ECOLE DES HAUTES ETUDES COMMERCIALES
JOUY-EN-JOSAS

FORMATION DES PRIX ET STRATEGIES DE PLACEMENT D'ORDRES DANS LES MARCHES FINANCIERS

THESE

présentée et soutenue publiquement par

Thierry FOUCAULT

pour l'obtention du titre de

DOCTEUR DE L'ECOLE DES HAUTES ETUDES COMMERCIALES

Doctorat ès Sciences de Gestion conforme au nouveau régime défini par l'arrêté du 30 mars 1992

JURY

Président

BERTRAND JACQUILLAT, rapporteur
Professeur à l'Université de Paris IX Dauphine

Directeur de thèse

BRUNO BIAIS
Professeur assistant au Groupe HEC

Suffragants

ERIC BRIYS
Professeur au Groupe HEC

PIERRE-MARIE LARNAC
Professeur à l'Université de Paris IX Dauphine

JEAN-CHARLES ROCHET, rapporteur
Professeur à l'Université des Sciences Sociales de Toulouse I

21 février 1994

Le Groupe HEC n'entend donner aucune approbation ni improbation aux opinions émises dans les thèses : ces opinions doivent être considérées comme propres à leurs auteurs.

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer une grande reconnaissance à mon directeur de thèse Bruno Biais. Son soutien et sa disponibilité tout au long de mon travail de recherche ont été remarquables. Il m'a guidé de façon judicieuse dans ma découverte de la théorie de la microstructure des marchés financiers et il a su me communiquer sa passion pour le travail de chercheur. Je lui dois beaucoup. Merci Bruno.

Mes remerciements vont aussi à Bertrand Jacquillat qui m'a fait bénéficier de commentaires détaillés et de suggestions à plusieurs reprises. Merci également à Jean-Charles Rochet de l'attention qu'il a bien voulu accorder à cette thèse.

Je tiens aussi à remercier Eric Briys du soutien qu'il m'a accordé à plusieurs occasions et de l'intérêt qu'il a toujours témoigné à l'égard de mon travail. J'ai une reconnaissance toute particulière envers Pierre-Marie Larnac qui m'a fait découvrir la théorie financière et avec qui les discussions ont toujours été stimulantes.

Les essais présentés dans cette thèse ont également bénéficié des commentaires des participants aux séminaires de recherche du CEREG, de HEC, de Carnegie-Mellon University, du THEMA et aux conférences organisées par l'AFFI en juin 1991, décembre 1992 et décembre 1993. Je remercie à ce titre tout particulièrement Bernard Dumas, Jacques Hamon, Philippe Henrotte, Duane Seppi et Chester Spatt.

Mes remerciements s'adressent également à S.Spear, directeur du programme doctoral de Carnegie-Mellon University, pour m'avoir invité dans son université.

Merci enfin à Danièle Alix et à Elisabeth Sartiaux du Doctorat HEC dont l'aide et la bonne humeur ont contribué également à la réalisation finale de cette thèse.

Groupe HEC
BIBLIOTHÈQUE
78351 JOUY EN JOSAS CEDEX

AVERTISSEMENTS

Les trois essais présentés dans cette thèse reprennent en partie des travaux de recherche présentés sous forme d'articles.

Le premier essai s'inspire d'un article écrit en collaboration avec B.Biais. Cet article a été publié dans "l'Actualité Economique" sous le titre : "Asymétries d'information et marchés financiers : une revue de la littérature récente".

Le second essai s'inspire d'un article rédigé en anglais, écrit en collaboration avec B.Biais. Le titre de cet article est : "Insider trading and information revelation with transactions costs".

Le troisième essai s'inspire d'un article initialement rédigé en anglais et présenté avec le titre : "Price formation in a dynamic limit order market".

TABLE DES MATIERES

Résumé 10

Introduction générale 12

Exposé préliminaire. Mécanismes d'échange sur les marchés financiers : un tour d'horizon.

1. Introduction 26

2. Une typologie des marchés financiers 27

2.1. Marché de fixing/Marché continu 27

2.1.1. Marché de fixing 27

2.1.2. Marché continu 29

2.2. Marché gouverné par les prix/Marché gouverné par les ordres 30

2.2.1. Marché gouverné par les prix 30

2.2.2. Marché gouverné par les ordres 31

2.3. Structures mixtes 34

2.4. Marché centralisé/Marché fragmenté 37

2.4.1. Les causes de la fragmentation 38

2.4.2. Transparence et fragmentation 39

3. Information 41

4. Une comparaison des différentes structures de marché 44

4.1. Comparaison des marchés continus et des marchés de fixing 44

4.1.1. Liquidité 45

4.1.2. Découverte du prix d'équilibre 48

4.1.3. Volatilité 49

4.2. Comparaison des marchés gouvernés par les ordres et des marchés gouvernés par les prix 50

4.3. Comparaison des marchés centralisés et des marchés fragmentés 53

5. Conclusion 54

Annexes 56

Premier essai. Asymétries d'information et microstructure des marchés financiers : un modèle synthétique.

1. Introduction 63

2. Hypothèses 67

2.1. L'économie 67

2.2. Comportement des agents informés : concurrentiel ou non-concurrentiel .. 70

2.3. Bruit : exogène ou endogène 71

2.4. Structure de marché 73

3. Equilibre en anticipations rationnelles et concurrence parfaite 75

3.1. Equilibre 75

3.2. Prix d'équilibre et efficience informationnelle 79

3.3. Coût d'information et efficience informationnelle 80

4. Equilibre en anticipations rationnelles et concurrence imparfaite 82

4.1. Offre exogène aléatoire : jeu 1 83

4.1.1. Définition de l'équilibre 85

4.1.2. Premier cas particulier : le nombre des agents non-informés est infini 90

4.1.3. Deuxième cas particulier : agents neutres au risque et information parfaite de l'initié 91

4.2. Dotations aléatoires : jeu 2 92

4.2.1. Equilibres 93

4.2.2. Existence du marché 94

4.2.3. Structure de marché 99

4.2.4. Efficience informationnelle 100

5. Conclusion 103

Annexes du premier essai 106

Groupe HEC
BIBLIOTHÈQUE
78351 JOUY EN JOSAS CEDEX
FRANCE

Deuxième essai. Coûts de transaction, opérations d'initiés et révélation d'information par les prix.

1. Introduction 121

2. Le modèle 125

2.1. L'économie 125

2.2. Fonctions de demande 127

3. L'équilibre en anticipations rationnelles 130

4. Proportion d'équilibre des agents informés 133

4.1. Caractérisation de la proportion d'agents informés à l'équilibre 133

4.2. Impact des coûts de transaction sur la proportion d'agents informés 135

5. Sur les conditions d'existence de l'équilibre 138

5.1. Inexistence d'un équilibre parfaitement révélateur 138

5.2. Existence d'un équilibre avec information parfaite 139

6. Conclusion 143

Annexes du deuxième essai 145

Troisième essai. Stratégies de placement d'ordres et formation des prix dans un marché gouverné par les ordres

1. Introduction 156

1.1. Le problème 156

1.2. La littérature théorique 159

1.3. Une nouvelle approche 163

2. Le modèle 168

2.1. Description du processus d'échange 168

2.2. Préférences 170

3. L'équilibre 171

3.1. Stratégies 171

3.2. Risque d'exécution 173

3.3. Définition de l'équilibre 175

4. Analyse des équilibres 178

4.1. Méthode de résolution 179

4.2. Equilibres 182

4.2.1. Equilibre 1 182

4.2.2. Equilibre 2 186

4.2.3. Equilibre 3 191

5. Unicité des équilibres 195

5.1. Coexistence des équilibres symétriques 195

5.2. Existence d'équilibres non-symétriques 196

6. Comparaison du modèle avec les modèles d'enchères 198

7. Conclusion 203

Annexes du troisième essai 208

Conclusion générale 228

Références bibliographiques de la thèse 232

LISTE DES FIGURES

Exposé préliminaire.

Figure 1. Prix de transaction dans un marché continu 56

Deuxième essai.

Figure 1 et 2. Coûts de transaction et proportion d'agents informés 154

Troisième essai

Figure 1. Description du processus d'échange 223

Figure 2. Arbre de décision d'un acheteur 224

Figure 3. Interdépendance des stratégies 225

Figure 4. Taille de la fourchette de prix 226

Figure 5. Domaine d'existence des différents équilibres 227

RESUME

L'objectif de notre recherche est de contribuer à la théorie de la microstructure des marchés financiers.

Le premier essai est consacré à la révélation d'information par les prix dans un marché de fixing. Nous proposons un modèle qui permet d'analyser le rôle des hypothèses traditionnellement utilisées dans les modèles de microstructure étudiant la formation des prix en présence d'asymétries d'information. Nous mettons en évidence que les hypothèses portant sur l'origine du bruit qui empêche l'équilibre d'être parfaitement révélateur sont particulièrement importantes. Ainsi selon que l'on considère que ce bruit est exogène ou endogène, des résultats complètement différents sont obtenus en ce qui concerne les propriétés des équilibres en anticipations rationnelles (existence, unicité, quantité d'information révélée par les prix).

Dans le deuxième essai, nous étudions l'impact des coûts de transaction sur la révélation d'information par les prix. Dans le cadre d'un modèle à la Grossman et Stiglitz, nous montrons qu'une augmentation des coûts de transaction se fait toujours au détriment de l'efficience informationnelle. Pour cette raison, les coûts de transaction augmentent la valeur de l'information et incitent les agents à s'informer. Ainsi, dans certains cas, un accroissement des coûts de transaction peut se traduire par une augmentation de la proportion des agents informés. Par ailleurs, les coûts de transaction diminuent le volume d'échange que désirent réaliser les agents informés. Ceci permet d'obtenir un équilibre en anticipations rationnelles même lorsque ces agents sont neutres au risque ou lorsqu'ils reçoivent une information dont la précision est infinie.

Le troisième essai propose une modélisation du mécanisme d'enchère mis en jeu dans un marché gouverné par les ordres. Nous analysons, dans un cadre dynamique, la

façon dont les agents déterminent leurs stratégies de placement d'ordres (choix ordre au mieux/ordre à cours limité). Par ailleurs, nous caractérisons les prix offerts et demandés par les agents qui placent des ordres à cours limité. Nous montrons qu'il n'existe pas de stratégies strictement préférées par tous les agents. D'autre part, le déséquilibre entre le nombre des ordres d'achat et le nombre des ordres de vente s'avère être un déterminant essentiel des prix offerts et demandés. Enfin, nous expliquons la fourchette de prix entre le meilleur prix offert et le meilleur prix demandé par les comportements stratégiques des acheteurs et des vendeurs et la nécessité de compenser les agents qui placent des ordres à cours limité pour le risque de non-exécution.

INTRODUCTION GENERALE.

Les mécanismes d'échange sur les marchés financiers sont très variés. Les différences portent notamment sur le mode de cotation des prix, le mode de transmission et d'exécution des ordres, le rôle des intermédiaires ou encore la quantité d'informations dont disposent les agents pendant le déroulement des échanges.

Les coûts et les risques supportés par les différents participants à un marché varient en fonction de l'organisation des transactions. Dans ces conditions, la structure d'un marché (son organisation institutionnelle, réglementaire et technologique) exerce une influence déterminante sur les stratégies d'offre et de demande des différentes parties prenantes dans le processus d'échange. De ce fait les propriétés des prix des actifs dépendent en partie de la structure du marché sur lequel ils sont cotés. Plusieurs études empiriques mettent en évidence le lien qui existe entre l'organisation d'un marché et les propriétés statistiques des prix qui s'y forment. Par exemple Amihud et Mendelson (1987) ou Stoll et Whaley (1990) montrent que la volatilité des cours est plus grande sur un marché où les cotations s'effectuent de manière périodique que sur un marché où les cotations ont lieu en continu.

La théorie de la microstructure des marchés financiers s'efforce d'expliquer les liens qui existent entre un mécanisme d'échange particulier, les stratégies de placement d'ordres des agents et les propriétés des prix de transaction[1]. L'objectif de cette thèse est de contribuer à cette nouvelle approche.

La thèse comporte trois essais et un exposé préliminaire. Dans l'exposé préliminaire, nous décrivons l'organisation des échanges dans les principaux marchés financiers et

[1]En ce sens, le programme de recherche suivi par la théorie de la microstructure des marchés présente de nombreux points communs avec celui suivi par la théorie de la négociation ou la théorie des enchères.

nous définissons les structures de marché auxquelles il est fait référence dans les trois essais. Les deux premiers essais analysent la révélation d'information par les prix. Ils contribuent à la compréhension du fonctionnement des marchés de fixing en présence d'asymétries d'information. Ils s'inscrivent dans un vaste courant de littérature, dépassant le champs de la théorie de la microstructure, qui utilise la notion d'équilibre en anticipations rationnelles pour modéliser des situations d'échange avec information asymétrique. Notre recherche contribue à cette littérature sur deux points. D'une part, nous proposons un cadre unifié pour analyser les résultats obtenus par des modèles apparemment différents. D'autre part, nous étudions l'impact des coûts de transaction sur l'efficience informationnelle, les stratégies de placement d'ordres des agents informés et la proportion de ces agents. Le dernier essai est différent. Il a pour thème les stratégies de placement d'ordres et la formation des prix dans les marchés gouvernés par les ordres. Nous utilisons la méthodologie de la théorie des jeux et nous suivons une démarche similaire à celle de la théorie des enchères. Notre contribution consiste à proposer un modèle qui permet d'analyser les interactions existant entre les stratégies de placement d'ordres des agents et la formation des prix dans un marché dynamique gouverné par les ordres. Ce modèle offre également la possibilité de décrire précisément comment se réalise un équilibre entre les demandeurs et les offreurs de liquidité dans ce type de marché.

Nous présentons à présent, de manière plus précise, les objectifs et les résultats de ces différents essais.

L' exposé préliminaire a pour objectif de proposer une typologie des différents mécanismes d'échange utilisés sur les marchés financiers. Nous sommes fréquemment amenés au cours des essais suivants à faire référence à telle ou telle structure de marché. L'exposé

préliminaire permet donc de définir les termes que nous employons pour désigner ces structures de marché. Nous classifions les marchés suivant trois critères :

- Le moment de l'échange. Nous distinguons alors les marchés de fixing des marchés continus.
- La contrepartie de l'échange. On différencie alors les marchés gouvernés par les ordres des marchés gouvernés par les prix (marchés de contrepartie).
- Le lieu de l'échange. Suivant ce critère, on distingue les marchés centralisés des marchés fragmentés.

Nous complétons cette classification des marchés financiers par une comparaison de ces différentes structures de marché, au regard des résultats obtenus par la théorie de la microstructure. Les deux premiers essais étudient plutôt les marchés de fixing alors que le troisième est intégralement consacré aux marchés gouvernés par les ordres fonctionnant en temps continu (que nous appelons également marchés de double enchère dynamique).

Le premier essai est intitulé : *"Asymétries d'information et microstructure des marchés financiers : un modèle synthétique"*. Un très grand nombre de modèles ont cherché à décrire la formation des prix dans les marchés financiers en présence d'asymétrie d'information, en utilisant le concept d'équilibre en anticipations rationnelles. Dans ces modèles, les prix reflètent tout ou partie de l'information obtenue par les agents informés. Les agents non-informés déterminent donc leur demande en prenant en compte l'information contenue dans les prix. Ces modèles supposent de plus que les anticipations des agents non-informés sur la distribution de probabilité jointe des prix et de l'information reçue par les initiés sont correctes (elles sont confirmées à l'équilibre). On dit alors que les agents non-informés ont des anticipations rationnelles.

Dans de nombreux cas, les modèles qui ont analysé la révélation d'information par les prix n'aboutissent pas aux même conclusions, notamment en ce qui concerne l'existence et l'unicité des équilibres ou encore l'efficience informationnelle du prix d'équilibre. Il est assez difficile de repérer les hypothèses qui expliquent ces divergences de résultats. En effet ces modèles utilisent souvent plusieurs hypothèses complètement différentes en ce qui concerne les préférences des agents, le comportement des agents informés, leurs dotations ou encore la structure de marché dans laquelle se déroulent les échanges entre initiés et non-initiés. Par exemple, certains auteurs considèrent des agents informés neutres au risque tandis que d'autres supposent que ces agents font preuve d'aversion pour le risque. Dans certains cas, la structure de marché considérée est celle d'un marché de fixing alors que dans d'autres cas c'est celle d'un marché de contrepartie. Quel est le rôle exact de ces hypothèses ? L'objectif du premier essai de la thèse est d'étudier cette question. A cette fin, on propose un modèle synthétique à partir duquel les principaux résultats obtenus sur la révélation d'information par les prix dans les marchés financiers sont dérivés. Ce modèle nous permet ainsi, dans un cadre unique, d'évaluer la sensibilité des résultats à une variation des hypothèses.

Nous étudions essentiellement quatre types d'hypothèses :

- Les hypothèses sur les préférences des agents. Dans le modèle, les agents peuvent être neutres au risque ou faire preuve d'aversion pour le risque.
- Les hypothèses sur le comportement des agents informés. Nous étudions d'une part le cas où les agents informés ont un comportement concurrentiel (c.-à-d. qu'ils considèrent le prix comme donné) et d'autre part le cas où les agents informés prennent en compte l'impact de leurs transactions sur les prix.
- Les hypothèses sur la structure de marché. La révélation d'information par

les prix a été étudiée dans deux types de marchés : les marchés de fixing et les marchés de contrepartie. Ces deux types de structure de marché sont par conséquent examinés.

- Les hypothèses concernant l'origine du bruit. Pour éviter une révélation totale de l'information des agents informés par les prix, il est nécessaire d'introduire des variables qui ne soient pas observables par les agents non-informés. Ces variables bruitent le prix d'équilibre et empêchent les agents non-informés d'inférer parfaitement l'information des agents informés de l'observation du prix d'équilibre. On peut modéliser ce bruit en supposant qu'il provient soit d'une offre aléatoire exogène, soit des dotations aléatoires des agents informés.

Nous montrons que deux hypothèses influencent de façon déterminante les résultats obtenus dans un modèle de révélation de l'information par les prix : celles relatives au comportement des agents informés et celles relatives à l'origine du bruit. Nous commençons par analyser le cas dans lequel les agents informés ne prennent pas en compte l'impact de leurs transactions sur les prix. Les résultats obtenus sont identiques à ceux de Grossman et Stiglitz (1980). Nous modifions alors le modèle en supposant que les agents informés placent leurs ordres de manière à limiter leur impact sur les prix. On obtient dans ce cas des résultats similaires à ceux de Kyle (1989). Conformément à l'intuition, l'efficience informationnelle du prix d'équilibre est plus faible que lorsque les agents informés ont un comportement concurrentiel. Dans un troisième temps, on suppose que le bruit ne provient plus d'une offre aléatoire exogène mais des dotations aléatoires des agents informés. Bien que les agents informés continuent à adopter un comportement non-concurrentiel, les résultats obtenus sont cette fois-ci tout à fait différents. On explique ces résultats en utilisant la théorie du signalement. D'autre part, de façon surprenante, l'efficience informationnelle est exactement la même que

celle obtenue dans le cas où les agents informés ont un comportement concurrentiel. Ceci prouve qu'un comportement non-concurrentiel des agents informés ne se fait pas nécessairement au détriment de l'efficience informationnelle comme pouvaient le laisser supposer les articles de Kyle ((1985), (1989)).

En revanche, les hypothèses portant sur les préférences des agents ou la structure de marché ont un rôle moins important. En particulier, lorsque les agents non-informés sont neutres au risque, on montre que les résultats obtenus dans le cadre d'un marché de fixing sont similaires à ceux obtenus dans le cadre d'un marché de contrepartie. Nous retrouvons notamment des résultats identiques à ceux de Kyle (1985) ou Glosten (1989), qui étudient des marchés de contrepartie.

Le deuxième essai : *"Coûts de transaction, opérations d'initiés et révélation d'information par les prix"* poursuit l'exploration des situations d'échange avec information asymétrique dans les marchés financiers. Il est consacré à l'impact des coûts de transaction sur la révélation d'information par les prix. Plusieurs modèles portent sur les choix de portefeuille des agents ou sur les stratégies de réplication d'actifs dérivés lorsque les investisseurs supportent des coûts de transaction. Cependant, il n'existe pas, à notre connaissance, de modèle étudiant le comportement des agents informés et la révélation d'information par les prix en présence de coûts de transaction. L'objectif du deuxième essai est de proposer une telle étude.

Nous utilisons un modèle en anticipations rationnelles similaire à celui de Grossman et Stiglitz (1980). Nous choisissons ce type d'approche de préférence à un modèle dans lequel les agents informés ont un comportement non-concurrentiel (du type Kyle (1985)) de façon à obtenir des effets sur l'efficience informationnelle qui ne proviennent

que de l'existence des coûts de transaction. Nous commençons par prouver l'existence d'un équilibre en anticipations rationnelles linéaire. Nous montrons que les coûts de transaction diminuent la part des variations du prix d'équilibre qui sont expliquées par les variations du signal reçu par les agents informés. Les coûts de transaction intensifient en ce sens le camouflage des agents informés. On montre que ceci peut augmenter la valeur de l'information et dans certains cas conduire de nouveaux agents à s'informer. Cependant, bien qu'un accroissement des coûts de transaction puisse déclencher un accroissement de la proportion d'agents informés à l'équilibre, un tel accroissement se traduit toujours par une baisse de l'efficience informationnelle.

Nous portons également notre attention sur les conditions d'existence de l'équilibre en anticipations rationnelles. Il s'avère que les conditions d'existence de cet équilibre sont moins restrictives en présence de coûts de transaction. Lorsque les agents informés ont un comportement concurrentiel et en l'absence de coûts de transaction, il n'est pas possible d'obtenir un équilibre lorsqu'ils sont neutres au risque ou lorsqu'ils reçoivent une information dont la précision est infinie. En effet, les agents informés désirent prendre des positions infinies dès que le prix diffère de leur signal privé sur la valeur future de l'actif. Ce problème est résolu en général en supposant que les agents informés adoptent un comportement non-concurrentiel. On montre que, dans ces deux cas, les coûts de transaction suffisent à garantir l'existence d'un équilibre, même lorsque les agents informés ont un comportement concurrentiel. En effet, ils dissuadent les agents informés de prendre des positions infinies. Il est donc possible dans ce cas d'équilibrer le marché à des prix qui ne reflètent pas complètement l'information des agents informés.

Les résultats obtenus dans le deuxième essai suggèrent donc que le nombre d'agents informés sur un marché doit varier en fonction du niveau des coûts de transaction.

D'autre part, ils montrent que les coûts de transaction constituent un déterminant important de l'efficience informationnelle d'un marché financier et de la valeur de l'information. Une baisse de ces coûts peut diminuer ou augmenter l'incitation à s'informer mais elle se fait toujours au profit de l'efficience informationnelle.

Le processus d'échange décrit dans les deux premiers essais est celui d'un marché de fixing. Il existe cependant d'autres mécanismes d'échange. La théorie de la microstructure des marchés financiers s'est intéressée au premier chef aux marchés gouvernés par les prix (tels que le NASDAQ ou le SEAQ). Dans ces marchés, il existe des agents spécifiques (les teneurs de marché) dont le rôle est de coter continuellement des prix offerts ou demandés. Ils assurent ainsi la liquidité du marché en permettant aux investisseurs de trouver une contrepartie. Ceux-ci peuvent échanger aux prix affichés par les teneurs de marché mais ne sont pas autorisés à afficher des prix pour leur propre compte. De nombreux marchés financiers (notamment la Bourse de Paris ou la Bourse de Tokyo) sont cependant organisés non pas comme des marchés gouvernés par les prix mais comme des marchés gouvernés par les ordres. Dans ce cas, les investisseurs finaux peuvent soit afficher des prix (en plaçant des ordres à cours limité), soit échanger aux prix affichés (en plaçant des ordres au mieux). La liquidité de ces marchés est donc assurée par les agents qui placent des ordres à cours limité et qui par conséquent permettent aux ordres au mieux de trouver une contrepartie. Bien que la viabilité d'un marché gouverné par les ordres dépende étroitement de l'équilibre qui se réalise entre les offreurs et les demandeurs de liquidité, il n'existe pas encore de modèle décrivant de façon complète la dynamique du processus d'échange dans ce type de marché.

L'objectif du troisième essai, intitulé *"Stratégies de placement d'ordres et formation des prix dans un marché gouverné par les ordres"*, est de proposer un modèle qui permette

d'analyser la façon dont se réalise cet équilibre entre les offreurs et les demandeurs de liquidité dans un marché gouverné par les ordres fonctionnant en temps continu. Nous sommes amenés à aborder à la fois le problème de l'utilisation optimale des deux types d'ordres qui sont à la disposition des agents, et le problème des cotations optimales des investisseurs qui placent des ordres à cours limité. Un acheteur a intérêt à coter des prix faibles tandis qu'un vendeur a intérêt à coter des prix élevés de façon à obtenir la part la plus importante possible des gains de l'échange. En étudiant les cotations optimales des investisseurs, on s'interroge donc sur ce qui détermine finalement le partage des gains de l'échange entre les acheteurs et les vendeurs.

Le risque de non-exécution que court un ordre à cours limité joue un rôle essentiel dans le modèle que nous proposons. Un ordre à cours limité n'est exécuté que s'il est "touché" par un ordre au mieux. Au contraire, un ordre au mieux est exécuté de façon certaine. En contrepartie, un ordre au mieux est exécuté à un prix défavorable (par exemple, un ordre d'achat au mieux est exécuté au prix demandé). La décision de placer un ordre à cours limité ou un ordre au mieux consiste donc pour un investisseur à choisir entre une exécution certaine mais coûteuse, et une exécution incertaine mais à un prix que l'investisseur peut choisir. Finalement, la stratégie de placement d'ordre optimale pour un agent dépend de ses anticipations sur les stratégies suivies par les autres agents. Par exemple, un acheteur sera d'autant plus enclin à placer des ordres à cours limité qu'il anticipe que les vendeurs vont placer des ordres au mieux. Les stratégies de placement d'ordres sont donc interdépendantes et les agents sont dans une situation de jeu. Nous cherchons l'équilibre de ce jeu de façon à caractériser les stratégies de placement d'ordres des agents ainsi que leurs cotations.

Nous montrons que, à l'équilibre, il n'existe aucune stratégie strictement préférée par

Groupe HEC
BIBLIOTHÈQUE
78351 JOUY EN JOSAS CEDEX
FRANCE

tous les agents. En fait, il s'établit une division "naturelle" des rôles entre d'une part des agents relativement peu désireux d'échanger, qui sont offreurs de liquidité, et d'autre part des agents relativement très désireux d'échanger, qui sont demandeurs de liquidité. Le déséquilibre entre le nombre des ordres d'achat et le nombre des ordres de vente détermine les cotations des agents. Par exemple, plus le nombre des ordres d'achat est important relativement au nombre des ordres de vente, plus les prix offerts et demandés sont élevés. Ceci signifie en fait que le pouvoir de marché des vendeurs est d'autant plus important que l'offre est faible relativement à la demande. A l'équilibre, les cotations sont telles qu'il existe une fourchette de prix entre le meilleur prix offert et le meilleur prix demandé. Cette fourchette de prix s'explique par le fait que, stratégiquement, les acheteurs cotent des prix faibles tandis que les vendeurs cotent des prix élevés. Ce type de comportement permet de compenser les offreurs de liquidité pour le risque de non-exécution.

Nous obtenons trois implications testables. On montre tout d'abord que la fourchette de prix est d'autant plus importante que le déséquilibre entre le nombre des ordres d'achat et le nombre des ordres de vente est grand. Il apparaît également que la fréquence des transactions est inversement reliée à la taille de la fourchette de prix. Enfin, les stratégies de placement d'ordres dépendent de l'état du carnet d'ordres.

Le modèle que nous proposons dans le dernier essai permet d'analyser les interactions entre la formation des prix et les stratégies de placement d'ordres dans un marché gouverné par les ordres. En effet, dans le modèle, les agents déterminent leur stratégie de placement d'ordres compte tenu des prix cotés dans le marché lorsqu'ils arrivent, et compte tenu de leurs anticipations sur les cotations futures. En retour, les cotations qu'ils effectuent contribuent à la formation des prix. Jusqu'à présent une telle analyse

n'avait pas été menée par la théorie de la microstructure des marchés. En général, les approches consistaient soit à analyser les stratégies de placement d'ordre optimales pour une distribution exogène des prix, soit à analyser les cotations optimales en ne permettant pas aux agents de choisir d'être offreur ou demandeur de liquidité. On contribue donc à une meilleure compréhension du processus d'échange dans un marché gouverné par les ordres en analysant *simultanément* le problème de la formation des prix et celui des stratégies de placement d'ordres optimales.

La démarche choisie dans le troisième essai est similaire à celle suivie par la théorie des enchères. Pour un mécanisme d'échange donné, on caractérise les stratégies de placement d'ordres optimales des agents. Nous soulignons d'ailleurs les liens qui existent entre les choix stratégiques des agents dans un marché gouverné par les ordres et leurs choix stratégiques dans une enchère au premier prix. Nous explorons cependant un cadre différent de celui habituellement étudié par la théorie des enchères. En effet, la théorie des enchères est essentiellement consacrée à des mécanismes d'échange dans lesquels plusieurs acheteurs (vendeurs) doivent effectuer simultanément des offres à un seul vendeur (acheteur). Au contraire, dans un marché gouverné par les ordres fonctionnant en temps continu, les acheteurs comme les vendeurs peuvent effectuer des offres (procédure de double enchère) de manière séquentielle. La possibilité d'effectuer des offres pour les deux côtés du marché fait apparaître un problème de monopole bilatéral. Nous proposons un mode de résolution de ce problème et nous montrons que le pouvoir de marché des acheteurs et des vendeurs est finalement déterminé par le déséquilibre existant entre l'offre et la demande. Par ailleurs nous décrivons les interactions stratégiques qui apparaissent entre les agents du fait du caractère dynamique du mécanisme d'enchère mis en jeu dans un marché gouverné par les ordres fonctionnant en temps continu.

Groupe HEC
BIBLIOTHÈQUE
78351 JOUY EN JOSAS CEDEX
FRANCE

Les trois essais présentés dans cette thèse ont donc pour objectif d'aboutir à une meilleure compréhension de la formation des prix et des stratégies de placement d'ordres dans les marchés financiers. Dans les trois cas, notre démarche consiste à décrire de façon précise le comportement des agents prenant part à l'échange et à prendre en compte l'impact du mécanisme d'échange sur ce comportement. Ces trois essais sont donc unis par un objectif et une démarche similaires. Ils diffèrent cependant par les thèmes qui sont abordés. Le problème de l'asymétrie d'information sur les marchés financiers est au coeur des problématiques développées dans les deux premiers essais. Dans le troisième essai, l'asymétrie d'information ne joue aucun rôle. C'est la façon dont les agents choisissent d'être offreur ou demandeur de liquidité, dans un contexte dynamique, qui nous préoccupe.

EXPOSE PRELIMINAIRE.

MECANISMES D'ECHANGE SUR LES MARCHES FINANCIERS :

UN TOUR D'HORIZON.

1. Introduction.

Comme nous l'avons expliqué dans l'introduction, l'objet de cette thèse est de contribuer à l'étude de la microstrucrure des marchés financiers. Nous sommes donc amenés à étudier différentes structures de marché et à insister sur les liens qui existent entre un mécanisme d'échange donné, les comportements des agents et les prix d'équilibre obtenus. Ainsi, les deux premier essais sont consacrés à la révélation d'information par les prix dans un marché de fixing mais on insiste sur le fait que certains résultats restent valides dans le cadre d'un marché gouverné par les prix. Le troisième essai étudie la formation des prix et les stratégies de placement d'ordres dans un marché gouverné par les ordres.

L'objectif de cet exposé préliminaire est de présenter les différentes options possibles en matière d'organisation des marchés financiers puisque celles-ci sont l'objet même des modèles présentés dans cette thèse[1]. On décrit donc ici les différentes structures de marché auxquels il sera fait référence dans les essais suivants.

La section suivante propose une typologie simple des marchés financiers. Dans la troisième section, on compare les différentes structures de marché présentées dans la typologie, en utilisant certains des résultats obtenus par la littérature consacrée à la microstructure des marchés financiers.

[1]On peut également trouver une description des mécanismes d'échange utilisés dans les marchés financiers dans Cohen, Kalman, Maier, Schwartz, et Withcomb (1986) et Schwartz (1988).

2. Une typologie des marchés financiers.

On peut distinguer les marchés suivant trois critères :

1) Le moment de l'échange : ce critère amène à distinguer les marchés dits de fixing des marchés continus.

2) La contrepartie de l'échange : suivant ce critère, on distingue les marchés gouvernés par les ordres des marchés gouvernés par les prix (marché de contrepartie).

3) Le lieu de l'échange : la distinction se fait alors entre les marchés dits centralisés et les marchés dits fragmentés.

2.1 Marché de fixing / Marché continu.

2.1.1. Marché de fixing.

Dans un marché de fixing, la cotation et l'exécution des ordres ont lieu à intervalles de temps réguliers. Toutes les transactions se déroulent à un prix unique déterminé de façon à équilibrer les ordres de vente et d'achat transmis au marché jusqu'au moment du fixing. Les ordres qui sont exécutés à ce prix sont :

- Tous les ordres d'achat et de vente au mieux.
- Les ordres d'achat à cours limité assortis d'un prix limite[2] supérieur au prix d'équilibre.
- Les ordres de vente à cours limité assortis d'un prix limite inférieur au prix

[2]Un ordre à cours limité spécifie une quantité et un prix. Pour un ordre d'achat (de vente), le prix limite est le prix maximal (minimal) auquel l'ordre peut être exécuté. Un ordre au mieux spécifie seulement une quantité à acheter ou à vendre.

d'équilibre. Les autres ordres ne sont pas exécutés.

C'est dans ce type de structure de marché que l'on étudie la révélation d'information par les prix dans les deux premiers essais de la thèse.

On distingue les marchés de fixing à la criée des marchés de fixing par casiers. Dans le premier cas, des prix sont annoncés et pour chaque prix les négociateurs annoncent leur offre ou leur demande. Le processus se poursuit jusqu'à la découverte du prix d'équilibre. Dans le second cas, les ordres sont accumulés dans un carnet d'ordres sans être révélés et à un moment donné (le fixing) un prix d'équilibre est calculé. En ce sens, la différence entre les deux systèmes est donc de nature informationnelle. Dans le premier cas, les négociateurs présents sur le marché obtiennent des informations sur l'état de l'offre et de la demande et peuvent réviser leurs stratégies en fonction de cette information. Dans le second cas, une telle révision est impossible.

En France, ces deux procédures de cotation en fixing étaient utilisées pour coter les actions jusqu'en 1986. Elles ont été progressivement remplacées par un système de cotations différent (le système CAC) permettant en particulier la réalisation de transactions en continu. Un fixing informatisé a cependant été rétabli en décembre 1991 pour coter les titres les moins liquides (environ 500 titres). Pour ces titres, le fixing a lieu deux fois dans la journée (11h30 et 16h00) et s'effectue de manière électronique (les ordres sont accumulés dans un carnet d'ordres géré par un ordinateur qui calcule le prix d'équilibre). Le mécanisme de fixing est également utilisé sur la plupart des marchés continus pour la détermination du prix d'ouverture (voir plus bas).

Comme pour le marché des actions, un système de cotation en continu a été mis en place à partir de 1986 sur le marché obligataire. La majorité des obligations ayant des

marchés peu actifs[3] une cotation en fixing a été rétablie en mai 1992 pour les titres ayant un faible volume de transactions (2600 titres sur 3000). Seules les valeurs les plus liquides demeurent cotées en continu.

2.1.2. Marché continu.

Sur un marché continu, la cotation et les transactions s'effectuent en temps continu. Les agents peuvent transmettre des ordres à tout moment. Un ordre est exécuté chaque fois qu'il trouve une contrepartie. Les transactions sont donc bilatérales contrairement à un marché de fixing où les transactions sont multilatérales. De plus sur un marché continu, un nouveau cours est associé à chaque transaction alors que sur un marché de fixing est établi un prix unique auquel s'effectuent toutes les transactions (voir figure 1 en annexe). Enfin les règles de priorité sont différentes sur les marchés continus et sur les marchés de fixing. Dans ces derniers, seule la règle de priorité prix est utilisée. Par exemple un ordre de vente à un prix donné est toujours exécuté en priorité par rapport à un ordre de vente à un prix plus élevé. Dans les marchés continus, cette règle se combine avec celle de priorité temporelle. Toutes choses égales par ailleurs, les ordres placés les premiers sont exécutés les premiers. Entre deux ordres présents au même moment, la priorité prix joue avant la priorité temporelle.

Désormais, la plupart des grands marchés fonctionnent en temps continu. C'est le cas notamment de la bourse de Paris, la bourse de Tokyo (TSE), la bourse de Toronto, la bourse de New-York (NYSE), le marché de gré à gré au USA (NASDAQ) et la bourse

[3]Lorsque le nombre des opérateurs sur un marché est faible, la cotation en continu peut provoquer des variations brutales du cours lorsqu'une nouvelle transaction est réalisée. La cotation en fixing limite ce problème dans la mesure où elle permet une consolidation des ordres d'achat et de vente. C'est la raison pour laquelle les autorités boursières ont décidé de rétablir une cotation en fixing pour les titres les moins liquides. Ce point est discuté plus précisément dans la section 4.

de Londres (ISE). Les grands marchés d'actifs dérivés tels que le MATIF, le CBT, le CBOE ou le MONEP... sont aussi des marchés continus.

(la signification des acronymes utilisés dans cet exposé préliminaire est donnée en annexe.)

2.2 Marché gouverné par les prix/Marché gouverné par les ordres.

2.2.1. Marché gouverné par les prix.

Dans un marché gouverné par les prix (ou marché de contrepartie), les investisseurs doivent transmettre leurs ordres (via éventuellement un courtier) à un teneur de marché ("market-maker") qui affiche continuellement un prix offert ("bid") et un prix demandé ("ask")[4]. A ces prix, le teneur de marché assure la liquidité du marché en servant les ordres d'achat ou de vente émanant du public sur son propre stock d'actif. Dans ce type de marché, les investisseurs ne peuvent pas en principe placer d'ordres à cours limité et concurrencer ainsi les prix affichés par les teneurs de marché. Ils ne peuvent donc pas échanger directement entre eux mais doivent passer par un intermédiaire.

Ce type d'organisation est utilisé par le marché de gré à gré aux USA où les cotations et les transactions des différents teneurs de marchés sont diffusées par le système NASDAQ. La bourse de Londres est également organisée comme un marché de contrepartie.

[4]En général, les prix affichés par le teneur de marché sont fermes pour une quantité maximale donnée. Si un agent désire échanger une quantité supérieure, il doit d'abord négocier le prix avec le teneur de marché. Le prix offert est le prix auquel un teneur de marché est prêt à satisfaire un ordre de vente et le prix demandé est le prix auquel il est prêt à satisfaire un ordre d'achat.

Les cotations des différents teneurs de marché sont diffusées par le système SEAQ. En France, des teneurs de marché interviennent entre autres sur le marché des options négociables de Paris (MONEP), le marché des options MATIF, le marché des contrats à terme Pibor et CAC 40.

La fonction d'un teneur de marché est d'assurer la liquidité d'un marché en compensant les déséquilibres temporaires entre l'offre et la demande par des achats ou des ventes sur son propre stock d'actifs. Cette activité lui fait courir des risques. Tout d'abord, pour répondre aux besoins de liquidité des investisseurs, il peut avoir à prendre des positions excessives ou mal diversifiées. Par exemple, lorsqu'il achète une quantité importante d'actif risqué, il n'est pas certain de pouvoir la revendre rapidement. Il s'expose alors fortement à une baisse des cours. D'autre part, il affiche des prix auxquels il se tient prêt à acheter ou vendre. Il offre donc à des agents disposant d'une information privilégiée la possibilité d'utiliser leur information à son détriment. Ainsi, un agent qui sait que le prix offert par le teneur de marché est surévalué peut profiter de son information en se portant vendeur. Le teneur de marché obtient une rémunération pour ces risques en pratiquant un prix offert inférieur à son prix demandé. Ainsi, s'il effectue un achat et une vente simultanément, il réalise immédiatement un gain égal à sa fourchette de prix (l'écart entre le prix d'achat et le prix de vente). Une large part de la littérature consacrée à la microstructure des marchés financiers a étudié les liens entre la fourchette de prix d'un teneur de marché et les risques qu'il supporte (voir Ho et Stoll (1983), Glosten et Milgrom (1985) et Stoll (1989)).

2.2.2. Marché gouverné par les ordres.

Dans un marché gouverné par les ordres, les ordres d'achat et de vente des investisseurs

sont directement confrontés. La liquidité n'est pas assurée par un teneur de marché mais par les ordres à cours limité placés par les investisseurs. Les seuls intermédiaires du marché sont les courtiers, dont le rôle est limité à la transmission des ordres de leurs clients.

Un marché de fixing est par nature un marché gouverné par les ordres. Il existe également des marchés gouvernés par les ordres fonctionnant en temps continu où la confrontation des ordres des investisseurs finaux peut s'opérer suivant différentes modalités.

Carnet d'ordres

La première modalité consiste à accumuler les ordres dans un carnet d'ordres. Un ordre à cours limité est enregistré dans le carnet d'ordres et exécuté dès qu'un ordre en sens contraire à un prix identique ou meilleur est transmis au marché. L'écart de prix entre les ordres de vente assortis du meilleur prix offert et les ordres d'achat assortis du meilleur prix demandé constitue la fourchette de prix. Un ordre au mieux est exécuté au meilleur prix offert ou au meilleur prix demandé disponible dans le carnet d'ordres[5]. Le mécanisme d'enchère mis en jeu dans un tel marché est celui de la double enchère dynamique puisque les acheteurs comme les vendeurs peuvent effectuer des offres de manière séquentielle.

Dans tous les cas, le ou les premiers ordres à cours limité exécutés sont les ordres

[5]Il n'existe pas d'ordres au mieux à la Bourse de Paris. Les investisseurs peuvent cependant transmettre des ordres au prix du marché. Un ordre au prix du marché comme un ordre au mieux ne spécifie pas de prix. Mais, un ordre d'achat (de vente) au prix du marché est traité comme un ordre à cours limité au meilleur prix demandé (offert).

assortis des meilleurs prix (priorité prix). Lorsque plusieurs ordres coexistent pour un prix donné, le ou les premiers ordres exécutés peuvent être déterminés de différentes façons. Le plus souvent la règle de priorité temporelle est appliquée : les premiers ordres servis sont les premiers arrivés, mais d'autres règles existent (par exemple, le premier ordre servi est celui portant sur la quantité la plus importante). L'écart de prix entre deux ordres à cours limité est en général fixé à une valeur minimale (le "tick") qui varie selon les prix des titres[6]. Un exemple du processus d'échange dans un marché gouverné par les ordres, en temps continu, avec carnet d'ordres est proposé dans l'annexe B.

Les bourses de Toronto, Tokyo et Paris sont organisées suivant ce principe. A Tokyo, la transmission des ordres est automatisée (système CORES) mais l'exécution des ordres s'effectue sous le contrôle d'intermédiaires (les "Saitori"), qui ne peuvent pas prendre de positions pour leur propre compte. A Paris et à Toronto au contraire, le processus d'échange lui-même est totalement automatisé. C'est à dire que l'exécution des ordres et le suivi du carnet d'ordres sont gérés directement par les systèmes propres à chaque bourse (système CAC pour Paris, CATS pour Toronto)[7]. Récemment, de nombreux marchés financiers européens ont choisi également ce type d'organisation, notamment Bruxelles, Madrid et Copenhague.

Le troisième essai de la thèse étudie la formation des prix et les stratégies de placement

[6]A la bourse de Paris, le "tick" est fixé à un centime pour les titres dont le prix est inférieur à 100FF, cinq centimes pour les titres avec un prix compris entre 100 et 500FF et un franc pour tous les titres dont le prix est supérieur à 500FF.

[7]A Tokyo et Toronto, l'automatisation du processus ne concerne qu'une partie des titres cotés. Les ordres pour les autres titres sont transmis au carnet d'ordres par l'intermédiaire de courtiers rassemblés sur un parquet et l'exécution des ordres n'est pas automatique.

d'ordres (choix ordre à cours limité/ordre au mieux) dans ce type de marché.

Négociation bilatérale

Dans ce cas, les échanges s'effectuent directement entre les courtiers sur la base de négociations bilatérales. Les courtiers annoncent des prix offerts ou demandés en fonction des ordres qu'ils ont reçus et cherchent une contrepartie auprès des autres courtiers. Une transaction a lieu dès que deux courtiers s'accordent sur un prix d'échange.

Ce type d'organisation est utilisé notamment par la bourse de Zurich. Les transactions pour un titre ont lieu en continu suivant le principe de la négociation bilatérale mais seulement pendant une période donnée. Ceci permet d'éviter la confusion qui pourrait résulter d'une négociation de tous les titres au même moment.

Ce mode d'échange coexiste souvent avec l'existence d'un carnet d'ordres lorsque les courtiers sont rassemblés sur un parquet. Ils peuvent alors négocier entre eux leurs ordres avant de les transmettre au carnet d'ordres pour exécution (c'est le cas sur le NYSE par exemple).

2.3. Structures mixtes.

Les différents types d'organisation présentés ci-dessus ne sont pas exclusifs les uns des autres. Certaines bourses ont une architecture complexe qui combine des éléments de chacune de ces organisations.

1) De nombreux marchés fonctionnant en temps continu (le NYSE, la Bourse de Paris, la Bourse de Tokyo...) ouvrent leur séance par une procédure de fixing qui permet de

déterminer les prix offerts et demandés de chaque titre auxquels débutera la séance de cotation en continu. Le prix d'ouverture est alors déterminé de façon à équilibrer au mieux l'offre et la demande provenant des ordres transmis au marché jusqu'au moment du fixing. Au fixing, tous les ordres qui peuvent être exécutés le sont. Les meilleurs prix offerts et demandés qui ouvrent la séance sont ceux des ordres inexécutés qui restent dans le carnet d'ordres. A Paris, par exemple, l'ouverture de la séance de cotations en continu à 10h00 débute par une cotation en fixing de tous les titres. Entre 9h00 et 10h00, les opérateurs peuvent transmettre des ordres d'achat et des ordres de vente. Chaque fois qu'un nouvel ordre est transmis, un prix d'équilibre théorique est calculé. A 10h00, ce prix théorique devient le prix effectif et tous les ordres d'achat et de vente à cours limité exécutables à ce prix sont exécutés.

2) Certains marchés sont à la fois des marchés gouvernés par les prix et des marchés gouvernés par les ordres. Par exemple sur les bourses américaines (NYSE, AMEX et les bourses régionales (MSE, PSE, ...)), le marché de chaque titre est animé par un teneur de marché (nommé le "specialist"). Celui-ci a un double rôle :

1. il est chargé comme teneur de marché d'assurer la liquidité du marché en affichant des prix offerts et demandés.

2. il doit gérer le carnet d'ordres émanant des investisseurs. Ces ordres peuvent être transmis au "specialist" soit par un système de routage informatisé (système superDOT), soit, pour les ordres plus importants, par les courtiers situés sur le parquet.

Les cotations affichées par le "specialist" ne sont donc pas forcément ses propres prix mais peuvent provenir d'ordres à cours limité transmis par des investisseurs finaux ou des courtiers opérant pour leur propre compte. Dans ce type de système, la liquidité

n'est pas assurée seulement par le teneur de marché mais également par les ordres à cours limité du carnet d'ordres.

A Paris, depuis 1989, les Sociétés de Bourse peuvent exercer des activités de contrepartie en plaçant des ordres pour leur propre compte sur le système CAC. Les Sociétés de Bourse sont alors soumises à des obligations similaires à celles d'un teneur de marché. En particulier, elles doivent coter en permanence des prix offerts et demandés sur le système CAC pour les titres dont elles sont spécialistes (c'est à dire les titres pour lesquels elles exercent des activités de contrepartie). Elles doivent également veiller à ce que les fourchettes de prix de ces titres restent comprises dans des limites déterminées en accord avec la Société des Bourses Françaises. L'objectif poursuivi par les autorités en combinant les caractéristiques d'un marché gouverné par les ordres avec celles d'un marché de contrepartie est d'accroître la liquidité du marché. En effet, dans un marché fonctionnant en temps continu, le flux d'ordres est réparti sur l'ensemble de la séance. Dans ces conditions, il est parfois difficile d'effectuer rapidement une transaction sans provoquer une variation défavorable des cours (voir section 4).

3) Sur une même place financière, l'organisation d'un marché peut varier selon le produit financier qui s'y négocie. Par exemple en France, le MATIF, le MONEP[8] et le marché interbancaire utilisent des mécanismes de contrepartie alors que le marché des actions est organisé comme un marché gouverné par les ordres.

[8]Comme la plupart des marchés à terme et des marchés d'options dans le monde, le MATIF et le MONEP sont des marchés sur parquet ("floor market"). Les courtiers et les teneurs de marché sont rassemblés en un même lieu (le parquet) et annoncent leurs offres ou leurs demandes oralement (à la criée). Le MONEP combine à la fois les caractéristiques d'un marché de contrepartie et d'un marché gouverné par les ordres. En effet les ordres peuvent être transmis soit directement sur le parquet, soit à un carnet d'ordres électronique (STAMP). Dans tous les cas les courtiers doivent faire jouer la priorité prix.

