HAL
open science

Etude du comportement du système "Pièce-Outil-Machine" en régime de coupe vibratoire

George-Florin Moraru

To cite this version:

George-Florin Moraru. Etude du comportement du système "Pièce-Outil-Machine" en régime de coupe vibratoire. Sciences de l'ingénieur [physics]. Arts et Métiers ParisTech, 2002. Français. NNT : . tel-00005711

HAL Id: tel-00005711

https://pastel.hal.science/tel-00005711

Submitted on 5 Apr 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers

N° d'ordre attribué par la bibliothèque : ∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟

THESE

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

DE

L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE D'ARTS ET METIERS

Spécialité : PROCEDES DE FABRICATION

ET DE

L'UNIVERSITE « POLITEHNICA » DE BUCAREST

Spécialité : GENIE INDUSTRIEL

PRESENTEE ET SOUTENUE PUBLIQUEMENT PAR

George Florin MORARU

le 24 octobre 2002

ETUDE DU COMPORTEMENT DU SYSTEME « PIECE – OUTIL – MACHINE » EN REGIME DE COUPE VIBRATOIRE

Directeurs de thèse :
Professeur Daniel BRUN-PICARD
Professeur Constantin MINCIU

Composition du jury :

Pr. **P. Martin**	ENSAM de Metz, FRANCE	Examinateur
Pr. **S. Tichkiewitch**	Institut National Polytechnique de Grenoble, FRANCE	Rapporteur
Pr. **C. Ispas**	Université « POLITEHNICA » de Bucarest, ROUMANIE	Rapporteur
Pr. **C. Minciu**	Université « POLITEHNICA » de Bucarest, ROUMANIE	Examinateur
Pr. **D. Brun-Picard**	ENSAM d'Aix-en-Provence, FRANCE	Examinateur
Pr. **A. Gouskov**	Université Technique BAUMAN de Moscou, RUSSIE	Examinateur

Thèse préparée au sein du

Laboratoire des Sciences de l'Information et des Systèmes

Equipe Ingénierie, Mécanique, Systèmes

A la mémoire de mon grand-père,
à ma famille

Remerciements

Je voudrais remercier très vivement aux membres du jury pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant d'examiner cette thèse et pour l'intérêt qu'ils ont bien voulu porter à ce travail :

Monsieur Daniel BRUN-PICARD, Professeur au Centre de l'ENSAM d'Aix-en-Provence, Laboratoire des Sciences de l'Information et des Systèmes, Directeur de l'équipe Ingénierie, Mécanique, Systèmes, Directeur de thèse

Monsieur Constantin MINCIU, Professeur à l'Université POLITEHNICA de Bucarest, département Machines et Systèmes de Production, Directeur de thèse

Monsieur Serge TICHKIEWITCH, Professeur à l'I.N.P.G., Laboratoire Solides, Sols, Structures, Rapporteur

Monsieur Constantin ISPAS, Professeur à l'Université POLITEHNICA de Bucarest, doyen de la faculté de l'Ingénierie et Management des Systèmes Technologiques, Rapporteur

Monsieur Patrick MARTIN, Professeur au centre de l'ENSAM de Metz, Directeur du Laboratoire de Génie Industriel et de Production Mécanique, Examinateur

Monsieur Alexandre GOUSKOV, Professeur à l'Université BAUMAN de Moscou, Département RK5, Examinateur

J'exprime ma profonde gratitude à Monsieur Daniel BRUN-PICARD et Monsieur Constantin MINCIU, pour la confiance, la patience et l'aide qu'il m'ont accordé au cours de ces années en tant que co-directeurs de thèse, pour les nombreuses discussions que nous avons eues ensemble, pour la qualité scientifique de leurs remarques et pour le temps qu'ils ont bien voulu me consacrer. Je remercie infiniment Monsieur Daniel Brun-Picard de m'avoir accueilli au sein de son équipe et pour m'avoir fait découvrir autant des domaines intéressants.

Je remercie vivement Messieurs Constantin ISPAS et Serge TICHKIEWITCH pour avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse.

J'exprime également ma reconnaissance à Monsieur Patrick MARTIN qui a eu la gentillesse de s'intéresser à mon travail.

Je ne peux pas oublier la gratitude que je dois à Monsieur Alexandre GOUSKOV, pour m'avoir fait découvrir le sujet de ma thèse, pour ses précieux conseils et pour son aide.

Mes remerciements s'adressent, tout particulièrement, à Philippe VERON, Maître de conférence à l'ENSAM d'Aix-en-Provence, pour son aide, ses remarques pertinentes et pour m'avoir guidé bien souvent dans mon chemin.

Je remercie vivement tous les collègues et les personnes qui m'ont permis d'évoluer au sein du centre de l'ENSAM d'Aix-en-Provence : Monsieur le Directeur Jean-Paul Kieffer, Monsieur Alphonse Moisan, Monsieur Christian Delavet, Monsieur Yves Liccia, Monsieur Francis Gérardin, Monsieur Jean Vincenti, Monsieur Michel Pérot et les autres…

Que mes amis soient aussi récompensés par des grands mercis, pour m'avoir apporté leur aide, leur soutien et la chaleur humaine dont j'avais tant besoin : Adrian, Alina, Aline, Claudia, Cristi, Delia, Emil, François, Frédéric, Ioana, Loredana, les Mihaela, Mircea, Mohamed, Olivier, Radu, Stefana, Stelian, Sylvain, Sébastien et les autres…

Et par delà de tous mes remerciements, un grand merci à ma famille pour son soutien tout au long de ces années et à ma chère Corina, pour la patience qu'elle a prouvée envers moi.

TABLE DES MATIERES

LISTE DE SYMBOLES **1**

CHAPITRE 1. INTRODUCTION **3**

1.1. La coupe vibratoire à basse fréquence 4

1.2. Le perçage vibratoire par tête auto-vibrante 6

CHAPITRE 2. PRESENTATION DU CONTEXTE D'ETUDE **9**

2.1. Contexte général de la recherche 10

2.2. La coupe vibratoire à excitation rigide 10

2.3. La coupe vibratoire à auto-excitation 13

2.4. Les vibrations auto-entretenues en usinage et le phénomène de broutement 14

2.5. L'amortissement de la coupe 21

CHAPITRE 3. MISE EN PLACE D'UN MODELE DE LA COUPE VIBRATOIRE APPLIQUEE AU PERÇAGE **25**

3.1. Coupe stationnaire vs. coupe dynamique 26

3.2. Mise en place d'un modèle. Approche systémique générale 28

3.3. Description du perçage vibratoire. Adaptation du modèle général 31

3.4. Modèle de comportement de la machine. Hypothèses simplificatrices 33

3.5. Modèle de génération de la surface usinée 34

3.6. Les modèles d'efforts en coupe vibratoire 37

3.6.1. *Les lois de la coupe stationnaire – généralités* *37*

3.6.2. Les lois de la coupe dynamique *37*

3.6.3. Particularités des lois de coupe en perçage *38*

3.7. Analyse préliminaire du perçage vibratoire. Formes adimensionnelles et définitions. 45

3.7.1. Forme adimensionnelle du modèle de la coupe vibratoire *46*

3.7.2. La coupe vibratoire a cinématique imposée *49*

3.7.3. La coupe vibratoire auto-excitée *54*

3.8. Considérations sur l'intégration des vibrations en torsion du foret dans la dynamique de la coupe 55

CHAPITRE 4. ANALYSE DES MODELES DE LA COUPE VIBRATOIRE APPLIQUEE AU PERÇAGE 59

4.1. Stabilité linéaire de la coupe vibratoire : le cas sans amortissement de la coupe 60

4.2. L'influence de l'amortissement apporté par la coupe sur la limite de stabilité 68

4.3. Etudes et simulations systématiques du comportement du système « pièce – outil – machine » en régimes de coupe vibratoire 73

4.3.1. Modèle prédictif basé sur la méthode du premier harmonique *73*

4.3.2. Modèle prédictif basé sur simulations *77*

4.4. Etude des bifurcations en coupe vibratoire 84

4.4.1. Les bifurcations de HOPF *84*

4.4.2. Sections de Poincaré et caractérisation de la dynamique du système dans les régimes de coupe vibratoire *85*

4.4.3. Bifurcations et comportement du système par rapport aux variations du paramètre adimensionnel λ *90*

CHAPITRE 5. STRATEGIES DE CONTROLE DE L'AMPLITUDE DES VIBRATIONS EN COUPE VIBRATOIRE 93

5.1. Asservir les régimes vibratoires 94

5.2. Asservissement par variation de la vitesse de rotation de la broche 94

5.3. Etude des comportements non stationnaires en coupe continue, dans le cas de petites oscillations. 97

5.4. Simulations de l'asservissement du niveau de l'amplitude 98

CHAPITRE 6. ETUDE EXPERIMENTALE 101

6.1. Régimes d'expérimentations du perçage vibratoire 102

6.2. Commentaires sur les premières expérimentations 102

6.3. Essais de perçage vibratoire avec forets hélicoïdaux 104

CHAPITRE 7. CONCLUSIONS 115

BIBLIOGRAPHIE 119

ANNEXE 1. Données expérimentales en perçage classique 133

ANNEXE 2. Description du banc d'essai de perçage vibratoire 135

LISTE DE SYMBOLES

Symbole	Unité de mesure	Signification
A	m	amplitude d'oscillation
$a = A / f_z$	1	amplitude adimensionnée d'oscillation
c	N s / m	amortissement de la tête auto-vibrante
c_b	N s / m	amortissement de la broche (ensemble palier – arbre)
D	m	diamètre de l'outil
F_p	N	force de pénétration en perçage
f	m / tour	valeur de l'avance
f_z	m / tour	avance par lèvre
H	m	épaisseur coupée
$h = H / f_z$	1	épaisseur coupée adimensionnée
K	-	coefficient dépendant du matériau (loi de coupe type Merchant)
K_d	N / m	raideur dynamique de la coupe
k	N / m	raideur de la tête vibrante
k_b	N / m	raideur de la broche
M	N m	couple en perçage
m	kg	masse de la tête auto-vibrante
m_b	kg	masse de la partie vibrante de la broche
N	tour / min	vitesse de rotation de la broche
p	1	exposant du diamètre dans la loi de coupe
q	1	exposant de l'avance dans la loi de coupe
R	m	rayon de l'outil
$r = 60 / z / N$	s	retard entre deux passages consécutifs des arêtes tranchantes
t	s	temps
V_a	m/s	vitesse d'avance
V_c	m/s	vitesse de coupe
V_P	m/s	vitesse de pénétration (en perçage)
V_T	m/s	vitesse tangentielle (en perçage)
X	m	déplacement de la partie vibrante de la tête auto-vibrante par rapport au système d'avance
X_a	m	mouvement d'avance imposé par les actioneurs
X_b	m	déplacement vibratoire de la broche

X_c	m	mouvement de coupe (déplacement relatif outil – pièce)
X_0	m	mouvement de l'outil par rapport à un repère fixe
$x = X / f_z$	1	déplacement adimensionné de la tête auto-vibrante par rapport au système d'avance
$x_a = X_a / f_z$	1	mouvement d'avance adimensionné
$x_b = X_b / f_z$	1	déplacement vibratoire adimensionné de la broche
$x_c = X_c / f_z$	1	mouvement de coupe adimensionné (déplacement relatif adimensionné outil – pièce)
$x_0 = X_0 / f_z$	1	mouvement adimensionné de l'outil par rapport à un repère fixe
z	1	nombre d'arêtes tranchantes de l'outil
Δ	m	variable mémoire de la surface usinée (position de la surface sous l'arête tranchante)
$\delta = \Delta / f_z$	1	variable mémoire adimensionnée de la surface usinée
$\lambda = \nu_0 / \nu_z$	1	rapport entre la fréquence propre de la tête vibrante et la fréquence de passage des lèvres
$\kappa = K_d / k$	1	rapport entre la raideur dynamique de la coupe et la raideur de la tête auto-vibrante
ζ	1	coefficient d'amortissement de la tête vibrante
λ_b	1	rapport entre la fréquence propre de la broche et la fréquence de passage des lèvres
$\kappa_b = K_d / k_b$	1	rapport entre la raideur dynamique de la coupe et la raideur de la broche
ζ_b	1	coefficient d'amortissement de la broche
$\eta = \nu / \nu_z$	1	nombre d'oscillations par passage de lèvre
$\mu = \eta / \lambda$	1	rapport entre la fréquence d'oscillation et la fréquence propre de la tête vibrante
ν	Hz	fréquence d'oscillation de la tête auto-vibrante
ν_c	Hz	fréquence de rotation de la broche
$\nu_z = z\,\nu_c$	Hz	fréquence de passage des arêtes tranchantes
ν_0	Hz	fréquence propre de la tête vibrante
$\tau = t / r$	1	temps adimensionné
σ	1	coefficient adimensionnel de l'amortissement de la coupe
Ω	rad / s	pulsation du mouvement vibratoire de la tête vibrante
Ω_c	rad / s	vitesse de rotation de la broche
Ω_e	rad / s	pulsation du mouvement d'excitation imposé
$\omega = \Omega / \Omega_z = 2\pi\eta$	1	pulsation relative du mouvement vibratoire de la tête auto-vibrante
ψ	1	taux de coupe

Chapitre 1
INTRODUCTION

L'utilisation des vibrations à basse fréquence dans la coupe des métaux est une technique d'assistance peu connue et pas encore maîtrisée. Elle essaye d'améliorer les procédés d'usinage qui présentent des problèmes concernant la formation et l'évacuation des copeaux. Parmi ces procédés, le perçage occupe une place privilégiée.

Cette technique envisage une augmentation de la productivité par rapport aux procédés classiques tout en gardant les conditions de précision et de qualité des surfaces usinées. L'avantage principal consiste dans l'interruption périodique de la coupe qui provoque une fragmentation des copeaux et facilite leur évacuation. Cependant, afin de se servir de cette technique d'assistance on doit maîtriser les phénomènes engendrés ; tâche assez difficile compte tenu de la dynamique compliquée du processus.

Ce chapitre constitue une présentation des techniques d'assistance de la coupe par vibrations à basse fréquence. Il précise en même temps les objectifs fixés pour cette thèse.

1.1. La coupe vibratoire à basse fréquence

L'usinage est un procédé d'enlèvement de matière avec une dynamique complexe, tant sur sa **dimension économique** que sur l'**aspect physique des processus** engendrés par la coupe. On cherche depuis toujours des solutions pour améliorer ses performances, afin de faire face à des défis lancés par les autres technologies de fabrication mécanique. La productivité, la qualité des surfaces générées, le temps et les coûts de fabrication sont les critères qui décident du choix de procédé de fabrication le plus adéquat.

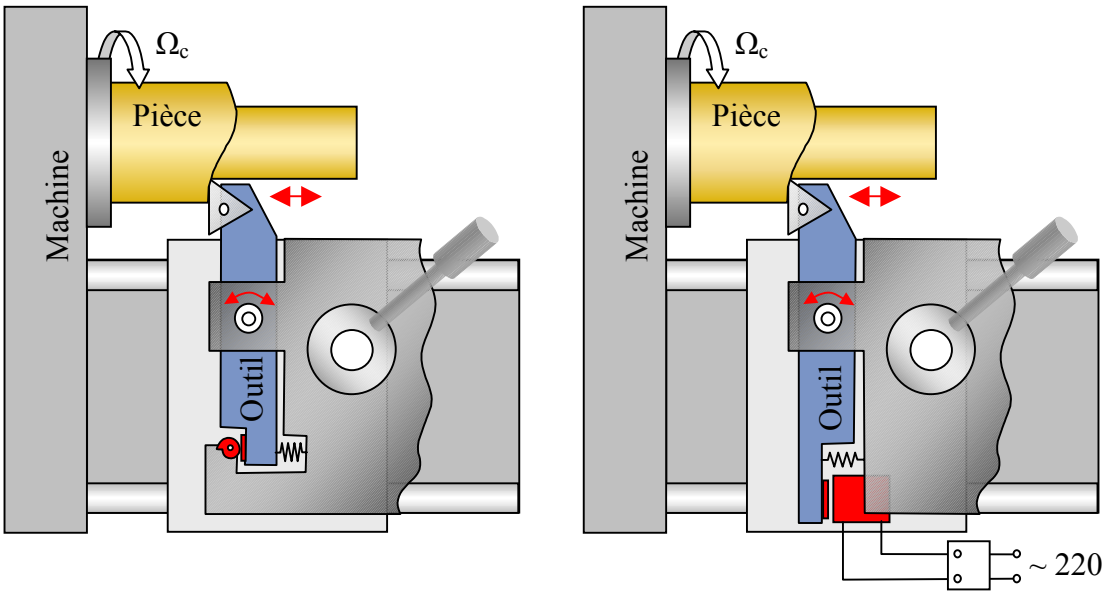
Le perçage est une opération d'usinage peu productive par rapport aux autres (tournage, fraisage) en termes de taux d'enlèvement de matière. Cela provient de ses particularités technologiques : la coupe est contrainte à l'intérieur de la matière étant une association de coupe oblique et extrusion (au niveau de l'âme du foret classique). Les copeaux sont obligés à se former et à s'évacuer à travers des passages dessinés par la forme de l'outil. En plus, la géométrie des outils demeure très défavorable pour la coupe. Pourtant, le perçage reste l'opération la plus courante en fabrication des pièces mécaniques. On estime qu'il représente 25% du temps total d'usinage et que 33% d'opérations sont destinées à réaliser des trous.

Les problèmes s'amplifient lorsqu'on parle du perçage profond. Cette opération, notamment, représente un véritable bouchon dans le flux de fabrication des pièces mécaniques en grande série. La raison principale réside dans sa productivité diminuée, due à des problèmes spécifiques à la formation et à l'évacuation des copeaux. Pour des trous de petit diamètre les procédés STS (Single Tube Système) et Ejector, couramment utilisés pour le perçage profond, ne sont pas employés car leur construction complexe ne le permet plus. Le seul procédé possible reste le perçage avec les forets ¾. Malgré les systèmes d'aide à l'évacuation des copeaux par lubrification à haute pression, les problèmes subsistent encore. Ce procédé est caractérisé par des avances et par des vitesses très faibles, choisis de telle manière que les copeaux puissent s'évacuer. Le mauvais choix des paramètres de coupe peut provoquer le bourrage des copeaux dans le canal du foret, des sollicitations sensiblement amplifiées et, finalement, la casse des outils. Les systèmes d'arrosage haute-pression permettant des avances légèrement supérieures sont très chères et difficile à entretenir.

Dans les années '50 un professeur russe de l'Université BAUMAN de Moscou, **V. N. Poduraev**, a proposé l'**assistance de la coupe par des vibrations à basse fréquence pour les opérations de perçage**. Cette technique, nommée aussi la coupe vibratoire à basse fréquence, cherche à apporter certains avantages visant la formation et l'évacuation des copeaux suite à une interruption répétitive de la coupe. Peu connue et étudiée, la coupe vibratoire à basse fréquence est restée en oubli, même si les idées de base datent depuis bien longtemps.

Le principe d'application initial était simple : un mécanisme d'excitation rigide interposé entre la machine-outil et l'outil (ou la pièce) génère des oscillations dans la direction souhaitée (généralement dans la direction de l'avance). Ces oscillations ont une fréquence et une amplitude capables de provoquer une fragmentation des copeaux (par une interruption répétitive de la coupe). Ceux-ci deviennent dès lors plus facile à évacuer et risquent moins de se bourrer dans les canaux de l'outil. Bien que les idées initiales aient visé le perçage, la coupe vibratoire à basse fréquence a été utilisée aussi pour le tournage. La Figure 1 montre le principe d'utilisation avec des mécanismes d'excitation de type mécanique ou électromagnétique [1].

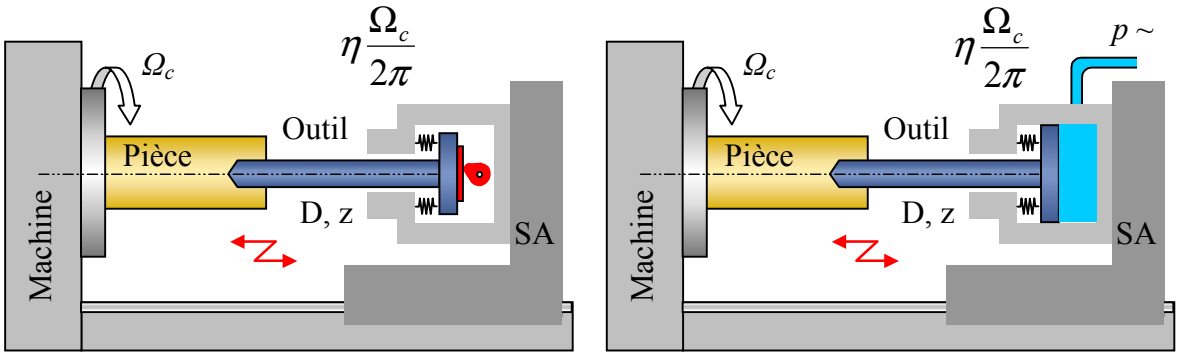
Les fréquences utilisées sont de l'ordre de quelques dizaines jusqu'à quelques centaines de Hz, soit 0,5 - 20 fois par période de rotation du mouvement principal de coupe. Les amplitudes peuvent atteindre des dixièmes de millimètres, soit 1-5 fois l'avance. Les conditions cinématiques particulières de la coupe vibratoire à basse fréquence seront discutées plus tard.



b) excitation mécanique (came) **a) excitation électromagnétique**

Figure 1 : Différentes variantes d'excitation en tournage vibratoire [1]

L'intérêt de cette technique d'assistance portait surtout sur le procédé de perçage. Le but principal était de fragmenter les copeaux, de diminuer les forces de coupe, d'améliorer le taux d'enlèvement de matière et la durée de vie des outils.



b) excitation mécanique (came) **a) excitation hydraulique**

Figure 2 : Différentes variantes d'excitation en tournage vibratoire [1]

La coupe vibratoire à basse fréquence à excitation rigide soulève toutefois des problèmes liés à la fiabilité des mécanismes utilisés, à la durée de vie des outils dans certains cas et à des phénomènes de nature dynamique imprévisibles. Ces problèmes sont dus également à une maîtrise insuffisante de la dynamique du procédé. Les points faibles des modèles existants pour la coupe vibratoire à excitateurs rigides sont :

- les interactions outils - matière (la mécanique de la coupe) avec les efforts de coupe qui résultent ; on ne dispose pas encore d'un modèle de la coupe intermittente prenant en compte tous les paramètres qui varient
- le comportement des outils, soumis à des sollicitations sévères et qui ne peuvent plus être considérés comme infiniment rigides

- la dynamique de la machine (qui n'est pas négligeable en raison d'un ensemble d'éléments plus ou moins rigides interposés entre la machine et le processus de coupe)

C'est pour ces raisons que la technique de perçage vibratoire à excitation rigide n'a pas trouvé des applications industrielles courantes. Les domaines d'utilisation sont restés très particuliers : le perçage des alliages de titane ou des aciers durs dans l'industrie nucléaire, aéronautique ou d'armement (surtout en Russie) ou le perçage des alliages d'aluminium. Et c'est pour ces raisons aussi qu'on a essayé de trouver des nouvelles idées pour améliorer cette technique.

1.2. Le perçage vibratoire par tête auto-vibrante

Une idée particulièrement intéressante a été proposée et brevetée en France en 1997 par deux professeurs : M. Daniel Brun-Picard et M. Alexandre Gouskov. Il s'agit d'utiliser le phénomène de broutement pour amorcer et entretenir les vibrations au lieu de contraindre la nature de la coupe par des excitations imposées. On appelle cette technique **la coupe vibratoire auto-excitée**.

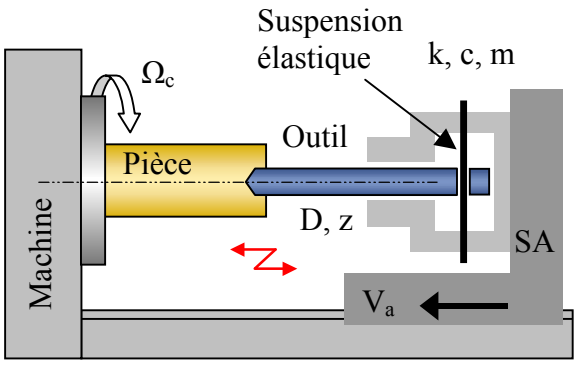


Figure 3 : Principe du perçage vibratoire par tête auto-vibrante [54], [20]

La technique a deux avantages importants qui découlent de son principe.

- Les vibrations démarrent et s'entretiennent seules, grâce à un effet de régénération de la surface usinée (le broutement) qui provoque une résonance interne du système usinant (auto-oscillations). De cette façon la dynamique de la coupe n'est plus contrainte et les efforts s'ajustent à des valeurs prévisibles par des modèles de coupe dynamiques, plus petites que dans le cas des vibrations imposées.
- Le deuxième avantage se place au niveau de la pratique technologique. L'élément élastique s'intègre dans la construction d'une tête de perçage auto-vibrante qui peut prendre la forme d'un porte-outil. La Figure 4 présente un exemple de conception de ce porte-outil adaptable sur des machines ou centres d'usinage à grande vitesse par un accouplement HSK50. De cette manière on élimine le coût supplémentaire des systèmes d'excitation et leurs problèmes de fiabilité. En même temps l'élément élastique joue un rôle de filtre pour les forces de coupe qui n'excitent plus de façon directe la broche ou la structure de la machine. On préconise ainsi l'utilisation d'un jeu de raideurs différentes capable de couvrir une plage étendue d'applications (matériau, diamètre du trou, type de foret etc.).

Cependant, il y a des inconvénients dans cette approche particulière. Les régimes vibratoires dépendent des paramètres du système (les vitesses de rotation, la raideur,

l'amortissement et la masse de la tête auto-vibrante, des caractéristiques du foret et du matériau usiné) et des conditions particulières de coupe (lubrification, revêtement etc…). La dynamique du processus est compliquée et un modèle capable de faire des prévisions réalistes sur le comportement du système n'est pas encore disponible. Les effets sur la durée de vie des outils, sur l'usure de la machine et sur la qualité des surfaces usinées ne sont pas encore connus. Il reste donc encore à faire connaissance avec les difficultés pratiques et à résoudre le problème majeur de la maîtrise du procédé pour pouvoir prétendre à une industrialisation majeure.

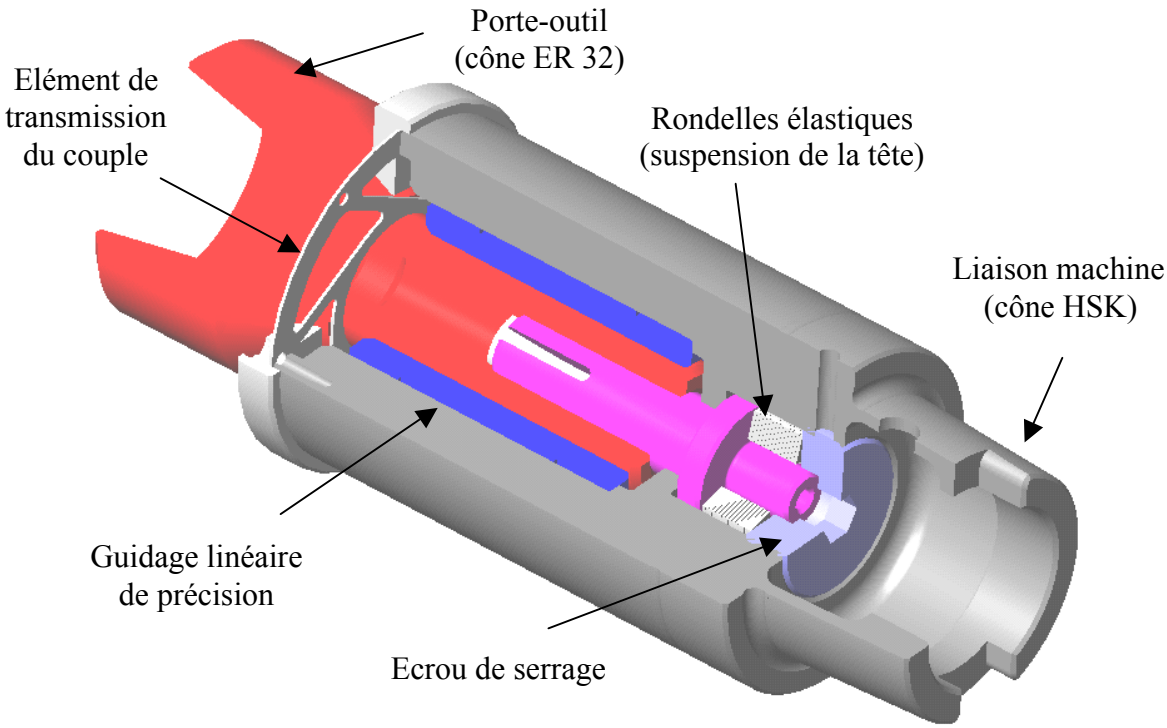


Figure 4 : Exemple de tête auto-vibrante utilisable sur les centres d'usinage

Cette thèse s'est donnée deux objectifs majeurs contribuant à une maîtrise globale de la technique d'assistance par vibrations des opérations de perçage :

1. Premièrement, on se propose de contribuer à la modélisation des phénomènes spécifiques à la coupe dynamique et de caractériser le comportement du système *pièce – outil – machine* en régimes vibratoires. Le but de la mise en forme d'un modèle fidèle de la coupe interrompue est de pouvoir l'utiliser pour prédire les régimes vibratoires et pour ajuster judicieusement les paramètres du processus. Les modèles ont ciblé le perçage vibratoire, la plus intéressante technique d'assistance vibratoire de la coupe.
2. Le deuxième objectif consiste dans la validation des modèles établis, par une campagne d'expérimentations. Ces expérimentations ont été destinées à valider les hypothèses faites au cours de la mise en place du modèle et de l'étude de sa dynamique. Elles servent également à faire une preuve de la viabilité de cette technique d'assistance. Dans ce but nous avons conçu et réalisé un banc d'essai comportant une machine à percer horizontale à grande vitesse et un système d'acquisition et traitement de données capable de fournir les données désirées.

Par ailleurs, mais pas moins important, les travaux de recherche contenus dans cette thèse se proposent une reprise et une progression de l'étude des vibrations auto-entretenues, paradigme qu'on ne peut pas contourner quand on discute la coupe vibratoire auto-excitée. En même temps, les réflexions sur les moyens à employer pour maîtriser la coupe vibratoire, accompagné par la

recherche bibliographique sur le sujet nous ont amenés à considérer et étudier la possibilité d'asservissement des régimes vibratoires par la variation des différents paramètres du système. L'idée d'utiliser un asservissement de la vitesse de rotation de la broche nous a semblé, dans ce contexte, particulièrement intéressante et accessible aux expérimentations.

Bien que l'étude et les détails de modélisation soient orientés vers une application bien précise, le perçage vibratoire, nous défendons la généralité de certains résultats présentés. Le mode de comportement du système usinant ne diffère pas au niveau qualitatif en perçage par rapport au tournage vibratoire. Nous insistons, alors, sur un caractère général de ces résultats.

Cette thèse est organisée en 7 chapitres. Nous allons commencer par une courte présentation des domaines de recherche contribuant à l'étude de la coupe vibratoire. Cette partie comporte aussi un bref historique de l'étude de la coupe vibratoire et des recherches dédiées aux phénomènes dynamiques liés à la coupe des métaux.

Le troisième chapitre propose un modèle général de la coupe vibratoire. Il présente une construction méthodologique des modèles de coupe dynamique, basée sur des considérations générales à l'égard des phénomènes engendrés par le processus de coupe. Les modèles mathématiques sont obtenus par une adaptation d'un modèle général, avec la prise en compte des particularités spécifiques aux procédés de coupe considérés.

Le quatrième chapitre fait une analyse détaillée du comportement du système pièce – outil – machine en régimes de coupe vibratoire. L'analyse linéaire des conditions de perte de stabilité, les simulations numériques, l'analyse des bifurcations convergent vers des conclusions relatives aux domaines des paramètres à utiliser et sur la nature des régimes convenables.

Suite à nos travaux, une idée d'asservissement nous a semblé particulièrement intéressante. Il s'agit d'un asservissement du niveau des vibrations par la variation de la vitesse de rotation de la broche. Nous présentons dans le cinquième chapitre la démarche à suivre et un modèle utilisant cette idée. Malheureusement, en l'absence des moyens expérimentaux adéquats, cette étude est restée au niveau théorique.

Le sixième chapitre est réservé aux applications pratiques et aux expérimentations destinées à valider les modèles et les hypothèses faites pendant l'étude théorique. Nous commençons par une analyse des expérimentations antérieures, faites en perçage profond. Les moyens expérimentaux développés pendant les travaux de cette thèse ont été aussi utilisés pour étudier la coupe vibratoire à basse fréquence appliquée au perçage. Les cas pour lesquels nos simulations présentent des bonnes prévisions sont mis en évidence, sans omettre ceux qui posent des problèmes de conformité par rapport aux modèles développés. Pendant l'étude expérimentale les limites de ces modèles ont été expliquées par des considérations pratiques sur la nature des phénomènes physiques que nous avons, dès le début, considérés comme les plus difficiles à quantifier : les modèles d'efforts en coupe dynamique. On propose ensuite des expérimentations et voies de recherche d'une meilleure compréhension des phénomènes et, surtout, des considérations pratiques sur des expérimentations destinées à déterminer les lois de coupe dynamiques.

Le dernier chapitre présente les conclusions et les remarques générales à l'égard des travaux présentés. Une synthèse des résultats et une description des perspectives complètent les conclusions. En fin, les annexes apportent des renseignements, démonstrations et informations supplémentaires, référencés dans le texte.

Chapitre 2
PRESENTATION DU CONTEXTE D'ETUDE

Ce chapitre présente un état de l'art sur les points importants dans l'étude de la coupe vibratoire auto-excitée. Cette technique se trouve au croisement de plusieurs domaines scientifiques. Nous faisons un inventaire des ouvrages correspondant à chacun de ces domaines et qui nous ont servi pour se forger une idée et établir un modèle :

- *la coupe vibratoire à excitation cinématique et les études peu nombreuses sur le perçage vibratoire par tête auto-vibrante,*
- *l'étude du phénomène de broutement en usinage,*
- *les notions de dynamique non linéaire et les systèmes à retard, utilisés pour modéliser la coupe dynamique,*
- *les lois de coupe linéaires et non-linéaires, les problèmes généraux liés aux modèles d'efforts en perçage notamment,*
- *les particularités du perçage et du perçage profond par rapport aux autres opérations d'usinage.*

2.1. Contexte général de la recherche

Le contexte de l'étude dans lequel on se place est marqué par une hétérogénéité des domaines scientifiques. La dynamique des systèmes non linéaires et les méthodes d'études des équations différentielles à retard, se trouvent devant un modèle basé en partie sur des approches essentiellement empiriques : la coupe des métaux. Le déterminisme des équations à étudier se trouve aussi face à une nature stochastique évidente des efforts de coupe, prouvée par la pratique expérimentale. Dans cette situation l'aspect stabilité est d'une très grande importance. Les notions d'attracteurs et de bassins d'attraction, véhiculées par la théorie des systèmes non-linéaires et par une nouvelle science émergente, la théorie du chaos, deviennent nécessaires dans ces nouvelles démarches. Les aspects technologiques présentent aussi leur importance pratique car nous ne devons pas oublier le but final de ces études : la validation d'une technique d'usinage.

Pour décrire le contexte d'étude du perçage vibratoire nous devons spécifier les directions de recherche qui nous ont suscité l'intérêt. Evidemment, les premières études et recherches qui nous concernent sont celles qui traitent la coupe vibratoire et plus directement le perçage vibratoire. Le fait de faire intervenir dans le processus les vibrations auto-entretenues nous place aussi dans le contexte de l'étude du phénomène de broutement. La nature non linéaire de certains phénomènes nous oblige à scruter le monde des systèmes non linéaires et notamment les systèmes à retard. Les aspects quantitatifs nous amènent à considérer les lois de coupe spécifiques au perçage et à discuter certains aspects pratiques du perçage profond. Les méthodes numériques à employer pour l'intégration des systèmes non linéaires à retard ont conduit à une interrogation sur leur bon usage et à chercher des informations sur la qualité des algorithmes.

Dans ce chapitre nous présentons l'état de l'art dans le domaine de l'étude de la coupe vibratoire, les recherches actuelles et les applications de perçage assisté par vibrations et les principaux points d'intérêt dans l'étude des phénomènes de broutement en usinage. On se résume ici, donc, à pointer les aspects clés, notamment l'historique des études concrètes sur le perçage vibratoire et sur le broutement (dont on veut se servir en perçage vibratoire auto-excité), laissant les autres points comme des idées introductives pour les différentes sections suivantes.

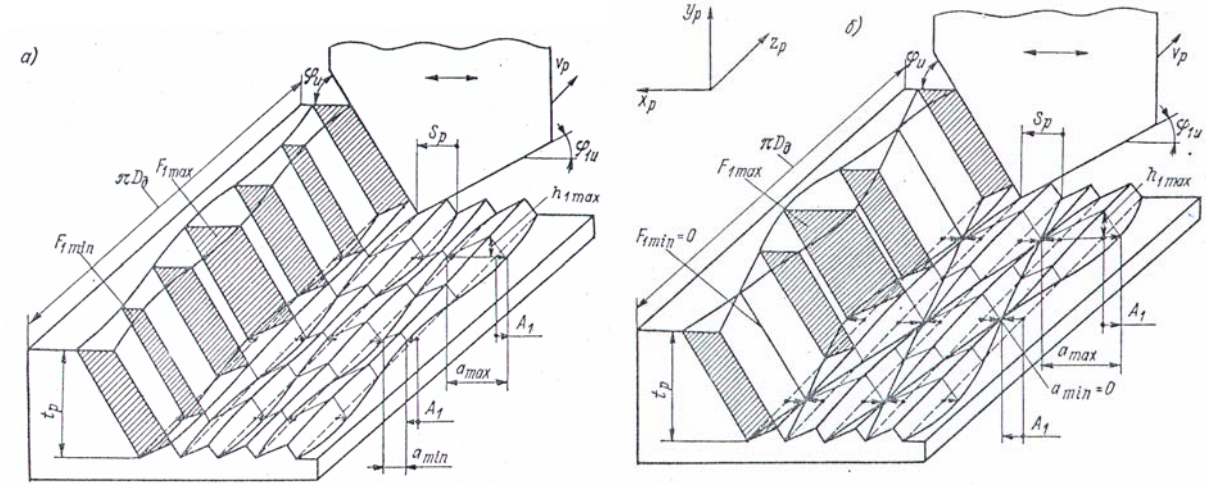
2.2. La coupe vibratoire à excitation rigide

Le perçage vibratoire existe et il est pratiqué depuis plus de 50 ans tant dans des conditions de recherche que dans des applications industrielles. Ces dernières sont restées pourtant limitées car de sérieux inconvénients s'opposent à une industrialisation à large echelle. Il faut aussi dire que cette technique vise un marché de niche, les opérations peu productives de perçage des trous profonds et petits diamètres dans des matériaux difficiles à usiner.

Les premières études ont été entamées en Russie, par le professeur V. N. Poduraev, qui a eu l'idée d'utiliser les vibrations axiales en perçage. Pourtant, les documents et les ressources bibliographiques sur le perçage vibratoire provenant de cette époque, demeurent peu nombreux et difficilement accessibles.

Poduraev a été le premier à mettre en évidence l'intérêt de cette technique d'assistance en usinage [130]. Un certain nombre de chercheurs russes ont continué la recherche orientée dans cette direction (Satel, Pastunov, Suvorov). Ahmetshin [1] étudie aussi les régimes vibratoires en usinage, avec applications en tournage. Il fait une analyse détaillée du mécanisme de génération de la surface usinée, prenant en compte la géométrie de l'outil, la cinématique du procédé et la surface générée par les passages précédents des arêtes tranchantes (Figure 5).

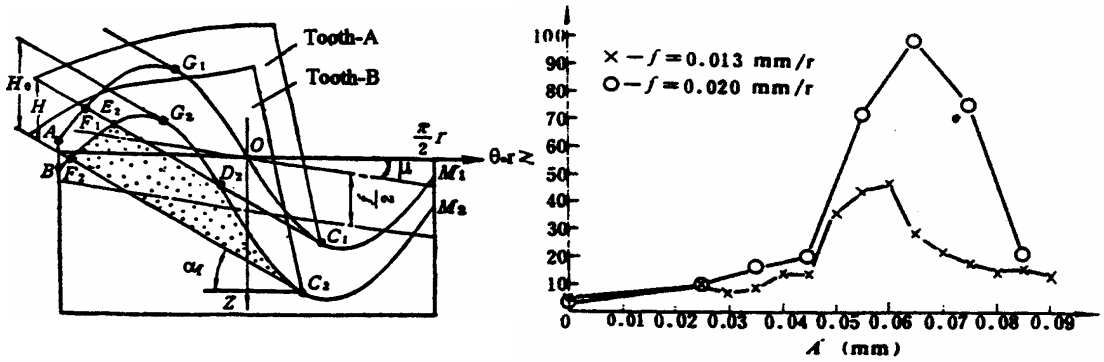
La deuxième vague de recherches qui visaient cette technique apparaît au Japon, avec les travaux de Kumabe [87], [88]. Les recherches ouvertes par ces travaux visaient pourtant des domaines plus larges : l'assistance par des vibrations ultrasonores était préférée. En ce qui concerne les techniques d'assistance par vibrations à basse fréquence ils ont utilisé toujours des mécanismes d'excitation rigides.



a) sans interruption de la coupe **b) avec interruption de la coupe**

Figure 5 : La coupe vibratoire d'après Ahmetshin [1]

Bien plus tard, en Chine, on démarre des recherches sur cette voie. Deyuan et Lijiang, [37, 1998] ont fait une investigation sur la formation du copeau en perçage vibratoire à excitation rigide, en considérant aussi le phénomène de talonnage. Ce phénomène est donné par l'interférence outil – pièce en conditions défavorables à la coupe (avec un angle de dépouille négatif). Dans cette étude les auteurs ont donné les conditions suffisantes pour une fragmentation des copeaux par excitation axiale sinusoïdale du foret. L'idée centrale de leur discussion est constituée par un des aspects les plus importants de cette technique d'assistance : le déphasage des passages successifs des arêtes coupantes (paramètre qui revient au nombre d'oscillations par passage de lèvre). Les conclusions de cette étude nous ont servi pour améliorer le modèle de la coupe vibratoire auto-excitée.



a) effet de talonnage en perçage vibratoire **b) influence de l'amplitude sur la durée de vie des outils**

Figure 6 : Etudes de Deyuan et Lijiang [37]

Les travaux de Deyuan et Lijiang ne sont pourtant pas les premiers qui analysent ces aspects de la coupe vibratoire à cinématique imposée (voir [138], [66], [171]). C'est le premier article (à notre connaissance) dans lequel un phénomène très important, et souvent

négligé, est mis en évidence. Il s'agit de l'effet de talonnage qui, sous certaines conditions, peut intervenir en coupe dynamique (Figure 6 a). Ce phénomène est discuté en prenant compte de la variation des angles du foret sur l'arête principale et des caractéristiques des vibrations (amplitude et fréquence). Les auteurs mettent en évidence une modification des conditions de fragmentation des copeaux en perçage vibratoire. Leur analyse est basée sur des suppositions assez sévères : le foret absolument rigide en direction axiale, face de dépouille plane et une interaction type pénétration outil-foret. Ils considèrent que toute la matière extrudée par le foret est détachée en copeaux. Les forces résultantes ne sont pas discutées et seules les nouvelles conditions de fragmentation des copeaux sont données. Une étude des influences de ce mécanisme de fragmentation des copeaux dans le cas des deux matériaux différents est aussi faite. La conclusion résultante est que la coupe sans déphasage (nombre entier d'oscillations par passage de lèvre) peut aussi apporter des avantages quant à la durée de vie des forets, surtout pour les matériaux doux (alliages d'aluminium, par exemple). Pour ces cas une amélioration significative de la durée de vie des forets par rapport au perçage classique a été reportée (Figure 6 b).

Le modèle des efforts de perçage en régimes vibratoires est analysé en [175] par Wang, Wang, He et Yang. Leur approche est similaire à celle utilisée par la majorité des chercheurs pour déterminer les forces en perçage ou fraisage. Il s'agit de considérer les deux actions principales du foret : la coupe oblique sur l'arête principale et l'extrusion sur l'arête centrale. Les deux types d'arêtes sont divisés en éléments de longueur finie et les efforts (force de pénétration et couple de perçage) sont obtenus par une somme (intégrale) faite sur l'ensemble des éléments considérés. La coupe est supposée du type oblique et les phénomènes du type extrusion ou talonnage sont négligés. Les expérimentations ont été faites sur une machine comportant un mécanisme à excitation piézoélectrique. Pourtant, les lois résultantes ont toujours un caractère quasi-statique, dans la mesure où les conditions de coupe dynamique se résument dans ce modèle à la seule variation de l'épaisseur coupée. Ce qui se passe au niveau des forces de coupe présente une importance majeure pour les régimes vibratoires auto-excités. Dans certains cas, ces phénomènes peuvent empêcher les vibrations de s'amorcer. Pour la coupe vibratoire à excitations imposées le talonnage se traduit par une sollicitation locale sévère qui conduit à une usure prématurée de l'outil.

Ici il s'impose une autre précision de notre part. Les résultats reportés quant à cette durée de vie des outils sont assez contradictoires. En [175] on fait référence à des ouvrages reportant une amélioration de la durée de vie de 400% et de la précision axiale (la déviation du trou) de 0,028 à 0,074 mm. D'autres ouvrages font référence à une usure plus prononcée et très variable d'un cas à l'autre. En l'absence d'informations directes et pertinentes, nous pouvons seulement faire des suppositions sur la nature de ces inconsistances. Le comportement du système, ainsi que l'usure et la durée de vie des éléments composants (mécanismes excitateurs, outils), dépendent fortement des conditions concrètes d'utilisation, du matériau usiné, des caractéristiques du foret, de la rigidité de chaque élément. La supposition faite à l'égard d'une rigidité absolue du foret est probablement une qui ne convient pas à tout cas possible (dépendant de régime d'utilisation, du matériau et, finalement, des forces qui sollicitent le foret).

En 1996 démarre à Purdue University aux Etats Unis un projet sur trois ans destiné à étudier l'influence des vibrations contrôlées, imposées en perçage. Les excitations sont toujours de nature rigide, obtenues à l'aide des mécanismes à excitation piézoélectrique. Pour l'étude expérimentale on utilise les matériaux ductiles. Suite à ce projet, un article [171] est publié en 1998. Les conclusions issues de l'étude expérimentale effectuée sont facilement explicables par le modèle utilisé dans cette thèse. Les explications données en [171] se résument à des remarques similaires a ceux faites dans [37] mais moins argumentées (les deux articles apparaissent simultanément). La particularité de cette étude est que les avances et les amplitudes utilisées sont très faibles (2,5 et respectivement 3 μm). Outre l'usure prononcée des forets

classiques utilisant des tels régimes (les forets aussi devaient être très bien affûtés), nous nous interrogeons aussi sur l'influence que ces valeurs peuvent avoir pour la productivité des opérations.

2.3. La coupe vibratoire à auto-excitation

Les inconvénients de la présence des vibrations forcées entravent une industrialisation du perçage vibratoire. Nous avons remarqué que la plupart des bancs d'essai destinés aux études évoquées sont exclusivement adaptés à des conditions de recherches. Les machines qui comportent des excitateurs supportent des régimes de fortes sollicitations variables, les mécanismes d'excitation se détériorent rapidement, les outils aussi. L'idée d'utiliser les vibrations auto-entretenues, vient alors se greffer dans un contexte favorable. Les vibrations s'amorcent et s'entretiennent toutes seules, laissant la dynamique du système s'ajuster aux conditions de coupe. Il faut, dans ce cas, chercher les domaines d'instabilité et favoriser le phénomène de broutement dans l'espoir de faire vibrer l'outil avec une amplitude suffisamment grande pour que le copeau soit fragmenté.

Cette idée fait l'objet d'un brevet français (INPG – B036 – 7 juillet 1997). Les promoteurs de l'idée sont les professeurs Daniel Brun-Picard (Institut National Polytechnique de Grenoble – actuellement à ENSAM d'Aix-en-Provence) et Alexandre Gouskov (Université BAUMAN de Moscou). Les deux professeurs ont démarré des projets destinés à valider l'idée et à conduire à une maîtrise nécessaire qui laisse espérer une industrialisation.

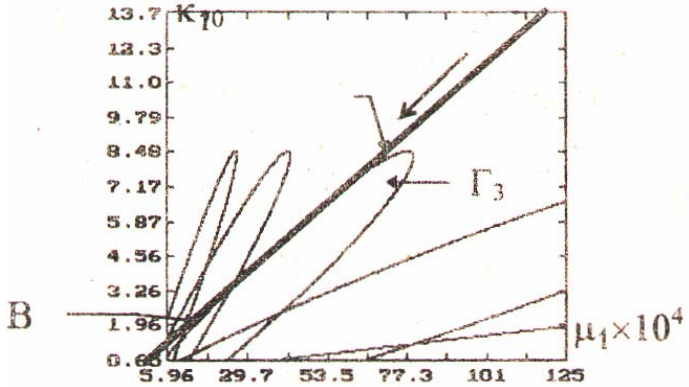
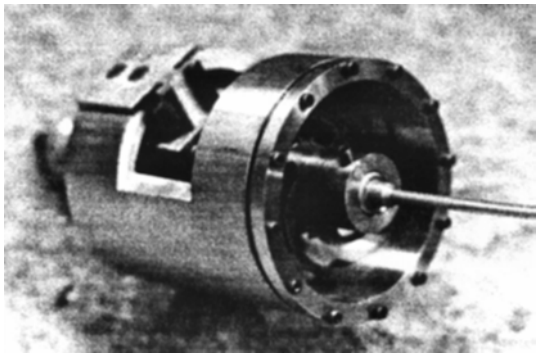
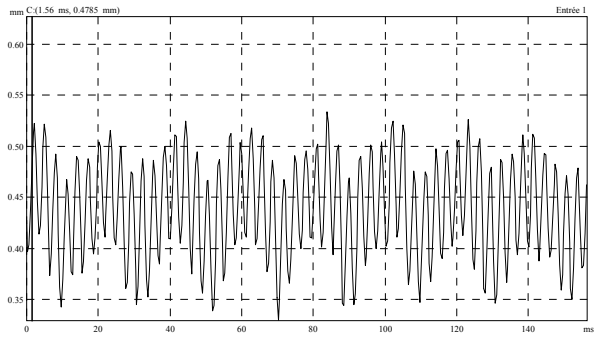


Figure 7 : Domaines de stabilité du perçage vibratoire d'après A. Gouskov [56]

En [54] A. Gouskov présente pour la première fois les modèles de la coupe vibratoire auto-excitée, intégrant la formation de la nouvelle surface et les modèles dynamiques de la coupe et de la machine. On ramène la dynamique de la machine à une équation différentielle de deuxième degré, simplification justifiée par l'existence d'une suspension élastique dans la construction de la tête vibrante. Les zones d'instabilité sont mise en évidence dans une forme qui ne ressemble pas à celles discutées souvent dans la littérature de spécialité (les lobes de stabilité). Cela était l'effet d'un choix de paramètres différents. Le modèle de la coupe (les efforts en perçage) est un modèle classique, type Merchant, valable pour la coupe orthogonale stationnaire. Il est peu probable que les résultats soient proches de la réalité. En même temps les recherches s'arrêtaient à une explication du mécanisme de la formation de la nouvelle surface et à une prédiction des lobes de stabilité en perçage (visant les vibrations dans la direction axiale). La dynamique globale et les caractéristiques des régimes vibratoires n'étaient pas élucidées. Ce qui se passe dans les régions d'instabilité, l'évolution des amplitudes et des fréquences, n'était pas exploré.



a) tête auto-vibrante



b) enregistrements des vibrations

Figure 8 : Premières expérimentations de perçage vibratoire ([95], [20])

En 1997 on démarre la première campagne d'expérimentations, menée par un élève ingénieur, D. Lesage [95] au sein d'une société spécialisée dans le forage profond (SERA). Pour la première fois une tête auto-vibrante a été construite. La suspension élastique était réalisée à l'aide des lames en acier ressort avec une distance réglable entre appuis. Les expérimentations réussissent dans le sens que les régimes vibratoires apparaissent pour certains paramètres de coupe. De cette manière on a obtenu pour la première fois une validation du phénomène prévu. Cependant, on ne disposait pas de modèles de prévision capable d'indiquer les caractéristiques des vibrations et les paramètres de coupe à choisir. Les variations de comportement constatées n'allaient pas trouver leurs explications dans le modèle mis en place suite à ces travaux. Ce modèle a été présenté pour la première fois en [20]. L'idée du modèle de prévision se basait sur la méthode du premier harmonique utilisée dans l'étude des systèmes non linéaires en automatique. Il s'agissait de trouver une approximation suffisamment bonne du modèle de la génération de la surface usinée par une application du principe de décomposition harmonique (fait dans l'hypothèse des vibrations sinusoïdales). Les expérimentations montraient pourtant des régimes qui s'éloignent de cette hypothèse. En plus, les paramètres utilisés en simulations pour tomber sur des prévisions réalistes, étaient loin de leurs valeurs réelles (par exemple on utilisait un coefficient d'amortissement de la tête d'environ 0,5, tandis que ceux déterminés par expérimentations se trouvaient plutôt dans la plage 0,02-0,1). D'où provenait l'amortissement supplémentaire (qui montrait, en plus, une nature non linéaire), quel était le phénomène où le complexe de phénomènes qui le générait ? Cette thèse va essayer de répondre, également, à ces questions.

2.4. Les vibrations auto-entretenues en usinage et le phénomène de broutement

L'idée de base du perçage vibratoire à basse fréquence par tête auto-vibrante est de favoriser les vibrations auto-entretenues (le broutement) en direction axiale. Les modèles à adopter sont donc nécessairement une prolongation des modèles du broutement tant discutés dans la littérature de spécialité. On insiste sur le mot prolongation, parce que nous n'avons trouvé que très peu d'études (et assez limitées dans nos directions d'intérêt) sur les phénomènes engendrés par la coupe, dans des conditions de broutement. L'intérêt des chercheurs portait naturellement sur les méthodes prédictives, capables d'éviter ou contrôler le broutement, et pas sur les aspects quantitatifs visant les fréquences et les amplitudes établies dans le système. Ce phénomène est vu comme l'expression des effets néfastes sur la qualité des surfaces usinées, sur la durée de vie des outils ou sur celle des machines. On cherchait alors à empêcher son apparition. Les modèles adoptés reflétaient d'ailleurs cet intérêt limité à la prédiction des

phénomènes par des équations sans cycles limites, pour lesquelles la frontière de stabilité séparait deux solutions également improbables : l'usinage complètement épargné des vibrations et les amplitudes allant rapidement vers l'infini. Pourtant, les mécanismes de limitation d'amplitudes existent, vu le comportement observable d'un tour qui entre en trépidations ou d'un foret vibrant latéralement lors de son entrée dans la matière. Ces mécanismes de limitation de l'amplitude ne sont pas présents dans les modèles du broutement classiques et donc on sentait le besoin de les formaliser et les utiliser. Etant donné le but de nos études – l'interruption de la coupe – nous avons considéré, tout au long de ces travaux, que l'effet non linéaire principal était justement la discontinuité apparue dans le système une fois que l'outil sort de la matière.

L'étude du broutement (« chatter » en anglais) a commencé déjà depuis plus 100 ans. Taylor était parmi les premiers à lui accorder une attention digne de son importance. Et c'est lui aussi qui se rend compte pour la première fois de sa complexité et de ses implications. Même si le chatter n'était pas parmi ses sujets préférés, Taylor allait faire en 1907 une des premières remarques sur ce phénomène, qui reste encore valable, malgré les années qui se sont écoulées :

Le broutement est le plus obscur et délicat des problèmes posés en usinage […] Très probablement il n'existe aucune formule qui puisse guider précisément le spécialiste à prendre les vitesses et les avances maximums sans faire apparaître le broutement.

Les études systématiques et les premières théories qui allaient essayer des explications des vibrations auto-entretenues apparurent après 1945. Parmi ces premières études on compte celles de Arnold (1946) et Doi et Kato (1956). Ces derniers présentent pour la première fois un modèle non-linéaire du broutement. L'ouvrage qui a peut être marqué le plus cette évolution est le livre de Tobias apparu en 1965 « *Les vibrations des machines-outils* » (*Machine tool vibrations*, en anglais). Il comprend une description quasi-exhaustive des modèles acceptés à l'époque et des études théoriques et expérimentales sur le broutement. Tobias allait réitérer a cette occasion le coté insaisissable du phénomène :

Les causes physiques derrière ce phénomène ne sont pas encore complètement comprises, et c'est pour cela qu'il est extrêmement difficile, malgré une diagnose qui concorde avec les résultats expérimentaux, de trouver un remède, sans réduire les taux d'enlèvement de matière avec les inconvénients conséquents. De plus, le broutement est si erratique que la prédisposition d'une machine au broutement est souvent inobservable pendant sa conception et son développement

C'est toujours Tobias qui a insisté pour la première fois sur le caractère particulier du broutement par rapport aux vibrations forcées : *« les vibrations concernées sont du type auto-entretenues, tirant leur énergie du processus de coupe lui-même et, par conséquent, des actionneurs de la machine ».*

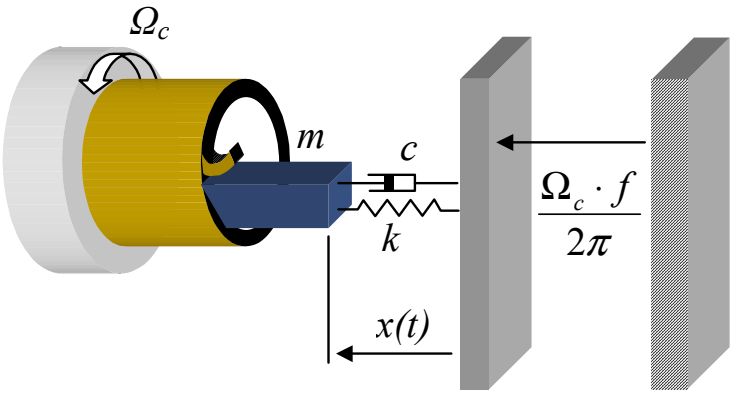


Figure 9 : Modèle classique du broutement réduit à un axe [107]

L'intérêt des chercheurs était de trouver un moyen de prédire les comportements de ce type pour les opérations d'usinage dans le but d'éviter l'usure des machines et des outils ; ils ont essayé donc de trouver des explications pour le broutement. Du point de vue historique deux explications ont marqué ce domaine. La première, appartenant à Tobias, mettait en cause une dépendance complexe de la force de coupe par rapport aux paramètres choisis (vitesse de coupe, vitesse de pénétration et épaisseur coupée) et un effet de régénération de la surface usinée.

Les chercheurs tchèques Tlusty et Polacek ont montré que même une dépendance simple de la force par rapport à l'épaisseur coupée peut expliquer le phénomène. Ils ont proposé aussi une deuxième explication, le couplage de modes propres de l'outil sur deux directions, par le modèle de coupe. Ce mouvement couple sur les deux directions génère une trajectoire elliptique, l'énergie du mouvement étant tirée du processus de coupe lui-même. Tlusty s'est concentré alors sur l'étude des fonctions de transfert des machines outils tandis que Tobias et ses collaborateurs ont investigué plutôt les caractéristiques du processus de coupe.

Les expérimentations ont prouvé une prépondérance de l'effet de régénération dans les origines du phénomène. Le cas des deux ou plusieurs modes couplés est une amélioration du modèle qui ne change pas les conditions d'amorçage des vibrations. Dans ce contexte, nous allons considérer comme modèle classique du broutement le modèle décrit par Tobias dans son livre [170]. Ce modèle (Figure 9, [107]) généralement accepté à l'époque prenait en compte :

- une rigidité constante de la machine, une masse vibrante équivalente (il y avait un nombre important d'études concernant l'investigation des caractéristiques dynamiques des structures de machines outils),
- une caractéristique linéaire du processus de coupe provenant d'un modèle simple de type Merchant dans lequel la force dépendait proportionnellement des dimensions du copeau (avance, profondeur de coupe),
- et la dépendance classique de l'épaisseur du copeau du passage antérieur de l'arête coupante (ce qui introduisait un retard dans le système).

Le modèle mathématique était constitué par une équation du type :

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = -C_F \cdot b \cdot \left(f + x(t) - x(t-r)\right) \qquad \textbf{(1)}$$

où $r = 2\,\pi\,/\,\Omega_c\,/\,z = 60\,/\,N\,/\,z$ représente le retard entre deux passages consécutifs des arêtes coupantes [s]; N – la vitesse de rotation relative outil-pièce en [tour/min] ; Ω_c – la même vitesse de rotation mais en [rad/s] ; z – le nombre des lèvres de l'outils ; f – l'avance programmée en [mm/tour] ; C_F est la pression spécifique du matériau considéré (la force nécessaire pour détacher un copeau de 1 mm^2) ; b est la largeur du copeau [mm] (dans la direction perpendiculaire à l'avance). On considérait une raideur linéaire de la coupe (donnée par une pression spécifique C_F constante).

