(x_o - \phi(y_o))^2}{S^2}}$$

Si l'intervalle de discrétisation $[\underline{A}, \overline{A}]$ est divisé en NA classes de longueur Δ telle que $NA.\Delta = \overline{A} - \underline{A}$, nous avons :

$$\Psi^j(y_o) = \text{Probabilité } (x \in \text{classe } j|y = y_o) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}S} \int_{\underline{A}+(j-1)\Delta}^{\underline{A}+j\Delta} e^{-\frac{1}{2}\frac{(x-\phi(y_o))^2}{S^2}} dx$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}S} \int_{\underline{A}+(j-1)\Delta-\phi(y_o)}^{\underline{A}+j\Delta-\phi(y_o)} e^{-\frac{x^2}{2S^2}} dx$$

Pour éviter les effets de bord on convient que :

$$\Psi^1(y_o) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}S} \int_{-\infty}^{\underline{A}-\phi(y_o)} e^{-\frac{x^2}{2S^2}} dx.$$

$$\Psi^{NA}(y_o) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}S} \int_{\underline{A}+(NA-1)\Delta-\phi(y_o)}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2S^2}} dx.$$

de sorte que

$$\sum_{j=1}^{NA} \Psi^j(y_o) = 1$$

Alors probabilité $(x \in \text{classe } j|y \in \text{classe } i) = \int_{\underline{A}+(i-1)\Delta}^{\underline{A}+i\Delta} \Psi^j(y) \frac{dy}{\Delta}$

soit $p_{ji} = \frac{1}{\Delta} \int_{\underline{A}+(i-1)\Delta}^{\underline{A}+i\Delta} \Psi^j(y)dy$

On est ramené à calculer l'intégrale de $\Psi^j(y)$ sur $[\underline{A}+(i-1)\Delta, \underline{A}+i\Delta]$ $\forall j = 1,\ldots,NA$ et $\forall i = 1,\ldots,NA$. On y parvient numériquement après avoir évalué $\psi^j(y)$ en un nombre suffisamment grand de points de discrétisation de l'intervalle $[\underline{A}+(i-1)\Delta, \underline{A}+i\Delta]$. (cf. annexe II).

6.2. Passage d'un AR(2) à une chaîne de Markov.

Soit un processus stationnaire x_t de moyenne m décrit par un modèle autorégressif d'ordre 2 d'équation :

$$x_t - m = \varphi_1(x_{t-1}-m) + \varphi_2(x_{t-2}-m) + a_t$$

avec a_t bruit blanc gaussien de moyenne nulle et d'écart-type σ .

Lemme : a) La loi stationnaire de x_t est une gaussienne de moyenne m et d'écart-type $\sum$.

$$\sum = \sigma \sqrt{\frac{1-\varphi_2}{(1+\varphi_2)(1+\varphi_1-\varphi_2)(1-\varphi_2-\varphi_1)}} \qquad (17)$$

b) La loi conjointe de (x_t, x_{t-1}) est la loi normale bidimensionnelle de densité

$$p(x_t, x_{t-1}) = \frac{1}{2\pi \Sigma^2 (1-\rho^2)^{1/2}} \exp\left\{ -\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[\frac{(x_t-m)^2 + (x_{t-1}-m)^2 - 2\rho(x_t-m)(x_{t-1}-m)}{\sum^2} \right] \right\} \qquad (18)$$

où ρ est le coefficient de corrélation entre x_t et x_{t-1}.

$$\rho = \frac{\varphi_1}{1-\varphi_2} \qquad (19)$$

Preuve : Revenons à la représentation d'état :

$$X_t = \begin{pmatrix} x_t - m \\ x_{t-1} - m \end{pmatrix}$$

Le modèle s'écrit :

$$X_t = \begin{pmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X_{t-1} + \begin{pmatrix} a_t \\ 0 \end{pmatrix}$$

Soit $X_t = F\, X_{t-1} + v_t$

v_t bruit blanc tel que : $Q = \mathbb{E}(v_t v'_t) = \begin{pmatrix} \sigma^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

L'équation vérifiée par $P = \mathbb{E}[X_t . X_t']$, matrice de covariance de X_t, est :

$$P = FPF' + Q$$

Posant

$$P = \begin{pmatrix} \sum^2 & \rho \sum^2 \\ \rho \sum^2 & \sum^2 \end{pmatrix}$$

on a :

$$\begin{pmatrix} \sum^2 & \rho \sum^2 \\ \rho \sum^2 & \sum^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum^2 & \rho \sum^2 \\ \rho \sum^2 & \sum^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 & 1 \\ \varphi_2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

d'où les 2 équations :

$$\begin{cases} \sum^2 = (\varphi_1(\varphi_1 + \rho\varphi_2) + \varphi_2(\rho\varphi_1 + \varphi_2)) \sum^2 = \sigma^2 \\ \rho\sum^2 = (\varphi_1 + \rho\varphi_2) \sum^2 \end{cases}$$

soit $\rho(1-\varphi_2) = \varphi_1 \Rightarrow \rho = \dfrac{\varphi_1}{1-\varphi_2}$

puis $$\sum^2 = \sigma^2 \frac{(1-\varphi_2)}{(1+\varphi_2)(1-\varphi_2+\varphi_1)(1-\varphi_2-\varphi_1)}$$

Le 2e résultat annoncé est classique, une fois ρ connu. cqfd ■

<u>Lemme</u> : La loi conditionnelle de x_t connaissant x_{t-1} est une gaussienne de moyenne $m + \dfrac{\varphi_1}{1-\varphi_2}(x_{t-1}-m)$ et de variance $S^2 = \dfrac{\sigma^2}{(1+\varphi_2)(1-\varphi_2)}$ (20)

<u>Preuve</u> : probabilité $(x_t = x \mid x_{t-1} = u) = \dfrac{\text{probabilité } (x, u)}{\text{probabilité } (x_{t-1} = u)}$ (loi des probabilités conditionnelles).

$$\text{probabilité } (x_t = x \mid x_{t-1} = u) =$$

$$\frac{\sqrt{2\pi}\ \Sigma}{2\pi \sum^2 (1-\rho^2)^{1/2}} \exp\left\{ - \frac{1}{2(1-\rho^2)} \frac{(x-m)^2 + (u-m)^2 - 2\rho(x-m)(u-m)}{\sum^2} + \frac{1}{2} \frac{(u-m)^2}{\sum^2} \right\}$$

$$\text{probabilité}\ (x_t = x \mid x_{t-1} = u)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\Sigma(1-\rho^2)^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \frac{(x-m)^2+\rho^2(u-m)^2-2\rho(x-m)(u-m)}{\Sigma^2}\right\}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\Sigma\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \frac{(x-m-\rho(u-m))^2}{\Sigma^2}\right\}$$

posant $S^2 = (1-\rho^2)\,\Sigma^2 = \Sigma^2\,(1-\dfrac{\varphi_1^2}{(1-\varphi_2)^2})$

soit $S^2 = \dfrac{\sigma^2}{(1+\varphi_2)(1-\varphi_2)}$

on a le résultat annoncé cqfd ■

On est à nouveau ramené au problème du calcul des probabilités conditionnelles partant d'une loi conditionnelle continue gaussienne et la méthode décrite au §6.1 s'applique $\psi(y) = m + \dfrac{\varphi_1}{1-\varphi_2}(y-m)$.

$$S^2 = \frac{\sigma^2}{(1+\varphi_2)(1-\varphi_2)}$$

6.3. Résultats.

La discrétisation des modèles AR(2) et AR(1) retenus pour l'aléa vapeur 50 bars et l'aléa vapeur 6 bars respectivement conduisent aux matrices de transition suivantes :

vapeur 60 bars : modèle $(z_t - 57,28) = 0,6433(z_{t-1} - 57,28) + 0,2007(z_{t-2} - 57,28) + a_t$

avec $\hat{\sigma}_a = 518,53.$

0,346	0,339	0,224	0,0070	0,011						
0,134	0,277	0,331	0,189	0,052	0,007					
0,034	0,140	0,304	0,315	0,156	0,037	0,004				
0,006	0,044	0,173	0,324	0,291	0,125	0,025	0,002			
	0,008	0,061	0,207	0,336	0,261	0,097	0,017	0,001		
	0,001	0,013	0,082	0,241	0,339	0,228	0,073	0,011		
		0,002	0,020	0,107	0,273	0,333	0,194	0,054	0,007	
			0,003	0,029	0,136	0,301	0,317	0,160	0,039	0,005
				0,05	0,042	0,169	0,322	0,294	0,128	0,029
					0,008	0,059	0,203	0,335	0,265	0,120
					0,001	0,013	0,080	0,237	0,339	0,321

vapeur 6 bars : modèle $(z_t - 241,3) = 0,722\ (z_{t-1} - 241,3) + a_t$

avec $\hat{\sigma}_a = 411,77.$

0,328	0,496	0,159	0,009			
0,074	0,402	0,427	0,086	0,003		
0,007	0,137	0,483	0,324	0,040		
	0,019	0,230	0,510	0,216	0,017	
	0,001	0,045	0,339	0,474	0,126	0,006
		0,004	0,094	0,439	0,389	0,067
			0,010	0,171	0,501	0,310

Bien entendu, ces matrices sont beaucoup plus "régulières" mais la comparaison avec les matrices estimées par voie directe est difficile : il faudrait, peut-être, définir, en liaison avec les performances obtenues lorsqu'on les utilise dans l'optimisation dynamique, un critère caractérisant leur "qualité".

Elle vise à répartir "au mieux" la charge instantanée sur les générateurs (chaudières ou turboalternateurs) en fonctionnement. Nous raisonnons ici sur une période d'une heure au cours de laquelle la demande est supposée constante.

1. Cas des chaudières.

Le critère à minimiser est le coût de production de la demande D horaire en vapeur 60 bars avec la configuration C, le coût optimal résultant sera noté $\overline{G}(C,D)$.

1.1. Formulation.

Soit I l'ensemble des indices des chaudières en marche dans la configuration

P_i la puissance nominale (en tonnes/h) de la chaudière i et x_i la fraction de cette puissance à laquelle on règle la chaudière ; x_i varie dans la plage $[\underline{x},\overline{x}]$.

$F_i(x_i)$ la quantité de combustible consommée par tonne de vapeur produite au régime x_i

$$F_i(x_i) = \frac{(\Delta Hv)}{(PC\ I)_i} \times \frac{1}{r_i(x_i)}$$

(ΔHv) = différente d'enthalpie unitaire entre la vapeur 60 bars produite et l'eau alimentaire = 670 thermies/tonne vapeur.

(PCI) = pouvoir calorifique inférieur du combustible = 9750 thermies/tonne de fuel.

= 7,680 thermies/Nm^3 de gaz naturel.

(Nm^3 = "Normaux-m^3" c'est à dire mesuré à 0°C et sous 76 cm de mercure).

$r_i(x_i)$ = rendement global de la chaudière.

Le problème d'optimisation statique s'énonce :

$$\min_{\substack{(x_i)\in[\underline{x},\overline{x}] \\ i\in I}} \sum_{i\in I} \left((p_c)_i . F_i(x_i) . P_i x_i - (p_e) . (C_{ae})_i(x_i) + (p_6) . (C_{av})_i(x_i)\right)$$

$$\text{sous} \sum_{i\in I} P_i x_i = D$$

avec $(p_c)_i$ = prix du combustible utilisé.

(p_6) = prix de la tonne de vapeur 6 bars.

(p_e) = prix du KWh électrique.

Se reportant au chapitre II § 3.3 pour les expressions de $(C_{ae})_i(x_i)$ et $(C_{av})_i(x_i)$ on a à résoudre

$$(\mathcal{P}) \quad \min_{(x_i)\ [\underline{x},\overline{x}]} \sum_{i\in I} ((p_c)_i + K_i(p_6))\frac{(\Delta Hv)}{(P\ CI)_i}\ \frac{P_i x_i}{r_i(x_i)} + p_e.((a_e)_i x_i + (b_e)_i)$$

$$i\in I$$

$$\text{sous} \sum_{i\in I} P_i x_i = D$$

1.2. Méthode générale de résolution.

Parmi les nombreuses méthodes de résolution des problèmes de minimisation sous contrainte, la méthode duale (cf LUENBERGER [27]) a retenu notre attention du fait de la forme additive du critère et de la contrainte. En effet le Lagrangien a alors lui-même la propriété de séparabilité.

Il s'écrit ici, en posant $J_i(x_i)=((p_c)_i+K_i(p_6))\frac{(\Delta Hv)}{(PCI)_i}\ \frac{P_i x_i}{r_i(x_i)} + p_e.((a_e)_i x_i+(b_e)_i)$

$$\mathcal{L}(x_i,\lambda) = \sum_{i\in I} J_i(x_i) + \lambda\Big(\sum_{i\in I} P_i x_i - D\Big)$$

$$= \sum_{i\in I} (J_i(x_i) + \lambda\ P_i x_i) - \lambda D$$

On sait que $(\mathcal{P}) \Leftrightarrow \min_{(x_i)\ \in\ [\underline{x},\overline{x}]} \max_{\lambda} \mathcal{L}(x_i,\lambda)$

$$i\in I$$

Si on lui associe son problème dual $(\mathcal{P}^*)$

$$(\mathcal{P}^*) \quad \max\ h(\lambda) = \max \min_{(x_i)\ i\in I\in[\underline{x},\overline{x}]} \mathcal{L}(x_i,\lambda)$$

le calcul de la fonction duale $h(\lambda)$ se scinde en cardinal (I) minimisations unidimensionnelles et il suffit d'itérer sur le paramètre dual λ pour faire croître $h(\lambda)$.

Quelle que soit la structure de $(\mathcal{P})$, l'inégalité suivante est vérifiée :

$$\min (\mathcal{P}) - \max (\mathcal{P}^*) \geq 0.$$

De plus la différence - saut de dualité - est nulle lorsque le Lagrangien admet un point-selle. C'est le cas notamment si le critère est convexe et la contrainte linéaire. Résoudre $(\mathcal{P})$ équivaut alors à trouver un point-selle du Lagrangien.

Si le lagrangien $\mathcal{L}(x,\lambda)$ est strictement convexe en x, à λ fixé, la fonction duale est alors différentiable et un algorithme à deux niveaux (cf LASDON-SCHOEFFLER [25]) du type suivant est utilisable pour la recherche du point-selle (voir aussi COHEN [13]) :

1^o) choisir λ^o ; poser $k = 0$.

2^o) au pas k résoudre.

$\min_{(x_i)_{i\in I}\in[\underline{x},\overline{x}]} \mathcal{L}(x_i,\lambda^k)$ qui se décompose en cardinal (I) sous-problèmes indépendants à une variable.

$$(\mathcal{P}_i)^k \qquad \min_{x_i\in[\underline{x},\overline{x}]} \; J_i(x_i) + \lambda^k P_i x_i.$$

Soit x_i^k la solution (unique grâce à l'hypothèse de stricte convexité).

Remarquons, à ce propos, que si deux chaudières de même type fonctionnent simultanément -i_1 et i_2 par exemple- alors $J_{i_1}(x) \equiv J_{i_2}(x)$

$$P_{i_1} \equiv P_{i_2}$$

et nécessairement, $\forall k$, $x_{i_1}^k = x_{i_2}^k$; ceci diminue d'autant le nombre des sous-problèmes $(\mathcal{P}_i)^k$ à traiter. A l'optimum, bien sûr, on aura $x_{i_1}^* = x_{i_2}^*$.

3^o) ajuster λ^k -soit par une formule de gradient : l'Argument du Minimum de $L(x,\lambda)$ étant unique, le gradient de $h(\lambda)$ au point λ^k est $(\sum_{i\in I} P_i x_i^k - D)$, d'où la formule d'itération : $\lambda^{k+1} = \lambda^k + \rho(\sum_{i\in I} P_i x_i^k - D)$.

C'est l'algorithme d'UZAWA pour la recherche de point-selle.

- soit par dichotomie à l'intérieur d'un intervalle de variation de λ.

4^o) Retourner à 2^o) tant que la convergence n'est pas atteinte.

Dans le cas où les rendements $r_i(x_i)$ sont des constantes r_i, les fonctions $J_i(x_i)$ sont linéaires :

$$J_i(x_i) = \left[\frac{(p_c)_i + K_i.(p_6)}{r_i} \cdot \frac{(\Delta Hv)}{(PCI)_i} + p_e \cdot \frac{(a_e)_i}{P_i}\right] P_i x_i + p_e.(b_e)_i$$

Elles sont donc convexes, mais pas strictement convexes et l'unicité de l'argument du minimum de $L(x,\lambda)$ n'est plus garantie. Mais, sous cette hypothèse de rendements constants, il est inutile de recourir à un algorithme à deux niveaux, puisque on a une solution analytique du problème, que nous explicitons au paragraphe suivant.
Par contre, avec les rendements paraboliques $r_i(x_i) = a_i x_i^2 + b_i x_i + c_i$, utilisés pour la répartition statique en temps réel, on se heurte à des problèmes de non convexité.

1.3. Résolution analytique pour des rendements constants.

Appelons R_i la quantité $\frac{(p_c)_i + K_i.(p_6)}{r_i} \cdot \frac{(\Delta Hv)}{(PCI)_i} + (p_e).\frac{(a_e)_i}{P_i}$ et $\frac{1}{R_i}$ "rendement apparent".

$$(\mathcal{P}) \Leftrightarrow \min_{(x_i)_{i\in I} \in [\underline{x},\overline{x}]} \sum_{i\in I} R_i P_i x_i \quad \text{sous} \quad \sum_{i\in I} P_i x_i = D.$$

Dualisons toutes les contraintes-égalité et inégalité. Le lagrangien s'écrit :

$$\mathcal{L}(x,\lambda,\mu,\nu) = \sum_{i\in I} R_i P_i x_i + \lambda \left(\sum_{i\in I} P_i x_i - D\right) + \sum_{i\in I} \mu_i (x_i - \overline{x}) + \sum_{i\in I} \nu_i (\underline{x} - x_i)$$

Les conditions nécessaires (et suffisantes) d'optimalité sont :

$$\begin{cases} \sum_{i\in I} P_i x_i^* = D & (21) \\ \forall i \in I \quad R_i P_i + \lambda^* P_i + \mu_i^* - \nu_i^* = 0. & (22) \\ \forall i \in I \quad \mu_i^* \geq 0 \quad \text{et} \quad \mu_i^*(x_i^* - \overline{x}) = 0. & (23) \\ \forall i \in I \quad \nu_i^* \geq 0 \quad \text{et} \quad \nu_i^*(\underline{x} - x_i^*) = 0. & (24) \end{cases}$$

Soit $I_1 = \{i \in I / \mu_i^* = \nu_i^* = 0\}$

$I_2 = \{i \in I / \mu_i^* = 0 \text{ et } \nu_i^* > 0\} = \{i \in I, x_i^* = \underline{x}\}$.

$I_3 = \{i \in I / \nu_i^* = 0 \text{ et } \mu_i^* > 0\} = \{i \in I, x_i^* = \overline{x}\}$.

(I_1, I_2, I_3) réalise une partition de I.

Si $\forall i \in I$ les R_i sont distincts et si on écarte les cas triviaux $\sum_{i \in I} P_i \overline{x} = D$ ou $\sum_{i \in I} P_i \underline{x} = D$, nécéssairement $I_1 \neq \emptyset$ et est réduit à un seul élément puisque $\forall i \in I_1 \quad \lambda^* = -R_i$.

Donc $\exists! j \in I_1$ et $\lambda^* = -R_j$.

De plus $\forall i \in I_2 \quad \nu_i^* = R_i P_i + \lambda^* P_i > 0 \Rightarrow R_i > R_j$

$\forall i \in I_3 \quad \mu_i^* = R_i P_i - \lambda^* P_i > 0 \Rightarrow R_i < R_j$

c'est à dire : $I_2 = \{i \in I, x_i^* = \underline{x}\} = \{i \in I / R_i > R_j\}$ (25)

$I_3 = \{i \in I, x_i^* = \overline{x}\} = \{i \in I / R_i < R_j\}$ (26)

x_j^* est déterminé par

$$x_j^* = \frac{D - \sum_{i \in I_2} P_i \underline{x} - \sum_{i \in I_3} P_i \overline{x}}{P_j} \qquad (27)$$

D'où le <u>lemme</u> : Supposons les chaudières rangées par ordre de rendement apparent décroissant (strictement) et $(\sum_{i \in I} P_i)\, \underline{x} \neq D$ ainsi que $(\sum_{i \in I} P_i)\, \overline{x} \neq D$ alors :

$\exists! i \in I \quad x_i^* \in]\underline{x}, \overline{x}[$

Alors $(\tilde{x}^*)$ constitue un minimum local de (ρ).

Par ailleurs, notons, qu'avec les données actuelles, seule $J_2(x)$ n'est pas convexe sur $[\underline{x}, \overline{x}]$ (cf. tableau 3 Annexe III) mais pour les demandes telles que $\tilde{x}_2^*$ est situé dans la zône de non convexité (approximativement $[\underline{x}, 0.46]$), $\tilde{x}^*$ vérifie à coup sûr les conditions ((28) et (29)) nécessaires de minimum local ; ceci signifie que, dans les cas non immédiats $-x^* \neq \tilde{x}^*-$, on a une structure localement convexe et que l'introduction de α est inutile. Néanmoins, comme ces courbes de rendement sont susceptibles de subir des modifications, nous avons testé l'algorithme dual convexifié pour étudier l'influence du paramètre α . Nous la mettons en relief sur un exemple :

demande horaire 335 tonnes configuration (1,1,1)

$$v^o = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1^* = 0,40 \\ \tilde{x}_2^* = 0,9583 \\ \tilde{x}_3^* = 1. \end{bmatrix}$$ qui n'est pas un optimum local $(\lambda^o)^o = -62,08$

α	0	50	100	200	500
Nombre de pas k	1	4	5	7	12

$$\begin{cases} x_1^* = 0,543 \\ x_2^* = 0,898 \\ x_3^* = 1 \end{cases}$$

pour chaque pas k, avec un réglage convenable de ρ, il y a quelques itérations en 1 (généralement moins de 5), qui prennent chacune environ 3 s.500 ms sur petit calculateur T1600.
Conformément à la théorie, le nombre de pas en k, et par suite le temps calcul, croît au fur et à mesure qu'on convexifie.

1.4.b. Autre méthode : gradient projeté.

Comme, dans le cas des rendements paraboliques, la méthode duale doit être "aménagée", à cause de la non convexité du critère, on peut se demander s'il n'est pas aussi efficace d'utiliser une méthode de gradient projeté (CEA [12])
Posant $x = (x_i)_{i \in I}$ et $J(x) = \sum_{i \in I} J_i(x_i)$

$\nabla J(x)$ a pour composantes $(J_i'(x_i))_{i \in I}$

$$\forall j < i \qquad x_j^* = \overline{x}$$

$$\forall j > i \qquad x_j^* = \underline{x}$$

L'algorithme de résolution consiste à saturer les chaudières par ordre de rendement apparent décroissant tant que la charge restant à répartir sur les autres n'est pas inférieure à la somme de leurs capacités minimale de production. (cf. Annexe III. 1.).

Si pour certains $i \in I$ les R_i sont égaux - c'est le cas pour des chaudières i_1, i_2 de même type - alors . ou bien $I_1 = \{j\}$ avec $\forall k \neq j \quad R_k \neq R_j$. Alors les indices i_1, i_2 sont regroupées dans un même ensemble I_2 ou I_3 et les chaudières i_1, i_2 se comportent comme une seule chaudière de capacité $2 P_{i_1} = 2 P_{i_2}$ réglée à $\underline{x}$ ou $\overline{x}$.

. ou bien $I_1 = \{i_1, i_2\}$. $\lambda^* = - R_{i_1} = R_{i_2}$

Les relations ((25),(26))subsistent. Par contre, $x_{i_1}^*$ et $x_{i_2}^*$ ne sont définies dans $]\underline{x},\overline{x}[$ que par leur somme (relation (27)). Tout se passe comme si on avait une seule chaudière de capacité $2P_{i_1} = 2 P_{i_2}$ réglée à $\frac{x_{i_1}^* + x_{i_2}^*}{2}$. Il en résulte, qu'avant de commencer l'optimisation statique, on regroupera toujours les chaudières équivalentes.

1.4. Rendements paraboliques.

Les fonctions $J_i(x_i)$ ne sont plus nécessairement convexes sur $[\underline{x},\overline{x}]$ et l'algorithme decrit en 1.2 ne permet pas de parvenir à l'optimum, en l'absence d'un paramètre dual λ^* pour lequel les $x_i^*(\lambda^*)$ vérifient la contrainte.

1.4.a. Procédures de convexification.

Pour tourner la difficulté, il existe des procédures de convexification :

- méthodes de pénalité (cf BERTSEKAS [9]) où on ajoute le carré de la contrainte, elles ne présentent qu'un intérêt relatif, car elles font perdre l'additivité . Plus intéressante est la procédure mentionnée chez BERTSEKAS [8] qui consiste à augmenter le critère d'un terme quadratique additif dont la dérivée s'annule à l'optimum. De façon évidente :

$$\forall\, \alpha \geq 0 \quad (\mathcal{P}) \Leftrightarrow (\tilde{\mathcal{P}}) \quad \min_{\substack{(x_i)_{i\in I} \in [\underline{x},\overline{x}] \\ (v_i)_{i\in I} \in R}} \sum_{i\in I} J_i(x_i) + \alpha \sum_{i\in I} \frac{1}{2} (x_i - v_i)^2$$

$$\text{sous} \sum_{i\in I} P_i\, x_i = D.$$

puisque le minimum en $v = (v_i)_{i\in I}$ est réalisé par $v^* = x^*$.

Définissant $\Phi_\alpha(v) = \min_{(x_i)_{i\in I}\in[\underline{x},\overline{x}]} \sum_{i\in I} J_i(x_i) + \alpha \sum_{i\in I} \frac{1}{2}(x_i - v_i)^2$

$$\text{sous } \sum_{i\in I} P_i x_i = D, \quad (\alpha \geq 0)$$

il est possible, par un choix adequat de α, de donner localement à ce problème une structure convexe et donc d'éviter un saut de dualité, ce qui permet de trouver par la méthode duale $\lambda^*(v)$ et un $x^*(v)$ correspondant vérifiant les contraintes. Reste ensuite à minimiser $\Phi_\alpha(v)$ par une méthode de gradient, voire une méthode de Newton . $(v_i)_{i\in I}\in R$
En particulier, étant donné $(x_i^k)_{i\in I}$ l'optimum de $\Phi_\alpha(v^k)$, on peut itérer avec

$$v_i^{k+1} = x_i^k$$

qui s'interprète comme une itération de type gradient avec un pas $\rho = \frac{1}{\alpha}$ .A α fixé, en initialisant "correctement" l'algorithme, on converge vers un point $x^*(\lambda^*)$ satisfaisant les conditions nécessaires d'optimalité.

$$\begin{cases} \forall i \in I, \ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i}(x^*,\lambda^*)(x_i - x_i^*) \geq 0, \ \forall x_i \in [\underline{x},\overline{x}] \Leftrightarrow (J_i'(x_i^*) + \lambda^* P_i)(x_i - x_i^*) \geq 0, \quad (28) \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \forall x_i \in [\underline{x},\overline{x}] \\ \sum_{i\in I} P_i x_i^* = D \qquad (29) \end{cases}$$

x^* est un minimum local de $(\mathcal{P})$. Faute de convexité globale, on ne peut évidemment affirmer que c'est l'optimum global. Mentionnons qu'étant donné (x^*) minimum local de $(\mathcal{P})$, on élargit la sphère V^o, centrée en x^*, des v^o pour lesquels, l'algorithme converge vers x^*, en réduisant le coefficient de convexification α ; on améliore en même temps la vitesse de convergence (cf. COHEN [14]), mais, avec cette diminution de α, on risque de perdre la convexité. Dans la pratique, il convient donc de démarrer l'algorithme assez près d'un optimum local, afin de s'autoriser des α suffisants pour que $\Phi_\alpha(.)$ ait une structure convexe, et, en outre, de ne pas choisir ce paramètre trop grand, en vue d'une convergence rapide.

L'algorithme consiste à :

1^o) (v^o), (λ^o) donnés.

2^o) itération k résoudre $\Phi_\alpha(v^k)$.

a. $(\lambda^o)^k = (\lambda^o)^o$ pour k=0

$(\lambda^*)^{k-1}$ pour $k > 0$.

b. Minimiser $_{x_i \in [\underline{x},\overline{x}]}$ $J_i(x_i) + (\lambda^1)^k P_i x_i + \frac{1}{2} \alpha(x_i - v_i^k)^2$ $i \in I$

l'optimum est $(x_i^1)^k$

c. $(\lambda^{l+1})^k = (\lambda^l) + \rho(\sum_{i \in I} P_i . (x_i^l)^k - D)$

d. si il n'y a pas convergence $l = l + 1$ et retourner à b.
sinon convergence vers $(x^*)^k$ et $(\lambda^*)^k$ aller en 3^o.

3^o) $v^{k+1} = (x^*)^k$.

4^o) si il n'y a pas convergence $k = k+1$ et retourner à 2^o.

1.4. b. Résultats expérimentaux.

Comme les rendements varient peu d'un point de fonctionnement à un autre, on peut penser disposer d'un (v^o) et d'un $(\lambda^o)^o$ satisfaisants en les choisissant égaux respectivement à

$v^o = \tilde{x}^*$ solution du problème de répartition optimale avec des rendements constants (rendements moyens),

$\lambda^o = - \frac{J_i'(\tilde{x}_i^*)}{P_i}$ i étant l'indice du groupe de chaudières ne fonctionnant pas en butée lorsqu'on effectue cette répartition à rendements constants. Or, dans la majorité des cas, on constate que :

$$\forall j \neq i \quad (J_j'(\tilde{x}_j^*) + \lambda^o P_j)(x_j - \tilde{x}_j^*) \geq 0 \qquad \forall x_j \in [\underline{x},\overline{x}]$$

c'est à dire $J_j'(\underline{x}) + \lambda^o P_j > 0$ pour les j tels que $\tilde{x}_j^* = \underline{x}$

$J_j'(\overline{x}) + \lambda^o P_j < 0$ pour les j tels que $\tilde{x}_j^* = \overline{x}$

Ceci s'explique par le non recouvrement des intervalles de variation des $\frac{J_i'(x)}{P_i}$ (cf. Tableau 2 Annexe III).

Soit $\mathcal{D} = \{x / x_i \in [\underline{x}, \overline{x}] \quad \forall i \in I \quad \text{et} \quad \sum_{i \in I} P_i x_i = D\}$

Partant de $x^k \in \mathcal{D}$, la méthode gradient conduit au point $z^k = x^k - \rho \nabla J(x^k)$ qu'il s'agit de projeter sur $\mathcal{D}$: $x^{k+1} = \text{Projection}_{\mathcal{D}} z^k$.
on est ramené à résoudre

$$\min_{x \in \mathcal{D}} \frac{1}{2} \|x - z^k\|^2.$$

Le lagrangien associé à ce problème convexe s'écrit :

$$\sum_{i \in I} \frac{1}{2} (x_i - z_i^k)^2 + \sigma \left(\sum_{i \in I} P_i x_i - D\right) + \sum_{i \in I} \tau_i (x_i - \overline{x}) + \sum_{i \in I} \pi_i (\underline{x} - x_i)$$

et, à l'optimum, les conditions nécessaires (et suffisantes) sont :

$$\begin{cases} x_i^{k+1} - z_i^k + \sigma^* P_i + \tau_i^* - \pi_i^* = 0 \\ \tau_i^* (x_i^{k+1} - \overline{x}) = 0 \qquad \tau_i^* \geqslant 0. \qquad \forall i \in I \\ \pi_i^* (\underline{x} - x_i^{k+1}) = 0 \qquad \pi_i^* \geqslant 0. \\ \sum_{i \in I} P_i x_i^{k+1} = D \end{cases}$$

$$\{i \in I / x_i^{k+1} = \overline{x}\} = \{i \in I / \pi_i^* = 0\} = \{i \in I / \overline{x} \leqslant z_i^k - \sigma^* P_i\}$$

$$\{i \in I / x_i^{k+1} = \underline{x}\} = \{i \in I / \tau_i^* = 0\} = \{i \in I / \underline{x} \geqslant z_i^k - \sigma^* P_i\}$$

$$\{i \in I / x_i^{k+1} \in]\underline{x}, \overline{x}[\} = \{i \in I / \pi_i^* = \tau_i^* = 0\} = \{i \in I / x_i^{k+1} = z_i^k - \sigma^* P_i\}$$

Une façon de calculer x^{k+1} consiste donc à chercher σ^* pour lequel

$$\sum_{i \in I} P_i \cdot \max(\underline{x}, \min(\overline{x}, z_i^k - \sigma^* P_i)) = D. \qquad (30)$$

cette recherche peut être menée par dichotomie à l'intérieur d'un segment

$[\sigma_1, \sigma_2]$. $\quad \sigma_1$ tel que $\sum_{i \in I} P_i \cdot \max(\underline{x}, \min(\overline{x}, z_i^k - \sigma_1 P_i)) > D.$

$\quad \sigma_2$ tel que $\sum_{i \in I} P_i \cdot \max(\underline{x}, \min(\overline{x}, z_i^k - \sigma_2 P_i)) < D.$

par exemple : $\sigma_1 = \inf_{i \in I} \frac{(z_i^k - \overline{x})}{P_i}$

$$\sigma_2 = \inf_{i \in I} \frac{(z_i^k - \underline{x})}{P_i}$$

Sur le même exemple : demande horaire 335 tonnes - configuration (1,1,1)

on converge vers le même optimum local $\begin{cases} x_1^* = 0,543 \\ x_2^* = 0,898 \\ x_3^* = 1 \end{cases}$ au bout de

5 pas de gradient, chacun nécessitant moins d'une dizaine d'itérations dichotomiques en σ (soit un temps calcul approximatif de 2s).