Groupe HEC
BIBLIOTHÈQUE
78351 JOUY EN JOSAS CEDEX
FRANCE

	MARCHE GOUVERNE PAR LES PRIX	STRUCTURE MIXTE	MARCHE GOUVERNE PAR LES ORDRES
MARCHE CONTINU	NASDAQ SEAQ	Bourse de Toronto NYSE AMEX MONEP MATIF	Bourse de Paris (actions,obligations) Bourse de Tokyo
MARCHE DE FIXING		NYSE (à l'ouverture)	Bourse de Paris Bourse de Tokyo

Tableau 1 : *Situation de quelques marchés financiers dans la typologie.*

2.4. Marché centralisé/Marché fragmenté.

Un marché est dit centralisé lorsque tous les ordres pour un titre doivent être transmis à un même lieu. Ce lieu peut être un parquet où s'effectuent tous les échanges (c'est le cas sur le MONEP) ou un ordinateur (c'est le cas dans le système CAC). Au contraire, un marché est fragmenté dès lors que le flux d'ordres pour un titre peut être distribué entre différents lieux. Sur un marché centralisé (qu'il soit périodique ou continu), il existe à un moment donné un seul prix de transaction pour le titre alors que sur un marché fragmenté il peut exister pour un même actif plusieurs prix différents au même moment.

2.4.1. Les causes de la fragmentation.

Les sources de la fragmentation peuvent être multiples :

1) La fragmentation se produit dès qu'un titre peut être coté sur différents marchés. C'est par exemple le cas aux USA, où certains titres inscrits sur le NYSE peuvent également être négociés sur les bourses régionales, sur le marché de gré à gré (NASDAQ) et même sur des réseaux privés (par exemple Instinet développé par la firme Reuters[9]).

2) Un marché est également fragmenté lorsqu'une partie des transactions peut être réalisée en dehors du marché principal.

C'est souvent le cas pour les transactions portant sur des blocs de titres. Ces transactions sont délicates sur un marché centralisé. En effet, une transaction de bloc peut provoquer une variation défavorable du prix si le marché manque de liquidité ou si la transaction est perçue comme un signal sur la valeur du titre. Les investisseurs préfèrent donc négocier ces transactions de gré à gré sans placer d'ordres directement sur le marché, de façon à conserver un meilleur contrôle sur le prix de la transaction et à préserver une plus grande discrétion[10]. Ce phénomène est observé sur le NYSE ou encore à la bourse de Paris où les blocs de titres sont souvent négociés à Londres (avec les teneurs de marché du SEAQ).

3) La fragmentation peut enfin provenir de la structure même du marché. Certains marchés gouvernés par les prix sont par nature fragmentés. Il en est ainsi du NASDAQ,

[9]Instinet est un carnet d'ordres électronique. Les titres cotés sur ce marché électronique sont essentiellement des titres américains mais également des titres européens. Les souscripteurs sont des investisseurs institutionnels ou des teneurs de marché du NASDAQ.

[10]Pour une étude expérimentale qui confirme ce point, voir Campbell et al. (1991)

du SEAQ et de nombreux marchés de gré à gré (marchés interbancaires par exemple). Sur ces marchés, les animateurs ne sont pas rassemblés physiquement en un seul lieu où sont transmis tous les ordres. Les teneurs de marché diffusent leurs cotations soit par téléphone, soit sur des terminaux informatiques. Le plus souvent ces cotations ont seulement une valeur indicative et les courtiers peuvent négocier par téléphone l'exécution de leur ordre à l'intérieur de la fourchette affichée par un teneur de marché (voir Biais (1993))[11].

2.4.2. Transparence et fragmentation.

La fragmentation du marché d'un titre pose (entre autres) un problème de transparence de ce marché : c'est à dire de diffusion de l'information sur les conditions de l'échange. Il existe en effet un risque de déconnexion entre les prix pratiqués pour un même titre sur différents marchés. Les autorités doivent donc prévoir des règles spécifiques de façon à limiter ce risque et à assurer une transparence suffisante aux échanges. Plusieurs solutions peuvent être adoptées :

(1) Les échanges peuvent avoir lieu de manière décentralisée mais les conditions de l'échange doivent être communiquées à un système d'information centralisé.

Cette règle a été adoptée par de nombreuses bourses en ce qui concerne les transactions de blocs de titres. Par exemple, à Paris ou à Tokyo, les blocs de titres peuvent être négociés de gré à gré en dehors du marché mais la transaction doit être enregistrée dans le carnet d'ordres. La transaction peut avoir lieu à un prix dans la fourchette

[11]Tous les marchés de contrepartie ne sont pas fragmentés. Le MONEP par exemple est un marché de contrepartie dans lequel tous les teneurs de marché sont rassemblés sur un même parquet de cotation.

du carnet ou en dehors. Dans ce dernier cas, tous les ordres à cours limité du carnet offrant de meilleures conditions que le prix de la transaction doivent être exécutés aux prix auxquels ces ordres ont été placés[12].

Aux USA, où les titres inscrits sur le NYSE peuvent être cotés sur différents marchés, toutes les transactions doivent être communiquées à un système de diffusion de l'information centralisée ("Market Data System").

Sur les systèmes SEAQ ou NASDAQ, les cotations des teneurs de marché et les transactions sont diffusées par des terminaux informatiques.

(2) Une autre solution consiste à lier les différents marchés où se négocie un même titre de façon à permettre à un ordre d'être exécuté aux meilleures conditions prévalant sur l'ensemble des marchés. Cette solution a été retenue aux USA pour les titres inscrits à la fois sur le NYSE et sur les bourses régionales. Les différents parquets où se négocient ces titres sont reliés electroniquement par le système ITS ("Intermarket Trading System"). De cette manière, les courtiers présents sur les différents parquets sont informés des fourchettes sur chacun des marchés et doivent transmettre leurs ordres au marché qui offre le meilleur prix (de façon à faire jouer la règle de priorité d'exécution au meilleur prix).

La fragmentation pose d'autres problèmes qui seront étudiés dans la section consacrée à la comparaison des différentes structures de marché.

[12]Sur le NYSE, la procédure pratiquée pour les échanges de blocs négociés en dehors du parquet est similaire, mais les ordres exécutables du carnet sont exécutés au prix auquel le bloc a été négocié (voir Hasbrouck et Sosebee (1992)).

3. Information.

La typologie qui vient d'être présentée permet de classifier les marchés financiers. Cependant, elle ne permet pas de différencier les marchés suivant l'information diffusée aux agents sur le déroulement du processus d'échange. Les dispositions concernant la diffusion de cette information constitue un autre aspect important de l'organisation d'un marché financier.

Lorsque les participants à l'échange possèdent des informations différentes sur la valeur future d'un actif, les prix de transaction ou les quantités offertes et demandées de l'actif révèlent tout ou partie de l'information de chaque agent (voir le premier et le second essai, Grossman et Stiglitz (1976) ou Kyle (1985)). Dans ces conditions, les règles concernant la quantité et le type d'information sur le déroulement des échanges diffusée aux agents influencent de façon déterminante l'efficience informationnelle d'un marché. L'information sur le processus d'échange comprend :

(i) l'information sur les transactions passées : les quantités échangées, les prix et éventuellement l'identité des acheteurs et des vendeurs. L'automatisation des marchés permet techniquement une diffusion de ce type d'information. C'est le cas, à des degrés divers, sur les systèmes SEAQ, NASDAQ, CAC et CATS ou encore sur le NYSE. Ainsi le système CAC diffuse les cours et les quantités échangées pour les dix dernières transactions. Cependant la rapidité avec laquelle cette information est diffusée et sa précision peuvent varier suivant les dispositions réglementaires des différents marchés.

(ii) l'information sur l'état de l'offre et de la demande à tout moment.

Cette information n'est pas distribuée aux différents participants de la même manière dans tous les marchés. Sur le NYSE, seul le "specialist" connaît l'état du carnet d'ordres à tout instant. Le meilleur prix de vente, le meilleur prix d'achat et les quantités disponibles à ces prix sont les seules informations disponibles pour les autres

participants. A Tokyo, l'intermédiaire chargé de gérer le carnet d'ordres (le "saitori") peut donner des informations sur le carnet d'ordres mais seuls les agents présents sur le parquet peuvent les obtenir (voir Lindsey et Schaede (1992) pour une comparaison des rôles du "specialist" et du "saitori"). De manière générale, lorsque les échanges se déroulent sur un parquet (NYSE, MONEP, ...), les agents présents sur le parquet disposent d'une meilleure information sur le déroulement des échanges que ceux qui n'y ont pas accès. Le système CAC diffuse pour tous les participants les cinq meilleures offres d'achat et de vente du carnet d'ordres et les quantités correspondantes. En revanche, seules les Sociétés de Bourse peuvent connaître la totalité du carnet d'ordres et l'identité des agents qui ont placé les ordres. Sur les systèmes NASDAQ ou SEAQ, il est possible pour les courtiers d'obtenir les cotations de chacun des teneurs de marché à partir de terminaux informatiques. Cependant ces cotations ne sont fermes que pour une quantité donnée. Pour des quantités supérieures, les courtiers doivent traiter individuellement avec chaque teneur de marché.

Dans certains marchés de fixing, il est possible d'obtenir avant la réalisation du prix d'équilibre des informations sur les courbes d'offre et de demande. Par exemple, lors de la période de pré-ouverture à la Bourse de Paris, les Sociétés de Bourse et le public sont informés du cours d'équilibre théorique, des ordres d'achat à cours limité avec un prix supérieur au prix d'équilibre théorique et des ordres de vente à cours limité avec un prix inférieur au prix d'équilibre. Au contraire sur le NYSE, seul le "specialist" peut observer les courbes d'offre et de demande avant la détermination du fixing d'ouverture.

Les autorités peuvent volontairement diminuer la transparence d'un marché. Comme nous l'avons déjà mentionné, les transactions portant sur des blocs de titres ont tendance à se dérouler hors-marché. Pour limiter ce phénomène, certains marchés offrent

la possibilité de cacher en partie ces échanges au reste des participants. Sur les systèmes CATS ou CAC, un agent peut placer un ordre en ne révélant publiquement qu'une partie de la quantité qu'il est prêt à acheter ou à vendre ("procédure des ordres cachés"). Cette possibilité permet aux agents de soumettre des ordres de taille importante sans révéler trop d'information sur leurs positions. En contrepartie, la partie cachée de l'ordre perd la priorité temporelle. Elle ne devient publique que lorsque la partie visible de l'ordre a été exécutée. A Londres, un teneur de marché qui négocie un bloc de titres peut retarder la diffusion de l'information relative à cet échange.

Les exemples précédents montrent que la quantité d'information et le type d'information auxquels peut avoir accès un participant étant donné sa fonction (investisseur /courtier /teneur de marché) ne sont pas les mêmes sur tous les marchés. Ceci est dû au fait que le choix du niveau de transparence d'un marché est délicat. En fait, il n'est pas certain qu'une transparence totale des échanges permet d'améliorer le fonctionnement d'un marché.

Grossman et Stiglitz (1980) montrent qu'un marché parfaitement efficient (dans lequel les prix reflètent toute l'information disponible) est incompatible avec l'existence d'agents informés lorsque la collecte d'information est coûteuse (voir le deuxième essai). En effet, les agents informés ne peuvent pas dans un tel marché utiliser à profit leur information privilégiée et obtenir finalement une compensation pour leurs coûts de recherche de l'information. Par conséquent, dans un marché parfaitement efficient, aucun agent n'a d'incitation à s'informer, ce qui finalement empêche le marché d'être efficient... Pour que des agents s'informent et que les prix reflètent une partie de leur information, il est nécessaire que les agents informés puissent dans une certaine mesure "camoufler" leurs transactions. Le deuxième essai montre que les coûts de transaction peuvent jouer un

rôle dans ce camouflage. L'argument de Grossman et Stiglitz suggère que les agents informés ne peuvent pas survivre dans un marché complètement transparent. Dans le cas d'un marché de fixing, Madhavan (1990) montre que la révélation d'information sur les déséquilibres entre l'offre et la demande avant la réalisation du fixing peut dans certains cas augmenter la volatilité des prix d'équilibre et diminuer finalement la liquidité du marché.

4. Une comparaison des différentes structures de marché.

Les deux sections précédentes mettent en évidence la grande diversité des modalités suivant lesquelles s'effectuent les échanges sur les marchés financiers. Cette diversité conduit naturellement à s'interroger sur l'existence d'un mécanisme d'échange optimal. Cette section compare les différentes structures de marché existantes de façon à mettre en évidence leurs avantages et leurs inconvénients respectifs.

L'approche reste descriptive. Une autre approche consiste à modéliser les différents mécanismes d'échange. Ceci permet d'analyser l'influence d'une structure de marché particulière sur les propriétés des prix qui s'y forment et sur les allocations obtenues par les différents agents au cours de l'échange. On peut alors obtenir une comparaison plus précise de l'efficience des différents mécanismes d'échange en comparant le bien-être des différents agents dans chaque structure de marché. Ce programme de recherche est celui suivi par la théorie des enchères, la théorie de la négociation et la théorie de la microstructure des marchés.

4.1. Comparaison des marchés continus et des marchés de fixing.

4.1.1. Liquidité.

Un marché liquide est un marché où un agent peut effectuer *rapidement* des transactions non-négligeables *sans provoquer de variation de prix importante (faible impact de marché).* Deux conditions doivent donc être remplies pour qu'un marché soit liquide.

(i) Il doit exister une offre (demande) suffisamment importante pour qu'un acheteur (vendeur) puisse réaliser une transaction sans provoquer une forte hausse (baisse) des cours. Pour cela, il est nécessaire qu'il existe des ordres pour des quantités importantes à des prix proches du cours coté. D'autre part, les variations de cours dues à des déséquilibres temporaires entre l'offre et la demande doivent pouvoir être rapidement corrigées. Si ces conditions ne sont pas réalisées, un acheteur doit payer un prix supérieur à la valeur fondamentale[13] de l'actif et un vendeur reçoit un prix inférieur. Cet écart entre le prix de transaction et la valeur fondamentale de l'actif constitue le coût de l'illiquidité du marché pour les acheteurs et les vendeurs. En pratique, ce coût n'est pas facile à estimer,[14] en particulier parce que la valeur fondamentale d'un actif est un concept théorique qui n'est pas observable directement sur les marchés financiers. La fourchette de prix dans un marché de contrepartie ou sur un marché continu constitue une évaluation approximative de ce coût[15](pour une modélisation de l'impact de ce coût sur les choix de portefeuille des agents, voir Hagerthy (1991)).

(ii) Par ailleurs, dans un marché liquide, un agent doit pouvoir rapidement trouver une

[13]La valeur fondamentale d'un titre est la valeur actualisée de ses revenus futurs.

[14]Pour une discussion des problèmes liés à la mesure de la liquidité d'un marché, voir Berkowitz, Logue, et Noser (1988). Voir également Jousset (1992).

[15]Par exemple, la Société des Bourses Françaises calcule une fourchette moyenne pondérée pour informer les investisseurs sur la liquidité du marché français des actions. Cependant, la fourchette de prix ne permet pas de mesurer le déplacement des cours (l'impact de marché) provoqué par un ordre de taille donnée.

contrepartie. Lorsqu'un agent place un ordre dont l'exécution n'est pas immédiate, il court le risque de ne pas être exécuté (ce risque est analysé dans le troisième essai). D'autre part, l'arrivée de nouvelles informations peut modifier la valeur fondamentale de l'actif avant que son ordre n'ait été exécuté. Dans ce cas, son offre d'achat ou de vente peut surévaluer ou sous-évaluer la nouvelle valeur de l'actif. Plus l'exécution d'un ordre est rapide, plus l'exposition à ces risques est limité pour un investisseur.

Cette discussion montre que plus un marché est liquide, moins les coûts d'exécution des ordres placés par les agents sont élevés. Par conséquent, la liquidité d'un marché est souhaitable parce qu'elle diminue les rentabilités exigées par les investisseurs (à l'équilibre, celles-ci doivent prendre en compte les coûts d'exécution d'un ordre) et finalement le coût du capital. Ce point est confirmé par l'étude empirique de Amihud et Mendelson (1987a). Ils montrent pour un échantillon de titres cotés sur le NYSE que les rentabilités moyennes sont d'autant plus faibles que la fourchette de prix est faible.

Dans un marché continu, le flux d'ordres est réparti sur l'ensemble de la période d'échange. A un instant donné, les quantités offertes ou demandées risquent donc d'être faibles. Dans ces conditions un agent qui place un ordre au mieux de taille importante provoquera une variation de prix en sa défaveur et devra échanger finalement à un prix éloigné de la valeur fondamentale[16]. Au contraire, dans un marché de fixing, il y a une consolidation temporelle des ordres d'achat et de vente. Ceci permet d'augmenter le nombre d'acheteurs et de vendeurs qui prennent part à la détermination

[16]La prise en compte de ce risque peut inciter les agents ayant des besoins de liquidité à choisir stratégiquement le moment où ils placent leurs ordres. Ceci peut expliquer pourquoi on observe une concentration des échanges à certains moments de la journée sur les marchés continus (voir Admati et Pfleiderer (1988)).

du prix d'équilibre. Par conséquent l'impact d'un ordre de taille importante sur le prix d'équilibre a plus de chance d'être compensé par des ordres en sens contraire. En revanche, en ce qui concerne la rapidité d'exécution, c'est le marché continu qui l'emporte puisque, dans ce cas, les agents peuvent échanger immédiatement en plaçant des ordres au mieux.

Cette analyse suggère qu'une façon d'améliorer l'efficacité d'un marché de fixing tout en conservant ses avantages est d'augmenter la fréquence des fixings, pour un même titre, dans une même séance. Ainsi les avantages provenant de la consolidation des ordres sont conservés, tandis que le délai d'exécution d'un ordre est limité par une fréquence suffisante des fixings. Le problème est de déterminer la fréquence optimale des fixings. Des fixings fréquents favorisent la rapidité d'exécution des ordres mais diminuent le nombre des acheteurs et des vendeurs prenant part à chaque fixing. Garbade et Silber (1979) proposent une analyse formelle de ce problème. Ils montrent que la fréquence optimale des fixings doit être d'autant plus grande que la volatilité de la valeur fondamentale de l'actif est grande et/ou que le nombre moyen des ordres transmis au marché pour un intervalle de temps donné est important. En effet, une forte volatilité de la valeur fondamentale implique qu'un ordre non-exécuté est fortement exposé à une variation des cours due à l'arrivée de nouvelles informations. Dans ce cas, il est souhaitable pour un investisseur que son ordre soit exécuté rapidement pour limiter son exposition à une variation de la valeur fondamentale. Par ailleurs, lorsque le nombre moyen des ordres transmis au marché pour un intervalle donné est grand, il est moins nécessaire de laisser un intervalle de temps important entre deux fixings pour profiter des avantages de la consolidation temporelle.

4.1.2. Découverte du prix d'équilibre.

Une fonction essentielle d'un marché est d'établir des prix d'échange. Ces prix doivent refléter à tout moment l'état de l'offre et de la demande. L'offre et la demande pour un actif sur un marché financier dépendent à la fois des besoins de liquidité des agents et de l'évolution de l'information sur ses revenus futurs.

Au premier abord, un marché de fixing semble mieux à même de remplir cette fonction dans la mesure où le prix qui est établi dans un tel marché dépend de l'offre et de la demande globales. Le prix est donc mieux à même de refléter les besoins de liquidité et les anticipations de l'ensemble du marché. Cependant les prix sur un marché continu sont susceptibles de refléter plus rapidement des modifications de l'offre et de la demande dues à l'arrivée de nouvelles informations.

Un argument cité en faveur des marchés de fixing est que leur fonctionnement est proche de celui d'un marché walrassien. Dans un tel marché, le prix d'équilibre obtenu permet de maximiser les gains de l'échange pour l'ensemble des agents (l'équilibre obtenu est pareto-optimal). On peut opposer deux réponses théoriques à cet argument. La première est le fait de Vickrey (1961). Il montre que lorsque les participants à un marché de fixing sont peu nombreux, les agents adoptent des comportements stratégiques qui conduisent à l'équilibre à l'échange d'une quantité sous-optimale par rapport à celle échangée dans l'équilibre walrassien (obtenu quand les agents ont des comportements non-stratégiques). Une autre réponse est fournie par Ho, Schwartz, et Withcomb (1985). Ils montrent pour leur part que l'existence de coûts de transaction empêche la réalisation d'un équilibre pareto-optimal dans un marché de fixing, même lorsque les agents n'ont pas un comportement stratégique. Par ailleurs, de nombreuses études expérimentales montrent que les marchés continus structurés autour d'un carnet d'ordres sont en général assez efficients dans la mesure où ils aboutissent à des

allocations proches de celles qui seraient obtenues dans un marché walrassien (voir par exemple Smith (1982)).

4.1.3. Volatilité.

De nombreux marchés continus ouvrent les séances de cotation par une cotation au fixing (par exemple le NYSE ou la bourse de Paris). Il est donc possible pour ces marchés d'étudier empiriquement, pour un titre donné, l'impact du mécanisme d'échange sur les propriétés statistiques des prix d'équilibre de ce titre. Amihud et Mendelson (1987b) et Stoll et Wahley (1990) effectuent une telle analyse pour les titres cotés sur le NYSE. Ils comparent les caractéristiques des rentabilités quotidiennes calculées sur la base des cours d'ouverture (déterminés dans le cadre d'un marché de fixing) avec les caractéristiques des rentabilités quotidiennes calculées sur la base des cours de clotûre (déterminés dans le cadre d'un marché continu). Leurs résultats confirment l'influence exercée par le mécanisme d'échange sur les propriétés des prix. En particulier, les deux études montrent que la volatilité des rentabilités dans un marché de fixing est supérieure à la volatilité des rentabilités dans un marché continu. Ce résultat est assez surprenant dans la mesure où la consolidation des ordres d'achat et de vente dans un marché de fixing devrait au contraire permettre une réduction de la volatilité des cours[17]. L'explication de ce résultat pour Stoll et Whaley réside dans la position de monopoleur du "specialist". A l'ouverture, les déséquilibres entre l'offre et la demande sont importants. Pour compenser ces déséquilibres le "specialist" doit se porter offreur de liquidité. Le prix qui est fixé à l'ouverture reflète finalement le prix auquel le "specialist" est prêt à satisfaire la demande (ou l'offre) nette du marché. Comme

[17]C'est un des résultats du modèle de Mendelson (1982) qui décrit l'impact de la consolidation temporelle des ordres sur les propriétés statistiques du prix d'équilibre obtenu dans un marché de fixing.

le "specialist" est monopoleur, il satisfait la demande nette au prix qui maximise son profit de monopoleur. Finalement, le prix d'équilibre diffère de la valeur fondamentale de l'actif au moment du fixing, ce qui provoque une volatilité excessive des cours.

4.2. Comparaison des marchés gouvernés par les ordres et des marchés gouvernés par les prix.

Dans un marché gouverné par les prix, les teneurs de marché affichent des prix offerts et demandés auxquels ils sont prêts à échanger immédiatement. L'exécution d'un ordre peut donc être immédiate et sans risque pour un investisseur.

Cette possibilité n'est pas offerte aux investisseurs dans un marché gouverné par les ordres. En effet, dans ce cas, aucun agent n'est contraint à afficher en permanence des prix offerts et demandés. Or il n'est pas certain dans ce type de marché qu'il existe des incitations pour un agent à se porter offreur de liquidité en plaçant un ordre à cours limité. L'analyse de cette question est un des objectifs du modèle présenté dans le troisième essai. En effet, l'agent qui place un ordre à cours limité se trouve désavantagé pour plusieurs raisons :

(i) malédiction du vainqueur. Dans la théorie des enchères, la malédiction du vainqueur décrit le fait que le gagnant d'une enchère est en général celui qui surestime la véritable valeur de l'objet mis en vente. Le gagnant de l'enchère est donc "maudit" parce qu'il paie un prix trop élevé. L'agent qui place un ordre à cours limité fait face à un problème similaire. En effet, un ordre d'achat à cours limité risque d'être exécuté uniquement lorsque la valeur réelle de l'actif devient inférieure au prix offert qui lui est associé (c'est à dire lorsque son prix surévalue la valeur réelle de l'actif). De façon symétrique, un ordre de vente à cours limité risque d'être exécuté uniquement lorsqu'il sous-évalue la

valeur réelle de l'actif.

(ii) sélection adverse. Comme un teneur de marché, l'agent qui place un ordre à cours limité court un risque de sélection adverse. Par exemple, un ordre d'achat à cours limité permet à un agent informé qui sait que la valeur réelle de l'actif est inférieure au prix offert de profiter de son information au détriment de l'acheteur qui a placé l'ordre à cours limité[18].

(iii) risque de non-exécution. Un ordre au mieux est exécuté dès sa réception. Au contraire, l'exécution d'un ordre à cours limité est incertaine. Considérons le cas d'un acheteur qui a placé un ordre à cours limité au prix de 101FF pour le titre xyz dans l'exemple donné en annexe B. Pour la séquence de transactions décrites dans cet exemple, l'ordre à cours limité de cet acheteur n'est pas exécuté. En fait cet ordre peut ne jamais être exécuté si l'évolution du marché est défavorable (les prix augmentent) ou s'il n'arrive pas suffisamment d'ordres de vente pour déclencher l'exécution des ordres à cours limité placés à 101FF. Cette possibilité d'inexécution est coûteuse parce qu'elle peut empêcher l'agent de profiter d'opportunités d'investissement favorables ou l'obliger à échanger finalement à un prix plus défavorable que s'il avait initialement placé un ordre au mieux.

En contrepartie de ces coûts, l'agent qui place un ordre à cours limité obtient un meilleur prix d'exécution que celui obtenu en plaçant un ordre au mieux. Les agents qui placent des ordres à cours limité satisfont les besoins de liquidité des ordres au

[18]Le risque de sélection adverse d'un ordre à cours limité doit être distingué du problème de malédiction du vainqueur. Le problème de malédiction du vainqueur est lié à une évolution défavorable des cours et non pas à un problème d'asymétrie d'information. Il peut être évité par une surveillance de l'évolution des cours en annulant un ordre d'achat (de vente) à cours limité dès qu'il surévalue (sous-évalue) la valeur réelle de l'actif. Cependant dans les deux cas, l'agent qui place un ordre à cours limité supporte un coût parce qu'il offre potentiellement la possibilité d'échanger à un prix surévalué ou sous-évalué par rapport à la valeur réelle de l'actif.

mieux. Par conséquent, les demandeurs de liquidité (les agents qui placent des ordres au mieux) supportent un coût (la fourchette de prix) pour échanger immédiatement qui dédommage les offreurs de liquidité (les agents qui placent des ordres à cours limité) pour les risques qu'ils supportent. Par exemple, un acheteur qui place un ordre au mieux doit accepter de payer un prix supérieur à la valeur fondamentale de l'actif pour pouvoir échanger immédiatement, à moins de trouver un agent vendeur désirant, lui aussi, échanger immédiatement une quantité identique. Cet écart entre la valeur fondamentale de l'actif et le prix payé par l'acheteur est le coût de la liquidité offerte par les ordres de vente à cours limité et constitue la compensation de ces ordres pour les risques qu'ils courent (malédiction du vainqueur, sélection adverse, risque d'inexécution). Un argument symétrique montre que l'écart entre la valeur fondamentale de l'actif et le prix reçu par un vendeur qui place un ordre au mieux, est la compensation des ordres d'achat à cours limité pour les risques qu'ils courent. Finalement, un marché d'agence continu est viable si la rémunération offerte aux ordres à cours limité est suffisante pour compenser les différents coûts qu'ils supportent.

Hamon, Handa, Jacquillat, et Schwartz (1993) proposent une analyse empirique des gains obtenus par les agents plaçant des ordres au mieux et les agents plaçant des ordres à cours limité. Ils comparent les rentabilités obtenues par une stratégie d'achat utilisant des ordres au mieux avec celles obtenues par une stratégie d'achat utilisant des ordres à cours limité pour les actions cotées sur le système CAC. Ils montrent qu'en moyenne les rentabilités des deux stratégies sont égales. Ceci suggère que les ordres à cours limité sont effectivement remunérés pour les différents risques qu'ils supportent et à l'équilibre, aucune stratégie n'est strictement préférée par tous les agents[19]. Ils

[19]Le troisième essai propose une analyse théorique de la formation des prix dans les marchés gouverné par les ordres fonctionnante en continu dans laquelle un équilibre de ce type est obtenu. On montre que ce sont les investisseurs relativement les plus désireux d'échanger qui placent des ordres au mieux tandis que les investisseurs relativement moins désireux d'échanger placent des ordres à cours limité.

concluent qu'il existe donc une incitation suffisante pour les agents à se porter offreur de liquidité en plaçant des ordres à cours limité sur le sytème CAC (Handa et Schwartz (1992)) obtiennent un résultat similaire pour le NYSE). Biais, Hillion, et Spatt (1993) montrent également que l'offre de liquidité est satisfaisante sur le marché français des actions. En particulier, ils mettent en évidence que la probabilité d'observer un ordre à cours limité sur le système CAC est plus grande lorsque la fourchette de prix est large que lorsque cette fourchette est faible. Ce résultat indique que les agents choisissent de se porter offreurs de liquidité dès que la fourchette de prix devient suffisamment large pour compenser les coûts associés au placement d'un ordre à cours limité.

Dans les marchés gouvernés par les prix comme dans les marchés gouvernés par les ordres fonctionnant en temps continu, il existe une fourchette de prix. Une comparaison de la liquidité dans ces deux types de marchés doit également prendre en compte cette fourchette puisqu'elle constitue une mesure de l'illiquidité (cf 4.1). Les analyses empiriques sur ce thème (voir par exemple Hamilton (1978), Pagano et Roell (1990), Neal (1992)) montrent en général que la fourchette de prix est plus petite dans les marchés gouvernés par les ordres.

4.3 Comparaison des marchés centralisés et des marchés fragmentés.

Liquidité.

Mendelson (1987) montre que lorsqu'un titre peut être négocié sur plusieurs marchés, la liquidité de chaque marché est diminuée parce que le flux d'ordres total pour le

titre est réparti entre chaque marché. Cette analyse suggère que la fragmentation d'un marché n'est pas viable. En effet dans la mesure où les agents bénéficient de la liquidité, ils ont intérêt à diriger leurs ordres vers le marché qui offre la plus grande liquidité. Cette convergence des ordres vers un seul marché renforce sa liquidité et diminue celle de ses concurrents. Finalement, ce processus se poursuit jusqu'à la disparition de la fragmentation. Pagano (1989) propose une analyse formelle de cet argument. Il montre qu'en général lorsque deux marchés existent pour un même titre, les agents choisiront d'envoyer leurs ordres à celui qui, initialement, a le nombre de participants le plus important (ce qui dans ce modèle assure au marché une meilleure liquidité). Ce comportement provoque finalement une disparition du marché initialement le moins liquide. Pagano montre cependant que l'existence de coûts de transaction différents entre les marchés peut leur permettre de coexister. En effet, certains agents peuvent préférer échanger sur un marché peu liquide mais pour lequel les coûts de transaction sont faibles tandis que d'autres favorisent la liquidité même s'ils doivent acquitter des coûts de transaction élevés[20].

Le deuxième essai montre que les coûts de transaction peuvent également jouer un rôle important dans la détermination du nombre des agents informés sur un marché et finalement de son efficience informationnelle.

5. Conclusion.

Cet exposé préliminaire présente les différents mécanismes d'échange utilisés sur les

[20]Le modèle de Pagano suggère que les marchés financiers sont des monopoles naturels. En effet, son argument montre qu'un marché déjà existant peut difficilement être concurrencé dans la mesure où il capture l'intégralité du flux d'ordres. Il dispose donc "naturellement" de la liquidité maximum. Un investisseur aurait donc peu d'incitation individuellement à diriger ses ordres vers un marché concurrent.

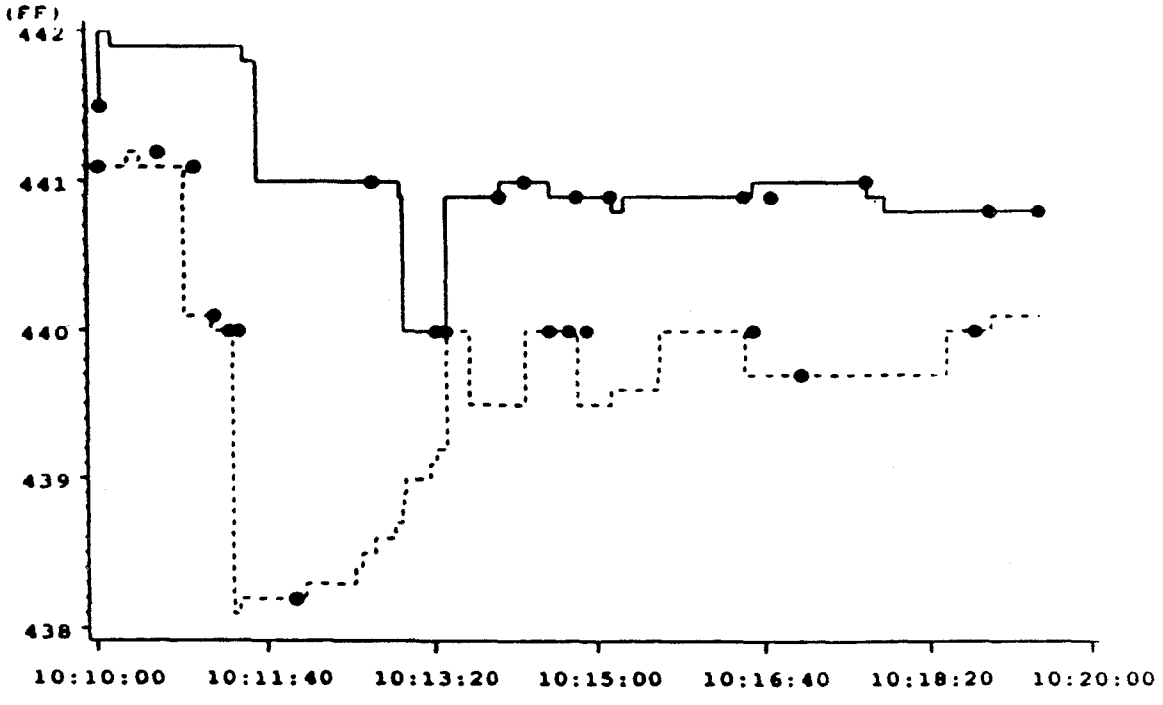
marchés financiers. Les essais qui suivent analysent le processus d'échange dans l'un ou l'autre de ces mécanismes.

Ainsi les deux premiers essais étudient le problème de la révélation d'information par les prix et des opérations d'initié dans le cadre d'un marché de fixing. Dans le premier essai, on montre en particulier que les résultats obtenus concernant la forme des équilibres et l'efficience informationnelle ne sont pas différents dans un marché de fixing et dans un marché gouverné par les prix. Dans le deuxième essai, on analyse le rôle des coûts de transaction dans la révélation d'information par les prix.

Le troisième essai, quant à lui, est intégralement consacré à l'étude des stratégies de placements d'ordres et à la formation des prix dans un marché gouverné par les ordres fonctionnante en temps continu. L'attention est portée en particulier sur la façon dont les agents utilisent optimalement les ordres au mieux et les ordres à cours limité. On essaie également d'analyser la fourchette de prix dans un marché gouverné par les ordres en proposant une explication différente de celles qui ont été données pour les marchés gouvernés par les prix.

Annexes de l'exposé préliminaire.

Figure 1 : prix et transactions dans un marché continu.



La figure ci-dessus illustre le déroulement des cotations et des transactions dans le système CAC utilisé à la Bourse de Paris. Le trait plein représente l'évolution du prix demandé entre 10h30 et 10h46 pour un titre donné. Le trait en pointillé représente l'évolution du prix offert. Les points indiquent les prix auxquels des transactions ont lieu. Par exemple, une transaction a eu lieu à 441FF à 10h30. Comme le montre ce graphique, plusieurs transactions peuvent avoir lieu à des prix différents dans un marché continu.

Annexe A : liste des acronymes.

AMEX : American Stock Exchange.

CAC : Cotation Assistée en Continu.

CATS : Computer Assisted Trading System.

CBOE : Chicago Board Options Exchange.

CORES : Computer Assisted Routing and Execution System.

ISE : International Stock Exchange.

ITS : Intermarket Trading System.

MATIF : Marché à Terme International de France.

MONEP : Marché des Options Négociables de Paris.

MDS : Market Data System.

MSE : Midwest Stock Exchange.

NASDAQ : National Association of Securities Dealers Automated Quotations System.

NYSE : New-York Stock Exchange.

PSE : Pacific Stock Exchange.

RELIT : Réglement Livraison de Titres.

SEAQ : Stock Exchange Automated Quote System.

STAMP : Système de Transactions Automatique de Paris.

TSE : Tokyo Stock Exchange.

Annexe B : déroulement des échanges dans un marché continu gouverné par les ordres.

Carnet d'ordres du titre XYZ.

Date t

DEMANDE			OFFRE
Quantité	Prix offerts	Prix demandés	Quantité
7	103	105	6
11	102	108	2
10	101	109	10
5	99	110	20

La fourchette de prix à la date t est donc : S = 105 - 103 =2.

Date t+1 : arrivée d'un ordre d'achat au mieux pour 8 unités. Le carnet d'ordres devient :

DEMANDE			OFFRE
Quantité	Prix offerts	Prix demandés	Quantité
7	103	109	10
11	102	110	20
10	101		
5	99		

L'ordre au mieux déclenche l'exécution de huit ordres de vente à cours limité à deux prix différents : 6 unités à 105 et 2 unités à 108. 108 devient le dernier cours de

transaction. Le système CAC utilisé à la bourse de Paris, n'autorise pas le placement d'ordres au mieux. Pour échanger immédiatement, les opérateurs doivent transmettre des ordres au prix du marché. Comme les ordres au mieux, ces ordres ne spécifient pas de prix. Cependant, un ordre au prix du marché est transformé en un ordre d'achat (de vente) à cours limité avec un prix égal au meilleur prix demandé (offert) au moment de sa réception. Dans ce cas le carnet d'ordres précédent serait :

DEMANDE			OFFRE
Quantité	Prix offerts	Prix demandés	Quantité
2	105	108	2
7	103	109	10
11	102	110	20
10	101		
5	99		

Dans ce cas, seulement six unités sont échangées et le prix de transaction est de 105. La nouvelle fourchette de prix devient : S=3.

Date t+2 : arrivée d'un ordre de vente à cours limité avec un prix égal à 105 pour 5 unités et d'un ordre d'achat à cours limité pour 20 unités à 101.5. Le carnet d'ordres devient :

DEMANDE			OFFRE
Quantité	Prix offerts	Prix demandés	Quantité
7	103	105	53
11	102	108	2
20	101.5	109	10
10	101	110	20
5	99		

Dans ce cas, la fourchette de prix se modifie : elle passe de 6 à 2 mais il n'y a pas de transaction. Le dernier prix de transaction reste à 108.

Date t+3 : arrivée d'un ordre de vente à cours limité avec un prix égal à 102 pour 20 unités. Le carnet d'ordres devient :

DEMANDE			OFFRE
Quantité	Prix offerts	Prix demandés	Quantité
20	101.5	102	2
10	101	105	5
5	99	108	2
		109	10
		110	20

18 titres sont échangés et la fourchette de prix devient égale à 0.5. Le dernier prix de transaction est 102.

PREMIER ESSAI.

ASYMETRIES D'INFORMATION

ET

MICROSTRUCTURE DES MARCHES FINANCIERS :

UN MODELE SYNTHETIQUE.

1. Introduction.

L'asymétrie d'information sur les marchés financiers a été l'origine de deux voies de recherche bien distinctes. La première, initiée par Bhattacharya (1979), Ross (1977), Leland et Pyle (1977)...), étudie comment il est possible de résoudre les asymétries d'information entre les investisseurs et les entrepreneurs en utilisant la théorie des signaux. La résolution de l'asymétrie d'information passe dans ce cas par l'utilisation de variables telles que les dividendes ou encore la part personnelle investie dans son projet par l'entrepreneur qui permettent aux agents non-informés d'obtenir des informations sur la valeur du projet dans lequel il leur est proposé d'investir.

La seconde voie de recherche, initiée par Grossman (1976), étudie les asymétries d'information entre investisseurs. Elle s'attache à montrer, en utilisant les concepts développés par la théorie des équilibres en anticipations rationnelles, que le prix d'un titre financier peut permettre de résoudre les asymétries d'information existant entre les agents ayant accès à des informations privilégiées sur la valeur du titre (les initiés) et les autres agents (les agents non-informés). Un agent recevant une information favorable sur la valeur d'un actif, cherche à profiter de cette information en plaçant des ordres d'achat. Cet accroissement de la demande provoque une augmentation du prix qui signale ainsi son information privilégiée. Si les agents non-informés anticipent correctement la relation qui peut exister entre le prix et l'information de l'initié, ils peuvent pour chaque niveau de prix inférer son information privée. L'article de Grossman (1976) propose une modélisation rigoureuse de cette intuition. Il montre qu'il est possible d'obtenir des équilibres dans lesquels les prix reflètent toute l'information des agents informés (ces équilibres sont dits parfaitement révélateurs)[1]. Il donne ainsi un fondement micro-

[1]Grossman montre que le prix d'équilibre constitue une statistique suffisante de l'information des agents informés. Ceci signifie qu'un agent qui n'observe que le prix d'équilibre est en mesure de

économique à la notion d'efficience informationnelle des marchés financiers.

L'article de Grossman et Stiglitz (1980) montre que ce résultat pose un problème lorsque les coûts d'information supportés par les agents informés sont pris en compte. En effet, si les prix d'équilibre transmettent toute l'information privée, les agents informés ne peuvent pas réaliser des profits supérieurs à ceux obtenus par les agents non-informés. Dans ces conditions, aucun agent n'a intérêt à payer un coût pour s'informer et les prix d'équilibre ne peuvent donc transmettre aucune information privée. L'efficience forte[2] est donc incompatible avec l'équilibre du marché financier. En fait, Grossman et Stiglitz montrent que pour obtenir des équilibres dans lesquels ils existent une proportion non-nulle d'agents informés, il est nécessaire que les prix d'équilibre ne soient pas parfaitement révélateurs.

Dans les modèles de Grossman (1976) et Grossman et Stiglitz (1980), les agents informés déterminent leur fonction de demande sans tenir compte de l'information qu'ils révèlent au marché. Ceci revient à supposer que ces agents adoptent un comportement concurrentiel puisqu'ils ne prennent pas en compte leur impact sur les prix réalisés à l'équilibre. Des travaux plus récents sur la transmission d'information par les prix (Kyle (1985), (1989), Gale et Hellwig (1989), Laffont et Maskin (1990)...) abandonnent l'hypothèse d'un comportement concurrentiel des agents informés. Les résultats obtenus semblent moins clairs et beaucoup plus divers. D'une part les articles de Kyle

formuler les mêmes anticipations qu'un agent qui observerait les signaux reçus par chaque initié et qui disposerait ainsi de toute l'information privée disponible.

[2]La théorie financière distingue trois types d'efficience. L'efficience forte est définie comme une situation dans laquelle les prix reflètent toutes les informations disponibles, y compris celles possédées par les initiés. L'efficience est semi-forte lorsque les prix reflètent seulement l'information publique. L'efficience est faible lorsque les prix reflètent toute l'information contenue dans les prix passés. voir Jacquillat et Solnik (1990).

(1985) et Kyle (1989) montrent que, conformément à la première intuition, lorsque les agents informés sont conscients de leur impact sur les prix, l'efficience informationnelle des prix est diminuée. D'autre part les articles de Gale et Hellwig (1989) et de Laffont et Maskin (1990) montrent que lorsque les agents informés ont un comportement non-concurrentiel plusieurs équilibres peuvent être obtenus et que le degré d'efficience informationnelle du prix d'équilibre dépend dans ce cas de l'équilibre considéré. Laffont et Maskin (1990) par exemple obtiennent un équilibre dans lequel toute l'information de l'agent informé est révélée et un autre équilibre dans lequel aucune information n'est révélée par le prix d'équilibre. Enfin d'autres articles (Glosten (1989), Bhattacharya et Spiegel (1991), Bossaerts et Hughson (1991)) mettent en évidence que lorsque l'agent informé a un comportement non-concurrentiel, les conditions d'existence des équilibres sont plus restrictives que dans le cas concurrentiel alors que l'article de Kyle (1985) suggère l'inverse.

Il n'est pas facile d'expliquer ces différences de résultats concernant le degré d'efficience informationnelle ou les conditions d'existence de ces équilibres. En effet, si ces articles utilisent en général un ensemble d'hypothèses communes (par exemple la normalité des distributions pour les variables aléatoires), ils diffèrent par un certains nombre d'autres hypothèses (degré d'aversion au risque des agents, qualité de leur information, structure de marché considérée, dotations en actifs risqués des agents etc...). L'objectif de cet essai est donc de faire le point sur ces recherches en matière de transmission de l'information par les prix. On s'attache à présenter les diverses contributions dans le cadre d'un modèle synthétique, de façon à pouvoir mesurer la sensibilité des résultats obtenus à une variation des hypothèses. De ce fait, cet essai ne cherche pas l'exhaustivité. De nombreux travaux intéressants ne sont pas étudiés. On n'aborde pas, par exemple, les articles consacrés à la décision de vendre ou d'acheter de l'information

(Verrechia (1982), Admati et Pfleiderer (1986), Allen (1990)...).

Dans la première section, nous présentons les hypothèses qui sont utilisées le plus souvent dans les modèles avec transmission de l'information par les prix. On distingue les hypothèses qui sont communes à tous les modèles des hypothèses qui semblent pouvoir expliquer des différences de résultats. La seconde section est consacrée à la présentation des principaux résultats obtenus en matière de transmission de l'information par les prix lorsqu'on suppose que les agents informés ont un comportement concurrentiel. Nous utilisons pour cela une version simplifiée du modèle de Grossman et Stiglitz (1980). Dans la troisième section, on modifie le modèle utilisé dans la deuxième section, en supposant que les agents informés ont un comportement non-concurrentiel. Deux cas sont analysés. D'abord, le cas où l'initié n'a pas de dotation en actif risqué et où il existe une offre de titres exogène, puis le cas où l'initié a une dotation en actif risqué et où l'offre de titres est endogène. Dans le premier cas, on obtient, dans le cadre d'un modèle plus simple, des résultats similaires à ceux de Kyle (1989). On montre que le modèle de Kyle (1985) peut être obtenu comme un cas particulier. Dans le second cas on obtient des résultats similaires à ceux de Bhattacharya et Spiegel (1991). On discute les liens qu'entretient l'équilibre obtenu avec ceux obtenus dans les modèles de Glosten (1989) et Bossaerts et Hughson (1991). A chaque fois on compare les résultats obtenus avec ceux de la première section, en particulier en matière d'efficience informationnelle. Finalement, on s'interroge sur les différences qui existent entre ces deux cas. Les différences les plus marquantes concernent les questions de l'existence et de l'unicité de l'équilibre. Ce problème est discuté au regard des résultats de Laffont et Maskin (1990) et de Rochet et Vila (1990).

2. Hypothèses.

Dans cette section, on présente et on discute les hypothèses qui sont traditionnellement utilisées dans les modèles formalisant la transmission d'information par les prix. Ces hypothèses concernent à la fois l'économie, le comportement des agents, l'offre d'actifs risqués et la structure de marché dans laquelle se déroulent les échanges. Nous définissons également la plupart des notations utilisées par la suite.

2.1. L'économie.

H.1 Il existe un seul actif risqué et un actif sans risque de rendement nul. L'actif sans risque sert de numéraire. La valeur finale de l'actif risqué, notée V, s'écrit :

$$V = S + E.$$

S et E sont des variables aléatoires dont les distributions sont normales. Leurs espérances sont nulles et leurs variances respectives s'écrivent σ_s^2 et σ_e^2. De plus, on suppose que S et E sont des variables aléatoires indépendantes. L'économie ne comporte qu'une seule période. L'actif risqué est échangé au début de la période au prix P et sa valeur V est révélée à la fin de la période.

H.2 Les agents ont une fonction d'utilité exponentielle négative (aversion au risque constante) :

$$U_k(W_k) = -e^{(-A_k.W_k)}.$$

(W_k est la richesse finale de l'agent d'indice k et $U_k(.)$ sa fonction d'utilité). Dans

certains cas, on considère qu'un groupe d'agents est neutre au risque ($A_k = 0$). Les hypothèses H.1 et H.2 sont fortes. Cependant elles sont pratiquement toujours utilisées[3] car elles permettent d'obtenir un cadre moyenne-variance et des résultats simples, en particulier en ce qui concerne le calcul du prix d'équilibre, la formulation des anticipations et des demandes des agents.

H.3 Les agents se répartissent en deux groupes distincts :

1. Les agents informés qui observent la réalisation de S. Ils reçoivent donc une information bruitée sur la valeur de liquidation de l'actif risqué. Le nombre d'agents informés est noté M.

2. Les agents non-informés qui ne reçoivent aucun signal sur la valeur future de l'actif risqué. Cependant ces agents formulent leurs anticipations sur la valeur future de l'actif en prenant en compte l'information contenue dans le prix d'équilibre. Le nombre d'agents non-informés est noté N.

Chaque agent détermine sa demande de façon à maximiser son espérance d'utilité conditionnellement à l'information dont il dispose (notée F_k). On notera $Q_k(P, F_k)$ la demande d'un investisseur ayant une information F_k, lorsque le prix est P. Enfin, on note X l'offre globale d'actif risqué. Le prix d'équilibre est déterminé par la condition d'équilibre du marché de l'actif risqué :

$$\sum_{k=1}^{k=N+M} Q_k(P, F_k) = X.$$

[3]Laffont et Maskin (1990) et Ausubel (1990) font exception à cette règle.