On peut étudier seulement les solutions non triviales en enlevant la solution triviale donnée par l'équation :

$$\bar{x}(t) = -\frac{C_F \cdot b \cdot f}{k} = -\frac{F_p}{k} \qquad \textbf{(2)}$$

ou F_p est la force de pénétration (dans la direction perpendiculaire à la surface usinée).

On obtient alors, par abus de notation, l'équation suivante :

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega_0\dot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = -\frac{C_F \cdot b}{m} \cdot \left(x(t) - x(t-r)\right) \qquad (3)$$

La stabilité asymptotique de la solution triviale $\bar{x}(t)$ de l'équation (1), correspondant au recul généré par la force de coupe, est équivalente à la stabilité du point fixe $x(t) = 0$ pour l'équation (3). Ces modèles utilisent généralement des équations différentielles à retard. Leur étude n'est pas une tache facile, car il n'y a pas une théorie unitaire valable pour ces systèmes dynamiques non linéaires.

La caractéristique principale de ces systèmes est qu'ils ne sont pas de dimension finie. Il y a plusieurs manières d'aborder l'étude de ces systèmes (voir [122]) mais celle qui nous intéresse dans ce cas est celle qui a été souvent utilisée pour aborder le problème de stabilité de la coupe des métaux. Cette méthode se base sur une série de généralisations particulières des résultats sur les équations différentielles ordinaires.

L'étude de la stabilité des systèmes à retard peut être aussi abordée en utilisant les méthodes de Lyapunov, généralement acceptées pour systèmes dynamiques déterministes. La première méthode utilise une analyse des solutions de l'équation caractéristique du système. Elle est généralement plus facile à utiliser mais elle ne s'applique pas à tout cas possible. La deuxième méthode de Lyapunov, bien qu'elle ait un caractère plus général, n'est pourtant pas facile à employer car la fonctionnelle « potentiel » V (ou la fonctionnelle Lyapunov-Krasovskii attachée au système à retard considéré) n'est pas facile à trouver. Il n'existe pas une méthode universelle pour obtenir une telle fonction. De plus, les considérations sur le caractère continu de la coupe lors de la perte de stabilité, indiquent plutôt la première méthode de Lyapunov comme la plus adéquate à ce problème.

Le problème de la stabilité des systèmes à retard est discuté par G. Stepàn en [157]. Il donne une méthode générale pour une classe large d'équations différentielles à retard, la méthode des D-partitions. En fait, ce n'est qu'une méthodologie d'application de la première méthode de Lyapunov, pour les systèmes qui présentent une infinité de solutions de l'équation caractéristique attachée à l'équation différentielle du système.

La stabilité d'un système modélisé par une équation du type (3) va avoir une fonction caractéristique D :

$$D(s) = s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2 + \frac{C_F \cdot b}{m} \cdot \left(1 - e^{-sr}\right) \qquad (4)$$

Une D-courbe représente la frontière de stabilité correspondant à une solution de l'équation caractéristique $D(s) = 0$ qui traverse l'axe imaginaire du plan complexe. Ces courbes sont définies par :

$$\begin{cases} \mathrm{Re}\left(D(j\omega)\right) = 0 \\ \mathrm{Im}\left(D(j\omega)\right) = 0 \end{cases} \qquad (5)$$

Les D-variétés dans le cas général sont des surfaces de dimension 1 dans l'espace des paramètres mais elles reviennent à des courbes pour un espace plan défini par deux paramètres. Les D-courbes construisent, par réunion des régions instables, la frontière de stabilité du système considéré. Dans notre cas :

$$\begin{cases} \mathrm{Re}\big(D(j\omega)\big) = -\omega^2 + \omega_0^2 + \dfrac{C_F \cdot b}{m} \cdot \big(1 - \cos(\omega \cdot r)\big) = 0 \\ \mathrm{Im}\big(D(j\omega)\big) = -2\zeta\omega_0\omega + \dfrac{C_F \cdot b}{m} \cdot \sin(\omega \cdot r) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Ces équations donnent une frontière de stabilité que les chercheurs dans le domaine appellent des lobes de stabilité (Figure 10).

Que se passe-t-il quand on passe dans la région des régimes instables ? Y a-t-il une importance dans l'étude des phénomènes qui apparaissent quant le broutement s'installe dans un système usinant ? Dans le même livre qui a marqué considérablement les recherches sur le broutement, Tobias fait aussi une remarque qui va se refléter sur les travaux de la quasi-totalité des chercheurs dans ce domaine :

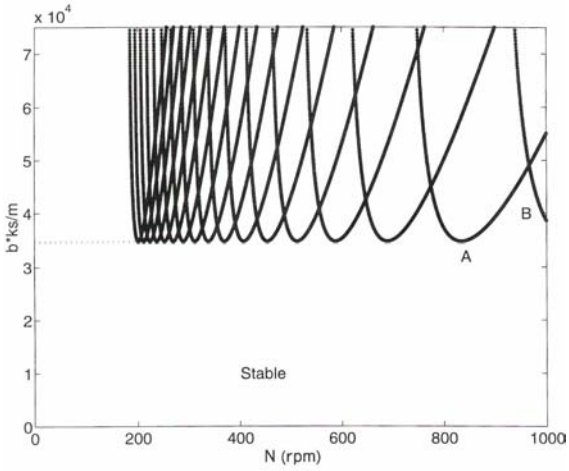
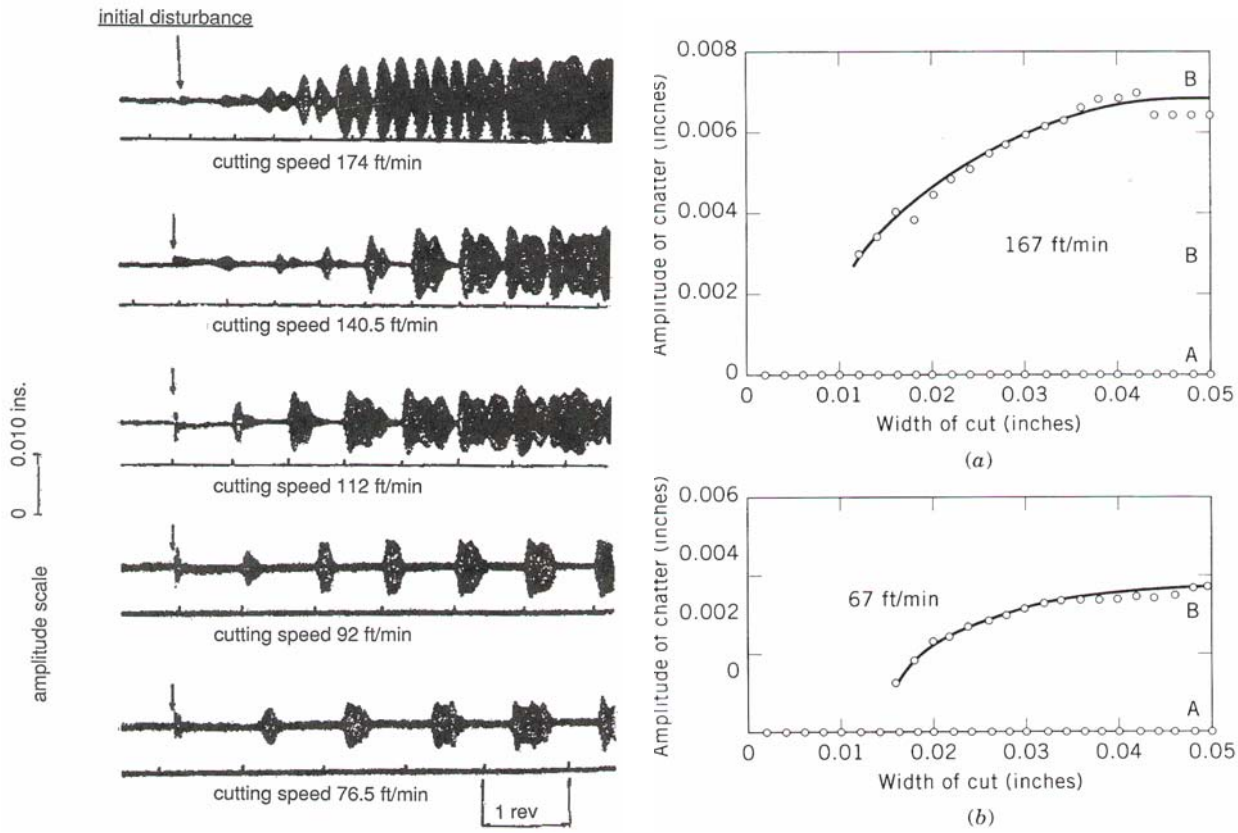


Figure 10 : Lobes de stabilité en paramètres physiques (Moon, [107])

Considéré du point de vue pratique, cependant, le broutement lui-même, c'est à dire les vibrations auto-entretenues une fois installées, ne présente pas d'intérêt. La question la plus importante est comment éviter l'apparition du broutement. C'est pour cette raison que la plupart des articles concernant les recherches dans ce domaine n'ont pas discuté le broutement en tant que processus permanent mais avec les circonstances qui conduisent au broutement. Considérés de ce point de vue, les problèmes rencontrés concernent la stabilité dynamique et ils sont considérablement plus faciles à traiter que le problème général des vibrations auto-entretenues.

Contrairement aux réflexions de Tobias, les travaux de cette thèse visent le broutement installé, c'est à dire ce qui se passe dans les régimes instables dans lesquels nous allons situer le système pièce – outil – machine. Ce n'est pas une négation de ce que Tobias disait, il y a 37 ans. La différence se trouve dans le fait que les vibrations auto-entretenues ont été considérées *à priori*, comme néfastes. Nous avons déjà évoqué les avantages qu'elles peuvent amener dans le perçage si elles sont contrôlées et si les phénomènes engendrés par ce processus complexe sont bien maîtrisés.

Malgré son affirmation, Tobias est parmi les premiers à aborder le sujet difficile de pouvoir prévoir les amplitudes, les fréquences et certains des phénomènes qui ne trouvaient pas leur explication dans les théories linéaires du broutement. Un de ces phénomènes était le fait que ces vibrations pouvaient être excitées même dans des conditions de coupe stable et que, une fois installé, le broutement persistait.



a) vibrations de l'outil b) régimes vibratoires trouvés

Figure 11 : Résultats expérimentaux de Hooke et Tobias [67]

Hooke et Tobias [67] ont présenté en 1963 probablement les premières expériences qui mettaient hors de doute le caractère non linéaire du processus de coupe. Ils ont généré des impulsions (par des coups de marteaux) pendant le chariotage (en conditions stables) d'une pièce en acier doux. Ils ont montré que les coups de marteaux peuvent exciter un régime vibratoire (broutement) dans des conditions de coupe normalement stables (Figure 11 a). Le diagramme qu'ils ont réalisé avec leurs expériences ressemble très fortement a un diagramme de bifurcation de Hopf pour ceux qui ont des notions de systèmes dynamiques non linéaires (Figure 11 b). Ils ont mis ainsi en évidence un comportement qui ne pouvait pas être expliqué par les modèles linéaires généralement acceptés à l'époque pour le phénomène de broutement.

En 1974, le papier de Hanna et Tobias [66] reprend les études sur ce qu'ils appellent « instabilité à amplitude finie » (*finite amplitude instability* en anglais). Ils complètent les arguments en faveur de la non-linéarité du phénomène par des expériences de la même nature en fraisage.

Leur explication n'introduit que des changements qualitatifs au niveau de l'expression de la loi de coupe ou de la fonction de transfert de la machine outil. Ils considèrent une rigidité non linéaire de la machine dans la direction perpendiculaire sur la surface usinée, un amortissement de type hystérétique (dépendant de la fréquence d'oscillations dans la même direction) et une loi de coupe aussi non linéaire. Les équations obtenues permettent, par un choix convenable des paramètres considérés, la prévision d'un cycle limite stable, mis en évidence par ces expériences.

Ce qui est intéressant dans les expériences de Hanna et Tobias est que, vu les amplitudes reportées, l'interruption de la coupe apparaissait sans doute. Malgré cela, cette discontinuité du processus n'était pas présente dans leur modèle. En remplaçant les modèles de coupe par des lois non linéaires et en introduisant un amortissement hystérétique (dépendant de la fréquence d'oscillations), l'effet de l'interruption de la coupe était quelque part compensé ou considéré. Les

explications restent assez superficielles, similaires au simple calage d'un modèle plus ou moins arbitraire. Par exemple, l'amortissement considéré est dépendent de la fréquence d'oscillation de l'outil. Ce qui ce passe au niveau intime est plus compliqué, cet amortissement provenant d'une variation continue des conditions de coupe au long de la trajectoire de l'outil. Il peut apparaître pour des régimes harmoniques, mais aussi pour ceux à plusieurs fréquences dominantes ou ceux erratiques. Ce fait a été mis en évidence expérimentalement par plusieurs chercheurs plus tard.

En même temps, considérer que la machine avait une rigidité non linéaire était assez hasardeux, la plupart des structures des machines présentant des fréquences propres assez éloignées l'une de l'autre, sans un couplage important.

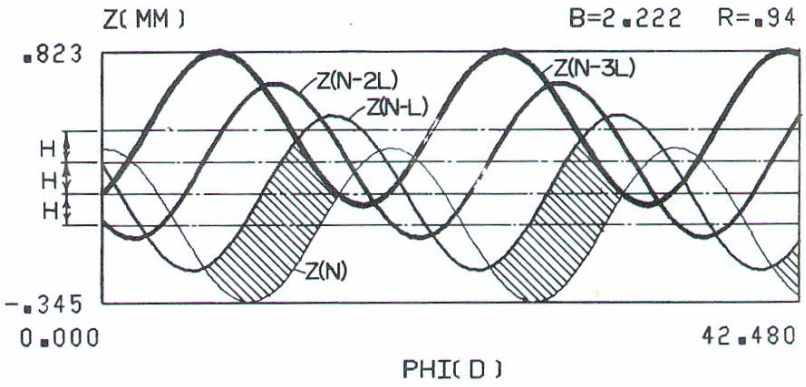


Figure 12 : Diagramme de formation du copeau brisé (selon Tlusty et Ismail [169])

Les premiers à prendre en compte l'interruption de la coupe dans une étude systématique du broutement sont Tlusty et Ismail [169] en 1981. Ils voient comme non-linéarité dominante dans le système l'interruption de la coupe. Ils font une analyse de la stabilité linéaire et une investigation du modèle, intégrant l'interruption de la coupe dans le cas de broutement développé. Leurs explications raisonnant sur les bilans d'énergie, sont plus acceptables.

Considérant une oscillation sinusoïdale ils reproduisent des diagrammes de configuration des copeaux brisés (Figure 12) par l'interruption de la coupe qui avait été déjà discutée par les chercheurs russes dans le cas des excitations forcées en coupe vibratoire (Figure 5). A notre connaissance, c'est la première fois que la rencontre des deux domaines est réalisée.

En 1984 Shi et Tobias [153] reprennent les explications des résultats expérimentaux de Hooke et Tobias. Moyennant une autre expérience simple (Figure 13), ils mettent en évidence l'existence d'une bifurcation propre aux systèmes non linéaires. Par le fraisage d'une surface plane inclinée la rigidité dynamique de la coupe est variée jusqu'à ce que le broutement apparaisse. Par une variation dans l'autre sens, sans arrêter la machine, on observe que le point de disparition du mouvement vibratoire ne coïncide pas avec les prévisions de la théorie linéaire, c'est à dire avec le point d'amorçage de ce phénomène.

L'outil, par la sortie périodique de la matière diminue l'apport cyclique d'énergie de la coupe. L'amplitude et le déphasage des passages consécutifs des arêtes de coupe, ont une influence sur cet apport d'énergie et ils vont se stabiliser à des niveaux où l'amortissement de la machine, cumulé avec un amortissement de la coupe (qui n'était pas pourtant pris en compte dans le modèle de Tlusty et Ismail) dissipent l'énergie apportée par la coupe.

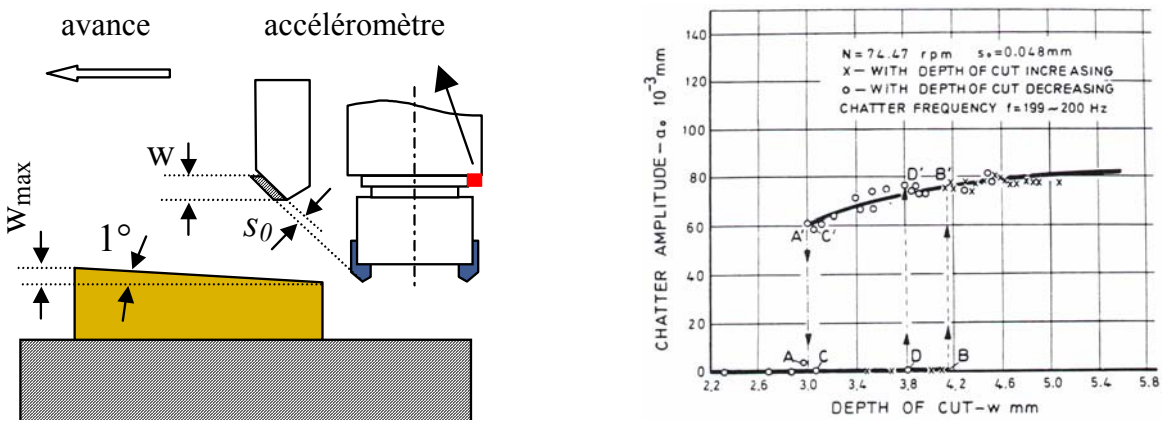


Figure 13 : Expérimentations de Shi et Tobias [153]

Cette fois Shi et Tobias considèrent dans leurs explications, l'interruption de la coupe en faisant même une critique des travaux précédents et en citant l'article de Tlusty et Ismail. Leur approche est assez innovante : ils font une analyse de l'amortissement apparent du processus (dû à l'interruption de la coupe) en fonction de l'amplitude et du déphasage des oscillations d'un passage à l'autre des arêtes tranchantes de l'outil. Ils arrivent ainsi à avoir une prédiction des amplitudes et des fréquences assez proche des valeurs expérimentales. Cette analyse est similaire à une méthode que nous allons utiliser aussi, dans une première approche, pour l'analyse du perçage vibratoire.

2.5. L'amortissement de la coupe

Les chercheurs qui travaillent dans le domaine des vibrations des machines outils ont pris conscience depuis longtemps du caractère non linéaire du phénomène de broutement. Les expérimentations montraient l'existence d'une dynamique complexe de la coupe lorsque le système devient instable. La prédiction des lobes de stabilité n'était celle prévue que pour des cas particuliers (surtout en fraisage et tournage) et pour des plages de paramètres assez restreintes. On avait observé, par exemple, une stabilité améliorée pour les petites vitesses de rotation de la broche qui se traduisait par une déformation des lobes de stabilité vers l'origine des axes (Figure 14).

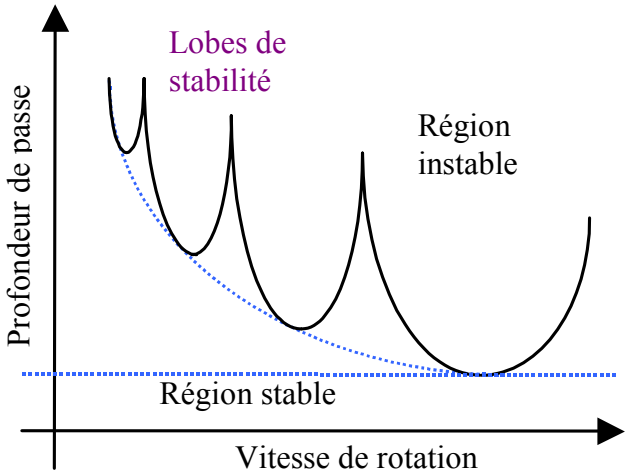


Figure 14 : Lobes de stabilité « déformés »

Plusieurs explications ont été données pour ce phénomène. Presque toutes reposaient sur des modifications de la force de coupe, introduisant des paramètres jusque là négligés : la vitesse de coupe, la vitesse de rotation de la broche, la vitesse de pénétration dans la matière (assimilée à la vitesse d'avance) etc.

Plusieurs formules ont été proposées pour prendre en compte ces phénomènes. Tobias a été parmi les premièrs à proposer une dépendance de plusieurs facteurs de la force de coupe :

$$\Delta F = k_1 \Delta H + k_2 \Delta V_a + k_3 \Delta \Omega_c \qquad (7)$$

D'autres chercheurs ont mis en évidence un déphasage de la force par rapport à l'épaisseur coupée ([86], [33], [116]). Le chercheur Russe V. A. Kudinov, dans son ouvrage bien connu [86], est le premier à montrer que la force présente un retard par rapport à la variation de l'épaisseur de coupe (Figure 15)

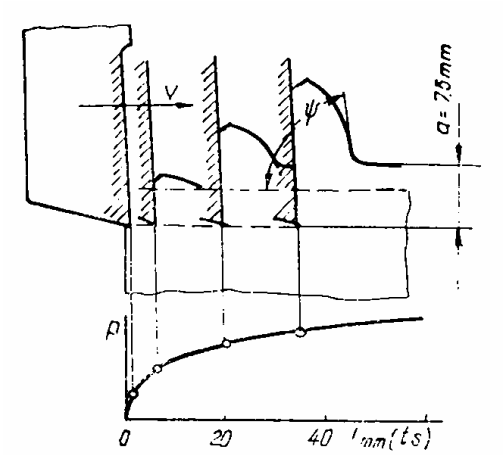


Figure 15 : Le retard de la force de coupe par rapport à l'épaisseur coupée [86]

Ce retard a été considéré dans le modèle dynamique de la coupe par une fonction de transfert du type :

$$\Delta F(s) = \frac{K_s}{T_c \cdot s + 1} \Delta H(s) \qquad (8)$$

où : K_s est une rigidité statique de la coupe (dépendant du couple outil-matière) et T_c représente la constante de temps du processus de formation du copeau. L'expression donnée par Kudinov à cette constante est :

$$T_c = \alpha_c \cdot \frac{H_0 \xi_0}{V_c} \qquad (9)$$

où : α_c est un coefficient de proportionnalité, H_0 est l'épaisseur coupée nominale (l'avance par lèvre), ξ_0 est le coefficient de déformation du copeau (déterminé expérimentalement) et V_c est la vitesse de coupe.

Une observation intéressante peut être faite sur les valeurs indiquées par Kudinov pour le coefficient de proportionnalité α_c. Il montre qu'elles dépendent des conditions de coupe : en coupe stable les expérimentations indiquent les valeurs α = 4,5…5 tandis que dans les régimes

instables ce paramètre prend des valeurs entre 1,0 et 1,5. Cette différence entre les deux cas n'est pas expliquée. A cet égard nous présentons de nouveau notre opinion : il est possible que cela puisse être aussi l'effet de l'interruption de la coupe.

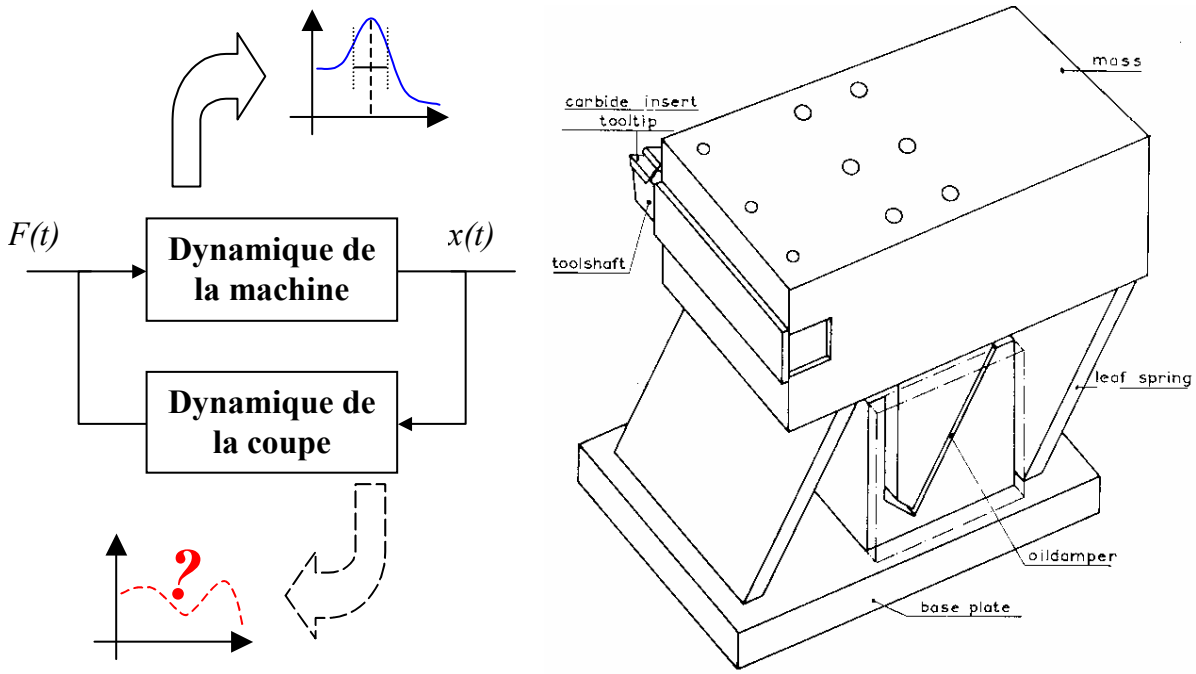
Les forces de friction ont été considérées aussi pour expliquer la nature non linéaire du broutement. Ces modèles restent pourtant difficile à identifier et ils présentent plutôt un intérêt théorique (c'est le cas des études qui cherchent à prouver un comportement chaotique du système usinant ([59], [60], [61]).

D'autres chercheurs ont considéré des variations explicites de la force de coupe par rapport à tout paramètre physique concernant la coupe :

$$\Delta F = \Delta F(\Delta H, \Delta V_a, \Delta\Omega_c, \Delta\alpha, \Delta\gamma, \cdots) \qquad (10)$$

où α représente ici l'angle de dépouille, γ est l'angle de coupe. Les paramètres les plus influents sont les angles de coupe. Il y a des études qui montrent l'importance d'un phénomène particulier sur la dynamique de la coupe : l'extrusion de la matière, générée par un angle effectif de dépouille qui devient négatif lorsque l'outil vibre. Ce phénomène est appelé aussi talonnage.

Les premières études sur l'amortissement dû au talonnage avaient supposé une dépendance linéaire de la force d'amortissement de l'angle de dépouille et que cet angle ne doit jamais avoir une valeur négative. Lee, Tarng et Ma [92] proposent un modèle plus général, considérant que l'extrusion peut apparaître et que la force d'amortissement due au talonnage est proportionnelle au volume de matière disloquée. Ils mettent au point un algorithme numérique pour la coupe orthogonale et ils comparent en suite les résultats avec les expériences.



a) principe d'identification

b) conception du dispositif éxpérimental

Figure 16 : Le dispositif de Vanherk et Peters adopté par C.I.R.P. en 1967 [77]

Le problème de ces modèles est de les déterminer expérimentalement et d'identifier les formes de ces variations et les coefficients attachés. Il n'y a pas encore des lois de coupe dynamiques qui prennent en compte toutes les variables possibles par des formules explicites, dans un contexte unitaire. Ce que les chercheurs ont préféré était une loi de coupe générale dans

laquelle l'effet de ces variations était englobé dans le terme générique d' **« amortissement de la coupe »**. Les phénomènes qui contribuaient à son apparition étaient transparents dans cette approche quantitative. Il fallait juste tracer la variation de cet amortissement paramétrique par rapport aux variables considérées comme importantes : vitesse de coupe, avance nominale, fréquence de rotation etc.

Pour identifier cet amortissement du processus de coupe (et donc la fonction de transfert du processus de coupe) il fallait isoler les autres fonctions de transfert impliquées dans la coupe. Il s'agit notamment de la fonction de transfert de la machine. Cette caractéristique dépendait des constructeurs, type de machine, solutions conceptuelles etc. Pour arriver à isoler et capter la dynamique de la coupe il fallait avoir une dynamique simple de la machine, procurant une sorte de calibre. Dans cette idée les chercheurs belges Peters et Vanherk proposent un dispositif à un degré de liberté destiné aux expérimentations visant à l'identification de la fonction de transfert de la coupe dynamique.

L'idée était d'imposer à la machine une dynamique simple, modélisée par une équation différentielle de deuxième ordre, pour pouvoir identifier avec précision la caractéristique dynamique du processus de coupe. La conception du dispositif était simple : deux lames parallèles soutenaient un plateau sur lequel était fixé un outil de coupe. La rigidité ainsi obtenue était plus faible que celle de la machine. Entre les deux lamelles il y avait aussi un amortisseur visqueux à huile, avec une caractéristique réglable. L'idée d'utiliser un élément élastique dans la structure du système pièce-outil-machine n'est donc pas nouvelle. Pourtant, dans les études de Peters et Vanherk (et de ceux qui ont utilisé par la suite ce principe de recherche), il ne s'agissait pas d'introduire ce dispositif dans la pratique industrielle. Le banc expérimental était destiné seulement à « tester la susceptibilité au broutement des différents matériaux » [77].

Chapitre 3

MISE EN PLACE D'UN MODELE DE LA COUPE VIBRATOIRE APPLIQUEE AU PERÇAGE

Ce chapitre présente la démarche développée pour obtenir un modèle général de la coupe vibratoire. Une approche systémique et adimensionnelle, basée sur la description de la coupe vibratoire donnée dans le premier chapitre, permet de distinguer plusieurs sous-modèles intervenant dans le comportement global du système usinant:

- *un modèle de comportement de la structure mécanique machine – pièce – dispositifs*
- *un modèle de la génération de la surface usinée, décrivant l'interruption de la coupe et l'effet de régénération de la surface (introduisant un retard)*
- *le modèle d'efforts générés lors de la coupe dynamique*

La mise en place du modèle se fait en tenant compte des particularités du perçage vibratoire, le procédé visé par cette analyse.

3.1. Coupe stationnaire vs. coupe dynamique

Le **processus de coupe** consiste dans l'enlèvement de matière par passages successifs d'un outil engagé dans la masse d'une pièce brute, avec le but de **générer des surfaces** d'une précision spécifiée.

Dans la coupe vibratoire et surtout dans la coupe vibratoire auto-excitée, les **phénomènes mécaniques** jouent un rôle très important. En effet, ce sont les vibrations ou les oscillations imposées qui vont déterminer la géométrie de la coupe et les efforts instantanés qui, à leur tour, vont exciter la structure mécanique du **système pièce – outil – machine**. Les conditions dans lesquels le processus de coupe prend place, changent à une fréquence comparable à celle des oscillations de l'outil et dans des plages de variations importantes. La question sur les différences entre les modèles de la coupe stationnaire et les modèles de la coupe dynamique nous semble donc justifiée.

Pour fixer les notions, on appelle **coupe dynamique** tout processus d'enlèvement de matière (coupe) qui ne se passe pas dans des conditions stationnaires. Pendant la coupe stationnaire les paramètres du régime (vitesse de coupe, avance, épaisseur de copeau = profondeur de passe) et ceux caractérisant la géométrie de la coupe (les angles de coupe, l'orientation du vecteur vitesse effective) ne changent pas, du moins pas d'une proportion significative. Ce n'est pas le cas de la coupe dynamique.

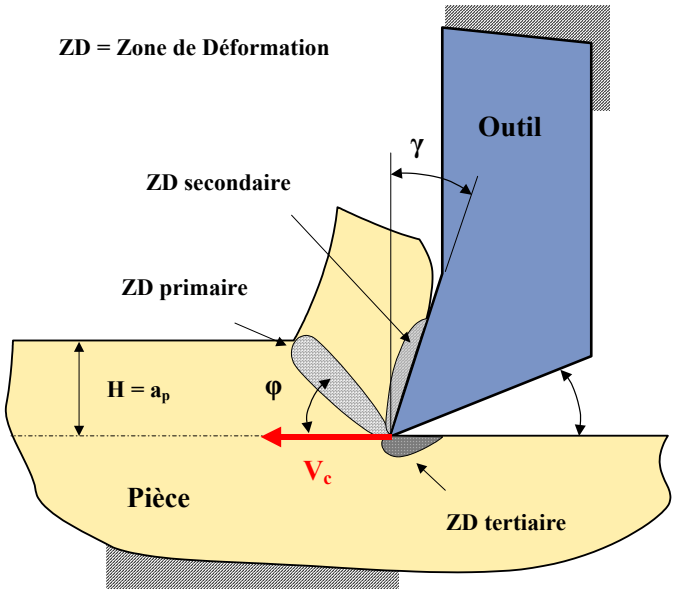


Figure 17 : La coupe stationnaire idéale [6]

La Figure 17 montre le modèle de coupe orthogonale généralement accepté pour des conditions stationnaires. Dans ce modèle la machine, l'outil et la pièce sont considérés comme parfaitement rigides. Le seul processus étudié est l'interaction outil – pièce qui conduit à la formation du copeau, et qui est le résultat des déformations plastiques successives dans les zones de déformation figurées. Les paramètres de coupe tels que la vitesse de coupe, l'épaisseur coupée, les angles de coupe effectifs, sont considérés comme constants. Par conséquent, les relations qui décrivent le processus sont des relations algébriques, appropriées pour les processus stationnaires.

La coupe dynamique (Figure 18) désigne une classe plus générale de processus de coupe. Dans ce modèle on considère aussi les phénomènes de nature dynamique : les mouvements relatifs pièce – outil, autres que ceux définis par la cinématique du procédé, les vibrations, les variations des paramètres (vitesses de coupe, angles, forces etc.). On considère donc le système usinant dans son ensemble, prenant en compte la dynamique de la machine et de la pièce.

Dans la coupe quasi-stationnaire les variations sont pourtant faibles et on peut revenir sur le modèle précédent. C'est le cas aussi de certains régimes vibratoires, fortement amortis, avec une amplitude des vibrations relativement faible. Pour la prédiction de certains phénomènes vibratoires (surtout quand on envisage de déterminer les conditions limites pour lesquelles les vibrations démarrent), le modèle de la coupe stationnaire peut fournir des résultats satisfaisants.

C'est le cas de la prédiction des domaines de stabilité pour certaines opérations où l'amortissement de la coupe n'est pas prépondérant.

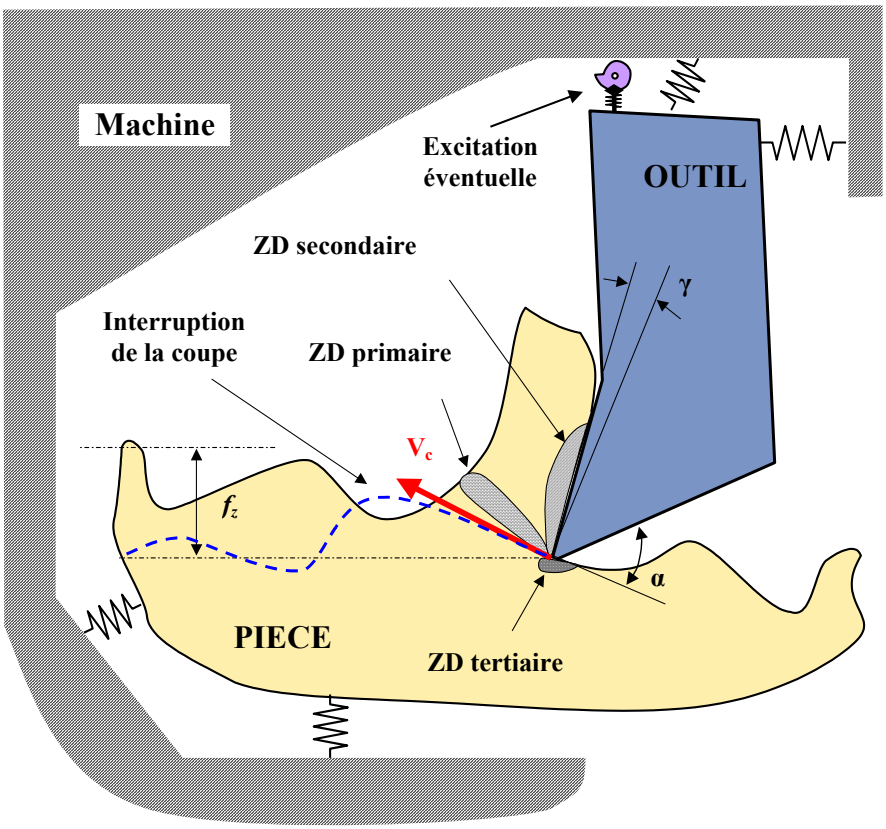


Figure 18 : La coupe vibratoire

Par contre, pour la modélisation des phénomènes vibratoires permanents, où les amplitudes peuvent provoquer une interruption de la coupe, on doit considérer un modèle de coupe dynamique.

Dans ce chapitre nous présentons la démarche de modélisation de la coupe vibratoire, considérant toutes ses particularités, prenant en compte la dynamique de la machine, l'interruption de la coupe, les lois de coupe dynamiques. Ce modèle, orienté vers l'application envisagée – le perçage vibratoire – constitue le départ pour une étude systématique du comportement du système pièce – outil – machine en régimes de coupe vibratoire. Il sert également pour une planification des expérimentations en perçage vibratoire.

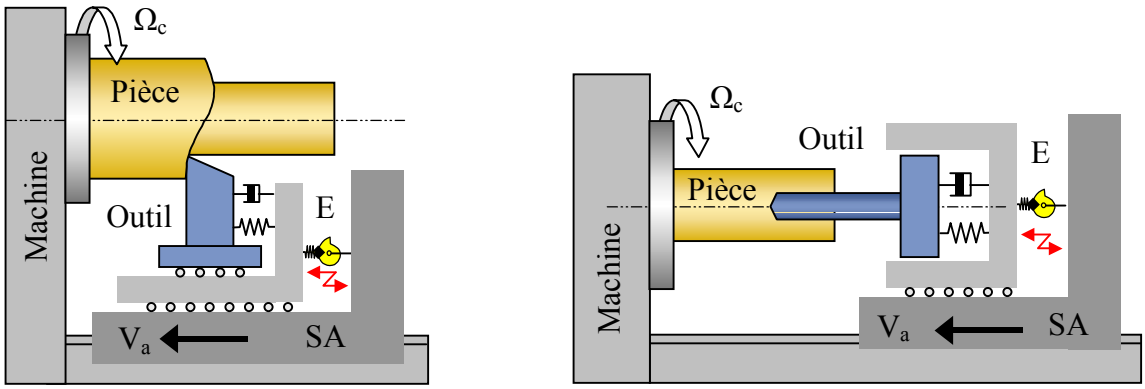


Figure 19 : Procédés de coupe vibratoire

3.2. Mise en place d'un modèle. Approche systémique générale

L'hypothèse principale, faite dans l'étude des procédés assistés par vibrations à basse fréquence (Figure 19), réside dans la restriction de la dynamique du système à un seul axe.

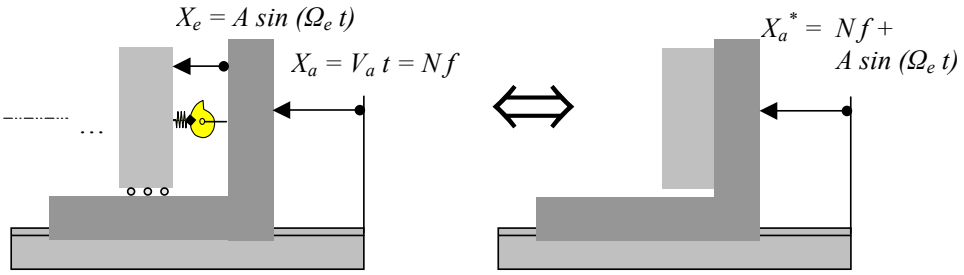


Figure 20 : Intégration de l'excitation dans le mouvement d'avance

Afin de pouvoir décrire à la fois la coupe vibratoire à cinématique imposée et celle utilisant les vibrations auto-entretenues, nous avons placé également des excitateurs dans le système.

Néanmoins, vu la nature imposée (donc *à priori* connue) des oscillations, celles-ci peuvent être facilement intégrées dans l'expression du mouvement d'avance (Figure 20).

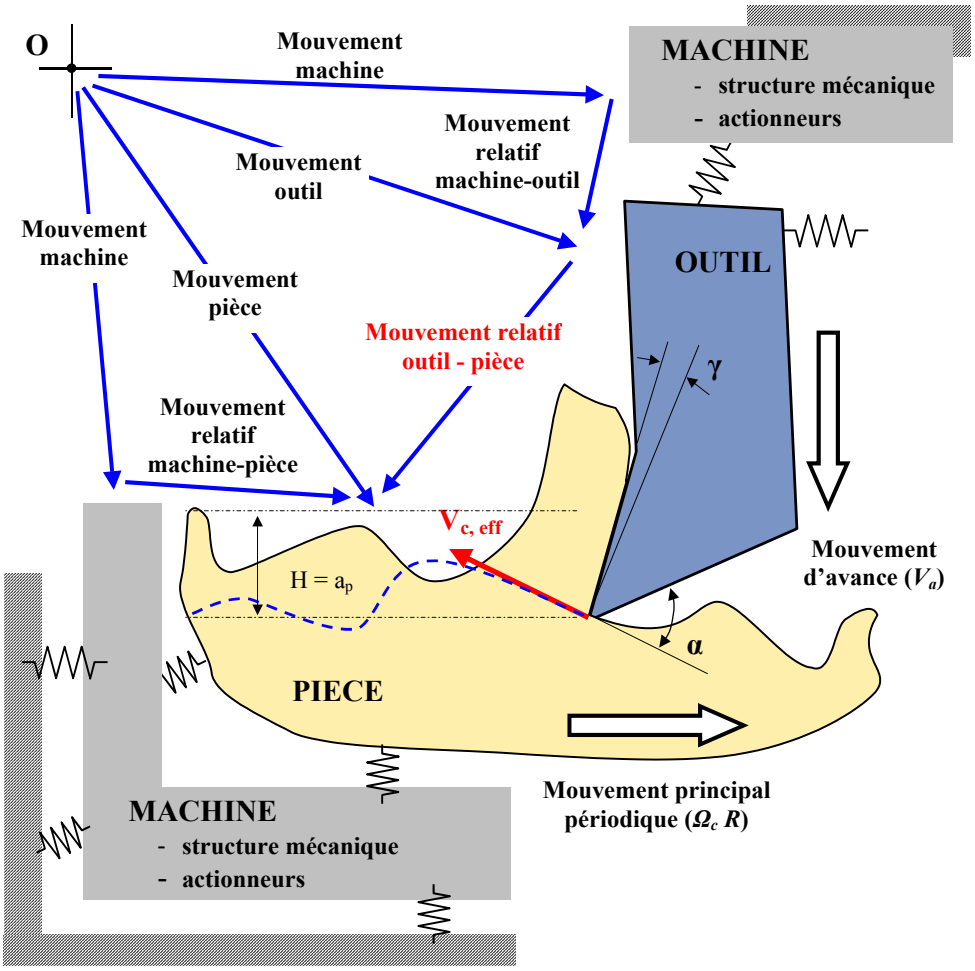


Figure 21 : Modèle physique de la coupe vibratoire

Le mouvement principal de rotation de la pièce (ou de l'outil) est caractérisé par la vitesse de rotation Ω_c [rad/s] = $2\pi N$ / 60, ou N est la vitesse de rotation en [tr/min]. Le mouvement d'avance s'est fait avec la vitesse $V_a = N f$ [mm/min] ou f est l'avance programmée en [mm/tr]. Ces deux mouvements sont générés par des actionneurs spécifiques (moteurs rotatifs ou linéaires, avec ou sans transmissions intermédiaires). La vitesse tangentielle dépend du rayon R considéré sur la pièce ou sur l'outil : $V_T = \Omega_c R$. La vitesse de coupe effective est donnée par la somme vectorielle de la vitesse d'avance et de celle du mouvement de rotation relatif outil-pièce.

Le modèle physique de la coupe vibratoire est illustré dans la Figure 21. La coupe existe grâce à un mouvement relatif outil-pièce, généré par les mécanismes constituants de la machine. Dans ce modèle, la structure de la machine, ainsi que la dynamique de l'outil et de la pièce sont considérés. La coupe en tant que processus physique, ferme une boucle constituée par ces éléments. Les équations décrivant la génération de la surface usinée remplacent les équations de compatibilité de déformations pour les systèmes mécaniques en général.

La Figure 22 présente le schéma structural qui illustre les interactions dans le système. Il considère les processus engendrés de plus près que la Figure 16, couramment utilisée dans la littérature de spécialité.

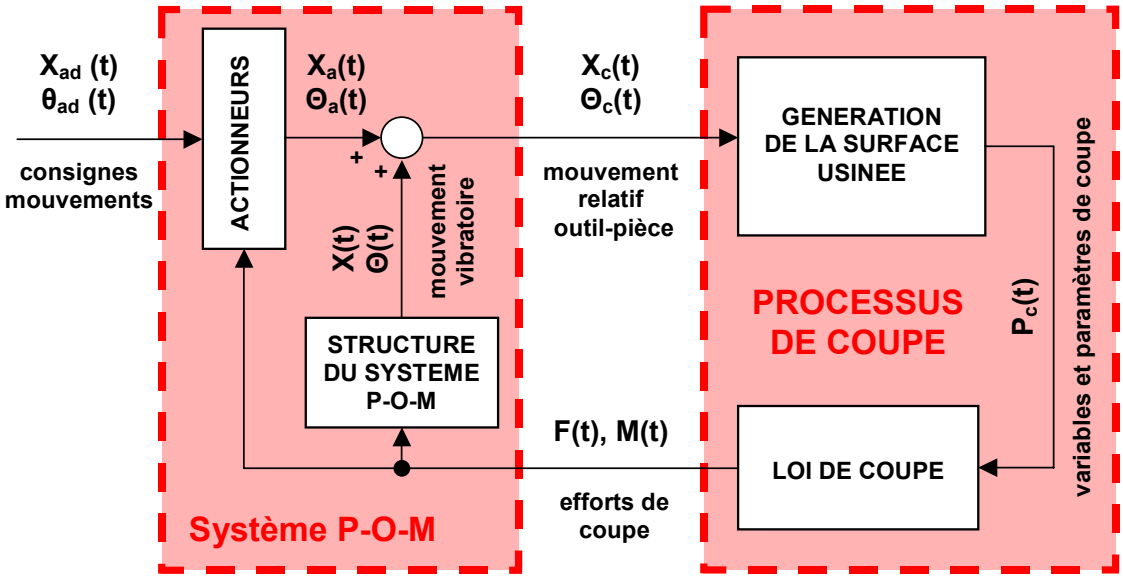


Figure 22 : Interactions dans le processus de coupe vibratoire

Le modèle concernant la machine comporte deux sous-modèles importants :

- d'un coté, la structure de la machine répond aux excitations extérieures ou provenant du processus de coupe par des mouvements vibratoires qui vont modifier la trajectoire relative outil-pièce. Nous considérons aussi dans ce modèle la dynamique de la pièce (qui n'est pas négligeable pour certains cas, comme le fraisage ou le tournage des pièces minces) et de l'outil (qui est très importantes par exemple pour les opérations d'alésage). On doit donc connaître la réponse (la fonction de transfert) de la structure mécanique du système pièce – outil – machine.
- d'un autre coté, les actionneurs ne sont pas parfaits et ils peuvent délivrer des mouvements qui différent légèrement de ceux qui ont été programmés, en fonction des forces résistantes dans le système usinant. Ces variations doivent être connues dans les cas où elles ne sont pas négligeables.

Le modèle global du processus de coupe contient, lui aussi, deux sous-modèles régissant l'interaction pièce-outil :

- le modèle de génération de la surface usinée, qui décrit la nouvelle surface en fonction du mouvement relatif outil-pièce et de la surface générée antérieurement (le modèle doit intégrer donc un terme retardé et il doit mémoriser la surface générée)
- les lois de coupe dynamique doivent être formalisées pour prédire les efforts qui excitent la structure de la machine. Ces lois doivent prendre comme arguments les paramètres de coupe (géométrie du copeau, vitesses, matériaux etc.) et fournir des prévisions réalistes sur les efforts de coupe.

Le modèle global dynamique du système sera alors décrit par un système général d'équations d'état :

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\begin{Bmatrix} X_a(t) \\ \Theta_a(t) \end{Bmatrix} = \Im_1\left(X_{ad}(t), \Theta_{ad}(t), X_a(t), \Theta_a(t), F(t), M(t)\right) \\ \dfrac{d}{dt}\begin{Bmatrix} X_c(t) \\ \Theta_c(t) \end{Bmatrix} = \Im_2\left(X(t), \Theta(t), F(t), M(t)\right) \\ \mathbf{P_c}(t) = \Im_3\left(X_c(t), \Theta_c(t), X_c(t-r), \Theta_c(t-r)\right) \\ \begin{Bmatrix} F(t) \\ M(t) \end{Bmatrix} = \Im_4\left(\mathbf{P_c}(t)\right) \end{cases} \qquad (11)$$

La première équation formalise le comportement des actionneurs de la machine, fournissant les mouvements réels des systèmes d'avance et de la broche. Les actionneurs peuvent intervenir dans le système, dans la mesure où les mouvements fournis sont modifiés par les charges (les forces du processus). Généralement, on accepte que les asservissements, les effets inertiels et les raideurs des systèmes de transmission de puissance, fournissent des performances permettant de négliger ces effets. Pour le perçage vibratoire à basse fréquence, pratiqué pour des trous de petit diamètre, l'inertie et l'asservissement de la broche permettent de négliger l'influence du couple sur la vitesse de rotation. De même, pour le système d'avance nous avons prévu des paramètres pouvant assurer un mouvement quasi-indépendant des forces de pénétration. On considère donc que la machine assure de façon constante un mouvement d'avance et une rotation de la pièce, et on élimine le modèle des actionneurs.

La deuxième équation dans le système (11) formalise la dynamique de la structure mécanique de la machine. La structure de la machine peut ainsi avoir une influence, dans la mesure où ses éléments se déforment de manière significative. Généralement, on utilise les fonctions de transfert déterminées expérimentalement ou des calculs de structures, en phase de développement.

Le modèle de génération de la surface est désigné par la troisième équation fonctionnelle de (11). Le retard et les fonctions décrivant l'interruption de la coupe, doivent se trouver dans la forme de $\Im_3$. Finalement, les lois de coupe sont décrites par la dernière équation de (11).

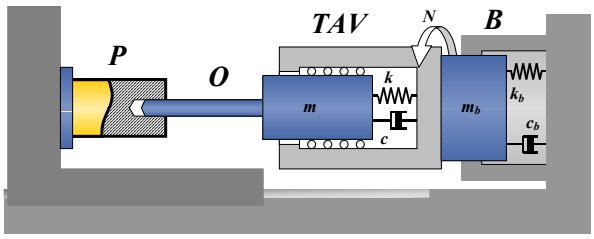
On a identifié donc trois sous-modèles décrivant en ensemble la dynamique du système :

- le modèle dynamique de comportement de la structure mécanique de la machine,
- le modèle de génération de la surface, capable de décrire l'effet de régénération et de fournir des paramètres de coupe instantanés,
- le modèle de la coupe qui doit nous procurer des prévisions exactes sur les efforts instantanés en coupe dynamique.

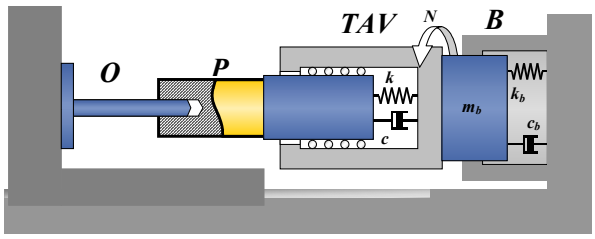
3.3. Description du perçage vibratoire. Adaptation du modèle général

Dans la Figure 23 les différents cas d'utilisation d'une tête auto-vibrante sont présentés. On peut avoir une tête tournante ou fixée sur le chariot de la machine et on peut avoir l'outil ou la pièce qui tourne.

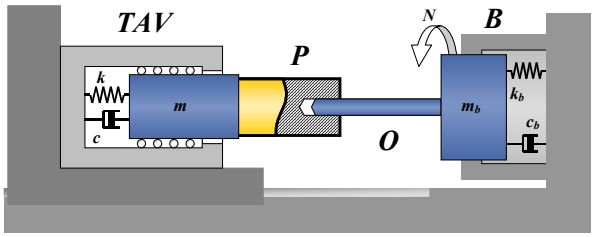
Du point de vue technologique la meilleure solution est celle avec la tête et l'outil montés dans la broche (Figure 23 a). Cette solution nous offre une flexibilité d'utilisation et réduit la chaîne des erreurs d'alignement. Très important, est le fait que dans cette configuration, la broche est moins sollicitée, les forces de pénétration étant filtrées par l'élément élastique (remarque valable pour la deuxième solution aussi). De plus, aucune autre modification de la machine n'est plus nécessaire. On doit assurer, par la conception de la tête vibrante, un parfait alignement de la direction d'oscillation avec l'axe de la broche. Vu les précisions dont les porte-outils actuels font preuve et les avantages de cette solution, nous pensons que cela doit être la solution à adopter pour une éventuelle industrialisation.



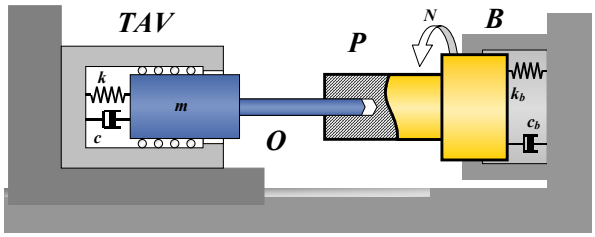
a) Tête et outil tournants



b) Tête et pièce tournantes



c) Outil tournant, tête fixe



d) Pièce tournante, tête fixe

Figure 23 : Différentes configurations pour le perçage vibratoire
TAV – Tête auto-vibrante ; B – broche ; P – pièce ; O – outil

La deuxième solution (Figure 23 b) a l'inconvénient de demander un parfait alignement entre l'axe de l'outil et l'axe de la pièce tournante, tout comme la quatrième solution (Figure 23 d). La troisième solution présente l'inconvénient d'une forte sollicitation intermittente de la broche par les forces de pénétration variables. Cela peut provoquer une résonance si les fréquences d'oscillations se trouvent dans la proximité de la fréquence propre de la broche. Pourtant, du point de vue technologique, cette solution est très simple : un dispositif type tête auto-vibrante ne demande pas, dans cette configuration, une précision importante. C'est pour ces raisons que cette solution a été préférée pour nos expérimentations.

Du point de vue du formalisme de la dynamique du système, on peut grouper les quatre solutions en deux catégories. Celles qui font tourner la tête vibrante et celles qui utilisent une tête auto-vibrante fixe. Si on considère, par contre, une broche parfaitement rigide, nous pouvons négliger les différences de comportement entre ces deux catégories de solutions.

Ces considérations ont servi à un choix de configuration pour notre étude, qui est illustré dans la Figure 24.

La tête de perçage auto-vibrante intègre une suspension élastique dans la direction de pénétration, permettant le développement des vibrations axiales. Cette suspension est rigide en torsion et dans les directions radiales pour guider précisément le mouvement de pénétration et pour transmettre le couple.

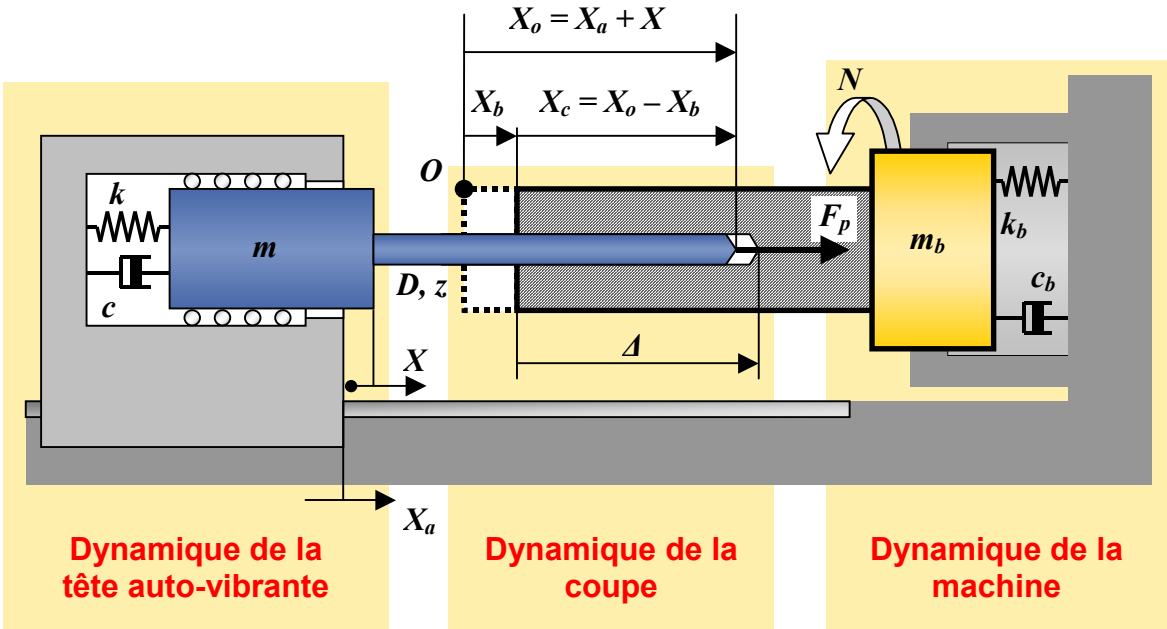


Figure 24 : Modèle général du perçage vibratoire par tête auto-vibrante

L'outil est caractérisé par un nombre z de lèvres, également espacées et par son diamètre D [mm]. La tête vibrante est caractérisée par une raideur et un amortissement de la suspension élastique (k [N/m], c[Nm / s^2])

Le mouvement de rotation est effectué avec une vitesse de rotation constante, donnée par:

$$\Omega_c[rad/s] = 2\pi\nu_c[Hz] = \frac{2\pi \cdot N[tr/\min]}{60} \qquad (12)$$

Le mouvement d'avance est effectué à vitesse constante, donnée par :

$$V_a[mm/\min] = N[tr/\min] \cdot f[mm/tr] = \frac{60}{2\pi} \cdot \Omega_c[rad/s] \cdot f[mm/tr] \qquad (13)$$

La tête est caractérisée par sa raideur, son amortissement et par la masse vibrante. De l'autre coté, le système broche-pièce est considéré élastique dans la direction axiale, avec une raideur et un amortissement correspondants (k_b, c_b). La masse de cet ensemble est donnée par une somme de la masse de l'arbre et celle de la pièce et elle est désignée par m_b.

Pour simplifier la mise en équation, l'origine des mouvements est placée dans la position axiale initiale de la pièce (en absence de la coupe). On identifie alors trois mouvements oscillatoires :

- le déplacement vibratoire de l'arbre, repéré par X_b,
- le déplacement de l'outil vibrant par rapport au système d'avance : X
- le déplacement du système d'avance : X_a

Le déplacement absolu de l'outil est donné par $X_o = X_a + X$. Le déplacement relatif pièce-outil est donné par : $X_c = X_o - X_b = X_a + X - X_b$. La variable Δ(t) représente la position de la surface générée à l'instant t. De cette manière, la position de la surface générée antérieurement dans la même position angulaire de l'outil sera repérée par $\Delta(t\text{-r})$, où

$$r = \frac{1}{\nu_z} = \frac{2\pi}{\Omega_c \cdot z} = \frac{60}{N \cdot z} \qquad \textbf{(14)}$$

représente le retard entre deux passages consécutifs des arêtes tranchantes.

3.4. Modèle de comportement de la machine. Hypothèses simplificatrices

L'investigation de la dynamique des machines-outils utilise des méthodes expérimentales et tests de réception normalisés. La rigidité dynamique des machines joue un rôle important dans leur comportement, définissant leur marge de stabilité et, finalement, leur précision dynamique.

Les fonctions de transfert des structures des machines outils relèvent, d'une manière générale, des comportements non linéaires. Les modes vibratoires de la structure sont couplés et l'amortissement correspondant, difficile à estimer.

Pour notre modèle, pourtant, la dynamique des structures rigides de la machine-outil, peut être généralement négligée. La raideur de la machine est nettement supérieure à celle de la tête auto-vibrante.

Néanmoins, il existe des éléments constituants de la machine-outil, qui peuvent présenter des modes propres proches des plages de fréquences utilisées en perçage vibratoire. Il s'agit surtout de l'ensemble arbre – paliers dans la construction des broches à grande vitesse. Ces structures peuvent, parfois, entrer en résonance si leur amortissement n'est pas suffisant et si les fréquences d'excitation sont proches de celle naturelle de la broche.

Pour le perçage vibratoire, vu la nature des sollicitations de la machine, nous avons réduit son comportement à la dynamique de la broche dans la direction axiale. Les excitations en perçage vibratoire se placent exclusivement dans cette direction.

