

Contribution à l'utilisation pratique de l'évaluation dynamique pour la détection d'endommagements dans les ponts

Alireza Alvandi

▶ **To cite this version:**

Alireza Alvandi. Contribution à l'utilisation pratique de l'évaluation dynamique pour la détection d'endommagements dans les ponts. Sciences de l'ingénieur [physics]. Ecole des Ponts ParisTech, 2003. Français. NNT : . tel-00005729

HAL Id: tel-00005729

https://pastel.hal.science/tel-00005729

Submitted on 5 Apr 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT
DE L'ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSÉES

Spécialité : **Structures et Matériaux**

Présentée par

Alireza ALVANDI

pour obtenir le titre de Docteur
de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées

Titre

CONTRIBUTION A L'UTILISATION PRATIQUE DE L'ÉVALUATION DYNAMIQUE POUR LA DÉTECTION D'ENDOMMAGEMENTS DANS LES PONTS

Soutenue le 10 octobre 2003, devant le jury composé de :

M. Michel FOGLI	*Président*
M. René-Jean GIBERT	*Rapporteur*
M. Pierre BERNARD	*Rapporteur*
Mme. Marie-Hélène INCHAUSPE	*Examinateur*
M. Christian CREMONA	*Directeur de thèse*

Remerciements

En tout premier lieu, je tiens à remercier le Professeur Michel Fogli d'avoir accepté de présider ce jury ainsi que les Professeurs René-Jean Gibert et Pierre Bernard qui se sont acquittés de la délicate tâche de rapporteur sur cette étude. Toute ma gratitude s'adresse aussi à Mme Marie-Hélène Inchauspé qui m'a fait l'honneur de lire ce texte et de participer à la soutenance de cette thèse.

Je remercie tout particulièrement Christian Crémona, mon directeur de thèse, qui a encadré ma thèse avec attention et fermeté et sa connaissance scientifique m'a beaucoup apporté tout au long de ce parcours. Je lui en suis profondément reconnaissant et je lui garde toute mon amitié.

J'ai trouvé à la division *Fonctionnement et Durabilité des Ouvrages d'Art du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées* un environnement scientifique et un cadre de travail de qualité. Je tiens à remercier Monsieur Bruno Godart, chef de la Division et Brigitte Mahut, chef de la section *Durabilité des Ouvrages d'Art* de m'y avoir accueilli, ainsi que Rita Silva, Alberto Patron, Bruno Koubi, Véronique Bouteiller, Marie-Pierre Potaya et Valérie Fournier pour les nombreux services que je leur ai demandés et pour leur amitié.

Je remercie très chaleureusement Dominique Siegert, Patricia Hallak et Flavio Barbosa pour leur précieuse collaboration tout au long de mon travail de thèse.

Je remercie sincèrement Monsieur Nicolas Bouleau de *l'École Nationale des Ponts et Chaussées*, Messieurs Rémi Pochat et Thierry Kretz, et Madame Nicole Tchang du *Laboratoire Central des Ponts et Chaussées* pour leur soutien et leurs conseils. Je souhaite faire part de ma reconnaissance à tous mes amis et à toutes les personnes qui ont contribué à la réussite de cette thèse.

Qu'il me soit enfin permis de remercier toute **ma famille** pour leur amour et leur soutien constant. Je leur dédie cette thèse.

A ma mère et mon père

Résumé

La thèse présente une démarche complète de l'évaluation structurale des ponts par essais dynamiques. Les deux enjeux essentiels traités sont respectivement la réalisation d'essais dynamique sous charge d'exploitation et la détection et/ou localisation d'endommagement. Le premier objectif nécessite le développement de techniques d'identification modale appropriées tandis que le second requiert la mise en œuvre de méthodes d'évaluation performantes, sensibles, fiables ne reposant pas sur un modèle numérique aux éléments finis souvent inexistant.

La première partie de ce mémoire est consacrée à la problématique de l'identification modale sous excitation ambiante dont la réalisation d'essais vibratoires, le choix de l'excitation et l'intérêt de recourir à des sources d'excitation ambiante. Cette partie détaille en particulier une version vectorielle du décrément aléatoire qui sera largement utilisée pour identifier les paramètres modaux (fréquences propres, déformées propres et coefficients d'amortissement) des structures étudiées dans la thèse. Sa mise en œuvre permet notamment de déterminer diverses statistiques sur les estimateurs modaux.

La deuxième partie présente quelques stratégies de détection et de localisation des endommagements les plus couramment utilisées ne nécessitant que la connaissance des paramètres modaux de la structure ; il s'agit en particulier des méthodes de flexibilité, de courbure de flexibilité et de courbure des déformées propres. Parallèlement, une méthode de l'indicateur d'endommagement, basée sur l'étude de rapports d'énergie de déformation entre deux séries de mesures, est présentée en détail et généralisée aux cas de poutres tridimensionnelles et de plaques minces. En effectuant des simulations de Monte-Carlo, la sensibilité de ces méthodes et leur fiabilité à détecter et localiser des endommagements ont été aussi évaluées au travers de l'étude des probabilités de fausse alarme et de détection.

Afin de répondre à la problématique de la mise en œuvre pratique de l'évaluation dynamique comme méthode de diagnostic, l'ensemble des développements théoriques est appliqué à de nombreux exemples expérimentaux de poutres et de ponts.

Abstract

The thesis presents a comprehensive approach for structural assessment of bridges based on dynamic testing. The two essential stakes are respectively the dynamic realization of tests under service loads and the detection and/or localization of damage. The first objective requires the development of appropriate modal identification techniques, while the second requires powerful, sensitive and reliable techniques, which do not rely on numeric models (like finite elements models) often not available for all bridges.

The first part of this thesis is devoted to the problems of modal identification under ambient excitation, such as the realization of vibration tests, the choice of excitations and the interest to involve ambient excitations for testing. This part also details a vectorial form of the random decrement technique, which will be largely used to identify the modal parameters (frequencies, modes and damping ratios) of the structures studied within this dissertation. Its development also allows to extract some statistical results of the modal estimators.

The second part presents some of the most usually used strategies for the detection and the localization of damages and which only require the estimation of modal parameters; this is the methods of flexibility, flexibility curvature and mode shapes curvature. A damage indicator method, based on the study of strain energy ratios between two measurement series, is also presented, detailed and generalized to the cases of three-dimensional beams and thin plates. By carrying out Monte-Carlo simulations, the sensitivity of these methods and their ability to detect and locate damages have been evaluated and analyzed by studying the probabilities of detection and false alarms.

In order to provide a practical use of dynamic testing as diagnosis method, the theoretical developments have been applied, validated and compared to experimental cases of beams and bridges.

TABLE DES MATIERES

Table des matieres *1*

Introduction *7*

Chapitre I : Principes de realisation d'essais vibratoires *13*

1. Introduction *13*

2. Choix d'une source d'excitation *15*

2.1. Typologie des excitations **15**

2.2. Essais contrôlés ou essais ambiants ? **17**

2.3. Nature des essais sous sollicitations ambiante **18**

3. Instrumentation et acquisition *20*

3.1. Métrologie **20**

3.2. Plan d'instrumentation **24**

3.3. Transmission des données **25**

3.4. Identification modale **26**

3.4.1. Procédures d'identification 26

3.4.2. Méthode du décrément aléatoire 28

3.4.3. Méthode des sous-espaces 28

3.4.4. Méthode ARMA 28

3.4.5. Méthodes récursives 29

4. Analyse vibratoire *29*

Chapitre II : Methode du decrement aléatoire *31*

1. Introduction *31*

2. Réponse d'un système excité par une force aléatoire 32

2.1. Réponse libre d'un système discret 32

2.2. Théorie du filtrage des forces aléatoires 33

2.3. Pseudo force d'un système excité par un bruit banc 34

2.4. Réponse d'un système excité par un bruit blanc 35

2.5. Fonction de corrélation d'un système excité par une force aléatoire 37

3. Théorie du décrément aléatoire 38

3.1. Principes de la méthode 38

3.2. Définition des fonctions de décrément aléatoire 40

3.3. Condition de déclenchement 42

3.3.1. Condition générale théorique du déclenchement 42

3.3.2. Fonction du récrément aléatoire et fonctions d'auto-corrélation 43

3.3.3. Condition spécifique de déclenchement 45

4. Fonctions vectorielles du décrément aléatoire 52

4.1. Définition des fonctions vectorielles de décrément aléatoire 52

4.2. Fonctions vectorielles de décrément aléatoire et fonctions d'auto-corrélation 55

5. Identification des paramètres modaux 58

5.1. Processus d'identification modale 58

5.2. Méthode d'Ibrahim ITD (Ibrahim Time Domain) 59

5.3. Extraction des fréquences et des coefficients d'amortissement 62

5.4. Extraction des déformées modales 63

5.5. Mise en œuvre numérique 63

6. Incertitudes liées à l'identification 64

Chapitre III : Detection d'endommagement par essais vibratoires 71

1. Introduction 71

2. Présentation du pont I-40 72

3. Principes des méthodes de détection d'endommagement 75

4. Méthodes basées sur le changement des paramètres modaux principaux 76

4.1. Changement de fréquence 76

4.2. Changement des déformées propres 78

4.3. Modification de l'amortissement 82

5. Méthodes basées sur le changement d'indicateurs évolués 83

5.1. Changement de la courbure des déformées propres (MCDP) 83

5.2. Changement de flexibilité (MF) 85

5.3. Méthode de la courbure de flexibilité (MCF) 87

6. Méthode de l'indicateur d'endommagement (MID) 89

6.1. Formulation de la théorie et l'algorithme de l'indicateur d'endommagement 89

6.2. Généralisation au cas d'une poutre tridimensionnelle 94

6.3. Généralisation au cas d'une plaque mince 95

6.4. Comparaison de l'indicateur d'endommagement avec d'autres méthodes 97

6.5. Critère de classement 97

7. Validation numérique et étude de sensibilité 101

7.1. Poutre sur appuis simples 101

7.1.1. Cas d'un seul endommagement 102

7.1.2. Cas de deux endommagements simultanés 107

7.2. Poutre encastrée 112

7.3. Plaque mince sur appuis simples 114

8. En conclusion 119

Chapitre IV : Etude de la fiabilité des méthodes de détection d'endommagement 121

1. Introduction 121

2. Principe de l'étude et des simulations 122

3. Etude de la présence d'un endommagement 125

3.1. Elément endommagé éloigné de la source d'excitation 126

3.2. Elément endommagé proche de la source d'excitation 130

3.3. Elément endommagé confondu avec le lieu d'excitation 132

3.4. Elément endommagé proche d'un appui 134

4. Etude de la présence de deux endommagements 135

4.1. Eléments endommagés distants de la source d'excitation 135

4.2. Présence d'un élément endommagé proche d'un appui 137

5. Discussion sur la variabilité naturelle des paramètres modaux 139

5.1. Etude bibliographique 139

5.2. Etude du pont-rail PK 075+317 141

5.2.1. Présentation du pont rail PK 075+317 et instrumentation 142

5.2.2. Analyse modale expérimentale 145

6. Conclusions 150

Chapitre V : Mise en œuvre pratique 153

1. Introduction 153

2. Poutres atteintes d'alcali-réaction 153

2.1. Contexte et objectifs 153

2.2. Caractéristiques des poutres et de l'instrumentation 155

2.3. Calcul aux éléments finis 157

2.4. Suivi dynamique 160

2.4.1. Poutre P1 non armée avec béton réactif 161

2.4.2. Poutre P2 non armée avec béton réactif 163

2.4.3. Poutre P3 non armée avec béton non réactif 166

2.4.4. Poutres P4 faiblement armée et P5 fortement armé avec béton réactif 168

3. Etude de l'endommagement progressif du pont Z24 170

3.1. Essais d'endommagements progressifs 172

3.2. Réalisation des scénarios d'endommagement 173

3.3. Identification modale 173

3.4. Evaluation des scénarios d'endommagement 174

3.4.1. Installation des vérins hydrauliques sur la pile Koppigen 175

3.4.2. Tassement de pile Koppigen (80 mm) 179

3.4.3. Enlèvement des terres (1 m au niveau de la culée Koppigen) 182

3.4.4. Rupture de fils (100 fils ou 4 câbles) 184

4. Suivi dynamique du pont-rail PK 075+317 187

Conclusions 197

Références bibliographiques 203

INTRODUCTION

La réalisation d'essais vibratoires ou d'impact est pratiquée depuis très longtemps, il est vrai d'une manière fort intuitive et très pratique. Les charpentiers de marine, par exemple, ont toujours tenu compte des impacts répétitifs du vent et des vagues dans la conception des vaisseaux en bois. Mais, les essais vibratoires n'ont pourtant été formalisés que pendant et après la seconde guerre mondiale. La construction rapide d'avions a été un élément moteur du développement de ces essais dont l'objectif était d'appréhender des phénomènes particuliers conduisant à certaines défaillances sous sollicitations répétées et rapides. La réalisation d'essais dynamiques sur les ponts n'est pas récente et date même du XIX^{e} siècle. Ces premières tentatives faisaient parties des procédures d'inspection des ponts ferroviaires et servaient déjà de base à la surveillance du comportement vibratoire de ces ouvrages.

Les essais modernes ne sont que des prolongements plus sophistiqués de ces toutes premières investigations. L'amélioration des capacités de calcul a conduit à un développement notable d'algorithmes performants et à la mise en œuvre d'essais faisant de l'***Evaluation Dynamique*** un outil utile pour la détermination des caractéristiques mécaniques et de la performance d'un ouvrage. L'information obtenue peut alors aider à réduire l'incertitude associée aux caractéristiques de résistance de la structure, et permettre donc une évaluation plus pertinente de la fiabilité et de la vulnérabilité d'un ouvrage.

L'un des objectifs d'une évaluation dynamique est en premier lieu la détermination des caractéristiques modales de la structure, processus appelé ***identification modale***. Cela inclut les fréquences propres, les coefficients d'amortissement et les déformées propres. Afin de les identifier, il est nécessaire d'exciter la structure pour produire une réponse sur chaque mode pertinent. La sélection d'une excitation pour des essais vibratoires est donc un problème

essentiel suivant l'analyse que l'on poursuit. Le recours à des essais sous excitation ambiante est aujourd'hui de plus en plus populaire parce que ce choix est plus proche des préoccupations des ingénieurs soucieux d'appréhender le comportement des ouvrages dans leur fonctionnement courant. En effet, l'utilisation de balourds ou d'excitateurs spéciaux, s'ils permettent de mieux contrôler la source d'excitation, la reproductibilité des essais et ainsi les essais eux-mêmes, peut être très contraignante et conduire à fermer l'ouvrage à la circulation. L'étude sous charges d'exploitation dynamique contourne cet handicap mais nécessite une instrumentation et une chaîne de traitement appropriées.

Une vision un peu trop classique de l'évaluation dynamique en génie civil consiste à la limiter ou à la réduire à cette simple identification des paramètres modaux. Mais, diverses raisons motivent la réalisation d'essais dynamiques sur des ponts. Les mesures de vibrations sont effectuées à des fins diverses, mais quatre grands domaines d'application peuvent être définis :

a) ***Les tests de vibration*** qui jouent un rôle vital dans la détermination de la résistance d'un composant aux environnements vibratoires susceptibles d'être rencontrés. Ils permettent par exemple d'évaluer les contraintes induites par des sollicitations rapides répétées pour estimer l'endommagement par fatigue de certaines pièces de ponts, ou de calibrer des coefficients de majoration dynamiques.

b) ***L'analyse structurale*** qui constitue une méthode efficace se basant sur les mesures de vibrations pour déterminer le comportement dynamique d'un ouvrage. Il s'agit alors de construire un modèle mécanique de la structure à partir des essais ou de comparer prédictions numériques et réponses mesurées. Ce second cas doit conduire à une meilleure compréhension du fonctionnement de la structure, à une meilleure définition des marges de sécurité, à des hypothèses moins restrictives, à une réduction des coefficients de sécurité.

c) ***La surveillance et le diagnostic*** utilisés pour signaler un comportement structural anormal. Intuitivement, des modifications, en tant que conséquence d'une dégradation, des paramètres dynamiques (masse, rigidité, amortissement) doivent conduire à des changements du comportement vibratoire.

d) ***Les mesures de confort*** qui concerne les mesures de vibrations transmises à l'homme par la vibration des structures. Dans ce cas, il s'agit de comparer les niveaux de vibration mesurés à des seuils acceptables dits de confort.

Parmi ces apports, l'utilisation de l'évaluation dynamique comme ***technique non destructive de diagnostic*** (points c)) mérite une attention particulière. Les techniques actuelles de diagnostic se répartissent en plusieurs catégories, mais sont pour la plupart des méthodes locales (comme la détection acoustique, les ultrasons…). Toutes ces techniques nécessitent que la partie de la structure à inspecter soit accessible, mais aussi, que les zones endommagées soient *a priori* connues. Ces procédures ne sont cependant pas exemptes de limitations :

- difficulté d'inspecter certaines parties inaccessibles des ouvrages,
- qualité du diagnostic fortement dépendante de l'expérience et de la qualification du personnel,
- résultats d'inspection à caractère local, ce qui empêche toute généralisation,
- obligation d'inspecter sur une nombre de points importants afin d'obtenir une bonne représentation de l'état de l'ouvrage.

Ces méthodes sont très utiles dans le cadre de l'évaluation d'un ouvrage, mais parfois inadaptées pour la surveillance continue. Des approches plus pertinentes de diagnostic de l'état des ouvrages restent donc à considérer afin de constituer une base fiable et efficace pour une surveillance périodique ou continue d'un ouvrage sur la base d'indicateurs globaux. Ce besoin a ainsi conduit au développement et à la recherche continue de méthodes examinant les changements des caractéristiques vibratoires. Une telle démarche a été déjà utilisée depuis plusieurs années dans d'autres domaines comme la construction automobile, aéronautique et mécanique. Elle repose sur la relation entre les paramètres modaux (fréquences propres, déformées propres et taux d'amortissement) et les propriétés de rigidité, de dissipation d'énergie et de répartition des masses d'une structure. Ainsi, une modification de ces propriétés mécaniques par endommagement pourrait être suivie *a priori* par l'étude de la variation des paramètres modaux.

L'idée d'étudier les caractéristiques modales pour évaluer et quantifier les dégradations d'une structure est donc très intuitive, mais suscite de nombreuses questions quant à la sensibilité de détecter un endommagement à partir de celles-ci. En effet, en premier lieu, les caractéristiques modales représentent une forme de compressions de données. Les propriétés modales sont estimées expérimentalement à partir de signaux temporels. Ces signaux sont rarement utilisables en l'état et ce volume de données est réduit à un certain nombre de fréquences, de coefficients d'amortissement et de déformées propres. A titre d'exemple, un signal comportant 1024 valeurs, avec 100 points de mesure sur une structure, cela constituera 102400 mesures. Les paramètres

modaux sont plus faciles à visualiser et à interpréter. Ainsi, les 102400 valeurs mesurées peuvent se réduire à 20 modes composés d'une fréquence, d'un coefficient d'amortissement et de 100 amplitudes modales, soient 2040 valeurs. Ainsi, le processus d'identification modale est un filtre et des informations essentielles sur l'état d'une structure peuvent être perdues.

Le deuxième facteur suscitant quelques confusions réside dans le fait qu'un endommagement ou une dégradation est un phénomène local. Les phénomènes locaux sont capturés par les fréquences élevées tandis que les basses fréquences tendent à caractériser le comportement global de l'ouvrage et seront donc moins sensibles à des modifications locales du comportement de la structure. La faible sensibilité des basses fréquences pour des réductions de rigidité de moins de 10% ont été très souvent constatées. De plus, d'un point de vue expérimental, il sera plus difficile – si ce n'est pas impossible – d'exciter de hautes fréquences à causes des niveaux d'énergie à mettre en ouvre.

Ces deux problèmes constituent des difficultés qui ont limité l'utilisation de techniques vibratoires d'évaluation de l'état des ouvrages de génie civil jusqu'aux années 90. Mais, en dépit des difficultés énoncées, des avancées dans la détection de dommages par essais vibratoires ont produit durant ces dix dernières années de nouvelles méthodes aux applications importantes dans le domaine du génie civil et notamment des ponts.

L'objectif de thèse est donc de présenter une démarche complète de l'évaluation dynamique répondant aux deux enjeux essentiels que sont respectivement la réalisation d'essais dynamiques sous charge d'exploitation et la détection et/ou localisation d'endommagements. Le premier enjeu nécessite le développement de techniques d'identification modale appropriées tandis que le second requiert la mise en œuvre de méthodes d'évaluation performantes, sensibles, fiables ne reposant pas sur un modèle numérique (de type aux éléments finis) souvent inexistant pour des ponts de petites et moyennes portées. Cette thèse est donc structurée autour de ces deux objectifs qui constitueront les deux parties principales de la thèse.

La *première partie* de ce mémoire est consacrée à la problématique de l'identification modale sous excitation ambiante. Le *Chapitre I* présente succinctement ce qu'implique la réalisation d'essais vibratoires, tant au niveau des principes que de l'acquisition des données, en l'illustrant d'exemples concrets. Il discute en particulier du choix de l'excitation et des conséquences induites par ce choix. Il met ainsi en évidence l'intérêt de recourir à des sources d'excitation ambiante, plus complexes à traiter, mais facilitant la mise en œuvre des essais vibratoires. Le

Chapitre I conclut sur une présentation succincte de quelques algorithmes permettant l'identification sous sollicitation ambiante, faisant le lien avec le *Chapitre II* qui détaille la méthode du décrément aléatoire largement utilisée dans la thèse. Cette méthode est ici replacée dans un cadre vectoriel, essentiel à l'identification des caractéristiques modales de structures complexes. Sa mise en œuvre pratique est également explicitée sur la base d'un exemple de pont réel instrumenté.

Une fois les paramètres modaux identifiés, il est alors possible de s'intéresser à la détection d'endommagement. C'est ce sujet que la *deuxième partie* de la thèse considère et traite. Le *Chapitre III* présente ainsi les stratégies de détection et de localisation des endommagements les plus couramment utilisées, en premier lieu celles qui se limitent à ne considérer que les variabilités de paramètres modaux, en second lieu celles qui utilisent des concepts plus avancés comme ceux de flexibilité ou de courbure. Le *Chapitre III* détaille surtout une méthode basée sur l'étude des fractions des énergies de déformation appelée méthode de l'indicateur d'endommagement. Cette méthode, initialement développée pour des poutres en flexion, est généralisée aux cas de poutres tridimensionnelles et de plaques minces. Un exemple de pont endommagé sert de fil conducteur à la présentation de ces différentes techniques. A la différence des méthodes de flexibilité ou de courbure, elle ne repose cependant pas sur un critère absolu pour détecter une modification structurale, mais sur l'introduction d'un seuil de détection qui pourra être qualifié de manière probabiliste. Diverses simulations numériques sur des poutres et des plaques permettent également d'appréhender la capacité de ces techniques à détecter et à localiser des endommagements uniques ou multiples.

Si l'on souhaite mettre en œuvre des algorithmes de détection d'endommagement par essais dynamiques, il est nécessaire de savoir distinguer ce qui est inhérent au dommage de ce qui est lié à d'autres sources. En particulier, des modifications dans les caractéristiques modales peuvent provenir de variations de conditions climatiques ou de bruits/erreurs de mesures. C'est l'objet du *Chapitre IV* qui tentera de préciser la sensibilité de ces méthodes et leur fiabilité à détecter et localiser des endommagements. Pour cela, des simulations de Monte-Carlo sont réalisées sur différentes simulations numériques aux éléments finis pour étudier les probabilités de détection et de fausse alarme de la méthode de l'indicateur d'endommagement mais aussi des méthodes plus classiques comme celles de flexibilité ou de courbure. Le *Chapitre IV* conclura sur une discussion au sujet de l'influence de la température sur les caractéristiques modales. Cette discussion est essentielle pour positionner la sensibilité des paramètres modaux vis-à-vis de changements thermiques par rapport à celle provenant d'éventuels dommages structuraux. Enfin, le *Chapitre V* conclut cette *deuxième partie* par des mises en œuvres pratiques des

méthodes sur des corps d'épreuve ou des ouvrages. A ce titre, il faut souligner la chance unique qu'a bénéficié cette thèse, celle de disposer de plusieurs séries de données expérimentales :

- existantes et mises à disposition pour nos études :
  - les mesures dynamiques du Los Alamos National Laboratory réalisées sur le pont I40 situé dans l'Etat du Nouveau-Mexique (USA) ;
  - les mesures dynamiques de l'EMPA sur le Z24 en Suisse ;
- originales et réalisées au cours de cette thèse, dans le cadre du Projet du Réseau Génie Civil & Urbain « Evaluation dynamique des ponts » :
  - les mesures dynamiques de la société SITES sur le pont-rail PK 075+317 de la ligne TGV Sud-Est ;
  - les mesures dynamiques du LCPC sur les poutres en béton atteintes de réactions de gonflement interne.

CHAPITRE I : PRINCIPES DE REALISATION D'ESSAIS VIBRATOIRES

1. Introduction

Pour expliquer et motiver les choix de cette thèse, il est important de rappeler les concepts de base qui caractérisent la réalisation d'essais dynamiques ou vibratoires sur les ponts. C'est ce que tente de faire ce chapitre en traitant des principes qui sont en réalité applicables à la plupart des structures vibrantes. Néanmoins, comme l'impose le cadre de la thèse, ces principes seront essentiellement restreints aux structures de génie civil, et en particulier aux ponts.

Avant d'entrer dans le détail de la mise en œuvre des essais vibratoires, il est important de rappeler les objectifs d'une évaluation dynamique et les caractéristiques physiques qui sont mesurées.

Chaque structure possède une série de modes de vibration définies par quatre paramètres : la ***fréquence propre*** f, le ***mode propre*** ou déformée modale $\{\Phi\}$, le ***coefficient d'amortissement*** ζ et la ***masse généralisée*** m (ou alternativement la ***rigidité généralisée*** k). Ces paramètres peuvent dans certains cas varier avec l'amplitude du déplacement.

Les paramètres les plus simples à mesurer sont les fréquences propres, notamment avec les analyseurs de spectre aujourd'hui disponibles. Il s'agit parfois du seul objectif de la mesure, pour vérifier par exemple qu'un ouvrage ne présente pas une fréquence propre proche d'une fréquence d'excitation (***phénomène de résonance***). Les amortissements et les déformées modales sont plus difficiles à mesurer et la détermination des masses généralisées requiert la mesure de l'excitation. Cependant, tous ces paramètres sont essentiels si l'on souhaite disposer d'un modèle expérimental qui simulera la réponse dynamique de la structure.

La mise en œuvre d'une évaluation dynamique repose sur quatre niveaux essentiels (*Figure 1.1*). Le premier niveau est le choix de la ***source d'excitation*** (point ❶, ici le passage d'un TGV comme source d'excitation sur un pont). Le second niveau est d'ordre métrologique et concerne ***l'instrumentation*** et ***l'acquisition des données*** (point ❷, capteur accélérométrique et plan d'instrumentation). Le troisième niveau fait appel ***aux méthodes d'identification*** (point ❸, fréquences et déformées propres) pour traiter les données acquises en identifiant notamment les caractéristiques dynamiques. Enfin, le dernier niveau qui ne figure pas sur la *Figure 1.1* est celui de ***l'analyse vibratoire*** qui peut être la comparaison d'un modèle expérimental à un modèle théorique, mais aussi la détection de modifications structurales. Ce dernier niveau sera largement traité dans les *Chapitres III* à *V*.

Ce chapitre tente de décrire succinctement au travers d'exemples cette mise en œuvre et les différents niveaux de l'évaluation dynamique.

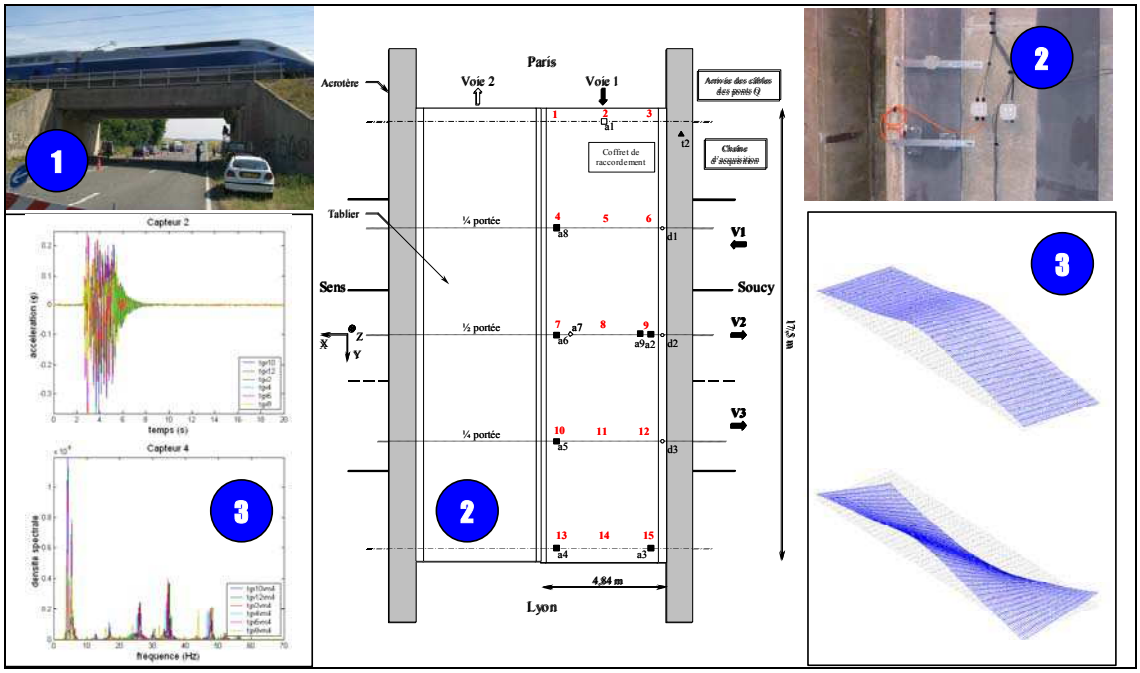


Figure 1.1 – *Niveaux d'une évaluation dynamique*

2. Choix d'une source d'excitation

2.1. Typologie des excitations

Dans l'étude expérimentale d'un problème vibratoire, il convient de s'assurer des conditions dans lesquelles les mesures sont effectuées. L'une de ces conditions et la façon dont la structure est excitée. Ainsi, l'estimation des caractéristiques modales d'une structure nécessite d'avoir une source d'excitation susceptible de les exciter.

Les sources d'excitation peuvent être classées de plusieurs manières. La typologie classique des essais dynamiques consiste à séparer les excitations dites de choc ou d'impact des excitations dites vibratoires. Les excitations vibratoires impliquent, l'application répétitive d'efforts sur un nombre assez important de périodes naturelles de la structure. Les chocs ou impacts sont par contre caractérisés par des événements transitoires de courte période (de la milliseconde à la minute). A cette différence de durée d'application de l'effort, s'ajoute également une différence sur l'amplitude. Une excitation vibratoire est en général d'un niveau d'amplitude plus faible mais se produisant plusieurs fois, alors qu'un choc ou un impact induit des accélérations parfois élevées sur une courte durée, qui, si elles se produisaient en plus grand nombre, conduiraient très certainement à la ruine de l'ouvrage. On dénomme souvent les excitations dynamiques par choc ou impact, ***excitations impulsionnelles*** ou ***transitoires*** (*Figure 1.2*). Les excitations vibratoires sont appelées ***excitations forcées***. La catégorie des excitations forcées englobent cependant des excitations très différentes (Cremona & al., 2003) :

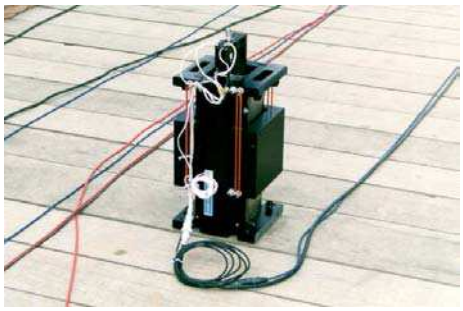
- ***Excitation périodique*** : dans ce cas, une force harmonique est appliquée au moyen d'un actionneur. Ce dernier peut être hydraulique, électro-mécanique, mécanique – comme excitateur à masse excentrée – ou simplement un pendule inversé attaché au tablier de l'ouvrage (*Figure 1.3a-b*).
- ***Excitation à large bande*** : des actionneurs hydrauliques ou électro-mécaniques sont utilisés afin d'exciter la structure sur une bande de fréquences assez large. Les signaux d'excitation peuvent être des bruits bancs ou des signaux multi-harmoniques. De même que pour l'excitation périodique, ce type d'excitation est défini par l'expérimentateur et est donc contrôlable.
- ***Excitation ambiante*** : dans ce dernier cas, l'excitation assurant la mise en vibration de l'ouvrage provient du trafic ou du vent. Cette excitation ne peut ni être contrôlée ni être mesurée avec confiance. Elle reste donc le plus souvent indéterminée ou connue au travers de quelques statistiques (*Figure 1.3c*).



Figure 1.2 – *Excitations impulsionnelles (marteau d'impact)*



a) Excitateur à masse excentrée



b) Excitateur hydraulique



c) Excitation ambiante

Figure 1.3 – *Excitations contrôlées et excitation ambiante*

Ces sous-catégories se distinguent en fait par la nature contrôlable ou non de l'excitation par l'expérimentateur. Ainsi l'excitation impulsionnelle ou transitoire peut être contrôlée et mesurée dans certains cas (marteau d'impact par exemple). Ceci explique pourquoi une autre typologie basée sur le caractère contrôlable de l'excitation est également utilisée. On distingue alors les ***excitations ambiantes*** (*Figure 1.3c*) des ***excitations contrôlées*** *(Figure 1.3a-b)*.

2.2. Essais contrôlés ou essais ambiants ?

La littérature est très abondante en application de chacune de ces approches pour l'obtention de paramètres modaux. L'utilisation d'une excitation « contrôlée » permet de reconstituer les fonctions de transfert du système, mais oblige la plupart du temps à fermer l'ouvrage à la circulation si l'on ne veut pas perturber les mesures par la présence d'une excitation (le trafic) intempestive. Pour des ouvrages souples, cela nécessite parfois de choisir une période où le vent est faible. Inversement, réaliser des essais sous sollicitation ambiante permet de se passer d'excitateur et de bénéficier d'une énergie plus importante. Des éléments structuraux (comme des pylônes) peuvent être excités plus aisément qu'avec une technique à excitation contrôlée.

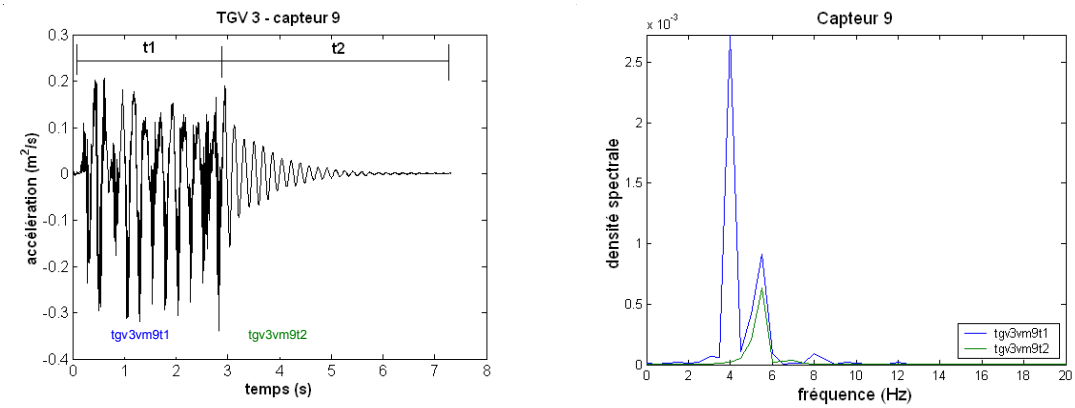
Il faut toujours évaluer l'influence de la source d'excitation sur l'identification des caractéristiques modales. En effet, la présence d'un balourd ou de charges d'exploitation peut augmenter la masse du système étudié et ainsi modifier les fréquences ou les déformées modales. De même, certaines charges d'exploitation introduisent des effets d'amortissement et de rigidité ajoutés (vent…). Il faut donc être conscient de cet impact et savoir extraire, si nécessaire, les caractéristiques modales recherchées (celles de la structure) de celles effectivement identifiées. La *Figure 1.4* donne une illustration de ce problème dans le cas du passage d'un train TGV sur un pont. La densité spectrale de puissance de la réponse lors du passage du TGV met en évidence une fréquence autour de 4 Hz qui n'apparaît pas sur la densité spectrale de la réponse transitoire. Cette fréquence est caractéristique du passage des boggies sur l'ouvrage qui forme une excitation harmonique.

Quelques études ont montré que le choix de l'excitation (impulsionnelle, harmonique, ambiante) n'est pas neutre sur l'identification et chaque catégorie présente des avantages et des inconvénients, et peut ne pas être adaptée à un ouvrage donné. Rainer & Pernica (1979) ont comparé des identifications à partir d'excitations périodiques et ambiantes (trafic) et ont trouvé des résultats similaires. De même, Waheb & De Roeck (1997) ont obtenu des résultats très proches entre essais avec choc et essais sous charge de trafic. Cependant, Mazurek & DeWolf (1990), ainsi que Doebling & al. (1997) rapportent des différences de l'ordre de 3% entre

réponse impulsionnelle et excitation due au trafic. Bien que le niveau de concordance semble voisin, les écarts peuvent s'expliquer par la présence d'un endommagement.

Des deux sources d'excitation possibles, les essais dynamiques sous excitation ambiante sont plus simples à conduire puisque la réponse vibratoire peut être mesurée lorsque l'ouvrage est en service. Les systèmes d'excitation artificiels sont généralement complexes et coûteux. Un désavantage de l'utilisation d'essais sous excitation ambiante réside dans l'erreur qui peut être commise dans l'estimation des amortissements puisque leurs valeurs peuvent dépendre de l'amplitude et donc du niveau d'excitation (inconnu par définition).

La réponse mesurée sous des conditions de service données donne une image du comportement de l'ouvrage pour un environnement opérationnel spécifique. L'utilisation de modèles dérivés pour d'autres conditions peut alors être inappropriée. Pour des essais impliquant des trafics normaux de véhicules, les fréquences propres de l'ouvrage peuvent être accompagnées d'harmoniques liés au déplacement des véhicules. En dépit de ces limites, la facilité de mise en œuvre des essais (à l'accessibilité des points de mesure près) constitue une option pratique (Salawu & Williams, 1995a).



tgv3vm9t1 : séquence relative au passage du TGV

tgv3vm9t2 : réponse libre après passage du TGV

tgv3vm9t1 : présence d'une fréquence autour de 4Hz

tgv3vm9t2 : absence de la fréquence de 4Hz

Figure 1.4 – *Excitation due au passage d'un TGV*

2.3. Nature des essais sous sollicitations ambiante

Dans le cas d'essais dynamiques sous sollicitations ambiantes, l'excitation est inconnue ; certaines hypothèses doivent donc être émises sur sa nature. L'hypothèse de base reste que les

sollicitations sont des processus stochastiques stationnaires avec une densité spectacle de puissance suffisamment riche (c'est-à-dire avec une bande de fréquence suffisamment large) pour que toutes les fréquences propres pertinentes de la structure soient excitées. Si cette hypothèse est valide, seule la réponse de la structure est utile pour estimer les paramètres dynamiques de la structure (Cremona & al., 2003). Cette hypothèse peut être allégée en considérant l'excitation comme un bruit blanc coloré, c'est-à-dire la sortie d'un filtre dont l'entrée est un bruit blanc gaussien.

Dans la plupart des cas, l'excitation est approchée par une description statistique (par exemple le vent) ou en supposant que le spectre est concentré autour d'une plage de fréquences (par exemple 2-4 Hz pour l'excitation d'un pont par le trafic). Si la densité spectrale de l'excitation est réduite à une plage assez étroite de fréquences, seule une partie des composantes dynamiques de la structure peut être suivie. Une connaissance incomplète de l'excitation entraîne également l'impossibilité de déduire les matrices généralisées de masse et de rigidité.

Bien que l'estimation des fréquences et des déformées propres puisse être obtenue avec une bonne précision, l'estimation des coefficients d'amortissement est par contre entachée d'erreurs. Ces dernières proviennent de plusieurs causes. La première est l'invalidation de l'hypothèse de stationnarité. Vient ensuite un mauvais choix dans les procédures de traitement du signal ou d'analyse modale. En fin, certains modes peuvent être assez mal excités. Une cause d'erreur qui en fait n'en est pas nécessairement une, et que l'on oublie fréquemment, réside dans le fait même que certaines source d'excitation introduisent des phénomènes de couplage entre elle et la structure. Ainsi, le vent exerce des sollicitations aéroélastiques couplées avec le déplacement du pont. Pour des ouvrages très sensibles aux effets du vent (par exemple le pont de Normandie), le système dynamique identifié n'est plus le système structural mais un système couplé fluide-structure (Cremona & Foucriat, 2002). En effet, l'interaction fluide-structure se traduit par l'introduction de termes de raideur et d'amortissement ajoutés (appelés raideur et amortissement aérodynamiques). Les fréquences et les coefficients d'amortissement estimés à partir d'essais dynamiques in situ peuvent différer fortement des paramètres structuraux. Cela concerne plus nettement les coefficients d'amortissement que les fréquences.

La fonction de transfert peut aussi également être modifiée par l'amplitude de l'excitation. Cela peut dont conduire à des variations dans l'estimation des coefficients d'amortissement puisque l'amortissement dépend de l'amplitude des vibrations. Mais, inversement, de faibles niveaux d'excitation peuvent ne pas être pertinents pour prédire la réponse dynamique à de hauts

niveaux d'excitation. La raison principale réside dans le degré de non linéarité exhibé par des structures réelles.

Afin d'obtenir de meilleurs résultats, il peut sembler nécessaire de recourir à des sources d'excitation qui approchent les charges dynamiques de service avec des niveaux plus élevés. L'alternative à l'excitation ambiante est donc de conduire des essais sous excitation contrôlée en recourant à des systèmes d'excitation appropriés pour produire des densités spectrales de puissance désirées. Il est indiscutable que le recours à des excitations contrôlées et donc mesurables est préférable à des excitations ambiantes. Mais, c'est oublier que réaliser des essais sous sollicitations contrôlées implique l'immobilisation de l'ouvrage et donc des contraintes d'exploitation (même si ces essais sont réalisés la nuit), que les dispositifs d'excitations sont parfois inexistants et que certaines parties de structure offrent rarement une accessibilité pour les dispositifs d'essais. Prenons le cas d'un pylône de ponts à hauban, il est souhaitable de l'exciter en tête, ce qui est techniquement très difficile à réaliser. Car il est vrai que des essais sous excitations ambiantes sont a priori faciles de réalisation puisque la structure est en service, qu'on élimine tout dispositif contraignant et que l'on favorise la corrélation entre réponse de l'ouvrage et conditions normales d'utilisation. On trouve ainsi quelques études dans la littérature. Il faut enfin signaler que le recours à un excitation ambiante ne permet pas d'estimer des masses généralisées.

3. Instrumentation et acquisition

3.1. Métrologie

L'étape métrologique consiste en général à définir l'objectif des essais et les grandeurs physiques recherchées (déplacement, accélération, contrainte…), mais aussi de préciser les facteurs non liés à l'équipement qui influenceront le choix de l'instrumentation et des techniques de mesure. Il s'agit notamment de la qualification du personnel, des coûts, du temps disponible pour les essais, du planning, et des méthodes disponibles pour l'analyse des données, la validation et la présentation des résultats.

Paramètres	
Accélération Vitesse Déplacement	Déformation Inclinomètres Capteurs de pression
Caractéristiques du mouvement	
Bande de fréquence Amplitude Déphasage	Direction Amortissement Durée
Référence de la mesure	
Relative (interne/interne) Relative (externe/interne)	Absolue (inertie)
Conditions environnementales	
Température Humidité Champs électromagnétiques	Milieu agressif Radiations
Capteurs	
Caractéristiques électroniques (sensibilité, précision, linéarité, bande passante, réponse en fréquence et en phase) Caractéristiques physiques (dimension, masse)	Isolation Conditionnement Alimentation
Fixation	
Influence de la fixation sur le capteur Influence de la fixation sur la structure Nombre de points de mesure Place disponible	Accessibilité pour l'installation et la maintenance Facilité d'installation Défaut de montage par rapport à la direction de mesure
Système de mesure (conditionneurs, amplificateurs, filtres, analyseurs)	
Caractéristiques électriques (I/O) Alimentation Interférences	Nombre de voies de mesure Temps réel
Transmission des données	
Câble coaxial Fibre optique	GSM GPS
Système d'enregistrement	
Temps réel Caractéristiques électriques (ratio signa/bruit) Portabilité Numérisation et filtrage	Corrélation entre information enregistrée et grandeur physique Redondance Alimentation
Etalonnage sur site	
Capteurs	Système de mesure
Analyse des données	
Manuelle ou automatique	Format de présentation

Tableau 1.1 – *Quelques facteurs importants conditionnant l'instrumentation dynamique*

A la lumière de cette analyse, les facteurs importants qui conditionnent le choix de l'équipement (*Tableau 1.1*). Les capteurs peuvent être classés de quatre manières distinctes :

- Suivant les quantités mesurées : accéléromètre, vélocimètre, capteur de déplacement, jauges de déformation, inclinomètres…
- Suivant leur principe physique de fonctionnement : résistif, capacitif, inductif, piezo-électrique…
- Suivant le caractère relatif ou absolu de la mesure
- Suivant la durée de la mesure

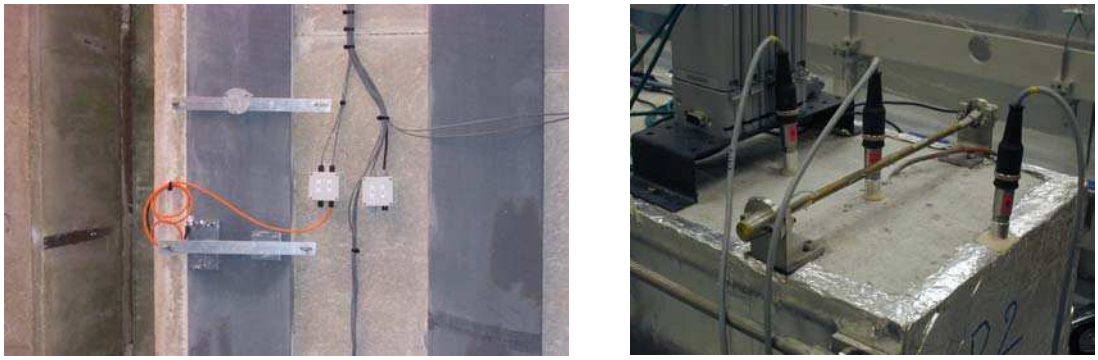
Accélération
Analyse hautes fréquences Analyse de forces (si accélérations proportionnelles) Dimension du capteur réduite
Vitesse
Analyse moyennes fréquences Analyse de vibrations en corrélation avec un bruit acoustique (pression proportionnelle à la vitesse de vibration de surface) Analyse de vibrations où le spectre est plus uniforme que pour le déplacement ou l'accélération (balourds)
Déplacement
Analyse basses fréquences Amplitude du déplacement importante Déplacement donnant une indication sur les niveaux de contraintes Analyse de mouvements relatifs
Déformation
Analyse basses fréquences Variation significative des contraintes

Tableau 1.2 – *Quelques principes pour le choix de la grandeur à mesurer*

Les systèmes d'acquisition moderne en dynamique des structures n'ont réellement débuté qu'avec l'apparition des accéléromètres dans les années 50. Ces derniers sont aujourd'hui le plus couramment employés dans les mesures de vibration bien que d'autres dispositifs puissent être utilisés (géophones pour les vitesses, voire jauges de déformation pour les contraintes et même GPS récemment). La sélection du paramètre à mesurer (déplacement, vitesse, accélération, déformation) peut reposer sur la ***règle de platitude*** qui consiste à retenir le paramètre pour lequel le spectre est le plus uniforme possible. En effet, toute augmentation de la réponse sur une fréquence influencera de la même façon les niveaux de vibration et les

contraintes sur l'amplitude de mesure des capteurs seront limitées. A titre d'exemples, le *Tableau 1.2* propose quelques principes généraux de sélection.

La ***fixation des capteurs*** est également très importante. Diverses techniques de fixation peuvent être employées suivant le capteur : montage avec goujon, à la cire, sur aimant, sur rondelles autocollantes, sur adhésif ou sur support. Le choix de la fixation dépend de nombreux facteurs. Cependant, afin de mesurer des vibrations avec précision, il est essentiel de s'assurer que les gammes fréquentielles et dynamiques ne sont pas limitées par un mauvais montage, que la masse additionnelle du support n'altère pas les caractéristiques vibratoires de l'élément de structure, et que les points de mesure sont repérés avec précision pour assurer la répétabilité des mesures. Le choix du montage peut affecter chacune de ces conditions (*Figure 1.5*).



a) Fixation par support b) Fixation par collage

Figure 1.5 – *Exemples de fixations utilisées pour des mesures dynamiques*

Enfin, l'***étalonnage*** constitue un point essentiel dont il faut distinguer deux niveaux. Le premier concerne l'étalonnage des capteurs proprement dit. En général, plusieurs techniques peuvent être utilisées et sont connues et bien maîtrisées. Le second niveau d'étalonnage se réfère souvent à la notion d'étalonnage global. Il est essentiel d'effectuer cet étalonnage à intervalles de temps, avant et après chaque série importante d'essais dynamiques. Dans cette procédure, les caractéristiques d'amplitude, de phase et de linéarité du système de mesure sont déterminées lorsque le capteur est soumis à une accélération, une vitesse ou un déplacement connu.

3.2. Plan d'instrumentation

Une fois le choix des capteurs effectué, le nombre et leur position doivent être déterminés au mieux pour répondre aux objectifs finaux de l'évaluation dynamique. Une connaissance, même imparfaite des modes propres de la structure, permettra de choisir au mieux l'implantation des capteurs en évitant notamment les nœuds de vibration (*Figure 1.6*).

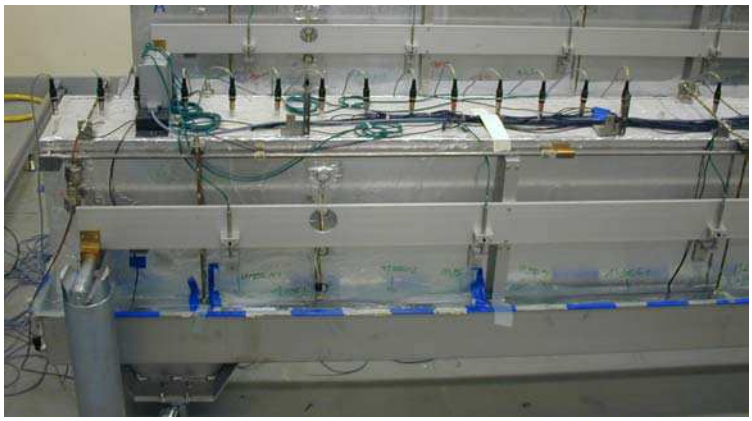
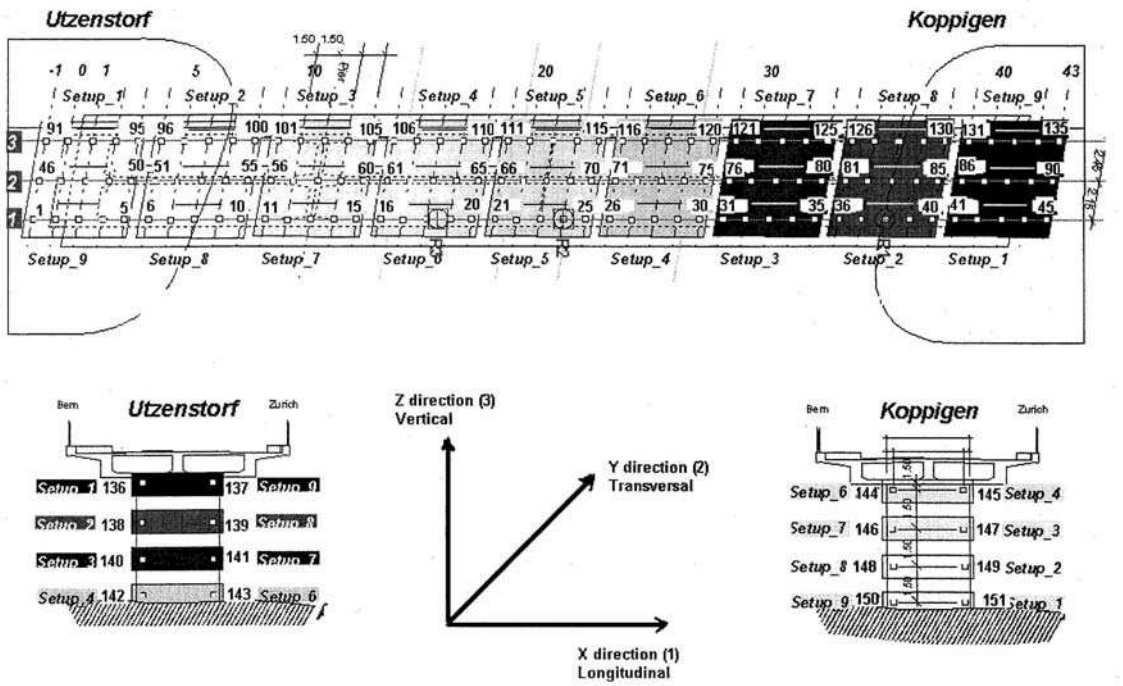


Figure 1.6 – *Maillage fin de capteurs en acquisition synchrone*

Intuitivement, un maillage fin de capteurs conduira à une description améliorée des déformées propres de l'ouvrage. Cependant, d'un point de vue pratique, le recours à un maillage fin implique la mise en place d'un grand nombre de capteurs et un système d'acquisition autorisant le transfert d'une grande quantité d'information vers un système de stockage de grande capacité (*Figure 1.7*). Il n'est pas toujours possible de disposer du nombre de capteurs souhaité en acquisition synchrone. Une alternative est donc de recourir à des ***phases d'acquisition*** (ou ***setups***) qui consistent à effectuer une acquisition synchrone d'un nombre réduit de capteurs. Cette phase d'acquisition permet d'identifier une partie des déformées modales. Pour compléter ces modes, une partie des capteurs est déplacée, les autres restant fixes. Ces ***points de référence*** faciliteront la reconstruction des modes propres en servant d'amplitude modale de référence. La *Figure 1.7* donne un exemple d'un tel plan d'instrumentation.



(Rx : point de référence)

Figure 1.7 – *Plan d'instrumentation constitué de plusieurs phases d'acquisition*

3.3. Transmission des données

Les capteurs ont bénéficié de l'évolution constante de l'électronique, des systèmes d'acquisition numériques et des méthodes en traitement du signal dans les années 70 et 80. Les accéléromètres incluent aujourd'hui un ***conditionnement*** du signal (analogique/numérique) et des séries de mesure de plusieurs capteurs peuvent être traités en temps réel par les systèmes d'acquisition. La conversion analogique/numérique est importante dès lors que l'on véhicule de l'information sur de grandes distances (par exemple d'un point à un autre d'un ouvrage). Les risques de perte en ligne sont alors inexistants. Cette conversion repose sur deux éléments qui définissent la performance du conditionnement : l'***échantillonnage*** et la ***quantification***. L'échantillonnage est défini par l'intervalle de temps entre deux mesures. Il s'agit d'une période et son inverse est appelé ***fréquence d'échantillonnage***. La quantification est la relation qui permet de passer de la mesure analogique et la valeur numérique. L'échantillonnage et la quantification conditionnent l'estimation des fréquences, des déphasages et des amplitudes.

3.4. Identification modale

3.4.1. Procédures d'identification

Un problème important en dynamique de structure réside donc dans la détermination précise des paramètres qui caractérisent les modes principaux d'une structure. Ces paramètres (fréquences propres, coefficients d'amortissement ou décréments logarithmiques, modes propres) sont alors des inconnues. De ce fait, *l'identification modale* signifie l'estimation de ces caractéristiques à partir des mesures des signaux d'excitation et de réponse. Une telle détermination rend possible la prédiction du comportement de la structure dans toutes les situations. Ceci est particulièrement le cas des structures à comportement linéaire puisqu'il est possible de déduire la totalité des réponses pour tout type d'excitation à partir de la connaissance de la réponse à des excitations particulières synthétisées dans la matrice de transfert du modèle.

L'idée sous-jacente de l'identification modale relève donc plus de la détermination d'un modèle équivalent de la structure caractérisant le mieux possible son comportement dynamique que la seule estimation des paramètres modaux. Cette définition implique que l'identification modale n'est qu'un cas spécial d'un problème plus général : l'***identification des systèmes***. Le problème discuté est donc un ***problème inverse*** en analyse des systèmes : un historique des entrées/sorties entre un système et son environnement étant donné, il faut déterminer les équations qui décrivent le comportement du système. Une telle définition laisse une grande liberté dans la construction de méthodes d'identification. Ceci se reflète notamment dans l'abondance des techniques rencontrées dans la littérature.

Il est nécessaire à ce stade de préciser trois hypothèses de base, utilisées en partie dans les études dynamiques de structures de génie civil. Ces hypothèses sont indépendantes de la technique numérique d'identification, mais visent à fixer les propriétés physiques des structures ou systèmes qui ont été étudiés.

La structure a un ***comportement linéaire***, impliquant l'existence de fonctions de transfert. La seconde hypothèse concerne l'***invariance temporelle*** des paramètres physiques (paramètres modaux). Cette caractéristique mérite quelques commentaires. L'invariance temporelle est en général inadéquate pour certaines applications industrielles ou mécaniques. Les valeurs des paramètres peuvent varier, et dans tels cas, la procédure d'identification peut être vue comme une procédure de poursuite de ces paramètres. La dernière hypothèse stipule une ***quantité suffisante d'informations*** disponibles durant l'identification. Ceci implique que tous les modes de liberté pertinents peuvent être mesurés. Cette hypothèse est à relier au problème d'***observabilité*** et est conditionnée par les propriétés des signaux d'excitation (Cremona, 1990).

Les premiers tests vibratoires d'identification ont été conçus par les ingénieurs allemands pendant la seconde guerre mondiale. Mais, les techniques d'identification ne furent réellement développées que dans les années 1950 grâce à la disponibilité de sondes d'excitation électrodynamiques (1949), de capteurs de vitesses (1953) et d'accéléromètres (1970). Les techniques classiques d'identification cherchent à déterminer les matrices de transfert du système, ce qui oblige à travailler en régime fréquentiel. Des techniques de minimisation de type moindres carrés sont alors utilisées pour estimer les paramètres des fonctions de transfert. Les réponses impulsionnelles sont en suite estimées par déconvolution afin de disposer d'un modèle temporel à caractère prédictif. Cependant, les procédures de déconvolution sont très sensibles aux bruits de mesure et conduisent à des oscillations numériques. De plus les signaux ne sont pas connus de façon continue et pour des structures en services, les signaux d'entrées sont parfois totalement inconnus et les paramètres modaux peuvent également subir des modifications. Pour ces diverses raisons, le recours à des techniques d'identification en régime temporel a été recherché.

Les techniques classiques d'identifications en régime temporel utilisées en génie civil sont des techniques utilisant souvent des réponses impulsionnelles, comme l'Ibrahim Time Domain ou la méthode Polyreference (Ewins, 2000). Ceci simplifie le développement numérique des routines d'identification, mais reste également très sensible aux bruits de mesure.

Le recours à des mesures de réponse en régime forcé est plus délicat de mise en œuvre, mais présente l'avantage d'assurer une excitation permanente, d'estimer plus correctement l'ensemble des modes pertinents, et dans le cas d'excitation ambiante, de placer la structure dans son environnement de service. Pour des essais en laboratoire, le contrôle des entrées et le choix des classes de ces dernières peuvent être correctement organisés, d'où le recours à des sources d'excitation contrôlées.

Pour une structure en service, l'excitation n'est pas forcément connue, ou même mesurable. Il est donc nécessaire de disposer de techniques se limitant à la seule connaissance et mesure de la réponse.

Durant ces dix dernières années, les utilisateurs ont commencé à étudier les capacités des algorithmes d'identification temporelle et ont été amenés à étudier ce qui était fait depuis de nombreuses années en théorie du contrôle ou en traitement du signal. Ceci a apporté un nouvel éclairage à l'identification modale. Les méthodes discutées dans les sections suivantes se placent dans cette approche d'utilisation de méthodes d'identification temporelle sans connaissance de l'excitation.

3.4.2. Méthode du décrément aléatoire

La méthode du décrément aléatoire a été utilisée pour la première fois par H.Cole à la fin des années 60. Depuis ce temps, cette méthode n'a cessé de se développer et d'être améliorée. Toutefois, elle se repose sur un délicat calcul de probabilité conditionnelle. Généralement, cette méthode est utilisée pour la détermination du coefficient d'amortissement et la détection de défauts mécaniques. Elle est, en particulier, utilisée dans l'industrie aérospatiale pour l'analyse des essais expérimentaux de vibrations. Le succès de cette méthode tient à sa simplicité d'utilisation et la possibilité d'analyser les données en temps réel. La méthode du décrément aléatoire est attractive car elle est simple d'implémentation et peu gourmande en temps de calcul. Le principe est d'estimer des fonctions dites de décrément aléatoire à partir de la moyennisation de segments de mesures vérifiant des conditions précises dites de déclenchement. A partir de la construction de ces estimateurs, il est alors possible d'extraire les paramètres modaux de la structure. Ces fonctions sont des fonctions amorties, ce qui permet d'y appliquer des algorithmes classiques d'identification comme l'Ibrahim Time Domain. Le détail et la théorie seront présentés dans le *Chapitre II*.

3.4.3. Méthode des sous-espaces

Les méthodes des sous-espaces identifient un modèle d'état sur la base de mesures de la réponse et de l'excitation (Van Overschee & De Moor, 1995). Certaines formes de ces méthodes sont des algorithmes qui ne nécessitent que la connaissance de la sortie du système dynamique. Ils sont alors conjugués avec des méthodes d'algèbre linéaire (décomposition QR, décomposition en valeurs singulières) robustes. La factorisation QR permettra une réduction dans le traitement des données tandis que la décomposition en valeurs singulières (SVD) conduira à rejeter l'effet du bruit (qui se traduit par des modes fantômes, non représentatifs de la dynamique du système).

3.4.4. Méthode ARMA

Il s'agit d'une méthode dont l'objectif est l'identification directe d'un modèle caractérisant le système dynamique pour un couple d'entrées (excitation) et de sorties (réponses) donné. La méthode ARMA consiste à identifier un modèle auto-regressif à moyenne mobile (Auto-Regressive Moving Average), c'est-à-dire un modèle régressif entre l'excitation et la réponse.

Il est possible de démontrer que tout système dynamique peut se décrire par ce type de relation régressive (Cremona, 1990) : les paramètres modaux (déformées propres, fréquences propres et

amortissement) se déduisent de ce modèle. Les pôles sont tirés des racines du polynôme formé par la partie auto-régressive tandis que les déformées propres, s'obtiennent à partir de la partie à moyenne mobile. L'estimation des paramètres du modèle ARMA repose sur l'hypothèse que l'excitation est un bruit blanc. Diverses méthodes existent pour réaliser cette estimation : méthode de Yule-Walker, très utilisée en statistiques des séries chronologiques, méthodes d'erreur minimale de prédiction. Comme l'excitation est supposée être un bruit blanc, les méthodes ARMA ont été employées dans l'estimation des caractéristiques dynamiques de structures excitées par le vent. Une généralisation à des excitations de type bruit coloré est également possible au travers de modèles plus sophistiqués de type ARMAX (incluant un filtre pour décrire la structure et un filtre pour décrire l'excitation (Cremona, 1990).

3.4.5. Méthodes récursives

Les méthodes précédentes impliquent qu'un ensemble de données (réponses) soit collecté et que, en conséquence, cet ensemble de données serve à construire un modèle. Cependant le modèle peut être utilisé pour prendre des décisions en ligne durant l'acquisition des données ou suivre une évolution du comportement dynamique. Il est alors nécessaire que l'identification du modèle infère dans l'acquisition des données (Cremona & Brandon, 1992). Le modèle est alors mis à jour à chaque instant où de nouvelles mesures deviennent disponibles. Cette mise à jour ne peut être réalisée que par des méthodes récursives temporelles dont les noms changent suivant le domaine d'application : méthodes récursives d'identification en théorie du contrôle, méthodes adaptatives en traitement du signal, estimation séquentielle de paramètres en statistiques. Il y a cependant deux désavantages majeurs lorsqu'on utilise des méthodes récursives d'identification par rapport à des méthodes directes. La première implique d'imposer des conditions initiales aux algorithmes récursifs et la seconde concerne la question de la convergence et de la stabilité des schémas récursifs introduits.

4. Analyse vibratoire

Comme cela fut souligné en introduction, l'analyse vibratoire est fonction des objectifs de l'évaluation dynamique, à savoir :

a) ***Les tests de vibration*** qui permettent d'évaluer les contraintes induites par des sollicitations rapides répétées pour estimer l'endommagement par fatigue de certaines pièces de ponts, ou de calibrer des coefficients de majoration dynamique.

b) ***L'analyse structurale*** qui constitue une méthode efficace se basant sur les mesures de vibrations pour déterminer le comportement dynamique d'un ouvrage, construire un modèle mécanique de la structure à partir des essais ou comparer prédictions numériques et réponses mesurées.

c) ***La surveillance et le diagnostic*** utilisés pour signaler un comportement structural anormal.

d) ***Les mesures de confort*** qui concerne les mesures de vibrations transmises à l'homme par la vibration des structures.

Comme les travaux menés dans cette thèse portent sur la surveillance et le diagnostic d'intégrité par essais dynamiques, nous nous limiterons seulement à détailler le point c). Deux démarches peuvent être envisagées ; la première consiste à définir des signatures vibratoires (accélération, vitesse, déplacement…) caractéristiques de l'intégrité ou de niveaux d'endommagement. Cette approche est particulièrement intéressante dans le cadre de l'étude de parcs homogènes où, grâce à une base d'apprentissage formée d'ouvrages, il est possible de caractériser ces signatures. La réponse de nouvel ouvrage testé sera alors comparée à cette base de donnée et un diagnostic pourra être établi sur l'intégrité de l'ouvrage. La seconde approche ne nécessite pas de se référer à une telle base et est plus appropriée aux ouvrages d'art, souvent différents les uns des autres. Elle consiste à comparer à deux instants différents soit la réponse directe de l'ouvrage à des conditions d'essais identiques, soit des paramètres dynamiques simples (fréquences, déformées propres…) ou évolués. C'est vers cette deuxième approche que les travaux de cette thèse se sont portés. Ces méthodes seront décrites au Chapitre III.

CHAPITRE II :
METHODE DU DECREMENT ALEATOIRE

1. Introduction

Parmi les méthodes d'identification de structures, peu sont utilisable pour le cas de grandes structures, lorsque de grandes quantités d'énergie sont en jeu. Il est alors particulièrement intéressant d'utiliser une source d'excitation aléatoire naturelle (Bernard, 1988). La méthode du décrément aléatoire a été développée par H.A. Cole à la NASA, à la fin des années 60 et au début des années 70. Le premier article sur la technique a été publié au cours des années 1968-1973 (Cole, 1968 - 1973). Cole a surtout appliqué la technique aux mesures de vibration des structures spatiales soumises à une excitation ambiante. La motivation première du développement de cette méthode est basée sur les changements aperçus dans les fonctions d'auto-corrélation obtenues par la variabilité de charges ambiantes.

Le principe est d'estimer des ***fonctions*** dites ***de décrément aléatoire*** à partir de la moyennisation de segments de mesures vérifiant des conditions précises dites de déclenchement. A partir de la construction de ces fonctions il est alors possible d'extraire les paramètres modaux de la structure.
La technique du décrément aléatoire est une technique non paramétrique temporelle, très simple à utiliser. La méthode est très rapide dans certains cas, pouvant être 100 fois plus rapide que l'algorithme de la transformation rapide de Fourier (FFT) (Brincker & al., 1994). La méthode du décrément aléatoire n'analyse qu'une réponse dynamique du système soumis à une excitation aléatoire et elle est indépendante de la source d'excitation.
L'objectif de ce chapitre est de présenter une démarche appropriée de l'analyse modale basée sur la technique du décrément aléatoire. La première partie de ce chapitre présente la modélisation d'un système excité par une force aléatoire de type bruit coloré (plus appropriée pour décrire l'excitation ambiante d'une structure que bruit blanc) et les relations existantes entre la fonction d'auto-corrélation et la réponse libre de ce système. La deuxième partie présente la méthode de décrément

aléatoire et la manière qu'elle estime les fonctions d'auto-corrélation. La quatrième partie introduit la technique vectorielle de la méthode du décrément aléatoire qui sera mise en oeuvre dans cette thèse, et qui est plus performante que la méthode traditionnelle de décrément aléatoire. Dans la cinquième partie, la démarche d'extraction des caractéristiques modales à partir des fonctions de décrément aléatoire ou bien des fonctions d'auto-corrélation sera présentée. Et finalement, la dernière partie présente les intervalles de confiance qui peuvent être obtenus par certains changements dans les paramètres de la méthode de décrément aléatoire et détaille la mise en œuvre pratique de la méthode.

2. Réponse d'un système excité par une force aléatoire

2.1. Réponse libre d'un système discret

Considérons un système dynamique linéaire à n degrés de liberté :

$$[M]\left\{\ddot{X}(t)\right\}+[C]\left\{\dot{X}(t)\right\}+[K]\left\{X(t)\right\}=\left\{F(t)\right\} \tag{2.1}$$

avec pour conditions initiales

$$\left\{X(0)\right\}=\left\{x_0\right\} \quad \left\{\dot{X}(0)\right\}=\left\{\dot{x}_0\right\} \tag{2.2}$$

où $[M],[C],[K]$ sont les matrices de masse, d'amortissement et de rigidité. En utilisant les ***coordonnées modales*** (ou généralisées), la réponse s'écrit :

$$\left\{X(t)\right\}=\left[\Phi\right]e^{[\Lambda]t}\left\{q_0\right\} \tag{2.3}$$

avec

$$\begin{cases}\left[\Phi\right]=\left[\left\{\Phi_1\right\} \quad \left\{\Phi_2\right\} \quad \cdots \quad \left\{\Phi_{2n}\right\}\right] \\ e^{[\Lambda]t}=\left[e^{\lambda_i t}\right] \\ \left\{q_0\right\}=\left[q_{1,0} \quad q_{2,0} \quad \cdots \quad q_{2n,0}\right]\end{cases} \tag{2.4}$$

$\left[\Phi\right]$ est la matrice des déformées propres, $\left[\Lambda\right]$ est la matrice diagonale des valeurs propres et $\left\{q_0\right\}$ est la condition modale initiale qui peut être définie comme :

$$\left\{q_0\right\}=\left\{m\right\}^{-1}\left[\Phi\right]^T\left[A\right]\left\{z_0\right\} \tag{2.5}$$

avec

$$\{m\} = \begin{bmatrix} \cancel{m_{2n}} \end{bmatrix} \ , \ [A] = \begin{bmatrix} C & M \\ M & 0 \end{bmatrix} \ , \ \{z_0\} = \begin{bmatrix} x_0 \\ \dot{x}_0 \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

2.2. Théorie du filtrage des forces aléatoires

Dans le digramme de la *Figure 2.1*, une structure de la fonction de transfert $[H_s(s)]$ soumise à une excitation ou entrée $\{f(s)\}$ est considérée. Dans la réalité, l'excitation appliquée à une structure n'est pas nécessairement un bruit blanc ; $\{f(s)\}$ peut cependant être considéré comme un ***bruit coloré***, c'est-à-dire un signal sortie d'un filtre piloté par un bruit blanc ou ***pseudo-force*** $\{n(s)\}$. Un pseudo-système de fonction de transfert $[H_f(s)]$ est alors ajouté au système décrivant le comportement de la structure.

