



**HAL**  
open science

# Prédiction des déformation permanentes des couches de surface des chaussées bitumineuses.

Dang-Truc Nguyen

► **To cite this version:**

Dang-Truc Nguyen. Prédiction des déformation permanentes des couches de surface des chaussées bitumineuses.. Mécanique [physics.med-ph]. Ecole des Ponts ParisTech, 2006. Français. NNT : . tel-00148791

**HAL Id: tel-00148791**

**<https://pastel.hal.science/tel-00148791>**

Submitted on 23 May 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# **THESE**

présentée pour l'obtention du diplôme de  
**Docteur de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées**

Spécialité : Structures et Matériaux

par

**Dang-Truc NGUYEN**

Sujet de la thèse :

**PREDICTION DES DEFORMATIONS PERMANENTES DES  
COUCHES DE SURFACE DES CHAUSSEES  
BITUMINEUSES**

Soutenue le 16 novembre 2006 à l'E.N.P.C

devant le jury composé de :

*Rapporteurs* : **M. PARTL**

**I. SHAHROUR**

*Examineurs* : **H. DI BENEDETTO**

**J. BILAL**

**B. NEDJAR**

*Directeur de Thèse* : **D. DUHAMEL**

*Co-directeur de Thèse* : **P. TAMAGNY**



*Y a que le résultat qui compte !*



*A mes parents*  
*A Tu Khue, Belle Étoile de ma vie*



# Remerciements

Cette thèse a été réalisée au sein du Laboratoire Analyse des Matériaux et Identification (LAMI), Institut Navier, à l'École Nationale des Ponts et Chaussées, en collaboration avec la division Matériaux et Structures de Chaussées (MSC) du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, centre de Nantes.

Cette thèse n'aurait vu le jour sans la confiance et la générosité de mon directeur de recherche, M. Philippe TAMAGNY, que je veux vivement remercier. Je voudrais le remercier d'avoir cru en mes capacités et de m'avoir laissé une grande liberté dans mon travail. La pleine confiance qu'il m'a accordée dès l'admission au programme m'a permis d'élaborer un plan de thèse personnel et propre à mes aspirations.

Je remercie sincèrement M. Denis DUHAMEL d'avoir accepté d'être directeur de ma thèse à l'ENPC. De plus, les conseils qu'il m'a divulgués m'ont permis de mener à bien la rédaction du mémoire de thèse.

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à M. Boumediene NEDJAR pour avoir encadré mon travail depuis le D.E.A et pendant ces années de thèse. Je lui dois sa disponibilité et ses conseils à tous mes questions et problèmes. Son dynamisme et ses compétences scientifiques m'ont permis de mener à bien cette étude. Les discussions, les réflexions et les idées que l'on a échangées au cours de ces années ont été toujours fructueuses. Je voudrais aussi le remercier pour ses encouragements et son soutien constant tout au long de ma thèse.

Je tiens également à remercier M. Jean-Michel PIAU et Mme. Chantal de LA ROCHE pour les discussions qui m'ont permis d'enrichir mes connaissances scientifiques et techniques dans le domaine de chaussées, sans quoi cette thèse n'aurait pas pu être ce qu'elle est devenue.

Je suis très reconnaissant à M. Manfred PARTL et M. Isam SHAHROUR d'avoir acceptés d'être rapporteurs de ma thèse. Je remercie très chaleureusement M. Hervé DI BENEDETTO et M. Julien BILAL pour tout l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail en acceptant d'être membres du jury. Je les remercie encore pour le temps qu'ils ont pris à évaluer avec une attention bienveillante ce travail. Leurs commentaires et leurs questions m'ont permis de clarifier ma rédaction et m'ont donné de nouvelles pistes de réflexion.

Je tiens à remercier M. Karam SAB, directeur du LAMI, de m'avoir accueilli dans son laboratoire, où j'ai pu travailler dans un environnement de recherche collaboratif et dynamique. Je remercie tous les membres du personnel du LAMI pour leur amitié et leur aide pendant ces trois années de thèse. Je leur exprime ma profonde sympathie et leur souhaite beaucoup de bien.

Je tiens aussi à remercier l'ensemble du personnel de la division MSC du LCPC Nantes, de m'avoir accueilli aimablement pendant mes séjours à Nantes.

J'adresse un grand remerciement à mes parents auxquels je dédie mon mémoire de thèse. Ma plus chaleureuse reconnaissance s'adresse à Khue, mon épouse, avec qui j'ai pu partager tous moments difficiles pendant ces années de thèse. Merci pour ton amour, ton soutien et ta patience.

Je souhaite enfin remercier mes amis, en particulier M. Viet Hung et M. Hong Hai, pour leurs encouragements et leur soutien moral lors de ce séjour de thèse.

# Résumé

## Prédiction des déformations permanentes des couches de surface des chaussées bitumineuses

Ce travail de thèse se situe dans le contexte de l'évaluation du comportement permanent des enrobés bitumineux. L'objectif est de proposer un modèle mécanique pour les déformations permanentes des matériaux bitumineux et de l'appliquer à la prédiction du phénomène d'orniérage des chaussées. Dans un premier temps, un modèle tridimensionnel de viscoplasticité à plusieurs mécanismes et plusieurs critères est proposé. Ce modèle résulte du couplage d'un critère quadratique particularisé avec un critère de type Drucker-Prager linéaire. Il est capable de prendre en compte un certain nombre d'aspects du comportement mécanique des matériaux bitumineux, parmi lesquelles les déformations permanentes sous sollicitations cycliques. La validation de ce modèle s'effectue par la simulation de quelques essais de fluage cycliques. Dans un deuxième temps, une approche améliorée est proposée en présentant un modèle monosurfacique multi-mécanisme. Le nouveau modèle permet de simuler non seulement les sollicitations cycliques mais aussi les chargements monotones de fluage statique. Quelques validations sont présentées et montrent les capacités et la pertinence de ce modèle. Finalement, ce modèle est appliqué aux calculs de l'orniérage de chaussées bitumineuses à travers son implémentation au sein du module ORNI du code de calcul CESAR-LCPC.

## Mots clés

Matériaux bitumineux - Enrobés bitumineux - Comportement permanent - Orniérage -  
Elasto-viscoplasticité - Fluage statique - Fluage cyclique



# Abstract

## **Prediction of permanent deformations of surface layers of bituminous pavements**

This work is in the context of the evaluation the permanent behaviours of asphalt pavements. The objective is to propose a model for the permanent deformations of bituminous materials and to apply it to the prediction of the rutting phenomenon of bituminous pavements. In a first time, a three dimensional multi-mechanism multi-criteria is proposed. This is a coupling of a customized quadratic criterion with a linear Drucker-Prager type criterion. It is able to take into account a number of mechanical behaviours of bituminous materials, of which the permanent deformations under cyclic loadings. The validation of this model is carried out by the simulation of some cyclic creep tests. In a second time, an improved approach is proposed while presenting a single surface multi-mechanism model. The new model is capable of simulating not only cyclic loadings but also static loadings. Some validations are presented which show the capacities and the relevance of the new model. Finally, the proposed model is applied to the prediction of rutting of bituminous pavements through its implementation in the ORNI module of the finite elements code CESAR-LCPC.

## Keywords

Bituminous materials - Asphalt pavements - Permanent behaviours - Rutting -  
Elasto-viscoplasticity - Static creep - Cyclic creep.



# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Bibliographie du comportement irréversible des matériaux bitumineux et des structures bitumineuses</b>	<b>5</b>
1.1 Introduction générale . . . . .	5
1.2 Matériaux bitumineux . . . . .	6
1.2.1 Compositions des matériaux bitumineux . . . . .	6
1.2.1.1 Composants minéraux . . . . .	6
1.2.1.2 Liants hydrocarbonés . . . . .	7
1.2.2 Formulation des matériaux bitumineux . . . . .	8
1.3 Comportement des matériaux bitumineux dans les structures routières . . . . .	9
1.3.1 Sollicitation des couches en enrobés bitumineux . . . . .	9
1.3.1.1 Effet du trafic . . . . .	9
1.3.1.2 Effet de la température . . . . .	10
1.3.2 Classement des types de comportement des matériaux bitumineux . . . . .	10
1.4 Caractéristiques et propriétés mécaniques des matériaux bitumineux . . . . .	11
1.4.1 Susceptibilité thermique et cinétique . . . . .	11
1.4.2 Rôle des contraintes de confinement . . . . .	14
1.4.3 Variation volumique . . . . .	15
1.4.4 Déformations permanentes . . . . .	16
1.4.4.1 Mécanisme de formation des déformations permanentes . . . . .	16
1.4.4.2 Résistance aux déformations permanentes des matériaux bitumineux	18
1.4.5 Rochet sous chargement cyclique . . . . .	20

1.5	Orniéragé des chaussées bitumineuses . . . . .	21
1.5.1	Phénoménologie de l'orniéragé . . . . .	21
1.5.2	Evolutions des contraintes sous chargement du trafic . . . . .	22
1.5.2.1	États de contrainte des couches de chaussée sous un chargement simple . . . . .	22
1.5.2.2	Chemins de contraintes sous charges roulantes . . . . .	23
1.5.3	Facteurs déterminants de la formation des ornières dans les couches bitumineuses . . . . .	25
1.5.3.1	Influence du liant . . . . .	25
1.5.3.2	Influence des composants minéraux . . . . .	26
1.5.3.3	Influence de la compacité du mélange . . . . .	29
1.5.3.4	Influence des paramètres de sollicitations : la température . . . . .	31
1.5.3.5	Influence des paramètres de sollicitations : le trafic . . . . .	31
1.6	Conclusions . . . . .	33
<b>2</b>	<b>Bibliographie de la modélisation du comportement irréversible des matériaux bitumineux</b> . . . . .	<b>35</b>
2.1	Introduction . . . . .	35
2.2	Bibliographie de la modélisation du comportement irréversible des matériaux bitumineux . . . . .	36
2.2.1	Modélisation des déformations permanentes des matériaux bitumineux . . . . .	36
2.2.2	Modèles pour le comportement permanent des matériaux bitumineux . . . . .	38
2.2.3	Un modèle pour le comportement cyclique des matériaux bitumineux . . . . .	44
2.3	Modélisation du phénomène de rochet sous sollicitations cycliques . . . . .	45
2.3.1	Généralités des théories de la plasticité et de la viscoplasticité . . . . .	45
2.3.1.1	Surface de charge et critère de charge/décharge . . . . .	45
2.3.1.2	Lois d'écoulement . . . . .	48
2.3.1.3	Lois d'écrouissage . . . . .	48
2.3.2	Modélisation du phénomène de rochet sous sollicitations cycliques . . . . .	50
2.3.3	Modèle rhéologique de Stéfani . . . . .	50
2.4	Conclusions . . . . .	55

<b>3</b>	<b>Un modèle multi-surfacique pour le comportement permanent sous sollicitations cycliques</b>	<b>57</b>
3.1	Introduction . . . . .	57
3.2	Hypothèses et cadres de travail . . . . .	58
3.2.1	Hypothèses d'un milieu continu, homogène et isotrope . . . . .	58
3.2.2	Problèmes thermiques . . . . .	58
3.3	Problème mécanique global . . . . .	59
3.4	Modèle multi-surfacique pour le comportement permanent sous sollicitations cycliques	59
3.4.1	Hypothèses cinématiques et les lois d'état . . . . .	60
3.4.2	Critères viscoplastiques et domaine élastique . . . . .	61
3.4.3	Lois d'évolution des variables internes . . . . .	64
3.4.3.1	Problème plastique indépendant du temps . . . . .	65
3.4.3.2	Lois d'évolution viscoplastique de Duvaut-Lions . . . . .	66
3.5	Implémentation numérique du modèle proposé . . . . .	66
3.5.1	Résolution du problème global . . . . .	67
3.5.2	Résolution du problème d'évolution viscoplastique local . . . . .	67
3.5.2.1	Stratégie de prédiction élastique/correction plastique . . . . .	69
3.5.2.2	Correction plastique - Linéarisation et algorithme de résolution . . . . .	70
3.5.2.3	Module tangent algorithmique . . . . .	72
3.5.2.4	Régularisation viscoplastique . . . . .	74
3.6	Etudes paramétriques du modèle . . . . .	75
3.6.1	Exemples des réponses du modèle proposé sous chargements cycliques . . . . .	78
3.6.2	Influence du module d'écrouissage $H$ . . . . .	80
3.6.3	Influence du paramètre $c_X$ . . . . .	80
3.6.4	Influence des paramètres évolutifs $\beta_1$ et $\beta_2$ . . . . .	82
3.6.5	Influence du temps de relaxation $\tau$ . . . . .	84
3.6.6	Conclusions des études paramétriques . . . . .	86
3.7	Validation du modèle proposé . . . . .	87
3.7.1	Essai de fluage cyclique par [Neifar et Di Benedetto, 2000] . . . . .	87
3.7.2	Validation du modèle proposé . . . . .	89

3.8	Conclusions . . . . .	90
<b>4</b>	<b>Un modèle élasto-viscoplastique pour le comportement irréversible des matériaux bitumineux</b>	<b>93</b>
4.1	Introduction . . . . .	93
4.2	Observations et motivations . . . . .	94
4.2.1	Modèle de Prager et modèle de Bingham généralisé . . . . .	94
4.2.2	Modèle de Bingham généralisé avec restauration de $X$ . . . . .	98
4.3	Un modèle élasto-viscoplastique pour le comportement permanent des matériaux bitumineux . . . . .	100
4.3.1	Hypothèses cinématiques et lois d'état . . . . .	100
4.3.2	Critère viscoplastique et domaine élastique . . . . .	102
4.3.3	Lois d'évolution des variables internes . . . . .	103
4.4	Implémentation numérique du modèle proposé . . . . .	106
4.4.1	Prédiction élastique . . . . .	107
4.4.2	Correction viscoplastique : résolution directe . . . . .	108
4.4.3	Correction viscoplastique : solution indirecte . . . . .	109
4.5	Paramètres du modèle et exemples de réponses . . . . .	111
4.5.1	Exemple des cas de chargements uniformes . . . . .	111
4.5.2	Exemple d'un calcul non uniforme . . . . .	116
4.6	Identification et validation du modèle $2MIC-BB$ . . . . .	117
4.6.1	Identification des paramètres . . . . .	118
4.6.2	Validation du modèle $2MIC-BB$ . . . . .	119
4.6.2.1	Etudes expérimentales de [Brown et Cooper, 1980] . . . . .	119
4.6.2.2	Validation du modèle $2MIC-BB$ . . . . .	120
4.7	Conclusions . . . . .	123
<b>5</b>	<b>Application du modèle <math>2MIC-BB</math> aux calculs structurels de l'orniérage des enrobés bitumineux</b>	<b>125</b>
5.1	Introduction . . . . .	125
5.2	Synthèse des modèles de calcul de l'orniérage . . . . .	126

5.2.1	Modèles empiriques ou mécanique-empiriques . . . . .	126
5.2.2	Modèles mécaniques . . . . .	128
5.3	Méthode de calcul structurel de l'orniérage . . . . .	128
5.3.1	Partition des échelles de temps du problème . . . . .	129
5.3.2	Hypothèses, cadre d'étude et approximation de l'histoire des contraintes . . . . .	129
5.3.3	Principales étapes de calcul de l'orniérage . . . . .	131
5.3.4	Etape 1 : calcul et stockage de l'histoire des contraintes . . . . .	132
5.3.5	Etape 2 : calcul des déformations permanentes . . . . .	133
5.3.5.1	Calcul à l'échelle $T_1$ par le modèle $2M1C-BB$ . . . . .	133
5.3.5.2	Calcul à l'échelle des plages . . . . .	135
5.3.6	Etape 3 : calcul structurel de l'orniérage . . . . .	136
5.4	Exemple numérique d'un calcul structurel par le module ORNI . . . . .	136
5.5	Conclusions . . . . .	138
<b>Conclusions générales et perspectives</b>		<b>141</b>
<b>Annexes</b>		<b>145</b>
<b>A Technique de saut de cycles</b>		<b>147</b>
A.1	Technique de saut de cycles . . . . .	147
A.2	Exemple d'application . . . . .	148
<b>B Etudes paramétriques du modèle 2M1C-BB</b>		<b>151</b>
B.1	Paramètre $\beta$ de la fonction $F$ . . . . .	152
B.2	Paramètres de l'écroûissage $\mathbf{X}_1$ . . . . .	153
B.3	Paramètres de l'écroûissage $\mathbf{X}_2$ . . . . .	155
B.4	Influence du paramètre de fluidité $\eta$ . . . . .	157
B.5	Influence des paramètres de $\eta_X$ . . . . .	159
<b>Bibliographie</b>		<b>163</b>



# Liste des tableaux

3.1	Algorithme de résolution numérique du modèle . . . . .	76
4.1	Modèle 2M1C-BB : paramètres de validation . . . . .	121
5.1	Propriétés mécaniques des matériaux utilisés . . . . .	136



# Table des figures

1.1	Matériaux bitumineux . . . . .	8
1.2	Sollicitations induites par le trafic [Di Benedetto et Corté, 2005] . . . . .	9
1.3	Sollicitations induites par la température [Di Benedetto et Corté, 2005] . . . . .	10
1.4	Types de comportement des matériaux bitumineux [Di Benedetto et Corté, 2005] .	11
1.5	Isothermes du module complexe [Di Benedetto et Corté, 2005] . . . . .	12
1.6	Module complexe dans l'espace de Black [Di Benedetto et Corté, 2005] . . . . .	12
1.7	$E^*$ en fonction de $S_{bit}$ pour différents mélanges [Jackson et K. Dhir, 1996] . . . . .	13
1.8	Essais de compression simple [Yan et Lu, 1997] . . . . .	14
1.9	Essais de compression simple à différentes vitesses [Erkens et Poot, 1998] . . . . .	14
1.10	Essais de fluage statique [Sousa et Weissman, 1994] . . . . .	15
1.11	Différents comportements en traction et en compression [Yan et Lu, 1997] . . . . .	15
1.12	Variation de la contrainte axiale avec la déformation de cisaillement dans un essai de cisaillement alterné à hauteur constante [Sousa et Weissman, 1994] . . . . .	16
1.13	Evolution des déformations moyennes axiales [Neifar et Di Benedetto, 2000] . . . . .	20
1.14	Evolution des déformations permanentes axiales [Neifar et Di Benedetto, 2000] . . .	20
1.15	Comparaison entre le comportement sous chargement cyclique et le comportement sous chargement de fluage statique [Sousa et Weissman, 1994] . . . . .	21
1.16	États de contrainte dans les couches bitumineuses d'une chaussée, calculs effectués à l'aide du logiciel Alizé du LCPC [Di Benedetto et Corté, 2005] . . . . .	22
1.17	Chemins de contraintes à différentes profondeurs dans une couche bitumineuse de chaussée [Di Benedetto et Corté, 2005] . . . . .	23
1.18	Angle des directions principales des contraintes avec la verticale en fonction de la distance de la charge au point considéré [Di Benedetto et Corté, 2005] . . . . .	24

1.19	Influence de la nature du liant [Vanelstraete et Francken, 1994] . . . . .	26
1.20	Influence de la teneur en liant au niveau d'ornière [Grimaux, 1977] . . . . .	27
1.21	Propriétés internes en fonction de la teneur en liant [Christensen et Bonaquist, 2002]	27
1.22	Influence de la granularité [Grimaux, 1977] . . . . .	28
1.23	Influence de la quantité de sable [Corté <i>et al.</i> , 1997] . . . . .	28
1.24	Influence de la forme des granulats [Vanelstraete et Francken, 1994] . . . . .	30
1.25	Evolution de la profondeur d'ornière en fonction de la compacité du mélange [Grimaux, 1977]	30
1.26	Influence de la température [Brown, 1977] . . . . .	31
1.27	Influence de la charge et de la pression de gonflage des pneus [Grimaux, 1977] . . .	32
1.28	Influence de la vitesse du trafic [Aussedat, 1977] . . . . .	33
2.1	Schéma de décomposition de la déformation totale d'un matériau élasto-visco-plastique	37
2.2	Surface de charge - modèle de Drucker-Prager . . . . .	47
2.3	Représentation du critère de Mohr-Coulomb . . . . .	48
2.4	Ecrouissage isotrope [Lemaitre et Chaboche, 1996] . . . . .	49
2.5	Ecrouissage cinématique [Lemaitre et Chaboche, 1996] . . . . .	49
2.6	Modèle rhéologique de Stéfani [Heck, 2001, Ulm et Coussy, 2003] . . . . .	51
2.7	Mécanismes de déformations permanentes du modèle de Stéfani . . . . .	51
2.8	Domaine élastique du modèle de Stéfani dans le cas $\sigma_{y2} > 2\sigma_{y1}$ . . . . .	52
2.9	Réponse du modèle de Stéfani au cas où $\sigma_{y2} \leq \sigma_{\max} \leq \sigma_u$ [Heck, 2001, Ulm et Coussy, 2003]	53
2.10	Modification du modèle de Stéfani : introduction de l'écrouissage isotrope [Heck, 2001]	54
2.11	Exemple de réponse du modèle (2.44) [Nguyen, 2003] . . . . .	55
3.1	Surfaces de charge initiales dans le plan $(p - q)$ . . . . .	62
3.2	Surface de charge déplacée dans le plan $(p - q)$ . . . . .	64
3.3	Schématization de la méthode prédiction/correction . . . . .	69
3.4	Exemples des réponses cycliques du modèle proposé . . . . .	78
3.5	Exemples des réponses cycliques : influences de $\beta_1$ et $\beta_2$ constants . . . . .	79
3.6	Influence du module d'écrouissage $H$ . . . . .	81
3.7	Influence du paramètre $c_X$ . . . . .	82

3.8	Influence du paramètre $\beta_1^{(0)}$ ( $\beta_1^{(1)} = 100$ ; $\beta_2^{(0)} = 0,90$ ; $\beta_2^{(1)} = 500$ ) . . . . .	83
3.9	Influence du paramètre $\beta_1^{(1)}$ ( $\beta_1^{(0)} = 1,0$ ; $\beta_2^{(0)} = 0,90$ ; $\beta_2^{(1)} = 500$ ) . . . . .	83
3.10	Influence du paramètre $\beta_2^{(0)}$ ( $\beta_1^{(0)} = 1,0$ ; $\beta_1^{(1)} = 10,0$ ; $\beta_2^{(1)} = 100$ ) . . . . .	83
3.11	Influence du paramètre $\beta_2^{(1)}$ ( $\beta_1^{(0)} = 1,0$ ; $\beta_1^{(1)} = 10,0$ ; $\beta_2^{(0)} = 0,90$ ) . . . . .	84
3.12	Influence du paramètre $\tau_0$ ( $\tau_1 = 1,0$ ; $\tau_2 = 50$ ) . . . . .	85
3.13	Influence du paramètre $\tau_1$ ( $\tau_0 = 0,50$ ; $\tau_2 = 50$ ) . . . . .	85
3.14	Influence du paramètre $\tau_2$ ( $\tau_0 = 0,50$ ; $\tau_1 = 100$ ) . . . . .	86
3.15	Influence des paramètres $\tau_1$ et $\tau_2$ ( $\tau_0 = 0,50$ ) . . . . .	86
3.16	Schéma d'essai de fluage cyclique de [Neifar et Di Benedetto, 2000] . . . . .	88
3.17	Exemple des résultats d'essai de fluage cyclique . . . . .	88
3.18	Validation du modèle proposé - déformations permanentes axiale et radiale . . . . .	90
3.19	Validation du modèle proposé - déformations permanentes volumique et de cisaillement . . . . .	91
4.1	Modèle rhéologique de Prager . . . . .	95
4.2	Modèle rhéologique de Prager - Réponse cyclique ( $E = 3.10^3 MPa$ ; $H = 10^3 MPa$ ; $\sigma_y = 0,1 MPa$ , $\sigma_{max} = 0,25 MPa$ ) . . . . .	95
4.3	Modèle de Bingham généralisé . . . . .	96
4.4	Modèle de Bingham : fluage statique ( $E = 3000 MPa$ ; $H = 80 MPa$ ; $\sigma_y = 0,1 MPa$ ; $\eta = 2500 MPa s$ ; $\sigma_{max} = 0,25 MPa$ ) . . . . .	96
4.5	Modèle de Bingham : fluage cyclique avec repos après 500 cycles ( $E = 3000 MPa$ ; $H = 80 MPa$ ; $\sigma_y = 0,1 MPa$ ; $\eta = 2500 MPa s$ ; $\sigma_{max} = 0,25 MPa$ ; $f = 1 Hz$ sinusoidal)	97
4.6	Réponses du modèle de Bingham modifié avec écrouissage cinématique non linéaire ( $E = 3000 MPa$ ; $H = 80 MPa$ ; $\sigma_y = 0,1 MPa$ ; $\eta = 2500 MPa s$ ; $\sigma_{max} = 0,25 MPa$ ; $f = 1 Hz$ sinusoidal) . . . . .	98
4.7	Modèle de Bingham généralisé avec restauration de l'écrouissage cinématique . . . . .	99
4.8	Réponse du modèle avec restauration de l'écrouissage ( $E = 3000 MPa$ ; $H = 80 MPa$ ; $\sigma_y = 0,1 MPa$ ; $\eta = 2500 MPa s$ ; $\eta_X = 10^6 MPa s$ ; $\sigma_{max} = 0,25 MPa$ ) . . . . .	100
4.9	Modèle proposé : surface de charge initiale . . . . .	102
4.10	Modèle 2M1C-BB, cas particuliers de $H_1$ et $H_2$ . . . . .	113
4.11	Modèle 2M1C-BB, cas particuliers de $a$ et $b$ . . . . .	114

4.12	Maillage du calcul non uniforme . . . . .	116
4.13	Evolution de la profondeur d'ornière . . . . .	117
4.14	Déformation de la structure après 1000 cycles de sollicitation . . . . .	117
4.15	Essais de [Brown et Cooper, 1980] . . . . .	120
4.16	Validation du modèle 2M1C-BB : fluage statique . . . . .	121
4.17	Validation du modèle 2M1C-BB : fluage cyclique . . . . .	122
5.1	Maillage du calcul CVCR . . . . .	137
5.2	Maillage du calcul ORNI . . . . .	137
5.3	Déformation de la structure après 100 cycles de sollicitation . . . . .	138
5.4	Evolution de la profondeur d'ornière . . . . .	139
A.1	Exemple numérique de la technique de saut de cycles . . . . .	149
B.1	Modèle 2M1C-BB : influence de $\beta$ . . . . .	152
B.2	Modèle 2M1C-BB : influence de $H_1$ . . . . .	153
B.3	Modèle 2M1C-BB : influence de $a$ . . . . .	154
B.4	Modèle 2M1C-BB : influence de $H_2$ . . . . .	155
B.5	Modèle 2M1C-BB : influence de $b$ . . . . .	156
B.6	Modèle 2M1C-BB : influence de $\eta_0$ . . . . .	157
B.7	Modèle 2M1C-BB : influence de $\eta_1$ . . . . .	158
B.8	Modèle 2M1C-BB : influence de $\eta_2$ . . . . .	159
B.9	Modèle 2M1C-BB : influence de $\eta_{X,0}$ . . . . .	160
B.10	Modèle 2M1C-BB : influence de $\eta_{X,1}$ ( $\eta_{X,0} = 10MPas$ ; $\eta_{X,2} = 2,25 \cdot 10^3$ ) . . . . .	161
B.11	Modèle 2M1C-BB : influence de $\eta_{X,2}$ ( $\eta_{X,0} = 10MPas$ ; $\eta_{X,1} = 10^{-3}$ ) . . . . .	161

# Introduction générale

La structure d'une chaussée est en général composée de trois groupes de couches superposées : les couches d'assises, la plate-forme support, et les couches de surface. Les couches d'assises sont constituées d'une couche de base et d'une couche de fondation souvent réalisées en matériaux granulaires non liés, elles constituent le corps de chaussée et servent à répartir les chargements mécaniques induits par le trafic et les transmettre à la plate-forme support. Les couches de surface comprennent essentiellement la couche de roulement, qui a pour rôle de protéger les couches d'assises des infiltrations et d'améliorer la qualité de la surface de la chaussée, elles peuvent être constituées par des couches d'enrobés ou une simple couche d'enduit.

Les matériaux bitumineux, qui sont des mélanges de granulats et de liant hydrocarboné, sont de très loin les plus utilisés pour constituer les enrobés des structures routières. Dans le mélange, le liant assume le rôle d'agent de cohésion entre les particules granulaires pour former un corps rigide. Les mélanges bitumineux sont thermiquement et cinétiquement susceptibles, propriétés héritées des caractéristiques du liant hydrocarboné. Ceci confère aux enrobés bitumineux une vaste variation du comportement mécanique suivant les sollicitations externes du trafic et des conditions environnementales, et différents modes de dégradations parmi lesquels la rupture par fissuration, l'endommagement ou la fatigue et l'orniérage. Ce travail consiste à étudier particulièrement le phénomène d'orniérage des enrobés bitumineux.

L'orniérage est un des principaux modes de dégradations des enrobés bitumineux. Il est associé au comportement irréversible des matériaux bitumineux et se traduit par l'apparition de déformations permanentes longitudinales sous le passage répété des véhicules, souvent accompagnées par de bourrelets sur les côtés. Ce phénomène pose des problèmes de sécurité routière, par temps sec, un orniérage important peut causer une gêne lors du changement de files. Par temps de pluie, l'eau dans les ornières peut provoquer des risques d'aquaplanage. En cas de problème avéré, les solutions d'entretien par rechargement et reprofilage sont souvent insuffisantes à long terme. Il est nécessaire de remplacer les matériaux orniérés par des matériaux plus appropriés, ce qui est souvent coûteux.

L'orniérage se produit principalement sous l'effet répété du trafic, couplé avec une température

élevée. Au cours des dernières décennies, l'augmentation du trafic lourd et l'évolution de la configuration des essieux des poids lourds ont favorisé l'apparition de l'orniérage sur des structures routières [Vestraeten, 1995, Odéon, 1995]. Bien que le choix de matériaux plus appropriés puisse améliorer la résistance des enrobés à l'orniérage, ce problème ne peut pas être totalement éradiqué. Il est alors nécessaire de tenir compte de la prédiction de l'orniérage des enrobés bitumineux lors du dimensionnement des structures routières.

Pendant longtemps, le comportement permanent des matériaux bitumineux a été considéré comme du "fluage par viscoélasticité" et était approché par des modèles viscoélastiques. Cependant, plusieurs études de [Grimaux, 1977, Campen et Smith, 1984, Corté *et al.*, 1997] et autres, ont montré que le squelette granulaire a un rôle important dans les mécanismes de formation des déformations permanentes et donc dans la résistance à l'orniérage des matériaux bitumineux. Les approches par la viscoélasticité sont alors inappropriées, car elles ne traitent pas correctement le rôle des composantes du mélange et les mécanismes des déformations permanentes.

La théorie de la viscoplasticité est plus appropriée et est donc appliquée depuis une vingtaine d'année à la modélisation du comportement irréversible des mélanges bitumineux. Plusieurs modèles viscoplastiques pour les matériaux considérés ont été proposés, parmi lesquels se trouvent les modèles de [Sides *et al.*, 1985, Scarpas *et al.*, 1997, Seibi *et al.*, 2001, Masad *et al.*, 2003] et autres. Ces modèles ont eu un certain succès pour la modélisation des déformations permanentes issues des chargements monotones. Cependant, ces modèles sont moins pertinents pour de la simulation des sollicitations cycliques, et le phénomène d'accumulation des déformations permanentes sous chargements répétés, l'origine de l'orniérage, doit souvent être pris en compte par des lois empiriques ou semi-empiriques.

Actuellement, les méthodes prédictives de l'orniérage se basent sur les modèles empiriques ou semi-empiriques où le comportement irréversible des structures des chaussées est déduit du comportement réversible et les relations avec des conditions de sollicitations : température, amplitudes de charges, nombre de passages... La méthode française de dimensionnement des chaussées ne tient pas encore compte du problème de l'orniérage [Corté, 1994]. La performance vis-à-vis de l'orniérage des enrobés bitumineux est principalement caractérisée par des essais de laboratoire [Grimaux, 1977, Brown *et al.*, 2001, Gubler *et al.*, 2004].

Face à ces problèmes, il est essentiel d'étudier le comportement permanent des matériaux bitumineux en vue d'introduire plus correctement les mécanismes des déformations permanentes et le phénomène d'accumulation de ces déformations sous sollicitations cycliques. Ceci permettra dans la suite de proposer une approche mécanique du problème d'orniérage des structures routières. Les objectifs de ce travail sont alors de :

- Proposer un modèle pour le comportement irréversible des matériaux bitumineux en se basant sur la théorie de la viscoplasticité pour prendre en compte correctement les mécanismes des

déformations permanentes des matériaux bitumineux.

- Proposer un modèle de prédiction de l'orniérage des chaussées bitumineuses basé sur le modèle de comportement précédent.

Ce travail est réalisé dans le cadre d'une thèse de l'École Nationale des Ponts et Chaussées en collaboration avec le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Nantes. Il est divisé en 5 chapitres.

Le premier chapitre est consacré à une synthèse bibliographique du comportement permanent des matériaux bitumineux. Ceci permet de montrer les mécanismes de déformations permanentes et des propriétés mécaniques à prendre en compte lors de la modélisation du comportement des matériaux considérés. Ce chapitre aborde également le phénomène d'orniérage des enrobés bitumineux en présentant la phénoménologie et les facteurs essentiels en vue d'une modélisation structurelle de l'ornière.

Dans le deuxième chapitre, un bilan des modèles pour le comportement permanent des matériaux bitumineux est présenté pour donner un point de vue sur l'état actuel de la modélisation du problème considéré. Avec les propriétés mécaniques résumées dans le premier chapitre, ceci montre la nécessité d'un modèle plus performant pour les matériaux bitumineux. Quelques généralités de la théorie de plasticité/viscoplasticité sont également présentées dans ce chapitre, comme bases de la modélisation ultérieure.

Le troisième chapitre se concentre sur la modélisation du comportement permanent sous sollicitations cycliques des matériaux bitumineux en utilisant un modèle de comportement basé sur la théorie de plasticité/viscoplasticité. Ce modèle se trouve dans la famille des modèles multi-mécanismes multi-critères qui ont prouvé leur pertinence vis-à-vis de la simulation des chargements cycliques. Ce modèle montre une certaine capacité lors de la modélisation des matériaux bitumineux, notamment sous sollicitations cycliques.

Le modèle multisurfacique proposé au troisième chapitre présente quelques défauts : des difficultés d'implantation numériques suite à des points singuliers de la frontière du domaine élastique, une faible qualité devant les chargements monotones et un nombre important de paramètres à identifier. C'est pour cela qu'une approche améliorée est proposée dans le quatrième chapitre avec un modèle monosurfacique multi-mécanisme. Ce nouveau modèle est capable de simuler non seulement des chargements cycliques mais aussi des sollicitations de type fluage statique. Quelques validations du nouveau modèle sont présentées pour prouver ses capacités et la pertinence de la nouvelle approche.

Le dernier chapitre présente l'approche du phénomène d'orniérage des structures routières. Dans ce chapitre, le modèle proposé dans le chapitre 4 est appliqué aux calculs structurels des ornières en utilisant la méthode développée par le LCPC et implémentée dans le code de calcul par éléments finis CESAR-LCPC.

Finalement, quelques conclusions sur le travail et les perspectives possibles sont abordées.

# Chapitre 1

## Bibliographie du comportement irréversible des matériaux bitumineux et des structures bitumineuses

### 1.1 Introduction générale

Les matériaux bitumineux sont des mélanges complexes dont les caractéristiques et les propriétés mécaniques varient suivant la composition volumétrique. Dans les structures routières, les matériaux bitumineux subissent des sollicitations de trafic et de température qui sont à l'origine de modifications de leur comportement d'une part, et de différents types de dégradations d'autre part.

Parmi ces derniers, l'accumulation des déformations permanentes est un facteur de détérioration majeur, produit par les sollicitations répétées du trafic couplées à une température élevée. L'impact de cet orniérage des couches de surface sur les caractéristiques de confort et de sécurité de la chaussée est très important.

Ce premier chapitre bibliographique aborde les points suivants :

- Une introduction générale des matériaux bitumineux.
- Le classement des types de comportement des matériaux bitumineux dans les structures routières.
- Les caractéristiques et les propriétés mécaniques des enrobés en relation avec l'apparition des déformations permanentes.
- L'orniérage des chaussées bitumineuses : les facteurs essentiels, l'aspect tensoriel du comportement des matériaux bitumineux dans les couches de chaussées.

Ces études bibliographiques serviront à l'analyse de base des facteurs à prendre en compte lors de la modélisation du comportement des matériaux bitumineux, mais également dans la modélisation structurelle de l'orniérage des chaussées.

## 1.2 Matériaux bitumineux

Les matériaux bitumineux utilisés dans les structures routières sont des matériaux composites complexes dont les composants principaux sont des composants minéraux (granulats, sables, filler...) et le liant hydrocarboné (bitume).

### 1.2.1 Compositions des matériaux bitumineux

#### 1.2.1.1 Composants minéraux

Les composants minéraux constituent environ 95% de la masse d'un enrobé bitumineux (80-85% du volume). Cette prépondérance des matériaux granulaires dans le mélange va fortement influencer les propriétés mécaniques.

Les granulats sont l'ensemble des sables, gravillons ou pierres concassées - qui proviennent du creusement d'un gisement ou d'une extraction à partir d'une roche mère compacte. Le granulats est utilisé soit comme matériau en vrac, soit après transformation (criblage, concassage, tamisage, dépoussiérage, lavage..). Pour constituer un squelette granulaire, plusieurs classes granulaires homogènes sont mélangées. La taille des éléments constituant un mélange de granulats définit sa granularité et est déterminante pour sa classification.

Le squelette minéral, constitué par l'ensemble des grains en contact, doit assurer la distribution des contraintes dans le mélange et la transmission des charges aux couches inférieures de la chaussée. Les caractéristiques géométriques des granulats, telles que la forme, l'angularité et l'état de surface, qui influencent directement la résistance des contacts aux déplacements et aux rotations relatifs des grains, ont donc un rôle déterminant. Par ailleurs, les grains minéraux doivent avoir une bonne résistance aux efforts statiques et dynamiques pour ne pas s'endommager sous les chargements. Les granulats doivent résister aux chocs et à la fragmentation, évalués par l'essai Los Angeles, à l'usure et à l'attrition, appréciée par l'essai micro-Deval. Il est aussi essentiel de considérer la compatibilité des granulats avec le liant, c'est-à-dire la qualité de l'adhésivité des granulats et du liant hydrocarboné. La compatibilité avec le liant résulte de la polarité naturelle de la surface, la porosité et la propreté des grains minéraux.

Le filler, ou les fines, est formé des composants minéraux très fins dont le diamètre supérieur est conventionnellement pris à 63 microns. Le filler provient soit du dépoussiérage de granulats

soit d'une production industrielle par mouture de roche. Possédant une grande surface spécifique ( $> 1000 \text{ kg/m}^2$ ), le filler absorbe une part importante du liant avec lequel il constitue le mastic. Le pouvoir rigidifiant du filler associé au liant apporte sa stabilité au mélange et participe à sa résistance.

En sus des caractéristiques physiques "classiques" : masse volumique, surface spécifique et teneur en vide, le filler est caractérisé par son pouvoir rigidifiant, qui est un indicateur de la participation du mastic à la résistance à l'orniérage, ainsi que par sa propreté.

### 1.2.1.2 Liants hydrocarbonés

On désigne sous le nom de liants hydrocarbonés des substances constituées essentiellement d'assemblage d'atomes de carbone et d'hydrogène qui, au contact de particules solides telles que les granulats, développent des forces d'adhésion et de cohésion, assurant de la sorte une certaine rigidité et une résistance à la déformation en traction. On distingue trois familles de liants hydrocarbonés : les liants naturels, les goudrons et les bitumes. De nos jours, on utilise principalement le bitume qui, provenant presque exclusivement du traitement des pétroles bruts dont il constitue la fraction la plus lourde, est un mélange complexe de composés hydrocarbonés [Shell Bitumes, 1991].

Le bitume est un matériau léger, ductile et souple doté de bonnes propriétés d'adhérence, de plasticité, d'élasticité. Il est insoluble dans l'eau et inerte à de nombreux agents chimiques.

La caractéristique principale du bitume est sa grande susceptibilité thermique et cinétique. La susceptibilité thermique désigne le changement des propriétés mécaniques d'un matériau avec la température. Le bitume qui est un liquide newtonien peu visqueux au dessus de  $80^\circ\text{C}$ , devient un solide élastique et fragile à basse température. Entre ces deux états extrêmes, le bitume est un matériau viscoélastique, linéaire ou non. La susceptibilité cinétique est liée aux variations des propriétés avec le temps d'application des charges. En pratique, ces durées d'application varient de plusieurs heures à quelques fractions de seconde sous les véhicules en mouvement. Les grandeurs mécaniques des bitumes sont fonction de ces deux paramètres. Ces deux paramètres influencent alors directement le comportement à long terme et la résistance des matériaux bitumineux une fois mis en place.

Les changements d'état provoqués par les susceptibilités thermique et cinétique s'accompagnent de risques de dégradations qui se manifestent dans l'enrobé sous diverses formes : déformations permanentes aux températures élevées ou durées de sollicitations longues, endommagement ou fatigue aux températures intermédiaires, fissuration thermique et ruptures fragiles aux basses températures et courtes durées d'application des charges. D'autre part, des évolutions chimiques internes des bitumes, appelées vieillissement, conduisent à un durcissement, accompagné d'une fragilisation, lors

de la mise en oeuvre (température élevée) et pendant la durée de service, à cause essentiellement des variations climatiques : température, radiations, pluies...

## 1.2.2 Formulation des matériaux bitumineux

Les matériaux bitumineux sont des mélanges en proportions bien définies, de composants minéraux, d'un liant bitumineux et d'éventuels additifs.

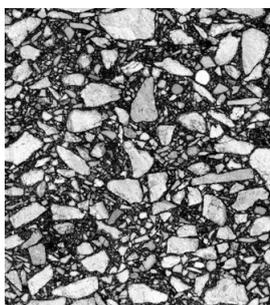


FIG. 1.1. *Matériaux bitumineux*

Dans le mélange bitumineux, le liant assure la cohésion entre les grains minéraux en les mouillant et les enrobant d'un film continu. Le squelette granulaire est l'ossature rigide du mélange. La distribution de taille de différents agrégats donne la composition granulométrique du squelette granulaire qui peut être continue ou discontinue selon la destination du mélange et les propriétés visées.

Le filler absorbe une part du liant introduit et forme le mastic qui est plus rigide et moins thermiquement et cinétiqument susceptible que le liant pur.

L'objectif du mélange des différentes classes granulaires est de constituer un squelette granulaire ayant un pourcentage de vides ni trop faible ni trop élevé. Un trop faible pourcentage de vide empêche l'introduction d'une quantité du liant suffisante pour enrober l'ensemble des grains sans saturer le mélange, et un pourcentage de vides élevé favorise le développement des déformations permanentes par post-compaction d'après [Grimaux, 1977, Cross et Brown, 1992], et autres.

Les matériaux bitumineux sont des matériaux polyphasiques fortement hétérogènes. Leur caractéristiques et propriétés mécaniques sont déterminées par les propriétés mécaniques et physiques des composants, et la composition volumétrique du mélange.

## 1.3 Comportement des matériaux bitumineux dans les structures routières

Afin d'apporter une vue générale sur les modes de dégradation ainsi que des types de comportement des matériaux bitumineux dans les couches de chaussées, les sollicitations externes auxquelles elles sont soumises sont présentées dans cette section, suivies par un classement des types de comportement des matériaux bitumineux.

### 1.3.1 Sollicitation des couches en enrobés bitumineux

Les principales sollicitations externes imposées sur les enrobés bitumineux sont les chargements mécaniques dus aux trafics et les sollicitations climatiques. Sous ces sollicitations, des phénomènes complexes, couplant mécanique, thermique, physique et chimie se produisent.

#### 1.3.1.1 Effet du trafic

L'effet du trafic est issu du passage des véhicules qui imposent un chargement sur la surface de la chaussée sous forme de chargements surfaciques répétés. Les amplitudes de chargement sont faibles, produisant des déformations de l'ordre de  $10^{-3}$ . Le calcul des efforts et des déformations, effectué par un modèle multicouche élastique linéaire isotrope, donne une bonne approximation des modes de fonctionnement de chaque couche suivant sa position en profondeur dans la structure (figure 1.2).

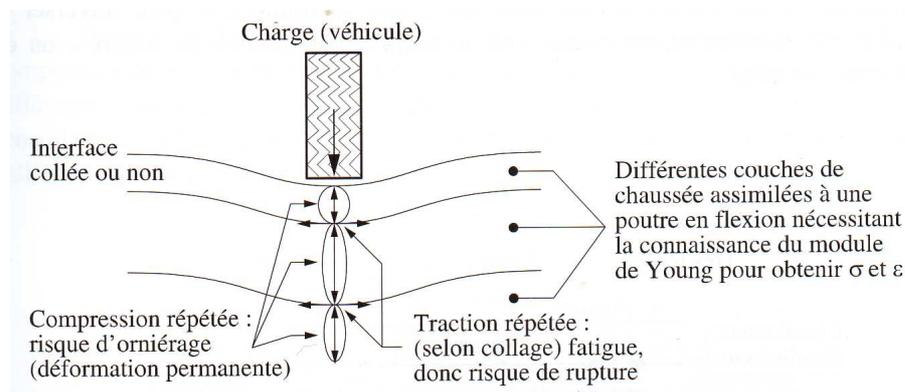


FIG. 1.2. Sollicitations induites par le trafic [Di Benedetto et Corté, 2005]

Sous les sollicitations cycliques du trafic, la base des couches structurales subit une traction répétée qui peut créer des microdégradations et entraîner la ruine des couches. Ce phénomène de fatigue peut entraîner des fissures au travers de la chaussée. Dans le même temps, la partie

supérieure de chaque couche est soumise aux efforts de compression répétée qui peuvent entraîner des déformations permanentes induisant un orniérage à la surface de la chaussée.

### 1.3.1.2 Effet de la température

Outre les chargements mécaniques, les chaussées subissent des chargements consécutifs aux variations de la température. Ces variations thermiques entraînent des changements de la rigidité du mélange : à température basse le mélange bitumineux est rigide et fragile tandis qu'à haute température la rigidité du mélange chute et que sa ductilité augmente.

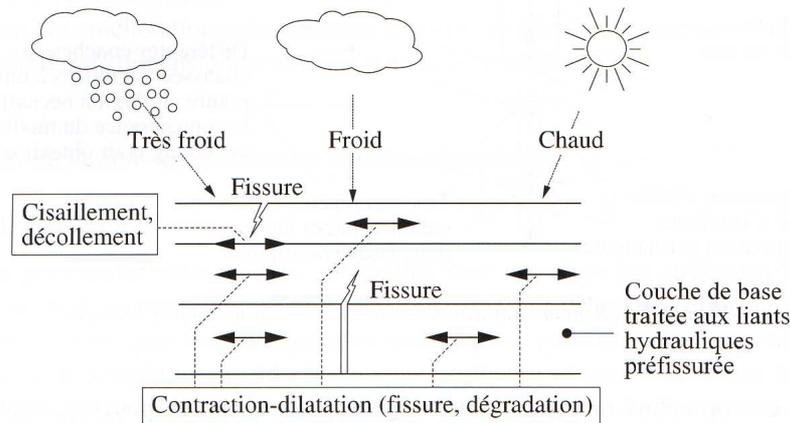


FIG. 1.3. Sollicitations induites par la température [Di Benedetto et Corté, 2005]

D'autre part, le changement de température peut entraîner des contraintes et des déformations au sein des matériaux en raison des contractions-dilatations thermiques (Fig. 1.3). Ce phénomène est particulièrement important : il peut provoquer des fissures dues aux cycles thermiques à basses températures ou des dégradations aux interfaces entre des couches.

### 1.3.2 Classement des types de comportement des matériaux bitumineux

Le comportement des matériaux bitumineux dans les structures routières varie largement suivant les conditions de chargements et le climat. [Di Benedetto et Corté, 2005] classifient les types de comportement des enrobés bitumineux suivant l'amplitude de déformation et le nombre de cycles de chargement, comme suit (Fig. 1.4).

- Pour un faible nombre de cycles de chargement et des déformations élevées (quelques pourcents), le comportement est fortement non linéaire.
- Pour des chargements comprenant quelques centaines de cycles et des déformations faibles ( $< 10^{-4}$ ), le comportement est considéré, en première approximation, viscoélastique linéaire.

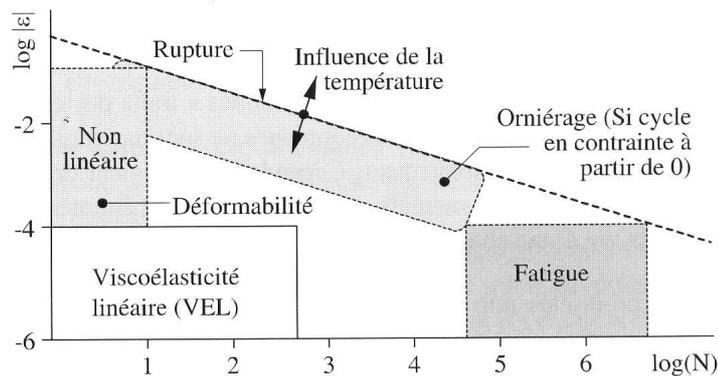


FIG. 1.4. Types de comportement des matériaux bitumineux [Di Benedetto et Corté, 2005]

- Le phénomène de fatigue se produit lors de chargements de plusieurs dizaines de milliers de cycles et des déformations "faibles" qui favorisent le développement de l'endommagement.
- La production et l'accumulation des déformations irréversibles sous un grand nombre de cycles de chargements favorisé par une température élevée est le quatrième type de comportement.

La figure 1.4 montre un ordre de grandeur des différents domaines de comportement pour une température fixée. Les frontières indiquées peuvent varier sensiblement selon le matériau, la température et le chemin de sollicitation.

## 1.4 Caractéristiques et propriétés mécaniques des matériaux bitumineux

Les caractéristiques et les propriétés mécaniques des matériaux bitumineux varient largement suivant les conditions de formulations, de température et de chargement. Dans cette section, seules les caractéristiques et propriétés mécaniques ayant des relations avec les phénomènes d'orniérage sont présentées.

### 1.4.1 Susceptibilité thermique et cinétique

Bien que la quantité de liant bitumineux dans le mélange soit faible par rapport aux composants minéraux, il apporte au mélange la susceptibilité thermique et la susceptibilité cinétique. La susceptibilité thermique et cinétique du mélange bitumineux se traduisent sous forme d'un changement de ses propriétés mécaniques : le module de rigidité, la résistance aux déformations permanentes,... en fonction de la température et du temps d'application des charges.

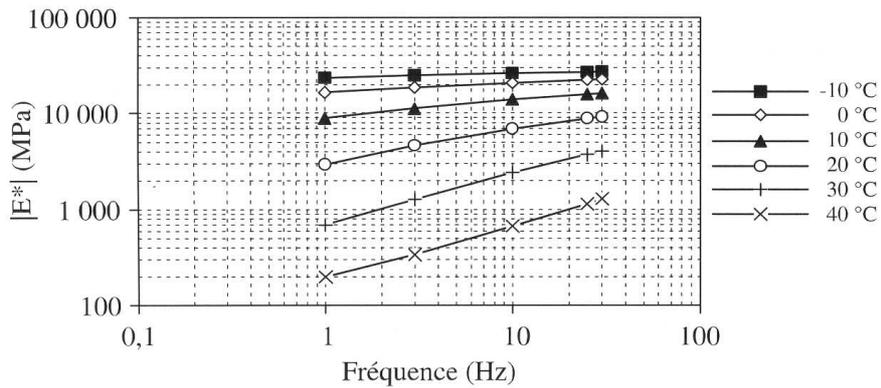


FIG. 1.5. Isothermes du module complexe [Di Benedetto et Corté, 2005]

Dans le domaine fréquentiel, des essais de lois de chargement sinusoïdales mettent en évidence les variations du module de rigidité  $|E^*|$  (module du module complexe  $E^*$ ) des matériaux bitumineux suivant les température et les fréquences de chargement (figure 1.5). Ce sont les deux paramètres qui influencent le plus la valeur du module de rigidité  $|E^*|$ , plus la température et/ou la durée de sollicitation sont élevées plus le module de rigidité est faible.

L'angle de phase  $\varphi$ , paramètre caractérisant le déphasage entre le chargement fréquentiel et la déformation, varie également avec la température (figure 1.6). Il augmente avec la température jusqu'à une valeur de température palier puis diminue au-delà. Cela peut être expliqué par le fait qu'au-delà d'une certaine température, le bitume devient suffisamment fluide pour ne plus intervenir dans la rigidité du mélange, il joue le rôle de lubrifiant entre des grains minéraux et le comportement tend vers celui d'un matériau granulaire non lié [Di Benedetto et Corté, 2005].

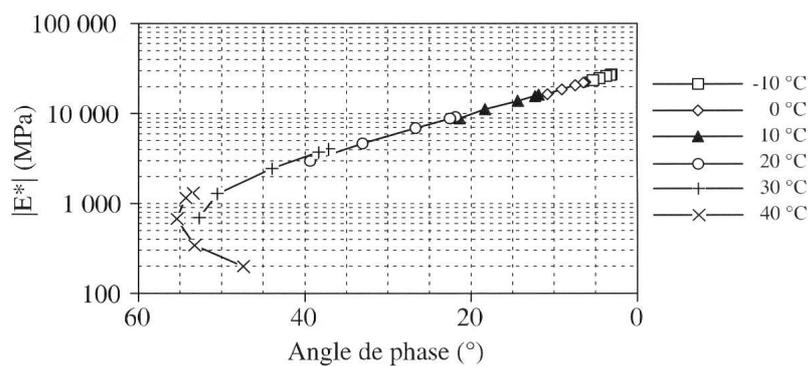


FIG. 1.6. Module complexe dans l'espace de Black [Di Benedetto et Corté, 2005]

Le module de rigidité du mélange est influencé également par les paramètres de composition. La teneur en liant influence la compacité du mélange, son augmentation conduit à une augmenta-

tion du module de rigidité du mélange jusqu'à une valeur optimale et au-delà de cette limite, le module diminue [Moutier, 1991]. L'augmentation du volume relatif de granulats donne un module de rigidité plus élevé [Jackson et K. Dhir, 1996]. Il est également observé que la diminution de la teneur en vides va améliorer le mélange avec une rigidité plus élevée et une susceptibilité thermique plus faible [Soliman, 1976, Moutier, 1992].

La relation entre le module de rigidité des mélanges bitumineux  $|E^*|$  et les propriétés du liant, en particulier le module de rigidité  $S_{bit}$ , est pertinente. [Jackson et K. Dhir, 1996] donne une évaluation de  $|E^*|$  à partir de  $S_{bit}$  dans la zone où ce module est relativement élevé (figure 1.7). A une température et une fréquence donnée, plus le bitume est dur et plus le module de rigidité du mélange est élevé [Francken, 1977, De la Roche *et al.*, 1994].

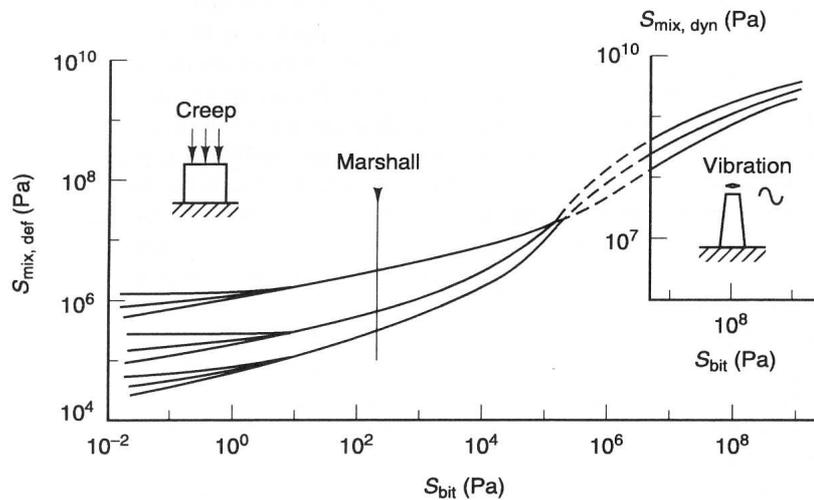


FIG. 1.7.  $E^*$  en fonction de  $S_{bit}$  pour différents mélanges [Jackson et K. Dhir, 1996]

La résistance des matériaux bitumineux à l'orniérage dépend également de la température. Aux basses températures, le bitume est rigide, la résistance de cohésion des éléments est alors élevée, le mastic contribue à rigidifier le mélange, et la résistance du mélange est élevée. À température élevée, le bitume devient plus visqueux, la force de cohésion est alors affaiblie, la résistance à la déformabilité du squelette granulaire ainsi que du mastic est diminuée, le mélange devient beaucoup plus déformable (figure 1.8).

Le niveau de déformation permanente est également sensible aux durées d'application des charges. Les essais de compression simple à différentes vitesses de chargement, figure 1.9, montrent que plus la vitesse est faible, plus le niveau de déformation atteint est élevé [Erkens et Poot, 1998].

Le fluage est un autre phénomène qui exprime les propriétés visqueuses des matériaux bitumineux [Hill, 1973, Van de Loo, 1974]. Les essais de fluage statique avec ou sans confinement mettent

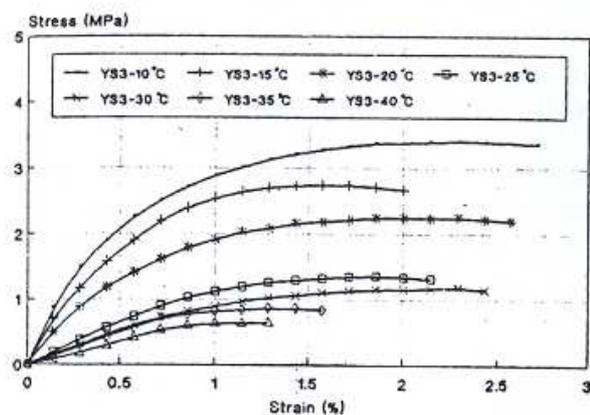


FIG. 1.8. Essais de compression simple [Yan et Lu, 1997]

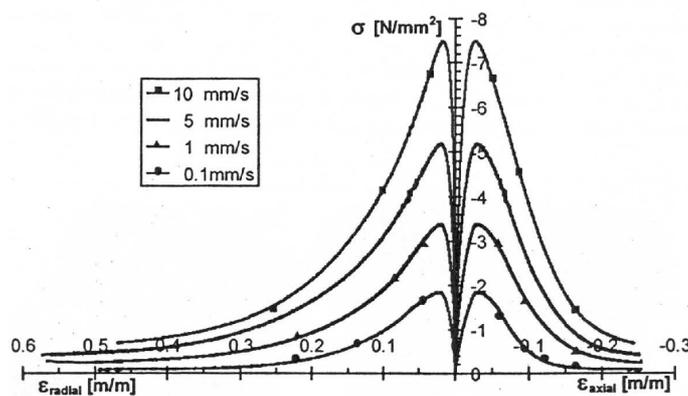


FIG. 1.9. Essais de compression simple à différentes vitesses [Erkens et Poot, 1998]

en évidence des déformations qui évoluent avec la durée d'application d'une charge constante (figure 1.10).

#### 1.4.2 Rôle des contraintes de confinement

Etant constitués de granulats liés par le liant bitumineux, les mélanges bitumineux présentent certaines propriétés mécaniques proches de celles des matériaux granulaires secs. Parmi les propriétés à prendre en compte, le rôle des contraintes de confinement est important. Les essais de fluage statique et dynamique à différents niveaux de confinement ont montré une rigidification des matériaux bitumineux sous l'action des pressions de confinement (figure 1.10).

La pression de confinement a tendance à densifier la structure granulaire des matériaux bitumineux et, en conséquence, fait augmenter le module de rigidité et la résistance aux déformations

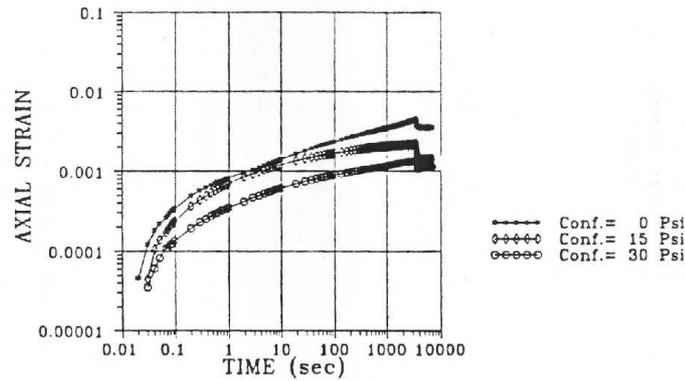


FIG. 1.10. Essais de fluage statique [Sousa et Weissman, 1994]

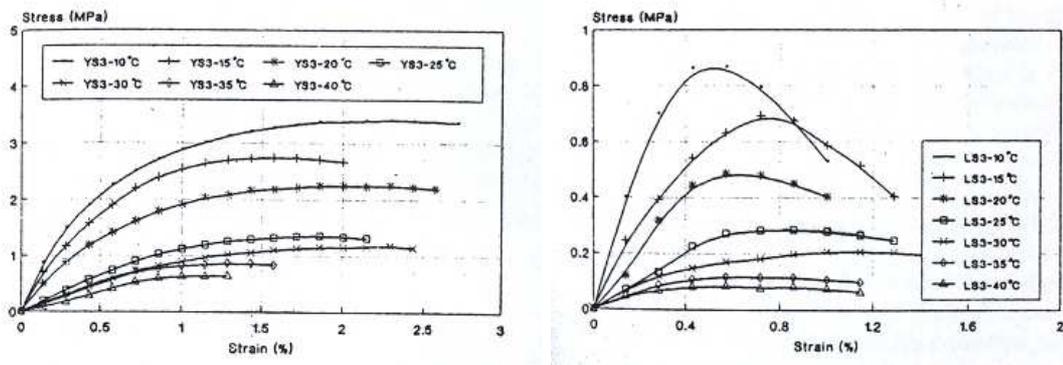


FIG. 1.11. Différents comportements en traction et en compression [Yan et Lu, 1997]

[Sousa et Weissman, 1994]. Au contraire, sous les efforts de traction, l'adhérence entre des granulats, qui est assurée par le liant et/ou les efforts de frottement entre les granulats eux-mêmes, est affaiblie, la résistance des matériaux bitumineux est alors diminuée.

Un aspect issu de cette propriété est la différence entre le comportement en traction et celui en compression. Les essais de compression et de traction simple montrent que les limites d'élasticité, les niveaux de déformations et les contraintes à la rupture sont différents (figure 1.11).

### 1.4.3 Variation volumique

Les matériaux bitumineux sont compressibles : ce sont des matériaux hétérogènes ayant une certaine teneur en vides et c'est cette dernière qui règle le niveau de compressibilité du mélange. Une mauvaise compacité - trop de vide - peut entraîner une densification (post-compactage) considérable au début de la vie des enrobés bitumineux pour réduire le volume de vides dans le mélange.

D'autre part, les matériaux bitumineux sont des matériaux granulaires. Sous les efforts de cisaillement, des rotations et/ou des déplacements relatifs des agrégats se produisent, entraînant des dilatations. Des observations sur les essais de cisaillement alterné à hauteur constante montrent une augmentation de la contrainte axiale pour conserver la hauteur de l'éprouvette, avec l'augmentation des déformations de cisaillement (voir figure 1.12).

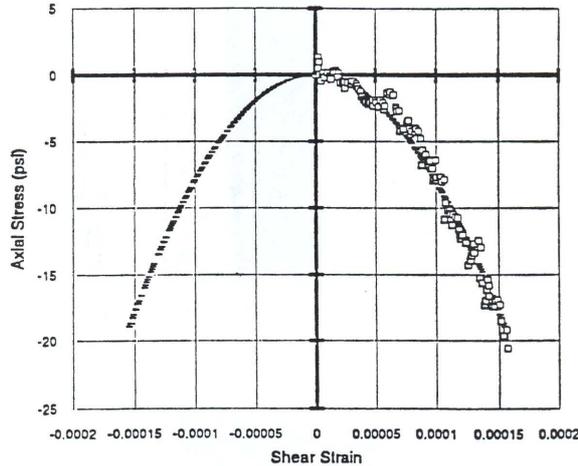


FIG. 1.12. Variation de la contrainte axiale avec la déformation de cisaillement dans un essai de cisaillement alterné à hauteur constante [Sousa et Weissman, 1994]

On peut également observer ces tendances d'évolution volumique des matériaux bitumineux sur les essais de fluage cycliques avec ou sans confinement.

