

THÈSE

ENST - Département TSI

Représentation, évaluation et utilisation de
relations spatiales pour l'interprétation
d'images

Application à la reconnaissance de structures
anatomiques en imagerie médicale

Olivier Colliot

Directrice de Thèse : Isabelle Bloch

Date de soutenance : 30 septembre 2003

Résumé

Les relations spatiales telles que l'adjacence, les distances, les directions ou encore les symétries constituent un élément essentiel des descriptions d'agencement spatial entre les objets d'une scène et sont donc utiles à un grand nombre de tâches d'interprétation d'images. La reconnaissance de structures cérébrales constitue notre cadre d'application. Le cerveau est en effet une scène structurée dans laquelle les objets partagent une grande nombre de relations spatiales pertinentes.

Notre travail de thèse est articulé autour des questions suivantes. Comment représenter des relations spatiales? Comment les utiliser pour formaliser la description d'une scène, en l'occurrence la description de structures neuroanatomiques? Comment les utiliser à des fins de segmentation d'images et de reconnaissance de formes, en particulier dans le cadre des structures cérébrales?

Dans un premier temps, nous nous intéressons à un type de relation particulier : les symétries planes, qui sont importantes dans le cadre de l'imagerie cérébrale et ont été l'objet de moins d'attention que d'autres types de relations. Nous proposons une méthode pour quantifier le degré de symétrie dans les objets flous et les images via une mesure de symétrie ainsi qu'un algorithme pour localiser le plan de symétrie d'un objet donné. L'application de cette méthode au plan de symétrie du cerveau est précise et robuste comme l'a montré l'évaluation menée sur des images synthétiques et réelles.

Puis nous montrons comment la description des structures cérébrales peut se faire à l'aide d'un ensemble de relations spatiales et comment une telle description peut être formalisée par un graphe hiérarchique synthétique. Cette description est comparée avec celle obtenue à partir d'un atlas iconique, grâce à une structure appelée graphe hiérarchique exemple.

Enfin, les deux dernières parties traitent de l'utilisation des relations spatiales en segmentation d'images. Une méthode pour intégrer de telles connaissances à un modèle déformable via la construction d'une force externe est proposée. Elle se distingue nettement des autres approches disponibles puisque les relations sont directement introduites pour la recherche des contours des objets. Nous présentons ensuite une procédure complète de segmentation de structures cérébrales internes fondée sur la description précédente et sur un modèle déformable. Les premiers résultats obtenus, évalués visuellement, sont prometteurs.

Abstract

Spatial relations such as adjacencies, distances, directions or symmetries constitute a fundamental element in descriptions of the spatial arrangement of objects in a scene and are therefore useful for a large number of image understanding tasks. Our main application is the recognition of brain structures. The brain is a structured scene in which objects share a large number of meaningful spatial relations.

Our work deals with the following questions. How can spatial relations be represented? How can they be used to formalize the description of a scene, in particular to describe brain anatomy? How can they be used for image segmentation and pattern recognition, in particular for brain structures?

First we study a particular case of relations : plane symmetries, which are important in brain imaging and have received less attention than other types of relations. We propose a method to quantify the degree of symmetry in fuzzy objects and images, defining a measure of symmetry, as well as an algorithm to find the symmetry plane of a given object. The application of this method to the brain symmetry plane is precise and robust as it has been shown through an evaluation of synthetic and real images.

Then we present how brain structures can be described with spatial relations and how this description can be formalized by a synthetic hierarchical graph. This description is then compared to the one obtained with an iconic atlas, using a structure called an example hierarchical graph.

The last two parts are devoted to the application of spatial relations in image segmentation. We propose a method to integrate this knowledge in a deformable model through the construction of a new external force. This approach is very different from other methods available because it makes directly use of the relations to find the contours of the objects. Finally, a procedure for segmenting brain internal structures is proposed, based on the previous description and a deformable model. First results, visually evaluated, are promising.

Remerciements

En premier lieu, je tiens à remercier Isabelle Bloch, ma directrice de thèse. Elle a su guider mes recherches efficacement tout en me laissant une grande liberté. J'ai beaucoup appris de sa grande culture scientifique. Par dessus tout, j'ai apprécié sa gentillesse, sa disponibilité, son enthousiasme et ses grandes qualités humaines.

Merci à Bernadette Bouchon-Meunier et Michel Desvignes qui ont accepté la lourde tâche de rapporteur. Merci à Catherine Garbay d'avoir bien voulu présider le jury de thèse et à Jaime Lopez-Krahe et Christian Roux d'avoir accepté d'y participer. Merci à Dominique Hasboun pour ses nombreux conseils, ses cours passionnants de neuroanatomie et son enthousiasme vis-à-vis des questions informatiques.

Je tiens à remercier Alexander Tuzikov pour sa collaboration lors de son séjour au département. J'ai particulièrement apprécié sa gentillesse, sa disponibilité et sa rigueur scientifique. Merci également à Roberto Cesar pour le court mais fructueux travail effectué en commun.

Des remerciements particuliers à Oscar Camara, bien sûr pour le travail réalisé ensemble et son soutien constant, mais surtout pour son amitié. Je n'oublierai jamais ces années de travail commun.

Merci à Stéphane, Najib, François, Arnaud, Gouenou et Reda pour leur amitié et tous les moments partagés.

Merci enfin à tous les membres du département TSI pour l'aide qu'ils m'ont apportée.

Table des matières

Introduction	13
1 Représentation de relations spatiales et raisonnement spatial	19
1.1 Représentation de relations spatiales	20
1.1.1 Relations topologiques	20
1.1.2 Distances	24
1.1.3 Directions	26
1.1.4 Comparaison et fusion d'ensembles flous	29
1.2 Raisonnement sur des relations spatiales	32
1.2.1 Topologie et approches logiques	32
1.2.2 Relations directionnelles	32
1.3 Utilisation en traitement d'images et reconnaissance des formes	33
1.4 Conclusion	34
2 Symétries planes approximatives	35
2.1 Mesures de symétrie pour les objets flous 3D	35
2.1.1 Notations	36
2.1.2 Mesure de symétrie	37
2.1.3 Propriétés souhaitées	37
2.1.4 Choix d'une mesure de comparaison	40
2.1.5 Mesures de symétrie correspondantes	45
2.1.6 Etude sur quelques exemples	45
2.2 Mesures de symétrie pour les images 3D à niveaux de gris	49
2.2.1 Notations	49
2.2.2 Mesures de similarité entre images	49
2.2.3 Mesures de symétrie existantes	51
2.2.4 Mesure choisie	51
2.3 Recherche du plan de symétrie principal	53
2.3.1 La recherche du plan de symétrie vue comme un problème de recalage	53
2.3.2 La recherche du plan de symétrie vue comme un problème d'op- timisation	54
2.4 Localisation du plan inter-hémisphérique sur des IRM	57
2.4.1 Méthodes existantes	57
2.4.2 Évaluation de l'initialisation	59

TABLE DES MATIÈRES

2.4.3	Évaluation sur des images synthétiques	59
2.4.4	Évaluation sur des images réelles	59
2.4.5	Evaluation sur des IRM de cerveaux pathologiques et sur des images d'autres modalités	61
2.4.6	Étude de la procédure d'optimisation	65
2.5	Représentation de relations spatiales directionnelles	67
2.5.1	Cas d'un objet de référence symétrique	67
2.5.2	Cas d'une scène symétrique	68
2.6	Conclusion	70
3	Représentation relationnelle de l'anatomie cérébrale	71
3.1	Description hiérarchique et relationnelle de l'anatomie cérébrale	71
3.1.1	Télencéphale	72
3.1.2	Diencephale	76
3.1.3	Mésencéphale	77
3.1.4	Métencéphale	77
3.1.5	Myélencéphale	78
3.2	Représentation par un graphe hiérarchique attribué	78
3.2.1	Graphes hiérarchiques	79
3.2.2	Graphe relationnel attribué	80
3.2.3	Graphe synthétique de référence	80
3.3	Lien avec un graphe exemple de référence : utilisation d'un atlas iconique	88
3.3.1	Structure du graphe exemple	88
3.3.2	Construction à partir de l'atlas iconique du SPL	89
3.3.3	Etude de nouvelles relations et stabilité	91
3.4	Conclusion	92
4	Modèles déformables et relations spatiales	95
4.1	Evolution des modèles déformables	96
4.1.1	Equations d'évolution	96
4.1.2	Forces externes	98
4.2	Contraintes issues de relations spatiales	102
4.2.1	Propriétés désirées	103
4.2.2	L'ensemble flou comme énergie	103
4.2.3	Force de pression	103
4.2.4	Prolongation en dehors du support	105
4.2.5	Force de distance	105
4.2.6	Gradient Vector Flow de l'ensemble flou	107
4.2.7	Discussion	107
4.2.8	Exemple d'évolution	113
4.3	Implantation avec des maillages simplexes	116
4.3.1	Topologie et géométrie	116
4.3.2	Evolution	118
4.4	Conclusion	119

5	Segmentation de structures cérébrales	121
5.1	Méthodes existantes	121
5.1.1	Enjeux de la segmentation en IRM	121
5.1.2	Méthodes utilisant un atlas iconique	122
5.1.3	Méthodes utilisant des patrons déformables	123
5.1.4	Autres méthodes	124
5.2	Une méthode combinant relations spatiales et modèles déformables . .	124
5.2.1	Présentation	124
5.2.2	Relations spatiales	125
5.2.3	Estimation des caractéristiques radiométriques des tissus et des structures	126
5.2.4	Segmentation initiale	126
5.2.5	Raffinement avec un modèle déformable	128
5.3	Mise en œuvre	132
5.3.1	Prétraitements	132
5.3.2	Ventricules latéraux et troisième ventricule	133
5.3.3	Noyau caudé	134
5.3.4	Thalamus	137
5.4	Résultats et discussion	140
5.5	Conclusion	149
	Conclusion et perspectives	151
A	Apport de contraintes anatomiques au recalage d'images TDM et TEP	155
A.1	Introduction	155
A.2	Le problème du recalage	156
A.3	Segmentation de structures anatomiques	157
A.3.1	Schéma de la procédure	157
A.3.2	Première étape : segmentation grossière	157
A.3.3	Deuxième étape : raffinement avec un modèle déformable 3D . .	158
A.4	Procédure de recalage non linéaire	161
A.4.1	Schéma	161
A.4.2	Modèle de déformation	161
A.4.3	Recalage de structures	162
A.4.4	Recalage à niveaux de gris	169
A.5	Résultats et conclusions	170
B	Utilisation d'un attribut de symétrie pour la reconnaissance de par- ties du visage	175
B.1	Construction des graphes et des attributs	176
B.2	Attribut de symétrie	176
B.3	Mise en correspondance des graphes	180
B.4	Résultats	183

TABLE DES MATIÈRES

Bibliographie personnelle	185
Bibliographie	187
Index des citations	201

Introduction

La description linguistique de configurations spatiales fait appel à un riche vocabulaire disséminé dans toutes les catégories lexicales. Ces termes linguistiques correspondent fréquemment à des relations liant plusieurs entités spatiales. Ainsi, dans la phrase « la route passe entre l'église et la mairie », le terme « entre » est une relation ternaire liant les trois entités : la route, l'église et la mairie. Le domaine du raisonnement spatial a pour but l'étude de la représentation, de l'inférence et de l'utilisation des relations spatiales. Ce domaine se restreint généralement à un certain nombre de relations spatiales considérées comme fondamentales. Ces relations sont loin du potentiel expressif de la langue naturelle ; cependant, on peut penser qu'elles permettent de décrire effectivement l'agencement d'objets et que leur composition donne naissance à des descriptions complexes. Les relations spatiales fondamentales sont généralement classées en trois catégories : relations topologiques, relations de distance et relations directionnelles. La représentation des relations spatiales permet leur formalisation en vue de leur traitement automatique. Ces travaux ont des applications dans de nombreux domaines de l'informatique et de l'ingénierie : intelligence artificielle, systèmes d'information géographiques (SIG), traitement automatique de la langue naturelle (TALN), robotique, navigation autonome ...

La complexité de nombreuses tâches de traitement et d'interprétation d'images rend souvent nécessaire l'introduction de connaissances *a priori* portant sur les objets présents dans l'image à traiter. Ces connaissances permettent de contraindre les procédures de traitement et de reconnaissance pour les rendre plus précises et plus robustes. Les caractéristiques d'intensité, de forme ou encore de texture ont été largement utilisées pour toutes les tâches du traitement d'images. A l'inverse, les relations spatiales, étudiées au départ dans des domaines assez éloignés de celui de l'imagerie, ont fait l'objet d'un nombre relativement restreint de travaux. Elles constituent néanmoins un moyen efficace de décrire la configuration d'objets présents dans une image et peuvent être utilisées pour tout type de scène structurée, c'est-à-dire de scène dont les instances sont décrites par un même ensemble de relations.

« Du sourcil à la jonction de la lèvre avec le menton, et de là à l'angle postérieur de la mâchoire, et de là à la limite supérieure de l'oreille, près de la tempe, il y a un carré parfait dont le côté mesure la moitié de la tête. »

Léonard de Vinci, *Traité de la peinture* (1490-1517)

Le corps humain constitue depuis l'Antiquité un sujet d'étude. Les progrès de l'anatomie ont toutefois été longtemps freinés par des interdits religieux. A la Renaissance, Léonard de Vinci et d'autres artistes italiens se livrent à des dissections, inaugurant la pratique de l'anatomie moderne. Dans le *Traité de la peinture*, Léonard de Vinci décrivait déjà en termes relationnels les rapports entre les parties du corps. Le corps humain constitue en effet un exemple typique de scène structurée. Les ouvrages d'anatomie présentent ainsi de nombreuses descriptions linguistiques mettant en jeu les relations spatiales évoquées précédemment. Le cerveau en particulier constitue une scène complexe, formée d'un grand nombre de structures. Le corps et le cerveau de chaque individu, même sain, présentent des singularités anatomiques, encore accentuées dans les cas pathologiques. Cependant, au-delà de la variabilité, il existe vraisemblablement des descriptions communes à toutes les instances.

L'essor de l'imagerie médicale offre des moyens d'exploration tridimensionnelle *in vivo* du corps humain. Il existe aujourd'hui un grand nombre de modalités d'images anatomiques et fonctionnelles. La segmentation et la reconnaissance de structures anatomiques dans ces images restent des problèmes difficiles en raison d'une part des imperfections propres aux modalités d'imagerie (bruit, manque de contraste, faibles contours) et d'autre part de la variabilité évoquée précédemment. Le type de contraintes utilisées dans les méthodes existantes ne permet de gérer qu'imparfaitement cette variabilité. Nous pensons qu'une description de l'agencement des structures anatomiques par des relations spatiales permettrait de mieux prendre en compte ce problème.

* *
*

Notre travail de thèse est ainsi articulé autour des questions suivantes : comment représenter et évaluer des relations spatiales entre les objets d'une image ? Comment les utiliser pour formaliser la description d'une scène, en l'occurrence la description de structures anatomiques ? Comment les utiliser à des fins de segmentation d'images et de reconnaissance de formes ?

On distingue deux types d'approches pour la représentation de relations spatiales : les méthodes qualitatives et les méthodes quantitatives. Les premières sont plutôt liées au domaine de la logique formelle alors que les secondes utilisent la théorie des ensembles flous ou des probabilités. Le formalisme flou permet de prendre en compte l'imprécision et l'incertitude attachées d'une part aux caractéristiques des relations elles-mêmes (certaines relations comme les directions sont intrinsèquement imprécises)



FIG. 1 – Léonard de Vinci, *Proportions de la tête*, Venise, Académie.

et d'autre part aux imperfections des données issues des images. De plus, cette approche fournit une évaluation numérique de la satisfaction des relations dans une image donnée. La bibliographie réalisée au cours de nos recherches expose les caractéristiques des différentes approches et présente plus en détails les méthodes choisies, fondées sur la théorie des ensembles flous.

L'étude des structures cérébrales nous a permis de mettre en évidence l'importance des relations de symétrie et en particulier des symétries planes. Elles peuvent constituer d'une part une contrainte importante pour la reconnaissance, par exemple en caractérisant des structures symétriques. D'autre part, la symétrie joue un rôle clé dans la définition des relations spatiales directionnelles. Cela est vrai pour le cerveau, où les directions sont définies par rapport à un repère partiellement déterminé par le plan de symétrie, mais aussi dans les autres scènes possédant une symétrie approximative. Ce dernier point a d'ailleurs été mis en lumière par des travaux réalisés dans le domaine de la linguistique.

Bien qu'assez largement représentées dans la littérature du traitement d'images, les relations de symétrie n'ont fait l'objet que de peu d'attention dans le domaine du raisonnement spatial. Nous proposons donc une méthode pour évaluer le degré de

symétrie dans les objets flous et les images via une mesure de symétrie, ainsi qu'un algorithme pour localiser le plan de symétrie d'un objet donné (notamment le plan de symétrie du cerveau). Enfin, l'annexe B présente un exemple d'utilisation d'une mesure de symétrie en reconnaissance de formes au travers d'une application à la reconnaissance de parties du visage.

Avant de pouvoir utiliser une description pour reconnaître une image, il convient de mettre en évidence les relations qui la composent et de représenter formellement cette description. Avec la collaboration du Dr Hasboun du CHU La Pitié-Salpêtrière, nous avons élaboré une description linguistique des structures cérébrales. Cette description met en évidence les relations spatiales d'adjacence, de direction et de symétrie, ainsi que la structure hiérarchique du cerveau. Pour la formaliser, nous avons choisi une approche utilisant un graphe. Ce type d'approche est largement répandu pour la représentation d'un ensemble de relations structurelles entre des objets. La description est représentée par une structure appelée *graphe hiérarchique synthétique*. Nous proposons ensuite une structure dite de *graphe hiérarchique exemple* qui permet d'évaluer la satisfaction de cette description dans une image particulière. Elle est utilisée pour vérifier nos relations sur un atlas iconique. Dans de futurs travaux, cette structure pourrait servir à étudier la stabilité des relations d'un individu à l'autre.

Comme nous l'avons mentionné, l'utilisation des relations spatiales en interprétation d'images reste pour l'heure marginale. Par ailleurs, dans les travaux disponibles, les relations sont presque toujours utilisées à des fins de reconnaissance mais ne sont pas appliquées à des tâches de plus bas niveau comme la segmentation. La détection des frontières des régions y est réalisée par d'autres algorithmes et l'introduction des relations se fait à un niveau supérieur de la procédure. Cependant, on peut penser que les relations spatiales pourraient constituer une contrainte essentielle pour la détermination des contours. Dans cette optique, nous avons élaboré une méthode intégrant de telles connaissances à un modèle déformable via la construction d'une force externe. Cette méthode a été utilisée dans deux procédures de segmentation. Nous l'avons appliquée à la reconnaissance de structures cérébrales sur des Images par Résonance Magnétique (IRM). L'utilisation des relations spatiales a été intégrée à une méthode de segmentation de structures thoraciques et abdominales dans des images tomodensitométriques (TDM) et de Tomographie par Emission de Positrons (TEP). La segmentation fournit des contraintes anatomiques au recalage des images TDM et TEP. Ces travaux ont été réalisés en collaboration avec Oscar Camara et Gaspar Delso dans le cadre de leurs thèses et les résultats sont présentés à l'annexe A.

* *
*

Ce manuscrit comporte les chapitres suivants.

Le **chapitre 1** livre une étude bibliographique non exhaustive des approches du raisonnement spatial. Nous insistons particulièrement sur les problèmes de représentation et décrivons en détails les méthodes utilisées dans la suite de nos travaux.

Dans le **chapitre 2**, nous proposons une mesure de symétrie pour les objets flous et les images, ainsi qu'un algorithme de localisation du plan de symétrie utilisant les mesures précédentes. L'importance des symétries pour la définition de relations directionnelles est mise en évidence. Nous appliquons notre méthode à la localisation du plan de symétrie du cerveau. Cette partie a été réalisée en collaboration avec A.V. Tuzikov (Académie des Sciences de Belarus) lors de son séjour sabbatique au département TSI.

Nous proposons dans le **chapitre 3** une description linguistique de l'anatomie cérébrale mettant en évidence des relations spatiales. Cette description est formalisée au moyen d'un graphe hiérarchique synthétique. Une structure de graphe hiérarchique exemple permettant d'évaluer cette description sur un atlas iconique est également introduite.

Le **chapitre 4** présente dans un premier temps les principes des modèles déformables paramétriques. Nous montrons ensuite comment combiner des relations spatiales à un modèle déformable. Pour cela, plusieurs définitions d'une nouvelle force externe sont proposées et discutées.

Le **chapitre 5** décrit une méthode de reconnaissance de structures cérébrales utilisant la description précédente et combinant des relations spatiales et un modèle déformable.

La **conclusion** récapitule enfin les travaux et présente les perspectives de recherche envisageables.

L'**annexe A** expose une méthode de segmentation de structures thoraciques et abdominales dans des images TDM et TEP utilisant certains des principes proposés dans la thèse. Une telle segmentation est utilisée pour le recalage non-linéaire d'images multimodales.

L'**annexe B** présente une application des mesures de symétrie à la reconnaissance des parties du visage. Cette partie a été réalisée en collaboration avec R. Cesar (Université de São Paulo, Brésil).

CHAPITRE 1

Représentation de relations spatiales et raisonnement spatial

Le domaine du raisonnement spatial a pour but l'étude de la représentation des relations entre des objets dans l'espace, les méthodes de raisonnement sur ces relations et leur utilisation pour la description d'ensembles d'objets. L'expression « raisonnement spatial » est à rapprocher de « raisonnement temporel », qui est le domaine de l'intelligence artificielle dédié à la formalisation des relations entre les événements temporels. Cependant, si le domaine du raisonnement temporel est ancien et bien structuré [Allen, 1983], ce n'est pas le cas du raisonnement spatial qui a connu un développement plus récent et qui constitue un domaine moins bien unifié. Les relations spatiales sont en effet beaucoup plus complexes que les relations temporelles, ne serait-ce qu'en raison de la dimension de l'espace considéré (espace bi- ou tridimensionnel contre ligne temporelle unidimensionnelle). Les domaines d'application du raisonnement spatial sont nombreux : intelligence artificielle, systèmes d'information géographiques (SIG), traitement automatique de la langue naturelle (TALN), robotique, navigation autonome, vision par ordinateur, reconnaissance des formes . . .

Ce chapitre présente un panorama des méthodes de raisonnement spatial. Tout d'abord, nous présentons les méthodes de représentation des relations spatiales (section 1.1). Ces relations sont généralement classées en trois familles : relations topologiques, relations métriques (ou distances) et orientations. On ajoute parfois à ces familles les relations morphologiques ou encore les relations de symétrie. Deux types de méthodes sont distinguées [Dehak, 2002] : les méthodes qualitatives souvent liées à la logique formelle [Vieu, 1997 ; Cohn, 1999] et les méthodes quantitatives plutôt liées à la logique floue ou aux probabilités. Cette classification recoupe partiellement celle suivant les domaines d'applications : les méthodes qualitatives sont souvent liées aux domaines des SIG ou du TALN alors que les méthodes quantitatives sont plutôt liées au traitement d'images ou à la robotique. Dans cette partie, nous décrirons plus en détails les méthodes qui seront utilisées dans la suite du document (et qui appartiennent plutôt à la classe des représentations quantitatives). La section 1.2 présente le problème du raisonnement ou de l'inférence de relations spatiales. Enfin, la section 1.3 donne un aperçu de l'utilisation des relations spatiales en traitement d'images et en reconnaissance de formes.

Un certain nombre de synthèses concernant le raisonnement spatial sont disponibles. [Vieu, 1997] et [Cohn, 1999] proposent des études centrées sur l'intelligence artificielle. [Peuquet, 1988] présente les applications aux SIG. [Balbiani, 1999] expose un certain nombre de problèmes algorithmiques et logiques liés au raisonnement spatial. Le début de [Bennett, 1997] présente les approches logiques. Le premier chapitre de [Dehak, 2002] offre une synthèse des méthodes quantitatives de représentation et d'inférence des relations spatiales directionnelles.

1.1 Représentation de relations spatiales

La description de l'agencement spatial peut varier très significativement d'une langue à l'autre. [Regier, 1992] cite par exemple le cas du Mixtec, langue de la région d'Oaxaca au Mexique, dans lequel les descriptions spatiales sont effectuées par des métaphores référant aux parties du corps (humain ou animal). Même entre des langues proches, des différences importantes peuvent exister. Par exemple, *auf* et *an* en allemand seront tous deux traduits par *on* en anglais. En français, les relations spatiales s'expriment essentiellement par des prépositions de lieu « à, dans, sur, sous, devant, derrière, entre ... » et des verbes locatifs [Borillo, 1998]. Tout cela forme un vocabulaire très riche. [Borillo, 1998] recense par exemple plus de 200 prépositions composées. Le raisonnement spatial traite de la formalisation d'un nombre réduit de relations considérées comme fondamentales. Certaines de ces relations correspondent à des expressions en langue naturelle. On peut cependant espérer que ces relations permettent de décrire effectivement des scènes et que leur composition permette l'élaboration de descriptions complexes. [Freeman, 1975] distingue par exemple 13 relations fondamentales en anglais.

Les trois familles de relations (topologiques, de distance et de direction), bien que se recoupant, portent des informations de natures différentes et sont souvent définies dans des espaces différents (nécessité d'une métrique et d'un référentiel pour définir l'orientation). La plupart d'entre elles sont binaires, mais il existe des relations ternaires telles que « entre ». Enfin, un certain nombre de relations sont asymétriques, elles mettent en jeu un objet de référence (appelé *site* en français et *landmark* en anglais) et un objet à localiser (*cible* ou *trajector*) [Borillo, 1998].

Enfin, on peut distinguer les théories suivant leurs primitives de base. Certaines proposent de représenter les objets par des points [Krishnapuram et al., 1993], ou plus généralement des intervalles [Chang et al., 1987 ; Pullar et Egenhofer, 1988 ; Dutta, 1991].

1.1.1 Relations topologiques

Intérieur, extérieur et frontière

Des expressions telles que « traverse », « est inclus » ou encore « est adjacent », peuvent être représentées en étudiant les relations liant l'extérieur, l'intérieur et la frontière de deux régions. Le calcul des intervalles temporels [Allen, 1983], qui a exercé

une forte influence, propose une formalisation des relations topologiques entre les intervalles fondée sur ces notions. C'est pourquoi un certain nombre d'auteurs ont cherché à adapter ce calcul au raisonnement spatial en représentant une région comme un tuple d'intervalles qui sont ses projections sur les différents axes. Le traitement des relations spatiales est alors facilité par la décomposition en problèmes de dimension un. [Pullar et Egenhofer, 1988] ont notamment donné au calcul d'Allen une signification spatiale. Éliminant la notion d'ordre spécifique au domaine temporel, ils ont pu se ramener à un ensemble minimal de six relations décrivant les relations entre l'extérieur, l'intérieur et la frontière de deux intervalles. [Condotta, 2000] étudie les tuples d'intervalles et introduit une algèbre d'intervalles généralisés permettant de représenter les relations topologiques. Cependant, l'utilisation d'intervalles est généralement inadaptée aux objets de forme complexe ou trop proches les uns des autres.

[Mark et Egenhofer, 1994] se sont focalisés sur les relations topologiques entre un segment et une région. Chaque entité étant représentée par son intérieur, sa frontière et son extérieur, chaque configuration peut être décrite par une matrice binaire 3x3, ce qu'ils appellent le modèle de la « 9-intersection ». En réalité, seules 19 des 2^9 configurations sont possibles. Les auteurs proposent ensuite une validation psychologique de leur travail. Tout d'abord, les sujets ont regroupé des situations géométriquement différentes mais topologiquement identiques ce qui valide cognitivement le modèle de la 9-intersection. Ils ont même eu tendance à grouper des situations adjacentes, c'est-à-dire n'ayant qu'un élément différent dans la matrice. Ensuite, invités à décider si les configurations correspondaient aux descriptions linguistiques « traverse » et « va dans », ils ont à nouveau conforté ce modèle, introduisant cependant parfois des distinctions géométriques.

Pour [Clementini et Felice, 1997], la notion topologique classique de frontière (de dimension $n-1$ pour un objet de dimension n) ne correspond pas à sa signification intuitive. Ils modélisent des objets à frontière large, ligne ou région, en définissant la frontière comme une nouvelle région entourant l'objet. Cela leur permet de reprendre le modèle de la 9-intersection en distinguant 44 relations possibles. Cette méthode est à rapprocher de celle du « jaune d'œuf » (*egg-yolk*) [Cohn, 1999]. Une région à frontière imprécise est représentée par deux parties : le jaune qui appartient forcément à l'objet, le blanc qui peut lui appartenir ou non.

Méréotopologie et RCC

Philosophes et logiciens ont cherché à construire des représentations de l'espace dans lesquelles les entités spatiales seraient les éléments de base, sans faire appel à la notion de point. Ces travaux sont à rapprocher de la phénoménologie. On peut les faire remonter aux recherches de Whitehead (1920) pour qui, dans une théorie du monde de l'expérience sensible, les entités de base de la représentation logique devraient correspondre directement aux *phénomènes*, qui sont les objets perçus par la conscience à travers les sens et qui ne peuvent être conçus que dans leur globalité [Bennett, 1997].

La méréologie [Varzi, 1996] permet de définir la notion de partie sans faire appel à la théorie des ensembles par l'introduction du prédicat P_{xy} (*parthood*) : « x est une partie de y ». Les axiomes de P généralement admis sont la réflexivité, l'antisymétrie et la

transitivité. A partir de ce prédicat, on peut définir les autres notions fondamentales de la méréologie. Suivant les axiomes, on obtient différentes théories : *extensional mereology*, *closed mereology*, *general mereology* [Varzi, 1996].

Cependant, la méréologie ne définit pas la notion de connexité. On appelle méréotopologies les théories associant méréologie et topologie, c'est-à-dire les notions de partie et de connexité. [Varzi, 1996] distingue trois types d'approches pour associer méréologie et topologie. La première consiste à ajouter à la méréologie un prédicat C_{xy} de connexion réflexif et symétrique ainsi qu'un axiome liant P et C :

$$P_{xy} \rightarrow \forall z (C_{zx} \rightarrow C_{zy})$$

Plus généralement, à partir d'une méréologie $\mathbf{X}$, on peut construire une méréotopologie $\mathbf{XT}$ en lui ajoutant le prédicat C. Un deuxième type d'approche consiste à définir la méréologie à partir de la topologie [Asher et Vieu, 1995]. On construit donc P à partir de C ainsi :

$$P_{xy} =_{def} \forall z (C_{zx} \rightarrow C_{zy})$$

C étant réflexive et symétrique et possédant de plus la propriété suivante :

$$\forall z (C_{zx} \leftrightarrow C_{zy}) \rightarrow x = y$$

Enfin, une dernière stratégie consiste à construire une topologie à partir de la méréologie.

La théorie RCC [Randell et al., 1992], pour *Region Connection Calculus* ou Randell, Cui et Cohn, peut être considérée comme une forme de méréotopologie. Elle reprend les travaux de Clarke (1981) qui a construit une théorie à partir d'une relation de connexion C, réflexive et symétrique et se fixe deux objectifs principaux : éliminer la distinction entre les régions ouvertes et fermées qui ne correspond pas à la perception intuitive de l'espace, proposer une hiérarchie de relations afin de pouvoir réduire l'espace de recherche pour un traitement logique. C_{xy} s'y interprète comme : « les fermetures topologiques de x et y ont un point commun ». A partir de C, ils définissent un ensemble de relations qu'ils organisent en un treillis (cf figure 1.1). Ils prouvent que parmi ces relations, huit d'entre elles suffisent à représenter toutes les configurations topologiques possibles. Cette théorie est très expressive : elle permet de définir des opérateurs de somme, de produit, ou encore de modéliser des notions complexes concernant la forme des objets.

Logique propositionnelle et modale

Les représentations en logique propositionnelle ou en logique modale ont pour but de contourner les problèmes liés au raisonnement en logique du premier ordre (voir section 1.2). Au lieu de raisonner en logique classique sur des prédicats spatiaux, [Bennett, 1994] donne une signification spatiale aux symboles logiques. La négation correspond au complémentaire, la conjonction à l'intersection, la disjonction à l'union. Il définit ensuite les relations de RCC en logique propositionnelle.

En logique modale, les auteurs cherchent à donner une signification spatiale aux opérateurs modaux. Les travaux les plus anciens sont probablement ceux de von Wright (1979) qui propose un opérateur modal [P] ayant la signification : « à proximité, il est

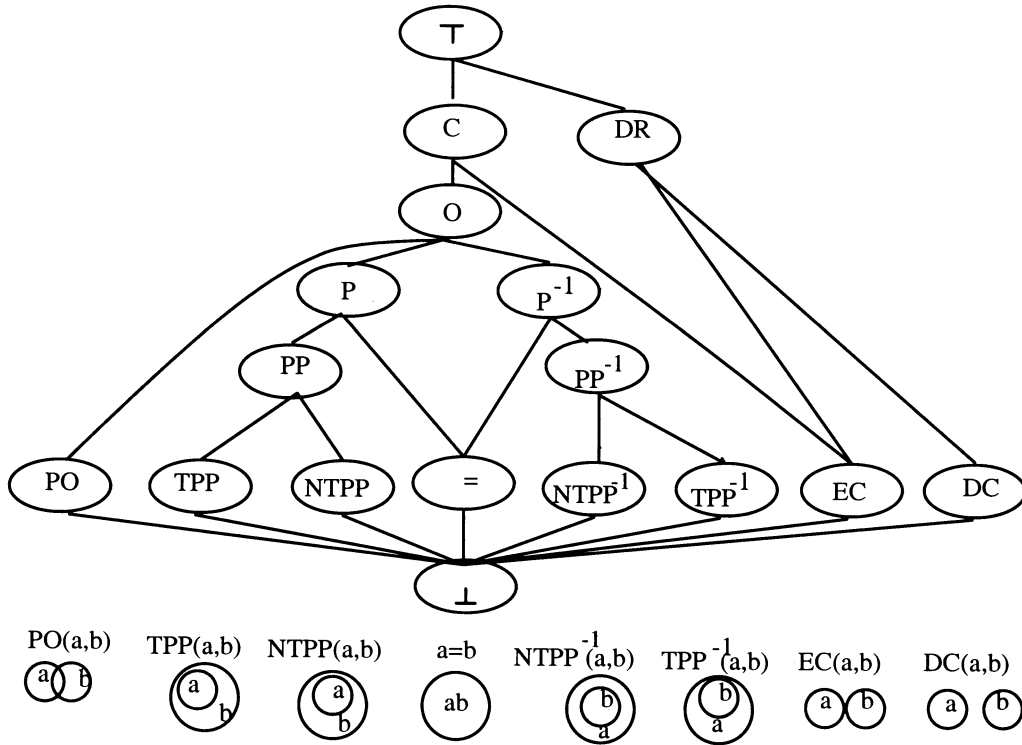


FIG. 1.1 – En haut, le treillis des relations fondamentales de RCC [Randell et al., 1992]. En bas, l'ensemble minimal de huit relations permettant de décrire toute situation topologique entre deux régions. Ces relations sont : PO (*partially overlap*, recouvrement partiel), TPP (*tangential proper part*, partie propre tangentielle) et TPP^{-1} son inverse, NTPP (*nontangential proper part* et $NTPP^{-1}$ son inverse, partie propre non tangentielle), l'égalité, EC (*externally connected*, connexion externe), DC (*disconnected*, disjoints).

toujours le cas que... ». Les théories sont cependant très variées. Elles n'utilisent pas les mêmes opérateurs modaux, elles ne font pas appel à la même sémantique. Certaines d'entre elles concentrent l'information spatiale sur les opérateurs modaux. [Jeansoulin et Mathieu, 1994] proposent par exemple une théorie où les faits sont représentés par des propositions classiques, les relations spatiales entre ces faits par des opérateurs modaux. Ces opérateurs modélisent le voisinage et l'inclusion.

Au contraire, [Aiello et van Benthem, 1999], comme [Bennett, 1995], donnent une signification spatiale aux symboles usuels de la logique propositionnelle. Les opérateurs modaux sont l'intérieur et la fermeture. Enfin, [Bloch, 2000b] propose d'utiliser comme opérateurs modaux les opérateurs de la morphologie mathématique.

Adjacence floue

En traitement d'images, il n'est pas toujours judicieux de considérer une adjacence binaire entre les objets. Par exemple, des erreurs de segmentation peuvent conduire à des régions non adjacentes alors qu'elles le sont dans le modèle considéré. [Bloch et al., 1997] définissent un degré d'adjacence entre les objets. Pour des objets binaires, ce degré est défini par :

$$\mu_{adj}(X, Y) = f(d(X, Y)) \quad (1.1)$$

où $d(X, Y)$ est la taille de la transformation admissible minimale entre X et Y qui les rende adjacents et f est une fonction décroissante à valeurs dans $[0, 1]$. Dans le cas où $X \cap Y = \emptyset$, on peut choisir $d(X, Y)$ comme la distance entre X et Y . Cette définition sera utilisée au chapitre 5 pour sélectionner des régions.

On peut définir l'adjacence entre des objets flous à partir des notions de voisinage flou et d'intersection floue. Cette définition peut aussi être exprimée à partir d'une dilatation ou d'une érosion floue, l'élément structurant modélisant l'imprécision spatiale.

1.1.2 Distances

Contrairement aux relations topologiques, les relations de distance telles que « proche de », « loin de », « à une certaine distance de » ont essentiellement été traitées par des approches quantitatives. [Krishnapuram et al., 1993] représentent les relations *near* et *far* par des degrés calculés à partir de la distance moyenne entre les points des deux régions. Ils introduisent une normalisation par le diamètre de l'une des régions.

[Bloch, 2000a] propose de représenter des relations de distance par rapport à un objet A de référence qui est un objet flou. Pour cela, il convient d'utiliser une distance entre objets flous. Deux types de distance existent, celles qui comparent simplement les degrés d'appartenance et celles qui tiennent aussi compte de la distance spatiale [Bloch, 1999b]. Le deuxième type est le mieux adapté au raisonnement spatial. Parmi ces distances, on trouve celles reposant sur des dilatations floues. L'idée est ici de construire un objet flou dans l'espace $\mathcal{S}$ de l'image représentant la relation considérée. Cette relation correspond à une expression telle que « à une distance inférieure à », « à une distance supérieure à », « à une distance approximativement égale à ». L'intérêt d'une telle méthode par rapport à celles comparant directement deux objets est double : on peut comparer n'importe quel objet cible à l'objet de référence en utilisant une simple mesure de comparaison, on peut fusionner l'ensemble flou avec un autre ensemble correspondant à une autre relation. Dans la suite du manuscrit, nous utiliserons cette méthode pour représenter les relations de distance.

La relation considérée est exprimée sous la forme d'une fonction d'appartenance sur $\mathbb{R}^+$ que nous notons μ_n . On peut choisir par exemple un trapèze. Sur $\mathbb{R}^+$, les valeurs $0 \leq n_1 \leq n_2 \leq n_3 \leq n_4$ sont des points tels que le noyau du trapèze est $[n_2, n_3]$ et le support est $[n_1, n_4]$ (figure 1.2). On définit alors les éléments structurants flous

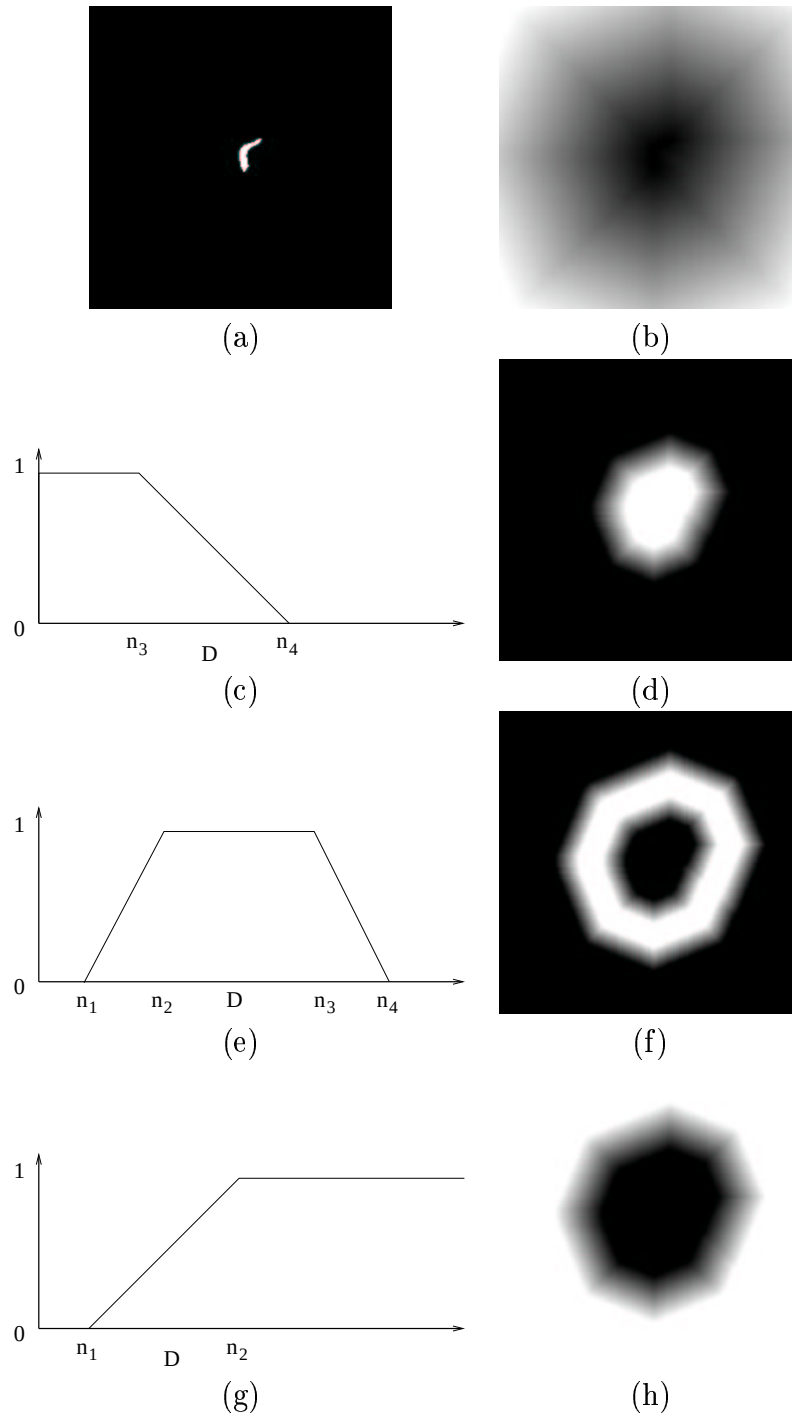


FIG. 1.2 – Représentation des relations de distance par des ensembles flous. (a) Objet de référence. (b) Carte de distance. (c) Fonction d'appartenance trapézoïdale correspondant à la relation « à une distance inférieure à D ». (d) Ensemble flou correspondant. (e) Fonction d'appartenance correspondant à la relation « à une distance approximativement égale à D ». (f) Ensemble flou correspondant. (g) Fonction d'appartenance correspondant à la relation « à une distance supérieure à D ». (h) Ensemble flou correspondant. Les valeurs élevées sont en blanc, les valeurs basses en noir.

suivants :

$$\nu_1(v) = \begin{cases} 1 - \mu_n(d_E(v, 0)) & \text{si } d_E(v, 0) \leq n_2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.2)$$

$$\nu_2(v) = \begin{cases} 1 & \text{si } d_E(v, 0) \leq n_3 \\ \mu_n(d_E(v, 0)) & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.3)$$

où d_E est la distance euclidienne dans $\mathcal{S}$, $v \in \mathcal{S}$, et $d_E(v, 0)$ est la distance euclidienne entre v et le centre de l'élément structurant. L'ensemble flou représentant la relation de distance à l'objet A est alors :

$$\mu_d = t[D_{\nu_2}(\mu_A), 1 - D_{\nu_1}(\mu_A)], \quad (1.4)$$

où $D_{\nu_i}(\mu_A)$, $i \in \{1, 2\}$ est la dilatation floue de μ_A par l'élément structurant ν_i . Suivant la relation considérée, on fixera différemment les valeurs de n_1, n_2, n_3, n_4 . La figure 1.2 présente des exemples de telles fonctions d'appartenance et d'ensembles flous correspondants.

Cependant, les dilatations floues sont longues à calculer. Dans le cas d'un objet de référence binaire, on peut réduire considérablement le temps de calcul en utilisant μ_n comme une table de correspondance. En d'autres termes, on calcule une carte de distance par chanfrein à l'objet A et on la compose par μ_n . On peut ensuite comparer un objet cible à l'ensemble flou ou encore fusionner plusieurs ensembles en utilisant les techniques présentées à la section 1.1.4.

1.1.3 Directions

Les directions sont généralement étudiées à travers les six relations « à gauche », « à droite », « au-dessus », « en-dessous », « devant », « derrière » correspondant aux trois dimensions de l'espace. Ces relations sont définies entre un objet de référence A et un objet cible B . On distingue trois types d'orientations [Vieu, 1997] :

- *l'orientation absolue*, qui fait référence à un système de coordonnées externes. Citons notamment le cas des directions cardinales comme exemple d'orientation absolue [Ligozat, 1998].
- *l'orientation intrinsèque*, pour laquelle le repère est lié à l'objet de référence.
- *l'orientation contextuelle*, pour laquelle le repère est lié à une entité de la scène distincte de l'objet de référence. Dans le cas particulier où le repère est lié au locuteur (i.e. la personne qui décrit la scène), on parle d'orientation déictique.

Dans le cas de l'orientation intrinsèque, le repère est généralement défini par des propriétés de l'objet de référence. Nous verrons en particulier le cas d'un objet de référence ou d'une scène symétrique à la section 2.5.

Méthodes qualitatives

Il existe quelques approches qualitatives des relations directionnelles. [Freksa et Zimmermann, 1992] étudient la position d'un point c par rapport à deux points a et b qui peuvent par exemple représenter les points de départ et d'arrivée d'un trajet.

Ils découpent pour cela le plan en six zones, ce qui donne quinze positions possibles pour le point c en considérant les frontières (cf figure 1.3). La position de c est ainsi représentée par une matrice binaire 5x3. Ils introduisent ensuite des opérations telles que l'inversion, la composition... Certaines opérations donnent cependant un résultat imprécis (plusieurs configurations sont possibles). [Chang et al., 1987] proposent la méthode des *2D strings* qui utilise des projections des régions sur les axes du repère. Une scène donnée est représentée par une *2D string* qui est une succession de chaînes 1D formées par des symboles représentant les régions et les relations $<$ qui signifie « gauche-droite », $=$ qui signifie « au même endroit », et $:$ qui signifie « dans le même ensemble ». Les *2D strings* sont utilisées pour formuler des requêtes dans des bases d'images. Un exemple est présenté à la figure 1.4.

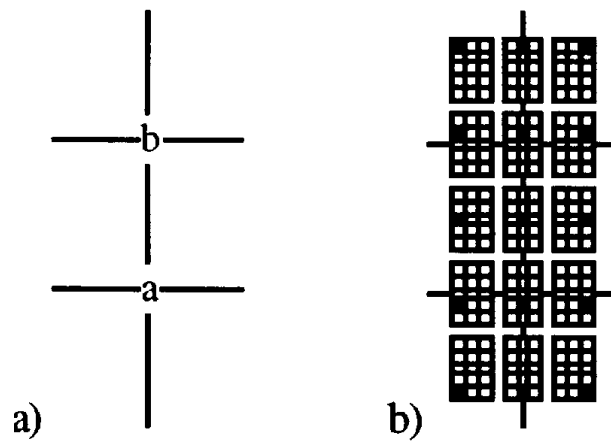


FIG. 1.3 – Le système de [Freksa et Zimmermann, 1992]. a) la grille définissant les 15 configurations. b) les matrices binaires correspondantes.

d		
	b	c
a	a	

 $(a = d < a = b < c, a = a < b = c < d)$

FIG. 1.4 – Une image et sa représentation par une *2D string* [Chang et al., 1987].

Méthodes quantitatives

Les méthodes quantitatives sont plus nombreuses. [Dehak, 2002] propose une présentation détaillée de ces méthodes. Nous en donnons ici un aperçu avant de décrire celle que nous utiliserons par la suite et qui est fondée sur la notion de paysage flou [Bloch, 1999a].

[Miyajima et Ralescu, 1994] ont introduit l'histogramme d'angles pour représenter les relations spatiales entre deux régions A et B . L'histogramme d'angles $H_{AB}(\theta)$ est égal au nombre de couples (a, b) de $A \times B$ tels que l'angle entre le vecteur $\mathbf{ab}$ et le

repère soit égal à θ . Le degré de satisfaction de la relation spatiale est ensuite estimé en comparant l'histogramme et un ensemble flou idéal associé à la relation considérée. Cela peut être fait par une méthode de compatibilité [Miyajima et Ralescu, 1994] ou par une méthode de *pattern matching* flou [Bloch, 1996b] (cette technique est exposée à la section 1.1.4). [Keller et Wang, 1996] proposent quant à eux d'évaluer les relations en utilisant un réseau de neurones multi-couches. La méthode de l'histogramme d'angles permet de prendre en compte la forme et la position des objets. Cependant, l'absence d'information métrique peut constituer un handicap, notamment pour l'inférence des relations spatiales. L'histogramme de forces [Matsakis et al., 1998] et l'histogramme angles-distances [Dehak, 2002] prennent en compte cette information. La figure 1.5 donne un exemple d'histogramme d'angles.

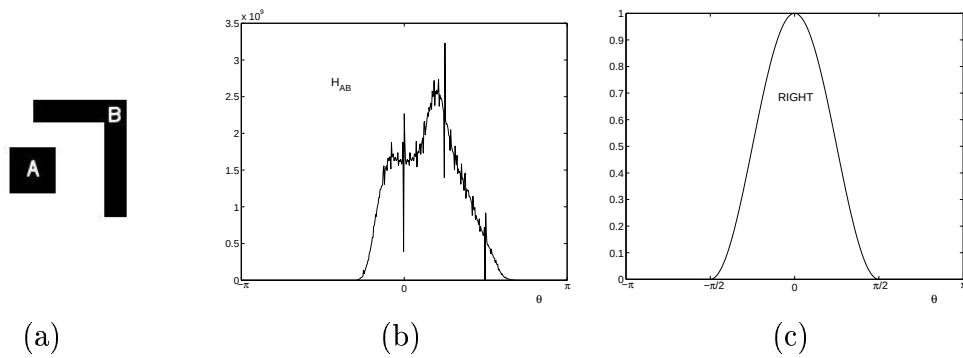


FIG. 1.5 – Histogramme d'angles. (a) Configuration étudiée. (b) Histogramme d'angles. (c) Ensemble correspondant à la relation « à droite ». Figure tirée de [Dehak, 2002].

[Bloch, 1999a] propose de représenter une relation spatiale par rapport à un objet de référence A par un ensemble flou dans l'espace $\mathcal{S}$ de l'image. Cet ensemble est appelé *paysage flou* et représente le degré de satisfaction de la relation en chaque point de l'espace. Les avantages de représenter la relation par un ensemble dans l'espace de l'image sont les mêmes que pour les distances : comparaison directe de n'importe quel objet cible et possibilité de fusionner des relations. Cette méthode de représentation sera utilisée dans le reste de nos travaux.

Soit $\mathbf{u}_{\alpha_1, \alpha_2}$ ($\alpha_1 \in]-\pi/2, \pi/2[$ et $\alpha_2 \in [0, 2\pi[$) le vecteur unitaire correspondant à la relation considérée $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)$, P un point de l'espace $\mathcal{S}$, Q un point de l'objet de référence A et $\beta(P, Q)$ l'angle entre le vecteur $\mathbf{QP}$ et le vecteur $\mathbf{u}_{\alpha_1, \alpha_2}$, calculé dans $[0, \pi]$:

$$\beta(P, Q) = \arccos \left[\frac{\mathbf{QP} \cdot \mathbf{u}_{\alpha_1, \alpha_2}}{\|\mathbf{QP}\|} \right] \text{ et } \beta(P, P) = 0 \quad (1.5)$$

On calcule ensuite pour chaque point P :

$$\beta_{\min}(P) = \min_{Q \in A} \beta(P, Q) \quad (1.6)$$

On peut alors définir le paysage flou pour un objet binaire ainsi :

$$\mu_\alpha(P) = f(\beta_{\min}(P)) \quad (1.7)$$

où f est une fonction décroissante sur $[0, \pi]$, par exemple $f(\theta) = \max[0, 1 - (2/\pi)\theta]$. Dans le cas où l'objet A est flou, on peut le définir ainsi :

$$\mu_\alpha(P) = \max_{Q \in \text{supp}(R)} t[\mu_A(Q), f(\beta(P, Q))] \quad (1.8)$$

où t est une t-norme et $\text{supp}(A)$ désigne le support de A . Enfin, on peut montrer que $\mu_\alpha(P)$ est égal à une dilatation floue de l'objet de référence par un élément structurant défini ainsi :

$$\forall P \in \mathcal{S}, \nu(P) = f(\beta(O, P)) \quad (1.9)$$

où O est le centre de l'élément structurant.

On peut ensuite comparer un objet cible au paysage flou en utilisant les techniques présentées à la section 1.1.4. La figure 1.6 présente des exemples de paysages flous.

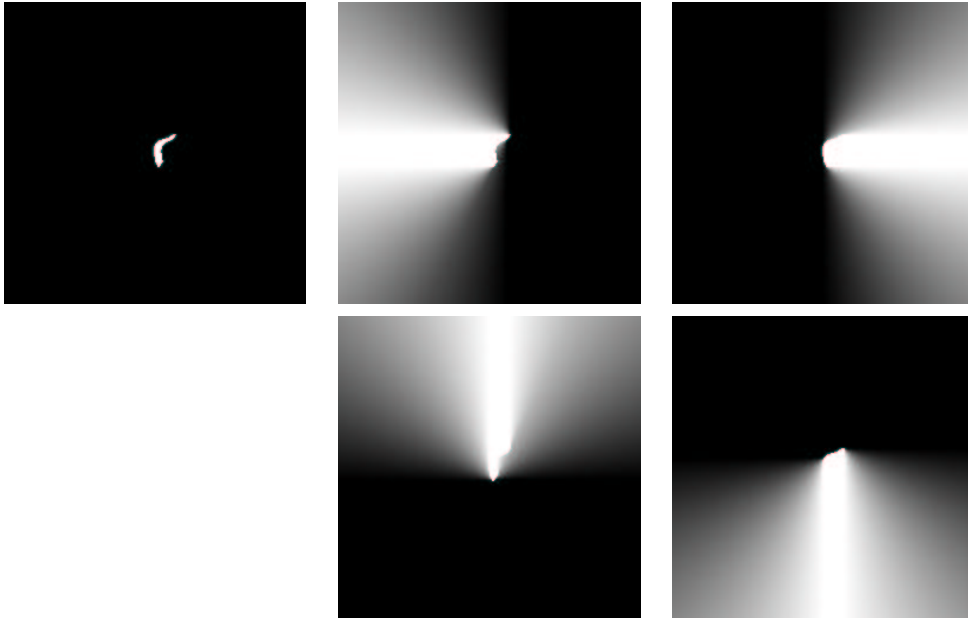


FIG. 1.6 – Objet de référence et paysages flous correspondant aux quatre relations : « à gauche », « à droite », « au-dessus », « en-dessous ».

1.1.4 Comparaison et fusion d'ensembles flous

Les approches que nous avons retenues pour les distances et les directions représentent une relation par rapport à un objet de référence par un ensemble flou spatial. Pour obtenir un degré de satisfaction de la relation avec un objet cible, il faut comparer l'objet cible à l'ensemble flou. Plusieurs approches sont possibles : *pattern matching* flou ou mesures de comparaison. Par ailleurs, l'intérêt des ensembles flous spatiaux est également de pouvoir les fusionner afin d'exprimer une combinaison de relations. Nous présentons ici plusieurs opérateurs de fusion.

Comparaison d'ensembles flous

On considère maintenant un objet cible B de fonction d'appartenance μ_B et une relation spatiale R par rapport à un objet de référence A représentée par l'ensemble flou de fonction d'appartenance μ_R . Cet ensemble peut par exemple correspondre à une relation de distance (équation 1.4) ou à une direction (équation 1.8).

[Bloch, 1999a] propose d'utiliser le *pattern matching* flou pour comparer μ_B et μ_R . La comparaison se fait alors avec deux valeurs : un degré de nécessité N , et un degré de possibilité Π :

$$\Pi_R(B) = \sup_{x \in \mathcal{S}} t[\mu_R(x), \mu_B(x)] \quad (1.10)$$

$$N_R(B) = \inf_{x \in \mathcal{S}} T[\mu_R(x), 1 - \mu_B(x)] \quad (1.11)$$

où t est une t-norme, T est une t-conorme, et $\mathcal{S}$ est l'espace de l'image. Le degré de nécessité mesure le degré d'inclusion de B dans R et constitue une évaluation pessimiste. Le degré de possibilité mesure le degré d'intersection et constitue une évaluation optimiste.

Une autre approche consiste en l'utilisation de mesures de comparaison entre objets flous. [Bouchon-Meunier et al., 1996] ont proposé une classification des mesures de comparaison entre ensembles flous. En particulier, elles étudient les M-mesures de comparaison qui dérivent d'une mesure floue M . Parmi les mesures de comparaison, elles distinguent les mesures de similitude qui étudient la ressemblance entre deux objets et les mesures de dissimilarité qui étudient la dissemblance. C'est le premier cas qui nous intéresse. Parmi les mesures de similitude, on peut distinguer les mesures de satisfaisabilité, d'inclusion et de ressemblance. Les mesures de ressemblance, qui sont symétriques, sont destinées à la comparaison d'informations de même nature. Les mesures d'inclusion mesurent le degré de recouvrement d'un objet de référence par un objet cible. Enfin, les mesures de satisfaisabilité indiquent le degré de satisfaction d'un objet de référence par un objet cible. Ce type de mesure est bien adapté au calcul du degré de satisfaction d'une relation spatiale [Colliot, 2000]. Par exemple, les mesures du type :

$$S(R, B) = \frac{|R \cap B|}{|B|} \quad (1.12)$$

où $|B|$ est le cardinal de B : $|B| = \sum_{x \in \mathcal{S}} \mu_B(x)$ et $\cap$ est une intersection floue, sont des mesures de satisfaisabilité. La mesure moyenne proposée par [Bloch, 1999a] rentre dans cette catégorie (l'intersection floue étant calculée par la t-norme produit). Nous utiliserons la t-norme minimum, ce qui nous conduit à la mesure suivante :

$$S(R, B) = \frac{\sum_{x \in \mathcal{S}} \min(\mu_B(x), \mu_R(x))}{\sum_{x \in \mathcal{S}} \mu_B(x)} \quad (1.13)$$

Il est souvent intéressant de considérer les trois mesures : nécessité, possibilité et satisfaisabilité. Nous reviendrons plus en détails sur les mesures de comparaison au chapitre 2 dans le cas des relations de symétrie.

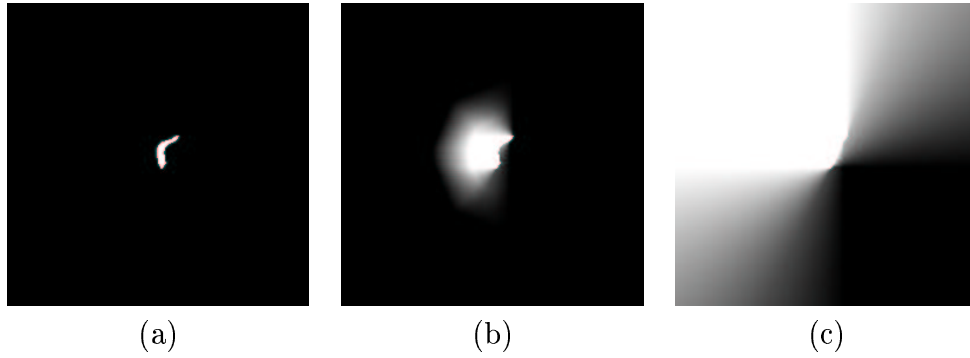


FIG. 1.7 – Fusion de relations spatiales. (a) Objet de référence (b) Fusion conjonctive des relations « à gauche » et « près de » par la t-norme produit. (c) Fusion disjonctive des relations « à gauche » et « au-dessus » par la t-conorme de Lukasiewicz.

Opérateurs de fusion

Un intérêt de la représentation sous forme d'ensemble flou spatial est qu'elle permet la fusion de relations. Il s'agit de combinaisons du type : « à droite ou en-dessous de », « à gauche et près de ». Pour cela on peut utiliser un opérateur de fusion entre objets flous. A partir de deux relations R_1 et R_2 , l'opérateur de fusion F construit un ensemble flou R tel que $\mu_R(x) = F(\mu_{R_1}(x), \mu_{R_2}(x))$. [Bloch, 1996c] présente un panorama des opérateurs de fusion. Parmi les opérateurs, certains ont un comportement constant et parmi eux on distingue trois types de comportements :

- un opérateur est *conjonctif* si $\forall x, y \in [0, 1], F(x, y) \leq \min(x, y)$. Les t-normes sont des opérateurs conjonctifs.
- un opérateur est *disjonctif* si $\forall x, y \in [0, 1], F(x, y) \geq \max(x, y)$. Les t-conormes sont des opérateurs disjonctifs.
- un opérateur est un *compromis* si $\forall x, y \in [0, 1], \min(x, y) \leq F(x, y) \leq \max(x, y)$.

Les moyennes sont des opérateurs de compromis.

La figure 1.7 présente des exemples de fusion de relations. Les t-normes et les t-conormes sont des opérateurs duaux : chaque t-norme est liée à une t-conorme par une négation [Bouchon-Meunier, 1995]. Le tableau 1.1 rappelle les définitions de quelques t-normes et t-conormes.

Nom	t-norme	t-conorme
Zadeh (minimum)	$\min(u, v)$	$\max(u, v)$
Probabiliste (produit)	uv	$u + v - uv$
Lukasiewicz	$\max(0, u + v - 1)$	$\min(1, u + v)$
Drastique	$\begin{cases} \min(u, v) & \text{si } \max(u, v) = 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$	$\begin{cases} \max(u, v) & \text{si } \min(u, v) = 0 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$

TAB. 1.1 – Quelques t-normes et t-conormes.

1.2 Raisonnement sur des relations spatiales

Les problèmes de raisonnement sur des relations spatiales sont multiples : étude de la cohérence d'un ensemble de relations, inférence de relations entre deux objets connaissant les relations les liant à un troisième, déduction de relations complexes à partir de relations simples ... Les techniques de raisonnement sont étroitement liées aux techniques de représentation : le choix d'une méthode de représentation conditionne souvent les méthodes de raisonnement. Le raisonnement spatial soulève des problèmes tant algorithmiques que logiques et est traité de façon très différente dans les approches qualitatives et quantitatives. Nous présentons ici le raisonnement dans le cadre des approches logiques présentées à la section 1.1.1 et qui concernent essentiellement des relations topologiques, puis nous exposons quelques méthodes liées aux relations directionnelles.

1.2.1 Topologie et approches logiques

Le raisonnement dans des logiques du premier ordre telles que la méréotopologie ou RCC est difficile, notamment pour des raisons de complexité. Ces difficultés peuvent en partie être contournées par l'utilisation de tables de composition pré-calculées ou encore en utilisant un treillis de prédicats comme dans RCC. Dans RCC en particulier, l'étude de la satisfaisabilité d'un ensemble de relations est NP-complet mais il existe des sous-classes de relations pour lesquelles existe une solution polynomiale [Jonsson et Drakengren, 1997].

L'utilisation de la logique propositionnelle ou modale présentée précédemment a notamment pour objectif de résoudre certains problèmes liés à la logique du premier ordre. C'est notamment le cas de [Bennett, 1997] qui traduit les relations de RCC en logique propositionnelle puis modale.

Enfin, [Condotta, 2000] étudie les problèmes de complexité dans l'algèbre des intervalles généralisés. Il exhibe notamment une classe de relations pour laquelle le problème de la consistance est polynomial.

1.2.2 Relations directionnelles

Concernant les approches qualitatives, on peut citer les travaux de [Freksa et Zimmermann, 1992] qui, grâce à une grille représentant les relations, étudient des problèmes tels que l'inversion et la composition de relations. [Ligozat, 1998] étudie la cohérence d'un ensemble de relations directionnelles et montre que ce problème est NP-complet. Cependant, la restriction à une sous-classe de relations permet de trouver un algorithme polynomial.

Dans le cadre des méthodes quantitatives, [Dehak, 2002] propose trois approches pour l'inférence de relations directionnelles entre deux objets A et C à partir de relations de A et C avec un troisième objet B . La première repose sur l'introduction d'une nouvelle méthode de représentation : l'histogramme angle-distance qui ajoute des données métriques aux données angulaires. La seconde repose sur un réseau d'agrégation floue ayant en entrée les relations directionnelles $A - B$ et $B - C$ et en

sortie une relation entre A et C . Cette méthode ne demande pas de connaissances métriques. Enfin, la troisième est une étude probabiliste de l'inférence.

1.3 Utilisation en traitement d'images et reconnaissance des formes

Comparé à d'autres domaines tels que les SIG, le nombre d'applications utilisant des relations spatiales en traitement d'images ou en reconnaissance de formes reste assez restreint. Par ailleurs, nous allons voir que les relations sont surtout utilisées pour l'étape de reconnaissance et peu pour des tâches de plus bas niveau telles que la segmentation.

Un premier type d'application consiste à générer des descriptions de scènes à partir d'images. [Keller et al., 1999] génèrent des descriptions d'images radar composées de relations spatiales grâce à un système à base de règles floues. Les relations spatiales sont des directions représentées grâce à la morphologie mathématique floue. La segmentation est effectuée soit manuellement soit par un réseau de neurones. [Abella et Kender, 1999] proposent également de générer des descriptions linguistiques à partir d'images. Les relations utilisées sont des distances et des directions et sont représentées en utilisant les boîtes englobantes des objets.

La seconde application concerne la reconnaissance d'objets. [Mangelinck, 1998] utilise les relations topologiques de la théorie RCC pour construire des descriptions de paysages agricoles en vue de leur reconnaissance. Le travail est effectué sur des images classifiées et la segmentation est faite par d'autres méthodes. [Wang et al., 1997] utilisent des relations directionnelles pour reconnaître des chiffres écrits à la main.

Enfin, certains travaux mêlent les étapes de segmentation et de reconnaissance. [Géraud, 1998] a proposé un système de reconnaissance des structures cérébrales internes. Ce système est séquentiel : chaque structure est reconnue grâce aux informations dérivées de structures reconnues précédemment. Ces informations proviennent notamment de relations de distance et de direction définies par rapport aux structures déjà segmentées. La segmentation repose sur une classification dans une région d'intérêt définie par recalage avec un atlas. Les relations sont utilisées pour sélectionner la classe correspondant à l'objet recherché. On peut donc voir que les relations ne sont en fait pas réellement utilisées pour les tâches de bas niveau mais seulement pour une tâche de reconnaissance. Cette méthode a inspiré les travaux de [Barra, 2000] qui utilisent également une segmentation hiérarchique. Les régions d'intérêt utilisées pour rechercher les structures sont définies par la fusion de relations spatiales. Enfin, [Perchant, 2000] propose une méthode de reconnaissance structurelle de scènes. Elle repose sur une mise en correspondance de graphes : un graphe modèle issu d'une image de référence et un graphe image issu de l'image à reconnaître qui a été sur-segmentée. Le modèle est une image segmentée manuellement par un expert qui doit être représentative de la scène à reconnaître. Dans une application en imagerie cérébrale, il s'agit d'un atlas iconique. Les graphes ont pour nœuds les régions des

images et pour arcs des relations spatiales entre ces régions. L'image est sur-segmentée préalablement par ligne de partage des eaux. Les relations spatiales ne servent donc pas directement à trouver les limites des régions.

1.4 Conclusion

Ce chapitre a tenté de présenter un panorama des méthodes de représentation de relations spatiales, en particulier des relations topologiques, métriques et directionnelles. Une catégorie a été laissée de côté pour l'instant : les symétries. Elles feront l'objet du chapitre suivant. Les relations directionnelles seront utilisées tout au long de notre travail. Nous donnerons en particulier au chapitre 2 une interprétation particulière de ces relations dans le cas d'une scène symétrique. Adjacences, distances et directions seront au centre de la description de l'anatomie cérébrale présentée au chapitre 3 ainsi que de la méthode de segmentation présentée au chapitre 5. Dans le reste du manuscrit, nous utiliserons les méthodes de représentation fondées sur les ensembles flous qui permettent de tenir compte de l'imprécision issue des traitements réalisés sur les images. En particulier, nous ferons appel à la notion d'adjacence floue (voir section 1.1.1), à la méthode de représentation des distances par des ensembles flous spatiaux (voir section 1.1.2) et à la notion de paysage flou pour définir les directions (voir section 1.1.3).

Enfin, nous avons vu que les relations spatiales restent encore relativement peu utilisées dans les domaines du traitement et de l'analyse d'images. En particulier, elles sont quasiment inexistantes dans les tâches de bas niveau telles que la segmentation. Au chapitre 4, nous proposerons une méthode pour intégrer ces connaissances à la segmentation via la définition de forces externes dans un modèle déformable.

CHAPITRE 2

Symétries planes approximatives

Introduction

La symétrie, qu'elle soit centrale, circulaire ou plane, a été largement étudiée dans les domaines du traitement d'images et de la vision par ordinateur. Pour la description d'une scène, elle peut tout à la fois être un attribut des objets eux-mêmes, une relation liant deux objets ou encore permettre la définition de relations impliquant des objets symétriques (telles que des relations spatiales directionnelles). Dans ce chapitre, nous étudions les symétries planes dans l'espace, encore appelées symétries bilatérales ou réflexions, ainsi que le cas particulier des symétries axiales dans le plan. Suivant une approche classique, nous avons cherché à caractériser le degré de symétrie d'un objet à travers une mesure de symétrie. La partie 2.1 présente de telles mesures pour des objets flous 3D. La partie suivante (2.2) décrit les mesures de symétrie utilisées pour les images à niveaux de gris. Nous présentons ensuite une méthode permettant la recherche du meilleur plan de symétrie d'un objet (section 2.3). Une première application concernant la recherche du plan inter-hémisphérique dans des IRM est présentée à la section 2.4. Notre seconde application concerne la représentation de relations spatiales directionnelles pour des objets de référence ou des scènes approximativement symétriques (section 2.5). Une partie des travaux présentés dans ce chapitre a été réalisée en collaboration avec Alexander Tuzikov de l'Académie des Sciences de Bélarus lors de son séjour sabbatique au département en 2001.

2.1 Mesures de symétrie pour les objets flous 3D

Une approche classique concernant les symétries approximatives est de chercher à quantifier le degré de symétrie d'un objet grâce à une distance ou mesure de symétrie. De nombreuses références relatives à ce sujet sont disponibles. [O'Mara et Owens, 1996] utilisent les différences d'intensité entre les pixels pour définir une mesure de symétrie pour les images 3D à niveaux de gris. [Chen, 2001] considère le cas des symétries axiales verticales et définit le degré de symétrie comme la différence moyenne entre les composantes paires et impaires d'une ligne de l'image. [Schmid-Saugeon, 2000] utilise l'erreur quadratique moyenne. [Marola, 1989] choisit la distance l_2 normalisée entre

l'image originale et l'image réfléchie. [Minovic et al., 1993] utilisent la représentation en octree pour définir une mesure de symétrie correspondant à la taille normalisée du plus grand sous-ensemble symétrique de l'objet. Citons aussi [Heijmans et Tuzikov, 1998] qui définissent des mesures de symétrie pour les objets convexes à partir de l'addition de Minkovski. [Zabrodsky et al., 1995] proposent d'introduire une mesure de symétrie pour les formes (i.e. les ensembles de points) qui quantifie l'effort minimum nécessaire pour transformer une forme donnée en une forme symétrique. Leur approche permet de prendre en compte l'incertitude de la localisation des points en considérant des formes dont la position de chaque point est définie par une distribution de probabilité. Cependant, en dehors de la référence précédente, il n'y a pas à notre connaissance de travaux prenant en compte des objets imprécis; tous les travaux cités font référence à des images ou des formes classiques. En particulier, le cas des objets flous en tant que sous-ensembles flous de l'espace n'a pas été considéré. Nous présentons dans la suite des mesures de symétries adaptées aux objets flous 3D. Pour cela, nous utilisons une mesure de comparaison¹ entre l'objet original et l'objet réfléchi (section 2.1.2). Les mesures de comparaison entre objets flous ont déjà été brièvement présentées à la section 1.1.4. Nous les décrivons ici plus en détails dans le cadre de l'étude des symétries. Nous étudions ensuite, parmi les propriétés possibles des mesures de comparaison, celles qui devraient être vérifiées pour définir une mesure de symétrie (section 2.1.3). Il est ainsi possible de sélectionner des mesures de comparaison appropriées (section 2.1.4) et les mesures de symétrie correspondantes (section 2.1.5). Enfin, nous montrons sur quelques exemples le comportement de ces mesures de symétrie (section 2.1.6).