Le prix d'équilibre dépend donc de X et S. On note $P^*(S, X)$ le prix d'équilibre obtenu pour des réalisations données de S et X. La fonction $P^*(.,.)$ est déterminée par la façon dont les agents formulent leurs anticipations (calculent $E_k(V \mid F_k)$). C'est à ce niveau qu'intervient l'hypothèse d'anticipations rationnelles.

H.4 On suppose que les agents ont des anticipations rationnelles. Ceci signifie que les agents formulent leurs anticipations sur la base de la relation $P^*(.,.)$ qui s'établit effectivement à l'équilibre entre le prix d'équilibre, X et S. La connaissance de cette relation leur permet de déterminer la distribution de V conditionnellement à P. L'ensemble d'informations d'un agent non-informé (noté par la suite F_u) comprend donc non seulement l'observation du prix d'équilibre mais aussi la relation qui lie ce prix à la réalisation de X et S. Ceci implique qu'il n'est pas possible de déterminer séparément les fonctions de demande et le prix d'équilibre. En effet, les fonctions de demande dépendent des anticipations des agents sur la fonction $P^*(.,.)$ et en retour, cette fonction dépend des fonctions de demande des agents [4].

Comme tous les agents informés reçoivent le même signal S, le prix d'équilibre ne leur apporte aucune information et il ne fait donc pas partie de leur ensemble d'information. On pourrait également supposer que les signaux reçus diffèrent d'un agent à l'autre. Le prix d'équilibre dépend dans ce cas des signaux particuliers de chaque agent et agrège l'information des différents agents informés. Un agent informé peut donc améliorer son anticipation de la valeur future de l'actif risqué en inférant du prix d'équilibre une

[4]Il existe d'autres possibilités pour formaliser les anticipations des agents. Dans le cadre d'un modèle à plusieurs périodes, on peut supposer que les agents ne peuvent utiliser que l'information contenue dans les prix passés (voir par exemple Hellwig (1982)). Une autre façon de modéliser la formation des anticipations est de supposer que ceux-ci sont "myopes". Ils ne prennent alors en compte que l'information qu'ils possèdent et pas celle qui est contenue dans les prix d'équilibre (cf Larnac (1990)).

information sur les signaux obtenus par les autres agents. Son ensemble d'information est alors constitué de son signal et du prix d'équilibre. Ce cas est étudié notamment dans Grossman (1976), Hellwig (1980), Diamond et Verrechia (1981), Gennote et Leland (1990) et Kyle (1989)... Ces modèles sont à la fois des modèles de transmission et d'agrégation de l'information par les prix. L'analyse est plus complexe mais n'est pas fondamentalement modifiée par rapport au cas où les agents informés reçoivent tous le même signal. C'est pourquoi on retient ici cette hypothèse.

Les quatre hypothèses (H1, H2, H3, H4) sont faites, à quelques exceptions près, par tous les modèles étudiant la transmission d'information par les prix. D'autres hypothèses, relatives au comportement des agents informés et à l'origine de l'offre aléatoire X, diffèrent d'un modèle à l'autre. Elles expliquent donc en partie la diversité des résultats obtenus.

2.2. Comportement des agents informés : concurrentiel ou non-concurrentiel (H.5, H.5 bis).

Les premiers modèles (Grossman (1976), Grossman et Stiglitz (1980)) qui ont étudié la transmission d'information par les prix font l'hypothèse que les agents informés ont un comportement concurrentiel. Ils placent leurs ordres de vente ou d'achat sans prendre en compte l'impact de ceux-ci sur la réalisation du prix d'équilibre et la quantité d'information révélée par celui-ci aux agents non-informés (ils sont "price-taker"). Dans une économie où le nombre d'agents informés est fini, cette hypothèse est peu réaliste (ce point est discuté dans Hellwig (1980)). En effet, les agents informés disposent d'un pouvoir de marché du fait de leur information. Ceci se traduit explicitement par le fait que le prix d'équilibre dépend directement des signaux reçus par les agents

informés. Hellwig (1980) montre que l'hypothèse d'un comportement concurrentiel pour les agents informés ne peut être acceptable que lorsque le nombre des agents informés est infini. Il paraît donc plus réaliste de supposer que les agents informés ont en fait un comportement non-concurrentiel et qu'ils déterminent leur demande de façon stratégique, en prenant en compte l'impact de leurs transactions sur le prix d'équilibre.

Selon que les agents sont concurrentiels ou non, des résultats complètement différents sont obtenus, en particulier en ce qui concerne les propriétés informationnelles ou les cas d'inexistence des équilibres. On présentera donc successivement une modélisation de la transmission de l'information par les prix lorsque les agents informés ont un comportement concurrentiel (H.5) et lorsqu'ils ont un comportement non-concurrentiel (H.5 bis).

2.3. Bruit : exogène ou endogène : (H.6, H.6 bis).

Supposons que l'offre d'actif risqué X est observée par tous les agents quel que soit leur type. Si le prix d'équilibre $P^*(S, X)$ est inversible en S, alors les agents non-informés vont pouvoir inférer le signal des agents informés en observant le prix d'équilibre. Dans ce cas, l'équilibre en anticipations rationnelles est dit parfaitement révélateur.

Une hypothèse alternative est que l'offre d'actif risqué X est aléatoire et non observable (on dit que X est un bruit). Quant à l'origine de cet aléa, deux hypothèses différentes peuvent être formulées :

- **H.6** l'offre d'actif risqué est le fait d'agents extérieurs ("noise traders" ou "liquidity traders") qui échangent un montant d'actif déterminé de façon exogène.
- **H.6 bis** les agents informés ont des dotations aléatoires en actifs risqués, nor-

Groupe HEC
BIBLIOTHÈQUE
78351 JOUY EN JOSAS CEDEX
FRANCE

malement et indépendamment distribuées, dont la somme constitue l'offre d'actif risqué [5].

Dans le premier cas (H.6), le comportement des "noise traders" n'est pas modélisé. On ne dérive pas la quantité d'actif qu'ils désirent échanger à partir d'une fonction objectif qu'ils chercheraient à maximiser[6]. En particulier, le comportement de ces agents n'est pas influencé par la présence d'agents informés (contrairement aux agents non-informés qui prennent en compte l'information contenue dans le prix d'équilibre). Dans le second cas (H.6bis), les agents informés désirent échanger à la fois parce qu'ils ont une information différente de celle des agents informés mais aussi pour couvrir les risques liés à leur dotation initiale en actif risqué. Ils déterminent leur offre ou leur demande nette d'actif risqué de manière à maximiser leur espérance d'utilité.

Lorsque les agents informés ont un comportement concurrentiel, les résultats obtenus sont indifférents au type de bruit utilisé ("noise-trading" ou dotations aléatoires). En revanche, nous montrons que lorsque les agents informés ont un comportement non-concurrentiel, la nature et les propriétés des équilibres obtenus ne sont pas les mêmes selon que l'on considère que le bruit provient du "noise trading" ou de dotations aléatoires. En fait, lorsque l'information transmise par le prix est bruitée par les dotations aléatoires des agents informés, le niveau du bruit est variable. Il dépend de la sensibilité du volume d'échange réalisé par les agents informés à leur dotation. Or cette

[5]Pour simplifier, on suppose que la dotation en actif risqué des agents non-informés est toujours nulle .

[6]Black (1986) et Schleifer et Summers (1990) discutent les motivations des "noise traders". Ils suggèrent que ceux-ci peuvent être des agents ayant un goût pour l'échange ou intervenant sur la base d'informations erronnées. Dans les deux cas, les auteurs montrent l'importance des "noise traders" pour une compréhension de la formation des prix sur les marchés financiers.

sensibilité varie en fonction de l'aversion au risque des agents informés et de la précision de l'information qu'ils reçoivent. Le bruit n'est plus donné de manière exogène mais il est en quelque sorte endogène car il dépend de l'équilibre considéré et en particulier de l'aversion au risque des agents informés et de la précision de leur information $(\sigma_e^2)^{-1}$. Comme on le verra plus loin, la comparaison des résultats obtenus par Kyle (1985) et Glosten (1989) fournit un exemple du caractère déterminant de l'une ou l'autre de ces hypothèses sur les propriétés des équilibres obtenus.

L'offre aléatoire X est supposée normale, centrée, et de variance σ_x^2. Enfin on suppose que les variables aléatoires S, E et X sont indépendantes.

Les six hypothèses précédentes peuvent être modulées suivant les cas. Par exemple, de nombreux modèles considèrent que l'agent informé est monopoleur[7]. D'autres modèles supposent que les agents non-informés et/ou informés sont neutres au risque. On peut également envisager un troisième type d'agent, intermédiaire entre l'agent informé et l'agent non-informé, qui n'observe pas de signal sur la valeur future de l'actif risqué mais qui observe un signal sur la réalisation de l'offre aléatoire[8].

2.4. Structure de marché.

Deux types de structure de marché sont utilisés pour analyser la transmission d'information par les prix. Certains modèles analysent la transmission d'information par les prix lorsque les échanges s'effectuent sur un marché de fixing[9]. Les agents transmettent

[7]Voir par exemple, Kyle (1985), Laffont et Maskin (1990), Bhattacharya et Spiegel (1991).

[8]Voir Gennote et Leland (1990).

[9]Par exemple Grossman (1976), Grossman et Stiglitz (1980), Kyle (1989) et Laffont et Maskin

leurs ordres (c'est à dire leurs fonctions de demande ou d'offre) à un commissaire priseur qui ne prend pas part à l'échange mais qui fixe le prix afin de minimiser l'écart entre l'offre et la demande.

D'autres modèles analysent la formation des prix et la révélation d'information sur les marchés de contrepartie[10]. Dans ce cas, les teneurs de marchés doivent fixer un prix pour chaque transaction. Ceux-ci sont partie prenante dans les transactions puisqu'ils se portent contrepartie des ordres nets d'achat ou de vente. Lorsqu'il existe des agents informés, le teneur de marché est donc confronté à un problème de sélection adverse. Il fixe son prix en essayant d'inférer l'information privée des initiés à partir du flux d'ordres qu'il reçoit. Les prix cotés par les teneurs de marché reflètent alors l'information qu'ils ont été en mesure d'obtenir en observant le flux d'ordres. Dans ce cas, il est pratiquement toujours supposé que les teneurs de marché (les agents non-informés) sont neutres au risque et qu'ils se livrent une concurrence à la Bertrand. Cette hypothèse simplifie énormément l'analyse du problème puisque ce type de concurrence oblige tous les teneurs de marché à coter un prix identique égal à l'espérance de la valeur finale de l'actif risqué conditionnellement au flux d'ordres qu'ils reçoivent. On montre plus bas que, dans ce cas, les résultats obtenus (en particulier ceux de Kyle (1985), Glosten (1989)) sont identiques à ceux que l'on obtiendrait sur un marché de fixing en supposant les agents non-informés neutres au risque. Dans le cas où les teneurs de marché font preuve d'aversion pour le risque, l'analyse de la concurrence est plus complexe et il n'est pas certain que l'équivalence précédente continue à être vérifiée.

(1990).

[10]Voir Kyle (1985), Glosten et Milgrom (1985), Glosten (1989) et Bossaerts et Hughson (1991). Voir l'exposé préliminaire de cette thèse pour une description des différentes structures de marché.

Un autre élément de microstructure dont il est important de tenir compte lorsqu'on analyse la transmission d'information par les prix est le type d'ordre que peuvent transmettre les agents. Les agents peuvent transmettre deux types d'ordre : des ordres à cours limité ou des ordres au mieux. On trouve les deux hypothèses dans la littérature. Le plus souvent les agents peuvent transmettre des ordres à cours limité (Grossman et Stiglitz (1980), Kyle (1989)....). Cependant dans certains cas, l'initié est contraint à transmettre des ordres au mieux (Kyle (1985), Glosten (1989), Bhattacharya et Spiegel (1991).. ..). Cette hypothèse n'influence pas de façon déterminante les résultats mais simplifie les calculs.

3. Equilibre en anticipations rationnelles et concurrence parfaite.

On analyse dans cette section le processus de formation du prix d'équilibre sur un marché de fixing lorsque tous les agents sont concurrentiels et ont des anticipations rationnelles. Le modèle de Grossman et Stiglitz (1980) est représentatif du courant de littérature qui formalise la transmission d'information par les prix sous ces hypothèses. On dérive leurs principaux résultats dans un modèle très proche de celui qu'ils utilisent mais qui en diffère en ce que l'offre d'actif risqué est constituée par les dotations des agents informés. En résumé, les hypothèses H.1, H.2, H.3, H.4, H.5 et H.6 bis sont faites. De plus, on suppose que tous les agents informés (resp. les agents non-informés) ont le même paramètre d'aversion pour le risque A_i (resp A_u).

3.1. Equilibre.

Chaque type d'agent formule sa demande en actif risqué de façon à maximiser l'espérance de l'utilité de sa richesse future, conditionnellement à son information F_k. Pour

déterminer les fonctions de demande, il faut donc résoudre le programme suivant :

$$Q_k(P) \in Arg \max_{Q_k} E(-e^{(-A_k.W_k)} \mid F_k) \qquad (1),$$

$$W_k = V(Q_k + I_k) + C_0^k - PQ_k.$$

C_0^k est le montant initial de numéraire possédé par l'agent k. I_k est la dotation en actif risqué de l'agent k. On suppose qu'elle est nulle pour un agent non-informé[11]. Enfin, on a dans ce cas $X = \sum_{i=1}^{i=M} I_k$.

Sous l'hypothèse de normalité des distributions des variables aléatoires intervenant dans le modèle, V est normalement distribuée conditionnellement à F_k. Par conséquent la richesse W_k est également normalement distribuée conditionnellement à F_k. En utilisant l'expression de l'espérance d'une variable aléatoire log-normale[12], on peut réécrire le programme de l'agent k :

$$Q_k(P) \in Arg \max Q_k \left(E(W_k \mid F_k) - \frac{A_k^2}{2} \Sigma(W_k \mid F_k) \right).$$

Ceci permet de dériver facilement la condition du premier ordre du programme (1) qui nous donne la fonction de demande d'un agent de type k :

[11]On pourrait supposer également que les agents non-informés reçoivent des dotations aléatoires. Cependant la modélisation devient dans ce cas plus compliquée. En effet, chaque agent non-informé dispose dans ces conditions d'une information privée sur la réalisation de l'offre globale. Dans la mesure où le prix d'équilibre dépend à la fois du signal de l'agent informé et de l'offre global, un agent non-informé devra tenir compte à la fois du prix d'équilibre et de la réalisation de sa dotation pour inférer le signal reçu par les initiés. Pour un exemple voir Diamond et Verrechia (1981).

[12]On rappelle en annexe quelques résultats de théorie des probabilités utiles pour les calculs intervenant dans cet essai.

$$Q_k(P) = \frac{E(V \mid F_k) - P}{A_k.\Sigma(V \mid F_k)} - I_k \qquad (2).$$

($\Sigma(. \mid .)$ indique la variance conditionnelle.)

Pour un agent informé, $F_i = S$. On en déduit que la demande de cet agent s'écrit :

$$Q_i(P) = \frac{S - P}{A_i.\sigma_e^2} \qquad (3).$$

L'ensemble d'information d'un agent non-informé est constitué du prix d'équilibre et de la relation fonctionnelle qui lie le prix d'équilibre au signal des agents informés et à l'offre d'actif risqué. La fonction de demande d'un agent non-informé s'écrit donc:

$$Q_u(P) = \frac{E(V \mid P; P^*(.,.)) - P}{A_u.\Sigma(V \mid P)} \quad \forall X, \quad \forall S \qquad (3bis).$$

Finalement, le prix d'équilibre P^* doit être tel que pour toutes réalisations de S et de X, le marché de l'actif risqué soit équilibré :

$$M.Q_i(P^*) + N.Q_u(P^*) = 0 \qquad (4).$$

Il n'y a pas de technique générale pour rechercher la fonction $P^*(.,.)$. Il faut en fait postuler une forme particulière pour cette fonction et vérifier ensuite qu'elle constitue bien un équilibre. Cette fonction n'est pas forcément unique. Comme pratiquement toujours dans ce cas, on cherchera seulement s'il existe un équilibre linéaire en S et X.

Proposition 1 *(Grossman et Stiglitz (1980))*[13] *: Sous les hypothèses précédentes, il*

[13]Dans l'article de Grossman et Stiglitz, le bruit provient d'une offre exogène aléatoire. Mais formellement l'équilibre qu'ils obtiennent est identique à celui obtenu ici.

existe un équilibre en anticipations rationnelles linéaire, donné par :

$$P_M^*(S,X) = k.Z_M = k.(S - \frac{A_i.\sigma_e^2.X}{M}) \qquad (5),$$

avec

$$k = \frac{\frac{M}{A_i.\sigma_e^2} + \frac{N.\sigma_s^2}{A_u.\sigma_{zm}^2.\Sigma(V|Z_M)}}{\frac{M}{A_i.\sigma_e^2} + \frac{N}{A_u.\Sigma(V|Z_M)}}.$$

où σ_{zm}^2 est la variance inconditionelle de Z_M.

La preuve de cette proposition n'est pas donnée ici en détail. On en esquisse seulement les points principaux. En utilisant les propriétés des espérances conditionnelles appliquées à des variables aléatoires normales (voir annexe), on peut écrire :

$$E(V \mid P) = E(V \mid Z_M) = \frac{\sigma_s^2.Z_M}{\sigma_{zm}^2}.$$

Comme les variables sont normales, $\Sigma(V \mid Z_M)$ ne dépend pas de la réalisation de Z_M. On en déduit que la demande d'un agent non-informé s'écrit dans ce cas :

$$Q_u = \frac{\frac{\sigma_s^2.Z_M}{\sigma_{zm}^2} - P}{A_u.\Sigma(V \mid Z_M)}.$$

On peut alors vérifier en remplaçant P^* et Z_M par leur expression que la relation (4) est vérifiée pour tout S et tout X.

3.2. Prix d'équilibre et efficience informationnelle.

L'observation du prix d'équilibre permet aux agents non-informés d'obtenir un signal Z_M sur la valeur future de l'actif. Cependant, ils ne peuvent pas inférer parfaitement le signal observé par les agents informés car ils n'observent pas la réalisation de X. Le prix d'équilibre ne révèle donc pas toute l'information privée. Intuitivement, ceci provient du fait que les échanges des agents informés ont deux composantes :

1. Une composante informationnelle : par-exemple une hausse de S incite l'agent informé à accroître sa demande en actif risqué.

2. Une composante échange de risque : un accroissement de sa dotation incite l'agent informé à réequilibrer son portefeuille d'actifs en vendant de l'actif risqué.

Une variation du prix d'équilibre peut être due à l'une ou l'autre de ces deux composantes, ce qui empêche l'agent non-informé d'inférer parfaitement le signal reçu par les agents informés. La dotation aléatoire agrégée des agents informés introduit un bruit dans le prix d'équilibre et permet ainsi d'obtenir un équilibre qui ne soit pas parfaitement révélateur. Cependant, si les informés sont neutres au risque ($A_i = 0$), parfaitement informés ($\sigma_\epsilon^2 = 0$), si leurs dotations sont connues des non-informés ($\sigma_x^2 = 0$), ou si le nombre des initiés tend vers l'infini, alors le prix d'équilibre ne dépend plus que du signal S et l'équilibre est parfaitement révélateur. En dehors de ces cas limites, le prix fournit aux agents non-informés une information moins précise que le signal obtenu par les agents informés. On peut le constater aisément en vérifiant que $\Sigma(V \mid P) > \Sigma(V \mid S)$. Dans les quatre cas où l'équilibre est parfaitement révélateur, on a $\Sigma(V \mid P) = \Sigma(V \mid S)$. On peut donc mesurer l'efficience informationnelle du système de prix par[14] :

[14]Cette mesure est similaire à celle proposée par Kyle (1985). La variance de V conditionnellement à P mesure l'incertitude restante sur la réalisation des valeurs futures de V lorsque le prix a été observé.

$$\Sigma(V \mid P) = \Sigma(V \mid Z_M) = \sigma_e^2 + \sigma_s^2.(1 - \frac{\sigma_s^2}{\sigma_{zm}^2}) = \Sigma(V \mid S) + \sigma_s^2.(1 - \frac{\sigma_s^2}{\sigma_{zm}^2}) \quad (6).$$

Plus le système de prix est informatif, plus $\Sigma(V \mid Z_M)$ est petit et proche de $\Sigma(V \mid S) = \sigma_e^2$.

Afin d'obtenir une mesure normalisée, c'est-à-dire qui prenne la valeur 0 quand l'efficience informationnelle est nulle et 1 quand toute l'information est révélée, on définit:

$$K = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_{zm}^2}.$$

K varie entre 0 et 1. Comme le montre l'équation (6), plus K est proche de 1 et plus le marché est informationnellement efficient. K représente la part de la variance du signal observé par les non-informés Z_M qui est expliquée par la variance du signal des agents informés. Cette mesure sera utilisée dans la section suivante pour analyser l'impact du comportement stratégique sur la révélation d'information.

3.3. Coût d'information et efficience informationnelle.

Dans le modèle de Grossman et Stiglitz, la proportion d'agents informés ($\frac{M}{M+N}$) est endogène. Pour devenir informé, un agent doit payer un coût c. On ne dérive pas dans cet essai la proportion d'agents informés à l'équilibre (voir essai suivant). Cette proportion dépend des paramètres σ_x^2, σ_e^2, A_i et c. Grossman et Stiglitz montrent que plus le coût d'information est élevé, plus la proportion d'agents informés à l'équilibre est faible. D'autre part, ils montrent qu'il n'est pas possible d'obtenir un équilibre dans tous les cas où le prix d'équilibre est parfaitement révélateur ($\sigma_x^2 = 0, \sigma_e^2 = 0, A_i = 0$). En effet, lorsque le prix d'équilibre est parfaitement révélateur, un agent informé ne

peut pas espérer compenser son coût d'information par un profit supérieur à celui d'un agent non-informé. Finalement, aucun agent ne s'informe. Dans ces conditions, le prix ne révèle aucune information. Il devient alors intéressant pour au moins un agent de s'informer, malgré le coût d'information. Il est par conséquent impossible de trouver une proportion stable d'agents informés et donc un prix d'équilibre (puisque le prix d'équilibre dépend de cette proportion) lorsque le prix est parfaitement révélateur. Ceci montre que, en présence de coûts d'information, l'efficience forte du marché financier est incompatible avec l'équilibre de celui-ci.

Il n'existe pas d'équilibre si les agents informés sont neutres au risque, s'ils reçoivent une information dont la précision est parfaite ou si la variance du bruit est nulle. Si ces trois cas aboutissent à la même situation, les problèmes qu'ils posent ne sont cependant pas identiques.

L'absence d'équilibre dans les deux premiers cas est étroitement liée à l'hypothèse de comportement concurrentiel des agents informés. Cette hypothèse implique que dans ces deux cas, les agents informés ont des demandes infinies lorsque le prix diffère de leur signal. Le seul prix d'équilibre possible est donc $P^* = S$, c'est à dire parfaitement révélateur. Une façon de résoudre le problème d'inexistence de l'équilibre est alors d'abandonner l'hypothèse de comportement concurrentiel (voir section suivante). Une autre approche consiste à conserver l'hypothèse de comportement concurrentiel mais en supposant que les agents encourrent des coûts de transaction (voir le deuxième essai de la thèse). Dans ces conditions, les agents informés ont une incitation à ne pas placer des ordres infinis. Par conséquent l'équilibre n'est pas totalement révélateur lorsque les agents informés sont neutres au risque ou lorsqu'ils ont une information parfaite. Il se peut même que, dans certains cas, un accroissement des coûts de transaction provoque

un accroissement de la proportion d'agents informés à l'équilibre.

Lorsque $\sigma_x^2 = 0$, le problème vient non pas de l'hypothèse de comportement concurrentiel mais de l'absence de bruit. Dans ce cas, les agents non-informés sont en mesure d'inférer parfaitement l'information des agents informés, car les variations de prix sont totalement expliquées par les variations du signal de l'agent informé. Si les agents informés doivent payer un coût d'information, il n'est pas possible d'obtenir un équilibre.

4. Equilibre en anticipations rationnelles et concurrence imparfaite.

L'objet de cette section est d'analyser les propriétés des équilibres obtenus lorsque les agents informés déterminent leur demande d'actif risqué en prenant en compte leur impact sur la réalisation du prix d'équilibre. La plupart des modèles qui étudient cette question font l'hypothèse qu'il existe un seul agent informé (voir notamment Grinblatt et Ross (1985), Kyle (1985), Laffont et Maskin (1990)). On retient également cette hypothèse simplificatrice. Par ailleurs, on suppose à nouveau que la structure du marché est walrassienne de façon à pouvoir comparer les résultats obtenus avec ceux de la section précédente. Cette structure de marché n'est pas celle étudiée dans tous les articles consacrés à l'analyse de la transmission d'information par les prix lorsque les agents informés ont un comportement stratégique. Gould et Verrechia (1985), Kyle (1985), Glosten (1989), Bossaerts et Hughson (1991), se placent dans le cadre d'un marché de contrepartie. Quant à l'origine du bruit, qui empêche la révélation parfaite de l'information, on distingue deux cas que nous appelons respectivement jeu 1 et jeu 2 : soit le bruit provient d'une offre d'actif risqué exogène et aléatoire, soit il provient des dotations non observables des agents informés.

4.1. Offre exogène aléatoire : jeu 1.

Supposons qu'il existe un seul agent informé. Le marché sur lequel il intervient n'est en général pas infiniment liquide. L'agent informé est confronté à une fonction de demande résiduelle dont la pente n'est pas nulle[15]. Il dispose donc d'un pouvoir de monopole. Dans ces conditions, l'initié va placer ses ordres de manière stratégique en prenant en compte son impact sur les prix. Il doit alors faire face au dilemme habituel entre effet quantité et effet prix. Si l'initié reçoit un signal très élevé, il a intérêt à échanger une quantité importante, mais ce faisant il risque de provoquer une forte variation du prix qui diminuera ses possibilités de profit. Si les agents informés sont conscients de ce phénomène (c'est à dire s'ils ne sont pas "price-takers"), on peut s'attendre à ce que, toutes choses égales par ailleurs, ils réduisent leur volume de transaction par rapport au cas concurrentiel, et en particulier la sensibilité de ce volume à leur signal, de façon à limiter finalement l'efficience informationnelle du prix d'équilibre. L'analyse qui suit modélise et confirme cette intuition dans le cas où l'agent informé est unique.

L'analyse du comportement de l'agent informé est plus complexe que celle d'un monopoleur traditionnel. En effet, les agents non-informés prennent en compte l'information contenue dans le prix d'équilibre pour établir leurs fonctions de demande. Or cette information dépend de la stratégie de l'initié[16]. Par conséquent, la demande des agents non-informés dépend de la stratégie de l'agent informé. Inversement, cette stratégie, dépend justement des fonctions de demande des agents non-informés. En effet celles-

[15]La fonction de demande résiduelle est obtenue en sommant les fonctions de demande de tous les agents non-informés et la demande des "liquidity traders".

[16]C'est en ce sens que l'on peut dire que l'initié "manipule" le prix d'équilibre; En effet, dans une certaine mesure, en déterminant sa stratégie, il choisit le degré d'efficience informationnelle du prix d'équilibre.

ci déterminent la fonction de demande résiduelle à laquelle est confronté l'initié. A l'équilibre, il faut déterminer de façon simultanée les fonction de demande des non-informés et la stratégie de l'agent informé. Cette interdépendance des décisions des deux types d'agents nécessite l'utilisation des concepts d'équilibre développés par la théorie des jeux.

Par rapport au modèle de la section précédente, trois hypothèses sont modifiées:

1. Il existe un seul agent informé (M = 1) et il n'est plus concurrentiel.

2. L'agent informé ne transmet pas des ordres à cours limité mais des ordres au mieux. Ceci signifie que sa demande est seulement une fonction de son information et non du prix d'équilibre (nous discutons plus loin l'importance de cette hypothèse).

3. L'offre d'actif risqué est exogène. Pour simplifier, les dotations des agents sont supposées nulles.

Le modèle ainsi défini est proche de celui étudié par Kyle (1989). Cependant certaines hypothèses simplificatrices retenues ici ne sont pas faites par Kyle.

1. L'informé est monopoleur, alors que Kyle (1989) étudie le cas où le nombre d'agents informés est quelconque.

2. Les non-informés ont un comportement concurrentiel alors que Kyle (1989) suppose qu'ils ont un comportement stratégique.

3. L'informé ne peut placer que des ordres au mieux, alors que Kyle (1989) suppose que les agents peuvent transmettre tout un "menu" d'ordres à cours limité (des fonctions de demande).

Le modèle retenu par Kyle (1989) combine deux types de problèmes ce qui complique à la fois sa présentation et son interprétation. D'une part, il étudie la formation des prix dans un marché de fixing lorsque tous les agents ont un comportement non-concurrentiel[17]. D'autre part, il étudie l'impact du comportement non-concurrentiel des agents informés sur la révélation d'information. Les hypothèses faites dans cet essai nous permettent de simplifier l'analyse et de nous concentrer sur le problème de la révélation d'information lorsque les informés ont un comportement non-concurrentiel. Comme on le verra plus loin, l'interprétation des résultats est la même que dans Kyle (1989).

4.1.1. Définition de l'équilibre.

Le prix d'équilibre est une fonction de X et Q_i. On note ce prix $P^* = P^*(X, Q_i)$. Comme $Q_i(.)$ dépend de S, le prix d'équilibre dépend en dernier lieu de S. Il reflète donc l'information de l'agent informé. Mais les propriétés informationnelles de ce prix d'équilibre dépendent de la forme de $Q_i(.)$. C'est la raison pour laquelle la demande des agents non-informés dépend de la stratégie de placement d'ordres suivies par les agents informés. Un équilibre sera défini par un triplet de fonctions $(Q_i^*(.), Q_u^*(.), P^*(.,.))$ telles que :

1) Etant donné $P^*(.,.)$, la stratégie $Q_i^*(.)$ de l'agent informé est optimale, c'est-à-dire qu'elle est solution du programme suivant :

[17]En ce sens le modèle présenté par Kyle (1989) n'est pas très différent de ceux proposés par Vickrey (1961) et Wilson (1979). La démarche que nous suivons pour dériver les équilibres des jeux 1 et 2 est d'ailleurs similaire à celle de Wilson (1979).

$$Q_i^*(S) \in Arg \max_{Q_i} E(-e^{(-A_i.W_i)} \mid S; P(.,.)) \quad (7),$$

$$W_i = VQ_i + C_0 - P^*(X, Q_i)Q_i.$$

2) Etant donné $P^*(.,.)$, la stratégie $Q_u^*(.)$ de l'agent non-informé est optimale, c'est à dire qu'elle est solution du programme suivant :

$$Q_u^*(P) \in Arg \max_{Q_u} E(-e^{(-A_u.W_u)} \mid P(.,.)) \quad (8),$$

$$W_u = VQ_u + C_0 - P^*Q_u.$$

3) Etant donné $Q_i^*(.)$ et $Q_u^*(.)$, le prix $P^*(.,.)$ équilibre le marché pour toute réalisation de S et X.

L'équilibre est un équilibre Nash-bayésien dans les fonctions de demande. Le prix dépend de la demande de l'initié et d'une variable qui lui est inconnue : X. L'initié sait donc que sa demande d'actif risqué a un impact sur le prix d'équilibre mais il ne connaît qu'imparfaitement cet impact. Par conséquent il court un risque sur la réalisation du prix qui découlera de sa décision d'achat ou de vente. La détermination de sa stratégie optimale se fait en intégrant ce risque. Ceci constitue une différence importante avec le cas où la dotation de l'initié est aléatoire et où il n'y a pas d'offre exogène. On peut noter que le fait de contraindre l'agent informé à placer des ordres au mieux peut concourir à renforcer ce risque. En effet, la possibilité de placer des ordres à cours limité permettrait à l'initié de conditionner ses ordres sur la réalisation du prix d'équilibre, ce qui peut dans certains cas lui permettre de résoudre ce problème

d'incertitude sur le prix d'équilibre[18]. Nous avons également analysé le cas où l'initié peut placer des ordres à cours limité. Il apparaît que les résultats obtenus dans cet essai ne sont pas qualitativement modifiés si on fait cette hypothèse.

On montre à présent que le jeu 1 admet un équilibre linéaire.

Proposition 2 : *Le jeu 1 admet un équilibre linéaire :*

$$Q_i^*(S) = \mu_i S \tag{9},$$

$$P^*(X, Q_i) = \beta.(X - Q_i) \tag{10}.$$

où β *et* μ_i *sont tels que :*

$$\mu_i = (-2\beta + A_i.(\sigma_e^2 + \beta^2.\sigma_x^2))^{-1} \tag{11}.$$

$$N.\beta = \frac{-N.\mu_i.\sigma_s^2 + A_u.(\sigma_s^2\mu_i)^2}{\sigma_x^2 + \mu_i.\sigma_s^2} - A_u.(\sigma_s^2 + \sigma_e^2) \tag{12}.$$

(voir preuve en annexe)

Nous montrons en annexe qu'il existe toujours des coefficients β et μ_i solutions du système d'équations (11) et (12) lorsque $\sigma_x^2 > 0$. De plus ces solutions sont telles que

[18]Ce point est discuté dans Kyle (1989), pp 325-327. L'intuition du résultat est la suivante : pour toutes les réalisations de X, l'inité calcule l'ordre au mieux qui maximise son espérance d'utilité. On obtient alors la quantité optimale Q_i que souhaite échanger l'agent informé comme une fonction de X et S. En utilisant la fonction de demande résiduelle l'initié en déduit le prix d'équilibre pour toutes valeurs de X. S'il est possible d'exprimer P en fonction de X, il suffit de remplacer X en fonction de P dans l'expression de Q_i pour obtenir la stratégie d'ordre à cours limité optimale de l'agent informé. Caballé (1993) analyse l'impact sur le profit de l'agent informé du type d'ordre utilisé. Il montre que cet impact varie en fonction de la précision de l'information des agents informés.

$\beta \in]-\infty, 0[$ et $\mu_i \in]0, +\infty[$. Ceci implique donc qu'il existe toujours un équilibre non-révélateur lorsque $\sigma_x^2 > 0$. C'est le cas en particulier lorsque les agents informés sont neutres au risque ou lorsqu'ils reçoivent une information d'une précision parfaite. On rappelle que dans ces deux situations, il était impossible d'obtenir un équilibre non révélateur dans le cas concurrentiel puisque un agent informé désirait prendre des positions infinies pour un prix différent de son signal. Ces différences entre les résultats obtenus dans le jeu 1 et le cas concurrentiel sont dues au comportement stratégique de l'initié. Dans le jeu 1, il prend en compte son impact sur les prix. Conscient qu'un ordre de taille infinie provoquera une variation infinie du prix, il ne place jamais d'ordres de taille infinie. Ceci permet d'obtenir un équilibre non révélateur, même lorsque l'agent informé est neutre au risque ou lorsqu'il reçoit une information dont la précision est infinie.

Lorsque $\sigma_x^2 = 0$, le prix $P^* = S$ et les stratégies $Q_i^* = 0$ et $Q_u^* = 0$ constituent un équilibre. Cet équilibre est parfaitement révélateur et aucun échange n'a lieu.

Les paramètres β et μ_i caractérisent l'équilibre. $L = (\mid \beta \mid)^{-1}$ peut être interprété comme une mesure de la liquidité du marché pour l'informé et pour les "liquidity traders". Plus L est grand, plus la liquidité du marché est grande pour ces deux types d'agents. En effet, plus $\mid \beta \mid$ est grand, plus le prix d'équilibre réagira, toutes choses égales par ailleurs, à une variation de la demande de l'initié ou de l'offre des "liquidity traders". On peut remarquer que μ_i varie en sens inverse de β . Ceci signifie que lorsque la liquidité du marché est faible, l'initié cherche à limiter son impact sur les prix en diminuant la sensibilité de sa demande à son signal. Ce comportement stratégique permet à l'initié de limiter la révélation d'information par les prix et il provoque une baisse de l'efficience informationnelle par rapport au cas concurrentiel. La comparaison

de cet équilibre à celui de la proposition 1 permet d'énoncer le corollaire suivant.

Corollaire 1 : *L'efficience informationnelle dans le jeu 1 est toujours plus faible que dans le cas où les agents informés ont un comportement concurrentiel.*

(voir preuve en annexe.)

Conformément à l'intuition, lorsque l'initié est conscient de son impact sur le prix d'équilibre, il diminue le volume de ses transactions pour limiter son impact sur les prix. Ainsi il diminue l'efficience informationnelle du prix d'équilibre par rapport au cas concurrentiel. Ce résultat est également obtenu par Kyle (1989). Nous montrons cependant dans la section 4.2. que cette intuition est prise en défaut lorsque le bruit provient des dotations aléatoires des agents informés

Il serait évidemment intéressant d'arriver à résoudre explicitement le système précédent de façon à obtenir μ_i et β en fonction des paramètres exogènes du modèle, en particulier A_i, σ_e^2, σ_x^2 qui étaient des paramètres critiques dans le cas où l'agent informé avait un comportement concurrentiel. Ceci ne paraît malheureusement pas possible dans le cas général. On peut cependant obtenir des solutions intéressantes dans deux cas particuliers:

- Lorsque le nombre d'agents non-informés tend vers l'infini.
- Lorsque tous les agents sont neutres au risque ($A_i = 0$ et $A_u = 0$) et lorsque les agents informés ont une information parfaite ($\sigma_e^2 = 0$). On montre ci-dessous que la solution obtenue dans ce cas pour le jeu 1 est identique à celle de Kyle (1985).

4.1.2. Premier cas particulier : le nombre des agents non-informés est infini.

Dans ce cas, les transactions de l'informé n'ont un impact sur le prix que du fait de leur contenu informationnel. Au contraire, lorsque N est fini, les capacités de prise de risque des non-informés sont finies. Les transactions du monopoleur ont alors un impact sur le prix, indépendamment de leur contenu informationnel, à cause de l'aversion pour le risque des non-informés.

Dans ce cas, l'efficience informationnelle du prix d'équilibre, et la stratégie de l'initié, sont caractérisées par le corollaire suivant.

Corollaire 2 : *Si le nombre des agents non-informés est infini :*

1. *Lorsque la variance du bruit est non nulle, l'efficience informationnelle* (K) *reste dans tous les cas inférieure à 1/2.*

2. *Lorsque la variance du bruit tend vers 0, le marché devient infiniment illiquide* $(\mid \beta \mid)^{-1} \rightarrow 0$ *mais les transactions de l'informé sont de plus en plus petites et l'efficience informationnelle reste bornée par 1/2.*

(voir preuve en annexe.)

Ces résultats sont similaires à ceux obtenus par Kyle (1989). Ils contrastent fortement avec ceux obtenus dans le cas concurrentiel. Ils mettent ainsi en évidence l'impact du comportement non-concurrentiel de l'agent informé sur les propriétés de l'équilibre. L'informé, lorsqu'il a un comportement stratégique, place des ordres finis même lorsqu'il est neutre au risque ou qu'il dispose d'une information parfaite. C'est pourquoi l'équilibre n'est pas parfaitement révélateur. A mesure que le bruit diminue, l'informé réduit ses transactions. A la limite, quand le bruit disparaît, l'informé n'échange plus.

4.1.3. Deuxième cas particulier : Agents neutres au risque et information parfaite de l'initié ($A_i = A_u = \sigma_e^2 = 0$)

La résolution du système d'équations (11) et (12) définissant l'équilibre, nous permet d'énoncer le corollaire suivant:

Corollaire 3 : *(Kyle (1985)) : Lorsque* $A_u = 0$, $A_i = 0$, $\sigma_e^2 = 0$, *le jeu 1 admet un équilibre défini par :*

$$\beta = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\sigma_s^2}{\sigma_x^2}},$$

$$\mu_i = \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{\sigma_s^2}}.$$

Bien que l'initié ait une information parfaite et soit neutre face au risque, la révélation d'information n'est pas parfaite puisque :

$$K = \frac{1}{2}.$$

On remarque que β est d'autant plus élevé que la variance du signal reçu par les agents informés est grande ou que la variance du bruit est faible. Ce résultat signifie que la liquidité du marché est d'autant plus faible que l'avantage informationnel de l'initié est grand (σ_s^2 grand) ou que le risque d'échanger avec un agent informé est élevé (σ_x^2 grand). Remarquons également que l'efficience informationnelle est plus élevée que dans le cas précédent (corollaire 2)[19].

[19]Ceci montre que le résultat obtenu par Kyle (1985) concernant la part de l'information reflétée par les prix est particulier et provient 1) de l'hypothèse de neutralité au risque des agents informés et

L'équilibre obtenu ici est identique à celui obtenu par Kyle (1985) dans le cas d'un marché de contrepartie. Ceci s'explique de la manière suivante. Dans le modèle présenté ici, lorsque les agents non-informés sont neutres face au risque et qu'ils adoptent un comportement concurrentiel, ils sont prêts à échanger n'importe quelle quantité à un prix égal à l'espérance de la valeur finale de l'actif risqué conditionnellement à la quantité totale que désirent échanger les agents informés et les "liquidity traders". Ils se comportent donc exactement comme les teneurs de marché dans le modèle de Kyle (1985). Comme par ailleurs nos hypothèses sont similaires à celles de Kyle (1985), on retrouve un résultat identique.

4.2. Dotations aléatoires : jeu 2.

On considére exactement le même jeu que dans la section précédente mais on suppose que l'offre d'actif risqué provient seulement de la dotation aléatoire I_i de l'agent informé dont la réalisation n'est pas observée par les agents non-informés (on a donc $X = I_i$). On trouve cette hypothèse dans les articles de Glosten (1989), Bhattacharya et Spiegel (1991) et Bossaerts et Hughson (1991). Le modèle présenté ici est très proche de celui de Bhattacharya et Spiegel. Il diffère des modèles de Glosten et Bossaerts et Hughson par le type de structure de marché envisagé. En effet, ces deux modèles analysent la formation des prix en présence d'asymétrie d'information sur un marché de contrepartie avec des teneurs de marché neutres au risque. Cependant, comme dans la section précédente, on montre que lorsque les agents non-informés sont neutres au risque, les résultats obtenus ici dans le cadre d'un marché de fixing sont identiques à ceux obtenus dans un marché de contrepartie par Glosten (1989) et Bossaerts and Hughson (1991).

2) du fait que la précision de l'information reçue par l'initié est infinie.

4.2.1. Equilibres.

En utilisant la même définition de l'équilibre que dans la section précédente, on obtient la proposition suivante:

Proposition 3 *:*

Si $A_i^2.\sigma_e^4.\sigma_x^2 > \sigma_s^2$ *alors le jeu 2 admet un équilibre linéaire défini par :*

$$Q_i^*(S, I_i) = \frac{Z}{2.\lambda + A_i.\sigma_e^2} = \frac{S - A_i.\sigma_e^2.I_i}{2.\lambda + A_i.\sigma_e^2},$$

$$P^*(Q_i) = \lambda.Q_i,$$

avec

$$\lambda = \frac{\frac{A_u.\Sigma(V|P).\sigma_z^2}{N.\sigma_s^2} + A_i.\sigma_e^2}{\frac{\sigma_z^2}{\sigma_s^2} - 2}.$$

Si $A_i^2.\sigma_e^4.\sigma_x^2 < \sigma_s^2$*, il n'y a pas d'équilibre.*

(σ_z^2 *est la variance de Z),*

(voir preuve en annexe).

Remarques :

1) Ce résultat est identique à celui obtenu par Bhattacharya et Spiegel (1991) bien qu'ils résolvent le jeu en utilisant comme variable d'action pour l'initié le prix et non

la quantité[20].

2) On peut également dériver dans ce cas des équilibres non-linéaires. Le prix d'équilibre est alors donné par :

$$P^*(Q_i) = \lambda.Q_i + \frac{\sigma_z^2}{\sigma_s^2} C.(signe \quad de \quad Q_i). \mid Q_i \mid^Y,$$

(C est une constante positive et $Y = \frac{\sigma_z^2}{\sigma_s^2} - 1$).

Dans ce cas également, l'équilibre n'existe que si $A_i^2.\sigma_e^4.\sigma_x^2 > \sigma_s^2$. Lorsque $C = 0$, on retrouve l'équilibre linéaire. On a choisi ici de présenter l'équilibre linéaire pour simplifier la présentation des calculs permettant d'obtenir l'équilibre.

3) Z est la somme du signal privé et d'un bruit dépendant de la dotation de l'agent informé. Z a la même forme et le même rôle que Z_M dans la proposition 1.

4.2.2. Existence du marché.

Lorsque $A_i^2.\sigma_e^4.\sigma_x^2 < \sigma_s^2$, il n'est pas possible d'obtenir un équilibre (linéaire ou non) pour le jeu 2. Il y a donc effondrement du marché (impossibilité de trouver un prix d'échange). Ainsi, contrairement au cas précédent, lorsque $A_i = 0$, $\sigma_e^2 = 0$ et $\sigma_x^2 = 0$, il y a disparition du marché. La condition d'existence d'un équilibre dans ce jeu est même plus forte puisqu'il suffit que A_i, σ_e^2 ou σ_x^2 soient petits pour qu'il y ait inexistence de l'équilibre. En fait lorsque l'avantage informationnel de l'agent informé devient trop grand, le marché devient de moins en moins liquide ($\mid \lambda \mid \to \infty$). A la limite, le marché

[20] Ainsi le résultat que nous obtenons montre que comme dans les modèles de monopole classique, les résultats obtenus sont insensibles à la variable d'action utilisée par le monopoleur (prix ou quantité).

devient infiniment illiquide et il ne peut plus y avoir d'échanges.

Cet effondrement du marché est surprenant à deux titres. Dans le jeu 1, même lorsque $\sigma_x^2 = 0$, il existe un équilibre. Cet équilibre est parfaitement révélateur puisque $P^* = S$. En fait, le bruit dans les jeux du type 1 (jeux à la Kyle) n'est pas à proprement parler nécessaire pour obtenir un équilibre. Le bruit sert seulement à obtenir un équilibre qui ne soit pas parfaitement révélateur. Au contraire dans le jeu 2, un niveau minimum de bruit $\sigma_x^2 > \frac{\sigma_s^2}{(A_i.\sigma_\varepsilon^2)^2}$ est absolument nécessaire pour obtenir un équilibre. Par ailleurs, les initiés n'échangent pas seulement pour profiter de leur information supérieure mais également pour couvrir les risques associés à leur position en actif risqué. Cet aspect devrait faciliter la réalisation d'un équilibre même lorsque l'avantage informationnel de l'initié est faible.

L'argument de Hellwig (1992).

Hellwig (1992) a donné récemment, indirectement, une explication de ce résultat. Il montre, dans un cas particulier, que certains jeux de signalement n'admettent pas toujours d'équilibre lorsque la distribution du type des agents (leur information privée) a un support non-fini. On montre ici que ses résultats peuvent s'appliquer au jeu 2. On commence par présenter le jeu de signalement considéré par Hellwig.

Hellwig considère le jeu de signalement décrit par les éléments suivants :

- Un agent informé dont la fonction d'utilité pour un bien particulier s'écrit :

$$V(p, Q, t) = (kt - p)Q - \frac{Q^2}{2}.$$

k est une constante dont la valeur est strictement supérieur à 1. Q est la quantité

consommée du bien et p le prix payé pour consommer Q unités du bien.

- Plusieurs agents non-informés (au moins deux) dont les fonctions d'utilité s'écrivent :

$$U(p, Q, t) = (p - t)Q.$$

L'agent informé connaît la réalisation de t (son type) tandis que les agents non-informés ne connaissent pas ce type. Hellwig considère alors le jeu de signalement dans lequel les agents informés achètent une quantité $Q(t)$ du bien aux agents non-informés. La quantité choisit par les agents informés signale donc leur type aux non-informés qui répondent par un prix $P(Q)$. La concurrence entre les agents non-informés impliquent qu'ils choisissent un prix tel que leur gain en cas d'échange est nul. Ils offrent donc un prix égal à leur estimation du type de l'informé, compte tenu de la quantité que celui-ci désire échanger.

Dans ces conditions, l'équilibre de ce jeu est un couple de stratégies $(P^*(.), Q^*(.))$ tel que :

$$P^*(Q) = Q^{-1*}(Q).$$

$$Q^*(t) \in Arg \max_Q U(t, Q, P^*(Q)) \quad \forall \quad t.$$

Comme d'habitude les solutions de ce jeu peuvent être obtenues de façon plus directe en cherchant les solutions du jeu dans lequel l'agent informé annonce un type $\hat{t}$ et les agents non-informés répondent en choisissant un prix $P(\hat{t}) = \hat{t}$ et une quantité $Q(\hat{t})$[21]. A l'équilibre $Q(.)$ doit être tel que la stratégie optimale d'un agent informé

[21]Cette approche est celle des mécanismes incitatifs (voir Fudenberg et Tirole (1991), chapitre 7).

est d'annoncer son véritable type (c.-à-d. $\hat{t} = t$). Hellwig choisit cette approche pour résoudre le jeu précédent et montre que celui-ci admet toujours des solutions lorsque la distribution des types a un support fini. En revanche, lorsque le support de cette distribution est non-fini et que $k > 2$, le jeu de signalement précédent n'admet pas de solutions (Hellwig (1992), Proposition 1).

