



HAL
open science

Analyse expérimentale et simulation numérique de l'interaction fluide-structure d'un hydrofoil élastique en écoulement subcavitant et cavitant

Fabien Gaugain

► **To cite this version:**

Fabien Gaugain. Analyse expérimentale et simulation numérique de l'interaction fluide-structure d'un hydrofoil élastique en écoulement subcavitant et cavitant. Mécanique [physics.med-ph]. Ecole nationale supérieure d'arts et métiers - ENSAM, 2013. Français. NNT : 2013ENAM0054 . pastel-00939286

HAL Id: pastel-00939286

<https://pastel.hal.science/pastel-00939286>

Submitted on 30 Jan 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École Doctorale n° 432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

Doctorat ParisTech

THÈSE

pour obtenir le grade de docteur délivré par

l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers

Spécialité "Mécanique"

présentée et soutenue publiquement par

Fabien GAUGAIN

le 11 décembre 2013

**Analyse expérimentale et simulation numérique de
l'interaction fluide-structure d'un hydrofoil élastique
en écoulement subcavitant et cavitant**

Directeur de thèse : **Jacques-André ASTOLFI**

Co-directeur de thèse : **Jean-François SIGRIST**

Co-encadrant de thèse : **François DENISET**

Jury

M. Mhamed Souli, Professeur des Universités, LML, USTL Lille 1

M. Christophe Corre, Professeur des Universités, LEGI - UMR5519, ENSE3

M. Michel Visonneau, Directeur de Recherche CNRS HDR, LHEEA - UMR6598, ECN

M. Jacques-André Astolfi, Maître de Conférence HDR, IRENav - EA3634, Ecole Navale

M. François Deniset, Maître de Conférence, IRENav - EA3634, Ecole Navale

M. Elie Rivoalen, Professeur des Universités, LMPG / LOMC - UMR6294, Université du Havre

M. Jean-François Sigrist, Ingénieur de Recherche HDR, DCNS Research, Nantes

M. Loïc Boudet, DGA Techniques Hydrodynamiques

Président

Rapporteur

Rapporteur

Examineur

Examineur

Examineur

Examineur

Invité

T
H
È
S
E

Remerciements

Pendant ces trois années, j'ai reçu le soutien et l'aide de nombreuses personnes que je tiens à remercier et je m'excuse auprès de celles que j'ai pu oublier.

En premier lieu, je tiens à remercier mes encadrants :

- Monsieur Jacques-André Astolfi, directeur de cette thèse et maître de conférence à l'Institut de Recherche de l'Ecole Navale ;
 - Monsieur Jean-François Sigrist, co-directeur de ces travaux et responsable du département Dynamique de Structures à DCNS Research ;
 - Monsieur François Deniset, maître de conférence à l'Institut de Recherche de l'Ecole Navale ;
- pour m'avoir guidé tout en me laissant une grande liberté dans les choix et orientations données à ce travail. Les nombreux conseils, explications et avis qu'ils ont pu me donner m'ont permis de progresser tant sur les plans scientifique et technique que humain.

Je souhaite également témoigner toute ma reconnaissance aux membres de mon jury, notamment à son président Monsieur Mhamed Souli ainsi qu'à Monsieur Christophe Corre et Monsieur Michel Visonneau pour l'honneur qu'il me font en acceptant d'être les rapporteurs de ce travail. Ma reconnaissance va également à Monsieur Elie Rivolaen et Monsieur Loïc Boudet pour avoir bien voulu être membres de ce jury.

Ma gratitude va également à l'ensemble du personnel du laboratoire dont les personnels techniques qui ont facilité la mise en œuvre des moyens d'essais ; les personnels administratifs, et particulièrement Christine, Magalie et Marie qui ont préparé mes déplacements au laboratoire malgré des délais souvent courts ; aux personnes du Service Etudes et Fabrication qui ont réalisé, mis en place et aidé à la réalisation des essais ainsi qu'aux doctorants et enseignants pour les échanges sur des sujets variés qui m'ont fait découvrir entre-autre, la vie particulière de l'Ecole Navale.

Du côté de DCNS, la longue liste des personnes ayant rendu cette thèse possible commence par Monsieur Thierry Taillefet, du Centre de Ruelle, pour m'avoir initié aux joies de l'hydrodynamique et de la cavitation. Les personnels du Service Technique et Scientifique du Centre de Nantes-Indret, dont Lydia, Vincent, Yoann et Philippe pour l'assistance technique, l'ouverture sur le monde des crevettes et la découverte des pâtisseries régionales. Stéphane pour l'assistance informatique et l'aide au bon

usage de Linux et des applications libres. Les membres du département Dynamique des Structures de DCNS Research, Cédric et Bruno ainsi que les doctorants passés et présent que sont Marie, Romain et Adrien pour les très nombreux échanges tant scientifiques que pratiques. Toutes ces personnes ont rendu ces trois années très riches et beaucoup trop courtes.

Je conclus ces quelques remerciements par les membres de ma famille et mes amis pour leur soutien sans faille et pour le temps passé à s'être intéressé à mes travaux. Je les remercie également pour l'aide apportée à la correction de ce document et ceux malgré les symboles et mots inconnus du dictionnaire.

Table des matières

Remerciements	iii
Table des matières	vii
Liste des figures	xiii
Liste des tableaux	xvi
Notations	xvii
Introduction	1
Contexte	1
Les surfaces de contrôle	2
La propulsion navale	3
Objectifs	7
1 Etude bibliographique : Interaction fluide-structure et cavitation	9
1.1. Le phénomène d'interaction fluide-structure et sa modélisation	9
1.1.1. L'interaction fluide-structure	9
1.1.2. Méthodes de couplage fluide-structure	11
1.1.3. Couplage en temps	14
1.1.4. Couplage en espace	17
1.1.5. Geometric Conservation Law et formulation Arbitrairement Lagrangienne Eulé- rienne	21
1.1.6. Maillage dynamique.	23
1.1.7. Applications aux corps portants	26
1.2. Le phénomène de cavitation et sa modélisation	27
1.2.1. Généralités	27
1.2.2. Les types de cavitation	29
1.2.3. Apparition et collapse de la cavitation	30
1.2.4. Les modèles de cavitation	32

2	Approche expérimentale	41
2.1.	Le tunnel hydrodynamique de l'IRENav	41
2.2.	Les hydrofoils instrumentés	43
2.2.1.	Une géométrie commune	43
2.2.2.	Des caractéristiques différentes	43
2.3.	Autres moyens de mesures	45
2.4.	Incertitudes	46
2.5.	La détermination expérimentale des modes et fréquences propres	48
2.5.1.	Mesures en air	48
2.5.2.	Mesures en eau.	49
2.5.3.	Masses ajoutées expérimentales	50
3	Approche numérique	53
3.1.	Mise en équation du problème.	53
3.2.	Justification de la méthode de résolution des cas flexibles	55
3.3.	Le ciment : le code de couplage	56
3.3.1.	L'algorithme de couplage en temps	56
3.3.2.	Le maillage dynamique	56
3.3.3.	Transfert des grandeurs	57
3.4.	La première brique : le solveur fluide	58
3.4.1.	La méthode des volumes finis dans CFX.	58
3.4.2.	Le traitement de la turbulence	64
3.4.3.	La prise en compte de la cavitation dans ANSYS CFX	68
3.4.4.	Résolution complète du système fluide	69
3.4.5.	Modèle géométrique et maillages.	70
3.4.6.	Propriétés des fluides	76
3.5.	La seconde brique : le solveur structure	77
3.5.1.	La méthode des éléments finis dans Mechanical	77
3.5.2.	Le modèle géométrique et les maillages	82
3.6.	Méthodes numériques pour l'analyse modale en air et en eau	83
3.6.1.	Formulation du problème en air (dans le vide)	83
3.6.2.	Formulation du problème en eau.	85
3.6.3.	Modèles géométriques et maillages	86
4	Comparaisons essais-calculs : Cas du foil rigide	89
4.1.	Etude monophasique	89
4.1.1.	Vérification des calculs.	89
4.1.2.	Validation du modèle fluide monophasique.	91
4.2.	Etude des cas cavitants	94
4.2.1.	Cas des poches stables.	94
4.2.2.	Cas d'une poche instable.	100
4.3.	Conclusion sur le modèle fluide	105
5	Comparaisons essais-calculs : Cas du foil déformable	107

5.1. Analyse modale numérique	107
5.1.1. Résultats des calculs « en air »	107
5.1.2. Résultats des calculs en eau.	112
5.2. Ecoulements monophasiques	114
5.2.1. Influence du maillage structure	115
5.2.2. Influence des paramètres du solveur structure	117
5.2.3. Effet de la déformation du profil sur les efforts hydrodynamiques	117
5.2.4. Prédiction de la déformation et des contraintes	119
5.2.5. Différences entre les résolutions chaînée et couplée.	123
5.3. Conclusion sur les cas flexibles monophasiques	124
5.4. Cas des écoulements cavitants	125
5.4.1. Cas des poches stables.	125
5.4.2. Cas des poches instables	128
5.4.3. Conclusion sur les cas déformables cavitants	135
Conclusion	137
Synthèse des résultats	137
Perspectives	139
Bibliographie	147
A Modèle de cavitation basé sur l'équation de Rayleigh-Plesset	149
1. L'équation de Rayleigh-Plesset	149
2. Modèle fluide utilisé.	150
3. Prise en compte de la turbulence.	151
4. Modèle de Singhal <i>et al.</i>	151
5. Modèle de Zwart-Gerber-Belamri	154
6. Modèle de Schnerr-Sauerr	155
B Analyse modale en air et en eau	157
1. En air (résolution dans le vide)	157
1.1. Résolution analytique simplifiée : modèle de poutre	158
1.2. Résolution par la méthode des éléments finis	159
2. En eau	162
2.1. Fréquences et modes propres de la cavité	162
2.2. Fréquences et modes propres de la cavité contenant la poutre	164
2.3. Résolution numérique	165
C Détermination de la contrainte de Von Mises à partir des jauges d'extensométrie	167

Table des figures

1	Exemples de surfaces de contrôle	3
2	Evolution des propulseurs à hélices	4
3	Exemple de propulseurs à hélices	5
4	Exemple du propulseur à pales flexibles de Airborne Composites	6
1.1	Exemples de problèmes d'interactions fluide-structure	10
1.2	Exemples de méthodes de résolution d'un problème d'IFS	11
1.3	Schématisation de l'algorithme de couplage temporel explicite synchrone	14
1.4	Schématisation de l'algorithme de couplage temporel explicite asynchrone ou décalé	15
1.5	Schématisation de l'algorithme de couplage temporel explicite synchrone avec sous-cyclage	16
1.6	Schématisation de l'algorithme de couplage temporel implicite	16
1.7	Exemple de projection entre deux maillages	18
1.8	Exemple de projection avec une méthode buckets	18
1.9	Méthode de préservation du profil	19
1.10	Méthode de conservation globale	20
1.11	Méthode d'échanges du type General Grid Interface (GGI)	20
1.12	Méthode torsional spring avec raideurs linéaires	24
1.13	Méthode ball-vertex	24
1.14	Diagramme pression-température	27
1.15	Différente forme de cavitation sur hélice	29
1.16	Nuage de cavitation sur un profil portant	30
1.17	Super cavitation sur un profil portant	30
1.18	Classification des modèles de cavitation	32
1.19	Exemples de modèles de fermeture de poches	34
1.20	Diagramme de Clapeyron	36
1.21	Evolution de la masse volumique en fonction de la pression environnante	36
1.22	Evolution de la vitesse du son en fonction de la fraction volumique de la phase gazeuse pour un mélange eau/air et pour un mélange eau/vapeur d'eau	37
2.1	Vue schématique du tunnel hydrodynamique de l'IRENav	42

2.2	Photos des profils portants rigide à gauche et flexible à droite	43
2.3	Montage de l'hydrofoil flexible dans la veine d'essai	44
2.4	Schéma d'implantation des capteurs de pression pariétaux du foil rigide	44
2.5	Positions des jauges extensométriques de l'hydrofoil flexible	45
2.6	Fonction de transfert mobilité (réponse en vitesse/excitation en accélération) obtenue pour les mesures moyennées pour l'ensemble des points du maillage.	49
2.7	Amplitude de la vitesse de déplacement du foil en eau en dB en fonction de la fréquence en Hz	51
3.1	Représentation schématique du problème - l'écoulement arrive de la droite	53
3.2	Algorithme de couplage utilisé	57
3.3	Construction d'un Volume de Contrôle pour un maillage 2D sous CFX	58
3.4	Position des points d'intégrations pour un élément quadrangulaire	60
3.5	Élément hexaédrique dans son repères local	61
3.6	Schématisation de l'algorithme de résolution Multigrid	64
3.7	Valeurs de la fonction F_1 autour du profil à une incidence de 4°	66
3.8	Valeurs de la fonction F_2 autour du profil à une incidence de 4°	66
3.9	Algorithme de résolution des équations par CFX	70
3.10	Vue du domaine de calcul fluide	71
3.11	Maillage de référence à une incidence de 4°	73
3.12	Principe du critère d'orthogonalité angulaire	74
3.13	Valeur du critère d'orthogonalité pour le maillage de référence à une incidence de 4°	74
3.14	Valeur du critère d'orthogonalité pour le maillage de référence à une incidence de 4° - détails de la zone de moins bonne qualité	75
3.15	Principe du rapport d'aspect	75
3.16	Valeur du critère d'aspect ratio pour le maillage de référence à une incidence de 4° - détails de la zone de moins bonne qualité	75
3.17	Principe du facteur d'expansion	76
3.18	Valeur du critère d'expansion pour le maillage de référence à une incidence de 4°	76
3.19	Valeur du critère d'expansion pour le maillage de référence à une incidence de 4° - détails de la zone de moins bonne qualité	76
3.20	Position des points de Gauss 1 à 8 pour un élément quadrangulaire	80
3.21	Modélisation du profil portant	83
3.22	Maillages structure à une incidence de 4°	84
3.23	Non-coïncidence des maillages fluide et structure à l'interface fluide-structure à une incidence de 4°	84
3.24	Modèles du foil encastré directement au pied de pale (à gauche) et sur le disque (à droite)	86
3.25	Modèle du foil complet et conditions aux limites	86
3.26	Représentation des maillages foil seul 3 et foil avec disque 2	87
4.1	Influence du nombre de cœurs	90
4.2	Influence sur le coefficient de portance du nombre de points dans le maillage à 4°	91

4.3	Influence de la résolution de la couche limite et de la modélisation des parois sur le coefficient de portance du foil rigide à 4°	91
4.4	Coefficient de portance numérique et expérimental sur un profil portant NACA66-312(mod.) rigide	92
4.5	Coefficient de traînée numérique et expérimental sur un profil portant NACA66-312(mod.) rigide	93
4.6	Photographie de la poche de cavitation. Vue de dessus pour $\sigma = 1,39$ et $l/c = 0,30$.	95
4.7	Formes de la poche de cavitation obtenues numériquement pour une valeur de fraction volumique de vapeur de 0,5 et $\sigma = 1,29; 1,31; 1,39; 1,62$	96
4.8	Evolution de la fraction volumique de vapeur autour du foil obtenue numériquement pour $\sigma = 1,62; 1,39; 1,31$ et $1,29$	96
4.9	Evolution des coefficients de pression numériques et expérimentaux pour différentes valeurs du nombre de cavitation à une incidence de 6°	97
4.10	Evolution des coefficients de portance et de traînée numériques et expérimentaux en fonction du nombre de cavitation à une incidence de 6°	98
4.11	Evolution des coefficients de pression numériques et expérimentaux en fonction du paramétrage du modèle de cavitation pour $\sigma = 1,31$	99
4.12	Evolution de la fraction volumique de vapeur autour du foil obtenue numériquement pour $\sigma = 1,31$ avec les différents choix de constantes	99
4.13	Evolution des coefficients de pression expérimentaux et numériques obtenus avec le modèle corrigé pour $\sigma = 1,39$ et $1,31$ à une incidence de 6°	100
4.14	Evolution des coefficients de portance et de traînée expérimentaux et numériques obtenus avec le modèle corrigé à une incidence de 6°	101
4.15	Cavitation par poche instationnaire, $\Delta t = 1/25^e$ s entre les images. (a-d) Développement de la cavité principale jusque $l/c = 0.6$. (e-f) Développement de la cavité principale contrebalancé par l'émission de nuages secondaires. (g) Détachement et convection du nuage principal, développement à suivre de la cavité résiduelle. (h) Brusque repli de la cavité résiduelle. (i) Début d'une nouvelle période. Ecoulement nominal venant de la droite, lecture de gauche à droite et de haut en bas, vues de côté.	102
4.16	Evolution de la fraction volumique de vapeur dans le plan vertical médian pour $\sigma = 1$, $\alpha = 6^\circ$, $Re = 8 \times 10^5$ et avec le modèle de cavitation standard - intervalle entre image de 0,05 s - première image à $t=0,95$ s	102
4.17	Evolution de la fraction volumique de vapeur dans le plan vertical médian pour $\sigma = 1$, $\alpha = 6^\circ$, $Re = 8 \times 10^5$ et avec le modèle de cavitation calibré sur les cas stationnaires (modèle C1) - intervalle entre image de 0,05 s - première image à $t=0,7$ s	102
4.18	Evolution de la fraction volumique de vapeur dans le plan vertical médian pour $\sigma = 1$, $\alpha = 6^\circ$, $Re = 8 \times 10^5$ et avec le modèle de cavitation C2 - intervalle entre image de 0,05 s - première image à $t=1,30$ s	103
4.19	Coefficient de portance en fonction du temps pour les différents réglages du modèle de cavitation et $\sigma = 1$, $\alpha = 6^\circ$, $Re = 8 \times 10^5$	104
4.20	Coefficient de traînée en fonction du temps pour les différents réglages du modèle de cavitation et $\sigma = 1$, $\alpha = 6^\circ$, $Re = 8 \times 10^5$	104
5.1	Graphique de synthèse des différentes simulations réalisées	112

5.2	Graphique de synthèse des différentes simulations réalisées en eau	114
5.3	Représentation du temps de calculs nécessaire pour résoudre le maillage, l'écoulement, la structure et les échanges et écritures de données pour avancer d'un pas de temps, en fonction du nombre d'éléments dans le maillage structure - ($Re = 7,5 \cdot 10^5$ et $\alpha = 4^\circ$)	115
5.4	Exemple de répartition par pas de temps des itérations fluide avec le maillage structure de référence - ($Re = 7,5 \times 10^5$ et $\alpha = 4^\circ$)	116
5.5	Influence du maillage structure sur le déplacement de la section libre et la contrainte de Von Mises en pied de pale - ($Re = 7,5 \times 10^5$ et $\alpha = 4^\circ$)	116
5.6	Influence du pas de temps (ou de couplage) sur le coefficient de portance, la contrainte de Von Mises en pied de pale et le temps de calcul - ($Re = 7,5 \times 10^5$ et $\alpha = 4^\circ$)	117
5.7	Coefficients de pression pour les profils flexibles et rigides obtenus dans le plan vertical médian et au bord libre pour des écoulements de 5 m/s et 10 m/s	118
5.8	Effet de la déformation sur les efforts hydrodynamiques pour une vitesse d'écoulement de 5 m/s	119
5.9	Déformation du profil amplifiée 5 fois vue en perspective et de face, colorée en fonction de l'amplitude du déplacement pour une incidence de 6° et $Re = 7,5 \times 10^5$	120
5.10	Angle d'incidence de la section libre en fonction de celui de la section encastrée	120
5.11	Champ de contrainte pour une incidence de 6° sur l'intrados du profil portant	121
5.12	Comparaison des contraintes de Von Mises obtenues en pied de pale numériquement et expérimentalement	122
5.13	Comparaison des spectres en vitesse adimensionnée par l'amplitude maximum mesurée par le vibromètre laser et obtenue numériquement	123
5.14	Forme des cavités obtenus expérimentalement pour $\sigma = 1,57, 1,64$ et $1,83$	125
5.15	Forme de la poche de cavitation obtenues pour $\sigma = 1,57, 1,64$ et $1,83$ avec le modèle de cavitation calibré	125
5.16	Fraction volumique de vapeur obtenue dans trois plans différents pour $\sigma = 1,57$	126
5.17	Evolution du coefficient de pression dans le plan vertical médian en fonction du nombre de cavitation	126
5.18	Evolution de la position de la section libre en fonction du nombre de cavitation	127
5.19	Evolution de la contrainte de Von Mises en fonction du nombre de cavitation	127
5.20	Cycle d'oscillation d'une poche de cavitation instable obtenu expérimentalement grâce à une caméra rapide pour $\alpha=6^\circ$ - $\sigma=1,4$ - $Re=7,5 \times 10^5$	129
5.21	Cycle d'oscillation d'une poche de cavitation reconstruit à partir des résultats numériques - vue en 3D $\alpha=6^\circ$ - $\sigma=1,4$ - $Re=7,5 \cdot 10^5$	130
5.22	Cycle d'oscillation d'une poche de cavitation pris dans le plan vertical médian $\alpha=6^\circ$ - $\sigma=1,4$ - $Re=7,5 \cdot 10^5$	131
5.23	Cycle d'oscillation d'une poche de cavitation pris dans un plan vertical décalé de 10 mm par rapport à l'extrémité encastrée $\alpha=6^\circ$ - $\sigma=1,4$ - $Re=7,5 \cdot 10^5$	132
5.24	Vue de la recirculation présente sous la poche de cavitation à $t_{\text{cycle}} = 0,17$ s pour $\alpha=6^\circ$ - $\sigma=1,4$ - $Re=7,5 \times 10^5$ - en teinte de gris la fraction volumique de vapeur	133
5.25	Evolution des coefficient de portance et de traînée ainsi que du déplacement lors d'un cycle d'oscillation de la poche pour $\alpha=6^\circ$ - $\sigma=1,4$ - $Re=7,5 \times 10^5$	133
5.26	Evolution de la contrainte de Von Mises pour $\alpha=6^\circ$ - $\sigma=1,4$ - $Re=7,5 \cdot 10^5$	134

5.27	Evolution de la contrainte de Von Mises dans le domaine fréquentiel pour $\alpha=6^\circ$ - $\sigma=1,4$ - $Re=7,5 \cdot 10^5$	135
1	Synthèses des études réalisées	140
1	Vue de la cavité acoustique formée par la veine d'essais sans le foil.	162

Liste des tableaux

1.1	Exemples de résultats obtenus avec les deux méthodes	19
1.2	Termes de changement de phases pour quelques modèles basés sur l'équation de Rayleigh-Plesset	39
1.3	Termes de changement de phases pour différents modèles de cavitation basés sur l'interface liquide-vapeur	39
2.1	Caractéristiques mécaniques du polyacetate utilisé pour la réalisation de l'hydrofoil flexible	45
2.2	Valeurs mesurées et recalculées de la pression, de la vitesse et du nombre de cavitation pour les essais cavitants à 6° et écarts entre ces valeurs	47
2.3	Incertitude sur la pression pour les différents nombres de cavitation à une incidence de 6°	47
2.4	Fréquences et déformées modales expérimentales de l'hydrofoil monté dans le tunnel en air obtenues pour les mesures sur le maillage	50
2.5	Fréquences propres et déformées modales expérimentales de l'hydrofoil monté dans le tunnel en eau obtenues en 2011 et 2009	52
2.6	Coefficient de masses ajoutées obtenues expérimentalement à partir des fréquences en air et en eau	52
3.1	Définitions et valeurs des nombres sans dimension caractérisant le couplage	55
3.2	Valeur seuil des critères de convergence utilisés	69
3.3	Récapitulatif des différents maillages du domaine fluide	72
3.4	Propriétés de l'eau liquide	77
3.5	Propriétés de la vapeur d'eau à la pression de vapeur saturante	77
3.6	Récapitulatif des différents maillages structures réalisés	83
3.7	Nombre d'éléments utilisés dans les différents maillages en air	87
3.8	Récapitulatif des différents maillages mis en œuvre pour les différents modèles en eau	87
4.1	Rappel des essais et calculs cavitants sur hydrofoil rigide avec une poche stable	94
4.2	Valeurs des constantes testées pour $\sigma = 1,31$	98
4.3	Paramétrages du modèle de cavitation testés avec une poche instable	101

4.4	Fréquence d'oscillation des poches de vapeur et nombre de Strouhal associé	105
5.1	Déformées modales et fréquences propres pour la modélisation 1 (foil seul encastré au pied)	108
5.2	Déformées modales et fréquences propres pour la modélisation 2 (foil avec disque encastré)	109
5.3	Déformées modales et fréquences propres pour la modélisation 3 (foil complet, utilisation d'appuis sans frottements)	109
5.4	Déformées modales et fréquences propres pour différentes modélisation utilisant le maillage 4 du foil complet.	110
5.5	Fréquences propres pour le foil complet et son support	111
5.6	Fréquences propres obtenues pour différentes valeurs de module d'Young et pour un foil rainuré (le mode de traction-compression n'est pas indiqué dans le tableau)	111
5.7	Déformées et fréquences propres pour les calculs en eau	113
5.8	Déformées modales, fréquences propres et écarts de fréquences avec les essais 2011 obtenues pour un calcul incompressible ($c=1500000$) reprenant le cas du foil avec disque du tableau 5.7.	113
5.9	Coefficients de masses ajoutée obtenus numériquement à partir des fréquences en air et en eau	114
5.10	Nombre moyen d'itérations pour le solveur fluide et pour la boucle de convergence du couplage pour les 15 premières itérations temporelles et pour les 200 itérations . . .	115
5.11	Effet de la déformation sur les efforts hydrodynamiques pour une vitesse de 10 m/s à une incidence de 4°	119
5.12	Evolution de la contrainte de Von Mises en pied de pale pour une simulation chaînée et une simulation couplée avec une vitesse d'écoulement de 5 m/s et une incidence de 4°	123
5.13	Evolution de la contrainte de Von Mises en pied de pales pour une simulation chaînée et une simulation couplée avec une vitesse d'écoulement de 10 m/s et une incidence de 4°	124
5.14	Valeurs des contraintes de Von Mises prédites et mesurés en MPa	135
1	Masses ajoutées et fréquences propres déterminées analytiquement avec le modèle simplifié de poutre et de fluide incompressible	164

Notations

Symbole	Nom	Définition	Unité SI
B	Envergure du profil	-	m
C_d	Coefficient de traînée	$C_d = \frac{N_d}{\frac{1}{2}\rho_f V^2 S}$	-
C_f	Coefficient de frottement visqueux	-	-
C_l	Coefficient de portance	$C_l = \frac{N_l}{\frac{1}{2}\rho_f V^2 S}$	-
C_p	Coefficient de pression	$C_p = \frac{p}{\frac{1}{2}\rho_f V^2}$	-
C_y	Nombre de Cauchy	$C_y = \frac{\rho_f V^2}{E}$	-
E	Module d'Young		
\mathbf{K}	Matrice de raideur		
L	Corde du profil	-	m
M_A	Nombre de masse	$M_A = \frac{\rho_f}{\rho_s}$	-
\mathbf{M}	Matrice de masse		
R	Terme de changement de phase		
Re	Nombre de Reynolds	$Re = \frac{\rho V L}{\mu}$	
R_b	Rayon de bulle		
R_c	Terme de condensation		
R_e	Terme d'évaporation		
S	Frontière du volume de contrôle		
S	Surface de référence		m ²
V	Volume du volume de contrôle		
V_r	Vitesse réduite	$V_r = \frac{V}{\sqrt{\frac{E}{\rho_s}}}$	-
\mathbf{X}	Vecteur des inconnues nodales		
f	Fraction massique		
h	Enthalpie		
k	Energie cinétique de turbulence		
\mathbf{n}	Vecteur normal		

p	Pression	Pa
s	Tension superficielle	
\mathbf{u}	Vecteur vitesse de la structure	m/s
\mathbf{v}	Vecteur vitesse du fluide	m/s
\mathbf{v}^*	Vecteur vitesse du maillage	m/s
y	distance à la paroi	m
y^+	Nombre adimensionnel caractérisant le maillage en proche parois	-
Ω	Domaine	
Γ	Frontière	
ε	Taux de dissipation turbulente	
μ	Viscosité dynamique	kg/(m.s)
μ_t	Viscosité dynamique turbulente	kg/(m.s)
ρ	Masse volumique	kg/m ⁻³
α	Angle d'incidence du profil (angle entre l'horizontal et la corde)	degrés
σ	Nombre de cavitation	$\sigma = \frac{p_{\text{veine}} - p_{\text{vapeur}}}{\frac{1}{2}\rho_t V^2}$
ω	Fréquence propre/d'oscillation	Hz

Indices et exposants

Symbole	Explication
f	se réfère au fluide
l	se réfère au liquide
n	se réfère aux nœuds du maillage
s	se réfère à la structure
vap	se réfère à la vapeur
∞	indique un point de référence généralement pris loin de la zone étudiée

Sigles et abréviations

BEM	<i>Boundary Element Method</i> Méthode des éléments frontières
CFD	<i>Computational Fluid Dynamic</i> Dynamique des Fluides Numériques
CSD	<i>Computational Structure Dynamic</i> Dynamique des Structures Numériques
CV	<i>Control Volume</i> Volume de contrôle
DES	<i>Detached Eddy Simulation</i>
GCL	<i>Geometric Conservation Law</i> ou loi de conservation géométrique
IRENav	Institut de Recherche de l'Ecole Navale
LES	<i>Large Eddy Simulation</i>
NACA	<i>National Advisory Council for Aeronautics</i> (actuel NASA)
NASA	<i>National Aeronautical and Spatial Agency</i>
RANS	<i>Reynolds Averaged Navier-Stokes</i> Equations de Navier-Stokes moyennées au sens de Reynolds
RSM	<i>Reynolds Stress Model</i> Méthode de modélisation de la turbulence
UUV	<i>Unmanned Underwater Vehicles</i> Inclus l'ensemble des véhicules sous-marins capables de manoeuvrer sans occupant humain
VLES	<i>Very Large Eddy Simulation</i>
VLM	<i>Vortex Lattice Method</i>
VOF	<i>Volume Of Fluid</i> Méthode diphasique par reconstruction d'interface
SCL	<i>Space Conservation Law</i> ou loi de conservation spatiale (autre nom de la GCL)
SPH	<i>Smoothed Particle Hydrodynamics</i>

Introduction

Contexte

Les travaux de cette thèse sont réalisés dans le cadre d'une collaboration scientifique entre le groupe de recherche Mécanique, Energie et Environnement Naval (M2EN) de l'Institut de Recherche de l'Ecole Navale et le département Dynamique des Structures de DCNS Research (D2S). Ils s'inscrivent dans la continuité des échanges et partenariats menés depuis plusieurs années sur des problématiques d'hydrodynamique et de couplage fluide-structure pour des applications navales. D'un point de vue académique, cette thèse s'inscrit principalement à la suite des travaux de Leroux [63] et de Ducoin [32]. Leroux a réalisé une étude portant principalement sur la cavitation par poche attachée sur un profil portant (NACA66-312). Il a ainsi mis en évidence différentes dynamiques de poches, ainsi que certains des mécanismes provoquant les oscillations des poches. Il montre également, par une courte étude numérique, les difficultés à modéliser le phénomène de cavitation. Ce phénomène correspond à un changement de phase d'une partie de l'écoulement qui passe d'une forme liquide à une forme gazeuse. Ce changement de phase s'accompagne généralement de pertes de performances hydrodynamiques induites par les modifications des caractéristiques de l'écoulement (pression, masse volumique, viscosité) ainsi que par des implosions de bulles ou de nuages de bulles qui sollicitent les structures proches. Ducoin [32] a réalisé son étude sur la même géométrie que Leroux mais il a également abordé le cas d'un profil flexible. Il a ainsi mis en évidence l'interaction entre l'écoulement sub-cavitant et la déformation du profil, expérimentalement et numériquement. Puis il a montré expérimentalement que cette interaction peut-être bien plus importante dans les cas de cavitation par poche attachée.

D'un point de vue applicatif, cette étude vise à améliorer la réponse de DCNS aux exigences des armateurs, publics ou privés, qui recherchent des navires plus économiques à l'usage. Les coûts de fonctionnement des navires dépendent largement de deux paramètres : le personnel et la consommation énergétique. Dans le premier cas, les navires fortement automatisés permettent de réduire significativement les équipages tant civils que militaires. Par exemple, l'équipage moyen sur un cargo des années soixante était d'une quarantaine de personnes contre une quinzaine aujourd'hui. La réduction de la consommation énergétique passe par une amélioration de la propulsion et la diminution de la résistance à l'avancement (frottements, formes). Plusieurs systèmes complémentaires sont à l'étude

ou en cours d'installation, parmi lesquels on peut citer la réduction de la traînée d'un navire par nuage de bulles sous la coque (*Mitsubishi Air Lubrication System* de Mitsubishi Heavy Industries ou encore les études académiques de l'IRENav [45]), l'usage d'une voile de traction en complément de la propulsion classique (concept éco-ship de DCNS), les peintures anti-fouling à base de silicone, la prédiction de l'état de mer, la lutte contre la corrosion ou encore l'amélioration des caractéristiques hydrodynamiques du propulseur et des appendices de coque.

Ce dernier point correspond au contexte industriel de cette thèse. Cette dernière, a pour but d'approfondir les connaissances sur les corps portants qui composent les appendices de coque et les propulseurs et de proposer une représentation numérique validée de ces mécanismes. Un corps portant est une structure qui, soumise à un écoulement, génère une force de portance. On les rencontre sur les surfaces de contrôle et les propulseurs ainsi que sur un certain nombre de systèmes de récupération d'énergie marine.

Les surfaces de contrôle

Les surfaces de contrôle sont exploitées pour la manœuvre du navire. Les mouvements de la plateforme dépendent directement de la position et de l'évolution de ces surfaces vis-à-vis de l'écoulement.

Le premier type de gouverne est présent sur la plupart des navires de surface puisqu'il s'agit des gouvernes de direction. Aussi appelées gouvernails, ces gouvernes sont composées de plusieurs éléments, dont le safran est la partie active. Ce dernier est monté sur un axe de rotation vertical. Il exerce une force latérale qui permet la giration du navire. Généralement placé en aval de l'hélice, à l'arrière du navire, le safran subit les perturbations de l'écoulement induites par la coque et l'hélice. Couramment suspendu sous le navire avec des porte-à-faux pouvant atteindre plusieurs mètres (voir figure 1 a), le safran subit un écoulement fortement perturbé et accéléré qui peut, sous certaines conditions, provoquer des vibrations et une usure prématurée de la structure et des liaisons gouvernail-coque. Généralement en acier, les safrans tendent à être réalisés en composite pour des questions de masse et de résistance à la corrosion. Le changement de masse s'accompagne d'un changement de raideur qui peut augmenter les risques de vibrations et de déformations sous écoulement.

Un second type de gouvernes se rencontre uniquement sur les sous-marins et sous-marins, les gouvernes de profondeur ou barres de plongée (voir figure 1 b). Fonctionnant sur le même principe que les gouvernes de direction, ces structures tendent également à être conçues en matériaux composites. En complément des barres de plongée, dites arrières, on trouve sur certaines unités des barres avant qui sont situées soit sur le kiosque, soit sur la charpente avant du navire. Dans ce cas, l'usage de composite est évidemment un avantage surtout du point de vue de la résistance à la corrosion. Le comportement vibratoire et élastique de ces structures doit être étudié pour des phases quasi-stationnaires lors de leur fonctionnement nominal et pour des phases transitoires lors des déploiements et repliements.

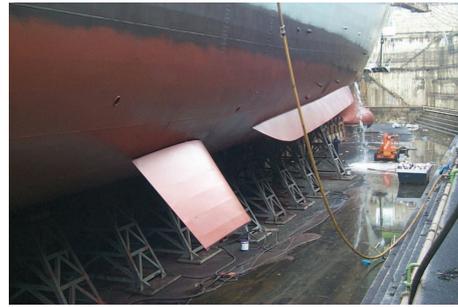
Les surfaces de contrôle font partie des moyens de stabilisation dynamique des navires. Dans ce cas, les safrans sont disposés sur les flancs tribord et babord de la coque (voir figure 1 c). La modification dynamique de leur incidence corrige l'assiette du navire et diminue le roulis. Ces systèmes sont inopérants à faible vitesse et leur efficacité augmente avec la vitesse.



(a) Safran suspendu de la frégate Aquitaine en cours de montage (la mèche est visible) (source : DCNS)



(b) Barre de plongée arrière du sous-marin britannique HMS Ocelot



(c) Stabilisateur de la frégate espagnole F-105 (source : <http://flotillasubmarina.forumfree.it/?t=51909648>)



(d) Hydrofoil du voilier Hydroptère
(Copyright Guilain Grenier)

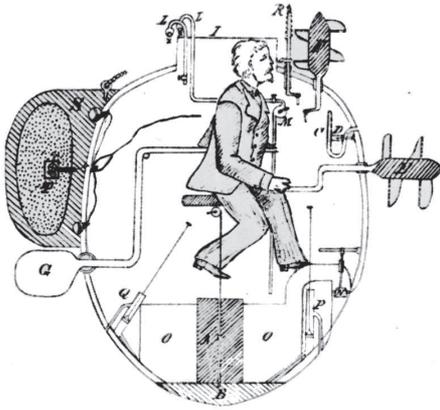
FIGURE 1 – Exemples de surfaces de contrôle

D'autres structures portantes sont présentes sur les navires rapides. Il s'agit des hydrofoils (voir figure 1 d). Présents sur les navires à voiles ainsi que sur des navires de transport, leur forme est étudiée pour faire déjauger le navire afin de réduire au maximum les efforts de traînée sur la coque. Ces structures qui peuvent supporter de forts chargements subissent aussi des écoulements qui, au-delà d'une vitesse critique, deviennent cavitants et provoquent une perte de portance importante et brutale. L'usage d'une structure pouvant s'adapter à l'écoulement pourrait permettre de gagner encore en vitesse en repoussant l'apparition de la cavitation.

La propulsion navale

Les corps portants sont aussi présents dans le domaine de la propulsion navale, plus particulièrement celui des hélices. Les premières idées d'une propulsion par hélices sont apparues dès l'antiquité avec Archimède et sa vis (*c.a.* 250 avant J.C.) puis avec De Vinci à la Renaissance qui imagina un système de propulsion par pales. L'une des premières utilisations des hélices eut lieu en 1776 dans la baie de New-York en même temps qu'une autre première, celle du sous-marin militaire. La tortue de Bushnell (voir figure 2 a) était équipée d'une vis d'Archimède entraînée par une manivelle et actionnée par le seul occupant. Une seconde hélice fonctionnant selon le même principe permettait de maintenir l'immersion. Ce sous-marin ne coula aucun des navires anglais qui bloquaient l'accès du port de New-York mais réussit tout de même à les faire reculer. Les premières applications de l'hélice eurent lieu sur des sous-marins car quasiment aucune autre solution efficace de propulsion n'existait à l'époque. Cependant, les premiers sous-marins rencontrent de nombreux problèmes autres que l'amélioration du

propulseur. Fulton en 1800, développe en France le sous-marin Nautilus qui est propulsé par une hélice actionnée par la force humaine. Ce navire sera aussi le premier à être équipé de barres de plongée. Fulton regagne les Etats-Unis et développe en 1808 le premier navire à vapeur équipé de roues à aubes. Les roues à aubes équiperont la plupart des premiers navires à vapeur mais leur fragilité et leur faible rendement permettront à l'hélice de s'imposer comme le mode de propulsion dominant [98].



(a) La tortue de Bushnell avec ses hélices en vis d'Archimède (1776)



(b) Propulseurs du Turbinia (source : <http://www.soue.org.uk/souenews/issue8/turbinia.html>)

FIGURE 2 – Evolution des propulseurs à hélices

Les premiers essais sur navires de surface furent effectués au 19^{ème} siècle ; les pionniers sont Josef Ressel en Autriche-Hongrie (1827), Frédéric Sauvage en France (1832), Francis Petit Smith en Angleterre (1836) et John Ericsson aux Etats-Unis (1839). En 1854, l'escadre française envoyée en Crimée réussit à franchir le détroit des Dardanelles à contre-courant, entre autres grâce à l'usage d'hélices à la place des roues à aubes. En 1878, Mallory développa le premier propulseur azimutal, c'est-à-dire que le propulseur assure l'avance et la giration. En 1894, Charles Parsons utilisa trois lignes d'arbre supportant chacune trois hélices montées axialement sur le Turbinia (voir figure 2 b). Il atteignit une vitesse de 34 nœuds soit 7 nœuds de plus que le plus rapide des vapeurs de la Royal Navy de l'époque. Cette course à la vitesse mit au jour le phénomène de cavitation. Charles Parsons construisit le premier tunnel hydrodynamique lors des études du Turbinia. En 1901, Zeise imagina un propulseur dont les pales sont équipées de lamelles souples au bord d'attaque ; il s'agit de la première idée d'un propulseur flexible [22].

Les propulseurs à hélices sont aujourd'hui les plus courants ; on les classe suivant deux types :

les hélices à pales fixes : l'hélice classique, l'une des plus courantes (voir figure 3 a).

les hélices à pales orientables : très utiles pour les cas de positionnement dynamique et les manœuvres. Une articulation à la base des pales permet de régler leur inclinaison et ainsi de modifier la poussée de l'hélice, de la supprimer (pales en drapeau) voire de l'inverser.

Ces deux types peuvent ensuite être combinés avec différents systèmes permettant d'améliorer leurs performances :

les hélices carénées ou sous tuyères : optimisation de l'écoulement afin d'améliorer l'efficacité du propulseur. Le carénage permet par exemple en ralentissant l'écoulement de réduire le risque de cavitation ou en accélérant l'écoulement d'augmenter la poussée (voir figure 3 b).

la pompe-hélice : il s'agit d'une amélioration du concept de tuyère. Le propulseur est composé d'une ou plusieurs séries d'hélices avec un fort nombre de pales (15 à 20 au lieu de 2 à 7), un stator placé avant l'hélice d'entrée permet de guider et d'homogénéiser l'écoulement, un second stator placé à l'arrière récupère une partie de l'énergie de l'écoulement (voir figure 3 c). Ces hélices se rencontrent principalement sur les sous-marins nucléaires.

les propulseurs azimutaux et en nacelle : il s'agit d'utiliser le flux de poussée de l'hélice pour manœuvrer le navire. Dans le cas des propulseurs en nacelle, ou *Pods*, le moteur est suspendu sous la carène avec l'hélice tandis que pour les propulseurs azimutaux le moteur est à bord du navire (voir figures 3 d et 3 e).

les hélices contrarotatives : deux hélices qui tournent en sens inverse. Ce système permet de contre balancer le couple de l'hélice. Il est très utilisé sur les torpilles et les véhicules autonomes sous-marins (UUV) (voir figure 3 f).



(a) Hélice à pas fixe du Redoutable



(b) Hélice carénée (source : Damen)



(c) Propulseurs de type pompe hélice sur une torpille mark50 (source : US Navy)



(d) Propulseur azimutal de l'Orleans (source : Steerprop)



(e) Pod Mermaid de Rolls-Royce installé sur le BPC Dixmude (source : Mer et Marine)



(f) Hélices contrarotatives d'une torpille L5 à bord du Redoutable (source : wikipédia)

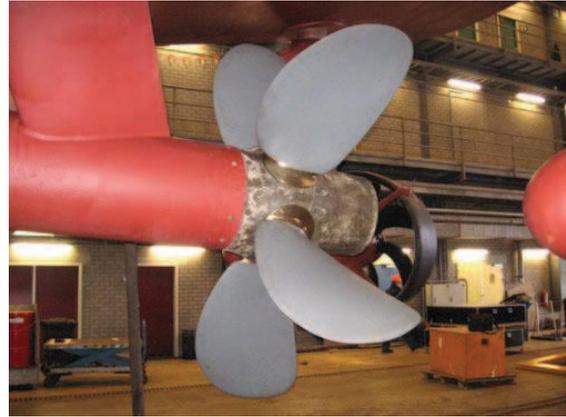
FIGURE 3 – Exemple de propulseurs à hélices

Les matériaux utilisés traditionnellement sont issus d'alliages métalliques à base de bronze, de cupro-aluminium ou d'acier inoxydable. Pour les propulseurs de faibles dimensions, il est de plus en plus courant de rencontrer des polymères et des composites. Ces derniers sont de plus en plus utilisés dans le domaine naval pour les nombreux avantages qu'ils procurent, parmi lesquels :

- la réduction de masse des structures hautes (superstructures, matures...) permettant une meilleure répartition des masses et donc une meilleure stabilité ;



(a) HNLMS Schiedam du type Tripartite (source : wikipédia)



(b) Propulseur à pales composite flexibles (source : <http://www.compositesworld.com/>)

FIGURE 4 – Exemple du propulseur à pales flexibles de Airborne Composites installé sur un chasseur de mines tripartite de la Marine Royale Néerlandaise

- la transparence électromagnétique pour le carénage des radars et sonars ;
- la résistance à la corrosion.

Les matériaux composites sont réalisés à partir de deux éléments principaux : la résine et les fibres. En fonction de la quantité de fibres et de leur orientation, il est possible de déterminer les caractéristiques d'une structure. Il est alors envisageable d'obtenir des pièces dont la résistance mécanique est importante tout en étant capables de se déformer élastiquement, afin d'améliorer les performances d'un mécanisme. Ce concept est utilisé sur les rotors d'hélicoptères dans le but de modifier l'inclinaison des pales (Starflex® d'Eurocopter) et est étudié pour les drones volants de petites tailles à ailes flexibles.

Dans le domaine de la propulsion navale, l'emploi des composites reste limité aux petites hélices, la flexibilité étant alors quasi inexistante. Depuis quelques années apparaissent des propulseurs composites de plus grandes dimensions qui utilisent la flexibilité à leur avantage. Par exemple, le propulseur Contur de AIR (groupe Voith) fut testé sur un navire pilote, le Nelson. Il produisit une réduction de la consommation de carburant de 10% à plein régime et de 17% à régime intermédiaire ainsi qu'une diminution du niveau de bruit dans la cabine de 4% comparativement au propulseur habituel [67]. Un essai similaire effectué avec une hélice d'Airborne Composites sur un chasseur de mines Tripartite de la Marine Royale Néerlandaise (voir figure 4) a conduit à des gains tant en consommation qu'en niveau de bruit. Une réduction de la cavitation ainsi que du développement des micro-organismes a été constatée [1]. Ces deux exemples montrent l'intérêt des propulseurs composites flexibles. Cependant, leur développement a mis en évidence l'absence d'outils de simulation et de connaissances sur le sujet, qui pour le moment limite l'utilisation de ces propulseurs.

Parmi les avantages que peuvent offrir des hélices composites flexibles, on peut citer :

- la résistance à la corrosion et aux organismes marins qui est fortement améliorée ;
- l'adaptation de la géométrie des pales aux instationnarités du champ entrant dans le disque hélice ;
- le retard à la formation de la cavitation ;
- la réduction de masse en extrémité d'arbre (moins d'efforts sur les appuis).

A ce jour, les connaissances sur le dimensionnement d'un propulseur flexible soumis à un écoulement instationnaire et cavitant sont faibles et les outils de simulation disponibles et validés sont quasi inexistantes hors du cadre de la recherche. Cette thèse vise à contribuer au développement de ces connaissances et des outils de simulations numériques. Au-delà de l'hélice, de nombreuses autres applications sont concernées et notamment les safrans de direction et de stabilisation, les hydrofoils des navires rapides ou encore les pales des hydroliennes. Toutes ces applications ont pour point commun de mettre en œuvre des surfaces portantes qui interagissent avec le fluide lourd environnant en se déformant. L'effet de la cavitation sur la réponse de ces structures est à ce jour très mal connu.

Globalement, la caractérisation des corps portants rigides en écoulement sub-cavitant est bien maîtrisée aujourd'hui. Une première catégorie de méthodes est basée sur les écoulements potentiels de fluide parfait avec correction visqueuse (de type *Boundary Element Method* [13] ou *Vortex Lattice Method* [11]). Ces méthodes permettent d'atteindre des niveaux de précision des efforts hydrodynamiques très satisfaisants. Une seconde catégorie de méthodes est basée sur les fluides réels dont celle utilisant une formulation *Reynolds Averaged Navier-Stokes*. Ces approches sont aujourd'hui privilégiées pour l'étude de phénomènes complexes. Par exemple, Ducoin *et al.* [34] comparent les pressions pariétales expérimentales et numériques sur un NACA66-312 soumis à des oscillations forcées de son incidence de forte amplitude. Ils montrent que les pressions calculées avec un modèle de turbulence combiné à un modèle de transition sont plus réalistes que celles fournies sans modèle de transition. Cependant, ces pressions ne sont pas forcément plus précises que celles obtenues sans le modèle de transition. Lors de l'étude du mouvement forcé d'un profil, Ducoin *et al.* [33] montrent également la présence d'un bulbe de décollement au bord de fuite pour les faibles incidences. Avec l'augmentation de l'angle, le bulbe se déplace vers le bord d'attaque. Pour un profil NACA66-312 avec un mouvement de rotation quasi-statique le bulbe de décollement atteint le bord d'attaque pour une incidence de 5°. Ce bulbe de décollement apparaît lors de la transition laminaire-turbulent. Le basculement du bulbe de décollement du bord de fuite au bord d'attaque provoque l'apparition d'un plateau entre 3° et 6° sur les efforts de portance.

A contrario, la caractérisation des corps portants déformables est peu maîtrisée aujourd'hui. Quelques études ont été réalisées sur des géométries plus ou moins proches de l'hélice, souvent avec des modèles fluides potentiels et rarement avec des validations expérimentales/numériques.

Objectifs

L'objectif principal de la thèse est de comprendre et modéliser le comportement dynamique de profils portants déformables et dans une certaine mesure non déformables, en écoulement complexe afin d'optimiser leur conception. L'écoulement entourant les profils portants peut, sous certaines conditions, devenir cavitant. Il est donc nécessaire de pouvoir simuler des écoulements monophasiques et diphasiques. La conception d'une structure réelle prend en compte les performances hydrodynamiques et acoustiques du côté du fluide. La structure est étudiée en termes de résistances statiques, dynamiques et vibratoires ainsi que pour des problématiques de fatigue et de sollicitations extrêmes (chocs, explosions).

Dans cette étude, on se limite au comportement hydrodynamique pour le fluide et dynamique pour la structure. La flexibilité de la structure étudiée est obtenue par l'utilisation d'un polymère ayant une loi de comportement linéaire. Pour favoriser une bonne compréhension des phénomènes mis en jeu et leur restitution par les modèles, ce travail est basé sur une approche complémentaire essais/simulations numériques. Le but des essais est de comprendre les phénomènes physiques et de permettre de valider les outils numériques du groupe DCNS pour ce type de simulations.

Le présent mémoire se décompose en cinq parties :

Chapitre 1 : il a pour but de présenter succinctement un état de l'art des méthodes disponibles pour modéliser les problèmes d'interactions fluide-structure d'une part et d'autre part d'introduire le phénomène de cavitation et ses principales modélisations.

Chapitre 2 : il décrit tout d'abord les moyens expérimentaux que sont le tunnel hydrodynamique de l'IRENav, les moyens de mesures ainsi que la géométrie des profils portants utilisés et leurs caractéristiques. Puis, les incertitudes sur les données expérimentales sont introduites. Enfin, la détermination expérimentale des modes et fréquences propres est présentée.

Chapitre 3 : il aborde la modélisation numérique des essais. Tout d'abord, le problème est traduit sous forme mathématique, puis les principales hypothèses et choix de modélisations sont posés. Les modèles utilisés par le code de couplage sont introduits, suivis par ceux des solveurs fluide et structure. La dernière section est consacrée à la détermination numérique des modes et fréquences propres.

Chapitre 4 : l'objectif est de valider le paramétrage du solveur fluide. Pour ce faire, la convergence des simulations numériques est vérifiée. Puis les efforts hydrodynamiques mesurés en essais sur le profil rigide sont comparés à ceux calculés sans cavitation dans un premier temps. La cavitation est ensuite introduite afin de permettre le réglage du modèle de changement de phase pour les cas stationnaires et instationnaires.

Chapitre 5 : il permet la vérification et la validation du modèle complet, incluant le code de couplage et les solveurs fluide et structure. Dans une première section, une vérification de la bonne convergence des modèles est réalisée. Puis, les sections suivantes présentent la validation de la prédiction des contraintes dans un profil élastique, sans cavitation puis avec cavitation pour des cas stationnaires et instationnaires.

Etude bibliographique : Interaction fluide-structure et cavitation

1.1. Le phénomène d'interaction fluide-structure et sa modélisation

1.1.1. L'interaction fluide-structure

De Langre [27] décrit l'interaction fluide-structure comme l'échange d'énergie mécanique entre un fluide et une structure. Cette définition englobe de fait un très grand nombre de problèmes. On peut classer ces problèmes suivant deux critères reposant sur la physique du problème considéré. Le premier critère, proposé par Axisa [9], repose sur la nature de l'écoulement du fluide. Dans le cas où l'écoulement est négligeable, ou non existant, on parlera de fluide stagnant (*fluid-structure interaction*) et dans les autres cas de fluide s'écoulant (*flow-structure interaction*). Il faut noter que la présence de l'écoulement est à prendre relativement aux déplacements de la structure.

Le second critère repose sur la force du couplage. Cette dernière peut-être définie comme le niveau des interactions ou des échanges entre les deux milieux. Un couplage dit fort signifie que les échanges entre les deux milieux sont importants. C'est-à-dire que le fluide a un impact significatif sur la structure et que la réciproque est vraie. Un couplage faible correspond donc aux cas où l'effet d'un des milieux est prépondérant par rapport à l'autre.

Prenons deux réservoirs de forme et dimensions initiales identiques, l'un avec des parois épaisses en acier et l'autre avec des parois fines en caoutchouc. La déformation des parois sous l'effet du fluide contenu est directement reliée à la pression exercée par ce fluide sur les parois. Dans le cas des parois en acier, la déformation de la structure est très faible. Le mouvement de la paroi ne va, par conséquent, provoquer aucune modification dans le domaine fluide : la pression qu'il exerce sur les parois restera identique. Il s'agit donc d'un cas de couplage faible en fluide stagnant. Dans le second cas, la paroi fine en caoutchouc va se déformer de façon importante sous l'effet du fluide et peut par conséquent

modifier de façon significative la pression exercée par le fluide sur la paroi. On se trouve ici en présence d'un couplage fort car le fluide influe sur la structure et réciproquement. La figure 1.1 propose quelques cas d'interactions fluide-structure et leur position par rapport aux deux critères précédents.

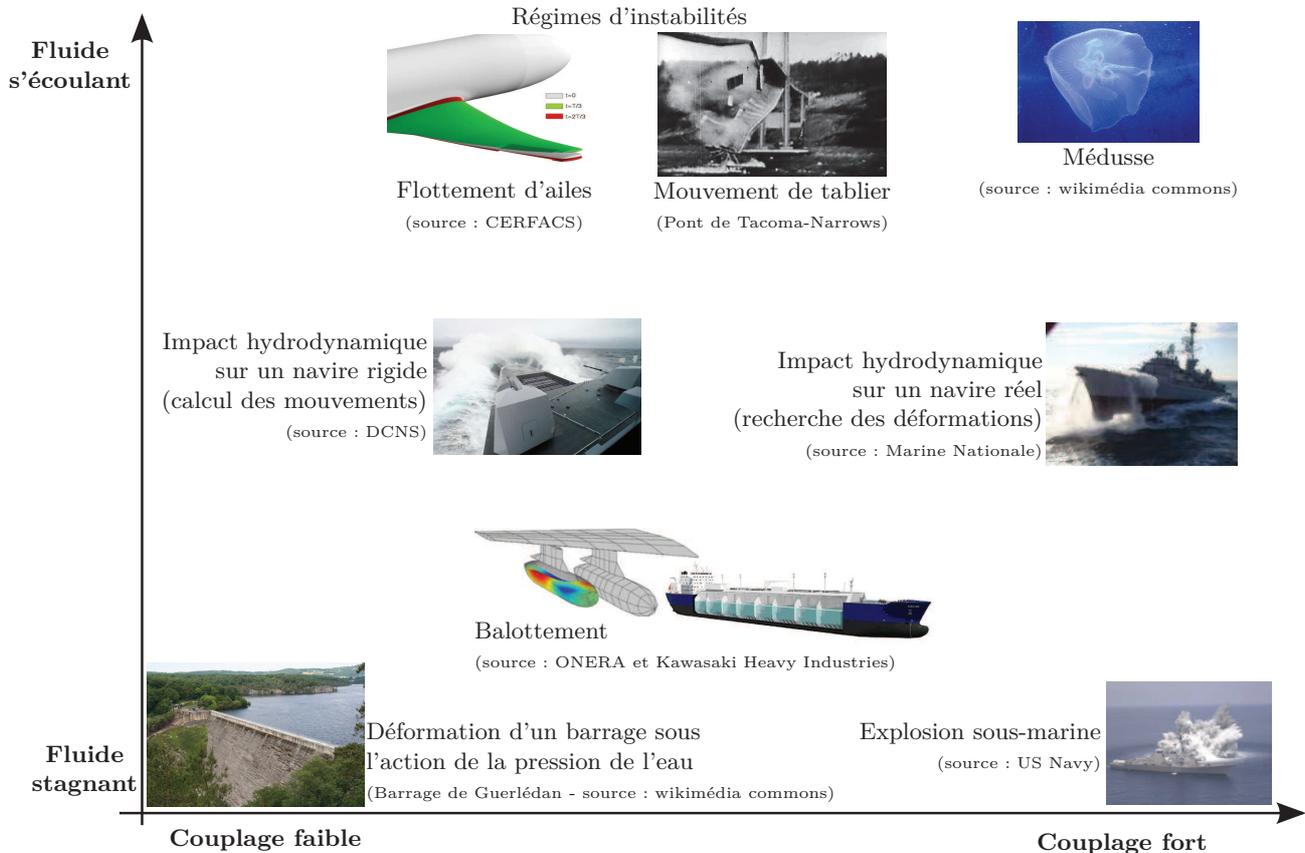


FIGURE 1.1 – Exemple de problèmes d'interactions fluide-structure en fonction de la nature de l'écoulement (fluide stagnant ou s'écoulant) et de la force de l'interaction

De Langre [27] propose trois nombres adimensionnels pour classifier les problèmes :

Le Nombre de masse M_A est défini comme le rapport de la masse volumique du fluide ρ_f sur celle de la structure ρ_s . Il exprime l'importance des effets inertiels du fluide et de la structure. Plus ce nombre est proche de l'unité, plus les effets inertiels du fluide sont comparables à ceux de la structure et donc à prendre en compte.

$$M_A = \frac{\rho_f}{\rho_s} \tag{1.1}$$

Le Nombre de Cauchy C_y est le rapport entre la pression dynamique et l'élasticité de la structure quantifiée par le module d'Young E . Il précise l'importance des déformations induites par l'écoulement. Plus ce nombre est petit, c'est-à-dire plus la structure est rigide ou plus la vitesse du fluide est faible, plus les déformations de la structure seront négligeables.

$$C_y = \frac{\rho_f V^2}{E} \tag{1.2}$$

La Vitesse réduite V_r est le rapport entre la vitesse caractéristique de l'écoulement V et la vitesse de propagation d'une onde dans la structure. Si ce nombre est grand, le fluide domine le problème d'un point de vue temporel, la dynamique de la structure n'est donc pas influente. Au contraire,

si le nombre tend vers zéro, la dynamique de la structure devient prépondérante. Lorsque le nombre tend vers l'unité les deux dynamiques ont le même poids dans le problème.

$$V_r = \frac{V}{\sqrt{\frac{E}{\rho_s}}} = \frac{V}{c_s} \quad (1.3)$$

Ces nombres sont très pratiques afin de vérifier l'importance de chaque phénomène sur un problème donné. Cependant, comme pour la plupart des nombres adimensionnels il reste très difficile de définir *a priori* une valeur limite valable pour l'ensemble des problèmes. En effet, à chaque problème les termes grands ou petits utilisés précédemment vont correspondre à des valeurs numériques fortement différentes.

1.1.2. Méthodes de couplage fluide-structure

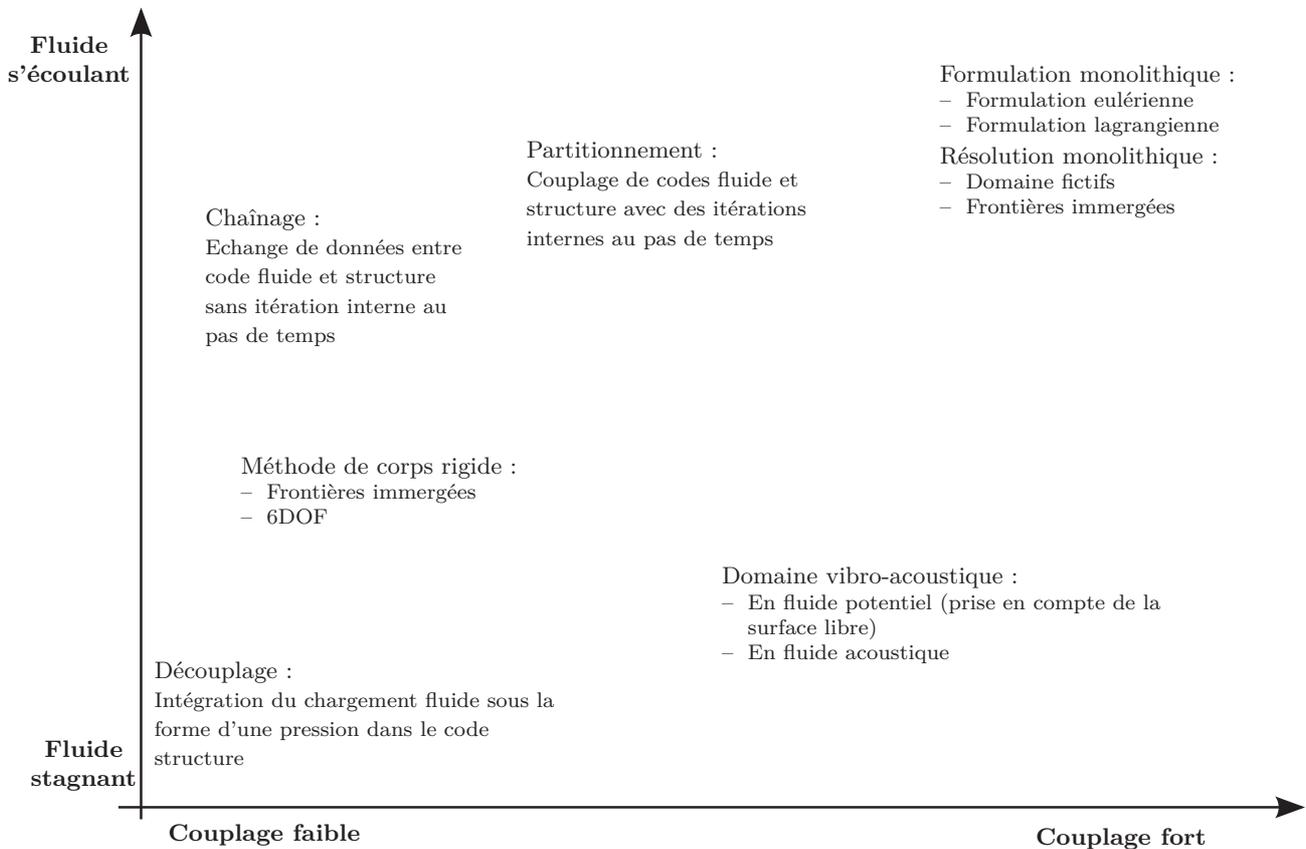


FIGURE 1.2 – Exemple de méthodes de résolution d'un problème d'interaction fluide-structure en fonction de la nature de l'écoulement (fluide stagnant ou s'écoulant) et de la force de l'interaction

Il existe plusieurs méthodes de couplage qui sont adaptées aux problèmes rencontrés. Les suivantes sont utilisées pour des fluides stagnants :

La méthode découplée permet de résoudre la déformation d'une structure soumise à un chargement hydrostatique. La méthode consiste à déterminer le chargement, c'est-à-dire la pression hydrostatique au niveau de la structure, soit analytiquement soit avec des codes simples puis à utiliser ce chargement comme donnée d'entrée lors de la résolution du problème structure.

Les formulations fluide acoustique (en fréquentiel) permettent de déterminer les petits déplacements autour de la position d'équilibre d'une structure. Dans le cas où le fluide est lourd, il y

a un couplage fort entre la vibration de la structure et le fluide. Ce couplage se traduit au niveau des fréquences propres des modes qui sont différentes ainsi que leur forme. Ces méthodes incluent les formulations dites non-symétriques (u, p) et symétriques (u, p, φ) . Elles sont proposées par Morand et Ohayon [71] et illustrées par Sigrist [96].

Les formulations en fluide potentiel dans le domaine fréquentiel s'appliquent à des cas de fluide stagnant mais également dans le cas d'une élévation de la surface libre du type ballonnement. Il s'agit alors de connaître les mouvements de la surface libre afin de déterminer les variations de pression le long des parois. Ces méthodes sont proches des formulations en fluide acoustique, lesquelles sont formulées en une écriture symétrique ou non symétrique des équations de couplages qui sont respectivement appelées (u, p_0) et (u, h, φ) [96].

Dans notre étude, nous sommes en présence d'un fluide en écoulement. Il est important de remarquer que la résolution d'un problème d'écoulement fait intervenir une formulation eulérienne. Une telle formulation est très bien adaptée pour l'étude d'un écoulement et simplifie fortement la résolution des équations du problème fluide.

La résolution de la déformation d'une structure fait intervenir, plus naturellement, une description lagrangienne. L'écriture d'un problème d'interaction entre un fluide s'écoulant et une structure ajoute une difficulté sur la formulation à retenir pour le problème afin de rendre compatibles les modélisations fluide et structure. Les méthodes existantes apportent des réponses différentes et permettent de prendre en compte des niveaux d'interactions variables.

Les approches monolithiques consistent à résoudre le problème posé en un seul bloc. On peut distinguer la formulation monolithique de la résolution monolithique. La première décrit et résout le problème dans une formulation soit lagrangienne, soit eulérienne. Cette solution est la plus proche du problème physique à résoudre mais aussi la plus délicate à formuler et à solutionner. On peut citer les travaux de Morinishi et Fukui [72] qui utilisent une formulation eulérienne ainsi que ceux de Dermidžić et Muzafertija [29] qui ajoutent la prise en compte des effets thermiques. La seconde, la résolution monolithique, décrit le problème à la fois en formulations eulérienne et lagrangienne. Ensuite, elle regroupe et résout ces deux formulations dans un système unique. Les méthodes généralement employées s'appuient sur les domaines fictifs avec des multiplicateurs de Lagrange ou une méthode de pénalités [30, 7], des méthodes de frontières immergées [110]. Hübner *et al.* [53] utilisent une résolution monolithique en réalisant un avancement en temps par une méthode éléments finis permettant de résoudre simultanément les équations fluide et structure.