La machine qui a été conçue et réalisée pour les expérimentations du perçage vibratoire comporte une électrobroche à grande vitesse et un système d'avance basé sur une transmission à vis à billes. Le modèle d'un ensemble arbre – paliers comme celui qu'on a conçu se réduit à un système masse-ressort amorti, gouverné par une équation différentielle de deuxième degré (6). Sa fréquence propre axiale est d'environ 570 Hz.

$$m_b \ddot{X}_b(t) + c_b \dot{X}_b(t) + k_b X_b(t) = F(t) \qquad \textbf{(15)}$$

La dynamique du système d'avance peut être formalisée de la même manière, utilisant les paramètres correspondants (masse, raideur, amortissement). Pourtant, on trouve généralement que les plages de fréquences utilisées en perçage vibratoire sont éloignées de la fréquence propre

du système d'avance. En plus, pour la machine utilisée pour les expériences présentées par cette thèse, les glissières provenant d'un tour reconditionné apportent un amortissement important. Les simulations nous ont permis d'estimer un facteur 20 entre l'amplitude des vibrations de la tête vibrante et celles du système d'avance. Ce facteur a été confirmé par la suite lors des expérimentations.

Ces hypothèses se vérifient pour la plupart des machines – outils actuelles. Les efforts de pénétrations en perçage profond des trous de petit diamètre montent exceptionnellement à 1000 N. Ces valeurs se trouvent largement en dessous des efforts acceptés par les structures des machines courantes. Egalement, les fréquences propres sont bien éloignées de celles utilisées en perçage vibratoire. L'amortissement et le rapport des raideurs préviennent les résonances.

Pour la dynamique de la tête vibrante, nous avons une équation similaire :

$$m \cdot \ddot{X}(t) + c \cdot \dot{X}(t) + k \cdot X(t) = -F(t) \qquad \textbf{(16)}$$

La dynamique de la broche et celle du système d'avance, seront négligées pour la plupart des simulations et pour l'étude du comportement du système. Cela se justifie par le fait que la fréquence de résonance de la broche est bien éloignée de celles utilisées lors du perçage (570 Hz pour la broche comparé à 100-250 Hz pour la tête auto-vibrante).

3.5. Modèle de génération de la surface usinée

Pendant la coupe dynamique l'outil va avoir des mouvements oscillatoires superposés au mouvement linéaire de l'avance. Ces oscillations vont imprimer une forme ondulée à la surface générée. De plus, lors du passage ultérieur, l'épaisseur coupée sera affectée par cette forme de la surface. Ce mécanisme génère une variation de l'épaisseur qui dépend de la surface générée antérieurement. Dans le cas de la coupe continue (petites amplitudes), nous pouvons dire que cette épaisseur coupée dépend seulement du passage générateur antérieur d'une arrête tranchante.

La génération de la nouvelle surface est le plus important sous-modèle dans la formalisation de la coupe vibratoire. Pour comprendre la nature des phénomènes dynamiques lors de la coupe vibratoire, il faut bien comprendre le mécanisme de génération de la surface usinée. Deux aspects sont importants dans la mise en équations de ce sous-modèle :

Premièrement, la surface générée à l'instant t va définir la géométrie de la coupe (on comprend par cette formule les paramètres géométriques du copeau, les angles de coupe effectifs, les vitesses…) et donc l'effort de coupe instantané. Ce n'est pas seulement le passage actuel qui défini ces paramètres mais aussi la surface qui se trouve à l'instant sous l'arrête tranchante (générée antérieurement). Le modèle doit permettre la récupération de l'information concernant la position de cette surface.

Deuxièmement, dans la coupe vibratoire, le but principal est de fragmenter le copeau. L'interruption de la coupe doit être prise en compte par les équations décrivant la génération de la nouvelle surface.

Dans la Figure 25 on présente les deux cas possibles pendant la coupe vibratoire, à un instant donné t.

Le mouvement qui génère les surfaces en usinage est le mouvement relatif pièce – outil. Peu importe la façon dont les différents déplacements du système se composent pour produire ce mouvement. Dans notre cas, il est désigné par la variable X_c (mouvement de coupe). La variable

Δ repère la position de la surface trouvée sous l'arrête tranchante à l'instant t. La position de la surface générée précédemment est donc désignée par *Δ(t-r)* – la valeur de *Δ* retardée d'un passage de lèvre. Quand l'outil est sorti de la matière (il ne coupe pas – le cas *a*) la nouvelle valeur de *Δ* à l'instant donné ne change pas (l'outil ne génère pas une nouvelle surface). Alors : *Δ(t) = Δ(t-r)*. Quand l'outil coupe, il va laisser une nouvelle position de la surface usinée, égale à la position de l'outil à l'instant donné $\Delta(t) = X_c(t)$. Ces deux cas peuvent être décrits par une seule équation, intégrant une fonction *max* :

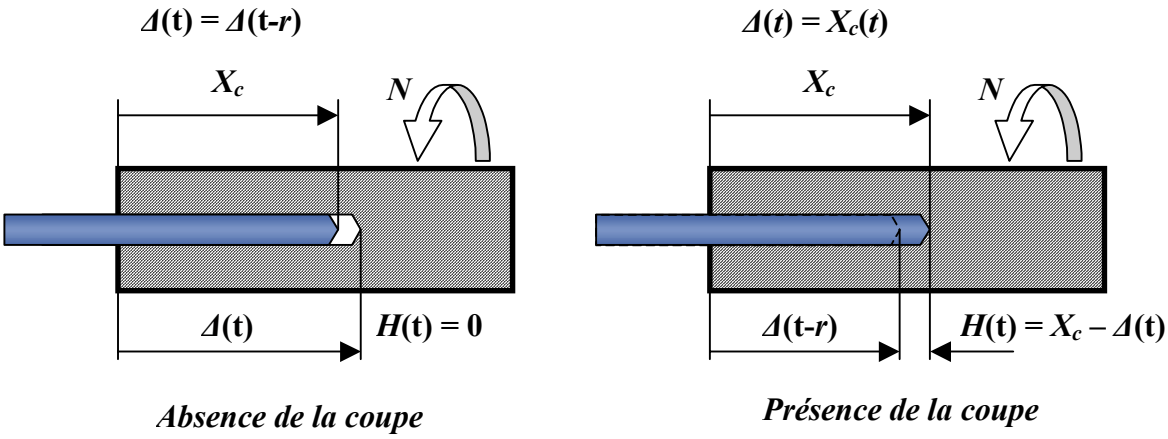


Figure 25 : Modèle de génération de la surface usinée en perçage

$$\Delta(t) = \max(\Delta(t-r), X_c(t)) \qquad (17)$$

A partir de cette équation il est aisé d'obtenir l'épaisseur coupée à l'instant *t*. En effet, pour le premier cas l'épaisseur est égale à zéro (l'arête tranchante est sortie du matériau). Pour le deuxième cas, l'épaisseur devient égale à la différence entre la position instantanée de l'arête tranchante et la position de la surface précédemment générée. Nous pouvons donc écrire :

$$H(t) = \Delta(t) - \Delta(t-r) \qquad (18)$$

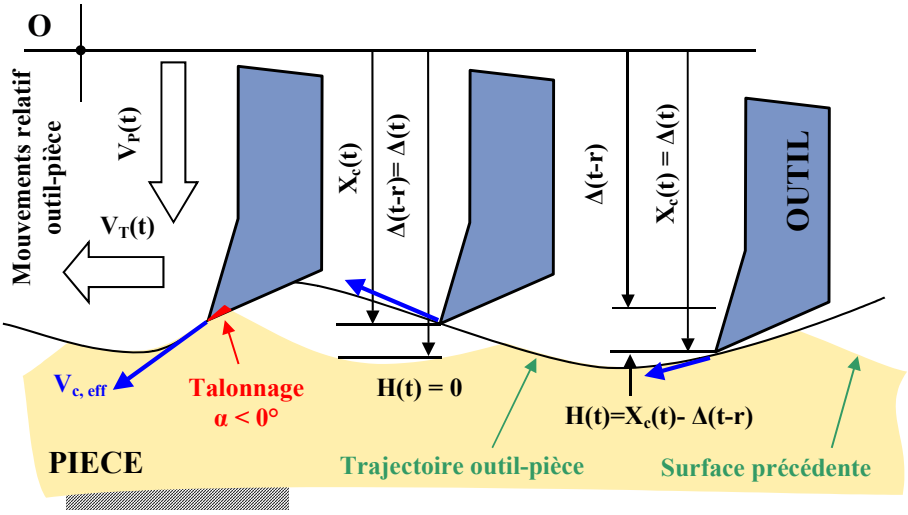


Figure 26 : Généralisation pour le modèle de formation de la nouvelle surface

Ce modèle fournit en fait les éléments de la cinématique nécessaire pour calculer les efforts de coupe. Pour les modèles classiques l'épaisseur de coupe suffit dans la plupart des cas,

les autres paramètres étant inclus dans des coefficients de correction. Pour la coupe dynamique, les angles effectifs (l'angle de dépouille α et l'angle de coupe γ) varient pendant le mouvement relatif pièce-outil et ils peuvent influencer les efforts. Ces paramètres supplémentaires peuvent être calculés également à partir du mouvement relatif outil-pièce. Nous présentons ici certaines considérations concernant le calcul des angles de coupe, en coupe vibratoire.

Pour calculer les angles on considère les deux mouvements relatifs outil-pièce (Figure 27) : le mouvement X_c – dans la direction de l'avance et le mouvement X_T dans la direction de coupe (correspondant à une vitesse tangentielle provenant du mouvement de rotation).

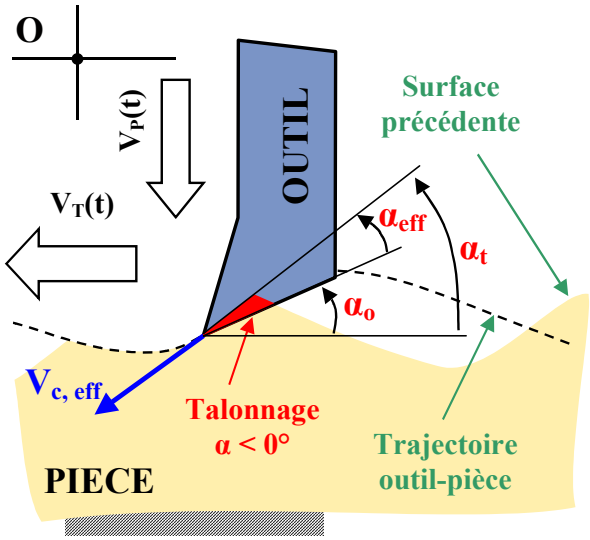


Figure 27 : Effet de talonnage et calcul des angles

On vient de faire l'hypothèse que ce dernier mouvement est invariable et soit V_T la vitesse qui le caractérise. Alors, on peut calculer l'angle de dépouille effectif comme suit :

$$V_T = \Omega_c \cdot R \tag{19}$$

$$\tan\alpha_t = \frac{V_p}{V_T} = \frac{V_p}{\Omega_c R} \tag{20}$$

$$\alpha_{eff} = \alpha_0(R) - \alpha_t = \alpha_0 - \arctan\left(\frac{V_p}{\Omega_c R}\right) \tag{21}$$

Nous allons prouver que, dans certains cas, l'amortissement de la coupe a une influence décisive sur la dynamique de la coupe vibratoire. Il peut être dû, entre autres, à cet effet de talonnage. Cette interaction outil – matière, d'une nature différente que celle de la coupe, peut aussi jouer un rôle important sur la formation de la surface usinée. En effet, si on considère que les forces résultantes sont assez grandes pour déformer de manière significative la forme de la surface (par extrusion) alors les aspects géométriques de ce modèle se compliquent considérablement. Si dans le cas contraire, on se contente de modifier la réponse de la matière, considérant une seule modification de la force de coupe en fonction de l'angle de dépouille, dans le cas d'un talonnage provocant une extrusion, la géométrie de la face de dépouille et la forme de la surface générée interviennent aussi.

Pourtant, nous considérons que l'effet du talonnage se résume à une modification de la force et que l'amortissement apporté empêche l'amorçage des vibrations trop fortes qui pourraient provoquer une extrusion et donc une modification géométrique de la surface générée. Cette supposition est d'autant plus valable pour les matériaux difficiles à usiner, pour lesquels les forces engendrées par l'extrusion sont élevées. Entre autres, ce sont des matériaux vers lesquels les applications du perçage vibratoire s'orientent.

3.6. Les modèles d'efforts en coupe vibratoires

3.6.1. Les lois de la coupe stationnaire – généralités

Les lois de coupe utilisées en coupe stationnaire sont déterminées généralement par des expérimentations systématiques. Les paramètres qui modifient la réponse, en termes d'efforts, lorsque l'outil pénètre dans la matière, sont vus, dans le cas des lois stationnaires, comme constants pendant l'opération d'usinage considérée. Généralement, cette réponse dépend du couple outil-matière.

L'outil participe à cette influence par sa géométrie et par ses propriétés physiques et tribologiques (l'influence des revêtements sur les forces de frottement). Certaines de ces propriétés sont définies par rapport à la matière usinée. La matière usinée influence les efforts par ses propriétés de déformation plastique, sa dureté, sa résistance mécanique etc.

Mis à part l'outil et la matière, un autre ensemble de variables qui modifient les efforts de coupe est donné par les paramètres de coupe. La cinématique du procédé (dont la géométrie effective de coupe dépend) va changer les valeurs des forces et couples issus du processus de coupe. Pour plus de précision, la forme générale de la dépendance des efforts de coupe des paramètres du processus est :

$$\begin{Bmatrix} F \\ M \end{Bmatrix} = \Im_3 \begin{bmatrix} \{V_c, f, \alpha_{eff}, \gamma_{eff}, \cdots\}_{processus}, \\ \{REV, R, l_c, \alpha_o, \gamma_o, \cdots\}_{outil}, \\ \{\sigma_R, HB, \cdots\}_{matière} \end{bmatrix} \qquad (22)$$

En coupe stationnaire, pour un couple outil – matière donné, on déduit généralement les dépendances du torseur des efforts de coupe par rapport aux paramètres de coupe (avance, vitesse, caractéristiques dimensionnelles de l'outil etc.) par expérimentations. On obtient généralement des lois du type :

$$\begin{Bmatrix} F \\ M \end{Bmatrix} = C_F \cdot f^{q_f} \cdot a_p^{q_{ap}} \cdot V_c^{q_{vc}} \cdots \qquad (23)$$

Les variations (relativement faibles) des angles de coupe, sont ignorées.

3.6.2. Les lois de la coupe dynamique

Pour la coupe dynamique, par contre, les paramètres de coupe varient d'une façon importante, ce qui donne naissance à des modulations considérables de la force de coupe. La

première approche est de prendre malgré tout comme modèle les lois de coupe stationnaire et de remplacer l'avance par lèvre (égale à l'épaisseur coupée en coupe stationnaire) par l'épaisseur coupée instantanée, considérant que celle-ci est le seul paramètre qui varie. On obtient alors la forme :

$$\begin{Bmatrix} F \\ M \end{Bmatrix} = C_F \cdot a_p^{q_{ap}} \cdot V_c^{q_{vc}} \cdot z^{q_f} H^{q_f} \cdots = K \cdot H^{q_f} \qquad (24)$$

avec

$$K = C_F \cdot a_p^{q_{ap}} \cdot V_c^{q_{vc}} \cdot z^{q_f} \cdots \qquad (25)$$

Ces modèles ne prennent pas en compte les phénomènes dynamiques : les variations des forces par rapport aux angles [116], [18], [86], le retard de la force par rapport à l'épaisseur coupée [86] ou l'interférence outil – matière autre que la coupe (talonnage) [92]. Tous ces phénomènes sont responsables d'un amortissement global du processus de la coupe qui s'ajoute à celui de la structure de la machine-outil (très faible dans la plupart des cas) et qui a une forte influence sur la dynamique de la coupe. On est donc obligé de faire une remarque importante :

La variation des efforts en fonction des paramètres de coupe (épaisseur coupée, vitesse, diamètre etc.) dans un modèle de coupe classique (Merchant, par exemple) ne représente qu'une variation d'effort d'un processus stationnaire à l'autre et un tel modèle ne peut être utilisé qu'avec des précautions préalables dans l'analyse de la coupe dynamique.

Un autre aspect important concernant le modèle d'effort est le caractère purement empirique des relations de la forme (23). Issues des procédures expérimentales, ces relations essaient de surprendre les non-linéarités de la dépendance des efforts en coupe stationnaire. Il y a des chercheurs qui utilisent des formes modifiées (polynomiale par exemple) pour des raisons de calculs. Notamment Stepàn [156] et Stepàn et Kalmar-Nagy [158] ont utilisé un développement en série polynomiale (26) des relations classiques (exponentielles) pour pouvoir conduire des calculs algébriques.

$$F(t) = K_1 \cdot h(t) + K_2 \cdot h^2(t) + K_3 \cdot h^3(t) \cdots \qquad (26)$$

Leur but était de faire une analyse des bifurcations d'un modèle du broutement. La forme exponentielle n'est pas facile à employer en calcul. Pourtant, elle garde le caractère non linéaire, qui est impératif pour l'existence des phénomènes considérés (bifurcations de Hopf).

Il faut dire que la forme des relations est choisie à la fois par une analyse des données expérimentales et pour faciliter les calculs ou les prédictions. Les incertitudes et la dispersion des résultats expérimentaux prohibent un choix unique de la forme des relations efforts-paramètres de coupe.

3.6.3. Particularités des lois de coupe en perçage

Le mécanisme de formation du copeau en perçage est parmi les plus complexes. Il dépend du type de perçage, de la géométrie du foret, de ses caractéristiques dimensionnelles et des paramètres du processus.

Pour le perçage classique (utilisant un foret hélicoïdal), Oxford [125] a montré l'existence des deux zones de coupe : celle située au niveau de l'arrête de coupe et celle qui se

trouve au niveau de l'âme du foret. C'est à cet endroit, que les phénomènes de coupe se différentient en perçage, par rapport à la coupe orthogonale ou oblique. Le centre du foret est le siège d'un phénomène particulier, une forte extrusion de la matière due à des angles de coupe fort négatifs. L'arrête principale coupe dans des conditions proches de celles en tournage avec une particularité : vers les extrémités (centre et périphérie du foret) le copeau n'est pas libre de s'allonger comme dans la coupe orthogonale. Pour les forets hélicoïdaux on ne peut pas éviter l'existence de l'âme (qui est responsable de la rigidité du foret) mais on peut l'amincir par des différentes méthodes d'affûtage. Les diverses géométries de la pointe du foret peuvent influencer sensiblement les efforts de pénétration (beaucoup moins les couples) par la diminution de l'effet d'extrusion au centre du foret. Pourtant, d'une manière générale, ces modifications doivent être envisagées en fonction du matériau usiné, car elles dégradent généralement la durée de vie du foret, la pointe étant fortement sollicitée.

Les caractéristiques physiques et les définitions des paramètres géométriques des forets hélicoïdaux sont donnés en Figure 28 et Figure 29. Pour prédire les efforts de perçage en conditions stationnaires on utilise généralement des lois similaires à la coupe orthogonale. Ainsi, la dépendance de la force de pénétration de paramètres du processus est [100]:

$$F_p = C_F \cdot D^p \cdot f^q \cdot V^w \qquad (27)$$

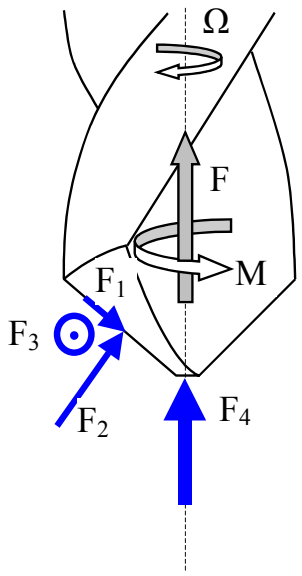


Figure 28 : Efforts en perçage

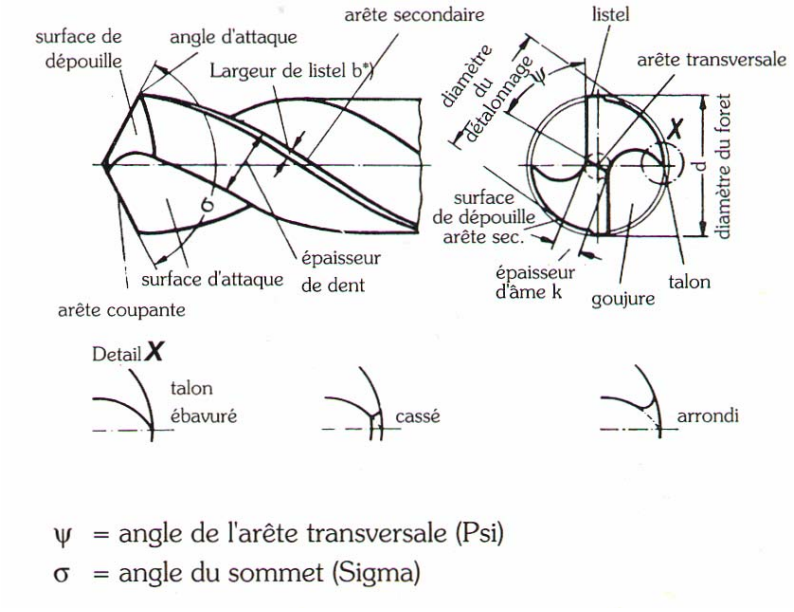


Figure 29 : Géométrie des forets hélicoïdaux (DIN 1412, [183])

Shaw et Oxford [152] ont calculé les énergies de coupe et les efforts impliqués dans le perçage en faisant une addition des efforts : l'effort de coupe dans la zone centrale et l'effort de coupe donné par les arêtes principales. Ils font aussi la supposition que l'âme du foret a une très faible influence sur le couple en perçage (le rayon auquel les forces de coupe s'appliquent est très petit) et ils obtiennent les relations :

$$\begin{aligned} M &= HB \cdot (0{,}0031 \cdot D^{1,8} \cdot f^{0,8}) \\ F &= HB \cdot (6{,}962 \cdot f^{0,8} \cdot D^{0,8} + 0{,}68 \cdot c^2) \end{aligned} \qquad (28)$$

On a utilisé la notation *c* pour l'âme du foret (noté *k* dans la Figure 29) pour éviter les confusions. HB représente la dureté Brinell du matériau considéré. Cette forme de la loi de coupe en perçage montre une dépendance non linéaire de la force de pénétration par rapport à l'avance mais aussi l'existence d'un terme constant dû à l'âme du foret. Une autre remarque : l'influence de l'âme du foret est indépendante de l'avance *f*. Si pour les valeurs petites de l'avance ces deux suppositions sont raisonnables, pour une plage plus étendue des avances nous avons trouvé que l'influence de l'âme n'est pas constante.

3.6.3.1. Détermination d'une loi de coupe en perçage. Expérimentations en perçage classique

Pour déterminer une loi de coupe, nous avons fait un ensemble d'essais en perçage classique. On a utilisé une machine « Atelier GSP », type 205 RB, et une plate-forme « KISTLER » à deux composants, type 9272 (Figure 30). Les caractéristiques de la plate-forme KISTLER sont données dans les annexes.

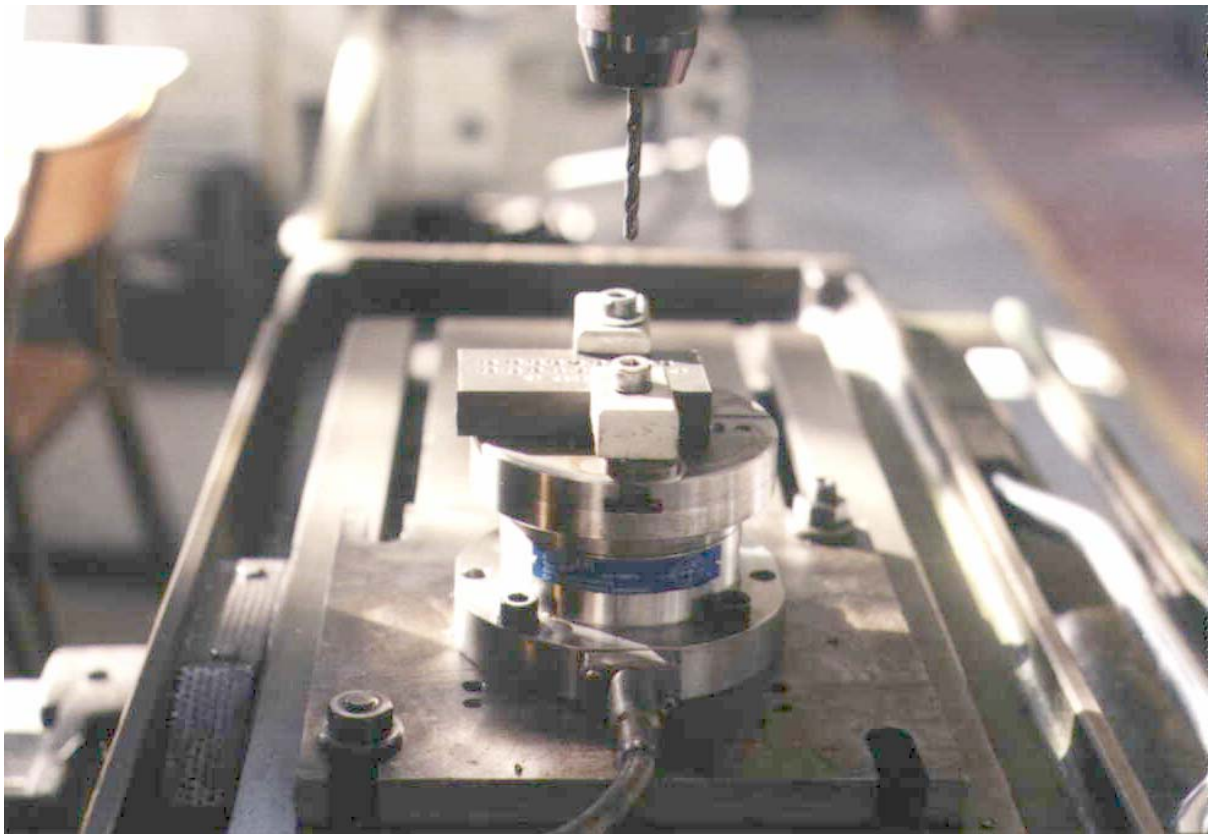
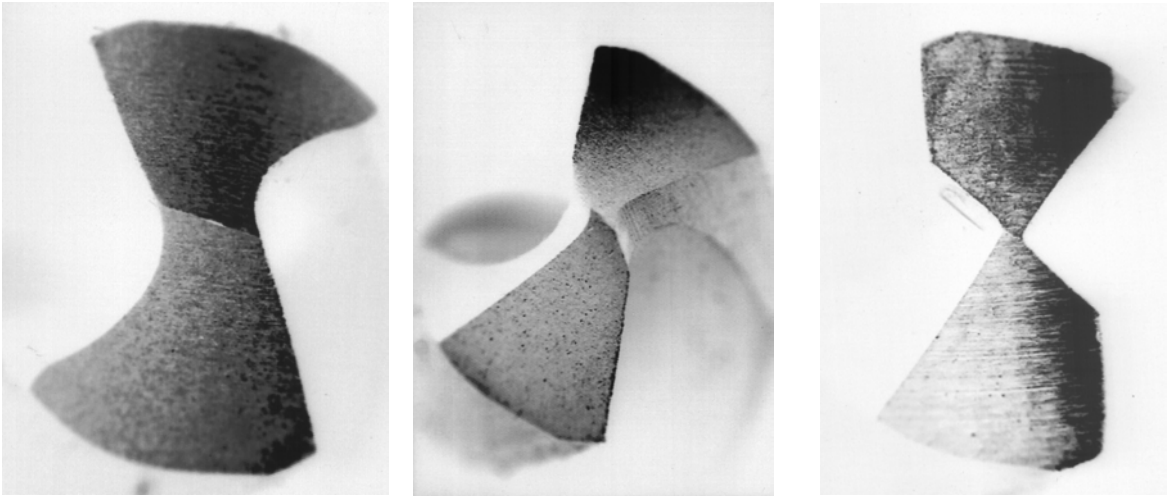


Figure 30 : Banc d'essai en perçage classique

Trois séries d'essais avec trois types de forets hélicoïdaux à deux arêtes (Figure 31), de marque «GÜHRING», de type N, ont été effectués.

Les détails de la géométrie des forets sont :

1. DIN 338 (HSS – foret standard), affûtage à dépouille tronconique sans amincissement de l'âme, angle de pointe 118° – « *Classique 118* ».
2. DIN 338 (HSS – foret standard), affûtage à dépouille tronconique en croix, angle de pointe 118°, revêtu TiN – « *Croix 118* ».
3. DIN 345 (M42 – foret très rigide en acier allié CoMo), affûtage à dépouille tronconique en croix, angle de pointe 135° - « *Croix 135* ».

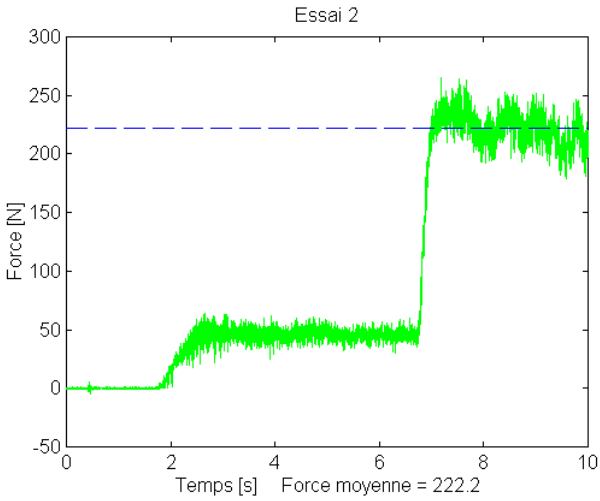


(a) (b) (c)

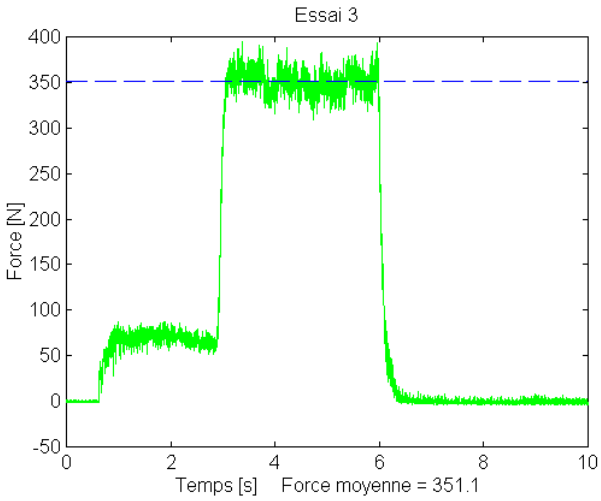
Figure 31 : Trois types d'affûtage des forets
(a) « *Classique 118* » ; (b) « *Croix 118* » ; (c) « *Croix 135* ».

Le matériau usiné est un acier XC 48, σ_R = 500 MPa. Les efforts de coupe sont mesurés sur une plate-forme KISTLER (voir les annexes) utilisant deux voies du système d'acquisition.

Les données expérimentales ont montré, du moins pour le foret classique, une variation de la force due à l'âme du foret par rapport à l'avance. Cela a été mis en évidence par une série d'expériences utilisant un foret classique avec un avant-trou. La présence d'un avant trou qui avait le diamètre comparable à celui de l'âme du foret nous permettait de discerner l'influence du centre du foret sur la valeur de la force de coupe, lorsque le foret entrait dans le plein.



a) D = 4,4 mm, N = 900 tr/min, f = 0,064 mm/tr, type foret 1 (HSS classique 118°), non revêtu



a) D = 4,4 mm, N = 900 tr/min, f = 0,125 mm/tr, type foret 1 (HSS classique 118°), non revêtu

Figure 32 : Résultats expérimentaux en perçage classique

Dans la Figure 32 deux expériences effectuées dans ces conditions sont présentées. Nous observons une importante croissance de la contribution du centre du foret à la force de pénétration totale en fonction de l'avance. Pour la première expérience nous avons une moyenne de 45 N pour les arêtes principales et de 222 – 45 = 177 N pour le centre du foret (il faut dire aussi que, dans ce cas, le diamètre de l'avant trou était un peu plus grand que celui de l'âme).

Dans le deuxième cas la contribution de l'âme du foret est de : 350 – 65 = 285 N. La croissance des forces au centre du foret est de 161% tandis que pour la force donnée par les arêtes principales nous avons 130%.

En partant des données expérimentales nous avons obtenu les lois de coupe en perçage classique pour chaque couple outil-matière par deux approches. La première méthode, celle classique, consiste dans une régression utilisant une loi du type classique (27). On obtient ainsi :

$$\begin{aligned} F_{p,[N]} &= 437 \cdot D_{[mm]}^{0,84} \cdot f_{[mm/tr]}^{0,77} \\ M_{[Nm]} &= 0{,}123 \cdot D_{[mm]}^{1,72} \cdot f_{[mm/tr]}^{0,74} \end{aligned} \qquad \textbf{(29)}$$

L'autre approche, utilisant des nombres de similitude attachés au processus de perçage (voir [114], [55] pour une discussion détaillée), essaie d'obtenir des lois plus faciles à employer dans les calculs et manipulations mathématiques des systèmes dynamiques de la coupe vibratoire. Les relations obtenues reviennent à :

$$\begin{aligned} F &= 2 \cdot z \sigma_R R^2 \left(\frac{f}{Rz} \right)^{0.82} \\ M &= 1.77 z \sigma_R R^3 \left(\frac{f}{Rz} \right)^{0.81} \end{aligned} \qquad \textbf{(30)}$$

où $R = D / 2$, z est le nombre des lèvres et σ_R est la contrainte à la rupture en traction du matériau usiné. Si on utilise la même forme que pour la première méthode on obtient :

$$\begin{aligned} F_{p,[N]} &= 222 \cdot D_{[mm]}^{1,18} f_{[mm/tr]}^{0.82} \\ M_{[Nm]} &= 0{,}049 \cdot D_{[mm]}^{2,19} f_{[mm/tr]}^{0.81} . \end{aligned} \qquad \textbf{(31)}$$

L'approche adimensionnelle [114], [55], essaie aussi une généralisation du problème des lois de coupe. Elle propose une méthodologie d'expérimentation et traitement de données unitaire, basée sur des lois cohérentes du point de vue des relations physiques. Malgré cela, les résultats numériques (valeur de l'écart type, précision dans les plages non explorées) nous montrent que cette approche est moins performante, du moins dans les conditions de précision de mesure, et avec les possibilités actuelles d'investigation des influences de paramètres.

3.6.3.2. Considérations sur la nature de l'amortissement de la coupe en perçage classique (foret hélicoïdal)

L'amortissement de la coupe est un aspect très important dans l'étude de la dynamique du système POM. En perçage, il existe des caractéristiques et des mécanismes contribuant à l'amortissement des oscillations en direction axiale qui méritent d'être signalés.

Un des phénomènes qui contribuent à l'amortissement de la coupe est le phénomène d'extrusion au centre du foret. Ce phénomène est loin d'avoir le même comportement que la coupe oblique qui intervient sur les arêtes principales.

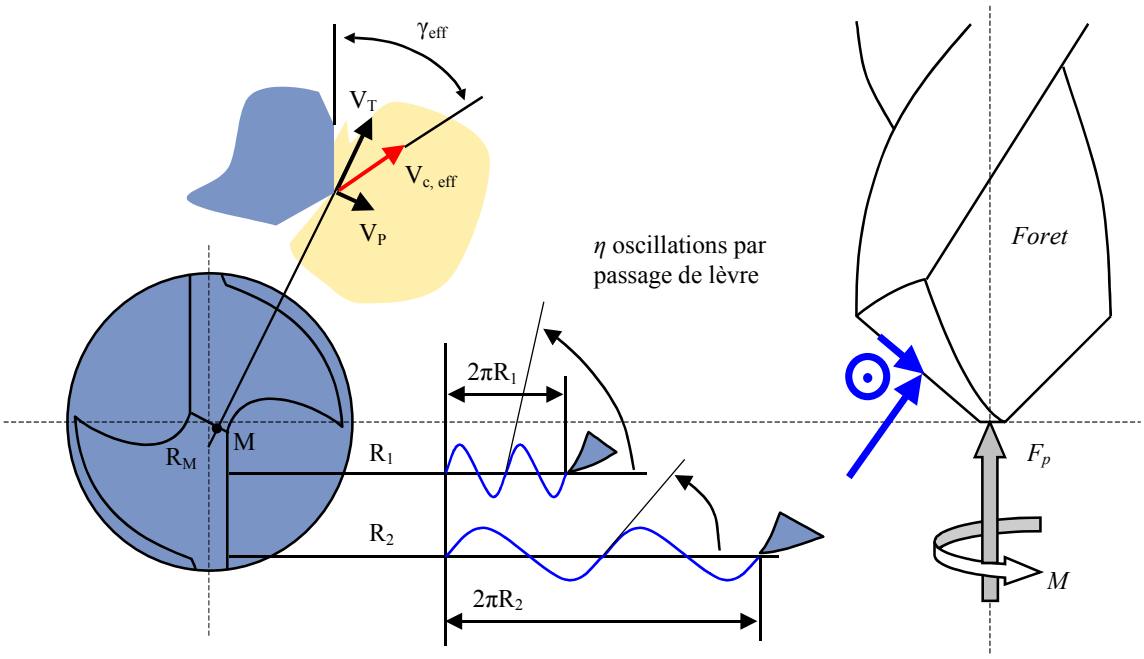


Figure 33 : Mécanismes d'amortissement en perçage au foret hélicoïdal

Dans la Figure 33 nous pouvons constater que l'arête centrale du foret travaille dans des conditions très difficiles : l'angle de coupe de l'outil est négatif (-60°) et la vitesse de coupe (tangentielle, due à la rotation du foret) tend vers zéro quant le point considéré s'approche du centre du foret. De cette manière, l'angle de coupe effectif a une valeur encore plus petite :

$$\gamma_{eff} = \gamma + \arctan\left(\frac{V_a}{V_c}\right) = \gamma + \arctan\left(\frac{\Omega/2\pi \cdot f}{\Omega \cdot R}\right) = \gamma + \arctan\left(\frac{f}{2\pi \cdot R}\right)$$
$$\alpha_{eff} = \alpha - \arctan\left(\frac{V_a}{V_c}\right) = \alpha - \arctan\left(\frac{f}{2\pi \cdot R}\right) \qquad (32)$$

Pour des valeurs de R comparable avec l'avance on aura donc un phénomène d'extrusion, plutôt qu'une coupe.

Il est très important d'ajouter que cette vitesse d'avance instantanée peut croître très rapidement et à des valeurs importantes pendant que l'outil vibre. En effet, pour une oscillation sinusoïdale de fréquence, telle qu'il y ait η oscillations par passage de lèvre, la vitesse effective dans la direction de l'avance est :

$$V_{a,eff} = f \cdot \frac{\Omega_c}{2\pi} + A \cdot \sin(\eta \cdot z \cdot \Omega_c \cdot t) \qquad (33)$$

La vitesse maximale est :

$$V_{a,eff} = f \cdot \frac{\Omega_c}{2\pi} + A \cdot \eta \cdot z \cdot \Omega_c \qquad (34)$$

On voit donc que la vitesse d'avance due aux oscillations axiales dépasse largement la vitesse d'avance programmée pour des amplitudes d'oscillations capable de provoquer la fragmentation des copeaux.

Un deuxième phénomène est justement lié à cette variation forte de la vitesse d'avance pendant l'oscillation de l'outil. Les angles de coupe se modifient suivant une formule similaire à (21). Pour les forets hélicoïdaux, l'angle de dépouille varie en fonction du rayon du point considéré sur l'arête principale. Cette variation dépend aussi du type d'affûtage utilisé. Pour un affûtage classique (avec une surface génératrice hélicoïdale) nous avons :

$$\tan(\alpha_M) = \frac{D}{D_M}\tan(\alpha) = \frac{D}{D_M}\frac{p}{\pi D} = \frac{p}{\pi D_M} \qquad (35)$$

où M signifie le point considéré sur l'arête principale et p est le pas de la surface hélicoïdale. Si on utilise un autre type d'affûtage, les relations deviennent non linéaires (le cas le plus courant est celui d'une surface d'affûtage conique).

Ce qui est important est que, entre la périphérie et le centre du foret, l'angle de dépouille varie (plus grand vers le centre et plus petit à l'extérieur). Si on ajoute maintenant la variation de l'angle due à la vitesse d'avance modulée (en supposant qu'il existe des oscillations axiales) nous obtenons un diagramme de variation du type de la Figure 26.

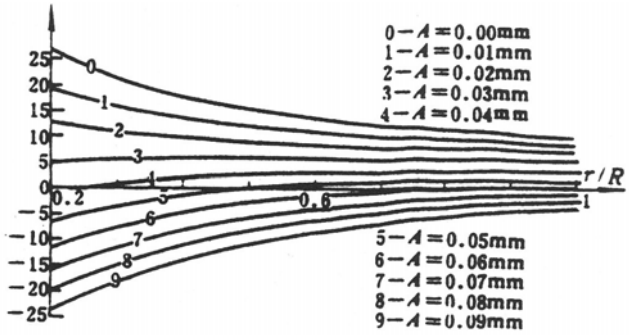


Figure 34 : Variation de l'angle de dépouille effectif en fonction de l'amplitude des oscillations pour un foret classique, affûtage avec surface conique, f = 0,02, D = 3 mm [37]

On voit que le talonnage (la coupe avec un angle de dépouille négatif) commence, dans ce cas, au centre et il gagne la totalité de l'arête coupante, pour une amplitude de 4,5 fois l'avance. L'évolution des forces de coupe n'est pas linéaire, quand on considère ce phénomène. L'angle de dépouille, tant qu'il reste positif, n'a pas une grande influence sur la force de pénétration. Au moment où le talonnage intervient, la force d'extrusion due à l'angle de dépouille négatif s'ajoute à la force de pénétration (Figure 35).

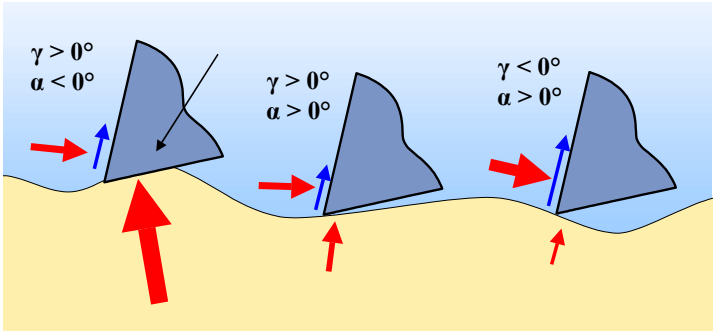


Figure 35 : Evolution des efforts en coupe dynamique

Pour le perçage le modèle de l'amortissement apporté par la coupe est assez compliqué. L'arête principale entre en talonnage progressivement du centre vers la périphérie, avec des angles (et donc des forces spécifiques) variables. Cela est dû à une caractéristique du perçage par rapport à la coupe orthogonale : la coupe se passe dans des conditions différentes suivant le rayon où on se situe. Dans cette thèse nous allons conduire des simulations avec un modèle linéaire de l'amortissement de la coupe et nous allons justifier cette option dans le chapitre consacré aux simulations du perçage vibratoire.

3.7. Analyse préliminaire du perçage vibratoire. Formes adimensionnelles et définitions.

Nous pouvons maintenant intégrer les modèles discutés dans les sous-paragraphes précédents pour obtenir le modèle général du perçage vibratoire (Figure 24). On obtient, dans une première approche :

$$\begin{cases} \Delta(t \le 0) = 0 \\ \Delta(t) = \max(\Delta(t-r), X_c(t)) \\ X_c(t) = X_a(t) + X(t) - X_b(t) \\ m_b \ddot{X}_b(t) + c_b \dot{X}_b(t) + k_b X_b(t) = F_p(t) \\ m \cdot \ddot{X}_a(t) + m \cdot \ddot{X}(t) + c \cdot \dot{X}(t) + k \cdot X(t) = -F_p(t) \\ H(t) = \Delta(t) - \Delta(t-r) \\ F_p(t) = K \cdot H^q(t) \end{cases} \quad \textbf{(36)}$$

où : Δ est la variable mémoire de la surface, r – le retard entre deux passages conséqutifs des arêtes tranchantes, X_c – le mouvement de coupe (mouvement axial relativ outil – pièce), X_a – le mouvement d'avance, X – le mouvement vibratoire de l'outil par rapport au système d'avance, X_b – le mouvement vibratoire de l'arbre de la broche, H – l'épaisseur coupée, F_p – la force de pénétration, K – coefficient dépendant du matériau usiné. On peut éliminer complètement le mouvement d'avance si on le considère d'une vitesse constante.

On a considéré une loi de coupe classique. La dynamique de la broche a été aussi prise en compte. Le mouvement relatif pièce-outil a été ontenu en considérant un mouvement d'avance et les deux oscillations supplémentaires : la vibration de la broche (et de la pièce) et la vibration de l'outil. La première équation représente les conditions initiales pour la variable mémoire Δ (on considère que le processus de coupe commence au moment $t = 0$ et qu'avant la surface de la pièce est donnée par $\Delta = 0$).

Ce modèle général peut décrire la coupe vibratoire à cinématique imposée (excitation rigide traduite par une modulation de $X_a(t)$) ainsi que la coupe vibratoire à auto-excitation (le broutement).

Pour particulariser, la coupe stationnaire correspond à l'absence des vibrations et à une avance de vitesse constante :

$$\begin{cases} \Delta(t \le 0) = 0 \\ \Delta(t) = X_c(t) \\ X_b(t) = \dfrac{F_p}{k_b} = const., \qquad X(t) = \dfrac{-F_p}{k} = const. \\ X_c(t) = X_a(t) + F_p \cdot \left(\dfrac{1}{k} - \dfrac{1}{k_b}\right) = V_a \cdot t + F_p \cdot \left(\dfrac{1}{k} - \dfrac{1}{k_b}\right) \\ H(t) = X_c(t) - X_c(t-r) = X_a(t) - X_a(t-r) = V_a \cdot r = f_z \\ F_p(t) = K \cdot f_z^q \end{cases} \tag{37}$$

Pour obtenir le modèle de la coupe vibratoire à cinématique imposée, qui ne prend pas en compte les déformations dans le système POM, on fait généralement l'hypothèse d'une machine parfaitement rigide, introduisant en même temps une modulation du mouvement d'avance :

$$\begin{cases} X_b(t) = 0 \\ X(t) = 0 \\ X_c(t) = X_a(t) = V_a \cdot t + A \cdot \sin(\Omega_e \cdot t) = V_a \cdot t + A \cdot \sin(z \cdot \eta \cdot \Omega_c \cdot t) \\ \Delta(t) = \max(\Delta(t-r), X_c(t)) \\ H(t) = \Delta(t) - \Delta(t-r) \\ F_p(t) = K \cdot H^q(t) \end{cases} \tag{38}$$

ou on a noté $\eta = \dfrac{\Omega_e}{\Omega_z} = \dfrac{\Omega_e}{z \cdot \Omega_c}$ le nombre d'oscillations par passage de lèvre.

Si on considère maintenant que la broche est infiniment rigide et que l'avance ne contient pas de modulations (pas d'excitations extérieures), nous allons obtenir :

$$\begin{cases} m \cdot \ddot{X}(t) + c \cdot \dot{X}(t) + k \cdot X(t) = -F_p(t) \\ F_p(t) = K \cdot H^q(t) \\ H(t) = \Delta(t) - \Delta(t-r) \\ \Delta(t) = \max(\Delta(t-r), X_c(t)) \\ X_c(t) = X_a(t) + X(t) = f_z \cdot \dfrac{t}{r} + X(t) \end{cases} \tag{39}$$

3.7.1. Forme adimensionnelle du modèle de la coupe vibratoire

Les modèles adimensionnels présentent l'avantage d'avoir un nombre minimum de paramètres et de se prêter à des manipulations mathématiques aisées. C'est pour cela que nous

allons donner, dés le départ, une méthodologie simple et efficace de transformer les systèmes (36) - (39) en modèles adimensionnels. Pour cela nous allons utiliser les deux paramètres clés du modèle (l'avance par lèvre f_z et le retard entre deux passages consécutifs de lèvres r) comme valeurs de référence.

Etant donnée une grandeur G de type longueur ou déplacement (unité de mesure [m] ou [mm]) on va définir la grandeur relative correspondante g par $g(t) = G(t)/f_z$. En conséquence :

$$\dot{G}(t) = f_z \cdot \dot{g}(t) \qquad \ddot{G}(t) = f_z \cdot \ddot{g}(t) \tag{40}$$

On aura donc :

$$\begin{aligned} \delta(t) &= \Delta(t)/f_z \quad & x_a(t) &= X_a(t)/f_z \\ x(t) &= X(t)/f_z \quad & x_c(t) &= X_c(t)/f_z \\ h(t) &= H(t)/f_z \quad & x_b(t) &= X_b(t)/f_z \end{aligned} \tag{41}$$

On peut aussi définir le temps adimensionnel par :

$$\tau = \frac{t}{r} = \nu_z \cdot t = z \cdot \nu_c \cdot t = \frac{z \cdot \Omega_c}{2\pi} \cdot t \tag{42}$$

où ν_z représente la fréquence de passage des lèvres et ν_c la fréquence du mouvement de rotation relative outil – pièce.

Le temps adimensionnel mesure en fait les passages de lèvres. On peut écrire :

$$\begin{aligned} dt &= r \cdot d\tau = \frac{d\tau}{\nu_z} \\ dt^2 &= r^2 \cdot d\tau^2 = \frac{d\tau^2}{\nu_z{}^2} \end{aligned} \tag{43}$$

Introduisant ces relations dans le système (36) on obtient, par une simplification et regroupement cohérent des paramètres :

$$\begin{cases} \delta(\tau \le 0) = 0 \\ \delta(\tau) = \max\left(x(\tau) + x_a(\tau) - x_b(\tau), \delta(\tau - 1)\right) \\ \ddot{x}(\tau) + \ddot{x}_a(\tau) + 4\pi\zeta\lambda\dot{x}(\tau) + 4\pi^2\lambda^2 x(\tau) = -\dfrac{4}{q}\pi^2\lambda^2\kappa\left(\delta(\tau) - \delta(\tau - 1)\right)^q \\ \ddot{x}_b(\tau) + 4\pi\zeta_b\lambda_b\dot{x}_b(\tau) + 4\pi^2\lambda_b^2\, x_b(\tau) = \dfrac{4}{q}\pi^2\lambda_b^2\kappa_b\left(\delta(\tau) - \delta(\tau - 1)\right)^q \end{cases} \tag{44}$$

où :

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}}, \qquad \zeta_b = \frac{c_b}{2\sqrt{k_b m_b}} \tag{45}$$

représentent respectivement le coefficient d'amortissement de la tête auto-vibrante et celui de la broche ;

$$\kappa = \frac{q \cdot F_p / f_z}{k}, \qquad \kappa_b = \frac{q \cdot F_p / f_z}{k_b} \tag{46}$$

sont le rapport entre la raideur dynamique de la coupe et la raideur de la tête auto-vibrante et respectivement de la broche ; F_p est la force de pénétration en perçage stationnaire (classique) dans les mêmes conditions de coupe (vitesses et avances) ;

$$\lambda = \frac{\nu_0}{\nu_z} = \frac{\sqrt{k/m}}{2\pi\nu \cdot z}, \quad \lambda_b = \frac{\nu_b}{\nu_z} = \frac{\sqrt{k_b/m_b}}{2\pi\nu \cdot z} \tag{47}$$

est le rapport entre la fréquence propre de la tête vibrante, respectivement de la broche, et la fréquence de passage des lèvres ;

Le modèle de la coupe vibratoire à excitation rigide devient:

$$\begin{cases} \delta(\tau \le 0) = 0 \\ \delta(\tau) = \max(\delta(\tau - 1), x_c(\tau)) \\ x_c(\tau) = \tau + a \cdot \sin(2\pi\eta\tau) \\ h(\tau) = \delta(\tau) - \delta(\tau - 1) \end{cases} \tag{48}$$

où $a = A / f_z$ représente l'amplitude relative des oscillations imposées et η le nombre d'oscillations par passage de lèvre (ou la fréquence relative des oscillations imposées).

Tableau 1 : Correspondance paramètres physiques / nombres adimensionnels

c, k, m	→	ζ
N, l, k, m	→	λ
C, D, p, q, l, f, k	→	κ

Ces représentations adimensionnelles utilisent le nombre minimal de paramètres significatifs : (q, κ, λ, ζ. dans le cas des vibrations auto-entretenues sans prise en compte de la dynamique de la broche) Deux processus avec les mêmes nombres adimensionnels auront le même comportement par rapport aux critères définis dans le paragraphe 3.7.2.2 (page 51). On rappelle que ces critères (facteur d'amplitude, taux de coupe et nombre d'oscillations par passage de lèvre) sont également sans dimension. Ceci permet de réduire l'étude de la dynamique du système à l'étude de l'influence de ces nombres adimensionnels sur le comportement du système.

Un autre avantage de cette approche consiste dans le fait que nous pouvons jouer sur un nombre plus important de paramètres physiques qui entrent dans la définition des nombres adimensionnels pour chercher les régimes convenables (Tableau 1).

L'approche adimensionnelle peut être utilisée également pour l'élaboration d'un plan d'expériences judicieux, basés sur 3 nombres adimensionnels (κ; λ, ζ), plutôt que sur les 7 paramètres technologiques $\{N, f, m, k, c, D, z\}$. De plus, une fois que le modèle est validé, il est aisé d'obtenir différents réglages appropriés des paramètres technologiques à partir des définitions des nombres adimensionnels.

3.7.2. La coupe vibratoire à cinématique imposée

3.7.2.1. Cinématique et conditions pour l'interruption de la coupe

La coupe vibratoire cinématique est décrite par le système (48). Les forces nous intéressent seulement pour un éventuel dimensionnement des éléments du système, mais elles n'interviennent pas dans la cinématique du procédé. Les seuls paramètres qui ont une influence sur la configuration du copeau sont l'amplitude relative a et le nombre d'oscillations par passage de lèvre η. Ce dernier paramètre provoque un déphasage entre les passages successifs des arêtes coupantes de l'outil.

Pour que le copeau soit fragmenté, il faut que la trajectoire d'une arête intersecte la trajectoire précédente. Si l'amplitude relative est plus petite que 0,5 la coupe est forcement continue [37], [20]. Pour des amplitudes plus grandes, la coupe n'est continue que si :

$$a \cdot \left|\sin(\pi\eta)\right| < \frac{1}{2} \qquad \textbf{(49)}$$

La Figure 36 montre quatre cas de coupe continue. L'axe horizontal représente le temps adimensionnel τ (il compte les passages des lèvres). L'axe vertical représente le déplacement relatif $x_c(\tau)$. La courbe en trait bleu (noir) représente la pénétration relative $x_c(\tau)$ d'une lèvre du foret. La courbe en trait vert (gris) représente la position relative $x_c(\tau\text{-}1)$ de la surface à couper, formée par le passage de la lèvre précédente. La distance verticale entre les deux courbes représente l'épaisseur coupée relative $h(\tau)$.

Dans le premier cas, η = 1,25. La coupe est en retard d'un quart de période par rapport à la précédente. L'épaisseur coupée est maximale lorsque le foret avance et minimale lorsqu'il recule. L'effort de coupe varie en opposition avec la vitesse du mouvement vibratoire et agit comme un amortisseur.

Dans le deuxième cas, η = 1,5. La coupe est en opposition par rapport à la précédente. L'épaisseur coupée est maximale lorsque le foret est le plus en avant et minimale lorsqu'il est le plus en arrière. L'effort de coupe est opposé au déplacement vibratoire et a le même effet qu'un ressort.

Dans le troisième cas, η =1,75. La coupe est en avance d'un quart de période par rapport à la précédente. L'épaisseur coupée est maximale lorsque le foret recule et minimale lorsqu'il avance. L'effort de coupe varie en concordance avec la vitesse du mouvement vibratoire et apporte de l'énergie aux vibrations en agissant comme un amortisseur négatif.

Dans le quatrième cas, η = 2. La coupe est en phase avec la précédente. L'épaisseur coupée est constante. Les efforts de coupe sont constants. Ils n'agissent pas sur les vibrations.

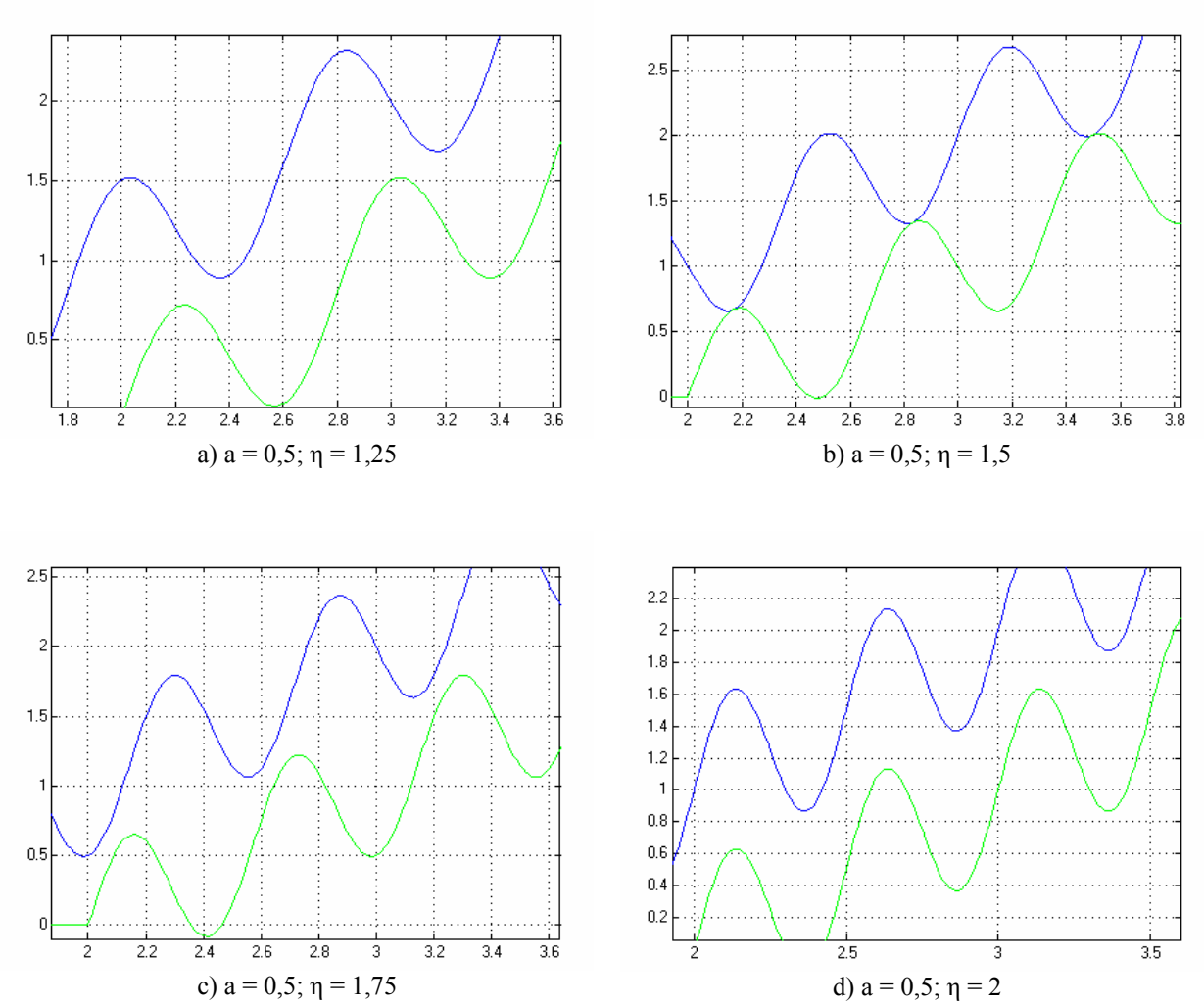


Figure 36 : Divers cas d'interaction en coupe continue (à remplacer)

Dans le cas de vibrations de forte amplitude, la coupe est discontinue. L'épaisseur coupée ne peut pas devenir négative ($h(\tau) \geq 0$), mais lorsqu'elle s'annule, elle laisse en place ce qui résultait d'une coupe antérieure. Elle dépend donc de la position axiale actuelle $x(\tau)$ et de la position axiale lors du passage de la lèvre qui avait le plus progressé précédemment (Figure 38). On peut écrire :

$$\begin{aligned} h(\tau) &= \max(0, x_c(\tau) - \max_{j=1,\infty}(x_c(\tau - j)) = \\ &= \max(0, x(\tau) - \max_{j=1,\infty}(x(\tau - j) - j)) \end{aligned} \qquad (50)$$

Une forme similaire de cette équation a été utilisée dans les premières études de la coupe vibratoire ou du broutement installé [169], [153], [20]. Le modèle utilisant la variable mémoire est équivalent, l'avantage consistant dans la forme de l'équation (qui est plus simple et facile à simuler)

Dans le cas de la coupe discontinue, l'équation utilisée pour calculer l'épaisseur coupée ne peut pas être traduite dans une forme analytique unique, car de nombreux cas sont possibles en fonction de a et de η. La Figure 37 en montre quelques-uns. La pénétration se fait vers le haut. Les traits bleus (foncés) représentent $x(\tau)$ et les traits verts (clairs), la surface laissée par les coupes précédentes. Il y a coupe seulement lorsque le trait clair est au-dessus du trait foncé.