Cette méthode, finalement paraît moins lourde qu'une méthode duale lorsque l'introduction d'un coefficient de convexification est nécessaire.

2. Turboalternateurs.

Le critère à maximiser est, ici, la quantité d'électricité produite lorsqu'on turbine la demande D horaire en vapeur 6 bars, la quantité optimale est notée $\overline{Q}(C,D)$.

2.1. Formulation.

Le problème s'énonce :

$$\underset{(x_i)_{i \in I} \in [\underline{x}, \overline{x}]}{\text{maximiser}} \sum_{i \in I} P_i x_i \quad \text{sous} \quad \sum_{i \in I} S_i(x_i) = D$$

où I = ensemble des indices des turboalternateurs en fonctionnement.

P_i = puissance nominale du turboalternateur i exprimée en MW.

x_i = est le régime auquel on règle le turboalternateur dans la plage $[\underline{x}, \overline{x}]$.

$S_i(x_i)$ est la quantité horaire de vapeur 6 bars turbinée, de la forme $S_i(x_i) = a_i x_i + b_i$ (cf chapitre II § 3.2).

soit encore :

$$\underset{(x_i)_{i \in I} \in [\underline{x}, \overline{x}]}{\text{maximiser}} \sum_{i \in I} P_i x_i \quad \text{sous} \quad \sum_{i \in I} a_i x_i = D - \sum_{i \in I} b_i$$

2.2. Résolution

Critère et contrainte sont linéaires, et, le lemme énoncé à propos des chaudières à rendement constant se transpose dans ce contexte comme suit :

Lemme : Supposons les turboalternateurs rangés par ordre des $R_i = \frac{P_i}{a_i}$ croissant (ces termes sont tous différents) et que $\sum_{i \in I} S_i(\underline{x}) \neq D$ et $\sum_{i \in I} S_i(\overline{x}) \neq D$, on produit le maximum d'électricité en les mettant successivement à régime maximal tant que la quantité de vapeur restant à turbiner reste supérieure à la somme des capacités minimales de turbinage des turboalternateurs non encore réglés. Le turboalternateur, pour lequel cette condition n'est plus réalisée, est réglé à régime intermédiaire et les suivants à régime minimal.

L'algorithme de résolution, très similaire à celui des chaudières avec rendements constants, est basé sur ce lemme et, on se reportera à l'annexe IV pour plus de détails.

Nous ne signalerons ici que sa rapidité d'éxécution : environ 50 ms sur un petit calculateur T1600.

3. Double utilisation de l'optimisation statique.

L'optimisation statique est utilisée à deux niveaux

3.1. En temps réel, pour indiquer les points de consigne optimaux.

On peut faire tourner les programmes d'optimisation statique -celui avec rendements paraboliques pour les chaudières- aussi souvent que souhaité, en principe, chaque fois que, par suite d'une variation de la demande 60 bars ou 6 bars, les réglages en vigueur ne sont plus les meilleurs.

3.2. Dans l'optimisation dynamique (cf. Chapitre V § 4.2) pour évaluer le coût optimal journalier associé à une configuration C_1 des chaudières et un niveau de demande constant en vapeur 60 bars D_1, ainsi que la plus forte quantité d'électricité journalière produite dans une configuration C_2 des turboalternateurs pour une demande constante D_2 en vapeur 6 bars. Ces deux grandeurs sont notées respectivement $G(C_1,D_1)$ et $Q(C_2,D_2)$ et elles sont reliées aux grandeurs horaires par :

$$G(C_1,D_1) = 24.\overline{G}\left(C_1, \frac{D_1}{24}\right) \quad \text{(calculé avec rendements constants).}$$

$$Q(C_2,D_2) = 24.\overline{Q}\left(C_2, \frac{D_2}{24}\right)$$

Elles ne reflètent que grossièrement la situation réelle, où $C_i (i=1,2)$ doit répondre à une demande fluctuante autour d'un niveau moyen journalier $D_i (i=1,2)$. On pourrait envisager un modèle plus fin de la demande journalière sous la forme $\tilde{D}_i = D_i + \sum_{j=1}^{24} d_i^j \quad (i=1,2)$

d_i^j variables aléatoires indépendantes de même loi d_i où d_i prend un nombre fini de valeurs $v_1^i < \ldots < v_{L_i}^i$ avec les probabilités respectives $p_1^i \ldots p_{L_i}^i$

p_k^i = probabilité $(d_i = v_k^i)$

$\sum_{k=1}^{L_i} p_k^i = 1.$

Souhaitant évidemment $\mathbb{E}(\tilde{D}_i) = D_i \Rightarrow \mathbb{E}(d_i) = 0 \Rightarrow \sum_{k=1}^{L_i} p_k^i v_k^i = 0.$

A chaque configuration C_1 (respectivement C_2) correspond alors l'espérance du coût optimal de production de $\tilde{D}_1$ notée $\tilde{G}(C_1, \tilde{D}_1)$ (respectivement l'espérance de la quantité maximale d'électricité notée $\tilde{Q}(C_2, \tilde{D}_2)$.
Raisonnons sur $\tilde{G}$: $\tilde{G}(C_1, \tilde{D}_1) = \mathbb{E}[\sum_{j=1}^{24} \overline{G}(C_1, \frac{D_1}{24} + d_1^j)] = 24.\mathbb{E}[\overline{G}(C_1, \frac{D_1}{24} + d_1)]$.
Appelons X_1 la production horaire de la chaudière (ou du groupe) $j(C_1)$ qui ne fonctionne pas en butée. Il est évident que, tant que les v_k^1 restent dans la plage $[-X_1, P_{j(C_1)} - X_1]$, c'est la chaudière $j(C_1)$ qui reprendra la variation v_k^1 et donc le coût optimal dans cette plage est fonction linéaire de la demande. Alors :

$$\mathbb{E}(\overline{G}(C_1, \frac{D_1}{24} + d_1)) = \overline{G}(C_1, \frac{D_1}{24} + \mathbb{E}d_1) = \overline{G}(C_1, \frac{D_1}{24})$$

la prise en compte de telles fluctuations n'apporte donc aucune précision supplémentaire.

CHAPITRE V- OPTIMISATION DYNAMIQUE

Maintenant que tous les éléments sont réunis, nous allons formuler mathématiquement, en temps discret, notre problème de commande impulsionnelle sur un horizon de T jours.

1. Rappel des hypothèses.

(H_1) se traduit par $e_i(t) \in \{0,1\}$ $\forall i = 1,\ldots,9$

avec $e_i(t) = 0$ si arrêt le jour t.

$e_i(t) = 1$ si marche le jour t.

En fait comme parmi les cinq chaudières, on ne recense que trois types différents (deux chaudières d'un type 1, deux d'un type 2 et une d'un type 3) et qu'il est inutile de distinguer deux chaudières d'un même type l'une de l'autre, il suffit de décrire $C(t)$, état de la centrale le jour t par 7 composantes :

- 3 pour l'état $C_1(t)$ des chaudières, $e_i(t)$ = nombre de chaudières du type i allumées le jour t ; $e_i(t) \in \{0,1,2\}$ pour $i=1,2$;

  $e_i(t) \in \{0,1\}$ pour $i=3$.

- 4 pour l'état $C_2(t)$ des turboalternateurs $e_i(t) \in \{0,1\}$ pour $i=4,5,6,7$.

Si on exclut pour les chaudières et pour les turboalternateurs, l'état "0" -tout éteint- l'espace $\mathcal{C}$ des états de la centrale - désigné souvent dans la suite sous le terme"espace des configurations"- et qui est le produit $\mathcal{C}_1 \times \mathcal{C}_2$ des espaces des états chaudières et des états turboalternateurs - a $NC=NC_1.NC_2=(3^2.2-1).(2^4-1)$ Soit NC = 255 éléments.

(H_2) les chaudières des types 1 et 2 sont alimentées au fuel, celle du type 3 au gaz.

(H_3)-(H_6) Les demandes $D_1(t)$ et $D_2(t)$ en vapeur 60 bars et 6 bars respectivement sont des processus stochastiques indépendants modélisés par :

$$D_i(t) = DP_i(t) - A_i(t) \qquad i = 1,2$$

où $DP_i(t)$ est la prévision pour le jour t et $A_i(t)$ est une chaîne de Markov stationnaire, à NA_i états et de matrice de transition

$$M_i = (p^i_{lm})\ l=1,\ldots,NA_i \quad m=1,\ldots,NA_i$$

Il en résulte que l'état du système dynamique le jour t - $E(t)$ - est résumé par, d'une part $C(t)$, d'autre part $A_1(t)$ et $A_2(t)$ ($A_1(t-1),\ldots,A_1(t-r_1+1)$, $A_2(t-1),\ldots,A_2(t-r_2+1)$, si on avait retenu des processus stochastiques d'ordres respectifs r_1 et r_2).
La dimension de l'espace des états est donc :

$$NA_1^{r_1} \times NA_2^{r_2} \times NC = 11 \times 7 \times 255 = 19635.$$

Remarquons qu'avec un ordre $r_1 = 2$ pour la vapeur 60 bars, ce nombre devient :

$$NA_1^2 \times NA_2 \times NC = 215985\ !$$

2. Formulation Mathématique.

Soit $E(t) = (C_1(t),C_2(t),i_1(t),i_2(t))$ l'état du système dynamique le jour t, que l'on observe parfaitement - $i_k(t)$ $(k=1,2)$ est l'intervalle de discrétisation associé à $A_k(t)$. On doit décider de la nouvelle configuration pour le jour suivant

$C(t+1) = (C_1(t+1),C_2(t+1))$, et donc de $\Delta C(t) = (\Delta C_1(t),\Delta C_2(t))$:

$$C_i(t+1) = C_i(t) + \Delta C_i(t) \qquad (i=1,2) \qquad (31)$$

connaissant seulement les distributions de probabilité conditionnelle de $A_1(t)$ et $A_2(t)$, et par suite de $D_1(t)$ et $D_2(t)$, c'est à dire les probabilités $p^1_{ji_1}(t)$ $(j=1,\ldots,NA_1)$ (respectivement $p^2_{ji_2}(t)$ $(j=1,\ldots,NA_2)$ que la demande en vapeur 60 bars (respectivement 6 bars) prenne le jour $t+1$ les valeurs $D_1^j(t+1) = DP_1(t+1) - A_1^j$ (respectivement $D_2^j(t+1) = DP_2(t+1) - A_2^j$) où $A_k^j(k=1,2)$ est la valeur discrète de l'aléa pour la classe j. Les réalisations des $A_k(t+1)$ $(k=1,2)$ étant postérieures à cette décision, c'est le point de vue "décision-hasard" que nous adoptons ici. Ceci reste cohérent

avec la présence des délais de mise en fonctionnement, même si nous négligeons les retards dans la formulation.

Le critère à minimiser est l'espérance de la somme sur T jours :

- des coûts de démarrage $f(\Delta C(t)) = f(C(t+1) - C(t))$.
- des coûts $g(C_1(t),D_1(t))$ encourus pour satisfaire la demande $D_1(t)$ en vapeur 60 bars.
- des coûts de l'électricité achetée à E D F, au prix unitaire (p_e), du fait que l'autoproduction $q(C_2(t),D_2(t))$ est insuffisante pour couvrir les besoins $(DE)(t)$:

$$(p_e).((DE)(t) - q(C_2(t),D_2(t)).$$

$$\underset{\Delta C(.)}{\text{minimiser}} \; \mathbb{E}\{ \sum_{t=1}^{T} f(\Delta C(t))+g(C_1(t),D_1(t))+(p_e).(DE)(t)-(p_e).q(C_2(t),D_2(t))\}.$$

$$\text{partant de } E(0)=C(0),i_1(0),i_2(0)) \qquad (32)$$

Les termes $p_e.(DE)(t)$ font figure de constantes dans le critère, qui se réécrit donc :

$$\min_{\Delta C(.)} \mathbb{E}\{ \sum_{t=1}^{T} f(\Delta C(t))\} + \mathbb{E}\{ \sum_{t=1}^{T} g(C_1(t),D_1(t)) - (p_e).q(C_2(t),D_2(t))\}$$

$$\text{partant de } E(0)=(C_1(0),C_2(0),i_1(0),i_2(0)) \qquad (33)$$

<u>Remarque</u> : Par abus de notation, nous continuons à écrire $\Delta C(t)$, même lorsque ces commandes sont définies en boucle fermée sur les aléas $i(t):\Delta C(t)=\Delta C(i(t),t)$. Mais dans ce cas, elles deviennent stochastiques, et le symbole "espérance" doit être maintenu devant la partie correspondant aux coûts de démarrage.

Pour une politique de décisions $(\Delta C(t) = (\Delta C_1(t),\Delta C_2(t)))_{t=1,\ldots,T}$ le second terme du critère s'explicite compte-tenu de l'indépendance de $D_1(t)$ et $D_2(t)$, à l'aide des probabilités de transition (p^1_{ij}) et (p^2_{ij}) de $A_1(t)$ et $A_2(t)$ respectivement, par la formule récurrente de composition des espérances

$$t=0,\ldots,T-1 \qquad \mathbb{E}_{(i_1(t),i_2(t))} \sum_{k=t+1}^{T} g(C_1(k),D_1(k))-(p_e).q(C_2(k),D_2(k))$$

$$= \mathbb{E}_{i_1(t)} \sum_{k=t+1}^{T} g(C_1(k),D_1(k)) - \mathbb{E}_{i_2(t)} \sum_{k=t+1}^{T} (p_e).q(C_2(k),D_2(k))$$

$$= \sum_{j=1}^{NA_1} p^1_{ji_1}(t)\left[g(C_1(t+1),D_1^j(t+1)) + \mathbb{E}_j \sum_{k=t+2}^{T} g(C_1(k),D_1(k))\right]$$

$$- \sum_{j=1}^{NA_2} p^2_{ji_2}(t)\left[(p_e).q(C_2(t+1),D_2^j(t+1)) + \mathbb{E}_j \sum_{k=t+2}^{T} (p_e).q(C_2(k),D_2(k))\right]$$

où $\mathbb{E}_j$ note l'espérance conditionnelle à la classe j de l'aléa.
Par ailleurs, $D_1(t)$ et $D_2(t)$ étant supposées indépendantes, les lois de commande, si elles sont en boucle fermée sont de la forme

$$\Delta C(i(t),t) = (\Delta C_1(i_1(t),t), \Delta C_2(i_2(t),t))$$

d'où $\mathbb{E}_{(i_1(t),i_2(t))} f(\Delta C(t)) = \mathbb{E}_{i_1(t)} f_1(\Delta C_1(t)) + \mathbb{E}_{i_2(t)} f_2(\Delta C_2(t))$

$$= f_1(\Delta C_1(i_1(t),t)) + f_2(\Delta C_2(i_2(t),t))$$

où f_1 et f_2 caractérisent les coûts de démarrage des chaudières et des turboalternateurs respectivement.
Parvenus à ce stade, du fait que l'optimisation de la gestion des turboalternateurs se pose dans des termes analogues à celle de la gestion des chaudières et que le critère mesurant l'efficacité de la conduite de la centrale se scinde en deux parties relatives respectivement aux turboalternateurs et aux chaudières, la dernière question à débattre touche à la dépendance de ces deux sous-systèmes.

3. Couplage des sous-systèmes chaudières et turboalternateurs.

L'hypothèse (H_4), en supprimant le couplage statistique entre $A_1(t)$ et $A_2(t)$ a permis de séparer l'espérance conditionnelle $\mathbb{E}_{(i_1(t),i_2(t))}$ en deux espérances spécifiques à chacun des sous-systèmes; en réalité, on perd un peu d'information sur $D_1(t)$, en ne tenant compte que de $D_1(t-1)$ et non aussi de $D_2(t-1)$. De toute manière, d'autres facteurs de couplage entre les chaudières et les turboalternateurs subsistent, comme, par exemple, les coûts de démarrage des turboalternateurs (cf. chapitre II § 3.4 a.) ; exprimés en tonnes de vapeur 60 bars consommées, on ne les convertira "financièrement" dans $f_2(.)$ qu'à condition de connaître le prix marginal, aléatoire, de la tonne de vapeur 60 bars produite, donc d'avoir déjà solutionné la gestion des chaudières. Mais, vice-versa, certains éléments affectant le fonctionnement

des turboalternateurs -démarrages entre autres-se traduisent, en toute rigueur, par un surplus de vapeur 60 bars consommée, incomptée dans l'équivalent 6 bars turbiné et donc imposent de résoudre avant le problème turboalternateurs. Toutefois se contenter d'un prix moyen de la vapeur 60 bars produite pour évaluer $f_2(.)$, et négliger ces consommations annexes en vapeur 60 bars faibles (quelques dizaines de tonnes !) ne paraît pas porter à lourde conséquence pour l'optimisation de la conduite de la centrale. Par contre, avec cette heuristique, les deux sous-systèmes chaudières et turboalternateurs deviennent découplés et on peut en optimiser séparément la gestion c'est à dire résoudre :

pour les chaudières :

$$\underset{\Delta C_1(.)}{\text{minimiser}} \; \mathbb{E} \sum_{t=1}^{T} f_1(\Delta C_1(t)) + \mathbb{E} \sum_{t=1}^{T} g(C_1(t), D_1(t))$$

$$\text{partant de } (C_1(0), i_1(0)) \qquad (34)$$

pour les turboalternateurs :

$$\underset{\Delta C_2(.)}{\text{minimiser}} \; \mathbb{E} \sum_{t=1}^{T} f_2(\Delta C_2(t)) - \mathbb{E} \sum_{t=1}^{T} (p_e).q(C_2(t), D_2(t))$$

$$\text{partant de } (C_2(0), i_2(0)) \qquad (35)$$

4. Résolution.

4.1. Méthode de résolution.

L'espace des états du système dynamique chaudières-demande vapeur 60 bars (respectivement turboalternateurs-demande vapeur 6 bars) ayant une taille raisonnable - $(3^2 \times 2 - 1) \times 11 = 187$ (respectivement $(2^4 - 1) \times 7 = 105$) - la programmation dynamique, appliquée au contrôle des chaînes de Markov, se révèle être une technique appropriée pour résoudre notre problème (cf. HOWARD [22]). En contexte aléatoire, le principe d'optimalité de Bellman est contenu dans l'équation récurrente de Bellman suivante :

Si $V_1(E_1(t), t)$ (resp. $V_2(E_2(t), t)$) désigne l'espérance du coût optimal de gestion des chaudières (resp. des turboalternateurs) pour les jours $t+1, \ldots, T$ partant de l'état $E_1(t) = (C_1(t), i_1(t))$ (respectivement $E_2(t) = (C_2(t), i_2(t))$).

$$V_1(E_1(t),t)=\min_{\Delta C_1(t)}\{f_1(\Delta C_1(t) + \mathbb{E}_{i_1(t)}[\min(g(C_1(t+1),D_1(t+1))) + V_1(C_1(t+1),i_1(t+1),t+1)]\} \quad (36)$$

$$V_2(E_2(t),t)=\min_{\Delta C_2(t)}\{f_2(\Delta C_2(t)) + \mathbb{E}_{i_2(t)}[\min(-p_e.q(C_2(t+1),D_2(t+1))) + V_2(C_2(t+1),i_2(t+1),t+1)]\} \quad (37)$$

Les équations s'écrivent encore, à l'aide des matrices de transitions M_1 et M_2 :

$$V_1(E_1(t),t)=\min_{\Delta C_1(t)}\{f_1(\Delta C_1(t))+ \sum_{j=1}^{NA_1} p^1_{ji_1(t)}[\min(g(C_1(t+1),D_1^j(t+1))) + V_1(C_1(t+1),j,t+1)]\} \quad (38)$$

$$V_2(E_2(t),t)=\min_{\Delta C_2(t)}\{f_2(\Delta C_2(t)) + \sum_{j=1}^{NA_2} p^2_{ji_2(t)}[\min(-p_e.q(C_2(t+1),D_2^j(t+1))) + V_2(C_2(t+1),j,t+1)]\} \quad (39)$$

La mise en oeuvre de cette méthode repose sur l'évaluation de proche en proche des $V_1(C_1(t),i_1(t),t)$ (respectivement $V_2(C_2(t),i_2(t),t)$) et corrélativement de la commande optimale $\Delta C_1^*(i_1(t),t)$ (respectivement $\Delta C_2^*(C_2(t),t)$) pour $t=T-1, T-2, \ldots, 1,0$ et tous les $E_1 \in \mathcal{C}_1 \times \{1,\ldots,NA_1\}$ (respectivement $E_2 \in \mathcal{C}_2 \times \{1,\ldots,NA_2\}$). Reste à détailler comment on procède numériquement pour calculer $f_1(.)$ (respectivement $f_2(.)$) et $\tilde{g}(.,.)=\min g(.,.)$ (respectivement $\tilde{q}(.,.) = \min(-(p_e).q(.,.))$).

4.2. Calcul de la fonction de Bellman

Chiffrer $f_i(\Delta C_i)$ ($i=1$ ou 2) est aisé une fois qu'on dispose des coûts de démarrage f_i^j pour chaque unité ou type d'unités j :

$$(i=1,2) \quad f_i(\Delta C_i(t)) = \sum_{j\in I_i} \max(0, e_j(t+1)-e_j(t)).f_i^j \quad (40)$$

$$I_1 = \{1,2,3\}$$

$$I_2 = \{4,5,6,7\}$$

Par contre, évaluer $\tilde{g}$ et $\tilde{q}$ soulève quelques difficultés de principe.

Du fait de la largeur de la plage $[\underline{A}_i, \overline{A}_i]$ $(i=1,2)$ des aléas A_i, il peut arriver qu'une configuration C_i ne puisse répondre à coup sûr à toutes les demandes prévisibles pour un jour t, ou, en d'autres termes qu'ayant constaté la veille un aléa j, il existe des probabilités non nulles p^i_{kj} de transition vers des aléas k pour lesquels $D^k_i(t)$ ne se situe pas à l'intérieur de la plage de production $[(CMIN)(C_i),(CMAX)(C_i)]$ de la configuration C_i (qui est liée aux contraintes techniques de production des unités en marche). Si $D^k_i(t)$ est inférieure à $(CMIN)(C_i)$, il est toujours possible de produire $(CMIN)(C_i)$, quitte à mettre l'excédent de vapeur (60 bars ou 6 bars) au toit. Toutefois, pour les turboalternateurs, cette solution n'est acceptable qu'à condition de disposer d'un surplus $[(CMIN)(C_2)-D^k_2(t)]$ en vapeur 60 bars à turbiner. Pour ne pas répercuter au sous-système chaudières cet accroissement de demande en vapeur 60 bars, nous convenons de rajouter, dans le sous-problème des turboalternateurs, le coût de production de ce supplément de vapeur 60 bars à fournir évalué avec le prix marginal moyen de production de la tonne de vapeur 60 bars $-p_{60})-$.

Remarque 1 : Plutôt que de rejeter l'excédent 60 bars, on pourrait le turbiner en vapeur 6 bars et en électricité. Cette possibilité n'est pas retenue afin de préserver l'indépendance des deux sous-problèmes.

2. Pour le sous-système chaudières, C_1 est pénalisé au niveau coût de production, du fait de la surproduction.

Il est moins immédiat de remédier à la situation : "$D^j_i(t)$ supérieure à $(CMAX)(C_i)$". Une première idée est d'écarter les configurations ayant une capacité maximale de production inférieure à la plus forte demande probable ; alors, à supposer que toute les demandes possibles ne dépassent pas la capacité maximale de production de l'ensemble des chaudières ou des turboalternateurs, la configuration "tout allumé" est toujours candidate et offre une sécurité totale. En fait, il est faux de penser que "la sécurité n'a pas de prix" et il paraît préférable d'introduire des coûts de défaillance qui pénalisent les configurations dont la capacité de production est insuffisante pour répondre à certaines demandes. L'avantage de cette approche est de ne pas restreindre l'ensemble des commandes admissibles le jour t, à un sous-ensemble de $\mathcal{C}_i$ (qui dépendrait en fait de la réalisation j de $A_i(t)$). Dorénavant toute configuration de $\mathcal{C}_i$ est "éligible". Mais comment chiffrer les coûts de défaillance ? Pour les turboalternateurs, on peut pallier la carence en vapeur 6 bars turbinée, suite à une insuffisance de la

capacité de production des turboalternateurs en service, en détendant directement la vapeur 60 bars ; le coût de défaillance unitaire correspond alors à la différence de prix entre la tonne de 6 bars détendue (63,10 F) et la tonne de 6 bars turbinée (57,036F). Bien entendu, la non récupération, sous forme d'énergie électrique, du travail de détente est un manque à gagner. Pour les chaudières, par contre, on ne peut recourir à une autre source de fourniture pour suppléer la défaillance constatée. Le coût de défaillance doit alors refléter le coût économique de la non fourniture d'une certaine quantité de vapeur 60 bars. Ceci rejoint le problème de délestage que nous n'abordons pas dans le cadre de cette étude : une analyse approfondie des multiples facteurs mis en jeu en cas de défaillance (pertes dûes à des produits non fabriqués, préjudices encourus par certains ateliers suite à un arrêt brutal de matériel ...) s'avère indispensable pour fixer de façon réaliste ce coût de défaillance. Comme cette évaluation n'est pas actuellement terminée, nous avons pris, dans l'immédiat, comme coût de défaillance une valeur artificiellement élevée, de sorte que les configurations, dont le choix entraînerait un risque non négligeable de défaillance, soient systématiquement rejetées. A ce propos, remarquons que pour préférer des configurations évitant toute défaillance, mais plus coûteuses sur le plan production, à des configurations ayant un risque très faible ε de conduire à une défaillance, il faut attribuer à la défaillance un prix unitaire dont l'ordre de grandeur est comparable à $\frac{1}{\varepsilon}$ fois celui de la vapeur produite.

En résumé, nous définissons donc une fonction de pénalisation $h_i (i=1,2)$

$$h_i(x) = 0 \quad \text{si} \quad x \leqslant 0$$

$$h_i(x) > 0 \quad \text{si} \quad x < 0$$

$h_2(x) = (63,10-57,036)\ x$

au stade actuel de notre étude $h_1(x)=(p_d).x$ où p_d = prix unitaire de défaillance. (elle sera à remplacer ultérieurement par une fonction plus objective : constante par morceaux ...).

Reprenons les notations utilisées au chapitre IV :

$C(C_1,D_1)$ = Coût optimal pour produire la quantité D_1 de vapeur 60 bars dans la configuration C_1 $(D_1 \in [(CMIN)(C_1),(CMAX)(C_1)])$.

$Q(C_2,D_2)$ = quantité maximale d'électricité produite lorsque les turboalternateurs de la configuration C_2 turbinent D_2.
($D_2 \in [(CMIN)(C_2),(CMAX)(C_2)]$), ces deux valeurs résultants de "l'optimisation statique".
Alors :

$$\tilde{g}(C_1,D_1)=G(C_1,\min(\max(D_1,(CMIN)(C_1)),(CMAX)(C_1)) + h_1(D_1-(CMAX)(C_1)) \quad (41)$$

$$\tilde{q}(C_2,D_2)= -(p_e).Q(C_2,\min(\max(D_2,(CMIN)(C_2)),(CMAX)(C_2))) + h_2(D_2-(CMAX)(C_2)) \quad (42)$$

Remarque : pour que $\tilde{g}(C_1,D_1^j(t))$ (respectivement $\tilde{q}(C_2,D_2^j(t))$) soit représentatif du coût optimal associé à un niveau de demande $DP_1(t)-A_1(t)$ (respectivement $DP_2(t)-A_2(t)$) avec $A_1(t)$ (respectivement $A_2(t)$) quelconque dans le $j^{\text{ème}}$ intervalle de discrétisation, nous ne l'évaluons pas en prenant la valeur médiane AM_1^j (respectivement AM_2^j) de cet intervalle et par suite la demande moyenne $DP_1(t)-AM_1^j$ (respectivement $DP_2(t)-AM_2^j$), mais à l'aide de la formule :

$$\tilde{g}(C_1,D_1^j(t)) = \frac{1}{2}\left[\tilde{g}(C_1,\underline{D}_1^j(t)) + \tilde{g}(C_1,\overline{D}_1^j(t))\right]$$

(respectivement $\tilde{q}(C_2,D_2^j(t)) = \frac{1}{2}\left[\tilde{q}(C_2,\underline{D}_2^j(t)) + \tilde{q}(C_2,\overline{D}_2^j(t))\right]$)

$\underline{D}_1^j(t)$ (respectivement $\underline{D}_2^j(t)$) et $\overline{D}_1^j(t)$ (respectivement $\overline{D}_2^j(t)$) étant les demandes respectivement minimale et maximale pour un aléa appartenant à la classe j.

4.3. Commentaires sur la méthode.

4.3.a. Avec cette procédure de résolution, on obtient une "stratégie" de décisions c'est à dire une solution en boucle fermée $(\Delta C_i^*(E_i))(t)$ pour tout $E_i \in \mathcal{C}_i \times\{1,\ldots,NA_i\}$ $(i=1,2)$. En fait, comme on compte faire appel aux programmes d'optimisation chaque fois qu'on a de nouvelles prévisions à exploiter (les cinq premiers jours de la semaine), pour ces jours-là, seule la décision $\Delta C_i^*(E_i(0))(0)(i=1,2)$, issue de l'optimisation est utilisée. L'avantage de la programmation dynamique, qui réside dans la richesse d'informations à retirer de l'exploration systématique, chaque jour, de tout l'espace des états $\mathcal{C}_i \times\{1,\ldots,NA_i\}(i=1,2)$, n'est prédominant que pour les samedi et dimanche, qui ne font pas l'objet de prévision la veille.

4.3.b. Son inconvénient majeur est l'augmentation du volume des calculs avec la taille du problème : pour chaque sous-problème $i(i=1,2)$, chaque jour, dans chaque état de $\mathcal{C}_i \times \{1,\ldots,NA_i\}$, on compare entre eux les coûts résultant de l'utilisation de chacune des configurations de $\mathcal{C}_i$. Ceci impose, globalement de faire tourner environ $T.NC_i.(NA_i+1)$ fois le programme "d'optimisation statique" (à l'exception des cas triviaux $G(C_1,(CMIN)(C_1))$, $G(C_1,(CMAX)(C_1))$ $Q(C_2,(CMIN)(C_2))$, $Q(C_2,(CMAX)(C_2))$

et à calculer $T.NC_i^2.NA_i$ coûts.

Cette croissance quadratique en NC_i justifie, à postériori, l'intérêt de l'approximation d'indépendance entre les deux sous-systèmes :

Par découplage on réduit la taille du problème dans le rapport

$$\frac{NA_1.NC_1^2 + NA_2.NC_2^2}{NA_1.NA_2.(NC)^2} = \frac{3179 + 1575}{5006925} \simeq \frac{1}{1050} \quad !$$

5. Choix de la profondeur de l'horizon glissant.

Limiter l'horizon à un nombre T de jours, c'est implicitement supposer que la prise en compte d'une information, même agrégée, pour les jours T+1, T+2, ... ne modifie pas la décision $\Delta C^*(0)$, voire les stratégies pour les deux jours suivants (les seules mises en oeuvre).

Etablissons un lemme qui nous renseigne sur la modulation de la fonction de Bellman $V_i(E_i,t)$, pour un même jour t, un même aléa, selon la configuration C_i de $\mathcal{C}_i$ (i=1 ou 2).

Lemme : dans $\tilde{\mathcal{C}}_i = \mathcal{C}_i + \{0\}$ (0 = "tout éteint").

$C_i' \supset C_i \Leftrightarrow$ on passe de C_i à C_i' en allumant au moins un nouveau générateur : $C_i' = C_i + \Delta C_i$ et $f_i(\Delta C_i) > 0$.

1) $\supseteq$ est une relation d'ordre partiel et $\tilde{\mathcal{C}}_i$ ainsi ordonné est un treillis complet qui a pour plus grand élément la configuration $\overline{C}_i$ "tout allumé" et pour plus petit élément 0 (cf. figures 1-2).