2.1.1 Notations

$\mathcal{S}$ est l'espace sur lequel les ensembles sont définis (généralement une partie de $\mathbb{R}^3$ ou $\mathbb{Z}^3$). Dans le cas où cet espace est fini, $|\mathcal{S}|$ est son cardinal.

$\mathcal{F}$ est l'ensemble des sous-ensembles flous de $\mathcal{S}$.

$A, B, C, D, \dots$ sont des sous-ensembles flous.

μ_A désigne la fonction d'appartenance de A .

$\text{supp}(A)$ désigne le support de A .

S est une fonction de $\mathcal{F}^2$ dans $\mathbb{R}^+$.

$\top$ est une t-norme. $\perp$ une t-conorme.

$\mathbf{u}$ est un vecteur unitaire de $\mathbb{R}^3$. d est un réel.

Π est un plan de l'espace 3D. e_Π désigne la réflexion par rapport à Π .

$\Pi_{\mathbf{u},d}$ est le plan orthogonal au vecteur $\mathbf{u}$ et passant à la distance signée d de l'origine dans la direction $\mathbf{u}$.

En coordonnées sphériques, un vecteur unitaire est défini par deux angles $\beta \in]-\pi, \pi]$ et $\alpha \in [-\pi/2, \pi/2]$ (figure 2.1). On note donc $\Pi_{\alpha,\beta,d}$ le plan défini par les paramètres α , β et d . Comme les vecteurs $\mathbf{u}$ et $-\mathbf{u}$ définissent le même plan, on utilise $\beta \in [0, \pi]$, $\alpha \in [-\pi/2, \pi/2]$ et $d \in \mathbb{R}$. $e_{\mathbf{u},d}$ désigne la réflexion par rapport à $\Pi_{\mathbf{u},d}$.

¹Nous préférons employer l'expression « mesure de comparaison » à l'instar de [Bouchon-Meunier et al., 1996] plutôt que « mesure de similarité » qui semble référer à différentes propriétés d'un auteur à l'autre.

On utilise également la notation $e_{\alpha,\beta,d}$ à la place de $e_{\mathbf{u},d}$ en 3D, et $e_{\beta,d} = e_{0,\beta,d}$ en 2D.

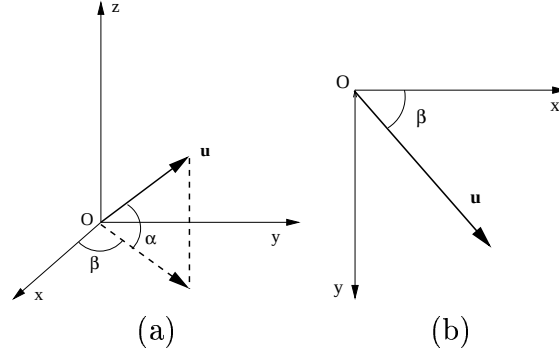


FIG. 2.1 – (a) En 3D, les angles α et β définissent un vecteur unitaire $\mathbf{u}$
 (b) En 2D, $\alpha = 0$ et l'angle β suffit.

2.1.2 Mesure de symétrie

Nous cherchons à définir le degré de symétrie d'un objet flou A par rapport à un plan donné Π . Une possibilité est de comparer A et $e_{\Pi}(A)$. Une mesure de symétrie σ_A peut donc être définie comme une mesure de comparaison entre l'objet original et l'objet réfléchi :

$$\sigma_A(\Pi) = S(A, e_{\Pi}(A)), \quad (2.1)$$

où S est une mesure de comparaison entre objets flous.

Les mesures de comparaison entre objets flous ont été très largement étudiées et de nombreuses mesures sont disponibles. Le choix d'une mesure dépend de l'application et du concept que l'on cherche à décrire. Nous allons maintenant discuter le choix de mesures appropriées à la caractérisation des symétries en nous fondant sur leurs propriétés.

2.1.3 Propriétés souhaitées

Mesures de similitude

[Bouchon-Meunier et al., 1996] ont proposé une classification des mesures de comparaison entre ensembles flous. En particulier, elles étudient les M-mesures de comparaison qui dérivent d'une mesure floue M . Rappelons tout d'abord deux définitions :

Définition 2.1 [Bouchon-Meunier et al., 1996] Une mesure floue est une fonction $M : \mathcal{F} \rightarrow \mathbb{R}^+$ telle que pour tous A et B dans $\mathcal{F}$ on ait :

- $M(\emptyset) = 0$,
- si $B \subseteq A$, alors $M(B) \leq M(A)$.

Exemples :

$$M_1(A) = \sup_{x \in \mathcal{S}} \mu_A(x), \quad M_2(A) = \sum_{x \in \mathcal{S}} \mu_A(x) \text{ si } \mathcal{S} \text{ est fini.}$$

Definition 2.2 [Bouchon-Meunier et al., 1996] Une différence floue est une opération définie sur $\mathcal{F}$ comme suit, et notée $-$:

- si $A \subseteq B$, alors $A - B = \emptyset$,
- si $B' \subseteq B$, alors $B' - A \subseteq B - A$.

Exemples :

$$\mu_{A-1B}(x) = \max(0, \mu_A(x) - \mu_B(x)),$$

$$\mu_{A-2B}(x) = \begin{cases} \mu_A(x) & \text{si } \mu_B(x) = 0 \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

Definition 2.3 [Bouchon-Meunier et al., 1996] Une M -mesure de comparaison est une fonction $S : \mathcal{F} \times \mathcal{F} \rightarrow [0, 1]$ telle que $S(A, B) = F_S(M(A \cap B), M(B - A), M(A - B))$ avec $F_S : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \rightarrow [0, 1]$.

Parmi les mesures de comparaison, on distingue les mesures de similitude qui étudient la ressemblance de deux objets plutôt que leurs différences.

Definition 2.4 [Bouchon-Meunier et al., 1996] Une M -mesure de similitude est une M -mesure de comparaison S telle que $F_S(u, v, w)$ est croissante par rapport à u et décroissante par rapport à v et w .

Les mesures de similitude semblent tout à fait adaptées à la caractérisation des symétries : le degré de symétrie augmente lorsque l'intersection de l'objet original et de l'objet réfléchi voit sa mesure croître ; il est plus faible lorsque c'est la mesure de leur différence qui croît. Parmi les mesures de similitude, on distingue les mesures de satisfaisabilité qui considèrent l'objet A comme une référence devant être satisfaite par l'objet B et les mesures de ressemblance qui considèrent les deux objets de façon équivalente.

Definition 2.5 [Bouchon-Meunier et al., 1996] Une M -mesure de satisfaisabilité est une M -mesure de similitude telle que :

1. $F_S(u, v, w)$ est indépendant de w ,
2. $F_S(0, v, w) = 0$ pour tous v, w (exclusivité),
3. $F_S(u, 0, w) = 1$ pour tout $u \neq 0$ (inclusion).

Definition 2.6 [Bouchon-Meunier et al., 1996] Une M -mesure de ressemblance est une M -mesure de similitude telle que :

- S est réflexive, i.e. $S(A, A) = 1$,
- S est symétrique, i.e. $S(A, B) = S(B, A)$.

Comme indiqué dans [Bouchon-Meunier et al., 1996], dans le cas particulier où $M(A-B) = M(B-A)$ pour tous les objets considérés, une mesure de satisfaisabilité est aussi une mesure de ressemblance. C'est le cas ici puisque $M(A - e_\Pi(A)) = M(e_\Pi(A) - A)$ ² De plus, la propriété d'inclusion, tout comme la réflexivité, implique que le degré de symétrie vaut 1 lorsque l'objet original et l'objet réfléchi coïncident, c'est-à-dire lorsque la symétrie est exacte. La propriété d'exclusivité implique quant à elle que la mesure de symétrie sera égale à zéro lorsque le plan passe en dehors du support de l'objet, ce qui est considéré comme souhaitable par [Marola, 1989]. Enfin, la propriété de symétrie implique que la mesure de symétrie d'un objet A par rapport à un plan donné Π soit égale à celle de l'objet réfléchi $e_\Pi(A)$:

$$\forall A, B \in \mathcal{F}, S(A, B) = S(B, A) \implies \forall A \in \mathcal{F}, S(A, e_\Pi(A)) = S(e_\Pi(A), A)$$

Or $e_\Pi(e_\Pi(A)) = A$, donc

$$\forall A, B \in \mathcal{F}, S(A, B) = S(B, A) \implies \forall A \in \mathcal{F}, \sigma_A(\Pi) = \sigma_{(e_\Pi(A))}(\Pi)$$

Les M -mesures de satisfaisabilité semblent donc adaptées à la définition de mesures de symétrie.

Autres propriétés

D'autres propriétés sont décrites dans la littérature. [Pappis et Karacapilidis, 1993] proposent les propriétés suivantes qui sont les implications réciproques de la réflexivité et de l'exclusivité :

$$S(A, B) = 1 \iff A = B,$$

$$S(A, B) = 0 \iff \text{supp}(A) \cap \text{supp}(B) = \emptyset.$$

La première, qui est souvent appelée *séparabilité* pour les distances, implique que la mesure de symétrie est égale à 1 si et seulement si la symétrie est exacte. La seconde exprime que la mesure de symétrie est égale à zéro si et seulement si le plan passe en dehors du support de l'objet.

Propriétés géométriques

Enfin, une mesure de symétrie doit être invariante par rotation, translation et changement d'échelle. Si S est invariante par translation (resp. rotation) alors σ l'est également. Cela est également vrai pour le changement d'échelle mais comme l'homothétie d'un ensemble flou n'est pas clairement définie dans le cas discret, nous ne la considérerons plus par la suite.

²Cela ne découle pas de la définition mais cette propriété est vérifiée par toutes les mesures proposées dans [Bouchon-Meunier et al., 1996]. En effet $A - e_\Pi(A) = e_\Pi(e_\Pi(A) - A)$.

D'autres propriétés des mesures de comparaison, considérées par exemple dans [Liu, 1992 ; Pappis et Karacapilidis, 1993 ; Bouchon-Meunier et al., 1996], sont soit équivalentes à celles-ci, soit ne sont pas appropriées à la définition d'une mesure de symétrie.

Résumé des propriétés

Nous pouvons maintenant donner une définition plus précise d'une mesure de symétrie :

Definition 2.7 *La mesure de symétrie de A par rapport à Π est définie par :*

$$\sigma_A(\Pi) = S(A, e_\Pi(A)),$$

où S est une mesure de comparaison avec les propriétés suivantes :

(P1) *Symétrie : $S(A, B) = S(B, A)$;*

(P2) *Réflexivité : $S(A, B) = 1 \iff A = B$;*

(P3) *$S(A, B) = 0$ si et seulement si les supports de A et B sont disjoints ;*

(P4) *S est invariante par translation ;*

(P5) *S est invariante par rotation.*

On peut demander de plus que S soit une M-mesure de similitude. Les propriétés **(P1)**, **(P2)** et **(P3)** assurent alors qu'elle sera aussi une M-mesure de satisfaisabilité et de ressemblance.

2.1.4 Choix d'une mesure de comparaison

Dans cette partie, nous étudions pour différentes mesures de comparaison entre objets flous celles qui vérifient les propriétés précédentes. Pour cela, nous utilisons une classification des mesures de comparaison similaire à celles utilisées dans [Zwick et al., 1987] et [Bloch, 1999b].

Approche utilisant des t-normes et des t-conormes

La plupart des mesures présentées dans cette section sont dérivées d'une mesure proposée par Tversky [Tversky, 1977] et combinent les fonctions d'appartenance grâce à des t-normes et des t-conormes. Toutes ces mesures sont symétriques (propriété **(P1)**) car les t-normes et les t-conormes sont commutatives.

La mesure suivante été utilisée par de nombreux auteurs [Zwick et al., 1987 ; Dubois et Prade, 1980 ; Bouchon-Meunier et al., 1996 ; Pappis et Karacapilidis, 1993]³

$$S_1(A, B) = \frac{\sum_{x \in \mathcal{S}} \top(\mu_A(x), \mu_B(x))}{\sum_{x \in \mathcal{S}} \perp(\mu_A(x), \mu_B(x))} \quad (2.2)$$

S_1 vérifie la propriété **(P2)** si et seulement si $\top = \min$ et $\perp = \max$.

³Nous nous plaçons ici dans le cas discret fini. Dans le cas continu, la somme peut être remplacée par une intégrale si elle converge.

Preuve :

$\top(\mu_A(x), \mu_B(x)) \leq \perp(\mu_A(x), \mu_B(x))$ pour tout $x \in \mathcal{S}$. Donc,

$$S_1(A, B) = 1 \iff \top(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \perp(\mu_A(x), \mu_B(x)) \text{ pour tout } x \in \mathcal{S}.$$

Or pour tout $x \in \mathcal{S}$:

$$\top(\mu_A(x), \mu_B(x)) \leq \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \leq \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \leq \perp(\mu_A(x), \mu_B(x)),$$

on a :

$$S_1(A, B) = 1 \iff A = B \quad \text{et} \quad \top = \min \quad \text{et} \quad \perp = \max.$$

□

La propriété **(P3)** est vérifiée pour les t-normes « minimum » et « produit » mais pas pour les t-normes « drastique » et « de Lukasiewicz » (pour une définition de ces t-normes et t-conormes, on peut consulter [Bouchon-Meunier, 1995]).

Preuve :

$$S_1(A, B) = 0 \iff \top(\mu_A(x), \mu_B(x)) = 0 \text{ pour tout } x \in \mathcal{S}.$$

Pour les t-normes « minimum » et « produit » :

$$\min(\mu_A(x), \mu_B(x)) = 0 \iff \mu_A(x) = 0 \quad \text{ou} \quad \mu_B(x) = 0,$$

$$\mu_A(x)\mu_B(x) = 0 \iff \mu_A(x) = 0 \quad \text{ou} \quad \mu_B(x) = 0$$

et donc **(P3)** est vérifiée⁴. Pour les t-normes « drastique » et « de Lukasiewicz », on peut avoir $\mu_A(x) \neq 0$ et $\mu_B(x) \neq 0$ mais $\top(\mu_A(x), \mu_B(x)) = 0$ (par exemple, $\mu_A(x) = \mu_B(x) = 0.5$). Donc **(P3)** n'est pas vérifiée. □

Les propriétés **(P4)** et **(P5)** sont vérifiées.

Preuve : La démonstration n'est donnée que pour la translation. Celle concernant la rotation est similaire.

$$S_1(A + v, B + v) = \frac{\sum_{x \in \mathcal{S}} \top(\mu_{A+v}(x), \mu_{B+v}(x))}{\sum_{x \in \mathcal{S}} \perp(\mu_{A+v}(x), \mu_{B+v}(x))}$$

Par définition, $\mu_{A+v} = \mu_A(x - v)$. Donc

$$S_1(A + v, B + v) = \frac{\sum_{x \in \mathcal{S}} \top(\mu_A(x - v), \mu_B(x - v))}{\sum_{x \in \mathcal{S}} \perp(\mu_A(x - v), \mu_B(x - v))}$$

En substituant $x - v$ par x , on obtient $S_1(A + v, B + v) = S_1(A, B)$. □

⁴Plus généralement, la propriété **(P3)** est vérifiée pour les t-normes strictes. En effet, une telle t-norme est caractérisée par sa continuité et par le fait que, pour tout x dans $]0, 1]$, $\top(x, \cdot)$ est strictement croissante. Elle ne peut donc pas avoir de diviseurs de zéro.

[Wang, 1997] a proposé la mesure de comparaison suivante :

$$S_2(A, B) = \frac{1}{|\mathcal{S}|} \times \sum_{x \in \mathcal{S}} \frac{\top(\mu_A(x), \mu_B(x))}{\perp(\mu_A(x), \mu_B(x))} \quad (2.3)$$

avec $\frac{0}{0} = 1$. S_2 satisfait **(P2)** si et seulement si $\top = \min$ and $\perp = \max$ mais pas **(P3)**. En effet, considérons deux ensembles flous A et B avec des supports disjoints tels que $\text{supp}(A) \cup \text{supp}(B) \neq \mathcal{S}$. Alors il existe x dans $\mathcal{S}$ tel que $\mu_A(x) = \mu_B(x) = 0$ et donc $S_2(A, B) \neq 0$.

Cependant, la version suivante, normalisée différemment, vérifie la propriété **(P3)** pour les t-normes « minimum » et « produit ».

$$S_3(A, B) = \frac{1}{|\text{supp}(A) \cup \text{supp}(B)|} \times \sum_{x \in \text{supp}(A) \cup \text{supp}(B)} \frac{\top(\mu_A(x), \mu_B(x))}{\perp(\mu_A(x), \mu_B(x))} \quad (2.4)$$

Les propriétés **(P4)** et **(P5)** sont également vérifiées.

[Hyung et al., 1994] proposent d'utiliser la mesure de comparaison suivante :

$$S_4(A, B) = \max_{x \in \mathcal{S}} \top(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (2.5)$$

S_4 vérifie **(P3)** pour les t-normes « minimum » et « produit » mais pas **(P2)**. Si A est normalisé, on a bien $S_4(A, A) = 1$. Cependant, la réciproque reste fautive. En effet, supposons qu'il existe un élément x tel que $\mu_A(x) = \mu_B(x) = 1$ alors $S_4(A, B) = 1$, même si $A \neq B$.

Approche utilisant la distance L_p

Les mesures présentées dans cette section utilisent la distance L_p entre ensembles flous :

$$\|A - B\|_p = \left(\sum_{x \in \mathcal{S}} |\mu_A(x) - \mu_B(x)|^p \right)^{\frac{1}{p}} \quad (2.6)$$

$$\|A - B\|_\infty = \max_{x \in \mathcal{S}} (|\mu_A(x) - \mu_B(x)|). \quad (2.7)$$

Ces mesures sont de la forme générale suivante :

$$S(A, B) = 1 - \frac{\|A - B\|_p}{K}, \quad (2.8)$$

où K est un coefficient de normalisation. On peut aisément vérifier que les propriétés **(P1)**, **(P2)**, **(P4)** et **(P5)** sont vérifiées par des mesures de ce type. Par exemple, [Wang, 1997] et [Bouchon-Meunier et al., 1996] introduisent la mesure suivante :

$$S_5(A, B) = 1 - \frac{\|A - B\|_1}{|\mathcal{S}|} \quad (2.9)$$

Cette mesure ne satisfait pas la propriété **(P3)**. En effet, pour deux ensembles flous disjoints tels que $\text{supp}(A) \cup \text{supp}(B) \neq \mathcal{S}$ alors $S_5(A, B) > 0$.

Preuve : Supposons que A et B aient des supports disjoints. Alors :

$$\|A - B\|_p = \left(\sum_{x \in \mathcal{S}} \mu_A(x)^p + \mu_B(x)^p \right)^{\frac{1}{p}}$$

$$\sum_{x \in \mathcal{S}} \mu_A(x)^p + \mu_B(x)^p \leq |\mathcal{S}|$$

Donc, si $\sum_{x \in \mathcal{S}} \mu_A(x)^p + \mu_B(x)^p > 1$,

$$\|A - B\|_p < |\mathcal{S}|$$

□

Considérons la mesure suivante proposée dans [Pappis et Karacapilidis, 1993] :

$$S(A, B) = 1 - \frac{\sum_{x \in \mathcal{S}} |\mu_A(x) - \mu_B(x)|}{\sum_{x \in \mathcal{S}} [\mu_A(x) + \mu_B(x)]} \quad (2.10)$$

Elle peut être généralisée de la manière suivante :

$$S_6(A, B) = 1 - \frac{\|A - B\|_p}{\left(\sum_{x \in \mathcal{S}} \mu_A(x)^p + \mu_B(x)^p \right)^{\frac{1}{p}}} \quad (2.11)$$

S_6 vérifie la propriété **(P3)**.

Preuve : Supposons que A et B aient des supports disjoints. Alors $S_6(A, B) = 0$, puisque

$$\|A - B\|_p = \left(\sum_{x \in \mathcal{S}} \mu_A(x)^p + \mu_B(x)^p \right)^{\frac{1}{p}}.$$

Prouvons maintenant la réciproque : $S_6(A, B) = 0 \implies \forall x \in \mathcal{S}, \mu_A(x) = 0$ ou $\mu_B(x) = 0$. Nous devons prouver que :

$$\sum_{x \in \mathcal{S}} |\mu_A(x) - \mu_B(x)|^p = \sum_{x \in \mathcal{S}} (\mu_A(x)^p + \mu_B(x)^p) \implies \forall x \in \mathcal{S}, (\mu_A(x) = 0 \text{ ou } \mu_B(x) = 0)$$

Prouvons l'implication contraposée.

Supposons que $\exists x \in \mathcal{S}, (\mu_A(x) > 0 \text{ et } \mu_B(x) > 0)$ et notons $\mathcal{I}$ l'ensemble des points x vérifiant cela. Alors pour tout $x \in \mathcal{I}$, deux cas se présentent :

– si $\mu_A(x) > \mu_B(x)$:

On a $|\mu_A(x) - \mu_B(x)| = \mu_A(x) - \mu_B(x) < \mu_A(x)$ puisque $\mu_B(x) > 0$.

Comme $f(x) = x^p$ est strictement croissante, $|\mu_A(x) - \mu_B(x)|^p < \mu_A(x)^p$.

Et enfin, comme $\mu_B(x)^p > 0$, $|\mu_A(x) - \mu_B(x)|^p < \mu_A(x)^p + \mu_B(x)^p$.

– si $\mu_A(x) < \mu_B(x)$:

De la même manière, on montre que $|\mu_A(x) - \mu_B(x)|^p < \mu_B(x)^p$.

Et enfin, comme $\mu_A(x)^p > 0$, $|\mu_A(x) - \mu_B(x)|^p < \mu_A(x)^p + \mu_B(x)^p$.

Donc, pour tout $x \in \mathcal{I}$, $|\mu_A(x) - \mu_B(x)|^p < \mu_A(x)^p + \mu_B(x)^p$.

Par ailleurs, si au contraire $x \in \mathcal{S} \setminus \mathcal{I}$ alors $\mu_A(x) = 0$ ou $\mu_B(x) = 0$. Si $\mu_A(x) = 0$, $|\mu_A(x) - \mu_B(x)|^p = \mu_B(x)^p$. Si $\mu_B(x) = 0$, $|\mu_A(x) - \mu_B(x)|^p = \mu_A(x)^p$. Dans tous les cas, $|\mu_A(x) - \mu_B(x)|^p = \mu_A(x)^p + \mu_B(x)^p$.

En faisant la somme de ces égalités et inégalités pour tout x dans $\mathcal{S}$, on a

$$\sum_{x \in \mathcal{S}} |\mu_A(x) - \mu_B(x)|^p < \sum_{x \in \mathcal{S}} (\mu_A(x)^p + \mu_B(x)^p)$$

□

[Pappis et Karacapilidis, 1993] ont également proposé d'utiliser la distance L_∞ :

$$S_7(A, B) = 1 - \|A - B\|_\infty \quad (2.12)$$

S_7 ne satisfait pas la propriété **(P3)**. Cependant, si A et B sont des ensembles flous normalisés et que leurs supports sont disjoints alors $S_7(A, B) = 0$. Mais la réciproque reste fausse. En effet, si A et B ont des supports non disjoints et qu'il existe un élément x tel que $\mu_A(x) = 0$ et $\mu_B(x) = 1$ alors $S_7(A, B) = 0$.

Enfin, on peut vérifier que la mesure suivante ($\beta > 0$) :

$$S_8(A, B) = e^{-\beta \|A - B\|_p} \quad (2.13)$$

proposée dans [Bouchon-Meunier et al., 1996] ne satisfait pas non plus la propriété **(P3)**.

Coefficient de corrélation

[Gerstenkorn et Man'ko, 1991] ont introduit un coefficient de corrélation entre ensembles flous :

$$S_9(A, B) = \frac{C(A, B)}{\sqrt{T(A)T(B)}}, \quad (2.14)$$

où

$$C(A, B) = \sum_{x \in \mathcal{S}} [\mu_A(x)\mu_B(x) + (1 - \mu_A(x))(1 - \mu_B(x))]$$

et

$$T(A) = \sum_{x \in \mathcal{S}} [\mu_A(x)^2 + (1 - \mu_A(x))^2].$$

La mesure $S_9(A, B)$ vérifie les propriétés **(P1)** et **(P2)** mais pas **(P3)**.

Preuve : Prouvons tout d'abord que **(P2)** est vérifiée.

On a bien $S_9(A, A) = 1$. Pour un ensemble fini⁵ de cardinal $|\mathcal{S}| = N$ $\mathcal{S} = \{x_1, \dots, x_N\}$, notons $a_1 = \mu_A(x_1)$, $\dots$, $a_N = \mu_A(x_N)$, $a_{N+1} = 1 - \mu_A(x_1)$, $\dots$,

⁵En fait, cette mesure est définie ici dans le cas fini. On peut faire le même raisonnement avec des intégrales si elles convergent.

$a_{2N} = 1 - \mu_A(x_N)$ et $b_1 = \mu_B(x_1), \dots, b_N = \mu_B(x_N), b_{N+1} = 1 - \mu_B(x_1), \dots, b_{2N} = 1 - \mu_B(x_N)$. Alors on a :

$$S_9(A, B) = 1 \implies \sum_{i=1}^{2N} a_i b_i = \sqrt{\sum_{i=1}^{2N} a_i^2 \sum_{i=1}^{2N} b_i^2}.$$

D'après le cas d'égalité dans l'inégalité de Cauchy-Schwartz, les vecteurs $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_{2N})$ et $\mathbf{b} = (b_1, \dots, b_{2N})$ sont colinéaires. Donc il existe des réels non nuls λ, ν tels que $\lambda a_i + \nu b_i = 0$ pour tout $i \in \{1, \dots, 2N\}$. Donc

$$\lambda \mu_A(x_i) + \nu \mu_B(x_i) = 0 \text{ pour } i \in \{1, \dots, N\},$$

$$\lambda(1 - \mu_A(x_i)) + \nu(1 - \mu_B(x_i)) = 0 \text{ pour } i \in \{1, \dots, N\}.$$

Finalement, on obtient $\lambda + \nu = 0$ et $A = B$.

Montrons maintenant que la propriété **(P3)** n'est pas vérifiée. Considérons à nouveau deux ensembles flous A et B avec des supports disjoints mais tels que $\text{supp}(A) \cup \text{supp}(B) \neq \mathcal{S}$. Alors il existe x dans $\mathcal{S}$ tel que $\mu_A(x) = \mu_B(x) = 0$ et donc $S(A, B) \neq 0$. $\square$

2.1.5 Mesures de symétrie correspondantes

Parmi les différentes mesures de comparaison étudiées, seules les mesures S_1, S_3 (pour la t-norme « minimum ») et S_6 satisfont les propriétés **(P1)** à **(P5)** (voir tableau 2.1). Nous définissons donc trois mesures de symétrie :

$$\sigma_{1,A}(\Pi) = \frac{\sum_{x \in \mathcal{S}} \min(\mu_A(x), \mu_{e_\Pi(A)}(x))}{\sum_{x \in \mathcal{S}} \max(\mu_A(x), \mu_{e_\Pi(A)}(x))},$$

$$\sigma_{2,A}(\Pi) = \frac{1}{|\text{supp}(A) \cup \text{supp}(e_\Pi(A))|} \times \sum_{x \in \text{supp}(A) \cup \text{supp}(e_\Pi(A))} \frac{\min(\mu_A(x), \mu_{e_\Pi(A)}(x))}{\max(\mu_A(x), \mu_{e_\Pi(A)}(x))},$$

$$\sigma_{3,A}(\Pi) = 1 - \frac{\|A - e_\Pi(A)\|_p}{(\sum_{x \in \mathcal{S}} \mu_A(x)^p + \mu_{e_\Pi(A)}(x)^p)^{\frac{1}{p}}}.$$

En outre, S_1 a l'avantage d'être une M-mesure de similitude. Cela garantit la croissance vis-à-vis de l'intersection de A et B et la décroissance vis-à-vis de leurs différences.

2.1.6 Etude sur quelques exemples

Voyons maintenant, à travers quelques exemples, comment σ_A peut être interprétée. La figure 2.2 montre les valeurs de quatre mesures de symétrie $\sigma_{1,A}, \sigma_{2,A}, \sigma_{3,A}$ pour $p = 1$ et $p = 2$ pour un objet flou synthétique 2D ⁶. Pour les trois premières mesures, la forme de la fonction est similaire et elle possède quatre modes qui correspondent à

⁶Les exemples présentés dans cette partie sont en 2D afin de simplifier la visualisation. Toutes les remarques restent cependant valables en 3D.

TAB. 2.1 – Résumé des propriétés de mesures de comparaison. Pour les mesures S_1 , S_2 , S_3 , ces résultats ne sont valables que pour certaines t-normes et t-conormes (voir texte).

Mesure de comparaison	(P1)	(P2)	(P3)	(P4)	(P5)
$S_1(A, B) = \frac{\sum_{x \in \mathcal{S}} \top(\mu_A(x), \mu_B(x))}{\sum_{x \in \mathcal{S}} \perp(\mu_A(x), \mu_B(x))}$	O	O	O	O	O
$S_2(A, B) = \frac{1}{ \mathcal{S} } \times \sum_{x \in \mathcal{S}} \frac{\top(\mu_A(x), \mu_B(x))}{\perp(\mu_A(x), \mu_B(x))}$	O	O	N	O	O
$S_3(A, B) = \frac{1}{ \text{supp}(A) \cup \text{supp}(B) } \times \sum_x \frac{\top(\mu_A(x), \mu_B(x))}{\perp(\mu_A(x), \mu_B(x))}$	O	O	O	O	O
$S_4(A, B) = \max_{x \in \mathcal{S}} \top(\mu_A(x), \mu_B(x))$	O	N	O	O	O
$S_5(A, B) = 1 - \frac{\ A-B\ _1}{ \mathcal{S} }$	O	O	N	O	O
$S_6(A, B) = 1 - \frac{\ A-B\ _p}{(\sum_{x \in \mathcal{S}} \mu_A(x)^p + \mu_B(x)^p)^{\frac{1}{p}}}$	O	O	O	O	O
$S_7(A, B) = 1 - \ A-B\ _\infty$	O	O	N	O	O
$S_8(A, B) = e^{-\beta \ A-B\ _p}$	O	O	N	O	O
$S_9(A, B) = \frac{CC(A, B)}{\sqrt{T(A)T(B)}}$	O	O	N	O	O

quatre maxima locaux et donc à quatre axes de symétrie : un axe de symétrie exacte ($\beta = 0^\circ$, $d = 0$)⁷, deux axes de symétrie forts mais non exacts ($\beta = 45^\circ$ ou 135° , $d = 0$) et un axe plus faible ($\beta = 90^\circ$, $d = 0$). D'une part, on constate qu'on a bien $\sigma_A(\Pi) = 1$ lorsque Π est un plan de symétrie exact. D'autre part, $\Pi_{\alpha, \beta, d}$ est un plan de symétrie approximatif pour A lorsque la mesure de symétrie σ_A a un maximum local en (α, β, d) . Rechercher les plans de symétrie approximatifs de A revient donc à rechercher les maxima locaux de σ_A . Pour ce qui concerne la quatrième mesure ($\sigma_{3,A}$ avec $p = 2$), les trois premiers maxima locaux sont bien présents mais pas le dernier. Comme nous l'avons mentionné à la section précédente, seule la première mesure possède les propriétés dérivées d'une M-mesure de similitude. On ne possède pas de résultat concernant la croissance ou la décroissance des autres mesures, elles peuvent donc se comporter différemment.

La figure 2.3 présente les résultats obtenus pour un autre objet flou synthétique 2D. Les quatre mesures de symétrie possèdent des variations similaires. Cependant, dans la direction définie par $\beta = 0^\circ$, le maximum de $\sigma_{2,A}$ est obtenu pour $d = 4$ au lieu de $d = 10$ pour les autres. Encore une fois, cela est probablement dû au fait que seule $\sigma_{1,A}$ possède des propriétés de croissance convenables. Par ailleurs, l'axe défini par $\beta = 0^\circ$ et $d = 10$ correspond à l'axe de symétrie de l' α -coupe de niveau 0.5. Il semble assez intuitif que le maximum soit obtenu pour cet axe là.

Sur ces deux exemples, nos trois mesures de symétrie ont des comportements similaires. Cependant, pour les raisons évoquées précédemment, la meilleure mesure de symétrie semble être σ_1 . Par la suite, nous avons toujours utilisé cette mesure pour les ensembles flous. On notera d'ailleurs :

$$\sigma_A(\Pi) = \frac{\sum_{x \in \mathcal{S}} \min(\mu_A(x), \mu_{e_\Pi(A)}(x))}{\sum_{x \in \mathcal{S}} \max(\mu_A(x), \mu_{e_\Pi(A)}(x))} \quad (2.15)$$

⁷L'origine du repère est au centre de l'image.

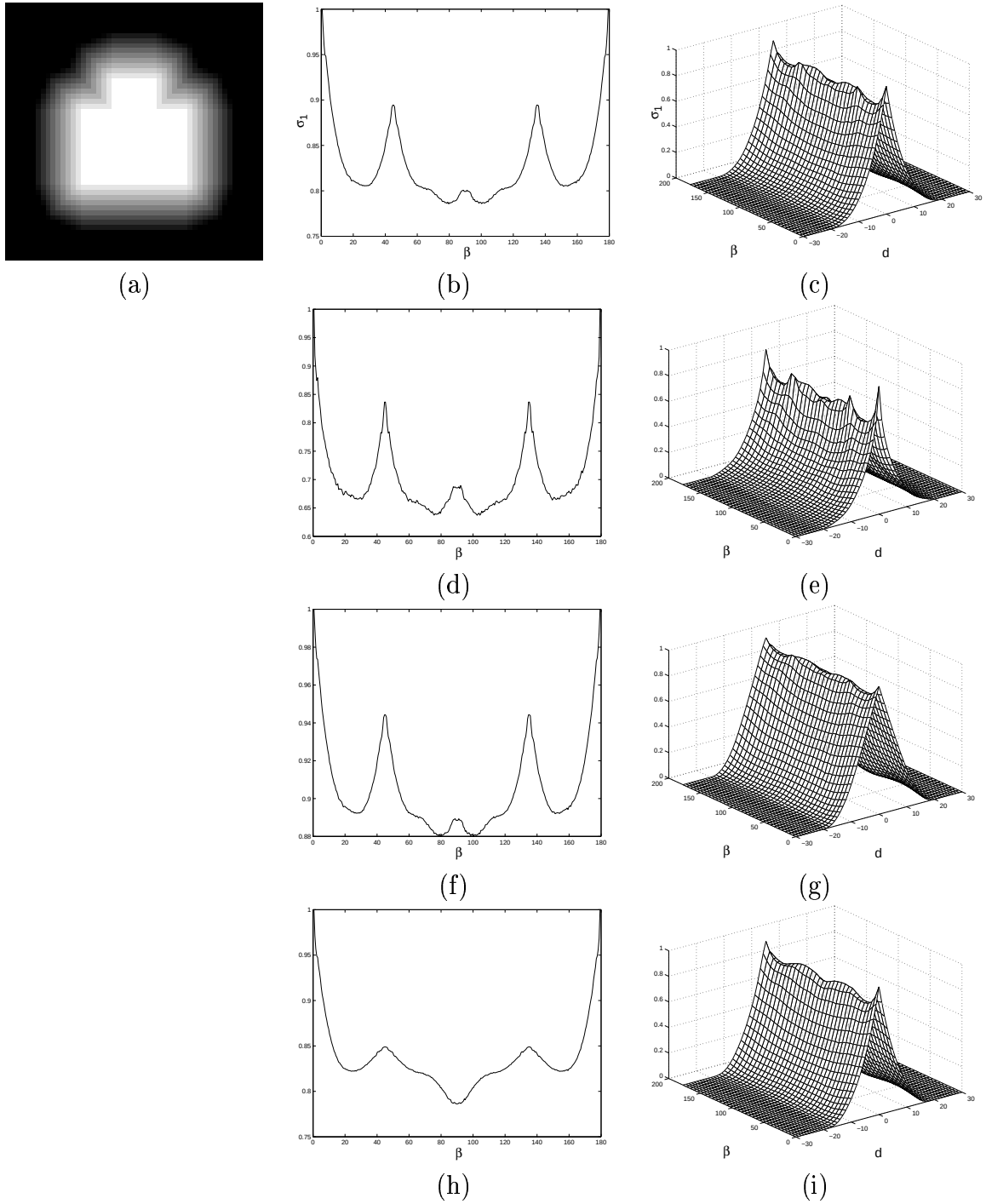


FIG. 2.2 – Mesures de symétrie pour un ensemble flou. (a) Un ensemble flou 2D A . (b) $\sigma_{1,A}$ pour $d = 0$. (c) $\sigma_{1,A}$. (d) $\sigma_{2,A}$ pour $d = 0$. (e) $\sigma_{2,A}$. (f) $\sigma_{3,A}$ ($p = 1$) pour $d = 0$. (g) $\sigma_{3,A}$ ($p = 1$). (h) $\sigma_{3,A}$ ($p = 2$) pour $d = 0$. (i) $\sigma_{3,A}$ ($p = 2$).

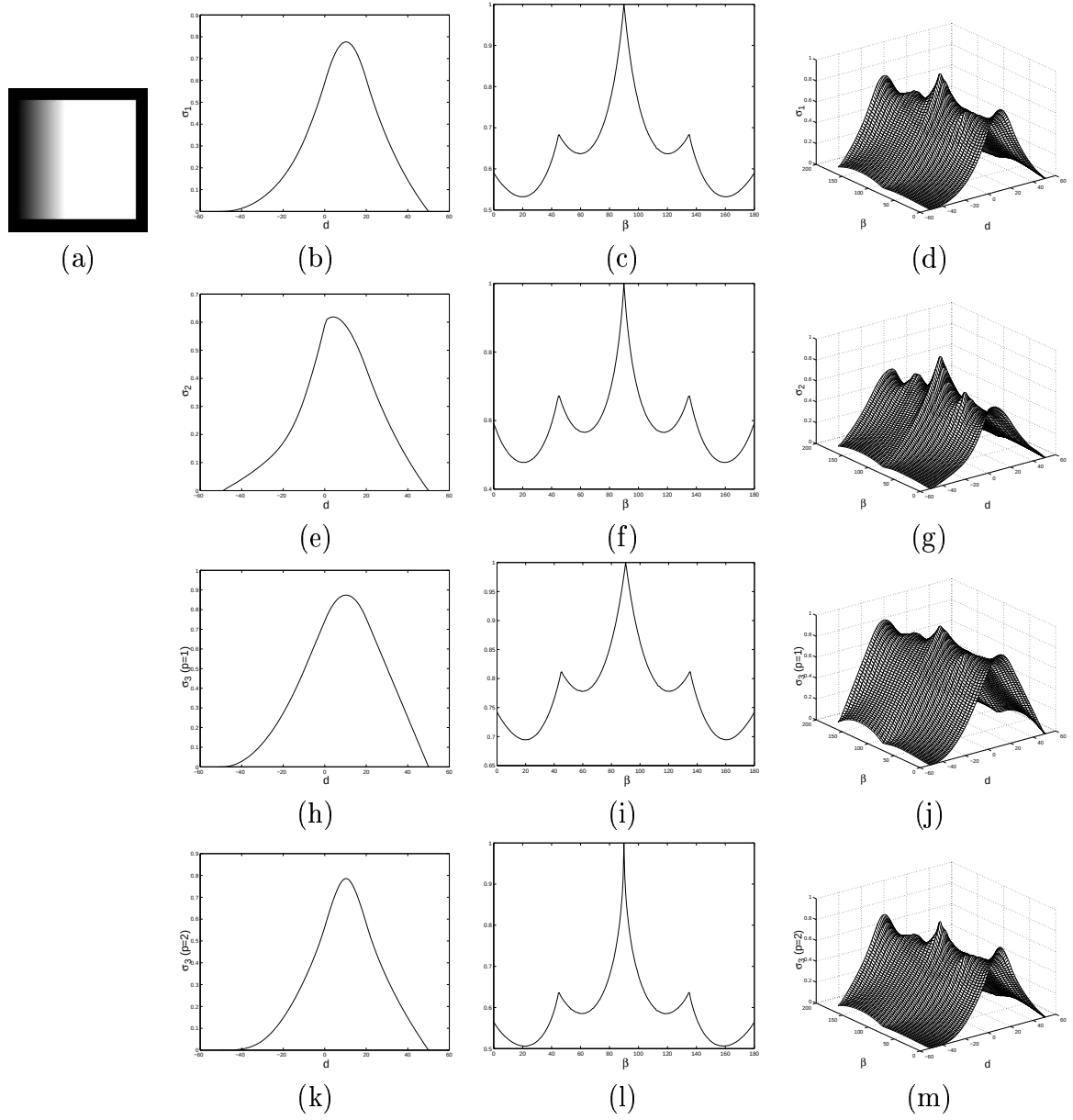


FIG. 2.3 – Mesures de symétrie pour un ensemble flou 2D A . (b) $\sigma_{1,A}$ pour $\beta = 0$. (c) $\sigma_{1,A}$ pour $d = 0$. (d) $\sigma_{2,A}$. (e) $\sigma_{2,A}$ pour $\beta = 0$. (f) $\sigma_{2,A}$ pour $d = 0$. (g) $\sigma_{2,A}$. (h) $\sigma_{3,A}(p=1)$ pour $\beta = 0$. (i) $\sigma_{3,A}(p=1)$ pour $d = 0$. (j) $\sigma_{3,A}(p=1)$. (k) $\sigma_{3,A}(p=2)$ pour $\beta = 0$. (l) $\sigma_{3,A}(p=2)$ pour $d = 0$. (m) $\sigma_{3,A}(p=2)$.

2.2 Mesures de symétrie pour les images 3D à niveaux de gris

Après avoir étudié dans la partie précédente les mesures de symétrie pour des objets flous, cette partie traite du cas plus classique des images à niveaux de gris. Nous cherchons à définir le degré de symétrie d'une image f par rapport à un plan donné Π . Pour ce faire, on compare f et $e_\Pi(f)$. Une mesure de symétrie σ_f peut donc être définie comme une mesure de similarité entre l'image originale et l'image réfléchie :

$$\sigma_f(\Pi) = S(f, e_\Pi(f)), \quad (2.16)$$

où S est une mesure de similarité entre images. À nouveau, la construction d'une mesure de symétrie nécessite le choix d'une mesure de similarité.

2.2.1 Notations

$\mathcal{S}$ est l'espace sur lequel les images sont définies (généralement une partie finie de $\mathbb{Z}^3$). $|\mathcal{S}|$ est son cardinal.

f et g sont des images à niveaux de gris, c'est-à-dire des fonctions de $\mathcal{S}$ dans $\mathbb{N}$.

Les notations $\Pi_{u,d}$ et $e_{u,d}$ ont la même signification qu'à la section 2.1.1.

2.2.2 Mesures de similarité entre images

De très nombreuses mesures de similarité existent pour les images à niveaux de gris. En particulier, un grand nombre d'entre elles est issu du domaine du recalage (à ce sujet, on pourra consulter la section 2.3 de [Roche, 2001] ou encore [Maintz et Viergever, 1998]). Nous établissons ici une distinction habituelle dans le domaine du recalage entre les mesures appropriées au recalage monomodal (deux images d'une même modalité) et celles appropriées au recalage multimodal (deux images de modalités différentes). Cette distinction est utile car, comme nous le verrons à la section 2.3.1, la recherche de symétries peut être vue comme un problème de recalage monomodal. Notons enfin que certaines des mesures présentées ici peuvent être à la fois appliquées aux images d'intensité et à des images de caractéristiques (gradient, carte de contours ...).

Lorsque les images sont de la même modalité, deux pixels en correspondance devraient avoir des intensités comparables, à un changement de contraste près. Les mesures suivantes sont donc adaptées à ce problème.

Mesures dérivées de la distance l_p

On introduit la distance l_p entre deux images f et g :

$$\|f - g\|_p = \left(\sum_{x \in \mathcal{S}} |f(x) - g(x)|^p \right)^{\frac{1}{p}} \quad (2.17)$$

Les mesures de similarité dérivées sont de la forme :

$$S(f, g) = 1 - \frac{\|f - g\|_p}{K} \quad (2.18)$$

où K est un coefficient de normalisation.

Corrélation

Une autre mesure très largement utilisée est la corrélation standard :

$$f \star g(0) = \sum_{x \in \mathcal{S}} f(x)g(x) \quad (2.19)$$

Cette mesure est équivalente à la distance l_2 , en dehors du fait qu'elle est robuste aux troncatures d'image. Cependant, si ce problème de troncature est géré correctement lors de l'implantation, elles ont alors les mêmes propriétés. Cette mesure, comme la précédente, est généralement utilisée lorsque l'on a une conservation de l'intensité entre les images, par exemple si elles sont dérivées de la même image [Roche, 2001].

Coefficient de corrélation

Ce coefficient est une corrélation entre des images normalisées $\tilde{f}(x) = (f(x) - \bar{f})/\sigma(f)$ où $\bar{f}$ est la moyenne et $\sigma(f)$ l'écart type [Brown, 1992].

$$CC(f, g) = \sum_{x \in \mathcal{S}} \tilde{f}(x)\tilde{g}(x) = \sum_{x \in \mathcal{S}} \frac{(f(x) - \bar{f})(g(x) - \bar{g})}{\sigma(f)\sigma(g)} \quad (2.20)$$

Elle est invariante par transformation affine de l'intensité ce qui la rend plus robuste au changement de contraste. Il s'agit probablement d'une des mesures les plus adéquates au recalage monomodal.

Changements de signe

Citons enfin la mesure introduite par [Venot et al., 1984] qui caractérise la dissimilarité entre deux images comme le nombre de changements de signe dans l'image de différence. Cette mesure a la particularité de ne pas être directement dérivée de l'intensité.

Mesures pour le recalage multimodalités

Lorsqu'on est en présence d'images de modalités différentes, on ne peut plus supposer une relation affine entre les intensités. C'est pourquoi des mesures plus élaborées ont été développées. Citons notamment les mesures fondées sur les histogrammes conjoints telles que l'information mutuelle [Wells et al., 1997 ; Maes et al., 1997], le critère de Woods [Woods et al., 1993], le rapport de corrélation [Roche et al., 1998].

2.2.3 Mesures de symétrie existantes

Parmi les mesures décrites précédemment, certaines ont déjà été utilisées pour détecter des symétries. [O'Mara et Owens, 1996] utilisent une différence d'intensité entre les pixels, ce qui revient à une distance l_1 normalisée. La corrélation a été largement utilisée, notamment par [Ardekani et al., 1997] sur des images d'intensité et par [Liu et al., 2001] sur des images de contours. Citons également l'utilisation par [Mino-shima et al., 1992] du changement de signe stochastique décrit par [Venot et al., 1984]. Enfin [Prima et al., 2002] utilisent les moindres carrés tamisés (LTS *least trimmed squares*). Cette approche est *a priori* très robuste lorsqu'appliquée à la recherche du meilleur plan de symétrie, puisqu'elle est fondée sur un tri des erreurs et l'élimination des points aberrants. Cependant, il ne s'agit pas d'une mesure globale de symétrie.

Les images à comparer, l'image originale et l'image réfléchie, sont de même modalité. Il n'est donc pas surprenant que les mesures utilisées correspondent à celles employées en recalage monomodal. Elles sont issues de la même acquisition ce qui laisse supposer une conservation de l'intensité pour des points en correspondance (cela pourrait cependant être mis en cause pour des images dont l'intensité n'est pas uniforme).

2.2.4 Mesure choisie

Nous avons utilisé les mesures de similarité suivantes, qui, comme dit précédemment, sont équivalentes si l'on gère correctement les problèmes de troncature d'image. La première est une mesure de similarité dérivée de la distance l_2 :

$$S_1(f, g) = 1 - \frac{\|f - g\|_2^2}{(\sum_{x \in \mathcal{S}} f(x)^2 + g(x)^2)} = 1 - \frac{\|f - g\|_2^2}{\|f\|_2^2 + \|g\|_2^2} \quad (2.21)$$

La seconde est une corrélation normalisée :

$$S_2(f, g) = \frac{f \star g(0)}{\|f\|_2^2} \quad (2.22)$$

Les normalisations utilisées ici permettent de vérifier les propriétés **(P1)-(P5)** déjà énoncées pour les ensembles flous.

La mesure de symétrie correspondante s'écrit :

$$\sigma_f(\Pi) = 1 - \frac{\|f - e_\Pi(f)\|_2^2}{\|f\|_2^2 + \|e_\Pi(f)\|_2^2} = 1 - \frac{\|f - e_\Pi(f)\|_2^2}{2\|f\|_2^2} = \frac{f \star e_\Pi(f)(0)}{\|f\|_2^2} \quad (2.23)$$

La figure 2.4 présente le comportement de cette mesure de symétrie sur quelques exemples. On peut voir qu'à chaque fois le maximum de la mesure de symétrie correspond à l'axe tracé sur l'image. Cet axe, trouvé par l'algorithme de la section 2.3.2, semble bien être le meilleur axe de symétrie.

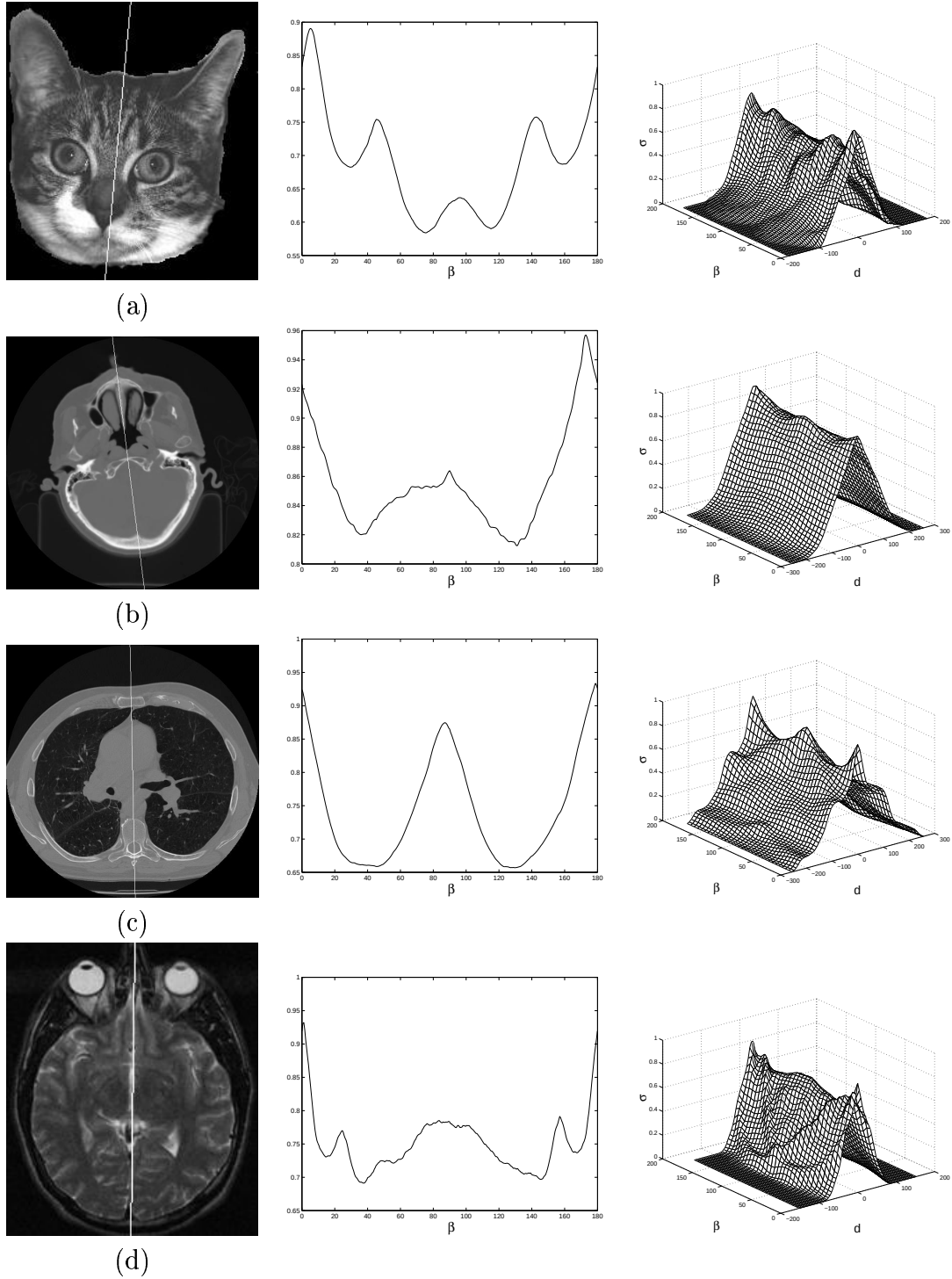


FIG. 2.4 – Axes de symétrie trouvés par l'algorithme de la section 2.3.2 et mesures de symétries pour des images 2D à niveaux de gris. Pour chaque image, on donne l'axe de symétrie principal puis l'allure de la fonction σ_f pour d fixé à 0 et β variant puis à la fois d et β variant. Les images représentent : (a) un chat qui louche un peu. (b) Une coupe d'un cerveau acquis en CT. (c) Une coupe d'un thorax acquis en CT. (d) Une coupe d'un cerveau acquis par IRM pondérée en T2.

2.3 Recherche du plan de symétrie principal

Dans cette partie, nous nous intéressons au cas particulier d'un objet ou d'une image ayant un plan de symétrie approximatif principal. Les mesures de symétrie présentées précédemment peuvent être utilisées pour trouver ce plan. Rechercher ce plan revient à chercher le maximum de la mesure de symétrie pour tous les plans possibles, c'est-à-dire le maximum de $\sigma_A(\alpha, \beta, d)$ pour un objet flou ou de $\sigma_f(\alpha, \beta, d)$ pour une image. Dans la suite on utilisera la notation f pour une image à niveaux de gris mais tout serait également valable pour un objet flou. Par ailleurs, le calcul de toutes les valeurs de $\sigma_f(\alpha, \beta, d)$ pour un pas suffisamment petit de α , β et d (comme à la section 2.1.6) est faisable en 2D mais très coûteux en 3D. Nous donnons deux formulations de ce problème : l'un en termes de recalage, l'autre en termes de maximisation d'une fonction dans un espace de paramètres. Ces deux approches sont en fait équivalentes.

2.3.1 La recherche du plan de symétrie vue comme un problème de recalage

Nous montrons ici que la recherche du plan de symétrie d'une image 3D peut être vue comme un problème de recalage rigide contraint entre f et sa réflexion par rapport à un plan donné.

Notons $r_{\mathbf{u}, \alpha}$ la rotation de $\mathbb{R}^3$ par rapport à l'axe dirigé par le vecteur $\mathbf{u}$ d'angle α (dans le sens trigonométrique). Soient deux vecteurs $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$ de la sphère unité S^2 et $\alpha(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2)$ l'angle entre ces deux vecteurs dans $[0, \pi]$. Alors la composition de deux réflexions est une rotation de la forme suivante [Tuzikov et Sheynin, 2002] :

$$e_{\mathbf{u}_2, 0} e_{\mathbf{u}_1, 0} = r_{\mathbf{u}, 2\alpha(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2)}, \quad (2.24)$$

où $\mathbf{u} = \frac{\mathbf{u}_1 \times \mathbf{u}_2}{\|\mathbf{u}_1 \times \mathbf{u}_2\|}$ and $\mathbf{u}_1 \times \mathbf{u}_2$ est le produit vectoriel des vecteurs $\mathbf{u}_1$ et $\mathbf{u}_2$ (voir figure 2.5).

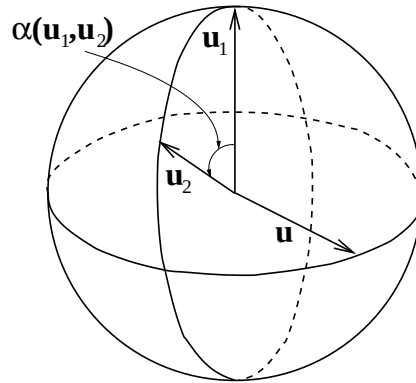


FIG. 2.5 – Les vecteurs $\mathbf{u}, \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$ et l'angle $\alpha(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2)$ de la formule (2.24).

En composant à droite par $e_{\mathbf{u}_1, 0}$, on obtient

$$e_{\mathbf{u}_2, 0} = r_{\mathbf{u}, 2\alpha(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2)} e_{\mathbf{u}_1, 0}$$

Or $e_{\mathbf{u}_2, d} = e_{\mathbf{u}_2, 0} + 2d\mathbf{u}_2$ donc :

$$e_{\mathbf{u}_2, d} = r_{\mathbf{u}, 2\alpha(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2)} e_{\mathbf{u}_1, 0} + 2d\mathbf{u}_2.$$

Choisissons par exemple $u_1 = (0, 0, 1)$ et notons f' la réflexion de f par rapport au plan (xy) , c'est-à-dire $f' = e_{u_1, 0}(f)$. Soit S^1 le grand cercle de S^2 orthogonal à u_1 (i.e. l'équateur). On a $\mathbf{u}_1 \times \mathbf{u}_2 \in S^1$. On appelle *rotations admissibles* les rotations par rapport à des axes passant par l'équateur. La réflexion $e_{\mathbf{u}_2, d}$ de f est donc égale à une rotation admissible de f' suivie par une translation de vecteur $2d\mathbf{u}_2$. Par ailleurs, on peut montrer que toute rotation admissible suivie d'une translation dans une direction particulière (définie par l'axe et l'angle de rotation) est une réflexion [Tuzikov et Sheynin, 2002].

Faire varier $\mathbf{u}_2$ dans S^2 est équivalent à faire varier $\mathbf{u}$ dans S^1 et α dans $[0, \pi]$. Le problème de la recherche du plan de symétrie revient donc à rechercher :

$$\max_{\mathbf{u} \in S^1, \alpha \in [0, \pi], d \in \mathbb{R}^+} S\left(f, r_{\mathbf{u}, \alpha}(f') + d(r_{\mathbf{u}, \alpha/2}\mathbf{u}_1)\right). \quad (2.25)$$

On cherche donc un recalage rigide entre f et f' limité à une rotation admissible et une translation. Supposons que le maximum dans l'équation 2.25 soit atteint pour $(\mathbf{u}^*, \alpha^*, d^*)$. Alors le plan de symétrie correspondant est orthogonal à $\mathbf{u}_2 = r_{\mathbf{u}^*, \alpha^*/2}\mathbf{u}_1$ et passe à la distance d^* de l'origine. Une idée similaire est utilisée en 2D par [Liu et al., 2001].

2.3.2 La recherche du plan de symétrie vue comme un problème d'optimisation

Nous avons préféré implanter directement la maximisation suivante (la figure 2.6 présente un résumé de la méthode) :

$$\max_{\alpha \in]-\pi/2, \pi/2], \beta \in [0, \pi], d \in \mathbb{R}} \sigma_f(\alpha, \beta, d) \quad (2.26)$$

La recherche du plan de symétrie s'exprime donc comme un problème d'optimisation dans l'espace de paramètres $]-\pi/2, \pi/2] \times [0, \pi] \times \mathbb{R}$.

La procédure d'optimisation a besoin d'une initialisation. Nous proposons d'utiliser les axes d'inertie pour définir de possibles plans initiaux (ils ont déjà été utilisés par [O'Mara et Owens, 1996] pour définir le plan de symétrie lui-même). En effet, si un objet 3D possède un plan de symétrie exact, alors ce plan passe par le centre de gravité et est orthogonal à l'un des axes d'inertie. Les directions des axes d'inertie sont définies par les vecteurs propres de la matrice de covariance :

$$\begin{pmatrix} m_{200} & m_{110} & m_{101} \\ m_{110} & m_{020} & m_{011} \\ m_{101} & m_{011} & m_{002} \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

m_{pqr} désigne ici le moment géométrique d'ordre $p + q + r$

$$m_{pqr}(f) = \sum_S f(x, y, z)(x - x_c)^p (y - y_c)^q (z - z_c)^r, \quad (2.28)$$

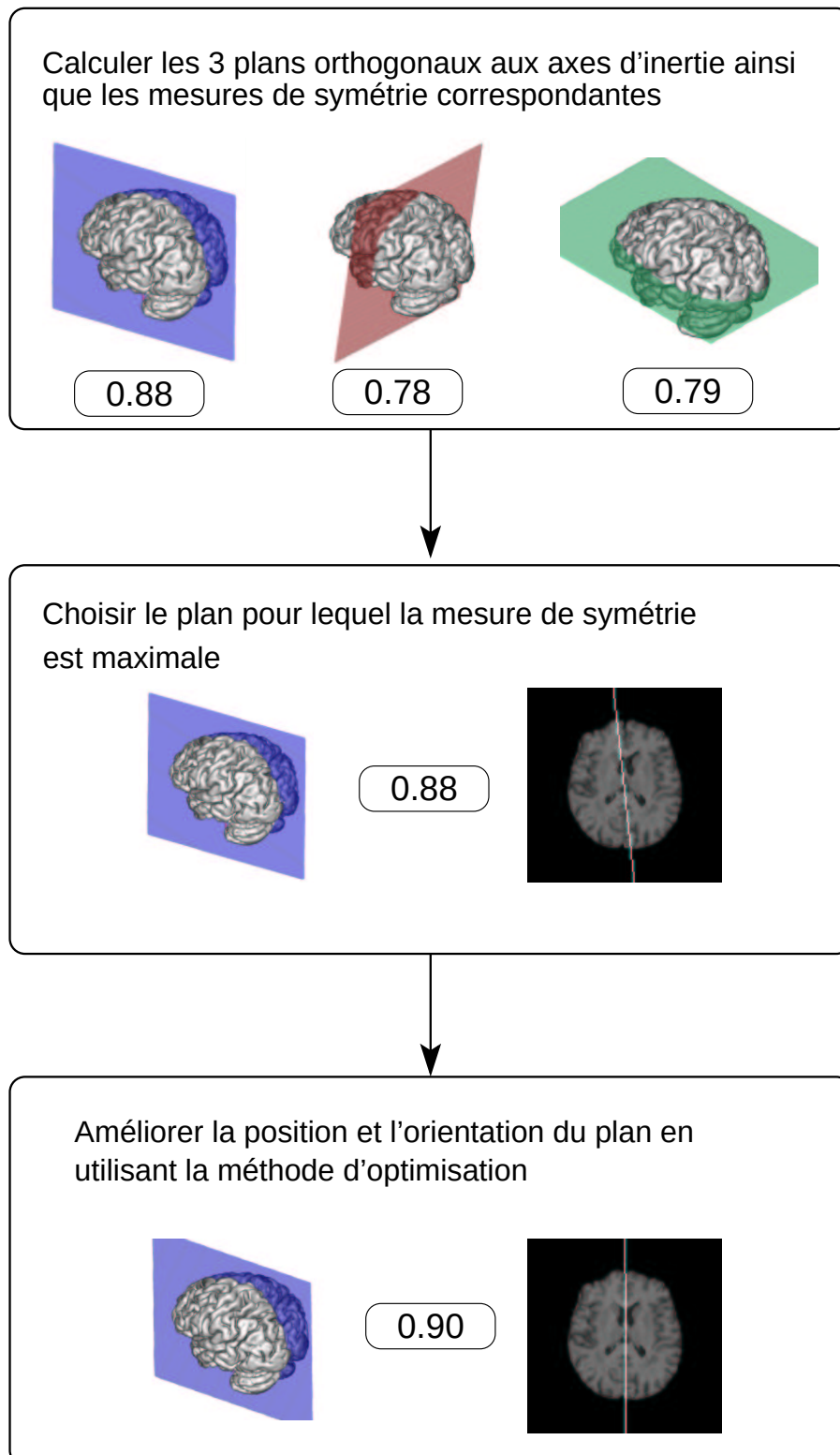


FIG. 2.6 – Résumé de l'algorithme de recherche du plan de symétrie. L'image est un cerveau segmenté à partir d'une IRM. Nous en présentons des vues 3D ainsi qu'une coupe axiale.

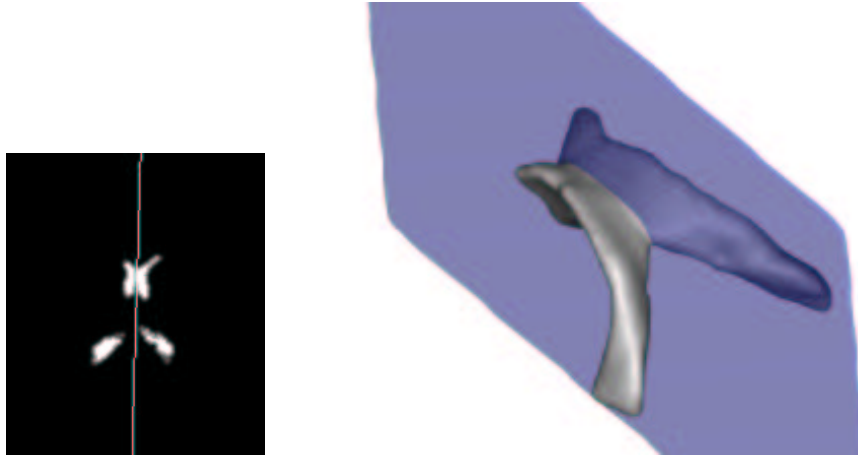


FIG. 2.7 – Plan de symétrie obtenu par l'algorithme de la section 2.3.2 pour un objet flou. A gauche, une coupe de cet objet. A droite, un rendu 3D de l' α -coupe de niveau 0.5

et $\mathbf{c} = (x_c, y_c, z_c)$ le centre de gravité de l'objet. Notons $\mathbf{u}_1$, $\mathbf{u}_2$ et $\mathbf{u}_3$ les vecteurs propres de la matrice de covariance (c'est-à-dire les vecteurs directeurs des axes d'inertie). On considère alors les trois plans orthogonaux aux axes d'inertie et passant par le centre de gravité : $\Pi_1 = \Pi_{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{c}}$, $\Pi_2 = \Pi_{\mathbf{u}_2, \mathbf{u}_2 \cdot \mathbf{c}}$ et $\Pi_3 = \Pi_{\mathbf{u}_3, \mathbf{u}_3 \cdot \mathbf{c}}$. On choisit comme plan initial celui qui maximise la mesure de symétrie, c'est-à-dire Π_i tel que $\sigma_f(\Pi_i) = \max(\sigma_f(\Pi_1), \sigma_f(\Pi_2), \sigma_f(\Pi_3))$. Tout cela n'est possible que lorsque les vecteurs propres sont différents. Sinon, l'ellipsoïde d'inertie est un ellipsoïde de révolution.

Le plan initial obtenu ne correspond pas au maximum global de la mesure de symétrie. Il faut donc améliorer la position et l'orientation de ce plan par une technique d'optimisation. Nous avons utilisé la méthode du *downhill simplex* [Press et al., 1992] déjà utilisée par [Ardekani et al., 1997] mais avec une initialisation différente. Elle ne nécessite pas le calcul du gradient de la fonction à optimiser. Elle peut être précise et robuste mais nécessite une bonne initialisation [Bernon et al., 2001]. Cependant, il s'agit d'une méthode d'optimisation locale et il n'y a pas de garantie de trouver le maximum global. Cette méthode a besoin comme point de départ d'un simplexe de l'espace paramétrique, c'est-à-dire dans notre cas d'un tétraèdre, puisque notre espace a trois dimensions. Nous avons choisi de placer notre point initial en un sommet du tétraèdre et de calculer les trois autres points en ne modifiant qu'un paramètre à la fois. Dans la section 2.4.6, nous étudions l'influence des paramètres sur la procédure d'optimisation dans le cas particulier de la recherche du plan de symétrie du cerveau dans des IRM.

La figure 2.7 montre un résultat obtenu pour un objet flou. Le temps nécessaire au calcul du plan de symétrie de cet objet (de taille 128x128x64) avec un ordinateur Pentium III 1Ghz est d'environ 25 secondes pour achever une précision de 10^{-3} pour la mesure de symétrie. La figure 2.4 montre quelques résultats obtenus pour des images 2D. Enfin, nous montrerons à la section suivante des résultats obtenus pour des IRM.

2.4 Localisation du plan inter-hémisphérique sur des IRM

Le plan inter-hémisphérique (ou plan médian sagittal) est le plan qui sépare les deux hémisphères cérébraux. Le lieu de séparation de ces hémisphères n'est pas exactement un plan, on parle d'ailleurs de fissure inter-hémisphérique, mais il peut être considéré comme tel. La détection automatique de ce plan dans des images cérébrales a déjà suscité un certain nombre de travaux pour différentes modalités (IRM, CT, TEP, SPECT). Cette détection peut notamment être utilisée pour réorienter les images (par exemple pour les aligner ensuite dans le repère de Talairach [Liu et al., 2001]). Elle peut également constituer une première étape de recalage interindividuel [Ardekani et al., 1997] ou encore servir à l'étude des dissymétries du cerveau [Thirion et al., 2000]. Bien que de nombreuses asymétries existent, le cerveau possède un plan de symétrie. Ce plan peut être considéré comme une approximation du plan inter-hémisphérique.

Dans cette partie, la méthode présentée à la section 2.3.2 est appliquée à la détection du plan de symétrie du cerveau dans des IRM. Après avoir rappelé brièvement les autres méthodes existantes, nous montrons que le plan initial calculé à partir des axes d'inertie se trouve dans le voisinage du maximum global (section 2.4.2). Nous évaluons ensuite la méthode sur des images synthétiques (section 2.4.3) et réelles (section 2.4.4). Enfin, nous étudions l'influence des paramètres de la procédure d'optimisation sur le résultat (section 2.4.6).

2.4.1 Méthodes existantes

[Prima et al., 2002 ; Prima, 2001] et [Liu et al., 2001] distinguent deux grandes classes de méthodes : celles qui cherchent le plan correspondant le mieux à la fissure inter-hémisphérique et celles qui cherchent le plan de symétrie du cerveau. Notre méthode se classe parmi les secondes. La méthode présentée dans [Liu et al., 2001] cherche pour chaque coupe 2D un axe de symétrie en utilisant la corrélation comme mesure de symétrie. Les coupes sont prétraitées : lissage, sous-échantillonnage et détection de contours. Le plan de symétrie est ensuite estimé à partir de l'ensemble des axes de symétrie trouvés. Les auteurs ont comparé leurs travaux avec une méthode utilisant un recalage par maximisation de l'information mutuelle : leur algorithme est plus robuste au bruit et au biais. La corrélation est également utilisée dans [Ardekani et al., 1997] mais cette fois sur l'image d'intensité. Des prétraitements sont également appliqués : lissage et réduction de la taille. Les auteurs utilisent également le *down-hill simplex* comme méthode d'optimisation, l'initialisation nécessitant le calcul d'un certain nombre de plans d'orientations également réparties. [Thirion et al., 2000] utilisent un recalage non rigide entre l'image originale et l'image réfléchi par un plan quelconque. Les auteurs proposent également une méthode pour estimer le champ de dissimilarité 3D et l'appliquent à l'étude des dissymétries dans le cerveau. Enfin, un algorithme plus sophistiqué est proposé dans [Prima et al., 2002 ; Prima, 2001]. Il comporte deux étapes et suppose qu'une position initiale du plan est déjà connue (on peut par exemple choisir le plan médian de l'image ou encore calculer un plan à partir

des axes d'inertie). Tout d'abord, une correspondance point à point est établie entre les deux hémisphères. Cela est fait grâce à une comparaison bloc à bloc utilisant le coefficient de corrélation comme similarité. Ensuite, cette correspondance est utilisée pour trouver la nouvelle position du plan en minimisant le critère des moindres carrés tamisés qui permet l'élimination des points aberrants. Cette méthode semble précise et robuste et a l'avantage de pouvoir traiter des images présentant une forte asymétrie.