La première comme la seconde méthode sont particulièrement bien adaptées aux cas très fortement couplés. Cependant, leur mise en œuvre est complexe et n'est, à ce jour, ni implémentée ni validée dans un code robuste et disponible : ces méthodes restent du domaine de la recherche. Des approches, dites sans maillages, du type SPH sont utilisées également pour la résolution de cas d'interaction fluide-structure.

Les approches partitionnées séparent le problème en une partie fluide et une partie structure résolues chacune par un code dédié. Les deux codes communiquent entre eux pour s'échanger les grandeurs (pression sur la structure, déplacement de l'interface fluide-structure) nécessaires aux calculs. Afin d'affiner la précision du calcul, des boucles itératives internes à chaque pas de temps permettent de faire converger les grandeurs échangées entre les solveurs fluide et structure.

L'utilisation de deux codes permet d'utiliser les méthodes de résolution les mieux adaptées aux problèmes fluide et structure ainsi que d'exploiter des outils existants. La difficulté de ces méthodes repose sur la qualité du couplage entre les solveurs et sur la bonne convergence de l'ensemble des solveurs.

Les approches chaînées sont une forme simplifiée des méthodes partitionnées. Il s'agit généralement des mêmes méthodes mais sans les itérations internes aux pas de temps. Ces méthodes sont valables pour des couplages faibles où les déformations de la structure sont limitées.

Les méthodes de corps rigide Le transfert d'énergie mécanique peut également provoquer le déplacement d'une structure et des déformations négligeables, dans ce cas on parlera de mouvement de corps rigide. Le déplacement étant piloté soit par l'écoulement soit par la gravité, il existe un couplage entre le mouvement du solide et celui du fluide. Un tel problème se résout en déterminant les efforts du fluide sur la structure et en les utilisant pour résoudre une équation de mouvement à six degrés de libertés (trois translations et trois rotations). Deux grandes méthodes existent, la première dite *6dof*, est disponible couramment dans les solveurs Navier-Stokes généralistes. La seconde est la méthode des frontières immergées qui est plus complexe et moins couramment utilisée.

L'utilisation de méthodes de résolutions monolithiques donne une meilleure précision que les méthodes partitionnées mais nécessitent un temps de calcul plus important d'un facteur quatre à cinq [54].

On peut définir les méthodes de couplages avec les mêmes critères que les problèmes présentés précédemment (voir figure 1.2). Dans notre cas, on s'intéresse particulièrement aux méthodes dites partitionnées. Dans ces méthodes, la qualité de couplage dépend de celle de la résolution de chaque système (fluide et structure) mais aussi de celle des algorithmes de couplage [83]. Cela implique que pour réaliser un couplage d'ordre élevé, il faudra que les systèmes fluide et structure soient d'un ordre au moins égal à celui de l'algorithme de couplage en temps et en espace, d'où l'importance du choix de ces algorithmes.

Farhat et Geuzaine [37] donnent la répartition du temps de calcul entre les parties fluide 60%, structure 2% et maillage 38% pour la résolution d'un problème d'aéroélasticité sur un F-16 avec un processeur. Ces temps de calculs s'expliquent par la complexité du système d'équations à résoudre en mécanique des fluides qui induit des pas de temps plus faibles et par le maillage plus fin que celui qui est généralement utilisé pour la partie fluide qui définit le nombre d'inconnue du problème. Le temps de calcul du maillage dynamique est fortement dépendant de l'amplitude des mouvements de la structure et des algorithmes utilisés pour gérer le déplacement des nœuds du maillage et les éventuels remaillages. Le Tallec et Mouro [60] obtiennent, pour le calcul d'un clapet d'amortisseur, une répartition du temps de calcul de 45% pour la partie fluide, 20% pour la structure et 30% pour le maillage, les 5% restant sont dus aux temps d'écriture et de lecture des fichiers informatiques. La partie fluide représente encore près de la moitié du temps de calcul et le maillage un tiers. Le choix des algorithmes de maillage et de CFD a donc un impact très important sur les temps de calculs.

Piperno [79] présente de façon plus complète les algorithmes de couplage partitionnés, notamment leur mise en œuvre et leur stabilité. Il montre l'intérêt des prédicteurs pour les schémas temporels et détaille de manière plus approfondie les méthodes de maillages dynamiques.

Afin de réaliser un couplage partitionné, il est nécessaire de disposer, outre d'un solveur fluide et d'un solveur structure, d'algorithmes de couplage entre ces deux codes. Ces algorithmes doivent permettre la synchronisation des solveurs et l'échange des données. La synchronisation consiste à envoyer la bonne donnée au bon moment et à réaliser des boucles itératives ou des prédictions efficaces. Le second doit garantir que les informations envoyées d'un solveur à l'autre soient interpolées d'une façon correcte entre les maillages des deux solveurs. Ces deux familles d'algorithmes sont décomposées ci-dessous sous les appellations de couplages en temps et en espace.

1.1.3. Couplage en temps

Les algorithmes partitionnés, dits aussi différentiels sont présentés ci-dessous. Ils présentent l'avantage de nécessiter moins de temps de calcul que les autres méthodes de couplages temporels. Par contre, ils génèrent une erreur lors de l'échange d'informations entre les parties fluide et structure. Cette erreur est réduite lors de l'utilisation des modèles avec prédicteurs [39, 84] et peut-être quasiment supprimée avec des algorithmes implicites.

1.1.3.1. Méthode explicite synchrone

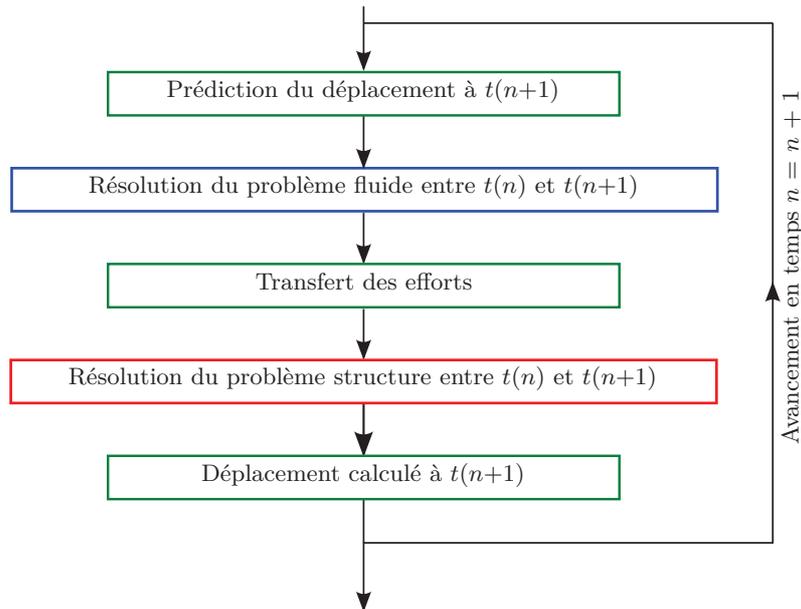


FIGURE 1.3 – Schématisation de l'algorithme de couplage temporel explicite synchrone

Dans cet algorithme, comme le nom l'indique, les parties fluide et structure sont résolues au même pas de temps avec la prédiction du déplacement du maillage ξ à l'instant $n + 1$ qui peut être de la forme :

$$\xi^{n+1,p} = u^n + \alpha \Delta t \dot{u}^n + \beta \Delta t (\dot{u}^n - \dot{u}^{n-1}) \quad (1.4)$$

Les valeurs de α et β font varier l'ordre de l'algorithme (par exemple le choix $\alpha = 1$ et $\beta = 0,5$ forme un schéma du second ordre). Plusieurs formes de prédicteurs sont possibles, le choix des paramètres faisant varier la précision et la stabilité des modèles [95]. L'algorithme de couplage est schématisé sur la figure 1.3.

Les efforts sur la structure, déterminés par le code fluide, ne sont pas transmis directement au code structure. Ils sont d'abord moyennés [109] : ceci permet de réduire les erreurs induites par la prédiction du déplacement. Une étape similaire est présente dans l'algorithme explicite asynchrone. Les méthodes utilisées pour moyenner sont présentées dans [14].

1.1.3.2. Méthode explicite asynchrone ou décalée

Cet algorithme est proche du précédent, les itérations fluide sont décalées par rapport à celles de la structure. La prédiction est alors faite pour un temps intermédiaire avec une méthode similaire à la précédente. L'algorithme se déroule suivant la figure 1.4.

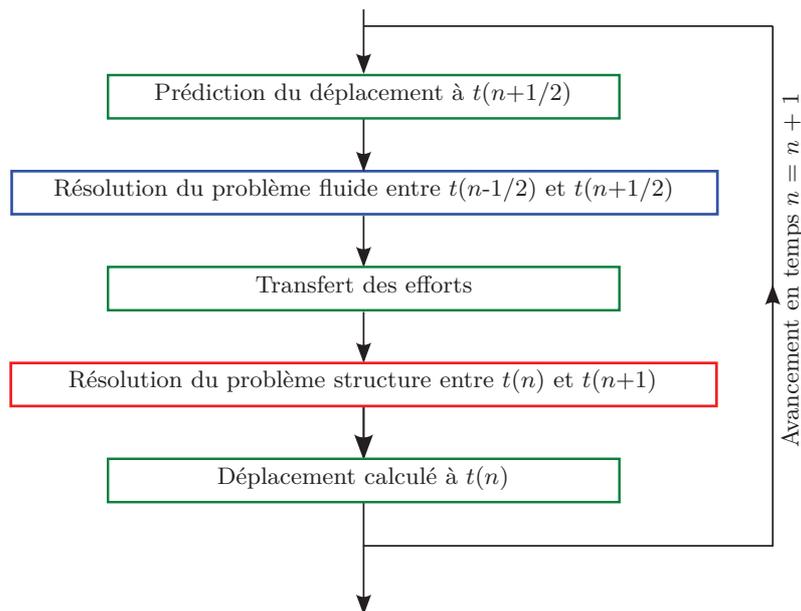


FIGURE 1.4 – Schématisation de l'algorithme de couplage temporel explicite asynchrone ou décalé

1.1.3.3. Méthode avec sous-cyclage fluide

Cet algorithme part du principe qu'il peut y avoir de grandes différences de temps caractéristiques entre les parties fluide et structure. Afin d'améliorer la résolution, il faut diminuer le pas de temps de la partie fluide et réaliser plusieurs itérations fluide pour une itération structure (voir figure 1.5). Ceci est applicable aussi bien à un algorithme synchrone qu'asynchrone.

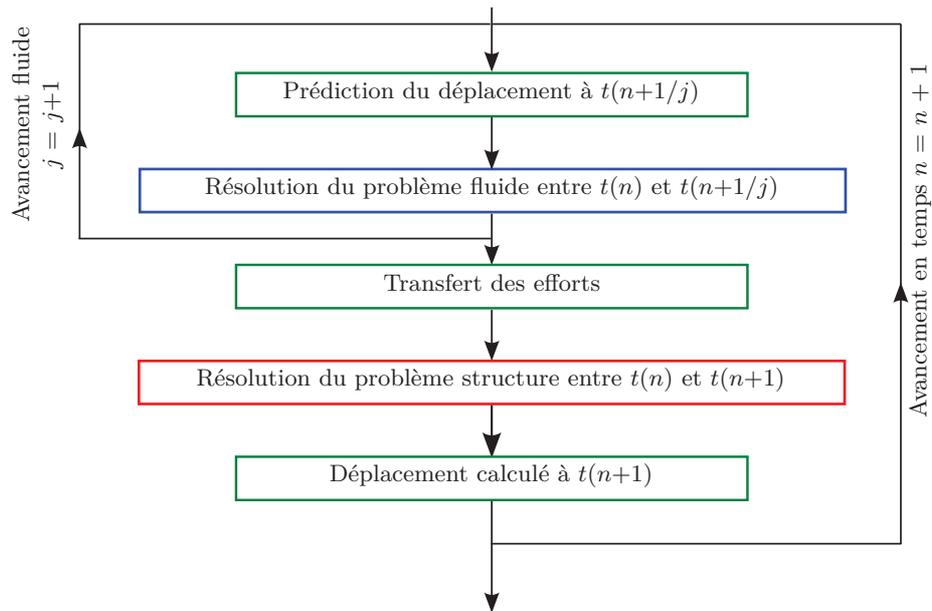


FIGURE 1.5 – Schématisation de l’algorithme de couplage temporel explicite synchrone avec sous-cyclage (j itérations du fluide par pas de temps)

1.1.3.4. Méthode implicite

Cet algorithme ajoute une boucle itérative qui permet de vérifier la convergence entre le déplacement prédit et le déplacement calculé (voir figure 1.6). Ainsi, les erreurs dues à la prédiction sont fortement réduites. Le temps de calcul augmente d’autant plus que le critère de convergence est précis. Ce solveur est plus stable que les schémas explicites.

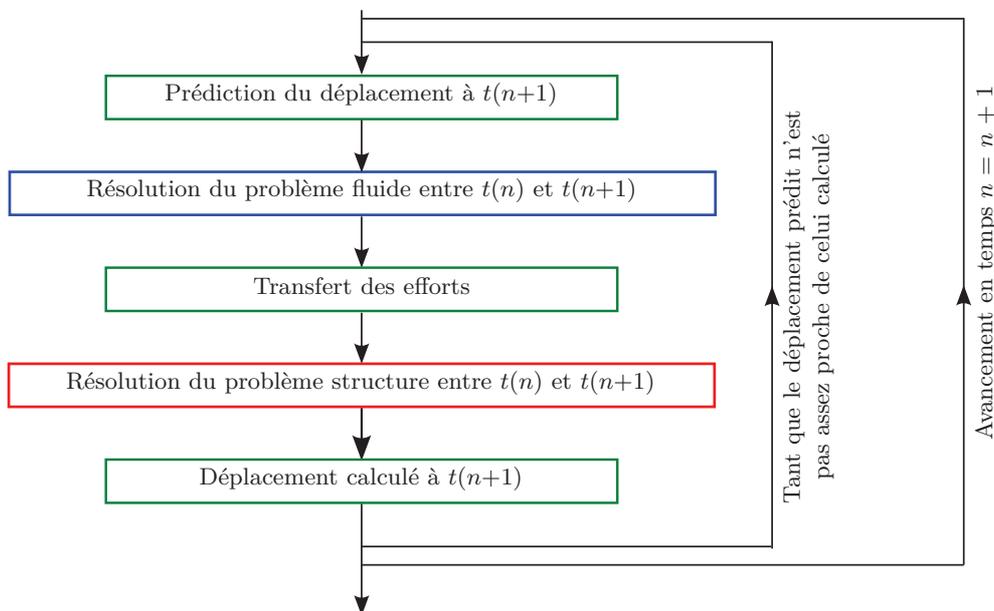


FIGURE 1.6 – Schématisation de l’algorithme de couplage temporel implicite

Causin *et al.* [24] ont montré que des instabilités sont introduites lorsque les effets de masse ajoutée ne sont pas négligeables et lorsque les dimensions du domaine fluide sont trop grandes par rapport à la structure. Afin d’améliorer la stabilité des méthodes explicites, des méthodes hybrides ont été

développées [42, 43, 48]. Elles déterminent le couplage en effort en implicite et le couplage des autres termes en explicite.

1.1.3.5. Comparaison des méthodes

Du point de vue de la précision des résultats, Benaouicha [14] a réalisé une étude comparative de différents modèles sur un système de deux masses reliées par un ressort. Il montre que l'approche monolithique donne les meilleurs résultats, mais que ces derniers sont comparables à ceux de la méthode implicite et du même ordre que ceux des méthodes explicites lorsque le système contient un amortissement. Il montre aussi que l'étape de correction des efforts pour les méthodes implicites et explicites synchrones n'est pas indispensable, mais qu'elle est utile pour les méthodes explicites asynchrones. Piperno [80] montre qu'un schéma avec prédicteur est meilleur qu'un schéma sans prédicteur. Par contre, un schéma explicite avec prédicteur ne permet pas le respect parfait de la continuité des déplacements entre le fluide et la structure.

Farhat et Lesoinne [39] ont montré que les algorithmes en série avec prédicteur choisi pour respecter les conditions de continuité de la vitesse à l'interface donnent des résultats meilleurs que les autres méthodes avec et sans prédicteur. Ils montrent aussi que les modèles parallèles sont moins stables que les modèles séries équivalents, ce qui confirme que le choix des prédicteurs influe de façon importante sur la qualité du couplage.

Dans [81], Piperno et Farhat montrent l'influence du prédicteur des méthodes explicites synchrones et asynchrones afin d'obtenir des algorithmes de couplage d'ordre plus élevé et respectant mieux l'équilibre énergétique du système couplé. Dans [83] et [82], ils présentent un critère de comparaison des modèles de couplage temporel basé sur l'énergie échangée à l'interface. Ainsi, il est possible de choisir un modèle qui respecte mieux l'équilibre énergétique et donc n'ajoute pas d'erreur sur l'amortissement, lequel définit la stabilité du système [41].

1.1.4. Couplage en espace

Les efforts émis du fluide vers la structure et les déplacements envoyés de la structure vers le fluide sont échangés à partir des nœuds des maillages. La difficulté du couplage en espace consiste donc à transmettre les informations entre les maillages sans pertes et sans ajouter d'erreurs [36, 65].

Dans la plupart des cas les maillages, structure et fluide, ne sont pas coïncidents. Le couplage en espace est alors décomposable en deux phases : tout d'abord, on projette les nœuds de l'un des maillages sur l'autre et ensuite on détermine les grandeurs sur ces nœuds.

1.1.4.1. Projection des nœuds

La méthode la plus simple consiste à projeter les nœuds d'un maillage sur l'autre suivant la normale à l'un des deux maillages. Les choix de la normale et du maillage projeté sont importants, car ils vont déterminer, en partie, la qualité du couplage en espace. Maman et Farhat [65] expliquent plus en détail le choix de la normale de projection avec une méthode de points de Gauss.

La figure 1.7 montre un exemple de projection des nœuds d'un maillage structure sur un maillage fluide. On remarque que, pour le nœud structure S_5 , la projection n'est pas possible. La valeur au nœud est alors renvoyée vers le nœud fluide le plus proche, c'est à dire le F_8 . Le nœud structure S_2 a deux projections possibles, d_1 et d_2 . C'est la plus courte des deux qui est retenue, ici d_2 . L'élément fluide délimité par les nœuds F_2 et F_3 ne contient aucune information provenant directement de la structure.

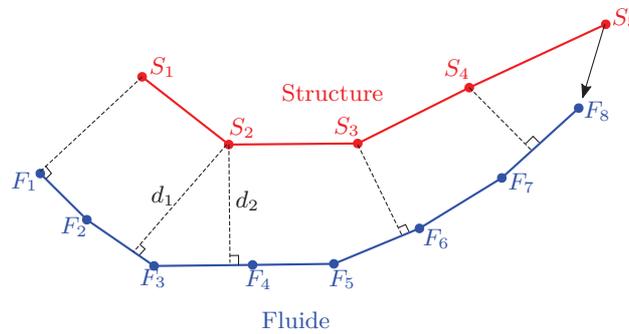


FIGURE 1.7 – Exemple de projection entre deux maillages

Dans l'exemple de la figure 1.7, on a choisi de projeter les nœuds structure sur le maillage fluide. Cette solution permet de réaliser moins de projections car le maillage structure est généralement moins dense; la solution contraire est aussi possible. Farhat *et al.* [36] proposent de projeter les nœuds des deux maillages sur un élément intermédiaire de couplage.

Afin d'améliorer le fonctionnement de cette méthode, on peut réaliser un découpage de l'interface en zones appelées *buckets*. Ensuite on traite chaque zone indépendamment les unes des autres, avec des algorithmes spéciaux pour traiter les cas où seule l'une des deux interfaces est présente dans une zone. La figure 1.8 reprend l'exemple précédent avec des *buckets*.

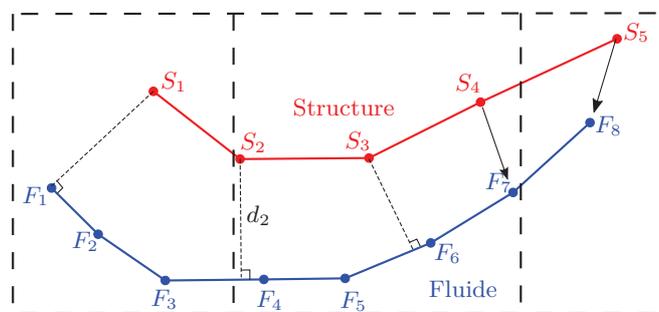


FIGURE 1.8 – Exemple de projection avec une méthode buckets

1.1.4.2. Détermination des grandeurs aux nœuds

Cette partie présente les méthodes de détermination des valeurs aux nœuds utilisées dans ANSYS MFX [4]. La première méthode, préservation du profil, consiste à interpoler linéairement les grandeurs aux nœuds projetés dans la même idée que Piperno [80]. Cette méthode permet de conserver l'intégrale de la grandeur échangée (voir figure 1.9). La seconde, conservation globale, consiste à déterminer les grandeurs aux nœuds projetés à l'aide d'une fonction de forme. Elle permet de conserver la somme de la grandeur sur l'interface (voir figure 1.10).

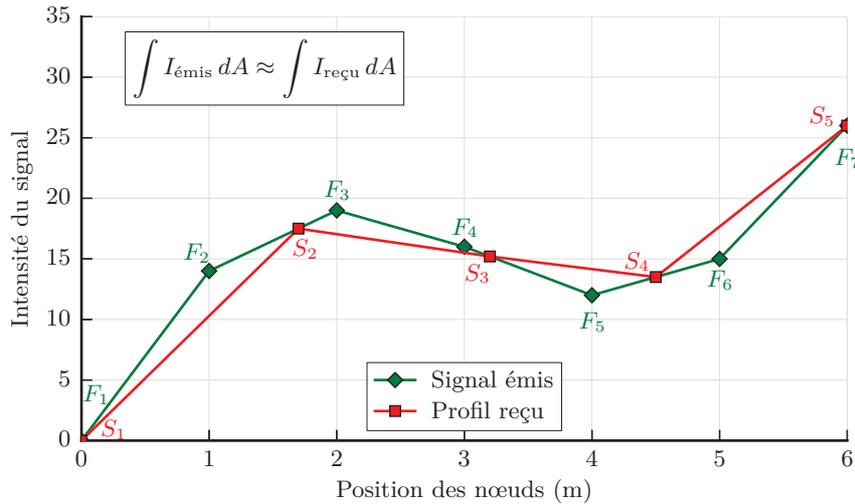


FIGURE 1.9 – Méthode de préservation du profil

Comme le montrent les figures 1.9 et 1.10 ainsi que le tableau 1.1, la méthode de détermination des grandeurs aux nœuds influence fortement l'erreur introduite dans le calcul par la discrétisation en espace. La méthode globale est meilleure pour les valeurs discrètes qui ne nécessitent pas d'être conservées exactement dans la plupart des cas. Par contre, les efforts et les flux, nécessitent que leurs intégrales soient égales pour que l'énergie échangée entre le fluide et la structure soit respectée. C'est donc la méthode de préservation du profil qui est préférable.

	Somme des valeurs aux points	Intégrales
Envoyé	102,0	89,0
Global	102,0	97,7
Profil	72,2	87,7

TABLE 1.1 – Exemples de résultats obtenus avec les deux méthodes

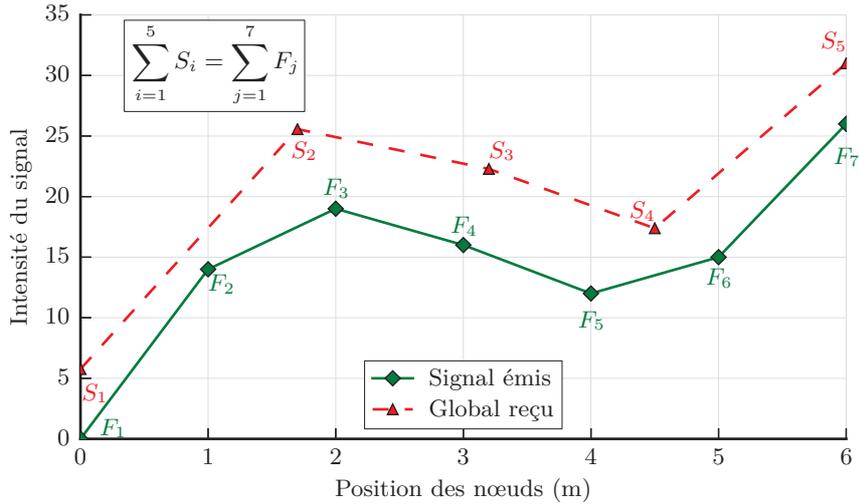


FIGURE 1.10 – Méthode de conservation globale

1.1.4.3. Méthode General Grid Interface

Une variante de la méthode globale est la méthode *General Grid Interface* (GGI). Cette méthode intègre les étapes de projection et d'interpolation. La figure 1.11 montre le fonctionnement de cette méthode pour un cas simple. Dans un premier temps, les faces de chaque élément à l'interface sont divisées par le nombre de nœuds de la face. Ces faces, dites IP, sont converties en polygones faits de lignes et colonnes de *pixels* ayant une résolution de 100×100 . Puis les polygones ainsi créés sur la face émettrice (le maillage fluide dans notre cas) sont intersectés avec ceux de la face receveuse. On obtient ainsi les surfaces de contrôle. Ces surfaces de contrôle sont ensuite utilisées pour l'échange des grandeurs.

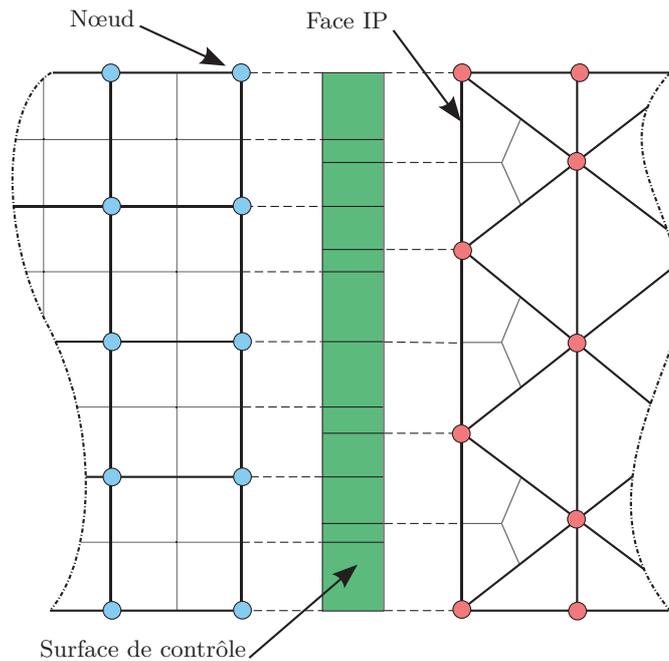


FIGURE 1.11 – Méthode d'échanges du type *General Grid Interface* (GGI)

Il existe d'autres méthodes dont celle du voisin le plus proche qui consiste à donner la grandeur du nœud projeté au nœud du maillage receveur le plus proche. D'autres méthodes d'interpolation peuvent-être utilisées, par exemple Boer *et al.* [17] présentent des méthodes de projection à partir des points de Gauss d'un élément ou utilisent des splines. Farhat *et al.* [36] comparent deux méthodes de projection, l'une consistante et l'autre non. Ils montrent que l'utilisation d'une méthode consistante (i.e. l'erreur de troncature tend vers zéro avec la diminution de l'espacement de la grille) améliore sensiblement les résultats en terme de robustesse et de précision.

1.1.5. Geometric Conservation Law et formulation Arbitrairement Lagrangienne Eulérienne

1.1.5.1. La formulation Arbitrairement Lagrangienne Eulérienne

Lors d'un calcul en interaction fluide-structure certaines frontières du domaine fluide deviennent mobiles et celui-ci peut alors se déplacer ou se déformer. Pour prendre en compte cette modification du domaine, on utilise une formulation des équations de Navier-Stokes différente de celles couramment employées. Cette formulation dite Arbitrairement Lagrangienne Eulérienne (ALE) fait intervenir la vitesse de déplacement du volume de contrôle \mathbf{v}^* et s'écrit [32] :

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega_f} \rho_f d\Omega_f + \int_{\Gamma_f} \rho_f (\mathbf{v} - \mathbf{v}^*) \cdot \mathbf{n} d\Gamma_f = 0 \quad (1.5)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega_f} \rho_f \mathbf{v} d\Omega_f + \int_{\Gamma_f} \rho_f \mathbf{v} \otimes (\mathbf{v} - \mathbf{v}^*) \cdot \mathbf{n} d\Gamma_f = \int_{\Gamma_f} \mathbf{T} \mathbf{n} d\Gamma_f + \int_{\Omega_f} \rho_f \mathbf{b} d\Omega_f \quad (1.6)$$

Pour une vitesse de maillage $\mathbf{v}^* = \mathbf{0}$, on retrouve les équations de Navier-Stokes en formulation eulérienne. Lorsque la vitesse du maillage est égale à celle du fluide, les équations sont alors en formulation lagrangienne.

En interaction fluide-structure, le maillage doit suivre les mouvements de la structure. La vitesse du maillage fluide doit donc être égale à celle de la structure. Le fait que le maillage suive, de façon rigide, la structure peut provoquer des difficultés pour gérer les conditions aux limites. Pour s'affranchir de ce problème la formulation ALE utilise une vitesse de maillage non-uniforme dans le domaine. Elle est prise nulle aux frontières fixes de ce dernier et égale à la vitesse de la structure au niveau de l'interface. Dans le reste du domaine il s'agit d'une nouvelle inconnue.

La différence de vitesse du maillage provoque une déformation de celui-ci. Le contrôle de cette déformation, voire le remaillage de tout ou partie du domaine, augmente le temps de calcul et doit-être réalisé avec précaution, afin de garantir un maillage de qualité. La méthode ALE est présentée plus en détail dans [14] et [31].

D'autres méthodes ont été mises au point, notamment la méthode de transpiration qui ne nécessite pas de remaillage. Elle consiste à autoriser le fluide à s'écouler à travers l'interface avec une vitesse de transpiration qui est définie à partir du déplacement de la structure. Cette méthode est détaillée dans [41], elle s'adapte particulièrement bien au cas de petites déformations.

1.1.5.2. Loi de conservation géométrique

Afin d'avoir un problème fermé, il est nécessaire d'introduire une équation complémentaire portant sur la vitesse du maillage. La *Geometric Conservation Law* (GCL) ou *Space Conservation Law* (SCL) décrit la conservation de l'espace, quand l'élément change de position ou de forme dans le temps [44].

Guillard et Farhat [51] expliquent que le respect de la *Geometric Conservation Law* revient à déterminer les paramètres géométriques du modèle numérique tels qu'ils préservent l'état d'un écoulement uniforme, indépendamment des mouvements du maillage. C'est-à-dire que le maillage mobile ne doit pas ajouter d'erreurs à la résolution du problème. Pour cela, il faut respecter exactement l'égalité suivante [12] :

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega_f} d\Omega_f - \int_{\Gamma_f} \mathbf{v}^* \cdot \mathbf{n} d\Gamma_f = 0 \quad (1.7)$$

Farhat *et al.* [38] appliquent la *Geometric Conservation Law* lors de la création d'algorithmes d'avancement en temps pour des systèmes utilisant une approche ALE. Boffi et Gastaldi [18] l'appliquent sur plusieurs schémas d'avancement temporel tel que Euler Implicit et Crank-Nicolson. Cao [21] l'applique à une méthode de maillage mobile basée sur le jacobien du changement de coordonnées et sur une condition sur le rotationnel de la vitesse. La GCL est une condition qui est souvent rendue invisible dans les codes généralistes et le détail de son implémentation n'est pas connu de l'utilisateur. Son implémentation est présentée par [75] pour CFX-5. Elle est introduite dans les équations de Navier-Stokes à travers une contrainte de conservation du volume qui influe sur le terme source volumique introduit par le maillage mobile.

La GCL peut se ramener, d'après Koobus et Farhat [55], pour une précision temporelle du premier ou du second ordre, à déterminer la vitesse du maillage de la façon suivante :

$$v^* = \frac{x_{n+1} - x_n}{\Delta t} \quad (1.8)$$

Farhat et Lesoinne [39] montrent que dans certains cas, cette condition est incompatible avec les conditions de continuité de la vitesse à l'interface. Une erreur dans la résolution apparaît qui, pour de petits pas de temps, peut ne pas être significative.

Pour Guillard et Farhat [51] le respect de la GCL n'est pas indispensable pour les méthodes d'ordre un, mais la précision et la stabilité sont améliorées pour les méthodes avec GCL à l'ordre deux. Ils montrent aussi que l'intérêt de la GCL est plus important pour les cas de couplage fort que pour les cas sans échange important, comme un cylindre en vibration forcée. Cependant, il est possible d'avoir des schémas de couplage au second ordre en temps qui ne respectent pas la GCL et donnent des résultats identiques à ceux d'un couplage respectant la GCL à pas de temps égaux [49].

Le non-respect de la GCL peut entraîner, en aéroélasticité, des instabilités numériques sur la portance et des vitesses de flottement sous-estimées [55]. Il est donc conseillé d'utiliser des schémas respectant la GCL, d'autant plus que le respect de cette condition n'augmente pas les temps de calculs [38].

1.1.6. Maillage dynamique

Dans le cas de petits déplacements, un maillage dynamique est suffisant. Il permet de déplacer les nœuds des éléments et, en déformant un peu ces derniers, de suivre le mouvement de la structure. Pour les grands déplacements, les déformations subies par le maillage dégradent sa qualité. Il faut alors remailler le domaine ou à minima les zones les plus déformées. Il est possible de coupler les deux méthodes de maillage, c'est-à-dire déformer le maillage puis, lorsqu'une zone présente une qualité de maillage inférieure à un critère fixé, la remailler. Le remaillage est une action coûteuse en temps de calcul et délicate à paramétrer [90].

1.1.6.1. Analogie des ressorts (*Spring Analogy*)

Il s'agit de déplacer des nœuds du maillage afin de suivre le mouvement de la structure. La difficulté réside dans la nécessité de garder un maillage de qualité, c'est-à-dire que les éléments ne soient pas trop déformés et qu'ils ne s'interpénètrent pas.

Les méthodes suivantes sont présentées plus précisément dans [66, 78]. Elles consistent à ajouter des éléments de raideur en torsion et/ou en compression aux nœuds.

a. Torsional Spring Analogy

Dans un élément triangulaire, on ajoute à chaque sommet (nœud) une raideur égale au rapport des longueurs des côtés du triangle l_{ij} et l_{ik} par rapport à l'aire du triangle A_{ijk} . Il existe au sommet i autant de raideurs C_i que de triangles en contact, la raideur pour le triangle ijk s'écrit alors :

$$C_i^{ijk} = \frac{l_{ij}^2 l_{ik}^2}{4A_{ijk}^2} \quad (1.9)$$

Généralement, des éléments de raideurs inversement proportionnels à la longueur du côté du triangle sont placés entre les sommets du triangle (voir figure 1.12). Ainsi, comme le montre Farhat *et al.* [36], la géométrie de l'élément est bien contrôlée, notamment les risques d'interpénétration et d'affaissement. Par contre, le temps de calcul nécessaire en utilisant cette méthode est trois à quatre fois supérieure aux méthodes suivantes [66].

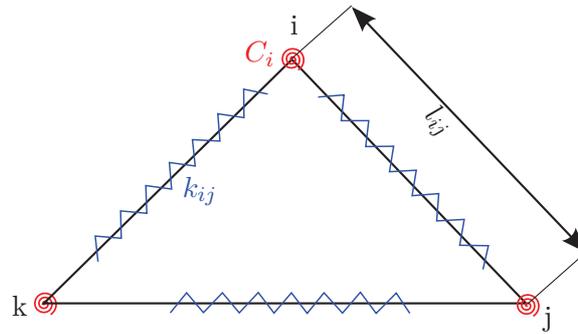


FIGURE 1.12 – Méthode torsional spring avec raideurs linéaires

b. Ball-Vertex Spring Analogy

Dans cette approche, on utilise des raideurs linéaires entre les nœuds et entre ces derniers et la face opposée (voir figure 1.13). Cette méthode contrôle l'écrasement de l'élément, mais pas ses déformations angulaires, ce qui peut conduire à des déformations importantes de l'élément.

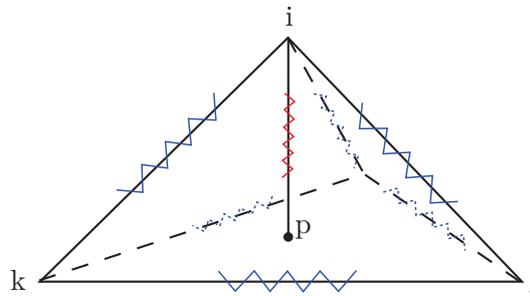


FIGURE 1.13 – Méthode ball-vertex (les raideurs entre les nœuds j et k et leur face opposée ne sont pas représentées)

c. Semi-Torsional Spring Analogy

Cette méthode est un mélange entre la méthode de base utilisant des raideurs entre les nœuds et la méthode *Torsional*. On emploie ici des raideurs entre les nœuds mais définies par la raideur en torsion de l'angle opposé. Ainsi, les déformations sont mieux contrôlées qu'avec la méthode *Ball-Vertex* et nécessitent moins de ressources que pour la méthode *Torsional* [78].

d. Orthogonal Semi-Torsional Spring Analogy

Cette méthode est identique à la précédente avec en plus une raideur entre le sommet et sa projection sur la face opposée. Ainsi, l'élément ne peut pas s'affaisser n'y s'inverser. Markou *et al.* [66] montrent que cette méthode est celle qui, pour les grandes déformations, donne les meilleurs résultats pour un temps de calcul comparable aux méthodes *Semi-Torsional* et *Ball-Vertex*.

1.1.6.2. Renforcement basé sur la matrice Jacobienne

L'objectif est de conserver la géométrie des petites mailles et de favoriser la déformation des grandes mailles. Les petites mailles n'étant que peu (ou pas) déformées, on peut effectuer des remaillages partiels du domaine sans modifier les mailles près de la structure qui forment la couche limite. Pour ce faire, un Jacobien de l'élément est défini, ainsi qu'une raideur artificielle sur le volume de l'élément [78].

1.1.6.3. Modèle élastique

Le maillage dynamique est vu comme un système supplémentaire dans le problème de couplage. Piperno *et al.* [83] proposent d'écrire le maillage comme une pseudo-structure avec son équation de mouvement et ses matrices fictives de masse, raideur et amortissement. La résolution de l'équation de mouvement permet de déterminer l'évolution de la position ξ des nœuds du maillage.

$$M\ddot{\xi} + K\xi + D\dot{\xi} = F \quad (1.10)$$

Cette méthode, pour certaines valeurs des matrices de masses M , raideurs K et amortissements D fictifs, revient aux méthodes de maillages dynamiques par ressorts.

La méthode SEMMT (*Solid-Extension Mesh Moving Technique*) consiste à considérer le maillage proche de la structure comme étant fixé rigidement sur celle-ci et non plus seulement l'interface [101]. Ainsi, la couche limite de l'écoulement conserve sa géométrie et donc sa qualité.

1.1.6.4. Méthode de remaillage

Le but de cette famille de méthodes est d'ajouter ou supprimer des éléments au maillage. Pour cela un critère surveille l'état du maillage (taille des mailles, affaissement...). Lorsque la valeur du critère est inférieure à celle fixée, un code de remaillage est appelé. L'opération de remaillage se décompose en deux phases, la première consiste à créer le nouveau maillage et la seconde à interpoler sur le nouveau maillage les grandeurs physiques. Cette deuxième partie peut-être réalisée par les méthodes correspondant au couplage en espace. La création d'un nouveau maillage peut se faire en décomposant chaque élément en sous-éléments ou en calculant complètement un nouveau maillage. Pour des raisons de simplicité, il n'est généralement pas possible d'ajouter des nœuds sur les frontières du domaine.

1.1.7. Applications aux corps portants

La prise en compte de la déformation de la structure peut-être réalisée soit avec un écoulement non cavitant, soit avec cavitation. La prise en compte de la cavitation est présente dans les travaux de Benaouicha *et al.* [15] qui réalisent un chaînage de codes pour déterminer l'interaction entre les déformations d'un foil visco-élastique et un écoulement cavitant. Ces travaux ont permis de montrer que le chaînage donne de bons résultats en terme d'amplitude maximale des déformations du foil et en terme de longueur de poche et de fréquences d'oscillations de la poche. Par contre, les variations de l'angle d'attaque du foil, produites par les déformations de celui-ci, sont sous-estimées. Or l'angle d'attaque est un paramètre influant fortement la cavitation.

Plusieurs études ont également été réalisées sur des profils de pales ou sur des hélices complètes. Par exemple, Young [105] utilise une formulation en éléments frontières (BEM) écoulement potentiel pour le fluide et en éléments finis pour la structure. Elle obtient des résultats proches des essais pour des cas stationnaires et instationnaires avec, pour ces derniers, une mauvaise prédiction de la forme de la poche de cavitation en bout de pales, à cause de l'absence de modélisation de la cavitation de vortex. De plus, elle montre que le vrillement d'une pale diminue la fréquence propre de cette dernière. De même, une pale en eau a une fréquence propre inférieure à celle en air en raison des effets de masse ajoutée. La même méthode est appliquée par Young *et al.* [107] pour des hydroliennes immergées avec des résultats numériques similaires à l'expérimental. Afin de bien dimensionner un propulseur composite flexible, Young [106] montre que l'on est obligé de prendre en compte le couplage fluide-structure ainsi que l'anisotropie du matériau (sens des plis du composite). Un tel modèle permet de prédire convenablement les efforts sur la structure et sa déformation.

Liu et Young [64], étudient la déformation statique d'une hélice lors d'une manœuvre d'inversion de la rotation (*crash-back*). Lors de ces manœuvres, le chargement hydrodynamique appliqué sur les pales est très important. Ils proposent une méthode basée pour la modélisation structure, sur une approche 2D. La pale est décomposée en sections rigides qui se déplacent les unes par rapport aux autres. Ce modèle analytique est couplé avec une approche fluide potentiel BEM. Une méthode similaire est présentée par Ducoin et Young [35] pour l'étude de la stabilité d'un hydrofoil flexible.

L'optimisation d'une hélice flexible peut se faire pour deux cas. Soit la flexibilité permet d'améliorer le fonctionnement pour deux vitesses d'avance, soit elle permet de réaliser un propulseur plus efficace pour une vitesse d'avance mais en tenant compte de l'instationarité et de l'inhomogénéité du champ entrant dans le disque hélice. Ce second cas est traité par He *et al.* [52] qui démontrent la possibilité de réduire le niveau de vibrations induites par le sillage en modifiant les caractéristiques du composite (orientation et nombre des plis). Pour ce faire, ils utilisent un couplage entre ANSYS Mechanical et CFX. Mulcahy *et al.* [73] réalisent une étude sur le même principe et montrent que les gains obtenus restent relativement faibles. Cependant, un gain faible en terme d'efficacité devient important une fois traduit en consommation du navire pendant son cycle de vie. La première forme d'optimisation est traitée par Blasques *et al.* [16] qui l'appliquent à un propulseur à quatre pales afin de réduire le couple et de maintenir la poussée et ceux pour deux points de fonctionnement. L'un correspond à la vitesse maximale du navire et l'autre à sa vitesse de croisière.

L'objectif du modèle numérique que l'on va valider est la résolution d'un problème d'interaction fluide-structure entre un fluide cavitant et un corps portant flexible. Au vue des études précédentes, on peut établir que l'utilisation d'un solveur visqueux de type RANS permet à la fois de modéliser l'écoulement et les efforts de celui-ci sur la structure de façon satisfaisante et aussi de pouvoir résoudre des cas avec des formes de cavitation complexes. La prise en compte de la déformation de la structure à travers une méthode de type partitionnée semble être pour le moment la méthode la plus avancée et offre des résultats convenables. On choisit d'utiliser les outils disponibles au sein de DCNS, à savoir le solveur fluide CFX couplé avec le solveur structure ANSYS Mechanical par une méthode partitionnée. Les méthodes employées sont développées en partie 3 et le cas de validation dans le chapitre suivant.

1.2. Le phénomène de cavitation et sa modélisation

1.2.1. Généralités

La cavitation est la vaporisation d'un liquide lorsque la pression au sein de celui-ci atteint la pression de vapeur saturante. Il s'agit d'un phénomène équivalent à l'ébullition mais se produisant pour une température du milieu constante et une pression variable (voir figure 1.14). La formation de la cavitation dépend de la pression de vapeur saturante mais aussi de la nature de l'écoulement (présence d'obstacles, turbulence...), de la qualité de l'eau (quantité et taille des germes, salinité...).

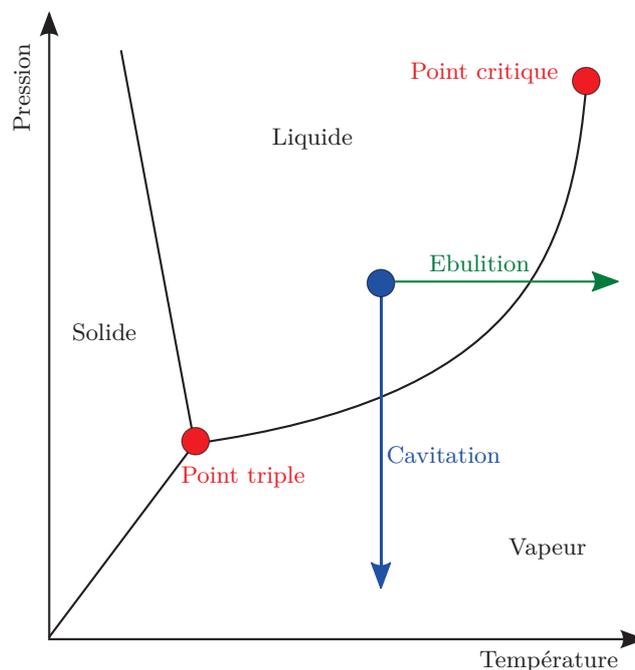


FIGURE 1.14 – Diagramme pression-température

On distingue différentes étapes dans le phénomène de cavitation :

- l'apparition (*inception*) qui correspond à la formation des premières cavités de vapeur (bulles, poches, *patches*...);
- le grossissement de la cavité qui correspond à l'accroissement du volume de vapeur;

- le *collapse* total ou partiel, qui est l'implosion de la cavité sous l'effet d'une augmentation de la pression environnante.

Le phénomène de cavitation est présent dans la plupart des systèmes contenant des fluides y compris le corps humain. Par exemple, Venet et Pavie [102] expliquent certains bruits du cœur par la formation d'une cavité lors de l'ouverture des valvules qui implose à leur fermeture. Pomero et Bonneau [85] montrent que les craquements articulaires des doigts sont provoqués par un phénomène de cavitation du liquide synovial.

Dans les applications industrielles, la cavitation est très présente dans les venturis, coudes de tuyauterie, turbines et pompes . . . Dans le domaine naval, les hélices mais aussi les safrans et les stabilisateurs, sont soumis à ce phénomène. La cavitation peut se former à l'arrière d'un corps se déplaçant rapidement dans l'eau, comme sur certaines armes sous-marines lors des phases de lancement ou de déplacement à grande vitesse.

Dans la plupart des applications, la cavitation est néfaste et évitée au maximum. Elle est à l'origine :

- de pertes de performances ;
- de bruits et vibrations qui peuvent endommager les structures et provoquer une gêne pour les personnes ou équipements proches ;
- d'érosion des matériaux situés dans la zone du *collapse* ;
- de modifications importantes de chargement pouvant fatiguer prématurément la structure.

La dynamique des cavités se caractérise sur de nombreux systèmes par un comportement cyclique. Prenons comme exemple une pale d'hélice. Lorsque l'hélice tourne, la pale du haut subit une zone de plus faible pression que celle du bas. En remontant, la pale du bas voit la pression à sa surface diminuer. Cette pression finit par atteindre la pression de vapeur saturante, il y a alors formation de vapeur. Ces cavités vont grossir tant que la pale se dirige vers le haut. Puis, cette pale commence à redescendre, la pression environnante augmente provoquant le *collapse* de tout ou partie des cavités. Une fois la pale au point bas, un nouveau cycle commence. Ce comportement cyclique de la cavité, induit des variations de chargement hydrodynamique sur la pale qui sont à l'origine des vibrations.

Les vibrations, en fonction des cas, sont problématiques car elles peuvent se transmettre à des équipements plus sensibles tels que les lignes d'arbre. Elles occasionnent également une gêne pour le personnel à proximité ou encore du bruit. Outre le bruit de la vibration des structures proches, les *collapses* et les perturbations provoquées par l'écoulement diphasique sont eux-mêmes bruyants. Lecoffre [61] indique une augmentation de 20 à 40 dB entre des écoulements non-cavitant et cavitant sur une plage de fréquences très importante.

L'érosion est produite par l'implosion des cavités dans la zone de recompression. Elle provient d'une combinaison de paramètres tels que le fort pic de pression et de température induit par le *collapse* ainsi que par le jet-retrant dirigé vers la paroi qui se forme dans une bulle implosant près d'une paroi [19].

Les inconvénients de la cavitation sont exploités dans quelques applications, notamment à travers des systèmes de génération de bulles à base d'ultrasons. Par exemple, l'élimination des calculs (rénaux et vésicaux) par la méthode de lithotripsie extracorporelle utilise la cavitation pour renforcer l'efficacité

de la méthode en participant à l'érosion et aux morcellements des calculs [10]. En métallurgie, le *collapse* des bulles est envisagé afin de renforcer la résistance à la fatigue des métaux. L'implosion proche de la paroi génère des contraintes résiduelles dans le métal qui renforcent sa résistance à la fatigue [99].

1.2.2. Les types de cavitation

La cavitation prend de nombreuses formes en fonction de paramètres variés. Les principales familles sont présentées sur la figure 1.15.

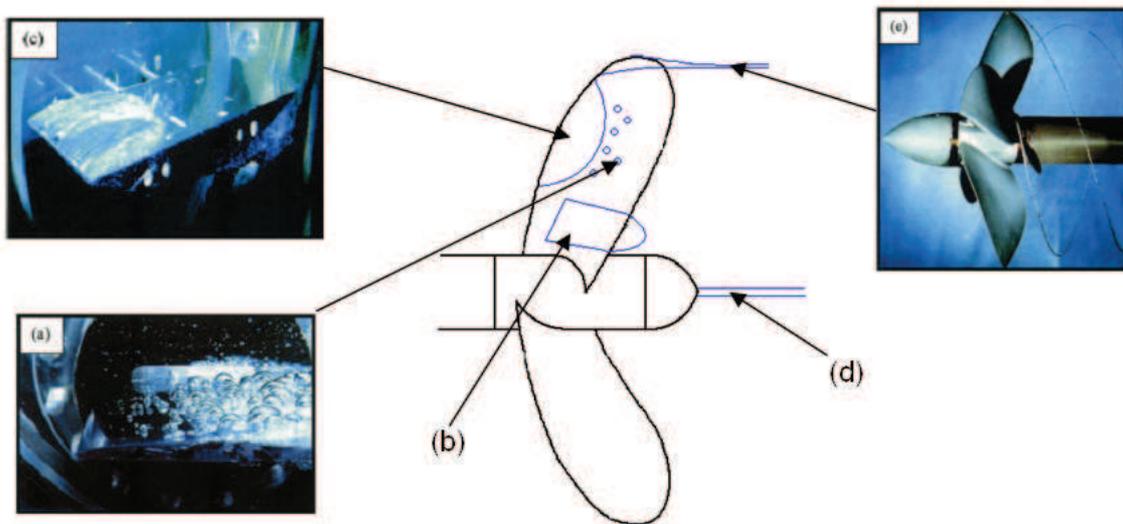


FIGURE 1.15 – Différentes formes de cavitation sur une hélice (photos issues de [68] - source : S.A. Kinnas)

Cavitation par bulles séparées (*Bubble cavitation*) Il s'agit de la formation d'une ou plusieurs bulles sur l'obstacle (voir figure 1.15, légende a). Ce type de cavitation est généralement le premier à se déclarer, en terme d'angle d'attaque (α petit), sur un profil portant.

Cavitation par poche attachée (*Sheet cavitation*) Ce type de cavitation crée une cavité sur la surface du profil. La zone de fermeture de la poche contient des instabilités qui peuvent provoquer des lâchers de nuages dans le sillage du profil. On rencontre ce type de cavitation pour des valeurs d'angles d'attaque et de vitesses supérieures à celles de la cavitation par bulles. Sur un profil portant, on distingue deux types de cavitation par poche attachée : avec détachement à mi-corde (voir figure 1.15, légende b) ; avec détachement au bord d'attaque, aussi appelé *leading edge cavitation* (voir figure 1.15, légende c)

Cavitation de vortex (*Vortex cavitation*) Comme son nom l'indique, on la rencontre dans les zones de fortes vorticités telles que les tourbillons marginaux en extrémité de profils portants, dans les sillages... Elle est qualifiée de *hub-vortex* (voir figure 1.15, légende d) quand elle se forme dans l'axe de l'hélice et de *tip-vortex* (voir figure 1.15, légende e) quand elle se forme en extrémité de profils portants.

Cavitation en nuage (*Cloud Cavitation*) Il s'agit d'une forme de cavitation particulièrement difficile à étudier car l'ensemble de l'interface entre la vapeur et le liquide est instable (voir figure

1.16). Cette forme peut apparaître suite à une cavitation par poche qui devient fortement instable du fait de l'augmentation de l'angle d'attaque du profil ou de sa vitesse. Il s'agit d'une forme de cavitation qui est particulièrement érosive.



FIGURE 1.16 – Nuage de cavitation sur un profil portant (photo issues de [68])

Super-cavitation Ce terme désigne une poche de cavitation qui se referme en aval de l'obstacle (voir figure 1.17). Ce type de cavitation est recherché dans certaines applications telles que les armes sous-marines à grande vitesse. En générant une super-cavité autour de l'arme, on diminue les frottements et on peut alors obtenir des vitesses très élevées pour ce type d'engins (par exemple les torpilles russes Shkval et allemandes Barracuda). Dans la plupart des applications pratiques (armes sous-marines à grandes vitesses, hélices super-cavitantes), le terme de super-cavitation est employé pour des cavités entretenues par injection de gaz et non par la seule vaporisation du liquide environnant.

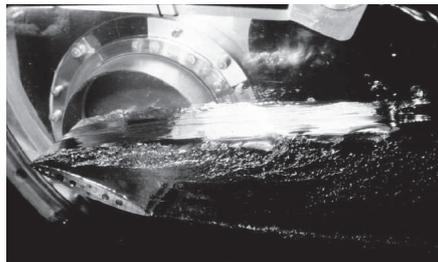


FIGURE 1.17 – Super cavitation sur un profil portant (photo issues de [46])

1.2.3. Apparition et collapse de la cavitation

Le nombre de cavitation σ , aussi appelé nombre de Thoma, définit un rapport entre une pression statique de référence, ou à l'infini amont ou aval, diminuée de la pression de vapeur saturante $p_{\text{vap}}(T)$ et une pression caractéristique de l'écoulement étudié. Par exemple, pour une vanne, la pression statique est celle en amont et la pression caractéristique est la différence de pression entre l'amont et l'aval. Dans notre étude qui s'intéresse à un profil portant immergé, la pression statique correspond à la pression, $p_{\infty}(T)$, égale à la pression hydrostatique ajoutée à la pression de l'air ambiant qui appuie sur la surface libre. La pression caractéristique est prise égale à la pression dynamique $1/2 \rho_f v_{\infty}^2$ avec v_{∞} la vitesse caractéristique de l'écoulement et ρ_f la masse volumique du fluide. Le nombre de cavitation s'écrit alors :

$$\sigma = \frac{p_{\infty}(T) - p_{\text{vap}}(T)}{\frac{1}{2} \rho_f v_{\infty}^2} \quad (1.11)$$

On constate qu'un petit nombre de cavitation correspond à une faible pression locale ou à une forte vitesse d'écoulement soit à une apparition probable de la cavitation. L'une des hypothèses faites sur la cavitation, valable pour la plupart des fluides courants, précise que la cavitation se forme lorsqu'il y a égalité entre le coefficient de pression minimal Cp_{min} et le nombre de cavitation d'apparition σ_i au point M de plus faible pression $p_M(T)$.

$$\sigma_i = -Cp_{min} \longleftrightarrow \frac{p_\infty(T) - p_{vap}(T)}{\Delta p} = -\frac{p_M(T) - p_\infty(T)}{\Delta p} \quad (1.12)$$

Cette condition est en réalité une indication car la formation de cavitation dépend aussi de nombreux paramètres. Par exemple, la quantité et la taille des germes de cavitation, c'est-à-dire des micro-bulles, influencent la formation de cavitation. S'ils sont très peu nombreux, le démarrage de la cavitation peut-être retardé de façon importante [19]. En effet, des essais en laboratoire ont montré la possibilité d'atteindre des pressions négatives dans une eau pure [8]. Ces conditions ne sont pas présentes dans les fluides industriels et par conséquent, le critère sur la pression de vapeur saturante est généralement très proche de la réalité.

Le phénomène de vaporisation nécessite un apport de chaleur. Cette dernière, prise dans le fluide environnant, provoque une diminution de la température dans les zones de vaporisation. La baisse de température induit une chute de la pression de vapeur saturante, ce qui ralentit la formation de vapeur. Ce phénomène est négligeable pour les fluides tels que l'eau, mais important pour les fluides thermo-sensibles. Pellone et Franc [74] ainsi que Tani *et al.* [100] réalisent des études portant sur les fluides cryogéniques avec prise en compte des changements de température induits par la cavitation.

Le collapse de la cavité correspond à son implosion. Celle-ci est très rapide, ce qui permet en première approximation de négliger les effets thermiques et de diffusions. Le collapse est contrôlé par des effets inertiels qui peuvent provoquer une série d'oscillations de bulles. La première implosion provoque un effondrement rapide de la cavité qui ne permet pas la condensation de l'ensemble de la vapeur. Une nouvelle cavité est créée qui contient moins de vapeur que la précédente. Le phénomène se reproduit jusqu'à condensation ou diffusion de l'ensemble de la vapeur. Franc et Michel [46] donnent quelques ordres de grandeur d'un collapse :

- durée du collapse d'une bulle d'un centimètre de rayon sous une pression d'un bar : 1 ms ;
- vitesse de l'interface d'une bulle : de quelques m/s à quelques centaines de m/s lors du collapse ;
- surpression au niveau de la bulle lors du collapse : quelques milliers de bars.

D'autres phénomènes sont présents lors du collapse ; par exemple Farhat *et al.* [40] montrent la formation de lumière lors du collapse de poches de vapeur sur un hydrofoil (sonoluminescence). L'émission de lumière indique la violence du phénomène. Leighton [62] a mesuré l'émission de photons même en l'absence de lumière visible lors du collapse sur un hydrofoil. Il met en évidence que plus la cavitation est importante, plus il y a de photons libérés.

1.2.4. Les modèles de cavitation

La modélisation de la cavitation est difficile du fait de son caractère instationnaire, du nombre de paramètres l'influçant et des échelles de temps très différentes entre l'écoulement moyen et le col-lapse. Plusieurs types de modèles sont développés, certains spécifiquement pour un type de cavitation, d'autres se voulant génériques. Les modélisations dépendent aussi du type de modèle fluide employé (voir figure 1.18).

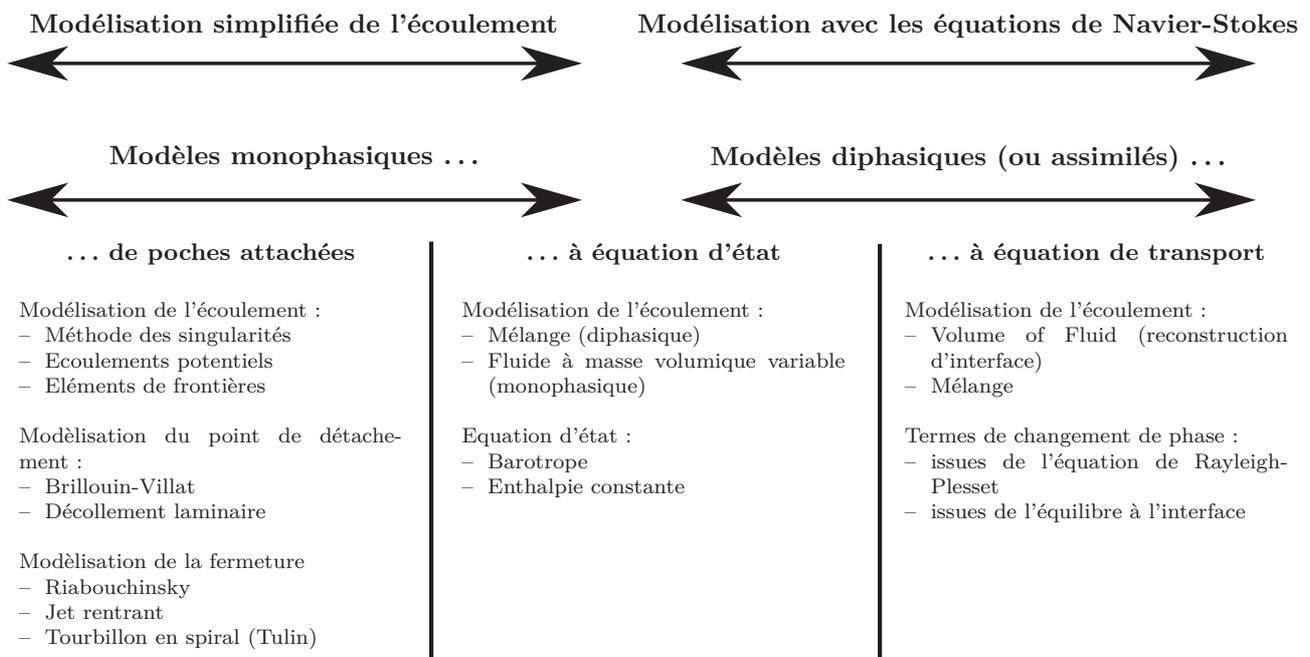


FIGURE 1.18 – Classification des principales familles de modèles de cavitation

Les modèles spécifiques de poches sont utilisés avec des écoulements potentiels pour simuler les écoulements à poches attachées. Il s'agit de modèles monophasiques qui ne résolvent que la partie liquide. Ces modèles ne donnent pas d'informations sur ce qui se passe à l'intérieur de la poche de cavitation. Les super-cavités peuvent aussi être résolues par ces modèles [46].

Les modèles à équation d'état sont employables avec une résolution Navier-Stokes ou avec des modèles simplifiés (écoulements potentiels). Ils consistent à ajouter une équation d'état au problème. L'équation définit alors la masse volumique comme une fonction de la pression. Ces modèles sont monophasiques dans le sens où un seul fluide est utilisé mais avec une masse volumique qui varie entre celle du liquide et celle de la vapeur. Le modèle résout cependant l'écoulement pour l'ensemble du domaine fluide.

Les modèles à équation de transport sont utilisables avec des modèles diphasiques de type *Volume Of Fluid* (VOF) qui reconstruisent l'interface ou avec des modèles de type mélange qui déterminent des isovaleurs à partir desquelles l'interface peut-être devinée. L'équation de transport supplémentaire utilisée fait généralement apparaître un terme source défini, par exemple, à partir de l'équation de Rayleigh-Plesset.

Ait Bouziad [3] compare ces trois familles de modèles pour un écoulement à poche sur foil cavitant et montre que leurs résultats sont assez proches. Cependant, les modèles monophasiques et à équation

d'état surestime la pression à la fermeture de la poche et le modèle à équation de transport basé sur l'équation de Rayleigh-Plesset surestime la longueur de la poche. Adama Maiga [2] présente de façon plus complète ces modèles de cavitation et les modèles multiphasiques qui peuvent y être associés.

1.2.4.1. Modèles de poches

Ces modèles sont utilisés principalement avec des écoulements potentiels. Ils déterminent l'interface liquide-vapeur sur la ligne de courant de pression égale à celle de vapeur saturante p_{vap} . La difficulté réside dans la détermination des points de contact de l'interface avec le profil portant. Pour cela, on utilise les modèles de détachement et ceux de fermeture. Ces modèles sont utilisés pour les cas stationnaires [46] et dans quelques cas instationnaires.

Une seconde méthode pour déterminer l'interface consiste à utiliser l'équation de Rayleigh-Plesset qui définit l'évolution du rayon d'une bulle dans un champ de pression. Cette équation est reformulée pour une bulle hémisphérique se déplaçant le long du profil, l'épaisseur de la poche correspondant au rayon de la bulle. Ce modèle, utilisé en particulier par Phœmsaphawee [76], ne donne pas satisfaction du point de vue physique puisqu'il ne permet pas de retrouver le palier de pression au niveau de la poche. De plus l'épaisseur de la poche est trop importante et la longueur trop courte [76]. Phœmsaphawee *et al.* proposent un autre modèle utilisant une vitesse de transpiration pour déterminer l'épaisseur de la poche [77]. Cette approche donne des résultats intéressants et permet de s'affranchir du modèle de fermeture.

Le principal inconvénient des modèles de poches provient de l'hypothèse d'écoulement potentiel qui suppose que le fluide est parfait et irrotationnel. Les tourbillons à l'origine des cavitations de types vortex (*tip* et *hub*) ne sont donc pas déterminables. La limitation à la modélisation de poches stables (sans détachement) devient problématique dans les écoulements complexes où plusieurs formes de cavitation peuvent-être présentes simultanément et interagir (poches avec détachement, nuages...).

L'avantage de ces modèles réside dans les faibles temps de calculs nécessaires pour déterminer la forme d'une poche avec une précision satisfaisante, avantage découlant fortement du modèle de fluide parfait utilisé. Il est possible d'améliorer sensiblement ces modèles en ajoutant des solveurs visqueux pour les couches limites par exemple.

Ces modèles sont souvent résolus avec des méthodes de type éléments de frontières (*Boundary Element Method* BEM) nécessitant un remaillage. Certains auteurs, par exemple, Phœmsaphawee *et al.*, [77] utilisent une méthode basée sur les vitesses de transpiration qui évite le remaillage.

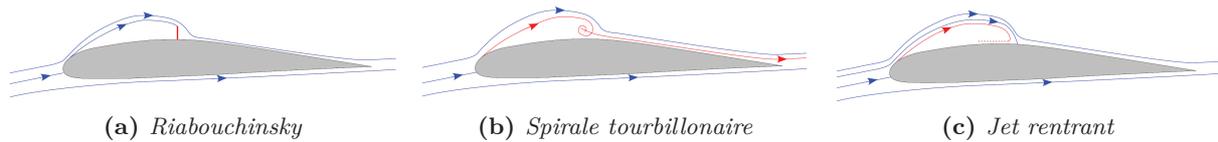


FIGURE 1.19 – Exemple de modèles de fermeture de poches (figures inspirées de [56])

a. Modèles de détachement

Deux approches sont possibles pour définir le point de détachement de la poche. Le critère de Brillouin-Villat, aussi nommé Armstrong-Villat et la méthode de séparation laminaire.