2) $\forall\, C_i, C_i', C_i'' \in \tilde{\mathcal{C}}_i \quad f_i(C_i'-C_i) \leq f_i(C_i'-C_i'') + f_i(C_i''-C_i)$

3) $\forall\, C_i' \supset C_i \quad 0 \leq V_i(C_i,j,t)-V_i(C_i',j,t) \leq f_i(\Delta C_i) \quad \forall t \in \{0,1,\ldots,T\}$

$\forall j \in \{1,\ldots,NA_i\}$ (43)

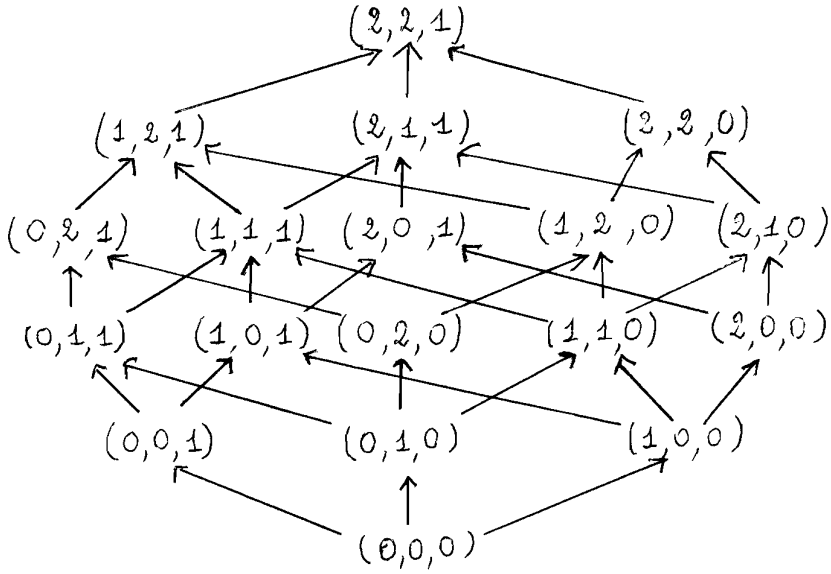


Figure 1

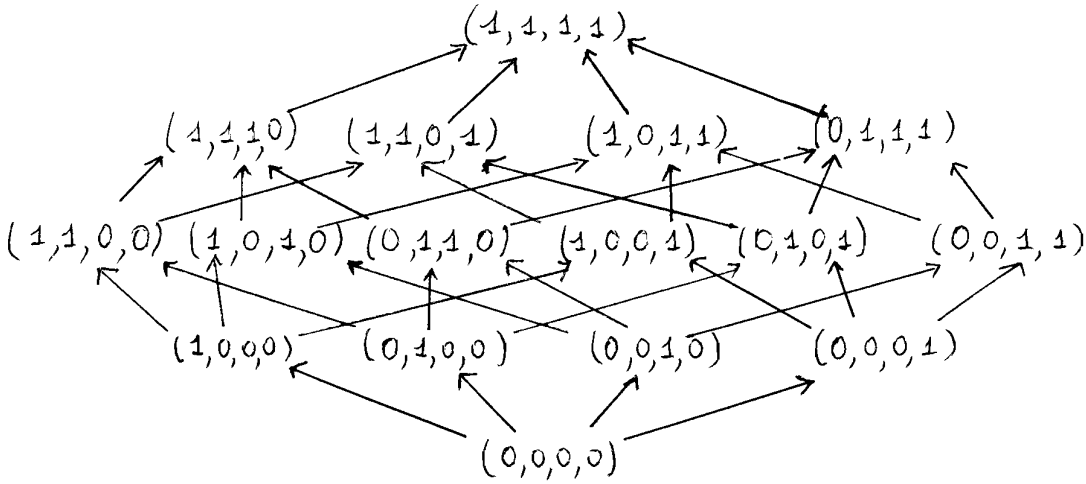


Figure 2

4) $\forall C_i \in \tilde{\mathcal{C}}_i \quad V_i(\overline{C}_i,j,t) \leq V_i(C_i,j,t) \leq V_i(\overline{C}_i,j,t) + f_i(\overline{C}_i - C_i)$ (44)

$\forall j \in \{1,\ldots,NA_i\}$, $\forall t$

preuve : 1) est immédiat.
Nous allons montrer 2)-4) pour les chaudières, le raisonnement étant similaire pour les turboalternateurs (nous oublions les indices i=1).

2 , soit $(e_i)_{i=1,2,3}$, $(e'_i)_{i=1,2,3}$, $(e''_i)_{i=1,2,3}$ les composantes respectives de C, C', C" :

$$f(C'-C) = \sum_{i=1}^{3} f^i.\max(0,e'_i-e_i) \quad (\text{cf}(40))$$

or $\forall i \quad \max(0,e''_i-e_i) \geq 0$ et $\max(0, e''_i-e_i) \geq e''_i-e_i$

$\max(0,e'_i-e''_i) \geq 0$ et $\max(0,e'_i-e''_i) \geq e'_i-e''_i$

d'où $\max(0,e''_i-e_i)+\max(0,e'_i-e''_i) \geq 0$ et $\max(0,e''_i-e_i)+\max(0,e'_i-e''_i) \geq (e''_i-e_i) + (e'_i-e''_i)$

soit $\forall i$, $\max(0,e''_i-e_i) + \max(0,e'_i-e''_i) \geq \max(0,e'_i-e_i)$

en multipliant par f^i et en sommant en i :

$$\sum_{i=1}^{3} f_i \max(0,e''_i-e_i) + \sum_{i=1}^{3} f^i \max(0,e'_i-e''_i) \geq \sum_{i=1}^{3} f^i \max(0,e'_i-e_i) \qquad \text{cqfd} \blacksquare$$

3) soit $\tilde{C}$(respectivement $\tilde{C}'$) la configuration optimale pour le jour t+1, partant de l'état (C,j) (respectivement (C',j))

$$V(C,j,t) \leq f(\tilde{C}-C) + \sum_{l} p_{lj}(\tilde{g}(\tilde{C}',D^l(t+1)) + V(\tilde{C}',l,t+1)$$

or $$V(C',j,t) = f(\tilde{C}-C') + \sum_{l} p_{lj}(\tilde{g}(\tilde{C}', D^l(t+1)) + V(\tilde{C}',l,t+1))$$

d'où :

$$V(C,j,t) \leq V(C',j,t) + f(\tilde{C}'-C)-f(\tilde{C}'-C')$$

de même :

$$V(C',j,t) \leq V(C,j,t) + f(\tilde{C}-C')-f(\tilde{C}-C).$$

Utilisant le résultat 2) $f(\tilde{C}'-C) \leq f(\tilde{C}-C') + f(C'-C)$

$$f(\tilde{C}-C') \leq f(\tilde{C}-C) + f(C-C')$$

on obtient : $V(C,j,t) \leq V(C',j,t) + f(C'-C)$

$$V(C',j,t) \leq V(C,j,t) + f(C-C')$$

Comme $C \supset C \Rightarrow f(C'-C) = f(\Delta C) > 0$ et $f(C-C') = 0$

soit $V(C,j,t) \leq V(C',j,t) + f(\Delta C)$

$$V(C',j,t) \leq V(C,j,t)$$ cqfd ■

4) se déduit de 3) compte tenu que $\overline{C} \supseteq C \quad \forall C \in \tilde{\mathcal{C}}$

Les prévisions de consommation ne sont détaillées jour par jour que pour une semaine et il est quasiment impossible d'établir un profil des consommations journalières des semaines suivantes sur la base de totaux hebdomadaires.

Ceci nous incite à poser $T=7$ et par suite $V_i(C_i,j,7) \equiv 0$ sur $\mathcal{C}_i \times\{1,\ldots,NA_i\}$, alors qu'avec un horizon de T' jours $T'>7$, la fonction de Bellman $V_i^!(.,.,.)$ au jour 7 serait modulée, conformément à la relation (44), par :

$$V_i^!(C_i,j,7) \leq V_i^!(\overline{C}_i,j,7) + f_i(\overline{C}_i-C_i)$$

Nous avons donc procédé à des expériences numériques sur un horizon de la semaine en initialisant successivement l'équation récurrente de Bellman avec

$$V_i(C_i,j,7) \equiv 0 \quad \forall\, C_i \in \mathcal{C}_i \quad \text{et} \quad \forall j \in\{1,\ldots,NA_i\}$$

puis $V_i(C_i,j,7) = f_i(\overline{C}_i-C_i) \quad \forall\, C_i \in \mathcal{C}_i \quad \text{et} \quad \forall j \in\{1,\ldots,NA_i\}$

La décision optimale $\Delta C_i^*(E_i(0))(0)$ $(i=1,2)$ semble robuste et pour les stratégies $\Delta C_i^*(E_i(t))(t)_{t=1,2}$ les basculements à d'autres configurations ne se produisent que lorsque les coûts correspondants sont proches.

Aussi avons nous retenu $T=7$, c'est à dire un horizon d'optimisation de la semaine.

CHAPITRE VI - RESULTATS ET CONCLUSIONS

Nous appuyant sur l'analyse précédente des diverses étapes que recouvre la résolution du problème d'optimsation dynamique, nous avons conçu et mis au point deux algorith mes :

OPTIMA : algorithme d'optimisation dynamique turboalternateurs.

OPTIMB : algorithme d'optimisation dynamique chaudières.

Leurs structures, très similaires, ainsi que les quelques particularités de programmation sont décrites dans l'annexe V.

Sur le plan de calcul, OPTIMA est éxécuté approximativement en 17 secondes sur calculateur T1600 et OPTIMB prend environ 50 secondes.

Rien ne s'oppose donc à exploiter chaque fois qu'ils sont disponibles, c'est à dire les cinq premiers jours de la semaine, les tableaux indiquant les prévisions de consommations pour les sept jours à venir, et à "faire tourner" avec ces données les deux programmes d'optimisation qui renseigneront ainsi sur les meilleures décisions de démarrage voire d'arrêt à prendre le lendemain.

Reste à juger maintenant de l'impact de cette optimisation sur la conduite de la centrale.

1. Simulations

Afin de dégager les gains éventuels apportés par l'introduction de cette procédure nous avons développé plusieurs outils de simulation : (cf.Annexe VI).

1.1. Simulation de la gestion optimale des chaudières (respectivement des turboalternateurs) : chaque jour on se réfère à la politique préconisée par le programme d'optimisation OPTIMB (respectivement OPTIMA) pour mettre en service ou éteindre des chaudières (respectivement des turboalternateurs) et, au cours de la journée, on règle de façon optimale - programme d'optimisation statique-, heure par heure, les points de consigne des générateurs en fonctionnement, pour suivre les fluctuations de la demande. On évalue, ainsi, sur une certaine période, le coût de la "politique optimale" -"coût optimal"- ventilé en :

coûts de démarrage

coûts de défaillance (s'il y en a)

coûts de production de la vapeur 60 bars (respectivement gain dû à l'électricité autoproduite).

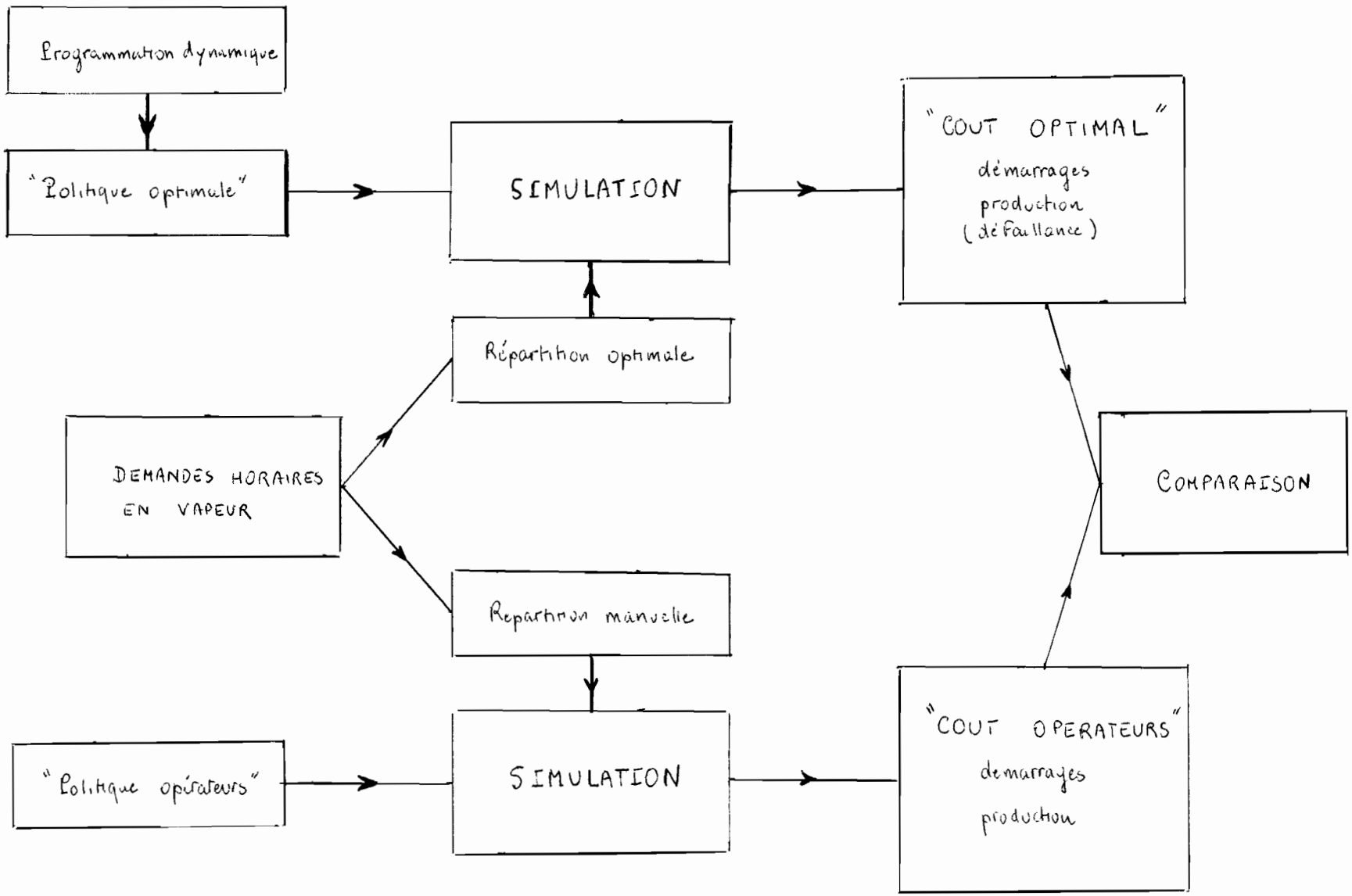

Programmation dynamique
"Politique optimale"
SIMULATION
"COUT OPTIMAL"
démarrages
production
(défaillance)
Répartition optimale
DEMANDES HORAIRES
EN VAPEUR
COMPARAISON
Repartition manuelle
"Politique opérateurs"
SIMULATION
"COUT OPERATEURS"
démarrages
production

Figure 1

1.2. Simulation de la politique de gestion des générateurs pratiquée par les opérateurs :

Pour les turboalternateurs, cette simulation est triviale, puisque l'autoproduction (MWh) est récapitulée dans les "tableaux de production et consommations réelles". En la multipliant par le prix du MWh électrique, on obtient immédiatement le gain résultant. Il suffit de recenser ensuite le nombre de démarrages au cours de la période envisagée afin d'évaluer le coût lié aux démarrages.

Pour les chaudières, grâce à des tableaux journaliers dans lesquels sont consignés les niveaux de production horaire de chaque chaudière, nous sommes en mesure de calculer le coût engendré par la production proprement dite. En y rajoutant les coûts de démarrages, nous avons une estimation du coût encouru avec la conduite actuelle de la centrale -"coût opérateurs" .

Effectuées sur les réalisations réelles de la demande, ces simulations permettent de comparer poste par poste (coûts de démarrage -coût de production ou gain en électricité) et globalement les politiques manuelle et automatique. Le schéma de la figure 1. résume l'enchaînement de ces simulations, dans le cas des chaudières.

Remarque : Il serait également révélateur de confronter la consommation réelle en combustible (fuel et gaz) avec celle calculée lors de la simulation de la politique des opérateurs. Ce serait en effet un moyen de valider les courbes de rendement utilisées .

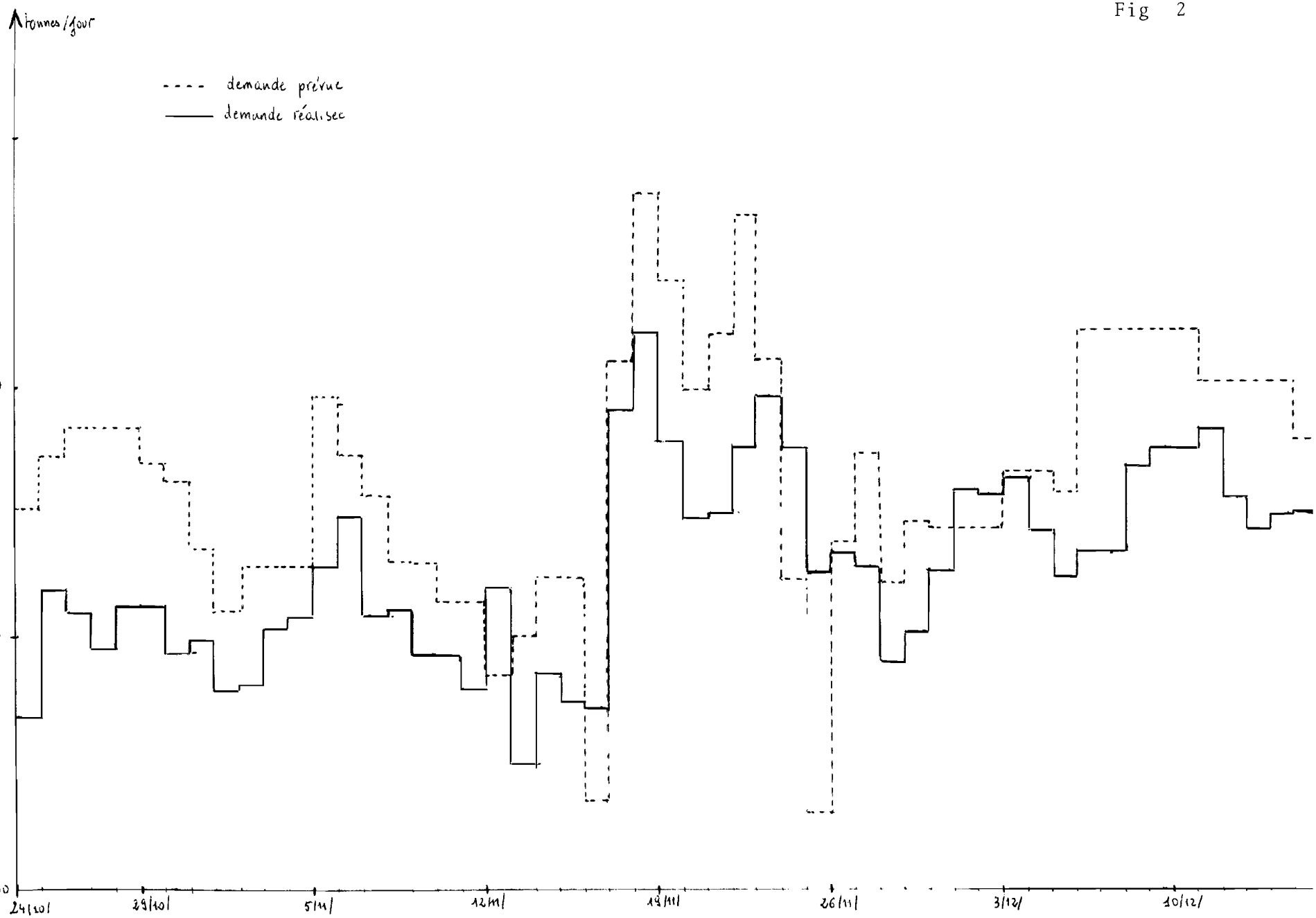
2. Résultats Turboalternateurs :

Pour les turboalternateurs, les simulations entreprises recouvrent actuellement la période s'étendant du 24 Octobre 1979 au 16 Décembre 1979, sur laquelle les demandes prévues et réalisées sont celles représentées à la figure 2. Les diagrammes de la figure 3 schématisent les politiques d'arrêt et de démarrage préconisées respectivement par le programme d'optimisation et les opérateurs.

Les tableaux de la figure 4 rassemblent, jour par jour, les éléments pertinents pour la confrontation de ces deux politiques.
Sur cette période, on a les résultats globaux suivants :

Demandes en vapeur 6 bars

Fig 2



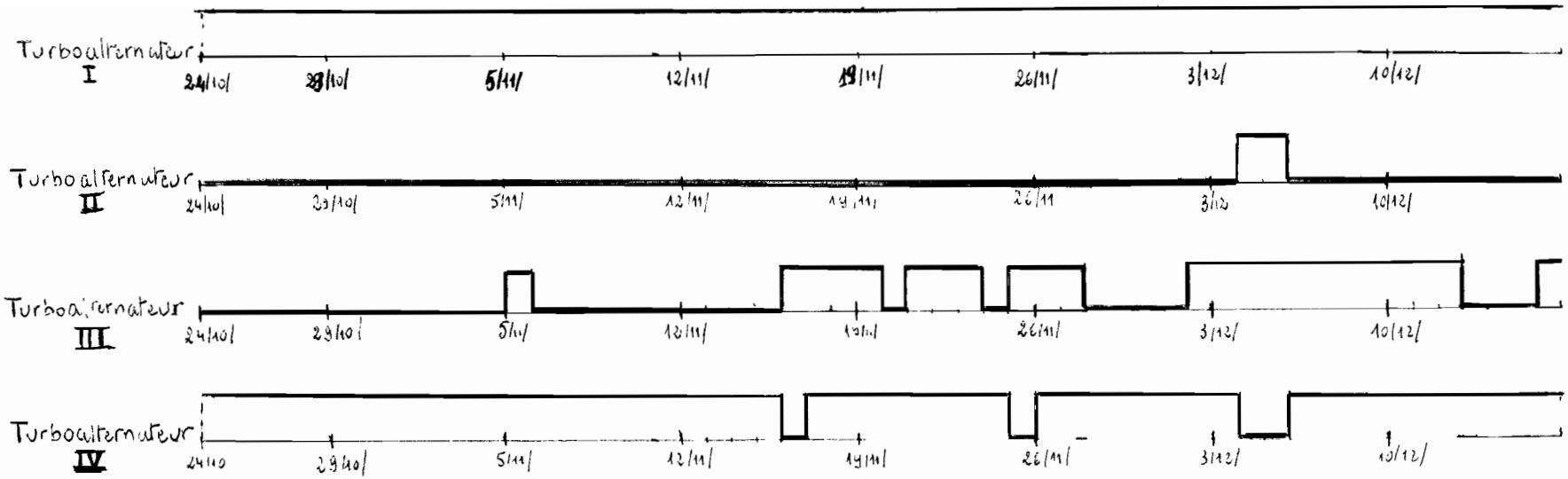
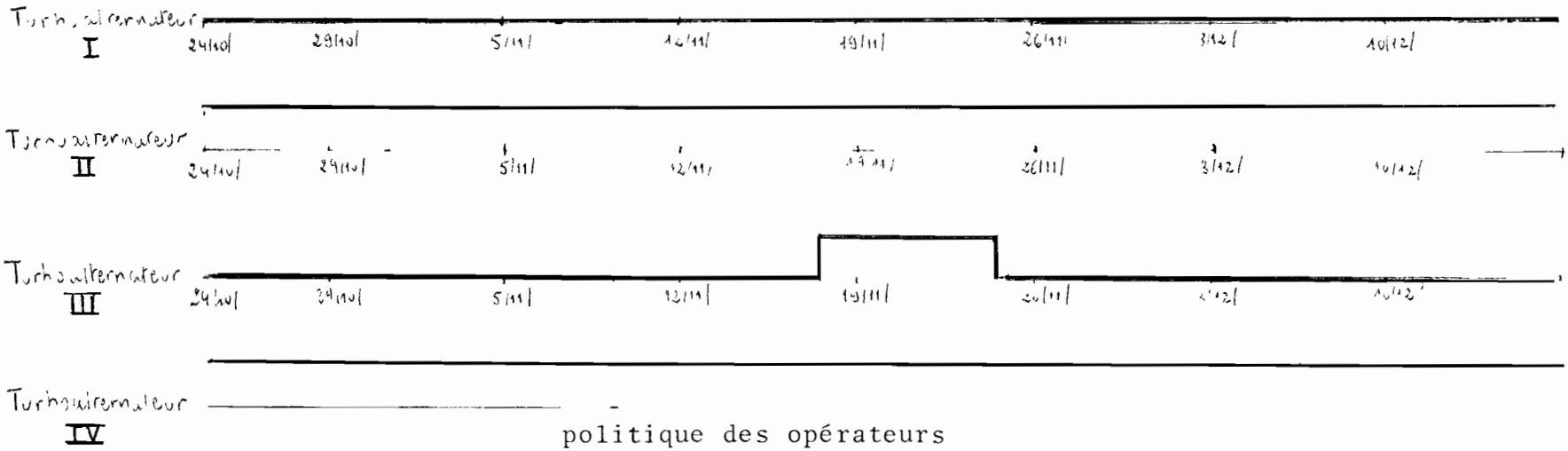


Fig. 3

politique du programme



politique des opérateurs

. Politique des opérateurs :

électricité autoproduite : 15 697 MWh (à 162 F. le MWh)
gain financier : 2 542 914 F.
coût de démarrage : - 512,5 F.

Gain global : 2 542 401,5 F.

. Politique "optimale" :

électricité autoproduite 17 714 MWh
gain financier : 2 860 668 F.
coûts de démarrage : - 5 783 F.
coût de défaillance : - 4 077 F.

Gain global : 2 859 808 F Soit 12,5 °/o de plus.

Remarque : Le gain financier à retirer de l'optimisation statique n'est pas exactement le gain en électricité autoproduite, car la marche à régime plus élevé des turboalternateurs s'accompagne d'une baisse d'enthalptie de la vapeur 6 bars à la sortie des turbines ainsi que probablement d'une diminution de la quantité d'énergie récupérée dans les circuits de refroidissement des appareils. Toutefois ce dernier terme est faible.

On constate que le gain majeur provient essentiellement de l'optimisation statique et que, dans la mesure où, à la fois les coûts de démarrage et le coût unitaire de défaillance sont faibles, le programme d'optimisation "suggère" de changer de configuration dès lors que l'aléa réalisé laisse prévoir des niveaux de demandes pour lesquels avec les turboalternateurs en service jusqu'à ce moment là, même en les réglant au mieux, on ne produirait pas autant d'électricité qu'avec la nouvelle configuration.

Ainsi au début de la période étudiée, du 24/10 au 15/11/79, la configuration proposée est (1,0,0,1) (excepté le 5/11/ où on pouvait s'attendre à une demande plus importante) et non (0,1,0,1) :

avec (0,1,0,1) les opérateurs ont produit 6098 MWh.

avec (1,0,0,1) l'autoproduction est de 6984. MWh, soit 14,5 °/c en plus. Si on adopte la configuration 0101 sur cette période et si on répartit la charge de façon optimale, la quantité d'électricité produite ne s'élève qu'à 6774 MWh soit 3 °/o de moins qu'avec (1,0,0,1) mais par contre, 11 °/o de plus qu'avec l'allocation des opérateurs. Cette amélioration consécutive

Fig 4.a

PROGRAMME

	24/10/79	25/10/79	26/10/79	27/10/79	28/10/79	29/10/79	30/10/79	31/10/79
Electricité produite (Mwh)	263,05	325,98	315,58	298,05	378,78	319,02	296,57	302,34
Coûts de démarrage (en Francs)								
Coût de défaillance (en Francs)	83,6							

OPERATEURS

Electricité produite (Mwh)	224	218		917		286	261	269
Coûts de démarrage (en Francs)								

PROGRAMME

	1/11/79	2/11/79	3/11/79	4/11/79	5/11/79	6/11/79	7/11/79	8/11/79
Electricité Produite (Mwh)	278,05	281,72	308,57	313,85	313,94	360,27	313,60	318,14
Coûts de démarrage (en Francs)					512,5			
Coût de défaillance (en Francs)								

OPERATEURS

Electricité produite (Mwh)		1039			305	315	279	283
Coûts de démarrage (en Francs)								

PROGRAMME

	9/11/79	10/11/79	11/11/79	12/11/79	13/11/79	14/11/79	15/11/79	16/11/79	17/11/79	18/11/79
Electricité produite (MWh)	292,21	294,95	278,85	327,20	243,46	287,03	273,11	268,99	386,76	423,81
Coûts de démarrage (en Francs)								512,5	731,2	
Coût de défaillance (en Francs)								337,1		

OPERATEURS

Electricité produite (MWh)		752		288	193	247	229		985	
Coûts de démarrage (en Francs)									512,5	

Fig.4

PROGRAMME

	19/11/79	20/11/79	21/11/79	22/11/79	23/11/79	24/11/79	25/11/79	26/11/79	27/11/79	28/11/79
Electricité produite (MWh)	371,78	350,01	338,97	369,93	394,77	353,67	312	320,48	313,4	292
Coûts de démarrage (en Francs)			512,5				512,5	732,1		
Coût de défaillance (en Francs)		486,3				2047,1	1293,6			

OPERATEURS

Electricité produite (MWh)	330	296	295	331		986		299	291	239
Coûts de démarrage (en Francs)										

PROGRAMME

	29/11/79	30/11/79	1er/12/79	2/12/79	3/12/79	4/12/79	5/12/79	6/12/79
Electricité produite (MWh)	306,83	336,18	367,76	348,16	355,66	334,74	314,27	321,83
Coûts de démarrage (en Francs)				512,5		512,5		732,1
Coût de défaillance (en Francs)			315,6					

OPERATEURS

Electricité produite (MWh)	256	283	639	324	296	271	298
Coûts de démarrage (en Francs)							

Fig 4.c

PROGRAMME

	7/12/79	8/12/79	9/12/79	10/12/79	11/12/79	12/12/79	13/12/79	14/12/79	15/12/79	16/12/79
Electricité produite (MWh)	323,15	360,76	369,90	370,43	378,86	346,59	354,59	362,04	363,09	318,21
Coûts de démarrage (en Francs)										512,5
Coût de défaillance (en Francs)										

OPERATEURS

Electricité produite (MWh)		950		325	334	324	314		933
Coûts de démarrage (en Francs)									

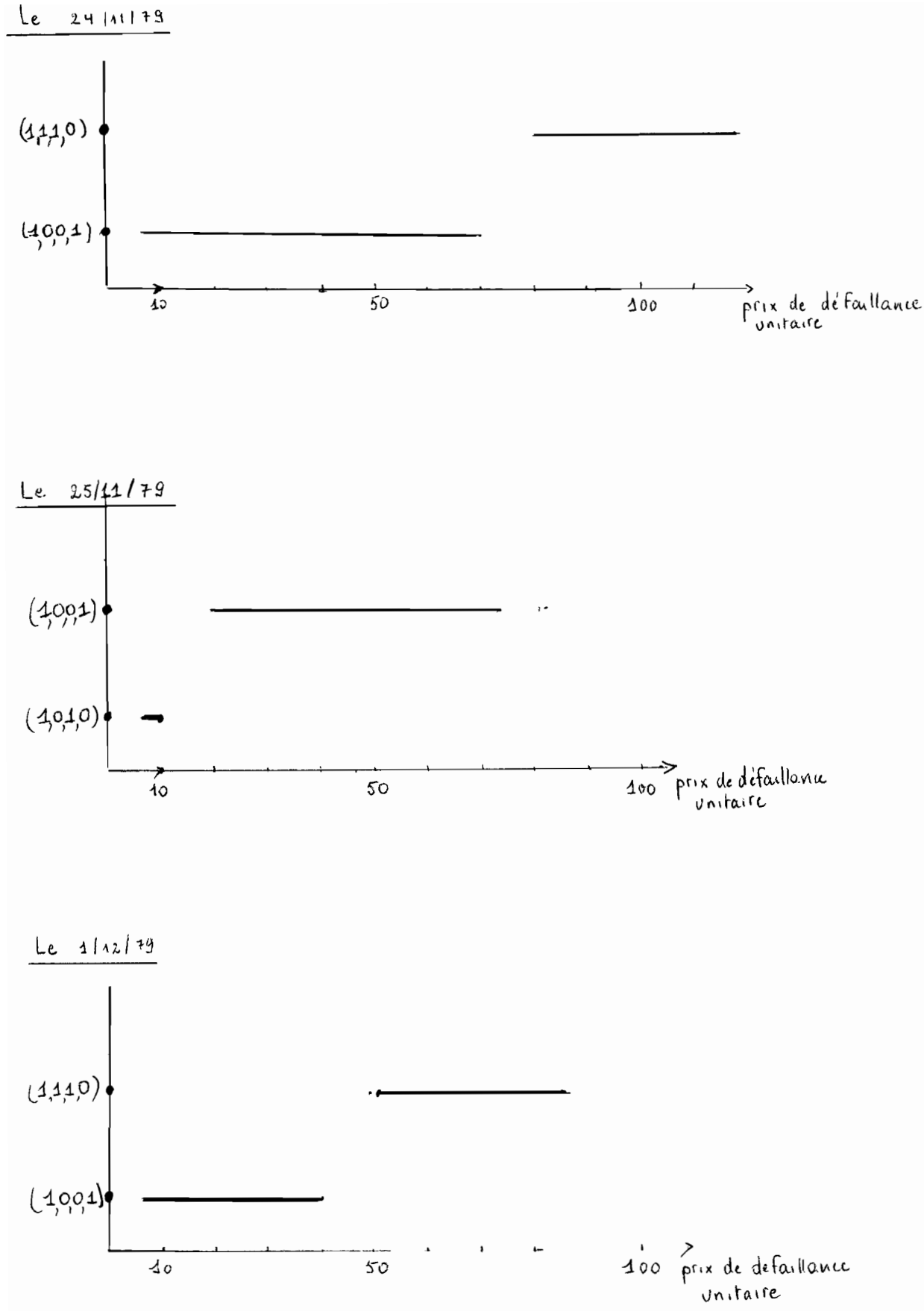


Fig 5 Influence du prix unitaire de défaillance

au choix de la configuration proprement dit n'a pas lieu, lorsque les décisions prises sont trop "prudentes" vis à vis de la demande effectivement réalisée (un turboalternateur allumé en trop);néanmoins la répartition optimale, avec la configuration retenue, accroît de façon déjà importante l'autoproduction en électricité. A titre d'exemple, au cours de la semaine du 3/12 au 9/12/79, on produit 2380 MWh avec la politique "optimale" contre 2447 MWh produits en optimisant avec (0,1,0,1)-politique des opérateurs- mais cette autoproduction est supérieure de 11 % à celle des opérateurs.