#### 1.4.4 Déformations permanentes

La plupart des matériaux sont susceptibles de supporter des déformations permanentes dans leur comportement. C'est le cas des matériaux bitumineux. De plus, la formation des déformations permanentes dans les mélanges bitumineux est compliquée par la composition polyphasique ainsi que par la susceptibilité thermique et cinétique.

##### 1.4.4.1 Mécanisme de formation des déformations permanentes

L'origine des déformations permanentes des matériaux bitumineux est souvent attribuée au seul fluage du liant bitumineux [Odéon, 1995, Vestraeten, 1995]. Dans cette approche, les déformations permanentes proviennent des déformations par fluage, sous les effets du couplage entre température élevée et chargement de longue durée [Odéon, 1995]. Les déformations permanentes des matériaux bitumineux sont souvent modélisées par des modèles de type fluage viscoélastique.

Bien qu'il existe une relations certaine entre le phénomène de fluage et la formation des déformations permanentes que l'on peut observer à partir des essais de fluage statique, la conception des déformations permanentes par fluage n'est pas exhaustive : elle ne prend pas en compte le rôle du squelette granulaire, comme le montre la faible corrélation entre les résultats des essais de fluage statique et le niveau d'orniérage des enrobés bitumineux [Brown *et al.*, 2001].

Dans le cadre de ces travaux, des mécanismes de formation des déformations permanentes de type plastique et viscoplastique seront abordés de manière à prendre correctement en compte le rôle et l'influence de chaque composant du mélange.

### **Déformation visqueuse du liant bitumineux**

Il est nécessaire de rappeler que le liant bitumineux possède un comportement qui est thermiquement et cinétiquement susceptible. Sous une température élevée et/ou une longue durée d'application de charge, le liant bitumineux réagit asymptotiquement comme un fluide visqueux. C'est avant tout dans ces propriétés visqueuses du liant bitumineux que réside l'origine physique des déformations permanentes des matériaux bitumineux. Une fois suffisamment fluidifié, le liant agit comme un agent de lubrification plutôt que de cohésion entre des agrégats, et ceci permet au squelette granulaire de se déformer plastiquement.

Ce phénomène est vérifié en observant le comportement d'autres matériaux granulaires, comme les bétons hydrauliques, les roches ou les bétons bitumineux eux-mêmes à basses températures dont la relation entre les agrégats du squelette granulaire est de type rigide et ne se déforme pas facilement [Heck, 2001, Di Benedetto et Corté, 2005].

Ceci explique la relation importante entre la viscosité du liant et le niveau de déformations permanentes des matériaux. Pour cette raison, l'orniérage des couches bitumineuses est souvent appelé par la profession "orniérage par fluage". Mais il est nécessaire de noter que cette terminologie n'est ici justifiée que dans la mesure où l'on tient compte de l'hétérogénéité des mélanges bitumineux et que l'on n'utilise le terme que pour qualifier le comportement du liant [Heck, 2001, Di Benedetto et Corté, 2005].

### **Déformation plastique du squelette granulaire : mécanisme de cisaillement**

Les charges mécaniques appliquées sur les matériaux bitumineux sont distribuées soit par les contacts entre les granulats, soit par le mastic qui remplit les espaces entre les agrégats. La résistance des contacts entre les granulats est engendrée par les interblocages entre grains et par la cohésion apportée par le liant [Jackson et K. Dhir, 1996].

Lorsque le liant devient plus visqueux et agit comme un lubrifiant, les contacts qui assurent la rigidité du squelette granulaire des matériaux bitumineux deviennent faibles. En même temps,

le mastic est également moins rigide. Le squelette granulaire peut alors se déformer plastiquement suite aux déplacements relatifs des agrégats par translations et/ou rotations [Heck, 2001, Christensen et Bonaquist, 2002]. Ceci réarrange le squelette granulaire en densifiant l'ensemble et/ou en augmentant les interblocages des agrégats, de telle sorte que le mélange se rigidifie jusqu'à un certain niveau.

Les translations et les rotations relatives des granulats peuvent se produire notamment sous l'action des efforts de cisaillement favorisées par la fluidité du liant. Ce mécanisme est alors fortement influencé par la température et est bloqué aux basses températures comme le montrent les études expérimentales.

#### 1.4.4.2 Résistance aux déformations permanentes des matériaux bitumineux

La résistance aux déformations permanentes est un paramètre important d'un matériau. Elle caractérise la limite du domaine d'élasticité et est indispensable pour construire des modèles de comportement plastique. La résistance et la rigidité des matériaux sont des propriétés nettement différentes : le premier paramètre désigne la capacité des matériaux à résister à une charge sans défaillance tandis que le deuxième représente le rapport entre la charge appliquée et la déformation résultante.

Cependant, plusieurs méthodes de prédiction des déformations permanentes des matériaux bitumineux s'appuient sur la rigidité [Christensen et Bonaquist, 2002], corrélant un faible module de rigidité à une faible résistance à l'orniérage du mélange. Pourtant, l'orniérage résulte de petits changements au niveau du squelette granulaire, qui peuvent être considérés comme un type de dommage aux matériaux. [Christensen et Bonaquist, 2002] considèrent alors que la résistance serait un aussi bon ou même meilleur paramètre de caractérisation de la résistance à l'orniérage d'un mélange. En outre, les essais de module de rigidité sont souvent faits à un faible niveau de déformations, en conditions linéaires. Le module de rigidité n'est donc pas représentatif des déformations permanentes qui sont relativement grandes et non linéaires.

En considérant le mécanisme de formation des déformations permanentes des mélanges bitumineux comme résultats des déformations plastiques du squelette granulaire accompagnées et/ou favorisées par des déformations visqueuses du liant enrobant les particules, la résistance des mélanges bitumineux dépend naturellement de la cohésion et de l'angle de frottement interne, deux paramètres qui caractérisent les mécanismes précédemment décrits. Ceci met également en évidence le rôle des contraintes de confinement qui contribuent au frottement interne entre les granulats.

La théorie de Mohr-Coulomb peut permettre d'analyser la résistance des enrobés bitumineux. La résistance des matériaux est considérée comme fonction de la cohésion  $c$  et de l'angle de frottement interne  $\phi$ , équation (1.1) pour un cas de chargement simple. La résistance des matériaux

bitumineux peut alors être déterminée à partir de deux paramètres  $c$  et  $\phi$ .

$$\tau_{max} = c + \sigma_N \cdot \tan\phi \quad (1.1)$$

où :

- $\tau_{max}$  est la contrainte de cisaillement admissible.
- $c$  est la cohésion.
- $\phi$  est l'angle de frottement interne.
- $\sigma_N$  est la contrainte normale (confinement).

Bien que ces conceptions semblent peu utilisées, elles ont été développées dans les années 1940s par [McLeod, 1948, Smith, 1949]. [McLeod, 1948] a proposé une formule de la capacité portante des chaussées bitumineuses en se basant principalement sur la capacité portante des sols avec des modifications et simplifications (eq. (1.2)) :

$$V = \frac{4c}{1 - \sin\phi} \sqrt{\frac{1 + \sin\phi}{1 - \sin\phi}} \quad (1.2)$$

où  $V$  est la charge verticale maximale que la chaussée peut supporter. Pourtant, cette approche a été abandonnée, suite à des difficultés expérimentales lors de la détermination des paramètres  $c$  et  $\phi$  des matériaux bitumineux.

Récemment, [Fwa *et al.*, 2001, Christensen et Bonaquist, 2002, Zaniewski et Srinivasan, 2003] ont réétudié cette approche en proposant la résistance aux déformations permanentes comme un paramètre de performance important vis-à-vis de l'ornièrage. [Christensen et Bonaquist, 2002] ont proposé une méthode simplifiée pour déterminer  $c$  et  $\phi$  des mélanges bitumineux par utilisation des résultats des essais de traction indirecte et des essais de compression uniaxiale. La cohésion et l'angle de frottement sont obtenus par les équations (1.3), (1.4) et (1.5) :

$$a_1 = \frac{|\sigma_{UUC}| - 4|\sigma_{UIDT}|}{|\sigma_{UUC}| - 2|\sigma_{UIDT}|} \quad (1.3)$$

$$\phi = \sin^{-1}(a_1) \quad (1.4)$$

$$c = \frac{(2 - a_1) \cdot \sigma_{UIDT}}{\cos\phi} \quad (1.5)$$

où :

- $a_1$  : paramètre de pente
- $\sigma_{UUC}$  : la résistance à la compression sans confinement
- $\sigma_{UIDT}$  : la résistance à la traction indirecte

Les identifications des paramètres de cohésion et de frottement interne restent cependant difficiles. La question de l'existence de la résistance ou la limite d'élasticité des matériaux bitumineux et la méthode pour les identifier, notamment à haute température, restent encore sans réponse convenable.

### 1.4.5 Rochet sous chargement cyclique

Le comportement des matériaux bitumineux sous chargement cyclique est important, car le trafic impose ce type de chargement sur les chaussées bitumineuses. Les observations expérimentales de laboratoire montrent que, sous sollicitations cycliques, les matériaux bitumineux semblent avoir une réponse de type rochet plastique, avec l'apparition et l'accumulation des déformations permanentes avec le nombre du cycles de chargements sans adaptation ni accomodation des cycles.

[Neifar et Di Benedetto, 2000] ont réalisé des essais de fluage cycliques sans confinement avec des phases de chargements cycliques suivies par des phases de repos suffisamment longues pour éliminer totalement les déformations réversibles. Les éprouvettes sont de forme cylindrique. Les résultats obtenus montrent la tendance à l'évolution des déformations moyennes en fonction de nombre de cycles de chargement (figure 1.13). Les déformations recommencent à augmenter après chaque phase de repos. La recouvrance observée à chaque phase de repos est probablement liée aux propriétés visqueuses des mélanges bitumineux.

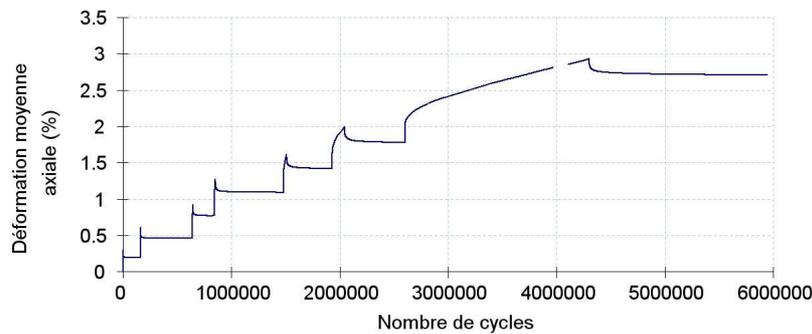


FIG. 1.13. Evolution des déformations moyennes axiales [Neifar et Di Benedetto, 2000]

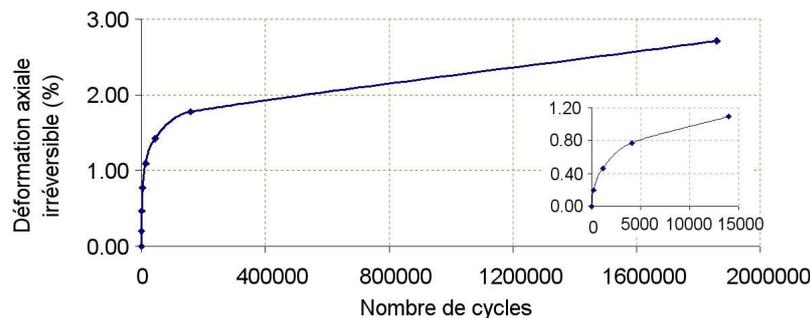


FIG. 1.14. Evolution des déformations permanentes axiales [Neifar et Di Benedetto, 2000]

La déformation axiale permanente, figure 1.14, a tendance à s'accumuler avec le nombre de cycles de chargement et le comportement n'atteint pas d'état stabilisé même après un très grand

nombre de cycles de chargement, avec une vitesse d'évolution qui diminue avec le nombre de cycles, mais reste toujours positive. Ceci est également observé sur l'évolution de la déformation radiale. Les essais de fluage cycliques avec confinement de [Brown et Cooper, 1980] ont montré la même tendance d'évolution des déformations permanentes.

D'après [Sousa et Weissman, 1994], le fluage statique a tendance à stabiliser le matériau bitumineux en générant plus de blocages intergranulaires dans le squelette, tandis que le chargement cyclique ne permet pas l'occurrence de blocages (figure 1.15).

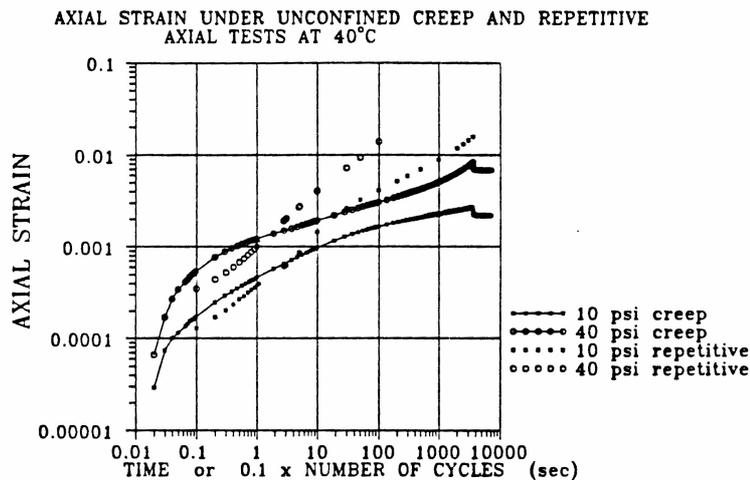


FIG. 1.15. Comparaison entre le comportement sous chargement cyclique et le comportement sous chargement de fluage statique [Sousa et Weissman, 1994]

## 1.5 Orniéage des chaussées bitumineuses

### 1.5.1 Phénoménologie de l'orniéage

L'orniéage désigne de façon générale les phénomènes de déformations permanentes du profil transversal des chaussées, qui apparaissent et croissent sous les sollicitations du trafic.

Les déformations du profil transversal des chaussées bitumineuses peuvent provenir des tassements des couches structurelles de matériaux non liés et/ou des déformations des couches de béton bitumineux se trouvant proche de la surface. Le tassement des couches de base s'observe principalement sur les chaussées souples et se traduit généralement par des ornières à "grand rayon", parfois appelé "orniéage structurel". Les déformations des couches de surface en béton bitumineux se produisent plutôt sur les chaussées épaisses et apparaissent sous forme d'ornières à "petit rayon" de la largeur de la bande de roulement, accompagnées par des bourrelets latéraux.

Dans le cadre de ces travaux, on s'intéresse à l'orniérage à "petit rayon" provoqué par le comportement irréversible des couches des matériaux bitumineux.

L'orniérage des couches bitumineuses représente, aux côtés de l'endommagement et de la fissuration par fatigue, l'un des principaux modes de dégradation potentiels des chaussées, car il entraîne des problèmes de sécurité et de confort au roulement (risques d'aquaplanage notamment). En cas de problème d'orniérage avéré, les solutions d'entretien par rechargement et reprofilage s'avèrent souvent insuffisantes à long terme [Heck, 2001, Di Benedetto et Corté, 2005].

Pour bien clarifier les différents aspects du problème, il est indispensable d'étudier les aspects de contrainte et de déformation sous sollicitations de trafic, qui illustrent les variations des états de contrainte au passage d'une charge roulante et la complexité du problème. Ensuite les facteurs déterminants du phénomène sont présentés suivis par les essais de simulation d'ornière.

## 1.5.2 Evolutions des contraintes sous chargement du trafic

### 1.5.2.1 États de contrainte des couches de chaussée sous un chargement simple

Les sollicitations du trafic imposent sur une partie de la surface de chaussée une charge surfacique roulante. A un moment donné, les états de contrainte dans une couche de la chaussée varient en fonction de la profondeur  $z$  et peuvent être calculés avec des modèles élastiques, en considérant la chaussée comme une structure multicouche (figure 1.16).

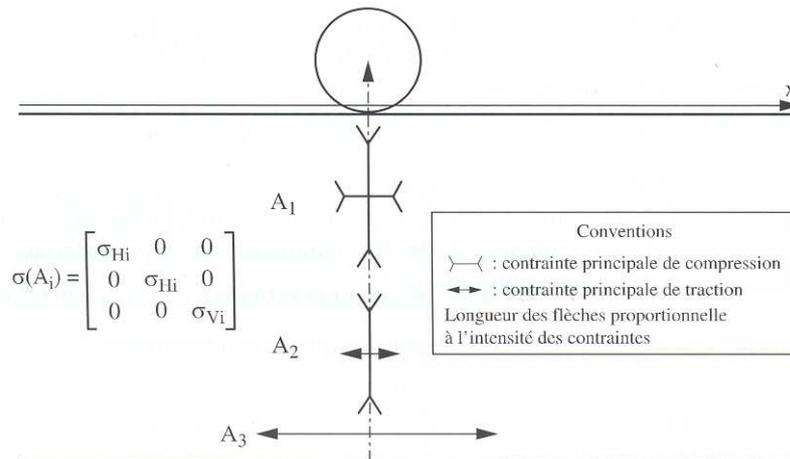


FIG. 1.16. États de contrainte dans les couches bitumineuses d'une chaussée, calculs effectués à l'aide du logiciel Alizé du LCPC [Di Benedetto et Corté, 2005]

La partie inférieure de la couche considérée subit une traction biaxiale horizontale ( $\sigma_{h3} < 0; \sigma_{v3} \approx 0$ ). Cet état de contrainte ressemble à l'état de travail d'une plaque en flexion et peut

entraîner de la fatigue. D'après [Heck, 2001, Di Benedetto et Corté, 2005], la question de l'apparition des déformations permanentes sous la répétition de tels états de contrainte peut être considérée comme ouverte : il est possible que de tels niveaux de contraintes puissent engendrer des déformations irréversibles en extension suivant les directions horizontales et par effet Poisson des déformations permanentes de contraction suivant la direction verticale.

En revanche, la partie supérieure de la couche considérée est en compression suivant les directions verticale et horizontale avec une contrainte verticale en général sensiblement supérieure. La répétition de tels états de contrainte engendre sans doute un tassement vertical et une dilatation horizontale par effet de compensation de volume.

La portion au milieu de la couche est dans un état de transition entre les deux états ci-dessus, qui se traduit par une diminution de la contrainte verticale de compression et une augmentation du déviateur. [Di Benedetto et Corté, 2005] estiment que ce type de situation est particulièrement déstabilisant pour les matériaux et peut entraîner des déformations permanentes à vitesses relativement importantes, ce qui montre que l'orniéage n'est pas strictement cantonné à la partie supérieure des chaussées.

### 1.5.2.2 Chemins de contraintes sous charges roulantes

Les charges roulantes posent des problèmes d'évolution des états de contraintes dans les couches de la chaussée, dont l'intensité et les directions principales des contraintes. L'évolution de l'intensité des contraintes est représentée par le chemin de contrainte qui est souvent tracé dans le plan contrainte hydrostatique - contrainte déviatorique -  $(p, q)$ . Il est tracé par représentation paramétrique des quantités  $p(t)$  et  $q(t)$  aux points considérés lors du passage d'une charge roulante le long de l'axe  $x$  de la chaussée, de  $x = -\infty$  à  $x = +\infty$  (figure 1.17). La figure 1.18 décrit les variations des directions principales du tenseur des contraintes en fonction de la distance  $x$  de la charge au point considéré.

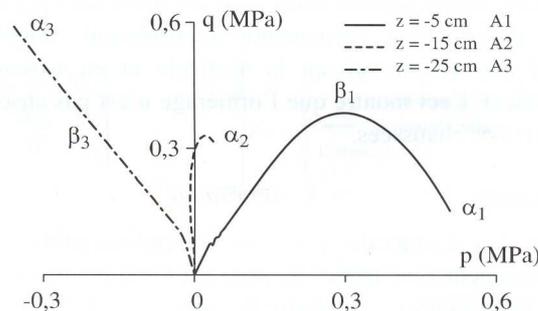


FIG. 1.17. Chemins de contraintes à différentes profondeurs dans une couche bitumineuse de chaussée [Di Benedetto et Corté, 2005]

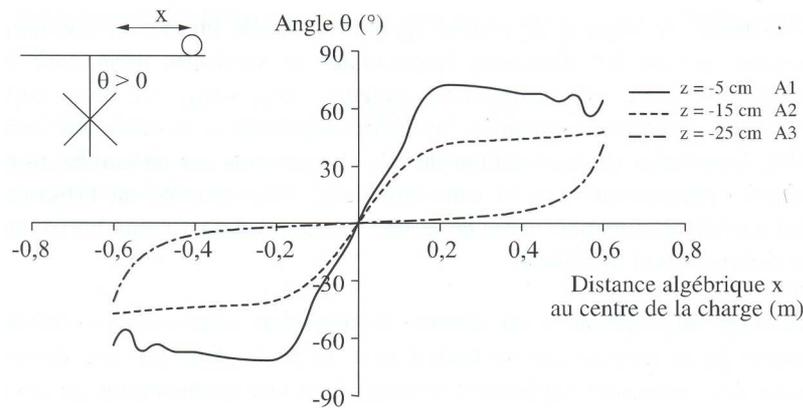


FIG. 1.18. Angle des directions principales des contraintes avec la verticale en fonction de la distance de la charge au point considéré [Di Benedetto et Corté, 2005]

Les courbes dans le plan  $(p, q)$  ont une origine 0 correspondant à l'état complètement déchargé de la chaussée lorsque la charge se situe à  $\pm\infty$ . Les autres extrémités des courbes, notées par  $\alpha_i$ , correspondent aux états de contrainte lorsque la charge se trouve à l'aplomb des points considérés, dans un calcul élastique quasi-statique. Lors du déplacement de la charge de  $x = -\infty$  à  $x = 0$ , le chemin de contrainte en un point  $A_i$  est le segment  $0\alpha_i$  de la courbe, tracé de 0 à  $\alpha_i$ . Le chemin de contrainte lors du mouvement de la charge de  $x = 0$  à  $x = -\infty$  est ce même segment mais décrit dans le sens inverse [Heck, 2001].

Au sommet de la couche, le chemin de contrainte montre un sommet  $\beta_1$  atteint au moment où le bord de la charge se situe à l'aplomb du point  $A_1$ . Les déformations permanentes, origine des ornières, se produisent principalement sous le bord des charges (sommet  $\beta_1$ ), où les composantes de cisaillement des contraintes sont plus importantes que celles de confinement, plutôt que sous leur centre géométrique où les contraintes de confinement sont grandes et renforcent les matériaux au lieu de les plastifier, sauf les densifications initiales (post-compactage) [Heck, 2001]. Dans cette partie de la couche, la rotation du tenseur des contraintes est forte, ce qui est également susceptible d'amplifier la formation des déformations permanentes par effet de "pétrissage".

Aux côtes intermédiaires de la couche, le chemin de contrainte présente une composante hydrostatique faible et une composante déviatorique dominante qui bascule du demi plan  $p > 0$  au demi plan  $p < 0$ . Ces schémas de sollicitation sont également susceptibles d'entraîner des déformations plastiques considérables.

### 1.5.3 Facteurs déterminants de la formation des ornières dans les couches bitumineuses

La complexité du comportement permanent des matériaux bitumineux provient de la complexité de leur composition. La formation des déformations permanentes des matériaux bitumineux, cause du phénomène d'orniéage, est influencée par plusieurs facteurs, parmi lesquels on peut trouver les facteurs de formulation des mélanges : la nature des composants, la composition volumétrique du mélange, les interactions entre les composants, et les facteurs de sollicitations externes, principalement la température et les chargements mécaniques.

#### 1.5.3.1 Influence du liant

##### Nature du liant

La nature du liant, qui influence ses propriétés mécaniques, a une part importante dans la résistance à l'orniéage des matériaux bitumineux. La susceptibilité thermique, qui caractérise le niveau de variation des propriétés mécaniques des matériaux bitumineux, notamment à hautes températures, dépend strictement de la même propriété du liant utilisé : plus le liant est thermiquement susceptible, plus le mélange l'est. D'autre part, les propriétés mécaniques du liant, à côté de celles des composants minéraux, influencent la rigidité et la résistance aux déformations permanentes des mélanges bitumineux.

Des études expérimentales [Vanelstraete et Francken, 1994, Corté *et al.*, 1997] montrent que l'utilisation des liants plus durs et moins susceptibles à la température diminue considérablement les risques d'orniéage (figure 1.19), par contre elle peut poser des problèmes de fragilisation du mélange à basses températures.

L'utilisation des liants modifiés améliore nettement la résistance des mélanges aux déformations permanentes. Les liants modifiés EVA et SBS montrent une efficacité marquée contre l'orniéage au début de la vie des mélanges (5000 premiers cycles de chargement), mais les liants modifiés perdent brusquement ces propriétés améliorées à partir d'un certain nombre de cycles de chargement, d'après les résultats de [Corté *et al.*, 1997].

##### Teneur en liant

Le niveau d'enrobage des composants minéraux est directement lié à la teneur en liant et donc également à la qualité des contacts entre les agrégats du squelette granulaire. L'introduction d'une quantité de liant excessive va saturer le mélange, ce qui réduit les efforts de contact entre des granulats et ce n'est que l'adhésivité et la cohésion du liant qui assurent la résistance aux

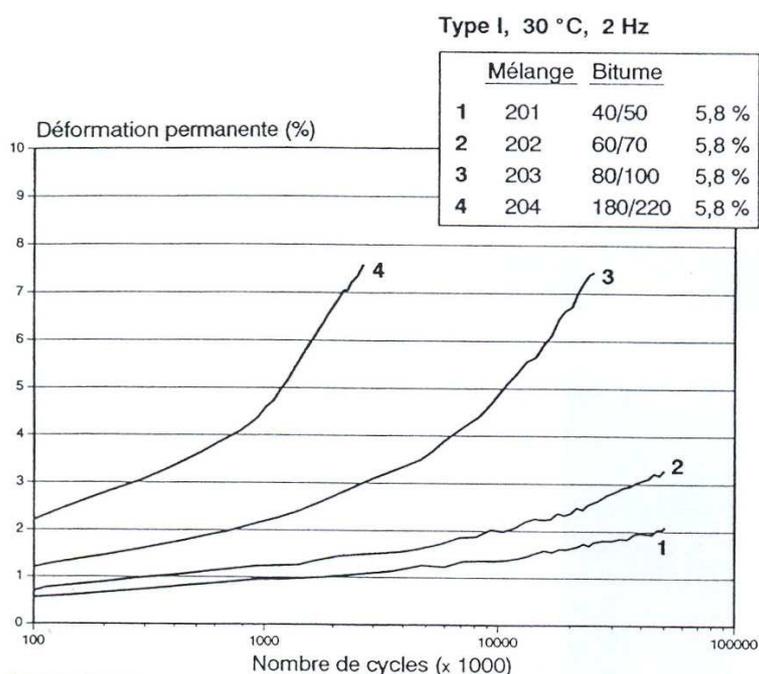


FIG. 1.19. Influence de la nature du liant [Vanelstraete et Francken, 1994]

déformations permanentes du squelette granulaire, et donc du mélange. Les études expérimentales de [Grimaux, 1977] sont des démonstrations parfaites de cette tendance (figure 1.20).

Par contre, une quantité insuffisante de liant pose également des problèmes. Ceci n'assure pas un bon enrobage des granulats et les composants minéraux perdent cette fois l'adhésivité, la teneur en vide augmente et la stabilité du squelette granulaire diminue. Ceci engendre également une forte susceptibilité aux déformations permanentes due au post-compactage, de faibles cohésions et frottement interne.

Des recherches expérimentales ont montré l'existence d'une teneur en bitume optimale pour chaque mélange, pour laquelle la cohésion et le frottement interne des agrégats, deux facteurs qui améliorent la résistance aux déformations permanentes du mélange, atteignent leurs valeurs maximales (figure 1.21).

### 1.5.3.2 Influence des composants minéraux

Les composants minéraux forment l'ossature rigide du mélange. Comme ils possèdent une forte hétérogénéité et des propriétés géométriques variables, les caractéristiques et propriétés mécaniques des mélanges, y compris la formation des déformations permanentes, varient aussi suivant les composants minéraux utilisés. Dans la suite, on étudie les influences des composants minéraux en considérant qu'ils satisfont des propriétés mécaniques requises pour leur utilisation dans les

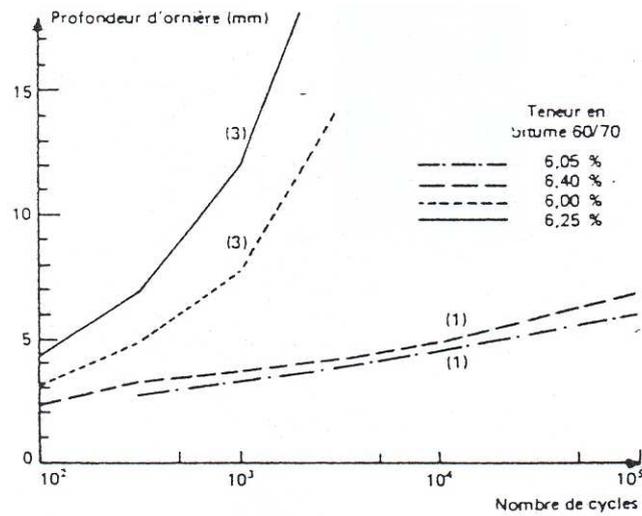


FIG. 1.20. Influence de la teneur en liant au niveau d'orniére [Grimaux, 1977]

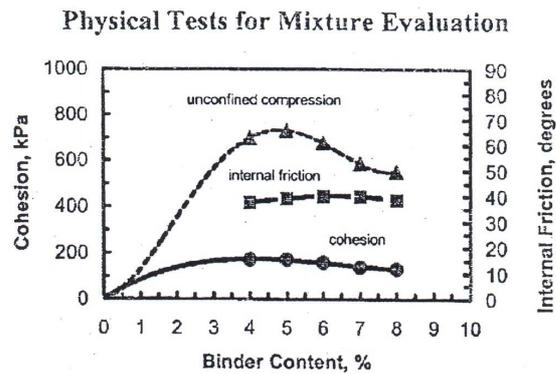


FIG. 1.21. Propriétés internes en fonction de la teneur en liant [Christensen et Bonaquist, 2002]

enrobés bitumineux : la résistance aux efforts mécaniques statiques et dynamiques pour assurer une transmission des charges aux couches de base.

### Granularité et fraction de sable

La granularité des composants minéraux utilisés est un paramètre important qui influe fortement sur la performance du mélange bitumineux. Les études expérimentales de [Grimaux, 1977] sur différents taux de discontinuité des granulats montrent bien l'influence de la granularité sur l'évolution de l'orniéage (figure 1.22). En utilisant une granularité continue, le remplissage des vides entre les grains est assuré par les grains plus petits et le mélange a une meilleure compacité. De plus, ceci peut augmenter les contacts et les blocages intergranulaires. La rigidité, la stabilité

et la résistance du mélange sont alors améliorées.

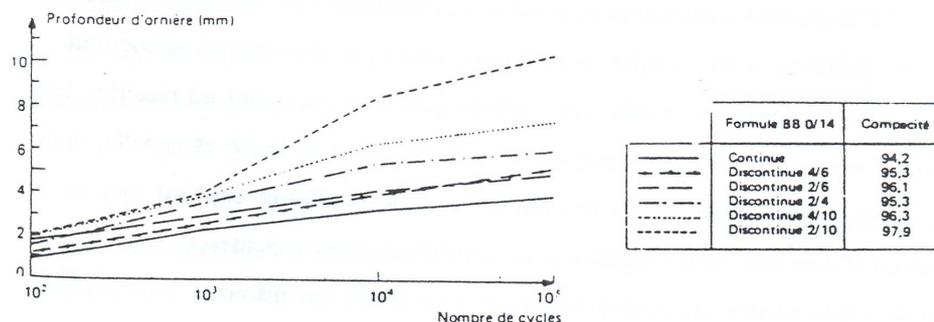


FIG. 1.22. Influence de la granularité [Grimaux, 1977]

Le rôle du sable dans le mélange est également important. La présence d'une fraction raisonnable de sable contribue au renforcement du mélange contre l'ornièrage, car il remplit les vides entre des grains plus gros pour assurer que la quantité de vide et de mastic ne soit pas trop importante. Par contre, une quantité excessive de sable va diminuer le contact entre des grains plus gros (les gravillons et/ou les pierres concassées) en créant des rotules entre ces particules qui peuvent favoriser les translations et les rotations des granulats (figure 1.23).

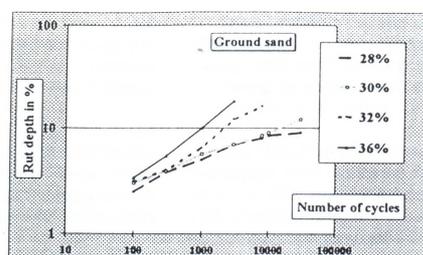


FIG. 1.23. Influence de la quantité de sable [Corté et al., 1997]

### Influence du filler

Le filler absorbe une partie du liant introduit et forme le mastic qui remplit une partie des vides entre les granulats et réduit la teneur en vide du mélange. D'après [Anderson *et al.*, 1992], le filler est un des composants les plus importants du mélange, la présence du filler fait augmenter le temps de relaxation du liant et rigidifie alors le liant. [Gubler *et al.*, 1999] ont montré que le mastic est sensible au cisaillement et que ses propriétés mécaniques dépendent de l'amplitude et de la durée d'application des charges. Elles sont fonction de l'historique du chargement.

[Butlar *et al.*, 1999] ont utilisé des modèles composites micromécaniques pour modéliser les propriétés mécaniques des mastics, où trois régimes de renforcement apporté au liant par le filler ont été introduits :

- Le renforcement par remplissage volumétrique : la rigidification est apportée par la présence des inclusions rigides dans une matrice moins rigide.
- Le renforcement par interaction physico-chimique : engendré par les effets interfaciaux entre le filler et le liant bitumineux : absorption, adsorption et sorption.
- Le renforcement par interactions des particules : ceci se passe au-delà du remplissage volumétrique et de l'interaction physico-chimique. Cet effet augmente avec l'augmentation du filler, car ce dernier peut former un squelette plus rigide au sein du mastic.

### **Influence de la forme géométrique et de la texture des granulats**

La forme géométrique et la texture des granulats, avec la granularité, sont des paramètres directement influants sur les propriétés mécaniques du mélange bitumineux.

Des études expérimentales de [Campen et Smith, 1984, Vanelstraete et Francken, 1994], et autres, ont montré que la résistance aux déformations permanentes est améliorée par une augmentation de la quantité des grains fracturés. L'utilisation des granulats anguleux et rugueux permet une augmentation des blocages et des contacts intergranulaires. Le squelette granulaire devient plus stable, le frottement interne est augmenté. De plus, la surface des grains enrobés par le liant augmente également, ce qui amène une force de cohésion et d'adhésivité plus forte. La stabilité et la résistance aux déformations permanentes du mélange sont alors considérablement améliorées (figure 1.24).

D'après [Cross et Brown, 1992], avec une teneur en vides inférieure à 2,5% l'orniérage se produit quelque soient les autres propriétés du mélange. Pour la teneur en vides supérieure à 2,5%, [Cross et Brown, 1992] ont proposé une relation entre le niveau d'orniérage et le pourcentage des grains ayant deux faces concassées.

Les grains ronds et lisses sont considérés comme indésirables lors de la formulation des mélanges bitumineux. Un grand pourcentage de grains de ce type engendre des difficultés de compactage au mélange et peuvent exposer des surfaces non enrobées s'ils sont cassés [Prowell *et al.*, 2005].

#### **1.5.3.3 Influence de la compacité du mélange**

La compacité du mélange est caractérisée par la teneur en vide. Il est habituellement considéré qu'une bonne compacité (faible teneur en vides) correspond à une bonne résistance aux déformations permanentes. Mais les études expérimentales de [Cross et Brown, 1992, Sousa, 1994] montrent

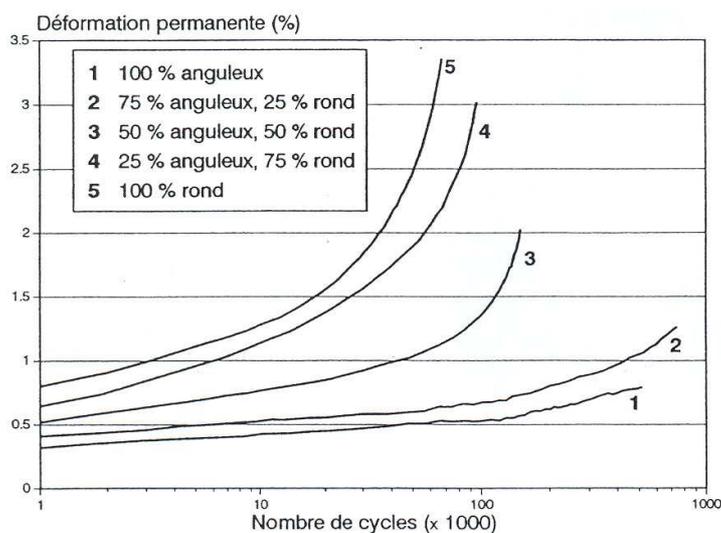


FIG. 1.24. Influence de la forme des granulats [Vanelstraete et Francken, 1994]

qu'une teneur en vides inférieure à 2 – 3% entraîne une forte accélération des déformations permanentes. L'orniérage se produit rapidement à faible teneur en vides car les composants granulaires sont saturés dans le liant et ce dernier agit comme un agent de lubrification, qui favorise des déformations plastiques du squelette granulaire, plutôt que comme un agent de cohésion.

D'un autre côté, une mauvaise compacité entraîne un post-compactage au début de la vie des structures routières et provoque également des déformations permanentes (figure 1.25). Il faut donc assurer une teneur en vides optimale, qui se situe entre 4% et 6%.

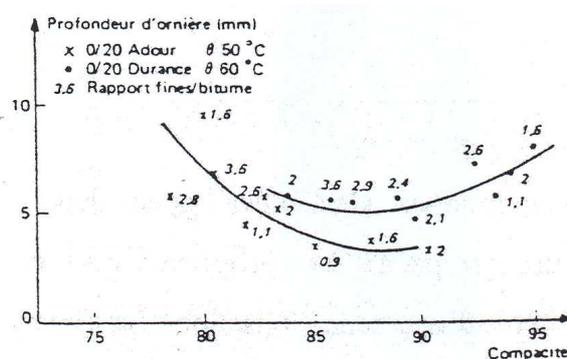


FIG. 1.25. Evolution de la profondeur d'ornière en fonction de la compacité du mélange [Grimaux, 1977]

### 1.5.3.4 Influence des paramètres de sollicitations : la température

L'influence de la température est bien connue et est liée à la susceptibilité thermique du liant bitumineux. Plus la température est élevée, plus le liant perd sa rigidité et sa viscosité, la rigidité du mélange diminue et la résistance aux déformations permanentes, qui est assurée par la cohésion, diminue également. Le mélange est alors plus sensible aux déformations permanentes. Ceci est une partie des mécanismes de formation des déformations permanentes des matériaux bitumineux. Cette influence peut être directement observée sur les essais en laboratoire (figure 1.26).

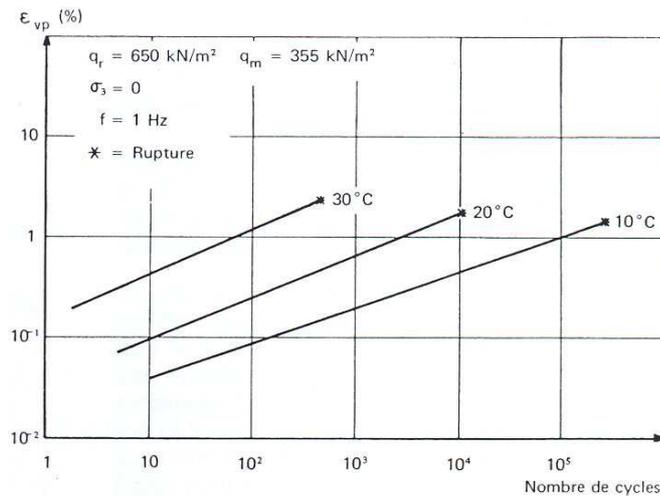


FIG. 1.26. Influence de la température [Brown, 1977]

Sur les chaussées, l'orniéragé se produit essentiellement pendant un nombre limité de jours par an, lorsque les plages de température dans les couches des matériaux bitumineux atteignent des valeurs extrêmement élevées [Vanelstraete et Francken, 1994]. On est alors naturellement amené à utiliser des liants plus durs et moins susceptibles aux températures élevées.

### 1.5.3.5 Influence des paramètres de sollicitations : le trafic

Le trafic est l'origine des chargements mécaniques imposés sur les structures routières. Il se caractérise par la charge, l'intensité et la vitesse.

#### La charge du trafic

Il est naturel que le niveau des déformations permanentes dépende de l'amplitude du chargement, plus l'amplitude est grande, plus le matériau est plastiquement déformé. La charge du trafic intervient sur les structures routières par les pressions de contact pneumatique - chaussée

qui sont des charges surfaciques répétées. L'évolution du trafic constitue une cause fondamentale des problèmes d'orniérage. Elle résulte de l'augmentation du nombre de poids lourds et de la modification du poids et de la géométrie de ces véhicules [Vanelstraete et Francken, 1994].

La géométrie des véhicules évolue, avec une augmentation des essieux tridems souvent combinée avec des pneus simples et des pressions de gonflage de plus en plus élevées. Cette évolution pose des problèmes d'agressivité sur les structures routières, qui n'ont pas été dimensionnées pour de tels niveaux de sollicitations. Les chaussées subissent des pressions de contact plus élevées et des durées de sollicitations plus longues, notamment avec les essieux tridems, ce qui favorise le fluage viscoplastique des matériaux bitumineux. En outre, l'évolution de l'orniérage n'augmente pas de manière proportionnelle avec l'augmentation des charges mais à la puissance quatre de celle-ci, d'après [Vanelstraete et Francken, 1994]. Les études expérimentales de [Grimaux, 1977] sur l'orniéreur LPC ont démontré cette tendance (figure 1.27).

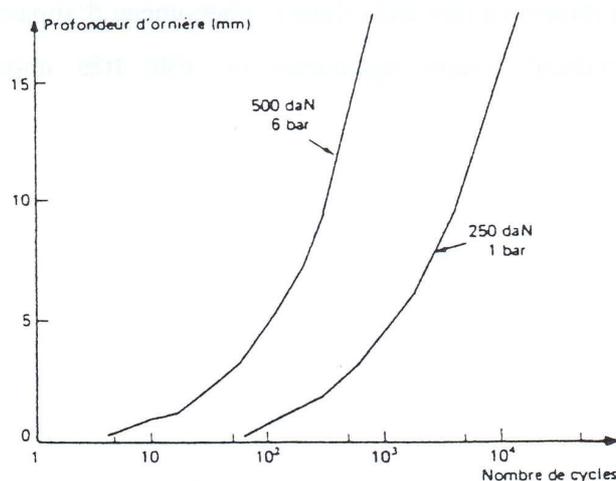


FIG. 1.27. Influence de la charge et de la pression de gonflage des pneus [Grimaux, 1977]

## La vitesse du trafic

À cause de la susceptibilité cinétique du mélange bitumineux, qui est héritée des propriétés du liant, la vitesse du trafic influe fortement sur l'évolution de l'orniérage car elle fait varier la durée de sollicitation. Plus la vitesse est faible, plus le niveau d'ornière est élevé (figure 1.28).

Ceci conduit à l'apparition de fortes ornières sur les zones où la vitesse est faible ou sur les zones de stationnement des véhicules poids lourds.

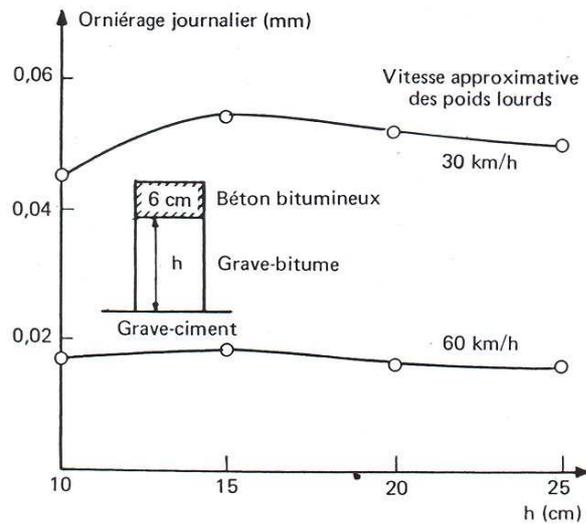


FIG. 1.28. Influence de la vitesse du trafic [Aussedat, 1977]

### L'intensité du trafic

L'intensité du trafic se traduit par le nombre de passage des véhicules pendant une unité de temps. Les essais comparatifs entre le caractère répétitif et le fluage des matériaux bitumineux ont montré que non seulement la durée de sollicitation est importante mais que le nombre de sollicitations de charge-décharge est aussi influent.

D'après [Di Benedetto et Corté, 2005], l'incrément de la déformation permanente sur un cycle est quasiment non mesurable, elle est "masquée" devant la déformation réversible qui lui est largement supérieure en amplitude. Ce n'est que par effet de cumul, cycle par cycle, que la déformation permanente devient mesurable (eq. (1.6)).

$$\varepsilon^{perm}(t) = \sum_{cycles} \delta\varepsilon^{perm}(t) \quad (1.6)$$

Le comportement cyclique et le nombre de passage sont alors des paramètres importants à prendre en compte lors de la modélisation du phénomène d'orniéage des structures routières.

## 1.6 Conclusions

Les études bibliographiques ont permis de mettre en évidence des aspects phénoménologiques importants du comportement irréversible des matériaux bitumineux.

Les susceptibilités thermique et cinétique expriment l'influence de la température et du temps de sollicitation sur le comportement des matériaux bitumineux. L'influence de la température se

manifeste à travers des changements des propriétés mécaniques avec la température : la rigidité, la résistance... L'influence du temps se traduit par l'influence de la durée de sollicitation et de la vitesse (fréquence) de sollicitation.

L'influence des contraintes de confinement résulte de la structure granulaire des matériaux bitumineux où les contraintes de confinement ont tendance à densifier le squelette granulaire et aident alors à augmenter la rigidité et la résistance des mélanges. Un aspect de cette influence est le comportement dissymétrique en compression et traction des matériaux bitumineux.

L'apparition des déformations permanentes est provoquée par des déformations plastiques du squelette granulaire de type translation/rotation relatives des grains, accompagnées par des déformations visqueuses de type fluage du liant enrobant les particules. Ce mécanisme révèle de nouveau l'influence de la température et l'origine plastique des déformations permanentes des matériaux bitumineux.

Les sollicitations cycliques provoquent l'apparition et l'accumulation, avec le nombre de cycles de chargements, des déformations permanentes des matériaux bitumineux sans accommodation ni adaptation, caractéristiques du phénomène de "rochet", car les chargements cycliques ne permettent pas la formation des blocages intergranulaires [Sousa et Weissman, 1994].

Ces caractéristiques et propriétés mécaniques ont des relations directes avec l'apparition et l'accumulation des déformations permanentes des matériaux bitumineux, origine du phénomène d'orniérage des structures routières. Ils doivent être pris en compte lors de la modélisation des matériaux bitumineux.

Le phénomène d'orniérage a été également abordé. Des facteurs importants de la formation de l'orniérage ont été présentés afin d'avoir une vue générale sur l'ensemble du problème et sur les conditions à prendre en compte dans les calculs structurels de l'orniérage.

## Chapitre 2

# Bibliographie de la modélisation du comportement irréversible des matériaux bitumineux

### 2.1 Introduction

Le phénomène d'orniérage est l'une des plus sérieuses dégradations des chaussées bitumineuses. Il se développe progressivement avec le nombre de passages des véhicules et est associé aux déformations permanentes des matériaux bitumineux sous sollicitations du trafic.

La plupart des méthodes actuelles de dimensionnement des chaussées sont basées sur les modèles élastiques linéaires multicouches et les déformations permanentes sont reliées aux déformations élastiques à travers des lois empiriques ou mécanique-empiriques. Cependant, plusieurs études ont montré que les déformations permanentes des matériaux bitumineux sont fortement non linéaires. Elles ne peuvent pas être correctement calculées par des modèles élastiques linéaires qui ne rendent pas compte convenablement du rôle des composantes hydrostatiques (confinement) et déviatoriques des contraintes, ce qui a été expérimentalement démontré, par exemple, par [Huang, 1967, Brown et Cooper, 1980, Deshpande et Cebon, 1999], ainsi que de l'origine physique de type plastique et/ou viscoplastique des déformations permanentes. Il est évident alors que des modèles mécaniques sont nécessaires pour analyser les réponses irréversibles des mélanges bitumineux et calculer convenablement des réponses des structures routières.

Les études bibliographiques du comportement permanent des matériaux bitumineux ont montré des aspects du comportement mécanique directement associés à la formation des déformations permanentes des matériaux bitumineux. Ces aspects sont :

- La susceptibilité thermique et cinétique.

- L'influence des contraintes de confinement.
- La variation volumique de type contractance et/ou dilatance.
- L'origine plastique des déformations permanentes et le rôle important des contraintes de cisaillement.
- L'apparition et l'accumulation des déformations permanentes sous sollicitations cycliques : le phénomène de rochet.

Un modèle apte à analyser le comportement permanent des mélanges bitumineux devrait être capable de prendre en compte ces aspects.

Dans ce chapitre, une bibliographie des modèles pour le comportement irréversible des mélanges bitumineux va être abordée et analysée afin de montrer la nécessité de représenter le comportement cyclique des matériaux bitumineux. Ensuite, une bibliographie des théories de plasticité et de viscoplasticité va être présentée suivie par un modèle rhéologique qui démontre la capacité de simulation des sollicitations cycliques des modèles multi-mécanismes multi-critères.

## 2.2 Bibliographie de la modélisation du comportement irréversible des matériaux bitumineux

### 2.2.1 Modélisation des déformations permanentes des matériaux bitumineux

Les mécanismes de formation des déformations permanentes des matériaux bitumineux ont montré l'origine plastique ainsi que le rôle important du comportement visqueux du liant. Des études expérimentales de [Perl *et al.*, 1983, Sides *et al.*, 1985], et autres, ont proposé de décomposer la déformation totale en composantes réversibles et composantes irréversibles dont certaines sont indépendantes du temps et d'autres sont dépendantes du temps. La déformation totale  $\boldsymbol{\varepsilon}$  peut être partitionnée en 4 composantes comme suit :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^{ve} + \boldsymbol{\varepsilon}^p + \boldsymbol{\varepsilon}^{vp} \quad (2.1)$$

où  $\boldsymbol{\varepsilon}^e$  est la déformation élastique réversible indépendante du temps,  $\boldsymbol{\varepsilon}^{ve}$  est la déformation visco-élastique réversible,  $\boldsymbol{\varepsilon}^p$  est la déformation plastique instantannée,  $\boldsymbol{\varepsilon}^{vp}$  est la déformation viscoplastique dépendante du temps (figure 2.1).

La théorie de la plasticité a été originalement proposée par Tresca dans une série d'articles de 1864 à 1872 sur les extrusions des métaux. Ceci a été poursuivi par une généralisation de von Mises en 1913, accompagnée par son modèle  $J_2$ -flow très connu. Originalement développée pour les métaux, la théorie de la plasticité a été utilisée avec succès dans les applications industrielles, sachant que les métaux sont des matériaux homogènes isotropes dont le comportement

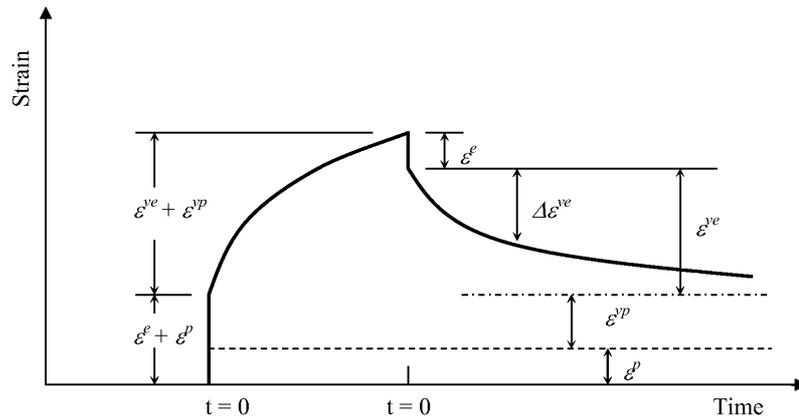


FIG. 2.1. Schéma de décomposition de la déformation totale d'un matériau élasto-visco-plastique

est plus simple à décrire. Récemment, l'extension des applications de la théorie de la plasticité à la modélisation des déformations permanentes des géo-matériaux comme les sols, les roches et les matériaux bitumineux est un des plus actifs domaines de recherches en mécanique des matériaux.

D'autre part, le comportement des matériaux bitumineux dépend de la cinématique du chargement : la durée et la vitesse de sollicitation. La théorie de la viscoplasticité est alors un choix convenable pour modéliser la susceptibilité cinétique des matériaux bitumineux en introduisant des lois d'écoulement dont la vitesse des déformations permanentes dépend du temps, des contraintes et de l'histoire du chargement.

La modélisation du comportement irréversible des matériaux bitumineux peut être abordée par les approches continues ou par les approches multi-échelles. Bien que les mélanges bitumineux soient des matériaux composites fortement hétérogènes, les approches continues ont été conceptuellement acceptées, elles permettent l'utilisation des principes et des notations classiques de contraintes et de déformations. Ceci, accompagné par les équations d'équilibre et les conditions limites, peut évaluer les réponses des structures soit analytiquement, soit numériquement, grâce à la puissance des méthodes de calcul par éléments finis. Au cours de ces vingt dernières années, plusieurs modèles continus ont été proposés, basés sur des théories de la plasticité/viscoplasticité.

Contrairement aux approches continues, les approches multi-échelles sont très nouvelles. Elles peuvent prendre en compte des caractéristiques et propriétés à l'échelle de la microstructure comme la distribution des grains, les propriétés des composants, les interactions entre ces derniers... Ces approches permettent de relier les propriétés de la microstructure aux réponses macroscopiques des matériaux bitumineux. Cependant, elles demandent un temps de calcul important et ne sont pas encore applicables aux modèles de prédiction des performances des matériaux bitumineux [Dessouky, 2005].

Dans la suite, une bibliographie des modèles continus pour le comportement permanent des matériaux bitumineux est abordée pour donner une vue générale sur le développement de la recherche dans ce domaine.

## 2.2.2 Modèles pour le comportement permanent des matériaux bitumineux

### Modèle de [Sides *et al.*, 1985]

[Sides *et al.*, 1985] ont développé un modèle constitutif pour le mélange sable-bitume soumis aux chargements cycliques de compression et de traction. La déformation résiduelle a été décomposée en composantes viscoélastique, plastique et viscoplastique. La composante plastique a été modélisée par une loi puissance empirique en fonction de la contrainte et du nombre de cycles de sollicitations. La déformation viscoélastique a été représentée par une loi puissance en fonction du temps et de la contrainte. La déformation viscoplastique, constatée même sous faibles contraintes de sollicitation, a été également modélisée par la même loi empirique que la déformation viscoélastique mais avec des paramètres différents. Les paramètres du modèle ont été identifiés par des essais de compression et de traction cycliques uniaxiaux et des essais de fluage statiques.

Ce modèle a permis une avancée certaine dans la modélisation des matériaux bitumineux en décomposant la déformation totale en partie réversible et irréversible. Cependant, l'évolution des composantes reste empirique. Les lois d'évolution tiennent compte de la susceptibilité thermique (indirectement) et cinétique (directement), et du nombre de cycles de chargements.

### Modèle de [Lytton *et al.*, 1993]

[Lytton *et al.*, 1993] ont développé un modèle de prédiction de l'orniérage. La déformation totale est partitionnée en déformation réversible et déformation plastique. L'évolution de la déformation permanente en fonction du nombre de cycles  $N$  est déterminée ensuite par une relation empirique :

$$\log \varepsilon^p(N) = \log \varepsilon^p(1) + S \log N \quad (2.2)$$

où  $S$  est un paramètre du matériau,  $\varepsilon^p(1)$  est la déformation plastique issue du premier cycle de chargement.  $\varepsilon^p(1)$  est calculée par le modèle de Vermeer [Vermeer, 1985] qui utilise le critère de Matsuoka-Nakai suivant :

$$f = -3.p.I_2 + A.I_3 \quad (2.3)$$

où  $p$  est la contrainte hydrostatique,  $I_2$  et  $I_3$  sont respectivement le second et le troisième invariants du tenseur des contraintes,  $A$  est un paramètre du modèle qui est fonction de la déformation plastique de cisaillement, du module de cisaillement et de l'angle de frottement.

Le modèle de [Lytton *et al.*, 1993] fait alors partie des modèles empiriques, où l'évolution des déformations permanentes est une fonction des paramètres de sollicitations et du nombre de cycles de chargement.

### Modèle de [Sousa et Weissman, 1994]

[Sousa et Weissman, 1994] ont proposé un modèle élasto-plastique simple ( $J_2$  - plasticité associée avec écrouissages isotrope et cinématique). Le critère de plasticité, les lois d'écoulement et d'écrouissage ont été établies comme suit :

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) = \|\boldsymbol{\eta}\| - \sqrt{\frac{2}{3}}K(\alpha) \quad (2.4)$$

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p = \dot{\gamma} \frac{\boldsymbol{\eta}}{\|\boldsymbol{\eta}\|} \quad (2.5)$$

$$\dot{\mathbf{q}} = \dot{\gamma} \frac{2}{3} H(\alpha) \frac{\boldsymbol{\eta}}{\|\boldsymbol{\eta}\|} \quad (2.6)$$

$$\dot{\alpha} = \dot{\gamma} \sqrt{\frac{2}{3}} \quad (2.7)$$

où  $\alpha$  est la variable d'écrouissage isotrope,  $\mathbf{q}$  désigne la contrainte d'écrouissage cinématique,  $\dot{\gamma}$  est le multiplicateur plastique,  $K(\alpha)$  et  $H(\alpha)$  sont respectivement les modules d'écrouissage isotrope et cinématique,  $\boldsymbol{\eta}$  est défini par eq. (2.8). La loi d'évolution de  $\mathbf{q}$  (eq. (2.6)) assure que  $tr[\mathbf{q}] = 0$ .

$$\boldsymbol{\eta} = dev(\boldsymbol{\sigma}) - \mathbf{q} \quad (2.8)$$

Les modules d'écrouissage ont été choisis comme suit :

$$H(\alpha) = (1 - \beta)H_0 \quad (2.9)$$

$$K(\alpha) = \sigma_y + \beta H_0 \alpha$$

où  $\beta \in [0, 1]$ ,  $\sigma_y$ ,  $H_0$  sont des paramètres du matériau.

Le critère postulé est de type Von-Mises et ne tient pas compte du rôle des contraintes de confinement. Aucun résultat de simulation des chargements cycliques par ce modèle n'a été communiqué. Cependant, comme les autres modèles de plasticité avec des lois d'écrouissage simples, ce modèle est incapable de simuler le phénomène de rochet sous sollicitations cycliques : il y a adaptation juste après le premier cycle de chargement.

### Modèle de [Scarpas *et al.*, 1997]

[Scarpas *et al.*, 1997] ont présenté un modèle élasto-viscoplastique tridimensionnel dont le domaine élastique est défini par la surface de charge de [Desai et Zhang, 1987] comme suit :

$$f = \frac{J_2}{P_a^2} - F_a \cdot F_b \quad (2.10)$$

$$F_a = \gamma \left( \frac{I_1 + R}{P_a} \right)^2 - \alpha \left( \frac{I_1 + R}{P_a} \right)^n \quad (2.11)$$

$$F_b = (1 - \beta \cdot \cos 3\theta)^{-1/2} \quad (2.12)$$

$$\cos 3\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \quad (2.13)$$

où  $I_1, J_2$  et  $J_3$  sont les invariants du tenseur des contraintes,  $P_a = -0.1MPa$  est la pression atmosphérique,  $R$  est la résistance à la traction,  $\alpha, \beta, \gamma$  et  $n$  sont des paramètres définissant la surface de charge du modèle.

La partie viscoplastique du modèle est formulée en utilisant la formulation viscoplastique de type Perzyna [Perzyna, 1966], équation (2.14), où  $\gamma$  est le multiplicateur viscoplastique,  $\Gamma$  est le paramètre de fluidité du matériau,  $\Phi$  est une fonction critère de viscoplasticité. L'endommagement a été également inclu dans ce modèle.

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}^p &= \dot{\gamma} \frac{\partial f}{\partial \sigma} \\ \dot{\gamma} &= \Gamma \cdot \langle \Phi \rangle \end{aligned} \quad (2.14)$$

La susceptibilité thermique et cinétique a été prise en compte dans ce modèle par la viscoplasticité. Les rôles des contraintes déviatorique et hydrostatique ont été pris en compte par une fonction critère construite autour des invariants du tenseur des contraintes. Le modèle a été validé par simulation des essais de traction et de compression uniaxiaux de laboratoire.

Au niveau de la simulation des sollicitations cycliques par ce modèle, les auteurs n'ont présenté aucun résultat. Bien que la dimension de la surface de charge puisse évoluer grâce au paramètre  $\alpha$ , elle ne peut pas se déplacer étant donné que le modèle n'intègre pas d'érouissage cinématique. On trouve alors que, sous le chargement cyclique, la réponse du modèle est stabilisée, soit par adaptation soit par accommodation. Le modèle est incapable de simuler les sollicitations cycliques.

### Modèle de [Seibi *et al.*, 2001]

Dans leur modèle, [Seibi *et al.*, 2001] ont proposé de décomposer la déformation totale en composante élastique et viscoplastique. Ils ont postulé une surface de charge de type Drucker-Prager

comme suit :

$$f = \sqrt{J_2} - \frac{1}{3} \tan \beta I_1 + \left(1 - \frac{1}{3} \tan \beta\right) \sigma_c^0 \quad (2.15)$$

où  $\beta$  est l'angle de frottement,  $\sigma_c^0$  est la limite d'élasticité en compression statique,  $I_1$  et  $J_2$  sont respectivement le premier et le second invariant du tenseur de contraintes. L'évolution de la déformation viscoplastique a été modélisée par une loi de type Perzyna.

Il est clair que ce modèle peut simuler quelques aspects de comportement des matériaux bitumineux : l'influence du temps, le rôle des contraintes de confinement, le mécanisme de cisaillement. Par contre, sa simplicité a limité ses capacités, il est incapable de tenir compte du comportement sous sollicitations cycliques des matériaux bitumineux.

### Modèle de [Neifar et Di Benedetto, 2001]

[Neifar et Di Benedetto, 2001] ont proposé un modèle rhéologique qui prend en compte plusieurs types de comportement : viscoélastique linéaire en petites déformations, non linéarités pour des niveaux de déformation plus élevé et écoulement viscoplastique.

Pour décrire le comportement viscoplastique des matériaux bitumineux, ce modèle est composé d'un certain nombre de "corps" viscoélastoplastique (EPV) assemblés en serie. Chaque corps EPV est composé d'un corps non-visqueux EP en parallèle avec un corps visqueux V. Le nombre des corps EPV est choisi afin d'assurer un compromis entre la complexité des développements et une description fine du comportement du matériau.

