



CONDENSATION DE BOSE-EINSTEIN AVEC UN ÉLECTROAIMANT À NOYAU FERROMAGNÉTIQUE : STRATÉGIES DE REFROIDISSEMENT DANS DES CHAMPS MAGNÉTIQUES INTENSES

Vincent Boyer

► To cite this version:

Vincent Boyer. CONDENSATION DE BOSE-EINSTEIN AVEC UN ÉLECTROAIMANT À NOYAU FERROMAGNÉTIQUE : STRATÉGIES DE REFROIDISSEMENT DANS DES CHAMPS MAGNÉTIQUES INTENSES. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2000. Français. NNT : . tel-00003491

HAL Id: tel-00003491

<https://pastel.hal.science/tel-00003491>

Submitted on 6 Oct 2003

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**INSTITUT D'OPTIQUE THÉORIQUE ET APPLIQUÉE
LABORATOIRE CHARLES FABRY**

THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS VI

Spécialité : Physique Quantique

**présentée par
Vincent BOYER**

pour obtenir le grade de Docteur de l'Université Paris 6

Sujet de la thèse :

**CONDENSATION DE BOSE-EINSTEIN AVEC UN ÉLECTROAIMANT À
NOYAU FERROMAGNÉTIQUE :
STRATÉGIES DE REFROIDISSEMENT DANS DES CHAMPS MAGNÉTIQUES
INTENSES**

(Version provisoire)

soutenue le 6 janvier 2000 devant le jury composé de :

M. P. PILLET	Rapporteur
M. B. GIRARD	Rapporteur
M. J. DALIBARD	Examineur
M. C. FABRE	Examineur
M. K. BURNETT	Examineur
M. A. ASPECT	Directeur de thèse

REMERCIEMENTS

Ce travail a été effectué à l'Institut d'Optique. Je remercie ses directeurs successifs, Christian IMBERT et André DUCASSE, de m'y avoir accueilli.

Il a été dirigé par Alain ASPECT, responsable du vibrant groupe d'Optique Atomique. Je le remercie pour la confiance qu'il m'a témoignée et pour ses encouragements répétés. J'ai beaucoup apprécié son approche de la physique, empreinte de rigueur mais également de convivialité, et reposant toujours sur une grande culture scientifique.

Cette thèse reste avant tout le résultat du travail acharné d'une équipe. Je remercie les thésards et les postdocs qui m'ont épaulé : Bruno DESRUELLE qui m'a tout appris de l'expérimentation en physique atomique, Stuart MURDOCH qui n'a pas ménagé sa peine pour faire de cette expérience un succès, Guillaume DELANNOY et Yann LE COQ qui m'ont apporté une aide précieuse en fin de thèse. Bien sûr, tout ceci n'aurait pas été possible sans la compétence et l'enthousiasme de notre leader Philippe BOUYER.

Élément clé de notre dispositif, l'électroaimant dans ses deux versions a été conçu par Michel LÉCRIVAIN, avec qui j'ai beaucoup apprécié de travailler lors de nos séances au CNAM.

Résolument tournée vers la technologie, cette thèse doit beaucoup aux efforts des services techniques de l'Institut, à commencer par nos deux brillants électroniciens, Stéphane MARTIN et André VILLING. La mécanique a été assurée par Gérard GALTIER, Robert MANON et Patrick ROTH, alors que Jean-Louis DUCHEMIN a toujours résolu nos problèmes électriques dans la bonne humeur.

Je remercie Pierre PILLET et Bertrand GIRARD d'avoir accepté de rapporter ce travail, ainsi que Claude FABRE, Jean DALIBARD et Keith BURNETT pour leur présence dans mon jury de thèse.

Enfin, je tiens à remercier la bienveillance du Laboratoire de l'Horloge Atomique et du Laboratoire Primaire du Temps et des Fréquences qui nous ont souvent dépanné en nous prêtant du matériel.

Un grand merci à Isabelle GAY pour le tirage du manuscrit.

RÉSUMÉ

Actuellement, l'évaporation par radiofréquence en piège magnétique reste un passage obligé pour l'obtention de gaz atomiques dégénérés. Afin de piéger magnétiquement et de refroidir un gaz d'atomes de Rubidium 87, nous avons conçu un électroaimant basé sur l'utilisation de matériaux ferromagnétiques, capable de générer de forts gradients pour une puissance électrique modeste. La première version du dispositif se caractérise par une forte valeur du champ magnétique au centre du piège, de l'ordre de 100 Gauss, pour laquelle l'effet Zeeman non linéaire lève la dégénérescence des transitions radiofréquence entre les sous-niveaux magnétiques. Nous avons étudié dans un premier temps le refroidissement évaporatif à une seule radiofréquence dans ce régime. L'évaporation n'est pas perturbée dans le niveau hyperfin $F = 1$, et nous avons observé la condensation de Bose-Einstein. Par contre, dans le niveau $F = 2$, le processus d'évaporation est inhibé, et il est impossible de condenser le gaz pour un champ magnétique supérieur à environ 15 Gauss. Dans un deuxième temps, nous avons contourné cette difficulté, soit en évaporant les atomes avec trois radiofréquences distinctes, soit en faisant du refroidissement sympathique, c'est-à-dire en maintenant les atomes dans $F = 2$ en contact thermique avec un nuage d'atomes dans $F = 1$, lui-même refroidi par évaporation. Ces deux techniques permettent d'atteindre le seuil de condensation dans $F = 2$ à relativement fort champ. Enfin, nous avons conçu et réalisé une deuxième version de l'électroaimant permettant de compenser le champ magnétique au centre du piège, tout en conservant l'aptitude à générer de forts gradients. Cette nouvelle génération devrait apporter une solution définitive à l'évaporation des atomes dans $F = 2$, et déboucher sur la réalisation d'expériences nécessitant un fort confinement ou un potentiel de piégeage très anisotrope.

ABSTRACT

Radio-frequency evaporation of atoms in a magnetic trap is the only way to obtain Bose-Einstein Condensation that has been demonstrated for a dilute atomic gas. In order to magnetically trap, and cool a gas of rubidium 87 atoms, we designed an electromagnet which uses ferromagnetic materials and is capable of generating strong magnetic gradients with a low power consumption. Our first electromagnet had a strong magnetic field, of the order of 100 Gauss, at the centre of the trap, for which the non-linear Zeeman effect lifted the degeneracy of the radio-frequency transitions between the magnetic sublevels. We studied evaporation using a single radio-frequency in this regime and found that the non-linear Zeeman effect did not hinder the evaporation of atoms in the $F = 1$ hyperfine level, where we were able to observe Bose-Einstein condensation. However, in the $F = 2$ hyperfine level, it was impossible to condense the gas because the process of evaporation is inhibited by the lack of degeneracy for a magnetic field greater than 15 Gauss. To overcome this difficulty, we performed the cooling either by simultaneously using three different radio-frequencies to evaporate, or by sympathetic cooling of the atoms in $F = 2$ through thermal contact with atoms in $F = 1$. Both these techniques allowed condensation to be obtained for atoms in $F = 2$ in a relatively strong magnetic field. We have since designed and built a second electromagnet which can still generate strong gradients, but has a small magnetic field at the centre of the trap. This new generation will ease the evaporation of atoms in $F = 2$ and allow experiments which require a strong confinement or an anisotropic trapping potential.

MOTS-CLÉS

CONDENSATION DE BOSE-EINSTEIN - REFROIDISSEMENT ÉVAPORATIF - RADIOFRÉQUENCE - FERROMAGNÉTISME - ATOMES FROIDS - EFFET ZEEMAN - REFROIDISSEMENT SYMPATHIQUE - PIÉGEAGE MAGNÉTIQUE

Table des matières

Introduction	1
I Refroidir les atomes neutres...	5
I.1 Condensation de Bose-Einstein - Notions	5
I.1.1 Distribution de Bose	5
I.1.2 Cas du potentiel harmonique	6
I.1.3 Paramètre de dégénérescence	7
I.1.4 Ordres de grandeur	7
I.2 Refroidissement par laser	8
I.2.1 Pression de radiation	8
I.2.2 Refroidissement Doppler	8
I.2.3 Refroidissement sub-Doppler	9
I.2.4 Piège magnéto-optique	9
I.2.5 Limites du refroidissement laser...	10
I.2.6 Refroidissement laser avancé	10
I.3 L'atome de Rubidium 87	11
I.3.1 La raie D_2	11
I.3.2 Formulaire - Notations	11
I.4 Refroidissement évaporatif	13
I.4.1 Piégeage magnétique	13
I.4.2 Évaporation	14
I.5 Le chemin de la condensation, une voie étroite	18
I.5.1 Cheminement dans l'espace des phases	18
I.5.2 Pertes	18
I.5.3 Résumé des contraintes	21
Conclusion	22

II Dispositif expérimental	23
II.1 Four à recirculation	26
II.2 Mélasse transverse	27
II.3 Ralentisseur Zeeman	29
II.3.1 Principe	29
II.3.2 Choix de la transition - Polarisation	30
II.3.3 Choix de la gamme du champ magnétique	32
II.3.4 Performances	34
II.4 Piège magnéto-optique	36
II.4.1 Montage	36
II.4.2 Dark spot	38
II.4.3 Séquence de chargement	40
II.4.4 Pompage optique	40
II.5 Sources laser	46
II.5.1 Diodes laser	46
II.5.2 Précautions expérimentales	46
II.6 Système d'imagerie	47
II.6.1 Imagerie par absorption	47
II.6.2 Analyse des images	48
II.6.3 Section efficace d'absorption	49
II.6.4 Montage optique	50
II.6.5 Asservissement du laser sonde	51
Conclusion	52
III Electro-aimant de première génération	55
III.1 Des matériaux ferromagnétiques, pourquoi?	55
III.1.1 Les différents potentiels de piégeage	55
III.1.2 Dimension du piège et rôle du guidage magnétique	56
III.1.3 Culasse et recirculation du champ	58
III.1.4 Équivalence pôle ferromagnétique - bobine	59
III.1.5 Cas du piège "baseball"	60
III.2 Electroaimant	60
III.2.1 Piège de Ioffe-Pritchard	60
III.2.2 Description de l'électroaimant	63
III.2.3 Performances	64
III.3 Opération	70
III.3.1 Contrôle de l'hystérésis	70
III.3.2 Transfert dans le piège magnétique	71
III.3.3 Compression adiabatique	73
Conclusion	76

IV Refroidissement évaporatif et condensation en champ fort	77
IV.1 Évaporation par onde radiofréquence	78
IV.1.1 Principe - Spin $\frac{1}{2}$	78
IV.1.2 Dimensionnalité de l'évaporation	79
IV.1.3 Atome à plusieurs niveaux	83
IV.2 Refroidissement du niveau $F = 1$	87
IV.2.1 Évaporation dans $F = 1$	87
IV.2.2 Caractérisation du condensat	90
IV.2.3 Difficultés expérimentales	96
IV.3 Refroidissement du niveau $F = 2$	102
IV.3.1 Inhibition de l'évaporation	102
IV.3.2 Condensation en champ fort dans $F = 2$	106
Conclusion	114
V Électroaimant de seconde génération	115
V.1 Réduction du champ longitudinal	115
V.1.1 Enjeux	116
V.1.2 Problématique des matériaux ferromagnétiques	116
V.1.3 Solution proposée	117
V.2 Pôle composé	118
V.2.1 Description	118
V.2.2 Mode opératoire	118
V.2.3 Étude de la structure du champ	119
V.2.4 Performances mesurées	121
V.3 Expériences à forte compression	124
V.3.1 Gaz à une dimension	124
V.3.2 Régime hydrodynamique	126
Conclusion	129
A Magnétisme, quelques résultats	131
A.1 Milieux aimantés	131
A.1.1 Notion de masse magnétique	131
A.1.2 Relation constitutive	132
A.1.3 Cas du barreau magnétique	133
A.2 Réductance et circuits magnétiques	133
B Atomes dans un champ magnétique	137
B.1 Effet Zeeman statique	137
B.1.1 Hamiltoniens Zeeman et hyperfin	137
B.1.2 Calcul à l'ordre 1	139

B.1.3	Calcul à l'ordre 2	139
B.1.4	Calcul à tous les ordres	140
B.2	Couplage avec une onde radiofréquence	141
C	Simulation Monte-Carlo de refroidissement évaporatif	143
C.1	Motivations	143
C.2	Principe	144
C.2.1	Séparation entre mouvement et collision	144
C.2.2	Maillage de l'espace réel	144
C.2.3	Macro-atomes et duplication	145
C.3	Vérifications et résultats	146
C.3.1	Comparaison avec le modèle analytique	146
C.3.2	Évaporation d'un nuage collisionnellement épais	146
C.3.3	Perfectionnements	148
D	Articles	149
	Trapping cold neutral atoms with an iron-core electromagnet	149
	Interrupted evaporative cooling of ^{87}Rb atoms in a high magnetic field . . .	149
	Bibliographie	159

Introduction

Parmi les grandes découvertes physiques qui ont marqué ce siècle finissant figurent incontestablement la supraconductivité, la superfluidité de l'Hélium liquide et l'effet laser. Ces trois phénomènes sont similaires en ce sens qu'ils sont une manifestation macroscopique de la nature quantique de la nature, résultant de l'occupation macroscopique d'un seul état quantique. Cet effet est lié à l'indiscernabilité des particules identiques en mécanique quantique, ce qui conduit dans le cas des bosons à la statistique de Bose-Einstein, explicitée pour la première fois par Bose pour les photons [1]. D'autre part, dès 1924, Einstein a fait remarquer que la thermodynamique d'un gaz sans interaction basée sur la statistique de Bose-Einstein exhibe une transition de phase lorsque la longueur d'onde thermique devient de l'ordre de grandeur de la distance interatomique [2, 3]. Au cours de cette transition de phase, une fraction macroscopique des atomes s'accumulent — “se condensent” — dans l'état fondamental du système.

Aujourd'hui, même si la superfluidité est conceptuellement comprise comme étant une manifestation de la condensation de Bose-Einstein (CBE), il manque toujours une description théorique complète tenant compte des interactions fortes entre les particules du fluide. De même, les supraconducteurs à basse température critique sont bien décrits par la théorie BCS [4], qui repose sur une condensation d'électrons appariés, mais les mécanismes de la supraconductivité à haute température critique restent obscurs. En dépit d'efforts considérables, les théories de la superfluidité et de la supraconductivité sont loin d'être achevées.

L'effet laser est quant à lui un peu différent, car il s'agit d'un phénomène hors de l'équilibre thermodynamique, créé par une inversion de population du milieu amplificateur de lumière. Il est désormais très bien compris et maîtrisé, et l'avènement des lasers a été au cours de ces 30 dernières années à l'origine d'un renouveau spectaculaire du domaine de l'optique. Les deux principales caractéristiques du rayonnement laser qui sont utilisées dans les très nombreuses applications sont la cohérence du rayonnement, et sa forte luminance.

C'est dans ce contexte que la CBE d'un gaz d'atomes dilué a été observée pour la première fois en 1995 [5, 6, 7]. Ces travaux ont suscité un fort engouement de la part

de plusieurs communautés de physiciens, car la CBE d'un gaz d'atomes ultrafroids se trouve à la croisée de plusieurs domaines de la physique, notamment la physique atomique et la physique de la matière condensée. Les expériences déjà réalisées sur les condensats couvrent de très nombreux aspects, mais deux grandes tendances se dessinent. Explicitons-les grâce à quelques exemples choisis parmi tant d'autres.

D'une part, les condensats peuvent constituer des sources cohérentes et lumineuses pour l'optique atomique [8], comme le sont les lasers pour l'optique photonique. Ainsi, les premiers lasers à atomes ont été réalisés en extrayant d'un condensat un flux continu d'atomes [9], ce qui a permis de mesurer la cohérence de deux jets ainsi obtenus par mesure de battements. En outre, les faibles interactions entre atomes du condensat ouvrent la porte sur l'optique atomique non-linéaire. Par exemple, un mélange à 4 ondes a été observé dans un condensat de Sodium [10].

D'autre part, parce que les interactions entre atomes dans un gaz dilué sont beaucoup plus faibles que dans les systèmes de la matière condensée, les condensats de Bose-Einstein de gaz dilués constituent d'excellents systèmes d'étude pour élucider le rôle des interactions dans la superfluidité. Ainsi, les premières expériences sur les condensats se sont concentrées sur la détermination du spectre des excitations élémentaires par l'étude des modes collectifs d'oscillation, dans divers régimes de température et d'interaction entre atomes [11, 12, 13, 14]. Ces expériences ont été suivies d'un gros effort théorique et sont bien comprises suffisamment loin de la température critique (voir par exemple [15, 16]). D'autres modes plus complexes ont depuis été générés, notamment des vortex [17]. Récemment, il a été possible d'observer directement l'absence de dissipation lors de l'écoulement d'un condensat autour d'un obstacle [18], ce qui constitue une signature de l'état superfluide.

Signalons également que des expériences reprenant les techniques de refroidissement de la CBE mais ayant pour objet des gaz dilués de fermions sont en cours [19], afin de vérifier et d'approfondir la connaissance du lien qui existe entre la CBE et la supraconductivité. En résumé, la CBE des gaz d'atomes dilués s'inscrit dans la continuité de l'étude des effets quantiques collectifs qui ont marqué la physique du XX^e siècle. Elle prolonge l'optique des lasers par l'optique atomique cohérente, et fournit un système d'étude idéal pour la compréhension des effets collectifs dans la matière condensée à basse température.

Partant de ces considérations, nous avons donc souhaité réaliser une expérience de CBE respectant cette dualité. D'une part, un effort particulier a été fourni dans le sens d'une simplification du dispositif expérimental, afin d'en faire une source d'atomes cohérents fiable, versatile et facile à utiliser. L'emploi de matériaux ferromagnétiques a notamment permis de s'affranchir des forts courants et puissances électriques qui sont en général de rigueur dans ce type d'expérience. D'autre part, la conception d'un électroaimant de seconde génération, doté d'un pouvoir de confinement accru, devrait

nous permettre d'atteindre des régimes plus proches encore de la matière condensée, en particulier le régime hydrodynamique dont le seuil a rarement été approché [20].

Plan de la thèse

Le premier chapitre est une introduction rapide aux techniques de la condensation de Bose-Einstein (CBE). Après avoir rappelé quelques résultats sur le phénomène de condensation, et notamment le critère pertinent qui caractérise le degré de dégénérescence d'un gaz, nous présentons les deux techniques fondamentales qui permettent d'atteindre la CBE, à savoir le piégeage et le refroidissement par laser, et l'évaporation en piège magnétique. L'accent est mis sur le fait qu'aucune de ces deux méthodes ne peut, dans l'état actuel de nos connaissances, permettre seule d'atteindre la dégénérescence quantique. Au contraire, une combinaison de refroidissement par laser et d'évaporation permet d'atteindre le but. Un condensat de Bose-Einstein étant thermodynamiquement instable, l'évaporation ne fonctionne que si le gaz atomique reste métastable durant toute la durée de l'expérience. Nous explicitons les contraintes qui s'exercent sur les caractéristiques de l'échantillon gazeux. Pour que ce dernier soit apte à être refroidi par évaporation, le système de production d'atomes refroidis par laser doit répondre à des critères sévères, notamment en terme de densité du nuage, et de qualité du vide. De même, le piège magnétique doit être suffisamment confinant pour initier l'évaporation dans de bonnes conditions de rethermalisation.

Le chapitre II décrit le système de production de nuages d'atomes refroidis par laser en milieu ultravide. Les diverses étapes sont passées en revue : le four, la collimation par mélasse transverse, le ralentissement Zeeman, et le piège magnéto-optique. Nous décrivons également une technique permettant un gain substantiel en densité : le dark spot. Enfin, nous présentons le système d'imagerie, qui constitue l'outil principal de caractérisation du nuage d'atomes à une étape quelconque du refroidissement.

Le chapitre III décrit l'électroaimant qui génère le champ magnétique de piégeage. L'accent est mis sur l'avantage qu'apporte l'utilisation des matériaux ferromagnétiques à la création d'un potentiel fortement confinant. Nous avons développé une description simple de l'appareil en terme de circuit magnétique et de masse magnétique. Après la description de la structure du champ et l'analyse des performances de l'électroaimant, nous nous intéressons à l'optimisation du mode opératoire. Grâce à l'adaptation des courbures pendant le transfert et à la compression adiabatique, il est possible de commencer l'évaporation avec un taux de collision élastique élevé.

Les expériences de refroidissement évaporatif proprement dites apparaissent dans le chapitre IV. Différents régimes d'évaporation sont examinés, ainsi que le rôle de la gravité. Une particularité de notre électroaimant est le fort champ qu'il génère au centre du piège. Ce champ élevé modifie considérablement les schémas conventionnels d'évaporation par radiofréquence, ce qui s'avère être rédhibitoire pour le niveau hyper-

fin $F = 2$. Cependant l'évaporation fonctionne correctement dans le niveau hyperfin $F = 1$, et il est possible de produire des condensats contenant jusqu'à 2.10^6 atomes. Nous rapportons quelques difficultés inhérentes à notre dispositif, puis nous présentons deux méthodes pour contourner la difficulté de l'évaporation dans $F = 2$, et nous démontrons leur efficacité en atteignant le seuil de condensation. Il s'agit de l'évaporation à plusieurs fréquences RF, et du refroidissement sympathique.

Enfin, le chapitre V décrit l'électroaimant de deuxième génération. Résultat d'une compréhension renouvelée du comportement des matériaux ferromagnétiques, cet électroaimant est une réponse apportée au problème de la présence du champ fort. Une analyse théorique de la compensation du champ au centre du piège est suivie de la mesure des performances de l'électroaimant. Nous terminons par une étude prospective d'expériences qui pourront mettre à profit les caractéristiques exceptionnelles du nouvel électroaimant, notamment le fort taux de compression, ainsi que la possibilité de générer des potentiels fortement anisotropes.

FIG. 1 – *Condensation de Bose-Einstein. Les images représentent la “densité colonne”, c’est-à-dire la densité intégrée suivant un axe, d’un nuage de ^{87}Rb à l’équilibre pour trois températures différentes. La condensation se traduit par l’apparition au centre d’un pic d’atomes cohérents, tous dans le même état quantique. Les températures sont de l’ordre de 200 nK.*

Refroidir les atomes neutres pour la condensation de Bose-Einstein : quelques rappels

I.1 Condensation de Bose-Einstein - Notions

Nous rappelons ici brièvement quelques résultats essentiels sur la condensation de Bose-Einstein (CBE) d'un gaz sans interaction. De nombreux ouvrages de mécanique statistique traitent du sujet ; voir par exemple [21], [22].

I.1.1 Distribution de Bose

Considérons un gaz de particules sans interaction confinées dans un potentiel extérieur $U(\mathbf{r})$, minimum à l'origine et tel que $U(\mathbf{0}) = 0$. Les énergies accessibles à chaque particule sont discrètes. La condensation de Bose-Einstein est un phénomène purement statistique lié à l'indiscernabilité des particules en mécanique quantique. Il concerne les particules de spin entier, les *bosons*, qui, parce qu'elles possèdent une fonction d'onde totalement symétrique, ont la possibilité de s'accumuler dans un même état quantique à 1 particule. Les effets de statistique quantique entrent en jeu dès que la statistique de Boltzmann cesse d'être valable, c'est-à-dire dès que le nombre moyen d'occupation des états quantiques de basse énergie n'est pas petit devant 1. Comme il est impossible de distinguer 2 particules dans le même état quantique, l'état du système est déterminé par les nombres d'occupation des états à 1 particule.

La façon la plus commode d'établir la distribution de Bose est de se placer dans l'ensemble grand canonique et de considérer le système constitué de l'état quantique k d'énergie ε_k . Cette approche est rendue possible par le fait que les effets quantiques d'échange ne se manifestent qu'entre particules qui sont dans un même état quantique.

Comme il n'y a aucune restriction sur le nombre de particules qui sont dans l'état k , le grand potentiel s'écrit :

$$\Omega_k = -k_B T \ln \sum_{n_k=0}^{+\infty} e^{n_k \beta(\mu - \varepsilon_k)}, \quad (\text{I.1})$$

où μ est le potentiel chimique et $\beta = 1/k_B T$. La convergence de la somme (I.1) impose $\mu < 0$, ou encore $z = e^{\beta\mu} < 1$ (fugacité). Le nombre moyen de particules dans k vaut donc :

$$\bar{n}_k = -\frac{\partial \Omega_k}{\partial \mu} = \frac{1}{z^{-1} e^{\beta \varepsilon_k} - 1}. \quad (\text{I.2})$$

I.1.2 Cas du potentiel harmonique

Comme nous le verrons par la suite, les potentiels de piégeage utilisés pour la condensation jusqu'à présent sont tous harmoniques au voisinage de l'origine. Par souci de simplicité, considérons un potentiel isotrope de fréquence d'oscillation ω . Les états quantiques sont indexés par $\ell = (\ell_x, \ell_y, \ell_z)$, avec $\ell_\alpha \geq 0$, et ont une énergie $\varepsilon_\ell = \ell \hbar \omega$ avec $\ell = \ell_x + \ell_y + \ell_z$. Le niveau fondamental sert de référence en énergie. Pour un ℓ donné, il existe $(\ell + 1)(\ell + 2)/2$ triplets ℓ qui vérifient $\ell = \ell_x + \ell_y + \ell_z$. La dégénérescence des niveaux varie donc en ℓ^2 .

Le nombre moyen de particules s'écrit, en séparant l'état fondamental du reste de la somme :

$$\bar{N} = N_0 + N' = \bar{n}_0 + \sum_{\ell \neq 0} \frac{1}{\frac{1}{z} e^{\beta \ell \hbar \omega} - 1}, \quad (\text{I.3})$$

ce qui détermine z . Cependant, à T fixé, N' est borné et prend sa valeur maximale en $z = 1$, ce qui se traduit par une saturation de la population des états excités. Évaluons sommairement comment cette limite de saturation varie avec la température dans le cas du piège harmonique. D'après (I.3), on a :

$$N' \leq \sum_{\ell \neq 0} \frac{1}{e^{\beta \ell \hbar \omega} - 1} = \mathcal{S}. \quad (\text{I.4})$$

On suppose en outre que $k_B T \gg \hbar \omega$. Seuls les états d'énergie inférieure à $k_B T$ contribuent significativement à la somme. On introduit donc une coupure $\ell_{\max}$ telle que $\beta \ell_{\max} \hbar \omega \sim 1$. En se souvenant que la dégénérescence est en ℓ^2 :

$$\mathcal{S} \sim \sum_{\substack{\ell \neq 0 \\ \varepsilon_\ell < k_B T}} \frac{1}{\beta \ell \hbar \omega} \sim \sum_{\ell}^{\ell_{\max}} \frac{\ell^2}{\beta \ell \hbar \omega} \sim \frac{\ell_{\max}^2}{\beta \hbar \omega} \sim \left(\frac{k_B T}{\hbar \omega} \right)^3. \quad (\text{I.5})$$

Un calcul exact donne :

$$N' \leq 1,202 \left(\frac{k_B T}{\hbar \omega} \right)^3. \quad (\text{I.6})$$

On voit donc que, à température T fixée, si le nombre de particules excède cette limite de saturation des états excités, les particules en surnombre n'ont pas d'autre possibilité que de s'accumuler dans l'état fondamental : c'est la condensation de Bose-Einstein.

La relation (I.6) permet également de définir pour un nombre de particules N donné une température critique de condensation T_c , telle que :

$$N = 1,202 \left(\frac{k_B T_c}{\hbar \omega} \right)^3. \quad (\text{I.7})$$

À N fixé, la condensation se produit lorsque la température devient inférieure à T_c . Si le potentiel est anisotrope, il suffit de remplacer dans (I.7) ω par la moyenne géométrique $\bar{\omega}$ des 3 fréquences d'oscillation.

I.1.3 Paramètre de dégénérescence

En se rappelant que l'état fondamental est une gaussienne de largeur $\sigma_{\text{OH}} = \sqrt{\hbar/m\omega}$ et en éliminant ω dans (I.7), on trouve le critère de condensation :

$$n_0 \Lambda_{\text{dB}}^3 = 2,612, \quad (\text{I.8})$$

où $\Lambda_{\text{dB}} = \sqrt{2\pi\hbar^2/Mk_B T}$ est la longueur d'onde de de Broglie thermique, et n_0 la densité au centre du potentiel. Cette relation indique que la condensation se produit au moment où la longueur d'onde thermique de de Broglie des particules devient de l'ordre de la distance entre particules voisines. Ceci est vrai pour n'importe quel potentiel de confinement : la condensation se produit au point $\mathbf{r}_0$, où le potentiel est minimum, dès que $n(\mathbf{r}_0)\Lambda_{\text{dB}}^3 = 2,612$ [23, 24].

Nous appellerons la grandeur $n_0 \Lambda_{\text{dB}}^3$ paramètre de dégénérescence. Elle coïncide classiquement avec la densité réduite dans l'espace des phases, c'est à dire le nombre de particules dans la cellule élémentaire h^3 située à l'origine de l'espace des phases. Elle reste le seul paramètre pertinent pour la condensation de Bose-Einstein.

I.1.4 Ordres de grandeur

Une vapeur de Rubidium en équilibre avec une phase liquide à une température de 130°C a une densité d'environ $2.10^{13} \text{ cm}^{-3}$ [25], ce qui correspond à un paramètre de dégénérescence de 10^{-14} . Il y a donc 14 ordres de grandeur à gagner en densité dans l'espace des phases pour atteindre le régime de dégénérescence quantique !

Il est à noter qu'une phase solide de Rubidium possède une densité de l'ordre de 10^{22} cm^{-3} [26], ce qui donne un paramètre de dégénérescence de 1 pour une température de l'ordre de 0,1 K. Cependant, dans un solide, les interactions jouent un rôle prépondérant et le système se comporte très différemment d'un gaz parfait. Les atomes sont confinés aux nœuds du réseau cristallin, et l'interaction de cœur dur, c'est-à-dire

la répulsion des nuages électroniques, empêche les fonctions d'onde atomiques de se recouvrir. La longueur d'onde de de Broglie est toujours de l'ordre de grandeur de la maille cristalline, soit quelques Å. À toute température, le paramètre de dégénérescence dans un solide est proche de l'unité, sans jamais atteindre le critère (I.8). Cela signifie qu'à cette densité, la forme thermodynamiquement stable est un solide avec des symétries de translation et de rotation brisées plutôt qu'un condensat de Bose-Einstein. Il n'est donc pas possible d'atteindre la transition de condensation quantique en refroidissant du Rubidium solide. Nous reviendrons sur ces arguments de thermodynamique dans § I.5.2.

Nous décrivons maintenant différentes techniques qui visent à approcher la limite de dégénérescence quantique, en partant d'une phase gazeuse monoatomique d'alcalin.

I.2 Refroidissement par laser

I.2.1 Pression de radiation

Le premier bond dans l'espace des phases a été accompli grâce à l'avènement de la manipulation d'atomes neutres par laser, dont on peut lire la saga dans [27, 23, 28]. Un traitement exhaustif des mécanismes présentés succinctement ici se trouve par exemple dans la référence [29]. Les premières observations de l'action de la lumière résonnante sur des atomes datent de 1933 [30]. Puis la réalisation de sources lumineuses cohérentes — les lasers, caractérisés par une luminance sans précédent —, a stimulé les premières propositions de refroidissement d'atomes neutres ou d'ions par laser [31, 32, 33].

Le principe de base du refroidissement laser repose sur la pression de radiation qu'exerce sur un atome un faisceau laser résonnant avec une transition atomique. Cette pression résulte de la redistribution, par émission spontanée et dans une direction aléatoire, de photons prélevés dans le faisceau laser par absorption. Lorsque la transition est saturée, la population de l'état excité, de largeur Γ , est égale à celle de l'état fondamental, et le taux d'absorption-émission spontanée maximum vaut $\Gamma/2$. La force de radiation sature alors à la valeur :

$$\mathbf{F}_{\max} = \frac{\Gamma}{2} \hbar \mathbf{k}, \quad (\text{I.9})$$

$\mathbf{k}$ étant le vecteur d'onde du laser. Elle vaut environ 10^4 fois la force de pesanteur.

I.2.2 Refroidissement Doppler

En combinant deux faisceaux laser contra-propageants de même polarisation et désaccordés (quelques Γ) vers le rouge, on crée une force de friction nette qui résulte de l'absorption préférentielle des photons d'un des deux faisceaux en fonction du sens de la vitesse de l'atome (effet Doppler). À cause du caractère aléatoire de l'émission

spontanée, la vitesse ne peut pas relaxer vers une vitesse rigoureusement nulle. La température la plus basse réalisable T_D est atteinte pour un désaccord de $-\Gamma/2$ et est telle que [34, 35] :

$$\frac{1}{2}k_B T_D = \frac{7}{40}\hbar\Gamma. \quad (\text{I.10})$$

Pour le Rubidium, $T_D \simeq 100\,\mu\text{K}$. On peut étendre le principe du refroidissement Doppler aux 3 dimensions de l'espace en utilisant 6 faisceaux deux-à-deux contre-propageants, réalisant ainsi une “mélasse optique” [36].

I.2.3 Refroidissement sub-Doppler

Cependant, la température mesurée dans les mélasses optiques peut être nettement inférieure à la limite Doppler (I.10) [35], Grâce à de nouveaux mécanismes mettant en jeu les effets de polarisation des faisceaux laser et la dégénérescence des niveaux impliqués dans la transition de refroidissement. Il s'agit du refroidissement par gradient de polarisation et de l'effet Sisyphe [37, 38]. La nouvelle température limite est voisine de la limite de recul, c'est-à-dire l'énergie cinétique qu'acquiert un atome initialement au repos en émettant un photon spontané :

$$k_B T_S \simeq \frac{(\hbar k)^2}{2M}, \quad (\text{I.11})$$

où M est la masse de l'atome. En pratique, on obtient au mieux quelques vitesses de recul, soit, pour le Rubidium, $T_S \sim 2\,\mu\text{K}$.

I.2.4 Piège magnéto-optique

La mélasse optique présentée ci-dessus permet de refroidir sans pour autant confiner les atomes. En ajoutant un champ magnétique inhomogène (quadrupolaire sphérique en l'occurrence), il est possible de changer la condition de résonance localement grâce à l'effet Zeeman, et de moduler ainsi la force de pression de radiation en fonction de la position. En utilisant le fait que les niveaux impliqués dans les transitions de refroidissement sont dégénérés, et en jouant sur la polarisation des 6 faisceaux, on peut créer une force de rappel vers le point de champ magnétique nul, réalisant ainsi un piège magnéto-optique (PMO) [39].

La plage de capture d'un PMO s'étend jusqu'à 20 ou 30 m.s^{-1} , et suivant la taille des faisceaux piège, on peut accumuler jusqu'à 10^{10} atomes. Comme dans le cas de la mélasse optique, des mécanismes basés sur les effets de polarisation et de dégénérescence des niveaux [40] conduisent à des températures sub-Doppler [41], identiques à celles des mélasses optiques dans la limite d'un faible nombre d'atomes [42].

I.2.5 Limites du refroidissement laser...

Le piège magnéto-optique permet de faire un bond formidable en densité dans l'espace des phases (fig. I.4), mais reste soumis à des limites fondamentales qui restreignent le paramètre de dégénérescence aux environs de 10^{-5} [42, 43]. De façon générale, il n'est pas possible d'optimiser simultanément le nombre d'atomes, la densité, et la température.

...sur la densité

Lorsque le nombre d'atomes augmente, la diffusion multiple de photon crée une force nette répulsive entre atomes en $1/d^2$, où d est la distance entre les atomes [44]. Celle-ci, dans la limite d'une faible absorption, impose une densité maximale peu supérieure à environ 10^{11} cm^{-3} .

Il existe d'autres facteurs limitant la densité, à commencer par les collisions assistées par la lumière [45]. Parce que l'interaction dipôle-dipôle entre 2 atomes dans l'état fondamental est en $1/d^6$, et celle entre un atome dans le fondamental A et un atome excité A^* est en $1/d^3$, une paire $A - A^*$ qui se désexcite à courte distance voit une fraction importante de l'énergie d'excitation de A^* convertie en énergie cinétique, ce qui a pour effet d'expulser les deux atomes hors du piège. Ce phénomène impose une limite sur le taux de collision entre atomes, et donc sur la densité.

...sur le nombre d'atomes

La densité étant limitée, il est impossible, à moins de disposer de faisceaux de piégeage toujours plus gros et plus puissants, d'accumuler indéfiniment des atomes dans un PMO. En pratique, il est rare de dépasser 10^{10} atomes.

...sur la température

La température dans un PMO est fondamentalement limitée par la vitesse de recul. Cependant, à grand nombre N d'atomes, la température limite augmente en $N^{1/3}$ [42]. Cette nouvelle barrière s'explique en terme de diffusion multiple de photon, qui perturbe les mécanismes de refroidissement sub-Doppler [46].

I.2.6 Refroidissement laser avancé

Il existe plusieurs techniques permettant de s'affranchir des limitations intrinsèques du PMO "conventionnel". L'idée de base est d'isoler une certaine classe d'atomes de la lumière en les pompant dans un état noir. Cette sélection peut se faire spatialement, comme pour le "dark spot" [47] (§ II.4.2), ce qui a pour effet de réduire les effets de diffusion multiple et les pertes par collisions assistées par la lumière.

Si la sélection se fait dans l'espace des vitesses, il est possible de contourner la limite du recul et d'accéder ainsi au refroidissement sub-recul : refroidissement VSCPT [48, 49] et refroidissement Raman [50, 51]. Cependant, la plus grande valeur du paramètre de dégénérescence atteinte reste de $1/300$ [52].

Signalons également qu'en utilisant une transition de refroidissement impliquant un niveau excité de largeur naturelle inférieure au décalage Doppler associé à la vitesse de recul, on inhibe le phénomène de réabsorption de photon. Sans diffusion multiple, la limite en densité est repoussée, et il a été ainsi possible d'atteindre une densité dans l'espace des phases de $1/100$ dans un PMO de Strontium [53].

I.3 L'atome de Rubidium 87

I.3.1 La raie D_2

Les alcalins, parce qu'ils possèdent une transition atomique fermée accessible aux sources laser courantes, sont de bons candidats pour la manipulation par laser. Nous avons essentiellement utilisé la raie D_2 à 780 nm du Rubidium 87, présentée sur la figure I.1.

La transition $(F = 2) \rightarrow (F' = 3)$ est une transition fermée, que nous utilisons pour le refroidissement par laser et pour l'imagerie. Cependant, la proximité du niveau $F' = 2$, susceptible d'être légèrement excité en même temps que le niveau $F' = 3$, provoque un léger dépompage auquel nous remédions en utilisant un laser repompeur sur la transition $(F = 1) \rightarrow (F' = 1)$ ou $(F = 1) \rightarrow (F' = 2)$. À noter que la transition $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3, m'_F = 3\rangle$ (resp. $|F = 2, m_F = -2\rangle \rightarrow |F' = 3, m'_F = -3\rangle$), excitée par un laser polarisé en σ^+ (resp. σ^-), constitue un système à deux niveaux.

I.3.2 Formulaire - Notations

Le tableau I.1 rassemble quelques données utiles sur l'atome de Rubidium 87. La section efficace est donnée dans la limite d'énergie nulle, pour un échantillon polarisé : $\sigma = 8\pi a^2$.

Les sous-niveaux magnétiques du fondamental électronique $5S_{\frac{1}{2}}$ (resp. du niveau excité $5P_{\frac{3}{2}}$) sont indexés selon leur niveau hyperfin F (resp. F'), et leur nombre magnétique m_F (resp. m'_F). En présence d'un champ magnétique, F n'est plus en toute rigueur un bon nombre quantique, mais m_F si. C'est pourquoi on désignera le nombre magnétique par m , sans référence à aucune base couplée. De plus, en régime de champ faible, on continuera à classer les niveaux suivant le nombre hyperfin F .

Afin d'alléger les notations, on supprimera parfois la référence à F et à m , étant entendu que le premier nombre quantique représente F , et le second m . Par exemple $|F = 1, m = -1\rangle$ devient $|1, -1\rangle$.

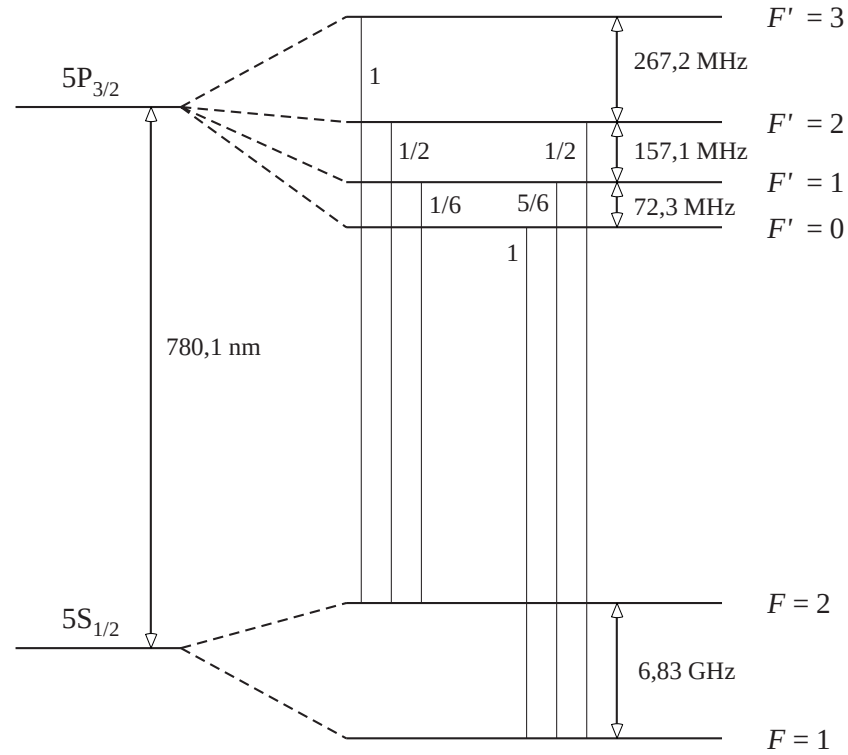


FIG. I.1 – Structure hyperfine de la raie D_2 du Rubidium 87. Sont indiquées également les forces de raie.

Grandeur	Notation	Valeur	Unité
Masse	M	$1,45 \cdot 10^{-25}$	kg
Largeur de la raie $5P_{3/2}$	Γ	6	$h \times \text{MHz}$
Longueur de diffusion	a	~ 100	a_0
Section efficace de collision	σ	$7 \cdot 10^{-16}$	m^2
Facteur gyromagnétique du noyau	$\mu_I/\hbar$	10^{-3}	$\mu_B/\hbar$
Intensité de saturation	I_{sat}	1,6	$\text{mW} \cdot \text{cm}^{-2}$

TAB. I.1 – Quelques données concernant ^{87}Rb .

Les champs magnétiques seront exprimés en Gauss (G). Un Gauss vaut 10^{-4} Tesla. Dans ce système d'unités, le magnéton de Bohr vaut $\mu_B = h \times 1,4 \text{ MHz.G}^{-1}$.

I.4 Refroidissement évaporatif

Bien que remarquablement efficace, le refroidissement par laser se heurte au caractère aléatoire et discret de l'interaction avec la lumière¹. Ceci a conduit à la fin des années 80 à la conception de pièges conservatifs, exempts de tout chauffage, mais également de dissipation. Il existe plusieurs possibilités pour piéger les atomes neutres. On peut utiliser, entre autre, de la lumière très désaccordée [54, 55], un champ micro-onde [56], un champ électrique alternatif [57], un champ magnétique alternatif [58], ou un champ magnétique continu [59]. La dernière solution reste jusqu'à présent le plus sûr moyen de piéger les atomes sans chauffage et d'atteindre le seuil de condensation.

I.4.1 Piégeage magnétique

Le piégeage magnétique de particules neutres, utilisé pour la première fois sur les neutrons [60], repose sur l'interaction entre le moment dipolaire magnétique $\boldsymbol{\mu}$ de l'atome et le champ magnétique $\mathbf{B}$:

$$H_Z = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}. \quad (\text{I.12})$$

Pour un alcalin comme ^{87}Rb , le moment magnétique est largement dû à l'électron de valence. Les détails des calculs des niveaux d'énergie d'un atome en interaction avec un champ magnétique se trouvent dans l'annexe B.

Si, au cours de son déplacement dans le piège, un atome voit une vitesse de rotation du champ magnétique local petite devant sa fréquence de Larmor, il conserve sa polarisation et son spin suit adiabatiquement la direction locale du champ (qui définit l'axe local de quantification). Le module du champ magnétique doit par conséquent être toujours suffisamment grand pour assurer une fréquence de Larmor élevée et éviter que les atomes ne se dépolarisent (transition de Majorana [61]). Pour les vitesses atomiques et les courbures magnétiques qui sont en jeu dans nos expériences, 1 G suffit.

Suivant le sous-niveau Zeeman dans lequel il se trouve (déterminé par le nombre magnétique m), un atome est attiré ou repoussé par une région de champ faible. Le niveau est alors dit respectivement "piégeant" ou "anti-piégeant". En effet, comme il est impossible de créer un maximum local de champ magnétique dans l'espace libre [62], la seule possibilité² reste de piéger les atomes ayant un déplacement Zeeman positif

¹C'est la contrepartie de l'existence de la dissipation...

²Il est cependant possible de confiner les atomes dans n'importe quel sous-niveau dans un piège alternatif [58].

dans un minimum local de $|\mathbf{B}|$. En ce qui concerne le Rubidium 87, il s'agit des états $|F = 2, m = 2\rangle$, $|F = 2, m = 1\rangle$, $|F = 2, m = 0\rangle$ et $|F = 1, m = -1\rangle$.

Notons enfin qu'un nuage d'atomes à la température T ne peut être confiné par un potentiel harmonique magnétique de profondeur ΔB que si la profondeur en énergie vaut plusieurs fois l'énergie moyenne par particule $3k_B T$, soit :

$$\mu_B \Delta B \sim \alpha 3k_B T, \quad (\text{I.13})$$

où α vaut quelques unités. Ainsi, à une température $T = 1 \text{ mK}$ correspond une profondeur $\Delta B = \alpha \times 50 \text{ G}$. Cela signifie que pour des champs raisonnables, les pièges magnétiques sont peu profonds — entre 1 et 10 mK —, et ne peuvent confiner que des atomes déjà refroidis. C'est la raison pour laquelle le piégeage magnétique doit nécessairement être précédé d'une phase de refroidissement préliminaire. Dans notre expérience, cela consistera à transférer les atomes dans le piège magnétique à partir d'un PMO.

I.4.2 Évaporation

Comme le piégeage magnétique est non-dissipatif, il a fallu imaginer une nouvelle technique de refroidissement : l'évaporation [63].

Principe

L'évaporation est l'élimination sélective d'atomes ayant une énergie totale supérieure à l'énergie moyenne par particules. Ainsi, après rethermalisation, les particules restantes ont une énergie moindre, ce qui signifie que la température du système a diminué. Une revue exhaustive du sujet se trouve dans [64].

Il existe plusieurs façons d'éliminer les atomes les plus énergétiques. La plus simple est de considérer un potentiel de profondeur finie, et de supposer que tout atome ayant une énergie mécanique totale supérieure à la hauteur du potentiel ε est éjecté. C'est l'hypothèse *ergodique*. Par définition, l'évaporation est un processus hors d'équilibre, qui permet régulièrement à des atomes qui ont acquis une énergie supérieure à ε , suite à une collision avec un autre atome, de s'échapper du piège. Si la hauteur du piège est grande devant l'énergie moyenne par particule, c'est-à-dire si la constante de temps de la rethermalisation est très petite devant celle associée au processus d'évaporation, on peut montrer par résolution numérique de l'équation de Boltzman que le système est en état de quasi-équilibre. La distribution en énergie est une distribution de Boltzman tronquée à ε , associée à une température effective T [65] (fig. I.2). On pose alors $\varepsilon = \eta k_B T$. On peut alors montrer que l'énergie moyenne d'un atome évaporé vaut $(\eta + \kappa)k_B T$ avec $\kappa \simeq 1$ pour $\eta \gg 1$ [65]. L'énergie de la majorité des atomes évaporés est donc comprise dans l'intervalle $[\eta k_B T, (\eta + 2)k_B T]$.

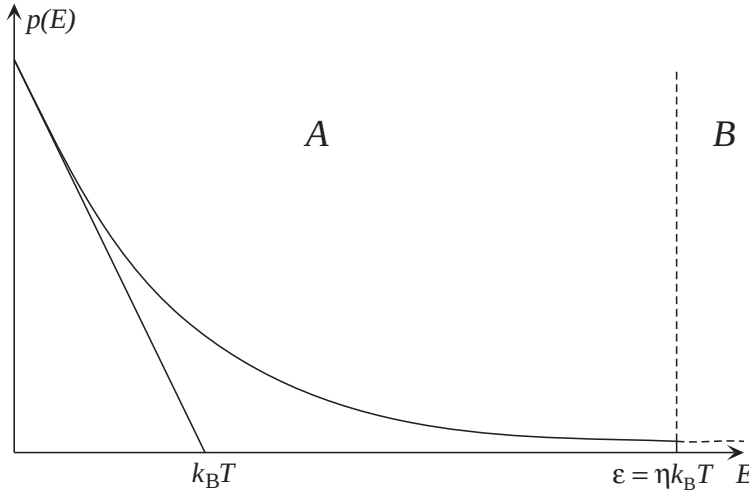


FIG. I.2 – Distribution $p(E)$ de quasi-équilibre dans un piège tronqué à une hauteur ε . Il s'agit d'une distribution de Boltzmann tronquée à laquelle on peut associer une température effective T telle que $p(E) = Y(\varepsilon - E) \exp(-\varepsilon/k_B T)$.

Lorsque la température diminue, η augmente et le processus d'évaporation se ralentit car il y a de moins en moins d'atomes par unité de temps qui acquièrent une énergie suffisante pour s'échapper du piège. Il faut donc abaisser la hauteur du potentiel au fur et à mesure que la température diminue si l'on souhaite garder η constant. C'est ce qu'on appelle l'évaporation *forcée*.

Régime collisionnel

La rethermalisation est un ingrédient essentiel du refroidissement évaporatif, et elle est d'autant plus rapide que le taux de collision élastique est grand. Il est donc important de connaître les propriétés collisionnelles des atomes aux températures auxquelles nous travaillons, en particulier la section efficace de collision.

La description des collisions en mécanique quantique se fait par une décomposition des fonctions d'onde incidente et diffusée en ondes partielles de moment cinétique donné. À très basse température (atomes ultrafroids), la longueur d'onde de de Broglie des atomes est plus grande que la portée du potentiel interatomique, et seule l'onde de moment cinétique nul, appelée “onde s ”, contribue de manière significative à la collision. La section efficace à énergie nulle dans l'onde s dépend d'un unique paramètre : $\sigma = 8\pi a^2$ où a est la longueur de diffusion. Pour le Rubidium, a vaut 5,5 nm (resp. 4,8 nm) dans l'état triplet (resp. singulet) [66].

La section efficace dans l'onde s reste constante de 0 à environ 200 μK , température à laquelle elle commence à chuter [67]. À cause de la nature bosonique des atomes de Rb, la symétrisation de la fonction d'onde implique que pour des atomes dans le même état de spin, seules les fonctions partielles paires, c'est-à-dire de moment

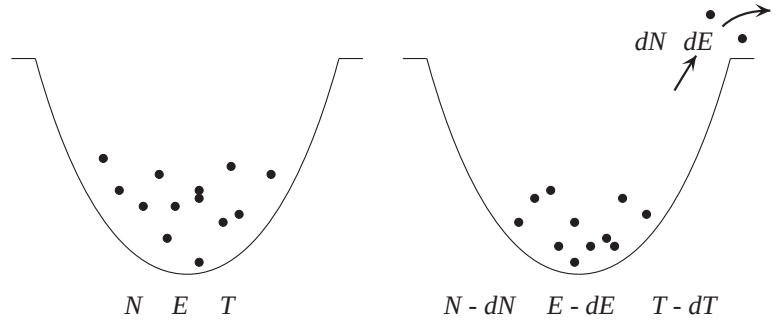


FIG. I.3 – Schématisation de l'évaporation.

cinétique pair, contribuent au processus. À température juste supérieure à $200 \mu\text{K}$, l'onde prépondérante devient donc l'onde d , de moment cinétique $2\hbar$.

Lois d'échelle

Le refroidissement ne peut se faire qu'au prix d'une perte d'atomes. Évaluons l'efficacité du processus dans le cas d'un piège harmonique à 3 dimensions. Lorsque dN particules sont évaporées, elles emportent une énergie $dE \simeq dN(\eta + 1)k_B T$. D'après le théorème d'équipartition de l'énergie, $E = 3Nk_B T$. La conservation de l'énergie s'écrit donc (fig I.3) :

$$dE = 3Nk_B T - 3(N - dN)k_B(T - dT) = dN(\eta + 1)k_B dT, \quad (\text{I.14})$$

d'où l'on tire $dT/T = \alpha(dN/N)$ avec $\alpha = (\eta - 2)/3$. Après intégration entre l'état initial i et l'état final f , et en supposant η constant (évaporation forcée) :

$$\frac{T_f}{T_i} = \left(\frac{N_f}{N_i} \right)^\alpha. \quad (\text{I.15})$$

Le refroidissement évaporatif est basé sur la rethermalisation des atomes dans le piège, *via* les collisions élastiques. Un des paramètres fondamentaux du processus est donc le taux de collision élastique. Plus il est élevé et plus le refroidissement est rapide. D'après l'équipartition de l'énergie, la taille de la distribution en position σ_x ainsi que la vitesse moyenne $\bar{v}$ sont en $T^{1/2}$. On en déduit les lois d'échelle suivantes pour le paramètre de dégénérescence et le taux de collision :

$$n_0 \Lambda_{\text{dB}}^3 \propto N \sigma_x^{-3} T^{-\frac{3}{2}} \propto N^{1-3\alpha} \quad (\text{I.16})$$

$$n_0 \sigma \bar{v} \propto N \sigma_x^{-3} T^{\frac{1}{2}} \propto N^{1-\alpha}. \quad (\text{I.17})$$

On s'est placé dans le régime où la section efficace de collision σ est indépendante de T .

Régime d'emballlement

L'augmentation du paramètre de dégénérescence lorsque N diminue impose, d'après (I.16), $\eta > 3$. Selon (I.17), il est également possible d'augmenter le taux de collision en cours d'évaporation si $\eta > 5$. Ce résultat remarquable provient du fait que contrairement au cas du potentiel carré, lorsque la température diminue, la concentration des atomes au centre du piège compense la perte d'atomes.

Cette circonstance est extrêmement favorable, puisqu'elle signifie que si on force l'évaporation en baissant progressivement la hauteur du potentiel de façon à conserver $\eta > 5$, la vitesse de rethermalisation et donc d'évaporation augmente avec l'avancement du processus. On parle alors de *régime d'emballlement*. On ne peut cependant pas choisir η arbitrairement grand, car l'évaporation est alors trop lente. Il faut en effet tenir compte de divers processus limitant le temps disponible pour effectuer l'évaporation, à commencer par les collisions avec le gaz résiduel à 300 K, qui éjectent les atomes froids hors du piège.

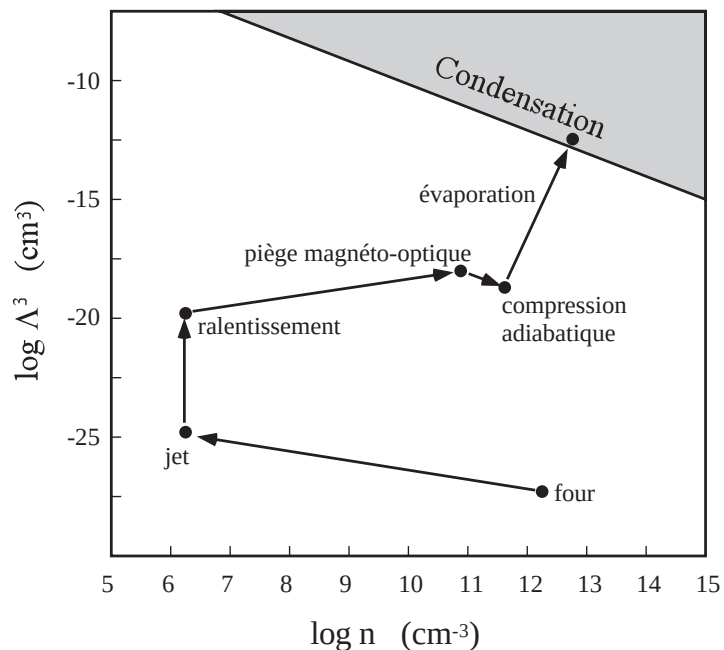
Évaluons sommairement la condition sur la durée de vie limitée par ces collisions pour que l'emballlement soit possible. Considérons la distribution en énergie de la figure I.2. Sous l'effet de collisions entre atomes piégés, ces derniers changent régulièrement d'énergie mécanique. En l'absence de troncature, le flux d'atomes allant de la région A vers la région B est égal au flux de B vers A . Étant donné que la probabilité pour un atome d'être dans la région B est faible, toute collision (ou presque) va ramener un atome de B dans la région A , ce qui donne un flux égal au nombre d'atomes dans B divisé par leur taux de collision. Considérant de plus que la troncature modifie peu l'équilibre des atomes dans la région A , on en déduit que le flux d'atomes éjectés est égal à celui de B vers A sans la troncature, et vaut donc $N\gamma_c\mathcal{F}$ où γ_c est le taux de collision, $\mathcal{F}$ la proportion d'atomes dans B et N le nombre total d'atomes. Sachant que la densité en énergie pour un oscillateur harmonique à 3 dimensions est en E^2 ,

$$\mathcal{F} = \frac{\int_0^{+\infty} E^2 e^{-\beta E} dE}{\int_0^{+\infty} E^2 e^{-\beta E} dE} \sim \frac{\eta^2}{2} e^{-\eta} \quad (\text{I.18})$$

pour les grandes valeurs de η .