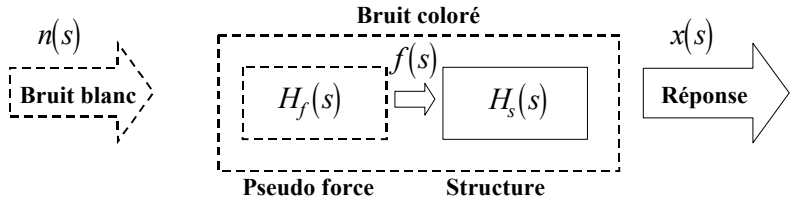


Figure 2.1 – *Diagramme du système combiné de la structure et de la pseudo force*

Le rapport entre l'entrée et la sortie de la structure et celui du système de pseudo-force peut être présenté comme suit (Ibrahim & al., 1996) :

$$\{x(s)\} = [H_s(s)] \ \{f(s)\} \tag{2.7}$$

$$\{f(s)\} = [H_f(s)] \ \{n(s)\} \tag{2.8}$$

La fonction de transfert du système combiné s'écrit alors :

$$[H_C(s)] = [H_f(s)] \ [H_s(s)] \tag{2.9}$$

où s se réfère à la caractéristique de la structure et f de la pseudo force. Le calcul du bruit coloré et la réponse du système combiné seront présentés dans les paragraphes suivants. On montra qu'en combinant les deux systèmes, les pôles restent intacts et par conséquent les

paramètres modaux du système structural et ceux de la pseudo-force seront préservés et séparables.

2.3. Pseudo force d'un système excité par un bruit banc

Considérons un processus stationnaire stochastique vectoriel $\{X(t)\}$; les fonctions d'auto-corrélation de ce vecteur sont définies par :

$$[R_{XX}(\tau)] = \mathbb{E}\left[\{X(t+\tau)\}\{X(t)\}^T\right] \tag{2.10}$$

Supposons que la valeur moyenne de ce processus soit nulle. Ceci signifie qu'il n'y a pas de différence entre les fonctions d'auto-corrélation et les fonctions de covariance. Pour un processus stationnaire, on a ainsi la propriété :

$$[R_{XX}(\tau)] = [R_{XX}(-\tau)]^T \tag{2.11}$$

Les expressions de densité spectacle et les fonctions d'auto-corrélation sont données par :

$$[S_{XX}(\omega)] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}[R_{XX}(\tau)]e^{-i\omega\tau}d\tau \tag{2.12}$$

$$[R_{XX}(\tau)] = \int_{-\infty}^{+\infty}[S_{XX}(\omega)]e^{i\omega\tau}d\omega \tag{2.13}$$

Afin de généraliser le processus d'excitation, il est supposé qu'il puisse être écrit comme un processus vectoriel de type bruit blanc gaussien $\{W\}$ qui traverse un filtre linéaire (***bruit coloré***) :

$$\mathbb{E}[\{W(t)\}] = 0 \tag{2.14}$$

$$\mathbb{E}[\{W(t+\tau)\}\{W(t)\}^T] = [R_{WW}]\,\delta(\tau) \tag{2.15}$$

$$[S_{WW}(\omega)] = \frac{1}{2\pi}[R_{WW}] \tag{2.16}$$

Comme $\{W(t)\}$ est normalement distribué et le filtre est linéaire, l'excitation sera aussi gaussienne. La réponse le sera également. La *Figure 2.2* illustre le processus de modélisation de l'excitation, où $[h_f(t)]$ et $[H_f(\omega)]$ sont respectivement les matrices impulsionnelle et de transfert du filtre.

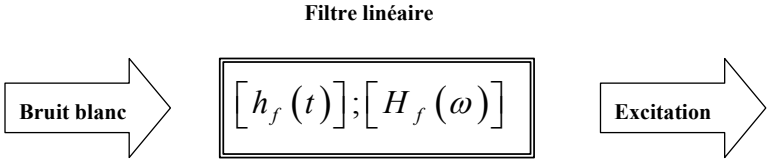


Figure 2.2 – *Diagramme de modélisation de l'excitation*

$[h_f(t)],[H_f(\omega)]$ sont supposées vérifier les propriétés :

$$\begin{aligned}[H_f(\omega)] &= [\Phi_f]\left(i\omega - [\Lambda_f]\right)^{-1}[m_f]^{-1}[\Phi_f] \\ [H_f(\omega)] &= [H_f(\omega)]^T\end{aligned} \tag{2.17}$$

$$\begin{aligned}[h_f(t)] &= [\Phi_f]e^{[\Lambda_f]t}[m_f]^{-1}[\Theta_f] \\ [h_f(t)] &= [h_f(t)]^T\end{aligned} \tag{2.18}$$

où $[m_f]^{-1}$ est une matrice de normalisation équivalente à une matrice de masse modale pour un système structural. Si la partie réelle des valeurs propres $[\Lambda_f]$ est négative, l'excitation sera stationnaire :

$$\{f(\omega)\} = [H_f(\omega)]\{W(\omega)\} \tag{2.19}$$

$$\{f(t)\} = \int_{-\infty}^{t} [h_f(t-\tau)]\{W(\tau)\}\, d\tau \tag{2.20}$$

Les expressions (2.19) et (2.20) donnent respectivement la pseudo-force fréquentielle et temporelle. La force obtenue (bruit coloré) sera appliquée sur la structure et la réponse finale sera calculée.

2.4. Réponse d'un système excité par un bruit blanc

En considérant la théorie du filtrage d'un système combiné (*Figure 2.1)* et les explications des paragraphes précédents, la réponse fréquentielle du système combiné peut être écrite comme suit :

$$\{X(\omega)\} = [H_C(\omega)][W(\omega)] \tag{2.21}$$

où $[H_C(\omega)]$ est la fonction de transfert du système combiné donnée par :

$$\left[H_C(\omega)\right]=\left[H_s(\omega)\right]\left[H_f(\omega)\right] \tag{2.22}$$

$\left[H_f(\omega)\right]$ est la fonction de transfert de la pseudo force qui a été définie par l'expression (2.17)

En définissant la fonction de transfert de la structure, $\left[H_s(\omega)\right]$, de même forme que $\left[H_f(\omega)\right]$, l'expression (2.22), s'écrit :

$$\begin{aligned}\left[H_C(\omega)\right] &= \underbrace{[\Phi]\{m\}^{-1}\left(i\omega[\mathbb{1}]-[\Lambda]\right)^{-1}[\Phi]^T}_{[H_s(\omega)]}\underbrace{\left[\Phi_f\right]\left[m_F\right]^{-1}\left(i\omega[\mathbb{1}]-\left[\Lambda_f\right]\right)^{-1}\left[\Phi_f\right]^T}_{[H_f(\omega)]}\\ &=\sum_{j=1}^{2n}\frac{\{\Phi_j\}\{\Phi_j\}^T}{m_j\left(i\omega-\lambda_j\right)}\sum_{l=1}^{m}\frac{\{\Phi_{fl}\}\{\Phi_{fl}\}^T}{m_{fl}\left(i\omega-\lambda_{fl}\right)}=\sum_{j=1}^{2n}\frac{\left[B_j\right]}{\left(i\omega-\lambda_j\right)}\sum_{l=1}^{m}\frac{\left[B_{fl}\right]}{\left(i\omega-\lambda_{fl}\right)}\\ &=\sum_{j=1}^{2n}\sum_{l=1}^{m}\left(\frac{\left[B_j\right]\left[B_{fj}\right]}{\left(i\omega-\lambda_j\right)\left(\lambda_j-\lambda_{fl}\right)}+\frac{\left[B_j\right]\left[B_{fj}\right]}{\left(i\omega-\lambda_{Fl}\right)\left(\lambda_{fl}-\lambda_j\right)}\right)\\ &=\sum_{j=1}^{2n}\frac{\left[B_j\right]\left[b_{fj}\right]}{\left(i\omega-\lambda_j\right)}+\sum_{l=1}^{m}\frac{\left[b_l\right]\left[B_{fl}\right]}{\left(i\omega-\lambda_{fl}\right)}\end{aligned} \tag{2.23}$$

où :

$$\begin{aligned}\left[b_{fj}\right]&=\sum_{l=1}^{m}\frac{\left[B_{fl}\right]}{\left(\lambda_j-\lambda_{fl}\right)}\\ \left[b_l\right]&=\sum_{j=1}^{2n}\frac{\left[B_j\right]}{\left(\lambda_{fl}-\lambda_j\right)}\end{aligned} \tag{2.24}$$

Le dernier terme dans l'expression (2.23) montre que toutes les valeurs propres de la structure et du filtre sont séparément arrangées.

En utilisant les matrices de transfert et impulsionnelle du système combiné, l'expression (2.23) peut s'écrire comme suit :

$$\left[H_C(\omega)\right]=\left[\tilde{\Phi}\right]\left[\tilde{m}\right]^{-1}\left(i\omega[\mathbb{1}]-\left[\tilde{\Lambda}\right]\right)^{-1}\left[\tilde{b}\right]^T=\sum_{j=1}^{2n+m}\frac{\left\{\tilde{\Phi}_j\right\}\left\{\tilde{b}_j\right\}^T}{\tilde{m}_j\left(i\omega-\tilde{\lambda}_j\right)} \tag{2.25}$$

et la fonction de transfert temporelle est donnée par :

$$\left[h_c(t)\right]=\left[\tilde{\Phi}\right]\left[\tilde{m}\right]^{-1}e^{\left[\tilde{\Lambda}\right]t}\left[\tilde{b}\right]^T=\sum_{j=1}^{2n+m}\frac{\left\{\tilde{\Phi}_j\right\}\left\{\tilde{b}_j\right\}^T}{\tilde{m}_j}e^{\tilde{\lambda}_j t} \tag{2.26}$$

avec

$$\left[\tilde{\Phi}\right]=\left[\left\{\Phi_1\right\}\quad\left\{\Phi_2\right\}\quad\cdots\quad\left\{\Phi_{2n}\right\}\quad\left[b_1\right]\left\{\Phi_{f1}\right\}\quad\left[b_2\right]\left\{\Phi_{f2}\right\}\quad\cdots\quad\left[b_m\right]\left\{\Phi_{f2}\right\}\right]$$

$$\left[\tilde{b}\right]=\left[\left[b_{f1}\right]^T\left\{\Phi_1\right\}\quad\left[b_{f2}\right]^T\left\{\Phi_2\right\}\quad\cdots\quad\left[b_{f2n}\right]^T\left\{\Phi_{2n}\right\}\quad\left\{\Phi_{f1}\right\}\quad\left\{\Phi_{f2}\right\}\quad\cdots\quad\left\{\Phi_{fm}\right\}\right]$$

$$\left[\tilde{m}\right]=diag\left(\left[m_1\quad m_2\quad\ldots\quad m_{2n}\quad m_{f1}\quad m_{f2}\quad\ldots\quad m_{fm}\right]\right)$$

$$\left[\tilde{\Lambda}\right]=diag\left(\left[\lambda_1\quad\lambda_2\quad\ldots\quad\lambda_{2n}\quad\lambda_{f1}\quad\lambda_{f2}\quad\ldots\quad\lambda_{fm}\right]\right)$$

$$e^{\left[\tilde{\Lambda}\right]}=diag\left(\left[e^{\lambda_1 t}\quad e^{\lambda_2 t}\ldots\quad e^{\lambda_{2n}t}\quad e^{\lambda_{f1}t}\quad e^{\lambda_{f2}t}\quad\ldots e^{\lambda_{fm}t}\right]\right)$$

La réponse temporelle est alors :

$$\left\{X(t)\right\}=\int_{-\infty}^{t}\left[h_c(t-\tau)\right]\left\{W(\tau)\right\}d\tau \tag{2.27}$$

2.5. Fonction de corrélation d'un système excité par une force aléatoire

En utilisant la réponse obtenue dans la partie précédente, l'expression de l'auto-corrélation peut être tirée :

$$\begin{aligned}\left[R_{XX}(\tau)\right]&=\mathbb{E}\left[\left\{X(t+\tau)\right\}\left\{X(t)\right\}^T\right]\\&=\mathbb{E}\left[\int_{-\infty}^{t+\tau}\int_{-\infty}^{t}\left[h_c(t+\tau-\alpha_1)\right]\left\{W(\alpha_1)\right\}\left\{W(\alpha_2)\right\}^T\left[h_c(t-\alpha_2)\right]^T d\alpha_1\, d\alpha_2\right]\\&=\int_0^{\infty}\left[h_c(t+\tau)\right]\left[R_{WW}(0)\right]\left[h_c(t)\right]^T dt\\&=\sum_{i=1}^{2n+m}\sum_{j=1}^{2n+m}\frac{\left\{\tilde{\Phi}_i\right\}\left\{\tilde{b}_i\right\}^T}{\tilde{m}_i}\left[R_{WW}(0)\right]\frac{\left\{\tilde{b}_j\right\}\left\{\tilde{\Phi}_j^T\right\}}{\tilde{m}_j}e^{\tilde{\lambda}_i\tau}\int_0^{\infty}e^{\left(\lambda_i+\tilde{\lambda}_j\right)t}dt\\&=\sum_{i=1}^{2n+m}\frac{\left\{\tilde{\Phi}_i\right\}\left\{\tilde{b}_i\right\}^T}{\tilde{m}_i}e^{\tilde{\lambda}_i\tau}\left[R_{WW}(0)\right]\sum_{j=1}^{2n+m}\frac{\left\{\tilde{b}_j\right\}\left\{\tilde{\Phi}_j\right\}^T}{\tilde{m}_j}\frac{-1}{\tilde{\lambda}_i+\tilde{\lambda}_j}\\&=\left[\tilde{\Phi}\right]e^{\left[\tilde{\Lambda}\right]\tau}\left[\tilde{m}\right]^{-1}\left[\tilde{c}\right]\end{aligned} \tag{2.28}$$

où la matrice $\left[\tilde{c}\right]$ est définie comme suit :

$$\left[\tilde{c}\right]=\left[\left\{c_1\right\}\quad\left\{c_2\right\}\quad\cdots\quad\left\{c_{2n+m}\right\}\right]^T\quad\left\{c_i\right\}=\left\{\tilde{b}_i\right\}^T\left[R_{WW}(0)\right]\sum_{j=1}^{2n+m}\frac{\left\{\tilde{b}_j\right\}\left\{\tilde{\Phi}_j\right\}^T}{\tilde{m}_j}\frac{-1}{\tilde{\lambda}_i+\tilde{\lambda}_j} \tag{2.29}$$

Par le dernier terme de l'expression (2.28), la $i^{ème}$ colonne de la matrice d'auto-corrélation peut être écrite :

$$\left\{R_{XX}^{i}(\tau)\right\} = \left[\tilde{\Phi}\right] e^{\left[\tilde{\Lambda}\right]\tau} \tilde{m}^{-1} \left\{\tilde{c}_i\right\} \tag{2.30}$$

L'expression (2.30) est exactement de la même forme que celle de (2.3), qui donne la réponse libre d'une structure. Ceci signifie que les caractéristiques modales peuvent alors s'extraire directement de l'expression (2.30) par la connaissance des fonctions d'auto-corrélation.

3. Théorie du décrément aléatoire

3.1. Principes de la méthode

Cette méthode utilise la moyenne de segments de la réponse d'un système linéaire pour déterminer les paramètres modaux de la structure. En calculant les valeurs moyennes de segments, et en utilisant des conditions initiales spécifiques pour chaque segment dites ***conditions du déclenchement***, la moyennisation de la réponse de la structure se réduit à une réponse libre causée par un déplacement initial.

Considérons la réponse aléatoire d'une structure mesurée en un point donné (*Figure 2.3)*. Cette réponse au temps t se compose de trois parties :

$$X(t) = X_{x_0}(t) + X_{\dot{x}_0}(t) + X_F(t) \tag{2.31}$$

où X_{x_0} est la réponse produite par le déplacement initial au temps $t = t_0$, $X_{\dot{x}_0}$, la réponse produite par la vélocité initiale au temps $t = t_0$, et X_F, la réponse d'une vibration forcée qui se produit par une charge appliquée à la structure entre t_0 à t. L'objectif est de moyenner des réponses de telle sorte que les réponses liées à la vitesse initiale et à la réponse forcée se réduisent à zéro.

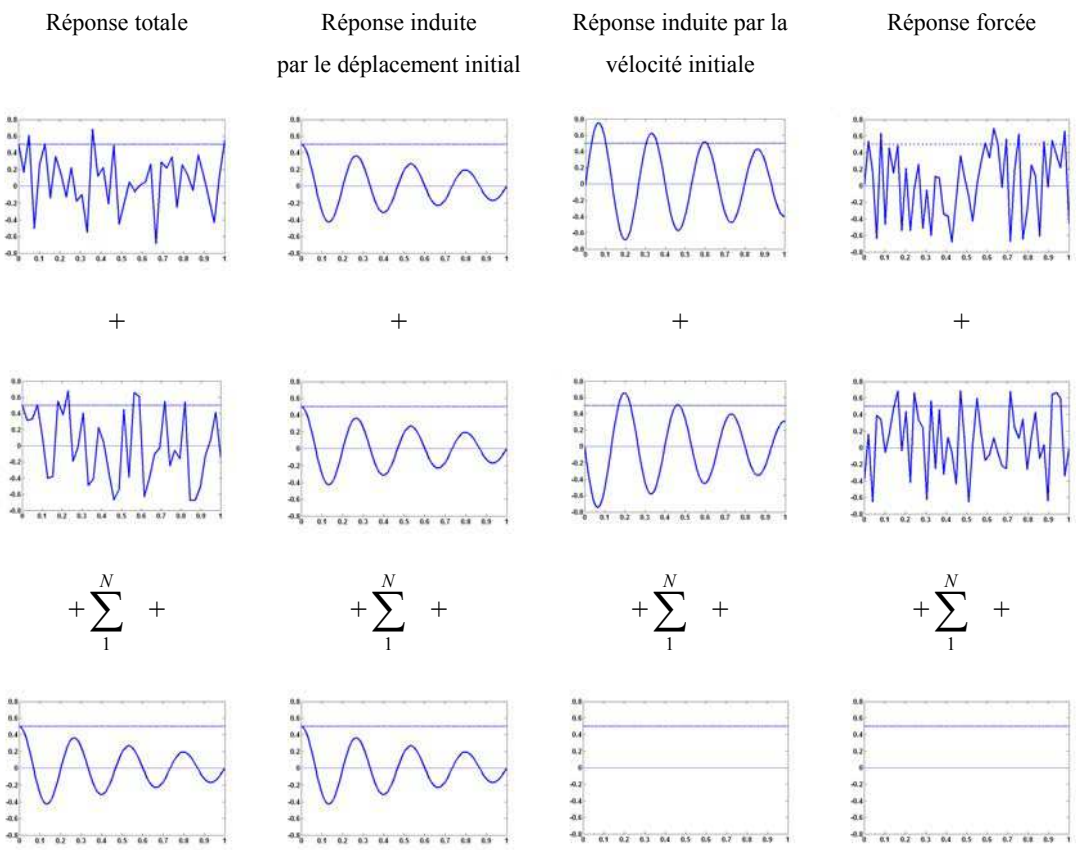


Figure 2.3 – *Principe de la méthode du décrément aléatoire*

La réponse forcée d'un filtre linéaire piloté par une excitation stationnaire de moyenne nulle est également un processus stationnaire de moyenne nulle. Si on prend plusieurs segments temporels et si on les moyenne, la moyenne convergera vers zéro. Si tous les segments débutent avec la même condition initiale $X_{x_0}(t_0) = a,$ avec en alternance des vitesses positives et négatives, la somme des réponses liées à la vitesse s'élimine (ou devient nulle) tandis que la somme des réponses liées au déplacement initial est conservée. La *Figure 2.3* illustre le principe de cette approche.

Le ***décrément aléatoire*** D_{XX} est alors défini par :

$$D_{XX}(\tau) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X(t_i + \tau) \tag{2.32}$$

où $X(t_i) = a$ et la dérivée alterne entre chaque segment. Le décrément est défini sur l'intervalle $[0 \quad \gamma]$ avec γ le temps entre l'instant initial du dernier segment et la fin du signal. N est le nombre de segments dans la moyenne.

Cette explication intuitive a été largement utilisée dans la littérature pour décrire la méthode du décrément aléatoire. Cette technique présente un avantage sur l'utilisation de la fonction d'auto-corrélation ou les méthodes spectrales ; elle ne s'encombre pas de limitations sur l'amplitude du signal d'entrée ou sur la résolution.

Vandiver & al. (1982) ont montré que la fonction de décrément aléatoire estimée par le déplacement initial, $x(t) = a$ est proportionnelle à la fonction d'auto-corrélation d'un processus stationnaire gaussien. Ce résultat est important, car la proportionnalité des fonctions de décrément aléatoire et des fonctions d'auto-corrélation a rendu la technique directement comparable à des fonctions de la densité spectrale estimée par l'algorithme rapide de Fourier (FFT). Cette relation entre les fonctions de décrément aléatoire et les fonctions d'auto-corrélation a été suivie par Brincker & al. (1991) qui ont introduit la ***condition générale de déclenchement***.

Enfin plusieurs chercheurs ont comparé les fonctions d'auto-corrélation obtenues par la méthode de décrément aléatoire avec les autres techniques, et ont classé la méthode de décrément aléatoire comme une technique précise et rapide pour estimer les caractéristiques modales de la structure.

Dans les parties suivantes, les fonctions de décrément aléatoire et la proportionnalité de ces fonctions aux fonctions d'auto-corrélation seront présentées.

3.2. Définition des fonctions de décrément aléatoire

Le décrément aléatoire est une méthode qui transforme les processus stochastiques $X(t)$ et $Y(t)$ en des ***fonctions de décrément aléatoire***. On suppose que $X(t)$ et $Y(t)$ sont des processus stationnaires. L'index t est interprété comme la variable temporelle. Les ***fonctions auto*** du décrément aléatoire sont définies comme la valeur moyenne d'un processus stochastique avec la condition de processus T :

$$D_{XX}(\tau) = \mathbb{E}\left[X(t+\tau) \middle| T_{X(t)} \right] \tag{2.33}$$

$$D_{YY}(\tau) = \mathbb{E}\left[Y(t+\tau) \middle| T_{Y(t)} \right] \tag{2.34}$$

Dans les fonctions du décrément aléatoire, $D_{XX}(\tau)$ et $D_{YY}(\tau)$, le premier indice signifie le processus à partir duquel la valeur moyenne est calculée et le deuxième signifiant le processus où la condition du processus est réalisée. τ est la variation du temps. Les conditions $T_{X(t)}$ et $T_{Y(t)}$ sont appelées ***conditions de déclenchement***.

De la même façon que les équations (2.33) et (2.34), ***les fonctions croisées de décrément aléatoire*** sont définies comme la valeur moyenne d'un processus stochastique conditionné par une condition de déclenchement :

$$D_{XY}(\tau) = \mathbb{E}\left[X(t+\tau) \middle| T_{Y(t)} \right] \tag{2.35}$$

$$D_{YX}(\tau) = \mathbb{E}\left[Y(t+\tau) \middle| T_{X(t)} \right] \tag{2.36}$$

C'est en 1977 qu'Ibrahim a présenté le concept des fonctions croisées de décrément aléatoire (Ibrahim, 1977a-b). La méthode a été largement appliquée à l'analyse d'une seule voie de mesure, ce qui permet l'estimation des fréquences et des coefficients d'amortissement, mais non des déformées propres.

A titre d'illustration, nous considérons un processus stochastique vectoriel de dimension de 3×1. Il pourrait par exemple décrire la réponse d'une structure en trois points de mesure. Le processus stochastique est décrit par $X(t) = \left[X_1(t) \quad X_2(t) \quad X_3(t) \right]^T$, avec lequel neuf fonctions du décrément aléatoire peuvent être définies, trois fonctions et six fonctions croisées :

$$\begin{bmatrix} D_{X_1X_1}(\tau) & D_{X_1X_2}(\tau) & D_{X_1X_3}(\tau) \\ D_{X_2X_1}(\tau) & D_{X_2X_2}(\tau) & D_{X_2X_3}(\tau) \\ D_{X_3X_1}(\tau) & D_{X_3X_2}(\tau) & D_{X_3X_3}(\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbb{E}\left[X_1(t+\tau) \middle| T_{X_1}(t) \right] & \mathbb{E}\left[X_1(t+\tau) \middle| T_{X_2}(t) \right] & \mathbb{E}\left[X_1(t+\tau) \middle| T_{X_3}(t) \right] \\ \mathbb{E}\left[X_2(t+\tau) \middle| T_{X_1}(t) \right] & \mathbb{E}\left[X_2(t+\tau) \middle| T_{X_2}(t) \right] & \mathbb{E}\left[X_2(t+\tau) \middle| T_{X_3}(t) \right] \\ \mathbb{E}\left[X_3(t+\tau) \middle| T_{X_1}(t) \right] & \mathbb{E}\left[X_3(t+\tau) \middle| T_{X_2}(t) \right] & \mathbb{E}\left[X_3(t+\tau) \middle| T_{X_3}(t) \right] \end{bmatrix} \tag{2.37}$$

Chaque colonne de l'équation (2.37) signifie un ***setup*** du décrément aléatoire tandis que le processus pour lequel une condition de déclenchement est réalisée, est appelé ***mesure du déclenchement***. Dans les applications pratiques de la technique du décrément aléatoire, un seul historique du processus stochastique est disponible.

Afin d'estimer correctement la valeur moyenne conditionnée à partir d'un seul historique, il est nécessaire de supposer que le processus stochastique est non seulement stationnaire mais

également ***ergodique***. Dans cette condition les fonctions de décrément aléatoire peuvent être estimées comme la valeur moyenne empirique conditionnée d'un seul historique :

$$\hat{D}_{XX}(\tau) = \frac{1}{N}.\sum_{i=1}^{N} x\left(t_i + \tau\right)\Big|T_{x(t_i)} \tag{2.38}$$

$$\hat{D}_{YY}(\tau) = \frac{1}{N}.\sum_{i=1}^{N} y\left(t_i + \tau\right)\Big|T_{y(t_i)} \tag{2.39}$$

$$\hat{D}_{XY}(\tau) = \frac{1}{N}.\sum_{i=1}^{N} x\left(t_i + \tau\right)\Big|T_{y(t_i)} \tag{2.40}$$

$$\hat{D}_{YX}(\tau) = \frac{1}{N}.\sum_{i=1}^{N} y\left(t_i + \tau\right)\Big|T_{x(t_i)} \tag{2.41}$$

où N est le nombre de points temporels dans le processus qui vérifient la condition du déclenchement et $y(t)$ et $x(t)$ sont les réalisations des processus $X(t)$ et $Y(t)$. Il est important que l'estimation des fonctions de décrément aléatoire dans les équations soit non biaisée, c'est à dire :

$$\mathbb{E}\left[\hat{D}_{XY}\left(\tau\right)\right] = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\mathbb{E}\left[x\left(t_i + \tau\right)\Big|T_{y(t_i)}\right] = D_{XY}\left(\tau\right) \tag{2.42}$$

Normalement, la formulation des conditions de déclenchement est contrôlée par le nombre de points de déclenchement. La convergence des estimations dans les équations (2.38)-(2.41) dépend donc de la dimension de l'historique des processus.

3.3. Condition de déclenchement

3.3.1. Condition générale théorique du déclenchement

La ***condition générale théorique du déclenchement*** définit une condition de réduction d'historique à des segments temporels, à partir desquels une valeur moyenne est calculée. La condition générale théorique, $T_{X(t)}^{G_T}$ pour le processus stochastique $X(t)$ est définie comme suit :

$$T_{X(t)}^{G_T} = \left\{X(t) = a, \dot{X}(t) = b\right\} \tag{2.43}$$

où l'indice G_T se réfère à la condition théorique du déclenchement. Cette condition du déclenchement est considérée comme une condition théorique car elle est difficilement manipulable dans les applications pratique de la technique du décrément aléatoire. Comme la probabilité de cet événement, $T_{X(t)}^{G_T}$ est petite, pour pouvoir sélectionner un nombre satisfaisant

de points, elle demande un nombre important des réalisations de $X(t)$. A cause de cette limitation, l'introduction de conditions moins exigeantes est vite inévitable. Avant de définir ces conditions, il est nécessaire de présenter la relation existante entre les fonctions d'auto-corrélation et les fonctions du décrément aléatoire, car ces résultats seront utilisés dans la description des conditions de déclenchement.

3.3.2. Fonction du récrément aléatoire et fonctions d'auto-corrélation

Plusieurs auteurs ont discuté la relation entre les fonctions du décrément aléatoire et les fonctions d'auto-corrélation. Pour la première fois, l'idée a été présentée dans (Vandiver & al., 1982) et poursuivie dans (Brincker & al., 1990-1991) et (Asmussen, 1997). Le principe est basé sur l'hypothèse que les processus stochastiques sont stationnaires gaussiens de moyenne nulle. En considérant cette hypothèse et en utilisant les conditions générales théoriques du déclenchement $T_{X(t)}^{G_T}$, les expressions des fonctions de décrément aléatoire par rapport aux fonctions d'auto-corrélation R et à leurs dérivées temporelles R', peuvent être écrites.

Considérons les deux processus vectoriels, $\{X_1\}$ et $\{X_2\}$:

$$\{X_1\} = \begin{bmatrix} X(t+\tau) \\ Y(t+\tau) \end{bmatrix} \quad \{X_2\} = \begin{bmatrix} X(t) \\ \dot{X}(t) \end{bmatrix} \tag{2.44}$$

$X(t)$ est considéré comme un processus stationnaire gaussien, donc $X(t)$ et $\dot{X}(t)$ sont non corrélés et indépendants. Les matrices de corrélation peuvent alors s'écrire :

$$\left[R_{X_1X_1}\right] = \begin{bmatrix} R_{XX}(0) & R_{XY}(0) \\ R_{YX}(0) & R_{YY}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_X^2 & R_{XY}(0) \\ R_{YX}(0) & \sigma_Y^2 \end{bmatrix} \tag{2.45}$$

$$\begin{aligned} \left[R_{X_2X_2}\right] &= \begin{bmatrix} R_{XX}(0) & R_{X\dot{X}}(0) \\ R_{\dot{X}X}(0) & R_{\dot{X}\dot{X}}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_X^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\dot{x}}^2 \end{bmatrix} \\ \left[R_{X_2X_2}\right]^{-1} &= \begin{bmatrix} \sigma_X^{-2} & 0 \\ 0 & \sigma_{\dot{x}}^{-2} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{2.46}$$

$$\left[R_{X_1X_2}(\tau)\right] = \begin{bmatrix} R_{XX}(\tau) & R_{X\dot{X}}(\tau) \\ R_{YX}(\tau) & R_{Y\dot{X}}(\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{XX}(\tau) & -R'_{XX}(\tau) \\ R_{YX}(\tau) & -R'_{YX}(\tau) \end{bmatrix} \tag{2.47}$$

R' est la dérivée de R, et σ_X^2 est la variance de $X(t)$ qui est égal à $R_{XX}(0)$. En remplaçant les expressions obtenues, dans l'expression de l'espérance conditionnelle de deux vecteurs $\{X_1\}$ et $\{X_2\}$, de moyenne nulle (Melsa et Sage, 1973), (Soderstrom & Stoica, 1989), on aura :

$$\mathbb{E}\left[\{X_1\}\,|\,\{X_2\}\right] = \left[R_{X_1X_2}\right]\left[R_{X_2X_2}\right]^{-1}\{X_2\} = \begin{bmatrix} R_{XX}(\tau) & -R'_{XX}(\tau) \\ R_{YX}(\tau) & -R'_{YX}(\tau) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \sigma_X^{-2} & 0 \\ 0 & \sigma_{\dot{x}}^{-2} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} a \\ b \end{Bmatrix} \tag{2.48}$$

La condition $\{X_2\} = \{a \quad b\}^T$ est égal à $T_{X(t)}^{G_T}$, et a déjà été définie dans l'expression (2.43). Le résultat de l'expression (2.48) est égal à des fonctions du décrément aléatoire (cf expressions (2.33) et (2.36)). En remplaçant $T_{X(t)}^{G_T}$ dans l'expression (2.48), la relation entre les fonctions du décrément aléatoire et les fonctions d'auto-corrélation s'écrit :

$$D_{XX}(\tau) = \frac{R_{XX}(\tau)}{\sigma_X^2}a - \frac{R'_{XX}(\tau)}{\sigma_{\dot{X}}^2}b \tag{2.49}$$

$$D_{YX}(\tau) = \frac{R_{YX}(\tau)}{\sigma_X^2}a - \frac{R'_{YX}(\tau)}{\sigma_{\dot{X}}^2}b \tag{2.50}$$

Ces expressions fondamentales relient les fonctions du décrément aléatoire de deux processus stochastiques gaussiens à leurs fonctions de corrélation. L'astuce est alors d'interpréter les fonctions de décrément aléatoire comme des fonctions de corrélation et d'appliquer les algorithmes d'extraction des paramètres modaux sur ces fonctions.

La covariance de $\{X_1\}$ pour la condition $\{X_2\} = \{a \quad b\}^T$ pour les deux processus de moyenne nulle s'écrit :

$$\begin{aligned} Cov\left[\{X_1\}\,|\,\{X_2\}\right] &= \left[V_{X_1X_1}\right] - \left[V_{X_1X_2}\right]\left[V_{X_2X_2}\right]^{-1}\left[V_{X_2X_1}\right] \\ &= \left[R_{X_1X_1}\right] - \left[R_{X_1X_2}\right]\left[R_{X_2X_2}\right]^{-1}\left[R_{X_2X_1}\right] \end{aligned} \tag{2.51}$$

où $\left[V_{X_1X_2}\right]$ est la matrice de covariance entre les variables $\{X_1\}$ et $\{X_2\}$.

En remplaçant les expressions correspondantes dans (2.51) on obtient :

$$Cov\left[\{X_1\}\,|\,\{X_2\}\right] = \begin{bmatrix} \sigma_X^2 & R_{XY}(0) \\ R_{YX}(0) & \sigma_Y^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_{XX}(\tau) & -R'_{XX}(\tau) \\ R_{YX}(\tau) & -R'_{YX}(\tau) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \sigma_X^{-2} & 0 \\ 0 & \sigma_{\dot{x}}^{-2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} R_{XX}(\tau) & R_{YX}(\tau) \\ -R'_{XX}(\tau) & -R'_{YX}(\tau) \end{bmatrix} \tag{2.52}$$

La variance du processus conditionnel peut être obtenue par la diagonale de l'expression (2.52) :

$$Var\left[X\left(t+\tau\right) | T_{X(t)}^{G_T} \right] = \sigma_X^2 \left(1 - \left(\frac{R_{XX}\left(\tau\right)}{\sigma_X^2} \right)^2 - \left(\frac{R'_{XX}\left(\tau\right)}{\sigma_X \sigma_{\dot{X}}} \right)^2 \right) \tag{2.53}$$

$$Var\left[Y\left(t+\tau\right) | T_{X(t)}^{G_T} \right] = \sigma_Y^2 \left(1 - \left(\frac{R_{YX}\left(\tau\right)}{\sigma_Y \ \sigma_X} \right)^2 - \left(\frac{R'_{YX}\left(\tau\right)}{\sigma_Y \ \sigma_{\dot{X}}} \right)^2 \right) \tag{2.54}$$

3.3.3. Condition spécifique de déclenchement

Le nombre de points de déclenchement obtenus par la condition théorique du déclenchement n'est pas suffisant ; ceci nécessite la définition de ***conditions*** dites ***appliquées*** moins exigeantes de déclenchement.

En utilisant la condition générale du déclenchement et la relation existant entre les fonctions du décrément aléatoire et les fonctions de corrélation, quelques conditions peuvent être définies.

Considérons les deux processus stationnaires gaussiens de moyenne nulle, $X\left(t\right)$ et $Y\left(t\right)$. La ***condition générale appliquée de déclenchement*** se définit comme suit :

$$T_{X(t)}^{G_A} = \left\{ a_1 \le X\left(t\right) < a_2, \quad b_1 \le \dot{X}\left(t\right) < b_2 \right\} \tag{2.55}$$

où l'indice G_A se réfère à la condition générale appliquée du déclenchement. L'expression (2.55) ne demande aucune restriction sur les bornes du déclenchement, $\left[a_1 \quad a_2 \right]$ et $\left[b_1 \quad b_2 \right]$. Pour cette condition de déclenchement $T_{X(t)}^{G_A}$, les fonctions de corrélation et de décrément sont liées par (Asmussen, 1997) :

$$D_{XX}\left(\tau\right) = \frac{R_{XX}\left(\tau\right)}{\sigma_X^2} \tilde{a} - \frac{R'_{XX}\left(\tau\right)}{\sigma_{\dot{X}}^2} \tilde{b} \tag{2.56}$$

$$D_{YX}\left(\tau\right) = \frac{R_{YX}\left(\tau\right)}{\sigma_X^2} \tilde{a} - \frac{R'_{YX}\left(\tau\right)}{\sigma_{\dot{X}}^2} \tilde{b} \tag{2.57}$$

Les niveaux du déclenchement $\tilde{a}$ et $\tilde{b}$ sont fonctions des bornes du déclenchement et des densités de processus :

$$\tilde{a} = \frac{\int_{a_1}^{a_2} x \ p_X\left(x\right) dx}{\int_{a_1}^{a_2} p_X\left(x\right) dx} \qquad \tilde{b} = \frac{\int_{b_1}^{b_2} \dot{x} \ p_{\dot{X}}\left(\dot{x}\right) d\dot{x}}{\int_{b_1}^{b_2} p_{\dot{X}}\left(\dot{x}\right) d\dot{x}} \tag{2.58}$$

En ajustant les bornes de déclenchement a_1, a_2 et/ou b_1, b_2, la contribution des fonctions d'auto-corrélation et de leur dérivées à la fonction finale du décrément aléatoire peut être changée, et inversement. Ainsi, asymptotiquement, en choisissant l'un des niveaux de déclenchement $\left[a_1 \quad a_2\right]$ ou $\left[b_1 \quad b_2\right]$ à $\left[-\infty \quad +\infty\right]$ ou $\left[0 \quad 0\right]$, les fonctions de décrément tendent à être proportionnelles aux fonctions d'auto-corrélation ou à leurs dérivées. Les fonctions de décrément doivent donc être perçues comme des approximations des fonctions d'auto- ou d'intercorrélation.

Quelques conditions de déclenchement fréquemment utilisées sont présentées dans le *Tableau 2.1*.

Dépassement de niveau	$T^L_{X(t)} = \left\{X(t) = a\right\}$
Point positif	$T^P_{X(t)} = \left\{a_1 \le X(t) < a_2\right\}$
Extremum local	$T^E_{X(t)} = \left\{a_1 \le X(t) < a_2, \dot{X}(t) = 0\right\}$
Dépassement de zéro	$T^Z_{X(t)} = \left\{X(t) = a, \dot{X}(t) > 0\right\}$

Tableau 2.1 – *Conditions de déclenchement fréquemment utilisées*

Dans les paragraphes suivants chacune de ces conditions sera expliquée.

Dépassement de niveau

La condition du dépassement de niveau de déclenchement est une condition originale du déclenchement qui est fréquemment utilisée dans la technique du décrément aléatoire. D'après cette condition de déclenchement, lorsque le processus $X\left(t\right)$ est égal à un niveau constant de déclenchement, les points du déclenchement seront choisis par :

$$T^L_{X(t)} = \left\{X\left(t\right) = a\right\} \tag{2.59}$$

L'expression (2.59) peut être récrite de la même façon que l'expression générale appliquée du déclenchement :

$$T^L_{X(t)} = \left\{a \le X\left(t\right) < a + \Delta a, -\infty \le \dot{X}\left(t\right) < \infty\right\}, \quad \Delta a \to 0 \tag{2.60}$$

En utilisant les expressions (2.60) et (2.58), les niveaux de déclenchement se définissent comme :

$$\tilde{a} = \frac{\int_{a}^{a+\Delta a} x\, p_X(x)dx}{\int_{a}^{a+\Delta a} p_X(x)dx} = a \quad \tilde{b} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \dot{x}\, p_{\dot{X}}(\dot{x})d\dot{x}}{\int_{-\infty}^{\infty} p_{\dot{X}}(\dot{x})d\dot{x}} = 0 \tag{2.61}$$

En utilisant les expressions (2.61), (2.56) et (2.57), les fonctions de décrément aléatoire s'écrivent :

$$D_{XX}(\tau) = \frac{R_{XX}(\tau)}{\sigma_X^2} a \tag{2.62}$$

$$D_{YX}(\tau) = \frac{R_{YX}(\tau)}{\sigma_X^2} a \tag{2.63}$$

Les deux expressions précédentes montrent que les fonctions de décrément aléatoire sont proportionnelles aux fonctions de corrélation.

Les fonctions du décrément aléatoire définies par la condition du dépassement de niveau du déclenchement sont calculées comme les valeurs moyennes empiriques :

$$\hat{D}_{XX}(\tau) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} x(t_i + \tau) \Big| \{x(t_i) = a\} \tag{2.64}$$

$$\hat{D}_{YX}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} y(t_i + \tau) \Big| \{x(t_i) = a\} \tag{2.65}$$

où $x(t)$ et $y(t)$ sont des réalisations de $X(t)$ et $Y(t)$. En considérant que les segments dans le processus de moyennisation sont non corrélés, les variances conditionnelles peuvent être écrites comme suit (Brinckler & al., 1992) :

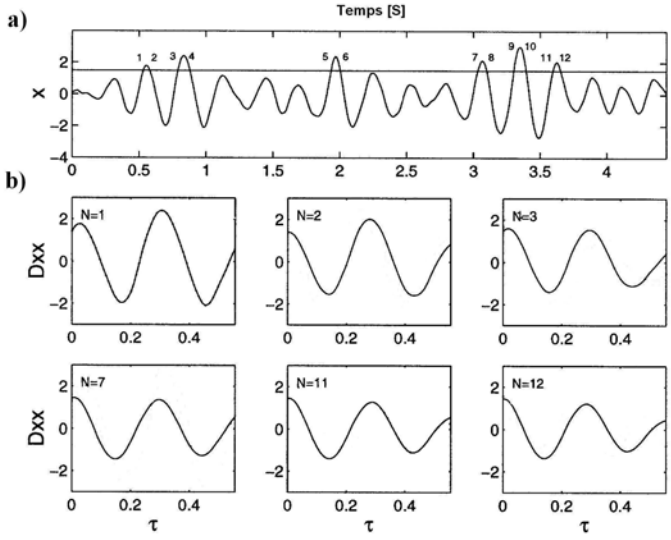
$$Var\left[\hat{D}_{XX}(\tau)\right] \approx \frac{\sigma_X^2}{N}\left(1 - \left(\frac{R_{XX}(\tau)}{\sigma_x^2}\right)^2\right) \tag{2.66}$$

$$Var\left[\hat{D}_{YX}(\tau)\right] \approx \frac{\sigma_Y^2}{N}\left(1 - \left(\frac{R_{YX}(\tau)}{\sigma_x \sigma_Y}\right)^2\right) \tag{2.67}$$

Les variances sont indépendantes de la condition de déclenchement. Elles sont seulement fonctions du nombre de points de déclenchement et des fonctions de corrélation. L'un des

problèmes de la condition du dépassement de niveau est la sélection du niveau a. Il peut être montré que le niveau $a = \sqrt{2}\sigma_X$ conduit à une variance minimale (Brincker & al., 1991).

La *Figure 2.4* illustre le processus d'estimation de D_{XX} pour différents nombres de points de déclenchement. Dans cet exemple, la condition du déclenchement retenue est le dépassement de niveau $T^L_{X(t)}$ avec $a = 1,5\,\sigma_x$. La *Figure 2.4* montre qu'en augmentant le nombre de points de déclenchement (1 jusqu'à 12) la courbe de fonction de décrément se stabilise et converge vers une réponse amortie.



(a-points de déclenchement b-fonctions de décrément en utilisant différent nombre de point de déclenchement)

Figure 2.4 – *Illustration du concept de déclenchement pour un processus* X

Point positif

La condition de point positif de déclenchement peut être interprétée comme une généralisation du dépassement de niveau. Cette condition est la plus adaptée parmi les conditions du déclenchement utilisées. Les points de déclenchement sont détectés dans le cas d'un processus borné par a_1 et a_2 :

$$T^P_{X(t)} = \left\{ a_1 < X\left(t\right) \le a_2 \right\} \tag{2.68}$$

Les bornes doivent être de même signe, positives habituellement. L'expression (2.68) peut être réécrite de la même façon que la condition générale appliquée du déclenchement :

$$T_{X(t)}^{P} = \left\{ a_1 < X(t) \le a_2, -\infty \le \dot{X}(t) < \infty \right\}, \quad a_2 > a_1 \ge 0 \tag{2.69}$$

Lorsque $a_1 \to a_2$, la condition de déclenchement de point positif sera égale à la condition du dépassement de niveau. En utilisant les expressions (2.69) et (2.58), les niveaux de déclenchement sont définis comme :

$$\tilde{a} = \frac{\int_{a_1}^{a_2} x\, p_X(x) dx}{\int_{a_1}^{a_2} p_X(x) dx} \qquad \tilde{b} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \dot{x}\, p_{\dot{X}}(\dot{x}) d\dot{x}}{\int_{-\infty}^{\infty} p_{\dot{X}}(\dot{x}) d\dot{x}} = 0 \tag{2.70}$$

En remplaçant cette condition de déclenchement dans les expressions (2.56) et (2.57), les fonctions de décrément aléatoire sont proportionnelles aux fonctions de corrélation et s'écrivent:

$$D_{XX}(\tau) = \frac{R_{XX}(\tau)}{\sigma_X^2} \tilde{a} \tag{2.71}$$

$$D_{YX}(\tau) = \frac{R_{YX}(\tau)}{\sigma_X^2} \tilde{a} \tag{2.72}$$

En choisissant les bornes du déclenchement, $\left[a_1 \; a_2 \right] = \left[0 \quad \infty \right]$, il est possible de montrer que le choix suivant conduit à un nombre maximal de points de déclenchement (Brincker & al., 1991) :

$$\tilde{a} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_X \tag{2.73}$$

Les fonctions du décrément aléatoire définies par la condition de point positif de déclenchement sont calculées comme les valeurs moyennes empiriques :

$$\hat{D}_{XX}(\tau) = \frac{1}{N} . \sum_{i=1}^{N} x(t_i + \tau) \Big| \left\{ a_1 < x(t_i) \le a_2 \right\} \tag{2.74}$$

$$\hat{D}_{YX}(\tau) = \frac{1}{N} . \sum_{i=1}^{N} y(t_i + \tau) \Big| \left\{ a_1 < x(t_i) \le a_2 \right\} \tag{2.75}$$

où $x(t)$ et $y(t)$ sont des réalisations de $X(t)$ et $Y(t)$.

En supposant que les segments dans le processus de moyennisation sont non corrélés, les variances conditionnelles peuvent être écrites comme:

$$Var\left[\tilde{D}_{XX}(\tau) \right] \approx \frac{\sigma_X^2}{N} \left(1 - \left(\frac{R_{XX}(\tau)}{\sigma_x^2} \right)^2 \right) + \frac{k^P}{N} \left(\frac{R_{XX}(\tau)}{\sigma_x^2} \right)^2 \tag{2.76}$$

$$Var\left[\tilde{D}_{YX}(\tau)\right] \approx \frac{\sigma_Y^2}{N}\left(1-\left(\frac{R_{YX}(\tau)}{\sigma_Y\ \sigma_x}\right)^2\right)+\frac{k^P}{N}\left(\frac{R_{YX}(\tau)}{\sigma_Y\ \sigma_x}\right)^2 \tag{2.77}$$

où k^P est donnée par :

$$k^p = \frac{\int_{a_1}^{a_2} x^2 p_X(x)dx}{\int_{a_1}^{a_2} p_X(x)dx} - \left(\frac{\int_{a_1}^{a_2} x\ p_X(x)dx}{\int_{a_1}^{a_2} p_X(x)dx}\right)^2 \tag{2.78}$$

Les expressions des variances sont dépendantes des conditions de déclenchements. Concernant l'utilisation des expressions (2.76) et (2.77), certaines précautions doivent être prises. Dans la situation où $[a_1 \quad a_2]=[0 \quad \infty]$, ces expressions ne sont pas valides. Elles sont en effet valables pour des situations où les deux bornes sont proches.

Extremum local

La condition d'extremum local de déclenchement par rapport aux autres conditions de déclenchement n'est pas très utilisée. Les points de déclenchement sont sélectionnés sous condition que la dérivée du processus soit nulle et que le processus lui-même se situe dans les bornes de a_1 et a_2.

$$T_{X(t)}^E = \left\{a_1 \le X(t) < a_2, \dot{X}(t) = 0\right\}, \quad 0 \le a_1 < a_2 < \infty \tag{2.79}$$

En général, a_1 et a_2 doivent avoir les mêmes signes. L'expression (2.79) peut être réécrite de la même façon que la condition générale appliquée de déclenchement :

$$T_{X(t)}^E = \left\{a_1 \le X(t) < a_2, 0 \le \dot{X}(t) < 0 + \Delta b\right\}, \quad \Delta b \to 0 \tag{2.80}$$

En utilisant cette condition de déclenchement, les niveaux de déclenchement peuvent être définis par l'expression (2.58) :

$$\tilde{a} = \frac{\int_{a_1}^{a_2} x\ p_X(x)dx}{\int_{a_1}^{a_2} p_X(x)dx} \quad \tilde{b} = \frac{\int_0^{0+\Delta b} \dot{x}\ p_{\dot{X}}(\dot{x})d\dot{x}}{\int_0^{0+\Delta b} p_{\dot{X}}(\dot{x})d\dot{x}} = 0 \tag{2.81}$$

Les fonctions du décrément aléatoire définies par la condition d'extremum local sont calculées comme les valeurs moyennes empiriques :

$$\hat{D}_{XX}(\tau)=\frac{1}{N}.\sum_{i=1}^{N}x\left(t_i+\tau\right)\left|\left\{a_1\le x\left(t_i\right)<a_2,\dot{x}\left(t_i\right)=0\right\}\right. \tag{2.82}$$

$$\hat{D}_{YX}(\tau)=\frac{1}{N}.\sum_{i=1}^{N}y\left(t_i+\tau\right)\left|\left\{a_1\le x\left(t_i\right)<a_2,\dot{x}\left(t_i\right)=0\right\}\right. \tag{2.83}$$

Si $\left[a_1 \quad a_2\right]=\left[0 \quad \infty\right]$ (ou alternativement $\left[-\infty \quad 0\right]$) est choisi comme niveaux de déclenchement, le nombre maximal de points de déclenchement est obtenu pour :

$$\tilde{a}=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma_X \tag{2.84}$$

En considérant que les segments dans le processus de moyennisation sont non corrélés, les variances conditionnelles peuvent être écrites comme suit :

$$Var\left[\tilde{D}_{XX}\left(\tau\right)\right]\approx\frac{\sigma_X^2}{N}\left(1-\left(\frac{R_{XX}\left(\tau\right)}{\sigma_x^2}\right)^2-\left(\frac{R'_{XX}\left(\tau\right)}{\sigma_X\,\sigma_{\dot{X}}}\right)^2\right)+\frac{k^E}{N}\left(\frac{R_{XX}\left(\tau\right)}{\sigma_x^2}\right)^2 \tag{2.85}$$

$$Var\left[\tilde{D}_{YX}\left(\tau\right)\right]\approx\frac{\sigma_Y^2}{N}\left(1-\left(\frac{R_{YX}\left(\tau\right)}{\sigma_Y\,\sigma_X}\right)^2-\left(\frac{R'_{YX}\left(\tau\right)}{\sigma_Y\,\sigma_{\dot{X}}}\right)^2\right)+\frac{k^E}{N}\left(\frac{R_{YX}\left(\tau\right)}{\sigma_Y\,\sigma_X}\right)^2 \tag{2.86}$$

où k^E est donné par :

$$k^E=\frac{\int_{a_1}^{a_2}x^2p_X(x)dx}{\int_{a_1}^{a_2}p_X(x)dx}-\left(\frac{\int_{a_1}^{a_2}x\,p_X(x)dx}{\int_{a_1}^{a_2}p_X(x)dx}\right)^2 \tag{2.87}$$

La variance des variables conditionnelles est dépendante des niveaux de déclenchement sélectionnés.

Dépassement de zéro

Dans la condition du dépassement de zéro, les points de déclenchement sont détectés dans le cas du croisement du processus avec la ligne zéro pour une pente positive :

$$T_{X(t)}^Z=\left\{X\left(t\right)=0,\dot{X}\left(t\right)\ge 0\right\} \tag{2.88}$$

L'expression (2.88) peut être réécrite de la même façon que la condition générale appliquée de déclenchement :

$$T_{X(t)}^{Z} = \left\{0 \le X\left(t\right) < 0 + \Delta a, 0 \le \dot{X}\left(t\right) < \infty\right\} \quad \Delta a \to 0 \tag{2.89}$$

En utilisant cette condition de déclenchement, les niveaux du déclenchement employés dans les fonctions du décrément aléatoire s'écrivent :

$$\tilde{a} = \frac{\int_0^{0+\Delta a} x\ p_X(x)dx}{\int_0^{0+\Delta a} p_X(x)dx} = 0 \quad \tilde{b} = \frac{\int_0^{\infty} \dot{x}\ p_{\dot{X}}(\dot{x})d\dot{x}}{\int_0^{\infty} p_{\dot{X}}(\dot{x})d\dot{x}} = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma_{\dot{X}} \tag{2.90}$$

Les fonctions du décrément aléatoire définies par la condition du dépassement de zéro sont calculées comme les valeurs moyennes empiriques :

$$\hat{D}_{XX}(\tau) = \frac{1}{N}.\sum_{i=1}^{N} x\left(t_i + \tau\right) \Big| \left\{x\left(t_i\right) = 0, \dot{x}\left(t_i\right) > 0\right\} \tag{2.91}$$

$$\hat{D}_{YX}(\tau) = \frac{1}{N}.\sum_{i=1}^{N} y\left(t_i + \tau\right) \Big| \left\{x\left(t_i\right) = 0, \dot{x}\left(t_i\right) > 0\right\} \tag{2.92}$$

La variance conditionnelle du processus peut alors être écrite comme suit :

$$Var\left[\hat{D}_{XX}(\tau)\right] \approx \frac{\sigma_X^2}{N}\left(1 - \left(\frac{R_{XX}\left(\tau\right)}{\sigma_X^2}\right)^2 - \frac{2}{\pi}\left(\frac{R'_{XX}\left(\tau\right)}{\sigma_X\ \sigma_{\dot{X}}}\right)^2\right) \tag{2.93}$$

$$Var\left[\hat{D}_{YX}(\tau)\right] \approx \frac{\sigma_Y^2}{N}\left(1 - \left(\frac{R_{YX}\left(\tau\right)}{\sigma_Y\ \sigma_X}\right)^2 - \frac{2}{\pi}\left(\frac{R'_{YX}\left(\tau\right)}{\sigma_Y\ \sigma_{\dot{X}}}\right)^2\right) \tag{2.94}$$

Les expressions (2.93) et (2.94) montrent que les variances conditionnelles sont indépendantes des niveaux du déclenchement.

4. Fonctions vectorielles du décrément aléatoire

4.1. Définition des fonctions vectorielles de décrément aléatoire

Lorsque plusieurs voies de mesure sont utilisées, la matrice d'auto-corrélation est de dimension maximale et son temps d'estimation augmente considérablement, d'où le recours à des ***décréments aléatoires vectoriels***.

Un autre problème est le rapport signal\bruit dans les fonctions croisées du décrément aléatoire ; ces fonctions croisées sont souvent d'un rapport élevé signal\bruit. Afin de résoudre ce problème et de généraliser la méthode pour l'analyse de systèmes à plusieurs degrés de liberté, le concept de ***vecteur du décrément aléatoire*** a été défini.

Dans l'estimation traditionnelle du décrément aléatoire la condition de déclenchement est une condition scalaire, ce qui devrait seulement être accompli dans une seule voie de mesure. Dans le vecteur de déclenchement du décrément aléatoire, la condition du déclenchement est définie comme un vecteur de déclenchement. En formulant un vecteur de déclenchement, le nombre de mesures de référence peut être réduit par la taille de ce vecteur, ce qui réduit le temps d'estimation.

Considérons un processus stochastique vectoriel $\{X(t)\}$ de dimension n, le vecteur de décrément aléatoire est défini comme suit :

$$\{D_X(\tau)\} = \mathbb{E}\left[\{X(t+\tau)\} \middle| T^v_{\{X(t)\}}\right] \tag{2.95}$$

où la condition du déclenchement $T^v_{X(t)}$ s'écrit :

$$T^v{}_{\{X(t)\}} \equiv \left\{T^v{}_{X_1(t)}, T^v{}_{X_2(t)}, ..., T^v{}_{X_m(t)}\right\} \quad 2 \le m \le n \tag{2.96}$$

La taille du vecteur de décrément aléatoire, m, doit être comprise entre 2 et n, le nombre de voies de mesure. Les points de déclenchement seront détectés si m éléments du vecteur de processus stochastique au temps $(t + \Delta t_i)$ satisfont les conditions de déclenchement où $\Delta t_i = [\Delta t_1, \Delta t_2, ..., \Delta t_m]$.

En considérant que le processus est ergotique, les valeurs moyennes des fonctions de vecteur de décrément aléatoire s'écrivent :

$$\{\tilde{D}_X(\tau)\} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\{X(t_i+\tau)\}\Big| T^v_{\{X(t_i)\}} \tag{2.97}$$

Pour mieux comprendre la technique du vecteur de décrément aléatoire, deux exemples vont être considérés.

EXEMPLE 1 : MESURE EFFECTUEE SUR DEUX VOIES DE MESURE

Considérons un processus vectoriel $\{X(t)\}$, de dimension 2×1. Les fonctions vectorielles de décrément aléatoire obtenues par un vecteur du déclenchement de deux composantes s'écrivent :

$$\begin{Bmatrix} D_{X_1}(\tau) \\ D_{X_2}(\tau) \end{Bmatrix} = \mathbb{E}\left[\begin{Bmatrix} X_1(t+\tau) \\ X_2(t+\tau) \end{Bmatrix} \middle| T^v{}_{X_1(t+\Delta t_1), X_2(t+\Delta t_2)}\right] \tag{2.98}$$

Les estimations des fonctions vectorielles de décrément aléatoire sont alors :

$$\begin{Bmatrix} \hat{D}_{X_1}(\tau) \\ \hat{D}_{X_2}(\tau) \end{Bmatrix} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \begin{Bmatrix} x_1(t_i+\tau) \\ x_2(t_i+\tau) \end{Bmatrix} \Big| T^v{}_{x_1(t_i+\Delta t_1),x_2(t_i+\Delta t_2)} \tag{2.99}$$

où $x_i(t)$ est une réalisation de $X_i(t)$.

EXEMPLE 2 : MESURE EFFECTUEE SUR QUATRE VOIES DE MESURE

Considérons un processus stochastique vectoriel $\{X(t)\}$, de dimension 4×1. Les fonctions vectorielles de décrément aléatoire obtenues par un vecteur du déclenchement de quatre composantes s'écrivent :

$$\begin{Bmatrix} D_{X_1}(\tau) \\ D_{X_2}(\tau) \\ D_{X_3}(\tau) \\ D_{X_4}(\tau) \end{Bmatrix} = \mathbb{E}\left[\begin{Bmatrix} X_1(t+\tau) \\ X_2(t+\tau) \\ X_3(t+\tau) \\ X_4(t+\tau) \end{Bmatrix} \Big| T^v{}_{X_1(t+\Delta t_1),X_2(t+\Delta t_2),X_3(t+\Delta t_3),X_4(t+\Delta t_4)} \right] \tag{2.100}$$

Les estimations vectorielles de décrément aléatoire sont :

$$\begin{Bmatrix} \hat{D}_{X_1}(\tau) \\ \hat{D}_{X_2}(\tau) \\ \hat{D}_{X_3}(\tau) \\ \hat{D}_{X_4}(\tau) \end{Bmatrix} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \begin{Bmatrix} x_1(t_i+\tau) \\ x_2(t_i+\tau) \\ x_3(t_i+\tau) \\ x_4(t_i+\tau) \end{Bmatrix} \Big| T^v{}_{x_1(t_i+\Delta t_1),x_2(t_i+\Delta t_2),x_3(t_i+\Delta t_3),x_4(t_i+\Delta t_4)} \tag{2.101}$$

Il est évident qu'en augmentant le nombre d'éléments de la condition vectorielle de déclenchement, le nombre de points de déclenchement, N, sera diminué. Avec un nombre élevé de voies de mesures (quatre dans cet exemple), il n'est pas très évident que le vecteur de déclenchement puisse s'appliquer à tous les points de mesure. Ceci pourrait mener à un nombre réduit de points du déclenchement, ce qui pourrait causer une mauvaise convergence des fonctions vectorielles de décrément aléatoire vers les matrices de corrélation.

Ce problème peut être résolu en définissant un ou plusieurs vecteurs de déclenchement, indépendamment du nombre de voies de mesure utilisées. Dans cette condition chacun de ces vecteurs contient un certain nombre de fonctions vectorielles de décrément aléatoire qui correspondent aux points de mesure. Dans l'exemple précédent, pour le cas avec quatre voies de mesure, en définissant deux types de fonction vectorielle de décrément aléatoire, on aura :

$$\begin{Bmatrix} D_{X_1}(\tau) \\ D_{X_2}(\tau) \\ D_{X_3}(\tau) \\ D_{X_4}(\tau) \end{Bmatrix} = \mathbb{E}\left[\begin{Bmatrix} X_1(t+\tau) \\ X_2(t+\tau) \\ X_3(t+\tau) \\ X_4(t+\tau) \end{Bmatrix} \middle| T^v{}_{X_1(t+\Delta t_1), X_2(t+\Delta t_2)} \right] \tag{2.102}$$

$$\begin{Bmatrix} D_{X_1}(\tau) \\ D_{X_2}(\tau) \\ D_{X_3}(\tau) \\ D_{X_4}(\tau) \end{Bmatrix} = \mathbb{E}\left[\begin{Bmatrix} X_1(t+\tau) \\ X_2(t+\tau) \\ X_3(t+\tau) \\ X_4(t+\tau) \end{Bmatrix} \middle| T^v{}_{X_3(t+\Delta t_3), X_4(t+\Delta t_4)} \right] \tag{2.103}$$

La taille de chacun de ces vecteurs du déclenchement peut être variable. A titre d'exemple, considérons un cas avec cinq voies de mesure ; les deux vecteurs de déclenchement peuvent être définis par :

$$T^v{}_{X_1(t+\Delta t_1), X_2(t+\Delta t_2)}; \quad T^v{}_{X_3(t+\Delta t_3), X_4(t+\Delta t_4), X_5(t+\Delta t_5)} \tag{2.104}$$

ou alternativement :

$$T^v{}_{X_1(t+\Delta t_1), X_2(t+\Delta t_2), X_3(t+\Delta t_3)}; \quad T^v{}_{X_4(t+\Delta t_4), X_5(t+\Delta t_5)} \tag{2.105}$$

4.2. Fonctions vectorielles de décrément aléatoire et fonctions d'auto-corrélation

Dans cette partie la relation entre les fonctions vectorielles de décrément aléatoire et les matrices d'auto-corrélation d'un processus vectoriel stationnaire gaussien de moyenne nulle sera développée. Considérons un processus stochastique vectoriel $\{X(t)\}$ de dimension $n \times 1$.

$$\{X(t)\} = \{X_1(t) \quad X_2(t) \quad \cdots \quad X_n(t)\}^T \tag{2.106}$$

La matrice d'auto-corrélation de $\{X(t)\}$ s'écrit :

$$\begin{aligned} [R_{XX}(\tau)] &= \mathbb{E}\left[\{X(t+\tau)\}\{X(t)\}^T \right] \\ &= \begin{bmatrix} R_{X_1X_1}(\tau) & R_{X_1X_2}(\tau) & \dots & R_{X_1X_n}(\tau) \\ R_{X_2X_1}(\tau) & R_{X_2X_2}(\tau) & \cdots & R_{X_2X_n}(\tau) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ R_{X_nX_1}(\tau) & R_{X_nX_2}(\tau) & \cdots & R_{X_nX_n}(\tau) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{2.107}$$

Par simplicité, cette matrice peut être exprimée comme suit :

$$\left[R_{XX}(\tau)\right]=\left[\left\{R_{X_1}(\tau)\right\}\ \left\{R_{X_2}(\tau)\right\}\ \cdots\ \left\{R_{X_n}(\tau)\right\}\right] \tag{2.108}$$

où un vecteur de la matrice d'auto-corrélation $\left\{R_{X_i}\right\}$ s'écrit :

$$\left\{R_{X_i}(\tau)\right\}=\left[R_{X_1X_i}(\tau)\ \ R_{X_2X_i}(\tau)\ \cdots\ R_{X_nX_i}(\tau)\right]^T \tag{2.109}$$

Afin d'expliquer la technique vectorielle de décrément aléatoire, les deux processus $\left\{X_\nu(t)\right\}$ et $\left\{Y_\nu(t)\right\}$ sont définis comme suit :

$$\begin{aligned}\left\{X_\nu(t)\right\}&=\begin{Bmatrix}X_1(t+\tau+\Delta t_1)\\X_2(t+\tau+\Delta t_2)\\X_3(t+\tau+\Delta t_3)\\\vdots\\\vdots\\X_n(t+\tau+\Delta t_n)\end{Bmatrix}\\\left\{Y_\nu(t)\right\}&=\begin{Bmatrix}X_1(t+\Delta t_1)\\X_2(t+\Delta t_2)\\X_3(t+\Delta t_3)\\\vdots\\X_m(t+\Delta t_m)\end{Bmatrix}\end{aligned} \tag{2.110}$$

où X_i se réfère à une composante du processus vectoriel défini dans l'expression (2.106). Le processus vectoriel $\left\{Y_\nu(t)\right\}$ est de dimension m avec $m\le n$. Pour l'arrangement matriciel, $\left\{Y_\nu(t)\right\}$ est composé des m premiers éléments de $\left\{X_\nu(t)\right\}$, ce qui ne change pas le résultat final de la technique.

La matrice d'auto-corrélation de $\left\{Y_\nu(t)\right\}$ s'écrit :

$$\begin{aligned}\left[R_{Y_\nu Y_\nu}(\tau)\right]&=\mathbb{E}\left[\left\{Y_\nu(t)\right\}\left\{Y_\nu(t)\right\}^T\right]\\&=\begin{bmatrix}R_{X_1X_1}(0)&R_{X_1X_2}(\Delta t_1-\Delta t_2)&\cdots&R_{X_1X_m}(\Delta t_1-\Delta t_m)\\R_{X_2X_1}(\Delta t_2-\Delta t_1)&R_{X_2X_2}(0)&\cdots&R_{X_2X_m}(\Delta t_2-\Delta t_m)\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\R_{X_mX_1}(\Delta t_m-\Delta t_1)&R_{X_mX_2}(\Delta t_m-\Delta t_2)&\cdots&R_{X_mX_m}(0)\end{bmatrix}\end{aligned} \tag{2.111}$$

La matrice d'intercorrélation entre $\left\{X_\nu\right\}$ et $\left\{Y_\nu\right\}$ est également donnée par :

$$\left[R_{X_\nu Y_\nu}(\tau)\right]=\begin{bmatrix} R_{X_1X_1}(\tau) & R_{X_1X_2}(\tau+\Delta t_1-\Delta t_2) & \cdots & R_{X_1X_m}(\tau+\Delta t_1-\Delta t_m) \\ R_{X_2X_1}(\tau+\Delta t_2-\Delta t_1) & R_{X_2X_2}(\tau) & \cdots & R_{X_2X_m}(\tau+\Delta t_2-\Delta t_m) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ R_{X_nX_1}(\tau+\Delta t_n-\Delta t_1) & R_{X_nX_2}(\tau+\Delta t_n-\Delta t_2) & \cdots & R_{X_nX_m}(\tau+\Delta t_n-\Delta t_m) \end{bmatrix} \tag{2.112}$$

En calculant la valeur moyenne conditionnelle de $\{X_\nu\}$ pour la condition de $\{Y_\nu\}=\{y_\nu\}$, les fonctions vectorielles de décrément aléatoire peuvent être calculées. Ceci peut être considéré comme une condition de déclenchement du type de dépassement de niveau :

$$T_{Y_\nu}(t+\Delta t)\equiv\left\{X_1(t+\Delta t_1)=y_1,\ \cdots\ ,X_m(t+\Delta t_m)=y_m\right\} \tag{2.113}$$

Comme $\{X(t)\}$ est un vecteur de moyenne nulle (l'expression (2.48)), la valeur moyenne conditionnelle s'écrit :

$$\mathbb{E}\left[\{X_\nu\}\middle|T_{Y_\nu}(t+\Delta t)\right]=\mathbb{E}\left[\{X_\nu\}\middle|\{Y_\nu\}=\{y_\nu\}\right]=\left[R_{X_\nu Y_\nu}\right]\left[R_{Y_\nu Y_\nu}\right]^{-1}\{y_\nu\} \tag{2.114}$$

Le vecteur de condition de déclenchement, $\tilde{a}$, se définit comme suit :

$$\begin{aligned} \{\tilde{a}\}&=\left[R_{\boldsymbol{Y}_\nu Y_\nu}\right]^{-1}\{\boldsymbol{y}_\nu\} \\ \{\tilde{a}\}&=\left[\{\tilde{a}_1\}\ \ \{\tilde{a}_2\}\ \ \cdots\ \ \{\tilde{a}_m\}\right]^T \end{aligned} \tag{2.115}$$

En utilisant l'expression (2.115), les fonctions vectorielles de décrément aléatoire peuvent être réécrites :

$$\left[D_X^\nu(\tau+\Delta t)\right]=\mathbb{E}\left[\{X_\nu\}\middle|T^\nu{}_{Y_\nu}(t+\Delta t)\right]=\left[R_{X_\nu Y_\nu}\right]\{\tilde{a}\} \tag{2.116}$$

L'expression (2.116) peut être réécrite avec un décalage temporel de $-\Delta t_i$, ce qui est équivalent à l'expression (2.110) sans le recalage de Δt_i :

$$\left[D_{X_\nu}^\nu(\tau)\right]=\begin{bmatrix} R_{X_1X_1}(\tau-\Delta t_1) & R_{X_1X_2}(\tau-\Delta t_2) & \cdots & R_{X_1X_m}(\tau-\Delta t_m) \\ R_{X_2X_1}(\tau-\Delta t_1) & R_{X_2X_2}(\tau-\Delta t_2) & \cdots & R_{X_2X_m}(\tau-\Delta t_m) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ R_{X_nX_1}(\tau-\Delta t_1) & R_{X_nX_2}(\tau-\Delta t_2) & \cdots & R_{X_nX_m}(\tau-\Delta t_m) \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \tilde{a}_1 \\ \tilde{a}_2 \\ \vdots \\ \tilde{a}_m \end{Bmatrix} \tag{2.117}$$

En utilisant l'expression (2.108), l'expression (2.117) peut être reformulée :

$$\left[D_X^\nu(\tau)\right]=\left\{R_{X_1}(\tau-\Delta t_1)\right\}\{\tilde{a}\}_1+\left\{R_{X_2}(\tau-\Delta t_2)\right\}\{\tilde{a}_2\}+\cdots+\left\{R_{X_m}(\tau-\Delta t_m)\right\}\{\tilde{a}_m\} \tag{2.118}$$

En choisissant $m=1$ et $\Delta t_i = 0$, la formulation traditionnelle de condition de déclenchement avec un dépassement de zéro peut en être tirée :

$$\left[D_{X_1X_1}(\tau)\right] = \left[R_{X_1X_1}(\tau)\right]\{\tilde{a}_1\} = \frac{\left[R_{X_1X_1}(\tau)\right]}{\sigma_{X_1}^2} y_1 \tag{2.119}$$

Les fonctions vectorielles de décrément aléatoire sont donc la somme d'un nombre des fonctions d'auto-corrélation, correspondant à la taille du vecteur de déclenchement. En utilisant ces fonctions vectorielles, les caractéristiques modales de la structure peuvent finalement être déduites.

5. Identification des paramètres modaux

5.1. Processus d'identification modale

Comme nous avons vu dans les parties précédentes, les fonctions de décrément aléatoire sont proportionnelles aux fonctions d'auto-corrélation et ces fonctions sont aussi équivalentes aux réponses libres de la structure. Donc les fonctions de décrément aléatoire peuvent être considérées comme une réponse libre de la structure à partir de laquelle les caractéristiques modales de la structure peuvent être estimées. Dans cette partie les étapes d'extraction de ces paramètres modaux sont expliquées.