Quant aux défaillances observées sur cette période, elles s'expliquent par l'un des phénomènes suivants :

. Il est globalement plus avantageux de détendre directement la vapeur 60 bars en vapeur 6 bars plutôt que d'avoir un turboalternateur supplémentaire allumé ce qui oblige à réduire le régime de marche des turboalternateurs de meilleur rendement. C'est le cas pour la journée du 20/11/79.

Si on maintient le turboalternateur III allumé, le manque à gagner en électricité 14 MWh, soit 2274,5 F, est supérieur aux coûts de redémarrage du turboalternateur III le lendemain et de la défaillance - au total 1000 F.

. La demande fluctue de façon trop importante au cours de la journée ; Ainsi, pour le 16/11/79, la demande horaire passe de 102 tonnes à 148 tonnes (moyenne de la journée 114 tonnes). Ceci est en accord avec le fait qu'il faudrait chiffrer la défaillance unitaire à plus de 700 F pour que l'on préfère la configuration (1,0,0,1) à la configuration (1,0,1,0).

. Les demandes réelles avaient une probabilité assez faible de se produire et comme le prix de défaillance est très faible, elles ont eu peu de "poids" dans la procédure de programmation dynamique. Ceci a lieu les 24 et 25/11/79 et le 1/12/79. Pour ces jours là, nous avons fait une étude de sensibilité au prix de défaillance (cf. figure 5).

Remarque : Lorsque le programme conseillait, pour le premier jour de la période d'optimisation, un choix de configuration, qui une fois mis en oeuvre, ne permettait pas de satisfaire la demande en vapeur 6 bars, et, qu'une faible variation du prix unitaire de la tonne de vapeur non produite (10F au lieu de 6,05 F) entraînait le basculement à une solution de plus forte capacité de turbinage, c'est cette dernière configuration que nous avons conservée ; elle était d'ailleurs, déjà préférée pour certains états initiaux de marche des turboalternateurs. Cette sorte d'"instabilité"

peut donc être détectée à la lecture du listing : si on remarque que, pour le premier jour, les coûts de démarrage président au choix entre une configuration et une autre capable de répondre à des demandes plus élevées, nous jugeons plus "sûr" de recommencer l'optimisation dynamique en augmentant légèrement le prix de défaillance, pour voir si la même politique est maintenue.

3. Résultats chaudières

Nous n'avons commencé les simulations qu'à partir du 15 janvier 1980, car, antérieurement, certaines répartitions journalières nous faisaient défaut. Les résultats présentés ici s'arrêtent au 2 mars 1980; la politique optimale a été élaborée en fixant à 1000 F le prix de défaillance pour une tonne de vapeur 60 bars non fournie, soit à peu près 15 fois le prix moyen de production de la tonne de vapeur 60 bars surchauffée (de l'ordre de 70 F).

La figure 6 montre l'évolution de la demande (prévue et réalisée) au cours de cette période. On se reportera à la figure 7 pour la visualisation des politiques du programme et des opérateurs respectivement, ainsi qu'aux tableaux de la figure 8 pour la comparaison, jour par jour, des divers coûts encourus avec ces deux politiques.

Globalement les chiffres sont :

. pour les opérateurs :

coût de production :		16 627 787 F.
coût de démarrage :	+	5 868 F.
coût global		16 633 655 F.

. avec le programme :

coût de production :		16 578 27 F.
coûts de démarrage :	+	205 38 F.
		16 599 165 F.

Le gain global est beaucoup plus faible que pour les turboalternateurs : de l'ordre de 0,2 °/o. Ceci s'explique par le fait que, les rendements variant assez peu en fonction du régime, et, en outre, ne différant pas notablement d'une chaudière à l'autre, l'optimisation statique contribue peu à l'amélioration de la gestion des chaudières : ainsi pour la période du 15/1/1980 au 29/1/80, les opérateurs ne s'écartent que de 0,14 °/o du comportement optimal. On constate d'ailleurs, que lorsque, suite à une augmentation du

Demandes en vapeur 60 bars

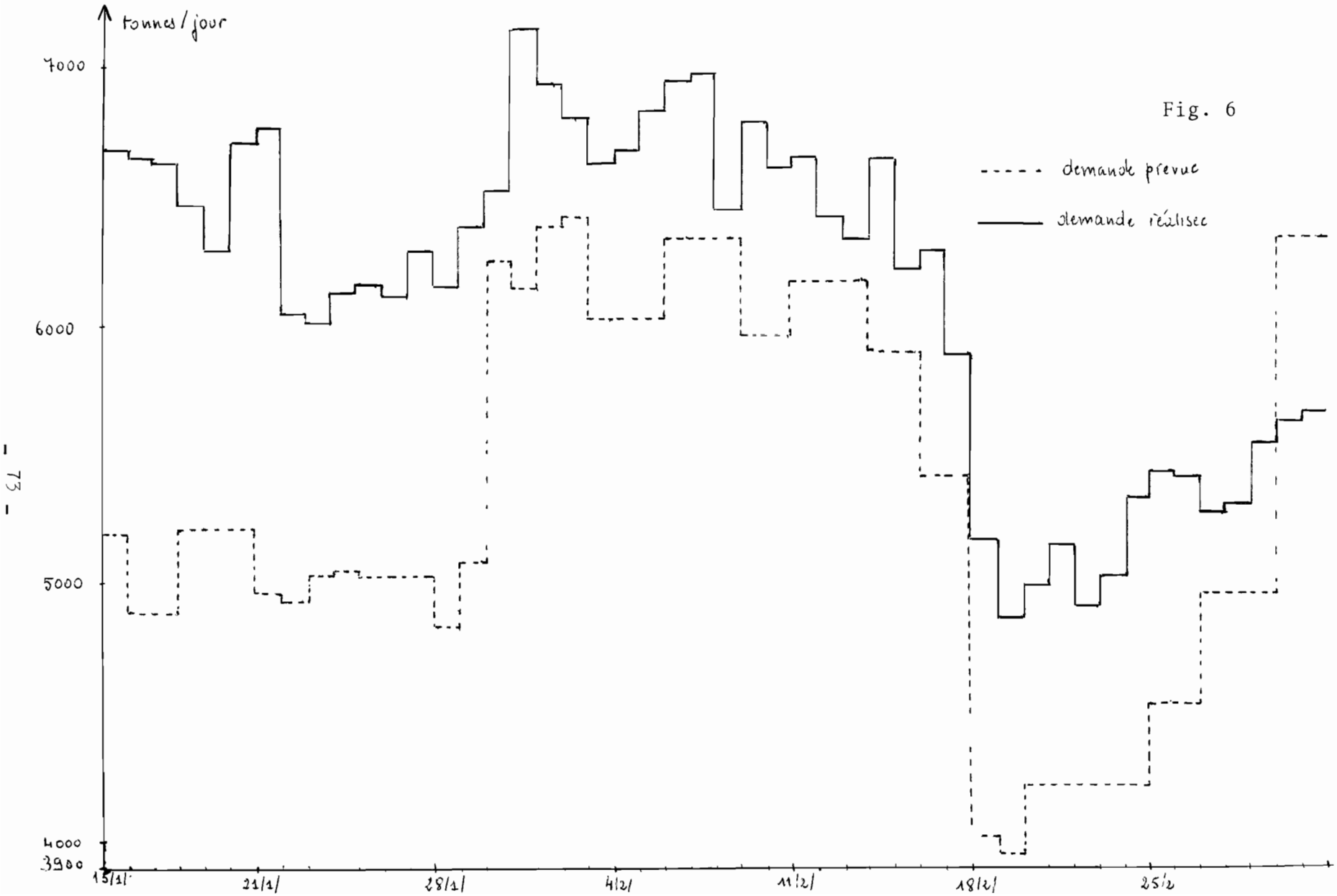


Fig. 6

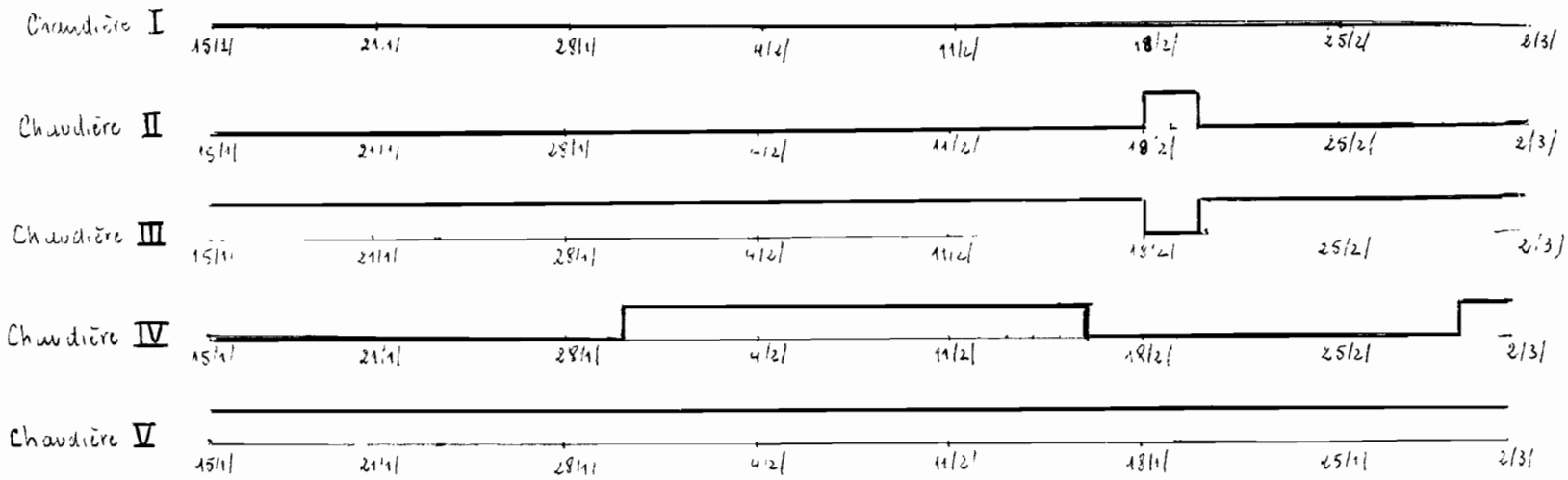
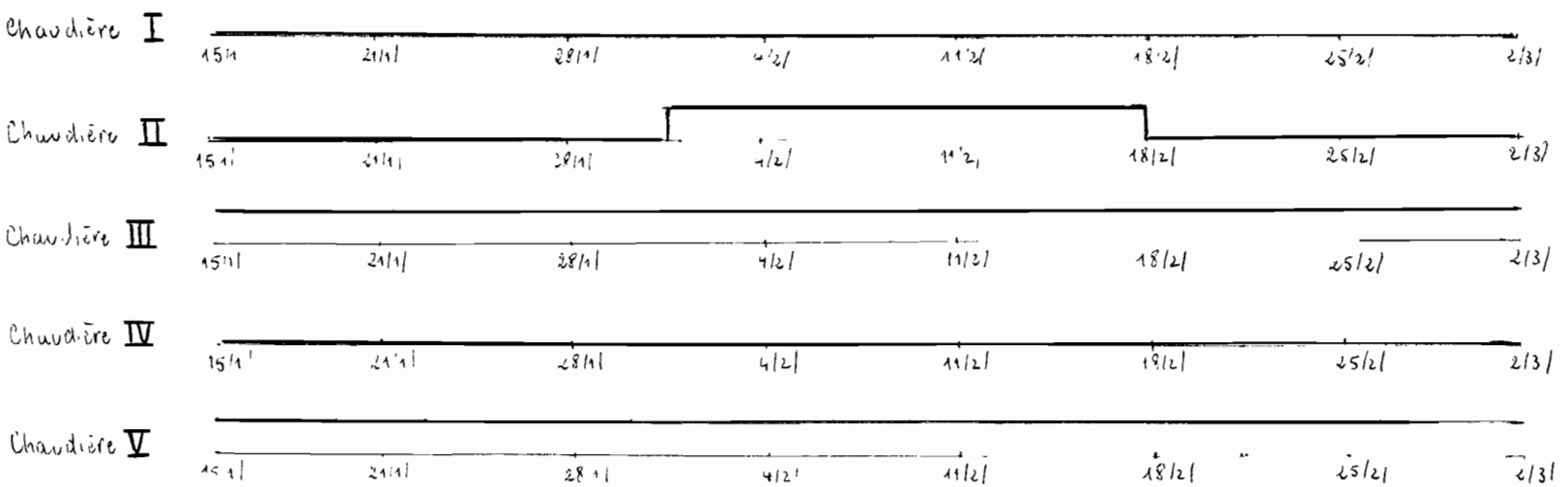


Fig 7

politique du programme



politique des opérateurs

PROGRAMME

	15/1/80	16/1/80	17/1/80	18/1/80	19/1/80	20/1/80	21/1/80	22/1/80
Coût de production (en Francs)	376118	374599	373426	363226	352684	378277	381749	338195
Coûts de démarrage (en Francs)								
Coût de défaillance (en Francs)								

Fig 8.a

OPÉRATEURS

Coût de production (en Francs)	376511	374900	373572	363737	352953	378512	382021	339218
Coûts de démarrage (en Francs)	-							-

PROGRAMME

	23/1/80	24/1/80	25/1/80	26/1/80	27/1/80	28/1/80	29/1/80	30/1/80
Coût de production (en Francs)	335865	342885	345042	341862	352842	344560	358168	369143
Coûts de démarrage (en Francs)								4890
Coût de défaillance (en Francs)								

OPÉRATEURS

Coût de production (en Francs)	337069	343861	345177	342594	353224	345204	358678	366873
Coûts de démarrage (en Francs)								

PROGRAMME

	31/1/80	1/2/80	2/2/80	3/2/80	4/2/80	5/2/80	6/2/80	7/2/80
Coût de production (en Francs)	404440	392630	385199	375305	378110	386500	396905	394852
Coûts de démarrage (en Francs)								
Coût de défaillance (en Francs)								

OPERATEURS

Coût de production (en Francs)	404551	393618	386141	376212	378962	387594	398957	395531
Coûts de démarrage (en Francs)	5868							

PROGRAMME

	8/2/80	9/2/80	10/2/80	11/2/80	12/2/80	13/2/80	14/2/80	15/2/80
Coût de production (en Francs)	365255	384090	373942	376661	363268	358239	376332	351818
Coûts de démarrage (en Francs)								
Coût de défaillance (en Francs)								

OPERATEURS

Coût de production (en Francs)	365321	384800	374751	377952	364252	359375	377431	352789
Coûts de démarrage (en Francs)								

Fig. 8.b

PROGRAMME

	16/2/80	17/2/80	18/2/80	19/2/80	20/2/80	21/2/80	22/2/80	23/2/80
Coût de production (en Francs)	352398	328629	285698	268940	278304	286542	273283	279965
Coûts de démarrage (en Francs)			5868					
Coût de défaillance (en Francs)								

OPERATEURS

Coût de production (en Francs)	357149	333559	289661	273177	280625	288476	275127	282082
Coûts de démarrage (en Francs)								

PROGRAMME

	24/2/80	25/2/80	26/2/80	27/2/80	28/2/80	29/2/80	1er/3/80	2/3/80
Coûts de production (en Francs)	296645	302484	300996	293279	295019	308590	318932	320608
Coûts de démarrage (en Francs)							4890	
Coût de défaillance (en Francs)								

OPERATEURS

Coût de production (en Francs)	298582	304086	302525	295432	297201	310312	315272	316577
Coûts de démarrage (en Francs)								

Fig 8.c

du niveau de la demande, il est nécessaire de mettre en route une chaudière supplémentaire, le programme d'optimisation retient, parmi les configurations répondant à des plages de demandes sensiblement voisines, celles pour laquelle le coût de démarrage est le moins pénalisant plutôt que celle qui consomme le moins de combustible, car, précisément, il y a très peu d'écart entre les coûts de production proprement dits : ainsi, au cours de la période du 31 Janvier au 15 Février 1980, le programme ne suggère la politique (0,2,1) que lorsque la configuration de la veille est (0,2,1) ou (0,2,0);sinon il choisit la configuration (1,1,1). En fait, sur cette même période en répartissant de façon optimale la charge sur les chaudières II-III-V au lieu des chaudières III-IV-V on ne réalise que 0,2 °/o d'économie.

Le coût de défaillance adopté semble suffisamment élevé, puisqu'on est toujours capable, avec la politique "optimale", de répondre à la demande en vapeur 60 bars. Pour les journées, où le programme propose des configurations un peu trop "prudentes", nous avons analysé l'influence du prix unitaire de défaillance (p_d). (Cf figure 9). Remarquons que si ce prix devient inférieur au prix marginal de la tonne de vapeur 60 bars produite, on a alors intérêt à sous-produire avec la configuration de meilleur rendement c'est à dire avec (0,0,1). C'est ce qui a lieu pour la journée du 30/1/80. Cette hypothèse étant peu réaliste, nous avons, dans la suite, limité inférieurement (p_d) à 100.F. On retrouve, sur ces exemples, le fait que le basculement à une configuration de plus forte capacité de production se produit pour un prix de défaillance d'autant plus grand que le risque de ne pas répondre à la demande, dans tous les cas statistiquement possibles, est plus réduit. Aussi déterminer empiriquement - c'est à dire par des expériences numériques de sensibilité - un ordre de grandeur raisonnable de ce prix de défaillance n'est envisageable que si les matrices de transition de la chaîne de Markov ne sont pas à remettre en cause.

4. Conclusions

De toute évidence, la discussion qui précède manque de généralité dans la mesure où les deux politiques ne sont comparées que sur une seule réalisation de la demande. Par ailleurs, à l'heure actuelle, les simulations ne portent pas sur des périodes suffisamment longues pour en tirer des conclusions définitives, et, en particulier, justifier de façon objective la rentabilité de l'implantation d'un calculateur muni du

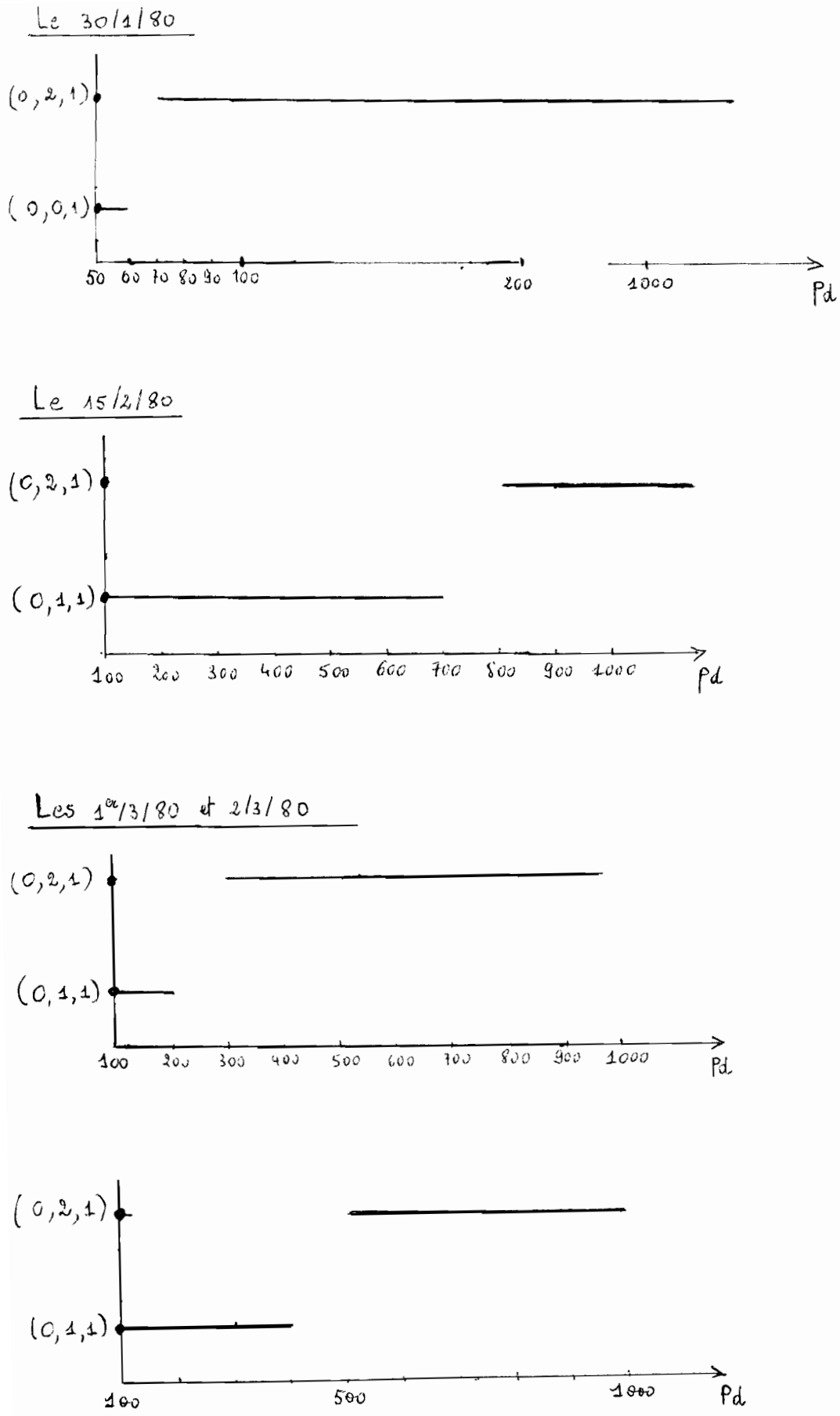


Figure 9. Influence du prix unitaire de défaillance

programme d'optimisation;c'est pourquoi il a été décidé de les poursuivre. Toutefois, d'ores et déjà, certains résultats positifs peuvent être entrevus :

- nette amélioration de l'optimisation statique des turboalternateurs.
- tendance à réagir plus rapidement face à des variations de la demande.

Ceci est bénéfique lorsque, suite à une baisse de la demande, il devient inutile de maintenir en service une des unités.

Il ressort également de cette campagne de simulations que l'efficacité de l'optimisation dynamique est étroitement liée à la qualité de la prévision des demandes et du modèle stochastique des aléas. Par conséquent, il importe de continuer à "affiner" l'identification des chaînes de Markov pour les aléas 60 bars et 6 bars, en incorporant à la base de données déjà disponible de nouvelles réalisations. En outre, remplacer ultérieurement les constantes caractérisant les consommations spécifiques des ateliers par des fonctions du régime de marche contribuerait certainement à rendre le planning prévisionnel plus précis;on s'orienterait alors vers une identification adaptative des demandes en vapeur. Mérite également d'être approfondie la question du délestage en cas d'incidents graves, puisqu'elle est sous-jacente au chiffrage d'un prix de défaillance vapeur 60 bars réaliste. Le problème que nous avons traité ouvre donc encore de larges perspectives d'études complémentaires, voire même de recherche comme par exemple le contrôle et la régulation de l'excès d'air au niveau des brûleurs des chaudières.

Ce travail accompli en collaboration avec un industriel important s'est révélé intéressant sous de multiples aspects. Sur le plan scientifique, nous avons mis en oeuvre, à l'occasion d'un exemple concret de problème de contrôle stochastique mêlant des variables continues et des variables entières , les techniques de programmation dynamique. Nous avons essayé d'intégrer au mieux l'ensemble des données collectées par le Bureau d'études de l'usine de Chalampé, et, notamment d'en extraire des renseignements statistiques pertinents pour modèliser les demandes en vapeur.

Ceci s'est concrétisé par l'élaboration de tables de décision et la mise au point d'outils de simulation, utilisables comme aide à la décision, par le

personnel de la centrale. Par ailleurs, cette étude qui a éxigé la coopération active du personnel de Chalampé a eu, indirectement, des retombées fructueuses sur l'usine, tant sur le plan technique que sur le plan humain, compte-tenu de l'intérêt croissant accordé aux problèmes d'économie d'énergie.

Post-Scriptum

Postérieurement à la rédaction de cette thèse, il est apparu que le coût de défaillance unitaire défini page 55, pour pénaliser l'obtention d'une tonne de vapeur 6 bars par détente directe d'une tonne de vapeur 60 bars et non par turbinage, chiffrait, "en moyenne", le manque à gagner dû à l'absence d'auto-production électrique ; or, ce dernier est déjà pris en compte dans le critère de l'optimisation statique. Par conséquent, en ce qui concerne la vapeur 6 bars, lorsque la capacité de trubinage des turboalternateurs en fonctionnement est insuffisante, on détend alors directement le surplus de vapeur 60 bars mais cette solution de remplacement ne s'accompagne d'aucun coût de défaillance ($p_d = 0$).

BIBLIOGRAPHIE

[1] H. AKAIKE : A new look at the statistical model identification, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-19, n°6, December 1974.

[2] O.D. ANDERSON : Time Series Analysis and Forecasting : The Box-Jenkins Approach, Butterworths.

[3] M.S. BARTLETT : On the theoretical specification of sampling properties of autocorrelated time series, Jour. Royal Stat. Soc., B.8, 27, 1946.

[4] A. BENSOUSSAN : Introduction to the theory of Impulse Control, Reprint from "Control Theory and Topics in functionnal analysis" Vol.III.

[5] A. BENSOUSSAN : Utilisation du filtre de Kalman pour la prédiction des séries économiques, Archives de l'I.S.E.A, Tome XXVII, 1974 n°2-3.

[6] A. BENSOUSSAN-J.L.LIONS : Nouvelles méthodes en contrôle impulsionnel, J. of Appl. Math. and Opt., Vol.1, 1975.

[7] P. BERNHARD-G.BELLEC : On the evaluation of worst-case design with an application to the quadratic synthesis technique, Proc. IFAC Symp. on Sensitivity, Adaptivity and Optimality, Ischia, Ialy 1973.

[8] D.P. BERTSEKAS : Convexification procedure and decomposition methods for non convex optimization problems, Jal. of Opt. Theory and Appl., Vol.29, n°2, 1979.

[9] D.P. BERTSEKAS : On penalty and multiplier methods for constrained minimization, SIAM Jal on Control and Opt. Vol. 14, n°2, February 1976.

[10] G.E.P. BOX-D.R. COX : An analysis of transformations,Jour. Royal Stat. Soc., B-26, 211, 1964.

[11] G.E.P. BOX-G.M. JENKINS : Time Series Analysis, Forecasting and Control, Holden Day, 1976

[12] J. CEA : Optimisation : Théorie et algorithmes, Dunod, Paris 1971. Paris, 1971.

[13] G. COHEN : Optimization by decomposition and coordination : a unified approach, IEEE Transcations on Automatic Control, Vol. AC-23, n°2, April 1978.

[14] G. COHEN : Auxiliary problem principle and decomposition of optimization problems, Jal of Opt. Theory and Appl., Vol. 32, n°3, 1980.

[15] F. DEIBECQUE-J.P. QUADRAT : Sur l'estimation des caractéristiques locales d'un processus de diffusion avec sauts, IRIA Rept. 311, Le Chesnay, France 1978.

[16] P. FAURRE : Réalisations Markoviennes de processus stationnaires, Thèse de doctorat d'état, Université de Paris VI, 1972.

[17] R. GALLAGER : Information theory and reliable communication, John Wiley, 1968.

[18] M. GOURSAT-S .MAURIN : Méthodes de résolution numérique des inéquations variationnelles, LAB. 7412 (IRIA/LABORIA).

[19] C.W. GRANGER : Analyse spectrale des séries temporelles en économie, Dunod, Paris, 1969.

[20] U. GREANDER-M.ROSENBLATT : Statistical Analysis of stationnary Time Series Analysis, Wiley, 1957.

[21] E.J. HANNAN : Time Series Analysis, Science Paperbacks, Chapman and Hall (London).

[22] R.A. HOWARD : Dynamic programming and Markov Processes, MIT Press, Cambridge, 1960.

[23] G.M. JENKINS-D.G. WATTS : Spectral Analysis and its applications, Holden Day, San Francisco, 1968.

[24] M.G. KENDALL-A.STUART : The advanced theory of Statistics, Griffin, London 1968.

[25] L.S. LASDON-J.D. SCHOEFFLER : A multilevel technique for optimization, Proc. JACC, Troy, N.Y. 1965.

[26] C. LEGUAY : Application du contrôle stochastique à un problème de gestion optimale d'énergie, thèse de docteur-ingénieur, Université de Paris IX,1975.

[27] D.G. LUENBERGER : "Optimization by Vector Space mathods", New-York, Wiley, 1969.

[28] E. PARZEN : Mathematical considerations in the estimation of spectra, Technometrics, Vol.3,1961, pp 167-190.

[29] M. ROBIN : Contrôle impulsionnel des processus de Markov, Thèse de doctorat d'état, Université de Paris, 1978.

[30] G. RUCKEBUSCH : Théorie géométrique de la représentation markovienne, Thèse de doctorat d'état, université de Paris VI, 1980.

[31] A. TURGEON : Optimal scheduling of thermal generating units, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-23, n°6, December 1978.

A N N E X E I

Données techniques de Fonctionnement
des chaudières et des Turboalternateurs

A N N E X E I.

I. Chaudières :

I.1. Rendements globaux :

Chaudières I et II : P = 50t/h

Regime	38 %	59 %	81 %	102 %
Rendement	91,06 %	91,33 %	91,02 %	90,40 %

Approximation parabolique : $r(x) = - 0,0493\ x^2 + 0,0583\ x + 0,8957$.

Rendement moyen : $r_1 = 0,9095$.

Chaudières III et IV P = 120t/h

Regime	34 %	60 %	80 %	101 %
Rendement	93,14 %	93,67 %	93,45 %	93,13 %

Approximation parabolique : $r(x) = - 0,0494\ x^2 + 0,0679\ x + 0,9127$

Rendement moyen $r_2 = 0,9335$.

Chaudière V P = 200 t/h.

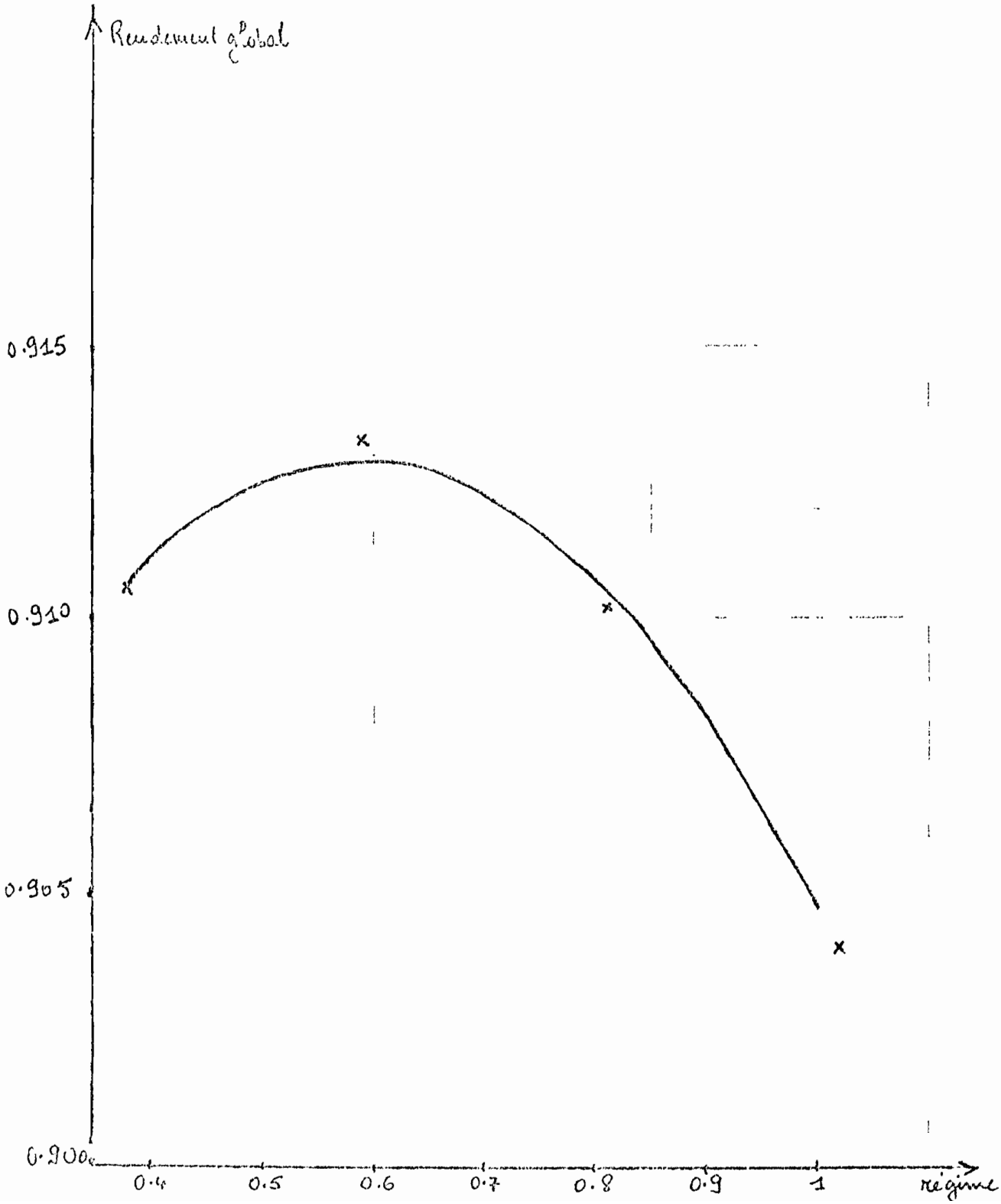
Regime	40 %	61 %	91 %	101 %
Rendement	94,51 %	94,04 %	93,29 %	92,45 %

Approximation parabolique $r(x) = - 0,0244\ x^2 + 0,9490$.