Pour que les pertes par collisions avec le gaz résiduel ne perturbent pas le refroidissement, ils faut que leur taux soit très petit devant celui d'évaporation, ce qui conduit à la condition sur la durée de vie τ du type : $\tau^{-1}\alpha \leq \gamma_c\mathcal{F}$, où α est une constante qui dépend du détail du potentiel. Pour la valeur limite d'emballlement $\eta = 6$, on trouve $\tau\gamma_c \geq 20\alpha$. La résolution analytique du problème donne une valeur limite $\tau\gamma_c \geq 300$ [68].

FIG. I.4 – Cheminement à travers l'espace des phases, de la vapeur thermique au condensat de Bose-Einstein. Au total, la densité n'a pratiquement pas changé mais la température est passée de 130°C à 500 nK .



I.5 Le chemin de la condensation, une voie étroite

I.5.1 Cheminement dans l'espace des phases

La faible profondeur du potentiel magnétique fait que l'évaporation et le refroidissement laser sont deux techniques complémentaires plutôt que concurrentes. La solution retenue est de charger un piège magnéto-optique et de refroidir le gaz jusqu'à environ $100\text{ }\mu\text{K}$, puis de transférer *in situ* [69] les atomes dans un piège magnétique afin d'y procéder à un refroidissement par évaporation. Le chemin parcouru dans l'espace des phases depuis la vapeur à 130°C jusqu'au condensat est représenté sur la figure I.4.

Il existe d'autres façons de procéder, mais jusqu'à présent, l'étape finale d'évaporation en piège magnétique s'est révélée indispensable pour atteindre le seuil de condensation. À titre d'exemple, citons le chargement direct du piège magnétique sur un jet ralenti par mélasse optique [70], le chargement depuis un piège magnéto-optique par mélasse glissante [58], ou le chargement par gaz tampon refroidi cryogéniquement [71].

I.5.2 Pertes

Un système métastable

Un gaz d'atomes ultrafroids en piège magnétique statique est métastable à plusieurs égards. Tout d'abord, comme il est impossible de piéger magnétiquement des atomes ayant un déplacement Zeeman négatif, les atomes dans un piège magnétique ne sont pas dans l'état magnétique de plus basse énergie, c'est-à-dire dans l'état fondamental.

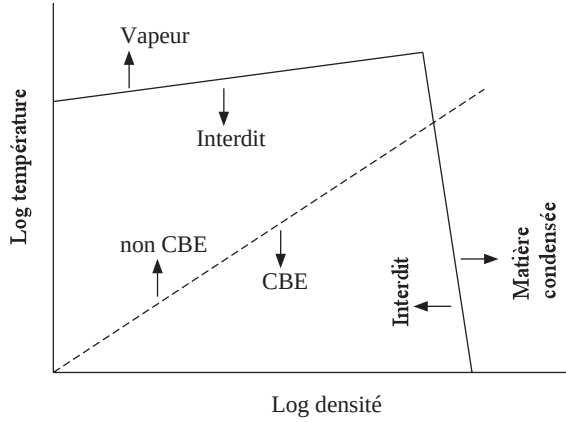


FIG. I.5 – Diagramme des phases générique, tiré de [72]. La région de condensation de Bose-Einstein à faible densité est thermodynamiquement interdite.

La relaxation tend à ramener les atomes dans l'état de spin de plus basse énergie, qui est anti-piégeant.

Il existe une autre métastabilité à l'échelle du gaz entier. La figure I.5 représente un diagramme des phases générique dans le plan $n - T$ (densité - température). De façon générale, la région de la CBE est thermodynamiquement interdite. Aux températures requises pour la condensation, la phase thermodynamiquement stable est solide. La seule exception est l'Hélium, qui reste liquide jusqu'à la transition de superfluidité.

Il ressort de ces considérations que la CBE n'est possible que si le système est suffisamment métastable pour traverser la région interdite.

Collisions inélastiques [66]

Les collisions inélastiques entre deux atomes modifient leur état de spin et les dépolarisent, ce qui est susceptible de les faire passer dans un état anti-piégeant. Si d'autre part la collision est fortement exothermique, une partie de l'énergie interne est convertie en énergie cinétique, et les atomes sont expulsés du pièges. Les différents processus de collisions inélastiques respectent un certain nombre de symétries, et sont donc régis par des règles de conservation comme la conservation de l'énergie ou, dans la limite d'un champ magnétique faible, la conservation du moment cinétique total. Ce dernier est la somme du moment cinétique orbital relatif des deux atomes ℓ , et des deux spins atomiques $\mathbf{F}_1$ et $\mathbf{F}_2$. En régime de collisions ultrafroides, le moment orbital est nul (régime d'onde s).

Collisions d'échange. Le principal processus de collision inélastique est l'échange de spin, qui permet un changement de l'état de spin de chaque atome impliqué dans la collision, tout en conservant le spin total $\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$, c'est-à-dire le moment cinétique

total dans le régime d'onde s . Par exemple, la collision

$$|F_1 = 2, m_1 = 1\rangle + |F_2 = 2, m_2 = 0\rangle \rightarrow |F_1 = 2, m_1 = 2\rangle + |F_2 = 2, m_2 = -1\rangle \quad (\text{I.19})$$

conserve les nombres quantiques F et m_F , car ces deux combinaisons d'états peuvent former, entre autres, l'état de spin total $|F = 2, m_F = 1\rangle$. Un autre exemple d'échange de spin autorisé est

$$|F_1 = 2, m_1 = 1\rangle + |F_2 = 2, m_2 = 1\rangle \rightarrow |F_1 = 1, m_1 = 1\rangle + |F_2 = 2, m_2 = 1\rangle, \quad (\text{I.20})$$

ces deux combinaisons peuvent former l'état de spin total $|F = 2, m_F = 2\rangle$. Dans ce cas, l'énergie correspondant à la largeur de la structure hyperfine, à savoir $\mathcal{A} = 6,8 \text{ GHz} = 0,3 \text{ K}$, est convertie en énergie cinétique et les atomes sont expulsés du piège (dont la profondeur fait au mieux 10 mK).

Les états stables vis-à-vis de ces collisions inélastiques sont :

- le seul état piégeant du fondamental hyperfin, à savoir $|F = 1, m = -1\rangle$. La conservation de l'énergie interdit la production d'atomes dans l'état hyperfin $F = 2$, car aux températures auxquelles nous travaillons, aucune collision ne peut apporter l'énergie correspondant à la largeur de la structure hyperfine : $\mathcal{A} = 6,8 \text{ GHz} = 0,3 \text{ K}$.
- l'état doublement polarisé $|F = 2, m = 2\rangle$. En effet, une paire d'atomes dans cet état constitue la seule combinaison d'états de spin possible de moment cinétique total égal à 4. En fait, $|F_1 = 2, m_1 = 2\rangle |F_2 = 2, m_2 = 2\rangle = |F = 4, m_F = 4\rangle$.

Tout autre état ou tout mélange d'états est *a priori* sujet à l'échange de spin.

Relaxation dipolaire. Un autre processus inélastique est la relaxation dipolaire, qui se traduit par un transfert entre spin et moment cinétique orbital induit par le couplage entre les deux spins électroniques. On peut montrer que la symétrie de l'interaction impose $\Delta\ell = 0, \pm 2$ [73]. On peut par exemple observer la dépolarisation suivante :

$$|F_1 = 2, m_1 = 2\rangle + |F_2 = 2, m_2 = 2\rangle \rightarrow |F_1 = 2, m_1 = 2\rangle + |F_2 = 2, m_2 = 0\rangle. \quad (\text{I.21})$$

Dans ce cas, comme $\Delta\ell = 2$, la transition s'effectue vers un état d'onde d . Lorsque le champ magnétique est suffisamment faible pour que la variation d'énergie magnétique associée à la dépolarisation des atomes soit plus petite que la barrière centrifuge, la relaxation dipolaire est fortement supprimée, car l'onde d sortante est piégée à l'intérieur de la barrière centrifuge [74]. À fort champ magnétique, l'interaction dipolaire reste beaucoup plus faible que l'interaction d'échange, et le taux de relaxation K_{dip} est inférieur à $10^{-14} \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ [75].

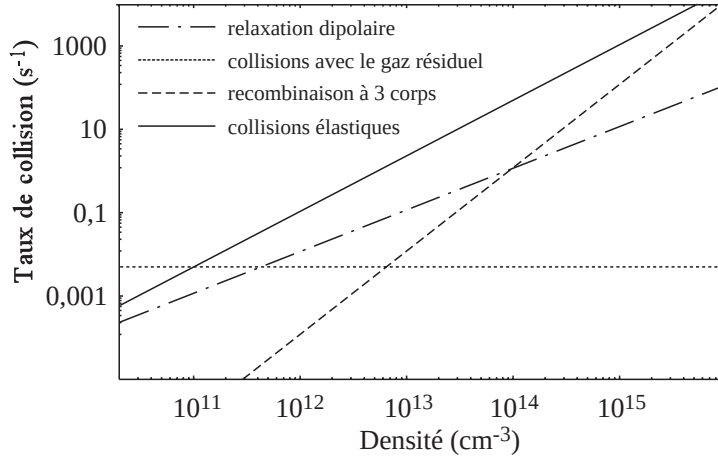


FIG. I.6 – Collisions élastiques contre processus inélastiques. La durée de vie limitée par le gaz résiduel est prise égale à 200 s.

Recombinaison à trois corps

Le gaz d'atomes froids n'étant pas stable aux densités intermédiaires que nous manipulons, il existe des processus permettant une relaxation vers une phase condensée au sens classique du terme. Le principal est la recombinaison à 3 atomes.

Le potentiel d'interaction entre deux atomes de Rb dans l'état fondamental contient de nombreux états liés. Lors d'une collision à deux particules, la conservation de l'énergie interdit la production d'un dimère, c'est-à-dire d'un état lié. Cependant, au cours d'une collision à 3 corps, l'un des atomes peut emporter le surplus d'énergie résultant de l'association des deux autres atomes. Ce processus interdit donc la production d'échantillons atomiques gazeux trop denses, puisque la probabilité de collision à 3 corps augmente avec le carré de la densité.

Pour ^{87}Rb dans le niveau hyperfin $F = 1$, le taux de recombinaison mesuré [76] vaut $K_3 \simeq 4.10^{-29} \text{ cm}^6 \cdot \text{s}^{-1}$.

I.5.3 Résumé des contraintes

Nous avons représenté sur la figure I.6 les taux de collisions élastiques et inélastiques, en fonction de la densité, à la température requise pour obtenir la condensation, avec les chiffres de K_{dip} et K_3 donnés précédemment. Le taux de collision avec le gaz résiduel est celui de notre expérience, à savoir $(200 \text{ s})^{-1}$. L'évaporation à travers la région de métastabilité n'est possible que pour un taux de collision élastique nettement supérieur à tous les taux de collision inélastique. Il ressort clairement que la relaxation dipolaire n'est pas le processus limitant. Par contre, la durée de métastabilité est limitée à faible densité par les collisions avec le gaz résiduel, et à forte densité par les collisions à 3 corps. La densité au seuil de condensation doit être comprise entre 10^{12} et 10^{15} cm^{-3} .

Conclusion

Jusqu'à présent, la seule technique de CBE d'alcalin à avoir fait ses preuves est un panachage de refroidissement laser et de refroidissement évaporatif en piège magnétique. La contrainte majeure est le rapport entre le taux de collision élastique et le taux de collision avec le gaz résiduel en début d'évaporation, qui doit être supérieur à 300 pour assurer l'emballement. Cela suppose d'une part la production dans une enceinte à ultra-vide d'un échantillon d'atomes refroidis par laser dense et froid, et d'autre part la réalisation d'un piège magnétique suffisamment confinant pour comprimer le nuage et augmenter le taux de collision élastique au-dessus du seuil d'emballement.

Le chapitre suivant décrit le dispositif expérimental de refroidissement par laser qui permet d'initier le refroidissement évaporatif dans les meilleures conditions de vide et de collisions élastiques.

- II -

Dispositif expérimental

Le remplissage d'un piège purement magnétique à partir d'un piège magnéto-optique (PMO) doit respecter les contraintes fortes qui permettent un refroidissement évaporatif efficace. La première contrainte porte sur la durée de vie du nuage atomique piégé magnétiquement, limitée en premier lieu par les collisions avec le gaz résiduel, et donc par la qualité du vide. Il existe plusieurs façons de réaliser un PMO pour alcalin en milieu ultra-vide.

La plus simple consiste en un piège "en cellule" [69], où le PMO est chargé par la queue lente de la distribution thermique d'une vapeur d'alcalin contenue dans l'enceinte à vide. On note R le taux de chargement. Il existe aussi un terme de perte, car la plupart des collisions d'un atome thermique avec un atome piégé entraînent l'expulsion de ce dernier hors du piège. Soit γ_r le taux de collision expulsante entre les atomes piégés et le gaz résiduel, et γ_a le taux de collision expulsante entre les atomes piégés et les atomes de la vapeur d'alcalin. Tant que les collisions inélastiques entre atomes du PMO sont négligeables, le nombre d'atomes piégés vaut $N = R/(\gamma_r + \gamma_a)$. La pression partielle du gaz résiduel autre que l'alcalin doit être beaucoup plus faible que celle de la vapeur d'alcalin, afin de réaliser $\gamma_r \ll \gamma_a$, et charger le plus grand nombre d'atomes possible. Comme R est lui-même proportionnel à γ_a , N dépend alors essentiellement de la taille des faisceaux du piège, et pas de la pression de l'alcalin [69]. Or la vapeur d'alcalin vide par collisions le piège magnétique de la même façon qu'elle vide le PMO. La constante de temps du chargement du PMO, égale à celle de vidage, est donc identique à la durée de vie du piège magnétique. En pratique, la pression de l'alcalin doit être suffisamment faible pour autoriser un refroidissement évaporatif d'une minute ou deux. Cette approche a été mise en œuvre lors de l'expérience historique de condensation à JILA [5]. Le PMO était chargé par 10^7 atomes de Rubidium en 300 s pour une durée d'évaporation de 70 s.

Dans cette méthode, le temps de chargement du PMO est intrinsèquement lié au temps d'évaporation. Pour contourner cette limitation, il est possible d'alimenter le PMO par un jet collimaté d'atomes ralentis ayant une vitesse inférieure à la plage de capture du piège (quelques m.s^{-1}). Là encore, deux méthodes se sont avérées efficaces. La première consiste à alimenter de façon pulsée le PMO en milieu ultra-vide, à partir d'un second PMO chargé par une vapeur [77]. Les deux zones de piégeage sont séparées par un capillaire de pompage différentiel, et les atomes sont transférés grâce à la gravité. Cependant, pour un atome léger (tel que le Rubidium), l'efficacité du transfert est fortement réduite par l'expansion du nuage en vol libre. On peut alors utiliser un faisceau pousseur pour accélérer le transfert [78] et/ou guider magnétiquement les atomes [79].

La deuxième méthode, que nous avons adoptée, consiste à ralentir un jet thermique d'atomes issu d'un four contenant une vapeur de Rubidium, grâce à la pression de radiation d'un faisceau laser contra-propageant. Le but est de produire un jet d'atomes ralentis capable de charger le PMO avec quelques 10^9 atomes en quelques secondes. Cette technique présente l'avantage de fournir facilement un jet atomique intense, puisqu'il suffit d'augmenter la température du four pour augmenter dramatiquement le flux atomique émis. Elle est cependant un peu délicate à mettre en œuvre car les atomes non ralentis peuvent représenter une charge de gaz non négligeable et dégrader la qualité du vide.

Le dispositif expérimental, représenté figure II.1, se compose d'une enceinte à vide divisée essentiellement en quatre parties, correspondant aux quatre étapes conduisant à la production d'un nuage d'atomes refroidis par laser en milieu ultra-vide.

- un four à recirculation produisant un jet intense d'atomes thermiques dans l'enceinte primaire,
- l'enceinte primaire, pompée par une pompe turbomoléculaire, qui inclut une zone de refroidissement transverse par laser permettant de collimater le jet (mélasse transverse),
- un tube d'isolement refroidi à l'azote liquide reliant l'enceinte primaire à l'enceinte secondaire, au niveau duquel les atomes sont ralentis par laser (ralentisseur Zeeman),
- l'enceinte secondaire à ultra-vide, prolongée par une cellule en verre dans laquelle s'effectue l'expérience proprement dite : piégeage et refroidissement par laser, puis piégeage magnétique et refroidissement évaporatif. Elle est pompée par une pompe ionique de 40 l.s^{-1} et une pompe à sublimation de titane.

Ce chapitre est dédié à la description de ces quatre grandes étapes, puis des sources laser que nous avons utilisées. Enfin, la dernière section présente le système d'imagerie qui permet de caractériser l'échantillon atomique obtenu.

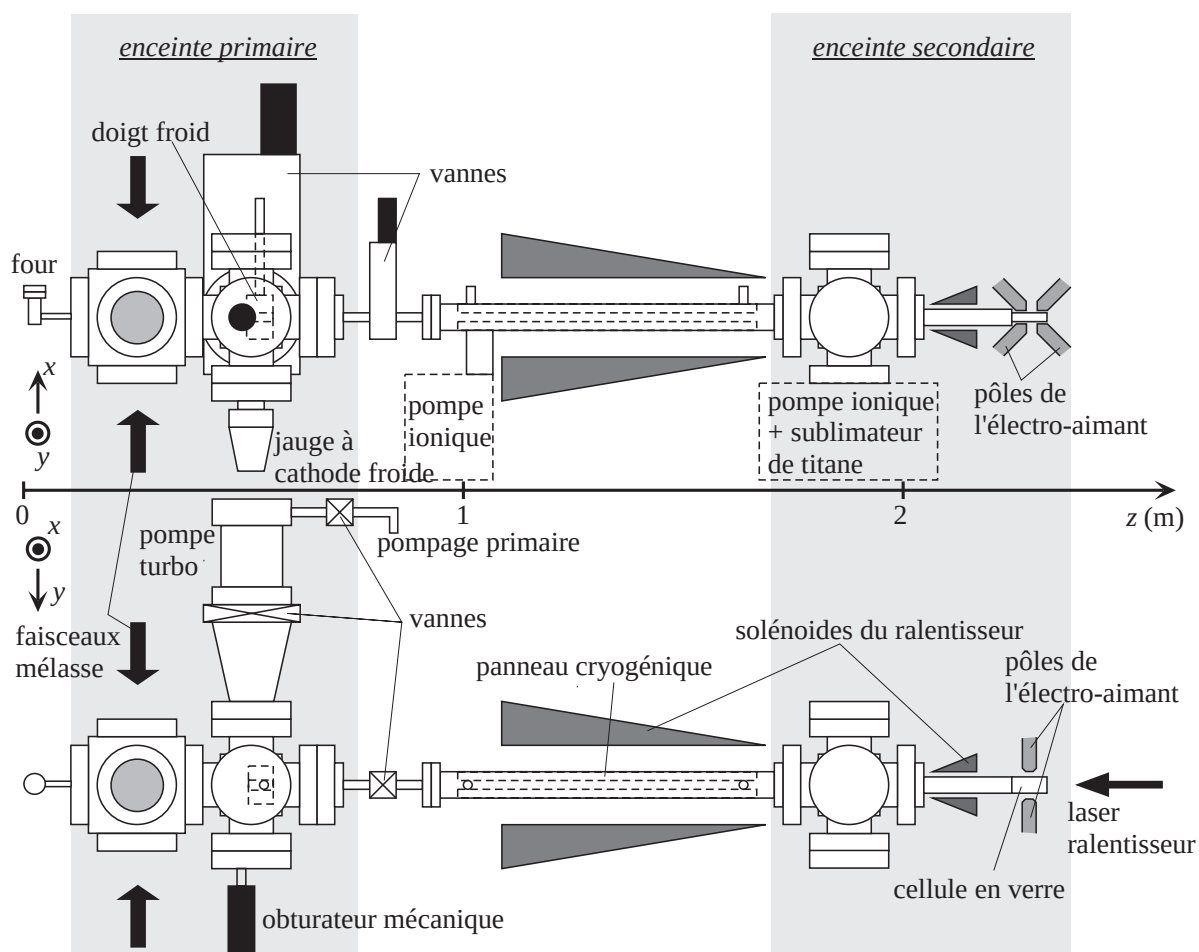
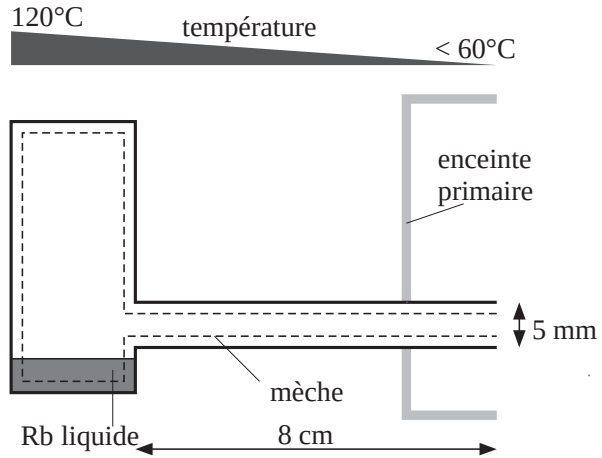


FIG. II.1 – Schéma d'ensemble de l'expérience.

FIG. II.2 – Four à Rubidium. La mèche fait recirculer les atomes vers l'intérieur du four. La température est maintenue par un cordon chauffant enroulé autour du four et de la buse de façon à maintenir un gradient thermique entre le four et l'extrémité de la buse.



II.1 Four à recirculation

Il s'agit d'une enceinte percée d'une ouverture et contenant quelques grammes de l'espèce atomique que l'on souhaite utiliser. Le four contient cet élément chimique sous forme condensée *et* gazeuse. En chauffant l'enceinte, on augmente la pression de la vapeur atomique et le nombre d'atomes qui s'échappent par l'ouverture. Le four utilisé ici (fig. II.2), basé sur un design de R. Hulet, présente la particularité de posséder une buse de sortie longue (8 cm) et de fort diamètre (5 mm), ce qui permet d'obtenir un flux très intense. La face interne de la buse et du four est tapissée d'une fine grille appelée mèche qui, pourvu qu'on maintienne un gradient de température positif entre l'extrémité de la buse et le four, fait recirculer les atomes déposés à l'intérieur de la buse vers le four [80].

Nous avons évalué le flux atomique par mesure de fluorescence sur la transition fermée ($F = 2$) $\rightarrow$ ($F' = 3$). Un faisceau sonde, de saturation $I/I_{\text{sat}} = 1$ et de diamètre 1 cm supérieur à celui du jet, traverse ce dernier perpendiculairement. Une photodiode mesure la fluorescence émise dans un angle solide $\Omega = 1,5 \cdot 10^{-2}$ en fonction de la fréquence du laser (fig. II.3a). La largeur du spectre de fluorescence est dominée par l'effet Doppler dû à la vitesse transverse $v_{\perp}$ des atomes. Celle-ci est donc reliée à la fréquence du laser pour laquelle les atomes fluorescent par la relation

$$\Delta\nu = \frac{v_{\perp}}{\lambda}, \quad (\text{II.1})$$

où $\Delta\nu$ est le désaccord de la sonde et λ la longueur d'onde. La fréquence du laser est calibrée sur un spectre d'absorption saturée obtenu par mesure de fluorescence sur une cellule remplie d'une vapeur de Rubidium, et traversée par une partie rétro-réfléchi du faisceau laser. On trouve (fig. II.3b) une largeur RMS de la distribution des vitesses transverses de $\sigma_v = 10 \text{ m.s}^{-1}$, en accord avec la collimation géométrique de la buse si on prend une vitesse longitudinale moyenne $\bar{v}$ de l'ordre de 350 m.s^{-1} (voir § II.3.4).

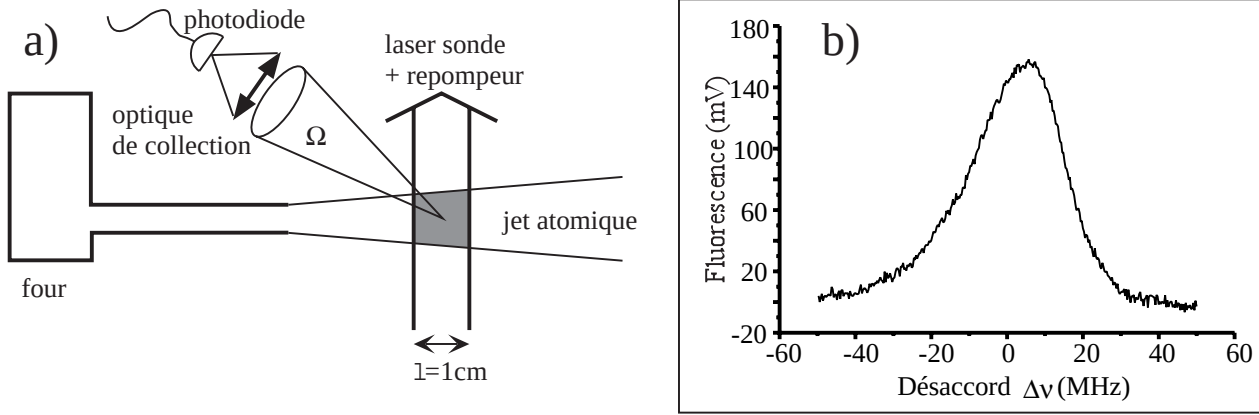


FIG. II.3 – (a) Dispositif de caractérisation du jet atomique par mesure de fluorescence.

(b) Exemple de spectre de fluorescence, obtenu à 120°C.

Soit $\mathcal{D}(v_{\perp})$ la distribution des vitesses transverses (en $\text{atomes.m}^{-1}.\text{s}$) des atomes suivant l'axe de la sonde. L'absorption est suffisamment faible pour que tous les atomes voient la même intensité (il n'y a pas d'effet d'ombre). Dans ce cas, le spectre de fluorescence $\mathcal{F}(\Delta\nu)$ délivré par la photodiode résulte de la convolution de la distribution $\mathcal{D}(v_{\perp})$ par le profil d'absorption

$$\frac{s(\delta)}{1 + s(\delta)} \quad \text{où} \quad s(\delta) = \frac{\frac{I}{I_{\text{sat}}}}{1 + \frac{4(\delta - 2\pi v_{\perp}/\lambda)^2}{\Gamma^2}}, \quad (\text{II.2})$$

et en la multipliant par le taux d'émission spontanée à saturation $\frac{\Gamma}{2}$ et par le facteur de conversion $\varepsilon \eta \frac{\Omega}{4\pi}$, où ε est l'énergie d'un photon, et $\eta = 18 \text{ V}/\mu\text{W}$ le rendement de la photodiode. En négligeant la largeur naturelle devant la largeur Doppler, il vient :

$$\mathcal{F}(\Delta\nu) = \mathcal{D}(\lambda\Delta\nu) \frac{I}{I_{\text{sat}}} \left(1 + \frac{I}{I_{\text{sat}}}\right)^{-\frac{1}{2}} \frac{\lambda\Gamma}{4} \frac{\Gamma}{2} \varepsilon \eta \frac{\Omega}{4\pi}. \quad (\text{II.3})$$

Le nombre d'atomes N_{at} est obtenu en intégrant $\mathcal{D}(v_{\perp})$: $N_{\text{at}} = \sqrt{2\pi}\sigma_v\mathcal{D}(0)$. Enfin, pour une longueur d'interaction $\ell = 1 \text{ cm}$, le flux atomique ϕ est lié à N_{at} par $\phi = N_{\text{at}} \frac{\bar{v}}{\ell}$. Le graphe de la figure II.4 donne le flux ainsi mesuré en fonction de la température de consigne du four.

II.2 Mélasse transverse

Bien que le jet soit intense et assez bien collimaté par la buse de sortie, il est souhaitable d'augmenter encore sa luminosité en réduisant la vitesse transverse des atomes par refroidissement laser. Ainsi, 4 faisceaux deux-à-deux contra-propageants et perpendiculaires au jet constituent une mélasse Doppler à deux dimensions (fig. II.1).

FIG. II.4 – Flux atomique en fonction de la température du four.

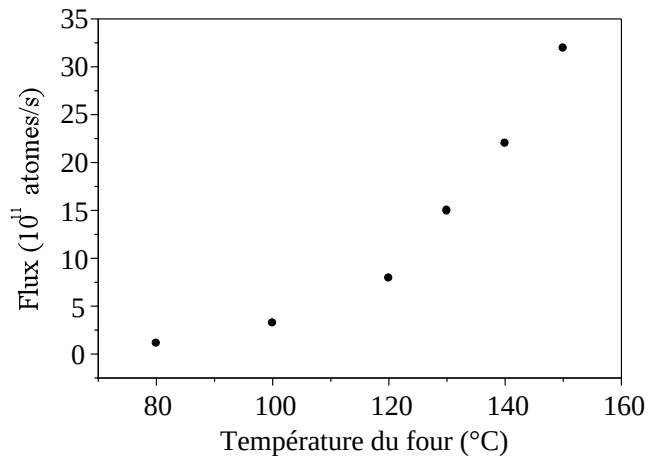
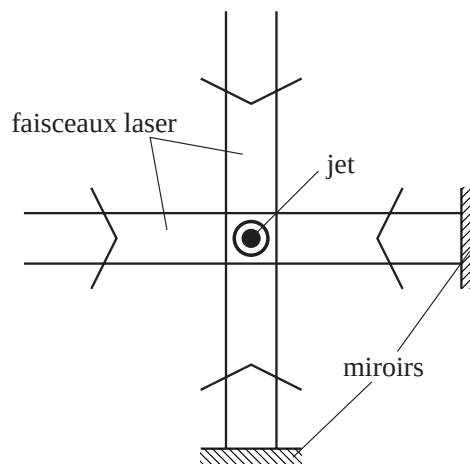


FIG. II.5 – Schéma de principe de la mélasse Doppler transverse, avec faisceaux rétro-réfléchis.



Pour une collimation efficace, ces faisceaux sont placés au plus près de la sortie du four, et leur profil est fortement amorphosé ($6 \text{ mm} \times 40 \text{ mm}$) grâce à des prismes, afin d'augmenter la longueur d'interaction des atomes avec la lumière. Pour simplifier le montage, nous avons utilisé des faisceaux rétro-réfléchis (fig. II.5). L'intensité au centre de chaque faisceau est d'environ 10 mW.cm^{-2} , et le désaccord du laser par rapport à la transition $(F = 2) \rightarrow (F' = 3)$ vaut -3 MHz . Le repompage des atomes dans $F = 1$ est assuré par le repompeur du ralentisseur (voir § II.3.4).

Dans un premier temps, afin d'obtenir une vitesse limite plus basse, nous avons essayé de mettre en œuvre un refroidissement par effet Sisyphe, dans une configuration $\text{lin} \perp \text{lin}$. Pour cela, il suffit d'intercaler une lame à retard $\lambda/4$ dans les faisceaux de retour [81]. Les résultats n'étant pas meilleurs que pour une simple mélasse Doppler, nous sommes revenu à la configuration de base. Lorsqu'elle est correctement réglée, la mélasse augmente le flux d'atomes dans la cellule d'un facteur 6.

Nota. Le temps moyen de ralentissement d'un atome jusqu'à la cellule vaut environ 10 ms . Pour qu'il soit capturé par le PMO sans toucher les parois de l'enceinte ou de la cellule, il faut

que sa distance à l'axe au moment où il arrive dans la cellule soit inférieure à 0,5 cm, ce qui limite sa vitesse transverse à la sortie de la mélasse à 50 cm.s^{-1} . Cette vitesse est supérieure à la limite Doppler, qui vaut environ 15 cm.s^{-1} (§ I.2.2). On comprend alors que la mise en œuvre d'un refroidissement par effet Sisyphe ne fait que collimater encore plus des atomes qui de toute façon auraient atteint la zone de capture du PMO.

Afin de préserver la qualité du vide dans l'enceinte primaire et d'éviter la propagation d'une vapeur de Rubidium dans l'enceinte secondaire, nous avons placé sur le trajet des atomes un bloc métallique (doigt froid), refroidi à -55°C par un réfrigérateur à éthylène-glycol, et percé d'un trou de 8 mm de diamètre. Ainsi, les atomes non collimatés vont se coller sur la surface froide. De plus, un obturateur mécanique à commande magnétique permet de couper le jet d'atomes en dehors des périodes de chargement du PMO. La pression dans l'enceinte primaire est comprise entre 10^{-9} et 10^{-8} mbar.

II.3 Ralentisseur Zeeman

II.3.1 Principe

De même qu'une mélasse optique à 2 dimensions amortit la vitesse transverse des atomes dans le jet, il est possible d'utiliser la pression de radiation d'un faisceau laser contra-propageant pour réduire leur vitesse longitudinale jusqu'à la plage de capture du PMO, soit quelques dizaines de m.s^{-1} . La décélération maximale, correspondant à la force exercée par un faisceau saturant, vaut, pour la raie D_2 [voir (I.9)] :

$$a_{\text{max}} = \frac{h}{\lambda M} \frac{\Gamma}{2} = 110\,000 \text{ m.s}^{-2}, \quad (\text{II.4})$$

ce qui permet de stopper un atome voyageant initialement à 300 m.s^{-1} sur une distance d'à peine 40 cm.

Une telle accélération n'est obtenue que pour un faisceau saturant et résonnant avec la transition atomique. Or, l'effet Doppler pour des vitesses thermiques est beaucoup plus grand que la largeur naturelle de la raie utilisée, ce qui a pour effet de changer dramatiquement la condition de résonance au cours du ralentissement¹. Pour pallier cet inconvénient, on peut soit changer la fréquence du laser au cours du ralentissement (laser dit "chirpé") [82], et ralentir les atomes par paquets, soit changer la fréquence de la transition utilisée à l'aide d'un champ magnétique. Le profil spatial du champ magnétique est tel qu'en tout point de la trajectoire, l'effet Zeeman compense l'effet Doppler. Nous avons utilisé cette dernière méthode car elle génère un ralentissement en continu, et permet d'utiliser une fréquence du laser de ralentissement qui perturbe peu le PMO.

¹L'effet Doppler est plus grand que l'éventuel élargissement par saturation, pour une puissance expérimentalement accessible.

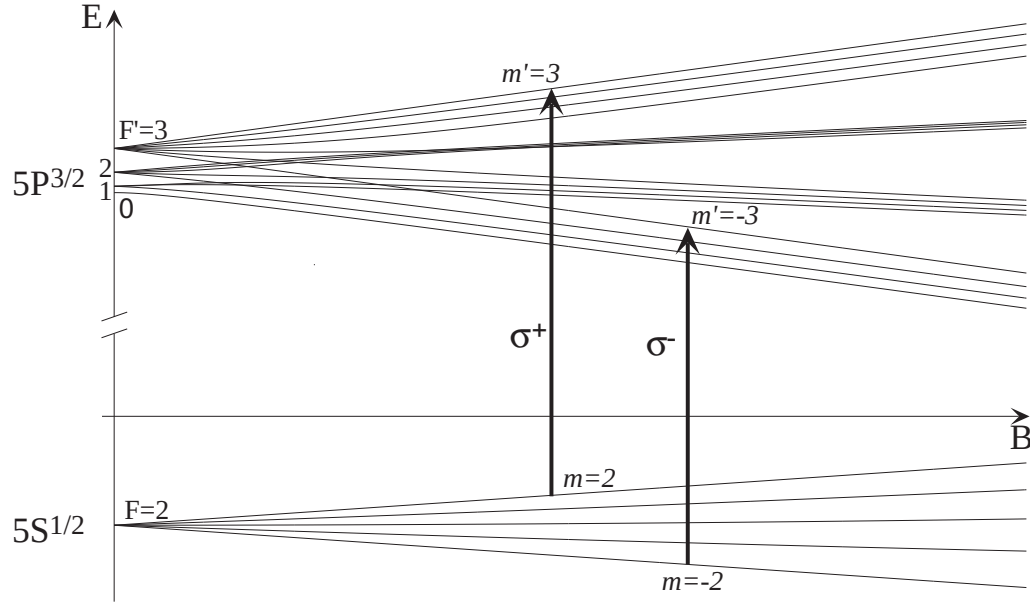


FIG. II.6 – Les deux transitions fermées utilisables pour le ralentissement des atomes. Elles correspondent à une polarisation du laser σ^+ ou σ^- .

En effet, en fin de ralentissement, les atomes ont une vitesse quasiment nulle et l'effet Doppler tend à s'annuler. Il suffit de terminer le ralentissement en zone de champ magnétique non nul pour que la fréquence de résonance du laser ralentisseur avec les atomes ralentis soit différente de la fréquence de résonance atomique en champ nul. Ainsi, le faisceau du ralentisseur peut traverser la zone du PMO, où le champ magnétique est relativement faible, sans exercer de force notable sur les atomes piégés.

II.3.2 Choix de la transition - Polarisation

Transition fermée

Au cours du ralentissement, les atomes échangent avec le laser ralentisseur plusieurs dizaines de milliers de photons. Il est impératif d'utiliser une transition fermée pour éviter que les atomes ne tombent systématiquement dans un état noir. Il est commode d'utiliser la transition $(F = 2) \rightarrow (F' = 3)$, car elle possède les deux seules vraies transitions à deux niveaux de ^{87}Rb , à savoir $|2, 2\rangle \rightarrow |3, 3\rangle$ et $|2, -2\rangle \rightarrow |3, -3\rangle$. Elles correspondent à l'utilisation d'un laser ralentisseur polarisé respectivement en σ^+ et en σ^- (fig. II.6), le champ étant parallèle à la direction de propagation du faisceau et du jet. Notons que ces niveaux subissent un décalage Zeeman linéaire pour toutes les gammes de champ magnétique (voir Annexe B).

Le facteur de Landé vaut $\frac{1}{2}$ pour $(5S_{\frac{1}{2}}, F = 2)$ et $\frac{2}{3}$ pour $(5P_{\frac{3}{2}}, F' = 3)$, ce qui donne pour les transitions considérées un décalage Zeeman en fréquence de $\pm\mu B$, où B est le

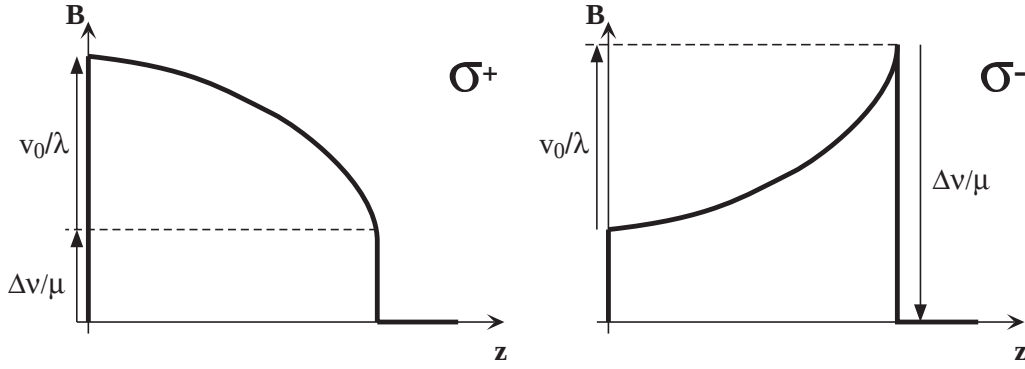


FIG. II.7 – Profil théorique du champ magnétique suivant la polarisation employée. En polarisation σ^- , le désaccord $\Delta\nu$ du laser est négatif.

champ magnétique et $\mu = \mu_B/h$. Le décalage Doppler en fréquence vaut $\Delta\nu_{\text{Doppler}} = \frac{v}{\lambda}$, donc B doit suivre un profil qui respecte la condition de résonance

$$v(z) = \lambda[\mu B(z) - \Delta\nu] \quad \text{en polarisation } \sigma^+, \quad (\text{II.5})$$

et

$$v(z) = \lambda[-\mu B(z) - \Delta\nu] \quad \text{en polarisation } \sigma^-, \quad (\text{II.6})$$

$v(z)$ et $B(z)$ étant respectivement la vitesse des atomes et le champ magnétique (positif) à la position z de l'axe de ralentissement. $\Delta\nu$ est le désaccord du laser par rapport à la transition atomique en champ nul. Pour une accélération a constante et une vitesse initiale v_0 , le champ suit le profil

$$B(z) = \pm \frac{1}{\mu} \left(\Delta\nu + \frac{v_0}{\lambda} \sqrt{1 - \frac{2az}{v_0^2}} \right) \quad \text{en polarisation } \sigma^\pm, \quad (\text{II.7})$$

présenté dans les deux situations sur la figure II.7.

Polarisation

Les deux types de ralentissement sont *a priori* identiques. La polarisation σ^+ , qui implique un champ magnétique décroissant avec z , a été utilisée pour la première fois par W. D. Phillips et H. Metcalf [83]. La difficulté majeure est l'extraction des atomes hors de la zone de ralentissement. En effet, comme il apparaît sur (II.5), pour un champ final non nul, le désaccord $\Delta\nu$ est positif. Lorsque le champ retombe à zéro², les

²Le profil théorique du champ est discontinu à la fin du ralentisseur, mais il est impossible en pratique de faire passer un champ magnétique d'une valeur finie à une valeur nulle sur une distance infiniment courte. Il est donc difficile de faire "dérocher" les atomes une fois qu'ils ont atteint la vitesse voulue.

atomes sont résonnants avec le laser pour une vitesse négative. Ils ont par conséquent tendance à rebrousser chemin avant d'arriver dans la zone où le champ magnétique s'annule complètement. Pour s'affranchir de cet effet, on peut par exemple dépomper volontairement les atomes dans $F = 1$ quand ils ont atteint la vitesse désirée [84].

Le ralentissement σ^- , proposé par Barrett *et al.* [85], résout également ce problème car, d'après II.6, $\Delta\nu$ est négatif. Lorsque le champ magnétique retombe à zéro, seuls des atomes ayant une vitesse croissante pourraient rester en résonance avec le laser, ce qui bien sûr est impossible. Les atomes “décrochent” donc naturellement de la condition de résonance, et s'extraient facilement de la zone de ralentissement³. Un inconvénient est que le champ magnétique est maximum à la sortie du ralentisseur, ce qui est susceptible de perturber le PMO.

Règles de sélection

On peut résumer ainsi les règles de sélection qui font qu'une fois que les atomes “accrochent” la condition de résonance (II.6), ils cyclent sur la transition $|2, -2\rangle \rightarrow |3, -3\rangle$:

1. sélection en énergie : seule la transition utilisée est résonnante avec le laser ralentisseur. Cependant, cette condition n'est pas parfaite à cause de la largeur finie des niveaux excités et de l'élargissement par saturation,
2. sélection par la polarisation : seul le niveau hyperfin $F' = 3$ possède un sous-niveau magnétique $m' = -3$ qui puisse être couplé à $|F = 2, m = -2\rangle$ *via* une transition σ^- ,
3. règle de sélection dipolaire ($\Delta F = 0, \pm 1$) : même en cas de défaut de polarisation, un atome excité dans le “mauvais” sous-niveau magnétique de $F' = 3$ ne peut se désexciter que sur $F = 2$. Il est ensuite éventuellement repompé dans le bon sous-niveau magnétique par le laser ralentisseur.

La probabilité de dépompage vers $F = 1$ est donc très faible, car elle ne peut se faire que par l'absorption d'un photon π (dû à un défaut de polarisation du laser ou bien d'alignement du champ magnétique), vers le niveau $F' = 2$ fortement non-résonnant.

II.3.3 Choix de la gamme du champ magnétique

Croisements dangereux

Capturer la moitié de la distribution thermique revient à abaisser la vitesse longitudinale des atomes de $\Delta v \simeq 300 \text{ m.s}^{-1}$, ce qui correspond à une variation du champ magnétique $\Delta B = \Delta v / \lambda \mu \simeq 275 \text{ G}$, et à une excursion en fréquence de 380 MHz, de

³Cet effet est utilisable en ralentissement σ^+ , si on fait localement croître le champ magnétique à la sortie du ralentisseur, à l'aide de bobines dites “d'extraction” [86].

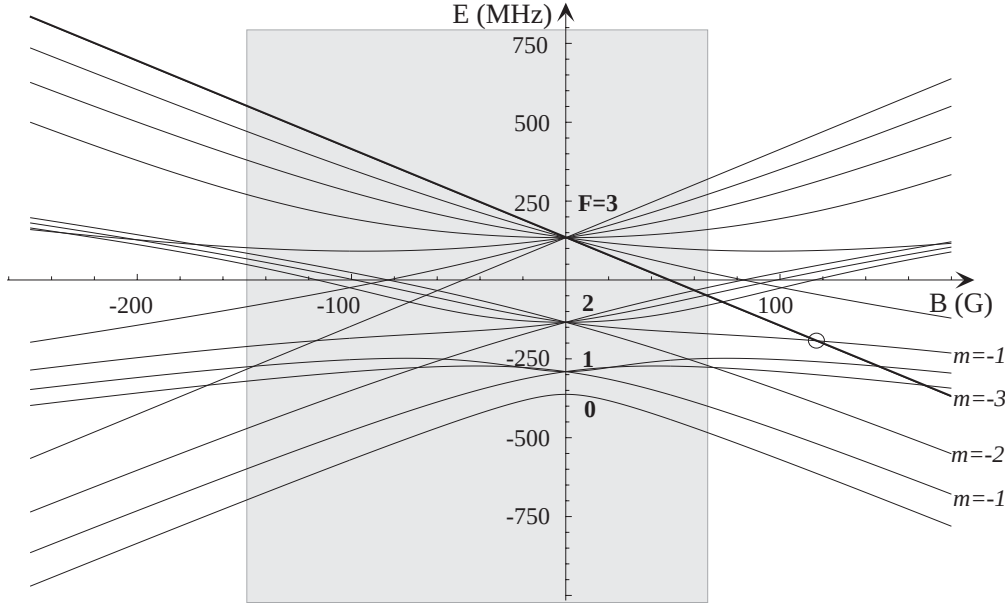


FIG. II.8 – Décalages Zeeman du niveau excité $5P_{\frac{3}{2}}$. Le cercle $\circ$ indique un croisement dangereux, au niveau duquel les atomes peuvent être pompés dans le mauvais niveau hyperfin $F = 1$. La zone grisée indique la gamme de champ que nous avons retenue.

l'ordre de la largeur de la structure hyperfine du niveau excité $5P_{\frac{3}{2}}$. La figure II.8 présente les décalages Zeeman du niveau $5P_{\frac{3}{2}}$, calculés dans l'annexe B.

Comme attendu en régime de champ intermédiaire, les divers niveaux magnétiques se croisent dans la gamme de champ qui nous intéresse. Le principal croisement dangereux est indiqué par un cercle. Sur ce point précis, le niveau excité de ralentissement $|3, -3\rangle$ est dégénéré avec le sous-niveaux magnétique $F' = 2, m' = -1$, qui respecte les règles de sélection dipolaire électrique $\Delta F = 0, \pm 1$ et $\Delta m = 0, \pm 1$. Le moindre défaut de polarisation peut par conséquent entraîner la perte des atomes vers le niveau fondamental $F = 1$. La solution habituellement employée est de se placer en champ fort, en régime de Paschen-Back. Si cette méthode est bien adaptée aux alcalins possédant une petite structure hyperfine, comme le Sodium, elle implique pour le Rubidium de se placer au-delà de 400 G [85]. Les inconvénients d'une telle solution sont multiples : d'une part le champ du ralentisseur risque de perturber fortement le PMO, et d'autre part générer un tel champ demande beaucoup de puissance électrique et dissipe beaucoup de chaleur.

Nous avons donc décidé d'utiliser une gamme de champ magnétique allant de -150 G à +60 G. Le champ magnétique s'annule au cours du ralentissement, et s'arrête avant le croisement dangereux. Le ralentissement est de type σ^+ au départ, et σ^- à la fin. Il est assez difficile de deviner ce qui se passe autour du point d'annulation du champ. L'axe de quantification cesse d'être physiquement défini, mais le laser ralentisseur maintient

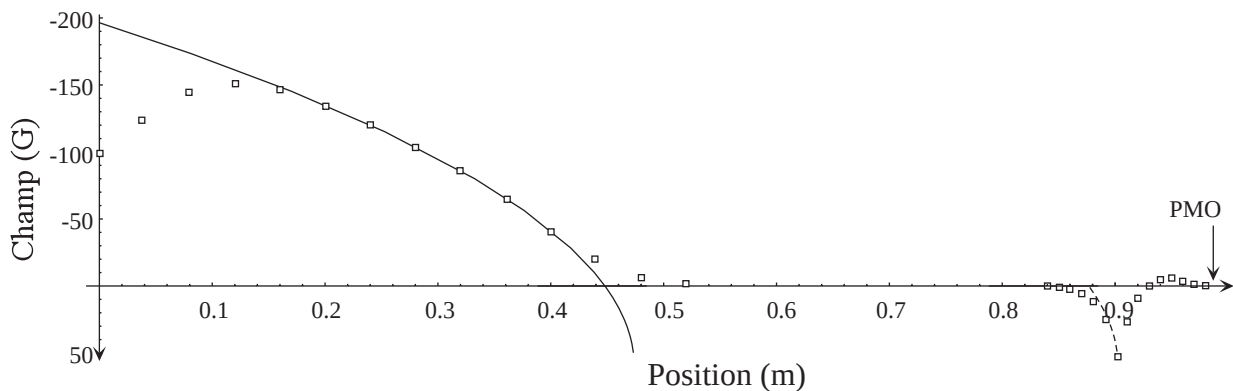


FIG. II.9 – Profil du champ magnétique du ralentisseur. En trait plein, le profil théorique à décélération constante. Les carrés représentent le champ mesuré. L'effet de la contre-bobine en fin de ralentisseur est visible.

les atomes polarisés. Par contre, la règle de sélection n°2 cesse de s'appliquer et le laser est susceptible d'exciter le niveau $F' = 2$, même fortement non résonnant. En pratique, nous avons été obligé d'ajouter un faisceau repompeur.

Solénoïde

Le champ est généré par 2 solénoïdes distincts, l'un pour la partie de champ négatif, de longueur 44 cm, l'autre pour la partie de champ positif, de longueur 7 cm. Ils sont constitués de plusieurs couches de fil de cuivre dont les longueurs ont été calculées numériquement pour ajuster le champ généré au profil théorique (fig II.9). Ce dernier est calculé en prenant une décélération constante $a_{\text{exp}} = a_{\text{max}}/1,33$. Le facteur de sécurité 1,33 compense les irrégularités du champ magnétique, la saturation finie du faisceau ralentisseur, etc, et permet de récupérer des atomes qui “décrochent” légèrement de la condition de résonance. Même s'il n'est pas toujours possible de suivre le profil théorique, l'essentiel est que la décélération qu'on impose aux atomes soit inférieure à a_{exp} . Il est à noter que le deuxième solénoïde comporte une “contre-bobine” accolée, et alimentée par un courant opposé. Elle est destinée à faire chuter rapidement le champ magnétique à l'extérieur du ralentisseur, et ses caractéristiques sont optimisées pour que le champ soit exactement nul au niveau du PMO.

II.3.4 Performances

Montage

Les deux solénoïdes ont été placés de part et d'autre de la croix de pompage (fig. II.1). Lors du ralentissement, la réémission aléatoire des photons fait diffuser les atomes dans l'espace des vitesses, et fait diverger le jet atomique, surtout en fin de

ralentissement, lorsque la vitesse longitudinale est faible et la vitesse transverse accumulée importante (quelques m.s^{-1}). On peut utiliser à l'intérieur du ralentisseur une collimation par mélasse transverse [87], ou une refocalisation par concentrateur [88]. Nous nous sommes contentés de placer le deuxième solénoïde très près de la zone de piégeage (12 cm), ce qui justifie l'utilisation d'une contre-bobine. La consommation électrique totale des deux solénoïdes s'élève à 40 W.

Le laser ralentisseur est désaccordé de $\Delta\nu = 130 \text{ MHz}$ par rapport à la transition $F = 2 \rightarrow F' = 3$. Le faisceau fait environ 1 cm de diamètre pour une puissance de 25 mW, ce qui le rend très saturant. Il est légèrement convergent pour compenser la divergence du jet atomique. Ce laser seul ne suffit pas à ralentir les atomes. En effet, il apparaît qu'ils sont totalement dépompés dans la zone de champ nul qui précède le ralentisseur, dans l'enceinte primaire. Nous avons été obligés de superposer au laser un autre faisceau, dit repompeur, désaccordé de -200 MHz par rapport à la transition $F = 1 \rightarrow F' = 2$ de la raie D_2 . La fréquence du repompeur s'est révélée ne pas être critique, et nous n'avons pas relevé de différence de comportement sur une plage de désaccord allant de -60 à -220 MHz. Par contre, il a été nécessaire d'utiliser une intensité minimale de 2 mW.cm^{-2} pour un diamètre de 1 cm. Le repompeur sert également pour la mélasse transverse (voir § II.2).

Caractérisation

Afin d'évaluer les performances de notre ralentisseur, nous avons éclairé le jet ralenti par un faisceau laser saturant balayable en fréquence, incliné d'un angle $\alpha = 45^\circ$ par rapport au jet, et avons imagé la fluorescence sur une photodiode (fig. II.10a). La condition de résonance de cette sonde est dominée par l'effet Doppler dû à la vitesse longitudinale v des atomes. La relation (II.1) devient ici $\Delta\nu = \frac{v}{\lambda} \cos \alpha$, ce qui permet d'évaluer ⁴ la distribution de v . La figure II.10b présente le spectre de fluorescence obtenu en sondant la transition fermée ($F = 2$) $\rightarrow$ ($F' = 3$). Conformément aux prévisions⁵, le ralentisseur capture les atomes jusqu'à une vitesse de 300 m.s^{-1} , et abaisse leur vitesse à moins de 50 m.s^{-1} . Sans faisceau ralentisseur, on observe la distribution de vitesse du jet non ralenti, centrée sur une vitesse $\bar{v}$ d'environ 350 m.s^{-1} . Le flux total d'atomes ralentis est déterminé en mesurant le taux de chargement du PMO, et vaut quelques 10^9 atomes par seconde pour une température du four de 120°C , avec la mélasse transverse allumée.

Il est à noter que le laser ralentisseur a une influence non négligeable sur le PMO. En effet, il est désaccordé de -130 MHz par rapport à la transition ($F = 2$) $\rightarrow$ ($F' = 3$),

⁴Déterminer précisément cette distribution reste difficile, car il faut tenir compte de la variation du temps de séjour des atomes dans la sonde, de la perturbation induite par celle-ci sur leur trajectoire, des effets de dépompage, etc.

⁵L'utilisation d'un faisceau très saturant augmente la plage de capture par rapport à ce que la gamme de champ magnétique employée ne le laisse prévoir.

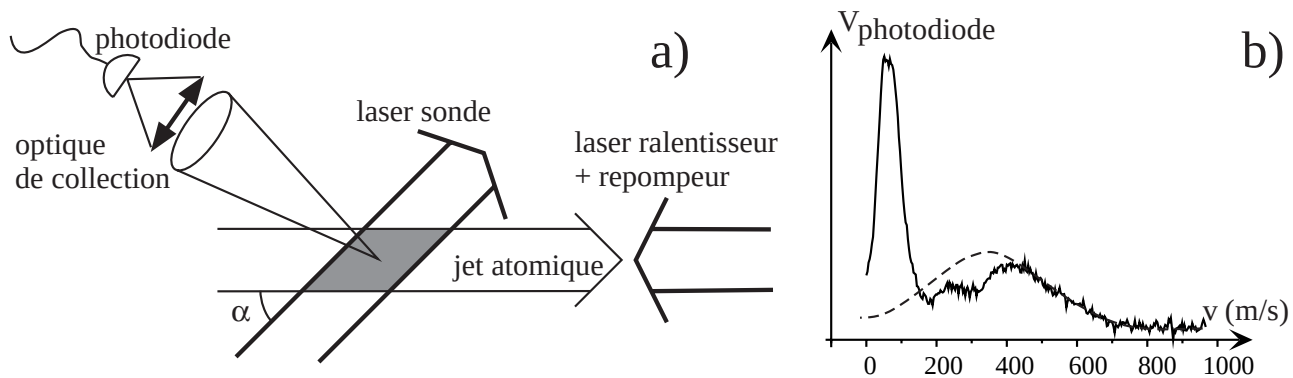


FIG. II.10 – Caractérisation du jet par mesure de fluorescence. En (a), montage expérimental. En (b), distribution en vitesse des atomes. La distribution non ralentie est indiquée en trait pointillé.

ce qui fait à peine 137 MHz par rapport à la transition non fermée ($F = 2$) $\rightarrow$ ($F' = 2$). Il favorise donc les processus de dépompage dans le PMO. Les atomes dans $F = 1$ sont ensuite repompés préférentiellement par le repompeur puissant du ralentisseur, ce qui induit une force nette qui décale légèrement le centre du PMO. Nous avons résolu ce problème en insérant un cache circulaire de 3 mm de diamètre dans le faisceau du laser de ralentissement et son repompeur, afin d'occulter la lumière qui traverse le nuage d'atomes piégés [89]. Le taux de chargement est alors divisé par trois, mais le nombre maximal d'atomes que peut contenir le PMO se trouve légèrement augmenté.

II.4 Piège magnéto-optique

II.4.1 Montage

Le jet d'atomes ralentis alimente en continu le piège magnéto-optique (PMO) dans la cellule en silice placée à l'extrémité de l'enceinte secondaire. Cette configuration est naturellement plus adaptée à notre dispositif qu'une enceinte métallique avec des hublots, car l'entrefer de l'électroaimant utilisé pour le piégeage magnétique est faible (voir § III.2.2). La cellule, de dimension 1 cm $\times$ 2 cm $\times$ 4 cm, est reliée à l'enceinte secondaire par un tube en verre de 15 cm de long et 2 cm de diamètre. La pression à l'intérieur est comprise entre 10^{-11} et 10^{-10} mbar, ce qui est suffisant pour la phase de refroidissement évaporatif.