On a représenté aussi la variation de l'épaisseur coupée relative (divisée par l'avance). Nous pouvons ainsi observer clairement les cycles coupe - interruption de la coupe. La variation de l'épaisseur coupée peut être d'une multitude de formes, suivant les valeurs relatives de l'amplitude et de la fréquence d'oscillations (Figure 37).

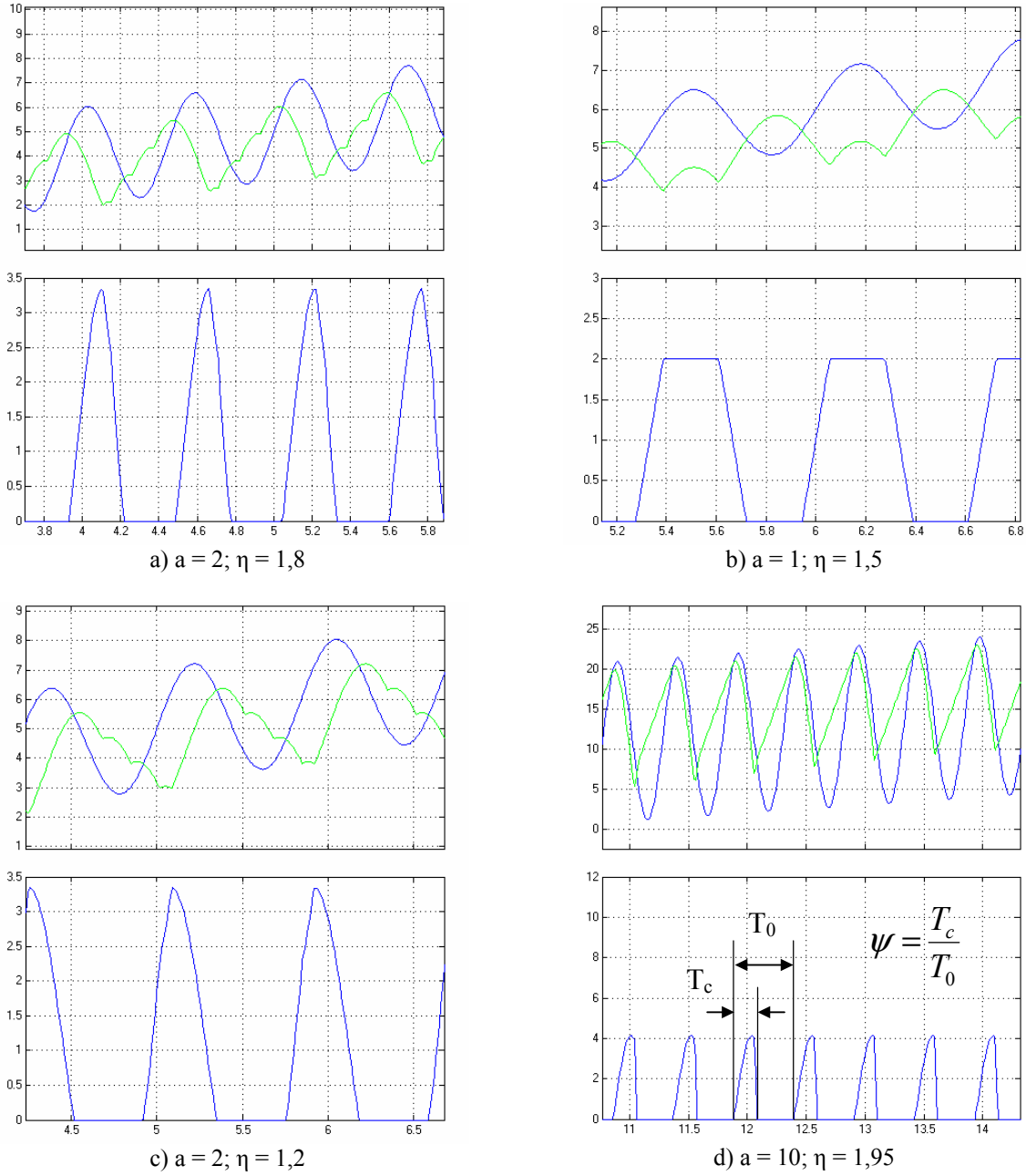


Figure 37 : Différents cas de coupe interrompue

En regardant sur la Figure 38 on peut observer aussi pourquoi il faut prendre en compte plusieurs passages de lèvres. Les paramètres de coupe (la géométrie de coupe) dépendent de plusieurs états retardés du système.

3.7.2.2. Définition des critères de qualité des régimes de coupe vibratoire

Les difficultés apparues en perçage vibratoire à excitation rigide sont liées aux phénomènes dynamiques qui provoquent des sollicitations importantes de l'outil. L'outil casse ou il s'use assez vite, malgré le retrait périodique de la matière. Il nous faut alors des critères pour apprécier la qualité des régimes vibratoires.

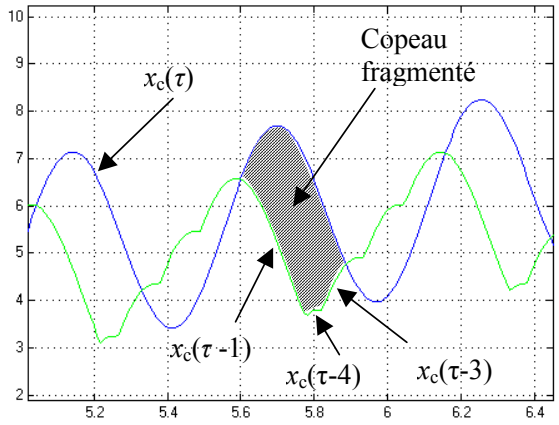


Figure 38 : La formation du copeau en coupe interrompue (a = 2 ; η = 1,8)

On va définir les critères suivants (qui ont déjà été utilisés):

- le rapport entre l'écart quadratique moyen de l'épaisseur coupée et celui de l'amplitude d'oscillations. Ce rapport s'appelle le ***facteur d'amplification de l'amplitude*** et on le note ε.
- le rapport entre la fréquence des oscillations et la fréquence de passage de lèvres. Ce rapport représente le ***nombre d'oscillations par passage*** **de lèvre** η
- la proportion du temps effectif de coupe (pendant lequel l'outil interfère avec la matière) sur une période du mouvement d'oscillation (Figure 1 - d). On appelle ce paramètre le ***taux de coupe*** et on le note ψ

Dans la coupe vibratoire à excitation rigide nous devons avoir un facteur d'amplification d'amplitude maximal pour couper le maximum de matière avec une amplitude programmée minimale. La définition mathématique est donc :

$$\varepsilon(\tau) = \frac{\sigma[h(\tau)]}{\sigma[x(\tau)]} \qquad \textbf{(51)}$$

où σ[*] est l'écart quadratique moyen.

Souvent, pour la coupe auto-excitée, nous utiliserons le rapport entre l'amplitude des vibrations et l'avance par lèvre programmée (c'est à dire l'***amplitude relative*** des oscillations a). Cela est possible vu que le nombre d'oscillations par passage de lèvre reste dans des plages restreintes autour de la fréquence propre de la machine.

Le calcul du taux de coupe pour un régime vibratoire stable peut se faire avec la formule donnée par Gouskov en [54] :

$$\psi(\tau) = \eta \int_{\tau - T_0}^{\tau} Hev(h(\tau))\, d\tau \qquad \textbf{(52)}$$

où η est le nombre d'oscillations par passage de lèvre et $Hev(\,)$ est la fonction de Heaviside :

$$Hev(x) = \begin{cases} 1, x > 0 \\ 0, x \leq 0 \end{cases} \quad (53)$$

La formule (52) est assez difficile à utiliser en simulations (avec Matlab Simulink) et elle nous donne des variations très brusques. Nous allons utiliser une formule modifiée de calcul qui fait une moyenne d'un nombre fixé d'oscillations :

$$\psi(\tau) = \frac{1}{p}\int_0^{\tau}\left(Hev(h(\tau)) - Hev(h(\tau - p))\right)d\tau \quad (54)$$

3.7.2.3. La raideur et l'amortissement apparents de la coupe interrompue

Pour synthétiser le comportement de la coupe vibratoire à oscillations imposées, nous pouvons approcher la force de pénétration par une expression linéaire par rapport à l'excitation $x_e(\tau)$ et sa vitesse de variation $\dot{x}_e(\tau)$:

$$F_p(h(\tau)) \approx F_{ps} \cdot \left(\varphi_c + \kappa_c \cdot x\ (\tau) + \zeta_c \cdot \dot{x}(\tau)\right) \quad (55)$$

où F_{ps} est la force de pénétration en coupe stationnaire. On a défini les paramètres suivants :

- la force de pénétration relative moyenne, définie par la relation :

$$\varphi_c = \frac{\eta}{F_{ps}}\int_0^{1/\eta} F(h(\tau))d\tau \quad (56)$$

- la raideur dynamique apparente et relative de la coupe, définie par la relation :

$$\kappa_c = \frac{2\eta}{aF_{ps}}\int_0^{1/\eta} F(h(\tau))\sin(2\pi\eta\cdot\tau)d\tau \quad (57)$$

- l'amortissement dynamique apparent de la coupe, défini par la relation :

$$\zeta_c = \frac{1}{\pi a F_{ps}}\int_0^{1/\eta} F(h(\tau))\cos(2\pi\eta\cdot\tau)d\tau \quad (58)$$

La variation de ces paramètres par rapport à l'amplitude relative imposée et au nombre d'oscillations par lèvre est donnée dans la Figure 39 et la Figure 40.

Cette méthode, présentée et détaillée dans [54], [20], [21], va nous permettre d'estimer aussi la dynamique du perçage vibratoire utilisant une tête auto-vibrante. En effet, considérant une tête par sa caractéristique dynamique (fonction de transfert donnée par ses paramètres physiques : k, m, c) nous allons chercher l'amplitude et la fréquence d'oscillation (en supposant un régime sinusoïdal) qui nous procurent un amortissement global nul. C'est une approche dérivée de la méthode du premier harmonique.

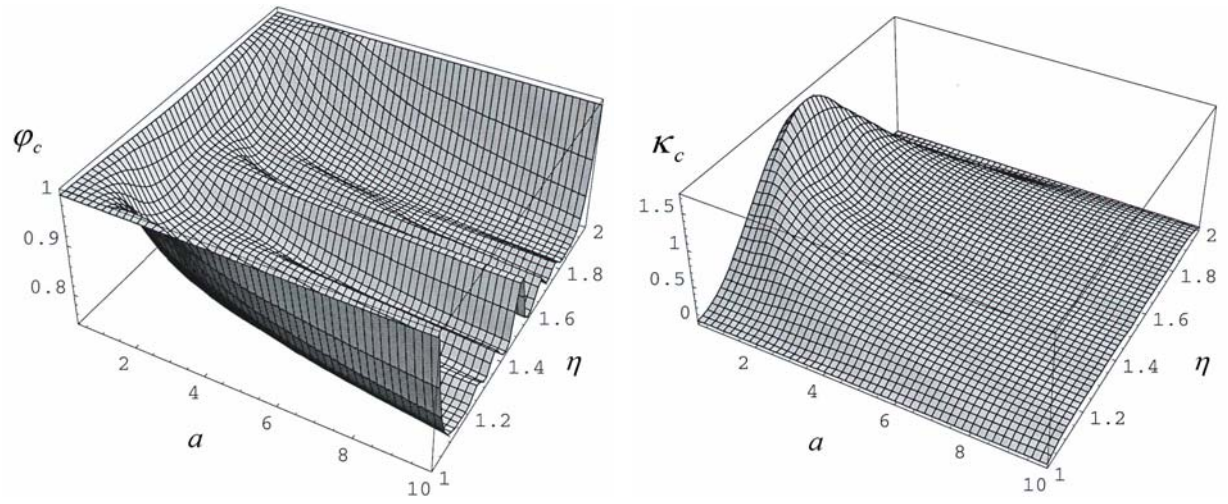


Figure 39 : La force moyenne relative et la raideur dynamique relative de la coupe vibratoire à excitation imposée

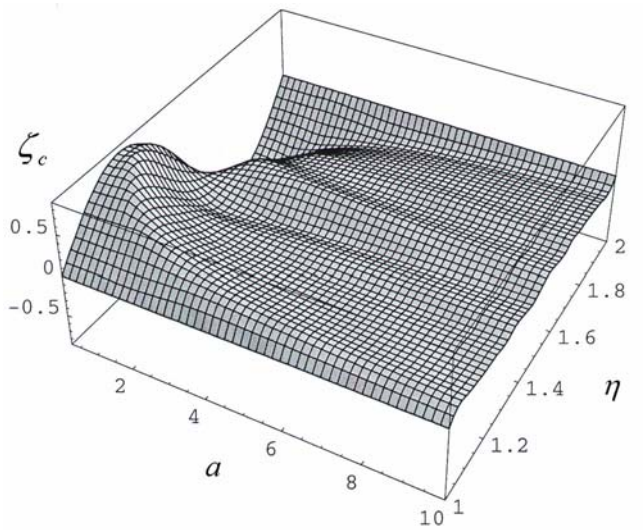


Figure 40 : L'amortissement dynamique relatif de la coupe vibratoire à excitation imposée

3.7.3. La coupe vibratoire auto-excitée

Nous présentons comme analyse préliminaire de la coupe vibratoire auto-excitée appliquée au perçage les deux cas qui peuvent intervenir dans son utilisation.

Dans le premier cas (Figure 41) les conditions de coupe sont stables et le seul mouvement supplémentaire de l'outil par rapport à l'avance est donné par un recul, égal à la force de coupe divisée par la raideur de la tête auto-vibrante.

Si les conditions deviennent instables (Figure 42) le broutement apparaît. Les petites ondulations laissées par l'outil vibrant (car il y a toujours des petites oscillations en pratique) vont générer lors du passage d'arête suivant, une variation d'efforts de coupe qui va influencer alors le mouvement de l'outil. Si les conditions de résonance sont réunies, l'amplitude croît rapidement, jusqu'à ce qu'un phénomène non linéaire la limite. Comme on a vu, ce phénomène peut être une forte non linéarité dans le modèle d'effort de coupe (cas où l'amplitude reste petite par rapport à l'avance et le copeau n'est pas fragmenté) ou l'interruption de la coupe due à une amplitude relative importante.

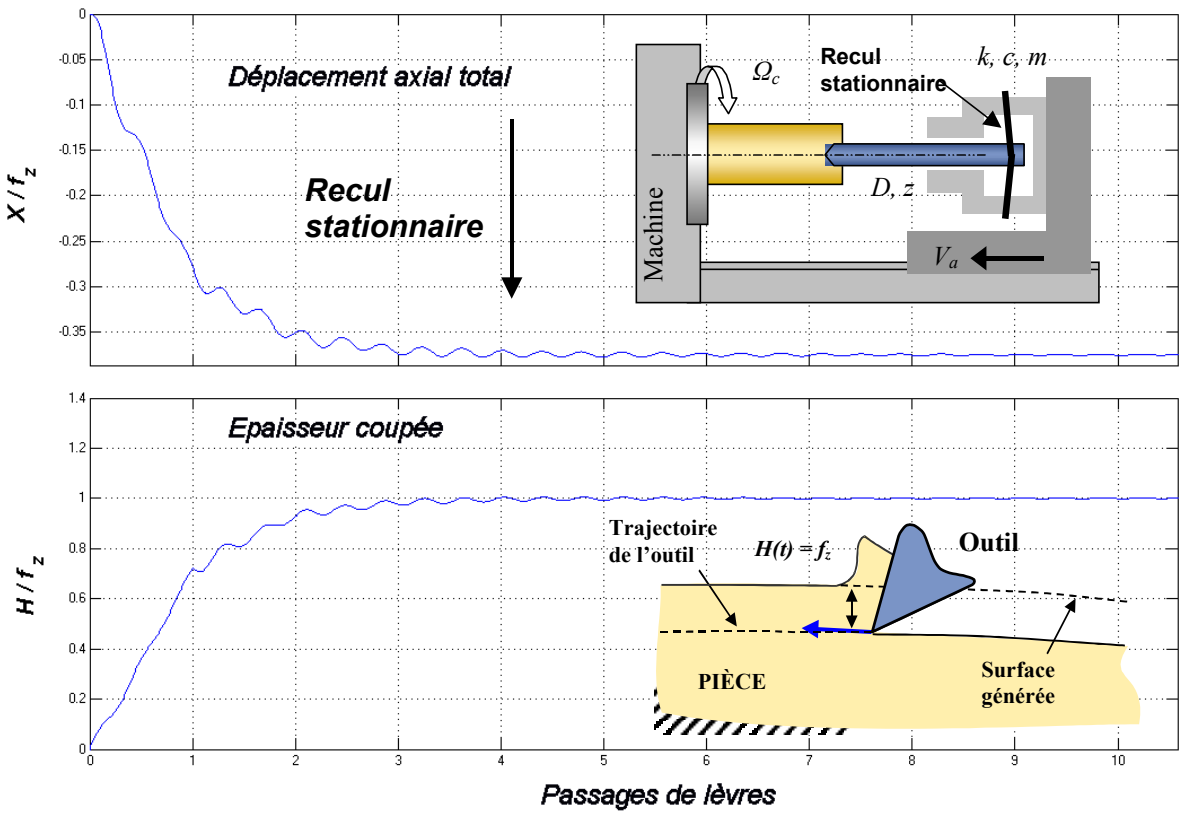


Figure 41 : Conditions de coupe stables en perçage avec une tête auto-vibrante

Le but de l'utilisation du broutement axial en perçage est de fragmenter le copeau. Il faut donc chercher les conditions instables tout en gardant une qualité convenable du régime vibratoire. Cette qualité est évaluée dans les termes des critères définis dans le paragraphe 3.7.2.2 (page 51). Il faut que le rapport entre l'épaisseur des copeaux et l'avance ne soit pas très grand pour protéger l'outil par rapport aux chocs provoqués par l'entrée répétée dans la matière. Ce rapport doit être situé entre 1 et 2- 3. Il faut aussi que le nombre d'oscillations par passage de lèvre ne soit pas trop grand pour éviter la fatigue des arêtes principales de l'outil. Nous avons situé la plage convenable à 1-5 oscillations par passage de lèvre. Finalement, nous devons choisir les régimes avec un taux de coupe important, situé dans la plage 0, 6-1.

3.8. Considérations sur l'intégration des vibrations en torsion du foret dans la dynamique de la coupe

Les modèles présentés jusqu'ici se basent sur une hypothèse importante : la dynamique du système se réduit à un axe. On a considéré donc que le foret ne vibre pas radialement et qu'il est infiniment rigide en torsion. En principe, la raideur en torsion du foret n'est pas infinie mais la fréquence propre des vibrations en torsion est, pour les forets habituels, très importante par rapport à celle de la tête vibrante car la masse distribuée du foret est assez petite.

Quand on parle du perçage profond, par contre, les caractéristiques de raideur en torsion du foret sont telles qu'ils peuvent donner naissance aux vibrations autoentretenues en torsion, connues et étudiées dans la littérature de spécialité.

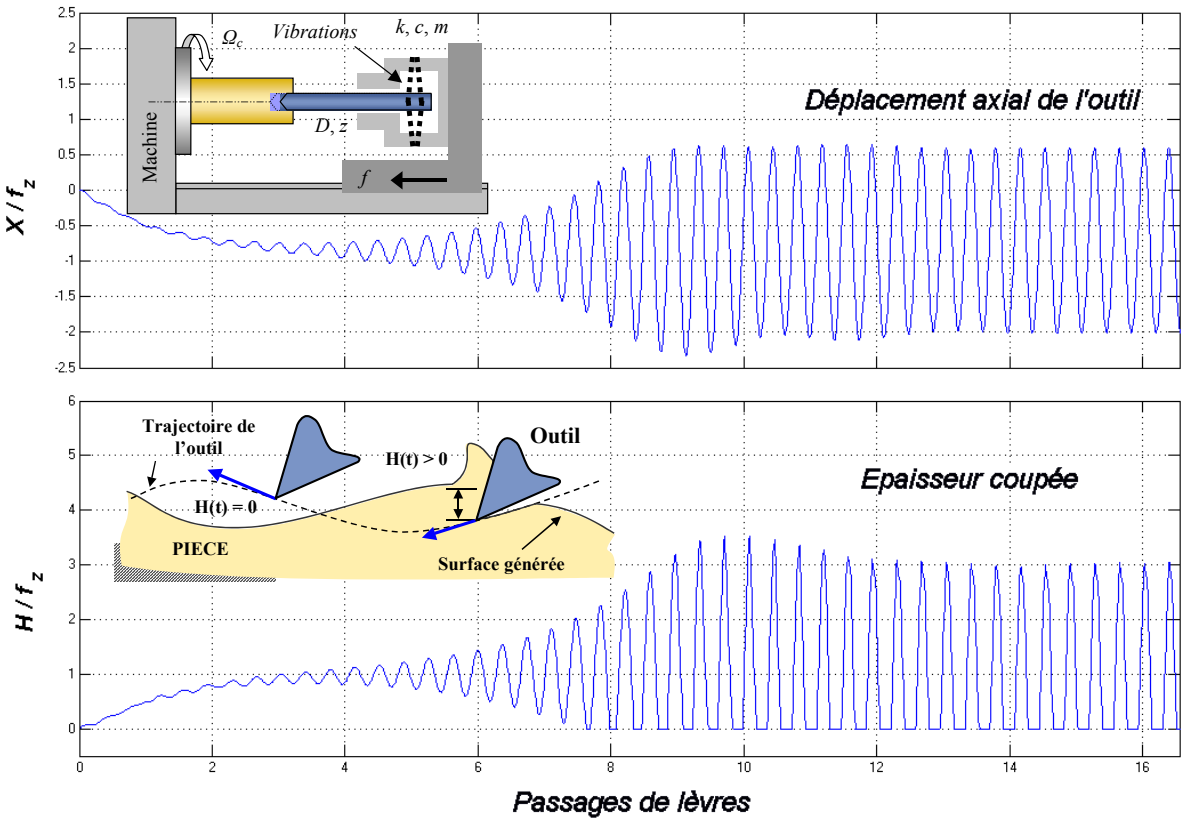


Figure 42 : Conditions de coupe instables – perçage vibratoire par tête auto-vibrante

Pour prendre en considération les vibrations autoentretenues en torsion, il faut changer la perspective générale du problème en ce qui concerne le retard qui agit dans le système. **Le retard sera cette fois un retard angulaire (espace) et non pas un retard temporel.** En effet, le seul retard constant est le retard angulaire entre les arêtes du foret (Figure 43). On peut obtenir ainsi comme cas particulier la dynamique de la coupe décrite dans les paragraphes précédents, où le retard est le temps entre deux lèvres successives. Ceci est dû à une correspondance linéaire entre le temps et l'angle parcouru avec une vitesse de rotation considérée constante. En réalité, la vitesse de rotation du sommet du foret varie et en conséquence le retard du temps entre deux lèvres successives est variable, à cause des vibrations en torsion.

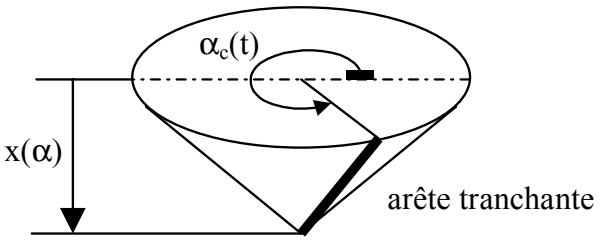


Figure 43 : La formalisation des fonctions en considérant l'angle comme le paramètre

Les vibrations en torsion sont intégrées par un angle variable, tout comme on a fait pour les vibrations axiales :

$$\alpha_c(t) = \alpha_0 + \omega \cdot t + \alpha(t) \qquad (59)$$

Pour recouvrir la totalité du perçage α n'est pas exprimé dans l'intervalle [0, 2π], mais [0, ∞]. Pour simplifier la forme d'équations, on va considérer l'angle de départ égal à zéro. On va considérer donc les autres fonctions comme dépendantes de l'angle, au lieu du temps.

$$\begin{cases} X_c(\alpha_c) \to X_c(t) \quad \Delta(\alpha_c) \to \Delta(t) \\ X(\alpha_c) \to X(t) \quad \alpha(\alpha_c) \to \alpha(t) \\ t(\alpha_c) = \dfrac{\alpha_c - \alpha(\alpha_c)}{\Omega_c} \\ X_c(\alpha_c) = \dfrac{f}{2\pi}(\alpha_c - \alpha(\alpha_c)) + X(\alpha_c) \end{cases} \tag{60}$$

Les équations de génération de la surface du fond d'orifice sont modifiées en conséquence :

$$\begin{aligned} &\Delta(\alpha_c \le 0) = 0 \\ &H(\alpha_c) = \Delta(\alpha_c) - \Delta(\alpha_c - \frac{2\pi}{z}) \\ &\Delta(\alpha_c) = \max\left(\Delta(\alpha_c - \frac{2\pi}{z}), X_c(\alpha_c) \right) \end{aligned} \tag{61}$$

On observe donc que le retard est constant (égale à 2π / *z* soit l'angle entre deux arêtes coupantes consécutives), en considérant comme paramètre l'angle au lieu de temps. Les équations de la dynamique en coupe vibratoire, en tenant compte de vibrations en torsion sont :

$$\begin{cases} m \cdot \ddot{X}(t) + c \cdot \dot{X}(t) + k \cdot X(t) = -F\left(h(t), \dfrac{dh(t)}{dt} \right) \\ J \cdot \ddot{\alpha}(t) + c_t \cdot \dot{\alpha}(t) + w \cdot \alpha(t) = -M\left(h(t), \dfrac{dh(t)}{dt} \right) \end{cases} \tag{62}$$

Le problème est constitué par la présence du temps dans notre système puis de la variable α qui est dépendante de temps. On peut écrire un système équivalent, en explicitant le temps en fonction de l'angle et en introduisant cette formule dans notre système. Pour une forme plus simple, on va passer les conventions :

$$\dot{f} = \frac{d}{dt} f(t), \qquad f' = \frac{d}{d\alpha_c} f(\alpha_c) \tag{63}$$

On peut déduire alors :

$$\frac{d\alpha_c}{dt} = \omega + \frac{d\alpha}{dt} \qquad \dot{\alpha}_c = \omega + \dot{\alpha} \tag{64}$$

On va noter :

$$\frac{d\alpha}{dt} = \dot{\alpha} = A \qquad \frac{dX}{dt} = \dot{X} = X_v \tag{65}$$

Soit une fonction générique f également possible à être écrite en temps ou angle forme ($f(t)$ équivalente à $f(\alpha)$). On peut écrire :

$$\begin{aligned} \frac{df}{dt} &= \frac{df}{d\alpha_c} \cdot \frac{d\alpha_c}{dt} = \frac{df}{d\alpha_c} \cdot (\omega + A) \\ \dot{f} &= f' \cdot (\omega + A) \end{aligned} \tag{66}$$

C'est alors facile de trouver que :

$$A = \alpha' \cdot (\omega + A) \Rightarrow A = \alpha' \frac{\omega}{1-\alpha'}; \; X_v = X' \cdot (\omega + A) \Rightarrow X_v = x' \frac{\omega}{1-\alpha'} \tag{67}$$

Les équations dynamiques des oscillations axiales et en torsion deviennent, utilisant les notations présentées :

$$X'_v = \frac{1}{\omega + A_v} \cdot \frac{1}{m} \cdot (F - c \cdot X_v - k \cdot X); \quad A' = \frac{1}{\omega + A} \cdot \frac{1}{J} \cdot (C - c_t \cdot A - w \cdot \alpha) \tag{68}$$

En conséquence, le modèle mathématique du système étudié est :

$$\begin{cases} \Delta(\alpha_c \le 0) = 0, \quad \Delta(\alpha_c) = \max\left(X_c(\alpha_c), \Delta(\alpha_c - \frac{2\pi}{z}) \right) \\ X_c(\alpha_c) = X_0 + \frac{f}{2\pi}(\alpha_c - \alpha(\alpha_c)) + X(\alpha_c) \\ H(\alpha_c) = \Delta(\alpha_c) - \Delta(\alpha_c - \frac{2\pi}{z}) \\ A = \alpha' \frac{\omega}{1-\alpha'}; \quad X_v = X' \frac{\omega}{1-\alpha'} \\ A' = \frac{1}{\omega + A} \cdot \frac{1}{J} \cdot (C - c_t \cdot A - w \cdot \alpha); \quad X'_v = \frac{1}{\omega + A} \cdot \frac{1}{M} \cdot (F - c \cdot X_v - k \cdot X) \\ F = F(H(\alpha_c)); \qquad M = M(H(\alpha_c)) \end{cases} \tag{69}$$

Pour le système (69), toutes les variables et fonctions sont considérées par rapport à l'angle courant α_c. Nous ne donnons plus ici la forme adimensionnelle, qui peut être obtenue par la même stratégie que dans le cas des vibrations axiales. Les expérimentations ont montré que l'influence des vibrations en torsion est limitée par le fait que la fréquence propre des outils courts se trouve éloignée de celle dans la direction axiale. Pour des outils de longueur plus importante les vibrations en torsion peuvent influencer d'une manière significative le processus.

Chapitre 4
ANALYSE DES MODELES DE LA COUPE VIBRATOIRE APPLIQUEE AU PERÇAGE

Dans le Chapitre 2 nous avons présenté les modèles de la coupe vibratoire appliqués au perçage. Les modèles obtenus réunissent la dynamique de la tête vibrante, les lois de coupe dynamique et les mécanismes de génération de la surface en coupe interrompue. Le modèle général utilise un système d'équations dont au moins une équation différentielle à retard.

Dans ce chapitre nous allons étudier le comportement du système pièce – outil – machine en régime de coupe vibratoire en utilisant les modèles établis. L'objectif est d'obtenir des informations prédictives et de construire une méthodologie de calcul des paramètres de coupe et de la tête vibrante, capables de procurer des régimes convenables.

L'étude de stabilité linéaire permet d'obtenir les frontières de stabilité. L'investigation est portée ensuite sur les phénomènes apparaissant dans les plages d'instabilité de la coupe stationnaire et sur les prédictions d'amplitude et de fréquence d'oscillations.

4.1. Stabilité linéaire de la coupe vibratoire : le cas sans amortissement de la coupe

Dans ce sous-paragraphe nous allons utiliser le modèle de la coupe vibratoire auto-excitée donné par le système (38) dans lequel nous considérons la broche, pour l'instant, comme infiniment rigide et qu'il n'existe pas d'excitation extérieure. On obtient donc :

$$\begin{cases} \delta(\tau \le 0) = 0 \\ \delta(\tau) = \max(x(\tau) + \tau, \delta(\tau - 1)) \\ \ddot{x}(\tau) + 4\pi\zeta\lambda\dot{x}(\tau) + 4\pi^2\lambda^2 x(\tau) = -\dfrac{4}{q}\pi^2\lambda^2\kappa\left(\delta(\tau) - \delta(\tau - 1)\right)^q \end{cases} \quad (70)$$

L'amorçage des vibrations en coupe vibratoire auto-excitée se fait dans des conditions de faible amplitude d'oscillation. Il est donc justifié de considérer qu'au début le modèle de l'interruption de la coupe ne présente pas d'intérêt. On peut donc simplifier le système en renonçant à l'équation qui modélise la génération de la surface. On obtient ainsi une équation différentielle non-linéaire à retard :

$$\ddot{x}(\tau) + 4\pi\zeta\lambda\dot{x}(\tau) + 4\pi^2\lambda^2 x(\tau) = -\frac{4}{q}\pi^2\lambda^2\kappa\left(1 + x(\tau) - x(\tau - 1)\right)^q \quad (71)$$

En considérant que les petites variations de position de l'outil sont faibles (au début) par rapport à l'avance, nous pouvons développer le binôme du terme droit $(1+x)^a \approx 1+ax$. On obtient ainsi une équation différentielle linéaire à retard du type Merrit [103] :

$$\ddot{x}(\tau) + 4\pi\zeta\lambda\dot{x}(\tau) + 4\pi^2\lambda^2 x(\tau) = -\frac{4}{q}\pi^2\lambda^2\kappa - 4\pi^2\lambda^2\kappa\left(x(\tau) - x(\tau - 1)\right) \quad (72)$$

Le terme constant à droite relève d'une solution stationnaire égale au recul de la tête vibrante : $x(\tau) = -\kappa$. La stabilité du système ne dépend que des termes variables, ce qui revient à analyser l'équation homogène suivante :

$$\ddot{x}(\tau) + 4\pi\zeta\lambda\dot{x}(\tau) + 4\pi^2\lambda^2 x(\tau) = -4\pi^2\lambda^2\kappa\left(x(\tau) - x(\tau - 1)\right) \quad (73)$$

Les solutions de (73) représentent en fait le mouvement de l'outil par rapport à la position stationnaire donnée par le recul de la tête auto-vibrante. L'équation caractéristique de, (73), est :

$$s^2 + 4\pi\zeta\lambda s + 4\pi^2\lambda^2 = -4\pi^2\lambda^2\kappa\left(1 - e^{-s}\right) \quad (74)$$

il existe une seule solution réelle de l'équation (74). On peut écrire :

$$f(s) = s^2 + 2\zeta\lambda \cdot s + \lambda^2(1+\kappa q) = \lambda^2 \kappa q \cdot e^{-s} = g(s) \qquad (75)$$

et si on représente *f* et *g* sur le même graphique, on obtient la Figure 44.

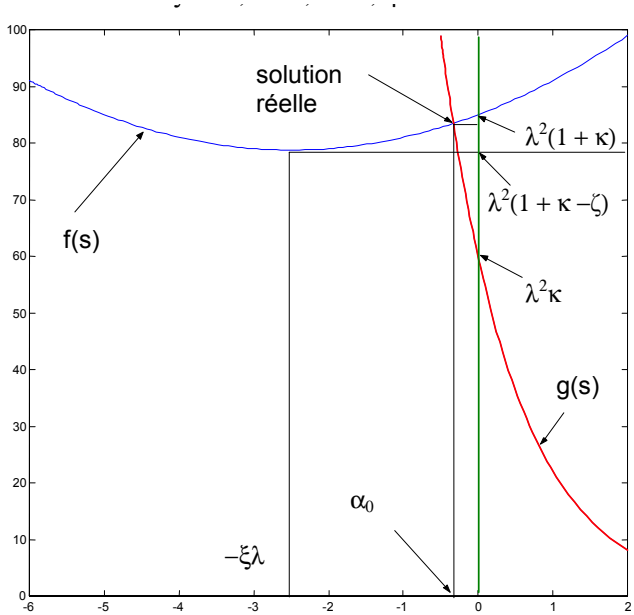


Figure 44 : Solution réelle de l'équation caractéristique

La solution partielle de notre équation différentielle à retard (18) sera :

$$x(\tau) = -\kappa + C_0 \cdot e^{\alpha_0 \cdot \tau} = -\kappa\left(1 - e^{\alpha_0 \cdot \tau}\right) \qquad (76)$$

Cette solution représente en fait le recul gagné par l'outil sous l'effet de la force de pénétration. La racine α_0 est toujours négative ; cette solution partielle évolue donc asymptotiquement vers la solution triviale.

Considérant des solutions complexes pour l'équation caractéristique ($s = \alpha + \mathbf{j}\,\omega$) on obtient deux équations réelles :

$$\begin{cases} \alpha^2 - \omega^2 + 4\pi\zeta\lambda\alpha + 4\pi^2\lambda^2 = -4\pi^2\lambda^2\kappa + 4\pi^2\lambda^2\kappa \cdot e^{-\alpha}\cos\omega \\ 2\alpha\omega + 4\pi\zeta\lambda\omega = -4\pi^2\lambda^2\kappa \cdot e^{-\alpha}\sin\omega \end{cases} \qquad (77)$$

Les solutions $\{\alpha_k\ ,\ \omega_k\}$ de ce système vont donner des solutions pour l'équation différentielle (73) :

$$x_p^k(\tau) = \mathrm{Re}\left\{C_k \cdot e^{(\alpha_k + i\cdot\omega_k)\tau}\right\} = C_k \cdot e^{\alpha_k \tau}\cos(\omega_k \cdot \tau) \qquad (78)$$

Donc, la solution complète est :

$$x(\tau) = -\kappa\left(1 + e^{\alpha_0 \tau}\right) + \sum\left\{C_k \cdot e^{\alpha_k \tau}\cos(\omega_k \cdot \tau)\right\} \qquad (79)$$

où $\{\alpha_k , \omega_k\}$ sont les solutions du système non linéaire (77).

La stabilité du système est étudiée par la première méthode de Lyapunov. Si toutes les solutions complexes de l'équation caractéristique ont la partie réelle négative, alors le système est considéré asymptotiquement stable. S'il existe une seule solution de (73) avec la partie réelle positive, le système est considéré instable.

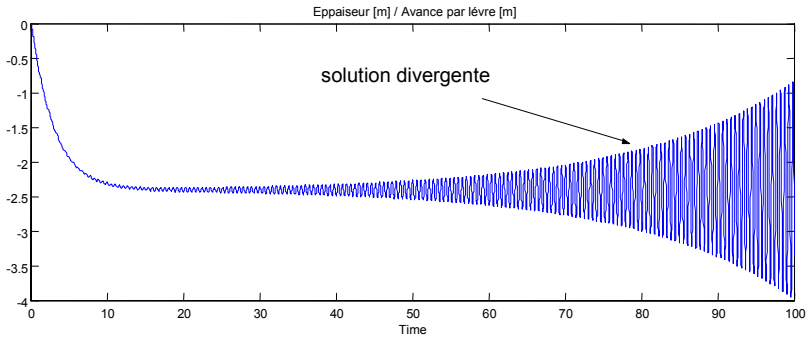


Figure 45 : Résultat de simulation pour : λ=8; ζ=0.64; κ=3

Dans la Figure 45 nous présentons la simulation d'un cas pour lequel la solution de l'équation différentielle (73) est instable. Cela correspond à des conditions de coupe qui conduisent au broutement.

Si le système était modélisé par une équation de ce type (73), sans prendre en compte des phénomènes non-linéaires qui conduisent à une limitation d'amplitude, l'amplitude du système croîtrait exponentiellement à l'infini. Cette équation est donc utile dans l'analyse de stabilité, mais elle ne peut pas être utilisée dans l'étude du comportement du système dans les plages d'instabilité de la coupe stationnaire.

Le cas stable est représenté dans la Figure 46. Ceci correspond à un cas où toutes les solutions du système (73) ont une partie réelle négative.

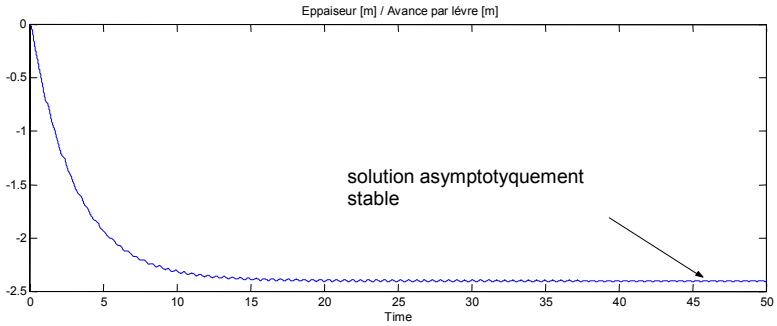


Figure 46 : Résultat de simulation pour : λ=8; ζ=0.72; κ=3

Les vibrations autoentretenues s'amorcent seulement si au moins une solution de l'équation caractéristique, a la partie réelle positive. Cela revient à dire que le système (26) admette une solution α_k positive.

La partie complexe des solutions (ω_k) joue le rôle de pulsation relative. En fait, on peut montrer qu'elle est égale à :

$$\omega_k = \frac{2\pi\nu_{oscillations}}{\nu_z} = 2\pi\eta \qquad \textbf{(80)}$$

On désigne le nombre d'oscillations entre deux passages de lèvres par η ($\eta = \omega / 2\pi$) et on introduit le nombre $\mu = \eta / \lambda = \nu / \nu_0$. Ce dernier représente le rapport entre la fréquence d'oscillation et la fréquence propre de la tête vibrante.

La limite de stabilité qui sépare les régions stables de celles instables est obtenue pour $\alpha = 0$. On obtient à partir de (77) :

$$\begin{cases} -\omega^2 + 4\pi^2\lambda^2 = -4\pi^2\lambda^2\kappa + 4\pi^2\lambda^2\kappa \cdot \cos\omega \\ 4\pi\zeta\lambda\omega = -4\pi^2\lambda^2\kappa \cdot \sin\omega \end{cases} \quad \textbf{(81)}$$

ou :

$$\begin{cases} -\eta^2 + \lambda^2 = -\lambda^2\kappa + \lambda^2\kappa \cdot \cos(2\pi\eta) \\ 2\zeta\lambda\eta = -\lambda^2\kappa \cdot \sin(2\pi\eta) \end{cases} \quad \textbf{(82)}$$

ou encore :

$$\begin{cases} 1 - \mu^2 = -\kappa \cdot (1 - \cos(2\pi\eta)) \\ 2\zeta \cdot \mu = -\kappa \cdot \sin(2\pi\eta) \end{cases} \quad \textbf{(83)}$$

Ce système a une infinité de solutions :

$$\begin{cases} \mu_{+,-} = \sqrt{(1 + \kappa - 2\zeta^2) \pm \sqrt{(\kappa - 2\zeta^2)^2 - 4\zeta^2}} \\ \eta = i + \dfrac{1}{2\pi}\arcsin\left(-\dfrac{2\zeta}{\kappa} \cdot \mu_{+,-}(\kappa, \zeta)\right) \end{cases} \quad \textbf{(84)}$$

qui sont valables pour les conditions:

$$\begin{aligned} &\kappa \geq 2\zeta(1 + \zeta) \\ &1 \leq \mu \leq \frac{\kappa}{2\zeta} \Leftrightarrow \lambda \leq \eta \leq \frac{\kappa\lambda}{2\zeta} \end{aligned} \quad \textbf{(85)}$$

ou, en forme dimensionnelle :

$$\begin{aligned} &\sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_0 \leq \omega \leq \frac{q \cdot K_f \cdot D_{[mm]}^p \cdot f_{[mm]}^q}{f_z \cdot c} = \frac{q \cdot F_p}{f_z \cdot c} \\ &\frac{q \cdot F_p}{f_z} \geq c\sqrt{\frac{k}{m}} + \frac{c^2}{2m} \end{aligned} \quad \textbf{(86)}$$

Les inéquations (85) fixent la valeur critique du κ en dessous de laquelle la coupe est toujours stable et la valeur limite (inférieure) du nombre d'oscillations par passage de lèvres. On

voit donc que ce nombre ne peut pas être plus petit que le paramètre adimensionnel λ. Cela revient à dire que la fréquence du broutement ne peut pas être plus petite que la fréquence propre du système mécanique.

Pour une représentation graphique de ces courbes nous utilisons leurs définitions en formes paramétriques :

$$\begin{cases} \kappa = 2 \cdot \dfrac{1-\cos(\omega)+\sqrt{(1-\cos(\omega))^2+\left(\dfrac{\sin(\omega)}{\zeta}\right)^2}}{\left(\dfrac{\sin(\omega)}{\zeta}\right)^2} \\ \lambda = -\dfrac{\omega}{2\pi} \cdot \dfrac{\dfrac{\sin(\omega)}{\zeta}}{1-\cos(\omega)+\sqrt{(1-\cos(\omega))^2+\left(\dfrac{\sin(\omega)}{\zeta}\right)^2}} \end{cases} \qquad \textbf{(87)}$$

Les domaines de variation de $\omega = 2\pi\eta$ seront données par une condition issue d'une analyse simple des équations(81) :

$$\frac{\sin(\omega)}{\omega} < 0 \qquad \textbf{(88)}$$

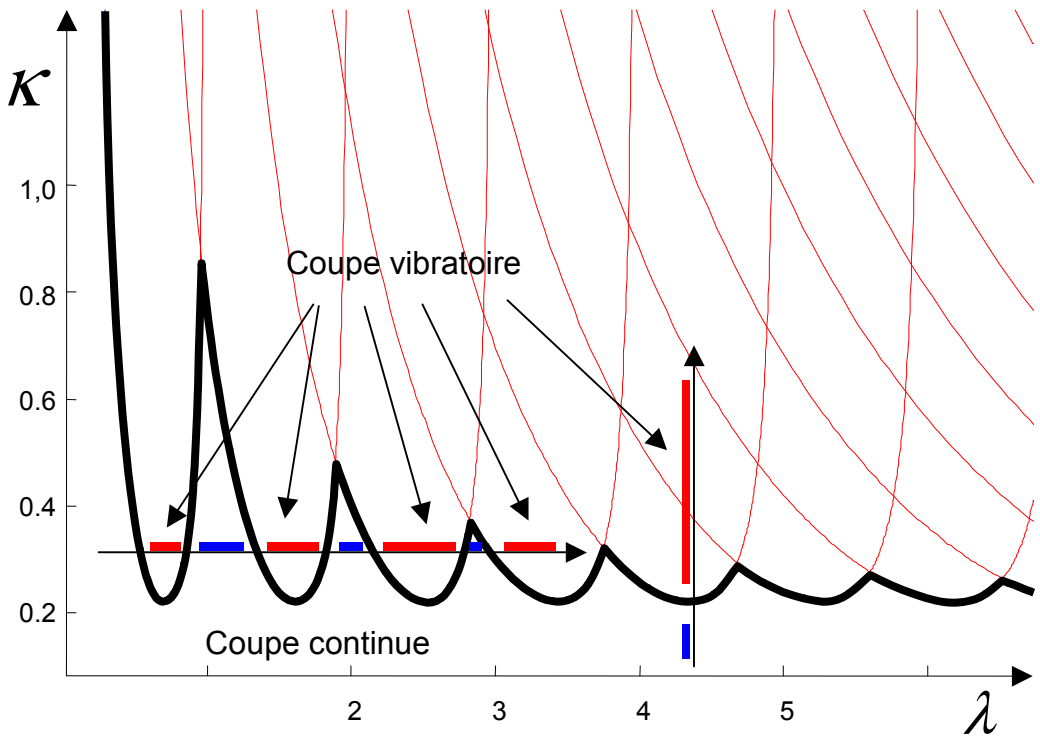


Figure 47 : **Lobes de stabilité en forme adimensionnelle (ζ = 0.1)**

La limite de stabilité est composée d'une infinité de courbes, appelées lobes de stabilité. Ils sont représentés dans la Figure 47 pour ζ = 0,5. La partie gauche de chaque lobe (qui correspond à la solution μ_+) évolue asymptotiquement vers l'axe $\lambda = 0$ alors que la partie droite a comme asymptote la verticale définie par λ = i, « i » étant le numéro du lobe. En dessous de la valeur critique donnée par $\kappa = \kappa_{cr} = 2\zeta(1+\zeta)$ on trouve un domaine de stabilité inconditionnée. Les points critiques de connexion entre les deux branches $\mu_{+,-}$ sont donnés justement par cette valeur κ_{cr}. Leurs positions sur l'axe λ sont données par :

$$\lambda_{cr,i} = \frac{i + \frac{1}{2\pi}\arctan\left(-\frac{\sqrt{1+2\zeta}}{\zeta}\right)}{\sqrt{1+2\zeta}} \tag{89}$$

Les points d'intersection des lobes sont donnés par l'équation non linéaire :

$$\frac{i + \frac{1}{2\pi}\arcsin\left(-\frac{2\zeta}{\kappa}\mu_-(\kappa,\zeta)\right)}{\mu_-(\kappa,\zeta)} = \frac{j + \frac{1}{2\pi}\arcsin\left(-\frac{2\zeta}{\kappa}\mu_+(\kappa,\zeta)\right)}{\mu_+(\kappa,\zeta)} \tag{90}$$

où $i < j$.

Les fréquences auxquelles le broutement et donc les régimes vibratoires démarrent, sont données par le paramètre η. On peut observer sur la Figure 48 leur variation.

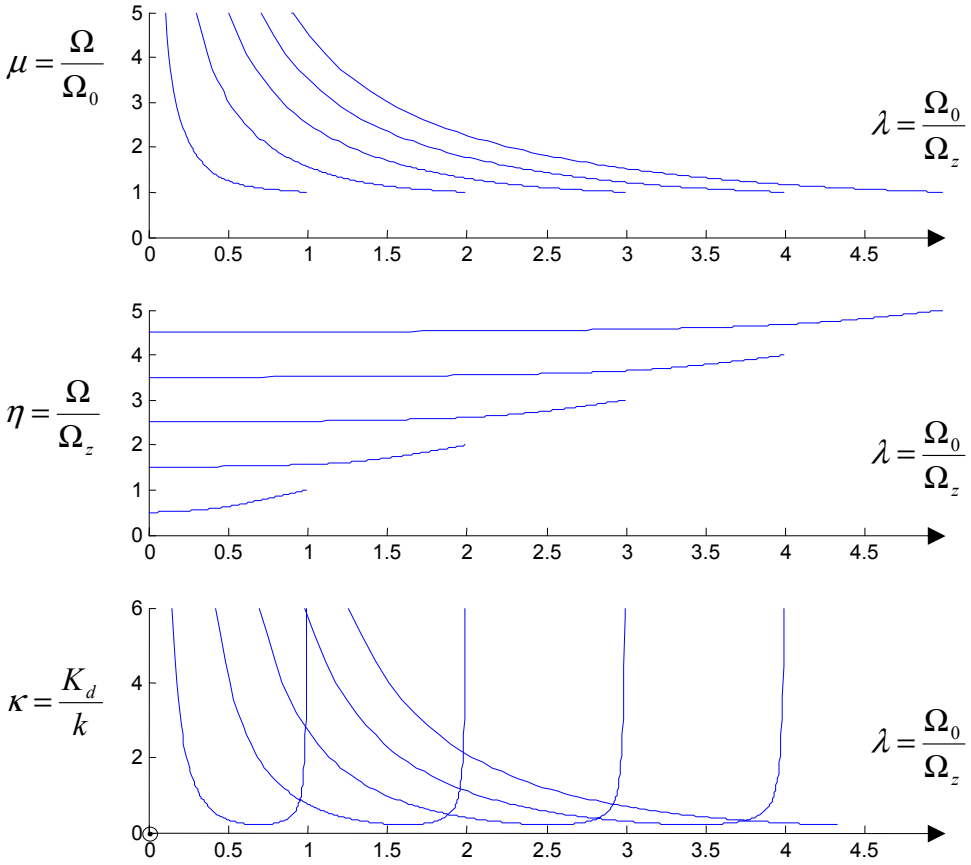


Figure 48 : Limites de stabilité linéaire et fréquence d'oscillations pour ζ = 0.1

Pour les applications pratiques, ce qui est important est de connaître le comportement du système par rapport à des variations des paramètres physiques (technologiques), comme les raideurs de la machine (ou les fréquences propres), la raideur de coupe (par exemple pour le fraisage, on peut limiter de cette manière la profondeur de passe) ou la vitesse de rotation. A partir des lobes obtenus en forme adimensionnelle, nous pouvons toujours représenter les limites de stabilité, par rapport aux variations des paramètres technologiques, en faisant une substitution dans les équations de définition des courbes.

Par exemple, pour obtenir les lobes dans le plan raideur de la coupe – vitesse de rotation $\{K_d, N\}$, on peut faire le changement de variables :

$$\begin{cases} K_d = k \cdot \kappa \\ N = \dfrac{60}{2\pi z}\sqrt{\dfrac{K_d}{m}} \cdot \dfrac{1}{\lambda\sqrt{\kappa}} \end{cases} \qquad (91)$$

dans la définition des courbes limites (87). On obtient ainsi la représentation classique des lobes de stabilité (Figure 49).

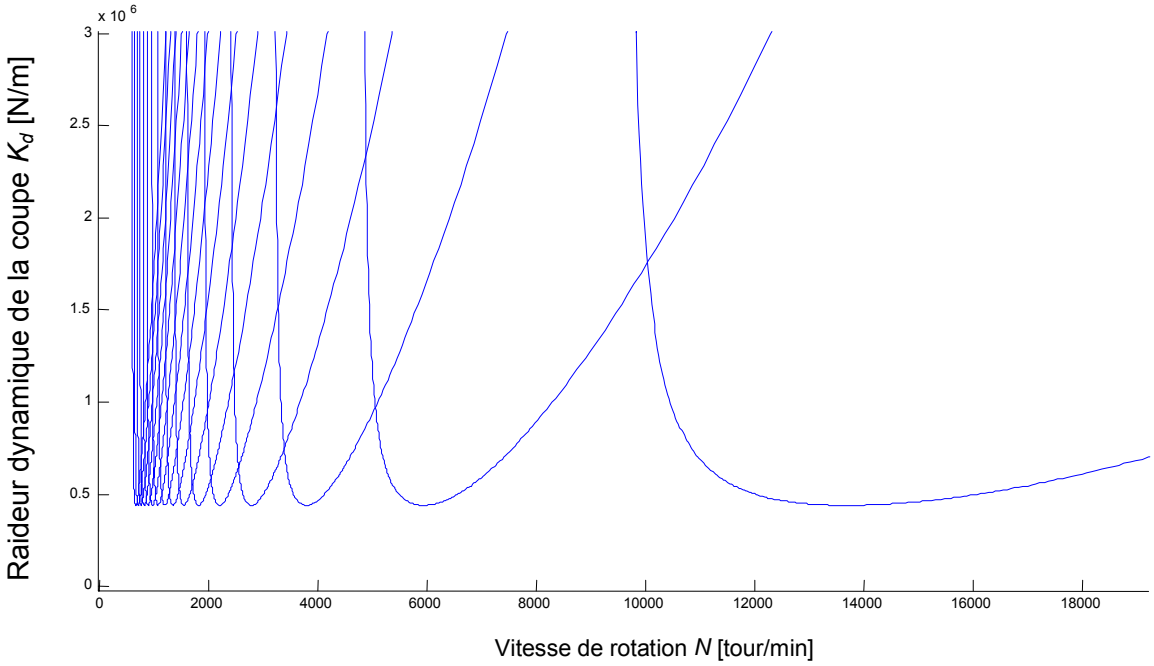


Figure 49 : Lobes de stabilité de la coupe stationnaire pour k = 2000 N/mm, m = 0,5 kg, z =2 lèvres, ζ = 0.1

Par une manipulation algébrique similaire, nous pouvons obtenir aussi la frontière de stabilité par rapport à la raideur de la machine (de la tête vibrante dans le cas du perçage vibratoire) k et à la vitesse de rotation de l'arbre N (Figure 50). Ce qui est intéressant dans ce cas c'est que, contrairement à la variation de la raideur dynamique de coupe, la variation de la raideur de la machine a une influence plus complexe. Suivant la vitesse de rotation, nous pouvons avoir deux régimes disjoints (comme dans le cas de la raideur de la coupe) ou trois régions successives de changement de comportement. Paradoxalement, pour certains cas, une rigidité un peu diminuée de la tête vibrante peut stabiliser le régime. En même temps, en regardant la Figure 50 on peut observer aussi une limité de l' « instabilité inconditionnée » pour la raideur de la tête auto-vibrante.

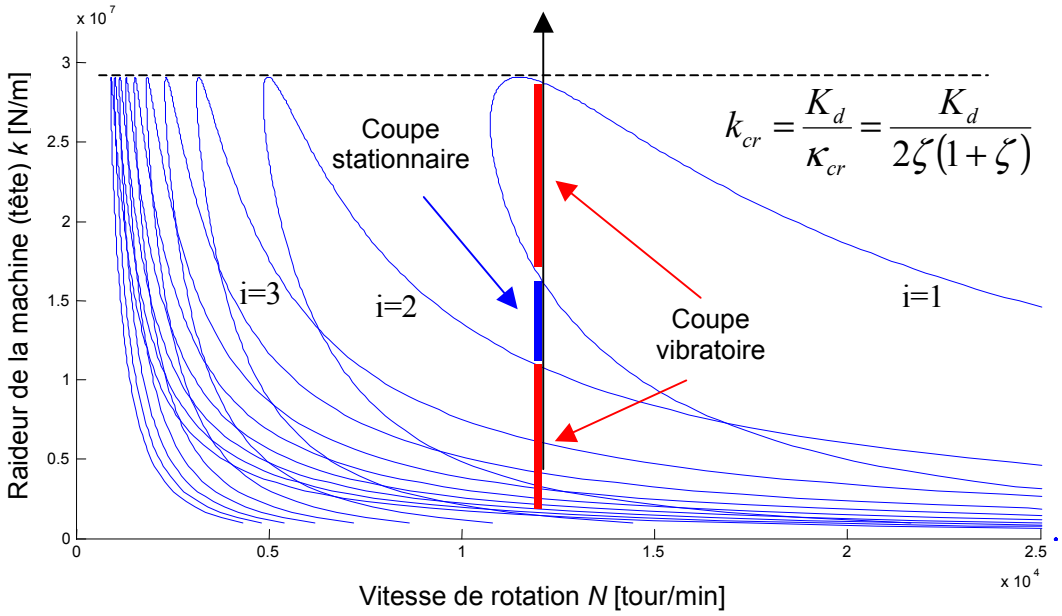


Figure 50 : Lobes de stabilité en fonction de *k* et *N* pour K_d = 6400 N/mm, m = 0,5 kg, z = 2 lèvres, ζ = 0,1

L'influence du coefficient d'amortissement de la machine est illustrée dans la Figure 51. On voit que la limite de stabilité inconditionnée donnée par la valeur critique de κ augmente avec la croissance de ζ.

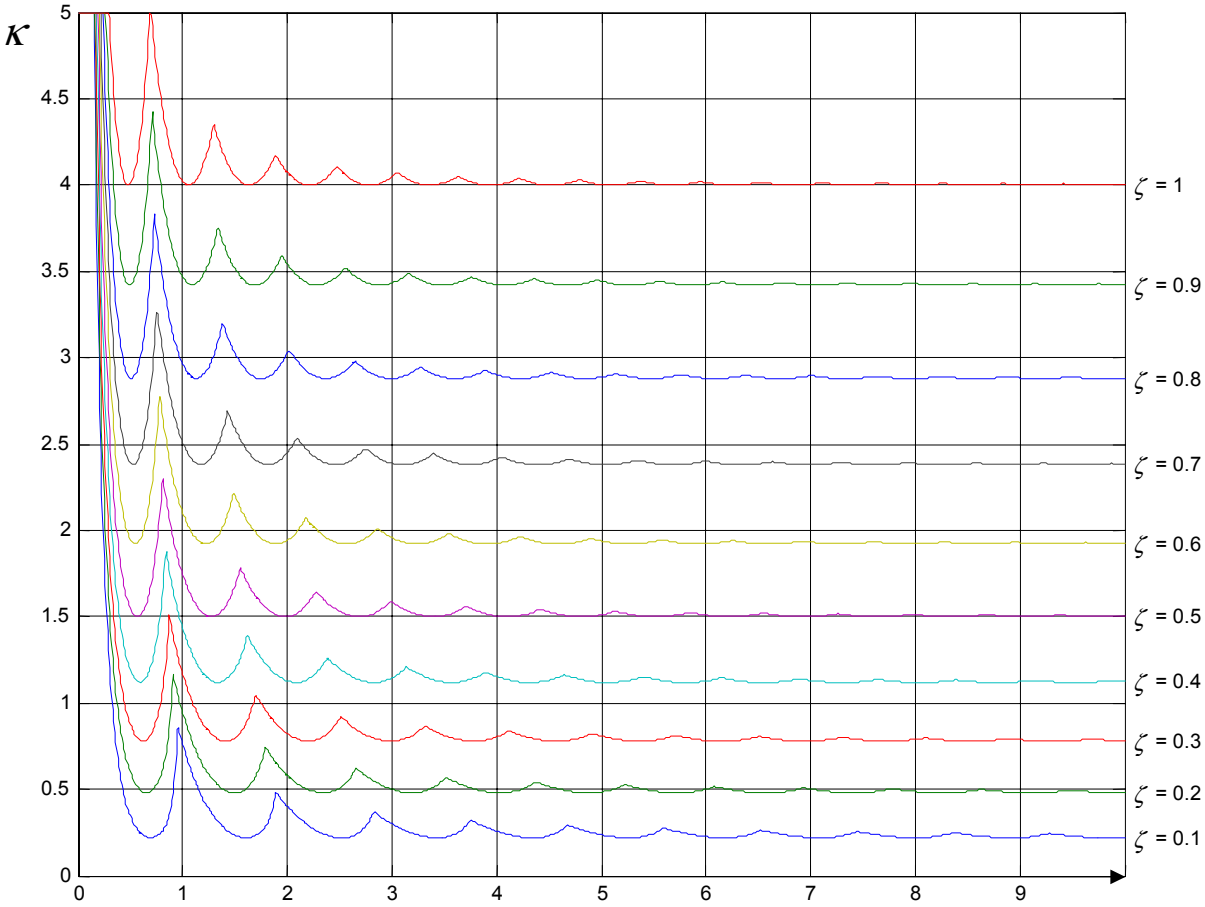


Figure 51 : Influence de l'amortissement de la tête auto-vibrante sur les lobes de stabilité

4.2. L'influence de l'amortissement apporté par la coupe sur la limite de stabilité

Pour intégrer l'amortissement de la coupe dans la dynamique du processus, nous devons introduire un terme supplémentaire dans l'expression de la force de coupe. Si l'amortissement de la coupe était constant, on pourrait l'introduire dans l'expression de l'amortissement total de la machine. Malheureusement, ce phénomène est le plus difficile à quantifier et il manifeste toujours un caractère non-linéaire.