Le critère de Brillouin-Villat consiste à imposer le point de détachement tel que la pente de l'interface et celle du profil soient tangentes au point de détachement et la pression au point de détachement soit inférieure à celle en amont [2]. Une telle condition revient souvent à placer le point de détachement au point du profil de plus faible pression. Cette approche est reconnue comme étant peu physique [46, 2]. Dans le cas des foils avec des angles d'attaque importants, le point de détachement qui est proche du bord d'attaque est bien rendu par ce modèle. Par contre, pour les autres cas, la position du point de détachement obtenu ne correspond pas à celle donnée par les essais.

La seconde méthode, dite de séparation laminaire, est basée sur le fait que le détachement se produit peu après le point de décollement laminaire de la couche limite. Cette observation a été faite dans de nombreuses expérimentations [46]. Cependant, plusieurs cas de détachement sans décollement de la couche limite ont été observés. La forme de la poche au point de décollement est déterminable à partir de la tension de surface ou avec une hypothèse de tangence. Vis-à-vis du critère de Brillouin-Villat, la méthode de décollement laminaire donne de meilleurs résultats, notamment pour les foils à faible incidence et est mieux corrélée par les essais.

b. Modèles de fermeture

Les modèles de fermeture sont utilisés pour les simulations stationnaires ou pseudo-stationnaires, afin de prendre en compte le caractère instationnaire de la fermeture de la poche [46]. Les principaux modèles sont ceux :

- de Riabouchinsky qui place un corps solide pour fermer la poche (voir figure 1.19a) ;
- de la spirale tourbillonnaire ; mise au point par Tulin. Elle consiste à imposer un tourbillon dans la poche, au niveau de la fermeture, qui tend à faire entrer du fluide entre la poche et le profil (voir figure 1.19b) ;
- du jet-rentrant : modélise un jet-rentrant dans la poche. Ce jet est aussi présent dans certaines expérimentations où il est à l'origine d'instabilités provoquant une rupture de la poche (voir figure 1.19c).

Krishnaswamy *et al.* [57] proposent l'utilisation d'un modèle à jet rentrant avec une approche potentielle par une méthode d'éléments frontières. Le fluide étant supposé non visqueux, la couche limite présente sur la cavité n'est pas prise en compte. Afin de la prendre en compte, un code de couche limite

est couplé avec le modèle potentiel. Les résultats obtenus sont alors plus précis en ce qui concerne le champ de pression pariétale.

1.2.4.2. Modèles à équation d'état

Les modèles à équation d'état reposent sur une idée simple : le milieu fluide étudié comprend des zones exclusivement liquides lorsque la pression est suffisamment importante vis-à-vis de celle de vapeur saturante et d'autres zones quasi exclusivement composées de vapeur lorsque la pression est voisine de celle de vapeur saturante. L'ensemble est modélisé par un fluide, dit de mélange, dont les propriétés (masse volumique, viscosité...) vont évoluer entre celle du liquide et celle de sa vapeur. Pour ce faire, il faut établir une relation entre la masse volumique et la pression.

La masse volumique du mélange ρ_m est fonction des masses volumiques des différents composants du mélange à savoir, celle du liquide ρ_l et celle de la vapeur ρ_{vap} ainsi que de la fraction volumique de vapeur α_{vap} .

$$\rho_m = \alpha_{vap} \rho_{vap} + (1 - \alpha_{vap}) \rho_l \quad (1.13)$$

Il est possible de formuler la masse volumique du mélange en fonction des fractions massiques de vapeur f_{vap} et du liquide f_l :

$$\frac{1}{\rho_m} = \frac{1 - f_{vap}}{\rho_l} + \frac{f_{vap}}{\rho_{vap}} \quad (1.14)$$

Le passage de la fraction volumique à la fraction massique f_i d'une entité i s'effectue par l'équation (1.15).

$$\alpha_i = f_i \frac{\rho_m}{\rho_i} \quad (1.15)$$

a. Modèles de vaporisation à enthalpie constante - CEV

La cavitation est supposée suivre un processus de vaporisation/condensation à enthalpie constante (voir figure 1.20). Un tel modèle nécessite la résolution de l'équation de conservation de l'énergie en plus de celles de Navier-Stokes afin de déterminer la valeur de l'enthalpie.

La masse volumique, définie par l'équation (1.16), dépend alors de l'enthalpie $h(p)$ au point courant et des valeurs d'enthalpie $h_v(p)$ au point V et $h_l(p)$ au point L.

$$\rho_m = \frac{1}{\frac{1}{\rho_{vap}} + y \left(\frac{1}{\rho_l} - \frac{1}{\rho_{vap}} \right)} \quad (1.16)$$

$$y = \frac{h_v(p) - h}{h_v(p) - h_l(p)} \quad (1.17)$$

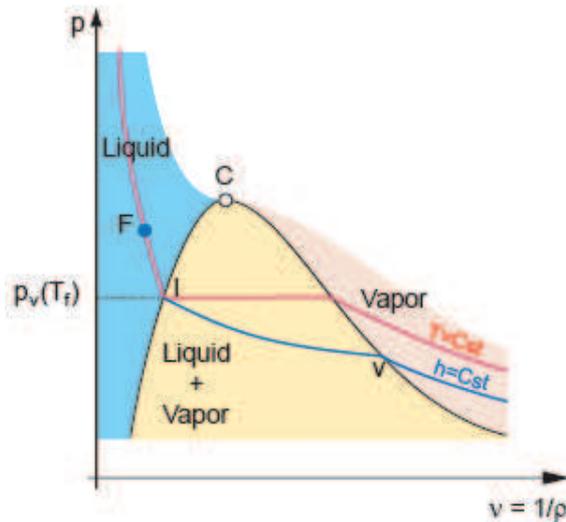


FIGURE 1.20 – Diagramme de Clapeyron représentant l'évolution à enthalpie constante correspondant au modèle CEV (issu de [3])

b. Modèles barotropes

L'idée de ces modèles est de définir la masse volumique du milieu directement en fonction de la pression. Lorsque celle-ci est supérieure à la pression de vapeur saturante, le milieu est majoritairement liquide. Au contraire, si la pression est inférieure, le milieu est gazeux. Une zone intermédiaire est définie pour la transition d'une phase à l'autre. Dans ces modèles, il n'y a pas de description précise de l'interface liquide/vapeur.

Wang et Ostoja-Starzewski [103] relient les coefficients de pression à la masse volumique par un polynôme d'ordre 5. Coutier-Delgosha *et al.* [25] utilisent trois lois d'état afin de prendre en compte la compressibilité des phases liquide et gazeuse. Une loi de Tait est appliquée au liquide, une loi des gaz parfaits à la vapeur et une loi basée sur la vitesse du son minimale dans le milieu pour la transition. La même loi de transition est utilisée par Pouffary *et al.* [86] mais avec des milieux vapeur et fluide incompressibles (voir la figure 1.21).

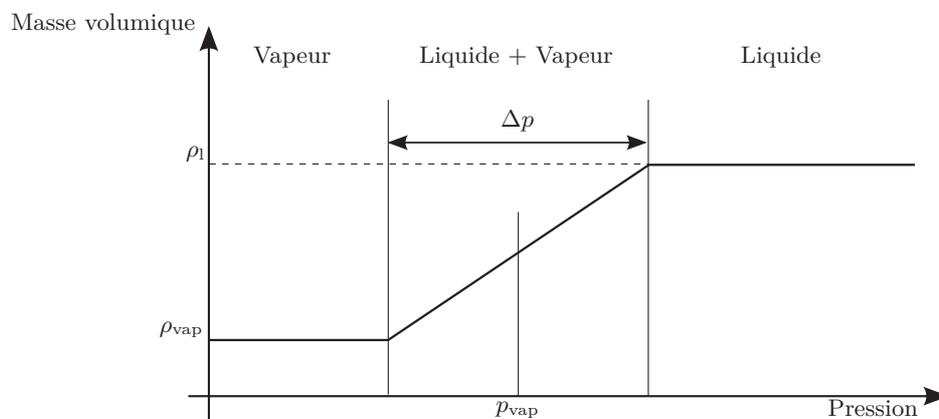


FIGURE 1.21 – Evolution de la masse volumique en fonction de la pression environnante

La loi utilisée par Pouffary *et al.* [86, 87] impose la masse volumique de la vapeur pour $p < p_{\text{vap}} - \Delta p/2$ et celle du liquide pour $p > p_{\text{vap}} + \Delta p/2$. La loi de transition est en sinus, telle que la pente maximale soit définie par :

$$\frac{1}{A_{\text{min}}^2} \quad \text{avec} \quad A_{\text{min}}^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho} \quad (1.18)$$

et A_{min} la vitesse du son minimale dans le mélange. Cette vitesse dépend des approximations faites sur les échanges thermiques (système adiabatique ou isotherme). La figure 1.22 montre que la vitesse du son minimale est obtenue pour un mélange à parts égales des deux phases, ce qui correspond à l'instant où le mélange est le moins homogène.

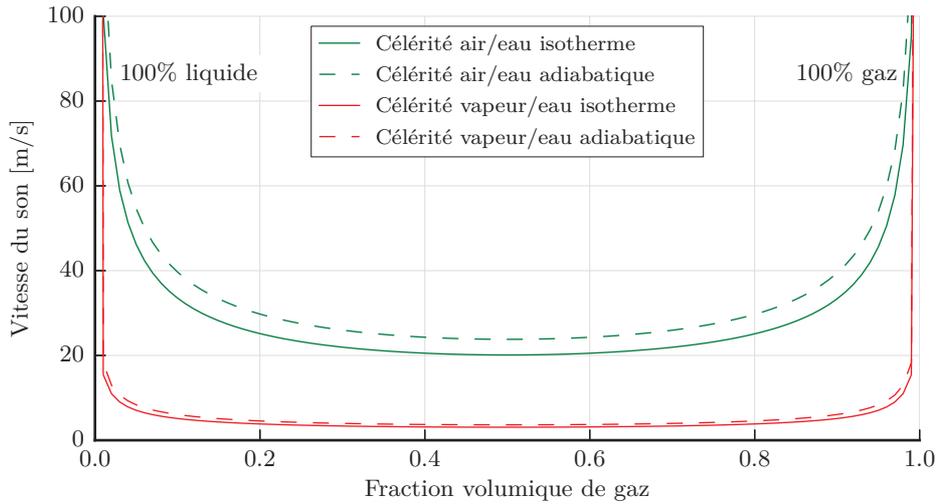


FIGURE 1.22 – Evolution de la vitesse du son en fonction de la fraction volumique de la phase gazeuse pour un mélange eau/air et pour un mélange eau/vapeur d'eau

Goncalvès et Fortes-Patella [50] proposent une adaptation de ce modèle pour la prise en compte des effets thermiques dus à la vaporisation. Ils obtiennent une bonne prédiction des variations de température pour de faibles vitesses d'écoulement de fréon dans un venturi. Pour de plus fortes vitesses, le modèle introduit des erreurs importantes vis-à-vis des résultats expérimentaux.

1.2.4.3. Modèles à équation de transport

Ces modèles utilisent une équation de transport pour la fraction massique ou volumique de vapeur qui fait intervenir un terme de changement de phase. L'expression de ce terme dépend de la forme de l'équation de transport et de sa définition. On peut le définir à partir de l'équation de Rayleigh-Plesset, des conditions d'équilibre à l'interface liquide/vapeur...

La plupart de ces modèles font l'hypothèse que les variations thermiques produites par le changement d'état sont négligeables et que les vitesses des phases liquide et vapeur sont égales à la vitesse du mélange v .

Le modèle de cavitation étant basé sur un modèle multiphasique de type mélange, il faut résoudre, à minima, les équations de conservation de la quantité de mouvement et de la masse pour le mélange. Celles-ci s'écrivent de la même façon que pour un fluide monophasique à masse volumique non

constante. Il faut aussi ajouter une équation pour définir la variation de la masse volumique en fonction des quantités présentes, il s'agit de l'équation (1.13). Il est aussi nécessaire afin de fermer le problème d'ajouter une équation de transport pour la fraction volumique (éq. 1.19) ou massique de vapeur (éq. 1.20). Ces équations font intervenir les termes sources de vaporisation R_e et de condensation R_c . La difficulté des modèles à équations de transport porte sur la définition de ces termes de changement de phase.

$$\frac{\partial \alpha_{\text{vap}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_{\text{vap}} \mathbf{v}) = R_e + R_c \quad (1.19)$$

$$\frac{\partial (\rho_m f_{\text{vap}})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m f_{\text{vap}} \mathbf{v}) = R_e + R_c \quad (1.20)$$

a. Modèles basés sur l'équation de Rayleigh-Plesset

Ces modèles sont basés sur la dynamique d'une bulle de vapeur soumise à un champ de pression. Lorsque la quantité de vapeur augmente, c'est-à-dire lors de la vaporisation, le rayon de la bulle augmente. Au contraire, lors des phases de condensation, le rayon de la bulle diminue. La construction de ces modèles consiste à relier l'évolution du rayon de la bulle aux termes de changements de phases.

Les termes de changement de phase donnés par ces modèles sont très proches dans leur formulation. Frikha [47] montre notamment que les modèles de Singhal (sans prise en compte des gaz incondensables) et de Schnerr-Sauer donnent des résultats identiques. Cependant, la convergence des modèles de Zwart-Gerber-Belamri et de Schnerr-Sauer est meilleure que celle de Singhal¹. Frikha [47] a mis en évidence les difficultés de convergence du modèle de Singhal. Il montre sur le modèle de Kunz que les constantes empiriques ont une influence sur la fréquence d'oscillation des poches de cavitation.

L'équation régissant la dynamique d'une bulle sphérique, c'est-à-dire l'évolution de son rayon R_b et de sa pression p_b sous l'action d'un champ de pression p , est celle de Rayleigh-Plesset :

$$R_b \frac{D^2 R_b}{Dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{DR_b}{Dt} \right)^2 = \frac{|p_b - p_\infty|}{\rho_l} - \frac{4 \nu_l}{R_b} \frac{DR_b}{Dt} - \frac{2s}{\rho_l R_b} \quad (1.21)$$

avec le rayon de la bulle R_b , la viscosité cinématique du liquide ν_l , la tension de surface entre le liquide et la vapeur s et les pressions dans la bulle $p_b = p_{\text{vap}}$ et ambiante p_∞ .

En négligeant les termes d'accélération, de tension de surface et de viscosité du liquide, on a :

$$\frac{DR_b}{Dt} = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p_{\text{vap}} - p_\infty|}{\rho_l}} \quad (1.22)$$

Ce terme est commun aux modèles du tableau 1.2 qui sont détaillés en annexe A. Le modèle de Singhal *et al.*, le *Full Cavitation Model*, fait apparaître la tension superficielle s et la vitesse relative entre les phases V_{rel} . Le modèle de Zwart-Gerber-Belamri [111] fait dépendre les termes de changement de

1. Correspondance privée avec ANSYS France

phases uniquement de grandeurs se rapportant à la vapeur, tel que le rayon de bulle R_b et la fraction volumique des sites de nucléation α_{nuc} . Cette dernière permet de prendre en compte la réduction des germes de cavitation avec le développement des cavités. Le modèle de Schnerr et Sauer, à la différence des précédents, ne fait pas apparaître de valeurs empiriques dans les termes de changement de phases. La difficulté de ce modèle repose sur le choix de la valeur du rayon initial de la bulle, plusieurs études sont disponibles à ce sujet dont [108].

Modèle	R_e	R_c
Singhal <i>et al.</i>	$C_e \frac{V_{\text{rel}}}{s} \rho_l \rho_{\text{vap}} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{ p_{\text{vap}} - p_{\infty} }{\rho_l}} (1 - f_{\text{vap}})$	$C_c \frac{V_{\text{rel}}}{s} \rho_l \rho_{\text{vap}} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{ p_{\text{vap}} - p_{\infty} }{\rho_l}} f_{\text{vap}}$
Zwart <i>et al.</i>	$F_{\text{vap}} \frac{3 \alpha_{\text{nuc}} (1 - \alpha_{\text{vap}}) \rho_{\text{vap}}}{R_b} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{ p_{\text{vap}} - p }{\rho_l}}$	$F_{\text{cond}} \frac{3 \alpha_{\text{vap}} \rho_{\text{vap}}}{R_b} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{ p_{\text{vap}} - p }{\rho_l}}$
Schnerr-Sauer	$R_e - R_c = \frac{\rho_{\text{vap}} \rho_l}{\rho_m} \alpha_{\text{vap}} (1 - \alpha_{\text{vap}}) \frac{3}{R_b} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{ p_{\text{vap}} - p }{\rho_l}}$	

TABLE 1.2 – Termes de changement de phases pour quelques modèles basés sur l'équation de Rayleigh-Plesset

Les constantes empiriques que sont : C_c et C_e pour le modèle de Singhal *et al.* ; F_{vap} et F_{cond} pour le modèle de Zwart-Gerber-Belamri sont calibrées à partir de résultats expérimentaux. Pour la plupart des modèles, les valeurs de ces constantes sont à adapter aux problèmes, Zwart *et al.* [111] proposent des valeurs différentes suivant qu'il s'agit de cavitation sur un profil portant ou dans un venturi.

b. Modèles basés sur l'interface liquide-vapeur

Les modèles présentés dans le tableau 1.3, sont construits à partir des échanges se produisant à l'interface liquide-vapeur. Le modèle de Saito *et al.* [92] est basé sur la théorie de l'évaporation-condensation sur une surface plane. Le terme de changement de phase est défini pour une équation de transport de la fraction massique de vapeur f_{vap} . $A = C_a \alpha_{\text{vap}} (1 - \alpha_{\text{vap}})$ représente l'aire d'interface dans le mélange avec C_a une constante empirique, R est la constante spécifique de la vapeur et T_s la température de saturation. C_e et C_c sont des constantes empiriques telles que $C_e C_a = C_c C_a = 0,1 \text{ m}^{-1}$.

Modèle	R_e	R_c
Saito <i>et al.</i>	$C_e A \alpha_{\text{vap}} (1 - \alpha_{\text{vap}}) \frac{\rho_l}{\rho_v} \frac{p_{\text{vap}} - p}{\sqrt{2 \Pi} \cdot R T_s}$	$C_c A \alpha_{\text{vap}} (1 - \alpha_{\text{vap}}) \frac{p_{\text{vap}} - p}{\sqrt{2 \Pi} R T_s}$
Kunz <i>et al.</i>	$\frac{C_{\text{prod}} \rho_{\text{vap}} (\alpha_l - \alpha_g)^2 (1 - \alpha_l - \alpha_g)}{\rho_l t_{\infty}} \frac{\rho_m}{\rho_{\text{vap}}}$	$\frac{C_{\text{dest}} \rho_{\text{vap}} \alpha_l \text{Min}(0, p - p_{\text{vap}})}{(\frac{1}{2} \rho_l U_{\infty}^2) \rho_l t_{\infty}} \frac{\rho_m}{\rho_{\text{vap}}}$
Senocak et Shyy	$\frac{C_{\text{prod}} \rho_{\text{vap}} \alpha_l^2 (1 - \alpha_l)}{\rho_l t_{\infty}}$	$\frac{C_{\text{dest}} \rho_{\text{vap}} \alpha_l \text{Min}(0, p - p_{\text{vap}})}{(\frac{1}{2} \rho_l U_{\infty}^2) \rho_l t_{\infty}}$

TABLE 1.3 – Termes de changement de phases pour différents modèles de cavitation basés sur l'interface liquide-vapeur

Le modèle de Kunz *et al.* [59], proche de celui de Senocak et Shyy [94], consiste à modéliser les termes de changement de phase comme étant proportionnels à la fraction volumique de vapeur et à la différence de pression entre p et p_{vap} . Un terme d'échelle temporelle t_{∞} défini comme le rapport entre une grandeur caractéristique et une vitesse de rotation est utilisée dans ces termes de changements d'état. Senocak et Shyy [94] proposent le même modèle en négligeant les gaz incondensables et supprimant le rapport de la masse volumique de la vapeur sur celle du mélange.

De même que pour les modèles précédents, les valeurs des constantes peuvent différer suivant les cas étudiés. Par exemple, pour le modèle de Kunz *et al.*, les constantes $C_{\text{prod}} = C_{\text{dest}} = 100$ dans [59] et $C_{\text{prod}} = C_{\text{dest}} = 0,2$ dans [58]. Senocak et Shyy [94] proposent des valeurs importantes de l'ordre de 10^4 et 10^6 . Dans sa thèse, Senocak propose une troisième formulation très proche des deux précédentes [93] qui montre l'origine des termes empiriques, ceux-ci permettant la prise en compte des différences de vitesses à l'interface.

Chapitre 2

Approche expérimentale

La nécessité de disposer de mesures expérimentales est double : elles permettent d'une part de comprendre les phénomènes physiques mis en jeu dans l'interaction fluide-structure et d'autre part de valider les simulations numériques. Ces deux fonctions sont complémentaires, une meilleure connaissance des phénomènes permet de mieux comprendre les modèles numériques, de mieux les définir et de réaliser des simulations numériques plus proches de la réalité. Il est ainsi possible d'offrir des outils plus précis ou simplement plus adaptés à la résolution d'un problème.

Les objectifs fixés par cette thèse rendent indispensable les essais. Sans eux, la compréhension des phénomènes et la validation des modèles devient plus difficile et incertaine. Dans notre étude, un profil portant de géométrie simple est retenu à la place de la géométrie réelle d'une pale d'hélice. Les moyens d'essais de l'IRENav et les études préalables nous ont incité à retenir un profil NACA66-312(mod.). Il est installé dans la veine d'essai du tunnel hydrodynamique de l'IRENav présenté ci-dessous.

2.1. Le tunnel hydrodynamique de l'IRENav

Les premiers tunnels hydrodynamiques ont fait leur apparition afin d'étudier le phénomène de cavitation à la toute fin du XIX^{ème} siècle en Angleterre. Par la suite, le tunnel hydrodynamique sera amélioré et agrandi afin de recevoir des modèles de plus grande taille et de reproduire des vitesses de fonctionnement toujours plus importantes [104].

L'IRENav dispose d'un tunnel hydrodynamique, présenté sur la figure 2.1. Il permet l'étude des écoulements autour de divers obstacles disposables dans la veine d'essais (1), de section carrée de 192 mm de côté et de longueur 1 m. L'installation occupe une longueur d'environ 15 m et une hauteur de 7 m pour un volume d'eau de 35 m³. Le liquide est mis en mouvement dans le tunnel (dans le sens trigonométrique sur la figure) par une pompe hélice à 10 pales (2) entraînée par un moteur électrique de 21 kW (3).

Un convergent (4) est placé avant la veine d'essais pour accélérer l'écoulement. La vitesse maximale en entrée de la veine d'essais est alors de 15 m/s. Le taux de contraction de 1/9^{ème} du convergent garantit la non formation de cavitation parasite. Afin de rendre l'écoulement plus homogène, notamment du point de vue de la turbulence, deux grilles en nid d'abeilles (5) sont placées en amont du convergent. Elle permettent d'obtenir un taux de turbulence dans la veine de l'ordre de 2%.

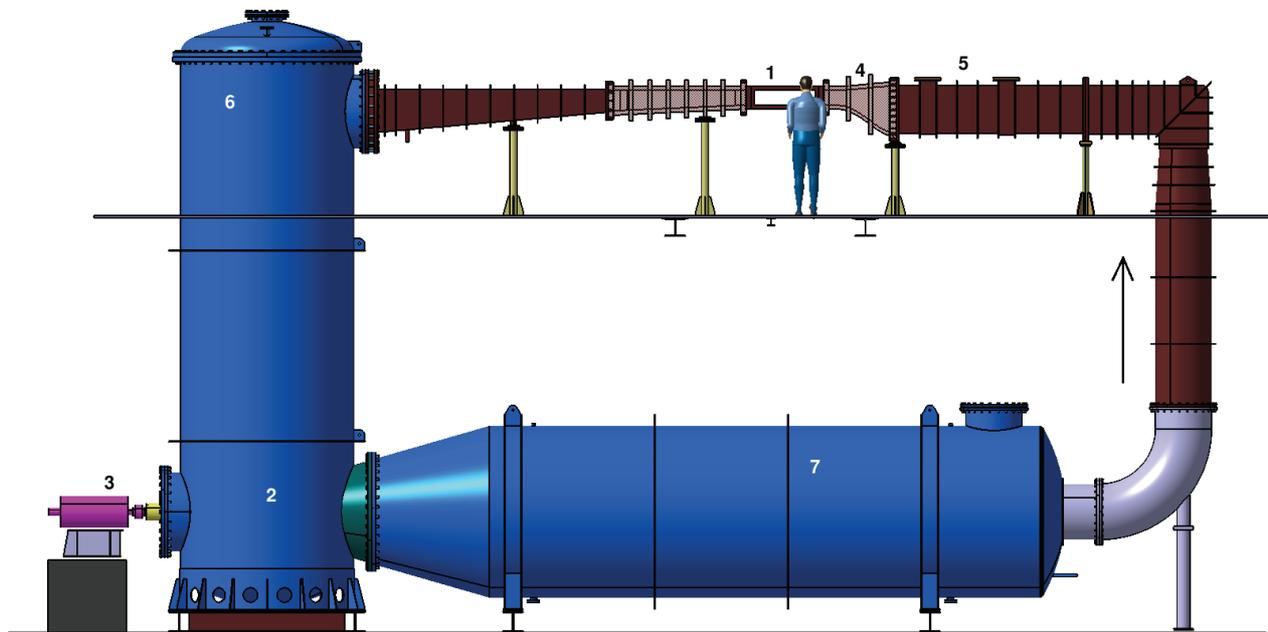


FIGURE 2.1 – Vue schématique du tunnel hydrodynamique de l'IRENav

Le réglage de la pression dans le tunnel se fait par l'intermédiaire d'une cuve dite "aval" (6) qui permet de disposer d'une surface libre. Le volume d'air contenu au dessus de la surface peut alors être raccordé via deux servo-vannes soit à un ballon maintenu à 6 bar par un compresseur, soit à un autre ballon tiré au vide par une pompe à vide. Il est ainsi possible de faire varier la pression dans la veine d'essais entre 0,1 et 3 bar. Une troisième vanne permet de relier le volume d'air à la pression atmosphérique.

Un automate programmable assure le contrôle de l'installation et sa régulation. Cette dernière est assurée par deux capteurs de pression piézo-électriques Paroscientifique. Le premier prend la pression moyenne sur trois prises réparties à l'amont du convergent. Le second prend la pression en entrée de veine sur une prise située sur la paroi inférieure. L'automate dispose ainsi de la pression en entrée de la veine et peut calculer la vitesse débitante à partir de la différence de pression entre l'amont et l'aval du convergent.

L'automate programmable envoie ensuite les consignes sur les régulateurs de pression et vitesse. Les premiers sont de type Yokogawa de précision théorique 2,5 mbar. Ils sont montés sur les servo-vannes. Le second de type Elvovert XD 37kW 400 V a une précision sur la vitesse de rotation de l'hélice de 0,1%. Il est installé sur le moteur électrique.

Un résorbeur (7) est utilisé pour diminuer la teneur en bulles de l'écoulement. Sa présence permet d'éviter que des bulles entraînées par l'écoulement ne soient réintroduites dans la veine.

2.2. Les hydrofoils instrumentés

2.2.1. Une géométrie commune

Deux profils portants de même géométrie sont utilisés dans cette étude : il s'agit de NACA66-312(mod.) avec une longueur de corde de 150 mm, une envergure de 191 mm pour un angle de portance nul à $-2,35^\circ$, un taux de cambrure de 2% et une épaisseur relative de 12% (Photos des deux versions sur la figure 2.2).

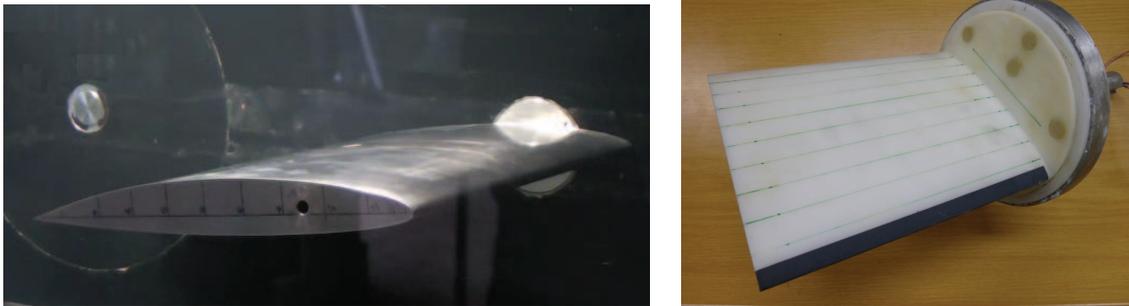


FIGURE 2.2 – Photos des profils portants rigide à gauche et flexible à droite (Le profil flexible est équipé de sa bande rugueuse)

Les deux profils dans cette étude sont complétés par une bande rugueuse au bord d'attaque. Celle-ci permet de s'affranchir du comportement transitoire de la couche limite pour des incidences comprises entre 3° et 6° . A ces incidences, le point de décollement situé initialement au bord de fuite bascule vers le bord d'attaque. Lors de cette phase, un bulbe de décollement laminaire apparaît et modifie le comportement du profil. Le but de cette étude n'est pas de traiter cette problématique, c'est la raison pour laquelle on utilise des bandes rugueuses. D'autres études portant sur le bulbe de décollement laminaire et les effets de transition sont disponibles [32]. La bande rugueuse utilisée a une épaisseur de rugosité de 15,3 micromètres qui est définie suite à de précédentes expériences [28].

Lors des essais, les profils sont montés afin d'avoir un côté « encastré » à la veine d'essais et l'autre extrémité de l'envergure libre. L'incidence des profils vis-à-vis de l'écoulement est réglable. Le montage du foil flexible est présenté sur la figure 2.3. Il est composé d'un montage par clavette du profil sur l'axe de sortie d'un moto-réducteur compact de type HarmonicDrive.

2.2.2. Des caractéristiques différentes

Le premier hydrofoil, dit rigide, est réalisé en acier inoxydable, ce qui lui confère une grande rigidité. Il a pour but de permettre la validation du modèle fluide sans la prise en compte de la déformation de la structure. Ce profil est utilisé pour des mesures d'efforts hydrodynamiques à l'aide d'une balance et pour des mesures de pression à la paroi lors des calculs cavitants. La figure 2.4 donne la position des différents capteurs de pression du foil rigide utilisé lors des essais. Les résultats exploités sur ce profil proviennent des travaux de Delafin [28] dans le cas d'écoulements non cavitants et de Leroux [63] pour les écoulements cavitants.

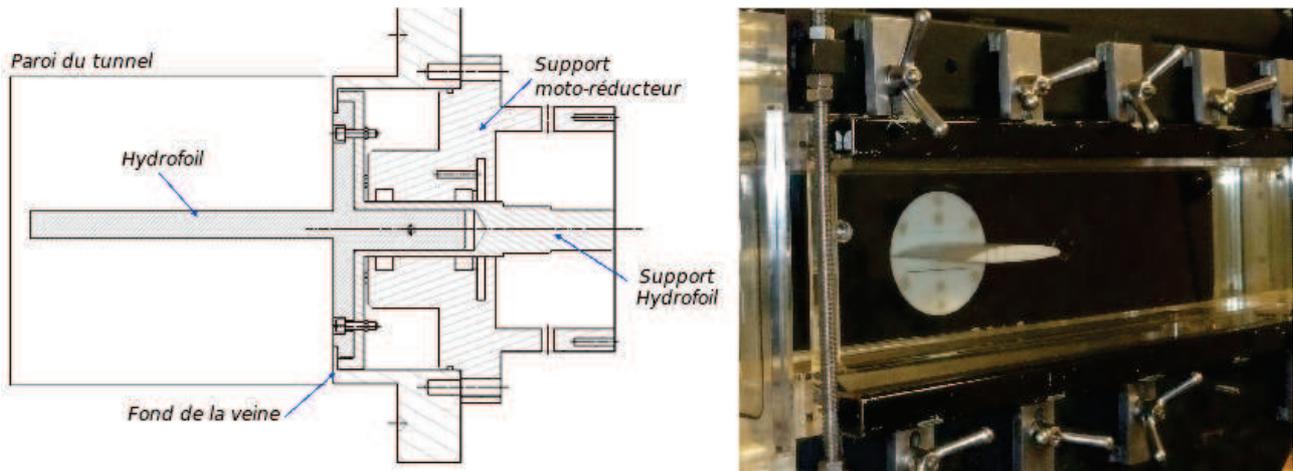


FIGURE 2.3 – Montage de l'hydrofoil flexible dans la veine d'essai

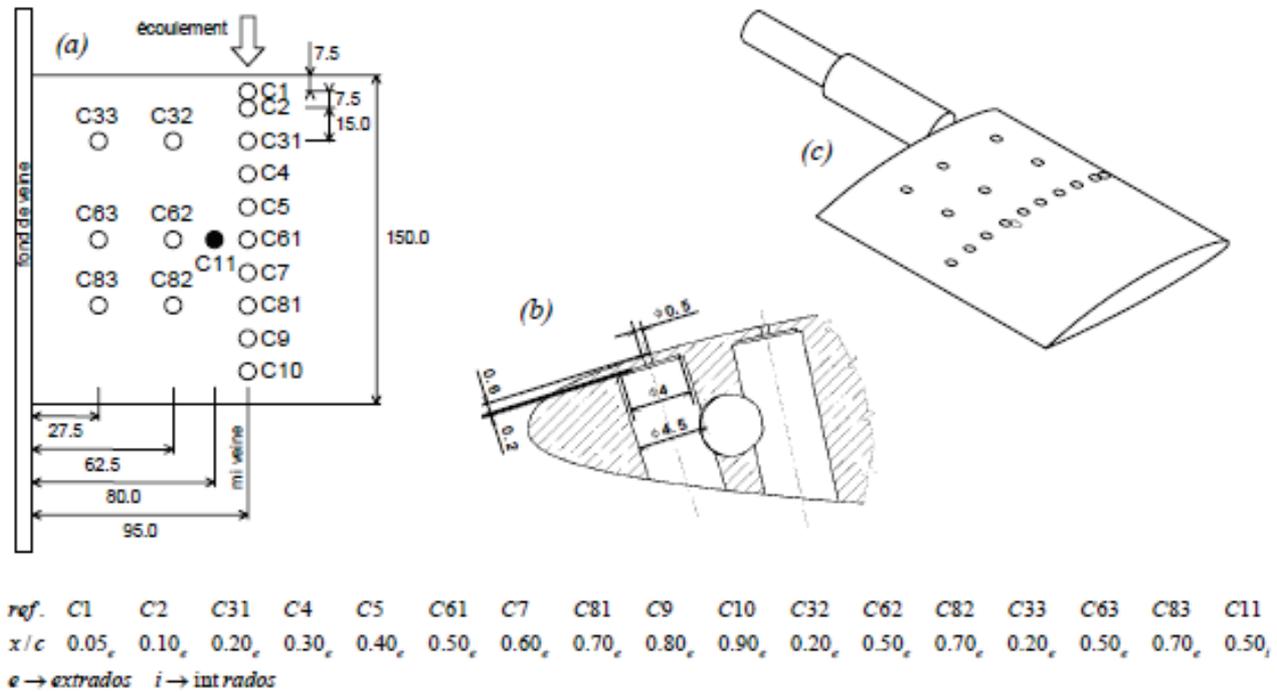


FIGURE 2.4 – a) Schéma d'implantation des capteurs de pression pariétaux du foil rigide; b) Vue en coupe des cavités de montage des capteurs de pression c) Vue en perspective isométrique du foil rigide source : Mémoire de thèse de Leroux [63]

Le second hydrofoil, dit flexible ou souple, est réalisé en polyacetate (POM). Cette matière lui confère une flexibilité en bout de pale de l'ordre de quelques millimètres pour une vitesse d'écoulement de 5 m/s. Les caractéristiques du matériaux POM C sont données dans le tableau 2.1.

Module d'Young	Coefficient de Poisson	Masse volumique
3100 MPa	0,35	1480 kg.m ⁻³

TABLE 2.1 – *Caractéristiques mécaniques du polyacetate utilisé pour la réalisation de l'hydrofoil flexible*

L'hydrofoil flexible est équipé de jauges extensométriques qui mesurent la déformation locale du profil. Ces jauges montées en pont offrent la possibilité de déterminer les déformations et contraintes principales dans deux directions. Il est possible d'exprimer les contraintes au point de mesure par une valeur équivalente du type contraintes de Von Mises (voir annexe C). La figure 2.5 montre la position des jauges.

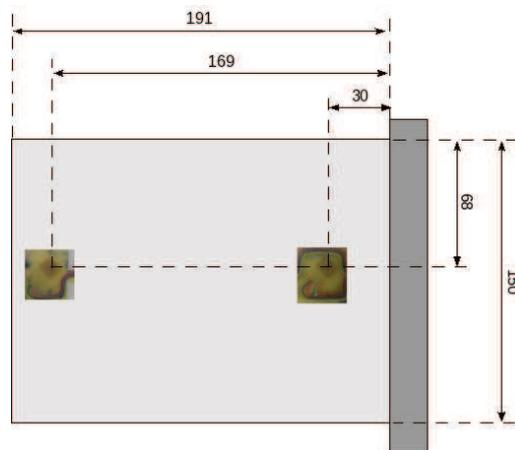


FIGURE 2.5 – *Positions des jauges extensométriques de l'hydrofoil flexible*

2.3. Autres moyens de mesures

En plus des capteurs installés sur les hydrofoils, un vibromètre laser et des caméras rapides sont utilisés lors des essais.

Le vibromètre laser permet de mesurer les vibrations du profil portant en utilisant le principe de l'effet Doppler. La matière constituant le profil portant n'est pas très réfléchissante, pour améliorer la mesure des pastilles réfléchissantes sont fixées à l'intrados du profil portant. La mesure est effectuée sur l'intrados afin de ne pas être perturbée par une poche de cavitation. Cet appareil permet de connaître les fréquences d'oscillations du profil mais également les amplitudes de ces oscillations en vitesse et en déplacement.

La caméra rapide permet de prendre des images à une fréquences élevées. Lors des essais, les caméras rapides sont paramétrées pour enregistrer 500 images par seconde contre 25 pour une caméra classique. Il est ainsi possible de suivre des mouvements vibratoires, ou tout phénomène rapide tel qu'un choc ou une explosion. Dans notre cas, les caméras sont employées dans les cas cavitants afin d'avoir une image de la poche de cavitation et ainsi de pouvoir mieux comprendre sa dynamique. Les images obtenues

permettent également de réaliser des comparaisons qualitatives entre les formes de poches obtenues en essais et en simulations numériques.

Lors des essais monophasiques, le profil portant subit une déformation considérée comme statique. La déformation du profil est mesurée à partir de photographies prises dans l'axe de l'envergure. Une première série de photographies est réalisée sans écoulement dans le tunnel, c'est-à-dire sans déformation du profil. Ensuite, la vitesse d'écoulement est portée à la valeur désirée. Une nouvelle série de photographies est prise une fois la déformation du foil stabilisée. Par la suite, un traitement d'image permet de récupérer la position du bord d'attaque et du bord de fuite sur chaque photographie puis de déterminer le déplacement. La même méthode a été tentée sur les images provenant des caméras rapides mais la présence de la poche perturbe le post traitement et ne permet pas d'extraire correctement les déplacements.

2.4. Incertitudes

On doit distinguer, l'incertitude des mesures de celle sur le réglage du tunnel hydrodynamique. La première incertitude est obtenue par les fluctuations temporelles de la mesure des pressions pariétales pour le profil rigide et des déformations pour le profil flexible. L'incertitude est ici déterminée à travers une mesure suffisamment longue dans le temps pour pouvoir déterminer une valeur moyenne et un écart-type.

Dans le second cas, il faut comprendre que la régulation du tunnel ne permet pas de maintenir parfaitement une valeur fixe de vitesse V_{veine} , pression P_{veine} et par conséquent du nombre de cavitation σ_{veine} . Ces trois valeurs sont reliées par la définition du nombre de cavitation :

$$\sigma_{\text{veine}} = \frac{P_{\text{veine}} - P_{\text{vapeur}}}{\frac{1}{2} \rho V_{\text{veine}}^2} \quad (2.1)$$

Il suffit d'imposer deux valeurs pour connaître la troisième. La conception du tunnel fait que la pression et la vitesse sont mesurables, le nombre de cavitation étant calculé à partir de ces grandeurs. Le système de régulation de la vitesse et de la pression ne permet pas de maintenir des valeurs parfaitement constantes. On constate, sur les valeurs mesurées, des fluctuations pouvant être significatives pour l'écoulement. Dans les cas monophasiques, la variation de la pression n'est pas gênante, seule celle de la vitesse peut avoir une influence. Par contre, dans le cas cavitant, une faible fluctuation de pression peut permettre la formation d'une poche instable.

Concrètement, on impose une consigne en tunnel sous la forme d'une vitesse et d'une pression qui se traduisent par un nombre de cavitation. Lors des essais, les valeurs mesurées par le tunnel sont récupérées (voir tableau 2.2). On constate que si l'on applique les pressions et vitesses mesurées à l'équation (2.1), on n'obtient pas la bonne valeur du nombre de cavitation. On choisit de recalculer les trois grandeurs de pression, vitesse et nombre de cavitation à partir des valeurs mesurées à l'aide des formulations suivantes :

$$V_{\text{rec}} = \sqrt{\frac{P_{\text{veine}} - P_{\text{vapeur}}}{\frac{1}{2} \rho \sigma_{\text{veine}}}} \quad (2.2)$$

$$P_{\text{rec}} = \sigma_{\text{veine}} \frac{1}{2} \rho V_{\text{veine}}^2 + P_{\text{vapeur}} \quad (2.3)$$

$$\sigma_{\text{rec}} = \frac{P_{\text{veine}} - P_{\text{vapeur}}}{\frac{1}{2} \rho V_{\text{veine}}^2} \quad (2.4)$$

Valeurs mesurées			Valeurs recalculées			Écarts		
σ_{veine}	P_{veine}	V_{veine}	σ_{rec}	P_{rec}	V_{rec}	$ \sigma_{\text{veine}} - \sigma_{\text{rec}} $	$ P_{\text{veine}} - P_{\text{rec}} $	$ V_{\text{veine}} - V_{\text{rec}} $
-	Pa	m/s	-	Pa	m/s	-	Pa	m/s
1,4	19300	5,08	1,32	20532	4,93	0,08	1052	0,15
1,5	28400	5,02	2,07	21186	5,90	0,06	786	0,11
1,57	22000	5,03	1,56	22143	5,01	0,01	144	0,02
1,62	21800	5,00	1,56	22774	4,91	0,08	974	0,12
1,83	24400	5,01	1,76	25422	4,92	0,08	1023	0,11

TABLE 2.2 – Valeurs mesurées et recalculées de la pression, de la vitesse et du nombre de cavitation pour les essais cavitants à 6° et écarts entre ces valeurs

On calcule ensuite les écarts entre les valeurs mesurées et recalculées (voir tableau 2.2). On choisit les incertitudes, ΔV et $\Delta \sigma$, comme étant égales à l'écart constaté sur l'essai. A partir de ces deux incertitudes, on se propose de déterminer celle de la pression ΔP en utilisant la définition du nombre de cavitation, soit :

$$P = P_{\text{vapeur}} + \sigma_{\text{veine}} \frac{1}{2} \rho V^2 \quad (2.5)$$

L'incertitude est obtenue à partir des dérivées partielles de P :

$$\Delta P = \frac{\partial P}{\partial \sigma} \Delta \sigma + \frac{\partial P}{\partial V} \Delta V \quad (2.6)$$

On obtient :

$$\Delta P = \frac{1}{2} \rho V_{\text{veine}}^2 \Delta \sigma + \sigma_{\text{veine}} \rho V_{\text{veine}} \Delta V = (P - P_{\text{vapeur}}) \left[\frac{\Delta \sigma}{\sigma_{\text{veine}}} + 2 \frac{\Delta V}{V_{\text{veine}}} \right] \quad (2.7)$$

Les valeurs d'incertitudes sont présentées dans le tableau 2.3. Par exemple, pour la pression à $\sigma=1,4$ nous obtenons une incertitude $\Delta P = 2071$ Pa. Cette valeur est suffisamment importante pour modifier sensiblement le résultat lors d'une simulation numérique cavitante. Par contre, elle est sans effet sur les simulations non-cavitantes.

σ_{veine}	1,4	1,5	1,57	1,62	1,83
Incertitude [Pa]	2070	1570	285	1943	2039

TABLE 2.3 – Incertitude sur la pression pour les différents nombres de cavitation à une incidence de 6°

2.5. La détermination expérimentale des modes et fréquences propres

Lors de cette étude, nous avons besoin de connaître les fréquences et modes propres du profil portant flexible afin de caractériser, dans un premier temps, le profil portant en fréquentiel. Dans un second temps, la connaissance des fréquences propres permettra de caractériser le couplage. Pour mener à bien ce travail, nous avons retenu une approche expérimentale et une approche numérique.

Afin d'être le plus représentatif du système, les mesures ont été réalisées sur le profil flexible monté dans le tunnel conformément à la configuration des essais précédents. Les mesures sont réalisées avec la veine remplie d'eau puis vidée de son eau.

2.5.1. Mesures en air

2.5.1.1. Mode opératoire

La détermination des modes et fréquences propres nécessite de disposer d'une excitation et d'un système de mesure. Dans notre cas, l'excitation est fournie par un marteau de choc et la mesure effectuée par un vibromètre laser sur un maillage de points à la surface du profil. L'excitation au marteau de choc permet d'avoir une référence de bonne qualité pour le calcul de la fonction de transfert, à partir de laquelle sont déterminées les fréquences propres.

Les valeurs présentées sont obtenues en moyennant les résultats sur 16 mesures successives, lesquelles sont réalisées d'une manière aussi répétitive que possible en force et point d'impact. Les réglages des taux d'échantillonnage donnent une fréquence précise à $\pm 1,56$ Hz. Les valeurs des fréquences et les déformées modales ont été confirmées par des essais au cours desquels un pot vibrant a été utilisé pour exciter le profil sur ces différents modes.

2.5.1.2. Fréquences et modes propres

La figure 2.6 présente la fonction de transfert dite mobilité, laquelle est définie comme le rapport de la réponse en vitesse V_{reponse} par l'excitation en accélération $A_{\text{Excitation}}$:

$$H = \frac{V_{\text{reponse}}}{A_{\text{Excitation}}} \quad (2.8)$$

Les fréquences propres obtenues sont présentées dans le tableau 2.4 avec les déformées correspondantes. Le premier chiffre du type de mode correspond au nombre de nœuds de vibrations dans le sens de l'envergure et le second au nombre de nœuds dans le sens de la corde. Le premier mode, à 92 Hz, est donc un mode de flexion dans l'envergure, suivi par un mode de torsion à 361 Hz.

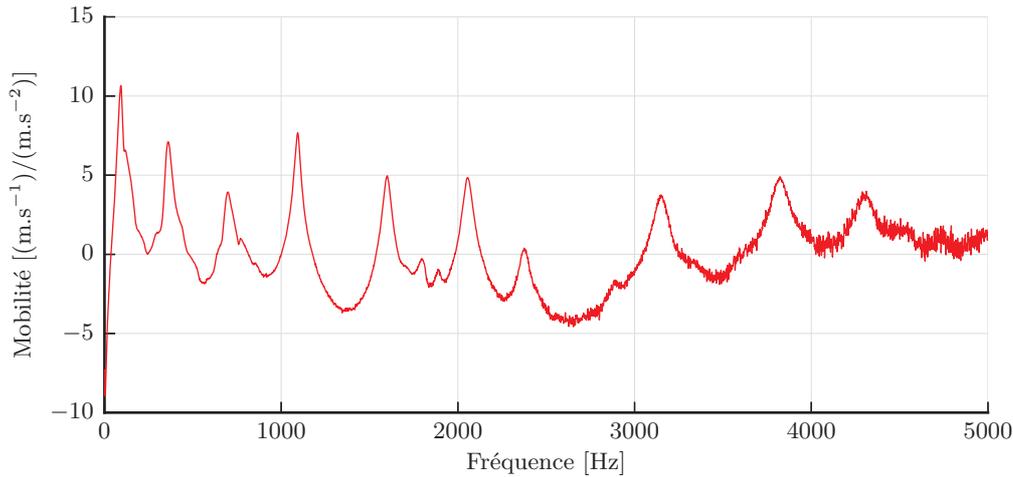


FIGURE 2.6 – *Fonction de transfert mobilité (réponse en vitesse/excitation en accélération) obtenue pour les mesures moyennées pour l'ensemble des points du maillage.*

2.5.2. Mesures en eau

2.5.2.1. Mode opératoire

Pour les mesures en eau, le marteau de choc n'étant plus utilisable, un écoulement permet d'obtenir l'excitation de la structure. La vitesse de ce dernier est fixée à 5 m/s et les mesures sont réalisées par le vibromètre laser en deux points de la surface du profil. Des essais effectués par Becdelièvre en 2009 [26] permettent de connaître les déformées modales et de confirmer les fréquences des modes propres.

2.5.2.2. Fréquences et modes propres

On obtient les fréquences propres du tableau 2.5. Ces fréquences sont comparables à celles obtenues par un mode opératoire similaire par de Becdelièvre en 2009. Les déformées modales déterminées lors de ces essais sont également présentées dans le tableau 2.5. La figure 2.7, présente l'amplitude de la réponse en vitesse obtenue en fonction de la fréquence.

On constate une diminution de la fréquence propre du premier mode par un facteur supérieur à 2. Cette diminution montre l'importance des effets inertiels du fluide que l'on peut traduire par une masse ajoutée.

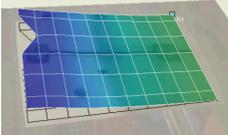
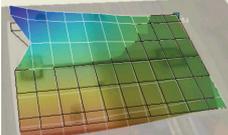
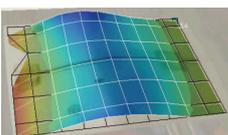
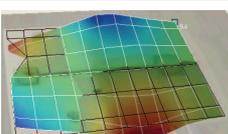
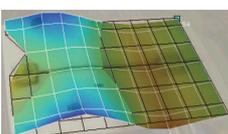
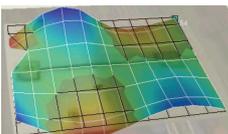
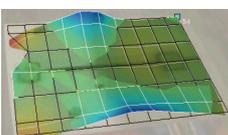
Mode	Type	Fréquence [Hz]	Déformée
1	1.0	92	
2	1.1	361	
3	2.0	697	
4	2.1	1094	
5	3.1	1600	
6	3.2	2056	
7	2.1	2375	

TABLE 2.4 – Fréquences et déformées modales expérimentales de l'hydrofoil monté dans le tunnel en air obtenues pour les mesures sur le maillage

2.5.3. Masses ajoutées expérimentales

En supposant les couplages de modes négligeables, les modes propres du système en eau et en air peuvent être identiques. Les éléments propres de la structure seule sont donnés par :

$$(-\omega_S^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) \mathbf{X}_S = 0 \quad (2.9)$$

et ceux de la structure couplée avec le fluide par :

$$(-\omega^2 (\mathbf{M} + \mathbf{M}_a) + \mathbf{K}) \mathbf{X} = 0 \quad (2.10)$$

avec \mathbf{M}_a la matrice de masse ajoutée. Par projection sur un mode X_n :

$$-\omega_{S_n}^2 M_n + K_n = 0 \quad (2.11)$$

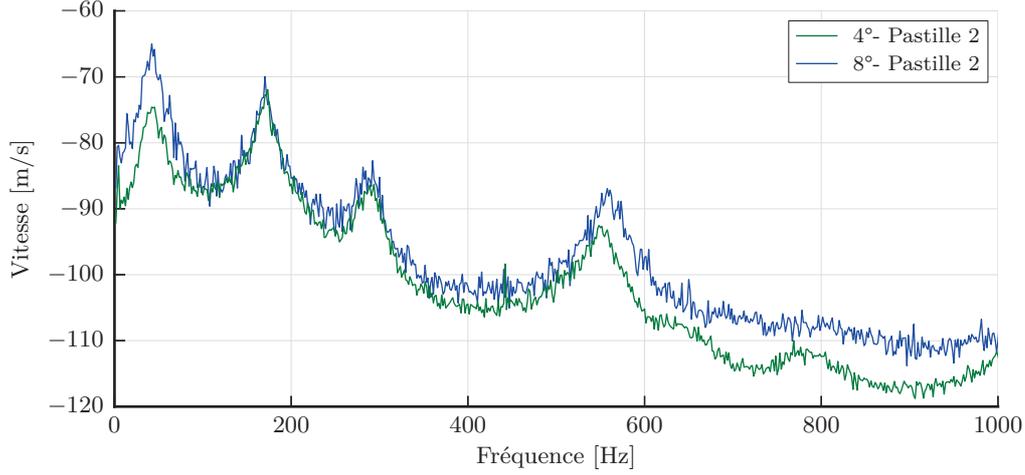


FIGURE 2.7 – Amplitude de la vitesse de déplacement du foil en eau en dB en fonction de la fréquence en Hz

pour la structure seule et :

$$-\omega_n^2(M_n + M_n^a) + K_n = 0 \quad (2.12)$$

pour la structure en eau. Ceci est vrai si les modes X_n dans le vide et en eau sont très similaires et qu'ils sont orthogonaux vis-à-vis de la matrice M_a .

Soit les pulsations propres suivantes :

$$\omega_S = \sqrt{\frac{K_n}{M_n}} \quad \omega_n = \sqrt{\frac{K_n}{M_n + M_n^a}} \quad (2.13)$$

Le rapport des pulsations propres β_n du mode n s'écrit :

$$\beta_n = \frac{\omega_n}{\omega_{S_n}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{M_a}{M_n}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu_n}} \quad (2.14)$$

β_n est déterminé analytiquement et le coefficient de masse ajoutée μ_n en est déduit. On obtient alors les résultats présentés dans le tableau 2.6.

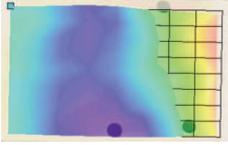
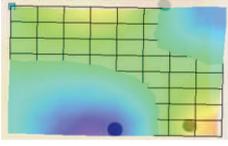
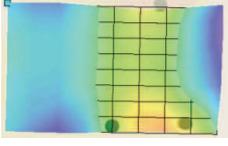
Mode	Type	Fréquence [Hz]	Déformée
1	1.0	41	
2	1.1	168-169	
3	2.0	285-293	
4	2.1	556-565	
5	2.0	1034-1045	

TABLE 2.5 – Fréquences propres et déformées modales expérimentales de l'hydrofoil monté dans le tunnel en eau obtenues en 2011 et 2009 (le point bleu est encastré au bord d'attaque)

Mode	Type	Coefficient de masse ajoutée
		μ_n
1	1.0	4,0
2	1.1	3,6
3	2.0	5,0
4	2.1	2,7

TABLE 2.6 – Coefficient de masses ajoutées obtenues expérimentalement à partir des fréquences en air et en eau

Chapitre 3

Approche numérique

Ce chapitre est consacré à la modélisation numérique des essais. Dans un premier temps, le cas traité expérimentalement est écrit sous forme mathématique avec les principales hypothèses retenues. Ensuite, le choix de la méthode de résolution des cas flexibles est justifié avant d'introduire les modèles employés lors du couplage. Dans un second temps, les méthodes de discrétisations des sous-problèmes fluide et structure sont présentées. La dernière partie concerne les méthodes utilisées pour la détermination numérique des modes et fréquences propres de l'hydrofoil.

3.1. Mise en équation du problème

Le problème d'interaction fluide-structure à résoudre correspond au cas d'un hydrofoil flexible se déformant sous l'effet d'un écoulement, le cas rigide revenant à résoudre uniquement la partie fluide du problème. La figure 3.1 schématise le problème.

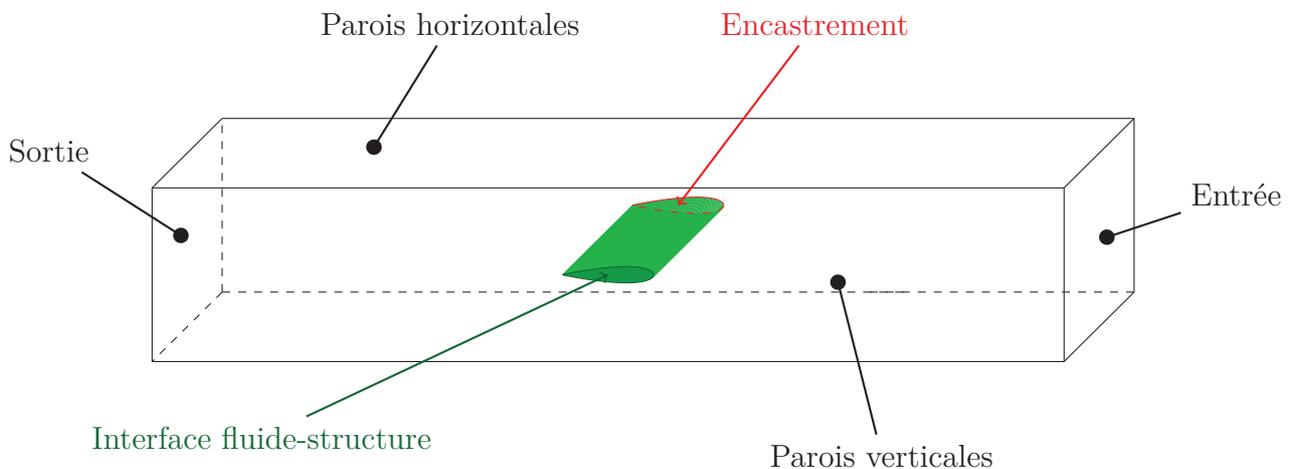


FIGURE 3.1 – Représentation schématique du problème - l'écoulement arrive de la droite

Le domaine fluide Ω_F consiste en un écoulement d'eau régi par les équations de Navier-Stokes (éq. 3.1 et 3.2) pour un fluide newtonien à masse volumique variable, qui s'écrivent :

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{v}) = 0 \quad \text{dans } \Omega_F \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \rho_f \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \left(\mu \left(\nabla \mathbf{v} + {}^t \nabla \mathbf{v} \right) - \frac{2}{3} \mu \mathbf{I} \nabla \cdot \mathbf{v} \right) \quad \text{dans } \Omega_F \quad (3.2)$$

avec ρ_f la masse volumique du mélange liquide-vapeur, \mathbf{v} le vecteur vitesse, p la pression, μ la viscosité dynamique et \mathbf{I} le tenseur identité.

Les vitesses d'écoulement (5 m/s) mises en jeu sont faibles devant la vitesse du son dans l'eau liquide (1500 m/s), on peut donc considérer l'écoulement incompressible. De plus, l'influence des variations de température étant négligeable, on peut supposer les propriétés du fluide constantes. Cependant, lors de l'implosion des cavités de vapeur, il peut apparaître localement des variations brutales de températures, vitesses et pressions qui ne permettent plus de respecter l'hypothèse d'incompressibilité. Ces conditions se produisent très localement, leur influence sur l'écoulement moyen reste très faible, c'est pourquoi nous avons choisi de travailler avec une hypothèse d'incompressibilité. Chaque phase, liquide et vapeur, a donc une masse volumique constante. Le mélange de ces phases n'est pas constant sur le domaine par conséquent, la masse volumique du mélange est variable.

Les frontières du domaine correspondent aux conditions aux limites suivantes :

- les parois horizontales et verticales du tunnel où l'on impose aux trois composantes de la vitesse une valeur nulle : $\mathbf{v} = \mathbf{0}$;
- l'entrée du domaine avec une vitesse normale fixée à 5 m/s et les autres composantes nulles : $\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = v_{entree}$;
- la sortie du domaine avec une pression réglée suivant les cas (égale à la pression atmosphérique dans les cas non cavitants) $p = p_{veine}$;
- la paroi du foil qui correspond à l'interface fluide-structure est traitée comme une paroi mobile avec une condition de continuité des vitesses à l'interface (éq. 3.3). On constate que cette condition fait intervenir le déplacement de la structure \mathbf{u} . Il s'agit de la première condition de couplage, dite cinématique.

$$\mathbf{v} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \quad (3.3)$$

Le domaine structure Ω_S est défini par l'équation de Navier pour une structure élastique homogène et isotrope :

$$\rho_s \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) = 0 \quad \text{dans } \Omega_S \quad (3.4)$$

avec $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u})$ le tenseur des contraintes.

Accompagné des conditions aux limites suivantes :

- la structure à l'encastrement qui a un déplacement nul : $\mathbf{u} = \mathbf{0}$;
- l'interface fluide-structure où il est nécessaire que les efforts exercés par le fluide sur la structure soient équilibrés par ceux de la structure sur le fluide du point de vue dynamique. Concrètement,

on impose la continuité des contraintes normales entre celles de la structure et celles du fluide. Il s'agit de la condition de couplage dynamique :

$$\sigma_{ij}(u)n_j = \left[-p\delta_{ij} + \mu \left(\nabla \mathbf{v} + \nabla^t \mathbf{v} \right) - \frac{2}{3}\mu \mathbf{I} \nabla \cdot \mathbf{v} \right] n_j \quad (3.5)$$

Dans certains cas, nous avons réalisé des simulations stationnaires pour le fluide et quasi-statiques pour la structure. Dans le cas du solveur fluide, ce choix permet de résoudre plus rapidement certains cas présentant une faible instationnarité. La méthode utilisée dans CFX utilisant un pseudo-temps, il y a peu de différences au niveau de l'algorithme. Pour la structure, une résolution quasi-statique ne prend pas en compte les effets inertiels, mais l'effort évolue entre les différentes itérations.

3.2. Justification de la méthode de résolution des cas flexibles

Il est possible de mettre en évidence, à l'aide de nombres sans dimension, la différence de physique entre l'étude de l'hydrofoil rigide métallique et celui flexible en POM. Pour ce faire, on utilise les trois nombres définis par De Langre [27], rappelés précédemment (page 10, voir 1.1.1.), à savoir les nombres de masse et de Cauchy ainsi que la vitesse réduite.

Le tableau 3.1 rappelle les définitions de ces nombres et les valeurs obtenues pour les profils rigide et flexible. On constate que les effets inertiels du fluide sont importants dans les deux cas avec une prédominance plus marquée dans le cas flexible. Il en est de même pour les temps caractéristiques. Ces deux nombres montrent qu'il est important de prendre en compte les effets inertiels, par exemple dans une analyse vibratoire. Le nombre de Cauchy, très faible pour le profil rigide, traduit la faible importance des déformations induites par l'écoulement. Au contraire, la valeur supérieure de près de deux ordres de grandeurs du nombre de Cauchy pour le cas flexible traduit l'importance des déformations induites par l'écoulement et donc la nécessité de prendre en compte l'élasticité de la structure.

	Nombre de masse	Nombre de Cauchy	Vitesse réduite
	$M_A = \frac{\rho_f}{\rho_m}$	$C_y = \frac{\rho_f v^2}{E}$	$V_r = \frac{v}{\sqrt{E/\rho_s}}$
Hydrofoil métallique	0,125	$1,2 \cdot 10^{-7}$	$9,9 \cdot 10^{-4}$
Hydrofoil POM	0,7	$8,1 \cdot 10^{-6}$	$3,45 \cdot 10^{-3}$
Rapport	5,6	67,3	3,5

TABLE 3.1 – Définitions et valeurs des nombres sans dimension caractérisant le couplage

La résolution d'un tel problème est possible par plusieurs des méthodes présentées dans les chapitres précédents. Nous avons choisi d'utiliser une approche partitionnée car elle permet de résoudre des cas de couplages intermédiaires à forts. Elle est à l'heure actuelle la méthode la plus polyvalente. En outre, cette approche donne la possibilité d'utiliser des codes existants, connus pour leur robustesse et efficacité, tant pour la partie fluide que structure.

L'un des objectifs étant de connaître les capacités des codes numériques à des fins industrielles nous avons choisi de travailler avec la suite ANSYS. Nous disposons ainsi des trois éléments nécessaires à la

résolution partitionnée, à savoir les solveurs structure et fluide ainsi que le code de couplage. Pour la structure, ANSYS Mechanical, un solveur éléments finis, est utilisé. Pour le fluide, un solveur volumes finis est utilisé, ANSYS CFX. Le couplage est effectué avec les méthodes disponibles dans ANSYS Multi-Field (MFX).

L'intérêt des codes généralistes est leur accessibilité. En effet, aucun développement de code n'est nécessaire pour résoudre notre problème. En contrepartie, le choix des méthodes et algorithmes est limité et l'utilisateur ne connaît pas le détail de leur implémentation. Afin de résoudre le problème du foil flexible cavitant, nous avons choisi de travailler par étape en validant les outils numériques par comparaison avec l'expérience. Dans la suite, nous introduisons les méthodes utilisées par le coupleur, puis par le solveur fluide et enfin par le solveur structure.

3.3. Le ciment : le code de couplage

3.3.1. L'algorithme de couplage en temps

L'algorithme de couplage temporel (voir la figure 3.2) présent dans ANSYS MFX est, d'après Menter *et al.* [70], implicite. En effet, l'algorithme proposé est partitionné et propose des itérations sur la phase de couplage. Ces dernières visent à réduire l'erreur introduite par l'échange des grandeurs à l'interface. De plus, l'algorithme présent dans MFX est synchrone et permet le sous-cyclage de la partie fluide. L'utilisateur a la possibilité de modifier le nombre maximal d'itérations par boucle itérative, ce modèle devient, pour une itération, un modèle explicite. Il n'utilise pas de prédicteur, ce qui simplifie le paramétrage. Cependant, le nombre d'itérations nécessaires sans prédicteur est de manière générale supérieur à une résolution avec prédicteur.