Grâce à un champ magnétique quadrupolaire sphérique et à six faisceaux indépendants, deux-à-deux contra-propageants et polarisés σ^+/σ^- , le PMO conjugue un effet de mélasse à trois dimensions et une force de rappel vers le point de champ nul (§ I.2.4)[39]. Deux paires de faisceaux sont horizontales et font un angle de 45° avec l'axe du jet, l'autre paire étant verticale. Le champ quadrupolaire sphérique est généré

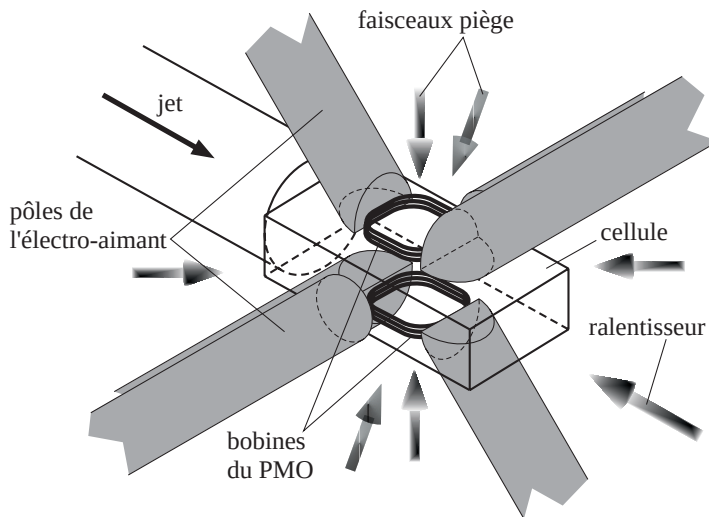


FIG. II.11 – Géométrie de la zone piégeage. Les pôles enserrant une cellule en verre de $1\text{ cm} \times 2\text{ cm} \times 4\text{ cm}$. Les bobines du PMO sont insérées dans l'entrefer.

par deux bobines de 20 tours chacune et de 12 mm de diamètre, placées dans l'entrefer (fig. II.11). Cette disposition est rendue impérative par le fait que les pôles de l'électroaimant ne respectent pas les axes de symétrie du champ nécessaire au PMO. Il est par conséquent impossible de générer un tel champ avec une excitation extérieure à l'électroaimant, sans qu'elle ne se couple avec la structure ferromagnétique et ne produise un champ respectant la géométrie de cette dernière. Les gradients obtenus avec les bobines du PMO selon les trois axes pour un courant de 2,5 A valent 40 G.cm^{-1} , 30 G.cm^{-1} et 10 G.cm^{-1} . La bobine inférieure est ajustable en hauteur, afin de faire coïncider le centre du PMO et celui du piège magnétique. Un faisceau repompeur est superposé aux faisceaux horizontaux, et accordé sur la transition $(F = 1) \rightarrow (F' = 2)$ de la raie D_2 . Avec des faisceaux de piégeage de 1,5 cm de diamètre, de 6 mW de puissance chacun, et désaccordés de -16 MHz par rapport à la transition $(F = 2) \rightarrow (F' = 3)$, il est possible de charger jusqu'à $3 \cdot 10^9$ atomes, avec une densité au centre de $2 \cdot 10^{10}\text{ cm}^{-3}$.

À ce stade, la température et la densité du nuage atomique sont adéquates au piégeage magnétique et au refroidissement évaporatif. Cependant, le nuage est spatialement étendu (quelques mm), et il est souhaitable de le comprimer pour augmenter sa densité et le taux de collision initial. Dans notre dispositif, il existe un autre inconvénient à l'utilisation d'un nuage très large. En effet, lors du transfert, l'adaptation du piège magnétique à un nuage étendu conduit à l'utilisation de courbures de potentiel de piégeage particulièrement faibles. Le centre du piège est alors décalé de quelques mm par la gravité, ce qui est rédhibitoire sachant que la cellule ne fait que 10 mm de hauteur. Après transfert, les atomes risquent de toucher la paroi inférieure. Nous avons donc été amenés à ajouter une phase de compression, appelée "dark spot", avant le transfert dans le piège magnétique. En outre, démarrer l'évaporation avec une den-

sité plus grande signifie partir avec un meilleur taux de collision, et donc de meilleures conditions initiales.

II.4.2 Dark spot

Dans un piège magnéto-optique contenant un grand nombre d'atomes, la densité est limitée par la diffusion multiple de photons [44] (§ I.2.5). Une solution imaginée par W. Ketterle est de pomper les atomes dans un état noir (*i.e* dans un état qui n'absorbe pas les photons du laser) au centre du piège [47]. Comme les atomes sont naturellement dé pompés vers le niveau hyperfin $F = 1$, il suffit pour cela de diminuer fortement l'intensité du laser repompeur afin d'augmenter le temps de séjour des atomes dans l'état $F = 1$, qui est noir. La diffusion multiple de photons est fortement réduite, mais la force de piégeage également. Elle est alors capable de comprimer les atomes déjà présent dans le PMO, mais pas d'en capturer de nouveaux. Il est donc nécessaire dans ce cas de séparer *temporellement* la phase de remplissage du piège, où le repompeur possède toute sa puissance, et la phase de compression du nuage, pendant laquelle l'intensité du repompeur est réduite.

Si on veut remplir directement le PMO dans sa configuration comprimée, il faut alors séparer *spatialement* la fonction de capture et la fonction de piégeage en occultant le centre du faisceau repompeur (fig. II.12). Ainsi, les atomes sont capturés sur les bords du piège, et cessent de fluorescer une fois au centre. Ce type de piège est appelé “dark spot” pour “Dark SPontaneous-force Optical Trap.” Cette technique fonctionne très bien sur des atomes de Sodium [47], car la petitesse de la structure hyperfine entraîne un taux de dé pompage vers $F = 1$ *via* $F' = 2$ important. Sur le Rubidium 87, ce taux de dé pompage est trop faible pour obtenir une fraction importante des atomes piégés dans l'état noir. On peut néanmoins forcer les atomes à “tomber” dans cet état en éclairant le piège avec un faisceau de faible puissance dit “dé pompeur”, et accordé sur la transition $(F = 2) \rightarrow (F' = 2)$ [90]. Au centre du piège, les atomes sont rapidement dé pompés vers $F = 1$ *via* $F' = 2$, alors que sur les bords, le repompeur annule les effets du dé pompeur. La figure II.13 résume les diverses fréquences et transitions utilisées.

Comme il a été souligné dans [90], pomper les atomes dans un état noir résout également le problème des pertes par collisions inélastiques assistées par la lumière [45] (§ I.5.2), ce qui permet en théorie d'augmenter le nombre d'atomes piégés. Étant donné la faible taille des faisceaux piège, et la difficulté d'aligner la zone sombre, nous n'avons pu atteindre ce régime qu'exceptionnellement, et au prix de beaucoup d'efforts. Nous avons donc opté pour une solution intermédiaire consistant à charger un PMO conventionnel, puis à commuter vers un dark spot. Nous utilisons deux faisceaux de repompage distincts. Le premier, dit “latéral”, est superposé aux faisceaux de piégeage horizontaux, et est sombre au centre. Le second, dit “central”, est superposé aux faisceaux verticaux, et éclaire la totalité du piège. Il est accordé sur la transition

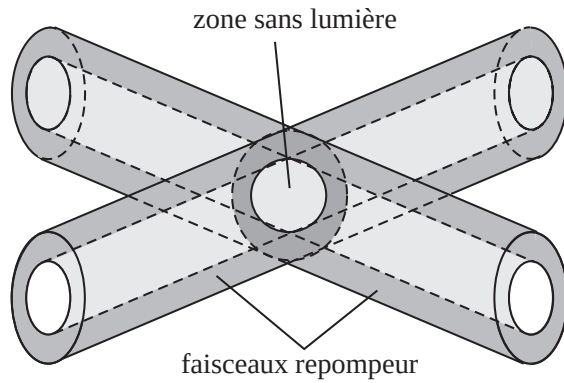


FIG. II.12 – Configuration du repompeur dans un dark spot. Les faisceaux, superposés aux faisceaux de piégeage (non représentés), sont sombres au centre. Ainsi, le centre du piège est exempt de repompeur.

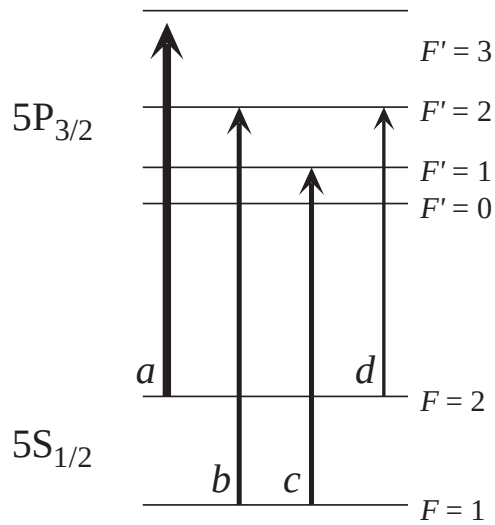


FIG. II.13 – Schéma des transitions utilisées dans le dark spot. a) laser piège. b) repompeur latéral. c) repompeur central. d) dépompeur.

($F = 1$) $\rightarrow$ ($F' = 1$). Pour passer du PMO au dark spot, nous éteignons le repompeur central, et allumons un faisceau dépompeur d'intensité $500 \mu\text{W}.\text{cm}^{-2}$. L'efficacité du dispositif repose sur la capacité à produire une zone complètement sombre au centre du repompeur latéral. Pour cela, nous imageons un cache noir de 3 mm au centre du piège grâce à une lentille de focale $f = 500 \text{ mm}$ avec une conjugaison $2f - 2f$. Il faut veiller à ce que les quatre bras du PMO qui porte le repompeur aient exactement la même longueur. Enfin, nous avons également placé un cache de la même taille dans le faisceau ralentisseur (§ II.3.4) afin de supprimer la lumière du repompeur du ralentisseur au niveau du dark-spot. La densité au centre du dark spot atteint alors $2.10^{11} \text{ cm}^{-3}$.

Comme les atomes dans l'état noir ne subissent plus de refroidissement par laser, la température atteinte dans le dark spot ($120 \mu\text{K}$) est plus élevée que celle d'un PMO conventionnel. Nous faisons donc suivre la phase de compression par une phase de refroidissement par effet Sisyphé. Pour cela, il suffit de réaliser une mélasse optique en coupant le champ quadrupolaire sphérique du PMO et en augmentant le désaccord des faisceaux de piégeage jusqu'à -46 MHz. Après 2 ms, la température de l'échantillon est abaissée à $60 \mu\text{K}$, sans perte notable en densité.

II.4.3 Séquence de chargement

La séquence de piégeage et de refroidissement se compose de 4 grandes parties :

- chargement du PMO pendant quelques secondes,
- extinction du ralentisseur (solénoïdes et faisceaux laser), et commutation vers le dark spot pendant quelques dizaines de millisecondes,
- refroidissement par mélasse optique pendant 2 ms,
- préparation, par pompage optique, de l'échantillon dans le niveau hyperfin et le sous-niveau magnétique désiré en 1 à 2 ms.

Les détails de la séquence sont présentés dans le tableau II.1

II.4.4 Pompage optique

Le choix de l'état interne que l'on souhaite piéger magnétiquement se fait par pompage optique. Il faut différencier le pompage hyperfin, qui discrimine les états $F = 1$ et $F = 2$, du pompage Zeeman, qui sélectionne à l'intérieur d'un niveau hyperfin le sous-niveau magnétique que l'on souhaite piéger. Si le pompage Zeeman n'est pas indispensable — les divers sous-niveaux magnétiques sont en général équi-répartis à l'intérieur du PMO, et le sous-niveau choisi est forcément partiellement peuplé —, il est par contre nécessaire de prêter attention à l'état hyperfin des atomes à la sortie de la phase mélasse optique.

	PMO 5 s	Dark spot 50 ms	Mélasse 2 ms	Pompage opt. 1 ms
Laser ralentisseur	■			
Champ B du PMO	■	■		
Laser piège ($2 \rightarrow 3$)		■	■	
Repompeur cent. ($1 \rightarrow 1$)	■			
Repompeur lat. ($1 \rightarrow 2$)		■	■	éventuellement
Dépompeur ($2 \rightarrow 2$)			■	éventuellement

TAB. II.1 – Séquence de préparation d'un échantillon atomique froid et polarisé. Suivant le niveau hyperfin que l'on souhaite piéger, on utilise le dépompeur ou le repompeur lors de la dernière phase.

Pompage hyperfin

Le niveau hyperfin est sélectionné en appliquant à la fin de la phase de mélasse optique une impulsion lumineuse de fréquence judicieusement choisie. Pour piéger les atomes dans $F = 2$, il suffit de laisser le repompeur latéral $[(F = 1) \rightarrow (F' = 2)]$ allumé pendant 2 ms après la coupure du PMO⁶. Pour piéger les atomes dans $F = 1$, on applique sur la transition $(F = 2) \rightarrow (F' = 2)$ une impulsion lumineuse de 1 ms et de $500 \mu\text{W}$ avec le faisceau dépompeur⁷. Le procédé est efficace, mais la forte densité rend difficile l'élimination complète des atomes dans $F = 2$ (voir § II.4.4). Cela peut avoir des répercussions importantes sur le reste des opérations (voir § IV.2.3).

Pompage Zeeman

Le pompage Zeeman est plus délicat à mettre en œuvre. Il nécessite :

- de lever la dégénérescence entre sous-niveaux magnétiques par un champ magnétique directeur,
- de polariser et d'aligner soigneusement le faisceau de pompage,
- de choisir une transition hyperfine pour laquelle l'état cible est un état noir. Ainsi une fois que les atomes sont dans le bon sous-niveau magnétique, ils cessent d'échanger des photons avec le laser, et ne sont pas chauffés outre mesure,
- de superposer un éventuel repompeur.

Prenons le cas du sous-niveau Zeeman $|2, 2\rangle$. Nous avons réalisé un pompage Zeeman grâce au laser dépompeur, accordé sur la transition $(F = 2) \rightarrow (F' = 2)$, polarisé

⁶Même si le repompeur latéral est sombre au centre, la lumière parasite suffit à repomper les atomes qui sont dans l'état noir $F = 1$.

⁷En fait, le faisceau dépompeur est scindé en 2 parties contra-propageantes pour éviter de pousser les atomes.

en σ^+ , et aligné suivant l'axe du dipôle de l'électroaimant. Nous avons appliqué un champ directeur de quelques Gauss et allumé le repompeur central car la transition $(F = 2) \rightarrow (F' = 2)$ est ouverte. Avec peu d'atomes ($\sim 10^7$), le résultat est probant et nous pouvons transférer plus de 95% des atomes dans le piège magnétique [91]. Par contre, pour un nuage contenant plus de 10^9 atomes, nous n'avons pas dépassé 60% d'efficacité. La difficulté est la même pour transférer les atomes dans l'état $|1, -1\rangle$.

Limites du pompage optique

Pourquoi l'efficacité du pompage optique est-elle fortement réduite lorsqu'il est appliqué à des échantillons optiquement épais ? Au fur et à mesure que les atomes sont pompés dans l'état noir, le nuage devient transparent pour le faisceau de pompage, mais par contre il devient optiquement épais pour les photons de fluorescence émis lors de la désexcitation vers l'état noir. À chaque fois qu'un atome est pompé dans l'état noir, il émet un photon de fluorescence qui dépompe avec une forte probabilité un autre atome déjà dans l'état noir. Une analyse détaillée du piégeage radiatif de ces photons spontanés est effectuée dans la référence [92], où l'efficacité du pompage optique est calculée dans le cas d'une pompe à large bande.

Évaluons à titre d'exemple la réduction du taux de pompage, dans le cas du pompage hyperfin de $F = 2$ vers $F = 1$, *lorsque presque tous les atomes ont été pompés dans $F = 1$* (fig. II.14). Cela signifie que le nuage est optiquement épais pour des photons résonnants avec la transition $(F = 1) \rightarrow (F' = 2)$, et optiquement mince pour des photons résonnants avec la transition $(F = 2) \rightarrow (F' = 2)$. Un photon spontané émis par la désexcitation de $F' = 2$ vers $F = 1$ a une probabilité p très faible d'émerger du nuage sans être réabsorbé par un atome dans l'état $F = 1$. En notant σ_{abs} la section efficace totale d'absorption, la section efficace d'un tel événement vaut, avec les notations de la figure II.14 : $\sigma = \gamma \sigma_{\text{abs}}$. En modélisant le nuage atomique par une sphère homogène de densité n_0 et de diamètre D , le trajet moyen que doit parcourir le photon pour s'extraire du nuage est de l'ordre de $D/2$, et la probabilité p s'écrit simplement :

$$p = e^{-n_0 \sigma \frac{D}{2}} = e^{-\gamma \frac{e_{\text{op}}}{2}} \ll 1, \quad (\text{II.8})$$

où e_{op} est l'épaisseur optique à résonance du nuage. Le taux de désexcitation de $F' = 2$ vers $F = 1$ est pondéré par cette probabilité de réabsorption, et vaut donc $p\gamma\Gamma \ll \Gamma$. C'est ce taux qui limite la vitesse d'évolution des populations des trois niveaux. Par contre, on peut considérer que les cohérences entre les niveaux relaxent sous l'effet de l'émission spontanée à un taux $\Gamma/2$ [93], c'est-à-dire beaucoup plus rapidement que les populations. Les cohérences sont asservies sur les populations et on peut les éliminer adiabatiquement des équations de Bloch optiques, ce qui conduit aux équations de

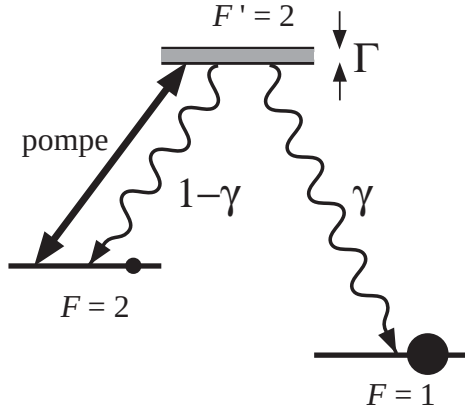


FIG. II.14 – *Pompage hyperfin de $F = 2$ vers $F = 1$. Les rapports de branchement de l'émission spontanée sont notés γ et $1 - \gamma$.*

taux :

$$\dot{\rho}_{F=2} = \frac{\Gamma}{2} s (\rho_{F'=2} - \rho_{F=2}) + (1 - \gamma) \Gamma \rho_{F'=2}, \quad (\text{II.9})$$

$$\dot{\rho}_{F'=2} = \frac{\Gamma}{2} s (\rho_{F=2} - \rho_{F'=2}) - [(1 - \gamma) + p\gamma] \Gamma \rho_{F'=2}, \quad (\text{II.10})$$

$$\dot{\rho}_{F=1} = p\gamma \Gamma \rho_{F'=2}, \quad (\text{II.11})$$

où s est le paramètre de saturation de la pompe.

Sachant que $p \ll 1$, les populations $\rho_{F=2}$ et $\rho_{F'=2}$ relaxent rapidement (en $1/\Gamma$) vers l'état stationnaire obtenu en faisant $p = 0$. On a alors $\rho_{F=2} \simeq \rho_{F'=2}$ à forte saturation ($s \gg 1$). Pour trouver les variations des populations à l'échelle de temps $1/p\Gamma$, on somme (II.9) et (II.10), et on en déduit l'équation de pompage :

$$\dot{\rho}_{F=2} = -\frac{1}{2} p \gamma \Gamma \rho_{F=2}. \quad (\text{II.12})$$

L'état de départ $F = 2$ se vide donc exponentiellement avec une constante de temps en $1/p\gamma\Gamma$, alors qu'en l'absence de réabsorption, le taux pompage optique vaut environ Γ . Pour les transitions considérées, $\gamma = \frac{1}{2}$ (fig. I.1). Dans notre expérience, l'épaisseur optique e_{op} à résonance est couramment supérieure à 50, ce qui entraîne une réduction du taux de pompage d'environ $4e^{12,5} \simeq 10^6$! Il passe ainsi de 10^7 s^{-1} à 10 s^{-1} . Les derniers atomes sont donc très difficiles à pomper et en pratique, nous gardons difficilement moins de 0,1 pour mille des atomes dans $F = 2$, soit 10^5 atomes.

Il faut cependant remarquer que le processus tend vers une efficacité de 1 pour un temps de pompage suffisamment long. Ce n'est pas le cas s'il existe un couplage, aussi faible soit-il, entre l'état d'arrivée et l'état de départ. Étudions le cas du pompage Zeeman vers l'état ($F = 2, m = 2$) par un faisceau saturant polarisé σ^+ , représenté figure II.15. Pour simplifier le problème, nous faisons les hypothèses suivantes :

- la pompe est saturante⁸ ($s \gg 1$),

⁸Cette hypothèse est discutable dans le cas d'un milieu optiquement dense, car à cause de l'absorption, la pompe n'est pas homogène dans tout le nuage.

- nous faisons abstraction du repompeur,
- nous ne considérons que les états $m = 1$ et $m = 2$,
- nous modélisons les défauts de pompage par une excitation π de saturation $s' \ll 1$ sur l'état $m = 2$ (fig. II.16).

De la même façon que précédemment, on peut écrire des équations de taux décrivant les populations de ces trois niveaux “en Λ ”. La désexcitation du niveau excité est là aussi fortement modifiée par le fait que les photons spontanés ont une faible probabilité d'émerger du nuage sans être réabsorbés. Appelons p_1 et p_2 ces probabilités, suivant que la désexcitation se produit vers l'état $m = 1$ ou l'état $m = 2$. On les évalue comme ci-dessus :

$$p_1 \simeq e^{-\frac{(1-\gamma)\rho_{m=1}}{2}e_{\text{op}}}, \quad (\text{II.13})$$

$$p_2 \simeq e^{-\frac{\gamma\rho_{m=2}}{2}e_{\text{op}}}. \quad (\text{II.14})$$

Les équations de taux ainsi modifiées s'écrivent :

$$\dot{\rho}_{m=1} = \frac{\Gamma}{2}s (\rho_{m'=2} - \rho_{m=1}) + p_1(1-\gamma)\Gamma\rho_{m'=2}, \quad (\text{II.15})$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{m'=2} &= \frac{\Gamma}{2}s (\rho_{m=1} - \rho_{m'=2}) + \frac{\Gamma}{2}s' (\rho_{m=2} - \rho_{m'=2}) \\ &\quad - [p_1(1-\gamma) + p_2\gamma]\Gamma\rho_{m'=2}, \end{aligned} \quad (\text{II.16})$$

$$\dot{\rho}_{m=2} = \frac{\Gamma}{2}s' (\rho_{m'=2} - \rho_{m=2}) + p_2\gamma\Gamma\rho_{m'=2}, \quad (\text{II.17})$$

On en déduit, en éliminant $\rho_{m'=2}$ entre (II.15) et (II.16), et en négligeant p_1 devant s , une relation entre la population de l'état $m = 1$ et celle de l'état $m = 2$ en régime stationnaire :

$$\left(\frac{s'}{2} + p_2\gamma\right)\rho_{m=1} = \frac{s'}{2}\rho_{m=2}. \quad (\text{II.18})$$

Ce résultat est fort différent de ce que l'on obtient habituellement pour un système “en Λ ” sans réabsorption. Dans ce dernier cas, les atomes s'accumulent dans un état noir dont le rapport des populations des 2 états fondamentaux est égal au rapport des intensités des excitations lumineuses [94].

La courbe de la figure II.17 représente le paramètre de saturation s' requis — il est égal au défaut de polarisation de la pompe dans le cas où celle-ci est juste saturante — en fonction de l'efficacité du pompage, exprimée par la population dans l'état $m = 2$ rapportée à la population totale dans les états $m = 1$ et $m = 2$. L'épaisseur optique a été prise égale à 50, et pour les transitions considérées, $\gamma = \frac{2}{3}$. Il apparaît clairement que très rapidement, pour une efficacité à peine supérieure à 50%, la polarisation doit être contrôlée extrêmement précisément. Sachant que le niveau $F = 2$ est dégénéré 5 fois et que la transition utilisée est ouverte et nécessite un repompeur, il n'est pas étonnant que nous n'ayons pas obtenu d'efficacité supérieure à 60%.

L'amélioration de la densité et du nombre d'atomes dans le PMO nous a même conduit à supprimer la séquence de pompage Zeeman.

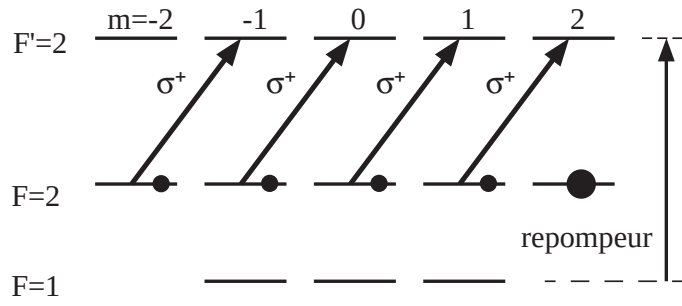


FIG. II.15 – Pompage optique Zeeman vers l'état noir $|2, 2\rangle$. La transition $2 \rightarrow 2$ n'est pas fermée et requiert l'usage d'un repompeur.

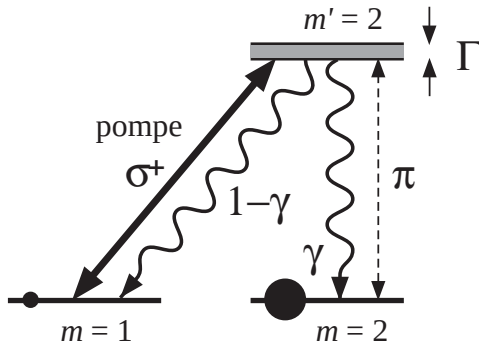


FIG. II.16 – Modélisation du pompage Zeeman vers l'état noir $|2, 2\rangle$. Les notations sont les mêmes que pour la figure II.14. Un défaut de polarisation du faisceau de pompage induit — par exemple — une excitation π sur la transition $|2, 2\rangle \rightarrow |2, 2\rangle$.

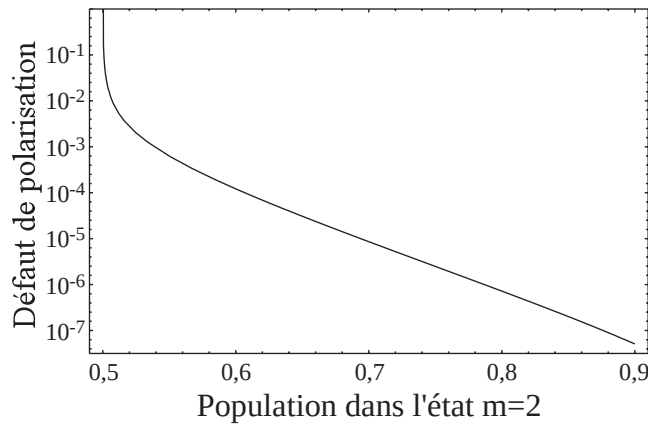


FIG. II.17 – Défaut de polarisation maximum requis pour atteindre une efficacité de pompage donnée. Elle est représentée par la population dans l'état final que l'on souhaite obtenir. L'épaisseur optique du nuage est de 50.

II.5 Sources laser

II.5.1 Diodes laser [95]

L'expérience nécessite de nombreux faisceaux laser, de puissance allant de $10\mu\text{W}$ à 10mW , et accordés sur diverses transitions de la raie D_2 . En outre, afin de n'être limité que par la largeur de raie naturelle, il est souvent avantageux d'utiliser des sources lumineuses de largeur spectrale inférieure à 6MHz . La solution retenue est d'injecter des diodes laser esclaves de puissance (de 50 à 100mW) par une diode laser maître DBR⁹ de faible puissance (5mW) et fine (1MHz de largeur spectrale). Seul le repompeur est une diode laser en fonctionnement libre, avec une largeur de raie d'environ 30MHz , et une puissance de 50mW .

Le maître et le repompeur sont asservis sur un signal d'absorption saturée, généré par modulation à 50kHz du courant de la diode. Dans le cas du maître, la modulation est choisie suffisamment faible pour induire une modulation de fréquence d'amplitude inférieure à 2MHz , ce qui évite toute répercussion sur les processus de piégeage et de refroidissement par laser. Ensuite, les diverses fréquences sont dérivées de la fréquence du maître par des modulateurs acousto-optiques.

Nota. Nous avons également asservi pendant un temps les lasers sur le signal d'absorption saturée par spectroscopie de modulation de fréquence. Cela consiste à moduler la fréquence du faisceau servant pour l'absorption saturée avec un cristal électro-optique, à haute fréquence (13MHz). Ce type d'asservissement, très performant et à large bande, présente l'avantage de ne pas induire de modulation sur le faisceau principal du laser. Malheureusement, il s'est révélé très sensible au rayonnement radio-fréquence dans la bande $100 - 200\text{MHz}$ utilisé pendant la phase d'évaporation, ce qui nous a conduit à opter pour la modulation de courant à basse fréquence.

L'asservissement de la diode sonde, un peu différent, est décrit dans la section § II.6.5.

II.5.2 Précautions expérimentales

Afin de respecter la séquence de refroidissement avec une précision temporelle meilleure que la fraction de la milliseconde, il est commode de contrôler l'interruption des faisceaux laser avec des modulateurs acousto-optiques (MAO). Cependant, il y a toujours une légère diffraction, même lorsque l'onde acoustique est "coupée". Pour pallier cet inconvénient, chaque MAO d'interruption est suivi d'un obturateur mécanique, placé au point focal d'un télescope afin d'obtenir un temps de coupure plus court. L'obturateur est synchronisé de telle sorte qu'il occulte le faisceau dans la milliseconde qui suit l'extinction du MAO. Ces précautions sont largement suffisantes pour toutes les phases de refroidissement par laser.

⁹Distributed Bragg Reflector

Par contre, il faut être beaucoup plus précautionneux pour la phase de piégeage magnétique. En effet, il suffit d'un seul photon pour pomper un atome du piège dans un niveau non-piégeant. Par exemple, pour conserver les atomes sur une durée moyenne de 10 s, ils doivent être exposés à une intensité de lumière résonnante inférieure à $10^{-8} \text{ mW.cm}^{-2}$, ce qui correspond à une tache lumineuse de 1 mW à peine rayonnant de façon diffuse à une distance de 1 m. Les lasers sont donc isolés du reste de l'expérience par d'épais rideaux noirs, et tout a été mis en œuvre pour faire la chasse à la lumière parasite.

II.6 Système d'imagerie

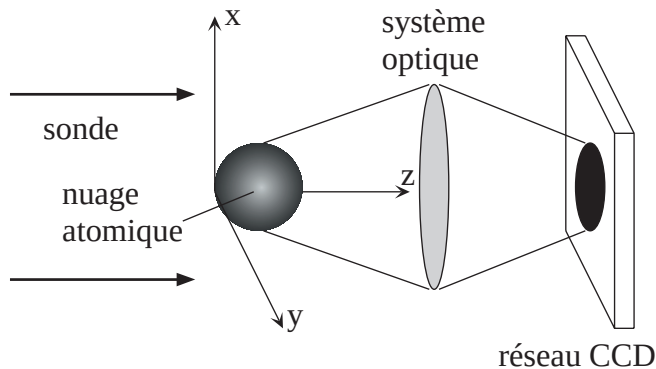
Dans une expérience de condensation de Bose-Einstein, la plupart des informations sont contenues dans la distribution spatiale des atomes, que ce soit pour caractériser le PMO, ou bien pour étudier le nuage dans le piège magnétique. Il est donc nécessaire de se munir d'un système d'imagerie performant, capable de mesurer un faible nombre d'atomes et de résoudre des objets de $10 \mu\text{m}$.

II.6.1 Imagerie par absorption

L'interaction des atomes avec un faisceau résonnant peut être décrite en terme d'indice de réfraction. La partie réelle de l'indice déphase l'onde lumineuse tandis que la partie imaginaire l'atténue. L'imagerie par absorption tire profit de la partie imaginaire de l'indice. Elle consiste à imager l'ombre du nuage atomique sur un réseau CCD, c'est-à-dire à mesurer le coefficient de transmission du nuage (fig. II.18). Comme l'atténuation correspond à l'absorption et à l'émission spontanée de photons, il est clair que cette méthode est destructive dès que les atomes étudiés sont en-dessous de la vitesse de recul. De plus, elle ne permet pas de sonder les atomes directement dans le piège magnétique sans les dépomper vers des états non piégeants. En pratique, on éteint le piège — magnéto-optique ou magnétique — avant la prise d'image. Le laser d'imagerie sonde la transition $(F = 2) \rightarrow (F' = 3)$, et l'impulsion lumineuse dure entre 100 et 200 μs . L'intensité est ajustée de façon à utiliser au mieux la dynamique de la CCD, et dépend donc du facteur de grandissement du système d'imagerie, qui vaut 1 ou 4 suivant l'objet qu'on souhaite observer. Elle vaut $1 \mu\text{W.cm}^{-2}$ pour les images du PMO (resp. $13 \mu\text{W.cm}^{-2}$ pour les images du piège magnétique), ce qui correspond, pour un désaccord typique de 12 MHz, à 1 (resp. 13) photon(s) échangé(s) en moyenne par atome. L'impulsion communiquée est trop faible pour changer significativement le désaccord de la sonde par effet Doppler.

Nous avons réalisé des expériences de piégeage magnétique sur les deux niveaux hyperfins $F = 1$ et $F = 2$. Dans le cas de $F = 1$, nous appliquons avant l'impulsion

FIG. II.18 – Principe de l'imagerie par absorption.



sonde une impulsion de repompeur central sur la transition $(F = 1) \rightarrow (F' = 1)$, d'une durée de $100 \mu\text{s}$, afin de repomper les atomes dans $F = 2$.

II.6.2 Analyse des images

Soit $\sigma_{\text{abs}}(\delta)$ la section efficace d'absorption au désaccord δ de la sonde. Le facteur de transmission de l'intensité au point (x, y) vaut, pour une sonde non saturante :

$$\frac{I_{\text{transmis}}(x, y)}{I_{\text{incident}}(x, y)} = \exp \left[- \int n(x, y, z) \sigma_{\text{abs}}(\delta) dz \right], \quad (\text{II.19})$$

où $n(x, y, z)$ est la densité atomique au point (x, y, z) . On peut donc extraire directement la densité "colonne" (*i.e* intégrée sur z) à partir de la figure d'absorption, et en déduire le nombre d'atomes par intégration sur x et sur y . La densité au centre est extraite moyennant une hypothèse sur le profil de densité suivant z . Dans le cas d'un PMO, le nuage atomique possède une symétrie sphérique. Dans le cas d'un nuage piégé magnétiquement, la symétrie cylindrique suivant le dipôle (voir § III.2.1) assure un profil identique suivant l'axe de visualisation z et l'une des deux autres dimensions.

Dans le PMO, les distributions spatiale et dans l'espace des vitesses sont gaussiennes et isotropes. Pour un nuage initialement piégé et en expansion libre depuis un temps t , il existe une relation simple entre la taille RMS mesurée σ , la taille initiale σ_0 , et la largeur RMS de la distribution des vitesses σ_v :

$$\sigma^2 = \sigma_0^2 + \sigma_v^2 t^2. \quad (\text{II.20})$$

Il est par conséquent possible de mesurer la température du nuage $T = \frac{M \sigma_v^2}{k_B}$ en mesurant la taille du nuage pour différents temps de vol t .

Dans le cas d'un gaz non condensé à l'équilibre dans un piège magnétique harmonique, les distributions dans l'espace réel et des vitesses sont rigoureusement gaussiennes, et leurs largeurs respectives σ_{0_i} et σ_{v_i} dans la dimension i sont données par le

théorème d'équipartition de l'énergie :

$$\frac{1}{2}k_{\text{B}}T = \frac{1}{2}M\sigma_{v_i}^2 = \frac{1}{2}M\omega_i^2\sigma_{0_i}^2, \quad (\text{II.21})$$

où ω_i est la fréquence d'oscillation du piège dans la direction i . Cette relation entre T , σ_{0_i} et $\sigma_{v_i} \equiv \sigma_v$, permet d'extraire toutes les informations utiles d'une seule image en faisant l'hypothèse de symétrie cylindrique autour de l'axe du dipôle, et pourvu que l'on connaisse au moins une des fréquences d'oscillation ω_i . En effet, d'après (II.20) et (II.21), la taille σ_i du nuage suivant la direction i après un temps de vol t est donnée par :

$$\sigma_i^2 = \sigma_{0_i}^2(1 + \omega_i^2)t^2, \quad (\text{II.22})$$

ce qui permet, connaissant σ_i^2 et t , d'en déduire σ_{0_i} , puis, à l'aide de (II.21), σ_{v_i} et T . Nous avons vérifié la validité de cette méthode en comparant la température obtenue avec celle qu'on extrait en mesurant la taille du nuage après un temps de vol libre variable. La cohérence des résultats obtenus par ces deux méthodes, ainsi que similarité des températures mesurées suivant les deux directions perpendiculaires à l'axe de la sonde, permettent de contrôler la validité des calibrations de l'expérience, et en particulier les fréquences d'oscillation. Une exception notable : la comparaison de ces méthodes ne permet pas de tester la calibration du grandissement du système d'imagerie.

Cette méthode s'étend au cas d'un gaz dégénéré. Le nombre d'atomes est donné par intégration du profil d'absorption, qui présente alors une double structure, correspondant à la partie condensée et à la partie thermique du nuage. La température est mesurable *via* la taille de la partie thermique du nuage. Il convient alors de faire un ajustement sur les ailes du profil d'absorption, là où les atomes sont peu sensibles à la distribution de Bose-Einstein.

II.6.3 Section efficace d'absorption

La mesure du nombre d'atomes repose sur la connaissance de la section efficace d'absorption à résonance $\sigma_{\text{abs}}(0)$, de laquelle on déduit celle à désaccord δ et à faible saturation [93] :

$$\sigma_{\text{abs}}(\delta) = \frac{\sigma_{\text{abs}}(0)}{1 + \frac{4\delta^2}{\Gamma^2}}. \quad (\text{II.23})$$

Pour un système à deux niveaux, la section efficace à désaccord nul ne dépend que de la longueur d'onde λ de la transition :

$$\sigma_{\text{abs}}(0) = \frac{3\lambda^2}{2\pi}. \quad (\text{II.24})$$

Dans le cas de la transition $(F = 2) \rightarrow (F' = 3)$ utilisée ici, la situation est beaucoup plus compliquée, et la section efficace dépend de la polarisation de l'échantillon, de celle de la sonde, des effets de pompage, etc. Dans le PMO, on peut considérer que les atomes sont équi-répartis sur tous les niveaux magnétiques. Bien que la sonde soit polarisée, le nombre de photons échangés (un seul en moyenne) est suffisamment faible pour éviter les effets du pompage optique, et la section efficace d'absorption est pondérée par la moyenne des carrés des coefficients de Clebsch-Gordan de la transition $(F = 2) \rightarrow (F' = 3)$. Ce facteur correctif vaut 0,47.

Dans le cas du piège magnétique, les atomes sont polarisés, et lors de la coupure du piège, ils suivent adiabatiquement les variations du champ magnétique. On peut donc supposer qu'au moment de la prise d'image, les atomes sont toujours polarisés suivant la direction locale du champ rémanent. Ce champ n'a aucune raison d'être homogène, ni d'être aligné avec la direction de polarisation (linéaire) de la sonde, ce qui supprime également les effets de pompage optique. Nous appliquons par conséquent à la section efficace d'absorption à 2 niveaux (II.24) le même coefficient de pondération que pour le PMO :

$$\sigma_{\text{abs}}(0) = 0,47 \frac{3\lambda^2}{2\pi}. \quad (\text{II.25})$$

II.6.4 Montage optique

Le système d'imagerie doit être capable de résoudre des détails aussi petits qu'un condensat de Bose-Einstein, c'est-à-dire de l'ordre de $10\,\mu\text{m}$. Il est donc nécessaire d'utiliser un système optique à forte ouverture numérique, corrigé des aberrations sphériques. Un objectif de microscope semble naturellement indiqué pour cet usage, mais il est impossible de l'approcher suffisamment près du nuage atomique. Nous avons donc construit un système de transport d'image [96] consistant en 2 doublets corrigés des aberrations sphériques montés en configuration $f - 2f - f$ (fig. II.19). Le grandissement est de 1, et l'image obtenue est imagée sur la caméra CCD par un objectif de microscope $\times 4$ ou un objectif de photographie, selon le grandissement désiré. Les doublets ont une focale de 145 mm pour un diamètre de 40 mm, ce qui fait une ouverture numérique de 3,6, et donne une résolution limitée par la diffraction de $3,5\,\mu\text{m}$. Expérimentalement, nous avons mesuré une résolution de $5\,\mu\text{m}$.

Il est également important d'avoir un faisceau sonde le plus homogène possible. Il est filtré spatialement par passage dans une fibre optique, et collimaté par un objectif de microscope. Afin de s'affranchir des inhomogénéités résiduelles de la sonde (les faces de la cellule ne sont pas traitées anti-reflet), la transmission du nuage est calculée en divisant point par point une image avec atomes par une image sans atomes, prise 100 ms après la première.

Dans sa version actuelle, le système d'imagerie permet de sonder les atomes verticalement, à travers les bobines du PMO (fig. II.11). Ce choix, guidé par des raisons

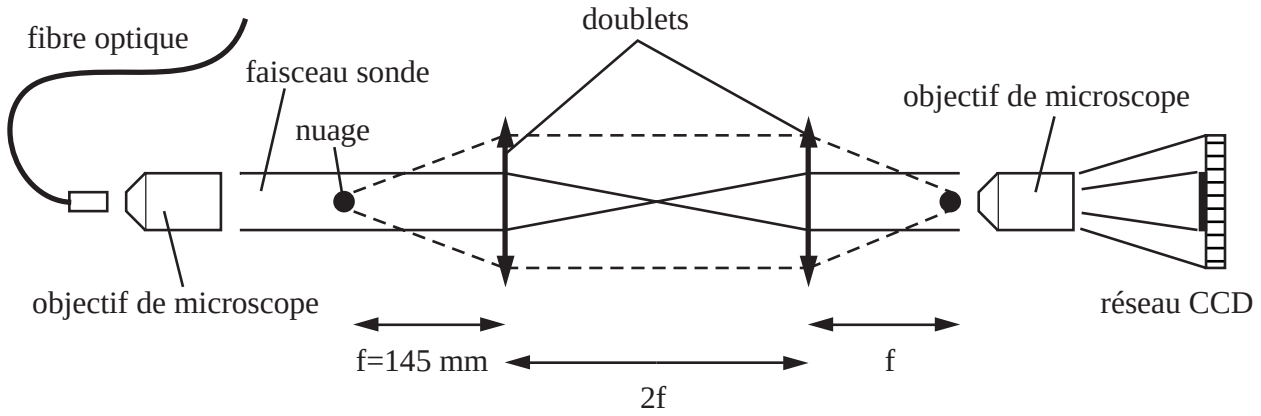


FIG. II.19 – *Système optique d'imagerie. L'image est transportée hors de la cellule par 2 doublets, puis imagée sur la CCD par un objectif de microscope ou un objectif de photographie. En pratique, le faisceau sonde est vertical, et un miroir de renvoi entre le nuage et le premier doublet rétablit l'horizontale.*

techniques liées à l'accès optique, n'est cependant pas indiqué pour l'étude des phénomènes soumis à la gravité. Un deuxième système à accès latéral est en cours de construction.

II.6.5 Asservissement du laser sonde

L'imagerie par absorption nécessitant peu de puissance lumineuse, nous utilisons une diode laser DBR de 5 mW de puissance et de 1 MHz de largeur de raie. Pour obtenir une mesure fiable et constante du nombre d'atomes, il est impératif d'asservir la fréquence du laser sonde à mieux qu'une fraction de la largeur naturelle. Comme pour les autres lasers libres, nous asservissons la sonde sur un signal d'absorption saturée généré à l'aide d'une détection synchrone. Afin de ne pas perturber le faisceau principal, plutôt que de générer le signal d'erreur en modulant le courant d'alimentation du laser, nous polarisons en σ^+ les faisceaux de pompe et de sonde de l'absorption saturée, et nous appliquons un champ magnétique oscillant à 50 kHz sur la vapeur de Rubidium (fig. II.20). Cela a pour effet de pomper les atomes dans l'état $|2, 2\rangle$ et de moduler la fréquence de la transition de référence $|2, 2\rangle \rightarrow |3, 3\rangle$. Le faisceau principal du laser ne comporte ainsi aucune trace de la modulation.

Nous avons évalué les performances de cet asservissement en mesurant de façon répétitive l'absorption $\mathcal{A}$ d'un nuage d'atomes optiquement mince, à un désaccord $\delta = \frac{\Gamma}{2} = 3$ MHz. Sur une centaine de mesures, nous avons observé des fluctuations crête à crête de $\mathcal{A}$ de 10%. D'après (II.19), à faible absorption, $\mathcal{A} \propto \sigma_{\text{abs}}(\delta)$. On en

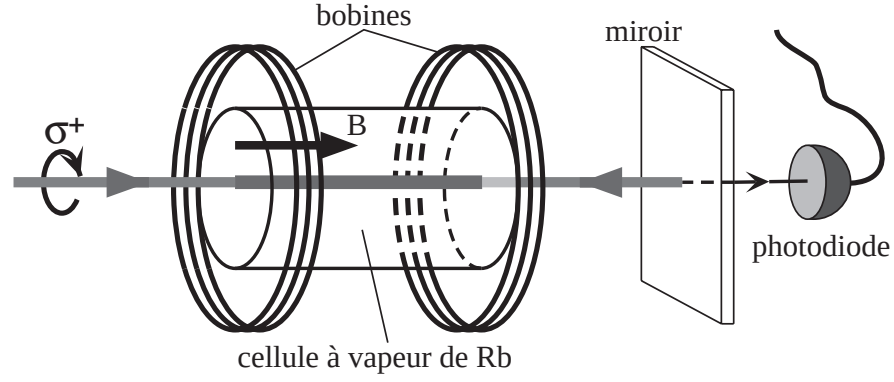


FIG. II.20 – Génération du signal d'absorption saturée par modulation de la résonance par effet Zeeman. Les bobines sont alimentées en courant alternatif à 50 kHz.

déduit

$$\left. \frac{d\mathcal{A}}{\mathcal{A}} \right|_{\delta=\frac{\Gamma}{2}} = \left. \frac{d\sigma_{\text{abs}}(\delta)}{\sigma_{\text{abs}}(\delta)} \right|_{\delta=\frac{\Gamma}{2}} = \left. \frac{8\delta d\delta}{\Gamma^2 + 4\delta^2} \right|_{\delta=\frac{\Gamma}{2}} = \frac{2 d\delta}{\Gamma} = 0,1, \quad (\text{II.26})$$

d'où une amplitude des fluctuations de la fréquence de la sonde $d\delta = \frac{\Gamma}{20} = 300 \text{ kHz}$ à peine. L'observation d'un échantillon froid (éventuellement condensé) optiquement épais se fait à un désaccord typique de 18 MHz, ce qui conduit à une fluctuation relative de la mesure d'à peine 3%.

Cet asservissement est donc très stable, mais la modulation par effet Zeeman n'est pas exempte d'une modulation d'amplitude, apparemment due à la présence d'un champ magnétique parasite. Cela a pour effet de décaler en fréquence le zéro du signal d'erreur. Nous avons donc calibré la fréquence d'asservissement en mesurant l'absorption $\mathcal{A}$ d'un nuage d'épaisseur optique de l'ordre de l'unité, en fonction du désaccord δ de la sonde. Le résultat est représenté figure II.21. La courbe est ajustable par une lorentzienne décalée de 0,5 MHz par rapport au zéro du signal d'erreur. Il faut tenir compte de ce décalage pour toutes les mesures. La largeur de 7 MHz est la somme de la largeur de raie naturelle (6 MHz) et de la largeur de raie du laser (1 MHz).

Conclusion

Notre dispositif à jet atomique ralenti nous permet de produire un échantillon d'atomes froids en milieu ultra-vide en quelques secondes seulement. Le nuage contient jusqu'à $3 \cdot 10^9$ atomes, à une densité au centre de $2 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ et à une température de $60 \mu\text{K}$. Il est préparé dans le niveau hyperfin souhaité. En l'absence de pompage optique de polarisation, les atomes peuplent tous les sous-niveaux magnétiques avec une égale probabilité. Cela signifie qu'après transfert dans le piège magnétique, suivant le niveau

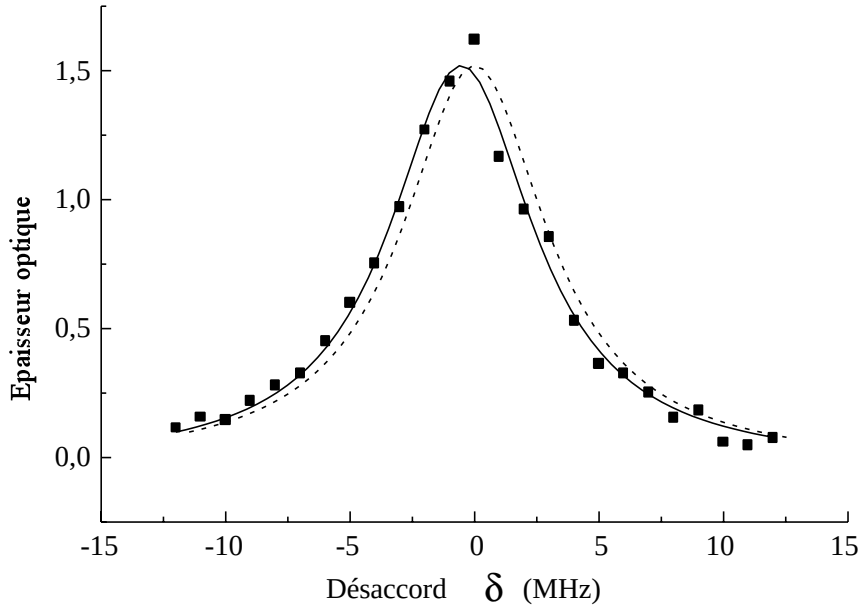


FIG. II.21 – Absorption au centre d'un nuage d'atomes en fonction du désaccord de la sonde. À cause de la présence de modulation d'amplitude, la courbe, ajustable par une lorentzienne de largeur 7 MHz, et décalée de 0,5 MHz. La même lorentzienne non décalée apparaît en pointillé.

hyperfine choisi, seuls 33% (resp. 20%) des atomes seront piégés dans l'état $|1, -1\rangle$ (resp. dans l'état $|2, 2\rangle$). En tenant compte de ces pertes, la densité dans l'espace des phases atteint $5 \cdot 10^{-7}$, et le taux de collision 5 s^{-1} .

Nous disposons également d'un système d'imagerie capable de caractériser l'échantillon d'atomes froids sur une gamme de température allant de $300 \mu\text{K}$ à 100 nK , et une gamme de taille allant de 1 mm à $10 \mu\text{m}$. Cela couvre la totalité du processus de refroidissement évaporatif ainsi que le piégeage magnéto-optique.

L'étape suivante consiste à confiner ce gaz d'atomes froids dans un potentiel magnétique adapté, puis de le refroidir par évaporation. Le chapitre suivant décrit le dispositif original que nous avons imaginé pour réaliser ce confinement magnétique. La durée de vie du nuage piégé magnétiquement est alors de 200 s.

- III -

Electro-aimant de première génération

Les techniques de refroidissement par laser, dans leurs versions les plus simples, ne permettent pas de franchir la limite du recul à cause du caractère aléatoire de la force de friction résultant de l'interaction des atomes avec de la lumière quasi-résonnante. L'étape suivante consiste donc à transférer le nuage d'atomes froids dans un piège conservatif magnétique. La référence [97] recense les différentes configurations de pièges magnétiques statiques. La force magnétique, qui est à l'ordre le plus bas de type dipolaire (il n'existe pas de charge magnétique), est par conséquent très faible. Les pièges magnétiques étant peu profonds (quelques millikelvins), il est nécessaire de refroidir par laser les atomes avant de les transférer. Se pose également le problème de la génération de gradients de champ magnétique capables de confiner le nuage, puis de le comprimer pour augmenter le taux de collision. Ce chapitre décrit comment nous avons satisfait à ces exigences en employant un électroaimant à noyaux de fer doux.

III.1 Des matériaux ferromagnétiques, pourquoi ?

Grâce à des perméabilités magnétiques allant jusqu'à 10^5 pour le μ -métal, les matériaux ferromagnétiques permettent de créer des champs forts à partir d'excitations modestes. Il est donc naturel de penser que leur utilisation peut grandement aider à créer un potentiel de piégeage efficace. Mais il n'est pas inutile de se demander ce que l'on peut faire, et ce que l'on ne peut pas faire avec des matériaux ferromagnétiques.

III.1.1 Les différents potentiels de piégeage

Le piégeage magnétique repose sur la création d'un minimum local du module du champ magnétique (§ I.4.1). Le potentiel est directement proportionnel à $|\mathbf{B}|$. Il

existe deux grandes classes de pièges magnétiques statiques : ceux dont le minimum du champ est nul, et ceux dont le minimum n'est pas nul. Les potentiels à minimum non nul sont nécessairement harmoniques, à cause de l'équation de Maxwell $\text{div} \mathbf{B} = 0$. Par contre, les potentiels à minimum nul peuvent être localement linéaires : $\mathbf{B} = B'_x x \mathbf{u}_x + B'_y y \mathbf{u}_y + B'_z z \mathbf{u}_z$, tel que $B'_x + B'_y + B'_z = 0$.

Les potentiels linéaires ont un pouvoir de confinement largement supérieur à celui des potentiels harmoniques, comme le montre un simple raisonnement géométrique développé dans [98]. À confinement égal, c'est-à-dire à densités et températures du nuage piégé identiques, un champ magnétique de piégeage quadratique croît beaucoup plus vite lorsqu'on s'éloigne du nuage qu'un champ linéaire. Comme la zone magnétisée — l'espace entre les bobines, ou bien l'entrefer dans notre cas — est nettement plus grande que la taille du nuage d'atomes, l'énergie de magnétisation et donc le courant électrique sont beaucoup plus élevés dans le cas du potentiel harmonique, pour un confinement donné.

Il existe cependant un inconvénient inhérent à l'annulation du champ magnétique dans les pièges linéaires. Il s'agit de la possibilité de retournement du spin (par rapport à la direction locale du champ), ou transition de Majorana [61]. En effet, lorsque le champ s'annule, la condition de suivi adiabatique n'est plus vérifiée, ce qui provoque l'apparition d'une fuite au centre du piège et limite la durée de vie du nuage à [98] :

$$T_{\text{vie}} = \frac{Ml^2}{\hbar}, \quad (\text{III.1})$$

M étant la masse de l'atome et l la taille du nuage. Si cette fuite n'est pas gênante en début d'évaporation, elle a cependant tendance à augmenter en cours de refroidissement, lorsque le nuage se contracte, et empêche l'obtention d'une densité suffisante pour franchir le seuil de condensation. Plusieurs solutions ont été proposées pour éliminer cette fuite. Parmi celles qui se sont révélées efficaces, citons le bouchon optique, qui consiste à créer un potentiel répulsif au centre du piège grâce à un faisceau laser désaccordé vers le bleu [6], ou le piège TOP¹, qui consiste à faire bouger le zéro du champ magnétique avec un champ tournant auxiliaire [98]. Le champ moyen vu par les atomes est alors harmonique. L'immense majorité des pièges utilisés aujourd'hui pour la condensation de Bose-Einstein sont du type harmonique statique ou TOP.

III.1.2 Dimension du piège et rôle du guidage magnétique

Parce que le champ d'un potentiel harmonique croît quadratiquement avec la distance au centre du piège, le courant nécessaire à la création d'un tel champ devient vite très grand lorsque les dimensions du système deviennent importantes. À titre d'exemple, examinons le confinement exercé par un système de deux bobines de rayon

¹Time Orbiting Potential.

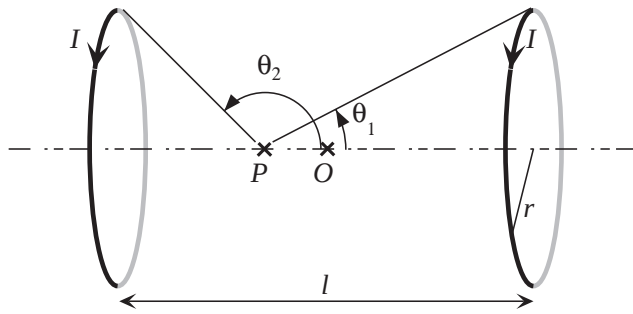


FIG. III.1 – Confinement axial créé par deux bobines centrées. À nombre d'Ampères.tours fixé, le champ au point P de l'axe dépend du rayon r des bobines et des angles sous lesquels elles sont vues.

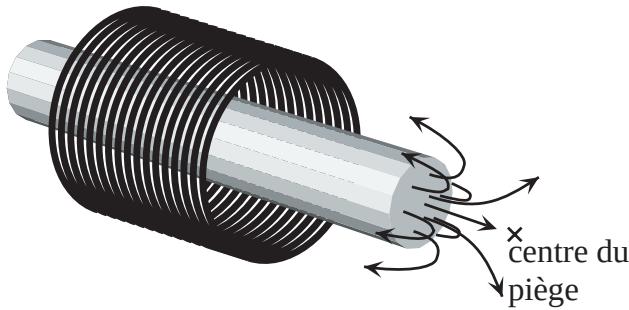


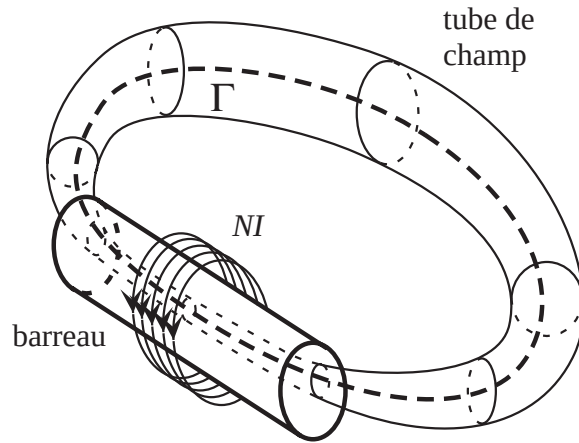
FIG. III.2 – Effet de guidage des lignes de champ. L'excitation est produite à distance par une grosse bobine, et le barreau ferromagnétique guide le champ à proximité du centre du piège, sur des dimensions suffisamment petites pour générer des courbures et des gradients forts.

r , séparées d'une distance l , et parcourues par un même courant I (fig. III.1). Le pouvoir confinant du potentiel le long de l'axe est donné par sa courbure, c'est-à-dire par la dérivée seconde du champ au centre O du système de bobines. Sachant que le champ créé en un point P de l'axe vaut $B_P = \frac{\mu_0 I}{2r} (\sin \theta_1 + \sin \theta_2)$, si on dilate le système (*i.e* l et r) par un facteur ε , la dérivée seconde est diminuée d'un facteur ε^3 . On a donc tout intérêt à utiliser de petites bobines près du centre du piège, afin d'augmenter le confinement. Il devient alors délicat dans un si petit volume de faire passer un courant important, ou de multiplier le nombre de spires. En effet, à nombre d'Ampères.tours fixé, la dissipation par effet Joule est inversement proportionnelle à la quantité de cuivre utilisée pour faire passer le courant. La solution retenue résulte d'un compromis entre la taille de la cellule ou de l'enceinte, l'encombrement du système de refroidissement des spires, le volume disponible pour faire passer le courant, et les effets géométriques que l'on vient de décrire.