La réponse obtenue par la méthode du décrément aléatoire est considérée comme échantillonnée à des points temporels régulièrement espacés. L'intervalle entre les points est considéré comme une période de prélèvement ΔT. Supposons que la réponse de la structure soit prélevée sur n voies de mesure avec N points temporels ; la réponse du déplacement X, de vélocité $\dot{X}$ et d'accélération $\ddot{X}$ mesurée suivant l'expression (2.3) s'écrit :

$$\begin{aligned}
\{X(k\Delta T)\} &= [\Phi] e^{[\Lambda](k\Delta T)} \{q_0\} &&= [\Phi][\Gamma]^k \{q_0\} && k = 0,1,2,...,N-1 \\
\{\dot{X}(k\Delta T)\} &= [\Phi] e^{[\Lambda](k\Delta T)} [\Lambda]\{q_0\} &&= [\Phi][\Gamma]^k [\Lambda]\{q_0\} && k = 0,1,2,...,N-1 \\
\{\ddot{X}(k\Delta T)\} &= [\Phi] e^{[\Lambda](k\Delta T)} [\Lambda]^2 \{q_0\} &&= [\Phi][\Gamma]^k [\Lambda]^2 \{q_0\} && k = 0,1,2,...,N-1
\end{aligned} \tag{2.120}$$

où la matrice de Γ est définie comme :

$$[\Gamma] = e^{[\Lambda]\Delta T} = diag\left(\left[e^{\lambda_1 \Delta T} \quad e^{\lambda_2 \Delta T} ... \quad e^{\lambda_{2n} \Delta T}\right]\right) \tag{2.121}$$

L'expression (2.120) peut être écrite avec un décalage de l points du temps :

$$\begin{aligned}\left\{X((k+l)\Delta T)\right\} &= [\Phi][\Gamma]^l[\Gamma]^k\{q_0\}\\ \left\{\dot{X}((k+l)\Delta T)\right\} &= [\Phi][\Gamma]^l[\Gamma]^k[\Lambda]\{q_0\}\\ \left\{\ddot{X}((k+l)\Delta T)\right\} &= [\Phi][\Gamma]^l[\Gamma]^k[\Lambda]^2\{q_0\}\end{aligned} \tag{2.122}$$

L'expression précédente montre qu'en utilisant la différence du temps, $l\Delta t$ et la matrice Γ, qui contient les informations sur les fréquences et les coefficients d'amortissement, la réponse actuelle peut être considérée comme une fonction de l'ancienne réponse. L'expression (2.122) est considérée comme les expressions de base de la ***méthode temporelle d'Ibrahim*** (***Ibrahim Time Domain*** ou ITD) pour l'identification des caractéristiques modales de la structure (Ibrahim, 1987).

5.2. Méthode d'Ibrahim ITD (Ibrahim Time Domain)

La méthode d'Ibrahim est une technique temporelle d'identification modale basée sur une réponse transitoire. En utilisant deux matrices déduites de la réponse transitoire, Ibrahim a présenté une technique d'identification de paramètres modaux de la structure (Ibrahim & Mikulcik, 1977). L'une de ces matrices est la matrice de réponse et l'autre est celle décalée par rapport au temps. Par l'étude d'un problème aux valeurs propres, les paramètres modaux de la structure peuvent être estimés.

La réponse transitoire de la structure peut être tirée par l'expression :

$$[M]\left\{\ddot{X}\right\}+[C]\left\{\dot{X}\right\}+[K]\{X\}=0 \tag{2.123}$$

La solution de l'expression (2.123) est considérée de la forme de:

$$\{X\}=\{\psi\}e^{st} \tag{2.124}$$

En remplaçant (2.124) dans (2.123), on aura :

$$\left[s^2[M]+s[C]+[K]\right]\{\psi\}e^{st}=0 \tag{2.125}$$

Pour une structure sous-amortie, les racines s_r de l'expression (2.125) sont complexes et conjuguées par paires:

$$s_r = a_r \pm ib_r = -\xi_r\omega_r \pm i\omega_r\sqrt{1-\xi_r^2} \tag{2.126}$$

où ξ_r est le coefficient d'amortissement et ω_r est la pulsation naturelle correspondant à la $r^{ème}$ déformée modale.

La réponse d'un système à m degrés de liberté au point i et au temps t_j s'écrit comme la somme des réponses individuelles temporelles dans la base modale :

$$X_i\left(t_j\right)=\sum_{r=1}^{2m}\psi_{ir}\,e^{s_r t_j} \tag{2.127}$$

où ψ_{ir} est la $i^{ème}$ composante du vecteur propre r, m est le nombre de degrés de liberté considéré dans le modèle $(m \le m_{\max})$. A noter que m, qui représente le nombre de degrés de liberté minimum nécessaire pour représenter correctement les données, peut être inférieur au nombre de degré de liberté du système, en particulier lorsque les mesures sont limitées à une bande de fréquence donnée.

En réalisant la réponse de la structure aux points $i=1,2,\ldots,n$ et aux instants, $l=1,2,\ldots,q$, l'expression (2.127) pour un système de dimension $n\times q$ se forme comme suit (Ewins, 2000) :

$$\begin{bmatrix} X_1(t_1) & X_1(t_2) & \cdots & X_1(t_q) \\ X_2(t_1) & X_2(t_2) & \cdots & X_2(t_q) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ X_n(t_1) & X_n(t_2) & \cdots & X_n(t_q) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_{11} & \psi_{12} & \cdots & \psi_{1\,2m} \\ \psi_{21} & \psi_{22} & \cdots & \psi_{2\,2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \psi_{n1} & \psi_{n2} & \cdots & \psi_{n\,2m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{s_1 t_1} & e^{s_1 t_2} & \cdots & e^{s_1 t_q} \\ e^{s_2 t_1} & e^{s_2 t_2} & \cdots & e^{s_2 t_q} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ e^{s_{2m} t_1} & e^{s_{2m} t_2} & \cdots & e^{s_{2m} t_q} \end{bmatrix} \tag{2.128}$$

ou de manière réduite

$$\left[\mathrm{X}\right]_{n\times q}=\left[\psi\right]_{n\times 2m}\left[\Lambda\right]_{2m\times q} \tag{2.129}$$

avec $\left[\mathrm{X}\right]$, matrice de réponse (connue), $\left[\psi\right]$ matrice des vecteurs propres (inconnue) et $\left[\Lambda\right]$ matrice constituée par les valeurs propres (inconnues) aux instants t_j (connus).

Un deuxième système est formé à partir de l'expression de base décalée dans le temps de l'incrément Δt :

$$X_i\left(t_l+\Delta t\right)=\sum_{r=1}^{2m}\psi_{ir}\,e^{s_r\left(t_l+\Delta t\right)} \tag{2.130}$$

ou

$$\hat{X}_i\left(t_l\right)=\sum_{r=1}^{2m}\hat{\psi}_{ir}\,e^{s_r t_l} \quad \text{avec} \quad \hat{\psi}_{ir}=\psi_{ir}\,e^{s_r\Delta t} \tag{2.131}$$

c'est-à-dire

$$\left[\hat{\mathrm{X}}\right]_{n\times q} = \left[\hat{\psi}\right]_{n\times 2m}\left[\Lambda\right]_{2m\times q} \tag{2.132}$$

A noter que le nombre de modes *m* est une variable inconnue car, on ne sait pas encore à partir de combien de modes le mouvement du système se définira ; cependant la mesure peut être arrangée de façon que $n = 2m$. Dans ce cas, les matrices $\left[\psi\right]$ et $\left[\hat{\psi}\right]$ sont carrées et on peut alors définir la matrice $\left[A\right]$, telle que :

$$\left[A\right]\left[\psi\right] = \left[\hat{\psi}\right] \tag{2.133}$$

et en considérant les expressions (2.129) et (2.132), on trouve que :

$$\left[A\right]\left[\mathrm{X}\right] = \left[\hat{\mathrm{X}}\right] \tag{2.134}$$

D'après l'expression (2.134), la matrice $\left[A\right]$ peut être calculée au travers des données de mesure $\left[\mathrm{X}\right]$ et $\left[\hat{\mathrm{X}}\right]$. Pour résoudre cette expression, soit il faut supposer $q = n = 2m$, ou utiliser la technique de pseudo-inverse ; dans ce cas, on aura :

$$\begin{aligned}\left[A\right] &= \left(\left[\hat{\mathrm{X}}\right]\left[\hat{\mathrm{X}}\right]^T\right)\left(\left[\mathrm{X}\right]\left[\hat{\mathrm{X}}\right]^T\right)^{-1} \\ \left[A\right] &= \left(\left[\hat{\mathrm{X}}\right]\left[\mathrm{X}\right]^T\right)\left(\left[\mathrm{X}\right]\left[\mathrm{X}\right]^T\right)^{-1}\end{aligned} \tag{2.135}$$

Pour améliorer les résultats d'identification, la combinaison de deux expressions, connue comme le nom de ***moindres carrés doubles*** (Double Least-Square, DLS) peut être utilisée :

$$\left[A\right] = \frac{1}{2}\left[\left(\left[\hat{\mathrm{X}}\right]\left[\hat{\mathrm{X}}\right]^T\right)\left(\left[\mathrm{X}\right]\left[\hat{\mathrm{X}}\right]^T\right)^{-1} + \left(\left[\hat{\mathrm{X}}\right]\left[\mathrm{X}\right]^T\right)\left(\left[\mathrm{X}\right]\left[\mathrm{X}\right]^T\right)^{-1}\right] \tag{2.136}$$

En utilisant l'expression (2.133) et la relation existant entre les deux colonnes de $\left\{\psi_r\right\}$ et $\left\{\hat{\psi}_r\right\}$, on aura :

$$\left[A\right]\left\{\psi_r\right\} = e^{s_r\Delta t}\left[\psi_r\right] \tag{2.137}$$

ou

$$\left[\left[A\right] - e^{s_r\Delta t}\left[I\right]\right]\left\{\psi_r\right\} = 0 \tag{2.138}$$

Cette expression est un problème aux valeurs propres.

Dans la formulation de l'algorithme d'Ibrahim, il est nécessaire de disposer d'un nombre de voies de mesure de dimension égal au double du nombre de modes à identifier. Ceci n'est pas

systématiquement possible en pratique. Afin de résoudre ce problème, l'hypothèse de pseudo-mesure a été introduit (Ibrahim, 1987). L'idée est de créer de manière virtuelle un nombre supplémentaire de voies de mesure à partir des autres voies de mesure décalées dans le temps.

Considérons un système à m degrés de liberté, où la réponse libre a été mesurée avec n_1 voies de mesure. Il manque donc n_2 voies pour que $n_1 + n_2 = m$. En utilisant l'expression (2.120), les expressions de la réponse s'écrivent :

$$\begin{aligned} &\{X(k\Delta T)\} = [\Phi][\Gamma]^k \{q_0\} \quad \text{ou} \quad \underset{n_1\times 1}{\{X\}} = \underset{n_1\times 2m}{[\Phi]} \underset{2m\times 2m}{\left[\Gamma^k\right]} \underset{2m\times 1}{\{q_0\}} \\ &\{X_1((k+l)\Delta T)\} = [\Phi_1][\Gamma]^l [\Gamma]^k \{q_0\} \quad \text{ou} \quad \underset{n_2\times 1}{\{X_1\}} = \underset{n_2\times 2m}{[\Phi_1][\Gamma]^l} \underset{2m\times 2m}{\left[\Gamma^k\right]} \underset{2m\times 1}{\{q_0\}} \end{aligned} \tag{2.139}$$

Pour les n_2 voies de $\{X\}$, le vecteur $\{X_1\}$ n'est qu'une version retardée de $\{X\}$ par rapport au temps. En assemblant les deux mesures obtenues, l'expression suivante peut être tirée :

$$\begin{Bmatrix} X(k\Delta T) \\ X_1((k+l)\Delta T) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi \\ \Phi_1\Gamma^l \end{bmatrix} [\Gamma]^k \{q_0\} = \underset{m\times 2m}{\left[\tilde{\Phi}\right]} \underset{2m\times 2m}{\left[\Gamma^k\right]} \underset{2m\times 1}{\{q_0\}} \tag{2.140}$$

5.3. Extraction des fréquences et des coefficients d'amortissement

Ayant la matrice des valeurs propres $[\Gamma]$, obtenue par la méthode d'Ibrahim, les fréquences et les coefficients d'amortissement peuvent être déduits :

$$\begin{cases} [\Gamma] = diag\left(\left[e^{\lambda_1\Delta T} \quad e^{\lambda_2\Delta T} \ldots \quad e^{\lambda_{2n}\Delta T}\right]\right) \\ \gamma_i = e^{\lambda_1\Delta T} \qquad \Rightarrow \qquad \lambda_i = \dfrac{\ln(\gamma_i)}{\Delta T} \end{cases} \tag{2.141}$$

où :

$$\begin{cases} \lambda_i = -\xi_i\omega_i - \omega_i\sqrt{1-\xi_i^{\,2}}\, j \\ \lambda_{i+1} = -\xi_i\omega_i + \omega_i\sqrt{1-\xi_i^{\,2}}\, j \end{cases} \tag{2.142}$$

et, $j = \sqrt{-1}$, ω_i est la fréquence et ξ_i est le ratio d'amortissement associé au $i^{ème}$ mode de vibration.

5.4. Extraction des déformées modales

En utilisant, la réponse et la matrice de valeurs propres $[\Gamma]$, déjà calculée, les déformées modales de la structure peuvent être obtenues par une technique de régression. L'approche est basée sur la formulation (2.122) :

$$\{X((k+l)\Delta T)\} = [\Phi][\Gamma]^{k+l}\{\alpha_0\} = [\Phi]\{\tilde{\alpha}_0\}\left[\tilde{\Gamma}\right]^{k+l} \tag{2.143}$$

où :

$$\{\tilde{\alpha}_0\} = diag\left(\begin{bmatrix}\alpha_{1,0} & \alpha_{2,0} & \dots & \alpha_{2n,0}\end{bmatrix}\right) \qquad \left[\tilde{\Gamma}\right] = \begin{bmatrix} e^{[\lambda_1]\Delta t} & e^{[\lambda_2]\Delta t} \dots & e^{[\lambda_{2n}]\Delta t}\end{bmatrix}^T \tag{2.144}$$

La partie gauche de l'expression (2.143) est connue par la mesure et la matrice des valeurs propres, $\left[\tilde{\Gamma}\right]$ a déjà été obtenu par la méthode d'Ibrahim. Ainsi, le facteur de participation modale (MPF) pour la réponse du déplacement peut être défini comme suit :

$$MPF_X = [\Phi]\{\tilde{\alpha}_0\} \tag{2.145}$$

De façon identique, pour la réponse de la vélocité et de l'accélération, ce facteur se définit par :

$$MPF_{\dot{X}} = [\Phi][\Lambda]\{\tilde{\alpha}_0\}, \quad MPF_{\ddot{X}} = [\Phi][\Lambda]^2\{\tilde{\alpha}_0\} \tag{2.146}$$

Ainsi pour différents points (ou voies) de mesure le facteur de participation modale sera calculé. Comme $[\Lambda]$ et $\{\tilde{\alpha}_0\}$ ne sont que des vecteurs d'échelle, en les normalisant, les déformées modales peuvent être tirées.

5.5. Mise en œuvre numérique

La méthode vectorielle du décrément aléatoire a été implantée dans la boîte à outils `identification` développée sous Matlab© au LCPC par F.Barbosa & C.Cremona (Barbosa & Cremona, 2002). Cette boîte est constituée d'une suite de fonctions numériques dont les deux plus importantes sont `identif.m` et `sys_ident.m`. La première permet de traiter plusieurs séquences de mesures synchrones sur une structure. La seconde plus complexe permet de gérer des séquences non synchrones de mesures mais référencées entre-elles par des points de mesure fixes. Elle correspond au cas d'instrumentations sur ouvrages réalisées en phases avec points de référence (ou setup). Ceci est particulièrement important dans le cadre de l'instrumentation de pont où il n'est pas possible de disposer d'un grand nombre de capteurs en acquisition synchrone.

La fonction `sys_ident.m` comporte des contrôleurs de fichiers et un outil de visualisation de modes propres. La *Figure 2.5* montre une des études expérimentales de cette thèse analysée par la méthode vectorielle du décrément aléatoire au moyen de la boîte à outils `identification`.

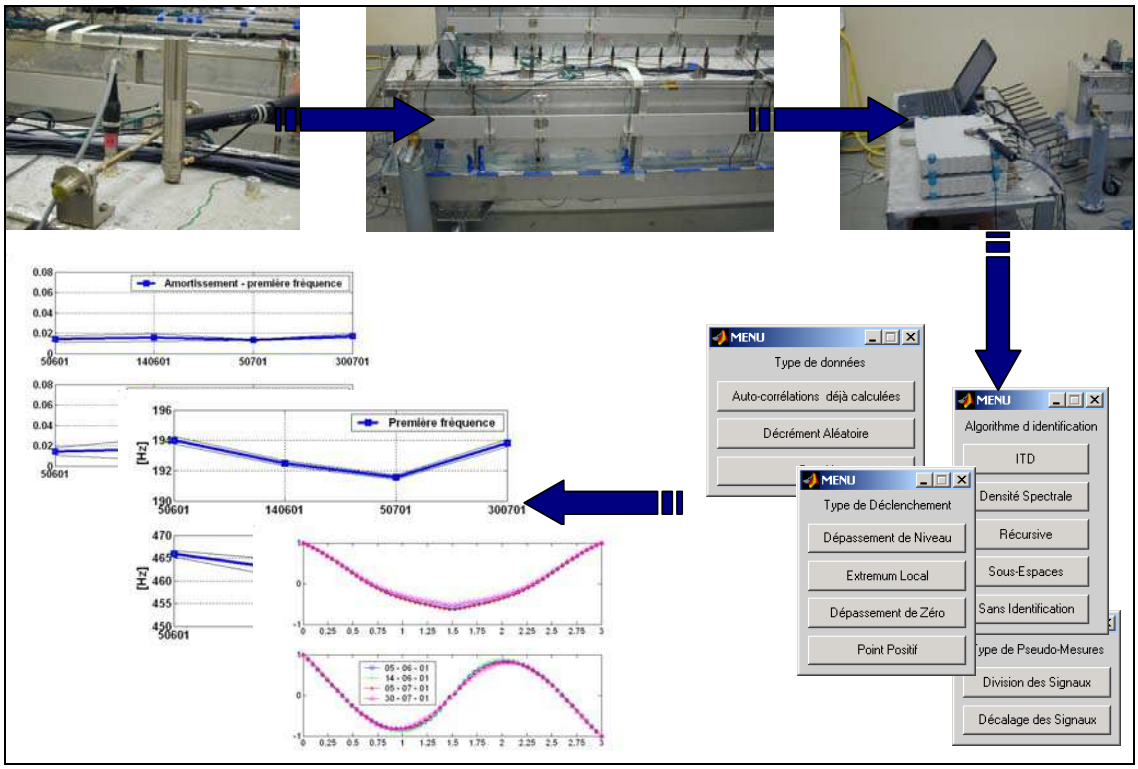


Figure 2.5 – *Mise en œuvre pratique de la méthode du décrément aléatoire*

6. Incertitudes liées à l'identification

Nous avons vu précédemment que l'estimation des paramètres modaux de la structure peut être effectuée par la méthode de décrément aléatoire et la méthode d'Ibrahim (ITD). Dans un certain nombre de cas, il ne suffit pas de trouver une valeur numérique convenable pour ces paramètres modaux, mais il faut aussi estimer également leur précision et les incertitudes liées à l'identification. En particulier, lorsque le nombre d'essai est insuffisant, l'estimation ponctuelle présente de grandes fluctuations et des erreurs importantes peuvent apparaître. Pour cela, à partir d'échantillons prélevés il faut générer plusieurs estimations et produire des statistiques de l'estimation.

Par la méthode d'Ibrahim (ITD) et en utilisant les réponses obtenues par la méthode de décrément aléatoire, les caractéristiques modales de la structure peuvent être calculées. En

augmentant le nombre de ces réponses décalées, la méthode d'Ibrahim nous permet d'extraire plusieurs ***réalisations*** des paramètres modaux.

Ceci permet d'obtenir des réalisations de fréquences ou des coefficients d'amortissement (et même des déformées modales) qui permettront de juger de la bonne qualité de l'identification modale menée. Pour illustrer cet intérêt, nous allons présenter l'étude d'un ouvrage, le pont Z24 en Suisse, étude qui sera reprise dans le *Chapitre V*. Cet ouvrage a été instrumenté par l'EMPA dans le cadre du projet européen SIMCES (SIMCES, 1999). 151 points de mesure ont été acquis, dont 135 points dans les trois voies de mesure sur le tablier et 16 points sur les deux piles de pont. La *Figure 2.6* illustre la localisation de ces points de mesure. L'équipement utilisé ne pouvait acquérir que 64 voies synchrones. Il a donc été nécessaire de diviser les mesures en plusieurs groupes ou setups numérotés de 1 à 9. Chaque groupe de points de même couleur fait partie d'un même setup. Les points R1, R2 et R3 sont les mesures de référence. Chaque setup a été mesuré en ajoutant les signaux de R1, R2 et R3. Ces points nous permettent d'avoir un rapport entre toutes les mesures. Les essais ont été menés avec 2 chargements différents :

- Chargement AVT (excitation ambiante – « Ambient Vibration Test »)
- Chargement FVT (excitation imposée par excitateurs – « Forced Vibration Test »)

La méthode vectorielle du décrément aléatoire couplée avec la méthode ITD a utilisé le dépassement de zéro comme condition de déclenchement. 30 fréquences propres ont été demandées, ce qui a conduit à générer des pseudo- mesures pour atteindre 60 signaux ou voies de mesures. Le temps de décalage utilisé pour les pseudo-mesures a varié entre 2T et 51T, T étant la période d'échantillonnage, ici de 0,01 s (100 Hz). Ceci permet de construire un histogramme des fréquences identifiées (*Figure 2.7*).

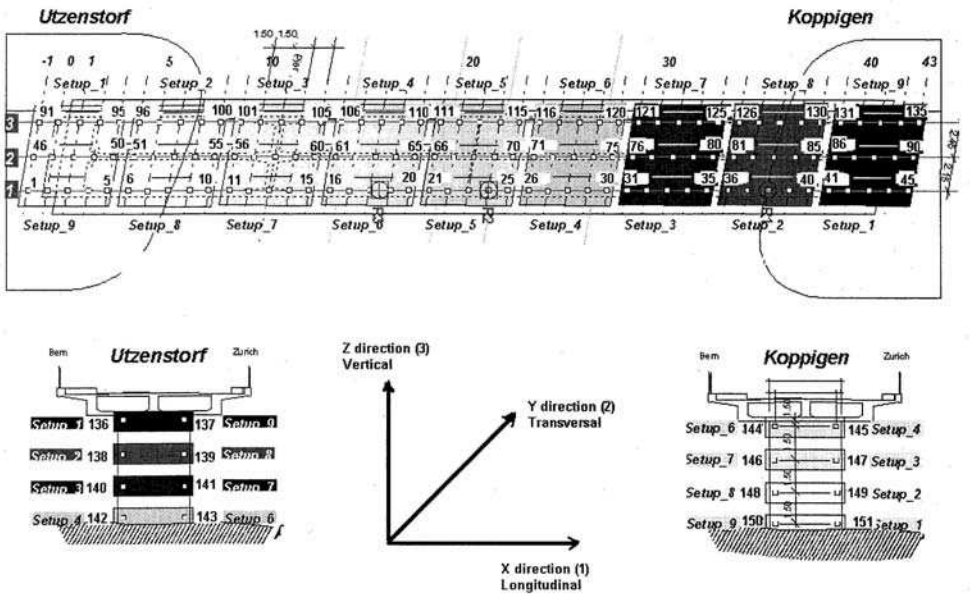


Figure 2.6 – *Localisation des points de mesure sur le tablier et les deux piles*

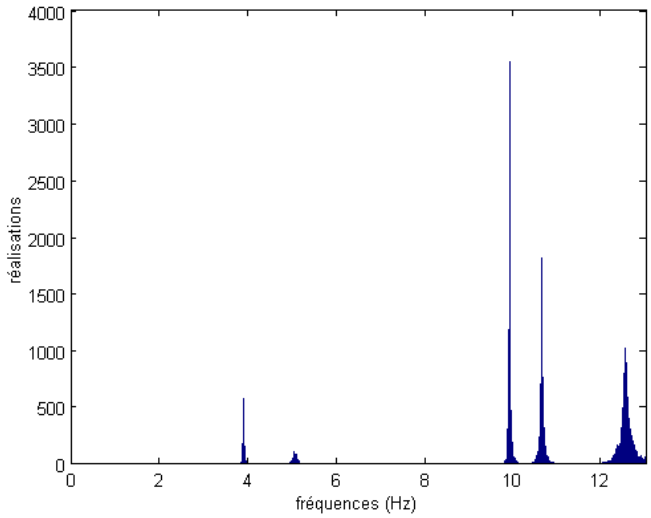
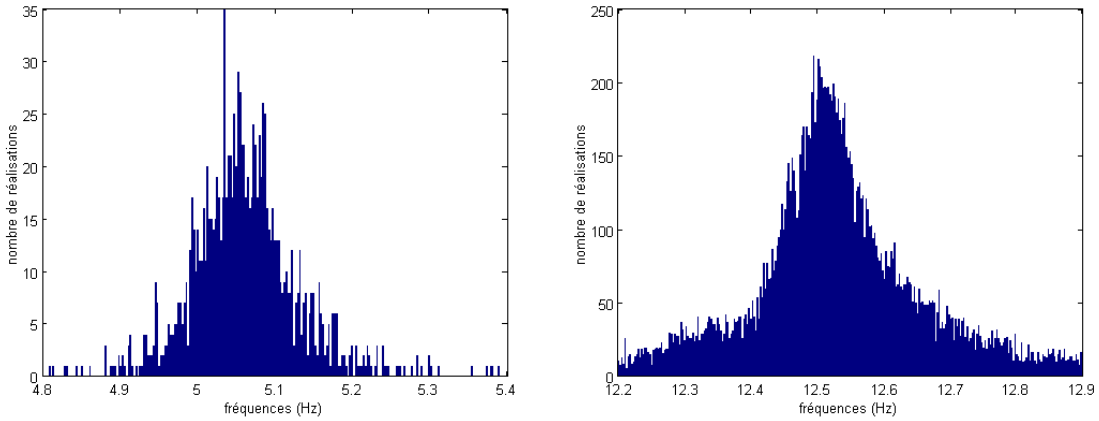


Figure 2.7 – *Histogramme des fréquences*

La détermination des valeurs finales des fréquences propres a été faite en « zoomant » autour de chaque fréquence. La *Figure 2.8* montre l'histogramme général zoomé autour de la deuxième et de la cinquième fréquence propre.



Deuxième fréquence propre Cinquième fréquence propre

Figure 2.8 – *Exemples d'histogrammes pour des fréquences identifiées*

Ces histogrammes individuels sont obtenus en isolant une partie de l'histogramme autour de chaque fréquence, ce qui oblige à définir une bande caractéristique de ces dernières à partir de laquelle les statistiques seront calculées. La *Figure 2.9* l'illustre pour la première fréquence.

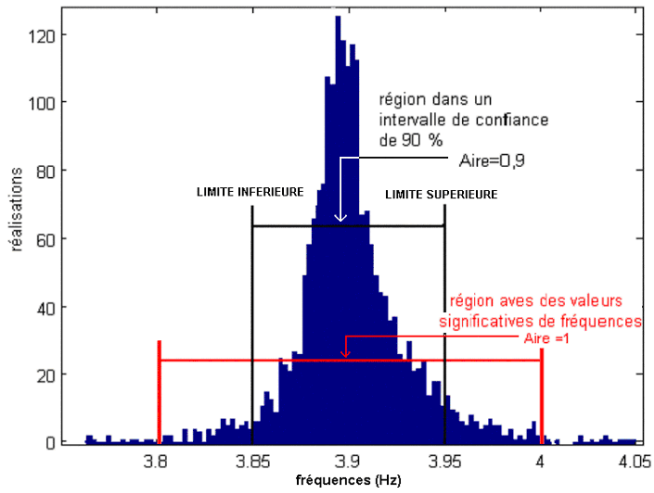


Figure 2.9 – *Bande significative pour un histogramme de fréquence*

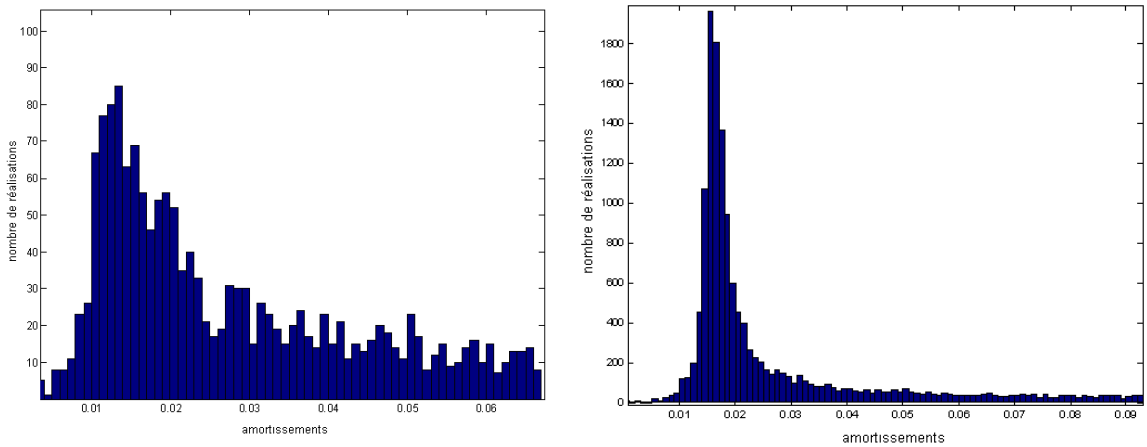
Dans de nombreux cas, il y a une bonne séparation entre les fréquences, ce qui évite le choix d'une région significative reposant sur une appréciation subjective. Lorsque cette région est déterminée, il est alors possible d'estimer des statistiques de la distribution de chaque fréquence.

Le *Tableau 2.2* fournit les moyennes, écart-types et intervalles à 90% pour les 5 premières fréquences propres.

Fréquences en Hz	Fréq 1	Fréq 2	Fréq 3	Fréq 4	Fréq 5
Moyenne	3,90	5,06	9,90	10,63	12,52
Limite inférieure à 90 %	3,86	4,96	9,86	10,55	12,31
Limite supérieure à 90 %	3,95	5,17	9,96	10,73	12,74
Ecart-type	0,03	0,06	0,03	0,05	0,12

Tableau 2.2 – *Statistiques et intervalles de confiance sur les fréquences (Z24)*

De manière identique, les distributions des coefficients d'amortissements peuvent s'obtenir. La *Figure 2.10* en donne deux exemples, pour le premier et cinquième mode.



Premier mode Cinquième mode

Figure 2.10 – *Exemples d'histogrammes pour des coefficients d'amortissement identifiés*

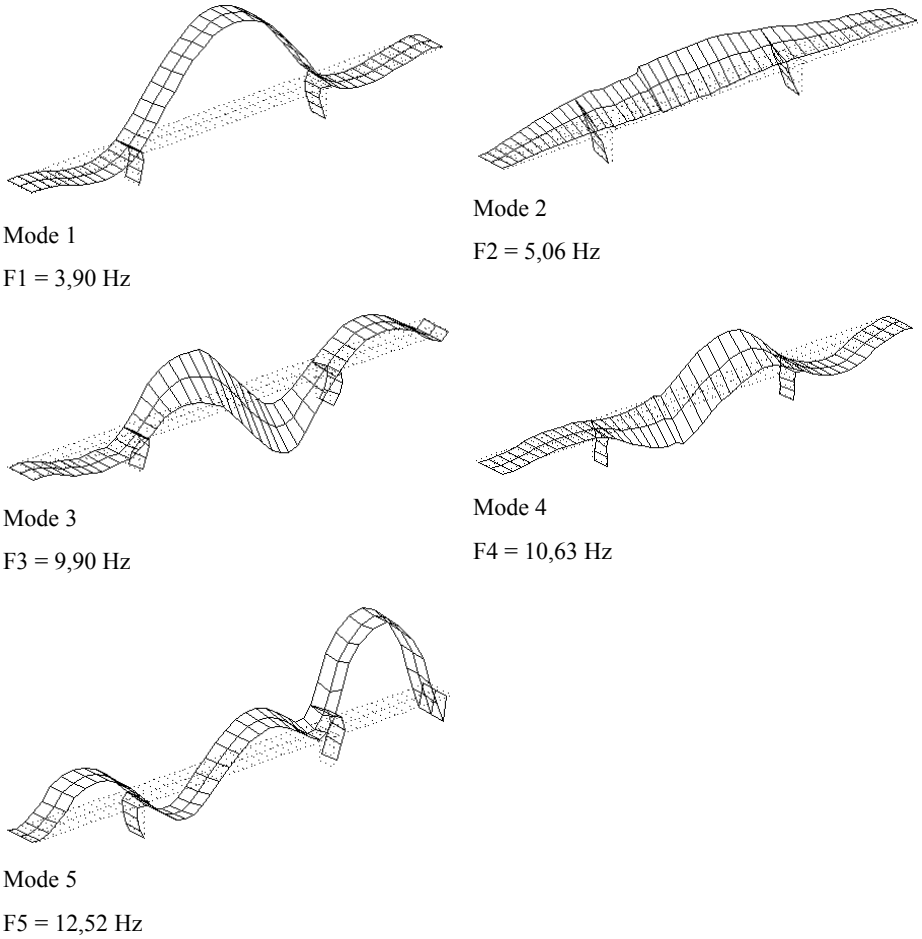


Figure 2.11 – *Modes propres moyens identifiés pour le pont Z24*

Cette analyse peut également être menée pour les modes propres de vibration, ce qui permettra de juger de la dispersion de l'estimation des amplitudes modales en fonction des paramètres de la méthode vectorielle du décrément aléatoire et de l'ITD. La Figure 2.11 donne la représentation des déformées modales moyennes du pont Z24.

CHAPITRE III :
DETECTION D'ENDOMMAGEMENT PAR ESSAIS VIBRATOIRES

1. Introduction

Les charges de services, les paramètres environnants et les actions accidentelles peuvent endommager les structures. L'inspection régulière de l'état des structures permet de détecter des défauts éventuels et d'assurer la fiabilité de ces ouvrages pour l'usage quotidien. Cependant, le besoin de méthodes globales d'évaluation quantitative de l'endommagement d'un ouvrage complexe a conduit au développement et à la recherche continue de méthodes examinant les changements des caractéristiques vibratoires. L'accroissement des activités de recherche dans ce domaine pour le génie civil est le résultat de plusieurs facteurs. En premier lieu, l'attention du public est aujourd'hui attirée sur le besoin d'essais, de contrôles et d'évaluation afin d'assurer la sécurité des structures et des systèmes utilisés. En second lieu, le vieillissement des parcs d'ouvrages et l'importance des coûts de réparation militent en faveur du développement de techniques de détection de dommages ou de détériorations précoces. Enfin, les avances technologies en matériels de mesures en informatiques ont largement contribué aux récentes améliorations dans la détection par analyse vibratoire.

L'idée de base dans toutes les techniques de détection d'endommagement par essais vibratoires réside dans l'idée que les paramètres modaux (fréquences, coefficients d'amortissement, déformées propres) mesurés sont fonctions des propriétés physiques de la structure (rigidité, masse, amortissement). De ce fait, les modifications pouvant intervenir sur les propriétés physiques ou mécaniques doivent être détectables au travers de changements des paramètres modaux.

En général, les effets d'un endommagement dans une structure peuvent être classés comme linéaire ou non linéaire. Une situation d'endommagement sera dite linéaire, si la structure initialement élastique linéaire reste élastique linéaire après l'endommagement. Les changements des propriétés modales sont causés par le changement des géométries et/ou des propriétés matérielles de la structure, mais la réponse de la structure peut être toujours modélisée en

utilisant les équations linéaires du mouvement. L'endommagement sera non linéaire, si la structure initialement élastique linéaire se comporte de façon non linéaire après que l'endommagement se soit produit. Un exemple d'endommagement non linéaire est la formation d'une fissure de fatigue qui s'ouvre et se ferme sous l'environnement normal de vibration.

Dans le cadre de cette thèse, nous rechercherons à détecter des endommagements linéaires. Ces derniers représentent la majorité des désordres précoces des ouvrages. La non linéarité intervient dans la plupart du temps pour des degrés d'endommagement sévères. Les cas pratiques qui seront traités se placeront dans le cadre de cette hypothèse, étant conscient cependant que certains degrés d'endommagement dépassent sa limite de validité.

Les méthodes linéaires peuvent être classifiées en ***méthodes basées sur modèle*** (MBM) et les ***méthodes non basées sur modèle*** (MNBM). Les MBM supposent que la réponse de la structure évaluée sera dans une certaine manière comparé à un modèle numérique. Les méthodes qui ne nécessitent pas de modèle prédéfini sont souvent basées sur le changement des paramètres modaux (déformées propres, fréquences et coefficients d'amortissement) et leurs dérivés ou bien sur le changement de matrices particulières comme celles de flexibilité et de rigidité.

Toujours dans un souci de décrire une procédure pratique de la détection d'endommagement par essais vibratoires, le travail de cette thèse sera consacré au développement de méthodes MNBM, c'est-à-dire ne nécessitant pas la connaissance d'un modèle a priori. Ce sont ces méthodes que présentent les diverses sections de ce chapitre, en insistant plus particulièrement sur la méthode de l'indicateur d'endommagement. Elles sont illustrées sur un exemple réel de pont endommagé (pont I-40). Le chapitre se conclut sur une étude de sensibilité de cas numériques de poutres et de plaques endommagées.

2. Présentation du pont I-40

Les données du pont I-40 sont mises à disposition de la communauté scientifique par le Laboratoire National de Los Alamos aux Etats-Unis (Farrar & Jauregui, 1996). La description du pont, les caractéristiques des essais sont brièvement présentées dans cette section.

Le pont a été construit en 1963 à Albuquerque dans l'Etat du Nouveau Mexique et se situe sur l'Interstate Highway 40 ; il franchit la rivière Rio Grande (*Figures 3.1*). L'ouvrage est constitué de deux ponts jumeaux supportant chaque sens de trafic.



Figure 3.1a – *Vue du pont I-40*



Figure 3.1b – *Vue inférieure*

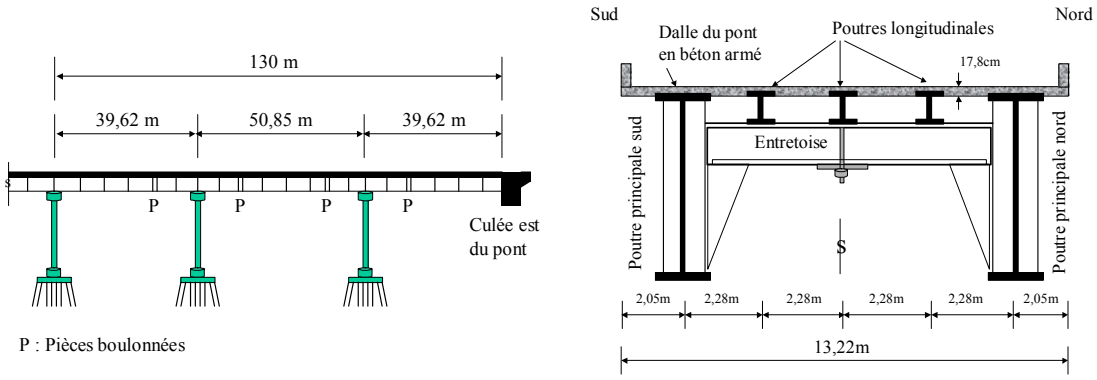


Figure 3.2 – *Caractéristiques du pont I-40*

Le tablier du pont est de $13,22$ m de largeur et de $17,8$ cm d'épaisseur ; il est couvert d'une dalle de béton armé et est supporté par deux poutres principales métalliques de hauteur constante de $3,05$ m et trois poutres longitudinales plus petites (*Figure 3.2*). A l'aide d'entretoises espacées tous les 6 m, le poids des poutres longitudinales est transféré aux deux poutres principales. Les contreventements horizontaux se situent entre les entretoises.

Les sections des trois travées sont identiques. Initialement indépendantes, les trois travées ont été connectées par pièces boulonnées et forment un ouvrage continu. Afin d'augmenter la résistance des poutres principales, les semelles ont été épaissies au niveau des piles.

L'objectif a été de simuler des fissures rencontrées dans ce genre d'ouvrage dans les poutres principales. Ces fissures sont causées par la flexion hors plan de l'âme et se produisent souvent au niveau des pièces attachées à l'âme de la poutre (comme les appuis des entretoises). A cette fin, quatre niveaux d'entailles ont été introduits au milieu de la travée intermédiaire (à 24,71 m

du point X11 de mesure, cf *Figure 3.4*), sur la poutre principale nord, à proximité de l'appui d'entretoise. Les descriptions de ces endommagements sont présentées dans le *Tableau 3.1*. La *Figure 3.3* illustre les entailles effectuées pour chaque niveau d'endommagement. Ces entailles sont de dimension importante et peuvent apparaître exceptionnelles dans le contexte français de la gestion des ouvrages, mais non dans le contexte nord-américain. Néanmoins, elles constituent des cas intéressants mettant en évidence la faible sensibilité des paramètres modaux classiques, mais la très forte sensibilité des méthode de détection plus évoluées.

Niveaux d'endommagements	Endommagements créés
1	Entaille de 61 cm au centre de l'âme
2	Entaille de 122 cm au centre jusqu'au pied de l'âme (courbure hors plan de 2,54 cm)
3	Entaille de 122 cm au centre jusqu'au pied de l'âme et une entaille sur la demi-longueur de la semelle
4	Entaille de 122 cm au centre jusqu'au pied de l'âme et une entaille sur la longueur entière de la semelle

Tableau 3.1 – *Description des niveaux d'endommagement simulés*

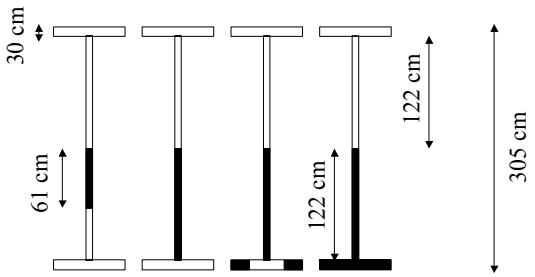


Figure 3.3 – *Niveaux d'endommagement simulés sur la poutre principale (I-40)*

Plusieurs séries d'essais vibratoires ont été réalisés sur le pont I-40 (Farrar & Cone, 1995). Parmi ces essais, nous avons retenu et traité l'essai sous excitation ambiante. Onze capteurs accélérométriques ont été placés sur la poutre nord de la travée dégradée. La *Figure 3.4* illustre la localisation des accéléromètres sur la travée examinée et le modèle utilisé pour l'évaluation de cette poutre. Ces 11 capteurs de mesure sont ensuite interpolés à 101 points après lissage des déformées modales.

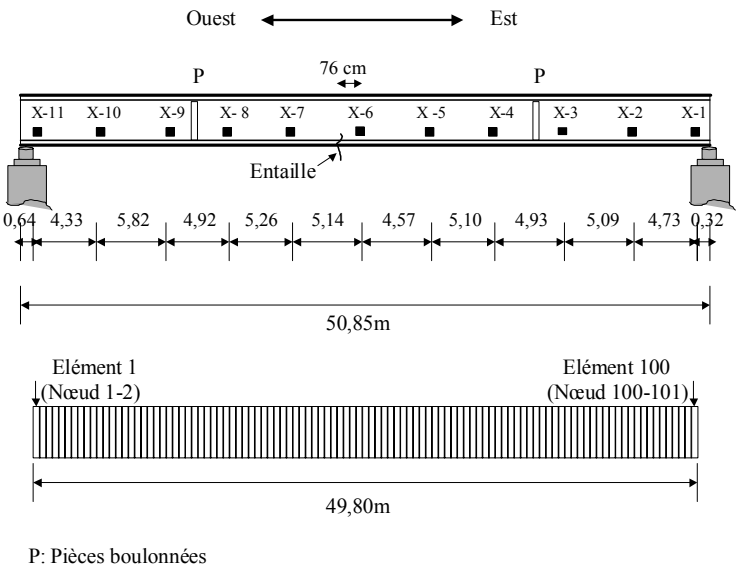


Figure 3.4 – *Localisation des accéléromètres sur la poutre principale nord du pont I40*

Les essais dynamiques ont été réalisés avec un excitateur hydraulique du Sandia National Laboratory, générant un signal aléatoire de densité uniforme sur la bande de fréquence 2-12 Hz.

3. Principes des méthodes de détection d'endommagement

La plupart des développements modernes sur l'identification d'endommagement par des essais vibratoires provient des études effectuées sur plate-formes pétrolières par l'industrie pétrolière dans les années 70 et au début des années 80. Le manque de connaissance du lieu d'endommagement et l'inaccessibilité de certaines parties de structures rendait la situation un peu différente par rapport à d'autres ouvrages (Coppolino & Rubin, 1980). Il a ainsi été constaté que les conditions d'environnement comme le changement du niveau d'eau qui ajoute une masse significative à la structure, le bruit d'équipement et la variation de la masse qui se produit par le changement du niveau de fluide dans le réservoir, pouvaient influencer les résultats. L'industrie aérospatiale a également commencé à étudier l'utilisation des techniques d'évaluation d'endommagement basées sur des mesures vibratoires dans les mêmes années que l'industrie pétrolière. Dès le début des années 80, la communauté de génie civil a rapidement suivi les études menées sur les techniques d'évaluation d'endommagement et a commencé à les appliquer aux ponts notamment (Salawu & Williams, 1994, 1995a-b).

L'un des avantages des méthodes vibratoires qui ne sont pas basées sur des modèles numériques (MNBM) est qu'elles ne nécessitent pas la connaissance a priori du lieu d'endommagement, le

nombre de capteurs de mesures pouvant être réduit et ne se situant pas nécessairement à proximité de l'endommagement. Cet avantage provient du fait que la mesure des caractéristiques dynamiques, les déformées propres, les fréquences et les coefficients d'amortissement sont indépendants de la localisation des capteurs de mesure sur l'ouvrage.

Rytter (Rytter, 1993) proposa de classer les méthodes de détection d'endommagement en quatre niveaux :

- détermination de l'existence d'un endommagement dans la structure (niveau 1)
- localisation d'un endommagement (niveau 2)
- quantification de la sévérité d'un endommagement (niveau 3)
- prédiction de la durée de vie résiduelle (niveau 4)

Les méthodes MNBM se classent en général aux niveaux 1 et 2. Lorsque les méthodes sont couplées avec un modèle numérique (méthodes MBM), un niveau 3 peut être obtenu. Le niveau de prédiction (niveau 4) sera caractérisé par des techniques issues de la mécanique de la rupture. Ceci est très rarement traité en analyse modale.

4. Méthodes basées sur le changement des paramètres modaux principaux

Puisque les paramètres modaux sont reliés aux caractéristiques de rigidité, de masse et d'amortissement, la première idée fut de regarder et d'analyser les changements de ces paramètres à des endommagements.

4.1. Changement de fréquence

De nombreux auteurs ont étudié le changement de fréquence comme indicateur d'endommagement. Cette approche repose sur l'hypothèse que les fréquences sont des indicateurs sensibles de l'intégrité structurale ; les changements des propriétés structurales causent des modifications sur les fréquences propres de la structure. Une analyse périodique des fréquences a semblé a priori constituer une méthode de surveillance structurale. Les premiers travaux, se situant essentiellement dans la catégorie des méthodes de niveau 1 de type MBM, consista à calculer les changements en fréquence d'un type connu d'endommagement. L'endommagement est modélisé numériquement, et les fréquences mesurées sont comparées

aux fréquences prédites (Cawley & Adams, 1979), (Friswell & al., 1994), (Topole & Stubbs, 1995).

Dans toutes les études, que ce soit sur des ponts métalliques, mixtes ou en béton armé/précontraint, les fréquences décroissent en fonction d'un endommagement croissant. Ceci semble logique et intuitif puisque l'endommagement tend à réduire la rigidité de la structure. La littérature rapporte de nombreuses études sur la détection d'endommagements par l'analyse des décalages fréquentiels. En réalité, la plupart de ces études montrent que l'analyse des décalages fréquentiels semble être d'une utilité pratique très limitée. Ainsi, Kato et Shimanda (1986) ont réalisé des mesures de vibration sous vibration ambiante d'un pont en béton précontraint. Il faut atteindre un niveau de chargement statique appliqué proche du chargement ultime pour obtenir une réduction des fréquences détectable. Gudmundson (1982) a également mis en évidence que les fréquences modales diminuent plus lentement avec une fissure de fatigue qui s'ouvre et qui se ferme, qu'avec une fissure qui reste ouverte. Il implique que la diminution de la fréquence est affectée par des facteurs comme les charges permanentes ou les contraintes résiduelles. En effet, les charges permanentes permettent de maintenir des fissures ouvertes, ce qui amène une plus grande sensibilité du changement en fréquence. Fox (1992), en utilisant des résultats numériques et expérimentaux sur une poutre, montre que les changements des fréquences propres sont des indicateurs peu sensibles dans le cas d'une poutre fissurée à la scie. Srinivasan et Kot (1992) concluent de manière identique leur étude sur des plaques endommagées.

Le changement des paramètres modaux ne peut pas être de plus identique pour chaque mode ; il dépend de la nature, de la localisation et de la sévérité de l'endommagement. D'après Duggan & al. (1980), comme l'endommagement change suivant l'ordre des modes, pour correctement suivre les changements, il est nécessaire d'identifier des déformées propres associées avec les fréquences.

La faible sensibilité des décalage fréquentiels à l'endommagement devrait donc requérir des instrumentations très fines ou des niveaux de dommages très importants. L'utilisation des décalages fréquentiels semble surtout utilisable lors d'essais en environnement contrôlé comme le contrôle de qualité en usine. Il convient également de signaler que les fréquences sont la résultante de propriétés globales de la structure ; il n'est donc pas clair qu'un décalage fréquentiel serve à autre chose que d'identifier un endommagement. En d'autres termes, aucune information spatiale n'est fournie par les fréquences propres. La seule exception réside dans les fréquences très élevées qui sont souvent associées à des réponses locales. Cependant, les limitations dans l'excitation et l'extraction de ces modes rendent très difficile leur identification.

L'étude des résultats du pont I-40 confirme que les changements de fréquence ne sont pas des indicateurs sensibles (*Tableau 3.2*).

	Fréquence (Hz)		
	$1^{ère}$	$2^{ème}$	$3^{ème}$
Ouvrage intègre	2,5	2,97	3,56
Niveau 1	2,47	2,94	3,54
Changement (%)	-1,24	-1,04	-1,74
Niveau 2	2,53	3	3,53
Changement (%)	1,24	1,04	-0,87
Niveau 3	2,53	3	3,59
Changement (%)	1,24	1,04	0,90
Niveau 4	2,31	2.84	3,54
Changement (%)	-7,52	-4,21	-1,74

Tableau 3.2 – *Variation de fréquence pour les différents niveaux d'endommagement* (pont I-40)

Lorsque la rigidité de la section à mi-travée de la poutre principale est réduite de près de 95%, une simple réduction des fréquences modales de 5% est observée en moyenne !

D'un point de vue pratique, le suivi des fréquences ne constitue pas une méthode de détection d'endommagements suffisamment fiable pour les ouvrages de génie civil.

4.2. Changement des déformées propres

Les déformées propres d'une structure sont souvent utilisées pour l'évaluation des endommagements, au travers de coefficients de corrélation entre modes comme le coefficient MAC (***Modal Assurance Criterion - MAC***) ou le coefficient de corrélation des points de mesure (***Coordinate Modal Assurance criterion - COMAC***). Ces coefficients expriment la corrélation existante entre deux déformées propres mesurées. Comme les coefficients de MAC et COMAC sont liés aux déformées propres, pour être efficaces, un nombre suffisant de points de mesure est nécessaire.

Supposons que $[\Phi_A]$ et $[\Phi_B]$ soient des matrices constituées respectivement de m_A et de m_B modes propres mesurées en n points. Ce sont donc des matrices de dimension $n \times m_A$ et

$n \times m_B$. Le coefficient de MAC est alors défini pour les déformées propres $i = 1,2,...m_A$ et $j = 1,2,...m_B$ par :

$$\mathrm{MAC}_{ij} = \frac{\left| \sum_{k=1}^{n} \left[\Phi_A\right]_k^i \left[\Phi_B\right]_k^j \right|^2}{\sum_{k=1}^{n} \left(\left[\Phi_A\right]_k^i \right)^2 \sum_{k=1}^{n} \left(\left[\Phi_B\right]_k^j \right)^2} \tag{3.1}$$

$\left[\Phi_A\right]_k^i$ et $\left[\Phi_B\right]_k^j$ sont respectivement les $k^{ème}$ composante des modes $\left[\Phi_A\right]^i$ et $\left[\Phi_B\right]^j$.

Le coefficient de MAC indique le degré de la corrélation entre la $i^{ème}$ déformée propre de la série A, et la $j^{ème}$ déformée propre de la série B. Le coefficient de MAC change de 0 à 1, 0 pour aucune corrélation et 1 pour une corrélation parfaite. L'évaluation de MAC pour des modes endommagés et non endommagés fournit un moyen quantitatif d'évaluer la déviation au sens des moindres carrés de la corrélation pour des déformées propres endommagées et intactes. Une valeur de 1 représente une parfaite corrélation entre les modes endommagés et non endommagés (Allemang & Brown, 1982).

Le coefficient de corrélation COMAC, comme le MAC qui cherche le vecteur de la corrélation à travers deux modes, cherche la corrélation des degrés de liberté à travers les modes. Il donne ainsi une corrélation entre des déformées propres mesurées pour chaque degré de liberté. Ce coefficient est généralement employé pour identifier l'endroit où les déformées propres d'une série de mesure ne sont pas corrélées avec l'autre. Dans le cas d'une parfaite corrélation entre les déplacements de la coordonnée i, le coefficient COMAC sera égal à 1. Un grand écart par rapport à 1 peut être interprété comme un endommagement dans la structure. Pour la coordonnée i d'une structure, en utilisant m déformées propres, le coefficient COMAC s'écrit :

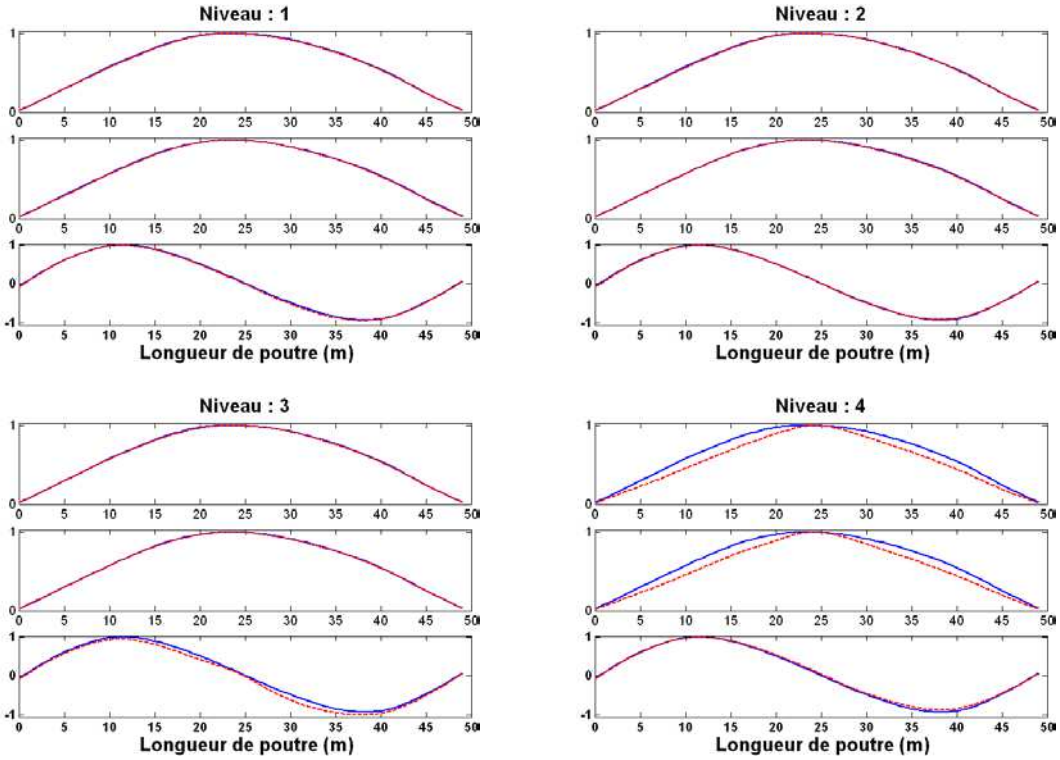
$$\mathrm{COMAC}_i = \frac{\left| \sum_{k=1}^{m} \left[\Phi_A\right]_k^i \left[\Phi_B\right]_k^i \right|^2}{\sum_{k=1}^{m} \left(\left[\Phi_A\right]_k^i \right)^2 \sum_{k=1}^{m} \left(\left[\Phi_B\right]_k^i \right)^2} \tag{3.2}$$

West (1984) a été le premier à utiliser les déformées propres pour la localisation d'endommagements sans recourir à un modèle aux éléments finis. Il a ainsi utilisé les coefficients MAC pour déterminer la corrélation entre les déformées propres avant et après endommagement des volets d'une navette spatiale.

En étudiant les décalages fréquentiels, Biswas et al. (1989) a mis en évidence une sensibilité plus importante des déformées modales à la présence d'un endommagement. Salane et Baldwin (1990), Mazurek & Dewolf (1990) obtinrent à la suite de leurs études des conclusions analogues. Cependant, le recours aux déformées modales pour la localisation des endommagements n'est pas unanime. Alampalli & al. (1995) et Salawu et Williams (1995a-b) reportent des cas où les changements fréquentiels sont plus sensibles que les changements des déformées propres.

Un aspect pratique ne doit pas également être perdu de vue : il est plus difficile d'identifier des déformées propres que des fréquences. Là où quelques capteurs suffisent, il est nécessaire d'utiliser plusieurs capteurs pour assurer un maillage fin de la structure afin d'identifier les déformées propres.

L'analyse des données du pont I-40 permet d'estimer les trois premières déformées modales (*Figure 3.5*). Rappelons qu'elles sont réduites à la seule poutre principale nord. Les coefficients MAC et COMAC pour ces déformées propres sont présentés sur la *Figure 3.6*. Les déformées propres des deux premiers niveaux d'endommagement sont identiques. Dans cet exemple, les coefficients MAC sont proches de 100% et ne donnent donc aucune information significative (sauf pour le mode 3) pour les niveaux d'endommagement 1 à 3 ; ils considèrent les déformées modales issues des séries de mesures de la poutre endommagée et de la poutre non endommagée comme identiques. Une modification sensible pour le niveau 4 apparaît cependant. Le coefficient MAC ne permet cependant pas de localiser l'endommagement. Les coefficients COMAC échouent à détecter et à localiser l'endommagement, puisque rien n'est détectable au lieu d'endommagement.



(avant endommagement en trait plein ; après endommagement en traits pointillés)

Figure 3.5 – *Trois premières déformées propres de la poutre nord du pont I-40*

De l'observation des changements dans les paramètres modaux, il est clair que l'endommagement ne peut être identifié qu'au niveau le plus extrême (4). Avant le niveau 4, il est difficile de dire si les changements sont liés à l'endommagement ou dans l'intervalle d'incertitude de la répétabilité des essais ou de la méthode d'identification. En particulier, on constatera une légère augmentation des fréquences après le premier endommagement, ce qui n'est réaliste et ne peut être imputé qu'à des changements de conditions d'essais (Farrar & al., 1994). Ceci nous permet de conclure que l'utilisation directe des paramètres modaux présente de sérieuses limitations pour la détection et la localisation d'endommagement, et que, même dans le cas de méthodes plus performantes et sensibles, l'influence des effets environnementaux reste à quantifier et à apprécier (cf. *Chapitre IV*).

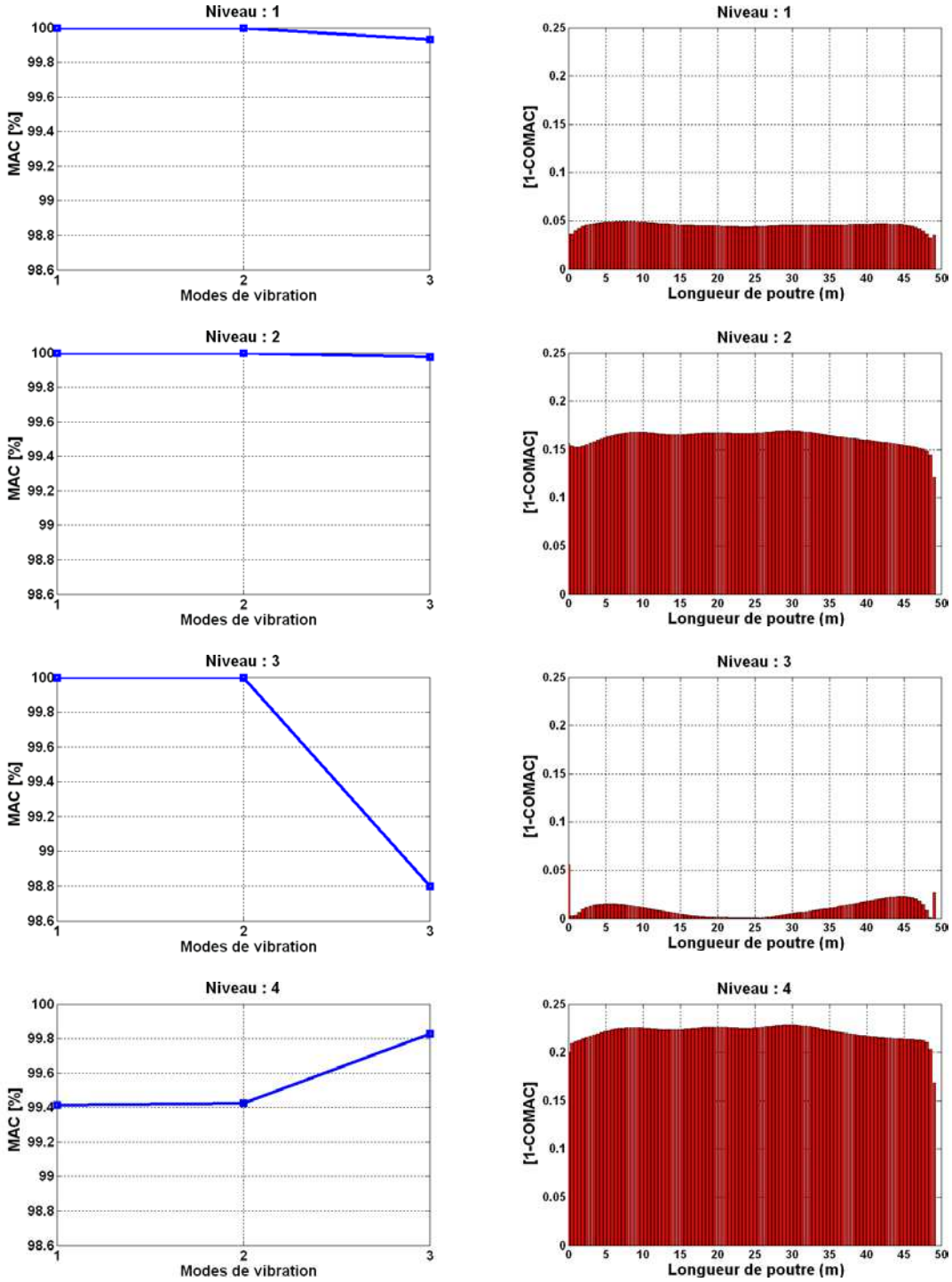


Figure 3.6 – *Coefficients MAC et COMAC pour la poutre nord de l'I-40*

4.3. Modification de l'amortissement

Salane et Baldwin (1990) ont étudié l'influence d'endommagements sur les coefficients d'amortissement. Leurs conclusions furent qu'ils ne pouvaient constituer des indicateurs fiables

parce qu'ils pouvaient augmenter puis chuter. Ces instabilités sont à rapprocher de celles constatées sur la variabilité naturelle des paramètres modaux où l'amortissement a été jugé comme un paramètre instable. Cependant, d'autres études tendent à confirmer l'utilité de se servir de l'amortissement comme d'un indicateur de l'intégrité de la structure. Il reste cependant évident que ce choix n'a fait l'objet que de peu de travaux, par la sensibilité même des amortissements à estimer.

5. Méthodes basées sur le changement d'indicateurs évolués

Les études sur l'utilisation directe des paramètres modaux ont mis en évidence la faible sensibilité des fréquences et un certaine potentialité des déformées propres à détecter et/ou localiser des endommagements. Pour accentuer la sensibilité des déformées modales à servir d'indicateurs d'endommagement, diverses constructions ont été proposées (Farrar & Jauregui, 1996).

Comme l'étude se place dans le contexte d'identification sous excitation ambiante, seules les méthodes ne nécessitant des modes propres normalisés par rapport à la matrice de masse sont ici présentées.

5.1. Changement de la courbure des déformées propres (MCDP)

Une autre façon d'utiliser les déformées propres pour obtenir des informations sur la source des changements vibratoires est d'étudier leurs dérivées. Il y a en effet une relation directe entre la courbure des déformées propres et les déformations de flexion.

Pandey & al. (1991) ont mis en évidence que le changements absolu de la courbure des déformées propres peut être un bon indicateur d'endommagement pour un modèle aux éléments finis. En utilisant un schéma aux différences centrées, les valeurs de la courbure peuvent être calculées à partir des déformées propres. Dans cette logique, Stubbs & al. (1992) ont présenté une méthode basée sur la diminution d'énergie de déformation modale entre deux degrés de liberté structuraux qui s'obtient par la courbure des déformées propres mesurées. Cependant, Chance & al. (1994) ont montré que le calcul de la courbure obtenu par des déformées propres peut aboutir à des erreurs inacceptables. Au lieu de la mesure directe de la courbure, ils ont utilisé les déformations avec laquelle les résultats furent de beaucoup améliorés.

En formulant le problème classique aux valeurs propres de la dynamique, Pandey & al. (1991) supposent que les endommagements structuraux affectent seulement la matrice de rigidité et pas la matrice de masse. Pour le cas non endommagé, le problème aux valeurs propres s'écrit :

$$\left([K]-\lambda_i[M]\right)\{\Phi_i\}=\{0\} \tag{3.3}$$

où $[K]$ et $[M]$ sont respectivement les matrices de rigidité et de masse, λ_i et $\{\Phi_i\}$ la $i^{ème}$ valeur et le $i^{ème}$ vecteur propre.

Identiquement, l'équation aux valeurs propres pour le cas endommagé est donnée par :

$$\left([K^*]-\lambda_i^*[M]\right)\{\Phi_i^*\}=\{0\} \tag{3.4}$$

Les astérisques indiquent les termes modifiés par l'endommagement.

L'existence d'un endommagement dans une structure diminue la rigidité EI de la partie fissurée. Considérons une section de la poutre d'abscisse x soumise au moment de flexion $M(x)$. La courbure, $\nu''(x)$, en ce point, s'écrit :

$$\nu''(x)=\frac{M(x)}{EI} \tag{3.5}$$

où E est le module d'élasticité et I le moment d'inertie de la section. La diminution de EI mène à l'augmentation de la courbure ν'' dans la section. Comme les changements de courbure sont locaux et qu'ils dépendent du taux de réduction de la rigidité EI, le changement de courbure peut être utilisé pour la détection et la localisation des endommagements.

La différence absolue de la courbure de déformées propres endommagées et non endommagées dans la région endommagée doit être maximale. Plus la réduction de la rigidité en flexion est grande (correspondant à un niveau d'endommagement plus élevé), plus le changement de courbure sera grand.

Dans le cas où plusieurs déformées propres utilisées, les valeurs absolues du changement de courbure liée à chaque mode peuvent être additionnées pour fournir un paramètre unique.

A titre d'exemple, considérons de nouveau les mesures réalisées sur le pont I-40. La *Figure 3.7* illustre l'application de la méthode à l'analyse des quatre endommagements simulés dans la poutre nord de l'ouvrage.

La détection d'un changement de courbure aux alentours de 24-25 m est sensible pour tous les cas de figures. Il est par contre plus nettement marqué pour les endommagements les plus

élevés. On constate également de nombreuses fausses alarmes (détection d'endommagements non présents) de parts et d'autres de l'endommagement réel.

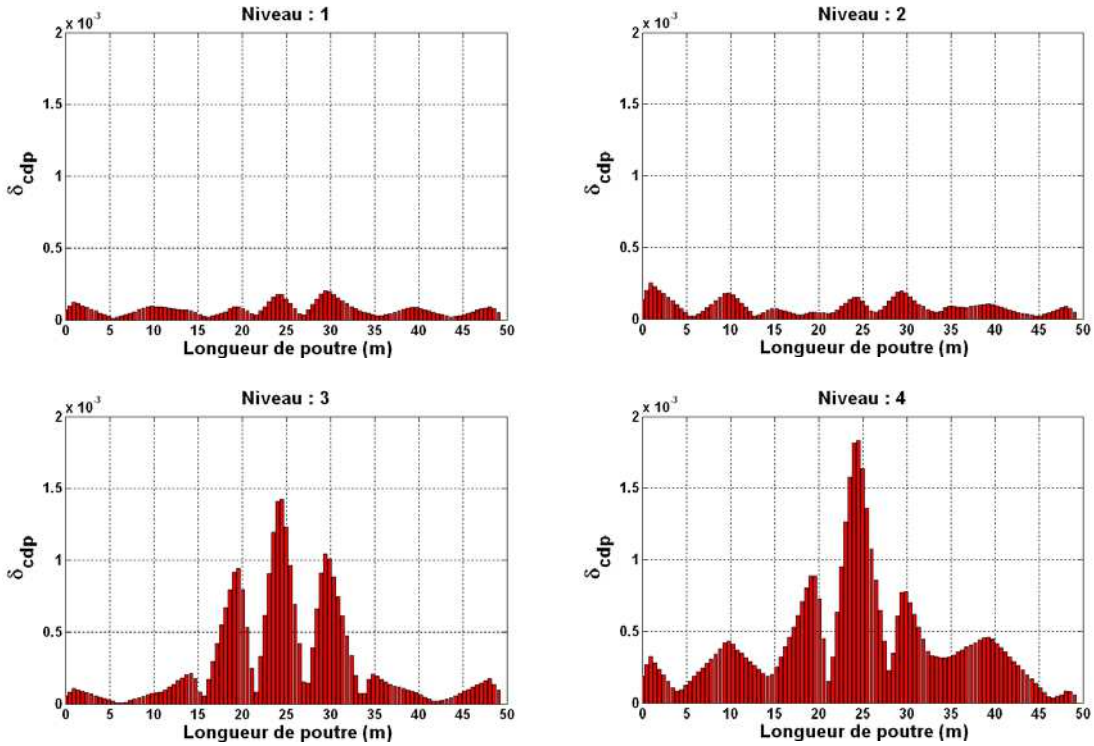


Figure 3.7 – *Méthode de la courbure des déformées propres (I-40)*

5.2. Changement de flexibilité (MF)

Une autre classe des méthodes de détection d'endommagement pour estimer les changements du comportement de la structure utilise la matrice de flexibilité (Pandey & Biswas, 1994). Aktan & al. (1994) ont proposé l'usage de la flexibilité mesurée comme un indice de l'intégrité relative d'un pont.