Nous allons montrer à présent que le jeu étudié dans cette section a la même structure que celui étudié par Hellwig (1992) lorsque les agents non-informés sont neutres au risque ($A_u = 0$). Par conséquent, son résultat concernant les causes de l'inexistence peut s'appliquer. Pour cela on commence, par réécrire l'espérance d'utilité d'un agent non-informé. On a :

$$E(U(W_i)) = E(W_i \mid S) - \frac{A_i}{2}\Sigma(W_i \mid S).$$

En utilisant les expressions de $E(W_i \mid S)$ et $\Sigma(W_i \mid S)$ qui sont données en annexe D, on peut écrire :

$$E(U(W_i)) = \left(\frac{\sigma_z^2}{\sigma_s^2}Z' - P\right)Q_i - \frac{A_i}{2}\sigma_e^2 Q^2 + f(I,S).$$

avec $Z' = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_z^2}Z$ et $f(I_i,S) = C_0 + I_i(S - \frac{A_i}{2}I_i\sigma_e^2)$. Notons que la stratégie optimale Q_i^* de l'agent informé dépend de Z' et que $f(.,.)$ n'influence pas cette stratégie. En effet des réalisations de S et de I_i qui aboutissent à des valeurs identiques de Z', mais différentes de $f(.,.)$, conduisent à une demande identique pour l'agent informé (ce résultat est immédiat lorsqu'on écrit la condition du premier ordre de l'agent informé). Par ailleurs, l'espérance d'utilité d'un agent non-informé s'écrit :

$$E(U(W_u)) = (E(V \mid P(Q_i)) - P(Q_i))Q_u.$$

En supposant que $Q_i(.)$ et $P(.)$ sont inversibles (ce qui est le cas à l'équilibre), l'observation de P est équivalente à celle de Z' pour l'agent non-informé. Comme $E(V \mid Z') = Z'$, son espérance d'utilité peut donc se réécrire :

$$E(U(W_u)) = (Z' - P(Q_i))Q_u.$$

Par conséquent, si on définit $k = \frac{\sigma_z^2}{\sigma_s^2}$ et si on désigne par Z' le type de l'agent informé, le jeu 2 a une structure tout à fait similaire au jeu de signalement étudié par Hellwig (parce que la réalisation de $f(.,.)$ n'influence pas la décision des agents informés). Dans ce cas, le type de l'informé est une combinaison linéaire de son information et de sa dotation. Comme le jeu 2 à la même structure que le jeu de signalement étudié par Hellwig (1992), on en déduit que des problèmes d'inexistence se posent dans le jeu 2 parce que Z' peut prendre des valeurs infinies (puisque I_i et S ont une distribution normale)[22].

En plus d'expliquer les raisons de l'inexistence d'un équilibre dans le jeu 2, le lien que nous venons de mettre en évidence entre le jeu 2 et le type de jeu étudié par Hellwig (1992) a deux mérites. D'une part, il montre le lien qui existe entre les modèles de signalement et les modèles de révélation par les prix. D'autre part, il modère la portée de certains résultats obtenus dans la littérature. En effet de nombreux modèles

[22]Intuitivement, ce résultat provient du fait que pour soutenir un équilibre, il est nécessaire que $P^*(.)$ soit une fonction croissante sur l'intervalle des valeurs possibles de Q_i à l'équilibre. Lorsque le support de Z est fini, on peut toujours choisir C tel que $P^*(.)$ soit croissante sur l'intervalle des valeurs possibles de Q_i car les valeurs possibles de Q_i sont finies. Au contraire, lorsque le support de Z est infini, Q_i peut prendre des valeurs dans l'intervalle $]-\infty, +\infty[$. Il n'est plus possible de trouver C tel que P^* soit toujours croissant en Q_i. La condition $\frac{\sigma_z^2}{\sigma_s^2} > 2$ devient nécessaire pour assurer que $P^*(.)$ est croissante sur $]-\infty, +\infty[$.

(Bhattacharya et Spiegel (1991), Glosten (1989)...) ont interprété comme un effet nuisible des opérations d'initiés l'écroulement du marché qui survient dans le jeu 2. L'argument que nous avons développé ici montre que cet effondrement du marché est en fait dû aux hypothèses de ces modèles sur la distribution du signal et des dotations des agents informés.

4.2.3. Structure de marché.

Les modèles de Glosten (1989) et Bossaerts et Hughson (1991) étudient un jeu similaire au jeu présenté ici mais dans le cadre d'un marché de contrepartie. Dans ces modèles, les agents non-informés sont les teneurs de marché et ils sont neutres au risque. La comparaison de leurs résultats avec ceux obtenus ici permet d'énoncer le corollaire suivant :

Corollaire 4 : *Lorsque dans le jeu 2, les agents non-informés sont neutres au risque, l'équilibre décrit dans la proposition 3 est le même que celui obtenu dans Glosten (1989) et Bossaerts et Hughson (1991)*[23]. *Dans ce cas, on a :*

$$Q_i^* = \frac{S - A_i\sigma_e^2 I_i}{2\lambda + A_i\sigma_e^2},$$
$$P^*(Q_i) = \lambda.Q_i,$$
$$\lambda = \frac{A_i\sigma_e^2}{\frac{\sigma_z^2}{\sigma_s^2} - 2}.$$

On retrouve l'équivalence que nous avions notée dans la section précédente. Les prix se réalisant sur un marché de contrepartie et ceux se réalisant sur un marché walrassien

[23]On se réfère à l'équilibre décrit dans Glosten (1989) page 20 et Bossaerts et Hughson (1992), page 15, Proposition 4.

en présence d'asymétries d'information sont identiques lorsque les agents non-informés sont neutres au risque. Notons ici que cette équivalence n'est sans doute vraie que sous l'hypothèse de neutralité au risque des agents non-informés. En effet, lorsque les teneurs de marché font preuve d'aversion pour le risque, les prix qu'ils cotent dépendent étroitement de la nature de leurs interactions concurrentielles. Il n'est pas certain dans ce cas que les prix et les allocations obtenus dans le cadre d'un marché de fixing soient identiques à ceux obtenus dans un marché de contrepartie. A notre connaissance, cette question de l'équivalence entre un marché de type walrassien et un marché de contrepartie n'a pas encore été beaucoup étudiée[24].

4.2.4. Efficience informationnelle.

L'efficience informationnelle est grande si la variance de la valeur finale de l'actif conditionnellement au prix d'équilibre est faible. On a :

$$\Sigma(V \mid P) = \Sigma(V \mid Z) = \sigma_s^2 + \sigma_e^2 - \frac{\sigma_s^4}{\sigma_s^2 + (A_i.\sigma_e^2)^2\sigma_x^2}.$$

Lorsque l'équilibre existe, on peut vérifier que l'efficience informationnelle du prix d'équilibre dans le jeu 2 est exactement la même que celle obtenue lorsque l'agent informé a un comportement concurrentiel[25]. Ce résultat va à l'encontre de l'intuition. Stratégiquement, l'initié cherche à limiter l'impact de ses transactions sur les variations du prix d'équilibre, mais cela ne lui permet pas de limiter la révélation d'information comme c'est le cas dans le jeu 1.

[24]Sur ce thème, voir Pihyacharyakul (1986) pour une analyse théorique et Pagano et Roell (1990) pour une analyse empirique.

[25]Ce résultat est vrai quelque soit l'équilibre considéré du jeu 2. On peut montrer en effet que l'efficience informationnelle est la même dans chaque équilibre.

Une interprétation de ce résultat surprenant est la suivante. Comme l'informé a un comportement stratégique, il limite la sensibilité de ses transactions à son signal et à sa dotation. Le premier effet réduit la révélation d'information. Mais le deuxième l'augmente, en diminuant l'impact du bruit sur le prix. Dans le cas de variables normales et d'utilités exponentielles, ces deux effets se compensent exactement. Dans le jeu 1, le second effet n'existe pas dans la mesure où le niveau du bruit est exogène. C'est ce qui explique que l'efficience informationnelle du jeu 1 est toujours plus faible que dans le cas du jeu 2.

Unicité.

La portée de ce résultat est modérée par le problème de la multiplicité des équilibres. Comme on l'a montré plus haut, le jeu 2 est un problème de signalement. Or, de tels jeux peuvent avoir de multiples équilibres, séparateurs comme celui étudié ici, ou mélangeants. Par exemple, Laffont et Maskin (1990) analysent un problème analogue de formation des prix sur un marché financier en présence d'asymétries d'information. Ils montrent l'existence d'un équilibre révélateur, qui correspond à une efficience informationnelle élevée, et d'un équilibre mélangeant qui correspond à une efficience nulle.

La question de l'unicité de l'équilibre fait apparaître une autre différence entre le jeu 1 et le jeu 2. Rochet et Vila (1990) montrent que les jeux du type Kyle, qui correspondent à notre jeu 1, admettent un équilibre unique et linéaire, même lorsque les équilibres non-linéaires sont envisagés (à condition que les agents soient tous neutres au risque). Ils prouvent que cette propriété d'unicité est satisfaite par toute une classe de jeux de signalement à la Cho et Kreps (1987) dont fait partie le jeux étudié par Kyle (1985). Ces jeux sont tels que la somme des gains obtenus par les agents informés et les agents

non-informés ne dépend que de la réalisation de l'information privée des informés et de leur stratégie et pas de la stratégie suivie par les non-informés. Lorsque cette condition est satisfaite, le gain espéré ex-ante (avant la réalisation de son information privée) par l'agent informé est le même quelque soit l'équilibre considéré.

Dans le jeu 2, on obtient, comme nous l'avons déjà noté, une multiplicité d'équilibre, même lorsque les agents non-informés sont neutres au risque. Par conséquent, il est clair que les modèles de transmission de l'information par les prix pour lesquels le bruit provient des dotations aléatoires n'appartiennent pas à la catégorie des jeux de signalement étudiés par Rochet et Vila. En particulier, on pourrait montrer ici que le gain obtenu par l'initié varie en fonction de l'équilibre considéré et que l'équilibre linéaire est celui qui assure ex-ante (avant la réalisation de son information) le gain espéré maximal à l'initié.

Les résultats obtenus dans cette section limite la portée des conclusions obtenues à partir des jeux à la Kyle. En effet, le jeu 2 constitue un exemple dans lequel le comportement non-concurrentiel des agents informés ne suffit pas à limiter la révélation d'information par rapport au cas non-concurrentiel. D'autre part la multiplicité des équilibres rend plus difficile toutes conclusions générales portant sur les gains obtenus par les différents agents ou l'efficience informationnelle, en présence d'asymétries d'information. En effet, celles-ci peuvent varier en fonction de l'équilibre considéré.

5. Conclusion.

Cet essai présente une revue de la littérature récente sur la révélation d'information par les prix dans les marchés financiers. Un modèle simplifié est utilisé, dans lequel le rôle des hypothèses faites par les différents auteurs est analysé. On montre que deux hypothèses sont particulièrement importantes : d'une part les hypothèses portant sur le comportement concurrentiel ou stratégique des agents; d'autre part, les hypothèses portant sur l'origine exogène ou endogène du bruit. Deux types de résultats sont obtenus. Les uns portent sur la question de l'existence des équilibres. Les autres portent sur l'efficience informationnelle des prix.

(1) Existence de l'équilibre. Dans le cas de la concurrence parfaite, il existe un équilibre *non révélateur* à condition que l'information reçue par les agents informés ne soit pas d'une précision infinie, que les initiés ne soient pas neutres au risque et que la réalisation de l'offre exogène ne soit pas observée par les agents non-informés. C'est le résultat de Grossman et Stiglitz (1980). Dans le cas de la concurrence imparfaite, le problème de l'existence d'un équilibre non-révélateur se pose différemment selon que le bruit est endogène ou exogène. Dans le cas d'un bruit exogène ("noise trader" ou offre exogène aléatoire) il existe toujours un équilibre. Ce cas est analysé par Kyle (1985, 1989). Dans le cas d'un bruit endogène (dotations aléatoires des agents), l'équilibre existe seulement si la variance du bruit est suffisamment élevée (Glosten (1989), Bhattacharya et Spiegel (1991)) ou si le support du signal privé est borné (Hellwig (1992)).

(2) Efficience informationnelle. Le prix des actifs reflète l'information privée. Mais plusieurs facteurs limitent la révélation d'information. En particulier i) le bruit lié à des chocs de liquidité et ii) le comportement stratégique des agents informés. Cepen-

dant, lorsque le bruit provient de la dotation aléatoire de l'informé, l'efficience informationnelle est la même dans le cas de concurrence parfaite et dans la cas de concurrence imparfaite. Le résultat obtenu par Kyle (1985, 1989) selon lequel le comportement stratégique de l'initié limite la révélation d'information n'est donc plus valide lorsque le bruit provient des dotations aléatoires des agents informés.

De nombreuses voies de recherche intéressantes n'ont pas été étudiées dans cette synthèse. Parmi ces dernières on peut mentionner les questions suivantes :

- Le modèle présenté ici est statique. Certains auteurs étudient des modèles dynamiques. Kyle (1985), par exemple, analyse le comportement dynamique d'un informé monopoleur et neutre au risque.

- Les problèmes de bien-être liés à l'existence d'asymétries d'information sont importants. Laffont (1985), Bajeux et Rochet (1989), Rochet et Vila (1990), Laffont et Maskin (1990) et Bossaerts et Hughson (1991) analysent ces questions. Le problème est d'évaluer les gains de l'échange et les bénéfices de la révélation d'information.

Ces derniers sont liés au problème de l'impact de l'information révélée par les prix des actifs financiers sur le secteur réel. Cette question importante n'est encore que partiellement étudiée. Dennert (1990), Ausubel (1990) et Leland (1992) proposent des analyses intéressantes de ce problème.

- Cette synthèse étudie le cas où un seul actif risqué est échangé. Admati (1985) et Caballe et Krishnan (1989) étudient le cas où l'économie comporte plusieurs actifs risqués dont la distribution jointe est normale. Biais et Hillion (1992) étudient le cas des options. Ces différentes approches étudient l'impact de la multiplicité des actifs sur la révélation d'information.

- Les articles présentés dans cette synthèse font (presque) tous l'hypothèse de variables normales et d'utilités exponentielles. Il serait intéressant d'évaluer la robustesse des résultats à l'abandon de ces hypothèses. En particulier, on aimerait pouvoir se prononcer sur la généralité des problèmes de non existence.

- Enfin, un dernier thème est l'impact de la structure du marché sur son efficacité. Cet essai considère un marché de fixing, où tous les agents sont dans la même situation pour soumettre leur fonction de demande au "commissaire priseur". En quoi les résultats diffèrent-ils dans le cas d'un marché de contrepartie ? Une série de réponses partielles est apportée par des articles qui étudient telle ou telle structure de marché. Nous montrons ici, dans un cadre moyenne-variance, sous l'hypothèse de neutralité au risque des agents non-informés, que les équilibres obtenus dans un marché de fixing sont identiques à ceux obtenus dans un marché de contrepartie. Qu'en est-il sous des hypothèses plus générales? Cette question n'a pas encore été étudiée.

Premier essai : annexes.

Rappels de théorie des probabilités.

On rappelle quelques résultats de théorie des probabilités qui sont utilisés dans les calculs de cet essai et de l'essai suivant.

1) Loi log-normale.

Définition : *Une variable aléatoire X suit une loi log-normale de paramètres m et σ^2 si $ln(X)$ suit une loi normale de mêmes paramètres.*

Propriétés : Si X suit une loi log-normale de paramètres m et σ^2, on a :

$$E(X) = e^{(m+\frac{\sigma^2}{2})},$$

et

$$V(X) = (e^{\sigma^2} - 1)(e^{(2m+\sigma^2)}).$$

L'expression de l'espérance d'une variable aléatoire log-normale peut être utilisée pour calculer l'espérance d'utilité des agents lorsque ceux-ci ont une fonction d'utilité exponentielle négative avec une richesse normalement distribuée.

2) Espérance et variance conditionnelles.

Si X et Y sont des variables aléatoires normalement distribuées, on a :

$$E(X \mid Y) = E(X) + \frac{cov(X,Y)}{V(Y)}(X - E(X)),$$

$$V(X \mid Y) = V(X) - \frac{cov(X,Y)^2}{V(Y)}.$$

Annexe A : preuve de la proposition 2.

On cherche un équilibre Nash-bayesien dans les fonctions de demande, du type :

$$Q_i^*(S) = \mu_i.S,$$

$$P^*(X, Q_i) = \beta.(X - Q_i).$$

Demande de l'agent informé.

Etant donné $P^*(.,.)$, le programme de l'agent initié s'écrit :

$$Q_i(S) \in arg \max_{Q_i} E(W_i \mid S) - \frac{A_i}{2}.\Sigma(W_i \mid S),$$

($\Sigma(. \mid .)$ désigne la variance conditionnelle.)

avec

$$E(W_i \mid S) = E((V - P(X, Q_i)).Q_i + C_0 \mid S) = Q_i S + Q_i^2\beta + C_0,$$

$$\Sigma(W_i \mid S) = Var((V - P(X, Q_i)).Q_i + C_0 \mid S) = Q_i^2(\sigma_e^2 + \beta^2\sigma_x^2).$$

(Pour dériver ces moments conditionnels, on utilise l'hypothèse de normalité de X et S et l'indépendance de ces deux variables aléatoires.)

La condition du premier ordre du programme de l'initié s'écrit donc :

$$S + 2Q_i\beta - A_iQ_i.(\sigma_e^2 + \beta^2\sigma_x^2) = 0 \qquad (A.1).$$

La condition du second ordre s'écrit :

$$-2\beta + A_i(\sigma_e^2 + \beta^2\sigma_x^2) > 0 \qquad (A.2).$$

L'équation A.1 se réécrit :

$$Q_i = \frac{S}{(-2\beta + A_i(\sigma_e^2 + \beta^2\sigma_x^2))}.$$

On en déduit que :

$$\mu_i = (-2\beta + A_i(\sigma_e^2 + \beta^2\sigma_x^2))^{-1} \qquad (A.3).$$

Demande d'un agent non-informé.

En utilisant les même arguments que dans le cas concurrentiel, la demande d'un agent informé s'écrit :

$$Q_u(P) = \frac{E(V \mid P) - P}{A_u\Sigma(V \mid P)}.$$

L'agent non-informé a des anticipations rationnelles. Comme à l'équilibre $P^*(X, Q_i) = \beta(X - \mu_i S)$, on en déduit que :

$$E(V \mid P) = \frac{-\mu_i \sigma_s^2}{\beta(\sigma_x^2 + \mu_i^2 \sigma_s^2)}.P,$$

$$\Sigma(V \mid P) = \sigma_s^2 + \sigma_e^2 - \frac{(\mu_i \sigma_s^2)^2}{(\sigma_x^2 + \mu_i^2 \sigma_s^2}.$$

Tout se passe donc ici comme si l'agent non-informé observait le signal $X - \mu_i S$. Par analogie avec le cas concurrentiel, on pose donc dans ce cas : $Z_{CI} = X - \mu_i S$ avec $\sigma_{ci}^2 = V(Z_{CI})$.

Condition d'équilibre du marché.

La condition d'équilibre du marché s'écrit :

$$NQ_u(P) + Q_i = X.$$

Soit

$$NQ_u(P) = X - Q_i.$$

En remplaçant $Q_u(P)$ par son expression et en isolant P, on obtient :

$$P = \frac{\left((\sigma_s^2 + \sigma_e^2) - \frac{(\mu_i \sigma_s^2)^2}{(\sigma_x^2 + \mu_i^2 \sigma_s^2)}\right).A_u}{-N.(\frac{\mu_i \sigma_s^2}{\beta(\sigma_x^2 + \mu_i^2 \sigma s^2)} + 1)}(X - Q_i).$$

On doit donc avoir :

$$\beta = \frac{\left((\sigma_s^2 + \sigma_e^2) - \frac{(\mu_i \sigma_s^2)^2}{(\sigma_x^2 + \mu_i^2 \sigma_s^2)}\right).A_u}{-N.(\frac{\mu_i \sigma_s^2}{\beta(\sigma_x^2 + \mu_i^2 \sigma s^2)} + 1)}.$$

Cette équation se réécrit :

$$\frac{-N\mu_i \sigma_s^2 + A_u(\sigma_s^2 \mu_i)^2}{\sigma_x^2 + \sigma_s^2 \mu_i} - A_u(\sigma_s^2 + \sigma_e^2) = N\beta \qquad (A.4).$$

On en déduit facilement que :

$$-N\left(\frac{\mu_i\sigma_s^2}{(\sigma_x^2+\sigma_s^2\mu_i^2)}\right) - A_u\Sigma(V \mid P) = N\beta \qquad (A.5).$$

D'après la condition du second ordre (A.2), si le jeu 1 admet une solution alors : $\mu_i > 0$. On en déduit en utilisant l'équation (A.5) que si le jeu 1 admet une solution, on doit également avoir $\beta < 0$. Intuitivement, cette condition signifie que, à l'équilibre, le prix doit varier positivement avec la demande de l'initié. Cette condition est raisonnable puisque la demande de l'initié est d'autant plus importante qu'il reçoit un signal favorable sur la valeur future de l'actif.

Les paramètres définissant l'équilibre sont solutions du système constitué des équations (A.3) et (A.4). En exprimant μ_i en fonction de β, on obtient une seule équation en β. Cette équation s'écrit :

$$T(\beta) = \left(N\beta + A_u(\sigma_s^2+\sigma_e^2)\right)\left(\sigma_x^2(-2\beta + A_i(\sigma_e^2+\beta^2\sigma_x^2))^2 + \sigma_s^2\right)$$
$$+N\sigma_s^2\left(-2\beta + A_i(\sigma_e^2+\beta^2\sigma_x^2)\right) - A_u\sigma_s^4 = 0.$$

$T(.)$ est un polynôme continu en β. Ce polynôme est tel que $T(0) > 0$ et $\lim_{\beta\to-\infty} T(\beta) = -\infty$ si σ_x^2 n'est pas nul. Il existe donc une solution négative à l'équation $T(\beta) = 0$ si σ_x^2 est différent de zéro. Cette solution satisfait la condition (A.2) puisqu'il suffit que β soit négatif pour que cette condition soit vérifiée. On en déduit que le jeu 1 admet au moins un équilibre si la variance de l'offre exogène n'est pas nulle. De plus, la discussion ci-dessus montre que la solution de l'équation $T(\beta) = 0$ est telle que : $-\infty < \beta < 0$ dans le cas où $\sigma_x^2 \neq 0$. Ceci implique que $0 < \mu_i < +\infty$. Par conséquent, même lorsque $A_i = 0$ ou $\sigma_e^2 = 0$, il existe un équilibre qui n'est pas complètement

révélateur. Lorsque $\sigma_x^2 = 0$, le jeu 1 admet un équilibre trivial : $P = S$ et dans ce cas les agents n'échangent pas.

Q.E.D.

Annexe B : preuve du corollaire 1.

Dans le cas où les agents informés adoptent un comportement non concurrentiel, l'efficience informationnelle K, définie dans la section 3 peut s'écrire de la manière suivante :

$$K = K_{CI} = \frac{\sigma_s^2}{\frac{\sigma_x^2}{\sigma_{ci}^2} + \sigma_s^2} \qquad (B.1).$$

(σ_{ci}^2 est défini en annexe A).

Dans le cas concurrentiel, on a :

$$K = K_C = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_{zm}^2} = \frac{\sigma_s^2}{(A_i\sigma_e^2)^2\sigma_x^2 + \sigma_s^2} \qquad (B.2).$$

K_C et K_{CI} représentent respectivement les valeurs prises par K dans le cas concurrentiel et dans le cas non-concurrentiel. L'expression de K_C est obtenue en utilisant l'expression de Z_M définie par l'équation (5), en supposant que $M = 1$ et en notant σ_x^2 la variance du bruit.

L'efficience informationnelle du jeu 1 est plus faible que dans le cas concurrentiel si pour toutes les valeurs des paramètres exogènes du modèle :

$$K_{CI} < K_C.$$

En utilisant les expressions de K_C et K_{CI}, on montre que cette condition est équivalente à :

$$\mu_i^2 < \left(\frac{1}{A_i\sigma_e^2}\right)^2.$$

En remplaçant μ_i par sa valeur donnée en (A.3) et en notant que β est négatif, on constate que cette inégalité est toujours vérifiée.

Q.E.D.

Annexe C : preuve du corollaire 2.

Lorsque $N \to +\infty$, on a (voir l'expression de β dans la proposition 2) :

$$\beta = \frac{-\mu_i\sigma_s^2}{\sigma_x^2 + \mu_i^2\sigma_s^2} \qquad (C.1),$$

et

$$\mu_i = \frac{1}{-2\beta + A_i(\sigma_e^2 + \beta^2\sigma_x^2)} \qquad (C.2).$$

L'équation C.2 se réecrit :

$$\beta^2 = \frac{1 + 2\beta\mu_i - A_i\sigma_e^2\mu_i}{A_i\sigma_x^2\mu_i} \qquad (C.3).$$

L'équation (B.1) nous donne l'expression de K dans le cas non-concurrentiel. En combinant cette équation et l'équation C.1, on obtient :

$$\beta\mu_i = -K \qquad (C.4).$$

Par ailleurs, d'après (B.1), on a :

$$\mu_i^2 = \frac{K\sigma_x^2}{\sigma_s^2(1-K)} \qquad (C.5).$$

En utilisant C.4 et C.5, on obtient :

$$K^2 = \frac{K\sigma_x^2}{\sigma_s^2(1-K)}\beta^2.$$

En utilisant l'expression de β^2 donnée par l'équation C.3, on réécrit l'équation précédente :

$$K^2 = \frac{K\sigma_x^2}{\sigma_s^2(1-K)}\left(\frac{1+2\beta\mu_i - A_i\sigma_e^2\mu_i}{A_i\sigma_x^2\mu_i}\right).$$

En utilisant à nouveau les équations C.4 et C.5, on peut écrire cette équation :

$$K^2 = \frac{K\sigma_x^2}{\sigma_s^2(1-K)}\left(\frac{1}{A_i\sigma_x^2}\sqrt{\frac{\sigma_s^2(1-K)}{\sigma_x^2 K}}(1-2K) - \frac{\sigma_e^2}{\sigma_x^2}\right).$$

Après quelques manipulations cette équation se réécrit :

$$\left(\frac{1-2K}{K(1-K)+\frac{\sigma_e^2}{\sigma_x^2}}\right)\sqrt{\frac{1-K}{K}} = A_i\sqrt{\sigma_x^2\sigma_s^2} \qquad (C.6).$$

Cette équation lie de façon implicite K et les paramètres exogènes du modèle.

Première partie du corollaire 2.

On est maintenant en mesure de prouver la première partie du corollaire. On commence par montrer $K \leq \frac{1}{2}$. D'après les équations C.2 et C.4, on a :

$$K = -\frac{\beta}{-2\beta + A_i(\sigma_e^2 + \beta^2\sigma_x^2)} \qquad (C.7).$$

Comme β est négatif, l'équation C.7 implique que $K \leq \frac{1}{2}$ dans tous les cas. Ceci signifie que l'efficience informationnelle n'est jamais parfaite. Ainsi lorsque A_i ou σ_e^2 deviennent petits, non seulement il n'y a pas révélation totale de l'information de l'initié mais en plus l'efficience informationnelle reste toujours inférieure à $\frac{1}{2}$.

deuxième partie du corollaire 2.

On a $K \leq \frac{1}{2}$. Par conséquent, d'après l'équation C.6, K tend vers $\frac{1}{2}$ lorsque σ_x^2 tend vers 0. En utilisant l'équation C.5, on en déduit que lorsque σ_x^2 tend vers 0, μ_i tend également vers 0. Ceci implique, d'après C.4, que $\lim_{\sigma_x^2 \to 0} \beta = -\infty$. Lorsque le bruit devient infiniment petit, le marché devient infiniment illiquide ($\mid \beta \mid \to +\infty$) et les transactions de l'informé deviennent de plus en plus petites ($\mu_i \to 0$). C'est ce comportement de l'initié qui explique que l'efficience informationnelle reste bornée par $\frac{1}{2}$ bien que le bruit disparaîsse. On retrouve ici un des résultats de Kyle (1985), (1989).

Q.E.D.

Annexe D : preuve de la proposition 3.

On cherche un équilibre linéaire du type :

$$Q_i^*(S, I_i) = \delta_1 S + \delta_2 I_i$$

et

$$P^*(Q_i) = \lambda Q_i$$

demande de l'agent informé.

Etant donné $P(.)$, le programme de l'agent informé s'écrit :

$$Q_i(S) \in arg \max_{Q_i} E(W_i \mid S) - \frac{A_i}{2}\Sigma(W_i \mid S),$$

avec :

$$E(W_i \mid S) = E((V - P(X, Q_i)).Q_i + C_0 + VI_i \mid S) = (Q_i + I_i)S - \lambda Q_i^2 + C_0.$$

$$\Sigma(W_i \mid S) = \Sigma((V - P(X, Q_i)).Q_i + C_0 + VI_i \mid S) = (Q_i + I_i)^2\sigma_e^2.$$

La condition du premier ordre de l'agent informé s'écrit :

$$S - 2\lambda Q_i - A_i\sigma_e^2(Q_i + I_i) = 0.$$

Cette équation se réécrit :

$$Q_i = \frac{S - A_i\sigma_e^2 I_i}{2\lambda + A_i\sigma_e^2} \qquad (D.1).$$

Soit,

$$Q_i = \gamma_i Z,$$

avec

$$\gamma_i = \left(2\lambda + A_i\sigma_e^2\right)^{-1},$$

$$Z = S - A_i\sigma_e^2 I_i.$$

On en déduit que :

$$\delta_1 = \frac{1}{2\lambda + A_i\sigma_e^2},$$

$$\delta_2 = \frac{-A_i\sigma_e^2 I_i}{2\lambda + A_i\sigma_e^2}.$$

Par ailleurs la condition du second ordre du programme de l'agent informé est :

$$2\lambda + A_i\sigma_e^2 > 0$$

On en déduit que, à l'équilibre, on doit avoir $\delta_1 > 0$ et $\delta_2 < 0$.

demande d'un agent non-informé.

Pour les mêmes raisons que dans la section 1, la demande d'un agent non-informé s'écrit :

$$Q_u(P) = \frac{E(V \mid P) - P)}{A_u\Sigma(V \mid P)}.$$

Les anticipations de l'agent non-informé sont rationnelles. On en déduit que :

$$E(V \mid P) = E(V \mid \lambda\gamma_i Z) = E(V \mid Z) = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_e^2} Z.$$

D'autre part $\Sigma(V \mid P)$ ne dépend ni de Z, ni de λ.

Condition d'équilibre du marché.

La condition d'équilibre entre l'offre et la demande s'écrit :

$$NQ_u(P) + Q_i = 0.$$

Soit :

$$\frac{N}{A_u \Sigma(V \mid P)} \left(\frac{\sigma_s^2 P}{\sigma_z^2 \lambda \gamma_i} - P \right) + Q_i = 0 \qquad (D.2),$$

d'où

$$P = -\frac{A_u \Sigma(V \mid P)}{N \left(\frac{\sigma_s^2}{\sigma_z^2 \lambda \gamma_i} - 1 \right)} Q_i.$$

On en déduit que :

$$\lambda = -\frac{A_u \Sigma(V \mid P)}{N \left(\frac{\sigma_s^2}{\sigma_z^2 \lambda \gamma_i} - 1 \right)}.$$

Cette équation se réécrit :

$$\frac{1}{\gamma_i} - \frac{\sigma_z^2}{\sigma_s^2} \lambda = -\frac{A_u \Sigma(V \mid P) \sigma_z^2}{N \sigma_s^2}.$$

En remplaçant γ_i par son expression, on obtient :

$$\lambda(2 - \frac{\sigma_z^2}{\sigma_s^2}) = -(\frac{A_u \Sigma(V \mid P)\sigma_z^2}{N\sigma_s^2} + A_i\sigma_e^2).$$

Si $\frac{\sigma_z^2}{\sigma_s^2}$ est différent de 2, l'équation ci-dessus est équivalente à :

$$\lambda = \frac{(\frac{A_u \Sigma(V|P)\sigma_z^2}{N\sigma_s^2} + A_i\sigma_e^2)}{\frac{\sigma_z^2}{\sigma_s^2} - 2} \qquad (D.3).$$

Cette équation caractérise la valeur d'équilibre de λ pour $\frac{\sigma_z^2}{\sigma_s^2} \neq 2$. Il nous reste à montrer qu'à l'équilibre, λ doit être strictement positif. Pour cela, on remplace P par son expression en fonction de Q_i dans l'équation (D.2). On obtient :

$$\frac{N}{A_u \Sigma(V \mid P)} \left(\frac{\sigma_s^2}{\sigma_z^2 \gamma_i} - \lambda \right) + 1 = 0 \qquad (D.4).$$

L'équation (D.4) doit être vérifiée à l'équilibre. Comme la condition du second ordre du programme de l'agent informé impose que $\gamma_i > 0$, on en déduit que $\lambda > 0$ est une condition nécessaire pour que l'équation (D.4) soit vérifiée. D'après (D.3), c'est le cas si :

$$\frac{\sigma_z^2}{\sigma_s^2} > 2 \qquad (D.5).$$

Comme $\sigma_z^2 = \sigma_s^2 + A_i^2\sigma_e^4\sigma_x^2$, la condition (D.5) est équivalente à :

$$A_i^2\sigma_e^4\sigma_x^2 > \sigma_s^2.$$

On en déduit finalement que les stratégies :

$$Q_i^*(S, I_i) = \delta_1 S + \delta_2 I_i,$$

et

$$P^*(Q_i) = \lambda Q_i,$$

constituent un équilibre si :

$$\delta_1 = \frac{1}{2\lambda + A_i \sigma_e^2},$$

$$\delta_2 = \frac{-A_i \sigma_e^2 I_i}{2\lambda + A_i \sigma_e^2}.$$

$$\lambda = \frac{(\frac{A_u \Sigma(V|P)\sigma_z^2}{N\sigma_s^2} + A_i \sigma_e^2)}{\frac{\sigma_z^2}{\sigma_s^2} - 2}.$$

et

$$A_i^2 \sigma_e^4 \sigma_x^2 > \sigma_s^2.$$

Q.E.D.

DEUXIEME ESSAI.

COUTS DE TRANSACTION,

OPERATIONS D'INITIES

ET

REVELATION D'INFORMATION PAR LES PRIX.

1.Introduction.

Le nombre d'agents informés n'est pas le même sur tous les marchés[1]. Dans plusieurs modèles (par exemple Grossman et Stiglitz (1980), Subrahmanyam (1991)), le nombre d'agents informés sur un marché est déterminé par les coûts d'information. Plus ces coûts sont élevés, plus il est difficile pour un agent informé de les couvrir en réalisant des gains supérieurs à ceux réalisés par les agents non-informés. L'accroissement des coûts d'information diminue donc le nombre d'agents informés sur un marché.

Les coûts de transaction déterminent également le profit que peut réaliser un agent informé en utilisant son information[2]. Ces coûts de transaction doivent donc aussi influencer le nombre d'agents qui décident de s'informer sur un marché. D'autre part, les coûts de transaction influencent en général le volume de transaction que désire réaliser chaque agent (ce qui n'est pas le cas pour les coûts d'information). Plus les coûts de transaction sont élevés, moins les agents désirent échanger des quantités importantes. Or une des conclusions des modèles consacrés à la transmission d'information par les prix est que le volume d'échange total réalisé par les agents informés est un déterminant essentiel de l'efficience informationnelle des prix (cf le premier essai de cette thèse)[3]. On peut donc s'attendre à ce que les coûts de transaction pratiqués par un marché financier constituent un déterminant important du nombre d'agents informés sur ce

[1]Par exemple, le nombre d'analystes suivant un actif varie selon les titres. Le nombre d'analystes est utilisé comme un indicateur du nombre d'agents informés intervenant sur un marché dans Arbel et Strebel (1982) par exemple.

[2]Différents coûts de transaction peuvent être envisagés : coûts d'accès au marché, commissions de courtage qui peuvent dépendre des quantités échangées, ou encore coûts de traitement des ordres. Voir Pagano et Roell (1990) pour une présentation de la diversité et du niveau des coûts de transaction sur les différents marchés européens.

[3]Par exemple, Kyle (1985) montre que, en diminuant son volume de transactions, un agent informé diminue l'efficience informationnelle du prix d'équilibre.

marché et de son efficience informationnelle.

L'objectif de ce second essai est d'analyser précisément les relations qui existent entre le niveau des coûts de transaction, le nombre d'agents informés et l'efficience informationnelle dans le cadre d'un modèle en anticipations rationnelles. Un objectif secondaire de cet essai est d'analyser la robustesse des résultats classiques concernant les propriétés des équilibres en anticipations rationnelles à la Grossman et Stiglitz (1980) lorsque les coûts de transaction sont pris en compte. On répond à trois questions :

- Quel est l'impact d'un accroissement des coûts de transaction sur le nombre d'agents informés à l'équilibre ?
- Quel est l'impact d'un accroissement des coûts de transaction sur l'efficience informationnelle des prix d'équilibre ?
- Dans quelle mesure les coûts de transaction modifient-ils les propriétés de l'équilibre en anticipations rationnelles obtenu par Grossman et Stiglitz (1980) ?

Pour répondre à ces questions, on utilise un modèle similaire à celui proposé par Grossman et Stiglitz (1980). On fait l'hypothèse que les coûts de transaction sont quadratiques. On dérive un équilibre en anticipations rationnelles linéaire dont les caractéristiques dépendent du niveau des coûts de transaction. Contrairement à l'intuition, on montre qu'une augmentation des coûts de transaction peut provoquer une augmentation de la proportion d'agents informés sur un marché. Cependant, dans tous les cas, une telle augmentation se traduit par une baisse de l'efficience informationnelle des prix d'équilibre. Enfin, on montre que l'existence de coûts de transaction garantit l'existence de l'équilibre en anticipations rationnelles sous des conditions moins restrictives que celles énoncées dans Grossman et Stiglitz (1980).

Plusieurs articles ont étudié l'impact des coûts de transaction sur la détermination des portefeuilles optimaux des agents dans un cadre dynamique (voir par exemple Dumas et Luciano (1989))[4]. En revanche, il n'existe pas à notre connaissance d'article étudiant spécifiquement l'impact des coûts de transaction sur l'efficience informationnelle. Shin et Singh (1993) analysent un modèle dans lequel les agents peuvent échanger plusieurs actifs. Ces agents doivent cependant payer un coût fixe pour pouvoir effectuer des transactions dans un actif donné. Ce coût n'est pas réellement un coût de transaction, mais plutôt un coût d'entrée. En particulier, il n'influence pas les volumes que désirent échanger les agents. D'autre part, Shin et Singh (1993) analysent un modèle du type Kyle (1985) alors que dans cet essai les agents informés ne prennent pas en compte l'impact de leurs transactions sur les prix d'équilibre. Nous faisons cette hypothèse de façon obtenir des effets qui ne proviennent que de l'existence des coûts de transaction et pas également du comportement non-concurrentiel des agents informés. Récemment, plusieurs articles ont utilisé, comme c'est le cas ici, le modèle de Grossman et Stiglitz pour étudier différentes questions. Black et Tonks (1992) et Danthine et Moresi (1993) analysent l'impact des agents qui échangent pour des besoins de liquidité sur la volatilité des prix. Leland (1992) étudie, quant à lui, le problème de la réglementation des opérations d'initié. Comme ces modèles, le modèle présenté dans cet essai constitue un approfondissement des implications du modèle de Grossman et Stiglitz.

Cet essai est organisé de la manière suivante. Dans la deuxième section, on présente les principales hypothèses du modèle et on dérive les fonctions de demande des différents agents. Dans la troisième section, on définit l'équilibre en anticipations rationnelles et on donne sa forme explicite. On analyse ensuite (4ème section) l'impact d'une variation

[4]Le rôle des coûts de transaction dans la formation de la fourchette de prix a été également largement étudié. Voir par exemple Demsetz (1968). Mayshar (1979) analyse l'impact des coûts de transaction sur le modèle d'évaluation des actifs financiers (MEDAF).

des coûts de transaction sur le nombre d'agents informés et l'efficience informationnelle. Dans la cinquième section, on étudie les conditions d'existence de l'équilibre. En conclusion, on discute les implications du modèle et les relations entre nos résultats et ceux obtenus dans les modèles du type Kyle (1989).

2. Le Modèle.

2.1. L'économie.

On considère le marché d'un actif risqué ouvert aux dates $t = 0$ et $t = 1$. A la date 1, l'actif risqué verse un dividende U. U est une variable aléatoire normalement distribuée. De plus, on a :

$$U = S + E.$$

S et E sont des variables aléatoires normalement distribuées et indépendantes, d'espérance nulle et de variance respective σ_s^2 et σ_e^2. Il existe également un actif non-risqué qui sert de numéraire. Pour simplifier, on suppose que son rendement est nul.

A la date 0, l'actif risqué est échangé par un continuum d'agents, dans le cadre d'un marché de fixing. Le prix d'équilibre qui s'établit est noté P. Une proportion q des agents observe la réalisation de S. Pour obtenir cette information, ils doivent payer un coût C. Les autres agents (en proportion $(1 - q)$) n'observent pas S et sont donc non-informés.

Tous les agents ont une utilité exponentielle négative et la même aversion au risque. On note la fonction d'utilité d'un agent i :

$$L(W_i) = -e^{-A.W_i}.$$

A est l'aversion au risque des agents[5] et W_i la richesse de l'agent i.

[5]On pourrait supposer que les agents ont un paramètre d'aversion au risque différent sans modifier

Il existe un troisième type d'agents dont le comportement n'est pas modélisé. Ces agents ("liquidity traders") échangent pour des besoins de liquidité des quantités d'actif risqué indépendantes du prix d'équilibre. L'offre nette d'actif risqué par ces agents est une variable aléatoire, notée X. X est normalement distribuée, d'espérance nulle et de variance σ_x^2. On suppose que S, X et E sont des variables aléatoires indépendantes. Aucun agent n'observe la réalisation de X. Enfin, on suppose que les distributions de X, S et E et les paramètres de ces distributions sont connaissance commune.

Chaque agent possède une dotation initiale W_0 en numéraire et une dotation nulle en actif risqué. La décision d'un agent comporte deux étapes :

- Dans un premier temps, il doit décider de s'informer ou non.
- Dans un second temps, l'agent détermine sa fonction de demande $Q(.)$, compte tenu de son information.

Lorsqu'il décide d'échanger une quantité Q d'actif risqué, un agent doit payer un coût de transaction $F(Q)$[6]. On remarque que tous les agents sont parfaitement identiques, excepté en ce qui concerne leur information sur la valeur finale de l'actif risqué. Par la suite, on indice donc par i toutes les variables relatives aux agents informés et par u toutes les variables relatives aux décisions des agents non-informés. Avec ces notations, la richesse finale d'un agent informé s'écrit donc :

qualitativement les résultats obtenus dans cet essai.

[6]Mayshar (1979) considère un modèle avec des hypothèses similaires à celles effectuées ici. Cependant dans son modèle tous les investisseurs ont la même information sur la valeur finale de l'actif. Mayshar s'intéresse à l'impact des coûts de transaction sur les rentabilités exigées par les investisseurs alors que nous étudions l'impact de ces coûts sur la quantité d'information révélée par les prix.

$$W_i = U.Q_i - F(Q_i) - P.Q_i - C + W_0.$$

La richesse finale d'un agent non-informé s'écrit :

$$W_u = U.Q_u - F(Q_u) - P.Q_u + W_0.$$

En utilisant les hypothèses et les notations présentées ci-dessus, nous sommes désormais en mesure d'analyser l'impact des coûts de transaction sur la transmission d'information par les prix. On comparera systématiquement les résultats avec ceux obtenus, dans un cadre similaire mais sans coûts de transaction, par Grossman et Stiglitz (1980).

2.2. Fonctions de demande.

Fonction de demande d'un agent informé.[7]

W_i est linéaire en E et S. Par conséquent, en utilisant les propriétés des vecteurs gaussiens[8], on en déduit que W_i est normalement distribuée conditionnellement à S. Ceci signifie donc que $L(W_i)$, conditionnellement à S suit une loi log-normale. En utilisant les propriétés des lois log-normales (voir annexe de l'essai précédent), on peut donc écrire l'espérance d'utilité d'un agent informé :

$$E(L(W_i) \mid S) = -e^{-A.\left(E(W_i|S) - A.\frac{V(W_i|S)}{2}\right)}.$$

[7]On suppose que tous les agents sont "price-takers", c-à-d qu'ils ne prennent pas en compte l'impact de leur transaction sur la réalisation des prix d'équilibre. Comme le montre l'essai précédent, cette hypothèse est particulièrement importante. Nous reviendrons sur ce point dans la conclusion.

[8]Voir par exemple Gourieroux et Monfort (1989), tome 2, page 525.

Comme S et E sont des variables aléatoires indépendantes, on obtient en utilisant la décomposition classique de l'espérance d'une variable aléatoire normale conditionnellement à une autre variable normale (voir l'annexe de l'essai 1) :

$$E(W_i \mid S) = Q_i S - F(Q_i) - PQ_i - C + W_0.$$

et

$$V(W_i \mid S) = Q_i^2.\sigma_e^2.$$

La fonction de demande d'un agent informé est donc la solution du programme suivant :

$$Q_i \in Arg \max_{Q_i} E(L(W_i) \mid S) = -e^{-A.\left(Q_i S - F(Q_i) - PQ_i - C + W_0 - A.\frac{(Q_i.\sigma_e)^2}{2}\right)}.$$

La condition du premier ordre de ce programme s'écrit :

$$S - P - A.Q.\sigma_e^2 - F'(Q_i) = 0.$$

On suppose que la fonction $F(.)$ est quadratique :

$$F(Q) = b.Q^2.$$

Cette restriction est nécessaire pour obtenir des solutions explicites pour l'équilibre en anticipations rationnelles. La fonction de demande d'un agent informé s'écrit alors :

$$Q_i = \frac{S - P}{2b + A.\sigma_e^2} \qquad (1).$$

Fonction de demande d'un agent non-informé.

Les agents non-informés prennent en compte l'information contenue dans le prix d'équilibre P pour formuler leur demande. Lorsque $F(.)$ est quadratique, nous montrons que le prix d'équilibre est une combinaison linéaire de S et X. Par conséquent, W_u est également une combinaison linéaire de variables aléatoires normales. Comme W_u est normalement distribuée, $L(W_u)$ conditionnellement à P est log-normale. Aussi, le programme d'un agent non-informé peut s'écrire :

$$Q_u \quad \in Arg \max_{Q_u} E(L(W_u \mid P) = -e^{-A\left(E(W_u|P)-A.\frac{V(W_u|P)}{2}\right)}.$$

En écrivant la condition du premier ordre, on dérive la fonction de demande d'un agent non-informé :

$$Q_u = \frac{E(U \mid P) - P}{2b + A.V(U \mid P)} \qquad (2).$$

Ces fonctions de demande sont identiques à celles obtenues dans le modèle de Grossman et Stiglitz (1980), à l'exception du terme $2b$ qui reflète l'impact des coûts de transaction sur les demandes formulées par les agents. Ce terme joue un rôle important car il influence la sensibilité de la demande des agents à la qualité de leur information (mesurée par σ_e^2)[9]. Dans le modèle de Grossman et Stiglitz (1980), la demande des agents devient infinie pour des prix différents de S lorsque $\sigma_e^2 = 0$ ou $A = 0$, c'est-à-dire lorsque les agents informés ont une information dont la précision est infinie ou lorsqu'ils sont neutres au risque. Ce n'est pas le cas ici car, du fait des coûts de transaction, les agents n'ont jamais intérêt à échanger des quantités infinies. On montre plus loin que ce résultat a des conséquences importantes sur les conditions d'existence de l'équilibre

[9]Nous suivons l'usage de la littérature consacrée à la transmission d'information par les prix qui mesure la qualité de l'information par σ_e^2 (Voir par exemple Ho et Michaely (1988)). En effet, plus σ_e^2 est petit, plus l'information reçue par l'agent informé est précise et en ce sens de bonne qualité.

dans ce modèle. Dans la prochaine section, on dérive l'équilibre en anticipations rationnelles.

3. L'Équilibre en anticipations rationnelles.

Le prix d'équilibre du marché à la date 0 est une fonction de trois paramètres : la réalisation du signal des agents, la réalisation de l'offre exogène d'actif risqué et la proportion d'agents informés q. On note $P_q(.,.)$ cette fonction pour une valeur particulière de q. Les agents non-informés utilisent l'information contenue dans le prix d'équilibre pour formuler leurs anticipations. A l'équilibre, les agents non-informés ne font pas d'erreur sur la relation qui existe entre le prix d'équilibre, l'offre exogène d'actifs risqués et le signal reçu par les agents informés. En ce sens leurs anticipations sont rationnelles.

Définition 1 : *Un équilibre en anticipations rationnelles est une fonction* $P_q(.,.)$ *telle que :*

1. *si les agents non-informés déterminent leurs anticipations et donc leur fonction de demande en anticipant que la fonction qui lie le prix aux variables* X *et* S *est* $P_q(S,X)$,
2. *alors le prix qui équilibre le marché pour des réalisations données de* X *et* S *est effectivement* $P_q(S,X)$.

On notera $P_q^*(.,.)$ une fonction qui satisfait cette définition.

Définition 2 : *On dit qu'un équilibre en anticipations rationnelles est linéaire s'il*

existe deux constantes a_0 et a_1 telles que :

$$P_q^*(X,S) = a_0 X + a_1 S$$

On étudie ici seulement les équilibres en anticipations rationnelles linéaires[10].