L'utilisation judicieuse de matériaux ferromagnétiques permet de contourner cette difficulté. L'idée générale est de créer une excitation forte dans une zone éloignée du piège, où l'espace est disponible pour générer un grand nombre d'Ampères.tours sans échauffement notable, et de guider le champ ainsi créé jusqu'au centre du piège (fig. III.2). Le pouvoir guidant des matériaux ferromagnétiques résulte de la minimisation de la réluctance par les lignes de champ. Un résumé des propriétés des matériaux ferromagnétiques se trouve dans l'annexe A.

Signalons que le piégeage magnétique avec des matériaux ferromagnétiques (μ -métal) a déjà été réalisé dans sa version quadrupolaire sphérique [99].

FIG. III.3 – Barreau magnétique excité par une bobine. Le gain en terme de réduction de la réluctance sur la ligne de champ Γ vaut moins de deux par rapport à la situation où le barreau est absent.



III.1.3 Culasse et recirculation du champ

Il existe cependant un certain nombre de précautions à prendre pour réaliser un circuit magnétique efficace. La principale consiste à s'assurer que la réluctance du circuit est dominée par la zone que l'on cherche à magnétiser (*i.e* la zone de piégeage). Plus précisément, si on se contente d'utiliser des barreaux de fer doux pour guider le champ des bobines, le résultat n'est guère meilleur qu'avec des bobines simples. Comme il apparaît sur la figure III.3, les lignes de champ qui émergent du bout du barreau voient une réluctance à peine plus faible que celles qui émergeraient d'une bobine seule. Quantitativement, le long de la ligne de champ Γ , le théorème d'Ampère s'écrit, d'après (A.6) et avec les notations de la figure III.3 :

$$NI = \oint_{\Gamma} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{\ell} = \oint_{\Gamma} \frac{B d\ell}{\mu_r \mu_0}. \quad (\text{III.2})$$

Dans le cas d'une bobine simple, $\mu_r = 1$ le long de Γ , alors qu'en présence du barreau, $\mu_r \gg 1$ à l'intérieur du fer doux, ce qui fait que seule la partie de Γ extérieure au barreau contribue de façon notable à l'intégrale (III.2). Cependant, cela diminue la réluctance d'au mieux un facteur 2. Il en résulte que la présence du barreau "amplifie" le champ à son extrémité beaucoup moins que ne le laisse prévoir à l'ordre zéro une perméabilité qui peut valoir 10^4 pour le fer doux. On peut également interpréter cette perte d'efficacité en terme de *champ démagnétisant* (§ A.1.3).

Pour diminuer, voire annuler la réluctance de la partie du circuit magnétique se situant hors de la zone de piégeage, il suffit de connecter les pôles de natures opposées par une culasse elle aussi en matériau magnétique. Cela permet le rebouclage des lignes de champ, sans perte d'énergie. Par exemple, un champ dipolaire peut être créé par le circuit magnétique de la figure III.4a. Il est intéressant de calculer les caractéristiques des bobines seules qui pourraient créer un champ équivalent.

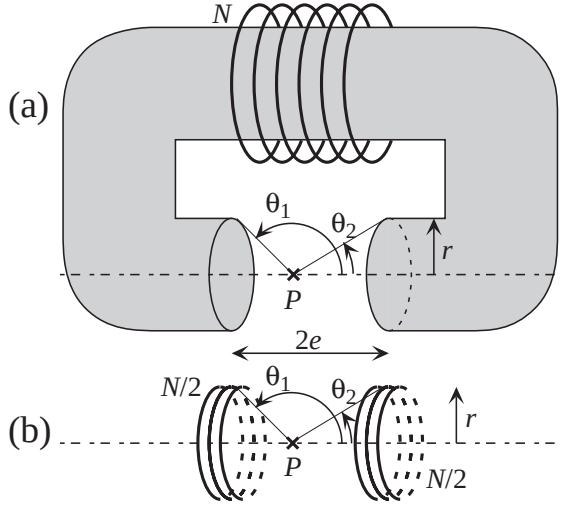


FIG. III.4 – Le circuit magnétique de la figure (a) crée un champ sensiblement équivalent au jeu de deux bobines de la figure (b), pour le même nombre d'Ampères.tours.

III.1.4 Équivalence pôle ferromagnétique - bobine

Considérons le circuit magnétique de la figure III.4a, caractérisé par des pôles de rayon r , un entrefer $2e$, et une excitation NI (Ampères.tours). D'après § A.1.1, le circuit est équivalent à deux disques D_1 et D_2 de densité surfacique magnétique $\sigma = \pm M$, où M est l'aimantation du matériau. Dans la limite d'une perméabilité magnétique très grande, la valeur de l'aimantation est dominée par la réluctance de l'entrefer. En faisant l'approximation que les lignes de champ ont une longueur $2e$ entre les deux pôles², cette dernière vaut $R = \frac{2e}{\mu_0 S}$, où S est la section du barreau. Le flux magnétique est $\phi = BS$, B étant supposé homogène dans le barreau. On en déduit, d'après (A.10),

$$M = B \frac{\mu_r - 1}{\mu_r \mu_0} = \frac{\phi}{S} \frac{\mu_r - 1}{\mu_r \mu_0} = \frac{NI}{2e} \frac{\mu_r - 1}{\mu_r} \simeq \frac{NI}{2e}. \quad (\text{III.3})$$

Le champ créé par les deux disques sur l'axe au point P vaut, d'après (A.7) :

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{M} \left(1 - \frac{\cos \theta_1 - \cos \theta_2}{2} \right) = \frac{\mu_0 NI}{2} \frac{1}{e} \left(1 - \frac{\cos \theta_1 - \cos \theta_2}{2} \right) \mathbf{u}_z. \quad (\text{III.4})$$

En comparaison, deux bobines de rayon r représentant le même nombre total d'Ampères.tours NI , et séparées d'une distance $2e$ (fig III.4b), créent sur l'axe un champ magnétique $B = \frac{\mu_0 NI}{2} \frac{1}{2r} (\sin^3 \theta_1 + \sin^3 \theta_2)$. Cette valeur est très proche de celle calculée pour les pôles (III.4). En conclusion, le champ créé par deux pôles excités par NI Ampères.tours est sensiblement équivalent à celui que créeraient deux bobines simples représentant la même excitation, qui auraient la taille des pôles, et qui seraient placées en lieu et place des extrémités des pôles. Ceci justifie l'idée de guider par des matériaux magnétiques une excitation forte vers un petit volume.

²En réalité, les lignes de champ forment une "bouteille magnétique", et ont une longueur légèrement supérieure à $2e$.

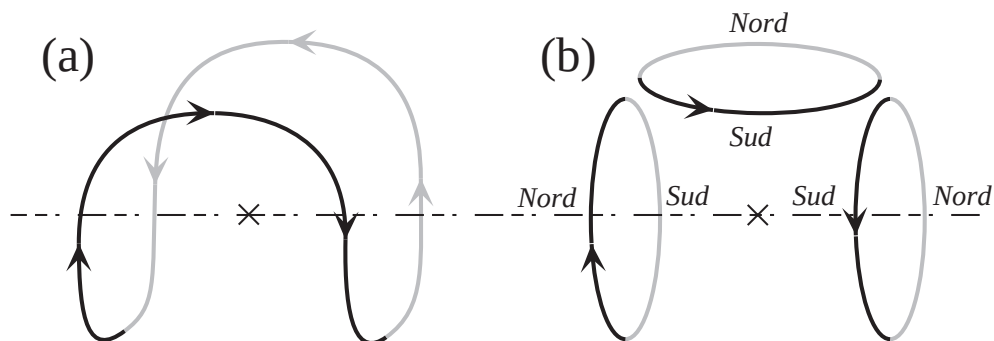


FIG. III.5 – Piège de type Ioffe-Pritchard en configuration “baseball” (a). Cette configuration est équivalente à trois bobines présentant la même polarité vers le centre du piège (b).

Il existe cependant une limitation à cette méthode, car les matériaux ferromagnétiques possèdent tous un champ de saturation, au-delà duquel le champ n’est plus guidé. Nous avons choisi d’utiliser du fer pur ou du fer-silicium, car ces matériaux ont un fort seuil de saturation, de l’ordre de 2 T.

III.1.5 Cas du piège “baseball”

Avant de présenter la configuration magnétique que nous avons adoptée pour notre piège, nous examinons ici le cas d’un type de piège topologiquement équivalent, appelé “baseball” en raison de la forme des spires qui le composent (fig. III.5a). Ce piège est très attrayant par sa simplicité et son efficacité [100, 101]. Il est facile de voir que le circuit est équivalent à trois bobines parcourues par un même courant (fig. III.5b). Est-il possible de réaliser un tel piège à l’aide de pôles ferromagnétiques ? Puisque la somme de toutes les masses magnétiques est toujours nulle, un corollaire du paragraphe § III.1.3 est que la culasse connecte des pôles de polarités opposées, ce qui n’est visible-ment pas le cas du piège “baseball”. En effet, vues de l’intérieur du piège, les bobines de la figure III.5b sont toutes de polarité *Sud*. Exciter trois barreaux, même connectés par une culasse, avec des bobines en configuration “baseball” ne sert à rien. Par conséquent, nous avons opté pour une configuration magnétique comportant autant de pôles *Nord* que de pôles *Sud* (§ III.2.1).

III.2 Électroaimant

III.2.1 Piège de Ioffe-Pritchard

Le but est de réaliser une configuration magnétique capable de générer un minimum local *non nul* du module du champ magnétique. La configuration que nous avons choisie, dite de Ioffe-Pritchard, dérive d’un type de piège proposé initialement pour confiner

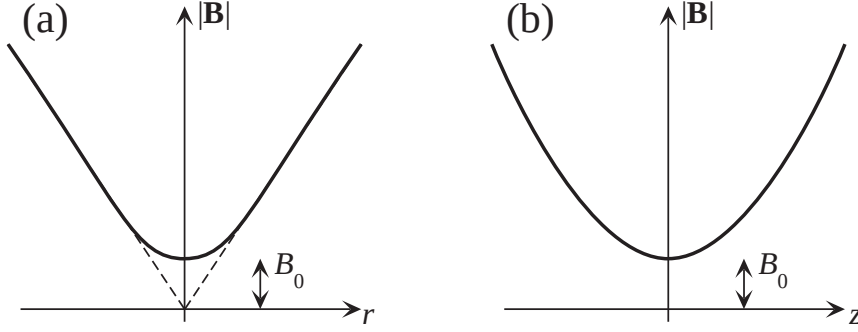


FIG. III.6 – Potentiel magnétique créé par la superposition d'un gradient linéaire et d'un champ dipolaire. En (a), selon un axe radial du plan $z = 0$, et en (b), selon l'axe du dipôle.

des plasmas [102], puis réemployé pour le piégeage des particules neutres [103]. L'idée de base est de superposer un champ quadrupolaire linéaire, assurant le confinement radial (suivant x et y), à un champ dipolaire responsable du confinement longitudinal (suivant z) :

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_{\text{quad}} + \mathbf{B}_{\text{dip}} = \begin{bmatrix} b'x \\ -b'y \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -b''xz/2 \\ -b''yz/2 \\ B_0 + \frac{b''}{2} \left(z^2 - \frac{x^2+y^2}{2} \right) \end{bmatrix}. \quad (\text{III.5})$$

Le champ quadrupolaire est caractérisé par son gradient b' , et le champ dipolaire par sa courbure b'' et son champ longitudinal B_0 . Le module du champ qui résulte de cette superposition est “semi-linéaire” dans le plan $z = 0$, et harmonique le long de l'axe z (fig. III.6). Autour de l'origine, il vaut, à l'ordre 2 :

$$|\mathbf{B}| = B_0 + \left(\frac{b'^2}{2B_0} - \frac{b''}{4} \right) (x^2 + y^2) + \frac{b''}{2} z^2. \quad (\text{III.6})$$

Cette expression est valable tant que la taille du nuage reste inférieure à B_0/b' . Au-delà de cette taille, les atomes les plus énergétiques commencent à explorer la partie linéaire du potentiel (fig. III.6a).

Parce qu'un minimum non nul du module du champ est forcément local, il existe dans le potentiel magnétique des points-cols³ qui définissent la hauteur en énergie du potentiel. Près de ces points, les surfaces équipotentielles sont fortement déformées par rapport à celles de l'oscillateur harmonique, qui sont des ellipsoïdes. En pratique, on cherche à utiliser la partie harmonique du potentiel, et à se placer loin de la zone où les surfaces équipotentielles s'éloignent de la forme elliptique.

³En 3D, nous définissons un point col comme un point singulier où le gradient est nul. De plus, suivant 2 axes la dérivée seconde du potentiel est positive (directions piégeantes), et suivant le troisième axe, la dérivée partielle seconde est négative (direction anti-piégeante).

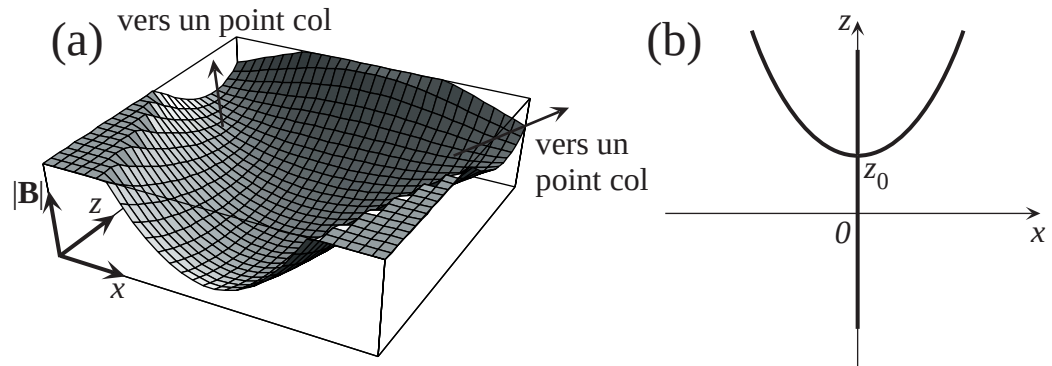


FIG. III.7 – (a) Module du champ magnétique d'un piège de Ioffe-Pritchard dans le plan xOz . (b) Points du plan xOz où la dérivée du module du champ suivant x vaut 0. En z_0 , la dérivée seconde est également nulle, d'où une absence de confinement suivant x .

Plus précisément, cela se produit lorsque le terme de courbure radiale du dipôle $-b''xz/2$ compense le terme de gradient $b'x$. Par exemple, plaçons-nous dans le plan xOz . Le module du champ, représenté figure III.7a, vaut :

$$|\mathbf{B}| = \left[x^2 \left(b' - \frac{b''}{2}z \right)^2 + \left(B_0 + \frac{b''}{2}z^2 - \frac{b''}{4}x^2 \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (\text{III.7})$$

On en déduit la dérivée suivant x ,

$$\frac{\partial |\mathbf{B}|}{\partial x} = \frac{x}{2|\mathbf{B}|} \left(\frac{b''^2}{4}x^2 - 2b''b'z + 2b'^2 - b''B_0 \right), \quad (\text{III.8})$$

qui s'annule sur l'axe Oz — le piège est harmonique à l'ordre le plus bas —, ainsi que sur une parabole (fig. III.7b). En pratique, il est souhaitable de manipuler des nuages beaucoup plus petits que la distance au sommet de cette parabole, de cote z_0 , où le confinement radial s'annule. D'après (III.8),

$$z_0 = \left(\frac{b'}{b''} - \frac{B_0}{2b'} \right). \quad (\text{III.9})$$

Le même point d'instabilité apparaît dans le plan yOz , à la cote $-z_0$.

Bien qu'à l'origine, ce type de piège soit constitué de 4 barres pour le gradient linéaire, et de 2 bobines pour la courbure longitudinale, il existe de nombreuses configurations topologiquement équivalentes [104, 105, 78]. Nous avons choisi d'utiliser 6 pôles disposés par paires sur chacun des trois axes (fig. III.8), selon une configuration

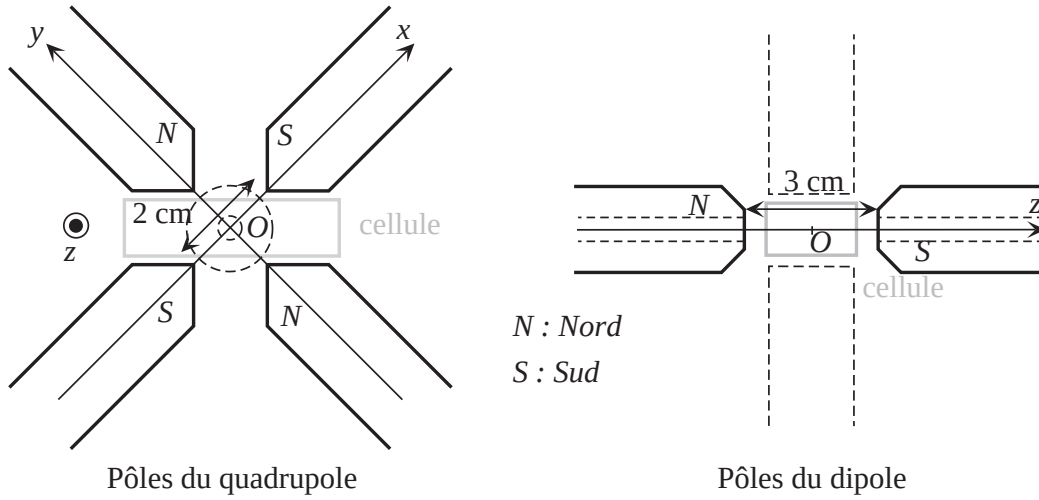


FIG. III.8 – Géométrie des pôles réalisant une configuration magnétique de type Ioffe-Pritchard. Les bobines et la culasse ne sont pas représentées.

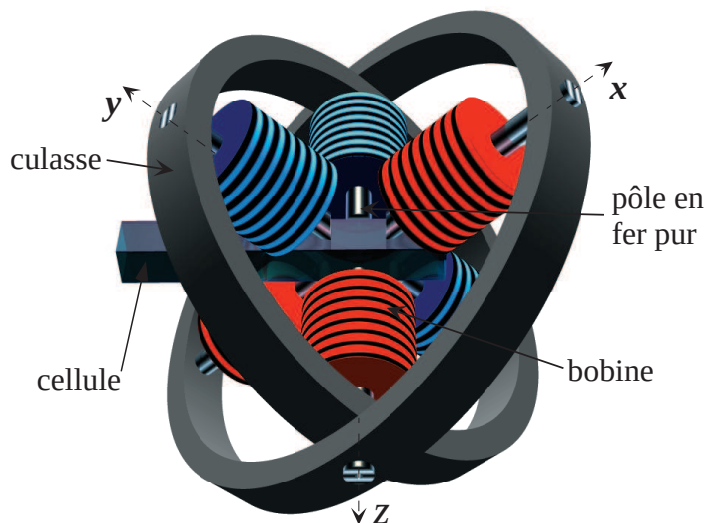
précédemment réalisée avec des aimants permanents [70]. Le quadrupôle linéaire est créé par deux paires de pôles en configuration anti-Helmholtz, c'est-à-dire qu'il résulte de la superposition de deux quadrupôles sphériques orthogonaux. Contrairement au champ créé par des barres rectilignes, le quadrupôle n'est linéaire qu'au voisinage du centre du piège.

Le contrôle séparé de l'excitation du quadrupôle et du dipôle permet de modifier la géométrie du piège.

III.2.2 Description de l'électroaimant

Concrètement, l'électroaimant, représenté figure III.9, est constitué de six pôles de 2 cm de diamètre, chacun excité par une bobine. Ils sont maintenus par une culasse formée de deux tores de 40 cm de diamètre environ, et se croisant à 90° sur l'axe du dipôle. Afin d'éviter l'apparition de courants de Foucault lors de l'établissement et de la coupure du champ, il est nécessaire d'utiliser des matériaux feuilletés. Ainsi, les pôles sont réalisés à partir d'un assemblage de plaques de fer pur de 1 mm d'épaisseur, collées ensemble, alors que la culasse est faite d'un enroulement d'une bande de fer-silicium de $50 \mu\text{m}$ d'épaisseur. Les pôles du quadrupôle sont biseautés afin d'occuper au mieux l'espace disponible sans réduire pour autant l'accès optique (fig. III.8). Les pointes en vis-à-vis sont distantes de 2 cm, ce qui permet de laisser la place à une cellule de 1,2 cm d'épaisseur. Les pôles du dipôle sont quant à eux séparés par 3 cm, pour une largeur de cellule de 2,2 cm. Ils sont légèrement tronconiques à leur extrémité pour ménager un passage plus important aux faisceaux du PMO, et sont percés en leur centre d'un trou de 5 mm de diamètre afin de faire passer d'éventuels faisceaux de pompe optique.

FIG. III.9 – Vue de l'électroaimant. Seules les bobines principales sont représentées. Les tores de la culasse font environ 40 cm de diamètre.



Les bobines d'excitation consistent en $N = 400$ tours de fil de cuivre de 1,25 mm de diamètre. Elles ont une résistance de $1\ \Omega$ chacune, et sont insérées dans un carter en plastique permettant le passage d'un fluide caloporteur. Étant donné la faiblesse de la puissance dissipée — 100 W par bobine au maximum —, nous avons utilisé un simple flux d'air. Les bobines du quadrupôle sont alimentées indépendamment de celles du dipôle, afin de pouvoir contrôler séparément la courbure radiale et la courbure longitudinale du potentiel magnétique.

III.2.3 Performances

Performances statiques

Il est possible d'évaluer les performances de l'électroaimant grâce aux outils théoriques développés dans l'annexe A. Le circuit électrique équivalent au circuit magnétique se compose d'une source de tension par bobine reliée à toutes les autres sources, d'un côté par un fil de résistance nulle représentant la culasse, et de l'autre par une résistance correspondant à la réluctance entre pôles. Afin de déterminer le courant dans chaque branche du circuit, on peut considérer chaque source séparément puis appliquer le théorème de superposition. Soit E_d et ϕ_d (resp. E_q et ϕ_q) la tension et le courant associés aux bobines du dipôle (resp. du quadrupôle). Chaque pôle est *a priori* connecté à tous les autres, mais les symétries du problème permettent d'affirmer que le circuit "dipôle" est déconnecté du circuit "quadrupôle". On est donc ramené à l'étude de deux circuits simples et indépendants, représentés figure III.10.

Composante quadrupolaire. La résolution pour le circuit quadrupôle est immédiate, et donne $\phi_q = 4E_q/R_q$. En prenant comme réluctance $R_q = \frac{a}{\mu_0 S}$, où $a = \sqrt{2}$ cm

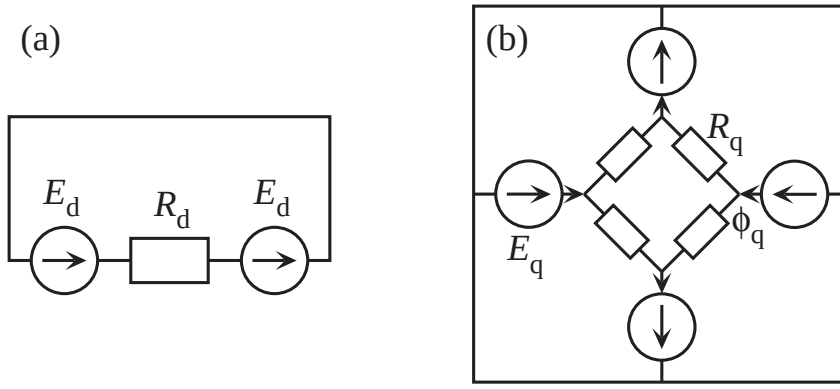


FIG. III.10 – Circuits équivalents au circuit magnétique de l'électroaimant. Les parties “dipôle” (a) et “quadrupôle” (b) sont indépendantes. En (b), les réluctances entre pôles opposés ne sont pas représentées car, par raison de symétrie, elles ne jouent aucun rôle.

est la distance entre 2 pôles adjacents et S leur section, on en déduit le flux $\phi_q = \frac{4NI_q\mu_0 S}{a}$, I_q étant le courant parcourant les N tours des bobines du quadrupôle. Le traitement est alors identique à celui d'un barreau plongé dans un champ uniforme (§ A.1.3). La magnétisation qui en résulte est $M_q = \frac{\phi_q}{\mu_0 S} = \frac{4NI_q}{a}$, et conformément à (A.3), elle se traduit par l'apparition à l'extrémité des pôles d'une densité surfacique de masse magnétique. Comme il n'est pas commode de manipuler des distributions ayant la forme des pôles biseautés, nous prendrons comme distribution surfaciques modèles des disques de même diamètre $2r$ que les pôles, distants de $2d = 3$ cm, et homogènes de densité $\sigma_q = M_q$. La détermination du champ dans l'entrefer se résume ainsi au calcul du champ généré par les 2 paires de disques magnétiques de masses opposées de la figure III.11. D'après (A.7), la paire de disques centrés sur l'axe x crée un gradient

$$g = \frac{4\mu_0 NI_q}{a} \frac{r^2}{(d^2 + r^2)^{3/2}} \quad (\text{III.10})$$

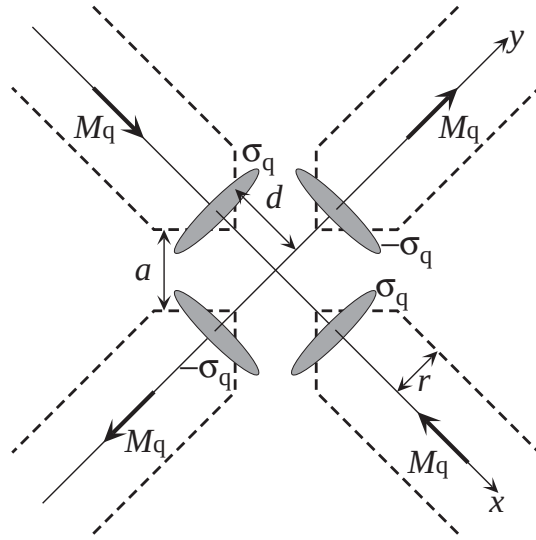
suivant x . Comme $\text{div} \mathbf{B} = 0$, et en tenant compte de la géométrie cylindrique, on en déduit le champ dans un voisinage de l'origine :

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} gx \\ -gy/2 \\ -gz/2 \end{bmatrix}. \quad (\text{III.11})$$

L'autre paire de disques se comporte de façon similaire au signe près, et la somme des contributions est un champ quadrupolaire linéaire :

$$\mathbf{B}_q = \begin{bmatrix} gx \\ -gy/2 \\ -gz/2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} gx/2 \\ -gy \\ +gz/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b'x \\ -b'y \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{III.12})$$

FIG. III.11 – Distributions surfaciques de masse magnétique modèles pour les pôles du quadrupôle.



avec $b' = \frac{3}{2}g$.

Une application numérique pour un courant de 2 A donne $b' = 730 \text{ G.cm}^{-1}$, alors que la valeur réelle mesurée à l'aide d'une sonde à effet Hall miniature est 900 G.cm^{-1} . On voit que cette méthode de calcul donne une bonne approximation de la valeur du champ dès le premier ordre, et qu'elle permet de se faire une idée correcte du comportement du champ même pour des géométries un peu complexes.

La valeur maximale (mesurée) du gradient est $1,5 \text{ kG.cm}^{-1}$, obtenue pour un courant saturant de 15 A.

Composante dipolaire. On peut réaliser un traitement identique pour le dipôle. Le flux est donné par $\phi_d = E_d/R_d$. Ici, le calcul de la réluctance est compliqué par la présence des pôles du quadrupôle. En effet, même si les deux circuits magnétiques sont indépendants, les lignes de champ du dipôle peuvent traverser perpendiculairement les pôles du quadrupôle, ce qui a pour effet de diminuer la réluctance moyenne et d'écarter la "bouteille magnétique" du dipôle. En faisant abstraction de cet effet, la réluctance est $R_d = \frac{2e}{\mu_0 S}$, où $2e = 3 \text{ cm}$ est la distance entre les 2 pôles. Le champ magnétique est donné par (III.4), en prenant comme excitation $2NI_d$. En développant cette expression sur l'axe, on en déduit le champ longitudinal

$$B_0 = \frac{\mu_0 NI_d}{e} \left(1 - \frac{e}{(e^2 + r^2)^{1/2}} \right), \quad (\text{III.13})$$

ainsi que la courbure

$$b'' = \frac{\mu_0 NI_d}{e} \frac{3er^2}{(e^2 + r^2)^{5/2}}. \quad (\text{III.14})$$

L'application numérique pour un courant de 2 A donne $B_0 = 110 \text{ G}$ et $b'' = 160 \text{ G.cm}^{-2}$, alors que les valeurs mesurées sont $B_0 = 300 \text{ G}$ et $b'' = 600 \text{ G.cm}^{-2}$.

Comme attendu, la réluctance entre les pôles a été surestimée, et le rapport b''/B_0 est augmenté par la présence des autres pôles. Nous avons directement vérifié ce fait en étudiant l'influence de l'écartement des pôles du quadrupôle sur la courbure du dipôle⁴. On retrouve le bon ordre de grandeur du champ en prenant un écartement effectif $e_{\text{eff}} \simeq e/2$.

Nota. Nous avons, sans succès, essayer d'améliorer le rapport b''/B_0 en modulant la forme du bout des pôles. Il ressort de cette étude que seuls la distance entre pôles et le diamètre de ces derniers jouent un rôle important dans le pouvoir confinant du potentiel magnétique.

Performances dynamiques

Le chargement du piège magnétique s'effectue *in situ*, c'est-à-dire en libérant les atomes du PMO et en les transférant sur place dans le potentiel magnétique [69]. Il est donc nécessaire de pouvoir commuter rapidement le champ magnétique, avant que le nuage atomique n'ait le temps de s'étendre et de tomber. À la fin de la séquence de refroidissement par laser (tableau II.1), le nuage fait 2 mm de côté et la vitesse moyenne des atomes est de l'ordre de 10 cm.s^{-1} . Il est donc impératif de les recapturer en 1 ms environ. Le problème de commutation rapide se pose également à la coupure du piège. En effet, il est plus facile d'imager les atomes en champ nul, car les niveaux d'énergie ne sont pas soumis à l'effet Zeeman. Afin de ne pas perturber les atomes durant la coupure, il faut que celle-ci soit soudaine, c'est-à-dire rapide devant la plus petite des périodes d'oscillation des atomes dans le piège. Dans notre expérience, les fréquences ne dépassent pas 100 Hz, donc un temps de coupure de 1 ms convient également.

Le premier pas vers ces temps de commutation courts est l'utilisation de matériaux feuilletés. Ils empêchent les courants de Foucault de se développer dans la masse du matériaux en augmentant sa résistance électrique. Ces courants sont particulièrement néfastes, car une fois établis, ils s'amortissent exponentiellement, avec une constante de temps de plusieurs dizaines de milliseconde dans le cas d'un matériau massif. Même avec un matériau feuilleté, il existe un compromis concernant la vitesse de coupure du courant. On la souhaite rapide, mais pas trop pour éviter la naissance des courants de Foucault, qui décroissent ensuite sur un temps beaucoup plus long que le temps de commutation du courant.

La deuxième étape consiste à réaliser cette commutation rapide du courant. L'inductance L des circuits dipôle et quadrupôle est très grande — plusieurs dixièmes de Henry —, pour une résistance R faible — quelques Ohms. La réponse à un échelon de tension est une variation exponentielle du courant, de constante de temps

⁴Il est légitime de se demander si cet effet subsiste quand le circuit magnétique du quadrupôle est excité jusqu'à saturation. Nous avons constaté que c'est effectivement le cas. En effet, la présence du champ démagnétisant empêche la complète saturation des extrémités des pôles, et ceux-ci peuvent toujours guider transversalement les lignes de champ du dipôle.

$L/R \simeq 100$ ms, beaucoup trop longue pour notre application. On peut songer à commander les alimentations des bobines en mode courant, mais en général les alimentations commerciales s'accommodent très mal des circuits fortement inductifs, et le résultat n'est pas meilleur. Nous avons donc conçu un dispositif électrique décrit figure III.12, et basé sur une conversion de l'énergie inductive en énergie capacitive, ou réciproquement. Par exemple pour la montée, on charge une capacité C_1 pendant la phase de remplissage du PMO, puis on la décharge dans les bobines d'inductance L . En un quart de période d'oscillation LC_1 , c'est-à-dire en $t = \frac{\pi}{2}\sqrt{LC_1}$, le courant atteint sa valeur maximale, et l'alimentation prend le relais. Le même principe est appliqué à la coupure⁵ : l'énergie magnétostatique est convertie en énergie électrostatique en chargeant une capacité C_2 placée en parallèle avec l'interrupteur. Une diode montée en série empêche le courant de s'inverser. Ici aussi, le temps de coupure représente un quart de période d'oscillation LC_2 . La capacité est déchargée après coup dans une résistance de puissance.

Par cette méthode, et à l'aide de capacités de 0,5 à 1 μ F, nous avons obtenu des temps de montée et de coupure de 1 ms. La figure III.13 représente le profil temporel du champ du dipôle seul, à la coupure. Celle-ci n'est pas parfaite, car le champ ne suit le profil du courant que sur 90% du profil de descente. Arrivé à 10% de sa valeur initiale, le champ s'amortit ensuite en 1 ms. Cette imperfection est due soit à la présence de courants de Foucault résiduels, soit à la viscosité magnétique (friction dans la relaxation des domaines de Bloch lorsque l'aimantation change). On observe le même profil pour le champ quadrupolaire. En pratique, cela ne perturbe pas le mouvement des atomes, et l'approximation de coupure soudaine est vérifiée. Par contre, cela nous interdit de faire une analyse fiable du nuage durant les 4 premières millisecondes de vol libre, car l'effet Zeeman résiduel change localement le désaccord du laser sonde avec la transition atomique.

Nota. L'utilisation de matériaux ferromagnétiques permet de réduire de façon drastique l'énergie dissipée par effet Joule en régime permanent. Cependant, l'énergie magnétique emmagasinée dans les bobines est sensiblement la même que pour un système à bobines simples équivalent. Elle est égale à l'énergie nécessaire à la magnétisation de la zone de piégeage, à savoir la densité d'énergie magnétique $\frac{B}{2\mu_0}$ intégrée sur ce volume. Tout au plus bénéficie-t-on d'une réduction du volume à magnétiser grâce à la proximité des pôles. C'est pourquoi notre système est-il lui aussi soumis aux difficultés technologiques concernant la montée et la coupure rapides du champ magnétique, inhérentes à tous les systèmes de piégeage magnétique commutables.

⁵Il est impossible de couper le courant directement sans produire une surtension susceptible de détruire le composant semiconducteur chargé de l'interruption.

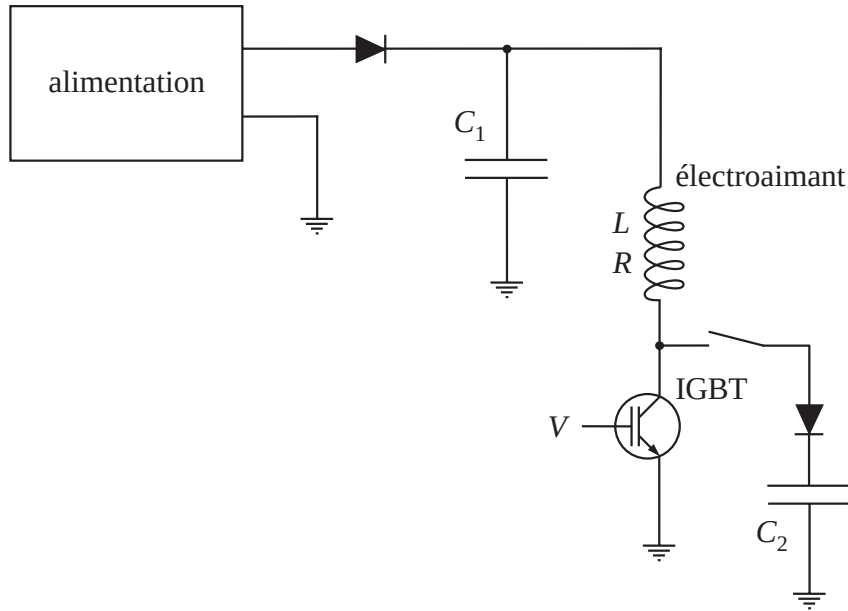


FIG. III.12 – Circuit d'alimentation de l'électroaimant. Il existe en deux exemplaires, un pour les bobines du dipôle, et un pour celles du quadrupôle. Les capacités C_1 et C_2 servent respectivement à la montée et à la coupure du courant. L'ouverture et la fermeture du circuit se fait grâce au transistor IGBT, piloté par la tension de commande V . La séquence expérimentale est la suivante. On charge la capacité C_1 (avec un dispositif non représenté) jusqu'à ce qu'elle contienne l'énergie $\frac{1}{2}LI^2$, I étant le courant d'alimentation réalisant l'adaptation durant le transfert (§ III.3.2). Puis on ferme l'IGBT au moment du transfert. En $1/4$ d'oscillation LC_1 , la capacité se décharge dans la bobine L jusqu'à ce que le courant atteigne la valeur I . L'alimentation prend alors le relais. Pour couper le courant, on commute la capacité C_2 sur le circuit, puis on ouvre l'IGBT. Le courant chute en $1/4$ d'oscillation LC_2 , et la diode l'empêche de s'inverser. Puis la capacité est déchargée dans un circuit annexe non représenté.

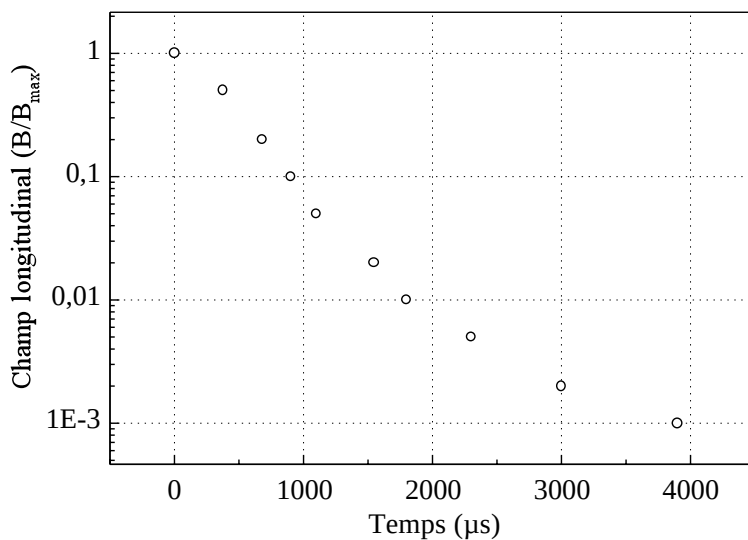


FIG. III.13 – Profil temporel du champ dipolaire à la coupure. Le champ, mesuré en fraction du champ avant la coupure, est mesuré à l'aide d'une sonde à effet Hall. Le temps est compté à partir de l'ouverture du circuit d'alimentation.

III.3 Opération

III.3.1 Contrôle de l'hystérésis

Un trait caractéristique des matériaux ferromagnétiques est l'existence d'une hystérésis dans la réponse du champ à une excitation. Cela signifie entre autre que l'état de la magnétisation pour une excitation donnée dépend de l'histoire de l'état du matériau. Pour atteindre un niveau de reproductibilité convenable, il est nécessaire de générer régulièrement la même séquence d'excitation, afin de rester sur un cycle d'hystérésis bien défini. Le contrôle de l'expérience par ordinateur, hormis le fait qu'il est bien adapté à une expérience cyclique, permet de satisfaire à ces exigences de régularité⁶. En pratique, une fois que les réglages sont effectués, il faut faire cycloper l'expérience deux ou trois fois pour être certain de se trouver sur un cycle stable.

Maintenant que l'on sait se stabiliser sur un cycle donné, il reste à choisir et à contrôler le cycle en question. Si la génération de champs forts ne pose pas de problèmes particuliers, l'annulation de ces mêmes champs est plus problématique à cause de l'hystérésis. Lorsque le matériau a été magnétisé, il garde une aimantation résiduelle même à excitation nulle. Le *champ rémanent* qui en résulte peut valoir quelques % de la valeur du champ de saturation. Ainsi, le champ longitudinal B_0 a un champ rémanent d'environ 10 G pour les cycles que nous utilisons. Or il existe certaines étapes de la production d'un condensat de Bose-Einstein qui requièrent un champ magnétique quasi-nul. Par exemple, la phase de mélasse optique ne fonctionne qu'en présence d'un champ nettement inférieur à 100 mG. De même, pour une interprétation quantitative des images, il faut que le décalage Zeeman des transitions atomiques dû au champ résiduel soit petit devant la largeur naturelle, ce qui conduit à une condition similaire.

L'annulation du champ rémanent se fait par une excitation *négative* par rapport à l'excitation principale. Comme il n'est pas pratique d'inverser le sens du courant dans les bobines, nous avons choisi de rajouter de petites bobines supplémentaires, de 10 à 40 tours chacune, appelées "bobines de compensation", et qui sont parcourues *en permanence* par un courant opposé au courant principal (*i.e* celui qui génère le potentiel de piégeage). En fait, il est nécessaire de compenser également les champs parasites d'origine extérieure, à commencer par le champ magnétique terrestre. Chaque paire de pôles est donc dotée de deux paires de bobines de compensation, l'une en configuration de courant Helmholtz, agissant sur la composante constante du champ parasite, et l'autre en configuration anti-Helmholtz, agissant sur les gradients résiduels.

⁶Il faut bien distinguer régularité temporelle et régularité du suivi du cycle d'hystérésis. En effet, ce dernier est insensible à la vitesse à laquelle on le parcourt. L'ordinateur permet à la fois de répéter la séquence avec exactement la même chronologie à chaque réalisation, et également de générer toujours les mêmes valeurs de l'excitation de la structure ferromagnétique. C'est cette dernière propriété qui est fondamentale dans la gestion des effets d'hystérésis. La régularité temporelle n'est importante que pour le contrôle des effets thermiques (§ IV.2.3).

(F, m)	σ (μm)	T (μK)	b'' (G.cm^{-2})	B_0 (G)	b' (G.cm^{-1})	z_0 (mm)
(2, 2)	800	80	400	200	350	6
(1, -1)	800	80	200	100	175	6

TAB. III.1 – Résumé des caractéristiques du potentiel de piégeage au moment du transfert, pour les deux niveaux hyperfins.

Le réglage des courants se fait en contrôlant l'expansion du nuage d'atomes dans une phase de mélasse optique de 1 s (*i.e* avec un champ nul et les faisceaux du PMO allumés). Tant qu'il reste un champ rémanent dans la zone de piégeage, l'expansion n'est pas régulière et isotrope. Cette méthode permet d'annuler les champs résiduels à bien mieux que 100 mG.

III.3.2 Transfert dans le piège magnétique

Adaptation des courbures

Lors du transfert des atomes du PMO dans le piège magnétique, une attention particulière doit être apportée à l'adaptation des courbures du piège magnétique aux caractéristiques thermodynamiques du nuage. Une mauvaise adaptation se traduit par une diminution de la densité dans l'espace des phases, et à terme un plus petit taux de collision en début d'évaporation. En fin de refroidissement par laser, le nuage d'atomes possède des caractéristiques thermodynamiques très proches de celles d'un gaz à l'équilibre dans un piège harmonique isotrope, c'est-à-dire que les distributions spatiale et dans l'espace des vitesses sont gaussiennes et isotropes. Soit T la température correspondant à cet équilibre, et σ la largeur RMS du nuage. La condition d'adaptation dérive de l'équipartition de l'énergie et s'écrit :

$$\frac{1}{2}g_F m_F \mu_B B'' \sigma^2 = \frac{1}{2}k_B T, \quad (\text{III.15})$$

où B'' est la courbure du potentiel dans toutes les directions. Les caractéristiques B_0 , b' et b'' du champ doivent être ajustées *via* les courants d'alimentation, afin que les courbures apparaissant dans l'éq. (III.6) soient égales à B'' . À titre d'exemple, le tableau III.1 résume quelques chiffres typiques de notre expérience, pour les deux niveaux hyperfins. On peut vérifier que la cote z_0 , où le confinement radial disparaît [eq. (III.9)], est toujours largement plus grande que la taille du nuage.

En pratique, les courbures sont adaptées pour des caractéristiques typiques du PMO. Il existe des variations de la taille et de la température du PMO, par exemple

en fonction du niveau de remplissage. Nous ne recalculons pas de nouvelles courbures à chaque fois car sur la plage de ces variations, le taux de collision après compression dépend assez mollement de la qualité de l'adaptation [106]. Lorsque la condition d'emballlement est vérifiée avec une marge suffisante, il n'est pas nécessaire d'être extrêmement soigneux sur l'adaptation pour obtenir un condensat dans de bonnes conditions.

Mesure des fréquences d'oscillation

La calibration effectuée à l'aide de la sonde à effet Hall permet de se faire une idée précise de la valeur des courbures du piège magnétique en fonction du courant circulant dans le dipôle et dans le quadrupôle. Si cette calibration est suffisante pour réaliser un transfert correct, certaines expériences, à commencer par la mesure précise de la température par la méthode exposée au § II.6.2, nécessitent une connaissance précise des courbures du champ magnétique. Celles-ci sont reliées aux fréquences d'oscillation des atomes dans le piège par :

$$\frac{1}{2}m\omega_i^2 = \frac{1}{2}g_F m_F \mu_B B_i'', \quad (\text{III.16})$$

où ω_i et B_i'' sont la fréquence d'oscillation et la courbure dans la direction i .

La mesure précise de ω_i est effectuée en cherchant la première résonance paramétrique par modulation de la courbure selon i . D'après (III.6), la courbure radiale vaut :

$$b_r'' = \frac{b'^2}{2B_0} - \frac{b''}{4} \quad (\text{III.17})$$

Comme elle dépend du champ longitudinal B_0 , il est possible de moduler à la fois les courbures radiale et axiale en modulant le courant dans les bobines du dipôle. Les premières résonances paramétriques sont excitées à deux fois les fréquences propres, et se manifestent par une croissance temporelle exponentielle de l'amplitude d'oscillation, donc de la température. Pour une modulation relative h du courant, la largeur de la résonance est $h\omega_i$ [107]. Il suffit donc de prendre une modulation suffisamment faible pour mesurer la valeur de la fréquence de résonance avec une précision aussi bonne que l'on souhaite. En pratique, nous préparons un échantillon d'atomes à une température de quelques μK , puis nous modulons le courant avec une amplitude de modulation de quelques % pendant quelques secondes. La figure III.14 présente la température finale en fonction de la fréquence d'excitation. Dans ce cas particulier, on en déduit que les fréquences d'oscillations valent 16,4 Hz suivant le dipôle, et 66,2 Hz suivant le quadrupôle.

Bien que la modulation du courant du dipôle produise une excitation essentiellement paramétrique, il existe, à cause de la gravité, un couplage entre la position verticale du centre du piège et la raideur radiale du potentiel, ce qui induit une exci-

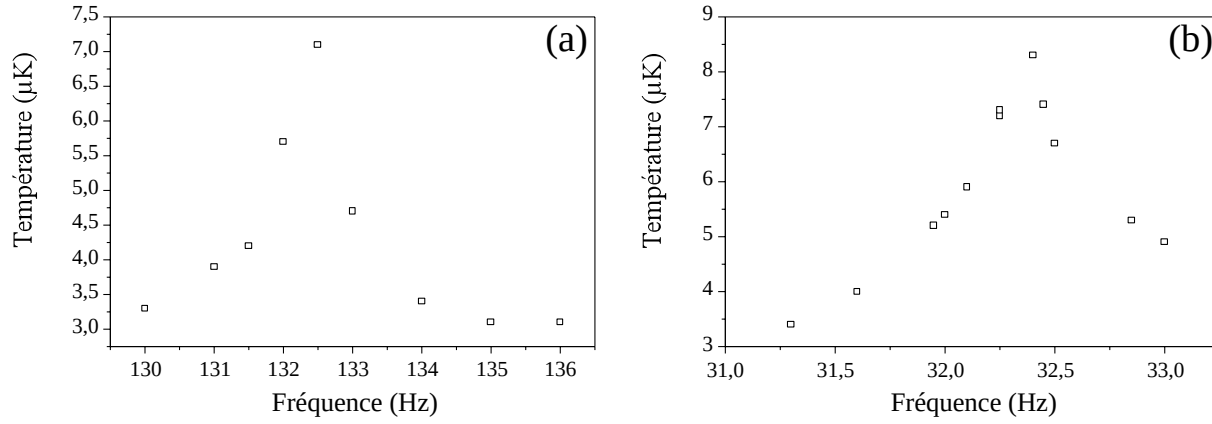


FIG. III.14 – Mesure des fréquences d'oscillation par résonance paramétrique : température en fonction de la fréquence d'excitation. En (a), résonance du quadrupôle pour une excitation de 2% d'amplitude pendant 2 s. En (b), résonance du dipôle pour une excitation de 5% d'amplitude pendant 8 s.

tation linéaire des oscillations suivant la verticale. La résonance linéaire se produit à la fréquence propre d'oscillation, et ne perturbe donc pas la résonance paramétrique.

III.3.3 Compression adiabatique

Augmentation du taux de collision

Le refroidissement évaporatif repose sur une relaxation thermique du gaz rapide devant tous les processus de perte ou de chauffage. Cette thermalisation confère un rôle clé aux collisions élastiques. Afin d'augmenter le taux de collision en début d'évaporation, on comprime adiabatiquement le nuage en augmentant la raideur du potentiel de piégeage. Le taux de collision dans un potentiel harmonique vaut :

$$\gamma_c = \sqrt{2\bar{n}}\sigma\bar{v}, \quad (\text{III.18})$$

où

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}} \quad (\text{III.19})$$

est la vitesse moyenne des atomes,

$$\bar{n} = \frac{\int n^2 d^3\mathbf{r}}{\int n d^3\mathbf{r}} = \frac{N}{2^3 \pi^{3/2} \sigma_x \sigma_y \sigma_z} \quad (\text{III.20})$$

est la densité moyenne du gaz, et σ est la section efficace de collision, supposée ici indépendante de la température. La compression adiabatique permet d'augmenter la

température et la densité du gaz, et donc le taux de collision, sans pour autant changer la densité dans l'espace des phases⁷.

Pour évaluer cette augmentation, considérons une compression infinitésimale faisant varier chaque fréquence d'oscillation du piège de $\delta\omega_\alpha$ pour la direction α . Si cette transformation est suffisamment lente pour être adiabatique — au sens du mouvement mécanique de chaque atome —, le travail apporté à chaque atome s'écrit [107, § 49] :

$$\delta W = \sum_{\alpha} \overline{\frac{\partial E_p}{\partial \omega_{\alpha}}} \delta \omega_{\alpha} = \sum_{\alpha} \frac{1}{2} m 2\omega \delta \omega \sigma_{\alpha}^2. \quad (\text{III.21})$$

La moyenne temporelle $\overline{\cdot}$ est prise sur une période du mouvement, E_p est l'énergie potentielle de l'atome, et $\sigma_{\alpha}^2 = \overline{x^2}$ où x_{α} est la position suivant l'axe α . Si de plus la transformation est quasi-statique au sens thermodynamique, le système est toujours à l'équilibre et la variation d'énergie par atome s'écrit :

$$dE = 3k_B \delta T, \quad (\text{III.22})$$

l'énergie totale de l'atome valant, d'après le théorème d'équipartition, $E = 3k_B T$. Le nuage d'atomes étant isolé thermiquement, il n'y a pas d'échange de chaleur et le premier principe de la thermodynamique se résume à :

$$dE = \delta W. \quad (\text{III.23})$$

On en déduit immédiatement, après division à droite et à gauche par $E = 3k_B T = 3m\omega_{\alpha}^2 \sigma_{\alpha}^2$ (pour α quelconque) :

$$\sum_{\alpha} \frac{\delta \omega_{\alpha}}{3\omega_{\alpha}} = \frac{\delta T}{T}. \quad (\text{III.24})$$

En posant $\overline{\omega} = (\prod_{\alpha} \omega_{\alpha})^{1/3}$, il vient, en intégrant entre l'état initial i et l'état final f :

$$\frac{T^f}{T^i} = \frac{\overline{\omega}^f}{\overline{\omega}^i}. \quad (\text{III.25})$$

Sachant que $\overline{n} \propto \frac{1}{\sigma_x \sigma_y \sigma_z} \propto \frac{\overline{\omega}^3}{T^{3/2}}$, et que $\overline{v} \propto T^{1/2}$, on arrive enfin au résultat recherché :

$$\frac{\gamma_c^f}{\gamma_c^i} = \left(\frac{\overline{\omega}^f}{\overline{\omega}^i} \right)^2. \quad (\text{III.26})$$

⁷Ceci est vrai tant que l'on change la raideur du potentiel sans changer sa forme, *i.e* la loi de puissance de sa variation spatiale [108, 20].

(F, m)	b'' (G.cm ⁻²)	B_0 (G)	b'^i (G.cm ⁻¹)	b'^f (G.cm ⁻¹)	γ_c^f / γ_c^i
(1, -1)	400	200	350	900	4,5
(1, -1)	400	200	350	1200	6,75
(2, 2)	200	100	175	900	12
(2, 2)	200	100	175	1200	17

TAB. III.2 – Valeurs caractéristiques du champ magnétique au transfert, et après compression. L'augmentation du taux de collision est calculée pour 2 valeurs finales du gradient linéaire b' .

Stratégies de compression

Il existe plusieurs façons d'augmenter les courbures du potentiel de Ioffe-Pritchard. La plus répandue consiste à compenser partiellement le champ longitudinal B_0 grâce à des bobines en configuration Helmholtz, c'est-à-dire qui génèrent un champ localement constant, sans courbure. D'après (III.6), cela a pour effet d'augmenter la courbure radiale suivant x et y d'un facteur arbitrairement grand. En pratique, il faut toutefois veiller à conserver un champ longitudinal suffisamment grand pour éviter les transitions de Majorana.

Cette stratégie est difficile à mettre en œuvre dans la cas de notre électroaimant à noyaux ferromagnétiques car la structure du champ dépend de la géométrie des pôles, et non de celle de l'excitation. En d'autres termes, il est impossible de compenser le champ longitudinal sans exciter les pôles du dipôle, et annuler ainsi la courbure b'' . Le rapport $b''/B_0 = 2 \text{ cm}^{-2}$ est déterminé par la forme des pôles. C'est pourquoi nous opérons à fort champ longitudinal. Il est cependant à noter que décompresser le dipôle nous fait gagner en taux de collision. En effet, suivant le dipôle, $\omega_z \propto B_0^{1/2}$ et suivant le quadrupôle, $\omega_x = \omega_y \propto B_0^{-1/2}$, ce qui conduit à une fréquence d'oscillation moyenne $\bar{\omega}$ qui varie comme $B_0^{-1/6}$, et à un taux de collision γ_c qui varie en $B_0^{1/3}$.

Il est cependant beaucoup plus avantageux de mettre à profit la capacité de notre électroaimant à générer un fort gradient linéaire, c'est-à-dire d'augmenter b' tout en laissant B_0 et b'' inchangés. Dans la limite où $b'^2/B_0 \gg b''$, on a $\omega_x = \omega_y \propto b'$, d'où $\gamma_c \propto b'^{4/3}$. Le tableau III.2 rappelle les chiffres caractéristiques du tableau III.1, et donne le gain en taux de collision.

Conclusion

L'utilisation de matériaux ferromagnétiques permet donc de générer un potentiel de Ioffe-Pritchard confinant, et d'atteindre des taux de collisions (au moins 20 s^{-1}) compatibles avec la durée de vie dans l'enceinte secondaire (200 s). Le critère d'emballlement étant largement rempli, il ne reste qu'à évaporer les atomes chauds en abaissant la hauteur du potentiel. Le chapitre suivant décrit les expériences d'évaporation par onde radiofréquence.

- IV -

Refroidissement évaporatif et condensation en champ fort

Rappelons que le refroidissement évaporatif d'atomes neutres, proposé comme moyen d'atteindre la condensation de Bose-Einstein en 1986 [63], repose sur la perte préférentielle des atomes énergétiques générés par les collisions interatomiques. Il existe plusieurs façons de faire cette sélection en énergie. Dans les premières expériences sur l'hydrogène atomique, l'évaporation a été réalisée par contact avec les parois de l'enceinte [109, 110], par abaissement du potentiel à une extrémité du piège [63, 111], ou par pompage optique dans un état non-piégeant par un faisceau quasi-résonnant, les atomes froids du centre étant dans l'ombre des atomes chauds de la périphérie [112, 113]. Signalons également l'évaporation réalisée par abaissement global de la raideur du potentiel dans les expériences de piégeage lumineux dipolaire [114]. Cependant, la méthode la plus efficace reste l'évaporation par radiofréquence, proposée à l'origine par Pritchard *et al.* [115], et mise en œuvre par Davis *et al.* [116]. Elle consiste à provoquer un basculement du spin des atomes pour une certaine valeur du champ magnétique, c'est-à-dire une certaine hauteur du potentiel.

L'efficacité d'une technique d'évaporation se mesure à sa capacité à fonctionner même en piège comprimé — abaisser la hauteur du potentiel en diminuant les courbures fait perdre le bénéfice de la compression adiabatique —, ainsi qu'à la *dimensionnalité* de l'évaporation. En effet, toutes les techniques présentées ci-dessus reposent sur une sélection spatiale des atomes. Cela revient à n'évaporer les atomes énergétiques que *via* l'hypothèse d'*ergodicité* suffisante. Ce point est discuté au paragraphe § IV.1.2.