Suivant les considérations sur la nature de l'amortissement du perçage vibratoire, nous prenons, dans une première approche, une dépendance linéaire de la force d'amortissement, par rapport à la variation de l'angle de dépouille. Nous sommes conscients que cette dépendance est loin d'être linéaire, surtout en perçage, mais pour une première analyse du phénomène nous nous contentons de considérer une telle variation.

On considère donc que la variation de l'angle de dépouille est proportionnelle à la valeur $\arctan\left(\dot{X}/\Omega_c R\right)$. Pour les petites variations, on considère seulement l'argument de la fonction **arctan**. Pour une oscillation sinusoïdale de l'outil, on obtient alors :

$$\Delta F \sim \frac{A}{R} \cdot \eta \qquad \textbf{(92)}$$

Cet apport de force de coupe dépend alors du rapport amplitude / rayon considéré et du nombre d'oscillations par passage de lèvre. Pour certains procédés d'usinage c'est le paramètre η qui a une plus grande influence. Pour le tournage on travaille souvent dans des régimes où le paramètre η a des valeurs importantes (10-500).

Pour le perçage, nous allons retenir pour l'instant, seulement une variation proportionnelle de la force par rapport au nombre d'oscillations. Nous allons trouver une forme modifiée de l'équation (73) :

$$\begin{aligned} &\ddot{x}(\tau) + 4\pi\zeta\lambda\dot{x}(\tau) + 4\pi^2\lambda^2 x(\tau) = \\ &= -4\pi^2\lambda^2\kappa\left(1 + x(\tau) - x(\tau-1)\right) - 4\pi^2\lambda^2\sigma\kappa\dot{x}(\tau) \end{aligned} \qquad \textbf{(93)}$$

où σ est une constante de proportionnalité destinée à quantifier le phénomène d'amortissement.

L'équation caractéristique de l'équation homogène correspondante devient :

$$s^2 + 4\pi\zeta\lambda s + 4\pi^2\lambda^2 = -4\pi^2\lambda^2\kappa\left(1 - e^{-s}\right) - 4\pi^2\sigma\kappa\lambda^2 s \qquad \textbf{(94)}$$

et la limite de stabilité sera étudiée en utilisant le système :

$$\begin{cases} 1 - \mu^2 = -\kappa \cdot \left(1 - \cos(\omega)\right) \\ 2\zeta\mu = -\kappa \cdot \sin(\omega) - \sigma\kappa\omega \end{cases} \qquad \textbf{(95)}$$

Les équations paramétriques des courbes définissant la limite de stabilité sont :

$$\begin{cases} \kappa = 2 \cdot \dfrac{1-\cos(\omega)+\sqrt{(1-\cos(\omega))^2+\left(\dfrac{\sin(\omega)+\sigma\omega}{\zeta}\right)^2}}{\left(\dfrac{\sin(\omega)+\sigma\omega}{\zeta}\right)^2} \\ \lambda = -\dfrac{\omega}{2\pi} \cdot \dfrac{\dfrac{\sin(\omega)+\sigma\omega}{\zeta}}{1-\cos(\omega)+\sqrt{(1-\cos(\omega))^2+\left(\dfrac{\sin(\omega)+\sigma\omega}{\zeta}\right)^2}} \end{cases} \quad (96)$$

La condition similaire à (88) devient :

$$\frac{\sin(\omega)}{\omega} < -\sigma \quad (97)$$

Par conséquent, l'amortissement introduit de cette manière, va limiter le nombre de lobes de stabilité, en faisant jouer les paramètres κ et λ dans la valeur de l'amortissement. Il s'agit en fait d'un amortissement paramétrique, dépendant des paramètres du système.

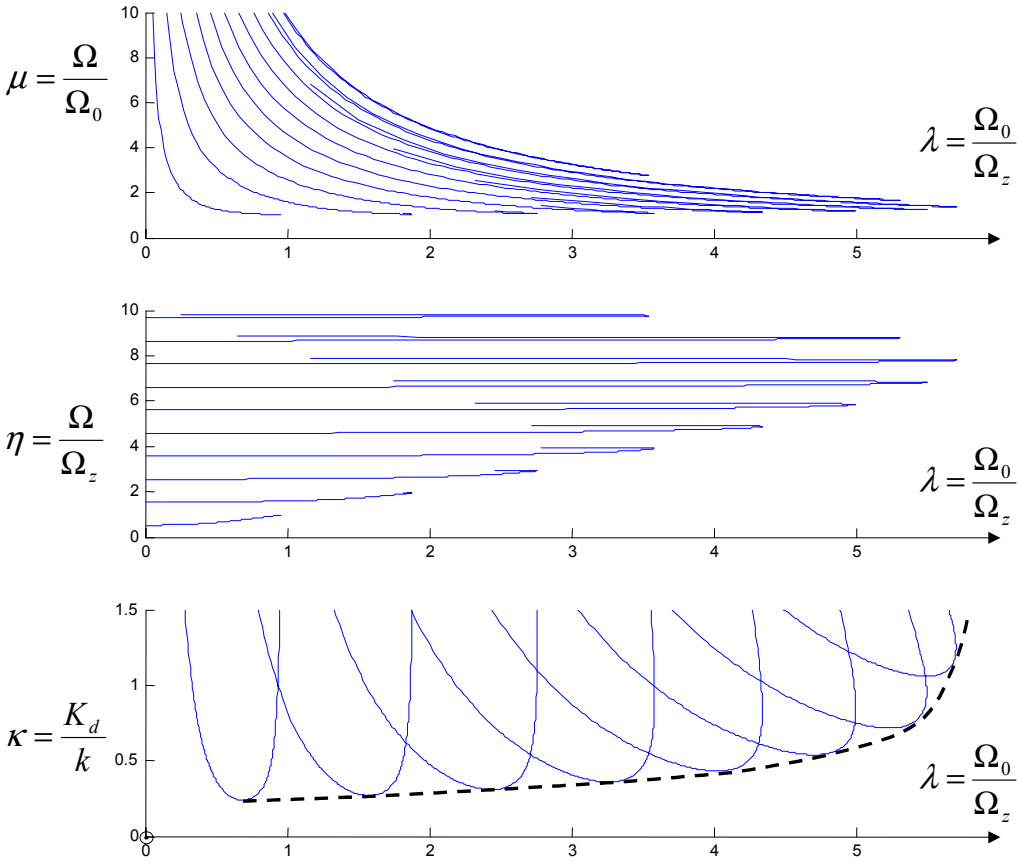


Figure 52 : Limites de stabilité linéaire et fréquence d'oscillations pour ζ = 0.1 et σ = 0,015

Dans la Figure 53, on peut alors observer que les lobes de stabilité montent pour les valeurs importantes de λ. Ceci s'explique par la forme de l'amortissement introduit, car l'effet de la vitesse de pénétration revient finalement à une influence de λ sur le seuil de stabilité pour chaque point. Il existe aussi, une limite supérieure de λ imposée au phénomène de broutement. Cela revient, à une limite inférieure de la vitesse de rotation pour l'apparition du broutement. Ce phénomène d'amélioration de la stabilité pour les faibles vitesses, a été depuis longtemps observé en pratique et il est le plus évident en perçage [156].

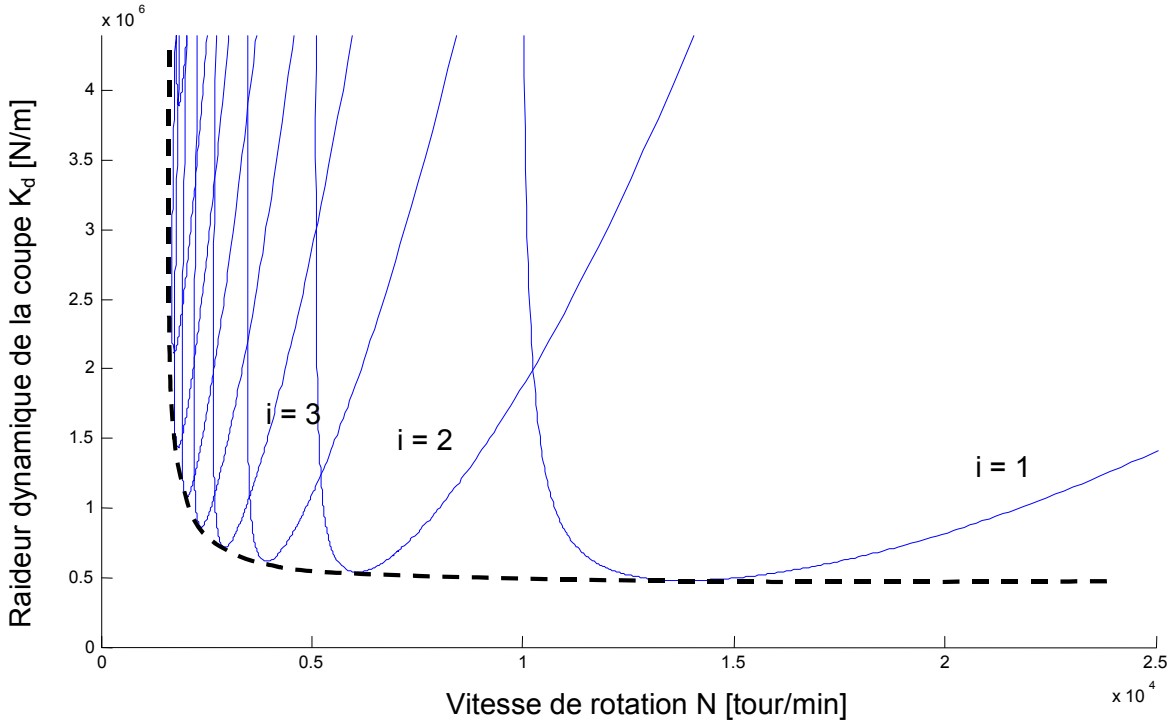


Figure 53 : Lobes de stabilité en fonction de K_d et N avec amortissement de la coupe pour k = 2000 N/mm, m = 0,5 kg, z =2 lèvres, ζ = 0,1 et σ = 0,015

La Figure 53 présente les lobes de stabilité classiques (trouvés en littérature) dans le plane $\{K_d, N\}$. En [33], [157], [170] il est présenté le même type de graphe de stabilité pour les opérations de fraisage ou tournage. Une représentation moins habituelle, est donnée dans la Figure 54, en fonction de la raideur de la tête vibrante (machine) et de la vitesse de rotation.

Nous pouvons généraliser le modèle d'amortissement introduit par la coupe, en utilisant une fonction générique qui dépend des paramètres du système :

$$\ddot{x}(\tau) + 4\pi\zeta\lambda\dot{x}(\tau) + 4\pi^2\lambda^2 x(\tau) = -4\pi^2\lambda^2\kappa\left(1 + x(\tau) - x(\tau-1)\right) - \\ - f(\kappa,\lambda)\cdot\dot{x}(\tau) \qquad (98)$$

Le système qui donne les courbes de stabilité s'écrira dans ce cas général :

$$\begin{cases} \lambda^2 - \left(\dfrac{\omega}{2\pi}\right)^2 = -\lambda^2\kappa\left(1-\cos(\omega)\right) \\ 2\zeta\lambda\dfrac{\omega}{2\pi} = -\lambda^2\kappa\left(\sin(\omega) + \dfrac{f(\kappa,\lambda)}{4\pi^2\lambda^2\kappa}\cdot\omega\right) \end{cases} \qquad (99)$$

La fonction $f(\kappa, \lambda)$ formalise, en fait, l'amortissement global du processus de coupe. Dans le cas étudié ci-dessus, cet amortissement dépend du paramètre λ d'une manière expliquant l'amélioration de la stabilité observée expérimentalement vers les faibles fréquences de rotation. La détermination de la forme de la fonction *f* est un problème très difficile. Il n'y a pas, pour le moment de vue unitaire ni de méthodologie généralement acceptée pour traiter ces aspects visant l'amortissement de la coupe. L'approche la plus avancée du moment (développée notamment par l'équipe de Gérard Coffignal [10]) est de modéliser l'ensemble du processus de coupe en faisant appel à des principes de modélisation volumique couplés a des méthodes numériques (calcul par la méthode des éléments finis).

En [157] plusieurs formes de cette fonction (intégrée dans l'expression des efforts de coupe) sont utilisées pour étudier les limites de stabilité. Des formes de courbes de stabilité similaires à celles présentées dans la Figure 54, ont été obtenues.

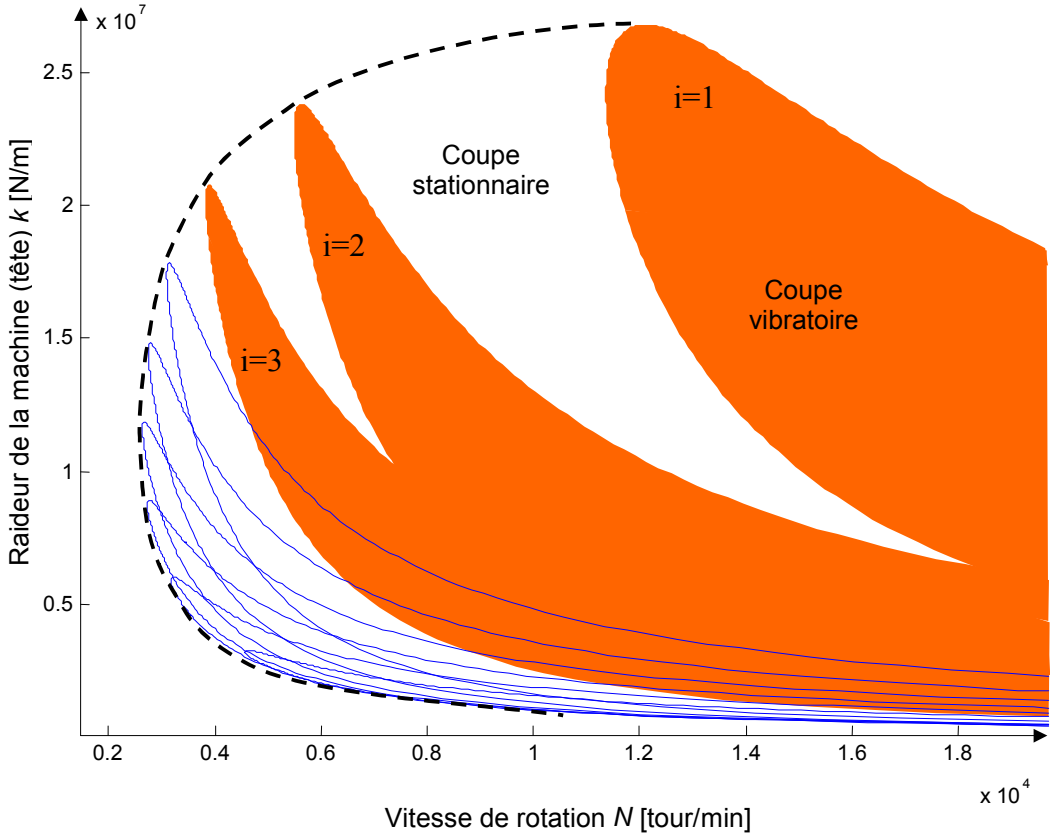


Figure 54 : Lobes de stabilité en fonction de *k* et *N* avec amortissement de la coupe pour K_d = 6400 N/mm, m = 0,5 kg, z = 2 lèvres, ζ = 0,1 et σ = 0,015

Les lois de coupe dynamique, représentent le modèle le plus difficile à quantifier dans notre démarche. Par expérimentations, nous avons trouvé des différences par rapport au modèle de la coupe linéaire, utilisé souvent dans la littérature de spécialité. Si nous considérons l'amortissement global de la coupe, nous allons avoir une autre difficulté devant nous : déterminer les coefficients supplémentaires introduits par cet effet.

Nous pouvons, pourtant, faire des remarques qualitatives sur la topologie des lobes de stabilité en perçage. Une observation globale est que l'amortissement de la coupe dépende de la vitesse de rotation utilisée (plus correctement, de la fréquence d'oscillations rapportée à celle de rotation). Plus on tourne vite, et donc on s'approche des premiers lobes, plus nous avons de chances de trouver des lobes plus bas, sur le diagramme de stabilité.

L'influence de l'avance est beaucoup moins importante, dans des plages usuelles. A partir d'une valeur critique nous avons observé un effet important de l'avance sur la force de pénétration, qui peut changer aussi le comportement en régimes dynamiques.

L'influence de l'avance sur la position du point de fonctionnement est diminuée par le fait que son exposant est proche de 1 pour la forme acceptée du modèle de force de coupe. A la limite, pour un $q = 1$ l'avance n'a plus d'effet sur la position du régime par rapport à la limite de stabilité.

La raideur de la machine (tête auto-vibrante), comme on a déjà vu, a une influence plus complexe. Le paramètre k entre dans la définition de deux nombres adimensionnels κ et λ.

L'amortissement de la tête est un paramètre très important. Si on le considère comme constant, sa valeur joue sur la position verticale de la frontière de stabilité. Il ne déforme pas d'une manière visible la forme de cette courbe.

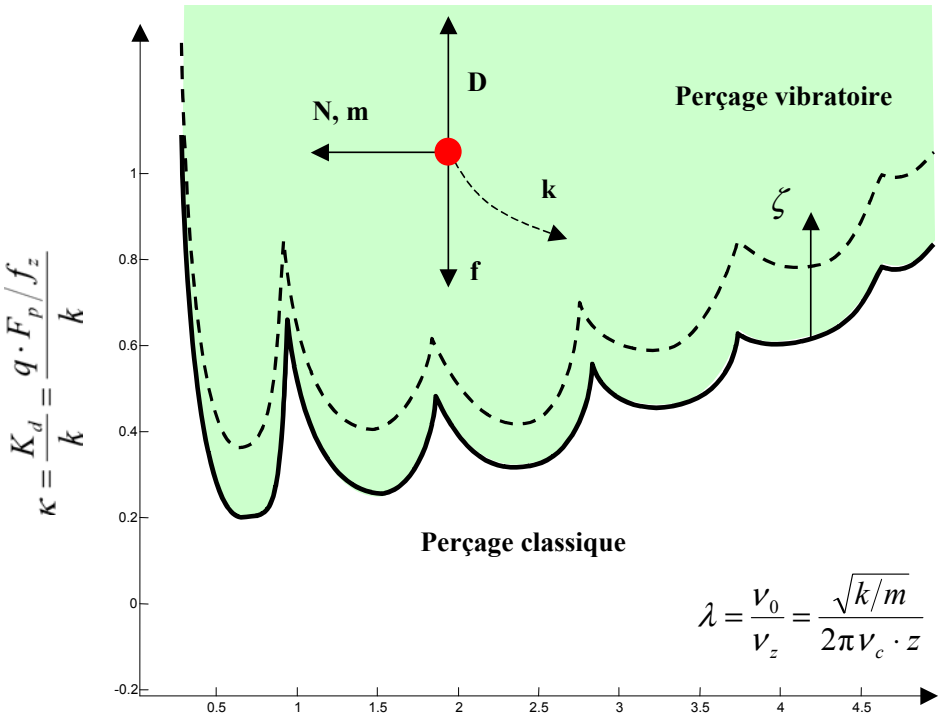


Figure 55 : Influence des paramètres physiques sur les lobes de stabilité et sur la position du point de fonctionnement en coupe vibratoire

Pour les structures mécaniques simples, (la tête autovibrante entre dans cette catégorie) l'amortissement est dû quasi-exclusivement à une dissipation d'énergie dans la pièce déformable pendent les oscillations supportées. Cela limite le coefficient d'amortissement à des petites valeurs : 0,01 – 0,1. Nous pouvons néanmoins, apporter un amortissement supplémentaire en introduisant un élément dissipatif ou par des moyens actifs (bobines, actionneurs piézoélectriques). Nous allons revenir sur les rapports de l'amortissement avec la dynamique globale du processus, dans le chapitre suivant.

La masse vibrante est aussi un paramètre qui peut jouer sur la dynamique du perçage vibratoire. Pourtant, dans les configurations actuelles (têtes vibrantes montées sur des machines classiques) nous avons des limitations d'ordre pratique quant à son changement. Ce paramètre entre dans la définition du paramètre λ.

Dans la Figure 55 nous présentons une synthèse de ces remarques. Cette image explique les influences de chaque paramètre sur la position du point de fonctionnement et sur la position des lobes de stabilité.

4.3. Etudes et simulations systématiques du comportement du système POM en régimes de coupe vibratoire

Les modèles n'intégrant pas l'interruption de la coupe ne peuvent pas être utilisés pour analyser le comportement du système dans des régimes vibratoires. Il existe des études qui, moyennant une forme non linéaire de la force de coupe, ont prouvé l'existence des cycles limites. Ce résultat est contraire à ceux des modèles classiques des forces de coupe, qui prédisent des amplitudes de vibrations allant vers l'infini.

Pourtant, nous nous sommes placés dans une démarche d'études qui a la particularité de chercher les régimes vibratoires par des choix des paramètres du système qui favorisent l'apparition du broutement. Les résultats des simulations ou des expérimentations, dans bien des publications scientifiques, ont prouvé l'existence d'un phénomène qui était, pourtant, négligé par les modèles mis en cause. En [107], par exemple, on présente les résultats des expérimentations en tournage, qui visaient à prouver l'existence des régimes chaotiques en usinage (Figure 56). En regardant les amplitudes enregistrées, nous pouvons estimer que la coupe était interrompue, parce que l'amplitude des vibrations atteint 1 mm.

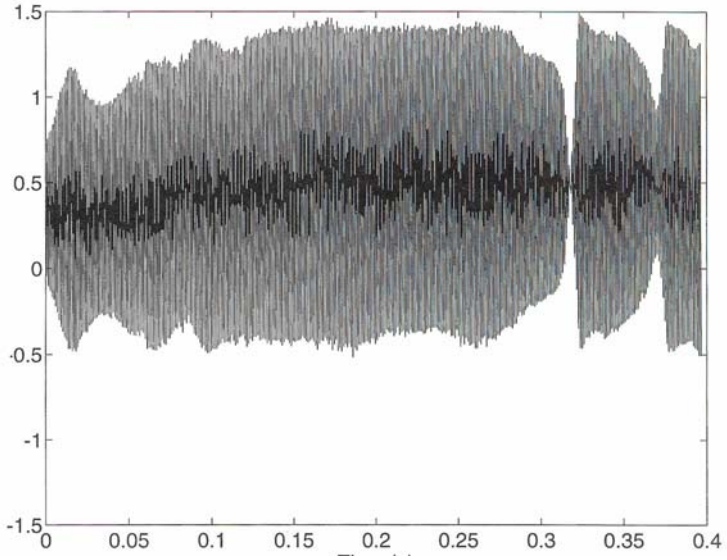


Figure 56 : Broutement en tournage [107]

Pour prédire les amplitudes dans les zones d'instabilité de la coupe stationnaire, il faut intégrer le système complet de la coupe vibratoire. On ne peut pas déterminer analytiquement les solutions d'un tel système et la seule méthode de procéder, reste l'intégration numérique. Nous avons fait toutes les simulations présentées dans cette thèse avec le logiciel MATLAB SIMULINK®. On utilise une méthode d'intégration Runge Kutta à pas ajustable, d'ordre 5.

Une autre méthode pour approcher les solutions des modèles présentés, est la méthode du premier harmonique, présentée dans le paragraphe suivant.

4.3.1. Modèle prédictif basé sur la méthode du premier harmonique

Dans le cas des grandes amplitudes, lorsque la coupe est interrompue, les considérations faites sur les équations du système ne sont plus valables. L'amplitude du mouvement et les variations de l'épaisseur coupée sont comparables à l'avance programmée, voire plus grandes.

L'hypothèse des petites oscillations, qui nous permettait de réduire le modèle à une équation différentielle à retard du type Merritt, ne peut plus être admise.

Nous pouvons pourtant appliquer une autre méthode, dite d'approximation harmonique du premier ordre (ou méthode du premier harmonique). Cette méthode permet de déterminer approximativement, les caractéristiques dites «de cycle limite» d'un tel système, lorsqu'il atteint un régime d'oscillation périodique.

L'idée de base est d'approcher la fonction périodique par une sinusoïde qui n'est autre que le terme fondamental de son développement en série de Fourier. L'approximation donne d'excellents résultats lorsqu'il existe, dans la boucle d'asservissement, un élément qui filtre fortement les termes harmoniques.

En partant de cette approximation, nous pouvons reconstruire la fonction originale (dans notre cas : l'épaisseur coupée) par une expression dépendant de la position et de la vitesse de l'outil. Cela revient à définir une raideur et un amortissement global de la coupe.

Dans le cas de la coupe vibratoire, c'est le phénomène de résonance avec un faible amortissement, qui assure ce filtrage. L'approximation du premier harmonique sera donc particulièrement pertinente, à condition qu'un seul mode vibratoire soit présent. Si plusieurs modes sont excités simultanément, la simple superposition des modes, ne donnera que des résultats médiocres, à cause des interactions non linéaires, causant notamment des modulations, avec la possibilité pour un mode d'échanger de l'énergie avec un autre.

L'hypothèse du premier harmonique se traduit par le fait que le mouvement vibratoire axial de la tête auto-vibrante est quasi sinusoïdal :

$$x(\tau) \cong a \cdot \sin(2\pi\eta \cdot \tau) \qquad \textbf{(100)}$$

L'épaisseur coupée sera alors donnée par l'équation (50). On peut approcher la valeur de la force par une approximation harmonique (utilisant une forme similaire à (55)). Nous allons obtenir par un regroupement des termes sinusoïdaux :

$$h^q(\tau) \approx \varphi_0 + \varphi_r \cdot x(\tau) + \varphi_a \cdot \dot{x}(\tau) \qquad \textbf{(101)}$$

où :

$$\varphi_0 = \eta \int_0^{1/\eta} h^q(\tau) d\tau \qquad \textbf{(102)}$$

$$\varphi_r = \frac{2\eta}{a} \int_0^{1/\eta} h^q(\tau) \cdot \sin(2\pi\eta \cdot \tau) d\tau \qquad \textbf{(103)}$$

$$\varphi_a = \frac{1}{\pi a} \int_0^{1/\eta} h^q(\tau) \cdot \cos(2\pi\eta \cdot \tau) d\tau \qquad \textbf{(104)}$$

L'équation qui régit le comportement du système à l'équilibre sera :

$$\ddot{x}(\tau) + 4\pi\zeta\lambda\dot{x}(\tau) + 4\pi^2\lambda^2 x(\tau) =$$
$$= -4\pi^2\lambda^2\frac{\kappa}{q}\cdot\left(\varphi_0 + \varphi_r\cdot x(\tau) + \varphi_a\cdot\dot{x}(\tau)\right) \qquad \textbf{(105)}$$

Ce système revient en fait à considérer un amortissement et une rigidité dynamique de la coupe, en fonction de l'amplitude et de la fréquence des oscillations et ***en présence de l'interruption de la coupe***. Il reste seulement à trouver l'amplitude et la fréquence d'oscillation qui valident la relation (105).

Pour trouver ces valeurs, nous pouvons séparer la partie réelle (correspondante à la raideur équivalente) et la partie imaginaire (l'amortissement) de l'équation caractéristique homogène $D(\mathrm{j}\omega)$ de l'équation différentielle (105). Nous allons obtenir :

$$\begin{cases} \dfrac{q}{\kappa}\cdot\left(\dfrac{\eta^2}{\lambda^2} - 1\right) = \varphi_r(a,\eta) \\ -\dfrac{q\zeta}{\pi\lambda\kappa} = \varphi_a(a,\eta) \end{cases} \qquad \textbf{(106)}$$

Le système (106) a une solution seulement pour des régimes strictement sinusoïdaux. Ces régimes simples n'existent pas en réalité, les vibrations suivant des trajectoires *quasi*-sinusoïdales. Il y aura donc seulement des régions étroites dans le plan $\{a, \eta\}$ pour lesquelles le système (106) est « presque » satisfait. Pour trouver ces régions nous pouvons construire une fonction, qu'on appelle « de recherche de mode » donnée par :

$$\Im_R(a,\eta) = \left[\varphi_r(a,\eta) + \frac{q}{\kappa}\cdot\left(1 - \frac{\eta^2}{\lambda^2}\right)\right]^2 + \left[\varphi_a(a,\eta) + \frac{q\zeta}{\pi\lambda\kappa}\right]^2 \qquad \textbf{(107)}$$

Il faut chercher alors dans le plan $\{a, \eta\}$ les régions où cette fonction s'approche au plus près de zéro. C'est alors ces paires de valeurs de l'amplitude et de la fréquence d'oscillation qui sont susceptibles de caractériser le comportement du système.

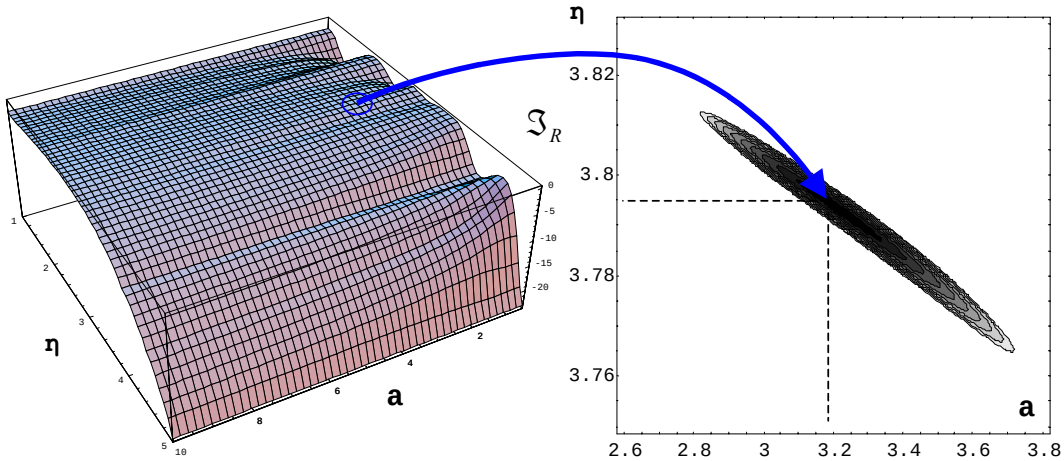


Figure 57 : Résolution numérique pour la méthode du premier harmonique
κ = 0.5 ; ζ = 0.1 ; λ = 3.4 ; q = 0.8

Dans la Figure 57 nous présentons une méthode numérique utilisant le logiciel de calcul symbolique MATHEMATICA 4 pour approcher le système (106). La première image représente la variation de la fonction recherche pour une région du plan $\{a, \eta\}$. En utilisant une représentation sélective (seulement la partie de cette surface qui s'approche le plus de zéro, par des contours) on trouve les valeurs de l'amplitude et de la fréquence des vibrations procurant des solutions approchées sur les deux axes simultanément. Par une simulation du système, intégrant l'interruption de la coupe, nous avons trouvé une amplitude $a = 3$ et une fréquence $\eta = 3.75$. Les prévisions données par cette méthode, sont alors satisfaisantes.

Les inconvénients de cette méthode, consistent dans la supposition du mouvement sinusoïdal (qui provoque une légère différence entre l'amplitude prévue et celle réelle) et dans les difficultés de résolution numérique. De plus, dans la formalisation de cette méthode, nous n'avons pas laissé place pour intégrer l'amortissement de la coupe, dans ses formes discutées.

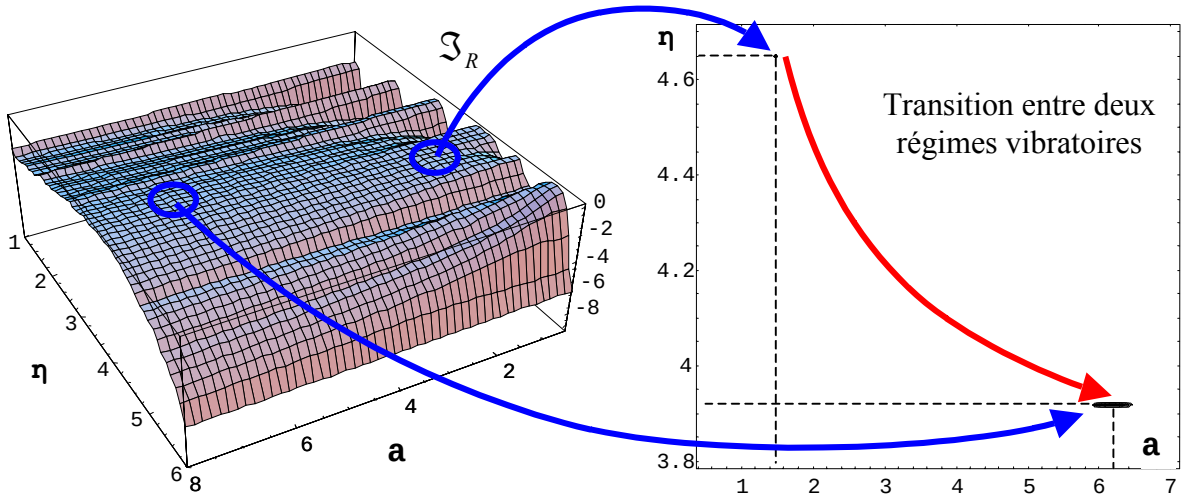


Figure 58 : Exemple d'analyse par la méthode du premier harmonique
κ = 0.5 ; λ = 3.7 ; ζ = 0.1 ; q = 0.8

Néanmoins, utilisée avec précautions, cette méthode donne des résultats satisfaisants pour les régimes vibratoires, situés dans la proximité de la limite de stabilité (dans ces zones nous avons des régimes quasi-sinusoïdales). C'est par cette méthode, aussi, qu'on s'est rendu compte pour la première fois, de la possibilité d'avoir plusieurs régimes vibratoires possibles en même temps, phénomène discuté dans les paragraphes suivants.

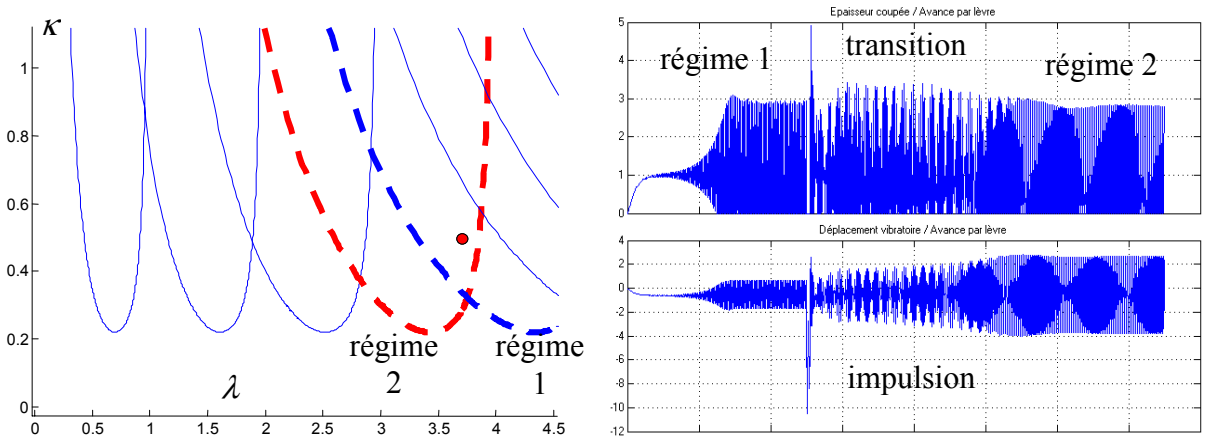


Figure 59 : Transition observée en simulation (voir paragraphe 4.3.2)
κ = 0.5 ; λ = 3.7 ; ζ = 0.1 ; q = 0.8

Pour exemplifier, nous donnons une analyse de cas pour un point de fonctionnement située à la frontière entre deux modes vibratoires (Figure 58). On observe, par une sélection des régions proches de zéro, qu'il existe deux modes susceptibles de s'installer. Dans le plan $\{a, \eta\}$ nous retrouvons ces deux modes sur la deuxième image.

Pour valider cette analyse on a provoqué en simulation (voir le paragraphe suivant), ce phénomène de changement de mode. Nous pouvons constater sur la Figure 59 que l'effet d'une impulsion sur un cycle limite stable peut amener le système dans un régime caractérisé par d'autres amplitudes et fréquences. Les prévisions en termes de fréquences par la méthode du premier harmonique sont très précises. Vu la nature des suppositions faites (mouvement sinusoïdal) nous avons des faibles écarts d'amplitudes. Néanmoins, cette méthode, basée sur des raisonnements énergétiques, a l'avantage de pouvoir montrer plusieurs modes propres possibles, ce qui n'est pas le cas pour la simulation du système.

4.3.2. Modèle prédictif basé sur simulations

4.3.2.1. Détails du modèle de simulation sous SIMULINK®

Pour étudier le système dynamique complet, en prenant en compte la discontinuité de la coupe, un modèle de simulation a été mis en place sur la base des logiciels MATLAB SIMULINK® (Figure 60).

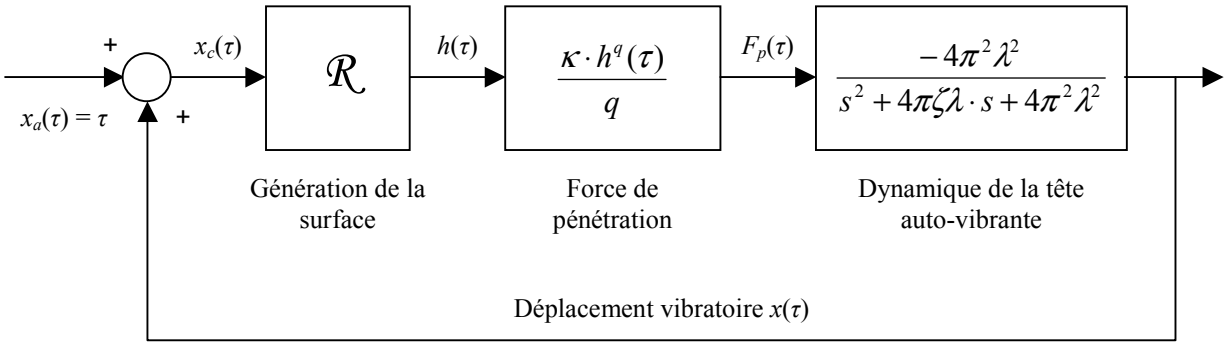


Figure 60 : Modèle Simulink® pour simulation

avec le module de génération de la surface détaillé dans la Figure 61.

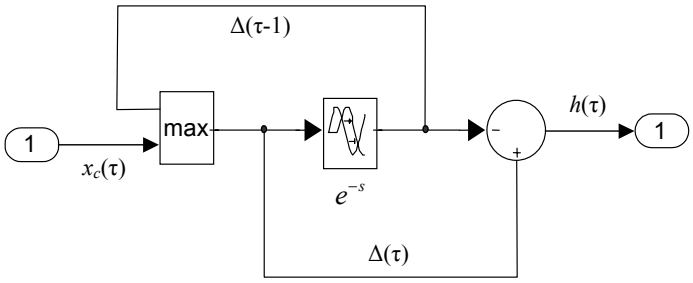


Figure 61 : Modèle de génération de la surface

4.3.2.2. Exemples de simulations. Caractérisations des régimes de coupe vibratoire

Pour exemplifier nous présentons une simulation d'un régime vibratoire en perçage. On utilise comme matériau l'acier XC48 avec la loi d'effort de pénétration donnée par (29). On utilise un foret à deux lèvres et de 5 mm en diamètre. Nous allons alors déduire :

$$F_{p,[N]} = 1688 \cdot f_{[mm/tr]}^{0,77} \qquad \textbf{(108)}$$

On utilise une avance de f = 0,064 mm/tr et une vitesse de rotation de N = 3000 tr/min. La tête auto-vibrante sera caractérisée par la raideur k = 3000 N/mm, la masse vibrante m = 0,6 kg et le coefficient d'amortissement introduit directement en forme adimensionnelle : ζ = 0.1 Pour faire les simulations nous devons calculer les nombres adimensionnels :

$$\kappa = \frac{q \cdot F_p / f_z}{k} = \frac{0.77 \cdot 203 / 0.032}{3000} = 2.44 \qquad \textbf{(109)}$$

$$\lambda = \frac{\nu_0}{\nu_z} = \frac{\sqrt{k/m}}{2\pi\nu \cdot z} = 3{,}56 \qquad \textbf{(110)}$$

La position du point de fonctionnement est figurée sur la Figure 62 (le point 1).

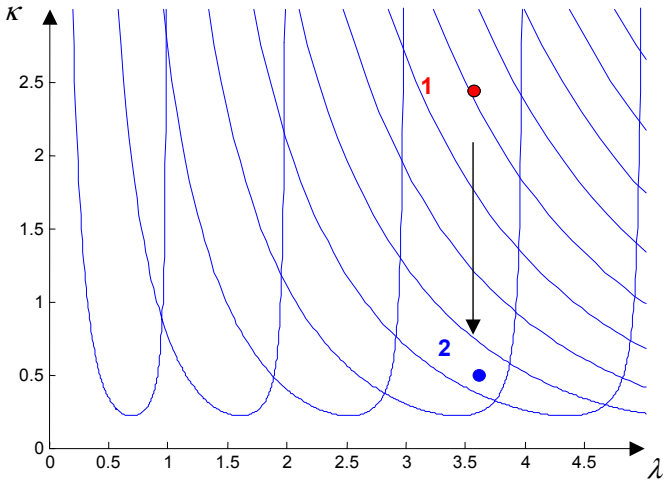


Figure 62 : Point de fonctionnement pour la première simulation *κ* = 2.44, *λ* = *3.56, ζ = 0,1*

Les résultats de la simulation de ce régime sont donnés dans la Figure 63. Les résultats indiquent un régime vibratoire trop violent. Le mouvement de l'outil a un caractère erratique et imprévisible et l'épaisseur coupée atteint des valeurs qui ne peuvent pas être acceptées (20 fois l'avance). En réalité, on ne pourrait pas avoir un tel régime, car la coupe apporte un amortissement, souvent capable de limiter l'amplitude. Si ce n'est pas le cas, les efforts trop importants vont finir par briser les arêtes tranchantes de l'outil.

Nous pouvons augmenter la raideur de la machine à des valeurs qui vont diminuer suffisament le nombre κ, mais il va falloir faire la même chose avec la masse pour garder le même nombre λ. Si on met k = 6000 N/mm et m = 1,2 kg, nous allons avoir : κ = 1,22 et λ = 3,56 ; il n'est encore pas suffisant et les simulations montrent toujours un régime erratique. Supposons maintenant, que nous avons la possibilité d'augmenter le paramètre ζ (l'amortissement de la tête autovibrante) à 0,3, cela va monter les lobes de stabilité ; la valeur critique de κ devient 0,39 au lieu de 0,22. On va obtenir un point de fonctionnement plus proche de la limite de stabilité et les simulations montrent un régime quasi-sinusoïdal (Figure 64).

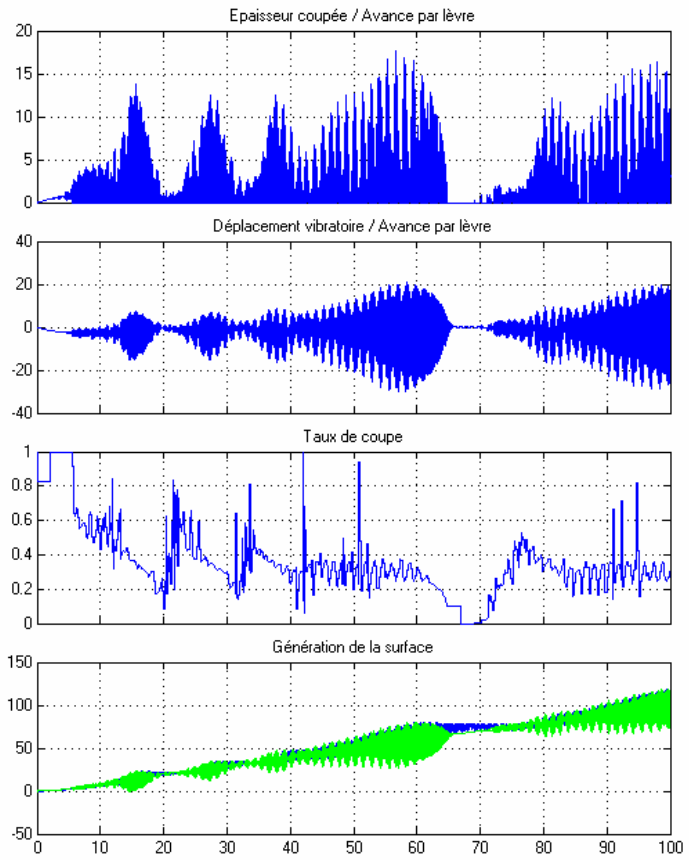


Figure 63 : Résultat de simulation pour κ = 2.44, λ = 3.56, ζ = 0,1

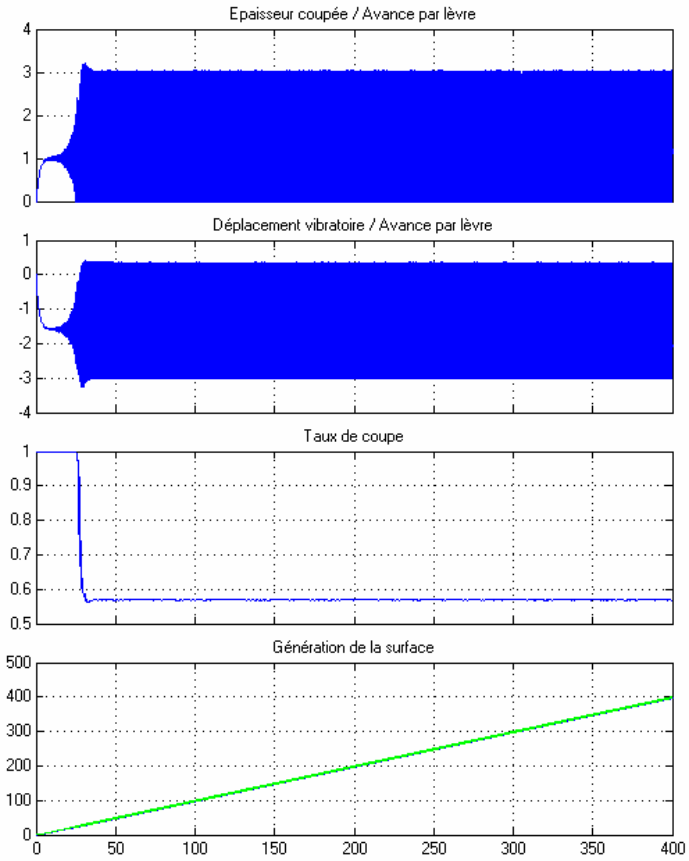


Figure 64 : Résultat de simulation pour κ = 1.22, λ = 3.56, ζ = 0,3

L'amplitude des vibrations est d'environ 1,6 fois l'avance, soit 0,1 mm, ce qui produit un régime de coupe intermittente, avec un taux de coupe de 0,57 et une épaisseur coupée maximale de 0,192 mm.

Il est donc évident que dans la zone d'instabilité de la coupe vibratoire, on va trouver plusieurs types de mouvements. Les régimes qui nous intéressent sont ceux quasi-sinusoïdaux. Les raisons sont simples : d'une part il faut limiter l'amplitude et donc l'épaisseur coupée pour protéger l'outil et d'autre part, il faut pouvoir prédire le comportement du système, ce qui n'est pas possible pour les régimes erratiques (probablement chaotiques), qui apparaissent lorsqu'on se trouve loin de la limite de stabilité.

4.3.2.3. Simulations systématiques. Chartes de variations des critères adimensionnels

Le problème qui se pose, est de déterminer les zones caractérisées par chaque type de mouvement. Pour ce faire, nous avons réalisé des simulations multiples avec un modèle SIMULINK® qui calcule en même temps les paramètres du système. Il s'agit du calcul de l'amplitude, de l'épaisseur coupée, du taux de coupe etc.

Nous avons balayé un domaine rectangulaire dans le plan $\{\kappa, \lambda\}$, choisi après l'analyse de la stabilité linéaire, afin d'obtenir les caractéristiques d'amplitude et de fréquence des régimes vibratoires.

La variation de taux de coupe (Figure 65) montre que l'évolution des régimes vibratoires part de la frontière de stabilité. Le taux de coupe a une évolution convenable (vers les valeurs maximales) pour les points d'intersection de deux lobes, mais la stabilité de ces régimes est très sensible aux petites variations de λ. Du point de vue de la stabilité, les meilleurs choix restent les voisinages des points critiques définis par $\lambda = \lambda_{cr,\,i}$ et $\kappa = \kappa_{cr}$. En ces points, on trouve une amplitude de démarrage maximale (Figure 66). Cette amplitude reste plus grande que celles qu'on trouve pour les points situés sur la verticale passant par les intersections des lobes voisins, même dans les points plus éloignés de la limite de stabilité.

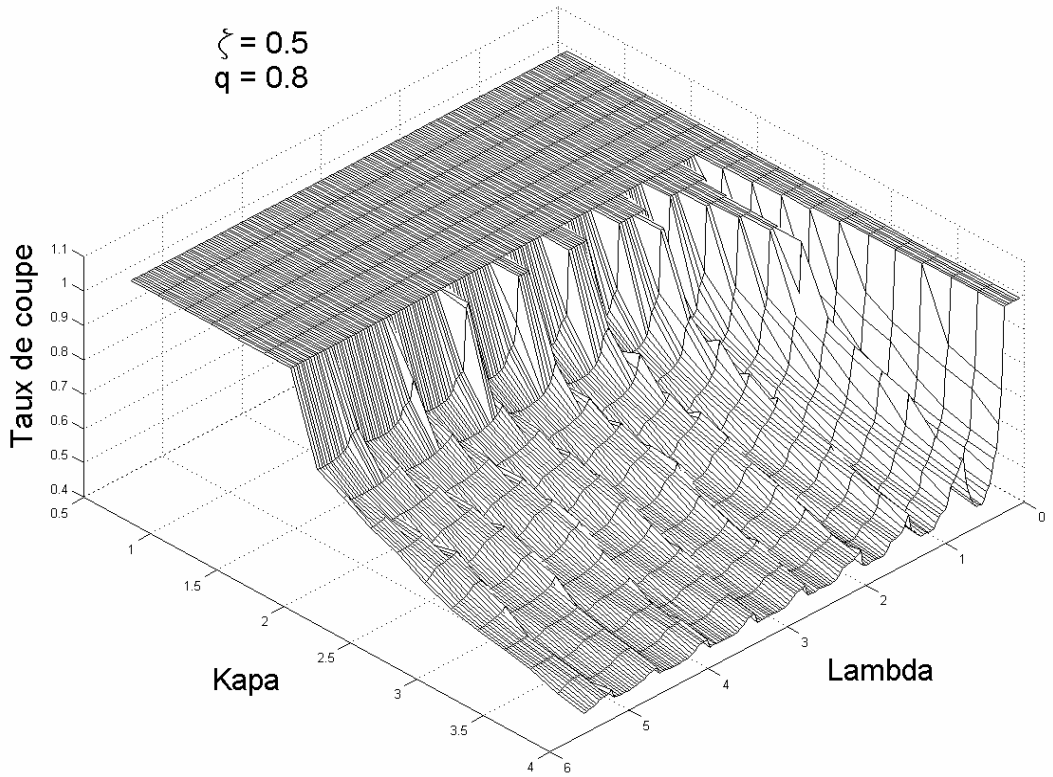


Figure 65 : Evolution du taux de coupe pour *ζ = 0,5, q=0.8*

La Figure 67 présente, pour les mêmes paramètres de simulation, le nombre d'oscillations entre deux passages consécutifs. On observe qu'au-delà de l'intersection des deux lobes de stabilité, il prend place une verticale pointue qui sert de frontière entre deux modes vibratoires.

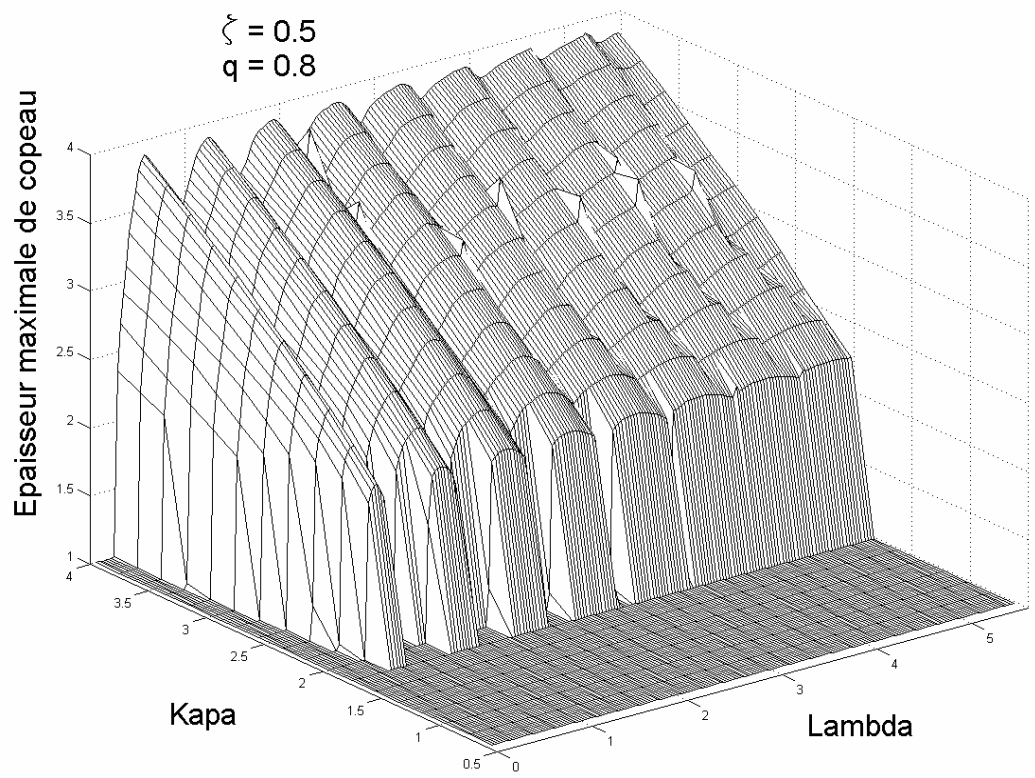


Figure 66 : Evolution de l'épaisseur coupée pour *ζ = 0,5, q=0.8*

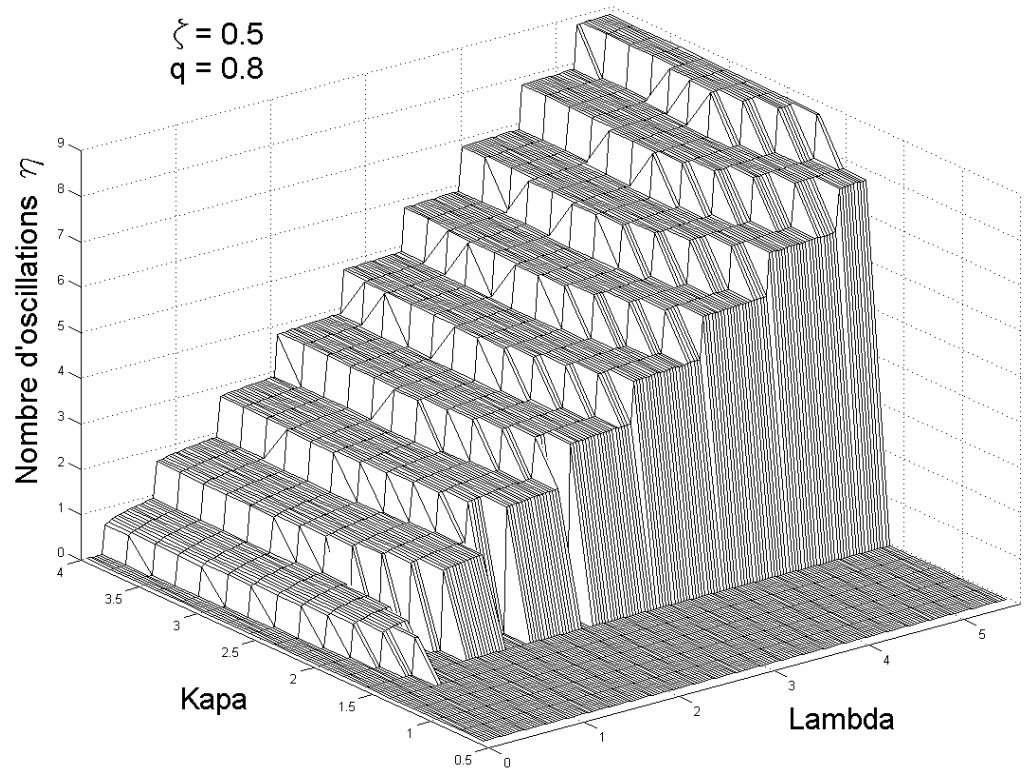
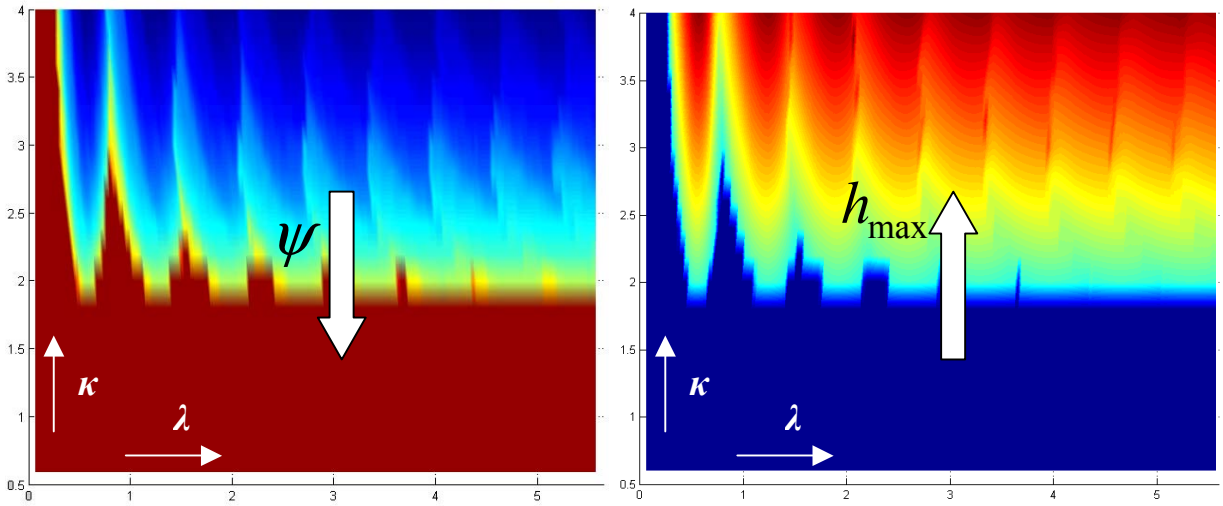


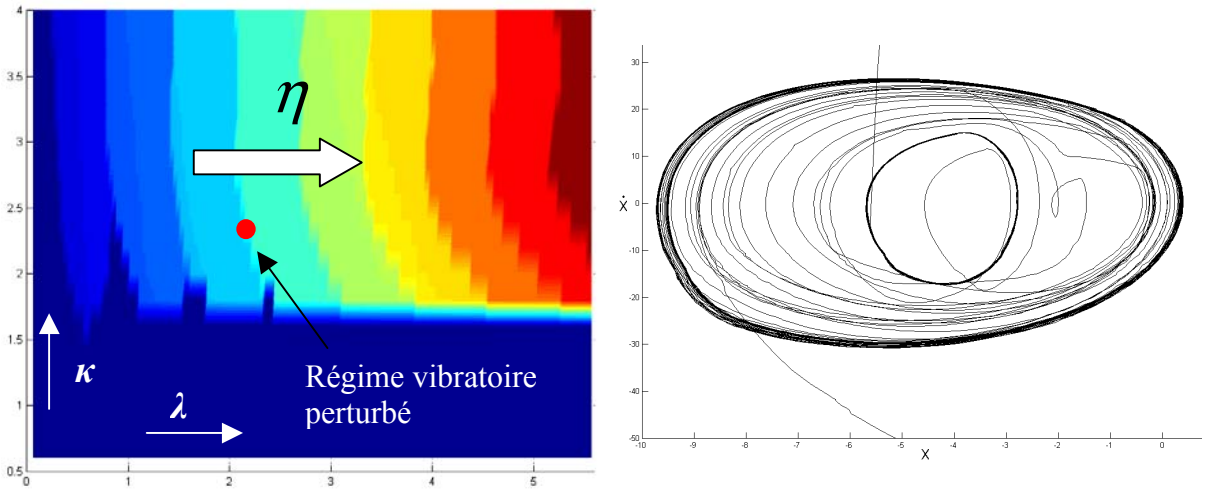
Figure 67 : Evolution du nombre d'oscillations par passage de lèvre *ζ = 0,5, q=0.8*



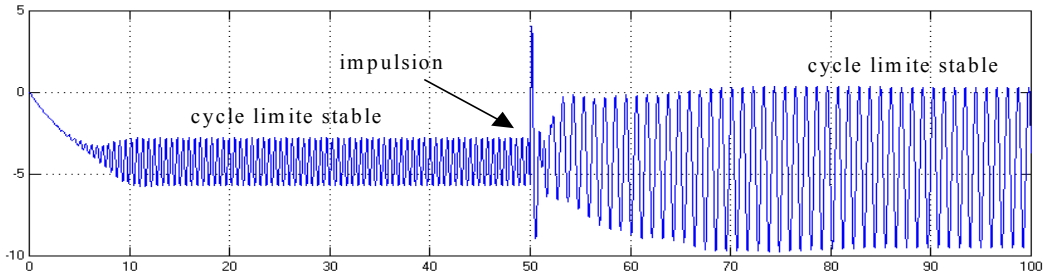
a) taux de coupe → → → b) épaisseur coupée

Figure 68 : Iso-surfaces pour les variations du taux de coupe et de l'épaisseur coupée

Dans la Figure 68, nous présentons des chartes couleur pour les évolutions du taux de coupe et de l'épaisseur coupée. On peut observer les iso-courbes d'épaisseur coupée constante ou de taux de coupe constant (chaque couleur signifie une iso-courbe).



a) Position du point de fonctionnement b) changement de cycle limite en pseudo-plan de phase



c) régime vibratoire perturbé

Figure 69 : Changement de mode vibratoire

On peut conclure que les points de fonctionnement les plus appropriés pour la coupe vibratoire, du point de vue de l'épaisseur coupée, se trouvent dans le voisinage des lignes d'intersection des lobes de stabilité. Par contre, dans ces points nous pouvons avoir des problèmes de stabilité du mouvement, le régime étant susceptible de changer de mode à des petites impulsions (qui sont inévitables, vue la nature stochastique du processus de coupe).