La méthode que nous proposons est fondée sur la maximisation de la mesure de symétrie σ_f présentée à la section 2.2 en utilisant l'algorithme de la section 2.3.2. La méthode ayant été complètement décrite, le reste de cette partie est consacré à une évaluation des résultats obtenus.

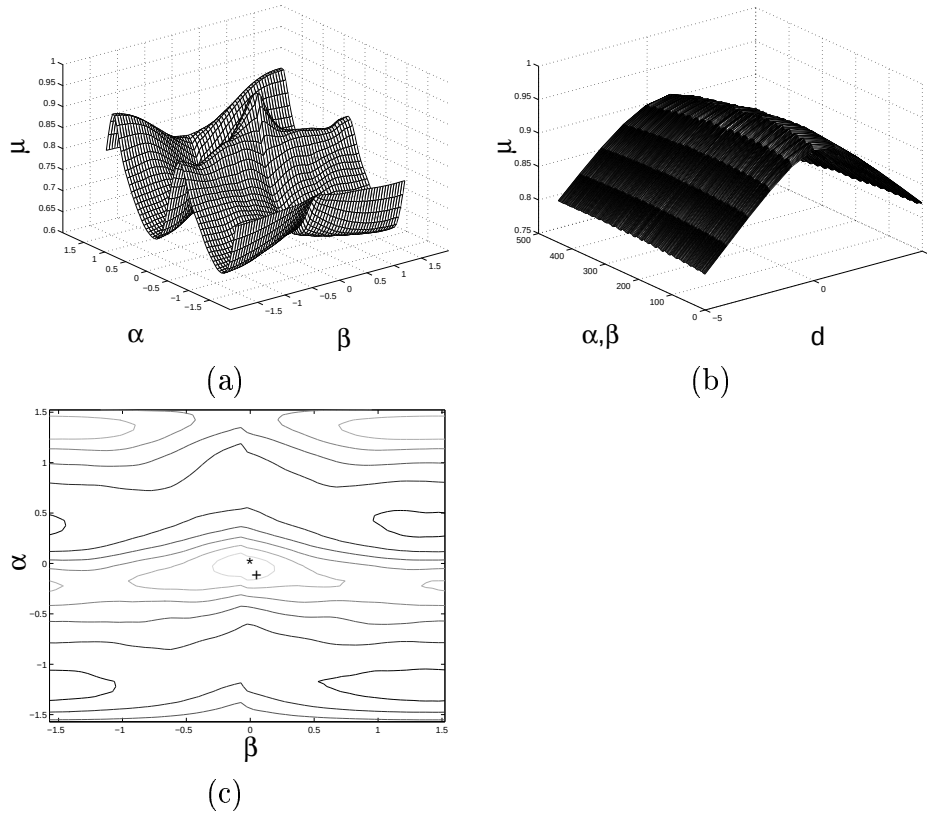


FIG. 2.8 – Les graphes de la fonction $\sigma_f(\alpha, \beta, d)$ pour différentes valeurs de α , β et d pour l'image présentée à la figure 2.10(c-d) : (a) les plans passent tous par le centre de gravité et $\alpha, \beta \in [-\pi/2, \pi/2[$ avec un pas de 0.05 radians ; (b) les plans passent dans un voisinage de 5 voxels du centre de gravité et $\alpha, \beta \in [-0.05, 0.05]$ avec un pas de 0.005 radians, i.e. dans notre cas α et β couvrent un voisinage du maximum global ; pour la visualisation, les couples (α, β) sont montrés sur l'un des axes ; (c) lignes de niveaux du graphe de la figure (a). Les symboles + et * indiquent respectivement la position initiale et la position finale du plan de symétrie trouvées par notre algorithme.

2.4.2 Évaluation de l'initialisation

Dans cette partie, nous évaluons la qualité de l'initialisation calculée à partir des axes d'inertie. La figure 2.8 présente l'allure de $\sigma_f(\alpha, \beta, d)$ pour différentes valeurs de α , β et d pour une IRM pondérée en T1 d'un cerveau sain avec l'origine du repère au centre de gravité (en revanche les axes du repère ne correspondent pas aux axes d'inertie, le nouveau repère étant simplement une translation de l'ancien). Les valeurs de σ_f sont calculées sur la figure 2.8(a) pour $\alpha, \beta \in [-\pi/2, \pi/2[$ avec un pas de 0.05. Nous avons tracé ces graphes pour 5 images et leurs formes sont similaires : la fonction possède un maximum global dans le voisinage de l'initialisation. Cela peut être vérifié sur la figure 2.8(c). Enfin, la figure 2.8(b) donne l'allure de σ_f pour $\alpha, \beta \in [-0.050, 0.05]$ et dans le voisinage du centre de gravité $d \in [d_c - 5, d_c + 5]$. Sur ces exemples, l'initialisation proposée à partir des axes d'inertie appartient au voisinage du maximum global et la méthode d'optimisation devrait donc être capable de trouver ce maximum.

2.4.3 Évaluation sur des images synthétiques

Nous avons testé notre méthode sur la base de données d'IRM simulées BrainWeb du McConnell Brain Imaging Center de l'Université McGill à Montréal ⁸[Collins et al., 1998 ; Kwan et al., 1996; 1999 ; Cocosco et al., 1997]. Nous avons utilisé dans la base des cerveaux sains, 54 images de chaque modalité T1, T2 et ρ (densité de proton), avec 3 épaisseurs de coupe (1, 3 et 5 mm), 6 niveaux de bruit (0%, 1%, 3%, 5%, 7%, 9%) et 3 niveaux d'hétérogénéité de l'intensité. Par ailleurs, les images de cette base sont déjà alignées et le plan médian coïncide avec le plan (yz).

Pour toutes ces images, le plan de symétrie trouvé coïncide avec le plan (yz). Si l'on fait la supposition que le plan de symétrie et le plan inter-hémisphérique coïncident, alors notre algorithme a repéré correctement le plan de symétrie. L'écart absolu maximal $e_{max}(|\alpha|)$ est de 0.42° , l'écart absolu moyen $e_{moy}(|\alpha|) = 0.16^\circ$ et l'écart-type $\sigma(|\alpha|) = 0.13^\circ$. Les valeurs correspondantes pour β sont $e_{max}(|\beta|) = 0.58^\circ$, $e_{moy}(|\beta|) = 0.16^\circ$ et $\sigma(|\beta|) = 0.08^\circ$. La méthode semble donc stable vis-à-vis du bruit, de l'hétérogénéité et de l'épaisseur des coupes. La figure 2.9 montre un exemple du plan de symétrie trouvé pour les images T1-1-3-20, T2-1-7-40 et ρ -3-1-0. La première partie de la notation désigne la modalité, la seconde l'épaisseur de coupe, la troisième le niveau de bruit et la quatrième le degré de l'hétérogénéité de l'intensité.

2.4.4 Évaluation sur des images réelles

La méthode a également été testée sur 24 images de cerveau sain en T1. Pour toutes ces images, les résultats sont visuellement bons (voir les figures 2.10 et 2.11). La méthode a été appliquée directement sur les images originales (sans prétraitement ni segmentation). Pour 5 images, nous avons comparé la position du plan de symétrie obtenu pour l'image originale et celle obtenue lorsque le cerveau est segmenté. La segmentation du cerveau est réalisée par un algorithme de morphologie mathématique 3D proposé par [Mangin et al., 1995]. Les résultats obtenus sont très similaires. La moyenne et

⁸<http://www.bic.mni.mcgill.ca/brainweb/>

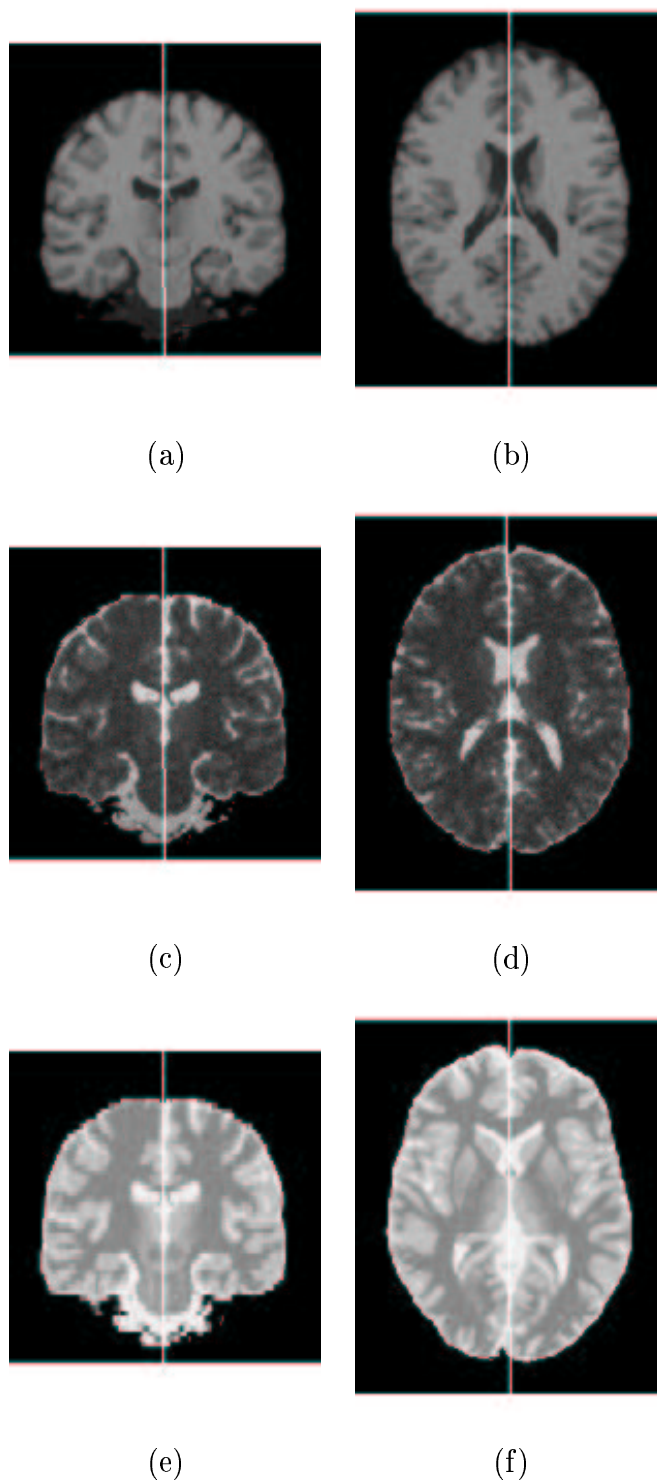


FIG. 2.9 – Les plans de symétrie trouvés pour des IRM simulées de la base de données BrainWeb (coupes coronales et axiales) : (a),(b) image T1-1-3-20; (c),(d) image T2-1-7-40; (e),(f) image ρ -3-1-0.

l'écart-type des différences obtenues pour α et β sont respectivement $e_{moy}(|\alpha_1 - \alpha_2|) = 0.5^\circ$, $\sigma(|\alpha_1 - \alpha_2|) = 0.39^\circ$ et $e_{moy}(|\beta_1 - \beta_2|) = 0.76^\circ$, $\sigma(|\beta_1 - \beta_2|) = 0.73^\circ$ (l'indice 1 correspond aux images originales et l'indice 2 aux images avec le cerveau segmenté). Par ailleurs, pour 6 images, nous avons comparé les résultats obtenus pour le cerveau segmenté en niveaux de gris et pour l'objet binaire correspondant. Encore une fois, les résultats obtenus sont très similaires : $e_{moy}(|\alpha_2 - \alpha_3|) = 0.59^\circ$, $\sigma(|\alpha_2 - \alpha_3|) = 0.46^\circ$ et $e_{moy}(|\beta_2 - \beta_3|) = 0.61^\circ$, $\sigma(|\beta_2 - \beta_3|) = 0.58^\circ$ (l'indice 3 correspond au masque binaire du cerveau). La forme du cerveau semble donc suffire à déterminer le plan de symétrie avec précision. Nous suggérons d'utiliser l'algorithme sur l'image originale pour l'application en routine. Cependant, on peut utiliser un masque binaire dans le cas d'images présentant une pathologie fortement asymétrique.

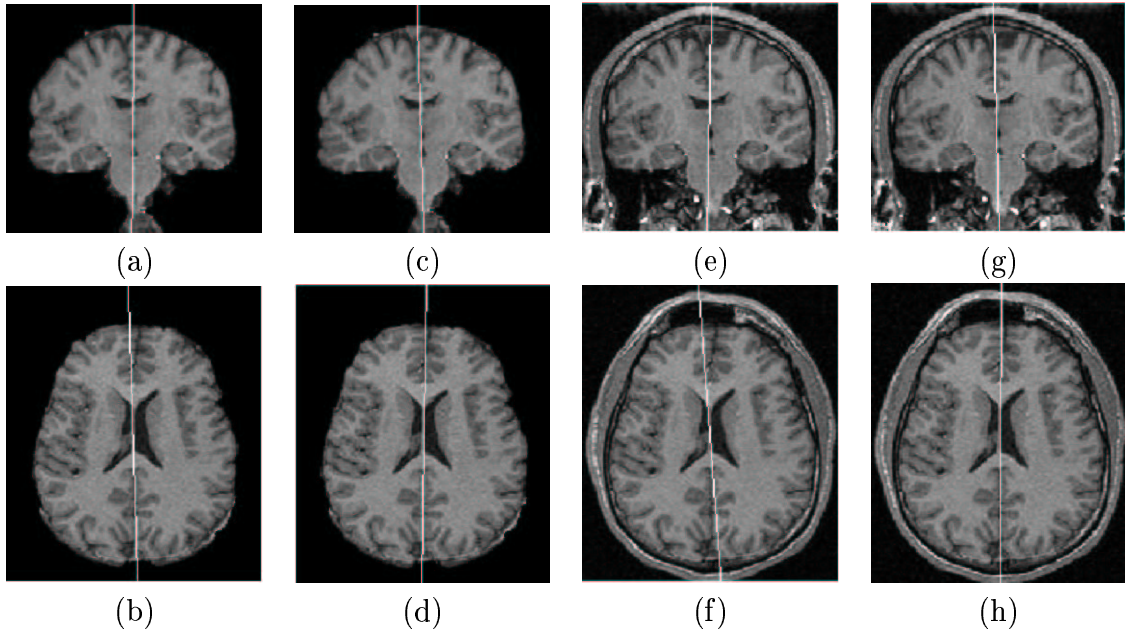


FIG. 2.10 – Comparaison des plans de symétries trouvés pour des cerveaux segmentés ou non : (a),(b) cerveau segmenté : plan initial calculé à partir de l'ellipsoïde d'inertie ; (c),(d) cerveau segmenté : plan trouvé par l'algorithme ; (e),(f) cerveau non segmenté : plan initial calculé à partir de l'ellipsoïde d'inertie ; (g),(h) cerveau non segmenté : plan trouvé par l'algorithme. (Images provenant du CHU La Pitié-Salpêtrière)

2.4.5 Evaluation sur des IRM de cerveaux pathologiques et sur des images d'autres modalités

Enfin, nous avons testé notre procédure sur 7 IRM de cerveaux présentant différentes sortes de pathologies. Les résultats obtenus sont visuellement satisfaisants et 4 d'entre eux sont présentés à la figure 2.12. Cependant, le résultat de la première image (2.12(a)) a été obtenu avec une initialisation manuelle, l'initialisation automatique ayant échoué. Une étude plus approfondie de la robustesse de l'algorithme vis-à-vis des pathologies devrait inclure la simulation de lésions de tailles croissantes. Cependant, il est d'ores et

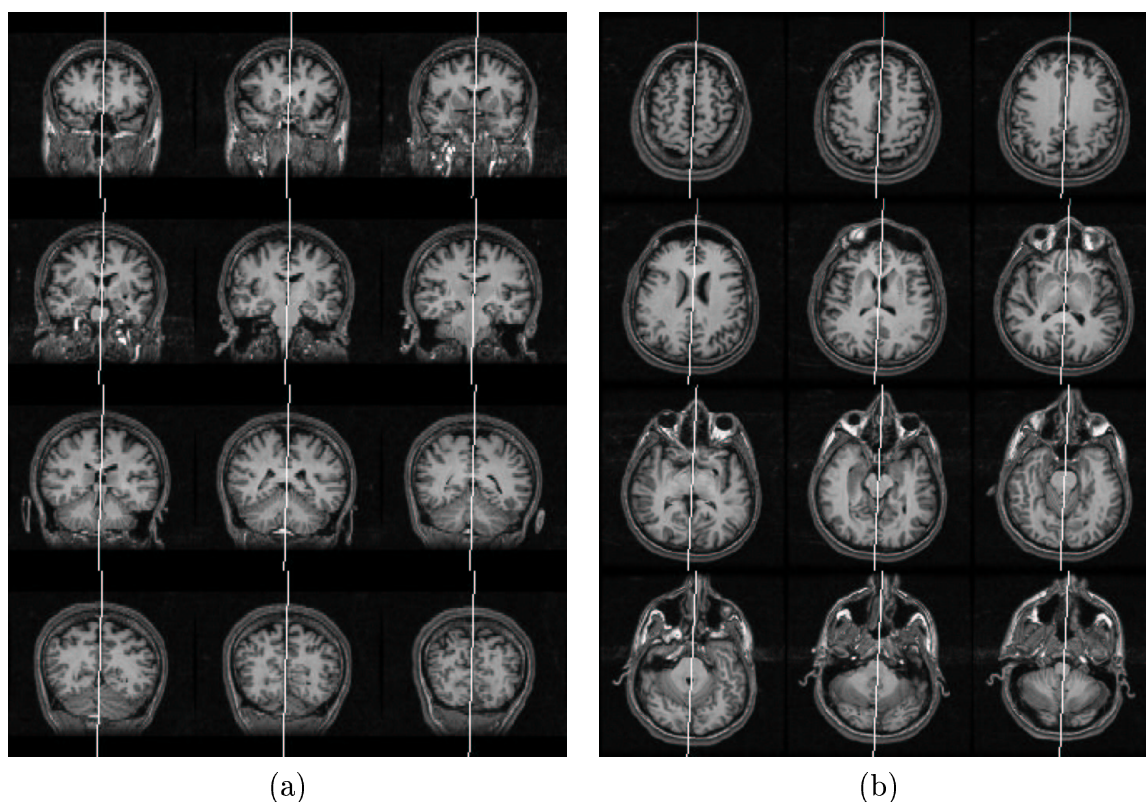


FIG. 2.11 – Coupes axiales et coronales présentant le plan de symétrie trouvé pour une image non segmentée (Images provenant du CHU La Pitié-Salpêtrière).

déjà probable que le résultat sera correct tant que le plan inter-hémisphérique coïncidera avec le meilleur plan de symétrie (défini comme le maximum de la mesure de symétrie). À partir du moment où la lésion sera suffisamment asymétrique pour que cela ne soit plus le cas, l'algorithme échouera probablement. La méthode proposée par [Prima et al., 2002] se comporterait probablement mieux. Cependant, dans tous les cas où seul l'intérieur du cerveau est affecté par la pathologie, il est certainement possible de segmenter le cerveau. On doit alors trouver un résultat correct en utilisant la méthode avec un masque binaire du cerveau (puisque les résultats obtenus avec l'image originale ou un masque binaire sont très similaires). Nous avons également testé notre algorithme sur des images d'autres modalités avec des résultats satisfaisants. La figure 2.13 présente les résultats obtenus sur une image CT et 4 images SPECT.

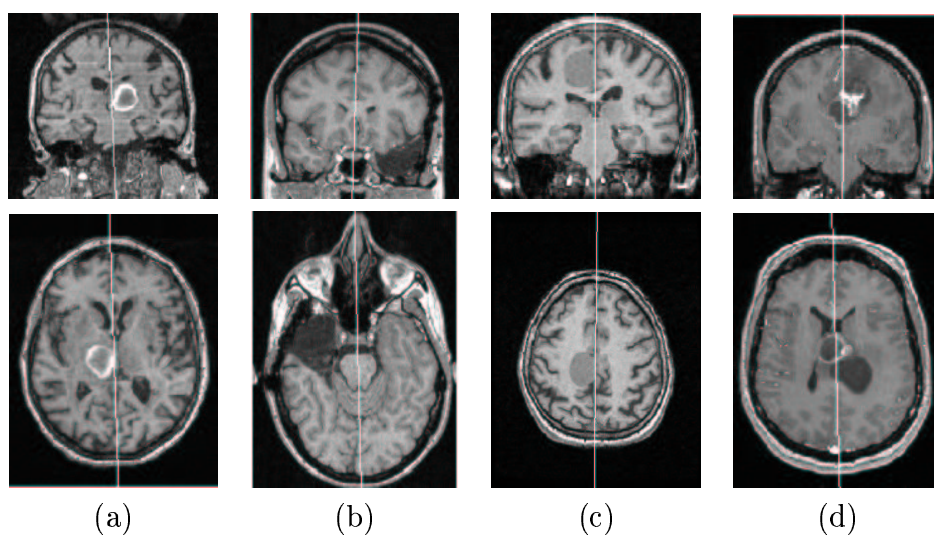


FIG. 2.12 – Résultats obtenus pour quelques images pathologiques acquises en T1. (a) Hématome thalamique avec cortex intact. (b) Résection du pôle antérieur du lobe temporal. (c) Méningiome frontal paramédian. (d) Lésion tumorale paramédiane. (Images fournies par l'U280 de l'INSERM, l'Hôpital Neurologique de Lyon et l'HIA du Val-de-Grâce).

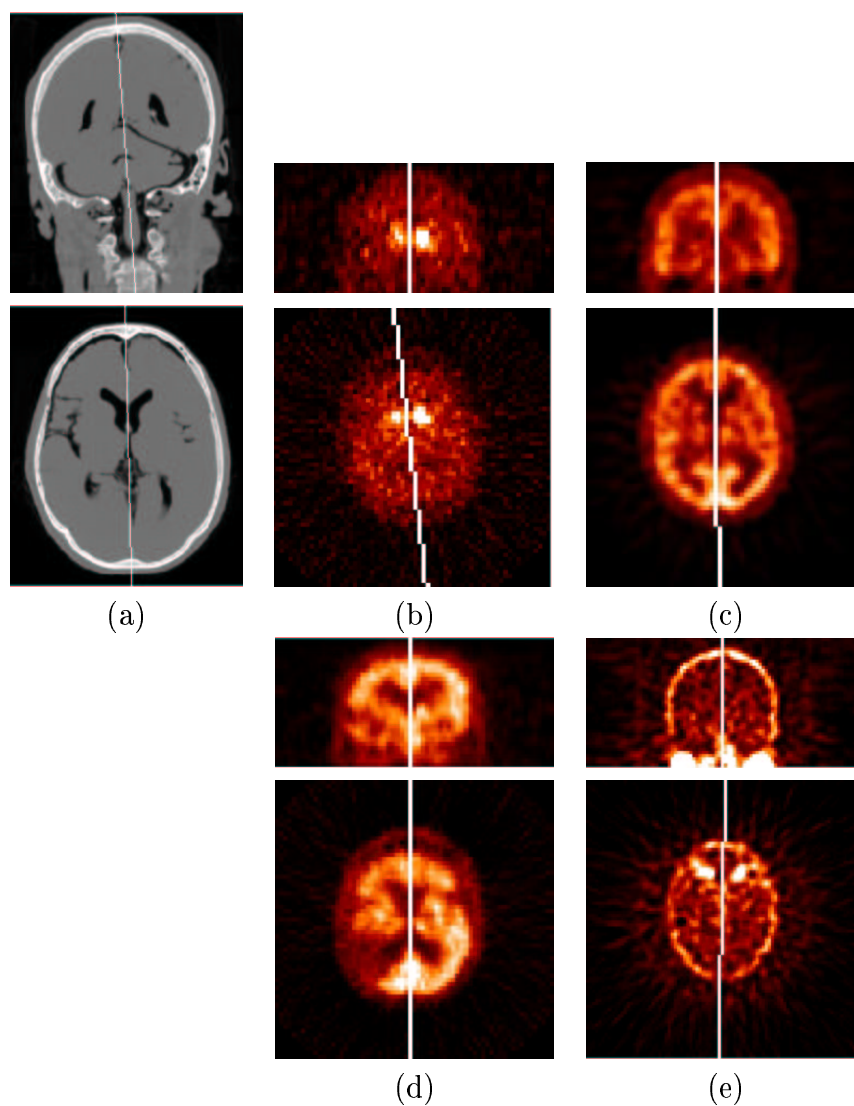


FIG. 2.13 – Résultats obtenus pour des images d'autres modalités. (a) CT. (b) DaTSCAN SPECT d'un patient atteint de la maladie de Parkinson. (c) ^{99m}Tc -Bicisate Perfusion SPECT d'un patient atteint d'un méningiome frontal paramédian. (d) ^{99m}Tc -HMPAO Perfusion SPECT d'un patient atteint d'une ischémie pariétale. (e) Thallium-201 SPECT d'un patient atteint d'une lésion tumorale paramédiane (Images fournies par l'HIA du Val-de-Grâce).

2.4.6 Étude de la procédure d'optimisation

Cette partie est consacrée à l'étude de l'influence des paramètres de la procédure d'optimisation sur la vitesse de l'algorithme et la précision du résultat final. La précision est définie par la mesure de symétrie obtenue, la vitesse l'est par le nombre d'itérations dans la procédure d'optimisation. Les paramètres qui régissent la méthode du *downhill simplex* sont la condition d'arrêt et le simplexe (ici un tétraèdre) initial [Press et al., 1992]. L'étude a été réalisée sur 24 images réelles saines.

Notons $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq \sigma_4$ les valeurs de la mesure de symétrie aux 4 sommets du simplexe. Le critère d'arrêt est le suivant : la mesure de symétrie obtenue dans le simplexe est plus petite qu'une tolérance donnée f_{tol} , i.e. $2(\sigma_1 - \sigma_4)/(|\sigma_1| + |\sigma_4|) < f_{tol}$.

Notons la taille du simplexe dans les trois directions $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$, Δd et (α_1, β_1, d_1) les valeurs correspondant au plan de symétrie initial. Nous avons testé trois types d'initialisations différents :

- un simplexe unique avec la position initiale en l'un des sommets (les sommets du simplexe ont les coordonnées suivantes $M_1(\alpha_1, \beta_1, d_1)$, $M_2(\alpha_1 + \Delta\alpha, \beta_1, d_1)$, $M_3(\alpha_1, \beta_1 + \Delta\beta, d_1)$ et $M_4(\alpha_1, \beta_1, d_1 + \Delta d)$) ;
- un simplexe unique avec la position initiale en son centre (ses sommets ont les coordonnées suivantes $M_1(\alpha_1 + \Delta\alpha, \beta_1, d_1 - \Delta d)$, $M_2(\alpha_1 - \Delta\alpha, \beta_1 + \Delta\beta, d_1 - \Delta d)$, $M_3(\alpha_1 - \Delta\alpha, \beta_1 - \Delta\beta, d_1 - \Delta d)$ et $M_4(\alpha_1, \beta_1, d_1 + \Delta d)$) ;
- 8 simplexes recouvrant le voisinage de la position initiale. Les simplexes ont comme sommet commun la position initiale ; un simplexe est celui du premier type d'initialisation et les autres sont générés par symétrie.

Nous n'avons pas observé de différences significatives entre le premier et le second type d'initialisations mais il semble préférable d'utiliser le premier puisqu'il garantit d'obtenir un résultat au moins aussi bon que l'initialisation. Le troisième est plus coûteux en temps (il faut effectuer huit fois l'optimisation) et n'a apporté aucune amélioration significative dans nos expériences.

La référence choisie pour comparer les résultats a été calculée avec les paramètres $f_{tol} = 10^{-4}$, $\Delta\alpha = \Delta\beta = 17.2$ degrés $\Delta d = 10$. Tous les résultats obtenus pour ces paramètres ont été jugés très bons visuellement. Comme l'on pouvait s'y attendre, le nombre d'itérations décroît quand f_{tol} augmente. Par ailleurs, le tableau 2.2 et la figure 2.14 montrent que, même dans le pire des cas, l'utilisation de $f_{tol} = 10^{-2}$ au lieu de 10^{-4} ne produit pas de différence significative dans le résultat (la différence maximale est 0.5° pour les angles α et β et 0.0026 pour la mesure de symétrie). La valeur $f_{tol} = 10^{-2}$ est donc adéquate.

Par ailleurs, la différence entre plan initial et plan final pour les angles α et β n'a jamais excédé 5 degrés et la plus grande valeur observée pour la distance d est de 1 voxel. Les valeurs moyennes sont respectivement 1.4 pour α , 1.8 pour β et 0.45 pour d . Le centre de gravité de l'image constitue donc une bonne position initiale pour le plan de symétrie.

Nous avons effectué des tests pour les valeurs suivantes de la taille du simplexe initial : $\Delta\alpha = \Delta\beta = 17.2, 11.5, 5.7, 2.9, 1.7, 0.6, 0.3$ degrés⁹, $\Delta d = 10, 5, 2, 1$ et $f_{tol} =$

⁹Les valeurs étaient initialement exprimées en radians

2.4 Localisation du plan inter-hémisphérique sur des IRM

TAB. 2.2 – Influence de f_{tol} sur le nombre d'itérations et la précision du résultat. Ici l'indice 0 correspond au résultat de référence.

f_{tol}		10^{-4}	5×10^{-4}	10^{-3}	5×10^{-3}	10^{-2}	5×10^{-2}	10^{-1}
Nombre moyen d'itérations		100.3	78.5	68.5	50.8	46.2	31.2	26
$ \sigma - \sigma_0 $	moy.	0	0.00001	0.0001	0.0006	0.0009	0.0052	0.0099
	max.	0	0.0002	0.0007	0.0026	0.0026	0.0177	0.0416
$ \alpha - \alpha_0 $	moy.	0	0.0088	0.0170	0.0716	0.0980	0.4547	0.4719
(degrés)	max.	0	0.0394	0.0741	0.3403	0.3403	1.6210	2.0016
$ \beta - \beta_0 $	moy.	0	0.0042	0.0198	0.0925	0.1271	0.4534	0.7843
(degrés)	max.	0	0.0159	0.1951	0.2624	0.5327	1.7288	1.7288

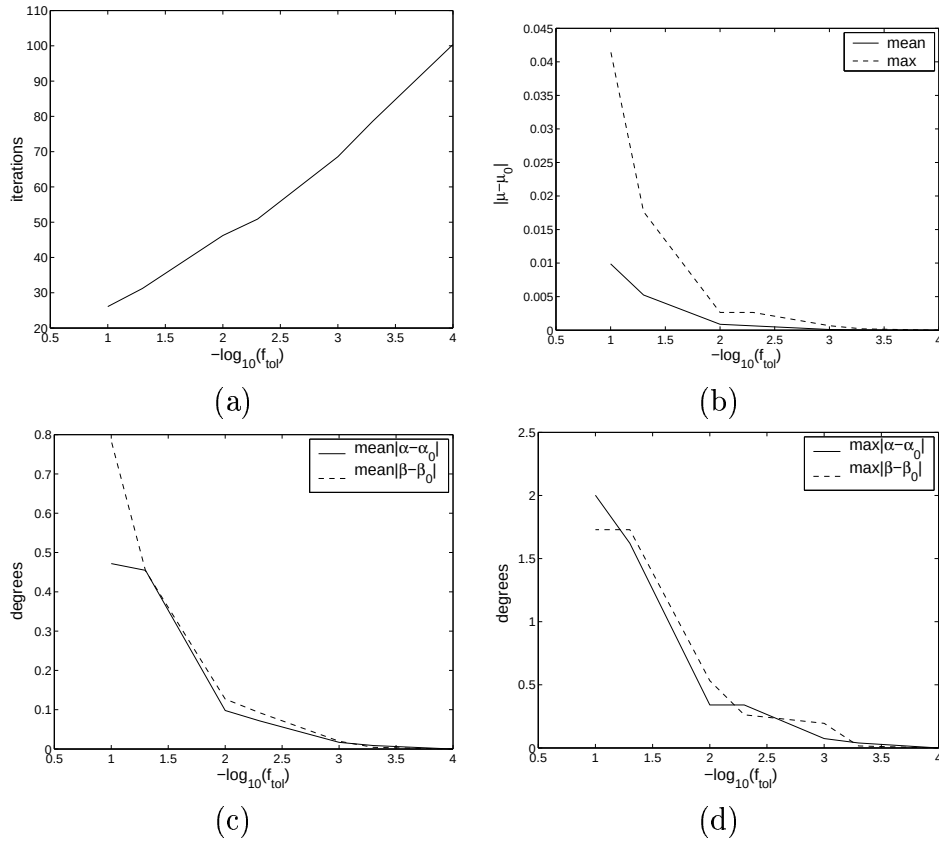


FIG. 2.14 – Résultats de la procédure d'optimisation pour différentes valeurs de f_{tol} (les autres paramètres sont $\Delta\alpha = \Delta\beta = 0.3$ radians, $\Delta d = 10$ et l'indice 0 correspond au résultat de référence) : (a) nombre moyen d'itérations ; (b) différence moyenne et maximale entre la mesure de symétrie obtenue et celle de la référence ; (c), (d) différence moyenne et maximale entre les angles α and β obtenus et ceux de la référence.

10^{-4} . La figure 2.15 montre le nombre moyen d'itérations pour ces différentes tailles. Le nombre minimum d'itérations est obtenu pour $\Delta\alpha = \Delta\beta = 2.9^\circ$ et $\Delta d = 1$. Pour des valeurs plus petites ou plus grandes, le nombre d'itérations croît. Il existe probablement une taille du simplexe de départ pour laquelle le nombre d'itérations est optimale. Cette taille peut être liée à la « distance » entre le plan de symétrie et le plan initial. Pour ces paramètres, la mesure de symétrie est proche de la référence (la différence maximale est 0.004).

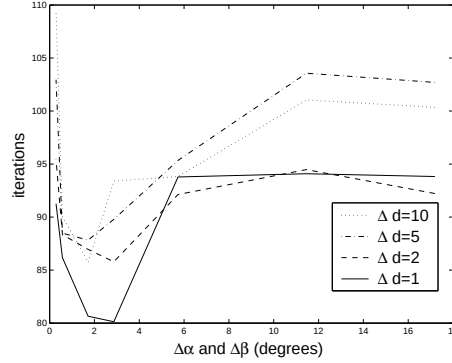


FIG. 2.15 – Nombre moyen d'itérations dans la procédure d'optimisation pour $f_{tol} = 10^{-4}$ et pour différentes valeurs de $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$, Δd .

Nous recommandons donc d'utiliser les paramètres suivants : $f_{tol} = 10^{-2}$, $\Delta\alpha = \Delta\beta = 0.05$ radians (environ 2.9 degrés) et $\Delta d = 1$. Pour ces paramètres, la mesure de symétrie n'a jamais décri de plus de 0.0054 par rapport à la référence et les résultats sont visuellement aussi bons. L'ensemble de l'algorithme de recherche du plan de symétrie s'exécute en environ 3 minutes sur une station de travail SUN Ultra5 350 Mhz pour une image de taille 128x128x62, c'est-à-dire réduite 2 fois dans chaque direction par rapport aux IRM originales utilisées.

2.5 Représentation de relations spatiales directionnelles

2.5.1 Cas d'un objet de référence symétrique

Nous considérons ici des relations spatiales directionnelles, autrement dit des orientations. Ces relations sont définies entre un objet de référence A et un objet cible B . Nous avons vu qu'on pouvait distinguer trois types d'orientations, *l'orientation absolue*, *l'orientation intrinsèque* et *l'orientation contextuelle* (voir section 1.1.3). Nous nous intéressons ici au deuxième cas, celui de l'orientation intrinsèque. Comme noté dans [Vieu, 1997], l'orientation du repère dépend dans ce cas des propriétés de l'objet de référence : sa forme, son mouvement, ses propriétés fonctionnelles En particulier, lorsque l'objet de référence est approximativement symétrique, le repère intrinsèque est bien souvent partiellement défini par le plan de symétrie de l'objet [Borillo, 1998]. C'est le cas notamment du corps humain, des animaux, des voitures . . . Pour tous ces

objets, les relations « à la droite de », « à la gauche de » font référence aux directions orthogonales au plan de symétrie. Un exemple typique de cette situation est celui de la neuroanatomie : le cerveau est une scène approximativement symétrique dans laquelle les orientations sont définies par rapport à un référentiel dont les axes sont partiellement définis par le plan inter-hémisphérique. Le cas des relations spatiales entre les structures cérébrales sera décrit en détails au chapitre 3.

L'algorithme de recherche du plan de symétrie (section 2.3.2) peut être directement utilisé pour définir le référentiel. Nous l'avons intégré dans la représentation proposée par [Bloch, 1999a] (voir section 1.1.3).

Rappelons que dans cette méthode, chaque relation spatiale est représentée par un paysage flou associé à la direction définie par le vecteur unitaire $\mathbf{u}_{\alpha,\beta}$ ($\alpha \in]-\pi/2, \pi/2]$ et $\beta \in [0, 2\pi[$). Ce paysage flou correspond à la dilatation floue de A par l'élément structurant $B_{\alpha,\beta}$ suivant :

$$\mu_{B_{\alpha,\beta}}(x) = f\left(\arccos \frac{\mathbf{v}_x \cdot \mathbf{u}_{\alpha,\beta}}{\|\mathbf{v}_x\|}\right) \text{ pour tout } x \in \mathcal{S}, \text{ et } \mu_{B_{\alpha,\beta}}(O) = 1, \quad (2.29)$$

où f est une fonction décroissante sur $[0, \pi]$ e.g. $f(\theta) = \max[0, 1 - (2/\pi)\theta]$, O est le centre de l'élément structurant et $\mathbf{v}_x$ est un vecteur de O à x . L'algorithme de recherche du plan de symétrie fournit l'orientation du vecteur $\mathbf{u}_{\alpha,\beta}$. Il ne reste plus alors qu'à distinguer la droite de la gauche en fixant le sens de $\mathbf{u}_{\alpha,\beta}$.

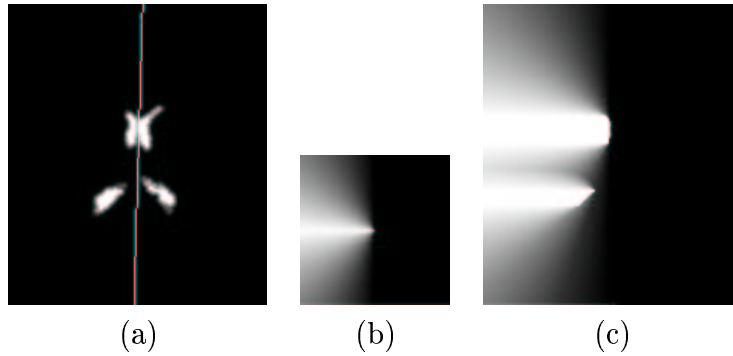


FIG. 2.16 – (a) Plan de symétrie obtenu pour l'objet flou de la figure 2.7 représentant des ventricules latéraux flous. (b) Élément structurant correspondant à la direction « à gauche » orthogonale au plan de symétrie. (c) Paysage flou correspondant à la relation « à gauche du ventricule latéral gauche ».

2.5.2 Cas d'une scène symétrique

Nous considérons maintenant le cas où non seulement l'objet de référence mais également la scène toute entière possèdent une symétrie plane approximative. Dans ce cas, on peut introduire de nouvelles relations directionnelles : « en dehors » (ou « à l'extérieur ») et « en dedans » ou « à l'intérieur » qui permettent de mieux décrire la scène que les relations « à gauche » et « à droite ». En effet, les relations « à gauche » et « à droite » doivent être dupliquées lorsqu'on cherche à décrire l'ensemble de la scène.

Dans ce contexte, « B est en dehors de A » signifie que la partie droite (resp. gauche) de B est à droite (resp. gauche) de la partie droite (resp. gauche) de A. Similairement, « B est à l'intérieur de A » signifie que la partie droite (resp. gauche) de B est à gauche (resp. droite) de la partie droite (resp. gauche) de A. Il est important de noter que la signification des relations « en dehors » et « en dedans » est de nature directionnelle. Cette signification doit être différenciée de la signification topologique, par ailleurs plus courante. La version directionnelle de ces relations n'est pas très répandue dans le langage usuel, elle est en revanche omniprésente en anatomie. On dira par exemple : « le pallidum est à l'intérieur du putamen » (voir chapitre 3).

On peut construire les ensembles flous correspondant à ces relations de la façon suivante. Soient A_r (resp. A_l) la partie droite (resp. gauche) de A, Π_r (resp. Π_l) le demi-espace à la droite (resp. gauche) du plan de symétrie Π de A^{10} et $L_r(A)$ (resp. $L_l(A)$) le paysage flou représentant la relation « à la droite (resp. gauche) de A ». Alors les paysages flous $L_e(A)$ et $L_i(A)$ représentant respectivement les relations « en dehors » et « en dedans » de A peuvent être définis par ¹¹ :

$$L_o(A) = L_r(A_r) \cup L_l(A_l) \quad (2.30)$$

$$L_i(A) = (L_l(A_r) \cap \Pi_r) \cup (L_r(A_l) \cap \Pi_l) \quad (2.31)$$

La figure 2.17 donne un exemple de tels paysages flous.

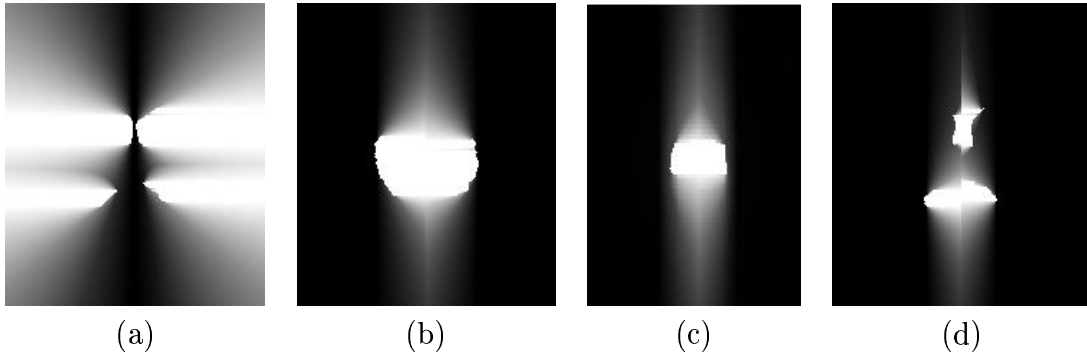


FIG. 2.17 – Paysages flous pour les relations : (a) « en dehors des ventricules latéraux », (b) « à l'intérieur des putamen », (c) « à l'intérieur des thalami » et (d) « à l'intérieur des ventricules latéraux ».

Néanmoins, comme on peut le voir sur l'exemple de la figure 2.17 (d), la définition de la relation « en dedans » peut poser problème lorsque les deux parties de l'objet présentent une assez grande asymétrie. Le paysage flou souffre alors de discontinuités au niveau du plan de symétrie. Cela est dû au fait que la symétrie est approximative alors que le plan est défini de manière précise. Ce problème n'a toutefois véritablement d'importance que lorsqu'on doit évaluer la relation avec un objet cible chevauchant le plan de symétrie. Pour y remédier, on pourrait combiner différemment les ensembles

¹⁰A priori le plan de symétrie de l'objet de référence et celui de la scène coïncident. En pratique, on calculera plutôt celui de la scène complète.

¹¹Les unions et les intersections considérées ici sont floues.

$L_l(A_r)$ et $L_r(A_l)$. Une possibilité serait de remplacer les intersections et les unions par une combinaison linéaire. Des coefficients de pondération calculés en fonction de la distance au plan de symétrie permettraient d'accorder une plus grande importance à l'un des deux ensembles selon la position.

Cependant, dans la suite de nos travaux, la définition précédente de la relation « en dedans » s'est révélée satisfaisante. En effet, elle ne pose réellement problème que pour des objets proches du plan. Le seul cas que nous ayons rencontré concerne les thalami : « le troisième ventricule est situé en dedans des thalami » (voir chapitre 3). Notre définition présente un comportement acceptable dans ce cas précis (voir figure 2.17 (c)).

2.6 Conclusion

La symétrie est une relation spatiale importante dans le cadre de notre application en imagerie cérébrale. Dans ce chapitre, nous avons introduit des mesures de symétrie pour les objets flous 3D qui possèdent des propriétés intéressantes. Nous avons proposé un algorithme de recherche de plan de symétrie qui s'appuie sur ces mesures. Cet algorithme est également applicable à des images en niveaux de gris, à condition d'utiliser une autre mesure de symétrie. Nous l'avons en particulier appliqué à la recherche du plan de symétrie dans des IRM, qui constitue une approximation du plan inter-hémisphérique. La caractérisation des symétries est également utile à la définition de relations spatiales directionnelles dans une scène symétrique. Citons aussi l'utilisation par [Letournel et al., 2002] de la mesure de symétrie définie à la section 2.1 pour l'évaluation de segmentations en imagerie aérienne.

Les utilisations des résultats présentés ici sont nombreuses dans le reste du manuscrit. La localisation du plan de symétrie du cerveau est un préalable à toute définition de relations directionnelles. Les mesures de symétrie sont utilisées dans la description anatomique du chapitre 3. Elles servent dans la procédure de segmentation de l'annexe A. Enfin, dans l'annexe B, au travers d'une application à la reconnaissance de parties du visage, nous montrerons que les mesures de symétries peuvent être utilisées en reconnaissance des formes.

CHAPITRE 3

Représentation relationnelle de l'anatomie cérébrale

Introduction

Les descriptions linguistiques de l'anatomie cérébrale données dans les ouvrages de neuroanatomie mettent essentiellement en jeu un ensemble de relations spatiales entre les structures du cerveau. La section 3.1 présente une description de l'anatomie cérébrale mettant en évidence ces relations ainsi que la structure hiérarchique du cerveau. Nous nous concentrons sur les structures non corticales. En effet, le problème de la variabilité dans le cortex est différent de celui qui se pose pour le reste du cerveau. Les méthodes de description employées ici sont certainement mieux adaptées aux structures non corticales.

Si l'on veut pouvoir traiter ou utiliser cette description, il est nécessaire de la formaliser. Nous montrons à la section 3.2 comment il est possible de la représenter par un graphe hiérarchique. Un tel graphe sera appelé graphe hiérarchique synthétique. Enfin, il est très courant en imagerie cérébrale d'utiliser comme source de connaissance une image particulière appelée atlas iconique. Il serait intéressant de voir dans quelle mesure les relations spatiales portées par une telle image coïncident avec celles décrites précédemment. Cela est fait au moyen d'un graphe hiérarchique exemple, construit à partir de l'atlas iconique, qui est comparé au graphe synthétique. Ces aspects sont développés à la section 3.3.

3.1 Description hiérarchique et relationnelle de l'anatomie cérébrale

La description de l'anatomie cérébrale se fait naturellement de façon hiérarchique : chaque partie du cerveau est divisée en sous-parties jusqu'à un niveau considéré comme suffisamment fin. Plusieurs hiérarchies sont proposées dans la littérature. Bien que globalement similaires, elles peuvent différer au niveau de certains regroupements. Une hiérarchie extrêmement complète est proposée par *Neuronames* [Bowden et Martin,

1995]¹. Elle comporte 863 structures cérébrales qui forment une partition du cerveau à chaque niveau de la hiérarchie. En plus des noms anglais usuels, la dénomination latine ainsi que des abréviations uniques sont proposées. Nous proposons dans cette section une description des structures qui nous intéressent suivant une hiérarchie dérivée de celle de Neuronames. Quelques regroupements ont été modifiés, notamment concernant les noyaux de la base et la substance blanche cérébrale. De notre point de vue, cela améliore la clarté de l'exposé. La figure 3.1 propose un résumé de cette hiérarchie. Le système nerveux central (SNC) comprend le cerveau (encéphale) et la moelle épinière. Le cerveau est divisé en prosencéphale (lui-même divisé en télencéphale et diencephale), mésencéphale et rhombencéphale (lui-même divisé en métencéphale et myélencéphale).

Pour décrire l'anatomie, on utilise un système de référence défini par trois axes : l'axe vertical (perpendiculaire au sol), l'axe sagittal (d'arrière en avant) et l'axe transversal. Ces axes définissent les trois plans axial, coronal et sagittal. Les rapports entre les structures sont décrits notamment par le vocabulaire suivant :

- en dehors : en s'éloignant du plan sagittal,
- en dedans : en se rapprochant du plan sagittal,
- ventral : vers l'avant,
- dorsal : vers l'arrière,
- cranial : vers le haut,
- caudal : vers le bas.

Il est à noter qu'à cause de l'inflexion du tube neural, les orientations sont modifiées pour le télencéphale et le diencephale : caudal signifie en arrière, rostral en avant, ventral en bas et dorsal en haut. Pour éviter toute confusion, nous utiliserons le vocabulaire en avant, en arrière, au-dessus, en-dessous, en dedans et en dehors. Les structures seront décrites essentiellement de façon relationnelle, c'est-à-dire les unes par rapport aux autres en utilisant les relations ci-dessus. Cette description est largement inspirée de [Hasboun, 2000] et du site *Neuranat*².

3.1.1 Télencéphale

Le télencéphale est constitué de deux hémisphères séparés par la fissure inter-hémisphérique. La substance grise se répartit à l'extérieur avec le cortex cérébral et en profondeur avec les noyaux de la base. La substance blanche se répartit dans les fibres de projection (couronne rayonnante et capsules) qui associent cortex et noyaux centraux, les commissures qui associent les deux hémisphères et les faisceaux d'association. Enfin le liquide céphalo-rachidien du télencéphale se trouve dans les ventricules latéraux.

¹<http://rprcsgi.rprc.washington.edu/neuronames/>

²<http://www.chups.jussieu.fr/ext/neuranat>

- Prosencéphale - *FB*
 - ◊ Télencéphale - *Tel*
 - ★ Ventricules latéraux - *LV*
 - Corne frontale - *FLV*
 - Corps ventriculaire - *BLV*
 - Carrefour ventriculaire - *CLV*
 - Corne temporale - *TLV*
 - Corne occipitale - *OLV*
 - ★ Noyaux de la base
 - Striatum - *Str*
 - Noyau caudé - *Cd*
 - Putamen - *Pu*
 - Globus pallidus - *GP*
 - Globus pallidus externe - *LGP*
 - Globus pallidus interne - *MGP*
 - Claustrum - *Cl*
 - ★ Substance blanche cérébrale - *cw*
 - Corps calleux - *cc*
 - Commissure antérieure - *ac*
 - Capsule interne - *ic*
 - Bras antérieur - *aic*
 - Bras postérieur - *pic*
 - Capsule externe - *emc*
 - Capsule extrême - *exc*
 - ★ Septum - *Spt*
 - ★ Fornix - *fx*
 - ★ Cortex cérébral - *Cx*
 - ◊ Diencephale - *Die*
 - ★ Thalamus - *Th*
 - ★ Troisième ventricule - *V3*
- Mésencéphale - *MB*
- Rhombencéphale - *HB*
 - ◊ Métencéphale - *Met*
 - ★ Pont de Varole - *Pons*
 - ★ Quatrième ventricule - *4V*
 - ★ Cervelet - *Cb*
 - ◊ Myélocéphale ou medulla oblongata - *MO*

FIG. 3.1 – Description hiérarchique des structures cérébrales (d'après *Neuronames*)

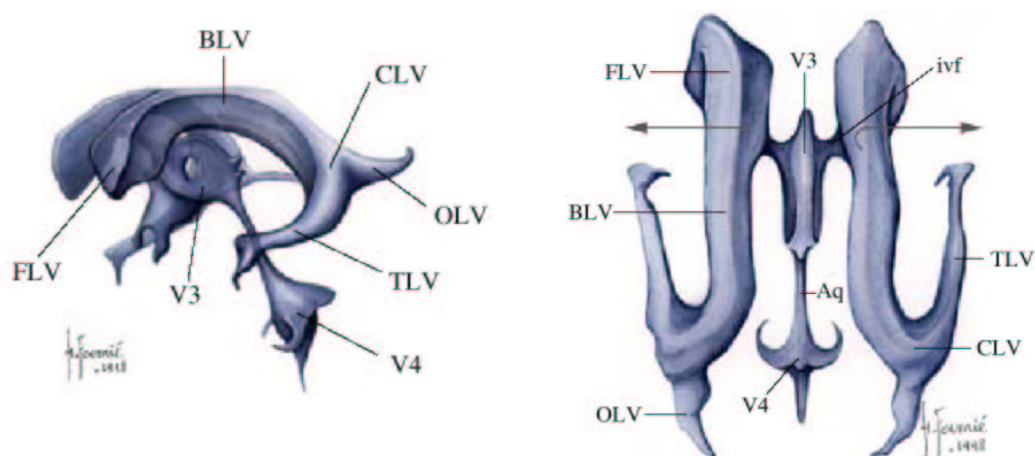


FIG. 3.2 – Le système ventriculaire vu de côté (à gauche) et de dessus (à droite). Les différentes parties sont indiquées par leur abréviation. *FLV* : corne frontale, *BLV* : corps ventriculaire, *CLV* : carrefour ventriculaire, *TLV* : corne temporale, *OLV* : corne occipitale, *ivf* : trou de Monro (foramen inter-ventriculaire), *V3* : troisième ventricule, *Aq* : aqueduc de Sylvius, *V4* : quatrième ventricule. Figure extraite de *Neuranat*.

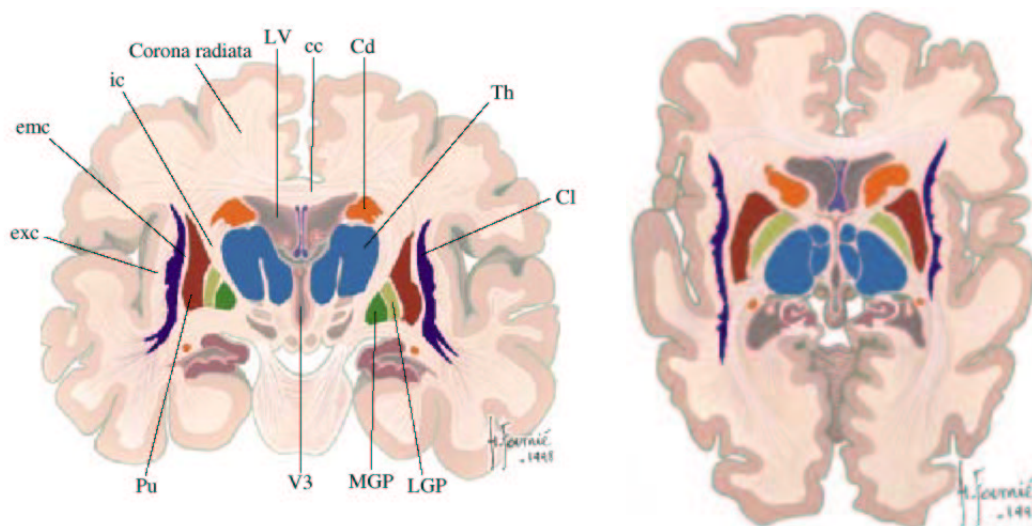


FIG. 3.3 – Les noyaux gris centraux et la substance blanche cérébrale : vue coronale (à gauche) et vue axiale (à droite). *LV* : ventricule latéral, *V3* : troisième ventricule, *Cd* : noyau caudé, *Pu* : putamen, *LGP* : globus pallidus externe, *MGP* : globus pallidus interne, *Th* : thalamus, *Cl* : claustrum, *ic* : capsule interne, *emc* : capsule externe, *exc* : capsule extrême, *cc* : corps calleux. Figure extraite de *Neuranat*.

Ventricules latéraux

Les ventricules latéraux sont les cavités épendymaires du télencéphale (la figure 3.2 présente le système ventriculaire). Chacun d'entre eux communique avec le troisième ventricule via les trous de Monro. Les ventricules latéraux se trouvent en-dessous du corps calleux, en dehors du septum pellucidum et en dedans des noyaux caudés. Ils ont la forme d'un fer à cheval et possèdent les parties suivantes :

corne frontale : elle est située :

- en avant des trous de Monro ;
- en-dessous du corps calleux ;
- en dehors du septum pellucidum ;
- en dedans de la tête du noyau caudé.

corps ventriculaire : il est situé :

- en arrière des trous de Monro ;
- en-dessous du corps calleux ;
- au-dessus du thalamus ;
- en dehors du septum pellucidum ;
- en dedans du corps du noyau caudé.

carrefour ventriculaire : il est situé :

- en arrière du thalamus.

corne temporale : elle est située :

- en-dessous de la queue du noyau caudé.

corne occipitale : elle chemine dans le lobe occipital.

Noyaux de la base

Les noyaux de la base constituent, avec le cortex, la substance grise du télencéphale (voir figure 3.3). Ils comprennent le noyau caudé, le putamen, le globus pallidus et le claustrum. Ils forment avec le thalamus, issu du diencephale, les noyaux gris centraux.

Le noyau caudé est une structure en forme de fer à cheval qui s'enroule sur le thalamus et longe le ventricule latéral. Il comprend trois parties :

tête : elle est située :

- en dehors de la corne frontale du ventricule latéral ;
- en avant du thalamus ;
- à l'intérieur du bras antérieur de la capsule interne.

corps : il est situé :

- en dehors du corps ventriculaire ;
- au-dessus du thalamus ;
- à l'intérieur du bras postérieur de la capsule interne.

queue : elle est située :

- au-dessus de la corne temporale du ventricule latéral ;
- en-dessous du noyau lenticulaire.

Le putamen forme, avec le globus pallidus, le noyau lenticulaire. Il est situé à l'extérieur du globus pallidus externe et de la capsule interne d'une part, à l'intérieur du claustrum et de la capsule externe d'autre part.

Le globus pallidus est séparé en deux parties, externe et interne, par une lame de substance blanche. Sa partie externe est située à l'intérieur du putamen duquel il est séparé par une lame de substance blanche. Sa partie interne est située à l'extérieur du noyau caudé et du bras antérieur de la capsule externe.

Le claustrum est le plus externe des noyaux. Il est séparé du putamen par la capsule externe et de l'insula (partie du cortex) par la capsule extrême.

Substance blanche cérébrale

La substance blanche du cerveau (voir figure 3.3) comprend des fibres de projection qui associent le cortex et les noyaux gris, des commissures qui associent les deux hémisphères et les faisceaux d'association qui associent des régions d'un même hémisphère (nous ne les traiterons pas ici).

Les fibres de projection comprennent d'une part la couronne rayonnante (ou *corona radiata*) qui associe le cortex et les noyaux gris, et d'autre part les capsules. Dans chacun des hémisphères, on distingue, de dedans en dehors, trois capsules : interne, externe et extrême.

La capsule interne comprend cinq parties dont les bras antérieur et postérieur. Le bras antérieur chemine entre la tête du noyau caudé et le putamen, le bras postérieur entre le corps du noyau caudé et le thalamus en dedans et le globus pallidus interne en dehors. La capsule externe chemine entre le putamen et le claustrum. Enfin, la capsule extrême passe entre le claustrum et l'insula.

Les commissures comprennent le corps calleux, les commissures antérieure et postérieure et le fornix. Le corps calleux comprend d'avant en arrière le rostrum, le genou (entre les ventricules latéraux), le corps (au-dessus des ventricules latéraux) et le splenium.

Cortex cérébral

Le cortex est parcouru par des sillons. Les plus profonds délimitent les lobes (frontal, pariétal, temporal, occipital, insula), les plus petits délimitent les gyri. Comme notre étude se concentre sur les structures profondes, nous ne détaillerons pas plus l'anatomie du cortex. Le lecteur désirant des informations complémentaires pourra se reporter à [Hasboun, 2000].

3.1.2 Diencephale

Le diencephale est une partie impaire et médiane du SNC qui se trouve sous le télencéphale et au-dessus du mésencéphale. Il comprend des noyaux gris dont le thalamus et l'hypothalamus. Il comprend également une cavité de LCR : le troisième ventricule.

Thalamus

Le thalamus (voir figure 3.3) est un noyau très volumineux qui forme, avec les noyaux de la base, les noyaux gris centraux. Il est subdivisé en de très nombreux noyaux. Il est situé en arrière des trous de Monro, en dessous du corps ventriculaire, en avant du carrefour ventriculaire, en dehors du troisième ventricule, en dehors du bras postérieur de la capsule interne et au-dessus du mésencéphale. Les deux thalami se rejoignent en un pont de substance grise : l'adhérence inter-thalamique.

Troisième ventricule

Le troisième ventricule (voir figure 3.2) est la cavité épendymaire du diencephale. Il communique avec les ventricules latéraux par les trous de Monro et avec le quatrième ventricule par l'aqueduc de Sylvius. Il possède un trou formé par l'adhérence inter-thalamique. Sa paroi antérieure se situe en arrière des colonnes du fornix et de la commissure antérieure. Ses parois latérales sont à l'intérieur des thalami. Son plancher est au-dessus du mésencéphale.

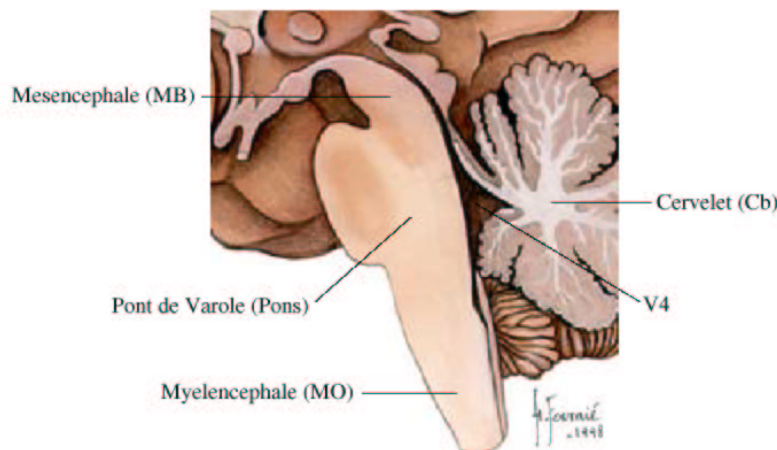


FIG. 3.4 – Le tronc cérébral et le cervelet. Figure extraite de *Neuranat*.

3.1.3 Mésencéphale

Le mésencéphale est la partie supérieure du tronc cérébral (qui est constitué par la réunion du myélencéphale, du pont et du mésencéphale). Il est situé en-dessous du diencephale et au-dessus du pont.

3.1.4 Métencéphale

Le métencéphale est constitué du pont, du cervelet et contient une cavité de LCR : le quatrième ventricule.

Pont

Le pont de Varole ou protubérance annulaire est la partie médiane du tronc cérébral, en-dessous du mésencéphale et au-dessus de la moelle allongée. Il est composé de nombreuses fibres qui se rejoignent pour former les pédoncules cérébelleux moyens qui le lient au cervelet.

Quatrième ventricule

Le quatrième ventricule (voir figure 3.2) comporte trois parties : en avant, le plancher, divisé en triangles bulbaire (en bas) et pontique (en haut) ; en arrière, le toit. Le triangle bulbaire se situe en arrière de la moelle allongée et le triangle pontique en arrière du pont. Le toit est en avant du cervelet.

Cervelet

Le cervelet est en arrière du tronc cérébral auquel il est attaché par les pédoncules cérébelleux. Sa structure est similaire à celle du cerveau : un cortex cérébelleux et des noyaux en profondeur. Il possède également deux hémisphères.

3.1.5 Myélencéphale

Il est également appelé bulbe ou moelle allongée (medulla oblongata). Il constitue la partie inférieure du tronc cérébral et est situé au-dessus de la moelle épinière.

3.2 Représentation par un graphe hiérarchique attribué

Nous cherchons maintenant à modéliser la description anatomique présentée de manière informelle dans la partie précédente. Pour cela nous utilisons une structure de graphe qui permet de représenter synthétiquement un ensemble d'objets et de relations. Les graphes sont couramment utilisés pour la modélisation de scènes, que ce soit sous la forme de graphes spatiaux (graphes d'adjacence, graphes de distance) ou de graphes sémantiques. Dans les graphes spatiaux, l'information porte directement sur les objets de la scène : typiquement, les nœuds sont les régions et les arcs sont les relations spatiales entre les objets. Dans les graphes sémantiques, l'information n'est plus uniquement de nature spatiale : les nœuds représentent des concepts et les arcs représentent des liens entre ces concepts. Pour une étude détaillée des différents types de graphes ainsi que de leur utilisation en traitement d'images, on peut se reporter à [Perchant, 2000]. Notre but étant de formaliser des relations spatiales entre de régions, nous utiliserons ici les graphes spatiaux.

Après avoir présenté la structure de graphe hiérarchique attribué choisie pour représenter notre description, nous montrons comment construire effectivement le graphe à partir des connaissances expertes décrites dans la section précédente.

3.2.1 Graphes hiérarchiques

Un graphe hiérarchique est une hiérarchie de niveaux qui sont eux-mêmes des graphes. Donnons les définitions plus formelles suivantes (la figure 3.5 donne des exemples de graphes) :

Graphe

Définition 3.1 *Un graphe est une structure $G = (N, E)$ où N est un ensemble de sommets (ou nœuds) et $E \subseteq N \times N$ un ensemble d'arcs.*

Graphe biparti

Définition 3.2 *Un graphe biparti est un graphe dans lequel les sommets sont répartis en deux groupes et où chaque arête possède une de ses extrémités dans chacun des deux groupes. Aucune arête ne relie deux sommets d'un même groupe.*

Graphe hiérarchique

Définition 3.3 *Un graphe hiérarchique est un ensemble de différents graphes (niveaux) tel que deux niveaux successifs sont liés par un graphe biparti. Les arcs qui relient les nœuds d'un même niveau sont appelés arcs horizontaux, ceux qui relient des nœuds de niveaux différents sont appelés arcs verticaux.*

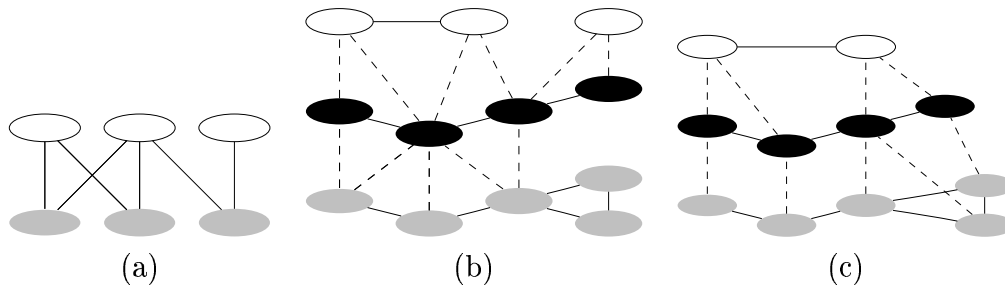


FIG. 3.5 – Exemples de graphes : (a) graphe biparti, (b) graphe hiérarchique, (c) graphe arborescent. Pour les deux derniers, les arcs verticaux sont représentés en pointillés et les arcs horizontaux en traits pleins.

Il existe enfin deux types de graphes hiérarchiques selon que le graphe formé des nœuds de tous les niveaux et des arcs verticaux est un arbre ou non. Si tel est le cas, on parle d'arborescence. C'est cette situation que nous considérerons puisqu'elle signifie que chaque région d'un niveau ne fait pas partie de plus d'une région d'un niveau supérieur. En d'autres termes, cela implique que les arcs verticaux représentent des relations d'inclusion.

3.2.2 Graphe relationnel attribué

Un graphe attribué, ou graphe valué, assigne à chaque arc une valeur, ou poids. Le graphe relationnel attribué (GRA) généralise le graphe attribué : chaque nœud et chaque arc sont associés à un ensemble d'attributs et chaque attribut l'est à une valeur. On reprend la définition donnée par [Perchant, 2000] qui est construite à partir de [Chan et Cheung, 1992].

On définit un ensemble d'attributs de nœuds possibles $Z = \{z_i\}_{i=1,\dots,I}$. Chaque attribut z_i peut prendre une valeur définie dans $S_i = \{s_{ij}\}_{j \in J_i}$. On définit un ensemble $L_v = \{(z_i, s_{ij})\}_{j \in J_i; i=1,\dots,I}$ représentant toutes les combinaisons (attribut, valeur) possibles. Une configuration possible d'attributs associés à un sommet est un sous-ensemble de L_v où chaque attribut n'apparaît qu'une seule fois. On note Π l'ensemble de ces configurations possibles. On définit les mêmes notions pour les arcs. Ces définitions sont résumées dans le tableau suivant.

Définition	Sommets	Arcs
Attributs possibles	$Z = \{z_i\}_{i=1,\dots,I}$	$F = \{f_i\}_{i=1,\dots,I'}$
Valeurs possibles d'attribut	$S_i = \{s_{ij}\}_{j \in J_i}$	$T_i = \{t_{ij}\}_{j=1 \in J'_i}$
Ens. (attribut, valeur)	$L_v = \{(z_i, s_{ij})\}_{j \in J_i; i=1,\dots,I}$	$L_a = \{(f_i, t_{ij})\}_{j \in J'_i; i=1,\dots,I'}$
Config. possibles	$\Pi \subset L_v + \text{condition}$	$\Theta \subset L_a + \text{condition}$

Definition 3.4 Soit N un ensemble fini de sommets et $E \subseteq N \times N$ un ensemble fini d'arcs (les paires sont ordonnées). Un graphe d'attribut sur $L = (L_v, L_a)$ avec une structure de graphe $H = (N, E)$ est la paire ordonnée (V, A) où $V = (N, \sigma)$ est appelé l'ensemble des attributs de sommet et $A = (E, \delta)$ est appelé l'ensemble des attributs d'arc.

$\sigma : N \rightarrow \Pi$ est l'interpréteur de sommet

$\delta : E \rightarrow \Theta$ est l'interpréteur d'arc,

avec Π l'ensemble des configurations possibles d'un attribut de nœud, et Θ l'ensemble des configurations possibles d'un attribut d'arc.

3.2.3 Graphe synthétique de référence

[Perchant, 2000] distingue deux familles de graphes modélisant des *a priori* sur les scènes. La première regroupe les graphes contruits explicitement à partir des connaissances de l'expert, ce sont les « graphes synthétiques de référence ». La seconde regroupe les graphes construits automatiquement à partir d'un exemple représentatif de la scène considérée, ce sont les « graphes exemples de référence ». Nous nous situons dans la première catégorie puisque nous cherchons à transcrire dans le graphe un certain nombre de connaissances expertes en anatomie.

Le choix d'un graphe relationnel attribué comme support de notre représentation est assez naturel. En effet, nous avons à décrire les rapports entre un certain nombre d'objets qui peuvent être modélisés par les nœuds de notre graphe. Par ailleurs, nous avons montré à la section 3.1 que les connaissances expertes font principalement appel à des relations binaires entre les structures : l'adjacence et les relations directionnelles.

Ces relations binaires peuvent être portées par des attributs d'arc entre les structures. En outre, les structures cérébrales se décrivent naturellement de façon hiérarchique. Ces deux considérations suggèrent l'utilisation d'un graphe hiérarchique attribué, c'est-à-dire un graphe hiérarchique dont chaque niveau est un graphe relationnel attribué. Les attributs d'arc sont l'adjacence et les directions citées précédemment auxquelles nous ajoutons la symétrie. En effet, le cerveau est décrit comme ayant une symétrie bilatérale approximative, ce qui conduit à utiliser un attribut de symétrie entre les objets symétriques. Ce graphe portera le nom de graphe hiérarchique synthétique (GHS).