Nous présentons tout d'abord le principe de l'évaporation par radiofréquence, d'abord dans un cas générique, puis plus spécifiquement dans le cas du régime de champ fort. Nous verrons quelles en sont les implications suivant le niveau hyperfin choisi. Dans certains cas, il a été nécessaire d'utiliser des solutions alternatives à l'éva-

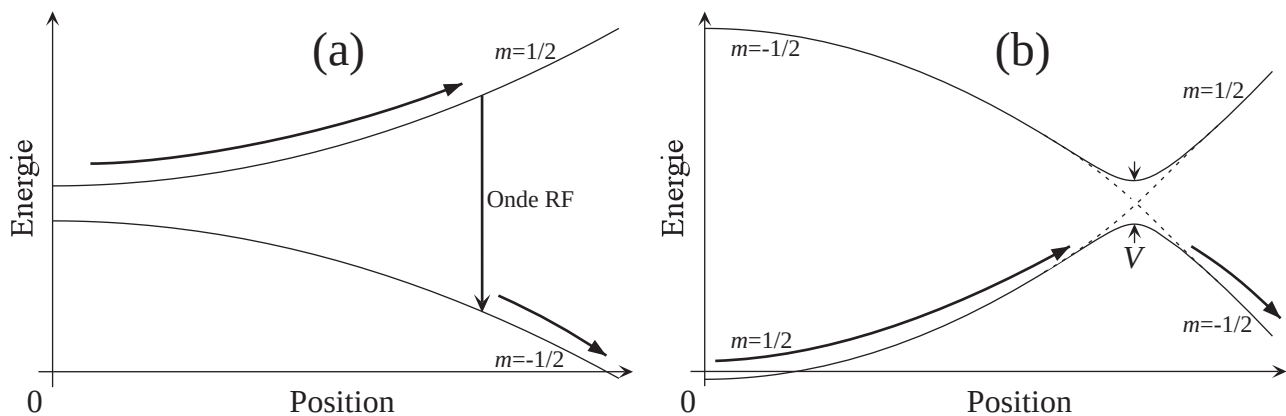


FIG. IV.1 – Couplage radiofréquence pour un atome de spin $\frac{1}{2}$ dans un potentiel harmonique, en représentation de l'atome seul (a), et dans l'image de l'atome habillé (b). La trajectoire atomique est indiquée par les flèches.

poration par radiofréquence “canonique” pour atteindre le seuil de condensation. Enfin, nous avons effectué les caractérisations habituelles des condensats obtenus.

IV.1 Évaporation par onde radiofréquence

IV.1.1 Principe - Spin $\frac{1}{2}$

L'évaporation par radiofréquence (RF) consiste à sélectionner les atomes se trouvant sur une surface de module du champ magnétique fixé, en les couplant à un niveau Zeeman anti-piégeant grâce à une onde RF résonnante. Par souci de simplicité, nous nous intéressons dans un premier temps à un atome de spin $s = \frac{1}{2}$, de facteur de Landé $g > 0$, et placé dans un potentiel harmonique à une dimension. Le niveau $m = 1/2$ est piégeant alors que le niveau $m = -1/2$ est anti-piégeant. Une onde RF de fréquence ω_{RF} est résonnante avec la transition $m = 1/2 \rightarrow m = -1/2$ au point où le champ magnétique vaut $B = \frac{\hbar\omega_{\text{RF}}}{g\mu_B}$, c'est-à-dire lorsque ω_{RF} est égale à la fréquence de Larmor. Nous appellerons ce point (cette surface dans le cas tridimensionnel) *couteau RF*. La figure IV.1a représente la trajectoire d'un atome suffisamment énergétique pour atteindre le couteau RF, et être expulsé du piège. La RF tronque donc le potentiel à une hauteur ajustable grâce au choix la valeur de la fréquence RF. L'évaporation forcée (§ I.4.2) est réalisée en diminuant progressivement la hauteur du potentiel à l'aide d'une modulation décroissante de la fréquence RF.

Dans la représentation de l'atome habillé par les photons RF (fig. IV.1b), la présence du couteau RF se manifeste par un anticroisement. La probabilité (de Landau-Zener [117, 118]) pour qu'un atome le franchissant avec une vitesse v effectue le suivi

adiabatique vers l'état anti-piégeant, est donnée par :

$$\mathcal{P}_{\text{évap}} = 1 - \exp\left(-\frac{\pi|V|^2}{\hbar g \mu_B B' v}\right), \quad (\text{IV.1})$$

où V est le couplage atome-onde RF, et B' est la dérivée spatiale du module du champ au niveau du couteau RF. L'évaporation est efficace lorsque cette probabilité est proche de 1.

Le couplage réalise une transition $\Delta m = -1$, donc seule la composante de polarisation circulaire σ^- contribue au renversement du spin. En pratique, on applique un champ oscillant B_{RF} perpendiculairement au champ de piégeage (qui définit l'axe de quantification z). Le hamiltonien de couplage s'écrit : $H_{\text{RF}} = g \mu_B S_x / \hbar B_{\text{RF}} \cos \omega_{\text{RF}} t$, d'où $V = g \mu_B B_{\text{RF}} / 2$. On en déduit la condition de suivi adiabatique, qui rend la probabilité (IV.1) proche de l'unité, et qui revient à dire que le temps de franchissement du couteau est grand devant l'inverse de la fréquence de Rabi du couplage :

$$\frac{V}{g \mu_B B' v} \gg \frac{\hbar}{V} \Leftrightarrow B_{\text{RF}} \gg \sqrt{\frac{\hbar v B'}{g \mu_B}}. \quad (\text{IV.2})$$

Pour un gradient typique de 100 G.cm^{-1} et une vitesse moyenne de 15 cm.s^{-1} (correspondant à une température de $300 \mu\text{K}$), la condition d'adiabaticité requiert un champ RF supérieur à 20 mG (on a pris $g = 2$).

IV.1.2 Dimensionnalité de l'évaporation

Position du problème

Dans l'évaporation par radiofréquence idéale, la sélection des atomes chauds se fait sur une coquille "isomagnétique" entourant le nuage atomique. Suite à une collision, un atome suffisamment énergétique pour s'échapper du piège doit parcourir une partie de sa surface isoénergétique $\mathcal{S}_E$ de l'espace des phases avant de traverser le couteau RF. L'hypothèse *ergodique*, sur laquelle est basé le modèle d'évaporation du § I.4.2, stipule que les surfaces $\mathcal{S}_E$ sont occupées de façon homogène, c'est-à-dire que chaque atome d'énergie E explore la totalité de $\mathcal{S}_E$ au cours de son mouvement. Il est donc nécessairement amené à traverser le couteau RF au bout d'un temps fini. Ceci n'est clairement pas vérifié dans le cas du potentiel harmonique, puisqu'il est séparable (*i.e* que les mouvements suivant les 3 directions sont découplés). Le mélange ergodique entre les dimensions ne se fait que par les anharmonicités du potentiel, et sur une échelle de temps bien plus longue que les temps caractéristiques d'évaporation [119].

La question est de savoir si un atome possédant une énergie totale E supérieure à la hauteur du potentiel ϵ , et donc susceptible d'être évaporé, peut atteindre le couteau RF avant de collisionner à nouveau avec un autre atome du gaz. Si la réponse est oui, l'évaporation est dite à 3 dimensions, car l'atome est évaporé si la somme de ses énergies suivant les trois axes est supérieure ϵ . C'est la cas le plus favorable pour obtenir

un refroidissement évaporatif efficace. Si la sélection des atomes chauds porte sur la somme des énergies suivant 2 directions, l'évaporation est dite à 2 dimensions, et si la sélection porte sur l'énergie suivant une seule direction, l'évaporation est unidimensionnelle¹. L'évaporation par onde RF est très avantageuse car elle permet aux atomes de s'échapper suivant toutes les directions. Elle est par conséquent essentiellement tridimensionnelle². Il existe cependant des circonstances pouvant réduire fortement son efficacité, que nous explicitons maintenant.

Épaisseur collisionnelle du nuage

Un atome situé au centre du nuage, et acquérant une énergie cinétique supérieure au seuil ϵ , doit, pour être évaporé, parvenir à la périphérie du nuage sans entrer en collision avec un autre atome. Cette condition est réalisée si le gaz est collisionnellement mince, c'est-à-dire si le libre parcours moyen est grand devant la taille du nuage. Cela revient également à avoir un taux de collision petit devant les fréquences d'oscillations. Dans nos expériences avec l'électroaimant de première génération, tout comme dans l'immense majorité des expériences de condensation réalisées jusqu'à présent, le taux de collision est, pendant la majeure partie de l'évaporation, inférieur ou égal à la moyenne des fréquences d'oscillation. Ce régime, dit balistique par opposition au régime hydrodynamique, est favorable à une évaporation à 3D.

De plus, si le taux de collision est particulièrement faible devant les fréquences d'oscillation, la probabilité de transition (IV.1) peut être réduite sans dommage pour l'efficacité de l'évaporation, car l'atome dispose de plusieurs tentatives (*i.e* de plusieurs oscillations dans le piège) pour effectuer la transition au niveau du couteau, avant de perdre son énergie dans une collision.

Effet de la gravité

Jusqu'à présent, nous avons considéré que le couteau RF était situé sur une surface équipotentielle. Ceci n'est pas vrai en toute rigueur, car la gravité "décale" le potentiel de piégeage vers le bas, ce qui fait que le potentiel de piégeage n'est pas tronqué partout à la même hauteur. Comme il apparaît sur la figure IV.2, les atomes sont évaporés préférentiellement vers la partie inférieure du nuage. Quantitativement, cet effet devient important lorsque le potentiel varie le long du couteau RF de plus ou moins l'énergie moyenne que les atomes évaporés ont au-dessus du seuil, à savoir approximativement $k_B T$ (§I.4.2). À température T et paramètre d'évaporation η fixés, les deux points

¹Cette discussion ne concerne que les potentiels qui sont harmoniques en première approximation, pour lesquels il est effectivement possible de séparer l'énergie mécanique suivant les 3 axes.

²Il existe des trajectoires marginales qui possèdent une énergie totale supérieure à ϵ et ne traversent pas le couteau RF, par exemple des orbites quasiment circulaires dans un plan perpendiculaire à l'axe de symétrie du piège.

extrêmes A et B de la surface d'évaporation ont une différence en énergie de $2Mgx_0$, où $\pm x_0$ sont les positions du couteau sur l'axe vertical x , tels que $\frac{1}{2}M\omega_x^2 x_0^2 = \eta k_B T$, ω_x étant la fréquence d'oscillation suivant l'axe x . La gravité joue donc un rôle dès que :

$$T < T_{1D} = \frac{2\eta M g^2}{k_B \omega^2}. \quad (\text{IV.3})$$

Le graphe de la figure IV.3 montre la variation de la température critique T_{1D} en fonction de la fréquence d'oscillation ω_x . En dessous de T_{1D} , seuls les atomes ayant une énergie E_x suivant la direction x supérieure à la hauteur du potentiel au point A , sont éjectés du piège. L'évaporation est alors unidimensionnelle, car le temps de mélange ergodique entre les dimensions est bien plus grand que le temps entre deux collisions successives. Dans notre expérience, l'axe vertical est un axe radial, dont la fréquence en piège comprimé varie entre 50 et 160 Hz. Par conséquent, sachant que le gaz passe d'une température de 200 ou 300 μK à environ 0,5 μK , l'évaporation est unidimensionnelle sur une grande partie de la rampe RF.

L'évaporation à 1D est beaucoup moins efficace que l'évaporation à 3D [119]. On peut évaluer simplement cette perte d'efficacité par un argument géométrique. À 3D, l'énergie des atomes évaporés est essentiellement comprise entre $\eta k_B T$ et $(\eta + 2)k_B T$ (§ I.4.2). En considérant le nuage comme ponctuel devant la surface d'évaporation (le couteau RF), les atomes ayant, suite à une collision au centre du piège, une énergie suffisante pour être évaporés sont contenus dans une coquille de l'espace des vitesses représentée figure IV.4. Dans une évaporation à 1D, seuls les atomes de cette coquille ayant une énergie suivant l'axe vertical supérieure à la hauteur du potentiel, c'est-à-dire contenus dans deux calottes inférieure et supérieure de la coquille, sont évaporés. Dans la limite $\eta \gg 1$, le rapport entre le volume des calottes et celui de la coquille vaut 2η , ce qui peut vite devenir considérable³ lorsqu'on cherche à augmenter η . Cette valeur est à comparer à la réduction de 4η trouvée par un calcul exact dans le cas d'un piège semi-linéaire [119].

Nous avons réalisé une simulation numérique de type Monte-Carlo (voir annexe C) afin d'évaluer l'impact de la gravité sur l'efficacité de l'évaporation. La figure IV.5a présente l'altitude moyenne, normalisée par la taille de la surface d'évaporation, des points où les atomes expulsés au cours du refroidissement par évaporation forcée ont traversé cette surface. Il apparaît clairement qu'au cours du temps, alors que la température diminue, l'évaporation devient de plus en plus unidimensionnelle. Cependant,

³Comme il a été souligné dans [64], il faut néanmoins tenir compte du fait que l'énergie moyenne d'un atome évaporé à 1D est sensiblement plus grande qu'à 3D, puisqu'elle est égale au seuil plus $\kappa k_B T$, plus $k_B T$ pour chaque dimension transverse. De plus, dans notre cas, l'évaporation a lieu perpendiculairement à l'axe long (longitudinal) du nuage, ce qui est largement plus favorable que dans les expériences sur l'hydrogène, où l'évaporation à 1D dans la direction longitudinale constituait un goulet d'étranglement rédhibitoire [120].

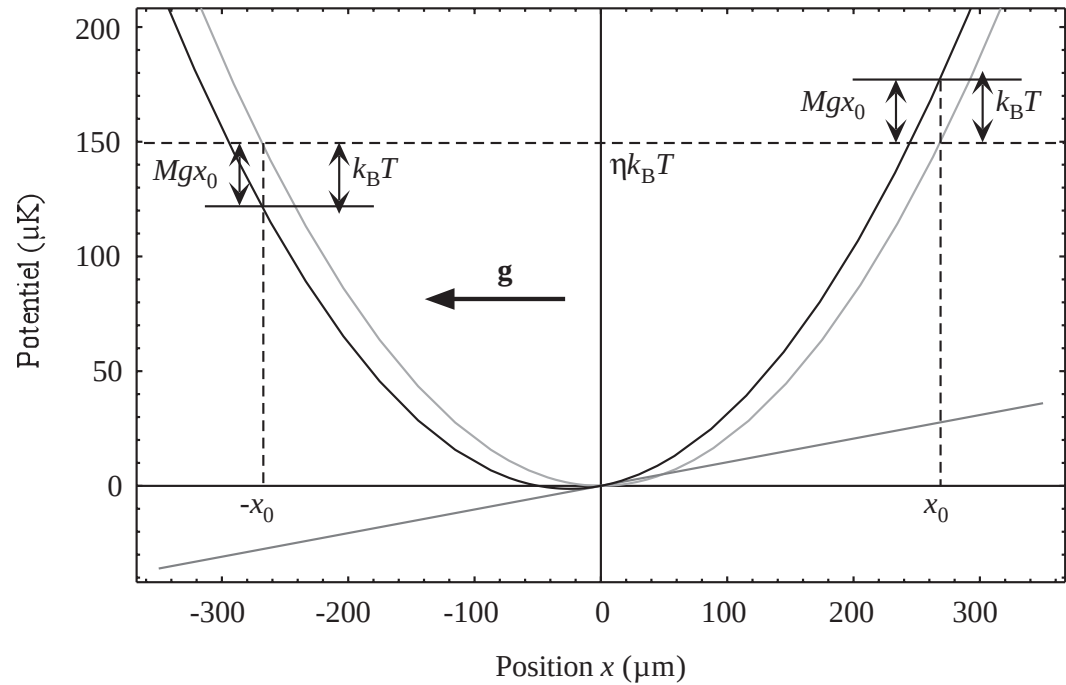


FIG. IV.2 – Potentiel de piégeage correspondant à une fréquence d'oscillation de 100 Hz. On a tracé en gris l'énergie magnétique et l'énergie potentielle de pesanteur, et en noir le potentiel total résultant. Il apparaît que le potentiel total est tronqué à une énergie plus basse en $-x_0$ qu'en x_0 . Lorsque cette différence d'énergie est égale à $2k_B T$ (i.e la bande d'énergie au-dessus du seuil des atomes évaporés), les atomes chauds ne sont pratiquement plus expulsés qu'au niveau de la partie inférieure de la surface d'évaporation. Les flèches tracées correspondent à $T = 30 \mu\text{K}$ et $\eta = 5$.

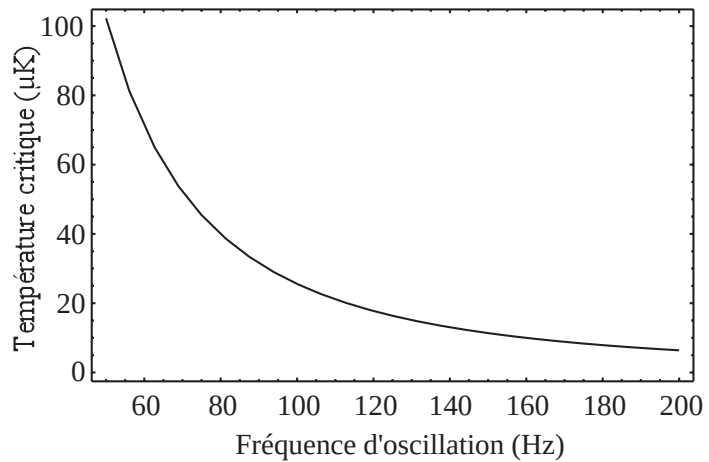


FIG. IV.3 – Température critique, en-dessous de laquelle l'évaporation de ^{87}Rb s'effectue à 1D, en fonction de la fréquence d'oscillation verticale du piège, et pour un paramètre d'évaporation $\eta = 5$.

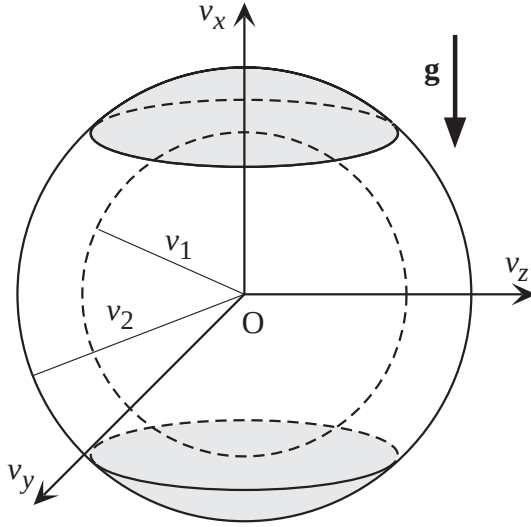


FIG. IV.4 – Représentation du volume d'évaporation dans l'espace des vitesses. Dans le cas d'une évaporation tridimensionnelle, s'échappent du piège les atomes contenus dans la coquille sphérique de rayon interne $v_1 = \sqrt{2\eta k_B T/m}$ et de rayon externe $v_2 = \sqrt{2(\eta + 2)k_B T/m}$. Dans le cas d'une évaporation unidimensionnelle (engendrée par la gravité), seuls les atomes de cette coquille dont la vitesse v_x est supérieure en module à v_1 , c'est-à-dire contenus dans les calottes grisées, sont évaporés.

la comparaison du nombre d'atomes restant en fonction de la densité dans l'espace des phases avec ou sans la pesanteur montre (fig. IV.5b) que le processus reste efficace jusqu'à une densité dans l'espace des phases de 10^{-3} , obtenue à une température de $10 \mu\text{K}$. En tout état de cause, l'effet de la gravité, quoique marqué, ne semble pas être un frein important à la progression de l'évaporation dans notre expérience. Il reste cependant à vérifier s'il en est de même en régime hydrodynamique, lorsque le nuage est collisionnellement épais.

IV.1.3 Atome à plusieurs niveaux

Nous avons jusqu'à présent considéré un atome de spin $\frac{1}{2}$. La méthode se généralise au cas d'un atome à plusieurs niveaux. Cependant, le hamiltonien du couplage RF étant de nature vectorielle (comme le hamiltonien Zeeman), il est soumis à la règle de sélection $\Delta m = \pm 1, 0$. Seuls les niveaux magnétiques adjacents sont couplés par la radiofréquence. La façon dont cela se traduit au niveau du couplage adiabatique du niveau piégeant avec les niveaux non-piégeants diffère suivant que les niveaux magnétiques habillés par les photons RF sont dégénérés au niveau du couteau RF ou non.

Cas dégénéré

En régime de champ faible, les décalages Zeeman des différents sous-niveaux magnétiques sont linéaires et proportionnels au nombre magnétique m (§ B.1.2). Les couplages entre niveaux magnétiques adjacents sont par conséquent résonnants pour la même valeur du champ magnétique, c'est-à-dire au même endroit de l'espace (fig. IV.6a). Dans l'image de l'atome habillé par les photons RF, cela revient à dire que les états

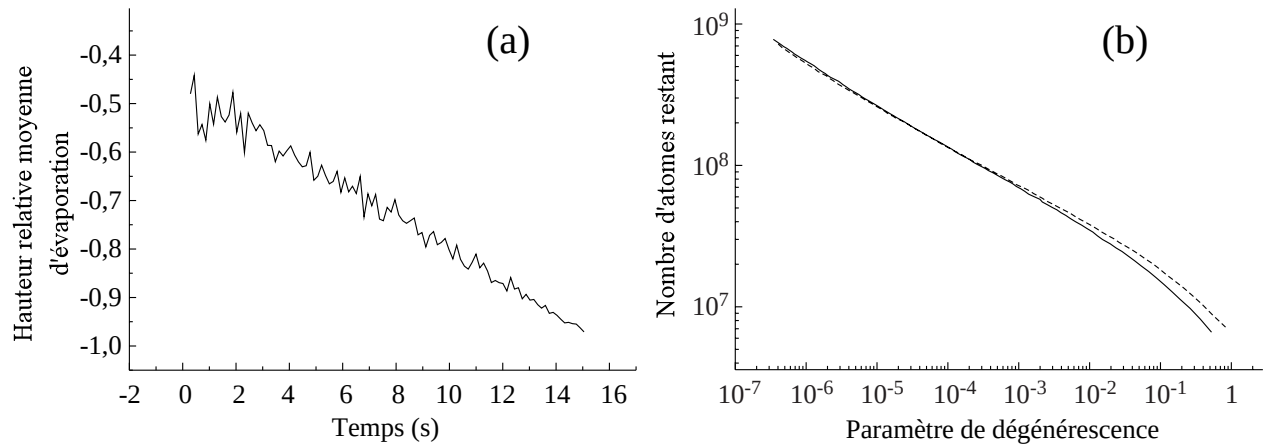


FIG. IV.5 – Simulation Monte-Carlo de refroidissement évaporatif tenant compte de la gravité. On simule le refroidissement de $7 \cdot 10^8$ atomes initialement à une température de $250 \mu\text{K}$ dans un piège de fréquences d'oscillation 18 et 55 Hz horizontalement, et 55 Hz verticalement. La fréquence RF est modulée suivant une exponentielle décroissante de constante de temps 3,7 s.

En (a), altitude moyenne d'évaporation, c'est-à-dire position verticale moyenne du point où les atomes traversent le couteau RF, rapportée à la taille verticale de la surface d'évaporation, en fonction du temps. Au fur et à mesure que la température diminue, les atomes sont évaporés de plus en plus bas sur la surface d'évaporation. À la fin du refroidissement, l'évaporation est complètement unidimensionnelle car les atomes chauds ne sont plus évaporés que par un point situé sous le nuage.

En (b), nombre d'atomes restant en fonction du paramètre de dégénérescence, en tenant compte de la gravité (trait plein), et sans la gravité (trait en pointillé). Au seuil de condensation, le nuage contient environ 30% d'atomes en moins avec la gravité que sans la gravité.

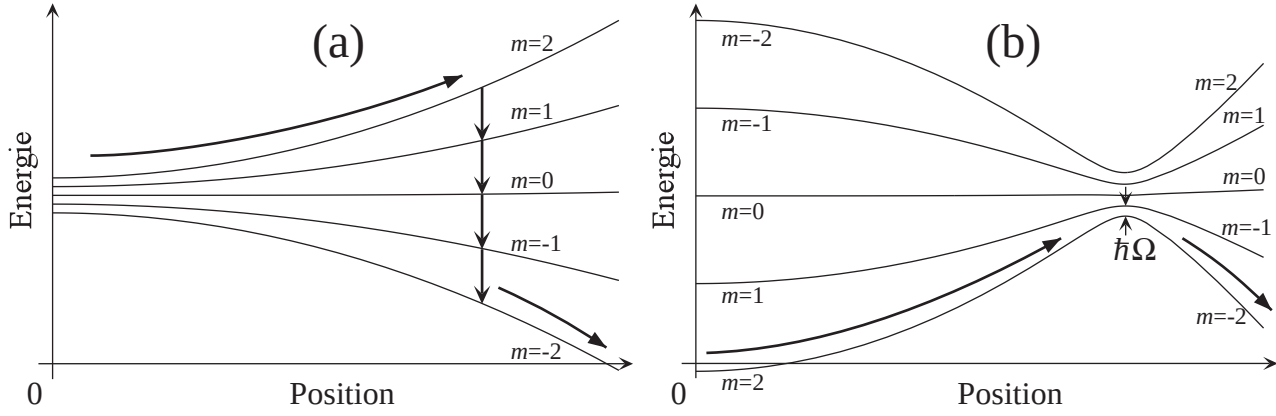


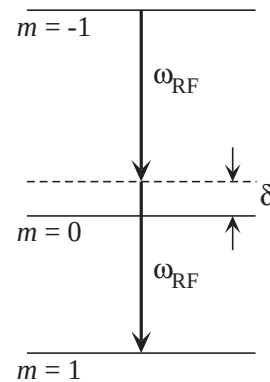
FIG. IV.6 – Couplage radiofréquence en régime de champ faible, pour un atome dans l'état $F = 2$ et dans un potentiel harmonique. (a) Dans la représentation de l'atome seul, les transitions sont résonnantes avec la RF au même point. (b) Dans l'image de l'atome habillé, l'évaporation est une transition adiabatique à 4 photons.

du niveau hyperfin F sont dégénérés par multiplicité de $2F + 1$ états. L'onde radiofréquence connecte alors adiabatiquement les niveaux de m opposés (fig. IV.6b) dans un croisement évité. Les atomes sont donc évaporés par transfert adiabatique vers un niveau anti-piégeant, au cours duquel ils émettent simultanément $2F$ photons.

La séparation $\hbar\Omega$ des potentiels adiabatiques adjacents de la figure IV.6b, au niveau du croisement évité, est obtenue par diagonalisation de la restriction de la matrice (B.14) à l'espace hyperfin considéré. Pour les deux niveaux hyperfins $F = 1$ et $F = 2$, on trouve une séparation $\hbar\Omega = \frac{1}{4}g_J\mu_B B_{\text{RF}}$. La généralisation du transfert adiabatique et de la formule de Landau-Zener aux systèmes multi-niveaux se trouve dans [121, 122]. En pratique, la transition est efficace si le critère d'adiabaticité (IV.2) est vérifié en prenant $V = \hbar\Omega$. Comme $\hbar\Omega$ est de l'ordre de l'intensité du couplage RF entre sous-niveaux magnétiques, on trouve une probabilité de suivi adiabatique proche de celle calculée dans le cas du spin $\frac{1}{2}$. Le champ RF nécessaire pour remplir la condition de suivi adiabatique (moins de 100 mG) est accessible expérimentalement.

L'effet d'un couplage RF insuffisant se traduit par l'établissement d'une petite population d'atomes dans les sous-niveaux piégeants intermédiaires, ce qui peut provoquer un chauffage important dû aux collisions inélastiques [123]. Cependant, dans le cas du Rubidium, le taux de collision inélastique entre sous-niveaux magnétiques est fortement réduit par la coïncidence accidentelle des longueurs de diffusion des états moléculaires triplet et singulet [124, 125, 126]. Un défaut de puissance n'est *a priori* pas gênant, tant que les atomes rapides sont évaporés avant de recollisionner (§ IV.1.2).

FIG. IV.7 – Exemple de couplage direct à plusieurs photons, dans le cas où les transitions RF ne sont pas résonnantes avec les niveaux intermédiaires à cause de l'effet Zeeman quadratique. Ici, l'atome est dans $F = 1$.



Cas non dégénéré

Les niveaux habillés ne sont dégénérés que dans la limite d'un décalage Zeeman linéaire. En effet, comme il apparaît sur (B.8), le second ordre de l'effet Zeeman n'est pas proportionnel au nombre magnétique m . On peut cependant considérer que les niveaux habillés se croisent au même point tant que la fréquence de Rabi Ω associée au couplage RF est très grande devant le désaccord $\delta \sim (\mu_B B_z)^2 / \hbar \mathcal{A}_g$, dû à la levée de dégénérescence. Dans la limite inverse, c'est-à-dire pour $\Omega \ll \delta$, les niveaux magnétiques sont tous couplés en des points séparés de l'espace, et le couplage adiabatique entre niveaux vérifiant $|\Delta m| > 1$ est fortement réduit.

Évaluons cette réduction. Deux niveaux caractérisés par $|\Delta m| > 1$ sont couplés à l'ordre $|\Delta m|$ par une transition à $|\Delta m|$ photons, chacun étant désaccordé d'environ δ avec les niveaux intermédiaires (fig. IV.7). Si $V = \hbar \Omega$ est l'intensité du couplage RF, alors le couplage effectif entre ces deux niveaux est de l'ordre de :

$$V_{\text{eff}} \sim V \left(\frac{V}{\hbar \delta} \right)^{|\Delta m|-1}. \quad (\text{IV.4})$$

Pour un champ longitudinal typique de 100 G, le désaccord dû à l'effet Zeeman quadratique est de l'ordre de 3 MHz, alors que la fréquence de Rabi du couplage RF ne dépasse pas 100 kHz. On en déduit que le couplage entre le niveau m et le niveau m' est réduit d'un facteur $30^{|m-m'|-1}$. À titre d'exemple, le couplage de la transition à 4 photons utilisée dans l'évaporation des atomes dans le niveau hyperfin $F = 2$ (fig. IV.6) est réduit d'environ $\sim 10^4$. En pratique donc, seuls les couplages entre sous-niveaux adjacents ($|\Delta m| = 1$) sont pleinement efficaces, et conduisent à des probabilités de transition équivalentes à celles de l'évaporation en régime linéaire. Ainsi, à moins de disposer d'une puissance RF considérable, le transit des atomes des niveaux piégeants vers les niveaux anti-piégeants se fait par une succession de transitions à 1 photon, plutôt que par un unique passage adiabatique à plusieurs photons. Ceci a des conséquences importantes, notamment pour des atomes piégés dans l'état $|2, 2\rangle$.

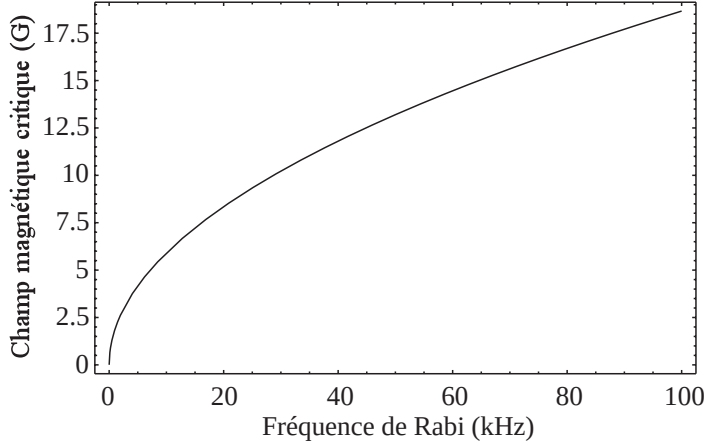


FIG. IV.8 – Valeur du champ magnétique “critique”, qui égalise l’effet Zeeman quadratique et le couplage RF, en fonction de la fréquence de Rabi de la RF. La fréquence maximale accessible expérimentalement est comprise entre quelques kHz et quelques dizaines de kHz.

Lorsque la fréquence de Rabi du couplage RF est de l’ordre de l’effet Zeeman quadratique, on est dans un régime d’évaporation intermédiaire. Le graphe de la figure IV.8 donne la valeur du champ magnétique correspondant à ce régime intermédiaire, en fonction de la puissance de la radiofréquence. Pour un champ supérieur à cette valeur, on peut s’attendre à ce que l’évaporation soit perturbée par l’effet Zeeman du second ordre. Pour avoir une idée de la valeur de ce champ “critique” pour les autres alcalins, remarquons simplement qu’elle varie en $\sqrt{\mathcal{A}_g}$, et qu’elle est donc particulièrement faible pour le Sodium et le Lithium.

Un traitement “tout quantique” du problème, qui consiste à simuler l’évolution d’un paquet d’ondes, a permis d’étudier le régime intermédiaire [127]. Il ressort de cette étude que même en champ intermédiaire, les transitions non résonnantes à deux photons jouent un rôle secondaire, et que dès que le champ est supérieur à la valeur critique, l’analyse en terme d’une succession de transitions à 1 photon est totalement justifiée.

IV.2 Refroidissement du niveau $F = 1$

Les conséquences de la levée de dégénérescence des niveaux habillés sont différentes suivant le niveau hyperfin. Nous examinons en premier lieu le cas du niveau $F = 1$, pour lequel le décalage Zeeman au second ordre n’a aucun effet inhibiteur sur l’évaporation.

IV.2.1 Évaporation dans $F = 1$

Schéma d’évaporation

Techniquement, la radiofréquence est générée à l’aide d’une antenne formée de 4 spires de 2 cm de diamètre, placées deux par deux de part et d’autre de la cellule, de façon à générer un champ magnétique $\mathbf{B}_{\text{RF}}$ vertical. Cette antenne est excitée

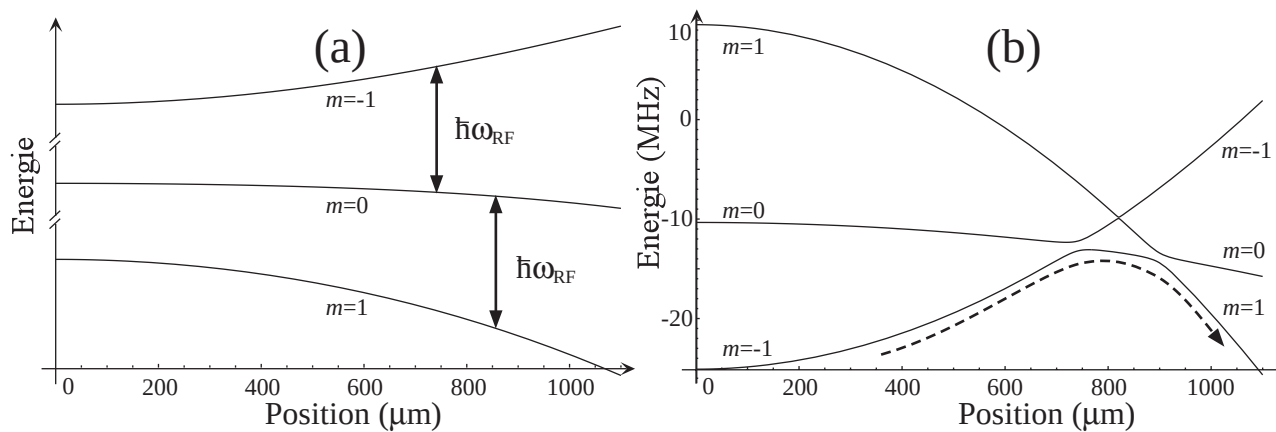


FIG. IV.9 – Niveaux énergétiques de l'état hyperfin $F = 1$ dans la représentation de l'atome seul (a), et dans celle de l'atome habillé (b). Pour une fréquence ω_{RF} donnée, les différentes transitions, représentées en (a) par des flèches, ne sont pas résonnantes au même point. Néanmoins, le niveau piégeant de l'atome habillé (b) est directement connecté au niveau anti-piégeant par un potentiel adiabatique.

par un synthétiseur programmable amplifié par un amplificateur de 2 ou 5 W suivant les expériences. Afin de pallier l'absence d'adaptation d'impédance entre l'antenne et l'amplificateur, ce dernier est suivi d'un atténuateur de 3 ou 6 dB, afin de le protéger contre une éventuelle réflexion de la RF dans l'antenne. Il est à noter qu'en régime de champ fort, les atomes n'explorent jamais la partie linéaire du potentiel magnétique (fig. III.6), ce qui implique que la direction du champ dans le piège est dominée par le champ longitudinal, qui est horizontal. Il en résulte que $\mathbf{B}_{\text{RF}}$ est sensiblement perpendiculaire au champ magnétique de piégeage sur toute la surface d'évaporation, ce qui constitue le cas le plus favorable pour générer des transitions $\sigma^{\pm}$ entre les sous-niveaux magnétiques.

La figure IV.9 représente les transitions RF dans la représentation de l'atome seul (a) et dans celle de l'atome habillé (b), pour un champ longitudinal $B_0 = 200$ G. Il apparaît clairement qu'un atome subit successivement 2 transitions adiabatiques pour être évaporé. La position du couteau RF est donnée par la position de la première transition. Notons également que, à cause de l'effet quadratique, le niveau $m = 0$ est légèrement anti-piégeant, si bien que l'expulsion de l'atome ne requiert qu'une seule transition. Ce schéma d'évaporation fonctionne parfaitement, et il est possible d'atteindre le régime de dégénérescence quantique, et d'obtenir des condensats contenant jusqu'à $2 \cdot 10^6$ atomes. Cependant, vraisemblablement à cause de l'évaporation unidimensionnelle, il est nécessaire d'évaporer pendant un temps assez long (40 s) si l'on veut garder un grand nombre d'atomes dans le condensat.

Quelques chiffres caractéristiques

La fréquence RF est diminuée linéairement par morceaux en fonction du temps. La rampe comporte en général quatre morceaux, et a une forme proche d'une exponentielle décroissante qui démarre 40 MHz au-dessus de la fréquence correspondant au fond du puits de potentiel. La durée de l'évaporation varie entre 25 et 40 s. Cependant, lorsque le régime d'emballlement est atteint avec une marge suffisante, l'évaporation est peu sensible à la forme de la rampe. La durée de vie des atomes dans le piège, seule mesure efficace du vide dans l'enceinte secondaire, est d'environ 200 s. D'après § I.4.2, le taux de collision minimum nécessaire pour condenser en étant dans le régime d'emballlement est alors de $1,5 \text{ s}^{-1}$, ce qui est toujours largement le cas dans notre expérience⁴. En effet, suivant les conditions de départ, le taux de collision après compression adiabatique est compris entre 10 et 50 s^{-1} .

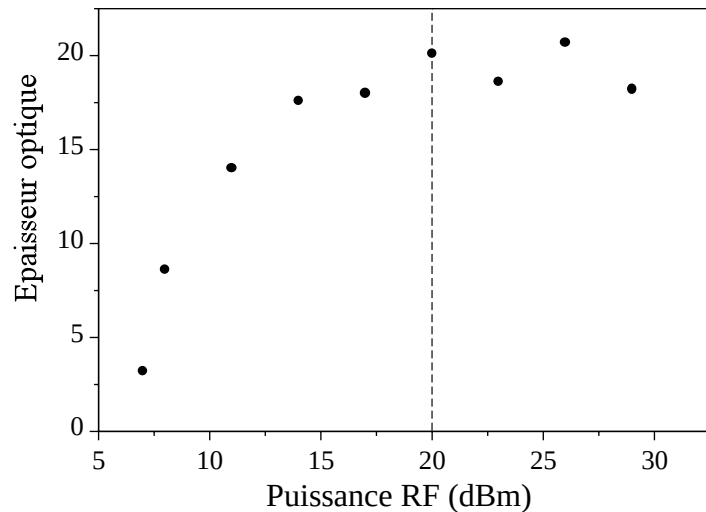
En modulant le nombre d'atomes initial, on obtient entre 10^5 et $2 \cdot 10^6$ atomes dans le condensat. La transition se produit entre 200 et 500 nK, et la densité au centre du condensat vaut quelques 10^{14} cm^{-3} .

Saturation de l'efficacité d'évaporation

Ainsi qu'il a été discuté au paragraphe § IV.1.2, page 80, lorsque le taux de collision est inférieur aux fréquences d'oscillation, la probabilité de transfert vers le niveau anti-piégeant n'a pas besoin d'être égale à 1 pour qu'un atome avec une énergie supérieure au seuil soit évaporé avec une probabilité de 1. Cela veut dire que l'efficacité de l'évaporation, comprise comme étant la capacité à éjecter les atomes ayant une énergie supérieure au seuil, atteint sa valeur maximale avant que la probabilité de transition au niveau du couteau RF soit égale à 1. Nous avons mesuré en fonction de la puissance RF le gain en épaisseur optique, à l'issue d'une phase de refroidissement évaporatif de $200 \mu\text{K}$ à $10 \mu\text{K}$. L'épaisseur optique reflète la valeur du taux de collision élastique, que nous choisissons ici comme mesure de l'efficacité de l'évaporation, pour une rampe RF donnée. Le résultat est représenté sur la figure IV.10. Il est délicat de remonter de la puissance délivrée par l'amplificateur à la valeur du champ RF au niveau du piège. Néanmoins, suite à l'expérience du paragraphe § IV.3.1, il est possible d'estimer la puissance pour laquelle la probabilité de transition de Landau-Zener est à peu près égale à $1/2$, à environ 20 dBm. Il apparaît donc que l'efficacité de l'évaporation atteint sa valeur maximale pour une probabilité de transition de Landau-Zener inférieure à $1/2$.

⁴Attention cependant, car ce critère n'est valable que pour une évaporation à 3D.

FIG. IV.10 – Épaisseur optique obtenue après refroidissement évaporatif jusqu'à $10\,\mu\text{K}$, en fonction de la puissance RF délivrée par l'amplificateur. Tous les autres paramètres, y compris les conditions initiales de refroidissement et le profil de la rampe RF, sont constants. La puissance de 20 dBm correspond, pour cette gamme de température et cette configuration magnétique, à une probabilité de transition de Landau-Zener d'environ $1/2$ à chaque croisement.



IV.2.2 Caractérisation du condensat

Condensation spatiale

Contrairement au cas d'un gaz confiné dans une boîte, la condensation de Bose-Einstein dans un potentiel harmonique se manifeste à la fois dans l'espace des vitesses et dans l'espace réel. En effet, l'état fondamental de l'oscillateur harmonique est l'état le moins étendu spatialement. La condensation se traduit par l'apparition d'une double structure, qui reflète la superposition du condensat et du nuage thermique, plus étendu spatialement (fig. IV.11). En première approche, la taille du condensat est celle de l'état fondamental de l'oscillateur harmonique. Cependant, les interactions entre atomes, bien qu'étant suffisamment faibles pour être traitées en théorie de champ moyen, modifient profondément les caractéristiques de l'état fondamental du système.

Ainsi qu'il a été souligné dans § I.4.2, les collisions au sein du gaz d'atomes ultra-froids se produisent dans le régime d'onde s , caractérisé par une longueur de diffusion a très petite devant la distance interatomique moyenne. Pour cette raison, il est possible de modéliser le potentiel interatomique par une interaction de contact :

$$V(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = g\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \quad (\text{IV.5})$$

avec

$$g = \frac{4\pi\hbar^2 a}{M}. \quad (\text{IV.6})$$

Soit ψ la fonction d'onde du condensat. On suppose que tous les atomes condensés sont dans l'état décrit par cette fonction d'onde, sans qu'il n'y ait de corrélation entre eux, ni de déplétion quantique. Cette hypothèse est justifiée dans le régime de gaz dilué. Par conséquent, chaque atome est soumis au potentiel de piégeage $U(\mathbf{r})$, ainsi qu'au

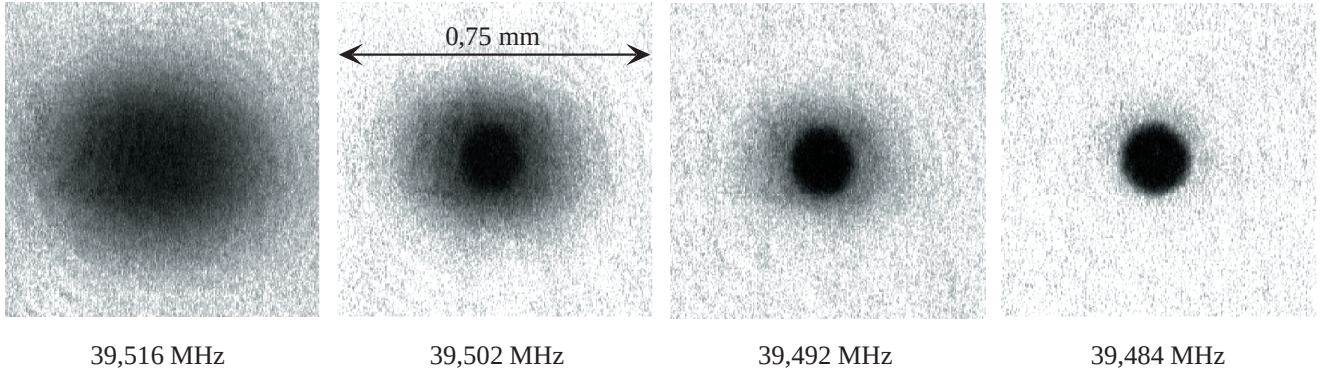


FIG. IV.11 – Condensation de Bose-Einstein. On a représenté 4 images en absorption correspondant à 4 valeurs finales de la rampe RF différentes. La condensation se traduit par l'apparition d'une double structure lorsqu'on abaisse la fréquence finale d'évaporation. Chaque image, correspondant à un nuage différent, est prise après un temps de vol de 22 ms après la coupure du piège.

potentiel moyen créé par l'ensemble des $N_c - 1$ autres atomes condensés :

$$\begin{aligned} U_i(\mathbf{r}) &= (N_c - 1) \int \psi^*(\mathbf{r}') V(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \psi(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \\ &\simeq N_c g |\psi(\mathbf{r})|^2. \end{aligned} \quad (\text{IV.7})$$

On néglige l'interaction entre les atomes condensés et les atomes non condensés, qui sont beaucoup plus dilués. L'équation de Schrödinger pour $\psi(\mathbf{r})$ s'écrit donc :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2M} \Delta + U(\mathbf{r}) + N_c g |\psi(\mathbf{r})|^2 \right] \psi(\mathbf{r}) = \mu \psi(\mathbf{r}), \quad (\text{IV.8})$$

encore appelée équation de Schrödinger non linéaire, ou équation de Gross-Pitaevskii.

Nota. La dérivation rigoureuse de cette équation par une méthode de minimisation de l'énergie, ainsi qu'une discussion sur les limites de la validité du potentiel de contact se trouvent dans la référence [128].

Considérons un potentiel de piégeage harmonique. Dans la limite d'une interaction nulle entre atomes, l'énergie μ du fondamental de l'oscillateur harmonique se répartit de façon égale entre énergie cinétique et énergie potentielle de piégeage. En présence d'une répulsion entre atomes, la taille de l'état fondamental augmente, ce qui diminue l'énergie cinétique (l'état fondamental est minimal au sens de la relation d'incertitude de Heisenberg : $\Delta x \Delta p \sim \hbar/2$), et augmente l'énergie potentielle. Pour une répulsion suffisamment forte (régime de Thomas-Fermi), le terme d'énergie potentielle domine celui d'énergie cinétique, et l'équation de Gross-Pitaevskii (IV.8) se réduit à :

$$|\psi(\mathbf{r})|^2 = \frac{\mu - U(\mathbf{r})}{Ng}. \quad (\text{IV.9})$$

En normalisant la fonction d'onde à 1, on en déduit l'énergie μ du fondamental :

$$\mu = \frac{1}{2} \hbar \bar{\omega} \left(15 \frac{N_c a}{\sigma_{\text{OH}}} \right)^{\frac{2}{5}}, \quad (\text{IV.10})$$

où $\bar{\omega}$ est la moyenne géométrique des 3 fréquences d'oscillation, et $\sigma_{\text{OH}} = \sqrt{\hbar/M\bar{\omega}}$ est la taille du fondamental de l'oscillateur harmonique correspondant à cette fréquence moyenne. Pour un relativement petit nombre d'atomes condensés $N_c = 10^5$ et des fréquences d'oscillation typiques $\omega_{\perp} = 75 \text{ Hz}$ suivant le quadrupôle, et $\omega_z = 20 \text{ Hz}$ suivant le dipôle, on en déduit les dimensions du condensat suivantes :

$$l_{\perp} = \sqrt{\frac{2\mu}{M\omega_{\perp}^2}} = 5,4 \mu\text{m} \quad \text{et} \quad l_z = \sqrt{\frac{2\mu}{M\omega_z^2}} = 20 \mu\text{m}, \quad (\text{IV.11})$$

ce qui est largement supérieur à la taille du fondamental de l'oscillateur harmonique correspondant : $1,2 \mu\text{m}$ et $2,3 \mu\text{m}$.

Rétrospectivement, on peut comparer l'énergie cinétique et l'énergie potentielle du condensat. En notant l la taille du condensat, et σ_{OH} celle du fondamental de l'oscillateur harmonique, on a :

$$\frac{E_c}{U} \sim \frac{\frac{\hbar^2}{Ml^2}}{\frac{1}{2}M\omega^2 l^2} = \left(\frac{\sigma_{\text{OH}}}{l} \right)^4 \ll 1. \quad (\text{IV.12})$$

L'approximation de Thomas-Fermi se trouve ainsi justifiée, même pour de petits condensats.

L'analyse des images en absorption tient compte de ces résultats. La procédure d'ajustement telle que décrite en § II.6.2 se fait à l'aide de la superposition d'une distribution gaussienne pour la partie thermique, et d'une distribution parabolique pour la partie condensée.

Étude de la transition de condensation

La transition de phase intervient à cause d'une saturation du nombre de particules non condensées N' [voir (I.6)], les particules excédentaires s'accumulant dans l'état fondamental. Nous avons vérifié que le nombre maximum d'atomes dans le nuage thermique varie en T^3 en faisant une série d'expériences de refroidissement jusqu'aux alentours de la température de transition. Sur le graphe de la figure IV.12, qui représente N' en fonction de T^3 , les points sont pratiquement alignés lorsqu'un condensat est présent, et en-dessous de cette droite lorsque la condensation n'a pas été atteinte.

En outre, d'après (I.6) et (I.7), le nombre d'atomes condensés vaut :

$$N_c = N - N' = 1,202 \left(\frac{k_B T_c}{\hbar \bar{\omega}} \right)^3 - 1,202 \left(\frac{k_B T}{\hbar \bar{\omega}} \right)^3, \quad (\text{IV.13})$$

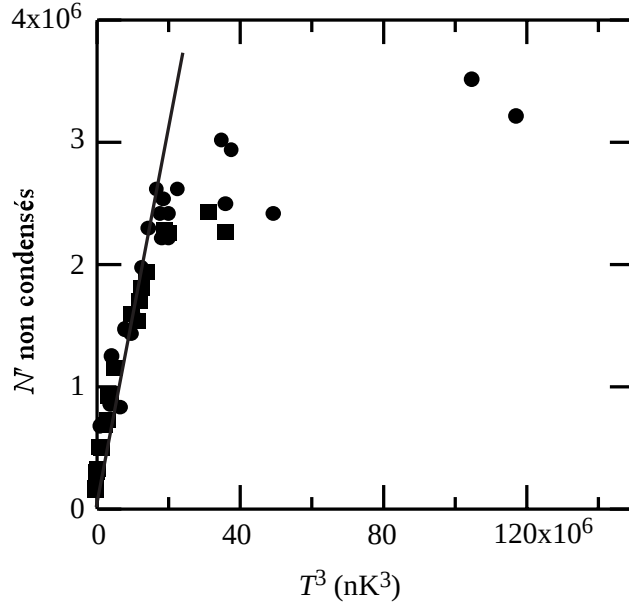


FIG. IV.12 – Nombre N' d'atomes dans le nuage thermique en fonction du cube de la température. On vérifie que la condensation est due à une saturation de N' suivant la loi (I.6). La droite théorique apparaît en trait plein.

d'où l'on tire la fraction d'atomes condensés :

$$\frac{N_c}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^3. \quad (\text{IV.14})$$

Le graphe de la figure IV.13 représente un tel comportement de N_c/N au niveau de la température de transition. On a également représenté la courbe théorique pour un gaz parfait en trait plein. Le désaccord entre théorie et expérience provient vraisemblablement d'une sous-évaluation du nombre d'atomes dans le condensat, à cause de difficultés liées à l'imagerie (§ IV.2.3). À noter également que à cause des interactions entre atomes, la fraction d'atomes condensées attendues peut être sensiblement plus faible que celle du cas parfait [129].

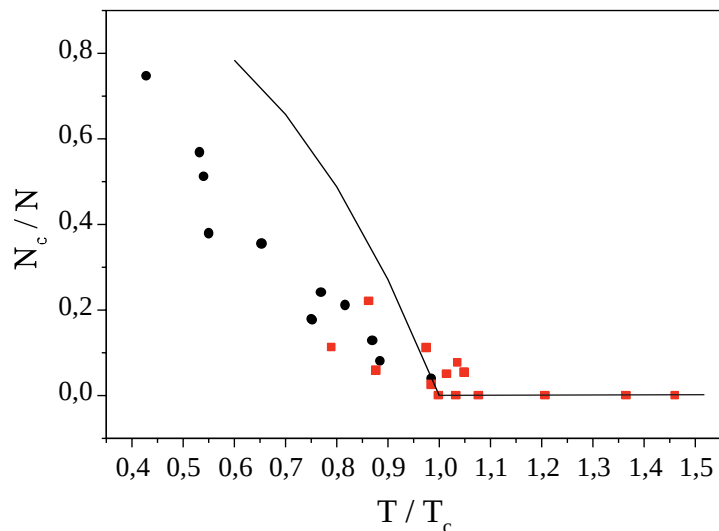
Inversion de l'ellipticité

Un autre test caractéristique de la condensation est la mesure de l'évolution de l'ellipticité du condensat en vol libre. En effet, l'état fondamental de l'oscillateur harmonique est minimal au sens des relations d'incertitude de Heisenberg, c'est-à-dire que selon chaque direction i , la largeur Δx_i et la dispersion en impulsion Δp_i vérifient la relation :

$$\Delta x_i \Delta p_i = \frac{\hbar}{2}. \quad (\text{IV.15})$$

Lorsqu'on coupe le piège subitement, le condensat tombe et s'étale. Au bout d'un temps suffisamment long, la forme du nuage reflète la distribution des vitesses, c'est-à-dire que la taille suivant la direction i est proportionnelle à Δp_i , et donc inversement

FIG. IV.13 – Fraction d’atomes condensés N_c/N en fonction de la température réduite $T/T_c(N)$. La courbe théorique est en trait plein.



proportionnelle à la taille initiale Δx_i . Le condensat, possédant initialement une forme de “cigare”, subit une expansion anisotrope qui le transforme en “crêpe”. Cette inversion de l’ellipticité est la signature explicite d’un effet quantique. Le nuage thermique, bien que possédant la même géométrie allongée que le condensat dans le piège, est caractérisé à l’équilibre par une distribution des vitesses isotrope, et devient sphérique après un long temps de vol.

À cause des interactions entre atomes, la fonction d’onde du condensat n’est pas celle du fondamental de l’oscillateur harmonique. De plus, lors des premières millisecondes d’expansion, toute l’énergie de champ moyen due aux interactions (répulsives) est convertie en énergie cinétique. Cependant cet effet agit dans le même sens que celui de la “pression quantique” décrit précédemment. On peut montrer [130] que lors de l’expansion libre, le condensat conserve sa distribution en densité parabolique, et que l’ellipticité, définie comme le rapport $l_\perp/l_z$ de la taille suivant le quadrupôle par la taille suivant le dipôle, suit la loi temporelle :

$$\frac{l_\perp}{l_z} = \frac{\epsilon \sqrt{1 + \tau^2}}{1 + \epsilon^2 (\tau \arctan(\tau) - \ln \sqrt{1 + \tau^2})} + \mathcal{O}(\epsilon^5), \quad (\text{IV.16})$$

où $\epsilon = \omega_z/\omega_\perp$ est le rapport des fréquences d’oscillation, et $\tau = \omega_\perp t$ un temps réduit.

La courbe de la figure IV.14 représente l’ellipticité mesurée en fonction de la durée du temps de vol, pour des fréquences d’oscillation $\omega_z = 2\pi \times 16,4 \text{ Hz}$ et $\omega_\perp = 2\pi \times 66,2 \text{ Hz}$. Les points expérimentaux sont proches de l’expression analytique (IV.16). Quelques exemples d’images de condensat prises à des temps de vol variables sont présentées figure IV.15.