Chaque corps EP décrit le comportement des matériaux granulaires non liés. Sa loi de comportement est construite comme une relation entre les accroissements de contrainte ( $\Delta\sigma$ ) et de déformation ( $\Delta\varepsilon$ ) à partir de l'origine ou du dernier point d'inversion de la sollicitation (lors de sollicitations cycliques) :

$$\Delta\sigma = f(\Delta\varepsilon) \quad (2.16)$$

où la fonction  $f$  de la courbe vierge a une valeur  $f^+$  en charge avec une asymptote  $s^+$ , et une valeur  $f^-$  en décharge avec une asymptote  $s^-$ .  $s^+$  et  $s^-$  sont respectivement les paliers de contraintes en compression et en traction. La fonction  $f^-$  se déduit de  $f^+$  par la relation suivante, avec  $k$  le rapport entre la valeur absolue de  $s^-$  et  $s^+$  :

$$f^-(\Delta\varepsilon) = -k f^+\left(\frac{\Delta\varepsilon}{k}\right) \quad (2.17)$$

Pour simplifier le développement, la fonction  $f^+$  choisie est une hyperbole décrite par la pente à l'origine et l'asymptote. Chaque corps EP est donc caractérisé par trois constantes : la pente à l'origine  $E$  et les asymptotes  $s^+$  et  $s^-$ . La fonction  $f^+$  a pour l'équation :

$$f^+(\varepsilon) = \frac{E\varepsilon}{1 + \frac{E\varepsilon}{s^+}} \quad (2.18)$$

Le modèle proposé a été appliqué à la simulation des essais en petites déformations, au calcul du module complexe et à la modélisation de l'écoulement viscoplastique en compression ou traction à vitesse de déformation constante. Aucune application à la simulation des chargements complexes, de type cyclique ou multi-axial, est présentée.

### Modèle de [Huang *et al.*, 2002]

[Huang *et al.*, 2002] ont développé un modèle thermo-viscoplastique pour les matériaux bitumineux en incorporant les dépendances en temps et en température au modèle "Hierarchical Single Surface" (HiSS) de Desai [Desai et Zhang, 1987].

[Huang *et al.*, 2002] ont modifié la surface de charge de Desai pour prendre en compte l'influence de la température, eq. (2.19) :

$$f = \frac{J_2}{P_a^2} - \left\{ \gamma(\theta) \left( \frac{J_1}{P_a} \right)^2 - \alpha(\theta) \left( \frac{J_1}{P_a} \right)^n \right\} \left[ 1 - \beta(\theta) \frac{3\sqrt{3}J_3}{2J_2^{3/2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.19)$$

où  $\theta$  est la température,  $\gamma(\theta)$ ,  $\beta(\theta)$ ,  $\alpha(\theta)$  sont des fonctions de la température ayant les mêmes sens que  $\gamma$ ,  $\beta$ ,  $\alpha$  dans (2.11), (2.12) et (2.13).

La surface de charge définie par (2.19) tient compte de la température, des contraintes et de la trajectoire de la déformation thermoplastique. La fonction critère peut être considérée comme une hyper-surface dans l'espace contraintes - température.

Le modèle proposé a été utilisé pour la prédiction des essais de compression triaxiaux ainsi que des essais de fluage en laboratoire. Il s'est avéré capable de simuler un certain nombre des aspects du comportement irréversible des matériaux bitumineux. Pourtant sa capacité à simuler le comportement cyclique n'est pas prouvée.

### Modèle de [Masad *et al.*, 2003]

[Masad *et al.*, 2003] ont proposé un modèle anisotrope élasto-viscoplastique endommageable composé d'un critère de type Drucker-Prager linéaire et des lois d'écoulement de type Perzyna.

En appliquant les approches multi-échelles, l'anisotropie du matériau a été implémenté à travers l'introduction d'un tenseur microstructurel  $\mathbf{F}$  caractérisant les distributions anisotropiques des granulats :

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} (1 - \Delta)/(3 + \Delta) & 0 & 0 \\ 0 & (1 + \Delta)/(3 + \Delta) & 0 \\ 0 & 0 & (1 + \Delta)/(3 + \Delta) \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

où  $\Delta$  est le vecteur magnitude décrivant la distribution des orientations des grains et est mesuré par la technique d'imagerie.  $\Delta$  est fonction de la forme et des distributions des granulats.

L'endommagement est introduit dans ce modèle à travers un paramètre  $\xi$  exprimé par le rapport entre l'aire des vides  $A_v$  et l'aire totale de la section  $S$  :

$$\xi = \frac{A_v}{S} \quad (2.21)$$

La fonction critère du modèle s'écrit donc :

$$f = \sqrt{\bar{J}_2^e} - \alpha \bar{I}_1^e - \kappa = 0 \quad (2.22)$$

où  $\bar{J}_2^e$  et  $\bar{I}_1^e$  sont les premier et deuxième invariants calculés en tenant compte de l'anisotropie et de l'endommagement :

$$\begin{aligned} \bar{I}_1^e &= \frac{1}{1-\xi} [(a_1 \delta_{ij} + a_2 F_{ij}) \sigma_{ij}] \\ \bar{J}_2^e &= \frac{1}{(1-\xi)^2} [(2b_6 \delta_{ik} \delta_{jl} + 4b_7 F_{ik} \delta_{lj}) s_{ij} s_{kl}] \end{aligned} \quad (2.23)$$

où  $\delta_{ij}$  sont des composants du tenseur de Kronecker  $\delta$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_6$  et  $b_7$  sont calculés à partir de  $\Delta$  et  $\mu$ ,  $\lambda$  - paramètres caractérisant l'anisotropie du matériau.

Ce modèle postule des lois d'évolution viscoplastiques de type Perzyna comme suit :

$$\dot{\epsilon}^{vp} = \Gamma \langle \phi(f) \rangle \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (2.24)$$

où  $\Gamma$  est le paramètre de fluidité et  $\langle \phi(f) \rangle$  est défini par :

$$\langle \phi(f) \rangle = \begin{cases} 0 & \text{si } f \leq 0 \\ f^N & \text{si } f > 0 \end{cases} \quad (2.25)$$

où  $N$  est un paramètre du modèle.

Ce modèle a été validé à travers des essais de chargements monotones. Cependant, seul un écrouissage isotrope est introduit. Ceci et ses complexités limitent la pertinence du modèle lors des simulations des sollicitations complexes. De plus, le domaine élastique postulé est ouvert et le modèle est incapable de reproduire le confinement.

### Modèle de [Ali et al., 2006]

L'approche proposée par [Ali et al., 2006] consiste à modéliser les déformations permanentes des matériaux et le phénomène d'orniérage des enrobés bitumineux par un modèle élasto-viscoplastique. Les déformations totales  $\epsilon^{total}$  sont décomposées en trois composantes comme suit :

$$\epsilon^{total} = \epsilon^e + \epsilon^{ve} + \epsilon^{vp} \quad (2.26)$$

où  $\varepsilon^e$ ,  $\varepsilon^{ve}$  et  $\varepsilon^{vp}$  sont respectivement les déformations élastiques, visco-élastiques et viscoplastiques.

La fonction critère utilisée prend la forme suivante :

$$F = \frac{1}{2}q \left[ 1 + \frac{1}{k} - \left( 1 - \frac{1}{k} \right) \left( \frac{r}{q} \right)^3 \right] - p \tan \beta - c \quad (2.27)$$

où  $p$  et  $q$  sont respectivement les contraintes déviatorique et hydrostatique,  $r$  est le troisième invariant du tenseur des contraintes,  $c$ ,  $\beta$  et  $k$  désignent respectivement la cohésion, l'angle de frottement interne et un facteur de forme.

Les déformations viscoplastiques sont déterminées par l'expression suivante :

$$\varepsilon^{vp} = A' \sigma^n t^{m+1} \quad (2.28)$$

où  $n$ ,  $m$  et  $A'$  sont des paramètres constitutifs déterminés par des essais de fluage et de recouvrance à différents niveaux de contraintes.

Ce modèle a été appliquée aux calculs par éléments finis de l'orniérage des chaussées. Quelques validations expérimentales ont été présentées et ont montré une certaine pertinence de cette approche.

### 2.2.3 Un modèle pour le comportement cyclique des matériaux bitumineux

Les études bibliographiques ont montré des avancées dans le domaine de la modélisation du comportement irréversible des matériaux bitumineux. L'utilisation des théories de plasticité et/ou viscoplasticité permet d'approcher plus correctement l'origine physique et les mécanismes de déformations permanentes. Un certain nombre de propriétés mécaniques peuvent être pris en compte avec succès : la susceptibilité cinétique, les rôles des contraintes déviatoriques et hydrostatiques (confinement)... Ces avancées se sont concrétisées par une amélioration des simulations des essais monotones de compression et de fluage.

Cependant, il existe encore un écart entre ces modèles pour les matériaux bitumineux et les calculs d'orniérage des structures routières. Sachant que les chargements sollicités par le trafic sur les couches des chaussées sont cycliques et complexes avec la rotation des contraintes, et que l'orniérage est provoqué par l'accumulation des déformations permanentes avec le nombre de passage des véhicules, un modèle applicable aux calculs structurels d'ornière devrait absolument être capable de simuler le comportement permanent sous chargements cycliques : l'accumulation des déformations permanentes avec le nombre de cycles - le phénomène de rochet.

Un modèle mécanique pour le comportement cyclique des matériaux bitumineux est alors nécessaire pour être appliqué aux calculs structurels d'ornière. Dans la suite, une généralité de la modélisation du phénomène de rochet sous sollicitation cyclique est présentée suivie par un

modèle rhéologique pour le phénomène de rochet comme illustration. Ceci constitue également une base de départ pour le modèle proposé ultérieurement.

## 2.3 Modélisation du phénomène de rochet sous sollicitations cycliques

### 2.3.1 Généralités des théories de la plasticité et de la viscoplasticité

En général, un modèle plastique est construit autour d'une surface de charge qui définit le domaine élastique, les écrouissages déterminant l'état actuel de la matière en prenant en compte l'histoire du chargement, un potentiel d'écoulement conduisant aux lois d'écoulement des variables thermodynamiques du modèle.

Pour les problèmes dont l'écoulement des déformations permanentes est influencée par la cinématique de chargement, la viscoplasticité est un choix pertinent. La viscoplasticité peut être considérée comme une extension de la plasticité classique, la différence est que dans ce cas on permet à l'état de contraintes admissibles de sortir de la surface de charge (overstressed).

#### 2.3.1.1 Surface de charge et critère de charge/décharge

La surface de charge, ou surface d'écoulement, est une composante importante pour tous les modèles (visco)plastiques. Elle définit l'espace admissible des contraintes, un domaine  $E_\sigma$  des états de contraintes dans lequel le comportement du matériau est entièrement réversible, appelé domaine élastique.

Le domaine élastique  $E_\sigma$  est souvent déterminé par une fonction critère de (visco)plasticité convexe. Dans un cas plus général, il peut être déterminé comme l'intersection convexe d'un nombre fini de critères [Simo et Hughes, 1998] :

$$E_\sigma := \{(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{X}) \in S \times R^{\mathbf{X}} \mid f_i(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{X}) \leq 0 \text{ pour tous } i \in [1, 2, \dots, m]\} \quad (2.29)$$

où  $m \geq 1$  est le nombre de critères,  $f_i$  avec  $i \in [1, 2, \dots, m]$  sont des fonctions critères,  $\mathbf{X}$  désigne l'ensemble des variables d'écrouissages dans l'espace  $R^{\mathbf{X}}$ . Un tel modèle s'appelle modèle multi-surfacique.

La surface de charge dans ce cas est l'intersection des surfaces élémentaires générées par l'ensemble des critères de plasticité dans l'espace des contraintes et est non homogène (eq. (2.30)).

$$\partial E_\sigma = \{(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{X}) \in S \times R^{\mathbf{X}} \mid f_i(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{X}) = 0 \text{ pour quelques } i \in [1, 2, \dots, m]\} \quad (2.30)$$

L'évolution d'un état de contrainte  $\boldsymbol{\sigma}^*$  se trouvant sur la surface de charge  $\partial E_{\boldsymbol{\sigma}}$  peut être déterminée par les conditions de charge/décharge qui, avec les fonctions critères, décrivent les possibilités d'écoulement plastique.

La conception de critères (visco)plastiques est une généralisation de la notion du seuil de plasticité unidimensionnel, qui est décrit à travers une limite d'élasticité unidimensionnelle. Les deux facteurs gouvernant la formulation du domaine élastique sont alors la limite élastique du matériau qui définit la dimension du domaine élastique initial, et les critères plastiques qui décrivent la forme du domaine élastique.

### Critères plastiques

Les critères plastiques sont des fonctions des contraintes  $\boldsymbol{\sigma}$  et des variables d'érouissage. Dans cette partie, la présentation est limitée à la définition du domaine élastique initial dont les variables d'érouissage sont supposées nulles.

Les fonctions critères sont souvent construites à partir des invariants du tenseur de contraintes et du tenseur de contraintes déviatorique :

$$\begin{aligned}
 I_1 &= tr(\boldsymbol{\sigma}) = \sigma_{ii} \\
 \mathbf{s} &= \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3} \cdot I_1 \cdot \mathbf{1} \\
 J_2 &= \frac{1}{2} tr(\mathbf{s}^2) \\
 J_3 &= \frac{1}{3} tr(\mathbf{s}^3)
 \end{aligned}
 \tag{2.31}$$

où  $I_1$  représente la partie hydrostatique du tenseur des contraintes,  $J_2$  est le déviateur des contraintes.

Pour les géo-matériaux, le comportement dépend sensiblement de la composante hydrostatique des contraintes (invariant  $I_1$ ). Les critères faisant intervenir la contrainte hydrostatique sont alors nécessaires pour représenter les déformations (visco)plastiques de ces matériaux, parmi lesquels les critères de type Drucker-Prager.

Le modèle de Drucker-Prager [Drucker et Prager, 1952] peut être considéré comme une extension du modèle de Von-Mises pour tenir compte de la partie hydrostatique des contraintes en postulant une fonction de critère de la forme :

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = J_2 + \alpha p - c \tag{2.32}$$

où  $\alpha$  et  $c$  sont des paramètres du matériau,  $p = I_1/3$  est la contrainte hydrostatique. En considérant le cas de chargement de cisaillement pur où  $p = 0$ , la fonction critère devient fonction de  $J_2$  et  $c$ ,

$c$  est alors la résistance au cisaillement du matériau : c'est la cohésion. D'autre part,  $\alpha$  représente la contribution de la contrainte hydrostatique  $p$  à la résistance du matériau : c'est le frottement interne du matériau, issu de l'interaction granulaire des géo-matériaux. Les limites élastiques en compression uniaxiale  $\sigma_c$  et en traction uniaxiale  $\sigma_t$  sont :

$$\begin{aligned}\sigma_c &= \frac{c}{1 - \alpha/3} \\ \sigma_t &= \frac{c}{1 + \alpha/3}\end{aligned}\tag{2.33}$$

Dans l'espace des contraintes principales, le critère de Drucker-Prager forme une surface de charge conique et ouverte dans le sens des contraintes hydrostatiques négatives (figure 2.2). Dans le cas où  $\alpha = 0$ , le critère de Drucker-Prager devient indépendant de la contrainte hydrostatique et se réduit au critère de Von-Mises qui forme une surface cylindrique.

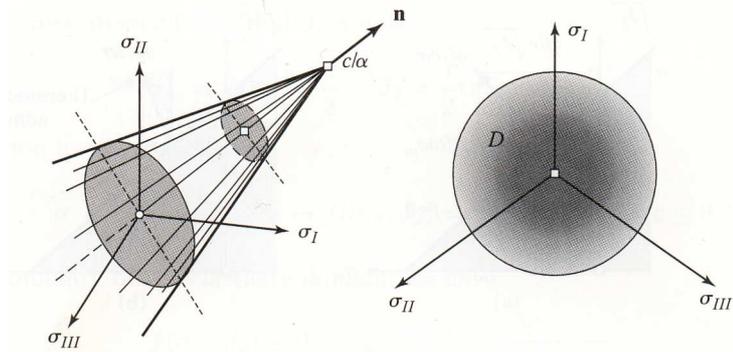


FIG. 2.2. Surface de charge - modèle de Drucker-Prager

Un autre critère tenant compte de la contrainte hydrostatique est celui de Mohr-Coulomb qui est apparenté au critère de Tresca, faisant intervenir en même temps le cisaillement maximal et la contrainte moyenne. Le principe du critère de Mohr-Coulomb est basé sur la règle de frottement linéaire :

$$|T_t| < -\tan \phi T_n + C\tag{2.34}$$

où  $T_t$  et  $T_n$  sont respectivement la contrainte tangentielle et normale,  $\phi$  et  $C$  sont respectivement l'angle de frottement interne et la cohésion (deux paramètres du matériau). La courbe intrinsèque de l'inégalité (2.34) se compose de deux demi-droite invariantes dans le plan de Mohr (figure 2.3)

En considérant le cas des contraintes principales avec  $\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1$ , le critère de Mohr-Coulomb peut s'écrire :

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = \sigma_1 - \sigma_3 + (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \phi - 2C \cos \phi\tag{2.35}$$

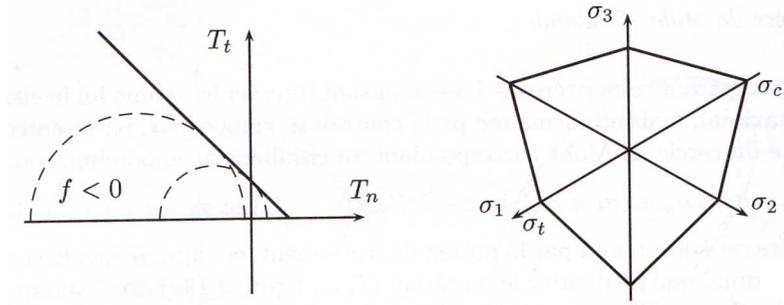


FIG. 2.3. Représentation du critère de Mohr-Coulomb

qui représente le centre du cercle de Mohr correspondant au cisaillement maximal.

### 2.3.1.2 Lois d'écoulement

Ce sont des lois définissant la vitesse d'évolution des déformations permanentes lorsque le régime (visco)plastique est atteint. Elles expriment l'intensité de la vitesse et la direction de l'écoulement.

Pour déterminer la direction de l'écoulement, un potentiel d'écoulement  $F$  a été introduit [Lemaitre et Chaboche, 1996]. L'hypothèse de normalité généralisée associée aux phénomènes dissipatifs instantanés permet d'écrire la loi d'écoulement plastique comme suit :

$$\dot{\epsilon}^p = \gamma \frac{\partial F}{\partial \sigma} \quad (2.36)$$

où  $\gamma$  est un scalaire caractérisant l'intensité de la vitesse d'écoulement des déformations permanentes, appelé multiplicateur plastique et déterminé à partir des conditions de charge/décharge et de consistance.

La viscoplasticité prend en compte le facteur temps dans la vitesse d'écoulement. Par exemple, la loi d'écoulement viscoplastique de [Perzyna, 1966] est largement utilisée :

$$\dot{\epsilon}^{vp} = \Gamma \langle \Phi(f) \rangle \frac{\partial F}{\partial \sigma} \quad (2.37)$$

où  $\Gamma$  est un paramètre caractérisant la fluidité du matériau,  $\Phi(f)$  est une fonction "overstress" dépendant de la fonction critère  $f$ ,  $\langle \Phi(f) \rangle = \max(\Phi(f), 0)$ .

Le cas  $F = f$  correspond à la (visco)plasticité associée. Dans le cas contraire, la (visco)plasticité est dite non associée.

### 2.3.1.3 Lois d'écrouissage

Les déformations permanentes sont provoquées par la modification de la structure interne du matériau qui conduit à un nouvel état dans lequel les propriétés mécaniques du matériau peuvent

ou non évoluer. Elles peuvent laisser le domaine élastique  $E_{\sigma}$  inchangé (cas de la plasticité parfaite par exemple) ou modifier sa position et/ou sa dimension. Les variables d'écrouissage sont introduites pour caractériser les changements apportés au domaine élastique  $E_{\sigma}$  par les déformations permanentes, ce sont des variables évolutives avec l'histoire du chargement et décrites par les lois d'écrouissage [Besson *et al.*, 2001].

Les deux principaux types d'écrouissage sont l'écrouissage isotrope et l'écrouissage cinématique. L'écrouissage isotrope, noté  $R$ , est une variable scalaire correspondant à une dilatation simple du critère initial et est souvent fonction de la déformation plastique cumulée (figure 2.4).

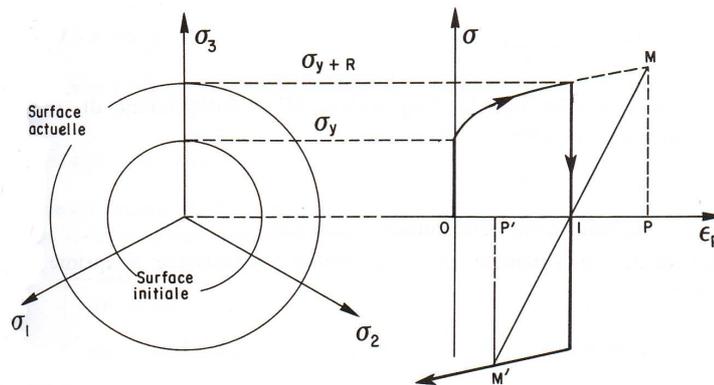


FIG. 2.4. *Ecrouissage isotrope* [Lemaitre et Chaboche, 1996]

L'écrouissage cinématique  $X$  est une variable tensorielle. Il représente la translation du domaine élastique, voir [Lemaitre et Chaboche, 1996] par exemple (figure 2.5).

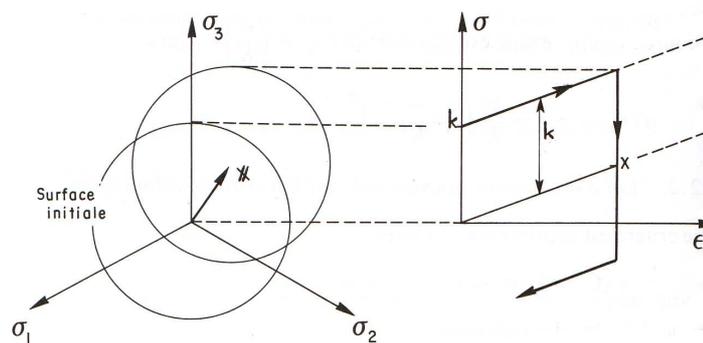


FIG. 2.5. *Ecrouissage cinématique* [Lemaitre et Chaboche, 1996]

Les lois d'écrouissage sont également définies par le potentiel d'écoulement plastique et par le multiplicateur plastique.

### 2.3.2 Modélisation du phénomène de rochet sous sollicitations cycliques

[Lemaitre et Chaboche, 1996] ont montré que la combinaison d'un écrouissage isotrope et d'un écrouissage cinématique linéaire est largement suffisante pour tous les cas de chargements quasi-monotones. Au contraire, pour les chargements cycliques, les lois d'écrouissage simples ne peuvent pas simuler l'ensemble des réponses et des phénomènes observés. D'autres modèles pour les chargements cycliques ont été proposés, dont le niveau de complexité augmente de plus en plus : la superposition de plusieurs modèles d'écrouissage élémentaires dans les formulations de Mroz, l'utilisation de l'écrouissage cinématique non linéaire, la combinaison de l'écrouissage isotrope et de l'écrouissage cinématique non linéaire, ou la superposition de plusieurs écrouissages cinématiques non linéaires [Lemaitre et Chaboche, 1996].

Une approche du comportement cyclique peut être l'exploitation des modèles multi-mécanismes multi-critères basés sur les modèles cristallographiques. Dans ces approches, le domaine élastique est l'intersection convexe des domaines élastiques élémentaires, et présente donc des points singuliers. Il est possible d'intégrer plusieurs mécanismes de déformations permanentes en un seul modèle pour simuler en même temps différents aspects du comportement.

Sous les sollicitations cycliques, la présence de plusieurs lois d'écoulement associées aux différentes surfaces de charges permet de changer les directions d'écoulement pendant le chargement. La déformation permanente est ensuite obtenue par la contribution des lois d'écoulement individuelles associées aux mécanismes indépendants. La déformation (visco)plastique incrémentale peut alors être simulée aisément.

La théorie de la plasticité multi-mécanisme multi-critère a été proposée par [Koiter, 1960], et ensuite généralisée par [Mandel, 1965]. Ces approches ont été appliquées avec succès pour les matériaux métalliques et se sont révélées efficaces pour simuler les chargements cycliques complexes [Cailletaud et Sai, 1995].

[Stéfani, 1996] a proposé un modèle rhéologique pour le phénomène de rochet sous chargements cycliques, qui a été considéré comme le plus simple modèle rhéologique de rochet sous sollicitations cycliques. Il a été ensuite étudié par [Heck, 2001, Ulm et Coussy, 2003, Nguyen, 2003], et va être résumé dans la suite pour montrer les pertinences des modèles de type multi-critère avec plusieurs mécanismes.

### 2.3.3 Modèle rhéologique de Stéfani

Ce modèle, proposé par Stéfani (1996), est considéré comme le plus simple modèle rhéologique capable de reproduire le rochet sous sollicitations cycliques. Il est composé de deux parties en série. La première partie est un ressort de module  $E$  représentant l'élasticité. La deuxième partie est un

bloc qui reproduit la déformation permanente et est constituée de deux sous-systèmes en parallèle, chacun composé d'un patin  $\sigma_{y1}$  en série avec un ressort de module  $H$ , reliés par un autre patin  $\sigma_{y2}$  (figure 2.6). La contrainte dans chaque ressort du bloc plastique est notée  $X/2$ .

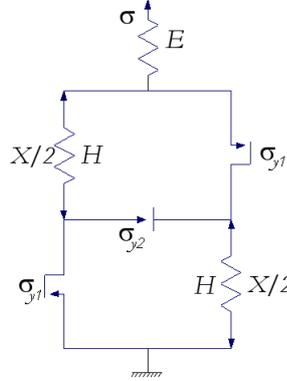


FIG. 2.6. Modèle rhéologique de Stéfani [Heck, 2001, Ulm et Coussy, 2003]

Sous l'action d'une contrainte  $\sigma$ , le bloc plastique peut se déformer suivant deux mécanismes différents : l'activation des patins  $\sigma_{y1}$  (figure 2.7-a) ou l'activation du patin  $\sigma_{y2}$  (figure 2.7-b). Ces deux mécanismes forment alors deux fonctions seuils de plasticité :

$$\begin{aligned} f_1 &= \left| \sigma + \frac{X}{2} \right| - \sigma_{y1} \\ f_2 &= |\sigma + X| - \sigma_{y2} \end{aligned} \quad (2.38)$$

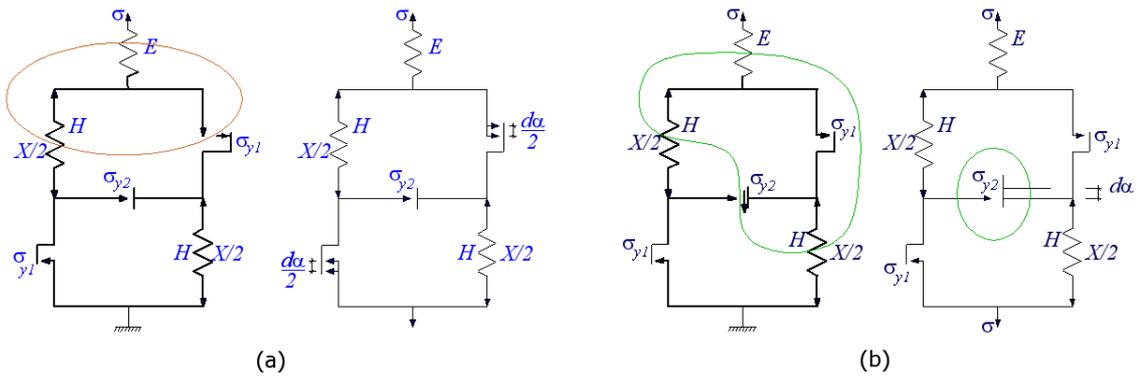
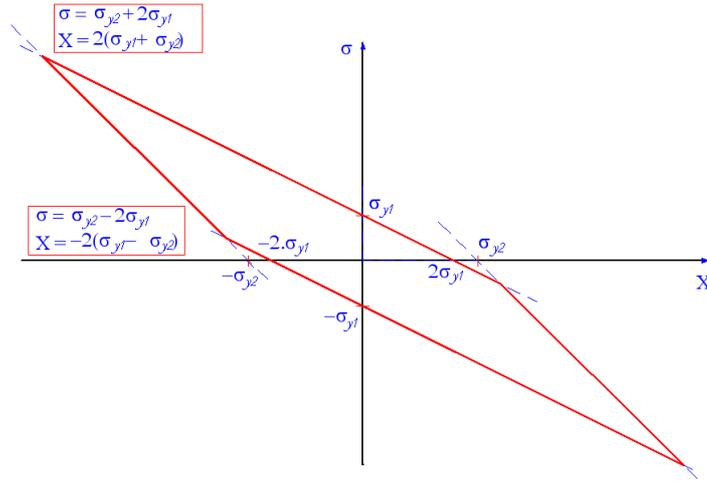


FIG. 2.7. Mécanismes de déformations permanentes du modèle de Stéfani

Le domaine élastique formé par ces deux seuils peut être défini dans l'espace  $(\sigma - X)$  comme suit (figure 2.8) :

$$E_\sigma = \{(\sigma, X) \in S \times R^X \mid f_i(\sigma, X) \leq 0, \text{ pour } i \in [1, 2]\} \quad (2.39)$$


 FIG. 2.8. Domaine élastique du modèle de Stéfani dans le cas  $\sigma_{y2} > 2\sigma_{y1}$ 

La contrainte ultime que supporte le modèle rhéologique de la figure 2.6 est :

$$\sigma_u = \sigma_{y2} + 2\sigma_{y1} \quad (2.40)$$

Des approches énergétiques du modèle de Stéfani étudiées par [Heck, 2001, Ulm et Coussy, 2003] ont permis de formuler ce modèle dans le cadre de la plasticité standard généralisée. Par souci de simplicité, ces approches ne sont pas présentées ici.

Sous une sollicitation cyclique d'amplitude  $\sigma_{max}$ , la réponse du modèle peut varier, de l'élasticité à l'adaptation ou à l'accommodation, ou au rochet. Seule la réponse du modèle en cas de rochet est présentée sur la figure 2.9.

On trouve alors que dans ce cas, le chargement commence par une phase élastique suivi par une phase plastique où le critère 1 est activé. Le déchargement est initialement élastique et ensuite plastique avec l'activation consécutive des critères  $f_2$  et  $f_1$ . Le premier cycle de chargement produit une déformation plastique  $\varepsilon_0^p$ . Après ce premier cycle, la déformation incrémentale  $\Delta\varepsilon^p(N)$  produite par chaque cycle de chargement est constante. La déformation plastique évolue donc avec le nombre de cycles de chargement  $N$ .

$$\begin{aligned} \varepsilon_0^p &= \frac{2\sigma_{y1}}{H} + \frac{\sigma_{max} - \sigma_{y2}}{H} \\ \Delta\varepsilon^p(N) &= \frac{\sigma_{max} - \sigma_{y2}}{H} \\ \varepsilon^p(N) &= \frac{2\sigma_{y1}}{H} + N \cdot \frac{\sigma_{max} - \sigma_{y2}}{H} \end{aligned} \quad (2.41)$$

Dans ce modèle, les ressorts de module  $H$  jouent le rôle de l'écroissage cinématique,  $H$  est

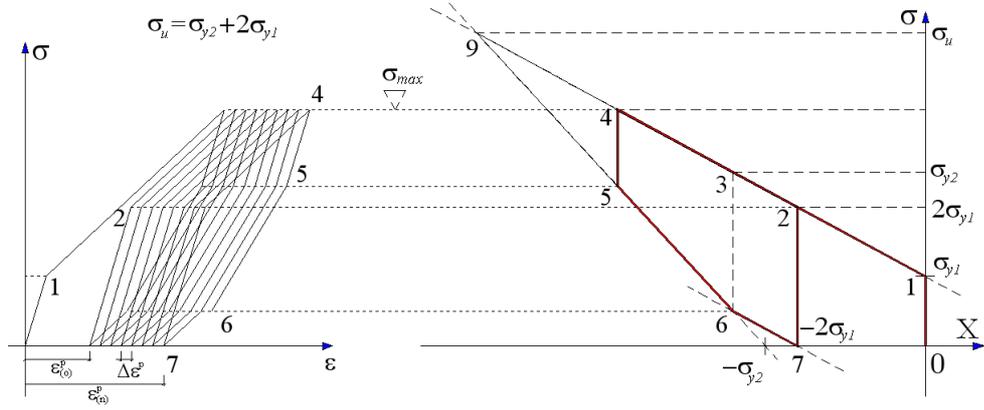


FIG. 2.9. Réponse du modèle de Stéfani au cas où  $\sigma_{y2} \leq \sigma_{max} \leq \sigma_u$  [Heck, 2001, Ulm et Coussy, 2003]

le *module d'écroissance cinématique*. Représentés par les contraintes d'écroissance  $X$  dans les critères, ils translatent les surfaces de charge élémentaires. La première surface évolue donc deux fois moins rapidement que la seconde (eq 2.38). La présence de la deuxième surface de charge  $f_2$  sert principalement lors du déchargement. Son activation change le vecteur normal à la surface de charge et par conséquent la direction d'écoulement. La déformation plastique cyclique est alors reproduite.

Les paramètres du modèle sont : les limites élastiques  $\sigma_{y1}$  et  $\sigma_{y2}$ , et le module d'écroissance cinématique  $H$ . Le module  $H$  influence directement la déformation plastique cyclique incrémentale et par conséquent la déformation plastique cumulée (eq. (2.41)), plus  $H$  est élevé plus les termes  $\Delta\varepsilon^p(N)$  et  $\varepsilon^p(N)$  sont petits et vice-versa. De même, plus  $\sigma_{y2}$  est petit plus ces termes sont élevés.

Le paramètre  $\sigma_{y1}$  est la limite élastique en chargement du modèle et possède un sens physique. Par contre,  $\sigma_{y2}$  est la limite du domaine élastique déjà translaté par  $X$ , ce paramètre a un sens physique moins clair. L'utilisation de deux limites élastique est difficilement justifiable, notamment pour des raisons de physique des matériaux. Il est alors recommandé que  $\sigma_{y2}$  soit déduite de  $\sigma_{y1}$  à travers un coefficient  $c_\sigma$  :

$$\sigma_{y2} = c_\sigma \cdot \sigma_{y1} \quad (2.42)$$

Ceci permet de conserver un sens physique et l'unicité de la limite élastique.

Dans les études de [Heck, 2001, Ulm et Coussy, 2003], la relation entre  $\sigma_{y1}$  et  $\sigma_{y2}$  a été limitée par la condition  $\sigma_{y2} > 2\sigma_{y1}$  pour que les deux critères soient activés lors du déchargement. Pourtant, cette limitation n'est pas forcément nécessaire pour la reproduction du rochet, car le deuxième critère est toujours activé lors du déchargement et engendre le changement de la direction d'écoulement. La déformation plastique cyclique incrémentale est toujours non nulle.

Une autre façon d'écrire le modèle de Stéfani est de construire le deuxième critère à partir du premier :

$$f_1(\sigma, X) = |\sigma + X| - \sigma_y \quad (2.43)$$

$$f_2(\sigma, X) = |\sigma + c_X \cdot X| - c_\sigma \cdot \sigma_y$$

où  $c_X$  est un paramètre d'écroissage cinématique du deuxième critère qui exprime la vitesse et le niveau de translation de la deuxième surface par rapport à la première,  $c_\sigma$  est un paramètre du modèle exprimant la limite élastique en déchargement du modèle (équation (2.42)). Dans le modèle de Stéfani,  $c_X$  vaut 2 et  $c_\sigma > 2$ .

Une variante du modèle de Stéfani, avec l'introduction d'un ressort  $R$  d'écroissage isotrope (figure 2.10), permet d'obtenir une relation non linéaire entre la déformation plastique et le nombre de cycles  $N$ .

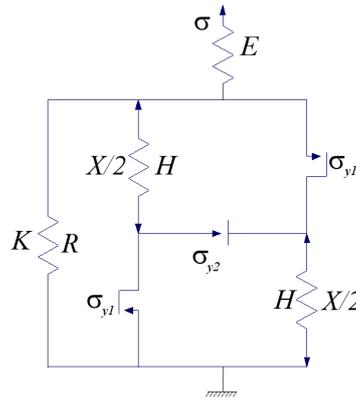


FIG. 2.10. Modification du modèle de Stéfani : introduction de l'écroissage isotrope [Heck, 2001]

Une étude plus approfondie de [Nguyen, 2003] sur les modifications du modèle de Stéfani en introduisant l'écroissage isotrope d'une manière généralisée (eq. (2.44)) a montré que l'écroissage isotrope peut être utilisé pour modifier la vitesse de la déformation permanente en fonction du nombre de cycles de chargement.

$$f_1(\sigma, X) = \left| \sigma + X/2 \right| - (\sigma_{y1} + \beta_1 \cdot R) \quad (2.44)$$

$$f_2(\sigma, X) = |\sigma + X| - (\sigma_{y2} + \beta_2 \cdot R)$$

où  $R$  représente l'écroissage isotrope et  $\beta_1, \beta_2$  sont des paramètres du modèle. Cependant, cette introduction provoque une adaptation ou accommodation après un certain nombre de cycles de chargement comme le montre la figure 2.11 (voir [Nguyen, 2003] pour plus de détails).

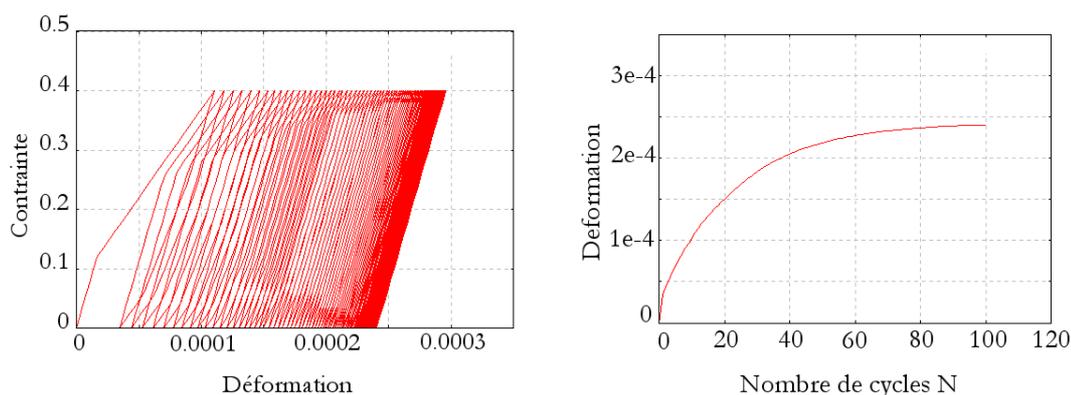


FIG. 2.11. Exemple de réponse du modèle (2.44) [Nguyen, 2003]

## 2.4 Conclusions

Les études bibliographiques dans ce chapitre ont montré certaines avancées dans la modélisation du comportement irréversible des matériaux bitumineux. Les modèles proposés permettent de bien simuler les essais monotones de compression et de fluage. Cependant, le phénomène d'orniérage se produit non seulement à cause du fluage viscoélastique mais aussi à cause de la répétition des chargements. Les modèles proposés, qui ne sont pas capables de reproduire des déformations permanentes sous chargement cycliques, ne peuvent pas être appliqués à la simulation du phénomène d'orniérage. Un modèle pour le comportement permanent sous sollicitations cycliques est alors nécessaire pour simuler correctement ce phénomène.

L'application de la théorie de plasticité/viscoplasticité à la modélisation des matériaux bitumineux est nécessaire, car elle permet de prendre correctement en compte l'origine physique et mécanique du phénomène. Quelques généralités sur la théorie de la plasticité/viscoplasticité ont été présentées dans ce chapitre. Ceci donne une base théorique pour le modèle proposé ultérieurement.

Les modèles de type multi-mécanisme multi-critère possèdent une grande capacité de simulation de différents phénomènes complexes. Ceci a été prouvé à travers les études sur le modèle rhéologique de Stéfani et ses variantes. Dans le chapitre suivant, un modèle multi-mécanisme multi-critère pour la modélisation des déformations permanentes sous sollicitations cycliques des matériaux bitumineux va être présenté.



## Chapitre 3

# Un modèle multi-surfacique pour le comportement permanent sous sollicitations cycliques

### 3.1 Introduction

Les études bibliographiques sur le comportement permanent des matériaux bitumineux et sur la modélisation de ce phénomène ont montré la nécessité d'un modèle capable de simuler non seulement les chargements monotones mais aussi les sollicitations cycliques. Un modèle pour le comportement cyclique serait sans doute un grand pas vers les calculs mécaniques d'orniérage des structures routières. Actuellement ces calculs se font principalement à travers des relations empiriques ou des modèles élastiques multi-couches.

L'application des modèles multi-mécanismes multi-critères, dont la théorie de base a été initialement proposée par [Koiter, 1960] puis généralisée par [Mandel, 1965], à la modélisation du comportement permanent sous sollicitations cycliques est une bonne direction d'approche, permettant de coupler différents mécanismes de déformation dans un seul modèle. Ceci a été montré par le modèle rhéologique de Stéfani. Dans ce chapitre, un modèle élasto-viscoplastique de type multi-mécanisme multi-critère est présenté. Ce modèle est un couplage de deux critères et deux mécanismes de déformations permanentes dont le but principal est de modéliser les déformations permanentes des matériaux bitumineux sous chargements cycliques.

## 3.2 Hypothèses et cadres de travail

Sachant que les matériaux bitumineux sont des mélanges hétérogènes dont le comportement varie fortement avec la formulation des mélanges ainsi que les conditions de sollicitations (température, chargements...), quelques hypothèses et cadres ont été posés au sein de ce travail.

### 3.2.1 Hypothèses d'un milieu continu, homogène et isotrope

Les mélanges bitumineux sont des matériaux composites fortement hétérogènes dont la structure microscopique varie avec la composition granulométrique, la méthode de compactage, la teneur en liant... Cependant, dans le cadre de ce travail, on postule l'hypothèse d'un milieu continu et homogène.

D'autre part, la structure interne des matériaux bitumineux varie non seulement suivant la position mais aussi suivant la direction considérée et ils possèdent alors une certaine anisotropie [Masad *et al.*, 2003, Dessouky, 2005]. De plus, suite à l'influence des contraintes de confinement sur l'interaction entre les particules du squelette granulaire, les matériaux bitumineux deviennent instables et adoptent un comportement anisotrope important sous les chargements dont les contraintes de confinement sont faibles, les essais de chargements uniaxiaux par exemple, d'après les études de [Neifar et Di Benedetto, 2000, Taherkhani et Collop, 2006] et autres. Ceci provoque une dilatance volumique considérable. Pourtant, l'influence de ces anisotropies n'intervient pas considérablement dans le comportement des matériaux bitumineux des structures routières où l'état de contrainte est tridimensionnel avec la présence d'un confinement latéral. L'hypothèse d'un modèle isotrope est donc prise pour simplifier les problèmes sans perdre les généralités.

### 3.2.2 Problèmes thermiques

Les propriétés physiques et mécaniques des matériaux bitumineux varient avec la température, et par conséquent les réponses mécaniques dépendent fortement de cette dernière. Le problème thermique doit alors être pris en compte, directement ou indirectement, dans les lois de comportement proposées. Le couplage direct du problème thermique avec des lois élasto-viscoplastiques accroît la complexité des calculs numériques ainsi que la stratégie d'identification des paramètres. Dans ce travail, ce problème va être traité indirectement : les paramètres vont être identifiés pour chaque température ou plage de températures considérée.

### 3.3 Problème mécanique global

Le problème mécanique global consiste à déterminer le système des équations d'équilibre décrivant l'état global du domaine étudié. En utilisant le principe des puissances virtuelles, les relations entre les variables forces internes et les chargements externes peuvent être établies.

Le principe des puissances virtuelles postule que : pour tout milieu matériel, à chaque instant et pour tout mouvement virtuel, la puissance virtuelle des quantités d'accélération  $\hat{P}_{(a)}$  est égale à la somme des puissances virtuelles des efforts intérieurs  $\hat{P}_{(i)}$  et des efforts extérieurs  $\hat{P}_{(e)}$ , voir par exemple [Lemaitre et Chaboche, 1996] pour plus de détails :

$$\hat{P}_{(a)} = \hat{P}_{(i)} + \hat{P}_{(e)} \quad (3.1)$$

Soit un domaine  $\Omega$  de frontière  $\partial\Omega$ ,  $\hat{\mathbf{u}}$  un champ de déplacement virtuel, les puissances virtuelles des efforts intérieurs et extérieurs sont :

$$\begin{aligned} \hat{P}_{(i)} &= -\frac{1}{2} \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} : (\overrightarrow{\text{grad}} \hat{\mathbf{u}} + (\overrightarrow{\text{grad}} \hat{\mathbf{u}})^T) d\Omega = - \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(\hat{\mathbf{u}}) d\Omega \\ \hat{P}_{(e)} &= \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \hat{\mathbf{u}} d\Omega + \int_{\partial\Omega} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS \end{aligned} \quad (3.2)$$

où  $\boldsymbol{\sigma}$  est la contrainte de Cauchy,  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(\hat{\mathbf{u}})$  est le champ de vitesse des déformations virtuelles,  $\mathbf{f}$  est la force volumique dans le domaine  $\Omega$  et  $\mathbf{F}$  la force surfacique sur la frontière  $\partial\Omega$  dont le vecteur normal est  $\mathbf{n}$ .

Pour un problème statique la puissance des quantités d'accélération est nulle, (3.1) et (3.2) nous donnent, pour tout domaine  $\Omega$ , l'équation d'équilibre classique suivante :

$$\begin{aligned} \text{div} \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f} &= 0 && \text{dans } \Omega \\ \mathbf{F} &= \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} && \text{sur } \partial\Omega \end{aligned} \quad (3.3)$$

### 3.4 Modèle multi-surfacique pour le comportement permanent sous sollicitations cycliques

La réponse du matériau dépend non seulement de la sollicitation actuelle mais aussi de l'histoire de chargement auquel il a subit. La méthode largement utilisée pour traiter ce problème est la *méthode de l'état local* qui consiste à représenter les propriétés d'hérédité du matériau par des variables internes contenant les informations déterminant l'état du matériau. Le comportement en un point considéré ne dépend que des variables définies en ce point, et non pas du voisinage [Lemaitre et Chaboche, 1996, Besson *et al.*, 2001]. En plus de l'équation d'équilibre globale, les lois qui définissent les variables locales sont alors nécessaires pour décrire le comportement du matériau.

### 3.4.1 Hypothèses cinématiques et les lois d'état

D'après les études expérimentales de [Perl *et al.*, 1983, Sides *et al.*, 1985], et autres, il est recommandé de décomposer les déformations totales en plusieurs composantes réversibles et irréversibles, comme exprimé par l'équation (2.1) et illustré par la figure 2.1. Pourtant, la modélisation simultanée de tous ces types de déformations dans un seul modèle entraîne plusieurs problèmes numériques de résolution ainsi que des problèmes d'identification des paramètres.

En outre, aux températures relativement élevées, la contribution des déformations viscoélastiques au comportement permanent est insignifiante devant les déformations plastiques et viscoplastiques [Sides *et al.*, 1985, Uzan, 1996]. Pour la modélisation des déformations permanentes des matériaux bitumineux ainsi que le phénomène d'orniérage qui se produisent principalement aux températures élevées, la composante viscoélastique de déformation est alors négligeable.

Dans cette étude, on suppose également que les déformations permanentes des matériaux bitumineux sont principalement d'origine plastique et viscoplastique. Grâce à cette hypothèse, les déformations totales sont décomposées en déformations élastiques  $\boldsymbol{\varepsilon}^e$  et déformations viscoplastiques  $\boldsymbol{\varepsilon}^{vp}$  :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^{vp} \quad (3.4)$$

Pour les phénomènes d'écrouissage, une variable tensorielle  $\boldsymbol{\alpha}$  qui représente l'écrouissage cinématique est introduite pour décrire la translation du domaine élastique. L'écrouissage isotrope, qui exprime la variation de la dimension du domaine élastique initial, n'est pas introduit dans ce modèle, car il entraînerait des états de stabilisation (adaptation ou accommodation) aux sollicitations cycliques après un certain nombre de cycles. D'autre part, la translation du domaine élastique peut provoquer également un changement de la limite élastique du matériau.

Le potentiel d'énergie libre est choisi comme suit pour définir les lois d'état du modèle :

$$\rho\Psi = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^e : \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}^e + \frac{1}{2} \boldsymbol{\alpha} : \mathbf{D} : \boldsymbol{\alpha} \quad (3.5)$$

où  $\mathbf{C}$  désigne le tenseur d'élasticité de Hooke,  $\mathbf{D}$  est le tenseur d'écrouissage cinématique. On choisit  $\mathbf{D} = H\mathbf{1}$  où le scalaire  $H$  est le module d'écrouissage cinématique et  $\mathbf{1}$  est le tenseur identité.

Les lois d'état définissant les relations entre les variables internes et leurs variables dualles sont alors déduites :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^e} = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}^e = \mathbf{C} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{vp}) \\ \mathbf{X} &= -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\alpha}} = -\mathbf{D} : \boldsymbol{\alpha} = -H\boldsymbol{\alpha} \end{aligned} \quad (3.6)$$

où  $\mathbf{X}$  est la contrainte d'écrouissage cinématique, variable force thermodynamique associée à  $\boldsymbol{\alpha}$ .

L'inégalité de Clausius-Duhem se réduit alors à l'expression suivante :

$$\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} + \mathbf{X} : \dot{\boldsymbol{\alpha}} \geq 0 \quad (3.7)$$

### 3.4.2 Critères viscoplastiques et domaine élastique

Les études bibliographiques ont montré que la résistance aux déformations permanentes des matériaux bitumineux dépend fortement de la cohésion et du frottement interne, deux grandeurs indiquant l'interaction entre les composants du mélange. Pour interpréter le domaine élastique des mélanges bitumineux, un critère faisant intervenir en même temps la contrainte déviatorique et la contrainte hydrostatique est donc nécessaire. De plus, le comportement des matériaux bitumineux en compression est différent de celui en traction, ceci nécessite alors un domaine élastique dissymétrique.

[Brown et Cooper, 1980] ont montré, à travers des essais de fluage statiques, que les matériaux bitumineux sont compressibles, et que plus la contrainte hydrostatique est élevée, plus la déformation volumique de contractance est élevée. En outre, sous les chargements uniaxiaux de compression, les mélanges bitumineux présentent également une dilatance volumique après une légère contractance initiale [Neifar et Di Benedetto, 2000, Masad *et al.*, 2003, Taherkhani et Collop, 2006].

Il est alors essentiel que les fonctions critères soient construites autour des paramètres caractérisant la cohésion et l'angle de frottement interne. Elles doivent faire intervenir en même temps les contraintes hydrostatique et déviatorique. Le domaine créé par ces fonctions critères doit être fermé pour capturer des chemins des contraintes dont la partie hydrostatique est élevée par rapport à la contrainte déviatorique.

[Seibi *et al.*, 2001, Masad *et al.*, 2003], et autres, ont utilisé le critère de Drucker-Prager, qui est largement adopté pour les matériaux granulaires, pour la modélisation des matériaux bitumineux sous sollicitations monotones simples, et ils ont eu un certain succès avec ces types de chargements. Pourtant, ce critère donne un domaine élastique ouvert dans la direction de confinement et il exprime une dilatance pure sous n'importe quel chemin de contraintes.

Nous proposons alors un domaine élastique défini par un couplage de deux fonctions critères qui ont également été utilisées dans [Nguyen *et al.*, 2006a, Nguyen *et al.*, 2006b] :

$$\begin{aligned} f_1(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{X}) &= \sqrt{\|\mathbf{s} - \mathbf{X}\|^2 + \frac{2}{3}\alpha_1^2 (p + \delta R_0)^2} - \sqrt{\frac{2}{3}} R_0 \\ f_2(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{X}) &= \|\mathbf{s} - c_X \mathbf{X}\| + \sqrt{\frac{2}{3}}\alpha_2 p - \sqrt{\frac{2}{3}} c_R R_0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

où :

- $p$  est la contrainte hydrostatique et  $\mathbf{s}$  le tenseur des contraintes déviatoriques donnés par :

$$p = \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma})$$

$$\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} - p\mathbf{1}$$
(3.9)

- $\|\cdot\|$  est la norme définie par :

$$\|\mathbf{s}\| = \sqrt{\mathbf{s} : \mathbf{s}}$$
(3.10)

- $R_0$  caractérise la résistance du matériau aux déformations permanentes.
- $\alpha_1, \delta$  sont deux paramètres positifs caractérisant la forme de la surface du premier critère.
- $\alpha_2$  caractérise l'influence de la contrainte hydrostatique  $p$  dans le deuxième critère.
- $c_X$  définit la vitesse et le niveau de translation de la deuxième surface par rapport à la première,  $c_R$  est le paramètre caractérisant la limite élastique du deuxième critère.

Le premier critère  $f_1$  est une fonction quadratique de  $q$  et  $p$  dont la forme ressemble aux modèles de types Cam-clay utilisés pour les sols par [Schofield et Wroth, 1968, Roscoe et Burland, 1968] et autres. Il est modifié pour tenir compte du phénomène de contractance ainsi que de la dissymétrie du domaine élastique par un déplacement  $\delta R_0$  suivant l'axe des contraintes hydrostatiques. La fermeture de  $f_1$  permet de capturer des trajets de chargements dont la contrainte hydrostatique est importante.

Le deuxième critère  $f_2$  est du type Drucker-Prager linéaire dont l'influence de  $p$  est exprimée à travers  $\alpha_2$ . En contrepartie avec le premier critère,  $f_2$  ne peut produire que de la dilatance volumique. Le couplage de ces deux critères permet de construire un modèle capable de simuler non seulement la dilatance mais aussi la contractance volumique.

Dans l'espace des contraintes principales, le premier critère forme une surface elliptique fermée tandis que le deuxième forme une surface conique ouverte dans la direction des contraintes hydrostatiques. Le domaine élastique du modèle est défini par l'intersection convexe de deux domaines définis par ces deux surfaces.

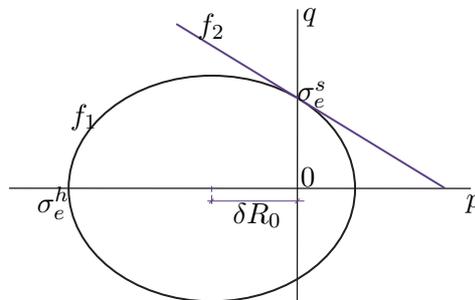


FIG. 3.1. Surfaces de charge initiales dans le plan  $(p - q)$

Les observations sur le fonctionnement du modèle rhéologique de Stéfani ont montré le rôle de chaque critère. Le deuxième critère  $f_2$  n'est activé que lors du déchargement des sollicitations cycliques et c'est le premier critère qui explique le comportement sous chargements monotones. Afin d'imposer une relation cohérente entre les deux surfaces de charge, dans le plan  $(p, q)$  à l'état initial, le deuxième critère  $f_2$  est défini comme tangent au premier critère au point de cisaillement pur (figure 3.1). Les paramètres  $c_R$  et  $\alpha_2$  sont alors déterminés à partir de  $\alpha_1$  et  $\delta$  comme suit :

$$\alpha_2 = \frac{\alpha_1^2 \delta}{\sqrt{1 - \alpha_1^2 \delta^2}} \quad c_R = \sqrt{1 - \alpha_1^2 \delta^2} \quad (3.11)$$

Le domaine élastique initial est alors entièrement défini par le premier critère qui est caractérisé par  $\alpha_1$ ,  $\delta$  et  $R_0$ . Les limites élastiques en compression  $\sigma_e^c$  et traction simple  $\sigma_e^t$ , en compression hydrostatique  $\sigma_e^h$  et en cisaillement pure  $\sigma_e^s$  s'en déduisent :

$$\begin{aligned} \sigma_e^t &= R_0 \left( \sqrt{1 + \frac{\alpha_1^2}{9} - \alpha_1^2 \delta^2 - \frac{1}{3} \alpha_1^2 \delta} \right) \left( 1 + \frac{\alpha_1^2}{9} \right)^{-1} \\ \sigma_e^c &= R_0 \left( \sqrt{1 + \frac{\alpha_1^2}{9} - \alpha_1^2 \delta^2 + \frac{1}{3} \alpha_1^2 \delta} \right) \left( 1 + \frac{\alpha_1^2}{9} \right)^{-1} \\ \sigma_e^s &= R_0 \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{1 - \alpha_1^2 \delta^2} \\ \sigma_e^h &= R_0 \frac{1 + \alpha_1 \delta}{\alpha_1} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Ce sont des points critiques permettant d'identifier les paramètres  $\alpha_1$ ,  $\delta$  et  $R_0$ . Pour assurer que le point  $(0, 0)$  se trouve dans le domaine élastique, la condition sur les paramètres  $\alpha_1$  et  $\delta$  est alors  $1 - \alpha_1^2 \delta^2 > 0$ , ou  $\alpha_1 \delta < 1$ .

Le paramètre  $\alpha_1$  maîtrise l'influence de la contrainte hydrostatique dans la fonction critère. Plus  $\alpha_1$  est élevé plus le matériau est difficile à déformer irréversiblement. Pour  $\alpha_1 = 0$  les fonctions critères deviennent indépendantes de la contrainte hydrostatique  $p$ , et le domaine élastique reprend alors la forme classique des modèle de type Von-Mises.

Le paramètre  $\delta$  permet de déplacer le domaine suivant la direction de confinement  $p$  afin d'obtenir un domaine élastique dissymétrique. Avec  $\alpha_1$ , il définit le rapport entre la limite élastique en traction et celle en compression, comme suit :

$$\frac{\sigma_e^t}{\sigma_e^c} = \frac{\sqrt{1 + \frac{\alpha_1^2}{9} - \alpha_1^2 \delta^2 - \frac{1}{3} \alpha_1^2 \delta}}{\sqrt{1 + \frac{\alpha_1^2}{9} - \alpha_1^2 \delta^2 + \frac{1}{3} \alpha_1^2 \delta}} \quad (3.13)$$

Lors de l'apparition des déformations permanentes, l'écroutissage cinématique se produit. Les surfaces de charge  $f_1$  et  $f_2$  se déplacent alors à des différentes vitesses. Il peut exister des points

singuliers sur la frontière du domaine élastique où les deux surfaces se croisent et le vecteur normal à ces point n'est pas unique (figure 3.2).

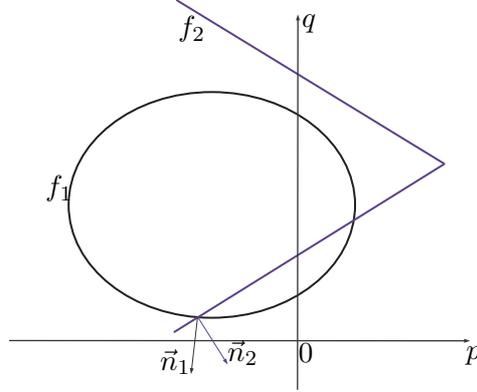


FIG. 3.2. Surface de charge déplacée dans le plan  $(p - q)$

Le paramètre  $c_X$  détermine la vitesse et le niveau de translation de  $f_2$ , plus  $c_X$  est élevé plus  $f_2$  se déplace par rapport à  $f_1$ . La limite élastique de  $f_2$  est influencée par  $c_R$ .  $c_X$  et  $c_R$  sont des paramètres cycliques.

### 3.4.3 Lois d'évolution des variables internes

Pour interpréter l'évolution des variables internes suivant l'histoire de sollicitations, les lois d'évolution (écoulement) sont proposées dans cette section. [Zienkiewicz *et al.*, 1975, Florea, 1994], et autres, ont prouvé que la (visco)plasticité associée ne convient pas pour modéliser les déformations permanentes des matériaux granulaires en raison de la surévaluation de l'influence des contraintes hydrostatiques dans le comportement qu'elles entraînent. La (visco)plasticité non associée est également adoptée dans ce modèle.

On postule alors deux fonctions potentielles d'écoulement (visco)plastiques, notées  $F_1$  et  $F_2$ , comme celles proposées dans [Nguyen *et al.*, 2006a, Nguyen *et al.*, 2006b] :

$$\begin{aligned}
 F_1(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{X}) &= \sqrt{\|\mathbf{s} - \mathbf{X}\|^2 + \frac{2}{3}\beta_1^2 (p + \delta R_0)^2} - \sqrt{\frac{2}{3}}R_0 \\
 F_2(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{X}) &= \|\mathbf{s} - c_X \mathbf{X}\| + \beta_2 p - c_R R_0
 \end{aligned}
 \tag{3.14}$$

où  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sont deux nouveaux paramètres introduits pour contrôler la prise en compte des contraintes hydrostatiques. Lorsque  $\beta_1 = \alpha_1$  et  $\beta_2 = \alpha_2$ , les fonctions potentielles d'écoulement coïncident avec les fonctions critères et on obtient un modèle de viscoplasticité associée.

La formulation viscoplastique de Perzyna [Perzyna, 1966] est largement utilisée dans la littérature et a prouvé ses capacités. La loi d'évolution est une extension directe des lois d'évolution plastique

indépendantes du temps. L'équation (3.15) donne la loi d'évolution viscoplastique de Perzyna pour un cas simple :

$$\dot{\epsilon}^{vp} = \frac{\langle \phi(f) \rangle}{\eta} \frac{\partial F}{\partial \sigma} \quad (3.15)$$

où  $f$  est la fonction critère,  $\eta$  est le paramètre de fluidité,  $\phi$  est une fonction de  $f$  et l'opérateur  $\langle \cdot \rangle$  est la fonction partie positive définie par :

$$\langle x \rangle = \frac{1}{2}(|x| + x) \quad (3.16)$$

La direction d'écoulement est définie suivant la loi de normalité et la densité d'évolution est déterminée par la fonction  $\phi(f)$  et le paramètre  $\eta$ . Le rapport  $\langle \phi(f) \rangle / \eta$  correspond alors au multiplicateur plastique. Lorsque  $\eta \rightarrow 0$  on obtient le modèle plastique indépendant du temps.

Pourtant, [Simo *et al.*, 1988, Simo et Hughes, 1998] ont prouvé que l'application de la formulation de Perzyna aux modèles de viscoplasticité multi-surfaciques n'est pas raisonnable, car on ne peut pas obtenir une solution indépendante du temps unique quand les paramètres de fluidité tendent vers 0. On est alors amené à utiliser une formulation viscoplastique alternative de Duvaut-Lions où la solution du problème viscoplastique est déduite de celle du problème plastique indépendant du temps correspondant [Duvaut et Lions, 1972, Simo *et al.*, 1988].

La formulation viscoplastique de Duvaut-Lions nécessite la solution du problème plastique indépendant du temps correspondant pour interpréter les lois d'évolution viscoplastiques des variables internes. Le problème plastique indépendant du temps va être alors présenté dans un premier temps et les lois d'évolution viscoplastiques de Duvaut-Lions par la suite.

### 3.4.3.1 Problème plastique indépendant du temps

En se basant sur l'observation que le problème plastique est le cas limite du problème viscoplastique quand le paramètre de fluidité tend vers zéro, on postule la plasticité non-associée dont les fonctions potentielles d'écoulement plastiques sont  $F_1$  et  $F_2$  définie par (3.14). Les lois d'évolution plastiques des variables internes s'écrivent alors :

$$\dot{\epsilon}^p = \gamma_1 \partial_{\sigma} F_1 + \gamma_2 \partial_{\sigma} F_2 \quad (3.17)$$

$$\dot{\alpha}^p = \gamma_1 \partial_{\mathbf{X}} F_1 + \gamma_2 \partial_{\mathbf{X}} F_2$$

où  $\epsilon^p$  et  $\alpha^p$  sont les variables internes du problème plastique,  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  sont les multiplicateurs plastiques positifs déterminés par les conditions de charge/décharge et de consistance :

$$\gamma_i \geq 0 ; \quad f_i \leq 0 ; \quad \gamma_i f_i = 0 ; \quad \gamma_i \dot{f}_i = 0 \quad (i = 1, 2) \quad (3.18)$$

La convexité de  $F_1$  et  $F_2$  par rapport à  $\sigma$  et  $\mathbf{X}$  fait que l'inégalité de Clausius-Duhem (3.7) est automatiquement vérifiée.

### 3.4.3.2 Lois d'évolution viscoplastique de Duvaut-Lions

En notant  $\boldsymbol{\sigma}^p$  et  $\mathbf{X}^p$  les forces thermodynamiques solutions du problème plastique indépendant du temps ci-dessus, la formulation de Duvaut-Lions postule les lois d'évolution des variables internes comme suit :

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} &= \frac{1}{\tau} \mathbf{C}^{-1} \cdot (\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}^p) \\ \dot{\boldsymbol{\alpha}} &= \frac{1}{\tau} \mathbf{D}^{-1} \cdot (\mathbf{X} - \mathbf{X}^p)\end{aligned}\tag{3.19}$$

où  $\tau$  est le temps de relaxation, le paramètre de viscoplasticité correspondant au paramètre  $\eta$  de la formulation de Perzyna. Lorsque  $\tau \rightarrow 0$  la solution du problème viscoplastique coïncide avec la solution du problème plastique indépendant du temps correspondant.