La Figure 69 montre une simulation de ce phénomène de changement de mode. Nous avons simulé le comportement d'un régime situé dans la proximité de la frontière entre deux modes vibratoires et nous avons excité le système après la stabilisation d'un de ces deux modes. On observe clairement le changement de comportement sur les images présentées.

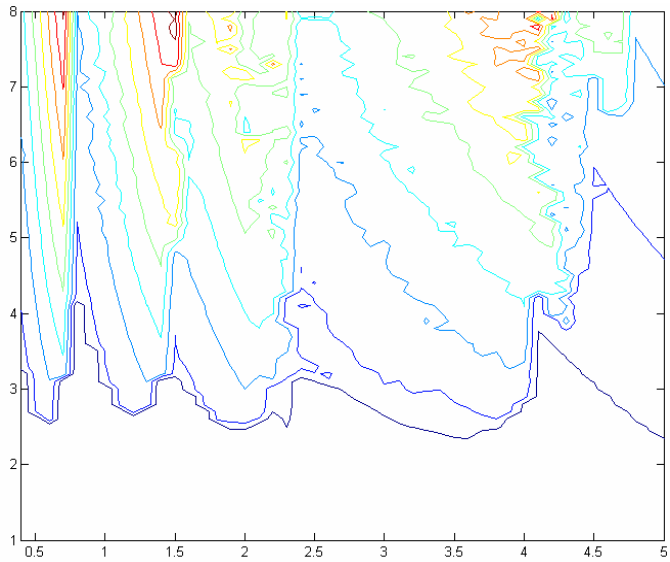


Figure 70 : Les iso-courbes de taux de coupe constant pour un système intégrant la dynamique d'une broche

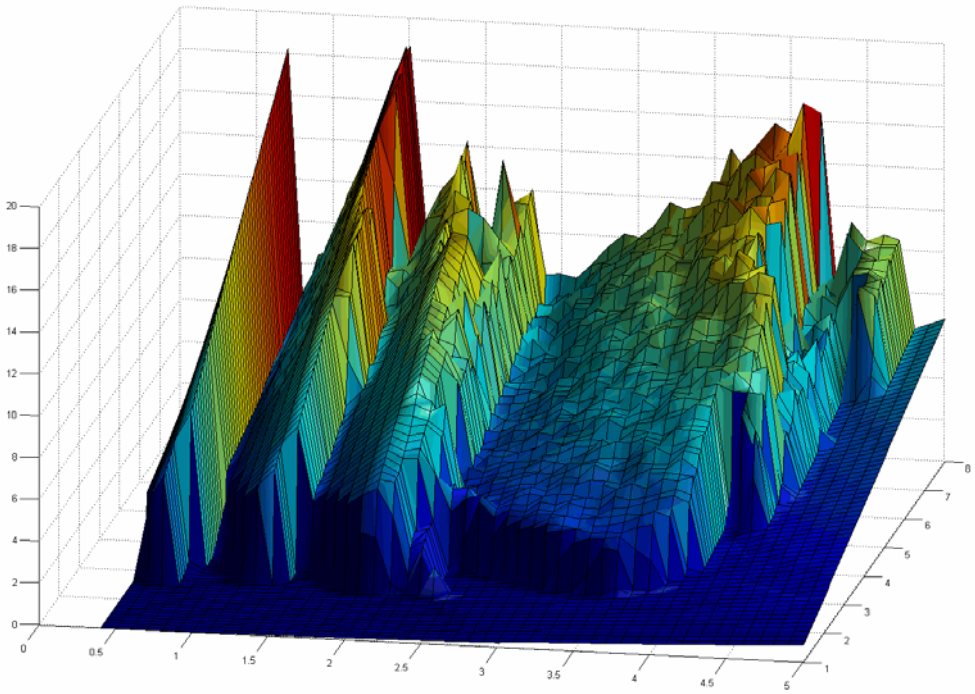


Figure 71 : Les amplitudes d'oscillations pour un système intégrant la dynamique d'une broche

Nous avons fait aussi des simulations de même nature, pour le système intégrant la dynamique d'une broche, qui a une fréquence propre de vibration proche de celle de la tête vibrante (Figure 71 et Figure 72). On remarque une zone d'interaction entre la tête auto-vibrante et la broche, qui déforme et déplace les lobes de stabilité. Cette interaction passe par le processus de coupe et la présence du retard fait difficile une analyse de cette interaction.

Pour valider l'analyse linéaire de la stabilité du système, intégrant un amortissement de la coupe nous avons fait aussi des simulations systématiques. Les résultats coïncident (en ce qui concerne la limite de stabilité) avec ceux obtenus par l'analyse linéaire (Figure 72).

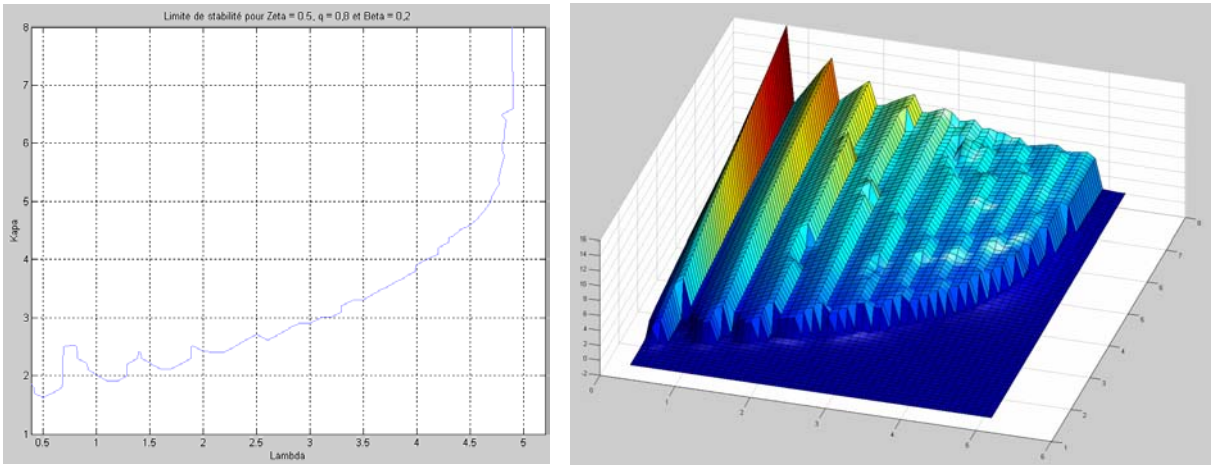


Figure 72 : Limite de stabilité et évolution de l'amplitude d'oscillations pour la coupe vibratoire amortie

4.4. Etude des bifurcations en coupe vibratoire

L'analyse linéaire ne donne aucune indication sur ce qui se passe au-delà de la limite de stabilité, sur les mécanismes de limitation de l'amplitude (qui devrait, en approximation linéaire, croître à l'infini) ou sur les phénomènes de saut liés aux points de perte de stabilité. Les phénomènes de bifurcation (changement de cycles limites dans un système dynamique), ont été déjà mis en évidence par les chercheurs (voir le Chapitre 2). Il est donc normal que l'on s'intéresse, dans notre cas, à l'existence de ce type de comportement.

4.4.1. Les bifurcations de HOPF

La forme linéaire étudiée dans le paragraphe précédent, obtenue par développement du binôme classique n'est plus valable pour les fortes amplitudes (du même ordre que l'avance). Cependant, ce qui reste important pour l'analyse des bifurcations, c'est d'avoir les conditions nécessaires pour appliquer la version du théorème de bifurcation de HOPF, appropriée au cas des équations différentielles infini-dimensionnelles.

En [158] une analyse des bifurcations de Hopf intervenant dans le broutement, a montré l'existence d'une bifurcation sous-critique. L'analyse utilisait un modèle équivalent, sans prendre en compte l'interruption de la coupe, mais avec une forme polynomiale de variation de la force de coupe, par rapport à l'épaisseur coupée. La condition préalable à un tel calcul est d'avoir une dérivée de la partie réelle de la solution de l'équation caractéristique strictement positive dans le voisinage du point de bifurcation. Dans notre cas, il peut être prouvé par un calcul simple, que cette condition est également valable. Une dérivation implicite par rapport au

paramètre de bifurcation κ nous donne la dérivée de la partie réelle α au moment du changement de signe :

$$\left.\frac{d\alpha}{d\kappa}\right|_{\lambda=\lambda_{cr,i}} = \frac{\pi\lambda_{cr,i}\cdot q}{(1+\zeta)(1+2\pi\zeta\lambda_{cr,i})} = f(\zeta,i) > 0 \qquad (111)$$

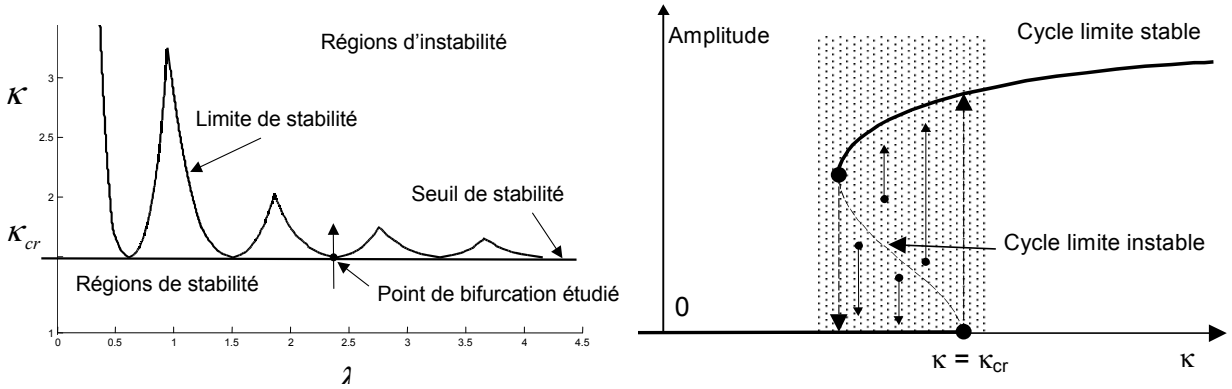


Figure 73 : Diagramme de bifurcation [158]

Les résultats de [158] montrent l'existence d'une solution instable, dans un certain voisinage de la valeur critique de κ (Figure 73). Ce cycle limite instable existe pour des valeurs du paramètre $\kappa < \kappa_{cr}$ et il peut intervenir dans la définition du domaine d'attraction du cycle limite asymptotiquement stable, de la coupe stationnaire (l'absence de vibration). Ces bifurcations existent et elles gardent leur nature sous-critiques, pour des points choisis arbitrairement sur la frontière de stabilité. L'incertitude permanente en ce qui concerne la force de coupe (comportement stochastique issu de phénomènes peu connus ou mal maîtrisés et à des non-homogénéités des matériaux) fait que ces bifurcations sous-critiques jouent un rôle important dans le comportement global du système.

Le comportement dans le voisinage du point de saut (perte de stabilité) a été étudié et mis en évidence du point de vue expérimental, en fraisage [153] et en tournage [65], [66], [131] et explicité du point de vue mathématique en [158]. Les équations qui dirigent ce comportement sont manifestement similaires à celles utilisées ici pour la modélisation du perçage vibratoire.

Pourtant, au-delà des points de bifurcation, les lois qui établissent l'amplitude et la fréquence d'oscillation, ne restent pas les mêmes. L'amplitude des vibrations, au voisinage de points de bifurcation, peut être calculée par des formules approximatives, issues du calcul, mais elles évoluent d'une manière inconnue, pour les régimes éloignés de la frontière de stabilité.

4.4.2. Sections de Poincaré et caractérisation de la dynamique du système dans les régimes de coupe vibratoire

Pour mettre en évidence les phénomènes de bifurcation de notre système, nous avons représenté les sections de Poincaré pour des simulations variant lentement le paramètre κ, pendant le calcul. Les résultats obtenus diffèrent en fonction du point choisi sur la limite de stabilité et des paramètres du système. Dans l'espace de phase, nous avons utilisé comme plan de section pour couper l'orbite du système le plan défini par $\dot{x}(\tau) = 0$ avec la condition $\ddot{x}(\tau) < 0$. Cela revient alors à représenter tout point de maximum local de la fonction $x(\tau)$.

L'évolution de l'amplitude des oscillations peut ainsi être représentée en fonction du paramètre κ choisi. Il faut faire évoluer très lentement ce paramètre, pour diminuer le nombre de points apportés par les phases transitoires.

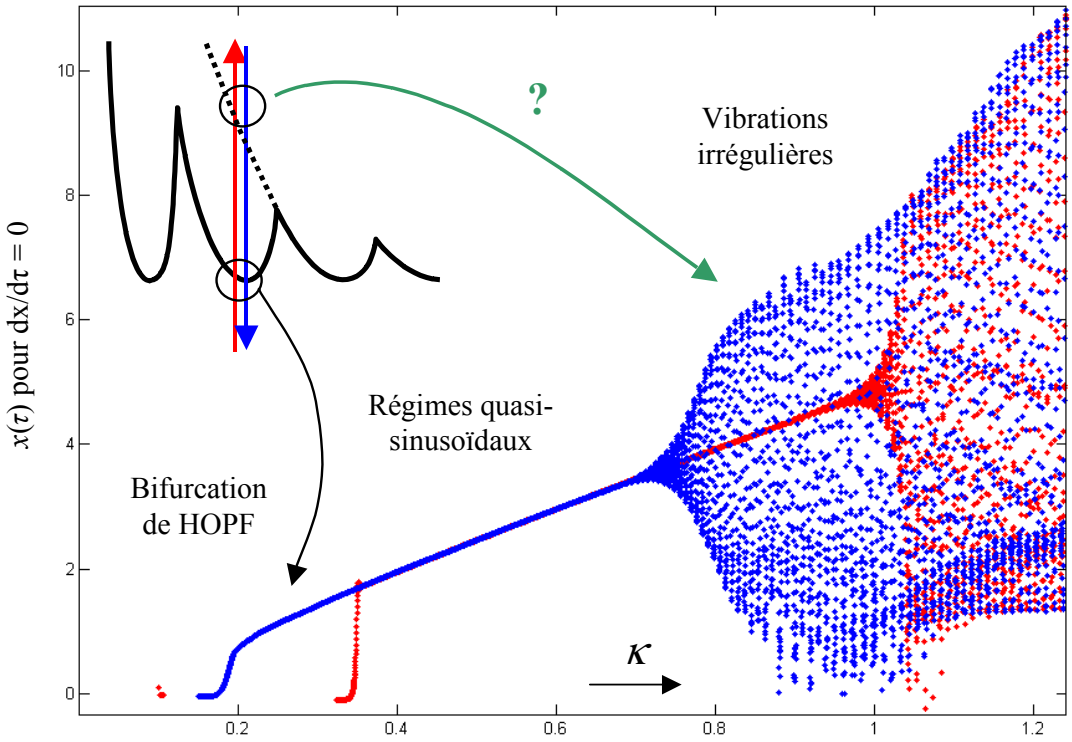


Figure 74 : Section de Poincaré et classification des régimes

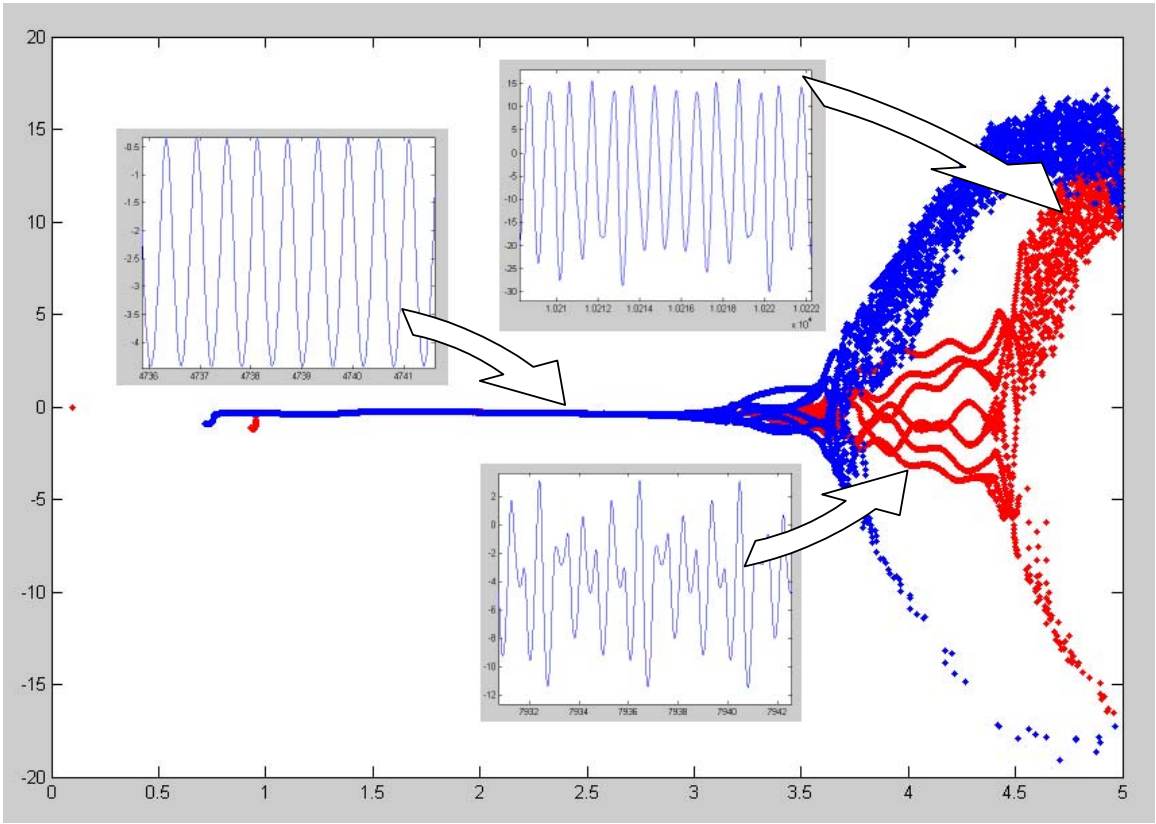


Figure 75 : Mise en évidence des régimes transitoires

Pourtant, pour les phénomènes de saut, même s'ils se passent très vite, nous retrouvons des points correspondant à une phase transitoire et non pas à un cycle limite stable. Dans la Figure 75, l'évolution du comportement du système montre une phase transitoire entre deux régimes quasi-sinusoïdaux. Le deuxième cycle limite présente une amplitude plus importante et une fréquence de vibration plus élevée. La transition se fait à travers une région de coexistence (avec un échange d'énergie) des deux modes vibratoires.

Les observations, faites sur ces simulations, ont conduit à une interprétation de ce type de comportement, dans la zone des régimes vibratoires. Les premiers cycles limites, trouvés dans la région d'instabilité de la coupe stationnaire, s'expliquent par l'existence d'une solution complexe de l'équation caractéristique, à droite de l'axe imaginaire. Quand la deuxième solution passe aussi dans cette région, le système réagit et on constate soit une légère perturbation (discontinuité) dans l'évolution de l'amplitude des oscillations (Figure 79), soit le développement du nouveau mode vibratoire correspondant (Figure 75). En fonction de l'interaction des deux modes vibratoires, nous pouvons avoir parfois un comportement erratique, caractérisé par une oscillation qui s'éloigne de l'hypothèse harmonique. Ce phénomène est retardé par rapport au point de passage effectif. Ceci s'explique par le fait que la cette nouvelle solution (et donc du mode vibratoire) n'existe que pendant la coupe effective et son influence, par conséquent, est diminuée. Dans le cas de la première bifurcation, le système partait d'un régime de coupe continue ce qui faisait que le cycle limite correspondant s'amorçait très vite.

Sur ces diagrammes de bifurcation nous pouvons constater encore une fois, l'existence des régimes à vibration irrégulière, pour les régions situées loin de la limite de stabilité. Les amplitudes trop importantes et le comportement imprévisible prohibent l'utilisation de ces points de fonctionnement, qui sont, pourtant, plus facile à atteindre (en termes de paramètres technologiques : vitesse de coupe, masse vibratoire, raideur de la tête etc.).

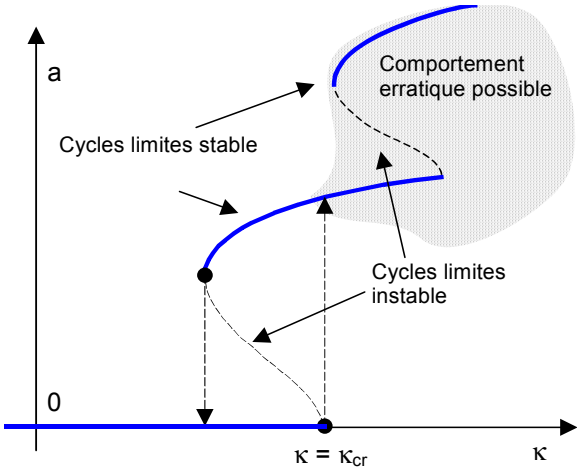


Figure 76 : Modèle de comportement du système

L'existence de plusieurs cycles limites, avec des transitions entre eux, conduit à la considération de domaines d'attraction de chaque cycle limite. Ainsi, on peut dire que les informations données par les analyses systématiques (Figure 64 – Figure 72), décrivent les cycles limites atteints, en partant de conditions initiales nulles. Les autres cycles limites sont atteints, suite à des perturbations ou à des évolutions des paramètres du système. La sensibilité du régime vibratoire, par rapport aux perturbations, est d'autant plus grande, que le régime s'approche de la frontière entre deux cycles. Ces transitions et dépendances des conditions initiales peuvent expliquer, la dispersion des résultats obtenus par les premières expérimentations. Même si cette dépendance des conditions initiales est une des caractéristiques des systèmes chaotiques, on ne peut pas encore affirmer avec certitude l'existence du chaos dans

ces régions. L'analyse pertinente du système, ne peut pas être portée sur de bases analytiques, (vu le fait que la fonction de définition du système n'est pas continue) mais par des analyses des données obtenues par simulations. Ces méthodes d'identification des systèmes chaotiques utilisent généralement un espace de coordonnées retardées (voir [143], [144]).

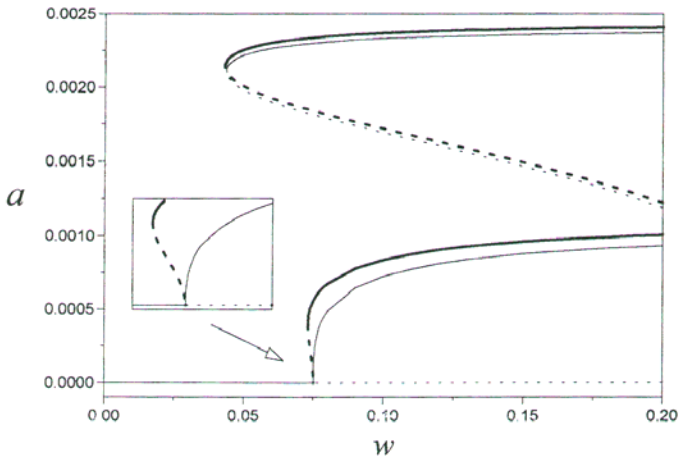


Figure 77 : Les résultats de Nayfeh et collaborateurs [119], [120]

Le modèle de comportement typique pour le système utilisé, peut être schématiser du point de vue qualitatif (Figure 76).

En [119], [120] Nayfeh et ses collaborateurs, présentent une analyse d'un système non linéaire, modélisant le broutement par une méthode d'étude des systèmes non linéaires : la méthode des perturbations. Il s'agit d'une approximation de la fonction recherchée, par des fonctions harmoniques perturbées à l'aide d'une quantité ε. La solution globale du système est obtenue par un bilan algébrique prenant en compte un nombre limité d'harmoniques. Cette méthode était utilisée dans l'analyse du comportement du système planétaire, dans l'astronomie du XIXème siècle.

C'est la seule étude, que nous avons trouvée, qui signale l'existence des cycles limites multiples, au delà de la première bifurcation (Figure 77). Pourtant leur système ne prend toujours pas en compte l'interruption de la coupe.

Il faut rester connecté à la réalité et comparer les résultats des simulations avec ceux des éventuelles expérimentations. Nous avons l'occasion d'affirmer que ces trouvailles ont un correspondant dans ce qui se passe en réalité, si on regarde les expérimentations qui ont été déjà faites en [95]. Dans les zones correspondant à celles de comportement erratique que nous avons mis en évidence, une dispersion des résultats a été reportée. Cela veut dire que, pour des conditions d'expérimentation très voisines, le système trouvait son équilibre sur des modes vibratoires différents, avec des amplitudes et des fréquences relatives, dissemblables. Egalement, tout type de comportement que nous avons décrit (quasi-sinusoïdal, multi-modes et erratique) a été trouvé par la variation du point de fonctionnement. Les amplitudes et les fréquences varient dans des plages étendues (2-40 fois l'avance pour l'amplitude et 3-10 oscillations par passage de lèvre). Nous donnons des exemples d'enregistrements des vibrations (malheureusement elles existent uniquement en forme graphique) dans la Figure 78.

La caractéristique centrale des bifurcations sous-critiques est un type de hystérésis qui existe pour les points de passages entre deux attracteurs du système (point fixe → cycle limite ou cycle limite → cycle limite). Une fois le nouveau cycle stabilisé, même si la direction d'évolution change (en faisant κ descendre), le système ne peut pas retrouver immédiatement le cycle limite initial. Il faut passer par une phase correspondante à l'hystérésis de la bifurcation. En fait, il n'est même pas nécessaire que le nouveau cycle soit stabilisé ; le fait d'avoir amorcé le

nouveau mode vibratoire est suffisant pour ce phénomène. Dans la Figure 79 nous présentons une simulation qui permet de valider cette remarque : on coupe l'évolution du nouveau cycle limite, avant qu'il soit stabilisé (juste au début de son existence) et nous changeons la direction d'évolution de κ. Cela n'empêche pas le système de se caler sur ce nouveau mode et de développer des amplitudes importantes (les points bleus dans la Figure 79).

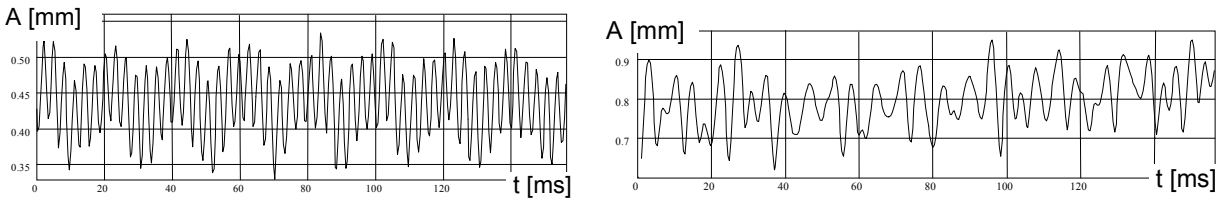


Figure 78 : Exemples de vibrations obtenues par expérimentation en perçage profond [95]

Ce phénomène, est intimement lié à la nature non linéaire du modèle de la force de pénétration. Autrement dit, si $q = 1$ le système va avoir un saut sans hystérésis et les deux attracteurs ne coexistent pas. Si la force prend une forme non linéaire, le phénomène de saut retrouve l'hystérésis et la bifurcation entre dans la catégorie désignée par le terme de bifurcation de HOPF sous-critique.

Paramètres physiques :

Diamètre D : 3 mm
Nombre de lèvres z : 2
Vitesse de rotation N : 2740 tr/min
Avance f : 0.03 mm/tr
Masse vibratoire m : 4 kg
Amortissement c : 600 Nm/s
Raideur du ressort k : 5000 N/mm
Constante du matériau : 500
Exposant pour diamètre p : 0.84
Exposant pour avance q : 0.77

Paramètres adimensionnels et de bifurcation :

Durée simulation : 10000 passages
Lambda : 1.9483
Kapa initial : 0.1
Kapa final : 1.3
Zeta : 0.067

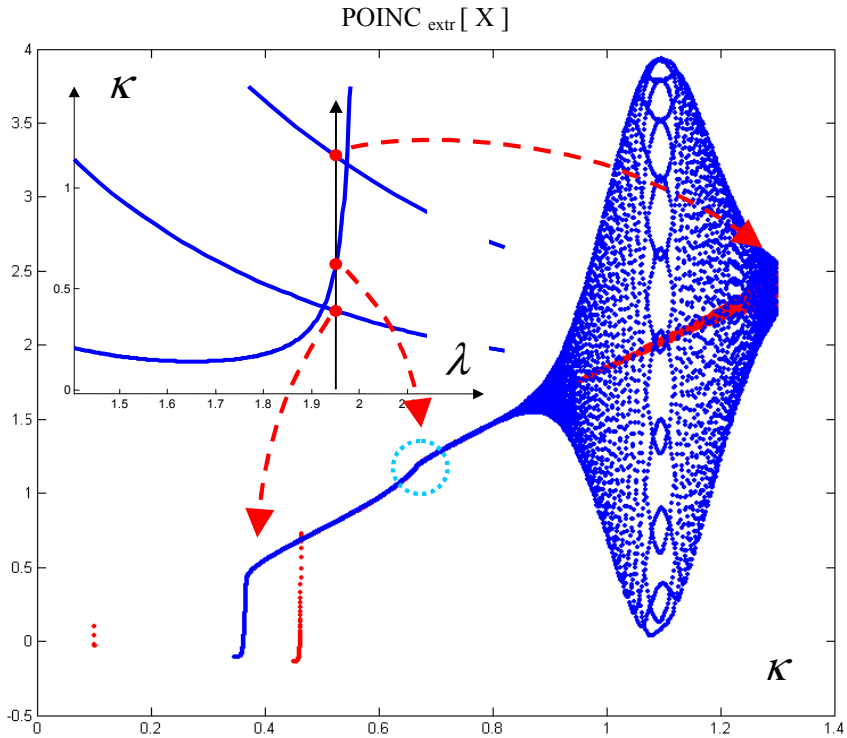


Figure 79 : Changement de modes vibratoires

Le temps de simulation (traduit en vitesse d'évolution du paramètre κ) est important aussi. Avec une vitesse très petite, nous pouvons obtenir des résultats assez proches de la réalité. Les vitesses d'évolution trop grandes provoquent un élargissement apparent de la région de coexistence des deux attracteurs. La façon la plus correcte de procéder, serait de faire une simulation pour chaque point considéré sur l'axe vertical (chaque κ), laisser le système se stabiliser et calculer les caractéristiques du régime (critères adimensionnels). Par cette méthode, les phases transitoires (les périodes nécessaires pour que le système se stabilise) sont cumulées et le temps de simulation devient prohibitif.

4.4.3. Bifurcations et comportement du système par rapport aux variations du paramètre adimensionnel λ

Les variations de κ ne sont pas faciles à obtenir, par expérimentation, en perçage. Pour le fraisage, cela peut être fait par une variation de la profondeur de passe. Le comportement du système par rapport aux variations de λ peut être intéressant, car dans sa formule de définition intervient un paramètre physique important et susceptible à varier : la vitesse de rotation N de la broche.

Nous avons construit un modèle de simulations basé sur les mêmes principes, pour simuler ce comportement. On se fixe à un paramètre κ qui indique une zone de stabilité conditionnée (proche d'un des cotés des lobes de stabilité) et on fait varier λ de la même manière qu'on a procédé pour κ. Dans la Figure 80, nous présentons un exemple de simulation.

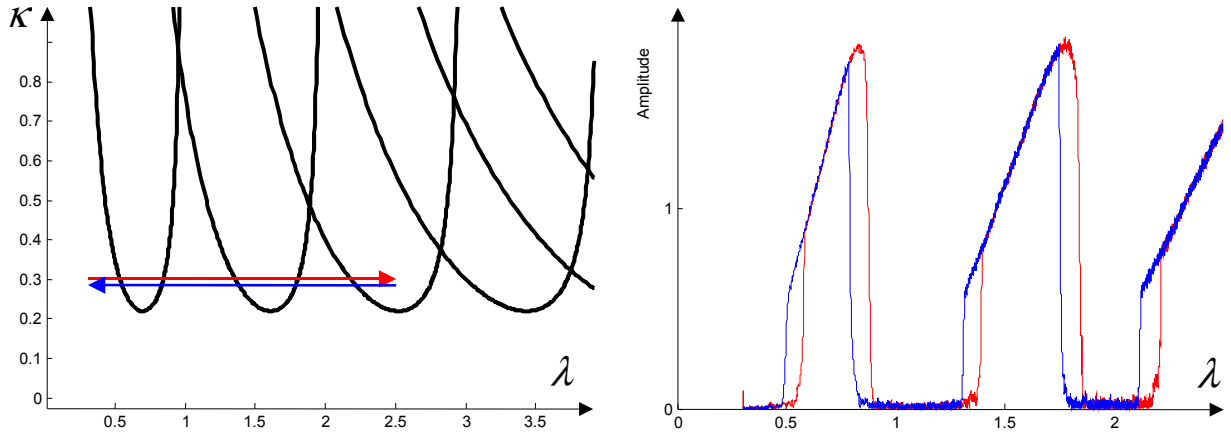


Figure 80 : Bifurcations par rapport à λ

On doit remarquer que la variation de l'amplitude ne ressemble pas à la variation de l'épaiss²eur coupée maximale (Figure 66). En effet, il faut dire que dans l'expression de l'épaisseur coupée, nous devons prendre en compte aussi le déphasage entre les passages successifs, qui contribuent à la formation du copeau à l'instant τ ; c'est pour cela que les deux variations ont une forme si dissemblable.

La vitesse de variation de λ a la même influence sur les résultats obtenus que pour le cas de κ. De plus, les bifurcations disparaissent, pour une forme linéaire de la loi de coupe, comme dans le cas précédent.

Il faut noter donc encore une caractéristique importante de notre système : **les amplitudes de vibrations sont plus grandes lorsqu'on passe dans la région instable du coté droit de chaque lobe**. Cela peut être expliqué en regardant la variation du déphasage (Figure 48). Du coté gauche nous avons un η qui s'approche de i-0,5 (i étant le numéro du lobe considéré), ce qui correspond au cas de la Figure 37 b et donc à un amortissement important apporté par la coupe. Du coté droit, le nombre d'oscillations par passage de lèvre η évolue vers i, ce qui correspond au cas de la Figure 37 d et donc à un amortissement beaucoup plus faible. Ces différences dans la valeur de l'amortissement peuvent être observées aussi sur la Figure 40.

Nous avons jusque là discuté les bifurcations en coupe dynamique sans prendre en compte l'amortissement de la coupe. De manière générale, pour le paramètre κ les simulations ont montre un comportement similaire. Il y a, un phénomène intéressant à mettre en évidence (aussi par le fait qu'il explique certains comportements trouvées par expérimentations). Il s'agit

d'un nouveau type de changement de mode, dû justement à un changement radical de la valeur globale de l'amortissement de la coupe, quand l'interruption de la coupe intervient.

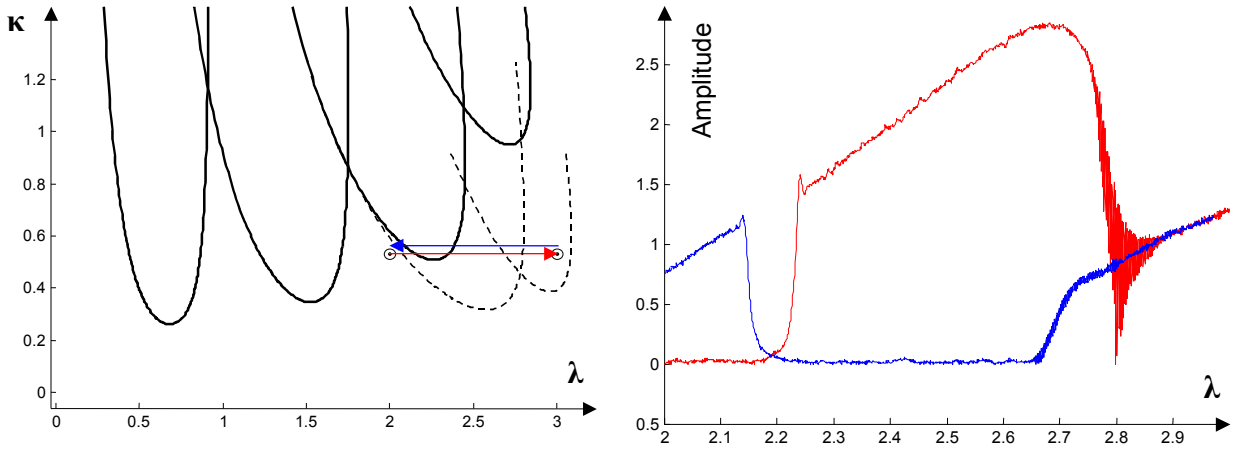


Figure 81 : Différence entre l'amortissement de la coupe en régimes stationnaires et vibratoires
λ = 2 → 3 ; κ = 0.53 ; ζ = 0.1 ; σ = 0.03

Dans la Figure 81 nous avons généré des bifurcations lors du passage du point de fonctionnement par un lobe de stabilité prévu avec un amortissement de la coupe ($\sigma = 0.03$). Les simulations (image à droite) ne correspondent plus avec l'analyse linéaire. On voit que le mode vibratoire correspondant au quatrième lobe apparaît à l'aller, même si le point de fonctionnement se trouve dans la plage de stabilité. Nous avons interprété ce comportement par une différence entre l'amortissement apporté par la coupe dans des conditions de coupe interrompue par rapport à l'amortissement apporté en conditions de coupe stationnaire. Cela est dû au fait que, pendant les régimes vibratoires, l'outil se trouve en dehors de la matière (il ne coupe pas) dans la phase d'aller, lorsque les angles de coupe sont les plus défavorables. Si les conditions changent à cause des perturbations ou à cause de l'existence d'une oscillation initiale, les lobes se déplacent (suivant l'amortissement modifié) et permettent l'amorçage des régimes vibratoires. Ce phénomène trouve donc la source toujours dans l'apport d'amortissement paramétrique de la coupe.

Chapitre 5

STRATEGIES DE CONTROLE DE L'AMPLITUDE DES VIBRATIONS EN COUPE VIBRATOIRE

Ce chapitre présente un modèle de contrôle du niveau d'amplitude des vibrations en perçage vibratoire, utilisant la variation de la vitesse de rotation de la broche.

Ce modèle développe une analyse un peu différente du comportement autour des points de perte de stabilité. Cette nouvelle approche utilise les fonctions de transfert du système et des sous-modèles constituants (tête auto-vibrante, processus de coupe, modèle de génération des surfaces). L'analyse de stabilité utilise le critère de Nyquist pour les systèmes non linéaires. Le contrôle est basé sur une observation simple : l'amplitude des oscillations est contrôlée par la partie réelle de la solution complexe de l'équation caractéristique du système.

Nous donnons ici les équations et la démarche à suivre, ainsi que le schéma de fonctionnement. Nous avons aussi présenté une simulation réalisée à l'aide des modèles MATLAB SIMULINK.

5.1. Asservir les régimes vibratoires

Pour stabiliser les amplitudes et les fréquences d'un régime afin d'obtenir des taux de coupe proches de 1, il peut être envisagé un asservissement soit par la fréquence de rotation (paramètre λ), soit par l'avance (paramètre κ).

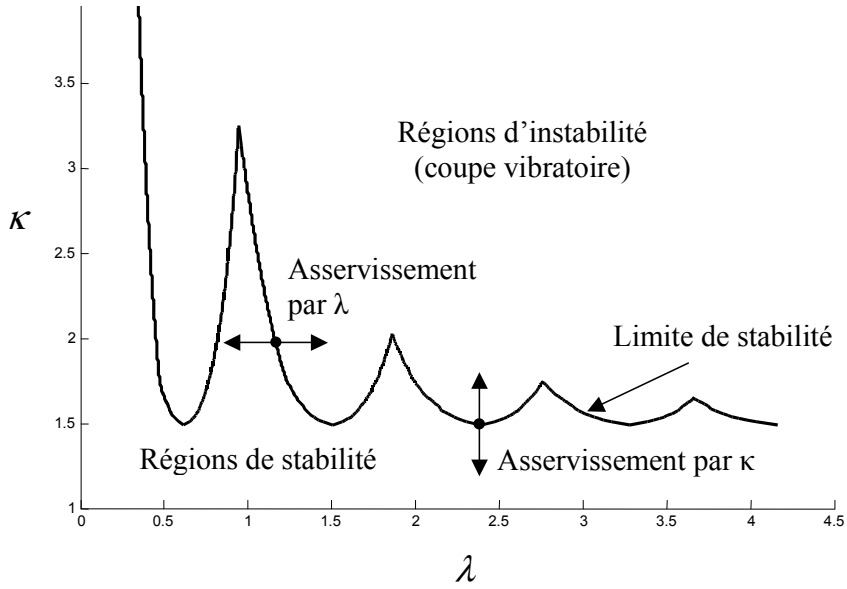


Figure 82 : Asservissement de l'amplitude des vibrations

La sensibilité de κ par rapport à l'avance dépend de l'exposant q et donc du couple outil-matière. Si $q = 1$ l'avance n'a aucune influence sur κ et seul l'asservissement par la fréquence de rotation reste efficace. Les régions où on peut utiliser l'asservissement par λ sont, quant à elles, limitées aux points de la courbe de limite de stabilité où la pente est suffisante (Figure 82). Pour ce type d'asservissement il faut donc utiliser les premiers lobes de stabilité.

Une équation de type (111) établit localement le comportement de la partie réelle de la solution de l'équation caractéristique (qui contrôle la croissance de l'amplitude). L'asservissement utilise cette variation connue pour amener le point de fonctionnement à l'intérieur ou à l'extérieur du domaine d'instabilité, afin de faire croître ou décroître le niveau d'oscillation..

Pour que les oscillations s'amorcent au début du perçage, il suffit de placer le point de fonctionnement dans l'une des plages d'instabilité. Ensuite, lorsque les oscillations atteignent un niveau suffisant, il est possible de les stabiliser en ramenant le point de fonctionnement sur une des limites de la plage d'instabilité. Si les oscillations sont excessives, on peut les faire décroître en amenant le point de fonctionnement hors de la plage d'instabilité. On peut ainsi envisager d'asservir l'amplitude des oscillations en déplaçant le point de fonctionnement de part et d'autre d'une limite de stabilité.

5.2. Asservissement par variation de la vitesse de rotation de la broche

Pour une analyse des possibilités d'asservissement par la vitesse de rotation, nous allons utiliser un modèle dimensionnel, intégrant les paramètres physiques du système. Dans la Figure

83 il est présenté un modèle de la coupe vibratoire, à retard variable. Cette variation du retard est donnée par l'évolution de la vitesse de rotation lors du processus.

Dans le cas d'une vitesse variable nous devrions, dans une approche exacte, prendre comme retard, l'angle entre deux arêtes successives. Cette modification du modèle général a été discutée et réalisée dans le paragraphe 3.8 pour l'intégration des vibrations en torsion dans le modèle général.

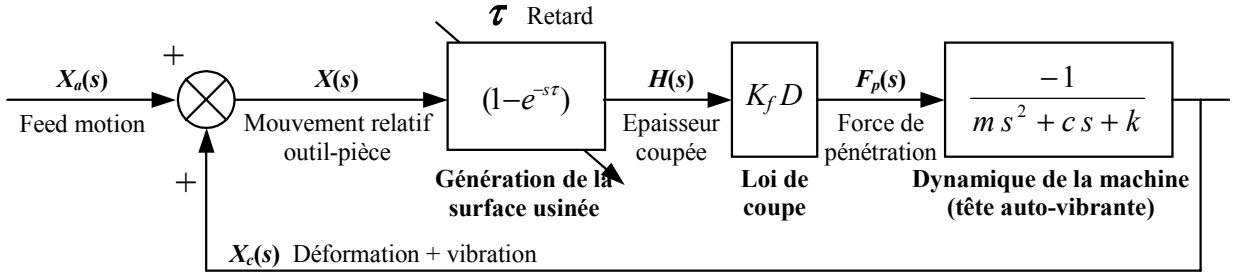


Figure 83 : Stratégie d'asservissement des vibrations par la vitesse de rotation

On se contente ici de donner une analyse du modèle prenant en compte seulement le retard temporel. Pour une première analyse cette approximation permet d'obtenir, comme on va le voir, des résultats assez intéressants. On considère que la coupe est continue : l'interruption de la coupe n'intervient pas dans les équations modélisant le système. On considère également, une loi de coupe linéaire. Nous allons utiliser la notation $K = K_f\, D\, z$. La fonction de transfert du système peut être facilement déduite :

$$\frac{X_c(s)}{X_a(s)} = \frac{-K/(m s^2 + c s + k)}{1/(1-e^{-s\tau}) + K/(m s^2 + c s + k)} \qquad \textbf{(112)}$$

On remplace ensuite la variable symbolique « s » par jω, afin d'obtenir une fonction de transfert complexe :

$$\frac{X_v(\omega)}{X_a(\omega)} = \frac{-K/(-m\omega^2 + \mathrm{j}\, c\,\omega + k)}{1/(1-e^{-\mathrm{j}\omega\tau_l}) + K/(-m\omega^2 + \mathrm{j}\, c\,\omega + k)} \qquad \textbf{(113)}$$

Par comparaison de cette équation avec celle d'un système à retour unitaire classique, sans retard, dont la fonction de transfert en boucle fermée s'écrit $K\,H(\omega)/(1 + K\,H(\omega))$:

- $1/(-m\omega^2 + \mathrm{j}c\,\omega + k)$ représente $H(\omega)$, la fonction de transfert en boucle ouverte du système Pièce – Outil – Machine.
- K représente un gain lié à la dureté du matériau que l'on est en train d'usiner.
- Le signe moins du numérateur provient des conventions d'orientation qui ont été adoptées et n'a pas d'effet sur la stabilité.
- Par contre, le terme $1/(1 - e^{-\mathrm{j}\omega\tau_l})$ qui représente le retard et qui remplace le 1 du dénominateur amène à reconsidérer le critère de stabilité.

Habituellement, la limite de stabilité est obtenue lorsque le dénominateur de la fonction de transfert en boucle fermée est égal à 0, c'est à dire, lorsque le lieu représentant la fonction de transfert en boucle ouverte passe par le point –1, soit : $K\,H(\omega) = -1$. Dans le cas présent, la limite sera donnée par :

$$F_1(\omega) = \frac{K}{k - m\,\omega^2 + \mathrm{j}\,c\,\omega} = -\frac{1}{1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega\tau}} = F_2(\psi) \qquad (114)$$

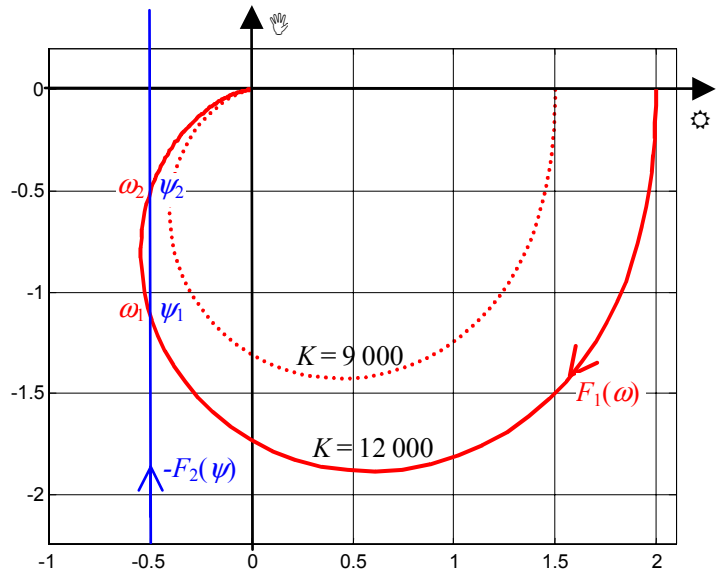


Figure 84 : Lieu de Nyquist pour $F_1(\omega)$ et $F_2(\psi)$
***D* = 6 mm, *z* = 2, *K* = 12000 et 9000 N·mm^{-1}, *m* = 3.72 kg, *c* = 5.45 N·s·mm^{-1}, *k* = 6000 N·mm^{-1}**

Cette expression fait intervenir deux variables qui sont ω et τ. Pour faciliter l'étude de la stabilité, posons $\omega\,\tau = \psi$. L'équation (114) prend alors la forme $F_1(\omega) = F_2(\psi)$. F_1 et F_2 étant des fonctions à valeur complexe, on trace le lieu de Nyquist de chacune d'entre elles. La représentation de F_1 est le classique lieu de Nyquist d'un système du second ordre. La représentation de F_2 est une droite car la fonction $\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\psi}$, qui correspond à un cercle, est inversée par rapport à un point de ce cercle. L'équation de la droite s'obtient en séparant la partie imaginaire et la partie réelle de $F_2(\psi)$.

$$F_2(\psi) = -\frac{1}{1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\psi}} = \frac{-1 + \mathrm{j}\cot(\psi/2)}{2} \qquad (115)$$

La Figure 84 montre les tracés des deux lieux de Nyquist de $F_1(\omega)$ et $F_2(\psi)$ pour les valeurs numériques énumérées. On a aussi tracé le lieu de $F_1(\omega)$ pour une valeur de K réduite de 25%, égale à 9 000 N mm^{-1}.

Une autre représentation, plus facile à tracer mais d'interprétation moins immédiate, est :

$$\frac{X_v(s)}{X_a(s)} = \frac{e^{-\mathrm{j}\psi} - 1}{(K + k - m\omega^2 + \mathrm{j}c\,\omega)/K - e^{-\mathrm{j}\psi}} \qquad (116)$$

Le dénominateur s'annule lorsque :

$$\Phi_1(\omega) = \frac{K + k - m\,\omega^2 + \mathrm{j}c\,\omega}{K} = e^{-\mathrm{j}\psi} = \Phi_2(\psi) \qquad (117)$$

On trace alors sur un même graphe, , la représentation de F1(ω), qui est une parabole et celle de F2(ψ), qui est un cercle. Les intersections des deux tracés donnent les conditions limites de stabilité.

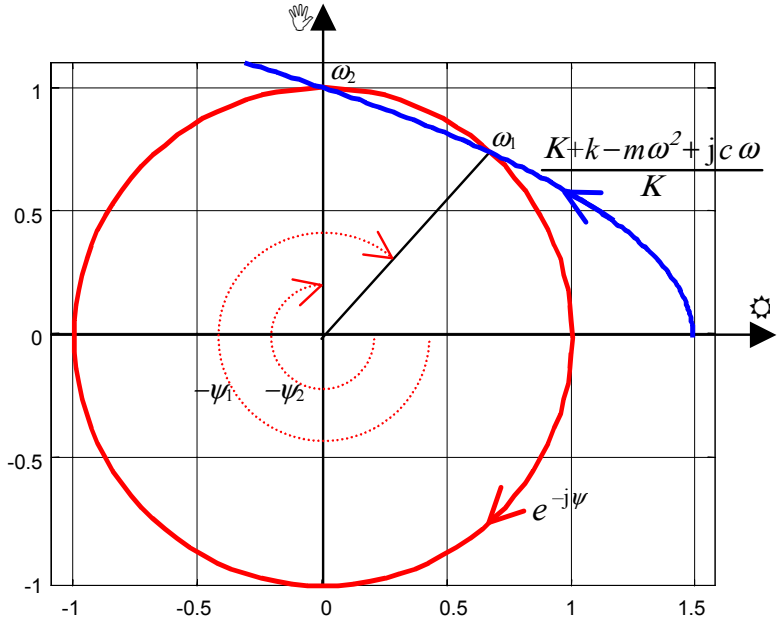


Figure 85 : Lieux de Nyquist de $\Phi_1(\omega)$ et $\Phi_2(\psi)$

Il existe plusieurs régions d'instabilité parce que ψ_1 et ψ_2 sont définis à $2\pi i$ prés. Ces plages correspondent aux lobes de stabilité discutés dans les chapitres précédents.

5.3. Etude des comportements non stationnaires en coupe continue, dans le cas de petites oscillations.

Il s'agit maintenant de cerner ce qui se passe en régime variable, lorsque le système se trouve soit dans une plage de stabilité, avec des oscillations qui décroissent, soit dans une plage d'instabilité, avec des oscillations qui croissent. Le but est de pouvoir faire la synthèse d'un asservissement d'amplitude des oscillations. Le comportement en régime transitoire du système pièce – outil – machine, est représenté par la fonction de transfert (112).

L'équation caractéristique de l'équation différentielle modélisant le système est :

$$m\,s^2 + c\,s + k + K = K\,\mathrm{e}^{-s\,\tau_l} \qquad \textbf{(118)}$$

La solution générale de ce système est donnée par x(t) = $\mathrm{e}^{\alpha t}$ (a cos(ωt) + b sin(ωt)) ($s = \alpha + \mathrm{j}\omega$). La partie réelle α contrôle la croissance et la décroissance de l'amplitude des vibrations dans les phases transitoires. On peut écrire :

$$\frac{d(\alpha + \mathrm{j}\,\omega)}{d\nu_r} \approx \frac{l\,(\omega\,\tau_z)^2\,K\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega\,\tau_z}}{2m\,\omega^2 - \mathrm{j}\,c\,\omega - \mathrm{j}\,\omega\,\tau_z\;K\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega\,\tau_z}} \qquad \textbf{(119)}$$

A proximité d'un point de perte de stabilité, nous pouvons approcher la variation de l'amplitude par une formule du type :

$$\frac{da(t)}{dt} \approx -\left.\frac{d\alpha}{dv}\right|_{v=v_e} (v - v_e) \cdot a(t) \qquad (120)$$

Il faut juste estimer la dérivée de la partie réelle de la solution dans le point considéré sur la limite de stabilité. Ceci peut se faire d'un cas à l'autre.

On prend un point situé sur le deuxième lobe (i = 2), υ ≈ 100 tr/s, ω = 2119 rad/s. Autour du point de perte de stabilité considéré nous avons :

$$\frac{da(t)}{dt} \approx -1.23(v_r - v_e)\, a(t) \qquad (121)$$

Cette équation correspond au schéma fonctionnel suivant :

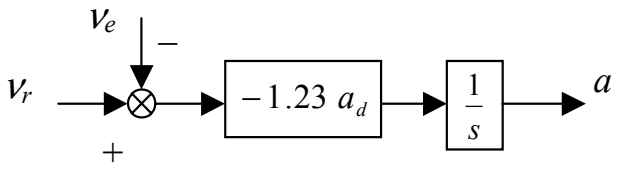


Figure 86 : Variation de l'amplitude des oscillations par rapport à la vitesse de la broche

5.4. Simulations de l'asservissement du niveau de l'amplitude

Utilisant les remarques sur la variation de l'amplitude des vibrations autour du point de perte de stabilité, nous pouvons proposer une solution de contrôle similaire à la Figure 2.

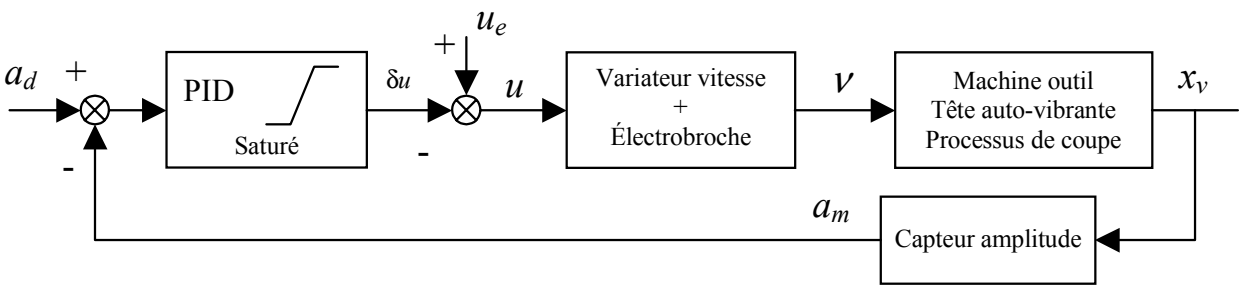


Figure 87 : Schéma bloc de l'asservissement de l'amplitude de l'oscillations

Pour simuler le comportement du système nous avons mis en place des modèles MATLAB SIMULINK®. Le correcteur PID a été ajusté en utilisant des diagrammes Bode pour le système complet. La variation de l'amplitude utilise un modèle simple similaire à celui présenté dans la Figure 86.

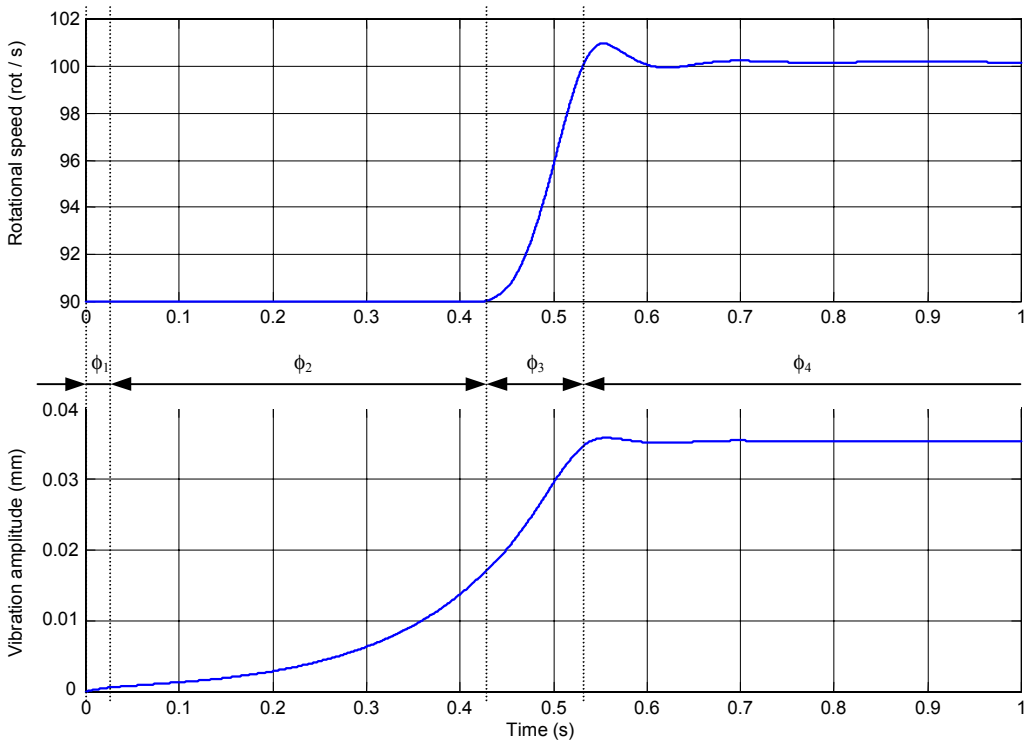


Figure 88 : Evolution de l'amplitude des vibrations

Le correcteur PID agit en fonction de l'écart entre l'amplitude désirée et l'amplitude mesurée. Pour rester dans le cadre de l'hypothèse de faibles variations autour du point d'équilibre, l'action du PID est limitée à ±10% de la tension de commande u_e qui permet d'obtenir la fréquence de rotation d'équilibre v_e. Cette limitation est appliquée en sortie de l'action intégrale, pour éviter à celle-ci de continuer à intégrer l'écart au-delà des niveaux de saturation. On note KP, KI et KD les gains respectifs des actions proportionnelles, intégrales et dérivés. Dans sa bande linéaire, le correcteur PID a comme fonction de transfert :

$$F(s) = K_P \frac{1 + (T_I + T_D/10)s + 1.1 T_I T_D s^2}{T_I s\,(1 + T_D s/10)} \qquad \textbf{(122)}$$

L'électrobroche est associée à un variateur de vitesse très performant. Elle délivre une fréquence de rotation très proche de la consigne, à la seule condition de rester dans des limites de fréquence, couple et vitesse acceptables. Toutefois, en raison de l'inertie de la broche, la fréquence de rotation ne change pas instantanément. Le comportement de l'ensemble variateur – électrobroche est représenté par un système du premier ordre de gain k_b = 40 (tour/seconde)/Volt et de constante de temps t_b = 0.02 s.