3.3.2. Le maillage dynamique

Le comportement du maillage dynamique est traduit sous la forme d'une équation de diffusion :

$$\nabla \cdot (k_{disp}^n \nabla \xi_i^n) = 0 \quad (3.6)$$

avec ξ_i^n le déplacement relatif du nœud n dans la direction i et k_{disp}^n la raideur du maillage au nœud n considéré. Cette raideur peut-être imposée par l'utilisateur ou être déterminée par l'une des relations suivantes :

$$k_{disp}^n = \left(\frac{1}{V}\right)^{C_{stiff}} \quad (3.7)$$

$$k_{disp}^n = \left(\frac{1}{d}\right)^{C_{stiff}} \quad (3.8)$$

La première provoque une augmentation de la raideur lorsque le volume V de la maille diminue, la seconde une augmentation de la raideur lorsque la distance d à la paroi diminue. Le coefficient C_{stiff} permet de prendre plus ou moins en compte la variation de taille ou de distance. Ces deux relations ont pour but le maintien de la qualité du maillage et de la répartition des mailles du point de vue de

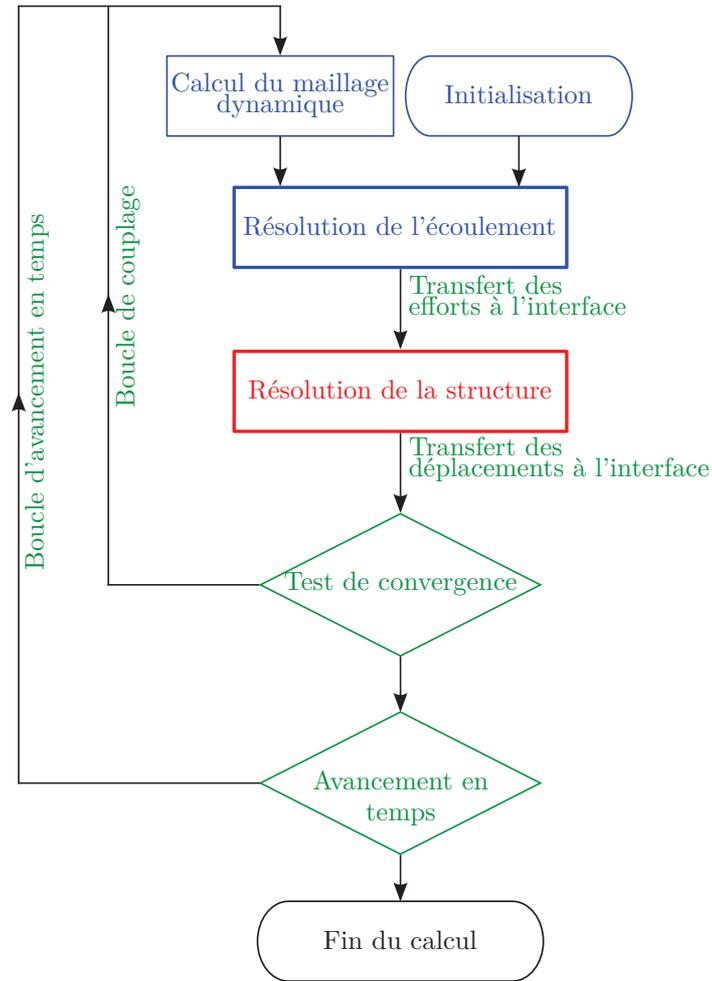


FIGURE 3.2 – *Algorithme de couplage utilisé - en bleu les éléments du solveur fluide, en rouge celui du solveur structure et en vert ceux du code de couplage*

leurs tailles. Dans notre cas, nous utilisons une raideur fonction de la distance à la paroi, la valeur par défaut du coefficient est $C_{stiff} = 10$.

L'interprétation de l'équation (3.6) est plus simple dans le cas où k_{disp}^n est constant. On se place alors dans le cas d'une équation du type ressort. Le laplacien du déplacement signifie que l'on utilise un déplacement moyenné sur les nœuds environnants.

3.3.3. Transfert des grandeurs

Les transferts de données utilisent les méthodes présentées au paragraphe 1.1.4. que sont la méthode de préservation du profil avec une méthode de mapping par *bucket* pour le transfert des déplacements, ainsi que la méthode GGI pour le transfert des efforts.

Afin d'assurer une meilleure stabilité au calcul, les grandeurs échangées sont sous-relaxées. Par exemple, la grandeur appliquée ϕ est définie par :

$$\phi = \phi_{old} + \alpha (\phi_{new} - \phi_{old}) \quad (3.9)$$

avec α le paramètre de sous-relaxation, pris par défaut à 0,75; ϕ_{old} est la valeur de ϕ à l'itération de couplage précédente et ϕ_{new} la valeur calculée à l'itération courante.

Pour chaque grandeur échangée (les efforts et les déplacements) la convergence est contrôlée. On estime la convergence atteinte lorsque :

$$\varepsilon^* = \frac{\log(\varepsilon/\beta)}{\log(10/\beta)} \leq 0 \quad (3.10)$$

avec β un paramètre de tolérance pris à 0,01 par défaut et ε défini par :

$$\varepsilon = \frac{\|\phi_{\text{new}} - \phi_{\text{old}}\|}{\|\phi_{\text{new}}\|} \quad (3.11)$$

Ceci revient à dire que le résultat est convergé à 1% près avec les valeurs par défaut.

3.4. La première brique : le solveur fluide

3.4.1. La méthode des volumes finis dans CFX

3.4.1.1. Discrétisation des équations

CFX permet la résolution des équations de Navier-Stokes par une méthode des volumes finis. Cette méthode consiste à intégrer sur un volume de contrôle (CV) les équations (3.1) et (3.2). Le volume de contrôle dans CFX est centré autour d'un nœud du maillage. Ces frontières sont des portions de médianes prises entre les limites des éléments et les points centraux de ces derniers (voir figure 3.3).

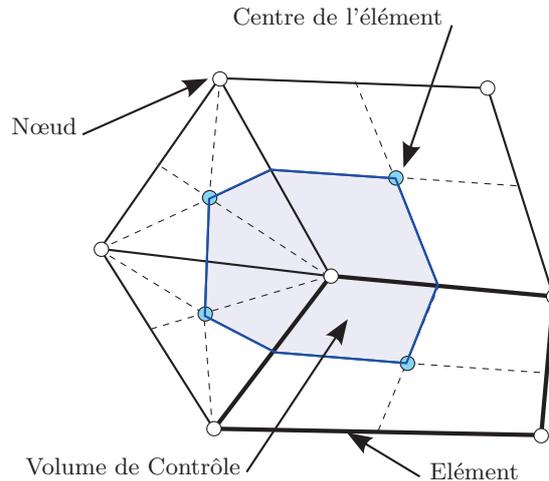


FIGURE 3.3 – Construction d'un Volume de Contrôle pour un maillage 2D sous CFX

Pour prendre en compte la déformation du maillage, on utilise une formulation ALE des équations de Navier-Stokes discrétisées sur un volume de contrôle de volume $V(t)$ et de frontière $S(t)$.

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho_f dV(t) + \int_{S(t)} \rho_f (v_j - v_j^*) dn_j = 0 \quad (3.12)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho_f v_i dV(t) + \int_{S(t)} \rho_f (v_j - v_j^*) v_i dn_j = - \int_{S(t)} p dn_j + \int_{S(t)} \left(\mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \delta_{ij} \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right) dn_j \quad (3.13)$$

La formulation ALE fait apparaître le vecteur vitesse du maillage \mathbf{v}^* . Le terme transitoire prend en compte la modification du volume du CV tandis que le terme d'advection prend en compte le transport advectif à travers la frontière mobile du volume de contrôle. La bonne détermination de ces termes passe par le respect de la loi de conservation géométrique pour éviter de créer des erreurs. Dans CFX, cette dernière est respectée en déterminant par le même algorithme le volume du CV et celui balayé par la frontière mobile [5]. La normale à la paroi n_j est orientée vers l'extérieur du volume de contrôle (CV).

a. Traitement du terme temporel

Le terme transitoire est discrétisé par une méthode d'Euler implicite du second ordre utilisant une formulation décentrée aval (*backward*), qui fait intervenir les termes du pas de temps en cours et des précédents.

La décomposition en série de Taylor au second ordre d'une fonction ψ infiniment dérivable au voisinage de i permet d'écrire :

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)_i = \frac{\psi_{t_i} - \psi_{t_{i-1}}}{t_i - t_{i-1}} - \frac{t_i - t_{i-1}}{2} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \right)_i + H \quad (3.14)$$

On obtient alors le schéma suivant pour la décomposition du terme transitoire :

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)_i = \frac{\frac{3}{2}\psi_{t_i} - 2\psi_{t_{i-1}} + \frac{1}{2}\psi_{t_{i-2}}}{\Delta t} \quad (3.15)$$

avec Δt le pas de temps. Ce schéma est conservatif en temps, implicite et robuste. De plus, le pas de temps n'est pas limité par la stabilité du schéma. La précision en temps est du second ordre mais il peut générer des oscillations non physiques.

Les termes temporels des équations de transport du modèle de turbulence ainsi que ceux de l'équation de transport pour la fraction volumique de vapeur sont discrétisés par un schéma mixte permettant de passer d'une formulation au second ordre à une formulation au premier ordre du type *haute résolution*.

b. Traitement des intégrales

Les intégrales volumiques sont discrétisées dans chaque secteur de l'élément et cumulées dans le volume de contrôle correspondant. Les intégrales surfaciques sont discrétisées aux points d'intégration (*ip*) localisés au centre des segments (voir figure 3.4). La conservation locale est garantie par le caractère égal et opposé des intégrales surfaciques de volumes de contrôles adjacents aux points d'intégrations.

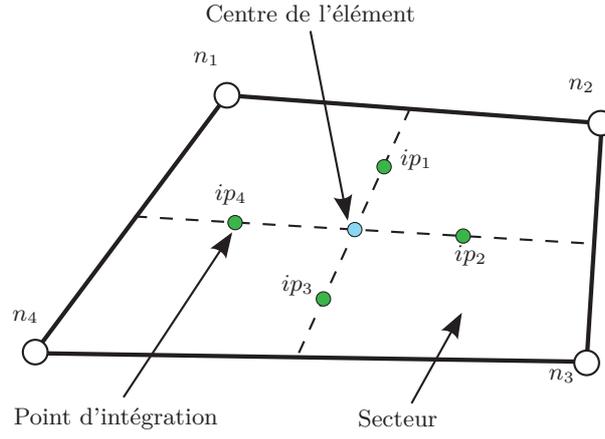


FIGURE 3.4 – Position des points d'intégrations pour un élément quadrangulaire

Les équations s'écrivent alors :

$$\frac{V}{\Delta t} \left(\frac{3}{2} \rho_f v_i - 2 \rho_f^{n-1} v_i + \frac{1}{2} \rho_f^{n-2} v_i \right) + \sum_{ip} \dot{m}_{ip} = 0 \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} \frac{V}{\Delta t} \left(\frac{3}{2} \rho_f v_i - 2 \rho_f^{n-1} v_i + \frac{1}{2} \rho_f^{n-2} v_i \right) + \sum_{ip} \dot{m}_{ip} (v_i)_{ip} = \\ \sum_{ip} (p \Delta n_j)_{ip} + \sum_{ip} \left(\mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \delta_{ij} \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \Delta n_j \right)_{ip} \end{aligned} \quad (3.17)$$

avec $\dot{m}_{ip} = \left(\rho_f (v_j - v_j^*) \Delta n_j \right)_{ip}$, V le volume du CV, Δt le pas de temps et Δn_j la normale extérieure discrète.

CFX stocke les grandeurs aux nœuds du maillage, identifié n sur la figure 3.4. Dans les équations précédentes, on constate qu'il est nécessaire d'exprimer les différentes grandeurs (vitesse, pression, fraction volumique) aux points d'intégration ip . Pour ce faire, CFX utilise des fonctions de formes, similaires à celles couramment employées en formulation éléments finis. La valeur de la grandeur ϕ aux coordonnées s, t, u est alors égale à la somme du produit des fonctions de forme de l'élément par la valeur aux nœuds :

$$\phi(s, t, u) = \sum_{i=1}^{N_{\text{nœuds}}} N_i \phi_i \quad (3.18)$$

Les mailles fluides utilisées dans cette étude sont de type hexaédrique (voir figure 3.5) et leurs fonctions de forme sont :

$$\begin{aligned}
 N_1(s, t, u) &= (1 - s)(1 - t)(1 - u) \\
 N_2(s, t, u) &= s(1 - t)(1 - u) \\
 N_3(s, t, u) &= st(1 - u) \\
 N_4(s, t, u) &= (1 - s)t(1 - u) \\
 N_5(s, t, u) &= (1 - s)(1 - t)u \\
 N_6(s, t, u) &= s(1 - t)u \\
 N_7(s, t, u) &= stu \\
 N_8(s, t, u) &= (1 - s)tu
 \end{aligned}$$

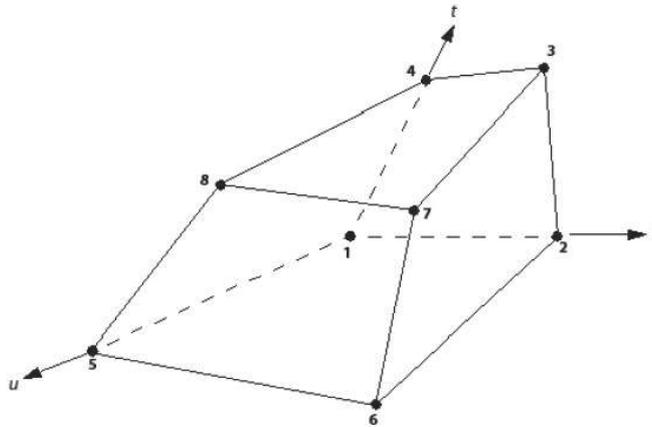


FIGURE 3.5 – Éléments hexaédrique dans son repères local (source : documentation CFX)

c. Traitement du terme de diffusion

Le terme de diffusion fait apparaître l'opérateur gradient. Ce dernier se retrouve, après l'interpolation nodale, porté par les fonctions de forme et non par les inconnues nodales :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{ip} = \sum_n \frac{\partial N_n}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{ip} \quad (3.19)$$

Le gradient des fonctions de forme peut-être soit calculé aux points d'intégration (interpolation trilineaire) soit à l'intersection des médianes et des frontières de l'élément (interpolation linéaire-linéaire).

d. Traitement de la pression

La pression n'est pas interpolée par les fonctions de forme aux points d'intégration mais à l'intersection des médianes et des frontières de l'élément (interpolation linéaire-linéaire). Dans le cas où les forces de flottabilité (*buoyancy*) et de volume sont prises en compte, une interpolation tri-linéaire est employée, ce qui n'est pas le cas ici.

e. Traitement du terme d'advection

Les variables utilisées dans le terme d'advection sont approximées par :

$$\phi_{ip} = \phi_{up} + \beta \nabla \phi \cdot \Delta \mathbf{r} \quad (3.20)$$

avec ϕ_{up} variable au nœud amont, $\Delta \mathbf{r}$ le vecteur du nœud amont aux points d'intégration. Si $\beta = 0$ le schéma est dit du premier ordre *Upwind Difference Scheme*. Avec $\beta = 1$, le schéma est du second ordre. Si le gradient de ϕ est moyenné avec les valeurs alentours, des oscillations numériques peuvent apparaître. Une autre solution consiste à utiliser la valeur locale de ϕ mais au risque de faire apparaître des erreurs numériques. Le schéma employé dans cette étude est dit à *haute résolution*, il consiste à prendre la valeur de β la plus proche de l'unité sans introduire de nouvelles erreurs.

Le gradient est approximé par l'expression suivante :

$$\nabla \phi = \frac{1}{V} \sum_{ip} (\phi \Delta \mathbf{n})_{ip} \quad (3.21)$$

avec V le volume du CV, $\Delta \mathbf{n}$ la normale extérieure et ϕ la grandeur approximée par les fonctions de forme.

Dans le cas des équations de transport pour le modèle de turbulence et la fraction volumique de vapeur, une formulation similaire est utilisée.

f. Traitement de la vitesse dans le terme de « débit massique »

Les grandeurs de vitesse et de pression sont stockées aux nœuds du maillage. Cette configuration dite « collocalisée » introduit un découplage pression-vitesse (aussi dit pair-impair) qui se caractérise par une mauvaise estimation de la pression, voire l'apparition d'une pression en damier. Cette erreur est corrigée par l'utilisation d'une correction sur l'interpolation de la vitesse dans le terme de « débit massique ». CFX utilise une interpolation proche de celle proposée par Rhie et Chow [89].

$$\mathbf{v}_{i,ip} = \overline{\mathbf{v}_{i,ip}} + f_{ip} \left(\frac{\partial p}{\partial \mathbf{x}_{i,ip}} + \frac{\partial \bar{p}}{\partial \mathbf{x}_{i,ip}} \right) - C_{ip} f_{ip} \left(\mathbf{v}_{i,ip}^o - \overline{\mathbf{v}_{i,ip}^o} \right) \quad (3.22)$$

avec C_{ip} et f_{ip} des coefficients fonctions du pas de temps, du volume du CV et de la masse volumique. La barre indique une moyenne sur les nœuds voisins du point d'intégration. Le o indique la valeur au pas de temps précédent.

3.4.1.2. Résolution du système d'équations algébriques

Une fois les différentes équations discrétisées, on réalise l'assemblage du système d'équations. On obtient alors un système matriciel linéaire du type :

$$[A]\phi = b \quad (3.23)$$

avec ϕ le vecteur des inconnues comprenant les trois composantes du vecteur vitesse et la pression :

$$\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ p \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

et $[A]$ la matrice des coefficients qui est de dimension 4×4 .

La résolution de ce système est possible soit par une approche découplée, soit par une approche couplée. Le solveur utilisé dans cette étude repose sur une résolution couplée du système précédent. Cette approche est supposée être plus rapide mais nécessite le stockage en mémoire d'un plus grand nombre de variables. La résolution repose sur une méthode de type *Incomplete Lower Upper* (ILU). On part d'une solution approchée ϕ^n améliorée par une correction ϕ' qui donne une solution ϕ^{n+1} meilleure que ϕ^n :

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \phi' \quad (3.25)$$

avec ϕ' solution de :

$$A\phi' = r^n \quad (3.26)$$

et r^n le résidu à l'itération n :

$$r^n = b - A\phi^n \quad (3.27)$$

La répétition de cet algorithme permet d'atteindre des niveaux de convergence importants. Cependant, le coût d'une telle méthode augmente fortement avec le nombre d'éléments et avec leur mauvaise qualité (rapport d'aspect important).

Afin d'accélérer la convergence, une méthode *Multigrid Algebraic* est utilisée. Elle consiste à résoudre le système précédent sur des maillages de plus en plus grossiers. Les premières itérations sont effectuées sur le maillage réel fin puis les suivantes sur des maillages de plus en plus grossiers. Le résultat est ensuite renvoyé vers le maillage fin (voir figure 3.6).

Le passage d'un maillage fin vers un maillage grossier se fait en sommant les équations du maillage fin précédent. Cette technique permet de ne pas re-discrétiser les équations sur les maillages précédents, ce qui est plus économe en temps de calcul.

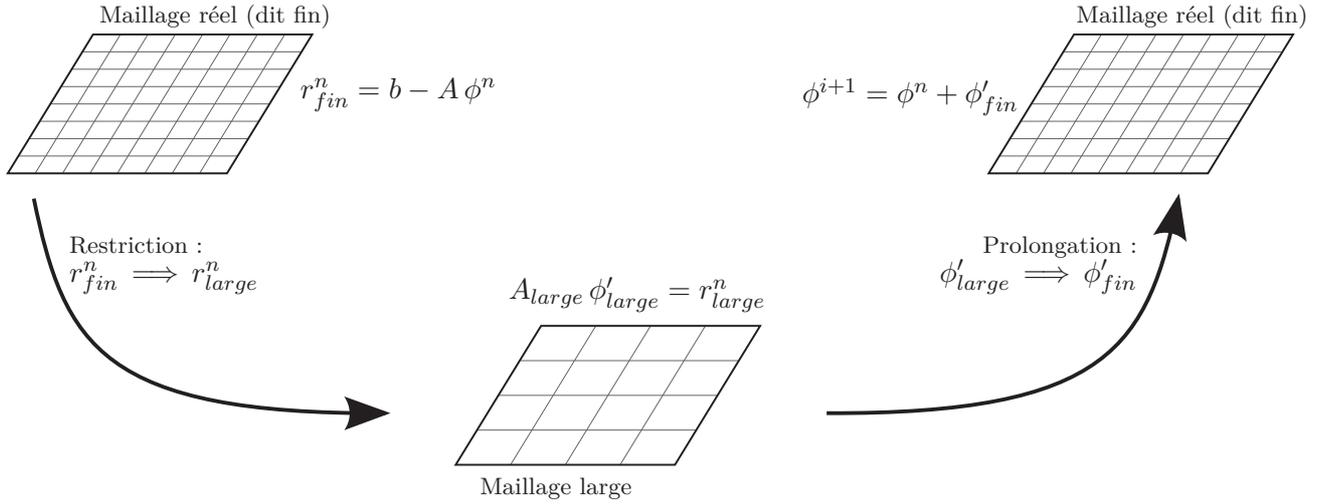


FIGURE 3.6 – Schématisation de l’algorithme de résolution Multigrid

Le contrôle des résidus permet de vérifier la convergence du calcul. Pour ce faire, le résidu est normalisé par :

$$\tilde{r} = \frac{r}{a_p \Delta \phi} \tag{3.28}$$

avec a_p une grandeur représentative des coefficients de $[A]$ et $\Delta \phi$ la variation de la grandeur ϕ sur le volume de contrôle.

3.4.2. Le traitement de la turbulence

3.4.2.1. Justification de la prise en compte de la turbulence

On peut montrer, en approximant le foil par une plaque plane, que l’écoulement est turbulent puisque le nombre de Reynolds est supérieur au Reynolds critique de 5×10^5 [2] :

$$Re = \frac{CV}{\nu} = \frac{0,15 \times 5}{1 \times 10^{-6}} = 7,5 \times 10^5 \tag{3.29}$$

Cependant, le profil portant retenu pour l’étude peut développer une couche limite laminaire au bord d’attaque, qui ne devient turbulente qu’après un point de détachement. La prise en compte de ce phénomène est possible avec un modèle de transition [28]. L’utilisation de la bande rugueuse lors des essais permet de s’affranchir de ce problème. La bande rugueuse favorise la turbulence, dès lors l’écoulement est pleinement turbulent autour du foil.

La modélisation de la turbulence est obligatoire dans la plupart des cas en raison de la puissance de calcul trop importante requise pour la résolution directe des équations de Navier-Stokes (maillage et pas de temps très fins). La méthode de modélisation utilisée est basée sur les équations de Navier-Stokes moyennées en utilisant la décomposition de Reynolds laquelle partage les grandeurs de vitesse et de pression en une partie moyenne \bar{v} et une autre fluctuante v' , $v = \bar{v} + v'$. Dans le cas instationnaire, on appelle ces équations *Unsteady Reynolds Avergered Navier-Stokes* (URANS) ; elles s’écrivent :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_f + \nabla \cdot (\rho_f \bar{v}) = 0 \tag{3.30}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_f \bar{\mathbf{v}}) + \nabla \cdot (\rho_f \bar{\mathbf{v}} \otimes \bar{\mathbf{v}}) = -\nabla \bar{p} + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} + \mathbf{R}) \quad (3.31)$$

avec $\boldsymbol{\tau}$ le tenseur des contraintes (exprimé en vitesse moyenne). Les termes moyennés sont résolus par les méthodes vues au paragraphe précédent.

Le terme $\mathbf{R} = -\rho_f \overline{\mathbf{v}' \otimes \mathbf{v}'}$ est le tenseur des contraintes de Reynolds. Il représente la turbulence et doit être modélisé. L'une des approches les plus courantes consiste à utiliser l'approximation de Boussinesq, c'est-à-dire introduire la notion de viscosité turbulente μ_t :

$$\mathbf{R} = \mu_t \left(\nabla \bar{\mathbf{v}} + {}^t \nabla \bar{\mathbf{v}} \right) - \frac{2}{3} \rho_f k \mathbf{I} \quad (3.32)$$

L'énergie cinétique de turbulence k , définie par $k = 1/2 \overline{\mathbf{v}'^2}$, est liée à la part fluctuante de la vitesse.

On rappelle que le tenseur \mathbf{R} est symétrique et que la viscosité turbulente μ_t dépend de l'écoulement, contrairement à μ qui est une propriété intrinsèque du fluide. Le terme dépendant de l'énergie cinétique de la turbulence k a pour but de maintenir la trace de \mathbf{R} identique avec et sans l'approximation de Boussinesq en écoulement incompressible ($\text{Tr} \mathbf{R} = -2\rho_f k$ et comme $\text{Tr}(\nabla \mathbf{v}) = \nabla \cdot \mathbf{v} = 0$, les traces de \mathbf{R} en incompressible avec et sans l'approximation de Boussinesq sont identiques). L'approximation de Boussinesq relie linéairement les contraintes turbulentes et les déformations du fluide.

Il reste à modéliser la viscosité turbulente qui dépend des caractéristiques de la turbulence. C'est le rôle du modèle de turbulence.

3.4.2.2. Le modèle k - ω SST

Pour déterminer la viscosité turbulente, le modèle empirique k - ω SST utilise deux équations de transport, l'une pour l'énergie cinétique de turbulence k et l'autre pour le taux de dissipation spécifique ω , qui peut aussi être défini comme la fréquence turbulente $\omega \sim \varepsilon/k$.

Le modèle k - ω SST développé par Menter permet une diminution de l'influence de la valeur initiale de ω par rapport au modèle k - ω de Wilcox [69]. De plus, il améliore la détection des points de décollement de la couche limite, par rapport au modèle Baseline [5].

L'amélioration vis à vis du modèle k - ω standard (Wilcox) est réalisée en utilisant ce modèle seulement près des parois et un modèle k - ε loin de ces dernières. La construction du modèle se fait en écrivant le modèle k - ε en fonction de k et ω . Puis on multiplie ce modèle par une fonction $(1 - F_1)$ et on ajoute le tout au modèle standard préalablement multiplié par la fonction F_1 , définie ci-dessous.

$$F_1 = \tanh \left[\min \left(\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta' \omega y}, \frac{500\mu}{\rho_f y^2 \omega} \right), \frac{4\rho_f k}{\sigma_{\omega_2} C_{\omega^+}^+ y^2} \right) \right] \quad (3.33)$$

avec y la distance à la paroi, β' et σ_{ω_2} des constantes respectivement égales à 0,09 et 1,168. La fonction C_{ω}^+ correspond à la partie positive du terme de diffusion croisé limité suivant l'expression suivante :

$$C_{\omega}^+ = \max \left(2\rho_f \frac{1}{\sigma_{\omega_2}\omega} \nabla k \nabla \omega, 1 \cdot 10^{-10} \right) \quad (3.34)$$

La fonction F_1 est égale à 1 à la paroi et décroît avec l'augmentation de la distance à la paroi. Ce comportement correspond bien à un modèle $k-\omega$ en proche paroi. La figure 3.7 montre la valeur de la fonction F_1 autour du profil.

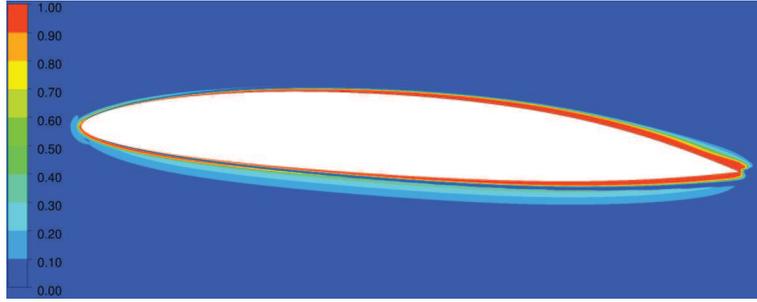


FIGURE 3.7 – Valeurs de la fonction F_1 autour du profil à une incidence de 4°

La définition de la viscosité turbulente μ_t fait intervenir une seconde fonction de mélange F_2 qui permet d'améliorer la prédiction du décollement de la couche limite. Le but de cette seconde fonction est d'introduire une limitation à la viscosité turbulente dans la zone de proche paroi. Cette limitation corrige la non-prise en compte du transport des contraintes de cisaillement turbulent qui provoque une surprédiction de la viscosité turbulente.

$$F_2 = \tanh \left[\max \left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta'\omega y}, \frac{500\mu}{y^2\omega\rho_f} \right)^2 \right] \quad (3.35)$$

De même que pour F_1 , cette fonction tend vers 1 à la paroi et décroît lorsque la distance à la paroi augmente. La valeur de la fonction F_2 autour du profil est donnée sur la figure 3.8.

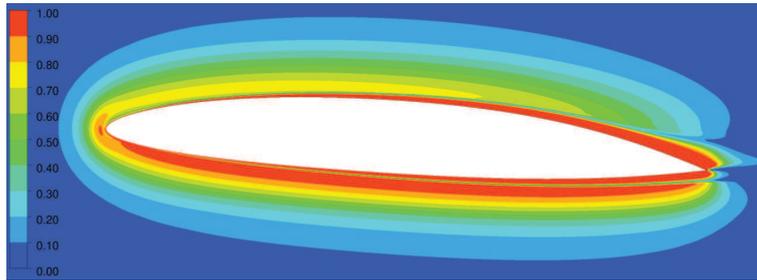


FIGURE 3.8 – Valeurs de la fonction F_2 autour du profil à une incidence de 4°

La viscosité turbulente est alors définie par :

$$\mu_t = \frac{\rho_f a_1 k}{\max(a_1\omega, SF_2)} \quad (3.36)$$

avec S une mesure invariante du taux de déformation $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$, où :

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.37)$$

a. Equations de transport des quantités turbulentes

Les deux équations de transport sont :

$$\frac{\partial(\rho_f k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{v} k) = \nabla \cdot (\Gamma_k \nabla k) + P_k - D_k + P_{kb} \quad (3.38)$$

et :

$$\frac{\partial(\rho_f \omega)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{v} \omega) = \nabla \cdot (\Gamma_\omega \nabla \omega) + P_\omega - D_\omega + P_{\omega b} + C_\omega \quad (3.39)$$

avec les termes qui traduisent la production due à la viscosité P_k et P_ω , et celle due à la flottabilité (*buoyancy*) P_{kb} et $P_{\omega b}$. D_k et D_ω traduisent la dissipation et Γ_k et Γ_ω la diffusion des quantités k et ω . Le terme C_ω correspond au terme de diffusion croisée.

b. Termes de diffusion

Les termes Γ_k et Γ_ω sont définis par :

$$\Gamma_{k/\omega} = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k/\omega_3}} \quad (3.40)$$

Les constantes σ_{k_3} et σ_{ω_3} sont obtenues à partir des constantes des modèles k - ω ($\sigma_{k_1} = 2$ et $\sigma_{\omega_1} = 2$) et k - ε ($\sigma_{k_2} = 1$ et $\sigma_{\omega_2} = 1,168$) :

$$\sigma_{k/\omega_3} = F_1 \sigma_{k/\omega_1} + (1 - F_1) \sigma_{k/\omega_2} \quad (3.41)$$

c. Termes de production

Dans notre cas, les termes de production due à la flottabilité sont négligés. Les termes dus à la viscosité du fluide sont définis par :

$$P_k = \mu_t \left(\nabla \mathbf{v} + {}^t \nabla \mathbf{v} \right) \nabla \mathbf{v} - \frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{v} (3\mu_t \nabla \cdot \mathbf{v} + \rho_f k) \quad (3.42)$$

$$P_\omega = \alpha_3 \frac{\omega}{k} P_k \quad (3.43)$$

La constante α_3 est définie par le même principe que σ_{k_3} avec $\alpha_1 = 59$ et $\alpha_2 = 0,0828$.

d. Dissipation de k et ω

Les termes de dissipation turbulente sont donnés par :

$$D_k = \rho_f \beta' k \omega \quad (3.44)$$

$$D_\omega = \rho_f \beta_3 \omega^2 \quad (3.45)$$

La constante β_3 est définie par le même principe que σ_{i_3} avec $\beta_1 = 0,075$ et $\beta_2 = 0,0828$.

e. Terme de diffusion croisée

Ce terme apparaît lors de la reformulation du modèle $k-\varepsilon$ en fonction de k et ω .

$$DC_\omega = (1 - F_1) 2\rho_f \frac{1}{\omega \sigma_{\omega_2}} \nabla k \nabla \omega \quad (3.46)$$

f. Détermination de la distance à la paroi

Ce modèle nécessite le calcul de la distance à la paroi y qui est réalisé par une équation appelée *wallscale*. Cette équation est obtenue à l'aide d'une fonction ϕ telle que :

$$\nabla^2 \phi = -1 \quad (3.47)$$

Le signe négatif correspond à la normale extérieure à la paroi, c'est-à-dire la normale intérieure pour le domaine fluide. Pour déterminer la distance à la paroi, il faut conserver les grandeurs positives solutions de l'équation :

$$y = -|\nabla \phi| + \sqrt{|\nabla \phi|^2 + 2\phi} \quad (3.48)$$

3.4.3. La prise en compte de la cavitation dans ANSYS CFX

CFX utilise le modèle de Zwart-Gerber-Belamri [111], présenté page 38. Ce modèle ne prend pas en compte les gaz incondensables, les effets thermiques dus au changement de phase, la tension de surface. On rappelle qu'il utilise un modèle de fluide diphasique de type mélange avec une équation de transport supplémentaire pour la fraction volumique de vapeur. Cette équation est discrétisée par les mêmes méthodes que l'équation de Navier-Stokes. On rappelle ci-dessous la forme des termes de changements de phase R_e et R_c , ainsi que les valeurs par défaut des constantes du modèle.

$$R_e = F_{\text{vap}} \frac{3\alpha_{\text{nuc}} (1 - \alpha_{\text{vap}}) \rho_{\text{vap}}}{R_b} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p_b - p|}{\rho_l}} \quad (3.49)$$

$$R_c = F_{\text{cond}} \frac{3\alpha_{\text{vap}} \rho_{\text{vap}}}{R_b} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p_b - p|}{\rho_l}} \quad (3.50)$$

Avec les constantes suivantes :

R_b	rayon des bulles	10^{-6} m
α_{nuc}	fraction volumique des sites de nucléation	5×10^{-4}
F_{vap}	coefficient d'évaporation	50
F_{cond}	coefficient de condensation	0,01

Dans la pratique, ce modèle impose pour sa stabilité un rapport maximum de 1000 entre les masses volumiques de la vapeur et du liquide. Cette limitation confère une grande stabilité au modèle et accélère ainsi la résolution en permettant des pas de temps importants. L'erreur introduite est faible dans la plupart des cas. Cependant, pour des cas avec prise en compte de la gravité, cette erreur pourrait être plus importante.

3.4.4. Résolution complète du système fluide

Les équations présentées ci-dessus constituent l'ensemble du modèle à résoudre. Pour cela, CFX utilise un processus itératif tel que décrit à la figure 3.9. A chaque étape les équations correspondantes sont discrétisées sur le maillage, puis résolues par les méthodes exposées précédemment.

Le problème possède donc huit inconnues par volume de contrôle, c'est-à-dire dans le cas de CFX par nœud du maillage. Les critères de convergence utilisés avec les inconnues sont présentés dans le tableau 3.2.

Résidus	Valeur du critère
Vitesses (v_x, v_y, v_z)	10^{-4} (couplé) à 10^{-6}
Pression (p)	10^{-4} (couplé) à 10^{-6}
Energie cinétique de turbulence (k)	10^{-4}
Fréquence turbulente (ω)	10^{-4}
Distance à la paroi (y)	10^{-4}
Fraction volumique de vapeur (α_{vap})	10^{-4}

TABLE 3.2 – Valeur seuil des critères de convergence utilisés

La modification du critère de convergence dans des proportions raisonnables influence très peu les résultats. Par contre, le temps de calcul est fortement réduit lors du passage de 10^{-6} à 10^{-4} , qui est la valeur par défaut du solveur CFX. En plus de ces critères, des grandeurs sont suivies pendant le calcul, par exemple les efforts hydrodynamiques de portance et traînée, ainsi que la vitesse et la pression en amont du profil.

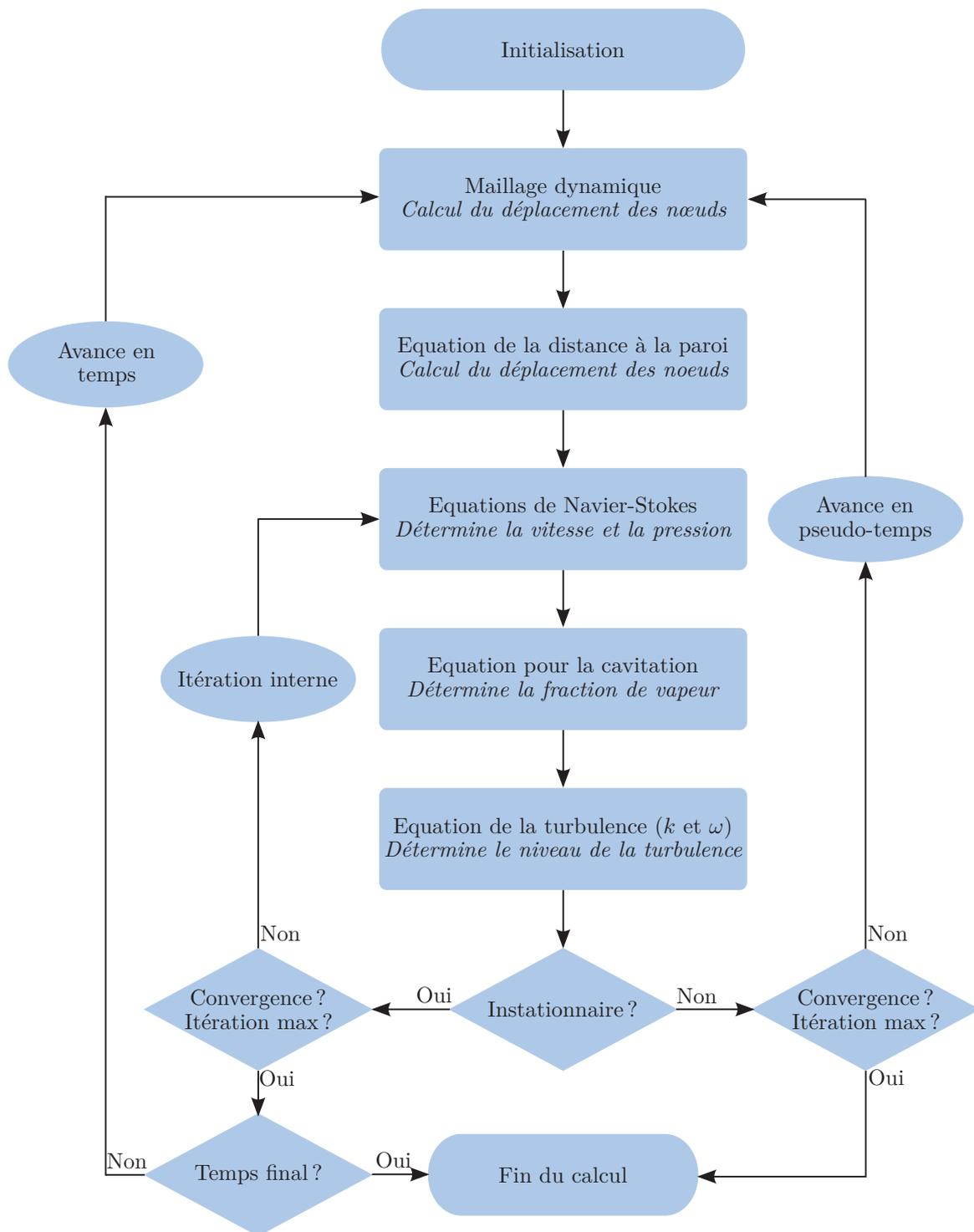


FIGURE 3.9 – Algorithme de résolution des équations par CFX

3.4.5. Modèle géométrique et maillages

3.4.5.1. Modèle géométrique

La géométrie du tunnel est simplifiée sur la base d'études précédentes menées à l'IRENav. L'espace entre l'extrémité libre du foil et la paroi verticale du tunnel est supprimé en rapportant la largeur du tunnel à 191 mm. Les parois horizontales du tunnel sont négligées et remplacées par des *symétries*.

Cela se traduit par une vitesse normale nulle : $\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = 0$. Les parois verticales sont conservées en paroi avec frottement (*wall*), ce qui implique $\mathbf{v} = \mathbf{0}$. Les géométries du convergent et du divergent sont négligées ; le domaine débute à cinq cordes en amont du bord d'attaque et se termine à dix cordes en aval du bord de fuite (voir figure 3.10).

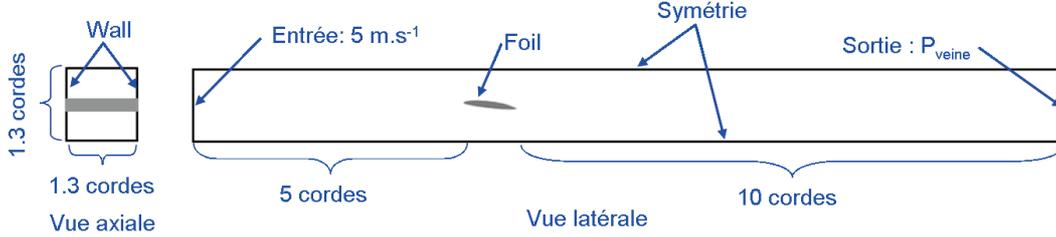


FIGURE 3.10 – Vue du domaine de calcul fluide

3.4.5.2. Couche limite

La détermination de l'écoulement dans la couche limite est importante pour la précision des résultats et en particulier pour la prédiction des pressions pariétales à l'origine des efforts sur la structure. Le modèle de turbulence utilisé permet une résolution à bas-Reynolds qui nécessite un maillage fin près des parois ou une résolution de la couche limite par lois de paroi. Le passage d'une formulation à l'autre est automatique. Il est ainsi possible d'avoir dans un même problème une formulation bas-Reynolds et une formulation lois de paroi. Dans notre cas, la prédiction des efforts est importante, nous avons donc choisi une résolution bas-Reynolds sur la surface du foil et une résolution par lois de parois sur les parois verticales.

La valeur du paramètre y^+ (éq. 3.51) sur le foil doit être inférieure à 5 et le plus proche possible de 1. Sur les parois verticales, une valeur entre 30 et 300 est recommandée, les valeurs au-delà de 15 étant acceptables. Entre 15 et 5, un mélange des formulations est réalisé, cette plage de valeurs est à éviter.

$$y^+ = \frac{\rho_f \Delta y v_\tau}{\mu} \quad (3.51)$$

avec Δy la distance à la paroi et v_τ la vitesse de frottement à la paroi fonction de la contrainte de cisaillement à la paroi τ_ω :

$$v_\tau = \left(\frac{\tau_\omega}{\rho_f} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.52)$$

La loi de paroi utilisée introduit des termes de flux supplémentaires dans les équations du problème. Ces termes permettent de modéliser plus ou moins finement la couche limite. Dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement, on ajoute le terme source F_{cl} défini par :

$$F_{cl} = -\rho_f \sqrt[4]{(v_\tau^{vis})^4 + (v_\tau^{log})^4} \sqrt[4]{(v_\tau^{vis})^4 + (\sqrt{a_1 k})^4} \quad (3.53)$$

avec v_τ^{vis} correspondant à la résolution de la sous-couche visqueuse et v_τ^{log} correspondant à la résolution de la couche logarithmique. Lorsque la distance à la paroi est très petite, c'est-à-dire y^+ valant 1, le

terme de la couche logarithmique s'annule. Au contraire, plus la valeur de y^+ croît, plus ce terme prend de l'importance vis-à-vis du terme de résolution de la sous-couche visqueuse. Lorsque la valeur de la distance à la paroi devient vraiment importante, c'est-à-dire hors de la couche limite, les termes de flux deviennent nuls. Un terme source de flux est aussi ajouté dans l'équation de transport de ω afin d'affiner la détermination de cette grandeur pour les cas de résolutions à bas-Reynolds.

3.4.5.3. Caractéristiques des maillages

Plusieurs maillages fluides sont réalisés afin de mesurer l'influence de la discrétisation spatiale ainsi que l'effet des parois verticales et de la méthode de résolution de la couche limite sur le profil. Ils reposent tous sur le même principe, à savoir un maillage structuré en éléments hexaédriques avec une implantation en C autour du foil. Les différences portent sur le nombre d'éléments discrétisant la géométrie du foil, le maillage de la couche limite et le nombre d'éléments selon l'envergure. Le tableau 3.3 donne les caractéristiques des différents maillages.

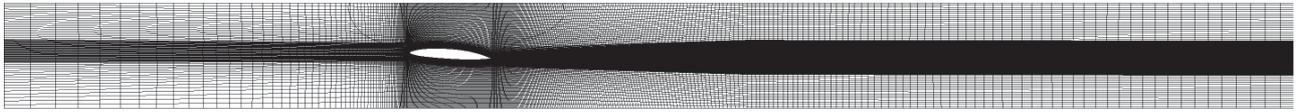
Nom du maillage	Nombre d'éléments		
	Envergure	Profil 2D	Total
Fin	70	340	4 724 580
Référence	50	250	2 983 200
Envergure fin	60	340	4 049 640
Envergure médian	40	340	2 699 760
Envergure large	20	340	1 349 880
Profil fin	70	300	4 480 980
Profil médian	70	250	4 147 780
Profil large	70	150	3 510 080
Loi de parois	70	340	2 159 080

TABLE 3.3 – *Récapitulatif des différents maillages du domaine fluide*

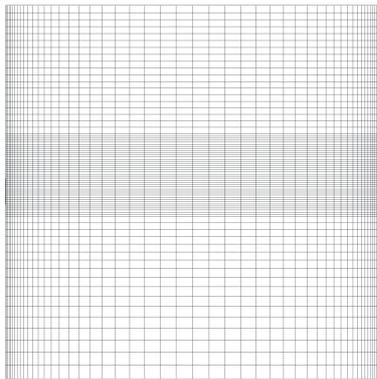
La figure 3.11 présente le maillage de référence utilisé pour la majorité des simulations (ici le foil a une incidence de 4°).

3.4.5.4. Qualité des maillages

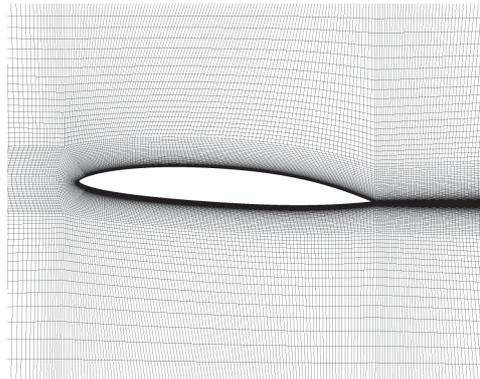
La qualité des maillages est vérifiée sur la base de trois critères : l'orthogonalité, le rapport d'aspect et le facteur d'expansion. Le non respect de ces critères peut entraîner des pertes de précision ou des divergences.



(a) Coupe dans le plan médian



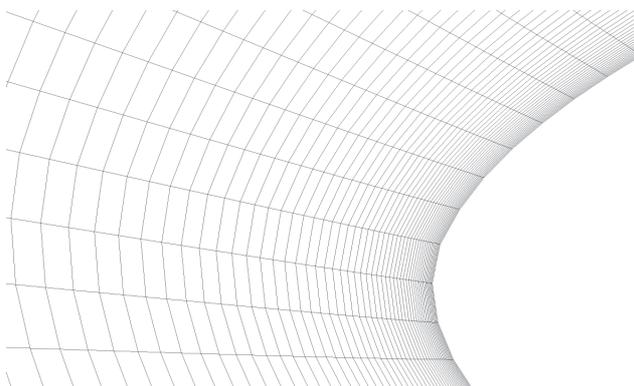
(b) Vue de la surface d'entrée



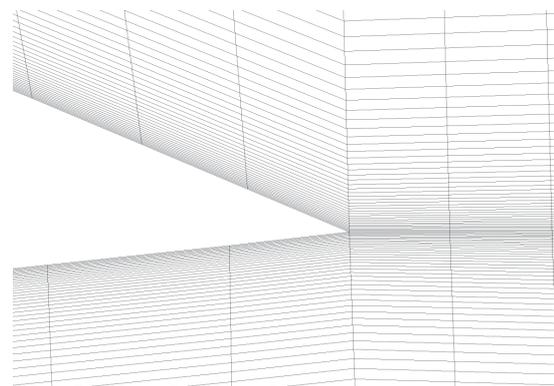
(c) Maillage proche du profil



(d) Maillage de la surface du profil



(e) Détail du maillage au bord d'attaque



(f) Détail du maillage au bord de fuite

FIGURE 3.11 – Maillage de référence à une incidence de 4°

a. Critère d'orthogonalité angulaire

L'orthogonalité est un critère défini par l'angle entre les faces d'éléments adjacents et l'angle théorique de l'élément parfait (60° pour les triangles, 90° pour les quadrilatères). Soit \mathbf{s} le vecteur entre deux nœuds du maillage appartenant à la même face d'un élément et \mathbf{n} la normale à la médiane de la face (voir figure 3.12). Le critère *orthogonality angle* est fonction de l'angle $(\mathbf{n} \cdot \mathbf{s})$ déterminé à chacun des points d'intégration (*ip*) de l'élément. Une valeur supérieure à 20 est considérée comme acceptable et plus la valeur est proche de 90, meilleure est l'orthogonalité de l'élément. Le respect de ce critère permet d'éviter les éléments fortement déformés.

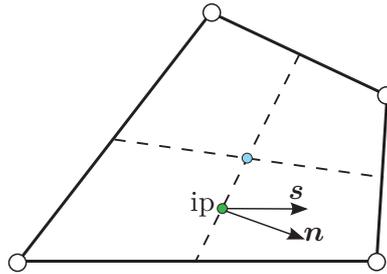


FIGURE 3.12 – Principe du critère d'orthogonalité angulaire

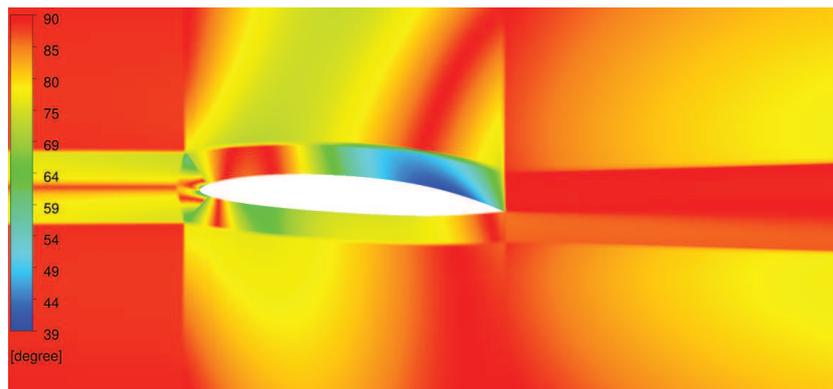


FIGURE 3.13 – Valeur du critère d'orthogonalité pour le maillage de référence à une incidence de 4°

La figure 3.13 montre que la valeur minimale pour nos maillages est bien supérieure à 20. La figure 3.14 montre la zone où la valeur est la plus mauvaise, c'est à dire où les éléments sont les plus inclinés.

b. Rapport d'aspect

Le rapport d'aspect ou *aspect ratio* est le rapport entre la plus grande surface définie par les segments des points d'intégration et la plus petite surface. Sa valeur doit être inférieure à 100 et est calculée pour les nœuds du maillage et non pour les éléments (voir figure 3.15). Le respect de ce critère évite les éléments fortement allongés qui peuvent introduire des erreurs.

La figure 3.16 montre que la valeur de 100 est dépassée par les éléments de la couche limite. Cependant, dans ces éléments, il est nécessaire de bien mesurer les gradients normaux à la surface. Pour conserver un bon rapport d'aspect et la bonne hauteur de maille, il serait nécessaire d'augmenter le nombre de mailles sur le profil de façon similaire au maillage fin.

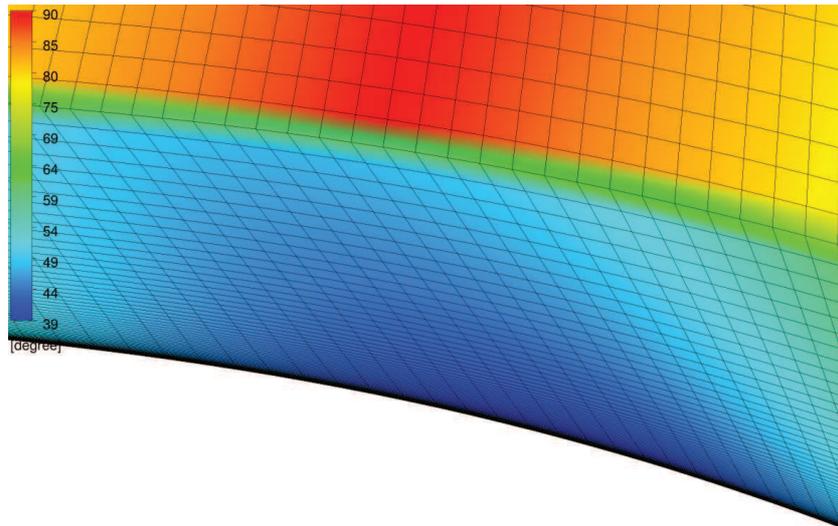


FIGURE 3.14 – Valeur du critère d'orthogonalité pour le maillage de référence à une incidence de 4° - détails de la zone de moins bonne qualité

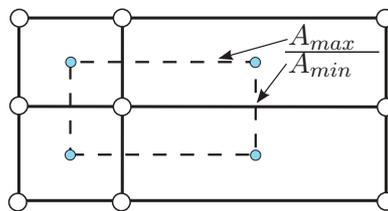


FIGURE 3.15 – Principe du rapport d'aspect

c. Critère de saut de mailles

Le critère de saut de mailles ou facteur d'expansion indique comment la taille des mailles évolue. Il est calculé pour un volume de contrôle, c'est-à-dire autour d'un nœud du maillage. Il est défini par le rapport entre la plus grande surface (ou volume en 3D) de secteur du volume de contrôle et la plus petite (voir figure 3.17). Une valeur inférieure à 20 est acceptable pour limiter les phénomènes de saut de mailles. Ces sauts peuvent provoquer des discontinuités importantes et des pertes de précision.

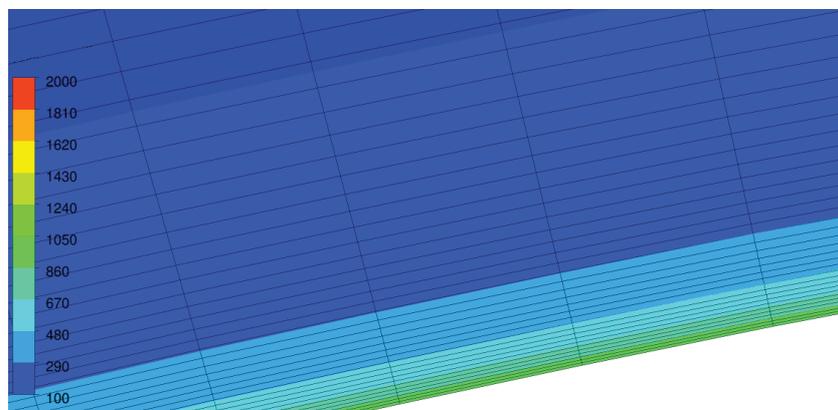


FIGURE 3.16 – Valeur du critère d'aspect ratio pour le maillage de référence à une incidence de 4° - détails de la zone de moins bonne qualité

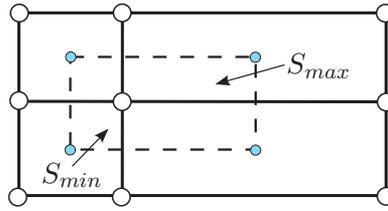


FIGURE 3.17 – Principe du facteur d'expansion

La figure 3.18 montre que la valeur minimale pour les maillages utilisés ici est bien inférieure à 20, cependant la valeur de 9 reste élevée. Ces sauts de mailles proviennent de la méthode de maillage employée. Ils sont situés aux limites des blocs de maillages. Les valeurs les plus importantes sont éloignées du profil et du sillage proche. La figure 3.19 montre le saut de maille le plus important situé à plus de trois cordes en aval du profil.



FIGURE 3.18 – Valeur du critère d'expansion pour le maillage de référence à une incidence de 4°

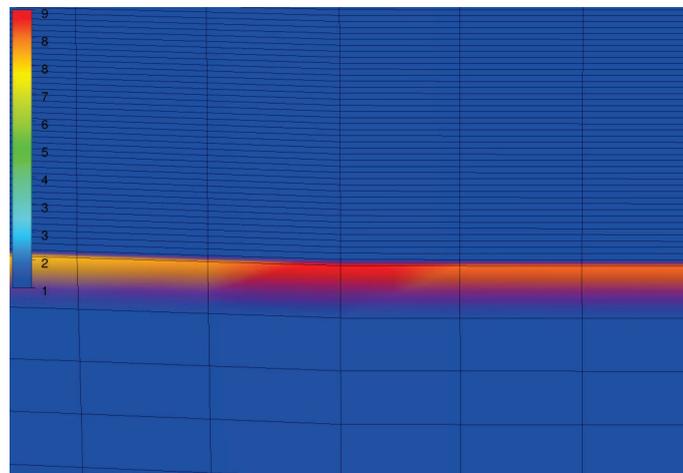


FIGURE 3.19 – Valeur du critère d'expansion pour le maillage de référence à une incidence de 4° - détails de la zone de moins bonne qualité

3.4.6. Propriétés des fluides

Le fluide utilisé en essais est de l'eau douce. Lors des calculs, on utilise les valeurs suivantes :

Les choix de modélisation conduisent à représenter la vapeur d'eau comme un fluide incompressible. Ses propriétés sont donc constantes. La vapeur se forme lors du phénomène de cavitation, sa pression est alors égale à celle de la vapeur saturante soit $p_{vap} = 2342$ Pa. Les propriétés de la vapeur sont déterminées à l'aide de la loi des gaz parfaits (éq. 3.54) pour cette pression et pour une température

Masse volumique	997 kg.m ⁻³
Viscosité dynamique	0,001 Pa.s

TABLE 3.4 – Propriétés de l'eau liquide

$T = 298 \text{ K}$.

$$\rho_{\text{vap}} = \frac{p_{\text{vap}} M_{\text{H}_2\text{O}}}{RT} \quad (3.54)$$

avec $R = 8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ la constante des gaz parfaits, $M_{\text{H}_2\text{O}} = 18^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$ la masse molaire de l'eau.

Masse volumique	0,017 kg m ⁻³
Viscosité dynamique	$1,34 \cdot 10^{-5} \text{ Pa s}$

TABLE 3.5 – Propriétés de la vapeur d'eau à la pression de vapeur saturante

En pratique, lors des calculs cavitants, le rapport des masses volumiques est limité à 1000. La valeur de la masse volumique réellement utilisée est alors de $0,997 \text{ kg m}^{-3}$.

3.5. La seconde brique : le solveur structure

3.5.1. La méthode des éléments finis dans Mechanical

3.5.1.1. Choix de modèles et formulation du système d'équations

a. Choix des modèles

On souhaite résoudre l'équation suivante sur le domaine structure

$$\rho_s \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) = 0 \quad \text{sur } \Omega_S \quad (3.55)$$

assortie des conditions aux limites et de couplage.

Dans notre cas, la matière retenue pour le profil portant est un plastique homogène et isotrope. La relation contrainte-déformation est donnée par la loi de Hooke généralisée :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\mathbf{E} \quad (3.56)$$

avec $\boldsymbol{\sigma}^t = \{\sigma_{xx} \ \sigma_{yy} \ \sigma_{zz} \ \sigma_{xy} \ \sigma_{yz} \ \sigma_{zx}\}$ le vecteur des contraintes, \mathbf{E} le vecteur des déformations et \mathbf{D} le tenseur des rigidités. Dans le cas d'une structure constituée d'un matériau homogène et isotrope, \mathbf{D} se calcule à partir des coefficients de Lamé λ et μ , fonction du module d'Young E et du coefficient de Poisson ν .

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.57)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

Les déplacements attendus à l'envergure maximale sont de l'ordre de 3 à 10 mm, soit environ 6% de l'envergure. On choisit de considérer le problème en grandes déformations afin de se placer dans un cadre plus général. La relation déformations-déplacements est non linéaire :

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} \left(\nabla \mathbf{u} + {}^t \nabla \mathbf{u} \right) + \frac{1}{2} \left({}^t \nabla \mathbf{u} \nabla \mathbf{u} \right) \quad (3.59)$$

b. Discrétisation

La discrétisation par la méthode des éléments finis nécessite d'utiliser une formulation faible. Pour ce faire, on multiplie l'équation (3.55) par un champ de déplacement virtuel $\delta \mathbf{u}$ et on intègre l'équation sur le domaine structure Ω_s .

$$\int_{\Omega_s} \rho_s \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \delta \mathbf{u} d\Omega_s - \int_{\Omega_s} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) \delta \mathbf{u} d\Omega_s = 0 \quad (3.60)$$

On applique la formule de Stokes sur le second membre :

$$\int_{\Omega_s} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) \delta \mathbf{u} d\Omega_s = - \int_{\Omega_s} \mathbf{D}\mathbf{E} \nabla \delta \mathbf{u} d\Omega_s + \int_{\Gamma_s} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) \mathbf{n} \delta \mathbf{u} d\Gamma_s \quad (3.61)$$

L'équation obtenue est discrétisée sur chaque élément de domaine Ω_e et de frontière Γ_e :

$$\int_{\Omega_e} \rho_s \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \delta \mathbf{u} d\Omega_e + \int_{\Omega_e} \mathbf{D}\mathbf{E} \nabla \delta \mathbf{u} d\Omega_e - \int_{\Gamma_e} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) \mathbf{n} \delta \mathbf{u} d\Gamma_e = 0 \quad (3.62)$$

Les grandeurs ϕ sont définies aux nœuds des éléments à l'aide des fonctions de forme \mathbf{N}_e telles que :

$$\boldsymbol{\phi}(x, y, z, t) = \mathbf{N}_e(x, y, z) \boldsymbol{\phi}_e(t) \quad (3.63)$$

Le produit scalaire entre deux vecteurs $\mathbf{u}\mathbf{v}$ s'écrit également ${}^t \mathbf{v}\mathbf{u}$. Il en est de même pour le produit contracté de deux tenseurs $\boldsymbol{\sigma}\mathbf{E}$ qui s'écrit ${}^t \mathbf{E}\boldsymbol{\sigma}$. L'équation (3.62) devient alors :

$${}^t \delta \mathbf{u}_e \mathbf{m}_e \ddot{\mathbf{u}}_e + {}^t \delta \mathbf{u}_e \mathbf{k}_{\varepsilon_e} \mathbf{u}_e + {}^t \delta \mathbf{u}_e \mathbf{k}_{\omega_e}(\mathbf{u}) \mathbf{u}_e - {}^t \delta \mathbf{u}_e \mathbf{f}_e = 0 \quad (3.64)$$

avec les matrices élémentaires de masse m_e , de la partie linéaire de la raideur k_{ε_e} , de la partie non-linéaire de la raideur $k_{\omega_e}(\mathbf{u})$ et le vecteur des forces extérieures f_e définis par :

$$m_e = \int_{\Omega_e} \rho_s {}^t \mathbf{N}_e \mathbf{N}_e d\Omega_e \quad (3.65)$$

$$k_{\varepsilon_e} = \int_{\Omega_e} {}^t \mathbf{B}_e \mathbf{D} \mathbf{B}_e d\Omega_e \quad (3.66)$$

$$k_{\omega_e} = \int_{\Omega_e} {}^t \mathbf{G}_e \mathbf{D} \mathbf{u}_e {}^t \mathbf{G}_e d\Omega_e \quad (3.67)$$

$$f_e = \int_{\Gamma_e} {}^t \mathbf{N}_e \sigma(\mathbf{u}) \mathbf{n} d\Gamma_e \quad (3.68)$$

et les matrices des dérivées des fonctions de forme :

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x_3} \\ \frac{1}{2} \frac{\partial N_1}{\partial x_2} & \frac{1}{2} \frac{\partial N_2}{\partial x_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \frac{\partial N_2}{\partial x_3} & \frac{1}{2} \frac{\partial N_3}{\partial x_2} \\ \frac{1}{2} \frac{\partial N_1}{\partial x_3} & 0 & \frac{1}{2} \frac{\partial N_3}{\partial x_1} \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

$$\mathbf{G} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x_1} & \frac{\partial N_1}{\partial x_2} & \frac{\partial N_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial N_2}{\partial x_1} & \frac{\partial N_2}{\partial x_2} & \frac{\partial N_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial N_3}{\partial x_1} & \frac{\partial N_3}{\partial x_2} & \frac{\partial N_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} \quad (3.70)$$

c. Assemblage du système

Le système est construit en assemblant les équations des différents éléments. On arrive ainsi, en éliminant la solution triviale $\delta \mathbf{u} = 0$ à l'équation de la forme :

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}_\varepsilon \mathbf{u} + \mathbf{K}_\omega(\mathbf{u}) \mathbf{u} - \mathbf{F} = 0 \quad (3.71)$$

Les conditions aux limites permettent d'écrire que le vecteur des forces extérieures est nul sur les frontières libres. Dans notre cas, les frontières du domaine sont soit encastrées, soit en contact avec du fluide. Dans ce dernier cas, les forces extérieures sont égales aux forces appliquées par le fluide sur la structure. Ce système nécessite des méthodes de résolution particulières à cause de la non-linéarité de la raideur.

3.5.1.2. Résolution du système d'équations algébriques

La résolution du système nécessite de pouvoir calculer les intégrales présentes dans les matrices de masses et raideurs ainsi que de réaliser l'avancement en temps du problème en prenant en compte la non-linéarité.

a. Intégration par la méthode des points de Gauss

L'utilisation d'éléments de référence permet de réaliser des intégrations sur des bornes $[-1, +1]$ par la méthode des points de Gauss. Les formes surfacique et volumique sont données ci-dessous :

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \psi(x, y) dx dy \approx \sum_{i=1}^{i=n} \sum_{j=1}^{j=m} w_i w_j \psi(x_i, y_j) \quad (3.72)$$

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \psi(x, y, z) dx dy dz \approx \sum_{i=1}^{i=n} \sum_{j=1}^{j=m} \sum_{k=1}^{k=l} w_i w_j w_k \psi(x_i, y_j, z_k) \quad (3.73)$$

avec ψ la fonction à intégrer, w_i le poids et x_i les coordonnées des points d'intégrations (voir figure 3.20).