La méthode n'exige pas un modèle analytique de la structure et seules quelques fréquences propres et déformées propres, avant et après endommagement, sont nécessaires. L'expression de la matrice de rigidité et de flexibilité s'écrit (Berman & Flannely, 1971) :

$$[K] = [M][\Phi][\Omega][\Phi]^T[M] = [M]\left(\sum_{i=1}^{n} \omega_i^2 \{\Phi_i\}\{\Phi_i\}^T\right)[M] \tag{3.6}$$

$$[F] = [\Phi][\Omega]^{-1}[\Phi]^T = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\omega_i^2}\{\Phi_i\}\{\Phi_i\}^T \tag{3.7}$$

$[\Phi]=\left[\{\Phi_1\},\{\Phi_2\},...,\{\Phi_n\}\right]$ est la matrice des déformées propres, $\{\Phi_i\}$ étant le $i^{ème}$ mode de vibration. $[\Omega]=[\omega_i^2]$ est la matrice diagonale des rigidités modales, ω_i étant la $i^{ème}$ pulsation propre. $[F]$ est la enfin matrice de flexibilité.

La formulation de la matrice de flexibilité par cette méthode est approximative, car seulement un petit nombre de modes (typiquement les modes basses fréquences) est mesuré. Les pulsations et les déformées propres peuvent s'obtenir par calcul ou par mesure. En considérant l'expression (3.7) on constate qu'avec l'augmentation de la pulsation, la contribution modale sur la matrice de flexibilité diminue, c'est à dire qu'en augmentant le nombre de fréquences, la matrice de flexibilité converge rapidement. Avec seulement quelques fréquences identifiées, avec une assez bonne estimation, on peut obtenir la matrice de flexibilité (Pandey & Biswas, 1994).

La présence d'endommagements diminue la rigidité de la structure. Comme la flexibilité est l'inverse de rigidité, la réduction de rigidité doit augmenter la flexibilité de la structure. Le changement de flexibilité peut donc être utilisé pour détecter et localiser un endommagement (méthodes de niveau 1 et 2). Ainsi, si on enregistre des paramètres modaux à partir de deux séries de mesure, l'une pour la structure non endommagée et l'autre pour la structure endommagée; en utilisant l'expression (3.7), la matrice de flexibilité $[F]$ peut être calculée dans les deux cas. Chaque colonne de la matrice de flexibilité $[F]$ représente l'ensemble des déplacements nodaux d'une force unitaire appliquée à chaque degré de liberté. A partir de ces matrices, on obtient la matrice de changement de flexibilité $[\Delta]$:

$$[\Delta]=[F^*]-[F] \tag{3.8}$$

dans laquelle $[F]$ et $[F^*]$ sont respectivement des matrices de flexibilité avant et après endommagement. Pour chaque degré de liberté j (ou nombre de modes), en choisissant la valeur maximale de chaque colonne de $[\Delta]$, on obtient :

$$\bar{\delta}_j=\max\left|\delta_{ij}\right| \tag{3.9}$$

où les δ_{ij} sont des éléments de $[\Delta]$.

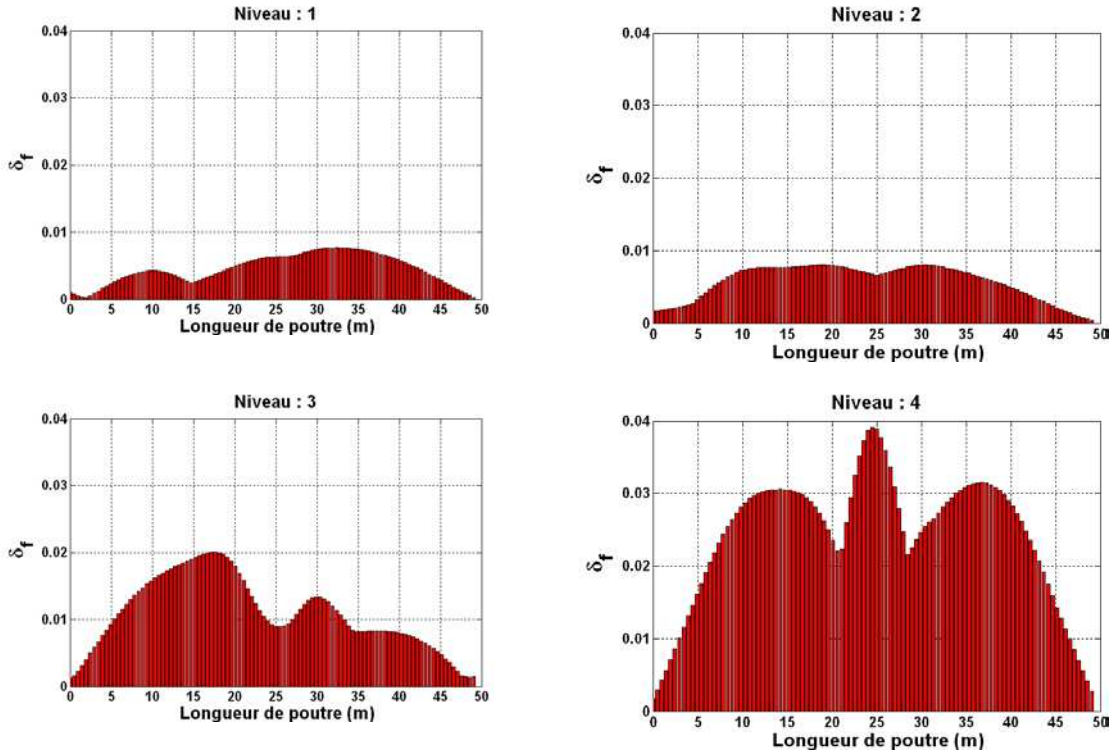


Figure 3.8 – *Méthode de flexibilité (pont I-40)*

Appliquée au pont I-40, la méthode ne permet pas de se donner une représentation précise du lieu d'endommagement (*Figure 3.8*). Seul le niveau de dégradation le plus élevé met en évidence un changement de flexibilité aux alentours du lieu de l'endommagement. Deux pics fantômes de changement de flexibilité sont également notés de part et d'autre de l'endommagement. Pour les niveaux 1 à 3, il est impossible de détecter l'endommagement ; de fausses détections apparaissent même.

5.3. Méthode de la courbure de flexibilité (MCF)

En combinant de certains aspects des méthodes de courbure des déformées propres et de flexibilité, Zhang & Aktan (1995) ont développé une autre méthode de détection d'endommagement. De même manière que pour la méthode de la courbure, l'idée générale est que la perte de la rigidité localisée cause l'augmentation de courbure au même point. Le changement de la courbure s'obtient alors par la flexibilité au lieu des déformées propres.

Les matrices de flexibilité, avant et après endommagement, peuvent s'écrivent de la façon suivante :

$$[F] = \left[\{F\}_1 \quad \{F_2\} \quad \cdots \quad \{F_n\} \right] \approx [\Phi]\,[\Omega]^{-1}\,[\Phi]^T \tag{3.10}$$

et

$$[F^*] = \left[\{F_1^*\} \quad \{F_2^*\} \quad \cdots \quad \{F_n^*\} \right] \approx [\Phi^*]\,[\Omega^*]^{-1}\,[\Phi^*]^T \tag{3.11}$$

où les astérisques indiquent la structure endommagée. $\{F_1\}$ à $\{F_n\}$ (avec ou sans astérisques) correspondent aux colonnes de la matrice de flexibilité. Le coefficient de la $i^{ème}$ colonne représente la flèche de la structure, en appliquant la force unitaire au $i^{ème}$ degré de liberté. Zhang & Aktan (1995), pour déterminer et localiser l'endommagement ont utilisé le changement de courbure de la flexibilité par un chargement uniforme. Ce chargement représente la flèche de la structure lorsque tous les degrés de liberté sont chargés par une force unitaire. Elle correspond donc aux sommes des charges unitaires de flexibilité. Le changement de la courbure s'écrit :

$$\{\Delta\} = \sum_{i=1}^{n} \left| \{F_i^*\}'' - \{F_i\}'' \right| \tag{3.12}$$

où $\{\Delta\}$ et n représentent respectivement le changement de courbure absolu et le nombre de degré de liberté (ou dans le nombre de modes identifiés). En appliquant, soit un opérateur de différence centrée pour mesurer l'amplitude modale, soit un opérateur polynomial adapté à l'amplitude modale, ultérieurement différencié, la courbure associée à chaque chargement unitaire de la flexibilité peut être obtenue. L'interpolation peut encore se faire pour générer les degrés de liberté supplémentaires entre les capteurs.

Cette méthode appliquée au pont I-40 procure des résultats assez voisins de la méthode de courbure des déformées propres (*Figure 3.9*), avec la détection du lieu d'endommagement, mais aussi l'apparition de lieux endommagés fantômes. Nous reviendrons au *Chapitre IV* au problème de la bonne détection et des fausses alarmes induites par l'ensemble des méthodes.

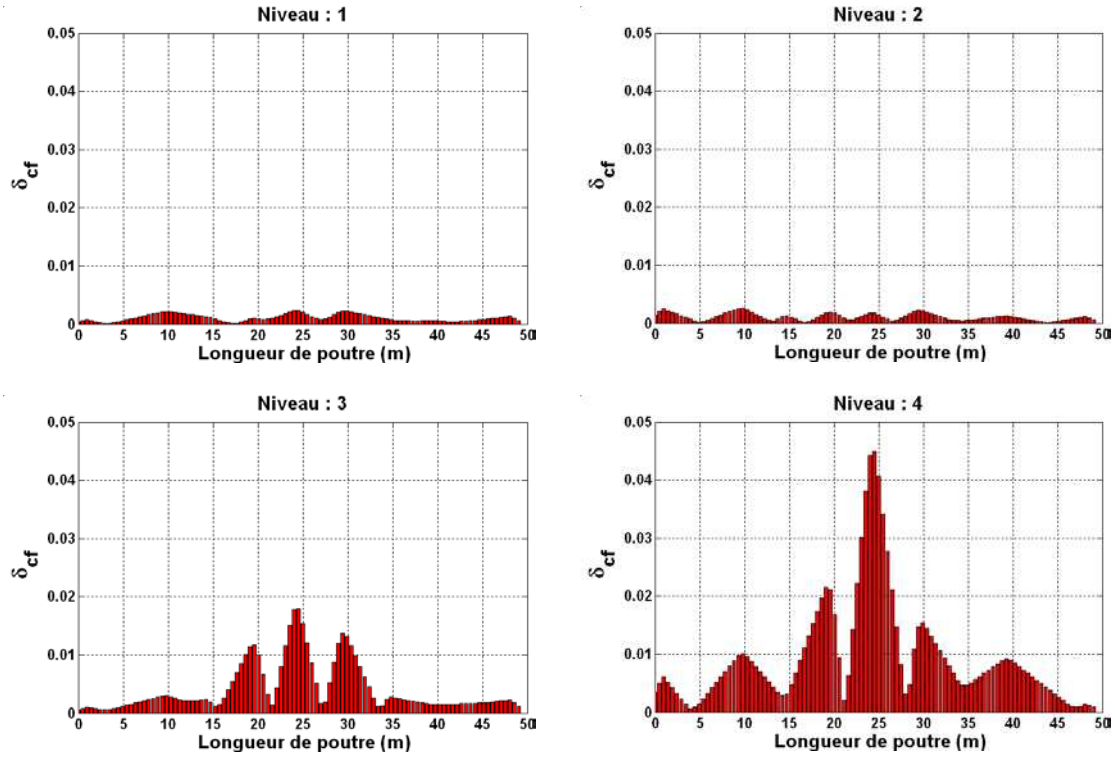


Figure 3.9 – *Méthode de la courbure de flexibilité (pont I-40)*

6. Méthode de l'indicateur d'endommagement (MID)

En 1993, Kim et Stubbs ont proposé une démarche de détection et de localisation d'endommagement reposant sur le changement de l'énergie de déformation avant et après endommagement. L'un des avantages annoncés de cette méthode est que seul un petit nombre de modes de vibration peut être utilisé pour obtenir de bons résultats.

Ce changement, exprimé au moyen d'un rapport, permet de définir un indicateur qui, lorsqu'il reste négatif, indique l'absence de dommages ; lorsqu'il est positif, il indique la présence d'endommagement. Cette méthode est développée pour de faibles endommagements car elle repose sur une linéarisation des énergies de déformation après endommagement.

6.1. Formulation de la théorie et l'algorithme de l'indicateur d'endommagement

Considérons dans un premier temps une poutre de type Euler-Bernoulli, élastique et linéaire, divisée par NE éléments et N nœuds sur sa longueur.

L'énergie de déformation s'écrit :

$$U = \frac{1}{2}\int_0^L EI(x)\left(\frac{\partial^2 \nu}{\partial x^2}\right)^2 dx \tag{3.13}$$

où ν est le déplacement vertical, EI la rigidité en flexion et L la longueur de la poutre.

Si le mode propre $\Phi_i(x)$ est considéré, les expressions des énergies de déformation de la poutre et de l'élément j s'écrivent respectivement pour ce mode :

$$U_i = \frac{1}{2}\int_0^L EI(x)\left(\frac{\partial^2 \Phi_i(x)}{\partial x^2}\right)^2 dx \tag{3.14}$$

$$U_{ij} = \frac{1}{2}\int_{a_j}^{a_{j+1}} EI_j(x)\left(\frac{\partial^2 \Phi_i(x)}{\partial x^2}\right)^2 dx \tag{3.15}$$

où $EI(x)$ et $EI_j(x)$ sont respectivement les rigidités en flexion de la poutre et de l'élément, a_j et a_{j+1} étant les nœuds définissant l'élément j.

En considérant l'énergie de déformation de chaque élément et l'énergie de déformation totale de la poutre, pour un mode propre donné, la fraction d'énergie de déformation F_{ij} s'écrit :

$$F_{ij} = U_{ij} / U_i \tag{3.16}$$

Des expressions identiques peuvent s'écrire pour le cas endommagé :

$$U_i^* = \frac{1}{2}\int_0^L EI^*(x)\left(\frac{\partial^2 \Phi_i^*(x)}{\partial x^2}\right)^2 dx \tag{3.17}$$

$$U_{ij}^* = \frac{1}{2}\int_{a_j}^{a_{j+1}} EI_j^*(x)\left(\frac{\partial^2 \Phi_i^*(x)}{\partial x^2}\right)^2 dx \tag{3.18}$$

Le théorème de la valeur moyenne permet d'énoncer que pour une fonction continue *f* et une fonction *g* positive et intégrable :

$$\exists \hat{x} \in [a,b] \quad \int_a^b f(u)\, g(u)\, du = f(\hat{x}) \int_a^b g(u)\, du \tag{3.19}$$

L'application de ce théorème aux différents simplifie l'expression des différentes énergies de déformation modale :

$$U_i = \frac{1}{2}\widehat{EI}\int_0^L \left(\frac{\partial^2 \Phi_i(x)}{\partial x^2}\right)^2 dx = \widehat{EI}\ \eta_i \tag{3.20}$$

$$U_{ij} = \frac{1}{2}\widehat{EI}_j \int_{a_j}^{a_{j+1}} \left(\frac{\partial^2 \Phi_i(x)}{\partial x^2}\right)^2 dx = \widehat{EI}_j\ \eta_{ij} \tag{3.21}$$

$$U_i^* = \frac{1}{2}\widehat{EI}^* \int_0^L \left(\frac{\partial^2 \Phi_i^*(x)}{\partial x^2}\right)^2 dx = \widehat{EI}^*\ \eta_i^* \tag{3.22}$$

$$U_{ij}^* = \frac{1}{2}\widehat{EI}_j^* \int_{a_j}^{a_{j+1}} \left(\frac{\partial^2 \Phi_i^*(x)}{\partial x^2}\right)^2 dx = \widehat{EI}_j^*\ \eta_{ij}^* \tag{3.23}$$

car EI est continue et $\left(\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2}\right)^2$ est non négative et intégrable.

Dans le cas de faibles endommagements, la fraction d'énergie pour le cas endommagé, F_{ij}^*, est du même ordre que celle du cas non endommagé :

$$F_{ij}^* \approx F_{ij} \tag{3.24}$$

En remplaçant les expressions de F_{ij} et F^*_{ij}, il vient :

$$1 = \frac{U_{ij}^*/U_i^*}{U_{ij}/U_i} = \frac{\widehat{EI}_j^*\ \eta_{ij}^* \Big/ \widehat{EI}^*\ \eta_i^*}{\widehat{EI}_j\ \eta_{ij} \Big/ \widehat{EI}\ \eta_i} \tag{3.25}$$

Supposons que l'endommagement soit faible, c'est-à-dire $\widehat{EI}^* \approx \widehat{EI}$, il vient :

$$\frac{\widehat{EI}_j}{\widehat{EI}_j^*} = \frac{\eta_{ij}^* \Big/ \eta_i^*}{\eta_{ij} \Big/ \eta_i} \tag{3.26}$$

Le terme de droite de l'expression précédente est indépendant du mode propre : en calculant la valeur moyenne pour le nombre de modes disponibles, l'expression (3.26) devient :

$$\beta_j = \frac{\widehat{EI}_j}{\widehat{EI}_j^*} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{\eta_{ij}^* \Big/ \eta_i^*}{\eta_{ij} \Big/ \eta_i} \tag{3.27}$$

β_j est l'indicateur d'endommagement de l'élément j. Pour avoir des valeurs plus représentatives et être capable de les comparer, cet indicateur d'endommagement est normalisé :

$$z_j = \frac{\beta_j - \overline{\beta}}{\sigma_\beta} \tag{3.28}$$

où $\overline{\beta}$ et σ_β sont respectivement la valeur moyenne et l'écart-type de β_j. Nous verrons plus loin l'intérêt de cette normalisation.

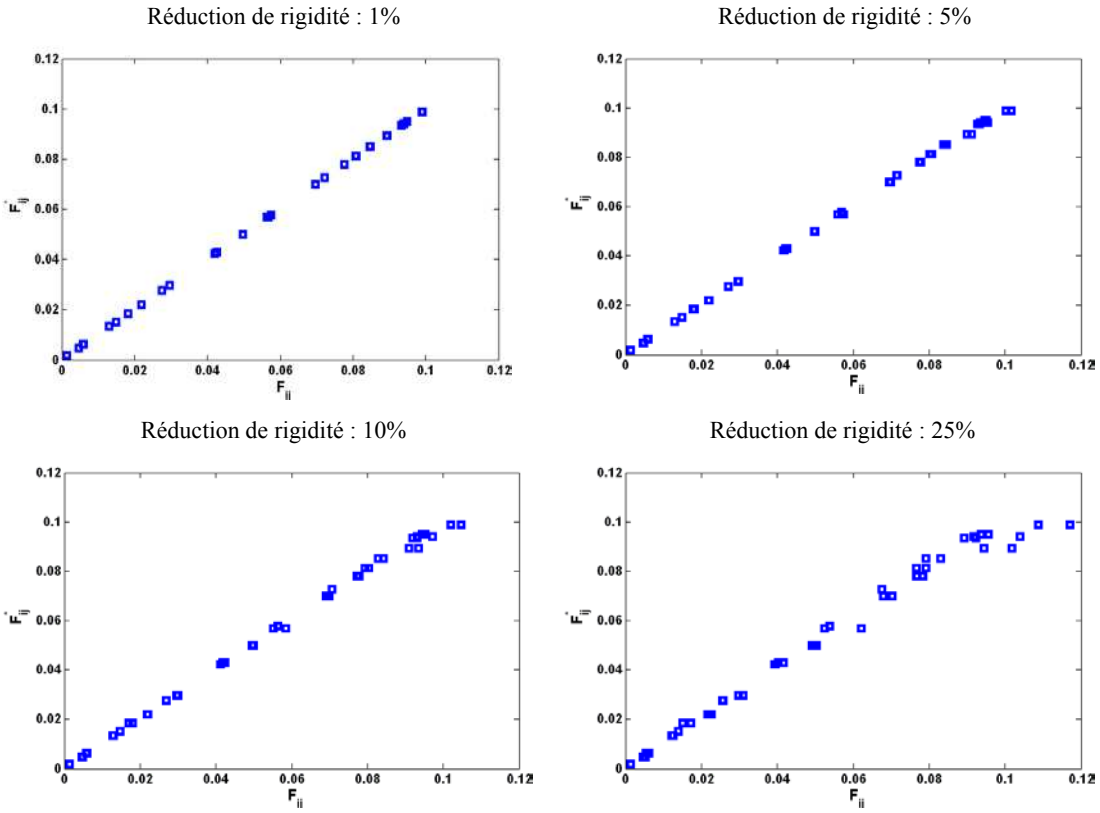


Figure 3.10 – *Comparaison des fractions de rigidité, avant et après endommagement*

A titre d'illustration, pour vérifier l'hypothèse principale de la méthode de l'indicateur d'endommagement (égalité des fractions de rigidité avant et après endommagement), une poutre avec 20 éléments et quatre niveaux d'endommagement (1%, 5%, 10% et 25% de réduction de rigidité) dans un élément donné, ont été considérés. Le résultat de cette comparaison pour les fractions de rigidité avant et après endommagement est illustré dans la *Figure 3.10*. La courbe bissectrice, confirme l'hypothèse de l'égalité des fractions de rigidité $(F_{ij}^* \cong F_{ij})$ utilisée dans la méthode de l'indicateur d'endommagement.

L'application de la méthode de l'indicateur d'endommagement normalisé *z* à l'étude du pont I-40 procure des résultats très intéressants (*Figure 3.11*). Seules les valeurs positives sont représentatives d'endommagements. On constate très nettement que des maximaux locaux sont atteints au point réel d'endommagement pour les quatre niveaux de dégradation. Des fausses

détections subsistent cependant localisées à des endroits assez différents dans les quatre scénarii. Il convient à ce stade d'attirer l'attention sur le fait que l'indicateur d'endommagement ne doit pas être analysé sur la simple base de maxima locaux pour permettre la détection d'endommagement, ceci à la différences des méthodes de flexibilité et de courbures de flexibilité ou de déformées propres. Nous reviendrons dans la *Section 6.5* sur ce point qui relève d'un ***problème de classification***.

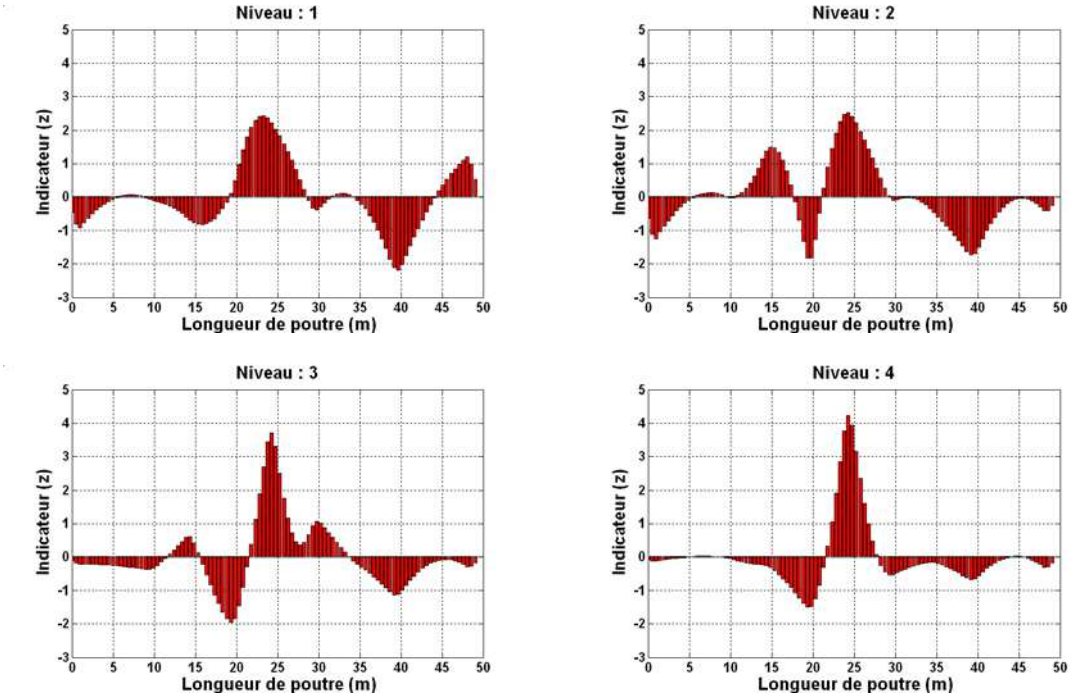


Figure 3.11 – *Méthode de l'indicateur d'endommagement (I-40)*

En conclusion et en résumé des différents calculs menés sur le pont I40, le *Tableau 3.3* synthétise les résultats obtenus sur la base de l'analyse par les trois premiers modes propres de la structure. Toutes les méthodes évaluées sont aptes à localiser l'endommagement de niveau 4, de résultats plus contrastés étant obtenus pour les autres niveaux d'endommagement. La méthode de l'indicateur d'endommagement reste performante sur l'ensemble des endommagements.

Méthode	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4
Fréquences				D
MAC				D
COMAC				
MF				L-
MCDP	L-	L-	L-	L-
MCF	L-	L-	L-	L-
MID	L	L	L	L

D : Détecté – L : Localisé – L- : Localisé avec d'autres endroits

Tableau 3.3 – *Synthèse de la performance des méthodes de détection pour le pont I40*

6.2. Généralisation au cas d'une poutre tridimensionnelle

Considérons maintenant une poutre tridimensionnelle de type Euler-Bernoulli (*Figure 3.12*) et exprimons les énergies de déformation (Géradin & Rixen, 1997) :

$$U = \frac{1}{2}\int_0^L \left[EI_z(x)\left(\frac{\partial^2 \nu}{\partial x^2}\right)^2 + EI_y(x)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 + EA(x)\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + GJ_x(x)\left(\frac{\partial \psi_x}{\partial x}\right)^2 \right] dx \quad (3.29)$$

où u, ν, w, ψ_x sont respectivement les déplacements relatifs au répère (a_i, x, y, z) et la rotation autour de l'axe (a_i, x). EI_z, EI_y, EA, GJ_x représentent les rigidités en flexion autour des axes (a_i, z) et (a_i, y), la rigidité longitudinale et la rigidité en torsion.

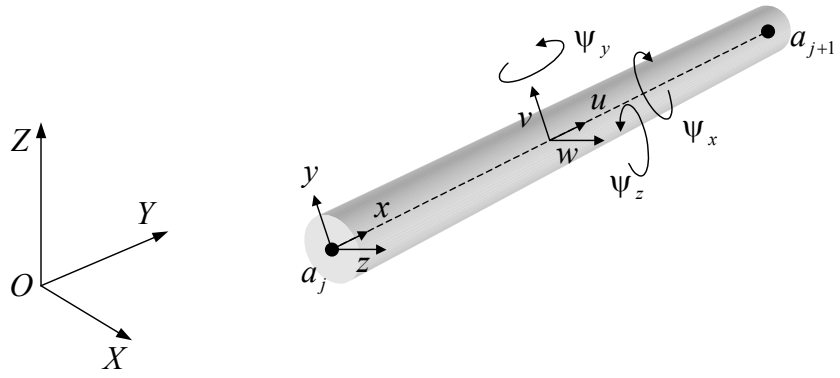


Figure 3.12 – *Elément de poutre tridimensionnelle*

De la même façon identique que pour la poutre simple, on définit les indicateurs d'endommagement pour chaque degré de liberté :

$$\beta_{jz} = \frac{\widehat{EI}_{jz}}{\widehat{EI}^*_{jz}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{\int_{a_j}^{a_{j+1}} \left(\frac{\partial^2 \Phi^*_{iz}}{\partial x^2}\right)^2 dx \int_0^L \left(\frac{\partial^2 \Phi_{iz}}{\partial x^2}\right)^2 dx}{\int_0^L \left(\frac{\partial^2 \Phi^*_{iz}}{\partial x^2}\right)^2 dx \int_{a_j}^{a_{j+1}} \left(\frac{\partial^2 \Phi_{iz}}{\partial x^2}\right)^2 dx} \tag{3.30}$$

$$\beta_{jy} = \frac{\widehat{EI}_{jy}}{\widehat{EI}^*_{jy}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{\int_{a_j}^{a_{j+1}} \left(\frac{\partial^2 \Phi^*_{iy}}{\partial x^2}\right)^2 dx \int_0^L \left(\frac{\partial^2 \Phi_{iy}}{\partial x^2}\right)^2 dx}{\int_0^L \left(\frac{\partial^2 \Phi^*_{iy}}{\partial x^2}\right)^2 dx \int_{a_j}^{a_{j+1}} \left(\frac{\partial^2 \Phi_{iy}}{\partial x^2}\right)^2 dx} \tag{3.31}$$

$$\beta_{jx} = \frac{\widehat{EA}_{j}}{\widehat{EA}^*_{j}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{\int_{a_j}^{a_{j+1}} \left(\frac{\partial^2 \Phi^*_{ix}}{\partial x^2}\right)^2 dx \int_0^L \left(\frac{\partial^2 \Phi_{ix}}{\partial x^2}\right)^2 dx}{\int_0^L \left(\frac{\partial^2 \Phi^*_{ix}}{\partial x^2}\right)^2 dx \int_{a_j}^{a_{j+1}} \left(\frac{\partial^2 \Phi_{ix}}{\partial x^2}\right)^2 dx} \tag{3.32}$$

$$\beta_{jt} = \frac{\widehat{GJ}_{j}}{\widehat{GJ}^*_{j}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{\int_{a_j}^{a_{j+1}} \left(\frac{\partial^2 \Psi^*_{ix}}{\partial x^2}\right)^2 dx \int_0^L \left(\frac{\partial^2 \Psi_{ix}}{\partial x^2}\right)^2 dx}{\int_0^L \left(\frac{\partial^2 \Psi^*_{ix}}{\partial x^2}\right)^2 dx \int_{a_j}^{a_{j+1}} \left(\frac{\partial^2 \Psi_{ix}}{\partial x^2}\right)^2 dx} \tag{3.33}$$

6.3. Généralisation au cas d'une plaque mince

Dans le cas d'une plaque mince en flexion, pour le mode propre $\Phi_i(x,y)$, l'expression d'énergie totale de la plaque s'écrit (Géradin & Rixen, 1997) :

$$U_i = \frac{D}{2}\int_0^b \int_0^a \left[\left(\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial y^2}\right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial y^2}\right) + 2(1-\nu)\left(\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x \partial y}\right)^2 \right] dx\, dy \tag{3.34}$$

où $D = \frac{E\,h^3}{24(1-\nu^2)}$ est la rigidité en flexion, E le module d'élasticité, h l'épaisseur de la plaque et ν le coefficient de Poisson.

En divisant la plaque entre N_x subdivisions dans le sens x et N_y subdivisions dans le sens y (*Figure 3.13*), l'énergie associée de l'élément jk pour le $i^{ème}$ mode de vibration s'écrit :

$$U_{ijk} = \frac{D_{jk}}{2} \int_{b_k}^{b_{k+1}} \int_{a_j}^{a_{j+1}} \left[\left(\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial y^2} \right) + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx\, dy \tag{3.35}$$

où D_{jk} est la rigidité en flexion de l'élément jk, a_j, a_{j+1} et b_k, b_{k+1} sont les nœuds de l'élément jk, a et b étant les dimensions de la plaque.

La fraction d'énergie pour l'élément jk pour le $i^{ème}$ mode de vibration peut être écrite :

$$F_{ijk} = \frac{D_{jk} \int_{b_k}^{b_{k+1}} \int_{a_j}^{a_{j+1}} \left[\left(\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial y^2} \right) + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx\, dy}{D \int_0^b \int_0^a \left[\left(\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial y^2} \right) + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx\, dy} \tag{3.36}$$

Le terme F_{ijk}^* pour les modes endommagés peut être écrit de façon identique. Ainsi en utilisant n modes de vibration, l'indicateur d'endommagement β_{jk} pour chaque élément de plaque, s'écrit :

$$\beta_{ijk} = \frac{D_{jk}}{D_{jk}^*} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{F_{ijk}^*}{F_{ijk}} \tag{3.37}$$

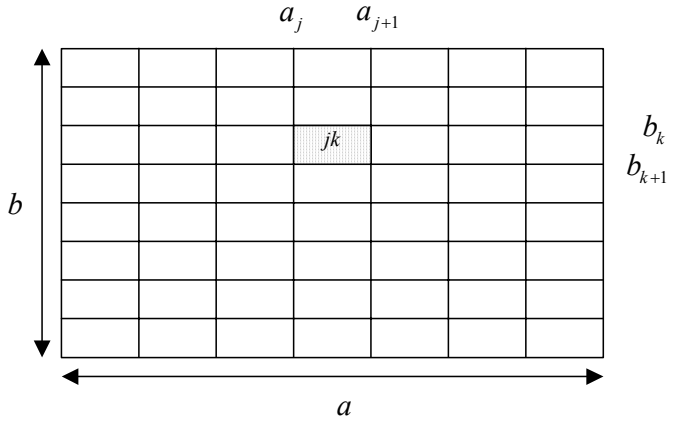


Figure 3.13 – *Plaque divisée en $N_x \times N_y$ éléments*

Nous verrons au *Chapitre V* un exemple d'application à un ouvrage de l'utilisation d'un modèle de type plaque à la détection d'endommagements. Des simulations sont cependant présentées dans les sections suivantes afin d'illustrer la mise en œuvre de la méthode de l'indicateur d'endommagement.

6.4. Comparaison de l'indicateur d'endommagement avec d'autres méthodes

Les méthodes de changement de courbure des déformées modales, de flexibilité et de courbure de flexibilité s'intéressent aux lieux où ces changements sont maximaux. Lorsqu'un seul endommagement est présent, il s'agit donc de déterminer le lieu où ces indicateurs atteignent leur maximum. Lorsque plusieurs endommagements sont présents, il faut rechercher tous les maxima locaux qui vont identifier les lieux d'endommagement.

Parallèlement, les indicateurs de courbure des déformées modales, de flexibilité et de courbure de flexibilité sont des fonctions croissantes de l'endommagement. La quantification absolue de l'endommagement à partir de leurs résultats ne paraît pas appréciable en l'état à partir des études menées. La comparaison relative entre deux situations données d'un même ouvrage peut cependant permettre d'évaluer l'évolution de l'endommagement au cours du temps. Ce point apparaît très nettement sur les simulations numériques de la *Section 7* de ce chapitre, et sur le cas expérimental du pont I-40 qui a illustré l'application de ces méthodes.

L'indicateur d'endommagement présente par contre une spécificité qui lui est propre. En premier, le recours à un indicateur normalisé z (nous verrons dans la section suivante l'intérêt de cette normalisation) ne permet pas de distinguer la sévérité de l'endommagement. Il faut revenir à l'indicateur non normalisé β pour l'apprécier. En second lieu, la détection de l'endommagement n'est absolue mais repose sur le choix d'un seuil de détection que nous allons maintenant détailler. Ceci explique la normalisation de l'indicateur β, pour pourvoir définir un seuil indépendant du problème traité, et seulement lié à la technique.

6.5. Critère de classement

A la différence des autres méthodes, la méthode de l'indicateur d'endommagement ne repose pas sur un critère absolu (maximum de flexibilité ou de courbure) pour détecter un endommagement. L'indicateur normalisé z (ou non normalisé β) doit être comparé à un ***seuil de détection*** z_s (ou β_s) ; les valeurs z_j (j représentant un élément) dépassant ce seuil de

détection seront alors considérées comme endommagés. Le choix de ce seuil est donc primordial pour correctement identifier les endommagements. Choisi trop faible, des endommagements fantômes (***fausses alarmes***) seront détectés ; trop élevé, la non détection d'endommagements effectivement présents est à craindre. La *Figure 3.14* présente le cas d'une poutre possédant 4 lieux d'endommagements. Ainsi, si le seuil est fixé à 1,25, deux endommagements sont seulement détectés pour les mailles 3 et 17. Si le seuil descend à 0,5, 6 détections sont faites (pour les éléments 2,3, 8, 13, 17, 18, $z_j \geq 0,5$). Parmi ces détections, il y a deux fausses alarmes (2 et 18).

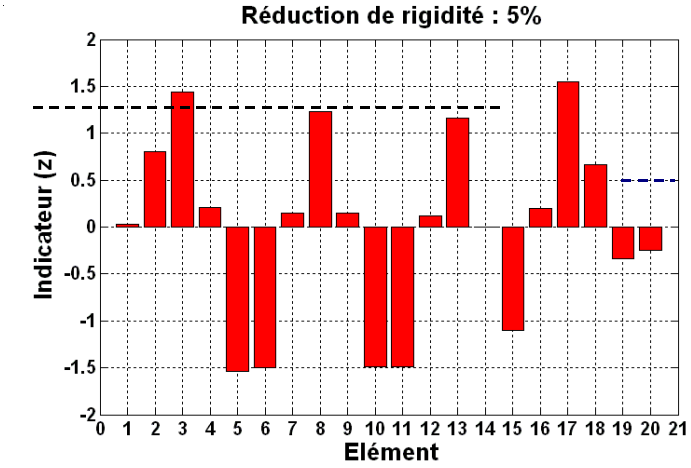


Figure 3.14 – *Influence du seuil de détection*

Nous reviendrons au Chapitre *IV* à la détermination de ce seuil au travers de simulations numériques et d'une analyse statistique des probabilités de détection et de fausse alarme. Cependant, une approche possible est de recourir à des tests d'hypothèses (Gibson & Melsa, 1975). L'objectif est la classification d'un élément, en élément endommagé ou non endommagé suivant sa valeur z_j .

Deux hypothèses sont émises. La première hypothèse H_0 assume que l'endommagement n'est pas présent sur la maille (élément) *j*. La seconde hypothèse H_1 considère que l'endommagement est présent sur la maille (élément) *j*. Si l'on appelle respectivement les résultats de l'analyse, D_0 pour la non détection et D_1 pour la détection, il y a alors quatre possibilités :

- L'endommagement est correctement détecté à la maille *j* (*décision correcte*). La probabilité de ce résultat est appelée ***probabilité de détection***, $P_d = \mathcal{P}\left(D_1 \middle| H_1\right)$.
- L'endommagement est incorrectement détecté à la maille *j* (*décision incorrecte*). La probabilité de ce résultat est appelée ***probabilité de fausse alarme***, $P_f = \mathcal{P}\left(D_1 \middle| H_0\right)$.
- Un endommagement n'est pas détecté à la maille *j* mais il y a un endommagement réellement présent (*décision incorrecte*). La probabilité de ce résultat est appelée ***probabilité de fausse négative***, $P_n = \mathcal{P}\left(D_0 \middle| H_1\right)$.
- Aucun endommagement est détecté à la maille *j* et effectivement il n'y a pas d'endommagement présent (*décision correcte*). La probabilité de ce résultat est notée, $\mathcal{P}\left(D_0 \middle| H_0\right)$.

On cherche alors à maximiser la probabilité de détection P_d pour une probabilité de fausse alarme donnée $P_f = \alpha$. Cette probabilité de fausse alarme constitue ***le risque de première espèce*** ou ***niveau du test*** tandis que la probabilité de détection est la ***puissance du test***. Cette approche est semblable à celle utilisée dans le test de Neyman-Pearson ; elle en diffère parce qu'elle ne fera pas appel au concept de fonction de vraisemblance pour construire la règle de décision.

Une ***règle de décision*** consiste à définir une relation entre les observations *D* et les décisions et est donnée par :

- Si $\phi(D) = 0$, le test conduit à l'acceptation de H_0 (et donc au rejet de H_1) ;
- Si $\phi(D) = 1$, le test conduit à l'acceptation de H_1 (et donc au rejet de H_0).

Le test est entièrement caractérisé par la donnée d'une ***région critique*** $\mathcal{C}$ définie par :

$$\mathcal{C} = \left\{D / \phi(D) = 1\right\} \tag{3.38}$$

Dans le cas qui nous intéresse, l'observation est la valeur de l'indicateur d'endommagement *z* pour une maille donnée. Nous définirons la règle de décision pour une maille donnée par la condition :

$$\begin{cases} \phi(z) = 1 & \text{si } z \geq \nu \\ \phi(z) = 0 & \text{si } z < \nu \end{cases} \tag{3.39}$$

c'est-à-dire

- Si $z < \gamma$, le test conduit à l'acceptation de H_0 (et donc au rejet de H_1) ;
- Si $z \geq \gamma$, le test conduit à l'acceptation de H_1 (et donc au rejet de H_0).

Cette règle permet donc de distinguer de définir la zone critique comme le groupe des éléments endommagés. La mise en œuvre du test consiste alors à choisir le niveau du test α, puis de calculer le seuil ν. Nous ne savons rien de la distribution de l'indicateur d'endommagement. L'hypothèse la plus simple et la plus raisonnable consiste à retenir une loi gaussienne pour l'indicateur dans une maille donnée. Rien ne justifie ensuite que ces lois soient identiques (même moyenne, même variance) pour toutes les mailles de la structure. Nous verrons d'ailleurs au travers des simulations de Monte-Carlo du *Chapitre IV* que les probabilités de détection et de fausse alarme dépendent fortement du lieu (appui, proximité de la source d'excitation…). Néanmoins, nous supposerons ces lois identiques. Comme l'indicateur d'endommagement est normalisé sur l'ensemble de la structure, la moyenne et la variance sont donc respectivement 0 et 1. Dans ce cas, la probabilité de fausse alarme est donnée par :

$$P_f = \mathcal{P}\left(z \geq \nu\right) = \int_{\nu}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\,\pi}} \exp\left[-\frac{z^2}{2}\right] dz = \alpha \tag{3.40}$$

Ainsi, pour un seuil ν de 2, la probabilité de fausse alarme sera de 0,0228, soit 2% environ. A titre d'exemple, si nous revenons à la *Figure 3.11,* pour le seuil de 2 et le scénario 2, seul l'endommagement réel est détecté (acceptation de H_1). Les autres cas de valeurs positives de l'indicateur d'endommagement ne sont pas pris en compte car de valeurs inférieures à 2 (rejet de H_1).

Cette approche a le mérite de confirmer que la valeur de l'indicateur d'endommagement représente non pas une sévérité mais un degré de confiance dans la détection de l'endommagement. Elle reste cependant insatisfaisante tant sur le plan théorique (un test de Neyman-Pearson basé une fonction de vraisemblance serait plus approprié) que sur le plan de la détermination des probabilités de détection, notamment en présence d'incertitudes statistiques liées à l'identification des modes propres. C'est pourquoi nous aurons recours à des simulations dans le *Chapitre IV*.

7. Validation numérique et étude de sensibilité

L'objectif principal de cette section est de présenter sur des exemples simples la mise en œuvre des méthodes introduites dans les sections précédentes (indicateurs MAC et COMAC, méthodes de flexibilité, de courbure de flexibilité et de courbure des déformées propres, méthode de l'indicateur d'endommagement). Pour cela, diverses simulations numériques par éléments finis sur des poutres ou des plaques présentant un ou plusieurs endommagements ont été traitées :

- Poutre sur appuis simples
- Poutre encastrée
- Plaque sur appuis simples

Comme en pratique seul un nombre limité de modes propres peut être correctement identifié, les simulations feront appel à un nombre de modes propres restreint.

7.1. Poutre sur appuis simples

Une poutre de la longueur de 6 m sur appuis simples a été considérée. L'objectif a été de vérifier la performance des méthodes d'évaluation d'endommagement pour différents niveaux d'endommagement, différentes localisations et finalement différents endommagements simultanés. Pour vérifier l'effet du nombre d'éléments utilisés, deux discrétisations ont été considérées (20 et 50 éléments). Seuls les trois premiers modes propres ont été utilisés. Le modèle aux éléments finis de la poutre est présenté à la *Figure 3.15a*. Les caractéristiques de la poutre sont données au *Tableau 3.4* et sur la *Figure 3.15b*.

Masse volumique	Section droite	Module d'élasticité	Moment d'inertie
$\rho = 798{,}1$ kg/m^3	$A = 33{,}5\,10^{-4}$ m^2	$E = 2{,}1 10^{10}$ kg/m²	$I = 2140\,10^{-8}$ m^4

Tableau 3.4 – *Caractéristiques du modèle aux éléments finis*



Figure 3.15a – *Modèle aux éléments finis*

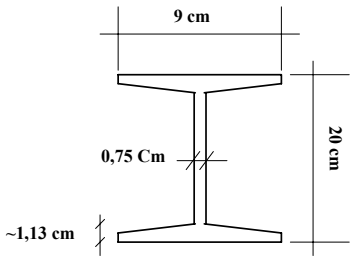
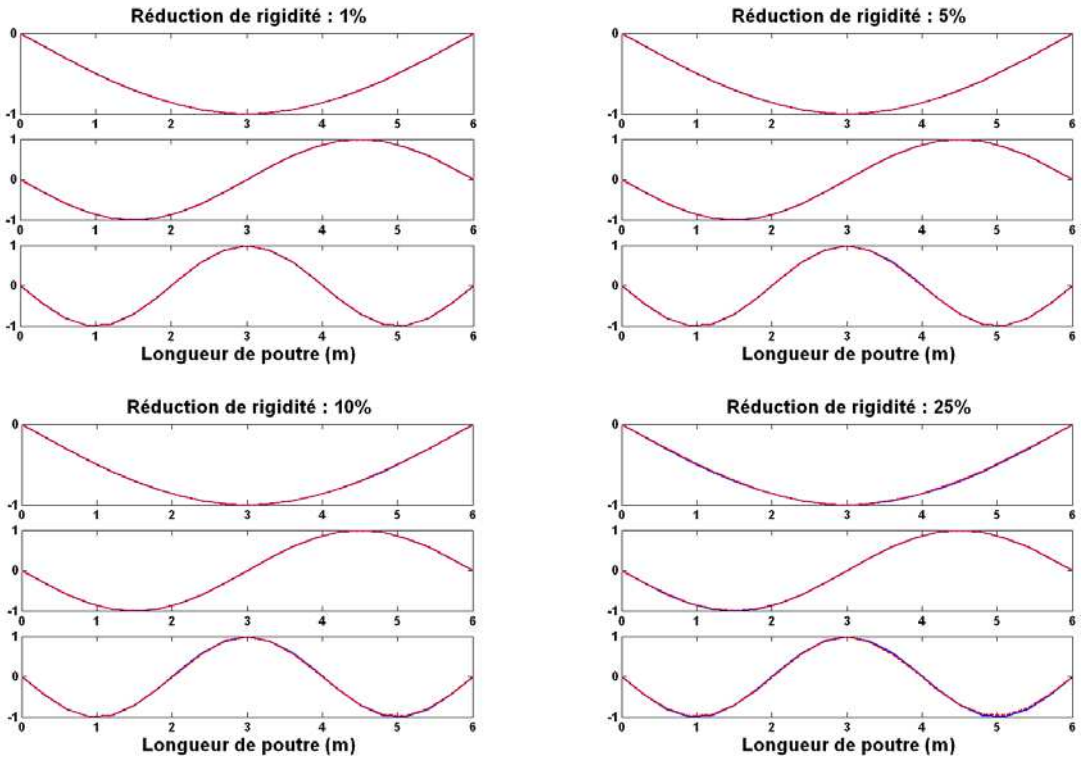


Figure 3.15b – *Section*

7.1.1. Cas d'un seul endommagement

En réduisant la rigidité de l'élément N°10 qui se situe à proximité du milieu de la poutre, quatre niveaux d'endommagement (1%, 5%, 10%, et 25%) ont été simulés. La *Figure 3.16* présente les trois premières déformées propres de la poutre avant et après endommagement. On note une très faible différence entre ces déformées, ce qui est confirmé par les coefficients MAC (*Figure 3.17*).



(avant endommagement en trait plein, après endommagement en traits pointillés)

Figure 3.16 – *Trois premières déformées propres*

Les coefficients *COMAC* (*Figure 3.18*) montrent certains changements, mais non reliés au point d'endommagement, quel que soit le niveau d'endommagement. Finalement la variation des fréquences pour différents niveaux d'endommagement est présentée au *Tableau 3.5*. La faible variation de la deuxième fréquence par rapport autres s'explique par le fait que l'élément endommagé se situe dans une zone où le deuxième mode s'annule.

En considérant les résultats obtenus, on peut conclure que le changement des paramètres modaux ne donne pas des informations suffisantes pour détecter l'endroit d'endommagement, ceci même pour des niveaux d'endommagement locaux de plus de 10%. Cet exemple confirme ce qui était attendu : pour une réduction de rigidité locale de 25%, seule une modification de 1 à 2% sur les fréquences est à attendre.

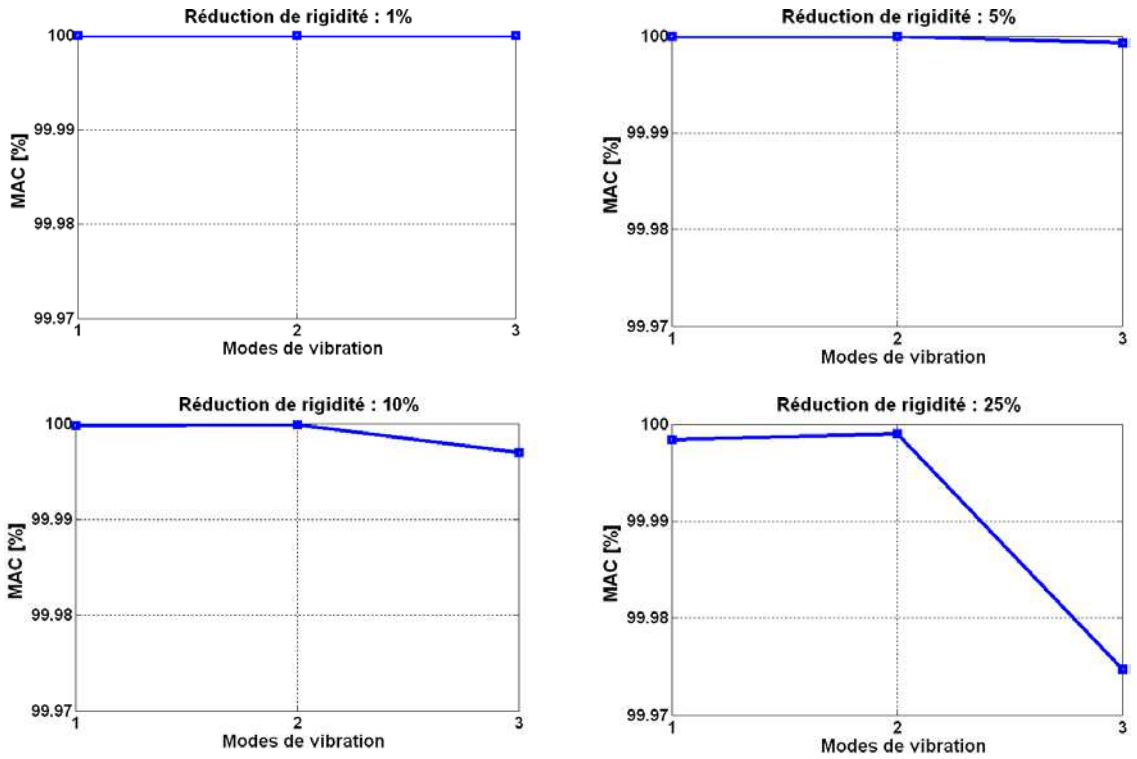


Figure 3.17 – *Coefficients MAC pour différents niveaux d'endommagement*

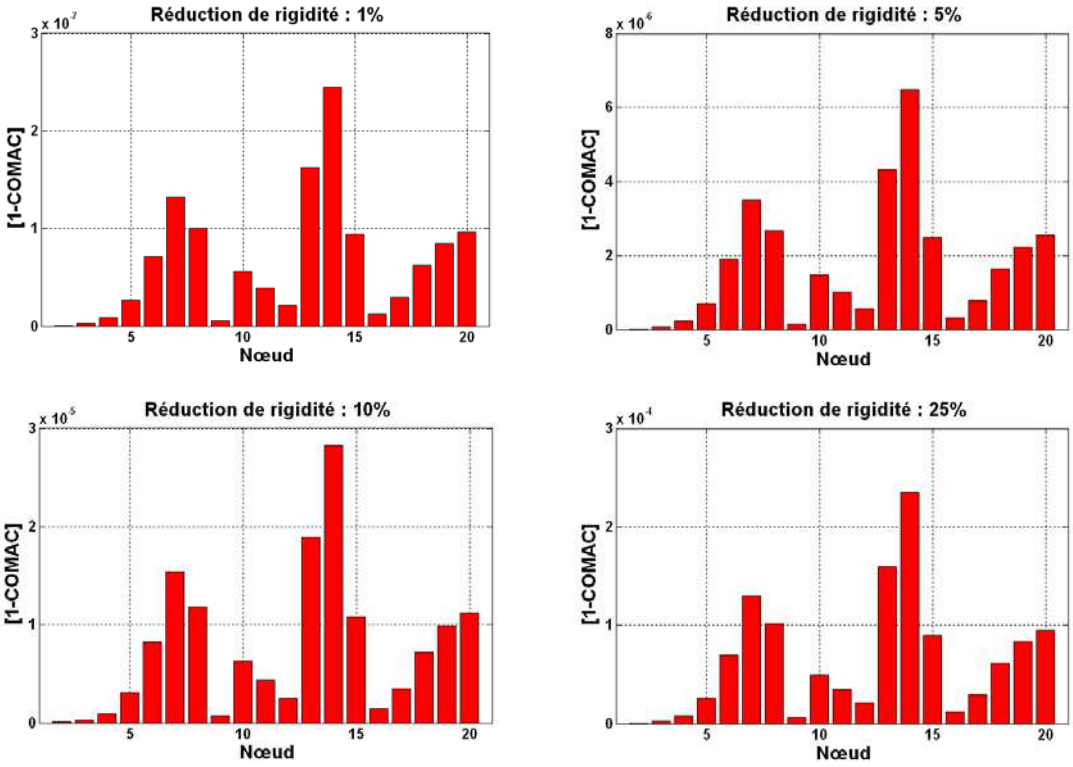


Figure 3.18 – *Coefficients COMAC utilisant les trois premières déformées propres*

	Fréquence (Hz)		
	1ère	2ème	3ème
Poutre intègre	5,657	22,628	50,914
Réduction de rigidité : 1 %	5,654	22,627	50,890
Changement (%)	-0,050	-0,002	-0,047
Réduction de rigidité : 5 %	5,642	22,626	50,790
Changement (%)	-0,260	-0,008	-0,243
Réduction de rigidité : 10 %	5,626	22,624	50,656
Changement (%)	-0,547	-0,018	-0,508
Réduction de rigidité : 25 %	5,566	22,616	50,164
Changement (%)	-1,614	-0,053	-1,473

Tableau 3.5 – *Variation des fréquences pour les différents niveaux d'endommagement*

La poutre endommagée a été également évaluée par les méthodes de flexibilité, de courbure de flexibilité et de courbure des déformées propres et de l'indicateur d'endommagement pour les 4

degrés d'endommagement (*Figure 3.19-3.22*). Toutes les quatre méthodes ont été capables de détecter l'élément endommagé.

La méthode d'indicateur d'endommagement ne permet pas de quantifier le dommage, mais seulement de le détecter et de le localiser (niveau 1 et 2 de la classification de Rytter). Pour cela, le seuil de 2 a été fixé pour discriminer un élément endommagé d'un élément non endommagé. Par contre, les autres méthodes permettent de quantifier ce dommage puisque le degré de détection augmente avec l'endommagement.

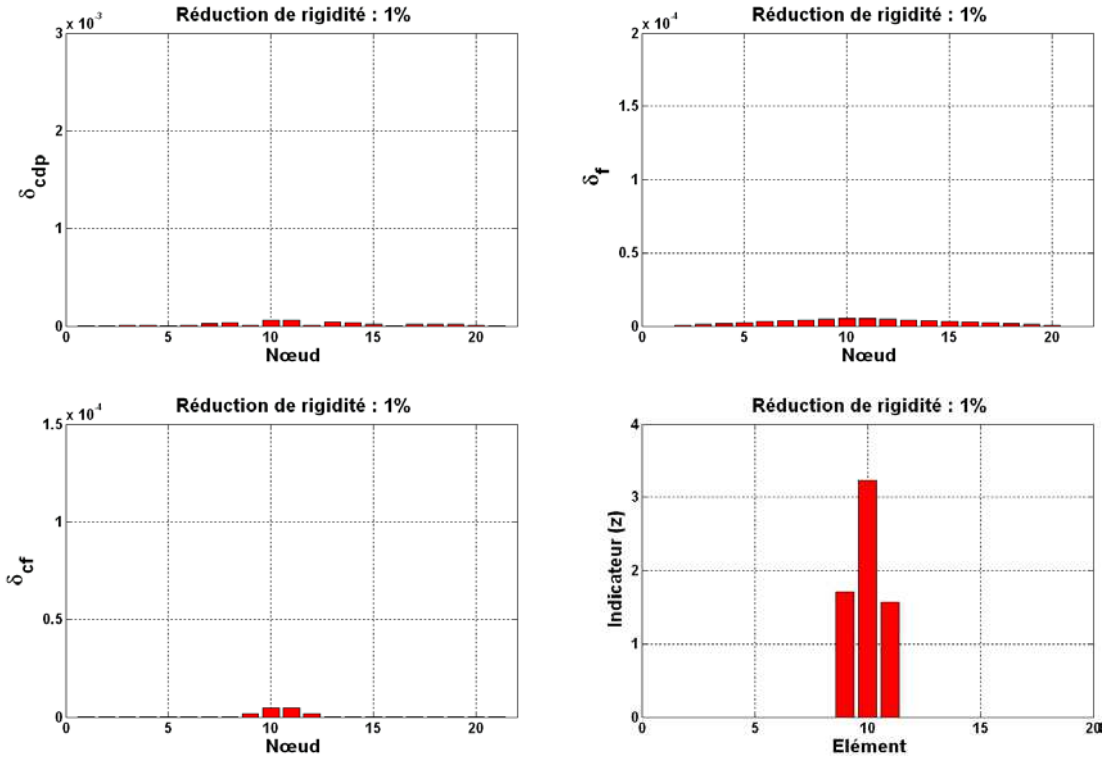


Figure 3.19 – *Comparaisons entre méthodes pour le 1^er^ degré d'endommagement*

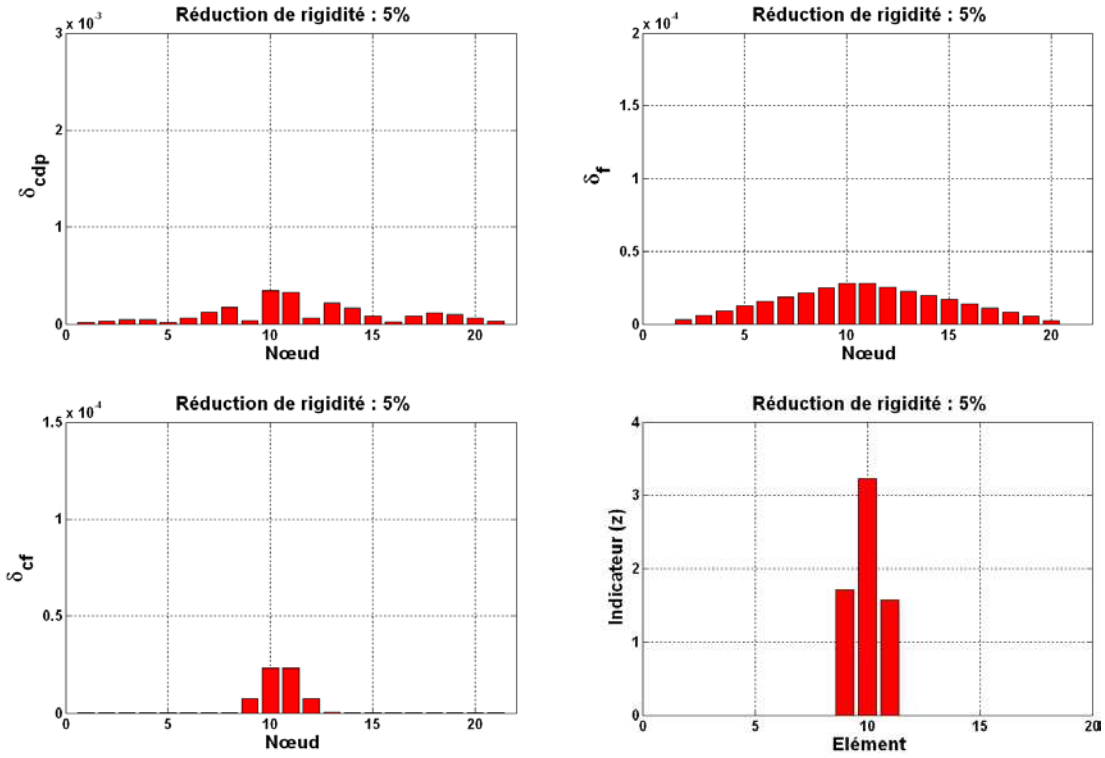


Figure 3.20 – *Comparaisons entre méthode pour le 2ème degré d'endommagement*

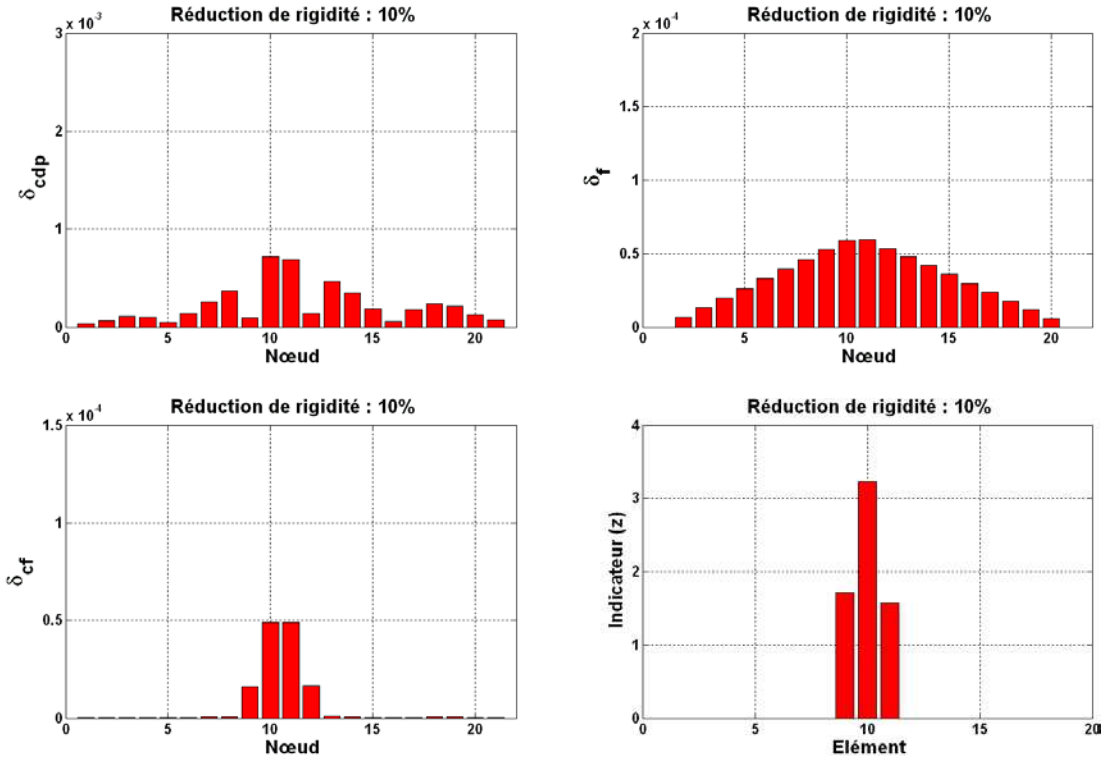


Figure 3.21 – *Comparaisons entre méthodes pour le 3ème degré d'endommagement*

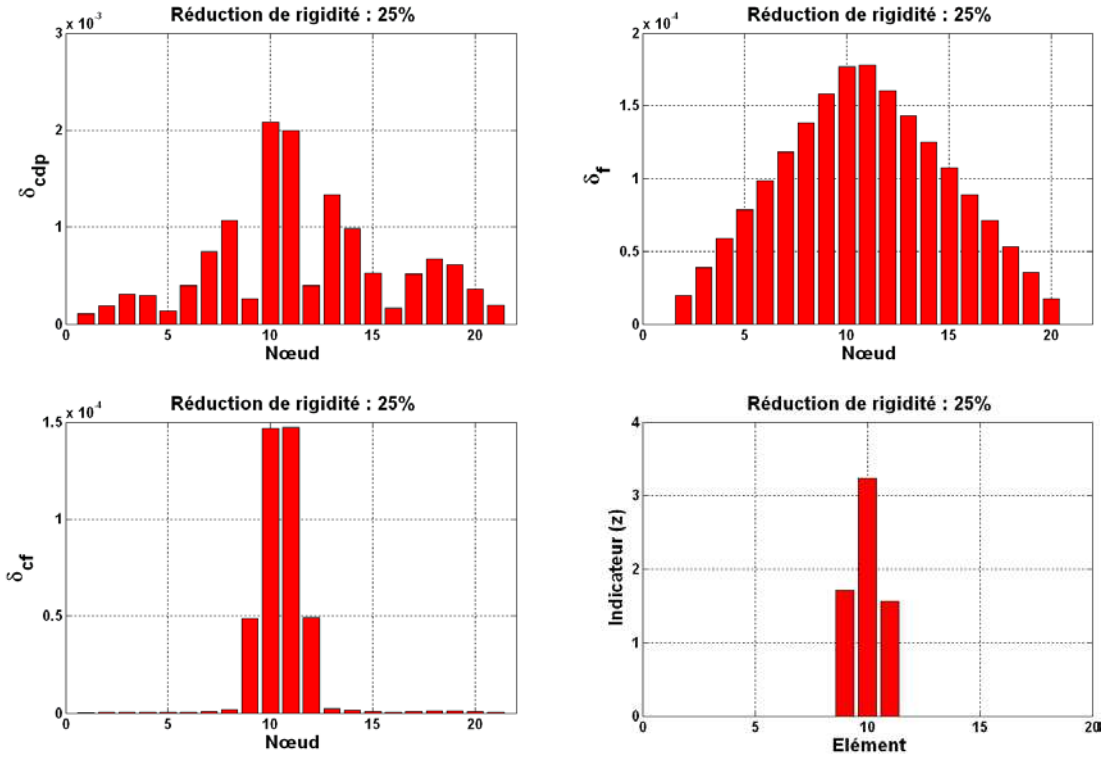


Figure 3.22 – *Comparaisons entre méthodes pour le 4ème degré d'endommagement*

7.1.2. Cas de deux endommagements simultanés

Quatre niveaux d'endommagement (1%, 5%, 10% et 25%) ont été simultanément considérés sur les éléments 7 et 13 (*Figure 3.23*).

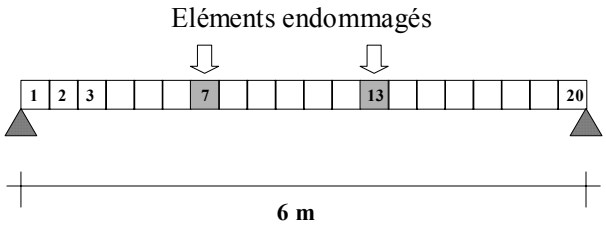


Figure 3.23 – *Endommagements sur les éléments 7 et 13*

Les *Figures 3.24* illustrent les coefficients MAC et COMAC obtenus. Les coefficients MAC mettent en évidence une parfaite corrélation entre les modes, sauf pour le cas à 25% (deuxième et troisième mode). Les coefficients COMAC mettent en évidence des changements non représentatifs des endommagements présents (fin de poutre notamment). Le *Tableau 3.6* présente la variation des fréquences par rapport au cas intègre. Le maximum de changement est de 2%.

	Fréquence (Hz)		
	$1^{ère}$	$2^{ème}$	$3^{ème}$
Poutre intègre	5,657	22,628	50,914
Réduction de rigidité : 1 %	5,652	22,613	50,909
Changement (%)	-0,080	-0,060	-0,009
Réduction de rigidité : 5 %	5,634	22,551	50,890
Changement (%)	-0,413	-0,338	-0,048
Réduction de rigidité : 10 %	5,608	22,467	50,863
Changement (%)	-0,865	-0,709	-0,101
Réduction de rigidité : 25 %	5,514	22,155	50,763
Changement (%)	-2,531	-2,089	-0,297

Tableau 3.6 – *Variation des fréquences pour différents endommagements conjoints*

L'application des méthodes de détection procure des résultats de qualités différentes en présence de plusieurs endommagements. Ainsi, la méthode de flexibilité ne distingue pas les éléments endommagés mais donne une surface aux alentours des éléments endommagés. La méthode de courbure de flexibilité fournit par contre des résultats satisfaisants comme la méthode de l'indicateur d'endommagement (seuil de 2). Les *Figures 3.25* illustrent ces tendances pour les deux niveaux d'endommagement extrêmes.