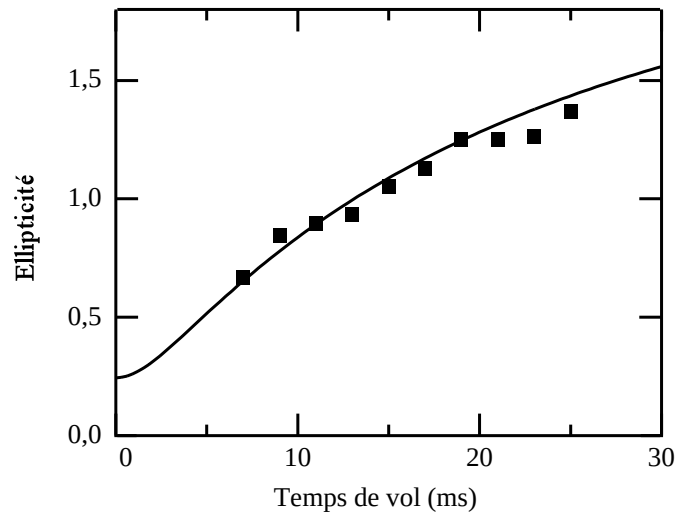
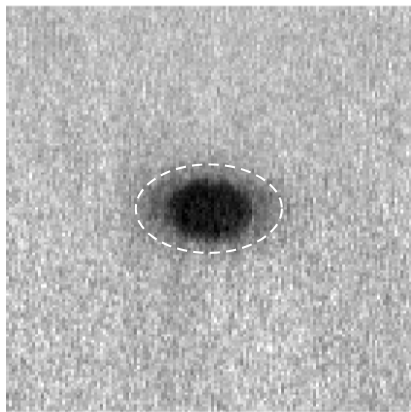
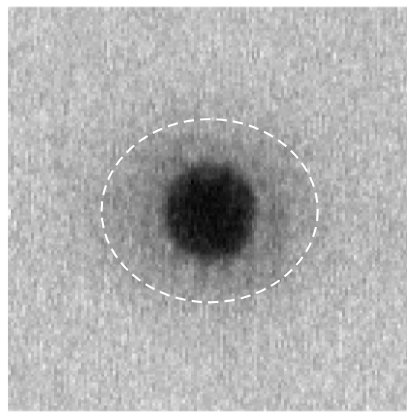


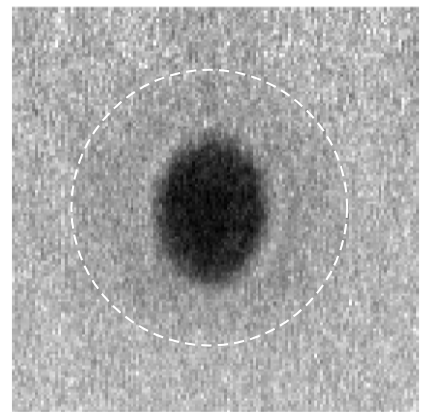
FIG. IV.14 – Ellipticité du condensat en fonction du temps de vol. Initialement inférieure à 1, elle devient supérieure à 1, ce qui constitue une signature incontestable de la condensation. La loi théorique figure en trait plein.



7 ms



17 ms



25 ms

FIG. IV.15 – Images du condensat obtenues après un temps de vol variable. L'inversion d'ellipticité est nette, alors que le nuage thermique (halo à peine visible indiqué par le pointillé blanc) tend vers une forme sphérique.

IV.2.3 Difficultés expérimentales

Nous recensons ici quelques-unes des difficultés qui ont émaillé notre progression, ainsi que les limitations techniques qui restreignent la précision des résultats présentés ci-dessus.

Stabilité du champ longitudinal

Une question importante est de savoir si le champ magnétique est suffisamment stable pour éviter tout chauffage du gaz d'atomes. Nous n'avons pas observé un tel chauffage, ni mesuré, à l'aide d'une sonde à effet Hall de précision, de fluctuations du champ susceptibles de générer ce chauffage. Ceci n'est pas étonnant dans la mesure où, bien que les alimentations ne sont pas conçues pour délivrer un courant stabilisé dans un circuit fortement inductif, l'inductance de quelques dixièmes de Henry couplée à une résistance de quelques Ohms constitue un filtre passe-bas très efficace, de fréquence de coupure inférieure à la plus petite des fréquences d'oscillation des atomes dans le piège (au minimum 10 Hz).

Nous nous sommes cependant heurtés à un problème de fluctuation de la valeur du champ longitudinal au coup-par-coup, c'est-à-dire que B_0 n'a pas la même valeur entre deux cycles de condensation successifs. Cette fluctuation ne modifie pratiquement pas le confinement du piège. Par contre, pour une fréquence RF donnée, elle change légèrement la hauteur (en énergie) du couteau RF par rapport au fond du puits de potentiel, ce qui a pour effet de modifier légèrement la température finale de refroidissement. Cette fluctuation a deux origines distinctes. La première fait intervenir la stabilisation thermique de l'expérience. Lorsque le courant passe dans les bobines, celles-ci chauffent, se dilatent, et modifient l'excitation du matériau. Il est possible de s'affranchir de cette irrégularité en faisant cycloper l'expérience régulièrement, afin de la placer en régime stationnaire. Ce point de fonctionnement stable est atteint au bout de quelques cycles seulement, c'est-à-dire en quelques minutes.

La deuxième source de fluctuations est liée à une imprécision sur le courant débité par les alimentations. En étudiant les variations de la fréquence finale de la RF pour laquelle le condensat apparaît, il est possible d'évaluer l'amplitude des fluctuations du champ longitudinal au coup-par-coup. Elle vaut environ 20 mG pour $B_0 = 200$ G, 10 mG pour $B_0 = 100$ G, et quelques mG pour $B_0 = 50$ G. En supposant ce sont effectivement les alimentations qui sont responsables de cette instabilité, cela leur confère une précision relative de 10^{-4} , valeur limitée semble-t-il par la stabilité de la tension de commande. Ainsi, il est difficile de faire des mesures fiables et reproductibles à fort champ magnétique longitudinal. C'est pourquoi la plupart des résultats présentés ci-dessus ont été obtenus pour une valeur du champ au centre de ~ 50 G. En-dessous de cette valeur, on ne s'attend pas à observer une diminution des fluctuations à cause du bruit magnétique d'ambiance du laboratoire.

Pompage hyperfin

Le choix du niveau hyperfin que l'on souhaite condenser s'effectue grâce à une séquence de pompage hyperfin décrite en § II.4.4. Néanmoins, comme il est difficile d'atteindre une efficacité de pompage de 100%, pour quelques 10^8 atomes dans l'état $F = 1$ après transfert, il reste quelques 10^5 atomes dans l'état $F = 2$, soit environ 0,1% de l'échantillon total. À cause de l'effet Zeeman quadratique, ces atomes ne sont pas évaporés durant la séquence de refroidissement (voir § IV.3.2), si bien qu'au seuil de condensation, il peut y avoir dans le piège un nombre sensiblement équivalent d'atomes dans les deux niveaux. Cela peut perturber considérablement le refroidissement des atomes dans $F = 1$, voire empêcher la condensation. Même dans le cas où celle-ci se produit, les fluctuations du nombre d'atomes dans le "mauvais" niveau (qui n'est absolument pas contrôlé) empêchent toute reproductibilité des résultats.

Il est par conséquent impératif d'expulser du piège la quasi-totalité des atomes dans $F = 2$, ce que nous faisons en appliquant durant le refroidissement évaporatif quelques impulsions courtes ($100 \mu\text{s}$) et peu saturantes ($\sim 500 \mu\text{W.cm}^{-2}$) de dépompeur, quasi-résonnantes avec la transition $(F = 2) \rightarrow (F' = 2)$.

Qualité des images en absorption

Le système d'imagerie (§ II.6) est conçu pour réduire les aberrations, et obtenir une résolution proche de la limite de diffraction. Cependant, les images à fort grossissement comportent, avant tout traitement numérique, de petits systèmes de franges, que nous attribuons à des défauts de l'objectif de microscope employé. En effet, ce dernier possède un traitement anti-reflet à large bande, sans doute mal adapté au proche infrarouge que nous utilisons. Dans le cas d'un milieu purement absorbant, ces franges sont éliminées par la procédure de division par le fond. Cependant, un milieu fortement dispersif, voire réfractif, déplace les franges, qui ne sont alors plus supprimées par la division par le fond. On peut distinguer 2 régimes différents, suivant le désaccord du faisceau sonde par rapport à la transition atomique.

Pour un désaccord nul ou de 6 MHz, le nuage thermique peu épais optiquement, est en général bien visible. Par contre, le condensat est très épais optiquement, et absorbe toute la lumière. On obtient, après traitement, des images propres mais fortement saturées, ce qui empêche une détermination précise du nombre d'atomes dans le condensat. Par contre, les propriétés du nuage thermique, et en particulier la température du gaz dégénéré, apparaissent clairement.

Pour un désaccord compris entre 12 et 24 MHz, l'épaisseur optique du condensat est de l'ordre de l'unité, ce qui permet *a priori* une analyse quantitative. Par contre, le nuage thermique est peu visible à $T \ll T_c$. De plus l'effet dispersif devient prépondérant devant l'effet d'absorption, et des réseaux de franges apparaissent au niveau du condensat. L'effet est particulièrement renforcé pour les gros condensats, car le nuage

atomique est suffisamment dense pour se comporter comme une lentille, et réfracter fortement les rayons du faisceau sonde, éventuellement selon une ouverture supérieure à l'ouverture numérique du système d'imagerie [131]. Les images sont alors fortement altérées. Par conséquent il est nécessaire de laisser le nuage s'étendre avant de prendre l'image (temps de vol supérieur à 20 ms), afin de diminuer la densité atomique.

Ces limitations sont en grande partie responsables de la dispersion des points sur les graphes des figures IV.12 et IV.13. L'augmentation de la dynamique de la CCD devrait permettre d'améliorer la visualisation simultanée du condensat et du nuage thermique. En ce qui concerne les franges, l'usage d'un objectif de microscope traité anti-reflet spécifiquement à 780 nm devrait améliorer la qualité des images.

Qualité du vide et chauffage

Observations. Nous avons par ailleurs constaté une forte corrélation entre l'apparition d'une vapeur de Rubidium dans la cellule, et celle d'un fort chauffage du gaz d'atomes piégés, sans pour autant observer de diminution importante de la durée du vie du piège magnétique (qui est de l'ordre de 200 s). Le chauffage peut atteindre quelques $\mu\text{K.s}^{-1}$ dès le début de l'évaporation, et empêcher l'emballlement de se produire.

Expérimentalement, le chauffage est évalué en mesurant la température d'un échantillon préalablement refroidi à quelques μK , et maintenu dans le piège en l'absence de couteau RF pendant un temps variable. La vapeur de Rubidium se manifeste quant à elle par le remplissage "spontané" du piège magnéto-optique, en l'absence du jet d'atomes ralentis. Le PMO peut alors contenir jusqu'à un million d'atomes, capturés sur la queue lente de la distribution des vitesses de cette vapeur.

L'apparition de la vapeur est peut-être liée à l'état de saturation des parois de la cellule. Après le montage d'une nouvelle cellule (propre), elle met quelques mois de manipulation pour s'établir. Lorsqu'on interrompt l'expérience pendant quelques heures, puis qu'on la relance à nouveau, les premiers cycles sont exempts de chauffage, mais très rapidement la situation se dégrade. Cela laisse supposer que si quelques heures suffisent à dégazer superficiellement le verre de la cellule, quelques chargements du PMO suffisent à resaturer les parois, et à établir une vapeur persistante. Pour résoudre ce problème, nous sommes obligés d'étuver régulièrement la cellule à 120°C pendant 12 heures, à l'aide d'un pistolet à chaleur.

Scénario. La difficulté essentielle est de comprendre comment la vapeur de Rubidium chauffe le nuage d'atomes froids sans pour autant limiter sa durée de vie, alors que le gaz résiduel (autre que Rubidium) limite la durée de vie sans provoquer de chauffage. Nous présentons ici un scénario proposé par Monroe *et al.* [132, 100].

Étant donné la profondeur finie du potentiel de piégeage (entre 1 et 10 mK), les collisions entre atomes froids et atomes à température ambiante se divisent en deux

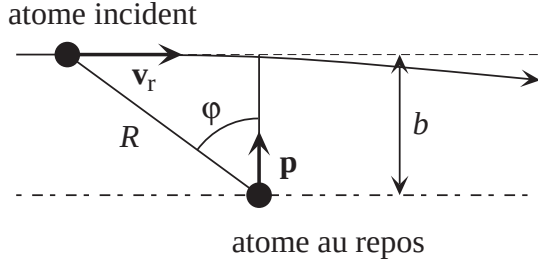


FIG. IV.16 – Géométrie de la collision entre un atome froid, quasiment au repos, et un atome de la vapeur à 300 K. Le paramètre d'impact b est suffisamment grand pour que la trajectoire de l'atome incident soit déviée d'un angle très petit.

catégories : les collisions à faible paramètre d'impact, qui expulsent l'atome froid du piège sans provoquer de chauffage, et les collisions à grand paramètre d'impact, qui transmettent de l'énergie à l'atome froid, mais pas suffisamment pour l'expulser du piège. Cet atome redistribue son énergie aux autres atomes piégés par collisions. Classiquement, à durée de vie fixée, le chauffage est indépendant de la nature de l'atome du gaz résiduel. Cependant, les collisions à grand paramètre d'impact, que nous appelons “chauffantes”, se produisent essentiellement dans le régime diffractif, et ce d'autant plus que la masse de l'atome chaud est faible. Il y a donc une différence de comportement entre les collisions avec la vapeur d'alcalin, et celles avec les molécules ou atomes légers, tels que H_2 et He. Nous proposons un modèle de chauffage basé sur ces considérations.

Collisions diffractives. Évaluons dans un premier temps la quantité de mouvement transmise à un atome froid (*i.e* quasiment au repos) par un atome thermique incident, de vitesse v_r , pour un paramètre d'impact b . Dans la limite d'une très faible quantité de mouvement transmise p , la trajectoire de l'atome incident reste quasiment rectiligne. Avec les notations de la figure IV.16, p s'écrit :

$$p = \int_{-\infty}^{+\infty} F \cos \varphi dt, \quad (IV.17)$$

où la force F dérive d'un potentiel de van der Waals en C_6/R^6 :

$$F = -\frac{6C_6}{R^7}. \quad (IV.18)$$

Le tableau IV.1 regroupe les valeurs de C_6 pour différentes particules. En intégrant (IV.17), il vient :

$$p = - \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{6C_6}{v_r b^6} \cos^6 \varphi d\varphi = -\frac{15\pi}{8} \frac{C_6}{v_r b^6}. \quad (IV.19)$$

La collision entre dans le régime diffractif à partir du moment où la longueur de de Broglie associée à la quantité de mouvement transmise devient de l'ordre du paramètre (classique) d'impact. On définit ainsi une quantité de mouvement de seuil

p_s par $b(p_s) = h/p_s$, et une énergie (cinétique) transmise de seuil $E_s = \frac{p_s^2}{2M}$, en-dessous de laquelle la collision est diffractive. À partir de (IV.19), il vient :

$$E_s \simeq \frac{2}{M} \left(\frac{\hbar^{12} E_r}{C_6^2 m_r} \right)^{\frac{1}{5}}, \quad (\text{IV.20})$$

où E_r est l'énergie cinétique de la particule de gaz résiduel, et m_r sa masse. Les valeurs de E_s dans divers cas sont regroupées dans le tableau IV.1. On a remplacé E_r par sa valeur moyenne (*i.e.* $\frac{3}{2}k_B \times 300 \text{ K}$). Il est à noter que E_s est supérieure ou à peu près égale à la profondeur du potentiel magnétique. On peut par conséquent considérer que toutes les collisions chauffantes sont dans le régime diffractif.

La quantité de mouvement transmise s'accompagne d'une petite déviation de la trajectoire de l'atome incident. On note θ l'angle de diffusion, c'est-à-dire l'angle entre les vitesses relatives $\mathbf{v}_r$ entre les particules avant et après le choc. Comme cet angle est petit, la variation de $\mathbf{v}_r$ vaut à l'ordre 1 : $|\Delta \mathbf{v}_r| \simeq v_r \theta$. On en déduit $p \simeq \mu v_r \theta$, où μ est la masse réduite. L'énergie cinétique de l'atome piégé après la collision vaut donc : $E_c(\theta) = \frac{1}{2} \frac{\mu^2}{M} v_r^2 \theta^2$.

La condition pour entrer dans le régime diffractif énoncée ci-dessus est équivalente à dire que l'angle de diffusion θ est inférieur à l'angle de diffraction $\theta_d = \lambda_{dB}/(\pi R)$ [133]. Ici, λ_{dB} est la longueur d'onde de de Broglie de la particule incidente, et R est la portée du potentiel, définie par $\sigma = 2\pi R^2$, où σ est la section efficace totale. Cette dernière vaut, à haute température [134, 135] :

$$\sigma(v_r) \simeq 7,5 \left(\frac{C_6}{\hbar v_r} \right)^{\frac{2}{5}} = 7,5 \left(\frac{C_6}{\hbar} \right)^{\frac{2}{5}} \left(\frac{m_r}{2E_r} \right)^{\frac{1}{5}}. \quad (\text{IV.21})$$

Dans ce régime, la section efficace différentielle est donnée par⁵ [133] :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \simeq 1,53 \left(\frac{k\sigma}{4\pi} \right)^2. \quad (\text{IV.22})$$

Comme on ne considère que de petits angles de diffusion, $\frac{d\sigma}{dE_c} dE_c = \frac{d\sigma}{d\theta} 2\pi \sin \theta d\theta \simeq \frac{d\sigma}{d\theta} 2\pi \theta d\theta$. En terme d'énergie transférée, la section efficace différentielle s'écrit, en se servant de (IV.20) et de (IV.21) :

$$\frac{d\sigma}{dE_c} \simeq 0,8 \frac{\sigma}{E_s}. \quad (\text{IV.23})$$

En supposant que les atomes qui acquièrent une énergie inférieure à la hauteur U_0 du potentiel redistribuent toute leur énergie au reste du nuage, on en déduit un taux de chauffage par atome :

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= n \bar{v}_r \int_0^{U_0} \frac{d\sigma}{dE_c} E_c dE_c \\ &\simeq 0,4 n \bar{v}_r \sigma \frac{U_0^2}{E_s}, \end{aligned} \quad (\text{IV.24})$$

⁵Le fait que la section efficace différentielle soit finie en $\theta = 0$ assure que la section efficace totale prend une valeur finie, contrairement au cas classique où elle diverge en 0.

Atome	C_6 ($\times 10^{-78}$ J.m ⁶)	σ ($\text{\AA}^2$)	E_s (mK)	$\dot{Q}$ ($\mu\text{K.s}^{-1}$)
Rb	4200	2500	3	2,6
He	35	198	40	0,2
H ₂	130	295	25	0,32

TAB. IV.1 – Paramètres des collisions entre atomes de Rb piégés et les atomes ou molécules du gaz résiduel. Les sections efficaces sont calculées à 300 K, et le chauffage $\dot{Q}$ pour un taux de collision de $(200 \text{ s})^{-1}$ et une hauteur du potentiel $U_0 = 2 \text{ mK}$.

où n est la densité moyenne du gaz résiduel, et $\bar{v}_r$ est la vitesse moyenne des particules incidentes. Dans le cas d’un potentiel de profondeur U_0 inférieur à E_s , le taux de collision expulsante est pratiquement égal au taux de collision total avec la gaz résiduel, à savoir $\gamma_r = n\sigma\bar{v}_r$. Dans ce cas, le chauffage prend une forme simple [133],

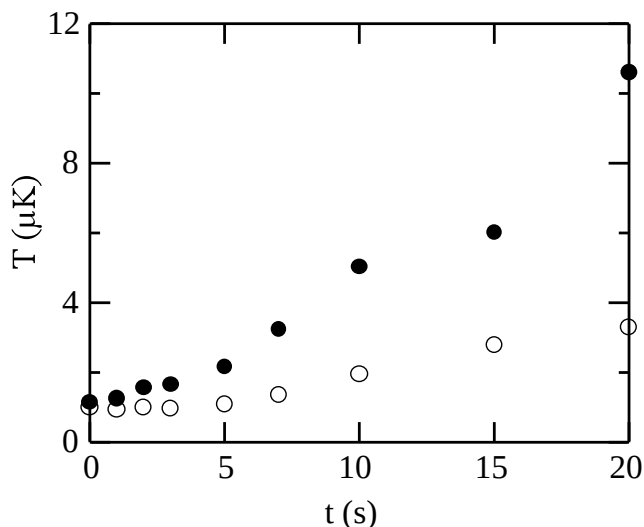
$$\dot{Q} = 0,4 \gamma_r \frac{U_0^2}{E_s}, \quad (\text{IV.25})$$

sur laquelle apparaît le rôle fondamental de la limite de diffraction E_s à taux de collision fixé, c’est-à-dire pour une durée de vie donnée. Le tableau IV.1 donne les valeurs de chauffage selon l’espèce du gaz résiduel qui limite la durée de vie. On a pris $\gamma_r = (200 \text{ s})^{-1}$ et $U_0 = 2 \text{ mK}$. D’après (IV.25), le chauffage varie de façon dramatique avec la profondeur de puits. Nous avons en effet constaté que le chauffage pouvait varier d’un facteur 4 entre une configuration de piège décomprimé et une configuration comprimée, pour laquelle la profondeur du potentiel est plus grande. Cependant, le plus important est de remarquer qu’il dépend fortement de la nature de l’atome perturbateur, *via* E_s .

Atomes tièdes. Dans l’analyse précédente, nous avons supposé qu’un atome chauffé par une collision avec un atome du gaz résiduel redistribuait immédiatement son énergie au reste du nuage. Or, sachant que le volume de piégeage est beaucoup plus grand que la taille du nuage froid, surtout en fin de refroidissement, un atome “tiède” de température de l’ordre de 1 mK est susceptible d’osciller dans le piège pendant un temps comparable au temps d’évaporation avant de collisionner avec un atome froid. La présence de ces atomes tièdes, parfois référencée sous le terme de “paradigme du nuage d’Oort” [101, 72], peut expliquer un certain nombre d’observations.

Premièrement, même lorsque la cellule est très propre et le vide très bon, il existe toujours un chauffage d’au moins 100 nK.s^{-1} qui s’explique difficilement par des collisions chauffantes *directes*. Ensuite, la présence du couteau radiofréquence réduit fortement le chauffage, même si le paramètre d’évaporation est suffisamment grand pour assurer l’absence d’évaporation. Ainsi, la durée de vie d’un condensat d’atomes dans

FIG. IV.17 – Température d’un nuage d’atomes ultrafroids en fonction du temps de relaxation en l’absence de couteau RF. Les points $\circ$ correspondent à un nuage de $5 \cdot 10^5$ atomes, et les points $\bullet$ à $5 \cdot 10^6$ atomes.



$|1, -1\rangle$ est de quelques centaines de ms sans couteau RF, et de 10 s quand on place un couteau à quelques dizaines de kHz au-dessus du fond du potentiel. Il est probable que le couteau RF, dénommé pour la circonstance “bouclier RF”, réduise la population d’atomes tièdes.

Enfin, lorsque le vide est bon, il est possible d’observer une augmentation du chauffage avec le temps lorsqu’on coupe la radiofréquence, ce qui correspondrait à un remplissage progressif du “nuage d’Oort”. Ce temps de latence apparaît clairement sur la figure IV.17. Dans les conditions de ces expériences, le nuage d’atomes tièdes met environ 5 s à se remplir après la coupure de la RF. Bien que les mécanismes d’apparition du nuage d’Oort soient mal compris, il semblerait d’après ces données que le taux de production d’atomes tièdes augmente avec la densité d’atomes piégés.

IV.3 Refroidissement du niveau $F = 2$

IV.3.1 Inhibition de l’évaporation

Au contraire de l’évaporation dans $F = 1$, celle dans le niveau hyperfin $F = 2$ est fortement perturbée par la levée de dégénérescence des transitions RF. Ici encore, pour la gamme de champ longitudinal que nous utilisons ($[50 - 200 \text{ G}]$), la différence de fréquence entre les transitions RF en un point donné est largement supérieure à la fréquence de Rabi de l’onde RF. Cela signifie qu’un atome doit subir plusieurs transitions entre sous-niveaux magnétiques successifs ($|\Delta m| = 1$) pour être évaporé.

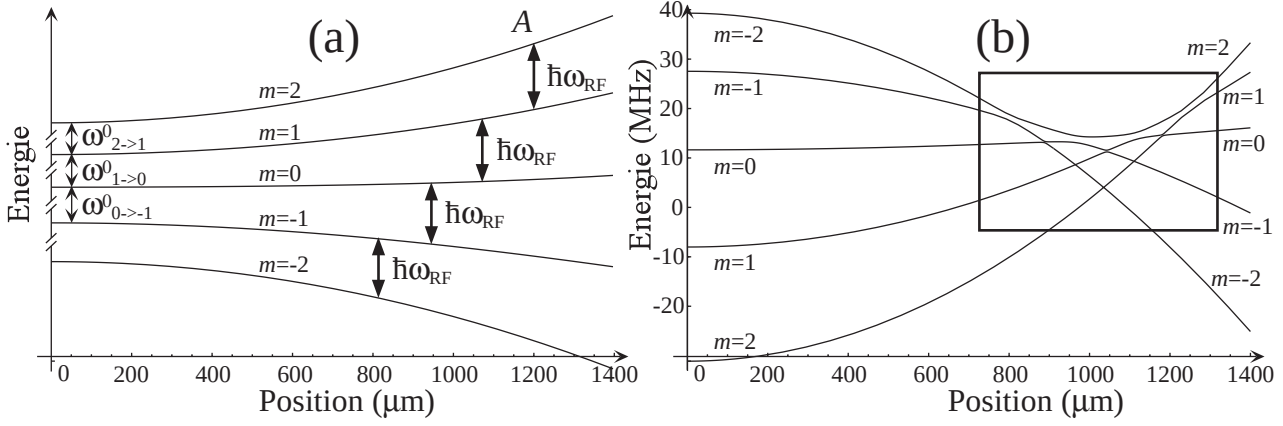


FIG. IV.18 – Niveaux énergétiques de l'état hyperfin $F = 2$ dans la représentation de l'atome seul (a), et dans celle de l'atome habillé (b). Pour une fréquence ω_{RF} donnée, les différentes transitions, représentées en (a) par des flèches, ne sont pas résonnantes au même point. Une conséquence directe est la séparation spatiale des points de croisement des niveaux habillés (b). La zone dans le cadre est détaillée sur la figure IV.19.

Trajectoire d'évaporation

La figure IV.18 représente les sous-niveaux magnétiques (a), ainsi que les potentiels adiabatiques de l'atome habillé en présence de l'onde radiofréquence (b). Comme il apparaît sur le graphe IV.18a et sur (B.8), en un point donné de l'espace, les fréquences de transition $\omega_{m \rightarrow m-1}$ entre les niveaux $|2, m\rangle$ et $|2, m-1\rangle$ décroissent avec m . Pour cette raison, il n'existe pas de potentiel adiabatique connectant le niveau $m = 2$ à l'intérieur du piège à un niveau anti-piégeant $m = -1, -2$ à l'extérieur du piège. L'éjection d'un atome chaud ne peut se faire que *via* une série de passages tantôt adiabatiques, tantôt non-adiabatiques. À titre d'exemple, la figure IV.19, qui représente un agrandissement de la figure IV.18b au niveau du couteau RF, fait apparaître en pointillé un des trajets possibles pour atteindre l'état anti-piégeant $|2, -2\rangle$ en partant de l'état piégeant $|2, 2\rangle$. Seuls les atomes suffisamment énergétiques pour atteindre le point A sont susceptibles d'être évaporés. Comme il y a à peu près autant de passages adiabatiques que de passages non-adiabatiques, l'évaporation est optimisée pour une probabilité de transition de Landau-Zener de l'ordre de $1/2$. Nous avons vérifié expérimentalement que le taux de collision obtenu après une séquence d'évaporation de 30 s, en fonction de la puissance RF, présente un maximum (fig. IV.20). Cette expérience permet par ailleurs de calibrer grossièrement la valeur champ RF en fonction de la puissance délivrée par l'amplificateur : à 20 dBm, la probabilité de Landau-Zener est proche de $1/2$.

FIG. IV.19 – Niveaux habillés dans les environs du couteau RF. Seuls les niveaux magnétiques consécutifs ($|\Delta m| = 1$) sont couplés efficacement et ont des anticroisements significatifs. Le trait en pointillé indique une des trajectoires possibles d'évaporation. Elle fait intervenir presque autant de transitions non-adiabatiques que de transitions adiabatiques. La sélection énergétique des atomes se fait au point A.

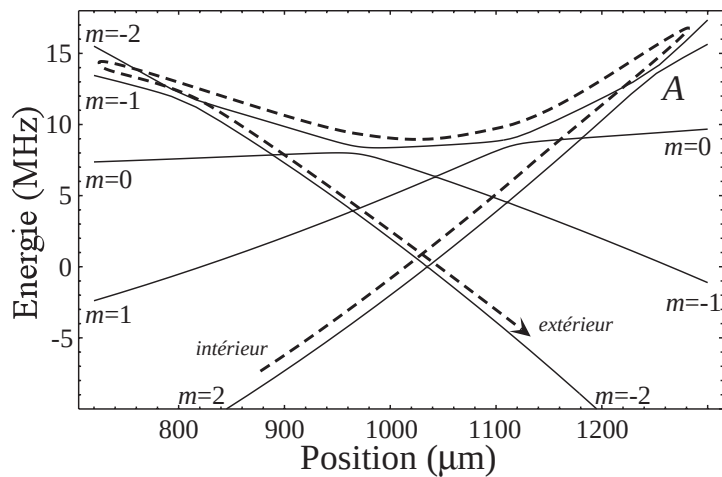
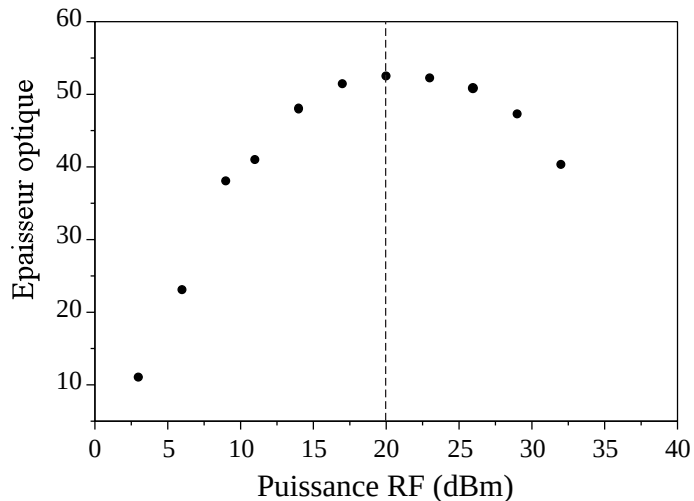


FIG. IV.20 – Épaisseur optique obtenue après refroidissement évaporatif jusqu'à $30 \mu\text{K}$, en fonction de la puissance RF délivrée par l'amplificateur. La position du maximum de l'efficacité d'évaporation indique que la puissance de 20 dBm correspond, pour cette gamme de température et cette configuration magnétique, à une probabilité de transition de Landau-Zener d'environ $1/2$ à chaque croisement.



Cependant, puisque cette probabilité de transition optimisée n'est que de $1/2$, une population macroscopique d'atomes croît dans les niveaux $m = 1$ et ⁶ $m = 0$. L'évolution de ces populations est étudiée en détail dans [127]. La présence d'atomes dans les niveaux intermédiaires se traduit par l'apparition d'un chauffage du nuage d'atomes dans $m = 2$ allant jusqu'à $5 \mu\text{K.s}^{-1}$, mesuré après refroidissement des atomes à $50 \mu\text{K}$. Ce chauffage peut se comprendre comme une rethermalisation des atomes froids dans $m = 2$ et des atomes chauds (puisqu'ils ont été évaporés) dans $m = 1$ ou $m = 0$. Une autre hypothèse plausible est un chauffage par collisions inélastiques du type :

$$(m = 1) + (m = 1) \rightarrow (m = 0) + (m = 2). \quad (\text{IV.26})$$

Bien que ces collisions soient fortement supprimées [123] par la coïncidence des longueurs de diffusion des états moléculaires triplet et singulet [124, 125, 126], l'énergie libérée est conséquente à fort champ magnétique. Elle est donnée par la partie non linéaire de l'effet Zeeman, et vaut au deuxième ordre [voir éq. (B.8)] :

$$\frac{(\mu_B B_z)^2}{2\mathcal{A}_g} \approx 150 \mu\text{K} \quad (\text{IV.27})$$

à 150 G . Lorsque le chauffage atteint $5 \mu\text{K.s}^{-1}$, il s'oppose complètement au refroidissement évaporatif.

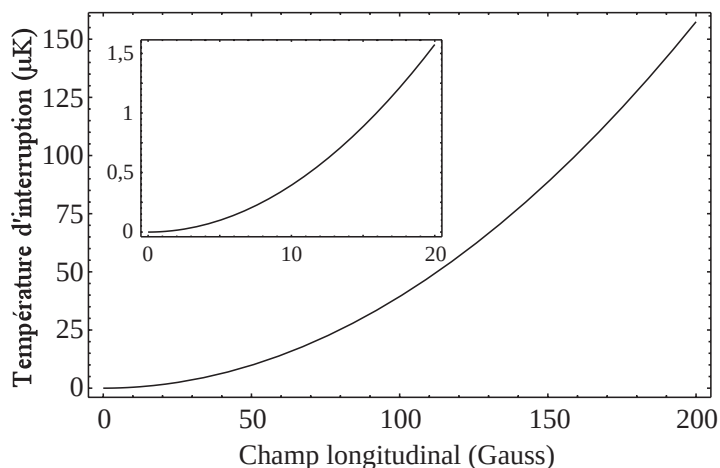
Interruption de l'évaporation

De plus, lorsque la fréquence RF diminue et que le point A du couteau RF se rapproche du fond du puits, le processus d'évaporation s'interrompt totalement. En effet, les atomes peuvent être transférés dans les états piégeants intermédiaires, sans pour autant atteindre un état anti-piégeant et être expulsés du piège. Notons $\omega_{m \rightarrow m-1}^0$ la fréquence de la transition RF $|2, m\rangle \rightarrow |2, m-1\rangle$ au centre du piège (fig. IV.18b). Lorsque $\omega_{\text{RF}} < \omega_{0 \rightarrow -1}^0$, l'état $|2, 0\rangle$ n'est plus couplé à l'état anti-piégeant $|2, -1\rangle$ en aucun point de l'espace. Il en résulte une accumulation des atomes dans le niveau $m = 0$, qui est légèrement piégeant. De même, si l'on poursuit l'évaporation forcée et que ω_{RF} devient inférieur à $\omega_{1 \rightarrow 0}^0$, les atomes quittant l'état $|2, 2\rangle$ s'accumulent dans l'état $|2, 1\rangle$.

En négligeant les effets de chauffage décrits précédemment, il est possible d'évaluer une température T_{stop} en-dessous de laquelle le processus d'expulsion des atomes chauds est interrompu. Au moment où les sous-niveaux $|2, 0\rangle$ et $|2, -1\rangle$ ne sont plus couplés (*i.e* $\omega_{\text{RF}} = \omega_{0 \rightarrow -1}^0$), la profondeur du puits de potentiel vaut, d'après (B.8) et

⁶À cause de l'effet Zeeman quadratique, l'état $|2, 0\rangle$ est légèrement piégeant.

FIG. IV.21 – Température en-dessous de laquelle le transfert des atomes chauds vers un état anti-piégeant est interrompu. Le paramètre d'évaporation η vaut 7.



sans tenir compte de la gravité :

$$\begin{aligned} \varepsilon = \eta k_B T_{\text{stop}} &= 2\hbar(\omega_{0 \rightarrow -1}^0 - \omega_{2 \rightarrow 1}^0) \\ &= 2 \frac{(\mu_B B_0)^2}{\mathcal{A}_g}. \end{aligned} \quad (\text{IV.28})$$

La figure IV.21 représente la température d'arrêt T_{stop} pour un paramètre d'évaporation typique $\eta = 7$. La température de transition étant inférieure à $1 \mu\text{K}$ dans les conditions de notre expérience, il est évident que toute tentative d'atteindre la condensation avec ce schéma d'évaporation et avec des valeurs du champ longitudinal supérieures à quelques dizaines de Gauss est vouée à l'échec. En pratique, nous n'avons pas pu obtenir de température des atomes dans le sous-niveau $|2, 2\rangle$ inférieure à $50 \mu\text{K}$ pour $B_0 = 150 \text{ G}$, bien que le début de l'évaporation se fasse en régime d'emballement (l'épaisseur optique augmente au cours du temps).

IV.3.2 Condensation en champ fort dans $F = 2$

Afin de contourner la difficulté de la levée de dégénérescence des transitions RF en champ fort, nous avons mis en œuvre diverses techniques de refroidissement, soit en perfectionnant le procédé d'évaporation directe, soit par refroidissement indirect, *via* un gaz tampon (refroidissement sympathique).

Couteau à 3 fréquences

Principe. Le cœur du problème de l'évaporation à fort champ est qu'une fréquence RF n'est pas résonnante avec les diverses transitions entre sous-niveaux Zeeman au même endroit du piège, ou bien, dit autrement, qu'en un point donné de l'espace, les transitions RF entre sous-niveaux magnétiques adjacents n'ont pas exactement la même fréquence. Cette différence est due aux ordres supérieurs à 1 de l'effet Zeeman.

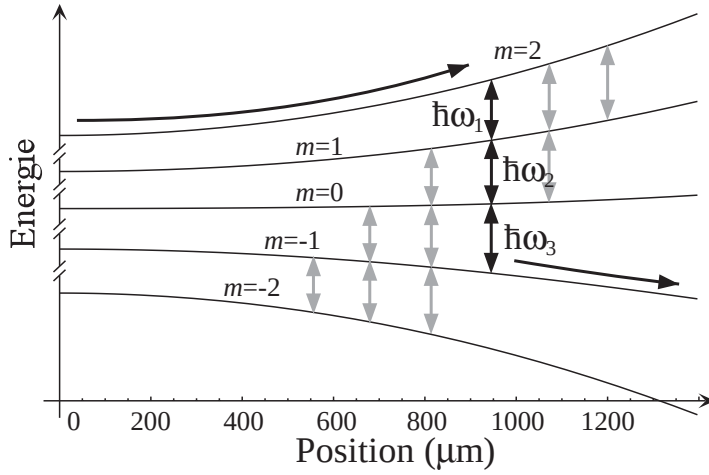


FIG. IV.22 – Position des couteaux RF dans l'évaporation à 3 fréquences du niveau hyperfin $F = 2$. Les 3 transitions connectant le niveau piégeant $m = 2$ au niveau anti-piégeant $m = -1$ sont indiquées en foncé.

Il est possible de surmonter cette difficulté en utilisant plusieurs fréquences ω_1 , ω_2 , et ω_3 (fig. IV.22), sachant qu'il est nécessaire d'effectuer une transition à 3 photons pour placer un atome sur le premier niveau anti-piégeant, à savoir $|2, -1\rangle$.

En principe, il suffit donc de calculer à l'aide de (B.11) les 3 fréquences de ces 3 photons à chaque instant en fonction de la hauteur (en énergie) à laquelle on souhaite positionner le couteau RF. Cependant, il est peu commode de générer séparément ces 3 fréquences. Si l'on se contente de compenser uniquement le désaccord dû à l'effet Zeeman quadratique, et ce en fin de rampe, il est alors possible d'utiliser une seule source indépendante sur laquelle on ajoute 2 bandes latérales par modulation à fréquence fixe. La fréquence centrale (la porteuse) est diminuée au cours du temps pour permettre une évaporation forcée, et les bandes latérales suivent automatiquement. La fréquence de la modulation, c'est-à-dire l'écart en fréquence entre la porteuse et les bandes latérales, est ajustée pour compenser l'effet Zeeman quadratique au niveau du fond du puits. Cela signifie que le réglage n'est optimal qu'en fin d'évaporation.

On produit les bandes latérales à l'aide de deux synthétiseurs et d'un mixeur (fig IV.23). Bien sûr, cette méthode ne peut être efficace que lorsque les ordres supérieurs à 2 de l'effet Zeeman sont négligeables devant la fréquence de Rabi du couplage RF. Dans le cas contraire, on retrouve la même difficulté que précédemment.

Résultats. Nous avons successivement essayé d'évaporer les atomes dans $F = 2$ pour les valeurs du champ longitudinal suivantes : 207 G, 111 G, et 56 G. La valeur de B_0 est ajustée adiabatiquement en 3 s à la valeur désirée juste après le transfert, et avant le début de l'évaporation. Le tableau IV.2 résume les 3 fréquences requises pour coupler au fond du puits l'état $|2, 2\rangle$ au premier état anti-piégeant $|2, -1\rangle$. Il apparaît clairement que pour $B_0 = 207$ G, cette approche ne peut fonctionner. D'une part, il est impossible de choisir une fréquence de modulation pour laquelle les fréquences RF des

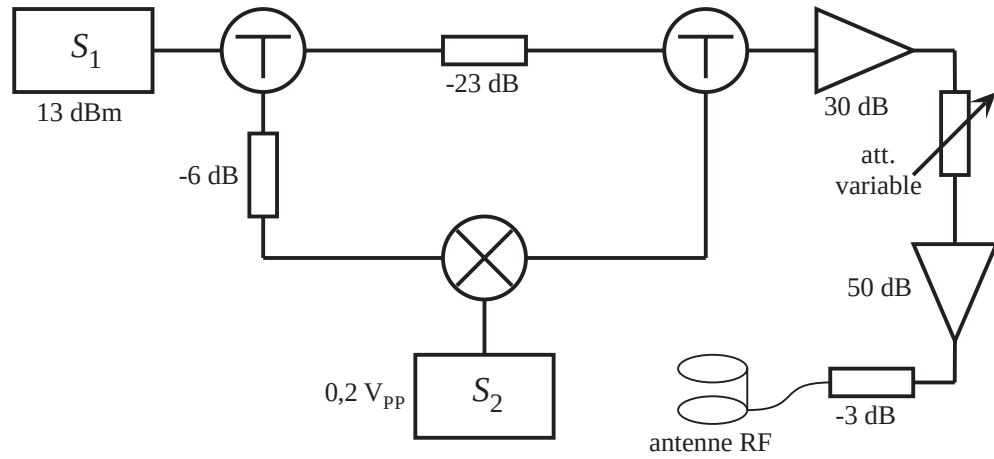


FIG. IV.23 – Dispositif de génération des 3 fréquences. Les synthétiseurs S_1 et S_2 génèrent respectivement la fréquence porteuse et la modulation. Les $\square$ désignent des atténuateurs, les $\triangleright$ des amplificateurs, les $\textcircled{T}$ des séparatrices de puissance, le $\otimes$ un mixeur. L'évaporation est optimisée lorsque l'atténuateur variable fait -42 dB.

B_0 (G)	$ 2, 2\rangle \rightarrow 2, 1\rangle$ (MHz)	$ 2, 1\rangle \rightarrow 2, 0\rangle$ (MHz)	$ 2, 0\rangle \rightarrow 2, -1\rangle$ (MHz)
56	$39,08 - 0,44$	39,08	$39,08 + 0,45$
111	$77,12 - 1,66$	77,12	$77,12 + 1,78$
207	$142,18 - 5,43$	142,18	$142,18 + 6,12$

TAB. IV.2 – Fréquences des transitions requises pour induire une transition résonnante à 3 photons entre les niveaux $|2, 2\rangle$ et $|2, -1\rangle$, au fond du puits de potentiel, et en fonction du champ longitudinal B_0 .

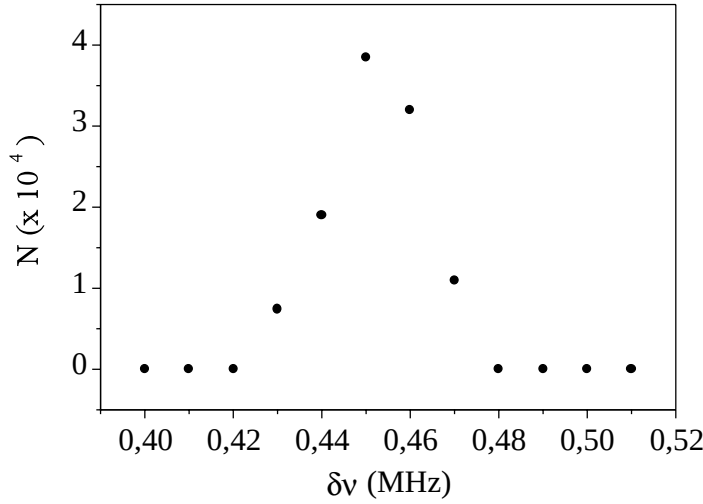


FIG. IV.24 – Nombre d’atomes condensés en fonction de la fréquence de modulation de la porteuse. Le champ longitudinal vaut 56 G.

bandes latérales soient désaccordées de moins de 500 kHz par rapport aux transitions sur lesquelles elles sont sensées agir, et d’autre part, la fréquence de Rabi du couplage RF est limitée à 10 kHz pour des raisons techniques (voir ci-après). Expérimentalement, nous avons pu refroidir l’échantillon à $15\ \mu\text{K}$, ce qui est un progrès par rapport à la température atteinte en évaporant avec une seule fréquence ($> 50\ \mu\text{K}$).

Lorsqu’on abaisse B_0 à 111 G, le désaccord entre les fréquences latérales et les transitions correspondantes tombe à 50 kHz. Il est alors possible d’atteindre une température de 500 nK, ainsi qu’un paramètre de dégénérescence de 0,1.

Enfin, pour $B_0 = 56\ \text{G}$, il est possible de condenser 40 000 atomes dans $F = 2$. Notons qu’à cette valeur du champ longitudinal, il n’est toujours pas possible d’atteindre le seuil de condensation avec une seule fréquence, la température minimale obtenue étant alors de $10\ \mu\text{K}$. Ce résultat montre l’intérêt de l’évaporation à 3 fréquences. La figure IV.24 représente le nombre d’atomes condensés en fonction de la fréquence de la modulation. Le désaccord optimal entre la porteuse et les bandes latérales est 0,45 MHz, ce qui est en excellent accord avec les prédictions du tableau IV.2. La largeur de cette “résonance” donne une borne supérieure de 10 kHz sur la fréquence de Rabi de la transition à 3 photons du couteau RF.

Difficultés. Bien que la condensation de l’état $|2, 2\rangle$ à (relativement) fort champ soit rendue possible par l’utilisation d’un couteau RF avec bandes latérales, force est de constater que le nombre d’atomes condensé est largement inférieur à celui que l’on obtient en évaporant le niveau $F = 1$. La première raison de ce manque d’efficacité est que les 3 couteaux ne sont accordés que pour la valeur du champ au centre du piège, à savoir B_0 . Une amélioration immédiate est de diminuer en cours d’évaporation la fréquence de la modulation en même temps que celle de la porteuse, afin de compenser

l'effet Zeeman quadratique sur la totalité de la rampe RF. Il est alors nécessaire de programmer séparément les deux synthétiseurs. Cependant, comme cette méthode ne permet de s'affranchir que du terme d'ordre 2 de l'effet Zeeman, un dispositif expérimental idéal comporterait 3 fréquences indépendantes, c'est-à-dire 3 synthétiseurs programmés séparément.

Un autre défaut inhérent à notre dispositif est que le mixage des deux fréquences génère inévitablement des harmoniques d'ordre supérieur. Bien que le montage soit optimisé pour les réduire au maximum, ils sont toujours présents, et induisent des transitions parasites entre le centre du nuage et le couteau RF. C'est pourquoi il est impossible de tirer profit de la totalité de la puissance disponible sur nos amplificateurs. Nous avons constaté expérimentalement que l'évaporation était optimisée pour une puissance délivrée au niveau de l'antenne de moins de 13 dBm. À cette puissance, les fréquences parasites sont donc inoffensives.

Refroidissement sympathique

Le refroidissement sympathique consiste à maintenir une espèce atomique⁷ en contact thermique avec une autre espèce qui est elle-même refroidie, par exemple par évaporation radiofréquence. Dans notre cas, il s'agit de refroidir simultanément un mélange d'atomes dans les états $|2, 2\rangle$ et $|1, -1\rangle$ en évaporant les atomes dans $F = 1$, ce que l'on sait être efficace même à fort champ magnétique. Cette technique, mise en œuvre pour la première fois par Myatt *et al.* [101], est rendue possible par l'absence de collisions inélastiques entre les deux espèces [124, 125, 126]. Le refroidissement des atomes dans $F = 2$ se fait alors quasiment sans perte, car, à fréquence RF fixée, le paramètre d'évaporation η pour ces atomes est deux fois plus élevé que pour les atomes dans $F = 1$ (ceci est dû à la différence de raideur du potentiel à courbure du champ magnétique donnée). De plus, à cause du terme quadratique de l'effet Zeeman, la fréquence de la transition $|2, 2\rangle \rightarrow |2, 1\rangle$ en un point donné de l'espace est inférieure à celle de la transition d'évaporation $|1, -1\rangle \rightarrow |1, 0\rangle$. Il faut donc, en ajustant soigneusement l'efficacité du pompage optique hyperfin, transférer dans le piège magnétique la quantité exacte d'atomes dans $F = 2$ que l'on veut dans le condensat en fin de refroidissement. Cela signifie qu'au début de l'évaporation, la fraction d'atomes dans $F = 2$ est très faible devant la fraction des atomes dans $F = 1$.

La seule difficulté reste de maintenir un bon contact thermique entre les deux espèces. En effet, à cause de la gravité, le nuage $|1, -1\rangle$ est centré sur une position plus basse que le centre du nuage $|2, 2\rangle$. Dans un piège comprimé, la courbure suivant l'axe vertical vaut environ $b'^2/2B_0$ [voir (III.6)], et la séparation entre les centres des deux

⁷Le terme "espèce" désigne ici un type de particule distinct au sens de la discernabilité en statistique quantique.

B_0	207 G	56 G
D	$30 \mu\text{m}$	$8 \mu\text{m}$

TAB. IV.3 – Séparation verticale des nuages d’atomes dans les états $|2, 2\rangle$ et $|1, -1\rangle$, pour un gradient de 1000 G.cm^{-1} .

nuages est donnée par :

$$D = \frac{Mg}{\mu_B} \frac{B_0}{b'^2}. \quad (\text{IV.29})$$

Le gradient magnétique vaut environ 1 kG.cm^{-1} dans notre expérience. Le tableau IV.3 donne la séparation des nuages pour les deux valeurs du champ longitudinal que nous avons étudiées. À 207 G, la séparation est plus grande que la taille typique d’un condensat ($\sim 10 \mu\text{m}$) et par conséquent, il est impossible d’aller jusqu’au seuil de condensation par refroidissement sympathique. En pratique nous avons pu au mieux refroidir les atomes dans $|2, 2\rangle$ jusqu’à 400 nK, et atteindre un paramètre de dégénérescence de 0,05.

En revanche, en abaissant adiabatiquement le champ longitudinal à 56 G avant le commencement de l’évaporation, il est possible de condenser sympathiquement jusqu’à 4.10^4 atomes dans l’état $|2, 2\rangle$. La figure IV.25 représente une image en absorption d’un double condensat, contenant les deux espèces à la fois.

Nota. L’imagerie se faisant verticalement, les condensats des deux espèces devraient apparaître superposés. Or, après un temps de vol suffisamment long (20 ms pour l’image de la figure IV.25), ils sont nettement séparés spatialement, ce qui laisse suspecter un effet Stern et Gerlach. Cela prouve que la coupure du champ magnétique n’est pas propre en ce sens que la raideur du potentiel ne décroît pas de façon monotone. En effet, si le champ longitudinal B_0 chute plus rapidement que le champ quadrupolaire, les courbures suivant le quadrupôle augmentent violemment, en $1/B_0$ [voir (III.6)]. Cela résulte en l’application brève d’un fort gradient sur le nuage d’atomes qui, à cause de la gravité, n’est pas centré sur le minimum du potentiel magnétique. Comme le couplage avec le champ n’a pas la même intensité pour les deux espèces, elles sont séparées en temps de vol par effet Stern et Gerlach. Le gradient transitoire est suffisamment homogène sur la taille du nuage d’atomes pour éviter toute déformation de ce dernier.

Suivant le nombre d’atomes dans l’état $|2, 2\rangle$, on peut distinguer 3 régimes de refroidissement sympathique, représentés sur la figure IV.26.

- (a) Lorsque la fraction d’atomes dans $|2, 2\rangle$ est suffisamment faible (10^5 atomes), elle n’affecte pas le refroidissement des atomes dans $|1, -1\rangle$. On obtient ainsi un

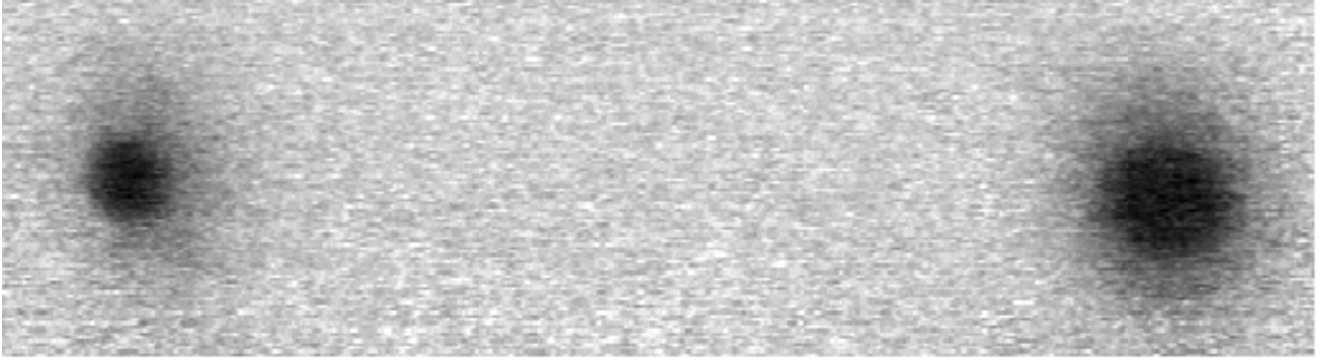
$F = 2$ $F = 1$ 

FIG. IV.25 – Image en absorption d'un condensat contenant les deux espèces $|2, 2\rangle$ et $|1, -1\rangle$. Un gradient appliqué brièvement durant la coupure permet de séparer par effet Stern et Gerlach les deux condensats. Après un temps de vol de 20 ms, la séparation apparente des deux nuages est de 1,5 mm.

condensat de l'espèce $|1, -1\rangle$ identique à celui que l'on observe dans le cas d'une espèce unique. Le condensat de l'espèce $|2, 2\rangle$ est plus petit et apparaît à plus basse fréquence RF.

- (b) Pour une fraction d'atomes dans $|2, 2\rangle$ deux fois plus importante ($2-3 \cdot 10^5$ atomes), le refroidissement des atomes dans $|1, -1\rangle$ est affecté en fin de rampe RF. Dans ce cas, l'espèce $|2, 2\rangle$ atteint le seuil de transition avant l'espèce $|1, -1\rangle$, car bien que cette première soit en quantité moindre, elle est plus fortement confinée.
- (c) Enfin, si le nombre d'atomes dans $|2, 2\rangle$ est trop grand, la capacité calorifique du gaz à refroidir sympathiquement est trop importante en regard de la puissance dissipée par le refroidissement évaporatif et du temps disponible pour le refroidissement. Ceci est particulièrement vrai quand le nombre d'atomes du gaz tampon devient petit, en fin de rampe RF. À cela s'ajoute la perte d'efficacité du refroidissement du gaz tampon à cause de l'évaporation unidimensionnelle (§ IV.1.2). Aucune des deux espèces n'atteint alors le seuil de condensation.

Le refroidissement sympathique est un moyen souple et efficace de condenser les atomes dans $F = 2$, bien que le procédé repose sur une sélection fine et délicate du nombre d'atomes initial dans ce niveau hyperfin. Grâce au décalage Zeeman quadratique, il est possible de poursuivre l'évaporation forcée jusqu'à la totale disparition des atomes dans $F = 1$ sans pour autant altérer le condensat d'atomes dans $|2, 2\rangle$.

Évaporation hyperfine

Enfin, signalons l'existence d'une troisième voie pour évaporer les atomes dans $F = 2$. Elle consiste à utiliser la transition micro-onde $|F = 2, m = 2\rangle \rightarrow |F' = 1, m' = 1\rangle$

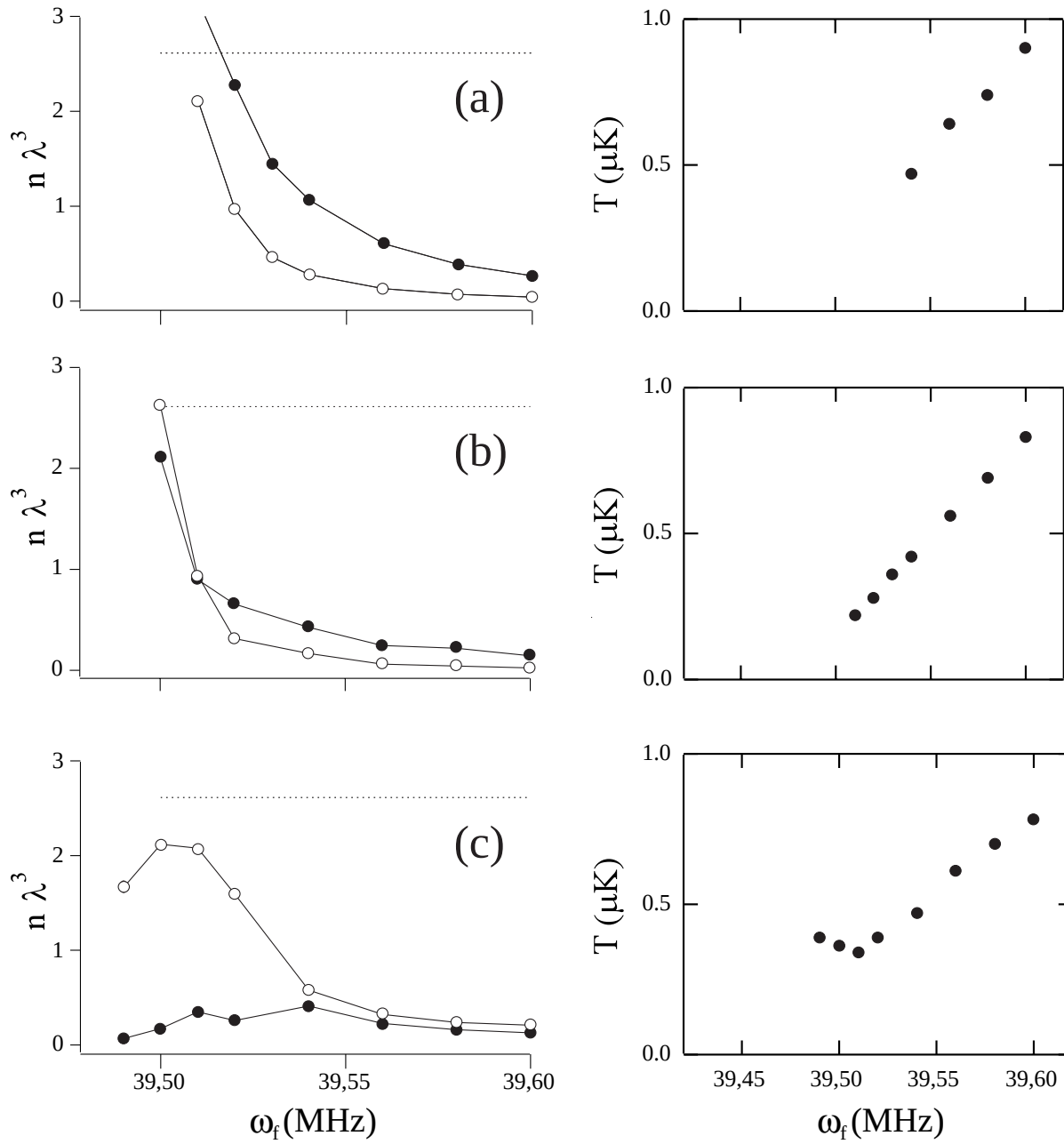


FIG. IV.26 – Refroidissement sympathique à $B_0 = 56$ G. Colonne de gauche : paramètre de dégénérescence des nuages d'atomes dans les états $|1, -1\rangle$ (○) et $|2, 2\rangle$ (●), en fonction de la fréquence finale de la rampe RF. Le nombre d'atomes dans $|2, 2\rangle$ vaut 10^5 en (a), 2.10^5 en (b), et 5.10^5 en (c). La ligne en pointillé indique le seuil de condensation. Colonne de droite : température du nuage d'atomes dans $|1, -1\rangle$.