## 3.5 Implémentation numérique du modèle proposé

Dans cette section, l'implémentation numérique pour la résolution du modèle proposé est abordée. Ceci nécessite la résolution de deux systèmes d'équations : les équations d'équilibre définissant la réponse globale du domaine considéré, et les équations locales décrivant les propriétés locales à chaque point du domaine. Pour le cas de la (visco)plasticité, ces équations sont non linéaires et doivent être résolues numériquement. La solution numérique de ces équations est souvent basée sur des méthodes itératives de type Newton-Raphson.

Les équations globales et locales doivent être résolues séparément, suite à leurs natures différentes. Un schéma typique de résolution est le suivant :

1. Calcul de l'incrément des déplacements à partir des équations d'équilibre globales qui va être utilisé pour calculer l'incrément des déformations aux points locaux.
2. Pour un incrément de déformation calculé par l'étape 1, les nouvelles valeurs des variables forces ( $\boldsymbol{\sigma}$ ,  $\mathbf{X}$ ) vont être obtenues par la résolution des équations locales avec des conditions initiales données.
3. Vérifier les équations d'équilibre globales avec les contraintes calculées par l'étape 2, et si elles ne sont pas satisfaites, le processus itératif reprend à l'étape 1.

Les étapes 1 et 3 sont traitées au niveau global par éléments finis tandis que l'étape 2 est résolue au niveau des points d'intégration. Le problème global, défini par l'équation d'équilibre (3.3), est résolu en utilisant la méthode itérative de Newton-Raphson. Le calcul numérique est implémenté dans le code de calcul CESAR-LCPC. Le problème local est traité à chaque point local du domaine par une méthode itérative de Newton en suivant une stratégie de prédiction-correction.

### 3.5.1 Résolution du problème global

Nous présentons d'abord la formulation variationnelle du problème global, qui est ensuite linéarisée pour l'emploi de la méthode itérative de Newton. L'équation discrète du problème global est résolue numériquement par la méthode des éléments finis.

La formulation variationnelle de (3.3), en statique, s'écrit :

$$R(\mathbf{u}, \hat{\mathbf{u}}) = \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\varepsilon}^{vp}, \boldsymbol{\alpha}) : \nabla^s \hat{\mathbf{u}} \, d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \hat{\mathbf{u}} \, d\Omega - \int_{\partial\Omega} \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{u}} \, dS = 0 \quad (3.20)$$

qui doit être satisfaite pour n'importe quel champ de déplacement cinématiquement admissible  $\hat{\mathbf{u}}$ , avec  $\mathbf{u}$  le champ des déplacements solution. Comme déjà mentionné au début, le champ des contraintes  $\boldsymbol{\sigma}$  dépend des variables internes (visco)plastiques et est calculé par la résolution des équations locales d'évolution (visco)plastique. (3.20) est alors l'équation gouvernant le problème global.

L'équation (3.20) est résolue incrémentalement par la méthode itérative de Newton en discrétisant la durée du calcul en plusieurs incréments de temps. Le résultat de l'incrément  $(n+1)$  est déduit de celui de l'incrément  $n$  et des chargements imposés. La linéarisation de (3.20), en considérant le passage de l'instant initial  $t_n$  à l'instant  $t_{n+1}$ , à l'itération  $k$  s'écrit :

$$DR(\mathbf{u}_{n+1}^k, \hat{\mathbf{u}}) \cdot \Delta \mathbf{u}_{n+1}^k \equiv \int_{\Omega} \nabla^s \hat{\mathbf{u}} : \left[ \mathbf{C}_{n+1}^{vp,k} : \nabla^s (\Delta \mathbf{u}_{n+1}^k) \right] \, d\Omega = -R(\mathbf{u}_{n+1}^k, \hat{\mathbf{u}}) \quad (3.21)$$

où  $\mathbf{C}_{n+1}^{vp,k} = \partial_{(\boldsymbol{\varepsilon})} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}_{n+1}^k, \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{vp,k}, \boldsymbol{\alpha}_{n+1}^k)$  est le module tangent algorithmique calculé à chaque point d'intégration par la résolution du problème local.

Ceci permet de calculer l'incrément du champs des déplacements à l'itération  $k$ ,  $\Delta \mathbf{u}_{n+1}^k$ , et par suite le champ des déplacements à l'itération  $(k+1)$  :  $\mathbf{u}_{n+1}^{k+1} = \mathbf{u}_{n+1}^k + \Delta \mathbf{u}_{n+1}^k$ . L'équation (3.21) est résolue itérativement jusqu'au moment où la valeur absolue du terme résidu  $R$  est inférieur à une tolérance donnée.

### 3.5.2 Résolution du problème d'évolution viscoplastique local

Pour faciliter les notations, les variables de même origine sont regroupées et représentées par une seule variable tensorielle pour chaque groupe comme suit :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Xi} &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} & \boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{\Sigma}^{vp} &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma} \\ \mathbf{X} \end{bmatrix} & \boldsymbol{\Xi}^{vp} &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^{vp} \\ \boldsymbol{\alpha} \end{bmatrix} \\ & & \boldsymbol{\Sigma}^p &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma}^p \\ \mathbf{X}^p \end{bmatrix} & \boldsymbol{\Xi}^p &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^p \\ \boldsymbol{\alpha}^p \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.22)$$

où  $\Sigma^p$  et  $\Xi^p$  sont les variables du problème plastique,  $\Sigma^{vp}$ ,  $\Xi^{vp}$  celles du problème viscoplastique. On introduit également un module tangent initial  $\mathbb{C}_0^{vp}$  ( $\mathbb{C}_0^p$  pour le problème plastique) :

$$\mathbb{C}_0^{vp} = \mathbb{C}_0^p = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Les lois d'état (3.6) sont alors réécrites comme suit :

$$\Sigma = \mathbb{C}_0^{vp} : [\Xi - \Xi^{vp}] \quad (3.24)$$

De même, les lois d'évolution du problème plastique et les lois d'évolution viscoplastiques de Duvaut-Lions s'écrivent :

$$\begin{aligned} \dot{\Xi}^p &= \gamma_1 \partial_{\Sigma^p} F_1(\Sigma^p) + \gamma_2 \partial_{\Sigma^p} F_2(\Sigma^p) \\ \dot{\Xi}^{vp} &= \frac{1}{\tau} \mathbb{C}_0^{vp-1} : [\Sigma - \Sigma^p] \end{aligned} \quad (3.25)$$

Les multiplicateurs plastiques  $\gamma_i$  sont déterminés à partir des conditions de charge/décharge et de consistance (3.18). A un point donné, le nombre de critères activés peut varier de 0, où le point se trouve à l'intérieur du domaine élastique, à 2 où les deux critères sont activés. Ceci entraîne des difficultés lors de l'implémentation numérique et nécessite alors une nouvelle expression des conditions (3.18).

Pour cela, on définit  $\mathbf{J}_{adm}$  l'ensemble d'indices des critères qui peuvent être activés à un point donné, comme suit :

$$\mathbf{J}_{adm} = \{i \in \{1, 2\} \mid f_i(\Sigma) = 0\} \quad (3.26)$$

Un état élastique correspond alors à  $\mathbf{J}_{adm} = \emptyset$ . Si  $\mathbf{J}_{adm} \neq \emptyset$  le point donné se trouve sur la frontière du domaine élastique, l'évolution peut être une plastification ou une décharge élastique suivant les conditions de consistance. En définissant alors  $\mathbf{J}_{act}$  l'ensemble d'indices des critères qui sont réellement activés :

$$\mathbf{J}_{act} = \{j \in \mathbf{J}_{adm} \mid \dot{f}_j(\Sigma) = 0\} \quad (3.27)$$

on peut déterminer l'état au point donné : si  $\mathbf{J}_{act} = \emptyset$  l'état est élastique et  $\mathbf{J}_{act} \neq \emptyset$  correspond à un état de plasticité.

Les écritures reformulées ressemblent alors au cas de plasticité/viscoplasticité parfaite et simplifient les expressions mathématiques ultérieures. La section suivante présente la résolution du problème d'évolution plastique (3.25)<sub>1</sub>, suivie par la régularisation viscoplastique pour résoudre l'équation d'évolution viscoplastique (3.25)<sub>2</sub>.

### 3.5.2.1 Stratégie de prédiction élastique/correction plastique

La méthode incrémentale appliquée à la résolution de l'équation (3.25)<sub>1</sub> consiste à déterminer les variables internes et les variables forces à l'instant  $t_{n+1} = t_n + \Delta t_{n+1}$  en se basant sur les valeurs connues de ces variables à l'instant  $t_n$  :  $\Sigma_n^p$  et  $\Xi_n^p$ , et l'incrément des déplacements imposés qui entraîne un incrément des déformations totales  $\Delta \varepsilon_{n+1}$  donné. Les variables observables à  $t_{n+1}$  sont alors déterminées par :

$$\Xi_{n+1} = \Xi_n + \Delta \Xi_{n+1} \quad \text{où} \quad \Delta \Xi_{n+1} = \begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_{n+1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

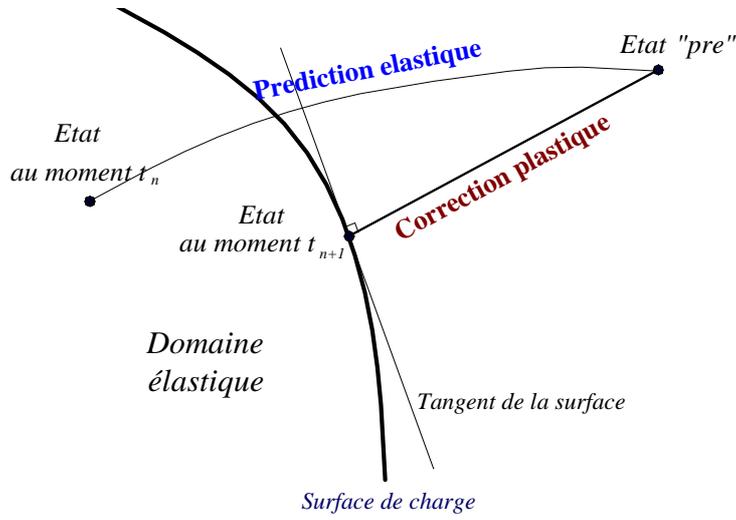


FIG. 3.3. Schématisation de la méthode prédiction/correction

Le problème est de déterminer les variables  $(\Sigma_{n+1}^p, \Xi_{n+1}^{vp})$  à l'instant  $t_{n+1}$  issues des déformations imposées. Pour cela, la stratégie de prédiction élastique - correction plastique est mise en oeuvre et est illustrée par la figure 3.3 pour le cas d'un seul critère (voir [Simo et Hughes, 1998] pour plus de détails).

L'étape de prédiction élastique consiste à imposer élastiquement l'incrément des déformations totales  $\Delta \varepsilon_{n+1}$  pour obtenir un état prédictif "pre" intermédiaire. A l'état "pre", les variables inélastiques prennent leurs valeurs à  $t_n$ , et les variables forces sont déterminées comme suit :

$$\begin{aligned} \Xi_{n+1}^{p,pre} &= \Xi_n^{vp} \\ \Sigma_{n+1}^{p,pre} &= \mathbb{C}_0^{vp} : (\Xi_{n+1} - \Xi_{n+1}^{p,pre}) \end{aligned} \quad (3.29)$$

Ceci permet de calculer les fonctions critères à l'état "pre" :  $f_{i,n+1}^{p,pre} = f_i(\Sigma_{n+1}^{p,pre})$  avec  $(i = 1, 2)$  qui sont utilisées pour vérifier la position de l'état "pre" à travers  $\mathbf{J}_{adm}^{pre}$  déterminé par (3.26). Si

$\mathbf{J}_{adm}^{pre} = \emptyset$ , l'état prédictif se trouve à l'intérieur du domaine élastique et est alors l'état final à l'incrément  $t_{n+1}$ . Dans ce cas, les variables internes et les variables forces à  $t_{n+1}$  sont déterminées par :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Xi}_{n+1}^{vp} &= \boldsymbol{\Xi}_{n+1}^p = \boldsymbol{\Xi}_n^p \\ \boldsymbol{\Sigma}_{n+1} &= \mathbb{C}_0^p : (\boldsymbol{\Xi}_{n+1} - \boldsymbol{\Xi}_{n+1}^{vp})\end{aligned}\tag{3.30}$$

Au contraire, si  $\mathbf{J}_{adm}^{pre} \neq \emptyset$ , l'état prédictif "pre" se trouve à l'extérieur du domaine élastique, une étape de correction plastique est alors nécessaire pour revenir à la frontière du domaine élastique.

### 3.5.2.2 Correction plastique - Linéarisation et algorithme de résolution

L'étape de correction plastique sert à résoudre les équations du problème local lorsqu'il y a écoulement plastique, en utilisant une méthode itérative de Newton. Dans ce cas les multiplicateurs plastiques sont positifs et engendrés par les conditions de consistance et de charge/décharge.

La linéarisation des lois d'évolution suivant le temps  $t$  nous donne l'équation d'évolution à résoudre en passant de l'instant  $t_n$  à  $t_{n+1} = t_n + \Delta t_{n+1}$  :

$$\mathbf{r}_{n+1} = -\boldsymbol{\Xi}_{n+1}^p + \boldsymbol{\Xi}_n^p + \sum_{j \in \mathbf{J}_{act}} \Delta \gamma_{j,n+1} \partial F_j (\boldsymbol{\Sigma}_{n+1}^p) = 0\tag{3.31}$$

où  $\Delta \gamma_{j,n+1} = \gamma_j \Delta t_{n+1}$  est le multiplicateur plastique du critère  $j$ .

En plus, les lois d'état permettent d'établir la relation entre les variables internes et les variables forces à l'instant  $t_{n+1}$  comme suit :

$$\boldsymbol{\Xi}_{n+1}^p = \boldsymbol{\Xi}_{n+1} - \mathbb{C}_0^{p-1} \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{n+1}^p\tag{3.32}$$

En remplaçant (3.32) dans (3.31) et en considérant les conditions de charge/décharge, le système des équations discrètes à résoudre est établi. Les inconnues sont alors les variables forces  $\boldsymbol{\Sigma}^p$  et les multiplicateurs plastiques  $\Delta \gamma_j$ ,  $j \in \mathbf{J}_{act}$ , puisque les variables internes sont déduites des variables forces à travers (3.32) :

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_{n+1} &= -\boldsymbol{\Xi}_{n+1} + \boldsymbol{\Xi}_n^p + \mathbb{C}_0^{p-1} \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{n+1}^p + \sum_{j \in \mathbf{J}_{act}} \Delta \gamma_{j,n+1} \partial_{\boldsymbol{\Sigma}} F_j (\boldsymbol{\Sigma}_{n+1}^p) = 0 \\ f_j(\boldsymbol{\Sigma}_{n+1}^p) &= 0 \quad j \in \mathbf{J}_{act}\end{aligned}\tag{3.33}$$

Ces équations sont résolues par la méthode de Newton sous la forme de la projection orthogonale du point prédictif à la frontière du domaine élastique. La différence de l'implémentation algorithmique d'un modèle multi-surfacique par rapport à celle d'un modèle mono-surfacique est le nombre des surfaces de charge réellement activées  $m_{act}$  caractérisé par  $\mathbf{J}_{act}$ . En utilisant la méthode

itérative  $m_{act}$  et  $\mathbf{J}_{act}$  peuvent varier d'une itération à l'autre et nécessitent également une mise à jour itérative.

La linéarisation des équations discrètes (3.32) et (3.33) nous donne, à l'itération  $k$  :

$$\begin{aligned}\Delta \boldsymbol{\Xi}_{n+1}^{p,k} &= -\mathbb{C}_0^{p-1} \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{n+1}^{p,k} \\ \mathbf{r}_{n+1} &= \mathbf{r}_{n+1}^k + \partial_{\boldsymbol{\Sigma}} \mathbf{r}_{n+1}^k \cdot \Delta \boldsymbol{\Sigma}_{n+1}^{p,k} + \sum_{j \in \mathbf{J}_{act}^k} \delta(\Delta \gamma)_{j,n+1}^k \partial_{\Delta \gamma_j} \mathbf{r}_{n+1}^k = 0 \\ f_j(\boldsymbol{\Sigma}_{n+1}^p) &= f_j(\boldsymbol{\Sigma}_{n+1}^{p,k}) + \partial_{\boldsymbol{\Sigma}} f_j(\boldsymbol{\Sigma}_{n+1}^{p,k}) \cdot \Delta \boldsymbol{\Sigma}_{n+1}^{p,k} = 0 \quad (j \in \mathbf{J}_{act}^k)\end{aligned}\quad (3.34)$$

où  $\mathbf{J}_{act}^k$  est l'ensemble des critères activés à l'itération  $k$ ,  $\mathbf{J}_{act}^0 = \mathbf{J}_{adm}$ ,  $\delta(\Delta \gamma)_{j,n+1}^k$  est l'incrément du multiplicateur plastique du critère  $j$ . En posant :

$$\mathbb{C}_{n+1}^k = \left[ \partial_{\boldsymbol{\Sigma}} \mathbf{r}_{n+1}^k \right]^{-1} = \left[ \mathbb{C}_0^{p-1} + \sum_{j \in \mathbf{J}_{act}^k} \Delta \gamma_{j,n+1}^k \partial_{\boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\Sigma}}^2 F_{j,n+1}^k \right]^{-1} \quad (3.35)$$

le module algorithmique, l'incrément des variables forces  $\Delta \boldsymbol{\Sigma}_{n+1}^{p,k}$  est déduit de (3.34)<sub>2</sub> :

$$\Delta \boldsymbol{\Sigma}_{n+1}^{p,k} = -\mathbb{C}_{n+1}^k \cdot \left[ \mathbf{r}_{n+1}^k + \sum_{j \in \mathbf{J}_{act}^k} \delta(\Delta \gamma)_{j,n+1}^k \partial_{\boldsymbol{\Sigma}} F_{j,n+1}^k \right] \quad (3.36)$$

Les incréments des variables forces déterminés par (3.36) sont remplacés dans  $m_{act}^k$  équations (3.34)<sub>3</sub>, où  $m_{act}^k$  est le nombre des critères activés à l'itération  $k$ , afin d'avoir un système d'équations des incréments des multiplicateurs plastiques  $\delta(\Delta \gamma)_{j,n+1}^k$  :

$$f_{i,n+1}^k - \partial_{\boldsymbol{\Sigma}} f_{i,n+1}^k \cdot \mathbb{C}_{n+1}^k \cdot \left[ \mathbf{r}_{n+1}^k + \sum_{j \in \mathbf{J}_{act}^k} \delta(\Delta \gamma)_{j,n+1}^k \partial_{\boldsymbol{\Sigma}} F_{j,n+1}^k \right] = 0 \quad (i \in \mathbf{J}_{act}^k) \quad (3.37)$$

En posant :

$$[G_{ij}]_{n+1}^k = \partial_{\boldsymbol{\Sigma}} f_{i,n+1}^k \cdot \mathbb{C}_{n+1}^k \cdot \partial_{\boldsymbol{\Sigma}} F_{j,n+1}^k \quad (3.38)$$

l'équation (3.37) est réécrite pour chaque  $i \in \mathbf{J}_{act}^k$  :

$$\sum_{j \in \mathbf{J}_{act}^k} [G_{ij}]_{n+1}^k \delta(\Delta \gamma)_{j,n+1}^k = f_{i,n+1}^k - \partial_{\boldsymbol{\Sigma}} f_{i,n+1}^k \cdot \mathbb{C}_{n+1}^k \cdot \mathbf{r}_{n+1}^k \quad (3.39)$$

Ce système de  $m_{act}^k$  équations linéaires permet de déterminer les incréments  $\delta(\Delta \gamma)_{i,n+1}^k$  :

$$\delta(\Delta \gamma)_{i,n+1}^k = \sum_{j \in \mathbf{J}_{act}^k} G^{ij} \left[ f_{j,n+1}^k - \partial_{\Delta \gamma_j} f_{j,n+1}^k \cdot \mathbb{C}_{n+1}^k \cdot \mathbf{r}_{n+1}^k \right] \quad (3.40)$$

où :

$$[G^{ij}]_{n+1}^k = [G_{ij}]_{n+1}^k{}^{-1} \quad (3.41)$$

Les multiplicateurs plastiques sont mis à jours de manière classique :

$$\Delta\gamma_{i,n+1}^{k+1} = \Delta\gamma_{i,n+1}^k + \delta(\Delta\gamma)_{i,n+1}^k \quad (i \in \mathbf{J}_{act}^k) \quad (3.42)$$

et sont vérifiés suivant les conditions de charge/décharge et de consistance pour mettre à jour l'ensemble des critères activés : si pour un  $i \in \mathbf{J}_{act}^k$   $\Delta\gamma_{i,n+1}^k < 0$ , le critère  $i$  n'est pas réellement activé,  $\mathbf{J}_{act}^k$  et  $m_{act}^k$  doivent être mis à jour en éliminant les critères dont les conditions de charge/décharge et de consistance ne sont pas respectées :

$$\mathbf{J}_{act}^k := \{i \in \mathbf{J}_{act}^k \mid \Delta\gamma_{i,n+1}^{k+1} > 0\} \quad (3.43)$$

et l'itération  $k$  est réinitialisée avec les nouveaux  $\mathbf{J}_{act}^k$  et  $m_{act}^k$ . Dans le cas où tous les multiplicateurs plastiques sont positifs, les incréments des variables forces sont calculés suivant (3.36) et les incréments des variables internes suivant (3.34)<sub>1</sub> et (3.36).

Les variables internes sont mises à jour et le processus itératif est répété jusqu'au moment où le vecteur résidus  $\mathbf{r}_{n+1}^k$  et les fonctions critères  $f_{i,n+1}^k$ ,  $i \in \mathbf{J}_{act}^k$ , sont inférieurs à une tolérance donnée.

### 3.5.2.3 Module tangent algorithmique

La plasticité et la viscoplasticité peuvent conduire à des problèmes fortement non-linéaires. La vitesse de convergence des calculs dépend alors de la consistance de l'algorithme appliqué. En utilisant le module tangent continu dérivé des lois d'évolution des variables, la vitesse quadratique de convergence de la méthode itérative de Newton n'est pas assurée, d'après [Simo et Taylor, 1985]. Ces derniers ont prouvé également qu'il est nécessaire de linéariser l'algorithme de résolution plastique qui fournit un module tangent algorithmique (ou consistant) permettant d'atteindre la vitesse et la stabilité de convergence de l'algorithme global.

Le calcul du module tangent algorithmique est obtenu en résolvant la condition de consistance du problème discret (3.31). La linéarisation de (3.31) et de (3.32) nous donne :

$$\begin{aligned} d\mathbf{\Xi}_{n+1}^p &= d\mathbf{\Xi}_{n+1} - \mathbb{C}_0^{p-1} : d\mathbf{\Sigma}_{n+1}^p \\ d\mathbf{\Xi}_{n+1}^p &= \sum_{i \in \mathbf{J}_{act}} \Delta\gamma_{i,n+1} \partial_{\mathbf{\Sigma}\mathbf{\Sigma}}^2 F_i(\mathbf{\Sigma}_{n+1}^p) : d\mathbf{\Sigma}_{n+1}^p + \sum_{i \in \mathbf{J}_{act}} d(\Delta\gamma_{i,n+1}) \partial_{\mathbf{\Sigma}} F_i(\mathbf{\Sigma}_{n+1}^p) \end{aligned} \quad (3.44)$$

où  $\mathbf{J}_{act}$  est l'ensemble d'indices des critères activés à l'incrément  $n + 1$ .

Ces équations nous permettent d'établir une relation algorithmique entre la déformation totale et la contrainte :

$$d\mathbf{\Sigma}_{n+1}^p = \mathbb{C}_{n+1} : \left( d\mathbf{\Xi}_{n+1} - \sum_{i \in \mathbf{J}_{act}} d(\Delta\gamma_{i,n+1}) \partial_{\mathbf{\Sigma}} F_i(\mathbf{\Sigma}_{n+1}^p) \right) \quad (3.45)$$

où  $\mathbb{C}_{n+1}$  est le module algorithmique défini par :

$$\mathbb{C}_{n+1} = \left[ \mathbb{C}_0^{p-1} + \sum_{i \in \mathbf{J}_{act}} \Delta \gamma_{i,n+1} \partial_{\Sigma \Sigma}^2 F_i(\Sigma_{n+1}^p) \right]^{-1} \quad (3.46)$$

Les conditions de consistance des critères activés s'écrivent :

$$\partial_{\Sigma} f_i(\Sigma_{n+1}^p) : d\Sigma_{n+1}^p = 0 \quad (i \in \mathbf{J}_{act}) \quad (3.47)$$

En substituant (3.45) à (3.47), on obtient :

$$\sum_{j \in \mathbf{J}_{act}} d(\Delta \gamma_{j,n+1}) g_{ij} = \partial_{\Sigma} f_{i,n+1} : \mathbb{C}_{n+1} : d\Xi_{n+1} \quad (i \in \mathbf{J}_{act}) \quad (3.48)$$

où :

$$g_{ij} = \partial_{\Sigma} f_{i,n+1} : \mathbb{C}_{n+1} : \partial_{\Sigma} F_{j,n+1} \quad (3.49)$$

Les équations (3.48) permettent de déterminer les incréments des multiplicateurs plastiques :

$$d(\Delta \gamma_{i,n+1}) = \sum_{j \in \mathbf{J}_{act}} g^{ij} \partial_{\Sigma} f_{j,n+1} : \mathbb{C}_{n+1} : d\Xi_{n+1} \quad (3.50)$$

avec :

$$[g^{ij}] = [g_{ij}]^{-1} \quad (3.51)$$

A partir de (3.45) et (3.50), le module tangent algorithmique est déduit comme suit :

$$\mathbb{C}_{n+1}^p = \frac{d\Sigma^p}{d\Xi^p} \Big|_{n+1} = \mathbb{C}_{n+1} - \sum_{i \in \mathbf{J}_{act}} \sum_{j \in \mathbf{J}_{act}} g^{ij} \mathbf{N}_{i,n+1} \otimes \mathbf{n}_{j,n+1} \quad (3.52)$$

où

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_{i,n+1} &= \partial_{\Sigma} F_{i,n+1} : \mathbb{C}_{n+1} \\ \mathbf{n}_{j,n+1} &= \mathbb{C}_{n+1} : \partial_{\Sigma} f_{j,n+1} \end{aligned} \quad (3.53)$$

La forme détaillée de  $\mathbb{C}_{n+1}^p$  est :

$$\mathbb{C}_{n+1}^p = \begin{bmatrix} \partial_{\varepsilon} \sigma & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \partial_{\alpha} \mathbf{X} \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

d'où l'on déduit le module élastoplastique  $\mathbb{C}_{n+1}^p = \partial_{\varepsilon} \sigma$ .

### 3.5.2.4 Régularisation viscoplastique

La formulation viscoplastique de Duvaut-Lions permet d'écrire la vitesse des variables forces, à partir de (3.24) et (3.25)<sub>2</sub>

$$\dot{\Sigma} = \mathbb{C}_0^{vp} : [\dot{\Xi} - \dot{\Xi}^{vp}] = \mathbb{C}_0^{vp} : \dot{\Xi} - \frac{1}{\tau} (\Sigma - \Sigma^p) \quad (3.55)$$

En considérant un intervalle de temps  $[t_n, t_{n+1}]$ , l'équation (3.55) peut être intégrée pour obtenir la forme discrète du problème viscoplastique considéré :

$$\Sigma_{n+1} = \exp[-\Delta t_{n+1}/\tau] \Sigma_n + \int_{t_n}^{t_{n+1}} \exp[-(t_{n+1}-s)/\tau] \left( \frac{\Sigma^p}{\tau} + \mathbb{C}_0^{vp} : \dot{\Xi} \right) ds \quad (3.56)$$

En utilisant l'approximation de  $\dot{\Xi}$  sur l'intervalle  $(t_n, t_{n+1})$  par :

$$\dot{\Xi}_{n+1} = \frac{\Delta \Xi_{n+1}}{\Delta t_{n+1}} \quad (3.57)$$

on peut écrire :

$$\begin{aligned} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \exp[-(t_{n+1}-s)] \mathbb{C}_0^{vp} : \dot{\Xi} ds &\approx \left[ \int_{t_n}^{t_{n+1}} \exp[-(t_{n+1}-s)] ds \right] \mathbb{C}_0^{vp} : \frac{\Delta \Xi_{n+1}}{\Delta t_{n+1}} \\ &= \frac{1 - \exp[-\Delta t_{n+1}/\tau]}{\Delta t_{n+1}/\tau} \mathbb{C}_0^{vp} : \Delta \Xi_{n+1} \end{aligned} \quad (3.58)$$

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} \frac{1}{\tau} \exp[-(t_{n+1}-s)] \Sigma^p(s) ds \approx [1 - \exp(-\Delta t_{n+1}/\tau)] \Sigma_{n+1}^p$$

on obtient la solution des variables forces du problème discret (3.56) :

$$\begin{aligned} \Sigma_{n+1} &= \exp(-\Delta t_{n+1}/\tau) \Sigma_n + [1 - \exp(-\Delta t_{n+1}/\tau)] \Sigma_{n+1}^p + \\ &\quad \frac{1 - \exp(-\Delta t_{n+1}/\tau)}{\Delta t_{n+1}/\tau} \mathbb{C}_0^{vp} : \Delta \Xi_{n+1} \end{aligned} \quad (3.59)$$

Les variables internes sont déduites des lois d'états (3.24) et des forces thermodynamiques calculées par (3.59) :

$$\Xi_{n+1}^{vp} = \Xi_{n+1} - \mathbb{C}_0^{vp-1} : \Sigma_{n+1} \quad (3.60)$$

D'une façon analogue, le module tangent élasto-viscoplastique algorithmique doit être calculé afin d'assurer la vitesse de convergence et la stabilité de l'algorithme global. Il est déterminé par la dérivée des variables forces par rapport aux variables internes en utilisant le résultat de la formulation discrète (3.59) :

$$\begin{aligned} \mathbb{C}_{n+1}^{vp} &= \left. \frac{d\Sigma}{d\Xi} \right|_{n+1} = [1 - \exp(-\Delta t_{n+1}/\tau)] \left. \frac{d\Sigma^p}{d\Xi} \right|_{n+1} + \frac{1 - \exp(-\Delta t_{n+1}/\tau)}{\Delta t_{n+1}/\tau} \mathbb{C}_0^{vp} \\ &= [1 - \exp(-\Delta t_{n+1}/\tau)] \mathbb{C}_{n+1}^p + \frac{1 - \exp(-\Delta t_{n+1}/\tau)}{\Delta t_{n+1}/\tau} \mathbb{C}_0^{vp} \end{aligned} \quad (3.61)$$

où  $\mathbb{C}_{n+1}^p$  est le module tangent élastoplastique calculé par (3.52).

Les cas élastique et plastique indépendant du temps peuvent être retrouvés à partir de la formulation de Duvaut-Lions comme des cas limites, en considérant (3.59) :

1. Quand  $\Delta t/\tau \rightarrow 0$  :  $\exp[-\Delta t/\tau] \rightarrow 1$  et  $(1 - \exp[-\Delta t/\tau]) / (\Delta t/\tau) \rightarrow 1$  aussi. L'expression (3.59) devient :

$$\Sigma_{n+1} = \Sigma_n + \mathbb{C}_0^{vp} : \Delta \Xi_{n+1} \quad (3.62)$$

ce qui donne  $\sigma_{n+1} = \sigma_n + \mathbf{C} : \Delta \varepsilon_{n+1}$  et  $\mathbf{X}_{n+1} = \mathbf{X}_n$ , le modèle revient au cas élastique.

2. Quand  $\Delta t/\tau \rightarrow \infty$  :  $\exp[-\Delta t/\tau] \rightarrow 0$  et  $(1 - \exp[-\Delta t/\tau]) / (\Delta t/\tau) \rightarrow 0$ . La résolution de (3.59) donne alors :

$$\Sigma_{n+1} = \Sigma_{n+1}^p \quad (3.63)$$

On obtient alors le cas plastique indépendant du temps.

A partir des analyses précédentes, l'algorithme de résolution du problème viscoplastique de Duvaut-Lions est résumé dans le tableau 3.1.

### 3.6 Etudes paramétriques du modèle

Les paramètres du modèle sont :

- Les paramètres du matériau : le module d'Young  $E$ , le coefficient de Poisson  $\nu$ .
- Les paramètres des critères :  $\alpha_1$ ,  $\delta$ ,  $R_0$ ,  $\alpha_2$ ,  $c_R$ .
- Les paramètres de l'écoulement cinématiques :  $H$ ,  $c_X$ .
- Les paramètres des fonctions potentielles d'écoulement :  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ .
- Le paramètre de viscoplasticité :  $\tau$ .

Chaque groupe a son origine physique ou mécanique et influe différemment sur le comportement permanent reproduit par le modèle. Parmi ces paramètres, le module élastique  $E$  dépend de la température et de la formulation du matériau bitumineux. Comme le modèle ne couple pas la viscoélasticité avec la viscoplasticité, le module élastique  $E$  n'a aucune influence sur la formulation des déformations permanentes. Le coefficient de Poisson  $\nu$  est souvent choisi égal à 0.35 [Di Benedetto et Corté, 2005]. Les études paramétriques présentées dans la suite ne concerneront pas ces deux paramètres.

Les paramètres  $\alpha_1$ ,  $\delta$ ,  $R_0$  définissent le domaine élastique initial du matériau. Ils ont une influence directe sur la réponse en déformations permanentes du modèle, mais ils doivent être caractérisés à partir d'essais définissant le domaine élastique du matériau et non pas à partir d'essais de déformations permanentes. Les influences de ces paramètres sur le domaine élastique ont été étudiées lors de la proposition des fonctions critères (section 3.4.2) et elles ne sont plus abordées ici.

**1. Prédiction élastique :**

- Initialisation des variables internes à partir de l'état d'équilibre à l'instant  $t = t_n$  :

$$\Xi_{n+1}^{vp,pre} = \Xi_n^{vp}$$

- Calcul des variables forces de l'état prédictif "pre" suivant (3.29)<sub>2</sub>
- Calcul des critères  $f_i(\Sigma_{n+1}^{pre})$ ,  $i = 1, 2$
- Vérification de l'ensemble des critères potentiellement activés :  $\mathbf{J}_{adm} = \emptyset$

SI OUI

Point "pre" élastique :  $\Xi_{n+1}^{vp} = \Xi_n^{vp}$ .

**SORTIE**

SI NON

Correction plastique :  $k = 0$  :  $\Xi_{n+1}^{vp,0} = \Xi_n^{vp}$ ,  $\mathbf{J}_{act}^0 = \mathbf{J}_{adm}$ . ALLER à **2**.

**2. Correction plastique**

**2.1. Evaluation du vecteur résidus et des fonction critères - itération  $k$**

- Calculer les variables forces  $\Sigma_{n+1}^{p,k}$  suivant (3.32)
- Calculer le vecteur résidus  $\mathbf{r}_{n+1}^k$  et les critères  $f_{i,n+1}^k$ ,  $i \in \mathbf{J}_{act}^k$

**2.2. Vérification de la convergence :  $f_{i,n+1}^k \leq TOL_1$  pour  $i \in \mathbf{J}_{act}^k$  et  $\|\mathbf{r}_{n+1}^k\| \leq TOL_2$**

SI OUI

- Calcul du module tangent élastoplastique algorithmique suivant (3.52)
- Régularisation viscoplastique : ALLER à **3**.

**2.3. Calcul du module algorithmique  $\mathbb{C}_{n+1}^k$  suivant (3.35)**

**2.4. Calcul des incréments des multiplicateurs plastiques  $\delta(\Delta\gamma)_{i,n+1}^k$ ,  $i \in \mathbf{J}_{act}^k$  suivant (3.40)**

**2.5. Vérification des multiplicateurs plastiques et actualisation de  $\mathbf{J}_{act}^k$  :**

$$\Delta\gamma_{i,n+1}^{k+1} = \Delta\gamma_{i,n+1}^k + \delta(\Delta\gamma)_{i,n+1}^k \geq 0 \quad (i \in \mathbf{J}_{act}^k)$$

SI NON

- Actualisation de  $\mathbf{J}_{act}^k$  suivant (3.43)
- Retour à l'étape **2.1**

SI OUI

- Mises à jours des multiplicateurs plastiques et des variables internes
- Mettre  $k \leftarrow k + 1$ . Retour à l'étape **2.1**

**3. Régularisation viscoplastique - Module tangent viscoplastique**

**3.1. Calcul des variables forces viscoplastique suivant (3.59)**

**3.2. Calcul des variables forces viscoplastique suivant (3.60)**

**3.3. Calcul du module tangent viscoplastique algorithmique suivant (3.61)**

**SORTIE**

TAB. 3.1. Algorithme de résolution numérique du modèle

De même, les paramètres  $\alpha_2$  et  $c_R$  du critère  $f_2$  sont déduits des paramètres du critère  $f_1$  suivant (3.11) pour rendre cohérentes les deux surfaces de charge.

Comme déjà mentionné, sous les chargements monotones, le modèle se comporte comme un modèle mono-surfacique dont la surface de charge est formée par le premier critère. Il est alors moins performant que des modèles construits spécifiquement pour ce type de chargements.

Dans cette section, les paramètres  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  des potentiels d'écoulement,  $H$  et  $c_X$  de l'écroutissage et  $\tau$  de la viscoplasticité sont étudiés en considérant les réponses en déformations permanentes du modèle sous les chargements cycliques.

Pour cela, on s'intéresse à la simulation d'une éprouvette cylindrique de hauteur  $240\text{ mm}$  et de diamètre  $150\text{ mm}$  soumise suivant son axe à des chargements cycliques sinusoïdaux sans confinement latéral :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_a & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

où  $\sigma_a$  est la contrainte de compression axiale.

En notant  $\varepsilon_a^p$  la déformation viscoplastique axiale et  $\varepsilon_r^p$  la déformation viscoplastique radiale, la déformation viscoplastique volumique  $\varepsilon_v^p$  et la partie déviatorique des déformations permanentes  $\mathbf{e}^p$  sont calculées par :

$$\begin{aligned} \varepsilon_v^p &= \varepsilon_a^p + 2\varepsilon_r^p \\ \mathbf{e}^p &= \begin{bmatrix} \frac{2}{3}(\varepsilon_a^p - \varepsilon_r^p) & & \\ & -\frac{1}{3}(\varepsilon_r^p - \varepsilon_a^p) & \\ & & -\frac{1}{3}(\varepsilon_r^p - \varepsilon_a^p) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.65)$$

On note alors :

$$\varepsilon_s^p = \frac{2}{3}(\varepsilon_a^p - \varepsilon_r^p) \quad (3.66)$$

la déformation viscoplastique de cisaillement. Afin de mettre en évidence le comportement triaxial du modèle, les déformations viscoplastiques volumique  $\varepsilon_v^p$  et de cisaillement  $\varepsilon_s^p$  seront étudiées en même temps que les composantes axiale et radiale des déformations viscoplastiques.

Nous choisissons les paramètres matériau suivants :  $E = 3000\text{ MPa}$ ,  $\nu = 0,35$ ,  $R_0 = 0,1\text{ MPa}$ ,  $\alpha_1 = 0,90$ ,  $\delta = 0,75$ , soit encore  $c_R = 0,7378$  et  $\alpha_2 = 0,823$ . Les chargements imposés sont de forme sinusoïdale sans confinement à la fréquence de  $1\text{ Hz}$  et d'amplitude  $\sigma_{a,max} = 0,4\text{ MPa}$ .

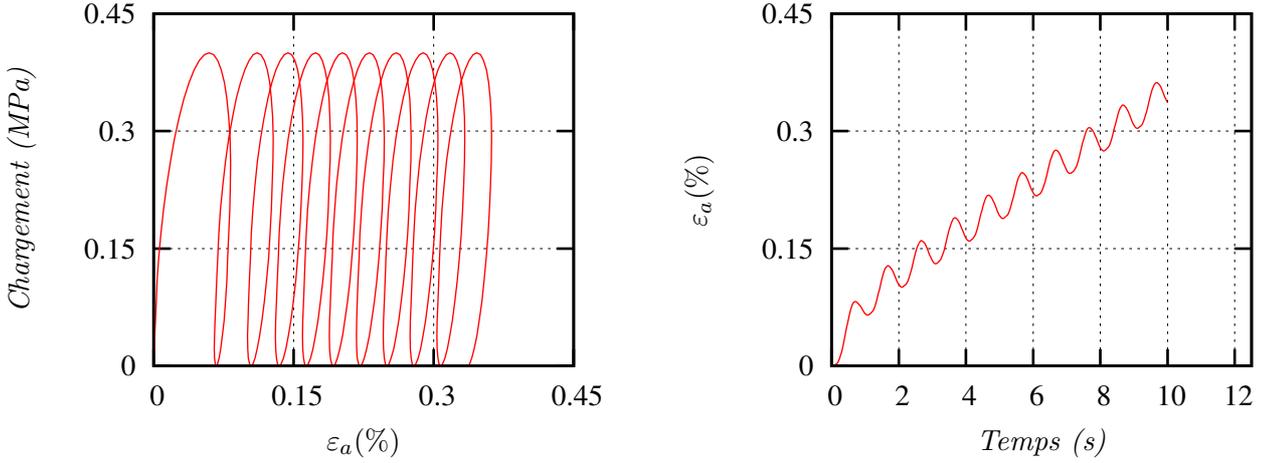


FIG. 3.4. Exemples des réponses cycliques du modèle proposé

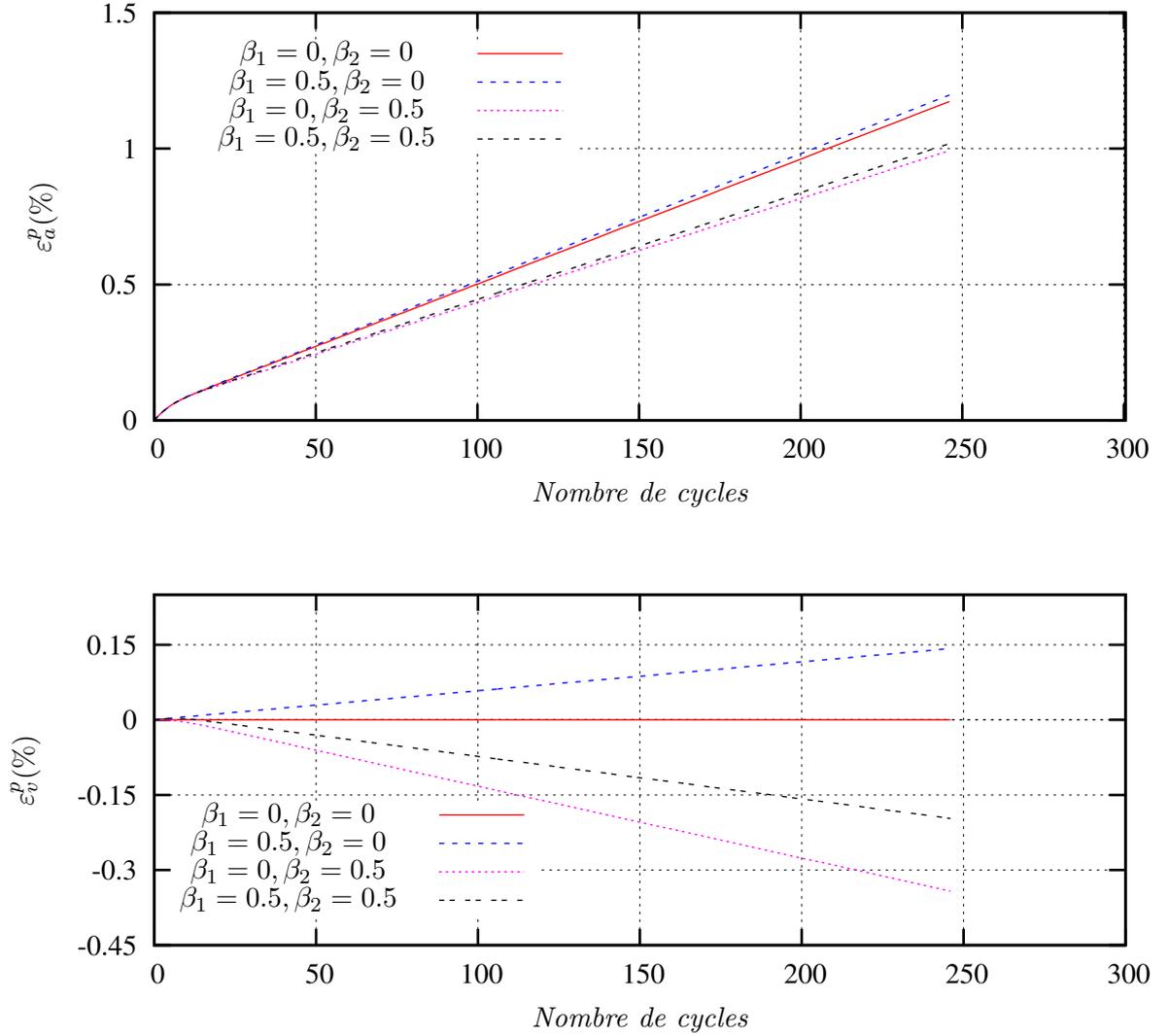
### 3.6.1 Exemples des réponses du modèle proposé sous chargements cycliques

Un exemple de la réponse du modèle sous chargement cyclique est présenté à la figure 3.4 avec  $H = 80\text{MPa}$ ,  $c_X = 2,50$ ,  $\tau = 3,75 \cdot 10^{-2}\text{s}$ ,  $\beta_1 = 1,00$  et  $\beta_2 = 0,50$ . En considérant la déformation axiale totale en fonction du chargement, figure 3.4a, on voit que le cycle contrainte-déformation n'est pas fermé. Chaque cycle produit une déformation permanente incrémentale sans accommodation ni adaptation. Le phénomène de rochet est alors reproduit par le modèle proposé. La réponse du modèle en fonction du temps de chargement montre une tendance d'évolution qui est convenable vis à vis des observations expérimentales.

La figure 3.5 montre les réponses du modèles dans quelques cas particuliers :  $\beta_1 = \beta_2 = 0$ ;  $\beta_1 = 0, \beta_2 \neq 0$ ;  $\beta_1 \neq 0, \beta_2 = 0$  et  $\beta_1 = \beta_2 \neq 0$ . En considérant l'évolution de  $\varepsilon_a^p(N)$ , on trouve que  $\beta_1$  et  $\beta_2$  n'influencent pas cette composante de déformation qui évolue proportionnellement avec le nombre de cycles de chargements. Par contre,  $\beta_1$  et  $\beta_2$  jouent des rôles décisifs sur l'évolution de  $\varepsilon_v^p$  :

- Si  $\beta_1 = \beta_2 = 0$  : la déformation volumique  $\varepsilon_v^p$  est nulle.
- Si  $\beta_1 \neq 0$  et  $\beta_2 = 0$  : le modèle ne génère que la contractance volumique ( $\varepsilon_v^p$  positive), et  $\varepsilon_v^p$  évolue proportionnellement avec le nombre de cycles de chargements.
- Si  $\beta_1 = 0$  et  $\beta_2 \neq 0$  : le modèle montre une dilatance pure ( $\varepsilon_v^p < 0$ ) et  $\varepsilon_v^p$  est également proportionnelle au nombre de cycles de chargements.
- En considérant un cas intermédiaire où  $\beta_1 = \beta_2 = 0,5$  on trouve que  $\varepsilon_v^p$  commence son évolution par une légère contractance puis une dilatance.

A partir de ces tendances et des observations expérimentales sur l'évolution des déformations permanentes des matériaux bitumineux, il apparaît nécessaire de postuler des paramètres  $\beta_1$  et  $\beta_2$  qui évoluent avec l'histoire de chargements afin de reproduire convenablement l'évolution de


 FIG. 3.5. Exemples des réponses cycliques : influences de  $\beta_1$  et  $\beta_2$  constants

la déformation volumique permanente. Nous choisissons la déformation viscoplastique cumulée  $\bar{\epsilon}^p$  calculée par :

$$\bar{\epsilon}^p(t) = \int_0^t \sqrt{\frac{3}{2} \dot{\epsilon}^p : \dot{\epsilon}^p} d\tau \quad (3.67)$$

comme la variable caractérisant l'histoire des sollicitations. Comme dans [Nguyen *et al.*, 2006a, Nguyen *et al.*, 2006b], on propose des paramètres  $\beta_1$  et  $\beta_2$  évolutifs comme suit :

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \beta_1^{(0)} e^{-\beta_1^{(1)} \bar{\epsilon}^p} \\ \beta_2 &= \beta_2^{(0)} \left(1 - e^{-\beta_2^{(1)} \bar{\epsilon}^p}\right) \end{aligned} \quad (3.68)$$

où  $\beta_1^{(0)}$ ,  $\beta_1^{(1)}$ ,  $\beta_2^{(0)}$ ,  $\beta_2^{(1)}$  sont des paramètres positifs constants. Comme  $\bar{\epsilon}^p$  est un scalaire positif croissant avec l'histoire du chargement,  $\beta_1$  va diminuer de la valeur initiale  $\beta_1^{(0)}$  à zéro avec une

vitesse d'évolution caractérisée par  $\beta_1^{(1)}$ . Par contre,  $\beta_2$  va augmenter de zéro à  $\beta_2^{(1)}$  qui est la valeur asymptotique de  $\beta_2$  quand  $\bar{\epsilon}^p \rightarrow \infty$ , la vitesse d'accroissement est définie par  $\beta_2^{(2)}$ . L'évolution de  $\epsilon_v^p$  va changer de contractance, avec  $\beta_1$  positif, à dilatance grâce à  $\beta_2$  qui augmente avec l'histoire de sollicitations.

D'autre part, vu que l'influence de  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sur l'évolution de  $\epsilon_a^p$  n'est pas suffisamment importante, on postule un paramètre de viscoplasticité  $\tau$  qui est également évolutif comme dans [Nguyen *et al.*, 2006a, Nguyen *et al.*, 2006b], afin de reproduire correctement la tendance d'évolution de  $\epsilon_a^p$  :

$$\tau = \tau_0 (1 + \tau_1 (e^{\tau_2 \bar{\epsilon}^{vp}} - 1)) \quad (3.69)$$

où  $\tau_0$ ,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  sont des paramètres positifs de la loi évolutive de  $\tau$ . Au cours de l'histoire de sollicitation,  $\tau$  va augmenter et va alors diminuer la vitesse des déformations permanentes.

Dans la suite, avec ces lois évolutives de  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  et  $\tau$ , on va procéder à des études paramétriques du modèle afin de proposer une méthode d'identification possible.

### 3.6.2 Influence du module d'écroissage $H$

Pour étudier l'influence du module d'écroissage cinématique  $H$ , on considère les réponses du modèle à différentes valeurs de  $H$  en fixant le reste des paramètres :

$$\begin{aligned} \beta_1^{(0)} = 1,00; \beta_1^{(1)} = 500,0; \beta_2^{(0)} = 0,9; \beta_2^{(1)} = 500,0 \\ \tau_0 = 0,275s; \tau_1 = 1,0; \tau_2 = 50,0 \end{aligned} \quad (3.70)$$

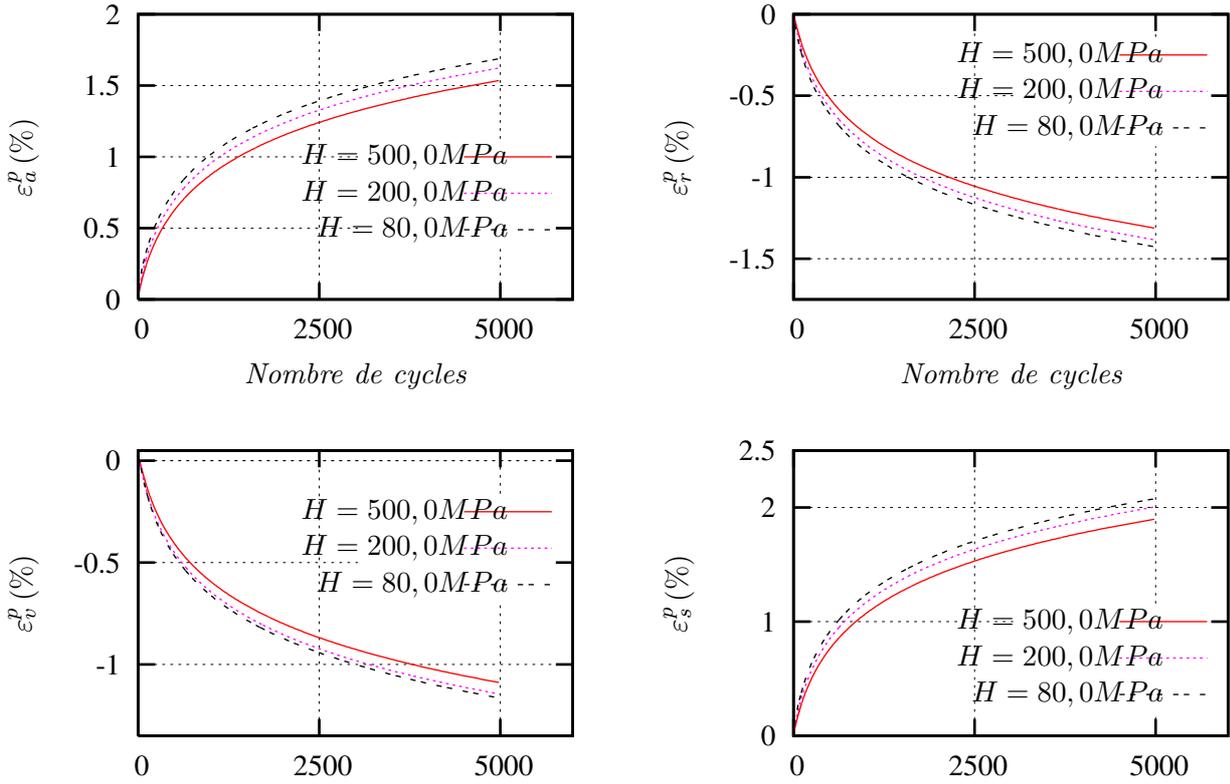
La figure 3.6 montre que l'influence de  $H$  est considérable, notamment en début de sollicitation. Plus  $H$  est faible plus les déformations permanentes résultantes des premiers cycles sont élevées. En revanche, à long terme, la vitesse des déformations permanentes en fonction du nombre de cycles ne varie pas significativement avec  $H$ .

### 3.6.3 Influence du paramètre $c_X$

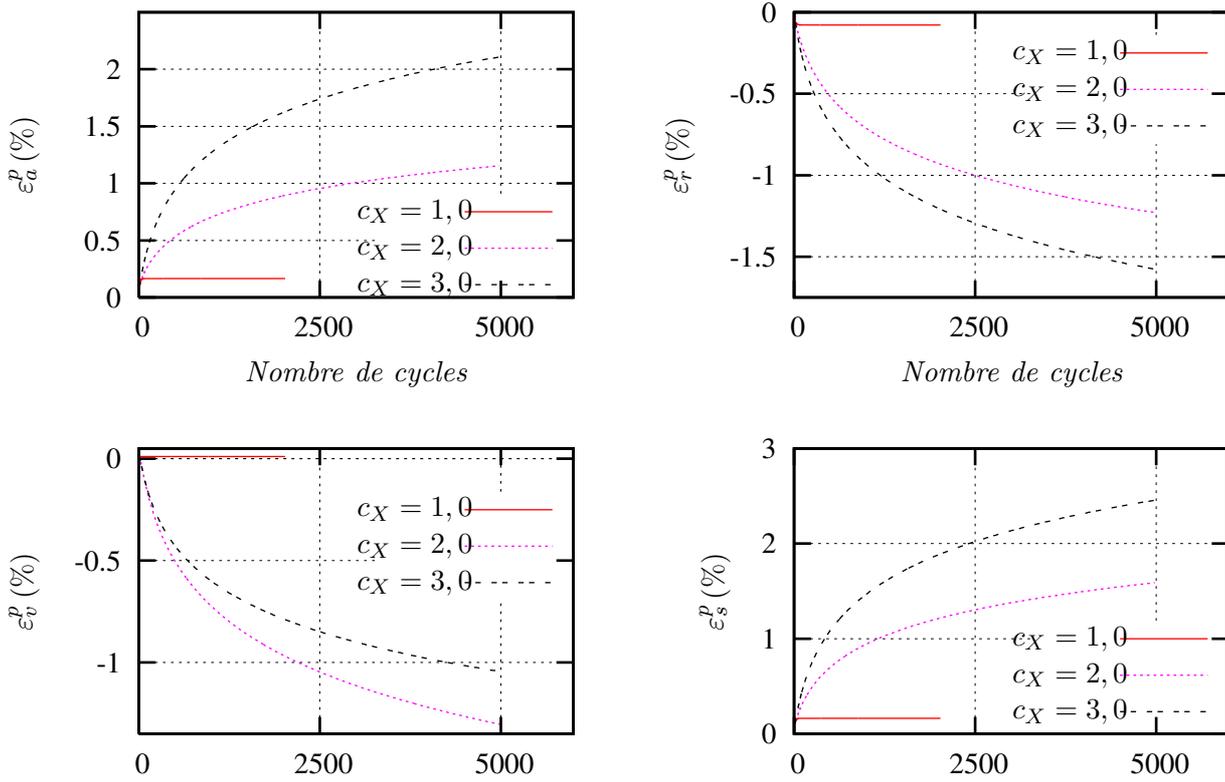
Dans cette section, on étudie les réponses du modèle à différentes valeurs de  $c_X$  en fixant les autres paramètres aux valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} H = 80,0MPa; \beta_1^{(0)} = 1,00; \beta_1^{(1)} = 500,0; \beta_2^{(0)} = 0,9; \beta_2^{(1)} = 500,0 \\ \tau_0 = 0,275s; \tau_1 = 1,0; \tau_2 = 50,0 \end{aligned} \quad (3.71)$$

Le paramètre  $c_X$  règle le niveau de mobilisation par écroissage de la deuxième surface de charge. Sa valeur conditionne l'activation du deuxième critère, et donc le deuxième mécanisme de déformations permanentes, lors du déchargement cyclique. Les déformations permanentes à différentes valeurs de  $c_X$ , figure 3.7, montrent que :

FIG. 3.6. Influence du module d'écrouissage  $H$ 

- Quand  $c_X = 1$ , la deuxième surface  $f_2$  se déplace autant que la première  $f_1$ . Le deuxième critère n'est pas activé lors du déchargement et le modèle se comporte comme un modèle mono-surfacique. Les déformations permanentes cycliques ne sont alors provoquées que par le premier mécanisme associé à la surface  $f_1$  et il y a accommodation après un certain nombre de cycles. Ceci permet de révéler la nécessité de la deuxième surface de charge lors de la modélisation du phénomène de rochet sous sollicitations cycliques.
- En augmentant  $c_X$ , la deuxième surface se déplace plus rapidement que la première, et lors du déchargement cyclique, elle peut être activée. Ceci permet d'activer le deuxième mécanisme de déformations permanentes et change la direction d'évolution des variables internes. Le rochet peut être reproduit.
- Les déformations permanentes axiale et radiale et de cisaillement augmentent avec  $c_X$ . Par contre, la déformation volumique diminue avec l'augmentation de  $c_X$ .
- Il existe une limite supérieure de  $c_X$  car un  $c_X$  trop élevé engendre une intersection vide entre les deux surfaces de charge et le domaine élastique n'existe plus.


 FIG. 3.7. Influence du paramètre  $c_X$ 

### 3.6.4 Influence des paramètres évolutifs $\beta_1$ et $\beta_2$

Comme nous l'avons montré,  $\beta_1$  et  $\beta_2$  jouent un rôle décisif sur l'évolution de la déformation volumique  $\varepsilon_v^p$ . Sachant que le mécanisme associé à la première surface entraîne une contractance et le deuxième mécanisme provoque une dilatance pure, une diminution de  $\beta_1$  accompagnée par une augmentation de  $\beta_2$  va induire une contractance initiale qui est suivie par une dilatance dans la suite. Pour étudier l'influence de  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  et ses évolutions sur les déformations permanentes, on s'intéresse aux déformations volumique  $\varepsilon_v^p(N)$  et de cisaillement  $\varepsilon_s^p(N)$ .

En fixant les paramètres de  $\beta_2(\bar{\varepsilon}^p)$  pour étudier l'influence des paramètres de  $\beta_1(\bar{\varepsilon}^p)$ , on trouve que plus  $\beta_1^{(0)}$  est élevé, plus le niveau de contractance initiale augmente mais son influence est faible. A long terme,  $\beta_1^{(0)}$  a une faible influence sur le niveau de dilatance (figure 3.8). De plus,  $\beta_1^{(0)}$  n'a aucune influence sur l'évolution de la déformation de cisaillement  $\varepsilon_s^p$ .

En considérant l'influence de  $\beta_1^{(1)}$ , on trouve que plus  $\beta_1^{(1)}$  est élevé plus  $\beta_1(\bar{\varepsilon}^p)$  tend vers 0 rapidement, et ceci provoque une dilatance plus importante suite à l'influence de  $\beta_2$  (figure 3.9). Comme  $\beta_1^{(0)}$ ,  $\beta_1^{(1)}$  n'a pas d'influence sur l'évolution de  $\varepsilon_s^p$ .

Le paramètre  $\beta_2(\bar{\varepsilon}^p)$  va évoluer de 0 à  $\beta_2^{(0)}$ . Plus sa valeur asymptotique  $\beta_2^{(0)}$  est élevée plus

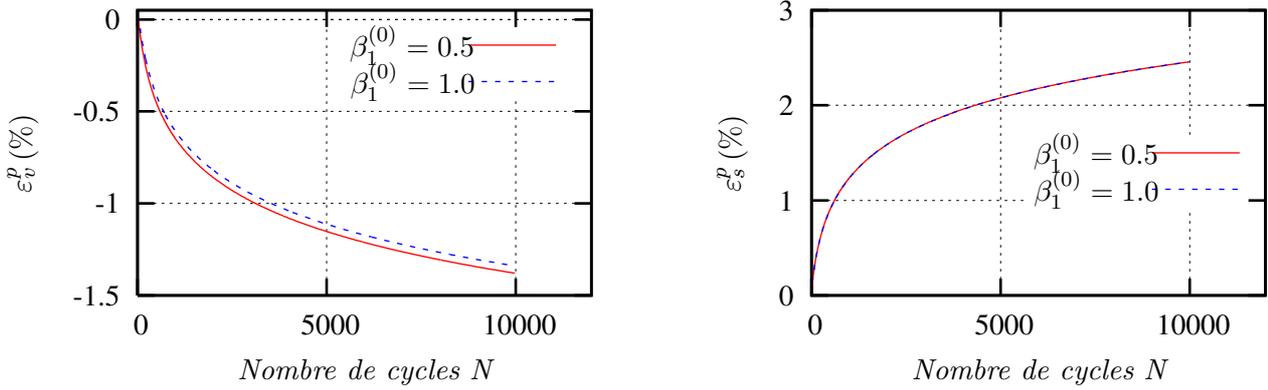


FIG. 3.8. Influence du paramètre  $\beta_1^{(0)}$  ( $\beta_1^{(1)} = 100$ ;  $\beta_2^{(0)} = 0,90$ ;  $\beta_2^{(1)} = 500$ )

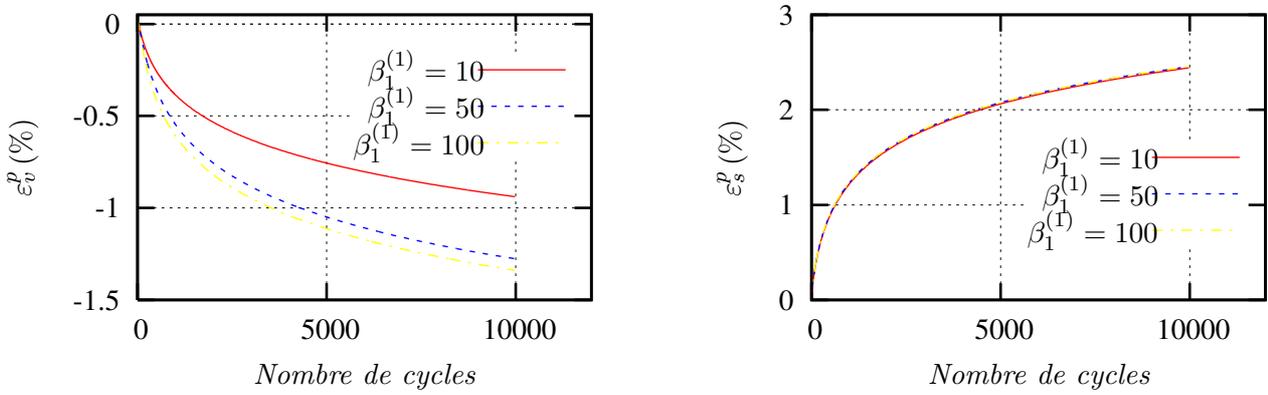


FIG. 3.9. Influence du paramètre  $\beta_1^{(1)}$  ( $\beta_1^{(0)} = 1,0$ ;  $\beta_2^{(0)} = 0,90$ ;  $\beta_2^{(1)} = 500$ )

la contractance volumique initiale est faible et la dilatance volumique qui suit est importante et réciproquement (figure 3.10).