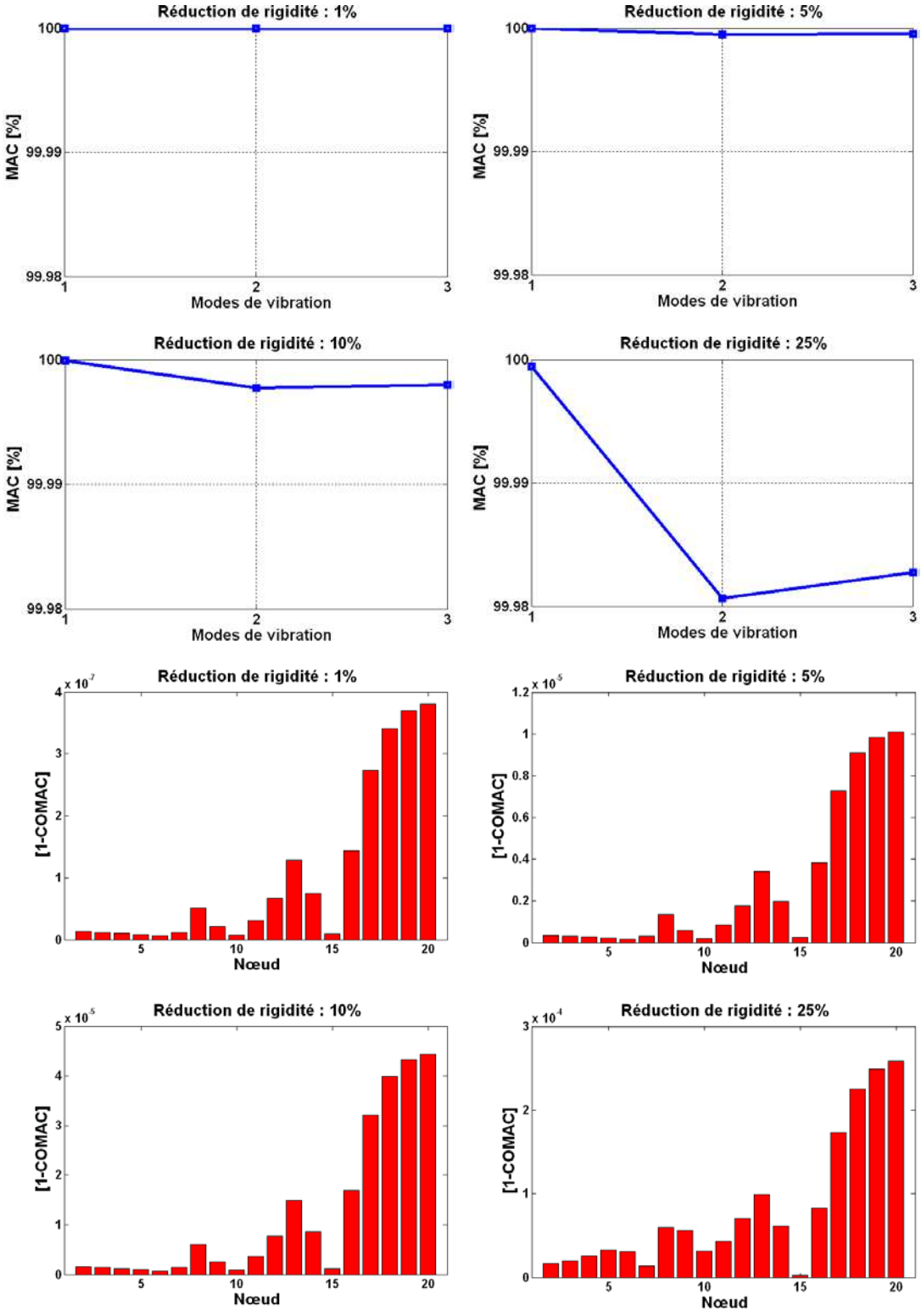


Figure 3.24 – *Coefficients MAC et COMAC pour différents endommagements conjoints*

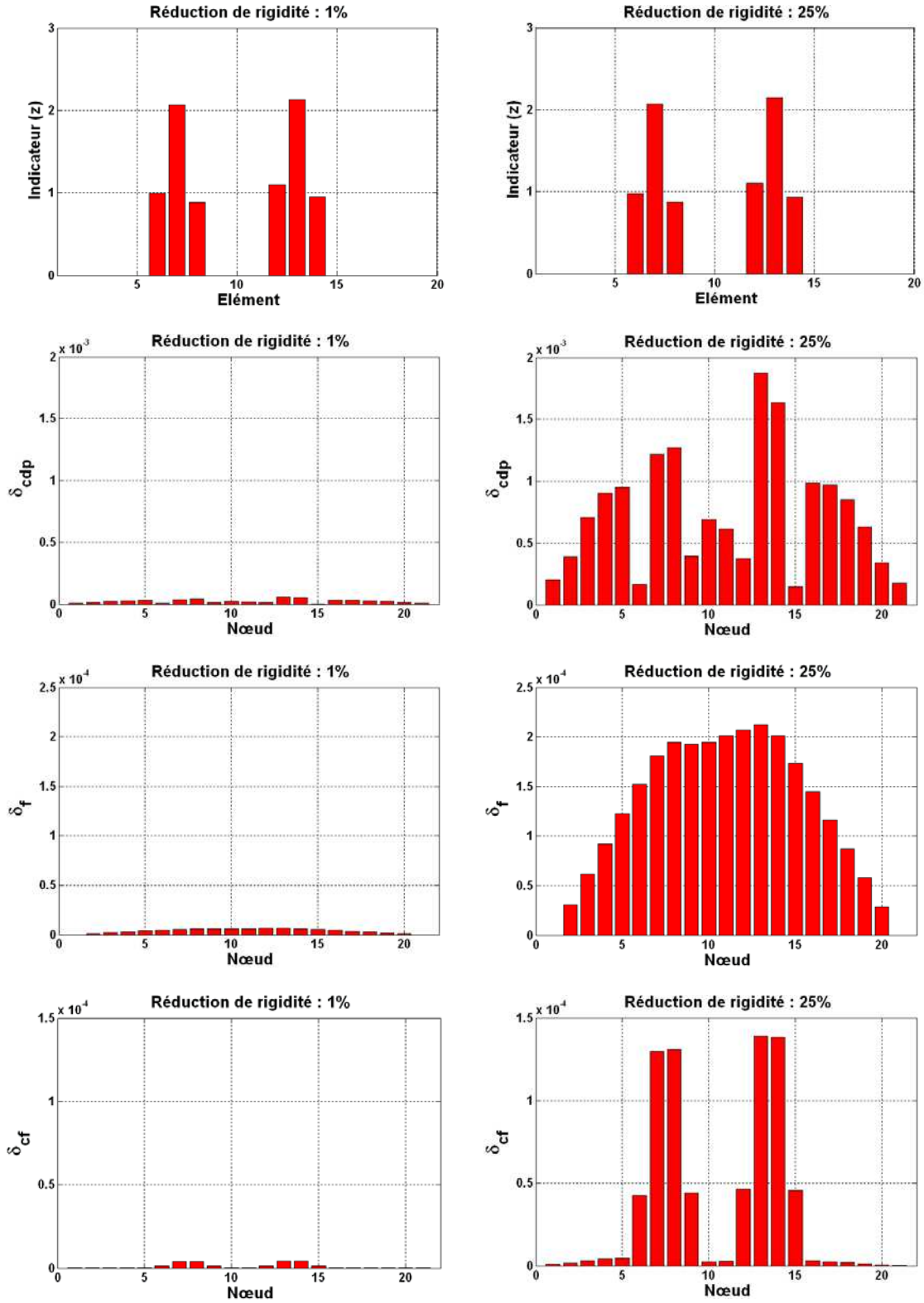


Figure 3.25 – *Comparaison entre méthodes pour différents endommagements conjoints*

Pour conclure sur cet exemple, une dernière simulation avec 3 cas d'endommagements, dont un localisé sur appui, est traitée. La réduction de rigidité, dans tous les cas, est de 1% (*Figure 3.26*). La *Figure 3.27* présente les évaluations effectuées par les quatre méthodes de détection. Les résultats de la méthode d'indicateur d'endommagement sont indépendants du niveau d'endommagement. Le nombre de modes utilisés n'a pas d'influence importante sur les résultats finals d'évaluation. Dans le cas de plusieurs endommagements simultanés, la méthode de flexibilité ne peut fournir de résultats probants. Après la méthode d'indicateur d'endommagement, les résultats obtenus par la méthode de la courbure de flexibilité sont les plus performants.

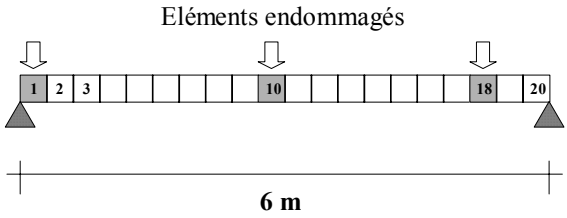


Figure 3.26 – *Poutre sur appuis simples avec 3 endommagements*

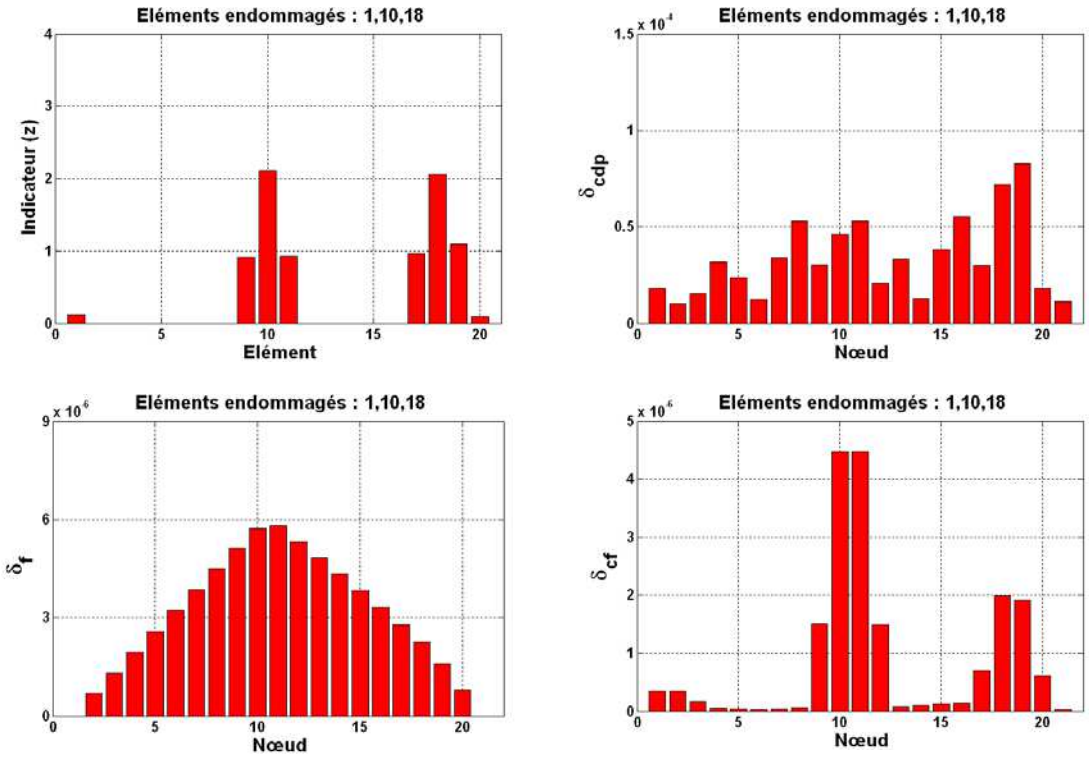


Figure 3.27 – *Comparaison entre méthode de détection pour 3 endommagements*

7.2. Poutre encastrée

L'objectif de ces simulations est de vérifier la performance des méthodes d'évaluation d'endommagement dans le cas d'une poutre encastrée avec différents degrés de discrétisation. Le degré de discrétisation est en effet très important car il représente le pas du maillage de capteurs lors d'une évaluation dynamique.

Une poutre encastrée de 10 m de longueur est ici considérée (*Tableau 3.7*). Elle est subdivisée en 50 éléments et 10 éléments de poutres. Toutes les évaluations ont été effectuées en utilisant les trois premières déformées propres.

Masse volumique	Section droite	Module d'élasticité	Moment d'inertie
$\rho = 798{,}1$ kg/m^3	$A = 61{,}1\times10^{-4}\,m^2$	$E = 2{,}110^{10}$ kg/m²	$I = 7590\times10^{-8}\,m^4$

Tableau 3.7 – *Caractéristiques du modèle aux éléments finis (poutre encastrée)*



Figure 3.28 – *Modèle aux éléments finis*

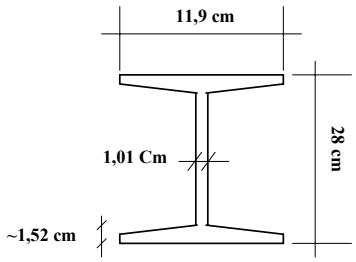


Figure 3.29 – *Section*

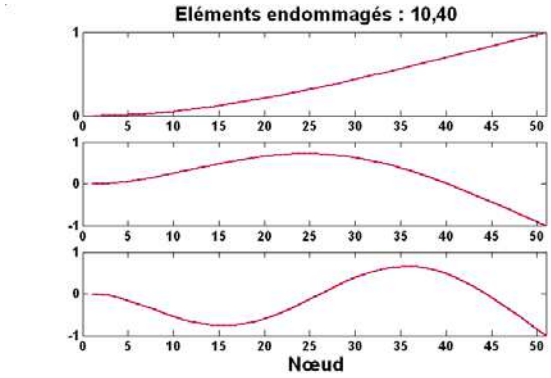


Figure 3.30 – *Déformées propres avant et après endommagements (poutre encastrée)*

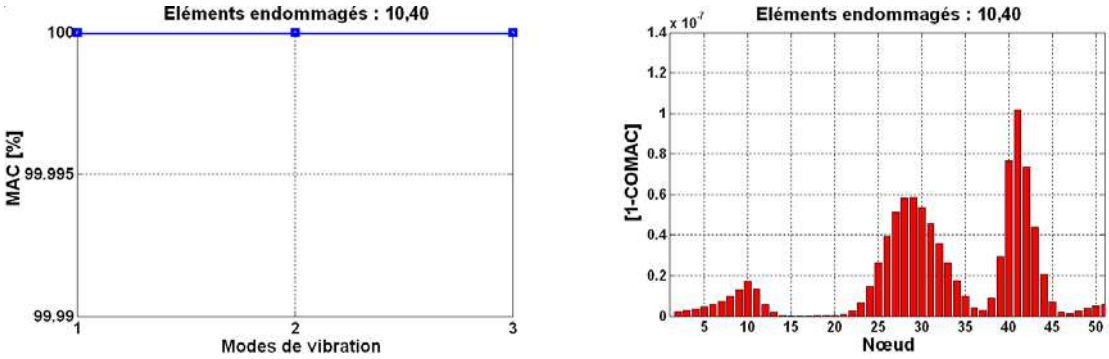


Figure 3.31 – *Coefficients MAC et COMAC (poutre encastrée)*

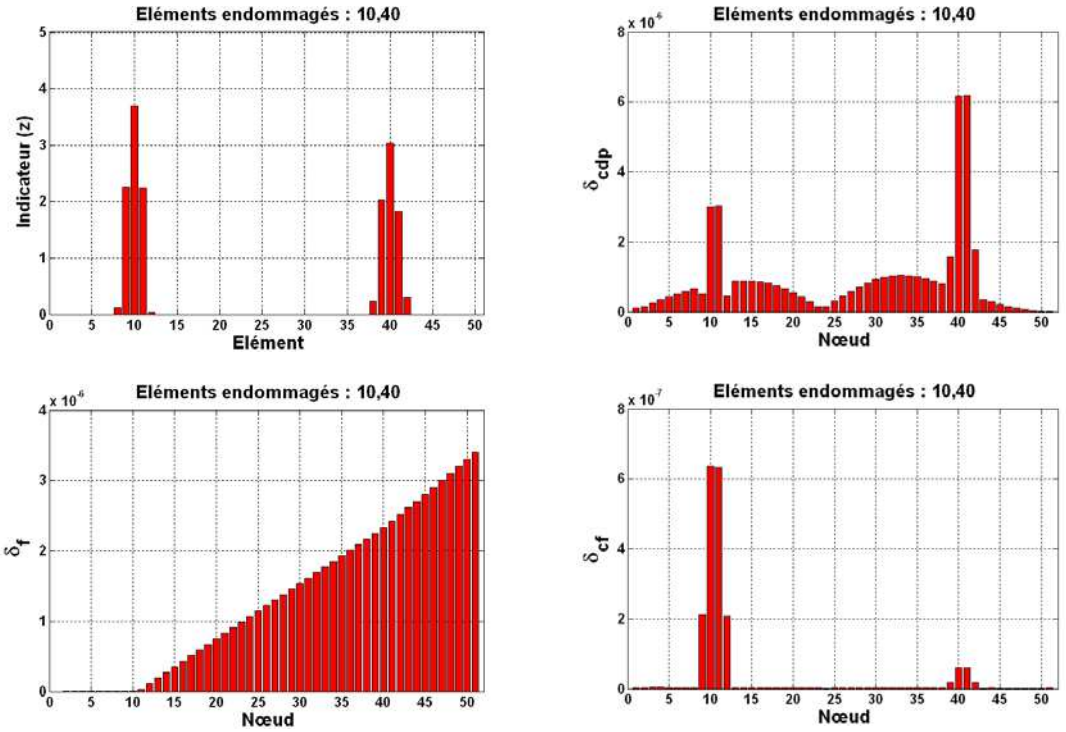


Figure 3.32 – *Comparaisons entre méthodes de détection (poutre encastrée, modèle fin)*

La poutre présente deux endommagements respectivement à 2 et 8 m. Dans une discrétisation fine à 50 éléments, ces dommages sont situés aux éléments 10 et 40, tandis que pour la discrétisation grossière à 10 éléments, ils se situent aux éléments 3 et 8. Le premier dommage se situe dans une zone proche de l'encastrement (moment maximum) et l'autre se trouve près de l'extrémité de la poutre (déplacement maximum). A titre d'illustration pour le modèle fin, la *Figure 3.30* présente les déformées propres avant et après endommagements. Aucune modification sensible n'est à noter, impression confirmée par les coefficients MAC et COMAC (*Figure 3.31*).

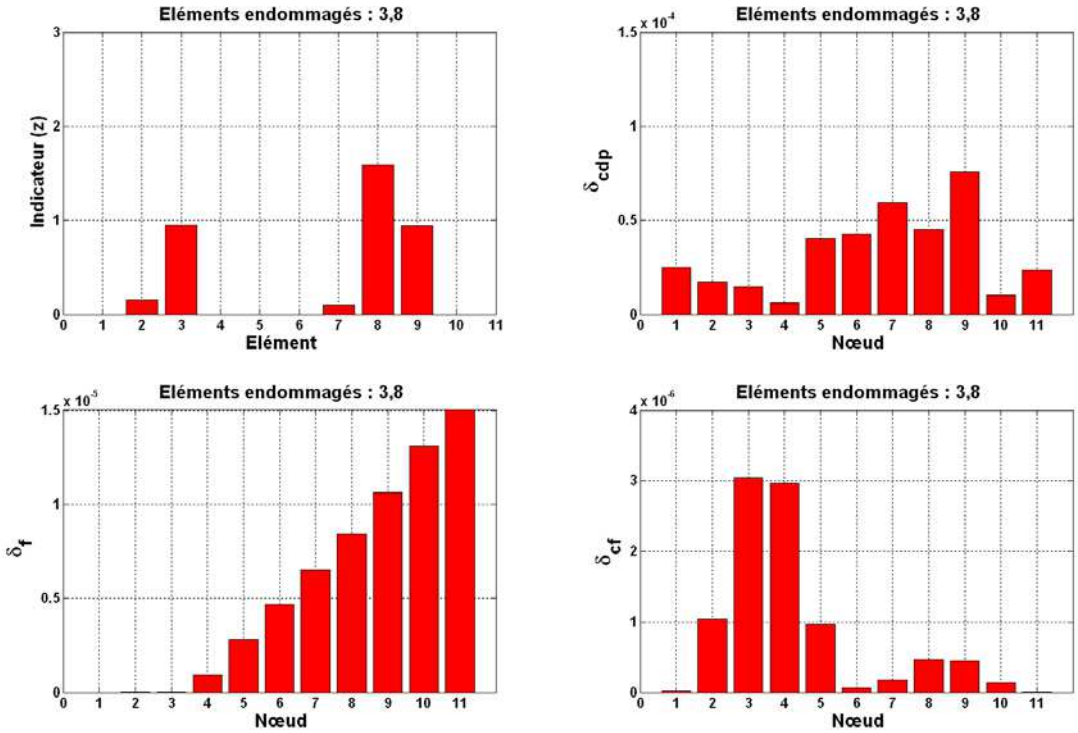


Figure 3.33 – *Comparaisons entre méthodes de détection (poutre encastrée, modèle grossier)*

Les *Figure 3.32* et *3.33* fournissent les résultats des détections pour les modèles fins et grossiers. La méthode de l'indicateur d'endommagement fournit dans les deux cas une bonne détection des endommagements et de leurs positions. Dans le cas d'un seuil fixé à 2, les éléments voisins des éléments endommagés sont également considérés comme endommagés. Nous verrons dans le *Chapitre IV* que la méthode de l'indicateur d'endommagement tend à détecter comme endommagés les mailles voisines de celles effectivement endommagées. La méthode de flexibilité confirme son inefficacité dans la détection d'endommagements conjoints. Les méthodes de courbure (flexibilité et déformée propre) sont sensibles pour le maillage fin mais le sont nettement moins pour un maillage grossier. Néanmoins, la méthode de courbure de flexibilité semble présenter une performance accrue par rapport à la méthode de courbure des déformées propres.

7.3. Plaque mince sur appuis simples

Pour illustrer le cas d'une plaque, une dalle mince de la dimension de $10 \times 10\ m^2$ sur deux appuis simples est étudiée (*Figure 3.34*). Elle est discrétisée en 20×20 éléments à 4 nœuds. Les caractéristiques de la dalle sont :

Masse volumique	Epaisseur	Module d'élasticité
$\rho = 2350$ kg/cm^3	$h = 0{,}1$ m	$E = 2{,}8\,10^{10}$ kg/m²

Tableau 3.8 – *Caractéristiques du modèle aux éléments finis (dalle sur appui simple)*

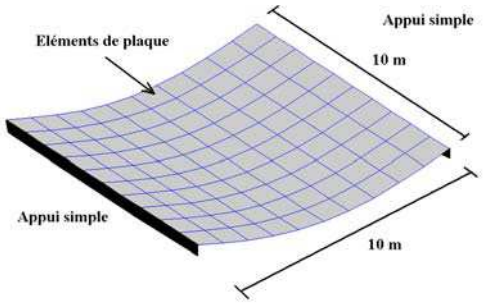


Figure 3.34 – *Dalle sur appuis simples*

La *Figure 3.35* présente les trois premières déformées propres calculées. En réduisant la rigidité de certains éléments à 1%, deux scenarii d'endommagement ont été créés. Ces deux scénarios sont présentés au *Tableau 3.9*.

Scénario d'endommagement	Elément endommagé (coordonnées)	Réduction de rigidité
1	(X=10,Y=2)	1%
2	(X=3,Y=10) & (X=16,Y=14)	1%

Tableau 3.9 – *Scenarios d'endommagement (dalle sur appui simple)*

Mode : 1
Fréquence : 32,25 Hz

Mode : 2
Fréquence : 45,72 Hz

Mode : 3
Fréquence : 64,66 Hz

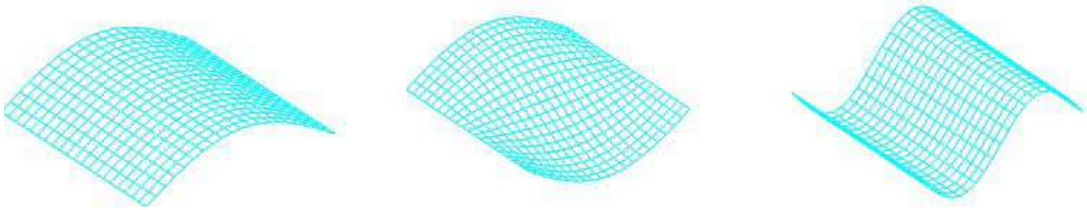


Figure 3.35 – *Trois premières déformées propres d'une dalle (20×20 éléments)*

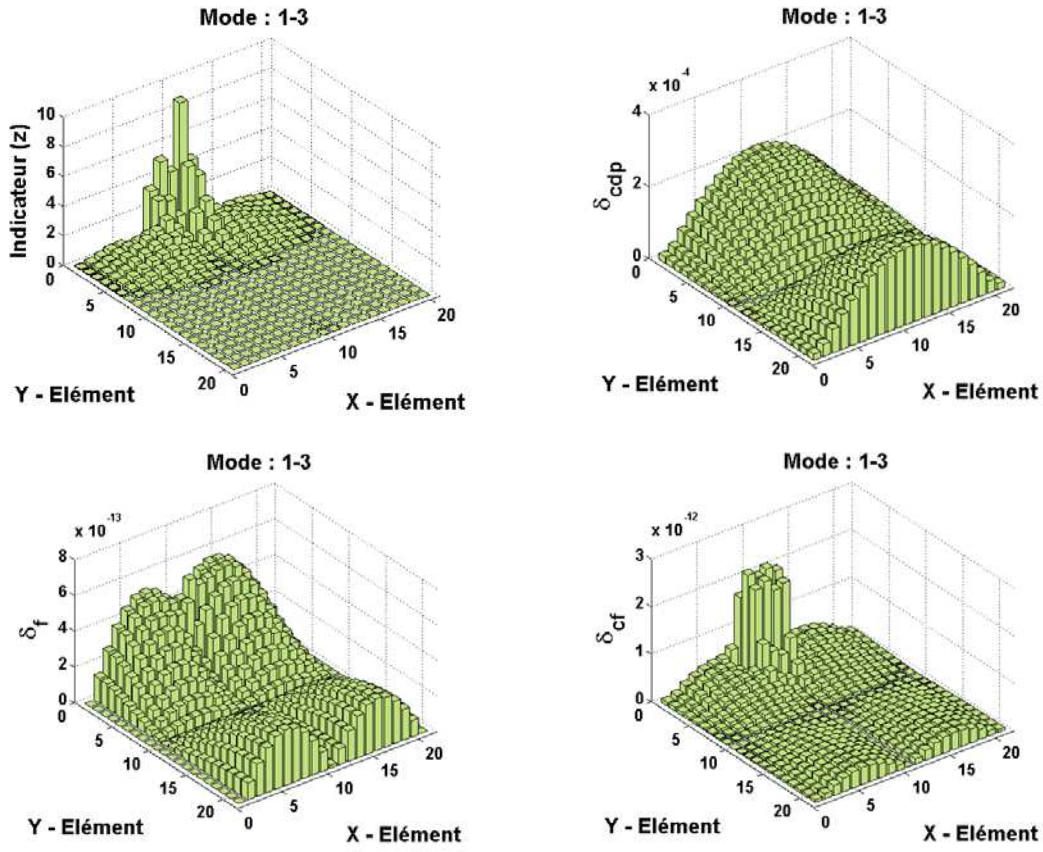


Figure 3.36 – *Comparaisons entre méthodes de détection (scénario 1, dalle 20×20 éléments)*

Les quatre méthodes ont été appliquées sur les deux scenarii d'endommagements en utilisant les trois premiers modes (*Figures 3.36-3.37*).

De manière générale, un endommagement se produisant au niveau est plus difficile à détecter et à localiser, car les écarts entre déformées propres sont beaucoup plus faibles. Néanmoins, les méthodes de l'indicateur d'endommagement (seuil de 2) et de courbure de flexibilité fournissent de bonnes indications sur le lieu d'endommagement. Pour le seuil de 2, l'indicateur d'endommagement définit plutôt une zone endommagée que la maille réellement réduite en rigidité. La méthode de courbure des déformées propres identifie l'endommagement sur l'extrémité libre où est localisé l'endommagement, mais fait apparaître un endommagement virtuel symétrique sur l'autre extrémité. La méthode de flexibilité détecte quatre lieux d'endommagement dont aucun ne localise correctement le lieu de réduction de la rigidité.

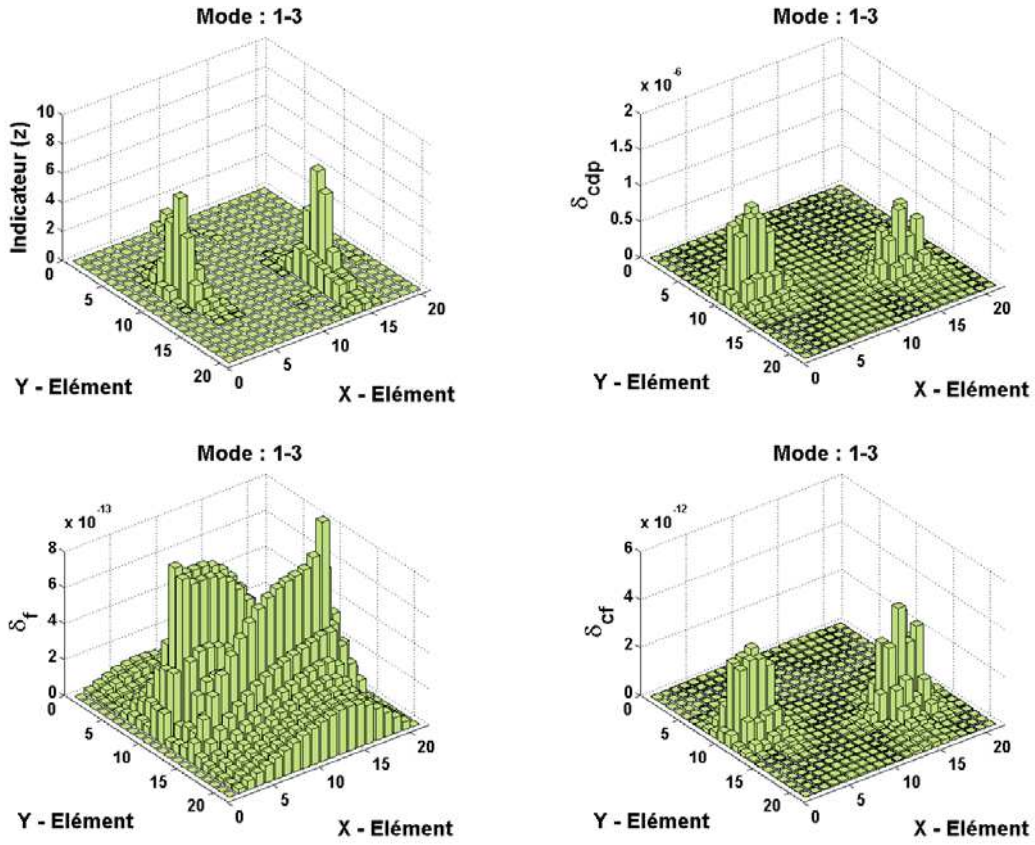


Figure 3.37 – *Comparaisons entre méthodes de détection (scénario 2, dalle 20×20 éléments)*

Pour des endommagements localisés en travée, l'ensemble des méthodes permet de détecter et de localiser les endommagements simulés avec une assez bonne précision. Aucune des méthodes ne peut localiser les seuls éléments endommagés ; les éléments voisins sont également affectés, car les énergies de déformation et les flexibilités le sont également à proximité de l'endommagement, effet qui s'atténue au fur et à mesure que l'on s'éloigne de ces localisations de perte de rigidité.

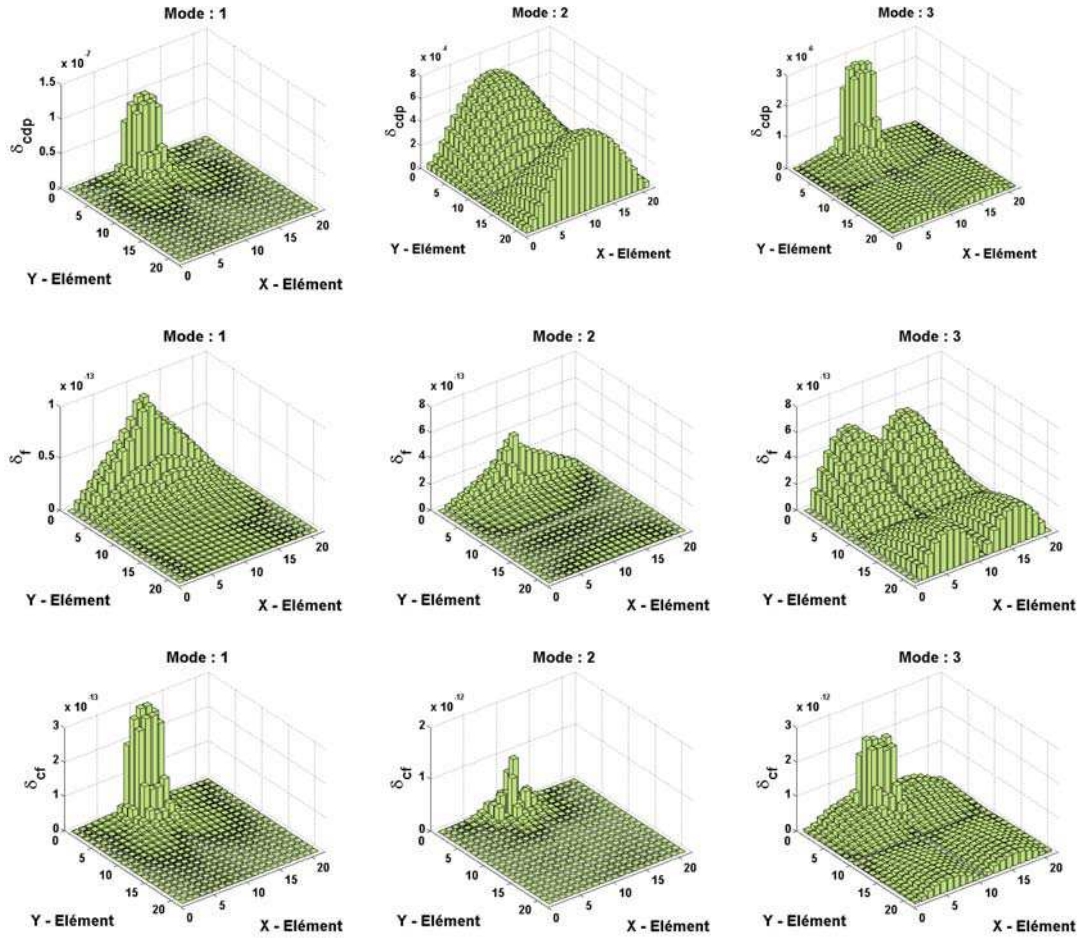


Figure 3.38 – *Influence du mode sur les méthodes de détection MF, MCDP, MCF (scénario 1, dalle 20×20 éléments)*

Dans les simulations précédentes, les méthodes ont été appliquées en traitant conjointement les trois premiers modes. Les *Figures 3.38* illustrent l'influence des modes seuls pour le scénario d'endommagement N°1. On constate très nettement que le deuxième mode perturbe la détection d'endommagement pour la méthode de flexibilité. L'indicateur d'endommagement est relativement insensible aux modes. La méthode de flexibilité est perturbée par le troisième mode, comme la méthode de courbure de flexibilité. Dans cette dernière méthode, l'influence du troisième mode est plus réduite, ce qui permet de conserver une bonne performance de la technique de détection.

Ces exemples montrent que retenir un seul mode peut procurer de très bons résultats, quelle que soit la méthode retenue. Ce point est suffisamment important pour être noté ; il démontre que le recours à des modes élevés, *a priori* plus sensibles à des endommagements, n'est pas utile. Cela

a deux conséquences pratiques, celles de ne pas recourir à de maillages fins de capteurs essentiels pour bien caractériser les modes propres d'ordre élevé, et de ne pas nécessiter des niveaux énergétiques de mise en vibration trop importants.

8. En conclusion

Dans ce chapitre, deux approches pour la détection et/ou la localisation d'endommagements ont été suivies. La première repose sur le simple suivi des caractéristiques modales (fréquences et modes propres) ; la seconde requiert cette caractérisation dynamique expérimentale pour construire des indicateurs évolués.

De la première, il est dès à présent possible de conclure – ceci restant cohérent avec les études déjà menées – que, pour de faibles endommagements ou variations, les fréquences sont peu sensibles. Nous verrons au *Chapitre IV* sur des exemples réels qu'elles présentent la particularité d'être sensibles à des conditions environnementales. Les coefficients MAC et COMAC qui sont couramment utilisés pour comparer des déformées propres de séries de mesures différentes ne sont pas à même de distinguer des situations endommagées de situations intègres. Ceci conduit donc tout naturellement à émettre de sérieux doutes sur l'utilisation directe de ces indicateurs (fréquences, MAC, COMAC) à diagnostiquer des modifications structurales dans le cadre d'un suivi dynamique d'un ouvrage.

La seconde approche est plus prometteuse, dans le sens où elle amplifie les modifications structurales locales. Parmi les techniques proposées, la méthode de flexibilité ne semble pas apporter de résultats probants dans la majorité des situations traitées. Ceci sera confirmé au *Chapitre IV* où la performance des techniques sera jugée vis-à-vis du niveau signal/bruit.

Cette méthode a pu cependant être améliorée aux travers de l'étude des courbures de la flexibilité ; dans ce cas, les défauts localisés sont amplifiés et en général correctement détectés. La méthode de courbure des déformées propres fournit également des résultats sensibles, mais détectent un grand nombre d'endroits endommagés fantômes. Ces trois techniques présentent cependant l'avantage de pourvoir quantifier l'endommagement, leurs valeurs étant fonction du degré de sévérité de l'endommagement. A l'opposé, la méthode normalisée de l'indicateur d'endommagement ne permet pas de quantifier cet endommagement.

CHAPITRE IV :
ETUDE DE LA FIABILITE DES METHODES DE DETECTION D'ENDOMMAGEMENT

1. Introduction

Si l'on souhaite mettre en œuvre des algorithmes de détection d'endommagement par essais dynamiques (de même, lorsqu'il s'agit de recaler un modèle numérique), il est nécessaire de savoir distinguer ce qui est inhérent au dommage (ou à une mauvaise modélisation) de ce qui est lié à d'autres sources. En particulier, des modifications dans les caractéristiques modales peuvent provenir de variations de conditions climatiques ou d'erreurs de mesures. Ce problème n'a été relativement étudié que récemment, entre autres, par Alampalli & al. (1995) en assurant la surveillance continue d'une structure sur une longue période afin de vérifier la répétabilité dans l'estimation des paramètres modaux.

De nombreuses variations dans l'environnement de l'ouvrage peuvent affecter l'identification des paramètres modaux. Cependant, les fluctuations thermiques semblent sans nul doute les plus significatives. Quelques études ont également montré que le choix de l'excitation n'est pas neutre sur l'identification (Doebling & al., 1997). D'autres variations peuvent survenir durant le traitement ; les résultats peuvent être sensibles au choix des filtres, à la longueur de l'échantillonnage,... et des algorithmes d'identification eux-mêmes. Enfin, n'importe quelle mesure peut être contaminée par du bruit de fond. L'obtention d'estimateurs non biaisés pour les paramètres modaux requiert en effet un niveau de signal sur bruit élevé.

Dans ce chapitre, au travers de plusieurs simulations numériques, nous allons justement étudier la performance et différents aspects numériques des méthodes introduites dans le *Chapitre III* (indicateurs MAC et COMAC, méthodes de flexibilité, de courbure de flexibilité et de courbure des déformées propres, méthode de l'indicateur d'endommagement). Ces simulations vont permettre en fonction de différents niveaux de bruit, d'estimer l'efficacité des méthodes en évaluant leurs probabilités de détection et de fausse alarme (Alvandi & Cremona, 2002-2003).

En conclusion, sur la base d'essais dynamiques menés sur un pont-rail dans le cadre du projet du Réseau Génie Civil & Urbain « Evaluation dynamique des ponts », ce chapitre propose une

discussion sur la sensibilité des paramètres modaux aux conditions environnementales, notamment la température.

2. Principe de l'étude et des simulations

Comme nous avons vu dans le *Chapitre III*, plusieurs facteurs peuvent influencer la détection d'endommagement, conduisant à l'apparition soit de fausses alarmes, soit à l'absence de détection.

Pour étudier la fiabilité ou la performance des méthodes présentées dans le *Chapitre III*, et en particulier celle de l'indicateur d'endommagement normalisé, des simulations de Monte-Carlo sur un cas numérique simple (poutre endommagée sur deux appuis) représentant plusieurs niveaux de bruit de mesure ont été réalisées. Un maillage simple de 20 éléments a été retenu (*Figure 4.1*).

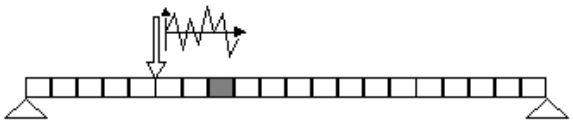


Figure 4.1 – *Force aléatoire appliquée sur une poutre sur appuis simples*

Les caractéristiques mécaniques de la poutre et les fréquences propres de la poutre intègre sont données au *Tableau 4.1*. La *Figure 4.2* fournit un aperçu des déformées propres de la poutre intègre.

Longueur	5 m	Masse volumique ρ	798,1 kg/m^3
Module d'Young E	2,11 10^{10} kg/m^2	Inertie I	666,7 10^{-11} m^4
Fréquences	5,88 Hz	23,52 Hz	52,2 Hz

Tableau 4.1 – *Caractéristiques et fréquences propres de la poutre sur appui simple intègre*

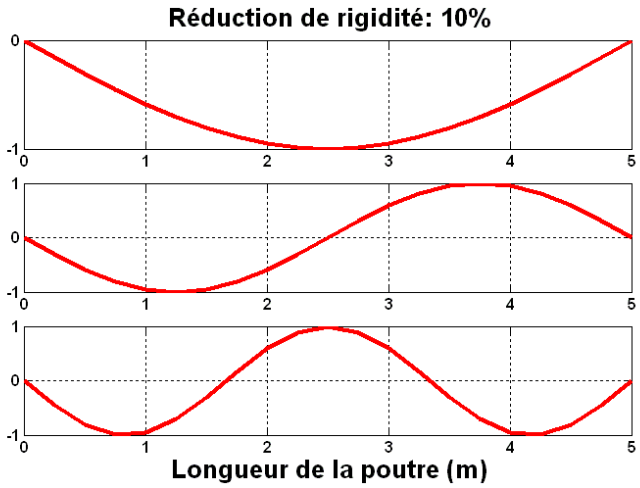


Figure 4.2 – *Déformées propres de la poutre intègre*

Différents niveaux d'endommagement (1, 2, 4, 6, 8, 10% de réduction de la rigidité) ont été introduits sur un ou plusieurs éléments. Des niveaux de bruits de (0,1 - 0,25 - 0,75 – 1- 2 - 2,5 - 3% signal/bruit) ont été ajoutés aux signaux de mesure. Pour chaque simulation du bruit, les signaux bruités (endommagés et non endommagés) ont été traités par la méthode du décrément aléatoire et les paramètres modaux ont été utilisés par les méthodes d'évaluation d'endommagement. L'échantillonnage est de 0,002 s et la condition de déclenchement de point positif ont été retenus. Pour cela, 250 simulations pour chaque cas (endommagés et non endommagés) ont été générées.

Avant d'entrer plus en avant dans le calcul des probabilités de détection et de fausse alarme, il est important de rappeler ce que signifie une détection pour chacune des méthodes.

La détection pour les méthodes de flexibilité, de courbure de flexibilité et de courbure de déformées propres est réalisée dès lors qu'un maximum local de ces indicateurs est atteint. La méthode d'indicateur d'endommagement ne fournit pas une méthode absolue, comme celle de la détermination de maxima locaux, pour détecter un endommagement. Elle introduit la notion de seuil de détection : un endommagement est détecté si l'indicateur normalisé prend une valeur supérieure à ce seuil de détection. Comme cela fut signalé au *Chapitre III* il est possible de relier le seuil de détection à un degré de confiance, sous certaines hypothèses statistiques. Dans le cadre des simulations menées dans ce chapitre, nous verrons comment ce seuil peut être déterminé en fonction du niveau de bruit.

La façon dont les détections sont définies, a pour conséquence de définir différemment les probabilités de détection et de fausse alarme. Pour les méthodes de flexibilité, de courbure de

flexibilité et de courbure de déformées propres, si n_s représente le nombre de réponses bruitées simulées pour un niveau de bruit donné et n_d le nombre de fois que l'endommagement réel est détecté, la ***probabilité de détection*** sera donnée par :

$$P_d = \frac{n_d}{n_S} \tag{4.1}$$

La ***probabilité de fausse alarme*** sera donnée par le complémentaire de la probabilité de détection :

$$P_f = 1 - \frac{n_d}{n_S} \tag{4.2}$$

Pour l'indicateur d'endommagement, le nombre de fois que l'endommagement réel est détecté est fonction du seuil de détection z_s retenu :

$$P_d = \frac{n_d\left(z_s\right)}{n_S} \tag{4.3}$$

La probabilité de fausse alarme n'est pas dans ce cas le complémentaire de la probabilité de détection. Si n_f représente le nombre de fois qu'un endommagement est détecté (c'est-à-dire $z_j > z_s$, j désignant un élément du maillage), alors la probabilité de fausse alarme est donnée par :

$$P_f = \frac{n_f}{n_S} \tag{4.4}$$

La *Figure 4.3* pour n_s simulations, présente le détail du calcul des probabilités de détection et de fausse alarme, pour les quatre méthodes utilisées.

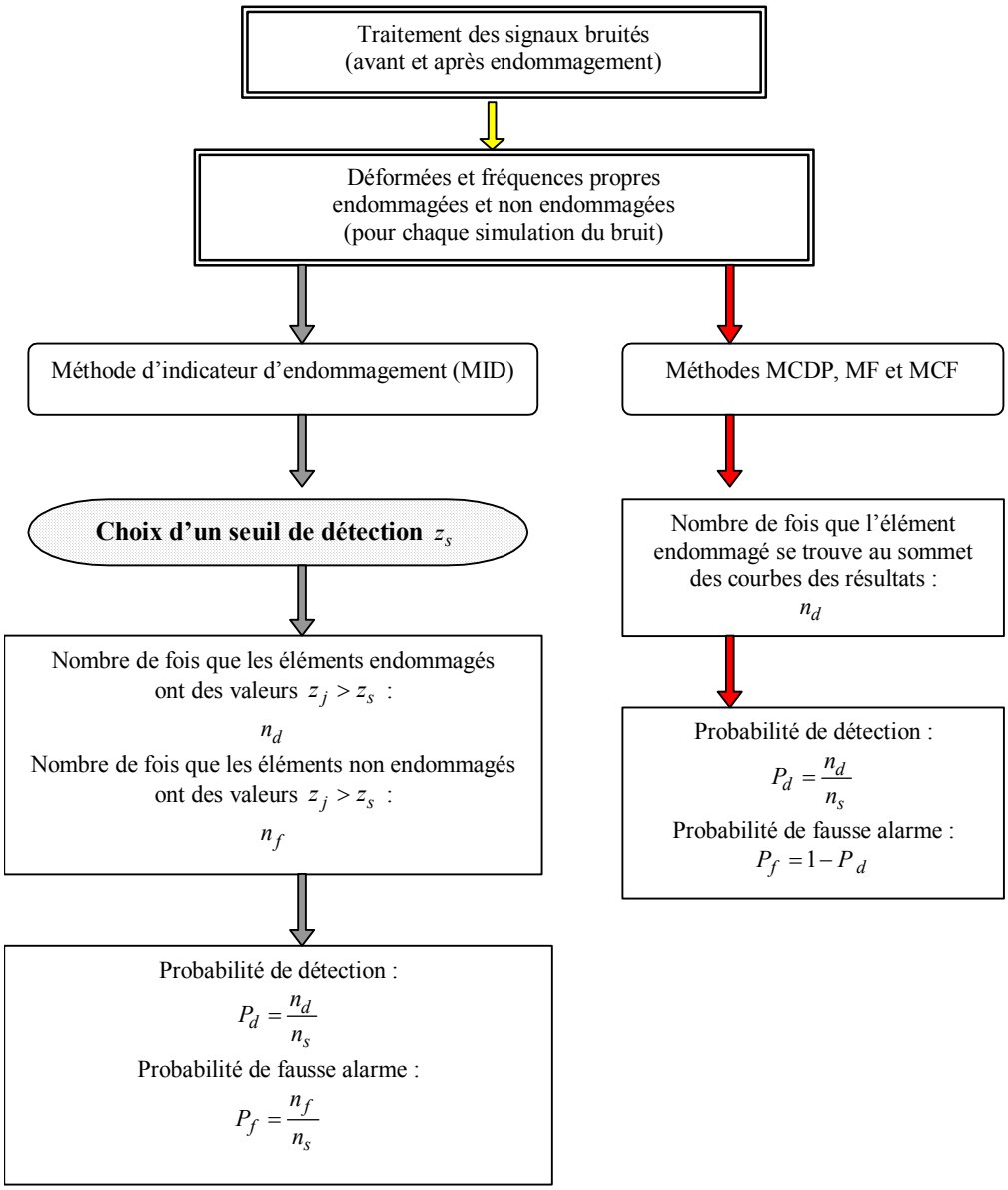


Figure 4.3 – *Processus du calcul des probabilités de détection et de fausse alarme*

3. Etude de la présence d'un endommagement

La force aléatoire a été appliquée au point 6 de la poutre (*Figure 4.4*). Pour étudier l'influence du lieu d'endommagement par rapport au point d'application de l'excitation, plusieurs éléments endommagés situés en des endroits différents ont été introduits. Dans une deuxième étape, la présence de plusieurs sites endommagés a été considérée.

Dans les simulations effectuées, les trois premiers modes de vibration ont été utilisés, mais certains cas seront présentés avec la seule utilisation du premier mode de vibration.

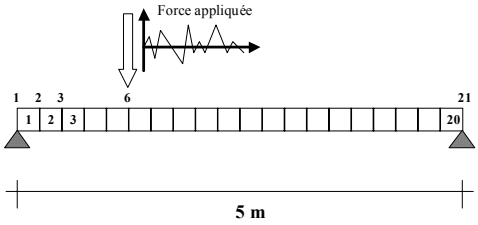


Figure 4.4 – *Position de la source d'excitation*

3.1. Elément endommagé éloigné de la source d'excitation

L'élément 11, éloigné du point d'application de l'excitation, est considéré en premier lieu comme endommagé.

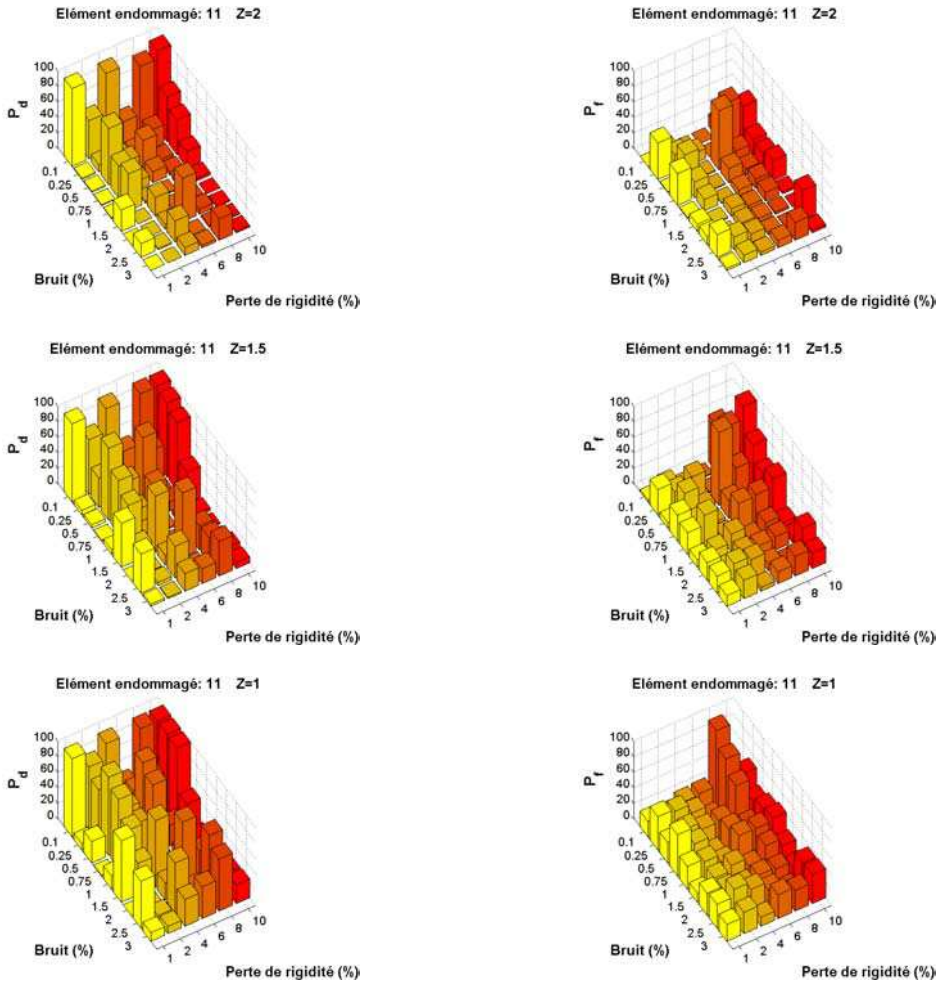


Figure 4.5 – *Probabilité de détection et de fausse alarme pour la méthode de l'indicateur d'endommagement* $(z=2; z=1,5; z=1)$

La *Figure 4.5* illustre les probabilités de détection et de fausse alarme obtenues par la méthode de l'indicateur d'endommagement pour trois niveaux du seuil de confiance $(z = 2; z = 1,5; z = 1)$. Les probabilités obtenues par la même méthode, en comptant les éléments strictement voisins sont illustrées dans la *Figure 4.6*. La *Figure 4.7* présente les probabilités de détection obtenue par les méthodes de la courbure des déformées propres, de flexibilité et de la courbure de flexibilité.

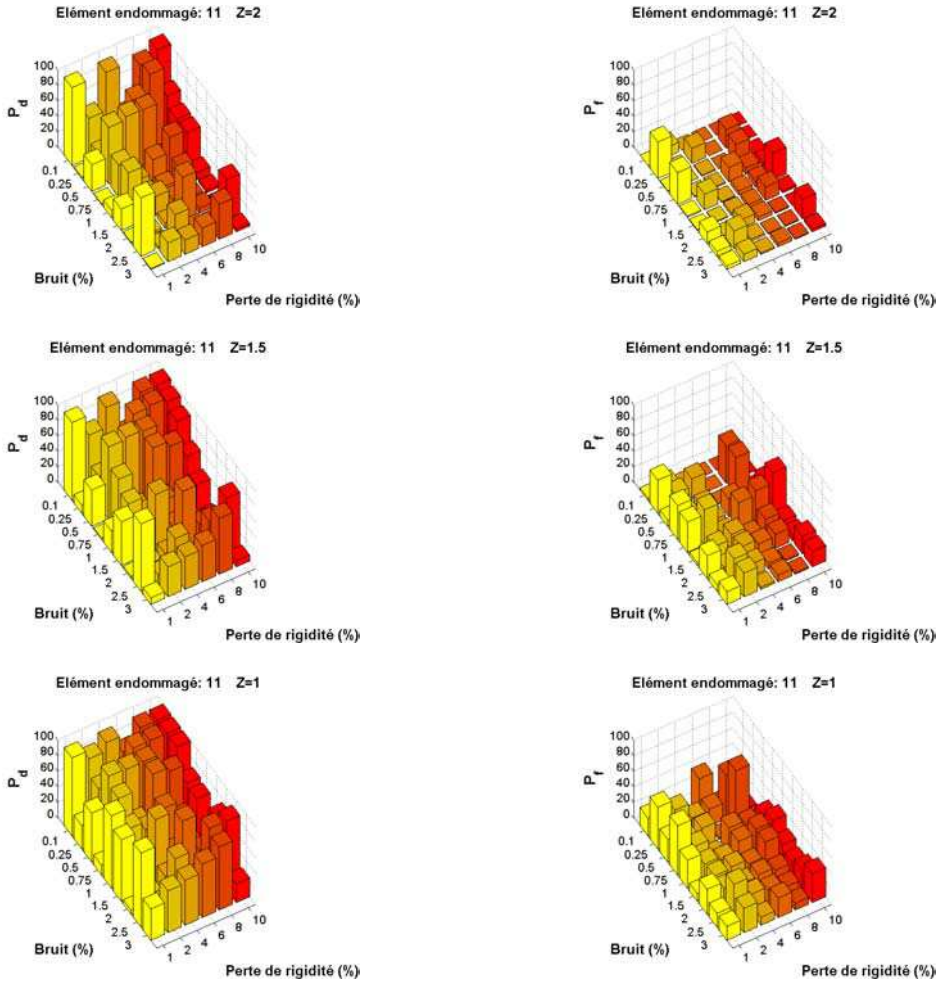
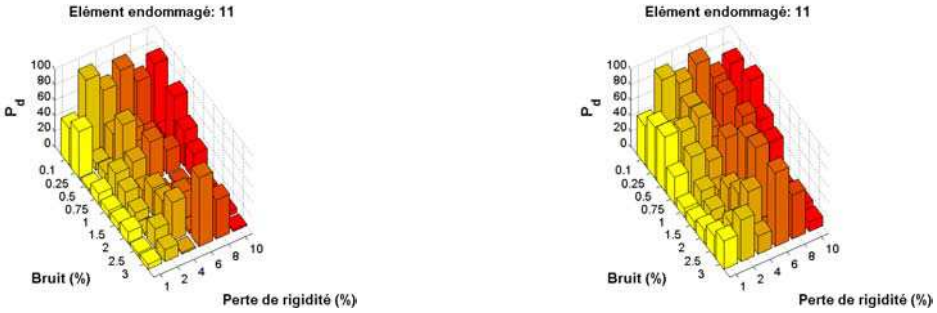
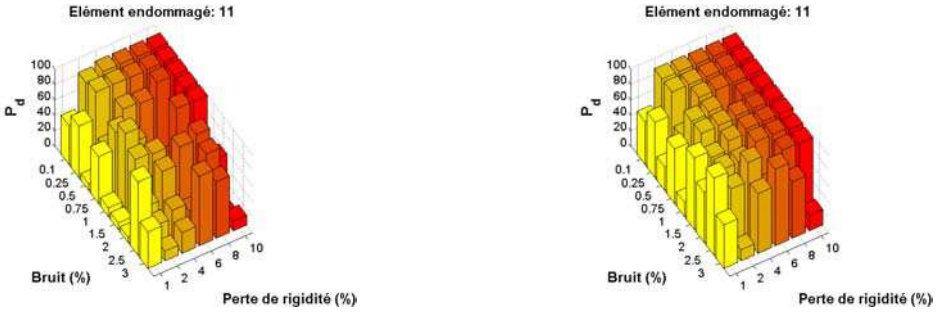


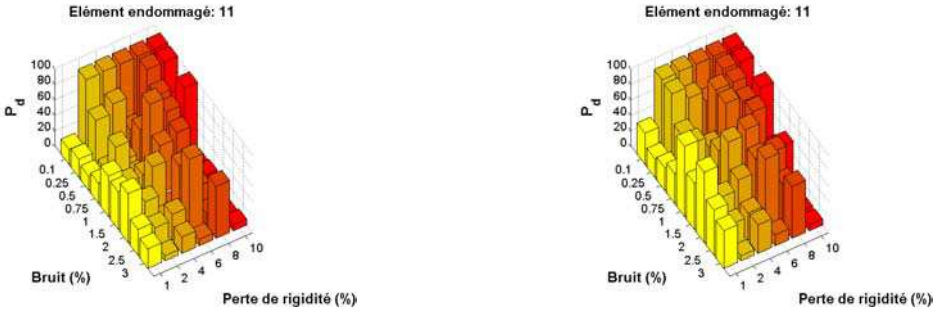
Figure 4.6 – *Probabilité de détection et de fausse alarme avec prise en compte des éléments voisins pour la méthode de l'indicateur d'endommagement* $(z = 2; z = 1,5; z = 1)$



Méthode de courbure des déformées propres (MCDP)



Méthode de flexibilité (MF)



Méthode de courbure de flexibilité (MCF)

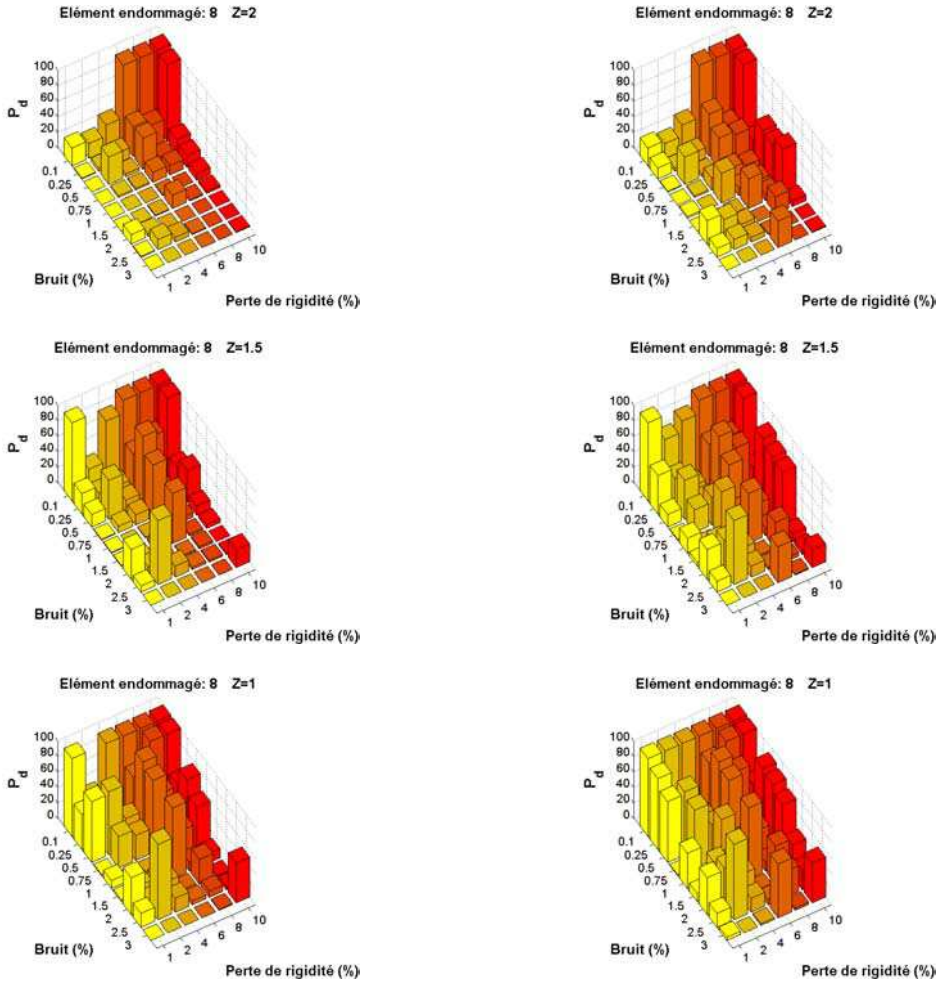
Sans éléments voisins Avec éléments voisins

Figure 4.7 – *Probabilité de détection et de fausse alarme pour les méthodes MCDP, MF, MCF*

Les résultats précédents montrent que l'indicateur d'endommagement est assez peu sensible au seuil, bien que plus ce seuil est bas, plus la probabilité de détection augmente pour des endommagements élevés. Cette efficacité doit être contrebalancée par une augmentation notable des probabilités de fausse alarme. Ce qui est plus intéressant est que les éléments voisins de l'élément endommagé ont un poids considérable dans les détermination des fausses alarmes (*Figure 4.7*). En d'autres termes, l'indicateur d'endommagement a une propension à localiser l'endommagement dans une zone relativement restreinte autour de l'endommagement réel. Ceci a pour conséquence d'indiquer que, lorsqu'un endommagement est détecté par la méthode de

l'indicateur d'endommagement, il faudra ausculter plus précisément les mailles de capteurs voisines de la maille détectée.

Bien évidemment, l'ensemble des méthodes procure des probabilités de détection dégradées lorsque le niveau de bruit augmente. La méthode de flexibilité semble cependant présenter de très bonnes probabilités de détection pour tous les niveaux du bruit et d'endommagement, notamment si les détections sur les éléments voisins de l'élément endommagé sont prises en compte.



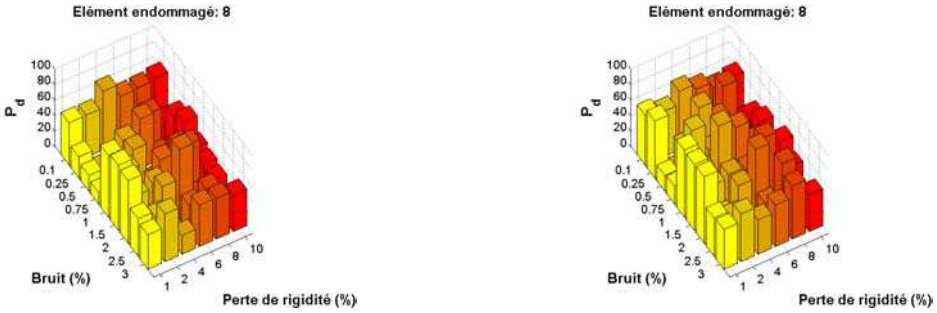
Sans éléments voisins Avec éléments voisins

Figure 4.8 – *Probabilité de détection pour la méthode d'indicateur d'endommagement*

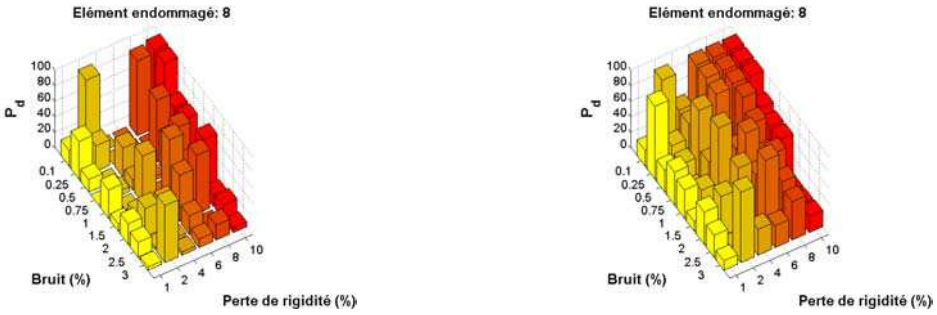
3.2. Elément endommagé proche de la source d'excitation

Si l'on rapproche le point endommagé du point d'excitation, on constate une dégradation de la probabilité de détection pour la méthode d'indicateur d'endommagement (*Figure 4.8*).

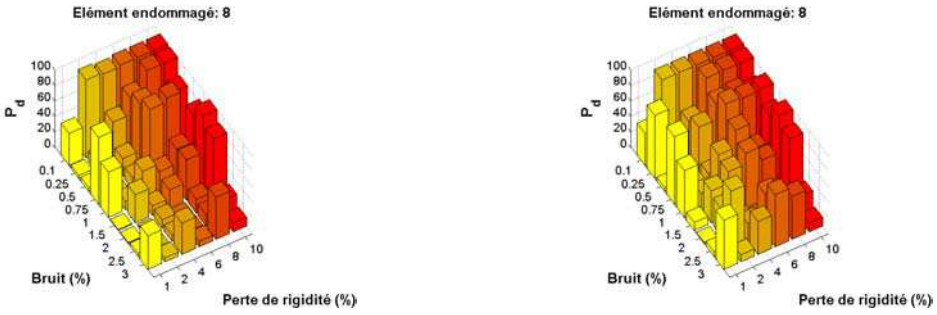
Cette dégradation de la performance peut s'expliquer par la proximité de la source d'excitation. La même constatation peut être faite pour la méthode de flexibilité, alors que les indicateurs de courbure des déformées propres et de flexibilité ne montrent pas une différence considérable par rapport au cas de l'élément 11 endommagé (*Figure 4.9*).



Méthode de courbure des déformées propres (MCDP)



Méthode de flexibilité (MF)



Méthode de courbure de flexibilité (MCF)

Sans éléments voisins Avec éléments voisins

Figure 4.9 – *Probabilité de détection et de fausse alarme pour les méthodes MCDP, MF, MCF*

La *Figure 4.10* donne un aperçu des valeurs de l'indicateur d'endommagement pour 5% de perte de rigidité et différents niveaux de bruit. Cette figure permet d'apprécier la dispersion des résultats de l'indicateur au niveau de chaque élément du maillage.

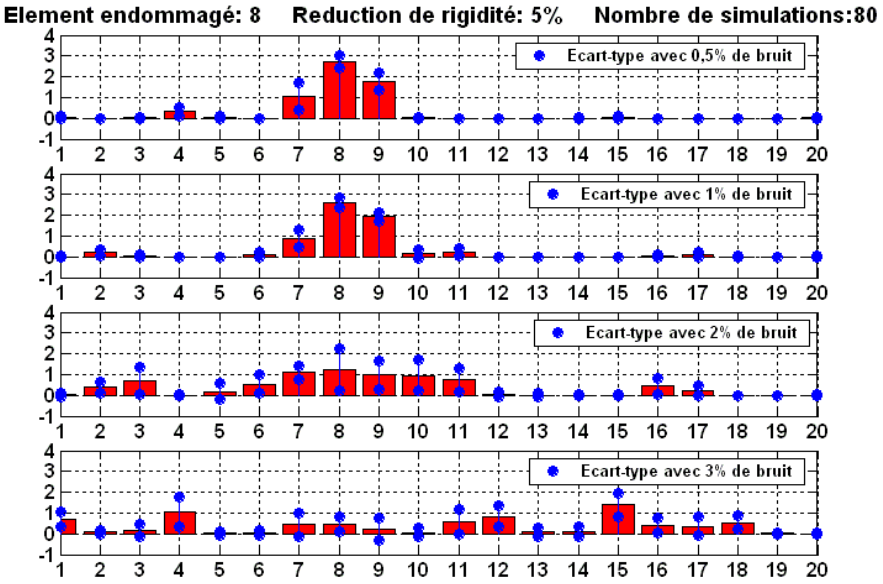


Figure 4.10 – *Dispersion des valeurs de l'indicateur d'endommagement*

Si l'on ne considère que le premier mode de vibration (*Figure 4.11*), la méthode d'indicateur d'endommagement montre une grande amélioration pour tous les niveaux de seuil de confiance utilisés. Cela signifie que le premier mode est moins sensible à l'influence du bruit. La méthode de la courbure des déformées propres montre aussi des améliorations sensibles, mais les résultats des autres méthodes restent peu modifiés. Cela confirme une conclusion de *Chapitre III* quant à la bonne performance des méthodes pour les premiers modes de vibration, moins sensibles aux perturbations et aux erreurs d'identification liées à des maillages grossiers.

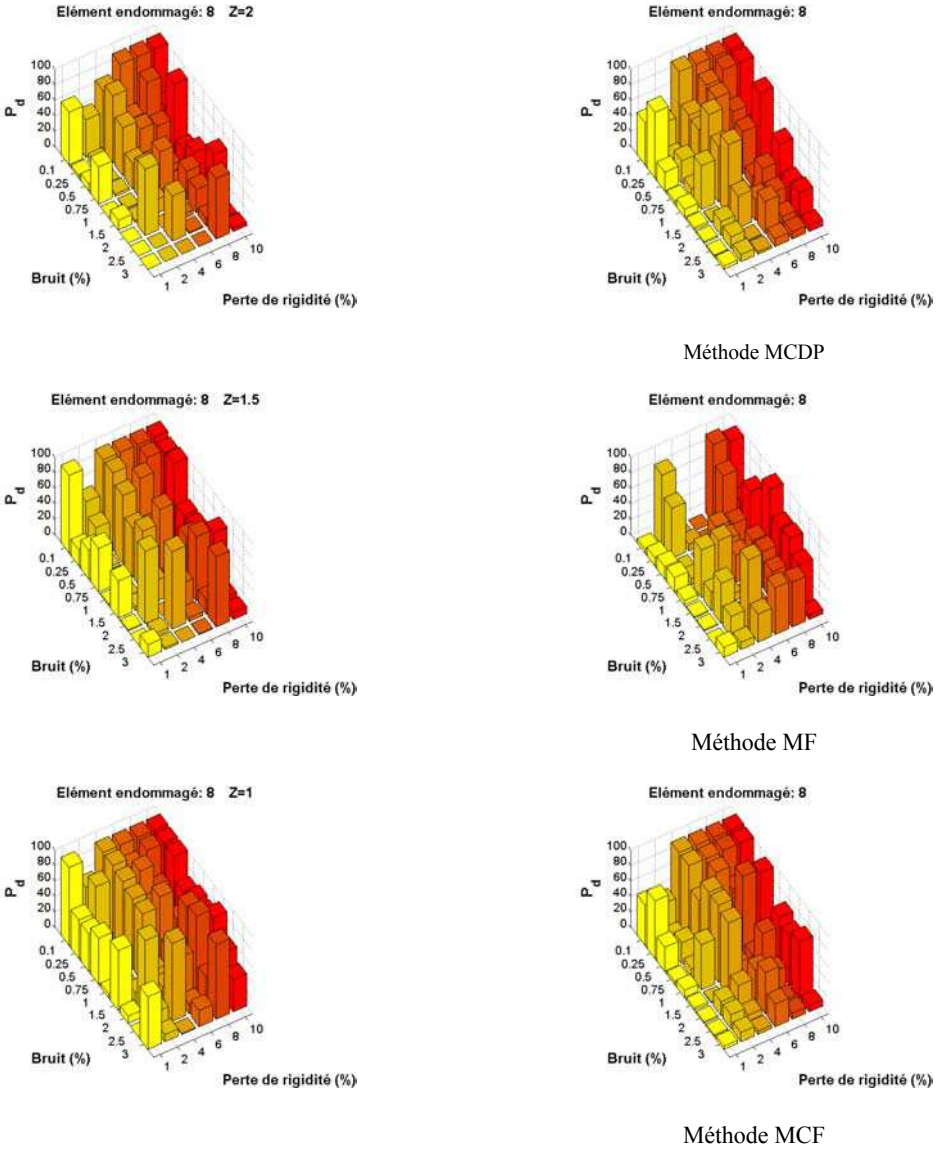


Figure 4.11 – *Probabilité de détection pour l'ensemble des méthodes sans prise en compte des éléments voisins (premier mode seul)*

3.3. Elément endommagé confondu avec le lieu d'excitation

L'élément 5 est considéré maintenant comme un élément endommagé et l'évaluation a été effectuée en utilisant les trois premiers modes de vibration. Les *Figures 4.12* illustrent les probabilités de détection et de fausse alarme obtenues par la méthode d'indicateur d'endommagement pour trois niveaux du seuil de confiance $(z = 2; z = 1,5; z = 1)$.