à 6,83 GHz, qui connecte avec un seul photon l'état piégeant avec l'état anti-piégeant $|1, 1\rangle$. Cette technique, appliquée en champ fort (~ 1000 G), a permis l'évaporation et la condensation de ^7Li [7]. Elle est très prometteuse car elle ne comporte pas de limitation sur la valeur de B_0 pour pouvoir fonctionner.

Conclusion

L'électroaimant dans sa version de base s'est révélé apte à la condensation de Bose-Einstein, notamment dans le niveau hyperfin $F = 1$, dans lequel on peut obtenir jusqu'à 2.10^6 atomes condensés. Cependant la présence d'un fort champ longitudinal perturbe fortement l'évaporation dans $F = 2$. Nous avons démontré deux techniques permettant de contourner la difficulté. L'évaporation à 3 fréquences constitue essentiellement une démonstration de principe, et n'est efficace — dans sa version à bandes latérales — qu'à champ relativement faible. Le refroidissement sympathique nécessite lui aussi de se placer à champ suffisamment faible, mais son intérêt réside dans sa grande universalité, qui dépasse grandement l'application que nous en avons faite. Par exemple, on peut penser à refroidir ^{85}Rb , dont la section efficace chute rapidement avec la température, à l'aide de ^{87}Rb . Enfin, l'évaporation hyperfine constituera certainement dans l'avenir la "bonne" façon de condenser $F = 2$ à fort champ.

Électroaimant de seconde génération

L'utilisation de notre électroaimant de première génération nous a permis d'atteindre le régime de condensation dans de bonnes conditions, notamment grâce à la possibilité de générer des courbures fortes, et ce en dépit d'une valeur élevée du champ longitudinal. Bien que la condensation en champ fort présente un intérêt en soi, par exemple pour étudier des propriétés collisionnelles qui dépendent du champ magnétique comme les résonances de Feshbach [74], la dynamique atomique en champ supérieur à 10 G est source de difficultés additionnelles, surtout pour le niveau hyperfin $F = 2$. Afin de s'affranchir de ces difficultés et de gagner en souplesse d'utilisation, nous avons conçu une nouvelle génération d'électroaimant plus versatile, permettant d'ajuster le champ longitudinal sur une grande plage.

Bien que nous n'ayons pas encore eu l'occasion de le faire fonctionner "sur les atomes", la possibilité de réduire le champ longitudinal nous ouvre des perspectives sur de nouvelles expériences mettant à profit les remarquables propriétés de confinement ainsi obtenues.

V.1 Réduction du champ longitudinal

Le champ longitudinal B_0 joue un double rôle dans la structure du potentiel au voisinage du centre du piège. Il représente la valeur du champ au centre géométrique du potentiel magnétique, et il intervient également dans la valeur des courbures le long des axes du quadrupôle linéaire. Rappelons que le module du champ magnétique, qui est proportionnel au potentiel magnétique, vaut au voisinage du centre du piège :

$$|\mathbf{B}| = B_0 + \left(\frac{b'^2}{2B_0} - \frac{b''}{4} \right) (x^2 + y^2) + \frac{b''}{2} z^2. \quad (\text{V.1})$$

V.1.1 Enjeux

Réduction des fluctuations

Nous avons vu que la précision et la répétabilité de l'expérience étaient en grande partie limitées par les fluctuations de B_0 au coup par coup. À 50 G, la précision obtenue (quelques mG) est suffisante pour la plupart des mesures, mais certains types d'expériences, faisant par exemple intervenir la radiofréquence comme coupleur de sortie [9], nécessitent une précision et une stabilité plus grandes encore.

Le point essentiel est que dans les processus de couplage ou de sélection par la RF, la précision sur la position du couteau RF par rapport au fond du puits de potentiel est limitée par la précision *absolue* sur la valeur de B_0 . Or la limitation sur la précision de B_0 est *a priori* de nature *relative*, c'est-à-dire que les fluctuations de B_0 sont proportionnelles à B_0 . Même dans le cas où les fluctuations du courant sont dominées par la précision absolue de l'alimentation, le montage par compensation, décrit au paragraphe suivant, permet de se ramener à des fluctuations proportionnelles au champ par réjection de mode commun. En abaissant le champ longitudinal à 5 G par exemple, on peut s'attendre à ce que les fluctuations soient réduites d'un facteur 10 par rapport à la situation où B_0 vaut 50 G.

Augmentation des courbures

Comme il apparaît clairement sur l'éq. (V.1), le champ B_0 permet de contrôler la valeur des courbures radiales (suivant x et y) du potentiel. On peut augmenter arbitrairement ces courbures en diminuant B_0 , mais il ne faut pas oublier qu'il est souhaitable de garder une valeur de B_0 supérieure à 1 G pour éviter les transitions de Majorana. En passant de 50 à 1 G, on augmente les courbures radiales de presque un facteur 50 !

Outre l'amélioration des conditions initiales d'évaporation, l'augmentation du confinement radial permet de reculer la température d'apparition du régime d'évaporation unidimensionnelle [voir éq. (IV.3)].

V.1.2 Problématique des matériaux ferromagnétiques

Compensation conventionnelle

Bien sûr, il ne s'agit pas de réduire le courant des bobines du dipôle, car cela conduirait, outre la diminution de B_0 , à baisser la courbure axiale b'' .

Rappelons que pour les systèmes à bobines simples, la méthode de réduction de B_0 généralement retenue est de superposer au champ dipolaire un champ constant de même direction mais de sens opposé, à l'aide d'une paire de bobines de compensation en configuration Helmholtz (voir par exemple [104]). Rappelons que dans la position

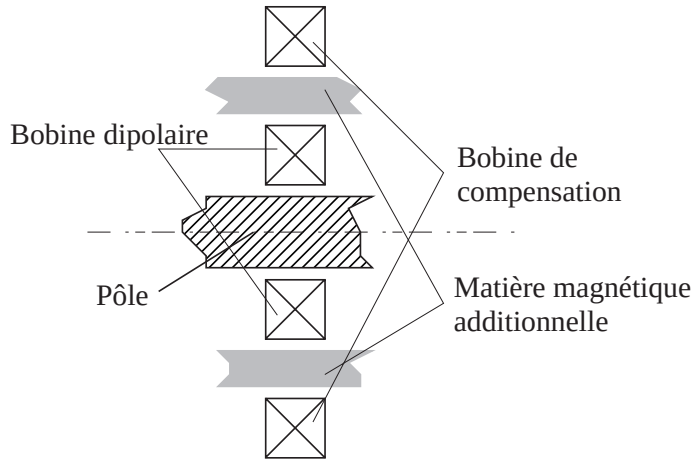


FIG. V.1 – Coupe d'un pôle et de deux bobines excitatrices de tailles différentes. En l'absence de matière magnétique additionnelle, les champs créés par les deux bobines sont quasiment identiques. Par contre, si cette matière est présente entre les bobines, elle ne peut être excitée que par la bobine de compensation, si bien que les deux bobines génèrent des champs qui n'ont pas la même structure.

de Helmholtz (séparation égale au rayon), le champ au centre des bobines varie quartiquement le long de l'axe, c'est-à-dire qu'il ne possède pas de courbure. En ajustant la valeur de ce champ de compensation, il est possible d'annuler le champ dipolaire au centre du piège sans changer sa courbure, et donc d'obtenir une valeur de B_0 aussi faible que souhaitée tout en conservant le confinement axial.

Un point important est d'alimenter les bobines du dipôle et les bobines de compensation avec la même source de courant, afin de réduire les fluctuations de B_0 dues aux fluctuations du courant par réjection de mode commun.

Cas de notre électroaimant

Comme il a été souligné dans § III.3.3, la structure du champ créé par chaque pôle ne dépend pratiquement que de la forme du pôle, et non de la géométrie de la bobine d'excitation. Ajouter des bobines en position Helmholtz par-dessus les bobines du dipôle ne fait qu'annuler complètement l'effet de ces dernières, tant au niveau du champ longitudinal que de la courbure.

V.1.3 Solution proposée

La solution retenue procède directement de la remarque précédente. Puisque deux bobines excitant le même pôle génèrent le même champ, il s'agit de trouver une configuration géométrique telle que les deux bobines n'excitent pas rigoureusement les mêmes régions du pôle. La façon la plus naturelle semble donc d'insérer de la matière magnétique *entre* les deux bobines, comme sur la figure V.1. La bobine intérieure, dite *dipolaire*, n'excite que la partie intérieure du pôle alors que la bobine extérieure, dite *de compensation*, excite la totalité du matériau magnétique.

Deux paires de bobines dipolaires et de compensation prises séparément créent des champs dipolaires qui n'ont pas le même rapport champ longitudinal sur courbure. On

peut donc en superposant judicieusement leurs excitations créer un champ dipolaire possédant une courbure non nulle et néanmoins une valeur quasiment nulle au centre.

V.2 Pôle composé

V.2.1 Description

Nous avons mis ce concept en application et construit un nouvel électroaimant dont la géométrie des pôles est représentée sur la figure V.2. L'insertion d'un petit pôle à l'intérieur d'un pôle plus gros (*cylindre de compensation*) s'inspire de [136], où un aimant miniature est incrusté dans une aiguille en μ -métal. Le feuilletage des pôles est désormais constitué d'un assemblage de feuilles de fer pur de 1/10 mm d'épaisseur, afin de réduire encore plus les courants de Foucault (voir page 67). La géométrie d'ensemble est inchangée par rapport à l'ancienne génération, si ce n'est que la culasse est un peu plus compacte, afin de diminuer les fuites magnétiques et d'améliorer les performances. La culasse est en fer-silicium et les pôles en fer pur.

Les bobines du dipôle consistent en 120 tours de fil de 1 mm de diamètre. Elles sont refroidies à l'eau indirectement, à travers le cylindre ferromagnétique qui les recouvre, et supportent jusqu'à 6 A. Le nombre de tours des bobines de compensation se règle au niveau de la connexion, ce qui permet d'ajuster le niveau de compensation. Elles sont suffisamment grosses pour ne nécessiter aucun effort particulier pour les refroidir. Enfin, les bobines du quadrupôle sont constituées de 55 tours de fil creux, permettant une circulation d'eau. Elles sont conçues pour fonctionner jusqu'à 40 A.

Comme pour l'électroaimant de première génération, la puissance électrique maximale consommée est relativement faible, de l'ordre de 200 W.

V.2.2 Mode opératoire

Il n'est pas possible de charger directement le piège magnétique avec un champ longitudinal déjà compensé, car la profondeur du potentiel n'est alors pas assez grande. En effet, l'adaptation des courbures du potentiel magnétique à la température et à la forme du PMO (quasiment circulaire) requiert que les courbures suivant x et y soient égales à celle suivant z , soit, d'après l'éq. (V.1) :

$$\frac{b'^2}{2B_0} - \frac{b''}{4} = \frac{b''}{2} \Rightarrow b'^2 = \frac{3}{2}b''B_0. \quad (\text{V.2})$$

On en déduit la position du point d'instabilité, donnée par l'éq. (III.9) :

$$z_0 = \pm \sqrt{\frac{2B_0}{3b''}}. \quad (\text{V.3})$$

Au moment du transfert, la courbure b'' permettant une bonne adaptation vaut entre 200 et 300 G.cm⁻², suivant le niveau hyperfin et les caractéristiques du PMO. Il est

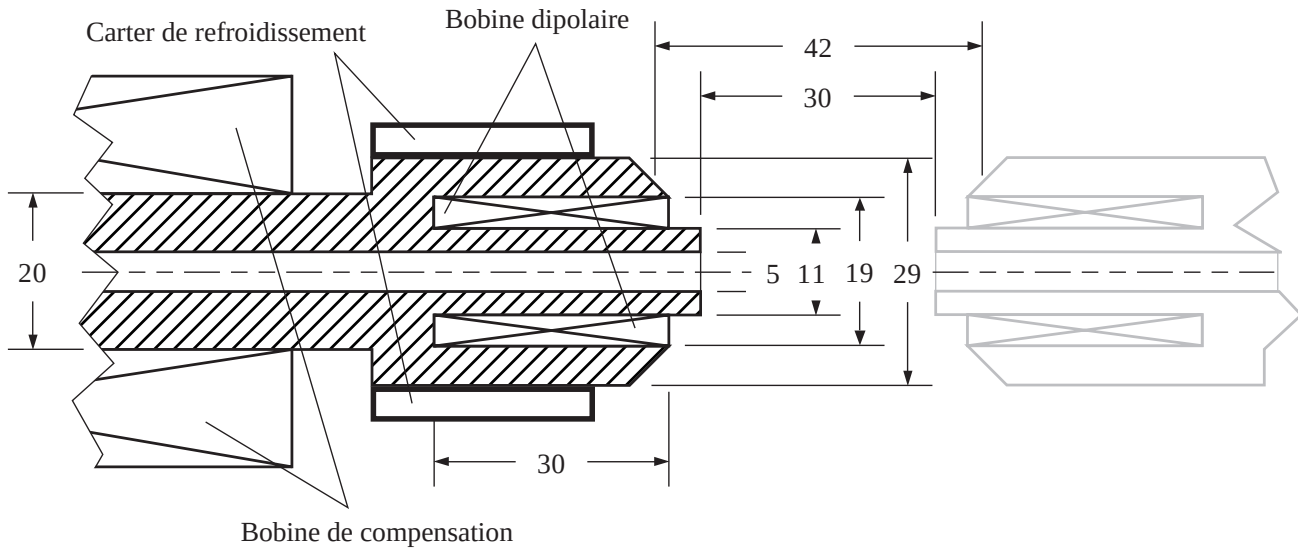


FIG. V.2 – Coupe des pôles du dipôle. Les cotes sont en mm.

donc clair que B_0 doit être de l'ordre de 100 G si l'on veut éviter que la position d'instabilité soit trop près du nuage, dont la taille caractéristique est de quelques mm.

La procédure de chargement et de compression adiabatique est donc la suivante :

- Lors du transfert, seul le quadrupôle et le dipôle sont alimentés, de façon à satisfaire l'adaptation dans l'espace des phases.
- Dans un second temps, le courant est augmenté progressivement dans les bobines du dipôle *et* dans les bobines de compensation, afin de réduire B_0 à environ 1 G tout en maintenant la meilleure courbure possible suivant z .
- Enfin, la compression adiabatique se poursuit en augmentant le gradient jusqu'à la valeur souhaitée.

Le circuit électrique de la figure V.3 permet de réaliser ces opérations tout en utilisant la même alimentation pour le dipôle et la compensation, toujours avec le souci de réduire les fluctuations sur B_0 . En fin de compression, le courant est le même dans les bobines du dipôle et dans celles de compensation. La valeur finale de B_0 est par conséquent ajustée en choisissant le nombre de spires des bobines de compensation. On dispose également d'un réglage fin en faisant coulisser ces bobines sur le pôle.

V.2.3 Étude de la structure du champ

Contrairement à l'électroaimant de première génération, il est délicat d'étudier le nouveau système en terme de circuit magnétique, en particulier parce qu'il est difficile d'évaluer *ab initio* la réductance entre le pôle et le cylindre ferromagnétique qui l'entoure. Tout au plus peut-on affirmer que bien que ces deux parties d'un même pôle soient très proches l'une de l'autre, la réductance associée est fortement augmentée

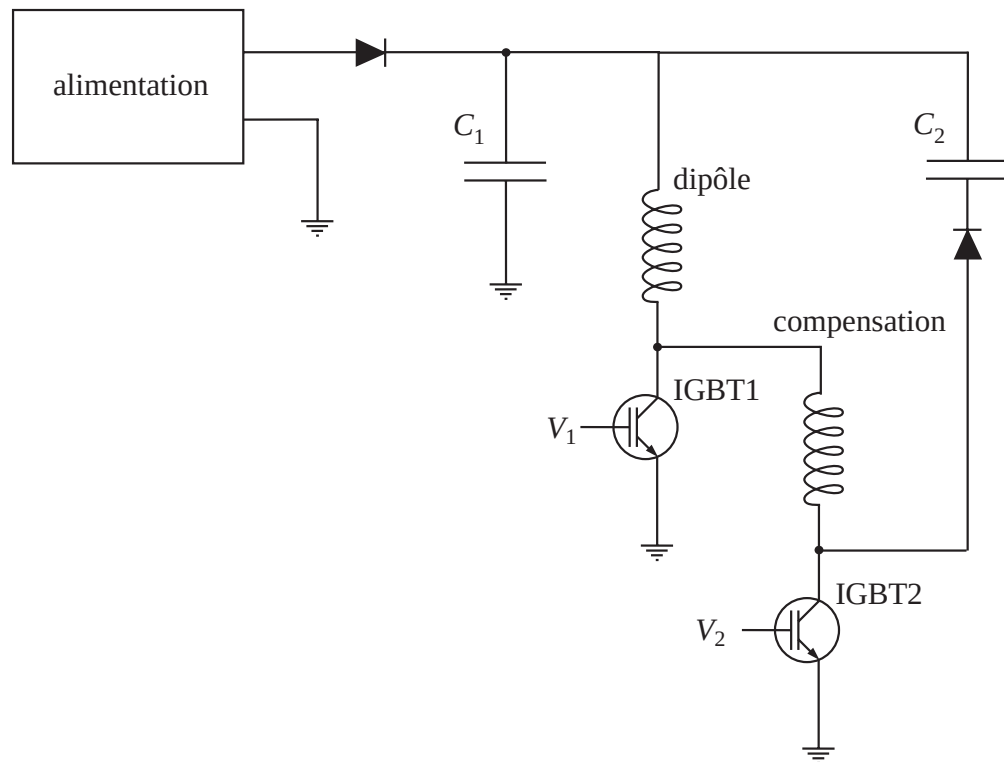


FIG. V.3 – Circuit électrique d’alimentation du dipôle et de la compensation. Les capacités C_1 et C_2 ont le même rôle que précédemment. La montée du champ s’effectue en fermant l’IGBT 1. Ensuite, le courant est dérivé dans les bobines de compensation en fermant progressivement l’IGBT 2 et en ouvrant l’IGBT 1, à l’aide des tensions de contrôle V_1 et V_2 . À la coupure, on ouvre l’IGBT 2.

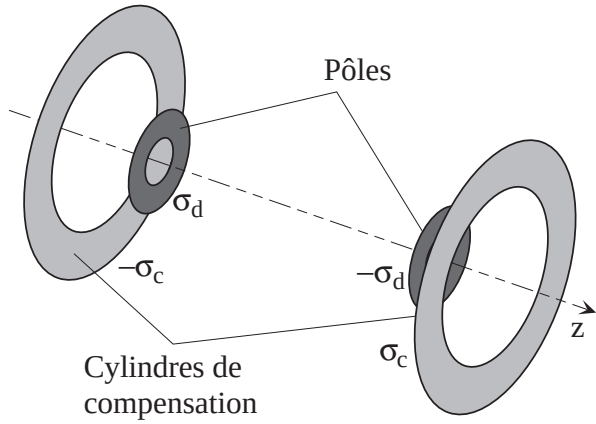


FIG. V.4 – Distributions surfaciques modèles pour les pôles du dipôle et les cylindres de compensation.

par le fait que les lignes de champ les reliant possèdent une forte courbure (elles sont repliées sur elles-mêmes), ce qui est énergétiquement défavorable. Expérimentalement, on constate que la réluctance entre un pôle et son cylindre de compensation est du même ordre de grandeur que celle entre les deux pôles en vis-à-vis.

Sachant qu'en superposant les excitations dipolaire et de compensation on peut générer n'importe quelles aimantations dans les pôles et dans les cylindres de compensation, on se contentera d'étudier la structure du champ créé par les distributions surfaciques en couronne de la figure V.4. Elles modélisent au premier ordre la distribution de charge magnétique à la surface des pôles et des cylindres de compensation, et les densités sont notées respectivement σ_d et σ_c . Les couronnes ont les mêmes diamètres que les pôles (fig. V.2), et la séparation entre les deux distributions de compensation est prise égale à 42 mm (distance moyenne entre les faces en vis-à-vis des deux cylindres). On se propose d'étudier le champ généré en fonction du rapport α entre les densités surfaciques de masse magnétique : $\alpha = \sigma_c / \sigma_d$.

La figure V.5 représente la structure du champ pour trois valeurs de α : 0, 0,6 et 0,8. Dans chaque cas, on a calculé le potentiel scalaire magnétique à l'aide de (III.4). On en déduit par dérivation le champ de vecteurs dans le voisinage du centre et le champ sur l'axe du dipôle.

Quand $\alpha = 0$ (a), seul le pôle central est excité, et le champ longitudinal n'est pas compensé. Pour $\alpha = 0,6$ (b), le champ longitudinal est presque totalement compensé. Enfin, pour $\alpha = 0,8$ (c), le champ longitudinal est surcompensé, ce qui se traduit par un renversement local du champ et l'apparition de deux points d'annulation. Bien sûr, cette situation n'est pas favorable au piégeage des atomes.

V.2.4 Performances mesurées

Nous avons mesuré les performances de l'électroaimant à l'aide d'une sonde à effet Hall. Les calibrations et les valeurs maximales sont résumées dans le tableau V.1. La

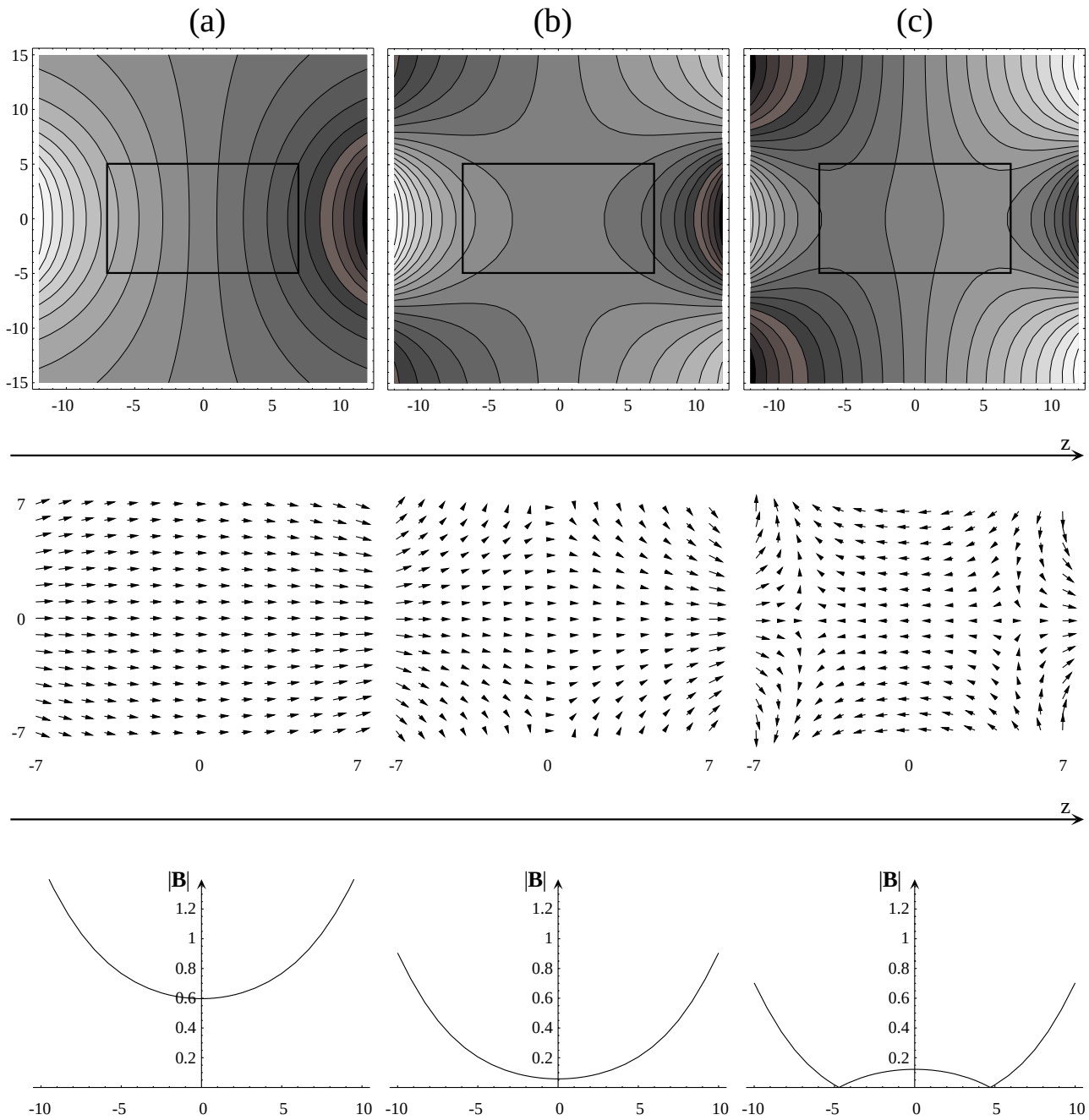


FIG. V.5 – Structure du champ magnétique dipolaire pour trois valeurs de α : 0 en (a), 0,6 en (b) et 0,8 en (c). On a représenté, de haut en bas, le potentiel scalaire dans le plan (xOz) , tel qu'il est défini par l'éq. A.1, le champ de vecteurs correspondant à la zone indiquée par le rectangle, et enfin le profil du module du champ le long de l'axe z . Les longueurs sont en mm et le champ en unité arbitraire.

Configuration	B_0 (G.A ⁻¹)	$B_{0\text{max}}$ (G.A ⁻²)	b'' (G.cm ⁻² .A ⁻¹)	b''_{max} (G.cm ⁻¹)
Dipôle seul	35	180	100	500
Compensation seule	35	> 300	60	> 500
Dipôle compensé	~ 0	45	–	225

TAB. V.1 – Performances statiques mesurées de l'électroaimant de seconde génération.

Configuration	B_0 (G)	b'' (G.cm ⁻²)	b' (G.cm ⁻¹)	$\omega_z/2\pi$ (Hz)	$\omega_\perp/2\pi$ (Hz)	$\bar{\omega}/2\pi$ (Hz)
Comprimé	1	225	2000	19	2540	500
Anisotrope	0,1	10	2000	4	8000	635
Fort champ	300	500	2000	28	145	84

TAB. V.2 – Trois exemples de configurations magnétiques accessibles avec le nouveau système. Les fréquences d'oscillation sont données pour des atomes dans $F = 2$.

courbure maximale en configuration compensée est limitée par la saturation du dipôle, à environ 6 A. En effet, comme il contient moins de matière ferromagnétique que le cylindre de compensation, il sature avant ce dernier. Soit dit en passant, cet effet risque de faire perdre le bénéfice de la réduction des fluctuations par réjection de mode commun, à fort courant.

En tout état de cause, les chiffres essentiels sont les suivants. Il est possible de créer des potentiels de piégeage avec un champ longitudinal allant de 0 à plus de 300 G, avec une courbure allant jusqu'à plus de 500 G.cm⁻² dans le meilleur des cas. La courbure maximale à champ longitudinal compensé est de 225 G.cm⁻². Notons également que grâce la réduction de la taille globale de l'électroaimant, le gradient quadrupolaire maximal, obtenu à 40 A, est porté à 2000 G.cm⁻¹.

Nous avons également mesuré le temps de coupure avec le même système de capacités que sur la première génération. Grâce au feuilletage 10 fois plus fin des pôles, il est maintenant possible de couper le champ en 100 μ s. Cette amélioration était nécessaire, car pour libérer le condensat dans le régime de coupure soudaine du potentiel, il faut que le temps de coupure soit largement plus petit que la période d'oscillation des atomes dans le piège. Or, avec la compensation de B_0 , les fréquences d'oscillation peuvent atteindre quelques kHz.

Le tableau V.2 présente trois configurations extrêmes du piège magnétique, à savoir un piège pour lequel on a optimisé la compression tout en conservant B_0 supérieur à 1 G, un piège fortement anisotrope, et un piège à fort champ longitudinal. Les fréquences d'oscillation font référence à la partie harmonique du potentiel quand celui-ci est semi-linéaire (§ III.2.1), et sont données pour des atomes dans $F = 2$.

V.3 Expériences à forte compression

Les performances de l'électroaimant de seconde génération suggèrent de nouvelles classes d'expériences mettant à profit les fortes courbures accessibles. On peut d'une part s'intéresser au cas fortement anisotrope, où la fréquence d'oscillation ω_z suivant le dipôle est très faible comparée à la fréquence d'oscillation radiale $\omega_\perp$. Le gaz piégé peut sous certaines conditions s'approcher d'un système à 1 dimension, lorsque les degrés de liberté transverses sont gelés. D'autre part, on peut chercher à comprimer le gaz d'une façon plus isotrope, afin d'atteindre un taux de collision supérieur aux fréquences d'oscillations. Le libre parcours moyen est alors plus petit que la taille du nuage et on entre dans le régime hydrodynamique, qui se caractérise par des propriétés de superfluidité particulières lorsque le gaz est dégénéré.

V.3.1 Gaz à une dimension

Considérons un piège harmonique suivant les trois directions. La condition thermodynamique pour que les degrés de liberté transverses soient gelés s'écrit :

$$k_B T \ll \hbar \omega_\perp, \quad (\text{V.4})$$

soit $T \ll 400 \text{ nK}$ pour $\omega_\perp = 2\pi \times 8 \text{ kHz}$. Il est important de vérifier si à cette température le gaz n'est pas déjà condensé, auquel cas le phénomène de transition de condensation d'un gaz 1D ne peut se produire. On peut montrer [137] qu'en plus des régimes 1D et 3D, il existe un régime pour lequel la limite de dégénérescence quantique est atteinte en deux étapes distinctes.

Condensation en deux étapes

Plaçons-nous dans le cas du gaz parfait à 1D, caractérisé par une fréquence d'oscillation ω_z . Bien que la transition de phase de condensation ne soit rigoureusement définie qu'à la limite thermodynamique, lorsque $N \rightarrow \infty$, on peut définir une température de condensation T_c^{1D} pour un nombre fini de particules par :

$$N'(z=1, T_c^{1D}) = N. \quad (\text{V.5})$$

Cela revient à calculer la température T_c^{1D} pour laquelle le nombre maximum de particules excitées (*i.e* non condensées), obtenu lorsque l'affinité atteint la valeur de saturation 1, est égal au nombre de particules disponibles dans le système. En procédant de la même façon qu'au § I.1.2, on trouve dans le cas 1D harmonique [138] :

$$k_B T_c^{1D} \simeq \hbar \omega_z \frac{N}{\ln(2N)}. \quad (\text{V.6})$$

Rappelons que dans le cas harmonique tridimensionnel, T_c^{3D} est donnée par (I.7), et vaut :

$$k_B T_c^{3D} = \hbar \bar{\omega} \left(\frac{N}{1,202} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (V.7)$$

Lorsque le nombre N d'atomes et les fréquences d'oscillation sont telles que $T_c^{1D} < T_c^{3D}$, alors la saturation des états excités selon les trois directions intervient en premier lieu au cours du refroidissement. Cependant, comme la température de condensation unidimensionnelle n'est pas atteinte, la condensation ne se produit pas dans le fondamental, mais dans les états excités suivant la seule direction z du dipôle. Dans un deuxième temps, lorsque la température atteint T_c^{1D} , la population des états excités suivant le dipôle sature à son tour, et les atomes s'accumulent dans l'état fondamental. Une analyse rigoureuse du processus se trouve dans [137]. Suivant les notations de cette référence, on pose $T_c^{3D} = \gamma T_c^{1D}$, ce qui peut être réécrit :

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = N \sqrt{\frac{1,202 \gamma^3}{[\ln(2N)]^3}}. \quad (V.8)$$

La condition d'apparition de la condensation tridimensionnelle avant le gel des degrés de liberté transverses impose de plus $k_B T_c^{3D} > \hbar \omega_{\perp}$, soit :

$$\frac{1,202 \omega_{\perp}}{N \omega_z} < 1. \quad (V.9)$$

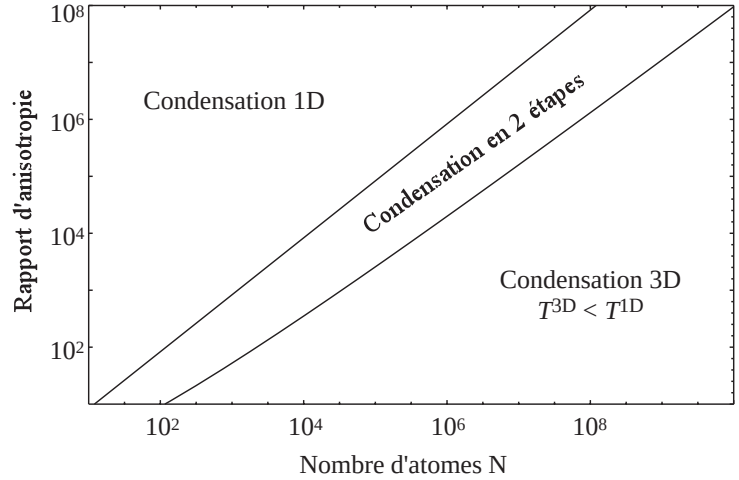
La réunion de ces deux conditions définit le domaine d'existence de la condensation en deux étapes dans le plan $\left(N, \frac{\omega_{\perp}}{\omega_z}\right)$. La figure V.6 représente les domaines des différents types de condensation. Avec le nouvel électroaimant, il est possible d'atteindre un rapport d'anisotropie supérieur à 1000, ce qui devrait permettre d'observer la condensation en 2 étapes avec 10^4 atomes. Il reste cependant à déterminer comment les interactions entre atomes modifient ces prédictions.

Gaz de Tonks

Grâce aux effets du nombre fini d'atomes, il est donc possible d'atteindre un régime unidimensionnel même lorsque les états excités à 3D sont thermiquement accessibles, *i.e* pour $k_B T \gg \hbar \omega_{\perp}$. On bénéficie ainsi d'un effet de condensation suivant les dimensions transverses. Il n'en demeure pas moins intéressant d'examiner le cas où les degrés de liberté transverses sont réellement gelés ($k_B T \ll \hbar \omega_{\perp}$), car la modification de la dynamique collisionnelle qui en résulte débouche sur une altération de la statistique quantique régissant les atomes piégés.

Considérons la collision de deux atomes dans un piège dont les dimensions transverses (harmoniques) sont gelées. On peut montrer [139] que lorsque la température est suffisamment faible pour que la longueur d'onde de de Broglie le long de l'axe libre

FIG. V.6 – Les trois différents régimes de condensation en fonction du nombre d’atomes piégés N et du rapport d’anisotropie du piège $\omega_{\perp}/\omega_z$. La ligne supérieure définit la limite du gaz 1D donnée par (V.9), alors que la ligne inférieure définit la limite $T_c^{1D} = T_c^{3D}$, donnée en faisant $\gamma = 1$ dans (V.8). La figure est extraite de [137].



z soit plus grande que la longueur de diffusion unidimensionnelle a_{1D} , les deux atomes ne peuvent pas se croiser. Autrement dit, dans la représentation de la particule fictive soumise au potentiel interatomique, l’onde incidente et l’onde diffusée interfèrent destructivement du côté de l’onde transmise. Ce système de bosons dits “impénétrables” est également référencé sous le nom de gaz de Tonks [140]. On peut montrer qu’il existe une correspondance univoque entre ce système et un système de fermions sans interaction [141]. À température nulle, la distribution en impulsion d’un tel système ne se résume pas à l’occupation du fondamental par toutes les particules, mais se rapproche fortement de la mer de Fermi.

En première approche, et suivant l’étude faite dans [139], il semblerait que notre piège soit apte à produire un confinement transverse suffisamment fort pour contenir un gaz de bosons impénétrables. Cependant, la condition $k_z|a_{1D}| \ll 1$ nécessaire à l’obtention d’un tel régime impose une limite supérieure sur la température de Fermi et donc sur le nombre d’atomes que peut contenir un gaz de Tonks [139]. Une étude complémentaire reste à faire pour savoir si un nuage dont le nombre d’atomes est soumis à cette limite est suffisamment gros pour pouvoir être détecté.

V.3.2 Régime hydrodynamique

Il est également intéressant de savoir si le nouveau dispositif sera capable d’atteindre le régime hydrodynamique. Pour ce faire, nous avons simulé à l’aide d’un Monte-Carlo (annexe C) le refroidissement d’un nuage de 10^9 atomes piégés dans la configuration magnétique correspondant à la première ligne du tableau V.2. La température initiale est $900 \mu\text{K}$, et la rampe d’évaporation consiste en une exponentielle décroissante de constante de temps 250 ms. En fin d’évaporation (plus exactement lorsque le paramètre de dégénérescence vaut environ $2,5 \cdot 10^{-2}$, au bout de 0,9 s), il

reste 4.10^7 atomes à une densité de $3.10^{14} \text{ cm}^{-3}$, pour un taux de collision de 5000 s^{-1} .

Plusieurs commentaires s'imposent :

- même si l'épaisseur collisionnelle du nuage joue un rôle, celui-ci est minime et n'empêche pas l'obtention de fortes densités,
- le régime hydrodynamique est largement atteint en ce qui concerne la direction z du dipôle, mais pas suivant les directions radiales, pour lesquelles la fréquence d'oscillation est à peine 2 fois plus petite que le taux de collision,
- la densité atteinte est suffisamment élevée pour que la durée de vie de l'échantillon gazeux soit largement limitée par les collisions inélastiques. À faible champ magnétique, le taux de relaxation dipolaire K_{dip} est inférieur à $10^{-15} \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ [75], ce qui assure une durée de vie de quelques secondes, *tant que le nuage n'est pas condensé*. Par contre, la durée de vie limitée par la recombinaison à 3 corps est d'à peine 0,6 s (le taux de recombinaison vaut environ $1,8.10^{-29} \text{ cm}^6 \cdot \text{s}^{-1}$ dans le niveau hyperfin $F = 2$ [106]). Cette faible durée de vie justifie l'application d'une rampe d'évaporation très courte. Mais malgré la faible durée de l'évaporation, il n'est pas possible d'ignorer cet effet.

Il ressort de cette étude que la possibilité d'atteindre le régime hydrodynamique ne peut être étudiée qu'en tenant compte des collisions inélastiques, ce qui peut s'implémenter sans trop d'effort dans le programme de simulation. Au regard des résultats préliminaires que nous avons obtenus, il sera sans doute très difficile d'être dans le régime hydrodynamique dans les directions transverses. Par contre, ce régime semble être très accessible dans la direction longitudinale, ce qui peut permettre d'étudier des effets comme la propagation du premier et du deuxième son le long de l'axe du dipôle.

Conclusion

Cette thèse a présenté la conception et l'utilisation d'un électroaimant à noyau ferromagnétique pour l'obtention de la condensation de Bose-Einstein d'un gaz dilué d'alcalin. Le principal avantage du dispositif réside dans la faible puissance électrique consommée, ce qui simplifie grandement le contrôle du champ magnétique et le refroidissement de l'appareil. Les matériaux ferromagnétiques ont également des inconvénients bien connus, comme la présence d'une hystérésis dans la réponse du matériau, ou la génération de courants de Foucault en régime transitoire. Grâce au contrôle informatique de l'expérience, à l'adjonction de bobines de compensation supplémentaires, et à l'utilisation de matériaux feuilletés, nous avons montré que ces défauts ne sont pas un obstacle majeur à la réalisation d'un dispositif fiable et stable.

Une difficulté plus inattendue se cachait dans la structure du champ généré par notre électroaimant, qui présente une valeur élevée du champ longitudinal au centre du piège. À cause de ce fort champ, l'effet Zeeman non linéaire modifie le schéma classique d'évaporation par radiofréquence en levant la dégénérescence des transitions RF entre sous-niveaux magnétiques adjacents. Ceci n'a pas de conséquence sur l'évaporation dans le niveau hyperfin $F = 1$, et nous avons obtenu la condensation dans de bonnes conditions. Par contre, l'inhibition de l'évaporation dans $F = 2$ nous a conduit à introduire une sophistication de l'évaporation par RF en utilisant simultanément 3 fréquences, ou bien à faire du refroidissement sympathique par contact thermique avec des atomes dans $F = 1$. Ces méthodes se sont révélées efficaces en ce sens qu'elles permettent d'obtenir la condensation dans $F = 2$, mais elles ne fonctionnent dans leur forme actuelle que pour un champ au centre inférieur ou égal à environ 50 G. Par contre, l'évaporation hyperfine par micro-onde est une technique prometteuse qui devrait fonctionner quelle que soit la valeur du champ.

Il ressort de ces considérations que l'utilisation des matériaux ferromagnétiques est une approche efficace, qui comporte son lot d'avantages et d'inconvénients. Les performances obtenues en ce qui concerne le pouvoir confinant du piège magnétique se situent tout simplement dans la moyenne des dispositifs existants, et qui utilisent des bobines simples.

Afin de tirer pleinement profit des forts gradients que l'on peut obtenir avec des pôles ferromagnétiques, nous avons construit un deuxième électroaimant permettant de compenser le champ magnétique au centre. Le confinement ainsi obtenu est exceptionnel, et l'évaporation dans $F = 2$ ne devrait plus poser de problème. On gagne ainsi en souplesse d'utilisation. Ce nouvel appareil ouvre la voie vers des expériences nécessitant de fortes compression ou bien une anisotropie marquée du potentiel de piégeage. Citons entre autres l'étude des gaz dégénérés en régime hydrodynamique ou bien l'étude des gaz quantiques à 1 dimension. Il apparaît donc que l'utilisation des matériaux ferromagnétiques peut être très avantageuse dans certaines configurations.

En conclusion, on peut dire que les matériaux ferromagnétiques ont tenu leur promesse concernant le volet des fortes compressions. Bien sûr, seules les expériences pourront conclure sur la possibilité de s'approcher de la matière condensée, sachant que le gaz devient alors très instable vis-à-vis des collisions inélastiques et des collisions à 3 corps. En ce qui concerne le volet de l'optique atomique, la source est relativement stable, mais le dispositif doit être amélioré si l'on souhaite disposer de plus d'espace pour utiliser le nuage d'atomes cohérents, par exemple pour faire de l'interférométrie. Dans cette perspective, des efforts sont en cours pour construire une "pince optique" [142], qui consiste en un piège dipolaire très désaccordé et qui permettra d'extraire le condensat hors de la zone de production, et de l'amener dans une chambre d'analyse ou d'expérimentation.

Magnétisme, quelques résultats

Cette annexe rassemble quelques résultats utiles sur les milieux magnétiques. Le détail des calculs se trouve dans les références [143] et [144], et l'application de ces concepts au cas de notre électroaimant est détaillée dans [81].

A.1 Milieux aimantés

Même lorsqu'ils se comportent de façon linéaire, les milieux magnétiques donnent lieu à des calculs compliqués et non solubles analytiquement dès qu'ils ont une géométrie un peu exotique. Il est donc impératif d'introduire un cadre d'approximation dans lequel on peut se faire une idée raisonnable du comportement du système. Nous introduisons ici la notion de masse magnétique, qui est plus apte à décrire les champs créés au bout de pôles magnétiques que la traditionnelle méthode des courants ampériens.

A.1.1 Notion de masse magnétique

La matière aimantée peut être décrite par un champ de vecteurs aimantation $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ qui décrit la densité locale de moment magnétique. Un volume de matière d^3r situé en $\mathbf{r}$ possède un moment magnétique $d\boldsymbol{\mu} = \mathbf{M}(\mathbf{r}) d^3r$. Le champ créé à grande distance par un moment magnétique $\boldsymbol{\mu}$ dérive d'un potentiel scalaire V' tel que [144] :

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = -\mathbf{grad}(V'), \quad (\text{A.1})$$

avec

$$V' = -\frac{\mu_0}{4\pi} \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{grad} \left(\frac{1}{r} \right). \quad (\text{A.2})$$

Il y a donc une analogie formelle entre le magnétisme et l'électrostatique. Il suffit d'introduire la *masse magnétique*, équivalente à la charge électrique. Bien sûr, cette

masse n'a aucune réalité physique, puisqu'il n'existe pas de monopôle magnétique, mais elle permet de décrire un dipôle magnétique $\boldsymbol{\mu}$ comme deux masses magnétiques m en A et A' telles que $\boldsymbol{\mu} = m \mathbf{A} \mathbf{A}'$. Il en résulte que la masse magnétique totale d'un système est nulle.

Poursuivant l'analogie électrostatique, on peut remplacer l'aimantation $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ d'un solide par une distribution de masse magnétique volumique $-\text{div } \mathbf{M}$, et surfacique $\mathbf{M} \cdot \mathbf{n}$, $\mathbf{n}$ étant la normale au solide. Le potentiel V' s'écrit alors :

$$V'(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint_{\text{Surface}} dS \frac{\mathbf{M} \cdot \mathbf{n}}{r} - \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_{\text{Volume}} d\tau \frac{\text{div } \mathbf{M}}{r}. \quad (\text{A.3})$$

Dans la plupart des cas, nous ne considérerons que des aimantations uniformes, qui conduisent uniquement à des distributions surfaciques.

La notion de potentiel scalaire a été introduite pour décrire le champ à grande distance du dipôle magnétique, ce qui pose une difficulté pour le calcul du champ à l'intérieur du matériau. En fait, le champ s'écrit alors d'une manière un peu différente [144] :

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = -\text{grad}(V') + \mu_0 \mathbf{M}(\mathbf{r}). \quad (\text{A.4})$$

A.1.2 Relation constitutive

Pour mener à bien le calcul du champ créé par une distribution de courant en présence de matière magnétique, il est commode d'introduire le vecteur excitation $\mathbf{H}$ défini par :

$$\mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu_0 - \mathbf{M}. \quad (\text{A.5})$$

Il décrit l'action des sources de courant extérieures (*i.e* autres que les courants ampériens) $\mathbf{J}_{\text{ext}}$. En effet, en reportant dans l'équation de Maxwell-Ampère, il vient : $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}_{\text{ext}}$. On en déduit une nouvelle expression du théorème d'Ampère dans un milieu magnétique :

$$\phi_I = \oint_{\Gamma} \mathbf{H} \cdot d\boldsymbol{\ell}, \quad (\text{A.6})$$

ϕ_I étant le flux de courant (des sources extérieures) s'écoulant à travers une surface s'appuyant sur le contour fermé Γ .

Dans un milieu linéaire, homogène et isotrope, l'aimantation est liée à l'excitation par la susceptibilité magnétique χ : $\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}$. D'après (A.5), cette relation peut également s'écrire $\mathbf{B} = \mu_r \mu_0 \mathbf{H}$, ou encore $\mathbf{B} = \frac{\mu_r \mu_0}{\mu_r - 1} \mathbf{M}$. Dans ces expressions, $\mu_r = 1 + \chi$ est la perméabilité magnétique du milieu. Pour les matériaux ferromagnétique, elle peut facilement atteindre 10^4 , et même 10^5 pour le μ -métal. Il est donc possible de créer des champs forts à partir d'excitations modestes. Cependant, tous les matériaux possèdent une valeur du champ maximale dite *de saturation*. Pour les matériaux que nous utilisons, fer-silicium ou fer pur, ce champ de saturation vaut environ 2 T.

A.1.3 Cas du barreau magnétique

Les pôles que nous utilisons sont des cylindres allongés, donc il n'est pas inutile d'examiner le cas d'un barreau magnétique plongé dans un champ externe uniforme $\mathbf{B}_0$ (fig. A.1). Il est difficile de calculer directement la valeur de l'aimantation. La méthode générale de résolution consiste à procéder par itérations. A l'ordre zéro, l'excitation magnétique vaut $\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}_0}{\mu_0}$. On en déduit que l'aimantation est uniforme et vaut $\mathbf{M} = \chi \mathbf{H} = \chi \frac{\mathbf{B}_0}{\mu_0}$. Le champ total dans le barreau vaut par conséquent $\mathbf{B} = \mu_r \mathbf{B}_0$, ce qui correspond à une amplification nette d'un facteur μ_r . Si le barreau était infini, le calcul s'arrêterait là. A cause de la présence des extrémités, la distribution de masse magnétique associée à $\mathbf{M}$ prend la forme de deux disques D_1 et D_2 de densités uniformes respectives $\sigma_1 = M$ et $\sigma_2 = -M$. Le champ créé sur l'axe par un disque de densité surfacique σ se calcule à partir de (A.1) et (A.3) :

$$B = -\frac{\mu_0 \sigma}{2} (1 - \cos \theta), \quad (\text{A.7})$$

où θ est l'angle sous lequel on voit le disque. A partir de (A.4), on en déduit le champ créé par les disques au point P de l'axe à l'intérieur du barreau, duquel les extrémités sont vues sous les angles θ_1 et θ_2 : $\mathbf{B}_{\text{disques}} = \frac{\mu_0 \mathbf{M}}{2} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$. La nouvelle valeur du champ dans le barreau est :

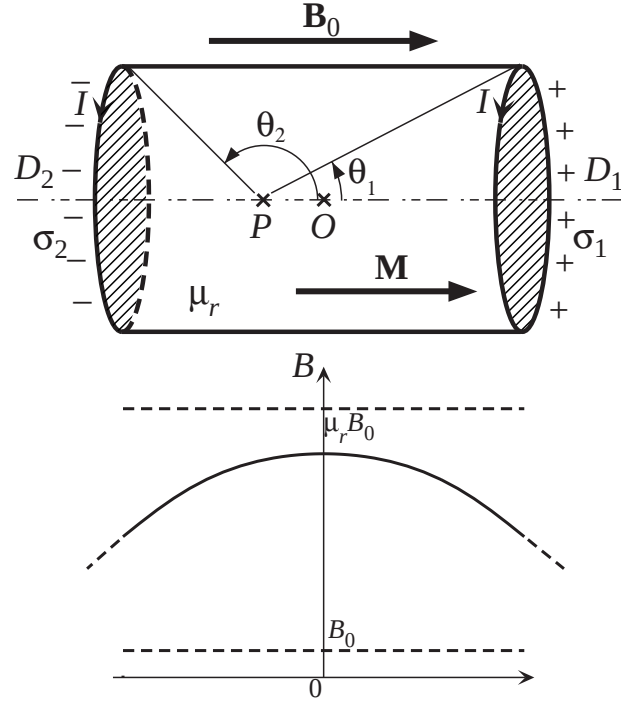
$$\mathbf{B} = \frac{(\mu_r - 1) \mathbf{B}_0}{2} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) + \mathbf{B}_0 \quad (\text{A.8})$$

Comme le montre l'exemple de la figure A.1, le champ au centre du barreau tend vers la valeur maximale correspondant à l'amplification dans un barreau infini, et ce d'autant plus que le barreau est long. Par contre, aux extrémités, le champ est largement plus faible que cette valeur. Ceci est compatible avec la relation de passage du champ à l'interface, qui veut que la composante normale soit continue. Le champ qui s'oppose à l'excitation au niveau des extrémités est appelé *champ démagnétisant*. A ce niveau du calcul, on peut réitérer le processus et calculer l'aimantation correspondant au nouveau champ. Mais comme celui-ci n'est pas homogène, il apparaît une densité *volumique* de masse magnétique, et la densité surfacique n'est plus homogène, ce qui complique le problème. Par conséquent, dans tous nos calculs, nous nous arrêterons à ce premier niveau d'itération.

A.2 Réluctance et circuits magnétiques

Considérons un flux de courant NI (*i.e* N fils parcourus par un courant I) entouré par un tube de champ suffisamment fin pour que le champ $\mathbf{B}$ soit constant sur une section S quelconque du tube (fig. A.2). Le flux de champ $\phi = BS = \mu_r \mu_0 H S$ est constant dans le tube, et le théorème d'Ampère (A.6) appliqué à un contour à l'intérieur

FIG. A.1 – Barreau ferromagnétique plongé dans un champ magnétique homogène $\mathbf{B}_0$. On a également tracé le profil du champ sur l'axe, calculé à l'ordre 1 (éq. (A.8)), et pour une perméabilité magnétique $\mu_r = 10$. La valeur du champ au voisinage des pôles vaut environ 50% de celle du barreau infini (i.e $\mu_r B_0$).



du tube s'écrit :

$$NI = \oint \frac{d\ell}{\mu_r \mu_0 S}. \quad (\text{A.9})$$

En définissant la réluctance $R = \oint \frac{d\ell}{\mu_r \mu_0 S}$, la relation (A.9) prend une forme similaire à la loi d'Ohm :

$$NI = R\phi. \quad (\text{A.10})$$

Tout comme pour les associations de résistances électriques, les réluctances en série se somment, et ce sont les inverses des réluctances qui s'additionnent quand elles sont en parallèle. Bien sûr, cette description ne vaut qu'en régime linéaire, lorsque la perméabilité μ_r ne dépend pas de l'excitation, c'est-à-dire de I .

Il est commode de se servir de cette analogie pour étudier les circuits magnétiques. En pratique, on utilise des pôles reliés par des culasses, et l'entrefer est de l'ordre de grandeur du diamètre des pôles. On peut considérer qu'à l'ordre zéro, les pôles et la culasse guident toutes les lignes de champ. Le flux est constant le long des pièces ferromagnétiques, et compte tenu de la valeur très élevée de la perméabilité des matériaux utilisés, la réluctance est dominée par l'espace libre dans l'entrefer. On modélise donc l'entrefer par une résistance proportionnelle à la longueur de l'entrefer, et les parties magnétiques par des fils sans résistance. À l'ordre zéro, l'aimantation homogène dans les pôles conduit à l'apparitions de densités surfaciques homogènes de masse

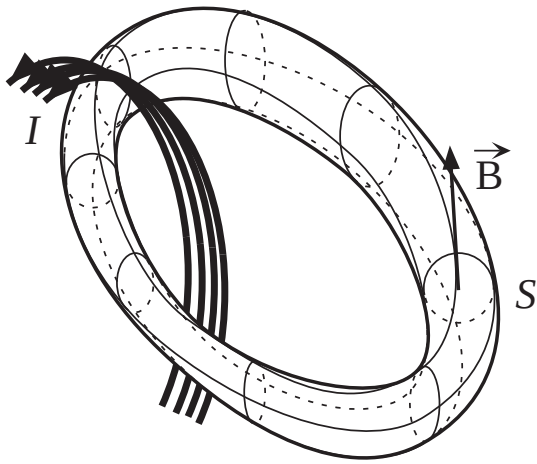


FIG. A.2 – Tube de champ créé par N spires parcourues par un courant I . Pour un tube suffisamment étroit, on peut considérer que le champ B est homogène sur une section quelconque S . Le flux du champ dans le tube est conservé et vaut $\phi = BS$.

magnétique aux extrémités des pôles. Cette méthode est appliquée aux calculs des paragraphes § III.1.4 et § III.2.3.

Négliger la réluctance des pôles et de la culasse devant celle de l'entrefer conduit au résultat remarquable que le champ créé par l'électroaimant ne dépend pas de la perméabilité μ_r du matériau ferromagnétique. Cela signifie que le bon concept pour étudier notre électroaimant est celui de guidage magnétique, plutôt que celui d'amplification magnétique.

- B -

Atomes dans un champ magnétique

De nombreuses étapes de la production d'un condensat de Bose-Einstein recourent à l'effet Zeeman, soit en conjugaison avec la lumière, comme le ralentissement Zeeman ou le piège magnéto-optique, soit seul, comme le piégeage magnétique. Cette annexe résume les méthodes de calcul de l'effet Zeeman sur les niveaux $5S_{\frac{1}{2}}$ et $5P_{\frac{3}{2}}$, et particulièrement l'effet des ordres supérieurs, qui jouent un rôle prépondérant dans nos expériences à fort champ. Nous présentons également l'interaction d'un atome avec un champ magnétique oscillant, tel qu'il est utilisé dans l'évaporation par onde radiofréquence.

B.1 Effet Zeeman statique

B.1.1 Hamiltoniens Zeeman et hyperfin

La principale difficulté provient de ce que dans la gamme de champ que nous utilisons, les hamiltoniens Zeeman et hyperfin, qui ne commutent pas, sont comparables en intensité. Le hamiltonien hyperfin fait intervenir le couplage spin du noyau - orbite de l'électron, ainsi que le couplage spin du noyau - spin de l'électron et un terme de contact. Il est connu expérimentalement dans la base hyperfine (F^2, F_z) . D'après la structure hyperfine (fig. I.1),

$$\mathcal{H}_{\text{hf}} = \mathcal{A}_{\text{g}} \begin{pmatrix} |F=2\rangle & |F=1\rangle \\ \frac{3}{8} & 0 \\ 0 & -\frac{5}{8} \end{pmatrix} \quad (\text{B.1})$$

pour le niveau hyperfin $5S_{\frac{1}{2}}$, et

$$\mathcal{H}_{\text{hf}} = \mathcal{A}_e \begin{pmatrix} |F=3\rangle & |F=2\rangle & |F=1\rangle & |F=0\rangle \\ 0,391 & & & \\ & -0,147 & & \\ & & -0,464 & \\ & & & -0,609 \end{pmatrix} \quad (\text{B.2})$$

pour le niveau hyperfin $5P_{\frac{3}{2}}$, avec $\mathcal{A}_g = h \times 6.83 \text{ GHz}$ et $\mathcal{A}_e = h \times 496,6 \text{ MHz}$. Chaque niveau F est dégénéré $2F + 1$ fois.