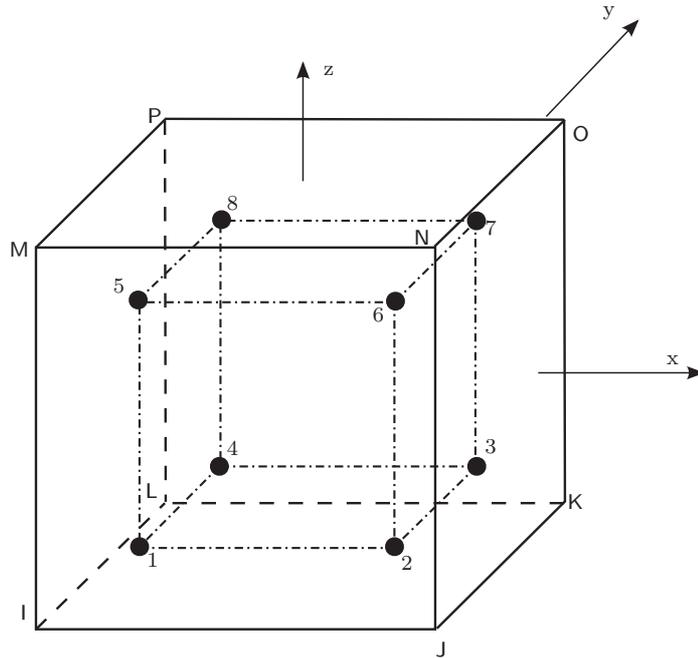


FIGURE 3.20 – Position des points de Gauss 1 à 8 pour un élément quadrangulaire

Cette méthode offre un très bon niveau de précision puisqu'elle permet de calculer de façon exacte les intégrales de polynômes d'ordre $2N-1$.

b. Avancement en temps par l'algorithme de Hilber-Hugues-Taylor

L'avance en temps utilise un algorithme implicite dit de Hilber-Hugues-Taylor (HHT) [6] précis au second ordre et inconditionnellement stable (pour les paramètres utilisés). Cet algorithme est une forme plus générale de celui de Newmark.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_{n+1-\alpha_m} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_{n+1-\alpha_f} + \mathbf{K}\mathbf{u}_{n+1-\alpha_f} = \mathbf{F}_{n+1-\alpha_f} \quad (3.74)$$

avec les formes sous-relaxées suivantes :

$$\ddot{\mathbf{u}}_{n+1-\alpha_m} = (1 - \alpha_m)\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} + \alpha_m\ddot{\mathbf{u}}_n \quad (3.75)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_{n+1-\alpha_f} = (1 - \alpha_f)\dot{\mathbf{u}}_{n+1} + \alpha_f\dot{\mathbf{u}}_n \quad (3.76)$$

$$\mathbf{u}_{n+1-\alpha_f} = (1 - \alpha_f)\mathbf{u}_{n+1} + \alpha_f\mathbf{u}_n \quad (3.77)$$

$$\mathbf{F}_{n+1-\alpha_f} = (1 - \alpha_f)\mathbf{F}_{n+1} + \alpha_f\mathbf{F}_n \quad (3.78)$$

En utilisant une approximation de l'avancement en temps par les différences finies, on peut montrer que :

$$\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} = a_0(\mathbf{u}_{n+1} - \mathbf{u}_n) - a_2\dot{\mathbf{u}}_n - a_3\ddot{\mathbf{u}}_n \quad (3.79)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_{n+1} = \dot{\mathbf{u}}_n + [(1 - \delta)\dot{\mathbf{u}}_n + \ddot{\mathbf{u}}_{n+1}\delta] \Delta t \quad (3.80)$$

et :

$$\mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{u}_n + \dot{\mathbf{u}}_n\Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \ddot{\mathbf{u}}_n + \alpha\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} \right] \Delta t^2 \quad (3.81)$$

avec Δt le pas de temps entre n et $n + 1$, δ et α les paramètres d'intégration de Newmark.

En remplaçant les équations (3.75) à (3.81) dans l'équation (3.74) on arrive à l'expression suivante pour le vecteur des inconnues aux pas de temps $n + 1$:

$$\begin{aligned} (a_0\mathbf{M} + a_1\mathbf{C} + (1 - \alpha_f)\mathbf{K})\mathbf{u}_{n+1} = \\ (1 - \alpha_f)\mathbf{F}_{n+1} + \alpha\mathbf{F}_n + \mathbf{M}(a_0\mathbf{u}_n + a_2\dot{\mathbf{u}}_n + a_3\ddot{\mathbf{u}}_n) + \mathbf{C}(a_1\mathbf{u}_n + a_4\dot{\mathbf{u}}_n + a_5\ddot{\mathbf{u}}_n) - \mathbf{K}\alpha_f\mathbf{u}_n \end{aligned} \quad (3.82)$$

avec les paramètres suivants :

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1 - \alpha_m}{\alpha\Delta t^2} & a_1 &= \frac{(1 - \alpha_f)\delta}{\alpha\Delta t} \\ a_2 &= \frac{1 - \alpha_m}{\alpha\Delta t} & a_3 &= \frac{1 - \alpha_m}{2\alpha} - 1 \\ a_4 &= \frac{(1 - \alpha_f)\delta}{\alpha} - 1 & a_5 &= (1 - \alpha_f) \left(\frac{\delta}{2\alpha} - 1 \right) \Delta t \end{aligned} \quad (3.83)$$

et :

$$\alpha = \frac{1}{4}(1 + \gamma)^2 \quad \delta = \frac{1}{2} + \gamma \quad \alpha_f = \gamma \quad \alpha_m = 0 \quad (3.84)$$

avec γ le facteur de réduction de l'amplitude pris à 0,005.

L'équation (3.82) peut s'écrire sous la forme d'un produit d'une matrice des coefficients \mathbf{A} par le vecteur des inconnues à l'instant $n + 1$:

$$\mathbf{A}(u_{n+1})\mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{F}(u_{n+1}) \quad (3.85)$$

c. Linéarisation par l'algorithme de Newton-Raphson

La méthode Newton-Raphson permet de résoudre ce système non-linéaire. Le vecteur solution à l'instant $n + 1$ est écrit comme la somme du vecteur solution à l'instant n et d'un incrément $\Delta\mathbf{u}_n$.

$$\mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{u}_n + \Delta\mathbf{u}_n \quad (3.86)$$

L'incrément du vecteur solution est obtenu en résolvant :

$$\mathbf{J}(\mathbf{u}_n)\Delta\mathbf{u}_n = -\mathbf{R}(\mathbf{u}_n) \quad (3.87)$$

avec $\mathbf{R} = \mathbf{A}(\mathbf{u}_n)\mathbf{u}_n - \mathbf{F}(\mathbf{u}_n)$ et $\mathbf{J}(\mathbf{u}_n)$ la matrice tangente de \mathbf{R} à l'instant n :

$$\mathbf{J}(\mathbf{u}_n) = \nabla \mathbf{R} \quad (3.88)$$

On atteint une solution convergée lorsque :

$$\|\mathbf{R}(u_n) - \mathbf{R}(u_{n+1})\| < \varepsilon_R R_{Ref} \quad (3.89)$$

avec $\|\mathbf{R}\|$ la norme euclidienne donnée par :

$$\|\mathbf{R}\| = \left(\sum_i R_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.90)$$

et les valeurs par défaut de $R_{Ref} = 0,01$ et $\varepsilon_R = 0,001$, soit un critère de convergence de 10^{-5} .

A chaque itération de l'algorithme de Newton-Raphson, il faut résoudre un système linéaire de la forme $\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}$. Pour cela, on utilise la méthode dite du Gradient Conjugué Préconditionné (PCG).

3.5.2. Le modèle géométrique et les maillages

3.5.2.1. Le modèle géométrique

La géométrie de l'hydrofoil est relativement complexe du fait du système de mise en rotation sur lequel il est vissé. Afin de simplifier fortement la modélisation structure, on considère que le profil portant est encastré directement à la paroi du tunnel. Ce choix de modélisation est très proche du comportement réellement observé en essais, les débattements en profondeur et en rotation du foil étant nul. La modélisation géométrique du profil est présentée sur la figure 3.21

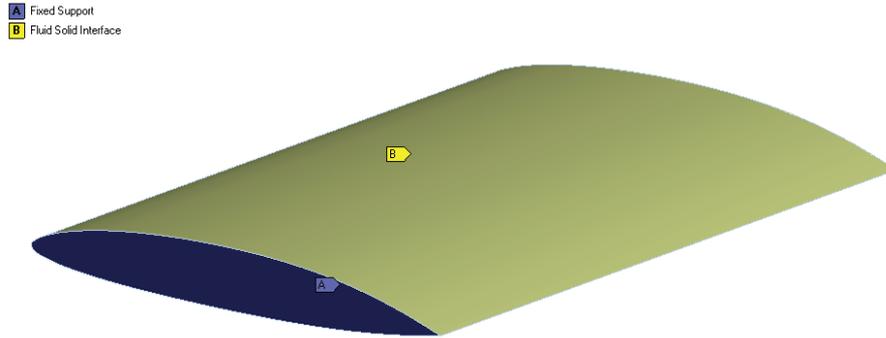


FIGURE 3.21 – Modélisation du profil portant

3.5.2.2. Caractéristiques des maillages

Une étude de l'influence du maillage structure est réalisée. A cette fin, plusieurs maillages avec le nombre de mailles variant le long de l'envergure et dans la section ont été produits. Leurs caractéristiques sont présentées dans le tableau 3.6. La figure 3.22 présente des vues des maillages structure et la figure 3.23 permet de visualiser le niveau de non-coïncidence des maillages fluide et structure.

Nom du maillage	Nombre d'éléments		
	Envergure	Profil 2D	Total
Référence	54	165	8 910
Envergure 1	27	165	4 455
Envergure 2	108	165	17 820
Fin	70	367	25 690

TABLE 3.6 – Récapitulatif des différents maillages structures réalisés

3.6. Méthodes numériques pour l'analyse modale en air et en eau

Afin de déterminer les modes et fréquences propres de notre structure, nous avons conduit une série de calculs comparés à des essais. Des simulations classiques sans modélisation du fluide environnant ont été réalisées ainsi que d'autres avec la structure immergée dans l'eau. Il nous est ainsi possible de déterminer l'effet du liquide sur les modes et les fréquences propres.

3.6.1. Formulation du problème en air (dans le vide)

L'analyse modale consiste à déterminer les éléments propres d'une structure, en particulier les fréquences et déformées modales. On se place dans le cadre des vibrations harmoniques de la structure, soit en écrivant le champ de petits déplacements $u(x, t) = u(x)e^{i\omega t}$ et en l'absence d'efforts extérieurs (volumiques et surfaciques). L'équation vibratoire est alors :

$$-\omega^2 \rho_S u_i - \frac{\partial \sigma_{ij}(\mathbf{u})}{\partial x_j} = 0 \quad (3.91)$$

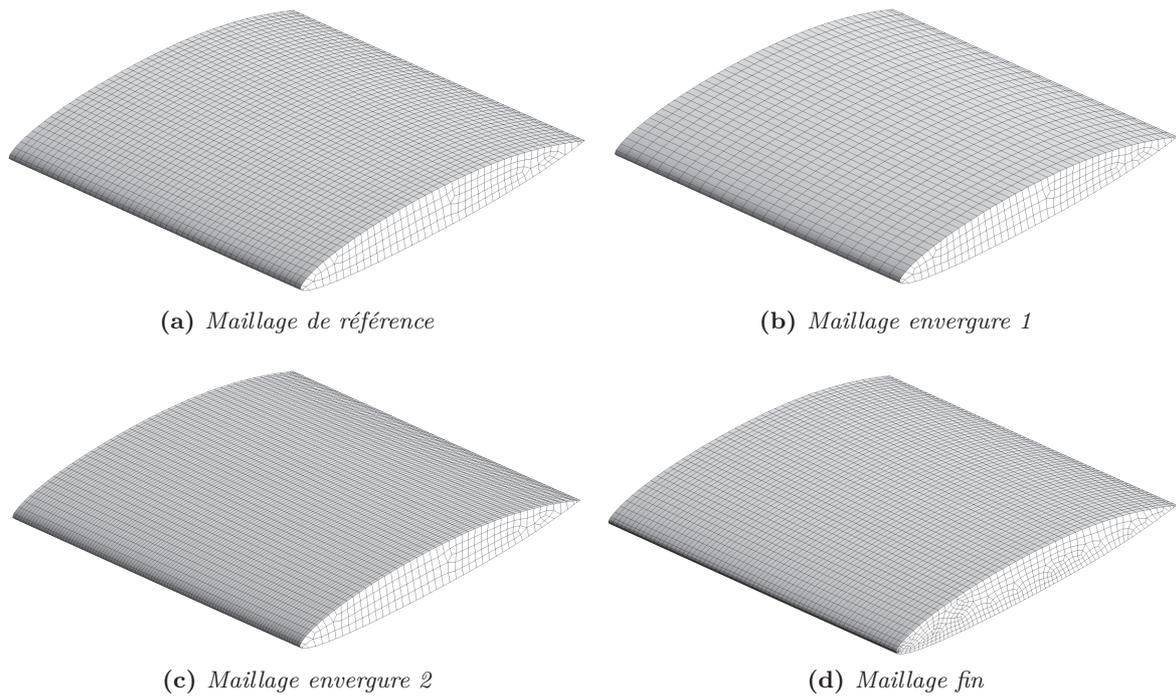
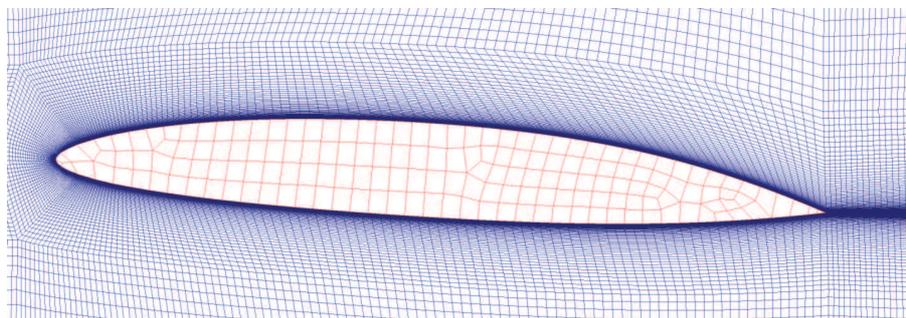
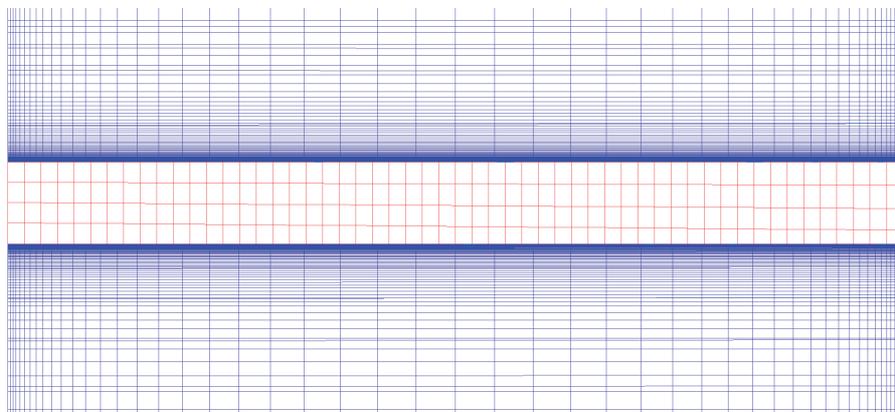


FIGURE 3.22 – Maillages structure à une incidence de 4°



(a) Vue en coupe longitudinale des maillages



(b) Vue en coupe transversale des maillages

FIGURE 3.23 – Non-coïncidence des maillages fluide et structure à l'interface fluide-structure à une incidence de 4°

avec les conditions aux limites $u_i = 0$ à l'encastrement et $\sigma_{ij} n_j = 0$ aux autres limites.

La résolution d'un tel problème n'est possible analytiquement que pour certains cas simples. Par exemple, dans notre cas, le profil portant est modélisable par une poutre pour approcher la première fréquence propre de flexion (voir annexe 1.1.). La résolution pour la géométrie réelle est réalisable à l'aide d'une discrétisation éléments finis (voir annexe 1.2.) qui conduit à un problème aux valeurs propres :

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K})\mathbf{U} = 0 \quad (3.92)$$

Les solutions de l'équation, ω_n et \mathbf{U}_n sont les pulsations et modes propres du système.

3.6.2. Formulation du problème en eau

En présence d'eau, il est nécessaire de résoudre conjointement les équations de vibrations élastiques de la structure et de l'acoustique du fluide. L'équation traduisant l'acoustique d'un fluide est :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_i} + \frac{\omega^2}{c^2} p = 0 \quad (3.93)$$

avec les conditions aux limites $p = 0$ en entrée et sortie de la veine, ainsi que la condition suivante sur les parois rigides du tunnel :

$$\frac{\partial p}{\partial x_i} = 0 \quad \text{en } z = \pm \frac{e}{2} \text{ et } y = \pm \frac{e}{2}$$

Les conditions à l'interface entre le fluide et la structure sont données par l'égalité des efforts et des champs d'accélération qui s'écrivent respectivement :

$$\sigma_{ij}(\mathbf{u})n_j^s = p n_i \quad \text{sur l'interface} \quad (3.94)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x_j} n_j = \omega^2 \rho_F u_j n_j \quad \text{sur l'interface} \quad (3.95)$$

De même que pour la structure seule, ce type de problème a une solution analytique pour des géométries simples (voir annexe 2.2.).

En appliquant une méthode de discrétisation par éléments finis au problème couplé (voir détail en annexe 2.3.), on obtient le système :

$$\left(-\omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_S & \mathbf{0} \\ -\rho_f^t \mathbf{R} & \mathbf{M}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_S & -\mathbf{R} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_f \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{P} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (3.96)$$

La détermination des éléments propres de ce système nécessite l'utilisation d'un solveur non-symétrique [88].

3.6.3. Modèles géométriques et maillages

3.6.3.1. Modèles géométriques

Dans notre cas, le montage réel de l'hydrofoil est relativement complexe de par le mécanisme de mise en rotation présenté à la figure 2.3. Plusieurs modèles sont proposés ; le premier suppose le foil encastré au pied ; le second effectue l'encastrement sur le disque (voir figure 3.24) et le dernier qui modélise l'ensemble du foil, réalise l'encastrement par des conditions d'appuis sur différentes faces (voir figure 3.25).

La position angulaire de l'hydrofoil n'a pas d'influence dans notre cas puisque la déformation du foil sous son propre poids, qui est quasi nul, n'est pas prise en compte dans ce calcul.

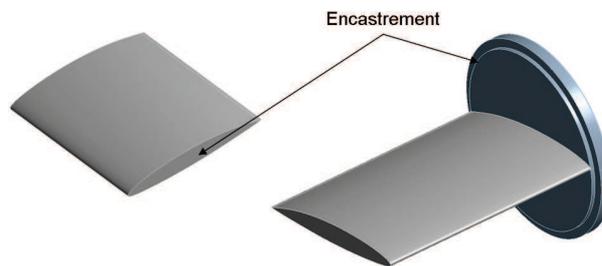


FIGURE 3.24 – Modèles du foil encastré directement au pied de pale (à gauche) et sur le disque (à droite)

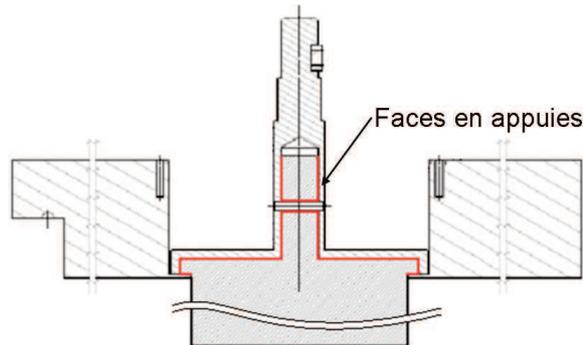


FIGURE 3.25 – Modèle du foil complet et conditions aux limites

Pour la prise en compte du fluide, le volume d'eau contenu dans la veine du tunnel est modélisé autour du profil portant.

3.6.3.2. Maillages

Plusieurs maillages sont réalisés dans chaque cas afin de connaître leur influence sur les fréquences et les déformées modales. La figure 3.26 présente des exemples de maillages de la structure et le tableau 3.7 résume les différents maillages de la structure. Ce maillage est composé d'éléments Solid187.

Le maillage du fluide est réalisé en éléments tétraédriques Fluid30. L'élément fluide est ici utilisé dans une forme dégénérée, l'utilisation de l'élément Fluid221, implémenté dans la version 13 est à conseiller pour les calculs futurs. L'espace situé entre le bout de la pale et le tunnel est conservé dans cette

Modèles	Numéros de maillages	Nombre d'éléments
Foil seul	1	795
	2	27810
	3	113708
	4	372832
Foil avec disque	1	4781
	2	85175
	3	247742
Foil complet	1	4257
	2	12836
	3	48582
	4	250828
	5	555967
	6	937647
	7	1410946

TABLE 3.7 – Nombre d'éléments utilisés dans les différents maillages en air

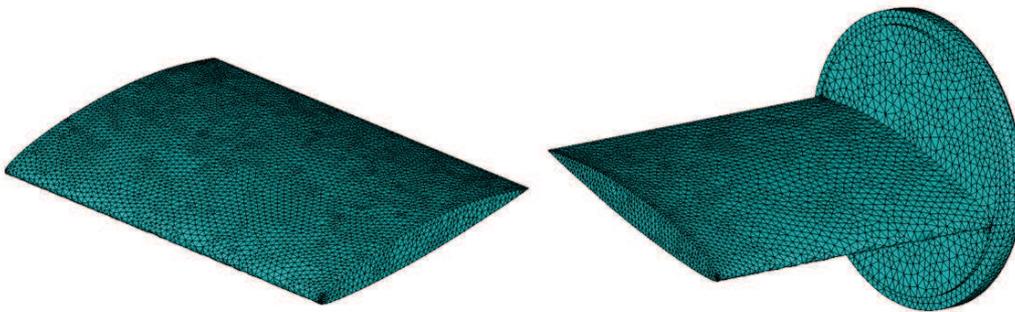


FIGURE 3.26 – Représentation des maillages foil seul 3 et foil avec disque 2

étude. Le tableau 3.8 résume les différents maillages du problème produit. Les maillages pour les cas en eau sont réalisés pour pouvoir correspondre au maillage en air.

Modèle	Maillage	Eléments structure	Eléments fluide
Foil seul	1	38499	125330
Foil avec disque	2	83591	630364
Foil complet 1	3	11484	41480
Foil complet 2	4	92284	567765

TABLE 3.8 – Récapitulatif des différents maillages mis en œuvre pour les différents modèles en eau

Comparaisons essais-calculs : *Cas du foil rigide*

4.1. Etude monophasique

4.1.1. Vérification des calculs

Comme pour toute étude numérique, il est nécessaire de vérifier le choix des méthodes numériques ainsi que celui des maillages. Tout d'abord, nous regardons l'influence du nombre de cœurs (ou CPU) sur la vitesse de résolution et sur l'efficacité de cette résolution. La vitesse de résolution se traduit en temps de calculs et également sous la forme d'un facteur d'accélération ou *speedup* qui définit le gain réalisé par une simulation parallèle vis-à-vis de la même simulation en mono-processeur. Il est défini par le rapport des temps de calcul obtenus entre un unique processeur et n processeurs.

$$\text{speedup} = \frac{T_{1CPU}}{T_{nCPU}} \quad (4.1)$$

Dans le cas idéal, le *speedup* est égal aux nombres de processeurs. Dans la réalité, certaines parties de l'algorithme ne sont pas parallélisées notamment les phases de lecture/écriture ou encore d'échange de grandeurs entre les sous-maillages. Ensuite, le découpage du maillage et la répartition sont effectués par un algorithme *Metis* qui bien que performant n'offre pas le meilleur découpage possible. C'est ce qui explique que la valeur du *speedup* est non-linéaire en fonction du nombre de CPU utilisés (voir figure 4.1).

Le deuxième point, l'efficacité est le rapport entre l'effort nécessaire pour résoudre le problème et celui nécessaire pour le paralléliser (temps de communication, synchronisation...).

$$\text{efficacite} = \frac{T_{1CPU}}{n T_{nCPU}} \quad (4.2)$$

Une valeur de 1 indique que la parallélisation ne coûte rien et plus la valeur est faible moins la parallélisation est efficace.

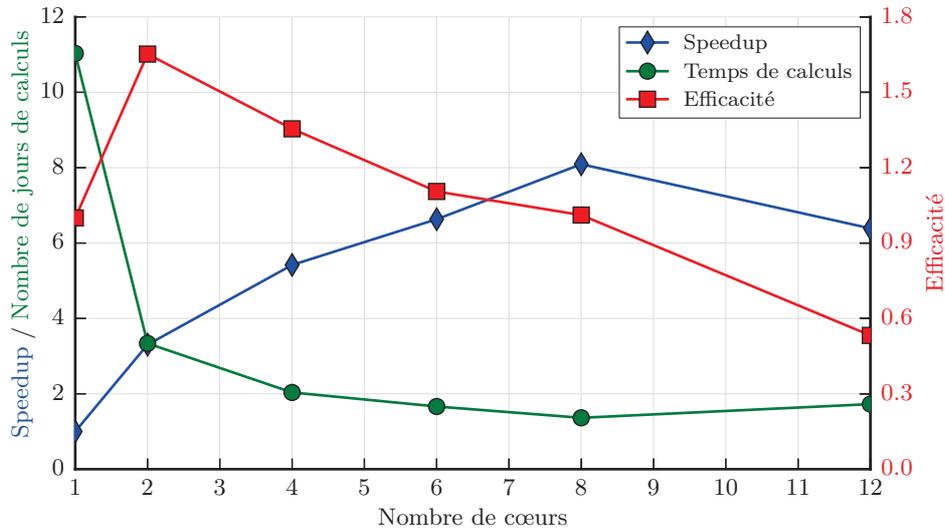
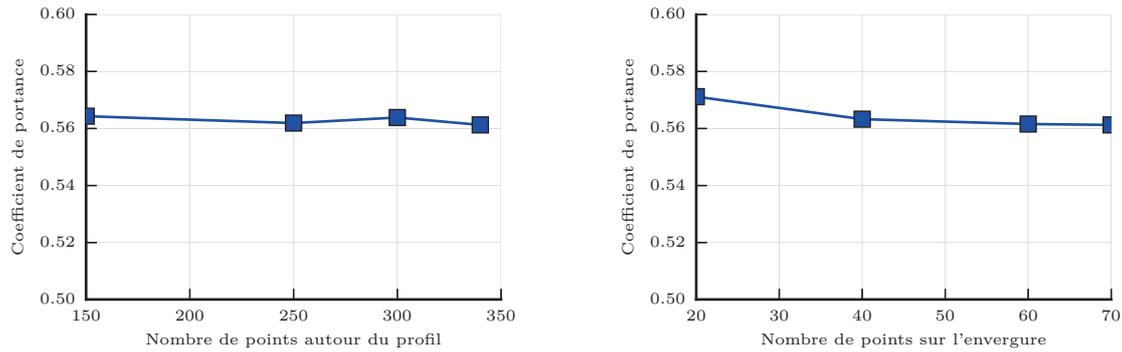


FIGURE 4.1 – Influence du nombre de cœurs sur le temps de calculs, le facteur d'accélération (speedup) et l'efficacité

La figure 4.1, présente les temps de calculs en jours, le facteur d'accélération et l'efficacité obtenus de 1 à 12 CPU. On remarque que la meilleure efficacité correspond au meilleur gain en temps de calculs lors du passage de 1 à 2 cœurs. Par contre, le plus fort *speedup* est atteint pour 8 CPU. Au-delà de cette valeur, on constate que l'efficacité s'effondre et que les temps de calculs augmentent de nouveau. Ce phénomène est dû à la forte augmentation des communications entre CPU pour échanger les grandeurs. L'usage de 8 cœurs donne des partitions du maillage de l'ordre de 600 000 mailles, ce qui correspond aux valeurs limites d'efficacité généralement rencontrées [5]. Pour la suite des simulations on utilise 8 cœurs.

Le second paramètre étudié concerne le nombre de nœuds le long de l'envergure du profil. Celui-ci doit être suffisant pour bien prendre en compte l'effet des parois latérales du tunnel ainsi que la déformation possible du profil. La figure 4.2b montre que pour un nombre de points compris entre 20 et 70, le coefficient de portance varie très peu. Il en est de même pour l'influence du nombre de points autour d'une section du profil portant (voir figure 4.2a). Pour les études futures, on utilisera un maillage contenant 50 points le long de l'envergure et 250 points autour d'une section 2D du profil. L'ensemble donne un maillage d'environ 3 millions d'éléments.

Le dernier paramètre observé concerne la loi de résolution pour la couche limite et la prise en compte des parois verticales. Celle-ci ne peut pas être spécifiée explicitement dans CFX. Elle est déterminée automatiquement en fonction de la valeur de y^+ (voir éq. 3.51). Nous avons réalisé les simulations précédentes afin d'avoir une résolution dite à bas-Reynolds, c'est-à-dire avec un y^+ de l'ordre de l'unité sur le foil. Sur la figure 4.3, on peut voir le coefficient de portance pour le cas précédent (résolution bas-Reynolds et parois verticales) qui est très proche de la valeur expérimentale. Au contraire les deux autres simulations présentent une surestimation importante, d'environ 40%, des résultats expérimentaux. Le point le plus éloigné est obtenu avec une condition de symétrie sur les parois verticales et



(a) Influence du nombre de points autour du profil (70 points selon l'envergure)

(b) Influence du nombre de points le long de l'envergure (340 points dans la section 2D)

FIGURE 4.2 – Influence sur le coefficient de portance du nombre de points dans le maillage à 4°

une résolution de la couche-limite par une méthode à lois de paroi. Le second point utilise également une loi de paroi mais avec une condition de type *wall* sur les parois verticales, c'est-à-dire que l'effet de confinement est mieux modélisé dans ce second cas.

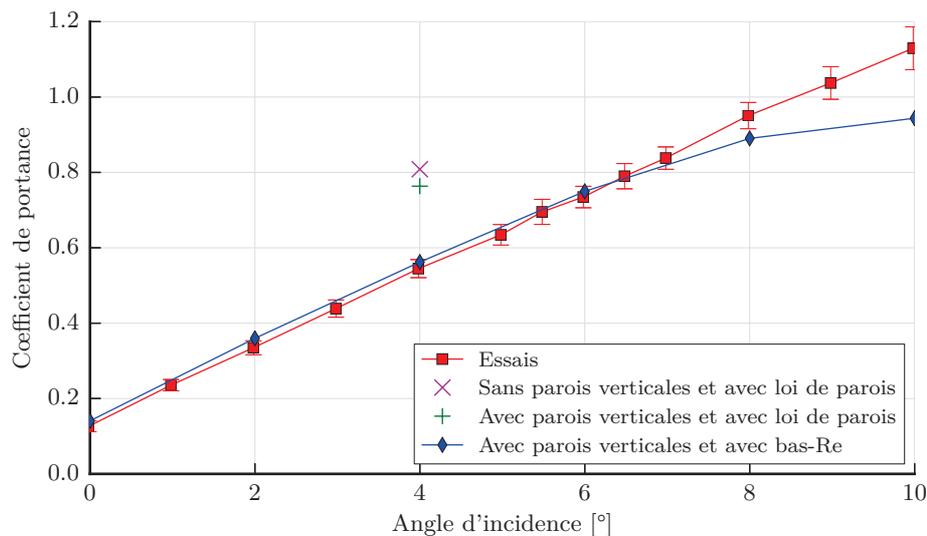


FIGURE 4.3 – Influence de la résolution de la couche limite et de la modélisation des parois sur le coefficient de portance du foil rigide à 4°

4.1.2. Validation du modèle fluide monophasique

La validation du modèle fluide est réalisée grâce à la comparaison des efforts hydrodynamiques. Les mesures de traînées et portances expérimentales ont été réalisées par Delafin *et al.*[28]. Les efforts hydrodynamiques correspondent à la force exercée par l'écoulement sur la structure. Cette force se décompose en trois composantes. La première est normale à l'écoulement et à l'envergure du profil; il s'agit de la portance. La seconde est tangente à l'écoulement, il s'agit de l'effort de résistance à

l'avancement ou traînée. La dernière, l'effort selon l'axe de l'envergure, est dans notre cas négligeable devant les autres efforts.

Ces efforts sont adimensionnés afin d'obtenir les coefficients de portance C_l et de traînée C_d par l'expression suivante :

$$C_{l/d} = \frac{N_{l/d}}{\frac{1}{2}\rho_f V^2 S} \quad (4.3)$$

avec V une vitesse caractéristique de l'écoulement (ici, 5 m/s^{-1}) et S une surface caractéristique choisie égale au produit de la corde par l'envergure.

Les efforts hydrodynamiques sur le corps en mouvement peuvent être décomposés en efforts de pression et en efforts visqueux. La figure 4.4 présente le coefficient de portance pour différents angles d'incidence ainsi que ces composantes de pression et de frottement. On constate que l'effort de portance dû aux frottements visqueux est presque nul, ce qui est conforme à la théorie. L'effort de pression est largement dominant dans la détermination de la portance, ce qui explique les bonnes prédictions de portance généralement obtenues par les modélisations en fluide parfait.

La relation linéaire entre le coefficient de portance et l'angle d'incidence exprimé en radian est :

$$C_l = 1,8\Pi\alpha + C_l(\alpha = 0) \quad (4.4)$$

Le coefficient de 1,8 est à rapprocher du coefficient 2 de cette même relation obtenue sous les hypothèses d'un profil 2D de faibles cambrure, incidence et épaisseur [22].

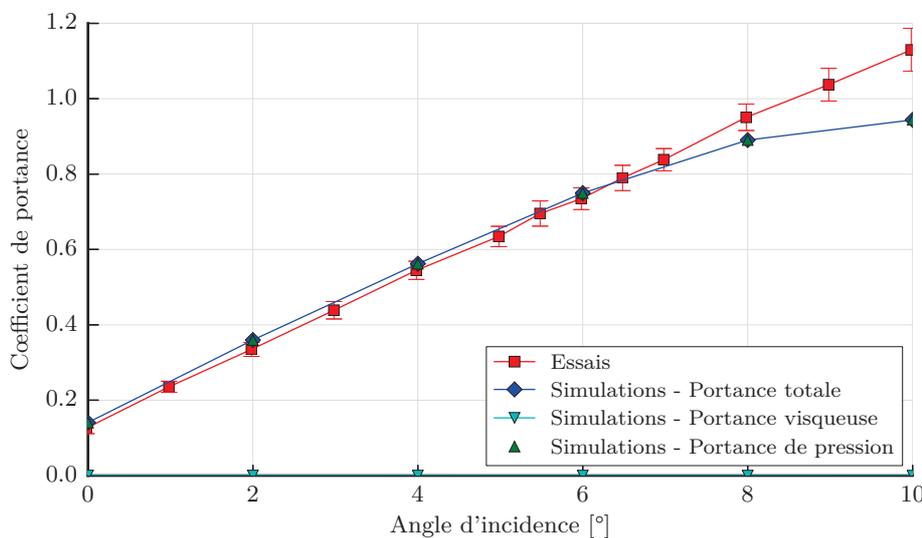


FIGURE 4.4 – Coefficient de portance numérique et expérimentale sur un profil portant NACA66-312(mod.) rigide - les barres verticales correspondent à 5 fois l'écart-type

Le coefficient de portance est très proche des résultats d'essais notamment entre 0 et 6°. Les barres verticales sur les résultats d'essais correspondent à 5 fois la valeur de l'écart-type. On constate un changement de pente dans les résultats numériques autour de 7° qui conduit à sous-estimer l'effort de portance. Cette sous-estimation est produite par un décollement plus important de la couche limite en simulations numériques. Il a été montré que les modèles RANS et en particulier le modèle $k-\omega$ SST

permettent d'obtenir des résultats corrects jusqu'à la zone de décrochage [91, 23]. Ces modèles sont très sensibles aux choix de modélisations, par exemple, le maillage dans la zone de sillage ou encore les effets de confinement qui peuvent être à l'origine de l'erreur de prédiction. Notre étude se limite à des petits angles d'incidence, entre 0 et 8°, pour lesquels les résultats sont satisfaisants. Nous n'avons donc pas souhaiter complexifier le modèle pour tenter d'améliorer les résultats pour les angles supérieurs à 8°.

La figure 4.5 présente le coefficient de traînée pour différents angles d'incidence ainsi que les contributions visqueuses et de pression de ce coefficient. On constate que la traînée visqueuse est très peu dépendante de l'angle d'incidence. Cet effort est fonction de la vitesse tangentielle proche de la paroi et de la surface de frottement entre le fluide et la structure, ces deux éléments variant peu avec l'incidence.

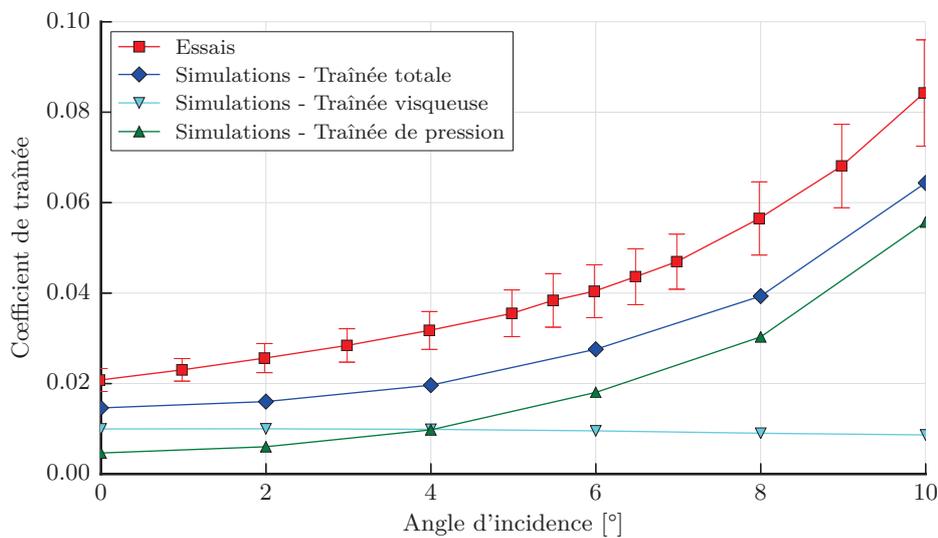


FIGURE 4.5 – Coefficient de traînée numérique et expérimentale sur un profil portant NACA66-312(mod.) rigide - les barres verticales correspondent à 5 fois l'écart-type

La traînée de pression, est faible initialement car l'hydrofoil offre une petite surface de résistance. Plus l'angle d'incidence augmente, plus le profil tend à se comporter du point de vue de la traînée, comme une plaque plane. La traînée de pression devient alors plus importante que la contribution visqueuse. Sur la même figure, on constate un décalage entre la traînée expérimentale et celle obtenue numériquement. Ce décalage provient de la non prise en compte de la bande de rugosité dans la simulation numérique. On peut vérifier cette hypothèse en modélisant l'hydrofoil par une plaque plane.

Dans le cas d'une plaque plane lisse, le coefficient de frottement visqueux peut-être estimé par la formule de l'ITTC57 (*International Towing Tank Conference*) :

$$C_f = \frac{0,075}{(\log(\text{Re}) - 2)^2} \quad (4.5)$$

Dans cette formule, la surface de référence est supposée être égale à deux fois le produit de la corde par l'envergure. Or dans notre étude, nous définissons le coefficient de traînée visqueuse avec une surface de référence égale au produit de la corde par l'envergure. En passant par la définition de l'effort de

traînée (éq. 4.3), on peut montrer que le coefficient de traînée visqueuse pour une plaque plane est :

$$C_v = 2 C_f = 0,01 \quad (4.6)$$

Cette valeur correspond bien à celle obtenue numériquement.

Les rugosités ont une hauteur $H_{\text{rug}} = 15,6 \times 10^{-6}$ m sur 10% de la longueur de la corde et sur les deux faces du foil. On décompose la traînée visqueuse en une partie rugueuse C_r et une partie lisse C_{v*} . La partie lisse est obtenue par le même procédé que précédemment et vaut $C_{v*} = 0,9 \cdot 2 C_f$. La partie rugueuse est donnée par :

$$C_r = \left(1,89 + 1,62 \log \left(\frac{L_{\text{rug}}}{H_{\text{rug}}} \right) \right) \quad (4.7)$$

Le coefficient de traînée visqueuse est alors égal à 0,016. Si l'on ajoute à cette valeur la contribution de la pression qui vaut environ 0,05, on arrive à la valeur du coefficient de traînée mesuré en essai. Cela montre bien que la non modélisation de la bande rugueuse est à l'origine de cet écart. La modélisation de la bande rugueuse bien que possible n'apporterait pas beaucoup plus de précision à l'effort global puisque la traînée est 10 fois plus faible que la portance.

4.2. Etude des cas cavitants

Cette étude porte sur le modèle de cavitation implémenté dans CFX et sur les performances que l'on peut attendre de ce modèle. Pour ce faire, des résultats d'essais obtenus à partir de l'hydrofoil rigide lors de la thèse de Leroux [63] sont comparés à ceux obtenus numériquement. Deux types de poches sont analysés. Les premières sont des poches attachées au bord d'attaque dont la longueur varie très peu au cours du temps. Ces cas, dits stables, sont traités avec des modèles stationnaires. Le second cas traité est celui d'une poche instable dont la longueur varie au cours du temps. Dans ce dernier cas, un modèle instationnaire est mis en œuvre.

4.2.1. Cas des poches stables

La modélisation des poches stables est validée en comparant les résultats en termes d'efforts hydrodynamiques et de pression pariétale dans le plan vertical médian. Le tableau 4.1 présente les caractéristiques des essais et des calculs avec poches stationnaires.

Angle d'incidence	6°			
Vitesse d'entrée	5,33 m/s			
Nombre de cavitation simulé σ	1,62	1,39	1,31	1,29
Pression veine (Pveine) en Pa	25 284	22 027	20 894	20 610
Longueur de poche expérimentale rapportée à la corde	0,10	0,30	0,40	0,45

TABLE 4.1 – *Rappel des essais et calculs cavitants sur hydrofoil rigide avec une poche stable*

Dans un premier temps, le modèle de cavitation est employé avec les valeurs par défaut pour les constantes. Nous commençons par comparer qualitativement la forme de la poche de vapeur obtenue expérimentalement (voir figure 4.6) et numériquement (voir figure 4.7). On constate expérimentalement la forme dissymétrique de la poche par rapport au plan vertical médian. Cette dissymétrie est provoquée par les conditions aux limites en extrémité de l'envergure. A droite de la figure se trouve la paroi qui crée une forte perturbation de la poche. A gauche l'entrefer entre la paroi et le profil limite cette perturbation.

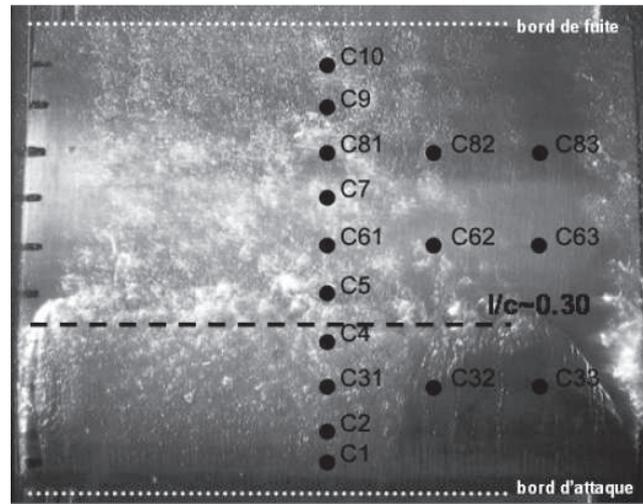


FIGURE 4.6 – Photographie de la poche de cavitation par le dessus pour $\sigma = 1,39$ et $l/c = 0,30$ [63]

Les résultats numériques sont cohérents avec l'évolution du nombre de cavitation. Plus celui-ci augmente, plus la poche diminue. Par contre, on ne retrouve pas la forme dissymétrique de la poche de cavitation puisque les conditions aux limites aux extrémités de l'envergure sont identiques dans la simulation. L'effet des parois latérales est moins marqué numériquement mais peut s'expliquer par la représentation de l'encastrement et les conditions d'écoulement moins perturbées dans la simulation. Expérimentalement, le raccord entre la paroi et le profil n'est pas parfait et des petites bulles d'air peuvent pénétrer dans le tunnel par des micro-fissures entre la paroi vertical du fond de la veine et des trappes d'accès à la veine. Ces bulles convectées dans l'écoulement le long de la paroi vont accroître les perturbations près du raccord paroi-foil. Si l'on compare, qualitativement, les longueurs de poches obtenues en essai et par calculs pour le cas $\sigma = 1,39$, on constate que les simulations sous-estiment cette longueur.

La figure 4.8 montre la forme de la poche de vapeur obtenue numériquement pour les différents cas de poches statiques. La cavité obtenue est peu épaisse et on constate que la taille de la zone composée exclusivement de vapeur d'eau est très faible. A l'arrière de la cavité, un très léger décollement de la zone de mélange apparaît. Ce décollement s'accroît avec l'augmentation de la cavitation. Il s'agit du début de formation du jet rentrant qui doit, si l'on continue à diminuer le nombre de cavitation, créer une instabilité à l'origine des fluctuations de la poche.

L'hydrofoil utilisé est équipé de capteurs de pression à l'extrados dans le plan vertical médian. Ainsi, nous pouvons tracer sur la figure 4.9 les coefficients de pression expérimentaux et numériques pour $\sigma = 1,29$, $1,31$ et $1,39$ ainsi que pour un cas non-cavitant. En comparant l'évolution du coefficient de pression avec et sans cavitation, on constate que les deux évolutions sont identiques au-delà de 70% de

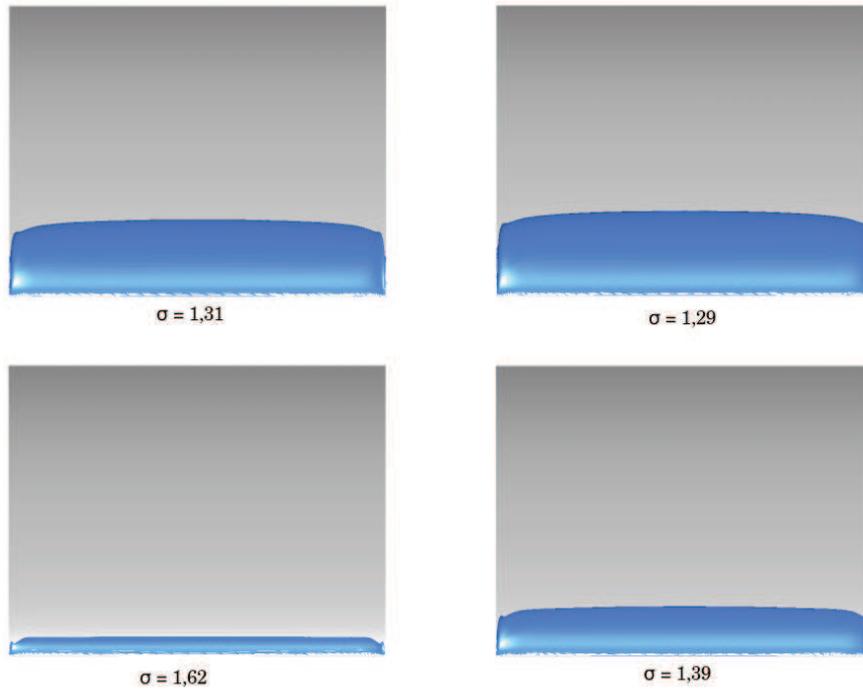


FIGURE 4.7 – Formes de la poche de cavitation obtenues numériquement pour une valeur de fraction volumique de vapeur de 0,5 et $\sigma = 1,29; 1,31; 1,39; 1,62$

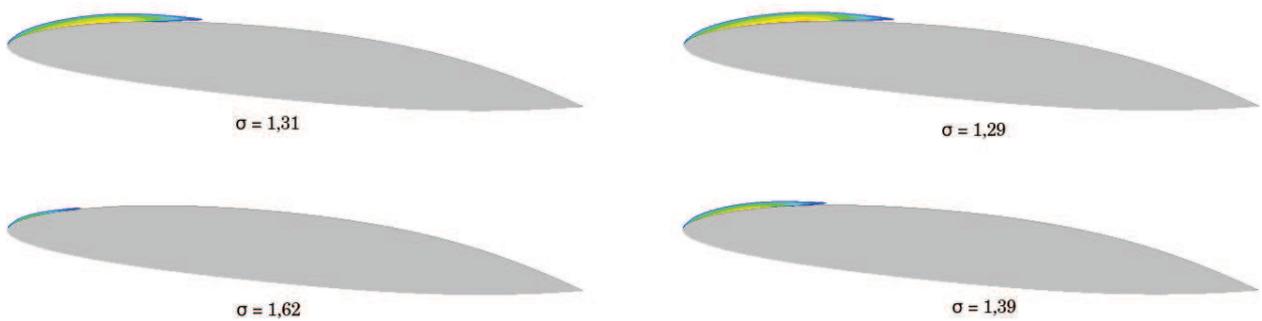


FIGURE 4.8 – Evolution de la fraction volumique de vapeur autour du foil obtenue numériquement pour $\sigma = 1,29; 1,31; 1,39; 1,62$ - la zone rouge correspond à une fraction volumique de vapeur de 1 et l'absence de coloration à une valeur inférieure à 0,1

la corde, autrement dit lorsque l'écoulement sur le profil n'est plus perturbé par la cavitation. Au bord d'attaque, une zone de pression constante proche de celle de vapeur saturante est présente lorsqu'il y a cavitation. Le plateau correspond à la poche de cavitation qui se maintient à une pression proche de la pression de vapeur saturante, conformément à la théorie. La zone de fermeture de la poche correspond aux raccords entre le plateau et l'écoulement sub-cavitant.

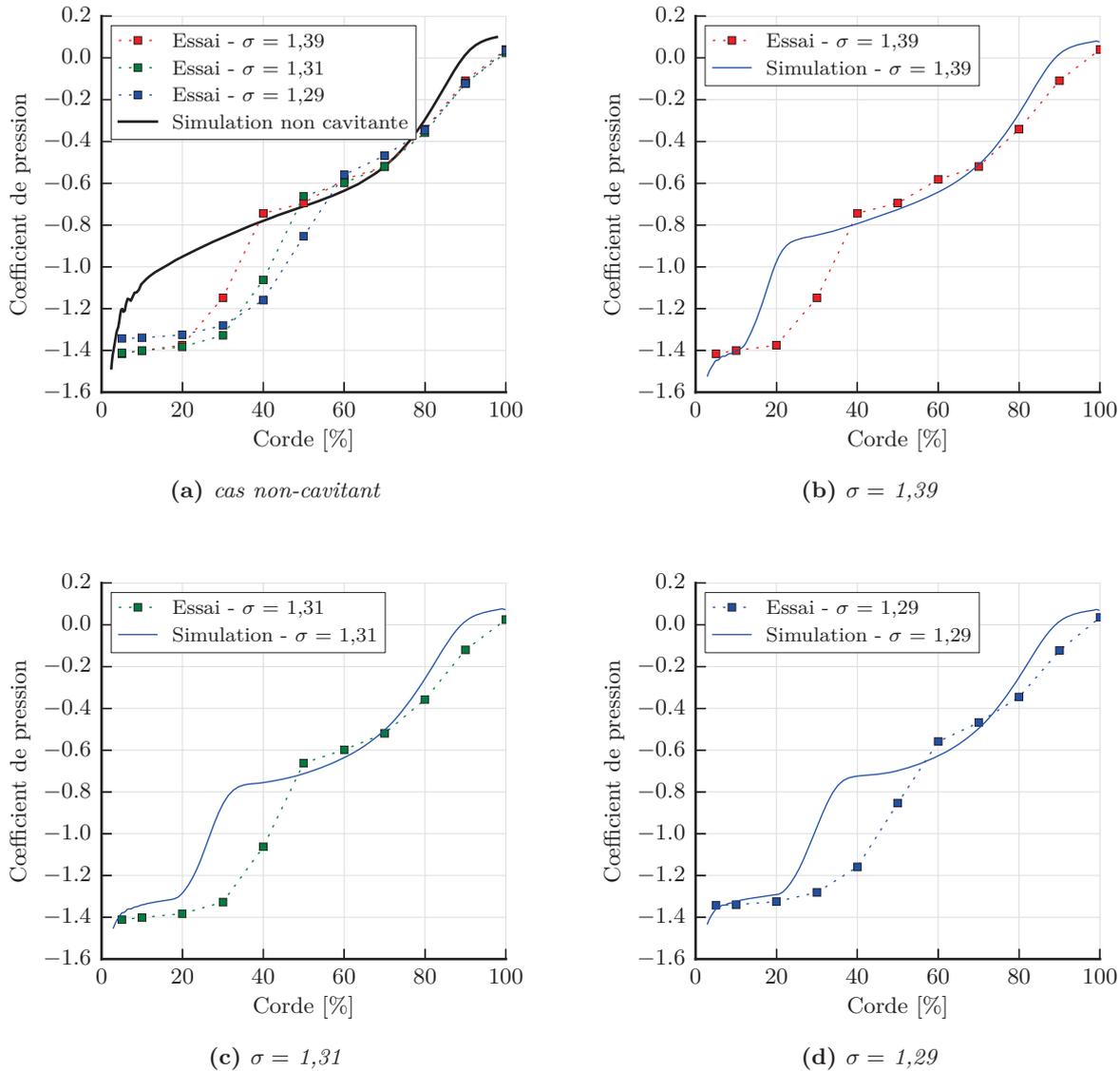


FIGURE 4.9 – Evolution des coefficients de pression numériques et expérimentaux pour différentes valeurs du nombre de cavitation à une incidence de 6°

De même que lors de l'analyse qualitative précédente, on constate la sous-estimation de la longueur du plateau de pression, c'est-à-dire de la poche de vapeur. La mauvaise estimation des pressions pariétales provoque, de fait, une mauvaise prédiction de l'effort hydrodynamique de portance (voir figure 4.10a). Bien que sous-estimée, l'évolution numérique du coefficient de portance en fonction du nombre de cavitation reste conforme aux essais.

L'évolution du coefficient de traînée, présentée sur la figure 4.10b, montre clairement un accroissement de la traînée avec la cavitation en essais. Les résultats numériques ne montrent pas d'évolution signi-

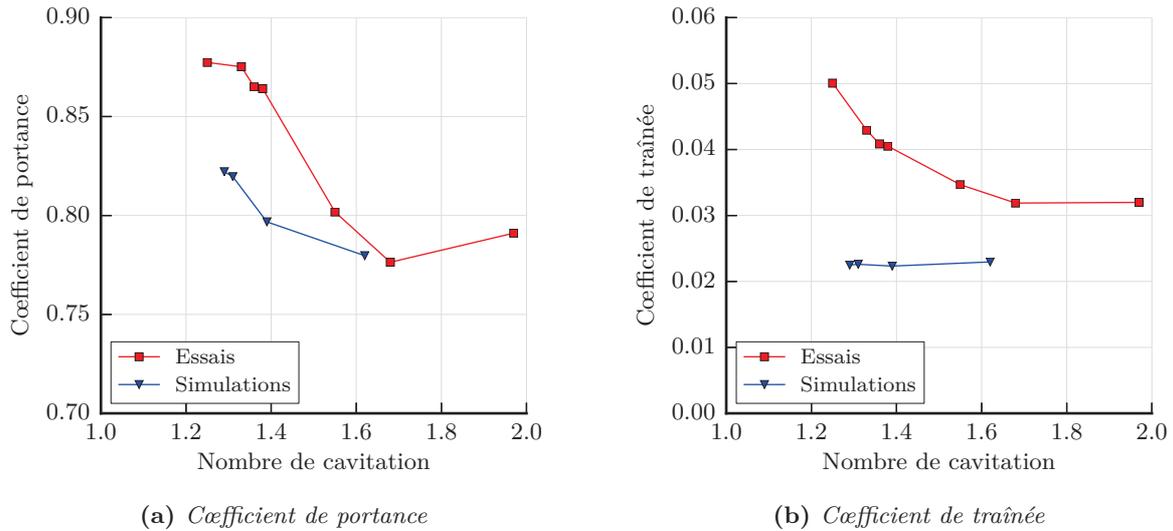


FIGURE 4.10 – Evolution des coefficients de portance et de traînée numériques et expérimentaux en fonction du nombre de cavitation à une incidence de 6°

ficative de la traînée. Cependant, la valeur des efforts de traînée reste très faible devant les efforts de portance.

Ces résultats obtenus pour des cas de poches stables semblent indiquer que la génération de vapeur est insuffisante. Pour corriger ce problème, nous proposons de modifier les constantes du modèle de cavitation afin de recalibrer le modèle sur les résultats expérimentaux. La construction du modèle de cavitation fait que les constantes sont en facteur des termes de vaporisation et de condensation. Nous choisissons donc de modifier les constantes F_{vap} et F_{cond} de ces termes.

On étudie l'influence de ces deux constantes pour $\sigma = 1,31$ puis on appliquera le meilleur paramétrage pour $\sigma = 1,29$ et $\sigma = 1,39$. Le tableau 4.2 montre les différents couples de valeurs des constantes testées. La figure 4.11 montre l'effet des différents paramétrages sur le coefficient de pression à la paroi et les compare avec le cas précédent et avec les valeurs expérimentales.

Constante	Standard	C1	C2	C3	C4
F_{vap}	50	$10 \times F_{\text{vap}} = 500$	$10 \times F_{\text{vap}} = 500$	$15 \times F_{\text{vap}} = 750$	$10 \times F_{\text{vap}} = 500$
F_{cond}	0,01	$5 \times F_{\text{cond}} = 0,05$	$1 \times F_{\text{cond}} = 0,01$	$1 \times F_{\text{cond}} = 0,01$	$7 \times F_{\text{cond}} = 0,07$

TABLE 4.2 – Valeurs des constantes testées pour $\sigma = 1,31$

On constate que l'accroissement du terme de vaporisation allonge le palier de pression, ce qui correspond à l'effet recherché. La constante du terme de condensation permet de modifier la zone de fermeture de poche. Cette zone peut-être plus ou moins pentue suivant l'importance de la vaporisation. Plus cette dernière est importante, plus la fin de la poche sera brutale avec la présence d'un pic de pression plus marqué.

La figure 4.12 montre l'effet des constantes du modèle de cavitation sur la forme de la poche. On constate que le coefficient de vaporisation permet de réduire la longueur de la zone décollée. Cette zone est réduite par l'allongement de la poche à la paroi. L'augmentation du coefficient de vaporisation permet également d'avoir des poches plus riches en vapeur. Au vu de ces résultats, nous avons choisi le

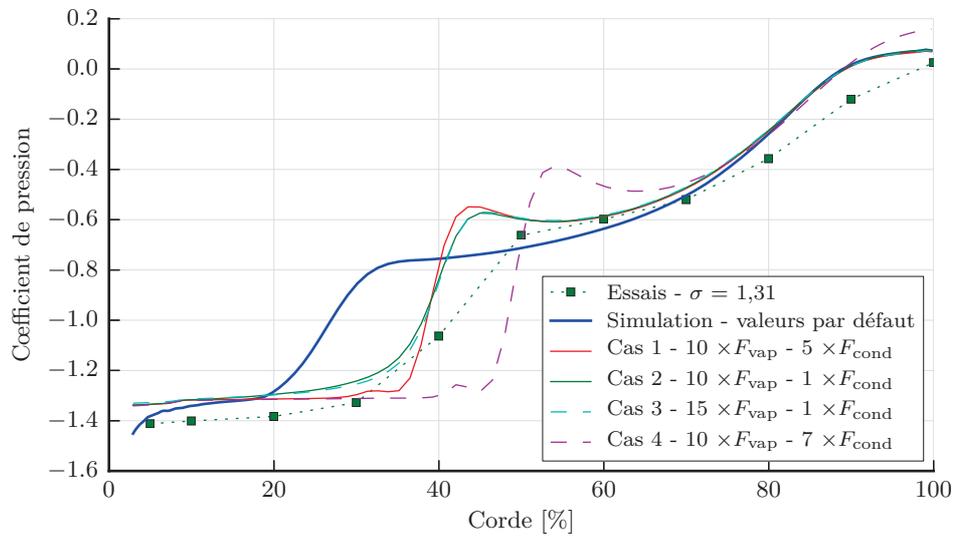


FIGURE 4.11 – Evolution des coefficients de pression numériques et expérimentaux en fonction du paramétrage du modèle de cavitation pour $\sigma = 1,31$

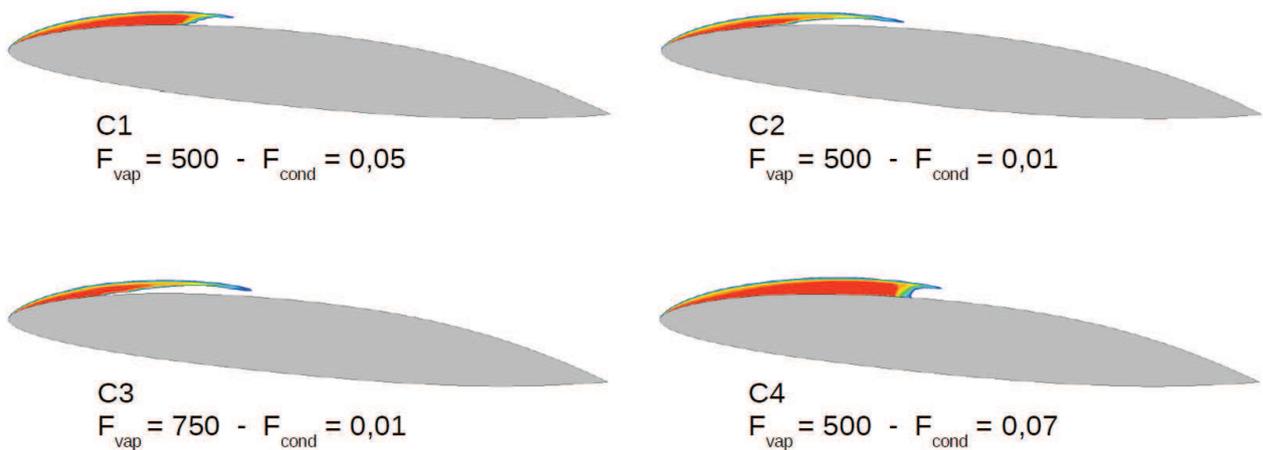


FIGURE 4.12 – Evolution de la fraction volumique de vapeur autour du foil obtenue numériquement pour $\sigma = 1,31$ avec les différents choix de constantes - la zone rouge correspond à une fraction volumique de vapeur de 1 et l'absence de coloration à une valeur inférieure à 0,1

modèle corrigé C1 qui reproduit bien la longueur de la poche sans apporter une trop forte surpression à la fermeture.

En utilisant ces paramètres pour les différents nombres de cavitation, nous obtenons les coefficients de pression de la figure 4.13. On constate que les paliers de pression, sont mieux prédits par le modèle corrigé et que les surpressions en fermeture de poche restent limitées. Le modèle corrigé donne des résultats satisfaisants.

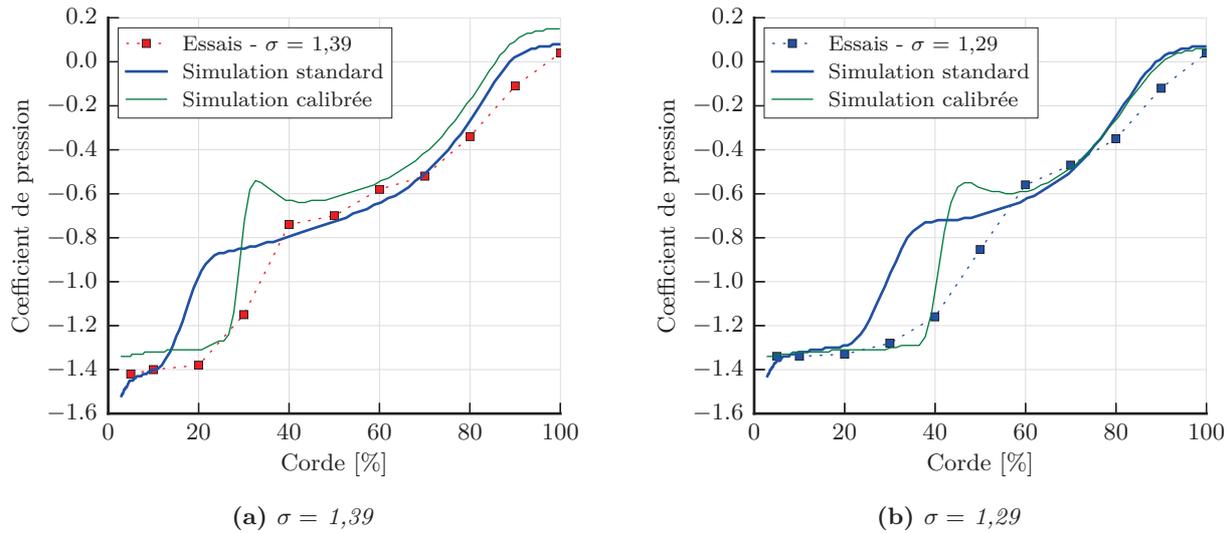


FIGURE 4.13 – Evolution des coefficients de pression expérimentaux et numériques obtenus avec le modèle corrigé pour $\sigma = 1,39$ et $1,31$ à une incidence de 6°

Les efforts hydrodynamiques obtenus avec le modèle corrigé (voir figure 4.14), sont plus proches des valeurs expérimentales. Le coefficient de portance est mieux prédit avec une réduction de l'écart d'environ 50% entre les essais et les simulations. L'écart entre résultats numériques et expérimentaux est également réduit pour le coefficient de traînée. Cependant, l'évolution prédite par le code de calcul n'est pas parfaitement conforme à celle mesurée. On observe que pour les poches de faible dimension (σ supérieur à 1,39) la cavitation n'a pas d'effet sur la traînée. Puis pour $\sigma = 1,31$ la traînée augmente fortement avant de diminuer lors des simulations. Cette diminution ne correspond pas au comportement attendu. Plusieurs raisons peuvent expliquer ces différences de comportement. Par exemple, l'absence de modélisation de l'interface liquide-vapeur et de ses instabilités qui augmentent la traînée.

4.2.2. Cas d'une poche instable

Un cas de poche instable est étudié sur un profil rigide. L'objectif est le même que précédemment, à savoir, disposer d'un modèle de cavitation calibré pour ce type de cavitation. Les paramétrages du modèle de cavitation testés sont présentés dans le tableau 4.3. Le cas traité correspond à un nombre de cavitation de 1 pour une vitesse d'écoulement de 5,33 m/s et une incidence de 6° .