Structure du graphe

Nous pouvons maintenant donner une définition précise de notre graphe hiérarchique synthétique :

Définition 3.5 *Un graphe hiérarchique synthétique est un graphe hiérarchique $G = ((G_1, \dots, G_n), H)$ où $(G_1, \dots, G_n)$ sont des graphes attribués et H est un arbre dont chaque niveau est constitué par les sommets d'un graphe G_i . Les graphes attribués répondent aux critères suivants : a) il n'y a pas d'attributs de nœud ; b) l'ensemble d'attributs d'arc est $F = (A, I, E, H, B, Av, Ar, \sigma)$ (correspondant aux relations respectives : adjacent, en dedans (intérieur), en dehors (extérieur), au-dessus (haut), en-dessous (bas), en avant, en arrière, symétrique). Chaque attribut est booléen et prend ses valeurs dans $\{V, F\}$.*

Construction du graphe

L'arbre choisi est dérivé de la hiérarchie présentée à la figure 3.1. Elle a été simplifiée pour ramener le nombre de niveaux à quatre. Les valeurs des attributs d'arc sont déduites de la description de la section précédente. La figure 3.6 montre la structure d'arbre H du GHS.

Les figures 3.7, 3.8, 3.9, 3.10 et 3.11 présentent les trois graphes G_1 , G_2 , G_3 et G_4 correspondant aux quatre niveaux du graphe hiérarchique. Chaque structure est indiquée sur un nœud par l'abréviation correspondante, éventuellement accolée aux lettres L ou R indiquant la partie gauche ou droite (par exemple : LVL indique le ventricule latéral gauche et LVR le droit). Les relations directionnelles sont indiquées par les annotations I , E , H , B , Av , Ar portées sur les arcs. La relation d'adjacence est indiquée par la présence d'un arc en trait plein, les arcs en pointillés indiquant des structures non adjacentes. Enfin, les relations de symétrie ne sont pas présentées pour préserver la lisibilité. Elles sont définies pour chacune des structures présentant une partie gauche et une droite. Chaque graphe est présenté sous forme de deux schémas qui portent chacun une moitié des arcs. Par exemple, si deux nœuds A et B sont liés par deux arcs de sens contraires $A \rightarrow B$ et $B \rightarrow A$, l'arc $A \rightarrow B$ est donné dans le premier schéma et l'arc $A \rightarrow B$ dans l'autre. Cela évite la superposition d'arcs de sens contraires.

Pour faciliter la visualisation, on ne montre qu'un hémisphère aux niveaux G_3 et G_4 . Les relations sont les mêmes dans l'autre moitié du cerveau. Pour le niveau G_4 , nous

3.2 Représentation par un graphe hiérarchique attribué

ne présentons qu'un sous-graphe comportant les structures nouvellement apparues à ce niveau ainsi que celles avec lesquelles elles sont en relation. Enfin, les structures de matière blanche n'étant généralement pas segmentables en IRM, nous avons construit une version simplifiée du graphe G_3 ne comportant pas ces structures. Ce graphe est présenté aux figures 3.12 et 3.13.

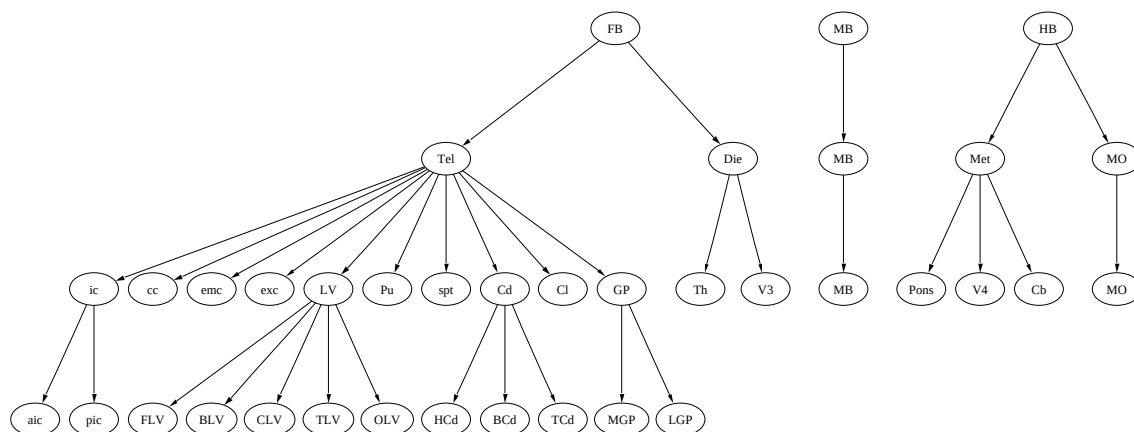


FIG. 3.6 – Les différents niveaux du GHS. Au quatrième niveau, pour des raisons de lisibilité, nous n'avons pas reporté les structures du troisième niveau ne se subdivisant pas au niveau 4. La signification des abréviations est donnée à la figure 3.1.

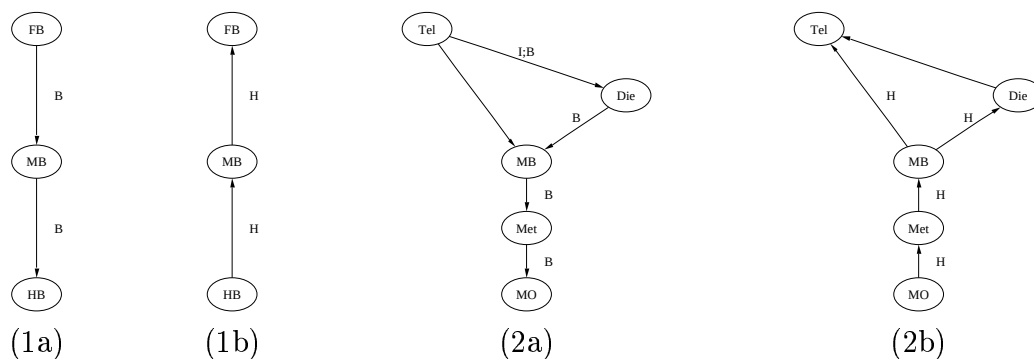


FIG. 3.7 – Les niveaux G_1 (1a, 1b) et G_2 (2a, 2b) du GHS. Pour améliorer la lisibilité, les arcs sont montrés sur deux schémas différents.

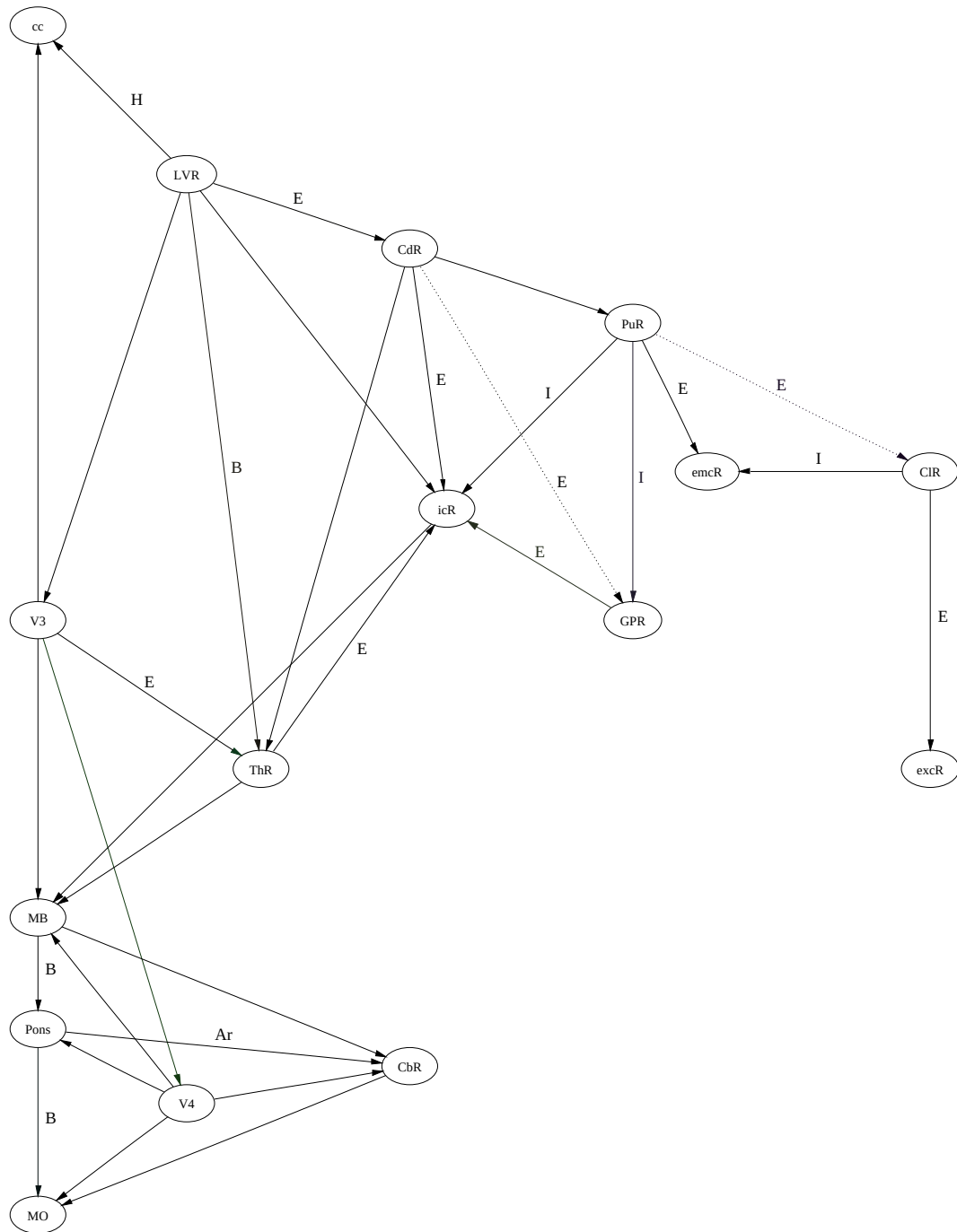


FIG. 3.8 – Le niveau G_3 du GHS. Premier schéma. Pour faciliter la visualisation, un seul hémisphère est montré. Les relations sont les mêmes dans l'autre hémisphère.

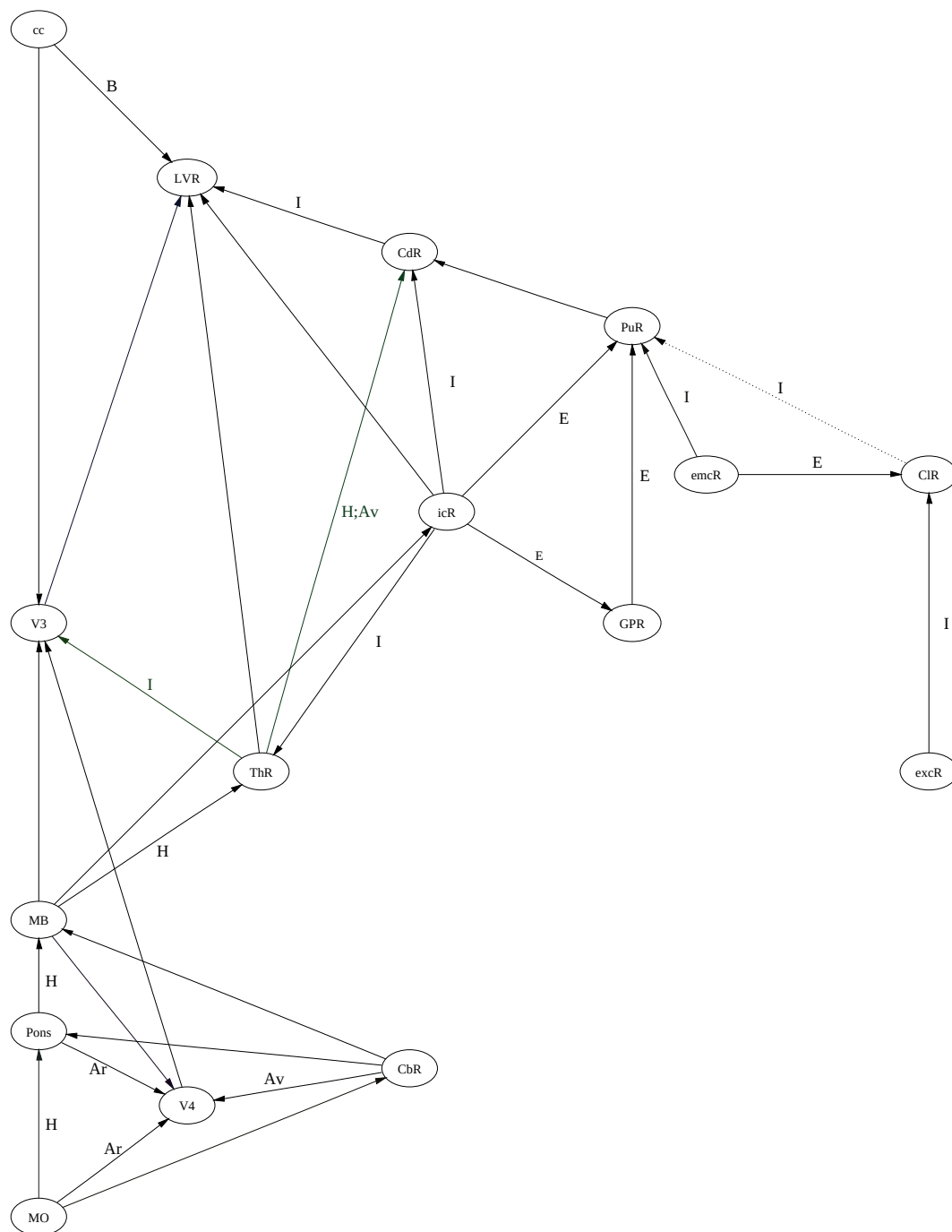


FIG. 3.9 – Le niveau G_3 du GHS. Second schéma.

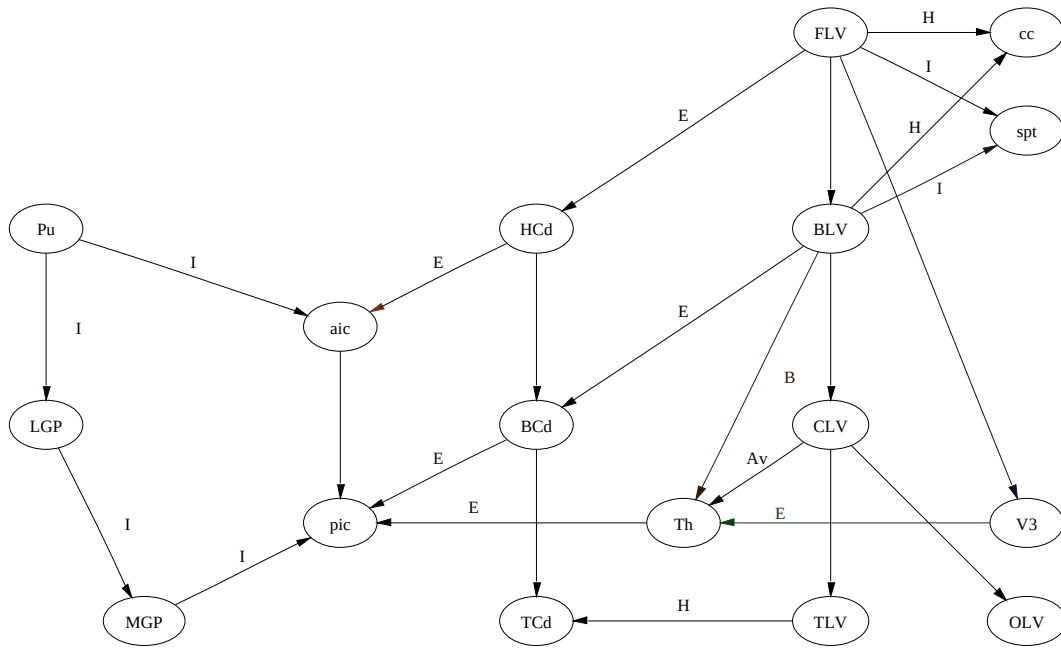


FIG. 3.10 – Un sous-graphe du niveau G_4 du GHS. Premier schéma.

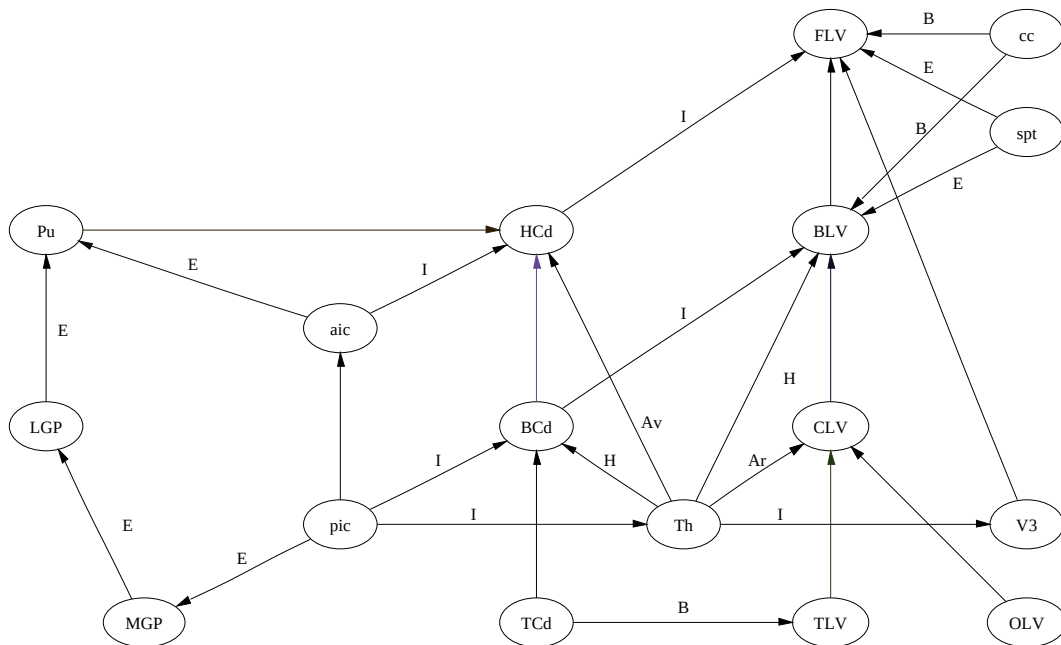


FIG. 3.11 – Un sous-graphe du niveau G_4 du GHS. Second schéma.

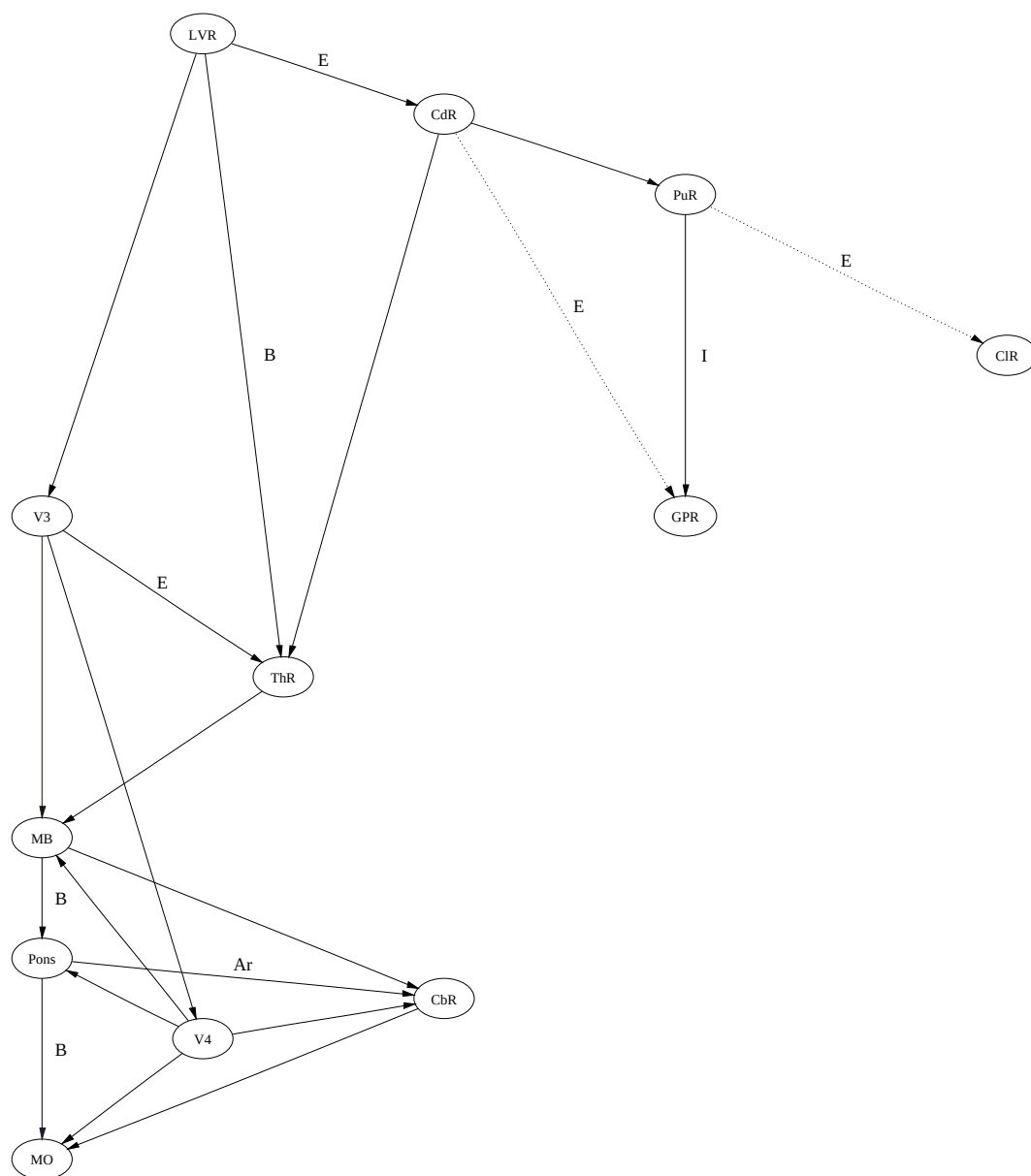


FIG. 3.12 – Le niveau G_3 du GHS auquel on a retiré les structures de matière blanche. Premier schéma.

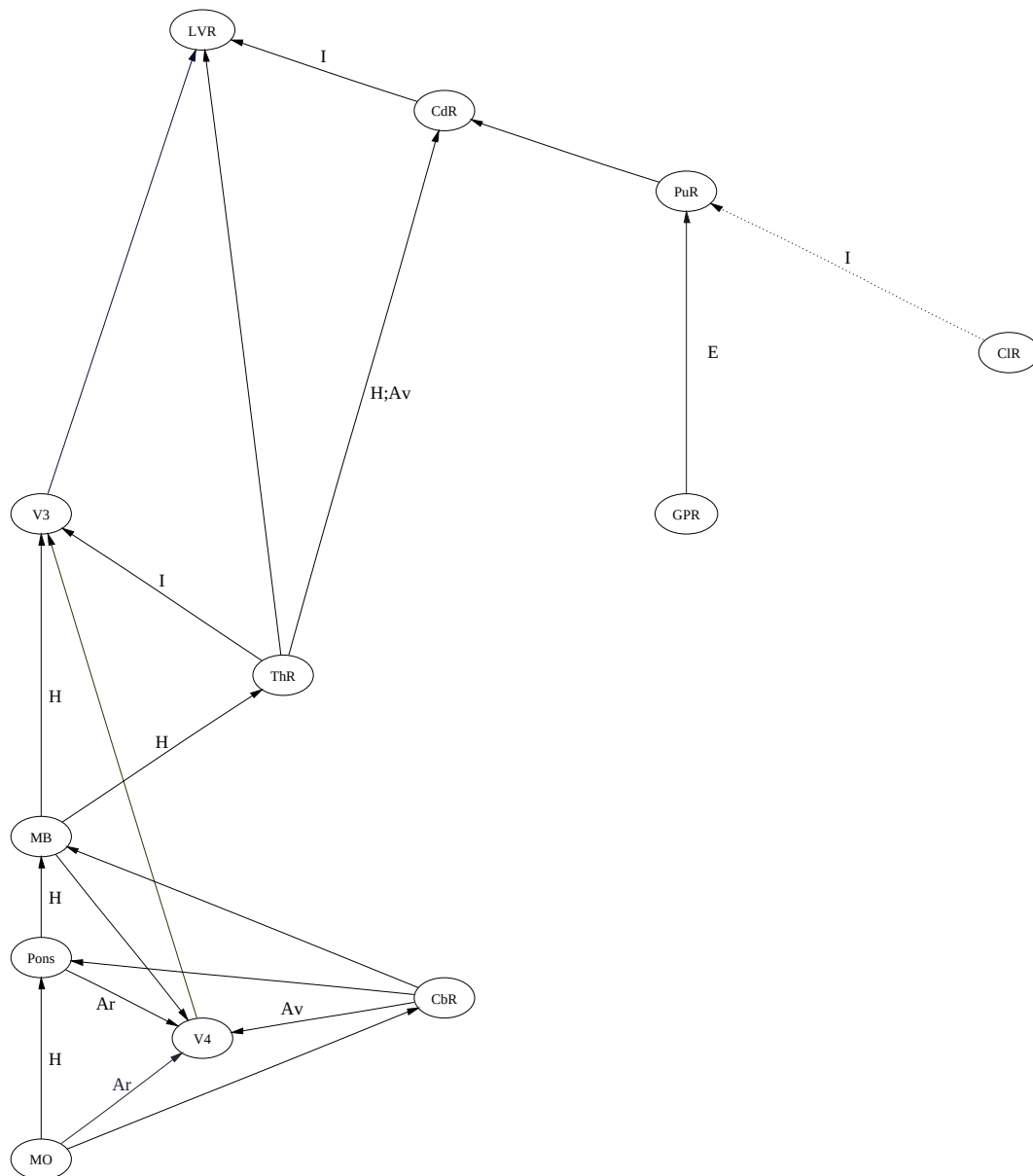


FIG. 3.13 – Le niveau G_3 du GHS auquel on a retiré les structures de matière blanche. Second schéma.

3.3 Lien avec un graphe exemple de référence : utilisation d'un atlas iconique

Comme nous l'avons vu précédemment, on distingue généralement deux types de graphes de référence : les graphes synthétiques qui sont construits manuellement à partir de connaissances expertes et les graphes exemples construits automatiquement à partir d'une image particulière, représentative de la scène considérée. Le graphe présenté dans la partie précédente fait partie de la première famille. Or en imagerie cérébrale, il est très courant d'utiliser comme source de connaissance une image particulière que l'on appelle *atlas iconique* (comme par exemple dans les méthodes de segmentation utilisant un atlas présentées à la partie 5.1.2). Il est possible à partir d'une telle image de construire un graphe exemple. En le comparant au graphe synthétique, on pourra étudier si les relations précédentes sont vérifiées sur l'atlas iconique.

Nous présentons tout d'abord une nouvelle structure de graphe hiérarchique exemple qui portera les relations calculées sur l'atlas iconique. Nous montrons par la suite comment ce graphe peut être effectivement calculé sur l'atlas. Enfin, nous mettons en relation le graphe exemple et le graphe synthétique précédent.

3.3.1 Structure du graphe exemple

Nous reprenons la structure de graphe hiérarchique attribué définie précédemment mais la nature des attributs change. Il ne s'agit plus d'attributs binaires mais de valeurs calculées pour une image particulière. La structure de graphe hiérarchique exemple (GHE) est définie de la manière suivante :

Définition 3.6 *Un graphe hiérarchique exemple est un graphe hiérarchique $G = ((G_1, \dots, G_n), H)$ où $(G_1, \dots, G_n)$ sont des graphes attribués et H est un arbre dont chaque niveau est constitué par les sommets d'un graphe G_i . Les graphes attribués répondent aux critères suivants : a) il n'y a pas d'attributs de nœud ; b) l'ensemble d'attributs d'arc est $F = (A, I, E, H, B, Av, Ar, \sigma, D)$ (correspondant aux relations respectives : adjacent, en dedans (intérieur), en dehors (extérieur), au-dessus (haut), en-dessous (bas), en avant, en arrière, symétrique, distance). Les valeurs possibles des attributs sont numériques.*

L'arbre H est le même qu'à la section précédente.

Attributs d'arc

Nous avons conservé les attributs d'arc de la section précédente : adjacence, direction, symétrie, et nous leur avons ajouté l'attribut de distance. En effet, bien que cet attribut soit presque absent des descriptions expertes, il pourra être intéressant d'étudier son éventuelle stabilité suivant les images. L'attribut d'adjacence reste binaire comme précédemment. Pour les autres attributs, nous calculons des degrés en utilisant certaines des méthodes décrites aux chapitres 1 et 2.

Les relations directionnelles sont représentées par l'approche du paysage flou (voir sections 1.1.3 et 2.5). Pour chacune de ces relations nous calculons trois valeurs : une mesure de satisfaisabilité S (voir équation 1.13), une mesure de possibilité Π (voir équation 1.10) et une mesure de nécessité N (voir équation 1.11). Ces valeurs correspondent à une indication des niveaux maximum, minimum et moyen de satisfaction de la relation. Elles sont comprises entre 0 et 1. Les attributs directionnels I , E , H , B , Av , et Ar prennent donc leurs valeurs dans $[0, 1]^3$.

L'attribut de symétrie σ est la mesure de symétrie définie par l'équation 2.15. Elle est calculée par rapport au plan de symétrie du cerveau obtenu à partir de l'image IRM en niveaux de gris. L'attribut σ prend donc ses valeurs dans $[0, 1]$. Enfin, nous calculons les distances minimales et maximales pour chaque point d'un objet à un autre objet. L'attribut D prend donc ses valeurs dans $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$.

3.3.2 Construction à partir de l'atlas iconique du SPL

Présentation de l'atlas du SPL

Nous avons choisi comme atlas iconique celui développé par le *Surgical Planning Laboratory* ([Kikinis et al., 1996]) pour sa grande richesse (plus de 150 structures étiquetées). Il s'agit d'une acquisition IRM T1 étiquetée de façon semi-automatique. Nous l'avons modifiée de façon à n'y laisser que les structures présentes dans le GHS. En outre, trois structures présentes dans le GHS ne le sont pas dans l'atlas iconique : le claustrum et les capsules externes et extrêmes. Elle ne figureront pas dans le GHE. Enfin, les structures du niveau G_4 ne sont pas non plus présentes, leurs limites étant difficiles à repérer sur des IRM. Nous n'étudierons donc que les 3 premiers niveaux de la hiérarchie. La figure 3.14 présente l'image IRM T1 ainsi que l'image étiquetée.

Comparaison avec le GHS

Le graphe exemple va nous servir à déterminer quelles relations portées par le GHS sont vérifiées sur un exemple particulier. Pour cela, il faut calculer, pour chacune des relations portées par le GHS, son degré de satisfaction dans l'atlas iconique. On reprend donc les attributs d'arc de direction et de symétrie portés par le GHS et on calcule les valeurs correspondantes. L'attribut d'adjacence A reste un attribut booléen et il suffit donc de vérifier que les relations d'adjacence sont bien les mêmes dans le GHE. Enfin, de notre point de vue, le calcul des attributs de distance ne serait intéressant que si on pouvait calculer sa stabilité sur plusieurs images. En effet, contrairement aux attributs de direction, ils ne sont pas présents dans la description experte et on ne peut donc pas le vérifier. La présentation des valeurs des attributs de distance sur une seule image ne présente pas d'intérêt réel. Nous ne les donnons pas ici. Nous montrons les valeurs des attributs de direction des niveaux G_1 et G_2 à la figure 3.16 et le niveau 3 aux figures 3.17 et 3.18. Pour chacune des relations directionnelles, on donne successivement les trois valeurs S , Π et N (si $B = 0.90, 1.00, 0.50$ alors pour la relation « en-dessous » : $S = 0.90, \Pi = 1$ et $N = 0.5$). Enfin, nous montrons à la figure 3.15 les valeurs de l'attribut de symétrie σ entre structures homologues. Nous avons constaté

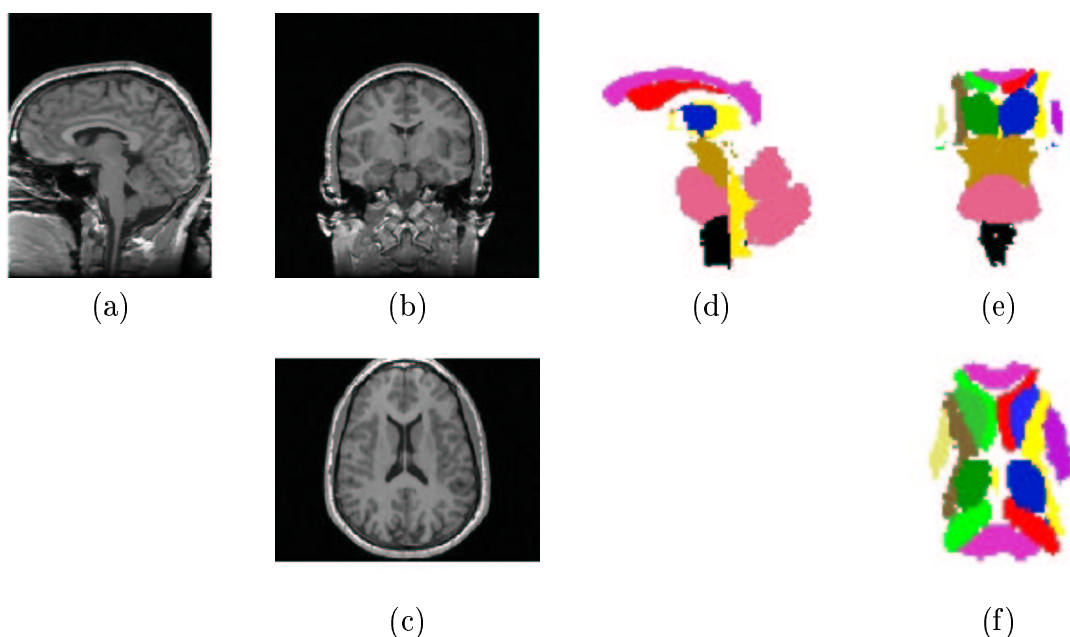


FIG. 3.14 – L'atlas du SPL. Coupes sagittale (a), coronale (b) et axiale (c) de l'image IRM T1. De même, (d) (e) (f), pour l'image étiquetée modifiée pour correspondre au niveau G_3 du GHS.

que σ est toujours extrêmement faible entre les figures non homologues ($\sigma < 0.1$)

	FB	MB	HB
σ	0.77	0.78	0.78

	Tel	Die	MB	Met	MO
σ	0.73	0.82	0.78	0.78	0.77

	LV	V3	V4	Cd	Pu	GP	Th	ic	cc	MB	Pons	Cb	MO
σ	0.56	0.56	0.76	0.61	0.65	0.47	0.82	0.56	0.77	0.78	0.65	0.65	0.77

FIG. 3.15 – Valeurs de l'attribut de symétrie σ entre les structures homologues pour les 3 niveaux du GHE.

Comparons maintenant en détails le GHS et le GHE, en particulier les niveaux G_3 . La plupart des relations ont une valeur de S satisfaisante, presque toujours plus grande que 0.5 et très souvent élevée (> 0.9), ce qui signifie que la majeure partie de l'objet vérifie la relation. Cependant, dans un grand nombre de cas, N est faible ce qui indique que certaines parties de l'objet, qui sont généralement de petite taille, ne vérifient pas la relation. Citons notamment : la partie arrière de cc (splenium) n'est pas au-dessus de LV ; certaines parties de Th ne sont pas en dehors de $V3$; les cornes temporales et occipitales de LV ne sont pas à l'intérieur de Cd ; le bras postérieur de ic n'est pas à l'extérieur de Cd ; le bras antérieur de ic n'est pas à l'extérieur de Th ...

Il existe deux explications à ce résultat. La sémantique des relations présentes dans

la description linguistique ne signifie pas nécessairement que la totalité d'un objet donné vérifie la relation. Elle indique plutôt la position des objets. En outre, et c'est là le point essentiel, la description linguistique met souvent en jeu des parties des objets. Ces parties correspondent au niveau G_4 du GHS. Elles ne sont malheureusement pas aisément séparables sur des IRM. Nous ne pouvons pas les évaluer sur l'atlas iconique. Cependant, on a pu voir que les relations du niveau G_3 portent un haut niveau de satisfaction dans le GHE.

3.3.3 Etude de nouvelles relations et stabilité

Le graphe exemple peut également servir à répondre à d'autres questions. Existe-t-il d'autres relations intéressantes en plus de celles portées par le graphe synthétique ? L'étude d'un certain nombre de graphes calculés sur différentes images permettrait-elle de tirer des conclusions quant à la stabilité des relations considérées ? Faute de temps et ne disposant pas d'une base d'images segmentées, nous n'avons pas pu effectuer ces travaux. Nous présentons ici quelques pistes de réflexion.

Pour étudier des relations différentes de celles portées par le GHS, il convient de savoir quelles relations calculer. En effet, calculer les relations entre toutes les paires d'objets serait coûteux en termes de temps de calcul et conduirait à un résultat impossible à interpréter manuellement. Par ailleurs, considérer des relations entre des structures très distantes aurait-il vraiment un sens ? Il s'agit donc de trouver une méthode sélectionnant des paires d'objets. Une première possibilité est de garder la connectivité du GHS mais en calculant tous les attributs d'arc. Une seconde possibilité, assez proche, serait de ne calculer les arcs qu'entre des structures adjacentes. Une dernière possibilité serait d'utiliser une distance et de ne considérer les arcs qu'entre des objets suffisamment proches.

Etudier la stabilité des relations spatiales permettrait probablement de tirer des conclusions très intéressantes quant à leur pertinence en imagerie cérébrale. Les relations portées par le GHS sont issues d'une description experte. Elles sont effectivement vérifiées pour des cerveaux sains. Cependant, comme l'étude de l'atlas iconique l'a montré, leurs degrés de satisfaction sont divers. Il serait donc intéressant de savoir si ces degrés sont stables d'un individu à l'autre. La connaissance de ces degrés pourrait d'ailleurs être utile pour affiner ou rendre plus robustes des procédures de reconnaissance utilisant ces relations. Pour cela, on peut calculer un GHE pour chacune des instances d'une base d'images segmentées. En imposant aux graphes la même connexité, la mise en correspondance est immédiate. On obtient alors des valeurs statistiques indiquant la stabilité des relations. Une autre piste de recherche intéressante serait la comparaison de bases de patients sains et de patients atteint d'une pathologie particulière. On pourrait alors étudier si la présence d'une pathologie donnée modifie de façon systématique certaines relations.

3.4 Conclusion

On peut décrire assez complètement les structures cérébrales par le biais de relations spatiales d'adjacence, de direction et de symétrie. Nous avons proposé une description détaillée des structures non corticales au moyen de ces relations. Cette description a été formalisée au moyen d'une structure appelée graphe hiérarchique synthétique. Cette structure permet de visualiser de façon synthétique la description et pourra être utilisée pour guider les structures de reconnaissance. Il nous a paru intéressant d'évaluer nos relations sur des images particulières. Pour ce faire, nous avons introduit un graphe hiérarchique exemple. Sa comparaison avec le graphe synthétique permet de vérifier la satisfaction de nos relations. Dans des travaux ultérieurs, il serait intéressant de calculer les graphes exemples correspondant à un grand nombre d'images. Il serait ainsi possible d'étudier la variabilité inter-individuelle des relations et éventuellement de mettre en lumière d'autres relations pertinentes.

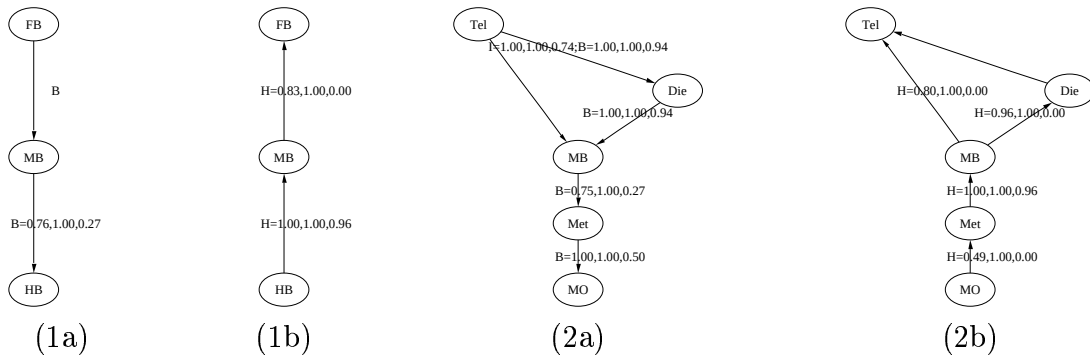


FIG. 3.16 – Les niveaux G_1 (1a, 1b) et G_2 (2a, 2b) du GHE.

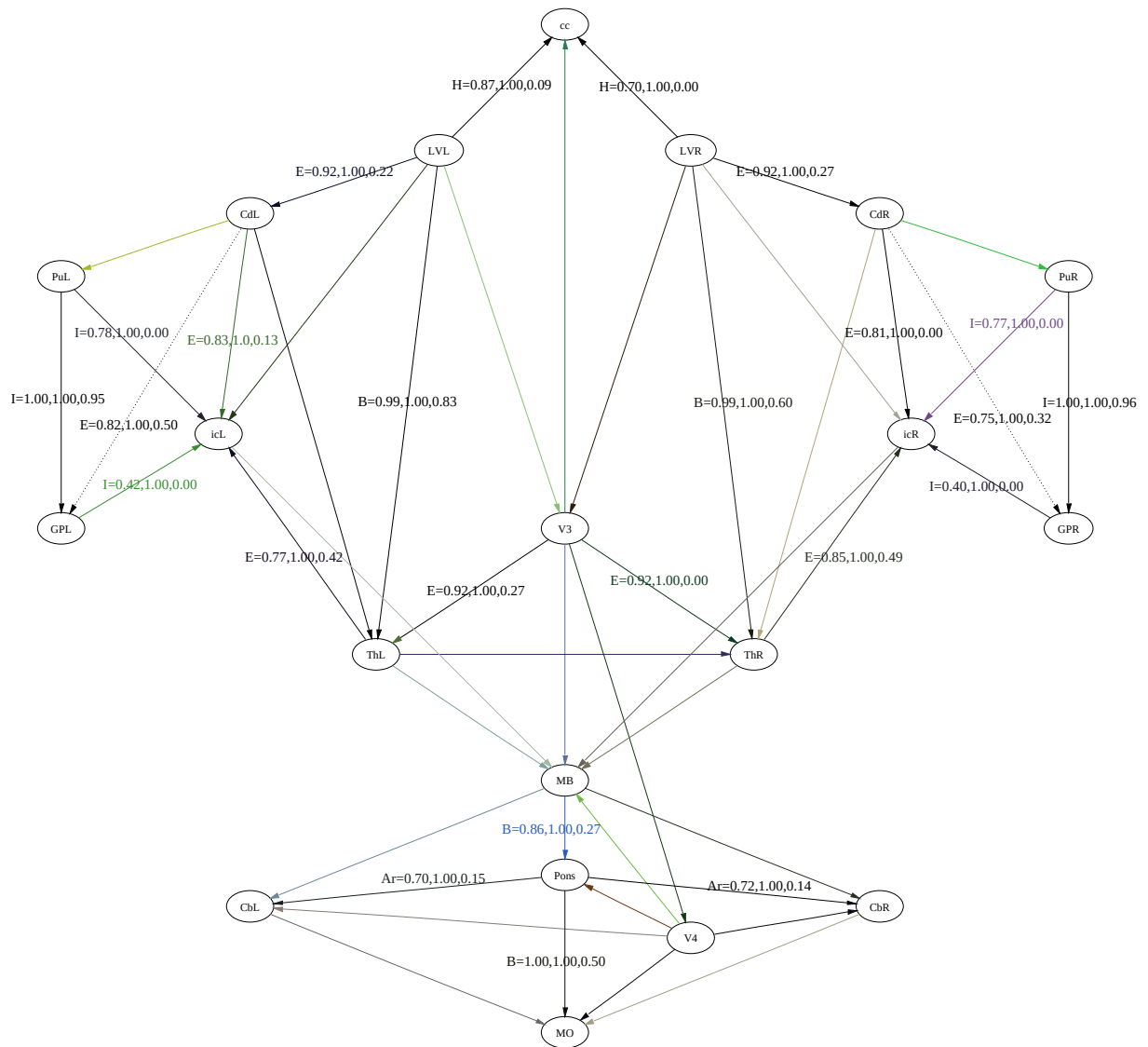


FIG. 3.17 – Le niveau G_3 du GHE. Premier schéma.

3.4 Conclusion

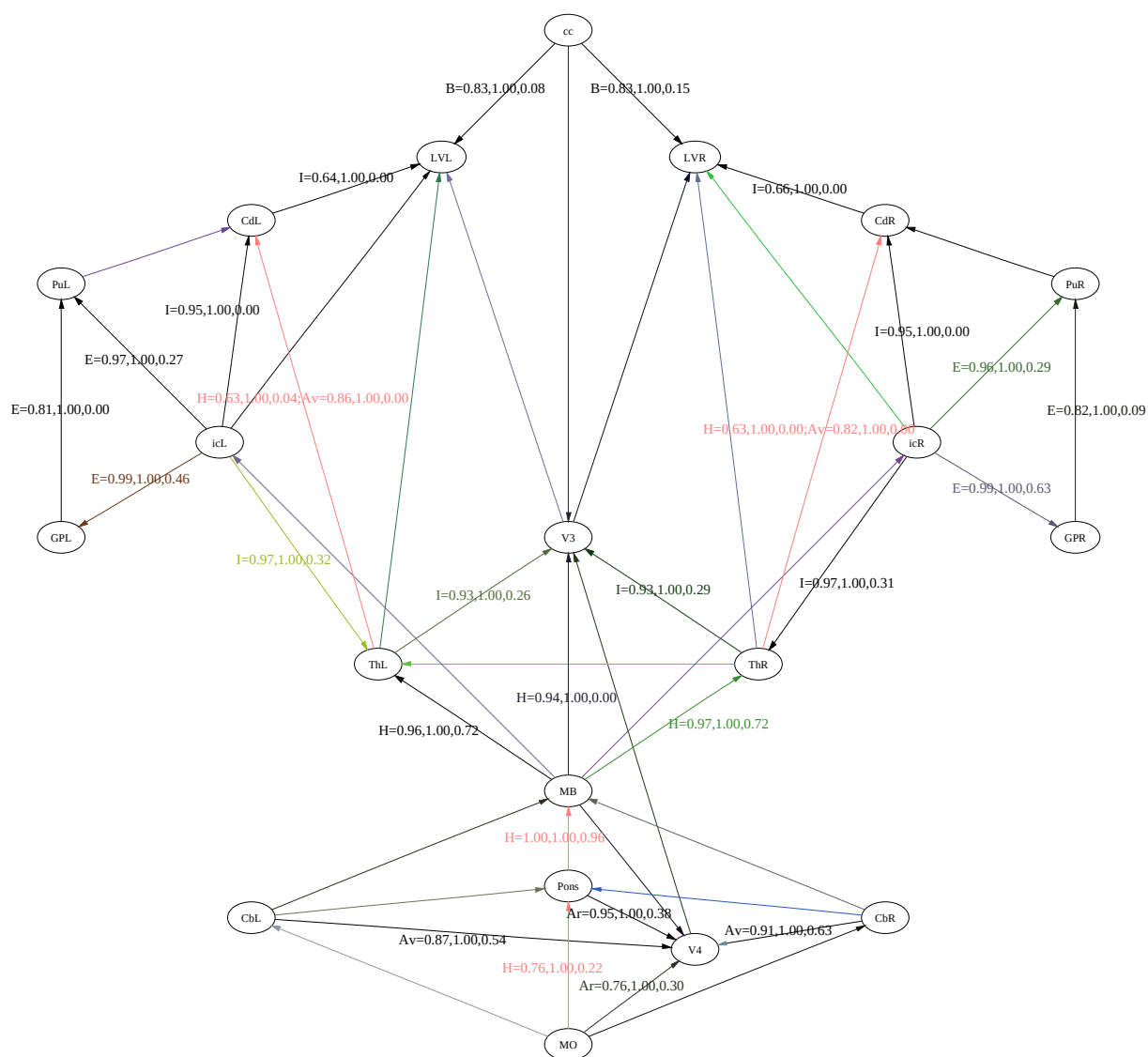


FIG. 3.18 – Le niveau G_3 du GHE. Second schéma.

CHAPITRE 4

Modèles déformables et relations spatiales

Introduction

Les modèles déformables introduits par [Kass et al., 1987], encore appelés *snakes*, contours actifs ou ballons, ont connu de nombreuses applications en segmentation d'images, animation, suivi de contour ou encore modélisation géométrique. En effet, ils sont généralement plus robustes au bruit et aux éventuelles discontinuités dans les contours de l'image ; ils permettent en outre une interaction relativement aisée avec l'utilisateur ainsi que l'introduction de connaissances *a priori* concernant la forme de l'objet recherché. Enfin, on peut en théorie obtenir une segmentation sub-voxélique de l'image. Deux grandes familles de modèles déformables existent : les modèles paramétriques [Kass et al., 1987] et les modèles géométriques [Malladi et al., 1995 ; Caselles et al., 1995]. Les premiers sont les plus anciens et nécessitent une représentation paramétrique ou discrète. Les seconds, fondés sur la théorie d'évolution des courbes et la méthode des *level sets*, utilisent une représentation implicite du modèle et permettent des changements de topologie. Nous avons fait le choix du premier type de modèles. Tout d'abord, les objets auxquels nous nous intéressons ont une topologie bien définie, presque toujours sphérique, et la possibilité de changer de topologie n'est donc ni nécessaire ni souhaitable. Par ailleurs, lorsque de tels modèles sont implantés avec une représentation discrète, leur convergence peut être obtenue rapidement.

Ce chapitre présente les choix que nous avons effectués pour construire notre modèle déformable. La principale contribution est une méthode permettant d'intégrer les informations *a priori* exprimées sous la forme de relations spatiales. Les modèles déformables évoluent vers les contours recherchés suivant une équation énergétique ou une équation de forces. Ces deux formulations sont présentées à la section 4.1. L'équation d'évolution est formée de deux termes : la force (ou énergie) interne et la force (ou énergie) externe. La première assure la régularité du contour. La seconde est calculée à partir de l'image et attire le modèle vers les contours recherchés. Nous présentons ensuite les différents types de forces externes proposés dans la littérature. Cette présentation est largement inspirée des synthèses proposées par [Xu et al., 2000 ; Montagnat et al., 2001]. L'ex-

position de ces forces externes est nécessaire pour préparer l'introduction des relations spatiales (section 4.2). En effet, l'information issue des relations spatiales est exprimée sous la forme de forces externes et leur construction est fondée sur des méthodes proposées pour les forces d'attache aux données. Enfin, la section 4.3 présente rapidement les maillages simplexes [Delingette, 1999] qui sont la représentation discrète que nous avons choisie pour implanter nos modèles déformables. Ils permettent de contourner les problèmes liés à la paramétrisation de la surface et conduisent à des temps de calcul très raisonnables. Cette section récapitule simplement des résultats sur les maillages simplexes dus à [Delingette, 1999 ; Montagnat, 1999 ; Xu, 2000].

4.1 Evolution des modèles déformables

4.1.1 Equations d'évolution

Cette section présente les équations qui régissent l'évolution des modèles déformables. Bien que la suite de nos travaux soit focalisée sur le cas tridimensionnel, nous présentons ici le cas des contours déformables avant celui des surfaces. Cela nous semble clarifier l'exposé.

Contours déformables

Dans sa formulation originale [Kass et al., 1987], l'évolution d'un *snake* est présentée comme un problème de minimisation d'énergie. La position optimale du contour, correspondant à une segmentation correcte, est celle pour laquelle l'énergie est minimale. L'énergie se décompose en énergie interne, qui est minimale pour un contour régulier, et énergie externe, qui est minimale aux points du contour recherché. En notant le contour déformable paramétré $\mathbf{X}(s) = (X(s), Y(s))$, $s \in [0, 1]$, on peut écrire l'équation d'évolution de la façon suivante :

$$E(\mathbf{X}) = E_{int}(\mathbf{X}) + E_{ext}(\mathbf{X}) \quad (4.1)$$

L'énergie interne s'écrit comme une combinaison des dérivées d'ordre 1 et 2 :

$$E_{int}(\mathbf{X}) = \frac{1}{2} \int_0^1 \left(\alpha(s) \left| \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial s} \right|^2 + \beta(s) \left| \frac{\partial^2 \mathbf{X}}{\partial s^2} \right|^2 \right) ds \quad (4.2)$$

où $\alpha(s)$ et $\beta(s)$ sont respectivement appelés paramètres de tension et de rigidité et sont souvent choisis constants. L'énergie externe est calculée par intégration sur le contour d'une fonction potentielle qui doit être minimum aux points de contour.

$$E_{ext}(\mathbf{X}) = \int_0^1 P(\mathbf{X}) ds \quad (4.3)$$

Le potentiel P est souvent issu du gradient de l'image.

On montre qu'un contour qui minimise l'énergie précédente est une solution de :

$$\mathbf{F}_{int}(\mathbf{X}) + \mathbf{F}_{ext}(\mathbf{X}) = \mathbf{0} \quad (4.4)$$

avec :

$$\mathbf{F}_{int}(\mathbf{X}) = \frac{\partial}{\partial s} \left(\alpha(s) \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial s} \right) - \frac{\partial^2}{\partial s^2} \left(\beta(s) \frac{\partial^2 \mathbf{X}}{\partial s^2} \right) \quad (4.5)$$

et

$$\mathbf{F}_{ext}(\mathbf{X}) = -\nabla P(\mathbf{X}) \quad (4.6)$$

Pour résoudre ce problème d'optimisation, on rend l'équation dynamique et la solution est l'état d'équilibre de :

$$\gamma \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t} = \mathbf{F}_{int}(\mathbf{X}) + \mathbf{F}_{ext}(\mathbf{X}) \quad (4.7)$$

On peut choisir de modéliser directement le problème par une équation de forces dynamiques, plutôt que d'utiliser l'énergie. Les forces internes sont les mêmes. En revanche, on peut utiliser des forces externes qui ne dérivent pas nécessairement d'un potentiel, ce qui rend la formulation plus générale.

On ajoute par ailleurs des conditions initiales et des conditions aux limites suivantes :

$$\begin{cases} \mathbf{X}(s, t = 0) = \mathbf{X}_0(s) & \text{la condition initiale} \\ \mathbf{X}(0, t) = \mathbf{X}(1, t) & \text{1ère condition aux bords} \\ \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial s}(0, t) = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial s}(1, t) & \text{2ème condition aux bords} \end{cases} \quad (4.8)$$

Surfaces déformables

Le passage d'un contour 2D à une surface déformable 3D peut se faire de la façon suivante [Cohen, 1991] :

$$\begin{aligned} \mathbf{S} : [0, 1]^2 &\rightarrow \mathbb{R}^3 \\ (r, s) &\rightarrow \mathbf{S}(r, s) = (X(r, s), Y(r, s), Z(r, s)) \end{aligned} \quad (4.9)$$

L'équation énergétique est alors de la même forme que celle définie pour les contours déformables (équation 4.1) :

$$E(\mathbf{S}) = E_{int}(\mathbf{S}) + E_{ext}(\mathbf{S}) \quad (4.10)$$

Un choix classique pour l'énergie interne est un stabilisateur de Tikhonov d'ordre 2 :

$$E_{int}(\mathbf{S}) = \frac{1}{2} \int_{[0,1]^2} \left(\alpha \left(\left| \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial r} \right|^2 + \left| \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial s} \right|^2 \right) + \beta \left(\left| \frac{\partial^2 \mathbf{S}}{\partial r \partial s} \right|^2 + \left| \frac{\partial^2 \mathbf{S}}{\partial r^2} \right|^2 + \left| \frac{\partial^2 \mathbf{S}}{\partial s^2} \right|^2 \right) \right) dr ds \quad (4.11)$$

De même, on définit l'énergie externe ainsi :

$$E_{ext}(\mathbf{S}) = \int_{[0,1]^2} P(\mathbf{S}) dr ds \quad (4.12)$$

On montre qu'une surface qui minimise l'énergie précédente est un état d'équilibre de :

$$\gamma \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial t} = \mathbf{F}_{int}(\mathbf{S}) + \mathbf{F}_{ext}(\mathbf{S}) \quad (4.13)$$

avec :

$$\mathbf{F}_{int}(\mathbf{S}) = \alpha \nabla^2 \mathbf{S} - \beta \nabla^2 (\nabla^2 \mathbf{S}) \quad (4.14)$$

où ∇^2 désigne le Laplacien, et :

$$\mathbf{F}_{ext}(\mathbf{S}) = -\nabla P(\mathbf{S}) \quad (4.15)$$

Le problème des conditions aux limites est plus compliqué que dans le cas des contours puisque différents choix peuvent être effectués. Ces choix déterminent la topologie de la surface (sphérique, cylindrique, toroïdale). Enfin, ces équations doivent être discrétisées par exemple avec les méthodes des différences finies ou des éléments finis.

4.1.2 Forces externes

Le choix de la force externe est crucial pour faire évoluer le modèle déformable vers les contours de l'objet à segmenter. A l'origine, [Kass et al., 1987] ont proposé de faire évoluer un *snake* suivant une force calculée à partir du gradient de l'image. Ce type de force possède cependant une région d'attraction réduite et le modèle doit être initialisé très près du contour recherché. Par la suite, de nombreux travaux ont porté sur la recherche de forces externes plus sophistiquées. Nous présentons dans cette section les principaux types de forces externes décrits dans la littérature. Elles s'appliquent aux contours comme aux surfaces déformables. La figure 4.1 donne un exemple de chacune des forces présentées ci-dessous.

Force de gradient

[Kass et al., 1987] proposent d'utiliser une force potentielle, c'est à dire dérivée d'une énergie externe par l'équation 4.6. Le potentiel quant à lui est défini à partir du module du gradient de l'image.

$$P_1(x, y, z) = -\|\nabla f(x, y, z)\|^2 \quad (4.16)$$

La force dérivée d'un tel potentiel a un domaine d'attraction réduit. Les auteurs proposent de l'agrandir en convoluant l'image par une gaussienne.

$$P_2(x, y, z) = -\|\nabla [G_\sigma(x, y, z) \star f(x, y, z)]\|^2 \quad (4.17)$$

Cependant, pour que l'attraction soit suffisante, il faut que σ soit suffisamment grand. Or, si tel est le cas, on introduit du flou et le contour ne sera pas repéré précisément.

Force gaussienne multi-échelles

Pour résoudre ce problème, [Kass et al., 1987] proposent d'employer une force gaussienne multi-échelles avec des valeurs de σ de plus en plus petites. Pour cela, on fait d'abord évoluer le modèle suivant une force calculée avec une grande valeur

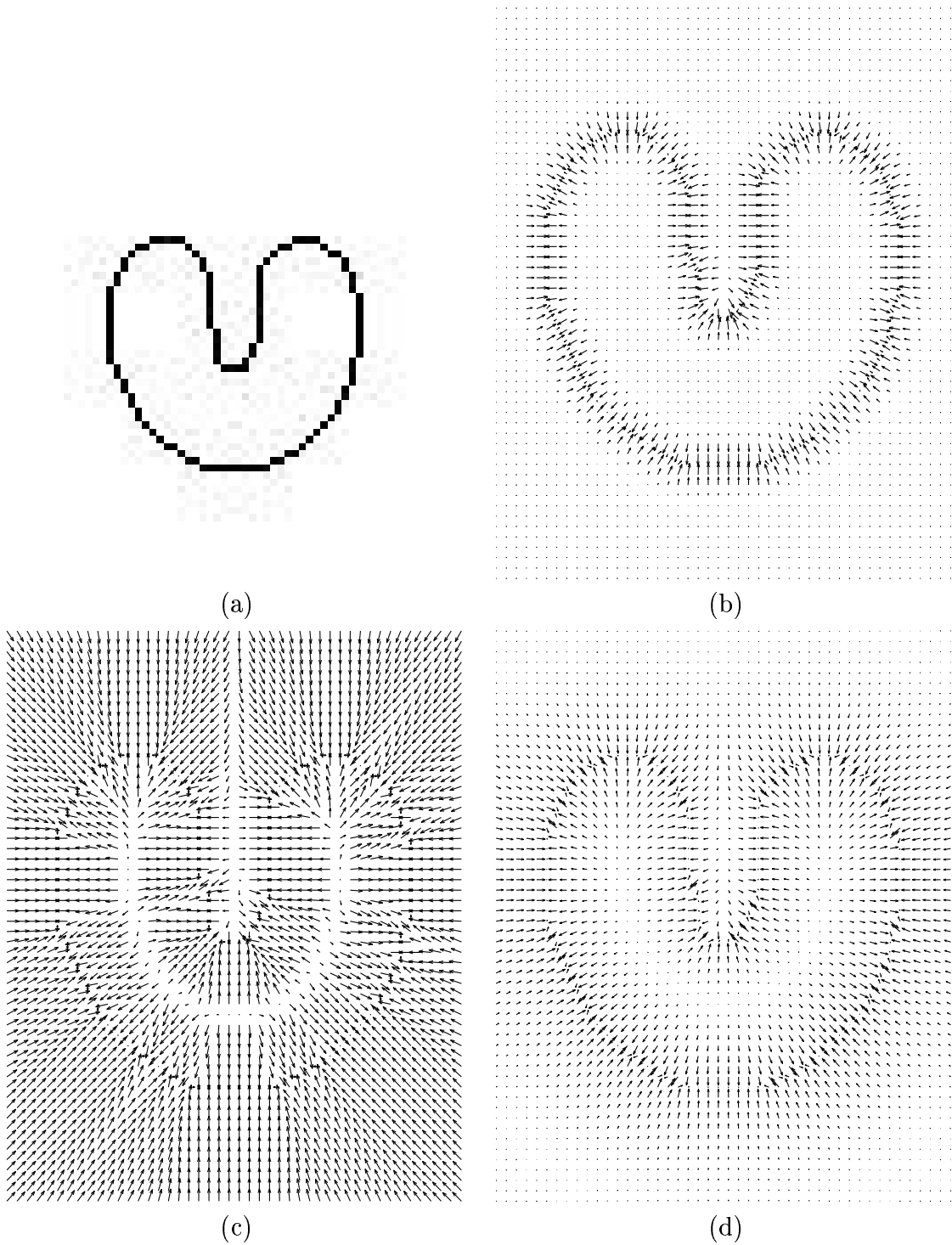


FIG. 4.1 – Les différentes forces externes d'attache aux données : (a) Image utilisée. (b) Force de gradient calculée avec $\sigma = 1$ pixel. (c) Force potentielle de distance. (d) *Gradient Vector Flow*. Image extraite de [Xu, 2000].

pour σ . Puis, lorsque l'équilibre est atteint et que le modèle s'est donc rapproché du contour recherché, on procède à une nouvelle évolution avec une valeur plus petite. Le procédé peut être itéré. La principale difficulté réside toutefois dans le choix des valeurs successives de σ .

Force de pression

[Cohen, 1991] propose d'utiliser une force de pression en conjonction avec une force de gradient. La force de pression fait évoluer le modèle dans la direction de sa normale et permet une initialisation plus éloignée du contour. Elle permet au contour de ne pas s'arrêter sur les minima faibles et également d'évoluer en l'absence d'attraction vers les données. Une force de pression s'écrit de la manière suivante :

$$\mathbf{F}_p(\mathbf{S}) = w_p \mathbf{N}(\mathbf{S}) \quad (4.18)$$

où $\mathbf{N}(\mathbf{S})$ désigne la normale à la surface (ou au contour) au point $\mathbf{S}$. Le coefficient w_p permet de déterminer l'influence de la force de pression. Suivant le signe de w_p , le modèle sera gonflé ou dégonflé. Les modèles déformables qui utilisent des forces de pression sont appelés des ballons. Le principal inconvénient d'un tel type de force réside dans la difficulté de fixer la valeur de w_p . Si elle est trop faible, le modèle risque de s'arrêter sur des contours non significatifs. Si elle est trop grande, il risque de ne pas s'arrêter sur le contour recherché. Par ailleurs, [Cohen, 1991] normalise la force d'attache aux données :

$$\mathbf{F}_{ext}(\mathbf{S}) = -\frac{\nabla P(\mathbf{S})}{\|\nabla P(\mathbf{S})\|} \quad (4.19)$$

Une telle normalisation permet d'éviter que l'évolution du contour devienne instable, ce qui peut se produire lors de déplacements de plus d'un voxel.

Force de distance

[Cohen et Cohen, 1993] proposent l'utilisation d'une force potentielle de distance. On suppose qu'un détecteur de contours a été utilisé pour produire une carte de contours. L'idée est alors de définir le potentiel comme une fonction de la distance à cet ensemble de contours. Le potentiel est alors minimum aux points de contour :

$$P_d(x, y, z) = g(d(x, y, z)) \quad (4.20)$$

où $d(x, y, z)$ est une carte de distance aux points de contour et g est une fonction croissante (plus on est près du contour, plus l'énergie est faible). On peut choisir par exemple $g(x) = -w_d e^{-x^2}$ ou $g(x) = -1/x$. Une telle force est intéressante car elle possède une grande zone d'attraction (toute l'image). Le principal problème réside dans la difficulté de converger vers des points où le contour possède de profondes concavités car le modèle est attiré vers le point le plus proche.

Gradient Vector Flow

Pour résoudre les problèmes liés aux forces externes précédentes, en particulier le domaine d'attraction et la convergence vers les concavités éventuelles des contours, Xu et Prince ont introduit une force fondée sur la diffusion du vecteur gradient et appelée *Gradient Vector Flow* (GVF) [Xu et Prince, 1998b]. Ils en ont ensuite proposé une généralisation (GGVF) qui améliore encore la convergence vers les fines concavités [Xu et Prince, 1998a]. Par ailleurs, cette forme généralisée a la propriété de converger vers le milieu des contours épais. Encore une fois, on suppose qu'un détecteur de contours a été utilisé pour produire un ensemble de contours f . Le *Gradient Vector Flow* (GVF) $v(x)$ est alors défini comme la solution d'équilibre de l'équation de diffusion suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial t} = g(\|\nabla f\|)\nabla^2 v - h(\|\nabla f\|)(v - \nabla v) \\ v(x, y, z, 0) = \nabla f(x, y, z) \end{cases} \quad (4.21)$$

Dans la première équation, le premier terme est le terme de lissage puisque ce terme seul va produire un champ de vecteurs à variation lente. Le deuxième terme est attaché aux données car il force le champ de vecteurs à rester proche du gradient de f , lui même calculé à partir des données. Les deux fonctions g et h sont des fonctions de pondération qui dépendent du gradient du contour qui varie spatialement. Comme nous voulons que le champ de vecteurs u varie lentement loin des contours (c'est-à-dire là où le gradient est faible), mais se comporte comme ∇f à proximité des contours, g doit être décroissante, et h croissante. De plus, h doit dominer au niveau des contours. Autrement dit, la fidélité aux données doit dominer par rapport à l'effet de lissage. On peut choisir :

$$\begin{cases} g(r) = e^{-\frac{r^2}{\kappa}} \\ h(r) = 1 - g(r) \end{cases} \quad (4.22)$$

ou encore

$$\begin{cases} g(r) = \mu \\ h(r) = r^2 \end{cases} \quad (4.23)$$

Information de région

[Montagnat, 1999] propose de prendre en compte l'information de région. L'évolution du modèle se fait alors suivant la normale à la surface, vers les frontières de régions homogènes. La détermination de ces frontières est fondée sur le profil d'intensité, qui est lissé, ainsi que sur des informations *a priori* prenant en compte la taille des régions ainsi que les variations de niveaux d'intensité à l'intérieur d'une région homogène. Il propose également une autre façon de prendre en compte l'information de région en l'utilisant pour sélectionner les gradients significatifs.

Forces interactives

Les modèles déformables se prêtent bien à l'interaction avec l'utilisateur. [Kass et al., 1987] proposent d'introduire cette interaction via des forces externes interac-

tives. Elles permettent d'attirer ou de repousser le contour vers des points placés par l'utilisateur.

Les forces de ressort permettent d'attirer le contour vers un point $\mathbf{p}$. Elles se comportent comme si un ressort était placé entre ce point et le point du *snake* le plus proche.

$$\mathbf{F}_s = w_s(\mathbf{p} - \mathbf{S})$$

Les forces de volcan permettent de repousser le contour d'un point $\mathbf{p}$. La force n'est calculée que dans un voisinage $N(\mathbf{p})$ de $\mathbf{p}$.

$$\mathbf{F}_v = \begin{cases} w_v \frac{\mathbf{p} - \mathbf{S}}{\|\mathbf{p} - \mathbf{S}\|^3} & \text{si } \mathbf{x} \in N(\mathbf{p}) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

4.2 Contraintes issues de relations spatiales

De très nombreux travaux ont porté sur l'introduction de contraintes de forme dans des modèles déformables. Citons par exemple [Cootes et al., 1995 ; Shen et al., 2001 ; Montagnat, 1999]). Nous proposons d'introduire un nouveau type d'informations issu des relations spatiales. Pour cela, il faut l'intégrer dans le schéma d'évolution du *snake*. Nous proposons de le faire via une force externe. Cette force devra être combinée à une force issue des données. On choisira une des forces présentées à la section 4.1.2. Cela conduit au schéma d'évolution suivant :

$$\gamma \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial t} = \mathbf{F}_{int}(\mathbf{S}) + \mathbf{F}_{ext}(\mathbf{S}) \quad (4.24)$$

avec :

$$\mathbf{F}_{ext}(\mathbf{S}) = \lambda \mathbf{F}_C + \nu \mathbf{F}_R \quad (4.25)$$

où $\mathbf{F}_C$ est une force externe d'attache aux données calculée à partir des contours de l'image, $\mathbf{F}_R$ est une force externe associée à une relation spatiale et λ et ν sont des coefficients de pondération.

Au chapitre 1, nous avons montré que les méthodes de représentation des relations spatiales pouvaient être divisées en deux catégories : celles qui définissent un degré de satisfaction de la relation en tout point de l'espace et celles qui définissent un degré entre deux objets donnés. Nous nous restreindrons au premier cas. En effet, la définition d'une force externe en chaque point de l'espace 3D découlera de celle de l'ensemble flou 3D. Cela revient à dire que nous ne traiterons ici que les relations que nous représentons via un ensemble flou : directions et distances. On traitera également le cas des fusions de relations. Il s'agit donc de calculer une force externe à partir d'un ensemble flou. Pour cela, nous nous inspirons des méthodes utilisées pour construire les forces d'attache aux données présentées à la section 4.1.2.

Après avoir exposé les propriétés souhaitables pour notre force externe, nous proposons et discutons plusieurs méthodes de construction et montrons quelques exemples.

4.2.1 Propriétés désirées

On note R un ensemble flou représentant une relation spatiale ou une fusion de relations et μ_R sa fonction d'appartenance. La force doit contraindre le modèle à satisfaire à la relation spatiale considérée. Elle doit donc être dirigée vers les points de l'espace en lesquels la relation est vérifiée. Par ailleurs, lorsque la relation est complètement vérifiée, le modèle ne doit être contraint que par les données : la force doit être nulle dans le noyau de l'ensemble flou. En outre, son module doit être inversement proportionnel à la satisfaction de la relation, c'est-à-dire à $1 - \mu_R$. Enfin, il est préférable que la force ait une certaine régularité spatiale et que le temps nécessaire à son calcul reste raisonnable. Par la suite, nous travaillerons avec l'exemple de la figure 4.2 et considérerons la relation « à gauche de l'objet ».