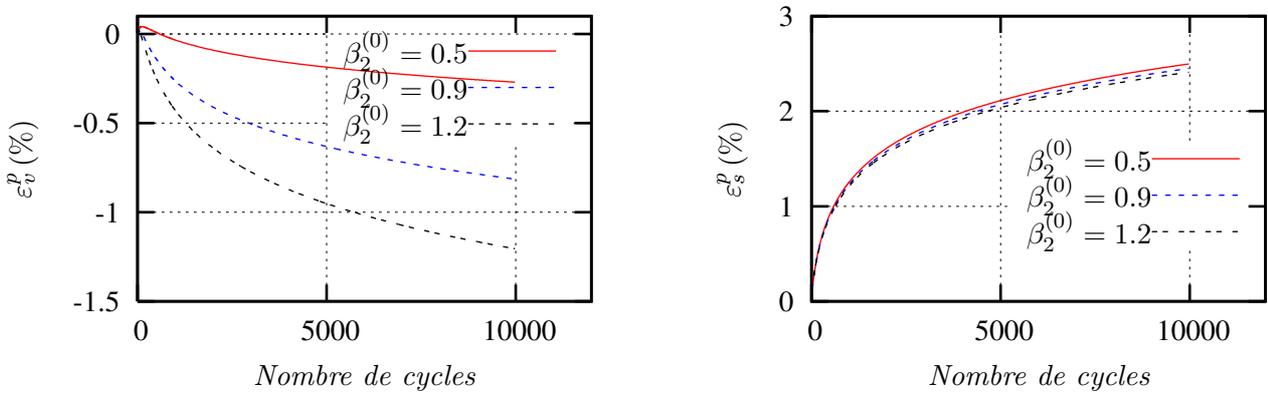


FIG. 3.10. Influence du paramètre  $\beta_2^{(0)}$  ( $\beta_1^{(0)} = 1,0$ ;  $\beta_1^{(1)} = 10,0$ ;  $\beta_2^{(1)} = 100$ )

Le paramètre  $\beta_2^{(1)}$  règle la vitesse d'évolution de  $\beta_2(\bar{\epsilon}^p)$ , plus  $\beta_2^{(1)}$  est élevé plus  $\beta_2$  augmente rapidement et plus la dilatance volumique est importante. Cette influence est observée sur la figure 3.11 qui montre les réponses du modèle à différentes valeurs de  $\beta_2^{(1)}$ . Comme  $\beta_1$ , l'évolution de  $\beta_2$  n'a pratiquement aucune influence sur la déformation permanente de cisaillement.

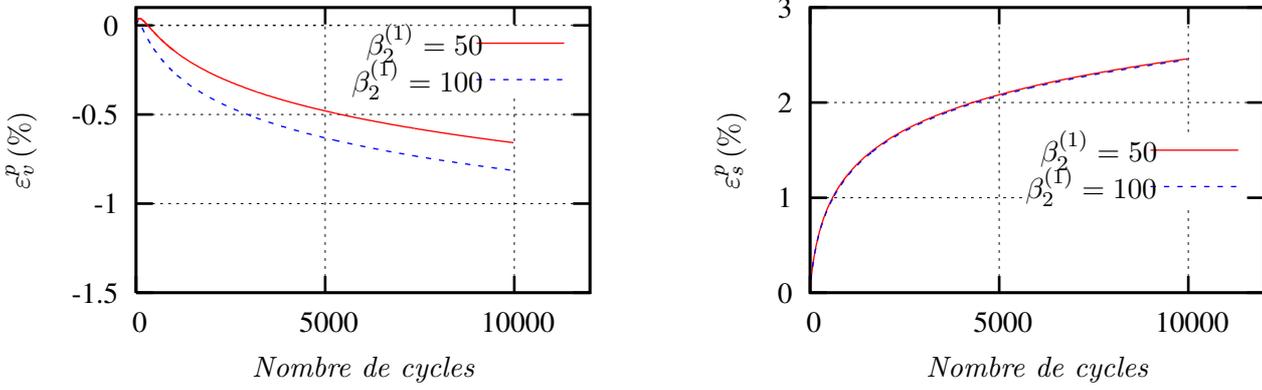


FIG. 3.11. Influence du paramètre  $\beta_2^{(1)}$  ( $\beta_1^{(0)} = 1, 0$ ;  $\beta_1^{(1)} = 10, 0$ ;  $\beta_2^{(0)} = 0, 90$ )

En conclusion,  $\beta_1$  et  $\beta_2$  influencent principalement l'évolution de la déformation volumique. L'influence de  $\beta_1$  est affaiblie avec l'histoire de sollicitation tandis que  $\beta_2$  et son influence sont renforcés. L'introduction de ces lois d'évolution donne au modèle la capacité de simuler la contraction volumique suivie par une dilatance. A long terme, quand  $\beta_1 \rightarrow 0$  l'évolution de la déformation volumique est totalement pilotée par  $\beta_2$ .

### 3.6.5 Influence du temps de relaxation $\tau$

Le paramètre  $\tau_0$  est la valeur initiale du temps de relaxation  $\tau$ . Les réponses du modèle à différentes valeurs de  $\tau_0$ , figure 3.12, montrent que  $\tau_0$  influence le niveau des déformations permanentes et leur vitesse. Plus  $\tau_0$  est faible, plus les déformations permanentes et leur vitesse d'évolution sont importantes. L'influence de  $\tau_0$  est particulièrement importante dans les premiers cycles de sollicitations : il influe sur le niveau des déformations permanentes résultantes de ces premiers cycles. La vitesse des déformations permanentes dans la phase suivante peut être contrôlée par  $\tau_1$  et  $\tau_2$ . On trouve également que l'évolution des déformations permanentes est plus sensible au changement de  $\tau_0$  qu'à celui du module d'écrouissage  $H$ .

Les paramètres  $\tau_1$  et  $\tau_2$  contrôlent l'évolution de  $\tau$  avec la déformation permanente cumulée. L'influence de  $\tau_1$  sur les réponses permanentes cycliques du modèle est présentée dans la figure 3.13 en fixant  $\tau_0 = 0,5$  et  $\tau_2 = 50$ . On trouve que  $\tau_1$  influence principalement l'évolution des déformations permanentes dans les premiers cycles, plus  $\tau_1$  est faible plus les déformations perma-

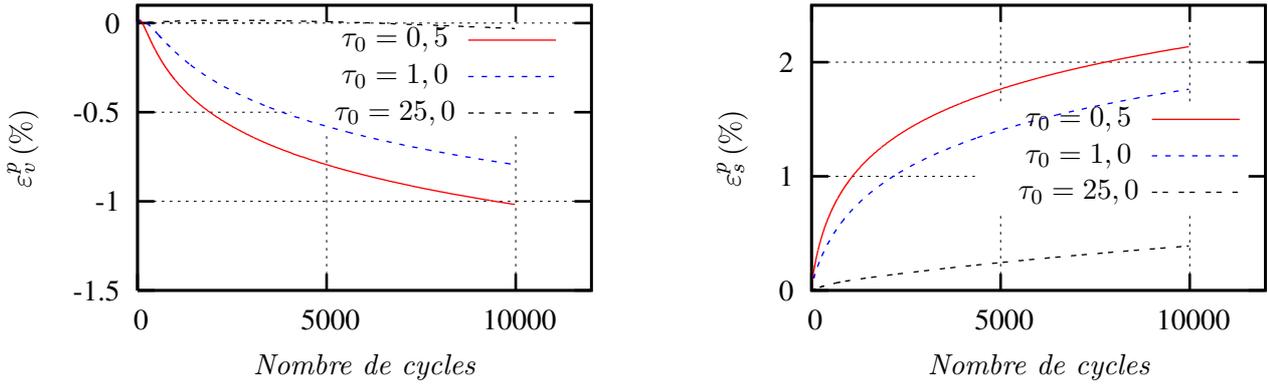


FIG. 3.12. Influence du paramètre  $\tau_0$  ( $\tau_1 = 1,0$ ;  $\tau_2 = 50$ )

nelles résultantes sont élevées. Par contre, dans la phase qui suit,  $\tau_1$  n'influence pas significativement l'évolution de la vitesse des déformations permanentes.

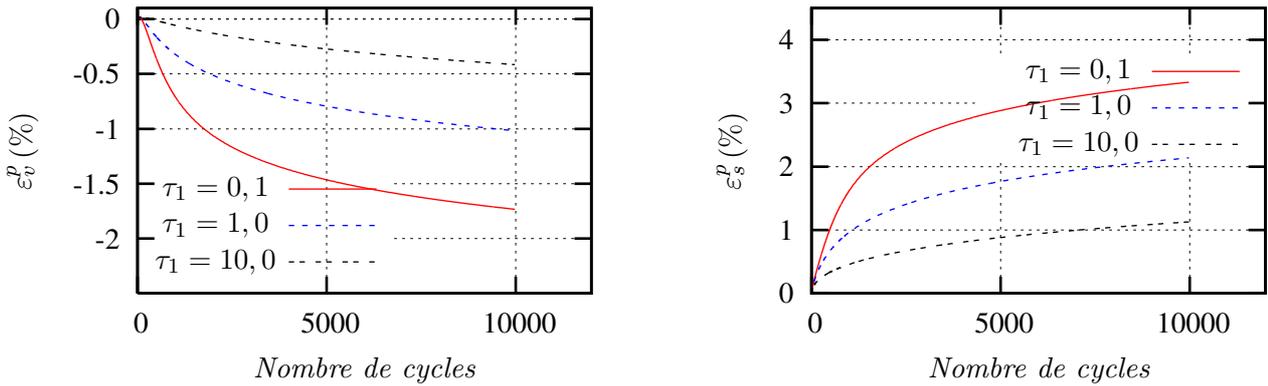
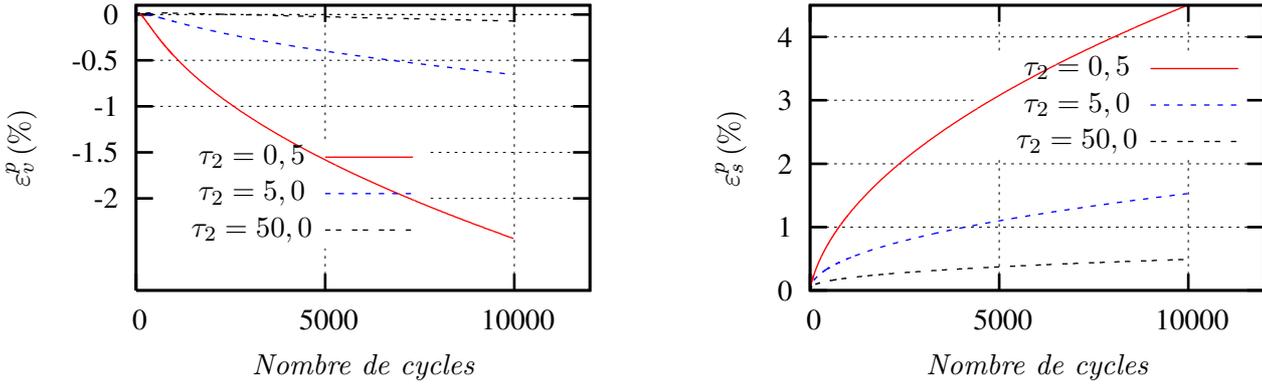
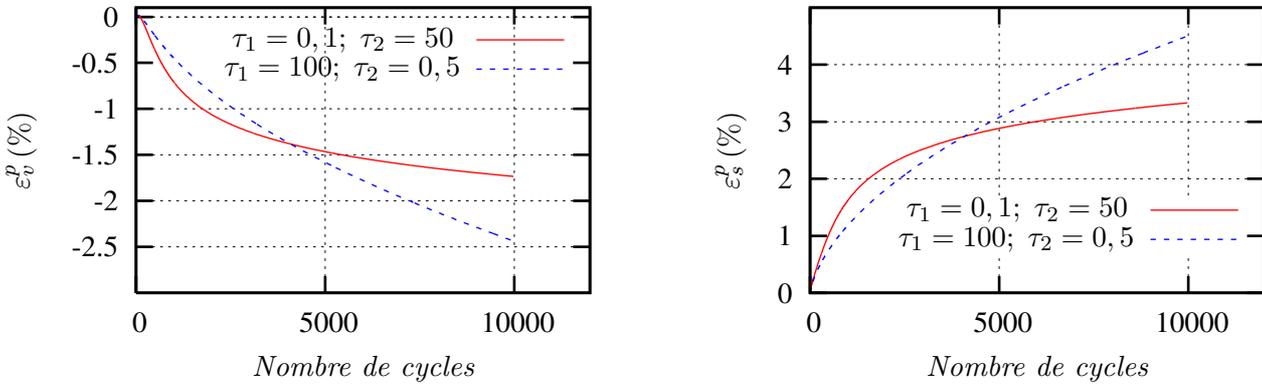


FIG. 3.13. Influence du paramètre  $\tau_1$  ( $\tau_0 = 0,50$ ;  $\tau_2 = 50$ )

Les études paramétriques sur  $\tau_2$  montrent que plus  $\tau_2$  est faible plus la vitesse des déformations permanentes reste élevée. Ceci conduit alors à un niveau de déformations permanentes cycliques élevé.

En considérant en même temps les influences de  $\tau_1$  et  $\tau_2$  avec des cas particuliers où  $\tau_1$  est élevé et  $\tau_2$  est faible ou vice-versa, figure 3.15, on trouve qu'une valeur faible de  $\tau_1$  avec un  $\tau_2$  élevé induit une augmentation rapide des déformations permanentes après les premiers cycles de chargements, ce qui est accompagné par une diminution rapide de la vitesse et une deuxième phase de sollicitations où les déformations permanentes évoluent à une faible vitesse. Par contre, une faible valeur de  $\tau_2$  entraîne un faible changement de la vitesse des déformations permanentes bien que  $\tau_1$  soit grand.


 FIG. 3.14. Influence du paramètre  $\tau_2$  ( $\tau_0 = 0,50$ ;  $\tau_1 = 100$ )

 FIG. 3.15. Influence des paramètres  $\tau_1$  et  $\tau_2$  ( $\tau_0 = 0,50$ )

### 3.6.6 Conclusions des études paramétriques

Les études paramétriques ci-dessus ont montré les rôles et les influences de chaque paramètre sur les réponses permanentes sous chargements cycliques du modèle.

En considérant la déformation volumique  $\varepsilon_v^p$ , on trouve que sa tendance d'évolution est principalement influencée par  $\beta_1$  et  $\beta_2$ . L'évolution de ces paramètres avec l'histoire de sollicitations est nécessaire afin de bien reproduire une contractance volumique initiale suivie par une dilatance. Au début de la sollicitation où  $\beta_1$  est encore élevé et  $\beta_2$  est encore faible, l'évolution de  $\varepsilon_v^p$  est pilotée par les deux paramètres. Par contre, à long terme, c'est  $\beta_2$  qui maîtrise la dilatance volumique  $\varepsilon_v^p$ . D'autre part, on observe que  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  et leurs évolutions n'influencent pas considérablement l'évolution de la déformation viscoplastique de cisaillement  $\varepsilon_s^p$ .

Le paramètre  $c_X$  contrôle le niveau de mobilisation de la deuxième surface de charge et donc son activation lors du déchargement cyclique. Plus  $c_X$  est élevé plus la déformation de cisaillement est élevée mais plus la déformation volumique est faible. L'influence du module d'écroutissage

cinématique  $H$  sur l'évolution des déformations permanentes est considérable mais pas suffisamment significative devant celle du temps de relaxation  $\tau$ .

Le paramètre  $\tau$  évolutif influence directement l'évolution des déformations permanentes, volumique ainsi que de cisaillement. Le paramètre  $\tau_0$ , la valeur initiale du temps de relaxation, maîtrise l'évolution des déformations permanentes dans les premiers cycles de sollicitations, plus  $\tau_0$  est faible plus les déformations permanentes résultantes sont élevées. Les paramètres  $\tau_1$  et  $\tau_2$  maîtrisent l'évolution de  $\tau$  en fonction de  $\bar{\epsilon}^{vp}$ . Plus  $\tau_1$  et  $\tau_2$  sont élevés plus  $\tau$  augmente rapidement conduisant à une diminution rapide de la vitesse des déformations permanentes. En particulier,  $\tau_1$  influence l'évolution de la vitesse des déformations permanentes dans les premiers cycles de sollicitation, plus  $\tau_1$  est élevé plus la vitesse s'affaiblit rapidement. Par contre,  $\tau_2$  influence cette évolution à long terme. Une combinaison d'un  $\tau_1$  faible avec un  $\tau_2$  important peut conduire à une accumulation rapide et importante des déformations permanentes lors des premiers cycles suivie par une diminution rapide de leur vitesse d'évolution.

### 3.7 Validation du modèle proposé

Dans cette section la validation du modèle proposé est abordée à travers la simulation des essais de laboratoire réalisés par [Neifar et Di Benedetto, 2000].

#### 3.7.1 Essai de fluage cyclique par [Neifar et Di Benedetto, 2000]

[Neifar et Di Benedetto, 2000] ont mené une campagne d'essais de caractérisation du comportement permanent des matériaux bitumineux dans le cadre du thème CH14 du LCPC. L'essai consiste à appliquer une force de compression sinusoïdale sur une éprouvette cylindrique en l'absence de contraintes de confinement latérales (figure 3.16). Les éprouvettes ont été fabriquées en béton bitumineux 0/14 dont la composition granulométrique est la suivante :

Composantes	10/14	6/10	4/6	2/4	0/2	Fines
Pourcentage	28%	17%	9,5%	12%	31%	2,5%

avec un bitume 50/70 à 5,4%. Les échantillons cylindriques de 8 cm de diamètre et de 12 cm de hauteur ont été carottés à partir des plaques compactées au compacteur LPC au LCPC à Nantes.

Les déformations totales à chaque cycle et les déformations permanentes cycliques sont mesurées. Afin de totalement éliminer l'effet des déformations réversibles, chaque phase de sollicitation est suivie par une phase de repos suffisamment longue (figure 3.17).

L'état de contraintes reproduit par cet essai est uniforme et unidimensionnel. Bien que cet état de contraintes soit loin d'être aussi compliqué que celui subit dans les couches des chaussées sous

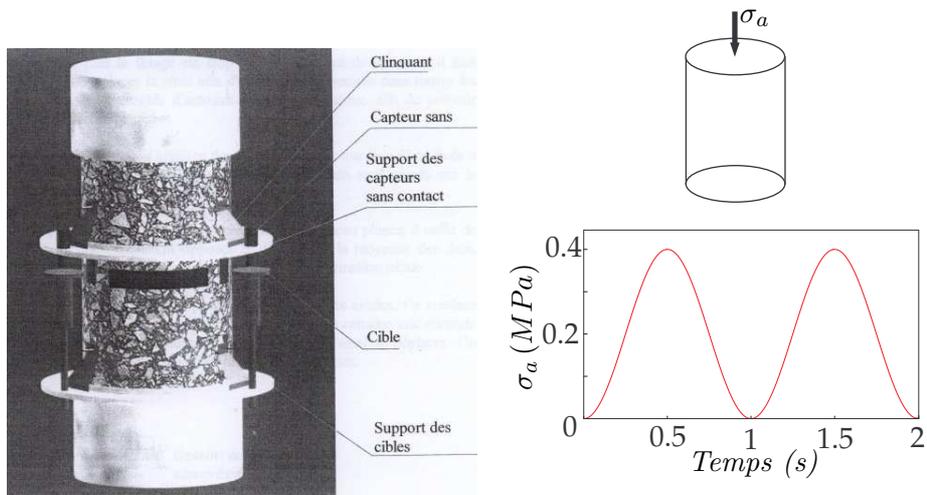


FIG. 3.16. Schéma d'essai de fluage cyclique de [Neifar et Di Benedetto, 2000]

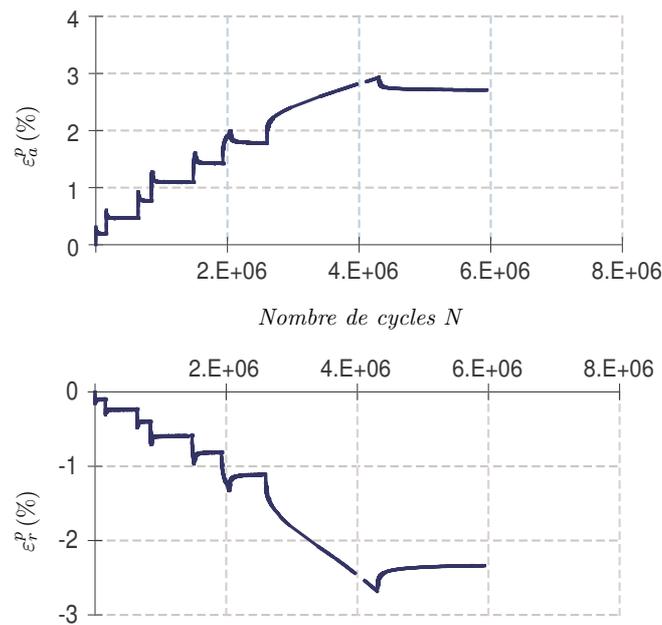


FIG. 3.17. Exemple des résultats d'essai de fluage cyclique

les chargements des véhicules, cet essai homogène fournit des propriétés exploitables du comportement permanent sous sollicitations cycliques du matériau considéré, notamment le phénomène d'apparition et d'accumulation des déformations permanentes en fonction de nombre de cycles. On observe des contractances volumiques au début de la sollicitation, suivies par des dilatances importantes.

Plusieurs essais ont été réalisés à différentes amplitudes et fréquences de chargements, et à différentes températures afin d'étudier l'influence de trois principaux paramètres de sollicitations.

### 3.7.2 Validation du modèle proposé

Deux essais à  $25^{\circ}C$ ,  $10 Hz$  ont été choisis pour la validation du modèle proposé. Les amplitudes de chargements  $\sigma_{a,max}$  sont respectivement  $0,2 MPa$  et  $0,4 MPa$ .

Les paramètres du modèle sont identifiés en utilisant les observations des études paramétriques. Le module d'Young est déterminé à partir de la partie élastique du comportement :  $E = 7000 MPa$ , et le coefficient de Poisson est choisi égal à  $\nu = 0,35$ . Les paramètres des critères  $R_0$ ,  $\alpha_1$  et  $\delta$  sont déterminés à partir des réponses permanentes à différents niveaux de chargements.

Le module d'érouissage cinématique  $H$  et la valeur initiale du temps de relaxation  $\tau_0$  sont déterminés à partir de la déformation viscoplastique de cisaillement résultantes des premiers cycles de chargements. Les paramètres  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  et leurs lois d'évolutions sont identifiés à partir de l'évolution de la déformation viscoplastique volumique. Les paramètres  $\tau_1$  et  $\tau_2$  sont déterminés à partir de l'évolution des déformations permanentes dans les premiers cycles et à long terme. Le paramètre  $c_X$  est défini en calant en même temps les courbes d'évolution des déformations viscoplastiques volumique et de cisaillement. Les paramètres ainsi identifiés ont pour valeurs :

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 0,90; \delta = 0,73; R_0 = 0,102 MPa \\ H &= 140 MPa, c_X = 3,51 \\ \beta_1^{(0)} &= 1,0; \beta_1^{(1)} = 50; \beta_2^{(0)} = 1,65; \beta_2^{(1)} = 100 \\ \tau_0 &= 0,0125 s; \tau_1 = 10,0; \tau_2 = 150,0 \end{aligned}$$

Les résultats numériques, figure 3.18, montrent une bonne corrélation avec les résultats des essais expérimentaux, au niveau des déformations permanentes axiale ainsi que radiale. L'évolution des déformations permanentes en fonction du nombre de cycles est bien reproduite en utilisant un paramètre de fluidité  $\tau$  évolutif. Grâce à l'absence d'érouissage isotrope, le phénomène de rochet est maintenu jusqu'à un très grand nombre de cycles de chargement.

En considérant la déformation viscoplastique volumique et de cisaillement, on trouve que le modèle reproduit avec succès l'évolution de la dilatance volumique grâce aux paramètres  $\beta_1$  et  $\beta_2$  évolutifs. Pourtant, la dilatance volumique qu'on observe au niveau de chargement de  $0,4 MPa$  devient plus importante et ne correspond pas aux résultats numériques. Cette évolution de la déformation volumique résulte vraisemblablement d'une dilatance anisotrope trop importante provoquée par l'instabilité du mélange en l'absence des contraintes de confinement latérales.

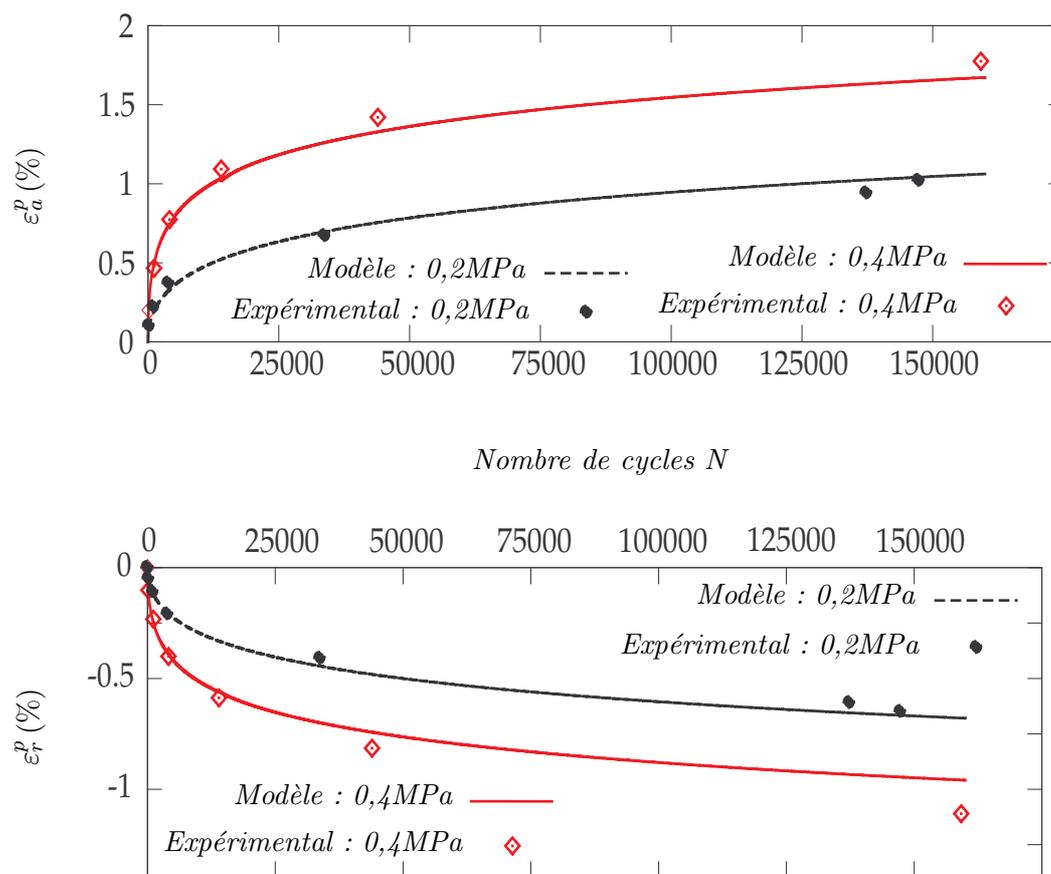


FIG. 3.18. Validation du modèle proposé - déformations permanentes axiale et radiale

Quant à la déformation de cisaillement  $\varepsilon_s^p$ , la corrélation entre les résultats numériques et expérimentaux prouve bien la capacité de simuler le mécanisme de cisaillement expérimentalement observé aux matériaux bitumineux.

### 3.8 Conclusions

Dans ce chapitre, un modèle spécialement conçu pour le comportement permanent sous chargements cycliques des matériaux bitumineux a été présenté. Le modèle postule la théorie de plasticité/viscoplasticité en exploitant les avantages des modèles de type multi-surfaciques afin d'introduire plusieurs mécanismes de déformations permanentes en un seul modèle. Le domaine élastique est défini par un couplage d'un critère de type quadratique particularisé avec un critère de type Drucker-Prager linéaire afin de rendre compte du rôle des contraintes hydrostatiques. La viscoplasticité non-associée est postulée, en introduisant des potentiels d'écoulement afin de bien modéliser l'évolution des déformations permanentes volumique et de cisaillement.

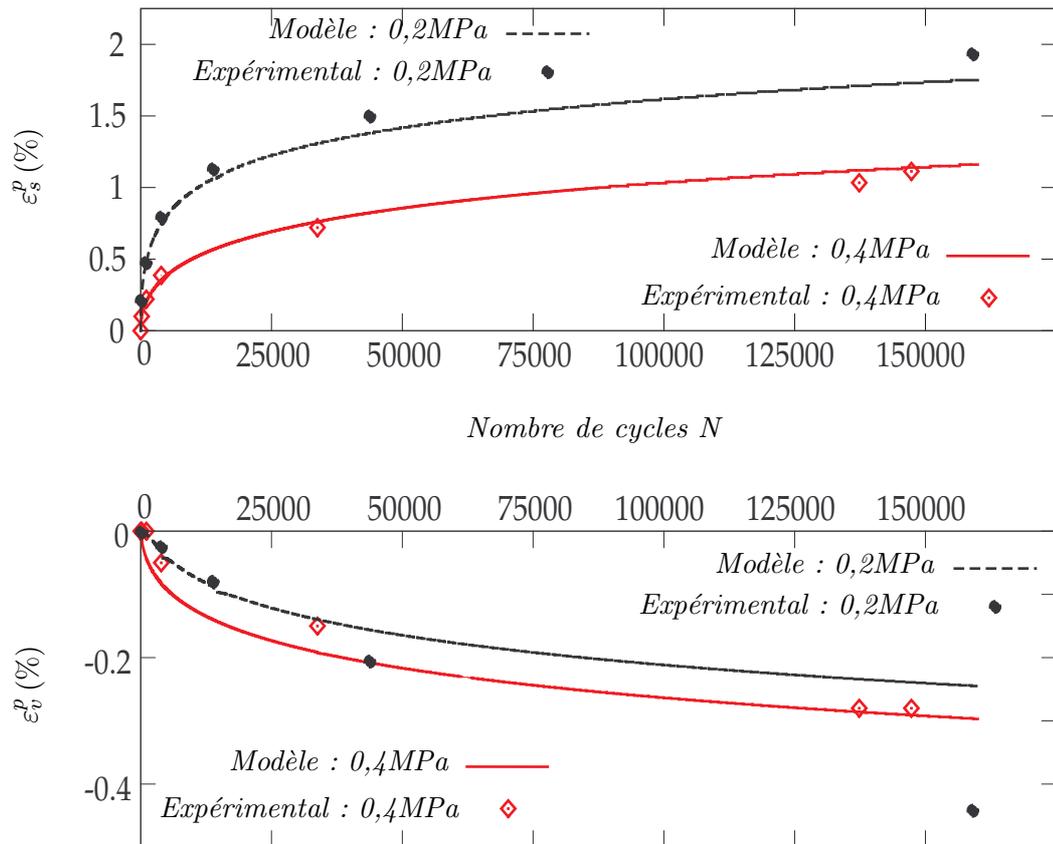


FIG. 3.19. Validation du modèle proposé - déformations permanentes volumique et de cisaillement

L'algorithme pour la résolution numérique du modèle a été également abordé dans ce chapitre, accompagné par une étude paramétrique. Le modèle a été ensuite validé par la simulation des essais de fluage cycliques sans confinement réalisés par [Neifar et Di Benedetto, 2000].



## Chapitre 4

# Un modèle élasto-viscoplastique pour le comportement irréversible des matériaux bitumineux

### 4.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, un modèle élasto-viscoplastique multisurfacique pour le comportement permanent sous sollicitations cycliques des matériaux bitumineux a été présenté. En couplant plusieurs critères et plusieurs mécanismes, ce modèle est capable de reproduire des déformations permanentes sous sollicitations cycliques sans accommodation ni adaptation du comportement. Le modèle simule également les variations volumiques de contractance et/ou de dilatance grâce aux différents mécanismes de déformations volumiques associés aux critères. La théorie de la viscoplasticité permet de prendre en compte la cinétique du chargement.

Cependant, le choix d'un modèle à deux surfaces de charge a un fort impact sur les méthodes de résolution à mettre en oeuvre. Celles-ci sont complexes, nous l'avons montré au chapitre précédent. Par ailleurs, le fait qu'un des critères de plasticité ne soit activé que lors du déchargement d'un cycle rend difficile la justification mécanique du choix des critères. De plus, c'est un aspect important vis-à-vis de l'efficacité du modèle proposé, le grand nombre de paramètres nécessaires risque de conduire à des procédures d'identification de ceux-ci très lourdes en type et nombre d'essais.

Un autre point faible du modèle est qu'il est mal adapté à la modélisation des sollicitations monotones. Dans ces cas de chargements, c'est le premier critère qui pilote le comportement du modèle. On peut choisir un critère et un mécanisme de déformations permanentes associé qui sont capable de simuler des déformations permanentes sous sollicitations monotones, puis ajouter un deuxième critère afin de rendre au modèle la capacité de reproduire les déformations permanentes

sous chargements cycliques. Cependant, sous sollicitations cycliques, les paramètres  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  et  $\tau$  évoluent plus rapidement que sous sollicitations monotones à cause d'une évolution plus importante de la déformation permanente cumulée  $\bar{\epsilon}^{vp}$ . Ceci donne une vitesse d'évolution plus élevée des déformations permanentes sous chargements monotones que sous chargements cycliques.

D'autre part, bien que le modèle précédemment proposé soit capable de simuler le phénomène de rochet sous sollicitations cycliques, ce phénomène peut également être reproduit par des modèles mono-surfaciques sous réserve d'utiliser des lois d'érouissage cinématiques non linéaires.

Le mécanisme de formation des déformations permanentes des matériaux bitumineux, qui résulte du couplage entre les déformations plastiques du squelette granulaire et la relaxation viscoélastique du champ d'autocontraintes par le mastic bitumineux, n'a pas été correctement introduit.

Dans ce chapitre, un modèle élasto-viscoplastique alternatif est présenté. C'est un modèle *multi-mécanisme* mais *mono-surfacique*, qui s'efforce d'introduire correctement les mécanismes de formation des déformations permanentes des matériaux bitumineux ainsi que la capacité de simuler non seulement les chargements monotones mais aussi les sollicitations cycliques. Les hypothèses et les cadres de travail posés précédemment restent à la base de ce chapitre.

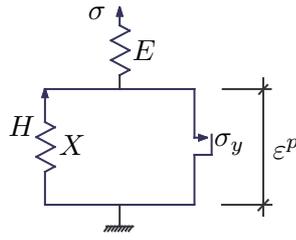
Afin de mieux appréhender l'intégration de la relaxation du champ d'autocontraintes, des observations sur des modèles rhéologiques simples vont être d'abord abordées. Le modèle multi-mécanisme mono-surfacique sera présenté par la suite avec son implémentation numérique. Le chapitre se termine par la validation du modèle sur quelques cas de chargements monotones et cycliques.

## 4.2 Observations et motivations

Dans cette section, différents modèles rhéologiques de plasticité/viscoplasticité sont abordés, qui nous serviront de guides en vue de découvrir la meilleure méthode pour prendre correctement en compte le mécanisme de déformations permanentes des matériaux bitumineux.

### 4.2.1 Modèle de Prager et modèle de Bingham généralisé

Pour commencer, considérons le modèle rhéologique de plasticité de Prager (figure 4.1). Ce modèle est composé d'un ressort  $E$  représentant la partie élastique et un bloc reproduisant la déformation plastique. Le bloc de déformation plastique est construit d'un patin  $\sigma_y$  en parallèle avec un ressort  $H$ .

FIG. 4.1. *Modèle rhéologique de Prager*

En considérant une sollicitation  $\sigma$ , le bloc plastique commence à se déformer dès que  $\sigma > \sigma_y$ . Le critère du modèle s'écrit alors :

$$f(\sigma, X) = |\sigma - X| - \sigma_y \quad (4.1)$$

où  $X$  est la contrainte représentée par le ressort  $H$ .

La déformation plastique résultante  $\varepsilon^p$  provoque une contrainte  $X = H\varepsilon^p$  dans le ressort  $H$ .  $X$  est alors le champ d'autocontraintes dû à l'incompatibilité de la déformation plastique. Dans ce modèle  $X$  joue le rôle de l'écroissage cinématique qui translate le domaine élastique initial.

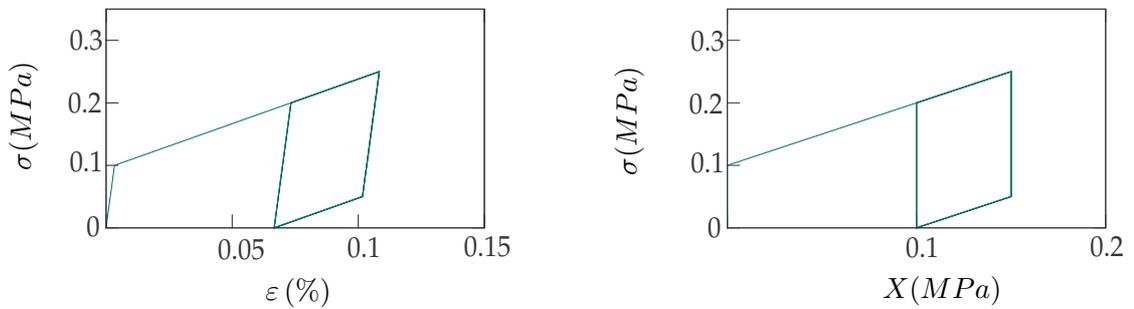


FIG. 4.2. *Modèle rhéologique de Prager - Réponse cyclique ( $E = 3.10^3 MPa$ ;  $H = 10^3 MPa$ ;  $\sigma_y = 0,1 MPa$ ,  $\sigma_{max} = 0,25 MPa$ )*

Sous sollicitations cycliques, il y a accommodation juste après le premier cycle de chargement. Le modèle de Prager est incapable de reproduire le rochet sous sollicitations cycliques.

Afin de simuler la déformation viscoplastique, un amortisseur  $\eta$  est ajouté en parallèle avec le bloc plastique du modèle de Prager. On obtient alors le modèle de Bingham généralisé (figure 4.3).

Le critère (4.1) est maintenu tandis que, cette fois-ci, les évolutions sont visqueuses et s'écrivent :

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}^{vp} &= \frac{\langle f \rangle}{\eta} \text{sign}(\sigma - X) \\ \dot{X} &= H\dot{\varepsilon}^{vp} = \frac{\langle f \rangle}{\eta} H \text{sign}(\sigma - X)\end{aligned}\quad (4.2)$$

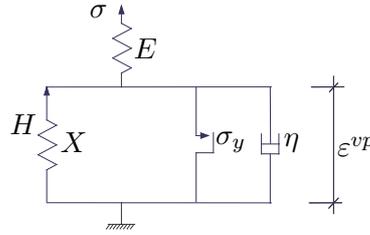


FIG. 4.3. Modèle de Bingham généralisé

Ce modèle peut reproduire le phénomène de fluage statique comme le montre la figure 4.4 par exemple. Cependant après une certaine durée de sollicitation, la déformation viscoplastique n'augmente plus à cause d'une saturation de  $X$  qui entraîne  $f = 0$ . La contrainte d'écrouissage  $X$  est supérieure à celle obtenue par le modèle de Prager car l'introduction de la viscoplasticité autorise des valeurs positives pour le critère  $f > 0$ . Ceci entraîne une recouvrance viscoplastique lors de la phase de repos permettant de relaxer la partie surévaluée de  $X$  et réduit également la déformation viscoplastique.

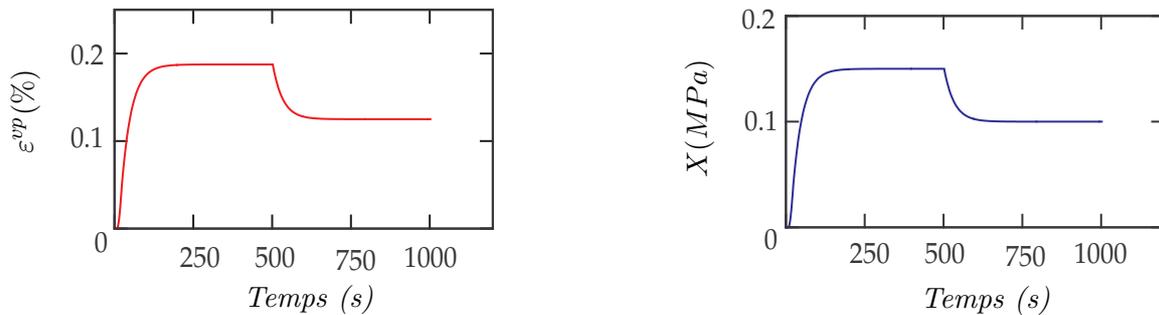


FIG. 4.4. Modèle de Bingham : fluage statique ( $E = 3000\text{MPa}$ ;  $H = 80\text{MPa}$ ;  $\sigma_y = 0,1\text{MPa}$ ;  $\eta = 2500\text{MPa s}$ ;  $\sigma_{max} = 0,25\text{MPa}$ )

Sous sollicitations cycliques (fluage cyclique), le comportement visqueux entraîne une évolution de  $\varepsilon^{vp}$  avec les cycles en début de chargement, puis une adaptation suite à la saturation de  $X$ , voir l'exemple de la figure (figure 4.5) avec 500 cycles de chargement suivis d'une phase de repos. Lors de la phase de repos, on retrouve bien une diminution de la déformation viscoplastique (recouvrance),

ainsi que de la variable d'écroissage  $X$ . En faisant une comparaison entre la réponse statique et la réponse cyclique, on trouve que sous chargements cycliques  $X$  augmente moins que sous chargements statiques de fluage. Ceci conduit à un niveau de déformation viscoplastique cyclique inférieur à celui obtenu en statique.

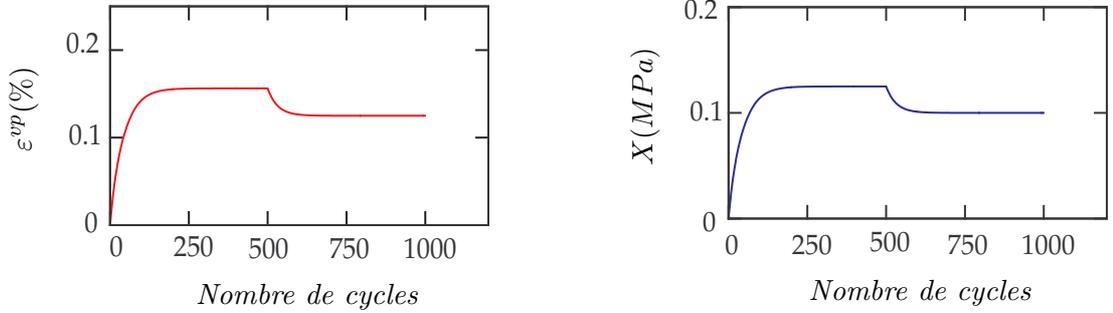


FIG. 4.5. *Modèle de Bingham : fluage cyclique avec repos après 500 cycles* ( $E = 3000\text{MPa}$ ;  $H = 80\text{MPa}$ ;  $\sigma_y = 0,1\text{MPa}$ ;  $\eta = 2500\text{MPa s}$ ;  $\sigma_{max} = 0,25\text{MPa}$ ;  $f = 1\text{Hz sinusoidal}$ )

Les observations précédentes montrent que c'est la contrainte d'écroissage cinématique  $X$ , provoquée par la déformation permanente, qui bloque l'évolution des déformations permanentes dans les modèles, notamment le phénomène de rochet sous sollicitations cycliques. Plus  $\varepsilon^{vp}$  est élevée plus  $X$  est élevée et plus la formation des déformations permanentes devient difficile.

Une direction que l'on est naturellement amené à suivre est de faire évoluer  $X$  d'une manière indépendante de  $\varepsilon^{vp}$ , en utilisant l'écroissage cinématique non linéaire par exemple. En considérant une fonction potentielle d'écoulement  $F$  comme suit :

$$F(\sigma, X) = f(\sigma, X) + \frac{\delta}{2}X^2 \quad (4.3)$$

on obtient les évolutions suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}^{vp} &= \frac{\langle f \rangle}{\eta} \frac{\partial F}{\partial \sigma} = \frac{\langle f \rangle}{\eta} \text{sign}(\sigma - X) \\ \dot{X} &= -H \frac{\langle f \rangle}{\eta} \frac{\partial F}{\partial X} = \frac{\langle f \rangle}{\eta} (H \text{sign}(\sigma - X) - \delta H X) \end{aligned} \quad (4.4)$$

où  $\delta$  est un paramètre de contrôle de la partie non linéaire de  $X$ .

Les réponses du modèle avec écroissage non linéaire sous chargements cycliques pour différentes valeurs de  $\delta$  à la figure 4.6.b présentent bien, pour  $\delta > 0$ , la reproduction du phénomène de rochet. Par contre sous des chargements de fluage statique, la déformation viscoplastique est limitée, ainsi que la contrainte d'écroissage cinématique  $X$  (figure 4.6.a). Bien que la déformation permanente cyclique soit reproduite, il reste toujours une partie de la contrainte d'écroissage  $X$  bloquée dans

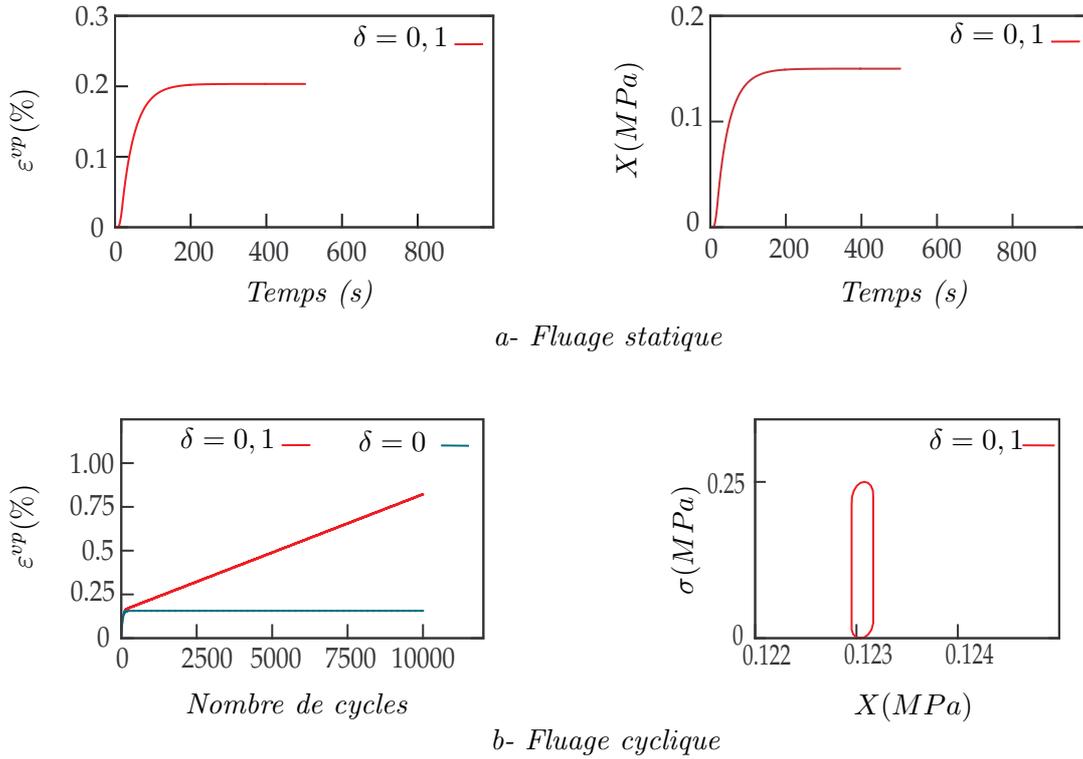


FIG. 4.6. Réponses du modèle de Bingham modifié avec écrouissage cinématique non linéaire ( $E = 3000MPa$ ;  $H = 80MPa$ ;  $\sigma_y = 0,1MPa$ ;  $\eta = 2500MPa\cdot s$ ;  $\sigma_{max} = 0,25MPa$ ;  $f = 1Hz$  sinusoidal)

le ressort  $H$  après le déchargement total, et ceci empêche le modèle de continuer à reproduire la déformation permanente sous sollicitations statiques de fluage.

En fait, la contrainte d'écrouissage cinématique  $X$  provoquée par la déformation permanente atteint une limite et empêche le modèle de continuer à augmenter la déformation viscoplastique. Bien que l'introduction de l'écrouissage cinématique non linéaire puisse résoudre le problème sous sollicitations cycliques, ceci n'apporte aucune amélioration sous fluage statique. Ces observations nous conduisent alors à proposer un mécanisme de restauration de l'écrouissage cinématique afin de relaxer la contrainte  $X$ .

#### 4.2.2 Modèle de Bingham généralisé avec restauration de $X$

Pour permettre la restauration de l'écrouissage, nous proposons d'ajouter un amortisseur  $\eta_X$  en série avec le ressort  $H$  dans le bloc plastique du modèle de Bingham généralisé, voir la figure 4.7.

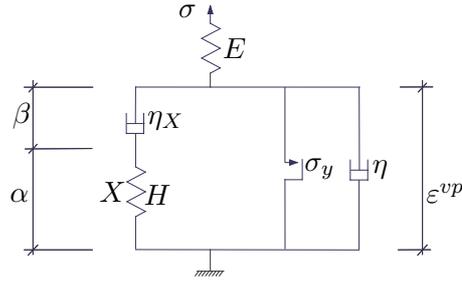


FIG. 4.7. Modèle de Bingham généralisé avec restauration de l'écrouissage cinématique

En notant  $\alpha$  la variable de déformation associée au ressort  $H$  et  $\beta$  celle associée à l'amortisseur  $\eta_X$ , on peut écrire les relations suivantes :

$$\begin{aligned}\sigma &= E(\varepsilon - \varepsilon^{vp}), & X &= H\alpha, \\ \varepsilon^{vp} &= \alpha + \beta, \\ \dot{\beta} &= \frac{X}{\eta_X}\end{aligned}\tag{4.5}$$

La loi d'évolution (4.2)<sub>1</sub> est conservée et les lois d'évolution des variables concernées sont :

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}^{vp} &= \frac{\langle f \rangle}{\eta} \text{sign}(\sigma - X) \\ \dot{X} &= H\dot{\alpha} = H(\dot{\varepsilon}^{vp} - \dot{\beta}) = H \frac{\langle f \rangle}{\eta} \text{sign}(\sigma - X) - \frac{H}{\eta_X} X\end{aligned}\tag{4.6}$$

Qualitativement, lorsque  $f \leq 0$  on a  $\dot{\varepsilon}^{vp} = 0$  mais  $\dot{X} = -HX/\eta_X \neq 0$ ,  $X$  continue alors à évoluer indépendamment de  $\varepsilon^{vp}$ . Cette loi complémentaire fait diminuer  $X$  avec le temps et permet alors, au bout d'un certain temps, de réactiver le mécanisme de déformation permanente. La déformation viscoplastique peut de nouveau évoluer. Grâce à cette évolution, on peut restaurer  $X$  tout en conservant la déformation permanente préexistante.

A titre indicatif, la figure 4.8a montre un exemple de réponse sous chargement de fluage statique où le rôle de la restauration de l'écrouissage cinématique est clairement mis en évidence. En effet, au lieu de tendre vers une limite finie, la déformation viscoplastique augmente linéairement avec le temps après une courte phase d'évolution non linéaire. La même tendance est observée sous sollicitation cyclique (figure 4.8b).

Ces exemples montrent bien que la restauration viscoplastique de l'écrouissage cinématique peut permettre à un modèle monosurfacique simple de reproduire non seulement la déformation permanente sous chargements monotones, mais aussi le phénomène de rochet sous sollicitations cycliques. La loi d'évolution (4.6)<sub>2</sub> de  $X$  est certes analogue à (4.4)<sub>2</sub>, mais  $X$  peut évoluer même

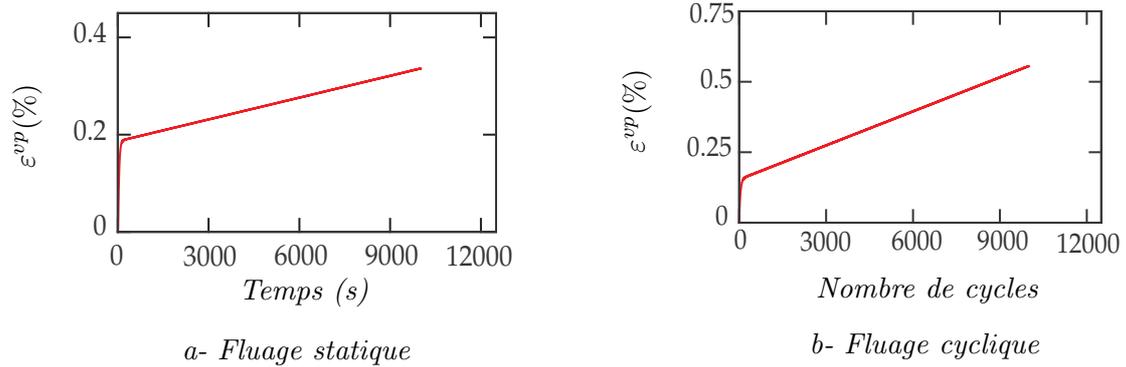


FIG. 4.8. Réponse du modèle avec restauration de l'écrouissage ( $E = 3000MPa$  ;  $H = 80MPa$  ;  $\sigma_y = 0,1MPa$  ;  $\eta = 2500MPas$  ;  $\eta_X = 10^6MPas$  ;  $\sigma_{max} = 0,25MPa$ )

dans les cas où  $f \leq 0$ . La restauration de l'écrouissage cinématique peut donc être une bonne voie à explorer pour la modélisation des déformations permanentes des matériaux viscoplastiques.

Il est également possible de coupler le phénomène de restauration de l'écrouissage cinématique avec des évolutions non linéaires de ce dernier.

### 4.3 Un modèle élasto-viscoplastique pour le comportement permanent des matériaux bitumineux

Motivé par les observations rhéologiques précédentes, un modèle élasto-viscoplastique est proposé dans cette section afin de modéliser le comportement permanent des matériaux bitumineux. Ce modèle tridimensionnel postule une seule surface de charge et inclut deux mécanismes de formation des déformations permanentes, et est alors appelé modèle **2M1C-BB** : *modèle à 2 Mécanismes 1 Critère pour le Béton Bitumineux*. Les écrouissages non linéaires et la restauration des contraintes d'écrouissages sont introduits conformément aux observations précédentes. Ceci permet de prendre en compte correctement les phénomènes observés sous chargements statiques et cycliques d'une manière simplifiée par rapport au modèle multi-surfacique présenté dans le chapitre précédent.

#### 4.3.1 Hypothèses cinématiques et lois d'état

Ce modèle postule l'hypothèse cinématique présentée et utilisée au chapitre 3, où les déformations permanentes sont d'origine plastique et viscoplastique. On a toujours la décomposition suivante de la déformation totale :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{vp} \quad (4.7)$$

Soit également  $\varepsilon_v^{vp}$  et  $e^{vp}$  les parties volumique et déviatorique des déformations permanentes, respectivement. Elles sont définies par :

$$\begin{aligned}\varepsilon_v^{vp} &= tr(\varepsilon^{vp}) \\ e^{vp} &= \varepsilon^{vp} - \frac{1}{3}\varepsilon_v^{vp}\mathbf{1}\end{aligned}\tag{4.8}$$

Les observations expérimentales par [Brown et Cooper, 1980, Eisenmann et Hilmer, 1987], et autres, ont montré que les déformations volumique et de cisaillement évoluent différemment. Sur les chaussées bitumineuses, les tassements sur la surface sont provoqués au début par une contractance volumique du matériau, puis par des déformations permanentes de cisaillement à volume constant [Eisenmann et Hilmer, 1987, Sousa et Weissman, 1994].

Ceci nous conduit alors à introduire un mécanisme de formation pour chaque partie des déformations permanentes à travers deux écrouissages cinématiques différents, l'un déviatorique et l'autre hydrostatique. Comme dans le modèle précédent, l'écrouissage isotrope n'est pas introduit et est remplacé par les écrouissages cinématiques qui translatent le domaine élastique, notamment l'écrouissage cinématique hydrostatique.

En introduisant des variables internes  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  (duales des écrouissages cinématiques), le potentiel d'énergie libre est choisi comme suit :

$$\rho\Psi = \frac{1}{2}\varepsilon^e : \mathbf{C} : \varepsilon^e + \frac{1}{2}\alpha_1 : \mathbf{D}_1 : \alpha_1 + \frac{1}{2}\alpha_2 : \mathbf{D}_2 : \alpha_2\tag{4.9}$$

où  $\mathbf{C}$  est le tenseur élastique de Hooke,  $\mathbf{D}_1$  et  $\mathbf{D}_2$  sont les tenseurs d'écrouissages cinématiques que nous choisissons égaux à :  $\mathbf{D}_1 = H_1\mathbf{1}$  et  $\mathbf{D}_2 = H_2\mathbf{1}$ , où  $H_1$  et  $H_2$  sont les modules d'écrouissages cinématiques.

Les lois d'état se déduisent alors de (4.9) :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\sigma} &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon^e} = \mathbf{C} : \varepsilon^e = \mathbf{C} : (\varepsilon - \varepsilon^{vp}) \\ \mathbf{X}_1 &= -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha_1} = -\mathbf{D}_1 : \alpha_1 = -H_1\alpha_1 \\ \mathbf{X}_2 &= -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha_2} = -\mathbf{D}_2 : \alpha_2 = -H_2\alpha_2\end{aligned}\tag{4.10}$$

où  $\mathbf{X}_1$  et  $\mathbf{X}_2$  sont les contraintes d'écrouissage cinématique associées à  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ .

Dans ce cas, l'inégalité de Clausius-Duhem se réduit à :

$$\boldsymbol{\sigma} : \dot{\varepsilon}^p + \mathbf{X}_1 : \dot{\alpha}_1 + \mathbf{X}_2 : \dot{\alpha}_2 \geq 0\tag{4.11}$$

### 4.3.2 Critère viscoplastique et domaine élastique

A partir des observations sur les modèles rhéologiques, on trouve que les déformations permanentes sous chargements cycliques peuvent être reproduites par un modèle mono-surfacique sous réserve d'introduire des lois d'érouissage non linéaires. On utilise alors un seul critère pour définir le domaine élastique afin de simplifier le modèle et réduire les difficultés numériques provoquées par les points singuliers de la frontière.

Les observations sur le comportement des matériaux bitumineux précédemment faites pour définir le domaine élastique du modèle multi-surfacique sont toujours valables pour caractériser le critère viscoplastique proposé dans cette partie. On a, notamment :

- Le comportement dépend des contraintes déviatorique et hydrostatique.
- Le comportement est dissymétrique avec des propriétés différentes en traction et en compression.
- Les matériaux bitumineux sont compressibles, notamment sous des chargements dont la contrainte hydrostatique est importante devant les contraintes déviatoriques.

Il est alors nécessaire de postuler une fonction critère faisant intervenir en même temps les contraintes déviatorique et hydrostatique, formant un domaine élastique dissymétrique et fermé. Nous proposons la fonction critère suivante :

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2) = \sqrt{\|\mathbf{s} - \mathbf{X}_1\|^2 + \frac{2}{3}\alpha^2 \left( p - \frac{1}{3}tr(\mathbf{X}_2) + \delta R_0 \right)^2} - \sqrt{\frac{2}{3}}R_0 \quad (4.12)$$

où :

- $p$  et  $\mathbf{s}$  sont la contrainte hydrostatique et le tenseur des contraintes déviatoriques calculés par (3.9). L'opérateur  $\|\cdot\|$  est la norme définie suivant (3.10).
- $R_0$  est la contrainte d'écoulement caractérisant la résistance du matériau.
- $\alpha$  est le paramètre maîtrisant l'influence de la contrainte hydrostatique dans  $f$
- $\delta$  est le paramètre donnant au domaine élastique la dissymétrie par un déplacement  $\delta R_0$  suivant l'axe des contraintes hydrostatique  $p$  (figure 4.9).

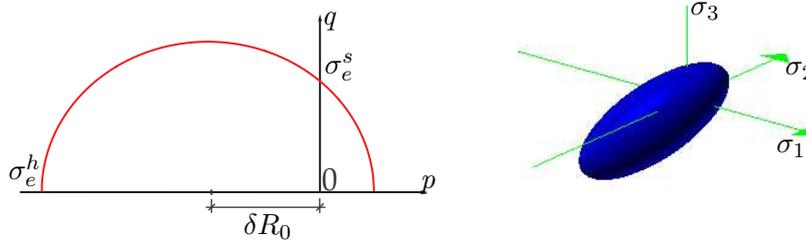


FIG. 4.9. Modèle proposé : surface de charge initiale

Le domaine élastique initial défini par (4.12) prend alors la même forme et les mêmes caractéristiques que celui du modèle multi-sufacique précédemment présenté dont les plus importants sont les limites élastiques pour différents trajets de chargements :

$$\begin{aligned}
 \sigma_e^t &= R_0 \left( \sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{9} - \alpha^2 \delta^2 - \frac{1}{3} \alpha^2 \delta} \right) \cdot \left( 1 + \frac{\alpha^2}{9} \right)^{-1} \\
 \sigma_e^c &= R_0 \left( \sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{9} - \alpha^2 \delta^2 + \frac{1}{3} \alpha^2 \delta} \right) \cdot \left( 1 + \frac{\alpha^2}{9} \right)^{-1} \\
 \sigma_e^s &= R_0 \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{1 - \alpha^2 \delta^2} \\
 \sigma_e^h &= R_0 \cdot \frac{1 + \alpha \delta}{\alpha}
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

On peut également calculer le rapport entre la limite élastique en traction et celle en compression qui caractérise la dissymétrie du domaine élastique initial :

$$\frac{\sigma_e^t}{\sigma_e^c} = \frac{\sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{9} - \alpha^2 \delta^2 - \frac{1}{3} \alpha^2 \delta}}{\sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{9} - \alpha^2 \delta^2 + \frac{1}{3} \alpha^2 \delta}} \tag{4.14}$$

Ceci nous fournit alors des caractéristiques permettant d'identifier les paramètres  $\alpha$ ,  $\delta$  et  $R_0$ .

Lorsque le chargement commence à produire des déformations permanentes, les écrouissages cinématiques  $\mathbf{X}_1$  et  $\mathbf{X}_2$  évoluent et translatent le domaine élastique suivant les directions de cisaillement ainsi que de confinement. C'est la différence de ce modèle par rapport au modèle multi-sufacique. L'influence de chaque écrouissage sur le domaine élastique va être ultérieurement abordée après avoir défini les lois d'évolution des variables internes.

### 4.3.3 Lois d'évolution des variables internes

Dans ce modèle, nous postulons des évolutions non associées des variables internes plastiques, et ceci pour deux raisons : d'une part, ce choix est généralement plus pertinent pour les matériaux granulaires, voir [Zienkiewicz *et al.*, 1975, Florea, 1994] par exemple. D'autre part, nous pourrions introduire plus aisément la non linéarité et la restauration des écrouissages cinématiques.