La figure 4.15 présente l'évolution de la poche de cavitation au cours des essais réalisés par Leroux [63]. La poche de cavitation se forme au bord d'attaque et s'étend progressivement sur l'extrados du profil. Puis on constate l'émission de nuages secondaires une fois la longueur de poche proche des 60 à

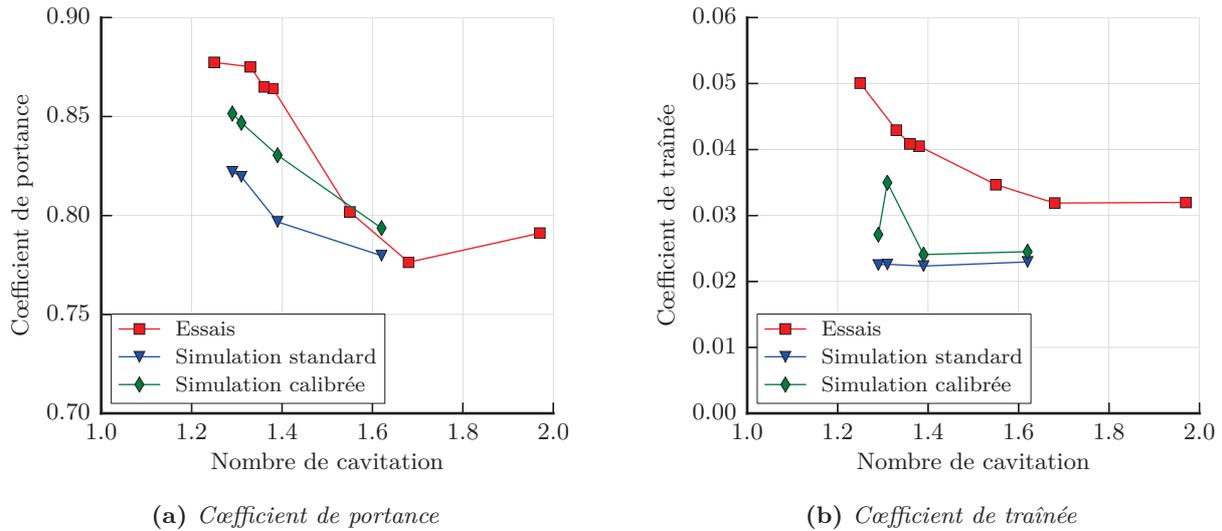


FIGURE 4.14 – Evolution des coefficients de portance et de traînée expérimentaux et numériques obtenus avec le modèle corrigé à une incidence de 6°

Modèle de cavitation	F_{vap}	F_{cond}
Standard	50	0,01
Calibré stationnaire	500	0,05
Recalé instationnaire	500	0,01

TABLE 4.3 – Paramétrages du modèle de cavitation testés avec une poche instable

70% de la corde. La poche s’allonge au-delà de 70% puis se repli partiellement en émettant un nuage de vapeur important.

Numériquement, trois paramétrages du modèle de cavitation sont testés. Le premier reprend les valeurs par défaut du modèle et donne l’évolution de la poche présentée à la figure 4.16. Le second modèle reprend le paramétrage du modèle C1 retenue pour les simulations de poches stables, la figure 4.17 montre l’évolution de la forme de la poche. Le dernier modèle utilise le paramétrage C2 des simulations de poches stables, le cycle d’oscillations de la poche est présenté sur la figure 4.18.

Sur les trois figures précédentes, on constate que le paramétrage du modèle de cavitation a un effet important sur la dynamique de la poche. Dans le cas du modèle standard, la poche se replie complètement après avoir lâché un nuage, contenant une faible teneur en vapeur (de l’ordre de 0,2). Le repli de la poche provoque sa disparition complète contrairement aux essais, où la poche diminue jusqu’à une longueur de 20% de la corde.

Dans le cas du modèle calibré pour les poches stables, on constate une production beaucoup trop importante de vapeur. La poche a bien un comportement oscillant avec un lâché de nuage mais également une phase supercavitante. Ce phénomène ne correspond pas à la physique attendue et provient de l’augmentation du terme de condensation. Nous avons observé précédemment (voir figure 4.11, page 99) que plus le terme de condensation est important, plus la poche se ferme rapidement (le passage du palier de pression constante au profil de pression sans cavitation est plus court). De plus, la longueur de la poche est accrue par l’augmentation du terme de condensation.

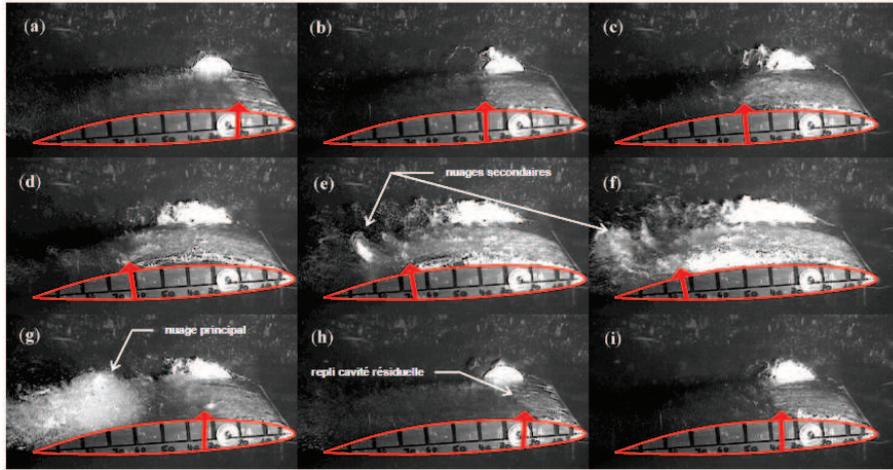


FIGURE 4.15 – Cavitation par poche instationnaire, $\Delta t = 1/25^e s$ entre les images. (a-d) Développement de la cavité principale jusque $l/c = 0.6$. (e-f) Développement de la cavité principale contrebalancé par l'émission de nuages secondaires. (g) Détachement et convection du nuage principal, développement à suivre de la cavité résiduelle. (h) Brusque repli de la cavité résiduelle. (i) Début d'une nouvelle période. Ecoulement nominal venant de la droite, lecture de gauche à droite et de haut en bas, vues de côté. source : Leroux [63]

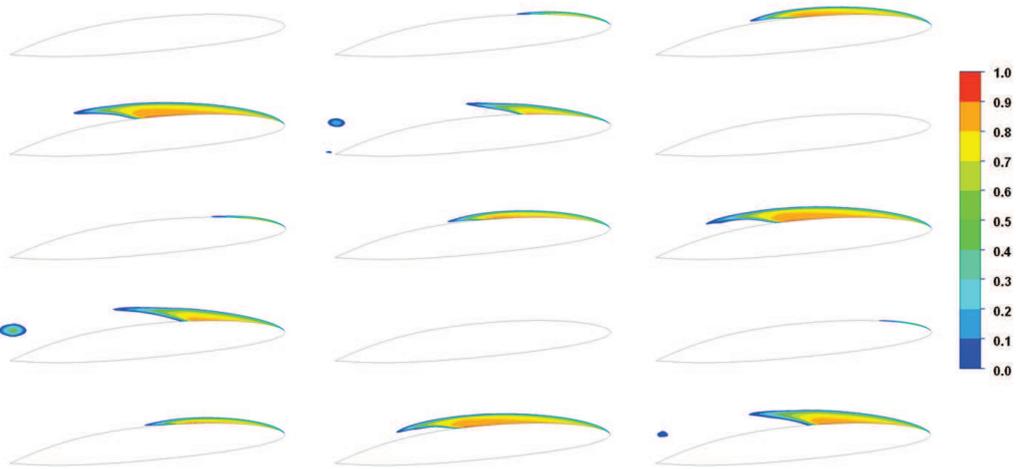


FIGURE 4.16 – Evolution de la fraction volumique de vapeur dans le plan vertical médian pour $\sigma = 1$, $\alpha = 6^\circ$, $Re = 8 \times 10^5$ et avec le modèle de cavitation standard - intervalle entre image de 0,05 s - première image à $t=0,95$ s

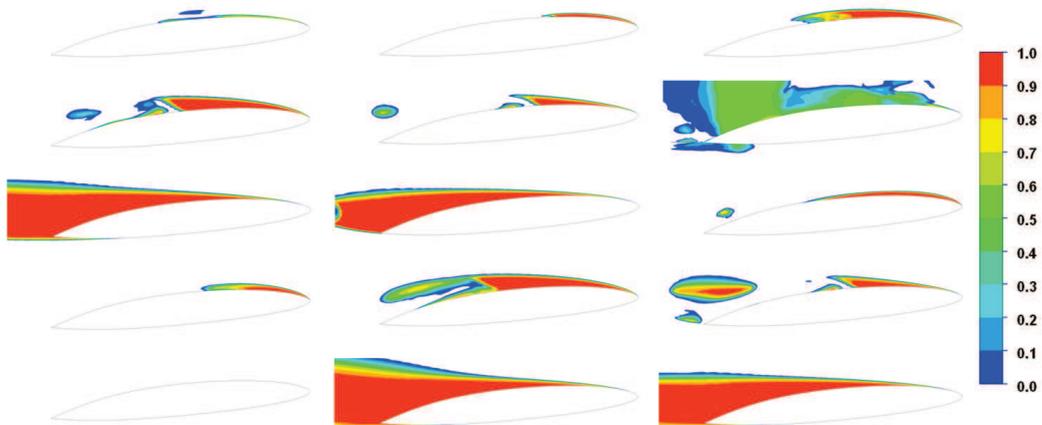


FIGURE 4.17 – Evolution de la fraction volumique de vapeur dans le plan vertical médian pour $\sigma = 1$, $\alpha = 6^\circ$, $Re = 8 \times 10^5$ et avec le modèle de cavitation calibré sur les cas stationnaires (modèle C1) - intervalle entre image de 0,05 s - première image à $t=0,7$ s

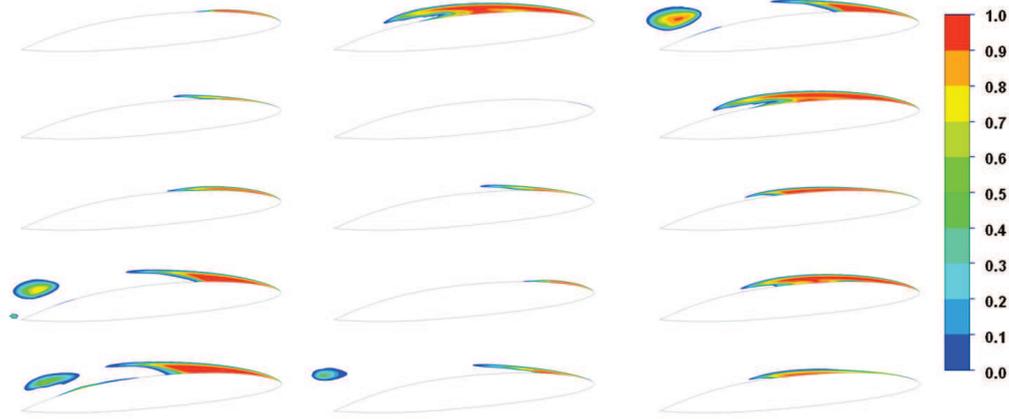


FIGURE 4.18 – Evolution de la fraction volumique de vapeur dans le plan vertical médian pour $\sigma = 1$, $\alpha = 6^\circ$, $Re = 8 \times 10^5$ et avec le modèle de cavitation C2 - intervalle entre image de 0,05 s - première image à $t = 1,30$ s

Le dernier modèle testé, reprend le paramètre du cas C2, c'est-à-dire un terme de vaporisation similaire au modèle calibré (C1) mais sans modifier le terme de condensation standard. On constate alors que la dynamique de la poche est bien oscillante, avec au moment du repli le lâché d'un nuage de vapeur. Ce nuage, ainsi que la poche sont plus riches en vapeur que pour le modèle standard. Ce modèle, comme les précédents, ne permet pas de conserver lors du repli une poche résiduelle au bord d'attaque.

Le comportement instable du modèle calibré stationnaire (C1) se retrouve sur le tracé des coefficients de portance (voir figure 4.19) et de traînée (voir figure 4.20). Entre $t = 0$ s et $t = 0,5$ s, il n'y a pas de cavitation dans le domaine, il s'agit d'une diminution de la pression atmosphérique à la pression correspondant au cas retenu. Cette chute de pression n'a pas d'influence sur les efforts hydrodynamiques puisqu'il s'applique régulièrement sur l'ensemble du domaine. Au-delà de $t = 0,5$ s, la cavitation apparaît sur le profil portant et croît jusqu'à environ $t = 0,6$ s. La pression sous la poche de vapeur est maintenue aux environs de la pression de vapeur saturante. Cette faible pression à la paroi provoque une augmentation de la portance. La présence de la poche de cavitation augmente également la traînée du profil.

Lorsque la poche *collapse*, à $t = 0,67$ s, une poche résiduelle se repli brutalement en provoquant une perte de portance et de traînée. Puis, un nouveau cycle commence. On constate que les modèles standard et recalé instationnaire (C2) évoluent de façon similaire. Le modèle calibré stationnaire (C1) présente sur le premier cycle un comportement conforme aux autres modèles. Les cycles suivants présentent des perturbations de plus en plus importantes qui traduisent l'instabilité de ce réglage pour le cas traité.

Le tableau 4.4 compare les fréquences d'oscillations des poches pour les différents modèles. On constate que le modèle calibré stationnaire (C1) donne une valeur de fréquence inférieure à celle des essais. Avec ce modèle, le temps entre *collapse* est allongé par rapport à celui mesuré en essais. Les deux autres modèles permettent d'obtenir une évaluation correcte de la fréquence d'oscillation.

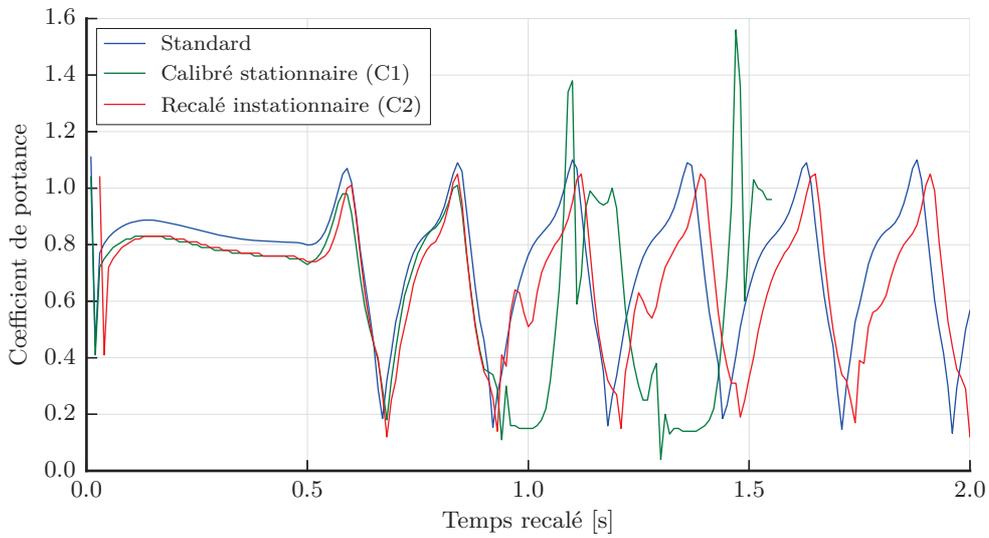


FIGURE 4.19 – Coefficient de portance en fonction du temps pour les différents réglages du modèle de cavitation et $\sigma = 1$, $\alpha = 6^\circ$, $Re = 8 \times 10^5$

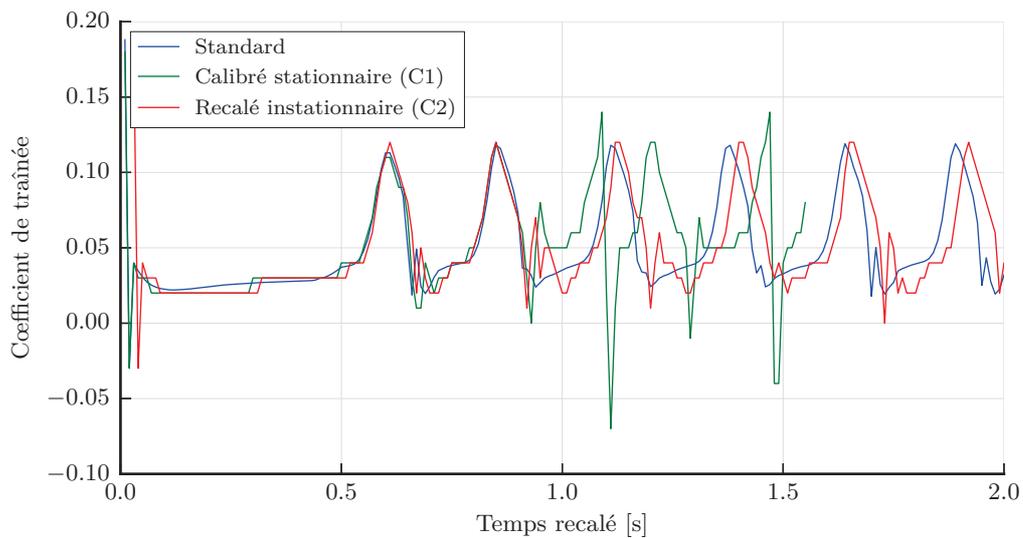


FIGURE 4.20 – Coefficient de traînée en fonction du temps pour les différents réglages du modèle de cavitation et $\sigma = 1$, $\alpha = 6^\circ$, $Re = 8 \times 10^5$

	Fréquence [Hz]	Nombre de Strouhal
Essais	4,00	0,11
Standard	$3,85 \pm 0,78$	0,11
Calibré stationnaire	$3,13 \pm 0,78$	0,09
Recalé instationnaire	$3,74 \pm 0,78$	0,10

TABLE 4.4 – Fréquence d'oscillation des poches de vapeur et nombre de Strouhal associé

4.3. Conclusion sur le modèle fluide

Dans cette partie, nous avons pu déterminer les capacités et limites des modèles fluides monophasiques et cavitant et étudier le comportement du profil portant rigide. Les limites importantes à retenir sont :

- la sous-évaluation des efforts hydrodynamiques pour des angles d'incidence supérieurs à 8° ;
- l'influence non négligeable des conditions aux limites créant l'effet de confinement ;
- la modélisation de la couche limite de l'hydrofoil qui doit être suffisamment fine pour bien déterminer les coefficients hydrodynamiques.

Le modèle fluide monophasique permet, lorsqu'il est bien paramétré :

- de prédire correctement les efforts hydrodynamiques de portance et de traînée ;
- d'obtenir un temps de calcul raisonnable avec un maillage relativement conséquent.

Le modèle de cavitation, est difficile à paramétrer *a priori* pour un cas inconnu. Nous avons également montré que son paramétrage pour un cas stationnaire n'est pas transposable à un cas instationnaire. Pour la suite de l'étude, nous utiliserons donc deux versions du modèle de cavitation suivant que l'on modélise une poche stable (modélisation stationnaire) ou une poche instable (modélisation instationnaire). Les modèles utilisés sont respectivement le modèle calibré stationnaire et le modèle recalé instationnaire. La faible différence entre les deux modèles de cavitation laisse supposer qu'un modèle intermédiaire pourrait être utilisé pour les cas stables et instables.

Une fois recalés les modèles de cavitation permettent de prédire convenablement la fréquence d'oscillation. La cinématique de la poche est reproduite de façon convenable malgré l'absence des nuages secondaires.

Comparaisons essais-calculs : *Cas du foil déformable*

Ce chapitre a pour but d'étudier le phénomène d'interaction entre l'écoulement et la structure flexible. Dans un premier temps, nous caractérisons le comportement vibratoire de la structure par une analyse modale. Puis dans un second temps, nous étudions le couplage entre la structure et un écoulement subcavitant. Enfin, dans un dernier temps, l'écoulement cavitant est modélisé pour des poches dites stables et instables.

5.1. Analyse modale numérique

Le comportement vibratoire du profil portant est présenté dans cette section. Nous nous appuyons sur les mesures vibratoires présentées à la section 2.5. page 48. Dans un premier temps, le cas du profil portant en air est présenté. Puis dans un second temps, l'eau entourant le profil est également prise en compte.

5.1.1. Résultats des calculs « en air »

L'analyse modale en air est réalisée sans prendre en compte de fluide environnant. Plusieurs facteurs sont observés lors de cette étude :

- le niveau de modélisation géométrique du profil ;
- la modélisation de l'encastrement ;
- le maillage.

Les tableaux 5.1 à 5.3 présentent les déformées modales et les fréquences pour les six premiers modes et ceux pour les différents maillages et les différentes configurations. Ces configurations ont pour but d’observer la modélisation de l’encastrement. Pour rappel, trois configurations sont étudiées :

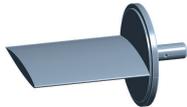
- la partie portante encastrée en pied de pale ;



- la partie portante et le disque ;



- l’ensemble de la pièce, composée de la partie portante, du disque et de l’axe.



Mode	Type	Déformées	Fréquence [Hz]				
			Maillage 1	Maillage 2	Maillage 3	Maillage 4	Essais
1	1.0		97,1	96,8	96,8	96,7	92,2
2	1.1		309	308	308	308	361
3	2.0		567	565	565	564	697
4	-		615	615	615	615	-
5	2.1		970	968	968	968	1094
6	3.1		1394	1391	1399	1389	1600

TABLE 5.1 – Déformées modales et fréquences propres pour la modélisation 1 (foil seul encastré au pied)

Pour les modèles 1 (voir tableau 5.1) et 2 (voir tableau 5.2), on constate la faible influence du maillage. Le raffinement de ce dernier ne modifie pas de façon importante les résultats. On remarque aussi la déformée en traction-compression dans l’envergure du mode 4. Ce mode n’est pas déterminé expérimentalement car son mouvement est effectué hors du plan de mesure qui est vertical. Le modèle 3 (voir tableau 5.3) présente une sensibilité plus importante au maillage, tant pour la valeur des fréquences propres que pour la forme des modes. Les maillages de moins de 13000 éléments donnent des résultats similaires à ceux des deux précédentes modélisations. Une différence de comportement apparaît pour les maillages de plus de 13 000 éléments, la fréquence du mode 2.1 est diminuée de près de 400 Hz, ce qui place ce mode avant le mode 2.0. L’accroissement du nombre de mailles semble être à l’origine de ce décalage.

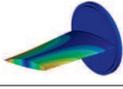
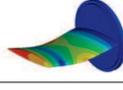
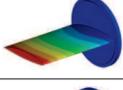
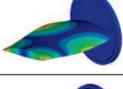
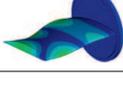
Mode	Type	Déformées	Fréquence [Hz]			
			Maillage 1	Maillage 2	Maillage 3	Essais
1	1.0		91,8	92,0	93,5	92.2
2	1.1		301	301	304	361
3	2.0		540	541	549	697
4	-		586	586	590	-
5	2.1		946	948	958	1094
6	3.1		1350	1352	1372	1600

TABLE 5.2 – Déformées modales et fréquences propres pour la modélisation 2 (foil avec disque encastré)

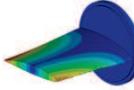
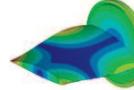
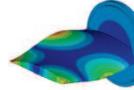
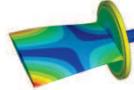
		Fréquence [Hz]					
		1	2	3	4	5	6
< 13000 éléments	Essai	92.2	361	697	-	1096	1600
	1	93,2	297	548	583	843	1057
	2	92,2	292	541	581	752	1010
	Type	1.0	1.1	2.0	-	2.1	3.1
	Déformée						
	Essai	92.2	360.9	-	697	-	1096
^ 13000 éléments	3	91,6	275,5	517,0	547,5	585,6	978,0
	4	91,4	274	513	546	584	976
	5	91,4	271	499	543	583	975
	6	91,3	259	455	540	582	973
	7	91,3	256	440	540	581	972
	Type	1.0	1.1	2.1	2.0	-	3.1
Déformée							

TABLE 5.3 – Déformées modales et fréquences propres pour la modélisation 3 (foil complet, utilisation d'appuis sans frottements)

5.1.1.1. Influence des conditions aux limites

Comme nous l'avons vu, le maillage peut avoir un effet significatif sur la prédiction du comportement vibratoire. L'autre source de d'incertitude est le choix des conditions aux limites. A partir du maillage 4 du foil complet, nous avons mené plusieurs simulations en variant les conditions aux limites. Les cas testés, ainsi que les résultats en fréquences et en déformées, sont présentés tableau 5.4. Dans ces modèles, les fréquences obtenues sont comparées à celles des essais, sauf pour quelques modes qui ne sont pas mesurables par le dispositif d'essai (mouvement horizontal).

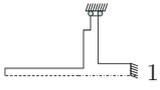
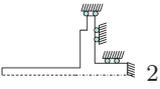
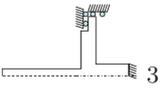
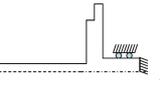
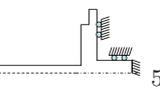
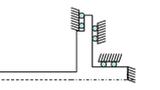
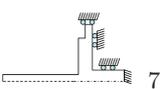
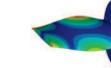
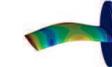
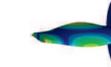
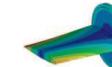
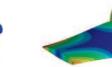
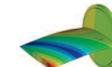
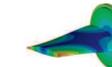
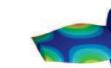
Modèle		Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5	Mode 6
	Fréq. [Hz]	72,8	160	292	391	587	623
	Mode essais	1	-	2	3		4
	Fréq. [Hz]	91,3	300	534	577	943	1320
	Mode essais	1	2	3	-	4	5
	Fréq. [Hz]	84,8	296	463	504	929	1137
	Mode essais	1	2		4	5	
	Fréq. [Hz]	36,7	91	203	242	387	412
	Mode essais	1		2	3		4
	Fréq. [Hz]	87,6	245	255	421	559	605
	Mode essais	1	2	3	4		5
	Fréq. [Hz]	87,6	245	255	421	560	605
	Mode essais	1	2	3	4		5
	Fréq. [Hz]	91,4	300	535	578	943	1331
	Mode essais	1	2	3		4	5
	Déformé						
	Déformé						
	Déformé						
	Déformé						
	Déformé						
	Déformé						
	Déformé						

TABLE 5.4 – Déformées modales et fréquences propres pour différentes modélisation utilisant le maillage 4 du foil complet.

On constate que pour les calculs donnant le premier mode avec une erreur faible (cas 2 et 7), le mode 3 serait un mode de flexion 2. Par contre le second mode n'est pas approché de façon satisfaisante. Dans le cas où le second mode est mieux approché (cas 5 et 6), le troisième mode est un mélange de flexion et torsion.

Le non blocage du disque du foil en translation (cas 1, 3 et 4) entraîne l'apparition de modes de traction-compression sur l'envergure du foil qui ont peu de chance d'être mesurés en essais par le vibromètre qui est placé à la verticale de l'hydrofoil. De plus, l'absence d'appui sur la face arrière du disque est quasi impossible de par le vissage du foil sur son support.

Afin de se rapprocher des conditions réelles d'encastrement, le support de l'hydrofoil a été représenté. Cependant, sa forte rigidité vis-à-vis du profil portant revient aux conditions utilisées pour le modèle du foil complet (voir tableau 5.5).

	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5	Mode 6
Fréquence [Hz]	91,1	292,8	340,1	449,9	521,1	650,9

TABLE 5.5 – *Fréquences propres pour le foil complet et son support*

5.1.1.2. Influence du module d'Young et de la géométrie

Le profil réel possède deux poches de 2 mm d'épaisseur sur l'intrados ainsi qu'une rainure située à peu près à mi-corde. Les jauges sont placées dans les poches et l'ensemble est rebouché avec une résine. Ces éléments modifient localement la raideur du foil. Afin de mesurer leur possible influence, une simulation avec les poches et la rainure vide a été réalisée. De même, les caractéristiques du matériau tel que le module d'Young peuvent varier en fonction des conditions de températures et des nuances utilisées lors de la fabrication. Pour prendre en compte ces fluctuations, deux simulations ont été réalisées avec un module d'Young variant de $\pm 10\%$. Les résultats sont présentés dans le tableau 5.6. Ils sont comparés au cas de référence du foil seul avec le maillage 2.

Modèle	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 5	Mode 6
Ca de référence	96,8	308,0	565,1	968,4	1390,7
Essais	92,2	360,9	697	1096	1600
E=2790 MPa	93,4	297,1	545,0	933,9	1341,2
E=3410 MPa	103,2	328,4	602,5	1032,5	1428,7
E=3720 MPa	107,8	343,0	629,3	1078,4	1548,7
Cas avec rainure	95,1	305,5	560,1	957,8	1377,0

TABLE 5.6 – *Fréquences propres obtenues pour différentes valeurs de module d'Young et pour un foil rainuré (le mode de traction-compression n'est pas indiqué dans le tableau)*

L'effet de la rainure est négligeable sur les fréquences propres du systèmes. Ceci s'explique certainement par sa faible profondeur. Le module d'Young a un effet connu sur la fréquence, cependant des variations de seulement 10%, c'est à dire E=27900 MPa ou E=3410 MPa, ne sont pas suffisantes pour modifier significativement les fréquences et modes propres. Avec un module d'Young de E=3720 MPa, on arrive à recalculer les modes de hautes fréquences de façon satisfaisante. Cependant les modes de basses fréquences sont encore moins bien prédits que précédemment et la valeur de module d'Young utilisée est peu crédible vis-à-vis de la valeur nominale mesurée qui est de 3100 MPa.

5.1.1.3. Synthèse des analyses modales pour la structure en air

La figure 5.1 présente les résultats obtenus pour les différentes simulations en air par rapport aux résultats d'essais.

On constate que la plupart des modèles permettent de retrouver le premier mode. Pour les modes suivants, on constate la formation de plusieurs branches. La première, qui est la plus proche des essais, est composée des modélisations du foil seul et avec disque. Les deux autres branches contiennent les cas avec les maillages complets. Les maillages avec le plus d'éléments (3 à 7) présentent les résultats

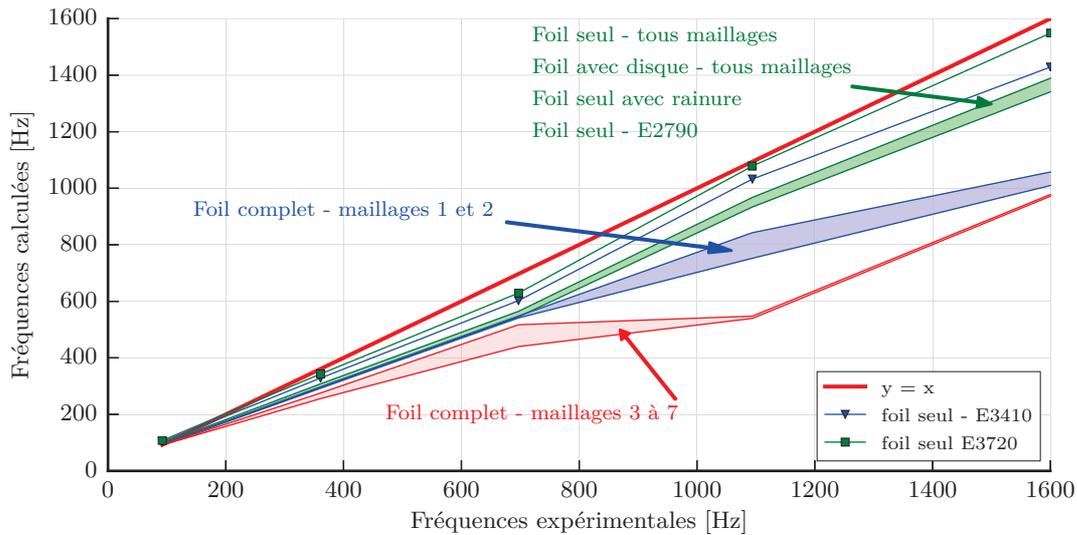


FIGURE 5.1 – Graphique de synthèse des différentes simulations réalisées

les plus éloignées des valeurs expérimentales. Il semble que la modélisation la plus simple, la partie portante encadrée à son pied, soit également la meilleure.

5.1.2. Résultats des calculs en eau

Les calculs donnent les résultats présentés dans le tableau 5.7. On remarque que les fréquences propres en eau sont bien approximées par les différentes modélisations. Les fréquences obtenues sont environ deux fois plus faibles que celles en air. Cette réduction de fréquences provient de l'effet inertiel du fluide. L'ordre des modes propres est également légèrement modifié avec l'inversion du mode 2.1 et du mode de traction-compression.

Un mode acoustique de la veine est présent à une fréquence d'environ 730 Hz. Il est possible de retrouver analytiquement pour une cavité sans obstacle une fréquence propre de 750 Hz (voir annexe 2.1.). Afin de s'assurer que le couplage fluide-structure est dominé par les effets inertiels, un calcul avec une vitesse du son très importante est réalisé ($c=1\ 500\ 000$ m/s). Ceci revient à considérer le fluide comme incompressible, et donc découpler les effets inertiels et acoustiques. Le résultat est présenté sur le tableau 5.8. On constate que le mode acoustique a disparu et que les fréquences des autres modes sont inchangées, ce qui confirme la prédominance des effets inertiels dans ce problème.

La figure 5.2 présente les résultats obtenus pour les différentes simulations en eau par rapport aux résultats d'essais. Les modèles testés donnent tous des résultats similaires. L'écart entre les résultats numériques et expérimentaux augmente avec la fréquence. Ce phénomène est courant en analyse modale et provient de la difficulté à capter les hautes fréquences. Le modèle utilisé par Becdelièvre [26] sur-estime les fréquences expérimentales tandis que celui de notre étude les sous-estime.

De même, expérimentalement, il est possible de déterminer le coefficient de masse ajoutée pour chacun des modes. Le tableau 5.9 présente les résultats obtenus et les compare aux valeurs expérimentales. Les

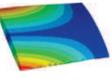
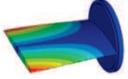
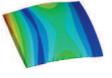
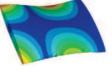
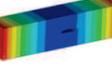
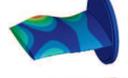
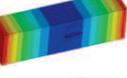
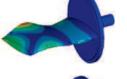
Mode	Type	Foil seul		Foil avec disque		Foil complet 1		Essais Fréq. [Hz]
		Fréq. [Hz]	Déformée	Fréq. [Hz]	Déformée	Fréq. [Hz]	Déformée	
1	1.0	41		37		41		41
2	1.1	157		150		159		168
3	2.0	278		261		277		285
4	2.1	523		450		528		565
5	-	594		566		567		-
6	cavité / 3.1	744		711		727		-
7		749		742		773		-
8	2.2	906		886		956		-

TABLE 5.7 – Déformées et fréquences propres pour les calculs en eau

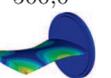
	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5	Mode 6	Mode 7	Mode 8
Fréq. [Hz]	37,2	150,4	260,8	500,0	567,1	711,8	886,8	1006,7
Déformée								

TABLE 5.8 – Déformées modales, fréquences propres et écarts de fréquences avec les essais 2011 obtenues pour un calcul incompressible ($c=1500000$) reprenant le cas du foil avec disque du tableau 5.7

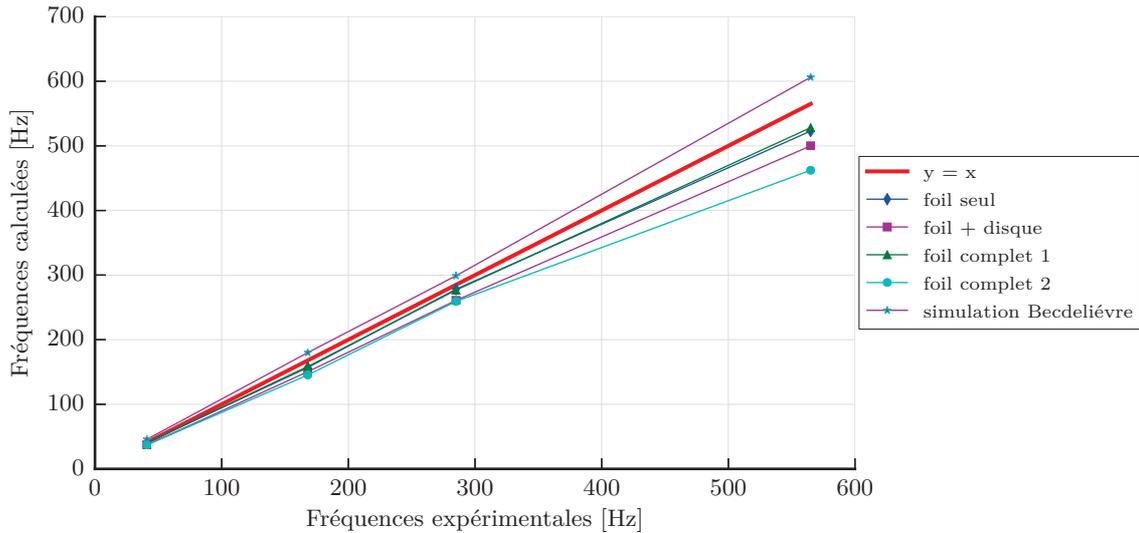


FIGURE 5.2 – Graphique de synthèse des différentes simulations réalisées en eau

coefficients de masse ajoutée calculés sont surestimés pour le premier mode à cause de la surestimation de la fréquence propre en air. Cependant, l'ordre de grandeur du coefficient de masse ajoutée est bien prédit par le logiciel de calculs.

Mode	Type	Coefficient de masse ajoutée μ_n			
		Essais	Foil seul	Foil avec disque	Foil complet
1	1.0	4,0	4,8	5,2	4,1
2	1.1	3,6	2,9	3,0	2,4
3	2.0	5,0	3,1	3,3	2,8
4	2.1	2,7	2,4	2,6	1,0

TABLE 5.9 – Coefficients de masses ajoutée obtenus numériquement à partir des fréquences en air et en eau

5.2. Écoulements monophasiques

De même que pour le solveur fluide, plusieurs paramètres du solveur structure ou du coupleur peuvent influencer les résultats. Nous choisissons de vérifier l'effet du maillage structure de l'hydrofoil, ainsi que celui du pas de temps, sur la précision des résultats et sur le temps de calcul. Ensuite, l'effet de l'élasticité de la structure sur les performances hydrodynamiques est mis en évidence ainsi que la corrélation entre mesures expérimentales et numériques du point de vue de la déformation de la structure et des contraintes.

5.2.1. Influence du maillage structure

L'augmentation du nombre de mailles provoque, comme attendu, un accroissement du temps nécessaire pour la résolution du problème structure ainsi que du temps d'échanges et d'écritures (voir figure 5.3). Ce dernier point s'explique par la plus grande quantité de données à écrire dans les fichiers de résultats et à transmettre au maillage fluide.

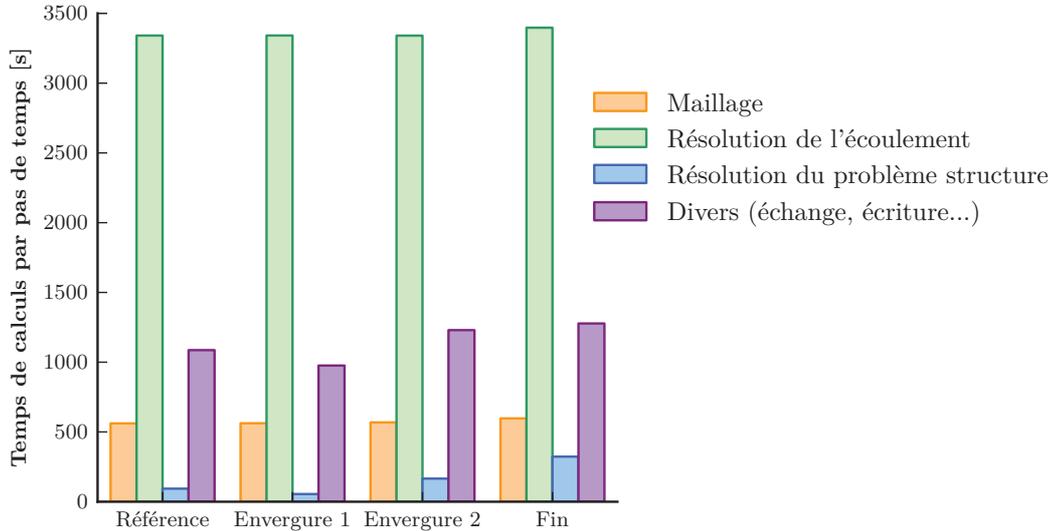


FIGURE 5.3 – Représentation du temps de calculs nécessaire pour résoudre le maillage, l'écoulement, la structure et les échanges et écritures de données pour avancer d'un pas de temps, en fonction du nombre d'éléments dans le maillage structure - ($Re = 7,5 \cdot 10^5$ et $\alpha = 4^\circ$)

Le temps de calcul indiqué sur la figure 5.3 correspond à un calcul sur une durée réelle de 2 secondes soit avec 200 itérations temporelles. Les cas traités tendent vers une solution stationnaire. Il est possible d'obtenir un résultat avec une précision satisfaisante en réalisant seulement une quinzaine d'itérations temporelles. Le tableau 5.10 indique le nombre moyen d'itérations pour le solveur fluide et pour la boucle de convergence des grandeurs de couplage pour les 15 premières itérations temporelles et pour les 200 itérations.

Itérations temporelles	15	200
Itérations de couplage par pas de temps	3,9	2,2
Itérations du solveur fluide par itération de couplage	2,4	2,6

TABLE 5.10 – Nombre moyen d'itérations pour le solveur fluide et pour la boucle de convergence du couplage pour les 15 premières itérations temporelles et pour les 200 itérations

On constate que les itérations de couplage diminuent avec l'accroissement du nombre de pas de temps. Ce comportement indique que la solution initiale du pas de temps n est très proche de celle calculée et donc que le calcul converge. Le nombre moyen d'itérations du solveur fluide, identique sur 15 ou 200 itérations, ne permet pas de mettre en lumière la forte diminution du nombre d'itérations fluide avec l'augmentation du pas de temps. La figure 5.4, montre cette forte réduction puis un plateau autour de 5-6 itérations par pas de temps. Ce nombre est très légèrement supérieur au minimum d'itérations imposées qui est de 4 itérations fluide par pas de temps (2 par pas de couplage et 2 itérations de couplage minimum). Le fait que l'on atteigne rapidement ce palier confirme que la convergence est

rapidement obtenue et que le nombre de pas de temps peut être fortement réduit pour la simulation de ces cas quasi-stationnaires. Le nombre important d'itérations fluide pour les premiers pas de temps correspond à la phase d'initialisation du calcul.

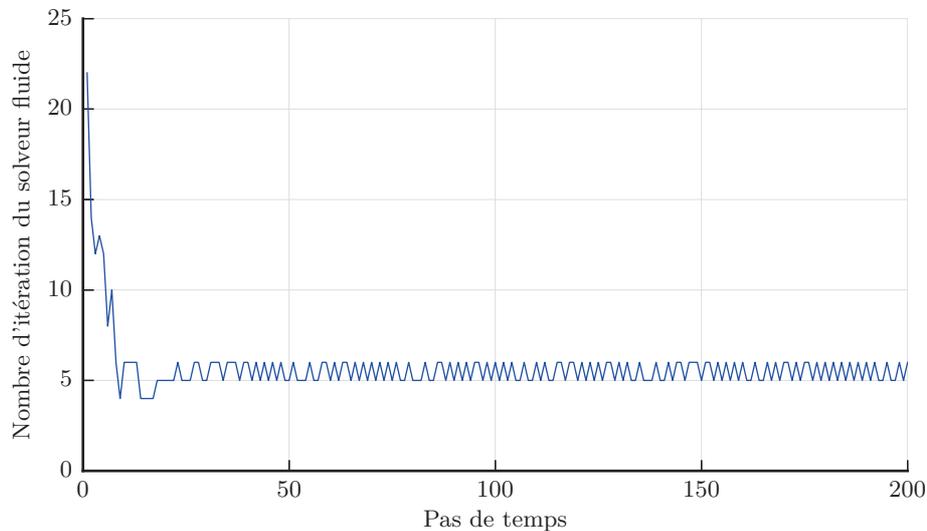


FIGURE 5.4 – Exemple de répartition par pas de temps des itérations fluide avec le maillage structure de référence - ($Re = 7,5 \times 10^5$ et $\alpha = 4^\circ$)

Le graphique 5.5 montre l'effet du nombre d'éléments du maillage structure sur la prédiction de la valeur de la contrainte de Von Mises en pied de pale et sur la valeur du coefficient de portance. On constate que les fluctuations produites par la modification du nombre d'éléments sont très faibles. Un palier semble être franchi entre 15000 et 20000 éléments, cependant les écarts entre les extrêmes restent inférieurs à 0,3% pour le déplacement et 0,4% pour la contrainte. Les différents maillages testés permettent d'atteindre un niveau de convergence suffisant dans le cadre de cette étude.

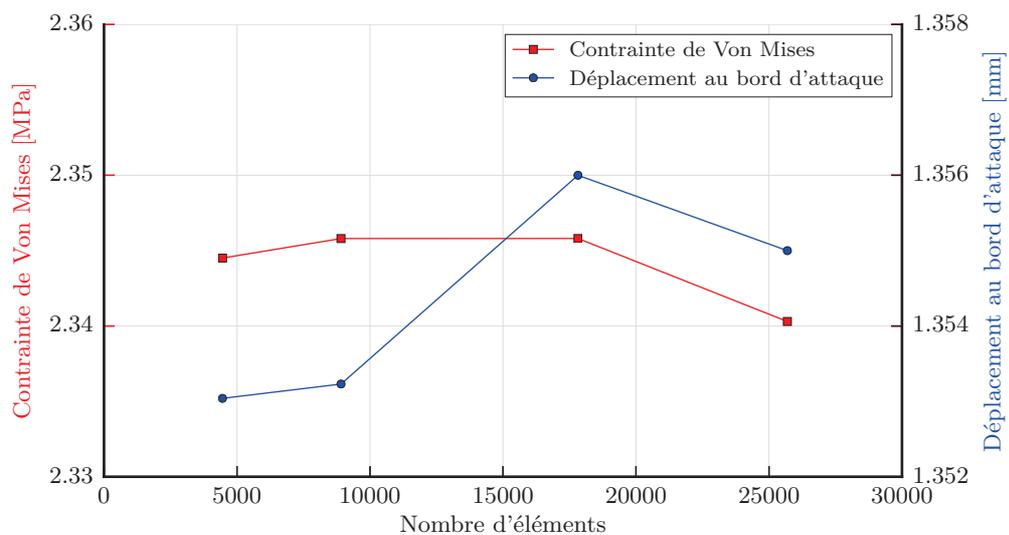


FIGURE 5.5 – Influence du maillage structure sur le déplacement de la section libre et la contrainte de Von Mises en pied de pale - ($Re = 7,5 \times 10^5$ et $\alpha = 4^\circ$)

5.2.2. Influence des paramètres du solveur structure

Dans notre modélisation, le pas de temps est identique entre les solveurs fluide et structure et correspond au pas de couplage. La figure 5.6 traduit l'influence du pas de temps sur le coefficient de portance et sur la contrainte de Von Mises ainsi que sur le temps de calculs.

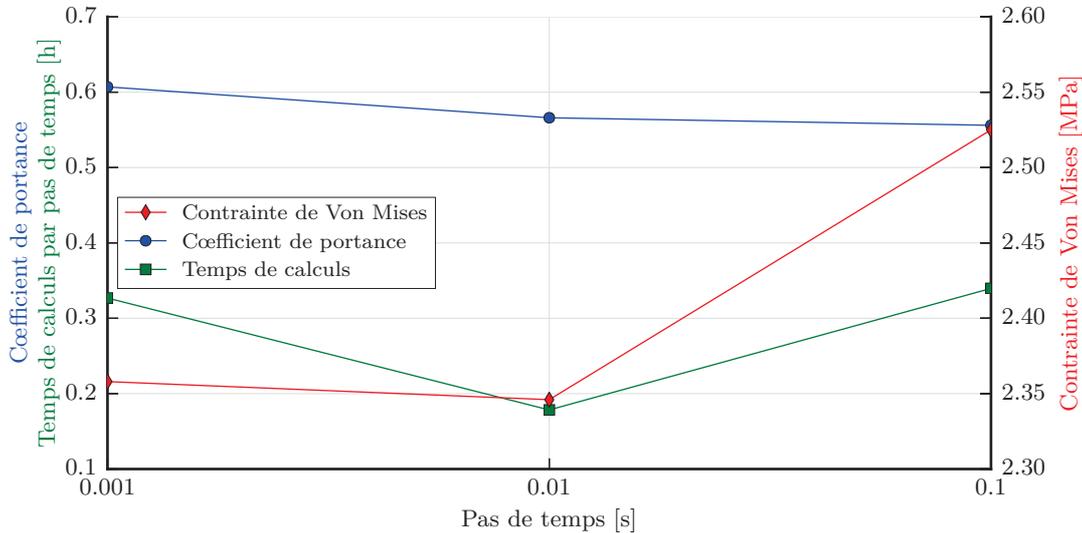
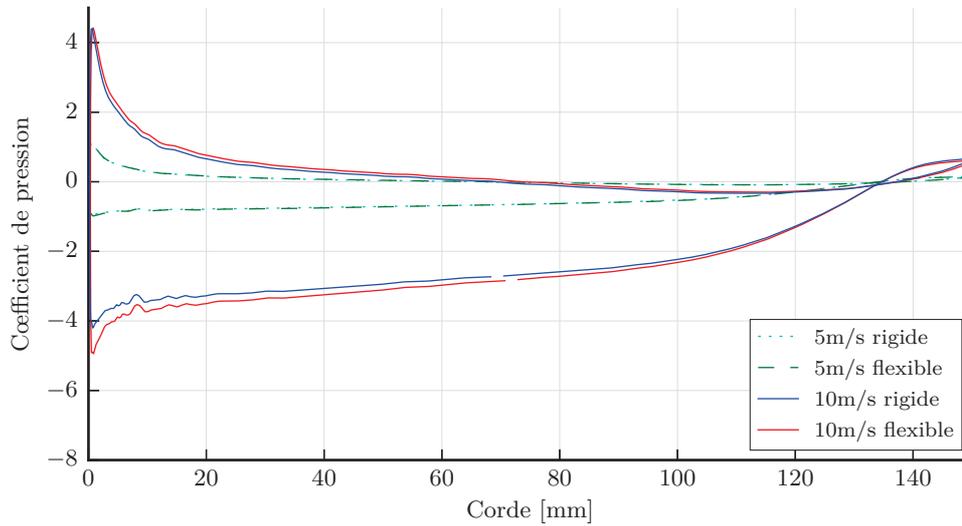


FIGURE 5.6 – Influence du pas de temps (ou de couplage) sur le coefficient de portance, la contrainte de Von Mises en pied de pale et le temps de calcul - ($Re = 7,5 \times 10^5$ et $\alpha = 4^\circ$)

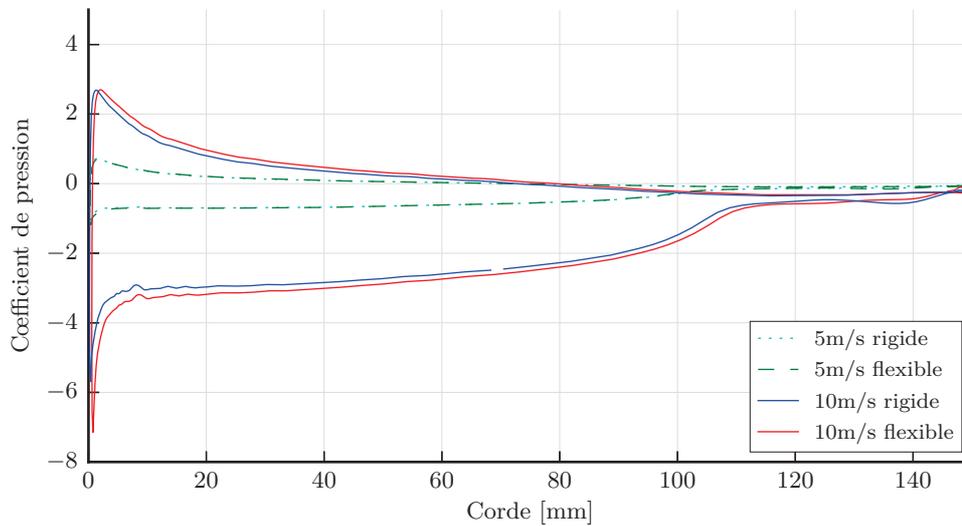
Le coefficient de portance est peu influencé par le pas de temps de la résolution. La faible instationnarité de l'écoulement à 4° , qui place ce problème à la limite d'un cas stationnaire, explique en partie la faible influence du pas de temps sur la caractérisation de l'écoulement. La prédiction des contraintes est plus sensible à l'augmentation du pas de temps. On constate que l'utilisation d'un pas de temps plus important accroît le temps nécessaire à une itération d'avancement en temps. Cela s'explique par l'augmentation des itérations internes aux solveurs fluide et structure pour atteindre des niveaux de convergence corrects. Par contre, la diminution du pas de temps en deçà de 10^{-2} s provoque également un accroissement du temps de calculs par itération et cela sans modifier significativement les grandeurs calculées. Pour la suite de l'étude, une valeur de pas de temps de 10^{-2} s est retenue puisqu'elle offre le meilleur compromis entre temps de calcul et convergence.

5.2.3. Effet de la déformation du profil sur les efforts hydrodynamiques

Les efforts hydrodynamiques sur le profil sont déterminés par l'intégration de la pression à la paroi. Les coefficients de pression dans le plan vertical médian (voir figure 5.7a) et au bord libre (voir figure 5.7b) montrent que la déformation du profil pour une vitesse de 5 m/s n'est pas suffisante pour provoquer une modification significative du coefficient de pression. Par contre, les simulations effectuées à 10 m/s montrent que la déformation du profil accroît les écarts de pressions entre l'intrados et l'extrados. Ce comportement est identique à celui rencontré lors de l'augmentation de l'incidence d'un profil portant rigide. Ce comportement s'explique par la déformation du profil qui équivaut à augmenter localement l'incidence [32].



(a) Dans le plan médian



(b) Au bord libre

FIGURE 5.7 – Coefficients de pression pour les profils flexibles et rigides obtenus dans le plan vertical médian et au bord libre pour des écoulements de 5 m/s et 10 m/s

L'effet de la déformation étant très faible sur les coefficients de portance pour une vitesse d'écoulement de 5 m/s, il est normal de constater que la traînée (voir figure 5.8a) et la portance (voir figure 5.8b) des profils déformés sont très proches de celles des profils rigides.

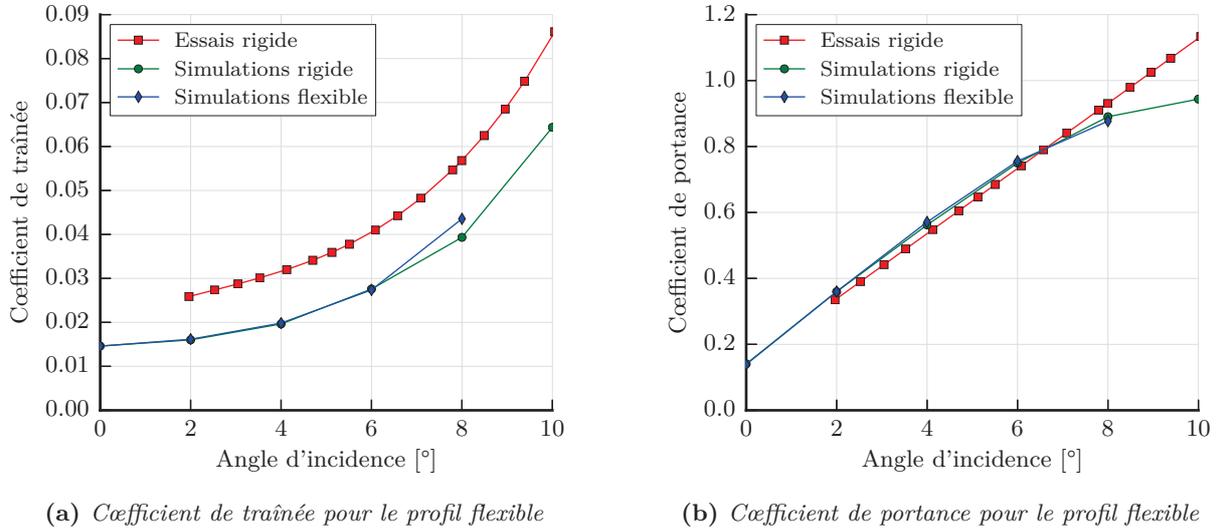


FIGURE 5.8 – Effet de la déformation sur les efforts hydrodynamiques pour une vitesse d'écoulement de 5 m/s

Les simulations à 10 m/s montrent que la déformation augmente l'effort de portance de façon significative (voir tableau 5.11). L'effort de traînée augmente dans des proportions beaucoup plus faibles, ce qui permet d'avoir une finesse plus importante.

	Rigide	Flexible	Ecart (%)
Coefficient de portance	2,37	2,56	7 %
Coefficient de traînée	0,072	0,075	4%
Finesse	32,9	34,1	4%

TABLE 5.11 – Effet de la déformation sur les efforts hydrodynamiques pour une vitesse de 10 m/s à une incidence de 4°

5.2.4. Prédiction de la déformation et des contraintes

5.2.4.1. Déformation du profil

La figure 5.9 montre la déformée de l'hydrofoil grossie cinq fois. On constate une déformation en flexion du profil. Cette flexion est bi-directionnelle avec une composante principale dans la direction verticale de la portance et une composante secondaire dans la direction de l'effort de traînée.

La combinaison des efforts de traînée et de portance provoque pour les sections les plus éloignées de l'encastrement une modification locale de l'angle d'incidence. La figure 5.10 présente l'évolution de l'incidence de la section libre du profil en fonction de l'angle d'incidence à l'encastrement. La déformation du profil est fonction du chargement appliqué, l'effort prédominant est celui de portance, qui évolue linéairement avec l'incidence. Il est donc normal de retrouver une évolution de la déformation

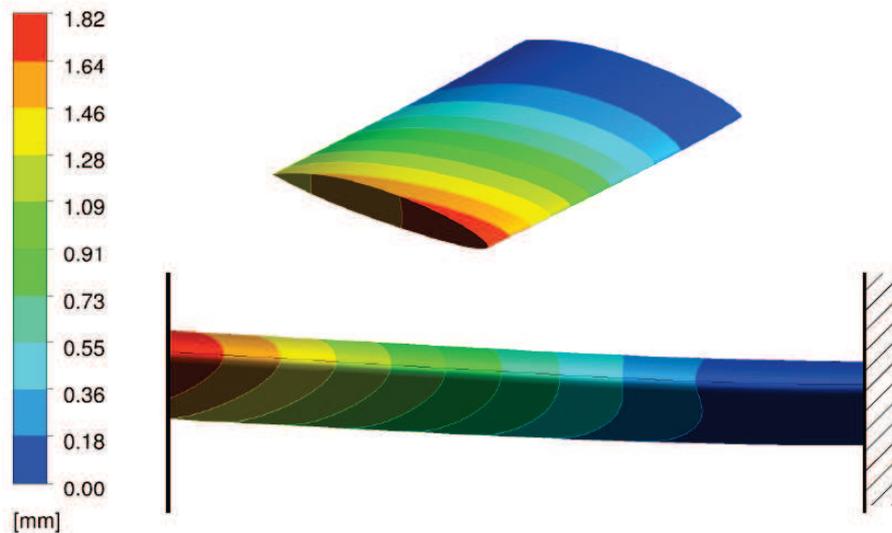


FIGURE 5.9 – Déformation du profil amplifiée 5 fois vue en perspective et de face, colorée en fonction de l'amplitude du déplacement pour une incidence de 6° et $Re = 7,5 \times 10^5$

linéaire en fonction de l'incidence. Ce comportement est bien rendu par le modèle numérique qui prédit la modification locale de l'incidence du profil.

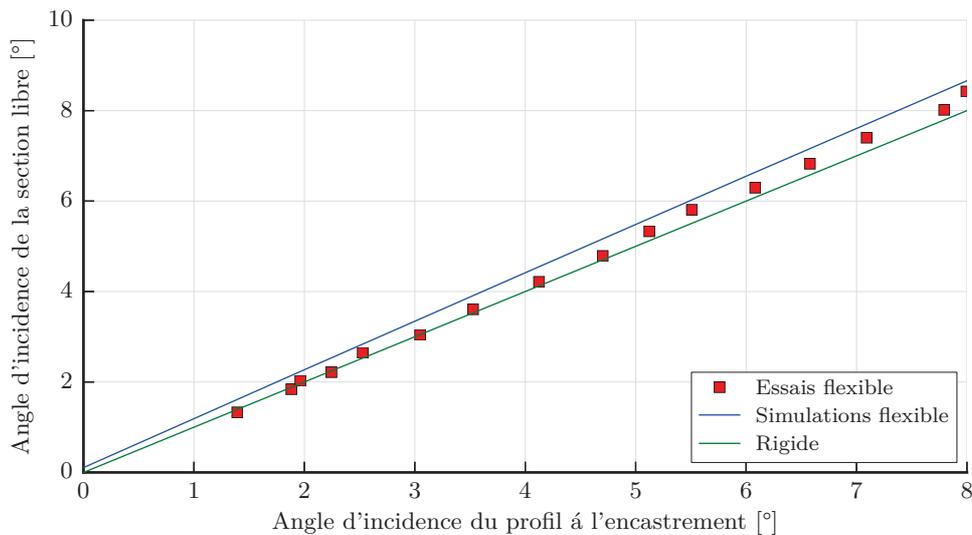


FIGURE 5.10 – Angle d'incidence de la section libre en fonction de celui de la section encastrée

Il est important pour le modèle numérique de bien prédire ce type de déformation. La modification locale de l'incidence modifie la portance de la section, c'est-à-dire les pressions pariétales et par conséquent le risque de cavitation.

5.2.4.2. Contraintes équivalentes de Von Mises

Les contraintes équivalentes de Von Mises permettent d'avoir une valeur comparative en un point du profil. Le processus expérimental utilise des jauges extensométriques. Elles mesurent une déformation entre deux points de la structure et ce dans trois directions différentes. Les jauges situées en pied du profil sont dans une zone de fort gradient de contraintes, comme le montre la figure 5.11. Prendre la valeur en un point peut par conséquent augmenter ou réduire significativement l'écart entre les valeurs expérimentales et numériques. Nous avons donc choisi de définir une zone de mesure sur laquelle nous calculons une valeur moyenne. L'aire de mesure (le rectangle blanc sur la figure 5.11), correspond approximativement à la surface recouverte par les jauges de déformation. Les valeurs des contraintes numériques présentées par la suite sont toutes obtenues suivant ce principe.

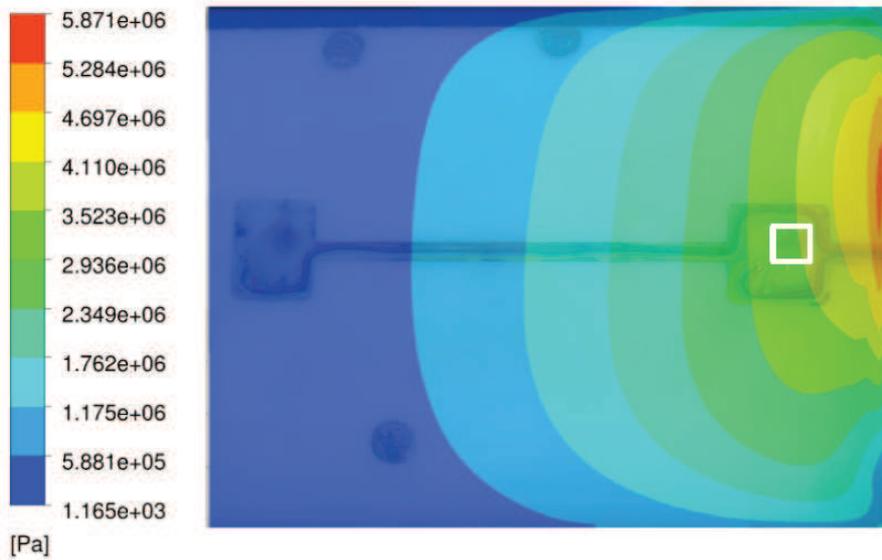


FIGURE 5.11 – *Champ de contrainte pour une incidence de 6° sur l'intrados du profil portant, le bord encasté est à droite et le bord d'attaque en haut ; le rectangle blanc correspond à la zone de mesure des contraintes*

La figure 5.12 présente la comparaison des contraintes de Von Mises obtenues en pied de pale numériquement et expérimentalement. On constate la bonne adéquation des résultats tant en valeur qu'en évolution. La contrainte augmente quasi-linéairement avec l'incidence. Ce comportement est cohérent puisque les efforts de portance qui sont prépondérants augmentent également linéairement avec l'incidence. On peut supposer qu'un comportement non-linéaire puisse apparaître pour des incidences ou des vitesses d'écoulement plus importantes.

De même que pour le coefficient de portance, on peut exprimer la contrainte de Von Mises en fonction de l'angle d'incidence en radians, à partir des résultats expérimentaux on obtient :

$$\sigma_{vm} = 6,7\Pi\alpha + \sigma_{vm}(\alpha = 0) \quad (5.1)$$

La contrainte étant une fonction de l'effort appliqué, il existe une relation entre le coefficient de 6,7 et celui de 1,8 du coefficient de portance. La relation est fonction des propriétés de la matière (module d'Young et coefficient de Poisson), de la géométrie et du point de mesure ainsi que de l'effort appliqué.

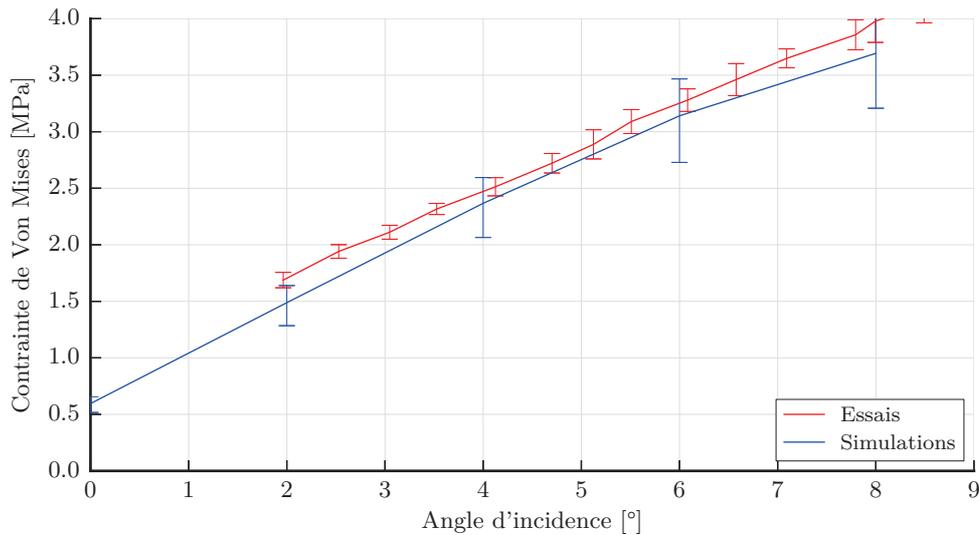


FIGURE 5.12 – Comparaison des contraintes de Von Mises obtenues en pied de pale numériquement et expérimentalement. Les barres verticales représentent, expérimentalement 10 fois la valeur de l'écart type (5 au-dessus et 5 en-dessous) et numériquement les valeurs maximum et minimum obtenues sur la zone de mesure

Cette relation reste valable tant que la dépendance du coefficient de portance est linéaire, c'est-à-dire pour les cas de faibles déformations et pour les géométries de profil faiblement cambrés.

5.2.4.3. Vibration du profil

Nous disposons expérimentalement de mesures vibratoires du déplacement du profil portant grâce au vibromètre laser. A partir des simulations numériques, nous avons extrait les fréquences d'oscillations du profil afin de les comparer (voir figure 5.13).