4.2.2 L'ensemble flou comme énergie

En considérant la formulation énergétique, il peut sembler naturel de définir un potentiel énergétique directement à partir de l'ensemble flou. Par exemple, nous pourrions prendre $P_R^1(x, y, z) = -\mu_R(x, y, z)$ ou encore $P_R^2(x, y, z) = 1 - \mu_R(x, y, z)$. Les forces dérivées sont respectivement notées $\mathbf{F}_R^1$ et $\mathbf{F}_R^2$. Cependant, on constate aisément que la force est nulle partout où le potentiel est minimal, c'est-à-dire là où la satisfaction de la relation est la plus faible (figure 4.2(c)). Cela n'est pas souhaitable. En effet, si le contour se trouve dans une position où le degré de satisfaction est nul, il faut qu'il soit contraint à se déplacer vers les zones où la relation est vérifiée. Les forces présentées ci-après permettent de résoudre ce problème.

4.2.3 Force de pression

[Xu et al., 1999] ont déjà utilisé l'idée d'une force externe construite à partir d'un ensemble flou. Le cadre est la reconstruction du cortex en IRM avec un modèle déformable. La force est calculée à partir des fonctions d'appartenance à la matière grise et à la matière blanche issues d'une segmentation floue. Elle est combinée à un GVF et a pour but d'accélérer la convergence du modèle. Elle est définie comme une force de pression [Cohen, 1991], normale à la surface et de module égal à :

$$w_p(x, y, z) = \begin{cases} 0 & \text{si } |2\mu_{mb} + \mu_{mg} - 1| \leq \delta \\ 2\mu_{mb} + \mu_{mg} - 1 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.26)$$

où μ_{mb} est la fonction d'appartenance à la matière blanche, μ_{mg} à la matière grise, et δ un seuil à fixer. Le sens d'évolution (« gonfler » ou « dégonfler » la surface) est déterminé naturellement par l'équation précédente. En effet, w_p est positif quand la surface se trouve dans la matière blanche, nul quand elle se trouve dans la matière grise et négatif quand elle se trouve dans le liquide céphalo-rachidien ou le fond de l'image.

Dans notre cas, il peut sembler naturel de définir :

$$w_p(x, y, z) = 1 - \mu_R \quad (4.27)$$

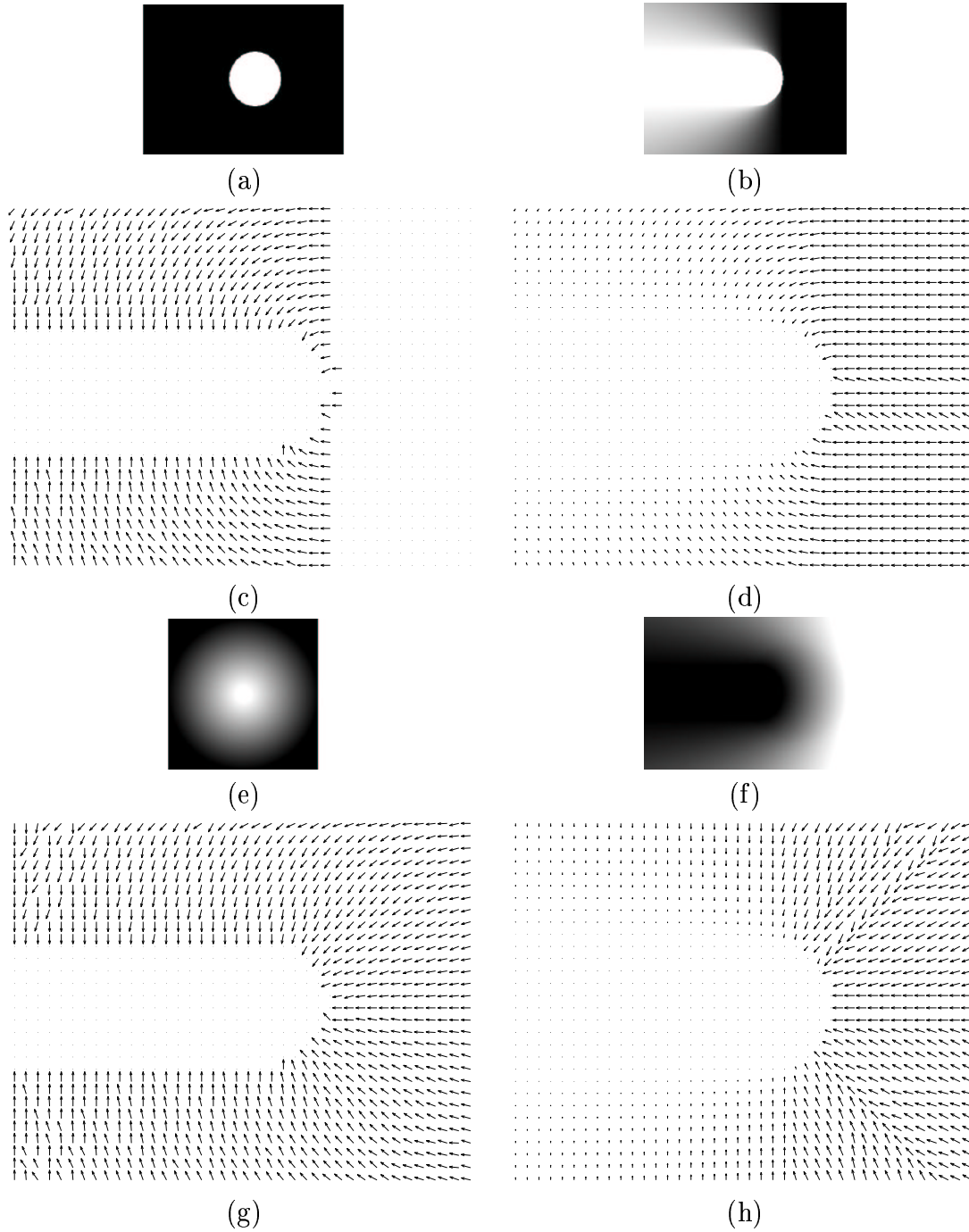


FIG. 4.2 – (a) L'objet de référence considéré. (b) L'ensemble flou R correspondant à la relation à gauche. (c) La force $\mathbf{F}_R^2$ (vecteurs de norme 1 pour la visualisation). (d) La force $\mathbf{F}_R^3$ (prolongation du support de R). (e) L'élément structurant ν de la dilatation floue. (f) La carte de distance floue d_ν . (g) La force $\mathbf{F}_R^4$ (distance à l'ensemble flou). (h) La force $\mathbf{F}_R^5$ (distance au noyau de R). Pour faciliter la visualisation des champs de vecteurs, nous avons procédé à un sous-échantillonnage d'un facteur $1/5$.

Cependant, contrairement au cas précédent, nous n'avons pas de méthode pour choisir le sens d'évolution. En effet, le signe de w_p est constant. On ne peut pas définir le sens d'évolution en utilisant seulement la valeur de μ_R en chaque point. Il faut utiliser une information géométrique indiquant la direction dans laquelle se trouve le support de μ_R . Les forces présentées par la suite utilisent une telle information.

4.2.4 Prolongation en dehors du support

Comme nous l'avons vu à la section 4.2.2, une force dérivée directement de μ_R sera nulle en dehors du support de R . On peut remédier à cela en prolongeant l'ensemble flou par la distance à son support. Pour cela, on définit le potentiel suivant :

$$P_R^3(x, y, z) = 1 - \mu_R(x, y, z) + d_{\text{supp}(R)}(x, y, z) \quad (4.28)$$

où $d_{\text{supp}(R)}$ est la distance au support de R .

En dérivant directement la force de ce potentiel, on satisfait aux propriétés requises à la section 4.2.1, sauf en ce qui concerne la proportionnalité du module avec $1 - \mu_R$. Nous proposons donc la normalisation suivante :

$$\mathbf{F}_R^3 = -(1 - \mu_R) \frac{\nabla P_R^3(x, y, z)}{\|\nabla P_R^3(x, y, z)\|} \quad (4.29)$$

Le résultat est montré à la figure 4.2(d).

4.2.5 Force de distance

Distance à l'ensemble flou

Comme nous l'avons vu à la section 4.1.2, l'utilisation d'une force de distance permet d'obtenir une grande zone d'attraction [Cohen et Cohen, 1993]. Cependant, une telle force était définie par rapport à un ensemble binaire (issu d'un détecteur de contours). Dans notre cas, l'ensemble μ_R considéré est flou. Il faut donc utiliser la distance d'un point à un ensemble flou pour calculer notre carte de distance. [Bloch, 1996a] propose un panorama de telles distances. Pour notre application, il faut choisir une distance qui combine convenablement la fonction d'appartenance et la distance spatiale. On peut choisir par exemple la distance morphologique ¹. Une telle distance est définie comme la dilatation de l'ensemble flou considéré par un élément structurant flou :

$$d_\nu(x, y, z) = 1 - D_\nu(\mu_R) \quad (4.30)$$

où ν est un élément structurant linéaire à symétrie circulaire : $\nu(x, y, z) = 1 - \frac{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{k}$ où k désigne la taille de l'élément. Les figures 4.2(e) et (f) montrent l'élément structurant et la carte de distance obtenue.

¹Il aurait peut-être été possible d'utiliser l'intégrale des distances aux α -coupes. Nous n'avons pas testé cette solution.

On peut ensuite définir le potentiel comme à l'équation 4.20 :

$$P_R^4(x, y, z) = g(d_\nu(x, y, z)) \quad (4.31)$$

où g est une fonction croissante (plus on est près du contour, plus l'énergie est faible). On peut choisir par exemple $g(x) = -w_d e^{-x^2}$ ou $g(x) = -1/x$. La force dérivée est notée $\mathbf{F}_R^4$.

On peut encore normaliser la force comme à l'équation 4.29. Il s'agit d'une solution élégante mais son principal inconvénient réside dans un temps de calcul trop important. Le calcul d'une telle force prend environ 15 minutes pour une image 2D 400x300. Pour que cette méthode soit utilisable, il faudrait développer d'autres méthodes de calcul, par exemple en s'inspirant des méthodes de propagation utilisées pour calculer un paysage flou [Bloch, 1999a]. Le résultat est montré à la figure 4.2(g).

Distance au noyau de l'ensemble flou

Pour contourner le problème lié au temps de calcul prohibitif associé à la solution précédente, on peut se ramener au calcul d'une carte de distance à un ensemble binaire en utilisant le noyau de R . On définit alors le potentiel ainsi :

$$P_R^5(x, y, z) = g(d_{\text{Ker}(R)}(x, y, z)) \quad (4.32)$$

où $d_{\text{Ker}(R)}(x, y, z)$ est une carte de distance au noyau de R . La force dérivée est notée $\mathbf{F}_R^5$. La figure 4.2(h) présente un exemple d'une telle force.

Le comportement de la force ainsi calculée diffère de celles calculées à partir des potentiels P_R^3 (équation 4.28) et P_R^4 (équation 4.31), principalement pour des ensembles flous comportant des maxima locaux en dehors de leur noyau. Les deux forces précédentes pointent localement vers ces maxima locaux alors que celle calculée à partir de P_R^5 pointe vers le noyau de R .

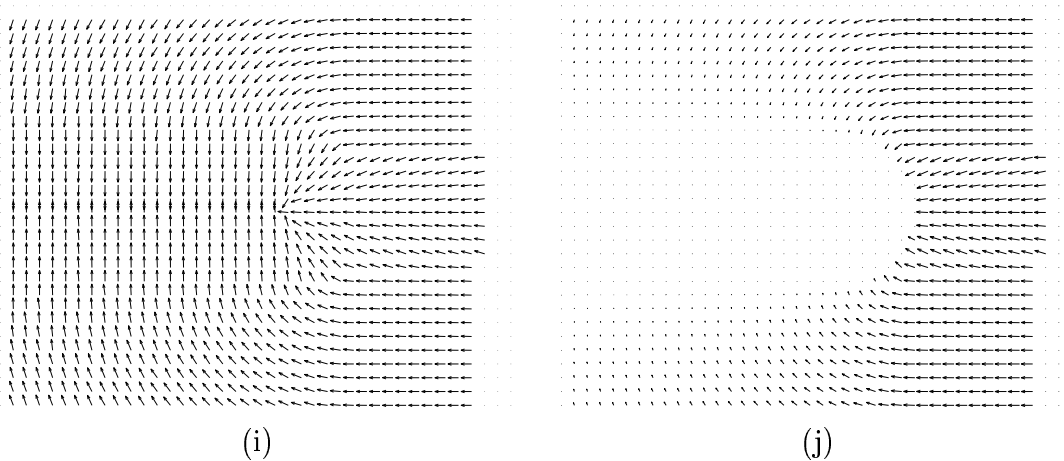


FIG. 4.3 – Suite de la figure 4.2. (i) Le GVF de R (vecteurs de norme 1 pour la visualisation). (j) La force $\mathbf{F}_R^6$ (GVF de R).

4.2.6 Gradient Vector Flow de l'ensemble flou

Enfin, on peut calculer le GVF de R . La fonction d'appartenance μ_R remplace alors la carte de contours f dans l'équation 4.21. On obtient alors l'équation de diffusion suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial t} = c \nabla^2 v - \|\nabla \mu_R\|^2 (v - \nabla \mu_R) \\ v(x, y, z, 0) = \nabla \mu_R(x, y, z) \end{cases} \quad (4.33)$$

Nous avons choisi la forme non généralisée du GVF qui correspond à $g(r) = c$ et $h(r) = r^2$ (Equation 4.23). On constate que dans les zones où μ_R est constant, notamment dans le noyau et en dehors du support, seule la diffusion a lieu. En effet, à ces endroits, $\|\nabla \mu_R\| = 0$. On obtient ainsi une force non nulle en dehors du support. Comme la diffusion se fait également dans le noyau, la force n'y sera pas nulle non plus. On peut néanmoins remédier à ce problème en utilisant à nouveau la normalisation de l'équation 4.29 :

$$\mathbf{F}_R^6 = (1 - \mu_R) \frac{\mathbf{u}}{\|\mathbf{u}\|} \quad (4.34)$$

où $\mathbf{u}$ est le GVF calculé à partir de l'ensemble flou R . Les figures 4.3(i) et 4.3(j) présentent le GVF de R et la force dérivée.

4.2.7 Discussion

Parmi les forces décrites précédemment, seule la force calculée directement à partir de l'ensemble flou (potentiels P_R^1 et P_R^2) ne satisfait pas aux propriétés énoncées à la section 4.2.1. Nous avons vu cependant que la force de pression n'est pas utilisable car on ne peut déterminer le sens d'évolution (« gonfler » ou « dégonfler »). La force de distance calculée avec une distance floue n'est pas non plus utilisable en pratique à cause du temps de calcul prohibitif. Restent donc trois méthodes pour calculer une force externe à partir de relations spatiales :

- prolonger R par la distance à son support (cette force sera notée $\mathbf{F}_R^a$);
- utiliser la distance au noyau de R (renotée $\mathbf{F}_R^b$);
- utiliser le GVF de R (renotée $\mathbf{F}_R^c$).

Une fois correctement normalisées, ces forces possèdent les propriétés requises, énoncées à la section 4.2.1. Elles ne sont cependant pas équivalentes, en particulier au voisinage de maxima locaux en dehors du noyau. $\mathbf{F}_R^a$ et $\mathbf{F}_R^c$ pointent vers ces maxima alors que $\mathbf{F}_R^b$ pointe vers le noyau de R . Les figures 4.4, 4.5, 4.6 et 4.7 montrent des exemples de forces calculées par ces trois méthodes. On peut voir que $\mathbf{F}_R^a$ et $\mathbf{F}_R^c$ ont des comportements extrêmement semblables. On peut notamment remarquer qu'elles sont orthogonales aux lignes de niveau de R . Tel n'est pas le cas de $\mathbf{F}_R^b$ qui pointe toujours vers le noyau. Le temps nécessaire au calcul de $\mathbf{F}_R^a$ et $\mathbf{F}_R^b$ est très bref (5 secondes pour une image 128x128x124 sur un PC Pentium III 1Ghz). Le calcul de $\mathbf{F}_R^c$ est un peu plus long à cause du GVF (3 minutes).

Il est difficile de préconiser l'emploi d'une force en particulier. Lors de nos expériences, ces trois forces ont produit des résultats similaires. On peut tout de même remarquer que la force $\mathbf{F}_R^b$ est à déconseiller dans le cas d'ensembles flous présentant des maxima

locaux élevés en dehors du noyau. En revanche, lorsque le principal maximum local est le noyau, la force $\mathbf{F}_R^b$ possède l'avantage de pointer directement vers lui. Enfin, bien que les forces $\mathbf{F}_R^a$ et $\mathbf{F}_R^c$ aient des allures très similaires, $\mathbf{F}_R^c$ introduit une régularisation qui semble *a priori* intéressante.

Il est à noter que tous les résultats présentés sont aussi valables si l'on utilise un ensemble binaire à la place de l'ensemble flou. Dans ce cas, les forces $\mathbf{F}_R^a$ et $\mathbf{F}_R^b$ sont égales car le noyau et le support sont confondus. Dans l'annexe, nous utiliserons une telle force correspondant à un ensemble binaire.

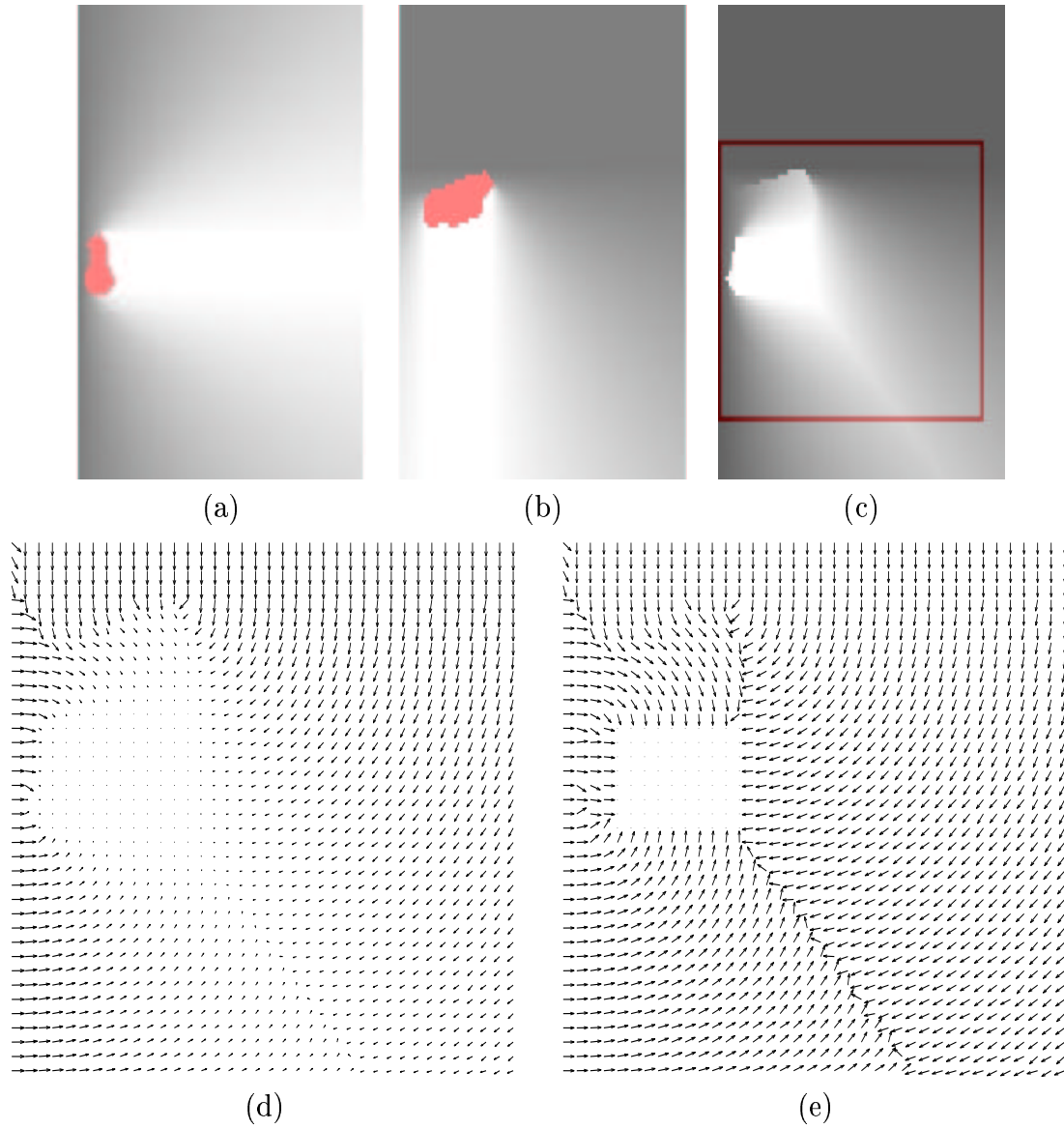


FIG. 4.4 – Coupes d'ensembles flous représentant des relations spatiales et la force externe dérivée de ces relations : (a) direction : « à droite du troisième ventricule », (b) direction : « en-dessous du ventricule latéral », (c) fusion conjonctive des deux directions précédentes avec la t-norme « produit », (d) force externe correspondant à la relation de fusion précédente, calculée grâce à la première méthode $\mathbf{F}_R^a$ (pour faciliter la visualisation, nous présentons un agrandissement de la partie de l'image correspondant au rectangle de l'image précédente et nous avons procédé à un sous-échantillonnage d'un facteur 1/2), (e) idem, mais en normalisant les vecteurs pour faciliter la visualisation des directions.

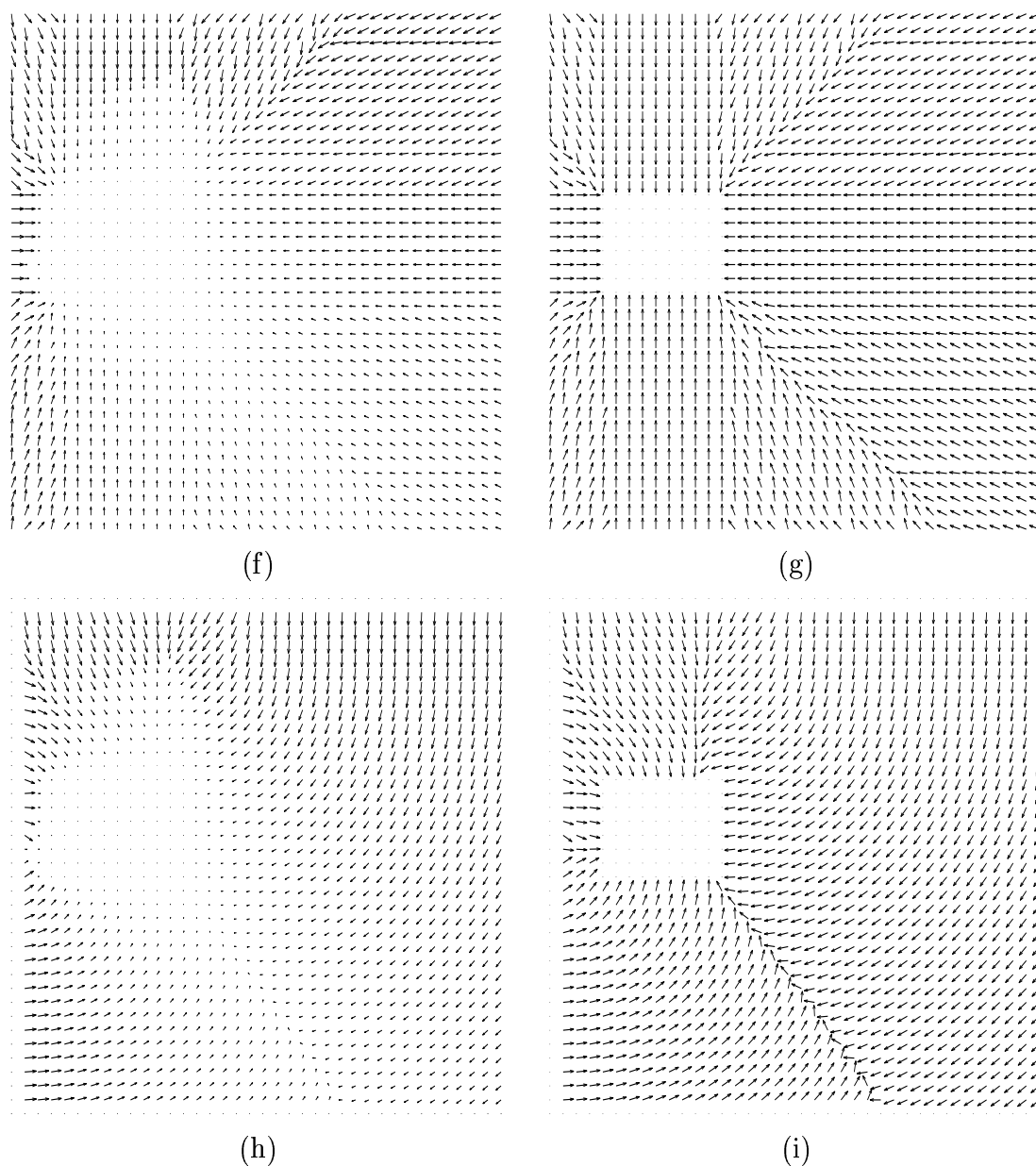


FIG. 4.5 – Suite de la figure 4.4 : (f) force externe calculée avec la deuxième méthode $\mathbf{F}_R^b$, (g) idem, mais en normalisant les vecteurs pour faciliter la visualisation des directions, (h) force externe calculée avec la troisième méthode $\mathbf{F}_R^c$, (i) idem, mais en normalisant les vecteurs pour faciliter la visualisation des directions.

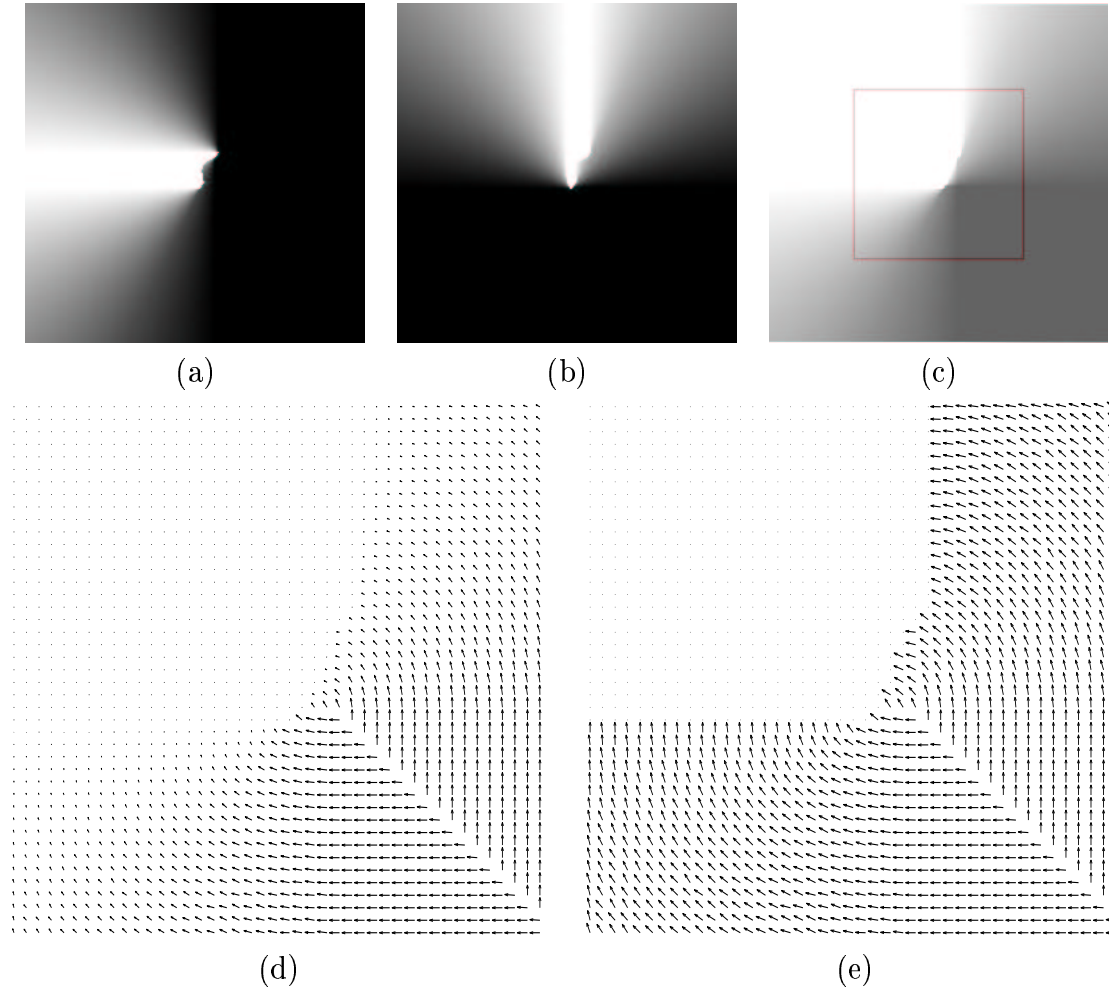


FIG. 4.6 – Coupes d'ensembles flous représentant des relations spatiales et la force externe dérivée de ces relations : (a) direction : « à gauche du ventricule latéral », (b) direction : « au dessus du ventricule latéral », (c) fusion disjonctive des deux directions précédentes avec la t-conorme de Lukasiewicz, (d) force externe correspondant à la relation de fusion précédente, calculée avec la première méthode $\mathbf{F}_R^a$ (pour faciliter la visualisation, nous présentons un agrandissement de la partie de l'image correspondant au rectangle de l'image précédente et nous avons procédé à un sous-échantillonnage d'un facteur 1/3), (e) idem, mais en normalisant les vecteurs pour faciliter la visualisation des directions.

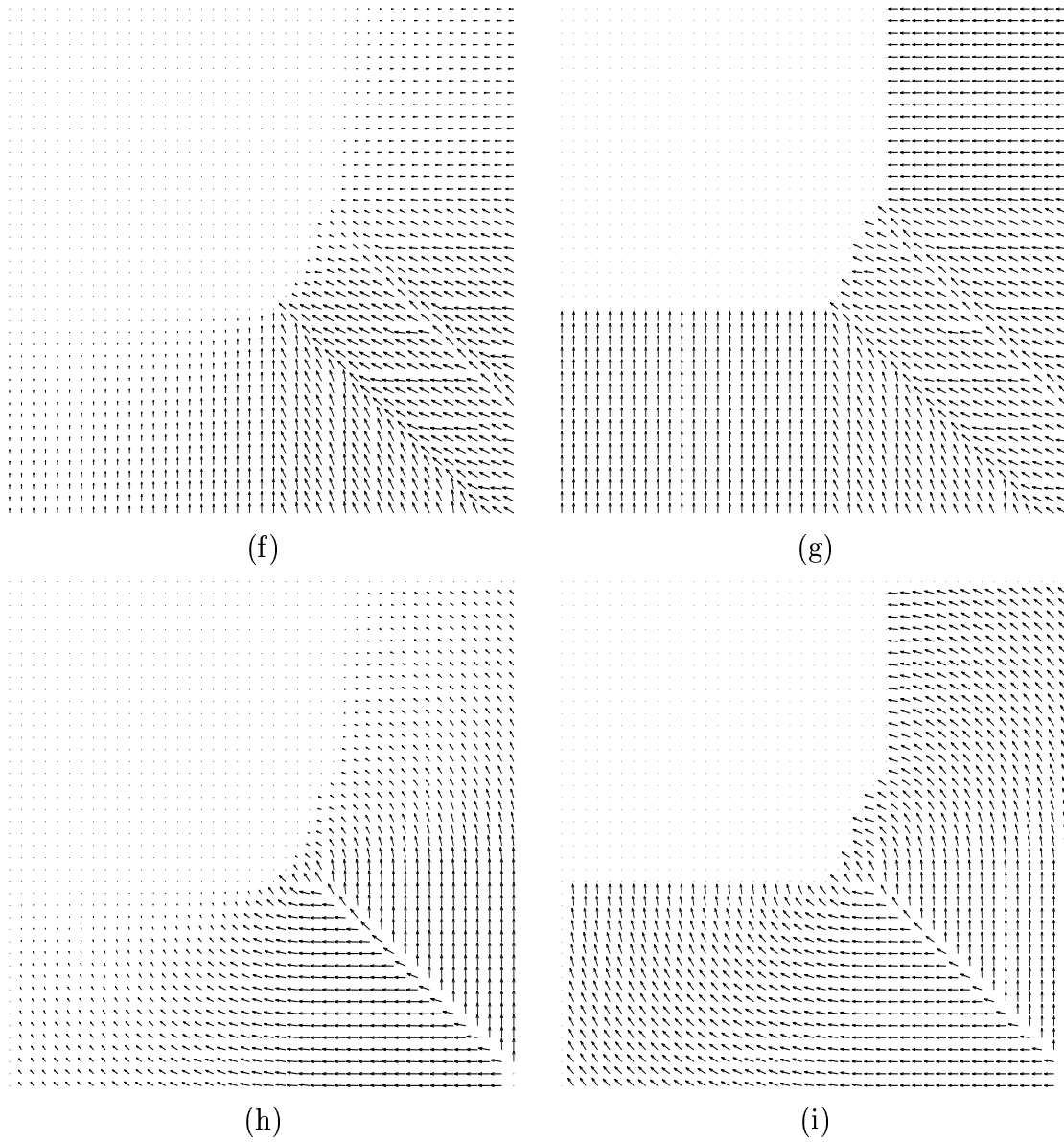


FIG. 4.7 – Suite de la figure 4.6 : (f) force externe calculée avec la deuxième méthode $\mathbf{F}_R^b$, (g) idem, mais en normalisant les vecteurs pour faciliter la visualisation des directions, (h) force externe calculée par la troisième méthode $\mathbf{F}_R^c$, (i) idem, mais en normalisant les vecteurs pour faciliter la visualisation des directions.

4.2.8 Exemple d'évolution

Afin d'illustrer le comportement des forces précédemment définies, nous proposons un exemple d'évolution d'un contour déformable contraint par des relations spatiales. L'image originale (figure 4.8(1a)) est issue d'une IRM simulée de la base de données BrainWeb (voir section 2.4.3). On se fixe comme objectif de segmenter le noyau caudé droit (en gris foncé sur l'image). On utilisera le ventricule latéral comme objet de référence (en noir sur l'image).

Les figures 4.8(1c)-(1h) montrent l'évolution en l'absence de relations spatiales. La force externe est seulement constituée d'un GVF (figure 4.8(1b)). Le modèle converge vers les premiers contours significatifs rencontrés.

Pour contraindre le modèle à converger vers le noyau caudé, on utilise la relation spatiale « à droite du ventricule latéral ». L'objet de référence est présenté à la figure 4.8(2a), l'ensemble flou correspondant à la relation spatiale à la figure 4.8(2b). La force $\mathbf{F}_R$ (figure 4.8(2c)) est combinée au GVF (figure 4.8(2d)). L'évolution du modèle sous l'influence de cette combinaison est montrée aux figures 4.8(2e)-(2j). Le résultat obtenu correspond à l'ensemble noyau caudé et ventricule latéral droit. Cela est normal puisque l'ensemble flou inclut le ventricule et que l'on a initialisé le modèle à l'extérieur.

Pour segmenter uniquement le noyau caudé, il faut éliminer le ventricule latéral de l'ensemble flou. La meilleure solution est de calculer la relation spatiale en ne considérant que la frontière droite du ventricule comme objet de référence. L'ensemble flou correspondant est montré à la figure 4.9(3a). On utilise alors une combinaison (figure 4.9(3c)) du GVF et de la force $\mathbf{F}_R^c$ (figure 4.9(3b)) calculée à partir de ce nouvel ensemble flou. L'évolution du modèle est présentée aux figures 4.9(3d)-(3i). On converge bien vers le noyau caudé droit. Calculer la relation spatiale à partir d'une frontière de l'objet de référence permet d'éviter que cet objet soit segmenté en même temps que la structure recherchée. Par la suite, nous ne serons plus confrontés à ce problème puisque l'initialisation de nos modèles déformables n'englobera pas l'objet de référence.

Enfin, il peut être intéressant de combiner différemment l'attache aux données et la force $\mathbf{F}_R$. Afin de calculer la somme pondérée, on peut utiliser l'ensemble flou comme masque flou pour l'attache aux données. On obtient alors la force externe suivante :

$$\mathbf{F}_{ext}(x, y, z) = \lambda \mu_R(x, y, z) \mathbf{F}_C(x, y, z) + \nu \mathbf{F}_R(x, y, z) \quad (4.35)$$

où $\mathbf{F}_C$ est une force externe d'attache aux données calculée à partir des contours de l'image, $\mathbf{F}_R$ est une force externe associée à une relation spatiale et λ et ν sont des coefficients de pondération.

Cela permet d'éliminer l'attache aux données des zones où la relation n'est pas satisfaite. Un exemple d'une telle combinaison est montré à la figure 4.9(3j). Cette combinaison est utilisée dans l'annexe, mais cette fois avec un ensemble binaire au lieu d'un ensemble flou.

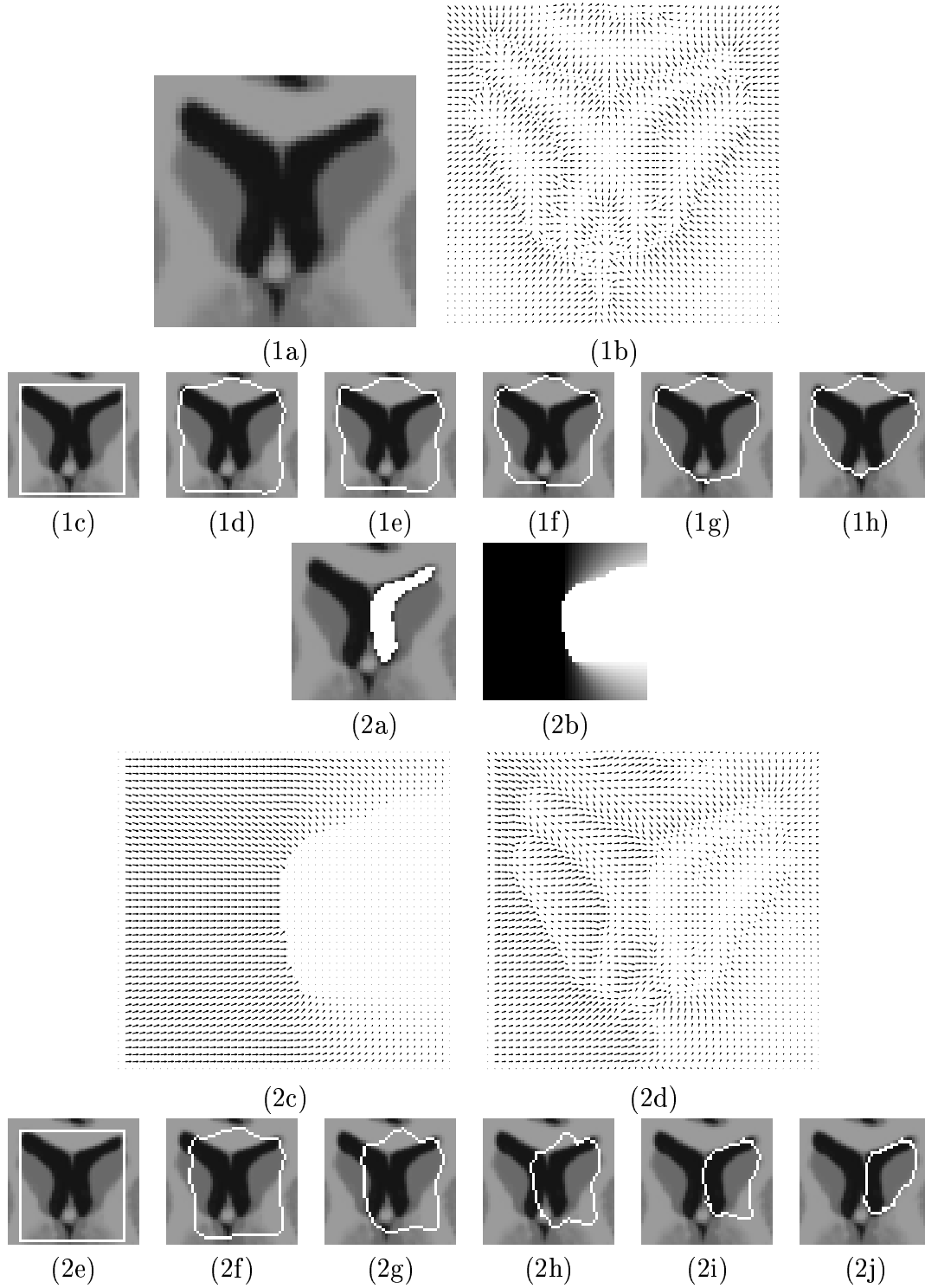


FIG. 4.8 – Exemple d'évolution d'un modèle déformable contraint par une relation spatiale. (1a)-(1h) Evolution en l'absence de relation spatiale : (1a) image originale ; (1b) GVF calculé à partir de l'image originale ; (1c)-(1h) évolution sous l'effet du GVF seul. (2a)-(2j) Evolution contrainte par la relation « à droite du ventricule latéral » : (2a) ventricule latéral ; (2b) ensemble flou correspondant à la relation ; (2c) force $\mathbf{F}_R^c$ correspondante ; (2d) combinaison de $\mathbf{F}_R^c$ et du GVF ; (2e)-(2j) évolution.

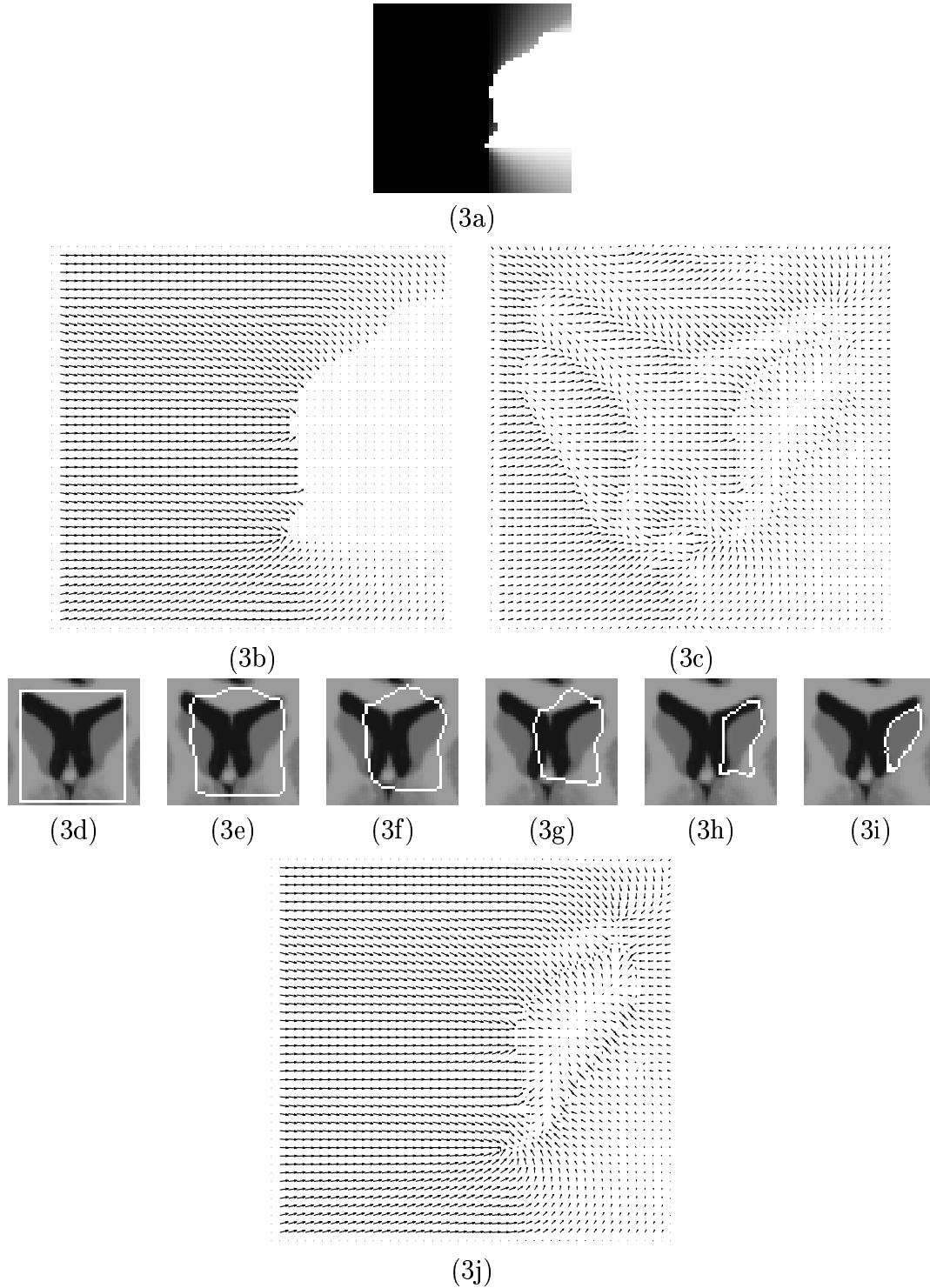


FIG. 4.9 – Suite de la figure 4.8 : (3a) ensemble flou correspondant à la relation spatiale « à droite du ventricule latéral », calculée cette fois en prenant comme objet de référence la frontière droite du ventricule ; (3b) force $\mathbf{F}_R^c$ correspondante ; (3c) combinaison de $\mathbf{F}_R^c$ et du GVF ; (3d)-(3i) évolution ; (3j) combinaison de $\mathbf{F}_R^c$ et du GVF, en utilisant l'ensemble flou comme masque pour le GVF.

4.3 Implantation avec des maillages simples

Nous avons choisi d'implanter notre surface déformable à l'aide d'une représentation discrète. Ce type de représentation a l'avantage de nous affranchir des problèmes liés à la paramétrisation de la surface et d'engendrer des temps de calculs raisonnables. Les représentations discrètes les plus courantes sont les triangulations et les maillages simples [Delingette, 1999 ; Montagnat, 1999]. Nous avons choisi les maillages simples pour lesquels existent des contraintes de forme locales, des méthodes simples de discrétisation des équations d'évolution de la partie 4.1 et des algorithmes d'adaptation topologique et géométrique ². Cette partie a simplement pour but d'exposer quelques-unes des propriétés des maillages simples. Des informations complètes peuvent être trouvées dans [Delingette, 1994; 1999 ; Montagnat, 1999].

4.3.1 Topologie et géométrie

Un k -maillage simple de $\mathbb{R}^n$ est un maillage dans lequel chaque sommet possède $k + 1$ voisins. Nous considérons ici les 2-maillages simples de $\mathbb{R}^3$. La relation de voisinage définit les arêtes du maillage. Enfin, une face est définie comme une suite de sommets, liés successivement deux à deux par des arêtes, et telle qu'aucune arête ne sépare cette face en deux. Les faces d'un maillage simple ne sont pas nécessairement planes.

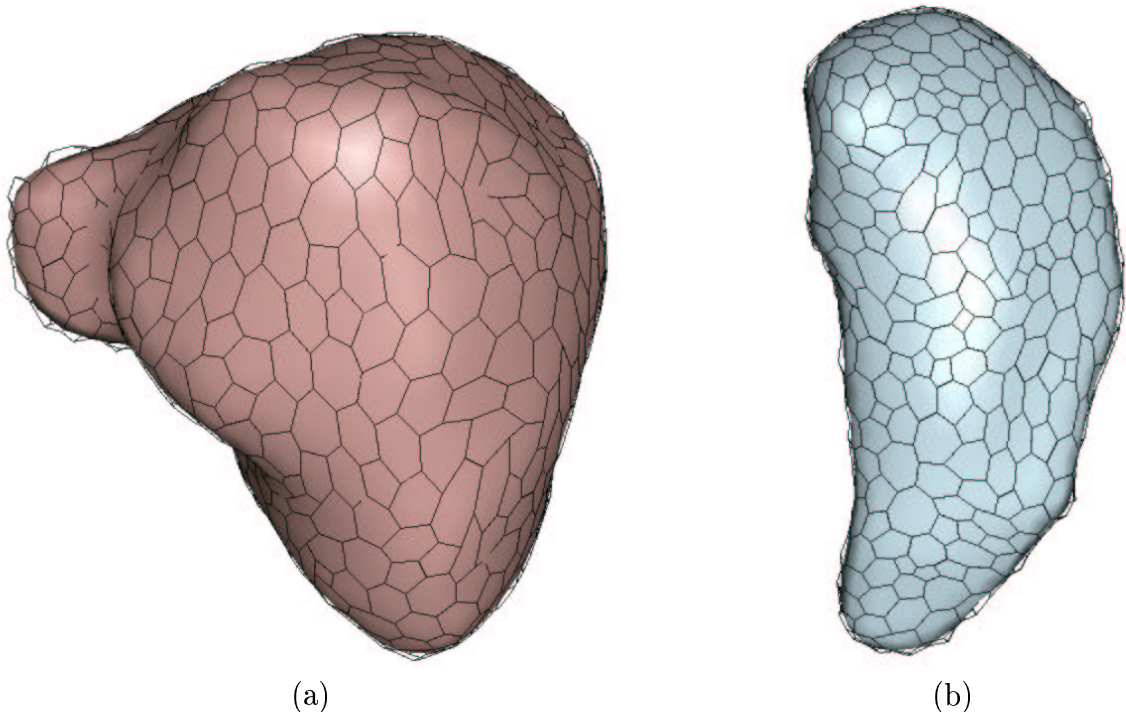


FIG. 4.10 – Exemples de maillages simples. Les images ont été visualisées avec un programme écrit par Carlos Hernandez de l'ENST.

²Nous n'avons pas implantés ces derniers

Une propriété importante des maillages simplexes est leur dualité topologique avec les triangulations (figure 4.11(a)). Un triangle d'une triangulation correspond à un sommet d'un simplexe, une arête à une arête et un sommet à une face. Il est important de noter que cette dualité est *topologique* et non *géométrique*. Le passage d'un simplexe à une triangulation puis de nouveau à un simplexe donne un simplexe topologiquement semblable au premier (même connexité) mais géométriquement différent (les positions des sommets ont changé). Lorsque l'on veut générer une triangulation fidèle géométriquement à un maillage simplexe, il faut joindre le centre de chacune des faces à ses sommets. On obtient alors une triangulation avec un plus grand nombre de sommets, mais géométriquement fidèle (figure 4.11(b)). C'est cette méthode que nous employons lorsque nous traçons les maillages à l'intérieur des volumes 3D.

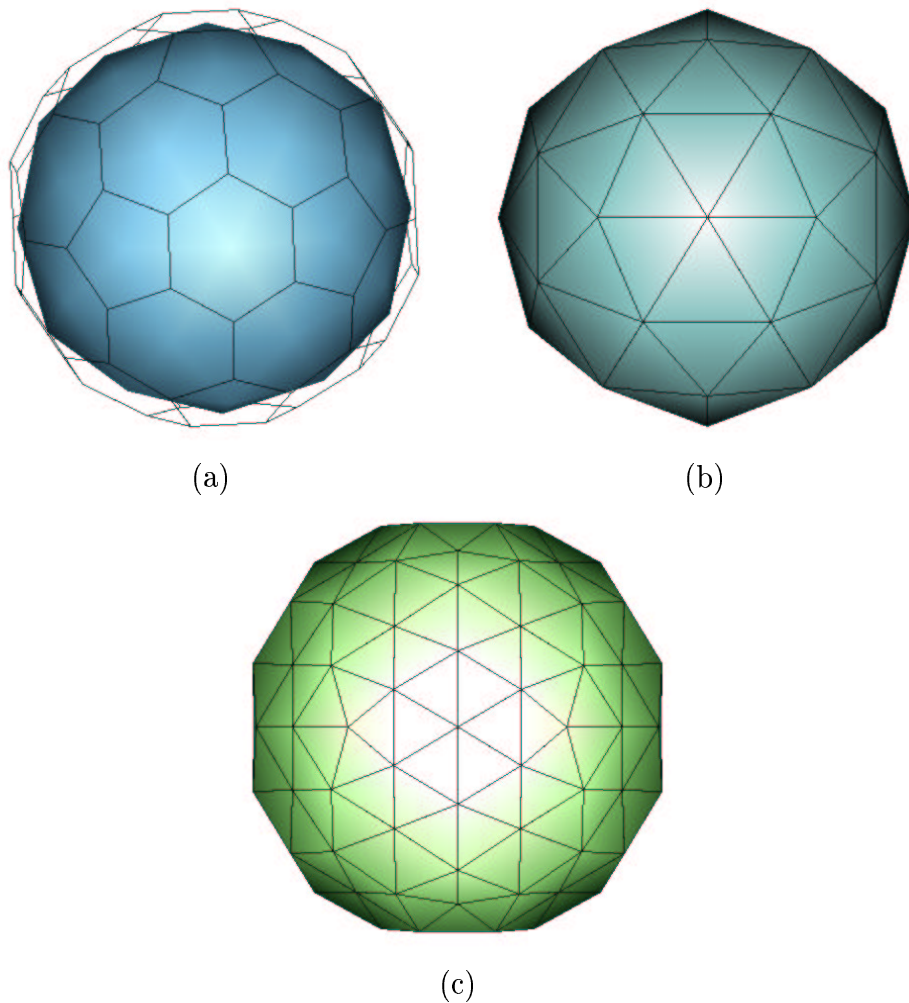


FIG. 4.11 – (a) Maillage simplexe, (b) triangulation duale, (c) triangulation correspondant géométriquement au maillage simplexe.

On peut définir de nombreuses quantités géométriques sur un maillage simplexe telles que la normale en un sommet, l'angle simplexe ou la courbure moyenne. [Montagnat, 1999] et [Delingette, 1994] proposent des algorithmes permettant d'améliorer

la qualité topologique et la qualité géométrique d'un maillage simplexe. La qualité topologique est définie comme la régularité du nombre d'arêtes composant une face. Il est souhaitable que cette régularité soit la plus grande possible, c'est-à-dire que toutes les faces aient des nombres de sommets proches. On peut optimiser la topologie par une succession d'échange d'arêtes. Nous avons implanté cet algorithme pour améliorer la topologie des maillages initiaux que nous générons à partir d'une segmentation grossière en utilisant un algorithme d'isosurface (chapitre 5). Les opérations géométriques permettent d'une part un raffinement global, nécessaire aux approches multi-échelles, et d'autre part un raffinement local qui optimise le nombre de sommets en fonction de la courbure. Ces approches peuvent être très utiles pour alléger la représentation et le temps de calcul. Nous n'avons pas eu besoin pour l'instant de les implanter. Les objets que nous traitons sont en effet de taille relativement modeste et le résultat final est généralement proche de l'initialisation.

Enfin, les maillages simplexes permettent de changer de topologie au cours de la déformation. Cela n'est cependant pas souhaitable dans notre cas, les objets à segmenter ayant presque tous une topologie sphérique.

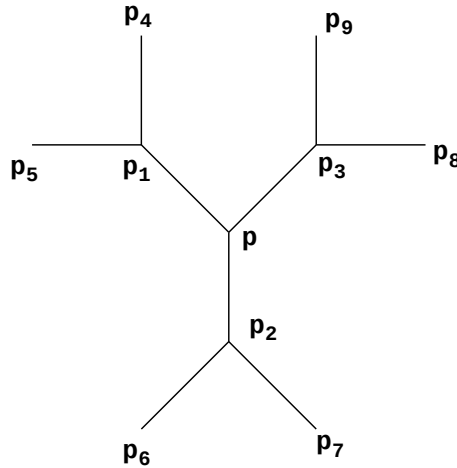


FIG. 4.12 – Les neuf voisins de premier et de second ordre du sommet $\mathbf{p}$: $\mathbf{p}_1 \dots \mathbf{p}_9$

4.3.2 Evolution

En discrétisant l'équation 4.10 par la méthode des différences finies, on obtient l'équation d'évolution suivante en tout sommet $\mathbf{p}$ du maillage [Xu, 2000] :

$$\mathbf{p}^t = \mathbf{p}^{t-1} + \tau(\alpha \tilde{\Delta} \mathbf{p}^{t-1} - \beta \tilde{\Delta}(\tilde{\Delta} \mathbf{p}^{t-1}) + F_{ext}(\mathbf{p}^{t-1})) \quad (4.36)$$

où τ est le pas temporel et $\tilde{\Delta}$ est l'opérateur laplacien discret calculé sur le maillage simplexe. Cet opérateur est calculé ainsi :

$$\tilde{\Delta} \mathbf{p} = \frac{1}{3}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3) - \mathbf{p} \quad (4.37)$$

$$\tilde{\Delta}(\tilde{\Delta}\mathbf{p}) = \frac{1}{9} \left(\sum_{i=4}^9 \mathbf{p}_i + 6 \sum_{i=1}^3 \mathbf{p}_i + 12\mathbf{p} \right) \quad (4.38)$$

Les points $\mathbf{p}_1 \dots \mathbf{p}_9$ sont les voisins de premier et second ordre de $\mathbf{p}$ (figure 4.12). Cela donne un schéma explicite qui n'est stable que pour un pas de temps suffisamment faible.

4.4 Conclusion

Après avoir rappelé les principes qui président à l'évolution des modèles déformables, nous avons présenté une méthode pour y intégrer des connaissances *a priori* issues des relations spatiales. A notre connaissance, une telle combinaison est inédite. Elle se fait par l'intermédiaire d'une nouvelle force externe qui contraint le modèle à satisfaire à une relation donnée. Nous avons proposé trois forces externes qui possèdent des propriétés satisfaisantes. La combinaison de modèles déformables et de relations spatiales sera au cœur de la procédure de segmentation présentée au chapitre 5.

CHAPITRE 5

Segmentation de structures cérébrales

Introduction

Nous proposons une méthode de segmentation qui utilise les principes développés tout au long de la thèse. Elle s'appuie sur la description relationnelle présentée au chapitre 3 et fait usage des relations spatiales à chaque étape. Les relations spatiales sont utilisées de trois façons différentes : construction de régions d'intérêt pour restreindre la recherche des structures, sélection de régions et contrainte d'un modèle déformable par la technique présentée au chapitre 4. Notre méthode a été développée pour segmenter des structures cérébrales en IRM. Parmi les structures présentées dans la description anatomique (chapitre 3), nous nous sommes attachés aux structures internes (ventricules et noyaux gris centraux). On doit toutefois pouvoir étendre ces travaux aux autres structures. De plus, notre approche est générique et peut être employée pour d'autres types d'images. Les applications potentielles concernent toutes les scènes dans lesquelles les objets partagent des relations spatiales stables. L'annexe A présente une procédure de segmentation de structures thoraciques et abdominales qui reprend certains des principes développés dans ce chapitre.

Nous présentons tout d'abord les principales méthodes de segmentation de structures cérébrales en IRM existant dans la littérature (section 5.1). Nous décrivons ensuite les différentes étapes de la procédure (section 5.2). La section 5.3 expose en détails la mise en œuvre sur chacune des structures. Enfin, nous présentons et discutons à la section 5.4 les résultats obtenus .

5.1 Méthodes existantes

5.1.1 Enjeux de la segmentation en IRM

La segmentation d'IRM a donné lieu à de nombreux travaux mais reste cependant une question difficile. Elle a pour but l'obtention des différentes matières constituant la tête (os, peau, graisse, matière grise, matière blanche, liquide céphalo-rachidien), des structures (corticales ou internes), du réseau vasculaire cérébral ou encore de pathologies. Les types de méthodes employées sont d'une très grande diversité. Nous ne

cherchons pas ici à fournir une bibliographie exhaustive ou détaillée. On peut à ce sujet consulter par exemple [Aurdal, 1997] ou [Perchant, 2000].

La segmentation des tissus de la tête est le problème qui a été abordé en premier. Des méthodes précises et robustes existent désormais, en particulier pour les tissus cérébraux (matière grise, matière blanche, liquide céphalo-rachidien). L'obtention de la peau ou de l'os reste plus délicate. La plupart des méthodes reposent sur une classification, supervisée ou non. Un grand nombre de techniques de classification ont été employées : k-moyennes [Géraud, 1998], classification bayésienne [Géraud, 1998], floue [Hall et al., 1992 ; Pham et Prince, 1999], possibiliste [Barra, 2000], réseaux de neurones [Hall et al., 1992] Une synthèse des méthodes de classification les plus anciennes est proposée dans [Bezdek et al., 1993]. La reconnaissance de structures corticales est un vaste sujet qui a donné lieu à de nombreux travaux concernant la segmentation de la surface du cortex [Xu et al., 1999 ; Cointepas, 1999], la reconnaissance des sillons [Mangin, 1995 ; Royackkers, 1997 ; Rettman et al., 2002] et des gyri [Cachia et al., 2003].

Nous ne présenterons pas plus en détails ces méthodes et nous nous concentrerons par la suite sur celles dédiées aux structures non corticales. Le point commun de ces méthodes est d'introduire des informations *a priori* sur les structures (forme, position, intensité . . .). Elles diffèrent cependant dans la manière de représenter cette information. Deux types de méthodes sont particulièrement représentées dans la littérature : celles qui utilisent un atlas iconique et celles qui se fondent sur des patrons déformables.

5.1.2 Méthodes utilisant un atlas iconique

Le principe commun à ces approches est de chercher à recalcr un atlas iconique avec l'image à reconnaître afin de reporter les structures segmentées de l'atlas sur l'image à traiter. Elles diffèrent principalement par la méthode de recalage employée, le type d'atlas utilisé (atlas de Talairach, atlas moyen ou image particulière) et les éventuels traitements réalisés après le recalage.

[Collins et al., 1992] utilisent un recalage non linéaire s'appuyant sur la corrélation locale des gradients. L'atlas utilisé est le résultat d'un moyennage de 305 cerveaux. [Géraud, 1998] utilise une procédure de recalage séquentielle avec une image particulière : le champ de déformation est mis à jour après la segmentation de chaque structure. Le recalage lui-même est réalisé en deux étapes : une mise en correspondance des surfaces segmentées et l'extension au volume complet. La structure de l'atlas reportée dans l'image est ensuite dilatée pour produire une région d'intérêt floue dans laquelle la segmentation aura lieu. Les structures segmentées sont les ventricules et les noyaux gris. [Dawant et al., 1999] utilisent d'abord un recalage linéaire maximisant l'information mutuelle puis des déformations locales non linéaires avec la méthode des démons [Thirion, 1996]. Les auteurs ont mené une validation quantitative approfondie pour la surface du cerveau, le cervelet et la tête du noyau caudé et montrent que la méthode se comporte bien, même en présence de cerveaux très atrophiés. [Thiran et Butz, 2000 ; Bach et al., 2001] proposent une approche similaire mais utilisent l'atlas pour définir une région d'intérêt dans laquelle ils procèdent à une classification. [Baillard et al., 2001] combinent un recalage et une segmentation par surface active

géodésique. Le recalage est effectué par une approche non linéaire multi-résolutions utilisant des estimateurs robustes et sert à initialiser le modèle déformable. [Xue et al., 2001] emploient un recalage avec l'atlas de Talairach, effectué avec le logiciel AIR (*Automated Image Registration* ¹). Une région d'intérêt floue est ensuite définie et la segmentation finale est effectuée avec un algorithme génétique.

Ces méthodes sont généralement bien automatisées et ont l'avantage d'être génériques. Cependant, la procédure de recalage les rend assez lourdes en termes de calcul. Par ailleurs, il est encore assez difficile de gérer la variabilité anatomique, en particulier dans les cas pathologiques.

5.1.3 Méthodes utilisant des patrons déformables

Les approches présentées dans cette partie utilisent des modèles déformables associés à des contraintes de forme : on parle souvent de patrons déformables (*deformable templates*). Elles diffèrent par le type de modèle déformable utilisé, par la façon d'introduire les paramètres de forme et par les méthodes d'apprentissage statistique de ces paramètres. Les contraintes introduites s'efforcent de tenir compte de la variabilité inter-individuelle.

[Poupon et al., 1998] utilisent un modèle déformable discret, dont la topologie est préservée au cours de l'évolution ; les structures sont segmentées simultanément. Les contraintes de forme sont introduites par l'intermédiaire d'invariants de moments qui sont appris sur 6 cerveaux. Des *a priori* concernant le niveau de gris des structures sont également introduits. De nombreuses approches sont dérivées des travaux de [Cootes et al., 1995] qui proposent de modéliser les paramètres de forme à travers des modèles de distribution des points des objets (*Point Distribution Model* ou *PDM*). Les statistiques sont souvent étudiées via une analyse en composantes principales. [Duta et Sonka, 1998] proposent une extension de ce modèle (introduction de connaissances supplémentaires concernant l'intensité, les contours et la position moyenne des objets) qu'ils appliquent aux ventricules et aux noyaux gris. Les statistiques de forme sont apprises à partir de 8 images. [Kelemen et al., 1999] utilisent également un modèle de forme mais au lieu d'étudier la distribution des positions de points, ils étudient une description paramétrique des objets utilisant des harmoniques sphériques. La méthode est appliquée aux noyaux gris mais également à l'hippocampe. [Shen et al., 2001] proposent un modèle de forme qui associe à chaque point un vecteur d'attributs portant des informations de forme, locales et globales. Ils introduisent également une stratégie de focalisation adaptative qui permet d'attribuer à chaque objet ou à chaque partie d'objet un degré de confiance.

Ces méthodes permettent de tenir compte de la variabilité anatomique. Cependant, celle-ci continue de poser problème, en particulier dans les cas pathologiques. Par ailleurs, la phase d'apprentissage des paramètres de forme est assez lourde puisqu'elle suppose une segmentation des objets par un expert.

¹<http://bishopw.loni.ucla.edu/>

5.1.4 Autres méthodes

En dehors des deux types de méthodes précédents, il existe d'autres approches pour intégrer des connaissances *a priori*.

[Sonka et al., 1996] utilisent un graphe d'adjacence de régions sur l'image sur-segmentée. L'étiquetage du graphe est réalisé par un algorithme génétique sur des critères de forme, de niveau de gris et de voisinage. Ces critères sont appris sur 20 cerveaux segmentés manuellement. Des résultats sont obtenus pour 17 structures dont les noyaux gris, les ventricules, le corps calleux, le fornix . . . [Géraud, 1998], qui utilise également un atlas iconique, propose de fusionner des informations symboliques floues pour contraindre la reconnaissance. Ces informations concernent l'intensité et les relations spatiales (distance et direction) entre les structures. Elles servent à sélectionner des régions issues d'une classification automatique. Cette idée a été reprise par [Barra et Boire, 2001] qui fusionnent des relations spatiales avec une classification possibiliste pour obtenir la segmentation des structures. Cette méthode est appliquée aux ventricules et aux noyaux gris. Cependant, dans ces deux dernières approches, l'absence de régularisation risque de conduire à des imperfections dans la frontière des objets.

5.2 Une méthode combinant relations spatiales et modèles déformables

5.2.1 Présentation

Malgré de nombreux travaux dans ce domaine, la segmentation de structures cérébrales reste un problème complexe. Les principales difficultés sont liées au faible contraste, à l'absence de contours visibles entre certaines structures et à la variabilité anatomique. Les inconvénients des méthodes existantes sont un coût calculatoire souvent élevé et la difficulté de gérer la variabilité.

Notre approche utilise une description de l'arrangement des structures cérébrales au moyen de relations spatiales pour contraindre la procédure, et un modèle déformable 3D pour raffiner et régulariser le résultat. Nous espérons pouvoir tenir compte de la variabilité grâce aux relations spatiales qui sont plus stables que les structures elles-mêmes. Ces relations sont employées de trois façons différentes :

- pour calculer des régions d'intérêt qui restreindront la recherche ;
- pour sélectionner des régions correspondant à une description ;
- pour contraindre le modèle déformable.

L'utilisation de relations spatiales pour la segmentation de structures cérébrales a été introduite par [Géraud, 1998 ; Bloch et al., 2003] puis réutilisée par exemple dans [Barra et Boire, 2001]. Cependant, dans [Géraud, 1998] les relations spatiales ne servent qu'à sélectionner des objets issus d'une classification. Dans [Barra et Boire, 2001], ces relations sont seulement fusionnées avec le résultat d'une classification possibiliste. A l'inverse de ces travaux, notre méthode utilise de façon extensive les relations spatiales. Ces relations sont présentes aux étapes intermédiaires de la procédure : pour restreindre la zone dans laquelle la structure est recherchée et pour sélectionner des

objets. Elles jouent également un rôle essentiel dans la segmentation finale. En outre, contrairement à [Géraud, 1998], nous n'utilisons pas d'atlas iconique, ce qui réduit considérablement le temps de calcul et doit permettre de mieux traiter la variabilité. Enfin, nous introduisons une régularisation via un modèle déformable associé aux contraintes issues des relations spatiales.

Nous proposons une méthode hiérarchique dans laquelle la segmentation d'un objet donné utilise des informations dérivées de structures précédemment obtenues. Cette séquentialité est naturelle, puisque les structures présentent des degrés de difficulté très variables. Les structures les plus aisément segmentables sont traitées au début de la procédure. Leur obtention permet de calculer les relations spatiales qui s'y réfèrent et de contraindre ainsi la segmentation des structures plus délicates.

Après quelques prétraitements, la procédure est initialisée par la segmentation des structures les plus faciles à obtenir, en l'occurrence les ventricules. Chaque structure est ensuite segmentée en deux étapes. La première étape consiste en une segmentation grossière qui sert d'initialisation à la seconde étape, au cours de laquelle ce résultat initial est raffiné par un modèle déformable.

5.2.2 Relations spatiales

Pour chaque structure, on utilise les relations portées par le graphe hiérarchique synthétique liant l'objet considéré et les objets précédemment segmentés (voir chapitre 3). Rappelons que nous représentons les relations spatiales suivant deux types d'approches différents : certaines approches définissent un ensemble flou représentant le degré de satisfaction de la relation par rapport à un objet de référence en tout point de l'espace ; d'autres définissent une valeur représentant le degré de satisfaction entre deux objets donnés.

Les relations directionnelles et de distance sont représentées suivant la première approche (voir sections 1.1.2 et 1.1.3). Les ensembles flous spatiaux peuvent être utilisés pour construire des régions d'intérêt ou pour contraindre le modèle déformable. Par le biais d'une mesure de comparaison, on peut obtenir un degré de satisfaction pour un objet cible donné. Nous utiliserons ici une mesure de satisfaisabilité (voir équation 1.13) qui correspond à un degré moyen. Grâce à cette mesure, on peut également utiliser les relations de direction et de distance pour sélectionner des objets correspondant à une description.

Les relations d'adjacence et de symétrie sont représentées suivant la seconde approche. Elles ne peuvent donc servir qu'à la sélection d'objets. En effet, les deux autres utilisations nécessitent un ensemble flou spatial pour définir la région d'intérêt ou la force externe. Nous utilisons la notion d'adjacence floue (voir section 1.1.1). Les symétries n'ont pas encore été utilisées, mais on pourrait les intégrer aisément en reprenant la mesure de symétrie définie par l'équation 2.15.

A la section 5.3, nous préciserons les relations utilisées pour chaque structure et nous mettrons en évidence leur importance pratique à travers des exemples.

5.2.3 Estimation des caractéristiques radiométriques des tissus et des structures

Afin de rendre plus fiables les classifications et de construire une carte de contours correspondant à nos structures (voir section 5.2.5), il est utile de déterminer les caractéristiques radiométriques des tissus et des structures (moyenne et écart-type). Pour estimer la moyenne m et l'écart-type σ des matières grise et blanche en IRM, nous avons choisi une méthode d'analyse d'histogramme dans l'espace-échelle proposée par [Mangin et al., 1998]. Cette méthode est rapide puisque son exécution dure moins d'une seconde sur une station de travail standard. Elle est également très robuste ; les auteurs ont réalisé une évaluation sur une base de 70 images. Elle a en outre l'avantage d'être applicable sur une simple acquisition pondérée en T1. D'autres méthodes requièrent en effet des acquisitions complémentaires en T2 et en densité de protons, qui ne sont pas toujours disponibles.