Equilibre

Proposition 1 :

Sous l'hypothèse de coûts de transaction quadratiques, il existe un équilibre en anticipations rationnelles linéaire caractérisé par la fonction suivante :

$$P_q^*(X,S) = k_1.Z_q \qquad (3),$$

avec

$$Z_q = S - \frac{A.(\sigma_e^2 + d).X}{q},$$

($Z_0 = X$ et $d = \frac{2b}{A}$,)

$$k_1 = \frac{\frac{q}{(\sigma_e^2+d)} + \frac{(1-q).\sigma_s 2}{V(Z_q).(V(U|P)+d)}}{\frac{q}{(\sigma_e^2+d}) + \frac{(1-q)}{(V(U|P)+d)}}.$$

($V(. \mid .)$ est la variance conditionnelle).

(La preuve de cette proposition est donnée en annexe A).

[10]Nous n'avons pas étudié la possibilité de l'existence d'un équilibre non-linéaire. L'exploration d'une telle possibilité paraît difficile sous les hypothèses retenues ici dans la mesure où, pour dériver la fonction de demande d'un agent non-informé, il est nécessaire que la distribution du prix d'équilibre P^* soit normale (dans le cas contraire, il n'est pas certain que U, et donc W_u conditionnellement à P, soient normalement distribuées). La linéarité de $P_q^*(.,.)$ permet justement de satisfaire la condition de normalité de P.

L'équilibre obtenu est très proche de celui dérivé par Grossman et Stiglitz (1980). En fait, lorsque les coûts de transaction sont nuls ($d = 0$), l'équilibre linéaire décrit dans la proposition 1 est identique à celui qu'ils obtiennent. L'offre d'actif risqué n'étant pas observée par les agents, il est impossible pour les agents non-informés d'inférer parfaitement le signal reçu par les agents non-informés en observant seulement le prix d'équilibre (l'équilibre n'est pas parfaitement révélateur). On remarque que la réalisation de l'offre exogène est multipliée par un terme (d) qui mesure l'intensité des coûts de transaction. Ainsi, toutes choses égales par ailleurs, l'existence des coûts de transaction augmente le poids de l'offre exogène dans les variations du prix d'équilibre et donc diminue l'efficience informationnelle des prix. On peut préciser ce résultat en utilisant $V(Z_q \mid S)$ comme mesure de l'efficience informationnelle[11]. On a :

$$V(Z_q \mid S) = \left(\frac{A.(\sigma_e^2 + d)}{q} \right)$$

Pour q donné, l'efficience informationnelle est donc décroissante avec l'intensité des coûts de transaction (d). Lorsque les coûts de transaction augmentent, la demande des agents informés est moins sensible à leur information S. L'impact des transactions réalisées par les informés sur le prix d'équilibre diminue et finalement l'offre exogène explique une plus grande part des variations du prix d'équilibre, ce qui provoque une baisse de l'efficience informationnelle du prix d'équilibre.

Dans l'argument précédent, on suppose implicitement que la proportion q d'agents informés est donnée. En réalité, la proportion d'agents informés dépend de l'intensité des coûts de transaction. En effet, puisqu'un accroissement des coûts de transaction provoque initialement une baisse de l'efficience informationnelle, les agents informés ob-

[11] On rappelle que plus $V(Z_q \mid S)$ est grand, plus l'efficience informationnelle est faible.

tiennent une meilleure rémunération de leur information. Ceci doit inciter de nouveaux agents à s'informer. Ce deuxième effet d'un accroissement des coûts de transaction (l'accroissement de la proportion d'agents informés) a un effet positif sur l'efficience informationnelle (une augmentation de q diminue $V(Z_q \mid S)$). L'objectif de la section suivante est d'analyser quel est celui de ces deux effets contraires sur l'efficience informationnelle qui l'emporte finalement.

4. Proportion d'équilibre des agents informés.

L'analyse de la section précédente reste partielle. En effet, nous avons déterminé le prix d'équilibre pour une proportion donnée d'agents informés. Cependant cette proportion est endogène. En effet les agents décident de s'informer uniquement si les gains futurs qu'ils peuvent obtenir grâce à une information privilégiée sont suffisamment importants pour compenser les coûts d'information et les coûts de transaction. L'objectif de cette section est donc de compléter l'analyse précédente en déterminant la proportion d'agents qui décident de s'informer à l'équilibre et en analysant l'impact des coûts de transaction sur cette proportion. On commence par caractériser la proportion d'initiés à l'équilibre en fonction des paramètres exogènes du modèle. On notera q^* cette proportion.

4.1. Caractérisation de la proportion d'informés à l'équilibre.

Plus la proportion d'agents informés est importante, plus le système de prix est informationnellement efficient. Ceci diminue la possibilité pour les agents informés d'utiliser à profit leur information. Il existe donc une proportion q^* d'agents informés telle que, compte tenu du coût d'information, les agents sont indifférents ex-ante entre devenir informés ou rester non-informés. L'espérance d'utilité que peut obtenir un agent en

s'informant[12] doit alors être juste égale à l'espérance d'utilité qu'il obtient en restant non-informé. Notons :

$$\gamma(q) = \frac{E_0(L(W_i^q)}{E_0(L(W_u^q)}.$$

L'indice 0 indique que les espérances sont calculées sur toutes les réalisations de S. On dit que $(q^*, P_{q^*}^*(.,.))$ constitue un équilibre si :

$$\gamma(q^*) = 1 \quad pour \quad 0 < q^* < 1 \tag{4},$$

$$\gamma(0) \geq 1 \quad si \quad q^* = 0 \tag{5}.$$

$$\gamma(1) \leq 1 \quad si \quad q^* = 1 \tag{6}.$$

Dans l'annexe B, on montre que :

$$\gamma(q) = exp(A.C).\sqrt{\frac{(\sigma_\epsilon^2 + d)}{(V(U \mid Z_q) + d)}} \tag{7}.$$

On note que $\gamma(q)$ est une fonction croissante de q. En effet, $V(U \mid Z_q)$ est une fonction décroissante de q. Comme $\gamma(q)$ est décroissant en $V(U \mid Z_q)$, on en déduit que $\frac{\partial \gamma(q)}{\partial q} > 0$. D'autre part, on note que la proportion d'équilibre q^* d'agents informés n'est pas indépendante du niveau des coûts de transaction puisque $\gamma(.)$ dépend de d.

Remarque : il n'existe pas toujours une proportion q^* qui satisfasse une des conditions d'existence de l'équilibre. On discute plus précisément dans la section 5 les conditions

[12]Cette espérance d'utilité doit être calculée avant que l'agent informé ne connaisse la réalisation de son signal puisqu'il prend la décision de payer un coût d'information sans connaître cette information. La décision d'acheter ou non de l'information est en fait similaire à la décision d'entrer dans une branche pour une firme.

d'existence de l'équilibre. Pour le moment, on analyse la relation entre la proportion d'agents informés à l'équilibre et le niveau des coûts de transaction, en supposant que l'équilibre existe.

4.2. Impact des coûts de transaction sur la proportion d'agents informés à l'équilibre.

L'équation (7), combinée avec les conditions d'existence (4), (5) et (6) permet d'obtenir une relation entre la proportion d'agents informés à l'équilibre et le niveau des coûts de transaction. Après quelques manipulations, on peut écrire cette relation :

$$(exp(2AC)-1).q^{*2}.\sigma_s^2 + (exp(2AC)-1).(A.(\sigma_e+d))^2.\sigma_x^2 - A^2.(\sigma_e^2+d).\sigma_x^2.\sigma_s^2 = 0.$$

On peut alors utiliser cette relation pour analyser l'impact d'un accroissement de d sur q^* et obtenir la proposition suivante :

Proposition 2 *:*

Si $D = \frac{\sigma_s^2}{2.(exp(2AC)-1)} - \sigma_e^2 > 0$ *alors une augmentation des coûts de transaction peut provoquer une augmentation du nombre des agents informés. En revanche si* $D < 0$ *alors une augmentation des coûts de transaction se traduit toujours par une baisse du nombre des agents informés. Plus précisément, on a :*

- *Si* $D > 0$ *alors* $\frac{\partial q^*}{\partial d} > 0$ *pour* $d \in [0, D]$ *et* $\frac{\partial q^*}{\partial d} < 0$ *pour* $d \in [D, \frac{\sigma_s^2}{(exp(2AC)-1)} - \sigma_e^2]$. *Pour* $d > (\frac{\sigma_s^2}{(exp(2AC)-1)} - \sigma_e^2)$ *alors* $q^* = 0$
- *Si* $D < 0$ *alors* $\frac{\partial q^*}{\partial d} < 0$ *pour toutes les valeurs de* d.

(voir preuve en annexe C.)

(voir figures 1 et 2 en annexe)

L'impact des coûts de transaction sur la proportion q^* d'agents informés est donc ambigu. Cependant dans certains cas, un accroissement des coûts de transaction peut effectivement provoquer un accroissement du nombre des agents informés. C'est le cas si 1) la variance du signal reçu par les agents informés est grande relativement à la variance de E [13] et 2) les coûts d'information ne sont pas trop élevés. Les coûts de transaction peuvent donc dans ce type de contexte (équilibre en anticipations rationnelles) constituer une incitation à s'informer. On remarque cependant qu'un accroissement des coûts de transaction n'entraîne pas systématiquement un accroissement du nombre des agents informés. Ceci est lié au fait que les coûts de transaction obligent les agents informés à réduire leur volume de transaction et limitent donc la possibilité pour ces agents de profiter de leur information même si le marché est moins transparent. Finalement, une des conclusions du modèle analysé dans cet essai est que, toutes choses égales par ailleurs, les marchés pour lesquels les coûts de transaction sont très élevés doivent attirer un nombre plus faible d'agents initiés que les marchés pour lesquels les coûts de transaction sont faibles.

Dans la section précédente, on a noté qu'un tel accroissement de la proportion d'agents informés pouvait éventuellement compenser l'effet négatif direct de d sur l'efficience informationnelle. Qu'en est-il exactement? Nous sommes à présent en mesure de répondre précisément à cette question.

[13]Cette condition est en fait une condition sur l'utilité de l'information reçue par les informés. Intuitivement, un signal est utile s'il permet de réduire significativement l'incertitude sur la valeur future de l'actif. C'est effectivement le cas si σ_s^2 est grand relativement à σ_e^2. Dans ce cas il existe "naturellement" une incitation forte à s'informer. Les coûts de transaction renforcent cette incitation car ils augmentent le camouflage des agents informés, comme on l'a expliqué plus haut.

Lorsque $D < 0$, un accroissement des coûts de transaction provoque une baisse de la proportion d'agents informés à l'équilibre et donc finalement une baisse de l'efficience informationnelle (voir l'expression de $V(Z_{q^*} \mid S)$ plus haut).

Lorsque $D > 0$, l'analyse est moins directe. En utilisant l'expression de q^{2*} dérivée en annexe C, on peut prouver le résultat suivant :

$$\frac{\partial V(Z_{q^*} \mid S)}{\partial d} = \frac{(exp(2AC)-1)^{-1})}{((exp(2AC)-1)^{-1}-1)^{-1} - \frac{(\sigma_e^2+d)}{\sigma_s})^2} \quad \forall d \in [0, \frac{\sigma_s^2}{(exp(2AC)-1)} - \sigma_e^2].$$

De plus lorsque $d > \frac{\sigma_s^2}{(exp(2AC)-1)} - \sigma_e^2$, la proportion d'agents informés à l'équilibre est nulle. Dans ce cas $V(Z_q^* \mid S) = V(X)$, quel que soit d. En fait, dans ce cas, le prix ne transmet aucune information puisqu'aucun agent n'est informé à l'équilibre.

Par conséquent $\frac{\partial V(Z_{q^*}|S)}{\partial d}$ est toujours positive ou nulle. On peut donc énoncer la proposition suivante :

Proposition 3 : *Un accroissement des coûts de transaction réduit toujours l'efficience informationnelle.*

Ceci signifie que dans les cas où un accroissement des coûts de transaction induit un accroissement de la proportion des agents informés, l'impact positif de l'accroissement de la proportion d'agents informés sur l'efficience informationnelle est plus que compensé par l'impact négatif sur l'efficience informationnelle de la baisse du volume échangé par les agents informés. En fait, on pouvait intuitivement s'attendre à ce résultat. En effet, toutes choses égales par ailleurs, une augmentation des coûts de transaction diminue les gains des agents informés. Pour que de nouveaux agents soient incités à

s'informer, il est par conséquent nécessaire que les prix révèlent moins d'information à l'équilibre. Une augmentation simultanée des coûts de transaction, de la proportion d'agents informés et de l'efficience informationnelle est donc impossible. Enfin, on peut noter qu'une implication de la proposition 3 est que dans tous les cas une diminution ou une suppression des coûts de transaction permet d'accroître l'efficience informationnelle d'un marché.

5. Sur les conditions d'existence de l'équilibre.

5.1. Inexistence d'un équilibre parfaitement révélateur.

Grossman et Stiglitz montrent qu'en l'absence de bruit ($\sigma_x^2 = 0$), il est impossible d'obtenir un équilibre. Ce résultat continue à être vrai en présence de coûts de transaction. Ceci est dû au fait que, même lorsque les agents doivent s'acquitter d'un coût de transaction, le prix reste parfaitement révélateur en l'absence de bruit. Par conséquent, aucun agent n'a intérêt à payer un coût pour s'informer. Mais dans ce cas le prix ne peut révéler aucune information, ce qui doit inciter au moins un agent à s'informer...Il est donc impossible de trouver une proportion q^* d'équilibre. Mathématiquement l'argument repose sur la discontinuité de $\gamma(.)$ en 0 et s'écrit de la façon suivante :

si $\sigma_x^2 = 0$ et $exp(AC) < \left(\sqrt{\frac{(\sigma_\varepsilon^2+d)}{(\sigma_\varepsilon^2+\sigma_s^2+d)}}\right)^{-1}$ alors $\gamma(.)$ est discontinue en 0. $q = 0$ ne peut pas être un équilibre car : $\gamma(0) < 1$. $q > 0$ ne peut pas non plus être un équilibre car $\gamma(q) = exp(AC) > 1 \quad \forall q > 0$. Il est donc impossible de déterminer une proportion d'agents informés à l'équilibre dans le cas où le prix d'équilibre révèle toute l'information des agents informés.

Groupe HEC
BIBLIOTHÈQUE
78351 JOUY EN JOSAS CEDEX
FRANCE

Le paradoxe de Grossman et Stiglitz (1980) reste donc vrai, même en présence de coûts de transaction, lorsqu'il n'existe aucune source de bruit pour empêcher une révélation totale de l'information des agents informés par les prix. Les coûts de transaction amplifient le niveau du bruit, mais ne sont pas suffisants pour empêcher les prix de révéler complètement l'information des informés.

5.2. Existence d'un équilibre avec information parfaite.

Dans le modèle de Grossman et Stiglitz (1980), l'équilibre n'existe pas également lorsque les agents informés obtiennent une information parfaite ($\sigma_\epsilon^2 = 0$). En effet, dans ce cas, la demande des agents informés pour des prix différents de la valeur finale de l'actif (leur signal) est infinie. Le seul prix d'équilibre est donc égal au signal reçu par les agents informés. Ce prix est parfaitement révélateur et d'après l'argument de la section 5.1, il n'est pas possible d'obtenir un équilibre dans ce cas. Comme on l'a déjà expliqué plus haut, l'existence de coûts de transaction limite la sensibilité de la demande des agents informés au signal qu'ils reçoivent. En particulier, même lorsqu'ils reçoivent une information parfaite sur la valeur de liquidation de l'actif risqué, ils ne désirent pas prendre de position infinie. Par conséquent, il est possible en présence de coûts de transaction, à la différence de ce que montre le modèle de Grossman et Stiglitz, d'obtenir un équilibre qui ne soit pas parfaitement révélateur, même lorsque les agents ont une information parfaite. On examine plus précisément cette intuition dans ce qui suit.

On commence par montrer qu'en présence de coûts de transaction ($d > 0$), la fonction $\gamma(.)$ est continue en $q = 0$ lorsque les agents informés reçoivent une information parfaite. En utilisant l'expression de $\gamma(q)$ donnée par l'équation (5), on obtient :

$$\gamma(0) = exp(AC).\sqrt{\frac{d}{(\sigma_s^2 + d)}},$$

(car $V(U \mid Z_0) = V(U \mid X) = V(U) = \sigma_s^2 + \sigma_e^2$).

et

$$\gamma(q) = exp(AC).\sqrt{\frac{(q^2.d.\sigma_s^2 + A^2.d^3.\sigma_x^2)}{(\sigma_s^2.A^2.d^2.\sigma_x^2 + q^2.d.\sigma_s^2 + A^2.d^3.\sigma_x^2)}}.$$

Il est clair que $\lim_{q \to 0} \gamma(q) = \gamma(0)$. Aussi $\gamma(q)$ est continue à droite en zéro (elle n'est pas définie à gauche en zéro). On en déduit donc que $g(.) = \gamma(.) - 1$ est une fonction continue et croissante (car $\gamma(.)$ est une fonction croissante, cf section 4.1) sur $[0, +\infty[$. Si $\gamma(0) = exp(AC).\sqrt{\frac{d}{\sigma_s^2+d}} < 1$, on a :

$$g(0) < 0,$$

$$\lim_{q \to +\infty} g(q) = exp(AC) - 1 > 0.$$

On en déduit qu'il existe $0 < q^{**} < +\infty$ tel que $g(q^{**}) = 0$ ou $\gamma(q^{**}) = 1$. Si $q^{**} \geq 1$, cela implique que la proportion d'agents informés à l'équilibre (q^*) existe et est égale à l'unité. Si $q^{**} < 1$ alors la proportion d'agents informés à l'équilibre est égale à q^{**}. Finalement, on peut donc énoncer la proposition suivante :

Proposition 4 : *On suppose que* $\sigma_e^2 = 0$.

- *Si* $exp(AC).\sqrt{\frac{d}{\sigma_s^2+d}} < 1$ *alors un équilibre non-révélateur avec une proportion non-nulle d'agents informés peut être obtenu lorsque l'information des agents informés est parfaite.*

- *Si* $exp(AC).\sqrt{\frac{d}{\sigma_s^2+d}} > 1$, *un équilibre non-révélateur existe mais dans ce cas aucun agent ne s'informe à l'équilibre.*

Contrairement aux conclusions de Grossman et Stiglitz (1980), il est donc possible d'obtenir un équilibre non-révélateur lorsque les agents informés ont une information dont la précision est infinie. L'existence de variables non observables (ici l'offre exogène d'actif risqué), autres que le signal des agents informés, est un ingrédient indispensable pour obtenir un équilibre dans les modèles du type Grossman et Stiglitz. En revanche, comme on le montre ici, l'existence de l'équilibre est moins sensible à la précision de l'information reçue par les agents informés.

Remarque : rôle de l'aversion au risque.

Lorsque les agents informés ne prennent pas en compte l'impact de leur transaction sur la réalisation du prix d'équilibre, il n'est pas possible d'obtenir un équilibre si les agents sont neutres au risque dans les modèles de transmission de l'information par les prix. Kyle (1989) note par exemple :

> *"The second reason for modelling informed traders as imperfect competitors is that models based on perfect information do not have reasonable properties. For example [..] when informed traders are almost risk-neutral and behave as perfect competitors, equilibrium prices reveal so much of their private information that their profits are small and they have little incentive to acquire the costly private information in the first place."(Kyle(1989)-p.318, second paragraphe.)*

On peut montrer que les coûts de transaction suffisent à obtenir un équilibre non-révélateur lorsque les agents sont neutres au risque. L'intuition est similaire à celle proposée dans le cas où les agents reçoivent une information dont la précision est

infinie. Les coûts de transaction dissuadent les agents informés de prendre des positions extrêmes, même lorsque leur aversion au risque est faible (remarquer que le dénominateur de la fonction de demande des agents informés ne tend pas vers 0 lorsque l'aversion au risque des agents tend vers 0). Cette réduction du volume de transaction des agents informés permet d'éviter que toute l'information des agents informés soit révélée par les prix lorsque ceux-ci deviennent neutres au risque[14].

[14]Dans le cas où les agents sont neutres au risque, les fonctions de demande des agents sont obtenues en prenant $A = 0$ dans les équations (1) et (2). $P_q^*(.,.)$ est obtenue en prenant $A = 0$ dans l'équation (3) (voir proposition 1). En revanche $\gamma(.)$ est modifiée. Comme l'intuition expliquant l'existence d'un équilibre lorsque les agents sont neutres au risque et en présence de coûts de transaction est similaire à celle proposée lorsque les initiés ont une information parfaite, on ne dérive pas ici la nouvelle forme de $\gamma(.)$.

6. Conclusion.

Dans cet essai, on analyse l'impact d'une variation des coûts de transaction sur la transmission d'information par les prix et sur le nombre d'agents informés, dans un modèle en anticipations rationnelles similaire à celui de Grossman et Stiglitz (1980). Le nombre d'agents informés est déterminé en partie par le niveau des coûts de transaction. Une augmentation du niveau des coûts de transaction permet aux agents informés d'obtenir un meilleur camouflage de leur information. Ceci accroît la valeur de l'information et peut inciter dans certains cas de nouveaux agents à s'informer. Cependant, dans tous les cas, une augmentation des coûts de transaction se fait au détriment de l'efficience informationnelle. Pagano (1989) montre que le niveau des coûts de transaction constitue une variable importante pour expliquer la répartition des agents entre les marchés et finalement leur liquidité. Les résultats obtenus ici montrent que les coûts de transaction influencent d'autres caractéristiques d'un marché : son efficience informationnelle et la proportion d'agents informés. Ces caractéristiques étant importantes pour les investisseurs, on peut s'attendre à ce qu'elles influencent elles-aussi la compétitivité d'un marché.

Même en présence de coûts de transaction, l'existence de bruit est nécessaire pour éviter le paradoxe de Grossman et Stiglitz (1980). En revanche, on montre que contrairement aux conclusions de Grossman et Stiglitz, il est possible, même lorsque les initiés adoptent un comportement concurrentiel, d'obtenir des équilibres non-révélateurs lorsque les agents sont neutres au risque ou lorsqu'ils reçoivent une information dont la précision est infinie. Ces conclusions sont similaires à celles obtenues dans le modèle de Kyle (1985) ou Kyle (1989) bien que ceux-ci utilisent des hypothèses différentes concernant le comportement des agents informés. Dans les modèles du type

Kyle, elles sont obtenues parce que les agents réduisent stratégiquement leur volume de transaction pour limiter leur impact sur les prix. Les coûts de transaction obligent également les agents informés à limiter leur volume d'échange mais pour des raisons exogènes (coûts de transaction) et non pour des raisons stratégiques.

L'étude de l'impact des coûts de transaction sur la révélation d'information par les prix a été réalisée dans cet essai sous des hypothèses très particulières : normalité des variables aléatoires et coûts de transaction quadratiques. Une généralisation à des hypothèses moins restrictives est techniquement délicate. Cependant l'intuition selon laquelle l'efficience informationnelle des prix diminue en présence de coûts de transaction, parce que les agents informés limitent la sensibilité de leur transaction à leur signal, semble robuste.

Annexes du deuxième essai.

Annexe A : preuve de la proposition 1.

Pour simplifier les notations, on pose :

$$\Omega_1 = (\sigma_e^2 + d),$$

$$\Omega_2 = (V(U \mid P) + d).$$

Nous allons vérifier que si :

$$P_q^*(S,X) = k_1.Z_q = \left(\frac{\frac{q}{A.\Omega_1} + \frac{(1-q).\sigma_s^2}{A.\Omega_2.V(Z_q)}}{\frac{q}{A.\Omega_1} + \frac{(1-q)}{A.\Omega_2}} \right).S - \left(\frac{1 + \frac{(1-q).\sigma_s^2.(\sigma_e^2+d)}{q.\Omega_2.V(Z_q)}}{\frac{q}{A.\Omega_1} + \frac{(1-q)}{A.\Omega_2}} \right).X \qquad (A.3).$$

alors pour toutes réalisations de X et S, $P_q(X,S)$ est le prix qui équilibre l'offre et la demande.

Comme U et P sont normalement distribuées, on peut calculer : $E(U \mid P)$ et $V(U \mid P)$. On obtient :

$$E(U \mid P) = E(U \mid Z_q) = \frac{\sigma_s^2}{V(Z_q)}.Z_q = \frac{\sigma_s^2.S}{V(Z_q)} - \frac{\sigma_s^2.A.(\sigma_e^2 + d).X}{V(Z_q).q} \qquad (A.2),$$

$$V(U \mid P) = V(U \mid Z_q) = \sigma_s^2 + \sigma_e^2 - \frac{(\sigma_s^2)^2}{V(Z_q)} \qquad (A.3).$$

Comme le montre l'équation (A.3), la variance de U conditionnellement à P ne dépend

pas des réalisations de S et X. Par conséquent, on peut considérer $V(U \mid P)$ comme une constante par la suite.

Pour des réalisations données de X et S, la demande nette de tous les agents s'écrit :

$$D_N(S,X) = q.\frac{S-P}{2b+A.\sigma_\varepsilon^2} + (1-q).\frac{E(U \mid P)-P}{2b+A.V(UIP)} \qquad (A.4).$$

On remplace P et $E(U \mid P)$ par leurs expressions données par les équations (A.1) et (A.2) dans l'équation (A.4), et on vérifie que la demande nette est égale à l'offre exogène : X. Pour cela, on procède en deux étapes. On commence d'abord par montrer que la somme des termes en S (noté $\Sigma(S)$) est nulle dans l'équation (A.4). Puis on montre que la somme des termes en X (notée $\Sigma(X)$) est égale à X.

Première Etape.

On a :

$$\Sigma(S) = \frac{q}{A\Omega_1}.\left(S - \frac{\frac{q.S}{A\Omega_1} + \frac{(1-q).S.\sigma_s^2}{A\Omega_2.V(Z_q)}}{\frac{q}{A\Omega_1} + \frac{(1-q)}{A\Omega_2}}\right) + \frac{(1-q)}{A\Omega_2}.\left(\frac{\sigma_s^2.S}{V(Z_q)} - \frac{\frac{q.S}{A.\Omega_1} + \frac{(1-q).S.\sigma_s^2}{A\Omega_2.V(Z_q)}}{\frac{q}{A.\Omega_1} + \frac{(1-q)}{A.\Omega_2}}\right).$$

(La première partie de cette somme prend en compte les termes en S qui proviennent de $q.\frac{S-P}{2b+A.\sigma_\varepsilon^2}$. La seconde partie prend en compte les termes qui proviennent de $(1-q).\frac{E(U|P)-P}{2b+A.V(U|P)}$.)

En mettant les deux parties de la somme $\Sigma(S)$ au même dénominateur, on obtient :

$$\Sigma(S) = \left(\frac{q.(1-q) - \frac{(1-q).q.\sigma_s^2}{V(Z_q)}}{A^2\Omega_1\Omega_2.\left(\frac{q}{A.\Omega_1} + \frac{(1-q)}{A.\Omega_2}\right)} \right).S + \left(\frac{-(q.1-q) + \frac{(1-q).q.\sigma_s^2}{V(Z_q)}}{A^2\Omega_1\Omega_2\left(\frac{q}{A\Omega_1} + \frac{(1-q)}{A\Omega_2}\right)} \right).S \qquad (A.5)$$

Soit

$$\Sigma(S) = 0 \quad \forall \quad S.$$

Deuxième Etape.

On calcule à présent $\Sigma(X)$:

$$\Sigma(X) = \left(\frac{q.\Omega_2 + \frac{(1-q).\Omega_1.\sigma_s^2}{V(Z_q)}}{A\Omega_1\Omega_2.\left(\frac{q}{A.\Omega_1} + \frac{(1-q)}{A.\Omega_2}\right)} \right).X + \left(\frac{(1-q).\Omega_1 - \frac{(1-q).\Omega_1.\sigma_s^2}{V(Z_q)}}{A.\Omega_1\Omega_2.\left(\frac{q}{A.\Omega_1} + \frac{(1-q)}{A.\Omega_2}\right)} \right).X \qquad (A.6)$$

(La première partie de cette somme prend en compte les termes en S qui proviennent de $q.\frac{S-P}{2b+A.\sigma_e^2}$. La seconde partie prend en compte les termes qui proviennent de $(1-q).\frac{E(U|P)-P}{2b+A.V(U|P)}$.)

De l'équation (A.5), on tire :

$$\Sigma(X) = \left(\frac{\Omega_2.q + \Omega 1.(1-q)}{A.\Omega_1\Omega_2.\left(\frac{q}{A.\Omega_1} + \frac{(1-q)}{A.\Omega_2}\right)} \right).X \quad \forall \quad X$$

Soit :

$$\Sigma(X) = X.$$

Par conséquent, si les agents non-informés anticipent que le prix d'équilibre est déterminé par S et X selon la relation donnée par l'équation (A.1) alors la demande nette est égale à l'offre exogène pour toutes les réalisations de S et X. On en déduit donc que le prix défini dans la relation (A.1) est bien un équilibre

Q.E.D.

Annexe B : calcul de la fonction $\gamma(.)$.

Etape 1 : calcul de l'espérance d'utilité d'un agent informé.

On commence par calculer $E_0\left(L(W_i{}^{q^*})\right)$.

En utilisant le fait que $W_i{}^{q^*}$ est normalement distribué conditionnellement à (X, S), on obtient :

$$E(L(W_i{}^{q^*}) \mid S, X) = -e^{-A\left(E(W_i{}^{q^*}|S,X) - \frac{A}{2}.V(W_i{}^{q^*}|S,X)\right)} \quad \forall \quad W_i \qquad (B.1),$$

avec

$$E(W_i{}^{q^*} \mid S, X) = Q_i.S - F(Q_i) - PQ_i - C + W_0 \qquad (B.2),$$

$$V(W_i{}^{q^*} \mid S, X) = Q^2.\sigma_e^2 \qquad (B.3).$$

De plus, on a $Q_i = \frac{S-P}{A.(d+\sigma_e^2)}$. Par conséquent :

$$E(W_i{}^{q^*} \mid S, X) = \frac{(S-P)^2}{A.(\sigma_e^2 + d)} - C + W_0 - F(Q_i) \qquad (B.4).$$

Comme $F(Q_i) = b.\left(\frac{(S-P)}{A.(\sigma_e^2+d)}\right)^2$ et $E(U \mid S) = S$, on peut réécrire l'équation (B.4) :

$$E(W_i^{q^*} \mid S, X) = \frac{(E(U \mid S) - P)^2}{A.(\sigma_e^2 + d)} - b.\left(\frac{(E(U \mid S) - P)}{A.(\sigma_e^2 + d)}\right)^2 - C + W_0 \qquad (B.5).$$

On réécrit cette équation de façon à faire apparaître d (on rappelle que $d = \frac{2b}{A}$) :

$$E(W_i^{q^*} \mid S, X) = \frac{(E(U \mid S) - P)^2}{A.(\sigma_e^2 + d)} - \frac{A.d}{2}.\left(\frac{(E(U \mid S) - P)}{A.(\sigma_e^2 + d)}\right)^2 - C + W_0 \qquad (B.6).$$

On calcule à présent $V(W_i^{q^*} \mid S, X)$.

$$V(W_i^{q^*} \mid S, X) = \left(\frac{(S - P)}{A.(\sigma_e^2 + d)}\right)^2 \sigma_e^2 \qquad (B.7).$$

En substituant les expressions de $E(W_i^{q^*} \mid S, X)$ et $V(W_i^{q^*} \mid S, X))$ obtenues dans les équations (B.6) et (B.7) dans (B.1), on obtient :

$$E(L(W_i^{q^*}) \mid S, X) = -exp\left(-A.(W_0 - C) - \frac{(E(U \mid S) - P)^2}{(\sigma_e^2 + d)} + \left(\frac{E(U \mid S) - P}{\sigma_e^2 + d}\right)^2 .(d + \sigma_e^2)/2\right),$$

d'où :

$$E(L(W_i^{q^*}) \mid S, X) = -exp\left(-A.(W_0 - C) - \frac{(E(U \mid S) - P)^2}{2.(\sigma_e^2 + d)}\right) \qquad (B.8).$$

P est une fonction S et X. Par conséquent, en utilisant le théorème des conditionnements successifs (voir par exemple Gourieroux-Montfort p506), on obtient :

$$E\left(E(L(W_i^{q^*}) \mid S, X) \mid P\right) = E(L(W_i^{q^*}) \mid P).$$

D'après l'équation (B.8), $E(L(W_i^{q^*}) \mid P)$ s'écrit :

$$E(L(W_i^{q^*}) \mid P) = -e^{-A.(W_0-C)}.E\left(exp(-\frac{(E(UIS)-P)^2}{2.(\sigma_e^2+d)} \mid P\right) \qquad (B.9).$$

Comme P est informationnellement équivalent à Z_q, on a : $E(L(W_i^{q^*}) \mid P) = E(L(W_i^{q^*}) \mid Z_q)$. Par ailleurs, posons $H = V((E(U \mid S) \mid Z_q) = V(S \mid Z_q)$ et $J = \frac{(E(U|S)-P)}{\sqrt{H}}$. Avec ces notations, on peut réécrire (B.9) :

$$E(L(W_i^{q^*}) \mid P) = E(L(W_i^{q^*}) \mid Z_q) = -e^{-A.(W_0-C)}.E\left(exp-\frac{H.J^2}{2.(\sigma_e^2+d)} \mid Z_q\right) \quad (B.10).$$

$E(U \mid S)$ est normalement distribué et P conditionnellement à Z_q n'est pas aléatoire. Par conséquent la distribution conditionnelle à Z_q de la variable aléatoire J^2 est un chi-2 non-centré. La fonction génératrice de J^2 s'écrit donc :

$$E(exp(-t.J^2) \mid Z_q) = \frac{1}{\sqrt{(1+2t)}}.exp-\frac{E(J \mid Z_q)^2.t}{(1+2t)} \qquad (B.11).$$

De plus, $E(E(U \mid S) \mid Z_q) = E(U \mid Z_q)$. Par conséquent $E(J \mid Z_q) = \frac{(E(U|Z_q)-P)}{\sqrt{H}}$. Choisissons $t = \frac{H}{2.(\sigma_e^2+d)}$. En utilisant (B.11), on peut écrire l'équation (B.10) :

$$E(L(W_i^{q^*}) \mid Z_q) = -e^{-A.(W_0-C)}.\left(\sqrt{\frac{\sigma_e^2+d}{\sigma_e^2+d+H}}\right).\left(exp\frac{-(E(U \mid Z_q)-P)^2}{2.(\sigma_e^2+d+H)}\right) \qquad (B.12).$$

On remarque que $V(U \mid Z_q) = \sigma_e^2 + V(S \mid Z_q)$. Par conséquent, l'équation précédente

est équivalente à :

$$E(L(W_i^{q^*}) \mid Z_q) = -e^{-A.(W_0-C)}.\left(\sqrt{\frac{\sigma_e^2+d}{\sigma_e^2+d+H}}\right).\left(exp\frac{-(E(U \mid Z_q)-P)^2}{2.(V(U \mid Z_q)+d)}\right). \quad (B.13).$$

Deuxième étape : calcul de l'espérance d'utilité d'un agent non-informé.

On calcule l'espérance d'utilité d'un agent qui ne reçoit aucun signal et qui ne paie aucun coût d'information. Les calculs sont similaires à ceux effectués dans la première étape mais :

1. On ne prend pas en compte le coût d'information C.
2. L'agent non-informé n'observe pas S. Par conséquent, il n'a pas la même fonction de demande que les agents informés. De plus, comme il observe seulement P, on ne conditionne pas initialement sa richesse sur la réalisation de S mais directement sur celle de P.

Ces remarques prises en compte, on obtient facilement :

$$E(L(W_u{}^{q^*}) \mid Z_q) = -e^{-A.W_0}.\left(exp\frac{-(E(U \mid Z_q)-P)^2}{2.(V(U \mid Z_q)+d)}\right) \quad (B.14).$$

En utilisant (B.13) et (B.14), on obtient :

$$E(L(W_i^{q^*}) \mid Z_q) - E(L(W_u{}^{q^*}) \mid Z_q) = \left(expA.C.\left(\sqrt{\frac{\sigma_e^2+d}{\sigma_e^2+d+H}}\right)-1\right).E(L(W_u{}^{q^*}) \mid Z_q).$$

En appliquant l'opérateur espérance des deux côtés de cette équation, on obtient :

$$E(L(W_i{}^{q^*})) - E(L(W_u{}^{q^*})) = \left(expA.C. \left(\sqrt{\frac{\sigma_e^2 + d}{\sigma_e^2 + d + H}} \right) - 1 \right) .E(L(W_u{}^{q^*})).$$

d'où :

$$\frac{E(L(W_i{}^{q^*}))}{E(L(W_u{}^{q^*}))} = expA.C. \left(\sqrt{\frac{\sigma_e^2 + d}{\sigma_e^2 + d + H}} \right).$$

Soit :

$$\frac{E(L(W_i{}^{q^*}))}{E(L(W_u{}^{q^*}))} = expA.C. \left(\sqrt{\frac{\sigma_e^2 + d}{V(UIZ_q) + d}} \right)$$

Q.E.D.

Annexe C : preuve de la proposition 2.

L'équation (8) nous donne une relation entre q^* et d.

$$(exp(2AC) - 1).q^2.\sigma_s^2 + (exp(2AC) - 1).(A.(\sigma_e^2 + d))^2.\sigma_x^2 - A^2.(\sigma_e^2 + d).\sigma_x^2.\sigma_s^2 = 0 \quad (8).$$

Cette relation est équivalente à :

$$\begin{aligned} &\left((exp(2AC) - 1).q^2.\sigma_s^2 + (exp(2AC) - 1).A^2.\sigma_e^{2\,2}.\sigma_x^2 - A^2.\sigma_e^2.\sigma_x^2.\sigma_s^2 \right) \\ &+ \left(2.(exp(2AC) - 1).A^2.\sigma_e^2.\sigma_x^2 - A^2.\sigma_x^2.\sigma_s^2 \right) .d \\ &+ (exp(2AC) - 1).A^2.\sigma_x^2.d^2 = 0. \end{aligned}$$

En utilisant cette relation, on isole q^{*2} :

$$q^{*2} = \frac{-A^2.\sigma_x^2.d^2}{\sigma_s^2} + \frac{A^2.\sigma_x^2.d.R_1}{\sigma_s^2} + \frac{A^2.\sigma_x^2.\sigma_e^2.R_2}{\sigma_s^2} \qquad (C.1),$$

avec

$$R_1 = \frac{\sigma_s^2}{exp(2AC) - 1} - 2.\sigma_e^2,$$

et

$$R_2 = \frac{\sigma_s^2}{exp(2AC) - 1} - \sigma_e^2.$$

On déduit de $C.1$ que :

$$\frac{\partial q^{*2}}{\partial d} = \frac{-2.A^2.\sigma_x^2.d}{\sigma_s^2} + \frac{A^2.\sigma_x^2.R_1}{\sigma_s^2} \qquad (C.2).$$

Par conséquent la dérivée première de $q^{*2}(.)$ s'annule lorsque $d = \frac{R_1}{2}$. On pose $D = \frac{R_1}{2}$. On constate facilement que $q^{*2}(.)$ atteint son maximum en D car la dérivée du second ordre de cette fonction est toujours négative. De plus, on vérifie facilement que si $d = R_2$ alors $q^{*2} = 0$. Ceci prouve donc que :

(1) Si $D > 0$ alors $q^{*2}(.)$ (donc $q^*(.)$) est croissante pour $d \in [0, D]$ décroissante pour $d \in [D, \frac{\sigma_s^2}{(exp(2AC)-1)} - \sigma_e^2]$. De plus $q^{*2}(d) = 0$ pour tout $d \geq R_2$.

(2) Si $D < 0$ alors $q^{*2}(.)$ (donc $q(.)$) est une fonction décroissante de d, quel que soit d. De plus $q^{*2}(d) = 0$ si $d \geq R_2$.

Q.E.D.

Deuxième essai : figures.

Figure 1 et 2 : coûts de transaction et proportion d'agents informés.

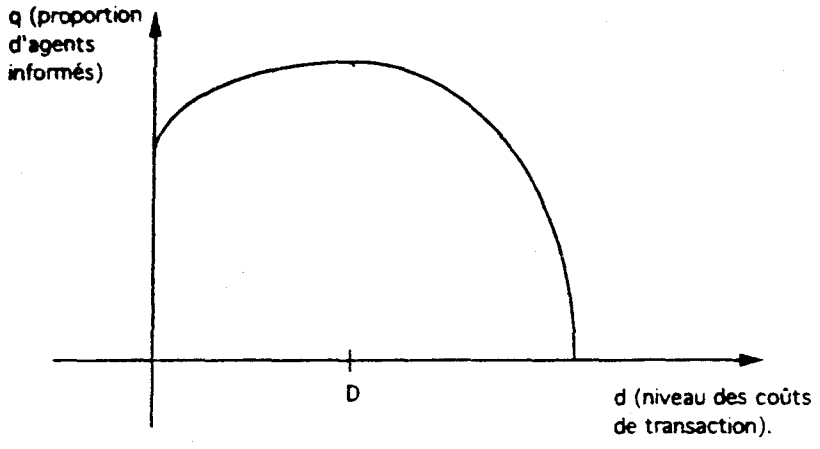


Figure 1 : D > 0. Un accroissement des coûts de transaction peut provoquer une augmentation de la proportion d'agents informés.

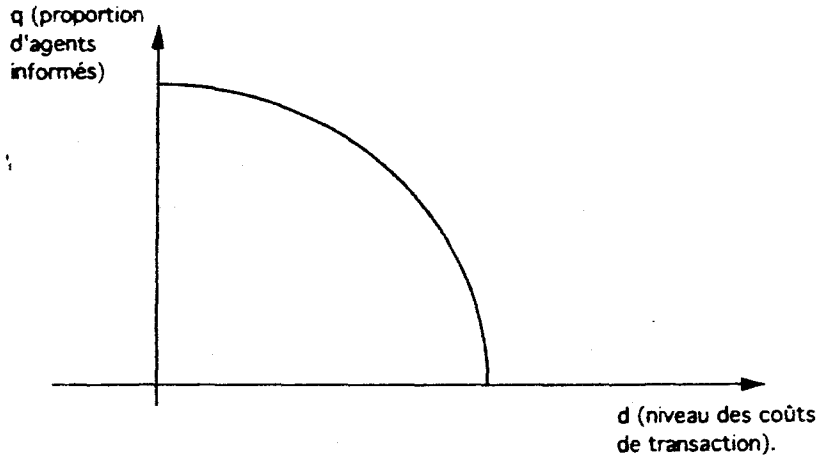


Figure 2 : D<0. Un accroissement des coûts de transaction provoque systématiquement une baisse de la proportion d'agents informés.

TROISIEME ESSAI.

STRATEGIES DE PLACEMENT D'ORDRES

ET

FORMATION DES PRIX

DANS

UN MARCHE GOUVERNE PAR LES ORDRES.

"It is clear [..] that with a continuous auction market, each investor's order placement decision is made with reference to prices already established on the market, the bid and ask quotations which define the market spread. In turn, each investor's order may affect the market spread to which subsequent traders react. Hence the market spread is the product of a dynamic interactive process". Cohen, Maier, Schwartz, Withcomb (1981), Journal of Political Economy.

1. Introduction.

1.1. Le problème.

Pour une large part, la théorie de la microstructure des marchés financiers a été consacrée à l'analyse de la formation des prix dans les marchés de fixing et dans les marchés gouvernés par les prix[1]. En revanche, le marché gouverné par les ordres fonctionnant en temps continu a été peu étudié[2] bien que de nombreux marchés utilisent ce mécanisme d'échange (par exemple les bourses de Paris, Tokyo et Toronto). L'objectif de cet essai est d'étudier la formation des prix et le comportement des agents dans le cadre d'un modèle qui prend en compte les spécificités d'un marché gouverné par les ordres fonctionnant en temps continu[3].

Dans un marché gouverné par les ordres fonctionnant en temps continu, les échanges se déroulent suivant le principe de la double enchère dynamique. A n'importe quel moment pendant la durée des transactions, les investisseurs finaux peuvent, par l'intermédiaire de courtiers, proposer ou accepter une offre d'achat ou de vente en utilisant soit des ordres à cours limité (pour effectuer une offre), soit des ordres au mieux (pour

[1]Voir par exemple Grossman et Stiglitz (1980), Kyle (1989), Ho et al. (1985) et Mendelson (1982) pour les marchés de fixing, Ho et Stoll (1981), Ho et Stoll (1983) et Kyle (1985) pour les marchés gouvernés par les prix.

[2]Voir l'exposé préliminaire de la thèse pour une description détaillée de ces différentes structures de marchés.

[3]Les thèmes abordés dans cet essai présentent de nombreux points communs avec ceux associés à l'étude de la formation des prix dans le marché aux chevaux décrit par Böhm-Bawerk (1888). Le mécanisme d'échange analysé par Böhm-Bawerk ressemble cependant plus à celui de la double enchère statique alors que nous étudions ici une double enchère dans lequel les échanges se déroulent de manière dynamique. Nous revenons sur ce point dans la section 6.

accepter une offre). Un ordre d'achat (de vente) au mieux est exécuté immédiatement aux meilleurs prix demandés (offerts) disponibles. Au contraire, l'exécution d'un ordre d'achat ou de vente à cours limité est incertaine. Par exemple, l'exécution d'un ordre d'achat à cours limité est déclenchée soit par l'arrivée d'un ordre de vente au mieux, soit par l'arrivée d'un ordre de vente à cours limité avec un prix plus faible que la limite de l'ordre d'achat[4].

En plaçant un ordre à cours limité, un investisseur joue donc le rôle d'un teneur de marché dans la mesure où il permet aux ordres au mieux de trouver une contrepartie. Cependant, à la différence d'un marché gouverné par les prix, aucun agent n'est obligé de placer des ordres à cours limité dans un marché gouverné par les ordres. La majorité des modèles étudiant la microstructure des marchés contraignent de manière exogène certains agents à placer des ordres à cours limité et d'autres à placer des ordres au mieux. Cette hypothèse est acceptable lorsqu'il s'agit de décrire la formation des prix sur un marché gouverné par les prix dans la mesure où seuls les teneurs de marché peuvent afficher des cotations. En revanche, elle est trop forte pour décrire correctement le processus d'échange dans un marché gouverné par les ordres puisque, dans ce cas, les agents peuvent choisir d'être offreurs de liquidité en plaçant un ordre à cours limité ou demandeurs de liquidité en plaçant un ordre au mieux. Or un marché gouverné par les ordres ne peut être viable que s'il existe un équilibre entre les offreurs et les demandeurs de liquidité. Pourtant, comme on l'explique dans l'exposé préliminaire, il n'est pas certain que des investisseurs aient intérêt à placer des ordres à cours limité compte tenu des risques associés à une telle stratégie (malédiction du vainqueur, risque de sélection adverse, risque de non-exécution). Une des motivations de cet essai est d'analyser comment se réalise un équilibre entre les offreurs et les demandeurs de

[4]Voir l'annexe B de l'exposé préliminaire de la thèse pour un exemple.

liquidité. A cette fin, on étudie comment les agents choisissent stratégiquement de placer un ordre au mieux ou un ordre à cours limité et quelle est la compensation des ordres à cours limité pour le risque de non-exécution.

Une autre caractéristique importante des marchés gouvernés par les ordres est que le prix d'exécution d'un ordre à cours limité est en général égal au prix qui lui est associé. Par conséquent, les acheteurs ont une incitation à placer des ordres à cours limité qui sous-évaluent la valeur qu'ils attribuent à l'actif, tandis que les vendeurs ont une incitation à placer des ordres à cours limité qui surévaluent la valeur qu'ils attribuent à l'actif. Considérons par exemple le cas d'un acheteur neutre au risque qui attribue une valeur de 100FF à un actif. En plaçant un ordre à cours limité avec un prix de 100FF, il obtient un gain nul en cas d'exécution. Il choisira donc de placer un ordre à cours limité à un prix inférieur. Dans cet essai, on cherche à caractériser les prix offerts et demandés par les agents qui placent des ordres à cours limité , c'est-à-dire à déterminer dans quelle mesure un acheteur (un vendeur) peut effectuer une offre qui sous-évalue (surévalue) la valeur réelle qu'il attribue à l'actif [5].

Comme dans un marché gouverné par les prix, il existe une fourchette de prix entre le meilleur prix demandé et le meilleur prix offert dans les marchés gouvernés par les ordres. Dans les marchés gouvernés par les prix, cette fourchette de prix est due aux risques supportés par le teneur de marché dans son activité d'intermédiation : risque de sélection adverse et risque de position[6]. Probablement, ces risques expliquent

[5]En ce sens, le problème qui est étudié dans cet essai est similaire aux problèmes traditionnellement étudiés par la théorie des enchères. Ce point sera analysé plus précisément dans la section 6.

[6]Voir Biais (1990) et Biais et Foucault (1993b) pour une présentation synthétique des théories de la fourchette de prix.

également l'existence d'une fourchette de prix dans les marchés gouvernés par les ordres. On s'interroge dans cet essai sur la possibilité d'expliquer de manière différente la fourchette de prix dans ces marchés. On montre que l'incitation des acheteurs à sous-évaluer la valeur qu'ils attribuent à l'actif et l'incitation des vendeurs à surévaluer cette valeur suffit à créer un écart entre les prix offerts et les prix demandés, même en l'absence d'asymétrie d'information ou de risque de position pour les agents.

En résumé, on cherche à répondre aux trois questions suivantes :

- Quels sont les facteurs qui déterminent la décision d'être demandeur de liquidité ou offreur de liquidité dans un marché gouverné par les ordres fonctionnant en temps continu ?
- Quelles sont les stratégies de cotation optimales des agents qui placent des ordres à cours limité ?
- Pourquoi existe-t-il une fourchette de prix dans un marché gouverné par les ordres fonctionnant en temps continu ?