On propose alors une fonction potentielle d'écoulement  $F$  comme suit :

$$F = \sqrt{\|\mathbf{s} - \mathbf{X}_1\|^2 + \frac{2}{3} \beta^2 \left( p - \frac{1}{3} \text{tr}(\mathbf{X}_2) + \delta R_0 \right)^2} - \sqrt{\frac{2}{3}} R_0 + \frac{a}{2} \|\mathbf{X}_1\|^2 + \frac{b}{2} \|\mathbf{X}_2\|^2 \tag{4.15}$$

où  $\beta$  est un nouveau paramètre introduit pour contrôler les contraintes hydrostatiques dans la fonction  $F$ ,  $a$  et  $b$  sont deux paramètres de contrôle de la non linéarité des écrouissages  $\mathbf{X}_1$  et  $\mathbf{X}_2$ .

Lorsque  $\beta = \alpha$  et  $a = b = 0$  la fonction potentielle d'écoulement  $F$  coïncide avec la fonction critère  $f$  et on obtient alors un modèle associé.

Comme nous l'avons vu, la restauration des écrouissages peut, d'une part, renforcer la non linéarité des écrouissages cinématiques, et d'autre part, relaxer les contraintes d'écrouissages, qui sont des autocontraintes provoquées par l'incompatibilité des déformations permanentes, et alors correctement prendre en compte les mécanismes de formation des déformations permanentes des matériaux bitumineux.

La restauration des écrouissages est implémentée dans ce modèle. Pour cela, on introduit un potentiel de restauration  $\Omega_r$  :

$$\Omega_r = (1 - h(f)) \frac{1}{2\eta_X} \|\mathbf{X}_1\|^2 \quad (4.16)$$

où  $\eta_X > 0$  est un paramètre contrôlant la restauration, et la fonction  $h(x)$  est définie comme suit :

$$h(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases} \quad (4.17)$$

La fonction  $h(f)$  assure la nullité de  $\Omega_r$  lorsque le modèle plastifie avec  $f > 0$ . Et lorsque  $f \leq 0$ ,  $\Omega_r$  est positif. Ceci permet de séparer le mécanisme de restauration du mécanisme de formation des déformations permanentes et la restauration des écrouissages cinématiques fonctionne comme une contribution à la non linéarité des écrouissages, les lois d'évolution des variables d'écrouissages restent inchangées.

L'écrouissage  $\mathbf{X}_2$  n'est pas introduit dans le potentiel  $\Omega_r$ , ce qui signifie qu'il n'est pas restauré. Sachant que la relaxation des autocontraintes est gouvernée par le cisaillement dans le bitume entre les particules en conservant toujours les déformations permanentes du squelette granulaire, la relaxation de la contrainte  $\mathbf{X}_1$  (qui est reliée aux déformations permanentes de cisaillement) couplée avec la conservation de  $\mathbf{X}_2$  (qui est pilotée par les déformations volumiques) est compatible avec le mécanisme de formation des déformations permanentes des matériaux bitumineux.

En postulant une formulation de type Perzyna [Perzyna, 1966], les lois d'évolution des variables internes sont définies comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} &= \frac{1}{\eta} \langle f \rangle \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \\ \dot{\boldsymbol{\alpha}}_1 &= \frac{1}{\eta} \langle f \rangle \frac{\partial F}{\partial \mathbf{X}_1} + \frac{\partial \Omega_r}{\partial \mathbf{X}_1} \\ \dot{\boldsymbol{\alpha}}_2 &= \frac{1}{\eta} \langle f \rangle \frac{\partial F}{\partial \mathbf{X}_2} + \frac{\partial \Omega_r}{\partial \mathbf{X}_2} \end{aligned} \quad (4.18)$$

où  $\eta$  est un paramètre de fluidité,  $f$  est la fonction critère et l'opérateur  $\langle \rangle$  est la fonction partie positive définie par :

$$\langle x \rangle = \frac{1}{2}(|x| + x) \quad (4.19)$$

En remplaçant  $F$  et  $\Omega_r$  définies par (4.15) et (4.16) dans (4.18), on obtient les lois d'évolution des variables internes détaillées pour ce modèle, dans le cas où  $f > 0$  :

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}^{vp} &= \frac{f}{\eta} \frac{\mathbf{s} - \mathbf{X}_1 + \frac{2}{9}\beta^2 \left( p - \frac{1}{3}tr(\mathbf{X}_2) + \delta R_0 \right) \mathbf{1}}{\sqrt{\|\mathbf{s} - \mathbf{X}_1\|^2 + \frac{2}{3}\beta^2 \left( p - \frac{1}{3}tr(\mathbf{X}_2) + \delta R_0 \right)^2}} \\ \dot{\boldsymbol{\alpha}}_1 &= \frac{f}{\eta} \left( \frac{-(\mathbf{s} - \mathbf{X}_1)}{\sqrt{\|\mathbf{s} - \mathbf{X}_1\|^2 + \frac{2}{3}\beta^2 \left( p - \frac{1}{3}tr(\mathbf{X}_2) + \delta R_0 \right)^2}} + a\mathbf{X}_1 \right) \\ \dot{\boldsymbol{\alpha}}_2 &= \frac{f}{\eta} \left( \frac{-\frac{2}{9}\beta^2 \left( p - \frac{1}{3}tr(\mathbf{X}_2) + \delta R_0 \right) \mathbf{1}}{\sqrt{\|\mathbf{s} - \mathbf{X}_1\|^2 + \frac{2}{3}\beta^2 \left( p - \frac{1}{3}tr(\mathbf{X}_2) + \delta R_0 \right)^2}} + b\mathbf{X}_2 \right)\end{aligned}\quad (4.20)$$

L'équation (4.20)<sub>1</sub> nous donne l'évolution de  $\varepsilon_v^{vp}$  et  $e^{vp}$  (parties volumique et déviatorique) :

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_v^{vp} &= \frac{f}{\eta} \frac{\frac{2}{3}\beta^2 \left( p - \frac{1}{3}tr(\mathbf{X}_2) + \delta R_0 \right)}{\sqrt{\|\mathbf{s} - \mathbf{X}_1\|^2 + \frac{2}{3}\beta^2 \left( p - \frac{1}{3}tr(\mathbf{X}_2) + \delta R_0 \right)^2}} \\ \dot{e}^{vp} &= \frac{f}{\eta} \frac{\mathbf{s} - \mathbf{X}_1}{\sqrt{\|\mathbf{s} - \mathbf{X}_1\|^2 + \frac{2}{3}\beta^2 \left( p - \frac{1}{3}tr(\mathbf{X}_2) + \delta R_0 \right)^2}}\end{aligned}\quad (4.21)$$

Dans le cas où le terme  $(p - \frac{tr(\mathbf{X}_2)}{3} + \delta R_0)$  est négatif, on observe une dilatance du matériau, et une contractance est constatée dans le cas contraire. Ces équations nous permettent aussi d'établir une relation entre les variables d'écroissages et les déformations permanentes :

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{\alpha}}_1 &= -\dot{e}^{vp} + \frac{\langle f \rangle}{\eta} a\mathbf{X}_1 \\ \dot{\boldsymbol{\alpha}}_2 &= -\frac{1}{3}\dot{\varepsilon}_v^{vp} \mathbf{1} + \frac{\langle f \rangle}{\eta} b\mathbf{X}_2\end{aligned}\quad (4.22)$$

Ceci donne  $tr(\boldsymbol{\alpha}_1) = 0$  et  $dev(\boldsymbol{\alpha}_2) = \mathbf{0}$ . L'écroissage cinématique  $\mathbf{X}_1$  est alors purement déviatorique et  $\mathbf{X}_2$  purement volumique. De plus,  $\varepsilon_v^{vp}$  est principalement contrôlée par  $\mathbf{X}_2$  et  $e^{vp}$  par  $\mathbf{X}_1$ , bien que  $\mathbf{X}_1$  et  $\mathbf{X}_2$  interviennent dans les équations d'évolution (4.21). Nous retrouvons

bien les deux mécanismes complémentaires de formation des déformations permanentes dans ce modèle avec une seule surface de charge.

Dans le cas où  $f \leq 0$  les lois d'évolution (4.18) deviennent :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} = \mathbf{0} \quad \dot{\boldsymbol{\alpha}}_1 = \frac{1}{\eta_X} \mathbf{X}_1 \quad \dot{\boldsymbol{\alpha}}_2 = \mathbf{0} \quad (4.23)$$

Ces dernières assurent que  $\mathbf{X}_2$  est relaxée indépendamment des déformations permanentes.

Avec les lois d'évolution détaillées (4.18), (4.20) et (4.23), l'inégalité de Clausius-Duhem (4.11) devient alors :

$$\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p + \mathbf{X}_1 : \dot{\boldsymbol{\alpha}}_1 + \mathbf{X}_2 : \dot{\boldsymbol{\alpha}}_2 = \frac{\langle f \rangle}{\eta} \left( \boldsymbol{\sigma} : \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + \mathbf{X}_1 : \frac{\partial F}{\partial \mathbf{X}_1} + \mathbf{X}_2 : \frac{\partial F}{\partial \mathbf{X}_2} \right) + (1 - h(f)) \mathbf{X}_1 : \frac{\mathbf{X}_1}{\eta_X} \geq 0 \quad (4.24)$$

Elle est satisfaite grâce à la convexité de  $F$  par rapport à ses arguments  $\boldsymbol{\sigma}$ ,  $\mathbf{X}_1$  et  $\mathbf{X}_2$  et la positivité du terme  $\mathbf{X}_1 : \mathbf{X}_1$ .

## 4.4 Implémentation numérique du modèle proposé

Le processus d'implémentation numérique suit le même schéma et les mêmes étapes utilisés pour le modèle multi-surfacique au chapitre précédent. Dans le cadre de cette section, l'algorithme numérique pour résoudre les équations du modèle proposé concernant le problème local est présenté en utilisant la méthode itérative de Newton et la stratégie de prédiction-corrrection.

Les différences de ce modèle par rapport au modèle multi-surfacique nous permettent de traiter directement les équations d'évolution viscoplastiques sans passer par la solution plastique indépendante du temps. On évite également les problèmes provoqués par des points singuliers se trouvant à l'intersection des frontières des surfaces élémentaires. En considérant que le problème plastique indépendant du temps est le cas limite du problème viscoplastique où  $\eta \rightarrow 0$ , l'algorithme numérique présenté ici est alors adapté pour obtenir la solution plastique indépendante du temps lorsque  $\eta = 0$ .

Afin de simplifier les notations et les écritures comme le chapitre précédent, on introduit les notations suivantes pour regrouper les variables de même nature :

$$\boldsymbol{\Xi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{\Sigma}^{vp} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma} \\ \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\Xi}^{vp} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^{vp} \\ \boldsymbol{\alpha}_1 \\ \boldsymbol{\alpha}_2 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

où  $\Sigma^{vp}$  est l'ensemble des variables forces,  $\Xi^{vp}$  l'ensemble des variables internes du problème considéré. Le module tangent initial  $\mathbb{C}_0^{vp}$  est introduit sous la forme :

$$\mathbb{C}_0^{vp} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & & \\ & \mathbf{D}_1 & \\ & & \mathbf{D}_2 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Les équations locales (4.10) et (4.18) du modèle s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} \Sigma &= \mathbb{C}_0^{vp} : [\Xi - \Xi^{vp}] \\ \dot{\Xi}^{vp} &= \frac{\langle f \rangle}{\eta} \partial_{\Sigma} F(\Sigma) + \partial_{\Sigma} \Omega_r \end{aligned} \quad (4.27)$$

#### 4.4.1 Prédiction élastique

En utilisant la méthode itérative de Newton suivant la stratégie de prédiction-correction, on postule un état prédictif lors du passage de l'instant  $t_n$  à l'instant  $t_{n+1} = t_n + \Delta t_{n+1}$  en imposant un incrément élastique des déformations totales :

$$\begin{aligned} \Xi_{n+1} &= \Xi_n + \Delta \Xi_{n+1} & \Delta \Xi_{n+1} &= \begin{bmatrix} \Delta \varepsilon \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \Xi_{n+1}^{vp,pre} &= \Xi_n^{vp} \\ \Sigma_{n+1}^{pre} &= \mathbb{C}_0^{vp} : [\Xi_{n+1} - \Xi_{n+1}^{vp,pre}] \\ f_{n+1}^{pre} &= f(\Sigma_{n+1}^{pre}) \end{aligned} \quad (4.28)$$

où  $(\cdot)_n$  désigne les variables à l'instant  $t_n$  et  $(\cdot)^{pre}$  les variables à l'état prédictif. La fonction critère est calculée suivant (4.28)<sub>4</sub> et est utilisée pour vérifier la position de l'état prédictif par rapport au domaine élastique. Si  $f_{n+1}^{pre} \leq 0$ , l'état prédictif se trouve à l'intérieur ou sur la frontière du domaine élastique, l'équation d'évolution (4.27)<sub>2</sub> devient dans ce cas :

$$\dot{\Xi}^{vp} = \partial_{\Sigma} \Omega_r = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \frac{\mathbf{X}_1}{\eta_X} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Ceci permet de relaxer la contrainte d'écrouissage de cisaillement  $\mathbf{X}_1$  tandis que  $\varepsilon^{vp}$  et  $\mathbf{X}_2$  n'évoluent pas. En considérant séparément l'évolution de  $\mathbf{X}_1$ , on a :

$$\dot{\alpha}_1 = -\frac{H_1}{\eta_X} \alpha_1 \quad (4.30)$$

On obtient alors les variables internes à l'instant  $t_{n+1}$  :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{vp} = \boldsymbol{\varepsilon}_n^{vp} \quad \boldsymbol{\alpha}_{1,n+1} = \boldsymbol{\alpha}_{1,n} e^{-\frac{H_1}{\eta X} \Delta t_{n+1}} \quad \boldsymbol{\alpha}_{2,n+1} = \boldsymbol{\alpha}_{2,n} \quad (4.31)$$

De même, les variables forces sont déduites des lois de comportement :

$$\boldsymbol{\Sigma}_{n+1} = \mathbb{C}_0^{vp} : (\boldsymbol{\Xi}_{n+1} - \boldsymbol{\Xi}_{n+1}^{vp}) \quad (4.32)$$

Dans le cas contraire où  $f > 0$ , l'état prédictif se trouve à l'extérieur du domaine élastique, le matériau se plastifie et il faut alors déterminer l'état à l'instant  $t_{n+1}$  en résolvant les équations (4.27) par une étape de correction viscoplastique.

#### 4.4.2 Correction viscoplastique : résolution directe

La viscoplasticité autorise des états de contraintes extérieurs au domaine élastique. Cette différence par rapport à la plasticité se traduit par l'absence des conditions de consistance et le multiplicateur plastique est explicitement déterminé par :

$$\gamma = \frac{\langle f(\boldsymbol{\Sigma}) \rangle}{\eta} \quad (4.33)$$

En substituant le passage de  $t_n$  à  $t_{n+1}$  à l'équation (4.27)<sub>1</sub> et en linéarisant l'équations (4.27)<sub>2</sub> suivant le temps, on obtient les équations d'évolution discrètes des variables concernées une fois que  $f > 0$  :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Sigma}_{n+1} &= \mathbb{C}_0^{vp} : [\boldsymbol{\Xi}_{n+1} - \boldsymbol{\Xi}_{n+1}^{vp}] \\ \boldsymbol{\Xi}_{n+1}^{vp} - \boldsymbol{\Xi}_n^{vp} &= \Delta t_{n+1} \frac{f_{n+1}}{\eta} \partial_{\boldsymbol{\Sigma}} F_{n+1} \end{aligned} \quad (4.34)$$

On obtient alors une seule équation des variables forces à résoudre :

$$\mathbf{r}_{n+1} = -\boldsymbol{\Xi}_{n+1} + \boldsymbol{\Xi}_n^{vp} + \mathbb{C}^{vp-1} : \boldsymbol{\Sigma}_{n+1} + \Delta t_{n+1} \frac{f_{n+1}}{\eta} \partial_{\boldsymbol{\Sigma}} F_{n+1} = 0 \quad (4.35)$$

La linéarisation suivant les variables forces à l'itération  $k$  de (4.35) et (4.34)<sub>1</sub> nous donne :

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{n+1}^k + \partial_{\boldsymbol{\Sigma}} \mathbf{r}_{n+1}^k : \Delta \boldsymbol{\Sigma}_{n+1}^k &= 0 \\ \boldsymbol{\Xi}_{n+1}^{vp,k} &= \boldsymbol{\Xi}_{n+1} - \mathbb{C}_0^{vp-1} : \boldsymbol{\Sigma}_{n+1}^k \end{aligned} \quad (4.36)$$

où  $\mathbf{r}_{n+1}^k = \mathbf{r}(\boldsymbol{\Sigma}_{n+1}^k)$ . Ceci permet de calculer l'incrément des variables forces et leur mise à jour :

$$\begin{aligned} \Delta \boldsymbol{\Sigma}_{n+1}^k &= -\mathbb{C}_{n+1}^k : \mathbf{r}_{n+1}^k \\ \boldsymbol{\Sigma}_{n+1}^{k+1} &= \boldsymbol{\Sigma}_{n+1}^k + \Delta \boldsymbol{\Sigma}_{n+1}^k \end{aligned} \quad (4.37)$$

où  $\mathbb{C}_{n+1}^k$  est le module algorithmique déterminé par :

$$\mathbb{C}_{n+1}^k = \left[ \partial_{\Sigma} \mathbf{r}_{n+1}^k \right]^{-1} = \left[ \mathbb{C}_0^{vp-1} + \frac{\Delta t_{n+1}}{\eta} \left( f_{n+1} \partial_{\Sigma\Sigma}^2 F_{n+1}^k + \partial_{\Sigma} F_{n+1}^k \otimes \partial_{\Sigma} f_{n+1}^k \right) \right]^{-1} \quad (4.38)$$

Les variables internes sont mises à jours suivant (4.36)<sub>2</sub> et le processus itératif est répété jusqu'au moment où la norme du vecteur résidu  $\mathbf{r}_{n+1}^k$  est inférieure à la tolérance souhaitée.

Le module tangent algorithmique est calculé de façon analogue :

$$\mathbb{C}_{n+1}^{vp} = \left[ \mathbb{C}_0^{vp-1} + \frac{\Delta t_{n+1}}{\eta} \left( f_{n+1} \partial_{\Sigma\Sigma}^2 F_{n+1} + \partial_{\Sigma} F_{n+1} \otimes \partial_{\Sigma} f_{n+1} \right) \right]^{-1} \quad (4.39)$$

Cette résolution numérique est simple et rapide, reposant sur la résolution d'une seule équation des variables forces. Pourtant en prenant  $\eta = 0$  pour obtenir le cas plastique indépendant du temps, des difficultés numériques apparaissent. Afin de contourner ce problème, on adopte une procédure indirecte de résolution.

#### 4.4.3 Correction viscoplastique : solution indirecte

Mécaniquement, la plasticité indépendante du temps est un cas limite de la viscoplasticité lorsque le paramètre de fluidité  $\eta = 0$ . Mais du point de vue numérique, la viscoplasticité peut être considérée comme un cas particulier de la plasticité où le multiplicateur plastique est explicitement calculé suivant (4.33). Afin d'éviter les difficultés numériques provoquées par  $\eta = 0$ , on pose alors :

$$\Delta\gamma_{n+1} = \Delta t_{n+1} \frac{f_{n+1}}{\eta} \quad (4.40)$$

qui joue le rôle du "multiplicateur plastique" lors du passage de l'incrément  $t_n$  à l'incrément  $t_{n+1}$ .

Les équations discrètes (4.35) et (4.40) sont alors réécrites comme suit :

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{n+1} &= -\Xi_{n+1} + \Xi_n^{vp} + \mathbb{C}^{vp-1} : \Sigma_{n+1} + \Delta\gamma_{n+1} \partial_{\Sigma} F_{n+1} = \mathbf{0} \\ f_{n+1} - \frac{\eta}{\Delta t_{n+1}} \Delta\gamma_{n+1} &= 0 \end{aligned} \quad (4.41)$$

Les équations à résoudre du problème ainsi posé ressemblent à celles d'un problème de plasticité indépendant du temps en considérant  $\Sigma_{n+1}$  et  $\Delta\gamma_{n+1}$  comme variables à déterminer. L'équation (4.41)<sub>2</sub> peut être considérée comme la condition de consistance qui engendre  $\Delta\gamma_{n+1} \geq 0$ . Dans le cas où  $\eta = 0$ , (4.41)<sub>2</sub> devient  $f = 0$  et on obtient la condition de consistance des cas plastiques,  $\Delta\gamma_{n+1}$  peut être déterminé sans difficulté numérique.

La résolution numérique des équations (4.41) suit exactement les étapes utilisées pour la partie plastique du modèle multi-surfacique, sauf que les conditions de consistance pour déterminer le multiplicateur plastique sont remplacées par (4.41)<sub>2</sub>.

A l'itération  $k$ , les équations discrètes issues de la linéarisation de (4.41) suivant les variables  $\Sigma$  et  $\Delta\gamma$  s'écrivent :

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{n+1}^k + \partial_{\Sigma} \mathbf{r}_{n+1}^k : \Delta \Sigma_{n+1}^k + \delta(\Delta\gamma)_{n+1}^k \partial_{\Delta\gamma} \mathbf{r}_{n+1}^k &= \mathbf{0} \\ f_{n+1}^k + \partial_{\Sigma} f_{n+1}^k : \Delta \Sigma_{n+1}^k - \frac{\eta}{\Delta t_{n+1}} \delta(\Delta\gamma)_{n+1}^k &= 0 \end{aligned} \quad (4.42)$$

où  $\Delta \Sigma_{n+1}^k$  est l'incrément des variables force  $\Sigma_{n+1}^k$  et  $\delta(\Delta\gamma)_{n+1}^k$  l'incrément du multiplicateur plastique à l'itération  $k$ . La première équation permet de calculer  $\Delta \Sigma_{n+1}^k$  qui est remplacé dans la deuxième équation pour calculer l'incrément du multiplicateur plastique :

$$\begin{aligned} \Delta \Sigma_{n+1}^k &= -\mathbb{C}_{n+1}^k : [\mathbf{r}_{n+1}^k + \delta(\Delta\gamma)_{n+1}^k \partial_{\Sigma} F_{n+1}^k] \\ f_{n+1}^k - \partial_{\Sigma} f_{n+1}^k : \mathbb{C}_{n+1}^k : [\mathbf{r}_{n+1}^k + \delta(\Delta\gamma)_{n+1}^k \partial_{\Sigma} F_{n+1}^k] - \frac{\eta}{\Delta t_{n+1}} \delta(\Delta\gamma)_{n+1}^k &= 0 \end{aligned} \quad (4.43)$$

où  $\mathbb{C}_{n+1}^k$  est le module algorithmique calculé par :

$$\mathbb{C}_{n+1}^k = [\partial_{\Sigma} \mathbf{r}_{n+1}^k]^{-1} = [\mathbb{C}_0^{vp-1} + \Delta\gamma_{n+1}^k \partial_{\Sigma\Sigma}^2 F_{n+1}^k]^{-1} \quad (4.44)$$

L'incrément du multiplicateur plastique est alors déduit :

$$\delta(\Delta\gamma)_{n+1}^k = \frac{f_{n+1}^k - \partial_{\Sigma} f_{n+1}^k : \mathbb{C}_{n+1}^k : \mathbf{r}_{n+1}^k}{\partial_{\Sigma} f_{n+1}^k : \mathbb{C}_{n+1}^k : \partial_{\Sigma} F_{n+1}^k + \frac{\eta}{\Delta t_{n+1}}} \quad (4.45)$$

qui est ensuite substitué dans (4.43)<sub>1</sub> pour calculer l'incrément des variables forces. Les variables internes sont déduites des variables forces suivant (4.36)<sub>2</sub>.

Les variables sont mises à jours et le processus itératif est répété jusqu'au moment où les termes considérés sont inférieurs à une tolérance souhaitée. Le module tangent algorithmique est calculé de manière analogue au modèle multisurfacique et on obtient :

$$\mathbb{C}_{n+1}^{vp} = \left. \frac{d\Sigma}{d\Xi} \right|_{n+1} = \mathbb{C}_{n+1} - \frac{[\partial_{\Sigma} F_{n+1} : \mathbb{C}_{n+1}] \otimes [\mathbb{C}_{n+1} : \partial_{\Sigma} f_{n+1}]}{\partial_{\Sigma} f_{n+1} : \mathbb{C}_{n+1} : \partial_{\Sigma} F_{n+1} + \frac{\eta}{\Delta t_{n+1}}} \quad (4.46)$$

où  $\mathbb{C}_{n+1}$  est le module algorithmique :

$$\mathbb{C}_{n+1} = [\mathbb{C}_0^{vp-1} + \Delta\gamma_{n+1} \partial_{\Sigma\Sigma}^2 F_{n+1}]^{-1} \quad (4.47)$$

Dans le cas limite  $\eta = 0$ , on obtient alors l'incrément du multiplicateur  $\Delta\gamma_{n+1}$  et le module tangent algorithmique d'un cas plastique sans difficultés numériques.

## 4.5 Paramètres du modèle et exemples de réponses

Nous avons introduit les paramètres suivants dans le modèle :

- Les paramètres du critère définissant le domaine élastique initial :  $\alpha$ ,  $\delta$  et  $R_0$ .
- Les paramètres des écrouissages cinématiques : les modules  $H_1$  et  $H_2$ , les paramètres de la partie non linéaire  $a$  et  $b$  et la restauration de l'écrouissage  $\eta_X$ .
- Le paramètre  $\beta$  de la fonction potentielle d'écoulement  $F$ .
- Le paramètre de fluidité  $\eta$ .

Comme pour le modèle multi-surfacique, les paramètres définissant le domaine élastique initial doivent être identifiés par les essais caractérisant le domaine élastique à différents états de contraintes. Nous ne développerons pas cette caractérisation ici.

Dans cette section, quelques exemples numériques sont présentés afin de montrer les capacités du modèle et justifier les choix des paramètres de la partie viscoplastique. Dans un premier temps, des exemples des chargements uniformes sont présentés pour démontrer la nécessité des écrouissages non linéaires ainsi que de la restauration de ces derniers. Un exemple de chargement non uniforme est abordé dans la suite afin de montrer la pertinence du modèle dans des cas de sollicitations complexes. Les études paramétriques, nous permettant de déduire les étapes nécessaires pour l'identification expérimentale, sont exclusivement abordées dans l'annexe B.

### 4.5.1 Exemple des cas de chargements uniformes

On considère une éprouvette cylindrique de hauteur  $240\text{ mm}$  et de diamètre  $150\text{ mm}$  soumise à des chargements triaxiaux avec confinement latéral afin d'étudier le comportement triaxial du modèle :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_a & & \\ & \sigma_c & \\ & & \sigma_c \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

où  $\sigma_a$  désigne la contrainte axiale et  $\sigma_c$  la contrainte latérale de confinement. Dans la pratique, un tel état de contraintes permet également de diminuer l'instabilité qui pourrait apparaître sous des chargements uniaxiaux ainsi que de mieux reproduire le fonctionnement des matériaux bitumineux dans les structures routières. Les contraintes hydrostatique et déviatorique dans ce cas sont, respectivement :

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_a + 2\sigma_c) \quad \text{et} \quad \boldsymbol{s} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3}(\sigma_a - \sigma_c) & & \\ & -\frac{1}{3}(\sigma_a - \sigma_c) & \\ & & -\frac{1}{3}(\sigma_a - \sigma_c) \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

On note alors :

$$s = \frac{2}{3}(\sigma_a - \sigma_c) \quad (4.50)$$

la contrainte de cisaillement. Les contraintes d'écroissements cinématiques peuvent s'écrire comme suit :

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} X_1 & & \\ & -\frac{1}{2}X_1 & \\ & & -\frac{1}{2}X_1 \end{bmatrix} = H_1\alpha_1\mathbf{P} \quad \mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} X_2 & & \\ & X_2 & \\ & & X_2 \end{bmatrix} = H_2\alpha_2\mathbf{1} \quad (4.51)$$

où  $\alpha_1 = \alpha_1\mathbf{P}$ ,  $\alpha_2 = \alpha_2\mathbf{1}$  et le tenseur  $\mathbf{P}$  est défini comme suit :

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & -\frac{1}{2} & \\ & & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

Les déformations permanentes volumique  $\varepsilon_v^{vp} = tr(\boldsymbol{\varepsilon}^{vp})$  et de cisaillement  $\varepsilon_s^{vp} = \frac{2}{3}(\varepsilon_a^{vp} - \varepsilon_r^{vp})$  résultant des chargements de fluages statiques et cycliques sont étudiées en fonction du temps dans les cas de chargements statiques et en fonction du nombre de cycles dans le cas des chargements cycliques.

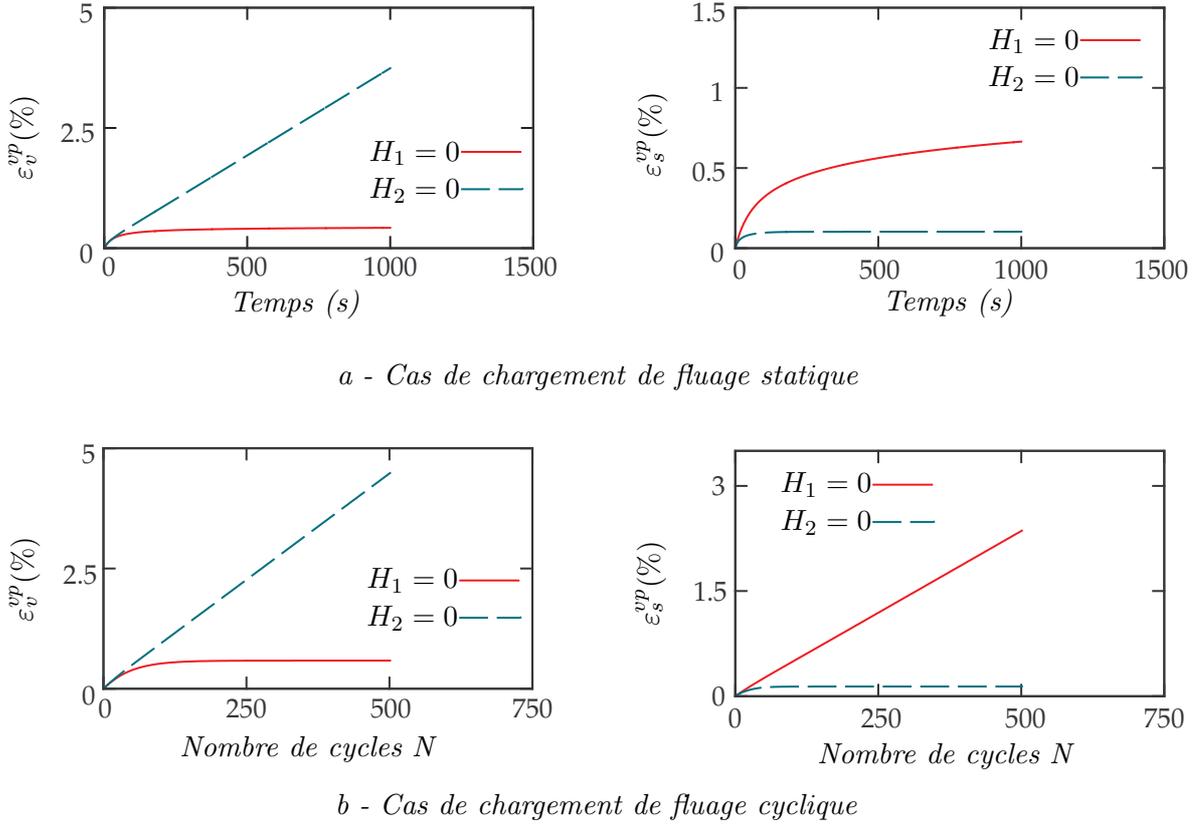
Les paramètres du matériau choisis sont :  $E = 3000 \text{ MPa}$ ;  $\nu = 0,35$ ;  $R_0 = 0,1 \text{ MPa}$ ;  $\alpha = 0,90$ ,  $\delta = 0,75$ . Les chargements statiques de fluage sont  $\sigma_a = 0,267 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_c = 0,167 \text{ MPa}$  et ce sont également les amplitudes des chargements cycliques sinusoïdaux de fréquence  $1 \text{ Hz}$ .

Dans le premier exemple, on considère deux cas :  $(H_1 > 0; H_2 = 0)$  et  $(H_1 = 0; H_2 > 0)$ , avec, dans les deux cas,  $\beta = 1,15$ ;  $a = b = 0$ ;  $\eta_X = 0$ ;  $\eta = 2,65 \cdot 10^2 \text{ MPas}$  (figure 4.10).

Dans le cas où  $H_1 = 65 \text{ MPa}$  et  $H_2 = 0$  - pas d'écroissement du confinement volumique  $X_2$  - la déformation volumique  $\varepsilon_v^{vp}$  augmente avec la durée de sollicitation (statique ou cyclique) tandis que  $\varepsilon_s^{vp}$  n'évolue qu'au début du chargement puis se stabilise. Dans le cas où l'écroissement cinématique  $X_1$  est désactivé ( $H_1 = 0$  et  $H_2 > 0$ ) c'est la déformation  $\varepsilon_v^{vp}$  qui n'augmente plus après le début de chargement, accompagnée par une évolution de  $\varepsilon_s^{vp}$ . Ces tendances montrent l'influence de chaque mécanisme de déformation sur les évolutions de  $\varepsilon_v^{vp}$  et  $\varepsilon_s^{vp}$  avec la durée de chargement, et ceci confirme la nécessité d'introduire deux mécanismes différents dans ce modèle.

En considérant les cas où  $H_1 = 65 \text{ MPa}$ ;  $H_2 = 80 \text{ MPa}$  avec différentes valeurs de  $a$  et  $b$ , on trouve que :

- Dans le cas où  $a = b = 0$ , voir la figure 4.11, les déformations volumique et de cisaillement sont stabilisées après une évolution initiale sous chargements de fluage statique ou cyclique. Les écroissements linéaires sont inappropriés pour la modélisation des déformations permanentes s'il n'y a qu'une seule surface de charge.


 FIG. 4.10. Modèle 2M1C-BB, cas particuliers de  $H_1$  et  $H_2$ 

- Dans le cas où  $a = 1 \text{ MPa}^{-1}$  et  $b = 0$ , correspondant à  $X_1$  non linéaire et  $X_2$  linéaire, les déformations permanentes résultant des chargements de fluage statique n'évoluent que pendant le début de la sollicitation. Par contre, sous sollicitations cycliques, la déformation de cisaillement  $\varepsilon_s^{vp}$  augmente avec le nombre de cycles de chargements tandis que la déformation volumique  $\varepsilon_v^{vp}$  atteint une limite.
- Avec  $a = 0; b = 20 \text{ MPa}^{-1}$ , sous les chargements de fluage statique ainsi que cyclique, il n'y a que  $\varepsilon_v^{vp}$  qui évolue avec la durée de sollicitation (temps ou nombre de cycles), accompagnée par une stabilisation de  $\varepsilon_s^{vp}$
- Dans le cas où  $a = 1 \text{ MPa}^{-1}; b = 20 \text{ MPa}^{-1}$ , les déformations volumique  $\varepsilon_v^{vp}$  et de cisaillement  $\varepsilon_s^{vp}$  évoluent avec la durée de sollicitation sous les chargements monotone ainsi que cyclique. Les phénomènes de rochet et de fluage statique sont reproduits grâce à la non linéarité des écrouissements cinématiques.

En considérant les équations (4.21) avec des états de contraintes explicitement définis par (4.49),

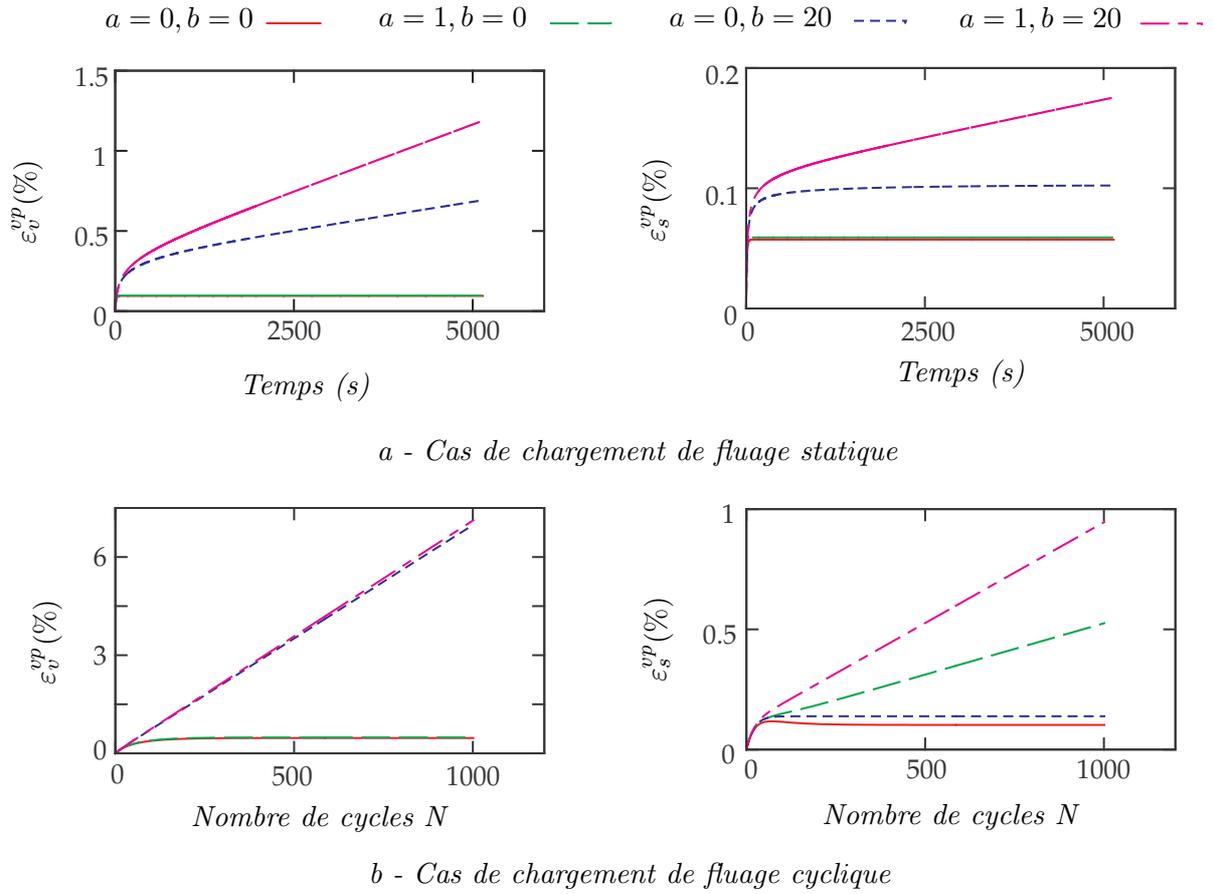


FIG. 4.11. Modèle 2M1C-BB, cas particuliers de a et b

(4.50) et (4.51), les évolutions des variables d'écroissance deviennent :

$$\begin{aligned}
 \dot{\alpha}_1 &= -\dot{\varepsilon}_s^{vp} + \frac{\langle f \rangle}{\eta} a H_1 \alpha_1, \\
 \dot{\alpha}_2 &= -\frac{1}{3} \dot{\varepsilon}_v^{vp} + \frac{\langle f \rangle}{\eta} b H_2 \alpha_2
 \end{aligned} \tag{4.53}$$

Sous les chargements de fluage statique, après le début de la sollicitation, où l'évolution des déformations permanentes est non linéaire suite à l'intervention de  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ ,  $\varepsilon_v^{vp}$  et  $\varepsilon_s^{vp}$  évoluent linéairement avec la durée de sollicitation. Ceci provient de la stabilisation des variables  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  qui entraînent :

$$\begin{aligned}
 \dot{\varepsilon}_s^{vp} &= \frac{\langle f \rangle}{\eta} a H_1 \alpha_{1,s} \\
 \dot{\varepsilon}_v^{vp} &= 3 \frac{\langle f \rangle}{\eta} b H_2 \alpha_{2,s}
 \end{aligned} \tag{4.54}$$

où  $\alpha_{1,s}$  et  $\alpha_{2,s}$  sont des valeurs stabilisées de  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  calculées par les équations  $\dot{\alpha}_1 = 0$  et  $\dot{\alpha}_2 = 0$

d'après (4.20)<sub>2</sub> et (4.20)<sub>3</sub> :

$$\begin{aligned}
 aH_1\alpha_{1,s} - \frac{s - H_1\alpha_{1,s}}{\sqrt{\frac{3}{2}|s - H_1\alpha_{1,s}|^2 + \frac{2}{3}\beta^2(p - H_2\alpha_{2,s} + \delta R_0)^2}} &= 0 \\
 bH_2\alpha_{2,s} - \frac{\frac{2}{9}\beta^2(p - H_2\alpha_{2,s} + \delta R_0)}{\sqrt{\frac{3}{2}|s - H_1\alpha_{1,s}|^2 + \frac{2}{3}\beta^2(p - H_2\alpha_{2,s} + \delta R_0)^2}} &= 0
 \end{aligned} \tag{4.55}$$

Les équations (4.54) donnent des vitesses constantes et une évolution linéaire de  $\varepsilon_v^{vp}$  et/ou  $\varepsilon_s^{vp}$  avec la durée de sollicitation. Pourtant ces tendances ne sont pas conformes aux observations expérimentales où ces composantes évoluent non linéairement avec la durée de sollicitation. En considérant que  $\varepsilon_s^{vp}$  et  $\varepsilon_v^{vp}$  sont inversement proportionnelles au paramètre de fluidité  $\eta$ , on peut faire évoluer la vitesse des déformations permanentes avec la durée de sollicitation en postulant un paramètre de fluidité évolutif :

$$\eta = \eta_0 (1 + \eta_1 \bar{e}^{vp} e^{\eta_2 \bar{e}^{vp}}) \tag{4.56}$$

où  $\eta_0, \eta_1, \eta_2$  sont des paramètres positifs de la fonction  $\eta$ ,  $\bar{e}^{vp}$  est la déformation viscoplastique cumulée. Lors de la sollicitation,  $\bar{e}^{vp}$  augmente avec la durée de chargement,  $\eta$  augmente également en diminuant la vitesse d'évolution des déformations permanentes.

Sous les chargements cycliques, la déformation viscoplastique cumulée évolue plus rapidement que sous chargements monotones. Ceci nécessite alors une restauration des écrouissages cinématiques à travers l'introduction du paramètre  $\eta_X$  afin d'apporter au modèle les réponses cycliques différentes de celles issues des chargements monotones.

De plus, l'activation de la restauration des écrouissages sous sollicitations monotones de fluage provoque des sauts inattendus dans l'évolution de  $\varepsilon_v^{vp}$  et  $\varepsilon_s^{vp}$ . L'évolution des déformations permanentes de fluage statique doit alors être assurée par  $f > 0$  et les équations d'évolution (4.54), et pas par la restauration des écrouissages qui est exclusivement réservée aux chargements cycliques.

On propose également une loi d'évolution de  $\eta_X$  en fonction de la déformation viscoplastique cumulée :

$$\eta_X = \eta_{X,0} (1 + \eta_{X,1} (e^{\eta_{X,2} \bar{e}^{vp}} - 1)) \tag{4.57}$$

où  $\eta_{X,0}, \eta_{X,1}, \eta_{X,2}$  sont des paramètres positifs de la fonction  $\eta_X(\bar{e}^{vp})$ .

Avec ces paramètres évolutifs, les tendances d'évolution des déformations permanentes volumique et cisaillement peuvent être correctement simulées par le modèle proposé (voir l'annexe B pour plus d'exemples numériques).

### 4.5.2 Exemple d'un calcul non uniforme

Ce calcul test consiste à simuler une structure de chaussée constituée de deux couches (figure 4.12) :

- Une couche d'enrobé bitumineux dont l'épaisseur est de  $20\text{ cm}$ , de module d'Young  $1000\text{ MPa}$  et de coefficient de Poisson  $0,3$ .
- Une couche de base de  $50\text{ cm}$  d'épaisseur dont le module d'Young et le coefficient de Poisson sont respectivement de  $850\text{ MPa}$  et  $0,35$ .

Pour réduire le volume de calcul, une tranche transversale est simulée en considérant que le comportement de la structure ne varie pas le long de la direction de roulement des véhicules. Le comportement de la couche de base est purement élastique et celui de la couche d'enrobé est viscoplastique et simulé par le modèle *2M1C-BB*. Un chargement surfacique sinusoïdal d'amplitude  $0,6\text{ MPa}$  et de fréquence  $1\text{ Hz}$  est imposé à la surface de la structure, sur une largeur de  $14\text{ cm}$ .

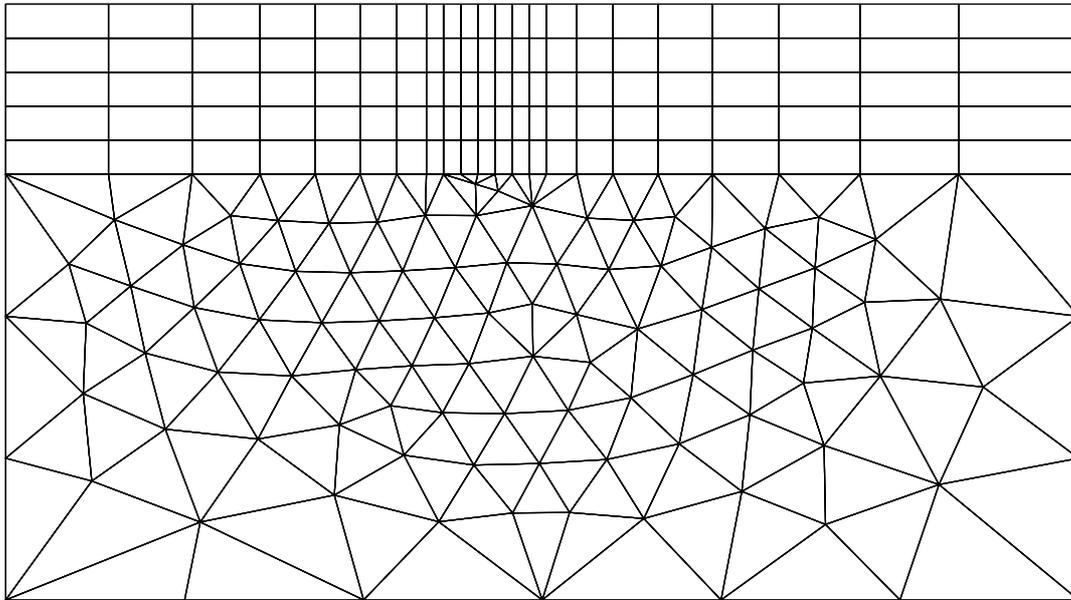


FIG. 4.12. Maillage du calcul non uniforme

En considérant la profondeur de déformation sur la surface de la structure en fonction du nombre de cycles, on trouve une tendance d'évolution qui est conforme à celles observées expérimentalement : la déformation permanente augmente rapidement au début mais sa vitesse s'affaiblit avec le nombre de cycles (figure 4.13).

La figure 4.14 présente le maillage déformé après 1000 cycles de sollicitation. On trouve alors des tassements en dessous de l'empreinte de la charge et des bourrelets sur les côtés. Bien que le chargement imposé ne reproduise pas l'aspect roulant des chargements du trafic, ce cas test montre

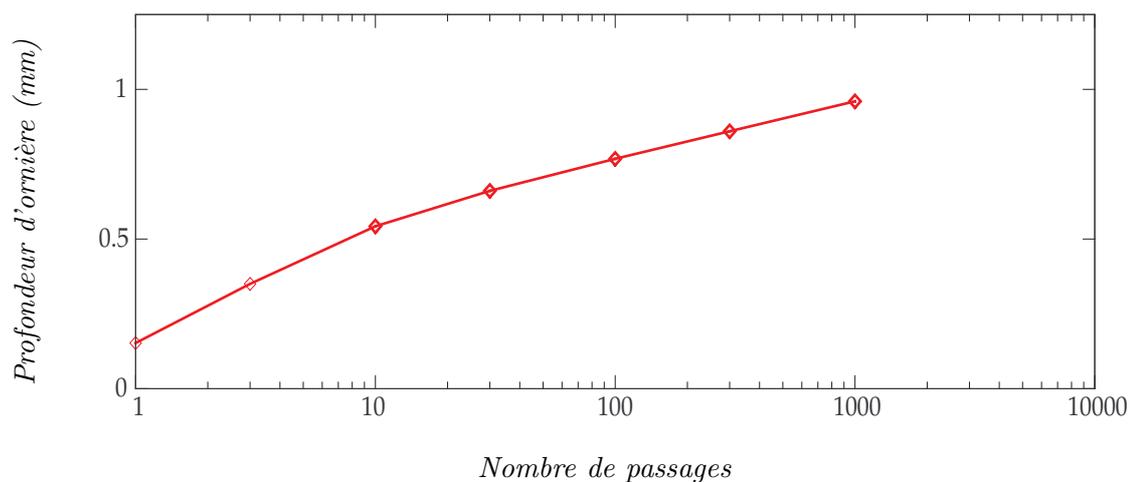


FIG. 4.13. Evolution de la profondeur d'ornière

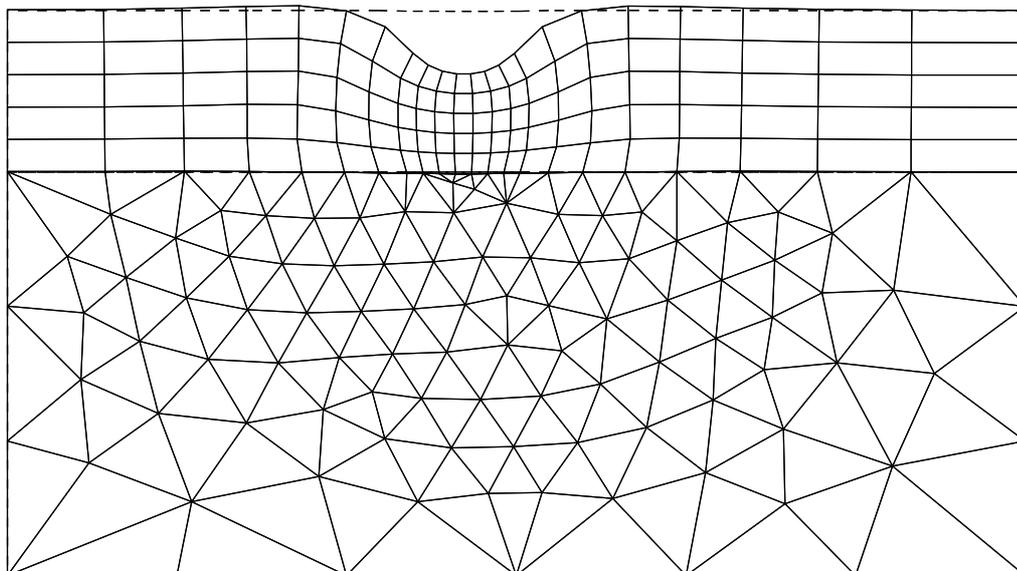


FIG. 4.14. Déformation de la structure après 1000 cycles de sollicitation

la capacité du modèle proposé à simuler des chargements non uniformes ainsi qu'à reproduire l'évolution des déformations en fonction du nombre de cycles (voir figure 4.13).

## 4.6 Identification et validation du modèle 2M1C-BB

Les études paramétriques présentées dans l'annexe B ont permis de préciser le rôle et l'influence de chaque paramètre du modèle 2M1C-BB sur les réponses permanentes sous charge-

ments monotones ou cycliques. Ces études ont montré également l'intérêt de l'introduction de deux mécanismes de déformations permanentes, de la non linéarité des écrouissages et de la restauration des écrouissages cinématiques.

Dans cette section, une procédure d'identification est proposée dans un premier temps. Ensuite, le modèle *2M1C-BB* est testé sur des essais triaxiaux de fluage statique et cyclique réalisés par [Brown et Cooper, 1980].

#### 4.6.1 Identification des paramètres

Les paramètres  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $R_0$  qui caractérisent le domaine élastique du modèle doivent être déterminés à partir des limites élastiques à différents trajets de chargements. On considère ici les paramètres des écrouissages cinématiques, du potentiel d'écoulement  $F$  et de la fluidité :  $\beta$ ,  $H_1$ ,  $a$ ,  $H_2$ ,  $b$ ,  $\eta_0$ ,  $\eta_1$ ,  $\eta_2$ ,  $\eta_{X,0}$ ,  $\eta_{X,1}$ ,  $\eta_{X,2}$ .

En considérant les réponses du modèle *2M1C-BB* à différentes valeurs des paramètres, on trouve que les courbes  $\varepsilon_v^{vp}(t)$ ,  $\varepsilon_s^{vp}(t)$  sous chargements de fluage statique et  $\varepsilon_v^{vp}(N)$ ,  $\varepsilon_s^{vp}(N)$  sous chargements cycliques peuvent être divisées en deux parties. La première partie correspond au début des sollicitations où les déformations permanentes augmentent rapidement mais la vitesse diminue aussi rapidement, que l'on note *phase 1*. La deuxième partie qui suit consiste en une phase "stabilisée" où les déformations permanentes évoluent avec une faible vitesse qui diminue lentement, cette phase est appelée *phase 2*.

La *phase 1* est caractérisée par les valeurs des déformations permanentes initiales, que l'on a notées  $\varepsilon_{v,i}^{vp}$  et  $\varepsilon_{s,i}^{vp}$ , et les valeurs atteintes à la fin de la phase qui sont également les valeurs des déformations permanentes au début de la phase suivante. Les valeurs  $\varepsilon_{v,i}^{vp}$  et  $\varepsilon_{s,i}^{vp}$  sont principalement influencées par  $\beta$  et  $\eta_0$ . Ceci nous permet alors de déterminer le paramètre  $\beta$  et  $\eta_0$ .

Les paramètres  $H_1$ ,  $a$ ,  $H_2$ ,  $b$ ,  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  déterminent l'évolution de  $\varepsilon_v^{vp}$  et  $\varepsilon_s^{vp}$  sous sollicitations de fluage statique dans la *phase 1* ainsi que dans la *phase 2*. Dans la *phase 1*, on observe une forte influence de  $H_1$ ,  $a$ ,  $H_2$  et  $b$  dont les valeurs et la vitesse des déformations permanentes atteintes à la fin de cette phase sont gouvernées par ces paramètres. L'évolution des déformations permanentes dans la *phase 2* est influencée plutôt par la vitesse au début de la phase et  $\eta_2$ .

D'autre part, la déformation volumique cyclique dans la première phase dépend principalement de  $\beta$ ,  $\eta_0$ , qui peuvent être identifiés d'après  $\varepsilon_{v,i}^{vp}$  et  $\varepsilon_{s,i}^{vp}$ , et  $\eta_1$ . Ces paramètres déterminent la déformation volumique et sa vitesse à la fin de la *phase 1*. Dans la *phase 2*, l'évolution de  $\varepsilon_v^{vp}$  est caractérisée par sa vitesse au début de la phase et le paramètre  $\eta_2$ .

Comme déjà montré, les paramètres de la loi  $\eta_X$  évolutive n'influencent que des réponses sous chargements cycliques et surtout l'évolution des déformations de cisaillement.  $\eta_{X,0}$ ,  $\eta_{X,1}$  et  $\eta_{X,2}$  sont alors déterminés à partir de la courbe d'évolution de  $\varepsilon_s^{vp}(N)$ .

A partir de ces observations, on propose alors une procédure d'identification par ajustement des courbes d'évolution des déformations permanentes comme suit :

- Les paramètres  $\beta$  et  $\eta_0$  sont déterminés à partir de  $\varepsilon_{v,i}^{vp}$  et  $\varepsilon_{s,i}^{vp}$  qui sont les valeurs des déformations volumique et de cisaillement au début de la sollicitation.
- Les paramètres  $H_1$ ,  $a$ ,  $H_2$ ,  $b$  sont identifiés à partir de l'ajustement des courbes  $\varepsilon_v^{vp}(t)$  et  $\varepsilon_s^{vp}(t)$  sous chargements de fluage statique, notamment les valeurs et la vitesse des termes considérés à la fin de la *phase 1*.
- Le paramètre  $\eta_1$  est déterminé à partir de l'évolution dans la *phase 1* de la déformation volumique sous chargements cycliques  $\varepsilon_v^{vp}(N)$ .
- Le paramètre  $\eta_2$  est déterminé par l'évolution dans la *phase 2* de  $\varepsilon_v^{vp}(t)$ ,  $\varepsilon_s^{vp}(t)$  et  $\varepsilon_v^{vp}(N)$ .
- Les paramètres  $\eta_{X,0}$ ,  $\eta_{X,1}$  et  $\eta_{X,2}$  sont déterminés par l'ajustement de la courbe  $\varepsilon_s^{vp}(N)$  sous sollicitations cycliques.

Ces identifications nécessitent alors les déformations permanentes résultantes des sollicitations triaxiales de fluage statique et cyclique, de préférence à un même niveau de chargements.

## 4.6.2 Validation du modèle 2M1C-BB

### 4.6.2.1 Etudes expérimentales de [Brown et Cooper, 1980]

Les études paramétriques précédentes ont montré les possibilités très prometteuses du modèle 2M1C-BB à modéliser les déformations permanentes des matériaux bitumineux sous chargements statiques et cycliques. Dans cette section, la validation de ce modèle est abordée à travers la simulation des essais de fluage statique et cyclique de [Brown et Cooper, 1980] qui ont réalisé une campagne d'essais afin d'étudier le comportement irréversible des matériaux bitumineux.

Le bitume utilisé par [Brown et Cooper, 1980] est un bitume de pénétration 100 dont la teneur dans le mélange est de 4%. La teneur en vide est de 10,6%. Les granulats utilisés sont de type concassé de granulométrie continue et de dimension maximale de 40 mm. Les essais ont été faits sur des éprouvettes cylindriques de 150 mm de diamètre et de 240 mm de hauteur. Ces éprouvettes ont été fabriquées par carottage horizontal d'une plaque de 230 mm d'épaisseur fabriquée suivant la procédure habituelle du *Transport and Road Research Laboratory*, à l'université de Nottingham, afin d'obtenir des éprouvettes dont l'état est peu différent des couches bitumineuses des chaussées et de minimiser des effets des méthodes de compactage sur la résistance aux déformations permanentes du mélange.

De nombreux essais de fluage statique et de fluage cyclique ont été réalisés. Le plan d'expérience a permis d'observer d'une manière exhaustive le comportement permanent des matériaux bitumineux, l'importance du fluage par viscoélasticité/viscoplasticité dans la formation des déformations irréversibles, l'influence de la répétition des chargements, etc...

Les états de contraintes imposés sont tridimensionnels, avec des contraintes de confinement, afin de mieux reproduire les états de contraintes complexes existant dans les chaussées sous chargements de trafic et d'éviter l'instabilité du matériau suite à l'importante anisotropie apparaissant en l'absence de confinement. Les contraintes sont alors choisies pour que le rapport  $q/p$  ne soit pas trop élevé.

Les chargements cycliques de type créneaux en contrainte sont imposés à la fréquence de  $1Hz$  et leurs amplitudes sont égales au niveau des chargements de fluage statique correspondants. D'après [Brown et Cooper, 1980], cette forme de sollicitation est plus proche du profil de chargement issu des véhicules sur la surface des chaussées que la forme sinusoïdale.

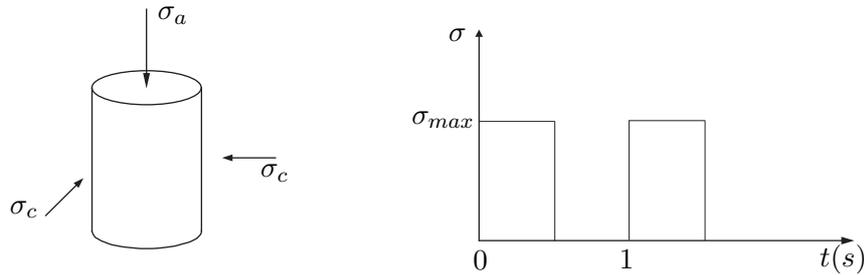


FIG. 4.15. Essais de [Brown et Cooper, 1980]

Les essais sont réalisés à  $25^\circ C$ . Les déformations viscoplastiques volumique  $\varepsilon_v^{vp}$  et de cisaillement  $\varepsilon_s^{vp}$  sont étudiées en fonction de la durée de sollicitation (temps pour les essais de fluage statique et nombre de cycles pour les essais cycliques).

#### 4.6.2.2 Validation du modèle 2M1C-BB

Les essais  $G$  dont les contraintes imposées sont  $\sigma_a = 0,267 MPa$  et  $\sigma_c = 0,167 MPa$  ont été choisis pour valider le modèle 2M1C-BB. Les contraintes hydrostatique  $p$  et déviatorique  $q$  ont pour valeurs :

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_a + 2\sigma_c) = 0,2MPa; \quad q = \sqrt{\frac{3}{2}\mathbf{s} : \mathbf{s}} = 0,1MPa \quad (4.58)$$

Le rapport entre  $q$  et  $p$  est égal à 2. L'état de contrainte est tridimensionnel et l'effet de dilatance par anisotropie du mélange est alors minimisé.

Le module d'Young et le coefficient de Poisson déterminés par les auteurs sont :  $E = 830 MPa$  et  $\nu = 0,25$ . Les paramètres du modèle sont déterminés suivant la procédure précédemment proposée et sont présentés dans le tableau 4.1.

On trouve, figure 4.16, un bon accord entre les résultats numériques du modèle 2M1C-BB et les résultats expérimentaux dans le cas de chargements de fluage statique. Grâce à la présence de

$$\alpha = 0,90; \delta = 0,75; R_0 = 0,10 \text{ MPa};$$

$$\beta = 1,15; H_1 = 65,0 \text{ MPa}; H_2 = 80,0 \text{ MPa}; a = 1,80 \text{ MPa}^{-1}; b = 19,95 \text{ MPa}^{-1}$$

$$\eta_0 = 265,0 \text{ MPas}; \eta_1 = 15,0; \eta_2 = 1700; \eta_{X,0} = 25,0 \text{ MPas}; \eta_{X,1} = 0,05; \eta_{X,2} = 1750,0$$

TAB. 4.1. Modèle 2M1C-BB : paramètres de validation

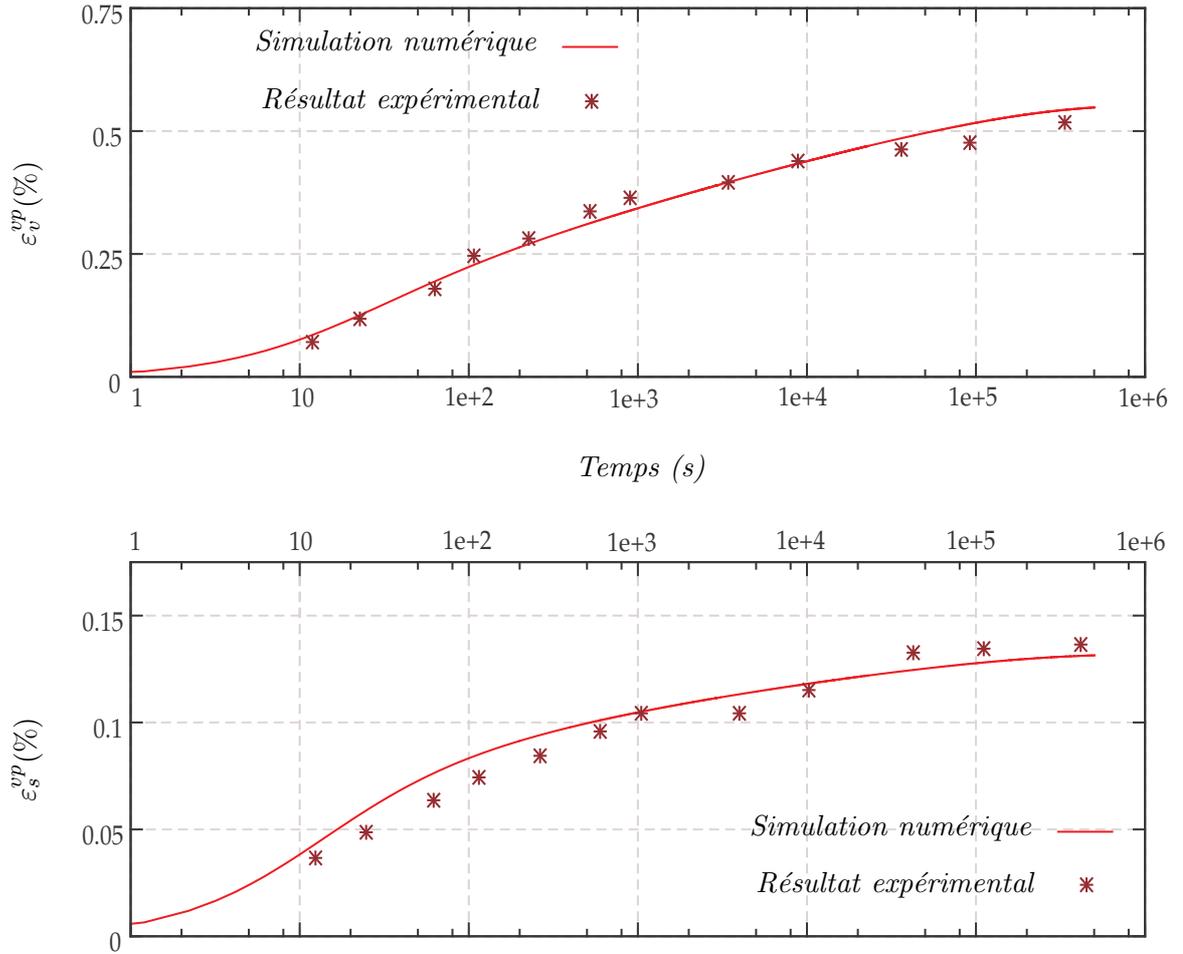


FIG. 4.16. Validation du modèle 2M1C-BB : fluage statique

deux mécanismes différents de formation des déformations permanentes, les évolutions de  $\varepsilon_v^{vp}$  et de  $\varepsilon_s^{vp}$  avec le temps sont reproduites avec succès. La non linéarité des écrouissages cinématiques permet de maintenir l'évolution des déformations permanentes pendant une très grande durée de sollicitation. Le paramètre de fluidité  $\eta$ , évolutif avec l'histoire de sollicitation, contribue à atténuer la vitesse des déformations permanentes et provoque une évolution non linéaire de  $\varepsilon_v^{vp}$  et  $\varepsilon_s^{vp}$  en fonction de la durée de chargement.