Le hamiltonien Zeeman d'un atome plongé dans un champ magnétique $\mathbf{B} = B\mathbf{u}_z$ s'écrit, en négligeant le terme diamagnétique¹,

$$H_Z^{\text{total}} = \left[\frac{\mu_B}{\hbar}(\mathbf{L} + 2\mathbf{S}) - \frac{\mu_I}{\hbar}\mathbf{I} \right] \cdot \mathbf{B}, \quad (\text{B.3})$$

où μ_B est le magnéton de Bohr (positif), et $\mu_I/\hbar$ le facteur gyromagnétique du noyau. Comme $\mu_I = 10^{-3}\mu_B \ll \mu_B$, on néglige la contribution du noyau dans la plupart des cas. Le hamiltonien hyperfin n'étant connu (expérimentalement) que dans la base hyperfine, il est nécessaire d'exprimer le hamiltonien Zeeman dans cette même base.

Commençons par nous placer dans la base fine (J^2, J_z), en l'absence d'effet hyperfin. Le hamiltonien Zeeman ne commute pas avec J^2 , mais comme les niveaux de J donné sont dégénérés, la théorie des perturbations à l'ordre 1 prescrit de diagonaliser H_Z dans les sous-espaces de J donné. Pour tous les champ que nous manipulons, l'effet Zeeman est largement inférieur à la largeur de la structure fine ($\sim 10^{13} \text{ Hz}$), et l'ordre 1 suffit. Le théorème de Wigner-Eckart appliqué à $\mathbf{L} + 2\mathbf{S}$ prouve que cet opérateur vectoriel est proportionnel à $\mathbf{J}$ dans les sous-espaces de multiplicité J . La constante de proportionnalité — le facteur de Landé g_J — est déterminée comme suit :

- dans le niveau $5S_{\frac{1}{2}}$, $L = 0$ donc de façon triviale, $g_J = 2$,
- dans le niveau $5P_{\frac{3}{2}}$, on utilise le théorème de projection :

$$(\mathbf{L} + 2\mathbf{S}) = \frac{(\mathbf{L} + 2\mathbf{S}) \cdot \mathbf{J}}{J^2} \mathbf{J}, \quad (\text{B.4})$$

ainsi que la règle de Landé :

$$\begin{cases} \mathbf{L} \cdot \mathbf{J} = \frac{1}{2}(J^2 - S^2 + L^2) \\ \mathbf{S} \cdot \mathbf{J} = \frac{1}{2}(J^2 + S^2 - L^2) \end{cases}. \quad (\text{B.5})$$

On en déduit $g_J = \frac{4}{3}$.

¹Le terme diamagnétique est égal au terme paramagnétique lorsque $\mu_B B$ est de l'ordre de l'énergie d'ionisation.

B.1.2 Calcul à l'ordre 1

Supposons maintenant que le hamiltonien Zeeman soit une perturbation du hamiltonien hyperfin. A l'ordre 1, la théorie des perturbations revient à diagonaliser H_Z dans les sous-espaces de multiplicité F . De la même façon que pour la structure fine, le théorème de Wigner-Eckart prévoit que $(\mathbf{L} + 2\mathbf{S}) = g_J \mathbf{J}$ est proportionnel à $\mathbf{F}$ dans une multiplicité de F donnée, avec comme constante de proportionnalité le facteur de Landé g_F . Toujours avec la règle de Landé, on en déduit que ce facteur vaut $\frac{1}{2}$ pour le niveau $|5S_{\frac{1}{2}}, F = 2\rangle$, $-\frac{1}{2}$ pour le niveau $|5S_{\frac{1}{2}}, F = 1\rangle$, et $-\frac{2}{3}$ pour le niveau $5P_{\frac{3}{2}}$, quel que soit F . La diagonalisation est déjà réalisée, et s'écrit : $\langle F, m | H_Z | F, m \rangle = g_F m \mu_B B_z$, en supposant le champ magnétique orienté suivant z . A l'ordre 1, l'effet Zeeman se traduit donc par un décalage des niveaux linéaire en B , et proportionnel à m .

B.1.3 Calcul à l'ordre 2

Nous nous intéressons essentiellement au niveau fondamental $5S_{\frac{1}{2}}$, qui est le niveau intervenant dans le piégeage magnétique. Tout d'abord, comme H_Z commute avec F_z , il ne mélange que les états de m donné, m étant le nombre magnétique total associé à F_z . On en déduit que les états doublement polarisés $|2, 2\rangle$ et $|2, -2\rangle$ ne sont pas perturbés aux ordres supérieurs à 1, et sont décalés linéairement en B_z . Il en va de même pour les états $|3, 3\rangle$ et $|3, -3\rangle$ du niveau excité $5P_{\frac{3}{2}}$.

La théorie des perturbations stationnaires donne une correction en énergie de l'état $|F, m\rangle$ au deuxième ordre qui s'écrit [145] :

$$E_{|F, m\rangle}^{(2)} = \sum_{|F', m'\rangle} ' \frac{|\langle F, m | H_Z | F', m' \rangle|^2}{E_{|F, m\rangle} - E_{|F', m'\rangle}}, \quad (\text{B.6})$$

où $\sum'$ désigne la somme sur tous les états sauf l'état $|F, m\rangle$. Cette somme est correctement définie car lorsque la dégénérescence des niveaux non perturbés annule le dénominateur, l'élément de matrice du numérateur est également nul. La matrice $\mathcal{H}_Z^{\text{fine}}$ du hamiltonien Zeeman $H_Z = g_J \mu_B B_z J_z$ est évidemment diagonale dans la base fine (J^2, J_z) . Soit $\mathcal{M}_{\text{CG}}$ la matrice de passage de la base (J^2, J_z, I^2, I_z) vers la base hyperfine (J^2, I^2, F^2, F_z) (*i.e* la matrice des coefficients de Clebsch-Gordan). La matrice du hamiltonien Zeeman devient, dans la base (F^2, F_z) , $\mathcal{H}_Z^{\text{hf}} = \mathcal{M}_{\text{CG}}^{-1} \mathcal{H}_Z^{\text{fine}} \mathcal{M}_{\text{CG}}$, soit, en se

restreignant au niveau $5S_{\frac{1}{2}}$:

$$\mathcal{H}_Z^{\text{hf}} = \mu_B B_z \begin{pmatrix} |2,2\rangle & |2,1\rangle & |1,1\rangle & |2,0\rangle & |1,0\rangle & |2,-1\rangle & |1,-1\rangle & |2,-2\rangle \\ 1 & & & & & & & \\ & \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & & & & & \\ & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & & & & & \\ & & & 0 & 1 & & & \\ & & & 1 & 0 & & & \\ & & & & & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \\ & & & & & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & \\ & & & & & & & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.7})$$

qui, comme attendu, est diagonale par blocs de m donné. En appliquant (B.6), on en déduit :

$$E_{|F,m\rangle}^{(2)} = (-1)^F a_m \frac{(\mu_B B_z)^2}{\mathcal{A}_g}, \quad (\text{B.8})$$

avec

$$\begin{cases} a_2 &= a_{-2} &= 0 \\ a_1 &= a_{-1} &= \frac{3}{4} \\ a_0 &= 1. \end{cases} \quad (\text{B.9})$$

B.1.4 Calcul à tous les ordres

Lorsque le champ est suffisamment grand pour que l'effet Zeeman soit de l'ordre de, ou supérieur à la largeur de la structure hyperfine, il est nécessaire de résoudre le problème à tous les ordres. La résolution numérique s'effectue en diagonalisant simultanément les deux hamiltoniens hyperfin et Zeeman. Le hamiltonien Zeeman est préalablement exprimé dans la base (F^2, F_z) avec la matrice de passage $\mathcal{M}_{CG}$ (voir § B.1.3). Comme le nombre magnétique m est un bon nombre quantique, cela revient à diagonaliser des sous-matrices de dimension maximale 4 dans le cas du niveau $5P_{\frac{3}{2}}$, et 2 dans le cas du niveau $5S_{\frac{1}{2}}$. Les graphes des figures II.6 et II.8 ont été calculés en suivant cette procédure.

Il est parfois également nécessaire de résoudre exactement le déplacement Zeeman même à faible champ, comme par exemple pour l'expérience d'évaporation à 3 fréquences RF (§ IV.3.2). Dans ce cas, nous sommes également sensibles au couplage du champ avec le moment magnétique du noyau, et il faut tenir compte du hamiltonien

$H_I = -\mu_I I_z / \hbar B_z$. Il est facile de calculer analytiquement les déplacements Zeeman à tous les ordres pour le niveau fondamental, puisque le hamiltonien $H_Z^{\text{total}} + H_{\text{hf}}$ est diagonal par blocs de dimension 2. De la même façon que pour le hamiltonien Zeeman de l'électron, on exprime le hamiltonien Zeeman du noyau dans la base (F^2, F_z) :

$$\mathcal{H}_I^{\text{hf}} = \frac{\mu_I}{2} B_z \begin{pmatrix} |2, 2\rangle & |2, 1\rangle & |1, 1\rangle & |2, 0\rangle & |1, 0\rangle & |2, -1\rangle & |1, -1\rangle & |2, -2\rangle \\ 3 & & & & & & & \\ & \frac{3}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & & & & & \\ & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{5}{2} & & & & & \\ & & & 0 & -1 & & & \\ & & & -1 & 0 & & & \\ & & & & & -\frac{3}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \\ & & & & & -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{5}{2} & \\ & & & & & & & -3 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.10})$$

La diagonalisation du hamiltonien Zeeman total plus le hamiltonien hyperfin donne, en prenant comme origine des énergies le milieu de la structure hyperfine :

$$E_{|F, m\rangle} = -m\mu_I B_z + \frac{(-1)^F}{2} \sqrt{\mathcal{A}_g^2 + m\mathcal{A}_g(2\mu_B + \mu_I)B_z + (2\mu_B + \mu_I)^2 B_z^2}. \quad (\text{B.11})$$

On peut vérifier que le développement de (B.11) à l'ordre 2 redonne bien (B.8) en négligeant μ_I devant μ_B .

B.2 Couplage avec une onde radiofréquence

Supposons maintenant que l'atome, en plus du potentiel de piégeage, est soumis à un champ radiofréquence (RF) B_{RF} perpendiculaire à l'axe de quantification z . Cette configuration permet d'engendrer un couplage non nul entre sous-niveaux magnétiques adjacents ($\Delta m = \pm 1$). On cherche à calculer les potentiels adiabatiques de l'atome habillé par cette onde radiofréquence. En se restreignant à l'état fondamental ($L = 0$), le hamiltonien de couplage RF s'écrit :

$$H_{\text{RF}} = g_J \mu_B \frac{S_x}{\hbar} B_{\text{RF}} \cos \omega_{\text{RF}} t, \quad (\text{B.12})$$

où $g_J = 2$, ω_{RF} est la fréquence de l'onde RF, et

$$S_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.13})$$

Ce hamiltonien s'exprime dans la base hyperfine grâce à la matrice de passage $\mathcal{M}_{CG}$ (§ B.1.3). On en déduit :

$$\mathcal{H}_{\text{RF}}^{\text{hf}} = g_J \mu_B \frac{1}{4} \begin{pmatrix} |1, -1\rangle & |1, 0\rangle & |1, 1\rangle & |2, -2\rangle & |2, -1\rangle & |2, 0\rangle & |2, 1\rangle & |2, 2\rangle \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \sqrt{3} & \sqrt{\frac{3}{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\sqrt{\frac{3}{2}} & \\ \sqrt{3} & & & & 1 & & & \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & & & \sqrt{\frac{3}{2}} & & & \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & & & 1 & & \sqrt{\frac{3}{2}} & & \\ -\sqrt{\frac{3}{2}} & & & & \sqrt{\frac{3}{2}} & & \sqrt{\frac{3}{2}} & \\ & & & & & & 1 & \\ & & & & & & & 1 \end{pmatrix} B_{\text{RF}} \cos \omega_{\text{RF}} t. \quad (\text{B.14})$$

On peut vérifier que le couplage RF, qui est du type vectoriel, est soumis à la règle de sélection $\Delta m = \pm 1$. Les transitions π (*i.e* $\Delta m = 0$), sont interdites à cause de la polarisation de la RF que nous avons choisie.

D'autre part, la restriction du hamiltonien de l'atome habillé à un ensemble de niveaux quasi-dégénérés s'écrit simplement :

$$H_{\text{habillé}}(B) = \sum_{|F, m\rangle} [E_{|F, m\rangle}(B) - (-1)^F m \hbar \omega_{\text{RF}}] |F, m\rangle \langle F, m|, \quad (\text{B.15})$$

où B est le module du champ de piégeage, ω_{RF} la fréquence RF, et $E_{|F, m\rangle}(B)$ l'énergie des niveaux magnétiques en fonction du champ, tels qu'ils ont été calculés au paragraphe § B.1.4. La diagonalisation de $\mathcal{H}_{\text{habillé}} + \mathcal{H}_{\text{RF}}^{\text{hf}}$ conduit aux potentiels adiabatiques recherchés, tels qu'ils apparaissent dans les figures IV.9 et IV.18. Le couplage RF se traduit par des croisements évités aux points où les transitions entre sous-niveaux magnétiques, modifiées par l'effet Zeeman du potentiel de piégeage, sont résonnantes avec l'onde RF.

Nota. À moins d'utiliser un rayonnement micro-onde à 6,83 GHz, les deux niveaux hyperfins ne sont pas couplés par la radiofréquence, car elle est fortement non résonnante. On peut restreindre la diagonalisation précédente aux sous-espaces de F donné.

Simulation Monte-Carlo de refroidissement évaporatif

C.1 Motivations

Il existe à ce jour de nombreuses méthodes pour traiter le problème du refroidissement évaporatif dans le régime classique, quand les effets de la statistique de Bose-Einstein sont négligeables. Nous avons déjà signalé l'existence d'un modèle analytique [65] reposant sur une hypothèse de quasi-équilibre préalablement vérifiée par des simulations numériques. Ce modèle, basé sur la résolution de l'équation de Boltzmann, repose en outre sur une hypothèse d'ergodicité suffisante, ce qui se traduit par une sélection des atomes chauds en fonction de leur énergie mécanique totale (évaporation 3D). Le modèle conduit à une solution purement analytique dans le cas d'un potentiel de piégeage harmonique, en tenant compte des pertes par collision avec le gaz résiduel [68, 106].

Bien que satisfaisant dans la plupart des cas, ce modèle ne peut rendre compte des effets de dimensionnalité de l'évaporation, comme par exemple l'effet de la gravité ou de l'épaisseur collisionnelle du nuage. Nous avons par conséquent adopté une méthode de simulation Monte-Carlo largement éprouvée. Celle-ci est basée sur une méthode proposée à l'origine par Bird pour rendre compte des écoulements gazeux [146], et a été adaptée au refroidissement évaporatif par Wu *et al.* [147]. Comme elle simule les trajectoires classiques des atomes dans le piège, elle rend naturellement compte des effets de dimensionnalité, puisque qu'elle simule notamment le passage des particules chaudes à travers le couteau RF. Il est également facile de prendre en compte une éventuelle dépendance de la section efficace de diffusion par rapport à la vitesse relative des atomes qui collisionnent. On peut aussi considérer un potentiel de piégeage quelconque.

Nous avons choisi ce type de simulation parce qu'il correspond bien aux problèmes que nous nous posons, à savoir l'impact de la gravité, ou bien la réduction de l'efficacité de l'évaporation en régime hydrodynamique. Il est important de noter que cette méthode ne s'applique qu'au gaz classique, c'est-à-dire faiblement dégénéré. Dès que le paramètre de dégénérescence devient proche de l'unité, il est nécessaire de faire quelques aménagements pour tenir compte de l'amplification bosonique [148].

C.2 Principe

C.2.1 Séparation entre mouvement et collision

En régime de gaz dilué, la portée du potentiel est grande devant la distance interatomique. Les particules se meuvent librement (dans le potentiel de piégeage) la plus grande partie de leur temps, et collisionnent occasionnellement avec un temps de collision très court devant le temps entre deux collisions successives. Cette considération permet de séparer le problème du mouvement des particules de celui des collisions.

La méthode consiste donc à discrétiser le temps en intervalles de durée Δt grande devant le temps de collision, et petite devant le temps moyen entre deux collisions. Durant cet intervalle Δt , les trajectoires des particules sont calculées par résolution numérique des équations classiques du mouvement par la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4, puis dans un deuxième temps on traite les collisions qui ont eu lieu pendant cet intervalle de temps. On considère qu'elles sont instantanées.

C.2.2 Maillage de l'espace réel

Il est impossible de considérer les intersections de toutes les trajectoires car le temps de calcul croît alors comme le carré du nombre de particules. On préfère diviser le volume de piégeage en cellules cubiques identiques et calculer la probabilité qu'ont deux particules se trouvant dans un même cube de collisionner. Pour reproduire correctement la dynamique du gaz, cette méthode doit respecter les règles suivantes [106] :

- Le maillage est suffisamment fin pour que la probabilité d'avoir 2 atomes dans la même cellule est faible. Soit δ la taille d'une cellule. On choisit δ de sorte que la probabilité d'occupation d'une cellule située au centre du piège par une particule soit 0,1 : $\delta^3 n_0 = 0,1$, avec n_0 la densité au centre.
- Le temps Δt est choisi de sorte que la probabilité de collision de deux particules dans le volume δ^3 pendant le temps Δt soit faible (par exemple 0,1).
- Dans ces conditions, la probabilité de collision entre deux atomes dans la même boîte s'écrit : $p = \sigma v_r \Delta t / \delta^3$, où σ est la section efficace de diffusion et v_r la vitesse relative entre les deux atomes. À haute température, σ dépend de v_r . Dans toutes les simulations que nous avons faites, nous avons considéré des températures inférieures à $900 \mu\text{K}$ et pris $\sigma = 8\pi a^2$. En effet, pour ^{87}Rb , la section efficace de

collision reste à peu près constante jusqu'à 1 mK, même si l'on sort du régime d'onde s [67].

L'occurrence des collisions est déterminée par tirage aléatoire. Lorsqu'une collision se produit, on se place dans le référentiel du centre de masse des deux particules et on tire aléatoirement l'angle que fait le vecteur vitesse relative final avec le vecteur vitesse relative initial. Cette rotation s'effectue dans le plan contenant les vitesses des particules ainsi que leur vecteur position relative. Pour une collision élastique, la norme du vecteur vitesse relative reste inchangée, et dans le régime d'onde s , la diffusion est isotrope. On choisit donc l'angle de rotation uniformément dans $[0, 2\pi]$. Si l'on souhaite conserver le moment cinétique, on peut également faire tourner du même angle le vecteur position relative. Puis on repasse dans le référentiel du laboratoire.

Nota. Faire tourner le vecteur position relative déplace les particules à l'intérieur de la cellule, ce qui a pour effet de changer légèrement leur énergie potentielle. L'énergie totale n'est donc pas rigoureusement conservée, mais nous avons vérifié que la diffusion de l'énergie due à cet effet est négligeable à l'échelle de temps de l'évaporation.

C.2.3 Macro-atomes et duplication

La force de cette méthode est qu'elle engendre un temps de calcul proportionnel au nombre N d'atomes, au lieu d'un temps proportionnel au carré de N . Cependant, les micro-ordinateurs que nous utilisons ne sont pas assez puissants pour simuler la dynamique de 10^9 atomes sur plusieurs secondes. Comme le comportement macroscopique du gaz est fidèlement reproduit par quelques milliers d'atomes, on peut regrouper les atomes par paquets de q , appelés *macro-atomes*, qui ont les mêmes propriétés dynamiques qu'un atome unique si ce n'est qu'ils ont une section efficace de collision q fois plus grande.

Une difficulté apparaît lorsqu'on veut étudier le refroidissement évaporatif, car pour atteindre le régime de dégénérescence quantique, le nombre d'atomes du nuage diminue de plusieurs ordres de grandeurs. Si on estime que 10 000 macro-atomes peuvent correctement décrire la dynamique du gaz, il en ira différemment en fin d'évaporation, lorsque qu'il ne restera que quelques macro-atomes dans le piège. Une astuce proposée dans [149] consiste à scinder les macro-atomes en deux parties égales à chaque fois que la moitié des macro-atomes ont été évaporés. On restaure ainsi régulièrement par *duplication* le nombre initial de macro-atomes. Bien sûr, à chaque duplication, q est divisé par 2, donc la section efficace de collision également.

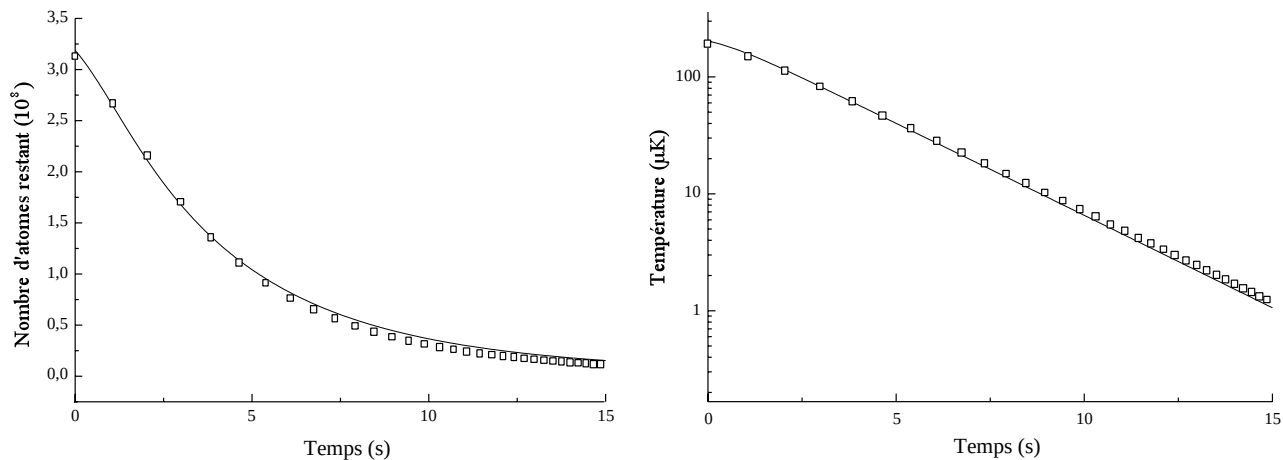


FIG. C.1 – Évolution du nombre d'atomes et de la température au cours d'une évaporation forcée avec une rampe exponentiellement décroissante. Les carrés représentent la simulation Monte-Carlo et le trait continu le modèle analytique.

C.3 Vérifications et résultats

C.3.1 Comparaison avec le modèle analytique

Nous avons mis en œuvre ces concepts et écrit un code simulant le refroidissement évaporatif dans différents régimes.

Tout d'abord, il a été vérifié que le taux de collision dans un piège harmonique donné par la simulation correspond à quelques % près au taux théorique $\sqrt{2}n_0\sigma\bar{v}$ [voir éq. III.18]. Ensuite, nous avons directement comparé les résultats d'une "expérience" d'évaporation forcée donnés par la simulation Monte-Carlo à ceux du modèle analytique de la référence [65]. Les résultats sont présentés sur la figure C.1, qui donne le nombre d'atomes restant dans le piège ainsi que leur température en fonction du temps. Dans cette expérience, nous avons évaporé $3 \cdot 10^8$ atomes initialement à $200 \mu\text{K}$ avec une rampe radiofréquence de fréquence exponentiellement décroissante avec une constante de temps de 3 s. Les atomes sont éliminés du piège dès que leur énergie est supérieure à la hauteur de la troncature, afin de simuler une évaporation parfaitement tridimensionnelle. Sous ces conditions, les résultats des deux méthodes concordent sur plusieurs ordres de grandeur, et en fin d'évaporation, la différence en nombre d'atomes et en température est inférieure à 20%.

La simulation peut donc être considérée comme fiable.

C.3.2 Évaporation d'un nuage collisionnellement épais

Comme la simulation numérique est sensée reproduire fidèlement le processus d'évaporation, nous avons cherché à vérifier l'influence de l'épaisseur collisionnelle sur la

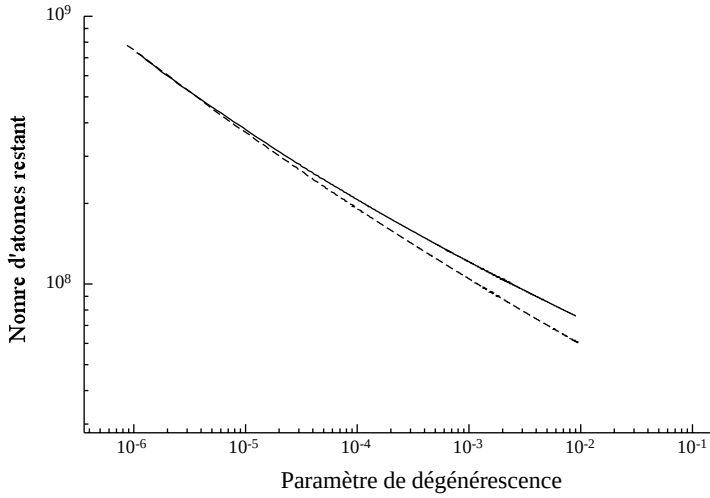


FIG. C.2 – Nombre d’atomes restant dans le piège en fonction du paramètre de dégénérescence dans le cas d’une évaporation tridimensionnelle (trait continu), et dans le cas de l’évaporation réelle par radiofréquence (trait en pointillé). La sélection des atomes chauds se fait alors sur une surface entourant le nuage.

sélection des atomes chauds (voir § IV.1.2). En effet, lorsque le libre parcours moyen est petit devant la taille du nuage, on s’attend à ce qu’un atome ayant une énergie suffisante pour être évaporé, entre en collision avec un autre atome du piège avant d’atteindre la surface d’évaporation.

Nous considérons 10^9 atomes confinés dans un piège harmonique isotrope de fréquence d’oscillation¹ 150 Hz. En début d’évaporation, le taux de collision est d’environ 400 s^{-1} pour une température de $700\text{ }\mu\text{K}$. En fin d’évaporation, il atteint 2000 s^{-1} , ce qui place l’échantillon gazeux dans le régime hydrodynamique. La rampe radiofréquence consiste en une exponentielle décroissante de constante de temps 200 ms. Au cours du processus, le paramètre d’évaporation η reste compris entre 6 et 7. Nous avons comparé les dynamiques de refroidissement dans le cas de l’évaporation ergodique, et dans le cas réel (*i.e* le cas où un atome n’est évaporé que lorsqu’il a effectivement atteint la position du couteau RF). La figure C.2 présente le nombre d’atomes restant en fonction du paramètre de dégénérescence. On voit clairement que l’effet d’épaisseur collisionnelle réduit l’efficacité de l’évaporation en ce sens qu’à paramètre de dégénérescence donné, il reste moins d’atomes dans le cas d’une évaporation par sélection sur une surface que dans le cas d’une évaporation ergodique. En extrapolant les deux courbes, on peut s’attendre à avoir à peine 2 à 3 fois moins d’atomes dans le condensat dans le premier cas de figure, ce qui tend à prouver que l’effet n’est pas vraiment dramatique et ne remet pas en cause l’efficacité de l’évaporation.

Nota. Lorsque la densité augmente, il est de plus en plus difficile de satisfaire au critère de gaz dilué avec de gros macro-atomes. Ces simulations ont été réalisées à la limite du régime de gaz dilué et mériteraient d’être reprises avec des macro-atomes plus petits et plus nombreux (et avec un ordinateur plus puissant!).

¹Un tel piège n’a jamais été réalisé.

C.3.3 Perfectionnements

Ces résultats ne tiennent pas compte de la durée de vie finie du nuage, limitée à haute densité par les collisions inélastiques et les collisions à 3 corps. Ces effets peuvent très naturellement être pris en compte dans notre simulation, et leur implémentation sera la prochaine étape dans l'amélioration du programme.

- D -

Articles

Trapping cold neutral atoms with an iron-core electromagnet [91]

Interrupted evaporative cooling of ^{87}Rb atoms in a high magnetic field [150]

Bibliographie

- [1] S. N. BOSE, “Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese”, *Z. Phys.* **26**, 178 (1924).
- [2] A. EINSTEIN, “Quantentheorie des einatomigen idealen Gase”, *Sitzungsberg. Kgl. Preuss. Akad. Wiss.* 261 (1924).
- [3] A. EINSTEIN, “Quantentheorie des einatomigen idealen Gase. Zweite Abhandlung”, *Sitzungsberg. Kgl. Preuss. Akad. Wiss.* 3 (1925).
- [4] J. BARDEEN, L. N. COOPER, ET J. R. SCHRIEFFER, *Phys. Rev.* **108**, 1175 (1957).
- [5] M. ANDERSON, J. ENSHER, M. MATTHEWS, C. WIENMAN, ET E. CORNELL, “Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor”, *Science* **269**, 198 (1995).
- [6] K. B. DAVIS, M.-O. MEWES, M. R. ANDREWS, N. J. VAN DRUTEN, D. S. DURFEE, D. M. KURN, ET W. KETTERLE, “Bose-Einstein condensation in a gaz of sodium atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
- [7] C. BRADLEY, C. SACKETT, J. TOLLET, ET R. HULET, “Evidence of Bose-Einstein condensation in an atomic gaz with attractive interactions”, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995).
- [8] S. CHOI ET K. BURNETT, “Atom optical elements for Bose-Einstein condensates”, *Phys. Rev. A* **56**, 3825 (1997).
- [9] I. BLOCH, T. HÄNSCH, ET T. ESSINGLER, “Atom laser with a cw output coupler”, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3008 (1999).
- [10] L. DENG *et al.*, “Four-wave mixing with matter waves”, *Nature* **398**, 218 (1999).
- [11] D. S. JIN, J. R. ENSHER, M. R. MATTHEWS, C. E. WIEMAN, ET E. A. CORNELL, “Collective excitations of a Bose-Einstein condensate in a dilute gas”, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 420 (1996).

- [12] M.-O. MEWES, M. R. ANDREWS, N. J. VAN DRUTEN, D. M. KURN, D. S. DURFEE, ET C. G. T. W. KETTERLE, "Collective excitations of a Bose-Einstein condensate in a magnetic trap", *Phys. Rev. Lett.* **77**, 988 (1996).
- [13] D. S. JIN, M. R. MATTHEWS, J. R. ENSHER, C. E. WIEMAN, ET E. A. CORNELL, "Temperature-dependant damping and frequency shifts in collective excitations of a dilute Bose-Einstein", *Phys. Rev. Lett.* **78**, 764 (1997).
- [14] M. R. ANDREWS, D. M. KURN, H.-J. MIESNER, D. S. DURFEE, C. G. TOWNSEND, S. INOUE, ET W. KETTERLE, "Propagation of sound in a Bose-Einstein condensate", *PRL* **79**, 553 (1997).
- [15] M. EDWARDS, P. A. RUPRECHT, K. BURNETT, R. J. DODD, ET C. W. CLARK, "Collective excitations of atomic Bose-Einstein condensates", *Phys. Rev. Lett.* **77**, 1671 (1996).
- [16] R. J. DODD, M. EDWARDS, C. W. CLARK, ET K. BURNETT, "Collective excitations of Bose-Einstein-condensed gases at finite temperatures", *Phys. Rev. A* **57**, R32 (1998).
- [17] M. R. MATTHEWS, B. P. ANDERSON, P. C. HALJAN, D. S. HALL, C. E. WIEMAN, ET E. A. CORNELL, "Vortices in a Bose-Einstein condensate", *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2498 (1999).
- [18] C. RAMAN, M. KÖHL, R. ONOFRIO, D. S. DURFEE, C. E. KUKLEWICZ, Z. HADZIBABIC, ET W. KETTERLE, "Evidence for a critical velocity in a Bose-Einstein condensed gas", *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2502 (1999).
- [19] B. DEMARCO ET D. S. JIN, "Onset of Fermi degeneracy in a trapped atomic gas", *Science* **285**, 1703 (1999).
- [20] D. M. STAMPER-KURN, H. J. MIESNER, A. P. CHIKKATUR, S. INOUE, J. STENGER, ET W. KETTERLE, "Reversible formation of a Bose-Einstein condensate", *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2194 (1998).
- [21] L. LANDAU ET E. LIFCHITZ, *Physique statistique*, 4ème éd. (Éditions Mir/Ellipses, Moscou, 1994).
- [22] K. HUANG, *Statistical mechanics*, 2ème éd. (Wiley, New York, 1987).
- [23] C. COHEN-TANNOUDJI, "Manipulating atoms with photons", *Rev. Mod. Phys.* **70**, 707 (1998).
- [24] V. BAGNATO, D. E. PRITCHARD, ET D. KLEPPNER, "Bose-Einstein condensation in an external potential", *Phys. Rev. A* **35**, 4354 (1987).
- [25] A. ROTH, *Vacuum technology*, 3ème éd. (North-Holland, Amsterdam, 1979).
- [26] D. R. LIDE, *CRC Handbook of chemistry and physics*, 72ème éd. (CRC Press, Boston, 1993).

- [27] S. CHU, "The manipulation of neutral particules", *Rev. Mod. Phys.* **70**, 685 (1998).
- [28] W. D. PHILIPPS, "Laser cooling and trapping of neutral atoms", *Rev. Mod. Phys.* **70**, 721 (1998).
- [29] C. COHEN-TANNOUDJI, dans *Fundamental systems in quantum optics*, ÉDITÉ PAR J. DALIBARD, J.-M. RAIMOND, ET J. ZINN-JUSTIN (Elsevier Science Publishers B.V., 1992), école d'été des Houches, Session LIII, 1990.
- [30] O. R. FRISCH, "Experimenteller nachweis des Einsteinschen stralungsrückstoßes", *Z. Phys.* **86**, 42 (1933).
- [31] D. J. WINELAND ET H. DEHMELT, "Proposed $10^{14} \Delta\nu/\nu$ laser fluorescence spectroscopy on Tl^+ mono-ion oscillator III", *Bull. Am. Phys. Soc.* **20**, 637 (1975).
- [32] T. W. HÄNSCH ET A. L. SCHAWLOW, "Cooling of gases by laser radiation", *Opt. Commun.* **13**, 68 (1975).
- [33] V. LETOKHOV, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **7**, 348 (1968).
- [34] Y. CASTIN, H. WALLIS, ET J. DALIBARD, "Limit of Doppler cooling", *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2046 (1989).
- [35] P. D. LETT, W. D. PHILLIPS, S. C. ROLSTON, C. E. TANNER, R. N. WATTS, ET C. I. WESTBROOK, "Optical molasses", *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2084 (1989).
- [36] S. CHU, L. HOLLBERG, J. E. BJORKHOLM, A. CABLE, ET A. ASHKIN, "Three dimensionnal viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure", *Phys. Rev. Lett.* **55**, 48 (1985).
- [37] J. DALIBARD ET C. COHEN-TANNOUDJI, "Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients : simple theoretical models", *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2023 (1989).
- [38] P. J. UNGAR, D. S. WEISS, E. RIIS, ET S. CHU, "Optical molasses and multilevel atoms : theory", *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2058 (1989).
- [39] E. L. RAAB, M. PRENTISS, A. CABLE, S. CHU, ET D. E. PRITCHARD, "Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure", *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631 (1987).
- [40] A. M. STEANE, M. CHOWDHURY, ET C. J. FOOT, "Radiation force in the magneto-optical trap", *J. Opt. Soc. Am. B* **9**, 2142 (1992).
- [41] A. M. STEANE ET C. J. FOOT, "Laser cooling below the Doppler limit in a magneto-optical trap", *Europhys. Lett.* **14**, 231 (1991).
- [42] M. DREWSSEN, P. LAURENT, A. NADIR, G. SANTARELLI, A. CLAIRON, Y. CASTIN, D. GRISON, ET C. SALOMON, "Investigation of sub-Doppler cooling effects in a cesium magneto-optical trap", *Appl. Phys. B* **54**, 283 (1994).

- [43] C. G. TOWNSEND *et al.*, “Phase-space density in the magneto-optical trap”, *Phys. Rev. A* **52**, 1423 (1995).
- [44] T. WALKER, D. SESKO, ET C. WIEMAN, “Collective behaviour of optically trapped neutral atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 408 (1990).
- [45] D. SESKO, T. WALKER, C. MONROE, A. GALLAGHER, ET C. WIEMAN, “Collisional losses from a light-force atom trap”, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 961 (1989).
- [46] C. J. COOPER, G. HILLENBRAND, J. RINK, C. G. TOWNSEND, K. ZETIE, ET C. J. FOOT, “The temperature of atoms in a magneto-optical trap”, *Europhys. Lett.* **28**, 397 (1994).
- [47] W. KETTERLE, K. B. DAVIS, M. A. JOFFE, A. MARTIN, ET D. E. PRITCHARD, “High densities of cold atoms in a dark spontaneous-force optical trap”, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2253 (1993).
- [48] A. ASPECT, E. ARIMONDO, R. KAISER, N. VANSTEENKISTE, ET C. COHEN-TANNOUDJI, “Laser cooling below the one-photon-recoil energy by velocity-selective coherent population trapping”, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 826 (1988).
- [49] J. LAWALL, S. KULIN, B. SAUBAMEA, N. BIGELOW, M. LEDUC, ET C. COHEN-TANNOUDJI, “Three-dimensional laser cooling of Helium beyond the single-photon recoil limit”, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4194 (1995).
- [50] M. KASEVICH ET S. CHU, “Laser cooling below a photon recoil with three-level atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1741 (1992).
- [51] H. J. LEE, C. S. ADAMS, M. KASEVITCH, ET S. CHU, “Raman cooling of atoms in an optical dipole trap”, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 2658 (1996).
- [52] H. J. LEE ET S. CHU, “Atomic spin polarization by Raman cooling”, *Phys. Rev. A* **57**, 2905 (1998).
- [53] H. KATORI, T. IDO, Y. ISOYA, ET M. KUWATA-GONOKAMI, “Magneto-optical trapping of Strontium atoms down to the photon recoil temperature”, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1116 (1999).
- [54] S. CHU, J. BJORKHOLM, A. ASHKIN, ET A. CABLE, “Experimental observation of optically trapped atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 314 (1986).
- [55] J. D. MILLER, R. A. CLINE, ET D. J. HEINZEN, “Far-off-resonance optical trapping of atoms”, *Phys. Rev. A* **47**, R4567 (1993).
- [56] C. C. AGOSTA, I. F. SILVERA, H. T. C. STOOF, ET B. J. VERHAAR, “Trapping of neutral atoms with resonant microwaves radiation”, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 2361 (1989).
- [57] F. SHIMIZU ET M. MORINAGA, “Electric trapping of neutral atoms”, *Jpn. J. Appl. Phys.* **31**, L1721 (1992).

- [58] E. A. CORNELL, C. MONROE, ET C. E. WIEMAN, "Multiply loaded, ac magnetic trap for neutral atoms", *Phys. Rev. Lett.* **67**, 2439 (1991).
- [59] A. L. MIGDALL, J. V. PRODAN, W. D. PHILLIPS, T. H. BERGEMAN, ET H. J. METCALF, "First observation of magnetically trapped neutral atoms", *Phys. Rev. Lett.* **54**, 2596 (1985).
- [60] K.-J. KÜGLER, K. MORITZ, W. PAUL, ET U. TRINKS, "NESTOR - A magnetic storage ring for slow neutrons", *Nucl. Instrum. Methods Phys. Research* **228**, 240 (1985).
- [61] E. MAJORANA, *Nuovo Cimento* **9**, 43 (1932).
- [62] W. H. WING, "On neutral particle trapping in quasistatic electromagnetic fields", *Prog. Quant. Electr.* **8**, 181 (1984).
- [63] H. F. HESS, "Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen", *Phys. Rev. B* **34**, 3476 (1986).
- [64] W. KETTERLE ET N. J. VAN DRUTEN, dans *Advances in atomic, molecular, and optical physics* (Academic Press, San Diego, 1996), Vol. 37, p. 181.
- [65] O. J. LUITEN, M. W. REYNOLDS, ET J. T. M. WALRAVEN, "Kinetic theory of the evaporative cooling of a trapped gas", *Phys. Rev. A* **53**, 381 (1996).
- [66] D. J. HEINZEN, dans *Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi" Course CXL*, ÉDITÉ PAR M. INGUSCIO, S. STRINGARI, ET C. WIEMAN (IOS Press, Amsterdam, 1999).
- [67] S. J. J. M. F. KOKKELMANS, B. J. VERHAAR, K. GIBBLE, ET D. J. HEINZEN, "Predictions for laser-cooled Rb clocks", *Phys. Rev. A* **56**, R4389 (1997).
- [68] C. COHEN-TANNOUDJI, (Cours donnés au Collège de France, 1996-97).
- [69] C. MONROE, W. SWANN, H. ROBINSON, ET C. WIEMAN, "Very cold trapped atoms in a vapor cell", *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1571 (1990).
- [70] J. J. TOLLETT, C. C. BRADLEY, C. A. SACKETT, ET R. G. HULET, "Permanent magnet trap for cold atoms", *Phys. Rev. A* **51**, R22 (1995).
- [71] J. KIM, B. FRIEDRICH, D. P. KATZ, D. PATTERSON, J. D. WEINSTEIN, R. DECARVALHO, ET J. M. DOYLE, "Buffer-gas loading and magnetic trapping of atomic Europium", *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3665 (1997).
- [72] E. A. CORNELL, J. R. ENSHER, ET C. E. WIEMAN, dans *Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi" Course CXL*, ÉDITÉ PAR M. INGUSCIO, S. STRINGARI, ET C. WIEMAN (IOS Press, Amsterdam, 1999).
- [73] H. T. C. STOOF, J. M. V. A. KOELMAN, ET B. J. VERHAAR, "A chercher", *Phys. Rev. B* **38**, 4688 (1988).

- [74] E. TIESINGA, A. J. MOERDIJK, B. J. VERHAAR, ET H. T. C. STOOF, "Threshold and resonance phenomena in ultracold ground-state collisions", *Phys. Rev. A* **47**, 4114 (1992).
- [75] H. M. J. M. BOESTEN, A. J. MOERDIJK, ET B. J. VERHAAR, "Dipolar decay in two recent Bose-Einstein condensation experiments", *Phys. Rev. A* **54**, R29 (1996).
- [76] E. A. BURT, R. W. GHRIST, C. J. MYATT, M. J. HOLLAND, E. A. CORNELL, ET C. E. WIEMAN, "Coherence, correlation, and collision : what one learns about Bose-Einstein condensates from their decays", *Phys. Rev. Lett.* **79**, 357 (1997).
- [77] A. STEANE, P. SZRIFTGISER, P. DESBIOLLES, ET J. DALIBARD, "Phase modulation of atomic de Broglie waves", *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4972 (1995).
- [78] U. ERNST, A. MARTE, F. SCHRECK, J. SCHUSTER, ET G. REMPE, "Bose-Einstein condensation in a pure Ioffe-Pritchard field configuration", *Europhys. Lett.* **41**, 1 (1998).
- [79] C. J. MYATT, N. R. NEWBURY, R. W. GHRIST, S. LOUTZENHISER, ET C. E. WIEMAN, "Multiply loaded magneto-optical trap", *Opt. Lett.* **21**, 1996 (1996).
- [80] R. E. DRULLINGER, D. J. GLAZE, ET D. B. SULLIVAN, "A recirculating oven for atomic beam frequency standards", *Proc. of the 39th annual frequency control symposium* 13 (1985).
- [81] B. DESRUELLE, *Évaporation par radio-fréquence et condensation de Bose-Einstein d'un gaz d'alcalins en régime de champ fort*, Thèse de doctorat, Université de Paris XI, 1999.
- [82] V. S. LETOKHOV, V. G. MINOGIN, ET B. D. PAVLIK, "Cooling and trapping of atoms and molecules by a resonant laser field", *Opt. Commun.* **19**, 72 (1976).
- [83] W. D. PHILIPPS ET H. METCALF, "Laser deceleration of an atomic beam", *Phys. Rev. Lett.* **48**, 596 (1982).
- [84] V. S. BAGNATO, C. SALOMON, E. MAREGA, JR., ET S. C. ZILIO, "Influence of adiabatic following and optical pumping in the introduction of an intense steady flux of slow atoms", *J. Opt. Soc. Am. B* **8**, 497 (1991).
- [85] T. E. BARRETT, S. W. DAPORE-SCHWARTZ, M. D. RAY, ET G. P. LAFYATIS, "Slowing atoms with σ^- polarized light", *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3483 (1991).
- [86] M. E. FIRMINO, C. A. F. LEITE, S. C. ZILIO, ET V. S. BAGNATO, "Process of stopping atoms with the Zeeman tuning technique with a single laser", *Phys. Rev. A* **41**, 4070 (1990).
- [87] M. A. JOFFE, W. KETTERLE, A. MARTIN, ET D. E. PRITCHARD, "Transverse cooling and deflection of an atomic beam inside a Zeeman slower", *J. Opt. Soc. Am. B* **10**, 2257 (1993).

- [88] A. SCHOLZ, M. CHRIST, D. DOLL, J. LUDWIG, ET W. ERTMER, “Magneto-optical preparation of a slow, cold and bright Ne* atomic beam”, *Opt. Commun.* **111**, 155 (1994).
- [89] S. G. MIRANDA, S. R. MUNIZ, G. D. TELLES, L. G. MARCASSA, K. HELMERSON, ET V. S. BAGNATO, “‘Dark-spot’ atomic-beam slowing for on-axis loading of traps”, *Phys. Rev. A* **59**, 882 (1999).
- [90] M. ANDERSON, W. PETRICH, J. ENSHER, ET E. CORNELL, “Reduction of light-assisted collisional loss rate from a low-pressure vapor-cell trap”, *Phys. Rev. A* **50**, R3597 (1994).
- [91] B. DESRUELLE, V. BOYER, P. BOUYER, G. BIRKL, M. LÉCRIVAIN, F. ALVES, C. I. WESTBROOK, ET A. ASPECT, “Trapping cold neutral atoms with a iron-core electromagnet”, *Eur. Phys. J. D.* **1**, 255 (1998).
- [92] M. FLEISCHHAUER, “Optical pumping in dense atomic media : limitation due to reabsorption of spontaneously emitted photons”, *Europhys. Lett.* **45**, 659 (1999).
- [93] C. COHEN-TANNOUDJI, J. DUPONT-ROC, ET G. GRYNBERG, *Processus d’interaction entre photons et atomes* (InterÉditions/Éditions du CNRS, Paris, 1988).
- [94] A. ASPECT, E. ARIMONDO, R. KAISER, N. VANSTEENKISTE, ET C. COHEN-TANNOUDJI, “Laser cooling below the one-photon-recoil energy by velocity-selective coherent population trapping : theoretical analysis”, *Phys. Rev. Lett.* **6**, 2112 (1989).
- [95] C. E. WIEMAN ET L. HOLLBERG, “Using diode lasers for atomic physics”, *Rev. Sci. Inst.* **62**, 1 (1991).
- [96] C. BRADLEY, C. SACKETT, J. TOLLET, ET R. HULET, “Bose-Einstein condensation of Lithium : observation of limited condensate number”, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 985 (1997).
- [97] T. BERGEMAN, G. EREZ, ET H. J. METCALF, “Magnetostatic trapping fields for neutral atoms”, *Phys. Rev. A* **35**, 1535 (1987).
- [98] W. PETRICH, M. H. ANDERSON, J. R. ENSHER, ET E. A. CORNELL, “A stable, tightly confining magnetic trap for evaporative cooling of neutral atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3352 (1995).
- [99] V. VULETIC, T. W. HÄNSCH, ET C. ZIMMERMANN, “Steep magnetic traps for cold atoms”, *Europhys. Lett.* **36**, 349 (1996).
- [100] C. R. MONROE, E. A. CORNELL, C. A. SACKETT, J. C. MYATT, ET C. E. WIEMAN, “Measurement of Cs-Cs elastic scattering at $T = 30 \mu\text{K}$ ”, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 414 (1993).
- [101] C. J. MYATT, E. A. BURT, R. W. GHRIST, E. A. CORNELL, ET C. E. WIEMAN, “Production of two overlapping Bose-Einstein condensates by sympathetic cooling”, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 586 (1997).

- [102] Y. V. GOTT, M. S. IOFFE, ET V. G. TEL'KOVSKI, *Nucl. Fusion, Suppl.* **Pt. 3**, 1045, 1284 (1962).
- [103] D. E. PRITCHARD, "Cooling neutral atoms in a magnetic trap for precision spectroscopy", *Phys. Rev. Lett.* **51**, 1336 (1983).
- [104] M.-O. MEWES, M. R. ANDREWS, N. J. VAN DRUTEN, D. M. KURN, D. S. DURFEE, ET W. KETTERLE, "Bose-Einstein condensation in a tightly confining dc magnetic trap", *Phys. Rev. Lett.* **77**, 416 (1996).
- [105] L. V. HAU, B. D. BUSCH, C. LIU, Z. DUTTON, M. M. BURNS, ET J. A. GOLOVCHENKO, "Near resonant spatial images of confined Bose-Einstein condensates in the '4D' magnetic bottle", *Phys. Rev. A* **58**, R54 (1998).
- [106] D. GUÉRY-ODELIN, *Dynamique collisionnelle des gaz d'alcalins lourds : du refroidissement évaporatif à la condensation de Bose-Einstein*, Thèse de doctorat, Université de Paris VI, 1998.
- [107] L. LANDAU ET E. LIFCHITZ, *Mécanique*, 5ème éd. (Éditions Mir/Ellipses, Moscou, 1994).
- [108] P. W. H. PINKSE, A. MOSK, M. WEIDMÜLLER, M. W. REYNOLDS, T. W. HIJMANS, ET J. T. M. WALRAVEN, "Adiabatically changing the phase-space density of a trapped Bose gaz", *Phys. Rev. Lett.* **78**, 990 (1997).
- [109] H. HESS, G. P. KOCHANSKI, J. M. DOYLE, N. MATSUHARA, D. KLEPPNER, ET T. J. GREYTAK, "Trapping of spin-polarized atomic hydrogen", *Phys. Rev. Lett.* **59**, 672 (1987).
- [110] O. J. LUITEN, H. G. C. WERIJ, I. D. SETIJA, M. W. REYNOLDS, T. W. HIJMANS, ET J. T. M. WALRAVEN, "Lyman α spectroscopy of magnetically trapped atomic hydrogen", *Phys. Rev. Lett.* **70**, 544 (1993).
- [111] N. MASUHARA, J. M. DOYLE, J. C. SANDBERG, D. KLEPPNER, T. J. GREYTAK, H. F. HESS, ET G. P. KOCHANSKI, "Evaporative cooling of spin-polarized atomic hydrogen", *Phys. Rev. Lett.* **61**, 935 (1988).
- [112] T. W. HIJMANS, O. J. LUITEN, I. D. SETIJA, ET J. T. M. WALRAVEN, "Optical cooling of atomic hydrogen in a magnetic trap", *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2235 (1989).
- [113] I. D. SETIJA, H. G. C. WERIJ, O. J. LUITEN, M. W. REYNOLDS, T. W. HIJMANS, ET J. T. M. WALRAVEN, "Optical cooling of atomic hydrogen in a magnetic trap", *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2257 (1993).
- [114] C. S. ADAMS, H. J. LEE, N. DAVIDSON, M. KASEVITCH, ET S. CHU, "Evaporative cooling in a crossed dipole trap", *Phys. Rev. Lett.* **70**, 3577 (1995).
- [115] D. E. PRITCHARD, K. HELMERSON, ET A. G. MARTIN, dans *At. Phys.* (World Scientific, Singapour, 1989), Vol. 11, p. 179.

- [116] K. B. DAVIS, M.-O. MEWES, M. A. JOFFE, M. R. ANDREWS, ET W. KETTERLE, "Evaporative cooling of sodium atoms", *Phys. Rev. Lett.* **74**, 5202 (1995).
- [117] L. LANDAU ET E. LIFSCHITZ, *Mécanique quantique*, 2ème éd. (Éditions Mir, Moscou, 1967).
- [118] C. ZENER, "Non-adiabatic crossing of energy levels", *Proc. Roy. Soc. A* **137**, 696 (1932).
- [119] E. L. SURKOV, J. T. M. WALRAVEN, ET G. V. SHLYAPNIKOV, "Collisionless motion and evaporative cooling of atoms in magnetic traps", *Phys. Rev. A* **53**, 3403 (1996).
- [120] P. W. H. PINKSE, *Evaporatively cooled atomic hydrogen investigated by one- and two- photon optical methods*, Thèse de doctorat, Universiteit van Amsterdam, 1997.
- [121] F. T. HIOE, "Theory of generalized adiabatic following in multilevel systems", *Phys. Lett.* **99A**, 150 (1983).
- [122] C. E. CARROLL ET F. T. HIOE, "Further generalization of Landau-Zener calculation", *J. Opt. Soc. Am. B* **2**, 1355 (1985).
- [123] K.-A. SUOMINEN, E. TIESINGA, ET P. S. JULIENNE, "Nonadiabatic dynamics in evaporative cooling of trapped atoms by a radio-frequency field", *Phys. Rev. A* **58**, 3983 (1998).
- [124] J. P. BURKE, JR., J. L. BOHN, B. D. ESRY, ET C. H. GREENE, "Impact of the ^{87}Rb singlet scattering length on suppressing inelastic collisions", *Phys. Rev. A* **55**, R2511 (1997).
- [125] S. J. J. M. F. KOKKELMANS, H. M. J. M. BOESTEN, ET B. J. VERHAAR, "Role of collisions in creation of overlapping Bose condensates", *Phys. Rev. A* **55**, R1589 (1997).
- [126] P. S. JULIENNE, F. H. MIES, E. TIESINGA, ET C. J. WILLIAMS, "Collisional stability of double Bose condensates", *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1880 (1997).
- [127] O. H. PAKARINEN ET K.-A. SUOMINEN, "Atomic dynamics in evaporative cooling of trapped alkali atoms in strong magnetic fields", (1999), preprint physics/9910043.
- [128] C. COHEN-TANNOUDJI, (Cours donné au collège de France, 1998-99).
- [129] S. GIORDINI, L. P. PITAEVSKII, ET S. STRINGARI, "Condensate fraction and critical temperature of a trapped interacting Bose gas", *Phys. Rev. A* **54**, R4633 (1996).
- [130] Y. CASTIN ET R. DUM, "Bose-Einstein condensates in time dependant traps", *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5315 (1996).

- [131] M. R. ANDREWS, M.-O. MEWES, N. J. VAN DRUTEN, D. S. DURFEE, D. M. KURN, ET W. KETTERLE, "Direct, nondestructive observation of a Bose condensate", *Science* **273**, 84 (1996).
- [132] C. R. MONROE, *Experiments with optically and magnetically trapped Cesium atoms*, Thèse de doctorat, University of Colorado, 1992.
- [133] S. BALI, K. M. O'HARA, M. E. GEHM, S. R. GRANADE, ET J. E. THOMAS, "Quantum-diffractive background gas collision in atom-trap heating and loss", *Phys. Rev. A* **60**, R29 (1999).
- [134] H. S. W. MASSEY ET C. B. O. MOHR, "Free paths and transport phenomena in gases and the quantum theory of collision. II.—The determination of the laws of force between atoms and molecules", *Proc. Roy. Soc. A* **144**, 188 (1934).
- [135] R. B. BERNSTEIN, "Semiclassical analysis of the extrema in the velocity dependence of total elastic-scattering cross sections : relation to the bound states", *J. Chem. Phys.* **38**, 2599 (1963).
- [136] V. VULETIC, T. FISCHER, M. PRAEGER, T. W. HÄNSCH, ET C. ZIMMERMANN, "Microscopic magnetic quadrupole trap for neutral atoms with extreme adiabatic compression", *Phys. Rev. Lett.* **80**, 1634 (1998).
- [137] N. J. VAN DRUTEN ET W. KETTERLE, "Two-step condensation of the ideal Bose gaz in highly anisotropic traps", *PRL* **79**, 549 (1997).
- [138] W. KETTERLE ET N. J. VAN DRUTEN, "Bose-Einstein condensation of a finite number of particles trapped in one or three dimensions", *Phys. Rev. A* **54**, 656 (1996).
- [139] M. OLSHANII, "Atomic scattering in the presence of an external confinement and a gas of impenetrable bosons", *Phys. Rev. Lett.* **81**, 938 (1998).
- [140] L. TONKS, *Phys. Rev.* **50**, 955 (1932).
- [141] C. N. YANG ET C. P. YANG, *J. Math. Phys.* **10**, 1115 (1969).
- [142] D. M. STAMPER-KURN, M. ANDREWS, A. P. CHIKKATUR, S. INOUE, H. J. MIESNER, J. STENGER, ET W. KETTERLE, "Optical confinement of a Bose-Einstein condensate", *Phys. Rev. Lett.* **80**, 2027 (1998).
- [143] J. JACKSON, *Classical electrodynamics* (Wiley, New York, 1962).
- [144] G. BRUHAT, *Cours de physique générale : électricité*, 6ème éd. (Masson, Paris, 1956).
- [145] L. I. SCHIFF, *Quantum Mechanics*, 3ème éd. (McGraw-Hill, Paris, 1968).
- [146] G. A. BIRD, *Molecular gas dynamics and the direct simulation of gas flow* (Clarendon, Oxford, 1994).
- [147] H. WU ET C. J. FOOT, "Direct simulation of evaporative cooling", *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.* **29**, L321 (1996).

-
- [148] H. WU, E. ARIMONDO, ET C. J. FOOT, “Dynamics of evaporative cooling for Bose-Einstein condensation”, *Phys. Rev. A* **56**, 560 (1997).
- [149] D. GUÉRY-ODELIN, J. SÖDING, P. DESBIOLLES, ET J. DALIBARD, “Strong evaporative cooling of a trapped cesium gas”, *Optics Express* **2**, 323 (1998).
- [150] B. DESRUELLE, V. BOYER, S. G. MURDOCH, G. DELANNOY, P. BOUYER, A. ASPECT, ET M. LÉCRIVAIN, “Interrupted evaporative cooling of ^{87}Rb atoms trapped in a high magnetic field”, *Phys. Rev. A* **60**, 1759 (1999).