Bien que les noyaux gris, tels que le noyau caudé, le putamen, le globus pallidus ou le thalamus, fassent partie de la matière grise, leurs caractéristiques diffèrent de celles calculées pour l'ensemble de la matière. Leur niveau de gris est légèrement plus clair que celui du cortex. Cela est dû au fait que les noyaux sont constitués d'un mélange de fibres (matière blanche) et de corps cellulaires (matière grise). La proportion de fibres et de corps cellulaires détermine le niveau de gris. Cette proportion est différente pour chaque noyau. A partir de ces considérations, [Poupon, 1999] propose une méthode d'estimation des caractéristiques des noyaux en fonction de celles de la matière grise et de la matière blanche, qui sont quant à elles calculées par la méthode de [Mangin et al., 1998] présentée précédemment. Il fait la supposition que la proportion de fibres et de corps cellulaire, pour un noyau donné, est stable d'une image à l'autre. Il obtient ainsi le modèle suivant, où les caractéristiques (m_N, σ_N) d'un noyau N donné sont exprimées en fonction de celles (m_G, σ_G) de la matière grise et (m_B, σ_B) de la matière blanche :

$$\begin{cases} m_N = \alpha_N m_B + (1 - \alpha_N) m_G \\ \sigma_N = \beta_N \frac{\sigma_B + \sigma_G}{2} \end{cases} \quad (5.1)$$

Les coefficients α_N et β_N traduisent la proportion de fibres et de matière blanche propre au noyau N . L'auteur a estimés expérimentalement ces coefficients sur un ensemble d'images segmentées. Les résultats obtenus sont $\alpha_{Cd} = 0.305$ et $\beta_{Cd} = 1.328$ pour le noyau caudé, $\alpha_{Th} = 0.633$ et $\beta_{Th} = 1.374$ pour thalamus, $\alpha_{Pu} = 0.508$ et $\beta_{Pu} = 1.072$ pour le putamen et $\alpha_{GP} = 0.945$ et $\beta_{GP} = 0.926$ pour le globus pallidus.

5.2.4 Segmentation initiale

La segmentation de chaque structure est réalisée en deux étapes. La première étape a pour but de fournir une segmentation grossière qui pourra servir d'initialisation au modèle déformable.

Seuillage dans la région d'intérêt

Nous effectuons tout d'abord un seuillage dans la région d'intérêt correspondant à chaque structure. Des exemples de régions d'intérêt sont donnés aux figures 5.5(c) et 5.7(c) pour le noyau caudé et le thalamus. La région est obtenue en fusionnant les relations de distance et de direction relatives à la structure considérée. Pour réaliser la classification dans cette région, plusieurs approches sont envisageables.

Une première possibilité consisterait à effectuer une classification floue sur l'ensemble de l'image et à fusionner la classe avec la région d'intérêt [Barra et Boire, 2001]. Il faut alors « défuzzifier » le résultat. Une seconde possibilité serait d'effectuer une classification dans la région floue. [Géraud, 1998] a adapté la méthode des k-moyennes pour pouvoir l'utiliser dans une région floue. Chaque voxel contribue à l'histogramme en fonction de son degré d'appartenance à la région.

Nous avons choisi de procéder différemment. La région d'intérêt est tout d'abord « défuzzifiée ». Les seuils ont été fixés expérimentalement. Dans la région binaire, le seuillage sur les niveaux de gris est déterminé en fonction des caractéristiques radiométriques (voir section 5.2.3). Cette troisième solution, qui nécessite seulement un seuillage radiométrique, est plus simple que la première, fondée quant à elle sur une classification floue. Elle nous semble en outre plus robuste que la seconde. En effet, [Géraud, 1998] souligne que les k-moyennes ne se comportent bien que lorsqu'elles sont appliquées dans une région restreinte. Or, dans nos travaux, la région d'intérêt est plus grande que dans la méthode proposée par [Géraud, 1998]. Nous verrons cela plus en détails pour chaque structure à la section 5.3.

Séparation des objets

La région obtenue par la classification comporte, outre l'objet recherché, des parties d'autres objets qu'il faut éliminer. Ces objets sont souvent connectés à l'objet recherché, il faut donc les séparer. Dans certains cas, on peut utiliser une ouverture morphologique suivie du calcul des composantes connexes. Dans d'autres cas, une telle ouverture n'est pas adéquate, soit parce que l'objet est trop fin (ventricules par exemple), soit parce qu'elle ne suffirait pas à réaliser la séparation.

Une approche classique consiste à séparer les objets aux points de jonction les plus étroits. Cela peut être réalisé en appliquant une ligne de partage des eaux (LPE) sur la carte de distance aux contours [Schmitt et Mattioli, 1993]. On applique la LPE sur la fonction $g(x) = -d_{\overline{X}}(x)$ où X est l'objet que l'on cherche à diviser en régions, $\overline{X}$ son complémentaire et $d_{\overline{X}}$ la distance au complémentaire de X . Ainsi, les régions obtenues correspondent aux minima de la fonction g . Le nombre de minima est généralement beaucoup plus grand que le nombre de régions recherchées. Il faut donc filtrer les minima non significatifs. Nous utilisons pour cela l'algorithme du h-minima [Grimaud, 1991], qui consiste en la soustraction d'une constante h à la fonction g . Le résultat est reconstruit par dilatation conditionnellement à g . Les minima conservés fournissent les marqueurs de la LPE. Le seuil h doit être fixé de façon à faire disparaître les minima non significatifs tout en préservant ceux qui nous intéressent. Pour s'affranchir de cette opération, il serait intéressant d'utiliser la méthode proposée par [Dokladal et al., 2003]

qui permet la sélection automatique des marqueurs à partir de l'arbre des composantes connexes de g .

Les cas d'application de l'ouverture morphologique ou de la LPE seront développés lors de la description de la mise en œuvre pour chaque structure (section 5.3).

Sélection des objets

Il reste maintenant à sélectionner les régions correspondant à l'objet recherché. Ces régions correspondent soit aux composantes connexes trouvées après l'ouverture morphologique, soit aux régions résultant de la séparation par ligne de partage des eaux. On sélectionne les régions satisfaisant aux relations spatiales décrivant la structure recherchée. Les relations de distance, de direction et d'adjacence sont utilisées. Nous n'avons pas employé les symétries car nous avons choisi de traiter les hémisphères séparément. Un exemple d'utilisation des symétries pour la sélection d'objets est présenté dans l'annexe (sélection des reins dans des images abdominales). Pour l'adjacence, nous disposons directement d'un degré (voir section 1.1.1), pour les directions et les distances on calcule une mesure de satisfaisabilité (voir équation 1.13) entre la région et l'ensemble flou correspondant à la fusion des relations (voir section 1.1.4). On sélectionne les régions pour lesquelles les degrés de satisfaction sont suffisamment élevés. Les seuils sont fixés expérimentalement. Cela n'a pas posé de problème puisque, pour une structure donnée, nous avons pu utiliser les mêmes seuils sur chaque image. Les régions sélectionnées sont réunies. On procède à une fermeture morphologique et au remplissage des trous éventuels, ce qui fournit notre segmentation initiale.

5.2.5 Raffinement avec un modèle déformable

Pour la plupart des structures, le résultat obtenu à l'issue de la segmentation initiale n'est pas satisfaisant. En particulier, le manque de régularisation donne des frontières imparfaites. Ces problèmes sont levés à l'aide d'un modèle déformable.

Initialisation

Toutes les structures qui nous intéressent ont la topologie d'une sphère (excepté le troisième ventricule, en raison de l'adhérence inter-thalamique). Nous devons donc conserver la topologie au cours du processus de déformation. Introduire des changements de topologie dans le modèle déformable ne serait pas souhaitable dans notre cas. Nous avons choisi un modèle discret qui permet également d'éliminer les problèmes de paramétrisation. Le modèle retenu est un maillage simplexe (voir section 4.3). La segmentation initiale est transformée en triangulation par un algorithme d'isosurface [Hernandez-Esteban, 2004] fondé sur des tétraèdres. Cet algorithme permet de garantir que la surface est eulérienne contrairement à la méthode du *marching cube* [Lorenson et Cline, 1987]. Le résultat est ensuite décimé et converti en maillage simplexe par l'opération duale. Enfin, nous optimisons la qualité topologique du maillage pour rendre ses faces plus régulières [Montagnat, 1999] (voir section 4.3.1).

Evolution

Les principes d'évolution des modèles déformables ont déjà été décrits en détails à la section 4.1. Nous en redonnons ici simplement les grandes lignes. L'évolution de notre surface déformable $\mathbf{S}$ peut être décrite par l'équation 4.13 :

$$\gamma \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial t} = \mathbf{F}_{int}(\mathbf{S}) + \mathbf{F}_{ext}(\mathbf{S})$$

où $\mathbf{F}_{int}$ est la force interne qui contrôle la régularité de la surface et $\mathbf{F}_{ext}$ la force externe qui l'attire vers les contours de l'objet recherché. Nous avons choisi la force interne décrite par l'équation 4.14 :

$$\mathbf{F}_{int}(\mathbf{S}) = \alpha \nabla^2 \mathbf{S} - \beta \nabla^2 (\nabla^2 \mathbf{S})$$

Cette équation est ensuite discrétisée sur le maillage simplexe par la méthode des différences finies [Xu, 2000] (voir section 4.3.2). La force externe combine une attache aux données et une contrainte issue des relations spatiales. Son expression est donnée par l'équation 4.25 :

$$\mathbf{F}_{ext}(\mathbf{S}) = \lambda \mathbf{F}_C + \nu \mathbf{F}_R$$

où $\mathbf{F}_C$ est une force externe d'attache aux données calculée à partir des contours de l'image, $\mathbf{F}_R$ une force externe associée à une relation spatiale et λ et ν sont des coefficients de pondération. L'attache aux données $\mathbf{F}_C$ est un Gradient Vector Flow [Xu et Prince, 1998b] (voir section 4.1.2) qui possède de bonnes propriétés d'attraction et de convergence vers les fines concavités des contours. La force $\mathbf{F}_R$ peut être définie à partir de l'une des trois définitions données à la section 4.2. Nous n'avons pas constaté de différences de résultat entre ces définitions.

Calcul d'une carte de contours

Pour obtenir l'attache aux données, nous avons tout d'abord besoin de calculer une carte de contours. Calculer une carte de contours pour les noyaux gris présente deux difficultés : le bruit et le manque de contraste de l'interface gris/blanc. Le filtrage linéaire qui est habituellement associé aux détecteurs de contours de type Canny-Deriche [Deriche, 1987] est inadapté à cette tâche car il a tendance à superposer les contours des objets fins et allongés. La diffusion anisotrope [Perona et Malik, 1990 ; Gerig et al., 1992] constitue un moyen efficace de réduire le bruit dans les régions homogènes tout en conservant et même rehaussant les contours. Malheureusement, à cause des transitions parfois très faibles associées aux frontières des noyaux gris, ce rehaussement est insuffisant.

Nous proposons de rehausser les contours en utilisant des connaissances *a priori* sur la radiométrie des noyaux gris. Pour cela, nous calculons le gradient sur une carte de probabilité indiquant l'appartenance de chaque voxel à une structure donnée. La probabilité d'un voxel x est définie comme la distribution $P(x) = p(I(x))$ où I est l'image à traiter. Son gradient est lié à celui de I par l'équation $\nabla P(x) = p'(I(x)) \nabla I(x)$. On aura donc un rehaussement de contours au voisinage des extrema de p' . Si l'on choisit

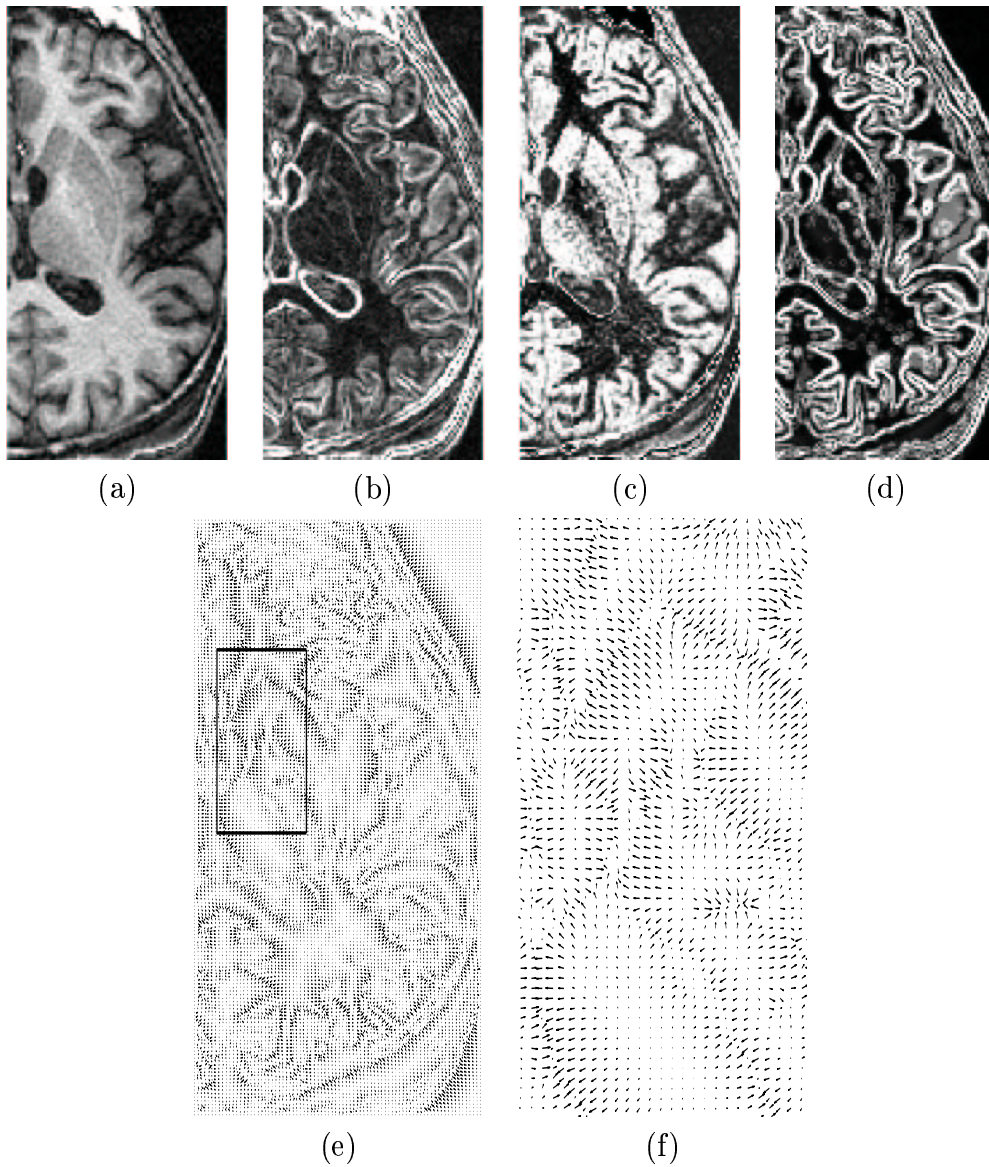


FIG. 5.1 – Calcul d’une carte de contours pour le noyau caudé. Coupes axiales de : (a) image originale, (b) norme du gradient de l’image originale, (c) carte de probabilité, (d) carte de contours : norme du gradient de la carte de probabilité après diffusion anisotrope, (e) Gradient Vector Flow calculé à partir de la carte de contours, (f) agrandissement d’une partie du GVF.

pour p une fonction gaussienne $G_{m,\sigma}$ de moyenne m et d’écart-type σ , les contours seront rehaussés au voisinage de $m \pm \sigma$.

Afin de bien localiser les contours, il est important d’estimer convenablement les paramètres correspondant aux transitions entre les structures. Les noyaux gris possèdent deux interfaces : une avec le liquide céphalo-rachidien (LCR) et une avec la matière blanche. A partir des caractéristiques radiométriques m_N et σ_N d’un noyau N donné (voir section 5.2.3), nous proposons de considérer la transition avec le LCR

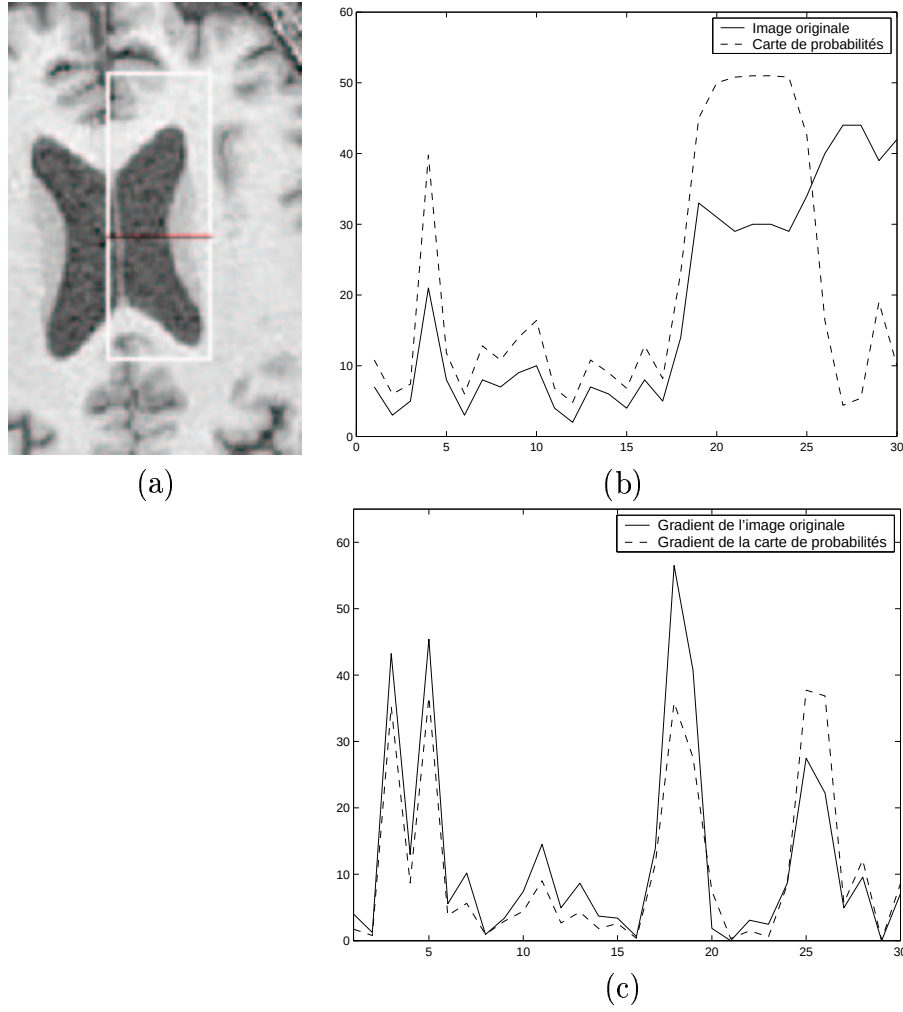


FIG. 5.2 – Profils d'intensité comparés de l'image et de la carte de probabilité. Les figures (b) et (c) présentent les profils correspondant à la ligne horizontale rouge montrée à la figure (a). En (b), on compare l'image originale et la carte de probabilité. En (c), on compare les normes des gradients respectifs (dans la direction x). Les valeurs ont été normalisées de façon à pouvoir comparer aisément les courbes.

à $m_N - 2\sigma_N$ et celle avec la matière blanche à $m_N + \sigma_N$. Ces paramètres ont été fixés expérimentalement et ont donné de bons résultats. Cela nous conduit donc à utiliser la fonction p suivante :

$$p(x) = \begin{cases} G_{m_N, \sigma_N}(x) & \text{si } x > m_N \\ G_{m_N, 2\sigma_N}(x) & \text{si } x \leq m_N \end{cases} \quad (5.2)$$

La figure 5.1 compare les cartes de contours obtenues à partir de l'image originale et à partir de la carte de probabilité. A l'examen des figures 5.1(b) et (d), on peut voir que notre approche a permis de rehausser significativement les contours. Les figures 5.1(e) et (f) montrent que le GVF calculé à partir de cette carte est satisfaisant. La figure 5.2 compare les profils d'intensité de l'image originale et de la carte de probabilité ainsi que des gradients correspondant.

Enfin, pour réduire le bruit, nous appliquons une diffusion anisotrope sur la carte de probabilité. Le fait de l'appliquer sur la carte plutôt que sur l'image originale présente l'avantage de normaliser l'image, ce qui permet d'adopter le même paramètre de diffusion pour toutes les images

5.3 Mise en œuvre

Nous montrons ici comment mettre en œuvre cette procédure sur quelques structures cérébrales internes. Après quelques prétraitements, on segmente les ventricules latéraux puis le troisième ventricule. Chaque hémisphère est ensuite traité séparément : on segmente successivement le noyau caudé et le thalamus.

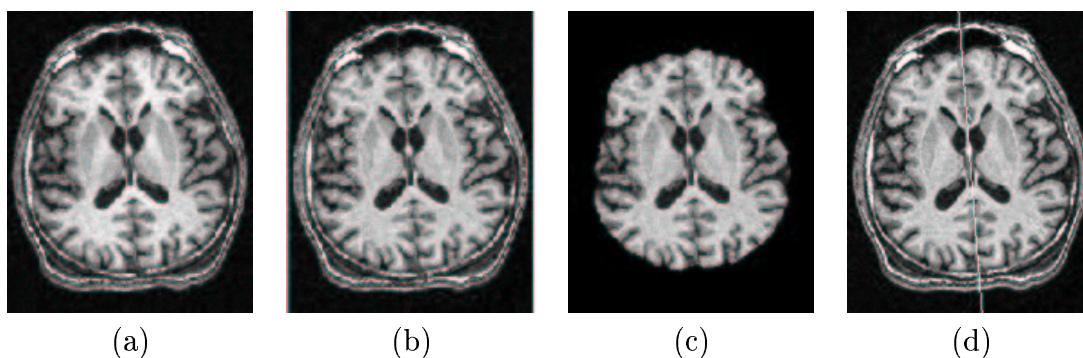


FIG. 5.3 – Prétraitements : (a) image originale, (b) correction de l'hétérogénéité du champ, (c) extraction du cerveau, (d) plan de symétrie.

5.3.1 Prétraitements

Nous avons tout d'abord corrigé l'hétérogénéité du champ par la méthode décrite dans [Mangin, 2000] (figure 5.3 (b)). Cette hétérogénéité risquait en effet de perturber les résultats des seuillages automatiques sur les niveaux de gris. Nous avons néanmoins remarqué que cette correction dégrade souvent le contraste des noyaux gris, en particulier du thalamus (figure 5.3 (b)). Pour cette raison, nous n'avons pas systématiquement utilisé l'image corrigée. Il serait intéressant d'étudier de manière approfondie l'influence de la correction sur les résultats.

Nous avons extrait le cerveau par une méthode robuste utilisant des opérations morphologiques [Mangin et al., 1998] (figure 5.3 (c)), ce qui permet d'éliminer les classes radiométriques non pertinentes (peau, air, os, graisse). Enfin, nous avons calculé le plan de symétrie du cerveau (figure 5.3 (d)), qui est aussi une bonne approximation du plan inter-hémisphérique (voir section 2.4). Ce plan permet de définir les relations spatiales de direction mais aussi de séparer les hémisphères pour les traiter séparément.

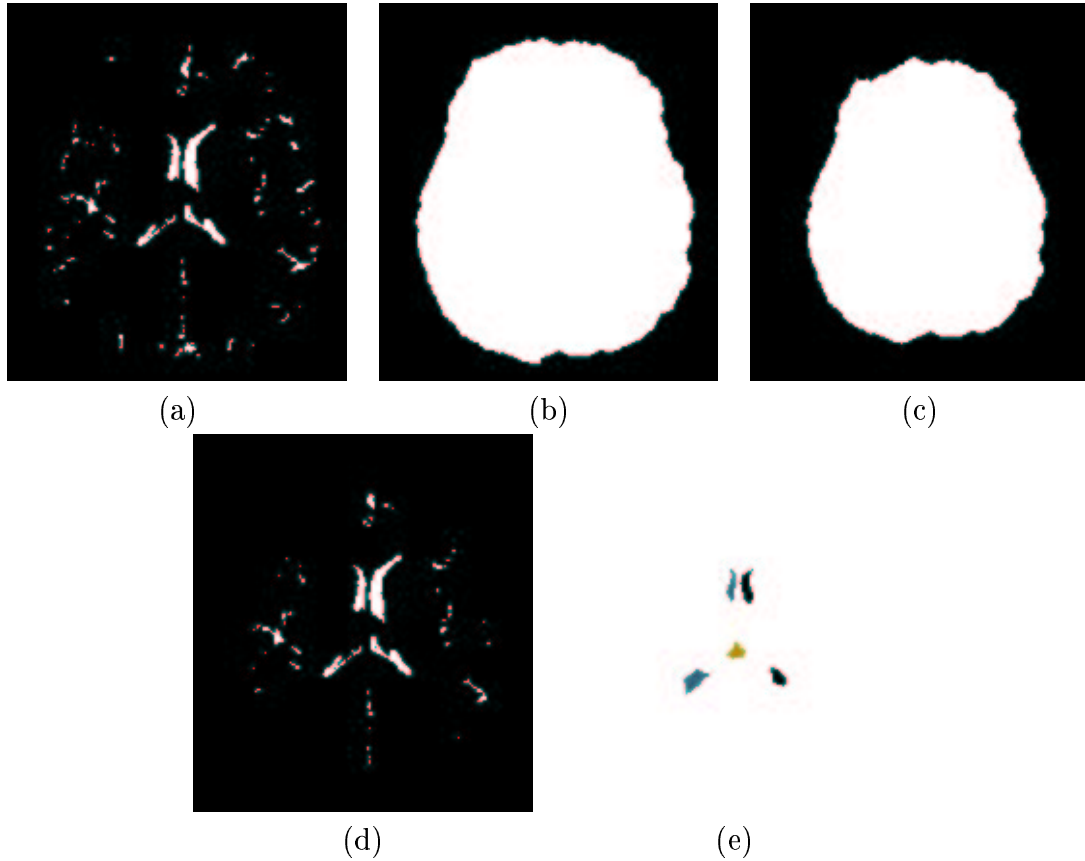


FIG. 5.4 – Segmentation des ventricules latéraux et du troisième ventricule (coupes axiales) : (a) résultat du seuillage, (b) segmentation du cerveau, (c) image précédente érodée par une sphère de rayon 1cm, (d) minimum des images (a) et (c), (e) séparation des ventricules latéraux et du troisième ventricule.

5.3.2 Ventricules latéraux et troisième ventricule

La segmentation des ventricules latéraux ne présente pas de difficulté majeure, tout du moins en ce qui concerne la corne frontale, le corps ventriculaire et le carrefour. Ces objets sont bien contrastés et un seuillage suivi d'opérations morphologiques suffit [Géraud, 1998]. Les cornes temporales et occipitales sont beaucoup plus difficiles à obtenir car elles sont très fines et présentent un fort effet de volume partiel.

La méthode employée ici est similaire à celle proposée par [Géraud, 1998]. Un seuillage bas est effectué; il permet de ne garder que les éléments les plus sombres dont le LCR. Nous avons choisi de fixer ce seuil à $m_G - 2\sigma_G$ où m_G et σ_G sont les caractéristiques radiométriques de la matière grise. Ce seuil a fourni de bons résultats. Sa valeur exacte ne semble par ailleurs pas particulièrement critique, le LCR et la matière grise étant bien séparés.

L'image binaire correspondant au cerveau segmenté est érodée par une sphère de rayon 1cm . On calcule ensuite l'intersection du seuillage et du masque binaire précédent, ce qui permet d'isoler le système ventriculaire du liquide contenu dans les sillons.

Deux cas se présentent alors :

- soit les ventricules latéraux ne sont pas connectés au troisième ventricule et le ventricule latéral correspond alors à la plus grande composante connexe dans chaque hémisphère ;
- soit le troisième ventricule est connecté et on applique alors une segmentation par ligne de partage des eaux sur la distance au contour. Cela permet de séparer les ventricules latéraux du troisième ventricule.

La segmentation obtenue après cette étape est satisfaisante et il n'est donc pas nécessaire d'utiliser le modèle déformable. Le résultat correspond à la corne frontale, au corps et au carrefour ventriculaire de chaque ventricule latéral. Nous nous fondons sur ce résultat pour calculer les relations spatiales se référant au ventricule latéral.

Notre objectif était d'obtenir de façon simple les ventricules pour les utiliser comme objets de référence. Une intervention manuelle est nécessaire pour distinguer les deux cas cités précédemment et pour fixer le paramètre de l'algorithme du h-minima. Dans des travaux ultérieurs, il serait intéressant d'améliorer la robustesse et le caractère automatique, par exemple en contrôlant le nombre de composantes connexes grâce à la méthode proposée par [Dokladal et al., 2003].

5.3.3 Noyau caudé

Nous cherchons à segmenter la tête et le corps du noyau caudé. Obtenir la queue est en effet un problème très difficile, notamment en raison de sa taille très réduite, et de nombreux auteurs ne segmentent que la tête du noyau caudé (par exemple [Dawant et al., 1999 ; Barra et Boire, 2001]). La segmentation comporte deux étapes : initialisation et raffinement par un modèle déformable. Chacune des étapes est illustrée aux figures 5.5 et 5.6.

On construit une région d'intérêt correspondant à la fusion conjonctive, avec la t-norme produit, des relations : « en dehors du ventricule latéral » et « près du ventricule latéral ». Les paramètres pour la relation de distance (voir section 1.1.2) ont été fixés ainsi : $n_1 = 0$, $n_2 = 0$, $n_3 = 11mm$, $n_4 = 22mm$. Ces paramètres se sont révélés adéquats sur les images traitées. Une détermination rigoureuse de leur valeur pourrait être réalisée en menant l'étude de stabilité des relations spatiales proposée à la section 3.3.3. Les figures 5.5 (a), (b) et (c) montrent les ensembles flous correspondant à ces relations.

On réalise un seuillage dans la région d'intérêt (figure 5.5 (d)). Les seuils ont été fixés expérimentalement à $m_{Cd} - \sigma_{Cd}$ et $m_{Cd} + \sigma_{Cd}$ où m_{Cd} et σ_{Cd} sont les caractéristiques radiométriques du noyau caudé. Ces valeurs ne sont pas critiques puisque la segmentation sera ensuite raffinée par le modèle déformable. On effectue ensuite une ouverture morphologique avec l'élément structurant de la 18-connexité (figure 5.5 (e)). La plus grande composante connexe correspond au noyau caudé ainsi qu'une partie du putamen. Une fermeture bouche les trous éventuels de cette composante. La ligne de partage des eaux sur la distance au contour permet de séparer le noyau caudé et le putamen (figure 5.5 (f)). On sélectionne ensuite les régions correspondant à la définition du noyau caudé : régions adjacentes au ventricule latéral et satisfaisant à la fusion de relations définie plus haut. L'utilisation de l'adjacence floue (voir section 1.1.1) est

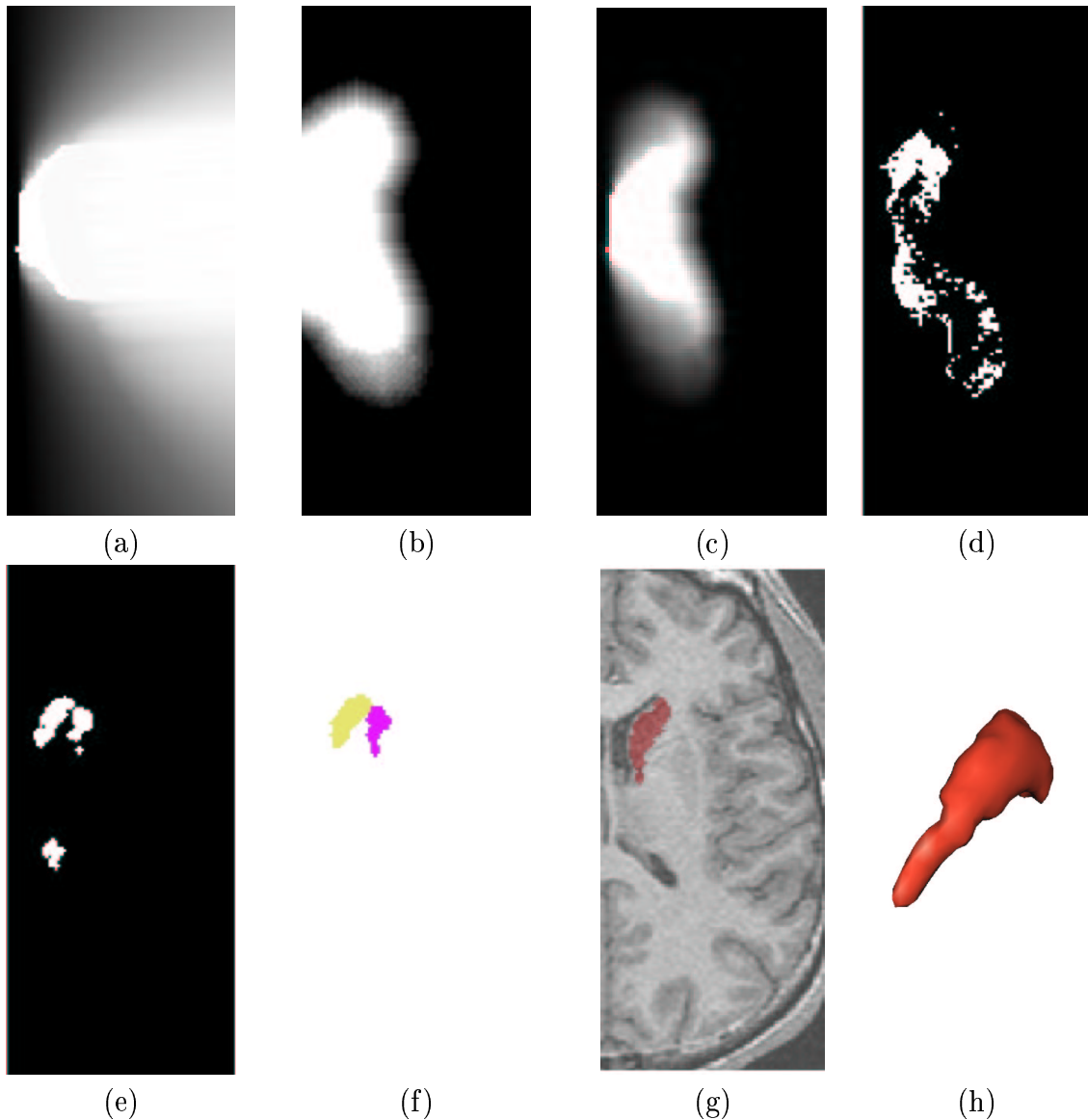


FIG. 5.5 – Noyau caudé, segmentation initiale (coupes axiales) : (a) ensemble flou correspondant à la relation « en dehors du ventricule latéral » ; (b) relation « près du ventricule latéral » ; (c) fusion des deux relations par la t -norme produit ; (d) classification dans la région d'intérêt ; (e) ouverture morphologique sur le résultat précédent ; (f) séparation du noyau caudé et d'une partie du putamen ; (g) segmentation initiale ; (h) maillage simplexe correspondant à la segmentation initiale.

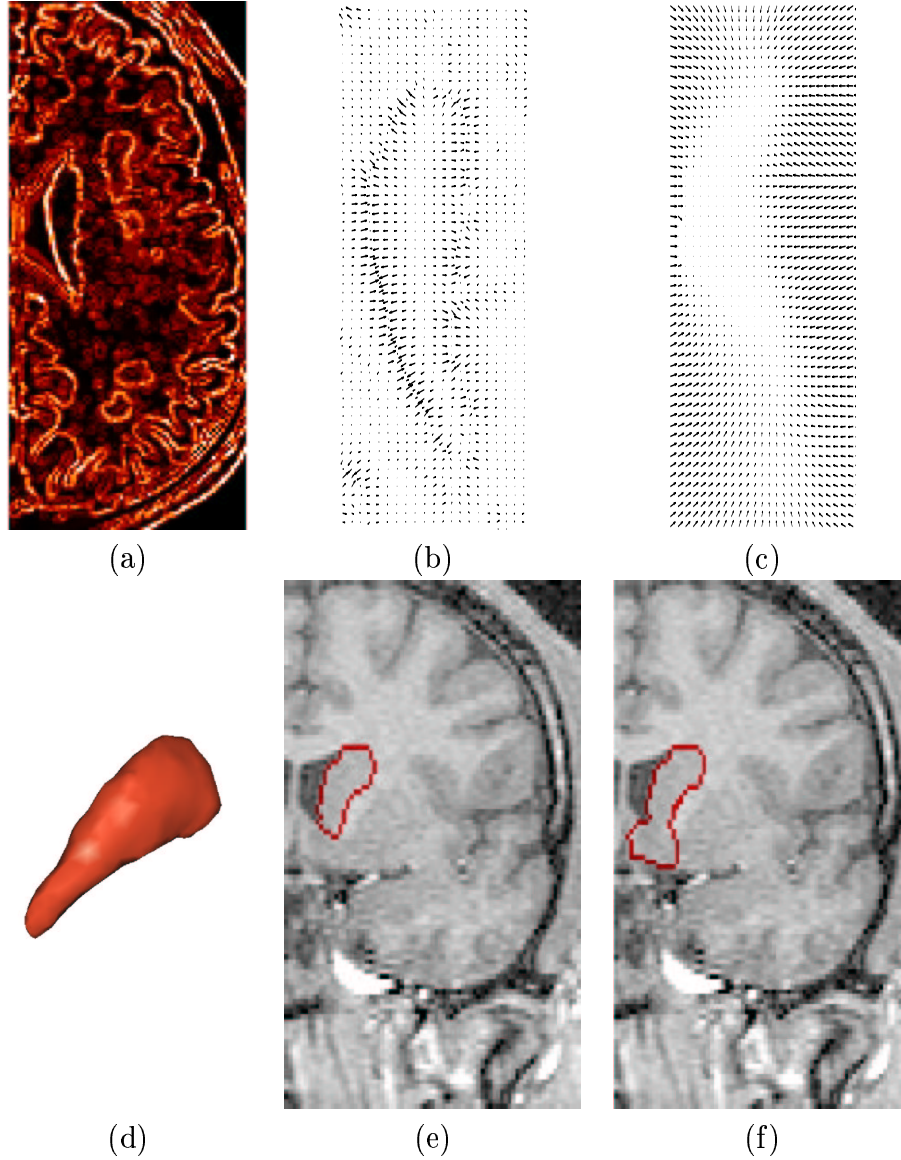


FIG. 5.6 – Noyau caudé, segmentation finale : (a) coupe axiale de la carte de contours utilisée; (b) GVF correspondant à cette carte de contours (agrandissement d'une partie de l'image); (c) force $\mathbf{F}_R^c$ correspondant à la relation spatiale de la figure 5.5(c) (agrandissement d'une partie de l'image et sous-échantillonnage par un facteur 1/2); (d) résultat final : maillage simplexe obtenu après l'évolution du modèle déformable; (e) une coupe coronale du résultat final; (f) une coupe coronale du résultat final qui serait obtenu en l'absence de la force $\mathbf{F}_R^c$.

capitale : elle permet en effet de prendre en compte les erreurs de segmentation qui empêchent les régions d'être strictement adjacentes au ventricule.

La segmentation initiale doit être améliorée (figure 5.5 (g)). Pour ce faire, on utilise le modèle déformable combiné aux relations spatiales. Le résultat précédent est transformé en maillage simplexe (figure 5.5 (h)). Il évolue ensuite sous l'influence de la force interne et de la force externe combinant un GVF (figure 5.6 (b)) et la relation spatiale « en dehors et près du ventricule latéral » (figure 5.6 (c)). Le GVF est calculé à partir de la carte de contours montrée à la figure 5.6 (a). Le résultat final est présenté aux figures 5.6 (d) et 5.6 (e). On constate que le résultat est meilleur que celui qui serait obtenu sous l'influence du seul GVF (figure 5.6 (f)), ce qui illustre bien l'importance des relations spatiales dans notre approche.

5.3.4 Thalamus

La segmentation du thalamus est une opération délicate. En effet, il est généralement mal contrasté et certaines de ses limites, en particulier la limite inférieure, sont difficiles à trouver. La procédure employée ici est très similaire à celle qui a été utilisée pour le noyau caudé. A nouveau, on procède en deux étapes : initialisation et raffinement par un modèle déformable. Chacune des étapes est illustrée aux figures 5.7 et 5.8

La région d'intérêt correspond à la fusion conjonctive, avec la t-norme minimum, des relations : « en dehors du troisième ventricule » et « en dessous du ventricule latéral ». Les figures 5.7 (a), (b) et (c) montrent les ensembles flous correspondant à ces relations. On effectue un seuillage dans la région d'intérêt (figure 5.7 (d)). Les seuils ont été fixés expérimentalement à $m_{Th} - \sigma_{Th}$ et $m_{Th} + \sigma_{Th}$ où m_{Th} et σ_{Th} sont les caractéristiques radiométriques du thalamus. Encore une fois, ces valeurs ne sont pas critiques puisque la segmentation sera ensuite raffinée par le modèle déformable. Il serait toutefois intéressant d'explorer systématiquement la valeur de ces seuils, sur des images segmentées. Une ouverture morphologique est ensuite réalisée (figure 5.7 (e)). La plus grande composante connexe correspond approximativement au thalamus. On procède ensuite à une fermeture et au remplissage des trous éventuels.

La segmentation initiale doit être améliorée (figure 5.7 (g)). Comme pour le noyau caudé, on utilise le modèle déformable combiné aux relations spatiales. Le résultat précédent est transformé en maillage simplexe (figure 5.7 (h)). La figure 5.8 (a) présente la carte de contours utilisée. Les contours du thalamus sont de faible intensité mais tout de même visibles. Le GVF est montré à la figure 5.8 (b). La carte de contours proposée à la section 5.2.5 s'est révélée très utile. En effet, un détecteur de contours appliqué sur l'image originale aurait produit des valeurs beaucoup trop faibles. La force correspondant à la relation spatiale « en dehors du troisième ventricule et en dessous du ventricule latéral » est présentée à la figure 5.8 (c). Le résultat final est présenté aux figures 5.8 (d) et 5.8 (e). La figure 5.8 (f) montre le résultat qui serait obtenu sous l'influence du seul GVF. Contrairement à ce que nous avons vu pour le noyau caudé, il n'y a pas de grandes différences entre les deux résultats. Les relations spatiales ont tout de même été essentielles puisque sans elles nous n'aurions pu obtenir la segmentation initiale. En effet, réaliser un seuillage adéquat pour le thalamus est très délicat. Sans la région d'intérêt, le seuillage aurait pu compromettre la segmentation.

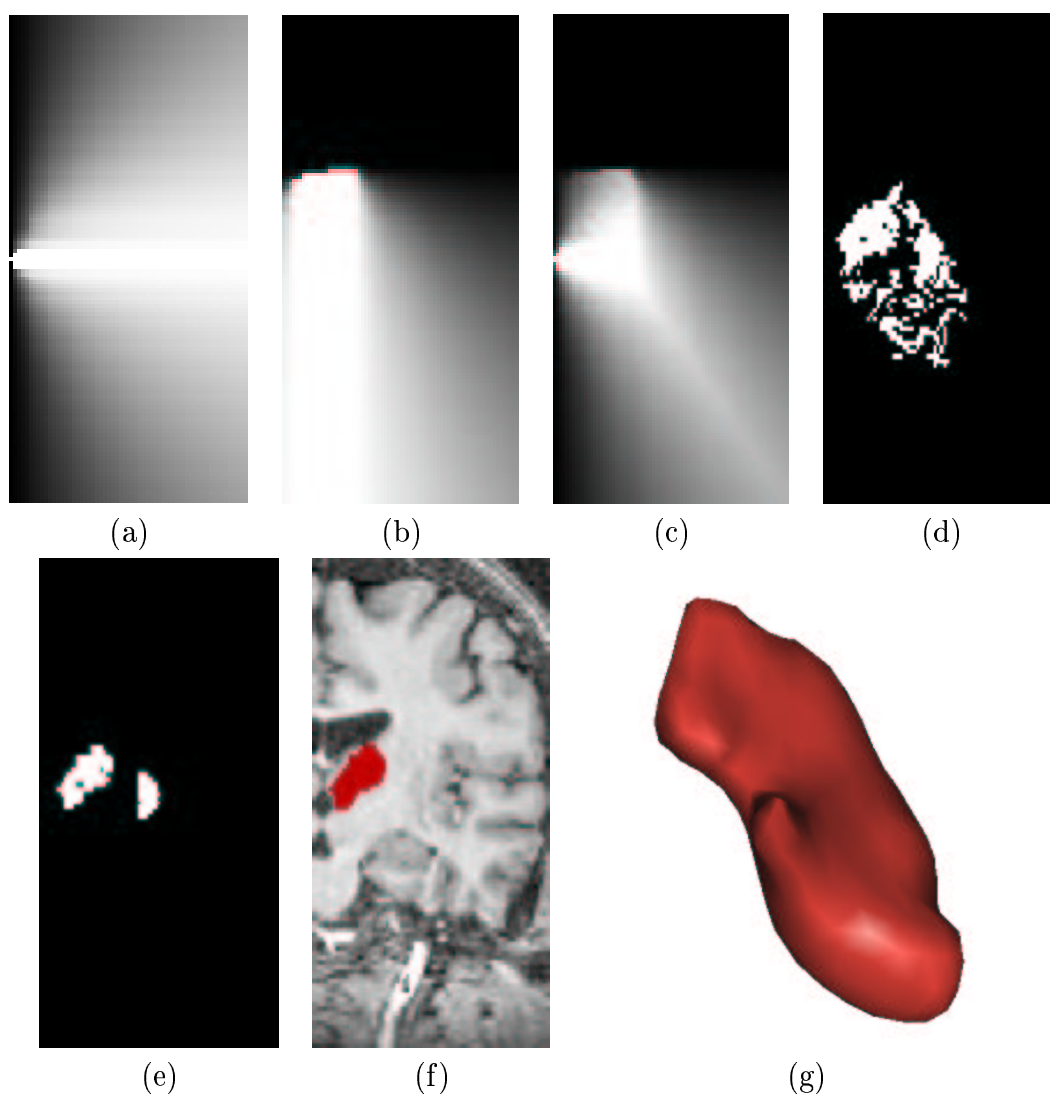


FIG. 5.7 – Thalamus, segmentation initiale (coupes coronales) : (a) ensemble flou correspondant à la relation « en dehors du troisième ventricule » ; (b) relation « en dessous du ventricule latéral » ; (c) fusion des deux relations par la t-norme minimum ; (d) classification dans la région d'intérêt ; (e) ouverture morphologique sur le résultat précédent ; (f) segmentation initiale ; (g) maillage simplexe correspondant à la segmentation initiale.

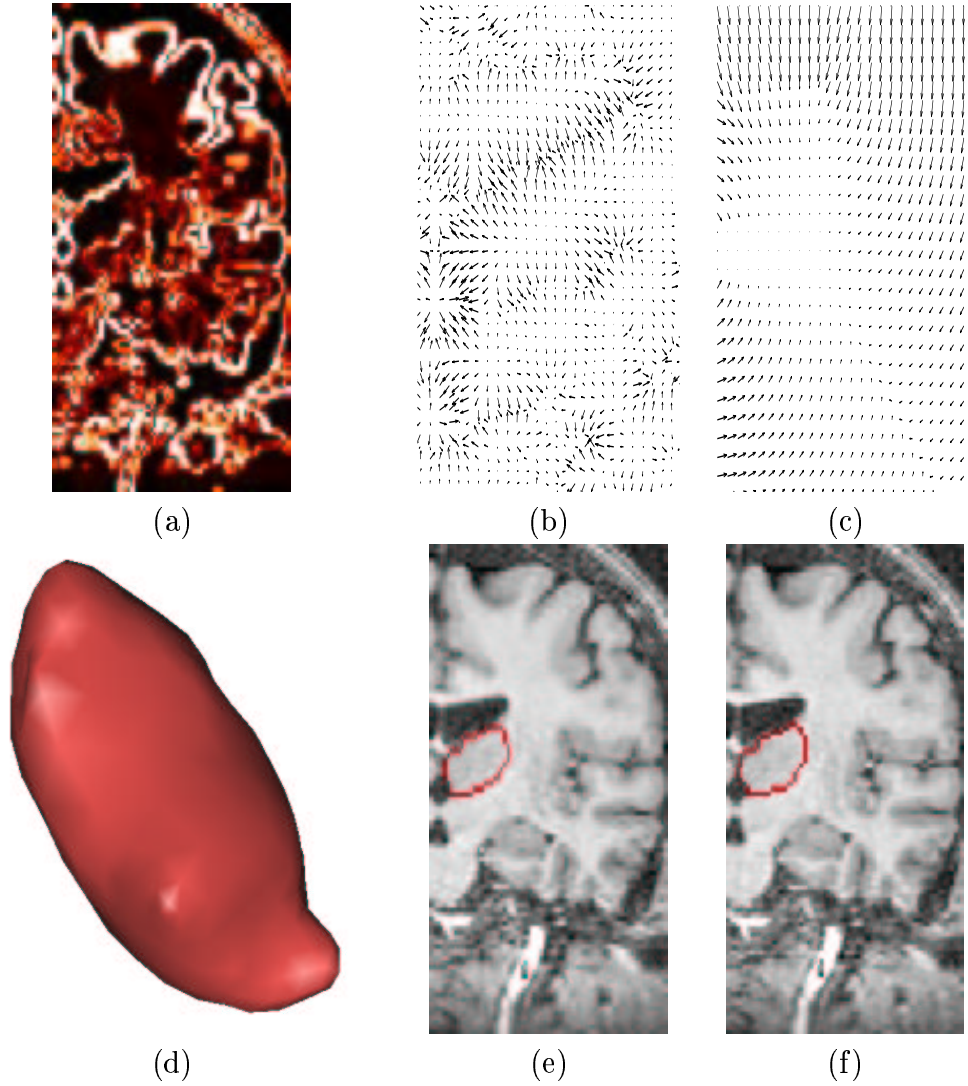


FIG. 5.8 – Thalamus, segmentation finale (coupes coronales) : (a) carte de contours utilisée; (b) GVF correspondant à cette carte de contours (agrandissement d'une partie de l'image et changement de la dynamique pour faciliter la visualisation); (c) force $\mathbf{F}_R^c$ correspondant à la relation spatiale de la figure 5.7(c) (agrandissement d'une partie de l'image et sous-échantillonnage par un facteur 1/2); (d) résultat final : maillage simplexe obtenu après l'évolution du modèle déformable; (e) une coupe coronale du résultat final; (f) une coupe coronale du résultat final qui serait obtenu en l'absence de la force $\mathbf{F}_R^c$.

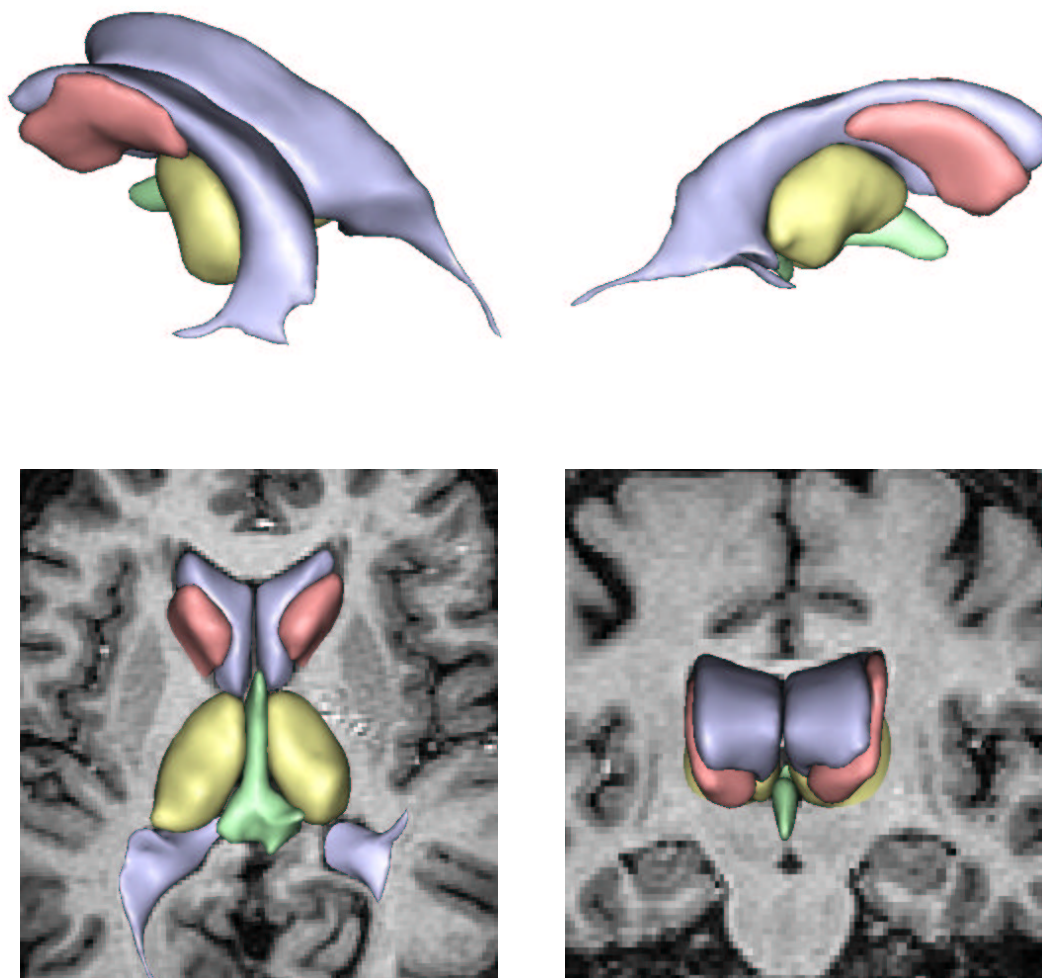


FIG. 5.9 – Différentes vues 3D des résultats de segmentation obtenus pour les ventricules latéraux (en bleu), le troisième ventricule (en vert), les noyaux caudés (en rouge) et les thalami (en jaune). Les images ont été visualisées avec le logiciel Anatomist développé au SHFJ, Orsay (<http://www.anatomist.info>).

5.4 Résultats et discussion

Nos expériences ont été réalisées sur des IRM pondérées en T1, de taille 256x256x124 et avec des dimensions de voxels de $0.9375 \times 0.9375 \times 1.3 \text{ mm}^3$. Nous présentons ici des résultats détaillés, obtenus pour les ventricules latéraux, le troisième ventricule, le noyau caudé et le thalamus.

Pour mener une évaluation quantitative de la méthode, il est nécessaire de disposer d'images segmentées manuellement par un expert. De nombreux auteurs utilisent une comparaison avec des segmentations manuelles pour calculer des valeurs indiquant la performance de la méthode. Parmi ces valeurs, on peut citer l'indice de similarité [Da-

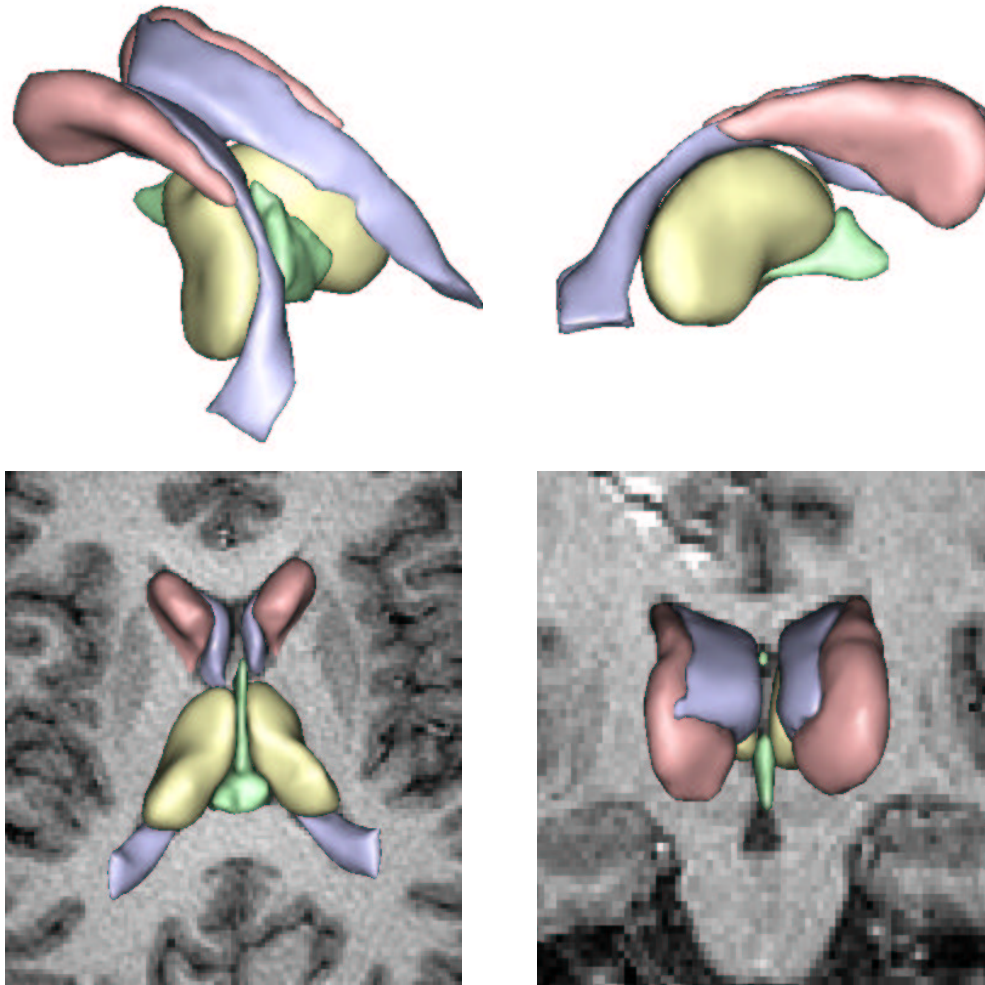


FIG. 5.10 – Différentes vues 3D des résultats de segmentation obtenus pour les ventricules latéraux (en bleu), le troisième ventricule (en vert), les noyaux caudés (en rouge) et les thalami (en jaune).

want et al., 1999 ; Xue et al., 2001] qui mesure le recouvrement des segmentations, ou encore la distance moyenne entre les surfaces des objets segmentés [Shen et al., 2001 ; Barra et Boire, 2001]. Ne disposant pas de segmentations manuelles, nous ne pouvons pas calculer de telles mesures et devons nous contenter d'une inspection visuelle.

Les figures 5.9 et 5.10 présentent des vues 3D des résultats obtenus. Nous montrons également des coupes axiales (figures 5.11 et 5.14), coronales (figures 5.12 et 5.15) et sagittales (figures 5.13 et 5.16).

Les résultats obtenus pour les ventricules sont très bons. La segmentation de ces structures est assez aisée. Il est à noter que nous ne segmentons généralement pas les cornes temporales et occipitales. Tel n'était pas notre objectif puisque ces parties sont pas impliquées dans les relations spatiales avec les autres objets que nous recherchons (voir section 5.3.2).

Concernant le noyau caudé, les résultats sont globalement bons. On peut toutefois constater des problèmes dans deux zones considérées comme particulièrement difficiles. Tout d'abord, nous n'obtenons pas la totalité du corps du noyau caudé. Ce problème est courant et de nombreux auteurs ne segmentent que la tête du noyau caudé (par exemple [Dawant et al., 1999 ; Barra et Boire, 2001]). L'absence d'une partie du corps est probablement due au terme de régularisation uniforme que nous avons adopté. Il serait peut-être possible de résoudre ce problème en utilisant des contraintes locales de forme. Des imperfections apparaissent également dans la partie inférieure de la tête, comme on peut le voir sur les coupes axiales. Rappelons toutefois que les résultats obtenus sont meilleurs qu'en l'absence de relations spatiales (voir section 5.3.3). Enfin, on peut remarquer que la forme un peu surprenante du noyau droit sur la figure 5.9 semble bien correspondre à l'anatomie du patient, comme on peut s'en apercevoir sur les coupes axiales.

Les résultats obtenus pour le thalamus sont satisfaisants compte tenu de la difficulté du problème. La carte de contours que nous avons proposée à la section 5.2.5 nous a permis d'obtenir une segmentation bien meilleure que si nous nous étions fondés sur l'image originale. Les imperfections concernent surtout les coupes inférieures dans lesquelles les limites du thalamus sont délicates à trouver visuellement. On peut également remarquer que la régularisation apportée par le modèle déformable a permis d'obtenir des résultats significativement meilleurs qu'avec la méthode proposée par [Géraud, 1998] que nous avons également appliquée au thalamus [Colliot, 2000].

Comparer nos résultats avec ceux d'autres approches est difficile. En effet, sans validation quantitative, nous devons nous contenter d'une inspection visuelle. Le nombre généralement réduit de coupes présentées dans les articles rend délicate cette comparaison. Bénéficiant ici de beaucoup plus d'espace, nous avons montré un grand nombre de coupes dans les trois plans, représentatives de l'ensemble du volume. Nous ne pouvons comparer nos résultats que sur les coupes de même position. Tout au plus pouvons nous dire que les résultats des coupes présentées sont généralement similaires. On peut toutefois noter que la méthode à base d'atlas utilisée par [Dawant et al., 1999] permet de mieux traiter la partie inférieure du noyau caudé. En l'absence de validation quantitative, nous ne nous prononcerons pas plus en détails sur la comparaison des résultats.

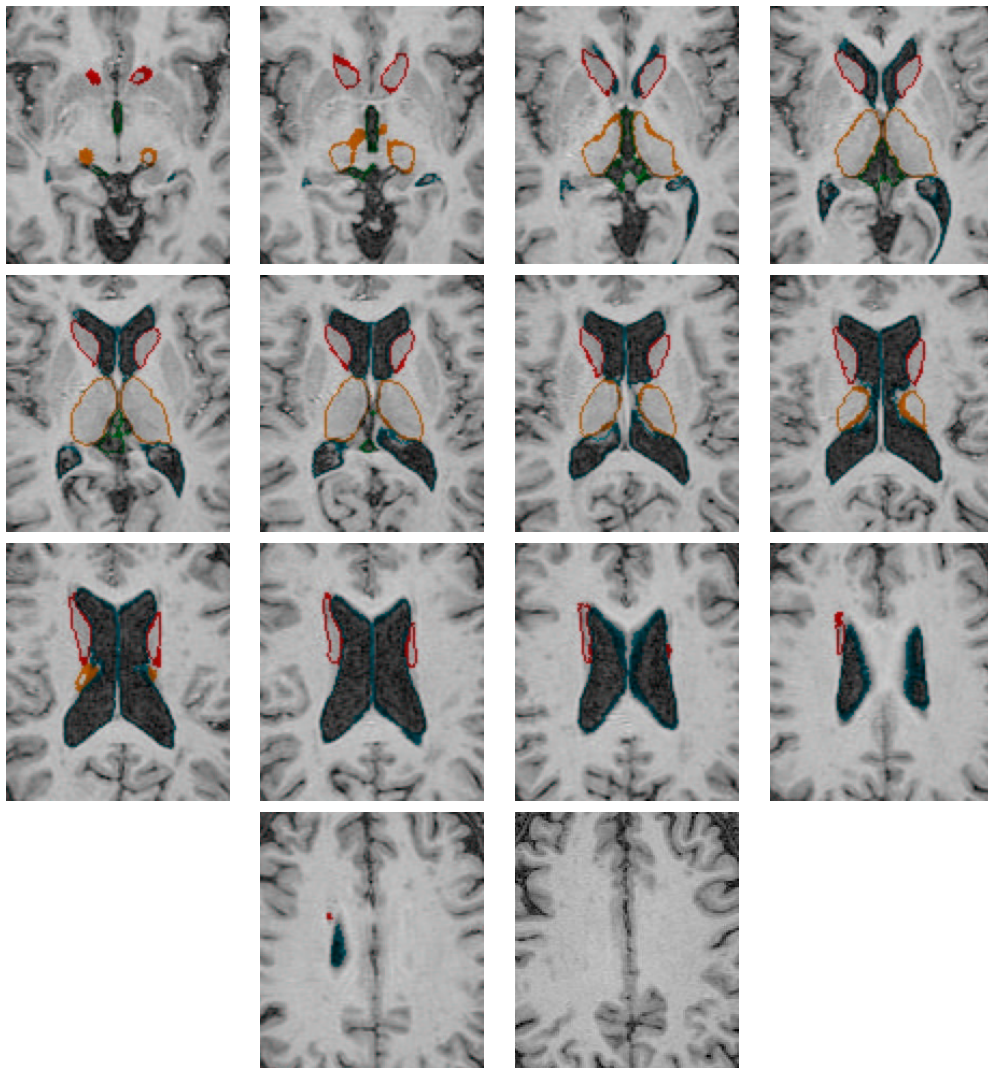


FIG. 5.11 – Coupes axiales des résultats correspondant à l'image présentée à la figure 5.9. En bleu : les ventricules latéraux ; en vert : le troisième ventricule ; en rouge : les noyaux caudés ; en orange : les thalami.

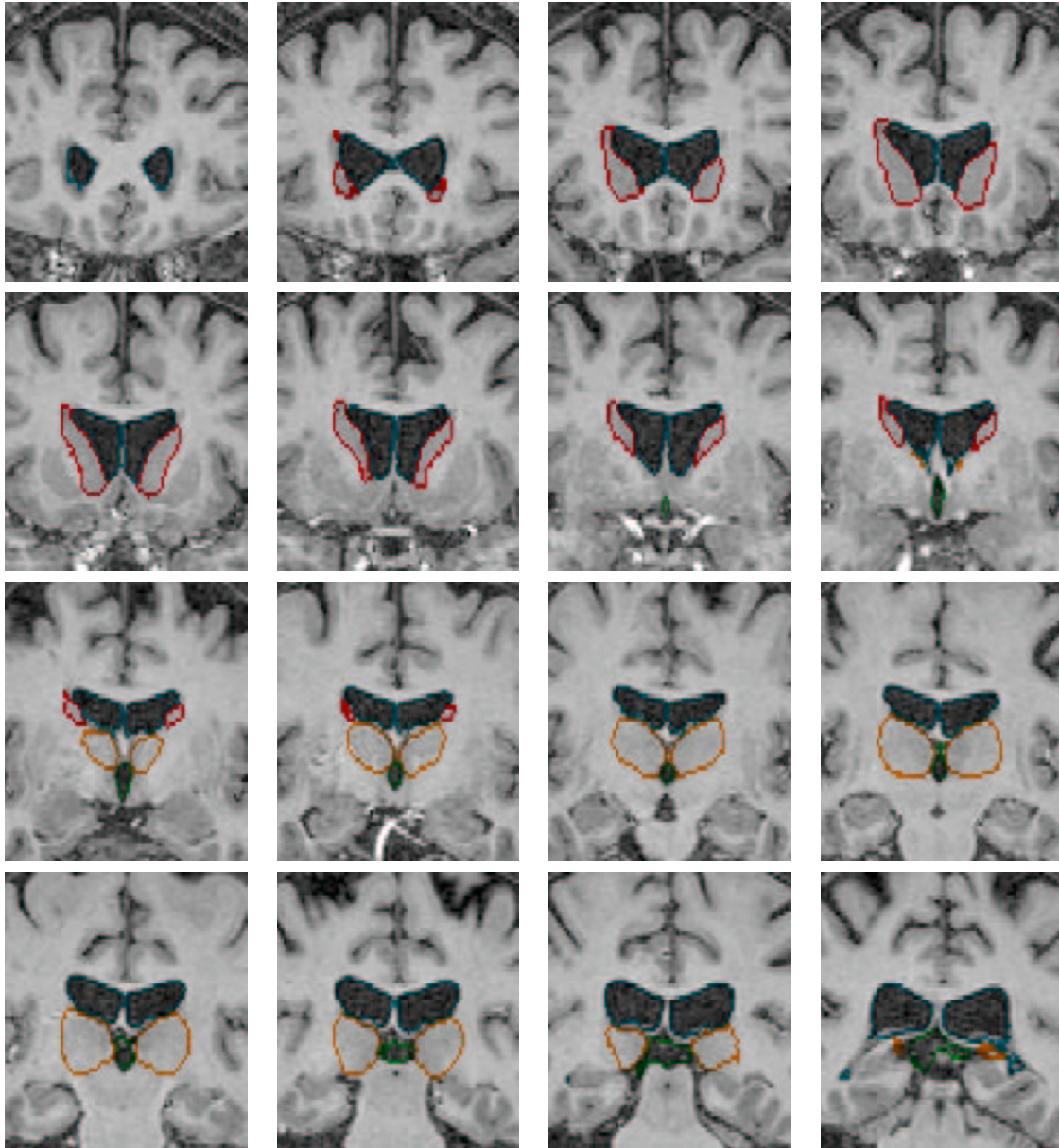


FIG. 5.12 – Coupes coronales des résultats correspondant à l'image présentée à la figure 5.9. En bleu : les ventricules latéraux; en vert : le troisième ventricule; en rouge : les noyaux caudés; en orange : les thalami.

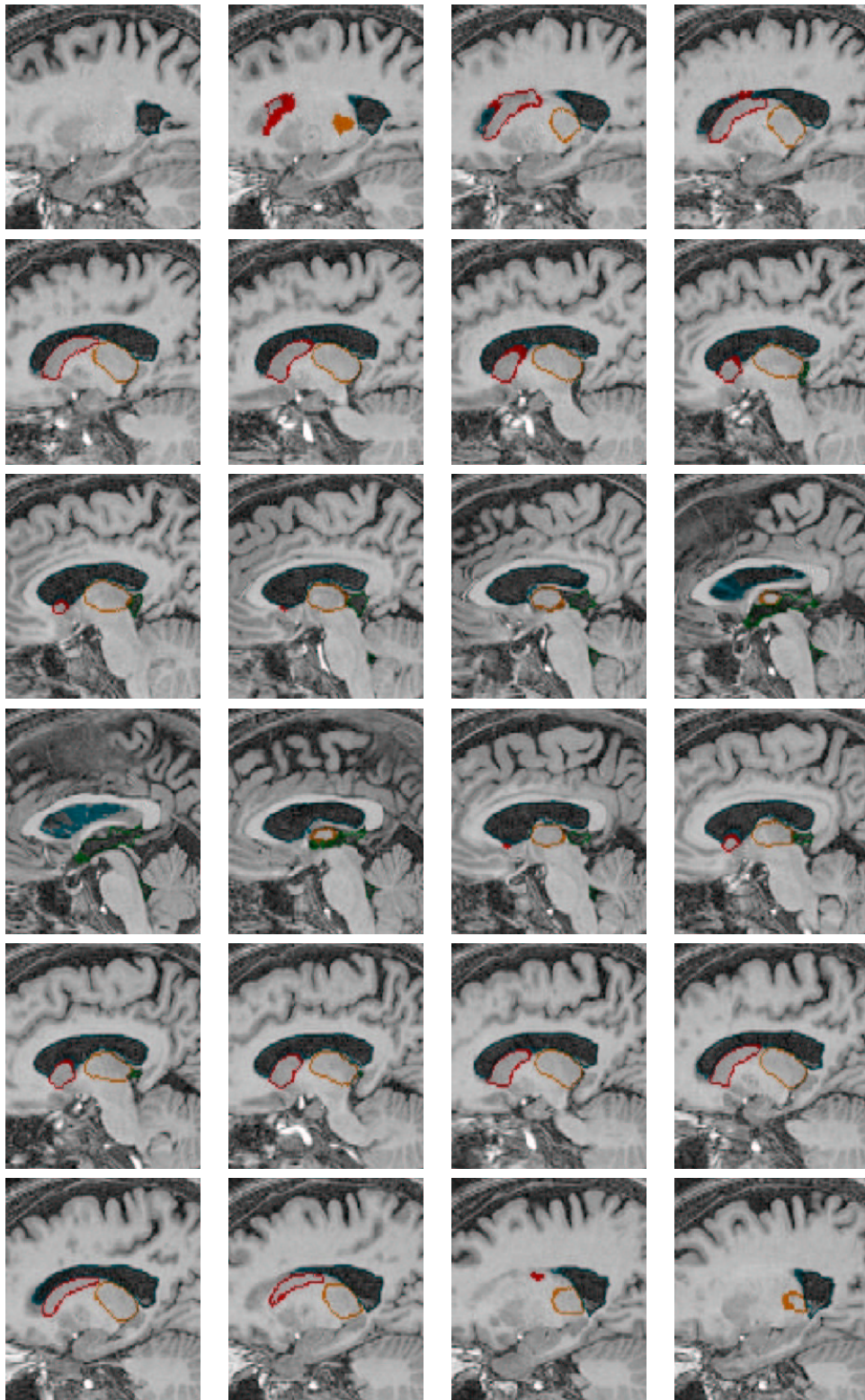


FIG. 5.13 – Coupes sagittales des résultats correspondant à l'image présentée à la figure 5.9. En bleu : les ventricules latéraux; en vert : le troisième ventricule; en rouge : les noyaux caudés; en orange : les thalami.