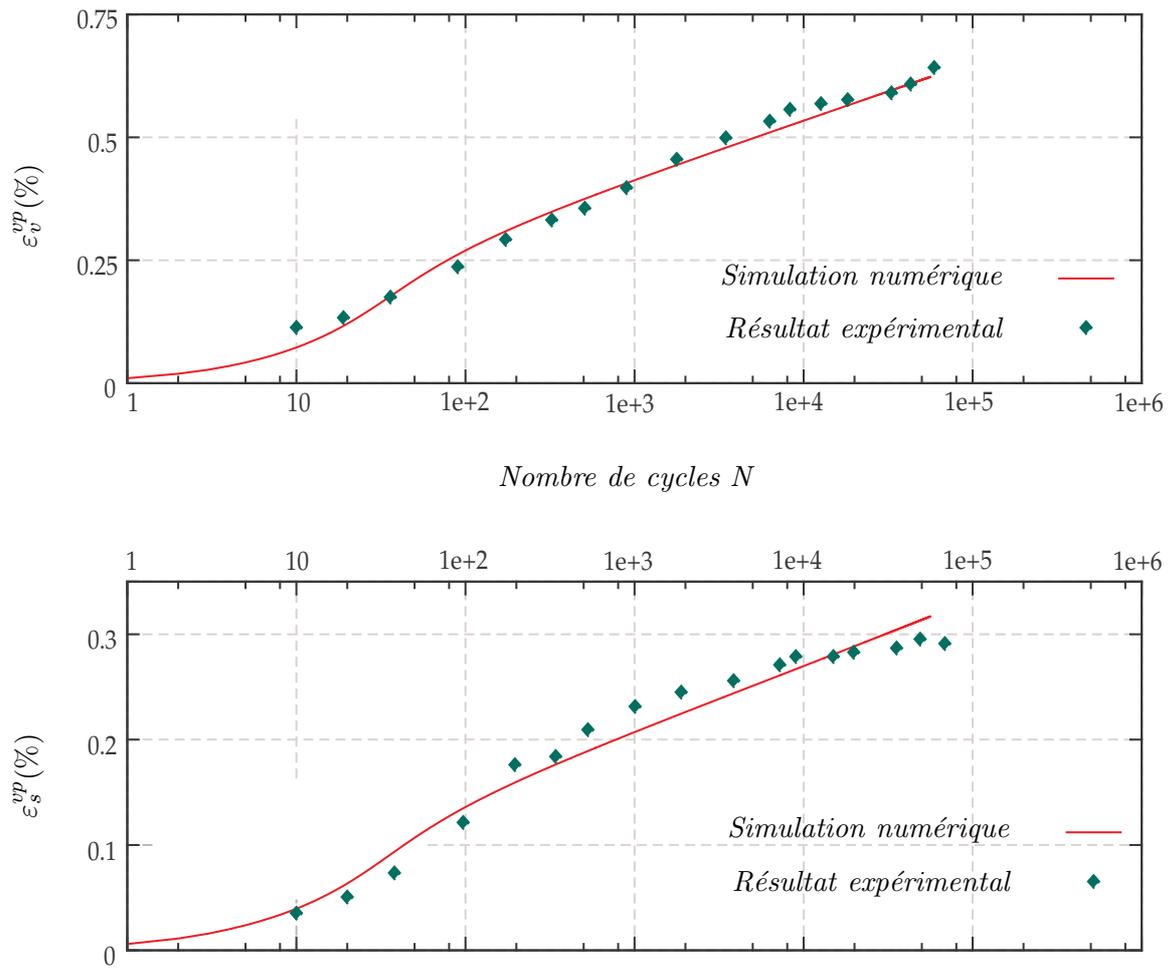


FIG. 4.17. Validation du modèle 2M1C-BB : fluage cyclique

La figure 4.17 présente la comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux dans le cas de chargements de fluage cyclique. La bonne corrélation entre les résultats de simulation numérique et les résultats expérimentaux a confirmé la capacité du modèle *2M1C-BB* à bien simuler non seulement des chargements de fluage statique mais aussi des chargements cycliques. Le phénomène de rochet est bien reproduit avec une seule surface de charge grâce à l'implémentation de la non linéarité et de la restauration des écrouissements, l'évolution des déformations permanentes est maintenue jusqu'à un très grand nombre de cycles. L'introduction de deux mécanismes dans un seul modèle a permis de reproduire correctement l'évolution des déformations volumique et de cisaillement en fonction de nombre de cycles. La restauration des écrouissements cinématiques, d'une part apporte au modèle la capacité de modéliser le phénomène de rochet, d'autre part assure la différence entre les réponses sous chargements de fluage statique et celles issues des sollicitations cycliques.

## 4.7 Conclusions

Dans ce chapitre, une approche nouvelle pour le comportement permanent des matériaux bitumineux a été présentée. Le modèle proposé est mono-surfacique mais inclut deux mécanismes de formation des déformations permanentes. Le domaine élastique défini par un seul critère permet d'éviter des problèmes numériques issus des points singuliers qui existent dans les modèles multi-surfaciques. L'introduction de deux mécanismes de déformations permanentes à travers deux écrouissages cinématiques, l'un pour le confinement volumique et l'autre pour le cisaillement, permet de reproduire correctement les tendances d'évolution des déformations permanentes, volumique ainsi que de cisaillement.

L'introduction de la non linéarité et de la restauration de l'écrouissage cinématique de cisaillement a assuré au modèle la capacité de simulation des déformations permanentes non seulement sous chargements monotones mais aussi sous chargements cycliques. La restauration de l'écrouissage de cisaillement permet de relaxer le champ d'autocontraintes dû à l'incompatibilité des déformations permanentes et donne au modèle la capacité de reproduire le phénomène de rochet sous sollicitations cycliques. Ceci apporte une évolution des déformations permanentes qui est plus forte sous chargements cycliques que sous sollicitations de fluage statique.

Dans le cadre de ce modèle, la formulation viscoplastique de type Perzyna a été postulée au lieu de celle de Duvaut-Lions dans le chapitre précédent. L'algorithme numérique de résolution pour le modèle a été également abordé en utilisant la méthode itérative de Newton avec le schéma de prédiction/correction.

Les études paramétriques ont montré le rôle de chaque paramètre du modèle et une procédure convenable pour identifier ces paramètres. Une première validation du modèle a été menée par la simulation des essais de fluage statique et cyclique réalisés par [Brown et Cooper, 1980]. La bonne corrélation entre les résultats numériques et expérimentaux confirme la pertinence du modèle proposé.

Un exemple de chargement non uniforme a été également présenté. Il a montré la capacité du modèle proposé lors de simulation des sollicitations complexes.



## Chapitre 5

# Application du modèle *2M1C-BB* aux calculs structurels de l'orniérage des enrobés bitumineux

### 5.1 Introduction

Le modèle *2M1C-BB* a été présenté dans le chapitre précédent où sa pertinence vis-à-vis des chargements de fluage statique ainsi que de fluage cyclique a été montrée à travers les simulations des essais de laboratoire de [Brown et Cooper, 1980]. Le modèle est construit autour d'un seul critère pour réduire des difficultés numériques mais deux écrouissages cinématiques non linéaires ont été introduits permettant de reproduire les phénomènes de comportement irréversible. La restauration de l'écrouissage cinématique de cisaillement apporte un renfort à la non linéarité des écrouissages et facilite la simulation du phénomène de rochet sous sollicitations cycliques.

Les déformations permanentes des matériaux bitumineux sont l'origine principale du phénomène d'orniérage des enrobés bitumineux. C'est un phénomène complexe, provoqué par l'évolution des contraintes dans la structure sous les charges roulantes et sous l'influence de différents facteurs : les températures d'environnement, les vitesses, les amplitudes et le balayage du trafic... Un modèle de prédiction de l'orniérage doit être capable d'une part de prendre en compte correctement l'origine physique du phénomène, et d'autre part de tenir compte de tous ces facteurs déterminants.

Jusqu'à présent, les méthodes de prédiction de l'orniérage des enrobés bitumineux utilisent des modèles élastiques/viscoélastiques multicouches et des lois empiriques ou semi-empiriques exprimant les déformations permanentes en fonction des déformations réversibles, de la température, du nombre de cycles, de l'amplitude de chargement... Parmi les méthodes empiriques, on trouve la méthode de [Shell Bitumes, 1991], le modèle de [Lytton *et al.*, 1993], les approches de [Ayres, 1997],

les modèles proposés dans [AASHTO, 2003]... L'origine physique des phénomènes observés n'est pas directement pris en compte.

Ce chapitre présente une première application du modèle 2MIC-BB aux calculs structurels de l'orniérage par son implémentation dans le module de calcul d'orniérage ORNI dans le code de calcul par éléments finis CESAR-LCPC. Dans un premier temps, une synthèse des modèles de calcul d'orniérage structurel est présentée. La méthode de calcul structurel de l'orniérage du LCPC est abordée dans la suite. Ce chapitre se termine par un exemple d'application en simulant l'orniérage d'une structure routière par le module ORNI utilisant le modèle 2MIC-BB.

## 5.2 Synthèse des modèles de calcul de l'orniérage

Les modèles de prédiction de l'orniérage peuvent être classés en deux groupes : le groupe des modèles empiriques ou mécanique-empiriques, et le groupe des modèles mécaniques.

### 5.2.1 Modèles empiriques ou mécanique-empiriques

En raison du nombre important de facteurs à modéliser et d'un grand volume de calcul numérique lors de la simulation des sollicitations cycliques, plusieurs modèles empiriques ont été proposés. Ces modèles postulent des lois caractérisant le comportement permanent des matériaux bitumineux et des enrobés bitumineux en se basant sur les essais de laboratoire de type compression axiale en chargement monotone (fluage statique) ou en chargement cyclique.

Les lois empiriques expriment souvent l'évolution des déformations permanentes en fonction de divers grandeurs :

- les contraintes de compression axiale et de confinement, ou contrainte déviatorique  $q$  et contrainte hydrostatique  $p$ .
- la température  $\theta$
- les propriétés du matériau : module du matériau, teneur en vide,...
- le temps de sollicitations : cycles  $N$  ou durées  $t$  de chargement

Plusieurs lois empiriques ont été proposées dans la littérature. [Barksdale, 1972] a proposé une loi semi-logarithmique simple reliant les déformations permanentes au nombre de cycles de chargement :

$$\varepsilon^p = a_1 + b_1 \log N \quad (5.1)$$

où  $a_1$  et  $b_1$  sont des coefficients positifs constants. Cette loi est simple et ne prend pas en compte les propriétés du matériau et la température.

[Lytton *et al.*, 1993] ont proposé une loi puissance exprimant l'évolution des déformations permanentes en fonction du nombre de cycles :

$$\log \varepsilon^p = \log \varepsilon^p(1) + S \log N \quad (5.2)$$

où  $S$  est une constante positive et  $\varepsilon^p(1)$  est la déformation permanente résultant du premier cycle de chargement, calculée par le modèle de Vermeer.

Il est clair que ces lois empiriques ne sont pas basées sur des considérations physiques des phénomènes observés. De plus, elles sont établies à partir d'un nombre limité d'essais de laboratoire qui ne peuvent pas correctement caractériser l'évolution du comportement des matériaux dans les enrobés bitumineux sous les chargements triaxiaux roulants.

Les modèles mécaniques-empiriques postulent des relations empiriques entre les déformations réversibles et les déformations permanentes. Dans ces modèles, la structure de chaussée est divisée en plusieurs couches de différents types de matériaux, et les déformations permanentes sur la surface sont calculées par une sommation des déformations des couches individuelles. Les déformations permanentes dans chaque couche sont calculées comme fonction des déformations réversibles déterminées par des modèles élastiques ou viscoélastiques, du nombre de cycles, de la température...

A titre indicatif, citons également le modèle de [AASHTO, 2003] :

$$\frac{\varepsilon^p}{\varepsilon^r} = \beta_r 1 a_1 T^{\beta_r 2 a_2} N^{\beta_r 3 a_3} \quad (5.3)$$

où  $\varepsilon^r$  est la déformation réversible qui est considérée comme indépendante du nombre de cycles,  $a_i$  sont des coefficients de régression,  $\beta_{r,i}$  sont des facteurs de calibration entre les essais de laboratoire et les déformations des structures de chaussées,  $T$  est la température et  $N$  est le nombre de cycles de chargement.

En calculant les déformations permanentes à partir des déformations résiduelles issues du chargement considéré, les modèles mécanique-empiriques sont établis sur une base plus physique que les modèles empiriques. Les chargements mécaniques sont pris en compte plus correctement. Cependant, la relation entre les déformations réversibles et les déformations permanentes n'est pas pertinente, d'après les études de [Sides *et al.*, 1985, Uzan, 1996] entre autres. De plus, la formation des déformations permanentes est cumulative et donc progressivement évolutive avec le nombre de cycles de sollicitations  $N$ , tandis que les déformations réversibles sont quasi-indépendantes de  $N$ . Les modèles mécanique-empiriques ne sont pas capables de modéliser correctement l'origine physique du phénomène de l'orniérage.

### 5.2.2 Modèles mécaniques

En principe, les modèles mécaniques utilisent des lois de comportement constitutives pour calculer intrinsèquement les déformations permanentes résultant des chargements donnés.

En calculant les déformations permanentes par des lois de comportement appropriées, de préférence en plasticité ou en viscoplasticité, l'origine physique et les mécanismes du phénomène d'orniérage peuvent être pris en compte correctement. On peut également tenir compte de l'évolution des propriétés mécaniques du matériau au cours de l'histoire du chargement.

Pour les calculs structurels, les modèles de comportement doivent être implémentés dans des codes de calcul par éléments finis. Les variables internes de plasticité/viscoplasticité sont évolutives avec l'histoire du chargement et ceci implique la nécessité de discrétiser la durée de calcul en plusieurs incréments suffisamment petits pour assurer une convergence de l'algorithme numérique. Le volume de calcul devient souvent énorme et le temps de calcul n'est pas toujours raisonnable. C'est la raison principale qui empêche l'application des modèles mécaniques pour la prédiction de l'orniérage des structures routières.

Des recherches algorithmiques supplémentaires sont sans doute encore nécessaires afin de surmonter ces difficultés.

## 5.3 Méthode de calcul structurel de l'orniérage

[Heck, 2001], dans le cadre de son travail de thèse, a développé une méthode de calcul structurel de l'orniérage des enrobés bitumineux. Cette méthode envisage une approche mécanique du phénomène en calculant les déformations permanentes à partir de l'histoire des contraintes sur un cycle de sollicitation au lieu des déformations réversibles. Ceci permet aussi de prendre en compte des aspects évolutifs du champ des contraintes dans la structure sous charges roulantes des véhicules. Cette méthode implémente également une technique numérique pour les calculs à grand nombre de cycles en vue de réduire les durées de calcul.

De plus, cette méthode permet de prédire le niveau d'orniérage en fonction de différentes conditions de température, de vitesse et d'amplitude de sollicitation ainsi que des balayages. Cette méthode a été implémentée dans le module ORNI du code de calcul par éléments finis CESAR-LCPC et a été testée avec succès pour les graves non traités par [El abd *et al.*, 2005]

Cependant, le modèle actuellement implémenté dans ORNI pour les enrobés bitumineux ne permet de simuler l'orniérage des enrobés bitumineux que via une loi de déformation permanente empirique. Dans ce chapitre, on effectue une implémentation du modèle 2M1C-BB au sein du module ORNI en vue d'une application de ce modèle à la prédiction de l'orniérage des enrobés bitumineux.

Dans un premier temps, les hypothèses et les démarches de calcul de la méthode de [Heck, 2001] sont rappelées. Cette partie est suivie par une présentation de l'algorithme d'implémentation du modèle 2M1C-BB au sein du module ORNI.

### 5.3.1 Partition des échelles de temps du problème

La méthode consiste à calculer l'orniérage d'un enrobé bitumineux pendant sa durée de vie. La structure est soumise à un ensemble de conditions de chargements qui sont une combinaison :

- Des températures, qui varient quotidiennement durant la vie de la chaussée
- Des types de sollicitations liés au trafic, qui dépendent du type de roues, du niveau de charge à l'essieu, de la pression des pneus...
- Des vitesses de passage des charges
- Des balayages transversaux (canalisation) des passages de véhicules

Le problème est alors complexe et la durée de vie d'une chaussée doit être partitionnée en plusieurs échelles de temps convenables permettant de combiner les différentes conditions de sollicitations. On adopte un schéma d'échelles du temps comme suit :

- La durée de vie d'une chaussée est divisée en *saisons*.
- Chaque saison est constituée de *jours* où la distribution des températures et des charges est considérée comme identique.
- Chaque jour est divisé en plusieurs *plages* où la température est considérée comme constante.
- Durant chaque plage  $i$ , on considère  $N_i$  *passages* avec une distribution statistique donnée des conditions de charges : types, vitesses, balayages.
- Chaque passage est considéré comme un cycle de chargement qui est divisé en plusieurs *incréments* de temps permettant d'utiliser le modèle 2M1C-BB proposé pour calculer les déformations permanentes.

Ce schéma permet d'incorporer proprement l'influence de la température ainsi que les distributions statistiques des conditions de chargements mécaniques. Pour les références ultérieures, l'échelle de temps au niveau des incréments est notée  $T_1$ , et celle au niveau des cycles est notée  $T_2$ .

### 5.3.2 Hypothèses, cadre d'étude et approximation de l'histoire des contraintes

Dans le cadre de cette étude, on ne s'intéresse qu'à l'orniérage des couches d'enrobés bitumineux des chaussées en considérant que la section transversale  $(y, z)$  de la chaussée est homogène suivant la direction  $x$  de passage des véhicules. Ceci permet de réduire la dimension du problème à traiter en considérant seulement une section type ou une tranche transversale.

La méthode proposée postule quatre hypothèses permettant d'approcher l'histoire de contraintes d'une manière simplifiée.

### Hypothèse 1

Le problème est traité dans le cadre des petites déformations considéré suffisant pour le phénomène d'orniérage qui est issu de l'accumulation des déformations permanentes sous l'effet répété du trafic. Les déformations totales sont naturellement partitionnées en déformations réversibles  $\epsilon^r$  et déformations permanentes  $\epsilon^p$  contenant des déformations plastiques et viscoplastiques. Ceci constitue l'**hypothèse 1** de la méthode de [Heck, 2001] :

$$\epsilon = \epsilon^r + \epsilon^p \quad (5.4)$$

### Hypothèse 2

Les passages des véhicules imposent des chargements de type cyclique sur la surface. [Heck, 2001] fait l'hypothèse que la déformation réversible à l'échelle  $T1$  qui se produit au passage du véhicule est de loin prépondérante devant l'incrément de déformations permanentes apparaissant pendant le même intervalle de temps :

$$\delta\epsilon^p \ll \epsilon^r \quad (5.5)$$

Cette hypothèse est conforme aux observations expérimentales qui montrent que les déformations permanentes incrémentales produites par chaque cycles sont quasiment non mesurables et que l'orniérage se produit par une accumulation de ces incréments [Di Benedetto et Corté, 2005].

### Hypothèse 3

La troisième hypothèse porte sur le champ des auto-contraintes associé aux déformations permanentes déjà créées et qui doit être relaxé suite à la viscoélasticité du liant enrobant les granulats :

$$\sigma^{auto} \ll \sigma^{charge} \quad (5.6)$$

où  $\sigma^{auto}$  est le champ d'auto-contraintes et  $\sigma^{charge}$  est le champ des contraintes sous chargement.

### Hypothèse 4

On fait l'hypothèse que *le comportement réversible est peu affecté par les déformations permanentes*. Ceci implique que la fonction de relaxation viscoélastique est invariante dans le temps.

### Approximation du champ de contraintes

A partir des hypothèses ci-dessus, on peut déduire une loi de comportement réversible de type visco-élastique qui peut être approximée comme suit :

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\sigma} &= \mathbf{R}(t, \boldsymbol{\varepsilon}^p) \otimes \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^r = \mathbf{R}(t, \boldsymbol{\varepsilon}^p) \otimes (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - \delta\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p) \\
 &\approx \mathbf{R}(t, \boldsymbol{\varepsilon}^p) \otimes (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p) \\
 &\approx \mathbf{R}(t, \boldsymbol{\varepsilon}^p) \otimes (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) \\
 &\approx \mathbf{R}(t, \mathbf{0}) \otimes (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}})
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

où  $\mathbf{R}(t, \boldsymbol{\varepsilon}^p)$  est la fonction de relaxation des mélanges bitumineux dans l'enrobé,  $\otimes$  est le produit de convolution,  $\boldsymbol{\varepsilon}^p$  sont les déformations permanentes existantes et  $\delta\boldsymbol{\varepsilon}^p$  est l'incrément de  $\boldsymbol{\varepsilon}^p$  lors du passage de la charge considérée.

Il en résulte alors que les champ de déformations réversibles et de contraintes induits par le passage d'un véhicule sont quasiment identiques à ceux qui se produiraient en l'absence des déformations permanentes. L'histoire de contraintes/déformations réversibles lors d'un passage de véhicule est alors identique pour tous les cycles de chargement et peut donc être calculé et stocké à priori en utilisant des modèles viscoélastiques pour les matériaux bitumineux. En notant  $\boldsymbol{\sigma}(N, t)$  l'histoire des contraintes au cycle  $N$ ,  $t$  est le temps à l'échelle  $T1$ , on peut écrire :

$$\boldsymbol{\sigma}(N, t) = \boldsymbol{\sigma}(0, t) \quad t \in [0, T] \tag{5.8}$$

où  $T$  est la période de sollicitation,  $\boldsymbol{\sigma}(0, t)$  est l'histoire des contraintes calculée par un modèle de comportement réversible du matériau bitumineux.

#### 5.3.3 Principales étapes de calcul de l'orniérage

Sachant que l'ornière se produit suite à l'apparition et l'accumulation des déformations permanentes sous sollicitations cycliques des passages de véhicules, il est nécessaire de déterminer les déformations permanentes incrémentales au niveau  $T2$  :  $\delta\boldsymbol{\varepsilon}^p(N)$ . Après avoir déterminé l'histoire de contraintes  $\boldsymbol{\sigma}(N, t)$  qui ne varie pas avec le nombre de cycles  $N$ , le problème à résoudre est alors de calculer  $\delta\boldsymbol{\varepsilon}^p(N)$  résultant de cette histoire  $\boldsymbol{\sigma}(N, t)$ .

Une fois que les déformations permanentes  $\boldsymbol{\varepsilon}^p$  issues de l'accumulation des déformations permanentes incrémentales cycliques  $\delta\boldsymbol{\varepsilon}^p(N)$  sont calculées, on peut calculer le champ des déplacements  $\mathbf{u}$  à un moment donné permettant de déterminer le profil de l'ornière à la surface de la chaussée.

La méthode de calcul structurel de l'orniérage peut alors être résumée à travers les trois grandes étapes suivantes :

1. Calculer et stocker des champs de contraintes  $\sigma(N, t)$  résultant d'un passage de véhicule - un cycle de chargement.
2. Calculer les déformations permanentes cumulées issues des champs de contraintes  $\sigma(N, t)$  et le nombre de cycles/passages  $N$ .
3. Calculer des champs de déplacements à certains instants donnés de la vie de la chaussée pour lesquels on souhaite connaître le profil des ornières.

### 5.3.4 Etape 1 : calcul et stockage de l'histoire des contraintes

A chaque cas de sollicitation, combinaison de température et de conditions de chargements mécaniques (amplitude, vitesse), l'histoire des contraintes lors d'un passage de la charge mécanique est calculée et stockée.

Pour traiter les différentes conditions de balayage par un seul calcul pour chaque cas de sollicitation, on stocke les valeurs des déplacements nodaux de la structure au lieu des champs de contraintes. Le calcul s'effectue sur un maillage tridimensionnel classique dans le repère de la charge roulante  $(O, x, y, z)$  où  $x$  est la direction de passage de la charge,  $y$  la direction transversale et  $z$  la direction verticale. Cette démarche est faite avec le module CVCR du code CESAR-LCPC en utilisant le modèle viscoélastique de Huet-Sayegh pour les matériaux bitumineux [Heck, 2001], et un modèle élastique non linéaire pour les matériaux non traités [El abd *et al.*, 2005].

Le calcul du champ de contraintes à l'échelle  $T_1$  est fait par le module PPOR du code CESAR-LCPC. Ce calcul s'effectue sur un maillage virtuel bidimensionnel dans le plan  $(O, y, z)$ . Ce maillage PPOR a un pas constant, égal au pas de balayage dans la direction transversale  $y$  en conservant le même pas dans la direction verticale  $z$  que pour le maillage du calcul CVCR. La coordonnée  $x$  correspond au temps à l'échelle  $T_1$  et le champ de contraintes à chaque instant  $t$  d'un passage est déterminé en translatant le maillage PPOR à la position  $x$  correspondant dans le maillage utilisé par le module CVCR.

On peut ainsi calculer les histoires des déformations des points d'intégration du maillage PPOR à partir du champ de déplacements du calcul CVCR.

$$t = \frac{x}{v}; \quad \varepsilon_{ppor}(t, y, z) = \frac{1}{2} (\text{grad } \mathbf{u}_{cvcr}(x, y, z) + {}^t\text{grad } \mathbf{u}_{cvcr}(x, y, z)) \quad (5.9)$$

où  $v$  est la vitesse de la charge,  $\mathbf{u}_{cvcr}$  est le champ de déplacements du calcul CVCR. Il est à noter que le champ des déformations réversibles calculé est tridimensionnel bien que le maillage virtuel PPOR soit bidimensionnel.

Le champ des contraintes est ensuite calculé par inversion numérique de la loi de convolution

associée au modèle de Huet-Sayegh (voir [Heck, 2001] pour plus de détails) :

$$\begin{aligned}\varepsilon(t, y, z) &= \int_0^t F_{Huet} \left( \frac{t-\tau}{a(\theta)} \right) [(1+\nu)\boldsymbol{\sigma}^I(\tau, y, z) - \nu \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}^I(\tau, y, z))\mathbf{1}]_{,t} d\tau; \\ \boldsymbol{\sigma}^I(t, y, z) &= \boldsymbol{\sigma}(t, y, z) - 2\mu_0\varepsilon(t, y, z) - \lambda_0 \text{tr}(\varepsilon(t, y, z))\mathbf{1}\end{aligned}\quad (5.10)$$

### 5.3.5 Etape 2 : calcul des déformations permanentes

#### 5.3.5.1 Calcul à l'échelle $T_1$ par le modèle $2M1C-BB$

Le problème consiste à déterminer les déformations permanentes résultantes de l'histoire de contraintes en utilisant le modèle  $2M1C-BB$  pour les matériaux bitumineux. Un cycle de sollicitation est discrétisé en plusieurs incréments de temps. Les variables internes évolutives sont calculées à chaque pas de temps, y compris les déformations permanentes.

Considérons alors un incrément de temps  $(t_n, t_{n+1})$  d'un cycle  $N$  où on connaît les contraintes  $\boldsymbol{\sigma}_n$  et  $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}$ ,  $\Delta\boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \boldsymbol{\sigma}_{n+1} - \boldsymbol{\sigma}_n$ , ainsi que l'incrément de temps  $\Delta t_{n+1} = t_{n+1} - t_n$ . Si on note  $\boldsymbol{\alpha}_{1,n}$ ,  $\boldsymbol{\alpha}_{2,n}$  et  $\boldsymbol{\varepsilon}_n^p$  les valeurs des variables internes à l'instant  $t_n$  qui sont connues, le problème est alors de déterminer les valeurs de ces variables à l'instant  $t_{n+1}$  à partir des données initiales. Comme les contraintes à l'instant  $t_{n+1}$  sont déjà connues, le problème est piloté par les contraintes. La résolution numérique s'appuie toujours sur le schéma de type prédiction/correction, en passant par un état prédictif intermédiaire.

La prédiction élastique consiste à appliquer élastiquement l'incrément des contraintes  $\Delta\boldsymbol{\sigma}_{n+1}$  afin d'atteindre un état prédictif où les contraintes sont  $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{pre} = \boldsymbol{\sigma}_{n+1}$  et les variables internes sont  $(\cdot)_{n+1}^{pre} = (\cdot)_n$ . Le critère  $f_{n+1}^{pre} = f(\boldsymbol{\sigma}_{n+1}, \mathbf{X}_{1,n}, \mathbf{X}_{2,n})$  est donc calculé pour vérifier la position de l'état prédictif par rapport au domaine élastique.

Dans le cas où  $f_{n+1}^{pre} \leq 0$ , l'état intermédiaire se trouve à l'intérieur du domaine élastique, les variables internes sont conservées sauf l'écroûissage cinématique  $\mathbf{X}_1$  qui est restauré suivant (4.31). Dans le cas contraire, une correction viscoplastique est nécessaire.

Lors de la correction viscoplastique, la discrétisation implicite en temps des équations d'évolution des variables donne :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p - \boldsymbol{\varepsilon}_n^p &= \Delta t_{n+1} \frac{f_{n+1}}{\eta} \partial_{\boldsymbol{\sigma}} F_{n+1} \\ \boldsymbol{\alpha}_{1,n+1} - \boldsymbol{\alpha}_{1,n} &= \Delta t_{n+1} \frac{f_{n+1}}{\eta} \partial_{\mathbf{X}_1} F_{n+1} \\ \boldsymbol{\alpha}_{2,n+1} - \boldsymbol{\alpha}_{2,n} &= \Delta t_{n+1} \frac{f_{n+1}}{\eta} \partial_{\mathbf{X}_2} F_{n+1}\end{aligned}\quad (5.11)$$

Comme les contraintes  $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}$  et l'incrément de temps  $\Delta t_{n+1}$  sont connus, et que la viscoplasticité permet des états de contraintes se trouvant en dehors du domaine élastique, les inconnues du problème sont alors les variables d'écroissages cinématiques  $\boldsymbol{\alpha}_1$  et  $\boldsymbol{\alpha}_2$ . Les déformations permanentes  $\boldsymbol{\varepsilon}^p$  peuvent être déduites de la première équation discrète (5.11)<sub>1</sub> une fois que  $\boldsymbol{\alpha}_1$  et  $\boldsymbol{\alpha}_2$  sont connus.

On définit alors le vecteur résidu  $\mathbf{r}_{n+1}$  :

$$\mathbf{r}_{n+1} = - \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha}_{1,n+1} - \boldsymbol{\alpha}_{1,n} \\ \boldsymbol{\alpha}_{2,n+1} - \boldsymbol{\alpha}_{2,n} \end{bmatrix} + \Delta t_{n+1} \frac{f_{n+1}}{\eta} \begin{bmatrix} \partial_{X_1} F \\ \partial_{X_2} F \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (5.12)$$

qui est l'équation des inconnues  $\boldsymbol{\alpha}_1$  et  $\boldsymbol{\alpha}_2$  à résoudre.

On pose  $\mathbb{X}$  l'ensemble des variables forces du problème,  $\boldsymbol{\alpha}$  l'ensemble des variables internes duales de  $\mathbb{X}$  et  $\mathbb{C}_0$  le tenseur module exprimant la relation entre  $\mathbb{X}$  et  $\boldsymbol{\alpha}$ . Ils sont définis comme suit :

$$\mathbb{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha}_1 \\ \boldsymbol{\alpha}_2 \end{bmatrix} \quad \mathbb{C}_0 = \begin{bmatrix} H_1 \mathbf{1} & \\ & H_2 \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

L'équation  $\mathbf{r}_{n+1} = \mathbf{0}$  est résolue par la méthode itérative de Newton. A l'itération type  $k$ , la linéarisation de l'équation (5.12) et des lois de comportement nous donne :

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{n+1}^k + \mathbb{C}_{n+1}^k{}^{-1} : \Delta \mathbb{X}_{n+1}^k &= \mathbf{0} \\ \Delta \boldsymbol{\alpha}_{n+1}^k &= -\mathbb{C}_0^{-1} : \Delta \mathbb{X}_{n+1}^k \end{aligned} \quad (5.14)$$

où le tenseur module tangent  $\mathbb{C}_{n+1}^k$  est calculé comme suit :

$$\mathbb{C}_{n+1}^k = \left[ \left. \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbb{X}} \right|_{n+1}^k \right]^{-1} = \left[ \mathbb{C}_0^{-1} + \frac{\Delta t_{n+1}}{\eta} \left( f_{n+1}^k \partial_{\mathbb{X}\mathbb{X}}^2 F_{n+1}^k + \partial_{\mathbb{X}} F_{n+1}^k : \partial_{\mathbb{X}} f_{n+1}^k \right) \right]^{-1} \quad (5.15)$$

L'équation (5.14)<sub>1</sub> permet de calculer l'incrément à l'itération  $k$  des variables forces  $\Delta \mathbb{X}_{n+1}^k$  qui est utilisé dans (5.14)<sub>2</sub> pour calculer l'incrément des variables internes :

$$\begin{aligned} \Delta \mathbb{X}_{n+1}^k &= -\mathbb{C}_{n+1}^k \mathbf{r}_{n+1}^k \\ \Delta \boldsymbol{\alpha}_{n+1}^k &= \mathbb{C}_0^{-1} \mathbb{C}_{n+1}^k : \mathbf{r}_{n+1}^k \end{aligned} \quad (5.16)$$

Comme les contraintes  $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}$  sont fixes, les déformations viscoplastiques sont pilotées par les contraintes d'écroissages  $\mathbb{X}$ . L'incrément des déformations viscoplastiques à l'itération  $k$  est alors calculé en linéarisant (5.11)<sub>1</sub> suivant  $\mathbb{X}$  comme suit :

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{vp,k} = \mathbb{A}_{n+1}^k : \Delta \mathbb{X}_{n+1}^k = -\mathbb{A}_{n+1}^k \mathbb{C}_{n+1}^k : \mathbf{r}_{n+1}^k \quad (5.17)$$

où

$$\mathbb{A}_{n+1}^k = \left. \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^{vp}}{\partial \mathbb{X}} \right|_{n+1}^k = f_{n+1}^k \partial_{\boldsymbol{\sigma}_{\mathbb{X}}}^2 F_{n+1}^k + \partial_{\boldsymbol{\sigma}} F_{n+1}^k \partial_{\mathbb{X}} f_{n+1}^k \quad (5.18)$$

Les variables sont mises à jours et le processus itératif est répété jusqu'au moment où la norme du vecteur résidu  $\mathbf{r}_{n+1}^k$  est inférieure à la tolérance souhaitée. Les variables internes et les déformations permanentes sont alors calculées pour l'instant  $t_{n+1}$ .

Le modèle *2MIC-BB* a été implémenté au sein du module *ORNI* suivant l'algorithme ci-dessus permettant de calculer les déformations à chaque point dans le domaine considéré.

### 5.3.5.2 Calcul à l'échelle des plages

Sur chaque plage, on calcule un incrément moyen de déformations permanentes en utilisant une approche statistique. La distribution de charge sur une plage est définie par :

- Le nombre de types de charges différents et la probabilité d'occurrence de chaque type  $p_{charg}(i)$ .
- Le nombre de vitesse de passage différentes et la probabilité d'occurrence de chaque vitesse  $p_{vit}(j)$ .
- Le nombre de cas de balayage latéral et la probabilité d'occurrence de chaque cas  $p_{bal}(k)$ .

En supposant que chaque condition extérieure est indépendante des autres, l'incrément moyen des déformations permanentes pour une plage peut donc s'écrire :

$$\delta \boldsymbol{\varepsilon}_m^p = \sum_{i,j,k} p_{char}(i) \cdot p_{vit}(j) \cdot p_{bal}(k) \cdot \delta \boldsymbol{\varepsilon}_{i,j,k}^p(N) \quad (5.19)$$

où  $\delta \boldsymbol{\varepsilon}_{i,j,k}^p(N)$  est l'incrément des déformations permanentes correspondant à un cas de sollicitation donné et calculé pour un cycle  $N$  correspondant au premier cycle de la plage considérée.

Supposons que cet incrément moyen reste constant pour les  $N_i$  passages de la plage considérée et que les variables d'érouissage évoluent linéairement avec le nombre de cycles pendant la plage. Le cumul des déformations permanentes pendant cette plage est alors calculé comme suit :

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{plage\ i}^p = N_i \delta \boldsymbol{\varepsilon}_m^p \quad (5.20)$$

Pour vérifier cette hypothèse, on calcule l'incrément moyen des déformations permanentes au début de la plage  $\delta \boldsymbol{\varepsilon}_m^p(debut)$  et l'incrément moyen à la fin de cette plage  $\delta \boldsymbol{\varepsilon}_m^p(fin)$  avec les variables d'érouissages mises à jour. Si l'écart entre ces deux termes est suffisamment petit (inférieur à une tolérance donnée), l'incrément des déformations permanentes issu de la plage considérée est retenu et on passe à la plage suivante. Dans le cas contraire on réitère le calcul en divisant la plage considérée en deux avec  $N_i/2$  passages, puis on répète l'opération jusqu'à convergence. Cette technique, qui ressemble à la technique de *saut de cycles* (voir annexe A), permet de réduire fortement le nombre de cycles à calculer et par conséquent le temps de calcul.

### 5.3.6 Etape 3 : calcul structurel de l'orniérage

Le calcul structurel de l'orniérage consiste à déterminer les déformations de la structure à un moment donné dans la vie de la chaussée. Il est effectué en l'absence de chargement extérieur sur la chaussée. Par contre, la structure est soumise à un champ d'autocontraintes  $\sigma^{auto}$  qui est lié à la non compatibilité des déformations permanentes  $\varepsilon^p$  calculées ci-dessus.

Afin d'assurer la compatibilité cinématique des déformations, ce champ d'auto-contraintes doit progressivement se dissiper, entraînant une composante supplémentaire de champ de déformation élastique  $\varepsilon_0^e$ . Cette composante additionnelle, et donc les déformations totales  $\varepsilon$ , est calculée en supposant une relation élastique linéaire entre les auto-contraintes et les déformations élastiques :

$$\sigma^{auto} = \mathbf{C} : \varepsilon_0^e = \mathbf{C} : (\varepsilon - \varepsilon^p) \quad (5.21)$$

Ce problème est résolu sur le même maillage que le calcul avec le module ORNI. Le calcul est divisé en un calcul plan et un calcul anti-plan [Heck, 2001].

## 5.4 Exemple numérique d'un calcul structurel par le module ORNI

Après avoir implémenté le modèle 2M1C-BB pour les matériaux bitumineux au sein du module ORNI du code CESAR-LCPC suivant les démarches précédemment présentées, nous effectuons une simulation test d'une structure de chaussée dont le but principal est d'évaluer le fonctionnement et la capacité du nouveau modèle 2M1C-BB dans le calcul structurel des enrobés bitumineux. Aucune comparaison avec les résultats expérimentaux n'est abordée ici.

Considérons une chaussée constituée d'une couche de 8 cm d'épaisseur d'un enrobé bitumineux que l'on considère non orniérant, reposant sur une couche de 24 cm d'épaisseur d'un enrobé orniérant. Ces deux couches se situent sur une couche de GNT de 60 cm d'épaisseur dont le comportement est élastique linéaire. L'ensemble de ces couches repose sur le sol support de 200 cm d'épaisseur divisé en deux couches ayant aussi un comportement élastique linéaire. Les propriétés mécaniques de base des matériaux des couches se trouvent dans le tableau 5.1.

Couche	1	2	3	4	5
Module d'Young (MPa)	1	90	120	120	120
Coef. Poisson	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35

TAB. 5.1. Propriétés mécaniques des matériaux utilisés

Une roue simple, roulant à la vitesse  $v = 72 \text{ km/h}$ , impose sur la surface de la structure un chargement surfacique de  $1,57 \text{ MPa}$  sur une empreinte de  $36.5 \text{ cm} \times 52 \text{ cm}$ . On considère que

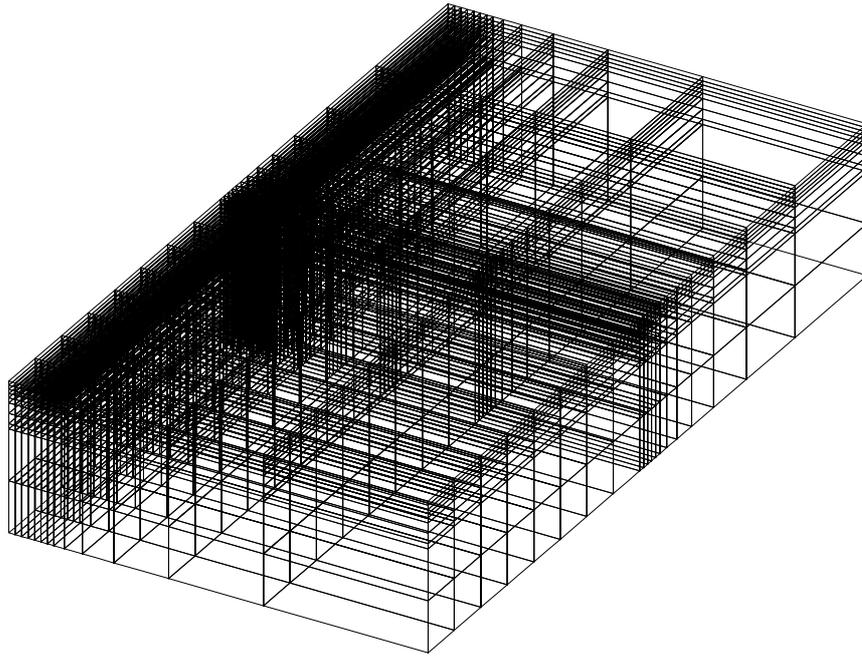


FIG. 5.1. Maillage du calcul CVCR

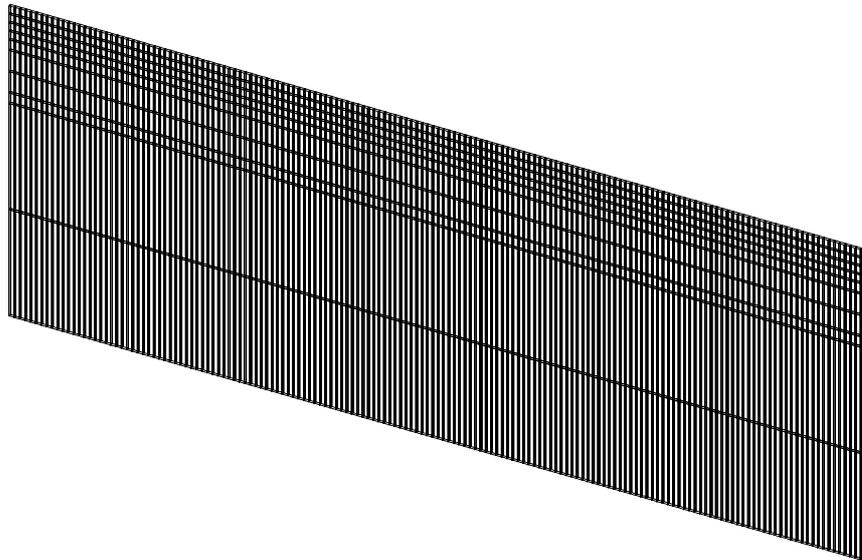


FIG. 5.2. Maillage du calcul ORNI

l'intervalle de temps entre deux passages consécutifs est de 5 secondes, ce qui correspond à une distance de 100 mètres entre deux véhicules.

Le calcul CVCR est effectué sur un maillage tridimensionnel représentant la moitié de la chaussée pour obtenir le champ de déplacements en tout point du domaine (figure 5.1). Ce premier

résultat est ensuite utilisé comme donnée initiale pour le calcul avec le module PPOR. On obtient alors l'histoire des contraintes lors d'un passage de la charge roulante qui sera utilisée pour le calcul avec le module ORNI.

Dans ce calcul test, un seul cas de température, vitesse et distribution de la charge est considéré. Le calcul ORNI est effectué sur un maillage tridimensionnel représentant une tranche transversale de la chaussée (figure 5.2). La structure est soumise à 1000 passages de la charge.

Le profil de déformation après 100 cycles de sollicitation de la structure est présenté sur la figure 5.3. Le modèle 2M1C-BB, à travers son implémentation dans ONRI, peut reproduire les déformations permanentes sur la surface de la structure avec un tassement en dessous de l'empreinte de la roue et l'apparition de bourrelets sur les deux côtés.

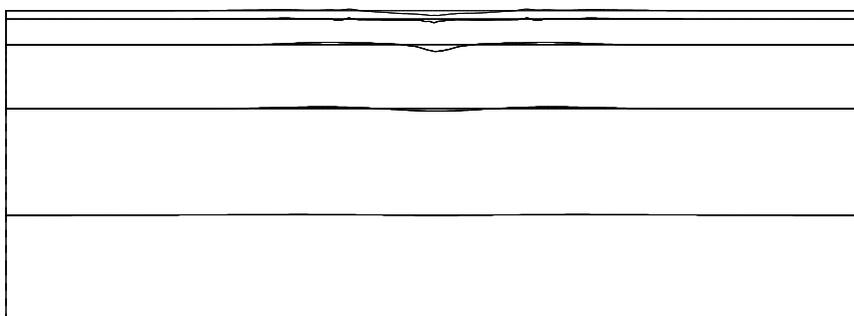


FIG. 5.3. Déformation de la structure après 100 cycles de sollicitation

En s'intéressant à la profondeur d'ornière, on trouve une évolution progressive de l'orniérage avec le nombre de passages. La tendance est conforme aux évolutions des ornières expérimentalement observées sur les chaussées, voir la figure 5.4.

Cependant, un certain niveau de déformation est observé sur les couches qui sont supposées non orniérantes. Ce problème peut provenir de l'aspect tensoriel complexe des déformations permanentes calculées par le modèle 2M1C-BB qui ne sont pas encore correctement pris en compte dans l'étape de calcul structurel de l'orniérage. Bien qu'il existe encore des problèmes, cette simulation test a bien montré la capacité du modèle 2M1C-BB lors du calcul structurels ainsi qu'une bonne voie à suivre pour obtenir un modèle mécanique pour la prédiction de l'orniérage.

## 5.5 Conclusions

Dans ce chapitre, l'implémentation du modèle 2M1C-BB au sein du module ORNI a été présentée. Cette implémentation a permis d'appliquer le modèle mécanique pour les matériaux aux calculs structurels de l'orniérage des enrobés bitumineux, en utilisant la méthode de calcul

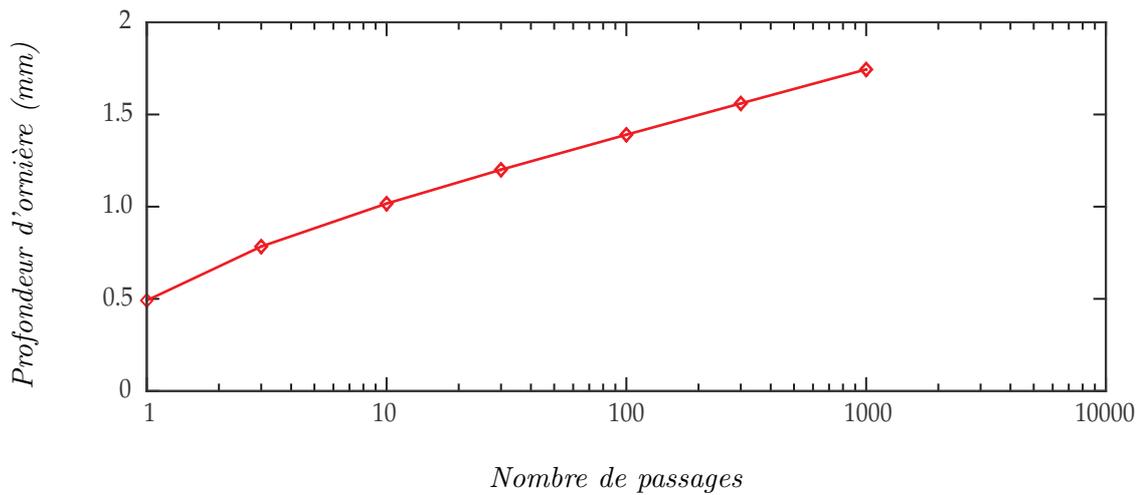


FIG. 5.4. Evolution de la profondeur d'ornièrre

développée par le LCPC.

Une première simulation test d'une chaussée soumise à une charge roulante a été faite pour vérifier l'implémentation du modèle 2M1C-BB lors du calcul des structures. Bien qu'il existe encore des problèmes d'implémentation, les résultats numériques obtenus ont bien montré les potentialités du modèle 2M1C-BB pour le calcul structurel de l'ornièrage. Le modèle 2M1C-BB implémenté dans ORNI présente une certaine pertinence vis-à-vis des calculs structurels d'ornièrre.



# Conclusions générales et perspectives

L'orniérage est un des modes majeurs de dégradation des enrobés bitumineux qui se produit sous les passages répétés des chargements du trafic couplés avec une température environnementale élevée. L'origine de ce phénomène est le comportement viscoplastique des matériaux bitumineux, notamment sous chargements cycliques. Des travaux de modélisation sont nécessaires pour comprendre le matériau et mettre en place des outils mécaniques de calcul/prédiction de l'orniérage des structures routières. C'est le but principal du travail de cette thèse.

Dans les deux premiers chapitres, une synthèse du comportement permanent des matériaux et des enrobés bitumineux a été présentée, qui a montré les mécanismes de type (visco)plastique des déformations permanentes des matériaux considérés. Cette synthèse a été suivie par un récapitulatif des modèles pour le comportement permanent des matériaux bitumineux, montrant l'état actuel du développement dans ce domaine de recherche et la nécessité d'un modèle plus pertinent pour reproduire les déformations permanentes des matériaux bitumineux.

Le travail de thèse s'est orienté, dans un premier temps, vers l'application d'un modèle élasto-viscoplastique multisurfacique à la modélisation des déformations permanentes des matériaux bitumineux sous sollicitations cycliques. Ce modèle, basé sur les études de [Koiter, 1960, Mandel, 1965] et sur le modèle rhéologique de Stéfani [Stéfani, 1996], a postulé un couplage de deux surfaces de charges élémentaires : la première est une surface elliptique particularisée et la deuxième une surface de type Drucker-Prager linéaire classique. L'écoulement cinématique a été introduit dans ce modèle pour piloter l'évolution des surfaces de charge. Le modèle se place dans le cadre de la viscoplasticité non associée, mieux adaptée aux matériaux granulaires. Grâce à la présence de deux surfaces de charges, la direction d'écoulement des déformations permanentes peut être changée lors du trajet de déchargement cyclique et on obtient donc les déformations permanentes incrémentales cycliques. Ce modèle est particulièrement approprié à la modélisation des réponses sous sollicitations cycliques et un certain succès a été obtenu lors de la simulation des essais de fluage cyclique sans confinement par ce modèle.

Cependant, le modèle proposé a montré également des inconvénients et des faiblesses. Ce modèle ne peut pas bien simuler en même temps les chargements statiques et cycliques. De plus, en raison

des points singuliers sur la frontière du domaine élastique, on rencontre des difficultés de résolution numérique par la méthode des éléments finis. Par ailleurs, l'écroûissage cinématique introduit est purement déviatorique, ce qui induit que seul le mécanisme de cisaillement est bien pris en compte.

C'est pour cela que dans un deuxième temps, un modèle alternatif pour les matériaux bitumineux a été proposé dans le chapitre 4. Ce modèle postule une seule surface de charge de forme elliptique particularisée pour être conforme aux propriétés mécaniques du matériau considéré. Ceci permet de réduire considérablement des difficultés numériques provoquées par des points singuliers du domaine élastique. Deux écroûissages cinématiques non linéaires ont été introduits : l'un purement déviatorique et l'autre purement hydrostatique. Ceci permet de reproduire correctement les déformations de cisaillement et de confinement par deux mécanismes quasiment indépendants :

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{e}}^{vp} &= -\dot{\boldsymbol{\alpha}}_1 + \frac{\langle f \rangle}{\eta} a \mathbf{X}_1 \\ \frac{1}{3} \dot{\varepsilon}_v^{vp} \mathbf{1} &= -\dot{\boldsymbol{\alpha}}_2 + \frac{\langle f \rangle}{\eta} b \mathbf{X}_2\end{aligned}\tag{5.22}$$

Ce modèle est capable de simuler les sollicitations monotones de fluage statique. Afin de le rendre également capable de simuler les sollicitations cycliques, un mécanisme de restauration de l'écroûissage cinématique de cisaillement a été introduit. Ce mécanisme supplémentaire correspond à la relaxation viscoélastique des champs d'autocontraintes issus de l'incompatibilité des déformations permanentes. Ceci permet au modèle de réactiver les mécanismes de déformations permanentes, notamment celui du cisaillement, lors des chargements cycliques.

Ce nouveau modèle a montré ses capacités à travers des simulations des essais de fluage statique et cyclique en reproduisant correctement l'évolution des déformations permanentes volumique et de cisaillement en fonction de la durée de sollicitation (temps ou nombre de cycles).

Le travail dans le cadre de cette thèse se termine par une application du modèle proposé au chapitre 4 aux calculs structurels de l'orniérage des enrobés bitumineux. La méthode de calcul utilisée est celle proposée par le LCPC et est validée lors de la simulation des déformations permanentes des couches de graves non traités des chaussées. Cette implémentation nous fournit un outil de calcul/prédiction de l'orniérage en couplant un modèle de comportement mécanique du matériau avec une méthode de calcul structurel puissante.

Cette application a été testée à travers un exemple numérique de simulation d'une structure de chaussée soumise à un cas de chargement cyclique de roulement. Le modèle a bien reproduit l'apparition et l'évolution de l'orniérage de la structure en fonction du nombre de cycles. Cependant, ces résultats préliminaires ont également montré des difficultés d'implémentation, ce qui exige des travaux numériques supplémentaires.

Dans le cadre de ce travail de thèse, de nombreux aspects du comportement permanent des matériaux bitumineux ont été considérés et pris en compte dans un modèle élasto-viscoplastique qui

est capable de simuler des chargements de fluage statique et également des sollicitations cycliques. L'application de ce modèle à travers la méthode ORNI développée par le LCPC a montré sa potentialité lors des calculs structurels des chaussées. Cependant, les matériaux considérés possèdent des propriétés complexes qui varient largement avec la composition et les propriétés physiques et mécaniques des composantes ainsi que des conditions de sollicitations externes. En perspective, les orientations suivantes pourraient être pertinentes pour les travaux futurs :

- La compressibilité volumique a été bien prise en compte dans le modèle proposé et il serait intéressant de donner au modèle la possibilité de reproduire des dilatances volumiques sous des états de sollicitations où les contraintes de confinement sont faibles (compression uniaxiale par exemple). Un tel comportement pourrait être pris en compte par des lois d'écroûissage appropriées, un écroûissage cinématique anisotrope par exemple.
- Un nombre d'études récentes de [Scarpas *et al.*, 1997, Scarpas *et al.*, 1997b, Masad *et al.*, 2003] et autres, a montré que l'endommagement peut se produire simultanément à la viscoplasticité, sous forme de désenrobage par exemple. Il est considéré comme l'origine de la troisième phase dans l'évolution de l'orniérage où les déformations permanentes croissent rapidement après une phase où leur vitesse reste quasi-constante. Il serait alors nécessaire de coupler ce type de comportement avec le comportement permanent en vue d'une modélisation correcte du comportement des matériaux bitumineux.
- Il serait également essentiel de définir une relation entre les propriétés de composition des mélanges bitumineux et leurs comportements mécaniques. Dans un premier temps, il serait nécessaire de prendre en compte le rôle de la teneur en vide dans les modèles continus de comportement permanent, car c'est un paramètre ayant une influence importante sur l'évolution des déformations permanentes du mélange : une forte teneur en vide favorise le confinement et une faible teneur en vide accélère le cisaillement. Dans un deuxième temps, des approches multi-échelles seraient nécessaires pour établir une relation cohérente entre le comportement global et les propriétés locales du matériau.
- En même temps, le développement d'une méthode de prédiction mécanique de l'orniérage serait indispensable. Ceci devrait se baser sur les modèles mécaniques de comportement permanent des matériaux bitumineux en le couplant avec une technique permettant de rendre la durée de calcul raisonnable.



# Annexes



# Annexe A

## Technique de saut de cycles

Les modèles visco-plastiques postulent des lois d'évolution non linéaires des variables internes. Ceci implique l'utilisation des méthodes incrémentales lors de la résolution numérique par éléments finis de ces lois constitutives. La durée de sollicitation est divisée en plusieurs incréments de temps suffisamment petits afin d'assurer la convergence de l'algorithme.

L'orniérage est un phénomène qui apparaît et s'accumule avec le nombre de passages et il est inévitable de calculer un grand nombre de cycles de sollicitations lors des simulations des ornières. En divisant chaque cycle de sollicitation en plusieurs incréments, le volume de calcul, et donc le temps de calcul, devient énorme, notamment avec des calculs ayant un nombre important d'éléments.

Ceci nous conduit alors à chercher un modèle numérique pour les calculs à grand nombre de cycles permettant de réduire le temps de calcul en couplant avec les méthodes incrémentales. La technique de saut de cycles [Chaboche et Cailletaud, 1986, Nguyen *et al.*, 2005], qui est une méthode de résolution des équations d'évolution par extrapolation, est une solution convenable.

### A.1 Technique de saut de cycles

Initialement, les lois d'évolution des variables non linéaires s'écrivent sous forme d'équations différentielles continues en fonction du temps  $t$  et des variables internes elles-mêmes. Pour effectuer des sauts de cycles, la première étape de la technique consiste à transformer ces équations différentielles continues en des équations différentielles discrètes en fonction de  $N$  - nombre de cycles de sollicitations. En considérant l'équation différentielle d'une variable  $y(t)$  :

$$\dot{y}(t) = g(y, t) \tag{A.1}$$

où  $\dot{y}$  désigne la dérivée de  $y$  par rapport au temps  $t$ , on peut calculer l'incrément cyclique de  $y$  en intégrant (A.1) pendant un cycle et déduire alors la dérivée discrète de  $y$  par rapport au nombre de cycles au cycle  $N$  considéré :

$$\Delta y(N) = \int_{\text{cycle } N} g(y, t) dt \quad \Rightarrow \quad y'(N) = \frac{\Delta y}{\Delta N} = \frac{\Delta y(N)}{1} = \int_{\text{cycle } N} g(y, t) dt \quad (\text{A.2})$$

Cette équation différentielle discrète permet de calculer  $y$  par extrapolation en utilisant le développement de Taylor comme suit :

$$y(N + \Delta N) = y(N) + \Delta N y'(N) + \delta_2(N) \quad (\text{A.3})$$

La variable  $y$  au cycle  $(N + \Delta N)$  peut donc être calculée sans nécessité de calculer  $\Delta N$  cycles intermédiaires. La longueur d'extrapolation  $\Delta N$ , ou le nombre de cycles sautés, est contrôlée par :

$$\Delta N = \kappa \left| \frac{y(N)}{y'(N)} \right| \quad (\text{A.4})$$

où  $\kappa$  est un paramètre contrôlant la précision de l'extrapolation.

En couplant cette technique avec une méthode incrémentale, l'incrément cyclique des variables internes est calculé à tous les points de Gauss du domaine considéré par la méthode incrémentale utilisée. La technique de saut de cycle est ensuite appliquée à toutes les variables et à l'ensemble des points du domaine pour calculer la longueur de saut qui est le minimum des longueurs de saut aux points de Gauss du domaine. Les variables évolutives sont alors extrapolées et utilisées pour recommencer le calcul du saut suivant.

Cette technique ressemble à celle utilisée dans la méthode de calcul structurelle de ORNI pour réduire le temps de calcul, sauf que le saut de cycle calcule implicitement la longueur de saut et la méthode ORNI définit explicitement cette longueur.

## A.2 Exemple d'application

Pour démontrer la capacité de cette technique, un exemple numérique est présenté dans cette section. Une éprouvette cylindrique soumise à un chargement cyclique uniforme est simulée par le modèle double surface proposé couplé avec la technique de saut de cycles. L'évolution de la déformation verticale en fonction du nombre de cycles est étudiée dans le calcul cycle par cycle et dans le calcul par saut de cycles.

On trouve que l'application de la technique de saut de cycles avec  $\kappa = 0,01$  a permis de réduire le nombre de cycles à calculer de 50000 à seulement 907 cycles. La déformation calculée par le saut de cycle est en bon accord avec celle issue du calcul cycle par cycle (figure A.1). Ceci montre alors la puissance de la technique présentée en couplant avec les calculs incrémentaux.

A.2 Exemple d'application

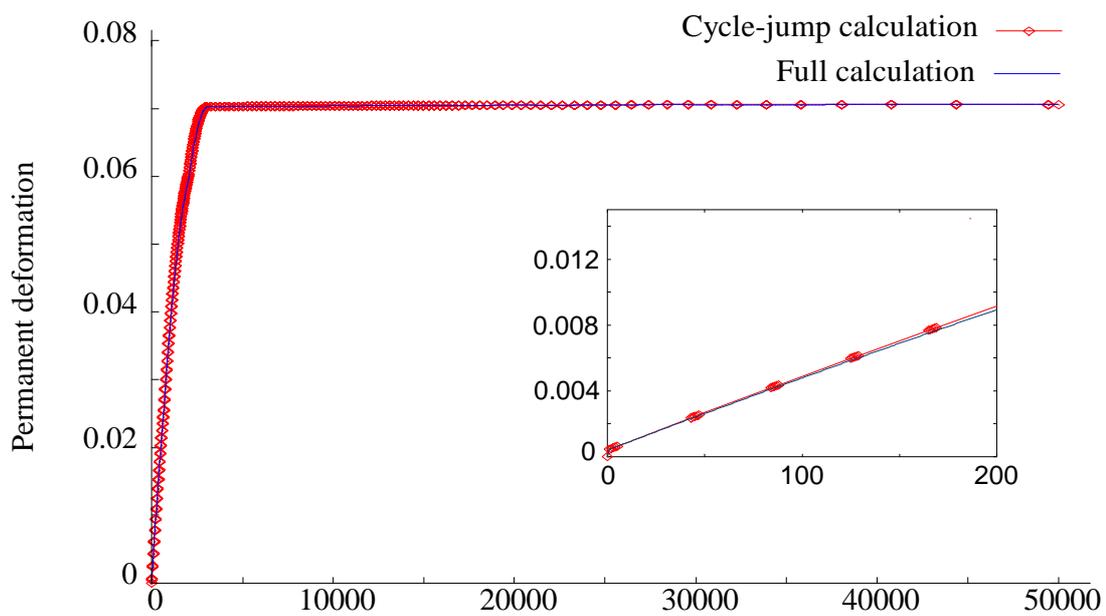


FIG. A.1. Exemple numérique de la technique de saut de cycles



## Annexe B

# Etudes paramétriques du modèle 2M1C-BB

Comme le modèle multi-surfacique, les paramètres définissant le domaine élastique initial doivent être identifiés par les essais caractérisant le domaine élastique à différents états de contraintes. Nous ne développons pas cette caractérisation.