Avant d'exposer plus précisément les caractéristiques du modèle que nous utilisons ici pour étudier ces questions, nous discutons dans la section suivante les différentes approches qui ont été adoptées jusqu'à présent pour analyser la formation des prix dans les marchés gouvernés par les ordres.

1.2. La littérature théorique.

La littérature théorique consacrée à ces questions est assez restreinte [7]. Un marché de

[7]En revanche, il existe de nombreux travaux qui étudient expérimentalement les marchés de double

double enchère dynamique est caractérisé par une dispersion temporelle des prix offerts et demandés. Une première approche (Cohen, Maier, Schwartz, et Withcomb (1981) et Friedman (1991)) consiste à analyser les stratégies de placement d'ordres optimales des agents pour des distributions données de ces prix. Cohen et al. supposent que la distribution du meilleur prix demandé est telle qu'un ordre à cours limité acheteur avec un prix offert infiniment proche du meilleur prix demandé n'a pas une probabilité d'exécution égale à l'unité. Une stratégie qui consiste à placer un ordre à cours limité avec un prix proche du meilleur prix demandé est donc dominée par le placement d'un ordre au mieux pour les acheteurs[8]. Finalement, ceci implique que le meilleur prix offert par les acheteurs est toujours strictement inférieur au meilleur prix demandé. Friedman (1991) caractérise les stratégies optimales de placement d'ordres au mieux des acheteurs et des vendeurs. Par exemple, pour un acheteur, il montre que la stratégie optimale consiste à placer un ordre au mieux dès que le prix demandé devient inférieur à un seuil qui dépend à la fois de la distribution des prix demandés et de la valeur attribuée à l'actif par l'acheteur[9]. L'approche choisie dans ces deux modèles est insatisfaisante dans la mesure où, à l'équilibre, les distributions des prix demandés et offerts par les agents ne peuvent pas être considérées comme données mais doivent être dérivées des stratégies de placement d'ordres des agents.

enchère dynamique (voir par exemple Smith (1962), Smith (1982)). Un des résultats étonnants de cette littérature est que le marché de double enchère dynamique apparaît particulièrement efficient dans la mesure où les gains de l'échange réalisés sont très proches des gains de l'échange maximums.

[8]Cohen, Maier, Schwartz et Withcomb qualifient ce phénomène de : "Gravitational Pull Effect".

[9]Ce résultat est en fait un résultat classique de la théorie du furetage ("search theory"). Lippman et Call (1986) analysent également le problème de la vente d'un actif comme un problème de furetage. Cependant, contrairement à Friedman (1991), ils ne spécifient pas explicitement la structure de marché dans laquelle intervient le vendeur. Dans le modèle proposé ici, on montre également que la décision de placer un ordre au mieux peut être caractérisée par un seuil. Cependant dans ce modèle, les prix offerts et demandés sont endogènes.

Rock (1990) et Glosten (1992) étudient la formation des prix dans un marché gouverné par les ordres en présence d'asymétrie d'information. Ils supposent que les agents qui placent des ordres à cours limité n'ont aucune information sur la valeur finale de l'actif tandis que les agents qui placent des ordres au mieux reçoivent un signal sur cette valeur. Par conséquent, les prix demandés et offerts reflètent le risque de sélection adverse auxquels sont confrontés les ordres à cours limité . En particulier, ce risque explique l'existence d'une fourchette de prix entre le meilleur prix offert et le meilleur prix demandé dans le carnet d'ordres. Dans ces deux modèles, le choix optimal entre un ordre au mieux et un ordre à cours limité n'est pas étudié puisque les agents sont contraints suivant leur type (informé/non-informé) à utiliser l'un ou l'autre de ces ordres. Par ailleurs, l'asymétrie d'information est un ingrédient essentiel de ces modèles. En l'absence d'asymétrie d'information, la fourchette de prix disparaît et le carnet d'ordres est réduit à un seul prix (l'espérance de la valeur finale de l'actif échangé) pour lequel la quantité offerte dans le carnet d'ordres est infinie.

Dans le modèle de Kumar et Seppi (1993), les agents choisissent simultanément de positionner des ordres à cours limité sur une grille de prix prédéfinie et/ou de placer un ordre au mieux. Dans un second temps, un teneur de marché détermine de manière exogène le meilleur prix demandé et le meilleur prix offert sur cette grille de prix. Au meilleur prix demandé sont exécutés tous les ordres d'achat au mieux et tous les ordres d'achat à cours limité avec un prix supérieur. Les ordres d'achat à cours limité avec un prix strictement inférieur au meilleur prix offert sont inexécutés. Les ordres d'achat à cours limité avec un prix juste égal au prix offert sont exécutés tout ou en partie selon que le nombre des ordres de vente (à cours limité ou au mieux) à ce prix est ou non suffisant pour les satisfaire[10]. La probabilité d'exécution d'un ordre d'achat à cours

[10]Les ordres de vente exécutables et leurs prix d'exécution sont déterminés d'une façon exactement symétrique.

limité est donc déterminée à la fois par la fourchette de prix choisie par le teneur de marché et par les stratégies de placement d'ordres des vendeurs. Pour cette raison, les stratégies de placement d'ordres des agents sont interdépendantes. En cherchant l'équilibre de Nash de ce jeu, Kumar et Seppi dérivent les propriétés du carnet d'ordres. Dans ce modèle, le problème de la formation des prix n'est pas réellement étudié dans la mesure où la grille sur laquelle les agents doivent se positionner est exogène. De plus, la fourchette de prix et finalement les prix de transaction sont déterminés également de manière exogène. Enfin, dans un marché de double enchère dynamique, les agents choisissent de placer un ordre au mieux ou un ordre à cours limité sur la base des cotations affichées dans le carnet d'ordres au moment où ils arrivent. Cet aspect dynamique du choix ordre à cours limité/ordre au mieux n'est pas pris en compte dans ce modèle dans la mesure où les agents prennent leurs décisions simultanément.

Récemment, plusieurs études empiriques ont été consacrées aux stratégies de placement d'ordres et aux cotations dans les marchés gouvernés par les ordres. Handa et Schwartz (1992), pour le NYSE, et Hamon et al. (1993) pour la Bourse de Paris comparent la profitabilité des ordres à cours limité avec celle des ordres au mieux. Ils montrent que les rentabilités de ces deux stratégies de placement d'ordres sont égales en moyenne et que par conséquent aucun type d'ordres n'est strictement dominant. Ceci suggère qu'il existe bien un équilibre entre les offreurs et les demandeurs de liquidité dans ces marchés. Biais et al. (1993) étudient les caractéristiques statistiques du flux d'ordres à la Bourse de Paris. Par exemple, ils calculent les fréquences de différents types d'ordres ou de transaction conditionnellement à différentes variables (taille de la fourchette de prix, type de la dernière transaction etc...). Ils fournissent de cette façon une description quantitative de la dynamique des placements d'ordres dans un marché gouverné par

les ordres. Nous reviendrons sur ces études empiriques dans la mesure où certaines des conclusions du modèle présenté dans cet essai sont en accord avec leurs résultats.

1.3. Une nouvelle approche.

L'approche choisie dans cet essai est diffè de celle choisie jusqu'à présent dans la littérature. On se propose en effet de répondre aux questions précédentes en utilisant un modèle dans lequel les stratégies de placement d'ordres *et* les prix de transaction sont endogènes et dérivés dans un cadre dynamique.

On propose le modèle suivant. On considère un marché composé d'acheteurs et de vendeurs neutres au risque qui cherchent à échanger une unité d'actif et à maximiser leurs profits. Les acheteurs d'une part et les vendeurs d'autre part diffèrent par les valeurs qu'ils attribuent à l'actif[11]. Ils arrivent séquentiellement sur le marché. A son arrivée, un agent observe l'état du carnet d'ordres dans lequel sont enregistrés les ordres à cours limité placés aux dates antérieures. Il doit alors décider de placer soit un ordre au mieux (dans ce cas, il échange immédiatement au meilleur prix offert ou demandé), soit un ordre à cours limité. En plaçant un ordre au mieux, un agent est certain d'échanger mais il obtient un prix d'exécution défavorable (un ordre d'achat par exemple est exécuté au prix demandé). Il peut donc décider de placer un ordre à cours limité de façon à obtenir un meilleur prix d'exécution, mais dans ce cas il court un risque d'inexécution. Finalement, l'agent choisit d'échanger immédiatement si le gain qu'il peut obtenir en plaçant un ordre au mieux est supérieur au gain espéré qu'il peut obtenir en plaçant optimalement un ordre à cours limité. Le gain espéré d'un ordre à cours limité dépend de la probabilité d'exécution du prix coté par l'agent. Cette

[11]Comme dans la théorie des enchères, les agents ont des valeurs privées pour l'actif.

probabilité d'exécution est endogène. Par exemple, un ordre d'achat à cours limité n'est exécuté que dans le cas où un vendeur décide de placer un ordre au mieux pour échanger au prix offert par l'acheteur. Par conséquent, la probabilité d'exécution d'un ordre d'achat à cours limité (de vente) dépend des stratégies de placement d'ordres au mieux suivies par les vendeurs (acheteurs). De ce fait, les stratégies de placement d'ordres des acheteurs et des vendeurs sont interdépendantes.

On cherche l'équilibre Nash-Parfait de ce jeu de façon à analyser les propriétés des stratégies de placement d'ordres des agents. Connaissant les prix offerts et demandés à l'équilibre et les stratégies de placement d'ordres des agents, on est alors en mesure de dériver les prix auxquels se déroulent les transactions dans le marché.

Le modèle proposé est très stylisé. Ceci est nécessaire pour simplifier l'analyse des interactions entre les acheteurs et les vendeurs qui, dans le cas d'un marché de double enchère dynamique, peuvent être très complexes [12]. Deux hypothèses simplificatrices nous permettent de dériver explicitement les stratégies de placement d'ordres des agents et les prix de transaction. D'une part, on suppose que les valeurs attribuées à l'actif par les acheteurs (les vendeurs) sont tirées d'une distribution discrète dont le support est réduit à deux points (différents pour les acheteurs et les vendeurs). D'autre part, on suppose que la durée de validité d'un ordre à cours limité est réduite à une période. Sous ces hypothèses, nous obtenons les résultats suivants :

1. **Equilibres.** Trois équilibres différents sont obtenus selon les valeurs des paramètres. Pour chaque équilibre, les stratégies de placement d'ordres et les prix de transaction sont différents. Dans le premier équilibre, tous les agents placent

[12] Voir Friedman (1984) et Friedman (1991) pour une discussion des difficultés que présente une analyse stratégique du comportement des agents dans un marché de double enchère dynamique.

des ordres au mieux si une cotation est disponible dans le carnet d'ordres. Au contraire, dans le deuxième équilibre, les agents les moins désireux d'échanger (les acheteurs avec une faible valeur privée pour l'actif et les vendeurs avec une forte valeur privée) sont systématiquement offreurs de liquidité. Ils ne placent jamais d'ordre au mieux même lorsqu'il existe une cotation disponible dans le carnet d'ordres. Enfin dans le dernier équilibre, les stratégies dépendent de l'état du carnet d'ordres. Dans les deux premiers équilibres, les acheteurs (les vendeurs), même avec des valeurs privées différentes, choisissent tous le même prix offert (demandé). En revanche, dans le troisième équilibre, deux acheteurs (vendeurs) ayant des valeurs privées différentes choisissent des prix offerts (demandés) différents. Ceci conduit à une plus grande dispersion des prix de transaction.

2. **Stratégies de placement d'ordres.** Dans aucun des équilibres obtenus, il n'existe une stratégie systématiquement préférée pour tous les agents. Les agents relativement les plus désireux d'échanger placent des ordres au mieux tandis que les agents les moins désireux d'échanger utilisent en général des ordres à cours limité. D'autre part, les prix pour lesquels les acheteurs (vendeurs) sont demandeurs de liquidité sont toujours supérieurs (inférieurs) aux prix pour lesquels ils sont offreurs de liquidité. Ce résultat est dû au fait que les agents qui placent des ordres à cours limité demandent une prime pour compenser le risque d'exécution encouru par un ordre à cours limité .

3. **Partage des gains de l'echange.** Les prix cotés par les acheteurs et les vendeurs déterminent le partage des gains de l'échange. Plus le prix demandé (offert) coté par un vendeur (un acheteur) est élevé (faible), plus son gain en cas d'exécution est élevé. De chaque côté du marché, les agents essaient d'obtenir les prix d'exécution les plus favorables de manière à maximiser leur gain de l'échange. A

l'équilibre, le pouvoir de marché de chacun des agents est finalement déterminé par les proportions relatives des ordres d'achat et des ordres de vente. Plus la proportion des ordres d'achat est élevée relativement à la proportion des ordres de vente, plus les cotations affichées par les acheteurs et les vendeurs sont élevées (et par conséquent plus les vendeurs capturent une part importante des gains de l'échange). On explique ce résultat par la concurrence intertemporelle que se livrent les acheteurs d'une part et les vendeurs d'autre part. Intuitivement, lorsque la proportion des ordres d'achat est importante, l'incitation d'un vendeur à placer un ordre à cours limité pour obtenir un meilleur prix d'exécution est accrue car, toutes choses égales par ailleurs, le risque d'inexécution de son ordre à cours limité est diminué. Ceci oblige les acheteurs à augmenter les prix qu'ils proposent à l'équilibre pour avoir une chance d'être "touché" par un ordre de vente au mieux.

4. **Prix de transaction.** Par hypothèse, les valeurs privées des acheteurs sont toujours supérieures aux valeurs privées des vendeurs. Dans ces conditions, l'existence d'une fourchette de prix n'est pas garantie. On montre cependant qu'à l'équilibre, les prix offerts par les acheteurs sont inférieurs aux prix demandés par les vendeurs. Ce résultat provient du fait que les acheteurs offrent stratégiquement des prix inférieurs à la valeur qu'ils attribuent à l'actif tandis que les vendeurs demandent stratégiquement des prix supérieurs. A l'équilibre ce comportement crée un écart positif entre les prix demandés et les prix offerts. La taille de la fourchette de prix et sa position dépendent de l'intensité de la concurrence intertemporelle entre les acheteurs d'une part et les vendeurs d'autre part.

5. **Implications testables.** On montre que la taille de la fourchette de prix est d'autant plus faible que le déséquilibre existant entre le nombre des ordres de

vente et le nombre des ordres d'achat est élevé. D'autre part, des fourchettes de prix larges sont associées à une fréquence des transactions plus faible. Enfin, la valeur d'une stratégie de placement d'un ordre à cours limité relativement à une stratégie de placement d'un ordre au mieux dépend de l'état du carnet d'ordres. Par conséquent, le flux d'ordres dépend de l'état du carnet d'ordres. En particulier, la probabilité d'observer un ordre à cours limité est d'autant plus grande que la fourchette de prix est grande.

Cet essai est organisé de la manière suivante. Dans la section suivante, on décrit le modèle et on présente les principales hypothèses. Dans la troisième section, on caractérise les stratégies des agents et on définit l'équilibre. La quatrième section est consacrée à une présentation et à une comparaison des propriétés des équilibres symétriques. Dans la cinquième section, on étudie la possibilité d'obtenir d'autres équilibres. La sixième section discute les résultats obtenus au regard de la théorie des enchères. La dernière section conclut.

2. Le modèle.

2.1. Description du processus d'échange.

On considère le marché d'un actif financier sur lequel les agents arrivent séquentiellement aux dates t=0, 1, 2, 3...Un agent peut être soit un acheteur avec la probabilité k ou un vendeur avec la probabilité $(1-k)$. k mesure le déséquilibre existant entre l'offre et la demande dans le marché. Par exemple, lorsque le nombre des ordres d'achat est important relativement aux nombre des ordres de vente, k est élevé [13]. Les acheteurs et les vendeurs diffèrent par la valeur qu'ils attribuent à l'actif. Il existe deux types d'acheteurs et deux types de vendeurs. Avec la probabilité π, un acheteur attribue une valeur v_h à l'actif et avec une probabilité $(1-\pi)$, il lui attribue une valeur v_l. De la même façon, un vendeur attribue à l'actif une valeur c_h avec la probabilité $(1-\pi)$ ou une valeur c_l avec la probabilité π. On suppose que : $c_h < c_l < v_l < v_h$. Par conséquent, les valeurs privées des agents sont telles qu'il existe toujours des gains de l'échange entre un acheteur et un vendeur. On pourrait supposer sans modifier les principaux résultats du modèle que : $c_l < v_l < c_h < v_h$. Cependant cette configuration des paramètres est moins intéressante car il existe alors une justification exogène à l'existence de la fourchette de prix. En effet, les vendeurs placent des prix demandés supérieurs à leur valeur privée tandis que les acheteurs placent des prix offerts inférieurs à leur valeur privée. Dans ce cas, la fourchette de prix est donc au moins égale à $(v_l - c_h)$. Enfin on suppose que : $(v_h - v_l) = (c_h - c_l)$[14].

[13]Handa et Schwartz (1992) suggèrent que le déséquilibre existant entre les ordres d'achat et les ordres de vente joue un rôle important dans la détermination des prix demandés et offerts dans un marché de double enchère dynamique. On montre ici que c'est effectivement le cas.

[14]Cette hypothèse et l'hypothèse que la proportion π des acheteurs avec une valeur privée élevée est égale à la proportion des vendeurs avec une faible valeur privée ne sont pas nécessaires pour dériver les résultats du modèle. Cependant la symétrie des acheteurs et des vendeurs simplifie considérablement l'exposition des conditions d'existence des différents équilibres.

Lorsqu'un agent arrive sur le marché, il observe l'état du carnet d'ordres. En particulier, il observe les meilleurs prix offerts et demandés, notés respectivement $B^m(t)$ et $A^m(t)$. S'il existe un ordre de vente (d'achat) à cours limité dans le carnet d'ordres, un acheteur (un vendeur) peut placer un ordre au mieux pour une unité d'actif ou placer un ordre à cours limité. S'il n'existe pas d'ordre de vente (d'achat) à cours limité dans le carnet d'ordres, l'acheteur (le vendeur) doit placer un ordre à cours limité. Un ordre au mieux est exécuté immédiatement au meilleur prix demandé ou offert possible. Un ordre à cours limité n'est exécuté que s'il est "touché" par un ordre au mieux. Comme cela est expliqué plus loin, un ordre à cours limité court un risque d'exécution qui est endogène dans le modèle. On restreint les stratégies des agents de deux façons. D'une part, on suppose qu'un agent n'est plus autorisé à placer un ordre au mieux une fois qu'il a décidé de placer un ordre à cours limité. D'autre part, on suppose que la durée de validité d'un ordre à cours limité est seulement d'une période.

La figure 1 (voir annexe) décrit le processus d'échange. A chaque date, un agent est choisi de façon aléatoire pour se présenter sur le marché. La "nature" détermine la position (acheteur/vendeur) et le type (la valeur privée) de l'agent suivant les probabilités décrites plus haut. Ensuite, l'agent prend connaissance de l'état du carnet d'ordres et choisit sa stratégie de placement d'ordres sur la base de cette information. A la date suivante, le processus de sélection des agents est répété de la même façon[15].

---

[15]Le processus d'arrivée et de départ des agents dans le modèle rappelle dans une certaine mesure celui utilisé dans certains modèles étudiant la formation des prix dans les marchés de contrepartie en présence d'asymétries d'information (par exemple Glosten et Milgrom (1985) et Easley et O'Hara (1987)). Cependant, les possibilités stratégiques des agents dans le modèle présenté ici sont plus grandes puisqu'ils peuvent choisir le type d'ordres qu'ils placent. Par ailleurs, il n'y a pas de problème d'asymétrie d'information dans le modèle.

2.2. Préférences.

On suppose que tous les agents cherchent à maximiser leur espérance d'utilité et qu'ils sont neutres au risque. L'utilité d'un acheteur lorsqu'il achète une unité d'actif au prix P s'écrit :

$$U_j(v_j, P) = (v_j - P) \quad j = h, l.$$

De façon similaire, l'utilité d'un vendeur lorsqu'il vend une unité d'actif au prix P s'écrit :

$$U_j(c_j, P) = (P - c_j) \quad j = h, l.$$

On suppose que les agents n'ont pas de préférence pour le présent. Toutes choses égales par ailleurs, ils obtiennent le même gain en échangeant dès leur arrivée ou en retardant l'échange d'une période en plaçant un ordre à cours limité. Le facteur d'actualisation de tous les agents est donc égal à 1. D'autre part, l'utilité des agents lorsqu'ils n'échangent pas est normalisée à zéro. Une autre hypothèse consisterait à supposer que les agents supportent des coûts en cas de non-exécution de leurs ordres à cours limité. La prise en compte de facteurs d'actualisation différents ou de coûts de non-exécution ne modifierait pas les conclusions qualitatives du modèle. Cependant ces paramètres peuvent influencer le pouvoir de marché et finalement les prix cotés par les acheteurs et les vendeurs.

Notons enfin que, *ceteris paribus*, les acheteurs de type v_h et les vendeurs de type c_l obtiennent un surplus en cas d'échange toujours plus important que les autres catégories d'agents. On dira donc que ces agents sont les agents ayant une forte propension à échanger.

3. L'équilibre.

L'objectif de cette section est de donner une définition formelle de l'équilibre du processus d'échange décrit plus haut. Pour clarifier l'exposition, on commence par décrire les stratégies des agents et on explique pourquoi ces stratégies sont interdépendantes. Finalement, on donne une définition de l'équilibre.

3.1. Stratégies.

Lorsqu'un acheteur arrive dans le marché à la date t, il peut décider d'échanger immédiatement au prix demandé $A^m(t)$ (s'il existe un prix demandé dans le carnet d'ordres) en plaçant un ordre au mieux, ou de placer un ordre à cours limité (la figure 2 décrit l'arbre de décision d'un acheteur). Par conséquent, sa stratégie doit spécifier d'une part, quels sont les prix demandés auxquels il décide de placer un ordre au mieux, et d'autre part quel prix il cotera s'il place un ordre à cours limité. La proposition suivante précise la forme des stratégies utilisées par les acheteurs.

Proposition 1 : *La décision de placer un ordre au mieux ou un ordre à cours limité pour un acheteur de type v est caractérisée par un prix seuil, noté* $B_0(v,t)$. *Si le prix demandé est inférieur à ce prix seuil, alors l'acheteur décide de placer un ordre au mieux. Au contraire, si le prix demandé est supérieur à ce prix seuil alors l'acheteur choisit de placer un ordre à cours limité*[16].

[16]Ce résultat montre le lien qui existe entre la stratégie de placement d'ordres d'un agent dans un marché continu et la stratégie de recherche du meilleur prix d'un agent confronté à une distribution aléatoire des prix de vente. En effet, comme dans la théorie du furetage, un acheteur adopte une stratégie qui consiste à échanger immédiatement si le prix qu'il peut obtenir est inférieur à un prix seuil qui dépend de ses opportunités futures d'échange. Cependant, à la différence des situations traditionnellement étudiées par la théorie du furetage, un acheteur (un vendeur) peut également afficher des prix en plaçant des ordres à cours limité.

Preuve :

Supposons qu'un acheteur avec une valeur privée v, arrivant à la date t envisage de placer optimalement un ordre à cours limité $B(v,t)$, lui procurant une espérance d'utilité notée : $E(U(v,B(v,t))$. Cet acheteur place un ordre au mieux si le gain immédiat qu'il peut obtenir en échangeant au meilleur prix demandé est supérieur au gain espéré qu'il peut obtenir en plaçant un ordre à cours limité , c'est à dire si :

$$v - A^m(t) \geq E(U(v, B(v,t))),$$

ou

$$A^m(t) \leq v - E(U(v, B(v,t))).$$

En posant $B_0(v,t) = v - E(U(v,B(v,t)))$, l'expression précédente est équivalente à $A^m(t) \leq B_0(t)$. En résumé, l'acheteur place un ordre au mieux si : $A^m(t) \leq B_0(t)$ et un ordre à cours limité sinon.

Q.E.D.

La stratégie de placement d'ordres d'un acheteur est donc complètement caractérisée par le prix limite $B(v,t)$ qu'il décide d'offrir et le prix seuil $B_0(v,t)$ qui en découle. On note donc $\Sigma(v,t) = (B_0(v,t), B(v,t))$ la stratégie d'un acheteur de type v, arrivant à la date t dans le marché.

De façon similaire, on note $\Phi(c,t) = (A_0(c,t), A(c,t))$ la stratégie d'un vendeur de type c arrivant à la date t. Par symétrie, la décision de placer un ordre au mieux ou un ordre à cours limité pour un vendeur est également caractérisée par un prix seuil, $A_0(c,t)$, tel que le vendeur décide de placer un ordre au mieux chaque fois que le prix offert est supérieur à son prix seuil ($B^m(t) \geq A_0(c,t)$) et un ordre à cours limité au prix $A(c,t)$ dans le cas contraire.

Définition 1 : *On dit que les acheteurs et les vendeurs adoptent des stratégies stationnaires si* $\forall v$, $\forall c$, $\forall t$, $\forall t'$:

$$\Sigma(v,t) = \Sigma(v,t')$$
$$\Phi(c,t) = \Phi(c,t')$$

Une stratégie stationnaire ne dépend pas de la date d'arrivée d'un agent, mais seulement de son type. On peut donc supprimer l'indice t dans la définition des stratégies des agents. De façon générale, les stratégies des agents doivent dépendre de leur date d'arrivée. Cependant on analyse dans la suite uniquement les équilibres pour lesquels les stratégies des agents sont stationnaires. On étudie ce type de stratégies car les probabilités k, π et les valeurs privées des agents ne changent pas au cours du temps. D'autre part, l'horizon du jeu est infini. Par conséquent, deux agents ayant les mêmes valeurs privées mais arrivant à deux dates différentes sont exactement dans la même situation (lorsqu'ils anticipent que les autres agents utilisent des stratégies stationnaires). Il est donc naturel de supposer qu'ils utilisent une stratégie identique.

3.2. Risque d'exécution.

Lorsqu'un agent choisit de placer un ordre à cours limité, il court le risque de ne pas être exécuté. Par exemple, si un acheteur décide de coter un prix offert inférieur aux prix seuil de tous les vendeurs, sa probabilité d'exécution est nulle. On définit $\Gamma(B)$, la probabilité d'exécution d'un ordre d'achat à cours limité avec un prix offert B, et $\Psi(A)$ la probabilité d'exécution d'un ordre de vente à cours limité avec un prix demandé A. Ces probabilités caractérisent le risque d'exécution d'un ordre à cours limité donné. Plus $\Gamma(B)$ est faible, plus le risque d'exécution d'un ordre limite acheteur au prix B est élevé. En utilisant ces notations, on obtient :

$$E(U(v_j, B)) = \Gamma(B).(v_j - B) \quad pour \quad j = h, l,$$

$$E(U(c_j, A) = \Psi(A).(A - c_j) \quad pour \quad j = h, l.$$

$E(U(v, B))$ est l'espérance d'utilité d'un acheteur de type v lorsqu'il cote un prix offert égal à B. $E(U(c, A))$ est l'espérance d'utilité d'un vendeur de type c lorsqu'il cote un prix demandé égal à A.

Le prix offert ou demandé par un agent détermine donc à la fois sa probabilité d'exécution et son surplus en cas d'exécution. Comme dans une enchère au premier prix, un agent doit choisir entre une forte probabilité d'exécution mais un surplus faible en cas d'exécution, ou une faible probabilité d'exécution mais un surplus élevé en cas d'exécution. Finalement, pour déterminer son ordre à cours limité optimal, un agent doit calculer les probabilités d'exécution associées à chaque prix offert ou demandé.

Ces probabilités dépendent des prix seuils choisis par les agents puisqu'un ordre à cours limité est exécuté s'il est "touché" par un ordre au mieux. Par conséquent elles sont endogènes et pour les calculer, les agents doivent effectuer des anticipations sur les stratégies des autres agents. Considérons par exemple le cas d'un acheteur et supposons pour le moment que le prix seuil d'un vendeur augmente avec sa valeur privée (on montre plus loin que c'est effectivement le cas à l'équilibre). Si l'acheteur choisit de coter un prix offert supérieur ou égal au prix seuil du vendeur attribuant la valeur la plus élevée à l'actif, alors son ordre limite est exécuté avec certitude si le prochain agent qui arrive dans le marché est un vendeur. Sa probabilité d'exécution est donc égale à la probabilité d'arrivée d'un vendeur, soit : $\Gamma(B) = (1 - k) \quad si \quad B \geq A_0(c_h)$. Si l'acheteur décide de coter un prix plus élevé que le prix seuil du vendeur ayant le type le plus faible mais inférieur au prix seuil du vendeur ayant le type le plus élevé, alors

son ordre à cours limité n'est exécuté que si le prochain agent est un vendeur attribuant une faible valeur à l'actif. On a donc : $\Gamma(B) = (1-k)\pi \quad si \quad A_0(c_l) \leq B < A_0(c_h)$. Finalement, s'il cote un prix inférieur aux prix seuils de tous les vendeurs, l'acheteur n'est jamais exécuté et sa probabilité d'exécution est nulle. De façon symétrique, la probabilité d'exécution d'un ordre de vente à cours limité dépend de la position du prix demandé par rapport aux prix seuils des acheteurs.

Les stratégies de placement d'ordres optimales des agents sont donc interdépendantes. Les acheteurs placent leurs ordres à cours limité compte tenu de la façon dont les vendeurs placent leurs ordres au mieux et réciproquement. Les agents sont donc dans une situation de jeu. Dans la section suivante, on définit l'équilibre de ce jeu.

3.3. Définition de l'équilibre.

Définition 2 : *Un équilibre stationnaire est un ensemble de stratégies* $(\Sigma^*(v_j))_{j=h,l}$ *pour les acheteurs et* $(\Phi^*(c_j))_{j=h,l}$ *pour les vendeurs tel que pour tout* j :

1) a) $$B^*(v_j) \in Argmax_B E(U(v_j, B)) \quad pour \quad (\Sigma^*(v_i), \Phi^*(c_i))_{i=h,l} \quad donné,$$

et

b) $$B_0^*(v_j) = v_j - E(U(v_j, B^*(v_j))).$$

2) a) $$A^*(c_j) \in Argmax_A E(U(c_j, A)) \quad pour \quad (\Sigma^*(v_i), \Phi^*(c_i))_{i=h,l} \quad donné,$$

et

b) $$A_0^*(c_j) = c_j + E(U(c_j, A^*(c_j))).$$

Les conditions 1) et 2) assurent que les stratégies de placement d'ordres de chaque

agent sont optimales étant donné les stratégies jouées par les autres agents à l'équilibre. Les conditions 1.b) et 2.b) déterminent les prix seuils des agents étant donné les prix demandés ou offerts optimaux qu'ils cotent à l'équilibre. Les prix offerts (demandés) dépendent des prix seuils choisis par les vendeurs (acheteurs) futurs (conditions 1.a) et 2.a)). Par conséquent, les prix seuils et les cotations sont interdépendants et doivent être déterminés simultanément à l'équilibre (voir figure 3). Finalement, on peut noter que l'équilibre est un équilibre de Nash-Parfait. La stationnarité assure que la stratégie d'un joueur est optimale même lorsqu'il observe des actions qui ne devraient pas être jouées à l'équilibre (c'est à dire en cas de déviation d'un autre joueur). La proposition suivante donne quelques propriétés générales des stratégies d'équilibre.

Proposition 2 : *Les stratégies d'équilibre ont les propriétés suivantes :*

a) Le prix seuil auquel un acheteur (un vendeur) est prêt à acheter (vendre) immédiatement en plaçant un ordre au mieux est toujours inférieur (supérieur) ou égal à la valeur qu'il attribue à l'actif.

b) Le prix offert (demandé) par un acheteur (vendeur) est toujours plus petit (grand) que le prix auquel il est prêt à échanger immédiatement en plaçant un ordre au mieux.

c) le prix auquel un acheteur (un vendeur) est prêt à échanger immédiatement en plaçant un ordre au mieux est croissant avec la valeur qu'il attribue à l'actif.

(les preuves sont données en annexe.)

La première partie de la proposition implique qu'un acheteur (un vendeur) ne place pas un ordre au mieux dès que le prix auquel il peut échanger devient inférieur (supérieur) à sa valeur privée. Ceci signifie qu'un agent peut délibérément choisir de ne pas placer un ordre au mieux même si le prix coté lui permet d'obtenir un surplus positif. Ce

résultat est lié au fait que dans un marché de double enchère dynamique, un agent a l'option de retarder le moment de l'échange de façon à obtenir un meilleur prix d'exécution. La valeur qu'il attribue à l'actif lorsqu'il arrive dans le marché ($A_0^*(.)$ ou $B_0^*(.)$) dans le modèle) incorpore la valeur de cette option. Pour cette raison, le prix auquel un agent est prêt à échanger immédiatement peut être différent de sa valeur privée et dépend de ses opportunités d'échange futures [17]. Par exemple, d'après la définition de l'équilibre, la valeur attribuée par un vendeur à l'actif lorsqu'il arrive sur le marché est égale à sa valeur privée plus son gain espéré s'il place un ordre à cours limité ($A_0^*(c) = c + E(U(c, A^*))$. Ce dernier terme mesure justement la valeur attribuée par le vendeur à la possibilité d'obtenir une meilleure exécution.

La seconde partie de la proposition 1 signifie qu'il existe un écart entre le prix auquel un acheteur est prêt à échanger immédiatement et le prix offert qu'il cote s'il décide de placer un ordre à cours limité. Cette différence constitue la rémunération que l'acheteur exige pour se porter offreur de liquidité. En effet, elle compense l'acheteur pour le risque d'exécution qu'il court en plaçant un ordre à cours limité. Pour la même raison, il existe une différence positive entre le prix demandé par un vendeur et le prix auquel il est prêt à échanger immédiatement. Cette compensation explique qu'à l'équilibre certains agents choisissent d'être offreurs de liquidité malgré le risque d'exécution. Dans la suite, on montre que cette différence et la valeur de la possibilité pour les agents de choisir le moment de l'échange dépendent étroitement du déséquilibre entre le nombre des ordres d'achat et des ordres de vente[18].

[17]Ce résultat est fréquent dans les modèles décrivant des marchés où le processus d'échange est dynamique, par exemple les modèles décrivant les comportements spéculatifs (voir Biais et Bossaerts (1993) ou Bulow et Klemperer (1991)).

[18]Voir propositions 3, 4 et 5.

Les acheteurs avec une valeur privée élevée sont plus désireux d'acheter parce qu'ils obtiennent des gains de l'échange plus importants, toutes choses égales par ailleurs. Par conséquent, ils sont moins incités à courir un risque d'exécution et sont prêts à payer des prix élevés de façon à pouvoir échanger avec certitude. Pour cette raison, le prix seuil d'un acheteur est croissant avec la valeur qu'il attribue à l'actif. Une intuition similaire explique que le prix seuil des vendeurs est également croissant avec leur valeur privée. Une des implications de ce résultat est que les agents ayant une forte propension à l'échange (les acheteurs avec des valeurs privées élevées et les vendeurs avec des valeurs privées faibles) sont plus susceptibles d'utiliser des ordres au mieux pour réaliser leurs transactions que les autres agents.

Dans un marché de double enchère dynamique, les acheteurs ont une incitation à coter des prix offerts qui sous-évaluent la valeur réelle qu'ils attribuent à l'actif tandis que les acheteurs ont une incitation à coter des prix demandés qui surévaluent la valeur qu'ils attribuent à l'actif. En fait, les acheteurs comme les vendeurs essaient d'obtenir la plus grande part possible des gains de l'échange (les acheteurs en cotant des prix faibles, les vendeurs en cotant des prix élevés). Ce type de comportement stratégique peut conduire à des inefficiences dans la mesure où certains agents qui pourraient échanger dans une autre structure de marché sont conduits à ne pas échanger. L'objectif des prochaines sections est d'étudier les déterminants du partage des gains de l'échange à l'équilibre et le degré d'inefficience de la structure de marché étudié dans ce modèle.

4. Analyse des équilibres.

Dans cette section, on présente les équilibres stationnaires du marché de double enchère dynamique décrit dans la section 2 et on analyse les propriétés de ces équilibres. On

commence par expliquer la méthode de recherche de ces équilibres.

4.1. Méthode de résolution.

Prix offerts et demandés optimaux.

La recherche des équilibres est facilitée en remarquant que les prix offerts optimaux sont égaux aux prix seuils des vendeurs et que les prix demandés optimaux sont égaux aux prix seuils des acheteurs.

En effet, comme on l'a expliqué plus haut, la probabilité d'exécution d'un ordre à cours limité acheteur peut être $(1-k)$, $(1-k)\pi$, ou 0 selon les valeurs du prix offert choisi par l'acheteur. Pour une probabilité d'exécution donnée, il est optimal pour un acheteur de choisir le prix offert le plus faible. Par conséquent, il est optimal pour un acheteur de choisir un prix offert égal soit au prix seuil du vendeur ayant la valeur privée la plus élevée, soit au prix seuil du vendeur ayant la valeur privée la plus faible. Un argument similaire peut être utilisé pour montrer qu'il existe seulement deux prix demandés optimaux pour un vendeur. Un vendeur choisira de coter un prix demandé égal soit au prix seuil des acheteurs ayant la valeur privée la plus élevée, soit au prix seuil des acheteurs ayant la valeur privée la plus faible. Dans le premier cas, son prix demandé est plus élevé que dans le second cas et par conséquent sa probabilité d'exécution est plus faible. En résumé, les prix offerts et demandés ne peuvent être à l'équilibre que :

$$B^*(v) = A_0^*(c_l) \quad ou \quad B^*(v) = A_0^*(c_h),$$
$$A^*(c) = B_0^*(v_l) \quad ou \quad A^*(c) = B_0^*(v_h).$$

Dans la suite, on dira qu'un agent court un risque d'exécution faible (fort) s'il choisit

de placer un ordre à cours limité avec une forte (faible) probabilité d'exécution.

Conditions d'Existence.

Trois équilibres différents sont étudiés. Dans le premier équilibre, tous les agents choisissent de courir un risque d'exécution faible quel que soit leur type. Dans ce cas, le gain espéré d'un acheteur lorsqu'il place un ordre à cours limité est égal à $E(U(v, A_0^*(c_h)) = (1-k)(v - A_0^*(c_h))$. L'autre possibilité qui lui est offerte est de coter un prix égal au prix seuil d'un vendeur avec une valeur privée faible. Dans ce cas, son gain espéré est $E(U(v, A_0^*(c_l))) = (1-k)\pi.(v - A_0^*(c_l))$. Par conséquent pour obtenir l'équilibre décrit plus haut, il faut que la condition suivante soit satisfaite pour tous les acheteurs :

$$E(U(v, A_0(c_h))) > E(U(v, A_0(c_l))) \quad \forall \quad v,$$

ou

$$(v - A_0^*(c_h)) > \pi.(v - A_0^*(c_l) \quad \forall \quad v \qquad (1).$$

Un argument similaire montre que pour les vendeurs, la condition suivante doit être satisfaite à l'équilibre :

$$(B_0^*(v_l) - c) > \pi.(B_0^*(v_h - c) \quad \forall \quad c \qquad (2).$$

Dans le second équilibre, tous les agents choisissent, quel que soit leur type, de courir un risque d'exécution fort. Les prix offerts par les acheteurs sont égaux au prix seuil des vendeurs ayant une valeur privée faible tandis que les prix demandés par les acheteurs sont égaux au prix seuil des acheteurs ayant une valeur privée élevée. Les conditions

pour que cet équilibre soit obtenu s'écrivent :

$$(v - A_0^*(c_h)) \leq \pi.(v - A_0^*(c_l)) \quad \forall \quad v \tag{3},$$

et

$$(B_0^*(v_l) - c) \leq \pi.(B_0^*(v_h) - c) \quad \forall c \tag{4}.$$

Le dernier équilibre est un équilibre dans lequel seuls les agents qui n'ont pas une forte propension à l'échange décide de courir un risque d'exécution fort, tandis que les agents ayant une forte propension à l'échange choisissent au contraire de courir un risque d'exécution faible. Par conséquent, les conditions d'existence de cet équilibre combinent les conditions précédentes. Dans ce cas, un acheteur avec une valeur privée élevée cote un prix offert égal au prix seuil d'un vendeur avec une valeur privée élevée. En revanche, un acheteur avec une valeur privée faible cote un prix offert égal au prix seuil d'un vendeur avec une valeur privée faible. Ceci implique donc que l'équation (1) doit être satisfaite pour les acheteurs de type v_h et l'équation (3) doit être satisfaite pour les acheteurs de type v_l. De la même façon, l'équation (2) doit être satisfaite pour les vendeurs de type c_l et l'équation (4) pour les vendeurs de type c_l.

Le tableau suivant résume les stratégies de chacun des agents dans chacun des équilibres.

	c_l	c_h	v_l	v_h
équilibre 1	L	L	H	H
équilibre 2	H	H	L	L
équilibre 3	L	H	L	H

Tableau 1 : La stratégie H pour un acheteur (vendeur) consiste à placer un prix offert (demandé) élevé tandis que la stratégie L consiste à placer un prix offert (demandé) faible.

Ces équilibres sont symétriques dans la mesure où les acheteurs de type v_h courent le même risque d'exécution que les vendeurs de type c_l, alors que les acheteurs de type v_l courent le même risque d'exécution que les vendeurs de type c_h. On étudiera dans la section 5 la possibilité d'obtenir d'autres équilibres.

4.2. Equilibres.

4.2.1 Equilibre 1.

Proposition 3 : *Si* $(v_l - c_h) > (1-k(1-k)).(\frac{\pi}{(1-\pi)}).(c_h - c_l)$ *alors il existe un équilibre caractérisé par les stratégies de placement d'ordres suivantes :*

1) Tous les acheteurs (vendeurs) choisissent de placer un ordre au mieux lorsqu'il y a un prix demandé (offert) dans le carnet d'ordres. S'il n'existe pas de cotation disponible dans le carnet d'ordres, ils placent un ordre à cours limité ayant un faible risque d'exécution.

2) Tous les acheteurs cotent le même prix offert :

$$B^* = B^*(v_h) = B^*(v_l) = k\lambda(k).v_l + (1 - k\lambda(k)).c_h.$$

De façon similaire, tous les vendeurs cotent le même prix demandé :

$$A^* = A^*(c_h) = A^*(c_l) = \lambda(k).v_l + (1 - \lambda(k)).c_h.$$

avec $\lambda(k) = \frac{k}{1-k(1-k)}$.

(on appelle cet équilibre : équilibre 1.)

En utilisant la définition de l'équilibre, on peut dériver simplement les prix seuils des agents. Dans ce cas, on peut vérifier que : $A^* = B_0^*(v_l)$ et $B^* = A_0^*(c_h)$. Ceci signifie

donc qu'un acheteur (vendeur) est certain d'être exécuté lorsqu'il place un ordre à cours limité et que l'agent suivant est un vendeur (acheteur).

La condition d'existence indique que l'équilibre 1 existe si 1) la différence entre la valeur privée d'un vendeur ayant une valeur privée élevée et la valeur privée d'un vendeur ayant une valeur privée faible est suffisamment grande et 2) la proportion π d'agents ayant une forte propension à l'échange est petite. L'interprétation de ces conditions d'existence est la suivante. Chaque acheteur peut choisir de coter un prix offert élevé ou un prix offert faible. Avec un prix offert faible, un acheteur obtient un surplus plus important en cas d'échange mais une probabilité d'exécution plus faible. Par conséquent, un acheteur n'a pas d'incitation à coter un prix faible si a) l'accroissement de surplus qu'il obtient ainsi est faible relativement au surplus qu'il peut obtenir avec un prix offert élevé (ce qui est le cas si $(c_h - c_l)$ est petit) et/ou si b) un prix bas a une très faible probabilité d'exécution (ce qui est le cas si π est petit). Un argument symétrique explique que π et $(v_h - v_l)$ doivent être suffisamment petits pour inciter les vendeurs à coter des prix demandés faibles à l'équilibre.

a) Gains de l'échange et concurrence intertemporelle.

Les gains de l'échange obtenus par les agents dépendent des prix qu'ils cotent. Plus le prix offert par un acheteur est faible, plus il extrait un surplus important des vendeurs. Il apparaît que $B^*(.)$ et $A^*(.)$ sont croissants en k. Les prix seuils $A_0^*(.)$ et $B_0^*(.)$ sont donc également croissants en k. De plus, on vérifie facilement que :

$$\lim_{k \to 1} B^* = \lim_{k \to 1} A^* = v_l,$$

$$\lim_{k \to 0} B^* = \lim_{k \to 0} B^* = c_h.$$

Par conséquent, plus la proportion k des ordres d'achat est élevée, plus les gains de l'échange obtenus par les vendeurs sont élevés. Une augmentation du nombre des acheteurs est favorable pour les vendeurs pour deux raisons complémentaires. Lorsqu'un vendeur arrive sur le marché, il peut soit échanger avec un acheteur ayant placé un prix offert à la période précédente, soit placer un ordre à cours limité pour échanger avec un acheteur futur. Les acheteurs arrivant à des périodes différentes sont donc en concurrence indirecte (concurrence intertemporelle). Une augmentation de k accroît l'intensité de cette concurrence intertemporelle entre les acheteurs. En effet, dans ce cas, la probabilité d'exécution d'un ordre de vente à cours limité augmente, *ceteris paribus.* Par conséquent, l'incitation d'un vendeur à placer un ordre à cours limité pour obtenir un meilleur prix d'exécution, en échangeant avec un acheteur futur, augmente. Un acheteur doit donc accroître son prix offert de façon à rendre la possibilité d'échange avec un acheteur futur moins attrayante pour un vendeur et avoir ainsi une chance d'être exécuté [19]. D'autre part, lorsque k augmente, le risque d'exécution d'un ordre d'achat à cours limité s'accroît. Pour cette raison, un acheteur est plus enclin à placer un ordre au mieux de façon à éviter le risque d'exécution. Finalement ceci l'incite à accroître son prix seuil, ce qui permet aux vendeurs d'accroître leurs prix demandés.

b) Prix de transaction.

Tous les ordres d'achat au mieux sont exécutés au prix A^* et tous les ordres de vente au mieux sont exécutés au prix B^*. On pose :

[19]Ce type de concurrence intertemporelle est présente dans les modèles de "pairwise matching" (voir par exemple Rubinstein et Wolinsky (1985) et Wolinsky (1987)). Contrairement au modèle présenté ici, les prix sont déterminés par un processus de négociation dans ces modèles.

$$S_1 = A^* - B^* = \frac{k.(1-k).(v_l - c_h)}{1 - k(1-k)} \geq 0.$$

Par conséquent, tous les ordres d'achat au mieux sont exécutés à un prix supérieur au prix d'exécution des ordres de vente au mieux. On peut donc interpréter la différence S_1 comme la fourchette de prix payée à l'équilibre par les agents qui placent des ordres au mieux et qui bénéficient de la liquidité offerte par les agents qui placent des ordres à cours limité. La fourchette de prix n'est pas due dans ce modèle à un risque de sélection adverse ou à l'existence d'un risque de position pour les agents. En fait, si chaque agent décidait de coter un prix égal à sa valeur privée, la fourchette de prix serait négative dans ce modèle (puisque $(v_l - c_h) \geq 0$). La fourchette de prix apparaît ici pour deux raisons complémentaires. D'une part, les agents qui placent des ordres à cours limité doivent être compensés pour le risque de non-exécution et d'autre part, ils cherchent à capturer une part importante des gains de l'échange. Ainsi, les acheteurs cotent stratégiquement des prix inférieurs à leur valeur privée tandis que les vendeurs cotent des prix supérieurs à leur valeur privée. Finalement, ceci implique l'existence d'une fourchette de prix positive.

La taille de la fourchette de prix dépend de la proportion des ordres d'achat relativement aux ordres de vente. En particulier, elle est maximum lorsque la proportion des ordres d'achat est égale à la proportion des ordres de vente ($k = 0.5$). Lorsque la proportion des ordres d'achat (de vente) s'accroît relativement à celle des ordres de vente (d'achat), la fourchette de prix diminue. A la limite lorsque k est proche de 1 (0), la fourchette devient nulle car tous les acheteurs (vendeurs) doivent échanger au prix demandé (offert). Ce résultat implique qu'empiriquement on doit observer, *ceteris paribus*, des fourchettes de prix plus faibles pour les titres pour lesquels il existe un fort déséquilibre entre le nombre des ordres d'achat et le nombre des ordres de vente.

Dans l'équilibre 1, la fourchette de prix appartient à l'intervalle $[c_h, v_l]$. On peut caractériser la position de la fourchette de prix dans cet intervalle par le point : $P^* = \frac{A^*+B^*}{2} = c_h + \frac{(1+k)\lambda(k)(v_l-c_h)}{2}$. P^* et donc la position de la fourchette varient avec k. Lorsque la proportion d'acheteurs (de vendeurs) est importante, P^* se rapproche de v_l (c_h). Par conséquent, la fourchette de prix dans ce cas se rétrécit mais se déplace vers le haut, signalant que le pouvoir de marché des vendeurs augmente. Lorsque la proportion d'acheteurs est juste égale à la proportion de vendeurs, P^* est juste au milieu de l'intervalle $[c_h, v_l]$.

(la figure 4 illustre ces différents résultats.)