Rendement moyen $r_3 = 0,9357$.

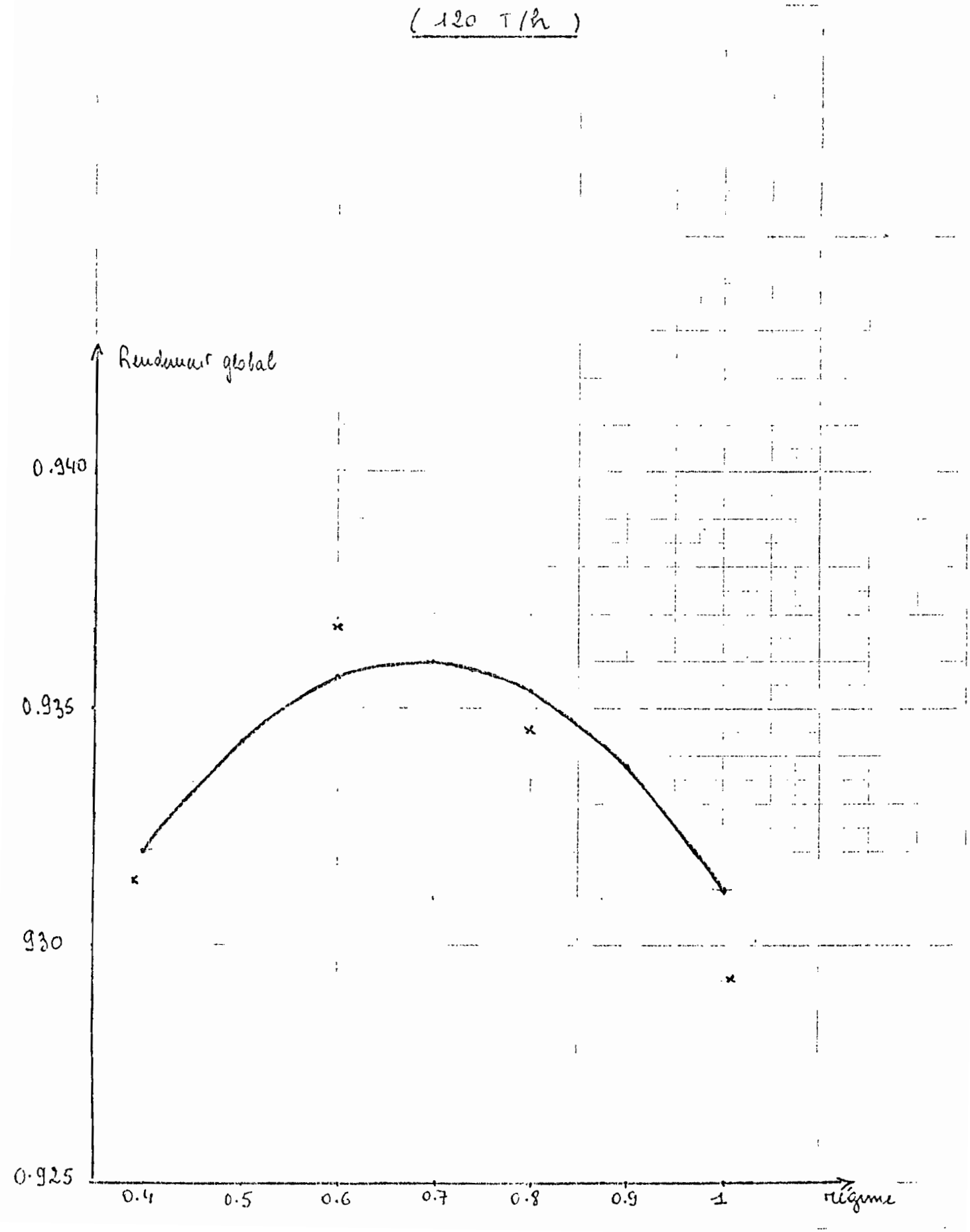
RENDEMENT CHAUDIERES 1-2

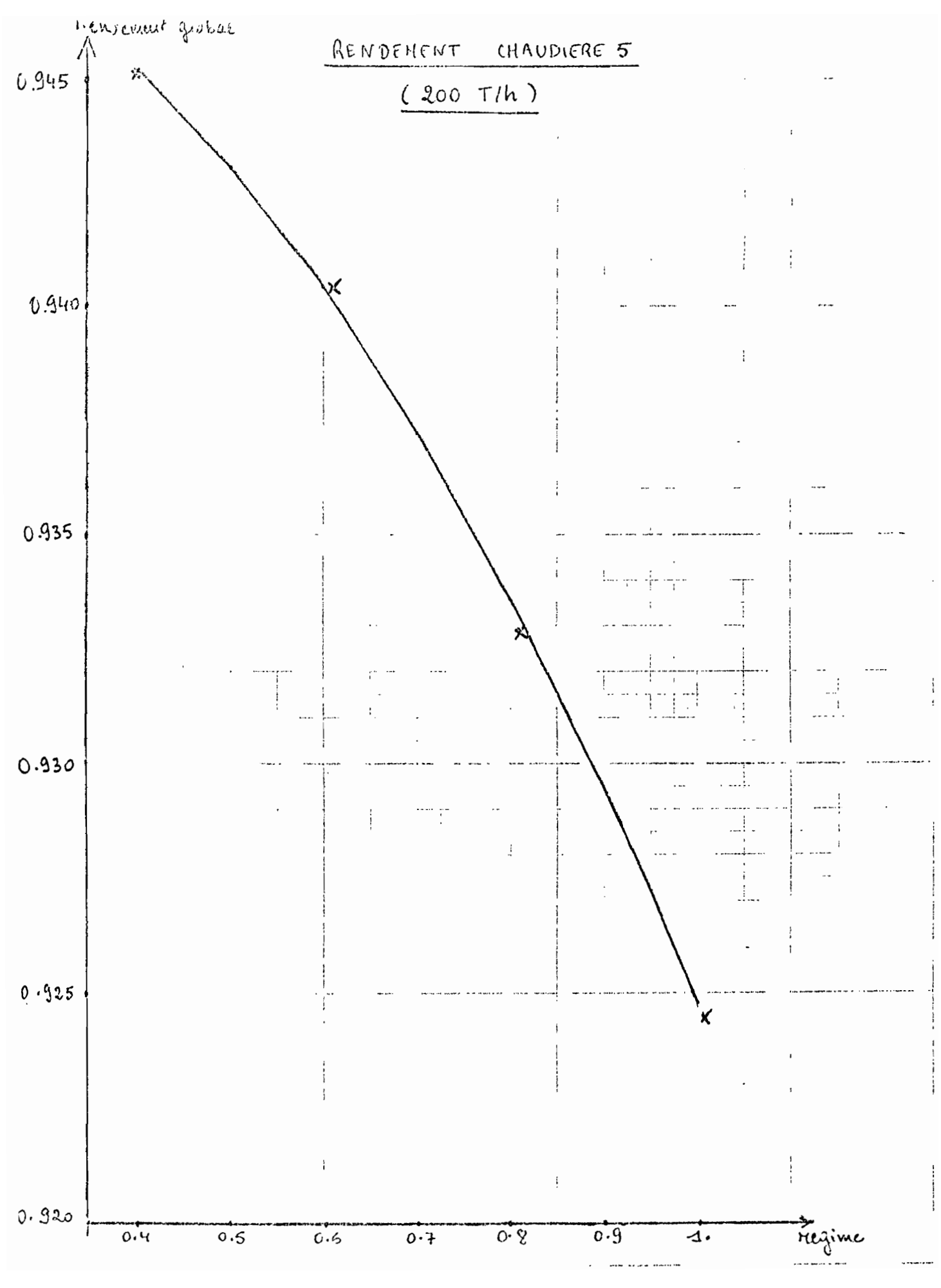
(50 T/h)



RENDEMENT CHAUDIERES 3-4

(120 T/h)




Rendement global
RENDEMENT CHAUDIERE 5
(200 T/h)
0.945
0.940
0.935
0.930
0.925
0.920
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1.
Regime

I.2. Consommations auxiliaires électriques.

Chaudières I et II.

Production Vapeur (T/h)	30	40
Puissance Electrique consommée (KW)	100	122

$$(C_{ae})(x) = 110\ x + 34.$$

Chaudières III et IV.

Production Vapeur (T/h)	40	60	80	100	120
Puissance Electrique consommée (KW)	34	46	100	165	187

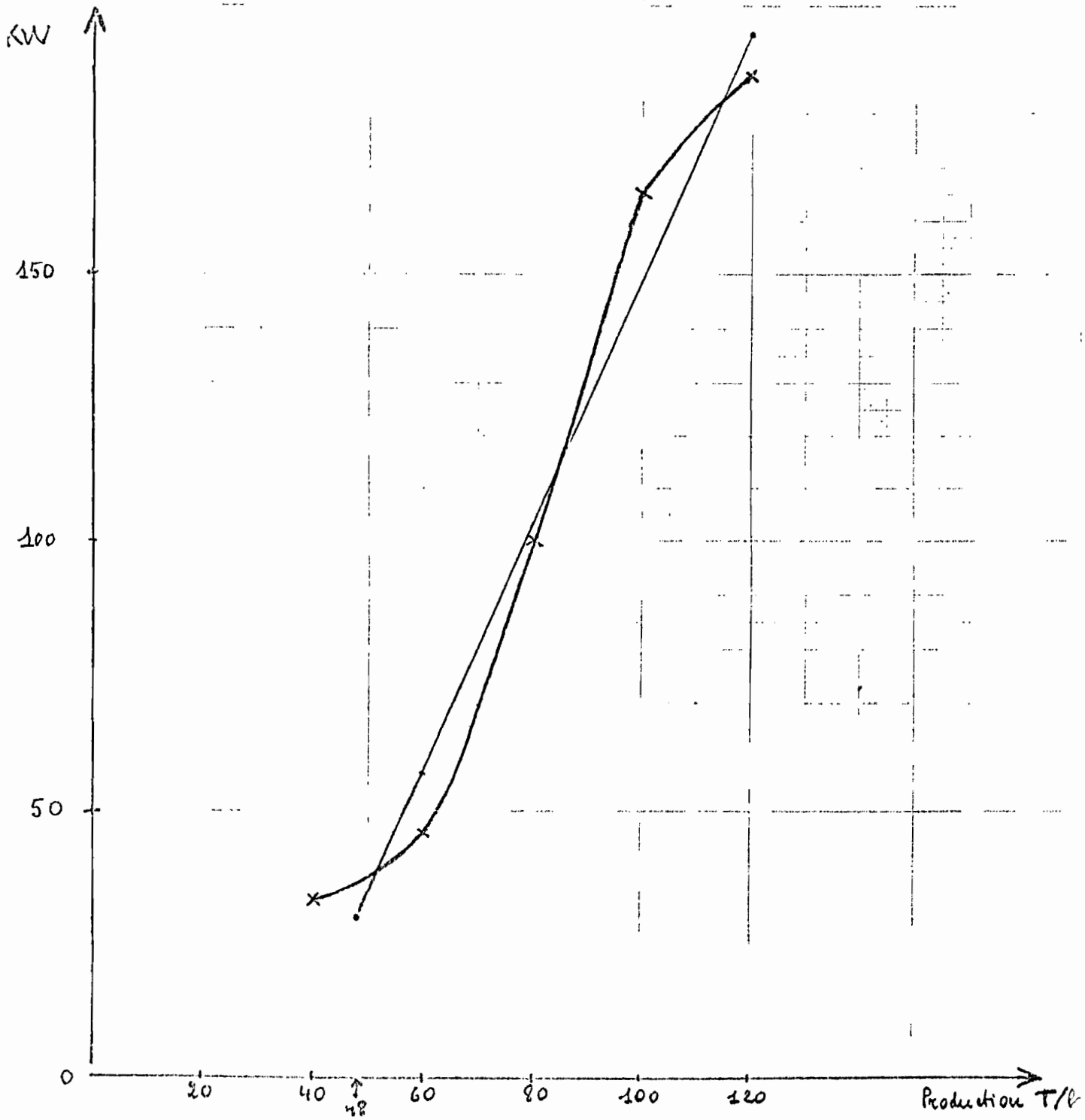
$$(C_{ae})(x) = 275,09\ x - 80,06$$

Chaudière V.

Production Vapeur (T/h)	50	80	200	220
Puissance Electrique consommée (KW)	235,2	257,25	319,725	382,2

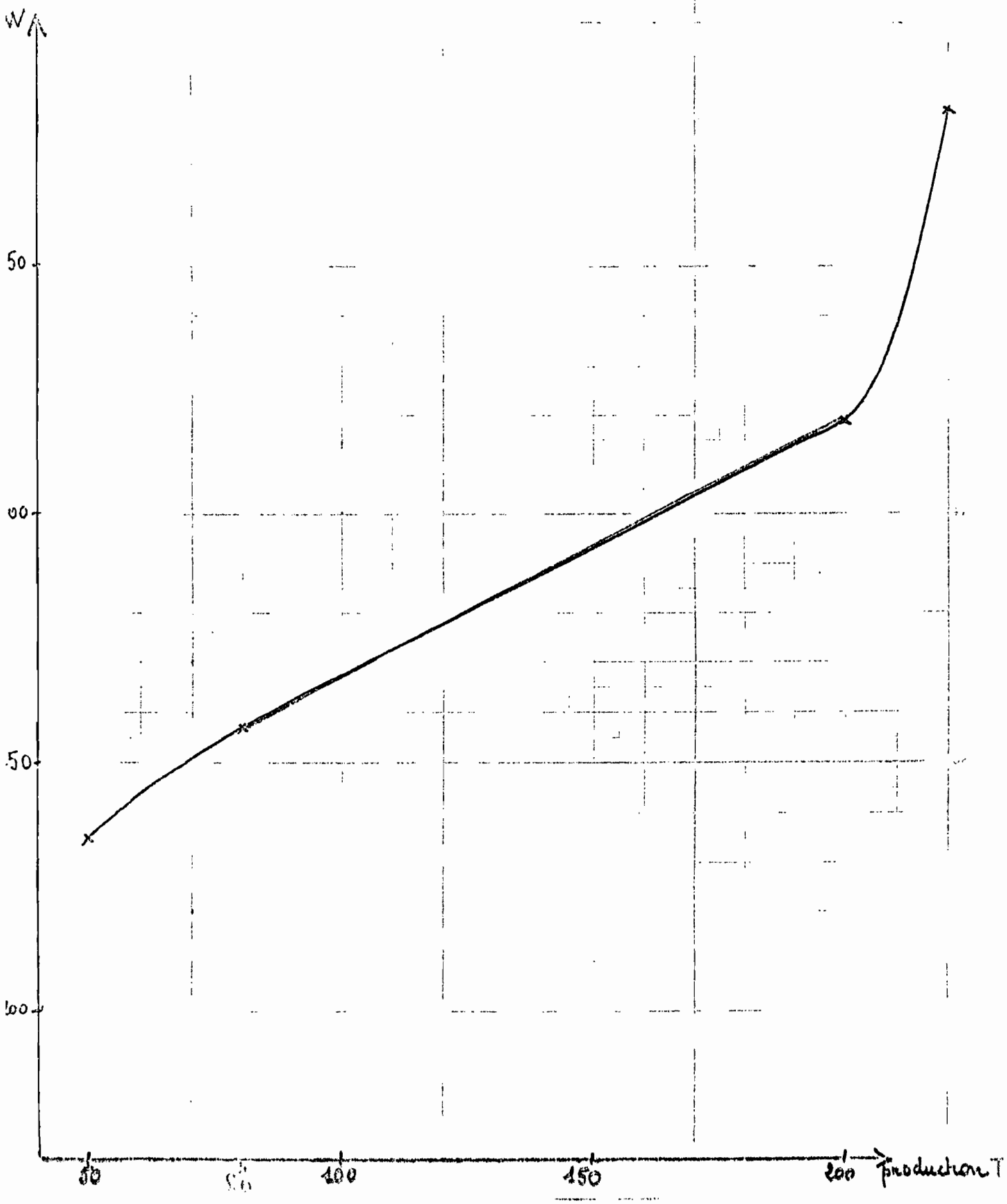
$$(C_{ae})(x) = 104,125\ x + 215,60.$$

Chaudières 3-4 (120 t/h)



CONSOMMATIONS AUXILIAIRES ELECTRICITE

Chaudière 5 (200t/h)



I.3. Coûts de démarrage.

	CHAUDIERES I et II	CHAUDIERES III et IV	CHAUDIERE V
Coût de démarrage en Tonnes de fuel	7,2	6	12
Coût de demarrage en Francs	5868	4890	9780
Frequence maximale admise	15 jours	15 jours	15 jours

II Turboalternateurs.

II.1. Rendements.

Consommation spécifique (Tonne de vapeur/h)/MW

Regime	TURBO I 6,5 MW	TURBO II 6,5 MW	TURBO III 6,5 MW	TURBO IV 9 MW
40 %	11,50	12,35	12,10	11,75
60 %	10,35	10,60	10,80	10,60
80 %	10,00	10,25	10,40	10,10
100 %	9,70	10,20	10,25	9,70

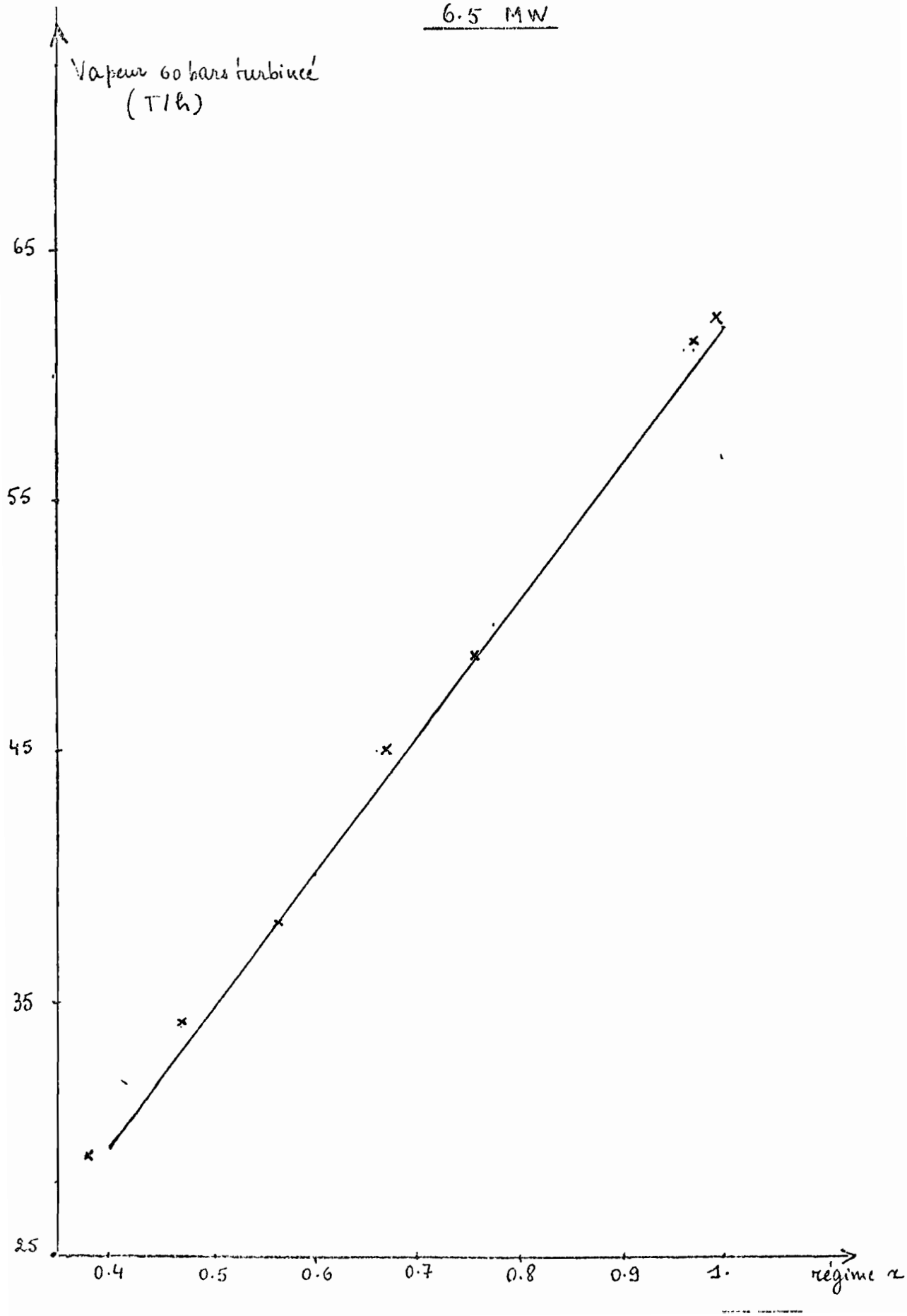
Turboalternateur	S(x)
I	54,4 x + 7,520
II	58 x + 7,725
III	58,4 x + 7,185
IV	77 x + 10,971

II.2. Coûts de démarrage.

	TURBOS I - II - III	TURBO IV
Coût de démarrage en Tonnes de vapeur	7	10
Coût de démarrage en Francs	512,47	732,1