La mesure d'amplitude nécessite un filtrage pour extraire l'amplitude en éliminant les ondulations. son comportement est représenté par un filtre passe-bas du premier ordre, de gain k_m = 10 Volt/mm et de constante de temps t_m = 0.02 s.

La Figure 88 nous présente le résultat de la simulation. Les vibrations démarrent quand l'outil entre dans la pièce (phase φ_1). Pendant la phase φ_2, l'amplitude augmente exponentiellement. Dans la phase φ_3, l'action du contrôleur amène graduellement la fréquence de rotation à une fréquence d'équilibre (correspondant à un point sur la limite de stabilité). L'amplitude de vibration est stabilisée par le PID dans la phase φ_4.

Chapitre 6
ETUDE EXPERIMENTALE

Le perçage vibratoire par tête auto-vibrante est une nouvelle technique d'usinage des trous profonds de petits diamètres. Son idée date de 1996 mais le principal obstacle pour l'industrialisation du procédé est constitué par le manque d'une preuve directe et concluante de sa praticabilité.

Les expérimentations qui ont été réalisées en 1997 [95] ont prouvé la viabilité de l'idée de base (utiliser les auto-vibrations), mais les régimes vibratoires obtenus, ne coïncidaient pas avec les prévisions des modèles de l'époque. Nous donnons ici une explication de ces difficultés et de la dispersion des résultats reportés.

Nous présentons aussi les expérimentations conduites dans le cadre de cette thèse, dans le but de valider certaines hypothèses faites dans notre analyse de la dynamique du procédé. Ces expérimentations ont utilisé un banc d'essai développé et réalisé dans le cadre de ces travaux, au centre ENSAM d'Aix-en-Provence.

6.1. Régimes d'expérimentations du perçage vibratoire

Une des conclusions principales de notre analyse de la dynamique du procédé réside dans la méthodologie de choix des paramètres de coupe, basée sur la définition des nombres adimensionnels (paragraphe 3.7.1). Les simulations et l'analyse du comportement du système pièce – outil – machine dans les régimes de coupe vibratoire ont montré que la région à privilégier dans le plan des paramètres $\{\kappa, \lambda\}$ est située près des premiers lobes de stabilité. Ces régimes sont caractérisés par une vitesse de coupe importante, réalisable sur des machines performantes. En même temps, la raideur de la tête vibrante doit, dans ces conditions, assurer une position du point de fonctionnement à proximité de la limite de stabilité. On évite de cette manière les régimes erratiques et les problèmes de dispersion des résultats.

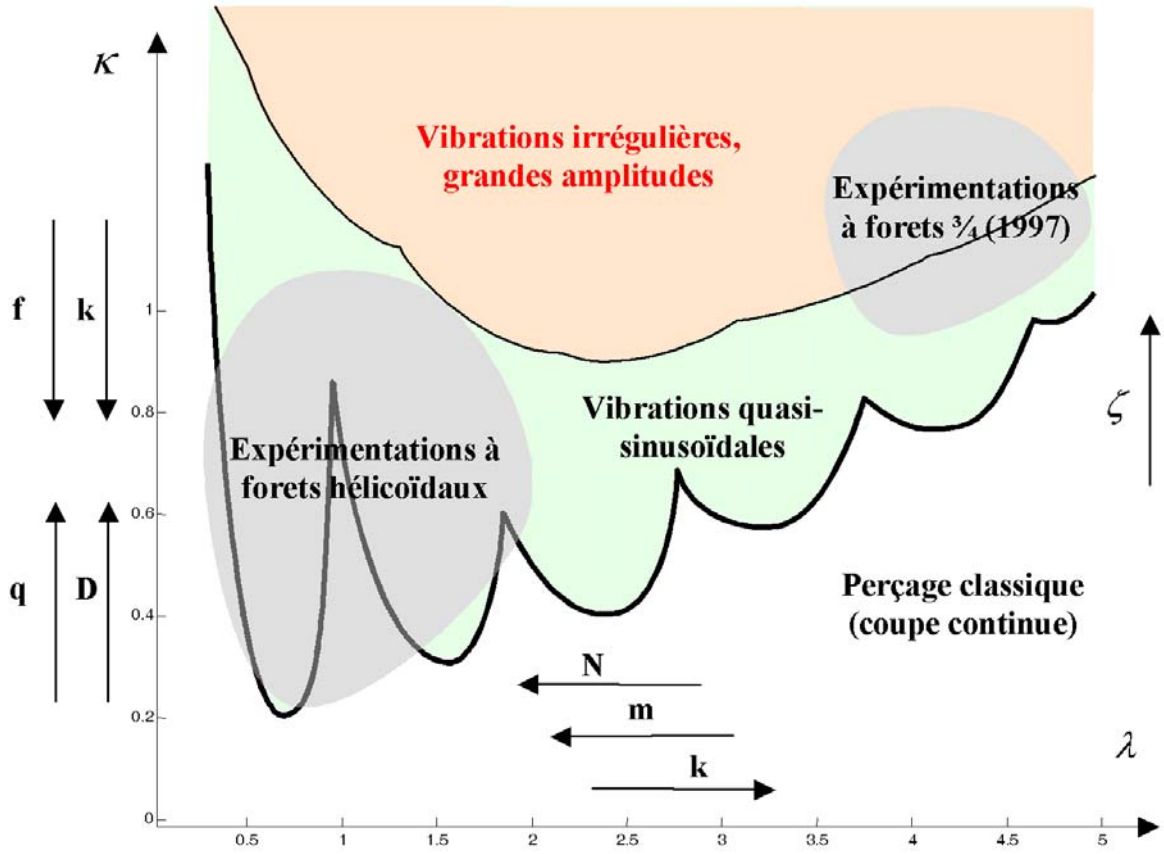


Figure 89 : Régions d'utilisation de la coupe vibratoire en perçage

6.2. Commentaires sur les premières expérimentations

Les premières expérimentations de perçage vibratoire ont été effectuées par D. Lesage en 1997 [95]. Les essais ont été conduits dans une entreprise spécialisée dans le forage des trous profonds (Société d'Etude et Réalisation Ardéchoise). Le procédé de perçage utilisait les forets ¾, avec une géométrie spécifique, qui évite certains phénomènes responsables de l'amortissement de la coupe (l'extrusion au centre du foret n'est plus présente). Les vitesses et les avances utilisées dans ce procédé sont très faibles, procurant des conditions favorables à la formation et à l'évacuation des copeaux. A titre d'exemple, la Figure 90 présente les recommandations du fabricant d'outils coupants GHURING. De plus, pratiquement toujours, on

utilise des phases de débourrage, nécessaires pour l'évacuation des copeaux. Cela induit une très faible productivité par rapport aux autres procédés d'usinage.

Le perçage vibratoire essaie justement d'améliorer la productivité du procédé par une assistance vibratoire à la formation et à l'évacuation des copeaux. Les vitesses de coupe et d'avance préconisées sont plus grandes, permettant un gain de productivité important.

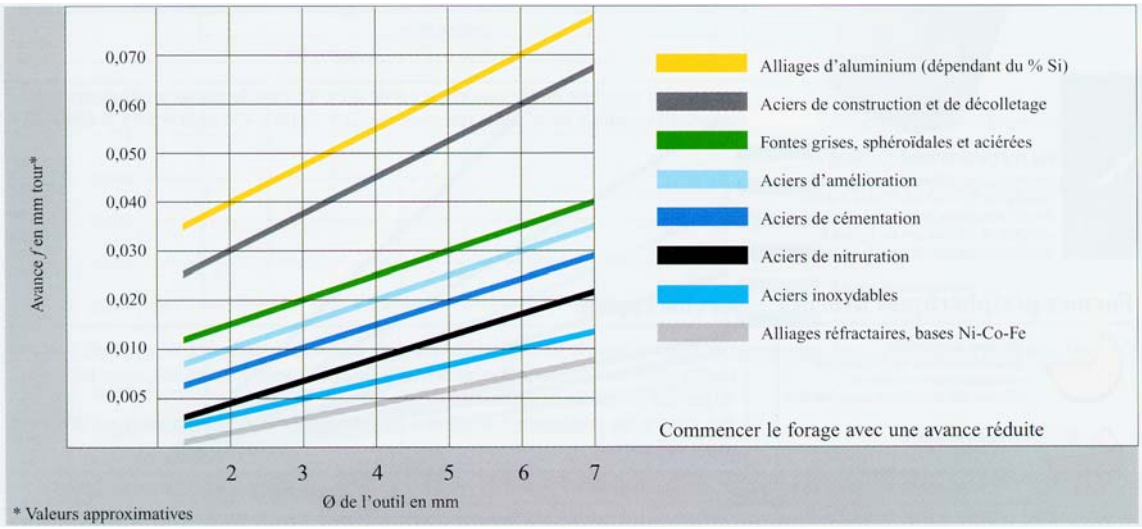


Figure 90 : Recommandations pour le perçage profond (Guhring)

De la discussion des résultats de [95] nous pouvons tirer certains conclusions quant à la relation expérimentations – modèles.

- il y a une influence faible de l'avance sur le taux de coupe et sur la fréquence relative. Cela est en concordance avec le modèle analysé.
- il y a pourtant une influence plus importante de l'avance sur l'amplitude relative des vibrations. Ce fait relève d'une nature non linéaire de la loi de coupe
- l'influence de la vitesse de rotation sur la fréquence relative montre une évolution étagée, similaire à la Figure 67.
- la vitesse de coupe n'a pas une grande influence sur le taux de coupe. Cela s'explique par le fait que les points de fonctionnement étaient situés trop loin de la limite de stabilité (dans ces régions, on peut voir, sur la Figure 65, que le taux de coupe est pratiquement constant)
- l'évolution des amplitudes a montré une dépendance de la vitesse de rotation qui ressemble à celle présentée dans la Figure 80.
- certains régimes présentaient des résultats différents d'un essai à l'autre. Cela s'explique par la nature erratique du comportement du système dans les régions situées loin de la limite de stabilité.
- pour trouver de bonnes estimations par un modèle théorique, on utilisaient des valeurs sur-estimées de l'amortissement de la tête vibrante [20]. De plus, ces valeurs n'étaient pas constantes. Cela s'explique par la présence d'un amortissement de la coupe. Même si l'extrusion au centre du foret n'est plus le phénomène déterminant, le nombre important d'oscillations par passage de lèvres, provoquait un talonnage prononcé. Cet effet peut être évité par le choix d'une vitesse de rotation plus importante. celle-ci était limité, malheureusement, par les performances de la machine utilisée.

Certaines des conclusions ci-dessus ont été tirés de l'analyse des résultats (données expérimentales). D'autres remarques ont comme origine une analyse des copeaux obtenus lors du perçage. Dans la Figure 91 nous présentons les différentes morphologies des copeaux présentés en [95].

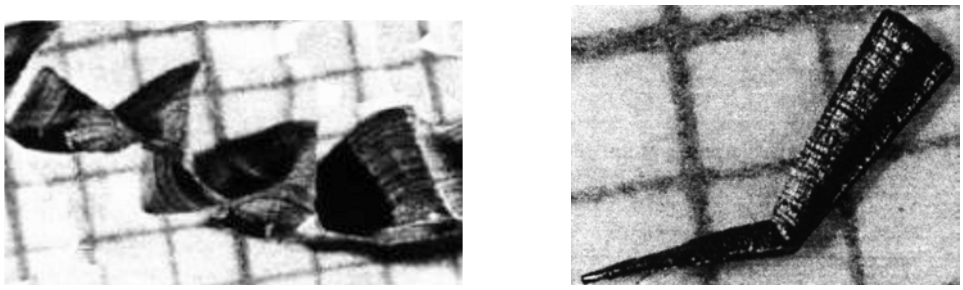


Figure 91 : Copeaux obtenus en perçage vibratoire [95] avec foret ¾

La conclusion principale était que les modèles arrivent à qualifier les mécanismes de génération des oscillations, mais qu'ils sont tributaires d'une meilleure connaissance des lois de coupe du point de vue de l'analyse quantitative. L'amortissement de la tête vibrante (généralement très faible) est différent de celui global du système, ce qui conduit à affirmer l'existence d'un amortissement apporté par le processus de coupe, même dans les conditions de coupe avec les forets ¾, plus favorables que celle du perçage avec forets hélicoïdaux. Dans cette thèse nous avons discuté aussi la possibilité d'utiliser ce procédé pour le perçage à forets hélicoïdaux. Un des avantages de ce choix est constitué par le fait que les moyens expérimentaux deviennent plus accessibles.

6.3. Essais de perçage vibratoire avec forets hélicoïdaux

Pour valider ces remarques et les prévisions des modèles de coupe vibratoire, il fallait donc réaliser des expériences fiables, systématiques, sur des équipements de recherche à hautes performances. Un des objectifs de ce chapitre consiste dans la validation des résultats théoriques et de certaines hypothèses faites au cours de l'analyse des modèles de la coupe vibratoire. Pour ce faire, un banc d'essai de perçage vibratoire a été conçu et réalisé (Figure 92).

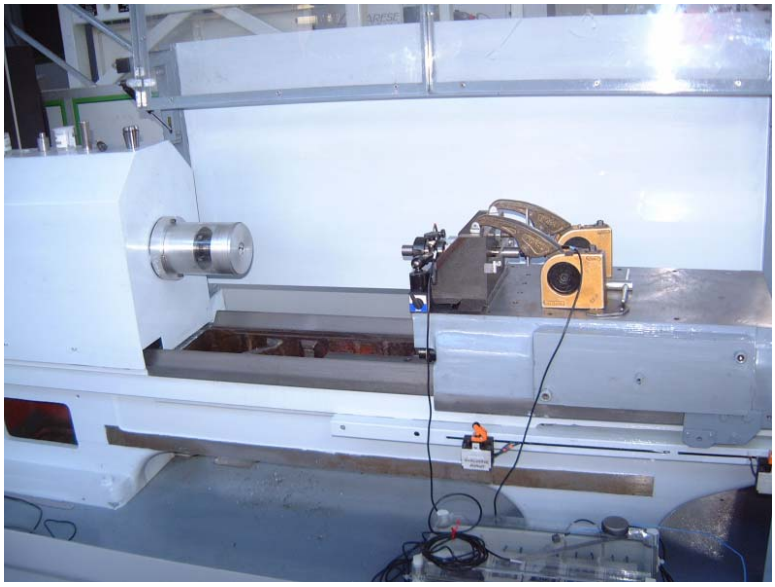


Figure 92 : Banc d'essai de perçage vibratoire (ENSAM – Laboratoire LSIS – Equipe IMS)

Les raisons qui ont poussé à développer une machine spéciale, consistent dans le fait que les sollicitations dues à des régimes vibratoires peuvent provoquer la détérioration relativement rapide des machines classiques. L'électrobroche et le système d'avance du banc d'essai ont été conçus soigneusement pour procurer des caractéristiques améliorées quant à l'utilisation dans ces régimes. Notamment, le système d'avance a été sur-dimensionné en raison de l'isolation vibratoire nécessaire. La broche comporte des paliers simples, à roulements à billes, facilement échangeables en cas de détérioration. Le palier arrière est fortement précontraint pour prévenir des pertes de contact pendant une éventuelle oscillation de l'arbre. Le moteur (PARVEX) sans balais réduit le risque des échauffements locaux, provoquant des déformations thermiques. Dans ce même but, les deux actionneurs, l'électrobroche et le moteur d'avance, sont contrôlés par des variateurs en pilotage vectoriel.

La machine est dotée d'un système de commande automatique ou manuelle, réalisé autour d'un automate programmable. Un ordinateur de commande est utilisé pour paramétrer les variateurs, ainsi que pour programmer l'automate et les éléments du système de commande. Un autre ordinateur, un PC industriel National Instrument, est utilisé pour l'acquisition des données expérimentales.

Les précisions obtenues lors de la réalisation de cette machine permettent de distinguer les différentes causes en analyse vibratoire. Le bruit de la machine utilisée pour le perçage classique (paragraphe 3.6.3.1) était très important, ce qui conduit à des difficultés d'interprétation et de traitement des données. La machine réalisée a une faux rond de moins de 1 µm sur le cône HSK dont l'arbre est doté et de moins de 5 µm sur le cône du mandrin porte-outil ER32.

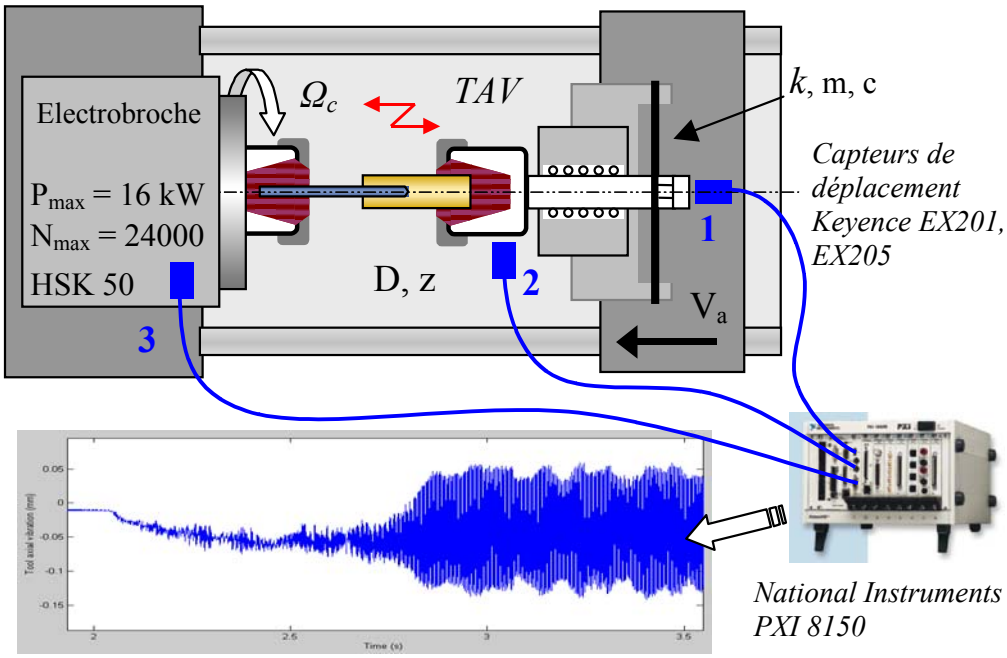


Figure 93 : Configuration banc d'essai de perçage vibratoire

La configuration du banc d'essais (Figure 93) a été conçue autour d'un bâti de tour semi-automatique. Les axes de la broche et du système d'avance sont horizontaux. Un palier de précision à douille à billes, intégré dans le dispositif de perçage, assure le guidage dans la direction axiale de la partie vibrante. Cette partie est en fait un porte-outil à queue cylindrique, assurant la prise de la pièce avec un mandrin à cône ER32. La flexibilité axiale, en même temps que la raideur en torsion, sont données par une lame élastique. On utilise trois capteurs inductifs de déplacement :

- un capteur EX205 pour mesurer le déplacement de la partie vibrante de la tête (capteur 1),
- un capteur EX201 pour mesurer les vibrations radiales (le capteur 2, pour surveiller le processus et pour distinguer les régimes de broutement radial) et
- un capteur EX201 pour la surveillance de la broche (les vibrations axiales de la broche peuvent provoquer la mise hors fonctionnement ou l'usure excessive des roulements).

Les informations sont récupérées sur l'ordinateur industriel PXI 8150 de National Instrument. Les signaux sont enregistrés ensuite sous la forme des fichiers récupérables sous MATLAB SIMULINK®.

Le matériau utilisé est un acier XC48, le même qui a été utilisé pour déterminer les lois de coupe en perçage classique. On a utilisé aussi de l'aluminium, pour pouvoir percer avec des vitesses très grandes. Les forets utilisés ont été fournis par GUHRING. Nous avons utilisé des forets en acier HSS, M42 ou en carbure, avec deux et trois lèvres, avec ou sans revêtement. La plupart du temps nous avons fait une opération de pointage avec un foret de centrage, en vue de limiter les vibrations radiales lors de l'engagement du foret dans la masse de la pièce.

Les premières expérimentations ont échoué. Nous avons utilisé la méthodologie de calcul donnée dans notre analyse pour déterminer les conditions opératoires : la fréquence de rotation de la broche et la raideur de la machine. Les limitations technologiques nous ont amené, au début, à prendre des points éloignés de la limite de stabilité (une raideur de la tête auto-vibrante trop petite k = 200-600 N/mm). Pourtant, dans ces points, les modèles prédisent des régimes vibratoires violents, ce qui n'était pas le cas en réalité. Les expérimentations ont montré des régimes quasi-stationnaires : la tête a un recul important (proportionnel à la force de pénétration) et les variations de position de la tête (des oscillations d'une période autour de 2 s) ont comme origine un cycle de bourrage-débourrage des copeaux.

Pourtant, ces expérimentations ont offert l'occasion de constater et prouver l'existence d'un phénomène qui a été déjà discuté : l'amortissement de la coupe en perçage. Nous avons toujours pratiqué des trous de centrage pour un bon guidage du foret. Pendant que le foret se trouve dans la zone donnée par ce trou de centrage, nous avons observé que les auto-vibrations s'amorcent pour disparaître lorsque le centre du foret touche le fond. Nous donnons ici les détails d'un essai qui met en évidence ce phénomène (Figure 94). Le Tableau 2 montre les paramètres utilisés lors de cet essai.

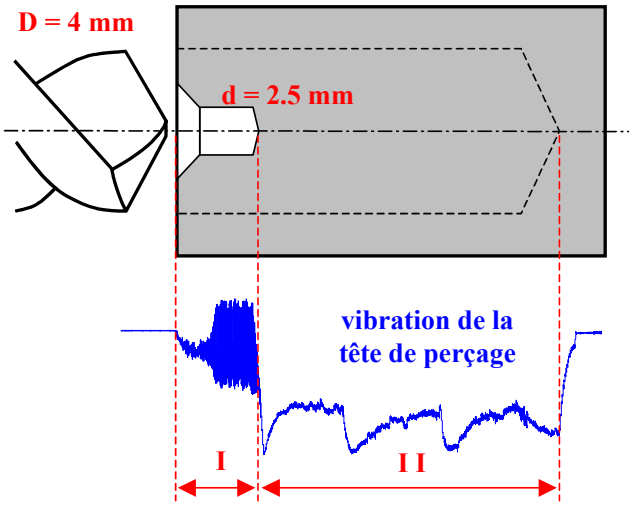


Figure 94 : Configuration d'un essai

Tableau 2 : Essai de perçage vibratoire à foret hélicoïdal

Tête auto-vibrante	masse vibrante :	0,6 kg
	fréquence propre :	117 Hz
	raideur :	324 000 N/m
	coefficient d'amortissement :	0.04
Outil	référence :	1146
	matériau :	HSS
	affûtage :	à dépouille tronconique
	diamètre :	4 mm
	nombre de lèvres :	2
Machine	vitesse rotation :	3000 tr/min
	vitesse avance :	150 mm/min
Système DAQ	cadence d'acquisition :	5 KHz
	temps d'acquisition :	12 s
	précision théorique :	24 bits
Paramètres adimensionnels	***raideur relative κ (estimée) :***	***9,02***
	fréquence relative λ :	***1,17***
	coefficient d'amortissement :	***0,08***

Nous avons utilisé les définitions du paragraphe 3.7.1 pour calculer les paramètres adimensionnels. Pourtant, même si leurs valeurs situaient le point de fonctionnement dans la plage des régimes vibratoires, nous avons obtenu les résultats présentés dans la Figure 95.

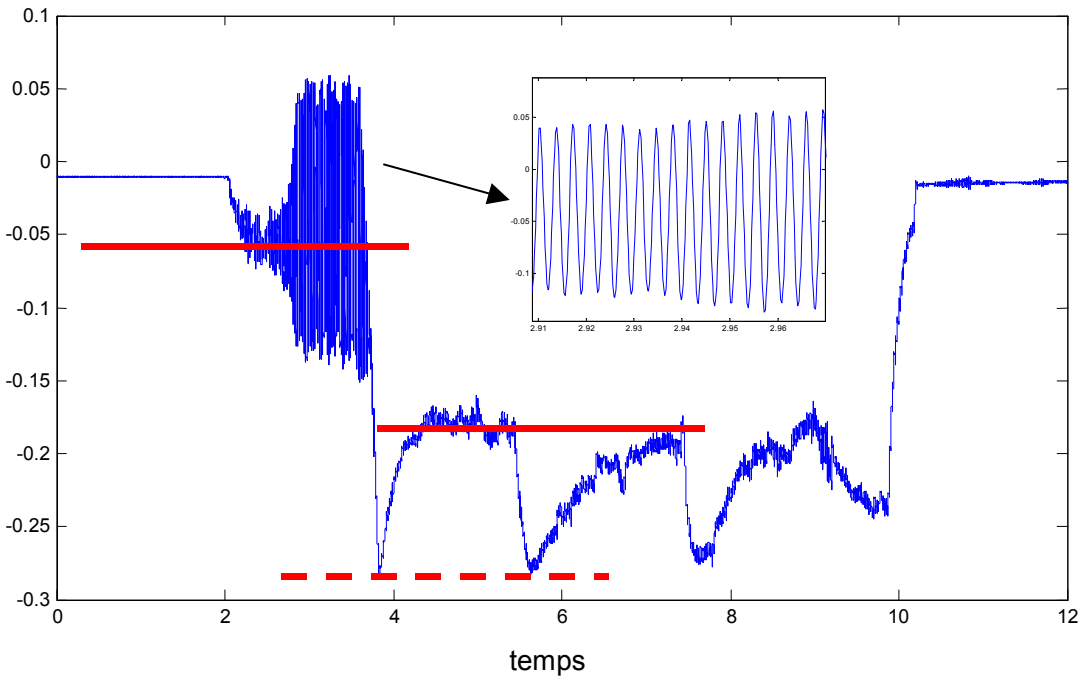


Figure 95 : Résultats de l'essai présenté dans le Tableau 2

Sur cette image nous pouvons constater que la tête commence à vibrer lors de son engagement dans le trous de centrage (la coupe est quasi-orthogonale). La fréquence des oscillations est de 207 Hz, ce qui signifie que le nombre d'oscillations par passage de lèvre est de η = 1,77. Cela correspond avec le nombre d'oscillations par passage de lèvre prévu par notre modèle (η ~ 1,75 pour les régimes à proximité du deuxième lobe). L'amplitude des vibrations est d'environ 0,08 mm.

Nous pouvons aller encore plus loin avec cette analyse. En mesurant le recul pendant la phase de perçage avec un avant-trou, nous pouvons estimer la force de pénétration (on connaît la raideur de la tête). La recul est d'environ 0,06 mm, ce qui résulte dans une force d'environ 19,5 N. Avec cette force, le paramètre adimensionnel κ pour la première phase de perçage dévient :

$$\kappa = q\frac{F_p/f_z}{k} = 0.8\cdot\frac{19{,}5/0{,}025}{324} = 1{,}92 \qquad \textbf{(123)}$$

Le paramètre λ ne change pas (la fréquence de rotation est la même et la tête vibrante a la même fréquence propre). Cette phase est donc caractérisée par :

$$\begin{aligned}\kappa &= 1{,}92\\ \lambda &= 1{,}17\\ \zeta &\approx 0.04\end{aligned} \qquad \textbf{(124)}$$

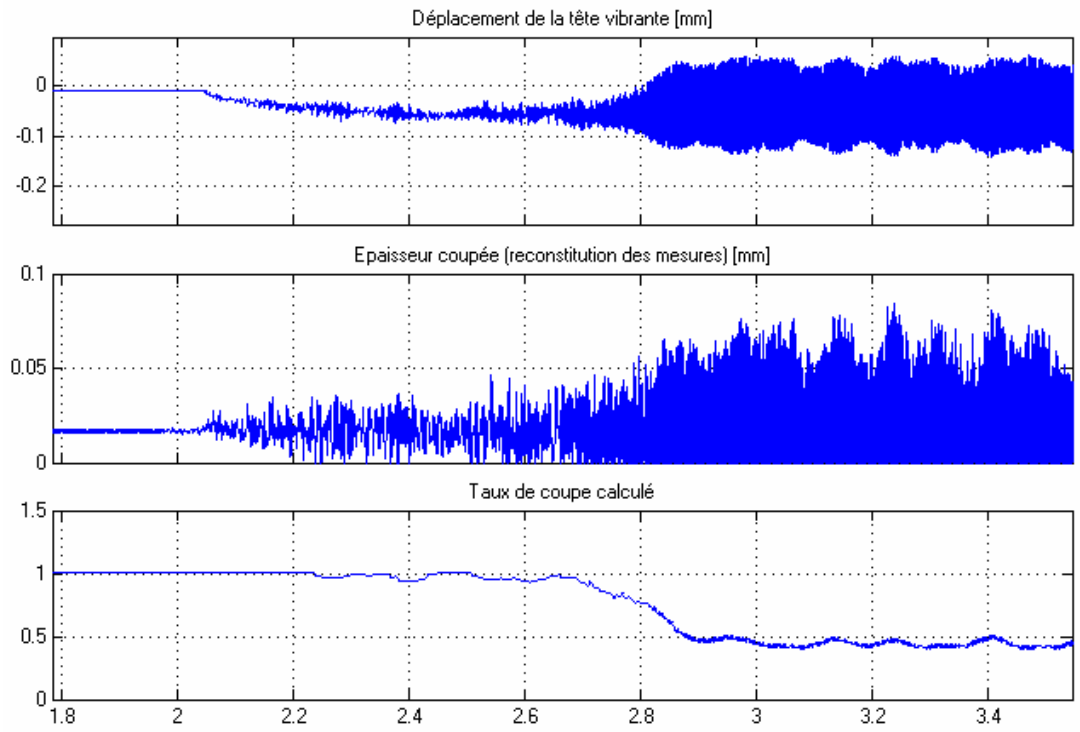


Figure 96 : Détails des mesures pour l'essai de la Figure 95

Les valeurs réelles (Figure 96) sont cette fois bien prévues par le modèle de la coupe vibratoire. La simulation montre un régime vibratoire caractérisé par une amplitude des vibrations (2.6 fois l'avance ce qui signifie 0.65 mm) et une fréquence (1,68 oscillations par passages de lèvres) proches des valeurs réelles.

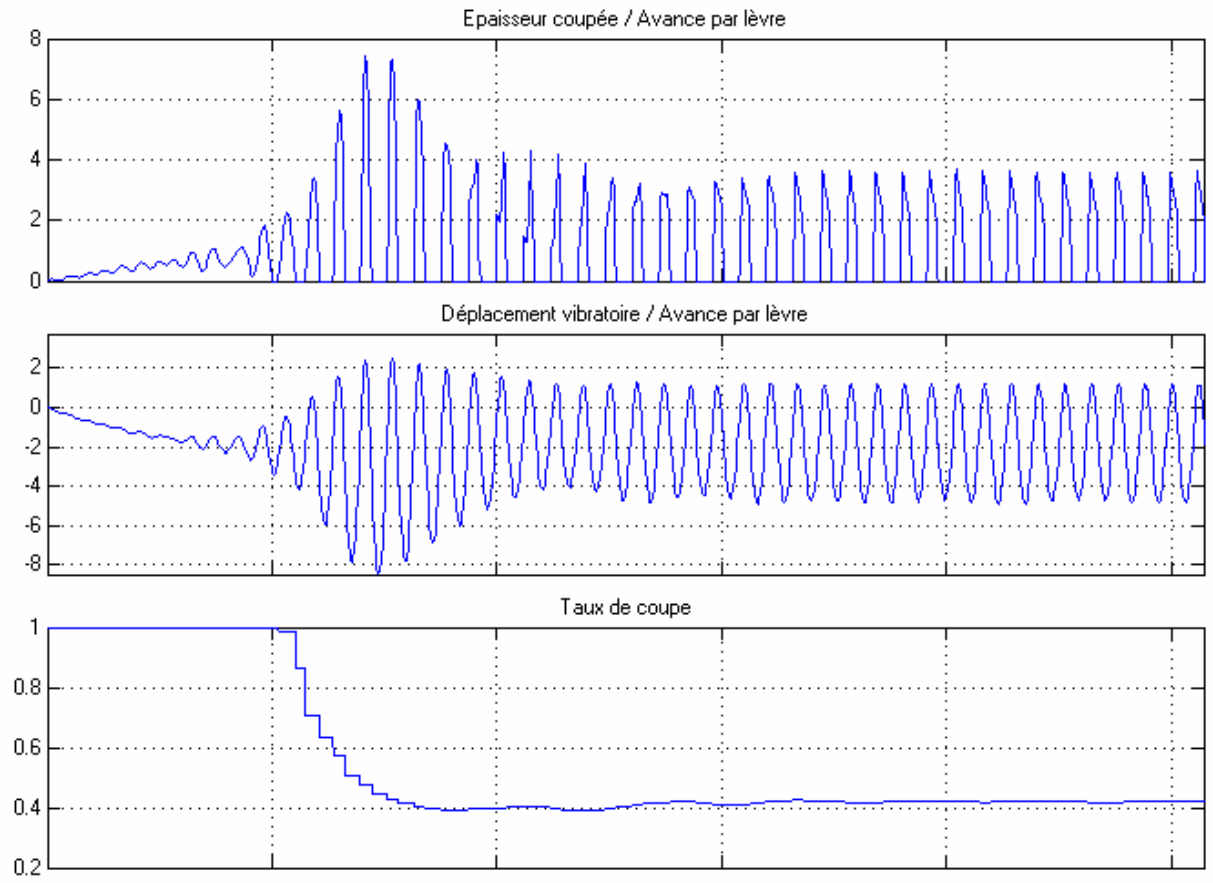


Figure 97 : Simulations pour le régime donné par (124)

Les modèles de la coupe vibratoire prouvent, donc, leurs qualités en termes de prédictions pour les processus de coupe quasi-orthogonale. Pour le perçage dans le plein, avec forets hélicoïdaux, par contre, les régimes vibratoires ne sont pas faciles à atteindre.

Pour mettre en évidence encore plus la distinction entre les deux types de coupe, nous avons réalisé un essai plus complexe (destinée à valider aussi les bifurcations qui ont fait l'objet du paragraphe 4.4).

Il s'agit d'un perçage pratiqué dans une pièce comportant un avant-trou étagé, de façon à varier le paramètre κ. Ce type de perçage permet une variation discrète de la raideur de la coupe en direction axiale. Les opérations de perçage des avant-trous successifs ont été aussi enregistrées, car ils constituent elles-mêmes des essais de perçage vibratoire. Les détails des opérations successives de perçage, sont données dans le Tableau 3.

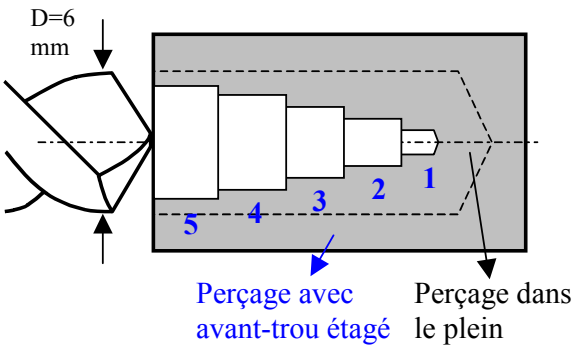


Figure 98 : Configuration d'essai de perçage vibratoire avec avant-trou étagé

Tableau 3 : Succession d'opérations de perçage pour l'essai de la Figure 104

Opération	Profondeur [mm]	Diamètre [mm]	Vitesse de rotation [tr / min]	Vitesse d'avance [mm / min]
1	35	3,0	3000	150
2	28	4,0	3000	150
3	21	4,5	3000	150
4	14	5,0	3000	150
5	7	5,5	3000	150

Les détails de géométrie pour les outils utilisés ne sont pas très importants car la coupe est localisée à la périphérie du foret, là où il y a peu de différences entre les différents types d'affûtages pratiqués couramment. Pour information, nous avons utilisé des forets 205 (HSS non revêtu, affûtage classique) pour le perçage 1, des forets 1146 (matériau M42, dépouille tronconique) pour les perçages 2 et 3 et des forets 651 (matériau de coupe HSS, revêtement TiN, affûtage à dépouille tronconique) pour les perçages 4 et 5.

Les figures suivantes présentent les résultats expérimentaux pour la suscéssion des opérations de perçage décrites.

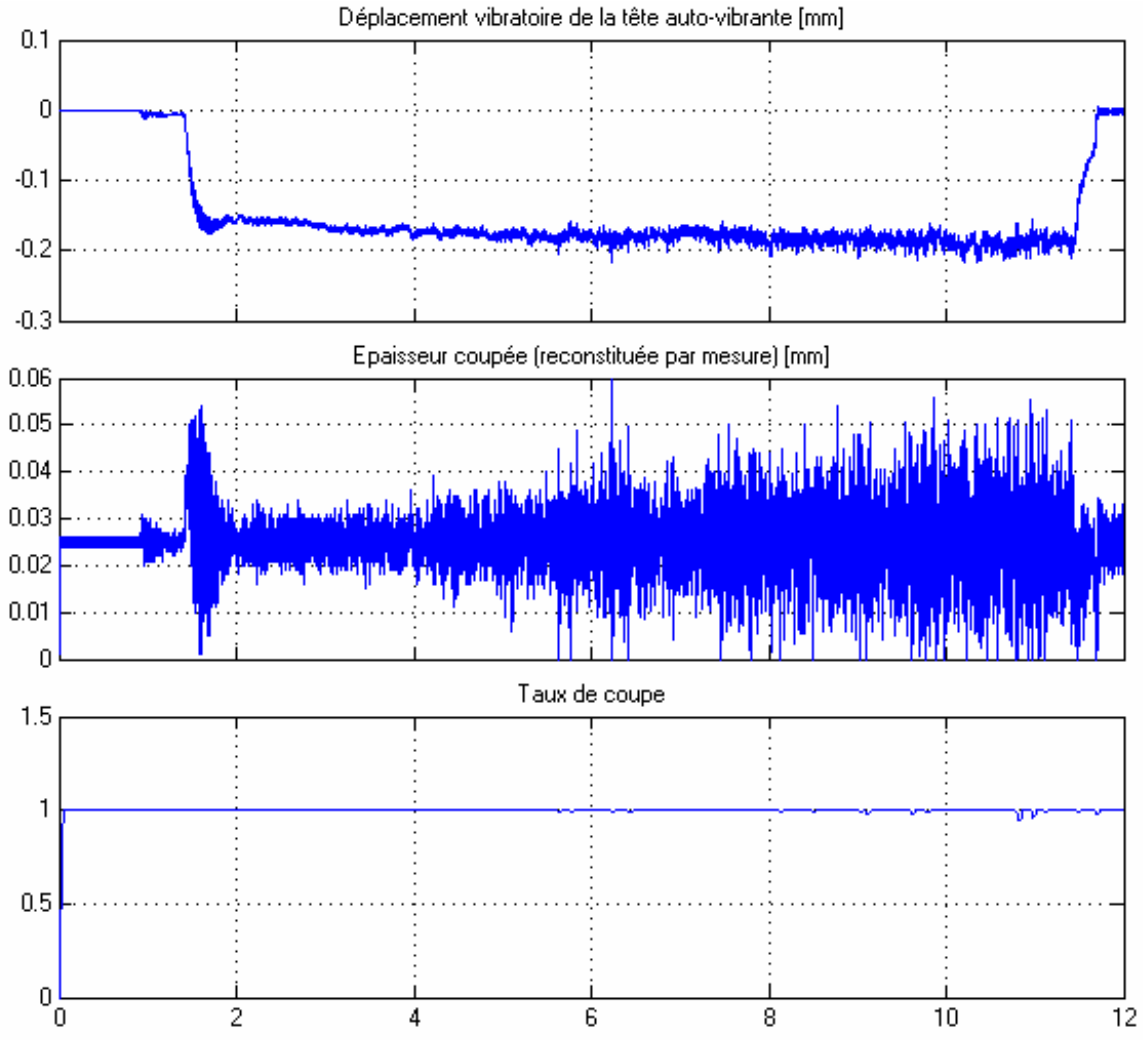


Figure 99 : Opération de perçage 1 (perçage classique)

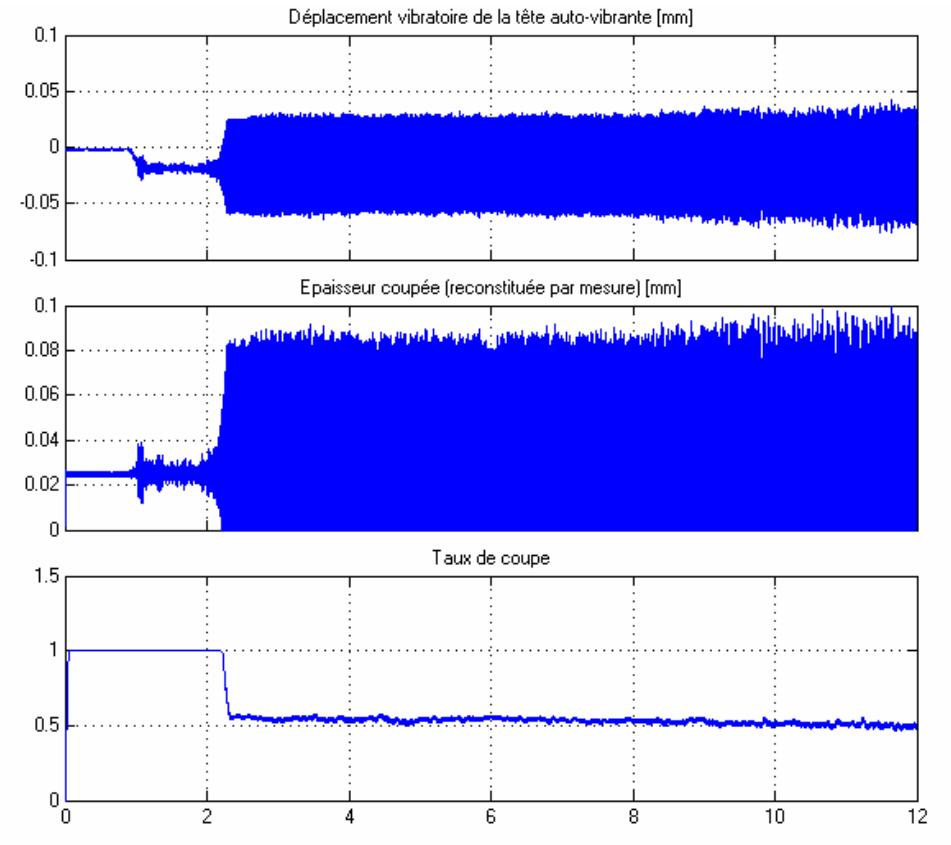


Figure 100 : Opération de perçage 2 (perçage vibratoire)

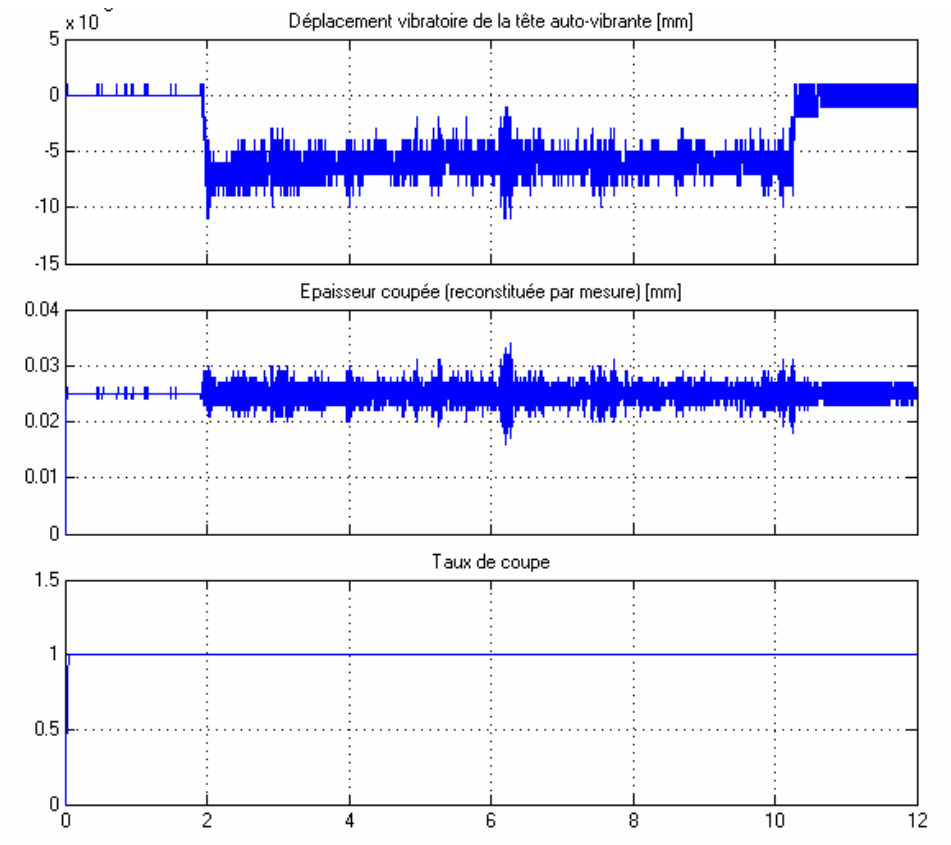


Figure 101 : Opération de perçage 3 (perçage vibratoire)

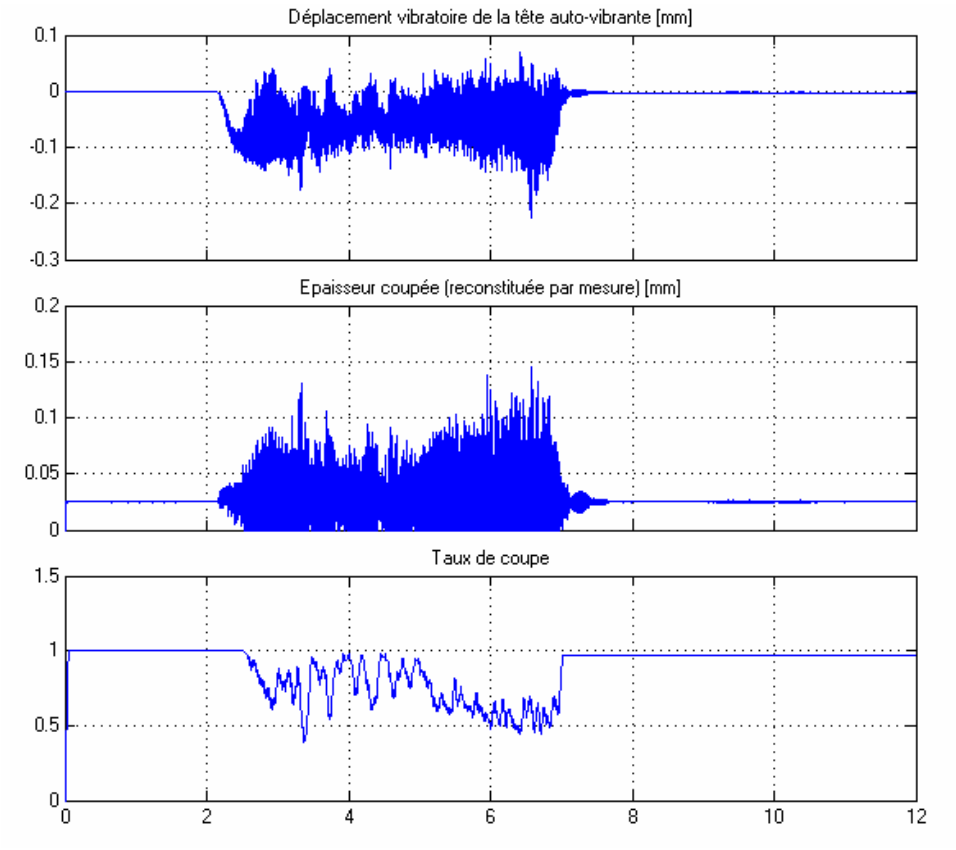


Figure 102 : Opération de perçage 4 (perçage vibratoire)

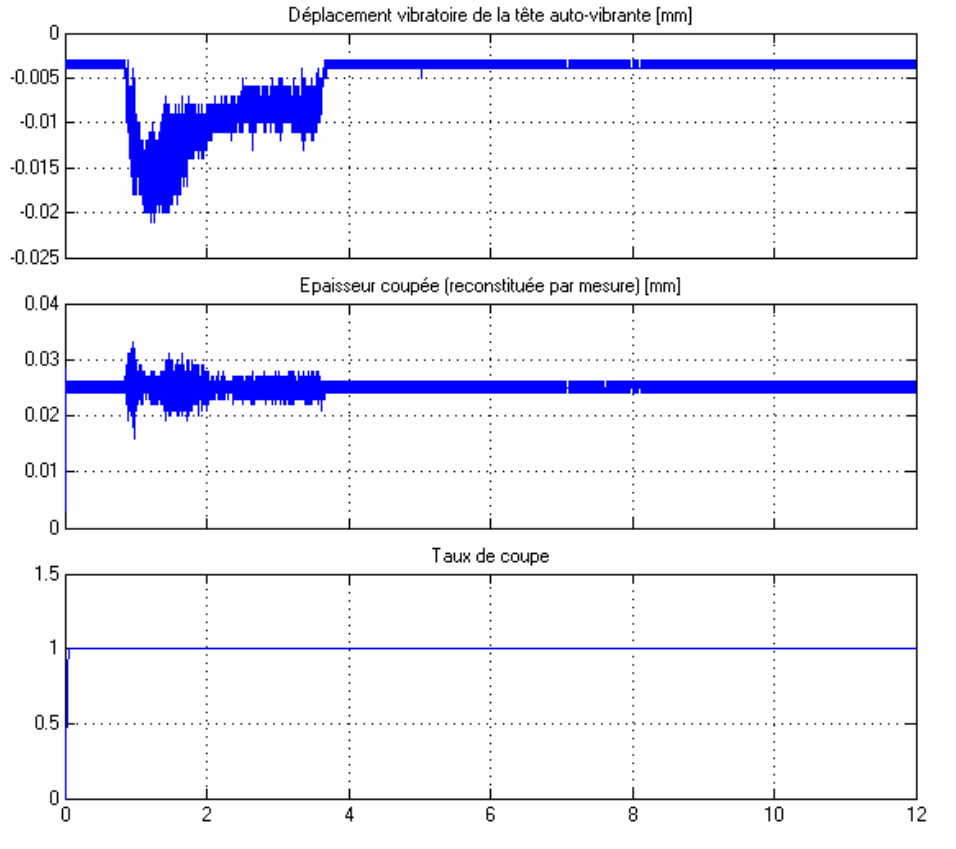


Figure 103 : Opération de perçage 5 (perçage classique)

La tête de perçage a pour toutes les opérations une fréquence propre de 232 Hz. La raideur de la lame-suspension est de 1274 N/mm. La fréquence de passage des lèvres est de 100 Hz. Le paramètre adimensionnel λ est donc égal à 2,32. Par conséquent, les fréquences relatives (nombre d'oscillations par passage de lèvre) des régimes vibratoires doivent être situées autour de la valeur de 2,75. Le paramètre κ change en fonction de la différence entre le diamètre initial du trou et celui du foret utilisé.

Le premier perçage (Figure 99) a été réalisé avec un foret série longue, de 3 mm en diamètre. Les vibrations assez fortes, qui ne sont pas du type auto-excités, sont très probablement dues à des vibrations radiales de la pointe du foret. Le régime est pourtant du type stable car l'impulsion du début du perçage n'arrive pas à installer le broutement (les vibrations sont rapidement amorties). Le taux de coupe est, naturellement, égal à 1.

Le deuxième perçage est réalisé en conditions de coupe vibratoire. La largeur du copeau est de 0,5 mm, ce qui fait que la force de coupe monte à des valeurs qui situent le point de fonctionnement dans la région instable dans le plan $\{\kappa, \lambda\}$.La force de coupe est moins importante, mais l'absence des phénomènes d'extrusion du centre du foret diminue fortement l'amortissement apporté par la coupe. Cela provoque un régime caractérisé par une fréquence et par une amplitude des vibrations qui correspondent aux prévisions.

Le troisième perçage est fait avec une largeur de copeau de 0,25 mm, ce qui diminue la force de pénétration et, par conséquent, le paramètre κ. Le point de fonctionnement repasse dans la zone stable et le régime installé est caractérisé seulement par un recul de la tête auto-vibrante.

Le quatrième perçage se situe à proximité de la limite de stabilité. La largeur coupée est toujours de 0,25 mm mais les conditions de coupe provoquent une légère modification (croissance) de la raideur dynamique de la coupe (et, donc, du paramètre κ). Ce fait conduit à un régime vibratoire assez instable, avec des variations notables du taux de coupe. Ce dernier paramètre constitue encore un témoin du fait que le point de fonctionnement se situe à proximité d'un lobe de stabilité : sa valeur oscille autour de 0,75.

Le dernier étage de l'avant-trou est réalisé dans des conditions de coupe stable, avec un bruit important. Il est possible que ce bruit vienne d'un faux rond ou de l'usure du foret (c'était le seul foret qui n'était pas neuf). Néanmoins, ce résultat s'inscrit dans la logique des explications données pour la troisième opération.

L'essai final consiste dans un perçage avec un foret de 6 mm en diamètre, d'une profondeur suffisante pour couvrir la plage des perçages pratiqués et pour atteindre le fond de l'avant-trou étagé (Figure 104). Les résultats pour les phases intermédiaires jusqu'à ce que le foret atteigne le fond du trou, se passe dans des conditions prévisibles par notre modèle de coupe vibratoire sans amortissement de la coupe.

Les étages 5 et 4 provoquent des forces de pénétration procurant des valeurs de la raideur dynamique de la coupe qui situent le point de fonctionnement en dessous de la limite de stabilité. On observe un recul croissant de la tête auto-vibrante mais les conditions de coupe restent stables. Nous pouvons alors estimer ces forces de pénétration en prenant compte de la raideur de la lame et du recul mesuré.

L'étage 3 marque le passage de la coupe dans la région d'instabilité et l'installation d'un régime de coupe vibratoire. Ce régime peut être prévu par nos modèles. Les amplitudes prévues diffèrent légèrement de celles constatées expérimentalement, surtout pour les avant-trous de petits diamètres (1et 2). Ceci s'explique par un amortissement plus important dans ces zones, qui ne suffit pourtant pas pour réprimer le régime auto-entretenu. Les fréquences oscillent autour de la valeur prévue pour les étages 1, 2, 3. Ce qui diffère entre les plages 1, 2 et 3 sont les amplitudes et le taux de coupe. On constate que plus on s'éloigne de la limite de stabilité, plus le taux de coupe diminue, fait expliqué par le modèle de la coupe vibratoire et constaté par

simulation. Les amplitudes ont aussi une variation facilement prévisible par notre modèle, vers des valeurs de plus en plus grandes. Vu l'analyse des résultats expérimentaux donnée dans le paragraphe 3.6.3.1, l'entrée dans le plein était supposée marquer un régime du type erratique discuté dans le Chapitre 4, car les forces auraient dû croître de plus de 60%. Cette attente a été vaine. Les phénomènes de nature différente par rapport à la coupe orthogonale (extrusion, talonnage) génèrent un amortissement important du processus de coupe, empêchant l'entretient des auto-vibrations. La tête gagne un recul important, correspondant à la croissance prévue de la force de pénétration, mais les oscillations sont rapidement amorties. Cet essai constitue une preuve de la localisation de l'amortissement de la coupe au centre du foret.

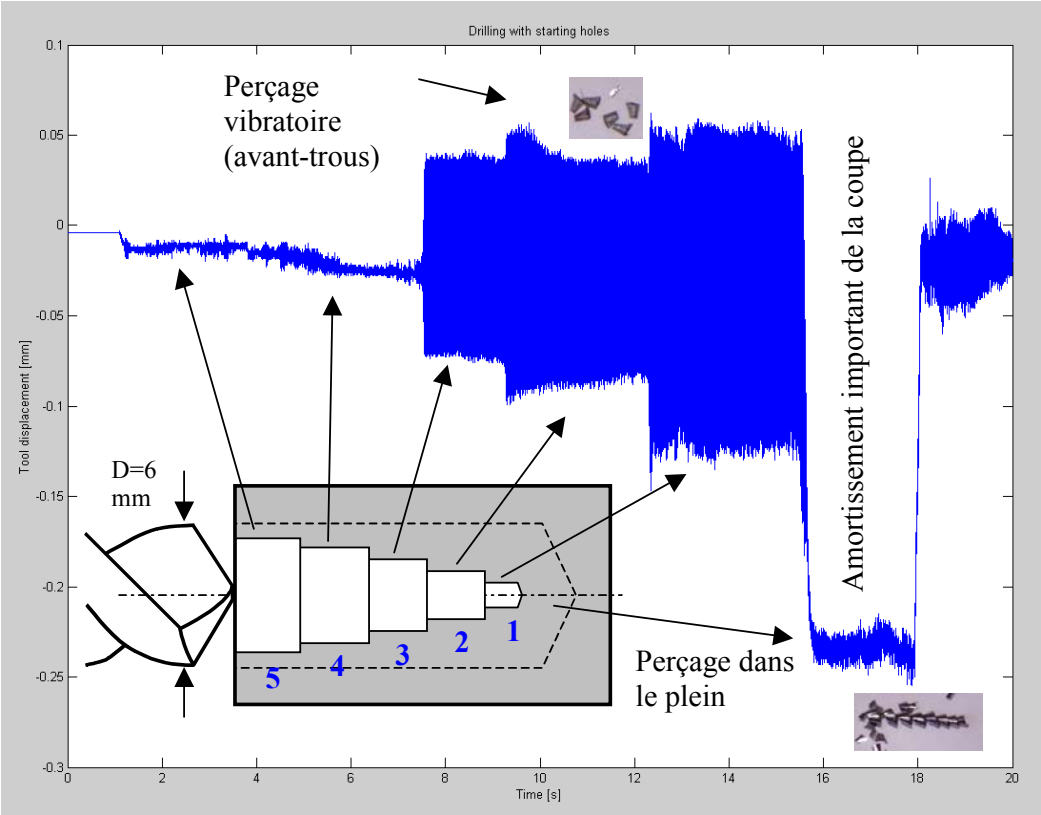


Figure 104 : Résultats de l'essai présenté dans la Figure 98

Les copeaux produits par des régimes vibratoires sont fragmentés et d'une forme trapézoïdale, correspondant à la géométrie de la coupe (avant-trou + taux de coupe). Les copeaux produits par les régimes stables sont continus.

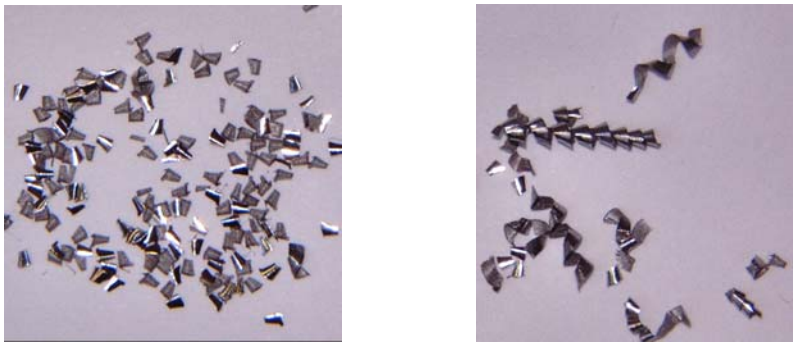


Figure 105 : Les copeaux fragmentés (coupe vibratoire) et continus (coupe stationnaire)

Chapitre 7
CONCLUSIONS

Ce travail avait pour objectif général d'étudier la dynamique du système pièce – outil – machine en régimes de coupe vibratoire. Le procédé ciblé – le perçage vibratoire – essaie de tirer des avantages de la présence des vibrations dans le processus de coupe. La fragmentation des copeaux est supposée améliorer la productivité des opérations de perçage (et notamment de perçage profond) tout en gardant la qualité des surfaces usinées. Les applications déjà existantes relève de la viabilité de cette technique (Chapitre 1).