4.2.2. Equilibre 2.

Proposition 4 : *Si* $max(\frac{1}{1-(1-k)\pi}, \frac{1}{1-k\pi}).(1 - k(1-k)\pi^2)(c_h - c_l) \leq (v_h - c_l) \leq \frac{(c_h-c_l)}{1-\pi}.(1 - k(1-k)\pi^2)$ *alors il existe un équilibre caractérisé par les stratégies de placement d'ordres suivantes :*

1) Les acheteurs avec des valeurs privées faibles et les vendeurs avec des valeurs privées élevées ne placent jamais d'ordre au mieux. Les acheteurs avec des valeurs privées élevées et les vendeurs avec des valeurs privées faibles placent des ordres au mieux lorsqu'il existe une cotation disponible dans le carnet d'ordres et des ordres à cours limité dans le cas contraire. Dans tous les cas, les agents placent des ordres à cours limité ayant un risque d'exécution élevé.

2) Tous les acheteurs cotent le même prix offert lorsqu'ils placent un ordre à cours limité :

$$B^{*'} = k\pi\lambda'(k).v_h + (1 - k\pi\lambda'(k)).c_l.$$

De la même façon, tous les vendeurs cotent le même prix demandé:

$$A^{*'} = \lambda'(k).v_h + (1 - \lambda'(k)).c_l$$

avec $\lambda'(k) = \frac{1-(1-k)\pi}{1-k(1-k)\pi^2}$.

(On appelle cet équilibre : équilibre 2.)

On peut vérifier, en utilisant la définition de l'équilibre, que le prix offert est égal au prix seuil des vendeurs ayant une valeur privée faible ($B^{*'} = A_0^*(c_l)$) et que le prix demandé est égal au prix seuil des acheteurs ayant une valeur privée élevée ($A^{*'} = B_0^*(v_h)$). Le coût associé au placement d'un ordre au mieux est donc trop élevé pour les agents les moins désireux d'échanger. Pour ces agents, la stratégie consistant à placer un ordre au mieux est strictement dominée par la stratégie consistant à placer un ordre à cours limité. En revanche, les agents ayant une forte propension à l'échange sont indifférents entre les deux stratégies à l'équilibre. Par conséquent tous les agents courent un risque d'exécution élevé.

Corollaire 1 *:*

a) Il n'existe pas un ensemble de paramètres $(k, \pi, c_h, c_l, v_h, v_l)$ *pour lequel les équilibres 1 et 2 existent simultanément.*

b) Pour des valeurs données de (k, v_l, v_h, c_l, c_h)*, il existe au moins une probabilité* π_1 *telle que l'équilibre 1 existe et une probabilité* π_2 *telle que l'équilibre 2 existe. On a toujours* $\pi_1 < \pi_2$.

(Ce corollaire est prouvé en même temps que le corollaire 3 en annexe G).

Ce corollaire permet de comparer les conditions d'existence de l'équilibre 1 et de

l'équilibre 2. La première partie du corollaire indique que l'ensemble des paramètres qui vérifie la condition d'existence de l'équilibre 1 est différent de celui qui vérifie la condition d'existence de l'équilibre 2. La seconde partie du corollaire montre que la distribution des différents types joue un rôle majeur pour expliquer cette différence. Comme on l'a expliqué plus haut, la proportion d'agents ayant une forte propension à l'échange doit être faible pour satisfaire la condition d'existence du premier équilibre et inciter les agents à choisir des prix offerts élevés et des prix demandés faibles. Dans l'équilibre 2, les agents choisissent de coter des prix auxquels seuls les agents ayant une forte propension à échanger sont prêts à placer des ordres au mieux. Par conséquent, la proportion de ces agents doit être plus élevée que dans l'équilibre 1. C'est parce que la proportion d'agents fortement désireux d'échanger est importante que les agents choisissent tous d'adopter des stratégies risquées, de manière à obtenir un surplus important en cas d'échange.

a) Prix de Transaction.

Comme dans l'équilibre 1 et pour les mêmes raisons, les prix demandés et offerts dépendent de la proportion d'acheteurs et de vendeurs dans le marché. En revanche, à la différence de l'équilibre 1, les prix dépendent également de la probabilité π. Ceci provient du fait que la probabilité d'exécution des ordres à cours limité dépend désormais de ce paramètre. On montre facilement que, toutes choses égales par ailleurs, les acheteurs augmentent leur prix offert et les vendeurs diminuent leur prix demandé lorsque la proportion des agents qui ont la plus forte propension à l'échange augmente ($\frac{\partial A^{*'}}{\partial \pi} < 0 \quad et \quad \frac{\partial B^{*'}}{\partial \pi} > 0$).

Lorsque la proportion des vendeurs avec des valeurs privées faibles s'accroît, la probabilité d'exécution des acheteurs est plus élevée, *ceteris paribus*. Par conséquent,

l'incitation des acheteurs à placer un ordre à cours limité pour obtenir un meilleur prix d'exécution s'accroît. Ceci entraîne une diminution de leurs prix seuils (ils ne placent des ordres au mieux que pour des prix demandés faibles) et pour cette raison les vendeurs doivent diminuer le prix demandé qu'ils cotent pour avoir une chance d'être exécutés. Un argument symétrique explique que le prix offert par les acheteurs est croissant en π.

La fourchette de prix s'écrit à présent :

$$S_2(\pi) = \frac{1-(1-k)\pi}{1-k(1-k)\pi^2}.(1-k\pi)(v_l - c_h).$$

L'équilibre 1 et l'équilibre 2 n'existent pas pour le même ensemble de paramètres. La comparaison de la fourchette de prix obtenue dans les équilibres 1 et 2 n'est donc pas directe. Cependant, en utilisant les résultats du corollaire 1, on peut effectuer la comparaison suivante. Supposons qu'il existe deux marchés qui diffèrent uniquement par la valeur du paramètre π. Dans le premier marché, la valeur de π est telle que l'équilibre 1 est obtenu tandis que dans le second marché, la valeur de π est telle que l'équilibre 2 est obtenu. Le corollaire suivant compare la fourchette de prix dans les deux marchés :

Corollaire 2 : *Pour des valeurs données de (k, c_h, c_l, v_h, v_l), la fourchette de prix est toujours plus faible lorsque les agents courent un faible risque d'exécution :*

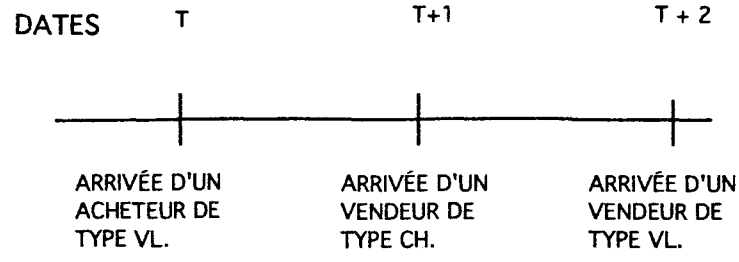
$$S_2(\pi) > S_1$$

La taille de la fourchette de prix est donc plus élevée dans le second équilibre. Ce résultat implique que les prix offerts sont plus faibles et/ou les prix demandés plus

élevés dans le second équilibre.

b) Efficience.

Dans le second équilibre, il existe certaines séquences d'arrivée dans le marché qui ne donnent pas lieu à des transactions bien qu'il existe des gains de l'échange. Considérons par exemple la séquence d'arrivées suivante :



et supposons que l'acheteur de type v_l place un ordre à cours limité. Dans l'équilibre 1, le vendeur qui arrive à la date t+1 échange avec l'acheteur de la date t. Au contraire, dans l'équilibre 2, le vendeur de type c_h à la date t+1 choisit de placer un ordre à cours limité et par conséquent l'acheteur arrivé en t n'échange pas. L'ordre de vente placé en t+2 est à son tour inexécuté en t+2 car un acheteur de type v_l ne place que des ordres à cours limité dans l'équilibre 2.

En fait, dans l'équilibre 2 les agents cherchent à obtenir des gains de l'échange plus élevés que dans l'équilibre 1 en pratiquant des prix offerts faibles et des prix demandés élevés. Ces comportements stratégiques conduisent dans certains cas à des inefficiences dans la mesure où des transactions mutuellement profitables ne sont pas réalisées[20].

[20]Nous revenons sur ce point dans la section 6.

c) Fréquence des transactions et fourchette de prix.

Il est clair que,*ceteris paribus*, une même séquence d'arrivées dans le marché donnera lieu dans l'équilibre 1 à un nombre de transactions au moins égal au nombre de transactions obtenues dans l'équilibre 2. Par conséquent, la fréquence des transactions dans le second équilibre est plus faible que dans le premier. Ceci provient du fait que, la fourchette de prix s'étant élargie, la stratégie consistant à placer des ordres au mieux est trop coûteuse pour certains agents. L'équilibre 2 constitue donc un cas dans lequel une fourchette de prix large est associée à une fréquence des transactions plus faible. Ce résultat est obtenu empiriquement par McInish et Wood (1992) pour les titres cotés sur le NYSE.

4.2.3. Equilibre 3.

Proposition 5 : *Si* $(\frac{1-\pi^2 k(1-k)}{1-\pi}).(c_h - c_l) \leq (v_h - c_l) \leq (1 + \frac{k^2\pi - k\pi + 1}{1-\pi})(c_h - c_l)$ *alors il existe un équilibre caractérisé par les stratégies de placement d'ordres suivantes :*

1) Les agents qui ont la propension à échanger la plus forte placent un ordre au mieux s'il existe une cotation dans le carnet d'ordres lorsqu'ils arrivent et un ordre à cours limité dans le cas contraire.

Un acheteur (vendeur) avec une valeur privée faible (élevée) place un ordre au mieux seulement si le prix demandé (offert) dans le carnet d'ordres est coté par un vendeur (acheteur) avec une valeur privée faible (élevée). Dans tous les autres cas, il place un ordre à cours limité .

2) Les prix offerts par les acheteurs varient avec la valeur qu'ils attribuent à l'actif. Ces prix offerts sont :

$$B^{*"}(v_h) = k\pi\gamma_1(k).v_h + (1 - k\pi\gamma_1).c_h,$$

$$B^{*"}(v_l) = k\gamma_2(k).v_l + (1 - k\gamma_2(k)).c_l.$$

De façon similaire, les prix demandés des vendeurs varient avec la valeur qu'ils attribuent à l'actif :

$$A^{*"}(c_l) = \gamma_2(k).v_l + (1 - \gamma_2(k)).c_l,$$

$$A^{*"}(c_h) = \gamma_1(k).v_h + (1 - \gamma_1(k)).c_h,$$

avec $\gamma_1(k) = \frac{k}{1-(1-k)k\pi}$ *et* $\gamma_2(k) = \frac{1-\pi(1-k)}{1-(1-k)k\pi}$

Dans ce cas, on peut vérifier en utilisant la définition de l'équilibre que :

$$A^{*"}(c_h) = B_0^{*"}(v_h) \quad et \quad A^{*"}(c_l) = B_0^{*"}(v_l),$$

$$B^{*"}(v_h) = A_0^{*"}(c_h) \quad et \quad B^{*"}(v_l) = A_0^{*"}(c_l).$$

Le prix coté par un vendeur avec une forte propension à l'échange est égal au prix seuil d'un acheteur de type v_l tandis que le prix coté par un vendeur avec une faible propension à l'échange est égal au prix seuil d'un acheteur de type v_h. Ceci explique qu'un acheteur de type v_l ne place un ordre au mieux que si le prix demandé lorsqu'il arrive dans le marché est coté par un vendeur avec une valeur privée faible. Pour une raison symétrique, les vendeurs de type c_h ne placent un ordre au mieux que si le prix offert est coté par un acheteur de type v_h. Dans ce cas, les stratégies de placement d'ordres adoptées par certains agents sont donc dépendantes de l'état du carnet d'ordres. Ce résultat est cohérent avec les observations empiriques de Harris et

Hasbrouck (1992). Ceux-ci montrent en effet que les valeurs relatives d'une stratégie de placement d'ordres au mieux et d'une stratégie de placement d'ordres à cours limité dépendent de l'état du carnet d'ordres. Finalement les agents avec une forte propension à échanger courent dans ce cas un faible risque d'exécution alors que les agents avec une faible propension à échanger courent un risque d'exécution élevé.

La probabilité d'observer un nouvel ordre à cours limité dépend de l'état du carnet d'ordres. Par exemple, la probabilité d'observer un ordre à cours limité est plus forte lorsque le prix offert est faible que lorsque le prix offert est élevé. De la même façon, la probabilité d'observer un ordre à cours limité est plus élevée lorsque le prix demandé est élevé. Ce résultat correspond aux observations empiriques de Biais et al. (1993). Les auteurs montrent en particulier que lorsque la fourchette de prix est large, la fréquence des ordres à cours limité s'accroît.

La comparaison des équilibres 2 et 3 avec l'équilibre 1 montre que les ordres au mieux sont utilisés par les agents relativement les plus désireux d'échanger tandis que les autres agents utilisent plutôt des ordres à cours limité. Handa et Schwartz (1992) suggèrent que pour qu'un marché d'agence continu soit viable, il est nécessaire qu'à l'équilibre, aucun type d'ordre ne soit strictement préféré par tous les agents :

> *"For an agency/auction market to function, some participants must seek to trade by limit order and others by market order. For this reason, we do not expect that returns would differ such that one type of order could dominate the other for all traders. That is, costs must exist for limit order trading that cause it to be unprofitable for some traders while enabling it to be desirable for others." Handa et Schwartz, 1992, p5.*

Les résultats obtenus dans cet essai font écho à cette remarque de Handa et Schwartz. Dans le premier équilibre, les agents de type c_l et de type v_h préfèrent strictement utiliser des ordres au mieux mais les autres agents sont indifférents entre le placement d'un ordre à cours limité ou d'un ordre au mieux. Au contraire, dans le second équilibre, les agents de type v_l et c_h préfèrent strictement les ordres à cours limité aux ordres au mieux alors que les autres agents sont indifférents entre les deux stratégies. Enfin, dans le dernier équilibre, la stratégie choisie par les agents dépend de l'état du carnet d'ordres. Cependant, dans tous les cas, pour les agents les moins désireux d'échanger, la stratégie consistant à placer des ordres à cours limité est au moins aussi avantageuse que la stratégie consistant à placer des ordres au mieux. En revanche, pour les agents les plus désireux d'échanger, c'est la stratégie de placement consistant à placer des ordres au mieux qui est au moins aussi avantageuse que la stratégie utilisant des ordres à cours limité[21].

	c_l et v_h	v_l et v_h
équilibre 1	Ordre au mieux dominant	Indifférence
équilibre 2	Indifférence	Ordre limite dominant
équilibre 3	Dépend de l'etat du carnet d'ordres	Dépend de l'état du carnet d'ordres

Tableau 2 : Ce tableau résume pour chaque type d'agent les stratégies dominantes dans chaque équilibre.

[21]Lorsque les agents sont indifférents entre les deux types de stratégie (ordre au mieux/ à cours limité), nous avons supposé qu'ils choisissaient le placement d'un ordre au mieux. Ces cas suggèrent cependant la possibilité d'équilibres en stratégies mixtes. En cas d'indifférence, les agents choisissent de jouer l'une ou l'autre des deux stratégies possibles de façon aléatoire en choisissant optimalement les probabilités associées. L'étude des équilibres en stratégies mixtes du processus d'échange décrit dans cet essai sera l'objet d'une recherche future.

5. Unicité des équilibres.

Dans la section précédente, nous avons mis en évidence l'existence de trois équilibres symétriques différents. On peut se poser deux questions quant à ces équilibres.

- Existe-t-il des cas dans lesquels deux équilibres symétriques peuvent être obtenus pour les même valeurs des paramètres ?
- Existe-t-il d'autres équilibres que les équilibres symétriques présentés dans la section précédente ?

Cette section apporte des réponses à ces deux questions et permet ainsi de caractériser complètement les équilibres du processus d'échange modélisé dans cet essai. On commence par étudier la première question.

5.1 Coexistence des équilibres symétriques.

Corollaire 3 *:*

a) Il n'existe pas d'ensemble de paramètres $(k, \pi, v_h, v_l, c_h, c_l)$ *pour lequel les équilibres 1 et 3 peuvent exister simultanément.*

b) Il n'existe pas d'ensemble de paramètres $(k, \pi, v_h, v_l, c_h, c_l)$ *pour lesquels les équilibres 2 et 3 peuvent exister simultanément.*

c) Pour des valeurs données des paramètres (k, v_h, v_l, c_h, c_l)*, on peut toujours trouver une probabilité* π_3 *tel que l'équilibre 3 existe. On a* $\pi_1 < \pi_3 < \pi_2$*.* (π_1 *et* π_2 *sont définis dans le corollaire 1).*

Ce corollaire permet d'interpréter la condition d'existence de l'équilibre 3 relativement aux deux autres équilibres. Pour une valeur donnée de k, l'équilibre 3 existe si la

proportion des agents ayant une forte propension à échanger n'est ni trop grande, ni trop petite (partie c) du corollaire). Ceci est lié au fait que des acheteurs (des vendeurs) de types différents choisissent de coter des prix différents. Les acheteurs de type v_l adoptent une stratégie ayant un risque d'exécution élevé similaire à celle adoptée par tous les acheteurs dans l'équilibre 2. Comme on l'a expliqué plus haut, il est donc nécéssaire que π soit assez grand pour inciter certains acheteurs à suivre ce type de stratégie. Par ailleurs, les acheteurs de type v_h suivent une stratégie ayant un faible risque d'exécution, comme dans le cas de l'équilibre 1. Ceci nécessite donc que π ne soit pas trop grand. Un argument symétrique montre que les valeurs de π doivent être "moyennes" pour inciter les vendeurs à adopter les stratégies de placement d'ordres correspondant à l'équilibre 3.

D'autre part, la combinaison des corollaires 2 et 3 (parties a) et b)) montre qu'il n'est pas possible d'obtenir simultanément deux équilibres symétriques. Il n'y a donc pas de problème de multiplicité des équilibres symétriques. On étudie à présent la possibilité d'obtenir des équilibres non-symétriques.

5.2. Existence d'équilibres non-symétriques.

Plusieurs équilibres non-symétriques peuvent être envisagés; par exemple un équilibre dans lequel les acheteurs choisiraient de coter un prix ayant une forte probabilité d'exécution et les vendeurs un prix demandé ayant une faible probabilité d'exécution. On montre cependant en annexe que seulement deux équilibres non-symétriques peuvent être obtenus.

Proposition 6 *: les deux seuls équilibres non-symétriques sont les suivants :*

1) si $\frac{1}{1-k\pi}.(1-k(1-k)\pi^2)(c_h-c_l) > (v_h-c_l)$ *alors il existe un équilibre non-symétrique*

caractérisé par les stratégies suivantes :

- *Les acheteurs de type v_l n'échangent pas.*
- *Les autres agents adoptent les mêmes stratégies que celles décrites dans l'équilibre 2.*

2) si $\frac{1}{1-(1-k)\pi}.(1-k(1-k)\pi^2)(c_h-c_l) > (v_h-c_l)$ *alors il existe un équilibre non-symétrique caractérisé par les stratégies suivantes :*

- *Les vendeurs de type c_h n'échangent pas.*
- *Les autre agents adoptent les mêmes stratégies que celles décrites dans l'équilibre 2.*

(voir preuve en annexe F.)

Les seuls équilibres non-symétriques sont donc ceux dans lesquels certains agents n'échangent pas. L'intuition de ces résultats est la suivante. Nos hypothèses sur la distribution des types des agents impliquent que les acheteurs et les vendeurs sont dans une situation parfaitement symétrique. C'est la raison pour laquelle, il n'est pas possible en général d'obtenir des équilibres dans lesquels un acheteur et un vendeur ayant la même propension à l'échange adoptent des stratégies n'ayant pas la même probabilité d'exécution.

Il existe cependant deux cas particuliers dans lesquels cette règle ne s'applique pas. Dans l'équilibre 2, lorsque k et π sont très élevés, les vendeurs ont une très forte incitation à placer des ordres à cours limité et leurs prix seuils sont par conséquent élevés. En particulier, lorsque $\frac{1}{1-k\pi}.(1-k(1-k)\pi^2)(c_h-c_l) > (v_h-c_l)$ (cette relation

étant vérifiée pour k et π très élevés), le prix seuil des vendeurs de type c_l devient supérieur à la valeur privée des acheteurs de type v_l. Ceux-ci n'ont donc pas intérêt à placer un ordre à cours limité au prix $A_0^*(c_l)$ et encore moins au prix $A_0^*(c_h)$ (puisque $A_0^*(c_l) < A_0^*(c_h)$). Par conséquent, il est possible dans ce cas d'obtenir un équilibre dans lequel les acheteurs de type v_l n'échangent pas tandis que les autres agents adoptent des stratégies identiques à celles décrites pour l'équilibre 2. Un argument similaire montre que si $\frac{1}{1-(1-k)\pi}.(1-k(1-k)\pi^2)(c_h - c_l) > (v_h - c_l)$ (c.-à-d. k faible et π élevé), on peut obtenir un équilibre non-symétrique identique à l'équilibre 2, excepté que les agents de type c_l n'échangent pas.

La figure 5 en annexe donne une vision synthétique des résultats obtenus dans cette section. Elle représente graphiquement les domaines d'existence des différents équilibres obtenus, en fonction des paramètres k et π. Nous expliquons dans l'annexe G comment cette figure est obtenue.

6. Comparaison du modèle avec les modèles d'enchères.

La démarche proposée dans cet essai pour analyser la formation des prix dans un marché gouverné par les ordres présente de nombreux points communs avec celle adoptée par la théorie des enchères [22]. Compte tenu de règles d'échange données, on cherche à caractériser les cotations optimales pour les agents. Comme c'est le plus souvent le cas dans la théorie des enchères, on suppose que les agents ont des fonctions d'offre ou de demande inélastiques pour une seule unité de l'actif, caractérisées par les valeurs que chaque agent attribue à l'actif. Comme dans une enchère au premier prix, on montre

[22] Voir McAfee et McMillan (1987) ou Naeglen (1988) pour une description synthétique des objectifs de la théorie des enchères et des résultats principaux obtenus par cette théorie.

que les agents doivent arbitrer entre une probabilité d'exécution élevée et un surplus important en cas d'exécution. On peut cependant noter au moins trois différences entre le processus d'échange étudié dans cet essai et ceux étudiés traditionnellement par la théorie des enchères. Ces différences sont les suivantes :

1. Dans le modèle étudié ici, les vendeurs comme les acheteurs peuvent effectuer des cotations. Au contraire les modèles consacrés aux mécanismes d'enchères étudient habituellement des situations asymétriques dans lesquelles plusieurs acheteurs (vendeurs) effectuent des offres à un seul vendeur (acheteur)[23].

2. On étudie un processus d'échange dans lequel les agents effectuent des offres de manière séquentielle alors que la théorie des enchères étudie des modèles statiques dans lesquels tous les agents déterminent leurs cotations simultanément.

3. Cet aspect dynamique de l'échange élargit les possibilités stratégiques des agents. En effet ceux-ci peuvent choisir soit de coter des prix (placer des ordres à cours limité), soit d'échanger au meilleur prix (en plaçant des ordres au mieux).

Quelques modèles[24] ont étudié la formation des prix dans le cas où les acheteurs et les vendeurs peuvent effectuer simultanément des offres de prix. Le mécanisme d'échange décrit par ces modèles est proche de celui mis en jeu dans un marché de fixing. Toutes les transactions se déroulent à un prix unique qui équilibre l'offre et la demande. Ainsi dans le cas où il existe m acheteurs et m vendeurs, si on note $s(i)$ le ième prix offert ou demandé le plus élevé, le prix d'équilibre est :

[23]Ainsi McAfee (1992), page 434, note que : "In contrast to the voluminous literature on one-sided auction, little is known about double auction in general, and oral double auctions in particular.".

[24]Voir Chatterjee et Samuelson (1983), Wilson (1985), Leininger, Linhart, et Radner (1989), Satterthwaite et Williams (1989), Satterthwaite et Williams (1991) et McAfee (1992).

$$p^* = \gamma.s(m) + (1-\gamma).s(m+1)$$

où γ est fixé de façon exogène et appartient à l'intervalle $[0,1]$.

A ce prix, tous les vendeurs qui ont placé un prix demandé inférieur ou égal à $s(m)$ sont exécutés et tous les acheteurs qui ont placé un prix offert supérieur ou égal à $s(m+1)$ sont exécutés. Dans ce contexte, les acheteurs (vendeurs) ont intérêt à placer des prix faibles (élevés) de façon à déplacer $s(m+1)$ $(s(m))$ et finalement le prix d'équilibre vers le bas (haut). Cependant plus un acheteur (un vendeur) cote un prix faible, plus il court le risque que son offre soit inférieure (supérieure) à $s(m+1)(s(m))$ et de ne pas être exécuté.

Le cas $m = 1$ et $\gamma = \frac{1}{2}$ a fait l'objet d'une attention particulière dans la littérature (voir Chatterjee et Samuelson (1983) et Leininger et al. (1989)). Dans ce cas, il existe un seul acheteur et un seul vendeur qui doivent transmettre simultanément un prix offert B et un prix demandé S. Les deux agents échangent au prix $P^* = \frac{S+B}{2}$ uniquement si $S > B$. Dans ce cas particulier, il est possible de dériver des solutions explicites pour les stratégies d'équilibre $S^*(.)$ et $B^*(.)$ des agents. Par exemple, dans les cas où les acheteurs et les vendeurs ont des valeurs privées distribuées uniformément sur [0,1], Chatterjee et Samuelson montrent que les stratégies suivantes constituent un équilibre Nash-Bayesien :

$$\begin{cases} B^*(v) = v \quad si \quad 0 \leq v < \frac{1}{4} \\ B^*(v) = \frac{2}{3}v + \frac{1}{12} \quad si \quad \frac{1}{4} \leq v \leq 1 \\ S^*(c) = c \quad si \quad \frac{3}{4} < c \leq 1 \\ S^*(c) = \frac{2}{3}c + \frac{1}{4} \quad si \quad 0 < c \leq \frac{3}{4} \end{cases}$$

Une des caractéristiques de cet équilibre est que les vendeurs dont la valeur privée est supérieure à $\frac{3}{4}$ et les acheteurs dont la valeur privée est inférieure à $\frac{1}{4}$ ont une probabilité nulle d'échanger. Ce résultat implique que cet équilibre est inefficient dans la mesure où, dans certains cas, les agents n'échangent pas, bien qu'il existe des gains de l'échange (par exemple dans le cas où $c = 0.8$ et $v = 0.9$). Leininger et *al* montrent que ce jeu admet en fait une multiplicité d'équilibres, mais que dans tous les cas les équilibres sont inefficients. Lorsque $m \geq 2$, il est difficile d'obtenir des caractérisations explicites des équilibres. Cependant Satterthwaite et Williams (1991) montrent que les problèmes d'inefficience et de multiplicité des équilibres continuent de se poser. Cependant, plus m est grand, moins les prix affichés par les acheteurs et les vendeurs diffèrent de leur valeur privée et plus l'efficience des équilibres obtenus est grande.

Le modèle décrit dans cet essai présente des points communs avec ces modèles de double enchère statique. Dans les deux cas, chaque côté du marché essaie d'obtenir les gains de l'échange maximum, les acheteurs en cotant des prix faibles et les vendeurs en cotant des prix élevés[25]. Dans les modèles de double enchère statique, le pouvoir de marché d'un acheteur ou d'un vendeur est limité parce qu'il est en concurrence directe (instantanée) avec les autres acheteurs ou les autres vendeurs. Au contraire, dans le modèle présenté ici, le pouvoir de marché d'un acheteur ou d'un vendeur est limité par la concurrence indirecte (concurrence intertemporelle) qu'il subit de la part des acheteurs (vendeurs) futurs. Dans un marché de double enchère dynamique, ces deux types de concurrence doivent se combiner[26]. De ce point de vue, les modèles de double

[25]De ce point de vue le problème présente également des similitudes avec un problème de monopole bilatéral. La littérature consacrée à la double enchère statique dans le cas $m = 1$ est d'ailleurs étroitement liée à la littérature concernant les processus de négociations. Le modèle que nous présentons ici possède également des connections avec cette littérature, en particulier avec les modèles de "pairwise matching" (cf Rubinstein et Wolinsky (1985), Wolinsky (1987)). On pourra se reporter à Rochet (1988) pour une description des résultats obtenus par la théorie de la négociation.

[26]Les deux types de concurrence apparaissent dans notre modèle si on suppose que la durée de

enchère statique et le modèle de double enchère dynamique que nous avons proposé, sont complémentaires. Par ailleurs, dans les deux cas, les comportements stratégiques des agents limitent l'efficience du marché.

Des différences existent cependant entre les deux approches. Tout d'abord, les prix de transaction ne sont pas déterminés de la même façon. Dans cet essai, un agent qui place un ordre à cours limité est toujours exécuté au prix auquel il a placé son ordre. Comme nous l'avons expliqué plus haut, ce n'est pas le cas dans la double enchère statique. Par ailleurs, dans le cas statique, les comportements stratégiques disparaissent lorsqu'il existe un grand nombre d'acheteurs et de vendeurs. Au contraire, nous montrons que dans un marché dynamique, ce qui importe dans la détermination des prix offerts et demandés ce n'est pas le nombre absolu d'acheteurs et de vendeurs mais le déséquilibre entre le nombre des acheteurs et le nombre des vendeurs. Enfin, les comportements stratégiques sont plus complexes dans le cas dynamique puisque les agents peuvent choisir soit de coter des prix, soit d'échanger aux prix affichés. Ainsi dans une double enchère statique, le prix offert optimal d'un acheteur est déterminé par ses anticipations sur les prix offerts et demandés optimaux des autres acheteurs et des autres vendeurs. Dans une double enchère dynamique, nous montrons dans un cas simple que le prix offert optimal d'un acheteur dépend de ses anticipations sur les prix seuils (endogènes) des vendeurs.

validité d'un ordre à cours limité est supérieure à une période.

7. Conclusion.

RESUME.

De nombreux marchés financiers sont des marchés gouvernés par les ordres. Dans cet essai, nous proposons un modèle simple permettant d'analyser la formation des prix et les stratégies de placement d'ordres dans ces marchés. On insiste sur les interactions stratégiques entre les acheteurs et les vendeurs et sur le lien qui existe entre le problème étudié ici et ceux étudiés traditionnellement par la théorie des enchères.

Dans le modèle, les acheteurs et les vendeurs peuvent placer des ordres au mieux ou des ordres à cours limité. Lorsqu'ils placent un ordre à cours limité, ils doivent également déterminer un prix offert ou demandé. Le risque de non-exécution que court un ordre à cours limité joue un rôle déterminant dans la stratégie choisie par un agent. En effet, en placant un ordre à cours limité, un agent obtient un prix d'exécution plus intéressant qu'en plaçant un ordre au mieux. Cependant il n'est pas certain d'être exécuté. Par ailleurs, le surplus obtenu par un acheteur (un vendeur) est d'autant plus élevé qu'il place un prix offert (demandé) faible (élevé) mais plus son prix offert (demandé) est faible (élevé), moins sa probabilité d'exécution est élevée. Les agents doivent donc arbitrer entre un prix d'exécution favorable et un risque d'exécution faible.

On montre que, conformément à l'intuition, aucun type d'ordres (au mieux ou à cours limité) n'est strictement préféré par tous les agents, à l'équilibre. Les agents se répartissent entre offreurs et demandeurs de liquidité en fonction de leur propension à échanger. Ainsi, les agents relativement les moins désireux d'échanger sont plutôt offreurs de liquidité tandis que les agents relativement les plus désireux d'échanger sont

demandeurs de liquidité. On caractérise les prix offerts et demandés par les agents. Il s'avère que l'un des déterminants essentiel de ces prix est le déséquilibre existant entre la proportion des ordres d'achat et des ordres de vente. On montre également qu'il existe une fourchette de prix entre le meilleur prix offert et le meilleur prix demandé. Cette fourchette de prix permet de rémunérer les agents qui placent des ordres à cours limité pour le risque de non-exécution. Elle provient également du fait que les acheteurs ont tendance à sous-évaluer leurs offres et les vendeurs à les surévaluer de façon à obtenir la part la plus grande possible des gains de l'échange.

CONTRIBUTION A LA LITTERATURE.

La contribution de cet essai à la compréhension du processus d'échange dans les marchés gouvernés par les ordres porte essentiellement sur trois points :

1. Contrairement à la littérature existante, on analyse un modèle dans lequel les stratégies de placement d'ordres et les prix de transaction sont dérivés de façon endogènes. On est ainsi en mesure d'analyser, dans un cadre dynamique, comment les agents réagissent aux prix cotés et comment à leur tour ils sont amenés à coter des prix. On montre en particulier que les stratégies de placement d'ordres des acheteurs et des vendeurs sont interdépendantes.

2. Le caractère dynamique de l'échange dans un marché gouverné par les ordres introduit de nouvelles dimensions stratégiques par rapport au cas où les agents doivent transmettre leurs ordres d'achat ou de vente simultanément. En particulier, les agents peuvent choisir d'être offreurs de liquidité ou demandeurs de liquidité. On montre que ce choix peut être caractérisé par un prix seuil qui joue un rôle essentiel dans la détermination des cotations. Par ailleurs, on modélise

explicitement la façon dont peut se réaliser un équilibre entre offreurs et demandeurs de liquidité.

3. On propose une explication de la fourchette de prix qui diffère des théories proposées jusqu'alors pour expliquer l'écart entre le meilleur cours acheteur et le meilleur cours vendeur. Contrairement aux théories habituelles (type Kyle (1985) ou Ho et Stoll (1983)), notre explication prend en compte les caractéristiques du processus d'échange dans les marchés gouvernés par les ordres (possibilité de choix ordre au mieux/ordre à cours limité, caractère dynamique de l'échange, risque de non-exécution...). En particulier, on montre que la fourchette de prix est un "ingrédient" essentiel de l'équilibre dans ces marchés dans la mesure où elle permet de compenser les offreurs de liquidité pour le risque de non-exécution.

VOIES DE RECHERCHE EMPIRIQUE.

Trois des résultats obtenus dans le modèle peuvent éventuellement donner lieu à une investigation empirique. Les implications testables du modèle sont les suivantes :

- **I.1** Toutes choses égales par ailleurs, les titres pour lesquels le déséquilibre entre la proportion des ordres d'achat et des ordres de vente est faible doivent avoir des fourchettes de prix plus grandes que les titres pour lesquels ce déséquilibre est important. De façon plus générale, nos résultats suggèrent de prendre en compte le déséquilibre entre le nombre des ordres d'achat et le nombre des ordres de vente comme variable explicative dans les études empiriques consacrées à la fourchette de prix.

- **I.2** La taille de la fourchette de prix est d'autant plus élevée que la fréquence des transactions est faible. Notons cependant que nous ne mettons pas en évidence de

relation de causalité entre ces deux variables puisque dans le modèle la fréquence des transactions et la taille de la fourchette de prix sont déterminées simultanément.

- **I.3** Le flux d'ordres dépend de l'état du carnet d'ordres. En particulier, la probabilité d'observer un ordre d'achat (de vente) à cours limité est d'autant plus élevée que le prix demandé (offert) est élevé (faible).

EXTENSIONS.

Deux voies de recherche futures nous semblent particulièrement importantes.

Nous avons limité notre analyse au cas simple où le support de la distribution de probabilités des types des agents (leurs valeurs privées) est discret. On peut s'interroger sur ce qu'il advient des résultats du modèle lorsque l'on considère un support continu pour la distribution de ces types. Cette extension est importante car on peut se demander par exemple si la fourchette de prix ne disparaît pas lorsque la distribution des types devient continue. Dans le cas d'une distribution continue des types, la résolution de l'équilibre se ramène à la recherche des solutions de deux équations différentielles dont nous n'avons pas pu trouver les solutions dans le cas général. On peut cependant montrer, lorsque les valeurs privées des acheteurs et des vendeurs ont des distributions uniformes, respectivement sur $[v_l, v_h]$ et $[c_l, c_h]$, que :

- les résultats énoncés dans la proposition 2 restent valides.
- l'équilibre 1 dérivé dans cet essai (section 4.2.1) peut être obtenu sous une condition d'existence.

Ceci suggère que la fourchette de prix n'est pas liée au fait que nous ayons envisagé un support discret pour les distribution de probabilités des valeurs privées. Par ailleurs, ce résultat montre que la dispersion des valeurs privées n'accroît pas forcément la dispersion des cotations.

Comme les agents ne peuvent rester plus d'une période sur le marché, il n'est pas possible dans le modèle d'avoir simultanément deux ordres d'achat ou deux ordres de vente dans le carnet d'ordres. Ceci simplifie l'analyse de la concurrence. En effet, lorsque deux acheteurs ou deux vendeurs sont simultanément dans le marché, ils se retrouvent en concurrence directe pour le flux d'ordres. Ce type de concurence n'est pas pris en compte dans le modèle que nous avons proposé. Au contraire, nous nous concentrons sur la concurrence intertemporelle (concurrence indirecte) qui existe dans un marché où les échanges se déroulent de manière dynamique. Une extension du modèle devra donc consister à analyser simultanément les deux types de concurrence.

Annexes du troisième essai.

Annexe A : preuve de la proposition 2.

a-d : Un acheteur(un vendeur) ne placera jamais un ordre à cours limité à un prix supérieur à sa valeur privée. Par conséquent, $E(U(v, B^*) \geq 0$. En utilisant la définition de l'équilibre, on en déduit que : $B_0^*(v) \leq v$ and $A_0^*(c) \geq c$

Q.E.D.

.

b-e : D'après la définition de l'équilibre :

$$v_j - B_0^* = \Gamma(B^*).(v_j - B^*),$$

Comme $\Gamma(.) \leq 1$, ceci implique que $B^* \leq B_0^*$. De la même façon, on prouve $A^* \geq A_0^*$.

Q.E.D.

c-f : On peut écrire $v_h - B_0^*(v_l)$ de la façon suivante :

$$v_h - B_0^*(v_l) = (v_h - vl) + v_l - B_0^*(v_l)$$

En utilisant la définition de l'équilibre, on peut réécrire cette égalité :

$$v_h - B_0^*(v_l) = (v_h - v_l) + E(U(v_l, B^*(v_l)).$$

Puisque $B^*(v_l)$ est le prix offert optimal d'un acheteur de type v_l, l'inégalité suivante doit être satisfaite :

$$E(U(v_l, B^*(v_l)) \geq E(U(v_l, B^*(v_h)).$$

On peut donc réécrire l'égalité ci-dessus:

$$v_h - B_0^*(v_l) \geq (v_h - v_l) + \Gamma(B^*(v_h)).(v_l - B^*(v_h)).$$

On en déduit que :

$$v_h - B_0^*(v_l) \geq (v_h - v_l) + \Gamma(B^*(v_h)).(v_l - v_h) + \Gamma(B^*(v_h)).(v_h - B^*(v_h)),$$

soit,

$$v_h - B_0^*(v_l) \geq (1 - \Gamma(B^*(v_h)).(v_h - v_l) + \Gamma(B^*(v_h)).(v_h - B^*(v_h)).$$

Cette dernière inégalité implique :

$$v_h - B_0^*(v_l) \geq v_h - B_0^*(v_h).$$

Par conséquent :

$$B_0^*(v_h) \geq B_0^*(v_l).$$

Q.E.D.

Annexe B : preuve de la proposition 3.

A l'équilibre les agents choisissent de courir un risque d'exécution faible. Les inégalités suivantes doivent donc être satisfaites :

$$(B_0^*(v_l) - c) > \pi.(B_0^*(v_h) - c) \qquad (B.1),$$

$$(v - A_0^*(c_h)) > \pi.(v - A_0^*(c_l)) \qquad (B.2).$$

La première condition implique que les vendeurs cotent un prix demandé égal à $B_0^*(v_l)$ et la seconde condition implique que les acheteurs cotent un prix offert égal à $A_0^*(c_h)$. Les prix offerts et demandés sont donc :

$$B^*(v_l) = B^*(v_h) = A_0^*(c_h) \qquad (B.3),$$

$$A^*(c_l) = A^*(c_h) = B_0^*(v_l) \qquad (B.4).$$

D'après la définition de l'équilibre, $A_0^*(.)$ et $B_0^*(.)$ doivent satisfaire les relations suivantes :

$$A_0^*(c_h) = (1-k).c_h + k.B_0^*(v_l) \qquad (B.5),$$

$$A_0^*(c_l) = (1-k).c_l + k.B_0^*(v_l) \qquad (B.6),$$

$$B_0^*(v_h) = k.v_h + (1-k).A_0^*(c_h) \qquad (B.7),$$

$$B_0^*(v_l) = k.v_l + (1-k).A_0^*(c_h) \qquad (B.8).$$

On obtient des solutions explicites pour $A_0^*(.)$ and $B_0^*(.)$ en résolvant ce système d'équations. Ces solutions sont :

$$B_0^*(v_l) = \frac{k.v_l + (1-k)^2.c_h}{1-k(1-k)},$$

$$B_0^*(v_h) = B_0^*(v_l) + k.(v_h - v_l),$$

$$A_0^*(c_h) = \frac{k^2.v_l + (1-k).c_h}{1-k(1-k)},$$

$$A_0^*(c_l) = A_0^*(c_h) - (1-k).(c_h - c_l).$$

On déduit de ces solutions et des équations B.3 et B.4 :

$$B^* = B^*(v_h) = B^*(v_l) = \frac{k^2.v_l + (1-k).c_h}{1-k(1-k)} = k.\lambda(k).v_l + (1 - k.\lambda(k)).c_h \qquad (B.9),$$

$$A^* = A^*(c_h) = A^*(c_l) = \frac{k.v_l + (1-k)^2.c_h}{1-k(1-k)} = \lambda(k).v_l + (1 - \lambda(k)).c_h \qquad (B.10).$$

On remplace $A_0^*(c_h), A_0^*(c_l), B_0^*(v_h), B_0^*(v_l)$, par leur expression dans B.1 et B.2 pour dériver l'ensemble des paramètres pour lesquels l'équilibre caractérisé par les équations B.9 and B.10 existe. On réécrit ainsi les conditions B.1 et B.2 :

$$v_l - c_h > \left(\frac{\pi}{1-\pi}\right).(v_h - v_l).(1 - k(1-k)),$$

$$v_l - c_h > \left(\frac{\pi}{1-\pi}\right).(c_h - c_l).(1 - k(1-k)).$$

Comme $(c_h - c_l) = (v_h - v_l)$ par hypothèse, ces deux conditions peuvent être réécrites :

$$v_l - c_h > \left(\frac{\pi}{1-\pi}\right).(c_h - c_l).(1 - k(1-k)).$$

Q.E.D.

Annexe C : preuve de la proposition 4.

Les différentes étapes de la preuve de la proposition 4 sont similaires à celles suivies pour démontrer la proposition 3. Dans l'équilibre 2, tous les agents choisissent de courir un risque d'exécution élevé. Par conséquent, les inégalités suivantes doivent être vérifiées à l'équilibre :

$$(B_0^{*'}(v_l) - c) \leq \pi.(B_0^{*'}(v_h) - c) \qquad (C.1),$$

$$(v - A_0^{*'}(c_h)) \leq \pi.(v - A_0^{*'}(c_l)) \qquad (C.2).$$

Les cotations optimales des acheteurs et des vendeurs sont dans ce cas :

$$B^{*'}(v_l) = B^{*'}(v_h) = A_0^{*'}(c_l) \qquad (C.3),$$

$$A^{*'}(c_l) = A^{*'}(c_h) = B_0^{*'}(v_h) \qquad (C.4).$$

D'après la définition de l'équilibre, les relations suivantes doivent être satisfaites à l'équilibre :

$$A_0^{*'}(c_h) = (1 - k\pi).c_h + k\pi.B_0^{*'}(v_h) \qquad (C.5),$$

$$A_0^{*'}(c_l) = (1 - k\pi).c_l + k\pi.B_0^{*'}(v_h) \qquad (C.6),$$

$$B_0^{*'}(v_h) = (1 - (1-k)\pi).v_h + (1-k)\pi.A_0^{*'}(c_l) \qquad (C.7),$$

$$B_0^{*'}(v_l) = (1-(1-k)\pi).v_l + (1-k)\pi.A_0^{*'}(c_l) \qquad (C.8).$$

En résolvant ce système, on obtient des formes explicites pour $A_0^{*'}(.)$ et $B_0^{*'}(.)$:

$$B_0^{*'}(v_h) = \frac{(1-(1-k)\pi).v_h + \pi(1-k)(1-k\pi).c_l}{1-k(1-k)\pi^2},$$
$$B_0^{*'}(v_l) = B_0^{*}(v_h) - (1-(1-k)\pi).(v_h - v_l),$$
$$A_0^{*'}(c_l) = \frac{k\pi(1-(1-k)\pi).v_h + (1-k\pi).c_l}{1-k(1-k)\pi^2},$$
$$A_0^{*'}(c_h) = A_0^{*'}(c_l) + (1-k\pi).(c_h - c_l).$$

On en déduit que :

$$A^{*'} = A^*(c_h) = A^*(c_l) = \frac{(1-(1-k)\pi).v_h + \pi(1-k)(1-k\pi).c_l}{1-k(1-k)\pi^2} = \lambda'(k).v_h + (1-\lambda'(k)).c_l \qquad (C.9),$$

$$B^{*'} = B^*(v_h) = B^*(v_l) = \frac{k\pi(1-(1-k)\pi).v_h + (1-k\pi).c_l}{1-k(1-k)\pi^2} = k\pi\lambda'(k).v_h + (1-k\pi\lambda'(k)).c_l \qquad (C.10).$$

On dérive à présent les conditions d'existence de l'équilibre 2. En utilisant les expressions de $A_0^{*'}(.)$ et $B_0^{*'}(.)$, on peut vérifier que les conditions C.1 et C.2 sont équivalentes à :

$$(v_h - c_l) \leq \frac{(1-k(1-k)\pi^2)}{1-\pi}.(c_h - c_l) \qquad (C.11).$$

D'après les équations C.9 et C.10, $A^{*'}$ et $B^{*'}$ appartiennent à l'intervalle $[c_l, v_h]$. Or un vendeur de type c_h ne cotera un prix demandé $A^{*'}$ que si $A^{*'} \geq c_h$. De la même façon, un acheteur de type v_l ne cotera le prix offert $B^{*'}$ que si $B^{*'} \leq v_l$. Dans ce cas, la condition C.11 n'est donc pas suffisante pour assurer l'existence d'un équilibre dans lequel les agents choisissent tous de coter les prix $A^{*'}$ et $B^{*'}$. Les deux conditions suivantes doivent être également vérifiées :

$$B^{*'} \leq v_l,$$

$$A^{*'} \geq c_h.$$

A l'équilibre, ces conditions sont équivalentes à :

$$(v_h - c_l) \geq \frac{(1-k(1-k)\pi^2)}{1-k\pi}.(v_h - v_l) \qquad (C.12),$$

$$(v_h - c_l) \geq \frac{(1-k(1-k)\pi^2)}{1-(1-k)\pi}.(c_h - c_l) \qquad (C.13).$$

La combinaison de ces quatre conditions impose finalement les restrictions suivantes sur les paramètres pour que l'équilibre caractérisé par $A^{*'}$ et $B^{*'}$ existe :

$$\text{Max}\left(\frac{c_h-c_l}{1-(1-k).\pi}, \frac{v_h-v_l}{1-k.\pi}\right).(1-k(1-k)\pi^2) \leq (v_h - c_l) \leq \frac{c_h-c_l}{1-\pi}(1-k(1-k)\pi^2).$$

Q.E.D.

Annexe D : preuve du corollaire 2.

$$S_2(\pi) - S_1 = \frac{(1-(1-k)\pi).(1-k\pi)}{1-k(1-k)\pi^2}.(v_h - c_l) - \frac{k(1-k)}{1-k(1-k)}.(v_l - c_h).$$

Comme $S_2(.,.)$ est décroissant en π, pour toutes les valeurs de π vérifiant la condition d'existence de l'équilibre 2, on peut écrire :

$$S_2(\pi) - S_1 > S_2(1) - S_1,$$

$$S_2(\pi) - S_1 > \frac{k(1-k)}{1-k(1-k)}.((v_h - c_l) - (v_l - c_h)) \geq 0.$$

Q.E.D.

Annexe E : preuve de la proposition 5.

La logique de la preuve de cette proposition est très proche de celle suivie pour les preuves des propositions 3 et 4. Pour cette raison, on ne présente que les grandes lignes de la preuve de la proposition 5.

Les acheteurs de type v_h et les vendeurs de type c_l courent un faible risque d'exécution dans l'équilibre 3 tandis que les autres agents courent un risque d'exécution élevé. Les inégalités suivantes doivent donc être satisfaites à l'équilibre :

$$(B_0^{*"}(v_l) - c_l) > \pi.(B_0^{*"}(v_h) - c_l) \qquad (E.1),$$

$$(v_h - A_0^{*"}(c_h)) > \pi.(v_h - A_0^{*"}(c_l)) \qquad (E.2),$$

$$(B_0^{*"}(v_l) - c_h) \leq \pi.(B_0^{*"}(v_h) - c_h) \qquad (E.3),$$

$$(v_l - A_0^{*"}(c_h)) \leq \pi.(v_l - A_0^{*"}(c_l)) \qquad (E.4).$$

Les cotations choisies par les acheteurs sont donc $B^{*"}(v_l) = A_0^{*"}(c_l)$ et $B^{*"}(v_h) = A_0^{*"}(c_h)$. Les cotations choisies par les vendeurs sont donc $A^{*"}(c_l) = B_0^{*"}(v_l)$ et $A^{*"}(c_h) = B_0^{*"}(v_h)$. D'après la définition de l'équilibre, les prix seuils doivent vérifier les conditions suivantes :

$$A_0^{*"}(c_h) = (1 - k\pi).c_h + k\pi.B_0^{*"}(v_h) \qquad (E.5),$$

$$A_0^{*"}(c_l) = (1 - k).c_l + k.B_0^{*"}(v_l) \qquad (E.6),$$

$$B_0^{*"}(v_h) = k.v_h + (1 - k).A_0^{*"}(c_h) \qquad (E.7),$$

$$B_0^{*"}(v_l) = (1 - (1 - k)\pi).v_l + (1 - k)\pi.A_0^{*"}(c_l) \qquad (E.8).$$

En résolvant ce système d'équations, on obtient $A_0^{*"}(c_l)$, $A_0^{*"}(c_h)$,$B_0^{*"}(v_h)$, $B_0^{*"}(v_l)$ et finalement les prix offerts et demandés donnés dans la proposition 4. On réécrit les inégalités E.1, E.2, E.3 et E.4, pour obtenir la condition d'existence de l'équilibre 4. Dans ce cas, il est aisé de vérifier que les conditions E.1, E.2, E.3 et E.4 sont des conditions suffisantes.