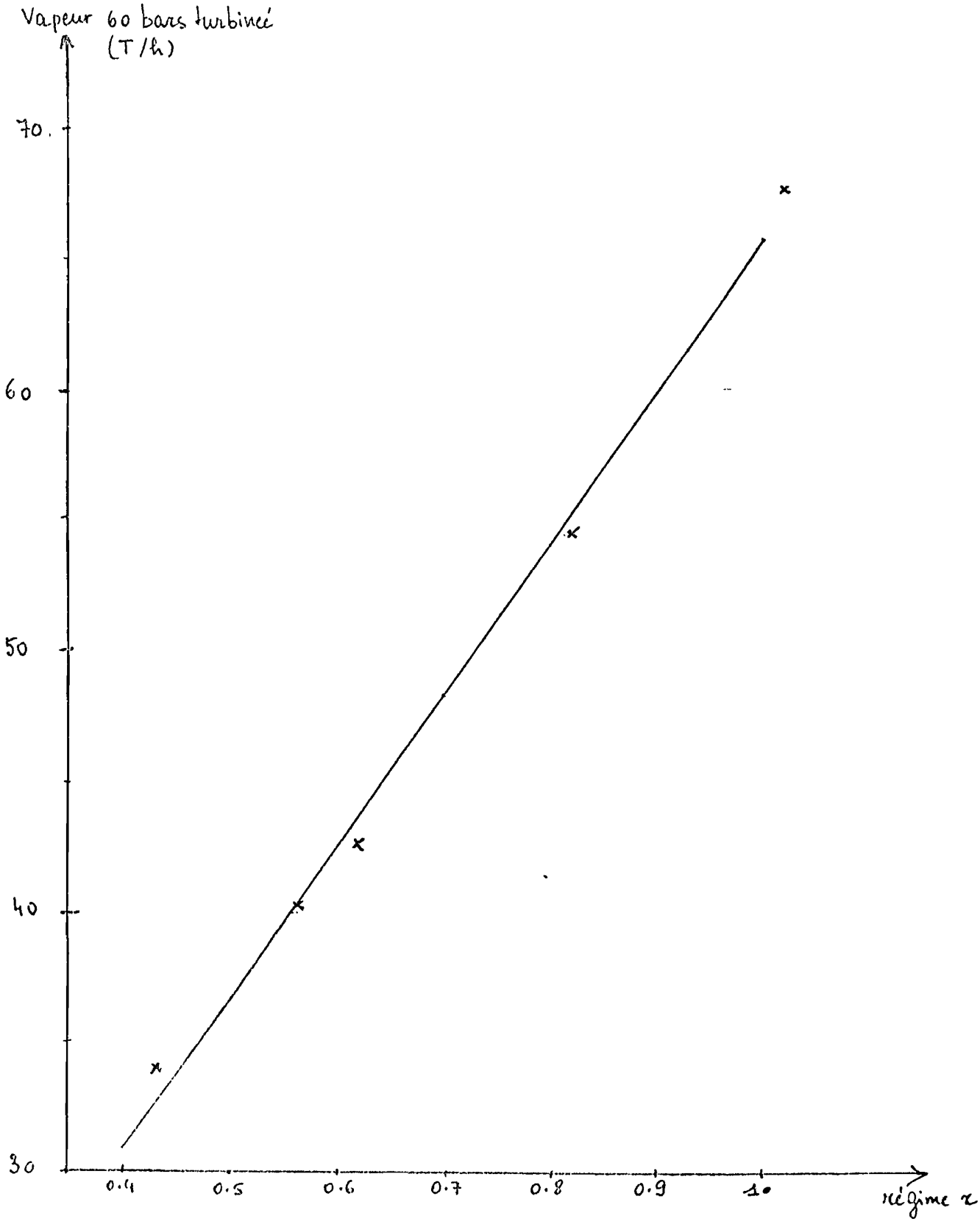
RENDEMENT TURBOALTERNATEUR 1

6.5 MW



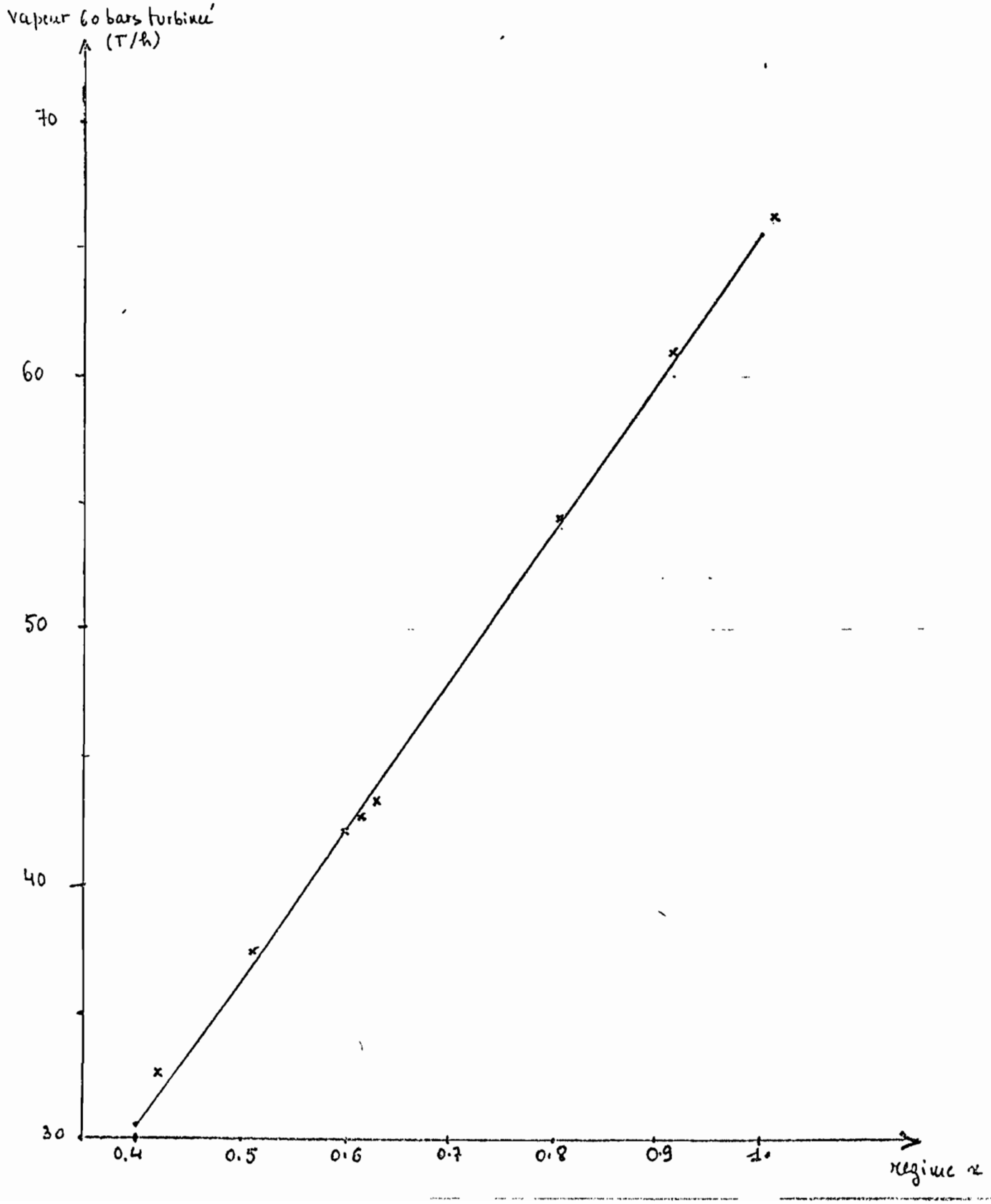
RENDEMENT TURBOALTERNATEUR 2

6.5 MW



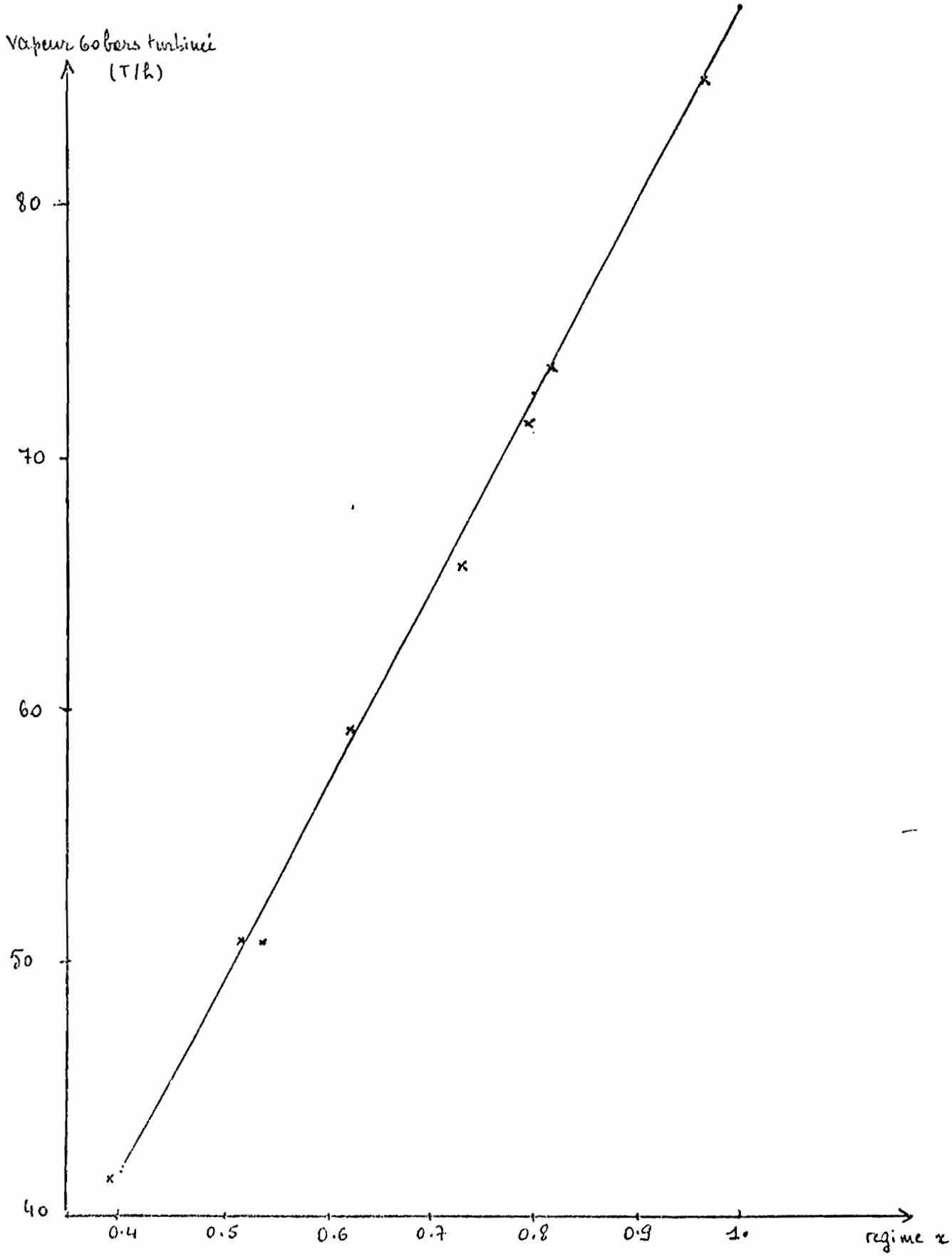
RENDEMENT TURBOALTERNATEUR 3

6.5 MW



RENDEMENT TURBOALTERNATEUR 4

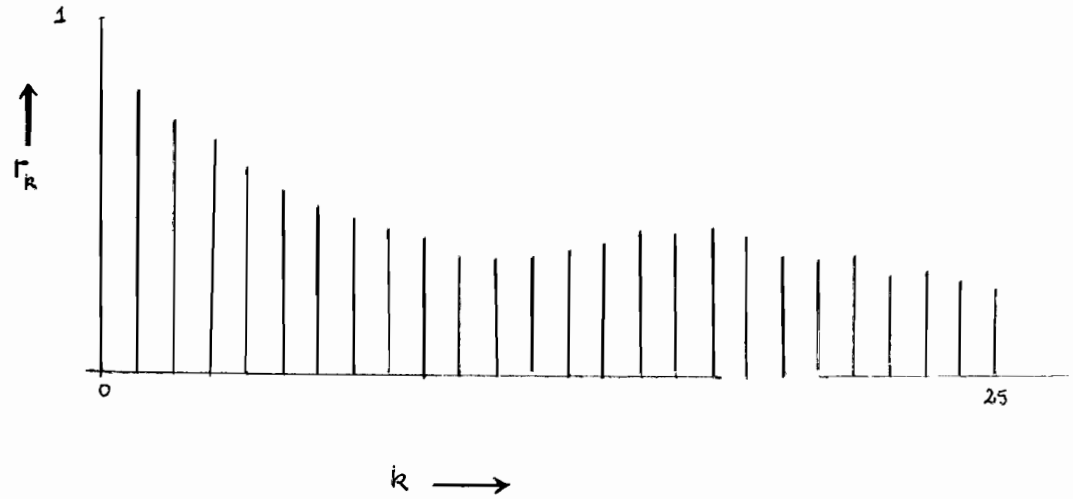
9 MW



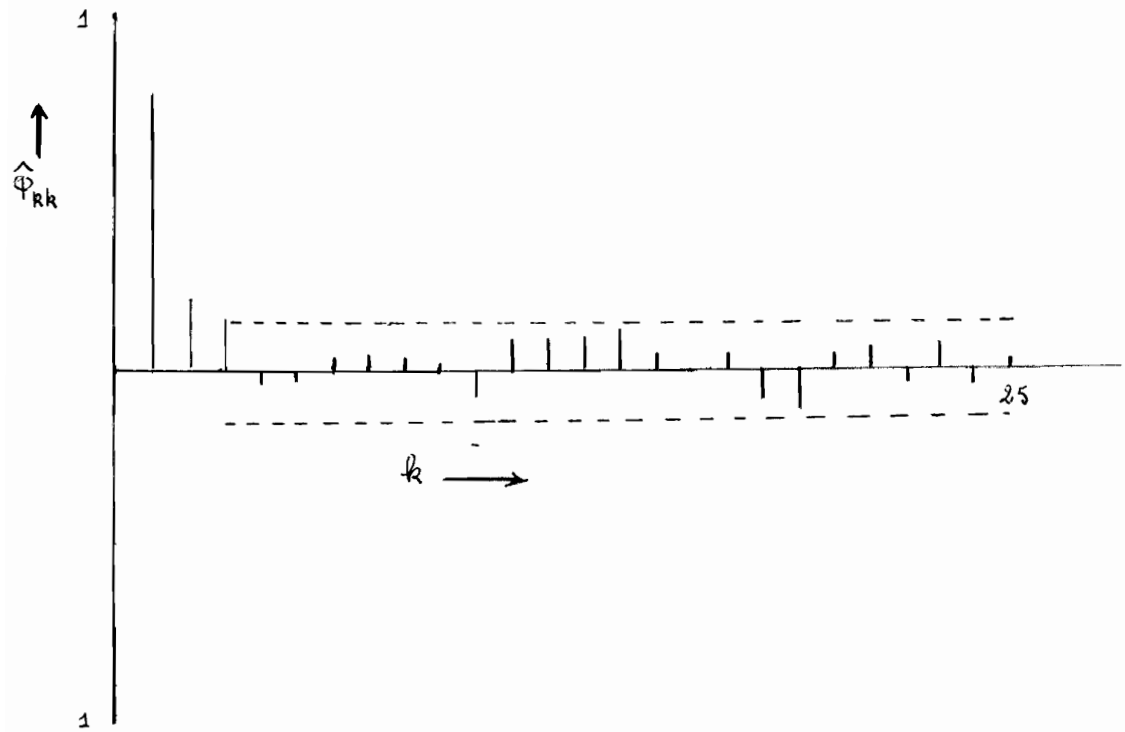
A N N E X E II

Modélisation des demandes en vapeur

VAPEUR 60 BARS



Autocorrelations



Autocorrelations partielles

ALEAS VAPEUR 60 BARS

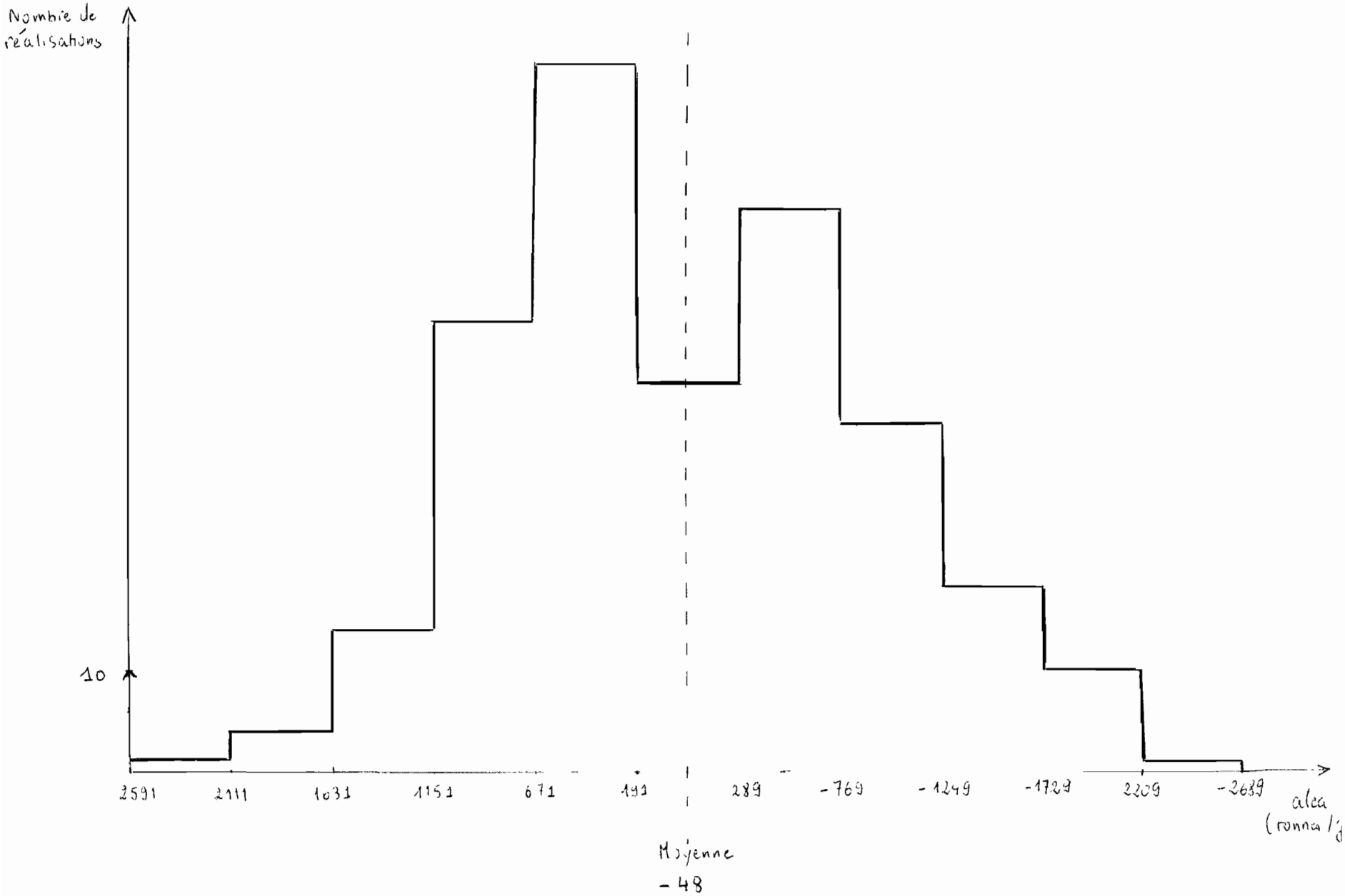
Série initiale $\mu = 45,38$ (224 observations)

$\sigma = 881,8$

MODÈLE	PARAMETRES			ECART-TYPE des RÉSIDUS. $\hat{\sigma}_a$	χ^2_{25}
	Estimation	Borne inférieure à 95%	Borne Supérieure à 95%		
AR(1)	$\varphi_1 = 0,8048$	0,7246	0,8849	526,94	38,01
	$\mu = 58,01$	-294,93	410,94		
AR(2)	$\varphi_1 = 0,6433$	0,5106	0,7760	518,53	29,22
	$\varphi_2 = 0,2007$	0,0680	0,3334		
	$\mu = 57,28$	-377,83	492,40		
AR(3)	$\varphi_1 = 0,6110$	0,4778	0,7442	510,28	23,33
	$\varphi_2 = 0,1045$	-0,0520	0,2611		
	$\varphi_3 = 0,1524$	0,0190	0,2859		
	$\mu = 27,32$	-492,01	546,66		
ARMA(1,1)	$\varphi_1 = 0,9047$	0,8345	0,9749	514,30	26,44
	$\theta_1 = 0,3016$	0,1457	0,4574		
	$\mu = 67,58$	-433,70	568,85		

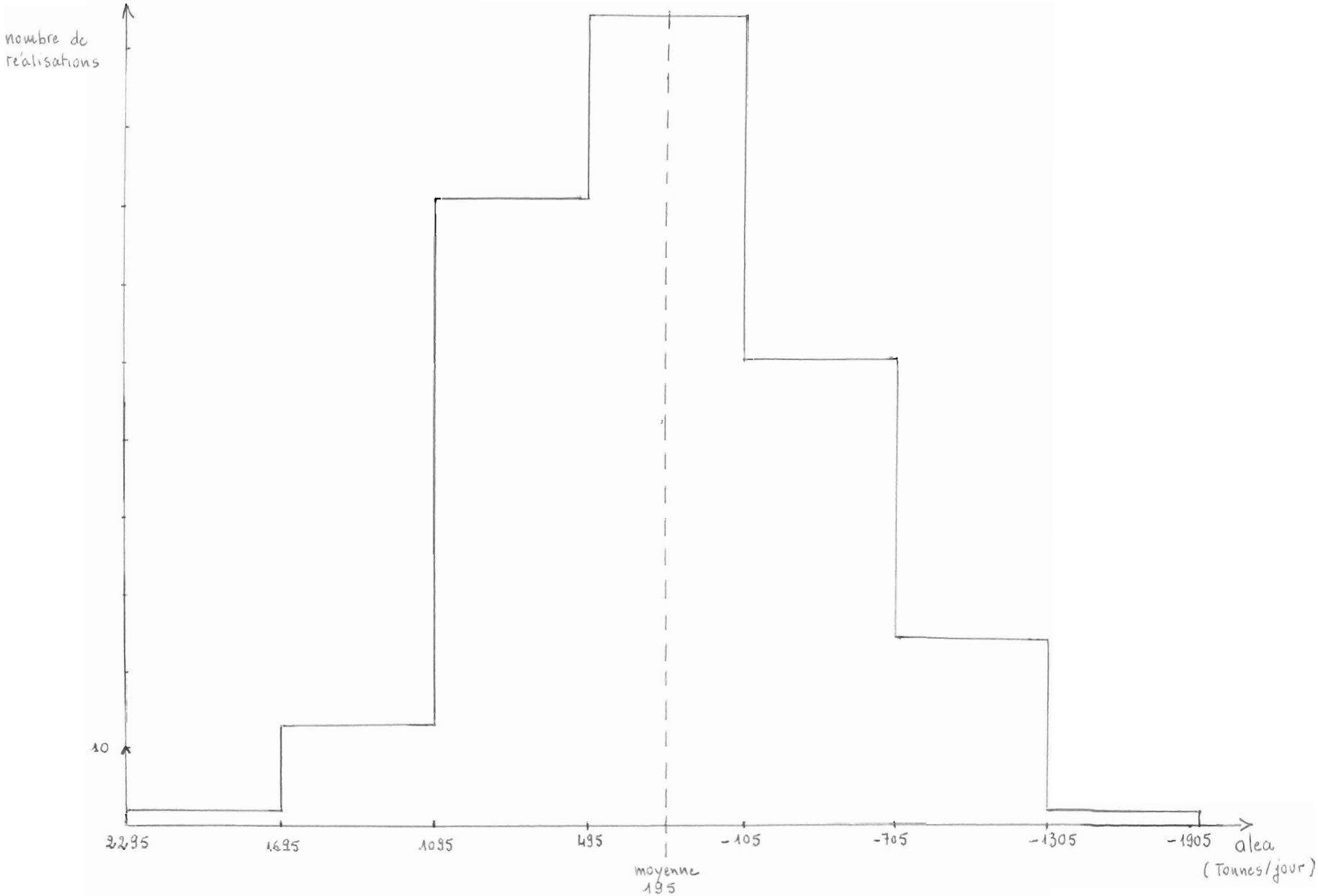
Remarque Le ARMA(1,1) s'écrit sous forme AR(∞).

$a_t = (z_t - \mu) - 0,6031 (z_{t-1} - \mu) - 0,1818 (z_{t-2} - \mu) - 0,055 (z_{t-3} - \mu) - \cdots$



HISTOGRAMME DES ALEAS VAPEUR 60 BARS

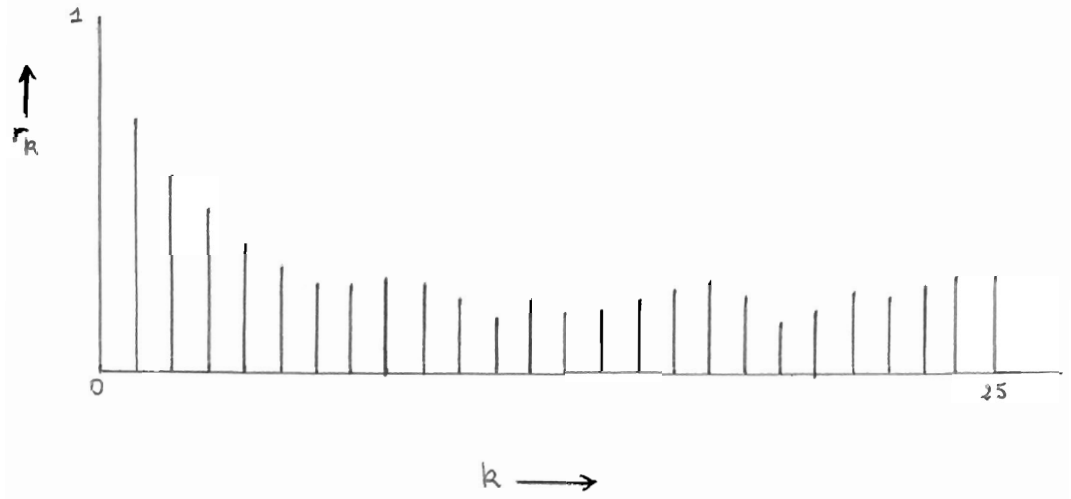
(287 observations)



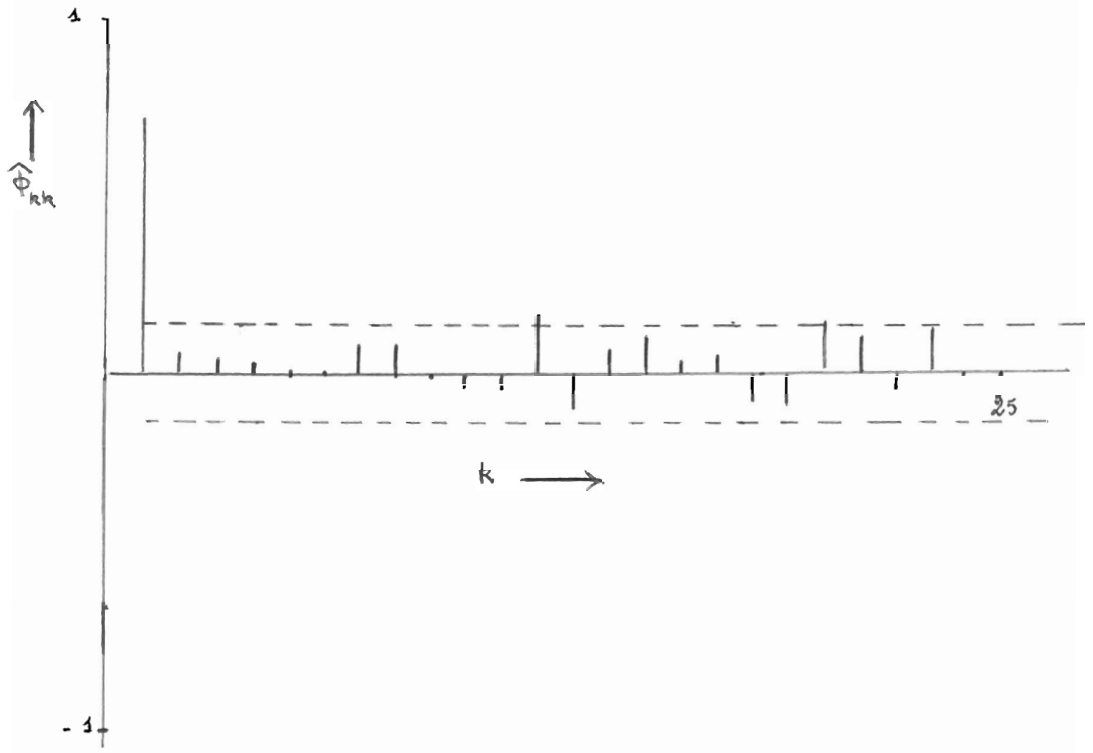
HISTOGRAMME DES ALEAS VAPEUR 6 BARS

(287 observations)

VAPEUR 6 BARS



Autocorrélations



Autocorrélations partielles

ALEAS VAPEUR 6 BARS

Série initiale $\mu = 232,84$

$\sigma = 595,3$

(224 observations)

MODÈLE	PARAMÈTRES			ECART-TYPE des RÉSIDUS : $\hat{\sigma}_a$
	Estimation	Borne inférieure à 95%	Borne Supérieure à 95%	
AR(1)	$\varphi_1 = 0,7225$	0,6299	0,8152	411,77
	$\mu = 241,30$	44,33	438,28	
AR(2)	$\varphi_1 = 0,6788$	0,5441	0,8135	412,11
	$\varphi_2 = 0,0634$	- 0,0708	0,1980	
	$\mu = 236,27$	31,37	441,16	

Estimation des probabilités de transition : Modèle CHAÎNE de MARKOV

Le programme permet de traiter des observations sur des périodes de temps disjointes

données

- NP : nombre de périodes
  NS : tableau de dimension NP indiquant le nombre de semaines dans chaque période
- NAMAX : nombre maximum de classes d'aléas autorisé (≤ 12)
- PAS : amplitude (en tonnes / heure) d'une classe
- LC : (LC-1) est le nombre de corrélations calculées pour la série temporelle
- NVAP : caractérise la série traitée = 60 pour 60 bars
  = 6 pour 6 bars
  VCR tableau des demandes réalisées ; VCR(I) = I^e réalisation
- VCP tableau des demandes prévues ; VCP(I,J) = prévision faite le jour (J-1) pour la journée I+J-1

Format de lecture (7 E 10.5) de sorte que :
une carte regroupe les demandes réalisées au cours d'une semaine
une carte rassemble les prévisions faites chaque jour pour les sept jours à venir

COF coefficient multiplicatif pour les prévisions
COF 1. pour la vapeur 60 bars
COF = 1,122326 pour la vapeur 6 bars : tient compte de l'écart entre les chiffres "sortie centrale" (prévisions) et les chiffres "sorties turboalternateurs".

Sorties :

- VCA tableau des aléas : "aléa" = différence entre prévision la plus récente et réalisation. VCA(I) = I^e observation de l'aléa n'est pas définie si VCR(I) n'est pas défini ou si aucun des VCP(I-J+1, J) (J = 1, ..., 7) n'est défini Dans ce cas on pose, pour les repérer, VCA(I) = 0.5 et l'observation I n'est pas retenue. (S(I) = 0.). Les aléas sont écrits, pour chaque période, semaine par semaine.
- VMIN aléa minimum réalisé
- VMAX aléa maximum réalisé
- AVER moyenne de la série des aléas
- SD écart-type de la série des aléas
- NA nombre de classes d'aléas, chaque classe a pour longueur PPAS = PAS x 24
- VDEB, VFIN bornes respectivement inférieure et supérieure de la plage identifiée

- IFREQ tableau NA × NA des fréquences conditionnelles
- P tableau NA × NA des probabilités conditionnelles, P(I,J) = probabilité (aléa t+1 ∈ classe I | aléa t ∈ classe J)

pour chaque classe I ∈ {1, .., NA} :
- CTR valeur médiane de l'aléa pour cette classe
- NAC1(I) nombre d'observations dans cette classe
- STAT1(1,I) somme des valeurs prises par les aléas de la classe
- STAT1(2,I) moyenne des aleas dans la classe
- STAT1(3,I) ecart-type des aléas dans la classe

- PI tableau de dimension NA des probabilités stationnaires
- R tableau des corrélations, R(I) corrélation d'ordre I-1

Variables internes

NO nombre total d'observations

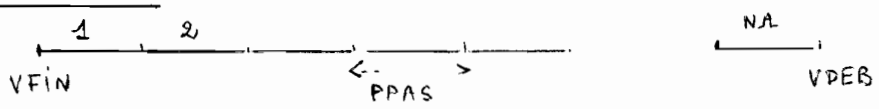
NO1, NO2 pointeurs repérant respectivement le début et la fin de chaque période

S tableau de sélection des observations : S(I) = 1 si observation utilisée ; S(I) = 0. si observation éliminée

Sous programmes appelés

- TALLY (A, S, TOTAL, AVER, SD, VMIN, VMAX, NO, NV) sous programme de la bibliothèque T1600 calcule pour chaque variable i (i ∈ {1, , NV}) d'un lot d'observations (matrice A NO × NV) selectionnées (par S de longueur NO) le total (TOTAL), la moyenne (AVER), l'ecart type (SD), le maximum (VMAX), le minimum (VMIN)
- TFREQ (A, S) calcule les fréquences conditionnelles et les pourcentages de fréquences pour un lot d'observations (matrice A de longueur NO) selectionnées par S (longueur NO) Les autres arguments sont passés en COMMON (sont
  NO, NA, VDEB, VFIN, PPAS, NP, NS (à définir par l'utilisateur)
  NAC1, STAT1, IFREQ, P, PI (paramètres de retour)

numérotation des classes



On a adopté cette numérotation du fait que
- aléa + demande prévue = demande réalisée

```
      WRITE(IMP,301) JJ,C
  301 FORMAT(5X,19HCORRELATION D'ORDRE,I3,3X,F7.4)
   17 CONTINUE
      STOP
      END


      SUBROUTINE IFREQ(A,S)
      COMMON/F1/NO,NA,VDEB,VFIN,PPAS
      COMMON/F2/NAC1(12),STAT1(3,12),IFREQ(12,12),P(12,12),PI(12)
      COMMON/F3/NP,NS(4)
      INTEGER NAC2(12)
      REAL A(400)
      REAL S(400)
      DO 14 I=1,NA
      PI(I)=0.
      NAC1(I)=0
      NAC2(I)=0
      DO 15 J=1,NA
      IFREQ(J,I)=0
      P(J,I)=0.
   15 CONTINUE
      DO 16 J=1,3
      STAT1(J,I)=0.
   16 CONTINUE
   14 CONTINUE
      NOP=0
      NO1=0
      DO 9 IP=1,NP
      L=0
      NO2=(NS(IP)*7)+NO1
      NO1=NO1+1
      DO 1 I=NO1,NO2
      IF(S(I))3,2,3
    3 K=INT((VFIN-A(I))/PPAS)+1
      NAC1(K)=NAC1(K)+1
      STAT1(1,K)=STAT1(1,K)+A(I)
      STAT1(3,K)=STAT1(3,K)+(A(I)*A(I))
      NOP=NOP+1
      IF(L)5,4,5
    5 IFREQ(K,L)=IFREQ(K,L)+1
      NAC2(L)=NAC2(L)+1
    4 L=K
      GO TO 1
    2 L=0
    1 CONTINUE
      NO1=NO2
    9 CONTINUE
      DO 7 I=1,NA
      PI(I)=FLOAT(NAC1(I))/FLOAT(NOP)
      IF(NAC1(I))6,7,6
    6 STAT1(2,I)=STAT1(1,I)/FLOAT(NAC1(I))
      STAT1(3,I)=STAT1(3,I)-(FLOAT(NAC1(I))*STAT1(2,I)*STAT1(2,I))
      STAT1(3,I)=(STAT1(3,I)/FLOAT(NAC1(I)-1))**0.5
      DO 8 J=1,NA
    8 P(J,I)=FLOAT(IFREQ(J,I))/FLOAT(NAC2(I))
    7 CONTINUE
      RETURN
      END
```

```
      COMMON/E1/NO,PA,VDEB,VFIN,PPAS
      COMMON/E2/MAC1(12),STAT1(3,12),IFREQ(12,12),P(12,12),PI(12)
      COMMON/E3/DP,NS(4)
      REAL VCA(400)
      REAL VCP(400,7)
      REAL S(400)
      REAL VCR(400)
      REAL R(40)
      LEC=7   (= lecteur de cartes)
      READ(LEC,202) IMP (= imprimante)
  202 FORMAT(I2)
      READ(LEC,202) NP
      READ(LEC,202) NVAP
      READ(LEC,202) MAMAX
      READ(LEC,202) LC
      READ(LEC,200) (NS(I),I=1,NP)
  200 FORMAT(4I3)
      READ(LEC,203) PAS
  203 FORMAT(F8.3)
      NO=0
      DO 15 I=1,NP
   15 NO=NO+(NS(I)*7)
      READ(LEC,201)((VCP(I,J),J=1,7),I=1,NO)
      READ(LEC,201)(VCR(I),I=1,NO)
  201 FORMAT(7E10.5)
      READ(LEC,204) COF
  204 FORMAT(F9.6)
      PPAS=PAS*24.
      WRITE(IMP,100) NVAP
  100 FORMAT(2X,28HSTATISTIQUES POUR LA VAPEUR ,I2,6H BARS:,/)
C
C GENERATION DES ALEAS
      WRITE(IMP,102)
  102 FORMAT(3X,14HLES ALEAS SONT)
      NO1=0
      DO 18 IP=1,NP
      NO2=(NS(IP)*7)+NO1
      NO1=NO1+1
      DO 1 I=NO1,NO2
      IF(VCR(I))16,6,16
   16 K=I
      L=1
    4 IF(VCP(K,L)) 3,2,3
    2 IF(K.EQ.NO1) GO TO 6
      K=K-1
      IF(L.EQ.7) GO TO 6
      L=L+1
      GO TO 4
    6 S(I)=0.
      VCA(I)=0.5
      GO TO 1
    3 S(I)=1.
      VCA(I)=VCP(K,L)*COF-VCR(I)
    1 CONTINUE
      WRITE(IMP,111) IP
  111 FORMAT(//,2X,7HPERIODE,I2)
      WRITE(IMP,103)(VCA(I),I=NO1,NO2)
  103 FORMAT(7(5X,F12.5))
      NO1=NO2
   18 CONTINUE
C
C STATISTIQUES ELEMENTAIRES
      CALL TALLY(VCA,S,TOTAL,AVER,SD,VMIN,VMAX,NO,1)
      WRITE(IMP,101) AVER,SD,VMIN,VMAX
  101 FORMAT(//,5X,8HMOYENNE=,F14.7,/,5X,11HECART-TYPE=,E14.7,/,5X,8HMINIMUM=,F1
     -4.7,/,5X,8HMAXIMUM=,F14.7,/)
C
C DETERMINATION DU NOMBRE DE CLASSES
      X=VMAX-AVER
      Y=AVER-VMIN
```

```
      NA1=IDT((Y-PAS*12.)/PPAS)+1
      NA2=IDT((X-PAS*12.)/PPAS)+1
      NA=NA1+NA2+1
      VDEP=AVER-(PAS*12.)-(FLOAT(NA1)*PAS*24.)
      VFIN=AVER+(PAS*12.)+(FLOAT(NA2)*PAS*24.)
      WRITE(IMP,104) NA,PPAS,VDEP,VFIN
  104 FORMAT(//,2X,I2,24H INTERVALLES DE LONGUEUR,F6.1,20H COMMENCANT A L'ALEA,F
     -L'ALEA,F10.3,1X,18HFINISSANT A L'ALEA,F10.3)
      IF(NA.GT.NAMAX) GO TO 14
C
C REPARTITION DANS LES CLASSES
C CALCUL DES PROBABILITES CONDITIONNELLES
      CALL TERED(VCA,S)
      WRITE(IMP,105)
  105 FORMAT(///,2X,21HTABLEAU DE FREQUENCES,/)
      DO 20 J=1,NA
   20 WRITE(IMP,110) (IFREQ(I,J),I=1,NA)
  110 FORMAT(6X,12I4)
      WRITE(IMP,107)
  107 FORMAT(///,2X,36HTABLEAU DE POURCENTAGES DE FREQUENCE,/)
      DO 21 J=1,NA
   21 WRITE(IMP,106)(P(I,J),I=1,NA)
  106 FORMAT(6X,12E10.3)
      WRITE(IMP,112)
  112 FORMAT(///,2X,21HREPARTITION DES ALEAS)
      CTR=VFIN+(PAS*12.)
      DO 8 I=1,NA
      CTR=CTR-PPAS
      IF(NAC1(I).EQ.0) GO TO 12
      WRITE(IMP,108) I,CTR,NAC1(I)
  108 FORMAT(/,5X,7HCLASSE ,I2,3X,11HCENTREE EN ,F13.6,4X,I3,9H ELEMENTS)
     -)
      WRITE(IMP,109)(STAT1(J,I),J=1,3)
  109 FORMAT(6X,6HTOTAL ,E13.6,2X,8HMOYENNE ,E13.6,2X,11HECART-TYPE ,E13.6)
     -,6)
      GO TO 8
   12 WRITE(IMP,113) I
  113 FORMAT(4X,28HPAS D'ELEMENT DANS LA CLASSE,I2)
    8 CONTINUE
      WRITE(IMP,115)
  115 FORMAT(///,2X,22HPROBABILITES INITIALES,/)
      WRITE(IMP,106)(PI(I),I=1,NA)
      GO TO 7
   14 WRITE(IMP,114)
  114 FORMAT(//,2X,23HTROP DE NIVEAUX D'ALEAS,/)
C
C CALCUL DES AUTOCORRELATIONS
    7 DO 9 J=1,LC
      R(J)=0.
      NN=0
      NO1=0
      DO 19 IP=1,NP
      NO2=NO1+(NS(IP)*7)-I+1
      NO1=NO1+1
      DO 10 J=NO1,NO2
      IF(S(J))11,10,11
   11 JJ=I+J-1
      IF(S(JJ))13,10,13
   13 R(I)=R(I)+((VCA(J)-AVER)*(VCA(JJ)-AVER))
      NN=NN+1
   10 CONTINUE
      NO1=NO2+I-1
   19 CONTINUE
      R(I)=R(I)/NP
    9 CONTINUE
      WRITE(IMP,116)
  116 FORMAT(///,2X,16HAUTOCORRELATIONS)
      DO 17 J=2,LC
      C=R(J)/R(1)
      JJ=J-1
```

```
      REAL  T(1000)
      REAL  TT(1000)
      REAL  U(1000)
      LEC  105   (lecteur de cartes)
      IMP=108   (imprimante)
      READ(LEC,200)
200   FORMAT(I
      READ(LEC,201)
      READ(LEC,201)
201   FORMAT(I5)
      NAP=NA-1
      NX=IFIX(SQRT(FX))
      READ(LEC,201) (U(K),K=1,NA)
      DO 1 I=1,NA
      WRITE(IMP,202) I,U(I)
102   FORMAT(//,2X,'X=',13HINTERVALLE N°,I5,'=',I5)
      X=AMIN0(U(1),U(NA))
      DO 2 I=1,NX
      X=X+DX
      AA=AMINA(1)
      Y=AA
      YF=Y/STD
      CALL FONORM(YF,F0)
      T(1,J)=F
      TS=F0
      DO 3 K=2,NA
      Y=Y+PAS
      YF=Y/STD
      CALL FONORM(YF,F0)
      T(K,J)=F0-F
      F=F0
      TS=TS+T(K,J)
3     CONTINUE
      T(NA+1,J)=1.-TS
2     CONTINUE
      DO 5 K=1,NA
      DO 6 J=1,NX
6     TT(J)=T(K,J)
      CALL INTARCTT(NX,DX,R,ROD)
      V(K,1)=R*PAS
5     CONTINUE
      WRITE(IMP,104)
104   FORMAT(//,2X,'PROBABILITES CONDITIONNELLES')
      WRITE(IMP,101) (V(K,J),K=1,NA)
101   FORMAT(5X,7(E11.4,2X)/,5X,4(E11.4,2X))
1     CONTINUE
      END
```

Discrétisation d'une loi de probabilité conditionnelle de densité $\Psi(x|y)$

$\Psi(x|y)$ gaussienne de moyenne $m + \varphi(y-m)$ d'écart-type σ

données

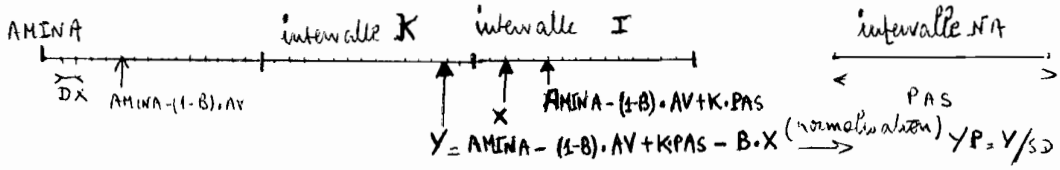
- NA : nombre d'intervalles de discrétisation
- PAS : amplitude d'un intervalle
- AMINA : borne inférieure de la plage de discrétisation
- AV : paramètre m
- B : paramètre φ
- SD : paramètre σ
- DX : pas de discrétisation à l'intérieur d'une classe

sorties

- V : tableau NA × NA des probabilités conditionnelles
  V(I,J) = probabilité ($x \in$ intervalle I | $y \in$ intervalle J)

variables internes

- NX : nombre de points X de discrétisation de chaque intervalle NX · DX = PAS
- T : mémoire, successivement pour chaque intervalle I, les probabilités T(J,K)
- T(J,K) : probabilité ($x \in$ intervalle J | $y =$ K^e point de discrétisation de l'intervalle I)
- TT : mémoire pour ce même intervalle I et successivement pour chaque classe d'aléa J les T(J,K) des divers points de discrétisation (dimension NX)



sous programmes appelés

- FDNORM (X, PROB) : sous programme de la bibliothèque CII qui calcule

$$PROB = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{X} e^{\frac{u^2}{2}} du$$

- INTAB (Y, N, XX, R, KOD) sous programme de la bibliothèque CII qui calcule l'intégrale R d'une fonction définie par ses valeurs (tableau Y) en N points espacés de XX (KOD = compte rendu d'échange : nul si l'intégration est normale, vaut 1 s'il y a erreur)

A N N E X E III

Optimisation statique des chaudières

OPTIMISATION STATIQUE DES CHAUDIÈRES

1. Rendements constants :

	Type I	Type II	Type III
P (T/h)	50	120	200
PCI	9750	9750	7,580
P_c (Francs)	815	815	0,576
a_c	110	275,09	104,125
$1/R$	0,01605	0,01647	0,01859

Tableau 1

Ceci induit l'ordre des $\frac{1}{R}$ décroissant type III - type II type I

Pour que l'algorithme de répartition optimale soit transparent à cet ordre, nous l'avons fait précéder d'un sous programme de classement appelé RANGD

RANGD (A, RG) classe les éléments de la matrice A par ordre décroissant

RG(I) = indice dans la matrice A de l'élément classé en position I.