On constate que, en accord avec la théorie, le mouvement du profil portant est une combinaison des déformées modales, ce qui explique la présence des fréquences propres sur le spectre. Expérimentalement, on retrouve les premières fréquences propres. Le premier pic à 44 Hz correspond au mode de flexion et le second à 167 Hz au mode de torsion. Numériquement, on arrive uniquement à obtenir la première fréquence propre. Les fréquences suivantes ne sont pas visibles sur les spectres numériques. Plusieurs raisons expliquent cette absence. Premièrement, le pas de temps et la durée de la simulation ne permettent pas de mesurer les fréquences supérieures à 250 Hz, soit au-delà de la seconde fréquence propre. Deuxièmement, la détermination de la seconde fréquence propre peut-être affectée par des choix de modélisations sur les conditions aux limites et notamment celle de l'encastrement en pied de pale. Une autre source d'incertitude concerne l'entrefer entre la paroi verticale du tunnel et l'extrémité libre du profil portant. Cet entrefer modifie l'écoulement et par conséquent l'excitation du profil mais également sa réponse.

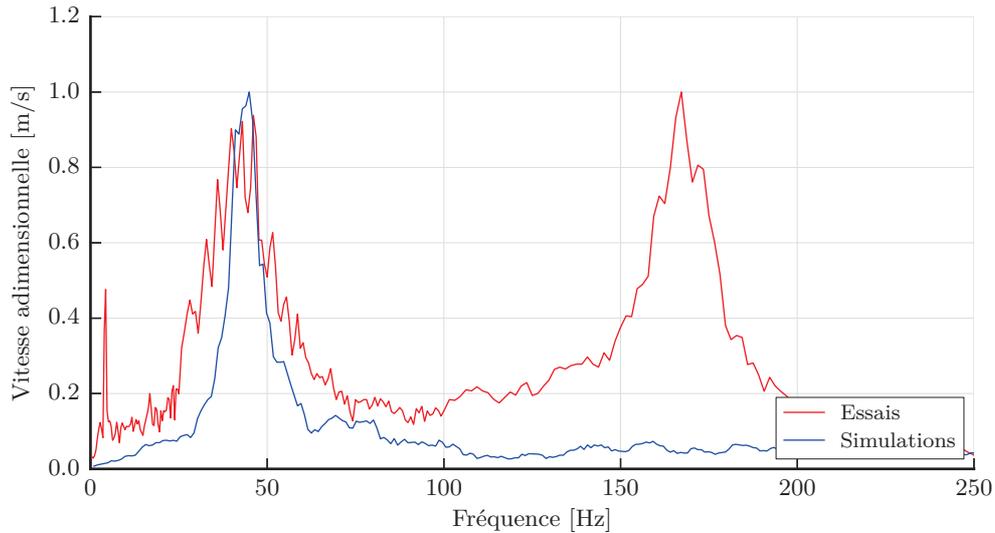


FIGURE 5.13 – Comparaison des spectres en vitesse adimensionnée par l'amplitude maximum mesurée par le vibromètre laser et obtenue numériquement

5.2.5. Différences entre les résolutions chaînée et couplée

Nous avons souhaité vérifier l'intérêt de la résolution couplée par rapport à une résolution chaînée. En nous plaçant dans l'hypothèse de stationnarité du problème, la simulation chaînée consiste à réaliser un calcul fluide sur la structure non déformée. Puis, les efforts calculés sur la paroi du foil sont utilisés comme chargement dans un calcul structure statique. Deux cas avec une incidence de 4° sont réalisés en chaînage de codes, le premier avec une vitesse d'écoulement de 5 m/s et le second avec une vitesse d'écoulement de 10 m/s.

Le tableau 5.12 montre les contraintes de Von Mises prédites par un calcul chaîné, couplé et celles mesurées expérimentalement pour une vitesse d'écoulement de 5 m/s. On constate que le calcul chaîné sous estime la contrainte de Von Mises de 0,07 MPa. La perte de précision pour ce cas de figure reste faible au vu des valeurs de contraintes mises en jeu. Cependant, l'erreur entre les résultats d'essais et de simulations passe de 5,6% pour une résolution couplée à 8,5% pour une résolution chaînée. L'écart entre les deux méthodes est alors de 3%.

	Essai	Couplage	Chaînage
Contrainte de Von Mises [MPa]	2,51	2,37	2,30
Ecart par rapport à l'essai	-	5,9%	8,5 %

TABLE 5.12 – Evolution de la contrainte de Von Mises en pied de pale pour une simulation chaînée et une simulation couplée avec une vitesse d'écoulement de 5 m/s et une incidence de 4°

Le tableau 5.13 montre que les prédictions, pour une vitesse d'écoulement de 10 m/s, sont également plus faibles avec une résolution chaînée. L'écart entre la contrainte de Von Mises couplée et celle chaînée est d'environ 1,3 MPa soit près de 13% de la contrainte prédite.

Le chaînage permet d'obtenir plus rapidement une approximation du comportement de la structure déformable sous écoulement mais en sous-estimant la valeur de la contrainte. Dans le cas d'une faible

	Chaînage	Couplage	Ecart
Contrainte de Von Mises [MPa]	11,0	9,7	13%

TABLE 5.13 – Evolution de la contrainte de Von Mises en pied de pales pour une simulation chaînée et une simulation couplée avec une vitesse d'écoulement de 10 m/s et une incidence de 4°

vitesse d'écoulement la prédiction des contraintes par un calcul chaîné, bien qu'acceptable, reste moins précise que celle obtenue par un calcul couplé. Lorsque les vitesses augmentent, l'effet du couplage entre l'écoulement et la déformation devient plus fort. L'utilisation d'un calcul couplé est alors nécessaire pour atteindre un niveau de précision satisfaisant. Ces résultats montrent que le choix d'un algorithme partitionné pour résoudre notre problème permet d'offrir un niveau de précision plus important.

5.3. Conclusion sur les cas flexibles monophasiques

Dans une première partie, l'analyse modale a montré qu'il est possible de déterminer les modes propres en air et en eau. La prédiction des fréquences en air est rendue difficile pour les premiers modes, la modélisation du foil seul (cas le plus simple) semble donner les meilleurs résultats en fréquences. La détermination des fréquences en eau, fait apparaître l'effet inertiel du fluide. Les fréquences calculées sont plus précises et ceux pour les différentes configurations de conditions aux limites simulées. De même que pour les cas en air, la modélisation du foil seul donne la meilleure précision en fréquence. Cependant, à l'exception du premier mode, la prédiction de la masse ajoutée est meilleure en modélisant le foil et le disque.

Dans une seconde partie, les capacités de prédiction des contraintes et déplacements du modèle de couplage ont été vérifiées et validées avec succès. Nous avons vu que les codes sont capables de prédire convenablement les déformations et contraintes d'un profil portant sous écoulement. Nous avons également montré qu'un calcul chaîné sous-estime les contraintes dans la structure. L'erreur introduite, bien que faible pour un cas faiblement déformé, fait passer l'erreur sur la prédiction de la contrainte d'environ 5% à 8%.

L'étude des pas de temps a permis de montrer la robustesse du modèle. Une modification du pas de temps importante ne modifie pas significativement la stabilité du code pour les cas monophasiques. L'étude de la parallélisation a montré la présence d'une limite au découpage du domaine autour de 600 000 éléments par CPU. En dessous de cette valeur les temps d'échange deviennent trop importants vis-à-vis des temps de calculs. Une étude du maillage structure a permis de montrer sa faible influence sur les résultats et le temps de calcul.

5.4. Cas des écoulements cavitants

5.4.1. Cas des poches stables

Les cas traités, au nombre de trois, sont tous à une incidence α de 6° avec un nombre de Reynolds de $7,5 \times 10^5$. Les nombres de cavitation sont $\sigma = 1,57, 1,64$ et $1,83$.

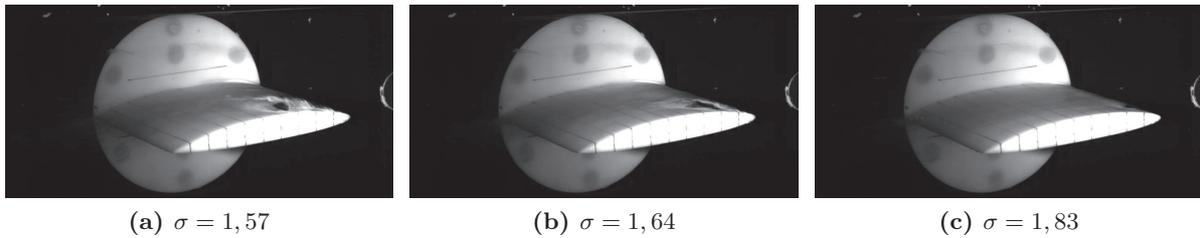


FIGURE 5.14 – *Forme des cavités obtenus expérimentalement pour $\sigma = 1,57, 1,64$ et $1,83$*

La figure 5.14 montre l'accroissement de la longueur de la poche avec le nombre de cavitation ainsi que la présence d'une cavitation d'extrémité induite par l'entrefer entre la paroi et le profil portant.

Numériquement, le modèle de cavitation calibré (C1) est utilisé. La figure 5.15 montre une évolution de la forme de la poche conforme aux essais avec un accroissement de la longueur de poche lorsque le nombre de cavitation diminue. On constate également, que la forme de la poche est influencée par les parois et par la déformation.

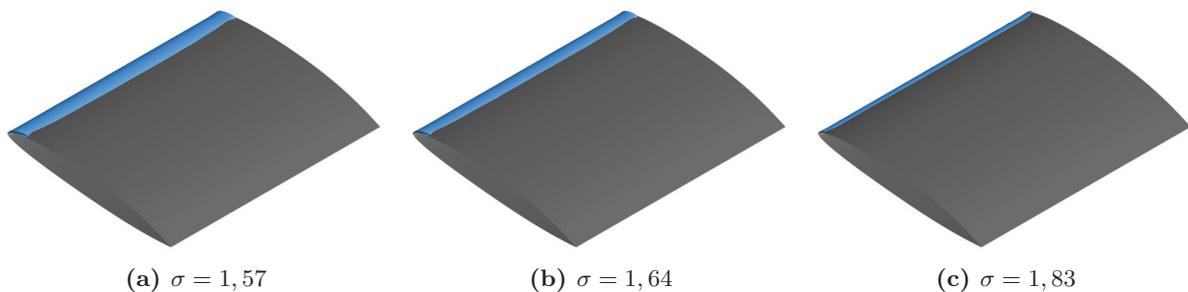


FIGURE 5.15 – *Forme de la poche de cavitation obtenues pour $\sigma = 1,57, 1,64$ et $1,83$ avec le modèle de cavitation calibré*

Sur la figure 5.16, la fraction volumique de vapeur pour $\sigma = 1,57$ est représentée dans les plans verticaux encastré, médian et libre. La poche subit un décollement sur la partie arrière uniquement dans le plan vertical médian. La différence de comportement entre les plans verticaux libre et encastré s'explique par la déformation du profil dans le plan vertical libre. La longueur de la poche dans les deux cas est très proche, mais à l'encastrement, la poche subit un décollement qui n'est pas présent à la section libre.

L'intérêt du recalage du modèle de cavitation apparaît clairement sur l'évolution du coefficient de pression (voir 5.17). Le modèle corrigé (C1) permet d'obtenir une poche de cavitation de plus grande longueur ainsi qu'une valeur du coefficient de pression sur le palier correspondant à la poche conforme à la théorie. C'est-à-dire que la valeur du C_p sur le palier est proche de celle du nombre de cavitation

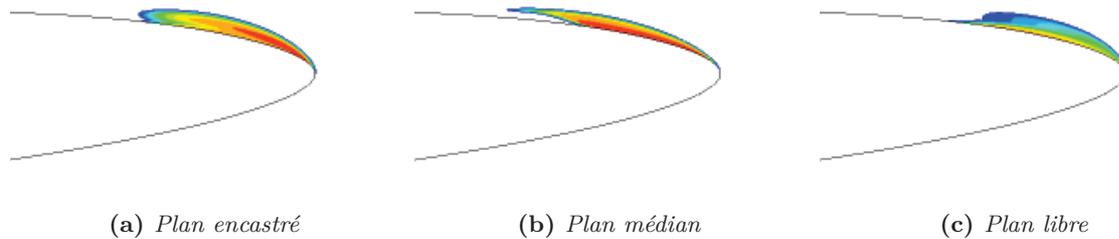


FIGURE 5.16 – Fraction volumique de vapeur obtenue dans trois plans différents pour $\sigma = 1,57$ - rouge : vapeur d'eau - bleu : eau liquide

(au signe près). Le modèle corrigé fait apparaître une surpression dans la zone de fermeture qui peut correspondre physiquement à la destruction par implosion de bulles et de petites poches se détachant de la poche principale.

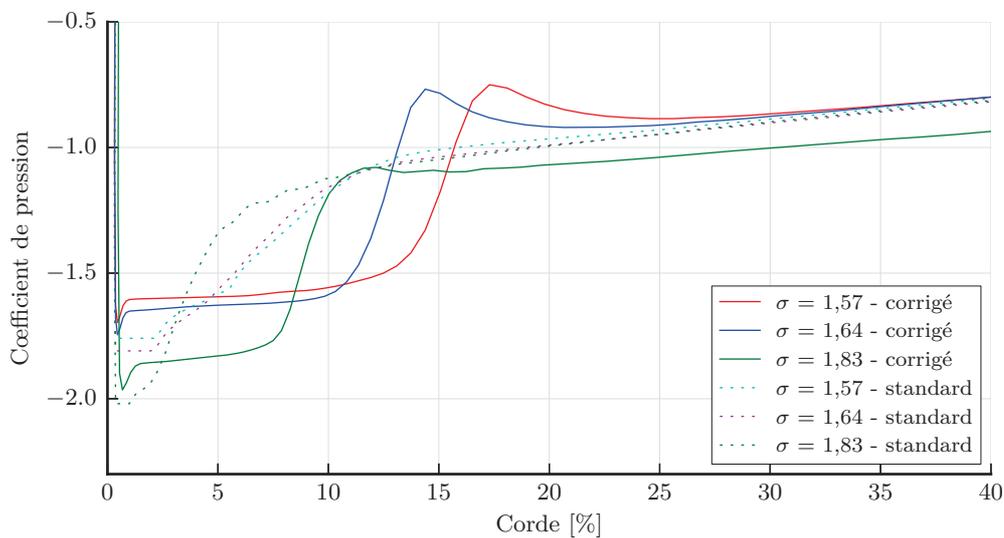


FIGURE 5.17 – Evolution du coefficient de pression dans le plan vertical médian en fonction du nombre de cavitation

Les poches de cavitation stables étudiées sont de longueurs proches. Leur effet sur les efforts hydrodynamiques et par extension sur la déformation du profil, est donc similaire. La figure 5.18 montre que pour les deux nombres de cavitation extrêmes étudiés, le déplacement de la section libre du profil est quasi identique. Le déplacement relevé à la section libre pour les poches stables est du même ordre que pour les cas non-cavitants.

Le profil déformable permet expérimentalement de déterminer les contraintes de Von Mises. Dans le cas présent, celle-ci sont moyennées sur un temps de mesure suffisamment long pour être comparé aux valeurs numériques sur la figure 5.19. Conformément aux observations faites sur les coefficient de pression, les valeurs de contraintes sont proches pour les différentes valeurs du nombre de cavitation. Expérimentalement, on constate un accroissement de la valeur de la contrainte avec celui de la cavitation. Numériquement, sans recalage du modèle, les valeurs de contraintes prédites sont quasi identiques quelque soit la valeur du nombre de cavitation. L'utilisation du modèle corrigé (C1) permet de faire apparaître une évolution conforme aux mesures expérimentales et un recalage parfait pour σ

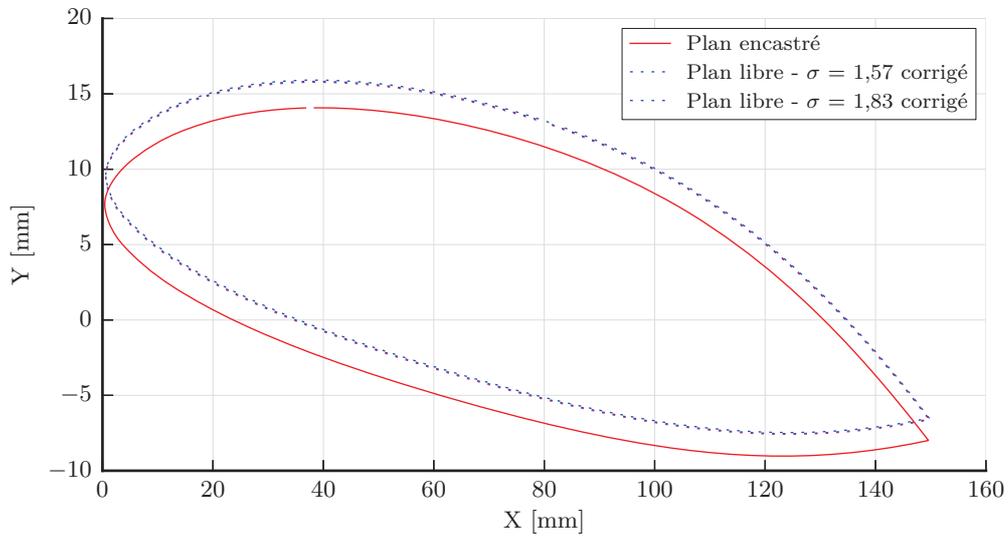


FIGURE 5.18 – Evolution de la position de la section libre en fonction du nombre de cavitation

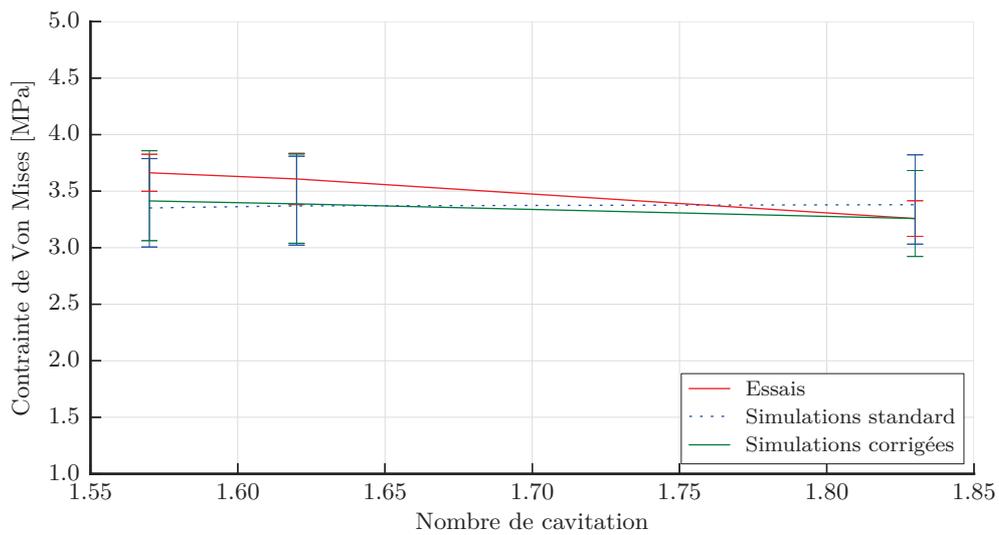


FIGURE 5.19 – Evolution de la contrainte de Von Mises en fonction du nombre de cavitation

= 1,83. Le recalage est moins bon pour les plus faibles valeurs du nombre de cavitation. Il est possible d'expliquer l'augmentation de cet écart avec l'augmentation de l'instabilité de la poche de cavitation.

Le modèle calibré (C1) permet d'obtenir une prédiction satisfaisante de la contrainte de Von Mises avec une erreur maximale de 6,7% et moyenne de 4%.

5.4.2. Cas des poches instables

Le modèle de cavitation utilise ici le paramétrage recalé (C2) défini pour les poches instables. Les paramètres du cas traité et du modèle recalé (C2) sont présentés dans le tableau suivant :

Angle d'incidence	α	6°
Nombre de cavitation	σ	1,4
Vitesse de l'écoulement	u	5 m/s
Pression veine	p_{veine}	19700 ± 2070 Pa (17200 Pa pour le calcul)
Coefficient de condensation	F_{cond}	0,01
Coefficient de vaporisation	F_{vap}	500

Dans un premier temps, une analyse qualitative du comportement de la poche de cavitation est réalisée. A partir des données issues de la caméra rapide, on peut reconstruire un cycle d'oscillation de la poche (voir figure 5.20). Les images sont extraites afin de correspondre à celles disponibles numériquement. La période des oscillations est d'environ 0,3 s. La cavité apparaît au bord d'attaque, on constate que sa longueur atteint un maximum aux environs de 80% de la corde ($t_{\text{cycle}}=0,225$ s). L'interface de la poche devient alors complètement instable, ce qui est visible par le « moutonnement blanc » de l'interface ($t_{\text{cycle}}=0,25$ s). L'une des raisons de l'instabilité de l'interface provient de la séparation de la poche qui est en cours, la partie arrière (à gauche sur les photos), est alors convectée par l'écoulement et implose rapidement. Une poche résiduelle se replie alors vers le bord d'attaque ($t_{\text{cycle}}=0,255$ s) pour devenir un filet de vapeur ($t_{\text{cycle}}=0,3$ s).

Les figures 5.21, 5.22 et 5.23 représentent la reconstitution d'un cycle d'oscillation à partir des résultats numériques respectivement, en 3D dans le plan vertical médian et dans un plan vertical distant de 10 mm de l'extrémité encastree de l'hydrofoil.

Les effets tri-dimensionnels sont bien rendus par le modèle numérique, la forme de la poche est différente aux extrémités et au centre de l'hydrofoil. Dans le plan vertical médian, la cavité présente un décollement important sur l'arrière du profil qui est produit par une recirculation présente sous la poche (voir figure 5.24). L'accroissement de ce décollement finit par provoquer le repli de la cavité. Près des parois, la cavité est plus aplatie. Elle présente un décollement à partir de 0,17 s, lorsque le repli de la cavité s'amorce.

La longueur maximale de la poche n'excède pas les 80 % de la corde près des parois pour environ 60% dans le plan vertical médian, ce qui est globalement conforme aux essais. Numériquement, le repli de la poche est plus lent. De plus, il n'est pas accompagné par l'émission d'un nuage. L'absence de nuage

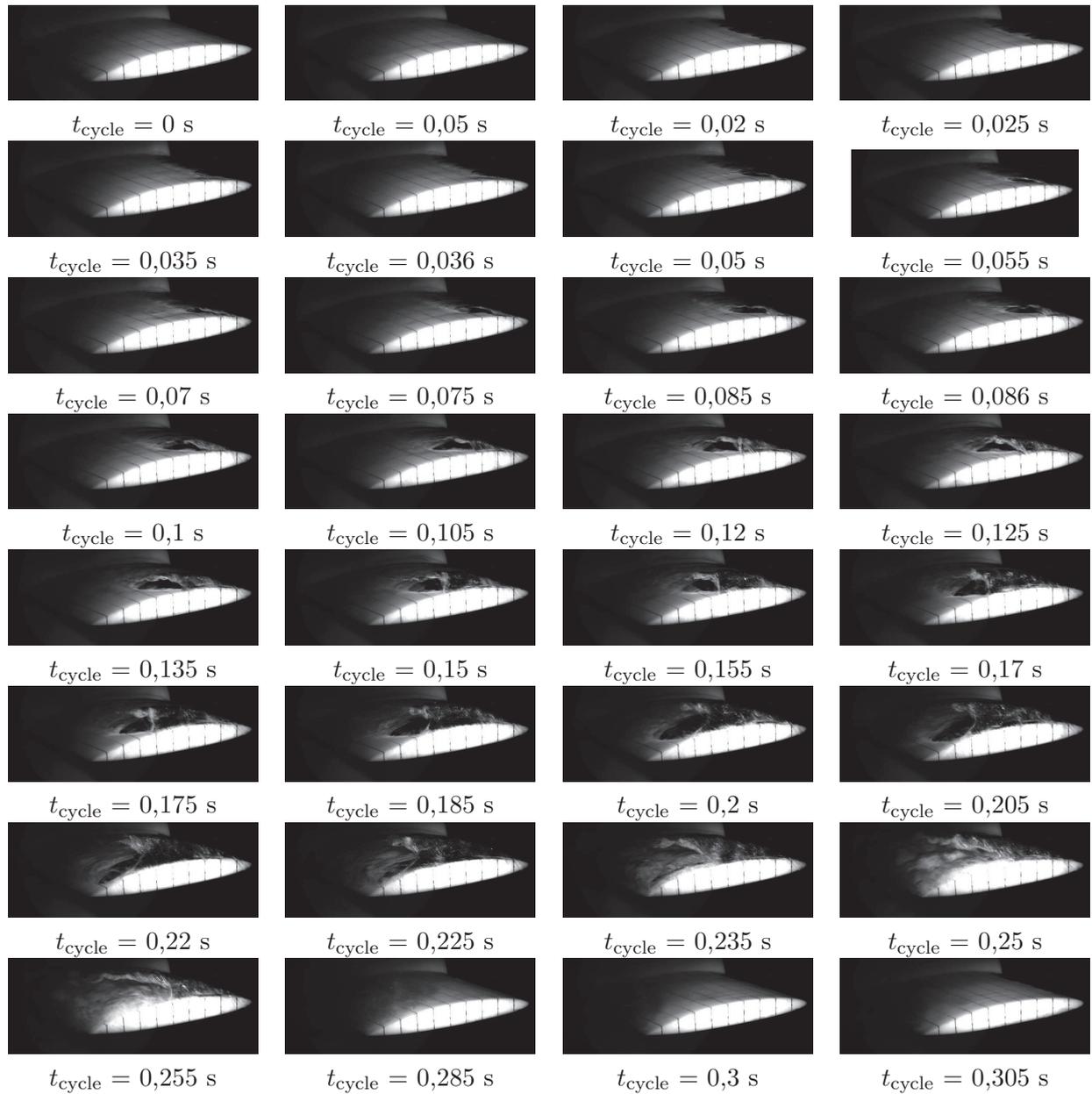


FIGURE 5.20 – Cycle d'oscillation d'une poche de cavitation instable obtenu expérimentalement grâce à une caméra rapide pour $\alpha=6^\circ$ - $\sigma=1,4$ - $Re=7,5 \times 10^5$

peut provenir du modèle de cavitation et notamment du terme F_{cond} qui devrait probablement être augmenté.

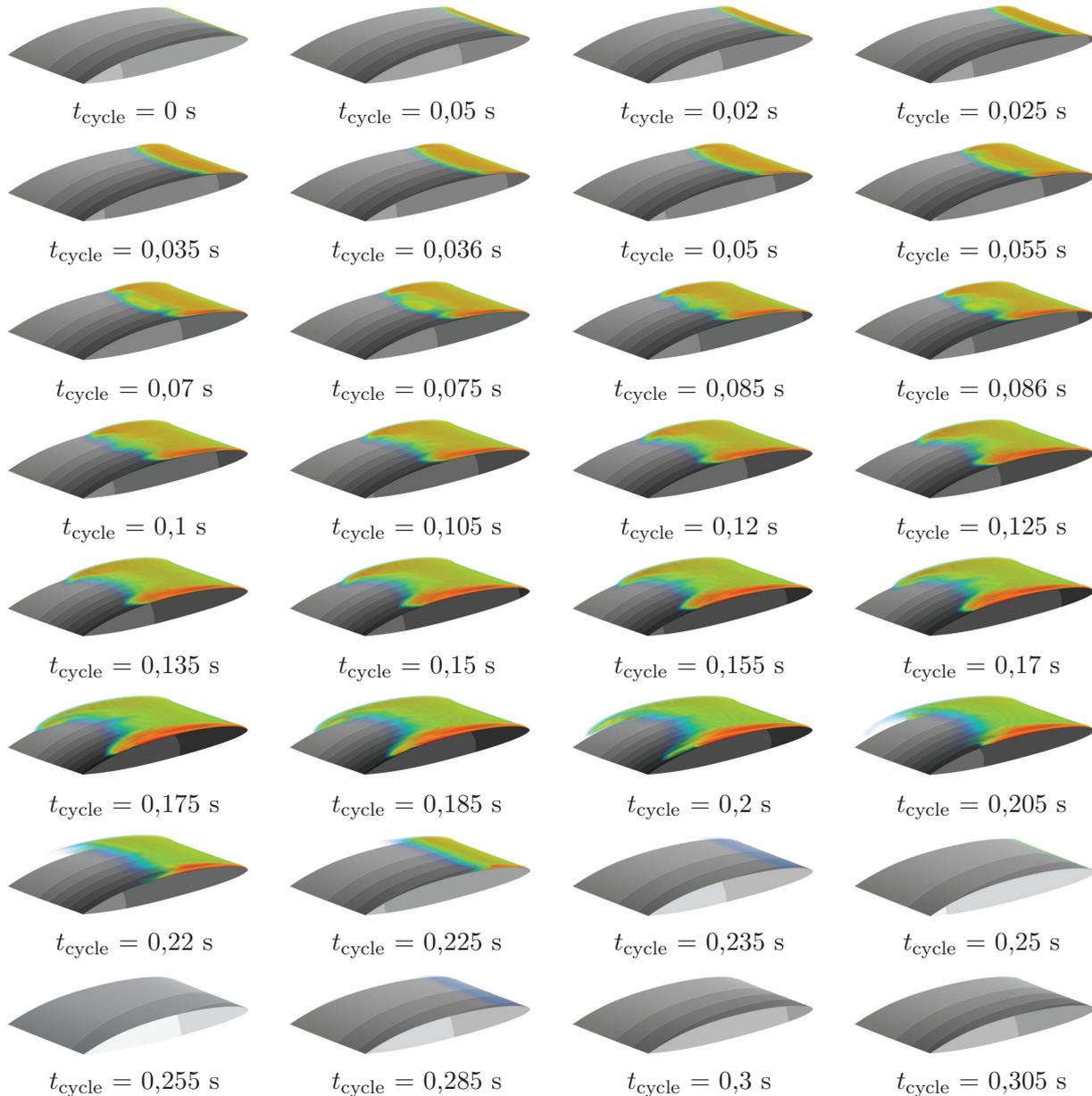


FIGURE 5.21 – Cycle d'oscillation d'une poche de cavitation reconstruit à partir des résultats numériques - vue en 3D $\alpha=6^\circ$ - $\sigma=1,4$ - $Re=7,5 \times 10^5$ - la coloration de l'hydrofoil correspond au déplacement : blanc pour l'absence de déplacement et noir pour le déplacement maximum - la coloration de la poche correspond à la fraction volumique de vapeur : rouge pour de la vapeur d'eau et bleu pour de l'eau liquide

La dynamique des poches se ressent également sur les efforts hydrodynamiques (voir figure 5.25). Les 0,2 premières secondes correspondent à l'augmentation de la longueur de la poche. La poche augmente car la pression sur l'extrados du profil diminue, par conséquent, le profil est « aspiré » vers le haut, et l'effort de portance augmente. Lorsque la poche se replie, la pression sur l'extrados augmente, la portance diminue. Il en est de même pour la traînée. La variation des efforts induit celle du déplacement, qui devient cyclique. On constate que le mouvement de la poche pilote celui de l'hydrofoil.

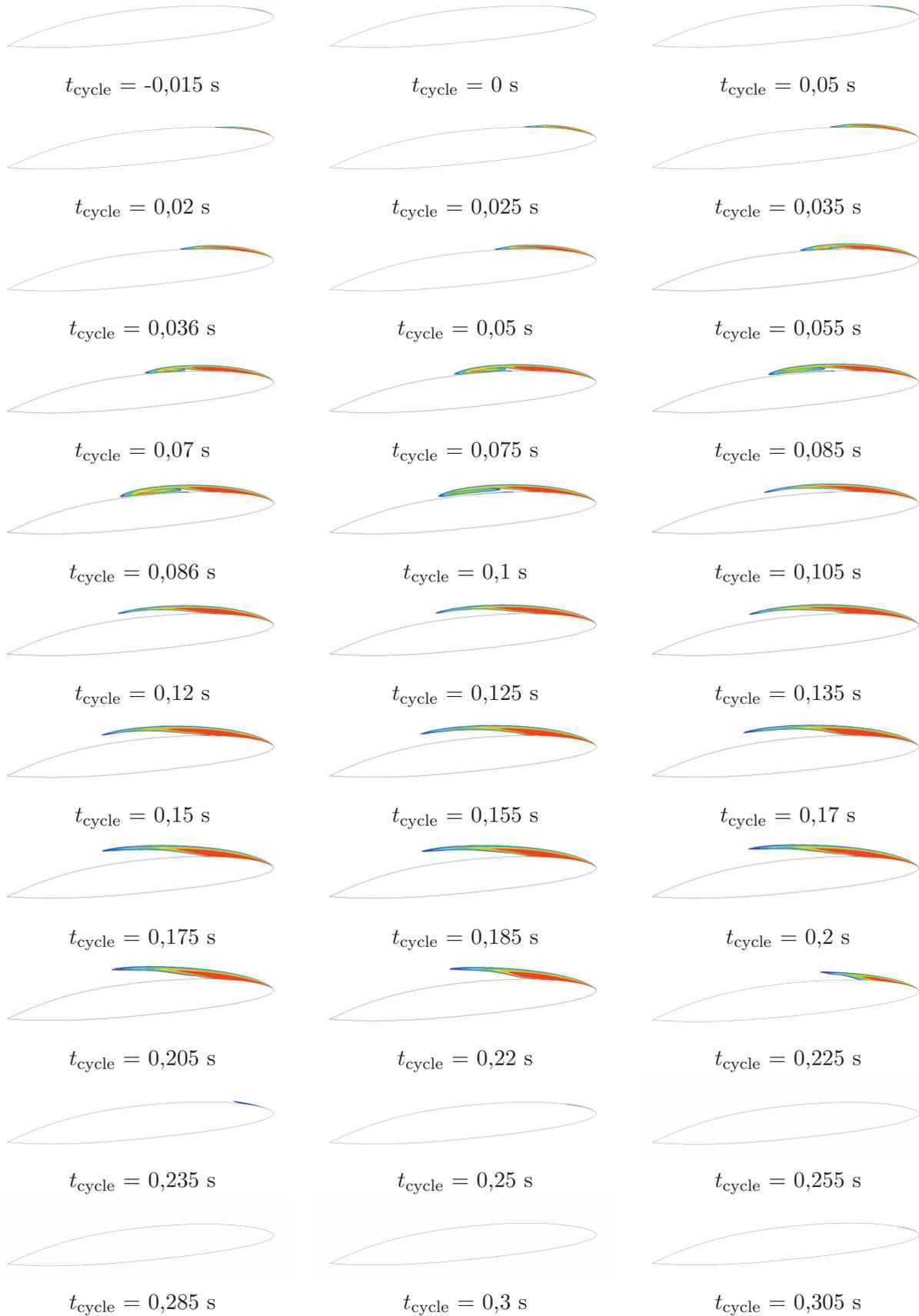


FIGURE 5.22 – Cycle d'oscillation d'une poche de cavitation pris dans le plan vertical médian $\alpha=6^\circ$ - $\sigma=1,4$ - $Re=7,5 \times 10^5$ - la coloration de la poche correspond à la fraction volumique de vapeur : rouge pour de la vapeur d'eau et bleu pour de l'eau liquide

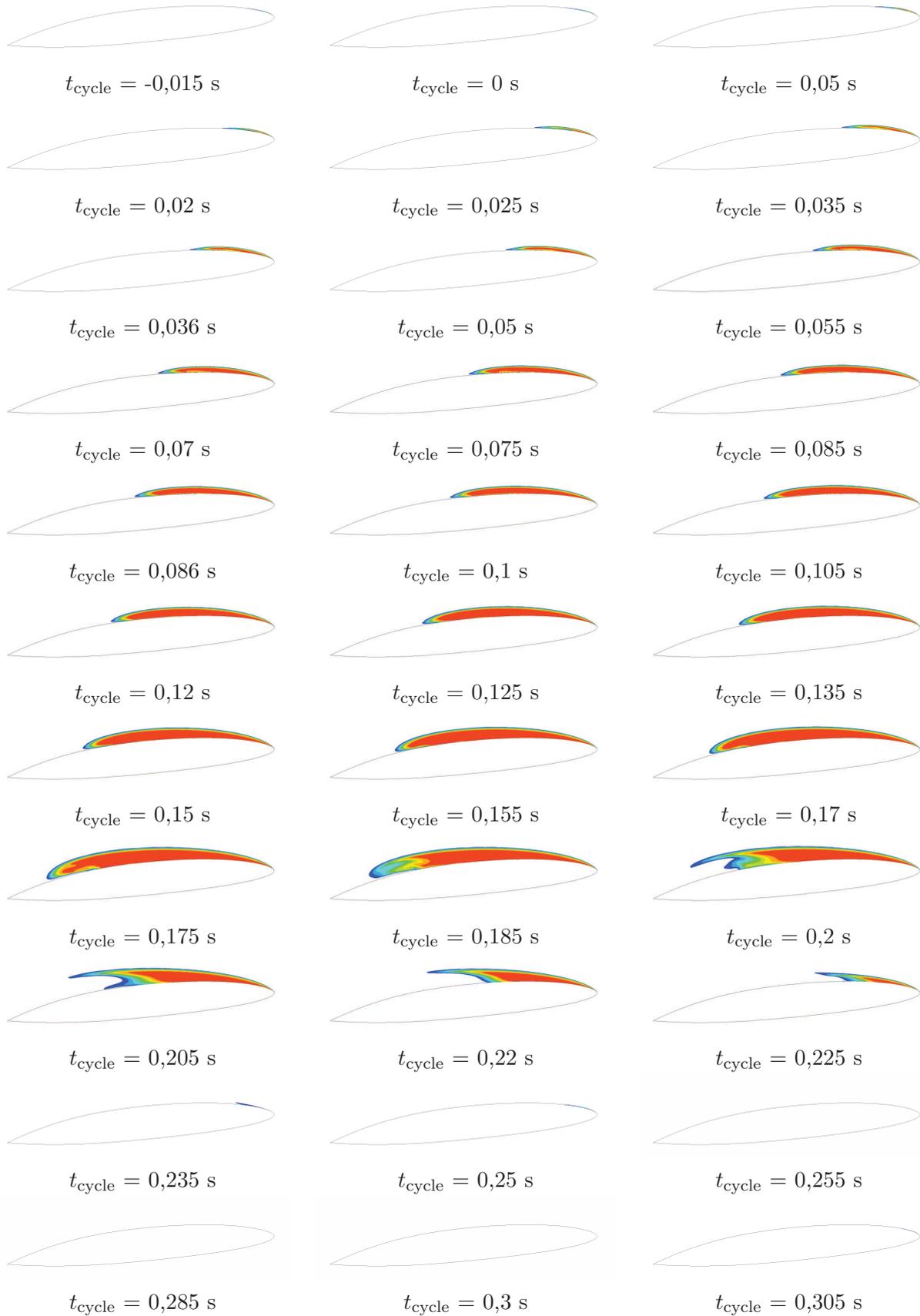


FIGURE 5.23 – Cycle d'oscillation d'une poche de cavitation pris dans un plan vertical décalé de 10 mm par rapport à l'extrémité encastrée $\alpha=6^\circ$ - $\sigma=1,4$ - $Re=7,5 \times 10^5$ - la coloration de la poche correspond à la fraction volumique de vapeur : rouge pour de la vapeur d'eau et bleu pour de l'eau liquide

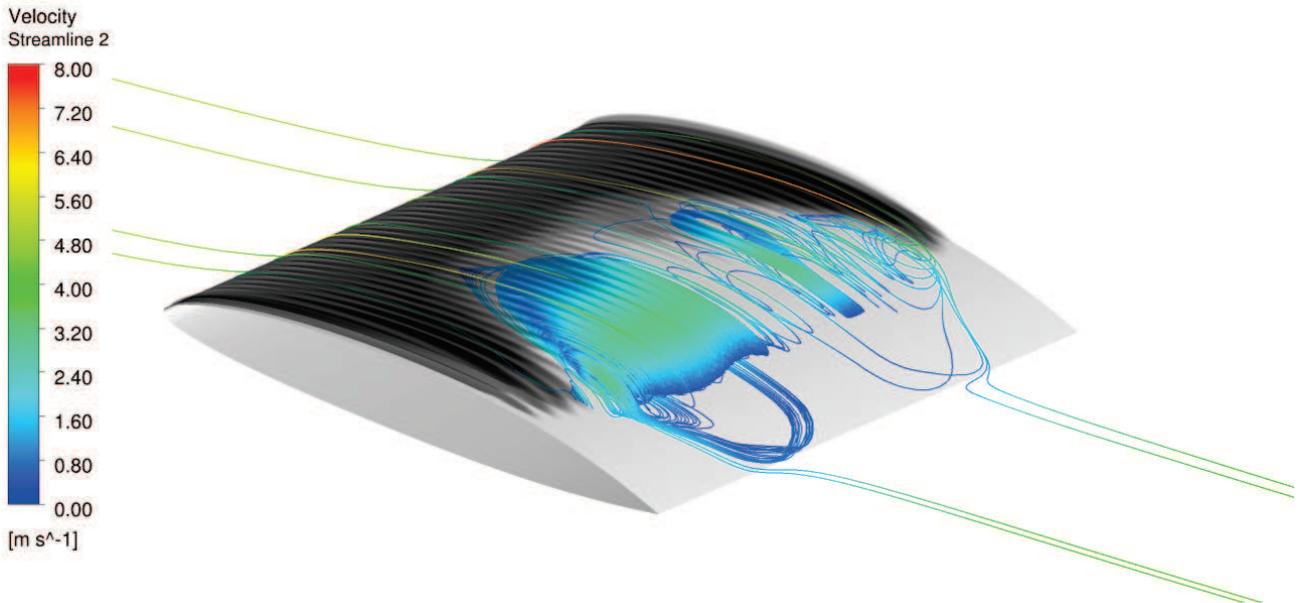


FIGURE 5.24 – Vue de la recirculation présente sous la poche de cavitation à $t_{\text{cycle}} = 0,17$ s pour $\alpha=6^\circ$ - $\sigma=1,4$ - $Re=7,5 \times 10^5$ - en teinte de gris la fraction volumique de vapeur

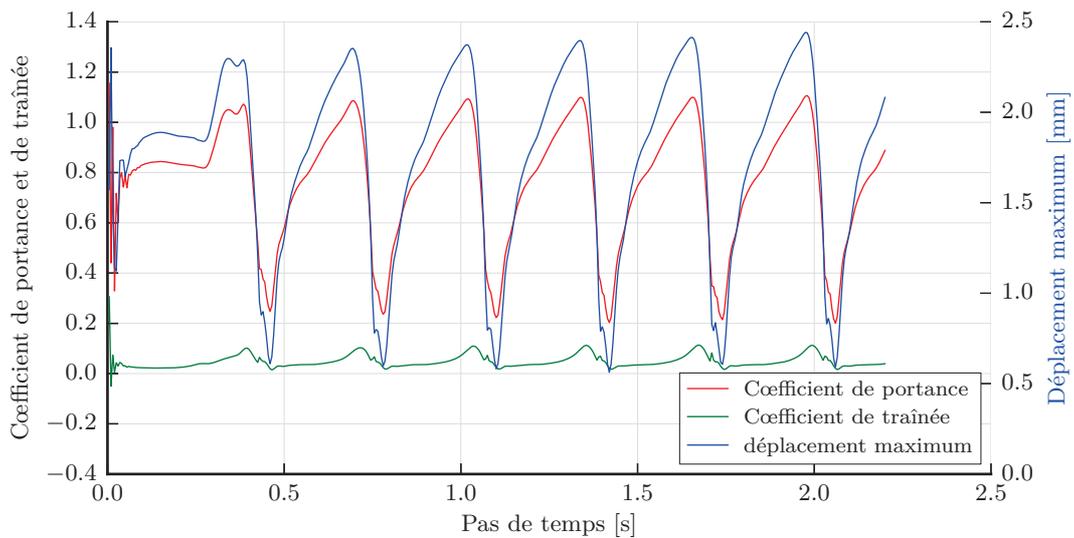


FIGURE 5.25 – Evolution des coefficient de portance et de traînée ainsi que du déplacement lors d'un cycle d'oscillation de la poche pour $\alpha=6^\circ$ - $\sigma=1,4$ - $Re=7,5 \times 10^5$

La contrainte de Von Mises est comparée aux résultats expérimentaux (voir figure 5.26). On constate une période légèrement plus importante en simulation que dans la réalité. L'amplitude des oscillations est également plus grande numériquement qu'expérimentalement. Les pentes, lors des phases de grossissements et de *collapses* sont bien évaluées par les codes numériques. L'absence de *collapse* explique en partie l'absence des oscillations lors du début de la phase de grossissement.

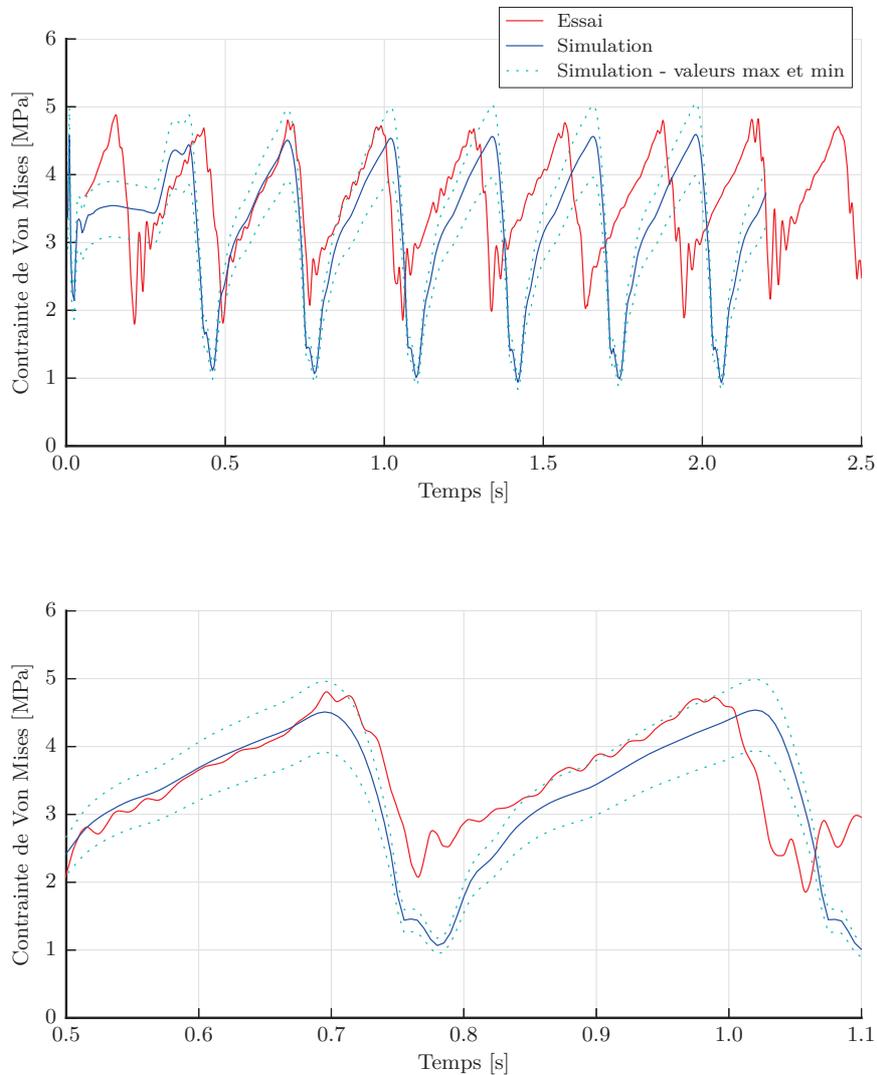


FIGURE 5.26 – Evolution de la contrainte de Von Mises pour $\alpha=6^\circ$ - $\sigma=1,4$ - $Re=7,5 \cdot 10^5$

L'écart entre les valeurs moyennes est plus important dans le cas d'une poche cavitante instable que pour un cas monophasique (passage de 6% à 8% d'erreur, soit de 0,14 à 0,3 MPa d'écart). Cela provient de la prédiction d'une contrainte minimale plus faible numériquement qu'expérimentalement avec une erreur de près de 40% (voir tableau 5.14). La contrainte la plus faible apparaît suite au repli de la poche. Lors des essais, le repli de la poche s'accompagne d'un nuage de cavitation qui maintient plus longtemps une faible pression sur l'arrière du profil, ce qui pourrait expliquer la surestimation de la contrainte à cet instant.

L'étude de la contrainte de Von Mises dans le domaine fréquentiel (voir figure 5.27), montre que la fréquence d'oscillation estimée par le calcul est concordante avec celle des essais. L'étude des harmo-

	Minimale	Moyenne	Maximale
Essai [MPa]	1,5	3,5	4,9
Simulation [MPa]	0,9	3,2	4,6
Ecart [MPa]	0,6	0,3	0,3
Erreur [%]	40	8,6	6,1

TABLE 5.14 – Valeurs des contraintes de Von Mises prédites et mesurés en MPa

riques met en lumière le faible décalage entre ces deux fréquences qui sont de $3,9 \text{ Hz} \pm 0,8 \text{ Hz}$ pour la simulation et de $3,8 \text{ Hz} \pm 0,2 \text{ Hz}$ pour l'essai.

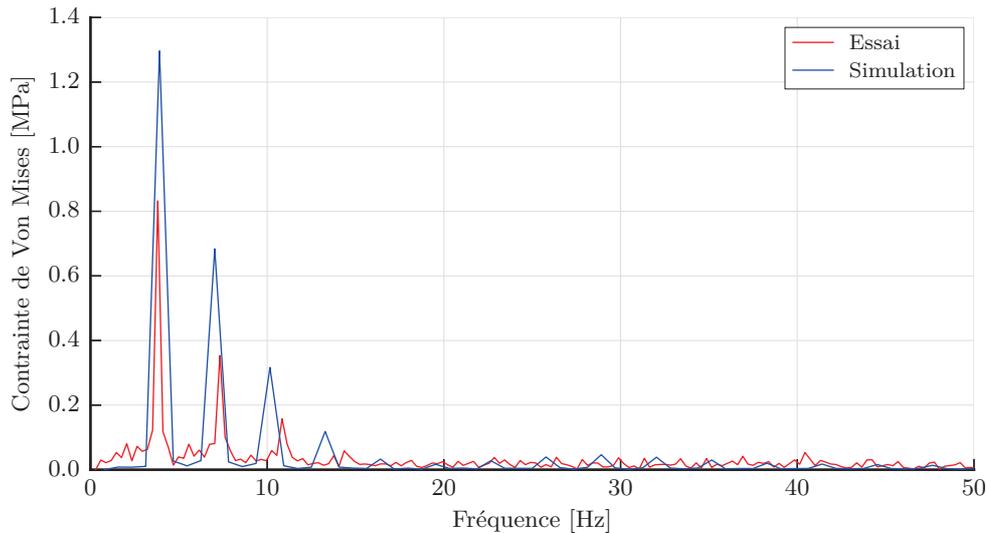


FIGURE 5.27 – Evolution de la contrainte de Von Mises dans le domaine fréquentiel pour $\alpha=6^\circ$ - $\sigma=1,4$ - $Re=7,5 \cdot 10^5$

Une simulation numérique réalisée sur le profil rigide montre que la fréquence d'oscillation de la poche sans déformation est identique. Cette égalité laisse supposer qu'il n'y a pas de couplage fort entre la dynamique de la poche et celle de la structure. En effet, nous avons vu que le mouvement oscillant du profil est piloté par le mouvement de la poche, l'effet inverse n'étant pas significatif. Cependant, de même que pour les cas monophasiques, les faibles déformations du cas traité peuvent expliquer l'absence d'effet significatif de la déformation sur la dynamique de la poche de vapeur. La réalisation d'un cas présentant des déformations plus importantes nous semble nécessaire pour pouvoir conclure sur l'effet de la structure sur le fluide.

5.4.3. Conclusion sur les cas déformables cavitants

Nous avons vu que la prise en compte de la cavitation sur des profils déformables pose les mêmes difficultés que sur des profils rigides. A savoir, comment choisir *a priori* les paramètres du modèle de cavitation. Pour les cas de poches stables, le jeu de paramètres utilisé donne une bonne prédiction de la longueur de poche et des contraintes dans la structure. Pour le cas d'une poche instable, le comportement de la poche n'est pas complètement reproduit. Numériquement, la formation d'un nuage se détachant de la poche n'apparaît pas. Ces imprécisions sur la dynamique de poches sont

directement imputables au modèle de cavitation. Elles induisent des erreurs sur la prédiction des efforts, et par conséquent sur celle des contraintes. Cependant, la prédiction des contraintes dans la structure reste très satisfaisante au vue des nombreux paramètres d'incertitudes inhérents à ce type de calculs. En effet, la prédiction de la fréquence d'oscillation est très bonne avec une erreur inférieure à 3% et une contrainte maximale surestimée d'un peu plus de 5%.

Nous avons vu que le mouvement de l'hydrofoil est piloté par la dynamique de la poche de vapeur. Par contre, les déformations étant faibles, le mouvement de l'hydrofoil ne modifie pas de façon significative la dynamique de la poche. La réalisation d'un cas plus critique est nécessaire pour mettre en évidence un éventuel phénomène de couplage fort entre le fluide et la structure.

Conclusion

Synthèse des résultats

Les travaux présentés dans ce mémoire de thèse ont été réalisés dans le cadre d'un partenariat entre l'Institut de Recherche de l'Ecole Navale et DCNS Research. L'étude a porté sur :

- la compréhension des phénomènes de couplage entre une structure portante déformable et un écoulement potentiellement diphasique ;
- la validation d'une méthode numérique permettant de prédire convenablement les contraintes subies par une structure dans ces conditions.

Le cas retenu est celui d'un hydrofoil encastré-libre, réalisé en polyacetate et de profil NACA66-312(mod.). L'incidence du profil est variable entre 0° et 8° pour un nombre de Reynolds de l'écoulement de $7,5 \times 10^5$. L'instrumentation des essais permet de connaître les caractéristiques de l'écoulement, les déformations de la structure grâce à des jauges extensométriques et les vibrations de l'hydrofoil à l'aide d'un vibromètre.

La méthode numérique mise en œuvre est basée sur une approche partitionnée séquentielle itérative utilisant les algorithmes fournis par les codes ANSYS CFX pour la partie fluide et ANSYS Mechanical pour la partie structure. La validation de la méthode a été réalisée en quatre étapes sur un hydrofoil :

- rigide avec un écoulement monophasique ;
- rigide avec un écoulement cavitant ;
- déformable sans cavitation ;
- déformable avec cavitation.

Une cinquième étape, consistant en l'analyse modale du profil flexible, a été réalisée.

L'étude de l'hydrofoil rigide en écoulement monophasique a permis une vérification de la bonne convergence des calculs en étudiant l'influence du maillage fluide et les paramètres de résolution de la couche limite. Nous avons ainsi montré l'importance de la modélisation des parois latérales du tunnel et la résolution fine de la couche limite de l'hydrofoil.

Les résultats des calculs effectués avec CFX ont ensuite été validés sur la base des efforts hydrodynamiques de portance et de traînée. Ils sont prédits avec précision pour des angles d'incidence compris entre 0° et 8° . Une sous-estimation de la portance apparaît au-delà de 8° qui provient de la prédiction du décollement de la couche limite. La plage angulaire de 0 à 8° étant suffisante pour notre étude, nous n'avons pas souhaité corriger ce défaut.

La prise en compte de la cavitation sur le profil portant rigide a été réalisée avec le modèle de Zwart-Gerber-Belamri. La calibration de ce modèle permet de reproduire correctement les poches de cavitation attachées au profil portant. Le paramétrage par défaut du modèle ne permettait pas de déterminer convenablement les caractéristiques de l'écoulement que sont les pressions pariétales, la longueur des poches de vapeur et les efforts hydrodynamiques. En exploitant les données expérimentales, nous avons sélectionné deux jeux de paramètres qui permettent d'obtenir des résultats convenables pour les cas de poches stables et instables.

La configuration retenue pour les cas stables produit trop de vapeur lorsqu'elle est appliquée à un cas instable. Des erreurs importantes créent des dynamiques de poches non physiques, proches de la supercavitation. La configuration instable corrige ce problème et permet aussi d'obtenir des résultats convenables sur des poches stables.

Une fois le modèle fluide validé pour les écoulements monophasiques et diphasiques, un travail similaire a été réalisé pour le profil déformable. Tout d'abord, une vérification de la bonne convergence des codes fluide, structure et de couplage a mis en évidence la faible influence du nombre d'éléments structures sur la précision des résultats. Le pas de couplage n'influence que peu les résultats, mais fortement le temps de résolution. Un pas trop important induit un plus grand nombre d'itérations internes (itérations sur les valeurs échangées). Une valeur plus faible du pas de couplage provoque une augmentation du nombre d'itérations inutiles pour la précision mais nécessaires dans l'algorithme à cause du nombre minimum d'itérations imposé par l'algorithme.

Ensuite, nous avons montré que dans le cas de faibles déformations, une approche chaînée, bien que moins précise, permet de prédire convenablement les contraintes dans l'hydrofoil. La méthode partitionnée offre une plus grande précision pour un coût plus élevé. Dans les cas de déformations plus importantes, les écarts entre les deux méthodes augmentent et la méthode partitionnée devient plus intéressante. La prédiction des contraintes est réalisée avec la méthode partitionnée à 5% près contre 8% avec un chaînage. Enfin, l'évolution de la contrainte de Von Mises, sur la plage d'étude (0° à 8°) est linéaire, conformément à l'évolution des efforts hydrodynamiques.

Le traitement des cas de poches de cavitation stables montre qu'il est possible de prédire convenablement la longueur de la poche de cavitation, ce qui entraîne une bonne estimation des efforts hydrodynamiques et donc des contraintes dans la structure. Le recalage du modèle de cavitation offre une évolution plus réaliste de la contrainte en fonction du nombre de cavitation vis-à-vis du modèle de cavitation de Zwart proposé par défaut dans CFX.

Le cas des poches de cavitation instables traité montre à la fois les bonnes performances de la modélisation mais également ses limites. En effet, la fréquence d'oscillation de la poche de vapeur est

très bien prédite aux environs de 4 Hz, l'écart avec les essais étant de 3%. De même, les contraintes maximales et moyennes sont prédites avec des écarts respectifs d'environ 6% et 9%.

L'estimation de la contrainte minimale est faussée de près de 40%. Cet écart pourrait être dû à l'absence en simulation d'émission de nuage de vapeur lors du repli de la poche. Le modèle numérique ne fait pas apparaître de séparation de la poche en un nuage et une cavité résiduelle. La convection du nuage sur l'arrière de l'hydrofoil puis son *collapse* augmenteraient les efforts hydrodynamiques et donc la contrainte minimale qui est atteinte lors du repli de la cavité.

Nous avons vu que le mouvement de l'hydrofoil est piloté par la dynamique de la poche de vapeur. Par contre, les déformations étant faibles, le mouvement de l'hydrofoil ne modifie pas de façon significative la dynamique de la poche. La réalisation d'un cas plus critique est nécessaire pour mettre en lumière un éventuel couplage fort entre le fluide et la structure.

Perspectives

La figure 1 représente de façon synthétique, les différents cas d'interaction fluide-structure en écoulement subcavitant et cavitant traités. A partir des résultats précédents, nous avons pu définir quelles méthodes utiliser et quels précision et coûts (en terme de temps de calcul) en attendre. Cette figure permet également de faire ressortir les limites des méthodes utilisées et donc les axes de recherche future.

Le premier axe que l'on peut identifier concerne la modélisation de la cavitation. Les modèles de cavitation disponibles, bien que nombreux, ne présentent pas aujourd'hui des niveaux de robustesse et de fiabilité suffisants pour un usage industriel. La plupart des modèles permettent d'obtenir des ordres de grandeur et des représentations des poches de cavitation convenables mais pour atteindre des niveaux de précision plus importants, il est nécessaire de pouvoir paramétrer *a priori* ces modèles.

La réalisation d'un cas similaire à celui étudié, mais présentant des déformations plus importantes, serait intéressant. Il permettrait de vérifier si une déformation importante du profil influence suffisamment la cavité pour avoir un effet de la structure sur l'écoulement.

Le second axe identifié sur la figure 1, concerne l'accroissement des temps de calculs qui passent de quelques heures à plus d'un mois lorsque la déformation augmente. La réduction des temps de calculs peut se faire dans un premier temps à travers une étape d'optimisation des maillages et des tailles de domaines. Cependant, les géométries industrielles requièrent des nombres d'éléments toujours plus importants. Il est nécessaire d'effectuer un travail sur les algorithmes utilisés afin de les optimiser ou de les modifier afin d'accélérer la simulation de l'écoulement.

Le troisième axe présent sur la figure 1 concerne les méthodes de maillages dynamiques et de re-maillages. Il est nécessaire de disposer de méthodes efficaces pour les cas de grandes déformations. Un cas avec une vitesse d'écoulement de 20 m/s a été simulé mais n'a pu aboutir à cause de problèmes de maillages. La méthode de maillage dynamique proposée, bien qu'efficace pour les déformations intermédiaires, crée des mailles négatives lors des déformations importantes provoquant une erreur dans

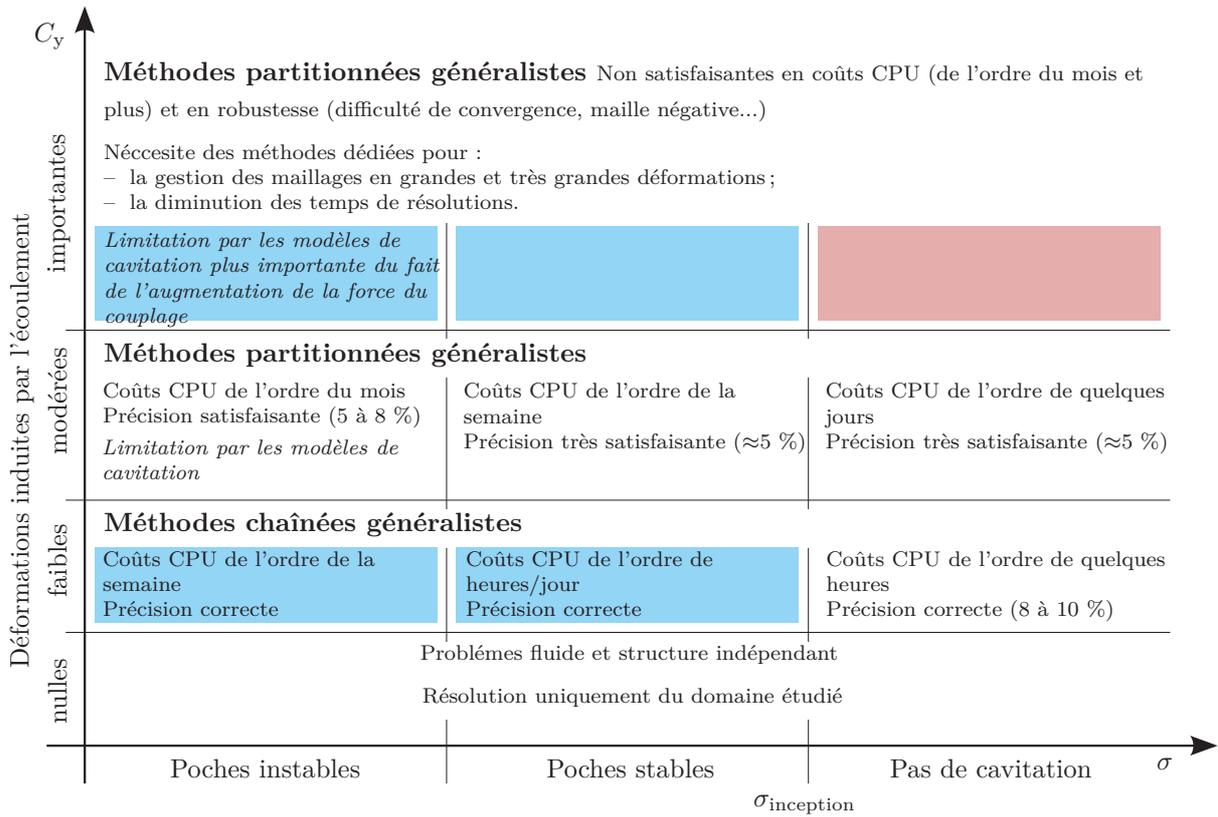


FIGURE 1 – Synthèses des études réalisées classées en fonction du nombre de cavitation et de celui de Cauchy. Les précisions sont indiquées en comparaisons des résultats expérimentaux sur la contrainte de Von Mises pour un cas intermédiaire entre les déformations faibles et modérées. Les cases en bleu indiquent des parties non traitées mais extrapolées et les cases en rouge des zones partiellement traitées.

la résolution. L'utilisation d'un algorithme de remaillage permet d'étendre les capacités des méthodes partitionnées. Les outils de remaillages sont délicats à paramétrer et leur utilisation provoque une augmentation significative du temps de calculs.

La poursuite des travaux doit également se faire en prenant en compte les besoins industriels finaux. La plupart des structures déformables envisagées devraient être réalisées en matériaux composites. Une étude sur la modélisation des composites et l'intégration à la méthode de couplage proposée est nécessaire. Un travail complémentaire portant sur la fatigue des matériaux est également à envisager pour permettre un dimensionnement complet et optimal.

Pour le moment, la méthode de couplage validée dans ce document peut permettre le dimensionnement de structures réelles. Il est ainsi possible de vérifier l'intérêt des structures déformables pour la conception des hélices de propulseurs ou d'hydroliennes, pales de turbines ou encore pour les stabilisateurs.

Bibliographie

- [1] Communiqué de presse - airborne composites. Euronaval, Octobre 2010.
- [2] M. ADAMA MAIGA : *Modèle multi-bulles pour cavitation. Equation d'évolution pour la pression.* Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille - Lille 1, 2008.
- [3] Y. AIT BOUZIAD : *Physical modelling of leading edge cavitation.* Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2005.
- [4] ANSYS : *ANSYS Coupled Analysis Guide.* ANSYS, 2001.
- [5] ANSYS : *ANSYS CFX 12.1 - Solver Theory Guide.* ANSYS, 2009.
- [6] ANSYS : *ANSYS Mechanical APDL,* 2012.
- [7] N. AQUELET : *Modélisation de l'impact hydrodynamique par un couplage fluide-structure.* Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, 2004.
- [8] J.-A. ASTOLFI : Contribution à l'étude du phénomène de cavitation : une approche expérimentale des conditions d'apparition et de développement de la cavitation. Habilitation à Diriger des Recherches, Institut de Recherche de l'Ecole Navale, 2003.
- [9] F. AXISA et J. ANTUNES : *Modelling of mechanical systems - Fluid structure interaction.* Butterworth-Heinmann, 2007.
- [10] M. R. BAILEY, A. P. EVAN, O. A. SAPOZHNIKOV, R. O. CLEVELAND et T. COLONIUS : Cavitation in shock wave lithotripsy. *In Fifth international symposium on cavitation*, num. Cav03-OS-2-1-006, 2003.
- [11] S. BAL, H. AKYILDIZ et M. GUNER : Preliminary results of a numerical method for podded propulsors. *In Proceedings of the 2nd international conference on Technological Advances in Pod Propulsion (TPOD06)*, France, 2006.
- [12] M. F. BARONE et J. L. PAYNE : Methods for simulation-based analysis of fluid-structure interaction. Rapport de recherche SAND2005-6573, Sandia National Laboratories, 2005.
- [13] W. BATTEN, A. BAHAJ, A. MOLLAND et J. CHAPLIN : Hydrodynamics of marine current turbines. *Renewable Energy*, 31(2):249 – 256, 2006.
- [14] M. BENAOUICHA : *Contribution au développement d'algorithmes de couplage en interaction fluide-structure.* Thèse de Doctorat, Université de La Rochelle, 2007.