Q.E.D.

Annexe F : preuve de la proposition 6.

1ère étape. On commence par montrer qu'il est possible d'obtenir des équilibres non-symétriques dans lesquels les agents n'échangent pas.

Lorsque

$$(v_h - c_l) < \frac{(1-k(1-k)\pi^2)}{1-k\pi}.(v_h - v_l),$$

on a : $B^{*'} > v_l$ et l'équilibre 2 ne peut pas exister (voir annexe C, équation C.12). Cependant on montre facilement, en suivant la démarche suivie dans l'annexe C, que la situation dans laquelle les acheteurs de type v_l n'échangent pas et les autres agents suivent des stratégies identiques à celles obtenues dans l'équilibre 2, constitue un équilibre. Un raisonnement analogue montre que lorsque :

$$(v_h - c_l) < \frac{(1-k(1-k)\pi^2)}{1-(1-k)\pi}.(c_h - c_l),$$

on peut obtenir un équilibre dans lequel les vendeurs de type c_h n'échangent pas et les autres agents suivent des stratégies identiques à celles décrites pour l'équilibre 2.

2ème étape.

La deuxième étape de la preuve de la proposition 6 consiste à montrer qu'il n'existe pas d'autre équilibre non-symétrique. Cette étape est assez fastidieuse puisqu'il s'agit de considérer chaque configuration des stratégies pouvant conduire à un équilibre non-symétrique et de montrer qu'aucune de ces configurations ne constitue un équilibre. De façon à ne pas alourdir inutilement la rédaction de cette thèse, nous montrons seulement dans un cas la démarche à suivre pour prouver l'inexistence d'équilibre non-symétrique autre que ceux présentés dans la première étape.

Considérons le cas où les acheteurs choisissent de coter un prix offert égal à $A_0(c_l)$ et les vendeurs choisissent tous de coter un prix demandé égal à $B_0(v_l)$. Les agents ont intérêt à suivre ces stratégies si :

$$v - A_0^*(c_h) > \pi(v - A_0^*(c_l)) \quad \forall v \qquad (F.1),$$

$$B_0^*(v_l) - c \geq \pi(B_0^*(v_h) - c) \quad \forall c \qquad (F.2).$$

On montre que ce profil de stratégie ne peut pas être un équilibre. Pour cela on commence par calculer comme dans les annexes B, C et E, les prix seuils des différents agents à l'équilibre. On obtient :

$$B_0^*(v_h) = \frac{k.v_h + (1-k)(1-k\pi).c_h}{1-(1-k)k\pi},$$
$$B_0^*(v_l) = B_0^*(v_h) - k(v_h - v_l),$$
$$A_0^*(c_l) = \frac{k^2\pi.v_h + (1-k\pi).c_l}{1-(1-k)k\pi},$$
$$A_0^*(c_h) = A_0^*(c_l) + (1-k\pi)(c_h - c_l).$$

En remplaçant les prix seuils par leurs expressions dans les équations F.1 et F.2, on

montre qu'il n'existe pas de valeurs des paramètres telles que F.1 et F.2 soient simultanément vérifiées. En effet la première condition se réécrit :

$$v_h - v_l > \frac{(1-\pi)}{(1-(1-k)k\pi)}.(v_h - c_h).$$

La deuxième condition se réécrit quant à elle :

$$v_h - v_l \leq \frac{(1-\pi)}{(1-(1-k)k\pi)}\left((v_h - c_h) - \frac{k^2\pi}{1-k\pi}(v_h - v_l)\right)$$

Il est clair que ces deux conditions sur les paramètres ne peuvent être simultanément satisfaites.

En explorant ainsi tous les profils de stratégie qui pourraient donner lieu à un équilibre non-symétrique, on montre qu'il n'existe aucun autre équilibre non-symétrique que ceux obtenus dans la première étape.

Q.E.D.

Annexe G : preuves des corollaires 1 et 3.

Nous commençons par prouver le corollaire 2. Nous prouvons simultanément les parties a) et b) de ce corollaire.

Pour des valeurs données des paramètres (v_h, v_l, c_h, c_l, k), nous prouvons tout d'abord l'existence d'une probabilité π_1 et d'une probabilité π_2 telles que les équilibres 1 et 2 respectivement soient obtenus.

Première étape : existence de π_1.

La condition d'existence de l'équilibre 1 s'écrit :

$$(v_l - c_h) > (1 - k(1-k))(\frac{\pi}{1-\pi})(c_h - c_l),$$

Cette condition est équivalente à :

$$\pi < m(k) \qquad (G.1),$$

avec $m(k) = \frac{N_1}{N_1+(1-k(1-k))}$

et

$N_1 = \frac{(v_l-c_h)}{(c_h-c_l)}$.

Pour obtenir l'équilibre 1, il suffit donc de choisir π_1 tel que ce paramètre vérifie la condition $(G.1)$. Il est clair que cela est toujours possible.

Deuxième étape : existence de π_2.

Nous allons procéder d'une façon similaire pour prouver l'existence de π_2. La condition d'existence de l'équilibre 2 s'écrit :

$\text{Max}\left(\frac{c_h-c_l}{1-(1-k).\pi}, \frac{v_h-v_l}{1-k.\pi}\right).(1 - k(1-k)\pi^2) \leq (v_h - c_l) \leq \frac{c_h-c_l}{1-\pi}(1 - k(1-k)\pi^2)$.

On commence par s'intéresser au membre de gauche de cette condition.

a) Supposons $k \leq \frac{1}{2}$.

Dans ce cas, on a :

$\text{Max}\left(\frac{c_h-c_l}{1-(1-k).\pi}, \frac{v_h-v_l}{1-k.\pi}\right) = \frac{c_h-c_l}{1-(1-k)\pi}$.

Pour que l'équilibre 2 existe, on doit donc avoir :

$$\frac{c_h - c_l}{1-(1-k).\pi}.(1 - k(1-k)\pi^2) \leq (v_h - c_l).$$

En posant, $N_2 = 1 + \frac{v_l - c_h}{c_h - c_l}$ et en isolant π, on montre que cette condition est équivalente à la condition suivante :

$$\pi \leq g_1(k) \qquad (G.2),$$

avec

$$g_1(k) = \frac{N_2+1}{2k} - \sqrt{\frac{(N_2+1)^2}{4k^2} - \frac{N_2}{k(1-k)}}.$$

b) $k \geq \frac{1}{2}$.

En procédant de façon similaire, pour $k \geq \frac{1}{2}$, on montre que le membre de gauche de la condition d'existence de l'équilibre 2 impose la condition suivante sur π :

$$\pi \leq g_2(k) \qquad (G.3),$$

avec

$$g_2(k) = \frac{N_2+1}{2(1-k)} - \sqrt{\frac{(N_2+1)^2}{4(1-k)^2} - \frac{N_2}{k(1-k)}}.$$

En fait, la combinaison de G.2 et G.3 impose la condition suivante sur π pour que l'équilibre 2 soit obtenu :

$$\pi \leq g(k) = Min(g_1(k), g_2(k))$$

On prend à présent en compte le membre de droite de la condition d'existence de l'équilibre 2. Cette fois, nous n'avons pas à discuter suivant les valeurs de k. En isolant π, on peut montrer que le membre de droite impose la condition suivante sur π pour que l'équilibre 2 soit obtenu :

$$\pi \geq f(k) \qquad (G.4),$$

avec

$$f(k) = \frac{(N_2+1)}{2k(1-k)} - \sqrt{\frac{(N_2+1)}{4k^2(1-k)^2} - \frac{N_2}{k(1-k)}}.$$

Finalement, pour obtenir l'équilibre 2 pour des valeurs fixées de (v_h, v_l, c_h, c_l, k), il suffit de choisir π tel que :

$$f(k) \leq \pi \leq g(k).$$

Cela est toujours possible car on vérifie facilement que $f(k) < g(k) \quad \forall k$.

Pour (v_h, v_l, c_h, c_l, k) fixé, on a donc prouvé qu'il était toujours possible de trouver des

valeurs π_1 et π_2 telles que l'équilibre 1 existe et telles que l'équlibre 2 existe. On montre à présent que dans tous les cas $\pi_1 \neq \pi_2$. On peut vérifier que :

$$m(k) < f(k) \quad \forall k.$$

Or on a nécessairement :

$$\pi_1 < m(k) < f(k) \leq \pi_2.$$

Par conséquent, l'équilibre 1 et 2 ne peuvent pas exister simultanément. Ceci achève la preuve du corollaire 2.

Nous sommes à présent en mesure de prouver le corollaire 3. Pour prouver le corollaire 3, il nous suffit de prouver que pour des valeurs données de (v_h, v_l, c_h, c_l, k), il est toujours possible de trouver une valeur de π, notée π_3, telle que l'équilibre 3 existe. En utilisant comme précédemment la condition d'existence de l'équilibre 3 et en isolant π, on peut montrer que cette condition d'existence se réécrit :

$$m(k) \leq \pi \leq f(k) \qquad (G.5).$$

Comme $m(k) < f(k) \quad \forall k$, il est toujours possible de trouver π_3 tel que l'équilibre 3 existe. Par ailleurs il est clair que que les trois équilibres ne peuvent pas exister simultanément puisque d'après (G.5), (G.4) et (G.1), on doit avoir :

$$\pi_1 < \pi_3 < \pi_2$$

Finalement, c'est l'étude des fonctions $f(.)$, $g(.)$ et $m(.)$ qui nous permet de tracer

la figure 5. Les frontières des domaines d'existence des différents équilibres étant les courbes représentatives de ces fonctions.

Q.E.D.

Troisième essai : tableaux et figures.

Figure 1 : Description du processus d'échange.

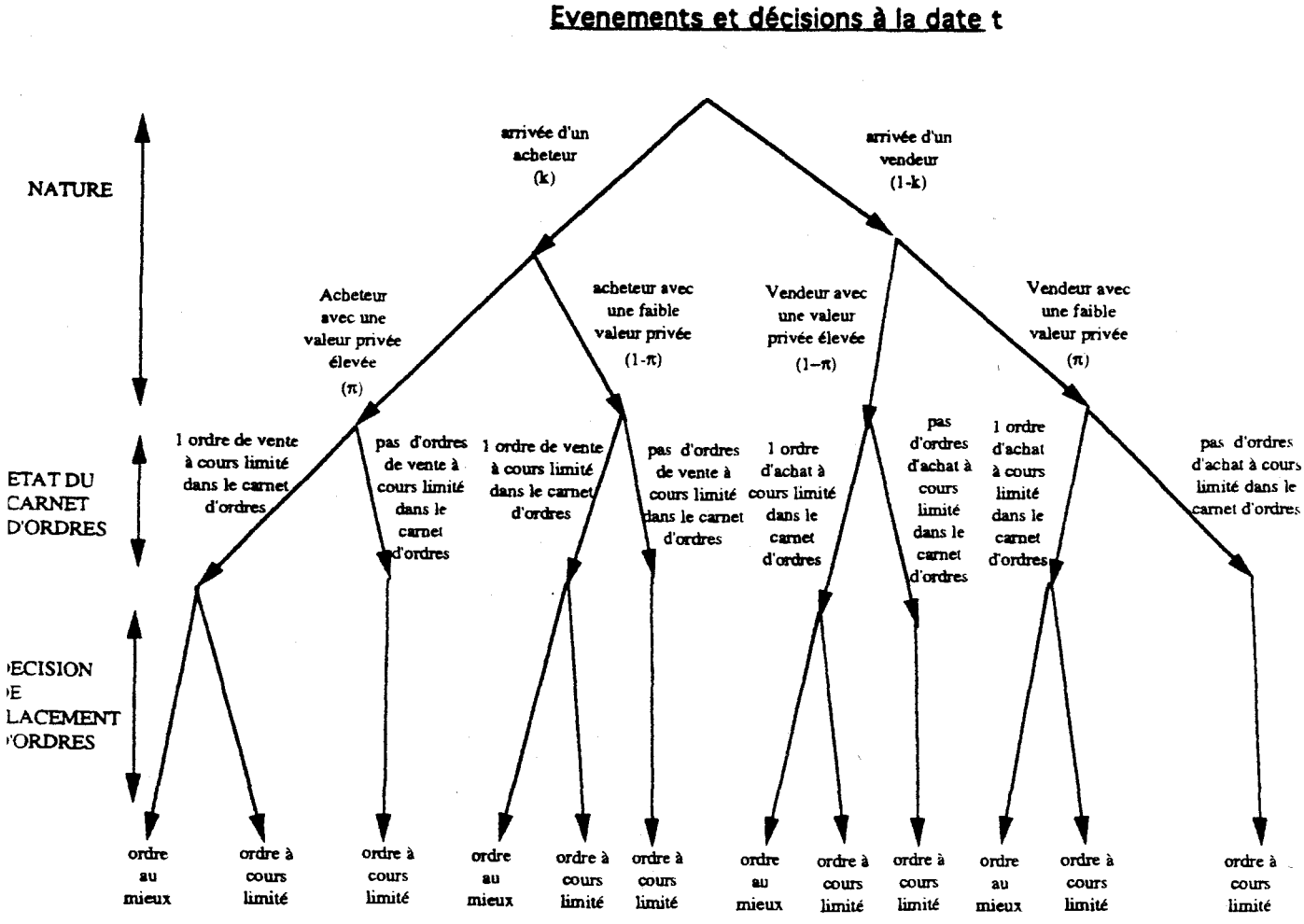
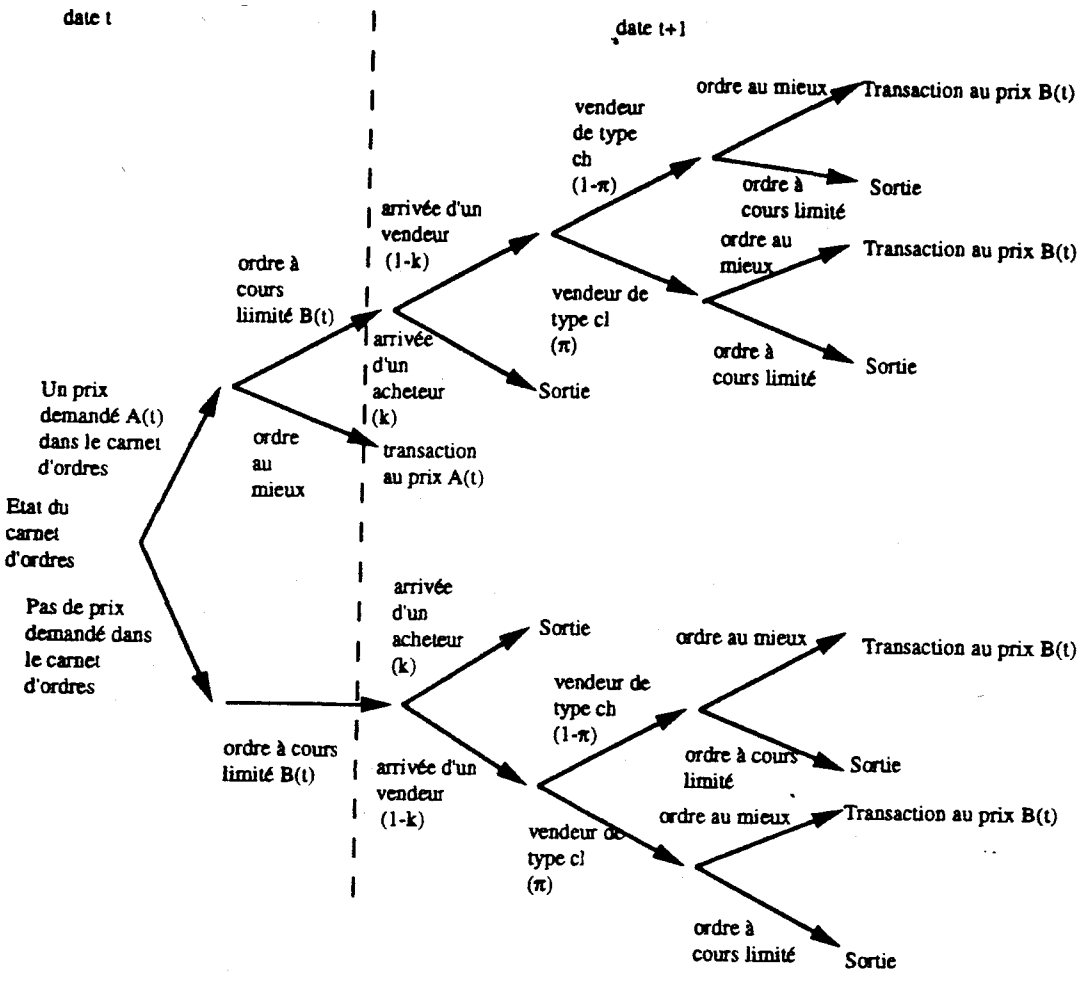


Figure 2 : Arbre de décision d'un acheteur.



Lorsqu'un agent arrive dans le marché, il observe l'état du carnet d'ordres et prend sa décision en fonction de cet état. Un ordre au mieux est exécuté immédiatement au prix A(t). L'exécution d'un ordre au à cours limité est incertaine. Elle dépend en partie des stratégies de placement d'ordres des autres agents. Si l'agent suivant est un vendeur, alors l'ordre à cours limité placé par l'acheteur est exécuté si ce vendeur place un ordre au mieux. Dans le cas contraire, son ordre n'est pas exécuté et l''acheteur doit quitter le marché avec un surplus nul.

Figure 3 : Interdépendance des stratégies.

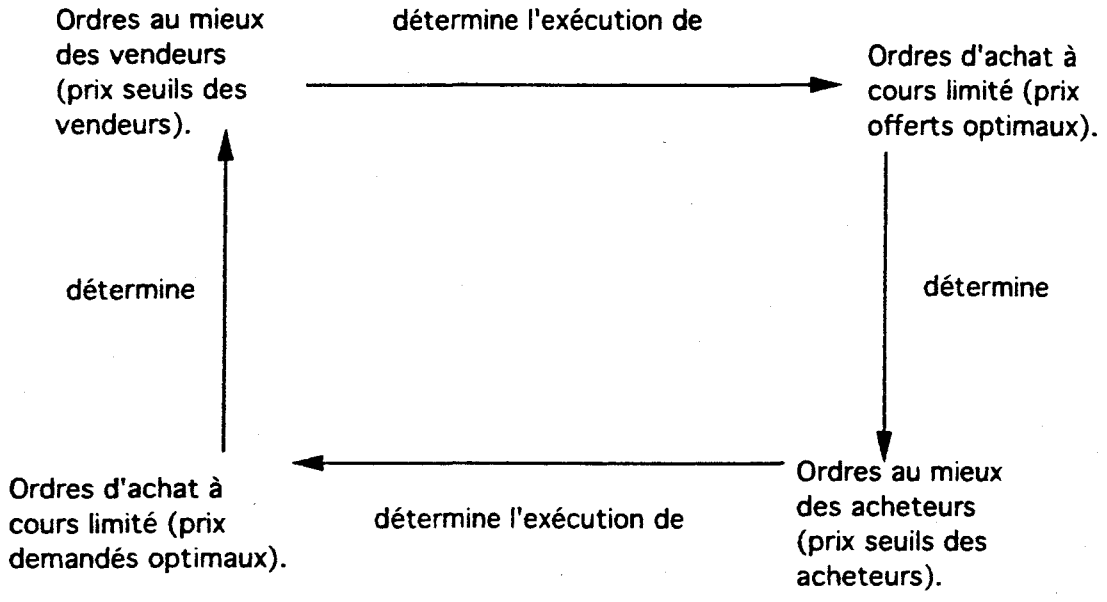


Figure 4 : Taille de la fourchette de prix.

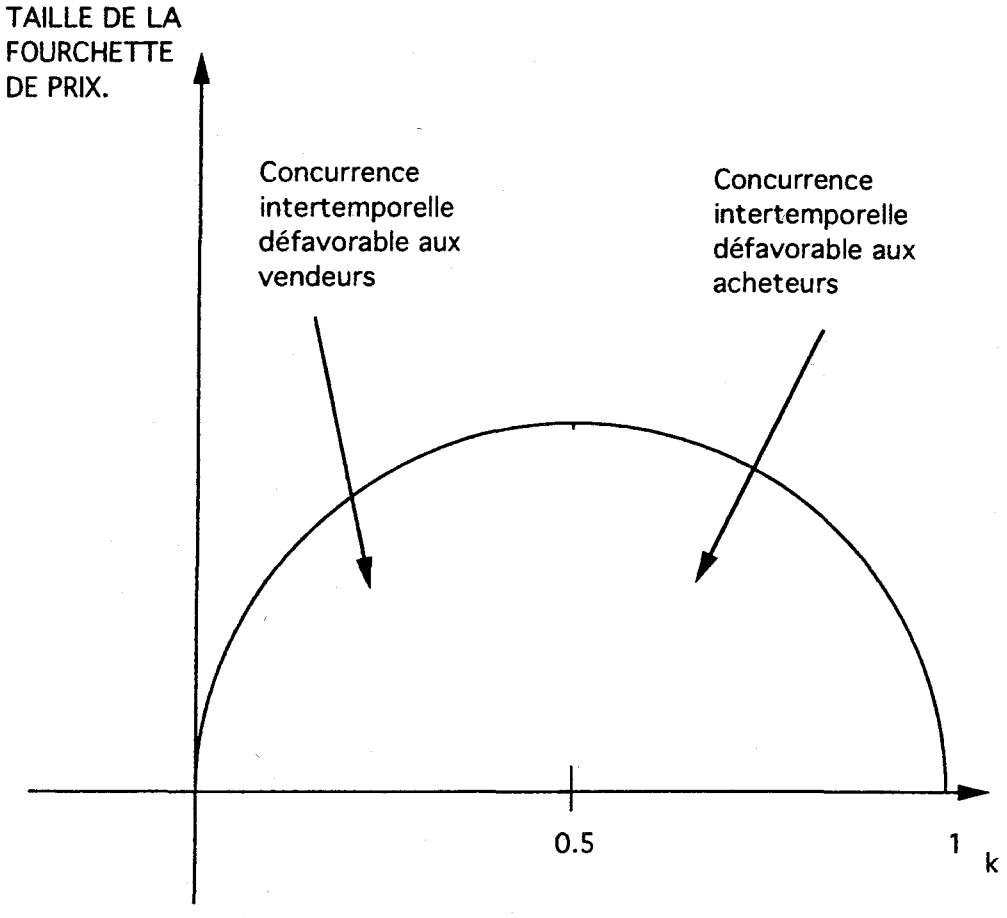
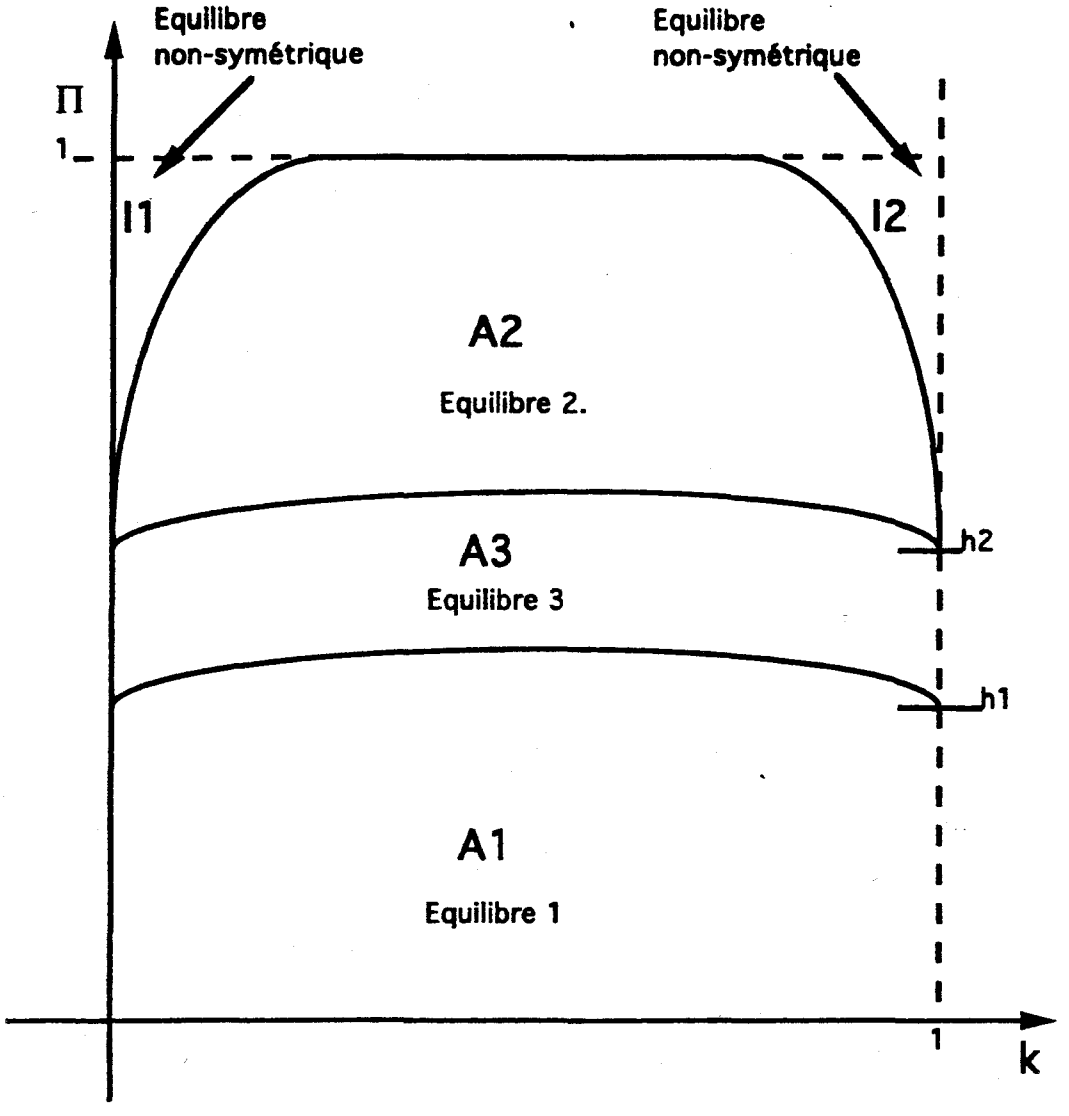


Figure 5 : Domaines d'existence des différents équilibres.



$h1 = (Vl - Ch)/(Vl-Cl)$ $\qquad$ $h2 = (Vl-Cl)/((Vl-Cl)+(Ch-Cl))$

Pour des valeurs données de (Vh,Vl,Ch,Cl), cette figure décrit l'équilibre associé à une combinaison donnée des paramètres (π,k). Par exemple, lorsque (π,k) appartient à A3, on obtient l'équilibre 3. Les zones I1 et I2 correspondent aux régions d'existence des équilibres non-symétriques. On remarque que ce sont les écarts entre les valeurs privées des différents agents qui définissent les positions relatives des différentes régions d'existence. On explique dans l'annexe G comment cette figure est obtenue.

CONCLUSION GENERALE

Pour conclure le travail de recherche présenté dans cette thèse, nous rappelons brièvement la problématique et les résultats principaux de chaque essai.

Dans le premier essai, nous avons analysé le rôle des hypothèses traditionnellement utilisées dans les modèles étudiant la révélation d'information par les prix. Notre contribution consiste à proposer un modèle synthétique permettant de dériver les principaux résultats de ces modèles et à montrer que les hypothèses sur le bruit, qui empêche une révélation d'information parfaite par les prix, influencent de façon déterminante la nature des équilibres obtenus.

Nous commençons par étudier le cas où les agents informés adoptent un comportement concurrentiel. Sous cette hypothèse, nous obtenons des résultats similaires à ceux de Grossman et Stiglitz (1980). Nous supposons ensuite que les agents informés ont un comportement stratégique. Nous distinguons deux jeux différents (jeu 1 et jeu 2). Dans le jeu 1, le bruit provient d'une offre exogène d'actif risqué. Dans ce cas, on montre que le comportement stratégique des initiés réduit l'efficience informationnelle par rapport au cas concurrentiel. Par ailleurs ce jeu admet toujours au moins un équilibre linéaire et lorsque les agents sont neutres au risque, cet équilibre est unique. Dans le jeu 2, nous reprenons les hypothèses du jeu 1, mais nous supposons que le bruit provient de la dotation des agents informés (bruit endogène). Nous montrons que le comportement stratégique des agents informés ne modifie plus l'efficience informationnelle par rapport au cas concurrentiel. Contrairement au jeu 1, le jeu 2 admet plusieurs équilibres et l'existence d'un équilibre n'est plus garantie. Nous expliquons les différences entre le jeu 1 et le jeu 2 en analysant ces jeux comme des jeux de signalement.

Le second essai est consacré également à la révélation d'information par les prix. Nous étudions l'impact des coûts de transaction sur l'efficience informationnelle et sur l'incitation à s'informer, dans le cadre d'un modèle à la Grossman et Stiglitz (1980).

Sous l'hypothèse de coûts de transaction quadratiques, on commence par prouver l'existence d'un équilibre en anticipations rationnelles linéaire. Nous analysons ensuite les propriétés de cet équilibre. Nous montrons que les coûts de transaction diminuent toujours l'efficience informationnelle des prix parce qu'ils incitent les agents informés à limiter la sensibilité de leurs transactions à leur information privée. Ils augmentent par conséquent l'incitation à acquérir de l'information et peuvent ainsi, contrairement aux coûts d'information, contribuer à un accroissement du nombre des agents informés. Il apparaît également que les coûts de transaction permettent d'assurer l'existence d'un équilibre en anticipations rationnelles sous des conditions moins restrictives que celles généralement nécessaires lorsque les agents informés ont un comportement concurrentiel. Ainsi, il est possible d'obtenir un équilibre même lorsque les agents informés sont neutres au risque ou qu'ils disposent d'une information dont la précision est infinie. Les deux implications essentielles de cet essai sont donc que le nombre d'agents informés dans un marché financier doit varier en fonction du niveau des coûts de transaction et qu'une baisse de ces coûts se fait toujours au profit de l'efficience informationnelle.

Plusieurs marchés financiers (La Bourse de Paris, de Tokyo, de Madrid...) sont des marchés gouvernés par les ordres fonctionnant en temps continu. Le troisième essai propose une modélisation du processus d'échange dans ce type de marché. Dans un marché gouverné par ordres, les agents peuvent choisir soit de placer des ordres à cours limité (être offreur de liquidité), soit des ordres au mieux (être demandeur de liquidité). Bien que la viabilité d'un marché gouverné par les ordres nécessite une répartition har-

monieuse des agents entre demandeurs et offreurs de liquidité, peu d'études ont été consacrées au choix entre ces deux stratégies de placement d'ordres. Notre objectif est de caractériser à la fois les stratégies de placement d'ordres des agents et les cotations qu'ils affichent lorsqu'ils placent des ordres à cours limité. Ainsi, nous pouvons analyser la mécanique par laquelle se réalise un équilibre entre l'offre et la demande de liquidité dans ces marchés. Nous sommes également en mesure d'identifier les facteurs déterminant le partage des gains de l'échange, dans un marché où les acheteurs comme les vendeurs cherchent à obtenir un surplus maximum.

Nous étudions ces questions dans le cadre d'un modèle d'échange séquentiel. Les agents peuvent choisir lorsqu'ils arrivent sur le marché de placer un ordre au mieux ou un ordre à cours limité. Avec un ordre à cours limité, ils obtiennent un meilleur prix d'exécution mais ils courent le risque de ne pas être exécutés. La probabilité d'exécution d'un ordre à cours limité pour un investisseur est endogène et dépend des stratégies de placement d'ordres suivies par les autres agents. Les stratégies des acheteurs et des vendeurs sont donc interdépendantes. En cherchant l'équilibre stationnaire de ce jeu, nous caractérisons les propriétés des stratégies de placement d'ordres suivies par les agents et les prix de transaction.

A l'équilibre, il n'existe aucune stratégie strictement préférée par tous les agents. En fait, il apparaît une sorte de division "naturelle" des tâches entre les agents fortement désireux d'échanger préférant la stratégie consistant à placer un ordre au mieux et les agents peu désireux d'échanger, préférant placer des ordres à cours limité. Les cotations affichées par les investisseurs utilisant des ordres à cours limité dépendent de la composition du flux d'ordres. Ainsi les prix offerts et demandés sont d'autant plus élevés que le nombre des ordres d'achat est grand relativement au nombre des

ordres de vente. En fait le sens et l'importance du déséquilibre entre le nombre des acheteurs et des vendeurs détermine leur pouvoir de marché respectif. L'équilibre est également caractérisé par l'existence d'une fourchette de prix entre le meilleur prix demandé et le meilleur prix offert. Cette fourchette de prix apparaît pour deux raisons complémentaires. D'une part, il est nécessaire de compenser les agents qui placent des ordres à cours limité pour le risque de non-exécution de façon à les inciter à être offreurs de liquidité. D'autre part, stratégiquement, les acheteurs sous-évaluent leurs offres tandis que les vendeurs sur-évaluent leurs offres.

Nous indiquons également dans l'essai plusieurs implications testables du modèle et nous discutons nos résultats au regard de la littérature empirique sur les marchés gouvernés par les ordres. Finalement, nous comparons nos résultats avec ceux obtenus dans les modèles de double enchère statique. Comme ces modèles, nous décrivons le processus de formation des prix dans un marché où les acheteurs comme les vendeurs peuvent afficher des cotations. Cependant, contrairement à ces modèles, nous étudions un processus d'échange dynamique, ce qui élargit l'espace des stratégies possibles pour les agents.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.

Admati, A. 1985. "A noisy rational expectations equilibrium for multi-asset securities market," *Econometrica, 53*, 629–657.

Admati, A. et Pfleiderer, P. 1986. "A monopolistic market for information," *Journal of Economic Theory, 39*, 400–439.

Admati, A. et Pfleiderer, P. 1988. "A theory of intraday patterns: volume and price variability," *Review of Financial Studies, 1*, 3–40.

Allen, F. 1990. "The market for information and the origin of financial intermediation," *Journal of Financial Intermediation, 1*, 3–30.

Amihud, Y. et Mendelson, H. 1987a. "Asset pricing and bid-ask spread," *Journal of Financial Economics, 17*, 223–249.

Amihud, Y. et Mendelson, H. 1987b. "Trading mechanisms and stock returns: an empirical investigation," *Journal of Finance, 42*, 533–545.

Arbel, A. et Strebel, P. J. 1982. "The neglected and small firm effects," *Financial Review, 17*, 201–218.

Ausubel, L. 1990. "Insider trading in a rational expectations economy," *American Economic Review, 80*, 1022–1041.

Bajeux, I. et Rochet, J. C. 1989. "Opérations d'initiés : une analyse de surplus," *Finance, 10*, 7–19.

Berkowitz, S., Logue, D., et Noser, E. 1988. "The total cost of transaction on the NYSE," *Journal of Finance, 41*, 97–112.

Bhattacharya, S. 1979. "Imperfect information, dividend policy and the bird in the hand fallacy," *Bell Journal of Economics*, *10*, 259–270.

Bhattacharya, U. et Spiegel, M. 1991. "Insiders, outsiders and market breakdowns," *Review of Financial Studies*, *4*, 255–282.

Biais, B. 1990. "Formation des prix sur les marchés de contrepartie : une synthèse de la littérature récente," *Revue Economique*, *5*, 755–788.

Biais, B. 1993. "Price formation and the supply of liquidity in fragmented and centralized markets," *Journal of Finance*, *48*, 145–167.

Biais, B. et Bossaerts, P. 1993. "Asset prices in a beauty contest," Working paper, California Institute of Technology.

Biais, B. et Foucault, T. 1993a. "Asymétries d'information et marchés financiers : une synthèse de la littérature récente," *L'Actualité Economique*, *69*, 8–44.

Biais, B. et Foucault, T. 1993b. "Formation des prix et concurrence sur les marchés de contrepartie," Working Paper, HEC.

Biais, B. et Hillion, P. 1992. "Insider and liquidity trading in stock and options markets," Working paper, HEC.

Biais, B., Hillion, P., et Spatt, C. 1993. "An empirical analysis of the limit order book and the order flow in the Paris Bourse," Working paper, Carnegie Mellon University.

Black, F. 1986. "Noise," *Journal of Finance*, *39*, 529–543.

Black, J. et Tonks, I. 1992. "Asset price variability in a rational expectations equilibrium," *European Economic Review*, *36*, 1367–1377.

Böhm-Bawerk, E. V. 1888. *Kapital und Kapitalzins.* trad anglaise : "Positive Theory of capital", New-York, 1923.

Bossaerts, P. et Hughson, E. 1991. "Noisy signalling in financial markets," Working Paper, California Institute of Technology.

Bulow, J. et Klemperer, P. 1991. "Rational frenzies and crashes," Working paper, Stanford University.

Caballé, J. 1993. "Market versus limit orders," *Economics Letters, 40*, 339–344.

Caballe, J. et Krishnan, M. 1989. "Insider trading and asset pricing in an imperfectly competitive multi-security market," Working Paper, Universita Autonomia Catalonia.

Campbell, J. et al. 1991. "Off floor trading, disintegration and the bid-ask spread in experimental markets," *Journal of Business, 64*, 495–521.

Chatterjee, K. et Samuelson, W. 1983. "Bargaining under incomplete information," *Operations Research, 31*, 835–851.

Cho, I. K. et Kreps, D. 1987. "Signalling games and stable equilibria," *Quarterly Journal of Economics, 102*, 179–221.

Cohen, K., Kalman, J., Maier, S., Schwartz, R., et Withcomb, D. 1986. *The Microstructure of Securities Markets.* Prentice Hall.

Cohen, K., Maier, S., Schwartz, R., et Withcomb, D. 1981. "Transaction costs, order placement strategy and the existence of the bid-ask spread," *Journal of Political Economy, 89*, 287–305.

Cramton, P. 1992. "Strategic delay in bargaining with two-sided uncertainty," *Review of Economic Studies, 59*, 205–225.

Danthine, J. P. et Moresi, S. 1993. "Volatility, information, and noise trading," *European Economic Review, 37*, 320–345.

Demsetz, H. 1968. "The cost of transacting," *Quarterly Journal of Economics, 83.*

Dennert, J. 1990. "Insider trading and the allocations of risks," Working paper, University of Basel.

Diamond, D. et Verrechia, R. 1981. "Information aggregation in a noisy rational expectations economy," *Journal of Financial Economics, 9*, 221–235.

Dumas, B. et Luciano, E. 1989. "An exact solution to the portfolio problem under transaction costs," Working paper, Centre HEC-ISA.

Easley, D. et O'Hara, M. 1987. "Price, trade size and information in securities markets," *Journal of Financial Economics, 19*, 69–90.

Friedman, D. 1984. "On the efficiency of experimental double-auction markets," *American Economic Review, 74*, 60–72.

Friedman, D. 1991. "A simple testable model of double-auction market," *Journal of Economic Behavior and Organization, 15*, 47–70.

Fudenberg, D. et Tirole, J. 1991. *Game Theory.* The MIT Press.

Gale, D. et Hellwig, M. 1989. "Informed speculation in large markets," Working paper, University of Basel.

Garbade, K. et Silber, W. 1979. "Structural organization of secondary markets: clearing frequency, dealer activity and liquidity risk," *Journal of Finance, 34*, 577–593.

Garman, M. 1976. "Market microstructure," *Journal of Financial Economics*, *3*, 25–275.

Gennote, G. et Leland, H. 1990. "Market liquidity, hedging and crashes," *American Economic Review*, *80*, 999–1021.

Glosten, L. 1989. "Insider trading, liquidity and the role of monopolist specialist," *Journal of Business*, *62*, 211–235.

Glosten, L. 1992. "Equilibrium in an electronic order book," Working paper, Columbia University.

Glosten, L. et Milgrom, P. 1985. "Bid, ask and transaction prices in a specialist market with heterogeneously informed traders," *Journal of Financial economics*, *21*, 71–100.

Gould, J. et Verrechia, R. 1985. "The information content of specialist pricing," *Journal of Political Economy*, *93*, 66–83.

Gourieroux, C. et Monfort, A. 1989. *Statistiques et Modèles Econométriques.* Economica. Deux volumes.

Grinblatt, M. et Ross, S. 1985. "Market power in a security market with endogenous information," *Quarterly Journal of Economics*, *100*, 1143–1167.

Grossman, S. 1976. "On the efficiency of competitive stock markets where traders have diverse information," *Journal of Finance*, *31*, 573–585.

Grossman, S. et Miller, M. 1988. "Liquidity and market structure," *Journal of Finance*, *43*, 617–637.

Grossman, S. et Stiglitz, J. 1980. "On the impossibility of informationnally efficient markets," *American Economic Review, 70*, 393–408.

Hagerthy, K. 1991. "Equilibrium bid-ask spreads in markets with multiple assets," *Review of Economic Studies, 58*, 237–257.

Hamilton, J. L. 1978. "Marketplace organization and marketability : NASDAQ, the stock exchange, and the national market system," *Journal of Finance, 33*, 487–503.

Hamon, J., Handa, P., Jacquillat, B., et Schwartz, R. 1993. "The profitability of limit order trading on the Paris stock exchange," Working paper, Cereg, Université de Paris Dauphine.

Hamon, J. et Jacquillat, B. 1992. *Le Marché Francais des Actions, Etudes Empiriques, 1977-1991.* PUF.

Handa, P. et Schwartz, R. 1992. "Limit order trading," Working paper, New-York University.

Harris, L. et Hasbrouck, J. 1992. "Market versus limit orders : the superdot evidence on order submission strategy," Working paper, University of Southern California.

Hasbrouck, J. et Sosebee, D. 1992. "Orders, trades, reports and quotes at the New-York stock exchange," working paper, NYSE, February.

Hellwig, M. 1980. "On the aggregation of information in competitive markets," *Journal of Economic Theory, 22*, 477–498.

Hellwig, M. 1982. "Rational expectations equilibrium with conditioning on past prices: a mean-variance example," *Journal of Economic Theory, 22*, 477–498.

Hellwig, M. 1992. "Fully revealing outcomes in signalling models: an example of non-existence when type space is unbounded," *Journal of Economic Theory, 58*, 93–104.

Ho, T. et Michaely, R. 1988. "Information quality and market efficiency," *Journal of Financial and Quantitative Analysis, 23*, 53–70.

Ho, T., Schwartz, R., et Withcomb, D. 1985. "The trading decision and market clearing under transaction price uncertainty," *Journal of finance, 40*, 21–42.

Ho, T. et Stoll, H. 1981. "Optimal dealer pricing under transactions and return uncertainty," *Journal of Financial Economics, 9*, 47–73.

Ho, T. et Stoll, H. 1983. "The dynamics of dealer markets under competition," *Journal of Finance, 38*, 1053–1074.

Jacquillat, B. et Solnik, B. 1990. *Marchés financiers, gestion de portefeuiile et des risques.* Dunod, Paris. 2ème édition.

Jousset, H. 1992. "La liquidité," *Analyse Financière*, 78–87.

Kumar, P. et Seppi, D. 1993. "Limit and market orders with optimizing traders," Working paper, Carnegie Mellon University, february.

Kyle, A. 1985. "Continuous auctions and insider trading," *Econometrica, 53*, 1315–1335.

Kyle, A. 1989. "Informed speculation with imperfect competition," *Review of Economic studies, 56*, 317–356.

Laffont, J. et Maskin, E. 1990. "The efficient market hypothesis and insider trading on the stock market," *Journal of Political Economy, 98*, 70–93.

Laffont, J. J. 1985. "On the welfare analysis of rational expectations equilibria with asymetric information," *Econometrica, 53*, 1–30.

Larnac, P. M. 1990. "Equilibres financiers concurrentiels avec risques d'information privée," *Revue Économique*, 799–815.

Larnac, P. M. 1993. "Dispersion de l'information et prix sur un marché financier," *Revue d'Economie Financière*, 173–181.

Leininger, W., Linhart, P. B., et Radner, R. 1989. "Equilibria of the sealed-bid mechanism for bargaining with incomplete information," *Journal of Economic Theory, 48*, 63–106.

Leland, H. 1992. "Insider trading: should it be prohibited," *Journal of Political Economy, 100*, 859–884.

Leland, H. et Pyle, D. 1977. "Informational asymetries, financial structure, and financial intermediation," *Journal of Finance, 32*, 371–387.

Lindsey, R. et Schaede, U. 1992. "Specialist vs. saitori : market-making in New-York and Tokyo," *Financial Analysts Journal*, 48–57.

Lippman, S. et Call, J. M. 1986. "An operational measure of liquidity," *American Economic Review, 76*, 43–55.

Madhavan, A. 1990. "Security prices and market transparency," Working paper, The Wharton School.

Mayshar, J. 1979. "Transactions costs in a model of capital market equilibrium," *Journal of Political Economy, 87*, 673–700.

McAfee, R. P. 1992. "A dominant strategy double auction," *Journal of Economic Theory, 56*, 434–450.

McAfee, R. P. et McMillan, J. 1987. "Auctions and bidding," *Journal of Economic Literature, 25*, 699–734.

McInish, T. et Wood, R. 1992. "An analysis of intraday patterns in bid/ask spreads for NYSE stocks," *Journal of Finance, 48*, 753–764.

Mendelson, A. 1982. "Market behavior in a clearing house," *Econometrica, 50*, 1505–1524.

Mendelson, H. 1987. "Consolidation, fragmentation and market performance," *Journal of Financial and Quantitative Analysis, 22*, 189–208.

Naeglen, F. 1988. *Les Mécanismes d'Enchères.* Economica.

Neal, R. 1992. "A comparison of transaction costs between competitive market-makers and specialist market structure," *Journal of Business, 65*, 317–334.

Pagano, M. 1989. "Trading volume and asset liquidity," *Quarterly Journal of Economics, 104*, 255–274.

Pagano, M. et Roell, A. 1990. "Stocks markets," *Economic policy*, 65–115.

Pagano, M. et Roell, A. 1992. "Auction and dealership markets : what is the difference?," *European Economic Review, 36*, 613–623.

Pihyacharyakul, P. 1986. "Exchange markets, a welfare comparison of market maker and walrasian system," *Quarterly Journal of Economics, 101*, 69–84.

Rochet, J. C. 1988. "Théorie de la négociation : une sélection de quelques résultats récents," *Annales d'Économie et de Statistiques, 12*, 1–22.

Rochet, J. C. et Vila, J. L. 1990. "Insider trading and market manipulations, a weak invisible hand result," Working paper, MIT.

Rock, K. 1990. "The specialist 's order book and prices anomalies," Working paper, Harvard University.

Ross, S. 1977. "The determination of financial structure : the incentive signalling approach," *Bell Journal of Economics*, *8*, 861–880.

Rubinstein, A. et Wolinsky, A. 1985. "Equilibrium in a market with sequential bargaining," *Econometrica*, *53*, 1133–1150.

Satterthwaite, M. et Williams, S. 1989. "The rate of convergence to efficiency in the buyer's bid double-auction as the market becomes large," *Review of Economic Studies*, *56*, 477–498.

Satterthwaite, M. et Williams, S. 1991. "The double-auction market: institutions, theories, and experimental evaluations," Working paper, Northwestern University.

Schleifer, A. et Summers, L. 1990. "The noise trader approach to finance," *Journal of Economic Perspectives*, *4*, 19–33.

Schwartz, R. 1988. *Equity Markets.* Harper and Row. New-York.

Shin, J. et Singh, R. 1993. "Endogenous informed trading in the presence of trading costs : effects on observed security prices," Working paper, Carnegie-Mellon University.

Smith, V. 1962. "An experimental study of competitive market behavior," *Journal of Political Economy*, *70*, 111–137.

Smith, V. 1982. "Micro-economic systems as an experimental science," *American Economic Review*, *72*, 923–955.

Stoll, H. 1989. "Inferring the components of the bid-sak spread: theory and empirical tests," *Journal of Finance*, *44*, 115–134.

Stoll, H. et Wahley, R. 1990. "Stock market structure and volatility," *The Review of financial Studies*, *3*, 37–71.

Subrahmanyam, A. 1991. "A theory of trading in stock index futures," *Review of Financial Studies*, *4*, 17–52.

Verrechia, R. 1982. "Information acquisition in a noisy rational expectations economy," *Econometrica*, *50*, 1415–1430.

Vickrey, W. 1961. "Counterspeculation, auctions, and competitive sealed tenders," *Journal of Finance*, *16*, 8–37.

Wilson, R. 1979. "Auctions of shares," *Quarterly Journal of Economics*, 675–689.

Wilson, R. 1985. "Incentive efficiency of double auction," *Econometrica*, *53*, 1101–1115.

Wolinsky, A. 1987. "Dynamic markets with competitive bidding," *Review of Economic Studies*, *55*, 71–84.