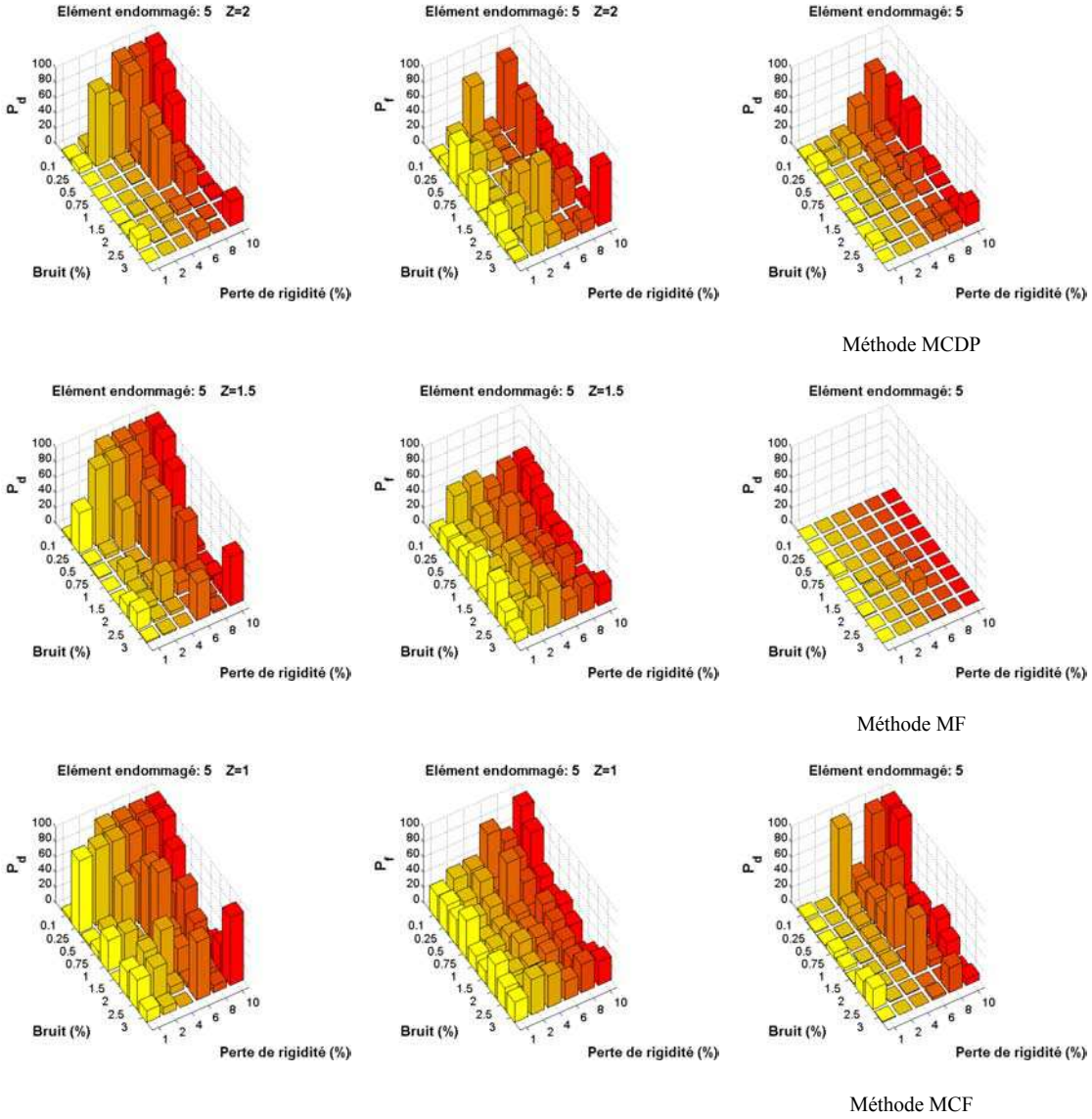


Figure 4.12 – *Probabilité de détection pour l'ensemble des méthodes*

Les *Figures 4.12* présentent également les probabilités de détection obtenue par les autres méthodes. Les résultats de la méthode d'indicateur d'endommagement ne montrent pas une grande différente par rapport aux cas précédents (éléments 11 et 8 endommagés). Mais, les autres méthodes montrent une grande sensibilité au lieu d'excitation, notamment la méthode de flexibilité où aucune détection est obtenue.

3.4. Elément endommagé proche d'un appui

L'objectif est ici de vérifier la performance des méthodes concernant leur capacité à détecter des endommagements sur appuis.

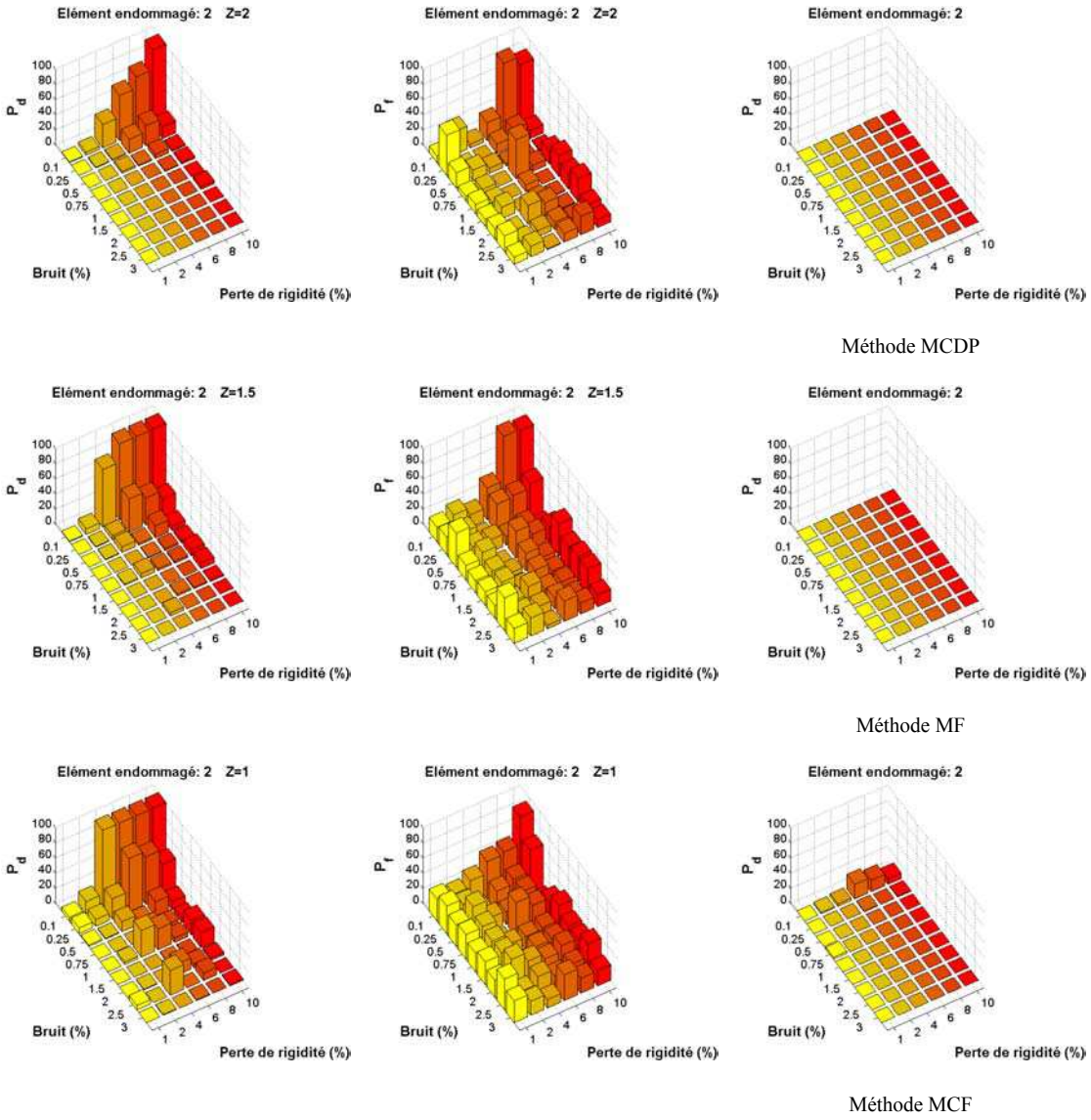


Figure 4.13 – *Probabilité de détection pour l'ensemble des méthodes*

Pour cela l'élément 2 est considéré comme un élément endommagé. Les méthodes présentent toutes un handicap notable à détecter l'endommagement pour de forts niveaux de bruit et des degrés d'endommagements faibles (*Figure 4.13*).

4. Etude de la présence de deux endommagements

Dans cette section, plusieurs cas de double endommagements seront traités. Les trois premiers modes propres de vibration seront utilisés.

4.1. Eléments endommagés distants de la source d'excitation

Les éléments 9 et 17 ont été considérés, car suffisamment éloignés du nœud 6 d'application de la force aléatoire (*Figure 4.14*).

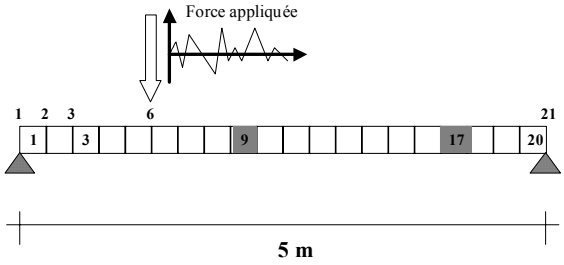


Figure 4.14 – *Poutre avec les éléments 9 et 17 endommagés*

L'analyse des probabilités d'endommagement montre que seule la méthode de l'indicateur d'endommagement est à même de détecter les deux endommagements, avec néanmoins des probabilités de détection plus faibles pour le second élément endommagé (*Figure 4.15*). Pour les méthode de flexibilité, de courbure de flexibilité et de courbure de déformées propres, le second élément est peu ou non détecté (*Figure 4.16*). La méthode de la courbure des déformées propres est également peu performante pour détecter le premier élément.

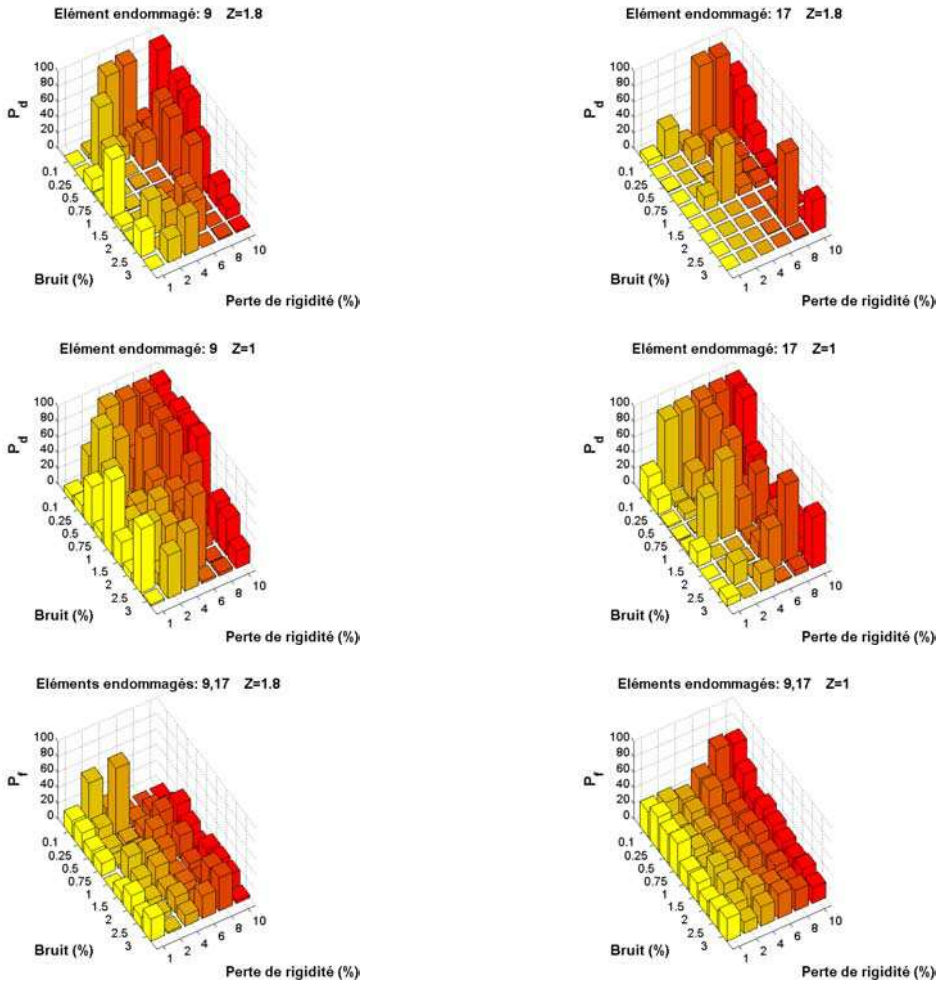
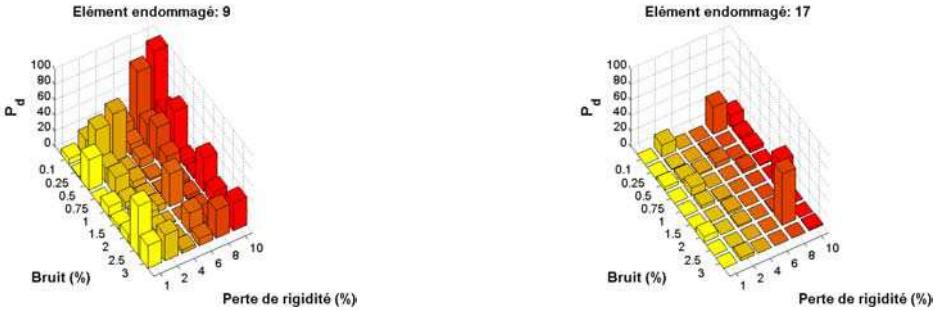
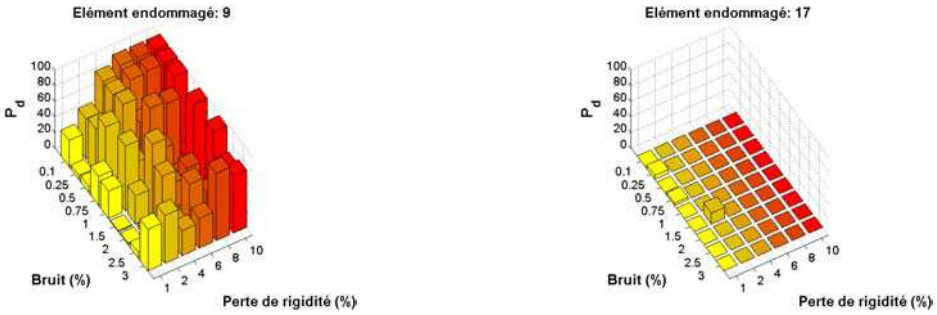


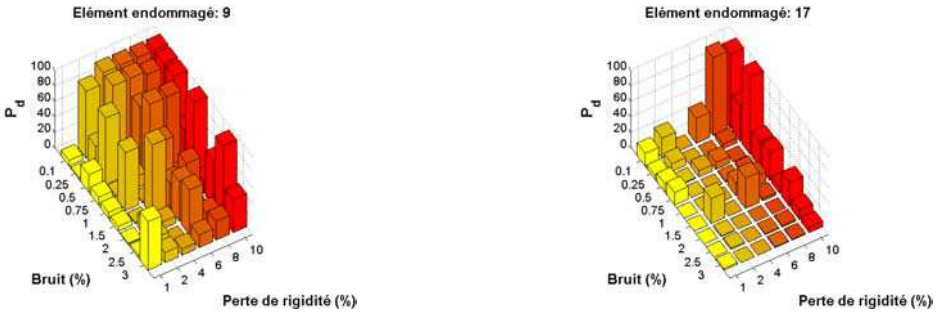
Figure 4.15 – *Probabilité de détection et de fausse alarme par la méthode de l'indicateur d'endommagement* $(z = 1,8; z = 1)$



Méthode de courbure des déformées propres (MCDP)



Méthode de flexibilité (MF)



Méthode de courbure de flexibilité (MCF)

Figure 4.16 – *Probabilité de détection et de fausse alarme pour les méthodes MCDP,MF,MCF*

4.2. Présence d'un élément endommagé proche d'un appui

Comme l'ensemble des méthodes a présenté des difficultés à détecter les endommagements prés des appuis, le cas de la présence de deux endommagements, l'un proche de l'appui, l'autre éloigné de la source d'excitation est ici étudié. Dans la méthode d'indicateur d'endommagement pour mieux localiser les endommagements, les niveaux de seuil ont été diminués vers les valeurs $z = 1; z = 0.5$.

Les *Figures 4.17* illustrent les probabilités de détection et de fausse alarme obtenues par la méthode de l'indicateur d'endommagement pour ces deux niveaux du seuil. Les *Figures 4.18*

présentent les probabilités de détection obtenues par les autres méthodes d'évaluation d'endommagement. La méthode de l'indicateur d'endommagement en diminuant le seuil de détection à $z = 0.5$ présente une très bonne détection avec des probabilités de fausse alarme modérées. Les autres méthodes échouent dans la plupart des simulations.

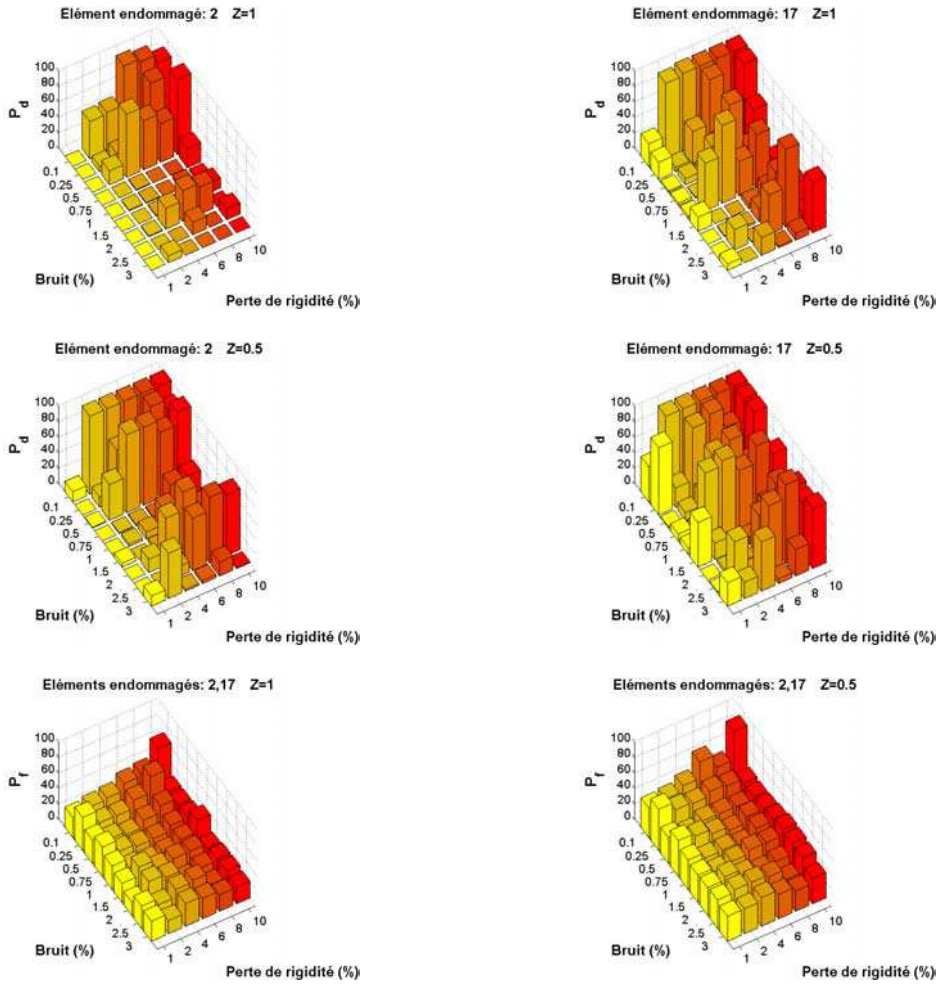
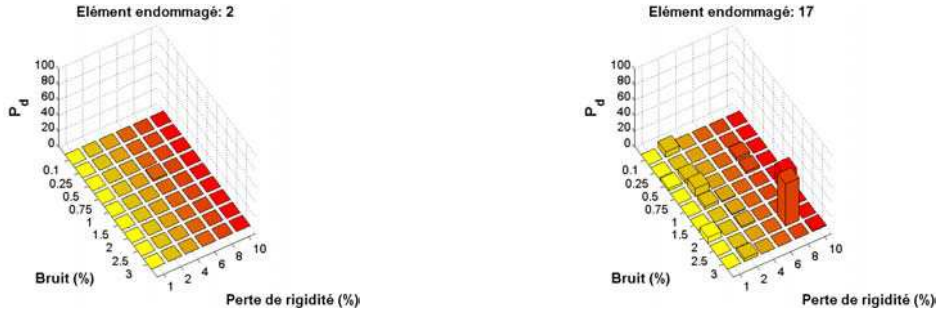
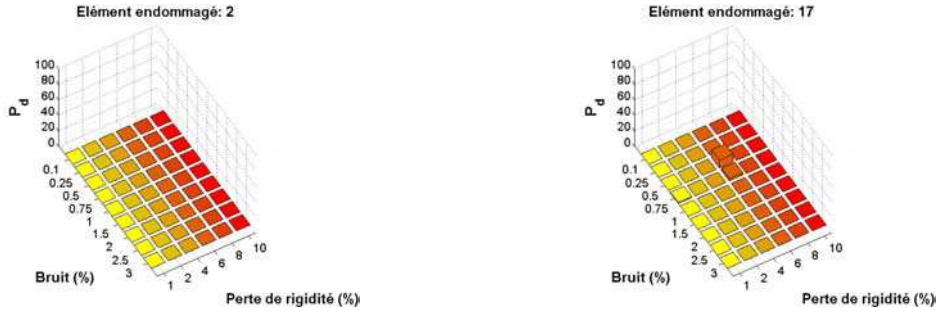


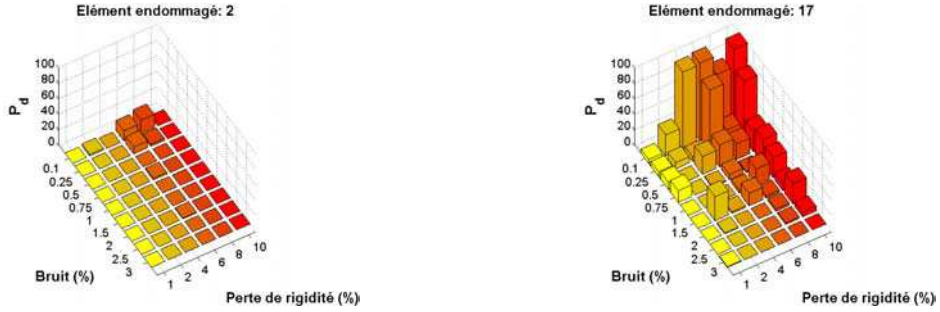
Figure 4.17 – *Probabilité de détection et de fausse alarme par la méthode de l'indicateur d'endommagement* $(z = 1; z = 0.5)$



Méthode de courbure des déformées propres (MCDP)



Méthode de flexibilité (MF)



Méthode de courbure de flexibilité (MCF)

Figure 4.18 – *Probabilité de détection et de fausse alarme pour les méthodes MCDP,MF,MCF*

5. Discussion sur la variabilité naturelle des paramètres modaux

5.1. Etude bibliographique

De nombreuses variations dans l'environnement de l'ouvrage peuvent affecter l'identification des paramètres modaux. Cependant, les références bibliographiques sur ce sujet sont très faibles et parfois peu complètes. Comme nous l'avons précisé en introduction à ce chapitre, il n'est pourtant pas possible de faire l'impasse sur ce problème qui conditionnera la performance de l'évaluation dynamique en tant que technique de contrôle non destructif.

Parmi les nombreuses variations environnementales (humidité…), les fluctuations thermiques semblent sans nul doute les plus significatives. Les rares études ont montré (Roberts, 1995),

(Waheb & De Roeck, 1997) que des variations sur les fréquences de l'ordre de 4 à 5% pour un changement de température de 15°C étaient envisageables. Farrar & al. (1997) ont pu constater une variation diurne de 5% en moyenne sur une période de 9 mois de mesures.

Une correction dans l'estimation des fréquences mesurées est donc nécessaire. Roberts (1995), mais également Woods (1992) ont suggéré, à la suite de l'étude de plusieurs ouvrages sur des périodes de plus de six mois, une relation linéaire entre la température ambiante et les fréquences propres des ouvrages. Alampalli (1988) a mis en évidence que les fréquences d'un pont à cause du gel au niveau de ses appuis, changent de 40-50% alors que la variation de la fréquence causée par un endommagement artificiel (entaille sur la semelle d'une poutre) n'est que de 3 à 8%. Il faut cependant ajouter que le pont étudié est relativement court avec une longueur de 6,76 m et une largeur de 5,36 m. Roberts & Pearson (1998) ont réalisé une étude de l'influence thermique sur un pont plus long, de 840 m comportant neuf travées. Ils ont mis en évidence un changement fréquentiel de 3 à 4% au cours d'une année.

De façon générale, l'établissement d'une loi de correction ne peut se faire qu'au travers d'un suivi simultané de la température et des fréquences propres. Il est cependant utile de comprendre a priori pour quelles raisons les paramètres modaux sont sensibles à la température. Le type de construction et les matériaux utilisés ont un effet sur la façon dont la structure vibre. Chaque matériau a ainsi un coefficient thermique d'expansion, et sera donc affecté différemment selon les variations de la température extérieure. En particulier, certaines parties de la structure sont très sensibles à ces changements : appuis néoprènes, joints de dilatation, mais également surface de roulement suivant son épaisseur et son type.

Les études expérimentales effectuées par l'EMPA et l'Université Catholique de Louvain (Peeters & al., 2001) sur le pont Z24 (ouvrage de 63,3 m en béton précontraint de l'autoroute A1 Berne-Zurich liant Koppigen et Utzenstorf) ont apporté quelques renseignements intéressants et complémentaires sur la sensibilité des paramètres modaux aux variations climatiques. En particulier, il a été noté une variation de près de 10% sur les deux premières fréquences pour variation thermique allant de –5°C à 35°C. On constatera cependant que pour des essais réalisés entre 15°C et 30°C, cette variation n'est que de 2,5% (*Figure 4.19*).

Des résultats analogues ont été obtenus sur le pont B15, ouvrage précontraint en béton qui franchit l'autoroute E19 et connecte Bruxelles et Anvers. Composé de trois travées pour une longueur totale de 124,6 m, l'ouvrage est supporté par un système d'articulation qui permet les mouvements latéraux au niveau des deux culées. Sur l'analyse de deux séries de mesure en hiver et au printemps, on constate une diminution des fréquences avec la température (de 0°C à 15°C). Les coefficients d'amortissement ne suivent pas d'évolution précise, ceci pouvant être

expliqué par des erreurs de mesure, de traitement des signaux et par la dépendance de ce coefficient au type d'excitation et l'amplitude de la vibration. Les coefficients MAC montrent une bonne corrélation entre les deux mesures effectuées, ce qui signifie que le changement de la température n'a pas de l'influence sur les déformées propres.

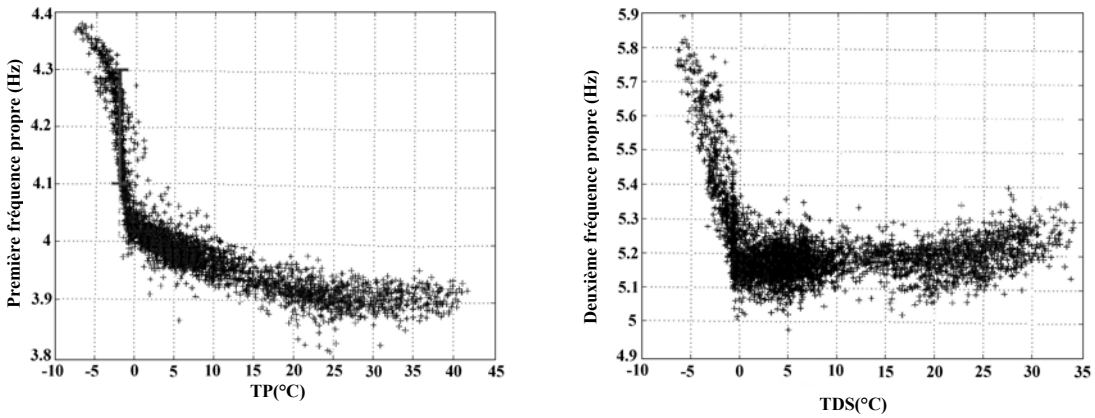


Figure 4.19 – *Evolution des fréquences avec la température pour le pont Z24*

Cette diminution de la fréquence avec la température rencontrée dans les ponts Z24 et B15 n'est pas une règle en soi. Ainsi, à titre de contre-exemple, Farrar & al. (1997) ont mis en évidence, sur l'étude du pont Alamosa Canyonau Nouveau-Mexique (USA), une augmentation des fréquences avec la température.

5.2. Etude du pont-rail PK 075+317

Les ponts ferroviaires des lignes TGV doivent répondre à des exigences précises en matière de comportement dynamique. Un pont-rail à poutrelles enrobées, situé au PK 075+317 de la ligne à grande vitesse Paris Sud-Est, a été instrumenté et suivi dans le cadre du projet du Réseau Génie Civil & Urbain « Evaluation Dynamique des Ponts ». Cet ouvrage renforcé pour satisfaire aux exigences de la SNCF a fait au cours du projet l'objet d'une nouvelle procédure de « rigidification » que nous présenterons au *Chapitre V*, sur laquelle les algorithmes de détection de modification structurale ont été testés. L'instrumentation et le suivi ont été réalisés par la société SITES avec l'appui de la SNCF (Ducret & al., 2003).

Dans le cadre du projet, il n'a pas été techniquement possible de mesurer en continu les variations de fréquences au cours du temps sur une longue période. Ceci aurait sans nul doute permis de mieux appréhender les effets des variations thermiques. Cependant, deux campagnes

de mesure en Février et Juin (températures moyennes de 5°C et de 25°C) ont pu être réalisées. Cette section décrit d'une part la mise en œuvre de la méthode vectorielle du décrément aléatoire pour l'estimation des paramètres modaux, et d'autre part une comparaison entre les deux séries de mesure avant resserrage des bielles d'appui.

5.2.1. Présentation du pont rail PK 075+317 et instrumentation

Le pont-rail PK 075+317 franchit la route départementale 939 entre les communes de Sens et de Soucy dans l'Yonne. Les *Figure 4.20-22* présentent la situation géographique de l'ouvrage et ses principales caractéristiques.

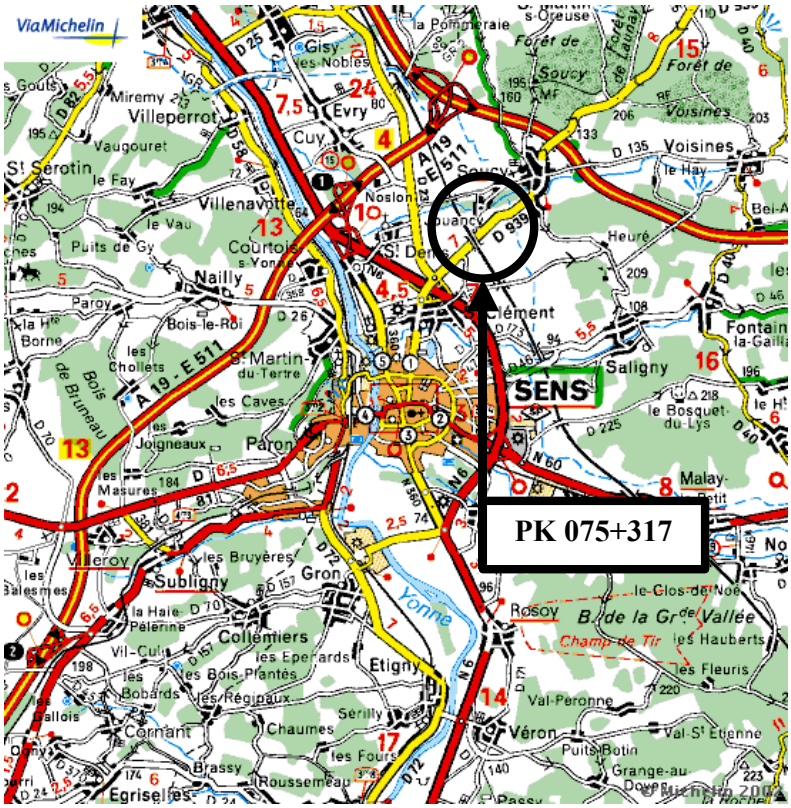


Figure 4.20 – *Localisation du pont-rail PK 075+317*



Figure 4.21 – *Vue d'ensemble du pont-rail*



Figure 4.22 – *Vue des tabliers et des bielles du pont-rail*

Les précédentes mesures réalisées par la SNCF sur cet ouvrage ont mis en évidence des vibrations et des déformations excessives du tablier au passage des TGV. Ces constatations ont conduit le Département des Ouvrages d'Art de la SNCF à modifier les conditions d'appui du tablier, précédemment en appui simple, par la réalisation d'un encastrement mécanique des abouts du tablier sur les culées (Pissot & Martin, 1998).

L'ouvrage, d'une portée de 17,5 m, est en réalité constitué de deux ponts en poutrelles enrobées. L'instrumentation et les mesures décrites dans cette section concernent le tablier de la voie 1 où les trains circulent dans le sens Paris → Province et qui, contrairement au tablier de la voie 2, n'est pas équipé d'un tapis anti-vibratile.

L'instrumentation mise en place et les conditions d'intervention par la société SITES et la SNCF sont détaillée dans la référence (Ducret & al., 2003). Nous nous limiterons à rappeler les éléments essentiels de cette instrumentation, utiles à la compréhension des calculs menés dans ce chapitre et dans le chapitre suivant. L'instrumentation a été mise en place pour la première fois du 3 au 6 février 2003.

L'instrumentation comporte les capteurs suivants :

- *3 capteurs de déplacement vertical entre l'acrotère et le tablier* : chaque capteur de déplacement est monté sur un support fixé sur l'acrotère et mesure le déplacement relatif entre l'acrotère supposé fixe et le tablier.
- *8 accéléromètres verticaux et 2 accéléromètres horizontaux (longitudinal et latéral) sous le tablier* : chaque accéléromètre est monté sur un support fixé sous le tablier au niveau des poutrelles.
- *2 capteurs de température respectivement en-dessous et au dessus de l'acrotère*
- *2 ponts Q sur la voie* : chaque pont Q mesure les charges sur essieux à l'entrée et à la sortie de l'ouvrage.

Ce sont essentiellement les capteurs accélérométriques qui ont été utilisés dans l'analyse qui suit. Les ponts Q ont cependant permis de discriminer la fréquence d'excitation liée au passage du convoi TGV. En effet, le décalage de temps entre les premiers pics de la réponse des ponts Q1 et Q2 permet d'obtenir la vitesse de passage du TGV qui, à peu de chose près, reste à peu près constante (ce qui justifie ainsi la répétabilité des essais). Par exemple, les premiers pics sont décalés en moyenne de 0,223 s, ce qui donne approximativement la vitesse de passage du $17{,}5/0{,}223 \approx 78{,}47$ m s^{-1}. Connaissant la distance entre bogies (18,70 m), la fréquence d'excitation du convoi s'évalue à 4,20 Hz. Cette fréquence correspond aux pics observés sur l'ensemble des densités spectrales. Comme nous le verrons ultérieurement, il s'agit d'une fréquence assez proche de la première fréquence propre du pont, à environ 5 Hz !

Les supports sont à la fois collés et maintenus mécaniquement par différents montages qui permettent le réglage de l'orientation de chaque capteur. Les capteurs de déplacement et les accéléromètres sont reliés, par l'intermédiaire de câbles cheminant sous le tablier, à un boîtier de raccordement, fixé à environ 3m du sol sur un mur de front, depuis lequel sera installée la chaîne d'acquisition (*Figure 4.23*). Les câbles des ponts Q, préalablement installés par la SNCF,

arrivent à proximité du boîtier de raccordement mais ne sont pas reliés à ce dernier. L'acquisition de la température est réalisée indépendamment des autres mesures.

Les supports des capteurs, les câbles et le boîtier de raccordement restent en poste fixe sur l'ouvrage tandis que l'ensemble des capteurs, à l'exception des ponts Q, et que la chaîne d'acquisition sont installés puis démontés lors de chaque campagne de mesures.

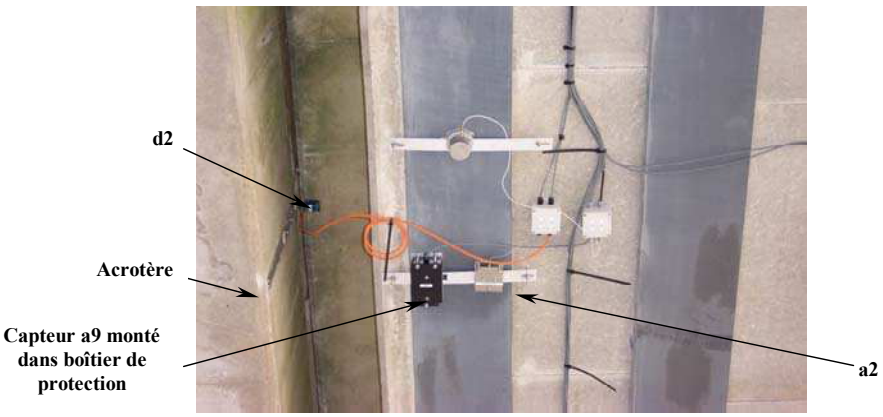


Figure 4.23 – *Vue des capteurs d2, a2 et a9*

La *Figure 4.24* présente l'implantation des capteurs sous le tablier. Les numéros en rouge représentent la numérotation adoptée pour la détermination des déformées modales expérimentales. Il convient de préciser que deux capteurs ont été déplacés entre les campagnes de février et de juin afin de permettre une meilleur identification du mode 4 de vibration de l'ouvrage (flexion anti-symétrique).

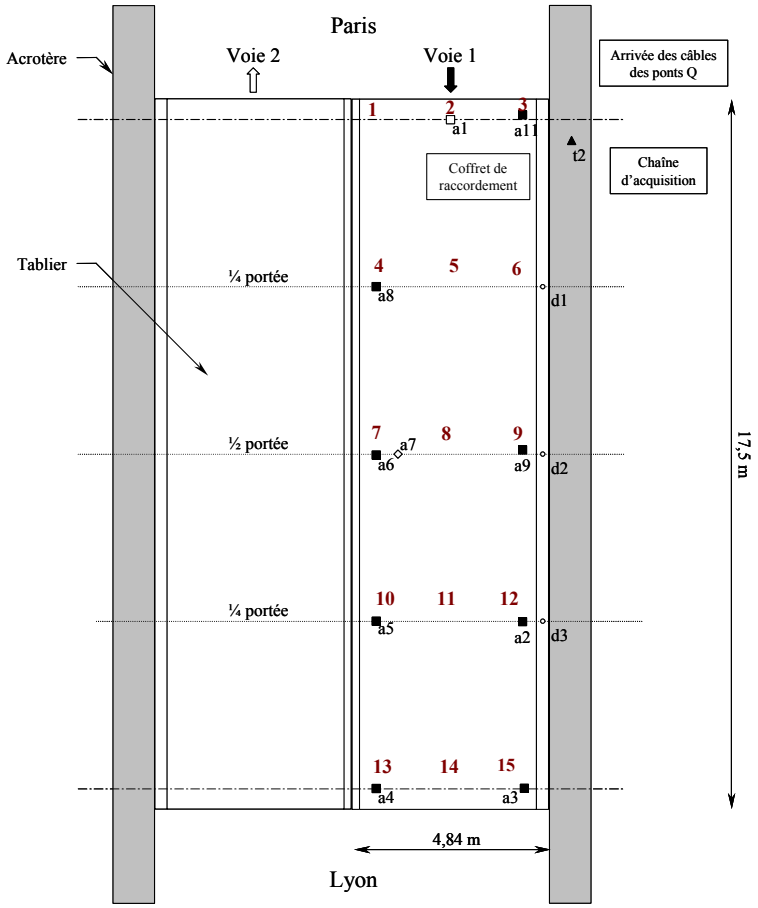
La source d'excitation du tablier de la voie 1 est le passage des TGV commerciaux sur cette voie.

5.2.2. Analyse modale expérimentale

Les mesures accélérométriques verticales permettent l'identification des principales caractéristiques modales de la structure. Les essais de caractérisation dynamique ont été réalisés par la méthode vectorielle du décrément aléatoire couplée avec la méthode d'Ibrahim (ITD), décrite dans le *Chapitre II*.

La fréquence d'échantillonnage des signaux est de 1/4096 s. Les points de références pour le calcul des décréments et la normalisation des modes sont respectivement le point 9 (voie de

mesure 2) pour les 3 premiers modes et le point 4 (voie de mesure 8) pour le 4ème mode. Ces points sont choisis du fait qu'ils sont situés à des ventres de vibration pour les modes concernés. La condition de déclenchement est celle du point positif et le nombre de réalisations pour l'Ibrahim Time Domain est de 20.



◇ accéléromètre selon X, □ accéléromètre selon Y, ■ accéléromètre selon Z

○ capteur de déplacement, ▲ capteur de température.

Figure 4.24 – *Implantation des capteurs sous le tablier*

Un exemple d'histogrammes de fréquences obtenus pour la deuxième campagne de mesures est donné sur la *Figure 4.25*. On constatera, qu'à la différence du pont Z24 présenté au *Chapitre II*, la discrimination entre fréquences est plus nette, ce qui permet d'identifier les bandes de fréquences significatives autour de chaque fréquence sans aucun problème.

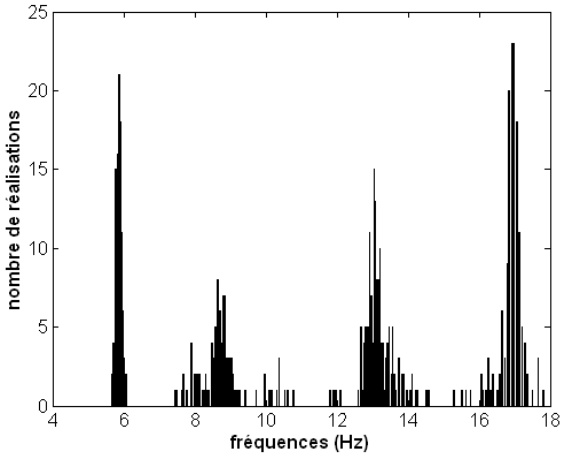
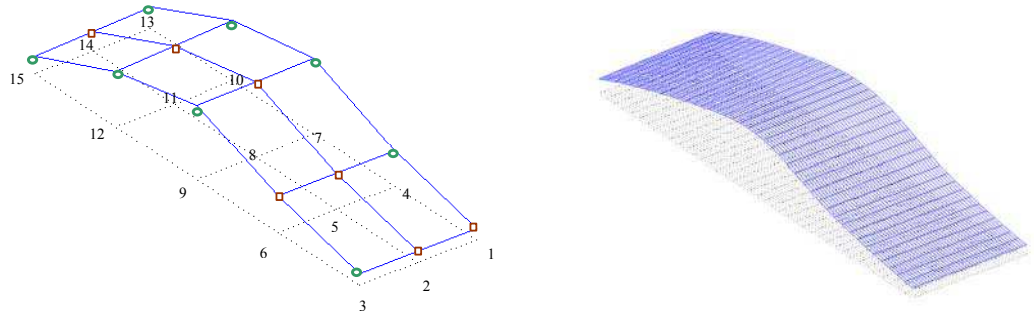


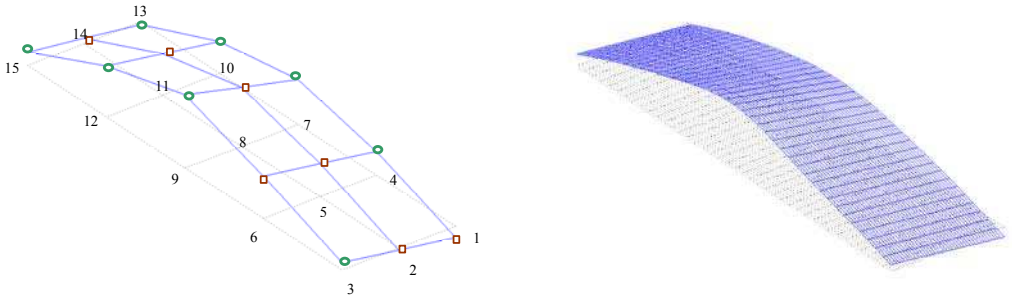
Figure 4.25 – *Histogrammes de fréquences*

Les modes propres obtenues sont présentés sur les *Figures 4.26*. Les points non mesurés du maillage grossier ont été interpolés linéairement de la façon suivante :

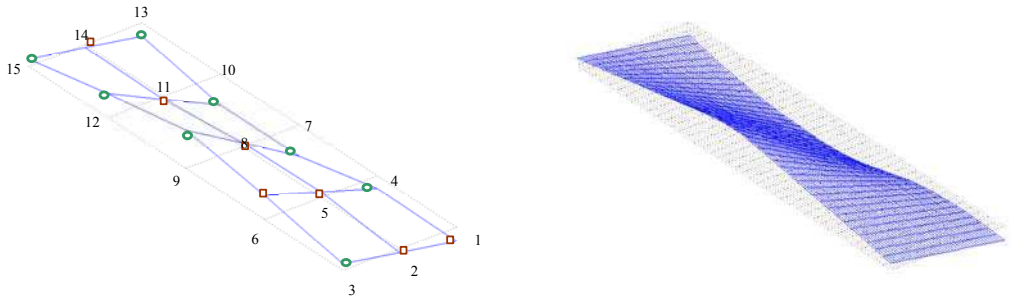
- Modes 1 :
  - mode point 1=mode point 3
  - mode point 6 =mode point 4
- Mode 2
  - mode point 1=- mode point 3-0.25
  - mode point 6 =- mode point 4 +0.25
- Mode 3
  - mode point 6 = mode point 12
  - mode point 1 = mode point 13
- Pour tous les modes identifiés
  - mode point 2 = (mode point 1 + mode point 3)/2
  - mode point 5 = (mode point 4 + mode point 6)/2
  - mode point 8 = (mode point 7 + mode point 9)/2
  - mode point 11 = (mode point 10 + mode point 12)/2
  - mode point 14 = (mode point 13 + mode point 15)/2



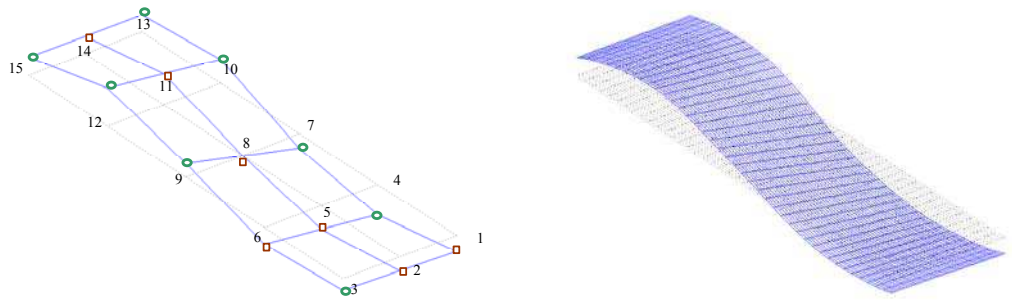
Flexion – 5,84 Hz



Flexion/torsion – 8,74 Hz



Torsion – 13,09 Hz



Flexion/torsion – 16,95 Hz

Maillage grossier | Maillage raffiné

Figure 4.26 – *Quatre premiers modes propres du pont-rail PK 075+317*

Sur ces figures, les points mesurés et interpolés sont respectivement marqués d'un symbole ○ et d'un symbole □. Une déformée avec maillage raffiné à 40×40 éléments est également montrée. Cette déformée a été obtenue par interpolation cubique de chaque mode.

La *Figure 4.27* met en évidence que, pour les variabilités observées sur la période de mesure, il n'y a pas de réelle variation des fréquences.

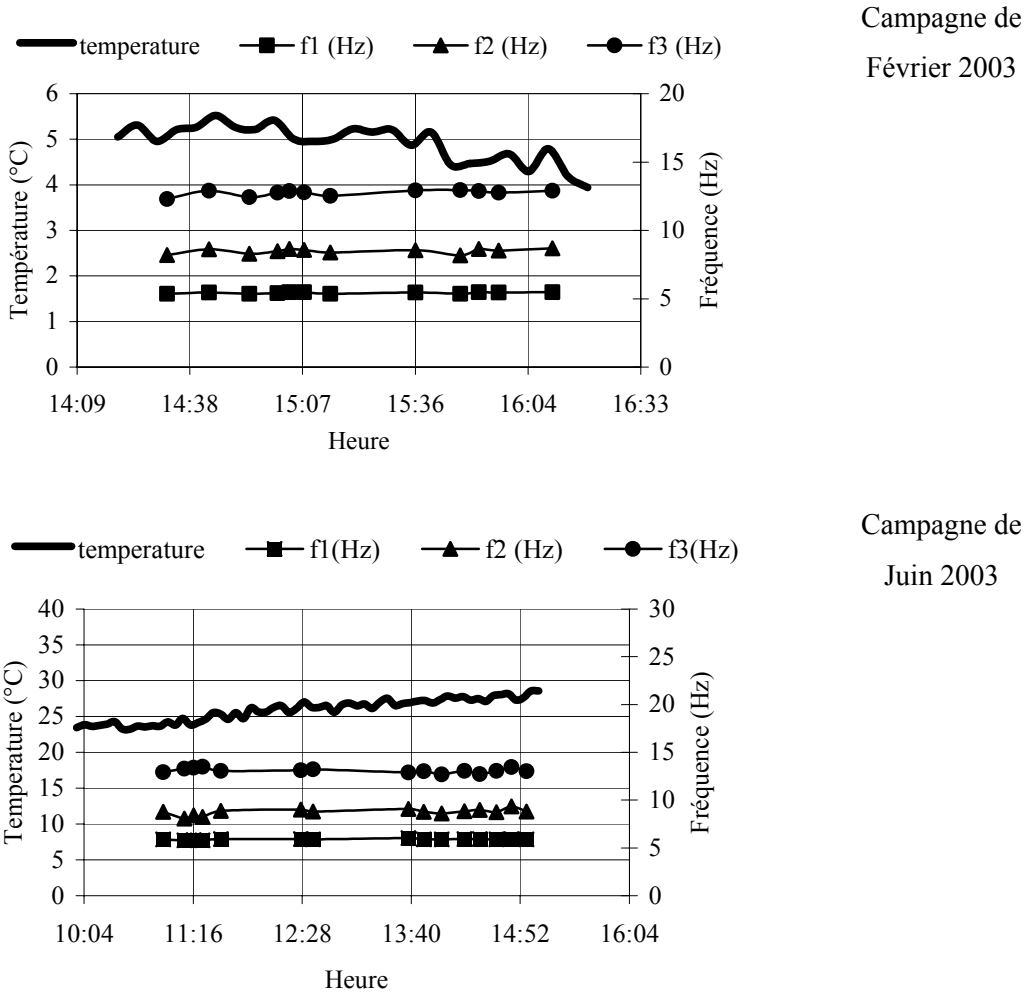


Figure 4.27 – *Variation des fréquences sur la durée des mesures*

Par contre, l'analyse comparée des mesures de juin et de février montrent une variation dans les valeurs identifiées (*Tableau 4.2*). A l'intérieur de chaque série de mesures, les coefficients de variation de fréquences sont faibles, ce qui valide l'identification. Les coefficients d'amortissement ont des coefficients de variation plus importants, ce qui confirme le caractère

erratique de ce paramètre. Entre les deux séries de mesure, c'est la première fréquence qui est la plus affectée avec une variation de près de 8%, variation important que l'on retrouve également au niveau du coefficient d'amortissement. Les autres fréquences semblent moins affectées. A l'exception du quatrième mode, les fréquences augmentent avec la température.

Mode	1ère campagne		2ème campagne		$\delta\overline{f}$ (%)	1ère campagne		2ème campagne		$\delta\overline{\zeta}$ (%)
	$\overline{f}$ (Hz)	$\sigma_f/\overline{f}$ x100 (%)	$\overline{f}$ (Hz)	$\sigma_f/\overline{f}$ x100 (%)		$\overline{\zeta}$ (%)	$\sigma_\zeta/\overline{\zeta}$ x100 (%)	$\overline{\zeta}$ (%)	$\sigma_\zeta/\overline{\zeta}$ x100 (%)	
1	5,41	0,65	5,84	0,71	7,95	2,13	4,27	2,62	4,06	23
2	8,56	1,56	8,74	1,69	2,10	1,53	18,95	1,6	15,63	4,57
3	12,83	0,80	13,09	1,15	2,02	1,14	17,54	1,15	10,43	0
4	17,11	1,49	16,95	0,77	-0,93	1,54	4,03	1,08	8,06	-29,8

Tableau 4.2 – *Comparaison entre fréquences et amortissements identifiés pour les deux campagnes de mesure avant resserrage*

L'analyse des coefficients MAC est également intéressante. Il convient de rappeler que deux capteurs ont été déplacés entre les deux séries de mesure, ceci afin d'obtenir une meilleure caractérisation du quatrième mode, les trois premiers n'étant pas affectés par ce déplacement. Seuls les coefficients MAC sur ces trois modes ont été estimés. Ils varient entre 99% et 100%, ce qui dénotent, pour cet indicateur, une absence de sensibilité des modes propres aux variations thermiques, un résultat cohérent avec les études menées par ailleurs et mentionnées plus haut.

6. Conclusions

L'étude de la performance des méthodes de détection d'endommagement par rapport au bruit, sur la base de simulations numériques de Monte-Carlo, et l'analyse de l'impact des variabilités thermiques sur les paramètres modaux permettent de tirer des conclusions pratiques sur la mise en œuvre d'essais dynamiques pour la détection d'endommagements.

En premier lieu, la faible sensibilité des fréquences propres aux faibles endommagements couplée avec une variabilité notable liées aux conditions de température confirme la non pertinence de cet indicateur. Par contre, les déformées modales semblent assez peu sensibles aux effets de température ; cette conclusion mériterait d'être néanmoins confirmée par des études plus poussées, mais l'ensemble des études semble s'accorder sur ce point. Ceci justifie

donc a posteriori le choix fait de travailler sur les modes propres de la structure pour détecter et/ou localiser des endommagements.

En second lieu, il apparaît que l'indicateur d'endommagement semble être performant pour la détection de plusieurs endommagements en présence de niveaux de bruit de mesures importants. L'étude des probabilités de détection et de défaillance montre cependant qu'un seuil de détection de 2 reste sévère. Ce seuil a été établi sur la base d'un test statistique qui repose sur des hypothèses simplificatrices sur les lois des décisions conditionnelles. Sachant que beaucoup des fausses alarmes sont données dans les éléments voisins de ceux endommagés, sans dégrader les résultats, il apparaît réaliste et raisonnable de réduire ce seuil à une valeur de 1 pour les faibles endommagements et de 1,8 pour les endommagements plus importants. En effet, si dans la plupart des simulations, la probabilité de détection augmente et celle de fausse alarme diminue avec le degré d'endommagement, ceci n'est pas vrai pour les endommagements sur appui où les probabilités de fausse alarme ont tendance à augmenter. Il s'agit d'ailleurs d'un point à souligner ; la détection d'endommagement aux frontières est toujours délicate. Par contre, dans ce cas précis, les autres techniques (flexibilité, courbure de flexibilité, courbure de déformées propres) ne voient pas leur performance dégradée (augmentation des fausses alarmes) avec la sévérité de l'endommagement si celui-ci se trouve sur appui.

On peut cependant faire remarquer que la méthode de l'indicateur d'endommagement présente la sensibilité la plus accrue pour localiser les modifications structurales.

CHAPITRE V :
MISE EN ŒUVRE PRATIQUE

1. Introduction

Au travers de trois exemples expérimentaux, l'objectif de ce chapitre vise à présenter la mise en œuvre pratique des méthodes des *Chapitres II* et *III* pour l'identification des caractéristiques modales et pour la détection/localisation d'endommagements. Le premier exemple est l'étude de poutres en béton (armé ou non) sujettes à des réactions de gonflement interne. Les deux autres exemples sont des applications pratiques des méthodes de détection d'endommagement sur deux ouvrages, le pont Z24 et le pont-rail PK 075+317, déjà présentés aux *Chapitres II* et *IV*.

2. Poutres atteintes d'alcali-réaction

2.1. Contexte et objectifs

Ce terme regroupe toutes les réactions qui peuvent se produire entre les granulats du béton et les alcalins de la pâte de ciment. Trois conditions doivent être simultanément remplies pour que ces réactions puissent avoir lieu. Il faut que le granulat soit potentiellement réactif, que l'humidité relative excède 80 à 85% et que la concentration en alcalins dépasse un seuil critique.

Il existe trois grands types d'alcali-réactions : les réactions alcali-carbonate, alcali-silice et alcali-silicate. La réaction la plus fréquente est la réaction alcali-silice. La présence d'alcalins et de silices dans les granulats produit sous certaines conditions d'humidité un gel qui se cristallise à terme. C'est ce gel qui entraîne une dégradation de la structure. L'endommagement subi se manifeste sous une forme de gonflement, de fissuration et de chute du module qui peut atteindre à 30%.

Ces réactions n'apparaissent en général qu'après plusieurs dizaines d'années. Cependant si les trois conditions précédemment citées sont remplies, avec notamment une forte réactivité des granulats et une forte teneur en alcalins, une alcali-réaction peut se développer en quelques années.

Dans le cadre d'un contrat de recherche avec Electricité de France (EDF), une étude a débute en 2000 pour étudier ce phénomène (*Figure 5.1*). Un ensemble de 6 poutres a ainsi été fabriqué et conservé dans une ambiance contrôlée (38°C et 100% d'humidité pour accélérer le phénomène) pendant 4 ans. Deux poutres sont non réactives (c'est-à-dire sans présence de silice dans les agrégats) et quatre poutres sont réactives dont deux armées.

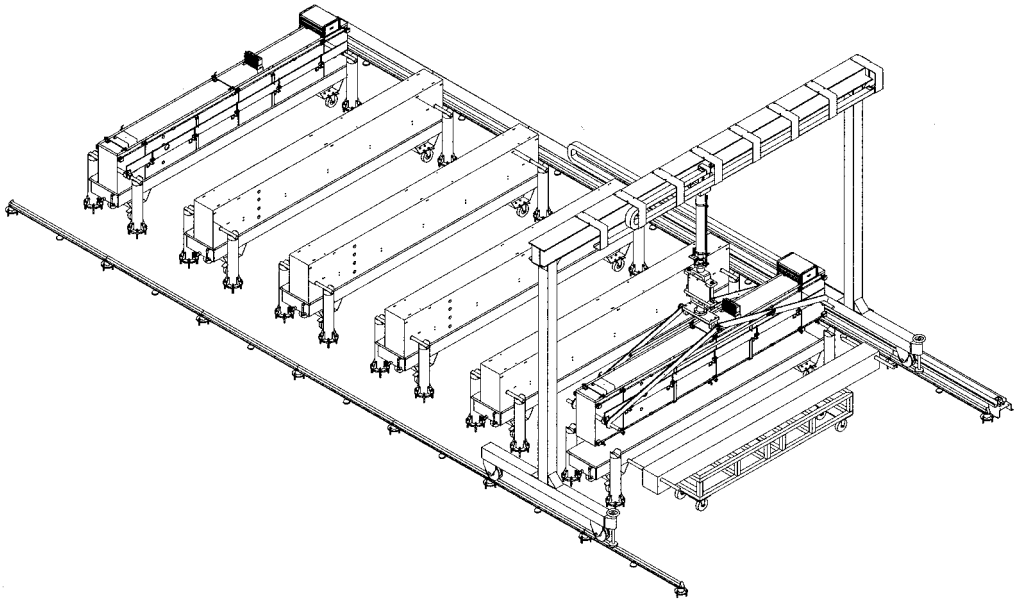


Figure 5.1 – *Présentation générale de l'instrumentation des poutres atteintes d'alcali-réaction*

Les essais dynamiques réalisés viennent en complément des études menées dans le cadre du contrat de recherche. Ces essais dynamiques ont notamment bénéficié du support financier de la Direction de la Recherche et des Affaires Techniques du Ministère de l'Equipement.

L'objectif des essais est donc d'effectuer un suivi dynamique des poutres afin d'évaluer leur modification de rigidité au cours du temps. On se propose donc d'étudier le phénomène d'alcali-réaction par rapport aux variations des caractéristiques dynamiques qu'il entraîne.

2.2. Caractéristiques des poutres et de l'instrumentation

Les caractéristiques des poutres testées sont (*Tableau 5.1*) :

- P1, poutre réactive sous dosée en alcalins (dosée à 1,03% de Na_2O_{eq}),
- P2, poutre réactive dosée à 1,25% de Na_2O_{eq} ,
- P3, poutre témoin non réactive (dosée également à 1,25% de Na_2O_{eq}),
- P4, poutre réactive dite faiblement armée (2 aciers HA 10 en fibre supérieure et 2 aciers HA 16 en fibre inférieure, cadres d'effet tranchant en HA 8 tous les 40 cm),
- P5, poutre réactive dite fortement armées (2 aciers HA 20 en fibre supérieure et 2 aciers HA 32 en fibre inférieure, cadres d'effet tranchant en HA 12 tous les 20 cm),
- P6, non réactive et de même ferraillage que P4.

Poutre P1	Poutre P2	Poutre P3	Poutre P4	Poutre P5	Poutre P6
Non armée	Non armée	Non armée	Faiblement armée	Fortement armée	Faiblement armée
Béton réactif	Béton réactif	Béton non réactif	Béton réactif	Béton réactif	Béton non réactif

Tableau 5.1 – *Caractéristiques des poutres*

Les essais dynamiques consistent à enregistrer des accélérogrammes de vibrations verticales des poutres en appuis aux extrémités ; les vibrations sont produites par une excitation transitoire à l'aide d'un marteau instrumenté. Les chocs ont été appliqués au milieu de la poutre, à droite de l'appui ou entre le milieu de travée et l'appui. Les poutres sont munies de quatre poignées en acier et les bases inférieures des poutres baignent dans un bac rempli d'eau. La *Figure 5.2* montre le schéma typique des essais vibratoires.

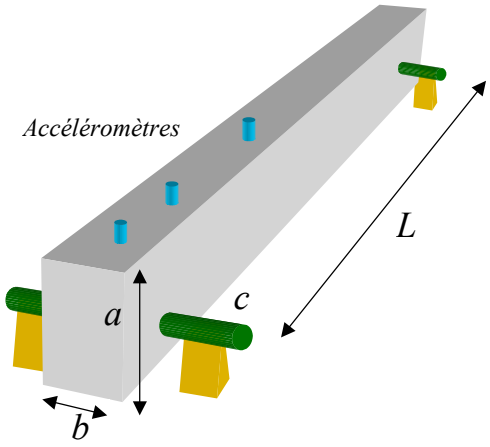


Figure 5.2 – *Principe des essais*

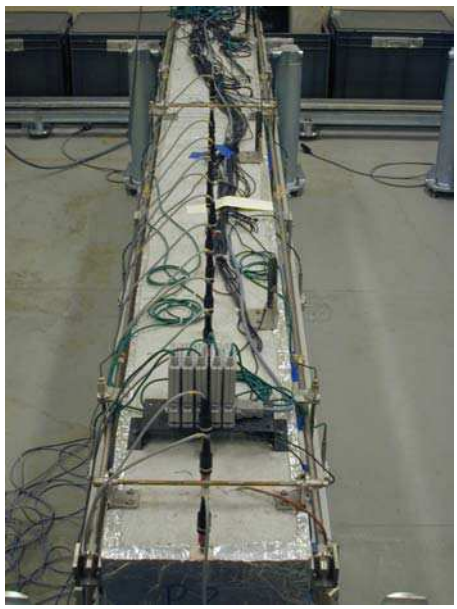
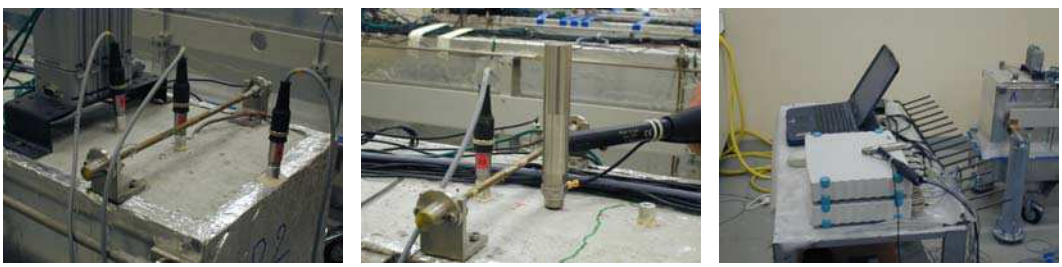


Figure 5.3 – *Vue de l'instrumentation*

La longueur totale des poutres est de 3,00 m et la distance L entre les appuis de 2,80 m. Les sections des poutres sont 0,50 m x 0,25 m. La distance c est de 0,11 m et le diamètre des poignées est de 3 cm. Les plans d'instrumentation des poutres sont variables. Ils dépendent de la poutre et du jour d'essai.

Les mesures accélérométriques ont été faites au moyen d'accéléromètres inductifs HBM type B12/200 ou 500 (*Figure 5.4a*) avec pour moyen d'excitation, un marteau d'excitation BK type 8202 muni d'un capteur de force (*Figure 5.4b*), l'ensemble étant enregistré et traité par un système d'acquisition HBM Spider 8 (*Figure 5.4c*) à la fréquence d'échantillonnage de 9600 Hz. Seule la moitié des poutres est instrumentée (*Figure 5.3*).



a) Accéléromètres b) Marteau d'impact c) Système d'acquisition

Figure 5.4 – *Equipement utilisé lors des essais dynamiques sur poutres réactives*

2.3. Calcul aux éléments finis

Un modèle simple (Barbosa & Cremona, 2002) a été réalisé pour pouvoir comparer les premiers résultats expérimentaux de la poutre non endommagée non réactive P0. Il s'agit d'un modèle avec des éléments de coques (pour la poutre) et des éléments de poutres tridimensionnelles pour les poignées. La *Figure 5.5* donne un aperçu du modèle adopté.

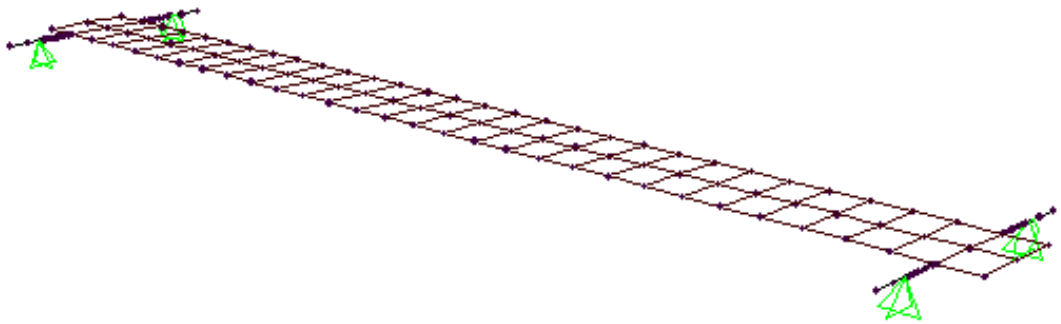


Figure 5.5 – *Modèle aux éléments finis de la poutre P0*

Les caractéristiques mécaniques des matériaux considérées sont :

- Béton : $E = 3 \times 10^{10}$ Pa ; $\rho = 2400$ kg/m^3 ; $\nu = 0{,}3$
- Acier : $E = 2 \times 10^{11}$ Pa ; $\rho = 7827$ kg/m^3 ; $\nu = 0{,}3$

Ce modèle n'a pas pour but de réaliser une analyse numérique fine des poutres, mais d'appréhender quelques fréquences et modes propres de vibration de la poutre (*Figure 5.5*) afin de vérifier les identifications expérimentales. L'objectif final n'est donc pas de recaler ce modèle, mais de mieux comprendre certaines fréquences provenant de la déformation des appuis et donc non caractéristiques du comportement dynamique des poutres. Ils sont détaillés sur les *Figures 5.6*. Le *Tableau 5.2* résume les mode propres obtenus.

Mode	Fréquence (Hz)	Comportement
1	41,0	Translation verticale de la poutre (flexion des appuis)
2	43,1	Translation longitudinale de la poutre (flexion des appuis)
3	52,1	Flexion latérale de la poutre
4	69,9	Rotation de la poutre autour de son axe central transversal (flexion des appuis)
5	116,3	Rotation de la poutre autour de son axe central longitudinal (flexion des appuis)
6	185,2	Flexion latérale de la poutre
7	212,7	Flexion verticale de la poutre
8	370,4	Flexion latérale de la poutre
9	526,3	Flexion latérale de la poutre
10	555,5	Flexion verticale de la poutre
11	588,2	Allongement de la poutre
12	625,0	Flexion latérale de la poutre
13	833,3	Flexion latérale de la poutre
14	1000	Flexion latérale de la poutre
15	1110	Flexion longitudinale de la poutre (trois demi-vague)

Tableau 5.2 – *Modes propres de la poutre de référence P0*

Comme les poutres, y compris la poutre P0, sont instrumentées avec une ligne d'accéléromètres placée sur leurs faces supérieures au niveaux des axes longitudinaux de chaque poutre et comme l'équipement utilisé donne des résultats fiables jusqu'à 500 Hz, il est seulement possible d'identifier correctement les modes 1, 4 et 7 (*Figures 5.6*). Sur ces trois modes, seuls les modes 4 et 7 sont représentatifs de la poutre en béton. Le premier est caractéristique de la souplesse des appuis.

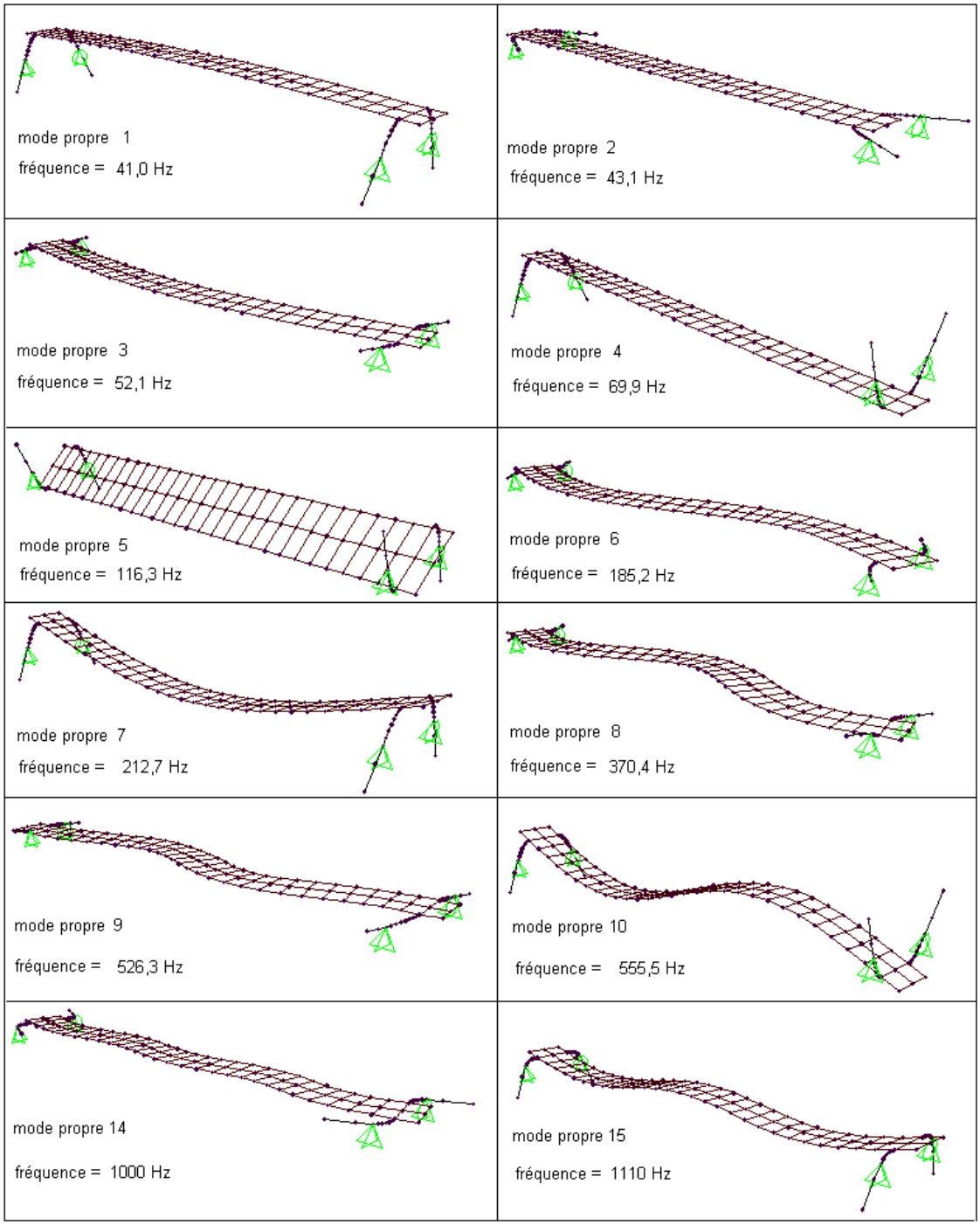


Figure 5.6 – *Modes propres et fréquences propres calculés*

A titre d'illustration, la *Figure 5.7* donne la densité spectrale de réponse du point situé sur l'appui de la poutre P0 avec une excitation respectivement sur l'appui et à mi-travée de la poutre.