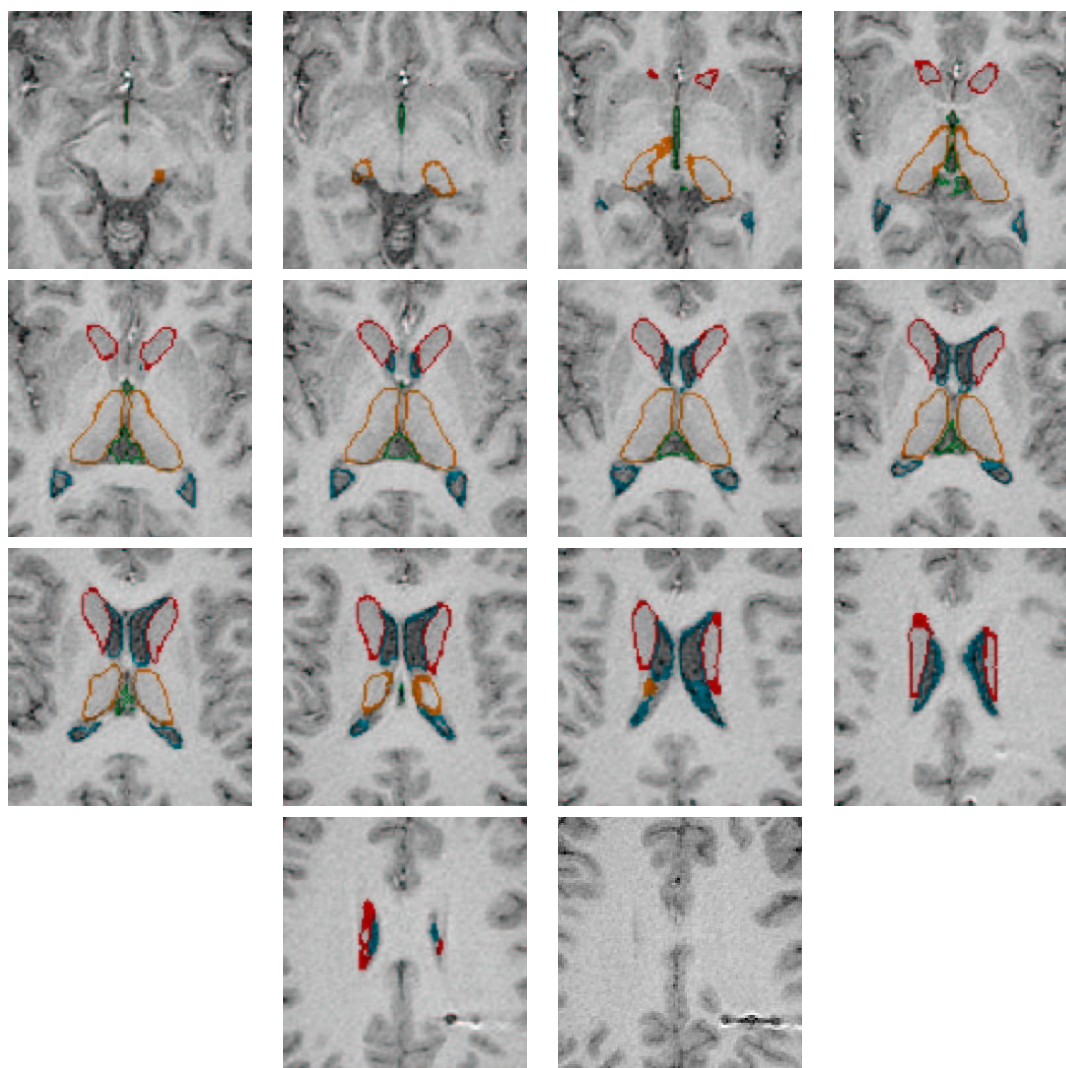


FIG. 5.14 – Coupes axiales des résultats correspondant à l'image présentée à la figure 5.10. En bleu : les ventricules latéraux; en vert : le troisième ventricule; en rouge : les noyaux caudés; en orange : les thalami.

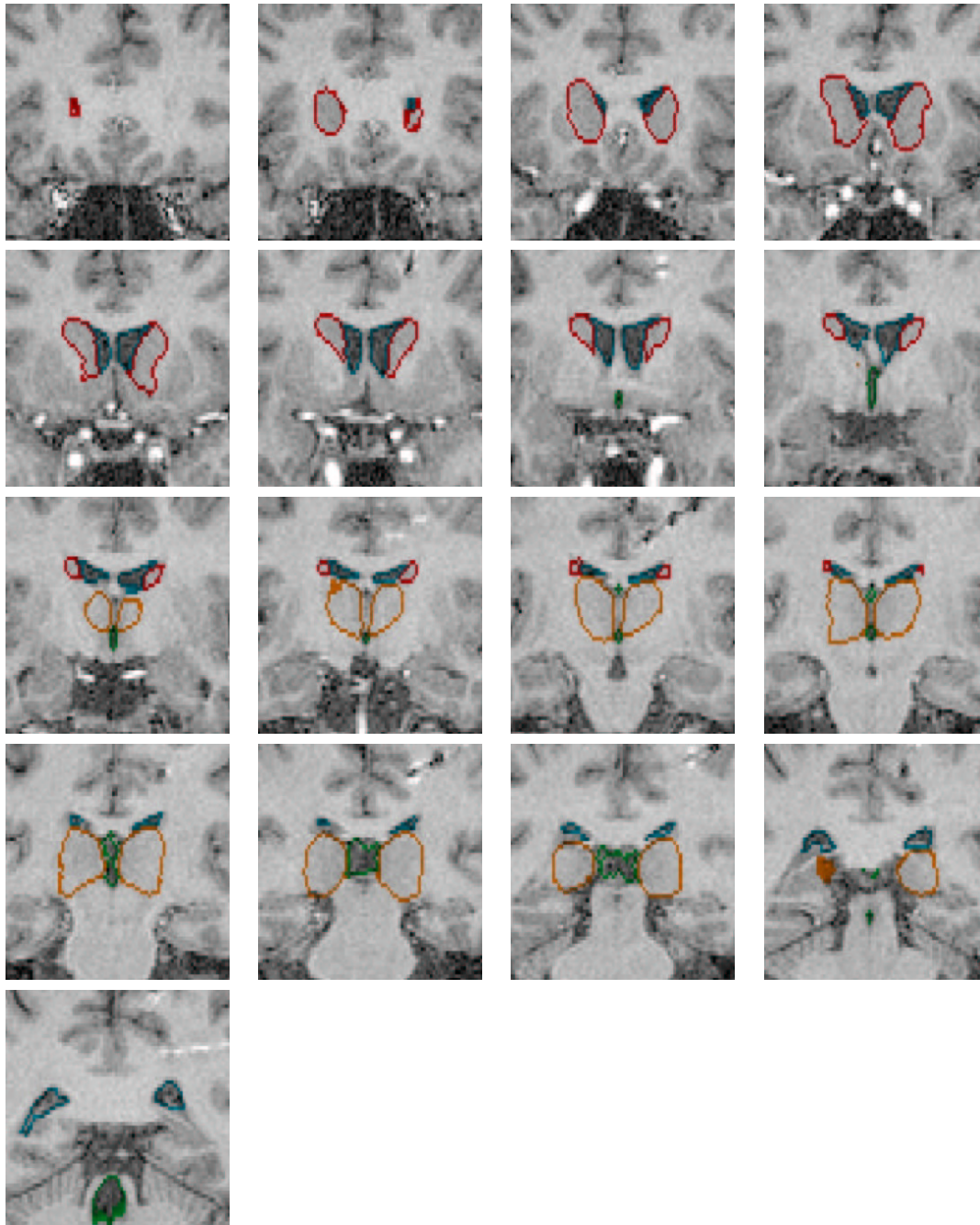


FIG. 5.15 – Coupes coronales des résultats correspondant à l'image présentée à la figure 5.10. En bleu : les ventricules latéraux; en vert : le troisième ventricule; en rouge : les noyaux caudés; en orange : les thalami.

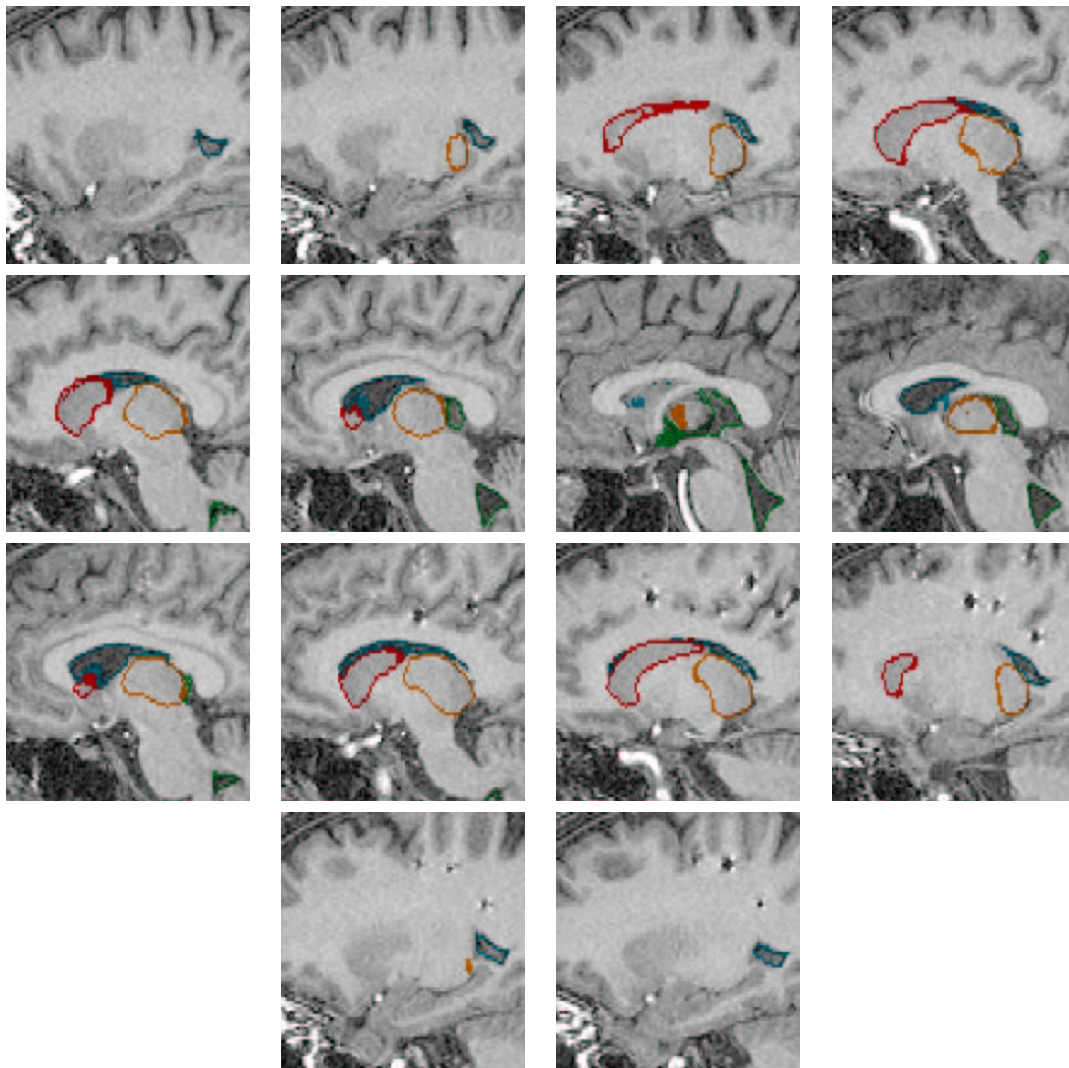


FIG. 5.16 – Coupes sagittales des résultats correspondant à l'image présentée à la figure 5.10. En bleu : les ventricules latéraux; en vert : le troisième ventricule; en rouge : les noyaux caudés; en orange : les thalami.

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une méthode originale de segmentation de structures cérébrales sur des IRM. Elle utilise les descriptions anatomiques présentées au chapitre 3. Les relations spatiales constituant ces descriptions sont utilisées de manière extensive au cours de la procédure. Elles servent à construire des régions d'intérêt, à sélectionner des objets et à contraindre un modèle déformable. L'utilisation des relations spatiales s'est révélée essentielle, tant pour l'initialisation que pour le résultat final.

Nous avons segmenté le ventricule latéral, le troisième ventricule, le noyau caudé et le thalamus. La procédure doit pouvoir être appliquée à d'autres structures non corticales. Les résultats présentés sont prometteurs. Il reste cependant à mener une validation quantitative. Par ailleurs, bien que les réglages de paramètres n'aient pas soulevé de grandes difficultés lors de nos expériences, une étude systématique de leur influence serait intéressante.

Enfin, cette méthode est générique et doit pouvoir être appliquée à d'autres types d'images 2D ou 3D (en dehors des maillages simplexes, tous les résultats sont également valables en deux dimensions). Les applications potentielles concernent toutes les scènes dans lesquelles les objets partagent des relations spatiales stables.

Conclusion et perspectives

Les relations spatiales, bien qu'assez largement étudiées dans d'autres domaines, restent encore peu utilisées en traitement d'images et en reconnaissance des formes. Elles constituent pourtant un moyen efficace de décrire l'agencement des objets d'une scène. Notre travail de thèse a porté sur le développement de méthodes de représentation, d'évaluation et d'utilisation des relations spatiales en interprétation d'images.

Nous avons proposé une étude bibliographique des méthodes de représentation de relations spatiales et de raisonnement spatial. Cette étude décrit des approches issues de domaines aussi divers que l'intelligence artificielle, la robotique, les systèmes d'information géographiques, la logique ou le traitement d'images. La présentation parallèle de ces approches pour chaque type de relation permet d'établir des liens entre des domaines éloignés les uns des autres. En particulier, les méthodes qualitatives et quantitatives avaient jusqu'à présent fait l'objet d'études séparées. Les techniques de représentation fondées sur la théorie des sous-ensembles flous sont bien adaptées à notre application car elles permettent d'une part de prendre en compte l'imprécision inhérente aux images et d'autre part d'obtenir une évaluation numérique de la satisfaction des relations.

Le cerveau constitue un cas typique de scène structurée qui peut être décrite au moyen de relations spatiales. Nous avons mis en évidence ces relations dans des descriptions linguistiques de l'anatomie cérébrale. La formalisation de ces connaissances expertes, au moyen d'un graphe hiérarchique synthétique, permet de les utiliser pour la reconnaissance de structures. Avec l'introduction d'un graphe hiérarchique exemple, nous avons pu vérifier que les relations présentes dans la description sont bien satisfaites sur un atlas iconique.

L'étude des structures cérébrales nous a ainsi permis de mettre en lumière l'importance des relations de symétrie. Ces relations sont notamment essentielles pour définir des relations spatiales directionnelles. Nous avons proposé des mesures de symétrie pour les objets flous 3D, fondées sur des mesures de comparaison. L'étude des propriétés des mesures de comparaison nous a permis de sélectionner celles qui peuvent être utilisées pour caractériser les symétries. Nous avons ensuite introduit une méthode de recherche du plan de symétrie d'un objet flou ou d'une image tridimensionnelle. En particulier, cet algorithme a été appliqué à la localisation du plan de symétrie du cerveau. Cette méthode est précise et robuste, comme l'a montré l'évaluation

expérimentale sur des IRM synthétiques et réelles de cerveaux sains et pathologiques. Elle peut en outre être utilisée pour des images d'autres modalités. Elle est entièrement automatique et nous avons estimé expérimentalement ses paramètres optimaux.

Les travaux portant sur l'utilisation des relations spatiales en interprétation d'images introduisent les relations au niveau de la reconnaissance, les tâches de plus bas-niveau étant effectuées par des méthodes traditionnelles. Nous avons proposé une approche se démarquant nettement de ces travaux puisque nous utilisons directement les relations spatiales pour la recherche des contours des objets. Ces relations sont introduites dans un modèle déformable, au moyen d'une force externe. Cette force externe permet de contraindre la surface à satisfaire à la description de l'objet recherché. Elle évite que le modèle ne soit attiré vers les contours d'autres objets, permettant ainsi d'initialiser le modèle déformable plus loin de la structure recherchée. Elle permet surtout de segmenter des objets dont certaines limites sont absentes de l'image. Plusieurs méthodes de construction d'une telle force externe, possédant les propriétés requises, ont été décrites.

Relations spatiales et modèles déformables ont ensuite été combinés dans deux applications de segmentation. Tout d'abord, nous avons présenté une méthode de reconnaissance de structures cérébrales. Les relations spatiales sont utilisées de trois façons différentes lors de la procédure : pour définir des régions d'intérêt, pour sélectionner des objets et pour contraindre le modèle déformable. A l'aide des relations spatiales, on doit pouvoir mieux prendre en compte la variabilité anatomique au cours de la segmentation. Cette méthode a fourni des résultats prometteurs. La combinaison des relations spatiales et du modèle déformable s'est montrée capitale. Dans des cas réputés difficiles tels que la segmentation de la partie inférieure de la tête du noyau caudé, cette combinaison a fourni des résultats bien meilleurs qu'en l'absence de relation spatiale. Cependant, il serait intéressant de mener une validation complète de la méthode. Certaines étapes de la procédure pourraient en outre être rendues plus automatiques.

La seconde application concerne la segmentation de structures thoraciques et abdominales et est présentée en annexe. L'utilisation des relations spatiales a également permis d'y résoudre des problèmes difficiles tels que la séparation du foie et du cœur.

* *
*

Les perspectives de nos travaux sont multiples tant à court qu'à moyen terme. Deux axes de recherches en particulier semblent porter de nombreux prolongements potentiels : la description de l'anatomie cérébrale aux moyens de graphes et la combinaison de relations spatiales et de modèles déformables.

La structure de graphe hiérarchique exemple nous semble en effet être un cadre de choix pour l'étude de la stabilité des relations spatiales en anatomie cérébrale. Ainsi que nous l'avons mentionné, il serait intéressant d'étudier la satisfaction des relations portées par le graphe synthétique pour un grand nombre de patients. Dans cette optique, il

est nécessaire de disposer d'une base d'IRM segmentées, validée par un expert. Une telle étude permettrait de déterminer les relations les plus stables et de rendre ainsi les procédures de reconnaissance plus robustes. On pourrait, en outre, découvrir de nouvelles relations stables mais absentes de la description experte. En particulier, une étude des relations de distance, qui ne figurent pas dans la description mais peuvent se révéler utiles pour la segmentation, serait intéressante. Enfin, il serait possible de mener des études comparatives entre une base d'images de cerveaux sains et des bases d'images présentant des pathologies. Peut-être existe-t-il des relations, stables dans les cas sains, qui ne sont plus vérifiées dans le cas d'une pathologie donnée ?

Les autres perspectives concernent les méthodes de reconnaissance combinant modèles déformables et relations spatiales. D'un point de vue pratique, il conviendrait d'automatiser certaines parties de la segmentation des structures cérébrales et de mener une validation complète. Il serait en outre intéressant de l'étendre à d'autres structures, notamment parmi les noyaux gris, mais aussi parmi les structures de matière blanche. Ces structures, comme le corps calleux ou les capsules, sont difficilement segmentables en IRM, puisque certaines de leurs limites ne sont pas repérables. Les relations spatiales pourraient permettre de trouver ces limites.

Du point de vue théorique, nous pourrions chercher des moyens plus sophistiqués que la somme pondérée pour combiner la force d'attache aux données et celle issue des relations spatiales. Par ailleurs, la segmentation simultanée de plusieurs objets partageant des relations pourrait apporter plus de robustesse. A cette fin, il faudrait proposer des méthodes de calcul des relations entre les deux modèles évoluant simultanément. En effet, procéder à un nouveau calcul des ensembles flous à chaque étape de la déformation serait beaucoup trop coûteux. Il serait nécessaire d'introduire des méthodes de calcul des relations entre les deux surfaces au cours de la déformation. Une dernière perspective intéressante est la combinaison de contraintes de forme et de relations spatiales. En effet, les modèles déformables constituent un cadre bien adapté à l'introduction de telles contraintes et de nombreuses méthodes sont disponibles. La combinaison d'une de ces méthodes et de notre approche pourrait se révéler fructueuse.

ANNEXE A

Apport de contraintes anatomiques au recalage d'images TDM et TEP

Cette section présente des travaux réalisés en collaboration avec Oscar Camara et Gaspar Delso du département TSI de l'ENST dans le cadre de leurs thèses. Notre contribution a porté essentiellement sur le développement de méthodes de segmentation de structures thoraciques et abdominales dans les images TDM et TEP. Ces méthodes de segmentation mettent en œuvre certaines des idées développées dans le reste du manuscrit. Ainsi, des régions d'intérêt, construites à partir de relations spatiales, sont utilisées pour restreindre les zones dans lesquelles les structures seront recherchées. En outre, une relation de symétrie permet de sélectionner les objets correspondant aux reins. Enfin, la segmentation est réalisée à l'aide d'un modèle déformable, contraint par des relations spatiales. Les relations spatiales se sont révélées essentielles pour trouver les contours des structures mal délimitées. Elles ont permis en particulier de séparer le foie du cœur, opération réputée délicate.

Nous reprenons dans cette annexe le texte d'un article paru dans les actes de la conférence RFIA 2004 [Camara et al., 2004].

A.1 Introduction

Dans le domaine de l'oncologie, la combinaison des images anatomiques et fonctionnelles prend de plus en plus d'importance grâce au développement de nouveaux appareils d'acquisition, de nouvelles méthodes algorithmiques et grâce à la complémentarité des modalités. En imagerie fonctionnelle, le développement des acquisitions TEP (Tomographie par Émission de Positrons) avec le traceur fluorine 18 fluorodeoxyglucose (18-FDG) donne accès à une information très riche pour le diagnostic et le suivi thérapeutique des cancers primitifs et métastatiques. L'inconvénient de cette modalité est que l'information anatomique est réduite, rendant difficile la localisation précise des tumeurs par rapport aux organes. Cette information anatomique est fournie par la tomodensitométrie (TDM ou *Computed Tomography* ou CT) ou l'Imagerie par Résonance Magnétique (IRM) et permet au clinicien d'obtenir une localisation très précise des lésions, ainsi que des mesures de taille et de forme. Malheureuse-

ment, ces modalités ne fournissent pas une information suffisante sur la malignité de la lésion. La combinaison de ces deux modalités peut donc avoir un impact significatif sur les décisions médicales pour le diagnostic, la thérapie et la planification de traitements [Wagner, 1999]. Du point de vue du traitement d'images, le problème s'exprime essentiellement comme un problème de recalage, de mise en correspondance entre les informations issues des deux modalités.

Le but de cet article est de proposer une contribution au recalage d'images TDM-TEP dans des régions thoraciques et abdominales. Les fortes déformations existant entre les images excluent d'emblée toute solution de recalage rigide entre les deux modalités et il faut développer des méthodes de recalage non linéaire (plus de 12 degrés de liberté dans la transformation). Ces déformations sont principalement dues aux protocoles d'acquisition et à la nature élastique des organes considérés.

Dans la section A.2, nous proposons un bref résumé des méthodes de recalage non linéaire. Nous expliquons ensuite la procédure de segmentation et nous décrivons la méthode de recalage pour les structures segmentées et pour la phase travaillant avec les niveaux de gris. Enfin, nous présentons quelques résultats et une discussion de la technique.

A.2 Le problème du recalage

L'objectif d'un algorithme de recalage est de trouver la transformation mettant en relation l'information contenue dans une image et sa correspondance anatomique sur l'autre image. Les méthodes de recalage peuvent être classées selon plusieurs critères : région d'intérêt, modèle physique de déformation, mesure de similarité et méthode d'optimisation utilisée. Des synthèses exhaustives des méthodes de recalage peuvent être trouvées dans [Maintz et Viergever, 1998] et [Barillot, 1999].

Plusieurs transformations non linéaires sont disponibles dans la littérature du traitement d'images. Les Déformations de Forme Libre à base de B-Splines (*B-Spline Free Form Deformations* ou *FFD*) constituent un modèle paramétrique qui fournit une transformation non linéaire souple car aucune supposition n'est faite quant aux images ou aux structures à recaler. Ce modèle a été utilisé avec succès dans différentes applications d'imagerie médicale, comme le recalage de mammographies [Rueckert et al., 1999], le recalage de régions cérébrales [Hartkens et al., 2002] ou la segmentation de régions cardiaques [Lotjonen, 2001]. En général, une transformation linéaire est calculée avant la phase non linéaire pour s'approcher suffisamment de la solution finale. Cependant, la plupart de ces applications travaillent avec des données monomodales, où le rapport entre les intensités dans les images à recaler est plus simple que dans le cas des applications multimodales. En outre, les images fonctionnelles introduisent des difficultés supplémentaires liées au bruit important et aux artefacts. [Mattes et al., 2003] ont tout de même appliqué le modèle FFD pour recaler des images TDM-TEP (avec des images TEP de transmission) des régions thoraciques, en utilisant un schéma hiérarchique et multirésolution pour éviter les minima locaux et éviter d'avoir à fournir une initialisation très précise. Un inconvénient de cette méthode réside dans le fait qu'elle considère une relation fonctionnelle entre les acquisitions des images TEP de

transmission et d'émission. En outre, les auteurs signalent que les résultats ne sont pas complètement satisfaisants dans les régions avec des déformations plus importantes à recalcr, comme le diaphragme et l'abdomen.

Une solution à ce problème est de contraindre ces déformations pour éviter la convergence vers des minima locaux et pour réduire le coût de calcul de l'algorithme. Ces contraintes nous conduisent à proposer une méthodologie divisée en une phase d'initialisation recalant les structures segmentées dans les deux images, et une deuxième phase de recalage à niveaux de gris, raffinant l'étape précédente de l'algorithme. Les transformations sont modélisées dans les deux étapes à partir de *Free Form Deformations* (FFD) qui sont gérées par une grille de plusieurs points de contrôle par dimension. La segmentation est réalisée en appliquant un modèle déformable 3D à base de maillages simplexes sur les régions d'intérêt dans une procédure hiérarchique de reconnaissance des formes.

A.3 Segmentation de structures anatomiques

A.3.1 Schéma de la procédure

La phase initiale de recalage nécessite une segmentation des structures thoraciques et abdominales dans les deux images. Ce premier recalage sera raffiné en utilisant l'information de niveaux de gris. Les éventuelles erreurs de segmentation ne seront pas propagées vers le résultat final car la seconde phase de recalage pourra les corriger.

Les différents niveaux de difficulté dans la segmentation de structures suggèrent l'utilisation d'une procédure hiérarchique : l'extraction d'une structure donnée utilisera des informations dérivées des structures plus simples. Ces informations sont composées de contraintes spatiales déduites à partir de structures segmentées précédemment et sont exprimées sous la forme de Régions d'Intérêt (ROI), dans lesquelles la recherche des nouvelles structures aura lieu. Les structures à segmenter pour le recalage sont les poumons, les reins et le foie (dans cet ordre). Bien qu'ils ne soient pas employés dans le processus de recalage, la peau et le squelette sont également extraits et constituent les premières étapes de la procédure hiérarchique dans le cas des images TDM.

Les poumons, les reins et le foie sont traités en deux étapes différentes : la première étape est composée d'un seuillage automatique et d'opérations de morphologie mathématique dans la région d'intérêt définie par les objets déjà segmentés. La deuxième étape consiste à raffiner le résultat en utilisant un modèle déformable 3D. La peau et le squelette sont segmentés en employant seulement la première étape.

A.3.2 Première étape : segmentation grossière

Pour contraindre la segmentation, une région d'intérêt est définie en utilisant des relations spatiales par rapport aux autres structures. Ces relations incluent des directions (par exemple, « le foie est en-dessous des poumons ») et des contraintes d'exclusion, les structures précédemment segmentées étant soustraites de la région

d'intérêt pour éviter la superposition de deux objets. La région d'intérêt pour chaque structure est définie comme suit (voir figure A.1 pour un exemple de région d'intérêt) :

- peau et squelette : ils constituent les premiers pas de la procédure pour les images TDM et il n'y donc pas de région d'intérêt ;
- poumons : dans les images TDM, la région d'intérêt est calculée à partir de la peau. Dans les images TEP, nous segmentons les poumons dans les images de transmission et nous dilatons le résultat pour produire une région d'intérêt dans l'image TEP d'émission ;
- reins : dans les images TDM, la région est limitée en utilisant les dimensions du thorax déterminées à partir de la segmentation du squelette. Une limite supérieure dans la direction z est déterminée à partir des poumons : la région d'intérêt est définie en-dessous d'une ligne liant la limite inférieure droite du poumon gauche et la limite inférieure gauche du poumon droit (une ligne est dessinée en chaque coupe coronale). Une limite inférieure est calculée en utilisant la partie haute du bassin, extrait à partir du squelette. Dans les images TEP, nous utilisons seulement la limite supérieure calculée à partir des poumons car le squelette n'est pas disponible ;
- foie : la région d'intérêt est la même que dans le cas des reins, sauf ces derniers qui ont été soustraits. La région d'intérêt a été particulièrement utile pour séparer le foie des structures proches comme le cœur et les reins.

Dans cette région, nous réalisons une succession d'opérations : seuillage automatique par k-moyennes, érosion binaire, sélection des composantes connexes, dilatation binaire et remplissage de trous en 3D. Dans le cas des poumons et du foie, nous sélectionnons la plus grande composante connexe, alors que pour les reins, les deux composantes les plus symétriques par rapport au plan de symétrie du corps sont choisies, en utilisant un algorithme proposé dans [Colliot et al., 2002].

A.3.3 Deuxième étape : raffinement avec un modèle déformable 3D

La première étape ne peut pas être considérée comme une segmentation finale. Le principal problème vient de l'absence de régularisation, en particulier dans le cas des structures fines qui peuvent être détectées dans une modalité mais pas dans l'autre, introduisant ainsi une différence que la procédure de recalage interpréterait à tort comme une déformation et essaierait de compenser. Un modèle déformable 3D a été implanté pour résoudre ce problème. Les modèles déformables sont des courbes ou des surfaces définies dans une image et qui évoluent sous des contraintes calculées à partir des données de l'image et des contraintes de régularité.

Nous avons choisi d'implanter un modèle discret fondé sur les maillages simplex (introduits par [Delingette, 1999]). Le fait d'avoir une bonne initialisation est très utile pour atteindre une convergence rapide du modèle, et c'est pour cette raison que nous utilisons pour chaque structure une surface initiale dérivée de la première phase de segmentation. La segmentation obtenue dans la première étape est érodée pour assurer que l'initialisation est à l'intérieur de l'objet. Ensuite, elle est transformée en

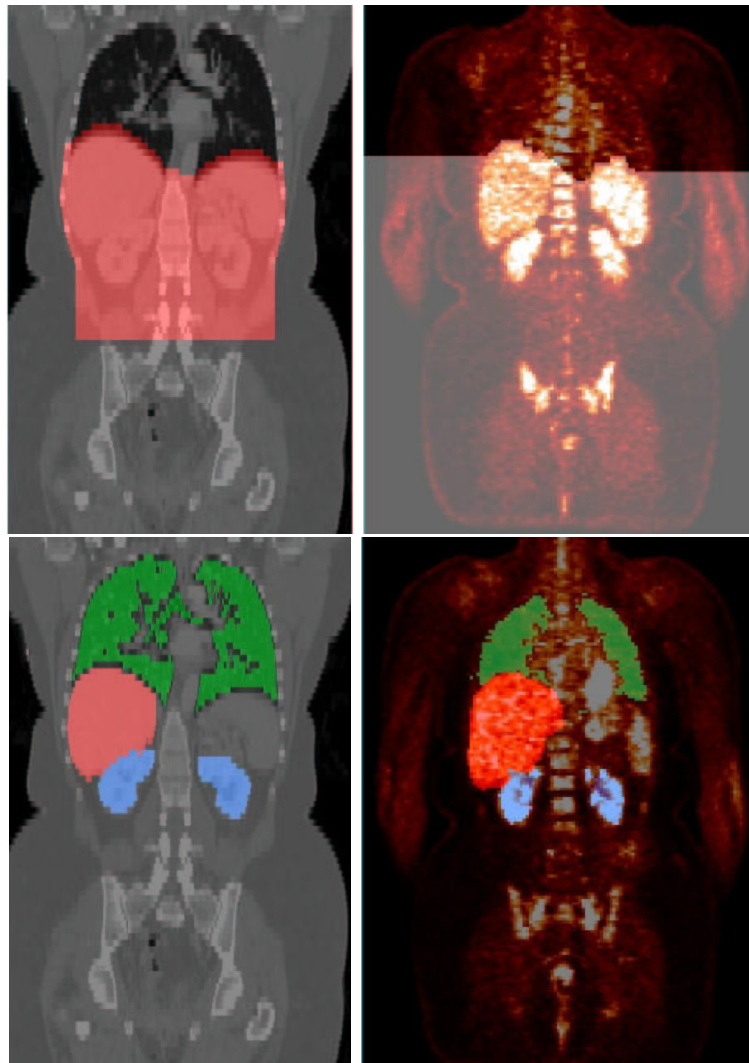


FIG. A.1 – En haut : régions d'intérêt utilisées pour la segmentation des reins (partie plus claire). En bas : résultats de la segmentation des poumons, du foie et des reins A gauche : image TDM. A droite : image TEP.

une triangulation par un algorithme d'isosurfaces [Lorensen et Cline, 1987]. Elle est alors décimée et convertie en un maillage simplexe par l'opération duale.

L'évolution de la surface déformable $\mathbf{X}$ est décrite par l'équation de force dynamique suivante :

$$\gamma \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t} = \mathbf{F}_{int}(\mathbf{X}) + \mathbf{F}_{ext}(\mathbf{X}) \quad (\text{A.1})$$

où $\mathbf{F}_{int}$ est la force interne qui spécifie la régularité de la surface et $\mathbf{F}_{ext}$ est la force externe qui mène la surface vers les contours de l'image. La force interne choisie est :

$$\mathbf{F}_{int} = \alpha \nabla^2 \mathbf{X} - \beta \nabla^2 (\nabla^2 \mathbf{X}) \quad (\text{A.2})$$

où α et β contrôlent respectivement la tension de la surface (évite l'étirement) et la rigidité (limite la courbure) et ∇^2 est l'opérateur Laplacien.

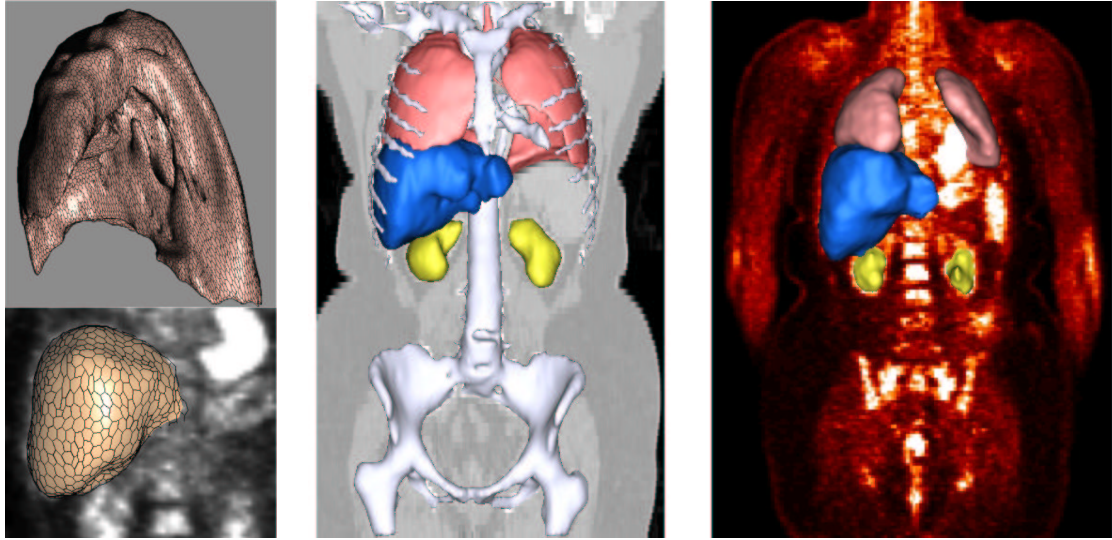


FIG. A.2 – A gauche : exemples de maillages simplexes (en haut : poumon ; en bas : foie). Au centre : rendu 3D de structures segmentées dans l'image TDM superposé sur une coupe. A droite : rendu 3D de structures segmentées dans l'image TEP superposé sur une coupe.

Dans notre cas, la force externe n'est pas seulement dérivée à partir des contours de l'image, mais contraint également le modèle à rester dans la région d'intérêt. Elle peut être écrite comme une combinaison linéaire :

$$\mathbf{F}_{ext} = \lambda \mathbf{v} + \mu \mathbf{F}_{ROI} \quad (\text{A.3})$$

où $\mathbf{v}$ est le Gradient Vector Flow (GVF) [Xu et Prince, 1998b], $\mathbf{F}_{ROI}$ est une force liée à la région d'intérêt et λ et μ sont des paramètres de pondération. Un champ GVF est calculé par diffusion du vecteur gradient d'une carte de contours donnée. Cette technique est expliquée plus en détail dans la section A.4.3.

La carte de contours est obtenue à partir du gradient après diffusion anisotrope [Gerrig et al., 1992]. Cette technique est une méthode efficace pour enlever du bruit dans des régions homogènes tout en préservant et même en renforçant les contours. Elle s'est révélée particulièrement utile pour les images TEP.

Le deuxième terme de la force externe est utilisé pour éviter que le modèle déformable ne sorte de la région d'intérêt. $\mathbf{F}_{ROI}$ est une force potentielle de distance [Cohen et Cohen, 1993] et peut être écrite de la façon suivante :

$$\mathbf{F}_{ROI}(x) = -\frac{\nabla d(x)}{\|\nabla d(x)\|} \quad (\text{A.4})$$

où d est une carte de distance à la région d'intérêt (la force est nulle dans la région d'intérêt). Par ailleurs, nous utilisons aussi la région d'intérêt comme masque pour le GVF ainsi, le GVF est nul hors la région d'intérêt. Finalement, nous employons aussi la région d'intérêt comme masque pour la segmentation obtenue pour assurer que les objets ne se superposent pas. Des résultats de segmentation sont présentés aux figures A.1 et A.2.

A.4 Procédure de recalage non linéaire

A.4.1 Schéma

La procédure de recalage non linéaire est séparée en deux phases : une première étape de recalage entre les structures segmentées dans les deux images et une deuxième étape, initialisée avec la transformation calculée précédemment, qui réalise un recalage raffiné utilisant les intensités des deux images.

A.4.2 Modèle de déformation

Plusieurs transformations non linéaires sont disponibles dans la littérature du traitement d'images, comme par exemple les splines de plaque mince (*Thin-Plate Splines* ou *TPS*) [Sederberg et Parry, 1986], les modèles élastiques [Bajcsy et Kovacic, 1993] ou les modèles de viscosité [Bro-Nielsen et Gramkow, 1996]. Notre application impose les restrictions suivantes : un nombre suffisamment élevé de degrés de liberté pour recaler les déformations plus locales ; un coût de calcul limité pour pouvoir utiliser l'algorithme en routine clinique ; l'impossibilité d'utiliser des repères externes pour aider la procédure de recalage.

Les B-Splines Free Form Deformations (FFD), introduites par Sederberg et al. [Sederberg et Parry, 1986], sont une technique paramétrique qui fournit des transformations non linéaires flexibles. Dans cette technique, les déformations de l'objet 3D sont calculées via l'optimisation d'une grille sous-jacente de points de contrôle. Le nombre de points de contrôle définira la localité des déformations permises par le modèle FFD. Par ailleurs, avec une grille densément peuplée, les temps de convergence seront notablement accrus. Ainsi, un compromis doit être effectué concernant ces deux aspects. Nous avons choisi une grille de 10 points de contrôle par dimension.

Le choix de cette méthode, de préférence à d'autres modèles paramétriques contraints, est dû à la grande variabilité des structures dans notre application. Il est extrêmement difficile de fournir un modèle anatomique approprié qui puisse être appliqué automatiquement sur n'importe quel patient et qui puisse tenir compte de tout type de

déformation. Pour cette raison, nous préférons la souplesse des FFD, liée au fait qu'aucune hypothèse n'est faite sur les structures à recaler. Par ailleurs, les conditions de vitesse du système font que les FFD sont plus appropriées que d'autres méthodes de déformation, plus réalistes mais plus coûteuses en temps de calcul, comme les modèles élastiques [Bajcsy et Kovacic, 1993] ou les modèles fluides [Bro-Nielsen et Gramkow, 1996].

Le modèle FFD a été utilisé dans les deux étapes de la méthode de recalage, celle des structures segmentées et celle à niveaux de gris. Cette implantation nous a permis d'intégrer facilement les deux phases dans la même procédure, le recalage de structures étant considéré comme un pas de plus dans la chaîne multi-résolutions utilisée dans la plupart des techniques iconiques. Ainsi, le recalage à niveaux de gris commence avec la grille trouvée lors de la phase des structures segmentées. Cette grille fournit une transformation initiale très proche de la solution finale, tout au moins dans le voisinage des structures segmentées.

La procédure d'optimisation est fondée sur une technique itérative de descente de gradient sur la totalité de la grille de points de contrôle. A chaque itération, nous procédons à une estimation locale du gradient pour chaque point de contrôle par la méthode des différences finies. De plus, un terme de régularisation composé d'une force molle locale a été introduit pour éviter l'intersection entre les nœuds, ce qui pourrait produire des modifications non souhaitées de la topologie des structures.

A.4.3 Recalage de structures

Le but de cette étape est de fournir une initialisation au recalage à niveaux de gris aussi proche que possible du résultat final souhaité. Cette transformation contraindra la recherche de la solution globale qui sera effectuée dans la prochaine étape.

Avant la réalisation du recalage non linéaire entre les structures, nous calculons une approximation initiale de la transformation entre les deux images. Cette approximation est composée d'un mouvement rigide, d'un changement d'échelle indépendant dans les trois axes et d'une élimination des parties des volumes qui n'ont pas d'intérêt pour notre application. Cette élimination est réalisée à partir de la boîte englobant les structures à recaler et elle est complètement automatique, à la différence des méthodes classiques de recalage qui nécessitent un recalage manuel (principalement dans la direction z) avant de pouvoir être appliquées sur les images TDM et TEP corps entier.

Le recalage de surfaces 3D a été largement traité dans les domaines du traitement d'image et de la vision. Des synthèses de ces techniques peuvent être trouvés dans [Audette et al., 2000] et [Maintz et Viergever, 1998]. Une des méthodes les plus performantes est l'ICP (Iterative Closest Point), proposée par [Besl et McKay, 1992], et qui a été utilisée avec de bons résultats pour différentes applications. Cet algorithme optimise itérativement une transformation rigide qui minimise la distance entre deux ensembles de points (lignes, points, triangles, ...). Les correspondances sont donc déterminées par proximité. Dans des travaux précédents [Camara et al., 2002], nous avons employé la carte de distance calculée avec cette méthode pour réaliser une estimation de la transformation non linéaire entre les surfaces des organes. Cela était utilisé pour initialiser les positions de points de contrôle de la FFD du recalage à

niveaux de gris. Cependant, l'interaction entre les deux phases de recalage pouvait conduire à une perte d'informations.

Pour ces raisons, nous avons décidé d'appliquer à l'étape du recalage de structures le même modèle de déformation FFD que dans la phase de recalage avec l'ensemble des intensités de l'image, simplifiant l'interaction entre les deux étapes. Dans cette section, nous proposons deux approches fondées sur les FFD pour réaliser le recalage de structures. La première méthode emploie le critère d'Erreur Quadratique Moyenne (EQM) comme mesure de similarité, en calculant une estimation locale du gradient à chaque point de contrôle de la grille, et en utilisant une procédure de descente itérative de gradient. La deuxième méthode calcule un *Gradient Vector Flow* (GVF) sur les structures segmentées sur l'image TDM pour guider l'optimisation des points de contrôle.

Déformations de Forme Libre guidées par l'Erreur Quadratique Moyenne (EQM-FFD)

La méthode de déformation FFD nécessite l'optimisation des points de contrôle de la grille pour minimiser un critère de similarité donné. Le choix de ce critère est simple dans notre cas, puisque nous travaillons avec des images segmentées qui possèdent un rapport linéaire entre leurs intensités. Ainsi, l'Erreur Quadratique Moyenne (EQM) des niveaux de gris de voxels homologues sur l'ensemble du volume sera utilisée pour déterminer les paramètres optimaux de la déformation. Nous aurions pu utiliser des mesures de similarité plus simples, mais nous avons choisi l'EQM parce qu'elle nous permet de travailler avec plusieurs structures en même temps. Quelques résultats obtenus en appliquant cette méthode sont montrés à la figure A.4, où la bonne performance de l'algorithme de recalage non linéaire peut être appréciée dans les cas des poumons et du foie.

Déformations de Forme Libre guidées par le Gradient Vector Flow (GVF-FFD)

Un inconvénient de la méthode EQM-FFD est la nécessité d'optimiser tous les points de contrôle avec l'estimation locale de gradient calculée à chaque itération. Les approches multi-résolutions accélèrent la convergence de l'algorithme, mais l'estimation du gradient reste un problème en termes de temps de calcul.

Nous proposons une approche originale pour accélérer l'optimisation de la déformation, en calculant un champ de vecteurs sur les structures de référence (dans notre cas, celles segmentées sur les images TDM) pour guider l'optimisation des FFD. Ce champ est appliqué aux structures anatomiques (dans notre cas, celles segmentées sur les images TEP).

Le *Gradient Vector Flow* [Xu et Prince, 1998b] est une méthode élégante pour obtenir ce champ de vecteurs et fournit en chaque point de l'image la direction vers la structure anatomique de référence. Cette technique est normalement utilisée pour guider les modèles déformables dans des applications de segmentation (comme nous l'avons fait dans la section A.3.3), mais à notre connaissance, elle n'a pas encore été

utilisée pour contrôler les algorithmes de recalage fondés sur les FFD. Un exemple de GVF superposé avec différents contours est montré à la figure A.3.

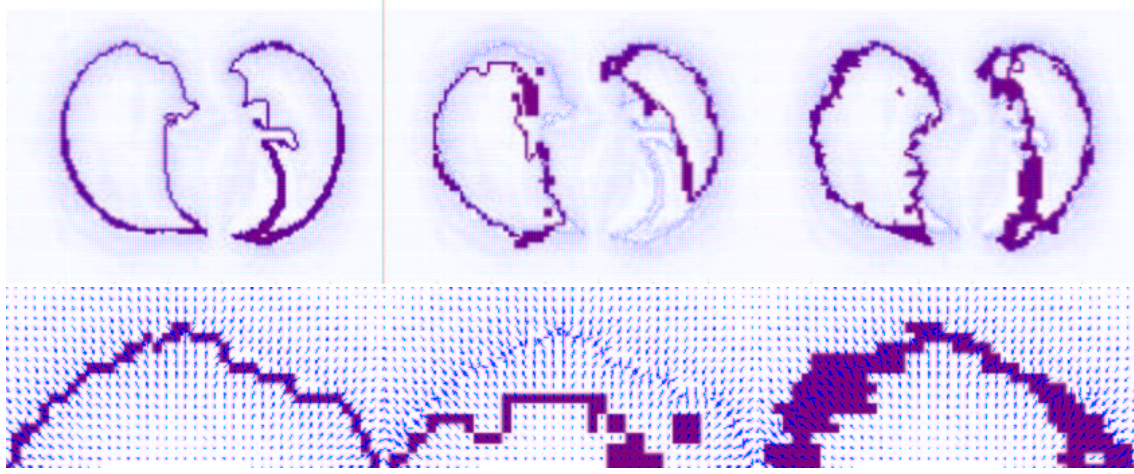


FIG. A.3 – Gradient Vector Flow superposé avec : à gauche : contour de la structure TDM ; au centre : contour de la structure TEP ; à droite : contour de la structure TEP recalée non linéairement avec la méthode GVF-FFD. En haut : coupe axiale entière. En bas : détail.

Un champ GVF $\mathbf{u}$ est défini comme la solution d'équilibre de l'équation de diffusion suivante :

$$\mathbf{u}_t = g(|\nabla f|)\nabla^2 \mathbf{u} - h(|\nabla f|)(\mathbf{u} - \nabla f) \quad (\text{A.5})$$

$$\mathbf{u}(x, 0) = \nabla f(x) \quad (\text{A.6})$$

où $f(x)$ est un détecteur de contours dans le cas d'une image à niveaux de gris ou bien directement l'image segmentée dans notre cas. Le premier terme à gauche de l'équation (A.5) est appelé *terme de régularisation*, et il tend à uniformiser le champ de vecteurs résultant. Le deuxième terme est le *terme de données*, et il amène le champ de vecteurs $\mathbf{u}$ à rester proche de ∇f calculé à partir des données. g et h sont des fonctions de pondération qui sont appliquées aux termes de régularisation et de données respectivement. Un choix classique pour ces fonctions est :

$$g(|\nabla f|) = e^{-\left(\frac{|\nabla f|}{K}\right)^2}, \quad h(|\nabla f|) = 1 - g(|\nabla f|) \quad (\text{A.7})$$

Cette formulation permet la diffusion du vecteur gradient seulement aux points où les contours sont faibles, empêchant ainsi l'effet de moyennage quand des gradients opposés sont très proches.

Après le calcul du champ de vecteurs GVF, nous disposons, pour chaque point appartenant à la structure TEP, de la direction d'évolution vers la structure TDM correspondante. Ainsi, pour chaque point de contrôle, nous trouvons les points du contour des structures TEP sous son influence et nous regardons la valeur du champ de vecteurs GVF pour ces points. Ces valeurs sont pondérées selon leur distance vers le point de contrôle et la moyenne des vecteurs résultants est prise comme la direction optimale de déplacement de chaque point de contrôle. A la fin de chaque itération, un

terme de régularisation composé d'une force molle locale est appliqué, comme dans l'algorithme EQM-FFD. Nous montrons un exemple de l'évolution du contour de la structure TEP suivant le champ de vecteurs GVF dans la figure A.3.

La convergence de l'algorithme dépend de la qualité du champ de vecteurs calculé. De plus, les points de contrôle tendent à osciller au voisinage des contours de structures TDM. Ainsi, plusieurs contraintes sur les points de contrôle ont été implantées pour éviter les oscillations. Nous avons introduit la méthode dans une procédure multi-pas pour aider l'algorithme à trouver les déformations globales dans les premières itérations, en laissant les plus locales pour la fin. Quelques résultats obtenus en appliquant cette méthode sont montrés à la figure A.4. Nous pouvons remarquer que les déformations sont de qualité inférieure à celles obtenues avec la méthode EQM-FFD. Cependant, cet algorithme converge plus rapidement vers les bonnes transformations, comme cela est montré par la suite.

Comparaison des deux méthodes d'optimisation

Nous avons comparé quantitativement la précision et le coût de calcul des deux méthodes de recalage de structures proposées avec l'algorithme ICP. Nous avons appliqué ces techniques sur une base de données composée de 15 paires de structures déformables (poumons, foie ou reins), précédemment segmentées dans les images TDM et TEP. Pour évaluer ces techniques, en plus de l'inspection visuelle de volumes 3D, nous avons calculé deux mesures quantitatives : une mesure de superposition définissant le ratio entre l'intersection et la réunion entre les structures (qui vaut 1 si la superposition totale est réalisée) et l'Information Mutuelle (MI) (cette mesure de similarité est détaillée à la section A.4.4) sur les images à niveaux de gris transformées avec les déformations calculées lors du recalage de structures. Nous avons choisi d'utiliser l'information mutuelle (IM) au lieu de l'EQM directement sur les structures segmentées pour tenir compte de possibles erreurs induites par la phase de segmentation. Les valeurs de la table A.1 indiquent également le pourcentage d'amélioration par rapport aux résultats de l'ICP. Les temps de calcul de chaque méthode ont été normalisés par les dimensions des images à recaler afin de comparer les méthodes indépendamment des structures segmentées. Ainsi, les valeurs de temps de la table A.1 sont en $\mu s/\text{pixel}$. Tous ces résultats sont résumés dans la table A.1. La mesure de superposition et l'IM

TAB. A.1 – Evaluation de méthodes de recalage de structures.

Méthode (valeur/%)	ICP	EQM-FFD	GVF-FFD
Superposition	0.66/1	0.90/1.37	0.83/1.22
IM	0.19/1	0.26/1.37	0.25/1.32
Temps	6.6/1	699.4/106	52.6/8

confirment les résultats visuels, à savoir que l'EQM-FFD est la méthode avec laquelle on obtient les meilleures déformations, alors que le GVF-FFD améliore tout de même significativement les résultats des méthodes de recalage rigide. Il faut remarquer que la mesure de superposition entre les structures n'arrive jamais à 100% ; cela est dû à la régularisation intrinsèque au modèle de déformation non linéaire choisi. Ce résultat est

en réalité satisfaisant parce que ces différences sont normalement provoquées par les modalités d'acquisition, pas par les erreurs de recalage, et elles doivent être préservées. Nous avons observé que l'EQM-FFD marche mieux que le GVF-FFD dans des régions avec des déformations très locales. Cela est dû au compromis fait dans le calcul du champ de vecteurs GVF entre le rejet des structures non désirées (par exemple les bronches dans les poumons) et la capacité de recaler les déformations locales. Par ailleurs, la méthode GVF-FFD est plus performante en termes de rapidité de convergence, alors que l'EQM-FFD reste un algorithme très lourd en calcul. Cela est dû à l'estimation locale du gradient à chaque itération, à la différence du GVF-FFD où on calcule seulement une fois le champ de vecteurs qui contrôle l'évolution dans toutes les itérations. Finalement, la méthode que nous proposons consiste à initialiser l'EQM-FFD avec la solution fournie par le GVF-FFD, ce qui a donné des résultats de meilleure qualité qu'avec seulement l'EQM-FFD, tout en fournissant des temps de convergence raisonnables pour notre application.

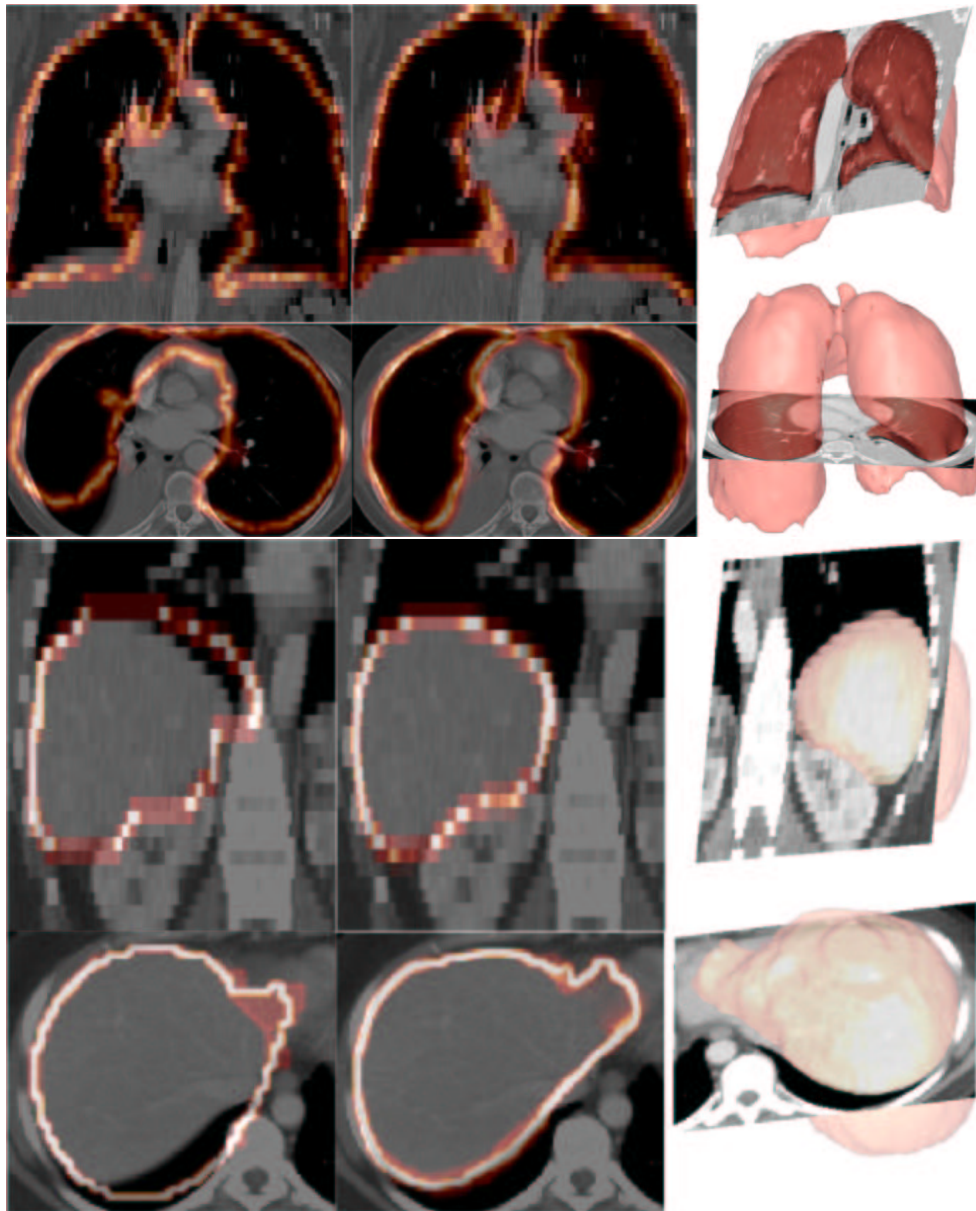


FIG. A.4 – Résultats de la méthode EQM-FFD. En haut les poumons, en bas le foie. Une coupe axiale et une coupe coronale de l'image TDM originale sont superposées avec : à gauche : le contour des structures TEP recalées rigidement ; au centre : le contour des structures TEP recalées non linéairement avec la méthode EQM-FFD ; à droite : rendu 3D des structures TEP recalées non linéairement avec la méthode EQM-FFD. Les images 3D ont été visualisées en utilisant le programme Anatomist (www.anatomist.info), développé au S.H.F.J Orsay.

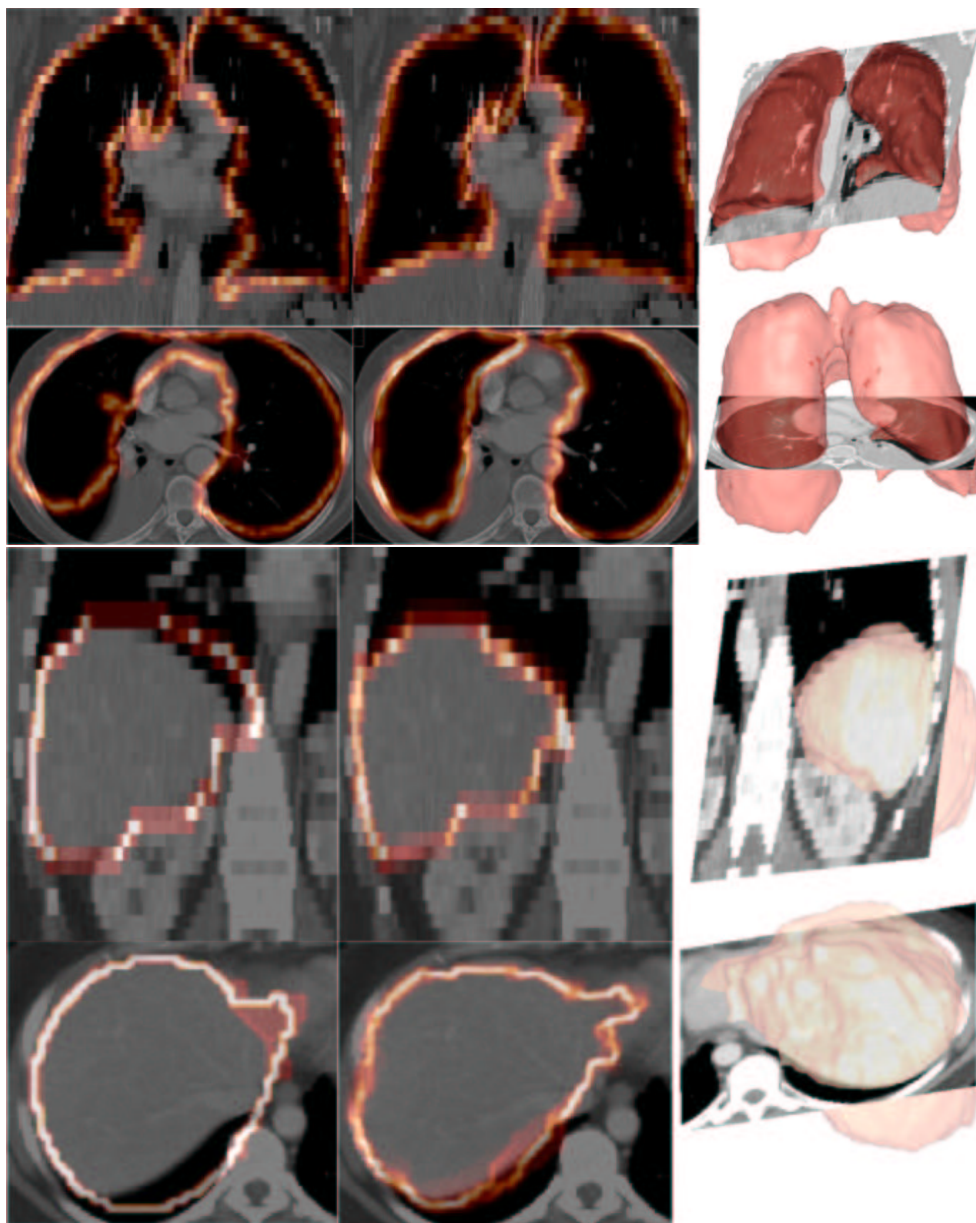


FIG. A.5 – Résultats de la méthode GVF-FFD. En haut les poumons, en bas le foie. Une coupe axiale et une coronale de l'image TDM originale sont superposées avec : à gauche : le contour des structures TEP recalées rigidement ; au centre : le contour des structures TEP recalées non linéairement avec la méthode GVF-FFD ; à droite : rendu 3D des structures TEP recalées non linéairement avec la méthode GVF-FFD.

A.4.4 Recalage à niveaux de gris

La transformation produite par l'étape d'initialisation n'est pas toujours valable dans les régions éloignées des structures segmentées. Le calcul de leur déplacement doit donc être effectué lors de l'étape de recalage à niveaux de gris. En revanche, dans les zones proches des structures segmentées, ce recalage doit seulement corriger les erreurs qui ont pu être introduites par la procédure de segmentation. Une conséquence importante est que l'optimisation des points de contrôle correspondant aux structures segmentées sera beaucoup plus rapide, car leur valeur est déjà proche de la solution finale, ce qui accélère considérablement cette étape.

Comme la méthode de déformation n'a pas changé, l'algorithme est essentiellement le même que celui utilisé dans l'étape de recalage des structures. Cependant, le fait de travailler avec l'ensemble des niveaux d'intensité nous oblige à changer le critère de similarité à maximiser. Le choix d'une mesure de similarité est directement lié aux modalités d'imagerie à recaler. Une situation particulièrement difficile se présente quand les distributions d'intensités des deux modalités différentes ne suivent pas un rapport fonctionnel, ce qui est le cas des images TEP et TDM. L'Information Mutuelle (*Mutual Information* ou MI), un critère proposé par [Viola, 1995] et [Collignon et al., 1995], est un outil très performant pour le recalage d'images multimodales avec un rapport non linéaire entre les intensités. L'Information Mutuelle exprime la quantité d'information d'une image I contenue dans une autre image J . Ainsi, l'Information Mutuelle sera maximale si les deux images sont recalées géométriquement. L'Information Mutuelle Normalisée (*Normalized Mutual Information* ou NMI) est une variante de MI introduite par [Studholme et al., 1999] pour éliminer l'effet lié à la superposition des images sur la mesure :

$$NMI(I, J) = \frac{H(I) + H(J)}{H(I, J)} \quad (\text{A.8})$$

où

$$H(X) = - \sum_{x \in X} p_x \log p_x$$

$$H(I, J) = - \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} p_{i,j} \log p_{i,j}$$

où $H(I)$ et $H(J)$ sont les entropies marginales des deux images et $H(I, J)$ l'entropie conjointe, calculée à partir de l'histogramme conjoint de l'image I et de l'image J .

Ces calculs nécessitent l'estimation des distributions de probabilités conjointes et marginales des deux images. Nous utilisons une approximation fréquentielle, $p_{ij} = n_{ij}/n$, où p_{ij} est la probabilité estimée d'avoir un niveau de gris i dans une image et j dans l'autre image, n_{ij} étant le nombre de voxels avec ces intensités et n le nombre total de voxels.

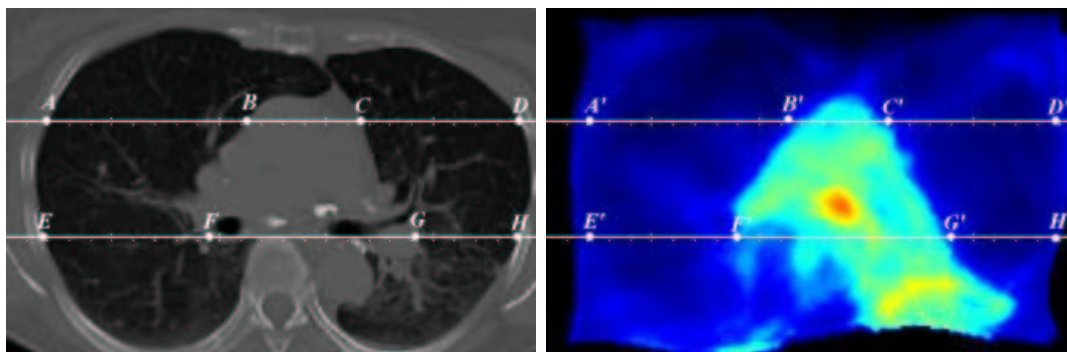


FIG. A.6 – Coupes axiales d'images TDM (à gauche) et TEP (à droite) présentées pour l'évaluation. Les points de référence (A-H dans l'image TDM et A'-H' ses points homologues dans l'image TEP) marquent les structures anatomiques les plus importantes.

A.5 Résultats et conclusions

Nous avons testé notre méthode sur un ensemble de 15 acquisitions TEP et TDM de régions thoraciques et abdominales, provenant du LifeScan Louisville, de l'Hôpital de Percy et du H.I.A. du Val de Grâce. Les images TDM ont une résolution de 512×512 pixels dans le plan xy et entre 60 et 125 coupes, avec des dimensions de voxels d'environ $1.0 \times 1.0 \times 5.0 \text{ mm}^3$. Les images TEP ont une résolution de 144×144 pixels dans le plan xy et entre 160 et 230 coupes, avec des dimensions de voxels d'environ $4.0 \times 4.0 \times 4.0 \text{ mm}^3$.

L'évaluation qualitative des méthodes de recalage non linéaires n'est jamais un problème simple. On se contente souvent d'une inspection visuelle, qui présente des limites. Nous avons défini un protocole d'évaluation quantitative objectif pour étudier nos résultats. Une méthode utilisant des marqueurs de référence internes définis par les cliniciens [Goerres et al., 2002], ne serait pas suffisamment précise pour notre application, à cause de l'absence de références anatomiques communes dans les deux images. Une méthode originale d'évaluation a été proposée par [Schnabel et al., 2001], qui utilisent des techniques d'éléments finis pour développer un simulateur de déformations biomécaniques. Les auteurs ont appliqué leur méthode pour évaluer les résultats d'un recalage non linéaire sur une application concernant des mammographies IRM avec rehaussement de contraste. Dans notre cas, une telle approche nécessiterait une « vérité terrain », une paire de volumes TDM-TEP thoraciques correctement recalés, qui pour le moment ne sont pas disponibles.

La seule manière d'obtenir des mesures objectives et fiables serait de procéder à une validation clinique avec des marqueurs implantés mais cela n'est pas possible dans notre application. Seule l'évaluation subjective des résultats par des cliniciens experts peut fournir une idée de la qualité de l'algorithme de recalage. Un protocole d'évaluation pour des méthodes de recalage non linéaire a été développé, sous la supervision du Dr. Foehrenbach (H.I.A. du Val de Grâce), qui permet aux cliniciens et aux spécialistes du recalage de générer une mesure semi-qualitative de la précision du recalage, sans devoir parcourir le volume 3D dans sa totalité. Plusieurs coupes

anatomiquement significatives des volumes TDM et TEP recalés sont présentées. Par exemple, pour un volume $256 \times 256 \times 97$, six coupes coronales et six coupes axiales sont montrées, chaque paire d'images étant marquée avec une règle qui définit quelques points de référence et marque les structures anatomiques significatives. Ces marques permettent aux évaluateurs d'estimer les différences de position des structures mentionnées et de noter le recalage, comme nous pouvons le voir dans la figure A.6.

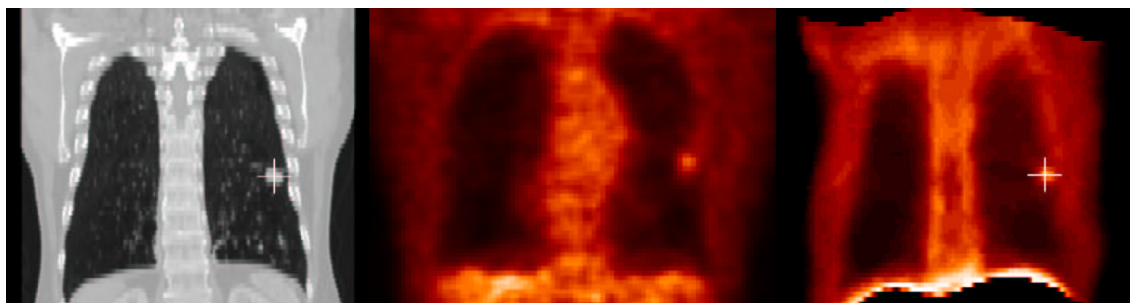


FIG. A.7 – Un exemple de résultat de recalage (coupe coronale). A gauche : image TDM originale. Au centre : image TEP originale. A droite : image TEP recalée.

Un groupe de trois médecins (Dr.Foehrenbach, Dr. Rigo et Dr. Marchandise) de trois hôpitaux différents ont utilisé le protocole décrit pour évaluer les résultats du recalage grâce à un formulaire en ligne (<http://www.tsi.enst.fr/~ocamara/eval.html>). La mesure générée indique une erreur inférieure à 4mm pour les structures les plus significatives (poumons, foie, reins, cœur) ce qui correspond à l'objectif de l'application qui était d'avoir des erreurs plus petites que la résolution des images TEP. Quelques coupes de résultats peuvent être visualisées à la figure A.8. Un autre exemple de recalage est montré à la figure A.7, où nous pouvons constater que le résultat est très satisfaisant au niveau de grandes structures comme les poumons, mais aussi au niveau de la tumeur et de la partie supérieure du foie.

Nous avons vérifié que le recalage est meilleur aux alentours des structures segmentées qui ont été déjà recalées dans la phase d'initialisation, et ce indépendamment de leur appartenance aux zones thoraciques ou abdominales. Une exception est le problème trouvé dans l'estomac. Ce problème est dû à des mouvements très importants entre les deux acquisitions et au fait que nous n'avons pas imposé de contraintes sur cette structure. Le recalage à niveaux de gris n'a donc pas convergé vers le recalage correct. Le fait de contraindre la déformation FFD à travers une étape d'initialisation a fortement augmenté la vitesse de convergence du recalage à niveaux de gris : le temps de calcul a été réduit d'environ 80%, notamment grâce à l'utilisation d'un plus petit nombre de points de contrôle.