REOPTB (I, D, IK, X) sous-programme de répartition optimale

Arguments en entrée :

I = configuration des chaudières

D = demande à fournir (tonnes/heure)

Arguments en sortie :

IK = type de(s) chaudière(s) ne fonctionnant pas en base

X = tableau des régimes x^* optimaux.

Autres données (passées au sous-programme à l'aide de COMMON)

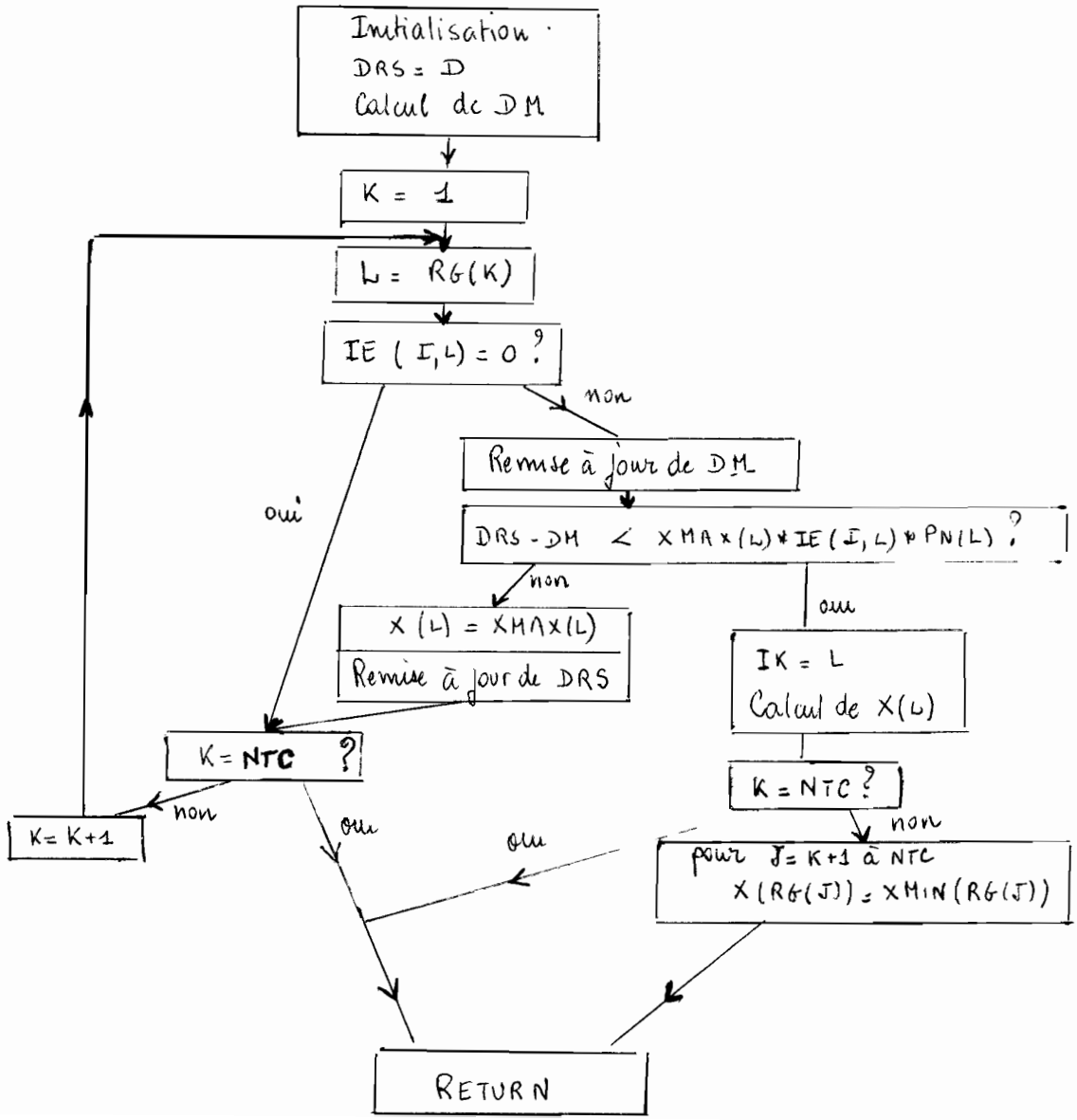
Utilisées par le programme d'optimisation dynamique, elles sont décrites dans l'annexe V.

Le dont NTC, IE, XMIN XMAX, PN, RD

Variables intermediaires

DRS = demande restante lorsqu'on a charge un certain nombre de chaudieres

DM = demande minimale compatible avec les capacités minimales des chaudieres non encore chargés



```
      SUBROUTINE REOPTB(I,D,IK,X)
      COMMON/B2/XMIN(3),XMAX(3),PN(3),RD(3),NR(3)
      COMMON/B3/IE(17,3),NTC
      REAL X(3)
      DRS=D
      DM=0.
      DO 1 K=1,NTC
      X(K)=0.
      DM=DM+XMIN(K)*FLOAT(IE(I,K))*PN(K)
    1 CONTINUE
      DO 2 K=1,NTC
      L=NR(K)
      IF(IE(I,L))3,2,3
    3 DM=DM-XMIN(L)*FLOAT(IE(I,L))*PN(L)
      IF(DRS-DM.LT.XMAX(L)*FLOAT(IE(I,L))*PN(L)) GO TO 5
      X(L)=XMAX(L)
      DRS=DRS-X(L)*FLOAT(IE(I,L))*PN(L)
    2 CONTINUE
      GO TO 4
    5 X(L)=(DRS-DM)/(FLOAT(IE(I,L))*PN(L))
      IK=L
      IF(K-NTC)6,4,6
    6 KK=K+1
      DO 7 J=KK,NTC
      L=NR(J)
      IF(IE(I,L))8,7,8
    8 X(L)=XMIN(L)
    7 CONTINUE
    4 RETURN
      END


      SUBROUTINE RANGD(A,RG)
      REAL A(3)
      INTEGER RG(3)
      DO 1 I=1,3
      N=0
      DO 2 J=1,3
      IF(A(I)-A(J))3,3,2
    3 N=N+1
    2 CONTINUE
      RG(N)=I
    1 CONTINUE
      RETURN
      END
```

	$J'(x)/P$	$J'(x)/P$	$J'(x)/P$
Regime x	TYPE I	TYPE II	TYPE III
0,4	61,684	60,088	53,628
0,5	61,796	60,076	54,050
0,6	62,109	60,252	54,507
0,7	62,617	60,622	55,055
0,8	63,331	61,176	55,696
0,9	64,265	61,927	56,429
1	65,405	62,882	57,264

Tableau 2.

x	0,4	0,45	0,46	$0,46 \longleftrightarrow 1$
$J_2''(x)$	- 128,80	- 14,67	8,08	> 0

Tableau 3.

STAOPT (IC, D, XV) sous-programme de répartition optimale avec renseignements paraboliques - méthode de convexification locale (se reporter au chapitre IV § 1.4-a)

Arguments en entrée

IC : configuration des chaudières

D : demande horaire

Arguments en sortie :

XV : tableau des régimes optimaux

Au cours du déroulement du programme, XV sert à mémoriser les $(x^\ell)^k$ argument du minimum de $\sum_{i\in I} f_i(x_i) + (\lambda^\ell)^k \left(\sum_{i\in I} p_i x_i - D\right) + \frac{1}{2}\alpha \sum_{i\in I} (x_i - v_i^k)^2$

Autres données transmises au sous programme par COMMON

XMIN, XMAX, PN, RD, NTC, IE
A, B, C, AE, BE, PC, CC, PE } cf description annexe V

COF = tableau des coefficients de convexification (α)

RHO = pas de gradient pour l'évolution du paramètre dual λ

EPS1, EPS3 seuils de convergence

Variables intermédiaires

SK : paramètre dual λ associé à la contrainte $\sum_{i\in I} p_i x_i = D$

XK : tableau des $(x_i^*)^k$ solutions de $\Phi_\alpha(v^k)$

YK : tableau des $(v_i)^k$

SOM : $\sum_{i\in I} p_i (x_i^\ell)^k$

AN : mémorise temporairement A(I)

BN : " " B(I)

CN : " " C(I)

AEN : " " AE(I)

BEN : " " BE(I) I = 1, ..., NTC

CCN : " " CC(I) * PC(I)

COFN : " " COF(I)/PN(I)

PEN : " " PE/PN(I)

XN : " " YK(I)

Sous-programmes appelés

- REOPTB (IC, D, IK, XK) pour initialiser (k=0) XK et SK.
- RTMI (X, F, FCT, XLI, XRI, EPS, IEND, IER) sous programme de la bibliothèque T1600 résolvant l'équation non linéaire FCT(X) = 0 par la méthode d'itération de

de Müller. X en est la racine dans l'intervalle [XLI, XRI]. EPS est la tolérance sur x et IEND le nombre d'itérations autorisé. IER compte rendu vaut 0 si pas d'erreur, 1 si pas de convergence, 2 si FCT(XLI)·FCT(XRI) n'est pas négatif ou nul

Fonctions appelées

- R(x) calcul du rendement $\eta(x) = ax^2+bx+c$ d'une chaudière
- CAE(x) calcul de la consommation auxiliaire électrique $(a_e)x+(b_e)$ d'une chaudière
- DER(x) calcul de la dérivée de $\frac{x}{R(x)}$
- DERP(x) calcul de la dérivé de $\frac{1}{P_i}\left(J_i(x_i) + \lambda P_i x_i + \frac{1}{2}\alpha(x_i - v_i)^2\right)$ pour une chaudière i

```
      SUBROUTINE ETAGE (NT,D,XV,COUT)
      DIMENSION A(3),B(3),C(3),AE(3),BE(3),PC(3),CC(3),COF(3)
      COMMON E1,PE,NBB,EPS1,EPS2,EPS3
      COMMON IE(3,11),XMIN(3),XMAX(3),PN(3),RD(3),NR(3)
      COMMON CS,IL(17,3),NTC
      COMMON A1,A2,A3,BN,CN
      COMMON C2,CK,CCN,CAN,DEN,PEN,XN
      COMMON AE1,AE2,AE3,AEN,BEN
      REAL XK(3)
      REAL XV(3)
      REAL YK(3)
      IMP=3          (Imprimante)
C     APPEL DU SOUS PROGRAMME DE LA SOLUTION A RENDEMENTS CONSTANTS
      CALL REOPTB(IC,D,IK,XK)
      WRITE(IMP,400) XK
  400 FORMAT('//',2X,18HSOLUTION INITIALE=,3(1X,E11.4))

C VERIFICATION DES CONDITIONS NECESSAIRES DE MINIMUM LOCAL
      AN=A(IK)
      BN=B(IK)
      CN=C(IK)
      SK=-(CC(IK)*PC(IK)*DER(XK(IK)))-(PE*AE(IK)/PN(IK))
      DO 13 K=1,NTC
      IF(IE(IC,K).EQ.0.OR.K.EQ.IK) GO TO 13
      AN=A(K)
      BN=B(K)
      CN=C(K)
      F=-(CC(K)*PC(K)*DER(XK(K)))+SK+(PE*AE(K)/PN(K))
      IF(F.GE.0..AND.XK(K).EQ.XMIN(K)) GO TO 13
      IF(F.LE.0..AND.XK(K).EQ.XMAX(K)) GO TO 13
      GO TO 17
   13 CONTINUE
      COUT=0.
      DO 14 K=1,NTC
      XV(K)=XK(K)
      AN=A(K)
      BN=B(K)
      CN=C(K)
      AEN=AE(K)
      BEN=BE(K)
      COUT=COUT+((CC(K)*PC(K)*XV(K)*PN(K)*FLOAT(IE(IC,K)))/R(XV(K)))+(PE
     *AE(XV(K))*FLOAT(IE(IC,K)))
   14 CONTINUE
      GO TO 18
```

```
C     TEST DE CONVEXIFICATION LOCALE
      DO 12 K=1,NTC
      YK(K)=XK(K)
      WRITE(IMP,402) YK
  402  FORMAT(//,2X,3HYK=,5(1X,E11.4))

C     SOLUTION DUALE DU PROBLEME CONVEXIFIE ASSOCIE A YK
      WRITE(IMP,401) SK
  401  FORMAT(//,2X,3HSK=,E11.4,
      SOM=0.
      COUT=0.
      DO 1 I=1,NTC
      IF(IE(IC,I))
      XM=B(I)
      AN=A(I)
      CI=C(I)
      YM=YK(I)
      CEP=AE(I)
      PEP=PC(I)
      CPS=CC(I)*PC
      COEFR=COEF(I)/PN(I)
      FEU=PE/PN(I)
      IF(DERP(COEFR(I)))
      XV(I)=XMIN(I)
      F=DERP(XMIN(I))
      WRITE(IMP,406) XV(I),F
      GO TO 6
      IF(DERP(XMAX(I)))5,5,7
      XV(I)=XMAX(I)
      F=DERP(XMAX(I))
      WRITE(IMP,406) XV(I),F
      GO TO 6
      CALL RTMI(XX,F,DERP,YMIN(I),XMAX(I),EPS2,50,IER)
      WRITE(IMP,406) XX,F
      FORMAT(2X,E11.4,2X,E13.6)
      XV(I)=XX
      SOM=SOM+(XV(I)*PN(I)*FLOAT(IE(IC,I)))
      COUT=COUT+((CC(I)*PC)*ZV(I)+PN(I)*FLOAT(IE(IC,I)))/R(XV(I)))+(PE*CAE(X
     *CAE(XV(I))*FLOAT(IE(IC,I))
    1 CONTINUE
      WRITE(IMP,404) SOM
  404  FORMAT(2X,11HCONTRAINTE=,F7.4)
      DO 8 I=1,NTC
      IF(ABS(XV(I)-XK(I)  EPS1) 8,8,9
    8 CONTINUE
      IF(ABS(SOM-B)/B.LT.EPS) GO TO 10
      SK=SK+RHO*(SOM-B)
      DO 11 I=1,NTC
   11 XK(I)=XV(I)
      GO TO 12

C     TEST DE CONVERGENCE (ES
   12 DO 16 I=1,NTC
      IF(ABS(XV(I)-YK(I)  EPS)15,15,16
   16 CONTINUE
      RETURN
      END
```

```
FUNCTION R(X)
COMMON/C1/AN,BN,CN
R=AN*X*X+BN*X+CN
RETURN
END
```

```
FUNCTION DER(X)
COMMON/C1/AN,BN,CN
DNUM=CN-(AN*X*X)
DDEN=R(X)**2.
DER=DNUM/DDEN
RETURN
END
```

```
FUNCTION DERP(X)
COMMON/C1/AN,BN,CN
COMMON/C2/SK,CCN,COFN,PEN,XN
COMMON/C3/AEN,BEN
DERP=CCN*DER(X)+SK+(COFN*(X-XN))+PEN*AEN
RETURN
END
```

```
FUNCTION CAE(X)
COMMON/C3/AEN,BEN
CAE=AEN*X+BEN
RETURN
END
```

A N N E X E IV

Optimisation statique des Turboalternateurs

OPTIMISATION STATIQUE DES TURBOALTERNATEURS

Avec les données actuelles les $R_i = \frac{P_n}{a_i}$ définis chapitre IV § 2.2 ont les valeurs suivantes :

	TURBO I	TURBO II	TURBO III	TURBO IV
P_i (MW)	6,5	6,5	6,5	9
a_i	54,4	58	58,4	77
R_i	0,1195	0,1121	0,1113	0,1169

Ce qui induit l'ordre croissant suivant : Turbo III, Turbo II, Turbo IV, Turbo I.
Là aussi, pour que la logique du programme soit indépendante de cet ordre imposé par les données, nous inserrons un sous-programme de classement appelé RANGC :

RANGC (A, NR) : classe les éléments de la matrice A par ordre croissant

NR(I) = indice dans la matrice A de l'élément classé en position I

REOPTA (I, D, QE, XT) . Sous programme de répartition optimale

Arguments en entrée

D : demande horaire en vapeur 6 bars

I : configuration des turboalternateurs

Arguments en sortie :

QE : quantité d'électricité turbinée

XT : tableau des régimes x* optimaux

Autres données :

Communes à ce sous programme et au programme d'optimisation dynamique, elles sont explicitées dans l'annexe V

Ce sont : NTA, IET, XMIN, XMAX, PNT, RDT, AT, BT .

variables intermédiaires

$$DRS = \left(D - \sum_{k=1}^{NTA} IET(I,k) * BT(k)\right) - \sum_{k=1}^{i} XT(k) * AT(k)$$
$$DM = \sum_{k=i+1}^{NTA} (IET(I,k)) * XMIN(k) * AT(k)$$
} à l'étape i

L'ordinogramme était assez semblable à celui de REOPTB, nous nous contentons de donner le listing

```
      SUBROUTINE REOPTA(I,D,QE,XT)
      COMMON/E2/XMIN(4),XMAX(4),PNT(4),RDT(4),NR(4),AT(4),BT(4)
      COMMON/E3/IET(15,4),NTA
      REAL XT(4)
      QE=0.
      DRS=D
      DM=0.
      DO 1 K=1,NTA
      XT(K)=0.
      DRS=DRS-BT(K)*FLOAT(IET(I,K))
      DM=DM+XMIN(K)*FLOAT(IET(I,K))*AT(K)
    1 CONTINUE
      DO 2 K=1,NTA
      L=NR(K)
      IF(IET(I,L)) 3,2,3
    3 DM=DM-XMIN(L)*AT(L)
      IF(DRS-DM.LT.AT(L)*XMAX(L)) GO TO 5
      XT(L)=XMAX(L)
      QE=QE+XT(L)*PNT(L)
      DRS=DRS-XT(L)*AT(L)
    2 CONTINUE
      GO TO 4
    5 XT(L)=(DRS-DM)/AT(L)
      QE=QE+XT(L)*PNT(L)
      IF(K-NTA) 6,4,6
    6 KK=K+1
      DO 7 J=KK,NTA
      L=NR(J)
      IF(IET(I,L)) 8,7,8
    8 XT(L)=XMIN(L)
      QE=QE+XT(L)*PNT(L)
    7 CONTINUE
    4 RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE RANGC(A,NR)
      REAL A(4)
      INTEGER NR(4)
      DO 2 I=1,4
      N=0
      DO 3 J=1,4
      IF(A(I)-A(J)) 4,4,3
    4 N=N+1
    3 CONTINUE
      NR(N)=I
    2 CONTINUE
      RETURN
      END
```

A N N E X E V

Optimisation dynamique

OPTIMISATION DYNAMIQUE

Les programmes d'optimisation dynamique chaudières ("OPTIMB") et d'optimisation dynamique - turboalternateurs ("OPTIMA") ont une structure analogue. Nous nous contentons de détailler OPTIMB mais, pour chaque variable de ce programme nous précisons son équivalent lorsqu'il existe dans OPTIMA

données relatives au sous système

OPTIMB	OPTIMA
NTC nombre de types de chaudières (NTC = 3)	NTA nombre de turboalternateurs (NTA = 4)
dont NTCF fonctionnant au fuel (NTCF = 2)	
NCF nombre de configurations des chaudières (NCF = 17)	NCF nombre de configurations des turbos (NCF = 15)
décrites par le tableau (NCF × NTC) IE	décrites par le tableau (NCF × NTA) IET
IE(I,J) = nombre de chaudières de type J allumées dans la configuration numérotée I (J = 1, ..., NTC)	IET(I,J) = 1 si turbo J allumé dans la configuration I 0 si turbo J éteint

NA nombre de classes d'aléas vapeur (en tonnes/jour)
AMINA borne inférieure de la plage de ces aléas (en tonnes/jour)
AMAXA borne supérieure de la plage de ces aléas (en tonnes/jour)
DD largeur d'une classe de ces aléas (en tonnes/jour)
P tableau NA × NA des probabilités de transition de la chaîne de Markov représentant ces aléas : P(I,J) = probabilité (aléa $t+1$ ∈ classe I | aléa t ∈ classe J)
IAO aléa initial
NT nombre de jours de la période d'optimisation (NT = 7)
DI tableau de dimension NT des demandes prévues pour chaque jour de cette période

données relatives au fonctionnement des générateurs

OPTIMB	OPTIMA
PN tableau (dimension NTC) des puissances nominales	PNT tableau (dimension NTA) des puissances nominales
CA tableau (dimension NTC) des coûts de démarrage (en tonnes de fuel)	CAT tableau (dimension NTA) des coûts de démarrage (en tonnes de vapeur 60 bars)
XMIN tableau des régimes minima de fonctionnement	
XMAX tableau des régimes maxima de fonctionnement	
RDM tableau des rendements moyens (dim. NTC)	
A tableau des a_i } dans l'expression du rendement	A tableau des a_i } dans l'expression de la quantité de vapeur
B tableau des b_i } $x_i(x_i) = a_i x_i^2 + b_i x_i + c_i$	B tableau des b_i } fournie $S_i(x_i) = a_i x_i + b_i$ (en T/h)
C tableau des c_i } (dimension NTC)	

OPTIMS

AE tableau des $(a_c)_i$ } dans l'expression de la consommation auxiliaire électrique
BE tableau des $(b_c)_i$ } $(Cac)_i(x_i) = (a_c)_i \cdot x_i + (b_c)_i$ (unité KWh)

CF = $\frac{\Delta HV}{PCI}$ pour le fuel
CG = $\frac{\Delta HV}{PCI}$ pour le gaz (m^3/tonne)

} ΔHV = différence d'enthalpie unitaire entre la vapeur 60 bars produite et l'eau alimentaire
P.C.I. pouvoir calorifique inférieur du combustible

Données économiques

OPTIMB	OPTIMA
PF prix du fuel (en Francs / tonne)	
PG prix du gaz (en Francs / m^3)	
PV6 prix de la tonne de vapeur 6 bars (en Francs)	PV60 prix de la tonne de vapeur 60 bars (en Francs)
PD prix unitaire de défaillance (en Francs)	PDT prix unitaire de défaillance (en Francs)
PE prix du KWh électrique (en Francs)	
VF coût final éventuel (dimension NCF)	COF coefficient multiplicatif pour les prévisions

Sorties des programmes :

V(I, J, T) (respectivement VT (I, J, T) pour OPTIMA) (tableau NCF×NA×NT) espérance du coût optimal de production pour les jours T+1, , N⁻ partant de la configuration I et de l'aléa J le jour T

POL (I, J, T) (respectivement POLT(I, J, T⁻1)) (tableau NCF×NA×(NT-1)) : décision optimale à prendre pour le jour T+1, partant de la configuration I et de l'aléa J le jour T

VO (respectivement VTO) tableau de dimension NCF : espérance du coût optimal de production sur l'horizon des NT jours, selon la configuration de départ et avec l'aléa initial IAO

POLO (respectivement POLTO) tableau de dimension NCF : décision optimale à prendre pour le premier jour, en fonction de la configuration initiale, l'aléa initial étant IAO

Variables caractéristiques calculées

OPTIMB	OPTIMA
RD tableau (dim. NTC) des "rendements apparents"	RDT tableau (dim. NTA) des PNT/AT
NR tableau de classement des types de chaudières par ordre décroissant des RD	NR tableau de classement des turbos par ordre croissant des RDT
PC tableau (dim. NTC) du prix de l'énergie utilisée par chaque type de chaudières	
CC tableau (dim. NTC) des $\frac{\Delta HV}{PCI}$ pour chaque type de chaudières	

CMIN / CMAX tableaux (dim. NC) des capacités minimales / maximales journalières de production des configuration

CD(I,J,T) (respectivement CDT(I,J,T) dans OPTIMA) coût éventuel de défaillance lorsque la demande du jour T est entâchée de l'aléa J et que la configuration de production est I

CP(I,J,T) coût de production résultant de la répartition optimale de la demande du jour T entâchée de l'aléa J avec les chaudières de la configuration I

CET(I,J,T) : (= CET(I,J,T)) est le gain résultant de l'autoproduction maximale pour une demande le jour T soumise à l'aléa J et pour la configuration I

XV (respectivement XT) mémorise la répartition optimale chaque fois qu'on fait l'optimisation statique ; tableau de dimension NTC (respectivement NTA)

Sous-programmes appelés :

- CAND1 (IT, NC, COUT)

Lorsque le jour (IT-1) on choisit une configuration J pour le lendemain, l'espérance du coût optimal de production sur l'horizon [IT, NT] se décompose en deux : une partie reflétant le coût de démarrage et qui ne dépend que de la configuration du jour (IT-1) et une partie aléatoire

$E_{\text{aléa jour (IT-1)}}$ (coût de production optimal le jour IT avec J + revenu optimal pour [IT+1, NT] partant de la configuration J)

C'est précisément cette partie qui est calculée et stockée dans COUT(J) (tableau COUT de dimension NC) Les probabilités conditionnelles à l'aléa du jour (IT-1) sont transmises en COMMON par PT (tableau de dimension NA). Sont également passés en COMMON les revenus et coûts de production (gains en électricité autoproduite pour OPTIMA)

- CAND2 (I, NC, COUT, IR, VR)

Dès passant des $\text{COUT}(J)_{J=1,\dots,NC}$ ce sous-programme choisit la meilleure configuration IR pour le lendemain (coût optimal VR) si on est dans la configuration I Ceci nécessite la connaissance des coûts de démarrage en COMMON

Fonctions appelées par OPTIMB :

- R(X)
- CMC(X) (cf STAOPT) pour calculer le coût d'une répartition optimale

Remarques concernant la programmation

- Les configurations $I \in \{1,\dots,NC\}$ sont classées par ordre croissant de capacité maximale de production, car, ainsi, si, un jour, pour un aléa J la demande associée ne peut être satisfaite par les chaudières en fonctionnement dans la configuration I, $\forall I' \geq I$ I' ne pourra répondre aux demandes correspondantes $\forall J' \geq J$ (J' aléa) pour les aléas J'

- les $CP(I,J,T)$ (respectivement $CET(I,J,T)$) ainsi que les $CD(I,J,T)$ (respectivement $CDT(I,J,T)$) sont calculés systématiquement pour tout $(I,J,T) \in \{1,\dots,NC\} \times \{1,\dots,NA\} \times \{1,\dots,NT\}$ du fait que leurs valeurs sont exigées à plusieurs reprises lors de l'évaluation de la fonction "revenu".

Nous rappelons, à cette occasion, que ces coûts ne correspondent pas à la demande moyenne correspondant à l'aléa médian dans la classe J mais sont la moyenne des coûts associés aux demandes correspondant respectivement à la borne inférieure et à la borne supérieure de l'aléa dans la classe J.

- la valeur ∞ est symbolisée par $5\,10^9$

Comment utiliser les tables de décision :

JOUR 2 DEMANDE [illegible]

DEMANDE	221	121	021	211	111	220	011	201	120
3444.	11	11	11	11	11	11	11	101	11
3924.	1482876.0	1482876.0	[illegible]	[illegible]	1482876.0	1492656.0	1482076.0	1485420.0	149265
3924.	11	11	11	11	11	11	11	201	11
4404.	1554000.0	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1554000.0	1563780.0	1554000.0	1558711.0	156378
4404.	111	111	11	111	111	111	11	111	111
4884.	1555606.0	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1555606.0	1565386.0	1555911.0	1560496.0	15653
4884.	111	111	21	111	111	111	111	111	111
5364.	1558487.0	1558487.0	1563017.0	[illegible]	1558487.0	1568267.0	1564355.0	1563377.0	156826
5364.	11	11	11	11	11	11	11	11	11
5844.	1597711.0	1597711.0	1597711.0	1597711.0	1597711.0	1607491.0	1597711.0	1602601.0	160747
5844.	111	111	21	111	111	111	111	111	111
6324.	1668610.0	1668610.0	1673070.0	1668610.0	1668610.0	1678390.0	1674478.0	1673500.0	167839
6324.	111	111	21	111	111	111	111	111	111
6804	1749977.0	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1759757.0	1755845.0	1754867.0	175979
6804	111	111	21	111	111	111	111	111	111
7284.	1812753.0	1812753.0	1816337.0	1812753.0	1812753.0	1822533.0	1818621.0	1817643.0	182253
7284.	111	111	21	111	111	111	21	111	111
7764.	1930757.0	1930757.0	1931720.0	[illegible]	1930757.0	1940537.0	1936610.0	1935647.0	194053
7764.	111	111	21	111	11	111	111	111	111
8244.	1891436.0	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1891416.0	1887504.0	1886526.0	18914
8244.	121	121	[illegible]	11	[illegible]	121	21	111	121
8724.	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1980125.0	1980967.0	19845

Exemple : le jour 2, la demande réalisée est 6100 tonnes et sont en état de marche les chaudières III et V. Alors, on aura à allumer le lendemain la chaudière I (ou la chaudière II) et l'espérance du coût optimal pour le reste de la période (jours 3 à 7) est 1 677478 F.