Dans cette annexe, seuls les paramètres suivants concernant l'évolution des déformations permanentes sont étudiés :

- Les paramètres du critère définissant le domaine élastique initial :  $\alpha$ ,  $\delta$  et  $R_0$ .
- Les paramètres des écrouissages cinématiques : les modules  $H_1$  et  $H_2$ , les paramètres de la partie non linéaire  $a$  et  $b$ .
- Les paramètres de la restauration de l'écrouissage  $\eta_X$  évolutif :  $\eta_{X,0}$ ,  $\eta_{X,1}$ ,  $\eta_{X,2}$ .
- Le paramètre  $\beta$  de la fonction potentielle d'écoulement  $F$ .
- Les paramètres de la loi d'évolution du paramètre de fluidité  $\eta$  :  $\eta_0$ ,  $\eta_1$ ,  $\eta_2$ .

Ces études permettent de montrer le rôle de chaque paramètre et une méthode d'identification convenable. Pour cela, on considère une éprouvette cylindrique de 240 mm de hauteur et de 150 mm de diamètre soumise à des chargements triaxiaux avec confinement latéral dont l'état de contrainte ressemble à celui utilisé pour les exemples des chargements homogènes au chapitre 4 :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_a & & \\ & \sigma_c & \\ & & \sigma_c \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

où  $\sigma_a$  désigne la contrainte axiale et  $\sigma_c$  est la contrainte latérale de confinement.

Les déformations permanentes volumique  $\varepsilon_v^{vp}$  et de cisaillement  $\varepsilon_s^{vp}$  résultant des chargements de fluage statiques et cycliques sont étudiées en fonction du temps dans les cas de chargements statiques et en fonction du nombre de cycles dans les cas de chargements cycliques.

## B.1 Paramètre $\beta$ de la fonction $F$

Les déformations permanentes à différentes valeurs de  $\beta$ , figure B.1, montrent l'influence de ce paramètre sur l'évolution de la déformation volumique et de cisaillement. Les durées de sollicitations (temps, nombre de cycles) sont tracées dans une échelle logarithmique. Les autres paramètres du modèle sont fixés égaux à :  $H_1 = 50MPa$ ;  $H_2 = 80MPa$ ;  $a = 1MPa^{-1}$ ;  $b = 20MPa^{-1}$ ;  $\eta_0 = 265MPas$ ;  $\eta_1 = 1$ ;  $\eta_2 = 10^3$ ;  $\eta_{X,0} = 10$ ;  $\eta_{X,1} = 10^{-3}$ ;  $\eta_{X,2} = 2250$ .

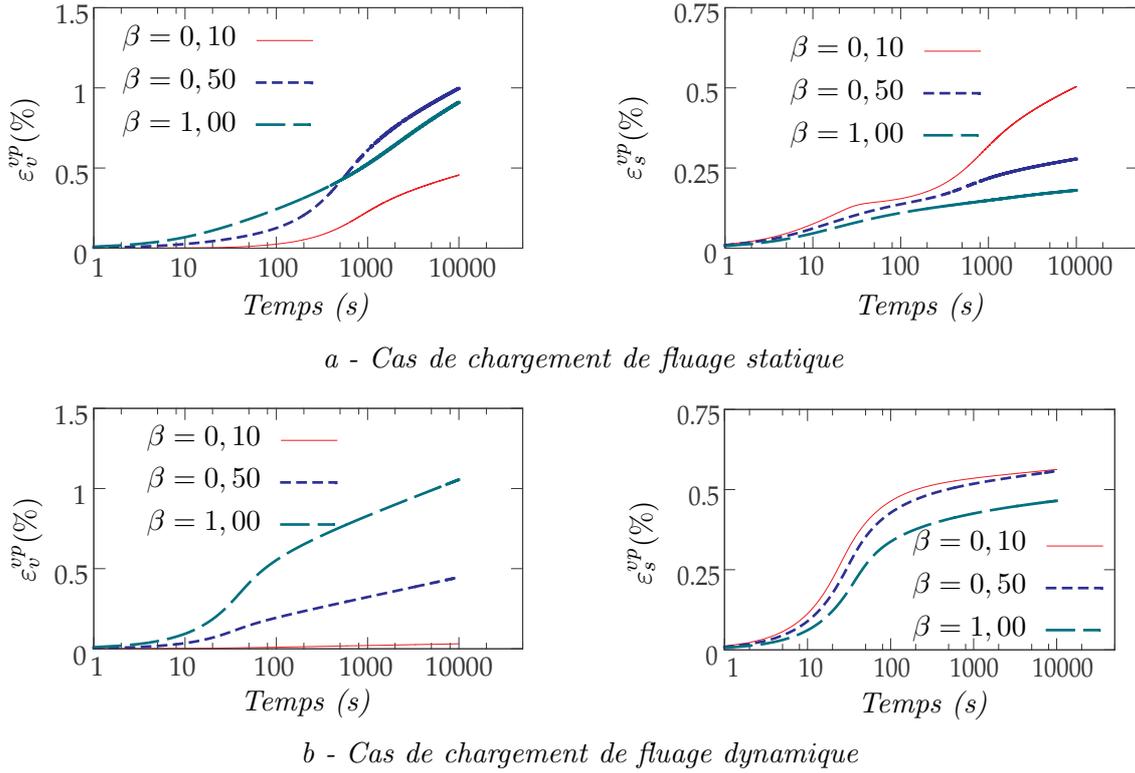


FIG. B.1. Modèle 2M1C-BB : influence de  $\beta$

L'équation (4.21)<sub>1</sub> montre bien la relation entre  $\beta$  et la vitesse d'évolution de la déformation volumique  $\varepsilon_v^{vp}$ . Qualitativement, plus  $\beta$  est élevé plus  $\varepsilon_v^{vp}$  est élevée résultant en une déformation volumique élevée. Les résultats numériques à la figure B.1.b ont bien montré cette tendance sous chargement cyclique. Dans le cas de chargement de fluage statique, suite à une influence plus importante de  $\eta$ , l'influence de  $\beta$  est nettement moins importante, induisant une évolution de  $\varepsilon_v^{vp}$  qui n'est pas tout-à-fait en accord avec l'observation qualitative ci-dessus.

Au contraire,  $\beta$  a un effet négatif sur l'évolution de la déformation de cisaillement  $\varepsilon_s^{vp}$ , plus  $\beta$  est élevé plus l'évolution de  $\varepsilon_s^{vp}$  est faible. Cette influence est observée sous sollicitations de fluage statique ainsi que sous chargements cycliques. Pourtant dans le cas des chargements cycliques,  $\varepsilon_s^{vp}$

est moins sensible à  $\beta$  que dans le cas de fluage statique.

De même, on trouve que  $\beta$  caractérise la valeur atteinte de la déformation volumique après un court début de sollicitation cyclique ou monotone, que l'on note  $\varepsilon_{v,i}^{vp}$ . Mais la déformation de cisaillement initiale  $\varepsilon_{s,i}^{vp}$  n'est pas fortement influencée par  $\beta$ .

## B.2 Paramètres de l'écroutissage $\mathbf{X}_1$

L'écroutissage  $\mathbf{X}_1$  est associé aux déformations de cisaillement suivant (4.22)<sub>1</sub>, ses paramètres sont le module  $H_1$  et le paramètre de la non linéarité  $a$ .

Pour étudier l'influence du module  $H_1$ , on considère les réponses permanentes du modèle à différentes valeurs de  $H_1$  en fixant les autres paramètres égaux à  $\beta = 1,15; H_2 = 80MPa; a = 1MPa^{-1}; b = 20MPa^{-1}; \eta_0 = 265MPa s; \eta_1 = 1; \eta_2 = 10^3; \eta_{X,0} = 10; \eta_{X,1} = 10^{-3}; \eta_{X,2} = 2250$  (figure B.2).

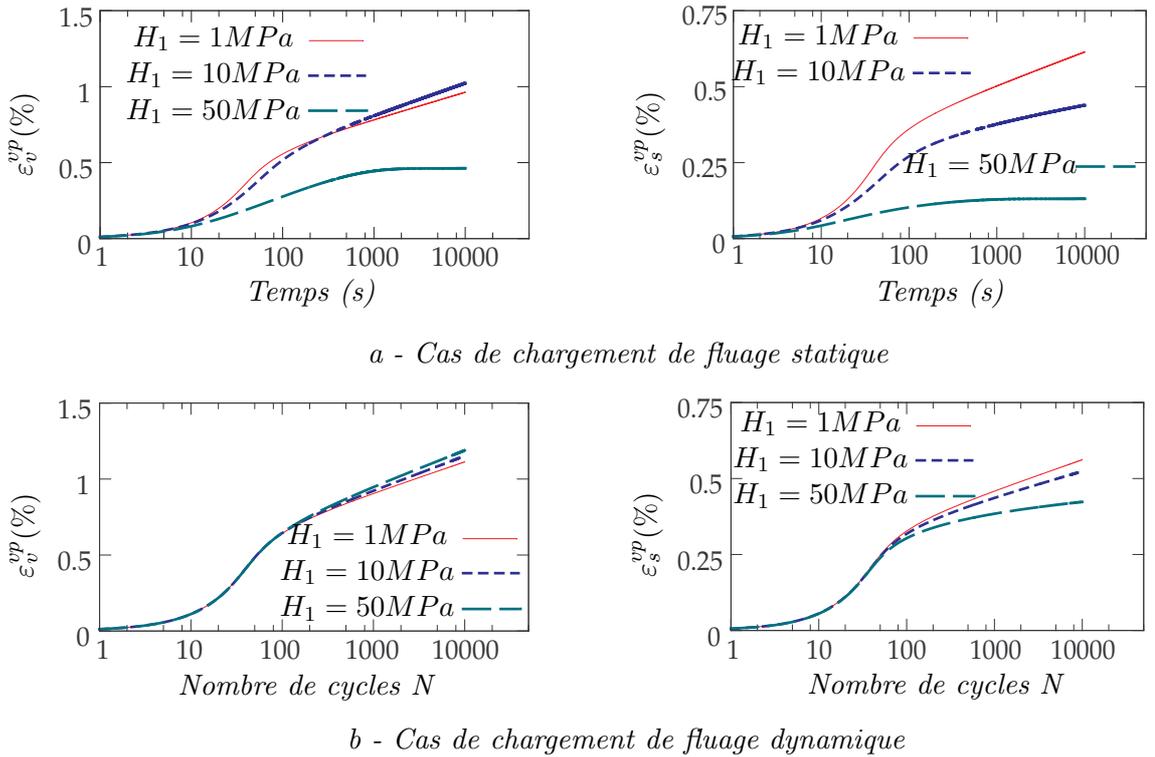


FIG. B.2. Modèle 2M1C-BB : influence de  $H_1$

Dans les cas de chargements de fluage statique (figure B.2.a), l'influence de  $H_1$  sur l'évolution de  $\varepsilon_s^{vp}$  est remarquable, plus  $H_1$  est élevé plus  $\varepsilon_s^{vp}$  est faible. La même tendance est observée sur l'évolution de  $\varepsilon_v^{vp}$ . Pourtant  $\varepsilon_v^{vp}$  est moins sensible à  $H_1$  que  $\varepsilon_s^{vp}$ . Lors des cas de chargements

cycliques (figure B.2.b),  $H_1$  n'influence pas significativement l'évolution de  $\varepsilon_v^{vp}(N)$  tandis qu'il pilote la vitesse de  $\varepsilon_s^{vp}(N)$  après le début de sollicitation.

En considérant les réponses à différentes valeurs de  $a$ , figure B.3.a, avec  $H_1 = 50MPa$ , on trouve une influence importante de  $a$  dans l'évolution des déformations permanentes sous chargements de fluage statique. Plus  $a$  est faible, plus  $\varepsilon_v^{vp}$  et  $\varepsilon_s^{vp}$  atteignent rapidement leur limite, à cause de la faible non linéarité de l'écroissage  $\mathbf{X}_1$  qui engendre  $f \leq 0$ . Dans le cas où  $a = 0, 1MPa^{-1}$  (figure B.3.a), on peut observer un saut dans l'évolution des déformations permanentes provoqué par la réactivation du critère  $f$  après une restauration suffisante de  $\mathbf{X}_1$ .

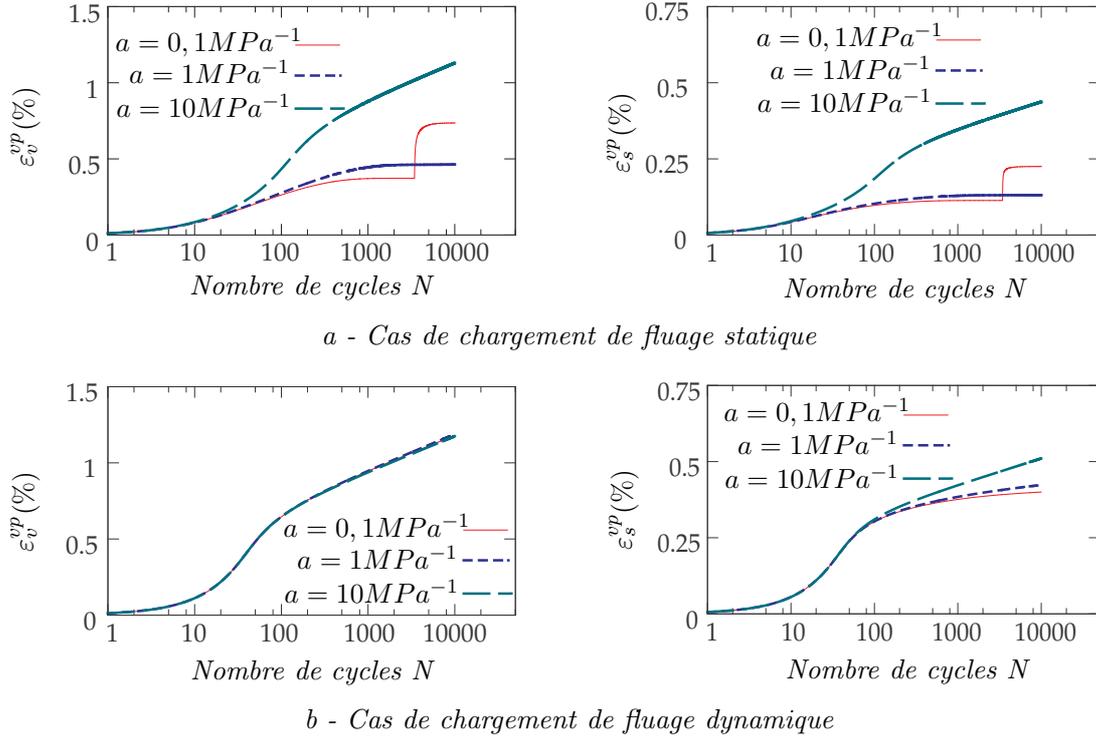


FIG. B.3. Modèle 2M1C-BB : influence de  $a$

Dans les cas de chargements cycliques, figure B.3.b, on observe que  $a$  n'a pas d'influence sur l'évolution de  $\varepsilon_v^{vp}(N)$  et son influence sur l'évolution de la déformation de cisaillement est considérable après le début de chargement. L'évolution des déformations permanentes suivant le nombre de cycles est maintenue même dans les cas où  $a$  est faible, grâce à la restauration de l'écroissage cinématique  $\mathbf{X}_1$ .

La non linéarité de l'écroissage cinématique  $\mathbf{X}_1$  est alors essentielle, d'une part pour maintenir l'évolution des déformations permanentes sous des chargements de fluage statique, d'autre part pour éviter la restauration de  $\mathbf{X}_1$  qui provoque des sauts inattendus lors des sollicitations de fluage statique.

On observe également que  $H_1$  et  $a$  n'ont pas une influence importante sur l'évolution initiale des déformations volumique  $\varepsilon_{v,i}^{vp}$  et de cisaillement  $\varepsilon_{s,i}^{vp}$ .

### B.3 Paramètres de l'écroutissage $\mathbf{X}_2$

Les paramètres contrôlant l'écroutissage  $\mathbf{X}_2$  sont le module d'écroutissage  $H_2$  et le paramètre de non linéarité  $b$ . Pour tester la sensibilité des réponses du modèle vis-à-vis de  $H_2$  et de  $b$ , les autres paramètres sont fixés :  $\beta = 1, 15$ ;  $H_1 = 50\text{MPa}$ ;  $a = 1\text{MPa}^{-1}$ ;  $\eta_0 = 265\text{MPa}\cdot\text{s}$ ;  $\eta_1 = 1$ ;  $\eta_2 = 10^3$ ;  $\eta_{X,0} = 10$ ;  $\eta_{X,1} = 10^{-3}$ ;  $\eta_{X,2} = 2250$ .

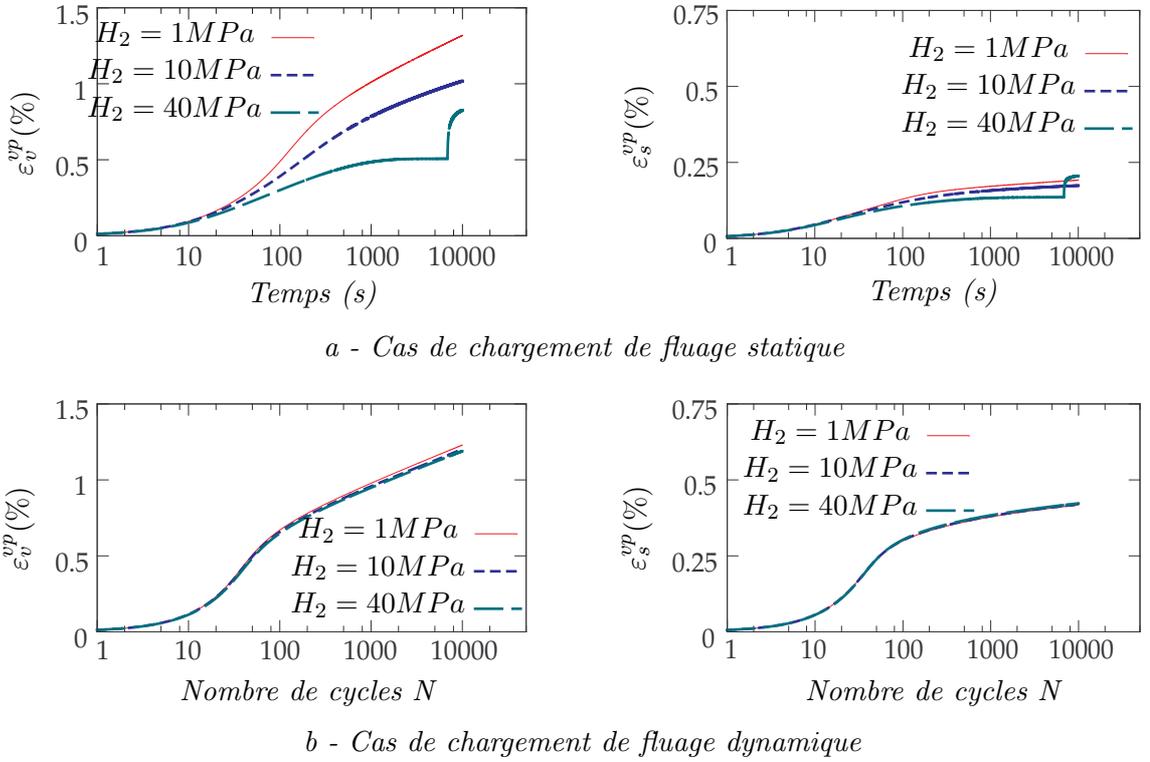


FIG. B.4. Modèle 2M1C-BB : influence de  $H_2$

En considérant les réponses permanentes sous sollicitations de fluage statique du modèle à différentes valeurs de  $H_2$ , avec  $b = 20\text{MPa}^{-1}$ , on trouve que  $H_2$  influence directement l'évolution de la déformation volumique. Cette observation confirme bien le lien entre l'écroutissage  $\mathbf{X}_2$  et la déformation volumique (équation (4.22)<sub>2</sub>). Le mécanisme de déformation volumique est alors bien implanté au sein du modèle 2M1C-BB. Au niveau de la déformation de cisaillement, l'influence de  $H_2$  est faible devant celle de  $H_1$  et/ou  $a$ .

L'influence de  $H_2$  sur l'évolution des déformations viscoplastiques volumique et de cisaillement

sous chargements cycliques n'est pas considérable, suite à la restauration de l'écroissage entraînant un rôle dominant de  $\mathbf{X}_1$ . Pourtant, on trouve encore une faible influence de  $H_2$  sur  $\varepsilon_v^{vp}(N)$ .

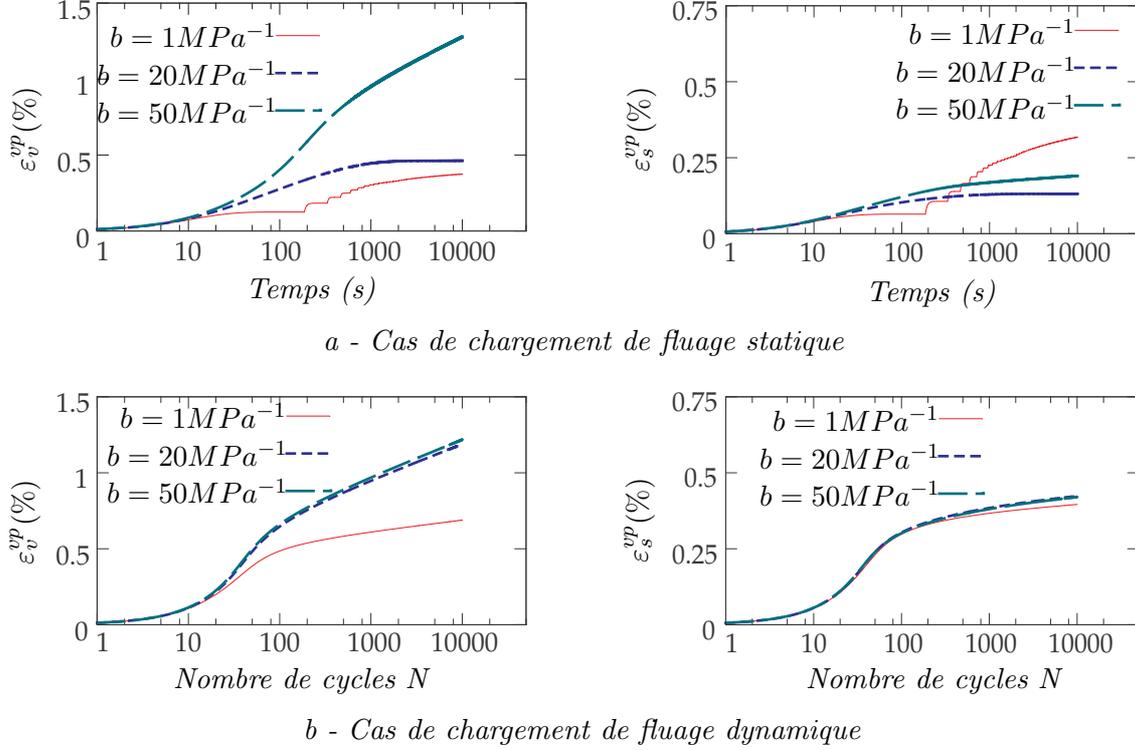


FIG. B.5. Modèle 2M1C-BB : influence de  $b$

L'influence de  $b$  sur l'évolution de la déformation volumique  $\varepsilon_v^{vp}$  est considérable. Plus  $b$  est élevé plus la non linéarité de  $\mathbf{X}_2$  est importante et l'évolution de  $\varepsilon_v^{vp}$  est maintenue. Il est à noter qu'une faible valeur de  $b$  provoque des sauts lors des chargements de fluage statique à cause de la restauration de  $\mathbf{X}_1$ . Sous sollicitations cycliques,  $b$  influence fortement l'évolution de  $\varepsilon_v^{vp}(N)$  tandis que son influence sur  $\varepsilon_s^{vp}(N)$  est négligeable.

Comme les paramètres de l'écroissage  $\mathbf{X}_1$ ,  $H_2$  et  $b$  n'influencent pas considérablement l'évolution initiale des composantes des déformations permanentes.

Les études paramétriques sur les paramètres des écroissages cinématiques  $\mathbf{X}_1$  et  $\mathbf{X}_2$  confirment que  $\mathbf{X}_1$  est associé au mécanisme de cisaillement, tandis que  $\mathbf{X}_2$  est purement hydrostatique et lié à la déformation volumique. L'écroissage  $\mathbf{X}_1$  gouverne principalement l'évolution des déformations de cisaillement et  $\mathbf{X}_2$  contrôle le confinement volumique. Bien que ces influences soient dominantes, il y a un couplage faible entre  $\mathbf{X}_1$  et  $\mathbf{X}_2$ ; une grande non linéarité de  $\mathbf{X}_1$  augmente la vitesse d'évolution de la déformation volumique et un paramètre  $b$  important induit aussi une augmentation plus importante de  $\varepsilon_s^{vp}$ .

## B.4 Influence du paramètre de fluidité $\eta$

Le paramètre de fluidité intervient directement dans la vitesse d'évolution des déformations viscoplastiques. Qualitativement, plus  $\eta$  est faible plus  $\dot{\epsilon}^{vp}$  est importante. Au cours des sollicitations, le paramètre de fluidité évolue suivant (4.56) où  $\eta_0$  est la valeur initiale,  $\eta_1$  et  $\eta_2$  pilotent son évolution en fonction de  $\bar{\epsilon}^{vp}$ .

En fixant  $\eta_1 = 1,0$  et  $\eta_2 = 10^3$ , plusieurs calculs à différentes valeurs de  $\eta_0$  ont été faits. Les résultats de la figure B.6 montrent une sensibilité considérable des réponses du modèle aux variations de  $\eta_0$ , notamment au début de la sollicitation. Plus  $\eta_0$  est faible plus les déformations volumique et de cisaillement initiales sont élevées, sous chargements statiques de fluage ainsi que cycliques. Par contre, l'évolution de  $\eta$  dans la suite va faire diminuer l'influence de  $\eta_0$ .

De même,  $\eta_0$  influence très fortement l'évolution initiale des déformations volumique et de cisaillement. Plus  $\eta_0$  est faible plus les composantes des déformations permanentes initiales sont élevées.

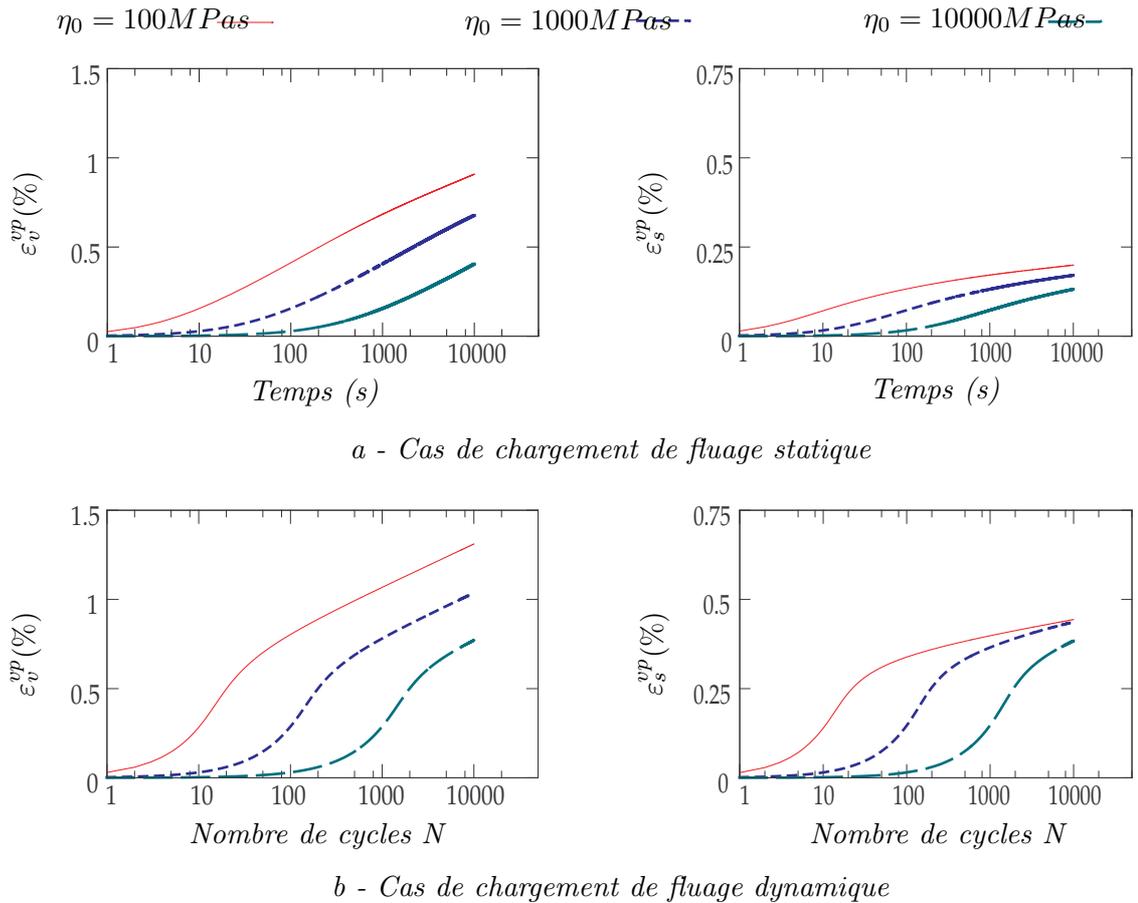


FIG. B.6. Modèle 2M1C-BB : influence de  $\eta_0$

En considérant l'influence de  $\eta_1$  avec  $\eta_0 = 100MPa s$  et  $\eta_2 = 10^2$ , on trouve que plus  $\eta_1$  est faible plus  $\eta$  augmente lentement, induisant une augmentation des déformations permanentes dans le début de chargement, suite à une diminution moins rapide de leur vitesse. Pourtant, à long terme, l'influence de  $\eta_1$  n'est pas aussi forte que celle de  $\eta_2$  (voir ci-dessous). Sous chargements de fluage statique,  $\varepsilon_s^{vp}$  est moins sensible à  $\eta_1$  que  $\varepsilon_v^{vp}$ . En comparant les réponses statiques de fluage et les réponses cycliques, on trouve que  $\eta_1$  n'influence pas beaucoup le rapport entre les déformations permanentes issues de ces types de chargement.

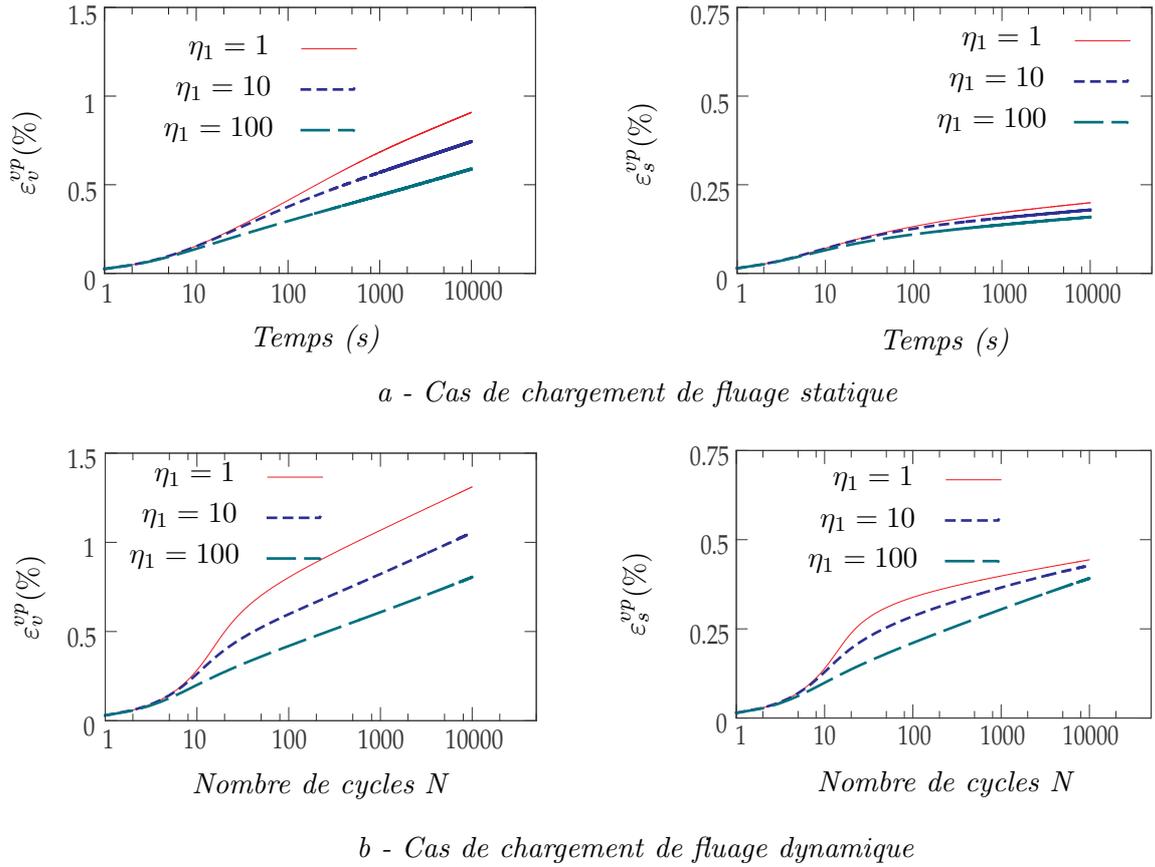
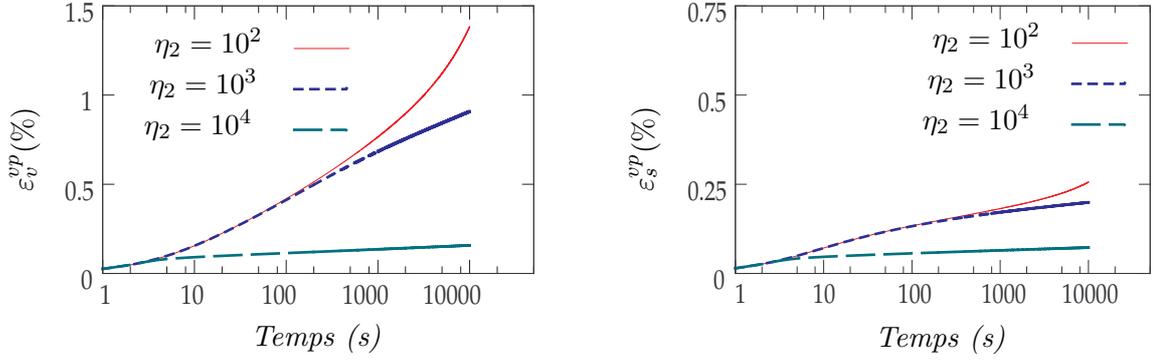


FIG. B.7. Modèle 2M1C-BB : influence de  $\eta_1$

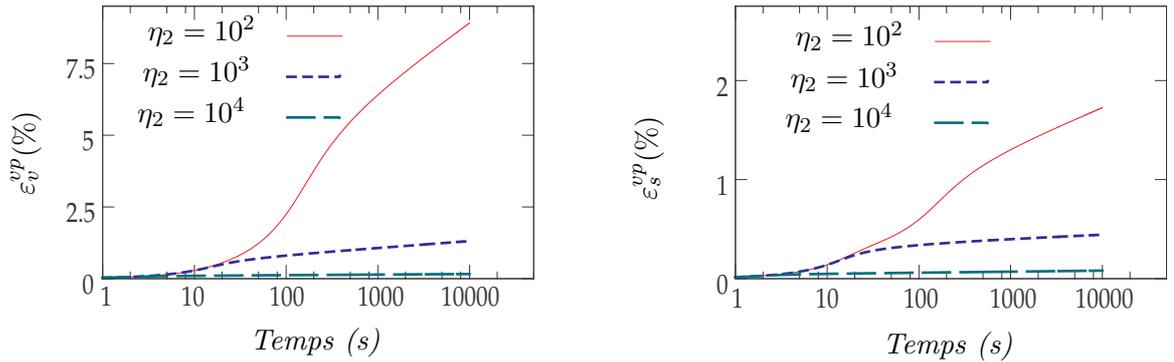
Tout comme  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  pilote l'évolution de  $\eta$ . Qualitativement, plus  $\eta_2$  est élevé plus  $\eta$  évolue rapidement conduisant à une diminution plus rapide de la vitesse des déformations permanentes (figure B.8). L'influence de  $\eta_2$  sur les réponses sous chargements statiques est moins considérable que celles sous sollicitations cycliques, où on observe une forte évolution des déformations permanentes en fonction du nombre de cycles.  $\eta_2$  influence alors le rapport entre les réponses cycliques et statiques.

Qualitativement, le paramètre  $\eta_1$  influence fortement le début de sollicitation où  $\bar{\varepsilon}^{vp}$  est en-

core faible, un paramètre  $\eta_1$  élevé assure une diminution plus rapide de la vitesse initiale des déformations permanentes. Par contre, lors de l'augmentation de  $e^{vp}$  dans la phase suivante de chargement, c'est  $\eta_2$  dans le terme exponentiel qui influence plus fortement l'évolution des déformations permanentes, plus  $\eta_2$  est élevé plus la vitesse diminue rapidement. On observe une faible influence de  $\eta_1$  et  $\eta_2$  sur l'évolution des déformations permanentes au début de sollicitation.



a - Cas de chargement de fluage statique



b - Cas de chargement de fluage dynamique

FIG. B.8. Modèle 2MIC-BB : influence de  $\eta_2$

Il est nécessaire de rappeler que, lors des chargements cycliques, les réponses permanentes sont influencées d'une part par les paramètres de  $\eta$ , d'autre part par les paramètres de la restauration d'écroutissage qui n'est pas activée dans les cas du fluage statique.

## B.5 Influence des paramètres de $\eta_X$

La restauration de l'écroutissage cinématique, qui est adaptée au cas des sollicitations cycliques, est caractérisée par le paramètre évolutif  $\eta_X$  suivant (4.57). Les lois d'évolution constitutives (4.23) qui sont numériquement résolues suivant (4.31) permettent d'évaluer qualitativement l'influence

de  $\eta_X$  sur l'évolution de  $\mathbf{X}_1$  et donc sur les réponses cycliques du modèle 2M1C-BB. Plus  $\eta_X$  est faible plus  $\mathbf{X}_1$  est restauré fortement et plus les déformations permanentes résultantes sont élevées.

Lors des études paramétriques de  $\eta_{X,0}$ ,  $\eta_{X,1}$  et  $\eta_{X,2}$ , nous ne nous intéressons qu'aux réponses sous chargements cycliques. Des calculs cycliques à différentes valeurs de  $\eta_{X,0}$ ,  $\eta_{X,1}$ ,  $\eta_{X,2}$  ont été lancés avec :  $\beta = 1,15$ ;  $H_1 = 50MPa$ ;  $H_2 = 80MPa$ ;  $a = 1MPa^{-1}$ ;  $b = 20MPa^{-1}$ ;  $\eta_0 = 265,0MPas$ ,  $\eta_1 = 1,0$ ;  $\eta_2 = 10^3$ .

En fixant  $\eta_{X,1} = 10^{-3}$  et  $\eta_{X,2} = 2,25 \cdot 10^3$ , on étudie l'influence de  $\eta_{X,0}$  qui est la valeur initiale de  $\eta_X$  (figure B.9). On trouve que  $\eta_{X,0}$  a une influence forte sur l'évolution de  $\varepsilon_s^{vp}(N)$ , plus  $\eta_{X,0}$  est faible plus  $\varepsilon_s^{vp}(N)$  est élevée suite à une restauration plus importante de  $\mathbf{X}_2$ . Pourtant l'influence de  $\eta_{X,0}$  sur  $\varepsilon_v^{vp}(N)$  est plutôt indirecte et agit via l'évolution de  $\bar{\varepsilon}^{vp}$  qui devient plus importante avec  $\eta_{X,0}$  plus faible. Ceci provoque une faible diminution de  $\varepsilon_v^{vp}(N)$  lors des augmentations de  $\eta_{X,0}$ . Ces observations sont tout-à-fait raisonnables car la restauration agit uniquement sur l'écroutissage cinématique du mécanisme de cisaillement.

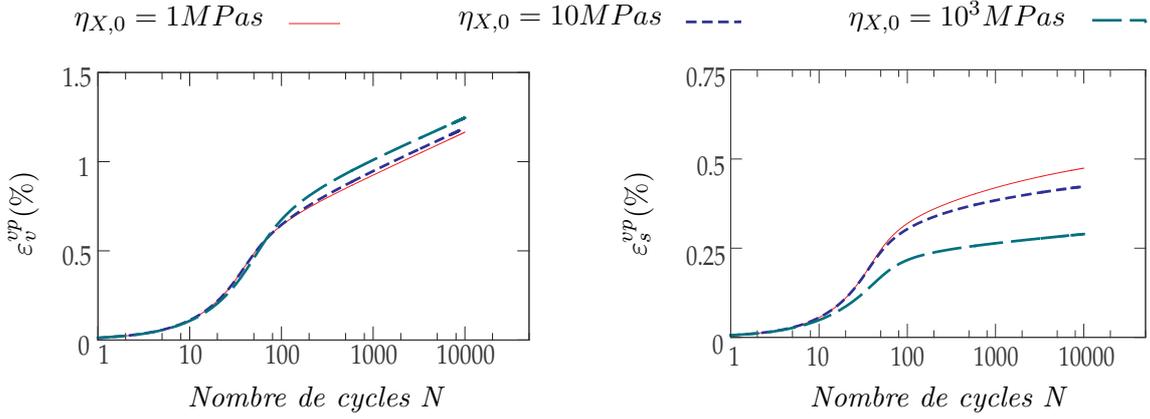


FIG. B.9. Modèle 2M1C-BB : influence de  $\eta_{X,0}$

En considérant l'influence de  $\eta_{X,1}$ , on trouve que plus  $\eta_{X,1}$  est petit plus  $\eta_X$  augmente lentement, par conséquent la restauration de  $\mathbf{X}_1$  est plus importante et la déformation de cisaillement est plus grande. Cette évaluation qualitative se trouve en bon accord avec les résultats numériques de la figure B.10 et on trouve également un effet secondaire de  $\eta_{X,1}$  sur  $\varepsilon_v^{vp}$ .

De même,  $\eta_{X,2}$  contrôle l'évolution de  $\eta_X$  et donc l'évolution des déformations permanentes. Plus  $\eta_{X,2}$  est important, plus  $\eta_X$  augmente rapidement, ce qui induit une diminution plus forte de la vitesse des déformations permanentes de cisaillement (figure B.11). Si  $\eta_{X,1}$  a une forte influence dans le début de sollicitation,  $\eta_{X,2}$  influence la phase suivante, où  $\bar{\varepsilon}^{vp}$  devient plus importante. On observe aussi une influence indirecte de  $\eta_{X,2}$  sur  $\varepsilon_v^{vp}$ .

Lors du cas limite de  $\eta_X \rightarrow 0$ , il n'y a pas de restauration de  $\mathbf{X}_1$ , et la comparaison des

B.5 Influence des paramètres de  $\eta_X$

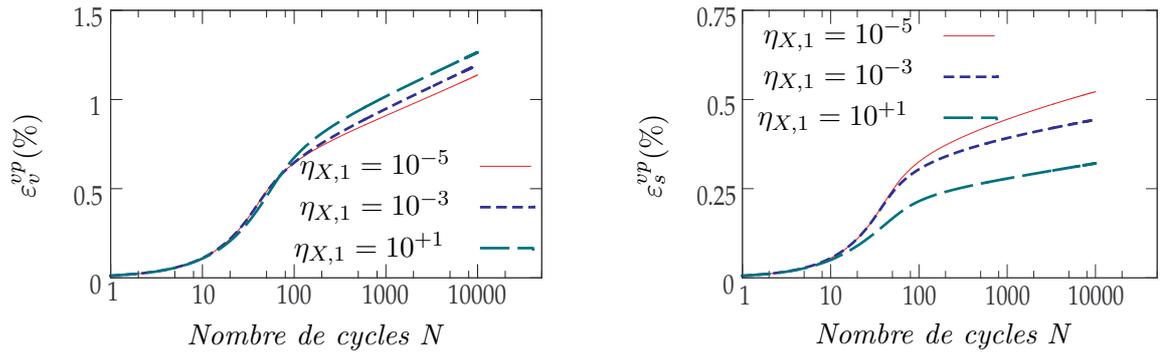


FIG. B.10. Modèle 2M1C-BB : influence de  $\eta_{X,1}$  ( $\eta_{X,0} = 10\text{MPas}$  ;  $\eta_{X,2} = 2, 25 \cdot 10^3$ )

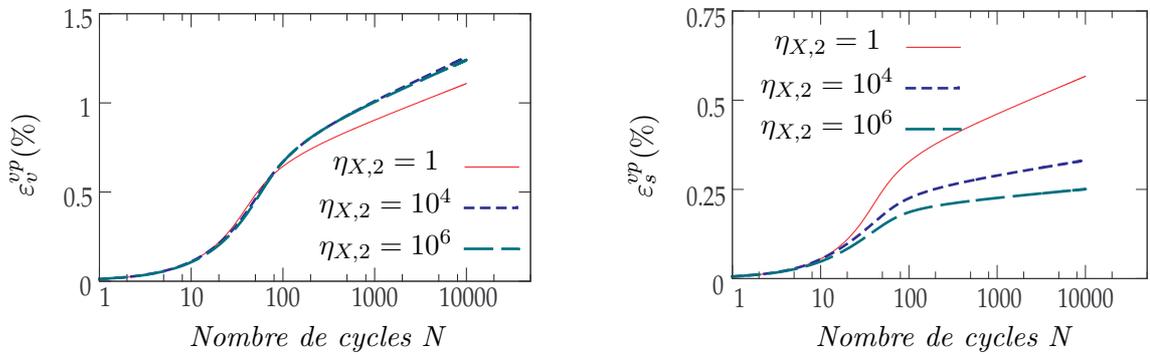


FIG. B.11. Modèle 2M1C-BB : influence de  $\eta_{X,2}$  ( $\eta_{X,0} = 10\text{MPas}$  ;  $\eta_{X,1} = 10^{-3}$ )

réponses cycliques et statiques dans ce cas permet de confirmer la nécessité de l'implémentation de la restauration des écrouissages cinématiques.



# Bibliographie

AASHTO . Design Guide : Development of the 2002 Guide for the Design of New and Rehabilitated Pavement Structures, NCHRP Project 1-37A, USA, 2003.

ALI B., SHAHROUR I., DUMONT A. G. et PERRET J. Modelling of Rutting in Asphalt Flexible Pavement. *10th International Conference on Asphalt Pavements*. 2006.

ANDERSON D.A., BAHIA H.U. et DONGRE R. Rheological properties of mineral filler-asphalt mastics and its importance to pavement performance. *Effects of Aggregates and Mineral Fillers on Asphalt Mixture Performance : ASTM STP 1147*. Philadelphia. 1992.

AUSSEDAT G. L'essai de fluage dynamique dans la formation des enrobés et le dimensionnement des chaussées. *Bulletin de Liaison des Laboratoires de Ponts et Chaussées*. Numéro spécial V, 1977, pp. 139–151.

AYRES M. JR. *Development of a Rational Probabilistic Approach for Flexible Pavement Analysis*. Thèse : University of Maryland, College Park, 1997.

BARKSDALE R. D. Laboratory Evaluation of Rutting in base course materials. *Proc. 3rd Int. Conf; on Structure Design of Asphalt Pavements*. Univ. of Michigan, Mich. 1972.

BESSON J., CAILLETAUD G., CHABOCHE J.-L. et FOREST S. *Mécanique non linéaire des matériaux*. Hermes Science, 2001.

BROWN S.F. et COOPER K.E. A fundamental study of the stress-strain characteristics of a bituminous material. *Journal of the Association of Asphalt Paving Technologists*, 1980, Vol 49, pp. 476–496.

BROWN E. RAY, KANDHAL P. S. et ZHANG J. *Performance Testing for Hot Mix Asphalt*. Rapport technique, National Center of Asphalt Technology, Auburn University, 2001.

BROWN S.F. Essais triaxiaux sur enrobés bitumineux en chargement répété ou en fluage. *Bulletin de Liaison des Laboratoires de Ponts et Chaussées*. Numéro spécial V, 1977, pp. 125–138.

- BUTLAR W.G., BOZKURT D., AL-KHATEEB G.G. et WALDHOFF S.A. Understanding Asphalt Mastic Behavior through Micromechanics. *Transportation Research Record 1681*. Transportation Research Board, National Research Council, Washington, DC. 1999, pp. 157–169.
- CAILLETAUD G. et SAI K. Study of plastic/viscoplastic models with various inelastic mechanisms. *International journal of plasticity*, 1995, Vol 11, n8, pp. 991–1005.
- CAMPEN W.H. et SMITH J.R. A Study of the Role of Angular Aggregates in the Development of Stability in Bituminous Mixtures. *Proceedings of the Association of Asphalt Paving Technologists*. Vol 17, 1984.
- CHABOCHE L. et CAILLETAUD G. On the calculation of structures in cyclic plasticity or viscoplasticity. *Computer and Structures*, 1986, Vol 23(1), pp. 23–31.
- CHRISTENSEN D. W. et BONAQUIST JR. R. Use of Strength Tests for Evaluating the Rut Resistance of Asphalt Concrete. *Association of Asphalt Paving Technologists - Proceedings of the Technical Sessions*. Vol 71, 2002, pp. 692–711.
- CORTÉ J. F. et DI BENEDETTO H. *Matériaux routiers bitumineux 1*, Vol 1. Hermes Lavoisier, 2004.
- CORTÉ J.-F., BROSSAUD Y., KERZREHO J.-P. et SPERNOL A. Study of Rutting of Wearing Courses on the L.C.P.C Test Track. *8th International Conference on Asphalt Pavements*. Seattle. 1997.
- CORTÉ J. F. *Conception et dimensionnement des structures de chaussées - Guide technique*. SETRA, 1994.
- CROSS S.A. et BROWN E.R. Selection of Aggregate Properties to Minimize Rutting of Heavy Duty Pavements. *Effects of Aggregates and Mineral Fillers on Asphalt Mixture Performance*. Edited by F TESTING AMERICAN SOCIETY et MATERIALS . ASTM STP 1147, Philadelphia. 1992.
- DE LA ROCHE C., CORTÉ J. F., GRAMSAMMER J. C., ODÉON H., TIRET L. et CAROFF G. Etude de la fatigue des enrobés bitumineux à l'aide du manège de fatigue du LCPC. *Revue générale des routes et aérodromes*. Numéro 716, 1994, pp. 62–74.
- DESAI C.S. et ZHANG D. Viscoplastic Model for Geologic Materials with Generalized Flow Rule. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1987, Vol 11, pp. 603–620.
- DESHPANDE V.S. et CEBON D. Steady-state constitutive relationship for idealized asphalt mixes. *Mechanics of Materials*, 1999, Vol 31, pp. 271–287.

## BIBLIOGRAPHIE

- DESSOUKY SAMER HASSAN. *Multiscale Approach for Modeling Hot Mix Asphalt*. Thèse : Texas A&M University, 2005.
- DI BENEDETTO H. et CORTÉ J. F. *Matériaux routiers bitumineux 2*, Vol 2. Hermes Lavoisier, 2005.
- DRUCKER D. C. et PRAGER W. Soil mechanics and plastic analysis or limited design. *Quarterly Applied Mathematics*, 1952, Vol 10(2), pp. 157–165.
- DUVAUT G. et LIONS J.L. *Les Inéquations en Mécanique et en Physique*. Dunod, Paris, 1972.
- EISENMANN J. et HILMER A. Influence of Wheel Load and Inflation Pressure on the Rutting Effect at Asphalt-Pavements - Experiments and Theoretical Investigations. *Sixth International Conference on the Structural Design of Asphalt Pavements*. Vol 1, Ann Arbor. 1987, pp. 392–403.
- EL ABD A., HORNYCH P., BREYSSE D. et DENIS A. Prediction of Permanent Deformations of Unbound Pavements Layers. *7th International Conference on Bearing Capacity of Roads and Airfields*. Trondheim, Norway. 27-29 June 2005 2005.
- ERKENS S.M.J.R. et POOT M.R. *The Uniaxial Compression Test - Asphalt Concrete Response (ACRe)*. Rapport technique 7-98-117-4, Delft University of Technology, 1998.
- FLOREA D. Nonassociated Elastic/Viscoplastic Model for Bituminous Concrete. *Int. Journal of Engineering Science*, 1994, Vol 32, pp. 87–93.
- FRANCKEN L. et VANELSTRAETE A. Complex moduli of bituminous binders and mixtures - Interpretation and Evaluation. *Proceedings of the Euraspalt and Eurobitume congress*. Strasbourg, France. 1996.
- FRANCKEN L. et VANELSTRAETE A. Complex moduli of bituminous binders and mixtures : A rational method for the interpretation of test results. *Rilem MTBM*. Lyon, France. 1997, pp. 217–224.
- FRANCKEN L. Module complexe des mélanges bitumineux. *Bulletin de liaison des laboratoires des ponts et chaussées*. Numéro spécial V, 1977, pp. 181–198.
- FWA T.F., TAN S.A. et ZHU L.Y. Reexamining C- $\phi$  Concept for asphalt Paving Mix Design. *Journal of Transportation Engineering*, 2001, Vol 127, pp. 67–73.
- GRIMAUX J.P. Utilisation de l'ornièreur LPC. *Bulletin de Liaison des Laboratoires de Ponts et Chaussées*. Numéro spécial V, 1977, pp. 165–172.
- GRIMAUX J.P. Vers une nouvelle méthodologie d'étude des enrobés. *Bulletin de liaison des laboratoires des ponts et chaussées*. Numéro 10411, 1979.

- GUBLER R., LIU Y., ANDERSON D.A. et PARTL M.N. Investigation of the System Filler and Asphalt Binders by Rheological Means. *Journal of the Asphalt Paving Technologists*, 1999, Vol 68, pp. 284–304.
- GUBLER R., KUNZEL S. et PARTL M.N. Comparison of rutting behavior on test sections and circular test track using a model mobile simulator. *1st Int. Symp. on Design and Construction of Long Lasting Asphalt*. Auburn. ISAP, 7-9, June 2004.
- HECK JEAN-VIVIEN. *Modélisation des déformations réversibles et permanentes des enrobés bitumineux - Application à l'orniérage des chaussées*. Thèse : Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, 2001.
- HILL J.F. The Creep of Asphalt Concrete Mixes. *Journal of The Institute of Petroleum*, 1973.
- HUANG B., MOHAMAD L. et WATHUGALA W. Development of a Thermo-Viscoplastic Constitutive Model for HMA Mixtures. *Association of Asphalt Paving Technologists 77th Annual Meeting*. Colorado Springs. 2002.
- HUANG Y.H. Deformation and volume change characteristics of a sand asphalt mixture under constant direct triaxial compressive stresses. *Highway Research Record*. Vol 178, 1967, pp. 60–74.
- JACKSON N. et K. DHIR R. *Civil Engineering Materials*. MacMilan, London, 5th edition, 1996.
- KOITER W. T. *Progress in Solid Mechanics*, Vol 1. North Holland, Amsterdam, 1960.
- LEMAITRE J. et CHABOCHE J.-L. *Mécanique des Matériaux Solides*. Dunod, Paris, 2me edition, 1996.
- LYTTON R.L., UZAN J., FERNANDO E.G., ROQUE R., HILTUNEN D. et STOFFELS S.M. *Development and Validation of Performance Prediction Models and Specifications for Asphalt Binders and Paving Mixes*. Rapport technique SHRP-A-357, The Strategic Highway Research Program, National Research Council, Washington, D.C, 1993.
- MANDEL J. Généralisation de la théorie de la plasticité de W. T. Koiter. *International Journal of Solids and Structures*, 1965, Vol 1, pp. 273–295.
- MASAD E. A., LITTLE D. N., TASHMAN L., SAADEH S.I, AL-ROUSAN T. et SUKHWANI R. *Evaluation of Aggregate Characteristics Affecting HMA Concrete Performance*. Rapport technique, Texas Transportation Institute, The Texas A&M University System College Station, December 2003.
- MCLEOD N.W. The Stability of Granular and Cohesive Materials in Triaxial Compression. *Proceedings of the Association of Asphalt Paving Technologists*. Vol 17, 1948, pp. 184–215.

## BIBLIOGRAPHIE

- MOUTIER F. Etude statistique de l'effet de la composition des enrobés bitumineux sur leur comportement en fatigue et leur module complexe. *Bulletin de liaison des laboratoires des ponts et chaussées*. Numéro 172, 1991, pp. 33–41.
- MOUTIER F. Utilisation de la presse à cisaillement gyrateur et de l'orniéreur dans la méthode française de formulation des enrobés. *Proceedings of the 5th Eurobitume Congress*. Vol IB, Stockholm. 1992, pp. 546–554.
- NEIFAR M. et DI BENEDETTO H. *Etude de l'orniérage des mélanges bitumineux : mise au point d'un dispositif expérimental et campagne d'essais*. Rapport technique du contrat LCPC 97/259, ENTPE/LCPC, November 2000.
- NEIFAR M. et DI BENEDETTO H. Thermo-viscoplastic law for bituminous mixes. *International Journal of Road Materials and Pavement Design*, 2001, Vol 2, n1, pp. 71–95.
- NGUYEN DANG TRUC, DE LA ROCHE CHANTAL, TAMAGNY PHILIPPE et NEDJAR BOUMEDIENE. Application d'un modèle de plasticité multisurfacique à la modélisation de la déformation permanente des enrobés bitumineux. *17eme Congrès Français de Mécanique*. 2005.
- NGUYEN DANG TRUC, NEDJAR BOUMEDIENE et TAMAGNY PHILIPPE. Cyclic elasto-viscoplastic model for asphalt concrete materials. *Accepted for publication in International Journal of Road Materials and Pavement Design*, 2006a.
- NGUYEN DANG TRUC, NEDJAR BOUMEDIENE, TAMAGNY PHILIPPE et DE LA ROCHE CHANTAL. Rutting prediction of asphalt concrete materials using a multi-criteria viscoplasticity model. *10th International Conference on Asphalt Pavements*. 2006b.
- NGUYEN DANG TRUC. *Etude de la plasticité sous sollicitations cycliques. Application aux chaussées*. Rapport du stage DEA S3M, Ecole National des Ponts et Chaussées, 2003.
- ODÉON H. Thème CH14 - Prévion de l'orniérage des couches de surface bitumineuse. *Diffusion interne Laboratoire des Ponts et Chaussées*. 1995.
- PERL M., UZAN J. et SIDES A. Visco-elasto-plastic Constitutive Law for Bituminous Mixture Under Repeated Loading. *Transportation Research Record 911*. Transportation Research Board, National Research Council, Washington, D.C. 1983, pp. 20–26.
- PERZYNA P. Fundamental problems in viscoplasticity. *Advances in Applied Mechanics*, 1966, Vol 9, pp. 243–377.
- PROWELL B. D., ZHANG J. et BROWN E.R. *Aggregate properties and the Performance of Superpave-Designed Hot Mix Asphalt*. Rapport technique NCHRP 539, 2005.

- ROSCOE K.H. et BURLAND J.B. On the Generalized Stress-Strain Behaviour of "Wet" Clay. *Engrg. Plasticity*, 1968.
- SCARPAS A., AL-KHOURY R., VAN GURP C. et ERKENS S.M. Finite Element Simulation of Damage Development in Asphalt Concrete Pavements. *Proceedings of 8th International Conference on Asphalt Pavements*. University of Washington, Seattle, WA. 1997, pp. 673–692.
- SCARPAS A., BLAAUWENDRAAD J., AL-KHOURY R. et VAN GURP C. Experimental calibration of a viscoplastic-fracturing computational model. *Int. Conf. on Computation Methods and Experimental Measurements*. 1997b.
- SCHOFIELD A.N. et WROTH C.P. *Critical State Soil Mechanics*. McGraw-Hill, 1968.
- SEIBI A.C., SHARMA M.G., ALI G.A. et KENIS W.J. Constitutive Relations for Asphalt Concrete under High Rates of Loading. *Transportation Research Record 1767*. Transportation Research Board, National Research Council, Washington, D.C. 2001, pp. 111–119.
- SHELL BITUMES . Bitumes - Techniques et Utilisations. *Synthèse d'études, Edition Société des Pétroles Shell*. 1991.
- SIDES A., UZAN J. et PERL M. A Comprehensive Visco-elastoplastic Characterization of Sand-Asphalt under Compression and Tension Cyclic Loading. *ASTM Journal of Testing and Evaluation*, 1985, Vol 13.
- SIMO J.C. et HUGHES T. J. R. *Computational Inelasticity*. Springer-Verlag, Berlin, 1998.
- SIMO J.C. et TAYLOR R.L. Consistent Tangent Operators for Rate-Independent Elastoplasticity. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, 1985, Vol 48, pp. 101–118.
- SIMO J.C., KENNEDY J.G. et GOVINDJEE S. Non-smooth Multisurface Plasticity and Viscoplasticity. Loading/Unloading Conditions and Numerical Algorithms. *Int. J. Numer. Methods Engrg*, 1988, Vol 26, pp. 2161–2185.
- SMITH V.R. Triaxial Stability Method for Flexible Pavement Design. *Proceedings of the Association of Asphalt Paving Technologists*. Vol 18, 1949, pp. 63–86.
- SOLIMAN S. *Influence des paramètres de formulation sur le comportement à la fatigue d'un enrobé bitumineux*. Rapport technique 58, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, 1976.
- SOUSA J.B. et WEISSMAN S.L. Modeling permanent deformation of asphalt-aggregate mixes. *Journal of The Association of Asphalt Paving Technologists*, 1994, Vol 63, pp. 224–257.
- SOUSA J.B. Asphalt-Aggregate Mix Design Using the Repetitive Simple Shear Test (Constant Height). *Journal of The Association of Asphalt Paving Technologists*, 1994, Vol 63, pp. 298–345.

## BIBLIOGRAPHIE

- STÉFANI C. Modèle analogique pour l'orniérage. Révision de la Note du 28 novembre 1995. Note interne, December 1996.
- TAHERKHANI H. et COLLOP A.C. Characterisation of Uniaxial Creep Deformation Behaviour of Asphalt Mixtures. *10th International Conference on Asphalt Pavement*. Québec, Canada. 2006.
- ULM F. J. et COUSSY O. *Mechanics and Durability of Solids*, Vol 1 : Solid Mechanics. Prentice Hall, 2003.
- UZAN J. Asphalt Concrete Characterization for Pavement Performance Prediction. *Association of Asphalt Paving Technologists*, 1996, Vol 65, pp. 573–607.
- VAN DE LOO P.J. Creep testing, a simple tool to judge asphalt mix stability. *Proceedings of the Association of Asphalt Paving Technologists*. Vol 42, 1974.
- VANELSTRAETE A. et FRANCKEN L. Orniérage : Synthèse des principaux constats et résultats. *Bulletin CRR*. Numéro 25, 04 1994, pp. 9–16.
- VERMEER P.A. A Five Constant Constitutive Model Unifying Well-Established Concepts. *Constitutive Relations for Soils*. Edited by G. GUDEHUS F. DARVE et VARDOULAKIS I. Rotterdam. 1985, pp. 175–197.
- VESTRAETEN J. Enrobés bitumineux à haute résistance à l'orniérage par fluage. *AIPCR*. 1995.
- YAN X. L. et LU S. W. Expérimentation et analyse des paramètres intrinsèques des enrobés bitumineux. *Rilem MTBM*. Lyon, France. 1997, pp. 217–224.
- ZANIEWSKI J.P. et SRINIVASAN G. *Evaluation of Indirect Tensile Strength to Identify Asphalt Concrete Rutting Potential*. Rapport technique, Asphalt Technology Program, Department of Civil and Environmental Engineering, West Virginia University, WV, October 2003.
- ZIENKIEWICZ O.C., HUMPHESON C. et LEWIS R. Associated and Non-associated Visco-plasticity in Soils Mechanics. *Journal of Geotechnique*, 1975, Vol 25(5), pp. 671–689.