En conclusion, les résultats présentés dans cet article indiquent que notre méthode peut fournir un outil valable pour l'analyse de données dans les applications oncologiques pour des régions thoraciques et abdominales. La non rigidité des régions étudiées a été effectivement modélisée grâce aux FFD, et des résultats de recalage satisfaisants peuvent être obtenus en minimisant le critère d'Information Mutuelle Normalisée. Une méthode de segmentation progressive a été proposée pour fournir une initialisation, en

l'intégrant comme une première étape dans une procédure multi-résolutions.

Les prochains travaux seront focalisés sur la possibilité d'affecter un poids aux points de contrôle de la grille, dans la phase d'initialisation, en tenant compte des propriétés mécaniques des tissus sous-jacents.

Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier le Dr. Hervé Foehrenbach, le Dr. Pierre Rigo, le Dr. Xavier Marchandise, Yves Martelli, l'équipe de recherche du S.H.F.J. à Orsay et les membres de Segami Corporation pour leur contribution à ce projet. Ce travail a été partiellement financé par le Ministère Français de la Recherche (bourse numéro 01B0267).

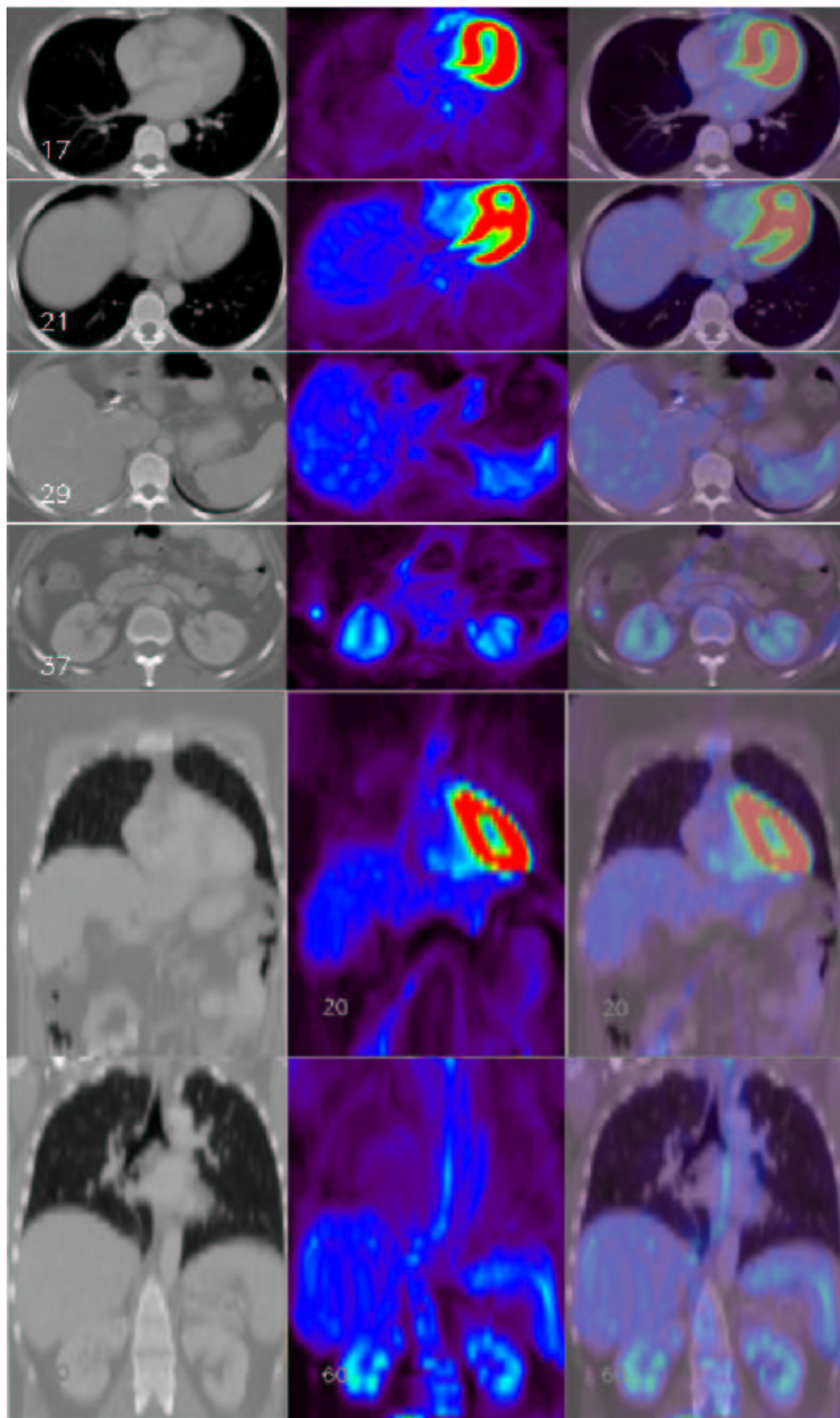


FIG. A.8 – Quelques coupes axiales et coronales de résultats de recalage. A gauche : image TDM originale. Au centre : image TEP recalée. A droite : superposition des deux images.

ANNEXE B

Utilisation d'un attribut de symétrie pour la reconnaissance de parties du visage

La reconnaissance structurelle des formes fait souvent appel à des graphes pour représenter les scènes à reconnaître. Au chapitre 3, nous avons montré comment des graphes peuvent être utilisés pour décrire l'anatomie cérébrale. Ces graphes peuvent être attribués, les attributs concernant les nœuds et les arcs. Les attributs permettent de comparer l'image à reconnaître et son modèle, au moyen d'une procédure de mise en correspondance de graphes. Les nœuds du graphe représentent généralement les régions de l'image et les attributs de nœud décrivent des propriétés comme le niveau de gris, la texture ou encore la forme. Les arcs représentent des relations entre ces régions et les attributs d'arcs décrivent souvent des distances, des adjacences ou encore des relations directionnelles. Dans cette section, nous montrons comment les mesures de symétrie proposées au chapitre 2 peuvent être utilisées pour définir un attribut d'arc.

Nous illustrons notre approche par une application à la reconnaissance de parties du visage telles que les pupilles, les sourcils ou encore la bouche. Cette tâche est utile pour les applications en reconnaissance de visages [Zhao et al., 2000] ou encore pour l'analyse des expressions faciales [Fasel et Luettn, 2003]. Dans ce contexte, la symétrie naturelle du visage pousse à l'utilisation de tels attributs. Par exemple, [Wong et al., 2001] et [Ayinde et Yang, 2002] l'utilisent comme critère pour décider si une région donnée représente ou non un visage. [Kondo et Yan, 1999] proposent une approche similaire mais considèrent le vecteur gradient au lieu de l'image d'intensité pour détecter l'axe de symétrie. Enfin, [Saber et Tekalp, 1996] utilisent le caractère symétrique des différentes parties du visage pour les reconnaître.

Les attributs de symétrie sont intégrés dans l'approche déjà présentée dans [Cesar et al., 2002]. Après avoir rapidement rappelé le principe de la construction des graphes et des attributs dans cette approche (section B.1), nous montrons comment construire des attributs de symétrie (section B.2). La section B.3 présente la procédure de mise en correspondance de graphes. Enfin, la section B.4 montre que l'utilisation d'un attribut de symétrie permet d'améliorer les résultats de la reconnaissance.

Ces travaux ont été réalisés en collaboration avec Roberto Cesar de l'Université de

São Paulo (Brésil) lors de son séjour au département en 2002.

B.1 Construction des graphes et des attributs

L'image à reconnaître est représentée par un graphe G_D (le graphe image), calculé sur une sur-segmentation obtenue par ligne de partage des eaux. Chaque région de l'image sur-segmentée correspond à un nœud du graphe. Les nœuds sont reliés par des arcs et les attributs d'arc représentent des relations entre les régions. Le modèle est également représenté par un graphe G_M (le graphe modèle). Chaque nœud correspond exactement à un objet à reconnaître. Les arcs sont définis comme dans G_D . Dans nos expériences, le modèle a été construit manuellement à partir d'une image de visage.

La figure B.1 donne un exemple de la construction de tels graphes. Les figures B.1(a) et (b) présentent le modèle segmenté et le visage sur-segmenté à reconnaître. Les graphes correspondant au modèle et à l'image sont montrés aux figures B.1(c) et (d). Pour faciliter la visualisation, seul un sous-ensemble des arcs est montré. Les figures B.1(e) et (f) montrent les graphes superposés aux images.

Notons N_D (respectivement N_M) l'ensemble des nœuds de G_D (respectivement G_M), et E_D (E_M) l'ensemble des arcs G_D (G_M). Dans notre cas, les graphes sont complets, i.e. $E_D = N_D \times N_D$ et $E_M = N_M \times N_M$.

Nous utilisons ici des attributs non flous, mais des attributs flous pourraient être également utilisés [Perchant et Bloch, 2000]. Soit a un nœud de G_D ou G_M . Les attributs de nœud sont le niveau de gris moyen $g(a)$ de la région représentée par a (normalisé entre 0 et 1) et un indice de texture $w(a)$ calculé à partir des coefficients d'ondelettes [Feris et al., 2001]. Soient a et b deux nœuds de G_D (ou de G_M). Un premier attribut d'arc est défini comme le vecteur $v(a, b) = \frac{p_a \vec{p}_b}{2d_{max}}$ où p_a et p_b sont les centroïdes des régions représentées par a et b respectivement, et d_{max} est la distance maximale entre deux points de la région du visage. Cet attribut n'est pas symétrique par rapport à a et b et les arcs sont donc orientés. Dans cette section, nous proposons l'introduction d'un second attribut d'arc utilisant la symétrie.

B.2 Attribut de symétrie

Quand la symétrie n'est pas exacte, il est utile de considérer une mesure de symétrie. Dans notre cas, les régions sont des ensembles binaires mais, comme les symétries sont approximatives, il est toujours utile de considérer une mesure de symétrie plutôt qu'une valeur booléenne. Tous les résultats obtenus dans les sections précédentes pour des objets flous sont encore valides pour des objets binaires (en les considérant comme des cas particuliers d'objets flous).

On peut utiliser une mesure de symétrie soit pour définir un attribut de nœud, soit pour définir un attribut d'arc. Le premier cas devrait être envisagé si certains objets de la scène étaient approximativement symétriques (par rapport à eux-mêmes). Il serait alors possible de définir un attribut, comme par exemple l'orientation du plan de symétrie de la région, et de comparer cette orientation dans l'image à reconnaître

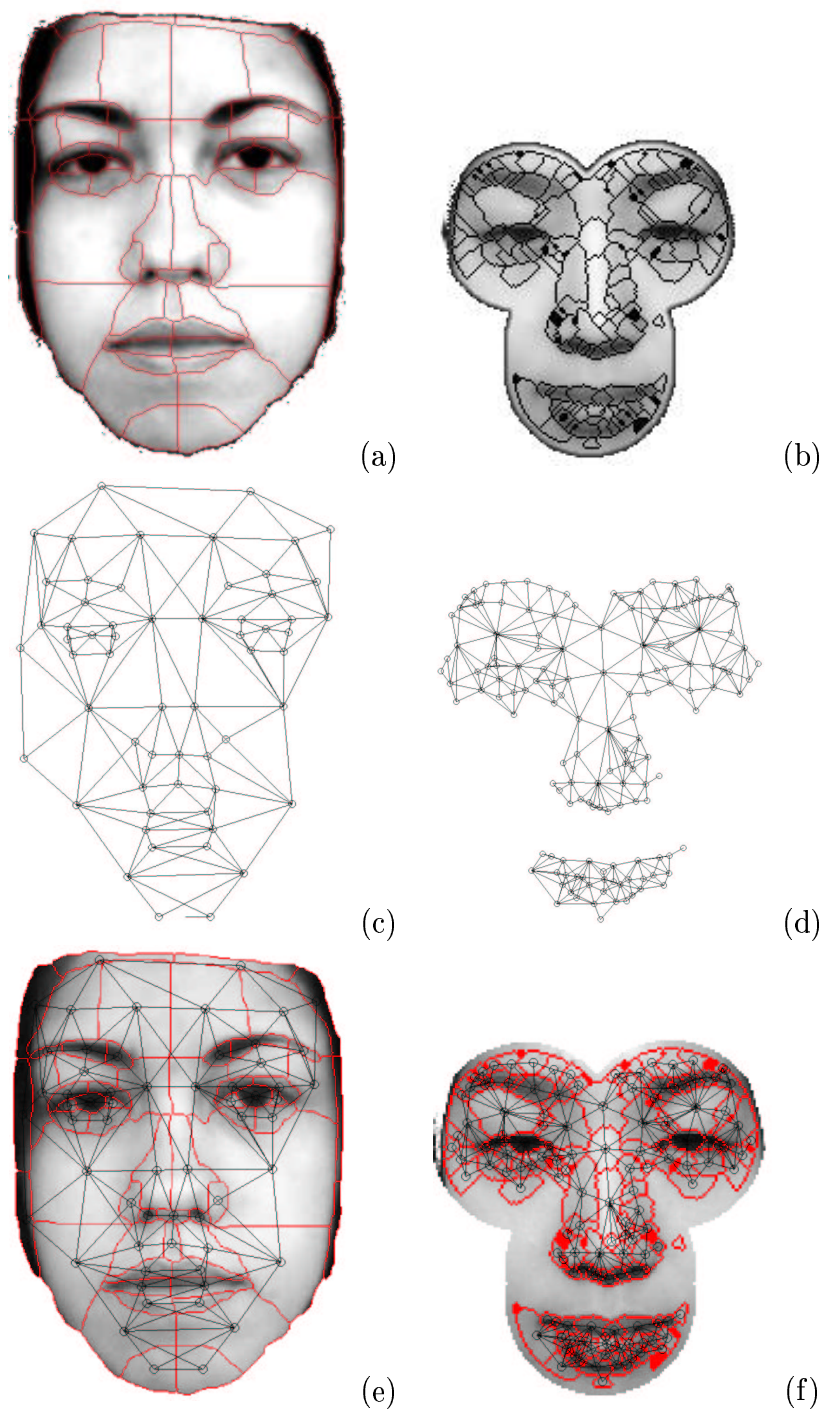


FIG. B.1 – Gauche : le modèle. Droite : l'image à reconnaître. (a), (b) : segmentation superposée à l'image. (c), (d) : un sous-ensemble du graphe utilisé. Nous ne montrons que les arcs entre régions adjacentes pour simplifier la visualisation. Le nombre réel d'arcs est bien plus grand puisque nous utilisons des graphes complets. (e), (f) : un sous-ensemble du graphe superposé à l'image.

avec celle du modèle. Une autre possibilité serait de comparer les degrés de symétrie des régions.

Cependant, dans le cas d'un visage, les objets pris individuellement n'ont pas nécessairement une propriété de symétrie particulière et nous ne considérerons donc pas un attribut de nœud. Au contraire, ce sont les paires d'objets qui sont approximativement symétriques par rapport à l'axe de symétrie du visage (par exemple, les deux yeux, les deux sourcils ...). Il semble donc naturel de considérer le degré de symétrie de deux régions par rapport au plan (axe dans notre cas) de symétrie de la scène. Cela conduit naturellement à la définition d'un attribut d'arc. Cet attribut contraindra une paire de régions symétriques de l'image à être mise en correspondance avec une paire de régions symétriques du modèle. On peut le formaliser de la façon suivante. Soit Π_M (respectivement Π_D) le plan de symétrie du modèle (respectivement de l'image). Soient a et b deux nœuds du modèle. En utilisant la mesure de symétrie σ_1 , on peut définir l'attribut de symétrie pour l'arc (a, b) :

$$s(a, b) = S_1(a, e_{\Pi_M}(b)) \quad (\text{B.1})$$

De même, on définit un attribut de symétrie pour l'image à reconnaître : $s(a, b) = S_1(a, e_{\Pi_D}(b))$. Les plans de symétrie Π_D et Π_M sont calculés automatiquement par l'algorithme de la section 2.3.2. Les plans de symétrie sont calculés sur les images en niveaux de gris. Pour remédier au problème du fond noir sur lequel se trouve le visage, on utilise une version modifiée de la mesure σ_f définie à la section 2.2.4. Notons à nouveau f une image à niveaux de gris normalisée entre 0 et 1, $e_{\Pi}(f)$ sa réflexion par rapport au plan Π et $I = \text{supp}(f) \cap \text{supp}(e_{\Pi}(f))$ l'intersection de leurs support. On définit alors la mesure de symétrie suivante :

$$\sigma'_f(\Pi) = 1 - \frac{(\sum_{x \in I} (f(x) - e_{\Pi}(f)(x))^2)^{1/2}}{|I|} \quad (\text{B.2})$$

La figure B.2 montre un exemple d'axe de symétrie détecté en utilisant cette mesure.

L'attribut de symétrie $s(a, b)$ sera nul pour la plupart des paires de régions, qui ne sont pas symétriques, et non nul seulement pour un petit nombre de paires. Cela résulte de la propriété **(P3)** présentée à la section 2.1.3. La figure B.3(d) en donne l'illustration. Par ailleurs, les régions presque symétriques donneront un fort degré de symétrie. Cela est illustré aux figures B.3(a) et (b) qui montrent deux régions a et b ayant un fort degré de symétrie (on remarquera la grande taille de l'intersection de a et $e_{\Pi_M}(b)$).

Pour évaluer notre attribut de symétrie, nous l'avons comparé à un autre attribut calculé à partir de la distance entre les centroïdes des régions. Soient a et b deux nœuds du modèle et $e_{\Pi_M}(b)$ la réflexion de b . Soient p_a et $p_{e_{\Pi_M}(b)}$ les centroïdes des régions représentées par a et $e_{\Pi_M}(b)$ respectivement. Nous définissons un autre attribut de symétrie pour l'arc (a, b) :

$$s_d(a, b) = 1 - \min \left(1, \frac{d(p_a, p_{e_{\Pi_M}(b)})}{h_1 + h_2} \right) \quad (\text{B.3})$$



FIG. B.2 – Détection de l'axe de symétrie du visage.

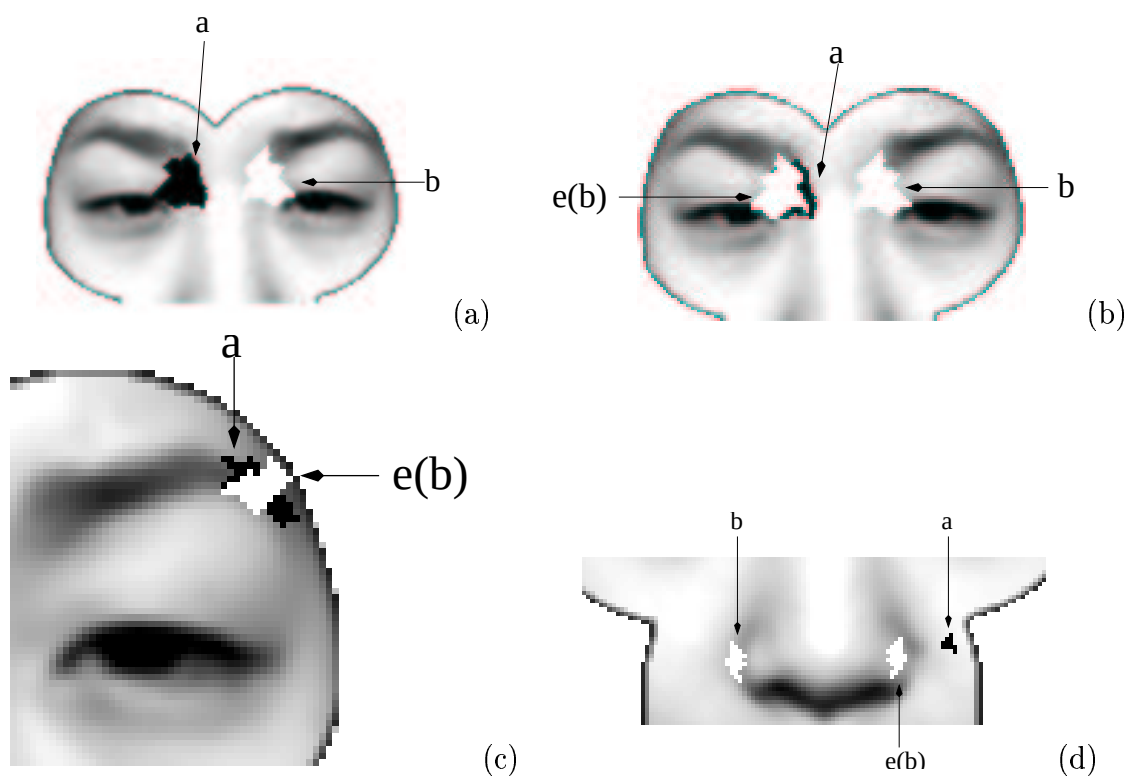


FIG. B.3 – (a) Deux régions approximativement symétriques a et b . (b) $s(a, b)$ est élevé car a et $e(b)$ (la réflexion de b) coïncident presque. (c) La seconde définition (équation (B.3)) donne un résultat beaucoup plus élevé que la première (équation (B.1)) alors que l'intersection entre a et $e(b)$ est réduite. Cela est dû au fait que les centres de gravité des régions sont proches. (d) La première définition donne la valeur 0 alors que la seconde donne une valeur non nulle.

où $d(p_a, p_{e_{\Pi_M}(b)})$ est la distance euclidienne entre les points et h_1 et h_2 sont respectivement les diamètres de a et b . De même, on peut définir l'attribut de symétrie pour le graphe image. La mesure $s_d(a, b)$ donne des valeurs non nulles même lorsque les régions a et $e_{\Pi_M}(b)$ ont une intersection vide. (figure B.3(d)). Cela constitue un désavantage lorsqu'on est en présence de petites régions. Par ailleurs, cet attribut peut avoir une valeur élevée même lorsqu'il y a des différences de forme importantes entre l'objet et la réflexion. Cela est le cas en particulier quand les centroïdes sont proches (figure B.3(d)). A la section B.4, une étude expérimentale comparative entre ces deux attributs est présentée.

[Saber et Tekalp, 1996] utilisent également l'axe de symétrie du visage et un degré de symétrie. Cependant, on peut noter les différences suivantes avec notre approche : l'axe de symétrie est calculé directement à partir des axes d'inertie, ce qui conduit généralement à une localisation moins précise, et le degré de symétrie est calculé à partir des centroïdes, comme notre second attribut, mais sans la normalisation. Par ailleurs, leur approche n'utilise pas de comparaison avec un modèle mais directement la minimisation d'une fonction de coût issue des propriétés de symétrie. Enfin, la méthode proposée par [Saber et Tekalp, 1996] repère la localisation des parties du visage (plus spécifiquement, seuls les centroïdes des yeux sont trouvés), alors que notre application segmente les régions en même temps qu'elle les localise.

B.3 Mise en correspondance des graphes

Pour effectuer la reconnaissance, il faut maintenant mettre en correspondance le graphe modèle et le graphe image. L'approche classique consiste à rechercher un isomorphisme entre graphes (ou entre sous-graphes). Cependant, la condition de bijectivité est ici trop forte puisque l'image à reconnaître est sur-segmentée et notre problème s'exprime donc comme une mise en correspondance inexacte de graphes [Perchant et Bloch, 1999 ; Cesar et al., 2002]. En effet, $|N_D|$ étant beaucoup plus grand que $|N_M|$, il faut donc associer plusieurs nœuds de G_D à un nœud de G_M . Autrement dit, plusieurs régions de l'image recevront le même label.

On cherche donc un homomorphisme entre G_D et G_M satisfaisant les contraintes structurelles et de similarité [Perchant et Bloch, 2002]. Un homomorphisme de graphe est une fonction $h : N_D \rightarrow N_M$ telle que :

$$\forall (a_D^1, a_D^2) \in N_D^2, (a_D^1, a_D^2) \in E_D \Rightarrow (h(a_D^1), h(a_D^2)) \in E_M,$$

ce qui impose une contrainte structurelle concernant la correspondance entre les arcs et garantit que chaque région de l'image reçoit exactement un label.

Il s'agit maintenant de rechercher le meilleur homomorphisme, c'est-à-dire celui qui maximise la similarité entre les attributs de nœud ainsi qu'entre les attributs d'arc. La dissimilarité entre les nœuds $a_D \in N_D$ et $a_M \in N_M$ est définie ainsi :

$$c_N(a_D, a_M) = \beta |g_D(a_D) - g_M(a_M)| + (1 - \beta) |w_D(a_D) - w_M(a_M)|$$

où g_D, w_D (resp. g_M, w_M) sont les attributs de nœud du graphe G_D (resp. G_M), et β un paramètre fixant le poids relatif du niveau de gris et de l'indice de texture. Dans le cadre de notre application, nous avons utilisé la valeur $\beta = 0.6$. Les valeurs des paramètres ont été fixées expérimentalement et ont conduit à de bons résultats sur tous les exemples. Cependant, il peut être nécessaire de changer ces valeurs pour une autre application. Enfin, il serait intéressant de définir une procédure d'apprentissage pour tous les paramètres.

La dissimilarité entre les arcs $e_D = (a_D^1, a_D^2)$ de E_D et $e_M = (a_M^1, a_M^2)$ de E_M est définie comme suit. Tout d'abord, on calcule le module et l'argument de la différence entre $v(a_D^1, a_D^2)$ et $v(a_M^1, a_M^2)$:

$$\phi_m(e_D, e_M) = ||v(a_D^1, a_D^2) - v(a_M^1, a_M^2)|| \quad (\text{B.4})$$

et

$$\phi_a(e_D, e_M) = \frac{|\cos(\theta) - 1|}{2} \quad (\text{B.5})$$

où θ est l'angle entre $v(a_D^1, a_D^2)$ et $v(a_M^1, a_M^2)$. La dissimilarité $c_E(e_D, e_M)$ est finalement définie par :

$$c_E(e_D, e_M) = \gamma(\delta\phi_a(e_D, e_M) + (1 - \delta)\phi_m(e_D, e_M)) + (1 - \gamma)|s(a_D^1, a_D^2) - s(a_M^1, a_M^2)|. \quad (\text{B.6})$$

où γ est un paramètre fixant le poids relatif entre les deux attributs d'arc (nous avons utilisé $\gamma = 0.6$). Le paramètre δ fixe l'importance relative du module et de l'argument de la différence entre le modèle et l'image (nous avons utilisé $\delta = 0.2$).

Enfin, à partir des dissimilarités entre les nœuds et entre les arcs, on peut définir une dissimilarité globale :

$$f_1(h) = \frac{\alpha}{|N_D|} \sum_{a_D \in N_D} c_N(a_D, h(a_D)) + \frac{1 - \alpha}{|E_D|} \sum_{(a_D^1, a_D^2) \in E_D} c_E((a_D^1, a_D^2), (h(a_D^1), h(a_D^2))), \quad (\text{B.7})$$

où α est un paramètre fixant le poids relatif de la dissimilarité entre les nœuds et de la dissimilarité entre les arcs. Nous avons utilisé $\alpha = 0.4$, ce qui donne plus d'importance aux attributs d'arc qui sont probablement plus robustes vis-à-vis de la sur-segmentation.

Différents algorithmes peuvent être utilisés pour optimiser la fonction de dissimilarité globale : recherche arborescente [Cesar et Bloch, 2001], algorithmes génétiques [Michalewicz, 1992 ; Whitley et Kauth, 1988] ou encore algorithmes d'estimation de distributions (EDA) [Bengoetxea et al., 2001]. Notre travail ne porte pas sur l'étude de ces différentes méthodes. Nous avons choisi la recherche arborescente qui donne de bons résultats. Pour une comparaison entre ces méthodes, on pourra se reporter à [Cesar et al., 2002].

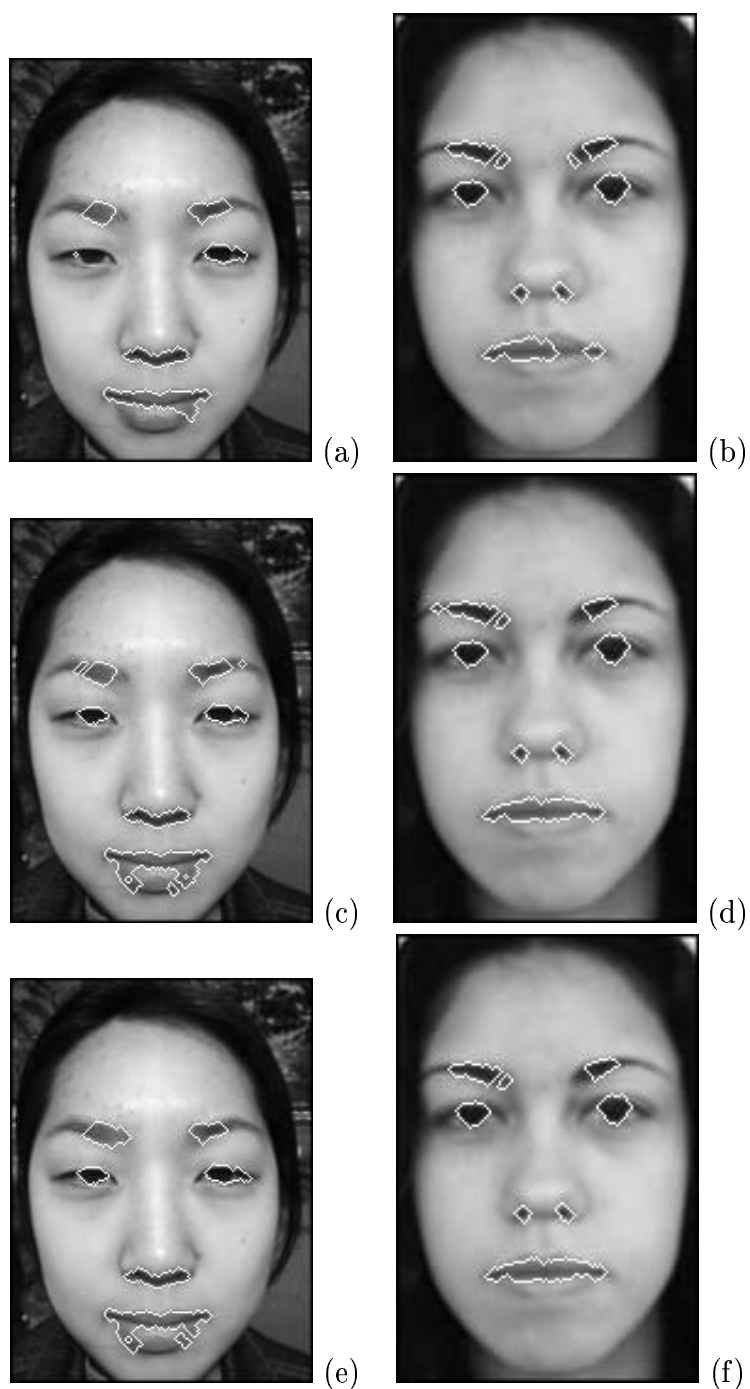


FIG. B.4 – Résultats de la reconnaissance sur deux exemples (seuls les sourcils, les yeux, les narines et la bouche sont montrés). De haut en bas : (a) et (b) sans l'attribut de symétrie ; (c) et (d) avec la première définition de l'attribut de symétrie ; (e) et (f) avec la seconde définition de l'attribut de symétrie. On peut remarquer que les résultats sont meilleurs avec l'attribut de symétrie, notamment concernant la bouche et les sourcils. Par ailleurs, la première définition conduit à des résultats légèrement meilleurs que la seconde.

B.4 Résultats

Pour illustrer l'apport de l'information de symétrie à la méthode proposée par [Cesar et al., 2002], la figure B.4 présente des résultats obtenus avec l'ajout de l'attribut de symétrie. Les figures B.4(a) et (b) présentent la détection des sourcils, des yeux, des narines et de la bouche avec la méthode originale (sans symétrie). Certaines parties manquent, comme par exemple l'œil gauche à la figure B.4(a) et une partie de la bouche à la figure B.4(b). L'introduction d'un attribut de symétrie (comme défini à l'équation (B.1)) permet de reconnaître les parties manquantes (figures B.4(c) et (d)). Enfin, l'application de la seconde mesure de symétrie définie par l'équation (B.3) donne des résultats similaires ou très légèrement moins bons (figures B.4(e) et (f)). Notons cependant que le calcul de l'attribut de symétrie par la première définition est généralement beaucoup plus rapide. En effet, $e_{\Pi_M}(b)$ a une intersection nulle avec la plupart des régions et il suffit d'effectuer le calcul pour un petit nombre de paires. Au contraire, avec la seconde définition, le calcul doit être effectué pour toutes les paires de régions. Ces considérations, qui confortent les résultats expérimentaux ainsi que les remarques de la section B.2, conduisent à suggérer l'utilisation de l'équation (B.1).

Le temps de calcul pour obtenir le graphe image est de 23 secondes. Cela inclut le calcul de l'axe de symétrie et de la mesure de symétrie. La procédure complète prend 7 minutes. De plus, le calcul de l'intersection entre deux régions est fait efficacement : pour un objet donné, on calcule son intersection avec tous les autres en utilisant une seule opération minimum sur toute l'image. Comme nous l'avons dit précédemment, le calcul de l'union n'est alors effectué que pour les paires d'objets ayant une intersection non nulle. Enfin, la procédure a été implantée avec un mélange de routines Matlab et de programmes C. Si nécessaire, il est possible de la réécrire entièrement en C pour améliorer encore la rapidité.

Bibliographie personnelle

Revue internationale

Colliot, O., Tuzikov, A.V., Cesar, R.M. et Bloch, I., Approximate reflectional symmetries of fuzzy objects with an application in model-based object recognition, *Fuzzy Sets and Systems*, 2004 (In Press).

Tuzikov, A.V., Colliot, O. et Bloch, I., Evaluation of the symmetry plane in 3D MR brain images, *Pattern Recognition Letters*, 24(14), pp.2219-2233, 2003.

Conférences internationales avec comité de lecture et publication des actes

Colliot, O., Camara, O., Dewynter, R., et Bloch, I., Description of brain internal structures by means of spatial relations for MR image segmentation, In *Proc. The International Society of Optical Engineering. SPIE 2004 Medical Imaging*, 2004.

Camara, O., Colliot, O., Delso, G., et Bloch, I., 3D nonlinear PET-CT image registration algorithm with constrained Free-Form Deformations, In *Proc. 3rd IASTED International Conference on Visualization, Imaging, and Image Processing, VIIP 2003*, Balmadena, Espagne, 2003.

Tuzikov, A.V., Colliot, O. et Bloch, I., Brain symmetry plane computation in MR images using inertia axes and optimization, In *Proc. International Conference on Pattern Recognition ICPR 2002*, Québec, Canada, 2002.

Colliot, O., Bloch, I., et Tuzikov, A.V., Characterization of approximate plane symmetries for 3D fuzzy objects, In *Proc. Information Processing and Management of Uncertainty IPMU 2002*, Annecy, France, 2002, pp.1749-1756.

Conférences nationales avec comité de lecture et publication des actes

Colliot, O., Camara, O., et Bloch, I., Combinaison de relations spatiales et de modèles déformables pour la segmentation de structures cérébrales internes en IRM, In *Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle RFIA 2004*, Toulouse, France, 2004, pp.563-572.

Camara, O., Colliot, O., Delso, G., et Bloch, I., Apport de contraintes anatomiques au recalage non linéaire d'images TDM et TEP dans les régions thoraciques et abdominales, In *Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle RFIA 2004*, Toulouse, France, 2004, pp.797-806.

Bibliographie

- Abella, A. et Kender, J. (1999). From images to sentences via spatial relations. In *Proc. of Integration of Speech and Image Understanding*.
- Aiello, M. et van Benthem, J. (1999). Logical patterns in space. Rapport technique, Institute for Logic, Language and Computation, University of Amsterdam.
- Allen, J. (1983). Maintaining knowledge about temporal intervals. *Communications of the ACM*, 26(11) :832–843.
- Ardekani, B., Kershaw, J., Braun, M., et Kanno, I. (1997). Automatic detection of the mid-sagittal plane in 3D brain images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 16(6) :947–952.
- Asher, N. et Vieu, L. (1995). Toward a geometry of common sense : a semantics and a complete axiomatization of mereotopology. In *IJCAI*, pages 846–852, San Mateo, Canada.
- Audette, M., Ferrie, F., et Peters, T. (2000). An algorithmic overview of surface registration techniques for medical imaging. *Medical Image Analysis*, 4 :201–217.
- Aurdal, L. (1997). *Analysis of Multi-Image Magnetic Resonance Acquisitions for Segmentation and Quantification of Cerebral Pathologies*. Thèse de doctorat, Telecom Paris.
- Ayinde, O. et Yang, Y.-H. (2002). Region-based face detection. *Pattern Recognition*, 35(10) :2095–2107.
- Bach, M., Cuisenaire, O., Meuli, R., et Thiran, J.-P. (2001). Automatic segmentation of internal structures of the brain in MR images using a tandem of affine and non-rigid registration of an anatomical brain atlas. In *ICIP 2001*, pages 1083–1086, Thessaloniki.
- Baillard, C., Hellier, P., et Barillot, C. (2001). Segmentation of brain 3D MR images using level sets and dense registration. *Medical Image Analysis*, 5 :185–194.
- Bajcsy, R. et Kovacic, S. (1993). Multiresolution elastic matching. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 46 :1–21.

- Balbani, P. (1999). *Représentation logique et traitement algorithmique de l'espace*. Habilitation à diriger des recherches. Université Paris 13.
- Barillot, C. (1999). Fusion de données appliquée à la modélisation de structures cérébrales. Rapport technique, Laboratoire SIM faculté de médecine, Université de Rennes I, France.
- Barra, V. (2000). *Fusion d'images 3D du cerveau : étude de modèles et applications*. Thèse de doctorat, Université Clermont-Ferrand 1.
- Barra, V. et Boire, J.-Y. (2001). Automatic segmentation of subcortical brain structures in MR images using information fusion. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 20(7) :549–558.
- Bengoetxea, E., Larranaga, P., Bloch, I., et Perchant, A. (2001). Solving graph matching with EDAs using a permutation-based representation. In Larranaga, P. et Lozano, J. A., éditeurs, *Estimation of Distribution Algorithms : A New Tool for Evolutionary Computation*, chapter 12, pages 239–261. Kluwer Academic Publisher, Boston, Dordrecht, London.
- Bennett, B. (1994). Spatial reasoning with propositional logics. In *Int. Conf. on Knowledge Representation and Reasoning*, pages 51–62.
- Bennett, B. (1995). Modal logics for qualitative spatial reasoning. *Bulletin of the IGPL*, 4(1) :23–45.
- Bennett, B. (1997). *Logical Representations for Automated Reasoning about Spatial Relationships*. Thèse de doctorat, School of Computer Studies, University of Leeds.
- Bernon, J., Boudousq, V., Rohmer, J., Fourcade, M., Zanca, M., Rossi, M., et Mariano-Coulart, D. (2001). A comparative study of Powell's and Downhill Simplex algorithm for a fast multimodal surface matching in brain imaging. *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 25 :287–297.
- Besl, P. et McKay, N. (1992). A method for registration of 3D shapes. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18(14) :239–256.
- Bezdek, J., Hall, L., et Clarke, L. (1993). Review of MR image segmentation techniques using pattern recognition. *Medical Physics*, 20(4) :1033–1048.
- Bloch, I. (1996a). Distances in fuzzy sets for image processing derived from fuzzy mathematical morphology (invited conference). In *Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems*, pages 1307–1312, Granada, Spain.
- Bloch, I. (1996b). Fuzzy relative position between objects in images : a morphological approach. In *Proceedings International Conference on Image Processing*.

- Bloch, I. (1996c). Information combination operators for data fusion : A comparative review with classification. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 26(1) :52–67.
- Bloch, I. (1999a). Fuzzy relative position between objects in image processing : a morphological approach. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 21(7) :657–664.
- Bloch, I. (1999b). On fuzzy distances and their use in image processing under imprecision. *Pattern Recognition*, 32(11) :1873–1895.
- Bloch, I. (2000a). Spatial representation of spatial relationships knowledge. In Cohn, A. G., Giunchiglia, F., et Selman, B., éditeurs, *7th International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning KR 2000*, pages 247–258, Breckenridge, CO. Morgan Kaufmann, San Francisco, CA.
- Bloch, I. (2000b). Using mathematical morphology operators as modal operators for spatial reasoning. In *ECAI, Workshop on spatio-temporal reasoning*, pages 73–79, Berlin.
- Bloch, I., Géraud, T., et Maître, H. (2003). Representation and fusion of heterogeneous fuzzy information in the 3D space for model-based structural recognition - application to 3D brain imaging. *Artificial Intelligence*, 148 :141–175.
- Bloch, I., Maître, H., et Anvari, M. (1997). Fuzzy adjacency between image objects. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 5(6) :615–653.
- Borillo, A. (1998). *L'espace et son expression en français*. Ophrys, Paris.
- Bouchon-Meunier, B. (1995). *La logique floue et ses applications*. Addison-Wesley.
- Bouchon-Meunier, B., Rifqi, M., et Bothorel, S. (1996). Towards general measures of comparison of objects. *Fuzzy Sets and Systems*, 84(2) :143–153.
- Bowden, D. et Martin, R. (1995). Neuronames brain hierarchy. *Neuroimage*, 2 :63–83.
- Bro-Nielsen, M. et Gramkow, C. (1996). Fast fluid registration of medical images. In *VBC*, pages 267–276.
- Brown, L. (1992). A survey of image registration technique. *ACM Computing Surveys*, 24(4) :325–375.
- Cachia, A., Mangin, J.-F., Rivière, D., Papadopoulos-Orfanos, D., Kherif, F., Bloch, I., et Régis, J. (2003). A generic framework for parcellation of the cortical surface into gyri using geodesic voronoïdiagrams. *Medical Image Analysis*.

- Camara, O., Colliot, O., Delso, G., et Bloch, I. (2004). Apport de contraintes anatomiques au recalage non linéaire d'images TDM et TEP dans les régions thoraciques et abdominales. In *Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle RFIA 2004*, pages 797–806, Toulouse, France.
- Camara, O., Delso, G., et Bloch, I. (2002). Evaluation of a thoracic elastic registration method using anatomical constraints in oncology. In *EMBS-BMES'02*, Houston, USA.
- Caselles, V., Kimmel, R., et Sapiro, G. (1995). Geodesic active contours. In *International Conference on Computer Vision ICCV'95*, pages 694–699.
- Cesar, R., Bengoetxea, E., et Bloch, I. (2002). Inexact graph matching using stochastic optimization techniques for facial feature recognition. In *International Conference on Pattern Recognition*, Québec, Canada.
- Cesar, R. et Bloch, I. (2001). First results on facial feature segmentation and recognition using graph homomorphisms. In *SIARP 2001*, pages 95–99, Florianapolis, Brazil.
- Chan, K. et Cheung, Y. (1992). Correction to fuzzy -attribute graph with application to chinese character recognition. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 22(2) :402–410.
- Chang, S., Shi, Q., et Yan, C. (1987). Iconic indexing by 2D strings. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 9.
- Chen, S.-D. (2001). Extraction of local mirror-symmetric feature by odd-even decomposition. In *International Conference on Image Processing ICIP*, pages 756–759, Thessloniki, Greece.
- Clementini, E. et Felice, P. D. (1997). Approximate topological relations. *International Journal of Approximate Reasoning*, 16 :173–204.
- Cocosco, C., Kollokian, V., Kwan, R.-S., et Evans, A. (1997). BrainWeb : Online interface to a 3D MRI simulated brain database. *NeuroImage*, 5(4) :425.
- Cohen, L. (1991). On active contour models and balloons. *CVGIP : Image Understanding*, 53(2) :211–218.
- Cohen, L. et Cohen, I. (1993). Finite element methods for active contour models and balloons for 2D and 3D images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 15(11) :1131–1147.
- Cohn, A. (1999). Qualitative spatial representations. In *IJCAI99 Workshop on Adaptive Spatial Representations of Dynamic Environments*, pages 33–52.
- Cointepas, Y. (1999). *Modélisation homotopique et segmentation tridimensionnelles du cortex cérébral à partir d'IRM pour la résolution des problèmes directs et inverses en EEG et en MEG*. Thèse de doctorat, Telecom Paris.

- Collignon, A., Maes, F., Delaere, D., Vandermeulen, D., Suetens, P., et Marchal, G. (1995). Automated multimodality image registration using information theory. In *IPMI*, pages 263–264.
- Collins, D., Peters, T., Dai, W., et Evans, A. C. (1992). Model-based segmentation of individual brain structures from MRI data. *Visualization in Biomedical Computing*, 1808 :10–23.
- Collins, D., Zijdenbos, A., Kollokian, V., Sled, J., Kabani, N., Holmes, C., et Evans, A. (1998). Design and construction of a realistic digital brain phantom. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 17(3) :463–468.
- Colliot, O. (2000). Raisonnement spatial approximatif pour la reconnaissance de structures cérébrales. Stage de DEA de l’Université de Caen.
- Colliot, O., Bloch, I., et Tuzikov, A. (2002). Characterization of approximate plane symmetries for 3D fuzzy objects. In *Proc. Information Processing and Management of Uncertainty IPMU 2002*, volume 3, pages 1749–1756, Annecy, France.
- Condotta, J.-F. (2000). Classes traitables de l’algèbre des intervalles généralisés. In *RFIA’2000, Paris*, volume 3, pages 183–192.
- Cootes, T., Cooper, D., Taylor, C., et J.Graham (1995). Active shape models - their training and application. *Computer Vision Image Understanding*, 61(1) :38–59.
- Dawant, B., Hartmann, S., Thirion, J.-P., Maes, F., Vandermeulen, D., et Demaerel, P. (1999). Automatic segmentation of internal structures of the head using a combination of similarity and free-form transformations : Part I, methodology and validation on normal subjects. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 18(10).
- Dehak, R. (2002). *Inférence quantitative des relations spatiales directionnelles*. Thèse de doctorat, Telecom Paris.
- Delingette, H. (1994). Simplex meshes : a general representation for 3D shape reconstruction. Rapport technique 2214, INRIA.
- Delingette, H. (1999). General object reconstruction based on simplex meshes. *International Journal of Computer Vision*, 32(2) :111–146.
- Deriche, R. (1987). Using Canny’s criteria to derive a recursively implemented optimal edge detector. *International Journal of Computer Vision*, 1(2) :167–187.
- Dokladal, P., Bloch, I., Couprie, M., Ruijters, D., Urtasun, R., et Garnero, L. (2003). Topologically controlled segmentation of 3D Magnetic Resonance Images of the head by using morphological operators. *Pattern Recognition*, 36(10) :2463–2478.
- Dubois, D. et Prade, H. (1980). *Fuzzy Sets and Systems, Theory and Applications*. Academic Press, New-York.

- Duta, N. et Sonka, M. (1998). Segmentation and interpretation of MR brain images. an improved active shape model. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 17(6) :1049–1062.
- Dutta, S. (1991). Approximate spatial reasoning : Integrating qualitative and quantitative constraints. *International Journal of Approximate Reasoning*, 5 :307–331.
- Fasel, B. et Luetttin, J. (2003). Automatic facial expression analysis : a survey. *Pattern Recognition*, 36(1) :259–275.
- Feris, R., Krüger, V., et Cesar, R. (2001). Efficient real-time face tracking in wavelet subspace. In *Proc. Second International Workshop on Recognition, Analysis and Tracking of Faces and Gestures in Real-time Systems, 8th IEEE International Conference on Computer Vision (RATFG-RTS - ICCV 2001 - Vancouver, Canada)*, pages 113–118.
- Freeman, J. (1975). The modeling of spatial relations. *Computer Graphics and Image Processing*, 4 :156–171.
- Freksa, C. et Zimmermann, K. (1992). On the utilization of spatial structures for cognitively plausible and efficient reasoning. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, Chicago.
- Géraud, T. (1998). *Segmentation des structures internes du cerveau en imagerie par résonance magnétique tridimensionnelle*. Thèse de doctorat, Telecom Paris.
- Gerig, G., Kubler, O., Kikinis, R., et Jolesz, F. (1992). Nonlinear anisotropic filtering of MRI data. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 11(2) :221–232.
- Gerstenkorn, T. et Man’ko, J. (1991). Correlation of intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, 44 :39–43.
- Goerres, G. W., Kamel, E., Heidelberg, T.-N. H., Schwitter, M. R., Burger, C., et von Schulthess, G. K. (2002). PET-CT image co-registration in the thorax : influence of respiration. *European Journal of Nuclear Medicine*, 29(3).
- Grimaud, M. (1991). *La géodésie numérique en morphologie mathématique. Application à la détection automatique de microcalcifications en mammographie numérique*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, Fontainebleau.
- Hall, L., Bensaid, A., Clarke, L., Velthuizen, R., Silbiger, M., et Bezdek, J. (1992). A comparison of neural networks and fuzzy clustering techniques in segmenting magnetic resonance images of the brain. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 3 :672–683.
- Hartkens, T., Hill, D., Castellano-Smith, A., Hawkes, D., Jr., C. M., Martin, A., Hall, W., Liu, H., et Truwit, C. (2002). Using points and surfaces to improve voxel-based non-rigid registration. In *MICCAI*, pages 565–572.

- Hasboun, D. (2000). *Neuroanatomie Morphologique*. Notes de Cours. CHU La Pitié-Salpêtrière.
- Heijmans, H. J. A. M. et Tuzikov, A. (1998). Similarity and symmetry measures for convex shapes using Minkowski addition. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 20(9) :980–993.
- Hernandez-Esteban, C. (2004). Thèse de doctorat, Telecom Paris. à paraître.
- Hyung, L., Song, Y., et Lee, K. (1994). Similarity measure between fuzzy sets and between elements. *Fuzzy Sets and Systems*, 62 :291–293.
- Jeansoulin, R. et Mathieu, C. (1994). Une logique modale des inférences spatiales. *Revue internationale de Géomatique*, 4 :369–384.
- Jonsson, P. et Drakengren, T. (1997). A complete classification of tractability in RCC-5. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 6.
- Kass, M., Witkin, A., et Terzopoulos, D. (1987). Snakes : Active contour models. *International Journal of Computer Vision*, pages 321–331.
- Kelemen, A., Szekely, G., et Gerig, G. (1999). Elastic model-based segmentation of 3D neuroradiological data sets. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 18(10).
- Keller, J., Gader, P., et Wang, X. (1999). Ladar scene description using fuzzy morphology and rules. In *Proceedings. IEEE Workshop on Computer Vision Beyond the Visible Spectrum : Methods and Applications*.
- Keller, J. et Wang, X. (1996). Learning spatial relationships in computer vision. In *Proceedings of the Fifth IEEE International Conference on Fuzzy Systems*.
- Kikinis, R., Shenton, M., Iosifescu, D., McCarley, R., Saiviroonporn, P., Hokama, H., Robatino, A., Metcalf, D., Wible, C., Portas, C., Donnino, R., et Jolesz, F. (1996). A digital brain atlas for surgical planning, model driven segmentation and teaching. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2(3).
- Kondo, T. et Yan, H. (1999). Automatic human face detection and recognition under non-uniform illumination. *Pattern Recognition*, 32 :1707–1718.
- Krishnapuram, R., Keller, J., et Ma, Y. (1993). Quantitative analysis of properties and spatial relations of fuzzy image regions. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1(3) :222–233.
- Kwan, R.-S., Evans, A., et Pike, G. (1996). An extensible MRI simulator for post-processing evaluation. In *Visualization in Biomedical Computing*, volume 1131 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 135–140. Springer-Verlag.
- Kwan, R.-S., Evans, A., et Pike, G. (1999). MRI simulation-based evaluation of image-processing and classification methods. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 18(11) :1085–1097.

- Letournel, V., Sankur, B., Pradeilles, F., et Maître, H. (2002). Feature extraction for quality assessment of aerial image segmentation. In *ISPRS Commission III, PCV*, volume XXXIV, pages 199–204, Graz, Austria.
- Ligozat, G. (1998). Reasoning about cardinal directions. *Journal of Visual Languages and Computing*, 9 :23–44.
- Liu, X. (1992). Entropy, distance measure and similarity measure of fuzzy sets and their relations. *Fuzzy Sets and Systems*, 52 :305–318.
- Liu, Y., Collins, R., et Rothfus, W. (2001). Robust midsagittal plane extraction from normal and pathological 3D neuroradiology images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 20(3) :175–192.
- Lorensen, W. et Cline, H. (1987). Marching cube, a high resolution 3D surface reconstruction algorithm. In *SIGGRAPH 87*, volume 21, pages 163–169.
- Lotjonen, J. (2001). Segmentation of MR images using deformable models : Application to cardiac images. *International Journal of Bioelectromagnetism*, 3(2) :37–45.
- Maes, F., Collignon, A., Vandermeulen, D., Marchal, G., et Suetens, P. (1997). Multimodality image registration by maximisation of mutual information. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 16(2) :187–198.
- Maintz, J. et Viergever, M. (1998). A survey of medical image registration. *Medical Image Analysis*, 2(1) :1–36.
- Malladi, R., Sethian, J., et Vemuri, B. (1995). Shape modelling with front-propagation : a level set approach. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 17(2) :158–175.
- Mangelinck, L. (1998). *Représentation et classifications de structures spatiales - Application à la reconnaissance de paysages agricoles*. Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré Nancy 1.
- Mangin, J. (1995). *Mise en correspondance d'images médicales 3D multi-modalités multi-individus pour la corrélation anatomo-fonctionnelle cérébrale*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications.
- Mangin, J.-F. (2000). Entropy minimization for automatic correction of intensity non uniformity. In *MMBIA 00*, pages 162–169, Hilton Head Island, South Carolina. IEEE Press.
- Mangin, J.-F., Coulon, O., et Frouin, V. (1998). Robust brain segmentation using histogram scale-space analysis and mathematical morphology. In *MICCAI 98*, volume 1496 of *LNCS*, pages 1230–1241, MIT. Springer Verlag.

- Mangin, J.-F., Frouin, V., Bloch, I., Regis, J., et Lopez-Krahe, J. (1995). From 3D magnetic resonance images to structural representations of the cortex topography using topology preserving deformations. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 5 :297–318.
- Mark, D. M. et Egenhofer, M. J. (1994). Modeling spatial relations between lines and regions : Combining formal mathematical models and human subject testing. *Cartography and Geographic Information Systems*, 21(4) :195–212.
- Marola, G. (1989). On the detection of the axes of symmetry of symmetric and almost symmetric planar images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11 :104–108.
- Matsakis, P., Wendling, L., et Desachy, J. (1998). Représentation de la position relative d'objets 2D au moyen d'un histogramme de forces. *Traitement du signal*, 15(1) :63–76.
- Mattes, D., Haynor, D. R., Vesselle, H., Lewellen, T. K., et Eubank, W. (2003). PET-CT image registration in the chest using Free-Form Deformations. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 22(1) :120–128.
- Michalewicz, Z. (1992). *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg.
- Minoshima, S., Berger, K., Lee, K., et Mintum, M. (1992). An automated method for rotational correction and centering of three-dimensional functional brain images. *Journal of Nuclear Medicine*, 33(8) :1579–1585.
- Minovic, P., Ishikawa, S., et Kato, K. (1993). Symmetry identification of a 3D object represented by octree. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 15(5) :507–514.
- Miyajima, K. et Ralescu, A. (1994). Spatial organization in 2D images. In *IEEE World Congress on Computational Intelligence*.
- Montagnat, J. (1999). *Modèles déformables pour la segmentation et la modélisation d'images médicales 3D et 4D*. Thèse de doctorat, INRIA Sophia-Antipolis.
- Montagnat, J., Delingette, H., et Ayache, N. (2001). A review of deformable surfaces : topology, geometry and deformation. *Image and Vision Computing*, 19 :1023–1040.
- O'Mara, D. et Owens, R. (1996). Measuring bilateral symmetry in digital images. In *Proceedings of TENCON'96 IEEE Conference : Digital Signal Processing Applications*, volume 1, pages 151–156.
- Pappis, C. et Karacapilidis, N. (1993). A comparative assessment of measures of similarity of fuzzy values. *Fuzzy Sets and Systems*, 56 :171–174.

- Perchant, A. (2000). *Morphisme de graphes d'attributs flous pour la reconnaissance structurelle de scènes*. Thèse de doctorat, Telecom Paris.
- Perchant, A. et Bloch, I. (1999). A new definition for fuzzy attributed graph homomorphism with application to structural shape recognition in brain imaging. In *16th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference*, volume 3, pages 1801–1806.
- Perchant, A. et Bloch, I. (2000). Semantic spatial fuzzy attribute design for graph modeling. In *IPMU 2000*, volume III, pages 1397–1404, Madrid, Spain.
- Perchant, A. et Bloch, I. (2002). Fuzzy morphisms between graphs. *Fuzzy Sets and Systems*, 128(2) :149–168.
- Perona, P. et Malik, J. (1990). Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 12 :629–639.
- Peuquet, D. (1988). Representations of geographic space : Toward a conceptual synthesis. *Annals of the Association of American Geographers*, 78(3) :375–394.
- Pham, D. et Prince, J. (1999). Adaptive fuzzy segmentation of magnetic resonance images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 18(9) :737–752.
- Poupon, F. (1999). *Parcellisation systématique du cerveau en volumes d'intérêt. Le cas des structures profondes*. Thèse de doctorat, INSA Lyon, Lyon, France.
- Poupon, F., Mangin, J.-F., Hasboun, D., Poupon, C., Magnin, I., et Frouin, V. (1998). Multi-object deformable templates dedicated to the segmentation of brain deep structures. In *MICCAI 98*, volume 1496 of *LNCS*, pages 1134–1143, MIT. Springer Verlag.
- Press, W., Teukolsky, S., Vetterling, W., et Flannery, B. (1992). *Numerical Recipes in C*. 2nd Edition. Cambridge University Press, Cambridge.
- Prima, S. (2001). *Etude de la symétrie bilatérale en imagerie cérébrale volumique*. Thèse de doctorat, Université Paris XI.
- Prima, S., Ourselin, S., et Ayache, N. (2002). Computation of the Mid-Sagittal Plane in 3D Brain Images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 21(2) :122–138.
- Pullar, D. et Egenhofer, M. (1988). Towards formal definitions of topological relations among spatial objects. In *Proceedings of the 3rd Int. Symposium on Spatial Data Handling*, pages 225–243, Sydney, Australia.
- Randell, D., Z.Cui, et Cohn, A. (1992). A spatial logic based on regions and connection. In *Int. Conf. on Knowledge Representation and Reasoning*, Boston.
- Regier, T. (1992). *The Acquisition of Lexical Semantics for Spatial Terms : a Connectionist Model of Perceptual Categorization*. Thèse de doctorat, International Computer Science Institute, University of Berkeley.

- Rettman, M., Han, X., et Prince, J. (2002). Automated sulcal segmentation using watersheds on the cortical surface. *NeuroImage*, 15(2).
- Roche, A. (2001). *Recalage d'images médicales par inférence statistique*. Thèse de sciences, Université de Nice Sophia-Antipolis.
- Roche, A., Malandain, G., Pennec, X., et Ayache, N. (1998). The correlation ration as a new similarity measure for multimodal image registration. In *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention*, pages 1115–1124, Cambridge, MA, USA. Springer Verlag.
- Royackkers, N. (1997). *Modélisation et reconnaissance des sillons du cortex cérébral humain*. Thèse de doctorat, Université de Caen.
- Rueckert, D., Somoda, I., Hayes, C., Hill, D., Leach, M., et Hawkes, D. (1999). Nonrigid registration using Free-Form Deformations : Applications to breast MR images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 18(8) :712–721.
- Saber, E. et Tekalp, A. M. (1996). Face detection and facial feature extraction using color, shape and symmetry-based cost functions. In *Proceedings of the 13th International Conference on Pattern Recognition, 1996*, volume 3, pages 654–658.
- Schmid-Saugeon, P. (2000). Symmetry axis computation for almost-symmetrical and asymmetrical objects : Application to pigmented skin lesions. *Medical Image Analysis*, 4 :269–282.
- Schmitt, M. et Mattioli, J. (1993). *Morphologie mathématique*. Logique mathématiques informatiques. Masson, Paris.
- Schnabel, J. A., Tanner, C., Castellano-Smith, A. D., Leach, M. O., Hayes, C., Degenhard, A., Hose, R., Hill, D. L. G., et Hawkes, D. J. (2001). Validation of non-rigid registration using finite element methods. In *IPMI*, pages 344–357.
- Sederberg, T. et Parry, S. (1986). Free Form Deformation of solid geometric models. In *SIGGRAPH'86*, volume 20, pages 151–160, Dallas, USA.
- Shen, D., Herskovits, E., et Davatzikos, C. (2001). An adaptative-focus statistical shape model for segmentation and shape modeling of 3D brain structures. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 20(4).
- Sonka, M., Tadikonda, S., et Collins, S. (1996). Knowledge-based interpretation of MR brain images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 15(4) :443–452.
- Studholme, C., Hill, D., et Hawkes, D. (1999). An overlap invariant entropy measure of 3D medical image alignment. *Pattern Recognition*, 32 :71–86.
- Thiran, J.-P. et Butz, T. (2000). Fast non-rigid registration and model-based segmentation of 3D images using mutual information. In *Proc. SPIE Medical Imaging 2000*, volume 3979, pages 1504–1515.

- Thirion, J.-P. (1996). Non-rigid matching using demons. In *Proceedings CVPR '96*, pages 245–251.
- Thirion, J.-P., Prima, S., Subsol, G., et Roberts, N. (2000). Statistical Analysis of Normal and Abnormal Dissymmetry in Volumetric Medical Images. *Medical Image Analysis*, 4(2) :111–121.
- Tuzikov, A. et Sheynin, S. (2002). Symmetry measure computation for convex polyhedra. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 16(1) :41–56.
- Tversky, A. (1977). Features of similarity. *Psychological Review*, 84 :327–352.
- Varzi, A. (1996). Parts, wholes and part-whole relations : the prospects of mereotopology. *Data and Knowledge Engineering*, 20 :259–286.
- Venot, A., Lebruchec, J., et Roucayrol, J. (1984). A new class of similarity measures for robust image registration. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 28 :176–184.
- Vieu, L. (1997). Spatial representation and reasoning in artificial intelligence. In *Spatial and Temporal Reasoning*, pages 5–41. Dordrecht, Kluwer.
- Viola, P. (1995). *Alignment by maximization of mutual information*. Thèse de doctorat, MIT, Cambridge, Ma.
- Wagner, H. N. (1999). Fused image tomography : An integrating force. *Nuclear Medicine*, 40(8) :13N–32N.
- Wang, W.-J. (1997). New similarity measures on fuzzy sets and on elements. *Fuzzy Sets and Systems*, 85 :305–309.
- Wang, X., Keller, J., et Gader, P. (1997). Using spatial relationships as features in object recognition. In *NAFIPS'97*.
- Wells, W., Viola, P., Atsumi, H., Nakajima, S., et Kikinis, R. (1997). Multi-modal volume registration by maximization of mutual information. *Medical Image Analysis*, 1 :35–51.
- Whitley, D. et Kauth, J. (1988). GENITOR : A different genetic algorithm. In *Proceedings of the Rocky Mountain Conference on Artificial Intelligence*, volume 2, pages 118–130.
- Wong, K.-W., Lam, K.-M., et Siu, W.-C. (2001). An efficient algorithm for human face detection and facial feature extraction under different conditions. *Pattern Recognition*, 34(10) :1993–2004.
- Woods, R., Maziotta, J., et Cherry, S. (1993). MRI-PET registration with automated algorithm. *J. Computer Assisted Tomography*.

- Xu, C. (2000). *Deformable Models with Application to Human Cerebral Cortex Reconstruction in Magnetic Resonance Images*. Thèse de doctorat, Johns Hopkins University.
- Xu, C., Pham, D., et Prince, J. (2000). Medical image segmentation using deformable models. In Fitzpatrick, J. et Sonka, M., éditeurs, *Handbook of Medical Imaging*, volume 2, pages 129–174. SPIE Press.
- Xu, C., Pham, D., Rettmann, M., Yu, D., et Prince, J. (1999). Reconstruction of the human cerebral cortex from magnetic resonance images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 18(6) :467–480.
- Xu, C. et Prince, J. (1998a). Generalized gradient vector flow external forces for active contours. *Signal Processing - An International Journal*, 71(2) :131–139.
- Xu, C. et Prince, J. (1998b). Snakes, shapes and gradient vector flow. *IEEE Transactions on Image Processing*, 7(3) :359–369.
- Xue, J.-H., Ruan, S., Moretti, B., Revenu, M., et Bloyet, D. (2001). Knowledge-based segmentation and labelling of brain structures from MRI images. *Pattern Recognition Letters*, 22 :395–405.
- Zabrodsky, H., Peleg, S., et Avnir, D. (1995). Symmetry as a continuous feature. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 17 :1154–1166.
- Zhao, W., Chellappa, R., Rosenfeld, A., et Phillips, P. (2000). Face recognition : A literature survey. Rapport technique, UMD CfAR. URL : citeseer.nj.nec.com/374297.html.
- Zwick, R., Carlstein, E., et Budescu, D. (1987). Measures of similarity among fuzzy concepts : A comparative analysis. *International Journal of Approximate Reasoning*, 1 :221–242.

Index des citations par article

- Abella et Kender [1999], 33
Aiello et van Benthem [1999], 23
Allen [1983], 19, 20
Ardekani et al. [1997], 51, 56, 57
Asher et Vieu [1995], 22
Audette et al. [2000], 162
Aurdal [1997], 122
Ayinde et Yang [2002], 175
Bach et al. [2001], 122
Baillard et al. [2001], 122
Bajcsy et Kovacic [1993], 161, 162
Balbiani [1999], 20
Barillot [1999], 156
Barra et Boire [2001], 124, 127, 134, 141, 142
Barra [2000], 33, 122
Bengoetxea et al. [2001], 181
Bennett [1994], 22
Bennett [1995], 23
Bennett [1997], 20, 21, 32
Bernon et al. [2001], 56
Besl et McKay [1992], 162
Bezdek et al. [1993], 122
Bloch et al. [1997], 24
Bloch et al. [2003], 124
Bloch [1996a], 105
Bloch [1996b], 28
Bloch [1996c], 31
Bloch [1999a], 27, 28, 30, 68, 106
Bloch [1999b], 24, 40
Bloch [2000a], 24
Bloch [2000b], 23
Borillo [1998], 20, 67
Bouchon-Meunier et al. [1996], 30, 36–40, 42, 44
Bouchon-Meunier [1995], 31, 41
Bowden et Martin [1995], 71
Bro-Nielsen et Gramkow [1996], 161, 162
Brown [1992], 50
Cachia et al. [2003], 122
Camara et al. [2002], 162
Camara et al. [2004], 155
Caselles et al. [1995], 95
Cesar et Bloch [2001], 181
Cesar et al. [2002], 175, 180, 181, 183
Chan et Cheung [1992], 80
Chang et al. [1987], 20, 27
Chen [2001], 35
Clementini et Felice [1997], 21
Cocosco et al. [1997], 59
Cohen et Cohen [1993], 100, 105, 161
Cohen [1991], 97, 100, 103
Cohn [1999], 19–21
Cointepas [1999], 122
Collignon et al. [1995], 169
Collins et al. [1992], 122
Collins et al. [1998], 59
Colliot et al. [2002], 158
Colliot [2000], 30, 142
Condotta [2000], 21, 32
Cootes et al. [1995], 102, 123
Dawant et al. [1999], 122, 134, 140, 142
Dehak [2002], 19, 20, 27, 28, 32
Delingette [1994], 116, 117
Delingette [1999], 96, 116, 158
Deriche [1987], 129
Dokladal et al. [2003], 127, 134
Dubois et Prade [1980], 40
Duta et Sonka [1998], 123
Dutta [1991], 20
Fasel et Luetttin [2003], 175
Feris et al. [2001], 176
Freeman [1975], 20
Freksa et Zimmermann [1992], 26, 27,

- 32
- Géraud [1998], 33, 122, 124, 125, 127, 133, 142
- Gerig et al. [1992], 129, 160
- Gerstenkorn et Man'ko [1991], 44
- Goerres et al. [2002], 170
- Grimaud [1991], 127
- Hall et al. [1992], 122
- Hartkens et al. [2002], 156
- Hasboun [2000], 72, 76
- Heijmans et Tuzikov [1998], 36
- Hernandez-Esteban [2004], 128
- Hyung et al. [1994], 42
- Jeansoulin et Mathieu [1994], 23
- Jonsson et Drakengren [1997], 32
- Kass et al. [1987], 95, 96, 98, 101
- Kelemen et al. [1999], 123
- Keller et Wang [1996], 28
- Keller et al. [1999], 33
- Kikinis et al. [1996], 89
- Kondo et Yan [1999], 175
- Krishnapuram et al. [1993], 20, 24
- Kwan et al. [1996], 59
- Kwan et al. [1999], 59
- Letournel et al. [2002], 70
- Ligozat [1998], 26, 32
- Liu et al. [2001], 51, 54, 57
- Liu [1992], 40
- Lorensen et Cline [1987], 128, 160
- Lotjonen [2001], 156
- Maes et al. [1997], 50
- Maintz et Viergever [1998], 49, 156, 162
- Malladi et al. [1995], 95
- Mangelinck [1998], 33
- Mangin et al. [1995], 59
- Mangin et al. [1998], 126, 132
- Mangin [1995], 122
- Mangin [2000], 132
- Mark et Egenhofer [1994], 21
- Marola [1989], 35, 39
- Matsakis et al. [1998], 28
- Mattes et al. [2003], 156
- Michalewicz [1992], 181
- Minoshima et al. [1992], 51
- Minovic et al. [1993], 36
- Miyajima et Ralescu [1994], 27, 28
- Montagnat et al. [2001], 95
- Montagnat [1999], 96, 101, 102, 116, 117, 128
- O'Mara et Owens [1996], 35, 51, 54
- Pappis et Karacapilidis [1993], 39, 40, 43, 44
- Perchant et Bloch [1999], 180
- Perchant et Bloch [2000], 176
- Perchant et Bloch [2002], 180
- Perchant [2000], 33, 78, 80, 122
- Perona et Malik [1990], 129
- Peuquet [1988], 20
- Pham et Prince [1999], 122
- Poupon et al. [1998], 123
- Poupon [1999], 126
- Press et al. [1992], 56, 65
- Prima et al. [2002], 51, 57, 62
- Prima [2001], 57
- Pullar et Egenhofer [1988], 20, 21
- Randell et al. [1992], 22, 23
- Regier [1992], 20
- Rettman et al. [2002], 122
- Roche et al. [1998], 50
- Roche [2001], 49, 50
- Royackkers [1997], 122
- Rueckert et al. [1999], 156
- Saber et Tekalp [1996], 175, 180
- Schmid-Saugeon [2000], 35
- Schmitt et Mattioli [1993], 127
- Schnabel et al. [2001], 170
- Sederberg et Parry [1986], 161
- Shen et al. [2001], 102, 123, 141
- Sonka et al. [1996], 124
- Studholme et al. [1999], 169
- Thiran et Butz [2000], 122
- Thirion et al. [2000], 57
- Thirion [1996], 122
- Tuzikov et Sheynin [2002], 53, 54
- Tversky [1977], 40
- Varzi [1996], 21, 22
- Venot et al. [1984], 50, 51
- Vieu [1997], 19, 20, 26, 67
-

Viola [1995], 169
Wagner [1999], 156
Wang et al. [1997], 33
Wang [1997], 42
Wells et al. [1997], 50
Whitley et Kauth [1988], 181
Wong et al. [2001], 175
Woods et al. [1993], 50
Xu et Prince [1998a], 101
Xu et Prince [1998b], 101, 129, 160, 163
Xu et al. [1999], 103, 122
Xu et al. [2000], 95
Xue et al. [2001], 123, 141
Xu [2000], 96, 99, 118, 129
Zabrodsky et al. [1995], 36
Zhao et al. [2000], 175
Zwick et al. [1987], 40