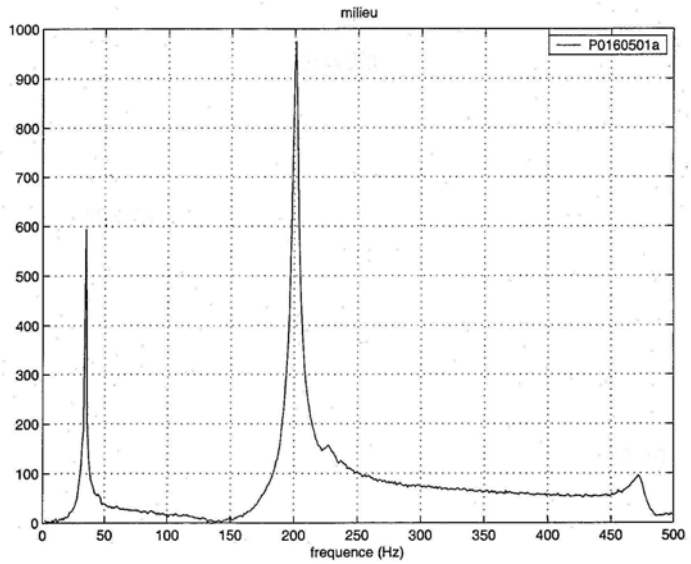


Figure 5.7 – *Densité spectrale de la réponse avec excitation à mi-travée*

Les 3 premiers modes propres de flexion identifiés pour la poutre P0 sont, qualitativement, identiques aux modes propres calculés (*Tableau 5.3*).

	Essais	Modèle
Fréquence 1 (Appui)	34,8 Hz	41,0 Hz
Fréquence 4	62,0 Hz	69,9 Hz
Fréquence 7	200,7 Hz	212,7 Hz

Tableau 5.3 – *Comparaison entre les fréquences mesurées et celles calculées*

2.4. Suivi dynamique

Au fur et à mesure de l'avancement des essais dynamiques, les enregistrements sont traités et analysés. L'identification des caractéristiques modales est réalisée par la technique du décrément aléatoire et la méthode d'Ibrahim (cf. *Chapitre II*). Seuls les 2 premiers modes verticaux de flexion sont identifiés. Les paramètres modaux identifiés sont employés par différentes méthodes d'évaluation d'endommagement.

2.4.1. Poutre P1 non armée avec béton réactif

Il s'agit d'une poutre non armée réactive dosée de 1,03% d'alcalines. Exceptionnellement, dans le cas de la poutre P1, seulement 5 capteurs de mesure ont été utilisés (sauf pour la mesure de 06-03-03 qui en avait 15). Les points intermédiaires sont alors ajoutés par interpolation linéaire des points mesurés. Dans cette évaluation, la mesure de référence est celle effectuée le 05-06-01.

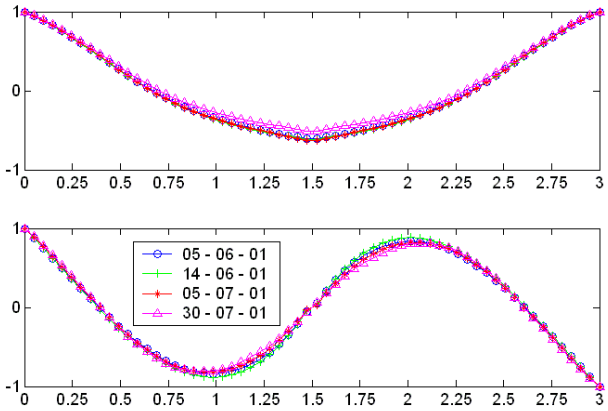


Figure 5.8 – *Evolution des déformées propres avec le temps (P1)*

La *Figure 5.8* illustre les déformées propres mesurées suivant le temps de mesure. La *Figure 5.9* montre les coefficients de MAC qui donnent le degré de la corrélation existante entre les déformées propres mesurées. Les coefficients COMAC obtenus (*Figure 5.9*) montre quelques changements dont la position varie suivant la mesure et qui sont inférieurs à 1%. La variation des fréquences par rapport au temps, est présentée dans la *Figure 5.10*. La deuxième fréquence diminue avec le temps, mais dans le cas de la première, pour le dernier essai, on constate une augmentation. Concernant les coefficients d'amortissement (*Figure 5.10*), ils sont quasiment constants pour le premier, avec une augmentation pour le second. Les lignes en gras représentent les valeurs moyennes obtenues au cours de l'identification, les traits fins représentant les valeurs à plus ou moins un écart-type. L'apparition d'une dégradation (béton réactif) se traduit par une fissuration qui se caractérise par une baisse de rigidité (et donc des fréquences) et par une augmentation des amortissements (frottement au contact des fissures). Les résultats obtenus montrent que ceci est nettement moins sensible pour la première fréquence que pour la seconde.

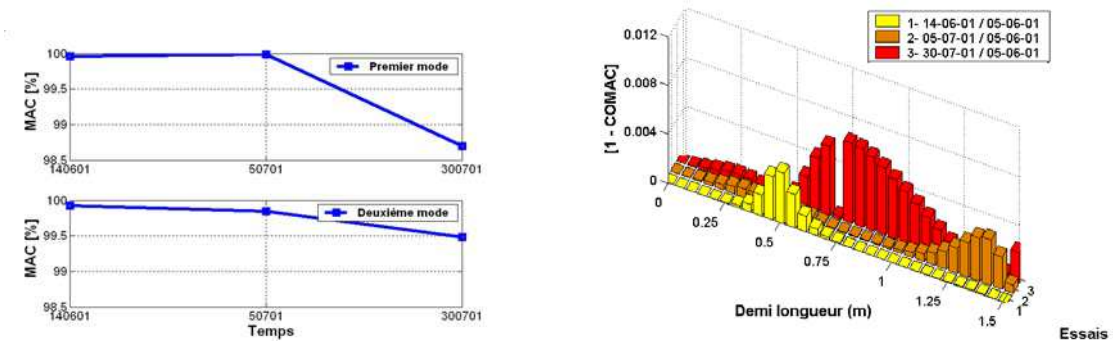
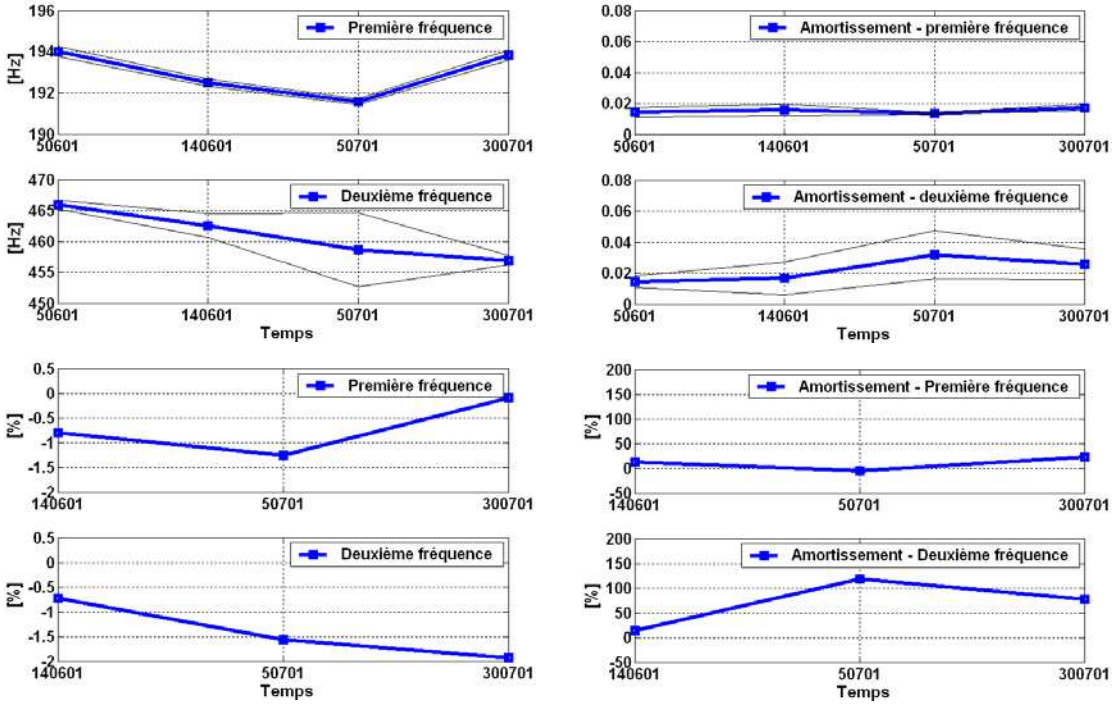


Figure 5.9 – *Coefficients MAC et COMAC*



Fréquence Amortissement

Figure 5.10 – *Evolution des fréquences et des coefficients d'amortissement (P1)*

Les résultats des méthodes de détection d'endommagements sont illustrés dans la *Figure 5.11*. La méthode de l'indicateur d'endommagement, pour les deux modes identifiés, montre l'évolution de l'endommagement à quart de portée (seuil de détection de 1,5). Les méthodes de la courbure des déformées propres MCDP, de flexibilité MF, et de la courbure de flexibilité MCF mettent en évidence des modifications à quart de travée, mais aussi au niveau des appuis et à mi-travée. Ces deux derniers résultats semblent crédibles ; les poutres reposent sur quatre

appuis et au moment de la mise en place des poutres, les conditions d'appuis ne sont pas parfaites. Au cours de la fissuration, la poutre tend à se positionner sur les quatre poignées.

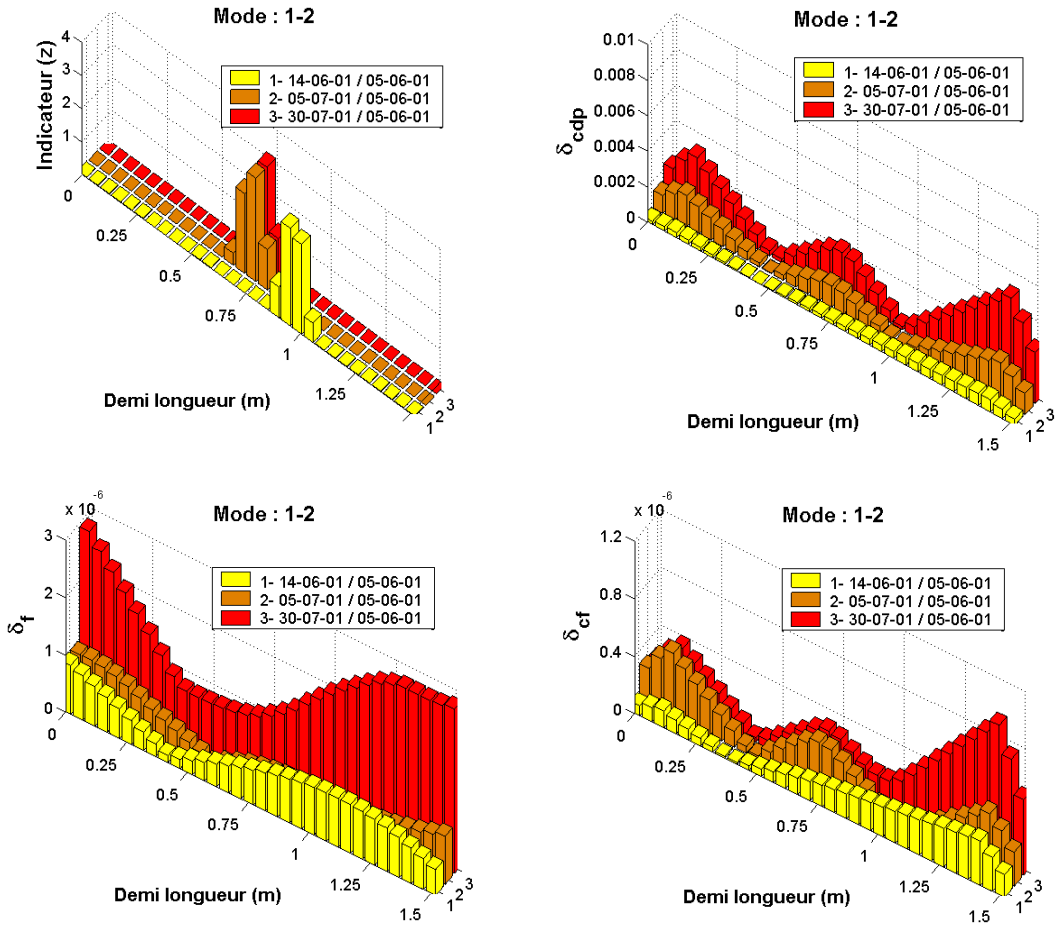


Figure 5.11 – *Comparaisons entre méthodes de détection (P1)*

2.4.2. Poutre P2 non armée avec béton réactif

Il s'agit d'une poutre non armée réactive dosée de 1,25% d'alcalins (21% de plus que P1). Les essais ont été conduits jusqu'au 24-01-02.

Pour cette poutre, le cas de référence est la mesure du 05-06-01. L'évolution de fréquences et des coefficients d'amortissement est donnée sur la *Figure 5.13*. Dans le cas de P1, on constate une diminution sensible des fréquences et mais il est difficile de tirer quoi que soit des amortissements, toute évolution étant de l'ordre de grandeur de l'incertitude de l'estimation. L'évolution des fréquences est conforme à l'influence de la présence d'une dégradation. Les modes propres sont donnés sur la *Figure 5.12*. Il faut à ce titre insister sur deux points. Les

essais ont montré des perturbations sur deux capteurs (proche de la mi-travée et à 1,15 m). Les conditions extrêmes (38°C et 100% d'humidité) expliquent en partie le problème localisé sur deux capteurs. Comme les capteurs sont systématiquement positionnés aux mêmes points, les perturbations sont répétitives et se retrouvent sur chaque identification. Ce problème n'est pas gênant puisque l'analyse de la modification structurale se fait en relatif.

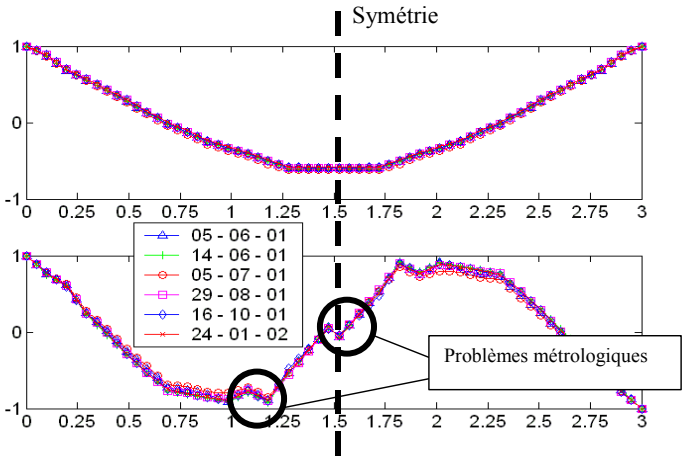
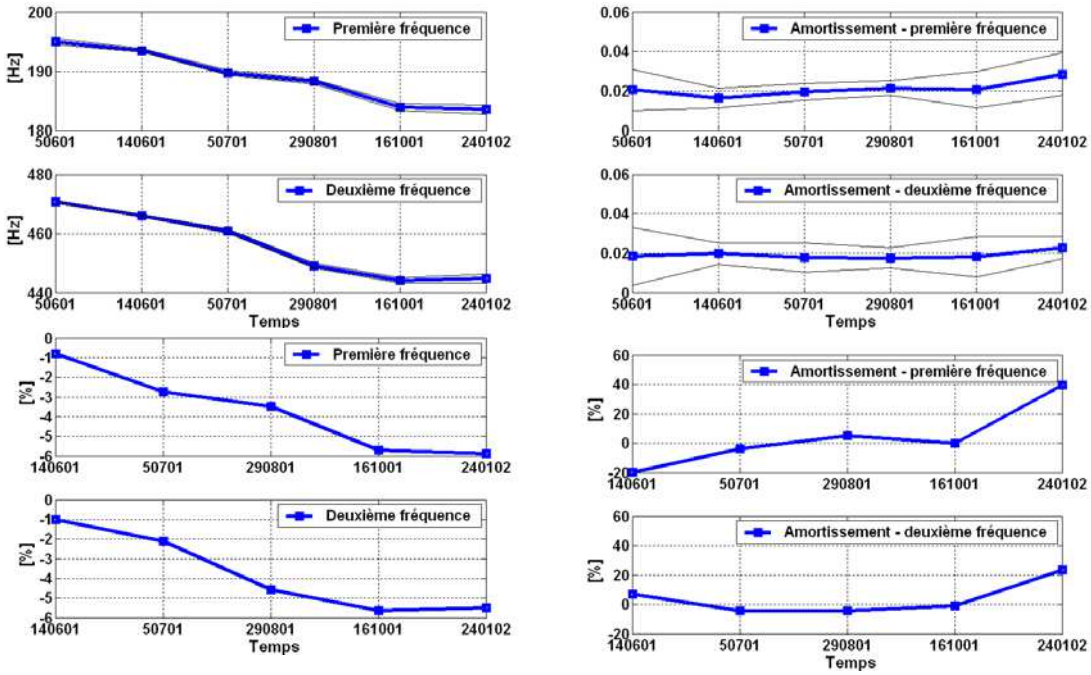


Figure 5.12 – *Déformées propres (P2)*

Les méthodes MID et MF détectent des modifications sur appui et à mi-travée (seuil de détection de 1,5). Comme la méthode de flexibilité permet de quantifier l'endommagement, on constate très nettement sur la *Figure 5.14* une augmentation des valeurs de l'indicateur. Les méthodes MCDP et MCF présentent des résultats dispersés, avec cependant des changements visibles sur appui, à quart de travée et à mi-travée. Le fait que les détections soient plus dispersées ne sont pas surprenantes a priori, car la dégradation par gonflement interne est diffuse sur l'ensemble de la poutre. Les méthodes MID et MF semblent plutôt détecter les lieux d'endommagements les plus significatifs.



Fréquence Amortissement

Figure 5.13 – *Evolution de fréquences et des coefficients d'amortissement (P2)*

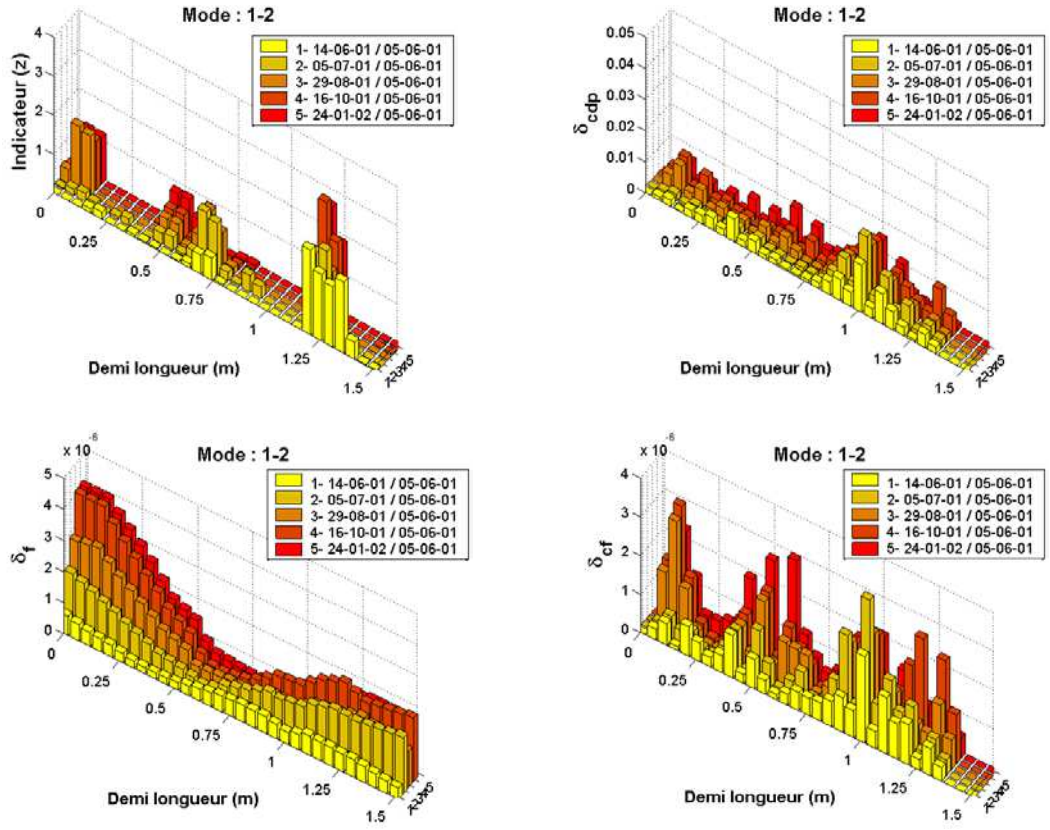
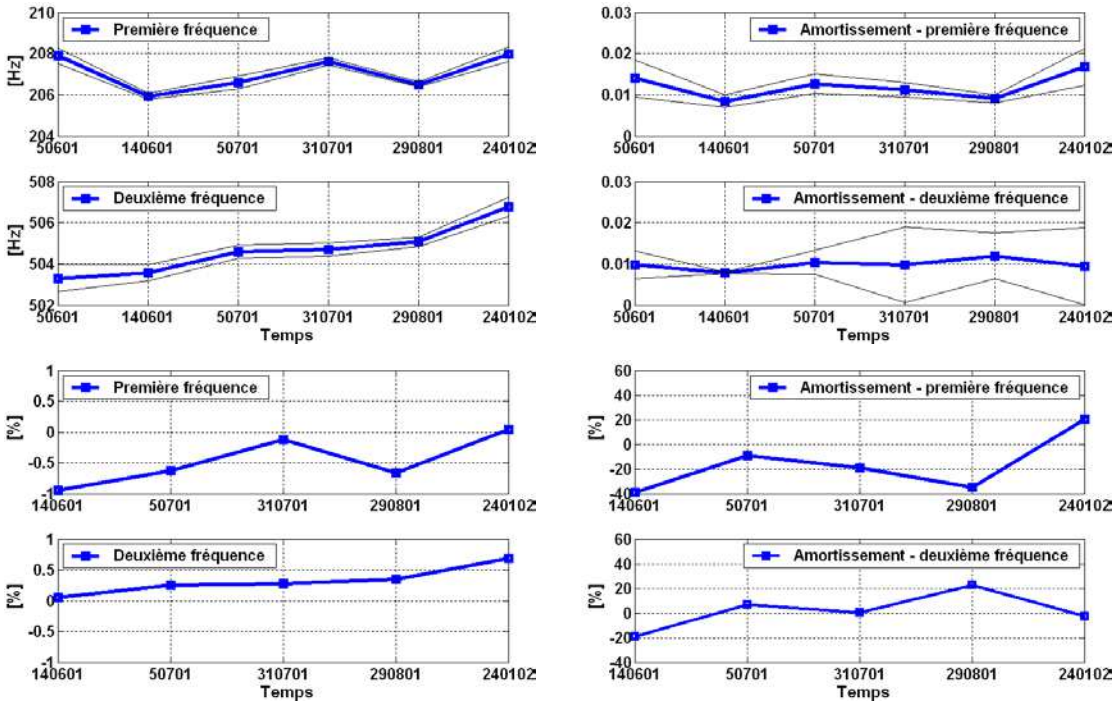


Figure 5.14 – *Indicateurs d'endommagement (P2)*

2.4.3. Poutre P3 non armée avec béton non réactif

L'étude s'agit d'une poutre non armée avec un béton non réactif. L'objectif de l'essai est de vérifier l'influence de la réactivité du béton sur le comportement dynamique. Comme le cas précédent (poutre P2 avec le béton réactif), le cas de référence pour la comparaison des résultats a été la mesure effectuée au 05-06-01. L'évolution de deux premières fréquences de vibration est illustrée dans la *Figure 5.15*. La première fréquence présente quelques diminutions irrégulières (0% à -1%), la deuxième fréquence montre un léger accroissement (moins de 1%). Concernant les coefficients d'amortissement, les changements en pourcentage sont importants et ne peuvent pas être imputables à la dégradation (dont on a vu précédemment le faible impact sur l'amortissement). Ces changements sont donc inhérents à la variabilité de ce paramètre.



Fréquence Amortissement

Figure 5.15 – *Evolution des fréquences et des coefficients d'amortissement (P3)*

Une analyse des coefficients MAC et COMAC montre que leurs valeurs sont proches de 100%.

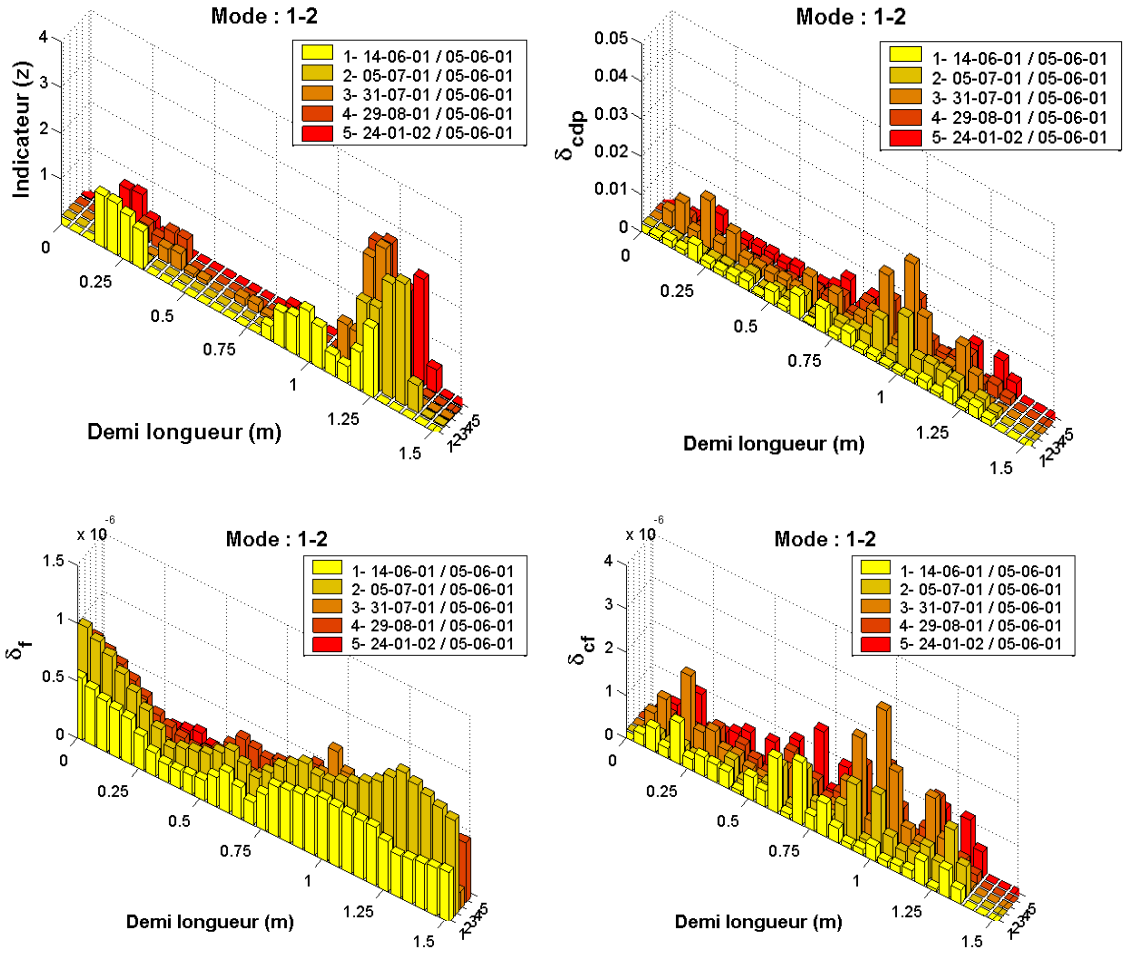


Figure 5.16 – *Comparaisons entre méthodes de détection (P3)*

La diminution régulière de la fréquence de poutre P2 (béton réactif) avec le temps (jusqu'à 6%) par rapport de la poutre P3 (béton non réactif) présente bien l'effet de la réactivité du béton sur les fréquences. Concernant les coefficients d'amortissement, comme ils sont liés à plusieurs paramètres, ils ne sont pas très représentatifs ; pourtant la diminution quasiment régulière dans P2, notamment pour la première fréquence est plus sensible que celui de la poutre P3 non réactive. Néanmoins, cette dernière non armée se micro-fissure et il n'est pas étonnant qu'une évolution soit notée.

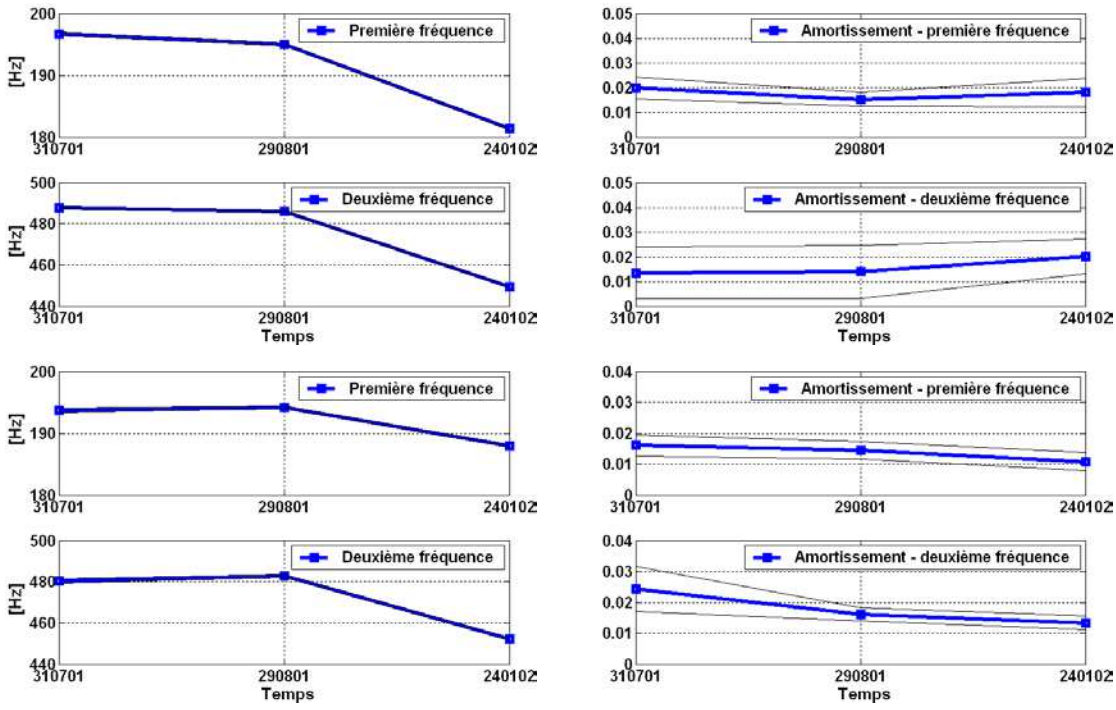
Les résultats d'évaluation d'endommagement (*Figure 5.16*) effectués par les indicateurs MID, MCDP, MF et MCF pour les deux poutres P2 et P3 montrent quelques changements de comportement dans certaines zones a mi-travée et au niveau de l'appui. Ce changement est cependant beaucoup plus important que celui de la poutre P3. A titre d'exemple, les évaluations effectuées par la MF sont respectivement $\sim 5\times10^{-6}$ et $\sim 3\times10^{-6}$ contre $\sim 1\times10^{-6}$ et

$\sim 1\times10^{-6}$. Cette différence peut s'expliquer par l'action de la réactivité qui dégrade de manière plus soutenue la poutre P2.

2.4.4. Poutres P4 faiblement armée et P5 fortement armé avec béton réactif

Il s'agit d'une poutre réactive et faiblement armée (2 aciers HA 10 en fibre supérieure et 2 aciers HA 16 en fibre inférieure, cadres d'effort tranchant en HA 8 tous les 40 cm). Dans cette partie, les résultats des trois mesures effectuées sur cette poutre seront présentés, et dans la partie suivante ces résultats seront comparés avec ceux obtenus par la poutre P5 (fortement armée). La poutre P5 est également réactive et fortement armée (2 aciers HA 20 en fibre supérieure et 2 aciers HA 32 en fibre inférieure, cadres d'effort tranchant en HA 8 tous les 20 cm). La mesure de référence est celle de 31-07-01.

La *Figure 5.17* donne l'évolution des fréquences et des amortissements pour ces deux poutres.



Fréquence (P4-P5) Amortissement (P4-P5)

Figure 5.17 – *Evolution des fréquences et des coefficients d'amortissement*

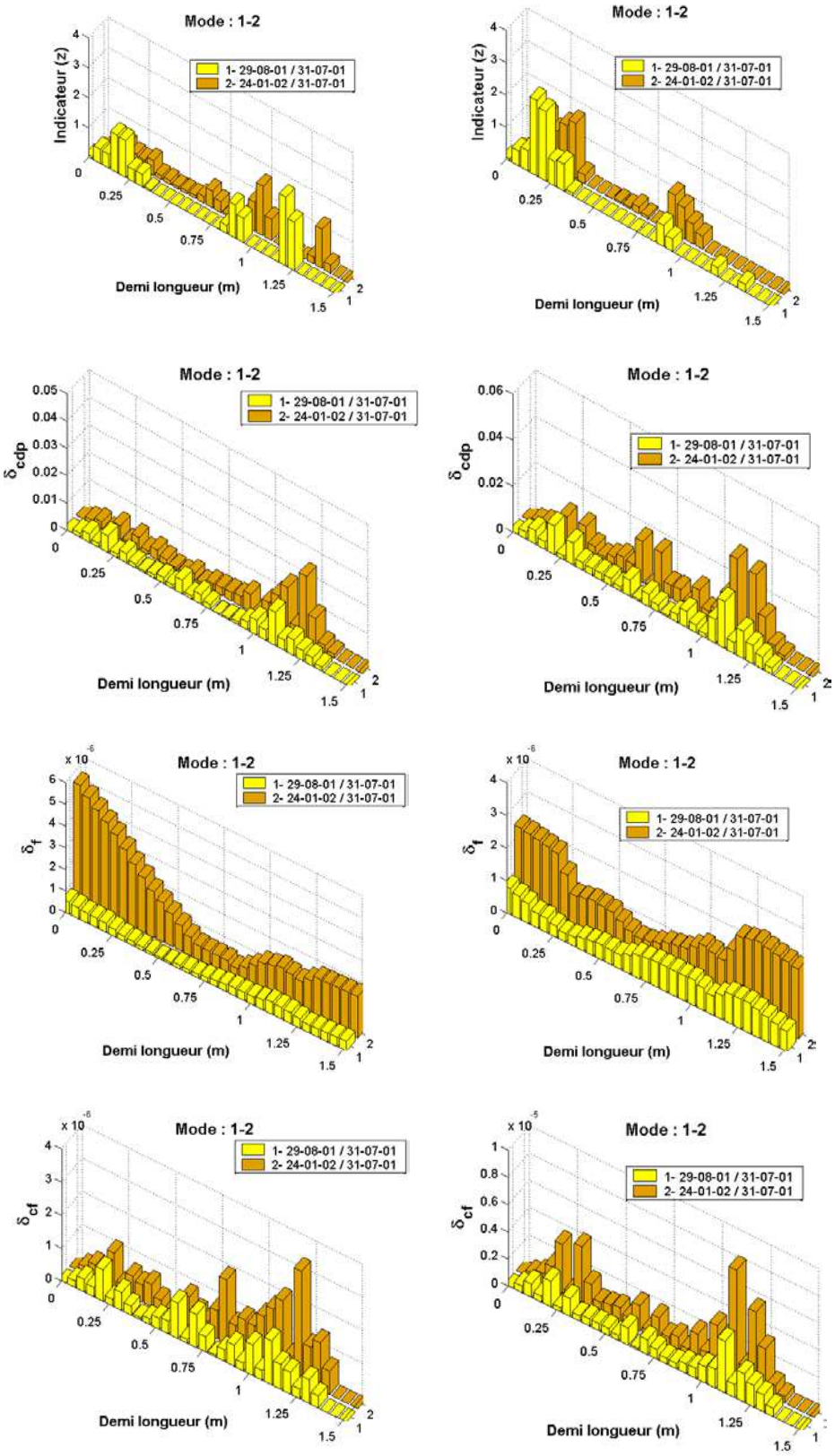


Figure 5.18 – *Comparaisons des indicateurs d'endommagement (P4 et P5)*

Pour ces deux poutres, les fréquences changement de manière identique. La comparaison des indicateurs d'endommagement MID obtenus avec les deux premiers modes montre que pour toutes les deux poutres examinées, avec un seuil de détection de 1,5, le lieu de détection reste également identique. Autrement dit l'endommagement pour les deux poutres s'évalue dans les mêmes zones mais la probabilité de détection change pour chacune de ces poutres. En effet, il faut rappeler que la valeur de l'indicateur d'endommagement peut être associé à un degré de confiance de la détection (cf. *Chapitre III*)

Concernant les autres méthodes utilisées (MCDP, MF, MCF), les résultats d'évaluation se ressemblent beaucoup ; la poutre P4 montre pourtant plus du changement dans la méthode de flexibilité par rapport à la poutre P5, plus fortement armé (*Figure 5.18*).

3. Etude de l'endommagement progressif du pont Z24

Le pont Z24 (*Figure 5.19*) est un ouvrage de l'autoroute A1 Berne-Zurich en Suisse qui joint Koppigen et Utzenstorf, dont les vues de profil et en plan sont présentées sur la *Figure 5.20*. L'ouvrage fut construit pendant les années 60. Il s'agit d'un pont à trois travées, de 30 m pour la travée centrale et de 14,00 m pour les travées de rive. Les piles principales du pont (*Figure 5.21*) sont parfaitement connectées à la superstructure. Le tablier est un caisson double de section rectangulaire avec trois lignes de torons situées dans les âmes. Comme c'était habituel pendant cette période, le pont a été construit avec plus de torons sur les piles principales que sur les travées, grâce à la superposition des câbles et à l'utilisation d'ancrages fixes coulés dans le béton. Pour protéger la tête des ancrages et compenser le jeu de la dalle, les deux extrémités des poutres furent allongées. Etant donné que les âmes latérales ne coïncident pas avec les piles, les efforts sont transmis aux piles principales par l'intermédiaire de poutres transversales.

En comparaison avec d'autres ponts, l'état du pont Z24 était bon. A part quelques barres de renforcement exposées, il n'y avait pas de dégradations. Le pont a dû être démoli pour donner place au niveau de la culée de Koppigen à la nouvelle voie ferroviaire (projet Bahn 2000). Le nouveau pont A36 a été construit parallèlement au Z24.

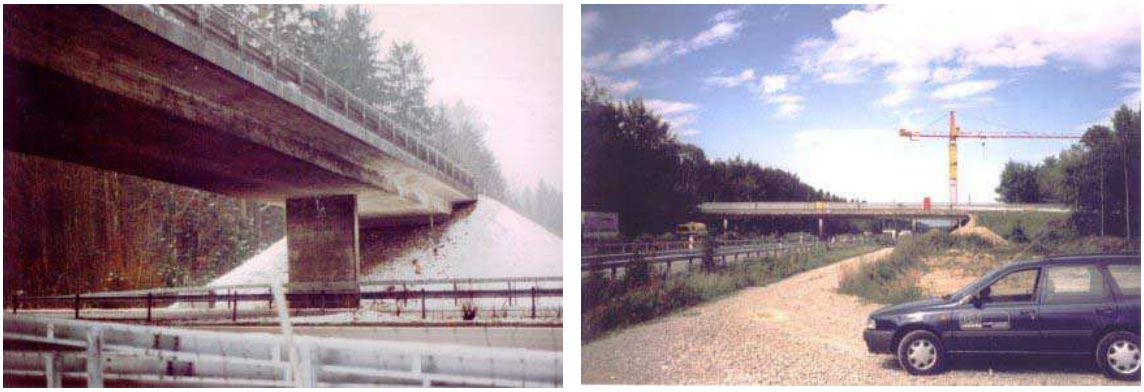


Figure 5.19 – *Vue du pont z24*

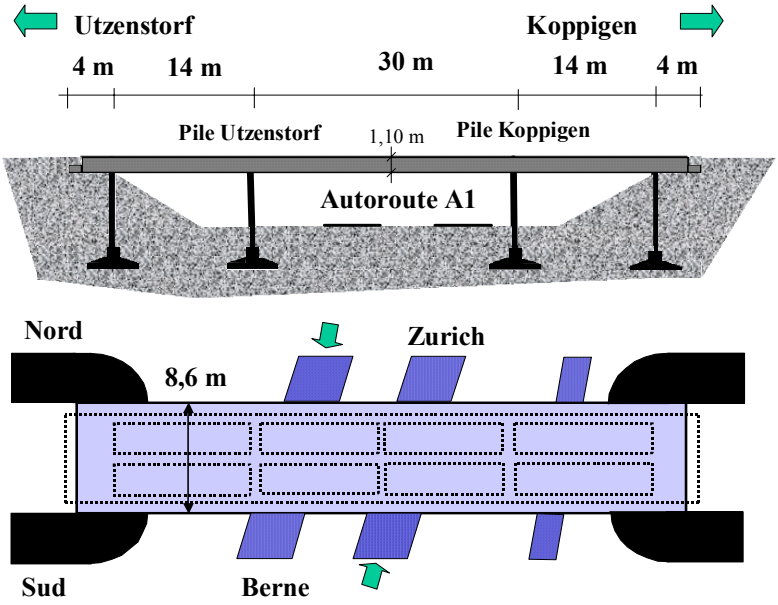


Figure 5.20 – *Vues en profil et en plan du pont Z24*

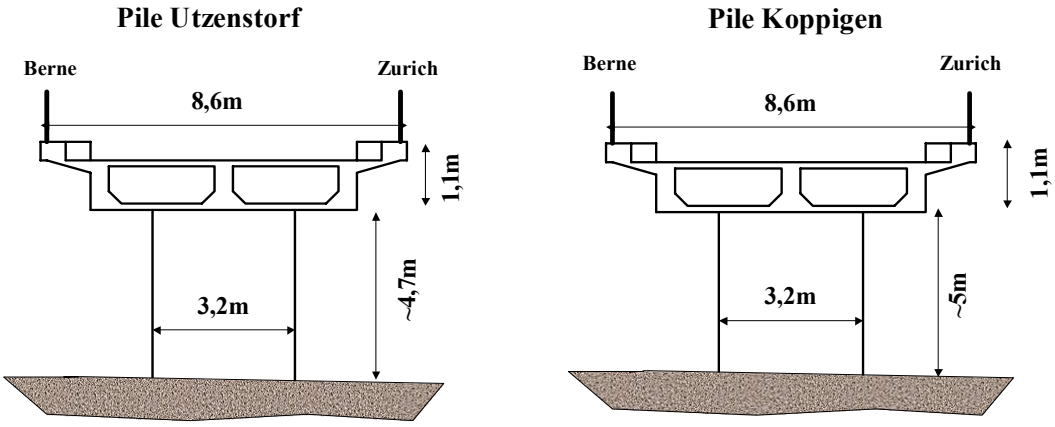


Figure 5.21 – *Coupes des piles et du tablier*

3.1. Essais d'endommagements progressifs

Les essais d'endommagement progressif du pont Z24 avant démolition ont représenté l'un des éléments principaux du projet européen SIMCES. Les objectifs principaux de ces essais sont :

- fournir une base expérimentale pour évaluer la faisabilité de l'évaluation dynamique comme méthode de détection d'endommagement,
- étudier autant de scénarios d'endommagement possibles dans le temps de disponibilité de l'ouvrage.

Dans le cas de pont Z24, les essais ont été menés avec 2 chargements différents :

- Chargement AVT (excitation ambiante – « Ambient Vibration Test »)
- Chargement FVT (excitation imposée par excitateurs – « Forced Vibration Test »)

Au total 151 points de mesure ont été installés, dont 135 points sur trois voies de mesure pour le tablier et 16 points sur les deux piles de pont. La *Figure 5.22* rappelle la localisation de ces points de mesure.

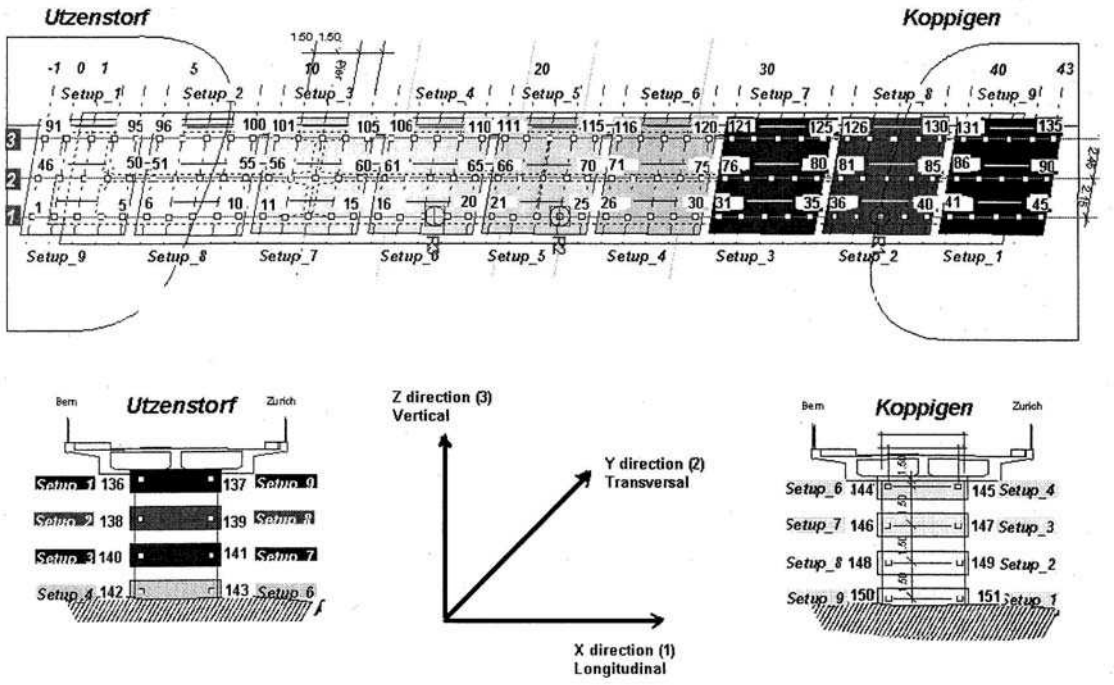


Figure 5.22 – *Localisation des points de mesure sur le tablier et les deux piles*

01	**04.08.98**	**1ère cas de référence**	**Sans endommagement**
02	**09.08.98**	**2ème cas de référence**	**Avec modification structurale suite à la mise en place de vérins sur la pile Koppigen**
03	10.08.98	Tassement de pile (Koppigen)	20 mm
04	11.08.98	Tassement de pile (Koppigen)	40 mm
05	**17.08.98**	**Tassement de pile (Koppigen)**	**80 mm**
06	18.08.98	Tassement de pile (Koppigen)	95 mm
07	19.08.98	Inclinaison de la fondation	15 mm
08	**20.08.98**	**3ème cas de référence**	**Avec modification structurale suite à la mise en place de vérins sur la pile Koppigen**
09	25.08.98	Délamination du béton	12 m^2
10	26.08.98	Délamination du béton	24 m^2
11	**27.08.98**	**Elimination des terres**	**1 m (culée Koppigen)**
12	31.08.98	Rupture d'articulation	1 (culée Cologne)
13	02.09.98	Rupture des têtes d'ancrage	2 têtes
14	03.09.98	Rupture des têtes d'ancrage	4 têtes
15	07.09.98	Rupture de fils	54 fils ou 2 câbles
16	**08.09.98**	**Rupture de fils**	**100 fils ou 4 câbles**
17	09.09.98	Rupture de fils	154 fils ou 6 câbles

Tableau 5.4 – *Scénarios d'endommagements*

3.2. Réalisation des scénarios d'endommagement

Les signaux de mesure ont été fournis par l'université catholique de Louvain (17 CD-ROM de données). Les dates, la description et les endroits exacts des endommagements simulés avant la démolition de l'ouvrage sont présentés dans le *Tableau 5.4*. La description complète des scénarios simulés sont données dans le rapport technique de l'EMPA (1999). Seuls les cas du *Tableau 5.4* signalés **en gras** sont présentés dans ce chapitre.

3.3. Identification modale

La détermination des caractéristiques modales s'est faite sous excitation aléatoire générée par deux excitateurs hydrauliques, de poids statiques respectifs de 20 kN et 25 kN, fournissant des forces dynamiques de ±10 kN et ±20 kN, dans une bande de fréquence de 2,3 à 100 Hz. Comme nous l'avons déjà montré au *Chapitre II* sur le cas non endommagé, les fréquences, les coefficients d'amortissement et les modes propres sont estimés en appliquant la méthode d'Ibrahim ITD aux fonctions de décrément aléatoire.

Ce processus d'identification modale a été réalisé à l'aide de la boîte à outils `identification` développée sous Matlab© au LCPC (Barbosa & Cremona, 2002). Les résultats qui ont été analysés sont ceux obtenus sur les séquences d'essais les plus fiables indiquées dans les rapports techniques. Le *Tableau 5.5* résume les cas étudiés et les problèmes rencontrés dans l'analyse des signaux. Parmi ces 17 scénarios, 10 cas ont été analysés : les cas 1,2,4,5,6,8,11,12,14 et 16. Pour tous les cas analysés, les cinq premiers modes propres ont été obtenus.

Cas	Problème	Justificatif	Analysé ?
01	12 Signaux erratiques	Cas de référence	Oui
02	5 Signaux erratiques	Cas de référence	Oui
03	-	Sans documentation	Non
04	Sans problème	-	Oui
05	-	Sans documentation	Non
06	Sans problème	-	Oui
07	Comportement étrange d'une série de mesure	Trop de problème	Non
08	Sans problème	Cas de référence	Oui
09	Problème d'écriture du CD	-	Non
10	Comportement étrange de quelques points	Trop de problème	Non
11	Sans problème	-	Oui
12	Sans problème	-	Oui
13	Problèmes avec une série de mesure	Trop de problème	Non
14	Sans problème	-	Oui
15	-	Sans documentation	Non
16	Sans problème	-	Oui
17	-	Sans CD de donnée	Non

Tableau 5.5 – *Résumé des essais dynamiques analysés*

3.4. Evaluation des scénarios d'endommagement

Les caractéristiques modales identifiées ont été utilisées pour la détection et la localisation d'endommagements. Chaque scénario d'endommagement a été évalué par les méthodes de l'indicateur d'endommagement, de courbure des déformées propres, de la flexibilité et de courbure de flexibilité. Pour la méthode de l'indicateur d'endommagement, nous avons utilisé un modèle de plaque mince pour calculer les ratios d'énergie de déformation.

Afin d'éviter de surcharger ce chapitre de nombreux résultats, tous les scénarios d'endommagement ne seront pas présentés. Il convient de préciser ce qui sera considéré comme le scénario de référence. Pour simuler des tassements de pile, un dispositif constitué de vérins a été installé sur la pile Koppigen. Aussi, c'est le scénario 2 (*Tableau 5.4*) qui sert de référence pour le suivi des modifications structurales, et non le scénario 1. Par contre, nous allons comparer ces deux scénarios entre-eux afin d'évaluer l'impact de la mise en place des vérins sur l'ouvrage intègre.

3.4.1. Installation des vérins hydrauliques sur la pile Koppigen

Afin de pouvoir simuler des tassements de pile, la pile Koppigen a été équipée de vérins hydrauliques (*Figure 5.23*). La *Figure 5.23* présente la mise en place des vérins sur cette pile.



Figure 5.23 – *Installation des vérins sur la pile Koppigen*

Les cinq premières déformées propres avant et après installation sont illustrées sur la *Figure 5.24* référencées en abscisse par rapport aux points de mesures (45 par lignes). La *Figure 5.25* illustre d'une manière plus claire la forme de ces modes propres.

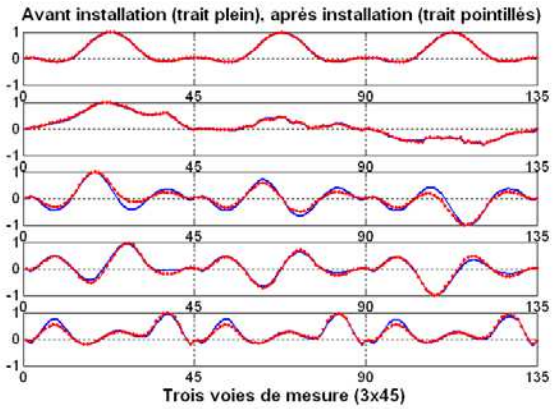
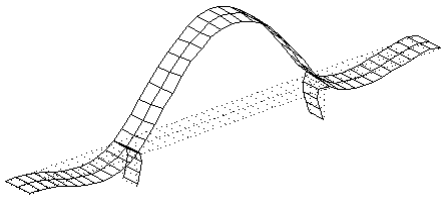
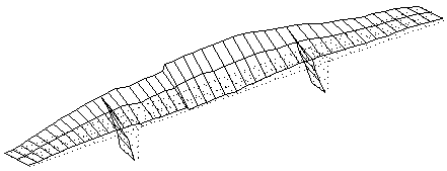


Figure 5.24 – *Cinq premières déformées propres verticales avant et après installation des vérins hydrauliques*



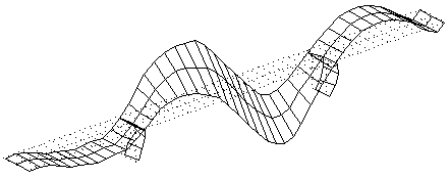
Mode 1

F1 = 3,90 Hz



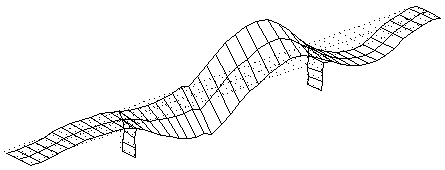
Mode 2

F2 = 5,06 Hz



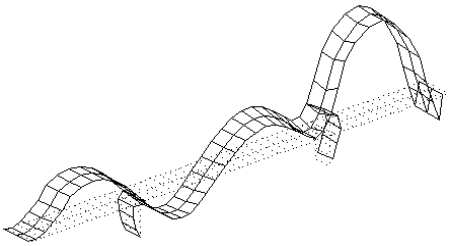
Mode 3

F3 = 9,90 Hz



Mode 4

F4 = 10,63 Hz



Mode 5

F5 = 12,52 Hz

Figure 5.25 – *Déformées propres du pont Z24 intègre*

La *Figure 5.26* fournit les coefficients MAC et COMAC qui donnent le degré de corrélation des modes obtenus. Les modifications des fréquences sont enfin données dans le *Tableau 5.6*. Les deux premiers modes sont peu affectés ; c'est à partir du troisième mode que des modifications peuvent être notées, sur la travée centrale principalement. Ceci est confirmé par le coefficient MAC du troisième mode qui est réduit de 7%. Les coefficients COMAC sur la surface du tablier montrent des modifications dissymétriques au niveau des appuis (la pile Koppigen est à 48 m sur la *Figure 5.26*). Les fréquences sont faiblement modifiées, de moins de 3%.

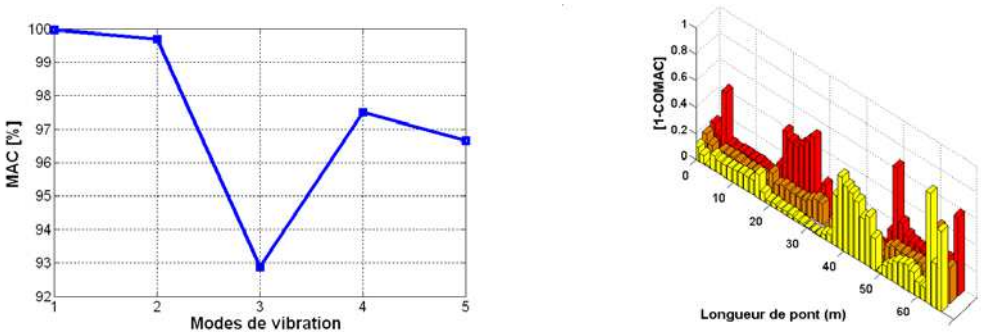


Figure 5.26 – *Coefficients MAC et COMAC (avant/après pose des vérins)*

Fréquence (Hz)	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5
Avant installation	3,90	5,06	9,90	10,63	12,52
Après installation	3,86	4,92	9,83	10,35	12,56
Changement %	-1,03	-2,76	-0,70	-2,63	0.32

Tableau 5.6 – *Fréquences avant et après installation des vérins*

L'application de la méthode de l'indicateur d'endommagement montre qu'il faut considérer un seuil de détection de 1 pour diagnostiquer une modification structurale sur la pile Koppigen. Les méthodes de flexibilité, de courbures de flexibilité et de déformées propres présentent des résultats très dispersés et difficiles à apprécier, mettant surtout en évidence des modifications au niveau des culées. Ces calculs ont été obtenus sur la base des 5 premiers modes dans leur ensemble (*Figure 5.27*).

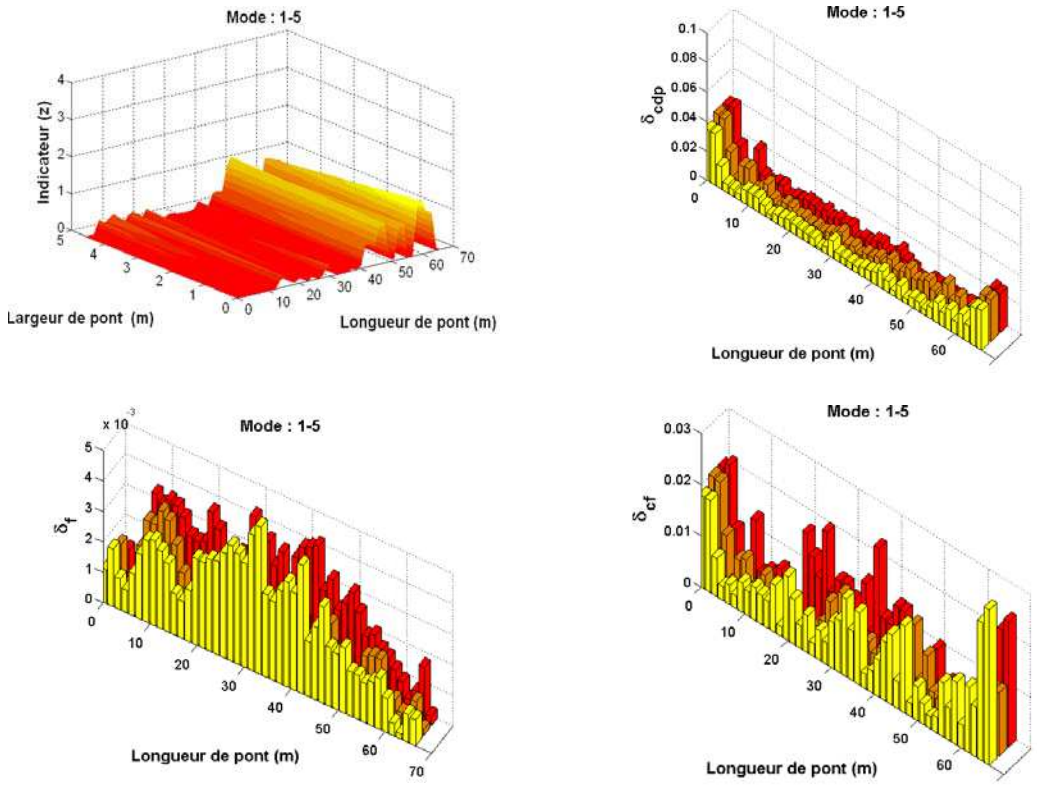


Figure 5.27 – *Comparaisons entre méthodes de détection (scénarios 1 et 2)*

Cette faible sensibilité des différentes méthodes nous a posé problème et surpris : nous avons donc tenté d'analyser mode par mode ces détections. La *Figure 5.28* présente ces résultats pour les 5 premiers modes. Cette étude met en évidence que c'est le mode 2, mode de balancement de l'ouvrage, qui introduit dans perturbations dans le calcul des indicateurs d'endommagement. Cela est très sensible sur la méthode de courbure de flexibilité. L'indicateur d'endommagement est très sensible pour le premier mode (niveau de détection très élevé), alors que les autres méthodes sont plus nettes pour des modes élevés. Néanmoins, elles ne sont pas pour autant plus performantes car elle ne localise par de modification au niveau de la pile Koppigen. Ces méthodes mettent cependant en évidence des modifications structurales au niveau des travées et des appuis, ce qui est tout à fait réaliste. L'indicateur d'endommagement semble être la technique la mieux à même de détecter et de localiser les modifications structurales.

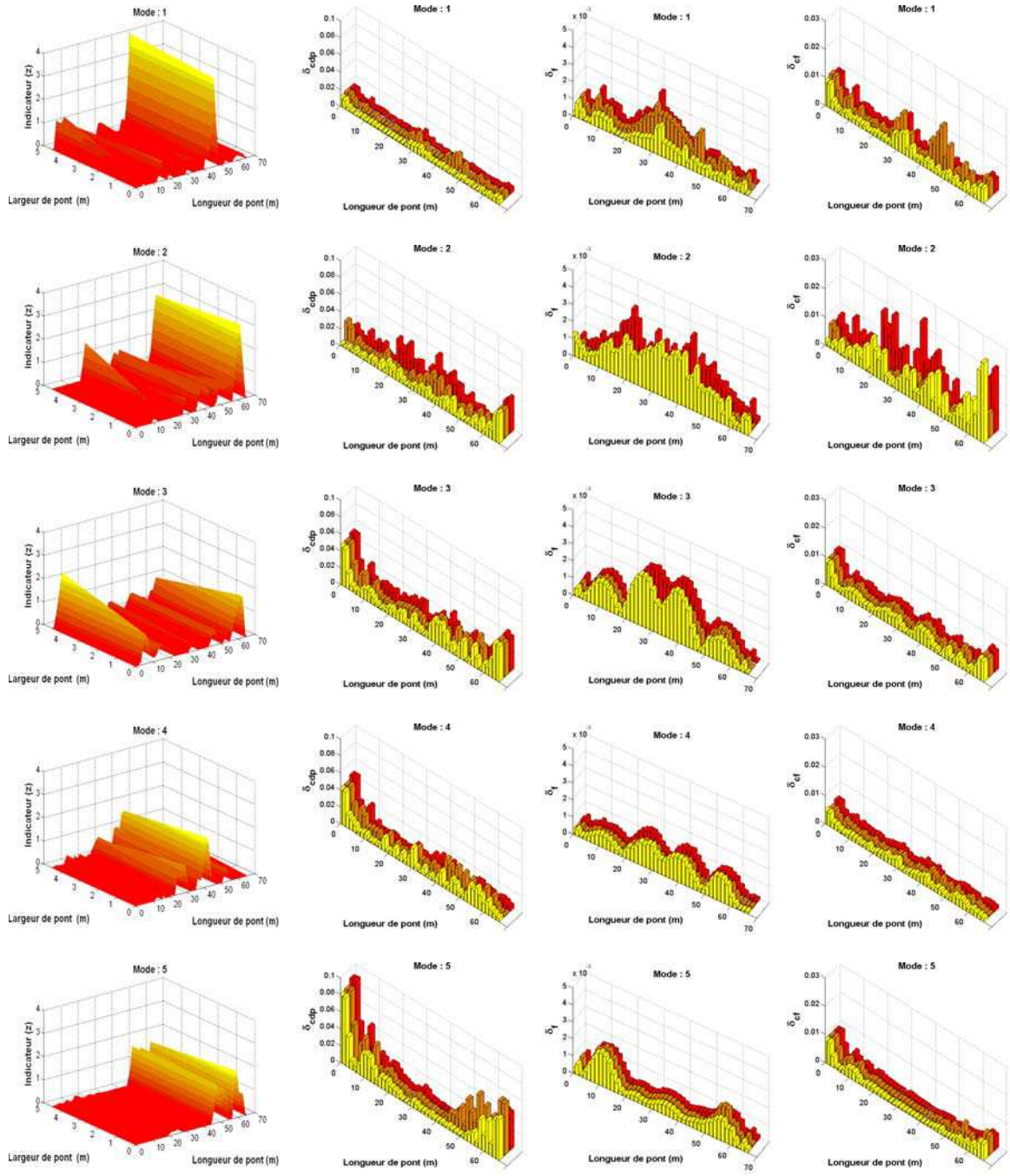


Figure 5.28 – *Résultats des méthodes de détection par mode propre (scénarios 1 & 2)*

3.4.2. Tassement de pile Koppigen (80 mm)

A l'aide des vérins hydraulique installés, un tassement de 80 mm a été simulé. Dans cette partie, tous les résultats sont donc comparés avec le deuxième cas de référence (après installation des vérins hydraulique). La *Figure 5.29* illustre les déformées propres avant et après tassement.

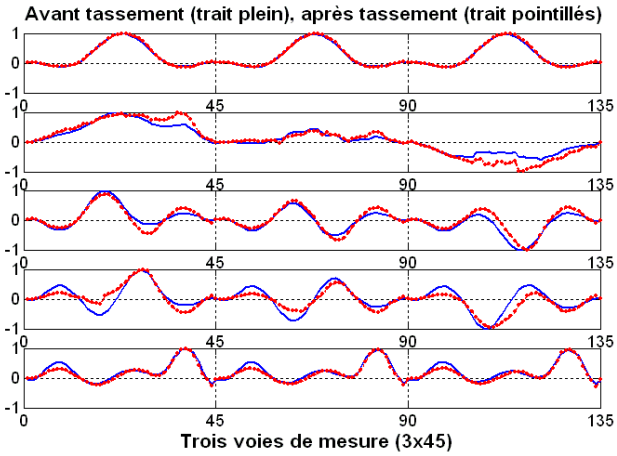


Figure 5.29 – *Cinq premières déformées propres verticales avant et après tassement de la pile Koppigen*

Fréquence (Hz)	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5
Avant tassement	3,86	4,92	9,83	10,35	12,56
Après tassement	3,66	4,86	9,18	9,63	11,85
Changement %	-5,18	-1,22	-6,61	-6,96	-5,65

Tableau 5.7 – *Fréquences du pont, avant et après tassement de la pile Koppigen*

Les fréquences et leurs changements sont présentés dans le *Tableau 5.7*. Leur modification est au maximum de 7%. On retrouve ici l'importance d'analyser mode par mode les résultats des méthodes de détection. En effet, les résultats globaux des 5 premiers modes conduisent à identifier des modifications structurales sur culée et de façon moins nette sur la pile Koppigen. L'analyse séparée mode par mode montre que certains modes sont plus sensibles à certains endommagements que d'autres, ce qui n'est pas surprenant. C'est particulièrement clair pour l'indicateur d'endommagement, où pour des seuils de détection supérieurs à 1, le tassement est seulement détecté pour le mode 2. Les modifications sur culée et sur travée sont plus sensibles pour les autres modes, et le résultat sur les 5 modes ne fait alors que présenter la moyenne des modifications (rappelons que l'indicateur est construit comme une moyenne de l'ensemble des modes). Les autres méthodes présentent des résultats plus dispersés et moins nets que l'indicateur d'endommagement (*Figure 5.30*).

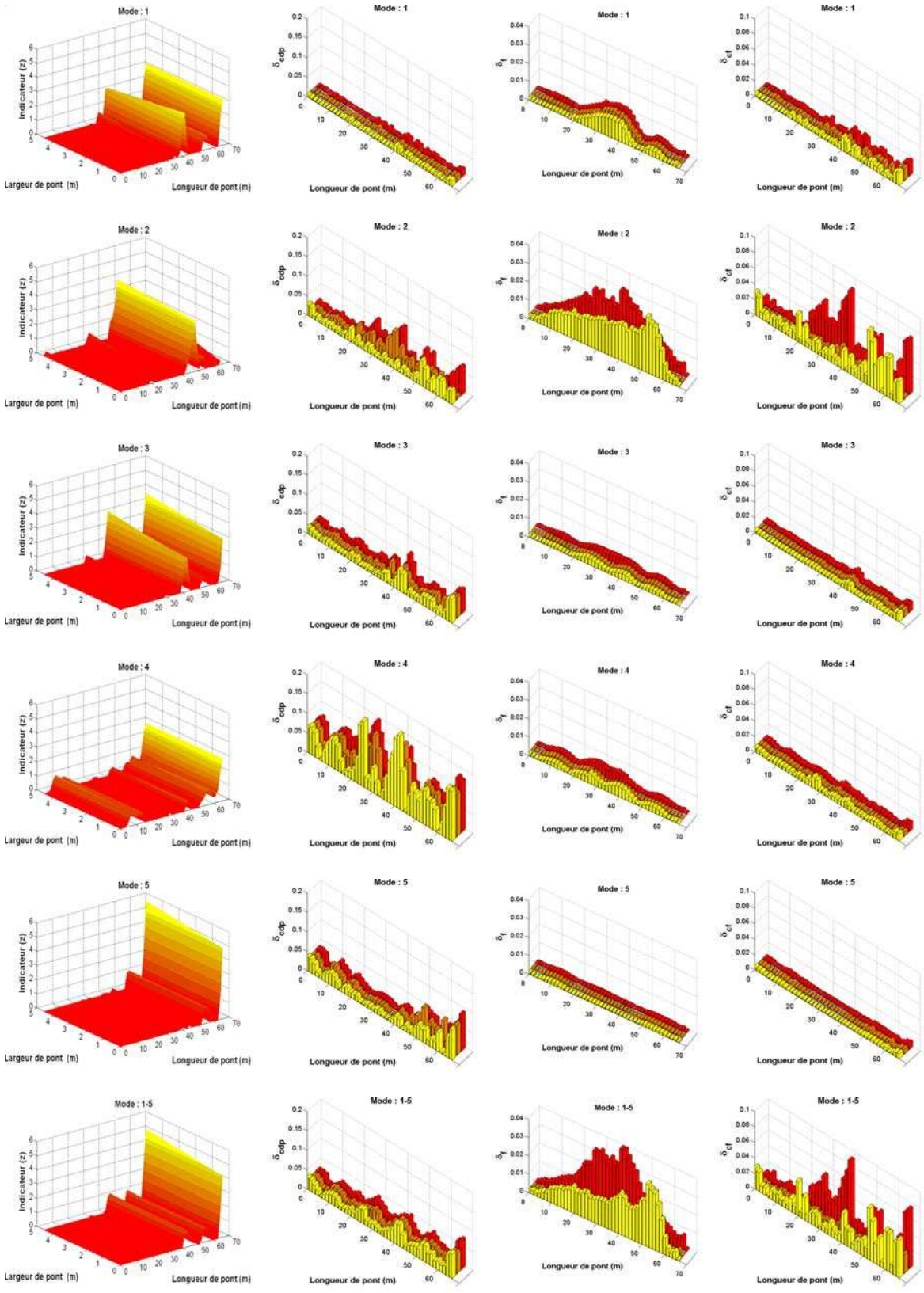


Figure 5.30 – *Résultats des méthodes de détection par mode propre (scénarios 2 et 5)*

3.4.3. Enlèvement des terres (1 m au niveau de la culée Koppigen)

Ce scénario consiste à enlever quelques mètres cubes de terre au niveau de la culée droite du pont. Ici, toutes les comparaisons ont été effectuées par rapport au troisième cas de référence (scénario 8).