La réalisation de l'objectif de la thèse passe en premier par une modélisation du système, en prenant compte des phénomènes importants présents dans le processus de la coupe vibratoire. Il s'agit de l'interruption de la coupe, de l'effet de régénération de la surface et de la dynamique de la structure mécanique de la machine.

Le Chapitre 3 présente les modèles utilisés pour étudier la dynamique du procédé de perçage vibratoire. Suite à une série d'hypothèses simplificatrices et des suppositions sur la nature des phénomènes engendrés, un modèle général de la coupe vibratoire a été mis en place (§3.2). Ce modèle rapproche l'étude du perçage vibratoire des démarches d'étude du broutement.

Le modèle général est présenté en forme adimensionnée. Un meilleur choix des paramètres adimensionnels, obtenus par la reconsidération des paramètres de référence, apporte plusieurs avantages :

- les paramètres adimensionnels sont en nombre minimal, tout en restant liés de façon simple aux paramètres physiques
- l'espace d'étude réduit permet la réalisation d'un plan d'expérimentation judicieux, basé sur la similitude des régimes vibratoires caractérisés par le même jeu de nombres adimensionnels
- le choix des paramètres technologiques peut se faire suite à une méthodologie simple, permettant leur calcul à partir des nombres adimensionnels

Le modèle présenté fait avancer la compréhension des phénomènes engendrés par le travail dans des conditions de coupe habituellement considérées instables. Il en résulte une représentation relativement précise des mécanismes de limitation de l'amplitude.

Les particularités du perçage en tant que procédé ont apporté des modifications importantes, notamment en ce qui concerne l'intégration de l'amortissement de la coupe. Cette modification est faite au niveau qualitatif.

L'analyse du comportement du système a mis en évidence plusieurs points importants :

- les régions convenables sont situées à proximité de la limite de stabilité du processus
- il faut éviter les régimes situés à proximité de la frontière des deux modes vibratoires, car des phénomènes de saut peuvent affecter la dynamique globale
- le phénomène d'amortissement de la coupe spécifique au perçage (extrusion au centre du foret, talonnage) pousse à choisir des points de fonctionnement situés à proximité des premiers lobes de stabilité. Cela correspond à des conditions de coupe caractérisées par des grandes vitesses de coupe.

L'étude du comportement dans les plages d'instabilité du système a mis en évidence plusieurs types de régimes vibratoires. Les bifurcations représentent le changement entre ces modes vibratoires :

- les bifurcations de Hopf consistent dans le changement d'un régime de coupe stationnaire à un régime de coupe caractérisé par des oscillations quasi-sinusoïdale
- un deuxième type de bifurcations apparaît dans les domaines d'instabilité situés loin de la limite de stabilité. Le nouveau mode vibratoire peut être soit un régime quasi-périodique, soit un régime erratique, à oscillations irrégulières. Des phases de transition peuvent également exister. Les mécanismes d'apparition et l'évolution du système dans ces plages non pas été clairement élucidés mais des explications quant à la nature de ces changements de régimes ont été proposées.

Deux modèles prédictifs ont été présentés dans le Chapitre 4. Premièrement, un modèle basé sur la méthode du premier harmonique permet de distinguer les régions du plan {*amplitude*, *fréquence*} dans lesquelles le régime est susceptible de se stabiliser. Ceci est fait par une approximation de la raideur et de l'amortissement de la coupe pour des régimes harmoniques, et par la construction d'une « fonction de recherche » qui les intègre. Une deuxième méthodologie consiste dans un balayage des domaines dans le plan des paramètres adimensionnels $\{\kappa, \lambda\}$ et dans le calcul des critères de qualité de chaque régime.

L'étude expérimentale a impliqué la réalisation d'un banc d'essai. La machine réalisée comporte une électrobroche à grande vitesse et un système d'avance performants, capable de fournir les précisions et les caractéristiques techniques nécessaires à une étude expérimentale systématique du perçage vibratoire. A l'aide de cette machine, les hypothèses sur la nature et la localisation de l'amortissement de la coupe en perçage avec des forets hélicoïdaux ont été validées. Les expérimentations ont mis en évidences des difficultés majeures quant à l'amorçage et à l'entretien des régimes vibratoires pour le perçage dans le plein. Le perçage avec avant trou et le perçage profond avec forets ¾ ne présentent pas les mêmes problèmes car l'amortissement due à la coupe est nettement plus petit.

Les expérimentations de perçage profond avec foret ¾ ont prouvé la viabilité de l'idée d'utiliser les vibrations autoentretenues comme technique d'assistance de la formation des copeaux. Les difficultés et les anomalies de comportement ont été expliquées par le modèle mis en place et par des simulations des conditions opératoires. La productivité des opérations de perçage profond peut être améliorée d'environ 500% par l'assistance des vibrations. Les problèmes de durée de vie des forets peuvent être résolus par l'utilisation des matériaux de coupe adéquats (nuance de carbure K40 au lieu de K10/K20, utilisée auparavant). Quant au forage avec

forets hélicoïdaux, il s'avère que la géométrie du foret constitue un des facteurs déterminants de la dynamique du perçage vibratoire. Pour venir à l'aide de cette technique d'assistance et pour utiliser les auto-vibrations en perçage avec forets hélicoïdaux, de nouvelles géométries de forets, à angles de dépouille plus grands et avec amincissement de l'âme peuvent être envisagées.

Les moyens expérimentaux mis en place au cours de ces travaux vont permettre l'avancée dans la compréhension des phénomènes engendrés dans la coupe vibratoire. Le banc d'essai sert comme point de départ pour une étude expérimentale systématique des procédés de coupe vibratoire tout comme les modèles développés permettent l'analyse et la simulation des régimes de coupe assistés par vibrations.

BIBLIOGRAPHIE[1]

[1] Ahmetshin N. I., Gotz E. M., Rodikov N. F., *La coupe vibratoire des métaux*, Machinostroenie, Moscou, 1987, 77 p. (en russe)

[2] Albrecht P., *Dynamics of the Metal Cutting Process*, *Journal of Engineering for Industry,* Transactions of the ASME, nov. 1965, pp. 429-435

[3] Albrecht P., *New Developments in Theory of the Metal Cutting Process*, Transaction of the ASME, nov. 1960, pp. 348-358

[4] Alligood K. T., Sauer T. D., Yorke J. A., *Chaos – An Introduction to Dynamical Systems*, Springer-Verlag, New York, 603 p., ISBN : 0-387-94677-2

[5] Altintaş Y., Budak E., *Analytical Prediction of Stability lobes in Milling*, Annales du CIRP, vol. 44/1, 1995, pp. 357-362

[6] Altintaş Y., *Manufacturing Automation*, Cambridge University Press, 2000, 286 p., ISBN : 0-521-65973-6

[7] Altintaş Y., *Modelling Approaches and Software for Predicting the Performance of Milling Operations at MAL-UBC*, Proceedings of 3rd CIRP Int. Workshop on Modelling of Machining Operations, Sydney, Australia, 20 août 2000, pp. 60-74

[8] Armarego E. J. A., Herath A. B., *Predictive Models for Machining with Multi-Edge Form Tools Based on a Generalised Cutting Approach*, Annales du CIRP, vol. 49/1, 2000, pp. 25-30

[1] **Note :** Pour les abréviations des journaux et ouvrages voir l'index d'abréviations ISI de Caltech Library System : http://library.caltech.edu/admin/abbreviations/

[9] Armarego E.J.A., Ostafiev D., Wong S.W.Y., Verezub S., *An Appraisal of Empirical Modelling and Proprietary Software Databases for Performance Prediction of Machining Operations*, Proceedings of 3rd CIRP Int. Workshop on Modelling of Machining Operations, Sydney, Australia, 20 août 2000, pp. 75-88

[10] Assouline Stéphanie, Beauchesne E., Coffignal G., Lorong P., Marty Audrey, *Simulation numérique de l'usinage à l'échelle macroscopique : modèles dynamiques de la pièce*, Mécanique & Industrie, Elsevier Press, no. 3, 2002, p. 389-402

[11] Baratchart L., Bernhard P., *Automatique et systèmes*, Techniques de l'Ingénieur, Traité Sciences fondamentales, AF 1370 1-26

[12] Barreto E;, Lai Y.-C., Grebogi C., *Controlling Chaos in Mechanical Systems*, pp. 285-302, vol. *Dynamics and Chaos in Manufacturing Processes*, John Wiley & Sons,1998, 316 p., ISBN : 0-471-15293-5

[13] Batzer S. A., Gouskov A. M., Voronov S. A., *Modelling the Vibratory Drilling Process*, Proceedings of the 1999 ASME Design Engineering Technical Conferences, September 12-15, Las Vegas, Nevada, 1999

[14] Batzer S. A., Rao P. D., Haan D. M., Olson W. W., Sutherland J. W. Proceedings of the 2nd Symposium on Manufacturing Science, Ann Arbor, vol. 2, 1996

[15] Bhattacharyya A., Chattopadhyay A. B., Roy R., *Chisel Edge Modification of Small HSS and Carbide Drills for Improved Machinability*, Annales du CIRP, vol. 30/1, 1981, pp. 21-25

[16] Bois E., *De quelques enjeux philosophiques du phénomène chaos*, disponible sur Internet, Académie des Sciences morales et politiques – http://www.asmp.fr

[17] Boothroyd G., *Fondamentals of Machining and Machine Tools*, McGraw Hill, 1975

[18] Botez E., Moraru V., Minciu C., Ispas C., *Machines outils – Vol. II : Organologie et précision des machines outils*, (titre original : *Organologia si precizia masinilor-unelte*), Editura Tehnică, Bucarest, Roumanie, 1978

[19] Bradley E., *Time-Series Analysis*, vol. *An Introduction to Intelligent Data Analysis*, édité par Berthold M. and Hand D., Springer-Verlag, 1999

[20] Brun-Picard D., Gouskov A., Lesage D., Vincenti J., *Perçage vibratoire par tête auto-vibrante. Approche théorique et premières expérimentations*, 2ème séminaire PPF « Maîtrise globale du procédé d'enlèvement de matière et des techniques associées », jeudi 21 janvier 2001, ENSAM Aix-en-Provence, France, pp. 11-22

[21] Brun-Picard D., Gouskov A., Moraru G., Malburet F., *Predictive Model for Dynamics of Self-Vibrating Drilling Process*, *TSTM5*, office de l'*Académie Roumaine de Iasi*, 1999, pp. 21-27

[22] Brun-Picard D., Malburet F., *Control actif des vibrations : ce qui marche et ce qui ne marche pas*, 2èmes Assises Machines et Usinage à Grande Vitesse, 13-14 mars 2002, ENSAM CER de Lille, pp. 61-72

[23] Brun-Picard D., Moraru G., *An Approach for the Control of the Self-Vibrating Drilling Process*, 3ème Conférence Internationale sur la Coupe des Métaux et l'Usinage à Grande Vitesse, 27-29 juin, Metz, France, 2001, pp. 163-168

[24] Campbell S. A., Belair J., Ohira T., Milton J., *Limit Cycles, Tori, and Complex Dynamics in a Second-Order Differential Equation with Delayed Negative Feedback*, Plenum Publishing Corporation, Journal of Dynamics and Differential Equations, vol. 7, no. 1, 1995, pp. 213-236

[25] Campbell S. A., *Stability and Bifurcation in the Harmonic Oscillator with Multiple Delayed Feedback Loops*, Watam Press, Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems, no. 5, 1999, pp. 225-235

[26] CETIM, PSA, RENAULT, RENAULT AUTOMATION, *Fraisage et perçage des métaux durs. Les atouts de l'usinage à grande vitesse*, Publications CETIM, 1996, ISBN : 2-85400-406-X

[27] Choudhury S. K., Goudimenko N. N., Kudinov V. A., *On-line Control of Machine Tool Vibration in Turning*, Elsevier Pergamon, Int J Mach Tool Manu, vol. 37, no. 6, 1997, pp. 801-811

[28] Dankowicz H., *Chaotic Dynamics in Hamiltonian Systems*, World Scientific Series on Nonlinear Science, Series A, vol. 25, 1998, 200 p., ISBN : 9810232217

[29] Dahan Dalmenico A., Chambert J.-L., Chemla K. (coordonateurs), *Chaos et déterminisme*, Editions du Seuil, 1992, 414 p., ISBN : 2-02-015182-0

[30] Dautzenberg J. H., Veenstra P. C., van der Wolf, A. C. H., *The Minimum Energy Principle for the Cutting Process in Theory and Experiment*, Annales du CIRP, vol. 30/1, 1981, pp. 1-4

[31] Davies M. A., Burns T. J., Evans C. J., *The Dynamics of Chip Formation in Machining*, IUTAM Symposium on New Applications of Nonlinear and Chaotic Dynamics in Mechanics, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 1999, pp. 183-192

[32] Davies M. A., Dutterer B., Pratt J. R., Schaut A. J., *On the Dynamics of High-Speed Milling with Long, Slender Endmills*, Annales du CIRP, vol. 47/1, 1998, pp. 55-60

[33] Deacu L., Pavel Gh., *Les vibrations des machines outils* (titre original : *Vibrații la maşini-unelte*), DACIA, Cluj-Napoca, Roumanie, 1977, 270 p.

[34] Defretin A. L., Levaillant G., *Usinage à grande vitesse*, Techniques de l'ingénieur, traité Génie Mécanique, B 7 180, 26 p.

[35] Deshpande N., Fofana M. S., *Nonlinear Regenerative Chatter in Turning*, Elsevier, Robot Cim-Int Manuf, vol 17, 2001, pp. 107-112

[36] DeVries W. R., *Analysis of material removal processes*, Springer-Verlag, 1992, ISBN 3-540-97728-7

[37] Deyuan Z., Lijiang W., *Investigation of Chip in Vibration Drilling*, Elsevier, Int J Mach Tool Manu, vol. 38, no. 3, 1998, pp. 165-176

[38] Dumitraş C., Militaru C., *La coupe et la fiabilité des outils coupants* (titre original : *Aşchierea metalelor şi fiabilitatea sculelor aşchietoare*), Editura Tehnică, Bucarest, Roumanie, 1983, 274 p.

[39] Egashira K., Masuzawa T., *Microultrasonic Machining by the Application of Workpiece Vibration*, Annales du CIRP, vol. 48/1, 1999

[40] Elekes C., *Outils pour le perçage des trous profonds* (titre original : *Scule pentru gaurirea alezajelor lungi*), Scrisul Românesc, Craiova, Roumanie, 1985, 132 p.

[41] Ema S., Fujii H., Marui E., *Chatter Vibration in Drilling*, J Eng Ind, vol. 110, novembre 1988, pp. 309-314

[42] Engelborghs K., Luzyanina T., Roose D., *Numerical Bifurcation Analysis of Delay Differential Equations*, Elsevier, J Comput Appl Math, vol. 125, 2000, pp. 265-175

[43] Felder E., *Procédé d'usinage – présentation*, Techniques de l'ingénieur, traité Génie mécanique, B 7 000, 16 p.

[44] Fink P., *Perçage de précision avec les forets ¾* (titre original : *Präzisionsbohren mit Einlippenwerkzeugen*), Technischer Verlag Günter Grossmann, Stutgart, 1978, 114 p.

[45] Fofana M. S., *Nonlinear Dynamics of the Cutting Process*, thèse de doctorat, Université de Waterloo, 1993, 321 p.

[46] Ford N. J., Wulf V., *How do numerical methods perform for delay differential equations undergoing a Hopf bifurcation?*, Elsevier, J Comput Appl Math, vol; 125, 2000, pp. 277-285

[47] Fossard A. J. et Normand-Cyrot D. (coordonateurs), *Systèmes non linéaires*, vol I : *Modélisation – Estimation*, vol II : *Stabilité – Stabilisation*, vol III : *Commande des systèmes non linéaires*, Masson, Paris, 1993, ISBN : 2-225-84055-5

[48] Frahm K., *Cours de phénomènes non linéaires*, Maîtrise de Physique, Université Paul Sabatier, 2001 (document disponible sur Internet : frahm@irsamc2.ups-tlse.fr)

[49] Fujii, H., Marui E., Ema S., *Whirling Vibrations in Drilling. Part 1: Cause of Vibration and Role of Chisel Edge*, J Eng Ind, Transactions of the ASME, vol. 108, pp. 157-162

[50] Fujii, H., Marui E., Ema S., *Whirling Vibrations in Drilling. Part 2: Influence of Drill Geometries, Particularly of the Drill Flank, on the Initiation of Vibration*, J Eng Ind, Transactions of the ASME, vol. 108, pp. 163-168

[51] Gary G., *Comportement des métaux à grande vitesse de déformation. Modélisation*, Techniques de l'ingénieur, traité Génie Mécanique, B 7 176, 10 p.

[52] Gilormini P., *Modélisation de la coupe des métaux*, Techniques de l'ingénieur, traité Génie mécanique, B 7 041, 12 p.

[53] Gleick J., *La théorie du chaos – vers une nouvelle science*, Flammarion, 1991, 431 p., ISBN : 2-08-081219-X

[54] Gouskov A., Brun-Picard D., *Instabilité du perçage vibratoire*, Colloque PRIMECA, Nantes, France, 1996.

[55] Gouskov A., Moisan A., Brun-Picard D., Moraru G., *Application of the Dimensional Analysis to the Determination of Cutting Forces* , 3ème Conférence Internationale sur la Coupe des Métaux et l'Usinage à Grande Vitesse, 27, 28, 29 juin, Metz, France, 2001

[56] Gouskov A., *Razrabotke metodov Postroenia i analiza dinamicheskih modelei technologiceskih protesov pri mehaniceskoi obrabotke*, manuscrit

[57] Gouskov A., Voronov S. A., *Dynamic Models Generalisation of Manufacturing Systems with Single Point Cutting – Considerring Equations of New Surface Formation* (manuscript), 10 p.

[58] Gouskov, A. M., Voronov, S. A., Batzer, S. A., 2000, *Chatter Synchronization in Vibratory Drilling*, ASME DE, Vol.108 / DSC, vol.68, pp. 263-270.

[59] Grabec I., Gradišek J., Govekar E., *A new Method for Chatter Detection in Turning*, Annales du CIRP, vol. 48/1, 1999, pp. 29-32

[60] Gradišek J., Govekar E., Grabec I., *Chaos in a cutting process*, 4th Experimental Chaos Conference, Boca Raton, Florida, août 1997

[61] Gradišek J., Govekar E., Grabec I., *Chaotic cutting process and determining optimal cutting parameters values using neural networks*, Int J Mach Tool Manu, vol. 36, no. 10, 1996, pp. 1161-1172

[62] Granjon Y., *Automatique – Cours et exercices corrigés*, Dunod, Paris, 2001, 382 p., ISBN : 2 10 005399 X

[63] Gruber C., *Mécanique Générale*, Presses Polytechniques romandes, Lausanne, 1988, ISBN : 2-88074-155-6

[64] Guckenheimer J., *Numerical Analysis of Dynamical Systems*, disponible sur RESEARCHINDEX DATABASE, http://citeseer.nj.nec.com/

[65] Hale, J. K., *Theory of Functional Equations*, vol 3, Springer-Verlag, 1977, New York.

[66] Hanna N. H., Tobias S. A., *A theory of Nonlinear Regenerative Chatter*, J Eng Ind, Transaction of the ASME, 1974, pp. 247-255

[67] Hooke C. J., Tobias S. A., *Finite amplitude instability – A new type of chatter*, Proc. Fourth Int. MTDR Conf, Pergamon Press, Manchester, 1963, pp. 97-109

[68] Ismail F., Soliman E., *A New Method for the Identification of Stability Lobes in Machining*, Elsevier Pergamon, Int J Mach Tool Manu, vol. 37, no. 6, 1997, pp. 763-774

[69] Ispas C., Gheorghiu H., Părăuşanu I., Anghel V., *Vibrations des systèmes technologiques*, Editura Agir, Bucarest, Roumanie, 1999, 270 p., ISBN : 973-99296-1-3 (en français)

[70] Ispas C., Mohora Cristina, Pupăză Cristina, Zapciu M, Popoviciu G., Rusu-Casandra Aurelia, *Machines outils – éléments de structure* (titre original : *Maşini-unelte – elemente de structură*), Editura Tehnică, Bucarest, 1997, 251 p., ISBN 973-31-1029-0

[71] Ispas C., Predincea N., Zapciu M, Mohora Cristina, Boboc D., *Machines outils – essais et réception* (titre original : *Maşini-unelte – încercare şi recepţie*), Editura Tehnică, Bucarest, 1998, 334 p., ISBN 973-31-1183-X

[72] Ivester R.W., Kennedy M., Davies M., *Assessment of Machining Models : Progress Report*, Proceedings of 3rd CIRP Int. Workshop on Modelling of Machining Operations, Sydney, Australia, 20 août 2000, pp. 102-116

[73] Iwata K., Moriwaki T., Hoshi T., *Basic Study of High Speed Micro Deep Drilling*, Annales du CIRP, vol. 30/1, 1981, pp. 27-30

[74] Jang J. L., Tarng Y. S., *A Study of the Active Vibration Control of a Cutting Tool*, Elsevier, J Mater Process Tech, no. 95, 1999, pp. 78-82

[75] Johnson M. A., Moon F. C., *Experimental Characterisation of Quasiperiodicity and Chaos in a Mechanical System with Delay*, World Scientific Publishing Company, Int J Bifurcat Chaos, vol. 9, no. 1, 1999, pp. 49-65

[76] Johnson M. A., *Nonlinear Differential Equations with Delay as Models for Vibrations in the Machining of Metals*, Thèse de doctorat, Cornell University, Ithaca, 1996, 244 p.

[77] Kaals H. J. J., *Dynamic Stability in Cutting*, manuscrit, 119 p.

[78] Kaals H. J. J., *On the calculation of Stability Charts on the Base of the Damping and the Stiffness of the Cutting Process*, Annales du CIRP, vol 18, 1970

[79] Kalpakjian S., *Manufacturing Engineering and Technology*, 3ème edition, Addison Wesley, 1995, ISBN 0-201-84552-0

[80] Kamnev E., Brissaud D., Gouskov A., *Determination of the Operational Conditions in Vibration Drilling*, Congrès IDMME 2002, Clermont-Ferrand, France 2002

[81] Kamnev E., Vignat F., Gouskov A., Brissaud D., *Etude du perçage vibratoire : modèles de base*, 7ème colloque PRIMECA sur la Conception Mécanique Intégrée, 2-4 avril, La Plagne, France, 2001, pp. 128-135

[82] Karube S., Hoshino W., Soutome T., Sato K., The Nonlinear Phenomena in Vibration Cutting System – The Establishment of Dynamic Model, Elsevier Pergamon, Int J Nonlinear Mech, vol. 37, 2002, pp. 541-564

[83] Kaufeld M., Torbaty S., *Rationalisation de l'usinage très grande vitesse*, SOFETEC, France , 1999, 284 p., ISBN : 2-912540-01-1

[84] Kawaji S., Tanaka Y., Matsunaga N., Sasaoka T., *Suppression of Drilling Chatter by Thrust Force Control*, The Fourth International Conference on Motion and Vibration Control, MOVIC, Zurich, Suisse, 1998

[85] Koelsch J. R., *Productive Deep Hole Drilling*, disponible sur Internet http://gundrilling.tripod.com/ProdGundrilling.pdf

[86] Kudinov V. A., *La dynamique des machines outils* (titre original : *Dinamica maşinilor unelte*), Technical Publishing House (Editura Tehnica), Bucarest, Roumanie, 1970, 386 p.

[87] Kumabe J., *Fundamentals and Application of Vibration Cutting*, Jikkyo Publishing Co., Japan, 1979

[88] Kumabe J., *Vibration Cutting*, Practice Education Publishing Company, Tokyo, Japan, 1977

[89] Kwiatkowski A. W., *System Approach to the Cutting Operation*, Manufacturing Systems CIRP Journal, vol.I, nr. 1, Faculty Press, Ljubljana, Yugoslavia, 1972, pp. 47-73

[90] Lamnabhi-Lagarrigue Françoise, *Analyse des systèmes non linéaires*, Hermes, Paris, 1994, 155 p., ISBN : 2-86601-403-0

[91] Landers R. G., Ulsoy A. G., *Model-Based Machining Force Control*, J Dyn Syst T Asme, vol. 122, no. 3, pp. 521-527

[92] Lee B. Y., Tarng Y. S., Ma S. C., *Modelling of the process damping force in chatter vibration*, Elsevier Pergamon, Int J Mach Tool Manu, vol. 35, no; 7, 1995, pp. 951-962

[93] Leppänen T., *Seminar on Computational Engineering : Time Series Analysis*, disponible sur RESEARCHINDEX DATABASE, http://citeseer.nj.nec.com/

[94] Leroy F., *Endomagement des outils de coupe*, Techniques de l'ingénieur, traité Génie mécanique, B 7 042, 13 p.

[95] Lesage D., *Etude expérimentale du perçage vibratoire*, Rapport de stage, ENSHM Grenoble, novembre, 1997.

[96] Lévine J., *Cours de Modélisation et Commande des Systèmes Non Linéaires pour l'Ingénieur*, Ecole de Mines de Paris, février 2002, 138 p. (document disponible sur Internet : email levine@cas.ensmp.fr)

[97] Liao Y. S., Young Y. C., *A New On-line Spindle Speed Regulation Strategy for Chatter Control*, Elsevier, Int J Mach Tool Manu, vol. 36, no. 5, 1996, pp. 651-660

[98] Livinţ G., *Théorie des systèmes automatiques* (titre original : *Teoria sistemelor automate*), Editura Gama, Iaşi, Roumanie, 1996, 488 p., ISBN : 973-96339-2-7

[99] Makhecha A., Thangaraj A. R., Sutherland J. W., *Prediction of Drilling Thrust and Torque Using a Mechanicistic Model Calibrated Through Non-Linear Optimisation*, PED, Manufacturing Science and Engineerinng, vol. 68/1, ASME, 1994, pp. 237-243

[100] Masounave J., Maugendre S., Scheed L., *Prédiction des efforts de perçage des métaux*, Matériaux & Techniques, no. 9-10, 1998, pp. 7-16

[101] Merchant E., *Mechanics of the Metal Cutting Process*, Journal of Applied Physics, vol. 16/1945, no. 5, pp. 267-275.

[102] Merritt H. E., *Theory of Self-Excited Machine Tools Chatter*, Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME, 1965, 447-454.

[103] Merritt H. E., *Theory of Self-Excited Machine Tool Chatter*, Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME, nov. 1965, pp. 429-435

[104] Minciu C., *Outils coupants*, (titre original *Scule aschietoare*), Editura Tehnică, Bucarest

[105] Minciu C., *Theorie générale de la generation des surfaces en usinage*, Université Polytechnique de Bucarest, 1992

[106] Mira C., *Systèmes asservis non linéaires*, Hermes, Paris, 1990, ISBN : 2-86601-211-9

[107] Moon F. C., *Chaotic Dynamics and Fractals in Material Removal Processes*, pp. 25-38, vol. *Nonlinearity and Chaos in Engineering Dynamics*, John Wiley & Sons,1995, 452 p., ISBN : 0-471-94458-0

[108] Moon F. C., Johnson M. A., *Nonlinear Dynamics and Chaos in Manufacturing Processes*, pp. 3-32, vol. *Dynamics and Chaos in Manufacturing Processes*, John Wiley & Sons,1998, 316 p., ISBN : 0-471-15293-5

[109] Moraru G., Brun-Picard D., *Analyse de la coupe vibratoire à basse fréquence – Application au perçage*, 7ème colloque PRIMECA sur la Conception Mécanique Intégrée, 2-4 avril, La Plagne, France, 2001, pp. 318-325

[110] Moraru G., Brun-Picard D., *Analysis of Vibration Drilling*, 7th National Conference on Manufacturing Research, 4th – 6th September, Cardiff, 2001, publié en Advances in Manufacturing Technology XV, édité par Pham D., Dimov S. S., O'Hagan V. O., Professional Engineering Publishing, pp. 149-153, ISBN : 1-86058-325-3

[111] Moraru G., Brun-Picard D., Gouskov A., *Analyse de la coupe vibratoire à basse fréquence – Application au perçage*, Mécanique & Industrie, Elsevier Press, no. 3, 2002, p. 181-188

[112] Moraru G., Brun-Picard D., Gouskov A., Malburet F., *Dynamics of Self-Vibrating Drilling Process*, International Conference on Manufacturing Systems ICMAS 2000, TCMM, vol. 41, Editura Tehnică, Bucarest, Roumanie, 2000, pp. 95-100.

[113] Moraru G., Brun-Picard, D., *Analyse du procédé de perçage vibratoire à basse fréquence*, 8ème séminaire PPF « Maîtrise globale du procédé d'enlèvement de matière et des techniques associées », 2001

[114] Moraru G., *Modèle Globale de la Précision des Machines Outils*, Rapport de D.E.A., Université Polytechnique de Bucarest, juillet 1998

[115] Moraru G., *Perçage vibratoire. Approfondissement et conception d'un banc d'essai*, rapport de stage recherche ERASMUS – SOCRATES, ENSAM, Aix-en-Provence, mai – août 1999

[116] Moraru V., Ispas C., Rusu S., *Les vibrations et la stabilité des machines-outils* (titre original *Vibraţiile şi stabilitatea maşinilor-unelte*), Editura Tehnică, Bucarest, Roumanie, 1980, 351 p.

[117] Moriwaki T., Shamoto E., *Ultrasonic Elliptical Vibration Cutting*, Annales du CIRP, vol. 44/1, 1995, pp. 31-34.

[118] Natsiavas S., Bouzakis K. D., Aichouh P., *Prédiction and Elimination of Vibration in Mechanical Systems with Self-Excited Characteristics*, 4th EEDM Conference, Thessaloniki, 21-22nd November, 1996, pp. 347-348

[119] Nayfeh A. H., Chin C.-M., Pratt J., *Application of Perturbation Methods to Tool Chatter Dynamics*, pp. 193-214, vol. *Dynamics and Chaos in Manufacturing Processes*, John Wiley & Sons,1998, 316 p., ISBN : 0-471-15293-5

[120] Nayfeh A. H., Chin C.-M., Pratt J., *Perturbation Methods in Nonlinear Dynamics. Applications to machining Dynamics*, J Manuf Sci E, T ASME, vol 119, 1997, pp. 485-493

[121] Nichols J. M., *Attractor reconstruction for Non-linear Systems: a Methodological Note*, Elsevier, Math Biosci, vol. 171, 2001, pp. 21-32

[122] Niculescu S.-I., *Systèmes à retard – aspects qualitatifs sur la stabilité et la stabilisation*, Diderot Multimedia, 1997, 246 p., ISBN : 2-84352-026-6

[123] Nosyreva P., Molinari A., *Nonlinear Analysis of Chatter in Orthogonal Cutting*, Elsevier, C.R. Acad. Sci. Paris, t. 325, série II b, 1997, pp. 435-442

[124] Olgac N., Hosek M., *A New Perspective and Analysis for Regenerative Machine Tool Chatter*, Elsevier, Int J Mach Tool Manu, vol. 38, 1998, pp. 783-798

[125] Oxford C. J., *On the Drilling of Metals, 1 – Basic Mechanics of the Process*, ASME, vol. 77, 1955, pp. 103-114

[126] Shaw M. C., Oxford C. J., *On the Drilling of Metals, 1 – The Torque and Thrust in Drilling*, ASME, vol. 79, 1957, pp. 139-148

[127] Paul C. A. H., *Designing Efficient Software for Solving Delay Differential Equations*, Elsevier, J Comput Appl Math, vol. 125, 2000, pp. 287-295

[128] Pavel E., *Analyse modale* (titre original *Analiză modală*), Editura Tehnică, Bucarest, Roumanie, 1994, 231 p, ISBN : 973-31-0610-0.

[129] Peters J., Vanherk P., *Report on a new test rig to carry out comparative test of "susceptibility to chatter" of materials*, Rapport CIRP presenté au Group MA, University of Louvain, 19 sept. 1967

[130] Poduraev, V. N., *Cutting with Vibrations*, Mashinostroenie, Moscow, Russia, 1977.

[131] Pratt J. R., Davies M. A., Evans C. J., Kennedy M. D., *Dynamic Interrogation of a Basic Cutting Process*, *Annals of the CIRP*, Vol. 48/1/1999, pp 39-42

[132] Predincea N., Pupaza C., Moraru G., Gandila S., *Etudes concernant le comportement statique et dynamique des broches*, Construction des Machines, no. 10, Bucarest, 1998

[133] Pruvot F. C., Conception et calcul des machines-outils, vol. I, II et III, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, 1993

[134] Pruvot, F. C., Techniques de l'Ingénieur, traité Génie Mécanique, *Machine-outil. Principaux Organes*, B 7 121

[135] Randé B., *Présentation des systèmes dynamiques*, Techniques de l'Ingénieur, Traité Sciences fondamentales, AF 180 1-17

[136] Rapin P., Germain Lacour P., *Equations Différentielles*, Techniques de l'Ingénieur, Traité Sciences fondamentales, AF 652 1-20

[137] Rasch F. O., Vigeland T., Bjorke O., *Hydraulic Chipbreaking*, Annales du CIRP, vol 30/1, 1981, pp. 333-335

[138] Rincon Diana M., Ulsoy A. G., Kaftanoğlu B., *Effects of Drill Vibrations on Cutting Forces and Torque*, Annales du CIRP, vol. 43/1, 1994, pp. 59-62

[139] Sakuma K., Taguchi K., Katsuki A., Takeyama H., *Self-guiding Action of Deep-Hole-Drilling Tools*, Annales du CIRP, vol 30/1, 1981, pp. 311-315

[140] Sandvik Coromant, *Perçage*, Techniques de l'ingénieur, traité Génie mécanique, BM 7, 20 p.

[141] Sauer L., Ionescu C., *Le perçage profond* (titre original : *Găurirea adîncă*), Editura Technică, Bucarest, Roumanie, 1982, 111 p., (en roumain)

[142] Schmidt G., Tondl A., *Non Linear-Vibrations*, Cambridge University Press, 1986, 420 p., ISBN : 0-521-6698-X

[143] Schreiber T., *Measuring Nonlinear Dynamics*, Proceedings of *Non-linear Dynamics in Mechanical Processing*, Dortmund, November 5-6, 1998.

[144] Schreiber T., *Interdisciplinary Application of Nonlinear Time Series Methods*, Elsevier, Phys Rep, vol. 308, 1999, pp. 1-64

[145] Schuster H. G., *Deterministic Chaos: Introduction and Recent Results*, vol. *Nonlinear Dynamics in Solids*, édité par Thomas H., Springer-Verlag, pp. 22-30, ISBN: 0-387-53569-1

[146] Seiranyan A. P., *Collision of Eigenvalues in Linear Oscillatory Systems*, Elsevier Pergamon, J Appl Math Mech, vol. 58, no. 5, 1994, pp. 805-813

[147] Seydel R., *Nonlinear Computation*, Elsevier Pergamon, J Franklin Inst, vol. 334B, no. 5/6, 1997, pp. 1015-1047

[148] Seyranian A. P., *Stability and Catastrophes of Vibrating Systems Depending on Parameters*, Lecture Notes, Technical University of Denmark, 1991, 76 p.

[149] Shamoto E., Moriwaki T., *Study on Elliptical Vibration Cutting*, Annales du CIRP, vol. 43/1, 1994, pp. 35-38

[150] Shamoto E., Moriwaki T., Ultraprecision Diamond Cutting of Hardened Steel by Applying Elliptical Vibration Cutting, Annales du CIRP, 1999

[151] Shampine L. F., Thompson S., *Solving DDEs in MATLAB*, Elsevier, Appl Numer Math, vol. 37, 2001, pp. 441-458

[152] Shaw S. W., Feeny B. F., *Nonliinear Dynamics with Impacts and Friction*, pp. 241-264, vol. *Dynamics and Chaos in Manufacturing Processes*, John Wiley & Sons,1998, 316 p., ISBN : 0-471-15293-5

[153] Shi H. M., Tobias S., *Theory of Finite Amplitude Machine Tool Instability*, Pergamon Press, Int J Mach Tool Des Res, vol. 24, no. 1, 1984, pp 45-69

[154] Shinbrot T., *Chaos: Unpredictable Yet Controllable*, Nonlinear Science Today, Springer, disponible sur Internet : http://gonzo.springer-ny.com/nst/ (date consultation 31 juillet 2002)

[155] Spur G., Masuha J. R., *Drilling with Twist Drills of Different Cross Section Profiles*, Annales du CIRP, vol. 30/1, 1981, pp. 31-35

[156] Stépán G., *Delay-Differential Equation Models for Machine Tool Chatter*, pp. 165-192, vol. *Dynamics and Chaos in Manufacturing Processes*, John Wiley & Sons,1998, 316 p., ISBN : 0-471-15293-5

[157] Stépán G., *Retarded dynamical systems : stability and characteristic function*, Research Notes in Math Series, 210, John Wiley & Son, 1989

[158] Stépan G., Kalmar-Nagy T., *Nonlinear Regenerative Machine Tool Vibrations*, Proceedings of DETC'97, ASME Design Engineering Technical Conferences, Sacramento, California, USA, September 14-17, 1997.

[159] Stephenson D. A., Agapiou J. S., Metal Cutting Theory and Practice, Marcel Dekker, New York, 1997, ISBN : 0-8247-9579-2

[160] Strajescu E., *La conception des outils coupants*, vol. 1 et 2, cours à l'Université Polytechnique de Bucarest, 1999.

[161] Strajescu E., Moraru G., Tanase I., *Modèle vectoriel de la géométrie des outils coupants*, Editura Tehnică, Construction des Machines, no. 6, Bucarest, 1995

[162] Tanguy J.-C., *Guide du perçage au foret hélicoïdal*, Editions CETIM, Senlis, 1993

[163] Tarng Y. S., Kao J. Y., Lee E. C., *Chatter Suppression in Turning Operations with a Tuned Vibration Absorber*, Elsevier, J Mater Process Tech, vol. 105, 2000, pp.55-60

[164] Taylor F. W., *On the Art of Cutting Metals*, T ASME, vol. 28, 1907

[165] Tekinalp O., Ulsoy A. G., *Modelling and Finite Element Analysis of Drill Bit Vibrations*, J Vib Acoust Stress, ASME, vol. 111, 1989, pp. 148-155

[166] Thompson J. M. T., *Basic Concepts of Nonlinear Dynamics*, pp. 1-24, vol. *Nonlinearity and Chaos in Engineering Dynamics*, John Wiley & Sons,1995, 452 p., ISBN : 0-471-94458-0

[167] Tichkiewitch S., Moraru G., Brun-Picard D., Gouskov A., *Self-excited vibration drilling models and experiments*, Annales du CIRP, vol. 51/1, 2002, pp 311-314.

[168] Tlusty J., *Analysis of the State of Research in Cutting Dynamics*, Annales du CIRP, vol.27/2, 1978, pp. 583-589

[169] Tlusty, J., Ismail, F., *Basic Non-Linearity in Machining Chatter*, Annales du CIRP, vol. 30/1, 1981, pp. 299-304

[170] Tobias S. A., *Machine Tool Vibration*, Blackie & Son Limited, 1965

[171] Toews H. G., Compton W. D., Chandrasekar S., *A Study of the Superimposed Low-Frequency Modulation on the Drilling Process*, Elsevier, Precision Engineering, vol. 22, 1998, pp. 1-9

[172] Trent E. M., *Metal Cutting*, Butterworths, 1977.

[173] van der Heiden U., Longtin A., Mackey M. C., Milton J. G., Scholl R., *Oscillatory Modes in a Nonlinear Second-Order Differential Equation with Delay*, Plenum Publishing Corporation, Journal of Dynamics and Differential Equations, vol. 2, no. 4, 1990, pp. 423-449

[174] Vanherk P., Annales du CIRP, vol. 17, 1969, p. 499

[175] Wang L.-P., Wang L.-J., He Y.-H., Yang Z.-J., *Prediction and Computer Simulation of Dynamic Thrust and Torque in Vibration Drilling*, IMechE, Proc. Instn Mec Engrs, vol. 212 part B, 1998, pp. 489-497

[176] Weck M., Hennes N., Krell M., *Spindle and Toolsystems with High damping*, Annales du CIRP, vol. 48/1, 1999, pp. 297-302

[177] Weinert K., Webber, O., Hüsken M., Mehnen J., *Statistics and Time Series Analysis of BTA Deep Hole Drilling*, International Conference *Non-Linear Dynamics in Mechanical Processing*, Dortmund, Allemagne, 2001

[178] Wienert K., Bruchhaus T., Jasper J., Löbbe H., Schroer M., *High Performance Machining of Drill Holes*, 2nd International German and French Conference on High Speed Machining, Darmstadt, Allemagne, 1999; pp. 53-62

[179] Wiercigroch M., Cheng A. H.-D., *Chaotic and Stachastic Dynamics of Orthogonal Metal Cutting*, Elsevier, Chaos Soliton Fract, vol. 8, no. 4, 1997, pp. 715-726

[180] Yoshitake Y., Sueoka A., Shoji N., Hai T., *Vibrations of Nonlinear Systems with Discontinuities*, Jsme Int J C-Dyn Con, vol. 41, no. 4, 1998, pp. 710-717

[181] Zelinski P., *The Dynamics of Better Drilling*, disponible sur Internet : http://www.mmsonline.com/articles/060101.html

[182] Zelinski P., *The Fast Track to High Speed Drilling*, disponible sur Internet : http://www.mmsonline.com/articles/069801.html

Catalogues :

[183] **** GUHRING, Outillage de coupe de précision, Catalogue 2002, 1113 p.

[184] **** KENNAMETAL, Metalworking System Division, Catalogue 0070, 755 p.

[185] **** TITEX PLUS, Gunther S.A. - Groupe Sandvik, Catalogue 1996, 498 p.

[186] **** LABVIEW 6.1 User's Guide, National Instruments

[187] **** MATLAB 6.0 Reference Guide, The Math Works, Inc., 2001

[188] **** Mathematica 4.0 User's Guide

[189] **** Machining Data Book, ENSAM

[190] **** SANDVIK, *Outils pour l'industrie des moules et matrices*, Catalogue 2000

Ressources bibliographiques su Internet :

[191] Institut de l'information scientifique et technique http://www.inist.fr

[192] Service d'accès direct aux ressources d'Elsevier http://ww.sciencedirect.com

[193] Site de « Techniques de l'ingénieur » http://www.techniques-ingenieur.fr

[194] Agence bibliographique de l'enseignement supérieur http://www.abes.fr

[195] ResearchIndex Database / ressources Internet indexées http://citeseer.nj.nec.com/

Sites Internet :

[196] http://www.manufacturingcenter.com/

[197] http://www.machpro.fr/

[198] http://www.industrialtechnology.co.uk/

[199] http://www.machinedesign.com/

[200] http://www.mmsonline.com/

[201] http://gundrilling.tripod.com/

[202] http://www.industrie.gouv.fr

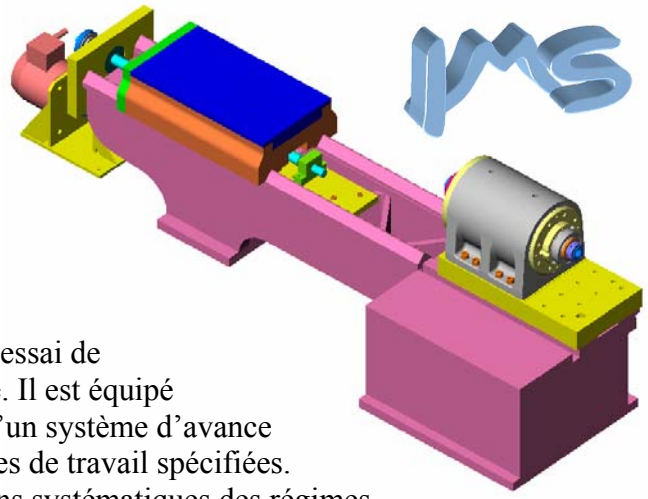
ANNEXE 1 – données expérimentales en perçage classique

« *Classique 118°* »					« *Croix 118°* » revêtus					« *Croix 135°* »				
d [mm]	***f*** [mm/t]	V_C [m/s]	***F*** [kN]	***M*** [Nm]	*d* [mm]	***f*** [mm/t]	V_C [m/s]	***F*** [kN]	***M*** [Nm]	*d* [mm]	***f*** [mm/t]	V_C [m/s]	***F*** [kN]	***M*** [Nm]
4.4	0.045	0.207	0.192	1.598	5.9	0.045	0.386	0.257	0.760	4	0.045	0.261	0.234	0.400
4.4	0.064	0.207	0.222	0.626	5.9	0.045	0.386	0.358	1.266	4	0.064	0.261	0.321	0.668
4.4	0.125	0.207	0.351	1.104	5.9	0.045	0.386	0.363	1.255	4	0.090	0.261	0.423	0.919
4.4	0.250	0.207	1.248	2.037	5.9	0.064	0.386	0.682	2.036	4	0.125	0.261	0.647	1.175
4.4	0.500	0.207	1.565	1.444	5.9	0.064	0.386	0.673	2.071	4	0.250	0.261	1.266	1.974
4.4	0.125	0.288	0.760	1.206	5.9	0.064	0.386	0.672	1.993	4	0.500	0.261	1.236	1.929
4.4	0.125	0.414	0.772	0.919	5.9	0.125	0.386	0.539	1.795	4	0.045	0.377	0.255	0.374
4.8	0.045	0.314	0.365	0.686	5.9	0.125	0.386	0.534	1.709	4	0.064	0.377	0.333	0.616
4.8	0.064	0.314	0.477	0.809	5.9	0.125	0.386	0.549	1.756	4	0.090	0.377	0.428	0.822
4.8	0.125	0.314	0.465	1.241	5.9	0.125	0.556	0.512	1.739	4	0.125	0.377	0.678	1.132
4.8	0.250	0.314	1.238	3.377	5.9	0.125	0.556	0.520	1.760	4	0.250	0.377	1.228	1.791
4.8	0.500	0.314	2.210	3.962	5.9	0.125	0.556	0.520	1.752	4	0.500	0.377	1.303	1.864
4.8	0.125	0.452	1.379	2.281	4	0.045	0.377	0.181	0.359	4.5	0.045	0.294	0.218	0.482
6.9	0.045	0.451	0.518	1.004	4	0.045	0.377	0.185	0.360	4.5	0.064	0.294	0.286	0.736
6.9	0.045	0.451	0.538	1.027	4	0.045	0.377	0.188	0.371	4.5	0.090	0.294	0.364	0.970
6.9	0.045	0.451	0.546	1.019	4	0.064	0.377	0.236	0.518	4.5	0.125	0.294	0.526	1.333
6.9	0.064	0.451	0.668	1.377	4	0.064	0.377	0.236	0.514	4.5	0.250	0.294	1.037	2.387
6.9	0.064	0.451	0.663	1.431	4	0.064	0.377	0.231	0.489	4.5	0.500	0.294	1.312	2.881
6.9	0.064	0.451	0.689	1.431	4	0.125	0.377	0.393	0.911	4.5	0.045	0.424	0.207	0.557
6.9	0.125	0.451	1.187	2.733	4	0.125	0.377	0.380	0.894	4.5	0.064	0.424	0.317	0.809
6.9	0.125	0.451	1.189	2.802	4	0.125	0.377	0.391	0.902	4.5	0.090	0.424	0.373	0.863
6.9	0.125	0.451	1.180	2.805	4.5	0.045	0.424	0.217	0.424	4.5	0.125	0.424	0.306	0.613
					4.5	0.045	0.424	0.212	0.444	4.5	0.250	0.424	1.201	2.339
					4.5	0.045	0.424	0.214	0.433	4.5	0.500	0.424	1.228	2.459
					4.5	0.125	0.424	0.414	1.093	5	0.045	0.471	0.236	0.562
					4.5	0.125	0.424	0.407	1.092	5	0.064	0.471	0.321	0.832
					4.5	0.125	0.424	0.409	1.110	5	0.090	0.471	0.423	1.117
					5	0.045	0.471	0.214	0.487	5	0.125	0.471	0.645	1.525
					5	0.045	0.471	0.223	0.511	5	0.250	0.471	1.514	3.602
					5	0.045	0.471	0.228	0.513	5	0.500	0.471	1.225	3.538
					5	0.125	0.471	0.462	1.281	5.5	0.045	0.518	0.292	0.690
					5	0.125	0.471	0.457	1.325	5.5	0.064	0.518	0.398	1.038
					5.9	0.045	0.556	0.263	0.695	5.5	0.090	0.518	0.502	1.316
					5.9	0.045	0.556	0.272	0.732	5.5	0.125	0.518	0.809	1.862
					5.9	0.045	0.556	0.275	0.748	6	0.045	0.565	0.308	0.755
					5.9	0.125	0.556	0.538	1.724	6	0.064	0.565	0.430	1.136
					5.9	0.125	0.556	0.539	1.709	6	0.090	0.565	0.564	1.497
					5.9	0.125	0.556	0.532	1.735	6	0.125	0.565	0.857	2.104
										6.8	0.045	0.445	0.366	1.019
										6.8	0.045	0.445	0.365	1.032
										6.8	0.045	0.445	0.372	0.991
										6.8	0.064	0.445	0.469	1.467
										6.8	0.064	0.445	0.472	1.436
										6.8	0.064	0.445	0.474	1.461
										6.8	0.125	0.445	0.869	2.667
										6.8	0.125	0.445	0.831	2.633
										6.8	0.125	0.445	0.852	2.709

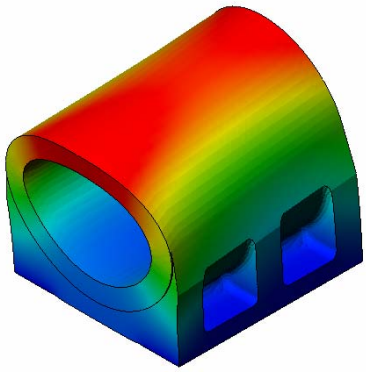
LSIS UMR 6168
ENSAM – Equipe IMS
2, cours des Arts et Métiers
13617, Aix en Provence

ANNEXE 2

Banc d'essai de perçage vibratoire

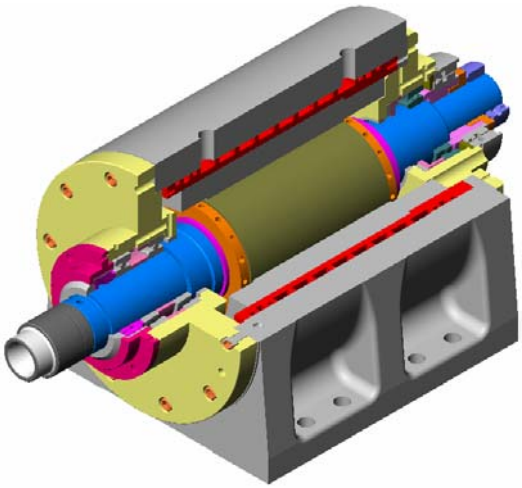


Dans le cadre de cette thèse, un banc d'essai de perçage vibratoire a été conçu et réalisé. Il est équipé d'une électrobroche grande vitesse et d'un système d'avance surdimensionné en raison des contraintes de travail spécifiées. Ce banc est destiné aux expérimentations systématiques des régimes vibratoires en perçage, pouvant servir également pour d'autres travaux de recherche (perçage grande vitesse, perçage assisté par jet d'eau, tests de performances des broches grande vitesse etc.).

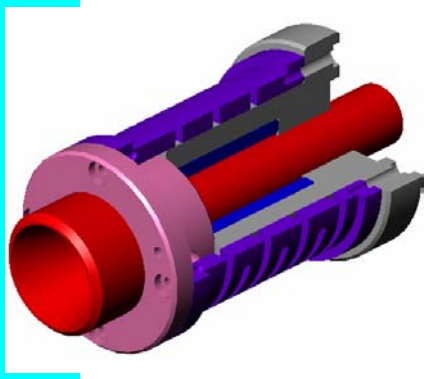


Le banc comporte une **électrobroche** permettant le travail en régimes vibratoires. La puissance de l'électrobroche est de 14 kW et la vitesse maximale de 24000 tr/min. Le carter est d'une construction très rigide, issue d'un calcul d'optimisation de forme par la méthode d'éléments finis. La précision de rotation statique est meilleure que 1 µm, étant assurée par l'utilisation des roulements de très grande précision à billes en acier.

La machine comporte un seul **axe de translation**, réalisé en utilisant le bâti d'un tour récupéré et rénové. La vitesse maximale est de 11 m/min. La puissance de l'entraînement est de 1,6 kW. La liaison glissière, remise en état par rectification, confère l'amortissement nécessaire au travail en régime vibratoire. La transmission et la vis à billes sont surdimensionnées dans le même but.



La **tête vibrante** est un dispositif mécanique qui permet d'obtenir des régimes de coupe vibratoire tout en diminuant l'énergie transmise à la structure de la machine. C'est cette même énergie vibratoire qui est responsable de la détérioration des ensembles de la machine lors du broutement.



La contrainte essentielle de la tête vibrante est d'assurer la transmission des efforts de coupe tout en permettant une oscillation axiale convenable. Cela peut être réalisé par des solutions diverses. Ci-contre on a illustré une conception innovante de la tête, qui utilise un ressort spécial, facile à changer. Le ressort a une grande rigidité en torsion et une flexibilité axiale relativement importante, permettant l'amorçage des vibrations auto-entretenues. Le mouvement est guidé par une douille à billes de précision.

LSIS UMR 6168
ENSAM – Equipe IMS
2, cours des Arts et Métiers
13617, Aix en Provence

Instrumentation et mesure

3 capteurs de déplacement par induction Keyence EX201

résolution : 0,4 µm
plage de mesure : 0-1 mm
plage de fréquences : 0-18.000 Hz
module de conditionnement de signal 0-5 V
fonction « auto-zéro »

1 capteur de déplacement par induction Keyence EX205

résolution : 2 µm
plage de mesure : 0-5 mm
plage de fréquences : 0-13.000 Hz
module de conditionnement de signal 0-5 V
fonction « auto-zéro »

Model 356B21

1 accéléromètre triaxial ICP, référence PCB 356B21 :

plage de mesure : ± 500 g
sensibilité : 10 mV/g
plage de fréquences (±5%) : 1-10.000 Hz (Z), 1-7000 Hz (X, Y)
conditionnement de signal intégré (ICP)

Model
350B04

1 accéléromètre de chocs ICP, référence PCB 350B04 :

plage de mesure : ± 5000 g
sensibilité : 1 mV/g
plage de fréquences (±5%) : 0.7-10.000 Hz
conditionnement de signal intégré (ICP)

Type 9257B

1 table Kistler 9257A 3 axes pour mesurer les efforts de coupe en tournage

mesures sur 3 axes (Fx, Fy, Fz)
plage de mesure : ± 5000 N
fréquence propre : 3,5 kHz
module d'amplification de charge 3 voies

1 table Kistler 4 axes pour mesurer les efforts de coupe en perçage

mesure sur 4 axes (F_x, F_y, F_z, M_z)
plage de mesure : ± 5000 N (F_x, F_y, F_z), ± 200 Nm
fréquence propre : 3,5 kHz
module d'amplification de charge 3 voies

Contrôle de processus

Système de prototypage temps réel (acquisition et contrôle de processus) carte PCI Dspace DS1102 + Matlab Simulink

Caractéristiques du matériel

- Mono-carte ISA, processeur DSP TMS320C
- 4 entrées analogiques 12 et 16 bits / ± 10 V / échantillonnage 1,25 / 4 µs
- 4 sorties analogiques 12 bits / ± 10 V / 4 µs à offset compensé
- 16 entrées / sorties logiques 0-5 V, avec résistances de tirage
- 2 compteurs 24 bits pour codeurs incrémentaux (quadrature de phase)
- 4 ou 6 sorties PWM

Environnement de développement algorithme

- Matlab 4.2 + Simulink 1.3
- Real-time Workshop and Interface to Simulink
- C code & DSP code Transparent generator / loader

Environnement d'exploitation

- Superviseur « Cockpit »
- Afficheur / Scope / Enregistreur « Trace »

Système intégré d'acquisition et contrôle de processus National Intrument + LabView RT

Ordinateur industriel pour applications temps réel NI PXI-8150

- Processeur P III 850 MHz
- 64 MB de RAM, disque dur 10 GB
- bus PXI 133 MHz, Ethernet 10baseT
- contrôle PID deux voies à 25 kHz
- Système d'exploitation temps réel

Carte d'acquisition NI PXI-4472

- 8 entrées analogiques en échantillonnage simultané
- haute résolution (24 bits)
- fréquence d'échantillonnage maximale : 102,4 kHz
- bande passante utile du signal : 45 kHz
- entrées □10 V, couplage AC/DC
- conditionnement de signal ICP intégré et configurable

Carte de sortie analogique NI PXI-6713

- 8 voies analogiques 12 bits
- fréquence d'échantillonnage maxi 1MHz
- calibrage automatique
- 2 compteurs / décompteurs 24 bits ou temporisateurs
- déclenchement interne ou externe
- 8 entrées/sorties logiques, compatibles TTL

Environnement de développement algorithme

- LabVIEW Real-Time
- Programmation graphique pour le contrôle temps réel

Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers

Titre de l'ouvrage en francais :

Etude du comportement du système « Pièce-Outil-Machine » en régime de coupe vibratoire

Titre de l'ouvrage en anglais :

Study of the machining system dynamics in vibration cutting

Nom de l'auteur :

MORARU George-Florin

RESUME : *Cette thèse contribue à la modélisation et à l'étude de la dynamique de la coupe vibratoire, ayant comme application immédiate la validation du perçage vibratoire par tête auto-vibrante. Dans le cas du perçage, l'assistance par vibrations axiales permet d'améliorer la productivité du procédé par une aide à la formation et à l'évacuation des copeaux. Les auto-vibrations, dont l'utilisation a été proposée en 1997 résultent de la dynamique du système « pièce – outil – machine » qui est essentiellement non-linéaire. Leur maîtrise passe par le choix judicieux des conditions opératoires. Les modèles développés sont une prolongation naturelle des modèles du broutement en usinage, prenant en compte la dynamique de la machine, la dynamique de la coupe et le processus de génération des surfaces usinées. Le formalisme mathématique est basé sur les équations différentielles à retard, dont la stabilité et les solutions s'étudient dans un espace de dimension infinie.*

L'étude de la dynamique est portée au-delà de la limite de stabilité de la coupe classique. Les bifurcations et les changements de modes vibratoires sont étudiés en simulation numérique. Un modèle prédictif simple, basé sur la méthode du premier harmonique, est introduit pour estimer l'amplitude et les fréquences d'oscillations pour différentes conditions opératoires. Les modèles développés expliquent un certain nombre de phénomènes observés lors d'essais préliminaires de perçage par foret ¾. Les expérimentations, utilisant un banc d'essai spécialement conçu et réalisé pour cette étude, prouvent la qualité des prédictions dans le cas de la coupe quasi-orthogonale (perçage avec avant-trou), mais elles montrent aussi des limites pour le perçage à foret hélicoïdal dans le plein. Ces limites proviennent d'un amortissement apporté par l'extrusion au centre du foret, qui rend difficile l'amorçage des vibrations. Les modèles intégrant cet amortissement expliquent l'accroissement de stabilité et l'influence décisive de la géométrie des forets observés lors des expérimentations.

Les modèles et les études issus de cette thèse donnent une vue d'ensemble de la dynamique compliquée de la coupe vibratoire et apportent une compréhension fine des aspects pratiques du perçage vibratoire par tête auto-vibrante. Les moyens expérimentaux développés et mis en œuvre constituent un outil d'investigation performant et indispensable à l'analyse systématique du procédé, dans le but de son industrialisation.

MOTS CLES : *Coupe vibratoire ; Auto-vibrations ; Perçage ; Dynamique non linéaire ; Systèmes à retard ; Stabilité ; Bifurcations ; Cycles limites*

ABSTRACT: *The research presented here contributes to the modeling and to the study of vibration cutting dynamics. The aim of this work is the validation of a new drilling technique: the drilling by use of self-vibrating drilling head. A preliminary physical analysis provided mathematical models for vibration cutting processes. These models have been investigated first qualitatively, by a stability analysis. The presence of time delays in differential equations modeling vibration cutting gives rise to complicated stability limits. The complex behavior of the process was studied in instability regions by numerical simulations. These simulations highlighted the nonlinear phenomena generated by the use of vibrations in cutting. An experimental study proved theoretical predictions and validated the mathematical models.*

The models and the studies presented here offer a global vision of the complex dynamics of the vibration cutting. This research work give also a better understanding of practical aspects of self-vibration drilling. A high-speed drilling machine was designed for carrying out vibration drilling experiments. This vibration cutting stand offers a powerful investigation tool for a detailed experimental study, providing support for industrial use of vibration drilling.

Key words: *Vibration cutting; Auto-oscillations; Drilling; Nonlinear dynamics; Delay systems; Stability; Bifurcation; Limit cycles*

Laboratoire des Sciences de l'Information et des Systèmes
Equipe Ingénierie, Mécanique, Systèmes, ENSAM
2 cours des Arts et Métiers, F-13617 Aix-en-Provence cedex 1