- [15] M. BENAOUICHA, J.-A. ASTOLFI, A. DUCOIN, S. FRIKHA et O. COUTIER-DELGOSHA : A numerical study of cavitation induced vibration. *In ASME 2010 Pressure Vessels and Piping Conference*, vol. 4, p. 35 – 42, Etats-Unis, 2010.
- [16] J. P. BLASQUES, C. BERGGREEN et P. ANDERSEN : Hydro-elastic analysis and optimization of a composite marine propeller. *Marine Structures*, 23:22 – 38, 2010.
- [17] A. BOER, A. ZUIJLENA et H. BIJLA : Review of coupling methods for non-matching meshes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196(8):1515 – 1525, 2007.
- [18] D. BOFFI et L. GASTALDI : Stability and geometric conservation laws for ALE formulations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193(42 - 44):4717 – 4739, 2004.
- [19] C. E. BRENNEN : *Cavitation and bubble dynamics*. Oxford University Press, 1995.
- [20] R. CAMPOS AMEZCUA : *Analyse des écoulements cavitants stationnaires et instationnaires dans les turbomachines*. Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers ParisTech, 2009.
- [21] W. CAO, W. HUANG et R. D. RUSSELL : A moving mesh method based on the geometric conservation law. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 24:118 – 142, 2002.
- [22] J. CARLTON : *Marine propellers and propulsion*. Elsevier, 2nd éd., 2007.
- [23] P. CATALANO et M. AMATO : An evaluation of rans turbulence modelling for aerodynamic applications. *Aerospace Science and Technology*, 7:493 – 509, 2003.
- [24] P. CAUSIN, J.-F. GERBEAU et F. NOBILE : Added-mass effect in the design of partitioned algorithms for fluid-structure problems. Rapport de recherche RR-5084, INRIA, 2004.
- [25] O. COUTIER-DELGOSHA, J. REBOUD et R. FORTES-PATELLA : Numerical study of the effect of the leading edge shape on cavitation around inducer blade sections. *In Fourth International Symposium on Cavitation*, Etats-Unis, 2001.
- [26] H. de BECELIÈVRE : Etude du couplage fluide-structure en régime cavitant. Thèse de Master, IRENav - DCNS, 2009.
- [27] E. DE LANGRE : *Fluides et Solides*. Editions Ecole Polytechnique, 2001.
- [28] P.-L. DELAFIN, F. DENISET, J.-A. ASTOLFI et J.-M. LAURENS : Prediction of hydrodynamic forces with and without transition model. *In 15th Numerical Towing Tank Symposium*, Italy, 2012.
- [29] I. DERMIDŽIĆ et S. MUZAFERIJA : Numerical method for coupled fluid flow, heat transfer and stress analysis using unstructured moving meshes with cells of arbitrary topology. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 125:235–255, 1995.
- [30] N. M. DINIZ DOS SANTOS : *Numerical methods for fluid-structure interaction problems with valves*. Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2007.
- [31] J. DONEA, A. HUERTA, J.-P. PONTHOT et A. RODRIGUEZ-FERRAN : *Encyclopedia of Computational Mechanics*, vol. 1, chap. 14 - Arbitrary Lagrangian Eulerian Methods, p. 413 – 437. John Wiley & Sons, 2004.
- [32] A. DUCOIN : *Etude expérimentale et numérique du chargement hydrodynamique des corps portants en régime transitoire avec prise en compte du couplage fluide structure*. Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Nantes, 2008.

-
- [33] A. DUCOIN, J.-A. ASTOLFI, F. DENISET et S. JEAN-FRANÇOIS : Computational and experimental investigation of flow over a transient pitching hydrofoil. *European Journal of Mechanics B/ Fluids*, 28:728 – 743, 2009.
- [34] A. DUCOIN, S. BENRAMDANE, J. ASTOLFI et F. DENISET : Etude expérimentale et numérique du champ de pression pariétale sur corps portant en mouvement forcé. *In 18ème Congrès Français de Mécanique*, 2007.
- [35] A. DUCOIN et Y. YOUNG : Hydroelastic response and stability of a hydrofoil in viscous flow. *In Second International Symposium on Marine Propulsors smp'11*, Allemagne, 2011.
- [36] C. FARHAT, C. DEGAND, B. KOOBUS et M. LESOINNE : Torsional springs for two-dimensional dynamic unstructured fluid meshes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 163:231–245, 1998.
- [37] C. FARHAT, P. GEUZAINÉ et G. BROWN : Application of a three-field nonlinear fluid-structure formulation to the prediction of the aeroelastic parameters of an F-16 fighter. *Computers & Fluids*, 32:3 – 29, 2003.
- [38] C. FARHAT, P. GEUZAINÉ et C. GRANDMONT : The discrete geometric conservation law and the nonlinear stability of ALE schemes for the solution of flow problems on moving grids. *Journal of Computational Physics*, 174:669 – 694, 2001.
- [39] C. FARHAT et M. LESOINNE : Two efficient staggered algorithms for the serial and parallel solution of three-dimensional nonlinear transient aeroelastic problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 182:499–515, 2000.
- [40] M. FARHAT, A. CHAKRAVARTY et J. FIELD : Luminescence from hydrodynamic cavitation. *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 467(2126):591 – 606, 2011.
- [41] M. A. FERNÁNDEZ : *Modèles simplifiés d'interaction fluide-structure*. Thèse de Doctorat, Université Paris IX Dauphine, 2001.
- [42] M. A. FERNÁNDEZ, J.-F. GERBEAU et C. GRANDMONT : A projection semi-implicite scheme for the coupling of an elastic structure with an incompressible fluid. Rapport de recherche RR-5700, INRIA, 2005.
- [43] M. A. FERNÁNDEZ, J.-F. GERBEAU et C. GRANDMONT : A projection algorithm for fluid/structure interaction problems with strong added-mass effect. *Comptes Rendus Mathématique*, 342:279 – 284, 2006.
- [44] J. FERZIGER et M. PERIC : *Computational method for fluid dynamics*. Springer-Verlag, 2002.
- [45] G. FOKOUA, C. GABILLET et C. COLIN : Experimental study of bubble drag interaction in a Taylor Couette flow. *In Proceedings of the 8th International Conference on Multiphase Flow (ICMF 2013)*, Korea, 2013.
- [46] J.-P. FRANC et J.-M. MICHEL : *Fundamentals of cavitation*. Springer-Verlag, 2005.
- [47] S. FRIKHA : *Etude numérique et expérimentale des écoulements cavitants sur corps portants*. Thèse de Doctorat, Arts et Métiers ParisTech, 2010.
- [48] J.-F. GERBEAU et M. VIDRASCU : A quasi-newton algorithm based on a reduced model for fluid/structure interaction problems in blood flows. Rapport de recherche RR-4691, INRIA, 2003.
-

- [49] P. GEUZAIN, C. GRANDMONT et C. FARHAT : Design and analysis of ALE schemes with provable second order time accuracy for inviscid and viscous flow simulations. *Journal of Computational Physics*, 191:206–227, 2003.
- [50] E. GONCALVES et R. FORTES-PATELLA : Numerical study of cavitating flows with thermodynamic effect. *Computers & Fluids*, 39(1):99 – 113, 2010.
- [51] H. GUILLARD et C. FARHAT : On the significance of the geometric conservation law for flow computations on moving meshes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190:1467 – 1482, 2000.
- [52] X. HE, Y. HONG et R. WANG : Hydroelastic optimisation of a composite marine propeller in a non-uniform wake. *Ocean Engineering*, 39:14 – 23, 2012.
- [53] B. HÜBNER, E. WALHORN et D. DINKLER : A monolithic approach to fluid–structure interaction using space–time finite elements. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193:2087–2104, 2004.
- [54] C. KASSIOTIS : *Nonlinear Fluid-Structure Interaction : a Partitioned Approach and its Application Through Component Technology*. Thèse de doctorat, Université Paris Est - école doctorale MODES, 2009.
- [55] B. KOOBUS et C. FARHAT : Second-order time-accurate and geometrically conservative implicit schemes for flow computations on unstructured dynamic meshes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 170:103 – 129, 1999.
- [56] P. KRISHNASWAMY : *Flow modelling of partially cavitating hydrofoils*. Thèse de Doctorat, Departement of Naval Architecture and Offshore Engineering - Technical University of Denmark, 2000.
- [57] P. KRISHNASWAMY, P. ANDERSEN et K. S.A. : Re-entrant jet modelling for partially cavitating two-dimensional hydrofoils. *In Fourth International Symposium on Cavitation*, 2001.
- [58] R. KUNZ, D. BOGER, J. CHYCZEWSKI, D. STINEBRING, H. GIBELING et T. GOVINDAN : Multi-phase CFD analysis of natural and ventilated cavitation about submerged bodies. *In Proceedings of FEDSM 99 - 3rd ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference*, 1999.
- [59] R. KUNZ, D. BOGER, D. STINEBRING, T. CHYCZEWSKI, J. LINDAU, H. GIBELING, S. VENKATESWARAN et T. GOVINDAN : A preconditioned Navier-Stokes method for two-phase flows with application to cavitation prediction. *Computers & Fluids*, 29:849 – 875, 2000.
- [60] P. LE TALLEC et J. MOURO : Structures en grands déplacements couplées à des fluides en mouvement. Rapport de recherche 2961, INRIA, 1996.
- [61] Y. LECOFFRE : Bruit de cavitation. *Acoustiques et Techniques*, 38:48 – 54, 2004.
- [62] T. LEIGHTON, M. FARHAT, J. FIELD et F. AVELLAN : Cavitation luminescence from flow over a hydrofoil in a cavitation tunnel. *Journal of Fluid Mechanics*, 480:43 – 60, 2003.
- [63] J.-B. LEROUX : *Etude expérimentale en tunnel hydrodynamique des instabilités de la cavitation par poche sur hydrofoil par la mesure spatio-temporelle du champ de pression pariétal*. Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Nantes et Université de Nantes - IRENav, 2003.
- [64] H. LIU et Y. YOUNG : Static divergence of self-twisting composite rotors. *Journal of Fluids and Structures*, 26:841 – 847, 2010.

-
- [65] N. MAMAN et C. FARHAT : Matching fluid and structure meshes for aeroelastic computations : A parallel approach. *Computers & Structures*, 54(4):779 – 785, 1995.
- [66] G. MARKOU, Z. MOUROUTIS, D. CHARMPIS et P. M. : The ortho-semi-torsional (OST) spring analogy method for 3D mesh moving boundary problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196:747 – 765, 2007.
- [67] G. MARSH : A new start for marine propellers. *Reinforced Plastics*, 48(11):34 – 38, December 2004.
- [68] I. MEJRI-CHTIOUI : *Analyse de l'écoulement instationnaire cavitant dans les inducteurs*. Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers de Paris, 2006.
- [69] F. MENTER : Eddy viscosity transport equations and their relation to the k-e model. Rapport de recherche NASA TM- 108854, National Aeronautics and Space Administration, 1994.
- [70] F. MENTER, P. SHARKEY, S. YAKUBOV et M. KUNTZ : Overview of fluid-structure coupling in ANSYS-CFX. In *Proceedings of Offshore Mechanics and Arctic Engineering - OMAE*, num. OMAE2006-92145, 2006.
- [71] J. MORAND et R. OHAYON : *Fluid-structure interaction : applied numerical methods*. Wiley, 1995.
- [72] K. MORINISHI et T. FUKUI : An eulerian approach for fluid-structure interaction Problems. *Computers & Fluids*, 35:92 – 98, 2012.
- [73] N. MULCAHY, B. PRUSTY et C. GARDINER : Flexible composite hydrofoils and propeller blades. In *International Maritime Conference*, p. 27 – 29, Australie, 2010.
- [74] C. PELLONE et J.-P. FRANC : Analyse des effets thermiques en cavitation. In *11èmes journée de l'hydrodynamique*, France, 2007.
- [75] J. PENROSE, D. HOSE, C. STAPLES, I. HAMILL, I. JONES et D. SWEENEY : Fluid structure interactions : coupling of CFD and FE. In *18th CAD-FEM User's Meeting - International Congress on FEM Technology*, 2000.
- [76] S. PHOEMSAPTHAWEE : *Développement d'un modèle de cavitation à poche sur hydrofoils et hélices en régimes transitoires, implémentation sur codes potentiels et validation expérimentale*. Thèse de Doctorat, Université de Bretagne Occidentale, 2009.
- [77] S. PHOEMSAPTHAWEE, J.-B. LEROUX, J.-M. LAURENS et F. DENISET : A transpiration velocities based sheet cavitation model. *Ship Technology Research*, 56(4):161 – 176, 2009.
- [78] M. PICARD : Développement et validation d'algorithmes de calcul pour simulations couplées fluide/structure. Thèse de Master, ENSTA - DCNS.
- [79] S. PIPERNO : *Simulation numériques des phénomènes d'interaction fluide-structure*. Thèse de Doctorat, Ecole des Ponts et Chaussées, 1995.
- [80] S. PIPERNO : Explicit-implicit fluid-structure staggered procedures with a structural predictor and fluid subcycling for 2D inviscid aeroelastic simulations. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 25:1207 – 1226, 1997.
- [81] S. PIPERNO et C. FARHAT : Design of efficient partitioned procedures for the transient solution of aeroelastic problem. *Revue Européenne des Eléments Finis*, 9(6-7):655–680, 2000.
-

- [82] S. PIPERNO et C. FARHAT : Partitioned procedures for the transient solution of coupled aeroelastic problems - Part II : energy transfer analysis and three-dimensional applications. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190(24-25):3147 – 3170, 2001.
- [83] S. PIPERNO, C. FARHAT et B. LARROUTUROU : Partitioned procedures for the transient solution of coupled aeroelastic problems Part I : Model problem, theory and two-dimensional application. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 124(1-2):79 – 112, 1995.
- [84] S. PIPERNO, B. LARROUTUROU et M. LESOINNE : Analysis and compensation of numerical damping in a one dimensional aeroelastic problem. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 6:157 – 174, 1996.
- [85] V. POMERO et D. BONNEAU : Le phénomène de cavitation. *Revue de Médecine Vertébrale et des articulations périphériques*, 8:24 – 27, 2002.
- [86] B. POUFFARY, R. FORTES-PATELLA et J. REBOUD : Numerical simulation of cavitating flow around a 2D hydrofoil : a barotropic approach. *In Fifth International Symposium on Cavitation*, Japon, 2003.
- [87] B. POUFFARY, R. FORTES-PATELLA, J. REBOUD et P. LAMBERT : Numerical analysis of cavitation instabilities in inducer blade cascade. *Journal of Fluids Engineering*, 130(4):041302.1–041302.8, 2008.
- [88] C. RAJAKUMAR et C. ROGERS : The Lanczos algorithm applied to unsymmetric generalized eigenvalue problem. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 32:1009 – 1026, 1991.
- [89] C. RHIE et W. CHOW : A numerical study of the turbulent flow past an isolated airfoil with trailing edge separation. *AIAA Journal*, 21:1525 – 1532, 1983.
- [90] M. ROBIN : Validation d'une chaîne de calcul couplé fluide-structure pour le dimensionnement des structures sous écoulement. Thèse de Master, INP ENSE3 - DCNS, 2013.
- [91] C. L. RUMSEY et S. X. YING : Prediction of high lift : review of present CFD capability. *Progress in Aerospace Sciences*, 38:145 – 180, 2002.
- [92] Y. SAITO, I. NAKAMORI et T. IKOHAGI : Numerical analysis of unsteady vaporous cavitating flow around a hydrofoil. *In Fifth International Symposium on Cavitation*, num. Cav03-OS-1-006, 2003.
- [93] I. SENOCÁK : *Computational methodology for the simulation of turbulent cavitating flows*. Thèse de Doctorat, University of Florida, 2002.
- [94] I. SENOCÁK et W. SHYY : A pressure-based method for turbulent cavitating flow computations. *Journal of Computational Physics*, 176:363 – 383, 2002.
- [95] J.-F. SIGRIST : Méthodes numériques de calculs couplés fluide/structure : Cas du fluide s'écoulant. *In Techniques de l'Ingénieur*. Techniques de l'Ingénieur, 2010.
- [96] J.-F. SIGRIST : *Interaction fluide-structure - Analyse vibratoire par éléments finis*. Technosup. Ellipses Marketing, 2011.
- [97] A. K. SINGHAL, M. M. ATHAVALE, L. HUIYING et J. YU : Mathematical basis and validation of the full cavitation model. *Journal of Fluids Engineering*, 124:617 – 624, 2002.
- [98] C. sous la direction de THIERRY D'ARBONNEAU : *Encyclopédie des sous-marins français T1 : Naissance d'une arme nouvelle*. SPE Barthelemy Eds, 2009.

-
- [99] H. SOYOMA et D. MACODIYO : Improvement of fatigue strength on stainless steel by cavitating jet in air. *In Fifth International Symposium on Cavitation (CAV)*, num. Cav03-OS-2-3-002, Osaka, Japan, November 2003.
- [100] N. TANI, S.-I. TSUDA, N. YAMANISHI et Y. YOSHIDA : Development and validation of new cryogenic cavitation model for rocket turbopump inducer. *In Proceedings of the 7th International Symposium on Cavitation (CAV)*, num. 63, Etats-Unis, 2009.
- [101] T. TEZDUYAR, S. SATHE, R. KEEDY et K. STEIN : Space-time finite elements techniques for computation of fluid-structure interactions. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195:2002–2027, 2006.
- [102] R. VENET et A. PAVIE : La cavitation à l'origine des bruits du coeur et des accidents de décompression en plongée. Institut du Coeur, Hopital Necker - Enfants Malades.
- [103] G. WANG et M. OSTOJA-STARZEWSKI : Large eddy simulation of a sheet/cloud cavitation on a NACA0015 hydrofoil. *Applied Mathematical Modelling*, 31:417 – 447, 2007.
- [104] E.-A. WEITENDORF : On the History of Propeller Cavitation and Cavitation Tunnels. *In Fourth International Symposium on Cavitation*, num. CAV2001 :sessionB9.001, 2001.
- [105] Y. YOUNG : Time-dependent hydroelastic analysis of cavitating propulsors. *Journal of Fluids and Structures*, 23(2):269 – 295, 2007.
- [106] Y. YOUNG : Fluid-structure interaction analysis of flexible composite marine propellers. *Journal of Fluids and Structures*, 24(6):799 – 818, 2008.
- [107] Y. YOUNG, M. MOTLEY et R. YEUNG : Hydroelastic response of wind or tidal turbines. *In Proceedings of the ASME 28th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering OMAE*, num. OMAE2009-80087, 2009.
- [108] W. YUAN, J. SAUER et G. SCHNERR : Modeling and computation of unsteady cavitation flows in injection nozzles. *Mécanique & Industries*, 2(5):383 – 394, 2001.
- [109] C. YVIN : Couplage fluide-structure par une chaîne de calculs open-source. Thèse de Master, ENSIETA - Sirehna, 2010.
- [110] L. ZHANG et M. GAY : Immersed finite element method for fluid-structure interactions. *Journal of Fluids and Structures*, 23:839 – 857, 2007.
- [111] P. ZWART, A. GERBER et T. BELAMRI : A two phase flow model for predicting cavitation dynamics. *In International Conference on Multiphase Flow ICMF*, p. 152, Japon, 2004.

Modèle de cavitation basé sur l'équation de Rayleigh-Plesset

Cette annexe a pour but de présenter de façon plus détaillée les modèles de cavitation basés sur l'équation de Rayleigh-Plesset qui sont utilisés par les codes Fluent et CFX.

1. L'équation de Rayleigh-Plesset

L'équation régissant la dynamique d'une bulle sphérique, c'est-à-dire l'évolution de son rayon R_b et de sa pression p_b sous l'action d'un champ de pression p est celle de Rayleigh-Plesset :

$$R_b \frac{D^2 R_b}{Dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{DR_b}{Dt} \right)^2 = \frac{|p_b - p|}{\rho_l} - \frac{4 \nu_l}{R_b} \frac{DR_b}{Dt} - \frac{2s}{\rho_l R_b} \quad (\text{A.1})$$

où ν_l est la viscosité cinématique du liquide et s la tension de surface entre le liquide et la vapeur

En négligeant, dans l'équation (A.1), les termes d'accélération, de tension de surface et de viscosité du liquide, on a :

$$\frac{DR_b}{Dt} = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p_b - p|}{\rho_l}} \quad (\text{A.2})$$

2. Modèle fluide utilisé

Les modèles de fluides utilisés par la suite sont dits de mélange, c'est-à-dire qu'un seul fluide est modélisé mais avec des propriétés variables en fonction des parts de liquide et de vapeur présentes. Chaque partie, fluide ou vapeur, est modélisée par un fluide incompressible. La masse volumique du mélange ρ_f est fonction des masses volumiques des différents composants du mélange à savoir, celle du liquide ρ_l et celle de la vapeur ρ_{vap} ainsi que de la fraction volumique de vapeur α_{vap} .

$$\rho_f = \alpha_v \rho_{\text{vap}} + (1 - \alpha_{\text{vap}}) \rho_l \quad (\text{A.3})$$

Il est possible de formuler la masse volumique du mélange en fonction des fractions massiques de vapeur f_{vap} et du liquide f_l .

$$\frac{1}{\rho_f} = \frac{1 - f_{\text{vap}}}{\rho_l} + \frac{f_{\text{vap}}}{\rho_{\text{vap}}} \quad (\text{A.4})$$

Les équations régissant l'écoulement cavitant sont les équations de Navier-Stokes constituées de la conservation de la masse (éq. A.5) et de la conservation de la quantité de mouvement (éq. A.6) ainsi qu'une équation de transport pour la fraction volumique de vapeur (éq. A.7) ou pour la fraction massique (éq. A.8). Dans certains cas, il est nécessaire de résoudre une équation pour l'énergie notamment lorsque l'on prend en compte la chaleur latente de vaporisation de l'eau liquide ainsi que dans certaines modélisations des gaz incondensables (CFD-ACE).

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{v}) = 0 \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_f \mathbf{v}) + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) = -\nabla p + \mu_m \Delta \mathbf{v} \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{\partial \alpha_{\text{vap}} \rho_{\text{vap}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_{\text{vap}} \rho_{\text{vap}} \mathbf{v}) = R_e + R_c \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{\partial (\rho_f f_{\text{vap}})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f f_{\text{vap}} \mathbf{v}) = R_e + R_c \quad (\text{A.8})$$

Les termes sources R_e et R_c correspondent au transport de masse respectivement du fluide vers la vapeur (évaporation) et de la vapeur vers le fluide (condensation).

3. Prise en compte de la turbulence

Les écoulements turbulents se caractérisent par la présence de structures tourbillonnaires pouvant être de dimensions inférieures à la taille des mailles de la discrétisation spatiale. Dans ces structures qui ne sont pas modélisées, la cavitation peut se former et s'étendre au reste du domaine. Afin de prendre en compte ce phénomène, on peut, par exemple, moduler la pression de vapeur saturante théorique p_{sat} par l'énergie cinétique de turbulence k . Plus ce dernier terme est grand, plus les fluctuations de vitesses sont importantes. Ce qui signifie que le nombre de petites structures est potentiellement plus important. La cavitation a donc plus de chance d'apparaître, ce qui se traduit par une pression de vapeur saturante plus importante.

$$p_{\text{vap}} = p_{\text{sat}} + \frac{1}{2} 0,39 k \quad (\text{A.9})$$

4. Modèle de Singhal *et al.*

Le modèle de cavitation de Singhal *et al.* [97], le *Full Cavitation Model*, prend en compte les effets du premier ordre, c'est-à-dire le changement de phase, la dynamique des bulles, les effets de la turbulence et dans certaines formulations la présence des gaz incondensables. On pose $R = R_e - R_c$ et on écrit les équations de continuité pour les phases liquide (éq. A.10), vapeur (éq. A.11) et pour le mélange (éq. A.12).

$$\frac{\partial}{\partial t} ((1 - \alpha_{\text{vap}}) \rho_l) + \nabla \cdot ((1 - \alpha_{\text{vap}}) \rho_l \mathbf{v}) = -R \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_{\text{vap}} \rho_{\text{vap}}) + \nabla \cdot (\alpha_{\text{vap}} \rho_{\text{vap}} \mathbf{v}) = R \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{v}) = 0 \quad (\text{A.12})$$

Dans les trois équations de conservation précédentes, on décompose la divergence du produit d'un scalaire par un vecteur sous la forme suivante :

$$\nabla \cdot (a \mathbf{u}) = a \nabla \cdot \mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot \nabla a \quad (\text{A.13})$$

et on fait ainsi apparaître des dérivées particulières :

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f \quad (\text{A.14})$$

Les trois équations de conservation s'écrivent alors :

$$-\rho_l \frac{D\alpha_{\text{vap}}}{Dt} + \rho_l (1 - \alpha_{\text{vap}}) \nabla \cdot \mathbf{v} = -R \quad (\text{A.15})$$

$$\rho_{\text{vap}} \frac{D\alpha_{\text{vap}}}{Dt} + \rho_{\text{vap}} \alpha_{\text{vap}} \nabla \cdot \mathbf{v} = R \quad (\text{A.16})$$

$$\frac{D\rho_f}{Dt} + \rho_f \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (\text{A.17})$$

On ajoute l'équation de conservation de la masse de la phase vapeur (éq. A.16) à celle du liquide (éq. A.15) de telle façon à avoir une soustraction égale à 0, c'est-à-dire à l'équation de conservation de la masse du mélange (éq. A.17) et on obtient :

$$\frac{D\rho_f}{Dt} = (\rho_{\text{vap}} - \rho_l) \frac{D\alpha_{\text{vap}}}{Dt} \quad (\text{A.18})$$

Remarque : il est possible d'obtenir plus simplement cette équation en dérivant l'équation reliant la masse volumique du mélange à celles des différentes phases (éq. A.3).

La fraction volumique de vapeur est égale à la somme des volumes des bulles. Si l'on suppose qu'il y a n bulles et que leur rayon R_b est identique, la fraction volumique de vapeur vaut :

$$\alpha_{\text{vap}} = n \left(\frac{4}{3} \pi R_b^3 \right) \quad (\text{A.19})$$

En substituant cette équation dans la variation de masse volumique du mélange (éq. A.18) et en tenant compte de la dérivée d'une fonction à la puissance n , on arrive à :

$$\frac{D\rho_f}{Dt} = -(\rho_l - \rho_{\text{vap}}) (4n\pi)^{1/3} (3\alpha_{\text{vap}})^{2/3} \frac{DR_b}{Dt} \quad (\text{A.20})$$

Afin d'établir une relation entre la variation de la masse volumique et le terme de changement de phase R , on réalise une combinaison linéaire des équations de conservation de la masse de la phase vapeur (éq. A.16) et du mélange (éq. A.17) :

$$\rho_{\text{vap}} \frac{D\alpha_{\text{vap}}}{Dt} + \rho_{\text{vap}} \alpha_{\text{vap}} \nabla \cdot \mathbf{v} + \left(-1 + \frac{\rho_l}{\rho_f} - \frac{\rho_l \alpha_{\text{vap}}}{\rho_f} \right) \frac{D\rho_f}{Dt} + \left(-1 + \frac{\rho_l}{\rho_f} \rho_f - \frac{\rho_l \alpha_{\text{vap}}}{\rho_f} \right) \rho_f \nabla \cdot \mathbf{v} = R \quad (\text{A.21})$$

En utilisant la définition de la dérivée particulaire (éq. A.14), l'équation simplifiée de Rayleigh-Plesset (éq. A.2) et en intégrant l'équation précédente avec celle de la variation de la masse volumique (éq. A.20) on obtient :

$$R = (4n\pi)^{1/3} (3\alpha_{\text{vap}})^{2/3} \frac{\rho_l \rho_{\text{vap}}}{\rho_f} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p_b - p|}{\rho_l}} \quad (\text{A.22})$$

On remplace la densité de bulles n , qui est difficile à connaître par l'expression (A.19) et on obtient :

$$R = \frac{3\alpha_{\text{vap}}}{R_b} \frac{\rho_l \rho_{\text{vap}}}{\rho_f} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p_b - p|}{\rho_l}} \quad (\text{A.23})$$

Afin de mieux prendre en compte la dynamique de l'interface liquide-vapeur et d'exprimer le taux de changement de phase indépendamment du rayon de bulle, on remplace ce dernier par le nombre de Weber [20].

$$\text{We} = \frac{R_b \rho_l v_{\text{rel}}^2}{s} \quad (\text{A.24})$$

Ce nombre relie les forces inertielles à celles de capillarités : c'est-à-dire que plus ce nombre est grand, plus les bulles risquent de se séparer. La vitesse relative v_{rel} est de l'ordre de 1 à 10% de la vitesse moyenne de l'écoulement qui est relativement faible. Par conséquent, on peut négliger l'élévation au carré de la vitesse relative. Afin de conserver l'homogénéité de la formule, il est nécessaire de dimensionnaliser le coefficient 3 avec une unité de vitesse, ici des m/s. L'ordre de grandeur de la vitesse relative est alors similaire à celui des fluctuations de vitesses produites par la turbulence, elles mêmes proches de la racine carrée de l'énergie cinétique de la turbulence \sqrt{k} ; ceci suppose une turbulence isotrope.

$$\text{R} = \frac{3 \sqrt{k} \alpha_{\text{vap}} \rho_l}{\text{We } s} \frac{\rho_l \rho_{\text{vap}}}{\rho_f} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p_b - p|}{\rho_l}} \quad (\text{A.25})$$

On remplace $\alpha_{\text{vap}} \rho_l$ à partir de l'équation (A.3) et de la relation entre la fraction volumique et la fraction massique, afin de faire apparaître cette dernière.

$$\text{R} = \frac{-3 \sqrt{k}}{\text{We} \cdot s} \rho_f \left(1 - f_{\text{vap}} - \frac{\rho_l}{\rho_f} \right) \frac{\rho_l \rho_{\text{vap}}}{\rho_f} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p_b - p|}{\rho_l}} \quad (\text{A.26})$$

On peut reformuler cette expression afin de faire apparaître les termes d'évaporation R_e et de condensation R_c .

$$\text{R} = \frac{-3 \sqrt{k}}{\text{We } s} \rho_l \rho_{\text{vap}} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p_b - p|}{\rho_l}} (1 - f_{\text{vap}}) - \frac{\rho_{\text{vap}}}{\rho_f} \frac{-3 \sqrt{k}}{\text{We } s} \rho_l \rho_l \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p_b - p|}{\rho_l}} \quad (\text{A.27})$$

Lorsque le domaine contient uniquement de la vapeur ($f_{\text{vap}} = 1$), l'évaporation est nulle puisqu'il n'y a plus de liquide à évaporer $\text{R}_e = 0$. Au contraire, l'évaporation est maximale pour $f_{\text{vap}} = 0$, c'est-à-dire quand le domaine est intégralement liquide, ce qui correspond au comportement du premier terme de l'équation précédente, qui est donc R_e . Le second terme, par élimination, est donc R_c . Cependant la formulation du second terme ne permet pas de faire apparaître sa dépendance en fonction de la fraction massique de vapeur. Pour ce faire, le rapport entre les masses volumiques de vapeur et de mélange est modifié, à partir de l'équation (A.4), comme suit :

$$\frac{\rho_{\text{vap}}}{\rho_f} = f_{\text{vap}} \left(1 - \frac{\rho_{\text{vap}}}{\rho_l} \right) + \frac{\rho_{\text{vap}}}{\rho_l} \quad (\text{A.28})$$

Le rapport entre la masse volumique de la vapeur et celle du liquide est très petit. On peut donc écrire que $\rho_{\text{vap}}/\rho_f \approx f_{\text{vap}}$ et reformuler les termes d'évaporation et de condensation par :

$$\text{R}_e = \frac{-3 \sqrt{k}}{\text{We } s} \rho_l \rho_{\text{vap}} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p_b - p|}{\rho_l}} (1 - f_{\text{vap}}) \quad (\text{A.29})$$

$$R_c = \frac{-3\sqrt{k}}{We_s} \rho_l \rho_l \cdot \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p_b - p|}{\rho_l}} f_{vap} \quad (A.30)$$

Afin de prendre en compte les différences de temps caractéristiques des phénomènes d'évaporation et de condensation ainsi que de modéliser le nombre de Weber, on introduit les deux constantes $C_e = 0,01$ pour l'évaporation et $C_c = 0,02$ pour la condensation. Ces constantes sont obtenues empiriquement à partir de recalages du modèle sur des essais portant sur des géométries et des conditions d'écoulement diverses (profil portant, diaphragme, poche attachée au bord d'attaque, poche attachée à mi-corde, corps cylindrique immergé).

$$R_e = C_e \frac{\sqrt{k}}{s} \rho_l \rho_{vap} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p_b - p|}{\rho_l}} (1 - f_{vap}) \quad (A.31)$$

$$R_c = C_c \frac{\sqrt{k}}{s} \rho_l \rho_l \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p_b - p|}{\rho_l}} f_{vap} \quad (A.32)$$

5. Modèle de Zwart-Gerber-Belamri

Ce modèle ne prend pas en compte les gaz incondensables et le terme de changement d'état ne dépend que de la phase vapeur [111]. La variation temporelle de masse dans une bulle sphérique est donnée par :

$$\frac{Dm_b}{Dt} = \rho_{vap} \frac{DV_b}{Dt} = \rho_v \frac{4}{3} \pi \frac{D}{Dt} (R_b^3) = \rho_{vap} 4 \pi R_b^2 \frac{DR_b}{Dt} \quad (A.33)$$

La dérivée du rayon, c'est-à-dire la vitesse de grossissement, est donnée par la relation (A.2) issue de l'équation de Rayleigh-Plesset. Si on suppose que toutes les bulles sont sphériques et de même taille, on peut exprimer la fraction volumique de vapeur par la même relation que pour le modèle de Singhal *et al.* :

$$\alpha_{vap} = n \left(\frac{4}{3} \pi R_b^3 \right) \quad (A.34)$$

Le terme de changement de phase est égal à la variation de la quantité de matière de l'ensemble des bulles. On obtient alors, lors de la vaporisation :

$$n \cdot \frac{Dm_b}{Dt} = \frac{3 \alpha_{vap} \rho_{vap}}{R_b} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p_b - p|}{\rho_l}} \quad (A.35)$$

Le terme de gauche n'est autre que le terme de changement de phase R . Afin de prendre en compte dans le terme de droite certaines propriétés physiques mal ou non modélisées, on introduit un facteur

correctif. Ce dernier fait apparaître, outre les constantes F_{vap} et F_{cond} qui prennent en compte les différences entre évaporation et condensation, un coefficient α_{nuc} ($1 - \alpha_{\text{vap}}$) qui permet de prendre en compte la réduction des sites de nucléation avec l'augmentation de la quantité de vapeur.

$$R = \left(F_{\text{vap}} \frac{\alpha_{\text{nuc}} (1 - \alpha_{\text{vap}})}{\alpha_{\text{vap}}} - F_{\text{cond}} \right) \frac{3 \alpha_{\text{vap}} \rho_{\text{vap}}}{R_b} \cdot \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p_b - p|}{\rho_1}} \quad (\text{A.36})$$

On obtient alors les termes R_e et R_c qui peuvent être utilisés dans les équations (A.7) ou (A.8).

$$R_e = F_{\text{vap}} \frac{3 \alpha_{\text{nuc}} (1 - \alpha_{\text{vap}}) \rho_{\text{vap}}}{R_b} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p_b - p|}{\rho_1}} \quad (\text{A.37})$$

$$R_c = F_{\text{cond}} \frac{3 \alpha_{\text{vap}} \rho_{\text{vap}}}{R_b} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p_b - p|}{\rho_1}} \quad (\text{A.38})$$

avec les constantes suivantes :

R_b	rayon des bulles	$\sim 10^{-6}$ m
α_{nuc}	fraction volumique des sites de nucléation	$5 \cdot 10^{-4}$
F_{vap}	coefficient d'évaporation	50
F_{cond}	coefficient de condensation	0,01

Ces constantes proviennent de résultats expérimentaux et doivent être adaptées aux problèmes traités. D'après les auteurs du modèle, les valeurs ci-dessus donnent des résultats corrects sur différents problèmes (hydrofoils et inducteurs) [111]. Par contre, des valeurs différentes notamment pour F_{vap} et F_{cond} ont permis d'avoir des résultats corrects avec un venturi [111].

6. Modèle de Schnerr-Sauerr

Le modèle de Schnerr et Sauer utilise la même base que le modèle de Singhal *et al.*. Le point de départ est l'équation (A.22) pour le taux de changement de phase R dans laquelle on fait apparaître la variation de la fraction volumique de vapeur :

$$R = \frac{\rho_{\text{vap}} \rho_l}{\rho_f} \frac{D\alpha_{\text{vap}}}{Dt} \quad (\text{A.39})$$

De même que pour les modèles précédents, on suppose que l'ensemble des bulles de cavitation sont sphériques et de même rayon. Ces bulles sont au nombre de n_0 par unité de volume de liquide pur V_l , le volume de vapeur correspond alors à $V_{\text{vap}} = V_b n_0 V_l$. On peut alors écrire la fraction volumique de vapeur comme le ratio du volume de vapeur rapporté au volume total :

$$\alpha_{\text{vap}} = \frac{V_{\text{vap}}}{V_l + V_{\text{vap}}} = \frac{V_l n_0 \frac{4}{3} \pi R_b^3}{V_l \left(1 + n_0 \frac{4}{3} \pi R_b^3 \right)} \quad (\text{A.40})$$

On utilise la définition de la fraction volumique de vapeur précédente dans l'équation (A.39). Puis on fait disparaître le nombre de bulles par unité de volume de fluide pur n_0 avec la définition de la fraction volumique de vapeur. On obtient alors le terme de changement de phase :

$$R = \frac{\rho_{\text{vap}} \rho_l}{\rho_f} \alpha_{\text{vap}} (1 - \alpha_{\text{vap}}) \frac{3}{R_b} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p_b - p|}{\rho_l}} \quad (\text{A.41})$$

Ce modèle, à la différence des précédents, ne fait pas apparaître de valeurs empiriques dans les termes de changement de phases. La difficulté de ce modèle repose sur le choix de la valeur du rayon de bulle [108]. Il s'agit de la seule constante du modèle.

On peut aussi remarquer que ce terme est nul lorsque la fraction volumique de vapeur est nulle ou est à son maximum, ce qui signifie qu'il n'y a pas d'échange de masse lorsque le domaine est monophasique. Le taux d'échange le plus important est obtenu pour un mélange équitable des phases liquide et vapeur.

Analyse modale en air et en eau

Cette annexe a pour but de présenter de façon plus détaillée les déterminations numériques et analytiques des modes et fréquences propres du profil portant en air (vide) et en eau.

1. En air (résolution dans le vide)

L'analyse modale consiste à déterminer les modes propres d'une structure, c'est-à-dire les fréquences et déformées modales. Le point de départ d'une telle analyse est le Principe Fondamental de la Dynamique :

$$\rho S \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - \frac{\partial \sigma_{ij}(\mathbf{u})}{\partial x_j} = 0 \quad (\text{B.1})$$

avec les conditions aux limites suivantes :

$$u_i = 0 \quad \text{sur } \Gamma_{S_{\text{encastrement}}} \quad (\text{B.2})$$

$$\sigma_{ij} n_j = 0 \quad \text{sur } \Gamma_{S_{\text{libre}}} \quad (\text{B.3})$$

1.1. Résolution analytique simplifiée : modèle de poutre

En première approximation, on peut déterminer les premiers modes de flexion en considérant l'hydrofoil comme une poutre encastree à une extrémité et libre à l'autre. La modélisation par une poutre est discutable de par le faible rapport longueur/largeur du foil, égal à 1,26. L'utilisation d'un modèle de plaque est aussi envisageable et permettrait de déterminer les modes de torsion.

L'approche analytique part de l'équation du mouvement d'une poutre en flexion obtenue à partir des hypothèses de petites déformations et d'Euler-Bernoulli :

$$\rho \cdot S \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + E I_y \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = 0 \quad (\text{B.4})$$

avec ρ la masse volumique de la structure, $S = 0,002 \text{ m}^2$ la surface de la section, u le déplacement dans le plan de flexion, $E = 3100 \text{ MPa}$ le module d'Young et $I_y = 3,385 \times 10^{-8} \text{ m}^4$ le moment quadratique.

On pose $u(x, t) = U(x) \cos(\omega t)$ et on remplace dans B.4 :

$$-\rho S U \omega^2 + E I_y \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} = 0 \quad (\text{B.5})$$

On pose $\lambda^4 = \frac{\rho S \omega^2}{E I_y}$, ce qui ramène le problème à :

$$\lambda^4 U + \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} = 0 \quad (\text{B.6})$$

dont la solution est de la forme :

$$U(x) = A \cosh(\lambda x) + B \sinh(\lambda x) + C \cos(\lambda x) + D \sin(\lambda x) \quad (\text{B.7})$$

Les conditions aux limites d'encastrement en $x = 0$: $u(0, t) = 0$ et $\frac{\partial u(0, t)}{\partial x} = 0$ donnent $A = -C$ et $B = -D$. Les conditions aux limites de bord libre en $x = L$: $\frac{\partial^2 u(0, t)}{\partial x^2} = 0$ et $\frac{\partial^3 u(0, t)}{\partial x^3} = 0$ donnent la relation entre A et B :

$$B = -A \frac{\cosh(\lambda L) + \cos(\lambda L)}{\sinh(\lambda L) + \sin(\lambda L)} \quad (\text{B.8})$$

La fréquence propre est donnée par :

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi} = \sqrt{\frac{\lambda_i^4 E I_y}{\rho S}} \frac{1}{2\pi} \quad (\text{B.9})$$

avec λ_i solution de $1 + \cos(\lambda_i L) \cosh(\lambda_i L) = 0$.

La plus petite valeur de λ_i solution de l'équation précédente est déterminée par une méthode approchée et est égale à 9,817. On obtient alors une première fréquence d'environ 91 Hz et une seconde fréquence de 572 Hz.

On remarque que cette méthode ne permet pas de déterminer le premier mode de torsion à cause, des approximations faites par le modèle de poutre. Cependant, ce modèle est suffisant pour approximer rapidement la fréquence propre la plus basse du foil.

1.2. Résolution par la méthode des éléments finis

L'analyse modale s'intéresse aux petites oscillations autour d'une position d'équilibre. On recherche alors un déplacement de la forme : $u_i(x, t) = u_i(x) e^{i\omega t}$. L'équation B.1 devient alors :

$$\rho_S \omega^2 u_i + \frac{\partial \sigma_{ij}(\mathbf{u})}{\partial x_j} = 0 \quad (\text{B.10})$$

a. Formulation faible

La formulation faible est le point de départ de la méthode de résolution approchée par éléments finis. Elle est obtenue en multipliant l'équation B.10 par un champ de déplacement virtuel δu et en intégrant sur le domaine Ω_S , soit :

$$\omega^2 \int_{\Omega_S} \rho_S u_i \delta u_i d\Omega_S + \int_{\Omega_S} \frac{\partial \sigma_{ij}(\mathbf{u})}{\partial x_j} \delta u_i d\Omega_S = 0 \quad (\text{B.11})$$

On réalise une intégration par parties généralisée sur le second terme :

$$\int_{\Omega_S} \frac{\partial \sigma_{ij}(\mathbf{u})}{\partial x_j} \delta u_i d\Omega_S = - \int_{\Omega_S} \sigma_{ij}(\mathbf{u}) \varepsilon(\delta \mathbf{u}) d\Omega_S + \int_{\Gamma_S} \sigma_{ij}(\mathbf{u}) n_j \delta u_i d\Gamma_S \quad (\text{B.12})$$

D'après les conditions aux limites précédentes, le second terme est nul. On a alors :

$$\int_{\Omega_S} \sigma_{ij}(\mathbf{u}) \varepsilon(\delta \mathbf{u}) d\Omega_S - \omega^2 \int_{\Omega_S} \rho_S u_i \delta u_i d\Omega_S = 0 \quad (\text{B.13})$$

b. Discrétisation en éléments finis

Les termes sont décomposés sur chaque élément sous forme de sommes :

$$\int_{\Omega_S} d\Omega_S = \sum_{e=1}^{e=El} \int_{\Omega_e} d\Omega_e \quad (\text{B.14})$$

L'équation pour un élément est alors :

$$\int_{\Omega_e} \sigma_{ij}(\mathbf{u}) \varepsilon(\delta \mathbf{u}) d\Omega_e - \omega^2 \int_{\Omega_e} \rho_S u_i \delta u_i d\Omega_e = 0 \quad (\text{B.15})$$

c. Décomposition nodale

Le déplacement \mathbf{v} n'est connu qu'aux noeuds des éléments. Il est interpolé à l'aide d'une fonction de forme :

$$u_i(x, t) = N_i^e(x)u_i^e(t) \quad (\text{B.16})$$

$$\mathbf{u}_{\Omega_e} = N_S^e \mathbf{u}_e \quad (\text{B.17})$$

Le déplacement virtuel est traité de la même façon, ce qui donne $\delta \mathbf{u}_{\Omega_e} = N_S^e \delta \mathbf{U}_e$.

d. Matrice de raideur élémentaire

La double contraction $\sigma(u) \cdot \cdot \varepsilon(\delta u)$ revient à calculer $\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma}$. Avec $\boldsymbol{\varepsilon}^T = \langle \varepsilon_{ii}, \varepsilon_{jj}, \varepsilon_{zz}, 2\varepsilon_{ij}, 2\varepsilon_{iz} \rangle$ et $\boldsymbol{\sigma} = \langle \sigma_{ii}, \sigma_{jj}, \sigma_{zz}, \sigma_{ij}, \sigma_{iz} \rangle$.

Afin d'exprimer intégralement en fonction du déplacement l'équation B.15, on utilise la relation déformations-déplacements :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = B_S^e \mathbf{U}_e \quad (\text{B.18})$$

avec B_S^e matrice des fonctions de forme.

$$B_S^e = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \mathbf{x}_i} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_j}{\partial \mathbf{x}_j} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_z}{\partial \mathbf{x}_z} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \mathbf{x}_j} & \frac{\partial N_j}{\partial \mathbf{x}_i} & 0 \\ \frac{\partial N_i}{\partial \mathbf{x}_z} & 0 & \frac{\partial N_z}{\partial \mathbf{x}_i} \end{bmatrix} \quad (\text{B.19})$$

La loi de comportement relie les contraintes aux déformations ; elle s'exprime par :

$$\boldsymbol{\sigma} = H \boldsymbol{\varepsilon} \quad (\text{B.20})$$

avec H dépendant des propriétés du matériau (ici isotrope...)

$$H = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad (\text{B.21})$$

avec les coefficients de Lamé λ et μ fonction du module d'Young E et du coefficient de Poisson ν .

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (\text{B.22})$$

On peut faire apparaître la matrice de raideur élémentaire :

$$\int_{\Omega_e} \sigma_{ij}(u) \varepsilon \delta u d\Omega_e = \delta \mathbf{U}_e^T k_S^e \mathbf{U}_e \quad (\text{B.23})$$

$$k_S^e = \int_{\Omega_e} B_S^{eT} H B_S^e d\Omega_e \quad (\text{B.24})$$

e. Matrice de masse élémentaire

La matrice de masse élémentaire est obtenue à partir du premier terme de l'équation B.15. Le produit scalaire $\mathbf{u} \cdot \delta \mathbf{u}$ est calculé avec les valeurs nodales. On obtient, $\mathbf{u} \cdot \delta \mathbf{u} = \delta \mathbf{U}_e^T N_S^{eT} N_S^e \mathbf{U}_e$.

Le second terme de l'équation B.15 s'écrit alors :

$$\int_{\Omega_e} \rho_S \cdot \mathbf{u}_i \delta \mathbf{u}_i d\Omega_e = \delta \mathbf{U}_e^T m_S^e \mathbf{U}_e \quad (\text{B.25})$$

avec la matrice de masse élémentaire m_S^e définie par :

$$m_S^e = \int_{\Omega_e} \rho N_S^{eT} N_S^e d\Omega_e \quad (\text{B.26})$$

f. Résolution du système matriciel

Le système matriciel à résoudre est obtenu après assemblage :

$$K_S \mathbf{U} - \omega^2 M_S \mathbf{U} = 0 \quad (\text{B.27})$$

Le système complet est obtenu en assemblant les équations de tous les éléments. Pour résoudre le système, il est possible d'utiliser soit des solveurs directs soit des méthodes itératives permettant d'approcher le résultat. Les méthodes itératives Block Lanczos et Unsymmetric sont utilisées pour résoudre respectivement les systèmes symétriques (analyse en vide) et non-symétriques (analyse en eau).

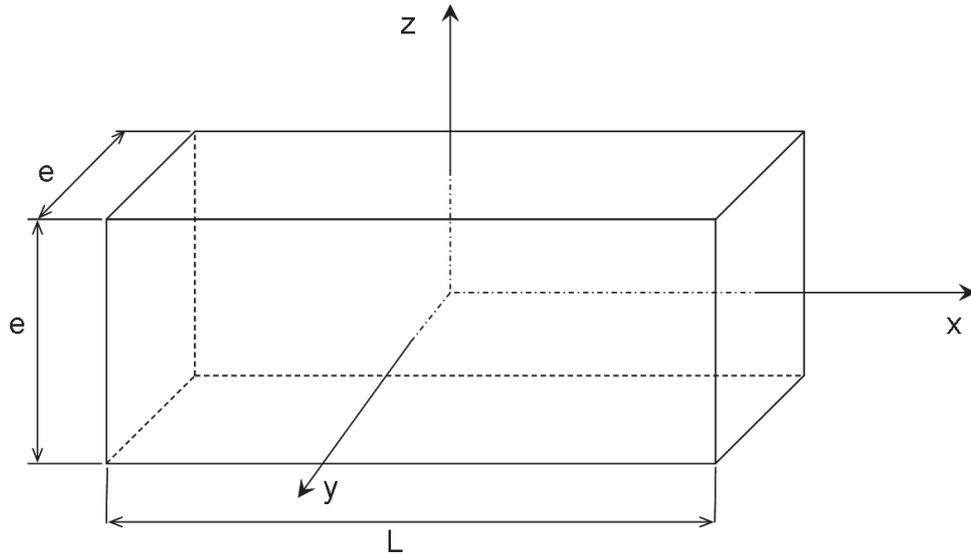


FIGURE 1 – Vue de la cavité acoustique formée par la veine d'essais sans le foil.

2. En eau

2.1. Fréquences et modes propres de la cavité

Dans un premier temps, on s'intéresse à la cavité fluide du tunnel seul, c'est-à-dire sans le foil. Le point de départ est l'équation, obtenue à partir des équations linéarisées définissant l'écoulement d'un fluide, qui décrit le comportement vibratoire d'un fluide initialement au repos autour d'un état de référence :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial \mathbf{x}_i^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \cdot p = 0 \quad (\text{B.28})$$

Le domaine fluide correspondant à la veine d'essais est un parallélépipède rectangle, de section carrée de côté égal à $e=0,192$ m et de longueur égale à $L=1$ m présenté sur la figure 1 .

Les conditions aux limites sont :

$$\frac{\partial p}{\partial \mathbf{x}_i} = 0 \quad \text{en } z = \pm \frac{e}{2} \text{ et } y = \pm \frac{e}{2} \quad (\text{B.29})$$

$$p = 0 \quad \text{en } x = \pm \frac{L}{2} \quad (\text{B.30})$$

2.1.1. Résolution par une méthode analytique

Il est possible de déterminer analytiquement les premiers modes acoustiques de la cavité correspondant à la veine d'essais. L'intérêt est de connaître le risque de couplage entre le fluide et la structure. Pour cela, on utilise une méthode de séparation des variables :

$$p(x, y, z) = p_x(x) \cdot p_y(y) \cdot p_z(z) \quad (\text{B.31})$$

L'équation B.28 s'écrit alors dans un repère cartésien :

$$p_y p_z \frac{d^2 p_x}{dx^2} + p_x p_z \frac{d^2 p_y}{dy^2} + p_x p_y \frac{d^2 p_z}{dz^2} + p_x p_y p_z \frac{\omega^2}{c^2} = 0 \quad (\text{B.32})$$

En divisant par $p(x,y,z)$ on a :

$$k_x + k_y + k_z + \frac{\omega^2}{c^2} = 0 \quad (\text{B.33})$$

avec $k_i = \frac{1}{p_i} \frac{d^2 p_i}{dx_i^2}$, la somme des k_i doit toujours être négative car $\frac{\omega^2}{c^2}$ est toujours positif. On pose alors $k_i = -q_i^2$.

Les p_i sont solutions de $\frac{d^2 p_i}{dx_i^2} + q_i^2 p_i = 0$, ils sont de la forme $p_i = \alpha_i \cos(q_i x_i) + \beta_i \sin(q_i x_i)$.

Pour les directions y et z on obtient, à partir des conditions aux limites :

$$\beta_i = \alpha_i \frac{\sin(q_i \frac{e}{2})}{\cos(q_i \frac{e}{2})} \quad (\text{B.34})$$

Pour avoir une solution non triviale, α_i est différent de zéro, soit :

$$q_i = \frac{2\pi}{e} \lambda_i \quad \text{avec } \lambda_i \geq 0 \quad (\text{B.35})$$

Pour la direction x on obtient de la même façon :

$$\alpha_x = \beta_x \frac{\sin(q_x \frac{L}{2})}{\cos(q_x \frac{L}{2})} \quad (\text{B.36})$$

Pour avoir une solution non triviale, β_x est différent de zéro. On obtient alors q_x :

$$q_x = \frac{2\pi}{L} \lambda_x \quad \text{avec } \lambda_x \geq 0 \quad (\text{B.37})$$

L'équation B.33 s'écrit alors :

$$-q_x^2 - q_y^2 - q_z^2 + \frac{\omega^2}{c^2} = 0 \quad (\text{B.38})$$

La fréquence propre du mode i est donnée par :

$$f_i = c \sqrt{\frac{\lambda_x^2}{L^2} + \frac{\lambda_y^2}{e^2} + \frac{\lambda_z^2}{e^2}} \quad (\text{B.39})$$

Mode	Masse ajoutée analytique	Fréquence analytique [Hz]	Fréquence essais [Hz]
flexion 1	$\frac{\pi}{4} \rho L c^2=3.38$	34,6	41
flexion 2	$\frac{\pi}{4} \rho L c^2=3.38$	216.8	285

TABLE 1 – *Masses ajoutées et fréquences propres déterminées analytiquement avec le modèle simplifié de poutre et de fluide incompressible*

L'équation (B.39) correspond à celle donnée par Blevins [1]. Le facteur 1/2 présent dans cette référence correspond à la différence de repère.

La fréquence la plus basse $f_1 = 750$ Hz, est obtenue pour $\lambda_x = 1$ et $\lambda_y = \lambda_z = 0$. Cette fréquence est suffisamment importante vis-à-vis de la fréquence propre de la poutre pour considérer le fluide comme incompressible pour les modes à faibles fréquences. La présence de l'eau autour de la poutre va se caractériser seulement par un effet de masse ajoutée pour les modes les plus faibles.

2.2. Fréquences et modes propres de la cavité contenant la poutre

Le calcul analytique des modes de la cavité acoustique nous montre que le fluide peut-être considéré comme incompressible pour les premiers modes, c'est-à-dire que seuls les effets inertiels (la masse ajoutée) vont modifier les fréquences. Sur le modèle de poutre utilisé au §1.1., ceci revient à ajouter un terme de masse à l'équation B.4 qui devient :

$$(\rho S + M_{H/L}) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + E I_y \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = 0 \quad (\text{B.40})$$

Le terme de masse ajoutée $M_{H/L}$ est rapporté à l'envergure afin de respecter les dimensions du problème ($\rho \cdot S$ est une masse linéaire). La fréquence propre du foil devient alors :

$$f = \sqrt{\lambda^4 \frac{E I_y}{\rho S + M_{H/L}} \frac{1}{2\pi}} \quad (\text{B.41})$$

Le terme de masse ajoutée est déterminé pour une plaque plane immergée et encastree. Son expression est obtenue à partir des formulaires établis par Blevins [1]. Les résultats sont présentés dans le tableau 1 .

Pour le premier mode, la fréquence analytique retrouve celle déterminée expérimentalement avec une erreur de l'ordre de 15%. Cet écart s'explique par le calcul analytique de la masse ajoutée qui suppose une plaque d'épaisseur faible et constante dans un milieu non confiné. Or, dans notre cas, la plaque a une épaisseur relativement importante en son centre et est placée dans un milieu confiné, notamment à l'envergure maximale.

2.3. Résolution numérique

a. Partie fluide

De même que pour la structure, la résolution d'un tel problème est accomplie à l'aide d'une méthode éléments finis qui nécessite le passage à une formulation faible réalisé par la méthode des fonctions tests [2]. Pour la partie fluide, on multiplie l'équation (B.28) par un champ de pression virtuel admissible δp et on intègre sur le domaine fluide :

$$\omega^2 \int_{\Omega_f} \frac{1}{c^2} p \delta p \, d\Omega_f + \int_{\Omega_f} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \delta p \, d\Omega_f = 0 \quad (\text{B.42})$$

On réalise une intégration par parties sur le second terme :

$$\int_{\Omega_f} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \delta p \, d\Omega_f = - \int_{\Omega_f} \frac{\partial p}{\partial x_i} \frac{\partial \delta p}{\partial x_i} \, d\Omega_f + \int_{\Gamma_f} \frac{\partial p}{\partial x_i} n_i \delta p \, d\Gamma_f \quad (\text{B.43})$$

Le second terme de l'intégration par parties généralisée est nul sur les limites externes du domaine fluide (conditions de parois rigides ou de fluide infini). Par contre, il est non nul à l'interface avec la structure. On obtient alors la formulation faible suivante :

$$\omega^2 \int_{\Omega_f} \frac{1}{c^2} p \delta p \, d\Omega_f - \int_{\Omega_f} \frac{\partial p}{\partial x_i} \frac{\partial \delta p}{\partial x_i} \, d\Omega_f + \int_{\Gamma_{fsi}} \frac{\partial p}{\partial x_i} n_i \delta p \, d\Gamma_{fsi} = 0 \quad (\text{B.44})$$

De même que pour la structure, on réalise une décomposition en éléments finis avec l'utilisation des fonctions de forme. On obtient alors les termes suivants :

$$\int_{\Omega_f} \frac{1}{c^2} p \delta p \, d\Omega_f \longrightarrow \delta \mathbf{P}^T \mathbf{M}_f \mathbf{P} \quad (\text{B.45})$$

$$\int_{\Omega_f} \frac{\partial p}{\partial x_i} \frac{\partial \delta p}{\partial x_i} \, d\Omega_f \longrightarrow \delta \mathbf{P}^T \mathbf{K}_f \mathbf{P} \quad (\text{B.46})$$

$$\int_{\Gamma_{fsi}} \frac{\partial p}{\partial x_i} n_i \delta p \, d\Gamma_{fsi} = \int_{\Gamma_{fsi}} u_i n_i \delta p \, d\Gamma_{fsi} \longrightarrow \delta \mathbf{P}^T \mathbf{R}^T \mathbf{U} \quad (\text{B.47})$$

b. Partie structure

Le modèle structure correspond à celui présenté précédemment mais avec la condition B.3 qui devient :

$$\sigma_{ij} n_j = p n_i \quad \text{sur } \Gamma_{fsi} \quad (\text{B.48})$$

Le second terme de l'intégration par parties (équation B.12) est alors non nul et conduit à la formulation faible suivante :

$$\omega^2 \int_{\Omega_S} \rho_S u_i \delta u_i \, d\Omega_S - \int_{\Omega_S} \sigma_{ij}(\mathbf{u}) \varepsilon(\delta \mathbf{u}) \, d\Omega_S + \int_{\Gamma_{fsi}} \sigma_{ij}(\mathbf{u}) n_j \delta u_i \, d\Gamma_{fsi} = 0 \quad (\text{B.49})$$

On réalise ensuite la décomposition en éléments finis avec l'utilisation des fonctions de forme. On obtient alors les termes suivants :

$$\int_{\Omega_S} \rho_S u_i \delta u_i d\Omega_S \longrightarrow \delta \mathbf{U}^T \mathbf{M}_s \mathbf{U} \quad (\text{B.50})$$

$$\int_{\Omega_S} \sigma_{ij}(\mathbf{u}) \varepsilon(\delta \mathbf{u}_i) d\Omega_S \longrightarrow \delta \mathbf{U}^T \mathbf{K}_s \mathbf{U} \quad (\text{B.51})$$

$$\int_{\Gamma_{fsi}} \sigma_{ij}(\mathbf{u}) n_j \delta u_i d\Gamma_{fsi} = \omega^2 \rho_f \int_{\Gamma_{fsi}} p n_i \delta u_i d\Gamma_{fsi} \longrightarrow \omega^2 \rho_f \delta \mathbf{U}^T \mathbf{R} \mathbf{P} \quad (\text{B.52})$$

Formulation faible couplée

On obtient alors le système suivant :

$$\left(\omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & 0 \\ \rho_f \mathbf{R}^T & \mathbf{M}_f \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & -\mathbf{R} \\ 0 & \mathbf{K}_f \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{P} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (\text{B.53})$$

Le problème à résoudre est non symétrique, ce qui complique sa résolution. Il est possible d'obtenir des problèmes symétriques plus simples à résoudre en utilisant une formulation en déplacement/pression/potentiel des déplacements ou en déplacement/déplacement, ce qui est moins naturel. Dans le cas d'ANSYS, la formulation déplacement/pression est employée.

Détermination de la contrainte de Von Mises à partir des jauges d'extensométrie

Les jauges extensométriques permettent de déterminer une déformation à partir de la mesure d'une variation de résistance électrique. Les jauges sont collées au fond d'une cavité d'une profondeur de 1 mm puis recouvertes par une résine. La faible profondeur des jauges dans la structure nous permet de supposer qu'elles se comporteraient de façon similaire si elles étaient directement fixées à la surface du profil. Le mouvement de cette surface étant nul, les contraintes normales le sont également. Il s'agit d'un problème en contraintes planes ; le tenseur des contraintes s'écrit alors :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.1})$$

En utilisant la loi de Hooke, on peut montrer que le tenseur des déformations se limite à :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (\text{C.2})$$

Le collage des jauges est tel que les directions de mesures des jauges a et c sont confondues, respectivement, avec les directions x et y . La troisième jauge, comprise dans le même plan, est orientée à 45° des deux autres jauges. On peut ainsi obtenir directement les déformations ε_{xx} et ε_{yy} :

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_a \quad (\text{C.3})$$

$$\varepsilon_{yy} = \varepsilon_c \quad (\text{C.4})$$

La déformation ε_{xy} est obtenues indirectement à partir de la relation suivante :

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_b - \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2} \quad (\text{C.5})$$

Connaissant les déformations dans deux directions, on peut déterminer les déformations principales :

$$\varepsilon_I = \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} - \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{2}\right)^2 + \varepsilon_{xy}^2} \quad (\text{C.6})$$

$$\varepsilon_{II} = \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{2}\right)^2 + \varepsilon_{xy}^2} \quad (\text{C.7})$$

$$\varepsilon_{III} = \varepsilon_{zz} = \frac{-\nu}{1 - \nu} (\varepsilon_I + \varepsilon_{II}) \quad (\text{C.8})$$

Les composantes du tenseur des contraintes principales s'expriment alors :

$$\sigma_I = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_I + \nu\varepsilon_{II}) \quad (\text{C.9})$$

$$\sigma_{II} = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_{II} + \nu\varepsilon_I) \quad (\text{C.10})$$

On peut alors calculer une contrainte de Von Mises au point de mesure à partir des contraintes principales :

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_I^2 + \sigma_{II}^2 - \sigma_I\sigma_{II}} \quad (\text{C.11})$$

ANALYSE EXPERIMENTALE ET SIMULATION NUMERIQUE DE L'INTERACTION FLUIDE-STRUCTURE D'UN HYDROFOIL ELASTIQUE EN ÉCOULEMENT SUBCAVITANT ET CAVITANT

RESUME : Le développement de structures portantes flexibles dans le domaine naval, telles que les hélices ou les safrans, pose de nouveaux problèmes de dimensionnement. Cette thèse a pour but de développer une méthode de dimensionnement validée par des essais pour des structures portantes déformables soumises à des écoulements, éventuellement diphasiques de type cavitant. Les essais sont réalisés sur un hydrofoil de type NACA66-312(mod.), fabriqué en polyacetate, au sein du tunnel hydrodynamique de l'Institut de Recherche de l'Ecole Navale. Lors des essais, des mesures de déformations du profil portant ainsi que de niveaux vibratoires sont réalisées. Une méthode numérique couple un code structure éléments finis (ANSYS Mechanical) avec un code fluide volumes finis (ANSYS CFX) par une méthode partitionnée, itérative, synchrone et séquentielle, laquelle est validée en terme de prédiction du déplacement et des contraintes pour des écoulements subcavitants dans un premier temps, puis pour des écoulements cavitants stables et instables.

Mots clés : interaction fluide-structure, méthode partitionnée, écoulement cavitant, profil portant flexible, résolution Navier-Stokes

NUMERICAL AND EXPERIMENTAL ANALYSIS OF THE FLUID-STRUCTURE INTERACTION BETWEEN AN ELASTIC HYDROFOIL AND A SUBCAVITATING AND CAVITATING FLOW

ABSTRACT : The design of flexible lifting bodies in the naval industry, such as propeller or rudders, create some new design problems. This thesis proposes a numerical method validated by experimental comparison for solving the case of lifting bodies loaded by flow with or without cavitation. The tests are carried out in the hydrodynamic tunnel of the French Naval Academy Research Institute, on a polyacetate flexible hydrofoil NACA66-312 (mod.). During tests, strains and vibrations are measured for comparisons with numerical results. The numerical method uses a sequential synchrone iterative partitionned coupling between a structural finite-element code (ANSYS Mechanical) and a finite-volume code (ANSYS CFX). Good agreement between numerical and experimental results for displacements, and stresses of the structure is highlighted. For the cavitating flow, a good agreement for the cavitation dynamic is observed and the stresses are evaluated with satisfying accuracy.

Keywords : fluid-structure interaction, partitionned method, cavitating flow, flexible lifting bodies, Navier-Stokes resolution