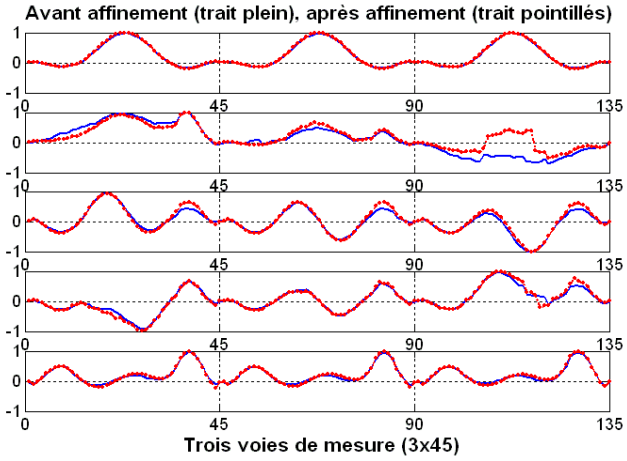


Figure 5.31 – *Cinq premières déformées propres verticales avant et après enlèvement des terres*

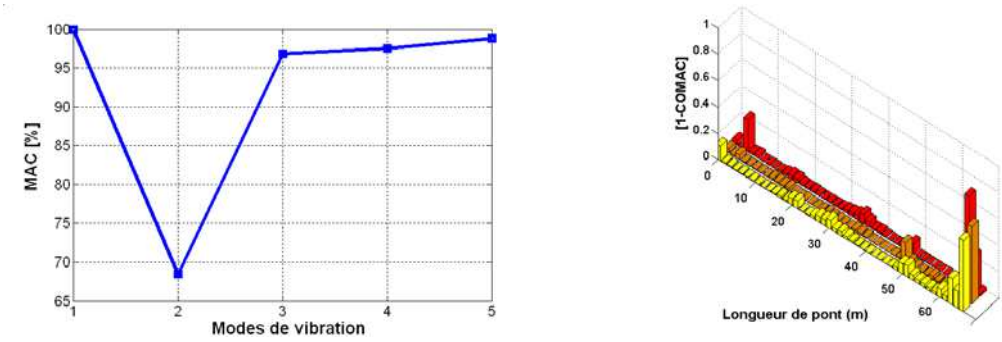


Figure 5.32 – *Coefficients MAC et COMAC (scénarios 8 et 11)*

Fréquence (Hz)	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5
Avant tassement	3,84	4,81	9,76	10,35	12,49
Après tassement	3,85	4,67	9,76	10,45	12,14
Changement %	0,26	-2,91	0,00	0,97	-2,80

Tableau 5.8 – *Fréquences du pont, avant et après enlèvement des terres culée Koppigen*

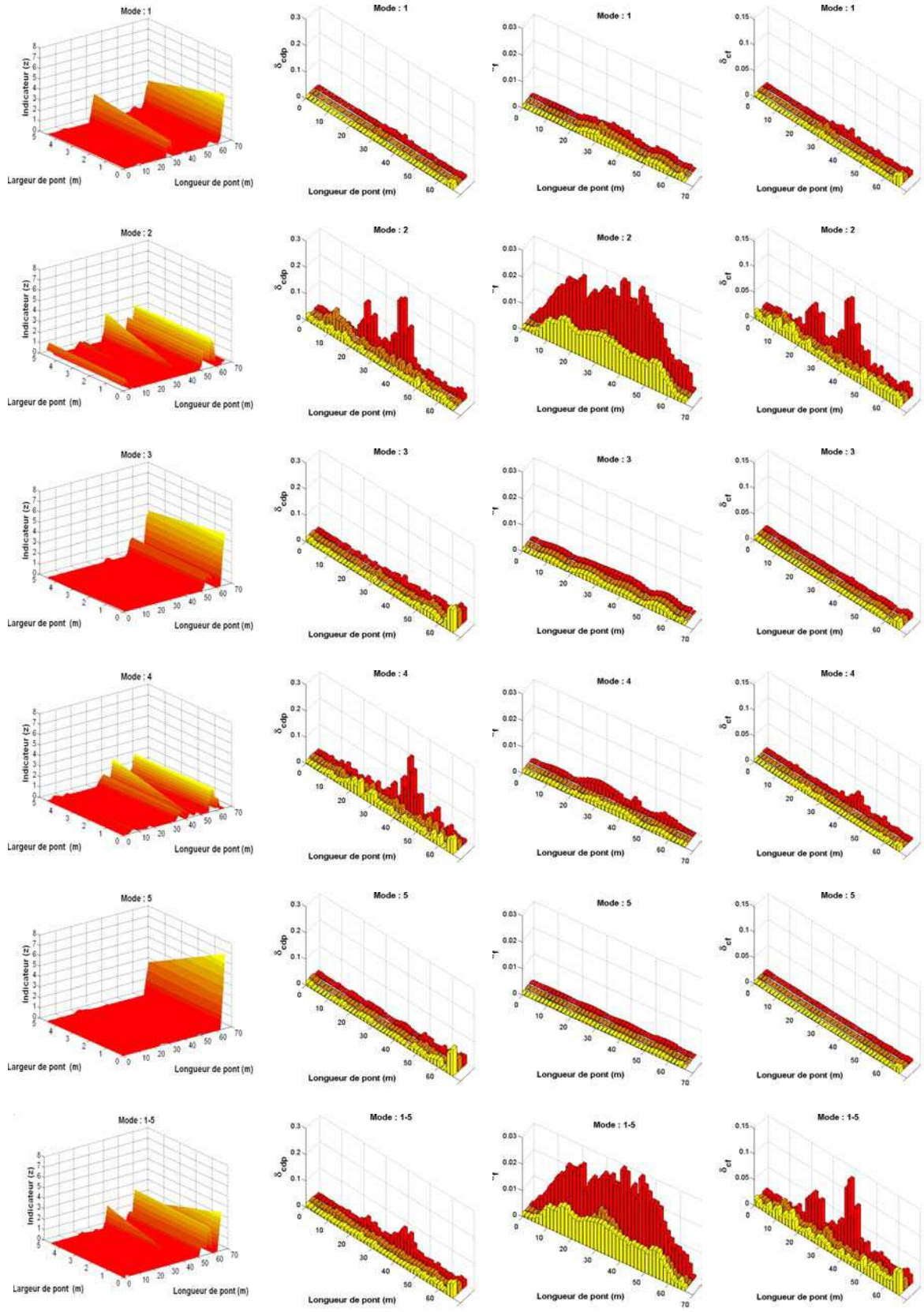


Figure 5.33 – *Résultats des méthodes de détection par mode propre (scénarios 8 & 11)*

La *Figure 5.31* illustre la comparaison des déformées propres, avant et après cet enlèvement. Les coefficients MAC et COMAC sont illustrés sur la *Figure 5.32*, le deuxième mode semblant le plus perturbé. Les coefficients COMAC montrent certains changements à peu près dans les endroits où l'enlèvement de la terre a été effectué. Seules la deuxième et la cinquième subissent un léger changement (*Tableau 5.8*).

Des différents résultats obtenus pour ce scénario, l'indicateur d'endommagement (seuil de détection de 1,5) et les méthodes de courbures de flexibilité et de déformées propres sont à même de détecter de façon nette des modifications au niveau de la culée Koppigen. L'analyse mode par mode permet comme pour les cas précédents de mieux affiner cette détection et cette localisation (*Figure 5.33*).

3.4.4. Rupture de fils (100 fils ou 4 câbles)

Dans cette partie, le 16ème scénario d'endommagement (rupture de 4 câbles au-dessus de pile Utzenstorf – *Figure 5.34*) est comparé au scénario 14 (rupture des têtes d'ancrage) comme un cas de référence. Ces câbles avant et après la rupture sont présentés *Figure 5.34*.

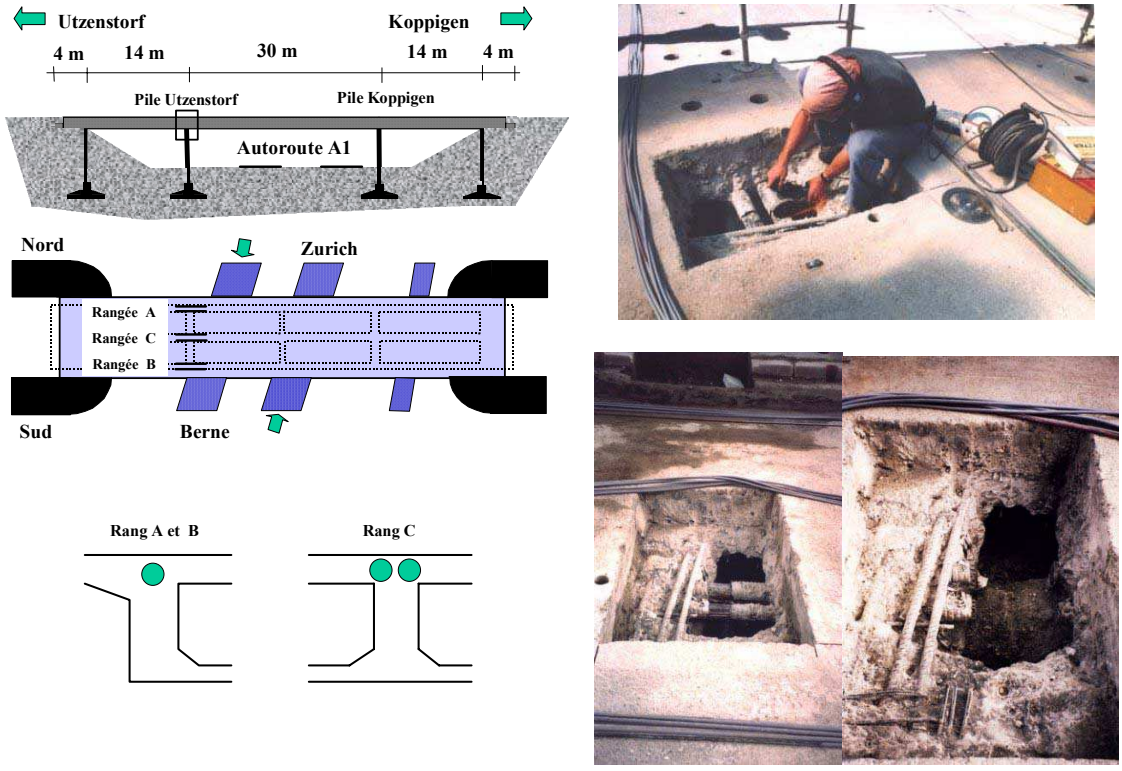


Figure 5.34 – *Position des ruptures de torons*

La *Figure 5.35* illustre les déformées propres avant et après ce scénario d'endommagement. Les coefficients MAC et COMAC pour ces cinq déformées propres sont présentés dans la *Figure 5.36*. Les fréquences sont données au *Tableau 5.9*.

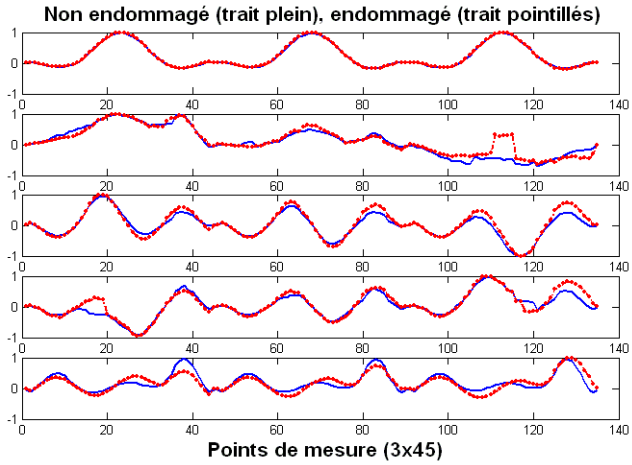


Figure 5.35 – *Cinq premières déformées propres verticales avant et après ruptures de torons*

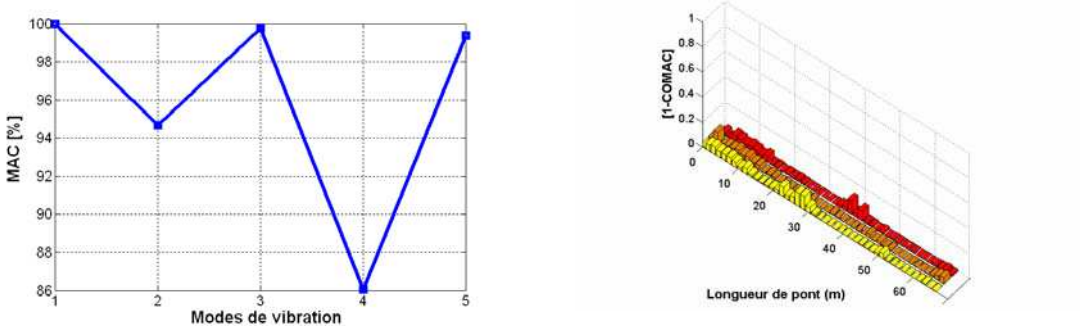


Figure 5.36 – *Coefficients MAC et COMAC (scénarios 14 et 16)*

Fréquence (Hz)	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5
Avant tassement	3,84	4,63	9,71	10,27	11,59
Après tassement	3,82	4,65	9,69	10,30	11,60
Changement %	-0,52	0,43	-0,20	0,29	0,08

Tableau 5.9 – *Fréquences du pont, avant et après ruptures de torons*

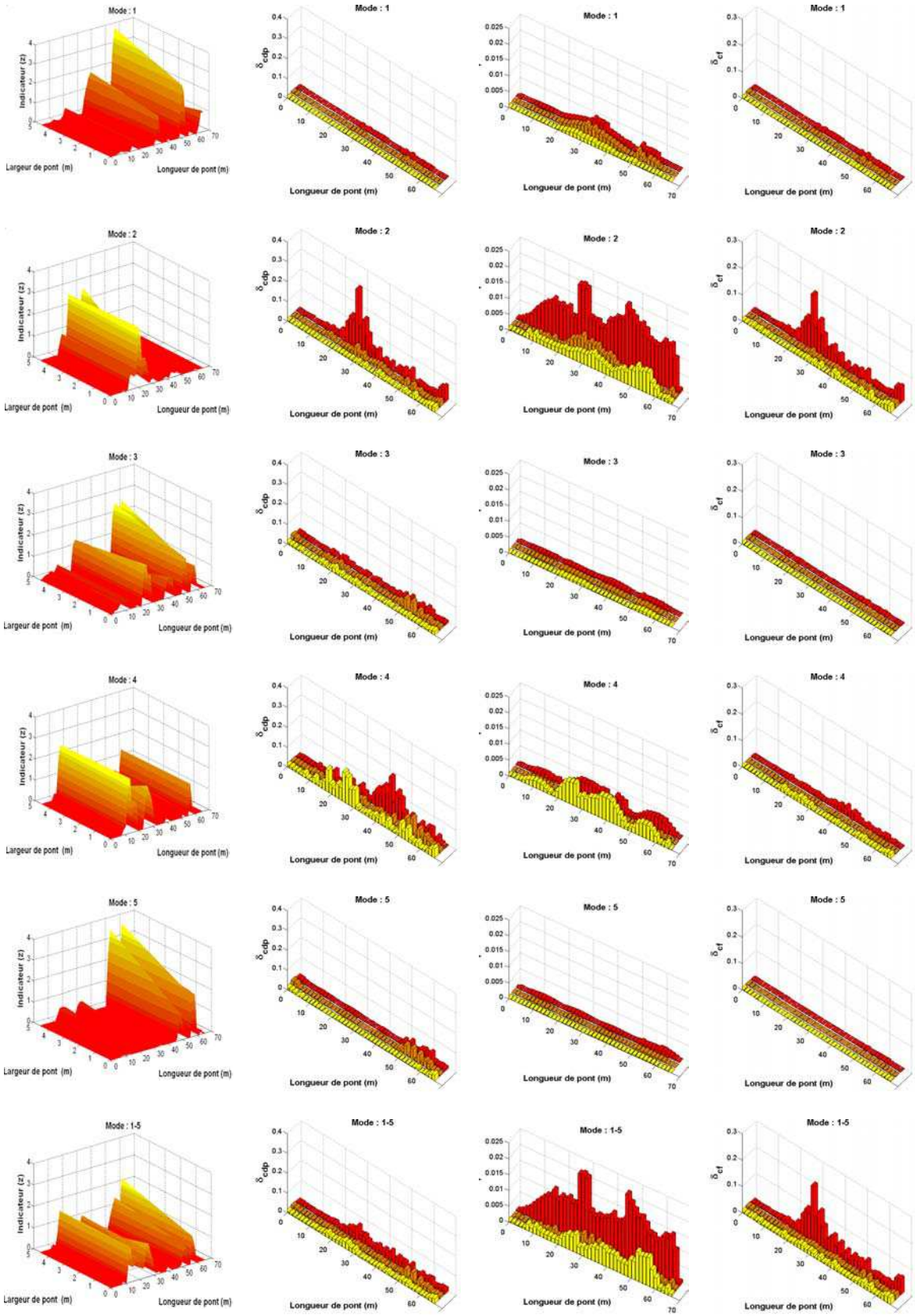


Figure 5.37 – *Résultats des méthodes de détection par mode propre (scénarios 14 & 16)*

Ce scénario d'endommagement confirme l'efficacité des méthodes de détection (sauf méthode de flexibilité). Les modifications sur la pile Utzenstorf sont très nettes pour les méthodes de l'indicateur d'endommagement avec un seuil de détection élevé de près de 2 pour les 5 modes. Ce seuil est encore plus élevé pour certains modes pris isolément. C'est également le cas des méthodes de courbure (*Figure 5.37*).

4. Suivi dynamique du pont-rail PK 075+317

Le suivi dynamique du pont-rail PK 075+317 avait pour objectif d'une part d'évaluer l'impact des variations environnementales sur les caractéristiques modales à partir de mesures ponctuelles à des périodes de l'année différentes (cf. *Chapitre IV*), et d'autre part de caractériser et de quantifier les améliorations apportées par le resserrage de bielles sur le comportement dynamique de l'ouvrage. En effet, au *Chapitre IV*, nous avons pu constater que la fréquence d'excitation liée au passage du convoi TGV était très proche de la première fréquence propre de l'ouvrage. Les risques de résonance sont donc accrus, d'autant plus que le rechargement en ballast apporte toujours des masses additionnelles qui tendent à faire diminuer les fréquences du pont. La SCNF a donc mis en place un système de bielle aux extrémités de l'ouvrage (*Figure 5.38*) qui sont resserrées par clé dynamométrique ; ce resserrage apporte une rigidification qui a pour but d'augmenter les fréquences et d'éviter la résonance.



Figure 5.38 – *Bielles de resserrage*

Dans le cadre du projet du Réseau Génie Civil & Urbain « Evaluation dynamique des ponts », cet ouvrage a subi une procédure de resserrage de ses bielles afin d'évaluer plus finement les modifications structurales apportées par ce système. Cette procédure a été appliquée en juin 2003 et s'est effectuée en 4 étapes pour le ½ pont instrumenté. Nous rappelons que le l'ouvrage

est composé de deux ponts indépendants en parallèle et que les mesures ont concernées seulement le tablier de la voie 1 où les trains circulent dans le sens Paris → Province. Quatre bielles puis trois bielles, coté Lyon, ont d'abord été resserrées, puis quatre et trois bielles coté Paris.

Les *Tableaux 5.10* et *5.11* synthétisent les résultats obtenus pour chacune des phases de serrage dans l'identification des fréquences et des coefficients d'amortissement. Le cas de référence utilisé est celui de l'ouvrage avant resserrage (mesures de juin 2003).

Fréquence (Hz)				
	Mode 1	**Mode 2**	**Mode 3**	**Mode 4**
Ouvrage intègre	5,86	8,73	13,10	16,93
Ecart-type	0,04	0,15	0,16	0,16
Pendant resserrage				
Phase 1	5,91	8,80	13,08	16,90
Ecart-type	0,16	0,28	0,21	0,15
Changement (%)	0,85	0,80	-0,15	-0,17
Phase 2	6,29	8,58	13,15	17,30
Ecart-type	0,22	0,11	0,30	0,15
Changement (%)	7,34	-1,72	0,38	2,18
Phase 3	6,35	8,54	13,36	16,78
Ecart-type	0,11	0,28	0,28	0,23
Changement (%)	8,36	-2,17	1,98	-0,88
Phase 4	6,50	8,48	13,64	17,39
Ecart-type	0,13	0,27	0,23	0,19
Changement (%)	10,92	-2,86	4,12	2,72

Tableau 5.10 – *Variation des fréquences au cours du serrage*

	Coefficient d'amortissement (%)			
	Mode 1	**Mode 2**	**Mode 3**	**Mode 4**
Ouvrage intègre	0,03	0,01	0,01	0,01
Ecart-type	0,01	0,01	0,03	0,01
Pendant resserrage				
Phase 1	0,06	0,01	0,02	0,01
Ecart-type	0,02	0,01	0,01	0,01
Changement (%)	100	0	100	0
Phase 2	0,06	0,01	0,02	0,02
Ecart-type	0,02	0,00	0,01	0,02
Changement (%)	100	0	100	100
Phase 3	0,03	0,03	0,04	0,03
Ecart-type	0,02	0,02	0,02	0,02
Changement (%)	0	200	300	200
Phase 4	0,04	0,05	0,05	0,01
Ecart-type	0,02	0,04	0,03	0,01
Changement (%)	33,33	400	400	0

Tableau 5.11 – *Variation de l'amortissement au cours du serrage*

La *Figure 5.39* rappelle l'allure des modes propres identifiés. On constate naturellement une augmentation des fréquences entre les phases 1 et 4 pour les modes 1, 3 et 4, avec cependant une légère diminution lors du serrage de la phase 1 pour les modes 3 et 4. Le mode 2 (flexion/torsion) subit quant à lui une diminution de ses fréquences avec le resserrage qui est difficile à expliquer. A l'exception du mode 4, les coefficients d'amortissement augmentent avec le resserrage, ce qui peut s'expliquer par des effets de friction accrus dans les bielles.

Les *Figure 5.40* fournissent la comparaison des modes propres pour chaque phase. L'effet du premier serrage est très net sur le deuxième et le troisième mode puisque les coefficients MAC sont très modifiés. Cependant, après la phase 1, les modifications sont moins sensibles. Ceci se corrèle avec la difficulté constatée sur site à resserrer les bielles à partir de la phase 2. Néanmoins, les coefficients MAC montre nettement une modification des modes en torsion entre chaque phase, ce qui n'est pas surprenant car le phasage en 4+3 et 4+3 modifie successivement la torsion de l'ouvrage. Les modes de flexion (1 et 4) sont moins affectés.

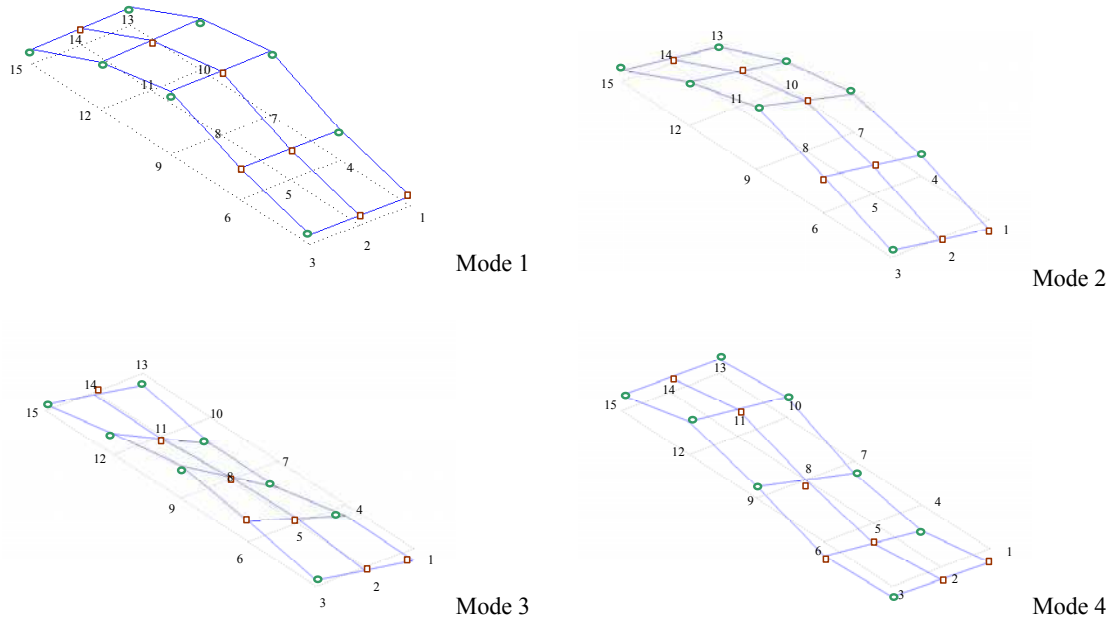
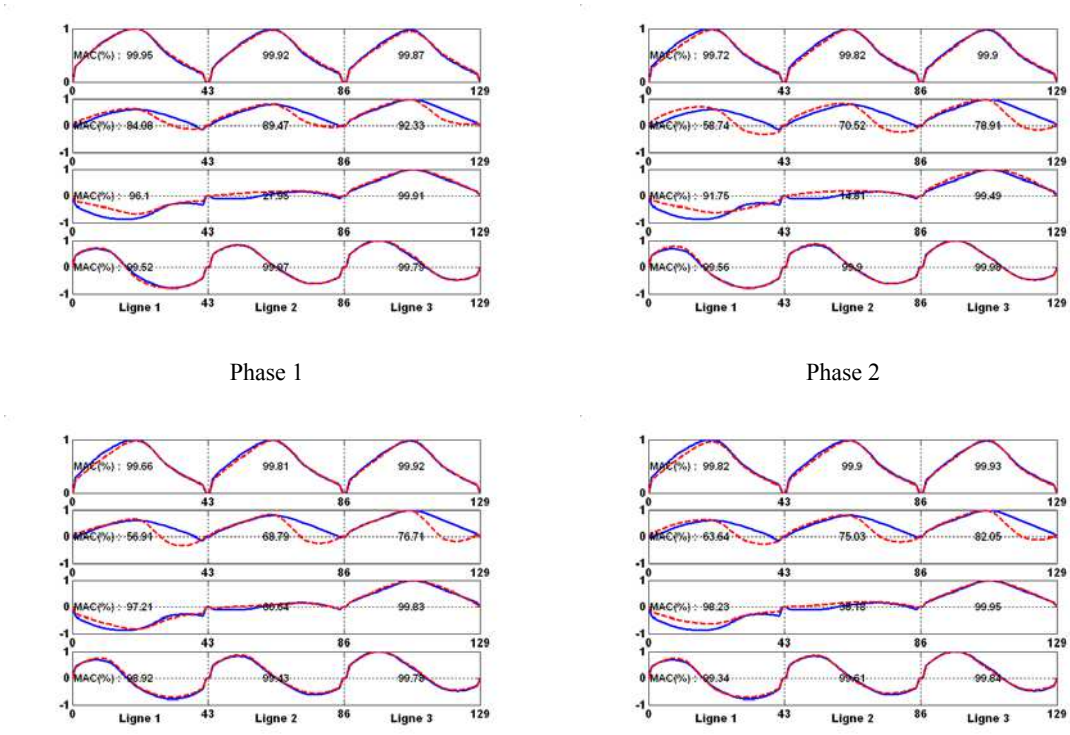


Figure 5.39 – *Modes propres de vibration du pont-rail avant resserrage*



Phase 1 Phase 2

Phase 3 Phase 4

(avant modification en traits pleins, après modification en traits pointillés)

Figure 5.40 – *Quatre premiers modes propres de vibration du pont-rail*

Les *Figures 5.41* à *5.44* synthétisent les résultats de la détection des resserrage pour les méthodes COMAC, de l'indicateur d'endommagement (éléments de plaque), de courbure de déformée propre, de flexibilité et de courbure de flexibilité pour les quatre phases. Les quatre modes ont été utilisés pour calculer l'ensemble des indicateurs.

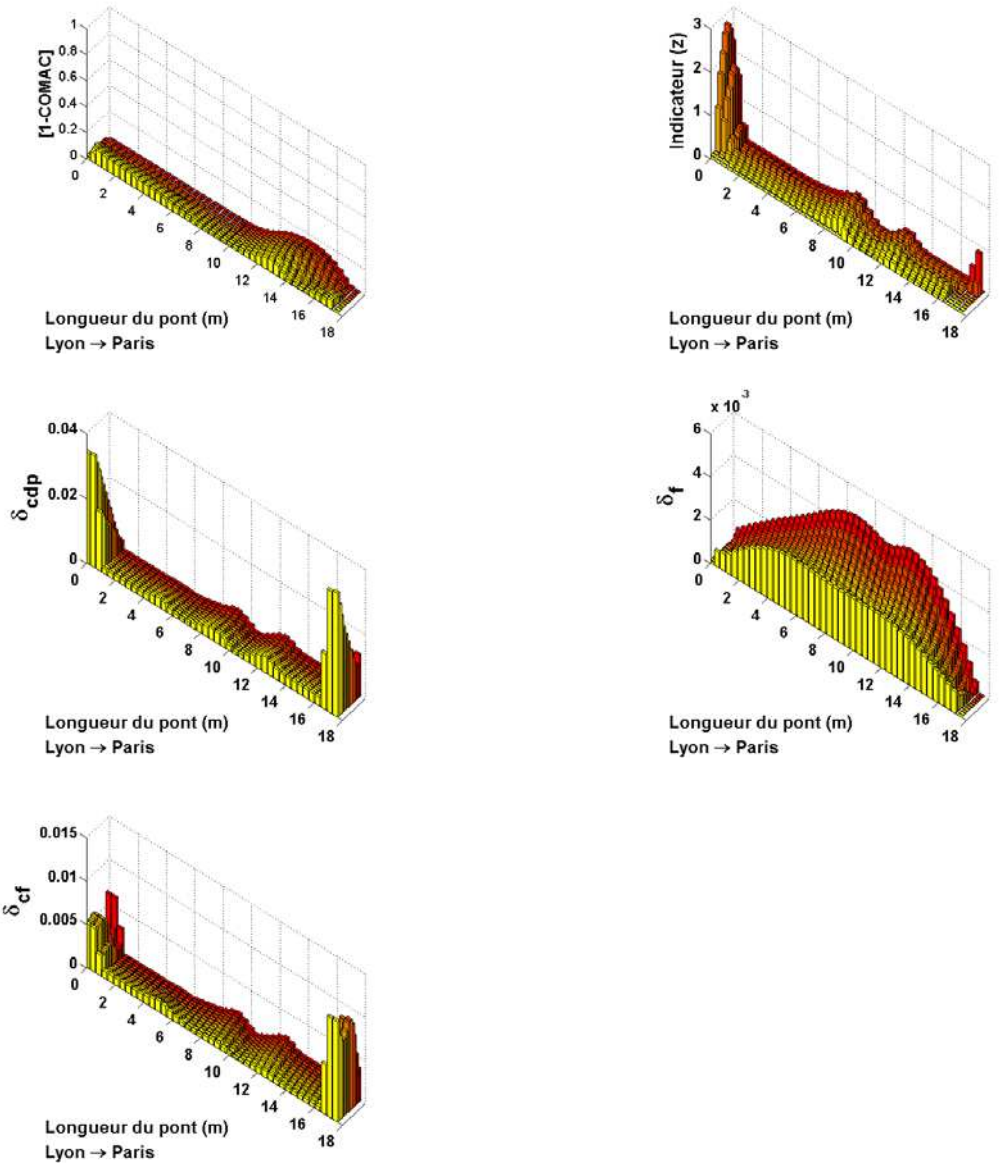


Figure 5.41 – *Détection – phase 1*

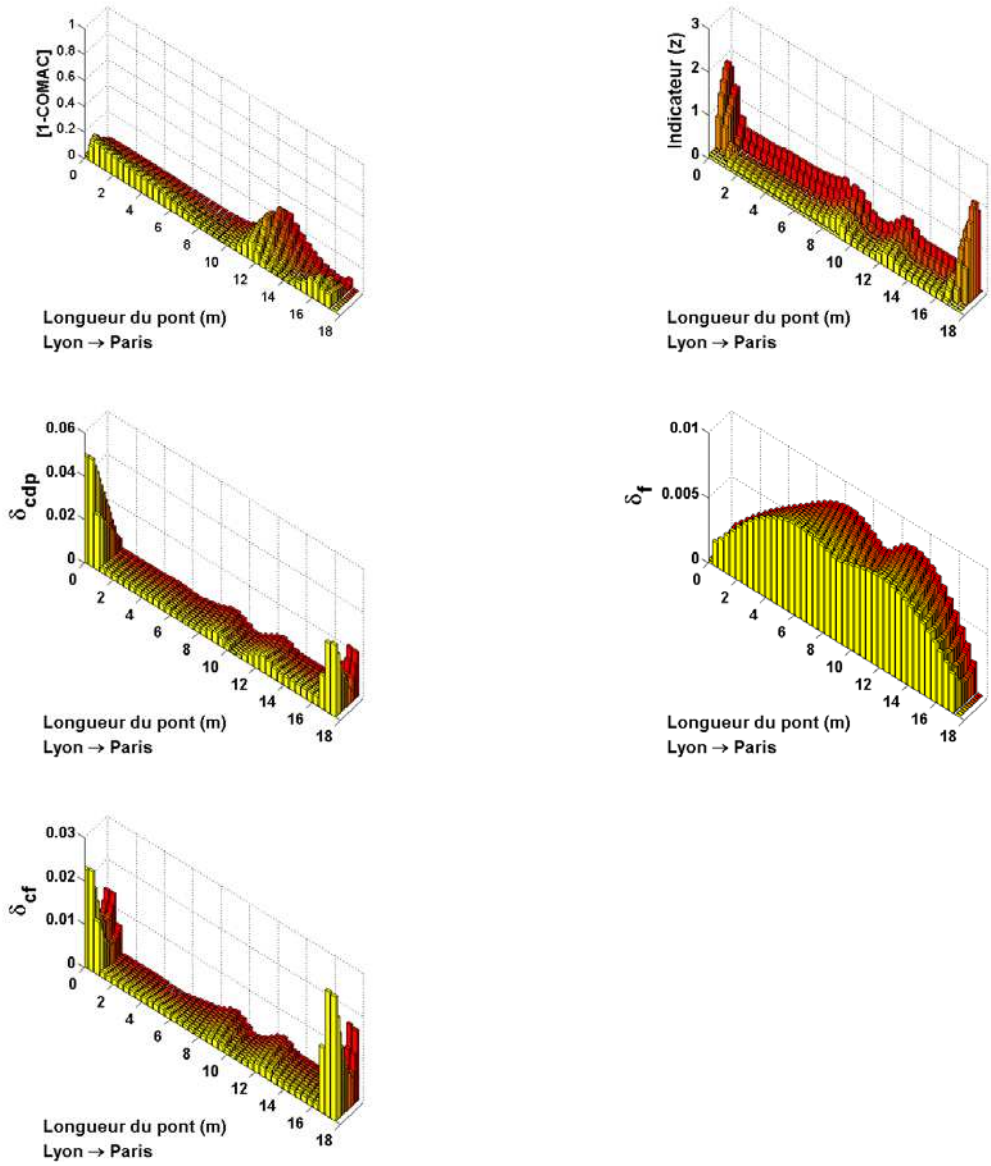


Figure 5.42 – *Détection – phase 2*

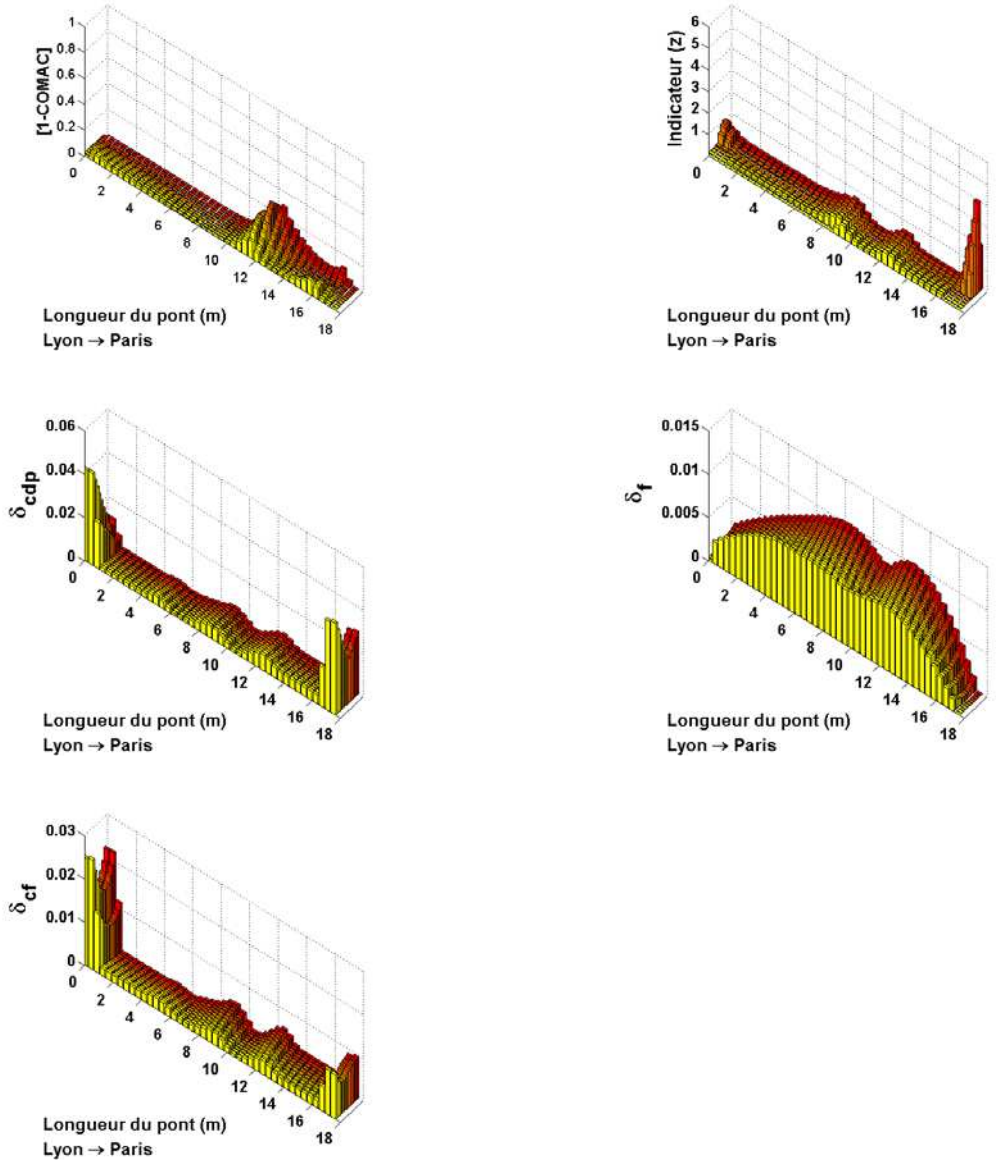


Figure 5.43 – *Détection – phase 3*

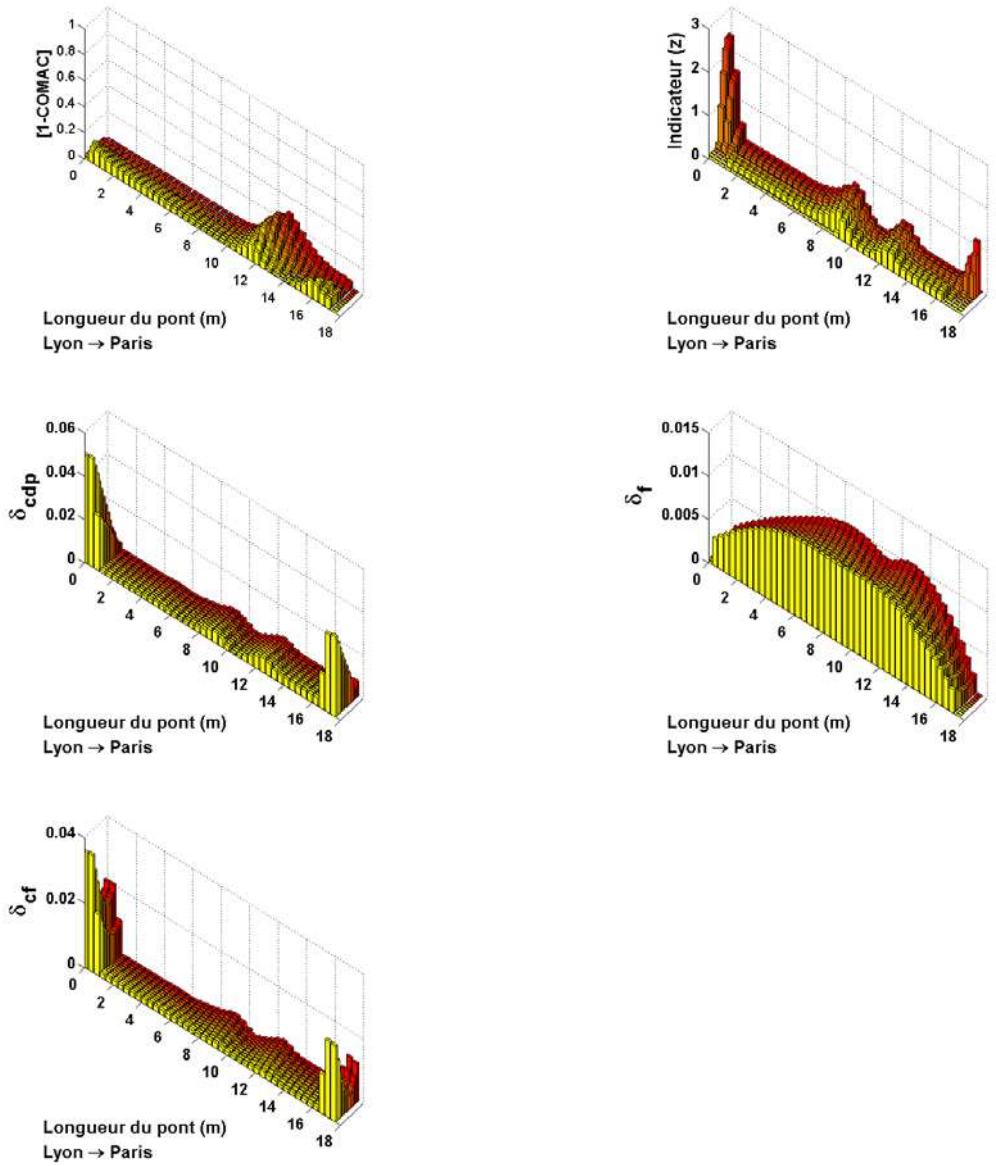


Figure 5.44 – *Détection – phase 4*

L'analyse de la détection du resserrage conduit à des résultats contradictoires sur lesquels il est important de s'arrêter. En premier lieu, les indicateurs COMAC et de flexibilité ne détectent de changements que sur la partie franchie de l'ouvrage, et non sur les appuis sur lesquels l'action de serrage a été effectuée. Les autres méthodes sont par contre à même de détecter et de localiser sur appui et en partie courant de l'ouvrage des modifications structurales liées au serrage. C'est particulièrement le cas de l'indicateur d'endommagement qui, pour des seuils de 1,5 détecte bien les modifications sur appuis. Pour ce seuil et cette méthode, les modifications structurales le long de l'ouvrage ne sont pas considérées comme significatives et sont rejetées.

Alors que des modifications se notent très nettement avec l'indicateur, ce seuil de détection de 1,5 semble très contraignant et conduit à rejeter des localisations tout à fait réalistes.

Les courbures de flexibilité et de déformées propres détectent correctement les modifications apportées par le resserrage. Comme ce sont des méthodes quantitatives, on constate une augmentation de leurs valeurs en fonction des phases de serrage. Néanmoins, comme pour les coefficients MAC et les fréquences, les phases de serrage semblent parfois jouer en sens inverse, ce qui apparaît très nettement sur les *Figures 5.41* à *5.44*. On constate également que le resserrage coté Paris est moins efficace que celui coté Lyon, résultat cohérent avec la difficulté rencontrée par la SNCF à resserrer les bielles après les deux premières phases.

CONCLUSIONS

Le processus d'implantation d'une stratégie de détection d'endommagement se réfère au concept de ***Surveillance de la santé des structures*** que la terminologie anglo-saxonne appelle ***Structural Health Monitoring***. Ce processus intègre la définition de scénarios d'endommagements potentiels, l'observation du système sur une période de temps au moyen de mesures régulièrement espacées, l'extraction de caractéristiques de ces mesures, et leur analyse pour déterminer l'état courant du système. La sortie de ce processus permet de périodiquement actualiser la capacité du système ou de la structure à continuer à remplir ses fonctions suite à un vieillissement inévitable ou à des dégradations provenant des conditions de service. La *Figure 1* résume ce processus et c'est à la lumière de ce diagramme et des études de cette thèse que nous discuterons de la pertinence de l'évaluation dynamique à servir de méthode de surveillance de l'état des ponts.

L'évaluation opérationnelle consiste à répondre à trois questions essentielles liées à la mise en œuvre d'un système de surveillance :

- Comment l'endommagement se définit-il, et dans le cas de multiples endommagements, quels sont ceux de première importance à suivre ?
- Quelles sont les conditions (opérationnelles et environnementales) qui permettent la surveillance ?
- Quelles sont les limites de l'acquisition dans le cadre des conditions environnementales ?

La notion d'endommagement dans les ponts varie énormément, car ce sont souvent des structures uniques. Dans de nombreux cas, il est très difficile de définir de manière spécifique l'endommagement qui doit être suivi, en raison parfois d'un manque d'expérience quant à son influence dans le comportement dynamique de la structure. Pour des grands ouvrages, il est même impératif que la définition des endommagements à suivre soit bien précisée de sorte de réduire le nombre de capteurs sur l'ouvrage. Il n'est pas possible d'un point de vue pratique de laisser en permanence un grand nombre de capteurs. Ceci ne peut se justifier que pour des interventions ponctuelles.

Plus délicat est le problème des contraintes environnementales et opérationnelles. Celles-ci posent un challenge important à la surveillance des ponts par une évaluation dynamique. Le recours à des essais sous sollicitation ambiante relève de ce challenge ; l'excitation d'ouvrages par systèmes contrôlés n'est toujours pas possible, d'une part d'un point de vue technique (énergie nécessaire, impossibilité d'exciter certaines parties de structures), d'autre part d'un point de vue pratique (contraintes de service). Mais, le second challenge est la mise en place de capteurs eux-mêmes ; des zones d'ouvrages peuvent ne pas être accessibles et certains capteurs peuvent être placés dans des conditions extrêmes (vent, pluie, soleil) qui constitueront des sérieuses limitations à la fiabilité des capteurs. Ce problème a notamment été rencontré dans l'étude des poutres atteintes de réactions de gonflement interne où les conditions de températures et d'humidité ont pu dégrader la fiabilité des mesures (cf. *Chapitre V*). Il ne faut pas oublier que les capteurs de mesure de vibration sont des appareillages très sensibles.

L'acquisition des données met en œuvre la sélection des capteurs à utiliser (cf. *Chapitre I*), leur position, leur nombre et le système de transmission/stockage des données. En général, cette étape est spécifique à l'ouvrage et aux endommagements recherchés. Le problème des sources de variabilité est sans nul doute le plus important à ce niveau ; elles doivent être identifiées. Nous avons vu au *Chapitre IV* l'importance des perturbations dans la probabilité de détecter un endommagement, et les fluctuations rencontrées sur les paramètres modaux avec les conditions thermiques. Comme les sources de variabilités ne peuvent pas toutes être éliminées, il est essentiel de pouvoir quantifier ces sources de manière statistique. C'est pourquoi nous avons beaucoup insisté, tant au *Chapitre II* qu'au *Chapitre IV* et sur l'ensemble des exemples théoriques et expérimentaux, sur la nécessité d'exprimer les résultats de mesure et d'analyse dans un contexte probabiliste.

Le choix d'indicateurs de suivi d'endommagement est l'un des plus délicat à accomplir dans une évaluation dynamique. Ils ont pour but de permettre de classer la structure en endommagée

ou non. L'évaluation dynamique fournit une grande quantité d'information. Dans cette thèse, nous avons considéré qu'il était nécessaire de la condenser ; c'est ce processus qui est mis en œuvre dans l'extraction ou l'estimation des paramètres modaux.

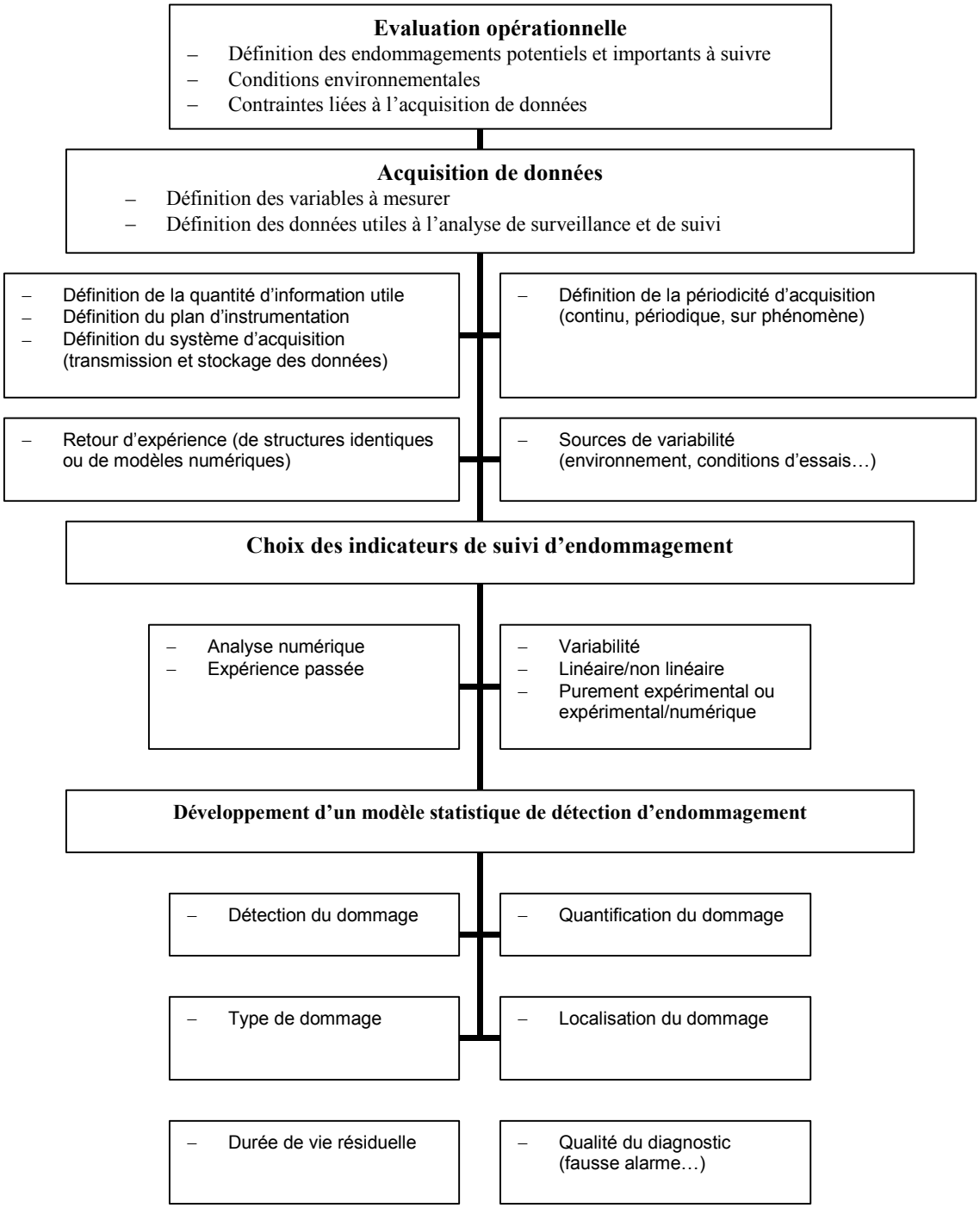


Figure 1 – *Processus de surveillance*

Cependant comme nous l'avons indiqué en *Introduction*, si nécessaire qu'elle soit, cette condensation des données peut conduire à une perte d'information utile au diagnostic de l'état de l'ouvrage. Néanmoins, elle est essentielle pour comparer des données entre-elles issues d'acquisitions différentes. Il est en effet plus aisé de comparer des caractéristique modales que des signatures vibratoires liées à l'amplitude de l'excitation (sous réserve que l'ouvrage est un comportement linéaire).

Cette thèse s'est beaucoup intéressée aux paramètres modaux et à d'autres indicateurs (indicateur d'endommagement, méthodes de flexibilité, de courbure de flexibilité, de courbure de déformées propres, coefficients MAC et COMAC) pour détecter et localiser des endommagements. De l'ensemble des études numériques et expérimentales menées, il est possible de conclure qu'il est très difficile d'utiliser les fréquences comme indicateurs d'endommagement pour les ponts. Leur faible sensibilité aux endommagements n'est plus à rappeler et cette thèse le confirme. Leur variabilité est parfois plus importante par rapport aux conditions environnementales, ce qui réduit d'autant leur intérêt (cf. *Chapitre IV*). Les modes propres sont des vecteurs de mesures condensées et sont donc spatialement distribués, ce qui est particulièrement intéressant pour localiser des endommagements. Leur faible sensibilité à des variations thermiques notamment (sauf si cela se traduit par des modifications de conditions aux limites) milite en leur faveur. Cependant, les exemples du *Chapitre III* et du *Chapitre IV* montrent une faible sensibilité aux faibles endommagements. C'est notamment le cas des premiers modes propres ; pourtant ce sont eux qui sont identifiables dans la plupart des cas, et non des modes plus élevés, en raison de la difficulté à les estimer et de la nécessité d'un maillage de capteurs très important.

Nous avons donc tenté de rechercher et de définir d'autres indicateurs plus évolués que les paramètres modaux. Parmi les méthodes du *Chapitre III*, la méthode de l'indicateur d'endommagement est de loin la plus performante et présente le moins de variabilité par mode propre identifié (cf. *Chapitre V*) et la meilleure stabilité par rapport à des bruits de mesure (cf. *Chapitre IV*). Elle pose cependant le problème de la notion de seuil de détection, car cette méthode ne fournit pas d'indicateur absolu (comme les changements de courbures) pour classer un élément dans la catégorie endommagée. Une analyse simple statistique de ce seuil a été faite au *Chapitre III* pour montrer qu'il représente le niveau de confiance souhaité dans la détection d'un endommagement. Plus élevée sera cette valeur, plus grand sera le degré de confiance (risque de première espèce) sur le résultat de la détection. Cette approche est cependant insatisfaisante, car elle repose sur des hypothèses de densités de probabilité difficiles à vérifier sans simulation. C'est ainsi que des simulations de Monte-Carlo ont été menées pour

véritablement évaluer les probabilités de détection de la méthode en fonction du seuil défini. Nous avons conclu que ce seuil pouvait être abaissé à une valeur de 1,5, sans dégrader les probabilités de détection ou augmenter les probabilités de fausse alarme. A ce titre, il a été constaté que la plupart des fausses alarmes se situent dans le proche environnement de l'endommagement. Ceci implique que, d'un point de vue pratique, il convient de mener des inspections détaillées autour des mailles détectées et localisées comme endommagées.

Nous avons également constaté qu'il était important de croiser des résultats de plusieurs méthodes pour diagnostiquer de manière efficace et fiable une modification structurale. Ainsi, l'analyse séparée des modes est une des conclusions tirées de cette thèse. Le traitement simultané des modes identifiés présente le mérite de mettre en évidence les modifications les plus significatives, mais l'analyse mode par mode permet de détecter des modifications qui peuvent disparaître dans l'analyse globale (cf. *Chapitre V*). L'étude des scénarios d'endommagement du pont Z24 (avec les études numériques du *Chapitre III*) le montre très nettement. Il suffit par exemple que, parmi quatre modes identifiés (trois de flexion et un de torsion), le mode de torsion mette en évidence un endommagement pour que cette information soit atténuée dans l'analyse simultanée des modes.

La partie de la *Figure 1* qui a reçu le moins d'attention à ce jour est celle liée au développement de méthodes statistiques pour améliorer la détection et la prise de décision. La littérature est même assez avare en analyses statistiques de la variation des paramètres modaux, et il n'est pas surprenant de trouver des estimateurs de ces paramètres sans précision sur leur variabilité intrinsèque à la méthode d'identification utilisée. Nous avons essayé dans le cadre de cette thèse d'apporter cette extension, tant au niveau des paramètres modaux (*Chapitre II*) qu'au niveau des indicateurs d'endommagement (*Chapitre IV*). Mais de nombreuses études théoriques et numériques de simulation restent encore à mener. Le développement de modèles statistiques est essentiel pour établir la sensibilité des indicateurs aux endommagements et de préciser les possibilités de fausses détections. Il est aussi important pour décider de classer ou non un élément comme endommagé ou non. Ce processus de classement n'a été que très partiellement abordé au *Chapitre III* et au *Chapitre IV*. Le recours à des méthodes de classification plus sophistiquées (discriminant de Fisher, réseaux neuronaux…) est nécessaire pour fournir des indicateurs les plus fiables possibles.

Enfin, cette thèse s'est essentiellement intéressée à l'identification des paramètres modaux et à leur utilisation aux travers d'indicateurs évolués pour la détection et/ou localisation d'endommagements. Les méthodes qui nécessitent la connaissance d'un modèle mécanique

(Méthodes Basées sur Modèle MBM) n'ont pas été explorées, car elles nécessitent des modèles aux éléments finis rarement disponibles en pratique pour des ouvrages courants. Elle a surtout laissé de coté une autre stratégie prometteuse qui consiste à ne pas recourir du tout à un modèle comportemental de l'ouvrage (l'identification des caractéristiques modales suppose que l'ouvrage est un système mécanique linéaire à n degrés de liberté). Il s'agit alors d'étudier et de comparer des historiques temporels, des densités spectrales ou des analyses en ondelettes pour diagnostiquer une modification structurale. Inspirés par les études menées dans le domaine de la mécanique industrielle, elles sont particulièrement bien adaptées au suivi de structures ou d'ouvrages semblables.

Les résultats de cette thèse ont mis en évidence que l'évaluation dynamique constituait un véritable outil de surveillance. Elle a surtout confirmé que l'évaluation dynamique ne devait pas se limiter à la simple analyse de fréquences ou de déformées propres, mais devait recourir à des indicateurs plus sophistiqués et analysés de manière croisée. Mais, elle a également montré qu'il était encore nécessaire d'évaluer la variabilité statistique de ces indicateurs pour en faire une véritable méthode de contrôle non destructif d'intégrité globale.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Aktan A.E., Lee K.L., Chuntavan C., Aksel T., 1994, «Modal Testing for Structural Identification and Condition Assessment of Constructed Facilities», *In proceedings of IMAC 12, 462-468.*

Alampalli S., 1988, «Influence of in-service environment on modal parameters», *In Proceedings of IMAC 16, 111-116.*

Alampalli S., Fu G., Dillon E.W., 1995, «On the use of measured vibration for detecting bridge damage», *In Proceedings of the 4th International Bridge Engineering Conference, 125-137.*

Allemang R.J., Brown D.L., 1982, «A Correlation Coefficient for Modal Vector Analysis», *In Proceedings of IMAC 1.*

Alvandi A., Cremona C., 2002, «Reliability of bridge integrity assessment by dynamic testing», *European Structural Health Monitoring Conference, Jul. 2002, 145-152.*

Alvandi A., Cremona C., 2003, «Fiabilité des essais dynamiques pour l'évaluation de l'intégrité des ponts», *Instrumentation, Métrologie, Mesure (I2M), RS série, Vol.3, n°1-2/2003, 53-66.*

Asmussen J.C., 1997, «Modal Analysis Based on the Random Decrement Technique – Applications to Civil Engineering Structures», *PhD thesis, Aalborg University, Danemark.*

Barbosa F.S., Cremona C., 2002, «Identification Modale de Structures Sous Sollicitation Ambiante», *Rapport Final LCPC, Volume 1&2.*

Berman A., Flannely W.G., 1971, «Theory of incomplete models of dynamic structures», *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal 9, 1481-1487.*

Bernard P., 1988, «Identification de grandes structures: Une remarque sur la méthode du décrément aléatoire», *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée, 7(3), 269-280.*

Biswas M., Pandey A.K., Samman M.M., 1989, «Diagnostic Experimental Analysis of a Highway Bridge», *International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, 5(1), 33-42.*

Brincker R., Jensen J.L., Krenk S., 1990, «Spectral estimation by the random decrement technique», *In Proceedings of the 9th International Conference on Experimental Mechanics, Lyngby, Copenhagen.*

Brincker R., Krenk S., Jensen J.L., 1991, «Estimation of correlation functions by the random decrement technique», *In Proceedings of IMAC 9, 14-18.*

Brincker R., Krenk S., Kirkegaard P.H., Rytter A., 1992, «Identification of dynamical properties from correlation function estimates», *Bygningsstatiske Meddelelser, 63,1,1-38.*

Brincker R., Krenk S., Jensen J.L., 1994, «Estimation of correlation functions by the random decrement technique», *In Proceedings of IMAC 10, 610-615.*

Cawley P., Adams R.D., 1979, «The Location of Defects in Structures From Measurements of Natural Frequencies», *Journal of Strain Analysis, Vol.14, No.2, 49-57.*

Chance J., Tomlinson J., Worden K., 1994, «A Simplified Approach to the Numerical and Experimental Modeling of the Dynamics of a Cracked Beam», *In Proceedings of IMAC 12, 778-785.*

Cole H.A., 1968, «On-The-Line Analysis of Random Vibrations», *AIAA Paper No. 68-288.*

Cole H.A., 1971a, «Method and Apparatus for Measuring the Damping Characteristics of a Structure», *United States Patent No.3, 620,629.*

Cole H.A., 1971b, «Failure Detection of a Space Shuttle Wing by Random Decrement», *NASA TMX-62,04.*

Cole H.A., 1973, «On-Line Failure Detection and Damping Measurements of Aerospace Structures By Random Decrement Signature», *NASA CR-2205.*

Coppolino R.N., Rubin S., 1980, «Detectability of structural failures in offshore platforms by ambient vibration monitoring», *In Proceedings of the 12th Annual Offshore Tech. Conf., 101-110.*

Cornwell P., Farrar C.R., Doebling S.W., Sohn H., 1999, «Environment Variability of Modal Properties», *Experimental Techniques, November/December 1999, 45-48.*

Cremona C., 1990, «Recursive time domain modal identification techniques», *PhD thesis, University of Wales College of Cardiff, United Kingdom*.

Cremona C., Brandon, J.A., 1992, «A modal identification algorithm with unmeasured input», *ASCE Journal of Aerospace Engineering, 5 (4) 442-449.*

Cremona C., Foucriat J.C., 2002, «Comportement au vent des ponts», *Association Française de Génie Civil (AFGC).*

Cremona C., Barbosa F., Alvandi A., 2003, «Identification modale sous excitation ambiante: Application à la surveillance des ponts», *Mécanique & Industries (4), 259-271.*

Doebling S.W., Farrar C.R., Cornwell P., 1997, «A Statistical Comparison of Impact and Ambient Testing Results from the Alamosa Canyon Bridge», *In Proceedings of IMAC 15, 264-270.*

Duggan D.M., Wallance E.R., Caldwell S.R., 1980, «Measured and predicted Vibrational Behavior of Gulf of Mexico Platforms», *In Proceedings of the 12th Annual Offshore Tech. Conf., 92-100.*

Ducret D., Caron H., Boufridi N., 2003, «Programme de Recherche Evaluation Dynamique des Ponts – Instrumentation et Mesures Dynamiques sur le Pont-Rail SNCF du PK 075+317 de la Ligne a Grande Vitesse Paris Sud-Est – Campagne de Mesures n° 1», *Rapport SITES R 03 PS 15400.*

EMPA, 1999, «Results of Tasks A1 and A 2: Long-term Monitoring and Bridge Tests», *EMPA Technical Report No. 168 349/21 Section 116.*

Ewins D.J., 2000, «Modal Testing : Theory, Practice and Application», *Research Studies Press.*

Farrar C.R., Baker W.E., Bell T.M., Cone K.M., Darling T.W., Duffey T.A., Eklund A., Migliori A., 1994, «Dynamic Characterization and Damage Detection in the I-40 Bridge Over the Rio Grande», *Los Alamos National Laboratory report LA-12767-MS.*

Farrar C.R., Cone K.M., 1995, «Vibration testing of the I-40 bridge before and after the introduction of damage», *In Proceedings of IMAC 13, 203-209.*

Farrar C.R., Jauregui D.V., 1996, «Damage Detection Algorithms Applied to Experimental and Numerical Modal Data From the I-40 Bridge», *Los Alamos National Laboratory report LA-13074-MS.*

Farrar C.R., Doebling S.W., Cornwell P.J., Straser E.G., 1997, «Variability of modal parameters measured on the Alamosa Canyon bridge», *In Proceedings of IMAC 15, 257-63.*

Fox C.H.J., 1992, «The Location of Defects in Structures: A Comparison of the Use of Natural Frequency and Mode Shape Data», *In Proceedings of IMAC 10, 522-528.*

Friswell M.I., Penny J.E.T., Wilson D.A.L., 1994 «Using vibration data and statistical measures to locate damage in structures», *International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, 239-254.

Géradin M., Rixen D., 1997, «Mechanical Vibrations: Theory and Application to Structural Dynamics», *Deuxième édition, Wiley & Sons.*

Gibson J.D., Melsa J.L., 1975, «Introduction to Nonparametric Detection with Applications», *Academic Press, New-York.*

Gudmundson P., 1982, «Eigenfrequency Changes of Structures Due to Cracks, Notches, or Other Geometrical Changes», *Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 30(5), 339-353.*

Ibrahim S.R., 1977a, «Random Decrement Technique for Modal Identification of Structures», *Journal of Spacecraft and Rockets, Vol.14, No. 11., 696-700.*

Ibrahim S.R., 1977b, «The Use of Random Decrement Technique for Identification of Structural Modes of Vibration», *AIAA paper, Vol.77, 1-9.*

Ibrahim S.R., Mikulcik E.C., 1977, «A method for the direct identification of vibration parameters from the free responses», *Journal of Sound and vibration Bulletin, 183-198.*

Ibrahim S.R., 1978, «Modal confidence factor in vibration testing», *Journal of Spacecraft, Vol.15, No.5, 313-316.*

Ibrahim S.R., 1987, «An Upper Hessenberg Sparse Matrix Algorithm for Modal Identification on Minicomputers», *Journal of Sound and vibration, 113(1), 47-57.*

Ibrahim S.R., Asmussen J.C., Brincker R., 1996, «Modal Parameter Identification from Responses of General Unknown Random Inputs», *In Proceedings of IMAC 14, 446-452.*

Kato M., Shimada S., 1986, «Vibration of PC Bridge During Failure Process», *ASCE Journal of Structural Engineering, 112, 1692-1703*

Kim J.T., Stubbs N., 1993, «Assessment of the Relative Impact of Model Uncertainties on the Accuracy of Global Nondestructive Damage Detection in Structures», *Report, New Mexico University.*

Mazurek D.F., Dewolf J.T., 1990, «Experimental Study of Bridge Monitoring Technique», *ASCE Journal of Structural Engineering, 116-2532-2549.*

Melsa J.L., Sage A.P., 1973, «An introduction to probability and stochastic processes», *Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, N.J., ISBN: 0-13-034850-3.*

Pandey A.K., Biswas M., Samman M.M., 1991, «Damage Detection from Changes in Curvature Mode Shapes», *Journal of Sound and Vibration, 145(2), 321-332.*

Pandey A.K., Biswas M., 1994, «Damage Detection in Structures Using Changes in Flexibility», *Journal of Sound and Vibration, 169(1),3-17.*

Peeters B., Maeck J., De Roeck G., 2001, «Vibration-based damage detection in civil engineering : excitation sources and temperature effects», *Smart Materials And Structures, 10(2001), 518-527.*

Pissot JM., Martin P., 1998, «Surveillance accélérométrique des tabliers à poutrelles enrobées – Ligne TGV Paris-Sud-Est – Pont Rail 75+317», *Rapport SNCF R 6770-98-01.*

Rainer J.H., Pernica G., 1979, «Dynamic Testing of a Modern Concrete Bridge», *Canadian Journal Of Civil Engineering, Vol.6, 447-455.*

Roberts G.P., 1995, «Analysis and Testing of Bridges», *One-Day Seminar, ISTRUCE/SECED, Londres.*

Roberts G.P., Pearson A.J., 1998, «Health monitoring of structures-towars a stethoscope for bridges», *Proceedings of ISMA 23, Int. Conf. On Noise and vibration Engineering, Louvain, Belgique.*

Rytter A., 1993, «Vibration Based Inspection of Civil Engineering Structures», *PhD. Dissertation, Department of Building Technology and Structural Engineering, Aalborg University, Danemark.*

Salane H.G., Baldwin J.W., 1990, «Identification of Modal Properties of Bridges», *ASCE J. Structural Engineering, 116(7), 2008-2021.*

Salawu O.S., Williams C., 1994, «Damage location using vibration mode shapes», *In Proceedings of IMAC 12, 933-939.*

Salawu O.S., Williams C., 1995a, «Bridge Assessment Using Forced-Vibration Testing», *Journal of Structural Engineering, 121(2), 161-173.*

Salawu O.S., Williams C., 1995b, «Review of full-scale dynamic testing of bridge structures», *Engineering structures 17(2), 113-121.*

SIMCES, 1999, «Delivrable A3, Long-term monitoring and bridge tests», *EMPA, Contract BRITE EURAM BRPR-CT96-0277.*

Soderstrom T., Stoica P., 1989, «System identification», *Prentice Hall International (UK) Ltd, ISBN: 0-13-881236.*

Srinivasan, M.G., Kot C.A., 1992, «Effects of Damage on the Modal Paramaters of a Cylindrical Shell», *In Proceedings of IMAC 10, 529-535.*

Stubbs N., Kim J-T., Topole K., 1992, «An Efficient and Robust Algorithm for Damage Localization in Offshore Platforms», *In proceedings of the ASCE Tenth Structures Congress, 543-546.*

Stubbs N., Kim J-T., 1994, «Field verification of a nondestructive damage localization and severity estimation algorithm», *Texas A&M Univ. Report prepared for New Mexico State Univ.*

Stubbs N., Kim J-T., Farrar C.R., 1995, «Field verification of a nondestructive damage localization and sensitivity estimator algorithm», *In Proceeding of IMAC 13, 210-218.*

Topole K.G., Stubbs, 1995, «Non Destructive Damage Evaluation in Complex Structures from a Minimum of Modal Parameters», *Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, 10(2), 95-103.*

Van Overschee P., De Moor B., 1995, «Subspace Identification for Linear Systems», *Kluwer Academic*.

Vandiver J.K., 1977, «Detection of structural failure on fixed platforms by measurement of dynamic response», *Journal of Petroleum Technology, 305-310.*

Vandiver J.K., Dunwoody A.B., Campbell R.B., Cook M.F., 1982, «A Mathematical Basis for the Random Decrement Vibration Signature Analysis Technique», *Journal of Mechanical Design, Vol.104, 307-313.*

Waheb M.A., De Roeck G., 1997, «Effect of Temperature on Dynamic System Parameters of a Highway Bridge», *Structural Engineering International, 4/97, 266-270.*

West W.M., 1984, «Illustration of the Use of Modal Assurance Criterion to Detect Structural Changes in an Orbiter Test Specimen», *In proceedings of Air Force Conference on Aircraft Structural Integrity, 1-6.*

Wood M.G., 1992, «Damage Analysis of Bridge Structures Using Vibrational Techniques», *Ph.D. Thesis, University of Aston in Birmingham, England*.

Zhang Z., Atkan A.E., 1995, «The Damage Indices for Constructed Facilities», *In Proceedings of IMAC 13, 1520-1529.*