OPTIMB

```
      COMMON/C1/CP(17,12,7),CD(17,12,7),V(17,11,7)
      COMMON/C2/XMIN(3),XMAX(3),PV(3),RD(3),NR(3)
      COMMON/C3/IE(17,3),NTC
      COMMON/C4/CA(3),PF
      COMMON/C5/PT(11),NA
      COMMON/C1/AN,BN,CN
      COMMON/C3/AFN,BFN
      REAL A(3)
      REAL B(3)
      REAL C(3)
      REAL PC(3)
      REAL CC(3)
      REAL AC(3)
      REAL BC(3)
      REAL DP(7)
      INTEGER POL(17,11,6)
      REAL CMIN(17)
      REAL CMAX(17)
      REAL P(11,11)
      REAL RDM(3)
      REAL XV(3)
      REAL COUT(17)
      REAL VF(17)
      INTEGER POLO(17)
      REAL VO(17)
      INTEGER NUM(17)
      LEC=7    (lecteur de cartes)
      IMP=8    (imprimante)
C
C LECTURE DES DONNEES
      NCF=17
      NTC=3
      NTCF=2
      NT=7
      READ(LEC,106) NA
  106 FORMAT(I2)
      READ(LEC,106) IAO
      READ(LEC,100) (DP(I),I=1,NT)
  100 FORMAT(7E10.5)
      READ(LEC,100) VF
      READ(LEC,101)((IE(I,J),J=1,NTC),I=1,NCF)
  101 FORMAT(3I1)
      DO 8 J=1,NA
    8 READ(LEC,103)(P(I,J),I=1,NA)
  103 FORMAT(11F5.3)
      READ(LEC,102) PN,XMIN,XMAX
  102 FORMAT(3E8.3)
      READ(LEC,102) CA
      READ(LEC,105) AMINA,AMAXA,DD
  105 FORMAT(F8.2)
      READ(LEC,107) PF,PF,PG,PV6,CF,CG
  107 FORMAT(F10.5)
      READ(LEC,107) PD
      READ(LEC,111) RDM
  111 FORMAT(3E9.4)
      READ(LEC,111) A,B,C
      READ(LEC,112) AF,BF
  112 FORMAT(3F11.6)
      NT1=NT+1
      NT2=NT-1
      NAP=NA+1
C
C CALCUL DE CERTAINS PARAMETRES DE FONCTIONNEMENT
      DO 300 I=1,NTCF
      PC(I)=PF+(0.095*PV6)
      CC(I)=CF
  300 CONTINUE
      IF(NTCF.EQ.NTC) GO TO 301
      NTCG=NTCF+1
```

```
      DO 302 I=DEG,NTC
      PC(I)=PG
      CC(I)=CG
  302 CONTINUE
  301 DO 303 I=1,NTC
      RR=((CC(I)*PC(I))/RDM(I))+((AE(I)*PE)/PN(I))
      RD(I)=1./RR
  303 CONTINUE
      CALL RANGD(RD,NR)
C
C CALCUL DES CAPACITES JOURNALIERES MIN ET MAX DE PRODUCTION
      DO 4 I=1,NCF
      CMIN(I)=0.
      CMAX(I)=0.
      DO 5 K=1,NTC
      CMIN(I)=CMIN(I)+IE(I,K)*PN(K)*XMIN(K)*24.
      CMAX(I)=CMAX(I)+IE(I,K)*PN(K)*XMAX(K)*24.
    5 CONTINUE
C
C INITIALISATION
      DO 4 J=1,NA
      DO 6 K=1,NT
    6 V(I,J,K)=0.
      DO 7 K=1,NT2
    7 POL(I,J,K)=0
      V(I,J,NT)=VF(I)
    4 CONTINUE
      DO 1 I=1,NCF
      DO 1 J=1,NAP
      DO 1 K=1,NT
      CP(I,J,K)=0.
      CD(I,J,K)=0.
    1 CONTINUE
C
C CALCUL DES COUTS DE PRODUCTION
      CALL TIME(IDAT,TE0)
      DO 10 IT=1,NT
      DR=DP(IT)-AMAXA-DD
      DO 11 N=1,NAP
      DR=DR+DD
      DO 13 I=1,NCF
      IF(DR-CMIN(I))14,14,15
   14 DO 16 K=1,NTC
   16 XV(K)=XMIN(K)
      GO TO 17
   15 IF(DR-CMAX(I))19,18,18
   19 DRM=DR/24.
      CALL REOPTR(I,DRM,IK,XV)
   17 DO 27 K=1,NTC
      AN=A(K)
      BN=B(K)
      CN=C(K)
      AEN=AE(K)
      BEN=BE(K)
      CP(I,N,IT)=CP(I,N,IT)+((CC(K)*PC(K)*XV(K)*PN(K)/R(XV(K)))+(PE*CAE(
     -XV(K))))*FLOAT(IE(I,K))
   27 CONTINUE
      CP(I,N,IT)=CP(I,N,IT)*24.
   13 CONTINUE
      GO TO 11
   18 DO 20 J=I,NCF
      DO 28 K=1,NTC
      AN=A(K)
      BN=B(K)
      CN=C(K)
      AEN=AE(K)
      BEN=BE(K)
      CP(J,N,IT)=CP(J,N,IT)+((CC(K)*PC(K)*XMAX(K)*PN(K)/R(XMAX(K)))+(PE*CAE(
     -CAE(XMAX(K))))*FLOAT(IE(J,K))
   28 CONTINUE
```

```
      CP(J,N,IT)=CP(J,N,IT1)*PA.
      CD(J,N,IT)=(DP-CMAX(J))*PD
   20 CONTINUE
   11 CONTINUE
      DO 2 I=1,NCF
      DO 2 N=1,NA
      NN=N+1
      CP(I,N,IT)=(CP(I,N,IT)+CP(I,NN,IT))/2.
      CD(I,N,IT)=(CD(I,N,IT)+CD(I,NN,IT))/2.
    2 CONTINUE
   10 CONTINUE
C
C OPTIMISATION DYNAMIQUE
      DO 21 IT=1,NT2
      IT1=NT-IT
      WRITE(IMP,401) IT1,DP(IT1)
  401 FORMAT(////,3X,48HJOUR,I2,2X,14HDEMANDE PREVUE,2X,F6.0)
      IT2=IT1+1
      DO 22 N=1,NA
      DO 23 L=1,NA
   23 PT(L)=P(L,N)
      CALL CAND1(IT2,NCF,COUT)
      DO 24 I=1,NCF
      CALL CAND2(I,NCF,COUT,IR,VR)
      V(I,N,IT1)=VR
      POL(I,N,IT1)=IR
   24 CONTINUE
   22 CONTINUE
C
C IMPRESSION DES TABLES DE DECISION
      I1=1
      I2=9
   32 WRITE(IMP,402)((IE(I,J),J=1,NTC),I=I1,I2)
  402 FORMAT(///,2X,8HDEMANDE*,9(3X,3I1,4X,1H*))
      D2=DP(IT1)-AMAXA
      DO 30 N=1,NA
      D1=D2
      D2=D1+DD
      DO 31 I=I1,I2
      II=POL(I,N,IT1)
      NUM(I)=100*IE(II,1)+10*IE(II,2)+IE(II,3)
   31 CONTINUE
      WRITE(IMP,403) D1,(NUM(I),I=I1,I2)
  403 FORMAT(//,2X,F6.0,2H *,9(3X,I3,4X,1H*))
      WRITE(IMP,404) D2,(V(I,N,IT1),I=I1,I2)
  404 FORMAT(2X,F6.0,2H *,9(F10.1,1H*))
   30 CONTINUE
      IF(I2.EQ.NCF) GO TO 21
      I1=I2+1
      I2=NCF
      GO TO 32
   21 CONTINUE
C
C ELABORATION DE LA DECISION INITIALE
      DO 25 L=1,NA
   25 PT(L)=P(L,IA0)
      CALL CAND1(1,NCF,COUT)
      WRITE(IMP,405) IA0
  405 FORMAT(////,2X,40HL'ALEA DE LA VEILLE ETANT DANS LA CLASSE,I3,2X,4
     -5HLES DECISIONS A PRENDRE LE PREMIER JOUR SONT:)
      DO 26 I=1,NCF
      CALL CAND2(I,NCF,COUT,IR,VR)
      VO(I)=VR
      POLO(I)=IR
      WRITE(IMP,406)(IE(I,K),K=1,NTC),(IE(IR,K),K=1,NTC),VR
  406 FORMAT(/,2X,24HCONFIGURATION DE DEPART ,3I1,1H:,5X,3I1,5H COUT,F12.1
     -,1)
   26 CONTINUE
      STOP
      END
```

```
      SUBROUTINE CAND1(IT,NC,COUT)
      COMMON/F1/CP(17,12,7),CD(17,12,7),V(17,11,7)
      COMMON/F5/PT(11),NA
      REAL COUT(17)
      DO 1 J=1,NC
      COUT(J)=0.
      DO 2 M=1,NA
      IF(PT(M))3,2,3
    3 COUT(J)=COUT(J)+(PT(M)*(V(J,M,IT)+CP(J,M,IT)+CD(J,M,IT)))
    2 CONTINUE
    1 CONTINUE
      RETURN
      END


      SUBROUTINE CAND2(I,NC,COUT,IR,VR)
      COMMON/F3/IE(17,3),NTC
      COMMON/F4/CA(3),PF
      REAL COUT(17)
      VR=5000000000.
      DO 1 J=1,NC
      TCOUT=COUT(J)
      DO 2 K=1,NTC
    2 TCOUT=TCOUT+AMAX0(0,IF(J,K)-IE(I,K))*CA(K)*PF
      IF(VR-TCOUT)1,1,3
    3 VR=TCOUT
      IR=J
    1 CONTINUE
      RETURN
      END
```

```
      COMMON/E1/CET(15,9,7),CDT(15,9,7),VT(15,8,7)
      COMMON/E2/XMIN(4),XMAX(4),PHT(4),RDT(4),HR(4),AT(4),BT(4)
      COMMON/E3/IET(15,4),NTA
      COMMON/E4/CAT(4),PV60
      COMMON/E5/PT(8),NA
      REAL DP(7)
      INTEGER NUM(15)
      INTEGER POLT(15,8,6)
      REAL CMIN(15)
      REAL CMAX(15)
      REAL P(8,8)
      REAL VT(4)
      REAL COUT(15)
      REAL VTO(15)
      REAL POLTO(15)
      IMP=8
      LEC=7
C
C LECTURE DES DONNEES
      NTA=4
      NCF=15
      NT=7
      READ(LEC,106) NA
  106 FORMAT(I2)
      READ(LEC,106) IAO
      READ(LEC,100) (DP(I),I=1,NT)
  100 FORMAT(7E10.5)
      READ(LEC,101)((IET(I,J),J=1,NTA),I=1,NCF)
  101 FORMAT(4I1)
      READ(LEC,102) PHT,XMIN,XMAX,CAT
  102 FORMAT(4E8.3)
      DO 1 J=1,NA
    1 READ(LEC,103)(P(I,J),I=1,NA)
  103 FORMAT(8F5.3)
      READ(LEC,105) AMINA,AMAXA,DD
  105 FORMAT(F8.2)
      READ(LEC,107) PE,PV60,PDT
  107 FORMAT(F10.5)
      READ(LEC,110) AT,BT
  110 FORMAT(4E10.5)
      READ(LEC,104) COF
  104 FORMAT(E12.7)
      NT1=NT+1
      NT2=NT-1
      NAP=NA+1
C
C CALCUL DES CAPACITES JOURNALIERES MIN ET MAX DE TURBINAGE
      DO 5 I=1,NCF
      CMIN(I)=0.
      CMAX(I)=0.
      DO 6 K=1,NTA
      CMIN(I)=CMIN(I)+FLOAT(IET(I,K))*(AT(K)*XMIN(K)+BT(K))*24.
      CMAX(I)=CMAX(I)+FLOAT(IET(I,K))*(AT(K)*XMAX(K)+BT(K))*24.
    6 CONTINUE
C
C INITIALISATION
      DO 5 J=1,NA
      DO 7 K=1,NT
    7 VT(I,J,K)=0.
      DO 8 K=1,NT2
    8 POLT(I,J,K)=0
    5 CONTINUE
      DO 4 J=1,NAP
      DO 4 I=1,NCF
      DO 4 K=1,NT
      CDT(I,J,K)=0.
      CET(I,J,K)=0.
    4 CONTINUE
```

```
C
C  CALCUL DES RENDEMENTS
       DO 9 K=1,NTA
     9 ROT(K)=POT(K)/AT(K)
       CALL RANGC(RD1,NR)
C
C  CALCUL DES GAINS EN ELECTRICITE AUTOPRODUITE
       DO 10 IT=1,NT
       DR=DP(IT)*COF-AMAXA-DD
       DO 11 N=1,NAP
       DR=DR+DD
       DO 13 I=1,NCF
       IF(DR-CMIN(I))14,15,16
    14 CDT(I,N,IT)=(CMIN(I)-DR)*PV60
    15 DO 17 K=1,NTA
    17 CET(I,N,IT)=CET(I,N,IT)-PF*FLOAT(IET(I,K))*XMIN(K)*PNT(K)*24.
       GO TO 13
    16 IF(DR-CMAX(I))18,19,19
    18 DRM=DR/24.
       CALL REOPTA(I,DRM,QF,XT)
       CET(I,N,IT)=-PF*QF*24.
    13 CONTINUE
       GO TO 11
    19 DO 20 J=I,NCF
       DO 27 K=1,NTA
    27 CET(J,N,IT)=CET(I,N,IT)-PF*FLOAT(IET(J,K))*XMAX(K)*PNT(K)*24.
       CDT(J,N,IT)=(DR-CMAX(J))*POT
    20 CONTINUE
    11 CONTINUE
       DO 2 I=1,NCF
       DO 3 N=1,NA
       NN=N+1
       CET(I,N,IT)=(CET(I,N,IT)+CET(I,NN,IT))/2.
       CDT(I,N,IT)=(CD1(I,N,IT)+CDT(I,NN,IT))/2.
     3 CONTINUE
     2 CONTINUE
    10 CONTINUE
C
C  OPTIMISATION DYNAMIQUE
       DO 21 IT=1,NT2
       IT1=NT-IT
       D1=DP(IT1)*COF
       WRITE(IMP,401) IT1,D1
   401 FORMAT(////,3X,4HJOUR,I2,2X,14HDEMANDE PREVUE,2X,F6.0)
       IT2=IT1+1
       DO 22 N=1,NA
       DO 23 L=1,NA
    23 PT(L)=P(L,N)
       CALL CAND1(IT2,NCF,COUT)
       DO 24 I=1,NCF
       CALL CAND2(I,NCF,COUT,IR,VR)
       VT(I,N,IT1)=VR
       POLT(I,N,IT1)=IR
    24 CONTINUE
    22 CONTINUE
C
C  IMPRESSION DES RESULTATS
       I1=1
       I2=8
    32 WRITE(IMP,402)((IET(I,J),J=1,NTA),I=I1,I2)
   402 FORMAT(///,2X,8HDEMANDE*,9(3X,4I1,3X,1H*))
       D2=DP(IT1)*COF-AMAXA
       DO 30 N=1,NA
       D1=D2
       D2=D1+DD
       DO 31 I=I1,I2
       II=POLT(I,N,IT1)
       NUM(I)=1000*IET(II,1)+100*IET(II,2)+10*IET(II,3)+IET(II,4)
    31 CONTINUE
```

```
      WRITE(IMP,403) D1,(NOU(I),I=I1,I2)
  403 FORMAT(//,2X,F6.0,2H *,9(4X,I4,3X,1H*))
      WRITE(IMP,404) D2,(VI(I,J,IT1),I=I1,I2)
  404 FORMAT(2X,F6.0,2H *,9(F10.1,1H*))
   30 CONTINUE
      IF(I2.EQ.NCF) GO TO 21
      I1=I2+1
      I2=NCF
      GO TO 32
   21 CONTINUE
C
C ELABORATION DES DECISIONS INITIALES
      DO 25 L=1,NA
   25 PT(L)=P(L,IAO)
      CALL CAND1(1,NCF,COUT)
      WRITE(IMP,405) IAO
  405 FORMAT(////,2X,40HL'ALEA DE LA VEILLE ETANT DANS LA CLASSE,I2,2X,4
     -5HLES DECISIONS A PRENDRE LE PREMIER JOUR SONT:)
      DO 26 I=1,NCF
      CALL CAND2(I,NCF,COUT,IR,VR)
      VTO(I)=VR
      POLTO(I)=IR
      WRITE(IMP,406)(IET(I,K),K=1,NTA),(IET(IR,K),K=1,NTA),VR
  406 FORMAT(/,2X,24HCONFIGURATION DE DEPART ,4I1,1H:,5X,4I1,5H COUT,F12.1)
     -,1)
   26 CONTINUE
      STOP
      END
```

A N N E X E VI

Simulations

Simulation de la politique "optimale" (CHAUDIÈRES)

Pour ce programme, on raisonne par type de chaudières. On retrouve donc les mêmes paramètres techniques caractérisant les chaudières que dans OPTIMB

NTC, NTCF, NCF, IE, PN, XMIN, XMAX, CA, RDM, A, B, C, AE, BE en tant que données

PC, CC, RD, NR en tant que variables intermédiaires de calcul

Figurent aussi au nombre des données PE, PF, PG, PV6, CF, CG, PD

Comme la répartition statique est effectuée avec le sous-programme STAOPT, doivent être précisés au départ : RHO, EPS1, EPS2, EPS3, COF (cf Annexe III 2.)

données propres au programme

NT nombre de jours de la période simulée ($NT \leq 7$), en principe la semaine

NPH tableau de dimension NT indiquant, chaque jour, le nombre de niveaux de demande horaire différents

DH et DUR tableaux NTx24 : $DH(J,K) = K^e$ demande au cours de la journée J qui reste constante $DUR(J,K)$: $\sum_{K=1}^{NPH(J)} DUR(J,K) = 24 \quad \forall J \in \{1,..,NT\}$

Format de lecture : 7 (F5.1, 1X, F4.1) pour une journée J autant de cartes que : (Part. entière (NPH(J) : 7) + 1)
↳ DH(J,·) ↳ DUR(J,·)

POL : tableau de dimension NT définissant la politique "optimale" en terme de configuration $\forall J \in \{1,..,NT\}$ $POL(J) \in \{1,..,NC\}$

Format de lecture 7(I2)

ICP configuration initiale (I2)

sorties :

chaque jour pour chaque période au cours de laquelle la demande reste constante : régimes optimaux XV et coût de production CP

éventuellement, la surproduction (ou la sous production) est signalée ainsi que le coût de défaillance correspondant CD

Ces chiffres sont totalisés au niveau de la journée dans COUT coût global ventilé en :

COUTP production
COUTA démarrage
COUTD défaillance

Ils sont regroupés à l'échelle de la semaine dans TCOUT avec la même répartition en TCOUTP, TCOUTA, TCOUTD

Variables internes

ICP est réutilisé pour mémoriser la configuration du jour précédent

CMINH et CMAXH (tableaux de dimension NCF) capacités respectivement minimale et maximale de production horaire des chaudières

Sous programme appelé et fonctions utilisées

- STADPT et les sous programmes ou les fonctions auxquels il se réfère
- R(x) et CAE(x)
- RANGD

```
      COMMON/E1/A(3),B(3),C(3),AE(3),BE(3),PC(3),CC(3),COF(3)
      COMMON/E1/PE,RHO,EPS1,EPS2,EPS3
      COMMON/E2/XMIN(3),XMAX(3),PN(3),RD(3),NR(3)
      COMMON/E3/IE(17,3),NTC
      COMMON/C1/AN,BN,CN
      COMMON/C2/SK,CCN,COFN,PFN,XN
      COMMON/C3/AEN,BEN
      REAL RDM(3)
      REAL XV(3)
      REAL DH(7,24)
      INTEGER NPH(7)
      REAL DUR(7,24)
      REAL CMINH(17)
      REAL CMAXH(17)
      REAL CA(3)
      REAL POL(7)
      EXTERNAL R
      EXTERNAL DER
      EXTERNAL DERP
      EXTERNAL CAE
      IMP=8   (imprimante)
      LEC=7   (lecteur de cartes)
      NCF=17
      NTC=3
      NTCF=2
      READ(LEC,106) NT
      READ(LEC,104) (NPH(I),I=1,NT)
      DO 15 J=1,NT
      KK=NPH(J)
      READ(LEC,100)((DH(J,K),DUR(J,K)),K=1,KK)
  100 FORMAT(7(F5.1,1X,F4.1))
   15 CONTINUE
      READ(LEC,101)((IE(I,J),J=1,NTC),I=1,NCF)
  101 FORMAT(3I1)
      READ(LEC,102) PN,XMIN,XMAX
  102 FORMAT(4F8.3)
      READ(LEC,102) CA
      READ(LEC,104)(POL(I),I=1,NT)
  104 FORMAT(/I2)
      READ(LEC,106) ICP
  106 FORMAT(I2)
```

```
      READ(LEC,107) PD
  107 FORMAT(F16.5)
      READ(LEC,107) RHO,EPS1,EPS2,EPS3
      READ(LEC,111) RDM
  111 FORMAT(3F9.4)
      READ(LEC,111) A,B,C
      READ(LEC,111) COE
      READ(LEC,112) AE,BE
  112 FORMAT(3F11.6)
      DO 300 I=1,NTCE
      PC(I)=PE+(0.085*PVG)
      CC(I)=CE
  300 CONTINUE
      IF(NTCE.EQ.NTC) GO TO 301
      NTCG=NTCE+1
      DO 302 I=NTCG,NTC
      PC(I)=PG
      CC(I)=CG
  302 CONTINUE
  301 DO 303 I=1,NTC
      RR=((CC(I)*PC(I))/RDM(I))+((AE(I)*PE)/PN(I))
      RD(I)=1./RR
  303 CONTINUE
      CALL RANGD(RD,NR)
      DO 304 I=1,NCE
      CMINH(I)=0.
      CMAXH(I)=0.
      DO 305 K=1,NTC
      CMINH(I)=CMINH(I)+FLOAT(IE(I,K))*PN(K)*XMIN(K)
      CMAXH(I)=CMAXH(I)+FLOAT(IE(I,K))*PN(K)*XMAX(K)
  305 CONTINUE
  304 CONTINUE
      TCOUT=0.
      TCOUTP=0.
      TCOUTD=0.
      TCOUTA=0.
      DO 1 IT=1,NT
      COUT=0.
      COUTP=0.
      COUTD=0.
      IC=POL(IT)
      N=NPH(IT)
      WRITE(IMP,200) IT,(IE(IC,K),K=1,NTC)
  200 FORMAT(///,3X,4HJOUR,I2,5X,14HCONFIGURATION ,3I1)
      DO 2 IH=1,N
      WRITE(IMP,201) DUR(IT,IH),DH(IT,IH)
  201 FORMAT(/,5X,F4.1,12H HEURE(S) A ,F5.1,3HT/H)
      CP=0.
      CD=0.
      IF(DH(IT,IH)-CMINH(IC))3,4,5
    3 WRITE(IMP,202)
  202 FORMAT(10X,31HSURPRODUCTION DE VAPEUR 60 BARS)
    4 DO 6 K=1,NTC
      AM=A(K)
      BM=B(K)
      CM=C(K)
      AEM=AE(K)
      BEM=BE(K)
      CP=CP+((CC(K)*PC(K)*XMIN(K)*PN(K)/R(XMIN(K)))+(PE*CAE(XMIN(K))))*
     -FLOAT(IE(IC,K))
    6 CONTINUE
      CP=CP*DUR(IT,IH)
      WRITE(IMP,203) CP
  203 FORMAT(10X,18HCOUT DE PRODUCTION,F10.1)
      GO TO 12
    5 IF(CP(IT,IH)-CMAXH(IC))8,7,9
    8 CALL STARPT(IC,DH(IT,IH),XV,CP)
      CP=CP*DUR(IT,IH)
```

```
      WRITE(IMP,204)((K,IE(IC,K),XV(K)),K=1,NTC)
  204 FORMAT(10X,3(4HTYPE,I2,2X,I1,23H CHAUDIERE(S) AU REGIME,F7.4))
      WRITE(IMP,203) CP
      GO TO 12
    9 CD=(DP(IT,IH)-CMAXH(IC))*PD
      CD=CD*DUR(IT,IH)
      WRITE(IMP,205) CD
  205 FORMAT(10X,32HSOUSPRODUCTION DE VAPEUR 60 BARS,3X,20HCOUT DE DEFAILLANCE ,
     -LLANCE ,F10.1)
    7 DO 11 K=1,NTC
      AN=A(K)
      BN=B(K)
      CN=C(K)
      AEN=AE(K)
      BEN=BE(K)
      CP=CP+((CC(K)*PC(K)*XMAX(K)+PN(K)/R(XMAX(K)))+(PE*CAE(XMAX(K))))*
     -FLOAT(IE(IC,K))
   11 CONTINUE
      CP=CP*DUR(IT,IH)
      WRITE(IMP,203) CP
   12 COUTD=COUTD+CD
      COUTP=COUTP+CP
    2 CONTINUE
      COUTA=0.
      DO 13 K=1,NTC
   13 COUTA=COUTA+AMAX0(0,IE(IC,K)-IE(ICP,K))*CA(K)*PF
      COUT=COUTA+COUTP+COUTD
      WRITE(IMP,206) COUT,COUTP,COUTD,COUTA
  206 FORMAT(//,4X,11HCOUT TOTAL ,F10.1,17H DONT PRODUCTION ,F10.1,3X,12HDEFAIL
     -HDEFAILLANCE ,F10.1,3X,11HDEMARRAGES ,F10.1)
      TCOUT=TCOUT+COUT
      TCOUTA=TCOUTA+COUTA
      TCOUTD=TCOUTD+COUTD
      TCOUTP=TCOUTP+COUTP
      ICP=IC
    1 CONTINUE
      WRITE(IMP,207) TCOUT
  207 FORMAT(////,3X,21HCOUT POUR LA SEMAINE ,F10.1,5H DONT)
      WRITE(IMP,208) TCOUTP,TCOUTD,TCOUTA
  208 FORMAT(10X,11HPRODUCTION ,F10.1,3X,12HDEFAILLANCE ,F10.1,3X,11HDEMARR
     -ARRAGES ,F10.1)
      STOP
      END
```

Fonctions appelées

- R (x)
- CAE (x)

cf sous-programme STAOPT dans Annexe III e

(passage des arguments par COMMON, à l'aide des variables AN, BN, CN pour la fonction R et AEN, BEN pour la fonction CAE)

XN est le régime de fonctionnement lorsque la demande horaire est PH(·,·,·) et la puissance de la chaudière PN(·)

```
      COMMON/C1/AN,BN,CN
      COMMON/C3/AEN,BEN
      REAL PN(5)
      REAL A(5)
      REAL B(5)
      REAL C(5)
      REAL AE(5)
      REAL BE(5)
      REAL PC(5)
      REAL CC(5)
      REAL CA(5)
      INTEGER CONF(5,7)
      INTEGER CONFP(5)
      INTEGER NPH(5,7)
      REAL PH(5,7,7)
      REAL DUR(5,7,7)
      NC=5
      LEC=7  (lecteur de cartes)
      IMP=8  (imprimante)
      NCFU=4
      READ(LEC,106) NT
  106 FORMAT(I2)
      DO 10 J=1,NT
      DO 10 I=1,NC
      READ(LEC,100) NPH(I,J),((PH(I,J,K),DUR(I,J,K)),K=1,7)
   10 CONTINUE
  100 FORMAT(I2,7(F5.1,1X,F4.1))
      READ(LEC,101)((CONF(I,J),I=1,NC),J=1,NT)
  101 FORMAT(7(5I1))
      READ(LEC,101) CONFP
      READ(LEC,102) PN,CA
  102 FORMAT(5E8.3)
      READ(LEC,103) A,B,C
  103 FORMAT(5E9.4)
      READ(LEC,104) AE,BE
  104 FORMAT(5E11.6)
      READ(LEC,107) PE,PF,PG,PV6,CF,CG
  107 FORMAT(E10.5)
      TCOUT=0.
      TCOUTP=0.
      TCOUTA=0.
      DO 1 K=1,NCFU
      PC(K)=PF+(0.085*PV6)
      CC(K)=CF
    1 CONTINUE
      IF(NCFU.EQ.NC) GO TO 2
      NCG=NCFU+1
      DO 3 K=NCG,NC
      PC(K)=PG
      CC(K)=CG
    3 CONTINUE
```

Simulation de la politique des opérateurs (CHAUDIERES)

Dans ce programme, les chaudières de même type ne sont pas regroupées du fait qu'elles peuvent fonctionner simultanément à des régimes différents.

données propres au programme

NC nombre de chaudières (NC = 5) dont NCFU (NCFU = 4) fonctionnent au fuel

NT nombre de jours de la période de simulation, en principe la semaine ($NT \leq 7$)

CONF tableau NC × NT des politiques des opérateurs

CONF(I,J) = 1 si chaudière I allumée le jour J
0 si chaudière I éteinte le jour J

Exemple : 0 1 0 1 1 (5I1) ; 0 0 1 0 1 (jour J) ; 0 0 1 0 1 (jour NT)

CONF(1,J) = CONF(2,J) = CONF(4,J) = 0
CONF(3,J) = CONF(5,J) = 1

CONFP tableau de dimension NC de l'état initial des chaudières

NPH tableau NC × NT, NPH(I,J) indique le nombre de niveaux de production horaire différents au cours de la journée J, pour la chaudière I (en pratique limité à 7)

PH et DUR tableaux NC × NT × 7 PH(I,J,K) = K^e (ordonné dans le temps) niveau de production (parmi les NPH(I,J)) horaire pour la chaudière I, le jour J ; ce niveau dure DUR(I,J,K), donc $\sum_{K=1}^{NPH(I,J)} DUR(I,J,K) = 24$ $\forall I \in \{1, \dots, NC\}$ $\forall J \in \{1, \dots, NT\}$

format de lecture :

1 carte par journée J et par chaudière I comportant

I2, F5.1, 1X, F4.1, F5.1, 1X, F4.1 ...

NPH(I,J) ; PH(I,J,K) ; DUR(I,J,K) ; $K \leq NPH(I,J)$

arguments communs à ce programme et à OPTIMB

en données
- PN, CA, A, B, C, AE, BE pour le fonctionnement des chaudières, la seule différence est, qu'ici, ce sont des tableaux dimensionnés NC (au lieu de NTC)
- PE, PF, PG, PV6, CF, CG

au cours du programme PC, CC de dimension NC aussi

Sorties chaque jour COUT - coût global ventilé en COUTP production, COUTA démarrages

sur la période TCOUT coût total ventilé en TCOUTP production, TCOUTA démarrage

Remarque CONFP sert aussi, au cours du programme, à mémoriser l'état des chaudières la veille

```
  2 DO 4 IT=1,NT
    COUT=0.
    COUTP=0.
    COUTA=0.
    WRITE(IMP,200) IT,(CONF(K,IT),K=1,NC)
200 FORMAT(///,3X,4HJOUR,I2,5X,14HCONFIGURATION ,5I1)
    DO 5 K=1,NC
    IF(CONF(K,IT))6,8,6
  6 N=NPH(K,IT)
    WRITE(IMP,201) K
201 FORMAT(/,5X,9HCHAUDIERE,I2)
    AN=A(K)
    BN=B(K)
    CN=C(K)
    AFN=AF(K)
    BEN=BE(K)
    DO 7 J=1,N
    WRITE(IMP,202) DUR(K,IT,J),PH(K,IT,J)
202 FORMAT(10X,F5.1,12H HEURE(S) A ,F6.1,3HT/H)
    XN=PH(K,IT,J)/PN(K)
    COUTP=COUTP+((PC(K)*CC(K)*PH(K,IT,J)/R(XN))+(PE*CAE(XN)))*DUR(K,IT,J)
   -,J)
  7 CONTINUE
    COUTA=COUTA+AMAX0(0,CONF(K,IT)-CONFP(K))*PF*CA(K)
  8 CONFP(K)=CONF(K,IT)
  5 CONTINUE
    COUT=COUTA+COUTP
    TCOUT=TCOUT+COUT
    TCOUTP=TCOUTP+COUTP
    TCOUTA=TCOUTA+COUTA
    WRITE(IMP,203) COUT,COUTP,COUTA
203 FORMAT(/,5X,11HCOUT TOTAL ,F10.1,17H DONT PRODUCTION ,F10.1,3X,11HDEMA
   -DEMARRAGES ,F10.1)
  4 CONTINUE
    WRITE(IMP,204) TCOUT
204 FORMAT(///,3X,21HCOUT POUR LA SEMAINE ,F10.1,5H DONT)
    WRITE(IMP,205) TCOUTP,TCOUTA
205 FORMAT(10X,11HPRODUCTION ,F10.1,3X,11HDEMARRAGES ,F10.1)
    STOP
    END
```